



Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

IFT-D.009/02

Efeitos do Meio Nuclear Denso sobre o Mecanismo do Pólo do Píon

$(\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})$

Felipe Arretche

Orientador

Prof. Dr. Adriano A. Natale

Julho de 2002

Agradecimentos

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer a minha mãe, dona Maria Terezinha da Silva Gonçalves, pois sem seu amor, incentivo e carinho, dificilmente estaria apresentando esta dissertação de mestrado. Gostaria de agradecer à minha tia Marta Tereza Arretche pelo carinho e pelo apoio financeiro e moral. Aos meus amigos e colegas Alexandre Leite Gadelha, Victo dos Santos Filho, Eduardo de Carli da Silva, Luís Carlos Torres Guillen, Lúcio Campos Costa, João Pacheco Bicudo Cabral de Melo e Andreia Nalú Soares Hisi. Com certeza estou esquecendo algumas pessoas. Perdoem-me por esta falta mas saibam que vocês tem minha gratidão e admiração tanto quanto os explicitamente citados. Finalmente, gostaria de agradecer ao meu orientador Adriano A. Natale pela competente orientação e pela paciência nos meus momentos de dificuldade. Agradeço à CAPES pelo apoio financeiro.

Resumo

Neste trabalho, investigamos a viabilidade do mecanismo de pólo do pión ($\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$) como mecanismo alternativo para o resfriamento do núcleo estelar de estrelas de alta massa durante o processo de colapso gravitacional. Em especial, concentramos nossa atenção no vínculo para a luminosidade de neutrinos emitidos pela supernova SN1987A. Mostramos que ao incorporar os efeitos do meio nuclear denso no propagador piônico através da teoria de Migdal para sistemas fermiônicos finitos, o mecanismo de pólo do pión é suprimido e que por causa disso não conseguimos obter nenhum vínculo significativo para o decaimento do pión em neutrinos.

Palavras Chaves: Pólo do Pión, Supernova SN1987A, Meio Nuclear Denso

Áreas do conhecimento: Física de Partículas Elementares, Astrofísica, Física Nuclear

Abstract

In this work, we investigate the viability of the pion pole mechanism ($\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$) as an alternative mechanism for the cooling of stellar nucleus of massive stars during the gravitational collapse. In particular we concentrate our attention on a possible constrain on the neutrino's luminosity from the supernova SN1987A. We show that incorporating the effects of the dense nuclear medium through the Migdal's theory for finite fermionic systems in the pion propagator, the pion pole mechanism is suppressed and we cannot obtain any meaningful constrain for the pion decay into neutrinos.

Índice

1	O Problema do Mecanismo de Pólo do Píon	1
1.1	Proposição do Problema	1
2	Perda de Energia em Supernovas	4
2.1	Introdução : Física de Partículas Elementares x Astrofísica	5
2.2	Princípios Básicos de Evolução Estelar	8
2.2.1	Fase de Equilíbrio Hidrostático	9
2.2.2	Fase de Colapso Gravitacional	15
2.3	Neutrinos da Supernova SN1987A	21
2.4	Emissão de Neutrinos: Regime de Difusão x Regime de Escape Livre(Free Streaming)	23
2.4.1	Regime de Difusão	23
2.4.2	Regime de Escape Livre - "Free Streaming"	29
3	O Meio Nuclear Denso	36
3.1	Absorção de Píons no Meio Nuclear Denso	38
3.2	Teoria de Migdal para Sistemas Fermiônicos Finitos aplicada ao Núcleo Atômico	40
3.3	Mecanismo do Pólo do Píon no Meio Nuclear Denso	43
4	Conclusões	48
4.1	Pólo do Píon no Vácuo	48
4.2	Pólo do Píon no Meio Nuclear Denso	48
	Referências	51

Capítulo 1

O Problema do Mecanismo de Pólo do Píon

1.1 Proposição do Problema

A produção de neutrinos através do processo $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ e sua importância no contexto astrofísico foi discutida pela primeira vez por Chiu e Morrison [1]. Do ponto de vista teórico, a reação $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ seria um possível mecanismo de perda de energia para estrelas durante o processo de evolução estelar. De uma perspectiva cosmológica, também teríamos fótons da radiação cósmica de fundo que poderiam dar origem a neutrinos, influenciando diretamente os limites sobre outras partículas leves presentes na época da nucleossíntese primordial [2].

O que há de relevante para a física de partículas elementares em considerar os aspectos astrofísicos da reação $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$? Na versão usual do modelo padrão de Weingerg-Salam, os neutrinos são qualificados como férmions de mão esquerda, não massivos e desprovidos de interação eletromagnética. Os fótons são bósons vetoriais de spin 1, de forma que o processo $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ precisa ser computado através de diagramas tipo caixa de um loop. Dicus[3] mostrou que este mecanismo de resfriamento estelar possui uma taxa menor que outros processos tais como $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}$ e $\gamma e \rightarrow e\nu\bar{\nu}$.

Este resultado provém de um teorema demonstrado por Gell-Mann [4], que estabelece que no limite de massa zero do neutrino, a amplitude do processo $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ se anula quando a corrente fraca é local e possui estrutura V-A.

Fischback et al. [5] chamaram a atenção para o fato de que o teorema estabelecido por Gell-Mann é válido para correntes fracas neutras com estrutura V-A, contudo,

este não é aplicável se a reação $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ for intermediada por partículas escalares ou tensoriais. Em particular, propuseram o mecanismo do pólo do píon ($\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$). Neste caso, a amplitude associada ao processo em questão teria um pólo quando a energia disponível fosse da ordem da massa do π^0 . Esta condição poderia ser satisfeita em um meio com temperaturas da ordem de $10^{11} K (\approx 10 MeV)$, compatível portanto com a temperatura do núcleo de uma supernova. Mesmo para temperaturas menores, o processo $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$ poderia fornecer contribuições importantes. É importante observar que, por conservação de momento angular, o decaimento $\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$ só é permitido se também existem neutrinos de mão direita.

Natale [6] aplicou a prescrição desenvolvida por Fischback et al. [5] aos dados provenientes do pico de luminosidade dos neutrinos da supernova SN1987A. Os modelos de supernovas fornecem temperaturas para o núcleo estelar durante o pico de emissividade dos neutrinos da ordem de 10 a 70 MeV. Com este dado em mãos e valendo-se do caráter ressonante da reação $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$, Natale extraiu limites superiores para $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})$ em função da temperatura do núcleo estelar cerca de sete ordens de magnitude menores que os limites experimentais disponíveis na época [8]. Em especial, Natale usou seus resultados das larguras de decaimento para limitar também a massa dos neutrinos, obtendo valores compatíveis com os prescritos pela literatura [9, 10].

Contudo, resultados significativos para os mecanismos de resfriamento estelar devem necessariamente levar em conta os efeitos coletivos associados as densidades do núcleo estelar.

Raffelt e Seckel [11] estudaram a viabilidade do processo $NN \rightarrow NN\nu\bar{\nu}$ levando em conta efeitos de múltiplo espalhamento dos nucleons*. Para tanto, os autores invocaram o efeito Landau-Pomeranchuk [24] o qual está fundamentado no fato de que a radiação produzida via bremsstrahlung requer um intervalo de tempo não nulo para ocorrer. Seus resultados mostram que os vínculos obtidos a partir do mecanismo de bremsstrahlung dos nucleons são de fato relaxados.

Os próprios autores reconhecem que sua estimativa para a taxa de colisões é

*N representa um nucleon.

muito grosseira uma vez que efeitos associados a degenerescência dos nucleons, bem como variações na relação de dispersão para os mesmos ou ainda possíveis alterações no potencial de interação entre eles foram absolutamente desprezados.

Em suas conclusões, chamam a atenção para o fato de que a inclusão dos efeitos do meio nos propagadores das interações poderia modificar também outros processos até então discutidos na literatura. Em especial, chamaram a atenção para o trabalho desenvolvido por Natale [6] ao estudar o processo $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$. Natale considerou em seus cálculos a largura de decaimento total do píon Γ_π no vácuo. Argumentam eles que no núcleo de uma supernova, os píons estariam preferivelmente sujeitos à absorção por nucleons ao invés de decaírem livremente no vácuo, tal que Γ_π no meio denso deveria assumir um valor muito maior que o considerado e o efeito associado à reação $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$ seria fortemente suprimido.

Em um trabalho subsequente, Natale e colaboradores [12] procuraram incluir os efeitos de absorção do píon e verificaram que o efeito associado à reação $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$ era realmente suprimido, conforme preconizado por Raffelt e Seckel [11]. Entretanto, a absorção dos píons na matéria nuclear foi computada de forma relativamente grosseira, conforme iremos explicar e discutir.

O objetivo desta dissertação é incorporar os efeitos coletivos nucleares no propagador piônico e mostrar de modo mais rigoroso a supressão do mecanismo $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ no contexto de resfriamento estelar. Para tanto, usamos a teoria de sistemas finitos de Fermi desenvolvida por Migdal [13] para a descrição de colisões núcleo-núcleo. Mais precisamente nos valem do setor da teoria que descreve a dinâmica dos píons na matéria nuclear densa a altas temperaturas. Finalmente, apresentamos pela primeira vez um cálculo rigoroso do mecanismo do pólo do píon para a situação típica de uma supernova levando em conta um meio nuclear denso.

Capítulo 2

Perda de Energia em Supernovas

Nos primórdios da astronomia moderna, astrônomos observavam o surgimento de novas estrelas no céu. Estas estrelas brilhavam intensamente por horas e até dias. A observação contínua destes objetos revelou no entanto que seu brilho diminuía pouco a pouco, tornando-se praticamente imperceptível em semanas ou meses. Tais estrelas foram denominadas *novas*. Entre estas havia uma classe cujo brilho era visivelmente mais intenso e que por tal razão foram chamadas de *supernovas*.

Tecnicamente as supernovas são classificadas em supernovas do tipo I e supernovas do tipo II. Esta classificação está fundamentada na observação do espectro de luz durante o pico de emissão. Supernovas tipo II apresentam linhas de hidrogênio no espectro enquanto as de tipo I não. Supernovas tipo II não são observadas em galáxias elípticas. Costumam ser localizadas em braços espirais de galáxias. Estas são regiões tipicamente ocupadas por estrelas jovens. A superposição destas evidências permite inferir que supernovas tipo II constituem os estágios finais de evolução de estrelas massivas, as quais existem por uma escala de tempo relativamente curta, da ordem de milhões de anos. Supernovas tipo II são relevantes para a física de partículas elementares porque são grandes fontes de neutrinos. O estudo das supernovas tipo II permite inferir e limitar várias propriedades acerca destas e de outras partículas exóticas presentes em outros modelos além do padrão. Seu estudo também está relacionado com a síntese de elementos pesados no universo*, assunto do qual não trataremos nesta dissertação, mas que por si só justifica sua importância.

*O elemento mais pesado produzido por fusão nuclear no interior das estrelas é o ^{56}Fe .

O estudo de supernovas tipo I revelou até o presente momento que estas são causadas por explosões termonucleares em anãs brancas presentes em sistemas binários, nos quais a estrela companheira, em geral uma gigante vermelha massiva, deposita matéria sobre sua companheira compacta. Os modelos teóricos preveem que tais sistemas não produzem remanescentes de supernova e que o fluxo de neutrinos associado a tais objetos é desprezível. Por estes motivos, vamos concentrar nossa atenção nas supernovas tipo II. Antes porém, vamos procurar motivar o estudo de sistemas astrofísicos do ponto de vista da física de partículas elementares.

2.1 Introdução : Física de Partículas Elementares x Astrofísica

A estrutura última da matéria foi tema de acirrados debates entre os filósofos gregos da antigüidade. Modernamente, a procura pelos "átomos" de Leucipo e Demócrito evoluiu para o que chamamos hoje de física de partículas elementares. O objetivo desta linha de pesquisa, é identificar os blocos fundamentais da matéria e descrever como eles interagem entre si para formar o universo tal como ele aparece para nós atualmente, e se possível, também em tempos remotos. Razoável então afirmar que a física de partículas elementares ocupa-se em elucidar os mecanismos que regem o microuniverso.

A astrofísica nasceu do casamento entre os conhecimentos físicos desenvolvidos em laboratórios terrestres e sua aplicação à interpretação de fenômenos de origem astronômica. Do ponto de vista histórico, a astrofísica nasceu quando técnicas espectroscópicas foram utilizadas para analisar a luz do Sol e mais tarde de outros objetos astronômicos(estrelas e nebulosas). Como as raias espectrais dos elementos químicos funcionam como "impressões digitais", pela primeira vez na história da astronomia, foi possível inferir os elementos químicos presentes nas estrelas. De uma forma geral, a astrofísica moderna procura extrair dados e desenvolver modelos para as estruturas físicas presentes no espaço exterior, tais como planetas, estrelas, galáxias, nuvens moleculares, quasares, etc.

Para a física de partículas, o estudo de sistemas astrofísicos é particularmente

interessante porque é possível extrair dos dados observacionais, limites para as propriedades das partículas elementares, tais como suas massas e cargas entre outras características igualmente importantes. É possível também estudar a quebra de simetrias fundamentais da natureza tais como a assimetria entre matéria e anti-matéria e a violação do número bariônico, sendo este último um dos problemas mais interessantes para as teorias de grande unificação. Certos problemas específicos como a composição da matéria escura e a determinação das anisotropias da radiação cósmica de fundo, permitem explorar a possível existência de outras interações fundamentais, inferir a existência de novas partículas ainda não observadas em laboratório ou ainda possíveis limites para o número de dimensões do universo.

O estudo de mecanismos específicos de resfriamento estelar, tema no qual esta dissertação está calcada, permite testar a validade de modelos alternativos, testar setores específicos do modelo padrão e reforçar os limites nos acoplamentos entre os campos obtidos via experimentos terrestres[14].

Em particular, uma aplicação interessante e relativamente próxima do tema deste trabalho, foi feita por Raffelt e Seckel[15]. Neste trabalho, os autores extraem limites para a constante de decaimento dos áxions, para as correntes fracas de mão-direita e para a massa de Dirac dos neutrinos a partir dos dados da supernova SN1987A. Não estamos interessados aqui nos resultados obtidos por estes autores, mas sim em explorar a argumentação utilizada por estes para derivar seus resultados.

A energia e o tempo de duração do pulso de neutrinos medido a partir da supernova SN1987A foram utilizados para obter informações sobre a massa dos neutrinos e os parâmetros de mistura dos sabores. Porém, vários tipos de partículas exóticas leves(PEL's) poderiam também ser produzidas no interior da proto-estrela de nêutrons. Com os dados do pulso de neutrinos, seus acoplamentos com os demais campos de matéria podem ser limitados. Consideremos por exemplo uma PEL x com constante de acoplamento g_x com a matéria ordinária. A figura 2.1 mostra como varia a luminosidade L_x desta PEL com a constante de acoplamento g_x .

