

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

LUCAS DOS SANTOS FERREIRA

Mapeamento de órbitas em torno de luas do Sistema Solar.

Guaratinguetá
2021

LUCAS DOS SANTOS FERREIRA

Mapeamento de órbitas em torno de luas do Sistema Solar.

Trabalho de Pós-Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Pós-Graduação em Física da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado.

Co-orientador: Prof. Dr. Rafael Sfair.

Guaratinguetá

2021

F383m	Ferreira, Lucas dos Santos Mapeamento de órbitas em torno de luas do sistema solar / Lucas dos Santos Ferreira – Guaratinguetá, 2021. 167 f : il. Bibliografia: f. 116-119 Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2021. Orientador: Prof. Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado Coorientador: Prof. Dr. Rafael Sfair de Oliveira 1. Órbitas. 2. Satélites - órbitas. 3. Sondas espaciais. 4. Sistema solar. I. Título CDU 521.3(043)
-------	---

Luciana Máximo
Bibliotecária/CRB-8 3595

LUCAS DOS SANTOS FERREIRA

**ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
"MESTRE EM FÍSICA"**

PROGRAMA: FÍSICA

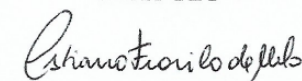
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO


Prof. Dr. Konstantin Georgiev Kostov
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


**Prof. Dr. ANTÔNIO FERNANDO BERTACHINI
DE ALMEIDA PRADO.**
Orientador/INPE


Prof. Dr. OTHON CABO WINTER
UNESP-FEG


Prof. Dr. CRISTIANO FIORILO DE MELO
Membro Externo/DEMEC - UFMG

Abril de 2021

DADOS CURRICULARES

LUCAS DOS SANTOS FERREIRA

NASCIMENTO 11/06/1995 - Muritiba / BA

FILIAÇÃO Edson Bomfim de Assis Ferreira
Adriana Santana dos Santos

2014/ 2018 Bacharelado em Física
Universidade Estadual de Feira de Santana

2019/2021 Mestrado em Física
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"

Dedico este trabalho às minhas avós, Perola e Sinhá, e minha tia Nize. (*In Memoriam*)

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, criador e doador da vida, sou grato por sua provisão e manutenção e por ter me permitido viver essa experiência. Agradeço pelos ensinamentos, os obstáculos e todas as etapas ocorridas até aqui. Agradeço à minha família, meus orientadores, amigos e irmãos em Cristo, professores e funcionários da FEG. Em especial:

Agradeço aos meus pais, Adriana e Edson, por todo amor, carinho e todo incentivo em acreditar que tudo isso seria possível.

A minha esposa Thamís por todo amor, companheirismo e dedicação. Sou grato por passarmos juntos todos esses anos e por essas realizações fazerem parte da nossa história.

Agradeço ao meu orientador, Professor Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, por toda a paciência em me orientar e por todos os ensinamentos e aprendizagem que o senhor de forma tão disposta me transmitiu. Agradeço ao meu coorientador professor Dr. Rafael Sfair que com toda paciência sempre esteve de prontidão para buscar me ajudar. Sou grato por todo o conhecimento e lições que aprendi com os senhores.

À professora Dr^a Silvia Maria Giuliatti Winter e ao professor Dr. Othon Cabo Winter, expresso meus agradecimentos por todos os ensinamentos e sugestões que contribuíram para este trabalho.

Aos meus amigos Ana Cecília e Rafael Ribeiro por toda a ajuda, apoio, carinho e amizade. Vocês contribuíram muito para esse momento.

Aos meus amigos Pedro e Lauro que sempre se fizeram presentes.

Aos meus tios e tias, em especial à Aline, Edinaildes e Wilson, e meu padrasto Leonel. Aos meus sogros, Tenisia e Mario, por toda confiança e generosidade a mim concedida, serei eternamente grato.

Sou grato a minhas avós, Perola e Sinhá, e minha tia Nize que durante suas vidas fizeram de todos os meus dias momentos inesquecíveis. Muito do que sou hoje devo a vocês.

Aos meus avós, Valdelice e Euclides, e a todos os meus familiares.

Aos irmãos em Cristo que de forma tão gentil nos receberam e nos ajudaram.

A todos os amigos, professores e funcionários que conheci na FEG. A CAPES pela ajuda financeira que tornou esse trabalho possível.

A todos vocês,

meu muito obrigado!

Este trabalho contou com o apoio da(s) seguinte(s) entidade(s): CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoa de Nível Superior.

"Nada temos a temer quanto ao futuro, a menos que nos esqueçamos como Deus tem nos conduzido no passado." Ellen G. White

Resumo

Esse trabalho tem como objetivo investigar a estabilidade de órbitas em torno de diversos satélites naturais do Sistema Solar. Considerando que o sistema foi normalizado, utilizamos o problema de três corpos (P3C) e investigamos os efeitos da perturbação devido aos planetas dos satélites naturais. Para isso utilizamos o pacote do integrador Rebound. As simulações foram escritas de forma a verificar a possibilidade de ejeção, a colisão com os corpos, principais ou a sobrevivência das sondas espaciais no tempo total de integração do problema. Além disso, foram simuladas órbitas em torno dos satélites naturais sobre os mais diversos regimes. As simulações localizaram zonas instáveis e estáveis. Considerando sondas em órbitas iniciais circulares, as dinâmicas em torno dos satélites naturais permitiram localizar intervalos em que os tempos de vida foram altos dependendo do semieixo maior inicial da órbita da sonda, fazendo com que essas sondas orbitassem esses satélites naturais por períodos de meses ou anos. Os estudos em função de I_0 e e_0 da sonda em torno desses satélites permitiram identificar que, de modo geral, a escolha da excentricidade inicial da órbita da sonda é importante para determinar a duração dos tempos de vida das órbitas. Pois, uma vez que o efeito Kozai tende a tornar as órbitas excêntricas, as órbitas iniciadas com menor excentricidade apresentaram tempos de vida altos. Foi observado também que a depender da altitude da órbita inicial da sonda, existe uma dominância ou um equilíbrio entre o argumento do pericentro e a longitude do nodo inicial que determinam condições com maiores tempos de vida. Nesse estudo, foi observado a existência de ilhas de estabilidade que foram consideradas regiões importantes, pois apresentam a possibilidade de missões com maiores durações em condições de altas excentricidades e/ou inclinações.

Palavras Chaves: Terceiro corpo, luas, órbitas, sonda, tempo de vida e estabilidade.

ABSTRACT

This work aims to investigate the stability of the orbits around several natural satellites in the Solar System. Considering that the system was normalized, it was used the three-body problem (P3C) and investigated the effects of the disturbance due to the planets of the natural satellites. For this purpose, the Rebound integrator package was used. The simulations were written in order to verify the possibility of ejection, the collision with the main bodies or the survival of space probes in the total time of integration of the problem. In addition, orbits around natural satellite were simulated in several conditions as well. The simulations located unstable and stable zones. Considering probes in initial circular orbits, the dynamics around the natural satellites allowed to locate intervals in which the lifetimes were high depending on the initial semi-major axis of the orbit of the probe, causing these probes to orbit these natural satellites for periods of months or years. The studies based on the I_0 and e_0 of the probe around these satellites allowed us to identify that, in general, the choice of the initial eccentricity of the orbit of the probe is important to determine the duration of the orbit life. Since the Kozai effect tends to make orbits eccentric, the orbits started with less eccentricity had high lifetimes. It was also observed that depending on the altitude of the probe's initial orbit, there is a dominance or a balance between the initial conditions of the argument of periapsis as well as the longitude of the ascending node that determine conditions with longer lifetime. In this study, it was observed the existence of islands of stability - considered important regions - as they present the possibility of missions with longer durations in conditions of high eccentricities and/or inclinations.

KEYWORDS: Third-body, probe, orbit, lifetime and stability.

Lista de Figuras

3.1	Esquema do potencial sobre uma partícula p devido a um corpo limitado com distribuição de massa ρ	10
4.1	Diagrama vetorial do problema de três corpos, contendo as massas m_1 e m_2 e a partícula p , com massa infinitesimal. Dois sistemas coordenados, centrados no centro de massa do sistema, estão presentes no diagrama. Um sistema é inercial, com eixos (ξ, η) e eixo ζ perpendicular a estes, e um outro sistema girante com eixos (x, y, z) e taxa angular de nt	14
5.1	Esquemas dos sistemas de referências utilizados no presente trabalho. Em (a) o satélite natural é a origem do sistema e no esquema em (b) é o planeta.	18
5.2	Esquemas das órbitas descritas pela sonda, corpo perturbador e satélite natural. (a) : satélite natural como centro do sistema de referência e (b) : planeta como centro do sistema de referência.	19
5.3	Fluxograma das simulações sujeitas apenas aos efeitos devido ao corpo perturbador.	25
5.4	Fluxograma das simulações considerando a perturbação do terceiro corpo e o achatamento do corpo central.	26
5.5	Mapas da estabilidade das sondas em torno da Lua expressa em dias em função da inclinação e excentricidade iniciais.	27
5.6	Mapas de tempos de vida das sondas em torno dos satélites naturais Io, Europa, Ganímedes, Callisto, Titã e Titânia em uma escala de dias em função da inclinação e excentricidade iniciais.	28
5.7	Mapas de tempos de vida das sondas em torno dos satélites naturais Tritão e Caronte em uma escala de dias em função da inclinação e excentricidade iniciais.	29
5.8	Mapas de tempos de vida, em dias, para alguns satélites naturais do Sistema Solar. Resultados apresentados por de Almeida Prado (2003), nas simulações o semieixo maior inicial das sondas é igual a 4 vezes o raio equatorial dos satélites.	30
5.9	Gráficos do comportamento do pericentro (ω) e do nodo (Ω) no tempo, em um intervalo de 14000 dias, considerando a ação do J_2 da Lua para a primeira condição de simulação.	31
5.10	Gráficos do comportamento do pericentro (ω) e do nodo (Ω) no tempo, em um intervalo de 14000 dias, considerando a ação do J_2 da Lua para a segunda condição de simulação.	32
5.11	Gráficos do comportamento do pericentro (ω) e do nodo (Ω) no tempo, em um intervalo de 14000 dias, considerando a ação do J_2 da Lua para a terceira condição de simulação.	32
7.1	Mapas de tempos de vida em função da inclinação e semieixo maior inicial da sonda, considerando órbitas iniciais circulares, em torno dos satélites Caronte e Reia.	37
7.2	Mapas de tempos de vida para inclinação e semieixo maior inicial da sonda, considerando órbitas iniciais circulares em torno dos satélites Titã e Ariel, considerando circular a órbita dos satélites em torno dos Planetas.	38

7.3	Gráfico das faixas de maiores tempos de vida das órbitas, em função do semieixo maior inicial. Os satélites naturais associados as letras podem ser identificados na TABELA (5).	39
7.4	Mapa de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda em torno de Caronte para diferentes valores de semieixo maior inicial da sonda, sendo R_s o raio equatorial de Caronte. A duração das órbitas é expressa em períodos orbitais do satélite natural em torno do planeta, sobre uma escala logarítmica de base 10.	41
7.5	Mapa de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda em torno de Titã para diferentes valores de semieixo maior inicial da sonda.	42
7.6	Mapa de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda em torno de Tritão para diferentes valores de semieixo maior inicial da sonda.	42
7.7	Mapas de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda em torno de Calisto e Europa para o semieixo maior da sonda $a_0 = 3,0R_s$	43
7.8	Mapas de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda em torno de Ganimedes e Oberon para diferentes valores de semieixo maior inicial da sonda.	44
7.9	Mapas de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda em torno de Encélado e Miranda para diferentes valores de semieixo maior inicial da sonda.	45
7.10	Mapa de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda em torno de Dione e Reia para diferentes valores de semieixo maior inicial da sonda.	46
7.11	Mapa de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda em torno de Tétis para diferentes valores de semieixo maior inicial da sonda.	47
7.12	Mapas de tempos de vida para as condições iniciais de inclinação e semieixo maior para a sonda em torno de Caronte e Calisto, considerando o satélite natural em uma órbita circular e com suas respectivas excentricidade.	48
8.1	Esquema do intervalo de razão de massa da ordem de 10^{-1} e 10^{-2} considerado nas simulações, enfatizando o satélite natural que faz parte da faixa de simulações.	50
8.2	Mapa de tempos de vida das órbitas em função da inclinação inicial, I_0 , e semi-eixo maior inicial, a_0 , da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 0,2\mu_{Caronte}$ e raio equatorial $R_s = 1,803326 \times 10^{-2}$. Considerando as órbitas iniciais da sonda circulares, logo $e_0 = 0,0$	51
8.3	Mapa de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda em torno de um satélite natural com $\mu_s = 0,2\mu_{Caronte}$ e raio equatorial $R_s = 1,803326 \times 10^{-2}$	52
8.4	Mapas de tempos de vida e ilhas de estabilidade em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda, para $a_0 = 3,0R_s$, em torno de um satélite natural com $\mu_s = 0,2\mu_{Caronte}$ e raio equatorial $R_s = 1,803326 \times 10^{-2}$	53
8.5	Mapa de tempos de vida e ilhas de estabilidade em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda, para $a_0 = 4,0R_s$, em torno de um satélite natural com $\mu_s = 0,2\mu_{Caronte}$ e raio equatorial $R_s = 1,803326 \times 10^{-2}$	53
8.6	Ilhas de estabilidade em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda, para $a_0 = 4,0R_s$, em torno de um satélite natural com $\mu_s = 0,2\mu_{Caronte}$ e raio equatorial $R_s = 1,803326 \times 10^{-2}$	54

8.7	Mapa de tempos de vida em função de ω_0 e Ω_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 0,2\mu_{Caronte}$ e raio equatorial $R_s = 1,803326 \times 10^{-2}$ a uma excentricidade de $e_0 = 0,1$, inclinação $I_0 = 65,0^\circ$ e semi-eixo maior inicial igual a $a_0 = 2,0R_s$	55
8.8	Mapas de tempos de vida em função de ω_0 e Ω_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 0,2\mu_{Caronte}$ e raio equatorial $R_s = 1,803326 \times 10^{-2}$ a uma excentricidade de $e_0 = 0,1$, inclinação $I_0 = 65,0^\circ$ e semi-eixo maior inicial igual a $a_0 = 5,0R_s$ e $a_0 = 7,0R_s$	56
9.1	Mapa de tempos de vida das órbitas em função de inclinação inicial, I_0 , e semieixo maior inicial, a_0 , da sonda com relação a um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$ e raio equatorial $R_s = 3.603647 \times 10^{-3}$, e considerando as órbitas iniciais da sonda circulares, $e_0 = 0,0$	58
9.2	Mapa de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$, o raio equatorial $R_s = 3.603647 \times 10^{-3}$ e um semieixo maior inicial $a_0 = 3,0R_s$	59
9.3	Mapa de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$, raio equatorial $R_s = 3.603647 \times 10^{-3}$ e semieixo maior inicial $a_0 = 5,0R_s$	59
9.4	Mapa de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$, raio equatorial $R_s = 3.603647 \times 10^{-3}$ e semieixo maior inicial $a_0 = 6,0R_s$	60
9.5	Mapas de tempos de vida em função de ω_0 e Ω_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$ e raio equatorial $R_s = 3.603647 \times 10^{-3}$ e semieixo maior inicial $a_0 = 2,0R_s$ e $a_0 = 7,0R_s$, com excentricidade $e_0 = 0,1$ e inclinação $I_0 = 65,0^\circ$	62
9.6	Mapa de tempos de vida em função de ω_0 e Ω_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$ e raio equatorial $R_s = 3.603647 \times 10^{-3}$ e semieixo maior inicial $a_0 = 15,0R_s$, com excentricidade $e_0 = 0,1$ e inclinação $I_0 = 65,0^\circ$	62
9.7	Mapa de tempos de vida das órbitas em função da inclinação inicial, I_0 , e semieixo maior inicial, a_0 , da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$ e raio equatorial $R_s = 6,803230 \times 10^{-3}$, considerando as órbitas iniciais da sonda circulares, $e_0 = 0,0$	64
9.8	Mapa de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$ o raio equatorial $R_s = 6,803230 \times 10^{-3}$ e semieixo maior inicial $a_0 = 2,0R_s$	65
9.9	Mapas de tempos de vida e ilhas em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$, o raio equatorial $R_s = 6,803230 \times 10^{-3}$ e semieixo maior inicial $a_0 = 3,0R_s$	65
9.10	Mapa de tempos de vida e ilhas em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$, o raio equatorial $R_s = 6,803230 \times 10^{-3}$ e semieixo maior inicial $a_0 = 4,0R_s$	66
9.11	Mapas de tempos de vida em função de ω_0 e Ω_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$, raio equatorial $R_s = 6,803230 \times 10^{-3}$ e semieixo maior inicial $a_0 = 2,0R_s$ e $a_0 = 7,0R_s$, com excentricidade $e_0 = 0,1$ e inclinação $I_0 = 65,0^\circ$	67

9.12	Mapa de tempos de vida em função de ω_0 e Ω_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$, raio equatorial $R_s = 6,803230 \times 10^{-3}$ e semieixo maior inicial $a_0 = 6,0R_s$, com excentricidade $e_0 = 0,1$ e inclinação $I_0 = 65,0^\circ$	67
10.1	Esquema do intervalo de razão de massa da ordem de 10^{-5} considerado nas simulações, enfatizando o satélite natural que faz parte da faixa de simulações.	69
10.2	Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da sonda em torno dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-5} , considerando o movimento do corpo orbitado pela sonda em uma órbita circular.	70
10.3	Mapa de tempos de vida para I_0 e e_0 da sonda em torno dos sistemas genéricos no intervalo $0,2\mu_{Gan} \leq \mu_s \leq 0,6\mu_{Gan}$ e com a densidade de Europa, para $a_0 = 3,0R_s$	71
10.4	Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da sonda em torno de sistemas genéricos da ordem de 10^{-5} , para diferentes a_0	72
10.5	Mapa de tempos de vida para I_0 e e_0 da sonda em torno de um satélite natural com $\mu_s = 0,2\mu_{Gan}$ e densidade de Oberon, considerando o movimento do corpo orbitado pela sonda em uma órbita circular, para a_0 entre $3,0R_s$ e $4,0R_s$	73
11.1	Esquema do intervalo de razão de massa da ordem de 10^{-6} considerado nas simulações, enfatizando o satélite natural que faz parte da faixa de simulações.	75
11.2	Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da sonda em torno dos sistemas genéricos no intervalo de $0,2\mu_{Reia} \leq \mu_s \leq 1,6\mu_{Reia}$ e densidade de Dione para $a_0 = 2,0R_s$ e $a_0 = 4,0R_s$	76
11.3	Mapa de tempos de vida para I_0 e e_0 da sonda em torno dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-6} , no intervalo de $0,2\mu_{Reia} \leq \mu_s \leq 1,6\mu_{Reia}$, considerando a densidade de Reia e $a_0 = 3,0R_s$	76
11.4	Mapeamento do tempos de vida de sondas em torno de sistemas com razão de massa da ordem de 10^{-6} , no intervalo $0,2\mu_{Reia} \leq \mu_s \leq 1,6\mu_{Reia}$, considerando que os sistemas possuem a mesma densidade de Tétis e $a_0 = 3,0R_s$	77
11.5	Esquema do intervalo de razão de massa da ordem de 10^{-7} considerado nas simulações, enfatizando o satélite natural que faz parte da faixa de simulações.	78
11.6	Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da sonda em torno dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-7} e densidade de Enceladus, considerando o movimento do corpo orbitado pela sonda circular em torno do corpo perturbador.	78
11.7	Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa da ordem de 10^{-7} , a densidade de Miranda e o intervalo $2,0R_s \leq a_0 \leq 4,0R_s$	79
11.8	Esquema do intervalo de razão de massa da ordem de 10^{-8} considerado nas simulações, enfatizando o satélite natural que faz parte da faixa de simulações.	80
11.9	Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da sonda em torno dos satélites naturais da ordem de 10^{-8} , para $a_0 = 3,0R_s$ e $a_0 = 4,0R_s$, considerando a densidade de Mimas e a órbita do satélite natural circular em torno do perturbador.	81
12.1	Evolução temporal dos elementos orbitais osculadores da órbita da sonda em torno de um corpo com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$, densidade de Caronte, e condições orbitais iniciais da sonda $a_0 = 4,0R_s$, $e_0 = 0,20$ e $I_0 = 60^\circ$. Sendo $A(t)$ a altitude da sonda em relação a superfície do satélite natural.	82

12.2	Evolução temporal dos elementos orbitais osculadores da órbita da sonda em torno de um satélite natural de razão de massa $\mu_s = 0,2\mu_{Titan}$, densidade de Titã, e condições orbitais iniciais da sonda $a_0 = 4,0R_s$, $e_0 = 0,25$ e $I_0 = 60^\circ$. Sendo $A(t)$ a altitude da sonda em relação a superfície do satélite natural.	83
12.3	Evolução temporal dos elementos orbitais osculadores da órbita da sonda em torno de um satélite natural de razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$, densidade de Titã, e condições orbitais iniciais da sonda $a_0 = 4,0R_s$, $e_0 = 0,21$ e $I_0 = 60^\circ$. Sendo $A(t)$ a altitude da sonda em relação a superfície do satélite natural.	84
12.4	Mapas de tempos de vida para I_0 e a_0 da sonda em torno dos corpos com razões de massa iguais a $0,2 \mu_{Caronte}$, $0,2 \mu_{Mir}$ e $0,2 \mu_{Reia}$	85
12.5	Mapas de tempos de vida para I_0 e a_0 da sonda em torno de um corpo com $\mu_s = 0,2 \mu_{Caronte}$ achatado no intervalo de $10^{-4} \leq J_2 \leq 10^{-1}$ e densidade de Caronte.	86
12.6	Mapas de tempos de vida para I_0 e a_0 da sonda em torno de um corpo com $\mu_s = 0,2 \mu_{Mir}$ achatado no intervalo de $10^{-4} \leq J_2 \leq 10^{-1}$ e densidade de Miranda.	87
12.7	Mapas de tempos de vida para I_0 e a_0 da sonda em torno de um corpo com $\mu_s = 0,2 \mu_{Reia}$ achatado no intervalo de $10^{-4} \leq J_2 \leq 10^{-1}$ e densidade de Dione.	88
A.1	Esquema do problema de dois corpos	96
A.2	Sistema de dois corpos em coordenadas polares.	98
A.3	Movimento orbital sobre o plano da órbita e com respeito a um referencial tridimensional.	99
A.4	Diagrama vetorial para o potencial, sobre uma partícula de massa M , gerado por uma partícula de massa M_c separadas pelo vetor distância relativa $\vec{r}_p$	101
A.5	Diagrama vetorial para o potencial, sobre uma partícula de massa M , gerado por N partículas.	102
B.1	Mapas de tempos de vida em função da inclinação e semi-eixo maior inicial para sondas em órbitas iniciais circulares em torno dos satélites naturais Caronte, Titã, Tritão, Ganimedes, Europa, Calisto, Ariel e Umbriel, que se encontram em órbitas circulares e excentricas em torno dos planetas. Nos presentes mapas e corresponde a excentricidade real dos satélites naturais em torno dos seus respectivos planetas.	107
B.2	Mapas de tempos de vida em função da inclinação e semi-eixo maior inicial para sondas em órbitas iniciais circulares em torno dos satélites naturais Titânia, Oberon, Tétis, Dione, Reia, Encélado, Proteu, Miranda e Mimas, que se encontram em órbitas circulares e excentricas em torno dos planetas. Nos presentes mapas e corresponde a excentricidade real dos satélites naturais em torno dos seus respectivos planetas.	108
B.3	Mapas de tempos de vida para as condições iniciais de inclinação e excentricidade para a sonda em torno de Caronte, (a)-(h) , e Titã, (i)-(p) , considerando os satélites naturais em uma órbita circular e com suas respectivas excentricidade. Nos presentes mapas e corresponde a excentricidade dos satélites naturais em torno dos planetas. Nos presentes mapas e corresponde a excentricidade dos satélites naturais em torno dos planetas	109

B.4	Mapas de tempos de vida para as condições iniciais de inclinação e excentricidade para a sonda em torno de Tritão, (a)-(h) , e Ariel, (i)-(p) , considerando os satélites naturais em uma órbita circular e com suas respectivas excentricidade. Nos presentes mapas <i>e</i> corresponde a excentricidade dos satélites naturais em torno dos planetas. Nos presentes mapas <i>e</i> corresponde a excentricidade dos satélites naturais em torno dos planetas	110
B.5	Mapas de tempos de vida para as condições iniciais de inclinação e excentricidade para a sonda em torno de Calisto, (a)-(h) , e Europa, (i)-(p) , considerando os satélites naturais em uma órbita circular e com suas respectivas excentricidade. Nos presentes mapas <i>e</i> corresponde a excentricidade dos satélites naturais em torno dos planetas. Nos presentes mapas <i>e</i> corresponde a excentricidade dos satélites naturais em torno dos planetas	111
B.6	Mapas de tempos de vida para as condições iniciais de inclinação e excentricidade para a sonda em torno de Ganimedes, (a)-(h) , e Oberon, (i)-(p) , considerando os satélites naturais em uma órbita circular e com suas respectivas excentricidade. Nos presentes mapas <i>e</i> corresponde a excentricidade dos satélites naturais em torno dos planetas . .	112
B.7	Mapas de tempos de vida para as condições iniciais de inclinação e excentricidade para a sonda em torno de Titânia, (a)-(h) , e Umbriel, (i)-(p) , considerando os satélites naturais em uma órbita circular e com suas respectivas excentricidade. Nos presentes mapas <i>e</i> corresponde a excentricidade dos satélites naturais em torno dos planetas. . .	113
B.8	Mapas de tempos de vida para as condições iniciais de inclinação e excentricidade para a sonda em torno de Dione, (a)-(h) , e Reia, (i)-(p) , considerando os satélites naturais em uma órbita circular e com suas respectivas excentricidade. Nos presentes mapas <i>e</i> corresponde a excentricidade dos satélites naturais em torno dos planetas.	114
B.9	Mapas de tempos de vida para as condições iniciais de inclinação e excentricidade para a sonda em torno de Tétis, (a)-(h) , e Encélado, (i)-(p) , considerando os satélites naturais em uma órbita circular e com suas respectivas excentricidade. Nos presentes mapas <i>e</i> corresponde a excentricidade dos satélites naturais em torno dos planetas. . .	115
B.10	Mapas de tempos de vida para as condições iniciais de inclinação e excentricidade para a sonda em torno de Miranda, (a)-(h) , e Proteu, (i)-(p) , considerando os satélites naturais em uma órbita circular e com suas respectivas excentricidade. Nos presentes mapas <i>e</i> corresponde a excentricidade dos satélites naturais em torno dos planetas. . .	116
B.11	Mapas de tempos de vida para as condições iniciais de inclinação e excentricidade para a sonda em torno de Mimas, considerando o satélite natural em uma órbita circular e com sua respectiva excentricidade em torno do planeta, sendo, nos mapas, <i>e</i> correspondente a excentricidade dos satélites naturais em torno dos planetas.	117

C.1	(a)-(g): Mapas de tempos de vida das órbitas em função de I_0 e a_0 da sonda em torno de corpos genéricos com razão de massa no intervalo de $0,4\mu_{Caronte} \leq \mu_s \leq 1,6\mu_{Caronte}$, considerando as órbitas iniciais da sonda circulares e a densidade dos corpos genéricos igual a densidade de Caronte; (h)-(r): Mapas de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de corpos genéricos com razão de massa no intervalo de $0,4\mu_{Caronte} \leq \mu_s \leq 1,6\mu_{Caronte}$ a um semi-eixo maior inicial na faixa de $2,0R_s \leq a_0 \leq 3,0R_s$	120
C.2	(a)-(g): Mapas de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de corpos genéricos com razão de massa no intervalo de $0,4\mu_{Caronte} \leq \mu_s \leq 1,6\mu_{Caronte}$ a um semi-eixo maior inicial na faixa de $4,0R_s$	121
C.3	(a)-(g): Mapas de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de corpos genéricos com razão de massa no intervalo de $0,4\mu_{Caronte} \leq \mu_s \leq 1,6\mu_{Caronte}$ a um semi-eixo maior inicial na faixa de $3,0R_s \leq a_0 \leq 4,0R_s$;	122
C.4	(a)-(d): Mapas de tempos de vida das órbitas em função de ω_0 e Ω_0 da sonda em torno de um corpo genérico com razão de massa $\mu_s = 0,2\mu_{Caronte}$ e raio equatorial $R_s = 1,803326 \times 10^{-02}$. Simulações realizadas para as condições iniciais $I_0 = 65^\circ$, $a_0 = 2,0R_s$ e excentricidade no intervalo de $0,0 \leq e_0 \leq 0,4$, (e)-(p): Mapas de tempos de vida das órbitas em função de ω_0 e Ω_0 da sonda em torno de um corpo genérico com razão de massa $\mu_s = 0,2\mu_{Caronte}$ e raio equatorial $R_s = 1,803326 \times 10^{-02}$. Simulações realizadas sobre as condições iniciais $I_0 = 65^\circ$, $e_0 = 0,1$ e semi-eixo maior inicial na faixa de $3,0R_s \leq a_0 \leq 16,0R_s$	123
C.5	(a)-(e): Mapas de tempos de vida das órbitas em função de I_0 e a_0 da sonda em torno de corpos genéricos com razão de massa no intervalo de $10\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$, considerando as órbitas iniciais da sonda circulares e a densidade dos corpos genéricos igual a densidade de Titã; (f)-(t): Mapas de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de corpos genéricos com razão de massa no intervalo de $10\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$ a um semi-eixo maior inicial na faixa de $2,0R_s \leq a_0 \leq 4,0R_s$ e densidade de Titã.	125
C.6	(a)-(k): Mapas de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de corpos genéricos com razão de massa no intervalo de $10\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$ a um semi-eixo maior inicial na faixa de $4,0R_s \leq a_0 \leq 6,0R_s$	126
C.7	Mapas de tempos de vida das órbitas em função de ω_0 e Ω_0 da sonda em torno de um corpo genérico com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$ e raio equatorial $R_s = 3,603647 \times 10^{-03}$. Simulações realizadas para as condições iniciais $I_0 = 65^\circ$, $a_0 = 2,0R_s$ e excentricidade no intervalo de $0,0 \leq e_0 \leq 0,4$	126
C.8	(a)-(e): Mapas de tempos de vida das órbitas em função de ω_0 e Ω_0 da sonda em torno de um corpo genérico com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$ e raio equatorial $R_s = 3,603647 \times 10^{-3}$. Simulações realizadas sobre as condições iniciais $I_0 = 65^\circ$, $e_0 = 0,1$ e semi-eixo maior inicial na faixa de $3,0R_s \leq a_0 \leq 16,0R_s$	127

C.9	(a)-(e): Mapas de tempos de vida das órbitas em função de I_0 e a_0 da sonda em torno de corpos genéricos com razão de massa no intervalo de $10\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$, considerando as órbitas iniciais da sonda circulares, $e_0 = 0,0$, e a densidade dos corpos genéricos igual a densidade de Tritão; (f)-(s): Mapas de tempos de vida e ilhas de estabilidade em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de um corpos genéricos com razão de massa no intervalo de $10\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$, e densidade de Tritão, a um semi-eixo maior inicial na faixa de $2,0R_s \leq a_0 \leq 3,0R_s$	128
C.10	Mapas de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de um corpos genéricos com razão de massa no intervalo de $10\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$, e densidade de Tritão, a um semi-eixo maior inicial de $4,0R_s$	129
C.11	(a)-(d): Mapas de tempos de vida das órbitas em função de ω_0 e Ω_0 da sonda em torno de um corpo genérico com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$ e raio equatorial $R_s = 6,803230 \times 10^{-3}$. Simulações realizadas para as condições iniciais $I_0 = 65^\circ$, $a_0 = 2,0R_s$ e excentricidade no intervalo de $0,0 \leq e_0 \leq 0,4$, (e)-(q): Mapas de tempos de vida das órbitas em função de ω_0 e Ω_0 da sonda em torno de um corpo genérico com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$ e raio equatorial . Simulações realizadas sobre as condições iniciais $I_0 = 65^\circ$, $e_0 = 0,1$ e semi-eixo maior inicial na faixa de $3,0R_s \leq a_0 \leq 16,0R_s$	130
C.12	Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-5} e densidade de Ariel para $a_0 = 2R_s$, (a)-(f) , $3R_s$, (g)-(l) , e $4R_s$, (m)-(r)	132
C.13	Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-5} e densidade de Europa com $a_0 = 2R_s$, (a)-(b) e $4R_s$, (c)	133
C.14	Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-5} e densidade de Titânia com $a_0 = 2R_s$, (a)-(c) , $3R_s$, (d) , e $4R_s$, (e)-(g)	134
C.15	Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-5} e densidade de Umbriel $a_0 = 2R_s$, (a)-(b) , $3R_s$, (c)-(h) , e $4R_s$, (i)-(n)	135
C.16	Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-5} e densidade de Ganimedes para $a_0 = 2R_s$, (a)-(b) , $3R_s$, (c) , e $4R_s$, (d)	136
C.17	Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-5} e densidade de Calisto para $a_0 = 2R_s$, (a)-(b) , $3R_s$, (c) , e $4R_s$, (d)	136
C.18	Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-5} e densidade de Oberon para $a_0 = 2$, (a)-(b) , 3 , (c) e $4R_s$, (d) , considerando que o corpo orbitado pela sonda encontra-se em uma órbita circular em torno do corpo perturbador.	137
C.19	Mapas de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos corpos genéricos da ordem de 10^{-6} e densidade de Tétis para $a_0 = 2R_s$, (a)-(c) , $3R_s$, (d) , e $4R_s$, (e)	138

C.20	Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-6} e densidade de Reia para $a_0 = 2R_s$, (a)-(b) , $3R_s$, (c) , e $4R_s$, (d)-(k) .	139
C.21	Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-6} e densidade de Dione para $a_0 = 2R_s$, (a)-(c) , $3R_s$, (d)-(k) , e $4R_s$, (l)-(s) .	140
C.22	Mapas de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos corpos genéricos da ordem de 10^{-7} e densidade de Encélado para $a_0 = 2R_s$, (a)-(e) , $3R_s$, (f)-(g) e $4R_s$, (h)-(i) .	141
C.23	Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-7} e densidade de Miranda para $a_0 = 2R_s$, (a) , $3R_s$, (b) , e $4R_s$, (c) .	142
C.24	Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos corpos genéricos da ordem de 10^{-7} e densidade de Proteu para $a_0 = 2R_s$, (a)-(e) , $3R_s$, (f)-(g) , e $4R_s$, (h)-(j) .	142
C.25	Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-8} e densidade de Mimas para $a_0 = 2, 3$ e $4R_s$, considerando que o corpo orbitado pela sonda encontra-se em uma órbita circular em torno do corpo perturbador. Os semi-eixos maiores estão organizados de modo que (a)-(f) : $a_0 = 2,0R_s$; (g) : $a_0 = 3,0R_s$ e (h) : $a_0 = 4,0R_s$.	143

Lista de Tabelas

1	Dados coletados para os principais satélites naturais conhecidos. As colunas contêm os raios dos satélites naturais (R_s), suas massas (m_s) e seus semieixos maiores, (a_s), em unidade convencionais. Além das razões de massa (μ_s), mostra-se suas densidades normalizadas (ρ_n) e os raios equatoriais normalizados do satélite (R_{sn}) e do planeta (R_{pn}).	21
2	Tabela das condições normalizadas para os satélites naturais Io, Europa, Ganimedes, Callisto, Titã, Titania, Tritão, Caronte e a Lua, utilizados nas simulações com o Rebound.	29
3	Condições iniciais para a sonda e o sistema satélite-planeta para as simulações incluindo os testes do achatamento.	31
4	Blocos de simulações, para os sistemas genéricos, contendo os limites, inferior e superior, para os intervalos de razão de massa e as densidades normalizadas consideradas nos estudos. Sendo μ_{min} , μ_{max} e $\Delta\mu$ corresponde a menor e maior razão de massa e o passo dentro do intervalo, ρ é a densidade utilizada no intervalo expressa em termos do satélite natural correspondente ao valor da densidade.	34
5	Satélites naturais presentes no gráfico da FIGURA (7.3)	40
6	Tabela contendo os tempos máximos obtidos nas regiões de maior estabilidade, regiões em cinza, para os mapas no intervalo de $10\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$, FIGURA (C.1) no Anexo C em termos de períodos orbitais dos satélites naturais.	51
7	Tabela contendo os tempos máximos e mínimos, em períodos do satélite natural em torno do perturbador, obtidos nas regiões de maior estabilidade, regiões em cinza, nos mapas no intervalo de $10\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$, FIGURA (C.5) no Anexo C.	58
8	Tabela contendo as durações, mínimas e máximas, das órbitas, em períodos orbitais do satélite natural, obtidos nas regiões de maior estabilidade, regiões em cinza, nos mapas no intervalo de $10\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$ para um semieixo maior inicial $a_0 = 5,0R_s$, FIGURA (C.6) no Anexo C.	60
9	Tabela contendo as durações, mínimas e máximas, das órbitas, em períodos orbitais do satélite natural, obtidos nas regiões de maior estabilidade, nos mapas no intervalo de $10\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$ para um semieixo maior inicial $a_0 = 6,0R_s$, FIGURA (C.6) no Anexo C.	60
10	Tempos máximos e mínimos obtidos nas regiões de maior estabilidade, regiões em cinza, nos mapas dos satélites naturais no intervalo de $5\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$, considerando a densidade dos corpos a mesma densidade de Tritão. A duração das órbitas são expressas em termos de períodos orbitais dos respectivos satélites naturais em torno de seus corpos perturbadores. . .	64
11	Condições orbitais com maiores diferenças entre as simulações considerando a órbita do satélite em torno do planeta circular e com sua excentricidade real. As diferenças temporais são expressas em termos de períodos orbitais dos satélites naturais e as diferenças positivas correspondem a ganhos nos tempos de vida das órbitas ao considerar a excentricidade real dos satélites naturais.	118

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Objetivos	2
1.2	Organização do Trabalho	2
2	Revisão Bibliográfica	4
3	O Problema de dois corpos e o achatamento do corpo central	9
3.1	Problema de dois corpos perturbado.	9
3.2	O problema da não esfericidade dos corpos.	10
3.2.1	O problema do achatamento do corpo central.	10
4	O problema restrito de três corpos	14
4.1	Formalismo matemático do problema circular restrito de três corpos.	14
5	Levantamento de dados e uso do integrador Rebound	18
5.1	Modelagem do problema e banco de dados.	18
5.2	Integrador Rebound	22
5.3	Implementação computacional	22
5.3.1	Dados de entrada.	23
5.3.2	O Achatamento do corpo central e os critérios de colisão e ejeção.	23
5.3.3	Fluxograma das simulações.	24
5.4	Validações e testes dos simuladores.	27
5.4.1	Simulações - de Almeida Prado (2003)	27
5.4.2	Validação das Simulações - J2	31
6	Regime de simulações	32
7	Mapeamento da estabilidade de órbitas ao redor de luas do Sistema Solar.	36
7.1	Estudo de órbitas iniciais circulares em torno dos satélites naturais.	36
7.2	Estudo de órbitas iniciais circulares e excêntricas em torno dos satélites naturais.	40
7.2.1	Caronte.	40
7.2.2	Titã e Tritão.	41
7.2.3	Ariel, Calisto, Europa, Ganimedes, Oberon, Titânia e Umbriel.	43
7.2.4	Encélado, Miranda e Proteu.	45
7.2.5	Dione, Reia e Tétis.	46
7.2.6	Mimas.	47
7.3	Estudo da influência da excentricidade dos satélites naturais nas órbitas das sondas.	47
8	Mapeamento da estabilidade de órbitas perturbadas pelo terceiro corpo em torno de satélites naturais com razão de massa da ordem de 10^{-1} e 10^{-2}.	50
8.0.1	Estudo de I_0 e a_0	50

8.0.2	Estudo de I_0 e e_0	52
8.0.3	Estudo do ω_0 e Ω_0	55
9	Mapeamento da estabilidade de órbitas perturbadas pelo terceiro corpo em torno de satélites naturais com razão de massa da ordem de 10^{-3}.	57
9.1	Sistemas com razão de massa da ordem de 10^{-3} - Densidade de Titã.	57
9.1.1	Estudo de I_0 e a_0	57
9.1.2	Estudo de I_0 e e_0	58
9.1.3	Estudo do ω_0 e Ω_0	61
9.2	Sistemas com razão de massa da ordem de 10^{-3} - Densidade de Tritão.	63
9.2.1	Estudo de I_0 e a_0	63
9.2.2	Estudo de I_0 e e_0	64
9.2.3	Estudo do ω_0 e Ω_0	66
10	Mapeamento da estabilidade de órbitas perturbadas pelo terceiro corpo em torno de satélites naturais com razão de massa da ordem de 10^{-5}.	69
10.1	Sistemas com a densidade de Ariel.	69
10.2	Sistemas com a densidade de Calisto.	70
10.3	Sistemas com a densidade de Europa.	70
10.4	Sistemas com a densidade de Ganimedes.	71
10.5	Sistemas com a densidade de Oberon.	72
10.6	Sistemas com a densidade de Titânia.	73
10.7	Sistemas com a densidade de Umbriel.	73
11	Mapeamento da estabilidade de órbitas perturbadas pelo terceiro corpo em torno de satélites naturais com razão de massa no intervalo orden entre 10^{-6} à 10^{-8}.	75
11.1	Estudo dos sistemas com razão de massa da ordem de 10^{-6}	75
11.1.1	Sistemas com a densidade de Dione.	75
11.1.2	Sistemas com a densidade de Reia.	76
11.1.3	Sistemas com a densidade de Tétis.	77
11.2	Sistemas com razão de massa da ordem de 10^{-7}	78
11.2.1	Sistemas com a densidade de Enceladus.	78
11.2.2	Sistemas com a densidade de Miranda.	79
11.2.3	Sistemas com a densidade de Proteu.	80
11.3	Sistemas com razão de massa da ordem de 10^{-8} - Densidade de Mimas.	80
12	Estudo da evolução orbital das trajetórias e do achatamento dos satélites	82
12.1	Estudo das regiões de ilhas de estabilidade	82
12.2	Primeiros resultados considerando o achatamento dos satélites	85
13	Conclusões	89

A Anexo Teórico.	96
A.1 Modelo matemático do problema de dois corpos (P2C).	96
A.2 Problema de dois corpos perturbado	100
A.3 O problema do achatamento do corpo central.	101
A.3.1 O potencial da força.	101
A.3.2 A expansão em polinômios de Legendre.	102
A.3.3 As taxas de precessão e regressão.	104
A.4 Formalismo matemático do problema circular restrito de três corpos.	105
B Anexo I- Satélites naturais	107
C Anexo II - Sistemas genéricos	120
C.1 Razões de massa da ordem de 10^{-1} e 10^{-2}	120
C.2 Razões de massa da ordem de 10^{-3}	125
C.3 Razões de massa da ordem de 10^{-5}	132
C.4 Razões de massa da ordem de 10^{-6}	138
C.5 Razões de massa da ordem de 10^{-7}	141
C.6 Razões de massa da ordem de 10^{-8}	143

1 Introdução

As missões espaciais, como a Cassini-Huygens e as Voyager 1 e 2, lançadas com o objetivo de desvendar o Sistema Solar, demonstraram um vasto cenário de corpos e sistemas a serem estudados de forma a contribuir para diversas áreas do conhecimento científico. Satélites naturais com atividades vulcânicas, presença de água, processos químicos e atmosfera, ou mesmo sistemas de asteroides têm despertado o interesse da comunidade científica durante anos. Através do estudo e reconhecimento desses corpos, é vista a possibilidade de compreender processos relevantes para a Terra ou mesmo relacionados a formação dos corpos do Sistema Solar. Entre os diversos alvos de estudo, a exploração de satélites naturais como Titã tem sido defendida. Muitos cientistas veem na exploração dessa lua a oportunidade de investigar os processos químicos realizados em sua atmosfera (Sulaiman et al., 2019). Encélado também é um sistema em potencial para exploração. Ele apresenta um oceano no interior de sua crosta congelada e, com base em dados produzidos pela Cassini e analisados por diversos trabalhos como (Waite et al., 2017), as estruturas produzidas pelos gêiseres presentes no satélite apresentam uma oportunidade de investigar questões como habitabilidade e funcionamento do Sistema Solar (Konstantinidis et al., 2015). Os satélites naturais Europa, Ganimedes e Callisto também são incluídos em possíveis missões. Entre as expectativas dessas missões estão investigar as propriedades das crostas lunares congeladas, a investigação da atmosfera, quando presente, e estudos sobre os campos magnéticos lunares e seus efeitos sobre os outros corpos próximos (dos Santos et al., 2017). Outras luas como Dione (Gonçalves et al., 2019) e sistemas de asteroides (Oliveira & Prado, 2020) também têm sido cenários considerados de investigação. Diante das investigações científicas propostas, o mapeamento e estudo de órbitas estáveis em torno desses sistemas faz parte dos processos necessários para o bom funcionamento da missão, tornando possível a realização de todos os objetivos científicos propostos.

Estão previstas diversas missões para os Satélites naturais e asteroides do Sistema Solar até 2029. A missão Psique que está prevista para 2022 terá como objetivo estudar o asteroide de mesmo nome que é composto de metal, ele está situado no cinturão principal de asteroide entre Marte e Júpiter e é classificado como asteroide tipo *M* (NASA, 2021b). O estudo desse corpo irá auxiliar nas pesquisas de formação planetária dos planetas rochosos. A sonda contará com um sistema elétrico de propulsão (Hart et al., 2018) e irá orbitar psique por 21 meses, mapeando e estudando as propriedades desse importante asteroide. Em 2026, será o lançamento da missão Dragonfly. Essa missão terá como alvo o satélite natural Titã. A composição química-orgânica da superfície e da atmosfera dessa lua serão investigadas (Lorenz, 2021) com a ajuda de uma espécie de drone, o qual fará medições em pontos estratégicos de Titã.

Ainda para antes do fim dessa década, a NASA irá enviar uma sonda a qual orbitará Júpiter e realizará diversos flybys por Europa (NASA, 2021a), com o objetivo de mapear a maior parte dessa importante lua, a qual acredita-se haver um oceano subterrâneo. Essa sonda será equipada com câmeras e espectrômetros que auxiliaram na produção de mapas da superfície de Europa, contara também com um radar que irá realizar buscas abaixo das camadas de gelo com o objetivo de encontrar água no estado líquido. Calisto e Ganimedes serão visitados com

base no cronograma da missão JUICE . Em Ganimedes será estudado o seu campo magnético e sua interação com o campo magnético de Júpiter. Já em Calisto serão investigadas as crateras de sua superfície, e a composição química de suas rochas (ESA, 2021). A missão JUICE será realizada pela Agência Espacial Europeia e está prevista para 2022.

1.1 Objetivos

Desta forma, o presente trabalho tem como objetivo contribuir com as investigações de órbitas para sondas e outros veículos espaciais em torno dos diversos satélites naturais do Sistema Solar, gerando resultados também para órbitas em torno de outros sistemas que apresentem interesse potencial e características próximas às investigadas. Assim, buscamos mapear as regiões de estabilidade em torno desses satélites e sistemas. Para isso, faremos uma revisão bibliográfica e um levantamento de dados sobre as características dos principais satélites naturais. Dentro dessa linha de pesquisa, implementaremos um sistema adimensional usando a modelagem dada pelo problema de três corpos (P3C). Através desse sistema podemos investigar fenômenos como as perturbações devido à atuação do terceiro corpo e, posteriormente, efeitos como a não homogeneidade da massa dos satélites naturais, em particular em como isso afeta o tempo de vida útil das órbitas, o qual corresponde ao intervalo de tempo entre a implementação da sonda em sua órbita inicial e sua colisão, ejeção ou sobrevivência ao tempo total de integração. Essas simulações foram desenvolvidas utilizando o pacote de integração “Rebound”, verificando, a cada integração, ejeções, colisões com satélite natural ou a estabilidade dessas órbitas. As investigações realizadas buscaram varrer faixas para os elementos keplerianos das sondas (a_0 , e_0 , I_0 , ω_0 e Ω_0) investigando a estabilidade destas para tempos específicos, expressos em termos do período orbital dos satélites em torno de seus respectivos planeta.

Além dos elementos orbitais das sondas, esse mapeamento investigou diversas faixas e intervalos para a razão de massa, densidade e raio dos satélites estudados, varrendo assim uma gama de sistemas possíveis. De modo geral, o trabalho buscou determinar as melhores configurações iniciais para as quais as sondas devem ser submetidas para que sua órbita seja estável e haja um tempo de observação suficiente para a realização da missão, não havendo a perda do veículo antes do tempo previsto para a realização das atividades científicas.

1.2 Organização do Trabalho

O presente trabalho está dividido de forma a apresentar uma breve revisão bibliográfica no Capítulo 2. Posteriormente, no Capítulo 3, uma breve discursão sobre o problema de dois corpos (P2C), realizada sobre dois regimes: sobre um sistema não perturbado e outro na presença de possíveis perturbações será realizada. No mesmo Capítulo, as considerações devido ao corpo central apresentar uma não uniformidade em sua massa será apresentada. Assim, serão realizadas as deduções matemáticas e descritas as implicações físicas devido ao achatamento do corpo principal. O problema de 3 corpos (P3C) é descrito no Capítulo 4, onde serão realizadas as deduções das equações da dinâmica e as implicações da presença

de um terceiro corpo no sistema. Após os formalismos matemáticos, o Capítulo 5 apresenta o integrador Rebound, ferramenta computacional que foi utilizada nas simulações numéricas. Será feita uma breve apresentação do integrador e, em seguida, serão mostradas as implementações realizadas no programa que foram feitas para construir os sistemas que serão estudados no presente trabalho, finalizando com as verificações para a validação do simulador. Os Capítulos de 6 á 11 apresentam os resultados obtidos nas investigações em torno dos satélites naturais conhecidos e para diversos sistemas contendo o terceiro corpo, sendo as abordagens sem o achatamento do satélite natural. O Capítulo 12 apresentará as evoluções temporais de algumas órbitas e resultados com a investigação das órbitas considerando o achatamento do satélite natural. Por fim, o Capítulo 13 trará algumas conclusões.

2 Revisão Bibliográfica

O estudo dos efeitos das perturbações nos mais diversos sistemas orbitais tem sido investigado ao longo dos anos. Especificadamente, o efeito da perturbação do terceiro corpo apresenta uma longa trajetória de estudos, análises e resultados que começaram desde a determinação das primeiras parcelas da função perturbadora até as presentes abordagens analíticas e computacionais. Entre os trabalhos nessa área, na década de 60, considerando sistemas com pequenas excentricidades e inclinações entre os corpos Spitzer (1950) fez uso de termos da Teoria de Hill-Brown para estudar os efeitos em um problema de três corpos. Kozai (1959), ao considerar os efeitos gravitacionais do Sol e da Lua no movimento de um satélite artificial em torno da Terra desenvolveu, em termos dos elementos keplerianos da sonda, do Sol e da Lua, os principais termos seculares e de longo período da função perturbadora. Ele também investigou os efeitos seculares sobre asteroides com altas inclinações e excentricidade, levando em consideração perturbações provenientes de Júpiter (Kozai, 1959). Também foram realizadas investigações sobre as contribuições dos efeitos da Lua e do Sol (luni-solar) por Blitzer (1959), que contribuiu com estudos considerando órbitas de baixa altitude em torno da Terra. Seus resultados demonstraram um movimento de precessão do plano da órbita. Entretanto, seus resultados apresentavam considerações apenas para os termos seculares.

Ao determinar termos da função perturbadora considerando os efeitos luni-solares, Kaula (1962) apresentou sua parcela nos estudos. Um ano depois, Kozai (1963) mapeou órbitas estáveis e instáveis considerando o estudo da dinâmica de uma órbita ao redor da Lua, considerando a heterogeneidade de sua massa. Entre os estudos realizados por Roy (1969), ele obteve tais perturbações para um veículo espacial que orbita a Terra adaptando uma teoria analítica proposta inicialmente para o estudo de um satélite artificial lunar. Seus resultados apresentaram uma precisão considerável, que permitia o uso dessa abordagem para satélites com relativa distância da Terra. Considerando o achatamento do Planeta, Kozai (1965) contribuiu com termos indiretos do potencial perturbador e, em (Kozai, 1973), ele apresentou outras alternativas para a obtenção dos efeitos perturbativos devido ao Sol e a Lua. Mostrando a significância das perturbações do Sol e da Lua em órbitas fechadas com inclinações críticas, Hough (1981) realizou estudos considerando essas perturbações em satélites artificiais com altas altitudes.

Observando as abordagens para o estudo das perturbações do terceiro corpo, muitos trabalhos fizeram uso de médias e expansões em termos de uma série de polinômios de Legendre. Essas médias são normalmente realizadas em função do movimento médio do satélite artificial ou partícula e sobre o movimento médio do terceiro corpo. Dependendo da quantidade de médias realizadas, esses métodos são classificados como de dupla média ou média única. Sobre o uso das médias, Liu et al. (2012) demonstram que esses métodos já despertavam interesse em muitos pesquisadores e continua sendo um tópico muito pesquisado. Assim, fazendo uso, até segunda ordem, da expansão em polinômios de Legendre, Broucke (1992) obteve a função perturbadora proveniente do terceiro corpo. Posteriormente Prado & Costa (1998) e da Costa & de Almeida Prado (2000) foram responsáveis por obter o potencial perturbador realizando a expansão dos polinômios até a quarta ordem e para ordens superiores, respectivamente.

Tendo um potencial perturbador expandido até a segunda ordem e usando o método de dupla média, sobre o período do satélite e do terceiro corpo, Broucke (2003) obteve resultados ao analisar a ação a longo prazo do terceiro corpo sobre um satélite artificial com massa desprezível, obtendo resultados que permitiram determinar regiões com órbitas circulares e elípticas com baixa variação da excentricidade, bem como órbitas congeladas e elípticas.

Mencionando a importância do estudo de sondas e satélites artificiais e considerando as possíveis perturbações provenientes da ação de um terceiro corpo, de Almeida Prado (2003) estudou a evolução orbital de sondas em torno dos mais importantes satélites naturais do Sistema Solar, incluindo a Lua e os satélites Galileanos de Júpiter. Suas investigações buscavam localizar as condições iniciais que garantiriam a sobrevivência da órbita mesmo diante das perturbações sofridas pela ação do terceiro corpo. Nesse sentido os tempos de vida útil dessas orbitas foram estimados para cada satélite natural, sendo verificada também a existência de órbitas equatoriais e congeladas.

Órbitas congeladas são aquelas que apresentam a característica de conservar o argumento do pericentro e a excentricidade. Elas apresentam bastante interesse científico quando se trata de órbitas lunares, pois elas permitem que o veículo passe sempre por uma dada latitude com uma mesma altura em relação a superfície do satélite natural (Carvalho et al., 2010). Assim como elas, as órbitas quase polares e de baixa altitude são extremamente relevantes na realização de missões de observação, uma vez que permitem uma boa cobertura do objeto (Carvalho et al., 2012). Órbitas com inclinação crítica, bem como sistemas considerando os efeitos devidos aos potenciais harmônicos zonais e setoriais, também tem sido investigadas ao longo dos anos (Carvalho et al., 2010).

Através de um modelo de dupla média com expansão em polinômios de Legendre até segunda ordem, Domingos et al. (2008) trazem uma abordagem semi-analítica em conjunto com simulações numéricas com o objetivo de estudar a perturbação orbital produzida por um terceiro corpo sobre uma sonda espacial. Esse estudo ajuda no cenário dessas missões, pois supre a ausência de formulações que considere a influencia da excentricidade do perturbador, de forma explícita, na função perturbadora, assim como executa também um estudo numérico de sistemas de três corpos onde o corpo perturbador se encontra em órbita elíptica. O presente trabalho, com base em estudos anteriores (de Almeida Prado, 2003); (Broucke, 2003) e (Murison, 1989), estuda a permanência de um satélite artificial em órbitas quase circulares e tridimensionais em torno da Lua considerando a ação da Terra, como terceiro corpo, levando em conta, na expressão da função perturbadora, a excentricidade do corpo perturbador, e o fato do satélite natural apresentar uma distribuição heterogênea de massa. Os resultados permitiram concluir que o incremento de excentricidade na órbita do perturbador é responsável por provocar oscilações na excentricidade da órbita do veículo espacial. Entretanto, essas oscilações agem de forma a reduzir as oscilações já apresentadas no caso onde o perturbador tem uma órbita circular. Os resultados também focaram no estudo de inclinações críticas e órbitas congeladas.

Carvalho et al. (2009) apresentam parte do estudo dos efeitos gravitacionais devido a um terceiro corpo sobre uma sonda que orbita a Lua, considerando nesse cenário os efeitos devidos

a distribuição não uniforme da massa do satélite natural. Nesse sentido, os termos J2 e C22 são considerados. Parte das investigações foram realizadas com o uso do método de dupla média, técnica essa já utilizada em outros trabalhos. Como continuação dos estudos realizados, Carvalho et al. (2010) também realizaram o estudo da dinâmica de um satélite artificial em torno da Lua considerando a não esfericidade da mesma, além dos efeitos da perturbação proveniente de um terceiro corpo, neste caso a Terra. Entretanto, em Carvalho et al. (2010) a órbita descrita pelo corpo perturbador não era circular e apresentava uma excentricidade. Em ambos os casos o sistema de referência foi centrado na Lua. Para estudar a evolução temporal da dinâmica, uma teoria analítica, utilizando os polinômios de Legendre expandidos até a quarta ordem na excentricidade, foi mesclada com simulações numéricas e o método perturbativo de Lie-Hori. Foram obtidos resultados que mostram condições bastante próximas de órbitas congeladas que podem ser usadas em missões a satélites naturais.

Considerando o uso de satélites em regiões de médias altitudes, Lara et al. (2012), apresentam o estudo dos efeitos sobre o veículo espacial devido a não esfericidade do corpo central e da perturbação de um terceiro corpo, considerando altas ordens na expansão da função perturbadora. Essa investigação apresenta aspectos importantes, uma vez que, tratando-se de dinâmicas de períodos longos, as perturbações provenientes do terceiro corpo podem apresentar efeitos importantes. Essa expansão em um maior número de termos é importante, mesmo para órbitas de baixas altitudes, que em geral são estudadas com a função perturbadora do terceiro corpo expressa em termos dos polinômios de Legendre apenas até segunda ordem, dado o longo tempo estudado. Já no estudo de órbitas médias e altas, o efeito do terceiro corpo é sentido de forma mais acentuada, demonstrando uma maior importância de um maior número de termos nessas regiões, podendo esse efeito ser comparável a outros efeitos, como o J2 do corpo central. Além disso, os resultados demonstram que o truncamento da função perturbadora em ordens mais altas apresenta uma melhor descrição para o estudo da evolução temporal das órbitas do veículo espacial ou sonda, (Lara et al., 2012); (de Almeida Prado, 2003); (Laskar & Boué, 2010)).

Liu et al. (2012) estudaram os efeitos perturbativos de longo prazo nas órbitas de altas altitudes devido ao terceiro corpo considerando na função perturbadora a inclinação do corpo perturbador. Baseado em estudos anteriores, (Broucke, 2003), (de Almeida Prado, 2003), (Domingos et al., 2008), eles propuseram retirar o corpo perturbador do plano equatorial de referência fixo no corpo central. Sua abordagem foi feita utilizando o modelo analítico de dupla média, realizadas sobre os movimentos médios da partícula e do terceiro corpo, e expandindo os polinômios de Legendre até a segunda ordem. Validando o método, ele apresenta comparações dos resultados obtidos pela dupla média com a integração do problema de três corpos restrito e elíptico completo, assim como usando também modelos com a média realizada apenas sobre o movimento médio da partícula. Seu algoritmo foi validado utilizando um sistema Veículo-Marte-Sol.

Considerando o crescente interesse na realização de missões em torno de diversos satélites naturais do sistema solar, Carvalho et al. (2012) estudaram o comportamento de uma sonda orbitando em torno de Europa, em órbitas baixas, considerando nesse cenário as perturbações

gravitacionais provenientes de Júpiter, terceiro corpo, e a não uniformidade na distribuição de massa de satélite. Os termos J2, J3 e C22 do potencial gravitacional do corpo foram considerados. Em sua abordagem, utilizou o formalismo hamiltoniano considerando uma hamiltoniana com dependência explícita do tempo, bem como o método de médias sobre órbitas elípticas para a sonda espacial. Os resultados apresentaram a comparação da vida útil das órbitas estudadas mediante cálculos com uma e duas médias sobre o movimento médio. O estudo de órbitas congeladas também foi realizado.

Destacando os gêiseres detectados em Enceladus, durante a realização da missão Cassini, bem como as composições químicas encontradas neles, Konstantinidis et al. (2015) apresentam uma missão que consiste em realizar a implantação de uma sonda sobre umas das fissuras na superfície congelada de Enceladus, onde se originam os gêiseres, de forma a ser possível que dispositivos derretam a crosta congelada do satélite ao mesmo tempo em que realizam buscas por micro-organismos vivos nos líquidos que compõem as erupções, antes que essas estruturas possam ser comprometidas pelo contato com o vácuo do espaço. Nesse sentido Konstantinidis et al. (2015) apresentam a estrutura de um destes dispositivos, bem como a dinâmica da órbita de rastreamento escolhida para a realização da missão.

dos Santos et al. (2017) propuseram investigar o tempo de estabilidade de uma sonda espacial em torno de um satélite natural em um sistema de três corpos tendo o sistema Callisto-Júpiter como referência, mas atribuindo diferentes valores para a excentricidade do corpo perturbador, considerando nesse caso que o satélite natural seja o centro do sistema de referência e Júpiter o terceiro corpo. Toda a abordagem foi realizada considerando que o perturbador tinha uma órbita elíptica e levando em conta a não esfericidade do satélite natural.

Cinelli et al. (2019) apresentam um estudo, de forma analítica e numérica, realizado considerando o tempo de vida de uma sonda ao redor de Europa na presença de Júpiter como terceiro corpo. As órbitas de interesse foram órbitas com baixa altitude mas altamente inclinadas, devido ao fato desse tipo de órbita se aproveitar da rotação do corpo celeste para observar toda sua superfície mais rapidamente. As simulações levaram em conta a não coplanaridade de Júpiter e Europa. Foram realizados cálculos de dupla média e considerados os termos da não esfericidade do satélite (J2 e J4). Seus resultados mostraram mapas de tempo de vida para diferentes condições para o pericentro e nodo inicial da sonda e apresentaram condições favoráveis a prolongar a vida útil dessas órbitas utilizando sistemas propulsivos. No mesmo intuito de estudar luas de Júpiter, Massarweh (2020) realizou estudos para Enceladus, em busca das condições de órbitas favoráveis a realização das missões propostas para o satélite natural.

Dependendo da complexidade do sistema em estudo, não é possível a obtenção de resultados sem uma implementação computacional. Problemas a partir de três corpos não apresentam uma solução analítica fechada.; a menos de casos muito particulares nas condições iniciais. Assim, muitos estudos, como visto, alternam entre uma análise analítica e simulações computacionais. Com isso passa a ter grande importância o uso dos integradores numéricos. Um dos integradores bastante utilizado nos últimos anos é o pacote de integração Rebound. Projetado para simular dinâmicas colisionais, o pacote é altamente modular e de fácil personalização para diversos

trabalhos envolvendo muitos corpos. Entre os trabalhos apresentados com esse integrador, um destaque vai para Rein & Liu (2012), que discute as estruturas apresentadas no código do integrador, bem como apresenta os resultados realizados para a verificação da precisão. Esses resultados demonstraram a gama de sistemas que podem utilizar o integrador. Entre algumas aplicações do uso do integrador estão os sistemas de anéis planetários e outros sistemas orbitais ((Siqueira, 2019), (Lattari, 2019) e (de Sousa et al., 2019)). Entre seus integradores, o IAS15, um integrador de 15^a ordem para simulações de dinâmicas gravitacionais, é capaz de desenvolver sistemas com encontros próximos e órbitas excêntricas. Resultados apresentados por Rein & Spiegel (2015) demonstram a eficiência do integrador frente a integradores conhecidos.

Como apresentado, existe uma gama de missões propostas para observar, mapear e coletar dados e objetos nos mais diversos corpos no espaço. A literatura também mostra muitos trabalhos buscando estudar sistemas perturbativos, com o objetivo de investigar o comportamento orbital de veículos espaciais. Nesse sentido, o presente trabalho tem o objetivo de contribuir com futuras missões espaciais através do mapeamento e previsão do comportamento das órbitas para sondas em missões de observação de várias luas do sistema solar.

3 O Problema de dois corpos e o achatamento do corpo central

Um problema muito utilizado nos estudos em mecânica celeste é o problema de dois corpos (P2C). Nele, sendo conhecidas as configurações iniciais, como as posições ($\vec{r}_i(t)$ e $\vec{r}_j(t)$) e as velocidades ($\dot{\vec{r}}_i(t)$ e $\dot{\vec{r}}_j(t)$), de duas partículas de massa não nula, em um determinado instante de tempo t_0 , e considerando que elas se movimentam sob a ação de uma força gravitacional mútua, temos o problema de determinar a localização dessas massas em qualquer instante de tempo t (Roy, 2004). Esse problema também pode ser abordado considerando elementos orbitais, que serão apresentados nesse capítulo. Todo o sistema do P2C pode ser construído através da lei da gravitação universal de Newton. Longe de possíveis perturbações, o P2C é singular no que diz respeito a solução, pois, ele apresenta uma solução geral e completa, sendo possível resolver o problema de forma analítica. Esse fato torna o modelo propício de ser utilizado em uma gama considerável de sistemas, uma vez que muitas dinâmicas podem ser adaptadas e estudadas, pelo menos em primeira aproximação, através do problema de dois corpos. O movimento dos Planetas, asteroides ou partículas em torno do Sol e o estudo do movimento de satélites naturais ou artificiais em torno de um Planeta exemplificam situações que são possíveis de serem estudadas usando P2C (Murray & Dermott, 2000). Existe também a versão chamada de "Problema de dois corpos reduzido", onde é considerado que a massa do corpo primário é muito maior do que a do segundo corpo envolvido no estudo (Morbidelli, 2002). Nesta perspectiva, tratando-se de um problema bastante conhecido na literatura, baseado em Murray & Dermott (2000) e Roy (2004), algumas considerações sobre o problema de dois corpos podem ser vistas no Anexo Teórico.

3.1 Problema de dois corpos perturbado.

No problema de dois corpos, verifica-se que, dadas as condições no momento t_0 do sistema, é possível determinar os elementos orbitais para o objeto que orbita o corpo de maior massa. Entretanto, devido a ausência de perturbações, esses parâmetros são constantes para qualquer tempo t . Porém, diversos tipos de perturbações podem interferir na dinâmica do sistema. A não esfericidade do corpo central, ou mesmo do corpo secundário, forças de arrasto atmosférico, marés planetárias e, dependendo dos corpos envolvidos no sistema, a pressão de radiação solar podem ser exemplos de perturbações as quais o sistema pode ser submetido (Burns, 1976). Além disso, perturbações provenientes de outros corpos próximos a região de estudo também contribuem para a evolução da dinâmica. O caso da presença de um terceiro corpo é particularmente importante para o presente estudo e será tratado com mais detalhes no Capítulo 4. Como as perturbações provenientes da não uniformidade do corpo central também são fundamentais para o presente trabalho uma breve abordagem será apresentada a seguir.

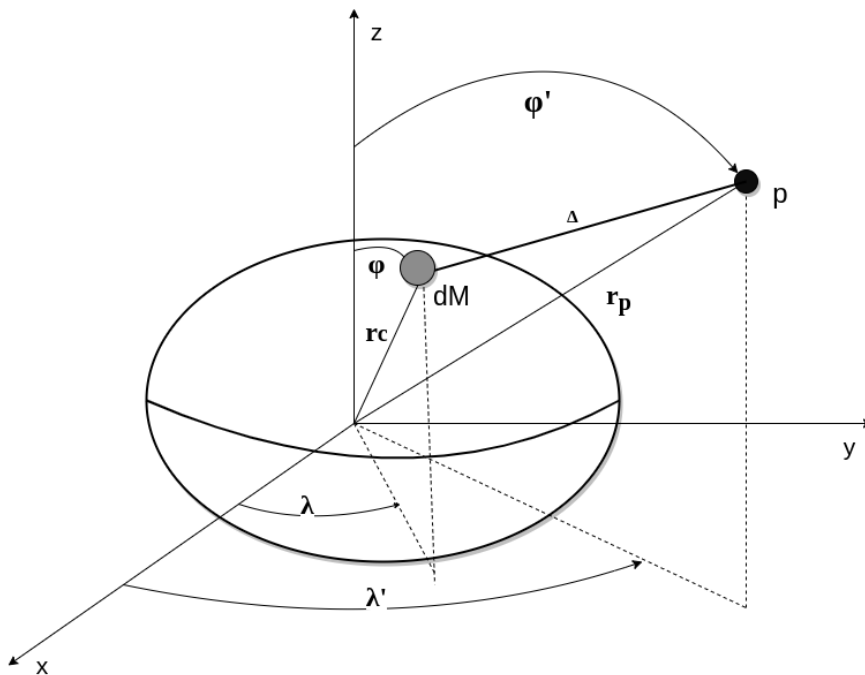
3.2 O problema da não esfericidade dos corpos.

Para o estudo dos efeitos da atração gravitacional de muitos corpos é, normalmente, por medidas de simplificação e primeiros estudos, considerado que exista uma homogeneidade na distribuição de suas massas. Nesses casos, na ausência de perturbações, as órbitas descritas pelos objetos que podem orbitar esses corpos são, keplerianas e bem comportadas. Entretanto, ainda que muitos corpos presentes no Sistema Solar sejam aproximadamente esféricos, existem desuniformidades na distribuição de suas massas. Nesse sentido, para o estudo de satélites e sondas espaciais, que se encontram em regiões extremamente próximas aos corpos, os efeitos devidos a essas configurações da massa, e assim dos campos gravitacionais, são consideravelmente sentidos e importantes. Portanto, realizar estudos considerando a distribuição não uniforme dos corpos a serem orbitados configura-se como um tema importante para a realização de missões espaciais. Assim, nessa subseção, consideramos a não esfericidade do corpo central, apresentando uma breve abordagem do formalismo matemático e os efeitos provocados pelo achatamento sobre os elementos orbitais das partículas.

3.2.1 O problema do achatamento do corpo central.

Para entendermos como uma distribuição contínua e arbitrária de massa para o corpo central age sobre o potencial sobre uma partícula p , e assim sobre as equações do seu movimento, consideremos um esquema, como o apresentado na FIGURA (3.1), no qual um sistema de referencial é colocado sobre um corpo de distribuição finita de massa, sendo que o centro de massa do corpo coincide com a origem dos eixos coordenados. Dessa forma, as coordenadas de um elemento de massa, dM , e da partícula p , externa ao objeto, são (X, Y, Z) e (x, y, z) , respectivamente.

Figura 3.1: Esquema do potencial sobre uma partícula p devido a um corpo limitado com distribuição de massa ρ .



Onde, os ângulos λ e λ' correspondem as longitudes, em relação ao eixo x, do elemento de massa dm e da partícula P. φ' e φ exprimem os ângulos das colatitudes da partícula e do elemento de massa e

$$\begin{aligned} r_p^2 &= x^2 + y^2 + z^2 \\ r_c^2 &= X^2 + Y^2 + Z^2 \\ \Delta^2 &= (x - X)^2 + (y - Y)^2 + (z - Z)^2 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Com base nas definições, para um corpo de dimensões finitas, cada elemento de massa dM produz, sobre uma partícula p , um potencial dU . O potencial total experimentado pela partícula, p , devido a este objeto, é apresentado por Broucke (2003), de modo que a atração de cada elemento de massa da distribuição é contabilizado (Kuga et al., 2011):

$$U = G \int \frac{dM}{\Delta} \quad (3.2)$$

Através da Eq (3.1) é possível distribuir os termos do módulo da distância relativa entre os corpos, como apresentado no Anexo Teórico, para obter uma solução para o potencial U em termos dos polinômios de Legendre de forma que:

$$U = U_0 + U_1 + U_2 + U_3 + \dots U_n + \dots \quad (3.3)$$

Sendo que $U_n = \frac{G}{r} \int P_n \alpha^n dM$, onde P_n são os polinômios de Legendre. Assim, é possível observar que o potencial gerado por um corpo finito sobre uma partícula qualquer pode ser escrito como a soma de funções potenciais (Roy, 2004). As observações derivadas desses resultados podem ser encontrada no Anexo Teórico.

Ao considerarmos que a distribuição de corpos apresentada seja descrita por um sistema de referência em coordenadas esféricas, também presente na FIGURA (3.1), é possível obter, (Kuga et al., 2011), que o potencial para cada elemento de massa, juntamente com a expansão em coordenadas esféricas, pode ser reescrito na forma:

$$dU = \frac{GdM}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (2 - \delta_{m0}) \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \alpha^n P_{mn}(\sin\phi) P_{mn}(\sin\phi') \cos(m(\lambda - \lambda')) \quad (3.4)$$

Onde os P_{nm} são os polinômios associados de Legendre. A utilidade desse formalismo está na possibilidade da localização da partícula, e dos elementos de massa, através dos módulos dos raios contidos em α e das suas longitude λ e latitude ϕ . Integrando a Eq(3.4) é obtida a solução apresentada por Kuga et al. (2011):

$$U = \frac{GM}{r_p} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R}{r_p} \right)^n (C_{nm} \cos(m\lambda) + S_{nm} \sin(m\lambda)) P_{nm}(\sin\phi) \quad (3.5)$$

Onde R é o raio equatorial do corpo central e os coeficientes C_{nm} e S_{nm} dizem respeito

aos harmônicos esféricos. Para cada distribuição de massa apresentada pelo objeto central esses coeficientes são estabelecidos de modo a expressar o potencial gravitacional do objeto. Considerando corpos que apresentem simetrias azimutais, $m = 0$, temos que seus harmônicos apresentam a característica de serem polinômios de grau n , possuindo n raízes reais (Kuga et al., 2011). Esses harmônicos, por sua vez, não dependem da longitude e, desta forma, recebem o nome de harmônicos zonais. Os coeficientes C_{mn} e S_{mn} , da Eq(3.5) estão relacionados a esses harmônicos e devido a simetria azimutal, apresentam a característica de que $S_{n0} = 0$ e $J_n = -C_{n0}$.

Restringindo ainda mais a geometria do corpo central, para que o mesmo possua uma forma de esferoide, é possível considerar, além da geometria azimutal, que há simetria em torno do eixo equatorial. Desta forma, o potencial pode ser escrito como uma série de harmônicos esféricos (Roy, 2004). Através de Kuga et al. (2011) é conhecido que o potencial gravitacional pode ser obtido através do potencial de força pela relação: $V = -U$. Desta forma obtemos que o potencial gravitacional devido a um corpo central com distribuição de massa não uniforme é da forma:

$$V = \frac{GM}{r_p} \left[\sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{R}{r_p} \right)^n P_n(\sin\phi) \right] \quad (3.6)$$

Considerando os alvos de estudo do presente trabalho, restringimos nossas investigações sobre as distribuições de massa com achatamento dos polos. Como o coeficiente J_2 é o harmônico responsável por esse comportamento, o potencial considerado neste trabalho tem a forma:

$$V = J_2 \frac{GM}{r_p} \left(\frac{R}{r_p} \right)^2 P_2(\sin\phi) \quad (3.7)$$

Considerando apenas os termos com o efeito dos harmônicos zonais. Outra consequência presente nessa definição é que a aceleração total pode ser dada pela relação:

$$\ddot{\vec{r}}_p = -gradV \quad (3.8)$$

Se partirmos da definição para o módulo da posição da partícula, em coordenadas cartesianas, juntamente com o conhecimento dos polinômios de Legendre e do gradiente em coordenadas cartesianas, é possível obter as componentes da aceleração, devido ao achatamento do corpo central:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_p &= -\hat{i} \left[\frac{3GMJ_2}{2r_p^3} \left(1 - \frac{5z^2}{r_p^2} \right) \left(\frac{R}{r_p} \right)^2 \right] x \\ \ddot{y}_p &= -\hat{j} \left[\frac{3GMJ_2}{2r_p^3} \left(1 - \frac{5z^2}{r_p^2} \right) \left(\frac{R}{r_p} \right)^2 \right] y \\ \ddot{z}_p &= -\hat{k} \left[\frac{9GMJ_2}{2r_p^3} \left(1 - \frac{5z^2}{3r_p^2} \right) \left(\frac{R}{r_p} \right)^2 \right] z \end{aligned} \quad (3.9)$$

A determinação dessas componentes se faz necessária neste trabalho para facilitar a implementação desses efeitos no integrador Rebound.

Relacionado com o estudo do achatamento do corpo central, Murray & Dermott (2000) apresentam a presença de três frequências. Tais frequências são o movimento médio (n), a frequência radial (κ) e a vertical (ν). Os efeitos provenientes da inclusão dos termos do achatamento no potencial estão relacionados de tal forma, com o movimento médio que, para um dado valor para o semieixo da partícula, ela se move de maneira mais rápida do que a taxa esperada se o movimento fosse apenas kepleriano, provocando assim alterações no semieixo maior da órbita da partícula, o qual não poderá ser mais determinado pela terceira lei de Kepler (Murray & Dermott, 2000). Como consequência geométrica, também devido a inclusão dos termos do achatamento, decorre que as novas órbitas possuem movimento do pericentro e do nodo que, por consequência, correspondem ao fato da órbita da partícula não mais ser um caminho orbital fechado. Deste modo, a taxa para a precessão ocorrida no pericentro e nodo podem ser obtidas através das frequência, de modo que:

$$\begin{aligned}\dot{\omega} &= +n_0 \left[3J_2 \left(\frac{R}{a} \right)^2 - \frac{9}{4} J_2^2 \left(\frac{R}{a} \right)^4 \right] \\ \dot{\Omega} &= -n_0 \left[\frac{3}{2} J_2 \left(\frac{R}{a} \right)^2 - \frac{9}{4} J_2^2 \left(\frac{R}{a} \right)^4 \right]\end{aligned}\tag{3.10}$$

Onde $n_0 = \left(\frac{Gm_p}{a^3} \right)^{\frac{1}{2}}$.

Resultados semelhantes podem ser obtidos através das equações de Lagrange (Murray & Dermott, 1999), pois elas são válidas também para os casos no qual a função perturbadora surge de um objeto não esférico.

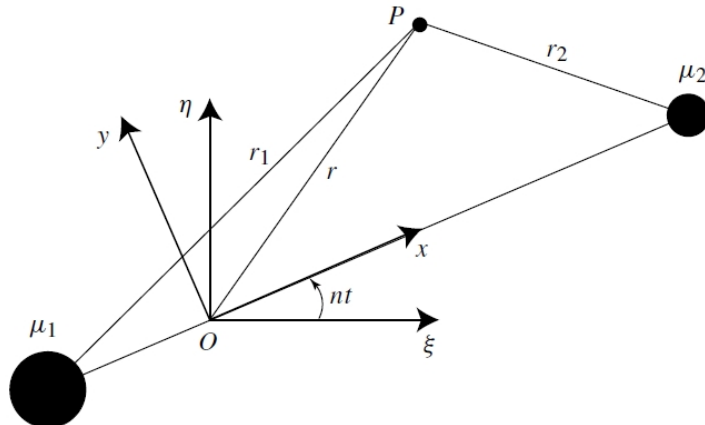
4 O problema restrito de três corpos

No presente capítulo, abordaremos o formalismo para o problema restrito de três corpos. Ele visa determinar o movimento possível de uma terceira partícula, assumindo que sejam conhecidas as massas e as posições dos outros dois corpos (Roy, 2004). Para estudarmos o problema de três corpos, de interesse desse trabalho, consideremos que um terceiro corpo seja incluído na dinâmica de dois corpos. Como o problema de três corpos pode assumir diversas configurações, no presente Capítulo, as deduções matemáticas serão realizadas considerando que o corpo incluído na dinâmica tenha uma massa muito menor do que as dos demais corpos. Desta forma é considerado que este objeto não interfere gravitacionalmente na órbita dos dois outros corpos, sendo sua massa considerada desprezível em relação as demais. Além disso, considerando que o movimento das massas, em relação ao centro comum, é circular e é realizado sobre o mesmo plano, pode-se chamar o presente problema de "problema circular restrito de três corpos".

4.1 Formalismo matemático do problema circular restrito de três corpos.

Para desenvolver as equações desse problema considere o esquema apresentado na FIGURA (4.1). Nela estão representados dois sistemas de referência, que têm como origem o centro de massa dos dois corpos. Um sistema não girante, cujos eixos coordenados são (ξ, η, ζ) , e um sistema girante no qual o eixo x intercepta os dois corpos massivos. Para o sistema inercial os eixos (ξ, η) são coplanares e perpendiculares e o eixo (ζ) é perpendicular ao plano formado por (ξ, η) (Roy, 2004). Já para o sistema girante, tomando o eixo (ξ) do sistema inercial como direção de referência, o ângulo de giro do sistema é dado por nt , onde n é o movimento médio, que é o mesmo entre as massas e o centro de massa do sistema (Murray & Dermott, 1999).

Figura 4.1: Diagrama vetorial do problema de três corpos, contendo as massas m_1 e m_2 e a partícula p , com massa infinitesimal. Dois sistemas coordenados, centrados no centro de massa do sistema, estão presentes no diagrama. Um sistema é inercial, com eixos (ξ, η) e eixo ζ perpendicular a estes, e um outro sistema girante com eixos (x, y, z) e taxa angular de nt .



Fonte: (Murray & Dermott, 1999).

Se considerarmos que as massas dos corpos são m_1 e m_2 , a unidade de massa do sistema pode ser normalizada de modo a ser definida de forma que:

$$G(m_1 + m_2) = 1 \quad (4.1)$$

É possível determinar também que $n^2 a^3 = G(m_1 + m_2)$, sendo a o semieixo maior. Assim, considerando que a massa do primeiro corpo é muito maior do que a do corpo secundário, é possível definir a razão de massa para o corpo de massa m_2 como:

$$\mu_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \quad (4.2)$$

Pela Eq.(4.1), podemos escrever na forma $\mu_2 = Gm_2$. As razões de massa definidas acima, podem ser relacionadas de modo que:

$$\mu_1 = 1 - \mu_2 \quad (4.3)$$

Sendo $\mu_2 < 0,5$. A dimensão de comprimento também pode ser normalizada ao considerar que a distância entre as duas massas seja unitária (Murray & Dermott, 1999).

Como estamos interessados em investigar a evolução orbital da partícula de massa desprezível, Roy (2004) apresenta que a aceleração resultante que age sobre uma partícula, em um sistema de 3 corpos, pode ser expressa, para o caso onde a massa da partícula pode ser desconsiderada na forma:

$$\ddot{\vec{R}}_i = \sum_{j=1}^3 \frac{\mu_j}{r_{ij}^3} \vec{r}_{ij} \quad (4.4)$$

Através do sistema proposto e considerando que as coordenadas das massas e da partícula são (ξ_1, η_1, ζ_1) , (ξ_2, η_2, ζ_2) e (ξ, η, ζ) , respectivamente, é possível escrever as componentes da aceleração resultante e através das expressões que relacionam o dois sistemas, inercial e girante, demonstradas no Anexo Teórico, é possível por meio de algumas manipulações matemáticas obter as três equações diferenciais de segunda ordem que descrevem o movimento da partícula infinitesimal:

$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2\dot{y} - x &= - \left[\mu_1 \frac{x + x_2}{r_j^3} + \mu_2 \frac{x - x_1}{r_j^3} \right] \\ \ddot{y} + 2\dot{x} - y &= - \left[\frac{\mu_1}{r_1^3} + \frac{\mu_2}{r_2^3} \right] y \\ \ddot{z} &= - \left[\frac{\mu_1}{r_1^3} + \frac{\mu_2}{r_2^3} \right] z \end{aligned} \quad (4.5)$$

Os termos que não apresentam a variável temporal explicitamente podem ser reorganizados de modo a definirmos uma função $U = U(x, y, z)$, (Roy, 2004), na forma:

$$U = \frac{(x^2 + y^2)}{2} + \frac{1 - \mu_2}{r_1} + \frac{\mu_2}{r_2} \quad (4.6)$$

Nela estão presentes tanto o potencial gravitacional devido as duas massas, como o potencial centrífugo (Murray & Dermott, 1999). Sendo assim, as Equações diferenciais podem ser reescritas considerando derivadas parciais da função U .

$$\begin{aligned}\ddot{x} - 2\dot{y} &= \partial_x U \\ \ddot{y} + 2\dot{x} &= \partial_y U \\ \ddot{z} &= \partial_z U\end{aligned}\tag{4.7}$$

Diferente do problema de dois corpos na ausência de perturbações, o problema de três corpos não pode ser resolvido de forma fechada, obtendo assim uma solução geral para o problema. Entretanto, é possível obter informações que ajudem a determinar possíveis trajetórias para a evolução temporal da partícula no sistema. Em muitos casos isso pode ser feito através da integral ou constante de Jacobi. Ela pode ser obtida ao multiplicarmos cada componente das equações diferenciais, Eq.(4.7), pela velocidade de sua componente correspondente.

$$\begin{aligned}\dot{x}\ddot{x} + \dot{y}\ddot{y} + \dot{z}\ddot{z} &= \frac{\partial U}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial U}{\partial y}\dot{y} + \frac{\partial U}{\partial z}\dot{z} \\ \dot{x}\ddot{x} + \dot{y}\ddot{y} + \dot{z}\ddot{z} &= \frac{dU}{dt}\end{aligned}\tag{4.8}$$

Desta forma, ao integrarmos a Eq.(4.8), é obtido como resultado a expressão:

$$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 = 2U - C\tag{4.9}$$

Onde C é uma constante de integração. Assim é possível reorganizar, considerando as Eq.(4.7) e Eq.(4.9), e obter uma expressão para a constante de Jacobi:

$$C = (x^2 + y^2) + 2\left(\frac{1 - \mu_2}{r_1}\right) + \frac{2\mu_2}{r_2} - \dot{x}^2 - \dot{y}^2 - \dot{z}^2\tag{4.10}$$

Essa constante é conhecida como integral da energia relativa, já que no problema restrito nem a energia nem o momento angular são conservados (Murray & Dermott, 2000). Ela pode ser também representada em função das coordenadas do sistema inercial apresentado anteriormente.

Outras abordagens que visam determinar informações do sistema são as superfícies ou curvas de velocidade zero. Considerando a Eq.(4.10), que descreve a integral de Jacobi, é possível conhecer as regiões sobre as quais a velocidade da partícula teria um valor nulo. Através dessa abordagem a Eq.(4.10) toma a forma.

$$C = (x^2 + y^2) + 2\left(\frac{1 - \mu_2}{r_1}\right) + \frac{2\mu_2}{r_2}\tag{4.11}$$

Determinadas tais superfícies é possível investigar quais regiões seriam proibidas para o movimento da partícula, restringindo desse modo o tipo de prováveis trajetórias da mesma.

Outros estudos podem ser considerados ao serem determinadas regiões de estabilidades conhecidas como pontos de Lagrange. Eles são obtidos ao considerar a configuração dos corpos e as curvas de velocidade zero. Podem ser realizadas também abordagens que tenham como objetivo estudar o problema de três corpos através das funções perturbadoras ((Broucke, 2003), (de Almeida Prado, 2003), (Domingos et al., 2008) e (dos Santos et al., 2017)). Através de algumas restrições dessas funções é possível investigar o comportamento dos elementos orbitais das partículas, considerando, todas ou algumas; perturbações seculares, de curto e longo período. Entretanto, em muitos casos são aplicadas médias e expansões até determinadas ordem para a realização dessas abordagens, que são utilizadas soluções semi-analíticas e implementações computacionais. Nesse sentido, a evolução geral do problema de três corpos pode ser obtida através de métodos computacionais e integradores numéricos. No presente trabalho utilizaremos ferramentas computacionais para determinar o comportamento das sondas nos sistemas escolhidos.

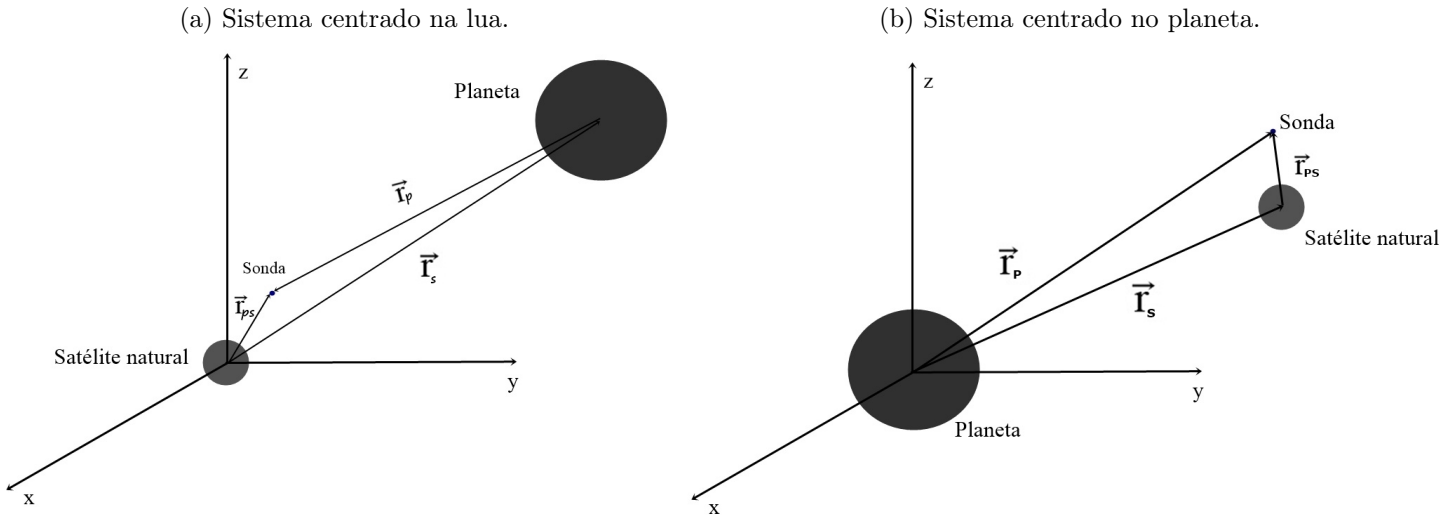
5 Levantamento de dados e uso do integrador Rebound

Como apresentado no Capítulo 1, o objetivo desse trabalho é estudar a dinâmica e as regiões de estabilidade de sondas espaciais em torno de satélites naturais, estando esse sistema sob a ação da perturbação de um terceiro corpo. Realizaremos, posteriormente, em alguns casos, estudos considerando o achatamento desses satélites naturais. Para a realização das simulações foi necessário primeiramente realizar um levantamento de dados sobre os principais satélites naturais do Sistema Solar. Após esse estudo foram determinados os parâmetros e os intervalos de interesse para o presente estudo, visando ser possível envolver no estudo não somente satélites naturais conhecidos como também possíveis outros corpos e sistemas que se enquadrem nas condições de investigação. Sendo assim, o presente capítulo irá apresentar o levantamento de dados realizado e, posteriormente, a modelagem computacional e a validação do integrador utilizado no trabalho.

5.1 Modelagem do problema e banco de dados.

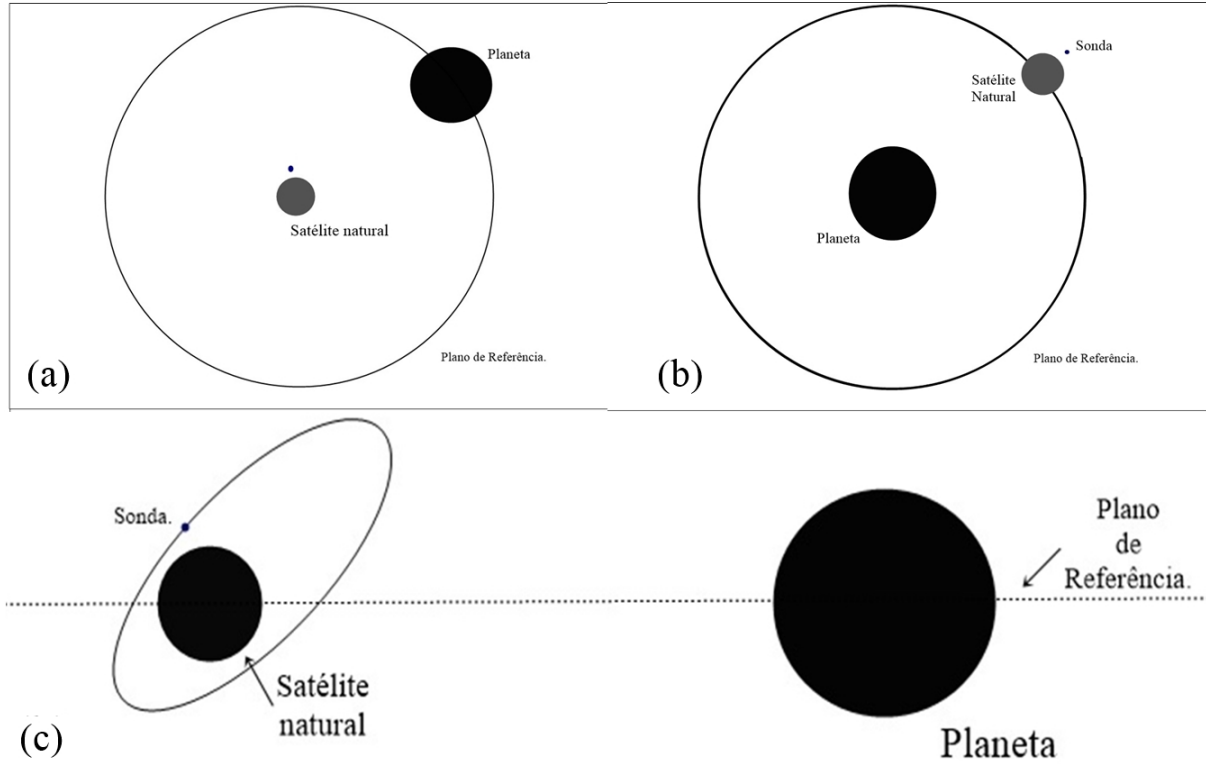
Para realizar a implementação computacional se faz necessário determinar o sistema em estudo, que consiste em determinar os corpos envolvidos e suas configurações. Para isso considere os esquemas apresentados na FIGURA (5.1).

Figura 5.1: Esquemas dos sistemas de referências utilizados no presente trabalho. Em (a) o satélite natural é a origem do sistema e no esquema em (b) é o planeta.



Através de algumas matrizes de rotação o sistema constituído por três corpos, o Planeta, o satélite natural e a sonda espacial de massa negligenciável, tem como centro do sistema de referência o satélite natural como mostra a FIGURA (5.1)(a). Estabeleceremos um sistema de coordenadas cartesianos no centro de referências para obter os vetores de posição para a sonda ($\vec{r}_{ps}$) e o Planeta ($\vec{r}_s$), bem como a distância relativa entre ambos ($\vec{r}_p$). Os esquemas das órbitas descritas por esses corpos são apresentados na FIGURA (5.2).

Figura 5.2: Esquemas das órbitas descritas pela sonda, corpo perturbador e satélite natural. **(a)**: satélite natural como centro do sistema de referência e **(b)**: planeta como centro do sistema de referência.



Com base no modelo apresentado na FIGURA (5.2) podemos considera que o planeta, corpo responsável pela perturbação das órbitas da sonda no sistema, pode ser tratado como um terceiro corpo do sistema. Deste modo, podemos mencionar, em alguns casos, o planeta ou corpo perturbador como o terceiro corpo do sistema. Entretanto, para o presente estudo, considerou-se, que o terceiro corpo, planeta, fosse o centro do sistema de coordenadas do nosso sistema, como na FIGURA (5.1)(b) e (5.2)(b). Assim o satélite natural descreve uma órbita circular e coplanar, em relação ao plano equatorial do planeta. O caminho orbital descrito pela sonda espacial pode assumir diversas configurações de acordo com a necessidade da investigação. Portanto, de modo geral é possível classificar a órbita, osculadora inicial, descrita pela sonda como tridimensional e configurada para orbitar apenas o satélite natural. Considerando a massa dos corpos envolvidos, a sonda pode ser considerada com uma partícula de massa negligenciável.