Para g_x pequeno, ou seja, PEL's fracamente interagentes com os demais campos de matéria, todas as PEL's escapam livremente e é possível mostrar que L_x cresce

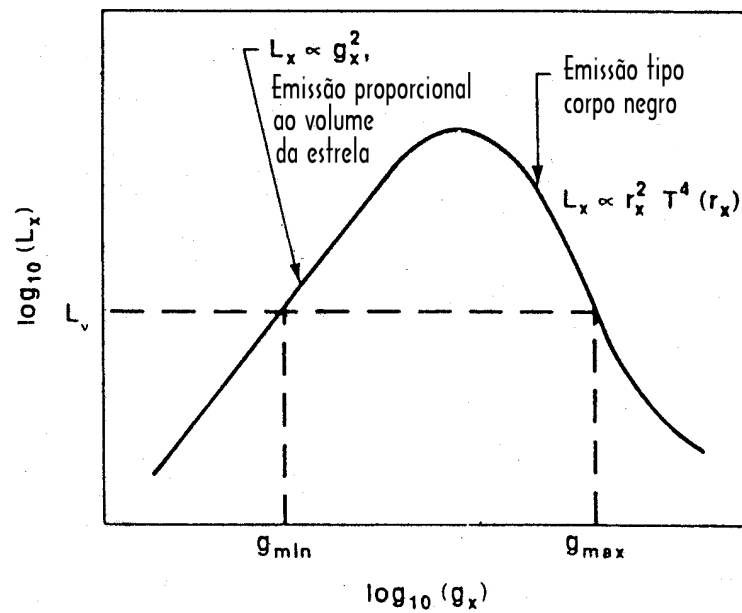


Figura 2.1: Perfil de luminosidade para uma partícula exótica leve em função da sua constante de acoplamento.

com g_x^2 . Neste caso, L_x deve ser também diretamente proporcional ao volume da estrela, ou seja, ao volume de matéria a partir da qual as PEL's são produzidas. Todavia, a seção de choque de absorção também é diretamente proporcional a g_x^2 , tal que a medida que g_x cresce e atinge um determinado valor máximo, a matéria estelar torna-se opaca para as PEL's. Nesta situação, as PEL's passam a escapar livremente da estrela a partir de uma esfera de raio r_x , que chamamos PEL'sfera. r_x corresponde a distância associada a um livre caminho médio. L_x pode então ser aproximada por um corpo negro, ou seja, $L_x \propto r_x^2 T^4(r_x)$. Para uma proto-estrela de nêutrons, $r^2 T^4(r)$ é uma função que cai rapidamente com r , tal que L_x diminui a medida que g_x cresce. Considerando a luminosidade dos neutrinos bem determinada, existe apenas um intervalo de valores possíveis para a constante de acoplamento $g_{min} < g_x < g_{max}$, onde $L_x > L_\nu$. Se g_x estivesse nesse intervalo, a energia gravitacional de ligação E_{tot} da estrela de nêutrons seria emitida principalmente na forma de PEL's. Como as características do pulso de neutrinos da supernova SN1987A concordam com as previsões teóricas, valores para g_x neste intervalo devem ser excluídos. Em geral, é mais interessante trabalhar na determinação de g_{min} pois, em muitos casos, outros

argumentos astrofísicos ou dados de laboratório acabam por excluir acoplamentos iguais ou maiores que g_{max} .

Este é um exemplo típico do tipo de argumentação utilizada para impor limites sobre o comportamento das partículas e verificar a viabilidade dos mecanismos possíveis para o resfriamento estelar.

2.2 Princípios Básicos de Evolução Estelar

O tema desta dissertação está diretamente associado a aplicação de um modelo para a física de meio nuclear denso nas condições presentes no núcleo de uma pré-estrela de nêutrons. Afim de situar o leitor em um contexto mais amplo, nesta seção faremos uma breve revisão dos principais aspectos da teoria de evolução estelar relevantes para o nosso problema.

A evolução de uma estrela divide-se em duas etapas: a fase de equilíbrio hidrostático, na qual a estrela permanece a maior parte de sua vida e a fase de colapso gravitacional[17]. O diagrama 2.2 sintetiza de forma breve as principais etapas intermediárias do processo de evolução estelar.

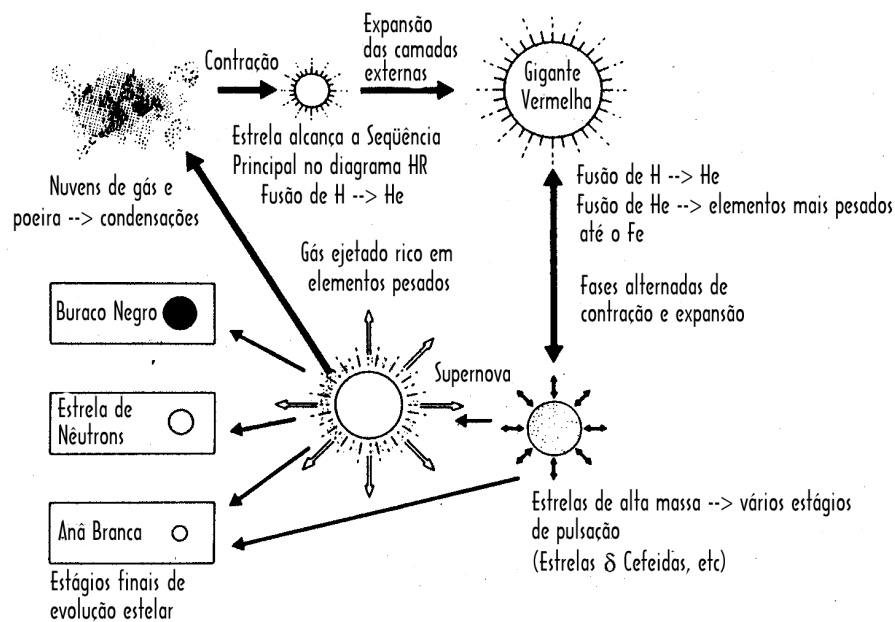


Figura 2.2: Diagrama dos estágios de evolução estelar.

2.2.1 Fase de Equilíbrio Hidrostático

Estrelas formam-se a partir do colapso gravitacional de nuvens de gás, principalmente hidrogênio e poeira presentes no meio interestelar. Acredita-se atualmente que todas as estrelas são fruto de processos de contração gravitacional de tais nuvens, embora os mecanismos específicos ainda sejam passíveis de discussão [20]. De modo geral, flutuações de densidade suficientemente grandes geram instabilidade gravitacional. Por viscosidade, a temperatura local nestes aglomerados aumenta e progressivamente, após milhões de anos, a matéria ali presente vaporiza e depois ioniza formando o proto-plasma estelar. O processo de contração gravitacional continua até que a matéria circundante se esgote ou haja pressão suficiente no pré-núcleo estelar para que comecem as reações termonucleares, mais precisamente a fusão do hidrogênio em hélio. De forma simplificada temos:



É importante observar que objetos com massas menores que aproximadamente $0.08M_{\odot}$ não são capazes de desenvolver temperaturas e densidades compatíveis com a produção de energia nuclear. Tais objetos são chamados de anãs marrons. Por outro lado em proto-estrelas com massa superior a $60M_{\odot}$, a pressão de radiação é maior que a pressão gravitacional de modo que a estrutura estelar não é estável[22]. Para fins de definição [17]:

Estrelas de baixa massa:

$$M < 8M_{\odot} \quad (2.2)$$

Estrelas de alta massa:

$$M \geq 8M_{\odot} \quad (2.3)$$

onde $1M_{\odot}$ representa a massa do sol.

Com o avanço das técnicas astronômicas e o refinamento dos modelos teóricos, o estudo das propriedades estelares revelou que a evolução de uma estrela é determinada fundamentalmente por dois fatores: sua massa e sua composição química iniciais. Estrelas típicas apresentam 70% de sua massa inicial na forma de hidrogênio, 28% em hélio e o restante na forma de elementos mais pesados.

Para melhor visualizar o processo de evolução estelar, usamos o diagrama Hertzsprung-Russell, ou simplesmente, diagrama H-R. O diagrama H-R é um gráfico da luminosidade L (brilho absoluto) de uma estrela versus sua temperatura efetiva T_e^\dagger . É possível também graficar o diagrama H-R de modo a relacionar a magnitude absoluta ou aparente ‡ de um grupo de estrelas versus um índice de temperatura que se refere a cor das mesmas (essencialmente a banda de frequência de observação do espectro eletromagnético)[23].

A maioria das estrelas quando graficadas em um diagrama deste tipo, encontram-se localizadas em uma porção diagonal chamada seqüência principal (ver a figura 2.3). Estrelas presentes na seqüência principal são quimicamente homogêneas e fundem hidrogênio para formar hélio. Encontram-se na chamada fase de equilíbrio hidrostático. O diagrama 2.4 ilustra a trajetória das estrelas no diagrama H-R ao longo de sua evolução.

O principal fator que determina a posição de uma estrela no diagrama H-R é a sua massa. A estrela começa a se deslocar no diagrama a medida que o hidrogênio presente no seu núcleo se esgota. Sem a pressão de radiação proveniente da energia gerada pelas reações nucleares para contrabalançar o próprio peso, a estrela não diminui a sua luminosidade. Ao invés disso, o núcleo se contrai por autogravitação, aquecendo a si mesmo e as camadas ao seu redor. Devido a contração, a gravidade nas fronteiras do núcleo aumenta e o resultado prático é um aumento da taxa de fusão do hidrogênio em hélio na camada imediatamente superior. Contudo, a luminosidade da estrela é limitada pela taxa de difusão dos fótons através da fotosfera. Como a luminosidade de uma estrela depende essencialmente de sua massa, o resultado prático é um aumento do raio estelar e uma diminuição da temperatura efetiva, o

[†]A temperatura efetiva de uma estrela T_e é a temperatura que um corpo negro teria se irradiasse a mesma quantidade de energia por cm^2 .

[‡]A magnitude aparente m de uma estrela é uma grandeza que expressa o brilho aparente com que ela é observada no céu o qual depende essencialmente de sua luminosidade absoluta e da distância que ela se encontra do observador. Por sua vez, a magnitude absoluta M é definida como a magnitude aparente que a estrela teria se fosse observada a uma distância de $10pc$ ($1pc = parsec = 3,09 \times 10^{18} cm$). É uma grandeza útil sobretudo quando deseja-se comparar características intrínsecas dos objetos estelares.

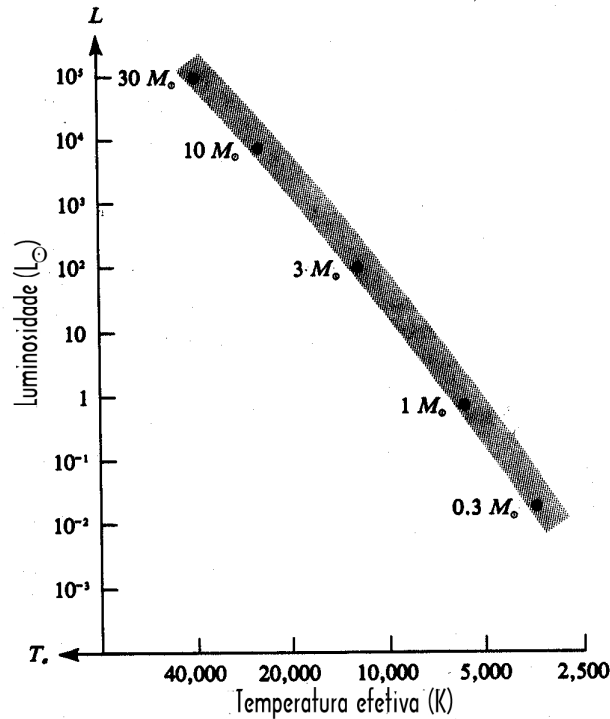


Figura 2.3: Localização da seqüência principal no diagrama H-R. Os pontos fornecem as posições de estrelas de várias massas ao ingressarem na seqüência principal. Nesta figura, a luminosidade é fornecida em termos da luminosidade solar $L_{\odot} = 3.90 \times 10^{33} \text{ erg/s}$ [22].

que pode ser rapidamente visualizado pela relação:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_e^4 \tag{2.4}$$

onde L é a luminosidade da estrela (taxa de energia emitida por unidade de tempo), R é o raio estelar, e σT_e^4 § é energia emitida por unidade de área por unidade de tempo por um corpo negro a temperatura T_e .

Uma estrela que esteja nesta fase imediatamente pós-sequência principal move-se mais ou menos horizontalmente para a direita no diagrama H-R, qualificando a estrela ao ramo das *subgigantes*. Para um gás ideal não degenerado $p \propto \rho T$, o que significa que um aumento de pressão é acompanhado de um aumento na temperatura do núcleo estelar. Quando a temperatura chega a cerca de $10^8 K$, ocorre expansão das camadas exteriores da estrela. O esfriamento e a conseqüente diminui-

§ σ é a constante de Stefan-Boltzmann.

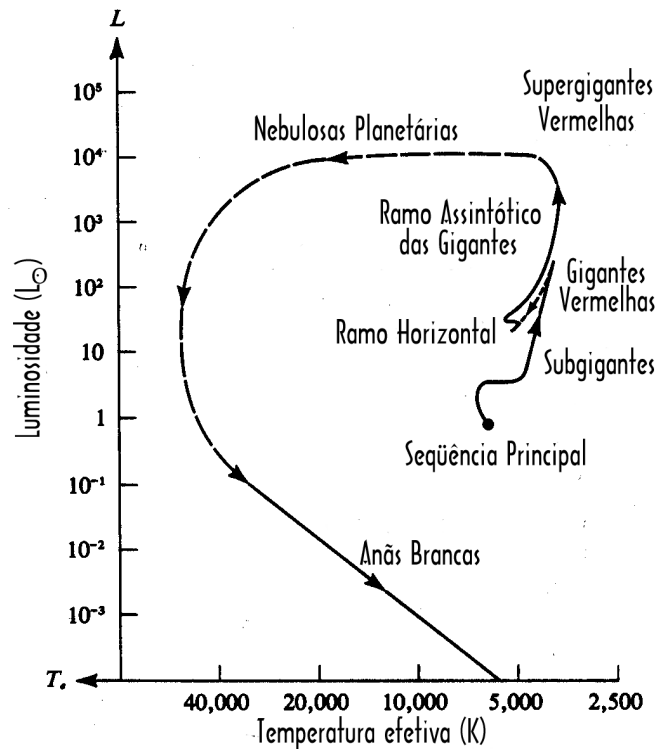


Figura 2.4: Estágios de evolução para estrelas de baixa massa a partir da seqüência principal até o estágio de anã branca. A trajetória a partir do ramo assintótico das gigantes até o estágio de anã branca (via nebulosa planetária) não é bem conhecido e aparece tracejado na figura. A luminosidade é apresentada em termos da luminosidade solar $L_{\odot} = 3.90 \times 10^{33} \text{ erg/s}$ [22].

ção de temperatura das camadas exteriores faz com que a estrela adquira uma cor avermelhada. O fato de que a temperatura efetiva não pode cair indefinidamente, faz com que o trajeto de evolução no diagrama H-R seja quase vertical e para a direita, constituindo o chamado ramo das *gigantes vermelhas*.

No topo do ramo das *gigantes vermelhas*, as temperaturas no núcleo estelar são suficientes para promover a ignição do hélio e produzir carbono através do processo triplo-alfa. Para estrelas de baixa massa, os elétrons livres do núcleo estelar encontram-se em estado degenerado quando começa a ignição. Este processo é conhecido como "*flash do hélio*", pois a temperatura do núcleo estelar continua aumentando até que a degenerescência dos elétrons seja removida, uma situação que favorece o processo de fusão nuclear. Embora a estrela possua neste estágio duas

fontes de luminosidade, a saber, o núcleo estelar que sintetiza carbono a partir do hélio, e a camada de hidrogênio em torno do núcleo que sintetiza hélio, a luminosidade total e o raio da estrela decrescem. Esta etapa na qual o núcleo funde hélio e a camada superior funde hidrogênio, é chamada de *ramo horizontal*.

Quando o hélio acaba, a estrela tem um caroço formado de carbono, oxigênio e nitrogênio. O núcleo estelar continua a contrair até que o aumento de pressão e de temperatura sejam suficientes para promover a síntese de elementos mais pesados. Cada nova etapa de síntese de elementos mais pesados no núcleo estelar ocorre em uma escala de tempo menor que a anterior, porque a partir da fase do carbono, os neutrinos constituem o mecanismo dominante de perda de energia. As camadas de menor temperatura, portanto responsáveis pela síntese de elementos mais leves, movem-se em direção a superfície. A estrela passa a adquirir uma estrutura em camadas muito similar a de uma cebola. A camada mais externa funde hidrogênio em hélio, a intermediária hélio em carbono e o caroço carbono em oxigênio. Esta fase é conhecida como *ramo assintótico das gigantes*. Se o envelope de matéria em torno do núcleo pudesse ser retirado neste momento, o núcleo seria uma anã branca, formada por carbono e oxigênio. Durante os estágios finais de evolução, estrelas de baixa massa perdem uma porção considerável do seu envelope de matéria e seu núcleo estelar não produz elementos mais pesados que o carbono e o oxigênio por causa da pressão gravitacional reduzida. O resultado final é a ejeção das camadas exteriores da estrela e a formação de uma nebulosa planetária iluminada por um núcleo central, presumivelmente uma anã branca.