Desta forma, podemos determinar que as condições iniciais dos corpos envolvidos no sistema são:

- Planeta: massa (M_P), raio equatorial (R_P).
- Satélite natural: massa (M_s), raio equatorial (R_s) e semieixo maior (a_s) da órbita em torno do planeta.
- Sonda: semieixo maior (a_0), excentricidade (e_0), inclinação (I_0), argumento do pericentro (ω_0) e longitude do nodo (Ω_0).

Sendo que todas as condições para a órbita inicial da sonda são genéricas, uma vez que não foram utilizados dados de uma data particular. Um levantamento bibliográfico foi realizado para catalogar as características de cada satélite natural clássico e seus respectivos planetas. Todos os dados são apresentados considerando um sistema de referência centrado nos Planetas, veja a FIGURA (5.1)(b). As transformações para o sistema de referência do problema, quando necessárias, foram realizadas dentro do pacote de simulações desenvolvido.

Visando tornar o sistema adimensional, alguns processos de normalização foram realizados. A normalização sobre as massas foi realizada com base na Seção (4.1) e Eq.(4.2) e (4.3), onde as razões de massa normalizadas passaram a ser denotadas por μ_P e μ_s , para o Planeta e satélite natural, respectivamente. Todas as dimensões de comprimento, por sua vez, foram normalizadas com base no semieixo maior da órbita do satélite natural em torno do seu respectivo planeta de acordo com a Equação (5.1):

$$\sigma_n = \frac{\sigma_i}{a_s} \quad (5.1)$$

Em que σ_i é qualquer comprimento ou distância utilizada no sistema, como raios dos corpos, módulos de componentes da posição ou o próprio semieixo maior e a_s diz respeito ao semieixo maior inicial da sonda em torno do planeta ou corpo perturbador.

A partir dos dados coletados os raios dos corpos centrais foi determinado através das razões de massa, μ_s , e das densidades normalizadas, ρ_n , dos objetos. Para isso, considerando, inicialmente, que a densidade desses satélites fossem uniforme, os raios normalizados (R_n) desses corpos, podem ser obtidos como

$$R_{sn} = \gamma \mu_s^f \rho_n^{-f} \quad (5.2)$$

em que $\gamma = \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$ e f é o fator $\frac{1}{3}$.

Desta forma, assim como a massa, a densidade dos corpos foram normalizadas no sistema. Para isso, considerando que as densidades dos corpos ρ foram determinadas em g/cm^3 , seu valor normalizado é dado por:

$$\rho_n = \frac{\rho a_P^3}{(M_P + M_s)} \quad (5.3)$$

Sendo M_P e M_s respectivamente as massas do planeta e do satélite, em gramas, e a_s o semieixo maior do satélite em cm. Realizados os cálculos necessários, os dados obtidos foram então organizados na Tabela(1).

Tabela 1: Dados coletados para os principais satélites naturais conhecidos. As colunas contêm os raios dos satélites naturais (R_s), suas massas (m_s) e seus semieixos maiores, (a_s), em unidade convencionais. Além das razões de massa (μ_s), mostra-se suas densidades normalizadas (ρ_n) e os raios equatoriais normalizados do satélite (R_{sn}) e do planeta (R_{pm}).

Satélites	R_s (km)	m_s (kg)	a_s (km)	μ_s	ρ_n	R_{sn}	R_{pm}
Júpiter							
Io	$1,82150 \times 10^3$	$8,931900 \times 10^{22}$	$4,21700 \times 10^5$	$4,7057322 \times 10^{-5}$	$1,39399711 \times 10^2$	$4,319421 \times 10^{-3}$	$1,6578373 \times 10^{-1}$
Europa	$1,56080 \times 10^3$	$4,8 \times 10^{22}$	$6,71034 \times 10^5$	$2,5289139 \times 10^{-5}$	$4,79774592 \times 10^2$	$2,325963 \times 10^{-3}$	$1,0418399 \times 10^{-1}$
Ganímedes	$2,63120 \times 10^3$	$1,4819 \times 10^{23}$	$1,07041 \times 10^6$	$7,8070828 \times 10^{-5}$	$1,25484909 \times 10^3$	$2,458119 \times 10^{-3}$	$6,5312235 \times 10^{-2}$
Calisto	$2,41030 \times 10^3$	$1,0759 \times 10^{23}$	$1,88271 \times 10^6$	$5,6682772 \times 10^{-5}$	$6,44909488 \times 10^3$	$1,280230 \times 10^{-3}$	$3,7133195 \times 10^{-2}$
Saturno							
Mimas	$1,98000 \times 10^2$	4×10^{19}	$1,85539 \times 10^5$	$7,0385355 \times 10^{-8}$	$1,38262294 \times 10^1$	$1,067161 \times 10^{-3}$	$3,1385315 \times 10^{-1}$
Encélado	$2,52000 \times 10^2$	$1,1 \times 10^{20}$	$2,37948 \times 10^5$	$1,9355970 \times 10^{-7}$	$3,89019069 \times 10^1$	$1,059055 \times 10^{-3}$	$2,4472574 \times 10^{-1}$
Tétis	$5,31000 \times 10^2$	$6,2 \times 10^{20}$	$2,94619 \times 10^5$	$1,0909719 \times 10^{-6}$	$4,44860290 \times 10^1$	$1,802328 \times 10^{-3}$	$1,9765188 \times 10^{-1}$
Dione	$5,61500 \times 10^2$	$1,1 \times 10^{21}$	$3,77396 \times 10^5$	$1,9355936 \times 10^{-6}$	$1,40303394 \times 10^2$	$1,487827 \times 10^{-3}$	$1,5429946 \times 10^{-1}$
Reia	$7,63500 \times 10^2$	$2,3 \times 10^{21}$	$5,27108 \times 10^5$	$4,0471418 \times 10^{-6}$	$3,17930001 \times 10^2$	$1,448470 \times 10^{-3}$	$1,1047451 \times 10^{-1}$
Titã	$2,57500 \times 10^3$	$1,35 \times 10^{23}$	$1,22187 \times 10^6$	$2,37494170 \times 10^{-4}$	$6,05769850 \times 10^3$	$2,107426 \times 10^{-3}$	$4,7658098 \times 10^{-2}$
Jápeto	$7,35000 \times 10^2$	$1,8 \times 10^{21}$	$3,56082 \times 10^6$	$3,1673312 \times 10^{-6}$	$8,59791028 \times 10^4$	$2,064131E \times 10^{-4}$	$1,6353537 \times 10^{-2}$
Urano							
Miranda	$2,35800 \times 10^2$	$659,0 \times 10^{17}$	$1,29390 \times 10^5$	$7,5912856 \times 10^{-7}$	$2,99431479 \times 10^1$	$1,822397 \times 10^{-3}$	$1,9601206 \times 10^{-1}$
Ariel	$5,78900 \times 10^2$	$1353,0 \times 10^{18}$	$1,91020 \times 10^5$	$1,5585519 \times 10^{-5}$	$1,33677568 \times 10^2$	$3,030573 \times 10^{-3}$	$1,3277144 \times 10^{-1}$
Umbriel	$5,84700 \times 10^2$	$1172,0 \times 10^{18}$	$2,66300 \times 10^5$	$1,3500566 \times 10^{-5}$	$3,04493202 \times 10^2$	$2,195644 \times 10^{-3}$	$9,5238453 \times 10^{-2}$
Titânia	$7,88400 \times 10^2$	$3527,0 \times 10^{18}$	$4,35910 \times 10^5$	$4,0627309 \times 10^{-5}$	$1,63938176 \times 10^3$	$1,808630 \times 10^{-3}$	$5,8181735 \times 10^{-2}$
Oberon	$7,61400 \times 10^2$	$3014,0 \times 10^{18}$	$5,83520 \times 10^5$	$3,4718297 \times 10^{-5}$	$3,73076956 \times 10^3$	$1,304840 \times 10^{-3}$	$4,3463806 \times 10^{-2}$
Netuno							
Proteu	$2,10000 \times 10^2$	$5035,0 \times 10^{16}$	$1,17646 \times 10^5$	$4,9169898 \times 10^{-7}$	$2,06387936 \times 10^1$	$1,785016 \times 10^{-3}$	$2,0928888 \times 10^{-1}$
Tritão	$1,35260 \times 10^3$	$2140,8 \times 10^{19}$	$3,54759 \times 10^5$	$2,09018800 \times 10^{-4}$	$9,00303341 \times 10^2$	$3,812729 \times 10^{-3}$	$6,9404864 \times 10^{-2}$
Plutão							
Caronte	$6,03500 \times 10^2$	$1,586,0 \times 10^{21}$	$1,95710 \times 10^4$	$1,0432395 \times 10^{-1}$	$8,49381220 \times 10^2$	$3,083644 \times 10^{-2}$	$6,0717388 \times 10^{-2}$

5.2 Integrador Rebound

É conhecido que os problemas gravitacionais de N-corpos, para $N \geq 2$, não possuem soluções analíticas. O que existem são alguns casos particulares que envolvem pontos de estabilidade, curvas de velocidade zero, e outras abordagens para casos especiais (Murray & Dermott, 1999). Sendo assim, se faz necessário o uso de ferramentas computacionais para que sejam obtidas as informações sobre a evolução de sistemas de N corpos. Nesse trabalho utilizamos o pacote do integrador Rebound, um integrador de N-corpos de código aberto, disponível em (<https://github.com/hannorein/rebound>), que embora tenha sido desenvolvido para estudo de eventos colisionais, pode ser adaptado de maneira a atender os mais diversos problemas físicos e estatísticos (Rein & Liu, 2012). Seu código fonte é escrito em linguagem de programação C, sendo possível também realizar simulações em Python.

O pacote Rebound é composto de diversos integradores numéricos que visam atender as necessidades de cada problema em estudo, sendo possível escolher integradores para dinâmica de sistemas conservativos ou mesmo dissipativos mantendo, em todos eles, a precisão em seus resultados. Sendo assim, é possível realizar a integração não só de sistemas que estejam sob ação da força gravitacional, mas também sistemas que apresentem N forças dissipativas. Outras vantagens apresentada pelo Rebound são a possibilidade de calcular efeitos de auto-gravidade dos objetos; sua configuração modular, permite um melhor gerenciamento na construção do código para o simulador; assim como o uso de sistemas de diferentes condições de contorno (Rein & Liu, 2012). Ele consegue manter seus erros sistemáticos abaixo da precisão da máquina, mesmo realizando a integração de movimentos de corpos que apresentem excentricidades altas.

5.3 Implementação computacional

Através do esquema apresentado na Seção (5.1), juntamente com o levantamento de dados realizado e os resultados apresentados por de Almeida Prado (2003), foi desenvolvida, utilizando o pacote de integração Rebound, uma rotina computacional para descrever a evolução temporal da dinâmica das sondas. Dentro dos pacotes de integradores apresentados, o integrador IAS15, (Integrator with Adaptive Step-size control, 15th order), foi selecionado para ser utilizado (Rein & Spiegel, 2015), pois, ele é um integrador, de 15^a ordem, com controle variável de passo. Com base no desenvolvimento realizado na Seção (4.1) sobre o problema de três corpos é possível determinar a constante gravitacional do sistema por:

$$G = \frac{\mu_i}{m_i} [kg^{-1}] \quad (5.4)$$

Onde m_i é a massa do objeto central. Considerando que, pela normalização do sistema, as massas são normalizadas em função da soma das massas do planeta e do satélite temos que:

$$G = \frac{\mu_i}{\frac{m_i}{(m_i+m_P)}} [kg^{-1}] \quad (5.5)$$

Observando o denominador da Equação (5.5) e a definição da razão de massa apresentada

pela Equação (4.2), é possível concluir que o sistema normalizado possui uma constante gravitacional de valor unitário para todos os sistemas considerados. Assim como o Integrador IAS15, a constante gravitacional normalizada foi implementada no código.

De modo geral a estrutura do código de integração pode ser dividida nos seguintes blocos: Configurações gerais do sistema, leitura dos dados de entrada, cálculos secundários necessários para a implementação dos objetos, implementação dos corpos na dinâmica, evolução temporal do sistema verificando colisões e ejeções e registo da dinâmica das partículas, quando solicitado. As configurações gerais do sistema dizem respeito a escolha do integrador do pacote, o valor da constante gravitacional do sistema, o tempo canônico da evolução temporal e, em alguns casos, o valor do harmônico zonal J_2 .

5.3.1 Dados de entrada.

Para realizar as simulações numéricas, com base nos dados apresentados na Tabela (1), os dados das configurações do planeta e do satélite natural foram implementados no código através de arquivos de entrada de dados. Para a implementação do planeta, com base na Eq.(4.3), a razão de massa μ_P foi calculada internamente no programa, que recebeu o valor μ_s para o satélite natural. Devido a normalização e as condições estabelecidas, o semieixo maior da órbita do satélite em torno do planeta tem valor unitário. É fornecida ainda a densidade normalizada dos satélites, para que sejam determinados, internamente através da Eq.(5.2), os raios equatoriais dos mesmos. O raio normalizado do planeta também é fornecido, assim como os elementos orbitais iniciais da sonda. Através dessas condições é construída uma grade de condições que realiza a simulação considerando as combinações de razão de massa e densidade normalizada dos satélites naturais. Do mesmo modo, as condições iniciais para a sonda, que orbita o satélite natural, também são implementadas construindo uma grade que, dependendo das condições escolhidas, varre as combinações dos elementos osculadores genéricos iniciais a_0 , e_0 , I_0 , ω_0 e Ω_0 a partir do tempo inicial $t = 0.0$.

5.3.2 O Achatamento do corpo central e os critérios de colisão e ejeção.

A inclusão do achatamento do corpo central na rotina de simulação foi realizada com base no formalismo apresentado no Capítulo 3. As equações para as componentes da aceleração devido ao achatamento foram implementadas de modo a incrementar a aceleração já experimentada pelas partículas de acordo com Siqueira (2019).

Com base nos estudos realizados por de Almeida Prado (2003), foi estabelecida uma condição de colisão para a dinâmica das sondas. Ele estabelece um critério de colisão verificando, a cada intervalo dt , com base no valor do raio do satélite e do seu semieixo maior, o valor da excentricidade necessária, Eq.(5.6), para que, caso a sonda estivesse em uma órbita kepleriana, houvesse uma colisão com a superfície do satélite quando a sonda estivesse no pericentro de sua órbita. Sendo assim, para as verificações iniciais com de Almeida Prado (2003), o critério de colisão determinado pela excentricidade da órbita foi utilizado.

$$e = \frac{a_p(t) - R_p}{a_p(t)} \quad (5.6)$$

Entretanto, para os estudos posteriores, para os diversos sistemas, foi estabelecido um critério de colisão pela altitude da sonda, configurando-se a colisão quando a altitude da partícula for igual a zero. Uma verificação da ejeções das partículas também foi implementada nas simulações, considerando como uma ejeção as partículas que apresentassem uma excentricidade superior a 1 ($e_p > 1.0$). Neste caso, as órbitas que apresentaram uma excentricidade maior que 1,0 foram retiradas do sistema, encerrando assim a evolução orbital de tal condição. As simulações consideraram apenas a verificação da excentricidade devido ao fato de que levando em conta o cenário de missões em torno dos satélites naturais, mesmo uma órbita com energia menor que zero, o fato da excentricidade dessa órbita atingir um valor maior que 1,0 já irá gerar condições que afastaram muito o objeto do satélite natural.

5.3.3 Fluxograma das simulações.

As simulações podem ser divididas em dois grandes conjuntos. Em primeiro momento as simulações foram realizadas considerando os efeitos perturbativos do terceiro corpo, e, posteriormente, realizadas sobre a ação do terceiro corpo e o achatamento do satélite. Os esquemas gerais das simulações são mostrados nos fluxogramas nas FIGURAS (5.3) e (5.4).

Figura 5.3: Fluxograma das simulações sujeitas apenas aos efeitos devido ao corpo perturbador.

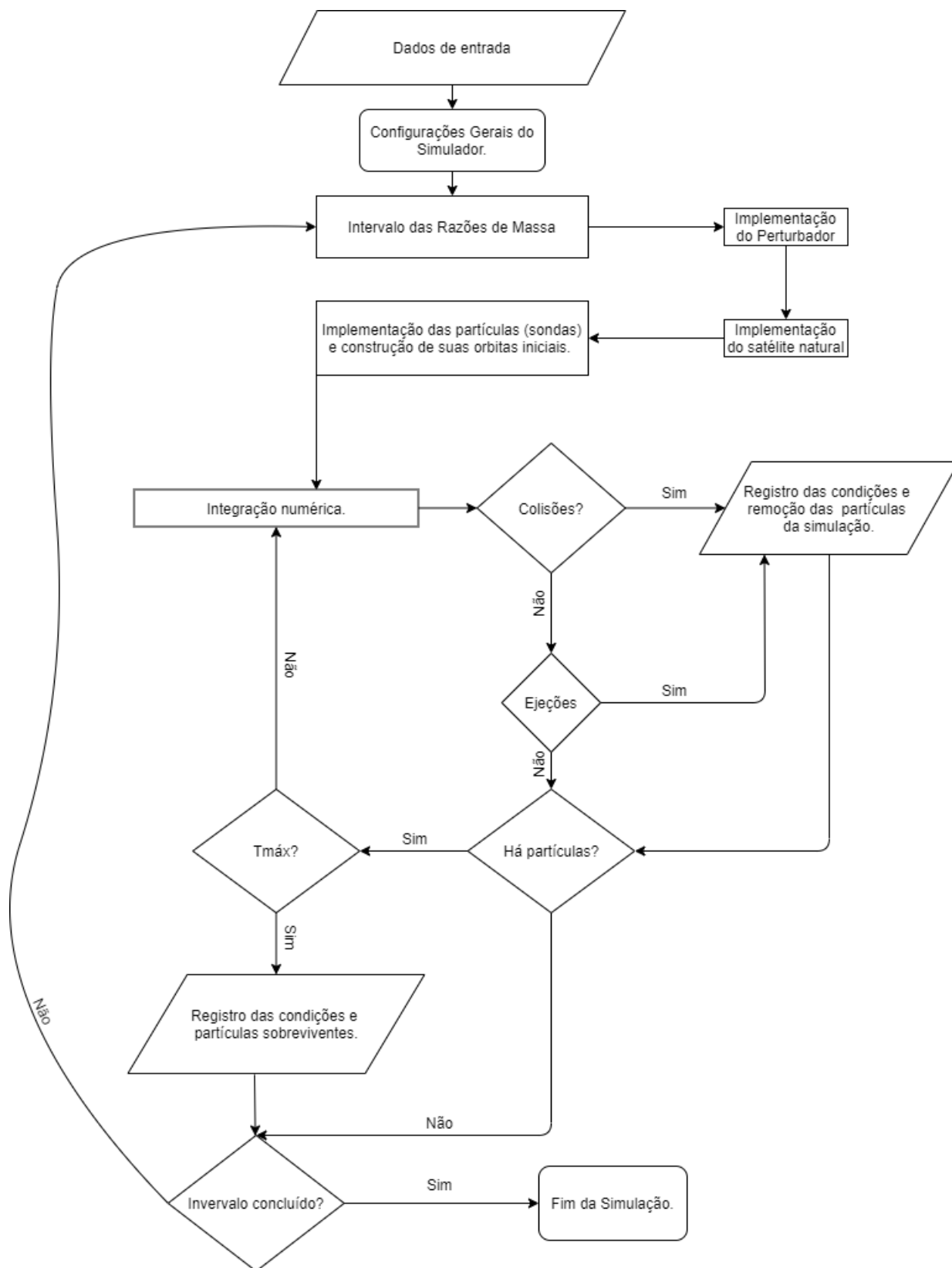
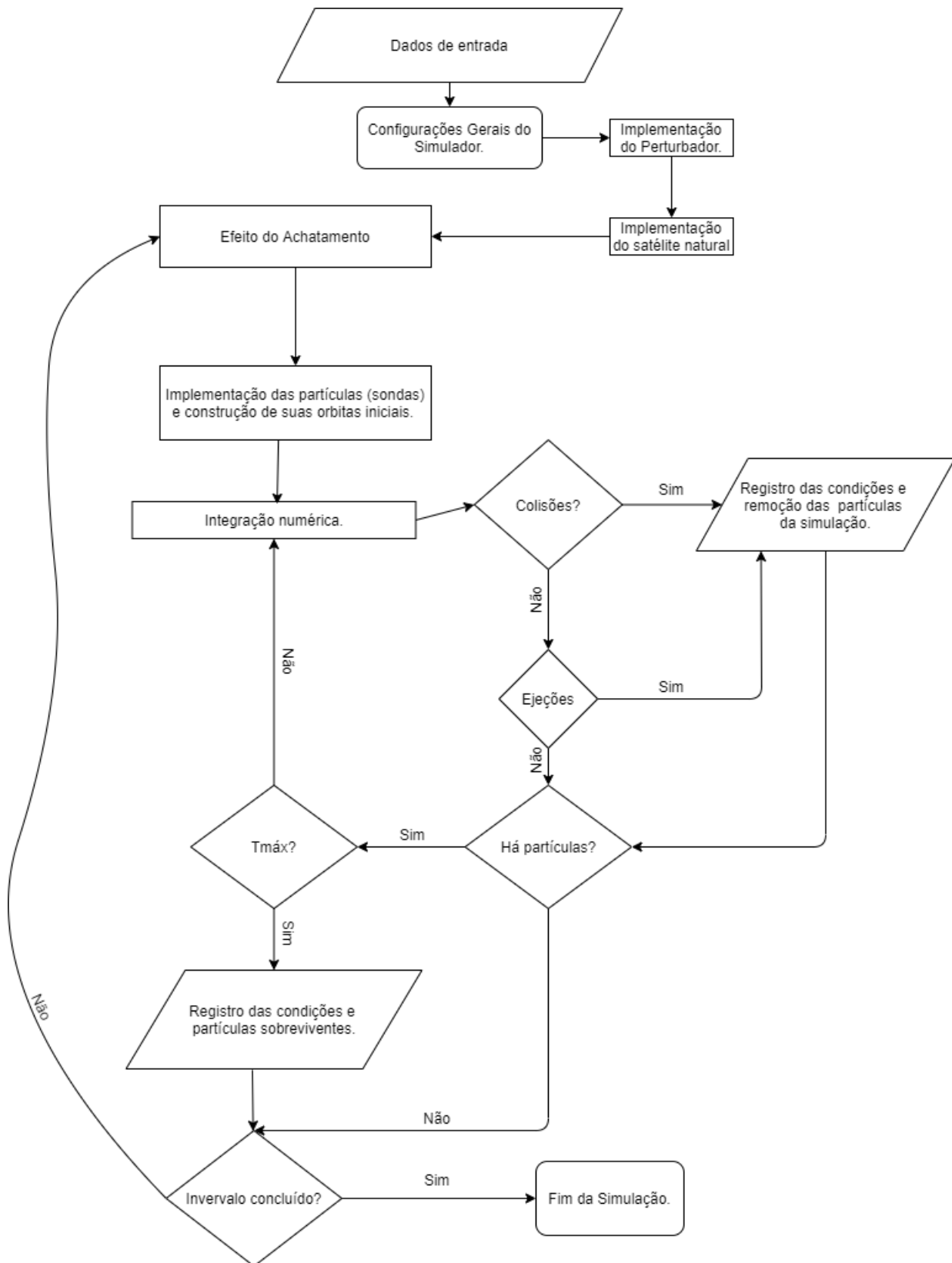


Figura 5.4: Fluxograma das simulações considerando a perturbação do terceiro corpo e o achatamento do corpo central.



5.4 Validações e testes dos simuladores.

Para validar o código implementado foram realizadas simulações numéricas, essas simulações podem ser divididas em dois conjuntos. Inicialmente, com base em resultados apresentados por de Almeida Prado (2003), foram realizadas simulações para diferentes satélites naturais em condições específicas visando validar as condições de colisão e ejeção. Posteriormente, para validar a implementação do J2 foram realizadas simulações para três casos sujeitos a ação do achatamento, esses resultados são apresentados nos gráficos abaixo.

5.4.1 Simulações - de Almeida Prado (2003)

Seguindo de Almeida Prado (2003), os dados apresentados na Tabela (2), foram utilizados para determinar as densidades normalizadas dos oito satélites naturais investigados por ele. Esses dados foram implementados no simulador e os resultados obtidos são apresentados nos mapas de tempo de vida das FIGURAS (5.5) a (5.7). As simulações foram realizadas sobre as mesmas condições presentes em de Almeida Prado (2003). Para cada razão de massa e densidade normalizada das luas, verificou-se a evolução orbital de sondas na faixa de $60^\circ \leq I \leq 85^\circ$ com intervalos de 5° para a inclinação, $0,00 \leq e \leq 0,50$ com passo de $0,05$ para a excentricidade e um valor de semieixo maior igual a 4 vezes o raio equatorial do satélite natural. Em todas as simulações o tempo canônico das simulações foi de 3000, o que corresponde a aproximadamente 477 órbitas dos satélites naturais em torno de seus respectivos planetas. Nessas simulações apenas a condição de colisão por meio da excentricidade foi verificada. Nas FIGURAS (5.5) a (5.7) os dados são apresentados através dos mapas de tempos de vida em função da inclinação e excentricidade iniciais da órbita da sonda, sendo esses tempos de vida expressos em dias e estabelecidos como o intervalo de duração da órbita desde um momento inicial $t_0 = 0.0$ até o momento da colisão com o satélite natural, ejeção da região próxima ao satélite ou sobrevivência da sonda pelo tempo total de integração.

Figura 5.5: Mapas da estabilidade das sondas em torno da Lua expressa em dias em função da inclinação e excentricidade iniciais.

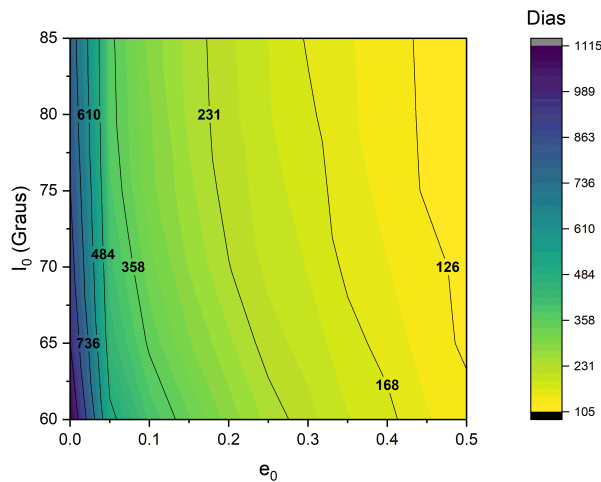


Figura 5.6: Mapas de tempos de vida das sondas em torno dos satélites naturais Io, Europa, Ganímedes, Callisto, Titã e Titânia em uma escala de dias em função da inclinação e excentricidade iniciais.

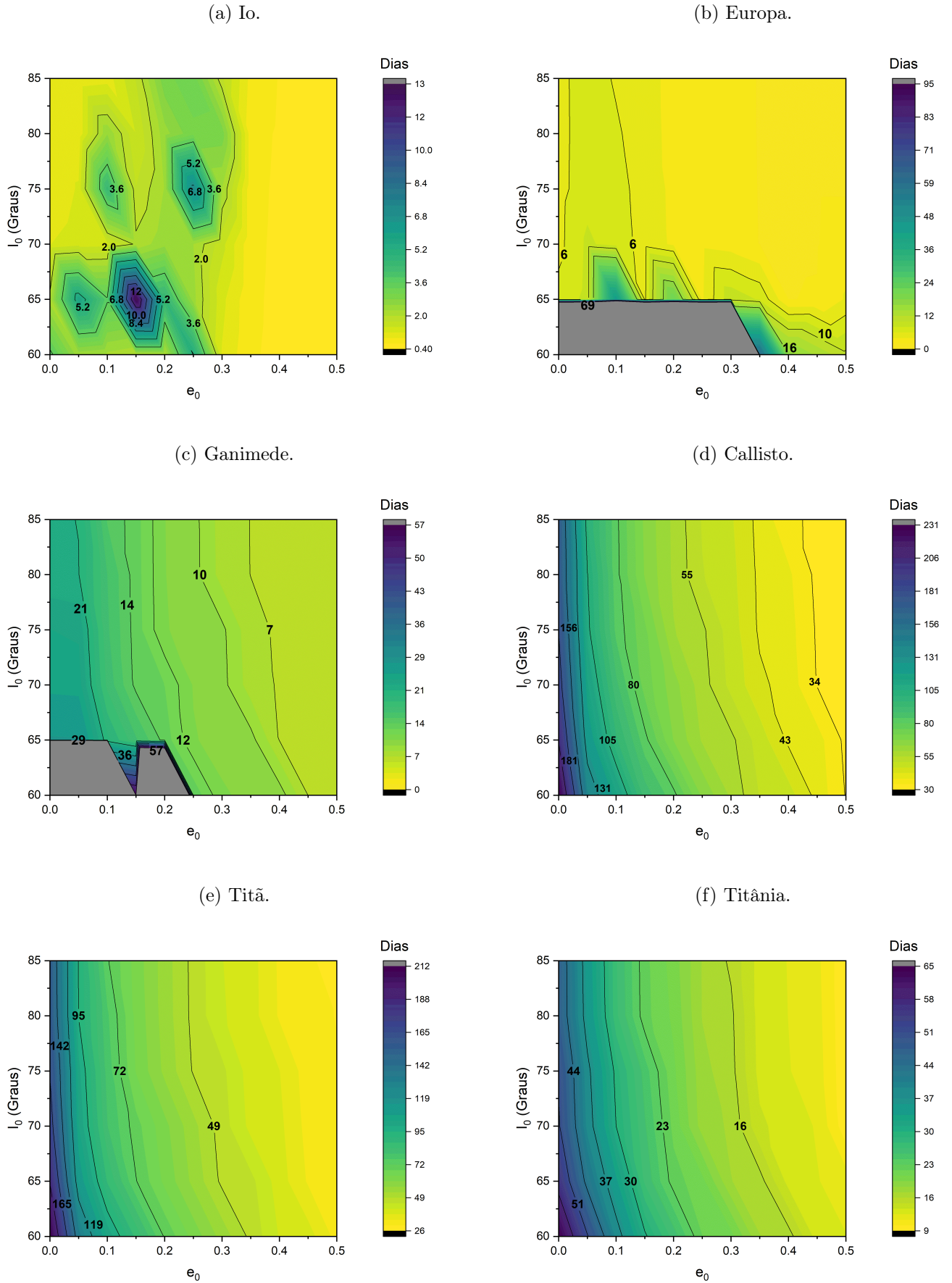


Figura 5.7: Mapas de tempos de vida das sondas em torno dos satélites naturais Tritão e Caronte em uma escala de dias em função da inclinação e excentricidade iniciais.

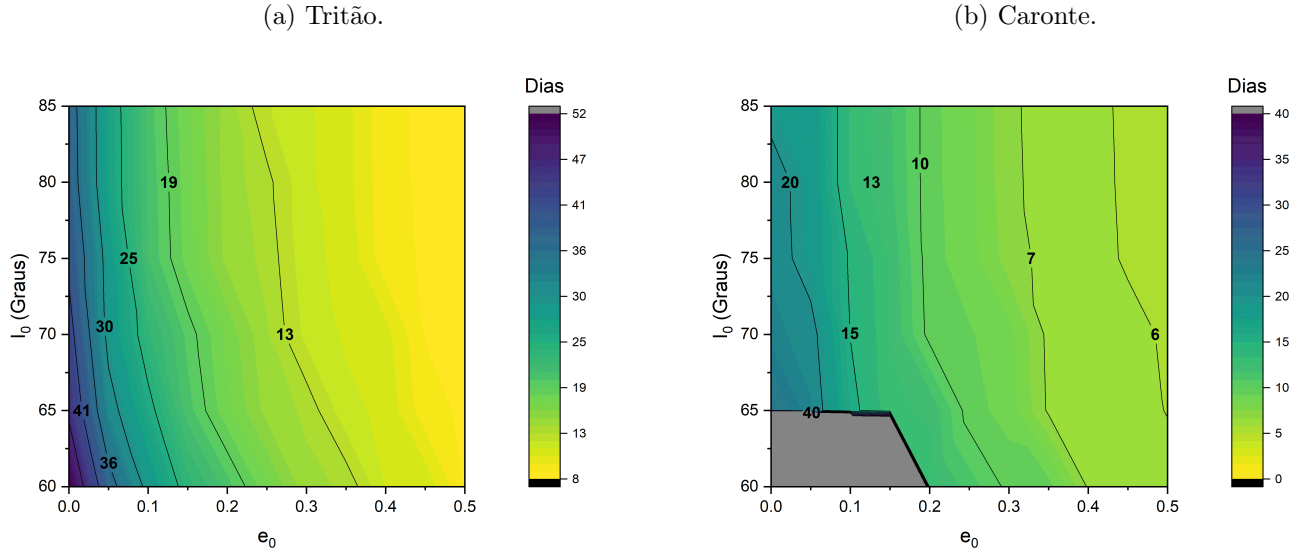


Tabela 2: Tabela das condições normalizadas para os satélites naturais Io, Europa, Ganímedes, Callisto, Titã, Titania, Tritão, Caronte e a Lua, utilizados nas simulações com o Rebound.

Satélites Naturais	Tempo Sideral (Dias)	a_s (Km)	R_s (Km)	μ	R_{sn}	ρ_n
Lua	27,321661	384400	1738	0,0121505	0,0045213	31383,86
Io	1,769137	422000	1815	4,68E-05	0,0043009	140,43
Europa	3,551181	671000	1569	2,52E-05	0,0023383	470,55
Ganímedes	7,154552	1070000	2631	7,8E-05	0,0024589	1252,54
Callisto	16,689018	1883000	2400	5,66E-05	0,0012746	6525,96
Titã	15,91029	1221830	2575	0,000238	0,0021075	6070,00
Titania	8,705871	435910	800	6,8E-05	0,0018352	2626,27
Tritão	5,876843	354290	1600	0,001298	0,0045161	3364,36
Caronte	6,3871	19700	600	0,111111	0,0304569	938,88

Fonte: Adaptado de Almeida Prado (2003)

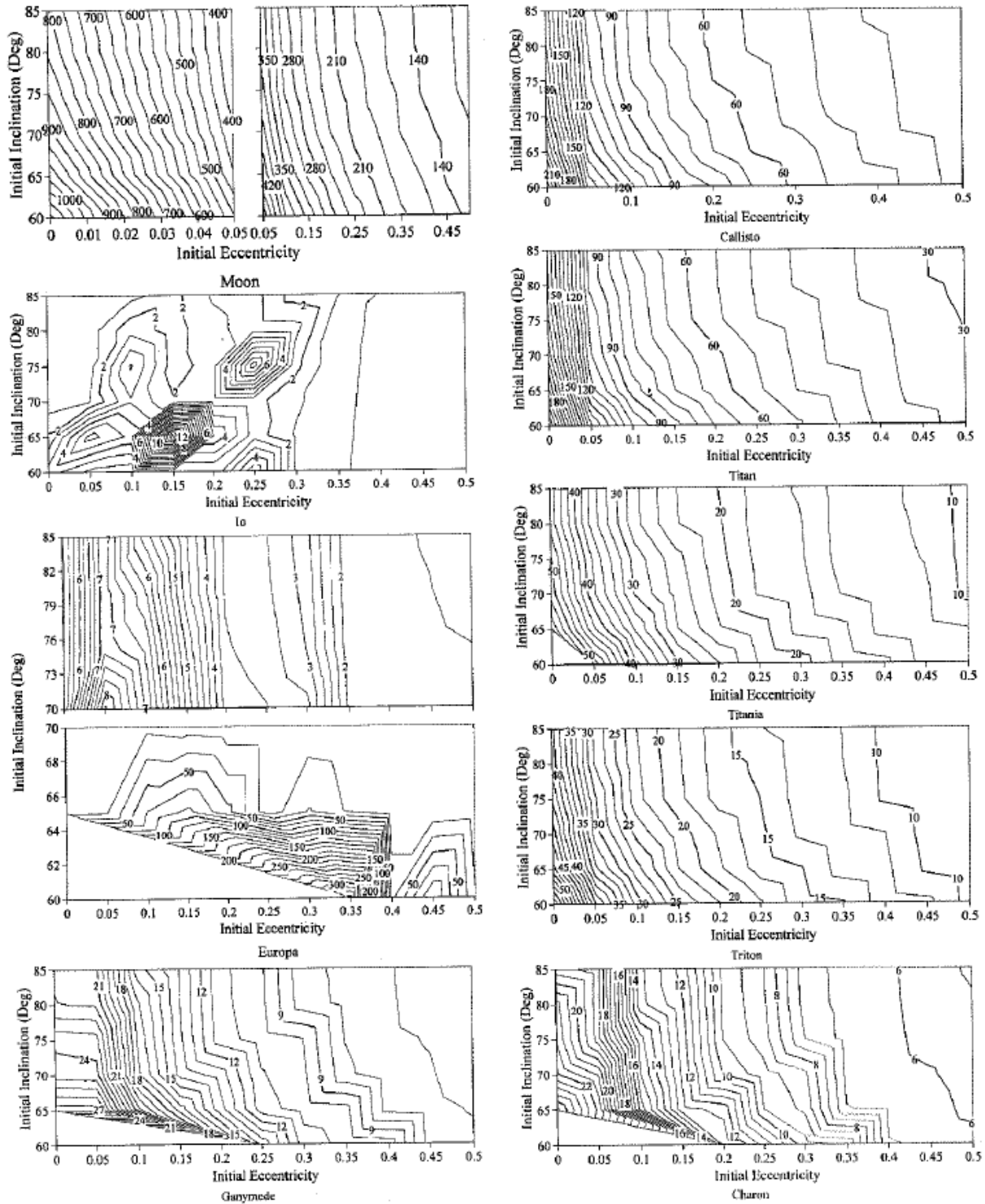
Os resultados das FIGURAS (5.5) a (5.7) demonstram a convergência das simulações, utilizando o integrador Rebound, para os resultados encontrados para os tempos de vida das sondas no estudo das luas por de Almeida Prado (2003). Como os resultados das simulações são gerados em função dos períodos orbitais dos satélites naturais em uma escala logarítmica de base 10, a comparação desses resultados com os apresentados por (de Almeida Prado (2003)) pode ser realizada ao considerarmos que, por comparação, os resultados das simulações realizadas podem ser transformados para escala em dias pela expressão:

$$t_{Dias} = (TempoSideral) 10^t \quad (5.7)$$

Onde t_{Dias} é o tempo em dias, como apresentado na FIGURA (5.8) e t diz respeito ao tempo em períodos orbitais em uma escala em logaritmo de base 10. Os tempos siderais de

cada satélite natural podem ser obtidos da TABELA (2).

Figura 5.8: Mapas de tempos de vida, em dias, para alguns satélites naturais do Sistema Solar. Resultados apresentados por de Almeida Prado (2003), nas simulações o semieixo maior inicial das sondas é igual a 4 vezes o raio equatorial dos satélites.



Fonte: de Almeida Prado (2003).

5.4.2 Validação das Simulações - J2

Como apresentado no Capítulo 4, devido ao achatamento do corpo central, as órbitas das partículas devem apresentar uma regressão da linha dos nodos e uma progressão da linha dos apsides. Portanto, para validar a implementação do J_2 na rotina desenvolvida, foram realizadas simulações considerando uma partícula cujas condições iniciais estão descritas na Tabela (3). Para diminuir os efeitos da perturbação do planeta, diferentes valores para o semieixo maior entre o satélite natural e o planeta foram considerados. Para essas simulações considerou-se a razão de massa e a densidade normalizada para a Lua, como apresentado na Tabela (2), tendo em todas as simulações que a inclinação, a longitude do nodo e o argumento do pericentro do satélite natural são iguais a zero e a inclinação inicial da sonda é igual a 10 graus em todas as simulações.

Tabela 3: Condições iniciais para a sonda e o sistema satélite-planeta para as simulações incluindo os testes do achatamento.

	a	e
Simulação I		
Sonda	0,018085328	0,001
Satélite Natural	5,00	0,00
Simulação II		
Sonda	0,018085328	0,01
Satélite Natural	5,00	0,00
Simulação III		
Sonda	0,018085328	0,01
Satélite Natural	10,00	0,00

As taxas teóricas para a progressão ocorrida no pericentro e regressão na linha do nodo podem ser obtidas através da Eq.(3.10). Desta forma, foi possível gerar os gráficos das Fig.(5.9) à (5.11) contendo a evolução temporal do pericentro e do nodo para simulações realizadas e o modelo teórico.

Figura 5.9: Gráficos do comportamento do pericentro (ω) e do nodo (Ω) no tempo, em um intervalo de 14000 dias, considerando a ação do J_2 da Lua para a primeira condição de simulação.

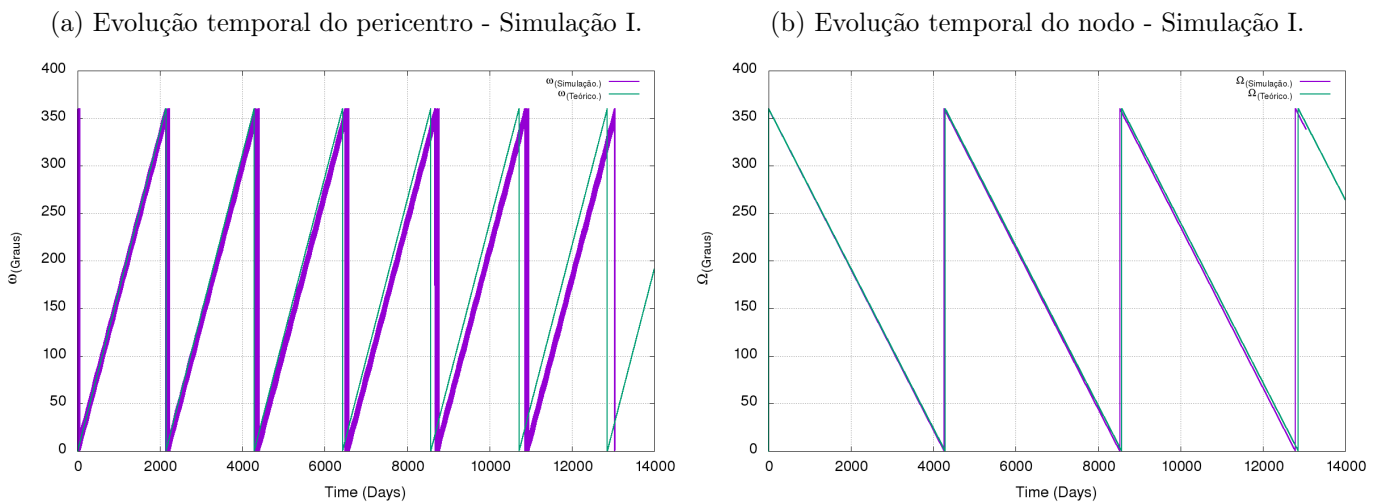


Figura 5.10: Gráficos do comportamento do pericentro (ω) e do nodo (Ω) no tempo, em um intervalo de 14000 dias, considerando a ação do J_2 da Lua para a segunda condição de simulação.

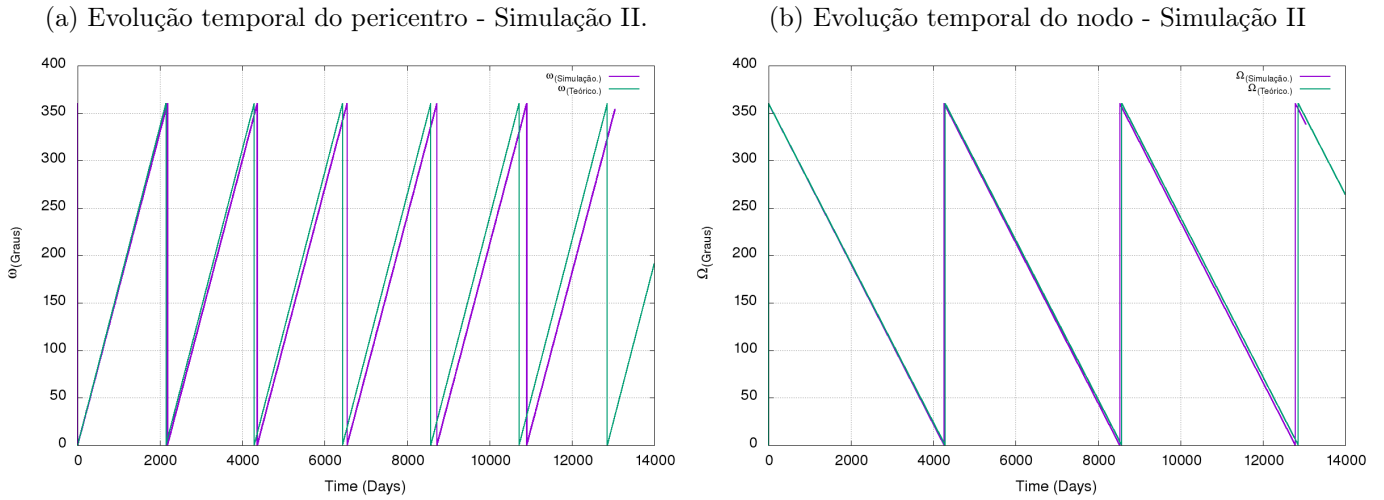
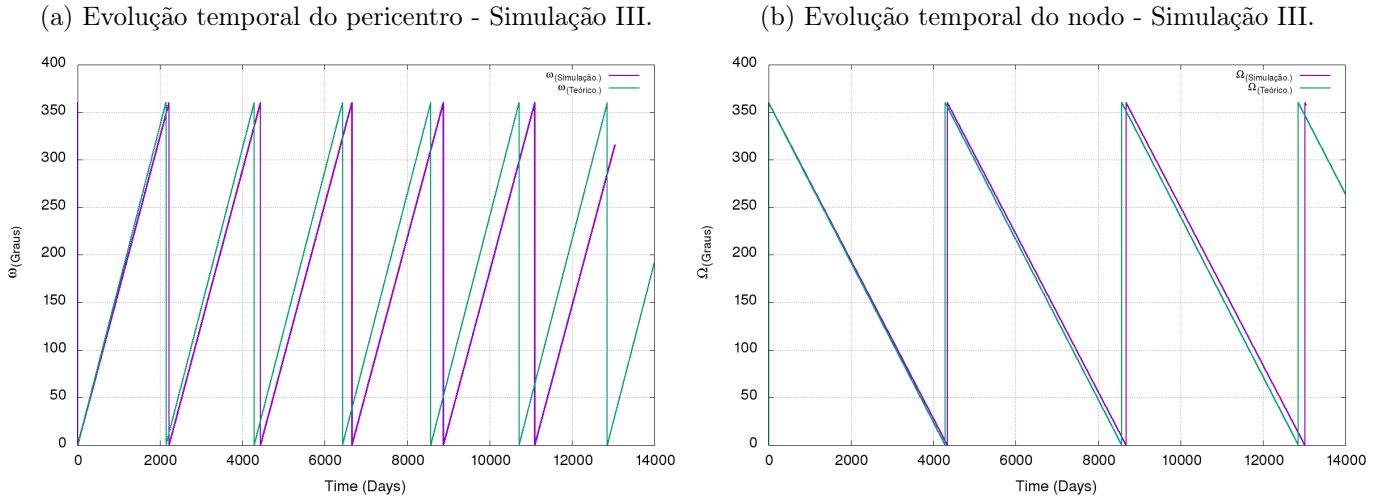


Figura 5.11: Gráficos do comportamento do pericentro (ω) e do nodo (Ω) no tempo, em um intervalo de 14000 dias, considerando a ação do J_2 da Lua para a terceira condição de simulação.



Observa-se que os resultados obtidos demonstram que a implementação dos efeitos devido ao achatamento do satélite encontram-se dentro da faixa esperada pelos estudos teóricos. As existentes variações apresentadas em relação a curva teórica podem ser explicadas pelo fato de que, mesmo com o corpo perturbador tendo sido afastado da região, ainda existem resíduos dos seus efeitos, mas que não comprometem a observação dos efeitos sobre o pericentro e o nodo devido ao achatamento do satélite.

6 Regime de simulações

Com base nas fundamentações teóricas apresentadas, nos Capítulos de 3 à 4, e nos dados reunidos, foram realizados, inicialmente, estudos visando mapear a estabilidade das órbitas de

sondas espaciais em torno de diversos satélites naturais levando em consideração as perturbações de terceiro corpo proveniente de seus respectivos planetas. Posteriormente, visando expandir o estudo dos efeitos nas órbitas de sondas espaciais devido a presença de um terceiro corpo, foram investigadas as dinâmicas em torno de diversos sistemas, mesmo que hipotéticos, com razões de massa no intervalo de 10^{-1} à 10^{-8} . Nessa seção, apresentaremos as considerações adotadas, os regimes e critérios para as simulações realizadas. Para os capítulos de resultados que serão apresentados posteriormente algumas considerações foram estabelecidas:

a) Entende-se por sistema, no presente trabalho, o conjunto composto por um satélite natural, de razão de massa μ_s e raio R_s , uma sonda de massa negligenciável que orbita o satélite natural, e um corpo perturbador cuja razão de massa pode ser escrita como $(1 - \mu_s)$. No caso de órbitas em torno dos satélites naturais, o corpo perturbador foi o respectivo planeta em torno do qual o satélite natural orbita. Desta forma, nos capítulos de resultados de 7 à 12, que se seguem, será adotado o termo sistema para referir-se a essa configuração.

b) Nos sistemas simulados, o satélite natural, descreve uma órbita circular, coplanar, de raio unitário em torno do corpo perturbador. Exceto para a seção (7.3) do Capítulo 7.

c) Os raios equatoriais de cada satélite natural, foram estabelecidos considerando a Equação (5.2), onde seu valor é determinado pela razão de massa do corpo orbitado pela sonda e da densidade normalizada do mesmo. Sendo que, no caso dos satélites naturais clássicos as razões de massa e as densidades normalizadas utilizadas foram os valores reais apresentados na TABELA (1).

d) Todas as simulações foram integradas por um intervalo de tempo total de 3000 unidades canônicas, que corresponde a aproximadamente 477 revoluções do satélite natural em torno do corpo perturbador. Durante o tempo de integração foi verificada a possível colisão da sonda com o satélite natural, pela verificação da altitude, assim como a possível ejeção da região próxima ao satélite natural ou sobrevivência da mesma ao tempo de integração total. Em todas as simulações não foram verificadas possíveis colisões da sonda com o corpo perturbador, pois as integrações das órbitas consideradas como ejetadas da região próxima ao satélite natural foram interrompidas.

e) Entende-se por órbitas mais estáveis, além das condições que sobrevivem ao tempo total de integração, as órbitas das sondas em torno do corpo as quais, considerando todas as órbitas simuladas em seu regime de integração, possuem os maiores tempos registrados.

f) Entende-se por ilhas de estabilidade as regiões de condições iniciais as quais possuem valores de tempos de vida superiores as registradas em toda a sua vizinhança. Essas ilhas correspondem as regiões em branco nos mapas.

g) Os resultados obtidos nas simulações são apresentados nos mapas de tempos de vida. Neles, os tempos das órbitas da sonda são apresentados em termos de períodos orbitais do satélite natural em torno do corpo perturbador, em uma escala logarítmica de base 10, através das escalas de cores e isolinhas.

Nas simulações apresentadas nos capítulos de resultados, diversas configurações de razões de massa, densidade do satélite natural e configurações dos elementos orbitais iniciais para a órbita

da sonda foram consideradas. De modo geral, as simulações foram realizadas considerando intervalos de razões de massa.

$$\mu_{min} \leq \mu_s \leq \mu_{max} \quad (6.1)$$

Sendo μ_{min} e μ_{max} o valor mínimo e máximo da razão de massa para o intervalo de simulação. Desta forma, cada valor de razão de massa compreendido nesses intervalos corresponde a razão de massa de um corpo a ser orbitado pela sonda e, conseqüentemente, a um sistema. Assim, para cada sistema (satélite natural-sonda-corpo perturbador) é necessário determinar o valor da densidade escolhida para o satélite natural que será orbitado pela sonda, para assim determinar seu raio, pela Equação (5.2). Os valores das densidades normalizadas utilizados em todo o trabalho estão descritos na TABELA (1).

Tabela 4: Blocos de simulações, para os sistemas genéricos, contendo os limites, inferior e superior, para os intervalos de razão de massa e as densidades normalizadas consideradas nos estudos. Sendo μ_{min} , μ_{max} e $\Delta\mu$ corresponde a menor e maior razão de massa e o passo dentro do intervalo, ρ é a densidade utilizada no intervalo expressa em termos do satélite natural correspondente ao valor da densidade.

μ_{min}	μ_{max}	$\Delta\mu$	ρ Satélite Natural
$0, 2\mu_{Caronte}$	$1, 6\mu_{Caronte}$	$0, 2\mu_{Caronte}$	Caronte
$5, 0\mu_{Titan}$	$30\mu_{Titan}$	$5, 0\mu_{Titan}$	Titã
$5, 0\mu_{Titan}$	$30\mu_{Titan}$	$5, 0\mu_{Titan}$	Tritão
$0, 2\mu_{Gan}$	$1, 2\mu_{Gan}$	$0, 2\mu_{Gan}$	Ariel
			Calisto
			Europa
			Ganimedes
			Oberon
			Titânia
			Umbriel
$0, 2\mu_{Reia}$	$1, 6\mu_{Reia}$	$0, 2\mu_{Reia}$	Dione
			Reia
			Tétis
$0, 2\mu_{Mir}$	$1, 6\mu_{Mir}$	$0, 2\mu_{Mir}$	Enceladus
			Miranda
			Proteu
$0, 2\mu_{Mimas}$	$1, 4\mu_{Mimas}$	$0, 2\mu_{Mimas}$	Mimas

Tendo essas considerações como base, os satélites naturais apresentados na TABELA (1) foram reunidos em grupos, tendo como critério a mesma ordem de razão de massa. Desta forma, foi possível estabelecer os limites para os intervalos de razões de massa e os valores de densidade a serem considerados nas simulações. A escolha das densidades, a serem utilizadas nas simulações, foram feitas tomando como critério o valor da densidade do satélite natural com maior razão de massa de cada intervalo. A TABELA (4) apresenta os regimes utilizados nas simulações. A escolha destes regimes buscou englobar tanto as razões de massa para os satélites naturais conhecidos quanto para os sistemas genéricos, que foram determinados com

base nos satélites naturais conhecidos com as maiores razões de massa para cada ordem de grandeza.

Os resultados expostos nos próximos capítulos foram reunidos de forma a apresentar inicialmente os estudos realizados em torno dos satélites naturais mais conhecidos e, posteriormente, apresentados em conjuntos de mesma ordem de razão de massa, em torno de outros sistemas, mesmo que hipotéticos, contendo também um satélite natural, uma sonda e um corpo perturbador, em torno do qual o satélite natural orbita.

7 Mapeamento da estabilidade de órbitas ao redor de luas do Sistema Solar.

No primeiro bloco da presente seção de resultados, visando estudar os efeitos da perturbação dos planetas sobre as órbitas, inicialmente circulares, das sondas em torno dos satélites naturais, foi simulada uma grade de condições de inclinações e semieixos maiores iniciais. Considerando os resultados apresentados por de Almeida Prado (2003), os intervalos de simulação para a inclinação foram escolhidos visando estudar as regiões com o efeito Kozai. Tendo em vista que suas considerações mostraram que órbitas menores do que 60° apresentaram comportamentos que produziram órbitas sobreviventes ao tempo de integração de 477 períodos orbitais, o intervalo de $[60, 0 - 85, 0]^\circ$ para a inclinação inicial foi utilizado nas simulações realizadas neste trabalho. O limite superior de 85° foi estabelecido devido ao fato de órbitas quase polares serem úteis para realizar mapeamento de corpos, considerando que nessas inclinações é possível obter melhores registros dos objetos enquanto estes realizam sua rotação em torno de seus eixos. A faixa de estudo do semieixo maior inicial da órbita da sonda foi de $[1, 5 - 10, 0]R_s$, onde R_s é o valor do raio equatorial do satélite natural. Esse intervalo foi escolhido tendo como base investigar regiões orbitais mais próximas a superfície dos satélites, assim como faixas maiores do que os estudos realizados por de Almeida Prado (2003). Em todas as simulações considerou-se que o satélite natural descrevia, em torno do planeta, uma órbita circular e equatorial em relação ao planeta. Posteriormente, o estudo das órbitas foi aprofundado, estudando o comportamento dos tempos de vida das órbitas da sonda a partir da variação da excentricidade inicial dessas órbitas, considerando a mesma faixa de $[60, 0 - 85, 0]^\circ$ para a inclinação inicial da órbita da sonda e um intervalo de $[0, 0 - 0, 5]$ para a excentricidade, mantendo nessas simulações, o valor do semieixo maior inicial fixo e igual a $a_0 = 2, 3, 4$ e $5 R_s$. Com esse intervalo para a excentricidade inicial buscou-se investigar os efeitos da ação de terceiro corpo sobre orbitas iniciais circulares e excêntricas. Não foram escolhidas excentricidades iniciais maiores do que 0,5 pois a ação do efeito Kozai, nessas condições, tendem a incrementar a excentricidade dessas órbitas mais rápido, favorecendo assim possíveis colisões. Os resultados obtidos foram reunidos por ordem das razões de massa dos satélites naturais. Realizadas as integrações no intervalo de tempo definido, os resultados obtidos são apresentados abaixo.

7.1 Estudo de órbitas iniciais circulares em torno dos satélites naturais.

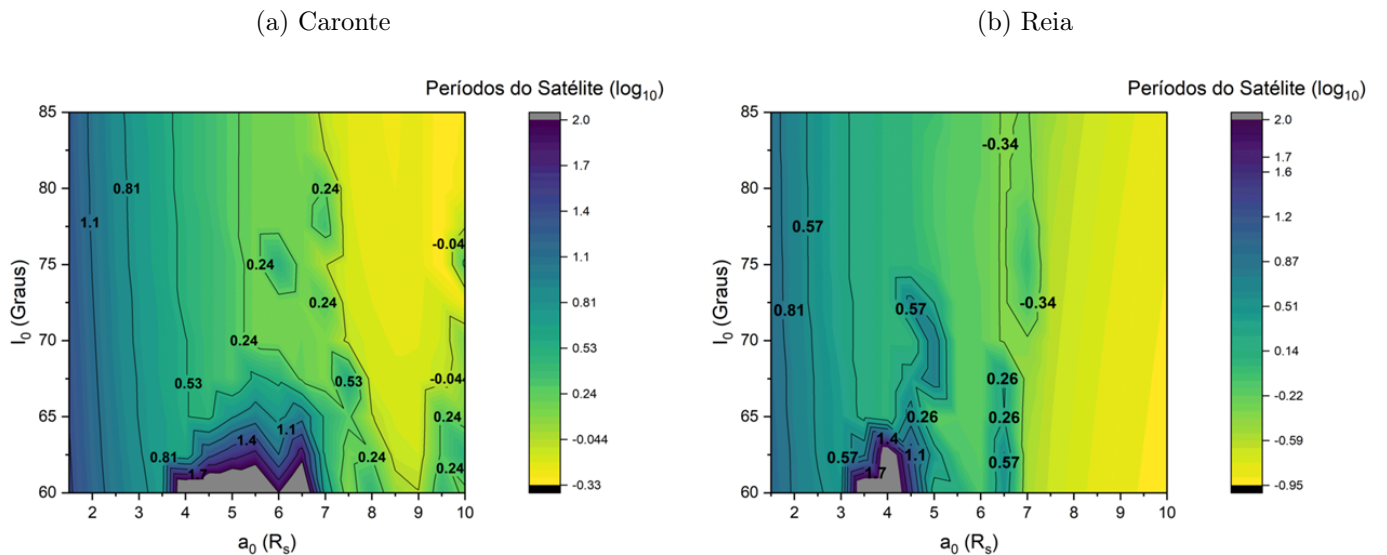
Considerando os resultados das simulações, foi observado que, de modo geral em torno dos diversos satélites naturais, os tempos de vida das órbitas tendem a aumentar a medida que a inclinação, com limite inferior de 60° , e o semieixo maior iniciais diminuem, dentro dos intervalos de simulação utilizados, como mostram as FIGURAS (7.1) e (7.2) e FIGURAS (B.1) e (B.2) no anexo I. Esse comportamento para a inclinação tem relação com o maior efeito Kozai, que tende a ser mais forte a medida que as órbitas são mais inclinadas. Deste modo, as órbitas iniciais com menor inclinação, próximas a 60° , sentem menos o efeito Kozai, em relação as órbitas com inclinação próximas a 85° , e assim o acoplamento da inclinação com

a excentricidade não é grande, favorecendo a permanência da sonda por mais tempo. Já as razões para o comportamento observado para o semieixo maior estão relacionadas a altitude de implementação dessas órbitas pois, órbitas mais baixas tendem a sentir menos as ações de terceiro corpo, devido a proximidade com o satélite natural.

Esse comportamento geral mencionado é melhor observado nos mapas de tempos de vida que são apresentados pois tais mapas foram ajustados de modo a destacar as regiões com órbitas com tempos de vida muito altos ou sobreviventes ao tempo de integração total, região em cinza nos mapas, e as órbitas em regiões de ilhas de estabilidade, em branco nos mapas, que possuem tempos de vida altos em relação a toda a sua vizinhança. Desta forma, é possível observar o comportamento geral de todo o mapa, pois sendo essas regiões identificadas e separadas é possível observar o comportamento das demais regiões.

A análise das regiões em cinza nos mapas em torno dos satélites naturais, FIGURA (7.1) e FIGURAS (B.1) e (B.2) no Anexo B, permitiu localizar diversas condições sobre as quais as órbitas, inicialmente circulares, sobreviviam ao tempo total de integração, menos em torno de Ariel, onde nenhuma órbita sobreviveu até o tempo total das integrações. Ainda sobre essas regiões, as órbitas que não sobreviveram ao final da integração apresentaram durações de vida altos em Titã, Ganimedes e Oberon, com órbitas que duraram o tempo correspondente a aproximadamente 318 períodos orbitais desses satélites naturais em torno de seus respectivos planetas, e nos satélites naturais Caronte, Tritão, Europa, Calisto, Ariel, Umbriel, Titânia e Reia, que tiveram tempos máximos na faixa de 85 à 306 períodos orbitais de cada satélite, respectivamente.

Figura 7.1: Mapas de tempos de vida em função da inclinação e semieixo maior inicial da sonda, considerando órbitas iniciais circulares, em torno dos satélites Caronte e Reia.

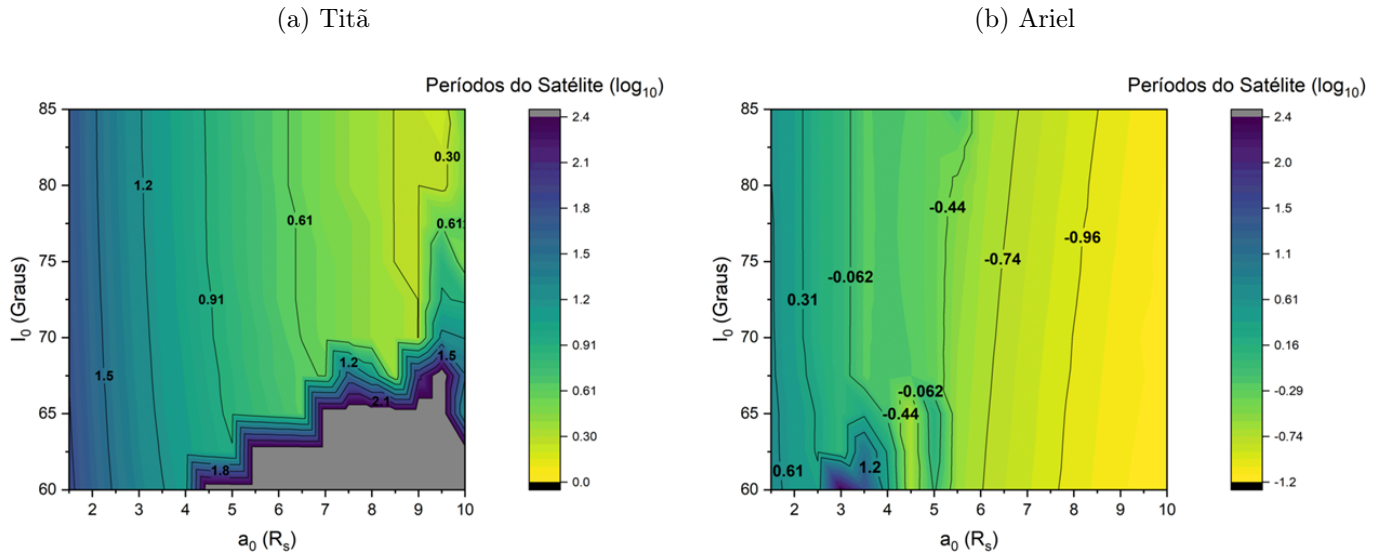


Considerando os tempos siderais de cada satélite, presentes na TABELA (1), foi possível obter, em escala de dias ou anos, os tempos aproximados ao quais esses dados correspondem. As análises mostraram que, em torno de Caronte, foram obtidas órbitas estáveis com intervalos de

duração de 6,5 à 8,0 anos. Condições de tempos de 2,9 à 19,0 anos foram obtidas para Titã. Em torno de Tritão, foram encontrados períodos de tempo de 1,9 à 3,3 anos. Já em Europa, uma órbita com duração de 2,7 anos foi observada, enquanto que em torno de Ganimedes tempos orbitais na faixa de 1,4 à 9,2 anos foram registrados.

As sondas em torno de Calisto chegaram a marcar duração das órbitas de até 8,6 anos, enquanto Ariel registrou condições entre 89,8 e 648,2 dias. As simulações em torno de Umbriel registraram tempos entre 227,3 à 362,6 dias. As condições ao redor de Titânia permitiram órbitas com vida de 1,7 à 7,4 anos, Já em torno de Oberon foram obtidas órbitas com tempos entre 9,0 à 15,9 anos. Por fim, no sistema de Reia foram obtidas condições orbitais com aproximadamente 3,4 anos. Os mapas dos demais sistemas podem ser observados nas FIGURAS (B.1) e (B.2) presente no Anexo B. Nas demais condições orbitais iniciais, externas aos intervalos em cinza nos mapas, foram registrados tempos máximos em Caronte de 2,3 anos, em Titã as órbitas se concentraram entre 26 dias e quase 3 anos. Europa, Ganimedes, Calisto e Ariel apresentaram tempos máximos de 152, 464, 1611 e 24 dias, respectivamente.

Figura 7.2: Mapas de tempos de vida para inclinação e semieixo maior inicial da sonda, considerando órbitas iniciais circulares em torno dos satélites Titã e Ariel, considerando circular a órbita dos satélites em torno dos Planetas.

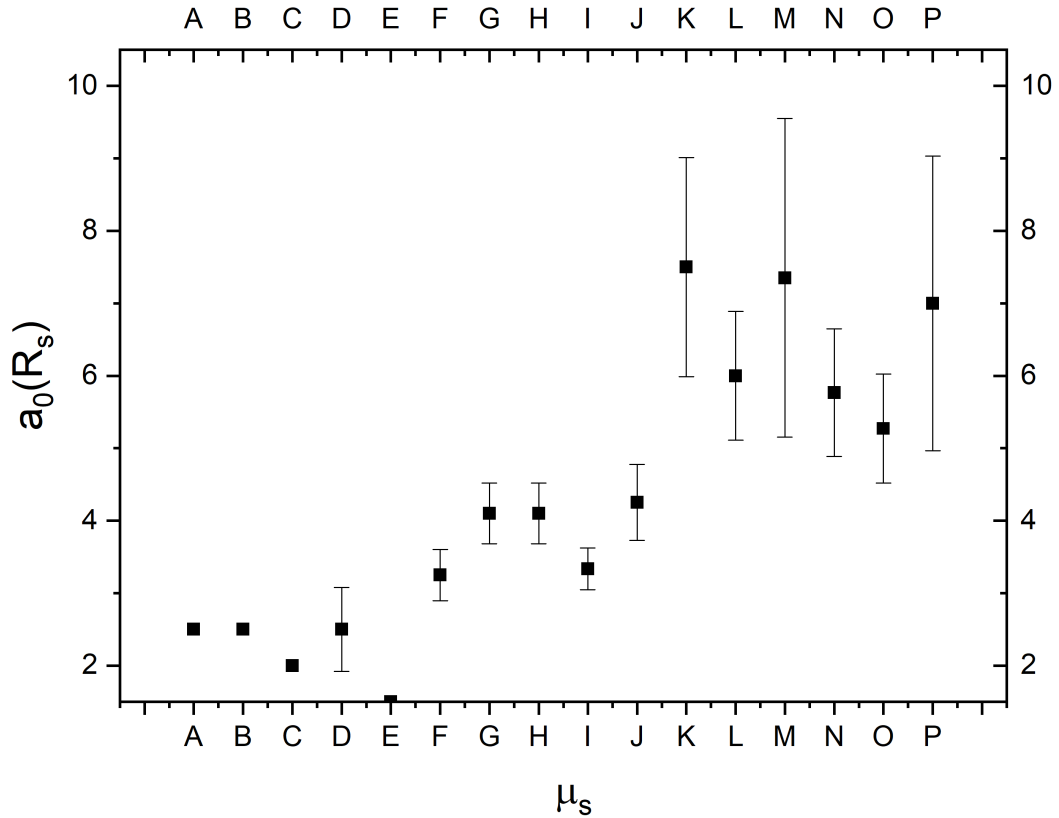


Condições maiores de tempo foram registradas em Titânia e Oberon, com 276 e 1279 dias, respectivamente. Tritão, Reia e Umbriel registraram tempos máximos de 298, 141 e 41 dias, respectivamente. Entretanto, algumas dinâmicas apresentaram tempos de vida consideravelmente baixos, chegando a 27 dias para Dione, 12 para Tétis e 18 dias em torno de Encélado. As órbitas em torno de Tétis, Proteu, Miranda e Mimas não apresentaram tempos superiores a 4 dias. Essa diminuição nos tempos de vida evidencia a dependência do tempo de duração das órbitas com as razões de massa μ_s , uma vez que razões de massa menores promoveram a diminuição geral dos tempos de vida. Isso se deve ao fato de satélites naturais com menores razões de massa apresentarem uma diferença entre sua massa e a massa do planeta consideravelmente grande. Desta forma, as perturbações de terceiro corpo são fortes e o satélite natural

não possui massa, e desta forma um campo gravitacional, suficiente para manter a sonda em órbita por muito tempo.

As simulações permitiram observar também que, em torno dos diversos satélites naturais, existem faixas de condições iniciais, regiões em cinza nos gráficos, em função do semieixo maior inicial das órbitas, nas quais foram encontradas órbitas com a maior duração de tempo. Essas faixas, em termos da razão de massa dos corpos, podem ser observadas no gráfico da FIGURA (7.3), onde as barras verticais indicam os limites do intervalo. No gráfico da FIGURA (7.3) os satélites naturais são identificados por letras, que correspondem aos corpos apresentados na TABELA (5), sendo apresentados em ordem crescente de razão de massa.

Figura 7.3: Gráfico das faixas de maiores tempos de vida das órbitas, em função do semieixo maior inicial. Os satélites naturais associados as letras podem ser identificados na TABELA (5).



A análise do gráfico, juntamente com os mapeamentos, apresentados nas FIGURAS (7.1), (7.2) e FIGURAS (B.1) e (B.2) no Anexo B, mostram que a medida que a razão de massa do satélite natural aumenta pode ocorrer um pequeno alargamento do intervalo de semieixo maior inicial onde são localizadas as condições com as órbitas com a maior duração.

Tabela 5: Satélites naturais presentes no gráfico da FIGURA (7.3)

	Satélite Natural		Satélite Natural
A	Mimas	J	Europa
B	Encélado	K	Oberon
C	Proteu	L	Titânia
D	Miranda	M	Calisto
E	Tétis	N	Ganimedes
F	Dione	O	Tritão
G	Reia	P	Titã
H	Umbriel	Q	Caronte
I	Ariel		

Mostra-se também que, em termos do raio equatorial desses satélites, os corpos com razões de massa maiores apresentam essas faixas mais afastadas do satélites natural. Isso se deve ao fato de que para os corpos com menor razão, por exemplo entre A e D, devido a forte perturbação gravitacional do terceiro corpo, as sondas necessitam serem implementadas próximas ao satélite natural, para que o campo gravitacional do mesmo possa mante-lá. Já os satélites com razões de massa maiores, como exemplo N, O e P que correspondem a Ganimedes, Tritão e Titã, possuem maior massa e uma região maior sobre a ação de seu campo gravitacional, o que permite que as sondas implementadas em altitudes maiores possam ser mantidas, mesmo com as perturbações de terceiro corpo.

7.2 Estudo de órbitas iniciais circulares e excêntricas em torno dos satélites naturais.

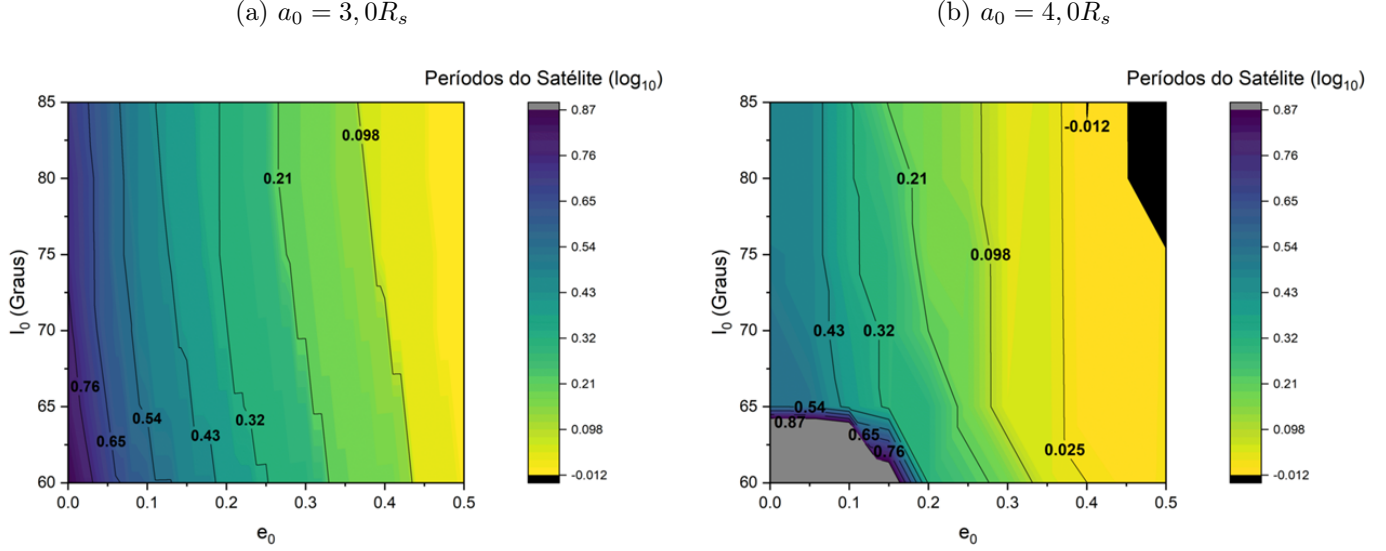
A seguir, faremos um estudo detalhado da duração de órbitas em torno de luas do Sistema Solar. Os resultados das simulações em torno dos satélite naturais nessa seção foram reunidos de modo a manter na mesma subseção os satélites naturais com a mesma ordem da razão de massa, sendo possível assim encontrar satélites de sistemas diferentes no mesmo subgrupo. Além de mapear as órbitas em torno desses corpos, o objetivo dessa abordagem foi investigar como as perturbações de terceiro corpo se apresentam de acordo com a ordem da razão de massa.

7.2.1 Caronte.

De modo geral, nas simulações em torno de Caronte, FIGURA (7.4) e FIGURA (B.3) no Anexo B, para todas os valores de a_0 considerados foi observado que os maiores tempos de vida encontram-se nas regiões de menores valores de I_0 e e_0 , devido a menor influência da ressonância Kozai e da perturbação de tercceiro corpo nessas órbitas, com exceções para os casos de $a_0 = 3, 4$ e $5 R_s$, onde foram encontradas ilhas de estabilidades em regiões de altas inclinações e/ou excentricidades iniciais. Entretanto, o comportamento geral é mantido. Nas simulações com $a_0 = 4$ e $5 R_s$, condições com altos tempos e sobrevivência ao tempo total de integração foram

encontradas, nas regiões baixas de I_0 e e_0 . Para o semieixo maior inicial $a_0 = 5R_s$, o mapa perde um pouco o comportamento dos resultados.

Figura 7.4: Mapa de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda em torno de Caronte para diferentes valores de semieixo maior inicial da sonda, sendo R_s o raio equatorial de Caronte. A duração das órbitas é expressa em períodos orbitais do satélite natural em torno do planeta, sobre uma escala logarítmica de base 10.



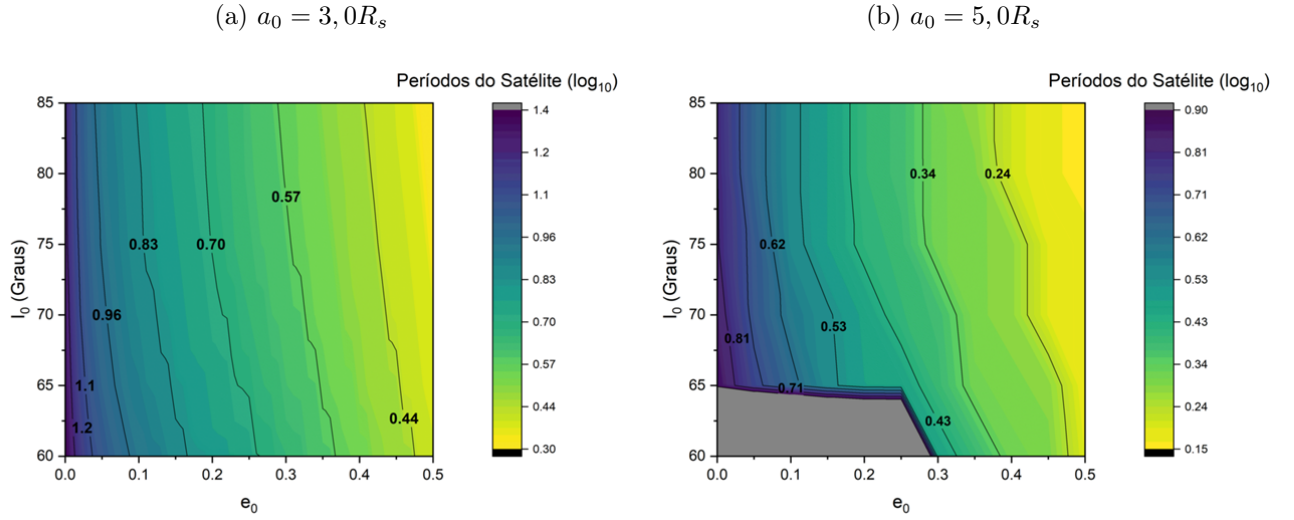
De modo geral, no intervalo das simulações para o semieixo maior inicial entre 2,0 e 5,0, os maiores tempos de vida registrados foram 100, 46, 76 e 94 dias, respectivamente, para as regiões externas as ilhas de estabilidade. Já as órbitas nas regiões das ilhas obtidas apresentam tempos de 76 e 343 dias para os casos de $a_0 = 3,0$ e $4,0 R_s$, e até 2949 dias nas simulações para $a_0 = 5,0 R_s$.

7.2.2 Titã e Tritão.

Nas simulações ao redor de Titã, FIGURA (7.5) e FIGURA (B.3) no Anexo B, para todos os semieixos maiores iniciais simulados os mapas mantiveram o comportamento, apresentando um aumento na vida das órbitas a medida que I_0 e e_0 diminuem. Como já mencionado, tanto em torno de Caronte como em torno de Titã e Tritão, os efeitos relacionados a inclinação se devem ao efeito Kozai. Já quando as órbitas iniciais mais elípticas possuem menores tempos, se deve ao fato dessas órbitas apresentarem um apoapsis mais próximo do terceiro corpo, o que faz com que seja mais perturbada, além disso, a proximidade de seu periapsis com o satélite natural favorece a colisão.

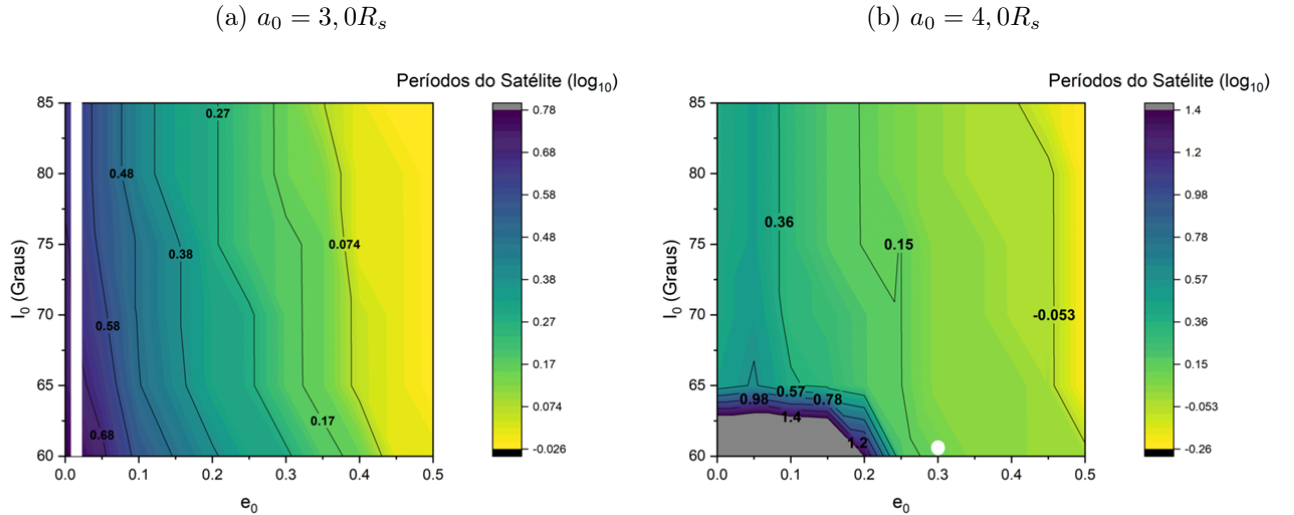
Para as simulações considerando $a_0 = 5,0 R_s$ há uma região de altos tempos e sobrevivência ao tempo de integração total para baixos valores de I_0 e e_0 , devido aos mesmos fatores descritos para as órbitas em torno de Titã e Tritão, sendo encontradas, nessa região, órbitas com até 861 dias. De modo geral, não foram registradas ilhas de estabilidade e os tempos máximos observados foram de cerca de 735, 64, 110 e 118 dias, respectivamente, para os semieixos maiores iniciais simulados entre 2,0 e $5,0 R_s$.

Figura 7.5: Mapa de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda em torno de Titã para diferentes valores de semieixo maior inicial da sonda.



Os resultados das simulações em torno de Tritão, FIGURA (7.6) e FIGURA (B.4) no Anexo B, mantém o comportamento para I_0 e e_0 , ao menos para os casos de $a_0 = 2, 3$ e $4 R_s$. Nas simulações com $a_0 = 3, 4$ e $5 R_s$ foram encontradas ilhas de estabilidade, destacando as ilhas em $a_0 = 3,0 R_s$, que, encontram-se em regiões de órbitas iniciais quase circulares mas, que estende-se até as altas inclinações.

Figura 7.6: Mapa de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda em torno de Tritão para diferentes valores de semieixo maior inicial da sonda.



Já as órbitas das ilhas para $a_0 = 4,0$ e $5,0 R_s$ estão localizadas em inclinações baixas, entretanto, são bem excêntricas. Condições com altos tempos e sobreviventes ao tempo de integração também foram observados nas simulações com $a_0 = 4,0$ e $5,0 R_s$. Considerando apenas as regiões fora das ilhas, os tempos de vida máximos registrados foram de cerca de 75, 34, 22 e 110 dias, respectivamente para os semieixos iniciais entre $2,0$ e $5,0R_s$. Sobre as

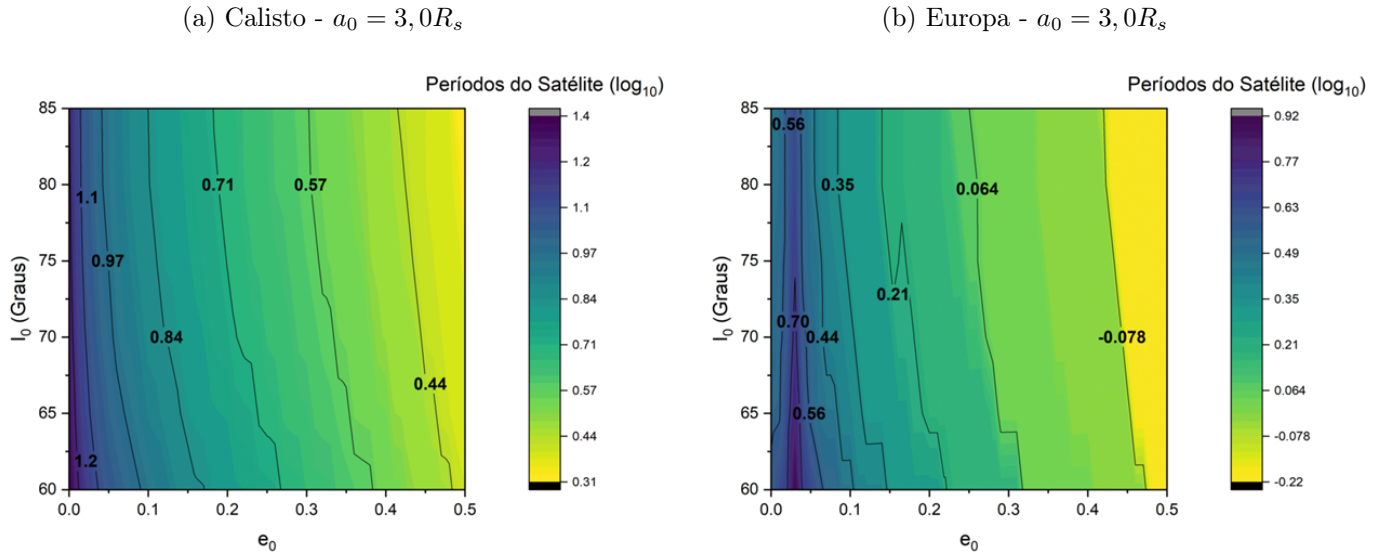
regiões de ilhas, para a condição de $a_0 = 3,0 R_s$, os tempos observados foram entre 34 e 43 dias. Entretanto, em altitudes maiores, $a_0 = 5,0 R_s$, os tempos encontram-se na faixa de 1 à 5 anos.

7.2.3 Ariel, Calisto, Europa, Ganimedes, Oberon, Titânia e Umbriel.

Considerando que as investigações foram concentradas nos sistemas com a mesma ordem de razão de massa, a presente subseção apresentará os resultados obtidos em torno dos satélites naturais com razão de massa da ordem de 10^{-5} .

O estudo em torno de Calisto, FIGURA (7.7)(a) e FIGURA (B.5) no Anexo B, mostrou que os mapas de tempos de vida mantiveram o comportamento já observado para I_0 e e_0 . Nos mapas obtidos não foram encontradas ilhas de estabilidade, apenas uma região com altos tempos de vida e regiões de sobrevivência ao tempo de integração para $a_0 = 5,0 R_s$. Entretanto, os resultados mostram a perda precoce, por colisão ou ejeção, das órbitas implementadas com excentricidade inicial $e_0 = 0,5$. No conjunto das simulações, no intervalo de a_0 de 2,0 a 5,0, as órbitas com maiores tempos de vida apresentaram tempos de aproximadamente 795, 387, 235 e 130 dias, respectivamente.

Figura 7.7: Mapas de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda em torno de Calisto e Europa para o semieixo maior da sonda $a_0 = 3,0 R_s$.

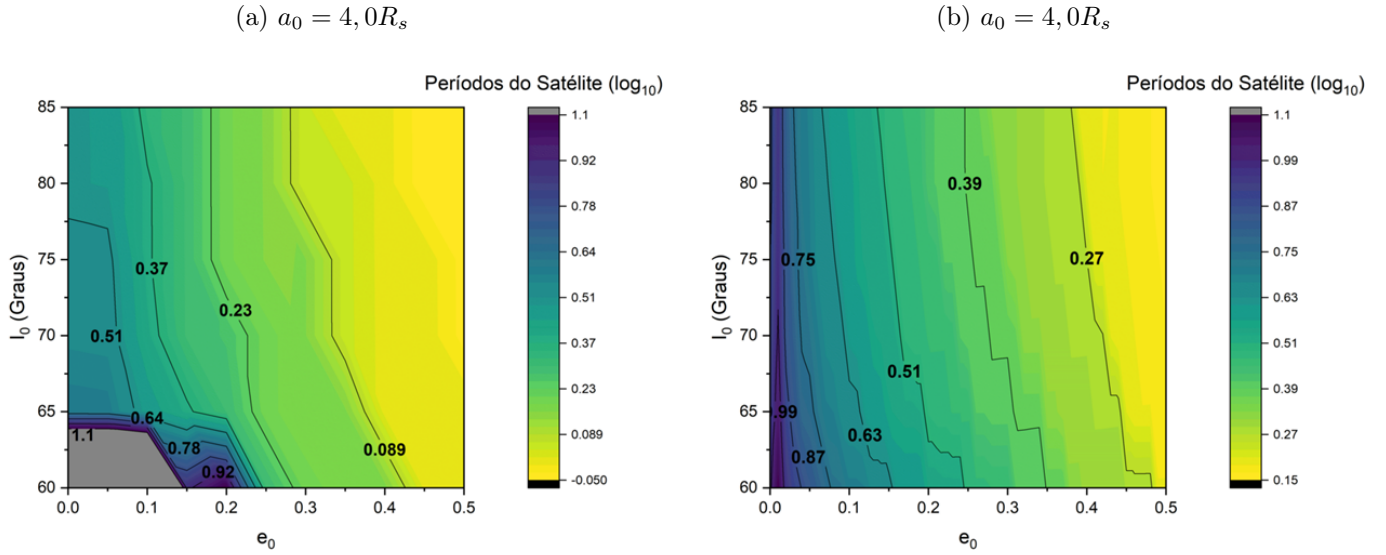


A dinâmica em torno de Europa, FIGURA (7.7)(b) e FIGURA (B.5) no Anexo B, permitiu a criação de mapas que mantiveram o aumento nos tempos para cada condição de I_0 e e_0 , sendo esse comportamento melhor observado para as condições $a_0 = 2,0$ e $3,0 R_s$, embora seja possível ver o regime também nas demais condições de a_0 . Na região com $a_0 = 2,0 R_s$, assim como outros sistemas, as órbitas para $e_0 = 0,5$ foram ejetadas ou colidiram com a lua assim que implementadas, registrando tempos muito inferiores a 15% de um período orbital de Europa. Pequenas faixas de ilhas foram observadas para $a_0 = 3,0$ e $4,0 R_s$. E apenas nas condições de semieixo inicial mais externa, 4,0 e 5,0 R_s , foram registradas órbitas sobreviventes ao tempo total de integração. De modo geral, os tempos de vida das órbitas chegaram a valores de cerca

de 38 e 29 dias para as duas simulações com semieixos mais baixos e faixas entre 31 à 1246 dias para $4R_s$ e 46 à 346 dias para $5R_s$.

Os mapas ao redor de Ganimedes, FIGURA (7.8)(a) e FIGURA (B.6) no Anexo B, mantiveram os comportamentos observados para a inclinação e excentricidade inicial em todas as condições de semieixos maiores simuladas. Foram encontradas condições de sobrevivência ao tempo total de integração em valores de semieixo maior inicial iguais a 4,0 e 5,0 R_s . Os maiores tempos de vida encontrados foram 116, 87, 83 e 113 dias, respectivamente, para cada valor de semieixo maior inicial simulado. Nas regiões em destaque, intervalos em cinza nos gráficos, podem ser encontradas também órbitas com tempos de até 659 e 3107 dias para os valores de 4,0 e 5,0 R_s .

Figura 7.8: Mapas de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda em torno de Ganimedes e Oberon para diferentes valores de semieixo maior inicial da sonda.



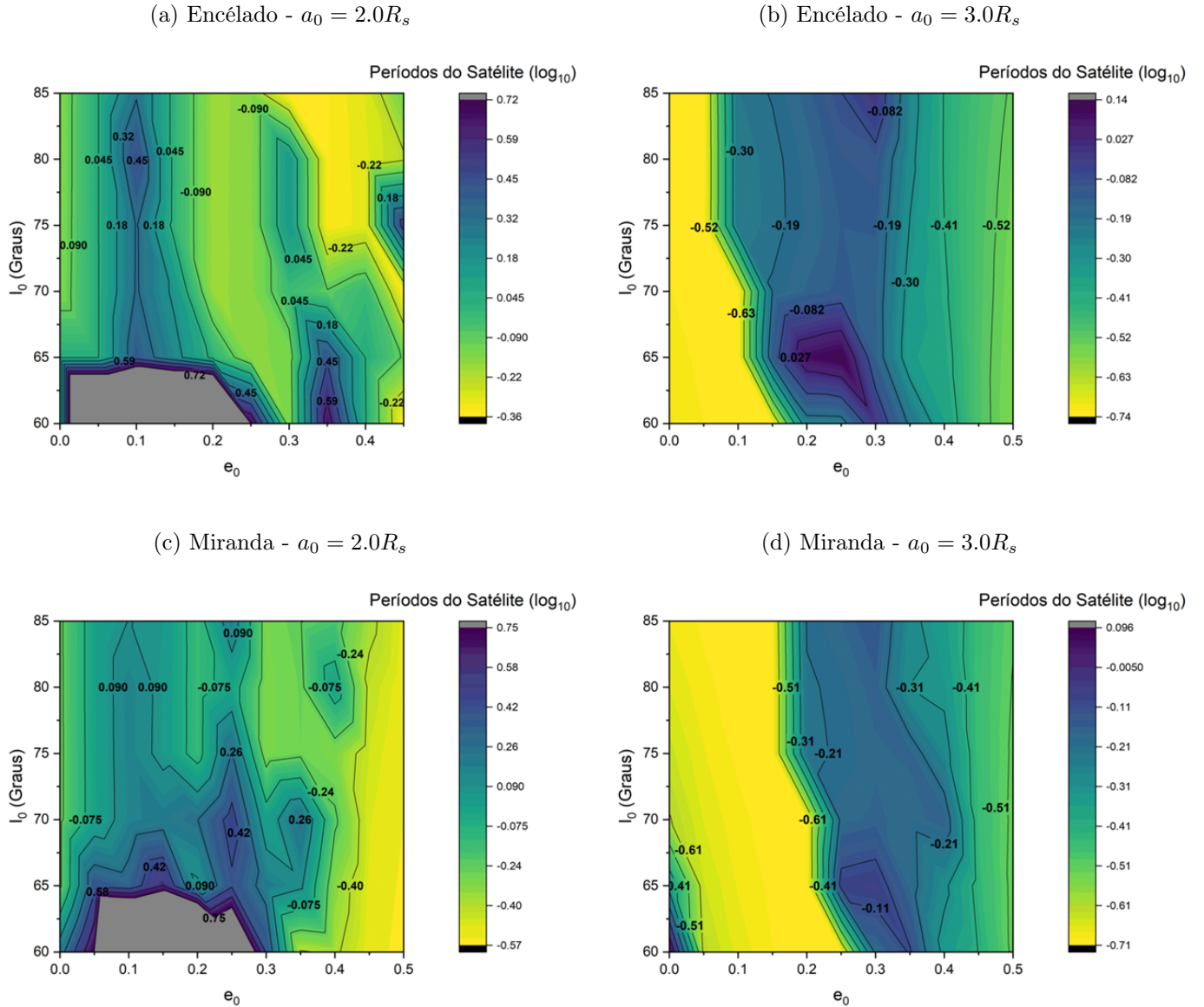
Em Oberon, FIGURA (7.8)(b) e FIGURA (B.6) no Anexo B, os comportamentos para I_0 e e_0 são mantidos em todas as simulações. Não foram localizadas ilhas de estabilidade em altas inclinações ou excentricidades e apenas em $a_0 = 5R_s$ existem condições de sobrevivência ao tempo total de integração. As órbitas com $e_0 = 0,5$, para $a_0 = 2R_s$, colidiram ou ejetaram do sistema em tempos muito menores do que 15% de um período orbital do satélite natural Oberon. Os tempos máximos de vida observados foram de 447, 213, 172 e 941 dias, para os semieixos maiores iniciais de 2,0 à 5,0 R_s . Nas órbitas em Umbriel, o bom comportamento dos resultados é melhor visto para as condições de $a_0 = 2,0R_s$ e $3,0R_s$. Entretanto, são encontradas condições de sobrevivência ao tempo de integração para o caso $a_0 = 4,0R_s$. Os maiores tempos de vida registraram 32, 26, 631 e 207 dias, respectivamente, para cada faixa de semieixo maior simulado. Também foram obtidos resultados para Titânia e Ariel. Todos os mapas descritos foram catalogados nas FIGURAS (B.3) à (B.7) no Anexo B.