Em suma, após cada elemento ser exaurido no núcleo estelar, segue-se uma fase de contração que aumenta a temperatura e torna possível a síntese de elementos mais pesados. Temperaturas cada vez mais altas são necessárias porque a síntese de elementos mais pesados exige a penetração de barreiras coulombianas cada vez maiores.

No caso de estrelas de alta massa, o raio do núcleo é menor do que quando a estrela entrou no ramo das *gigantes vermelhas*, o que aumenta a gravidade em suas fronteiras e gera luminosidades maiores ainda. Estrelas no final desta etapa podem

Combustível	Temperatura $\times (10^9 K)$	Produtos principais	Tempo de queima	Mecanismo de resfriamento
1H	0.02	${}^4He, {}^{14}N$	7×10^6 anos	fótons e neutrinos
4He	0.2	${}^{12}C, {}^{16}O, {}^{22}Ne$	5×10^5 anos	fótons
${}^{12}C$	0.8	${}^{20}Ne, {}^{23}Na, {}^{24}Mg$	600 anos	neutrinos
${}^{20}Ne$	1.5	${}^{16}O, {}^{24}Mg, {}^{28}Si$	1 ano	neutrinos
${}^{16}C$	2.0	${}^{28}Si, {}^{32}S$	180 dias	neutrinos
${}^{28}Si$	3.5	${}^{54}Fe, {}^{56}Ni, {}^{52}Cr$	1 dia	neutrinos

Tabela 2.1: Duração das etapas de queima do combustível nuclear para uma estrela de $25M_{\odot}$ com os respectivos mecanismos de resfriamento, por Weaver e Woosley (1980) [19].

tornar-se *supergigantes vermelhas*.

Acredita-se que devido a estes períodos de contração e conseqüente produção de elementos mais pesados, as estrelas desenvolvam longos períodos de relaxação térmica, com pulsos de emissão de energia muito bem definidos. Estamos nos referindo as estrelas cefeidas, muito utilizadas pelos astrônomos como marcadores de distância.

A última etapa possível no caso de estrelas de alta massa é a queima do silício para formar elementos do "grupo do ferro". Mais precisamente, as reações de fusão são responsáveis por uma pequena parcela deste processo, sendo a maior parte proveniente da fotodesintegração do Si_{14}^{28} com a ocorrência simultânea de uma espécie de equilíbrio químico (equilíbrio estatístico nuclear - ESN) governado pelas interações forte e eletromagnética. Tal estado de equilíbrio (ESN), do qual a interação fraca (decaimentos β e captura de e^-) não participa, ocorre em temperaturas da ordem de $\approx 3.5 \times 10^9 K$ e dele surgem principalmente Ni^{56} e Fe^{54} . Esta etapa dura em média 1 dia.

A tabela 2.1 mostra os principais mecanismos de resfriamento estelar ao longo da etapa de equilíbrio hidrostático para uma estrela de $25M_{\odot}$.

2.2.2 Fase de Colapso Gravitacional

Nos estágios finais de evolução, uma estrela de alta massa exibe uma estrutura em cebola similar a representada pelo diagrama abaixo:

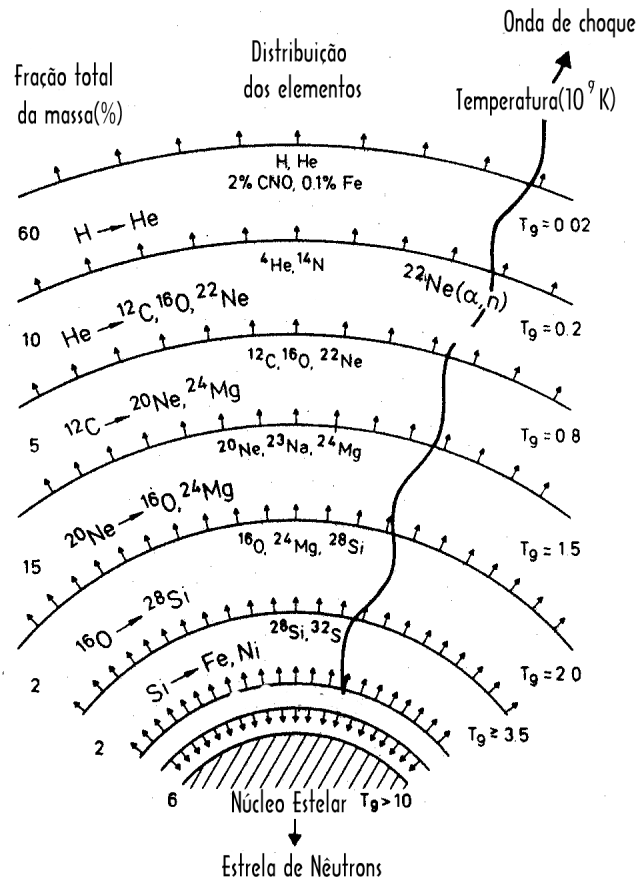


Figura 2.5: Estrutura em cebola de uma estrela de $25M_{\odot}$ antes do colapso gravitacional. O colapso gravitacional do núcleo estelar leva à formação de uma estrela de nêutrons e a ejeção de cerca de 95% da massa da estrela (explosão em supernova) [17, 18]. Observação : T_g representa a temperatura em unidades de $10^9 K$ para cada camada.

É na região do ferro que observa-se a máxima energia de ligação por nucleon [¶]. Por conseguinte, a produção de energia através de fusão nuclear, produzindo uma nova geração de elementos mais pesados no núcleo estelar, consumiria energia ao invés de produzi-la.

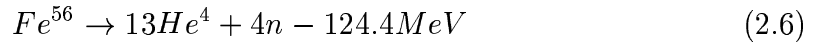
[¶] Cerca de 8 MeV/nucleon.

Se a massa do núcleo de ferro excede o chamado limite de Chandrasekhar [21]

$$M_{Ch} = 5.72 Y_e^2 M_\odot \quad (2.5)$$

onde Y_e é o número de elétrons por nucleon, a pressão do gás degenerado de elétrons não é capaz de resistir a pressão gravitacional. O núcleo estelar torna-se instável e colapsa, ou seja, não resiste ao peso da própria estrela[24]. O gás de elétrons torna-se degenerado porque a medida que a densidade aumenta o princípio de exclusão de Pauli precisa ser levado em conta[25].

O colapso dinâmico ocorre em uma densidade central $\rho \approx 4 \times 10^9 \text{gcm}^{-3}$ e $T \approx 8 \times 10^9 \text{K}$ [26]. Nesta situação $Y_e \approx 0.41 - 0.43$ [27]. Nas etapas seguintes, a evolução do núcleo estelar é completamente desacoplada da evolução das camadas exteriores. O mecanismo principal para o colapso é a fotodesintegração dos núcleos do grupo do ferro e a captura de elétrons por núcleos e prótons livres:



Estas reações são possíveis devido a grande energia de Fermi do gás de elétrons degenerados. Note que a equação (2.6) consome energia. As taxas de captura eletrônica (equações (2.7) e (2.8)) determinam a dinâmica inicial do colapso e também, via equação (2.5), a dimensão do núcleo em colapso. São chamadas de reações de neutronização porque promovem a formação abundante de nêutrons.

Nestas condições, a pressão no núcleo estelar independe da temperatura. O único fator relevante para o cômputo desta é a densidade de elétrons n_e , a saber [17]:

$$p = \frac{1}{5m_e} (3\pi^2)^{2/3} n_e^{5/3} \quad \text{caso não relativístico} \quad (2.9)$$

$$p = \frac{1}{4} (3\pi^2)^{1/3} n_e^{4/3} \quad \text{caso relativístico} \quad (2.10)$$

Este cenário implica no colapso gravitacional porque o esquema usual utilizado pela estrela para contrabalançar a pressão gravitacional

fim do combustível nuclear → contração → aumento da temperatura → aumento da pressão → ignição das reações termonucleares → produção de elementos mais pesados → produção de energia → expansão → diminuição da temperatura,

não funciona mais. Toda energia produzida conduz somente ao aumento de temperatura.

Devido ao processo de neutronização, o número de elétrons é violentamente reduzido e ocorre a formação de uma grande quantidade de núcleos ricos em nêutrons. Estes núcleos são instáveis uma vez que se encontram longe da região de estabilidade nuclear na qual o número de prótons é aproximadamente igual ao número de nêutrons. Como a pressão de degenerescência dos elétrons era até então o principal fator de contrabalanço da pressão gravitacional, o núcleo estelar colapsa rapidamente, em um intervalo de tempo da ordem de milissegundos. No processo de colapso, o núcleo contrai de uma forma tal que a densidade de elétrons e por conseguinte a pressão permanecem praticamente constantes.

Na porção média interna do núcleo, a velocidade de contração da matéria é diretamente proporcional à distância ao ponto central da estrela. Já a porção média externa colapsa em velocidades supersônicas. As camadas externas da estrela não percebem que o núcleo está em colapso devido a baixa velocidade do som.

Os primeiros neutrinos produzidos em (2.7) e (2.8) deixam o núcleo livremente. Porém, a medida que a matéria colapsa sobre o núcleo, a densidade aumenta até que em um determinado momento os neutrinos acabam aprisionados. Tecnicamente isto ocorre quando o intervalo de tempo necessário para que os neutrinos se difundam pelo núcleo seja maior que o intervalo de tempo associado ao colapso deste. Neste caso os neutrinos levam mais tempo para sair do núcleo do que este para atingir altas densidades.

A principal fonte de opacidade para os neutrinos é o espalhamento coerente ^{||}

^{||}O espalhamento coerente ocorre quando o centro espalhador possui um estado de menor energia muito bem definido. Quando um conjunto de tais centros espalhadores é exposto a um campo de radiação de frequência ω , no caso a radiação na forma de neutrinos, a radiação espalhada deve necessariamente ter a mesma frequência ω , garantido é claro que o efeito Doppler de recuo dos centros espalhadores seja desprezível. Um processo de absorção e reemissão com tais características é chamado espalhamento coerente. Em outras palavras, o espalhamento coerente dos neutrinos

neutrino-núcleo via correntes neutras. A seção de choque para tal processo pode ser parametrizada por [28]:

$$\sigma \approx 10^{-44} \text{ cm}^2 N^2 \left(\frac{E_\nu}{\text{MeV}} \right)^2 \quad (2.11)$$

onde N é o número de nêutrons presentes no núcleo espalhador.

Neutrinos são produzidos principalmente na região de densidades da ordem de 10^{11} a 10^{12} g/cm^3 . Núcleos característicos desta região possuem cerca de 50 nêutrons e massas entre 80 e 100 (número total de nucleons). Esta camada é conhecida na literatura como *camada de desleptonização*. Nestas condições, o livre caminho médio dos neutrinos λ_ν é dado por [28, 18]

$$\lambda_\nu \approx \frac{1}{n_A \sigma} \approx 10^7 \text{ cm} \left(\frac{\rho}{10^{12} \text{ g cm}^{-3}} \right)^{-1} \frac{A}{N^2} \left(\frac{E_\nu}{10 \text{ MeV}} \right)^{-2} \quad (2.12)$$

e o intervalo de tempo típico de difusão dos neutrinos é dado por

$$\tau \approx \frac{d^2}{\frac{1}{3} c \lambda_\nu} \quad d \approx 10^7 \text{ cm} \quad (2.13)$$

Inserindo valores típicos para os parâmetros acima, tais como $\rho \approx 10^{11} \text{ g/cm}^3$ a 10^{12} g/cm^3 , $E_\nu \approx 50$ a 200 MeV , $A \approx 100$ e $N \approx 50$, obtemos um tempo de difusão da ordem de segundos. Consideravelmente maior que o tempo de colapso da ordem de milisegundos. Por este motivo, os neutrinos ficam aprisionados e movem-se com o material em colapso. A transição entre os regimes ótico opaco e transparente define o que a literatura prescreve como *neutrinosfera*.

Devido ao aprisionamento dos neutrinos por parte dos nêutrons, surge um novo cenário no qual a captura de elétrons cessa. Nestas densidades da ordem de 10^{12} g/cm^3 temos um processo inverso ao prescrito pelas equações (2.7) e (2.8). O núcleo deixa de perder energia via neutrinos e estes então termalizam. A termalização implica em um estado de equilíbrio com relação a interação fraca. Daí para frente o colapso gravitacional progride adiabaticamente. Isto significa entropia constante, pois não há transporte significativo de energia nem alteração substancial da composição do

pelos nucleos é dito coerente por ser de natureza elástica o que significa que as partículas envolvidas essencialmente trocam momento no processo de colisão.

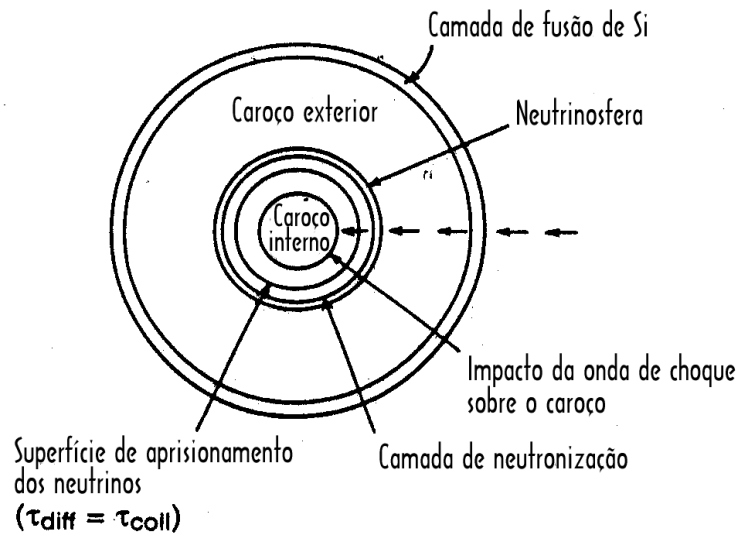


Figura 2.6: Estrutura do núcleo em colapso, evidenciando a posição da neutrinosfera.

núcleo. Neste estágio temos um gás de elétrons, nêutrons, neutrinos e núcleos cuja pressão ainda é sustentada pelo estado de degenerescência dos elétrons relativísticos.

Finalmente o núcleo estelar atinge densidades típicas dos núcleos atômicos $\approx 10^{14} g/cm^3$. Neste regime de densidades a força nuclear passa a ter caráter repulsivo e a matéria passa a ser incompressível. A matéria que se depositaria sobre o núcleo bate e volta, colidindo com a que está chegando. Surge uma onda de choque com energia da ordem de $10^{51} ergs$. A onda de pressão não pode cruzar o ponto sônico**. Como a matéria continua fluindo em direção ao núcleo trazendo energia cinética, forma-se uma descontinuidade de pressão no ponto sônico que resulta em uma onda de choque de dentro para fora com velocidade maior que a velocidade do som.

A energia exata carregada pela onda de choque depende da reação do núcleo, cuja determinação depende diretamente da equação de estado para a matéria nuclear densa. A princípio a onda de choque perde energia dissociando núcleos de ferro em prótons e nêutrons. Se a massa do núcleo de ferro for suficientemente grande, a onda de choque não penetra no núcleo e a explosão em supernova não acontece. Por outro lado, o processo de dissociação em prótons e nêutrons conduz a um aumento considerável da pressão que por sua vez conduz a uma reversão da direção

**Ponto da estrela no qual a velocidade do som é igual a velocidade da matéria em colapso.

de movimento da matéria em colapso na região da onda de choque. O resultado prático é uma explosão. Na região de dissociação o livre caminho médio dos neutrinos é grande, tal que estes concentram-se atrás da onda de choque e quando esta penetra em regiões com densidades da ordem de 10^{11} g/cm^3 , todos os neutrinos são imediatamente emitidos. Este mecanismo é conhecido como explosão induzida ou ”*prompt explosion*” [29, 30].

Simulações computacionais mostram que para núcleos muito massivos a onda de choque realmente não consegue penetrar à superfície do núcleo estelar. Contudo, esta pode ser reativada pelo grande número de neutrinos subseqüentes. A deposição de apenas 1% de sua energia atrás da onda de choque é suficiente para fazer com que esta penetre o núcleo estelar e promova a explosão em supernova. Tal mecanismo é conhecido como explosão retardada ou ”*delayed explosion*” [31, 32].

Para estrelas entre $10 - 16M_{\odot}$ verificou-se que o mecanismo de explosão induzida é suficiente, enquanto para estrelas com massas maiores o mecanismo de explosão retardada torna-se necessário [32].

Um dos grandes problemas encontrados pelos pesquisadores desta área nos últimos 10 anos era o de que a onda de choque usualmente parava a uma distância de cerca de 100 a 150 km do centro da estrela, e em geral, a inclusão dos efeitos de absorção dos neutrinos e da deposição da energia destes sobre a onda de choque permitiam somente explosões moderadas. Este problema foi resolvido com o desenvolvimento de simulações computacionais em duas dimensões. Até então as simulações eram feitas apenas na direção radial. Estas simulações permitiram a visualização de bolhas de neutrinos de alta energia ou ”*neutrino-heated hot bubbles*” [31, 33]. Tais bolhas produzem uma mistura considerável do material emitido, que por sinal foi observada na supernova SN1987A, além de justificarem o caráter assimétrico do material ejetado.

A energia emitida em uma explosão de supernova é fruto da diferença entre as energias de ligação gravitacionais da estrela original e da futura estrela de nêutrons. Ou seja,

$$\Delta E = \left(-\frac{GM^2}{R} \right)_{estrela} - \left(-\frac{GM^2}{R} \right)_{estrela \text{ de nêutrons}} \quad (2.14)$$

que pode ser reescrita como

$$\Delta E = 5.2 \times 10^{53} \text{ erg} \left(\frac{10 \text{ km}}{R_{\text{estrela de n\u00e9utrons}}} \right) \left(\frac{M_{\text{estrela de n\u00e9utrons}}}{1.4 M_{\odot}} \right) \quad (2.15)$$

Este \u00e9 o panorama b\u00e1sico de como se compreende hoje o processo de colapso gravitacional e a conseq\u00fcente explos\u00e3o em supernova de uma estrela massiva. Na pr\u00f3xima se\u00e7\u00e3o, vamos discutir algumas das informa\u00e7\u00f5es que a supernova SN1987A nos permitiu obter especialmente sobre os neutrinos.

2.3 Neutrinos da Supernova SN1987A

A supernova SN1987A foi descoberta em 24 de Fevereiro de 1987, na Grande Nuvem de Magalh\u00e3es, uma gal\u00e1xia s\u00e1telite a nossa localizada a 165.000 anos-luz da Terra [16]. Esta foi a supernova mais brilhante desde a registrada por Kepler em 1604. Pela primeira vez na hist\u00f3ria, o est\u00e1gio de desenvolvimento tecnol\u00f3gico permitiu monitorar este evento astron\u00f4mico em todas as bandas do espectro eletromagn\u00e9tico, identificar a estrela progenitora e estudar em detalhes o processo de supernova desde a explos\u00e3o at\u00e9 a intera\u00e7\u00e3o do material ejetado com o meio interestelar.

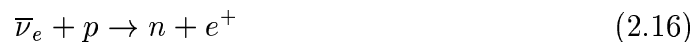
Para a f\u00edsica de part\u00edculas elementares, o fato mais not\u00e1vel a respeito da supernova SN1987A, foi a detec\u00e7\u00e3o do fluxo de neutrinos no dia 23 de Fevereiro, por volta de 7:36h, hor\u00e1rio de Greenwich, no detector de neutrinos Kamiokande, portanto antes da supernova ser identificada no c\u00e9u atrav\u00e9s do sinal \u00f3tico. Pela primeira vez neutrinos provenientes de uma fonte diferente do sol foram detectados, marcando de vez o surgimento da astrof\u00edsica de neutrinos[35, 36, 37].

A estrela progenitora foi identificada como SANDULEAK 69 202, uma supergigante azul com tipo espectral B3I, cuja massa foi estimada em cerca de $20M_{\odot}$. A princ\u00edpio este fato constituiu um problema para o modelo de evolu\u00e7\u00e3o estelar que prev\u00ea que apenas gigantes vermelhas poderiam explodir em supernova. Contudo uma an\u00e1lise mais elaborada dos dados mostrou que de fato a estrela progenitora era realmente uma gigante vermelha quando explodiu em supernova. O problema ent\u00e3o

passou a ser como explicar sua rápida evolução para este estágio. Alguns autores estudaram este problema e levantaram a abundância do elemento oxigênio como principal fonte de explicação [38, 39].

A observação da estrela de nêutrons, ou melhor do pulsar criado a partir da explosão em supernova, ou mesmo o buraco negro, são desafios científicos aguardados para o futuro.

Quatro detectores afirmam ter detectado neutrinos provenientes da supernova SN1987A. Os detectores Kamiokande e IMB(Irvine-Michigan-Brookhaven) são detectores de radiação Cerenkov compostos por grandes tanques com água. Já os detectores Baksan e Mont Blanc operam por cintilação em líquido. Estes dois últimos possuem muito menos material disponível para interação com os neutrinos. Todos são sensíveis à reação :



Os neutrinos detectados no Mont Blanc foram detectados 4 horas e meia antes dos outros e foram registrados no total 5 eventos na faixa de 5 MeV. Nenhum outro detector confirmou tais dados. Acredita-se que os dados provenientes do Mont Blanc sejam fruto de flutuação estatística e que portanto não correspondam realmente aos neutrinos da supernova SN 1987A.

Fixando o tempo de chegada do primeiro neutrino registrado em $t=0$ para cada detector, foram registrados 24 eventos em 12 segundos(Kamiokande + IMB + Baksan). A análise do espectro de energia dos neutrinos detectados e de sua distribuição angular permitiu inferir que a energia total emitida na forma de neutrinos foi de [40, 41]

$$E_\nu \approx 3 \times 10^{53} \text{ erg} \quad (2.17)$$

compatível portanto com as estimativas teóricas.

2.4 Emissão de Neutrinos: Regime de Difusão x Regime de Escape Livre (Free Streaming)

Como vimos nas seções anteriores, em uma explosão de supernova ocorre uma liberação de energia da ordem de 10^{53-54} erg . Apenas 1% desta energia é liberada na forma de fótons. Seguramente os outros 99% restantes são liberados principalmente na forma de neutrinos. Outras partículas exóticas leves podem ser criadas e participar do processo de resfriamento estelar, contudo vamos desconsiderar este aspecto do problema. Assumindo então que a estrela resfria fundamentalmente emitindo neutrinos, é necessário levar em conta os detalhes associados ao processo de colapso gravitacional.

Como vimos, o colapso gravitacional acontece quando o combustível nuclear da estrela acaba. A pressão de degenerescência dos elétrons do caroço de Fe-Ni não consegue contrabalançar a pressão gravitacional e o resultado é o empacotamento dos elétrons sobre os prótons e núcleos. As reações de captura dos elétrons ((2.7) e (2.8)) determinam a dinâmica do colapso. Esta fase de grande produção de nêutrons é conhecida como neutronização. Sabe-se que os neutrinos provenientes do processo de neutronização carregam no máximo 10% da energia total emitida [42, 43, 44]. O restante da energia é liberada na forma de neutrinos térmicos. Neutrinos térmicos são neutrinos que surgem como resultado final de outras reações de resfriamento possíveis no interior da proto-estrela de nêutrons [17]. Estes neutrinos difundem pelo núcleo estelar até chegarem à neutrinosfera, a partir de onde escapam livremente. A taxa na qual a energia é drenada para fora da estrela é de $10^{52} - 10^{53} \text{ erg/s}$ enquanto o processo de difusão dura de 1 a 10 segundos [45].

2.4.1 Regime de Difusão

Os neutrinos percorrem uma caminhada aleatória na qual sofrem vários espalhamentos antes de chegarem a neutrinosfera a partir de onde escapam livremente. São espalhados principalmente pelos nucleons presentes no meio. A seção de choque dos neutrinos com os campos de matéria cresce com o quadrado da energia [47] o que faz com que a opacidade destes dependa também desta quantidade. Portanto,

para estudar a emissividade de energia via neutrinos precisamos levar em conta este fato. Para tanto, utilizamos a aproximação de difusão de Rosseland para o meio estelar. Nosso problema consiste fundamentalmente em calcular o raio da neutrinosfera. Se conhecemos este fator, podemos calcular a emissividade de energia via neutrinos usando a aproximação de corpo negro. Para maiores detalhes veja Grifols e Massó[10] e Shapiro [48].

Nosso algoritmo de trabalho consiste inicialmente em calcular o livre caminho médio dos neutrinos levando em conta a dependência com a energia, com o perfil de temperatura do núcleo estelar em colapso e com a seção de choque dos neutrinos com os nucleons. A seguir, utilizamos este resultado para estabelecer o raio da neutrinosfera em função de uma série de parâmetros associados a dinâmica do núcleo em colapso. Conhecido o raio da neutrinosfera, podemos calcular a emissividade de energia via neutrinos através da aproximação de corpo negro. Finalmente usamos o vínculo observacional da luminosidade de neutrinos para fixar os parâmetros disponíveis no modelo considerado [49].

Nestes cálculos vamos considerar apenas neutrinos do múon de mão esquerda. Esta escolha é simplificadora no sentido de que estes neutrinos interagem com os demais campos de matéria exclusivamente via correntes neutras. Como existe uma equipartição aproximada entre os tipos de neutrinos no que se refere ao fluxo de energia [46], basta multiplicar o resultado obtido por um fator 6 (3 famílias de léptons, cada uma com seu neutrino e antineutrino).

O livre caminho médio de Rosseland é definido como [48]:

$$\overline{\lambda}_\nu \equiv \frac{\int_0^\infty dE (\sigma q)^{-1} E^4 e^{E/T} / (e^{E/T} + 1)^2}{\int_0^\infty dE E^4 e^{E/T} / (e^{E/T} + 1)^2} \quad (2.18)$$

Nesta expressão, σ é a seção de choque dos neutrinos, q é o número de centros espalhadores(nucleons) por unidade de volume presentes no meio, E é a energia dos neutrinos e T é a temperatura do núcleo estelar. Consideraremos o perfil de temperatura prescrito por Turner [49]:

$$T(r) = \begin{cases} 15 \text{MeV} c_1 \rho_{14}^{2/3} & \text{para } \rho_{14} \geq 2, \\ 20 \text{MeV} c_1 \rho_{14}^{1/3} & \text{para } \rho_{14} \leq 2, \end{cases} \quad (2.19)$$

onde $\rho_{14} = (r/r_{14})^{-n}$ é a densidade em unidades de $10^{14}g/cm^3$, n é um parâmetro livre a ser ajustado que varia entre 3 e 7 por valores inteiros e $r_{14} = 1.5 \times 10^6 cm$. c_1 é um parâmetro associado as incertezas do comportamento adiabático do núcleo. Espera-se que c_1 seja próximo de 1.

A principal fonte de espalhamento dos neutrinos no núcleo estelar em colapso são os nucleons. Vamos portanto considerar a parametrização disponível para a seção de choque ν -nucleon e vamos desprezar todos os outros processos. Temos então:

$$\sigma(\nu N) = \frac{1}{4}\sigma_0(E/m_e)^2 \quad (2.20)$$

com $\sigma_0 = 1.76 \times 10^{-44} cm^2$.

Inserindo a seção de choque acima em (2.18), obtemos:

$$\overline{\lambda_\nu} = \frac{4m_e^2}{q\sigma_0} \times \frac{\int_0^\infty E^2 e^{E/T} / (e^{E/T} + 1)^2}{\int_0^\infty E^4 e^{E/T} / (e^{E/T} + 1)^2} \quad (2.21)$$

Após algumas manipulações algébricas, as integrais em (2.21) fornecem o resultado:

$$\int_0^\infty E^n e^{E/T} / (e^{E/T} + 1)^2 = T^{n+1} (1 - 2^{-n+1}) n! \zeta(n) \quad (2.22)$$

onde $\zeta(x)$ é a função zeta de Riemann, tal que

$$\overline{\lambda_\nu} = \frac{4m_e^2}{q\sigma_0} \frac{\zeta(2)}{21 T^2 \zeta(4)}. \quad (2.23)$$

Segundo Turner [49], os neutrinos são irradiados a partir da neutrinosfera, cujo raio possui um valor entre $2 - 3 \times 10^6 cm$. Isto significa que

$$\rho_{14} \equiv \left(\frac{r}{r_{14}} \right)^{-n} = \left(\frac{1,5 \times 10^6 cm}{(2 - 3) \times 10^6 cm} \right)^n < 2 \quad (2.24)$$

De acordo com (2.19),

$$\overline{\lambda_\nu} = \frac{4m_e^2}{q\sigma_0} \frac{1}{c_1^2 400 (MeV)^2 \rho_{14}^{2/3}} \frac{1}{21} \frac{90}{6\pi^2} \quad (2.25)$$

pois $\zeta(2) = \pi^2/6$ e $\zeta(4) = \pi^4/90$.

Usando $m_e = 0.511 MeV$ e assumindo uma densidade de alvos $q = \rho/m_N$ com $\rho = \rho_{14} \times 10^{14} g/cm^3$ e $m_N = 1.672 \times 10^{-24} g$, obtemos

$$\overline{\lambda_\nu}(r) = \frac{179.53}{c_1^2} \left(\frac{r}{r_{14}} \right)^{5n/3} cm \quad (2.26)$$

É interessante observar que o resultado acima é consistente com a expectativa de que a estrela torna-se cada vez mais transparente à medida que o neutrino vai atingindo as camadas mais externas.

De posse de $\overline{\lambda}_\nu$ podemos definir o raio da neutrinosfera R_ν . Definimos R_ν através da expressão:

$$\overline{\lambda}_\nu(r = R_\nu) \equiv \xi R_\nu \quad (2.27)$$

A neutrinosfera é por definição a distância ao centro da estrela correspondente a um livre caminho médio. Por conveniência inserimos um parâmetro de ajuste ξ que esperamos não difira de 1 por mais do que uma ordem de grandeza. Portanto temos,

$$\overline{\lambda}_\nu(r = R_\nu) \equiv \xi R_\nu = \frac{179.53}{c_1^2} \left(\frac{R_\nu}{r_{14}} \right)^{5n/3} \text{ cm} \quad (2.28)$$

que resulta em

$$\frac{R_\nu}{r_{14}} = (\xi c_1^2 8.3 \times 10^3)^{\frac{3}{5n-3}}. \quad (2.29)$$

A expressão acima fornece o raio da neutrinosfera em função dos parâmetros do núcleo estelar em colapso.

Por hipótese, a neutrinosfera irá emitir neutrinos e perder energia como se fosse um corpo negro. Para tanto consideramos o núcleo estelar como um gás de neutrinos em equilíbrio térmico [23]. Neutrinos são férmions e portanto obedecem a estatística de Fermi-Dirac. A função de distribuição para um gás de Fermi-Dirac é:

$$n = \frac{1}{\exp(\epsilon/k_B T) + 1} \quad (2.30)$$

onde ϵ é a energia do neutrino e $k_B T$ é o fator de energia térmica. O número de estados que uma partícula de spin I pode ocupar no espaço de fase é:

$$(2I + 1) \frac{d^3 p d^3 q}{h^3} \quad (2.31)$$

Fazendo o produto do número de estados acessíveis aos neutrinos ^{††} no espaço de fase com a estatística de ocupação dos mesmos, obtemos o número de neutrinos por unidade de energia $N(\epsilon)$ com energia entre ϵ e $\epsilon + d\epsilon$:

$$N(\epsilon) d\epsilon = 2 \frac{1}{\exp(\epsilon/k_B T) + 1} \frac{d^3 p}{h^3} d^3 q \quad (2.32)$$

^{††}Lembrando que o neutrino tem spin 1/2.