7.2.4 Encélado, Miranda e Proteu.

As órbitas em torno de Encélado, Miranda e Proteu, FIGURA (7.9) e FIGURAS (B.9) e (B.10) no Anexo B, apresentam um comportamento diferente para I_0 e e_0 .

Diferentemente dos sistemas considerados anteriormente essas luas mantiveram os maiores tempos de vida em baixas inclinações e excentricidades iniciais apenas para o caso de $a_0 = 2R_s$, onde são observadas ilhas e regiões de sobrevivência ao tempo total de integração, além de tempos de vida de 337, 618 e 317 dias para essas luas, respectivamente, como mostra a FIGURA (7.9) e FIGURAS (B.9) e (B.10) no Anexo B.

Figura 7.9: Mapas de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda em torno de Encélado e Miranda para diferentes valores de semieixo maior inicial da sonda.



Nessas luas e condições simuladas as órbitas com excentricidade de 0,5 também apresentaram alta instabilidade, gerando órbitas com tempos bem abaixo do que 15% de um período orbital dos satélites naturais. Para as simulações com semieixos maiores iniciais mais altos foi

observado a inversão do comportamento. Os maiores tempos de vida não são observados nas regiões de baixa inclinação e excentricidade iniciais. Assim, para os mapas de $a_0 = 3, 4$ e $5 R_s$, as órbitas de maiores tempos encontram-se em regiões de altas inclinações e/ou excentricidades iniciais. Entretanto, seus tempos de vida não são altos, não ultrapassando 30 dias em Encélado, por exemplo. Embora as verificações dessas órbitas tenham mostrado que, grande parte das condições iniciais para órbitas mais circulares levam a colisão da sonda com os satélites naturais, o comportamento localizado nessas regiões de razão de massa pode ser explicado pela alta perturbação proveniente do terceiro corpo. Sendo assim, apenas mais uma unidade de raio dos satélites, para o semieixo maior inicial da órbita, é suficiente, nesses casos, para que a perturbação do terceiro corpo perturbe a órbita a ponto de derrubá-la.

7.2.5 Dione, Reia e Tétis.

As simulações em torno de Reia e Dione, FIGURAS (7.10) e FIGURAS (B.8) e (B.9) no Anexo B, mantiveram o comportamento geral observado, apresentando as órbitas com os maiores tempos em condições iniciais mais circulares e menos inclinadas. Os mapas obtidos em torno de Tétis apresentaram o mesmo comportamento observado em Encélado, Miranda e Proteu. Os mapas de todas as condições simuladas encontra-se no Anexo B e na FIGURA (7.10).

Figura 7.10: Mapa de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda em torno de Dione e Reia para diferentes valores de semieixo maior inicial da sonda.

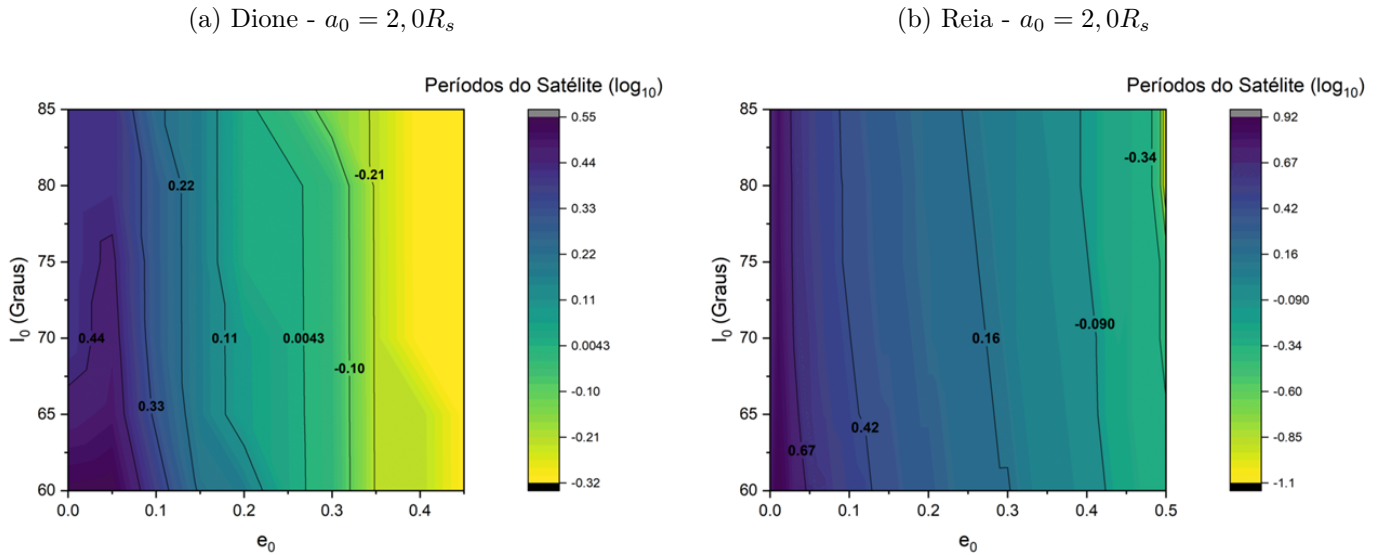
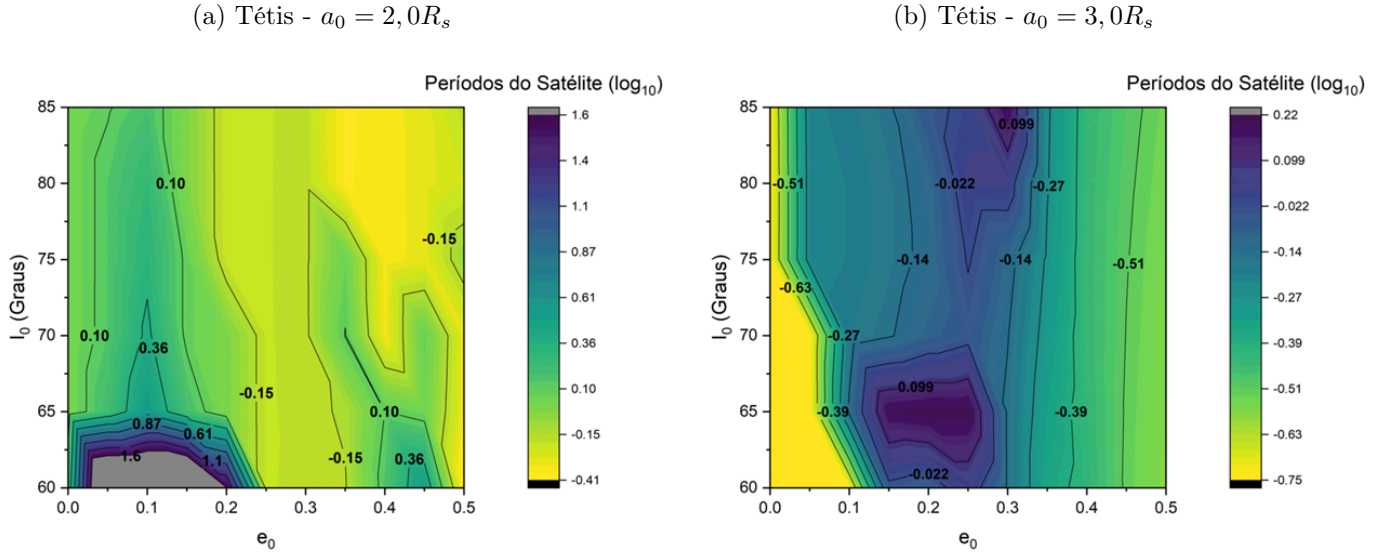


Figura 7.11: Mapa de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda em torno de Tétis para diferentes valores de semieixo maior inicial da sonda.



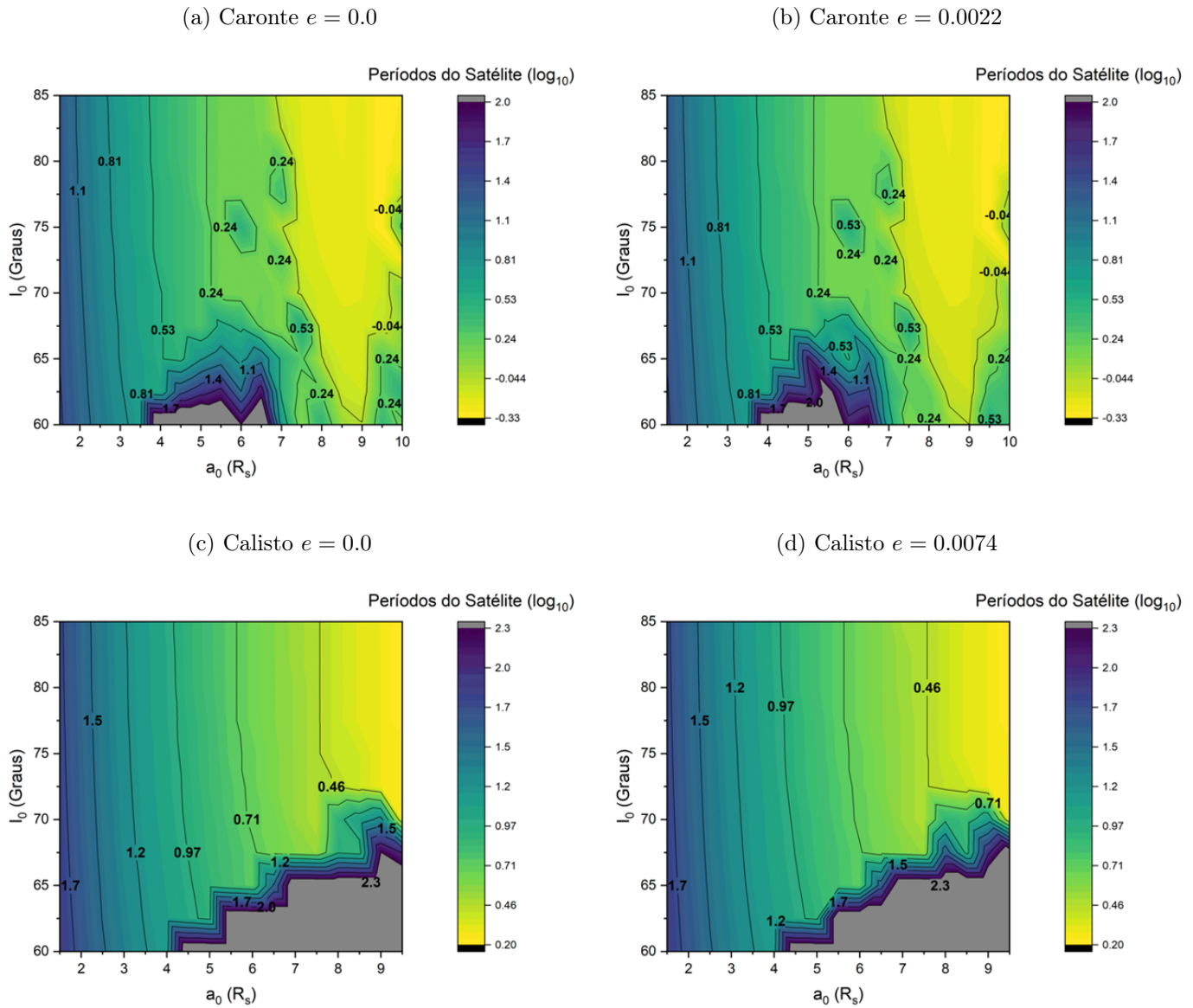
7.2.6 Mimas.

Os resultados das simulações em Mimas, FIGURA (B.11) no Anexo B, ao menos para os valores de a_0 simulados, apresentaram comportamentos diferentes dos observados nos sistemas com maiores razões de massa. Nota-se que a medida que as órbitas iniciais ganham altitude, as melhores condições de tempo encontram-se nas condições de altas inclinações e/ou excentricidades. Foram observadas pequenas ilhas de estabilidade. Entretanto, em todas as simulações os tempos de vida das órbitas não ultrapassaram 2,5 dias. No caso de Minas, devido a razão de massa da ordem de 10^{-8} os comportamentos podem ser explicados pela alta perturbação promovida pelo terceiro corpo.

7.3 Estudo da influência da excentricidade dos satélites naturais nas órbitas das sondas.

Visando observar os efeitos devido a excentricidade da órbita do satélite natural em torno de seu respectivo planeta foram realizadas simulações considerando o valor dessas excentricidades. O objetivo desse estudo foi investigar se o valor real das excentricidades das órbitas dos satélites naturais em torno de seus planetas promoveria uma perturbação de terceiro corpo capaz de modificar os comportamentos dos mapas de tempos de vida observados para a sonda em torno de cada satélite natural. Sendo assim, não foram realizadas simulações considerando valores diferentes, maiores ou menores, do que os correspondentes a excentricidade real de cada satélite natural. Deste modo, a grade dessas simulações considerou os mesmos intervalos das condições simuladas nas seções anteriores do presente capítulo, alterando apenas o valor da excentricidade da órbita do satélite natural em torno do corpo perturbador, o planeta. Os resultados observados estão presentes na FIGURA (7.12) e FIGURAS (B.1) a (B.11) no Anexo B, em termos do períodos orbitais do satélite natural em torno dos planetas sobre uma escala logarítmica de base 10.

Figura 7.12: Mapas de tempos de vida para as condições iniciais de inclinação e semieixo maior para a sonda em torno de Caronte e Calisto, considerando o satélite natural em uma órbita circular e com suas respectivas excentricidade.



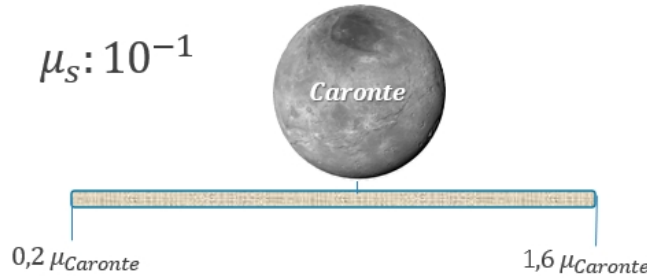
Comparando os resultados obtidos nas simulações considerando a excentricidade real dos satélites naturais com os mapas considerando essas órbitas como sendo circulares, observou-se que o comportamento geral dos mapas foi mantido em ambas condições mostrando que o modelo, considerando tais órbitas como circulares, descreve bem o comportamento das órbitas da sonda em torno dos satélites naturais. Mesmo sobre as regiões de altos tempos de vida, regiões em cinza nos gráficos, o comportamento foi mantido para grande parte dos resultados. Para uma maior validação dos resultados, foi obtida a diferença entre os dois tipos de sistemas simulados, com órbitas circulares e excêntricas para os satélites naturais, considerando que as diferenças positivas indicam um ganho no tempo para as órbitas das sondas em torno dos satélites considerando suas excentricidades e diferenças negativas correspondem a perdas de tempo de vida das órbitas da sonda considerando o modelo que leva em conta a excentricidade

dos satélites naturais. Em uma visão geral, os ganhos ou perdas dos tempos de vida das órbitas foram relativamente pequenos, não chegando em muitos casos, a duração de 15% de um período orbital dos satélites naturais considerados. Entretanto, condições pontuais apresentaram ganhos e perdas significativas em suas órbitas. As condições mais significativas são listadas na Tabela (11) no Anexo B, sendo que os satélites naturais Oberon, Ganimedes e Titã apresentaram o maior número de órbitas com altos ganhos e perdas nos tempos de vida das órbitas, considerando a diferença entre o modelo onde a órbita dos satélites naturais em torno dos planetas são circular e o modelo que considera a excentricidade real dessas luas.

8 Mapeamento da estabilidade de órbitas perturbadas pelo terceiro corpo em torno de satélites naturais com razão de massa da ordem de 10^{-1} e 10^{-2} .

Visando continuar os estudos dos efeitos de um corpo perturbador sobre a órbita de uma sonda em torno de um satélite natural, foram realizadas simulações considerando o intervalo de razão de massa, μ_s , na faixa da ordem de 10^{-1} e 10^{-2} . Para esse estudo foi utilizado como padrão a razão de massa e a densidade do satélite natural Caronte, pois, esse satélite natural tem sua razão de massa da ordem do intervalo de estudo. Assim, o intervalo da razão de massa escolhido, como mostra o esquema da FIGURA (8.1), foi entre $0,2 \mu_{Caronte} \leq \mu_s \leq 1,6 \mu_{Caronte}$ com passo de $0,2 \mu_{Caronte}$. Os raios equatoriais são determinados pela razão de massa e pela densidade dos corpos. Os sistemas considerados levaram em conta a densidade de Caronte para determinar os raios de cada um deles, pelos mesmos motivos que a razão de massa foi escolhida.

Figura 8.1: Esquema do intervalo de razão de massa da ordem de 10^{-1} e 10^{-2} considerado nas simulações, enfatizando o satélite natural que faz parte da faixa de simulações.



As simulações realizadas foram reunidas em três blocos de estudos. Inicialmente foram realizadas simulações em função da inclinação e semi-eixo maior inicial da sonda, em torno do satélite natural, buscando estudar como as órbitas com essas condições iniciais se comportavam devido a perturbação de um terceiro corpo no sistema, sendo considerado que as órbitas iniciais das sondas eram circulares. Posteriormente, para regiões específicas de a_0 da sonda, foram simuladas condições iniciais de inclinação e excentricidade. Finalizando o estudo desse conjunto de razões de massa, foi investigado o argumento do pericentro, ω_0 , e a longitude do nodo inicial, Ω_0 , das órbitas das sondas. Todas as simulações foram realizadas para o tempo de integração determinado, que corresponde, aproximadamente, a 477 períodos orbitais do satélite natural em torno do corpo perturbador, e mantido que a órbita do satélite natural em torno do perturbador seja circular e de raio unitário.

8.0.1 Estudo de I_0 e a_0

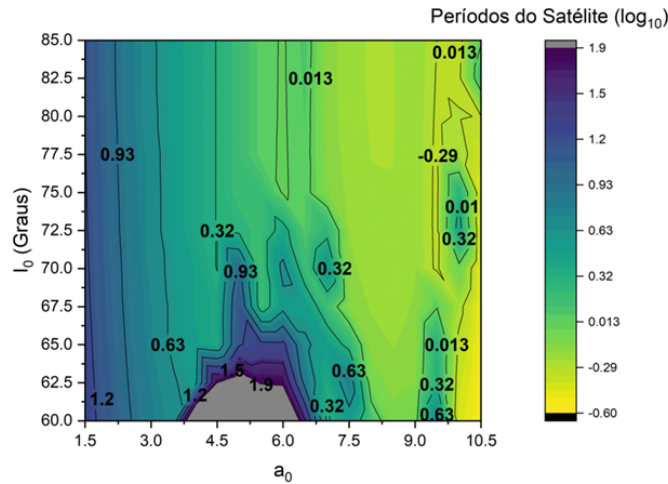
Nesse primeiro bloco de estudos foi considerado que as órbitas das sondas em torno dos satélites naturais serem implementadas com excentricidade inicial, e_0 , igual a zero, pois, essas órbitas tendem a produzirem, nos primeiros momentos, órbitas com uma mesma altitude, o que podem favorecer determinadas missões e observações. Assim, as simulações foram realizadas para o intervalo de inclinação inicial de $[60,0 - 85,0]^\circ$, seguindo o mesmo interesse das simulações do capítulo anterior de investigar regiões com efeito Kozai e que também contenham órbitas quase polares, e semi-eixo maior inicial entre $1,5R_s \leq a_0 \leq 10,5R_s$, onde R_s é o raio equatorial do corpo orbitado, visando com isso investigar as mais diversas altitudes. Sendo a grade de simulação realizada para todo o intervalo de razão de massa de $0,2\mu_{Caronte} \leq \mu_s \leq 1,6\mu_{Caronte}$ com passo de $0,2\mu_{Caronte}$. Os mapas, em função de I_0 e a_0 , da sonda, são apresentados nas FIGURAS (8.2) no texto e na FIGURA (C.1) no Anexo C, onde os tempos de vida são expressos em período orbital do satélite natural sobre uma escala logarítmica de base 10.

Tabela 6: Tabela contendo os tempos máximos obtidos nas regiões de maior estabilidade, regiões em cinza, para os mapas no intervalo de $10\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$, FIGURA (C.1) no Anexo C em termos de períodos orbitais dos satélites naturais.

Razão de Massa μ_s	T
$0,2\mu_{Caronte}$	127
$0,4\mu_{Caronte}$	59
$0,6\mu_{Caronte}$	455
$0,8\mu_{Caronte}$	148
$1,0\mu_{Caronte}$	436
$1,2\mu_{Caronte}$	402
$1,4\mu_{Caronte}$	307
$1,6\mu_{Caronte}$	205

Os resultados mostram que, para todo o intervalo de $0,2\mu_{Caronte} \leq \mu_s \leq 1,6\mu_{Caronte}$ simulado, os mapas apresentam um comportamento similar, onde próximo a região para a_0 entre $3,5R_s$ e $6,0R_s$, e em alguns casos $6,5R_s$, foram encontradas condições orbitais sobreviventes ao tempo total de integração e as condições, que resultaram em colisões ou ejeções, com os maiores tempos de vida das órbitas. Essa região está representada em cinza nos gráficos das FIGURAS (8.2) e (C.1). Os maiores tempos de vida das órbitas, presentes nessa região, são de órbitas que foram ejetadas ou colidiram com o satélite natural entre 59 e 455 períodos do satélite natural, dependendo do satélite natural orbitado. Esses tempos obtidos para cada satélite natural podem ser melhor observados na TABELA (6).

Figura 8.2: Mapa de tempos de vida das órbitas em função da inclinação inicial, I_0 , e semi-eixo maior inicial, a_0 , da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 0,2\mu_{Caronte}$ e raio equatorial $R_s = 1,803326 \times 10^{-2}$. Considerando as órbitas iniciais da sonda circulares, logo $e_0 = 0,0$.



De modo geral, as demais condições iniciais orbitais simuladas, externas as regiões em cinza, apresentaram o comportamento de registrar os melhores tempos de vida das órbitas nas regiões de menor inclinação e semi-eixo maior inicial. Assim como no caso dos satélites naturais clássicos, o comportamento observado para todo o intervalo de razão de massa simulado está relacionado ao fato de que o efeito Kozai tende a ser mais forte a medida que as órbitas são mais inclinadas. Deste modo, as órbitas iniciais com menor inclinação sentem menos o efeito e assim favorecendo a permanência da sonda por mais tempo. Do mesmo modo, o comportamento observado para o semi-eixo maior está relacionado a altitude de implementação dessas órbitas pois, órbitas iniciais mais altas

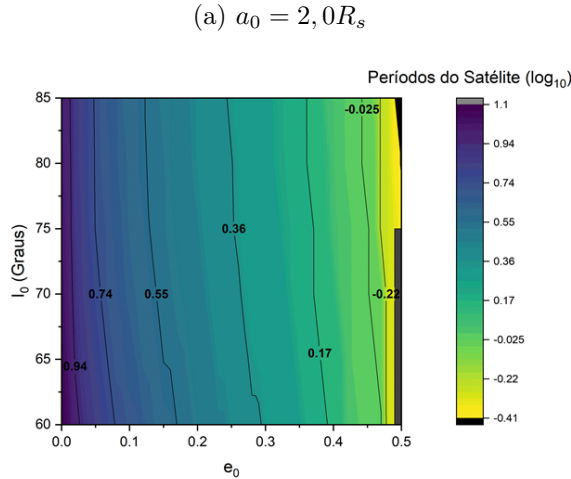
tendem a sentir mais as ações de terceiro corpo, devido a proximidade com o corpo perturbador, promovendo maiores variações nas órbitas, levando a colisão ou ejeção em um menor tempo. Esse comportamento é evidente nos mapas das FIGURAS (8.2) no texto e na FIGURA (C.1) no Anexo C. Considerando as razões de massa simuladas, no intervalo de $0,2\mu_{Caronte} \leq \mu_s \leq 1,6\mu_{Caronte}$, e as condições iniciais propostas, os maiores tempos de vida registrados nessas regiões encontraram-se na faixa de 25 à 127 períodos orbitais, dependendo do sistema escolhido.

8.0.2 Estudo de I_0 e e_0

Para observar o comportamento devido a escolha da excentricidade inicial da sonda, e_0 , frente as perturbações de um terceiro corpo, foram realizados estudos considerando determinadas condições para o semi-eixo maior inicial, a_0 , entre $2,0$ e $6,0R_s$, visando as regiões mais próximas do satélite e faixas dentro do intervalo de maiores tempos de vida observados na investigação anterior em função de I_0 e a_0 , permitindo assim varrer uma faixa de inclinação e excentricidade iniciais de $[60 : 85]^\circ$ com passo de $2,5^\circ$ para I_0 e $[0,0 : 0,5]$ com passo de $[0,01]$ para e_0 . Mantendo, para as órbitas iniciais excêntricas, ω_0 , Ω_0 e M_0 fixos e iguais a zero, as simulações foram feitas para todas as condições do intervalo de razões de massa e os resultados são expressos nos mapas das FIGURAS (8.3) à (8.6) no texto e nas FIGURAS (C.1) à (C.3) no Anexo C.

Para as simulações com $a_0 = 2,0R_s$, para a órbita da sonda, os mapas obtidos, FIGURAS (8.3) e (C.1), apresentaram um bom comportamento quanto ao aumento dos tempos de vida à medida que I_0 e e_0 diminuem. Os resultados mostraram que, a medida que as razões de massa aumentam, em todo o intervalo, a duração das órbitas, em termos do período orbital dos satélites naturais, também aumentam. Os tempos máximos obtidos para as órbitas em torno de cada satélite natural encontram-se no intervalo de 13 a 17 revoluções do satélite natural, como mostram os mapas de tempos de vida. O valor de 15 períodos orbitais do satélite corresponde ao valor máximo obtido em torno de Caronte considerando as perturbações de Plutão. O mapa da FIGURA (8.3) apresenta os resultados para um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 0,2\mu_{Caronte}$.

Figura 8.3: Mapa de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda em torno de um satélite natural com $\mu_s = 0,2\mu_{Caronte}$ e raio equatorial $R_s = 1,803326 \times 10^{-2}$.



Não foram obtidas ilhas de estabilidade e, em algumas condições, as órbitas obtidas ao longo de $e_0 = 0,50$ apresentaram tempos muito menores do que 15% de um período orbital dos satélites naturais simulados. As simulações considerando o semi-eixo maior inicial $a_0 = 3,0R_s$, FIGURAS (8.4) no texto e FIGURAS (C.1) e (C.2) no Anexo C, também apresentaram um bom comportamento, como nos casos anteriores. Porém, foram observadas ilhas de estabilidade, registradas em branco, nos mapas de todos os sistemas simulados, FIGURAS (8.4) no texto e FIGURAS (C.1) e (C.2) no Anexo C. Nas regiões externas as ilhas, os tempos máximos obtidos encontraram-se na faixa de duração entre 5 a 7 períodos orbitais dos satélites naturais, que são valores abaixo

dos encontrados nas simulações para o semi-eixo maior inicial $a_0 = 2,0R_s$. Embora os valores dos tempos de vida observados, em cada sistema, tenham sido próximos, as ilhas obtidas em torno de cada satélite natural foram encontradas em diferentes regiões no intervalo de $[0,00 : 0,05]$ para a excentricidade inicial, ao longo de diversas inclinações simuladas. Os tempos nessas ilhas chegaram a valores máximos de duração no intervalo de 8 a 14 períodos dos satélites naturais, como pode ser visto nos mapas das FIGURAS (8.4)(b) no texto e FIGURAS (C.1) e (C.2) no Anexo C.

Figura 8.4: Mapas de tempos de vida e ilhas de estabilidade em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda, para $a_0 = 3,0R_s$, em torno de um satélite natural com $\mu_s = 0,2\mu_{Caronte}$ e raio equatorial $R_s = 1,803326 \times 10^{-2}$

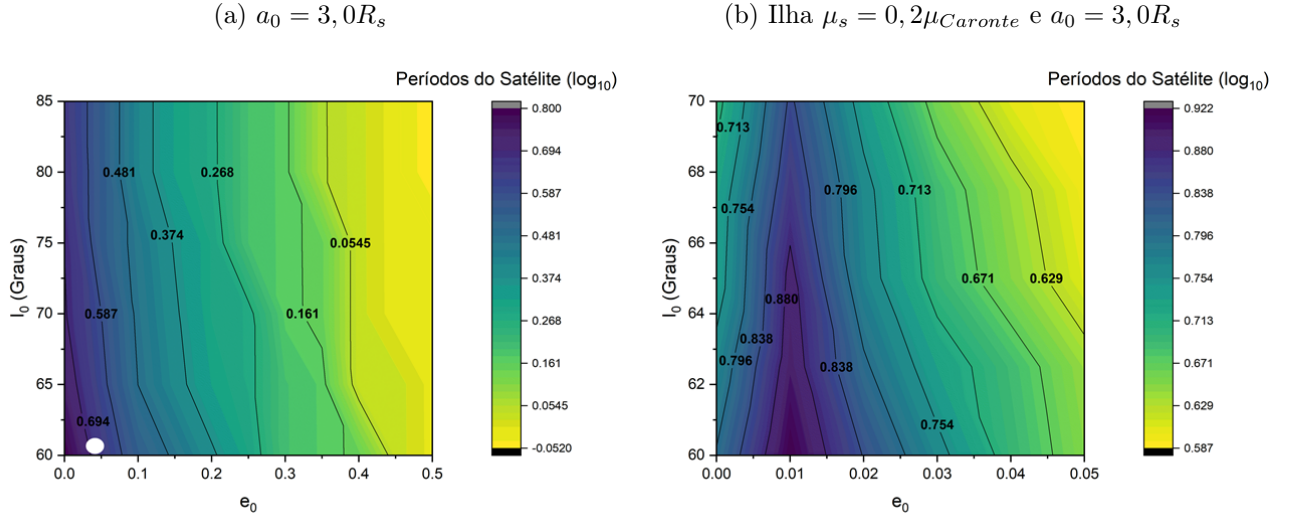


Figura 8.5: Mapa de tempos de vida e ilhas de estabilidade em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda, para $a_0 = 4,0R_s$, em torno de um satélite natural com $\mu_s = 0,2\mu_{Caronte}$ e raio equatorial $R_s = 1,803326 \times 10^{-2}$.

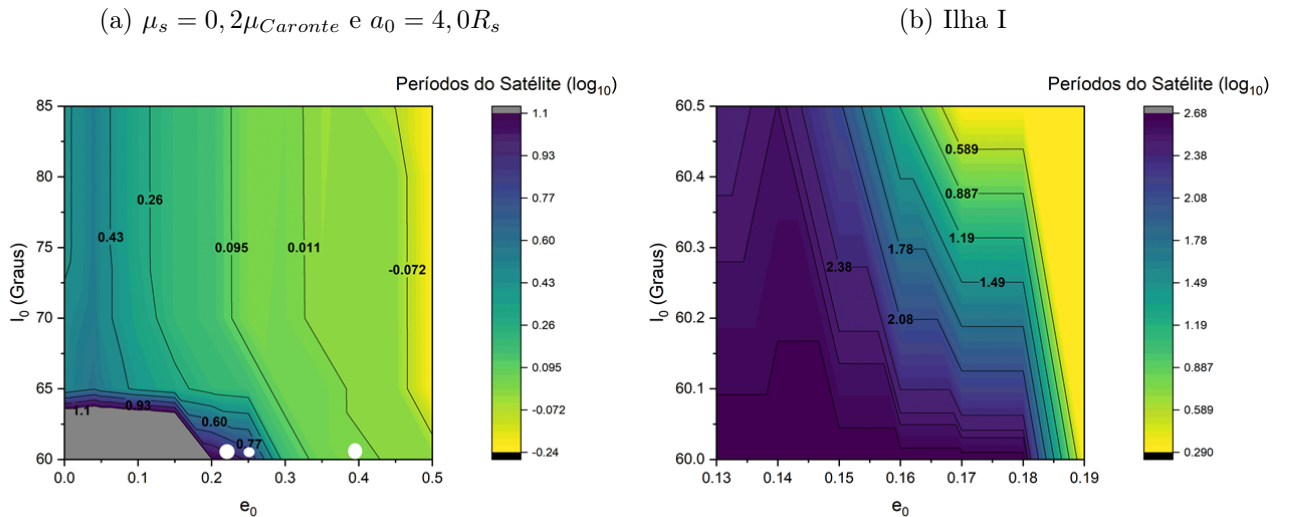
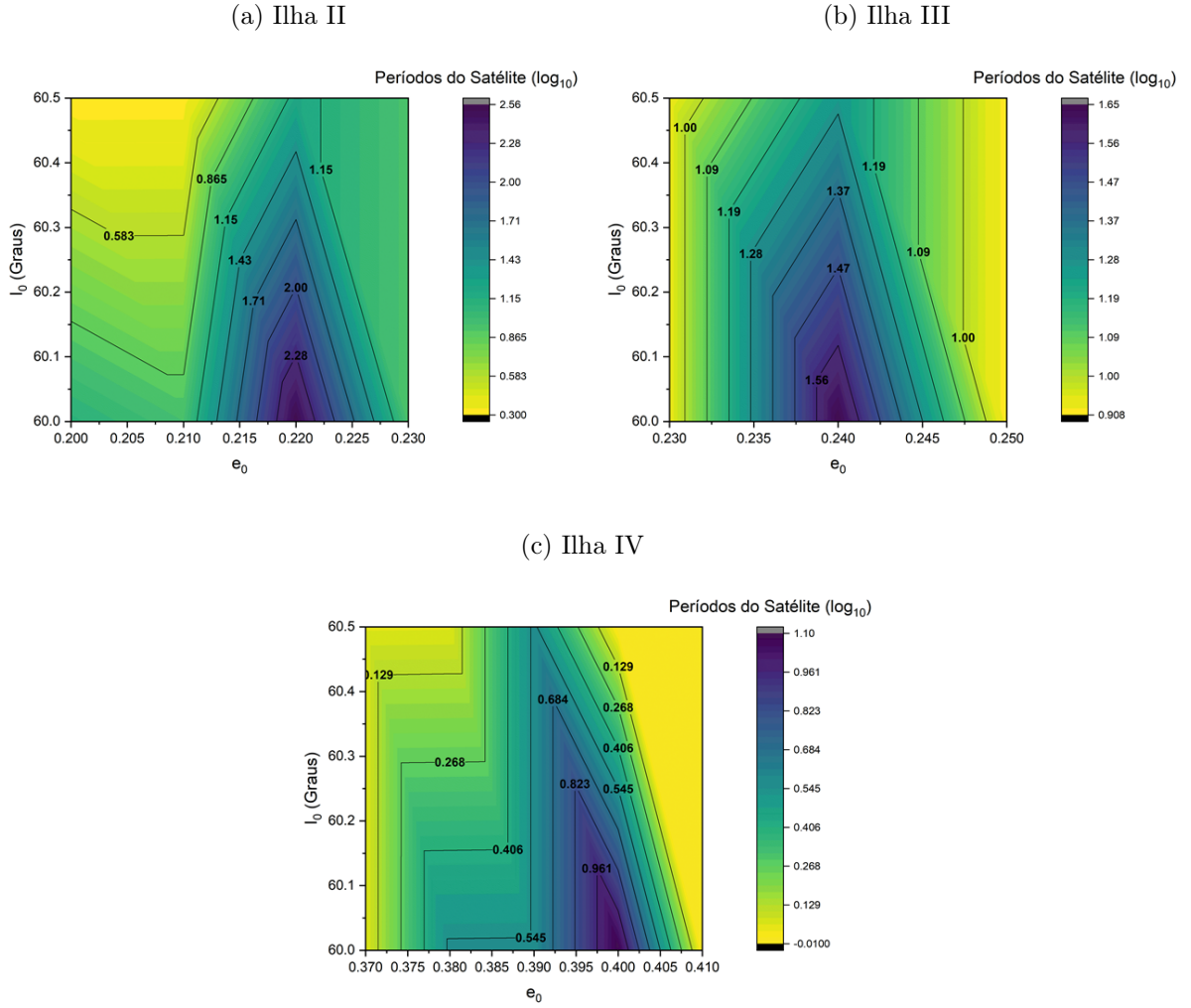


Figura 8.6: Ilhas de estabilidade em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda, para $a_0 = 4,0R_s$, em torno de um satélite natural com $\mu_s = 0,2\mu_{Caronte}$ e raio equatorial $R_s = 1,803326 \times 10^{-2}$.



Aumentando o semi-eixo maior inicial para $a_0 = 4,0R_s$ os mapas de tempos de vida mantiveram o comportamento para I_0 e e_0 . Entretanto, condições iniciais para e_0 em um intervalo de $[0,00 : 0,20]$ para baixas inclinações, em torno de $[60,0^\circ : 65,0^\circ]$, mostraram algumas órbitas sobreviventes ao tempo total de integração. Esse comportamento foi observado em todas as razões de massa simuladas.

Entre as órbitas iniciais desse conjunto também foram identificadas ilhas de estabilidade, registradas em branco nos mapas das FIGURAS (8.5) e (8.6) no texto e FIGURAS (C.2) e (C.3) no Anexo C. Os satélites naturais, determinados pelas razões de massa μ_s , apresentaram quantidades e localizações diferentes para essas ilhas de estabilidade. Entre as condições externas a essas ilhas, os maiores tempos encontrados correspondem a aproximadamente 3 períodos orbitais do satélite natural, com exceção do primeiro sistema, $\mu_s = 0,20\mu_{Caronte}$, que apresentou órbitas com duração de até 13 períodos do satélite genérico. Já as ilhas observadas apresentaram diferentes valores para os tempos de vida das órbitas. Os resultados para as simulações com semi-eixo inicial igual a $5R_s$ mantiveram o comportamento para I_0 e e_0 como observado nas outras condições apresentadas e também apresentaram regiões de sobrevivência das órbitas ao tempo total de integração e ilhas de estabilidade.

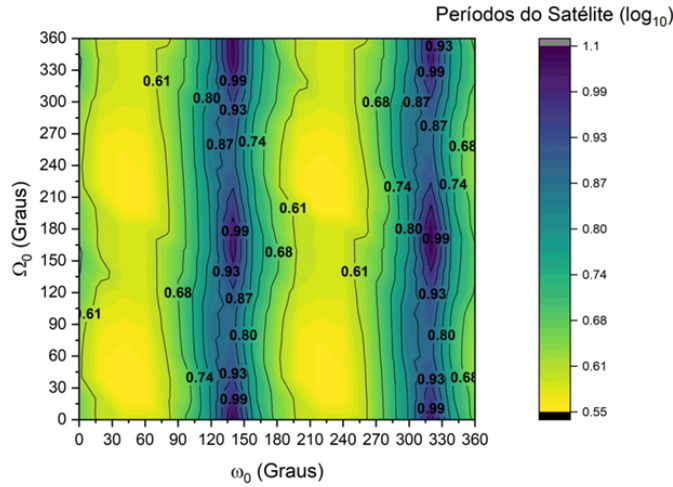
Como já mencionado, e reforçado no estudo do intervalo de razão de massa, embora existam regiões de sobrevivência ao tempo total de integração ou ilhas de estabilidade, o comportamento geral observado no intervalo de razão de massa foi o de registrar órbitas com maiores tempos de vida nas regiões de baixa inclinação e excentricidade. Esses efeitos estão relacionados as intensidades experimentadas pelo efeito Kozai, na variável da inclinação, e ao fato das órbitas iniciais mais elípticas apresentarem um apoapsis mais próximo do terceiro corpo, produzindo assim uma maior perturbação. Além disso, a proximidade de seu periapsis com o satélite

natural favorece a colisão.

8.0.3 Estudo do ω_0 e Ω_0

Posteriormente ao estudo e mapeamento das órbitas em função da inclinação, excentricidade e semi-eixo maior iniciais, as simulações passaram a investigar o efeito sobre os tempos de vida devido a escolha do argumento do pericentro, ω_0 , e longitude do nodo, Ω_0 , iniciais. Para tal fim, foram realizadas simulações em torno do satélite natural com $\mu_s = 0,2\mu_{Caronte}$, pois é a menor razão de massa do intervalo em estudo, considerando intervalos do semi-eixo maior inicial, a uma inclinação inicial da órbita da sonda de 65° e excentricidade inicial no intervalo de $[0,1 : 0,4]$, sendo que a escolha dessas condições para inclinação e excentricidade buscaram estudar o comportamento em regiões de inclinações baixas e não englobar os extremos no intervalo da excentricidade, que no caso da região de 0,5 não produziram bons mapas. Essas condições foram mantidas para toda a grade do argumento do pericentro e longitude do nodo iniciais no intervalo de $[0 : 360]^\circ$, para ambos, com um passo de 20° , mantendo sempre o marco 0° para o valor da anomalia verdadeira. Os mapas obtidos são apresentados nas figuras abaixo. Esses resultados permitiram observar que, para excentricidade inicial de 0,1 e uma grade de semi-eixos maiores iniciais entre 2,0 e $16,0R_s$, com passo de $1,0R_s$, dois intervalos para o semi-eixo maior inicial onde comportamentos bem demarcados são observados. Esses comportamentos encontra-se nos intervalos entre $[2,0 : 4,0]R_s$ e $[7,0 : 16,0]R_s$.

Figura 8.7: Mapa de tempos de vida em função de ω_0 e Ω_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 0,2\mu_{Caronte}$ e raio equatorial $R_s = 1,803326 \times 10^{-2}$ a uma excentricidade de $e_0 = 0,1$, inclinação $I_0 = 65,0^\circ$ e semi-eixo maior inicial igual a $a_0 = 2,0R_s$.

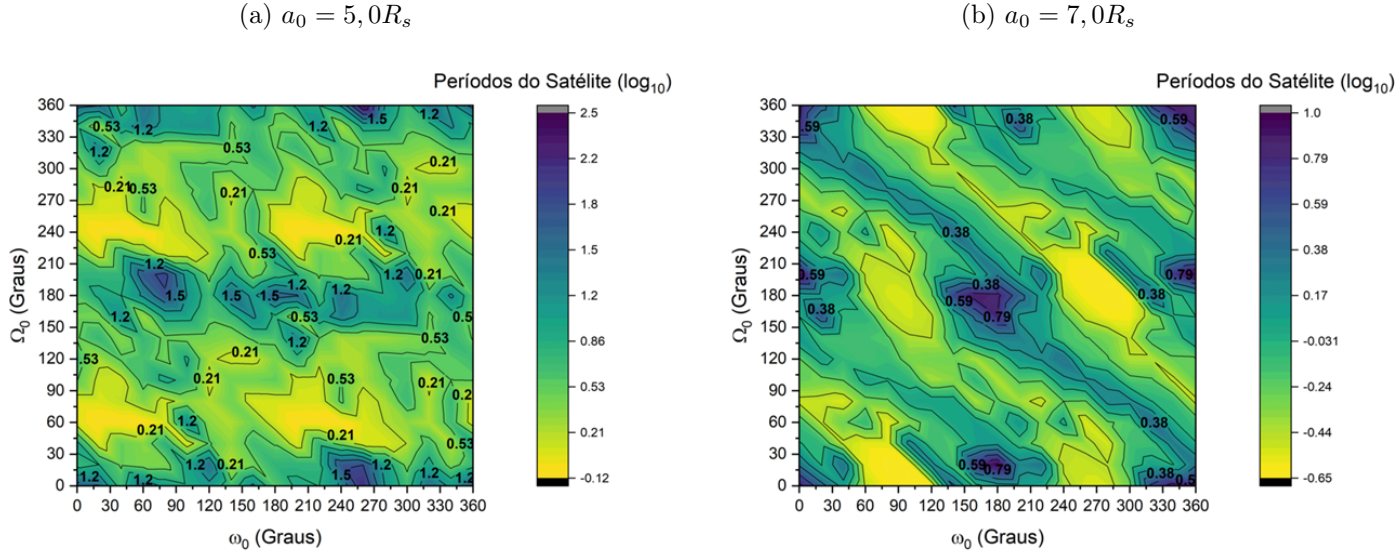


As simulações considerando um semi-eixo maior inicial na faixa de $[2,0 : 4,0]R_s$ mostraram que existem regiões para o argumento do pericentro ω_0 e longitude do nodo Ω_0 iniciais dispostos nos mapas em várias faixas verticais, que promovem órbitas com maiores tempos de vida. Para $a_0 = 2,0R_s$, em termos do argumento do pericentro inicial, essas regiões estão limitadas a faixa de $[80 - 160]^\circ$ e $[280 - 340]^\circ$, para todo o intervalo de $[0 : 360]^\circ$ para Ω_0 . A medida que o semi-eixo maior inicial cresce, até o valor de $a_0 = 4,0R_s$, as regiões verticais são mantidas, havendo um leve estreitamento da região a cada aumento do semi-eixo maior inicial, como mostra as FIGURA (8.7) no texto e FIGURA (C.4) no Anexo C. Os tempos de vida das órbitas obtidos, no intervalo de a_0 entre $[2,0 : 4,0]R_s$ com passo de $1,0R_s$, registraram órbitas da sonda com duração de até 11, 7 e 5 períodos do satélite natural em torno do perturbador, respectivamente. Os maiores tempos encontram-se em ilhas dentro das faixas verticais. Esses resultados mostram que para o presente intervalo, até $4,0R_s$ para o semi-eixo maior, há uma maior influência do valor do argumento do pericentro inicial da órbita da sonda. Dessa forma, para órbitas mais próximas ao satélite natural existem um desequilíbrio em relação a escolha de ω_0 e Ω_0 , pois ainda

que o valor da longitude do nodo não apresente muita diferença nos tempos de vida, uma boa escolha para o argumento do pericentro pode promover ganhos consideráveis.

As simulações para os semi-eixo maiores iniciais na faixa de $7,0R_s$ a $16,0R_s$ com passo de $1,0R_s$, FIGURA (8.8)(b) no texto e FIGURA (C.4) no Anexo C, mostram uma mudança de comportamento das regiões de maiores tempos de vida, em função da escolha de ω_0 e Ω_0 da sonda. Nessas condições para a_0 as faixas contendo os maiores tempos de vida encontram-se em faixas inclinadas, como mostra os mapas das FIGURA (8.8)(b) no texto e FIGURA (C.4) no Anexo C. Esses comportamentos mostram que para regiões mais altas, as quais estão sujeitas a maior perturbação do terceiro corpo, existe um equilíbrio entre a escolha do argumento do pericentro e a longitude do nodo inicial, não havendo uma dominância de apenas um dos elementos orbitais. Dessa forma, para que sejam obtidas órbitas com melhores tempos de vida, uma filtragem, para permitir uma boa escolha, deve ser feita, buscando encontrar os valores para ω_0 e Ω_0 que promovam esse equilíbrio, e assim as melhores órbitas.

Figura 8.8: Mapas de tempos de vida em função de ω_0 e Ω_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 0,2\mu_{Caronte}$ e raio equatorial $R_s = 1,803326 \times 10^{-2}$ a uma excentricidade de $e_0 = 0,1$, inclinação $I_0 = 65,0^\circ$ e semi-eixo maior inicial igual a $a_0 = 5,0R_s$ e $a_0 = 7,0R_s$,



Considerando que, a medida que o semi-eixo maior inicial da sonda aumenta os tempos de vida, de forma geral, diminuem os tempos de vida as órbitas, nesse intervalo, chegaram a durar até, aproximadamente, 9 revoluções do satélite natural em torno do perturbador para o semi-eixo maior inicial de $7,0R_s$ e valores entre 1 e 3 períodos orbitais do satélite, para os demais valores de semi-eixo maior, respectivamente. Isso se deve ao fato das órbitas mais altas serem mais perturbadas pelo terceiro corpo e, mesmo iniciando mais distantes do corpo orbitado, colide com ele mais rapidamente que as órbitas mais baixas. Os mapas para os semi-eixos maiores iniciais iguais a $a_0 = 5,0R_s$ e $a_0 = 6,0R_s$, FIGURA (8.8)(a) no texto e FIGURA (C.4) no Anexo C, mostram regiões com ilhas de estabilidade distribuídas, sem um comportamento geral observado. Visando estudar os efeitos nos mapas em função de ω_0 e Ω_0 da implementação da sonda em órbitas mais excêntricas, os mapas da FIGURA (C.4)(a)-(d) apresentam as simulações realizadas para $a_0 = 2,0R_s$ no intervalo para a excentricidade entre 0,1 à 0,4 com passo de 0,1. Os resultados mostram que, a medida que a excentricidade inicial cresce o comportamento dos mapas é mantido havendo apenas a diminuição, de forma geral, dos tempos de vida das órbitas. Isso se deve ao fato de órbitas mais excêntricas terem um periapsis mais baixo, facilitando a colisão, e um apoapsis mais alto, favorecendo uma perturbação mais forte.

9 Mapeamento da estabilidade de órbitas perturbadas pelo terceiro corpo em torno de satélites naturais com razão de massa da ordem de 10^{-3} .

Buscando estender os estudos sobre os efeitos de um corpo perturbador sobre a órbita de uma sonda em torno de um satélite natural ou satélite natural de interesse, foram realizadas simulações considerando diferentes intervalos de razão de massa, μ_s , em uma faixa da ordem de 10^{-3} . No conjunto de resultados foram utilizadas as razões de massa e as densidades de Titã e Tritão pois, esses satélites naturais tem suas razões de massa da ordem do intervalo de interesse. Sendo estabelecido os intervalos de razão de massa e o raio equatorial de cada sistema através da escolha das densidades, foram realizados três blocos gerais de simulações para cada conjunto de razões de massa e densidade escolhida. Inicialmente, foram estudados os efeitos da inclinação e semieixo maior inicial da órbita das sondas, considerando órbitas iniciais circulares. Posteriormente, para regiões específicas de a_0 , foram simuladas condições iniciais de inclinação e excentricidade, visando estudar os efeitos da perturbação de terceiro corpo em órbitas iniciais excêntricas. O estudo foi finalizado com o mapeamento do comportamento devido a escolha do argumento do pericentro e a longitude do nodo inicial das órbitas excêntricas das sondas, buscando determinar as melhores condições e os comportamentos observados.

9.1 Sistemas com razão de massa da ordem de 10^{-3} - Densidade de Titã.

Para o presente bloco de simulações foi considerado o intervalo para a razão de massa de $5\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$ com passo de $5\mu_{Titan}$, sendo os raios dos satélites naturais determinados considerando a densidade do satélite natural Titã. Nas simulações para I_0 e a_0 da sonda, as grades de simulações para as condições iniciais da sonda em torno dos sistemas genéricos foram adotadas considerando os mesmos critérios utilizados nas simulações anteriores para as órbitas iniciais circulares. Sendo assim, um intervalo de $[60, 0 - 85, 0]^\circ$ para a inclinação e semieixo maior entre $1,5R_s \leq a_0 \leq 10,5R_s$, onde R_s é o raio equatorial do corpo orbitado, escolhidos.

9.1.1 Estudo de I_0 e a_0

Os resultados considerando um sistema com razão de massa de $\mu_s = 5\mu_{Titan}$ mostram que existe uma região com sobrevivência das órbitas ao tempo total de integração e/ou tempos de vida altos, gerando órbitas com duração entre 140 e 401 períodos orbitais do satélite natural em torno do perturbador. Essa região, mostrada em cinza no mapa da FIGURA (9.1), encontra-se no regime de órbitas iniciais circulares com I_0 entre 60° e $67,5^\circ$, para a_0 compreendido no intervalo entre $4,0R_s$ e $10,5R_s$.

O comportamento observado para as regiões externas a essa faixa, externa a região em cinza, mostram que órbitas iniciais circulares com valores menores para o semieixo maior e menos inclinadas geram órbitas com maiores tempos de vida, sendo observadas órbitas com tempos de até 75 períodos do satélite natural, que corresponde no mapa a 1,87 em $\log_{10}$. Isso ocorre porque órbitas baixas são menos perturbadas pelo terceiro corpo e as menos inclinadas tem um menor efeito Kozai.

Figura 9.1: Mapa de tempos de vida das órbitas em função de inclinação inicial, I_0 , e semieixo maior inicial, a_0 , da sonda com relação a um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$ e raio equatorial $R_s = 3.603647 \times 10^{-3}$, e considerando as órbitas iniciais da sonda circulares, $e_0 = 0, 0$.

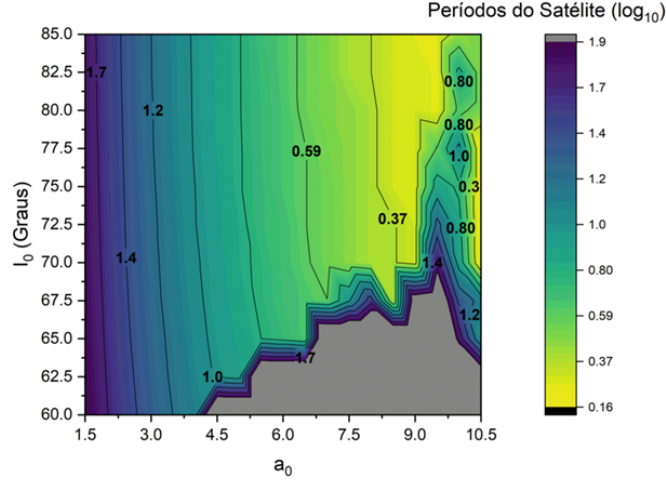


Tabela 7: Tabela contendo os tempos máximos e mínimos, em períodos do satélite natural em torno do perturbador, obtidos nas regiões de maior estabilidade, regiões em cinza, nos mapas no intervalo de $10\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$, FIGURA (C.5) no Anexo C.

Razão de Massa μ_s	t_{min}	t_{mx}
$10\mu_{Titan}$	107	471
$15\mu_{Titan}$	124	359
$20\mu_{Titan}$	86	359
$25\mu_{Titan}$	136	392
$30\mu_{Titan}$	87	462

Através dos tempos obtidos nas simulações para os sistemas com razão de massa entre $10\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$, com passo de $5\mu_{Titan}$, foi possível obter os mapas em torno de cada sistema, FIGURA (C.5) no Anexo C. As diferenças entre os tempos de vida observados foram calculados em relação ao sistema com $\mu_s = 5\mu_{Titan}$. Esses resultados mostram que, para o semieixo maior inicial entre $1,5R_s \leq a_0 \leq 6,0R_s$, as diferenças nos tempos de vida em relação ao sistema $\mu_s = 5\mu_{Titan}$ são pequenas, não ultrapassando uma duração de 2 períodos orbitais dos satélites naturais em torno dos perturbadores, ao menos para a faixa de $1,5R_s \leq a_0 \leq 6,0R_s$. Foram registrados tempos máximos de vida, externos as regiões em cinza, no intervalo de 76 a 77 períodos do satélite natural em torno do perturbador para os casos da TABELA (7). Entretanto, no intervalo $6,0R_s \leq a_0 \leq 10,5R_s$, foram encontradas algumas condições que apresentaram perdas ou ganhos consideráveis de tempos de vida em algumas condições orbitais iniciais, em comparação ao caso de $\mu_s = 5,0\mu_{Titan}$. Os intervalos de duração das órbitas não sobreviventes ao tempo total de integração, presentes nas regiões em cinza para os demais sistemas entre $10\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$ são apresentados na TABELA (7).

9.1.2 Estudo de I_0 e e_0

Considerando o comportamento observado para a_0 e I_0 da órbita da sonda nesses sistemas, o estudo das órbitas foi direcionado a observar o comportamento dos tempos de vida das órbitas em relação a escolha da excentricidade inicial dessas órbitas. Mantendo, para isso, os corpos com razão de massa da ordem de 10^{-3} e a mesma densidade. Nesse sentido, foram realizadas simulações levando em consideração determinados valores para o semieixo maior inicial entre $2,0$ e $6,0R_s$ e uma grade de condições iniciais para excentricidade, $[0, 0 : 0, 5]$ com passo de $[0, 01]$, e inclinação, $[60 : 85]^\circ$ com passo de 5° . Sendo mantidos os elementos ω_0 , Ω_0 e M_0 fixos e

iguais a zero para as órbitas iniciais elípticas da sonda. Essas simulações foram realizadas para todo o intervalo de razões de massa considerado na subseção anterior desse estudo.

Registrando tempos máximos no intervalo de 46 à 47 revoluções do satélite natural em torno do corpo perturbador, os mapas para as simulações considerando $a_0 = 2,0R_s$, FIGURA (C.5) no Anexo C, não apresentaram ilhas ou regiões onde houveram órbitas que sobreviveram ao tempo total de integração. Devido a proximidade dos tempos obtidos, os seis sistemas simulados no intervalo de $5\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$, tem seus mapas de órbitas em torno desse corpos expostos na FIGURA (C.5). Com os maiores tempos de vida nas inclinações e excentricidades iniciais mais baixas, as órbitas em torno dos satélites naturais, considerando $a_0 = 3,0R_s$ registraram tempos máximos de vida dentro de um intervalo de 22 à 23 revoluções do satélite natural, para todas as razões de massa analisadas. Devido a semelhança no comportamento e aos valores próximos dos resultados, os sistemas simulados podem ser bem representados pelo mapa da FIGURA (9.2). Sendo também observado o mapa dos demais sistemas na FIGURA (C.5) no Anexo C.

Figura 9.2: Mapa de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$, o raio equatorial $R_s = 3.603647 \times 10^{-3}$ e um semieixo maior inicial $a_0 = 3,0R_s$.

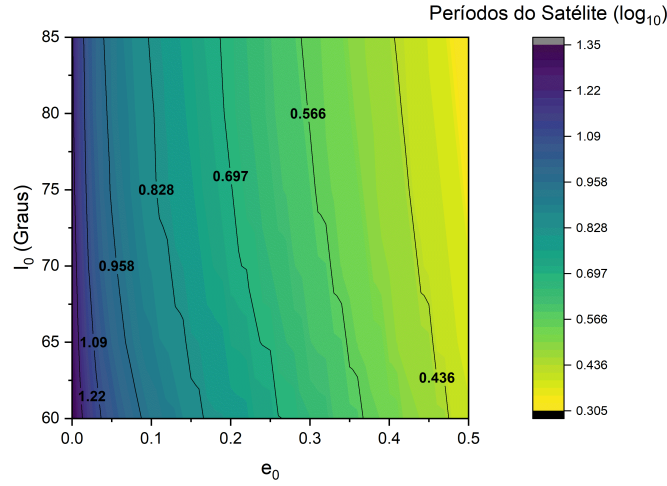
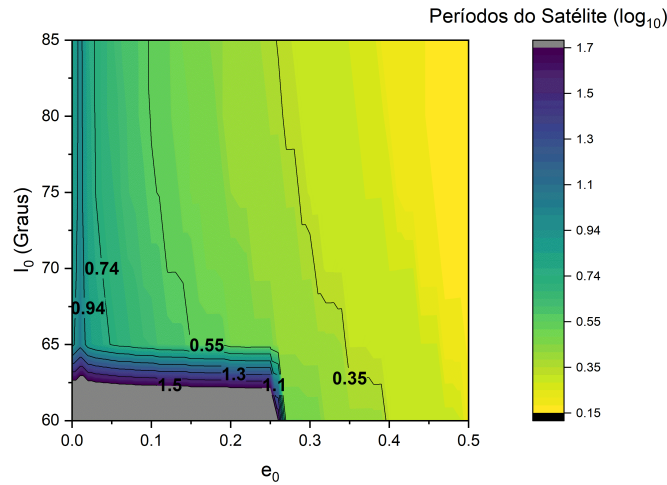


Figura 9.3: Mapa de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$, raio equatorial $R_s = 3.603647 \times 10^{-3}$ e semieixo maior inicial $a_0 = 5,0R_s$.



A dinâmica de todos os seis sistemas genéricos simulados, considerando o semieixo maior inicial igual a $a_0 = 4,0R_s$ pode ser observada no mapa da FIGURA (C.5) no Anexo C. A análise dos tempos obtidos

e do comportamento geral observado permitiu concluir que os tempos de vida observados foram próximos, apresentando tempos máximos de duração correspondente a 13 períodos orbitais do satélite natural e mantendo o comportamento de órbitas mais duradouras nas regiões de menor inclinação e excentricidade inicial, pelas razões já explicadas.

Figura 9.4: Mapa de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$, raio equatorial $R_s = 3.603647 \times 10^{-3}$ e semieixo maior inicial $a_0 = 6,0R_s$.

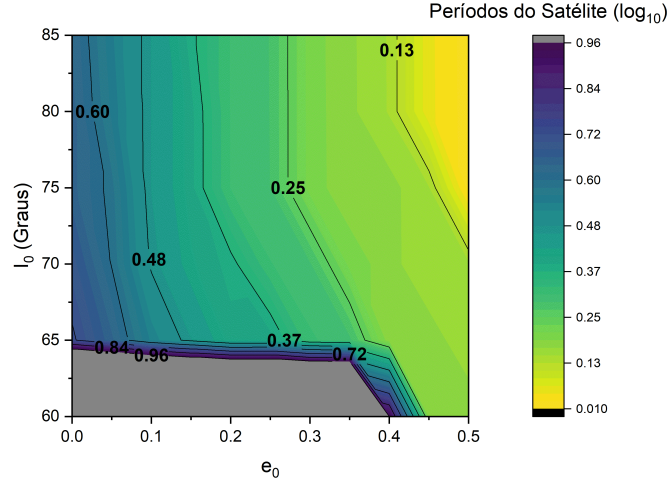


Tabela 8: Tabela contendo as durações, mínimas e máximas, das órbitas, em períodos orbitais do satélite natural, obtidos nas regiões de maior estabilidade, regiões em cinza, nos mapas no intervalo de $10\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$ para um semieixo maior inicial $a_0 = 5,0R_s$, FIGURA (C.6) no Anexo C.

Razão de Massa μ_s	t_{min}	t_{max}
$10\mu_{Titan}$	11	53
$15\mu_{Titan}$	10	123
$20\mu_{Titan}$	10	277
$25\mu_{Titan}$	10	67
$30\mu_{Titan}$	10	67

Tabela 9: Tabela contendo as durações, mínimas e máximas, das órbitas, em períodos orbitais do satélite natural, obtidos nas regiões de maior estabilidade, nos mapas no intervalo de $10\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$ para um semieixo maior inicial $a_0 = 6,0R_s$, FIGURA (C.6) no Anexo C.

Razão de Massa μ_s	t_{min}	t_{max}
$10\mu_{Titan}$	16	276
$15\mu_{Titan}$	16	157
$20\mu_{Titan}$	26	68
$25\mu_{Titan}$	46	47
$30\mu_{Titan}$	46	353

Os resultados para as simulações considerando $a_0 = 5,0R_s$ e $6,0R_s$, FIGURAS (9.3) e (9.4) no Anexo C, há regiões no intervalo de $[0,00 : 0,27]$ e $[0,00 : 0,40]$, respectivamente, para a excentricidade em baixas inclinações iniciais, onde determinadas condições orbitais iniciais proporcionaram a sobrevivência, pelo tempo total de

integração destas órbitas. As condições, dentro dessas duas regiões mencionadas, que não sobreviveram as 477 revoluções do satélite natural em torno do corpo perturbador, registraram durações longas, que são apresentados na TABELAS (8) e (9). Devido a proximidades dos tempos obtidos em cada sistema, os mapas da FIGURAS (9.3) e (9.4) representam bem, de forma geral, os sistemas simulados, considerando as condições iniciais vigentes. Os mapas das simulações realizadas reforçam os comportamentos já observados para a inclinação e excentricidade iniciais das órbitas, os quais implicam que as órbitas iniciais mais excêntricas apresentam menores tempos de vida, e isso se deve ao fato dessas órbitas apresentarem um apoapsis mais próximo do terceiro corpo, o que faz com que seja mais perturbada. Enquanto, as inclinações mais baixas estão menos sujeitas as ações do efeito Kozai.

9.1.3 Estudo do ω_0 e Ω_0

Realizados os estudos do comportamento da inclinação, excentricidade e semieixo maior inicial, as simulações passaram a investigar o efeito sobre os tempos de vida devido a escolha do argumento do pericentro, ω_0 , e longitude do nodo, Ω_0 , iniciais. Para isso, as simulações foram realizadas considerando intervalos do semieixo maior inicial, a uma inclinação inicial da órbita da sonda de 65° e excentricidade inicial no intervalo de $[0, 1 : 0, 4]$. Essas condições foram mantidas para toda a grade do argumento do pericentro e longitude do nodo inicial no intervalo de $[0 : 360]^\circ$ para ambos Ω_0 e ω_0 com um passo de 20° , mantendo sempre o marco 0° para o valor da anomalia verdadeira.

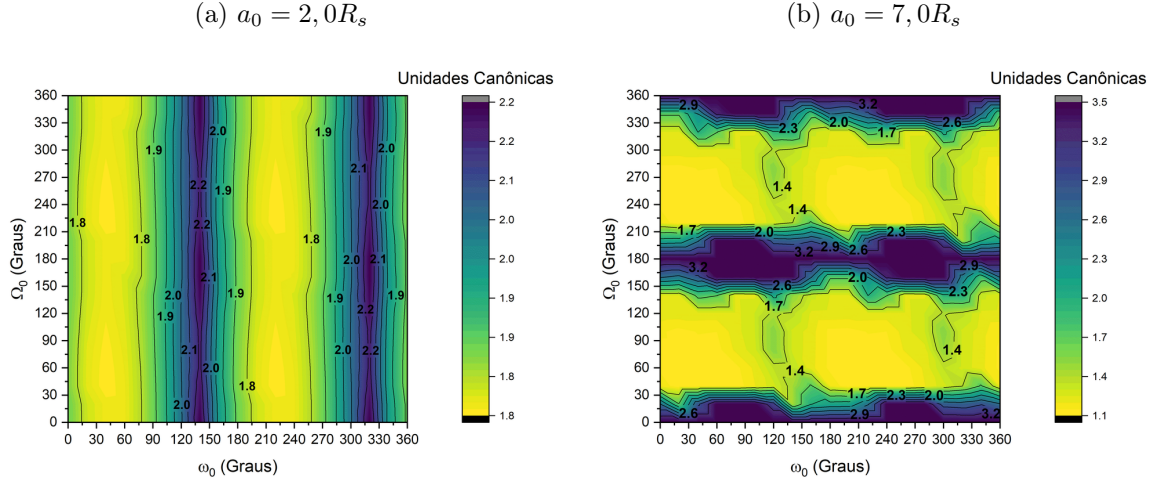
- Primeiros comportamentos observados e a influência de e_0

As simulações considerando um semieixo maior inicial igual ao dobro dos raios equatoriais, a uma inclinação inicial de 65° e excentricidade inicial no intervalo de $[0, 1 : 0, 4]$, FIGURA (C.7) no Anexo C, mostram que existem regiões, para o argumento do pericentro ω_0 e longitude do nodo Ω_0 iniciais dispostos nos mapas em várias faixas verticais, que promovem órbitas com maiores tempos de vida, em termos do argumento do pericentro inicial. Essas regiões estão limitadas a faixa de $[100 - 175]^\circ$ e $[275 - 350]^\circ$, para toda a faixa de $[0 : 360]^\circ$ para Ω_0 , considerando sempre o marco 0° para o valor da anomalia verdadeira. Foi observado que a medida que as órbitas iniciais das sondas tornam-se mais excêntricas, no intervalo de $[0, 1 : 0, 4]$, há uma diminuição no tempo de vida das órbitas, como mostram os mapas da FIGURA (C.7), no Anexo C, o que verifica o comportamento já mencionado entre o tempo de vida das órbitas e o valor da excentricidade inicial da órbita da sonda.

- A influência de a_0 e o comportamento geral observado

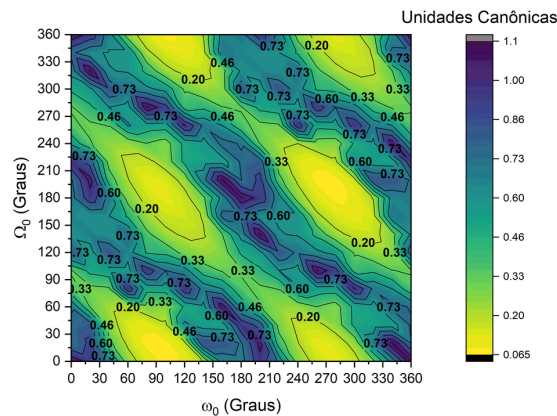
Visando estudar como os mapas de ω_0 e Ω_0 se comportavam considerando diferentes altitudes iniciais para as sondas, foram realizadas simulações considerando um intervalo de $2,0$ à $16,0R_s$ para o semieixo maior inicial, com passo de $1,0R_s$. Essas condições foram simuladas para uma excentricidade inicial de $0,1$ para e_0 , $I_0 = 65,0^\circ$ e um intervalo de $[0 : 360]^\circ$ para ω_0 e Ω_0 da sonda.

Figura 9.5: Mapas de tempos de vida em função de ω_0 e Ω_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$ e raio equatorial $R_s = 3.603647 \times 10^{-3}$ e semieixo maior inicial $a_0 = 2,0R_s$ e $a_0 = 7,0R_s$, com excentricidade $e_0 = 0,1$ e inclinação $I_0 = 65,0^\circ$



Para as simulações considerando a razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$ e as órbitas iniciais com uma excentricidade de 0,1, os mapas de tempos de vida encontrados permitiram observar a existência de três comportamentos gerais. Para a_0 entre a faixa de $[2,0 : 6,0]R_s$, o comportamento observado nos mapas mantém as observações já mencionadas sobre a presença de blocos verticais, predominantemente entre $[100 - 175]^\circ$ e $[275 - 350]^\circ$ para o argumento do pericentro, onde se encontraram as órbitas de maiores tempos de vida com a presença de algumas ilhas de estabilidade, como mostra a FIGURA (9.5) e FIGURA (C.7) no Anexo C. Esse comportamento, no intervalo de $[2,0 : 6,0]R_s$ para o semieixo maior, apresenta a dominância do argumento do pericentro inicial sobre os tempos de vida das órbitas. Logo, o valor da longitude do nodo inicial não apresenta muita diferença nos tempos de vida das órbitas, ao menos para as regiões orbitais mais próximas ao satélite natural.

Figura 9.6: Mapa de tempos de vida em função de ω_0 e Ω_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$ e raio equatorial $R_s = 3.603647 \times 10^{-3}$ e semieixo maior inicial $a_0 = 15,0R_s$, com excentricidade $e_0 = 0,1$ e inclinação $I_0 = 65,0^\circ$



Entretanto, para as simulações realizadas para valores de semieixo maior inicial iguais a $7,0$ e $8,0R_s$, observa-se uma mudança no comportamento dos mapas. As faixas que, para os valores de a_0 mais baixos estavam localizados verticalmente, passam a ser encontrados em regiões horizontais entre os intervalos de $[0 - 30]^\circ$, $[150 - 210]^\circ$ e $[345 - 360]^\circ$ para o valor de Ω_0 , para toda a faixa do argumento do pericentro inicial simulada. Esse comportamento pode ser observado nos mapas da FIGURA (9.5) e FIGURA (C.7) no Anexo C. Sendo assim, observa-se que, no intervalo de $[7,0 : 8,0]R_s$ para o semieixo maior, a dominância, sobre os tempos de vida

das órbitas, passa a ser da longitude do nodo inicial. Logo, o valor do argumento do pericentro inicial passa a não apresentar muita diferença nos tempos de vida das órbitas, ao menos para as regiões orbitais intermediárias entre o satélite natural e o corpo perturbador.

O terceiro comportamento geral é melhor observado nas simulações na região de $[12, 0 : 16, 0]R_s$ para o semieixo maior inicial, onde as faixas contendo os maiores tempos de vida registrados estão dispostas nos mapas de forma inclinada, como exemplifica a FIGURA (9.6). Os mapas obtidos mostram que para regiões mais altas, as quais estão sujeitas a maior perturbação do terceiro corpo, existe um equilíbrio entre a escolha do argumento do pericentro e a longitude do nodo inicial, não havendo uma dominância de apenas um dos elementos orbitais. Nessa região, para que sejam obtidas órbitas com melhores tempos de vida deve ser feita uma busca por valores de ω_0 e Ω_0 que promovam esse equilíbrio, e assim as melhores órbitas. Os mapas obtidos entre $9, 0$ e $11, 0R_s$, FIGURA (C.8), apresentam ilhas de estabilidade distribuídas em diversas regiões e mostram o processo de mudança do comportamento das órbitas.

- Tempos de vida obtidos:

Com base nos resultados obtidos e considerando os três principais comportamentos observados, temos que os maiores tempos de vida registrados no intervalo do primeiro regime, $[2, 0 : 6, 0]R_s$, encontraram-se na faixa entre $[7 : 25]$ períodos orbitais do satélite natural, sendo a duração de, aproximadamente, 25 revoluções observado para $a_0 = 2, 0R_s$. Esses tempos foram registrados em condições de ω_0 e Ω_0 diferentes de zero. Para os valores de a_0 presentes nesse regime dos mapas, o aumento de a_0 proporcionou a diminuição do tempos.

Muitas órbitas sobreviventes ao tempo de integração foram localizadas nas simulações com $a_0 = 7, 0R_s$ e $a_0 = 8, 0R_s$, regiões contendo os regimes horizontais. Além das regiões de sobrevivência, foram localizadas órbitas com tempos máximos entre 154 e 475 revoluções do satélite natural. Em relação as órbitas inicializadas com argumento do pericentro e longitude do nodo iguais a zero, os resultados mostram o ganho na duração do tempo de vida dessas órbitas.

Para a região de transição, $a_0 = 9, 0R_s$ a $a_0 = 11, 0R_s$, boas órbitas com tempos entre 234 e 461 períodos orbitais do satélite natural. Havendo, entre as condições iniciais simuladas com $a_0 = 9R_s$, regiões com órbitas sobreviventes ao tempo de integração. Em relação as órbitas iniciais com argumento do pericentro e longitude do nodo iguais a zero, esses resultados mostram um aumento na duração das órbitas equivalente a 231 revoluções do satélite natural em torno do corpo perturbador.

Entre as condições iniciais de $[12, 0 : 16, 0]R_s$ para o semieixo maior inicial da sonda, os resultados também evidenciam a diminuição dos tempos de vida a medida que o semieixo maior inicial cresce. Para esse intervalo de simulações, os tempos máximos de vida encontram-se no intervalo de $[3 : 147]$ períodos orbitais do satélite natural. Resultados que representam um aumento, na órbita da sonda, correspondente a duração de até 147 revoluções do satélite natural, se comparado com $\mu_s = 5\mu_{Titan}$.

9.2 Sistemas com razão de massa da ordem de 10^{-3} - Densidade de Tritão.

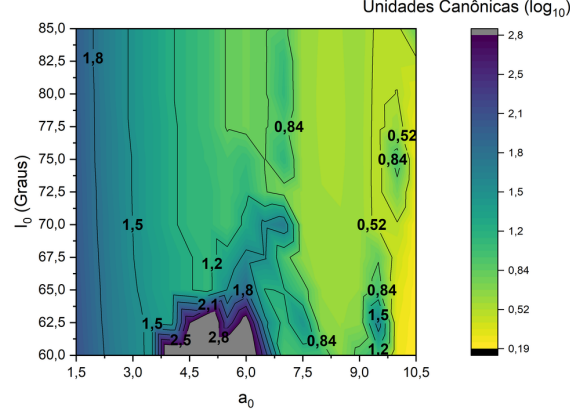
Para o presente bloco de simulações, foi considerado o intervalo para a razão de massa de $5\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$ com passo de $5\mu_{Titan}$, sendo os raios dos satélites naturais determinados considerando a densidade do satélite natural Tritão. Nas simulações em função de I_0 e a_0 da sonda, foram mantidos os mesmos intervalos das condições iniciais para os sistemas genéricos utilizados nas simulações com base na densidade de Titã. Sendo considerado, nesse conjunto de resultados, que a órbita inicial dessas sondas eram circulares.

9.2.1 Estudo de I_0 e a_0

Através dos mapas obtidos para inclinação e semieixo maior iniciais da sonda foi observado que os mapas para os sistemas genéricos na faixa de $5\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$, com a mesma densidade de Tritão, possuem uma região de sobrevivência das órbitas e tempos de vida altos em regiões de baixa inclinação e semieixo maior inicial entre $3, 5R_s$ e a vizinhança de $6, 0R_s$. Essa região, destacada em cinza, pode ser observada no mapa

das órbitas em torno do satélite natural com $\mu_s = 5\mu_{Titan}$, FIGURA (9.7), e nos mapas dos demais sistemas genéricos, FIGURA (C.9) no Anexo C.

Figura 9.7: Mapa de tempos de vida das órbitas em função da inclinação inicial, I_0 , e semieixo maior inicial, a_0 , da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$ e raio equatorial $R_s = 6,803230 \times 10^{-3}$, considerando as órbitas iniciais da sonda circulares, $e_0 = 0,0$.



Os intervalos de tempo observados, em cada sistema, para essa região de maior estabilidade estão listados na TABELA (10).

Tabela 10: Tempos máximos e mínimos obtidos nas regiões de maior estabilidade, regiões em cinza, nos mapas dos satélites naturais no intervalo de $5\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$, considerando a densidade dos corpos a mesma densidade de Tritão. A duração das órbitas são expressas em termos de períodos orbitais dos respectivos satélites naturais em torno de seus corpos perturbadores.

Razão de Massa μ_s	t_{min}	t_{max}
$10\mu_{Titan}$	67	166
$15\mu_{Titan}$	169	428
$20\mu_{Titan}$	131	353
$25\mu_{Titan}$	83	160
$30\mu_{Titan}$	112	297

Analisando o comportamento geral desses mapas é observado que, desconsiderando as regiões com órbitas locais sobreviventes e com maiores tempos de vida, os tempos de vida tende a crescer a medida que as órbitas iniciais são menos inclinadas e possuem um a_0 menor. Os maiores tempos de vida observados nos mapas para os seis sistemas possuíam valores correspondentes a faixa de 21 a 22 períodos do satélite natural em torno do corpo perturbador.

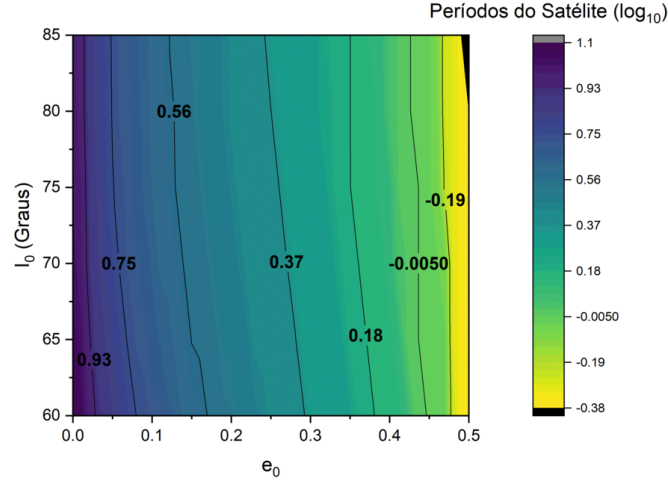
9.2.2 Estudo de I_0 e e_0

Para investigar o comportamento devido a escolha da inclinação e excentricidade iniciais das órbitas das sondas, foram realizadas simulações para determinados valores de semieixo maior inicial entre $2,0R_s$ e $4,0R_s$ e uma grade de condições iniciais para excentricidade, $[0,0 : 0,5]$ com passo de $[0,01]$, e inclinação, $[60 : 85]^\circ$ com passo de 5° . Mantendo sempre, para as órbitas iniciais excêntricas, os demais elementos orbitais fixos e iguais a zero, foram simuladas órbitas, em torno de todos os satélites naturais considerados nessa subseção.

O comportamento dos mapas de tempos de vida em torno dos seis satélites naturais, considerando o semieixo maior inicial da sonda igual a $2,0R_s$ evidenciou que as órbitas com maior duração de tempo de vida são as menos excêntricas e implementadas com baixas inclinações, como mostram a FIGURA (9.8), e nos mapas dos demais sistemas genéricos, FIGURA (C.9) no Anexo C. Nessas configurações, não foram encontradas ilhas de

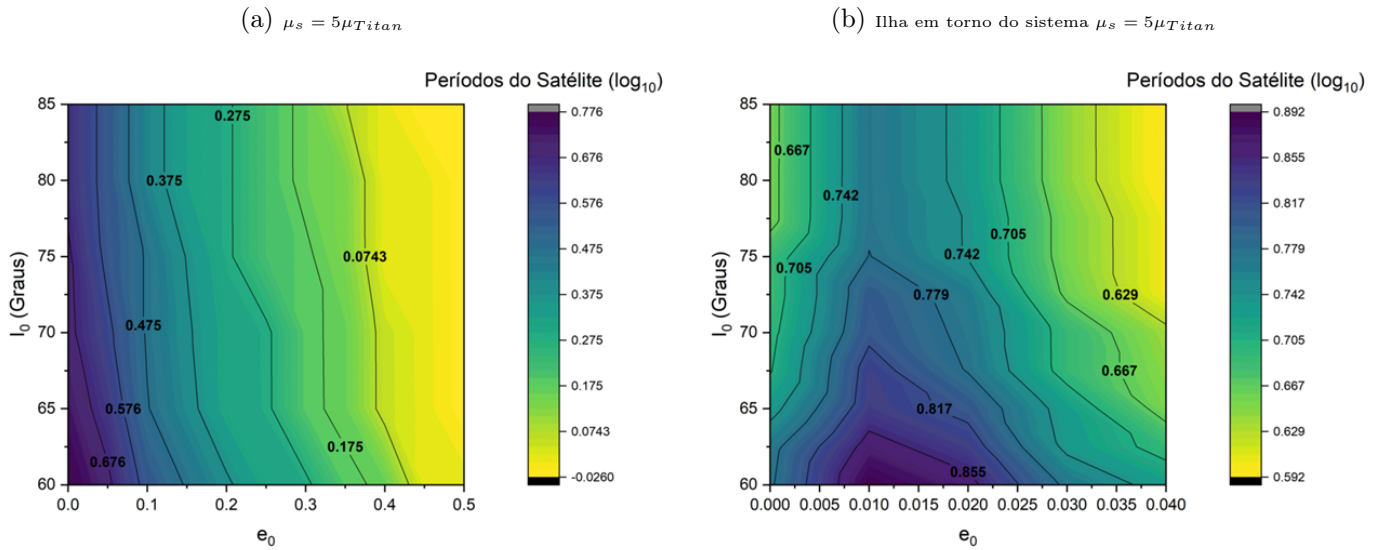
estabilidade ou regiões de sobrevivência, produzindo mapas bem comportados. Os tempos máximos observados obtiveram órbitas com duração equivalente a 13 revoluções do satélite natural. Entretanto, regiões de maior inclinação inicial ou muito excentricas mostram alta instabilidade, não registrando órbitas com maior duração do que 15% de um período orbital dos satélites naturais.

Figura 9.8: Mapa de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$ o raio equatorial $R_s = 6,803230 \times 10^{-3}$ e semieixo maior inicial $a_0 = 2,0R_s$.



As simulações para a grade de inclinações e excentricidades iniciais para um semieixo maior inicial igual a $a_0 = 3,0R_s$ mantiveram o comportamento esperado, como mostra a FIGURA (9.9). Em todas os sistemas genéricos simulados, para a mesma região, foi localizada uma ilha de estabilidade, a região em branco nos mapas da FIGURA (9.9) e nos mapas dos demais sistemas genéricos, FIGURA (C.9) no Anexo C. Entretanto, os tempos de vida obtidos nessas ilhas foram diferentes, tendo uma duração dentro de um intervalo de 7 à 8 períodos dos satélites naturais. As órbitas externas as regiões das ilhas registraram tempos de vida entre 5 e 6 períodos orbitais dos sistemas genéricos.

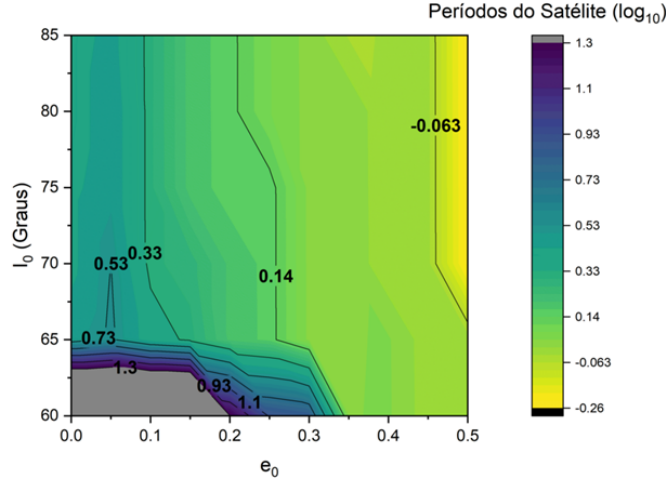
Figura 9.9: Mapas de tempos de vida e ilhas em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$, o raio equatorial $R_s = 6,803230 \times 10^{-3}$ e semieixo maior inicial $a_0 = 3,0R_s$.



Os mapeamentos realizados considerando o semieixo inicial a uma distância de quatro vezes o raio equatorial

dos satélites naturais, FIGURA (9.10) e FIGURA (C.10) no Anexo C, permitiram localizar dois grupos gerais com regiões onde algumas órbitas sobreviveram ao tempo de integração e/ou apresentaram tempos altos de vida. Essas regiões foram localizadas entre o intervalo de $[0,00 : 0,20]$ e $[0,00 : 0,25]$ para a excentricidade e no regime de baixas inclinações.

Figura 9.10: Mapa de tempos de vida e ilhas em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$, o raio equatorial $R_s = 6,803230 \times 10^{-3}$ e semieixo maior inicial $a_0 = 4,0R_s$.



Além desses intervalos, pequenas ilhas também foram localizadas. As órbitas externas as regiões de ilhas e maior estabilidade registraram duração de até 22 períodos orbitais dos satélites naturais para todos os sistemas. Entretanto, na região de maior estabilidade, foram localizadas faixas de condições entre 24 e 414 revoluções do sistema genérico em torno do perturbador.

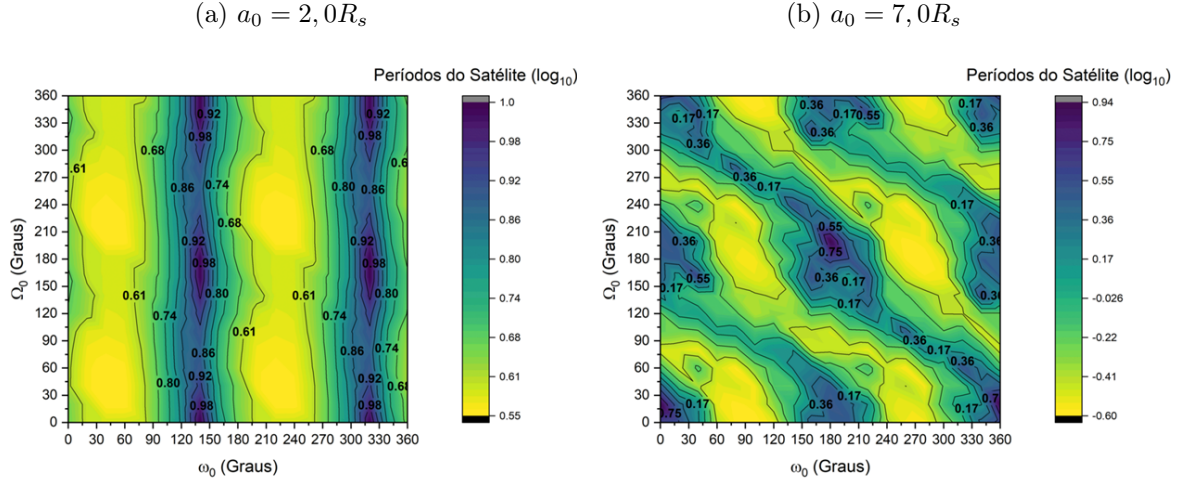
9.2.3 Estudo do ω_0 e Ω_0

Para o estudo do comportamento dos mapas de tempos de vida em função da escolha do argumento do pericentro e da longitude do nodo iniciais, foram realizadas simulações considerando uma inclinação inicial da órbita da sonda de 65° e um valor para a excentricidade inicial dentro do intervalo de $[0,1 : 0,4]$, sendo essas condições mantidas dentro de uma faixa para o semieixo maior inicial. A escolha das condições para a inclinação e a excentricidade inicial foi feita visando estudar o comportamento em regiões de inclinações baixas e não englobar os extremos no intervalo da excentricidade, que no caso da região de 0,5 apresentaram tempos muito baixos. Sendo escolhidas todas as condições acima, uma grade de condições iniciais para o argumento do pericentro e a longitude do nodo foi estabelecida como o intervalo de $[0 : 360]^\circ$ para ambos ω_0 e Ω_0 com um passo de 20° . Em todas as simulações foi escolhido o marco 0° para o valor da anomalia verdadeira.

As simulações com $a_0 = 2,0R_s$, $I_0 = 65^\circ$ e excentricidade inicial no intervalo de $[0,1 : 0,4]$, FIGURA (C.9) no Anexo C, mostram que existem regiões, para o argumento do pericentro ω_0 e longitude do nodo Ω_0 iniciais dispostos nos mapas em várias faixas verticais, que promovem órbitas com maiores tempos de vida. Em termos do argumento do pericentro inicial, essas regiões estão limitadas a faixa de $[100 - 175]^\circ$ e $[275 - 350]^\circ$, ao longo da faixa de $[0 : 360]^\circ$ para Ω_0 , considerando sempre o marco 0° para o valor da anomalia verdadeira. Foi observado que, a medida que as órbitas iniciais das sondas tornam-se mais excêntricas, no intervalo de $[0,1 : 0,4]$, há uma diminuição no tempo de vida das órbitas. Como já comentado sobre os efeitos sobre órbitas mais excêntricas.

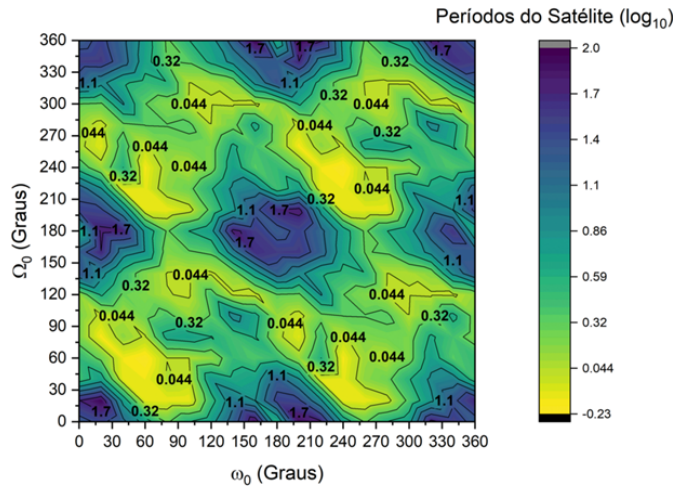
Os resultados das simulações, em função de ω_0 e Ω_0 , considerando um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$, que é a menor razão de massa do intervalo em estudo, inclinação inicial de 65° , excentricidade inicial de 0,1, por ser uma órbita inicial não muito excêntrica, e uma grade de semieixos maiores iniciais entre $2,0$ e $16,0R_s$ com passo de $1,0R_s$ permitiram observar a presença de duas faixas com comportamentos bem demarcados, $[2,0 : 4,0]R_s$ e $[7,0 : 16,0]R_s$, e uma região de transição dos comportamentos, $[5,0 : 6,0]R_s$.

Figura 9.11: Mapas de tempos de vida em função de ω_0 e Ω_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$, raio equatorial $R_s = 6,803230 \times 10^{-3}$ e semieixo maior inicial $a_0 = 2,0R_s$ e $a_0 = 7,0R_s$, com excentricidade $e_0 = 0,1$ e inclinação $I_0 = 65,0^\circ$.



Os mapas de tempos de vida em função de ω_0 e Ω_0 obtidos para a faixa de semieixo maior inicial entre $[2, 0 : 4, 0]R_s$ permitiram observar a presença dos blocos verticais, localizados no intervalo de $100^\circ \leq \omega_0 \leq 175^\circ$ e $275^\circ \leq \omega_0 \leq 350^\circ$, ao longo da faixa de longitude do nodo inicial simulada. Esse comportamento pode ser visto no mapa da FIGURA (9.11)(a) e (C.11) no Anexo C. Isso mostra que para o presente intervalo, até $4,0R_s$ para o semieixo maior, existe uma dominância do valor do argumento do pericentro inicial em relação ao valor da longitude do nodo pois, as maiores diferenças de tempos de vida das órbitas são observados quando o valor de ω_0 é variado, mesmo que em poucos graus. Assim, para órbitas mais próximas do corpo orbitado uma boa escolha para o argumento do pericentro pode promover órbitas com maiores tempos de vida.

Figura 9.12: Mapa de tempos de vida em função de ω_0 e Ω_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$, raio equatorial $R_s = 6,803230 \times 10^{-3}$ e semieixo maior inicial $a_0 = 6,0R_s$, com excentricidade $e_0 = 0,1$ e inclinação $I_0 = 65,0^\circ$.



Entretanto, as simulações para semieixo maiores iniciais na faixa de $7,0R_s$ à $16,0R_s$, FIGURA (9.11)(b) e (C.11) no Anexo C, mostram uma mudança de comportamento das regiões com os maiores tempos de vida, em função de ω_0 e Ω_0 . Nessas condições, as faixas contendo os maiores tempos de vida encontram-se em faixas inclinadas, o que implica que tanto ω_0 como Ω_0 participam ativamente do processo. O comportamento evidencia que, para regiões mais altas, as quais a sonda está sujeita a maior perturbação do terceiro corpo, existe um

equilíbrio entre a escolha do argumento do pericentro e a longitude do nodo inicial, não havendo uma dominância de apenas um dos elementos orbitais, o que implica que tanto Ω_0 como ω_0 participam ativamente do processo.

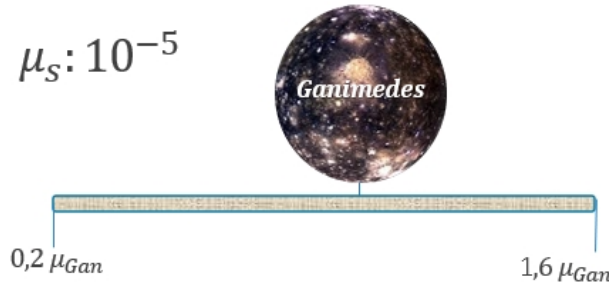
- Tempos de vida das órbitas:

Considerando as três principais regiões observadas, foi visto que os tempos de vida das órbitas para a região de semieixo maior inicial entre $[2, 0 : 4, 0]R_s$ ficaram entre o intervalo de duração de 4 a 10 períodos orbitais do satélite natural em torno do perturbador, sendo o maior valor observado entre as condições para $a_0 = 2,0R_s$. Os resultados mostraram que, a medida que o semieixo maior inicial aumentava, o comportamento era mantido, dentro do intervalo de $[2, 0 : 4, 0]R_s$, ocorrendo apenas a diminuição dos tempos de vida e o estreitamento das faixas verticais. Embora os mapas em função de ω_0 e Ω_0 , para os casos de semieixo maior inicial $a_0 = 5,0R_s$ e $a_0 = 6,0R_s$, não tenham apresentado um comportamento geral definido, nessa região foram encontradas as órbitas com os maiores tempos de vida e os maiores ganhos devido a escolha de ω_0 e Ω_0 da sonda. Esses tempos de vida encontram-se na faixa de 10 a 190 revoluções do satélite natural, para $a_0 = 5,0R_s$, e de 10 a 90 períodos orbitais do satélite natural, para $a_0 = 6,0R_s$. Por fim, os mapas para o intervalo de condições iniciais entre $a_0 = 7,0R_s$ e $a_0 = 16,0R_s$ registram os maiores tempos de vida em torno de 8 períodos do satélite natural, sendo essas órbitas encontradas nas simulações considerando $a_0 = 7,0R_s$. Os mapas para os semieixos maiores iniciais maiores do que $a_0 = 7,0R_s$, registraram diminuições nos tempos de vida das órbitas a medida que a_0 aumenta, chegando a registrar órbitas com duração de apenas uma revolução do satélite natural.