Expressando ϵ em termos da frequência ν através da relação $\epsilon = h\nu = pc$, tomando $d^3p = 4\pi p^2 dp$ e integrando sobre o espaço de coordenadas, temos

$$N(\nu) d\nu = 8\pi V \frac{\nu^2}{c^3} \frac{d\nu}{\exp(h\nu/k_B T) + 1} \quad (2.33)$$

onde V é o volume ocupado pelo gás (no caso o volume do núcleo em colapso). A densidade de energia da radiação de neutrinos em função da frequência ν será portanto dada por:

$$dE(\nu) = \frac{h\nu}{V} N(\nu) d\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{d\nu}{\exp(h\nu/k_B T) + 1}. \quad (2.34)$$

Integrando a equação acima e fazendo $U = h\nu/k_B T$ temos

$$E = \frac{8\pi h}{c^3} \left(\frac{k_B T}{h}\right)^4 \int_0^\infty \frac{U^3 dU}{e^U + 1} = \frac{8\pi h}{c^3} \left(\frac{k_B T}{h}\right)^4 \left(1 - \frac{1}{2^3}\right) \Gamma(4)\zeta(4). \quad (2.35)$$

Logo

$$E = \frac{8\pi}{c^3} \frac{2\pi\hbar}{2\pi\hbar} \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar}\right)^4 \frac{7\pi^4}{120} \quad (2.36)$$

pois $\zeta(4) = \pi^4/90$ e $\Gamma(4) = 6$. Para obtermos a radiância do sistema, ou seja, a energia total emitida por unidade de tempo por unidade de área a partir de um corpo negro a temperatura T multiplicamos a equação (2.37) pela velocidade com que a radiação se propaga, no caso a velocidade da luz c :

$$R = \frac{8\pi}{c^2} \frac{2\pi\hbar}{2\pi\hbar} \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar}\right)^4 \frac{7\pi^4}{120} \quad (2.37)$$

No sistema de unidades $\hbar = c = k_B = 1$, uma partícula fermiônica com dois graus de liberdade terá

$$R = \frac{7}{120} \pi^2 T^4 \quad (2.38)$$

Este cálculo pressupõe que estamos considerando neutrinos de mão esquerda e de mão direita. Porém, no modelo padrão existem apenas neutrinos de mão esquerda. Se supusermos que a energia emitida é igualmente dividida entre os graus de liberdade do neutrino temos:

$$R = \frac{7}{240} \pi^2 T^4. \quad (2.39)$$

A luminosidade dos neutrinos, assumindo que a neutrinosfera tenha raio R_ν , será dada por:

$$L_\nu = \frac{7}{240} \pi^2 T^4 \times 4\pi R_\nu^2 = \frac{7}{60} \pi^3 T^4 R_\nu^2 \quad (2.40)$$

Considerando (2.19) teremos para $T_\nu = T(R_\nu)$:

$$L_\nu = \frac{7\pi^3}{60} \left[20 \text{MeV } c_1 \left(\frac{R_\nu}{r_{14}} \right)^{-n/3} \right]^4 R_\nu^2 \quad (2.41)$$

Tal que, usando (2.29) temos

$$L_\nu = \frac{7\pi^3 20^4 r_{14}^2 c_1^{\frac{12n}{5n-3}}}{60 (8.9 \times 10^3 \xi)^{\frac{4n-6}{5n-3}}} \text{MeV}^4 \quad (2.42)$$

Este resultado está escrito no sistema de unidades naturais ($\hbar = c = k_B = 1$).

Para obtermos o correspondente no sistema *cgs* em *erg/s*, fazemos a conversão de unidades

$$\text{MeV}^4 \text{cm}^2 \times \frac{1}{\hbar c (\text{MeV cm})} \times \frac{1}{\hbar (\text{MeV s})} = \frac{\text{MeV}}{s} \quad (2.43)$$

Sendo $1 \text{MeV} = 1,602 \times 10^{-6} \text{erg}$, $\hbar c = 197,327 \times 10^{-13} \text{MeV cm}$ e $\hbar = 6,582 \text{MeV s}$, devemos multiplicar a equação (2.42) pelo fator $6,25435 \times 10^{36}$. Assim temos,

$$L_\nu = 0,5075 \times 10^{54} \frac{c_1^{\frac{12n}{5n-3}}}{(8.9 \times 10^3 \xi)^{\frac{4n-6}{5n-3}}} (\text{erg/s}) \quad (2.44)$$

Lembrando que o cálculo prescrito acima foi desenvolvido considerando apenas os neutrinos do múon de mão-esquerda, precisamos multiplicar o resultado acima por um fator 6 para levar em com os outros sabores (elétron e tau) e os antineutrinos, ou seja

$$L \approx 6 \times L_\nu \quad (2.45)$$

Grifols and Massó [10] consideraram o vínculo

$$3 \times 10^{52} \text{erg/s} \leq L \leq 3 \times 10^{53} \text{erg/s} \quad (2.46)$$

fornecido em Schramm[59] para a luminosidade de neutrinos da supernova SN1987A. Seus resultados consideram ξ como um número próximo de 1 por até uma ordem de magnitude, $c_1 = 1$ (embora outros valores de c_1 forneçam resultados similares) e $n = 7$. Outros valores de n não fornecem resultados consistentes segundo a análise destes autores.

2.4.2 Regime de Escape Livre - "Free Streaming"

Nesta seção, vamos inicialmente discutir a formulação para a emissão de neutrinos no regime de escape livre também conhecido na literatura como "free streaming". Em seguida, vamos ilustrar esta técnica aplicando-a ao mecanismo de pólo do pión ($\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$).

No regime de escape livre, a quantidade importante a ser calculada é a emissividade Q . A emissividade é uma grandeza física que expressa a quantidade de energia por unidade de volume por unidade de tempo produzida no núcleo da supernova através de algum mecanismo específico de interesse. Em verdade, podemos considerar mais de um mecanismo ao mesmo tempo considerando a emissividade total como sendo a soma das emissividades parciais. Como o próprio nome sugere, esta formulação assume que todos os neutrinos produzidos no interior deste volume escapam livremente da estrela.

A luminosidade (taxa de emissão de energia por unidade de tempo) L_ν emitida na forma de neutrinos está relacionada a emissividade Q através da relação :

$$L_\nu = \frac{4}{3}\pi R_{SN}^3 Q \quad (2.47)$$

onde $\frac{4}{3}\pi R_{SN}^3$ é o volume do núcleo estelar em colapso onde os neutrinos são produzidos. Consideramos $R_{SN} \equiv 10km$. Esta é a ordem de grandeza típica que se espera para o raio de uma estrela de nêutrons a qual acredita-se será gerada em uma explosão em supernova como a que estamos considerando.

Estamos cientes de que os neutrinos ficam presos no núcleo estelar durante o colapso gravitacional. Acredita-se que este não seja o caso no que se refere a uma série de partículas exóticas leves como os áxions por exemplo, os quais devem realmente escapar livremente. Sendo assim, é perfeitamente legítimo questionar a aplicação da técnica de escape livre ao estudo do mecanismo de pólo do pión ($\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$).

É preciso ter em mente que a formulação de difusão, a rigor, está fundamentada na física de transporte radioativo. Considerar o problema de difusão dos neutrinos através do núcleo estelar, criados a partir de algum mecanismo específico como o que estamos querendo considerar aqui, é uma tarefa difícil e laboriosa. Desejamos

considerar o mecanismo de pólo do pión como mecanismo alternativo ao cenário usual para a emissão de neutrinos no processo de colapso gravitacional e extrair vínculos para o acoplamento entre os pions e os neutrinos. Por este ponto de vista, é muito mais interessante encarar o problema a partir de uma formulação mais simples, porém, capaz de evidenciar aspectos físicos do problema em questão com clareza. Sendo assim, optamos por atacar o problema usando o ferramental do regime de escape livre.

Fenomenologicamente, é razoável aceitar que o núcleo de uma supernova seja um ambiente recheado de fótons de alta energia, principalmente na faixa das dezenas de MeV . Fischback et al. [5] observaram que a interação entre dois fótons seria capaz de produzir um pión através de um mecanismo ressonante ($m_\pi \approx 135 MeV$ no vácuo, no referencial de centro de massa, dois fótons com energias $\approx 70 MeV$ podem interagir gerando um pión). Se o neutrino tiver massa, o decaimento $\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$ torna-se possível. A possibilidade da perda de energia ocorrer devido a interações anômalas entre fótons e neutrinos dando origem à reação $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ foi considerada por Natale, Pleitez e Tacla [60].

Vamos então aplicar a técnica de escape livre ao mecanismo de pólo do pión e procurar extrair informações sobre as partículas envolvidas, principalmente os pions e os neutrinos.

A emissividade dQ gerada em um volume diferencial do espaço de fase, deve ser proporcional a estatística de ocupação dos estados quânticos (densidade de estados - dn) associada as partículas presentes no estado inicial da reação, no caso fótons. Deve ser proporcional também a probabilidade de que estas partículas reajam produzindo um estado final composto por um par neutrino-antineutrino (apresentada na forma de uma seção de choque), a energia dos fótons iniciais e a um fator cinemático de velocidade relativa. De forma geral, escrevemos:

$$dQ = 4dn_1 dn_2 (\omega_1 + \omega_2) v_{rel} \sigma \quad (2.48)$$

onde usamos unidades naturais: $\hbar=c=1$. O fator 4 vem do fato de considerarmos a emissão de neutrinos e antineutrinos tipo "right" e tipo "left" ($\nu_R, \nu_L, \bar{\nu}_R$ e $\bar{\nu}_L$). Ao longo dos cálculos a seguir, usaremos unidades naturais e ao final, faremos a

conversão para o sistema *cgs* para compararmos com o vínculo observacional para a luminosidade de neutrinos.

A densidade de estados dos fótons é determinada pela estatística de ocupação de Bose-Einstein:

$$dn = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3k}{e^{w/k_B T} - 1} \quad (2.49)$$

A expressão para a emissividade de energia por unidade de volume por unidade de tempo para a reação $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$ torna-se:

$$Q = \frac{4}{(2\pi)^6} \int \frac{d^3k_1}{e^{w_1/k_B T} - 1} \frac{d^3k_2}{e^{w_2/k_B T} - 1} v_{rel}(w_1 + w_2)\sigma \quad (2.50)$$

onde d^3k_i e w_i , com $i=1,2$, representam o diferencial de volume no espaço de momentos e a energia do i -ésimo fóton respectivamente, v_{rel} é o fator de velocidade relativa entre eles e σ é a seção de choque para o processo considerado.

O fator de velocidade relativa para um referencial arbitrário [47] fornece:

$$v_{rel} = \frac{1}{k_1^0 k_2^0} \left[(k_1 \cdot k_2)^2 - k_1^2 k_2^2 \right]^{1/2} \quad (2.51)$$

onde $k_i = (w_i, \vec{k}_i)$ representa o quadrimomento do i -ésimo fóton. Como $k_i^\mu k_{i\mu} = 0$ para os fótons, temos

$$v_{rel} = \left| \frac{\vec{k}_1 \cdot \vec{k}_2 - w_1 \cdot w_2}{w_1 \cdot w_2} \right| = 1 - \cos\theta \quad (2.52)$$

pois neste sistema de unidades $w_i = |\vec{k}_i|$. θ é o ângulo entre os fótons.

Em específico, estamos interessados em investigar a produção de neutrinos através da reação $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$ na aproximação de ressonância. Para tanto, consideramos a fórmula para a seção de choque tipo Briet-Wigner:

$$\sigma(s) = \frac{8\pi(s^2/m_\pi^4)\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})F(s)}{(s - m_\pi^2)^2 + m_\pi^2\Gamma_\pi^2} \quad (2.53)$$

Nesta expressão, Γ_π é a largura de decaimento total do pión no vácuo, $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})$ e $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)$ são larguras de decaimento parciais e m_π é a massa do pión em repouso. $F(s)$ é um fator de vértice e seu valor depende do modelo considerado. Para o caso de presente interesse, podemos considerar $F(s)=1$ a exemplo do trabalho de Fischback et al.[5]. s é a variável de Mandelstam, definida como:

$$s = (k_1 + k_2)^2 = 2k_1 \cdot k_2 = 2k_1^\mu k_{2\mu} \quad (2.54)$$

Naturalmente

$$s = 2(w_1 w_2 - \vec{k}_1 \cdot \vec{k}_2) = 2w_1 w_2 (1 - \cos \theta). \quad (2.55)$$

Desejamos desenvolver a expressão para o cálculo de Q . Com este intuito, convertamos os elementos de volume no espaço de momentos $d^3 k_i$ para coordenadas esféricas:

$$d^3 k_i = k_i^2 dk_i d\Omega_i = w_i^2 dw_i d\Omega_i \quad (2.56)$$

onde $d\Omega_i$ são elementos de ângulo sólido. Introduzindo as variáveis adimensionais

$$x_i = \frac{w_i}{k_B T} \quad (2.57)$$

escrevemos

$$d^3 k_i = (k_B T)^3 x_i^2 dx_i d\Omega_i \quad (2.58)$$

Na seção de choque Briet-Wigner, fazemos $u = 1 - \cos \theta$ e denotamos $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = \Gamma_1$ e $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}) = \Gamma_2$, tal que obtemos

$$\sigma(s) = \frac{(32\pi/m_\pi^8)(k_B T)^4 x_1^2 x_2^2 u^2 \Gamma_1 \Gamma_2}{\left(\frac{2(k_B T)^2 x_1 x_2 u}{m_\pi^2} - 1\right)^2 + \frac{\Gamma_\pi^2}{m_\pi^2}} \quad (2.59)$$

Com esta expressão para a seção de choque, a expressão para Q toma a forma:

$$Q = \frac{4}{(2\pi)^6} 32\pi (k_B T)^{11} \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{m_\pi^8} \int \frac{x_1^4 x_2^4 (x_1 + x_2) u^3 dx_1 dx_2 d\Omega_1 d\Omega_2 D(x_1, x_2, u) du}{(e^{x_1} - 1)(e^{x_2} - 1)} \quad (2.60)$$

com $D(x_1, x_2, u)$, o denominador da Briet-Wigner no vácuo, definido como

$$D(x_1, x_2, u) = \frac{1}{\left(\frac{2(k_B T)^2 x_1 x_2 u}{m_\pi^2} - 1\right)^2 + \frac{\Gamma_\pi^2}{m_\pi^2}} \quad (2.61)$$

Integrando nos ângulos sólidos temos

$$\int d\Omega_1 = 4\pi \quad (2.62)$$

$$\int d\Omega_2 = -2\pi \int d(\cos \theta) = 2\pi \int du \quad (2.63)$$

de onde segue que a expressão para Q torna-se:

$$Q = \frac{16}{\pi^3} (k_B T)^{11} \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{m_\pi^8} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{x_1^4 x_2^4 (x_1 + x_2) dx_1 dx_2}{(e^{x_1} - 1)(e^{x_2} - 1)} \int_{u_{min}}^2 u^3 D(x_1, x_2, u) du \quad (2.64)$$

O valor de u_{min} está diretamente relacionado a finitude da massa do neutrino. Sabemos que \sqrt{s} representa a energia no referencial de centro de massa. A energia mínima necessária para criar um par $\nu\bar{\nu}$ é dada por:

$$s_{min} = (2m_\nu)^2 = 4m_\nu^2 \quad (2.65)$$

de onde a partir de (2.55) deduzimos que

$$u_{min} = \frac{2}{x_1 x_2} \left(\frac{m_\nu}{k_B T} \right)^2 \quad (2.66)$$

Podemos fazer a integração em u analiticamente. Para facilitar a notação, definimos

$$\gamma = \frac{\Gamma_\pi}{m_\pi} \quad \tau = \frac{k_B T}{m_\pi} \quad r = \frac{m_\nu}{m_\pi} \quad (2.67)$$

A integral em u torna-se:

$$\int_{u_{min}}^2 u^3 D(x_1, x_2, u) = \int_{u_{min}}^2 u^3 \frac{1}{(1 - 2x_1 x_2 u \tau^2)^2 + \gamma^2} \quad (2.68)$$

onde u_{min} passa agora a ser escrito como:

$$u_{min} = \frac{2}{x_1 x_2} \left(\frac{r}{\tau} \right)^2 \quad (2.69)$$

O resultado da integral analítica fornece:

$$\begin{aligned} \int_{u_{min}}^2 u^3 D(x_1, x_2, u) &= \frac{1}{[2x_1 x_2 \tau^2]^4} \left\{ 8(x_1 x_2 \tau^2 - r^2)(x_1 x_2 \tau^2 + r^2 + 1) \right. \\ &\quad + \frac{1 - 3\gamma^2}{\gamma} \left(\arctan \frac{4x_1 x_2 \tau^2 - 1}{\gamma} - \arctan \frac{4r^2 - 1}{\gamma} \right) \\ &\quad \left. + \frac{3 - \gamma^2}{2} \ln \frac{(1 - 4x_1 x_2 \tau^2)^2 + \gamma^2}{(1 - 4r^2)^2 + \gamma^2} \right\} \end{aligned} \quad (2.70)$$

Definindo:

$$\begin{aligned} I(\tau, \gamma, r) &= 8(x_1 x_2 \tau^2 - r^2)(x_1 x_2 \tau^2 + r^2 + 1) \\ &\quad + \frac{1 - 3\gamma^2}{\gamma} \left(\arctan \frac{4x_1 x_2 \tau^2 - 1}{\gamma} - \arctan \frac{4r^2 - 1}{\gamma} \right) \\ &\quad + \frac{3 - \gamma^2}{2} \ln \frac{(1 - 4x_1 x_2 \tau^2)^2 + \gamma^2}{(1 - 4r^2)^2 + \gamma^2} \end{aligned} \quad (2.71)$$

e inserindo o resultado da integral em u na expressão para Q :

$$Q = \frac{(k_B T)^{11}}{\pi^3} \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{m_\pi^8} \frac{1}{\tau^8} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{(x_1 + x_2) I(\tau, \gamma, r) dx_1 dx_2}{(e^{x_1} - 1)(e^{x_2} - 1)} \quad (2.72)$$

τ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$J(\tau, \gamma, r) \times 10^{-7}$	0.12	0.85	3.39	6.84	10.6	14.3	17.8	21.0	24.2	27.0

Tabela 2.2: Resultados numéricos para a integral $J(\tau, \gamma, r) \times 10^{-7}$

onde definimos

$$J(\tau, \gamma, r) = \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{(x_1 + x_2)I(\tau, \gamma, r)dx_1dx_2}{(e^{x_1} - 1)(e^{x_2} - 1)} \quad (2.73)$$

Devido ao caráter transcendental da função $I(\tau, \gamma, r)$, calculamos a integral em (2.72) usando a técnica numérica de quadratura gaussiana. Consideramos $r \approx 0$ pois a pequena massa do neutrino afeta muito pouco o espaço de fase da reação. Os resultados obtidos encontram-se na tabela (2.2).

Em específico, a taxa de perda de energia para a supernova SN1987A, a qual associamos aos neutrinos, é limitada por [6]:

$$L_\nu \leq 2 \times 10^{53} \text{erg/s} \quad (2.74)$$

A luminosidade Q tal como na equação (2.72) está em unidades naturais. Convertendo esta equação para o sistema *cgs*, temos a partir de (2.72):

$$Q = \frac{1}{\pi^3} (k_B T)^7 \left(\frac{\Gamma_1}{m_\pi} \right) \left(\frac{\Gamma_2}{m_\pi} \right) \left(\frac{m_\pi}{k_B T} \right)^4 \frac{1}{m_\pi^2} J(\tau, \gamma, r) \quad (2.75)$$

Segue que

$$Q = \frac{1}{\pi^3} (1.164 \times 10^{82} \text{erg}^{-6} \text{cm}^{-3} \text{s}^{-1}) (k_B T)^7 \left(\frac{\Gamma_1}{m_\pi} \right) \left(\frac{\Gamma_2}{m_\pi} \right) \left(\frac{m_\pi}{k_B T} \right)^4 \left(\frac{1 \text{GeV}}{m_\pi} \right)^2 J(\tau, \gamma, r) \quad (2.76)$$

onde o fator $k_B T$ deve ser fornecido em *ergs*. Sendo $\Gamma_1/m_\pi = 5.734 \times 10^{-8}$ e $m_\pi = 0.13497 \text{GeV}$, temos

$$Q = 1.18 \times 10^{75} \left(\frac{\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})}{m_\pi} \right) \left(\frac{m_\pi}{k_B T} \right)^4 (k_B T)^7 J(\tau, \gamma, r) \text{ (erg/cm}^3\text{s)} \quad (2.77)$$

Usando a equação (2.47), escrevemos

$$L_\nu = 4.94 \times 10^{93} \left(\frac{\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})}{m_\pi} \right) \left(\frac{m_\pi}{k_B T} \right)^4 (k_B T)^7 J(\tau, \gamma, r) \text{ (erg/s)} \quad (2.78)$$

τ	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
$T(\text{MeV})$	40.5	54.0	67.5	81.0	94.5
$\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})/\Gamma_\pi$	3.46×10^{-14}	7.24×10^{-15}	2.40×10^{-15}	1.03×10^{-15}	5.22×10^{-16}

Tabela 2.3: Resultados numéricos para $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})/\Gamma_\pi$ no vácuo.

Usando o vínculo observacional dado na equação (2.74), podemos explicitar $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})$ na expressão acima:

$$\frac{\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})}{\Gamma_\pi} \leq \frac{4,04 \times 10^{-41} \tau^4 m_\pi}{(k_B T)^7 J(\tau, \gamma, r) \Gamma_\pi} \quad (2.79)$$

A tabela (2.3) fornece os resultados obtidos para temperaturas típicas do núcleo estelar em colapso. Sendo o valor experimental $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})/\Gamma_\pi < 8.3 \times 10^{-7}$, vemos que os resultados obtidos são até 9 ordens de grandeza melhores que os obtidos em laboratório. Estes resultados nos levam a considerar o mecanismo de pólo do pión como uma alternativa interessante para obtenção de vínculos entre os pions e os neutrinos.

Não obstante, este cálculo foi totalmente desenvolvido sem nenhuma referência aos efeitos que a matéria nuclear exerceria sobre o pión. Em verdade, os cálculos prescritos acima aplicam-se puramente para o as condições similares ao vácuo. É preciso portanto, investigar de forma mais rigorosa a validade dos resultados obtidos e a viabilidade deste mecanismo. Este é o objetivo desta dissertação. Como Raffelt e Seckel [11] preconizaram, os pions podem ser preferencialmente absorvidos pela matéria nuclear e o efeito que estamos considerando seria suprimido. Na próxima seção, continuaremos trabalhando no regime de escape livre. Vamos incorporar os efeitos do meio denso no propagador piônico e estudar as conseqüências desta nova maneira de tratar o problema.

Capítulo 3

O Meio Nuclear Denso

A fonte de energia das estrelas era um dos problemas científicos mais intrigantes do início do século XX, sobretudo porque físicos e biólogos haviam chegado ao acordo de que sem a luz solar, não poderia haver o surgimento e desenvolvimento da vida tal como ela se apresenta na Terra. O conhecimento adquirido até então, apontava para duas fontes de energia: química e gravitacional. Ambas produziam idades para o sol incompatíveis com as estimativas elaboradas pelos biólogos e geólogos ao levar em conta o processo de evolução das espécies e a formação dos acidentes naturais.

O problema só foi resolvido com a publicação do famoso trabalho "Energy Production in Stars", de autoria do físico alemão Hans Bethe[53]. Neste trabalho, as estrelas passaram a ser modeladas como gigantescas "usinas termonucleares" e foi demonstrado que a fonte de energia mais viável e compatível com as outras fontes de informação a respeito da idade das estrelas, principalmente o Sol, seria o processo de fusão nuclear. Desde então o conhecimento da dinâmica dos processos nucleares passou a ser de suma importância para o estudo dos estágios de evolução estelar.

Estando o problema da fonte de energia das estrelas encaminhado*, George Gamow aplicou as idéias da mecânica quântica acerca da física nuclear para estudar a nucleossíntese primordial dos elementos [57]. Tal trabalho teve um impacto fantástico sobre a comunidade científica, porque acabou culminando na teoria do Big Bang. Até os dias atuais, o pilar de sustentação deste modelo está na concordância

*A fonte de energia das estrelas passou a ser uma questão fechada a partir deste ponto, cabendo aos estudiosos da área incluir as correções necessárias nos cálculos desenvolvidos por Hans Bethe [53], como a inclusão dos neutrinos nas reações termonucleares por exemplo.

entre a teoria e a observação da abundância relativa dos elementos nas estrelas e galáxias.

Por outro lado, a teoria da relatividade geral prevê que após o colapso gravitacional de estrelas de alta massa ($M \geq 8M_{\odot}$) ocorra a formação de uma estrela de nêutrons ou de um buraco negro. No caso da estrela de nêutrons, a pressão de degenerescência dos nucleons associada ao caráter repulsivo da força nuclear na escala de densidades típicas do núcleo atômico ($\approx 10^{13} - 10^{14} g/cm^3$) são os fatores responsáveis pela estabilidade do sistema. Entretanto, se a gravidade reinante for tal que estas grandezas físicas não sejam capazes de contrabalançar a pressão gravitacional, deve surgir um buraco negro, um objeto cujo campo gravitacional deve ser tão grande que nem a luz conseguiria escapar, gerando o chamado "horizonte de eventos". A física dos buracos negros carece ainda de melhores estudos principalmente no que tange ao critério de formação e observação dos mesmos [48].

Estrelas de nêutrons já são monitoradas desde o final da década de 60, quando provou-se que os pulsares eram objetos astronômicos representativos de tal estágio de evolução estelar. Com o desenvolvimento de novos telescópios e satélites as observações puderam revelar características nunca antes observadas acerca do comportamento e da fenomenologia desta classe de estrelas, tais como seus campos magnéticos e taxas de resfriamento [58]. Porém, a dinâmica dos processos internos é ainda um problema em aberto. Rigorosamente falando, o problema estaria resolvido se conhecessemos a equação de estado da matéria nuclear em tal regime de temperaturas e densidades. Como isto não é possível, pelo menos não de forma exata, faz-se necessário utilizar uma rota alternativa na qual são necessárias uma série de aproximações e hipóteses simplificadoras afim de extrapolar o comportamento da matéria nuclear.

Nesta dissertação, vamos usar uma prescrição para o propagador piônico no meio nuclear denso, representativo do ambiente no qual o mecanismo de pólo do pión ocorre. Usaremos a teoria de sistemas finitos de Fermi desenvolvida por Migdal, aplicada ao ambiente nuclear [13]. Não pretendemos aqui fazer uma exposição completa acerca do modelo. Vamos sim, aplicá-lo ao mecanismo de pólo do pión e

analisar os resultados obtidos à luz da fenomenologia prescrita por esta teoria.

3.1 Absorção de Píons no Meio Nuclear Denso

No cálculo desenvolvido para o mecanismo de pólo do pión no regime de escape livre na seção 2.4.2, tínhamos essencialmente três parâmetros: γ , τ e r , dados por

$$\gamma = \frac{\Gamma_\pi}{m_\pi} \quad \tau = \frac{k_B T}{m_\pi} \quad r = \frac{m_\nu}{m_\pi}. \quad (3.1)$$

O parâmetro r representa a razão entre a massa do neutrino e a massa do pión. O pequeno valor da massa do neutrino ($m_\nu \ll m_\pi$) afeta muito pouco o espaço de fase da reação. Sendo assim, consideramos $r \approx 0$ em nossos cálculos. τ é um parâmetro de temperatura e γ representa a largura de decaimento do pión, ambos em termos da massa deste méson.

Em termos práticos, calculamos a emissividade Q (energia por unidade de volume por unidade de tempo) em função de τ e consideramos γ como um parâmetro fixo. Para o vácuo temos $\gamma \approx 5.8 \times 10^{-8}$. Seu valor tão pequeno caracteriza o comportamento ressonante da reação em questão. Todavia, ao considerarmos a largura de decaimento do pión no vácuo, desprezamos qualquer efeito associado a interação do pión com o meio nuclear denso. Raffelt e Seckel [11] criticaram exatamente este aspecto do cálculo desenvolvido por Natale[6]. Em um trabalho subsequente, Natale e colaboradores [12] desenvolveram uma prescrição que lhes permitiu incorporar os efeitos de absorção do pión no meio nuclear denso, calculando uma largura de absorção Γ_{abs} . Vamos agora apresentar o raciocínio feito por eles.

Na expressão (2.59), vemos que

$$\sigma(s) \propto \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{\frac{\Gamma_\pi^2}{m_\pi^2}} \equiv \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{\gamma^2} \quad (3.2)$$

quando $2(k_B T)^2 x_1 x_2 u / m_\pi^2 \approx 1$, onde $\Gamma_1 \equiv \Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)$ e $\Gamma_2 \equiv \Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})$. Em um meio denso, a largura de decaimento total Γ_π será dada por

$$\Gamma_\pi = \Gamma_{vacuo} + \Gamma_{abs} \quad (3.3)$$

onde Γ_{vacuo} é a largura de decaimento do pión no vácuo e Γ_{abs} representa a taxa de absorção dos pions formados por ressonância no meio nuclear da proto-estrela de nêutrons.

A taxa de absorção de pions é dada por

$$\Gamma_{abs} = \sigma_{abs} n_N v_{\pi N} \quad (3.4)$$

onde σ_{abs} é a seção de choque para absorção de pions reais, n_N é a densidade de nucleons e $v_{\pi N}$ é o fator de velocidade relativa entre os pions e os nucleons. Como a formação dos pions ocorre na ressonância, temos $v_{\pi N} \approx v_N \sim p_F/m_N$, onde v_N é a velocidade do nucleon e $p_F = (3\pi^2 n_N)^{1/3}$ é o momento de Fermi. Como as temperaturas no núcleo da supernova logo após o colapso variam entre 10 e 70 MeV os nucleons estarão na fronteira entre os limites de degenerescência e não-degenerescência. Sua densidade será dada por $n_N = 4.1 \times 10^{-6} g(y) T_{MeV}^{3/2}$ onde $T_{MeV} = T/1MeV$, com $y \equiv (\mu - m)/T$. μ é o potencial químico. $g(y)$ foi calculado por Brinkmann e Turner [50] e o resultado obtido por eles foi $n_N = (0.001 - 0.003) GeV^3$.

Considerando que a principal fonte de absorção dos pions ocorre via reação $\pi^0 NN \rightarrow NN$, e considerando também que a seção de choque para esta reação pode ser estimada assumindo que o meio nuclear denso é composto de núcleos elementares (a saber, dêuterons)[51], escrevemos:

$$\sigma_{abs} \approx \frac{1}{\lambda_{abs}(\rho_N/2)} \quad (3.5)$$

onde ρ_N é a densidade de quasi-dêuterons[†] onde consideramos $\rho_N = n_N$ [‡], e $\lambda_{abs} \sim 4 - 6 fm$ é o comprimento de absorção do pión para as energias que estamos considerando [51, 52][§].

Inserindo estas prescrições na expressão para Γ_{abs} , obtemos uma expressão compacta, dada por:

$$\Gamma_{abs} = \frac{2(3\pi^2)^{1/3} n_N^{1/3}}{\lambda_{abs} m_N} \quad (3.6)$$

[†]Quasi-dêuterons são estados de quasi-partícula associados aos dêuterons.

[‡]O fator 2 foi incluído para levar em conta o fato de que o dêuteron é composto por dois nucleons.

[§] λ_{abs} representa o livre caminho médio do pión no meio nuclear até que ele seja absorvido.

Sendo $m_N = 0.94 GeV$, vemos que Γ_{abs} varia entre 25 e $50 MeV$. Como $\Gamma_{vacuo} = 7.8 \times 10^{-6} MeV$, temos $\Gamma_\pi \approx \Gamma_{abs}$. Se os cálculos acima estão corretos, o efeito ressonante associado ao mecanismo de pólo do pión é de fato suprimido, pois agora o novo valor de $\gamma \equiv \gamma_{abs}$ é da ordem de 10^{-1} . O vínculo originalmente obtido em [6] para $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})$ torna-se pior que o resultado experimental.