10 Mapeamento da estabilidade de órbitas perturbadas pelo terceiro corpo em torno de satélites naturais com razão de massa da ordem de 10^{-5} .

Visando continuar o estudo do efeito de um corpo perturbador sobre a órbita de uma sonda em torno de um satélite natural com razão de massa da ordem de 10^{-5} , foram realizadas simulações considerando o intervalo de $0,2\mu_{Gan} \leq \mu_s \leq 1,2\mu_{Gan}$ com passo de $0,2\mu_{Gan}$, onde μ_{Gan} corresponde a razão de massa de Ganimedes, como mostra o esquema da FIGURA (10.1). A escolha desse intervalo fixo foi feita tendo como base o satélite natural com maior razão de massa no intervalo da ordem de 10^{-5} . Como os raios equatoriais dos satélites naturais, R_s , são determinados pela razão de massa e a densidade do corpo, no presente capítulo estão presentes mapas considerando que os satélites naturais possuíam as diferentes densidades dos satélites naturais com razão de massa da ordem de 10^{-5} conhecidos.

Figura 10.1: Esquema do intervalo de razão de massa da ordem de 10^{-5} considerado nas simulações, enfatizando o satélite natural que faz parte da faixa de simulações.



Desta forma, embora as simulações tenham sido realizadas com o mesmo intervalo de razão de massa, as densidades e conseqüentemente, os raios desses objetos são diferentes, gerando assim o mapeamento de diversos sistemas. Sendo todos os estudos realizados para uma grade de condições de inclinações e excentricidades iniciais dentro de um intervalo de $[60,0 - 85,0]^\circ$, para a inclinação, e $[0,0 - 0,5]$ para a excentricidade. As dinâmicas consideraram também um semieixo maior inicial da órbita da sonda entre $2,0R_s$ e $4,0R_s$ sendo, em alguns casos, considerados múltiplos mais elevados. Todos os intervalos foram estabelecidos visando manter as regiões de interesse, que são regiões com efeito Kozai e que também contenham órbitas quase polares, já mencionadas nas investigações anteriores. Destacando que os valores para o semieixo maior inicial da órbita da sonda foram escolhidos visando implementar sondas nas regiões mais próximas aos satélites naturais.

10.1 Sistemas com a densidade de Ariel.

Mantendo as seis razões de massa contidas no intervalo de $0,2\mu_{Gan} \leq \mu_s \leq 1,2\mu_{Gan}$, os raios desses corpos foram determinados com base na densidade de Ariel e os mapas obtidos nessas simulações, em torno de cada satélite natural, podem ser observados na FIGURA (C.12) no Anexo C. Nas simulações com $a_0 = 2,0R_s$ os tempos de vida foram registrados em regiões de menores inclinações e excentricidades iniciais. Entretanto, em todos os sistemas foram encontradas regiões de extensas ilhas localizadas em órbitas quase circulares, mas que estenderam-se a todas as inclinações simuladas. Em alguns casos também foram observadas regiões com $e_0 = 0,5$, onde as órbitas colidiram ou ejetaram em bem menos do que 15% de um período orbital dos satélites naturais em torno de seus respectivos corpos perturbadores, sendo que as órbitas com maiores durações se encontraram no intervalo entre 6 e 7 períodos orbitais dos satélites naturais em torno do perturbador.

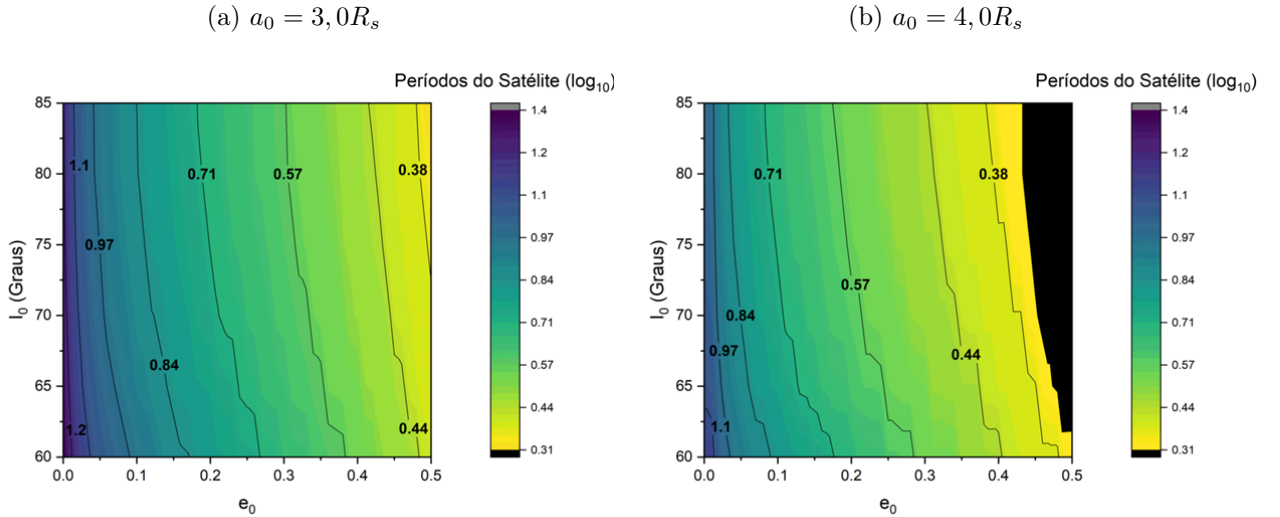
As dinâmicas em torno de cada satélite natural, considerando um semieixo maior inicial igual ao triplo dos raios dos corpos orbitados, registraram regiões de sobrevivência das órbitas ao tempo total de integração. Entretanto, o comportamento observado para a inclinação e excentricidade iniciais foi alterado. As condições

com altos tempos de vida, encontradas próximas as órbitas que sobreviveram ao tempo total de integração, apresentaram duração de até 113, 134, 433, 246, 295 e 131 períodos orbitais dos respectivos satélites naturais, para cada um dos seis casos simulados. Os resultados das investigações em torno de cada um dos seis satélites naturais mostraram ainda que as órbitas externas a essas regiões de maior sobrevivência não foram superiores a faixa de 5 à 9 períodos orbitais do satélite natural. Para os mapas simulados considerando um semieixo maior inicial $a_0 = 4,0R_s$, foram encontradas órbitas sobreviventes ao tempo total de integração em torno de cada um dos seis sistemas simulados, bem como foram localizadas ilhas de estabilidade. As condições de inclinação e excentricidade inicial que não sobreviveram ao tempo final ou fizeram parte das ilhas localizadas não registraram tempos superiores a 5 revoluções orbitais do satélite natural.

10.2 Sistemas com a densidade de Calisto.

De modo geral, os seis casos simulados considerando a densidade de Calisto apresentaram um bom comportamento quanto ao aumento dos tempos de vida em órbitas iniciais mais circulares e menos inclinadas, ao menos para a faixa de a_0 de $2,0R_s$ à $4,0R_s$. Em todos os cenários simulados não foram observadas ilhas ou regiões de sobrevivência ao tempo total de integração das órbitas. Devido a proximidade dos tempos registrados nas simulações considerando $a_0 = 2,0R_s$, os dois mapas da FIGURA (C.17) no Anexo C, representam bem o comportamento dos tempos de vida das órbitas em torno de cada um dos seis sistemas.

Figura 10.2: Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da sonda em torno dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-5} , considerando o movimento do corpo orbitado pela sonda em uma órbita circular.



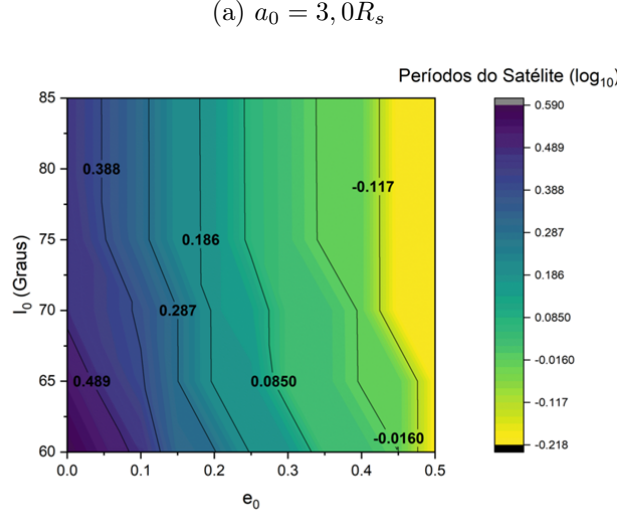
Os maiores tempos de vida observados para $a_0 = 2,0R_s$ encontram-se na faixa de duração de 47 períodos orbitais do satélite natural. Órbitas com duração entre 22 e 23 revoluções orbitais do satélite natural em torno do perturbador foram registradas nas simulações com $a_0 = 3,0R_s$. Já para os casos de órbitas implementadas com $a_0 = 4,0R_s$, os tempos máximos não foram maiores do que 13 períodos dos satélites naturais. Como os tempos de vida registrados nas simulações em torno de cada um dos seis satélites naturais considerando a_0 igual a $3,0R_s$ e $4,0R_s$ foram muito próximos os mapas da FIGURA (10.2), apresentam o comportamento geral para todos os seis sistemas em cada semieixo maior inicial, respectivamente.

10.3 Sistemas com a densidade de Europa.

A análise das simulações dos seis sistemas genéricos considerando a densidade de Europa mostraram que para as órbitas com $a_0 = 2,0R_s$ as condições com maiores tempos de sobrevivência encontram-se nas regiões de baixa inclinação e excentricidade. Devido a regiões com registros de colisões ou ejeções em baixos tempos de

vida, os seis sistemas analisados podem ser representados por três mapas de tempos de vida, FIGURA (C.13) no Anexo C. Destacando que em todos os mapas construídos os maiores tempos de vida registrados pertencem ao intervalo de 10 à 11 períodos orbitais do satélite natural.

Figura 10.3: Mapa de tempos de vida para I_0 e e_0 da sonda em torno dos sistemas genéricos no intervalo $0,2\mu_{Gan} \leq \mu_s \leq 0,6\mu_{Gan}$ e com a densidade de Europa, para $a_0 = 3,0R_s$.



Devido a proximidade dos registros o comportamento geral dos tempos de vida para as órbitas iniciais considerando $a_0 = 3,0R_s$ dos seis sistemas analisados pode ser visto no mapa da FIGURA (10.3). Em todos os sistemas foram observadas ilhas de estabilidade sobre a mesma região, como mostra a FIGURA (C.13) no Anexo C. Em todos eles a região externa as ilhas de estabilidade apresentaram tempos máximos de duração de 3 períodos orbitais do satélite natural, o que corresponde aproximadamente a 1,35 em $\log_{10}$. As simulações para o semieixo maior inicial das sondas igual ao quádruplo do raio dos corpos orbitados não mantiveram o comportamento anteriormente observado para e_0 e I_0 , como mostram os mapas da FIGURA (C.13) no Anexo C. Entretanto, condições de órbitas sobreviventes ao tempo total de integração foram registradas em todos os casos simulados, além de regiões de ilhas. Entre os tempos registrados nos mapas, órbitas com tempos de até 56, 421, 155, 28 e 17 períodos orbitais dos satélites naturais em torno dos perturbadores, respectivamente, foram registradas em torno dos sistemas genéricos simulados.

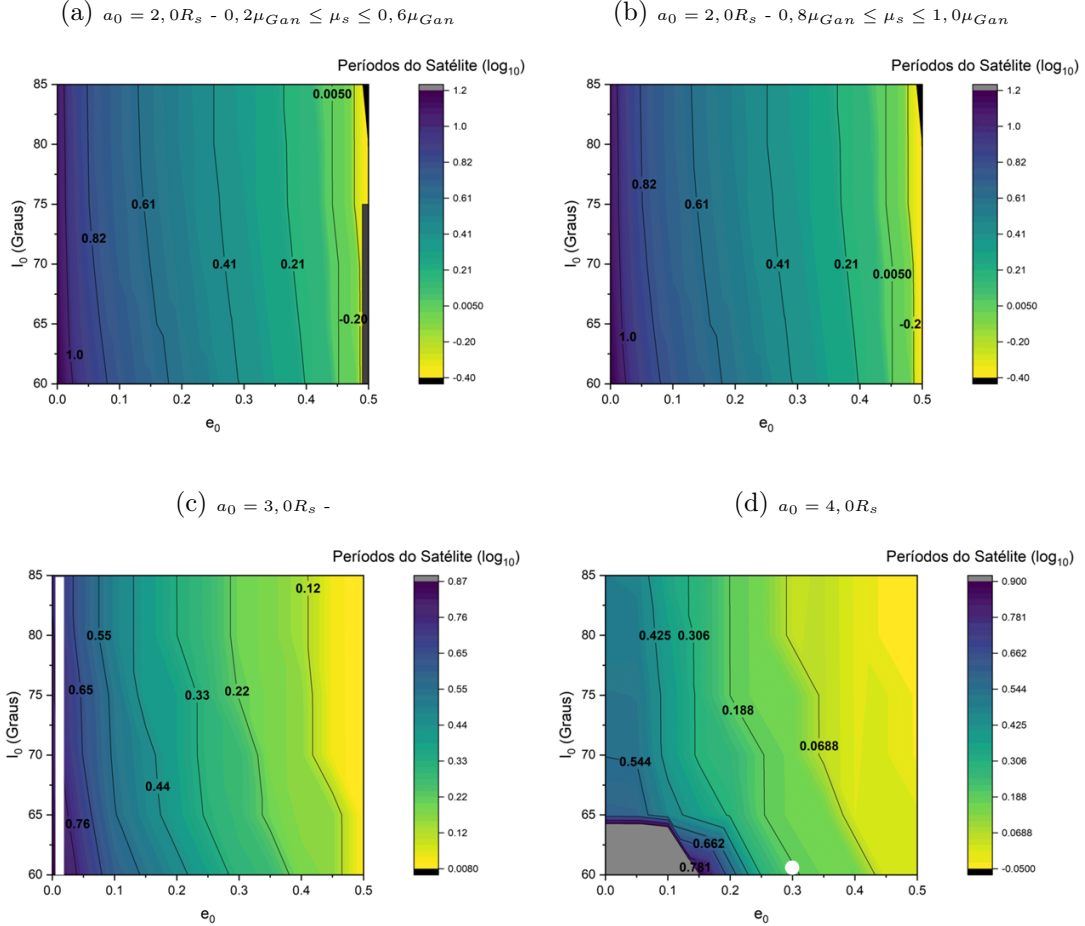
10.4 Sistemas com a densidade de Ganimedes.

Os dois mapas presentes na FIGURA (10.4)(a)-(b) foram resultantes dos estudos a um semieixo maior inicial de $2,0R_s$ para os seis sistemas com a densidade de Ganimedes. Eles descrevem bem o comportamento dos corpos que apresentaram tempos menores de vida a medida que a inclinação e a excentricidade inicial das órbitas aumentavam. O maior tempo de vida registrado nas órbitas em torno de cada satélite natural foi correspondente a 16 períodos orbitais dos sistemas genéricos em torno de seus perturbadores, o que corresponde aproximadamente a 1,21 em $\log_{10}$. Entretanto, em alguns sistemas foram observadas órbitas com tempo menor que 8% de um período orbital dos satélites naturais, que ejetaram ou colidiram com a superfície do satélite orbitado.

Devido a proximidade dos tempos obtidos o mapa da FIGURA (10.4)(c) registra o comportamento geral em torno dos seis sistemas simulados. A ilha destacada, localizada em região de órbitas quase circulares mas que estendi-se a toda a faixa de inclinação simulada, é observada em todos os seis sistemas simulado. Os tempos de vida das órbitas nas ilhas foram de aproximadamente 12 revoluções do satélite natural, o que corresponde aproximadamente a 1,08 em $\log_{10}$. Já as regiões externas as ilhas apresentaram condições com duração de até 7 períodos orbitais do satélite natural. Para as órbitas simuladas considerando $a_0 = 4,0R_s$ o mapa da FIGURA

(10.4)(d) é eficiente para descrever o comportamento dos mapas nos seis casos simulados em torno de cada satélite natural. Em todos eles foram localizadas regiões de sobrevivência e ilhas de estabilidade, localizadas sobre a mesma região. Sempre registrado um valor de até 8 períodos orbitais do satélite natural para as regiões externas as ilhas em todos os sistemas, o que corresponde aproximadamente a 1,07 em $\log_{10}$.

Figura 10.4: Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da sonda em torno de sistemas genéricos da ordem de 10^{-5} , para diferentes a_0 .

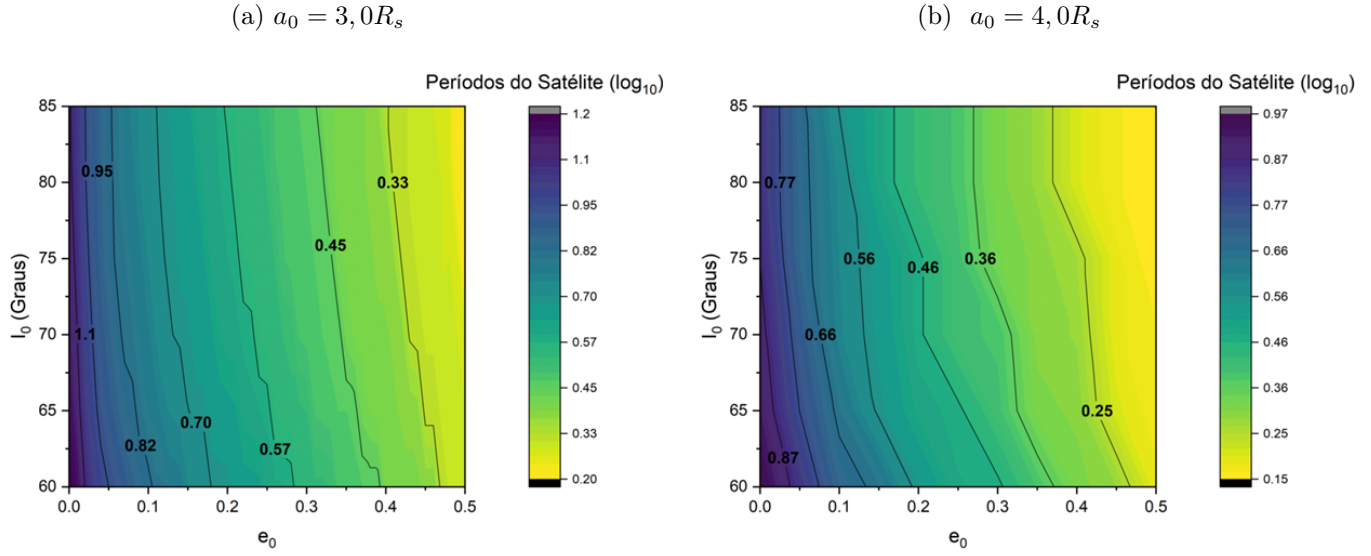


Os mapas apresentados até o momento reforçam os comportamentos já observados e comentados para a inclinação e excentricidade iniciais das órbitas. Os quais implicam que as órbitas iniciais mais excêntricas apresentam menores tempos de vida, e isso se deve ao fato dessas órbitas apresentarem um apoapsis mais próximo do terceiro corpo, o que faz com que seja mais perturbada. Enquanto, as inclinações mais baixas estão menos sujeitas as ações do efeito Kozai. Dentro do presente intervalo de simulações, os próximos sistemas do presente capítulo também apresentaram seus mapas dentro dos comportamentos já observados.

10.5 Sistemas com a densidade de Oberon.

Os seis sistemas simulados podem ser bem representados por dois mapas de tempos de vida gerais, FIGURA (10.5). Não foram localizadas condições de sobrevivência ou ilhas para as simulações a $a_0 = 2,0R_s$. De modo geral os maiores tempos de vida observados não foram superiores a 33 períodos orbitais do satélite natural. O comportamento do tempo de vida das órbitas para as simulações considerando $a_0 = 3,0R_s$ para todos os sistemas simulados é bem descrito pelo mapa da FIGURA (10.5). Onde os maiores tempos de vida são encontrados em condições com órbitas pouco inclinadas e quase circulares.

Figura 10.5: Mapa de tempos de vida para I_0 e e_0 da sonda em torno de um satélite natural com $\mu_s = 0,2\mu_{Gan}$ e densidade de Oberon, considerando o movimento do corpo orbitado pela sonda em uma órbita circular, para a_0 entre $3,0R_s$ e $4,0R_s$



As órbitas com maiores tempos de vida apresentaram tempos na faixa de 16 períodos orbitais do satélite natural, o que corresponde aproximadamente a 2,01 em $\log_{10}$. Assim como as simulações com $a_0 = 3,0R_s$, os casos simulados considerando $a_0 = 4,0R_s$ podem ser bem representados pelo mapa da FIGURA (C.18) no Anexo C, onde o comportamento para a inclinação e excentricidade inicial também são observados. Existem ilhas de estabilidade com tempos de 13 períodos orbitais do satélite natural em todos os sistemas. Para as regiões externas as ilhas as órbitas com maior duração apresentaram cerca de 9 períodos orbitais do satélite natural, o que corresponde aproximadamente a 0,95 em $\log_{10}$.

10.6 Sistemas com a densidade de Titânia.

Após a análise das simulações, o comportamento dos tempos de vida das órbitas das sondas em torno dos satélites naturais nos seis casos simulados, considerando o semieixo maior inicial da sonda igual ao dobro dos raios dos satélites, puderam ser apresentado pelos quatro mapas da FIGURA (C.14) no Anexo C. Esses conjuntos foram determinados devido as diferentes regiões de baixos tempos de vida apresentados em cada sistema. Em todos eles foram observadas condições com órbitas máximas de 19 períodos orbitais do satélite natural, não existindo regiões de ilhas, nem órbitas sobreviventes ao tempo total de integração. As simulações com $a_0 = 3,0R_s$, apresentaram um bom comportamento nos tempos, sendo que todos os sistemas podem ser estudados considerando o mapa da FIGURA (C.14) no Anexo C. Em todos os sistemas foram localizadas ilhas de estabilidade com duração de vida de 11 períodos orbitais do satélite natural. Assim como as órbitas externas as regiões de ilhas, em todos os sistemas, registraram tempos de até 6 períodos orbitais do satélite natural. Tendo órbitas com tempos máximos na faixa de 27 à 63 períodos orbitais do satélite natural, os seis sistemas orbitados considerando um semieixo maior inicial de $4,0R_s$ apresentaram um bom comportamento no aumento do tempo de vida das órbitas a medida que a inclinação e a excentricidade inicial eram menores.

10.7 Sistemas com a densidade de Umbriel.

Sendo possível reunir os seis casos simulados em dois mapas de tempos de vida geral, as simulações para $a_0 = 2,0R_s$ mostraram que os maiores tempos de vida encontram-se nas regiões de baixa excentricidades, mas podem ser registradas em condições de altas inclinações, sendo que em todos os sistemas os tempos de vida das órbitas não excederam 8 períodos orbitais do satélite natural. Nos mapas com semieixo maior inicial de $3,0R_s$, o comportamento para a inclinação e excentricidade iniciais é mantido até certo ponto. Foram registradas

ilhas de estabilidade em todos os sistemas onde os tempos máximos de vida observados foram de 6, 14, 23, 25 e 22 períodos orbitais dos satélites naturais, respectivamente, em torno de cada caso simulado. As órbitas com $a_0 = 4,0R_s$ não mantiveram um bom comportamento nos mapas de inclinação e excentricidade iniciais. Entretanto, órbitas que permanecem ao final do tempo de integração foram registradas, assim como ilhas de estabilidade encontram-se espalhadas por todo o mapa. Os tempos de vida das órbitas externas as regiões de maiores tempos não foram maiores do que 13 períodos orbitais do satélite natural. Entretanto, entre as órbitas com maior duração de vida encontram-se condições com correspondentes a 120, 311, 380, 378, 80 e 166 períodos orbitais dos satélites naturais, respectivamente, para cada sistema. Os mapas presentes na FIGURA (C.15), no Anexo C, mostram os resultados observados.

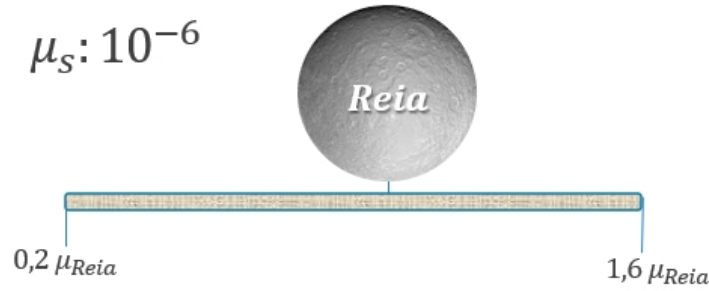
11 Mapeamento da estabilidade de órbitas perturbadas pelo terceiro corpo em torno de satélites naturais com razão de massa no intervalo orden entre 10^{-6} à 10^{-8} .

Para estudar os efeitos de um corpo perturbador sobre a órbita de uma sonda em torno de satélites naturais com razão de massa no intervalo entre 10^{-6} à 10^{-8} , foram realizadas simulações para intervalos de razão de massa de acordo com as condições apresentadas na TABELA (1). As simulações foram realizadas para uma grade de condições de inclinações e excentricidades iniciais dentro de um intervalo de $[60, 0 - 85, 0]^\circ$ para a inclinação e $[0, 0 - 0, 5]$ para a excentricidade. Essas dinâmicas foram simuladas para o mesmo intervalo de semieixo maior inicial utilizado anteriormente, entre $2,0R_s$ e $4,0R_s$, que corresponde a órbitas com altitudes mais baixas, bem próximas a superfície do satélite natural, sendo as simulações realizadas para o mesmo intervalo de integração total que nos outros intervalos de razão de massa.

11.1 Estudo dos sistemas com razão de massa da ordem de 10^{-6} .

Para o primeiro grupo de simulações foi considerado o intervalo para a razão de massa de $0,2\mu_{Reia} \leq \mu_s \leq 1,6\mu_{Reia}$, como mostra o esquema da FIGURA (11.1). Sendo os raios dos satélites naturais determinados considerando a densidade dos satélite naturais Dione, Reia e Tétis.

Figura 11.1: Esquema do intervalo de razão de massa da ordem de 10^{-6} considerado nas simulações, enfatizando o satélite natural que faz parte da faixa de simulações.

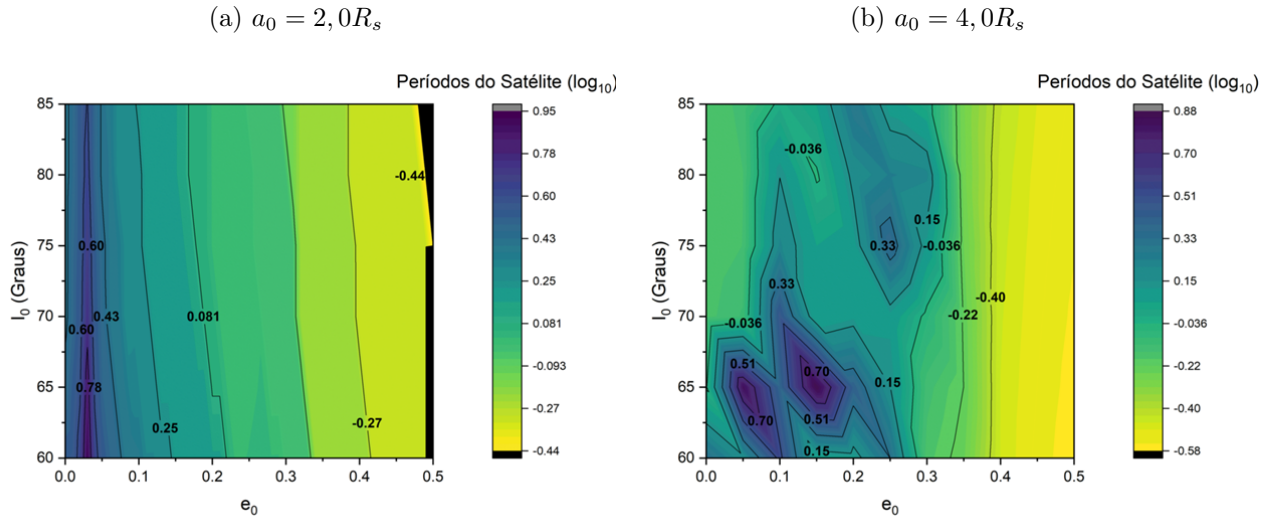


11.1.1 Sistemas com a densidade de Dione.

As simulações em torno de cada um dos satélites naturais presentes nos 8 sistemas considerando a densidade de Dione mostram que para um semieixo maior inicial de $2,0R_s$ os resultados podem ser divididos em três mapas de tempos de vida, FIGURA (11.2)(a) e FIGURA (C.21) no Anexo C. Os mapas mostram o aumento dos tempos de vida a medida que as condições iniciais de inclinação e excentricidade diminuem.

Em todos os sistemas simulados foram localizadas pequenas ilhas de estabilidade, entre a faixa de excentricidade de $[0, 0 : 0, 05]$, com órbitas com tempos de vida de 8 períodos orbitais dos satélites naturais. Já a duração das órbitas exteriores a região das ilhas não foram superiores a 4 períodos orbitais dos satélites naturais em todos os sistemas. Os mapas obtidos considerando um semieixo maior igual ao triplo dos raios dos satélites naturais orbitados pela sonda apresentaram regiões de sobrevivência ao tempo total de integração e/ou condições com órbitas com tempos consideravelmente altos, considerando as demais regiões dos sistemas que não apresentaram tempos de órbita superiores a 10 períodos orbitais dos satélites naturais. Essas regiões, FIGURA (C.21) no Anexo C, estenderam-se de órbitas iniciais circulares até órbitas com excentricidades de 0,30, para inclinações entre $[60 : 65]^\circ$.

Figura 11.2: Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da sonda em torno dos sistemas genéricos no intervalo de $0, 2\mu_{Reia} \leq \mu_s \leq 1.6\mu_{Reia}$ e densidade de Dione para $a_0 = 2,0R_s$ e $a_0 = 4,0R_s$.

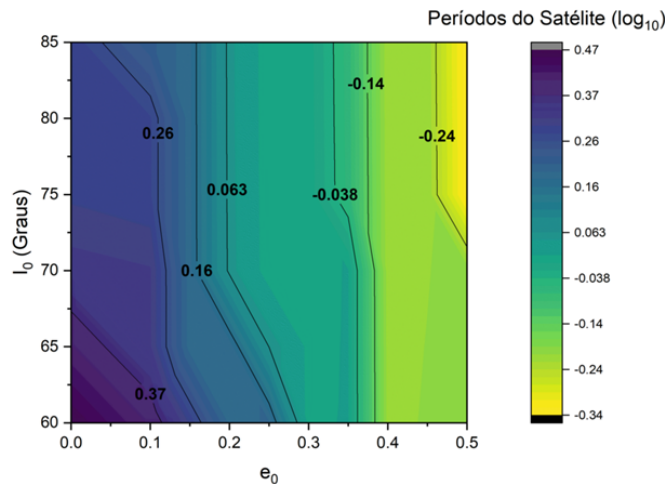


As órbitas presentes nessas regiões, nos diferentes sistemas, que não sobreviveram ao tempo de integração, apresentaram condições com tempos de vida entre $[108 : 337]$ revoluções orbitais dos satélites naturais. Para as simulações considerando órbitas com $a_0 = 4,0R_s$, os maiores tempos de vida registrados não mantiveram o comportamento de estarem presentes em regiões de órbitas mais circulares e menos inclinadas e os resultados dos oito casos simulados são apresentados na FIGURA (11.2)(b). Os maiores tempos observados então na faixa de $[7 : 8]$ períodos orbitais dos satélites naturais.

11.1.2 Sistemas com a densidade de Reia.

A FIGURA (C.21) apresentam os dois mapas para a grade de simulações considerando $a_0 = 2,0R_s$ que descrevem de forma consistente o comportamento dos tempos de vida para todos os sistemas simulados. Não foram localizadas regiões de sobrevivência e em todos os sistemas uma região com os maiores tempos de vida foi localizado entre a faixa de $[0, 0 : 0,05]$ para a excentricidade inicial ao longo de toda a faixa de inclinação simulada. Em todos os sistemas o tempo máximo de vida registrado foi de 8 períodos orbitais dos satélites naturais.

Figura 11.3: Mapa de tempos de vida para I_0 e e_0 da sonda em torno dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-6} , no intervalo de $0, 2\mu_{Reia} \leq \mu_s \leq 1.6\mu_{Reia}$, considerando a densidade de Reia e $a_0 = 3,0R_s$.



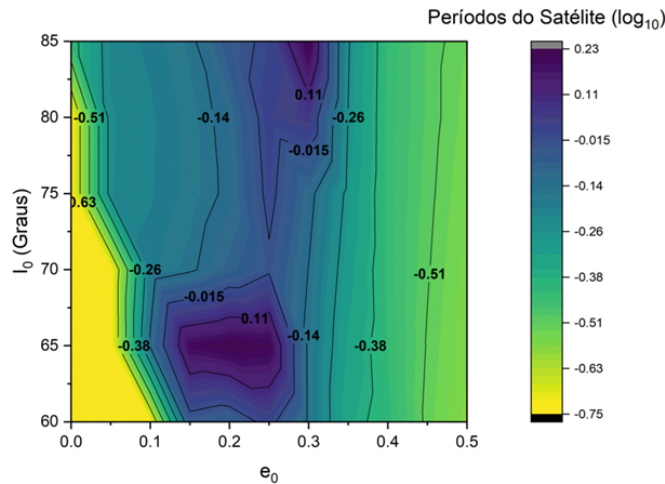
Considerando os resultados obtidos para as órbitas iniciais com $a_0 = 3,0R_s$, o mapa da FIGURA (11.3) representa bem o comportamento dos tempos de vida para os casos considerados. As órbitas com maiores tempos de vida são registradas em regiões de baixa inclinação e órbitas iniciais mais circulares. Em todos as simulações foi localizada uma ilha de estabilidade próxima a região de $e_0 = 0,15$ e inclinações iniciais próximas a 60° . Nas regiões externas as ilhas o tempo máximo de vida das órbitas registraram duração de dois períodos orbitais dos satélites naturais, para todos os valores de razão de massa considerados. Já as regiões internas as ilhas, tempos entre 11 e 19 períodos orbitais do satélite natural foram registrados.

Para as simulações com $a_0 = 4,0R_s$, FIGURA (C.21) no Anexo C, os tempos de vida continuam a ser registrados para menores inclinações e excentricidades. Entretanto, os mapas não mostram um comportamento bem apresentado como em outras condições. Foram registradas regiões de sobrevivência ao tempo de integração e as órbitas que não sobreviveram registraram tempo no intervalo de $[109 : 430]$ períodos orbitais do satélite natural. Foram registradas também pequenas regiões com maiores tempos de vida em algumas regiões dos mapas. Externamente a essas regiões de maior sobrevivência, tempos de vida até 20 períodos orbitais do satélite natural foram observados.

11.1.3 Sistemas com a densidade de Tétis.

Os resultados considerando $a_0 = 2,0R_s$ mostraram a existência de regiões de órbitas com altos tempos e sobreviventes ao tempo total de integração. Essa região estende-se de órbitas iniciais circulares a condições com excentricidade inicial de 0,25, em todos os sistemas simulados. Dentro deste intervalo, as órbitas que não sobreviveram registraram tempos na faixa de $[29 : 281]$ períodos orbitais do satélite natural. Os mapas dos sistemas considerados foram divididos em três mapas gerais que descrevem bem o comportamento dos tempos de vida das sondas implementadas, FIGURA (C.19) no Anexo C. Em todos os sistemas foram localizadas pequenas ilhas espalhadas pelos mapas.

Figura 11.4: Mapeamento do tempos de vida de sondas em torno de sistemas com razão de massa da ordem de 10^{-6} , no intervalo $0,2\mu_{Reia} \leq \mu_s \leq 1,6\mu_{Reia}$, considerando que os sistemas possuem a mesma densidade de Tétis e $a_0 = 3,0R_s$.

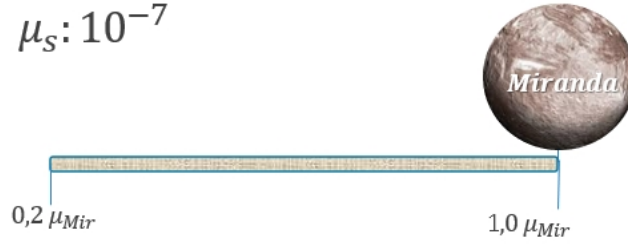


O mapa para órbitas iniciais com $a_0 = 3,0R_s$, FIGURA (11.4), apresenta bem o comportamento para os oito sistemas considerados, onde em todos os sistemas simulados existe uma ilha de estabilidade nas proximidades da condição de $e_0 = 0,2$ e $I_0 = 65^\circ$. Para todos os sistemas genéricos o maior tempo de vida registrado foi de 2 períodos orbitais do satélite natural. De modo geral, o comportamento dos mapas para excentricidades e inclinações menores não foi observado, uma vez que os maiores tempos encontram-se na faixa de $[0,10 : 0,30]$ para e_0 , ao longo de todo o intervalo de I_0 simulado. Esse comportamento, localizado nessas regiões de razão de massa, pode ser explicado pela alta perturbação proveniente do terceiro corpo, pois ainda que mais uma unidade

de raio dos satélites, para o semieixo maior da órbita, nos casos anteriores, não gerando grandes mudanças, para corpos em razão de massa pequenas, a perturbação proveniente do terceiro corpo pode ser grande o suficiente para derrubar a sonda ou ejetá-la depois de pouco tempo. Seguindo o mesmo comportamento, com tempos máximos de vida na faixa de $[2 : 3]$ períodos orbitais do satélite natural, as simulações considerando um semieixo maior inicial de $4,0R_s$ podem ser bem representadas pelo mapa da FIGURA (C.19).

11.2 Sistemas com razão de massa da ordem de 10^{-7} .

Figura 11.5: Esquema do intervalo de razão de massa da ordem de 10^{-7} considerado nas simulações, enfatizando o satélite natural que faz parte da faixa de simulações.

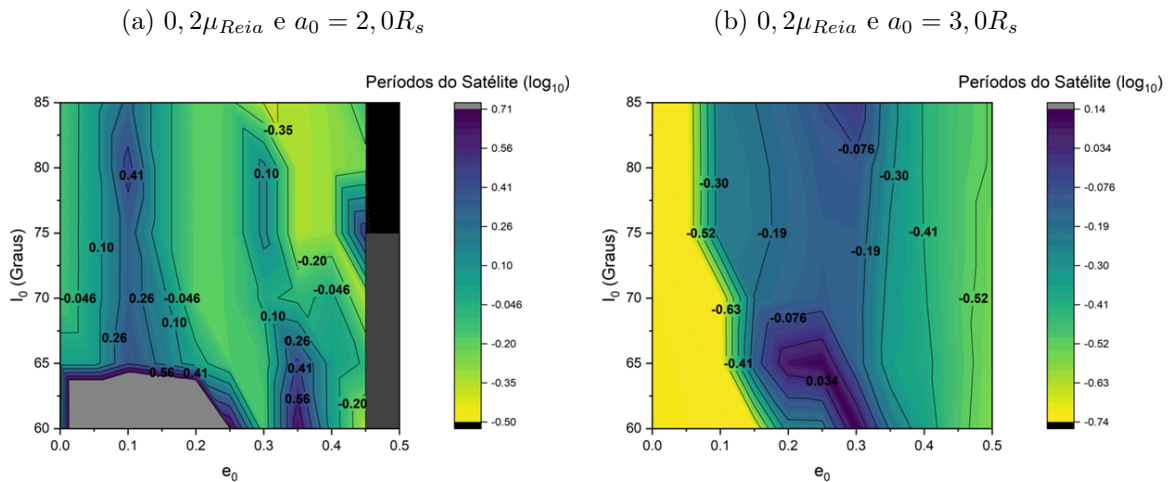


Os resultados expostos a seguir foram obtidos nos estudos da estabilidade das órbitas das sondas em torno de corpos considerando uma faixa de razão de massa de $0,2\mu_{Mir} \leq \mu_s \leq 1,0\mu_{Mir}$, onde μ_{Mir} corresponde a razão de massa do satélite natural Miranda, como mostra o esquema da FIGURA (11.5). Nesse conjunto de simulações foi considerada a densidade dos satélites naturais Miranda, Proteu e Enceladus.

11.2.1 Sistemas com a densidade de Enceladus.

Nas simulações para órbitas iniciais, considerando um semieixo maior com o dobro do raio dos satélites naturais orbitados regiões de sobrevivência foram observadas para todas as condições simuladas na faixa de $[0,05 : 0,25]$ para a excentricidade inicial e inclinações até 65° . As órbitas, nessas regiões que não sobreviveram, registraram tempos presentes no intervalo de $[8 : 404]$ períodos orbitais do satélite natural.

Figura 11.6: Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da sonda em torno dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-7} e densidade de Enceladus, considerando o movimento do corpo orbitado pela sonda circular em torno do corpo perturbador.



Para as condições iniciais externas a essas regiões não foram encontrados tempos superiores a 5 períodos orbitais do satélite natural. Para semieixos maiores iniciais com valor do triplo dos raios dos corpos orbitados

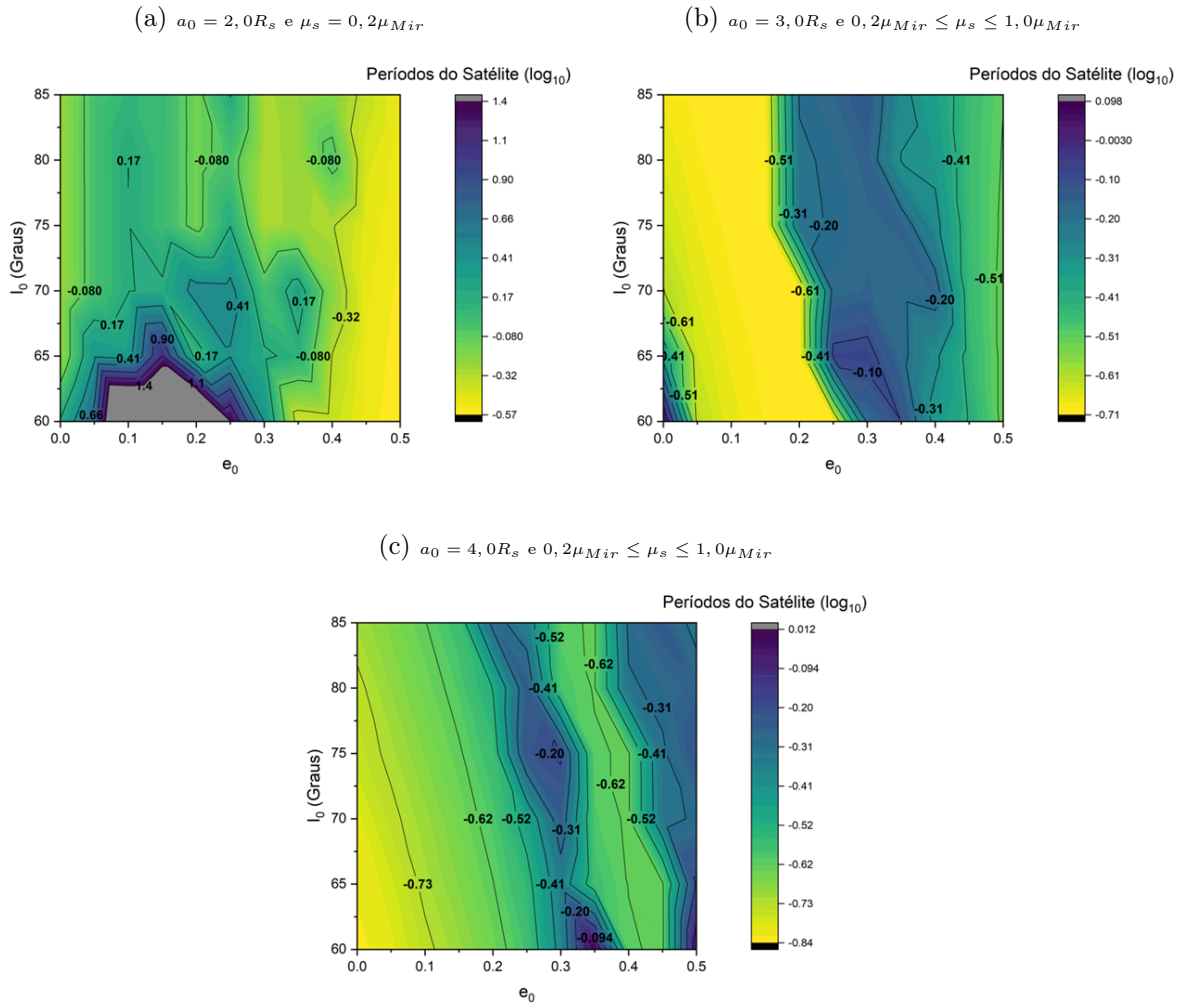
pela sonda, os mapas da FIGURA (11.6) descrevem bem o comportamento dos casos simulados. Assim como em outros sistemas com razões de massa pequenas, os resultados registraram que as órbitas mais circulares e com baixas inclinações, principalmente no intervalo de $[0, 0 : 0, 15]$ não registraram os maiores tempos, provavelmente devido as altas perturbações que já podem ser sentidas a partir dessa região.

O registro dos maiores tempos, em todos os sistemas, encontrou-se no intervalo de $[0, 15 : 0, 35]$ para a excentricidade inicial, principalmente próximo a inclinação de 65° . Entretanto, os tempos de duração registrados em todos os sistemas não foram superiores a uma revolução do satélite natural em torno do perturbador. Para as simulações com órbitas para a sonda considerando $a_0 = 4,0R_s$, FIGURA (C.22) no Anexo C, pode ser observado um comportamento muito parecido com os resultados para uma unidade do raio equatorial mais baixo para o semieixo maior inicial. As maiores órbitas nesses sistemas registraram tempos de até 2 períodos orbitais do satélite natural, sendo esses tempos registrados em regiões de ilhas.

11.2.2 Sistemas com a densidade de Miranda.

Divididos em dois mapas de estabilidade gerais, FIGURA (11.7) e (C.23) no Anexo C, os sistemas simulados com a densidade de Miranda e semieixo maior inicial de $2,0R_s$, apresentaram, em todos os sistemas, uma região de sobrevivência ao tempo de integração. Delimitada entre o intervalo de excentricidade igual a $[0, 05 : 0, 30]$ e para baixas inclinações, as órbitas não sobreviventes presentes no intervalo registraram tempos de vida entre 25 e 30 períodos orbitais do satélite natural.

Figura 11.7: Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da sonda em torno de um satélite natural com razão de massa da ordem de 10^{-7} , a densidade de Miranda e o intervalo $2,0R_s \leq a_0 \leq 4,0R_s$.



Já as simulações considerando $a_0 = 3,0R_s$, FIGURA (11.7) e FIGURA (C.23) no Anexo C, registraram pequenas faixas de órbitas de maior duração entre as excentricidades iniciais de $[0,0 : 0,05]$ e baixas inclinações entre 60° e 65° e e_0 no intervalo $[0,3 : 0,4]$ para vários valores de I_0 . As órbitas com $a_0 = 4,0R_s$ também apresentaram regiões com mais tempos de permanência das sondas em regiões mais inclinadas e excêntricas. Entretanto, para ambos semieixos maiores as órbitas registradas não tiveram tempos maiores do que a duração de um período orbital do satélite natural.