Entretanto, é interessante tecer alguns comentários a respeito da prescrição utilizada para o cálculo de Γ_{abs} . Na expressão (3.4), temos a seção de choque para absorção de pions reais. Este não é necessariamente o caso considerado pois devido ao caráter ressonante da reação $\gamma\gamma \rightarrow \pi_0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$, os pions podem muito bem ser virtuais. Simplificar a interação dos pions no meio nuclear denso do núcleo da proto-estrela de nêutrons considerando o processo de interação similar à absorção de pions por dêuterons é uma aproximação absolutamente questionável. Efeitos de correlação e de múltiplo espalhamento entre os pions e os nucleons presentes no meio, os quais poderiam ser capazes de concorrer com os efeitos de absorção, foram completamente desprezados por exemplo.

Desta forma, o mecanismo de pólo do pión carece ainda de uma formulação mais robusta e completa, capaz de investigar melhor este mecanismo, explicando a fenomenologia associada aos efeitos de absorção de pions, pelo menos no contexto de emissão de energia por supernovas.

3.2 Teoria de Migdal para Sistemas Fermiônicos Finitos aplicada ao Núcleo Atômico

Antes de atacarmos o problema da forma do propagador piônico no meio nuclear denso, algumas considerações a respeito da teoria de Migdal para sistemas fermiônicos finitos no contexto da física nuclear fazem-se necessárias. A discussão que aqui apresentamos está toda baseada na referência [54].

Primeiramente, sabemos que, de uma forma geral, conseguimos obter soluções exatas para problemas físicos que envolvem um, dois e infinitos corpos (veja por exemplo a partícula livre, o átomo de hidrogênio e a mecânica estatística dos gases ideais). Contudo, em praticamente todos os problemas reais da física moderna,

temos que lidar com o chamado problema de muitos corpos. Este é o caso de uma ampla classe de problemas em física atômica e molecular, física nuclear, física do estado sólido, entre outras áreas diversas.

Consideremos agora a Eletrodinâmica Quântica(QED). A intensidade da interação entre os quanta de luz e as partículas carregadas é caracterizada pela constante adimensional α , também conhecida como "constante de estrutura fina", dada por

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}. \quad (3.7)$$

Esta teoria pode ser tratada via teoria de perturbação pois a intensidade da interação é caracterizada por um fator numérico pequeno (menor do que 1).

Similarmente à carga elétrica e , há também uma carga nuclear g . Esta carga nuclear caracteriza, por exemplo, a interação entre um nêutron ou um próton com um méson- π . Em unidades adimensionais, temos

$$\frac{g^2}{\hbar c} \approx 12 - 14. \quad (3.8)$$

Ao contrário da QED, uma teoria nuclear não é passível de ser desenvolvida através de teoria de perturbação, pois a interação é muito intensa.

A solução desenvolvida para contornar este problema foi o desenvolvimento da "teoria de dispersão para partículas elementares". A hipótese fundamental por trás desta teoria é a de que no intervalo de energia de interesse, existe um número de quantidades que variam muito suavemente e podem ser aproximadas por constantes. Por princípio, tais constantes, a saber, as massas das partículas e as cargas envolvidas nas interações, devem ser obtidas a partir dos dados experimentais.

A descrição de um sistema nuclear genérico requer a introdução de constantes que representem os elementos constituintes do núcleo atômico e as interações que ocorrem no ambiente nuclear. Esta última classe de constantes é responsável por carregar informação a respeito do meio nuclear e é justamente ela que faz a diferença em relação ao tratamento do problema de nucleons interagindo no vácuo.

O que significa tratar o problema nuclear através de uma teoria para sistemas fermiônicos finitos? O núcleo atômico é constituído por um número finito de prótons

e nêutrons. Além deste fato, prótons e nêutrons são férmions que interagem fortemente entre si. Em um sistema fermiônico, os estados excitados de mais baixa energia [¶] são descritos de uma forma relativamente simples, independentemente da intensidade da interação considerada.

As excitações para uma única partícula são análogas as excitações em um gás de Fermi ideal. A partícula faz uma transição de um estado com energia abaixo da superfície de Fermi para um estado vago acima desta. Em outras palavras, uma excitação em um gás de Fermi ideal corresponde a formação de um estado de partícula e um estado tipo "buraco" em relação ao mar de estados presentes na esfera de Fermi.

Não obstante, as partículas e buracos criados a partir das excitações de um sistema fermiônico real possuem propriedades diferentes daquelas derivadas para partículas livres e seus buracos. As excitações de uma única partícula em um sistema fermiônico real são análogas às excitações de um gás de Fermi ideal composto por quasi-partículas com uma distribuição de energia igual a distribuição de Fermi usual.

Mas o que é uma quasi-partícula? Uma partícula movendo-se em um determinado meio envolverá partículas vizinhas ao longo de seu movimento, principalmente no caso da matéria nuclear. Para excitações cuja energia está um pouco acima da superfície de Fermi, a distribuição das partículas do sistema não deve apresentar uma dependência muito forte em relação ao estado inicial deste. Portanto, para excitações de baixa energia o composto *partícula + vizinhanças* forma um sistema estável, o qual é chamado quasi-partícula. A descrição de um estado de quasi-partícula apresenta pontos similares à descrição do estado de uma partícula. As quasi-partículas possuem spin e obedecem o princípio de exclusão de Pauli por exemplo.

Apresentamos nesta seção, de forma breve, as idéias básicas da teoria de Migdal para sistemas fermiônicos finitos. Desejamos agora visualizar como esta teoria pode ser aplicada ao mecanismo de pólo do pión.

[¶]Estados cuja energia está um pouco acima da superfície de Fermi.

3.3 Mecanismo do Pólo do Píon no Meio Nuclear Denso

Nesta seção, vamos apresentar o propagador piônico com as correções necessárias para considerar os efeitos do meio nuclear denso e os resultados para $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})/\Gamma_\pi$ nestas condições. Todas as expressões aqui apresentadas referentes as modificações deste podem ser encontradas na referência [55]. Em seguida, vamos usá-lo para calcular a razão entre as emissividades do meio nuclear denso e do vácuo Q^{denso}/Q^{vacuo} e verificar a validade do efeito em questão.

A dinâmica de interação entre os nucleons em um meio nuclear denso é completamente diferente da dinâmica no vácuo devido a existência de efeitos coletivos ^{||}, entre os quais destaca-se a suavização do grau de liberdade piônico [56]. O grau de liberdade piônico é suavizado à medida que a densidade bariônica aumenta devido a interação atrativa πN . Dados de estrelas de nêutrons confirmam esta hipótese [56].

As expressões aqui apresentadas assumem que os graus de liberdade do tipo quark-gluon não são excitados. Sendo assim, a descrição do meio nuclear denso é feita a partir dos graus de liberdade mesônicos e bariônicos. Considera-se a matéria nuclear fora do equilíbrio com temperaturas características $T \leq m_\pi$ e cuja densidade de nucleons ρ é algumas vezes menor que ρ_0 onde $\rho_0 \simeq 0.48m_\pi^4$ é a densidade normal da matéria nuclear^{**}. Considera-se aqui $m_\pi \simeq 140MeV$ como sendo a massa do píon.

A emissividade de neutrinos no meio nuclear denso é calculada usando a mesma expressão para o caso do vácuo, ou seja:

$$Q^{denso} = \frac{4}{(2\pi)^6} \int \frac{d^3k_1}{e^{w_1/k_B T} - 1} \frac{d^3k_2}{e^{w_2/k_B T} - 1} v_{rel}(w_1 + w_2) \sigma^{denso} \quad (3.9)$$

A seção de choque para o processo será agora reescrita como

$$\sigma(s)^{denso} = \frac{8\pi(s^2/m_\pi^4)\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})F(s)}{|D_\pi^{denso}|^2} \quad (3.10)$$

onde desejamos ressaltar o papel do propagador piônico D_π^{-1} , o qual, no meio nuclear denso é dado por:

$$D_\pi^{denso} = [\omega^2 - m_\pi^2 - k^2 - \Pi(\omega, k, T, \rho)] \quad (3.11)$$

^{||} Efeitos coletivos ou excitações coletivas são estados ligados de quase-partículas e quase-buracos.

^{**} No sistema cgs $\rho_0 \simeq 4.27 \times 10^{13} g/cm^3$.

onde ω e k são a energia e o trimomento do pión e $\Pi(\omega, k, T, \rho)$ é o operador de polarização do mesmo. $\Pi(\omega, k, T, \rho)$ carrega a informação sobre os efeitos do meio nuclear denso na dependência com ρ e T . $\Pi(\omega, k, T, \rho)$ é composto de uma parte real e outra imaginária. Os termos reais modificam a massa do pión no meio nuclear denso dando ao pión a inércia de uma quasi-partícula. Os termos imaginários por sua vez, expressam os efeitos de absorção, decaimento e múltiplo espalhamento.

Em verdade, todos os termos presentes na equação (3.10) são modificados no meio nuclear denso, a saber a largura de decaimento do pión em fótons $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)$, a largura de decaimento do pión em neutrinos $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})$ e a massa do pión m_π . Porém, o efeito principal vem da mudança do propagador piônico devido ao pólo do pión. Sendo assim, nos cálculos a seguir, consideraremos somente esta modificação.

A rigor, devemos ter

$$\Pi(\omega, k, T, \rho) = \Pi_{vacuo} + \Pi_N + \Pi_\Delta + \Pi_{res} \quad (3.12)$$

onde Π_{vacuo} é o operador de polarização do pión que restitui o caso do vácuo, Π_N e Π_Δ são os operadores de polarização que representam a interação dos píons com os nucleons e com as ressonâncias Δ e por fim, Π_{res} é o operador de polarização residual, dado por:

$$\Pi_{res} = \Pi_F - \Pi_F(\rho_0, T = 0) + \Pi_{reg}. \quad (3.13)$$

O termo Π_F leva em conta as autointerações $\pi\pi$. Estas tornam-se relevantes nas vizinhanças do ponto crítico de formação do estado condensado de píons ($\rho \simeq \rho_c$)^{††}. Não consideramos esta possibilidade neste trabalho. Logo, tomaremos $\Pi_F = \Pi_F(\rho_0, T = 0) = 0$. O termo regular Π_{reg} corresponde as amplitudes πN que variam suavemente com ω e k . A informação destas amplitudes é proveniente do ajuste de dados experimentais provenientes de átomos piônicos [61].

Vamos agora apresentar os termos relevantes para o propagador piônico. Deste ponto em diante, empregaremos o sistema piônico de unidades $m_\pi \equiv 1$.

Consideraremos o operador de polarização do pión $\Pi(\omega, k, T, \rho)$ como sendo dado

^{††}A densidade crítica para formação do condensado de píons neste caso é $\rho \simeq \rho_c \simeq 3\rho_0$, para $\rho > \rho_0$

por:

$$\Pi(\omega, k, T, \rho) = \Pi_{\Delta} + \Pi_{reg} + \Pi_{vacuo} \quad (3.14)$$

onde $\Pi_{vacuo} \equiv -i\Gamma_{\pi}$. Se desconsiderarmos os outros termos ^{‡‡}, obtemos novamente o propagador piônico para o vácuo. O termo Π_N será desprezado. A cinemática da reação prescreve $\omega > k$ pois o mecanismo é relevante devido a produção ressonante dos píons. Nestas condições, a contribuição proveniente de estados nucleon partícula-buraco é menos relevante[55].

O termo de ressonância Δ é dado por

$$\Pi_{\Delta}(\omega, k, T = 0, \rho) = Re\Pi_{\Delta}(\omega, k, T = 0, \rho) + Im\Pi_{\Delta}(\omega, k, T = 0, \rho) \quad (3.15)$$

onde

$$Re\Pi_{\Delta}(\omega, k, T = 0, \rho) = -\frac{B_0\Gamma(g')}{\tilde{w}_{\Delta}^2(t) - \omega^2} \quad (3.16)$$

e

$$Im\Pi_{\Delta}(\omega, k, T = 0, \rho) = \frac{2wB_0\Gamma^2(g')\gamma_0k^3}{[\tilde{w}_{\Delta}^2(t) - \omega^2]^2} \quad (3.17)$$

Nestas expressões, $B_0 = 4.0\rho\Gamma_{\pi N\Delta}^2k^2\tilde{w}_{\Delta}(t)$, sendo o fator de forma $\Gamma_{\pi N\Delta}^2 \approx \Gamma_{\pi NN}^2/\beta \approx 1/\beta$ para o caso de trimomentos pequenos ($\omega > k$). $\beta \approx 1 + 0.23k^2$ é um fator empírico que leva em conta a contribuição das ressonâncias nucleônicas de energia mais alta. $\gamma_0 \approx 0.08\Gamma_{\pi N\Delta}^2$ é outro fator empírico, só que relacionado a largura das ressonâncias Δ . O fator de correlação entre os nucleons e as ressonâncias Δ é dado por

$$\Gamma(g') = \left[1 + \frac{C}{\tilde{w}_{\Delta}^2 - \omega^2}\right]^{-1} \quad (3.18)$$

com $C = 1.8\rho\Gamma_{\pi N\Delta}^2$ e

$$\tilde{w}_{\Delta}(t) \approx 2.1 \left(1 + \frac{2.1}{2m_N^*}\right) + \frac{t}{2m_N^*}, \quad t = k^2 - \omega^2, \quad (3.19)$$

é a energia das ressonâncias Δ , onde m_N^* é a massa dos nucleos quasi-partícula. Por simplicidade, consideramos $\tilde{w}_{\Delta}^2 \gg \omega^2$ que para o caso que estamos considerando é uma aproximação razoável. Os detalhes relativos as deduções destas expressões podem ser encontrados no apêndice B da referência[55].

^{‡‡} Π_{Δ} e Π_{reg} .

O termo regular do operador de polarização do pión apresenta uma forte dependência com relação ao modelo considerado. Como dissemos anteriormente, sua forma é obtida a partir de dados experimentais para átomos piônicos[61]. Em específico, consideramos

$$Re\Pi_{reg}(\omega, k, T = 0, \rho) = -0.5\omega^2\rho\Gamma_{\pi NN}^{2\alpha} + 0.5\rho\Gamma_{\pi NN}^{2\alpha} + 1.0\rho k^2\Gamma_{\pi NN}^{2\alpha} \quad (3.20)$$

com $\Gamma_{\pi NN} \approx 1$ e

$$Im\Pi_{reg} = 0.62\rho^2\Gamma_{\pi NN}^{2\alpha} + \frac{0.36\rho^2 k^2\Gamma_{\pi NN}^{2\alpha}}{[1 + \frac{1}{3}(2.30\rho - 0.56\rho^2)]^2} \quad (3.21)$$

Com esta prescrição, a emissividade Q^{denso} no meio nuclear denso passa a ser dada por:

$$Q^{denso} = \frac{16}{\pi^3}(k_B T)^{11} \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{m_\pi^8} M(\tau) \quad (3.22)$$

onde $M(\tau)$ é a integral adimensional com o operador de polarização do meio denso:

$$M(\tau) = \int_0^\infty \frac{x_1^4 dx_1}{e^{x_1} - 1} \int_0^\infty \frac{x_2^4 dx_2}{e^{x_2} - 1} \times \int_{\frac{2}{x_1 x_2} (m_\nu/k_B T)^2}^2 \frac{du(x_1 + x_2)u^3}{(2x_1 x_2 u \tau^2 - 1 - Re\Pi(\omega, k, T, \rho))^2 + (-Im\Pi(\omega, k, T, \rho))^2}, \quad (3.23)$$

onde tomamos $m_\nu/k_B T \ll 1$ e colocamos o limite inferior da integral como sendo zero. Comparando as expressões (2.72) e (3.22), obtemos a razão Q^{denso}/Q^{vacuo} :

$$\frac{Q^{denso}}{Q^{vacuo}} = 16\tau^8 \frac{M(\tau)}{J(\tau, \gamma, r)}. \quad (3.24)$$

A resolução numérica da integral para $M(\tau)$ fornece os resultados apresentados na tabela 3.1:

Na figura (3.1) apresentamos a razão Q^{denso}/Q^{vacuo} para três valores de densidade em função da densidade normal da matéria nuclear: $\rho = (0.5; 1; 2)\rho_0$. Usamos $m_N^* = (0.9; 0.85; 0.7)m_N$ para estas densidades. Como podemos observar, os efeitos do meio nuclear denso suprimem a emissividade de neutrinos por um fator de 6 a 7 ordens de magnitude, de acordo com as previsões de Raffelt e Seckel [11].

τ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$M(\tau)$ com $\rho = 0.5\rho_0$	881504	240194	39037	8471	2424	860	362	173	92	53
$M(\tau)$ com $\rho = \rho_0$	186745	56398	11031	2869	969	399	190	101	59	36
$M(\tau)$ com $\rho = 2\rho_0$	31565	11172	2907	951	383	180	95	54	33	21

Tabela 3.1: Resultados numéricos da integral $M(\tau)$. Estes resultados foram obtidos via quadratura gaussiana.

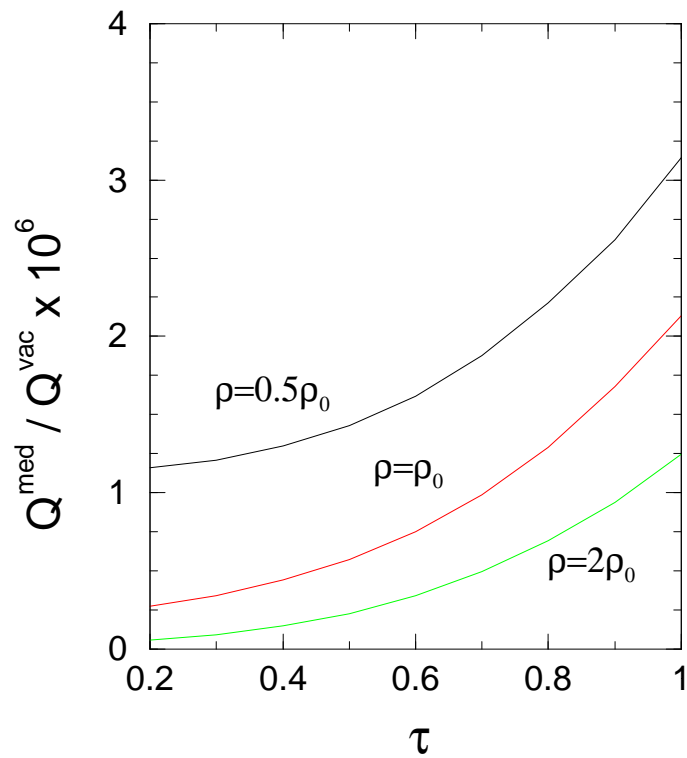


Figura 3.1: Razão entre as emissividades Q^{med}/Q^{vac} como função do parâmetro $\tau = (k_B T/m_\pi)$ para $\rho = 0.5\rho_0$, $\rho = \rho_0$ e $\rho = 2\rho_0$. Observe que a razão Q^{med}/Q^{vac} está multiplicada por um fator de 10^6 . Atenção : neste gráfico temos $Q^{denso} \equiv Q^{med}$ e $Q^{vacuo} \equiv Q^{vac}$.

Capítulo 4

Conclusões

4.1 Pólo do Píon no Vácuo

Embora a reação $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ seja menos relevante que outros processos no contexto de evolução estelar segundo o modelo padrão de partículas elementares, Fischback et al. [5] propuseram que, se os neutrinos possuem massa, a reação poderia ser intermediada por um pseudoescalar (como o π^0). Sendo assim, na faixa de temperaturas do núcleo de uma supernova por exemplo, a reação $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$ poderia ser muito importante devido ao caráter ressonante proporcionado pelo meio.

Natale [6] aplicou esta idéia aos dados da supernova SN1987A e obteve vínculos para $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})$ muito melhores que os disponíveis na literatura. Obteve também limites superiores para a massa dos neutrinos de acordo com os resultados experimentais da época. Raffelt e Seckel[11] questionaram a validade dos resultados obtidos por Natale, pois este realizou seus cálculos considerando um ambiente similar ao vácuo. Raffelt e Seckel argumentaram que no meio nuclear denso do núcleo de uma supernova, os píons seriam muito mais facilmente absorvidos pela matéria nuclear do que propriamente decairiam em um par $\nu\bar{\nu}$. Contudo, não apresentaram e nem mesmo sugeriram uma forma de levar em conta os efeitos do meio nuclear denso sobre o mecanismo de pólo do píon e desde então o problema ficou em aberto.

4.2 Pólo do Píon no Meio Nuclear Denso

O gráfico apresentado na figura (3.1) do capítulo 3, mostra que o mecanismo de pólo do píon é altamente suprimido neste ambiente. Qualitativamente, as razões para

esta grande supressão estão diretamente relacionadas a absorção dos píons no meio nuclear denso, conforme Raffelt e Seckel[11] apontaram. A largura de decaimento total do pión para energias e momentos apropriados aos que consideramos neste trabalho, cresce até dezenas de MeV dando uma contribuição várias ordens de magnitude maior que a contribuição do vácuo. Tal fato destrói o caráter altamente ressonante da reação no vácuo. Outra razão importante para a supressão do mecanismo é a dependência de energia e momento da parte real do operador de polarização do pión. As alterações que este termo provoca na massa do pión fazem com que as temperaturas necessárias para que o caráter ressonante da reação apareça sejam muito mais altas que as prescritas pelos modelos de supernovas.

Calculamos $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})/\Gamma_\pi$ nas condições do meio nuclear denso. A emissividade no meio nuclear denso será dada por:

$$Q^{denso} = \frac{16}{\pi^3} (1,164 \times 10^{82} \text{ erg}^{-6} \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}) (k_B T)^7 \left(\frac{\Gamma_1}{m_\pi}\right) \left(\frac{\Gamma_2}{m_\pi}\right) \left(\frac{k_B T}{m_\pi}\right)^4 \left(\frac{1 \text{ GeV}}{m_\pi}\right)^2 M(\tau) \quad (4.1)$$

onde o fator $k_B T$ deve ser fornecido em $ergs$. Realizando passos similares aos desenvolvidos no capítulo 2, obtemos

$$L_\nu^{denso} = 7.90 \times 10^{94} \left(\frac{\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})}{m_\pi}\right) \left(\frac{k_B T}{m_\pi}\right)^4 (k_B T)^7 M(\tau). \quad (4.2)$$

Usando novamente o vínculo para a luminosidade de neutrinos [6], temos

$$\frac{\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})}{\Gamma_\pi} \leq \frac{2.53 \times 10^{-42} m_\pi}{\tau^4 (k_B T)^7 M(\tau) \Gamma_\pi} \quad (4.3)$$

onde $M(\tau)$ é a integral para o meio nuclear denso. A tabela (4.1) apresenta estes resultados.

Comparando os resultados obtidos com o limite experimental $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})/\Gamma_\pi < 8.3 \times 10^{-7}$, vemos que o vínculo extraído inicialmente para o caso do vácuo é praticamente perdido. Considerando os dados de baixas temperaturas para $\rho = 2\rho_0$ obtemos inclusive um resultado pior que o experimental.

Desta forma, mostramos que de fato o mecanismo de pólo do pión é suprimido e portanto não é relevante para as condições físicas associadas ao núcleo de uma supernova. Espera-se para o futuro, aplicar o mecanismo de pólo do pión a estrelas

τ	0.3	0.4	0.5
$T(\text{MeV})$	40.5	54.0	67.5
$\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})/\Gamma_\pi$ para $\rho = 0.5\rho_0$	2.87×10^{-8}	5.59×10^{-9}	1.68×10^{-9}
$\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})/\Gamma_\pi$ para $\rho = \rho_0$	1.01×10^{-7}	1.65×10^{-8}	4.20×10^{-9}
$\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})/\Gamma_\pi$ para $\rho = 2\rho_0$	3.85×10^{-7}	4.97×10^{-8}	1.06×10^{-8}

Tabela 4.1: Resultados numéricos para $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})/\Gamma_\pi$ no vácuo.

de nêutrons, afim de estudar sua viabilidade como mecanismo de resfriamento. É interessante observar que vários modelos para física das estrelas de nêutrons prevêem a existência de estados condensados de píons. Nestas condições, o decaimento $\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$ pode ser relevante e fornecer novas informações a respeito da dinâmica do meio nuclear denso.

Referências

- [1] H.Y.Chiu and P.Morrison, Phys.Rev.Lett. **5**, 573 (1960).
- [2] T.P.Walker, G.Steigman, D.N.Schramm, K.A.Olive, and H.S.Kang, Astrophys.J. **376**, 51 (1991).
- [3] D.A.Dicus, Phys.Rev.D **6**, 941 (1972).
- [4] M.Gell-Mann, Phys.Rev.Lett. **5**, 70 (1961).
- [5] E. Fischback et al., Phys.Rev.D **13**, 1523 (1976).
- [6] A.A.Natale, Phys.Lett.B **258**, 227 (1991).
- [7] L.D.Landau and I.Ja.Pomeranchuk, Dokl.Akad.Nauk SSSR **92**, 535 (1953); **92**, 735 (1953). L.Stodolsky, in *Proceedings of the Sixth International Colloquium on Multiparticle Reactions* (Rutherford Laboratory, Oxford, 1975).
- [8] Particle Data Group, J.J.Hernández et al., Review of particle properties, Phys.Lett.B **239** (1990).
- [9] A.Perez and R.Gandhi, Phys.Rev.D **41**, 2374 (1990).
- [10] J.A.Grifols and E.Massó, Nucl.Phys.B **331**, 244 (1990).
- [11] G.G.Raffelt and D.Seckel, Phys.Rev.Lett. **67**, 2605 (1991).
- [12] E.M.Gregores, F.Mori, A.A.Natale, S.F.Novaes and D.Spehler, Phys.Rev.D **51**, 4587 (1995).
- [13] A.B.Migdal, *Theory of finite Fermi systems and properties of the atomic nucleus* (Wiley, New York, 1967); 2nd ed. (Nauka, Moscow, 1983).

- [14] Georg G. Raffelt, *Stars as Laboratories for Fundamental Physics: The Astrophysics of Neutrinos, Axions, and Other Weakly Interacting Particles*. (The University of Chicago Press 1997.)
- [15] G.G.Raffelt and D.Seckel, Phys.Rev.Lett. **60**, 1793 (1988).
- [16] G.G.Raffelt, *Particle Physics from the Stars*, hep-ph/9903472 24 Mar 1999.
- [17] K.Grotz and H.V.Klapdor, *The weak interaction in nuclear, particle and astrophysics*. (Bristol, Adam Hilger, IOP Publishing Ltd. 1990).
- [18] H.V.Klapdor-Kleingrothaus and K.Zuber, *Particle Astrophysics* (IOP Publishing 2000).
- [19] T.A.Weaver and S.E.Woosley, Ann.N.Y.Acad.Sci. **336**, 335 (1980).
- [20] G.W.Collins, *The Fundamentals of Stellar Astrophysics* (W.H.FREEMAN AND COMPANY 1989), capítulo 5.
- [21] S.Chandrasekhar, *An Introduction to the Study of Stellar Structure*, Chicago (University of Chicago Press 1939).
- [22] Franck H.Shu, *The Physical Universe: An Introduction to Astronomy*, (University Science Books 1982).
- [23] Hong-Yee Chiu, *Stellar Physics - Volume 1*, (Blaisdell Publishing Company 1962).
- [24] L.D.Landau and E.M.Lifschitz, *Lehrbuch der Theoret. Physik Bd. 4a, 5*, (Berlin, Akademie 1975).
- [25] R.K.Pathria, *Statistical Mechanics*, página 133. (Pergamon Press 1978).
- [26] W.D.Arnett, Astrophys.J.**218**, 815 (1977), Astrophys.J.Suppl. **35**, 145 (1977).
- [27] G.E.Brown, H.A.Bethe, and G.Baym, Nucl.Phys. **A375**, 481 (1982).
- [28] W.Hillebrandt 1988. *NEUTRINOS*, ed. H.V.Klapdor (Berlin:Springer) 285.

- [29] J.Cooperstein, H.A.Bethe, and G.E.Brown, Nucl.Phys.A **429**, 527 (1984).
- [30] E.Baron, J.Cooperstein and S.Kahana, Phys.Rev.Lett. **55**, 126 (1985).
- [31] H.A.Bethe and J.F.Wilson, Astrophys.J. **295**, 14 (1985).
- [32] J.R.Wilson et al., Ann.N.Y.Acad.Sci. **470**, 267 (1986).
- [33] S.A.Colgate, *Supernovae, Jerusalem Winter School 6* eds J.C.Wheeler, T.Piran and S.Weinberg (Singapore:World Scientific 1990) 249.
- [34] G.G.Raffelt, Mod.Phys.Lett.A **5**, 2581 (1990).
- [35] W.D.Arnett et al., Ann.Rev.Astron.Astrophys. **27**, 629 (1989).
- [36] J.N.Bahcall 1989. *Neutrino Astrophysics*, (Cambridge: Cambridge University Press).
- [37] R.A.Chevalier, Nature **355**, 691 (1992).
- [38] W.D.Arnett, Astrophys.J. **383**, 295 (1991).
- [39] N.Langer, Astron.Astrophys. **243**, 155 (1991).
- [40] I.Goldman et al., Phys.Rev.Lett. **60**, 1789 (1988).
- [41] E.N.Alekseev, L.N.Alexeyeva, I.V.Krivosheina and V.I.Volchenko, Phys.Lett.B **205**, 209 (1988).
- [42] A.Burrows and J.M.Lattimer, Astrophys.J. **307**, 178 (1986).
- [43] S.W.Bruen, Phys.Rev.Lett. **59**, 938 (1987).
- [44] R.Mayle, J.R.Wilson and D.N.Schramm, Astrophys.J. **318**, 288 (1987).
- [45] K.Sato and H.Suzuki, Phys.Rev.Lett. **58**, 2722 (1987).
- [46] R.Mayle, J.R.Wilson and D.N.Schramm, Nuovo Cimento **9C**, 443 (1986).
- [47] D.L.Tubbs and D.N.Schramm, Astrophys.J. **201**, 467 (1975).

- [48] S.L.Shapiro and S.A.Teukolsky, *Black holes, white dwarfs and neutrons stars* (Wiley, New York 1983).
- [49] M.S.Turner, Phys.Rev.Lett. **60**, 1797 (1988).
- [50] R.P.Brinkmann and M.S.Turner, Phys.Rev.D **38**, 2338 (1988).
- [51] J.Hufner, Phys.Rep. **21**, 1 (1976).
- [52] R.S.Mayer et al., Phys.Rev.Lett. **70**, 904 (1993).
- [53] H.A.Bethe, Phys.Rev. **55**, 436 (1939).
- [54] A.B.Migdal, *Nuclear Theory: The Quasiparticle Method*. (W.A. Benjamin, INC. 1967).
- [55] D.N.Voskresensky, Nucl. Phys. **A555**, 293 (1993).
- [56] A. B. Migdal, E. E. Saperstein, M. A. Troitsky and D. N. Voskresensky, Phys. Rep. **192** 179 (1990); Pion degrees of freedom in nuclear matter (Nauka, Moscow, 1991).
- [57] G.Gamow, Phys.Rev. **70**, 527 (1946); R.A.Alpher, H.Bethe, and G.Gamow, Phys.Rev. **73**, 803 (1948).
- [58] D.Pines, R.Tamagasaki and S.Tsuruta(eds.) 1992. *Neutron Stars*, Addison-Weley, N.Y..
- [59] D.N.Schramm 1987. *Int. symp. on lepton and photon interactions at high energies*, ed. W.Bartel and R.Rückl (North-Holland, Amsterdam, 1988) página 471.
- [60] A.A.Natale, V.Pleitez, A.Tacla, Phys.Rev.D **36**, 3278 (1987).
- [61] C.J.Batty, E.Friedman and A.Gal, Nucl.Phys. **A402**, 411 (1983).