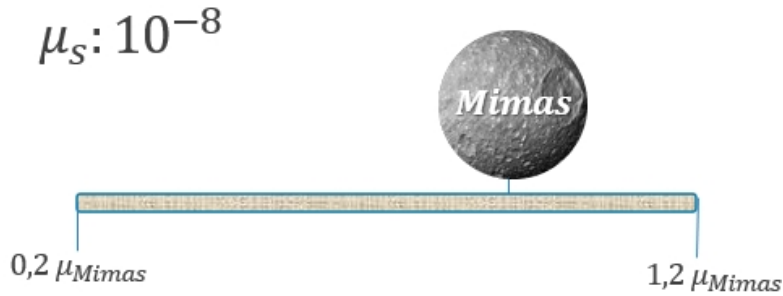
11.2.3 Sistemas com a densidade de Proteu.

Registrando as órbitas com maior tempo de vida no intervalo de $[0,1 : 0,2]$ para a excentricidade e inclinação inicial próxima de 65° , os sistemas com a densidade de Proteu e semieixo maior inicial de $2,0R_s$ registraram mapas que seguiram o comportamento de registo de boas órbitas fora de regiões de baixas inclinações e excentricidades iniciais. Essas órbitas com durações adequadas para missões espaciais, presentes ao longo dos diversos sistemas, chegaram a tempos de vida no intervalo de $[109 : 357]$ períodos orbitais do satélite natural. O comportamento observado para as órbitas com $a_0 = 2,0R_s$ estendeu-se a todas as condições simuladas, incluindo os casos com semieixos com o triplo e o quádruplo do raio equatorial dos corpos orbitados. Entretanto, os tempos de vida registrados nessas configurações iniciais permaneceram na faixa de 1 e 2 períodos orbitais do satélite natural. Esses resultados são apresentados na FIGURA (C.24) no Anexo C.

11.3 Sistemas com razão de massa da ordem de 10^{-8} - Densidade de Mimas.

Considerando a razão de massa e a densidade do satélite natural Mimas, foram simulados sistemas no intervalo de $0,2\mu_{Mimas} \leq \mu_s \leq 1,4\mu_{Mimas}$ com passo de $0,2\mu_{Mimas}$, como mostra o esquema da FIGURA (11.8), dando um total de seis casos genéricos, sem considerar o sistema de Mimas que faz parte do intervalo. Os raios equatoriais de cada sistema foram determinados através do intervalo de massa escolhido e da densidade do satélite natural Mimas.

Figura 11.8: Esquema do intervalo de razão de massa da ordem de 10^{-8} considerado nas simulações, enfatizando o satélite natural que faz parte da faixa de simulações.

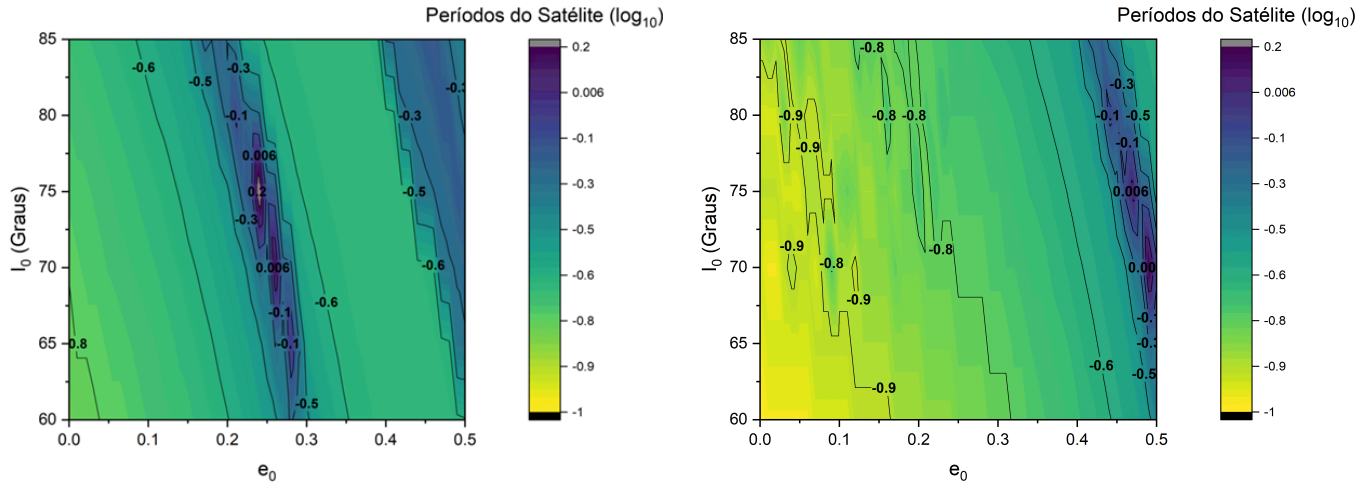


Para as simulações considerando um semieixo maior inicial igual a $2,0R_s$, os tempos de vida das sondas não mantiveram o comportamento de maiores tempos de vida para I_0 e e_0 menores, FIGURA (C.25) no Anexo C, devido as altas perturbações sentidas a partir dessa região. Os maiores tempos de vida foram obtidos na faixa de $[0,2 : 0,35]$ para a excentricidade e, principalmente, nas regiões com altas inclinações. Entretanto, os tempos de vida encontrados mantiveram-se na faixa entre $[2 : 3]$ períodos orbitais dos satélites naturais. O mesmo comportamento foi observado para órbitas iniciais com semieixo maior igual a $3,0R_s$, onde as regiões com maiores tempos de vida encontraram-se entre $[0,20 : 0,30]$ e $[0,45 : 0,50]$ para a excentricidade ao longo de algumas condições para a inclinação. As dinâmicas sobre os seis sistemas simulados podem ser bem representadas pelo mapa da FIGURA (11.9)(a), sendo que em todos as razões de massa consideradas o maior tempo de vida registrado foi de 2 períodos orbitais do satélite natural.

Figura 11.9: Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da sonda em torno dos satélites naturais da ordem de 10^{-8} , para $a_0 = 3,0R_s$ e $a_0 = 4,0R_s$, considerando a densidade de Mimas e a órbita do satélite natural circular em torno do perturbador.

(a) $a_0 = 3,0R_s - 0,2\mu_{Mimas} \leq \mu_s \leq 1,2\mu_{Mimas}$

(b) $a_0 = 4,0R_s -$



O mapa da FIGURA (11.9)(b) apresenta o comportamento geral para todos os sistemas simulados considerando $4,0R_s$. Os tempos de vida não foram superiores a um período orbital do satélite natural e os maiores tempos de vida encontram-se em regiões de órbitas iniciais excêntricas e inclinadas.

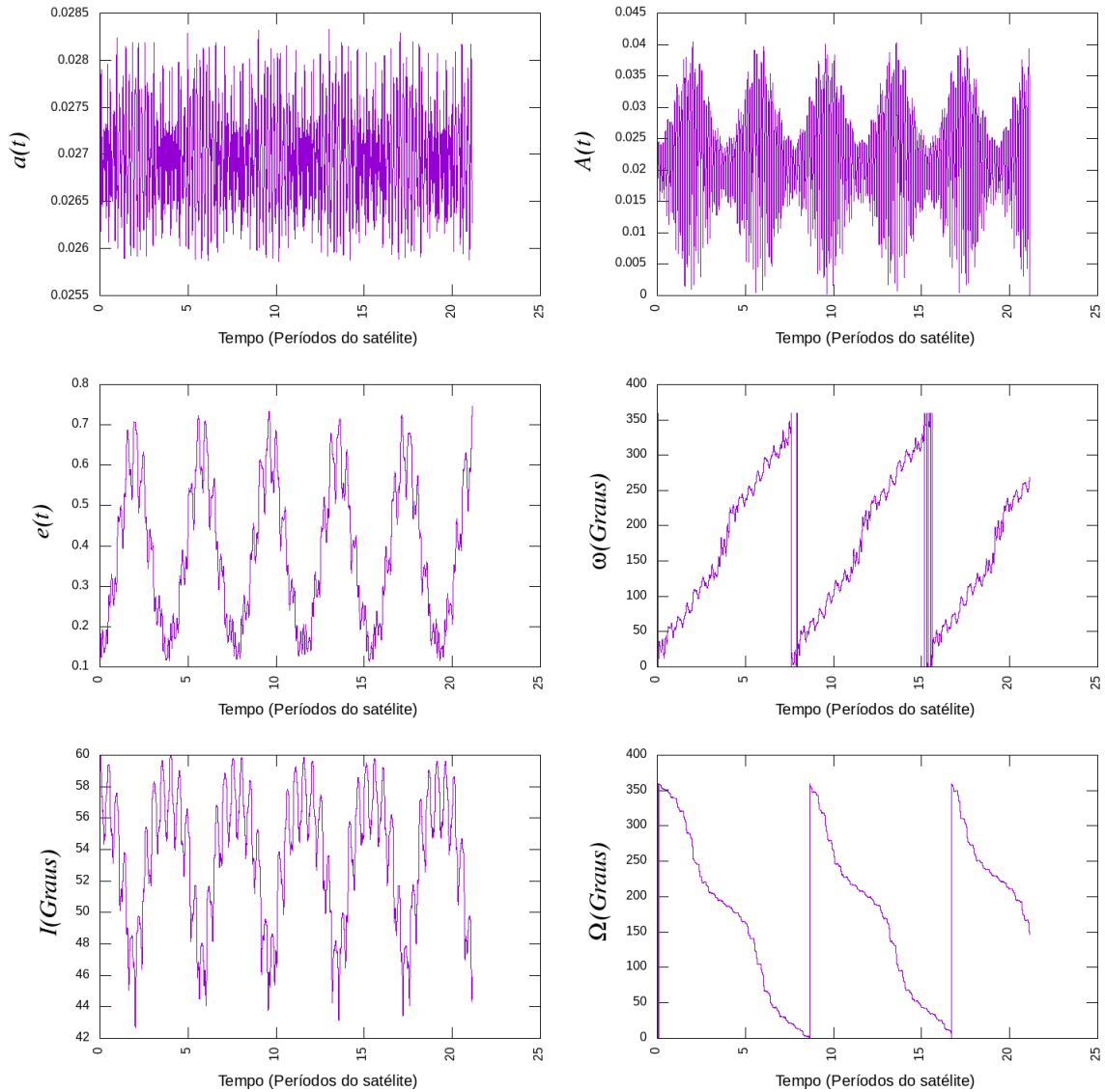
12 Estudo da evolução orbital das trajetórias e do achatamento dos satélites

O objetivo dessa parte do trabalho é mostrar em detalhes alguns exemplos de trajetórias encontradas no presente trabalho, com isso, pretende-se dar uma visão física dos resultados obtidos.

12.1 Estudo das regiões de ilhas de estabilidade

Com base nos comportamentos e resultados observados anteriormente foram investigadas algumas ilhas de estabilidade que foram encontradas nos diversos sistemas simulados. Para isso, foram analisadas as evoluções temporais dos elementos orbitais das condições iniciais que promoveram órbitas com diversos tempos de vida. Os gráficos observados são apresentados nas FIGURAS (12.1) a (12.3).

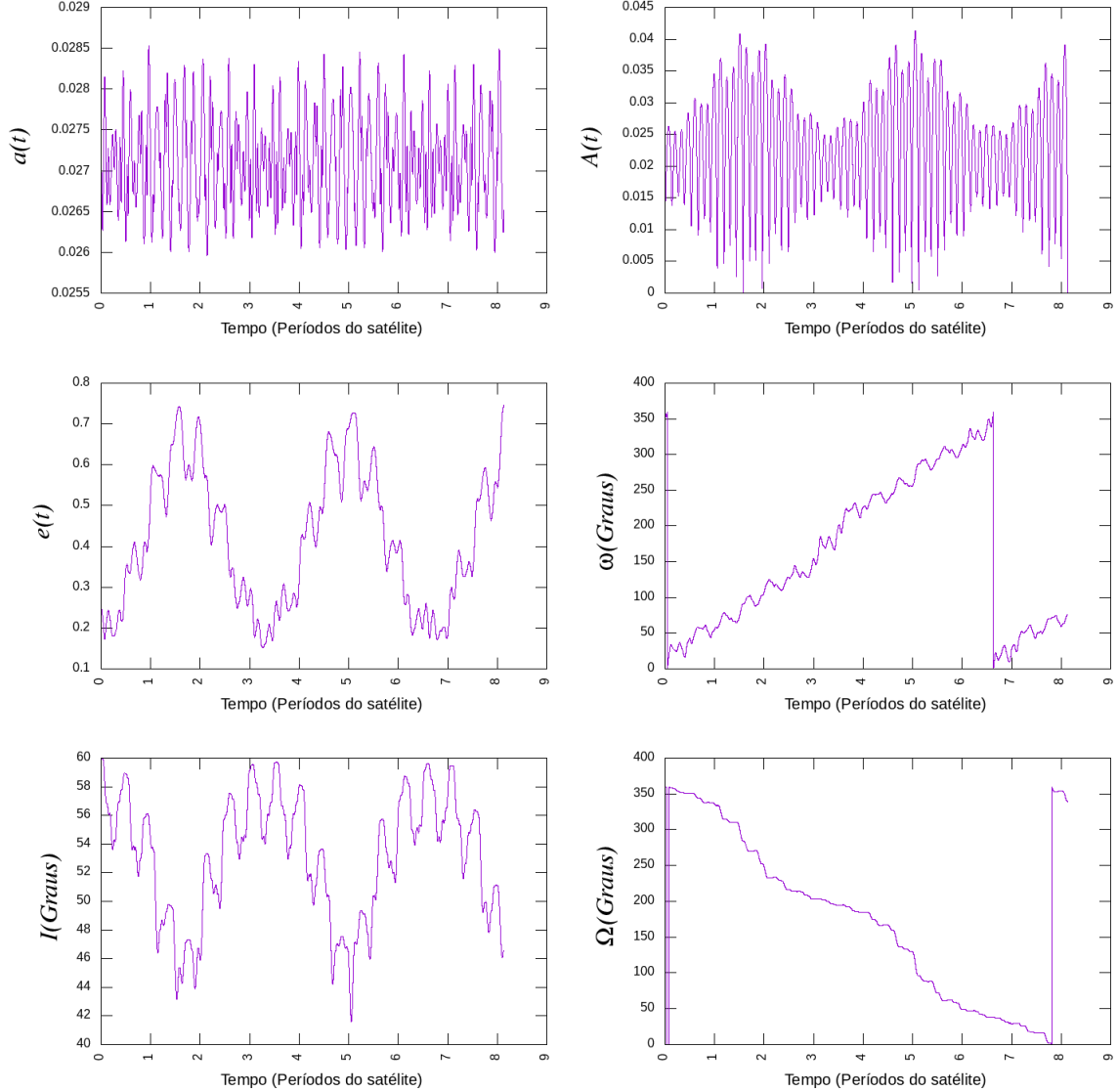
Figura 12.1: Evolução temporal dos elementos orbitais osculadores da órbita da sonda em torno de um corpo com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$, densidade de Caronte, e condições orbitais iniciais da sonda $a_0 = 4,0R_s$, $e_0 = 0,20$ e $I_0 = 60^\circ$. Sendo $A(t)$ a altitude da sonda em relação a superfície do satélite natural.



Os gráficos da FIGURA (12.1) mostram a colisão da sonda com a superfície do satélite natural após 15 períodos orbitais do satélite natural em torno do perturbador. Nesse intervalo foi visto que a inclinação da órbita

da sonda decresce rapidamente, a medida que a excentricidade da órbita aumenta. No caso do argumento do pericentro e da longitude do nodo é possível observar que eles circulam lentamente com o período de circulação de aproximadamente 7 revoluções do satélite natural.

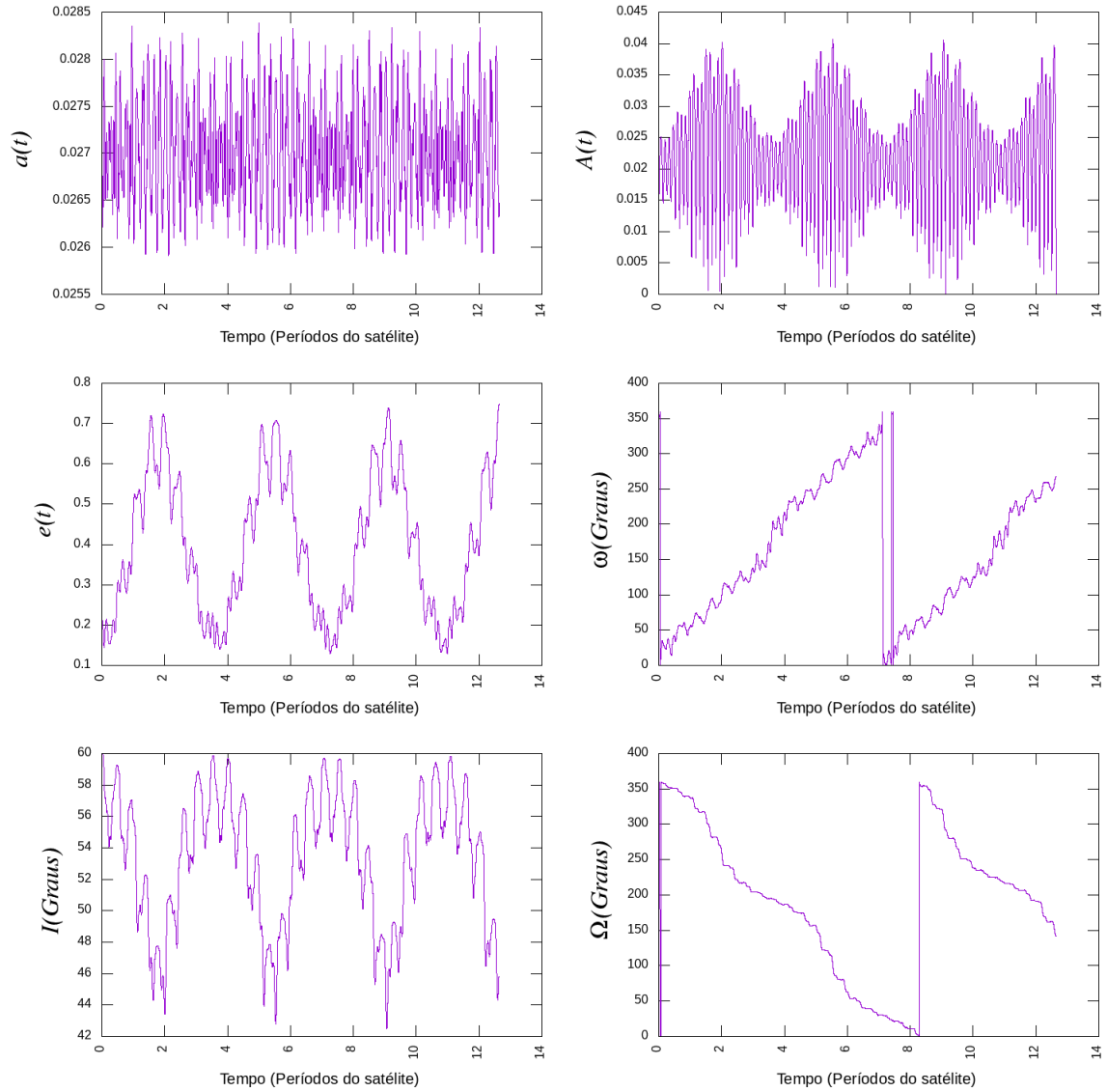
Figura 12.2: Evolução temporal dos elementos orbitais osciladores da órbita da sonda em torno de um satélite natural de razão de massa $\mu_s = 0,2\mu_{Titan}$, densidade de Titã, e condições orbitais iniciais da sonda $a_0 = 4,0R_s$, $e_0 = 0,25$ e $I_0 = 60^\circ$. Sendo $A(t)$ a altitude da sonda em relação a superfície do satélite natural.



Nas evoluções temporais dos elementos orbitais mostradas nas figuras (12.2) a (12.3) observa-se o mesmo comportamento para a inclinação e a excentricidade das órbitas, ou seja, com o passar do tempo é observado um acoplamento da inclinação com a excentricidade. Foi visto também que esses elementos ao longo da evolução temporal possuem uma grande amplitude de variação, o que evidencia o fato de órbitas circulares se tornarem demasiadamente excentricas em um curto período de tempo. Esse comportamento é característico em órbitas que sofrem a ação do efeito Kozai-Lidov (de Almeida Prado, 2003). Esse fenômeno foi estudado por Lidov em 1961 na dinâmica de satélites perturbados por corpos externos, e por Kozai durante seus estudos com a perturbação proveniente dos planetas gigantes em um asteroide (Kinoshita & Nakai, 2007). O mecanismo vem sendo estudado também pelos recentes trabalhos de Silsbee & Tremaine (2017) e Farago & Laskar (2010), considerando as perturbações de terceiro corpo e a dinâmica de uma partícula de massa desprezível, além de pesquisas nas diversas áreas da astronomia. Predito na teoria do mecanismo de Kozai-Lidov e também observados nos gráficos estão as librações do argumento do pericentro e longitude do nodo, sendo que, em

alguns casos, essas librações ocorrem dentro de um evento de circulação realizado em determinados períodos.

Figura 12.3: Evolução temporal dos elementos orbitais osculadores da órbita da sonda em torno de um satélite natural de razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$, densidade de Titã, e condições orbitais iniciais da sonda $a_0 = 4,0R_s$, $e_0 = 0,21$ e $I_0 = 60^\circ$. Sendo $A(t)$ a altitude da sonda em relação a superfície do satélite natural.



12.2 Primeiros resultados considerando o achatamento dos satélites

Visando estudar os efeitos devido ao achatamento dos satélites, foram realizadas simulações, para alguns sistemas genéricos, considerando valores fictícios para o achatamento dos corpos, buscando com isso, ver os efeitos devido a magnitude de cada J_2 . As simulações foram realizadas para as razões de massa $0,2 \mu_{Caronte}$, $0,2 \mu_{Mir}$ e $0,2 \mu_{Reia}$ e densidade de Caronte, Miranda e Dione, respectivamente, buscando observar o comportamento em corpos com razões de massa extremos, para órbitas iniciais circulares no mesmo intervalo de inclinação e semieixo maior iniciais das simulações nos capítulos de 8 à 10. Foi escolhido um intervalo de $10^{-4} \leq J_2 \leq 10^{-1}$ com passo de 10^{-1} para o achatamento. Os mapas sem o achatamento dos corpos são mostrados na FIGURA (12.4) e os resultados das simulações com o J_2 são apresentados nas FIGURAS (12.5) à (12.7).

Figura 12.4: Mapas de tempos de vida para I_0 e a_0 da sonda em torno dos corpos com razões de massa iguais a $0,2 \mu_{Caronte}$, $0,2 \mu_{Mir}$ e $0,2 \mu_{Reia}$.

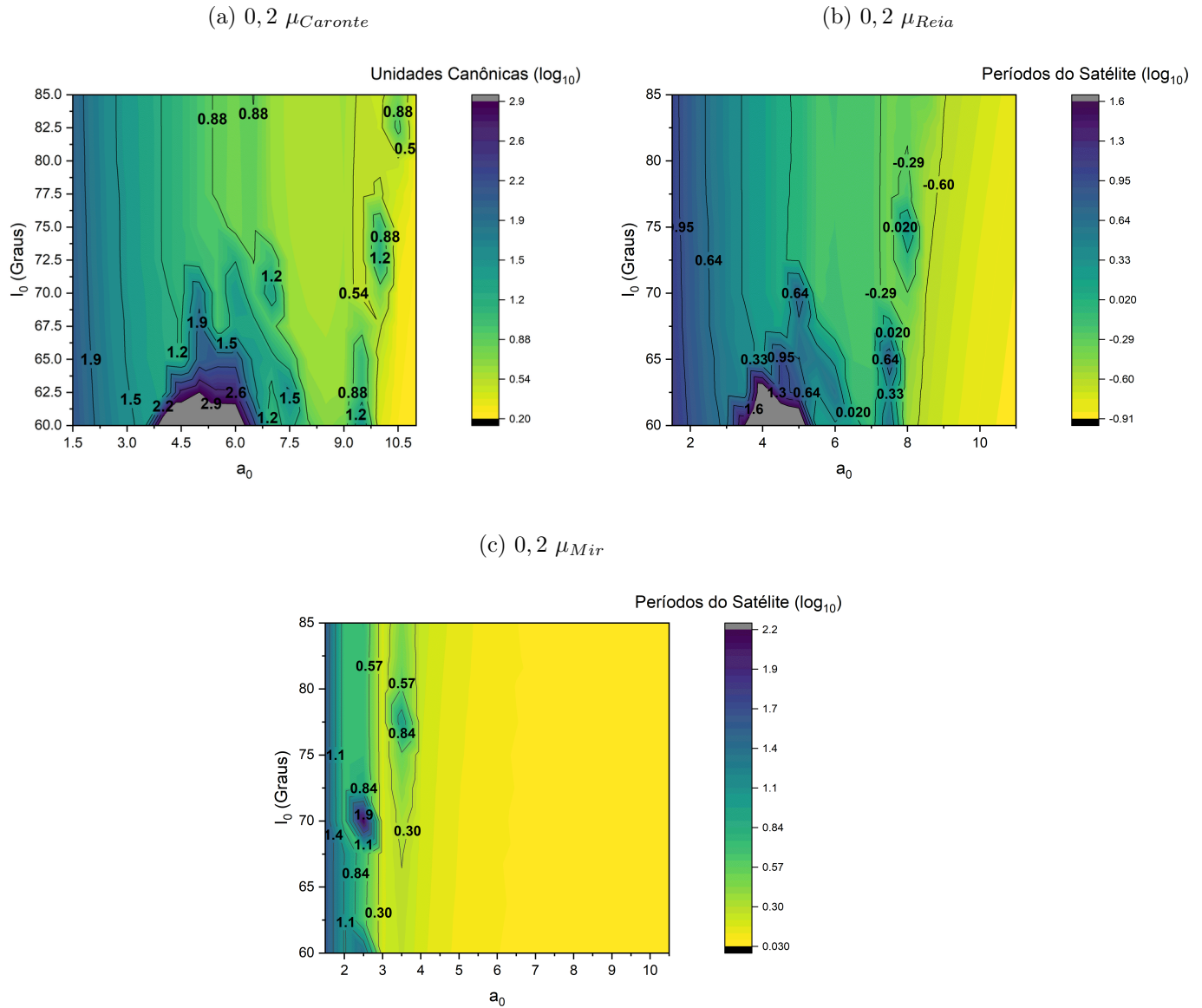
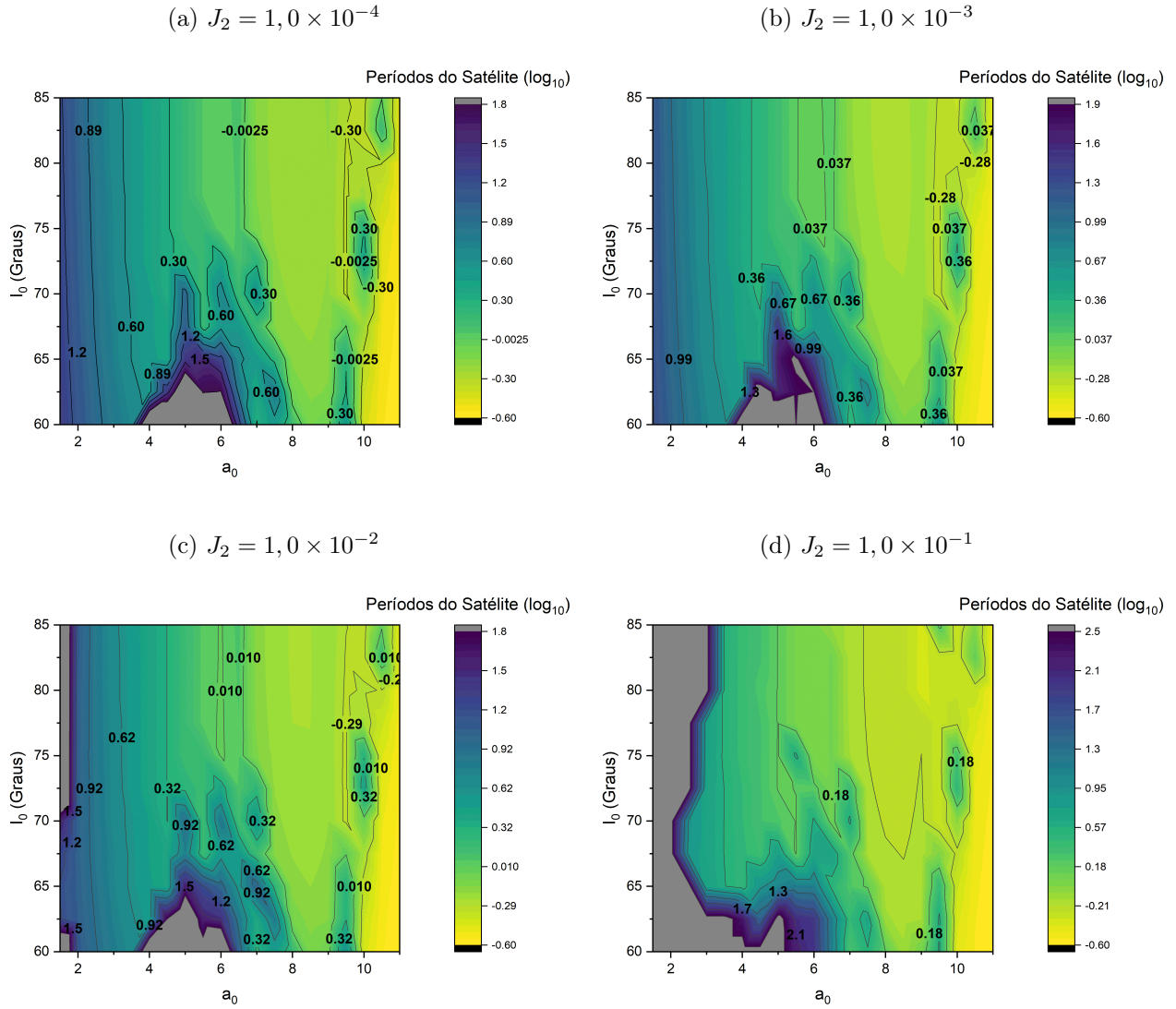
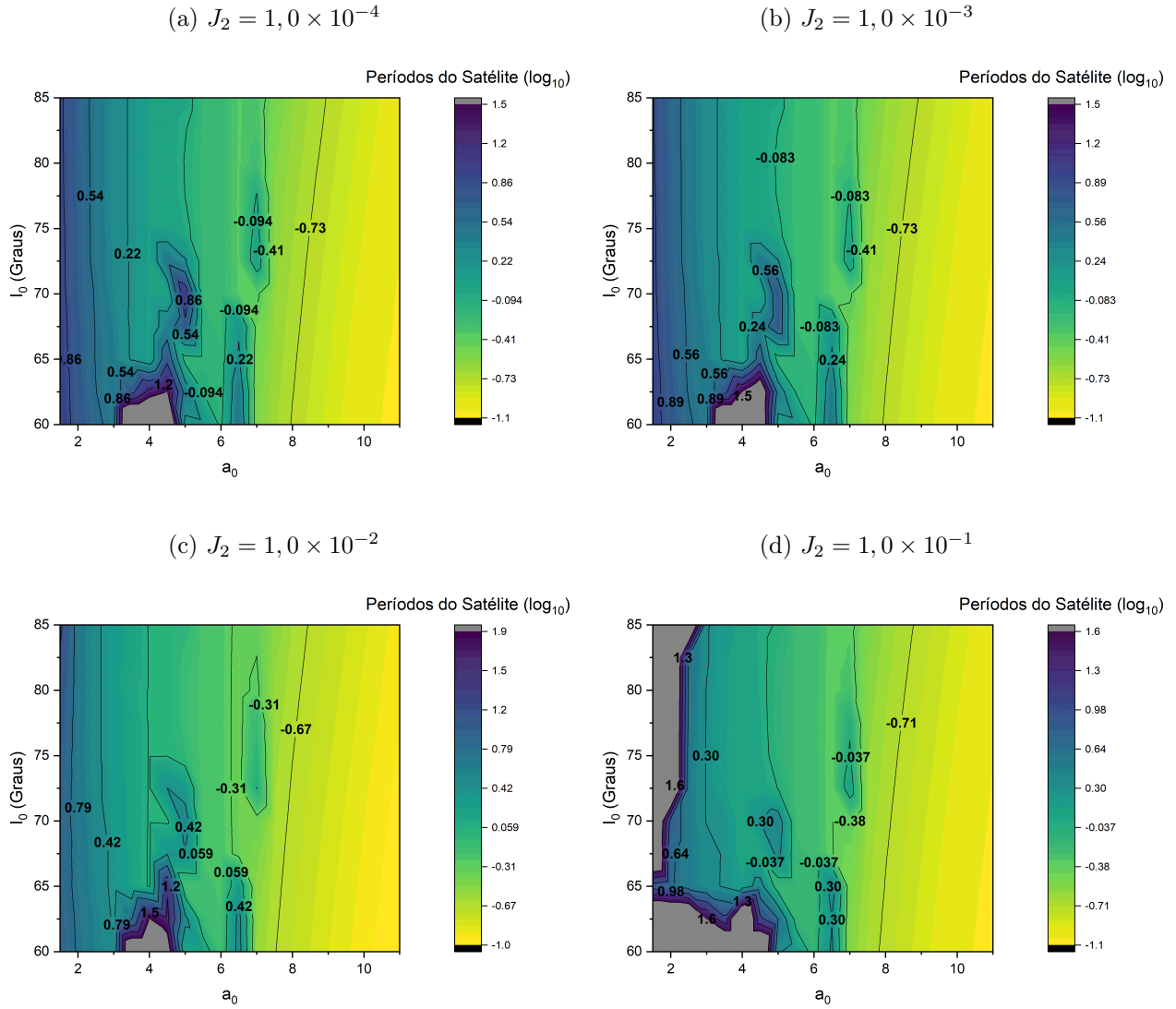


Figura 12.5: Mapas de tempos de vida para I_0 e a_0 da sonda em torno de um corpo com $\mu_s = 0,2 \mu_{Caronte}$ achatado no intervalo de $10^{-4} \leq J_2 \leq 10^{-1}$ e densidade de Caronte.



De modo geral, os resultados considerando o achatamento do corpo orbitado pela sonda mostram que os comportamentos vistos em função da inclinação e do semieixo maior iniciais da órbita da sonda são mantidos, como observados nas simulações realizadas anteriormente sem os efeitos do achatamento. Entretanto, devido a não homogeneidade do satélite, as órbitas implementadas em regiões mais baixas e para baixas inclinações possuem um efeito do J_2 dominante sobre a dinâmica, acelerando o sonda nas passagens pelo equador e amortecendo os efeitos do terceiro corpo, promovendo assim um aumento no tempo de vida das órbitas. Entretanto, as órbitas iniciais colocadas em altas altitudes e bastante inclinadas, podem, dependendo do corpo em estudo, não se equilibrar ou dominar sobre os efeitos do terceiro corpo. Nesses casos as órbitas continuam a ter tempos de vida baixos pois, as perturbações de terceiro corpo e o efeito Kozai continuam a derrubar ou ejetar essas órbitas.

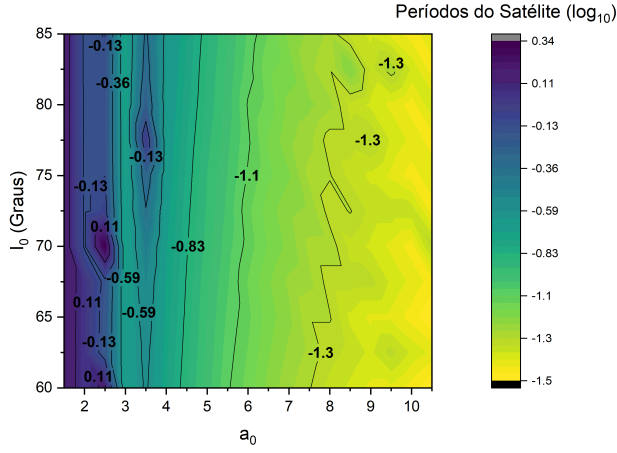
Figura 12.6: Mapas de tempos de vida para I_0 e a_0 da sonda em torno de um corpo com $\mu_s = 0,2 \mu_{Mir}$ achatado no intervalo de $10^{-4} \leq J_2 \leq 10^{-1}$ e densidade de Miranda.



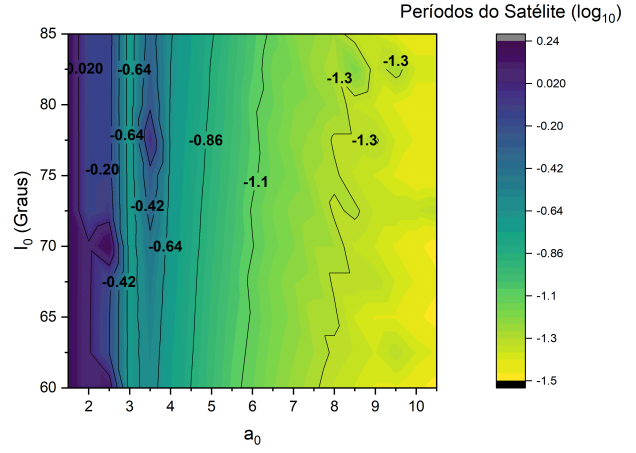
Os mapas também mostram que a medida que o achatamento do corpo orbitado aumenta as regiões com maiores tempos de vida também tendem a aumentar, região em cinza nos gráficos. Entretanto, para algumas condições orbitais a combinação das perturbações devido ao achatamento do satélite e ao terceiro corpo também podem promover diminuições nos tempos de vida. Foi observado ainda que para corpos com um J_2 grande, da ordem de 10^{-1} , começam a surgir órbitas com altos tempos de vida e sobreviventes ao tempo total de integração em regiões de órbitas circulares e baixas altitudes iniciais para diversas inclinações, incluindo valores iguais a 85° , esses comportamentos podem ser vistos nos mapas das FIGURAS (12.5) à (12.7).

Figura 12.7: Mapas de tempos de vida para I_0 e a_0 da sonda em torno de um corpo com $\mu_s = 0,2 \mu_{Reia}$ achatado no intervalo de $10^{-4} \leq J_2 \leq 10^{-1}$ e densidade de Dione.

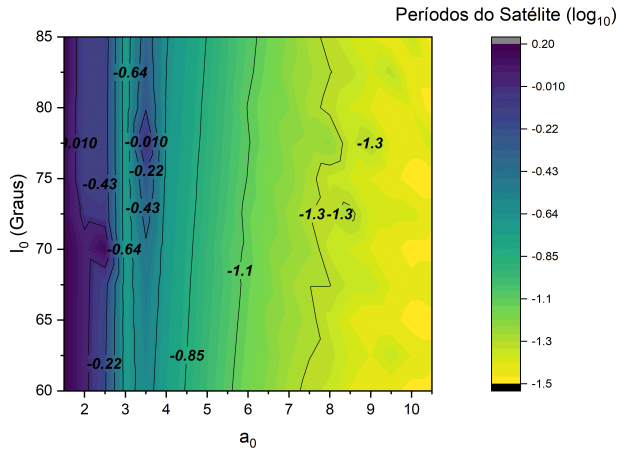
(a) $J_2 = 1,0 \times 10^{-4}$



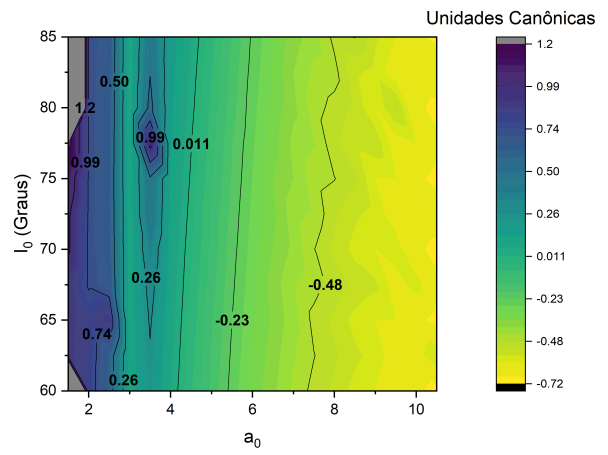
(b) $J_2 = 1,0 \times 10^{-3}$



(c) $J_2 = 1,0 \times 10^{-2}$



(d) $J_2 = 1,0 \times 10^{-1}$



13 Conclusões

Os resultados apresentados reforçam a importância do estudo das órbitas para missões de sondas espaciais próximas a satélites naturais e outros possíveis sistemas. Assim, o trabalho buscou apresentar os comportamentos gerais observados nos mais diferentes regimes de condições iniciais. Também foi visto que, devido a particularidade de cada corpo celeste, a evolução temporal dessas órbitas pode ter comportamentos locais diferentes, como foi observado nas seções de resultados. Nesse sentido, um estudo das condições para a realização dessas missões é importante, pois permite entender e planejar de forma mais segura as missões.

As dinâmicas em torno dos diversos satélites naturais do Sistema Solar, considerando as órbitas iniciais das sondas circulares, foram localizados intervalos de semieixo maior inicial da órbita da sonda onde os tempos de vida observados foram altos, fazendo com que essas sondas orbitassem esses satélites naturais por períodos de meses ou anos. Essas regiões estão dispostas em diferentes intervalos, dependendo da razão de massa do satélite natural, podendo estender-se até semieixos maiores de $10,0R_s$. No estudo de I_0 e a_0 , observou-se que, de modo geral, a escolha do semieixo maior inicial da sonda afeta no tempo de vida das órbitas com maior intensidade do que a escolha da inclinação. Os mapas mostraram que para os satélites naturais com razão de massa até a ordem de 10^{-7} , a escolha de semieixos maiores iniciais menores, consequentemente órbitas com menor altitude inicial, tendem a gerar dinâmicas que produzem maiores tempos de vida para a órbita da sonda. Esse comportamento está relacionado ao fato dessa proximidade permitir que o campo gravitacional do satélite atue de forma mais forte sobre as órbitas das sondas. Além disso, órbitas mais baixas tendem a sentir menos as ações de terceiro corpo, devido a proximidade com o satélite natural. Da mesma forma, órbitas com semieixos maiores mais altos sofrem mais as perturbações do terceiro corpo e por isso são levadas a colidir com a superfície do satélite ou serem ejetadas do sistema.

Os mapeamentos em função de I_0 e e_0 da sonda em torno dos satélites naturais permitiu identificar que, de modo geral, a escolha da excentricidade inicial da órbita da sonda tem papel importante na duração dos tempos de vida das órbitas. Uma vez que o efeito Kozai tende a tornar as órbitas excêntricas, as órbitas iniciadas com maior excentricidade apresentaram tempos de vida baixos. Desta forma, as órbitas com os maiores tempos de vida foram, em sua maioria, encontradas em órbitas iniciais próximas a circulares e menos inclinadas. Esse resultados podem ser explicados pelo fato das órbitas iniciais mais elípticas apresentarem um apoapsis mais próximo do terceiro corpo, promovendo assim uma maior perturbação, além disso, a proximidade do periapsis, dessas órbitas, com o satélite natural favorece a colisão.

Além disso, os resultados mostraram a existência de ilhas de estabilidade nos sistemas Caronte, Titã e Tritão. Essas ilhas apresentaram um conjunto de órbitas com tempos de vida altos, e foram encontradas em regiões de inclinação baixas e, em alguns casos, órbitas iniciais excêntricas. Além dessas ilhas, faixas orbitais sobreviventes ao tempo de integração total também foram encontradas. A obtenção dessas órbitas com maiores tempos de vida em regiões de baixa inclinação está relacionada com o efeito Kozai, que tende a ser mais forte a medida que as órbitas são mais inclinadas. Assim, as órbitas iniciais com menor inclinação,

sentem menos o efeito Kozai e assim o acoplamento da inclinação com a excentricidade não é grande, favorecendo a permanência da sonda por mais tempo.

A comparação entre os resultados das simulações utilizando as excentricidades reais dos satélites naturais e o modelo considerando suas órbitas circulares em torno dos planetas permitiram concluir que as simulações para o modelo circular representam bem o comportamento das órbitas da sonda em torno dos satélites naturais, pois, a diferença entre os tempos de vida obtidos considerando os dois casos não apresentaram, de modo geral, grandes variações. Houveram, apenas em algumas condições locais, ganhos ou perdas de tempos de vida consideráveis.

Foram realizados estudos de órbitas em torno de diversos sistemas genéricos dentro de um intervalo de razão de massa entre 10^{-1} e 10^{-8} . De modo geral, esses resultados permitiram concluir que razões de massa de maior ordem tendem a amortecer mais as perturbações de terceiro corpo, pois a massa do perturbador não é muito discrepante da massa do corpo que é orbitado pela sonda. Para os casos onde a diferença, entre essas massas é muito grande, pode ser visto que os tempo de vida dessas órbitas, no geral, são curtos devido a alta perturbação gravitacional que essa configuração proporciona. Entretanto, esse é um comportamento geral, pois nos diversos sistemas, foram encontradas condições orbitais locais que apresentaram bons tempos de vida para as órbitas da sonda.

Os resultados também reforçaram o comportamento já observado nos estudos em função do semieixo maior inicial em órbitas iniciais circulares, pois os mapas nos sistemas de ordem entre 10^{-1} e 10^{-3} apresentaram os mesmos intervalos de maiores tempos de vida para determinadas faixas de semieixo maior inicial, o que evidencia que esse comportamento está presente no intervalo de razões de massa considerado. Os estudos realizados em função da inclinação e excentricidade inicial da órbita da sonda permitiu verificar os efeitos sobre o tempo de vida das órbitas devido a escolha dessas condições iniciais. Os comportamento gerais observados podem ser divididos em três. Muitos sistemas apresentaram, para altitudes mais baixas, mapas onde o aumento do tempo de vida era registrado a medida que as órbitas iniciais eram menos inclinadas e mais circulares. Esse comportamento foi observado entre as razões de massa entre 10^{-1} à 10^{-7} . Como no estudo dos satélites naturais, os resultados apresentados nos sistemas genéricos, reforçaram os comportamentos para a inclinação, semieixo maior e excentricidade inicial. O efeito Kozai tende a ser menor a medida que as órbitas são menos inclinadas, favorecendo a permanência da sonda por mais tempo. Para o semieixo maior, que está relacionado a altitude de implementação dessas órbitas, as órbitas mais altas tendem a sentir mais as ações perturbativas do terceiro corpo e as órbitas iniciadas com excentricidades maiores tendem a gerar órbitas com menor tempo de vida, devido as maiores perturbações, do terceiro corpo, sentidas no apoapsis e a maior proximidade com a superfície do corpo em seu periapsis. Entretanto, alguns sistemas considerados entre as razões de massa 10^{-7} e 10^{-8} mostraram que para pequenas variações da altitude da sonda as perturbações devido ao terceiro corpo se foram grandes, fazendo com que mesmo órbitas com baixa inclinação e pouco excentricas sejam ejetadas ou colidam com a superfície do satélite em pouco tempo.

Os resultados também mostraram que a medida que a altitude inicial das sondas eram acres-

cidas, os mapas de I_0 e e_0 apresentaram regiões de ilhas de estabilidade localizadas em regiões de órbitas iniciais mais excêntricas e, em alguns casos, mais inclinadas. Esses resultados são importantes, pois apresentam a possibilidade de missões com maiores durações em condições de altas excentricidades e/ou inclinações. Essas ilhas de estabilidade foram encontradas em muitas condições simuladas, o que indica a existência dessas regiões em outros sistemas. Além das regiões de sobrevivência e das ilhas de estabilidade, foram determinadas também regiões de alta instabilidade sobre as quais as sondas seriam perdidas nos primeiros momentos da implementação. Desta forma, a escolha da excentricidade inicial da sonda tem um papel importante, assim como a escolha do semieixo maior inicial.

Os estudos realizados em função do argumento do pericentro e da longitude do nodo também mostraram a importância da escolha desses parâmetros. Os mapas obtidos apresentaram três comportamentos gerais, nos mais diversos sistemas simulados, estando esses padrões ligados a altitude na qual a sonda seria implementada. Os comportamentos observados mostram que a depender da altitude da órbita inicial há uma dominância ou equilíbrio entre o argumento do pericentro e a longitude do nodo inicial. Para as regiões próximas ao corpo orbitado, foi observado que há um domínio do argumento do pericentro inicial da órbita, pois existem intervalos ao longo de ω_0 que promovem órbitas com maiores tempos de vida. Entretanto, para regiões mais altas, mais próximas ao corpo perturbador, existe um equilíbrio entre a escolha do argumento do pericentro e a longitude do nodo inicial, não havendo uma dominância de apenas um dos elementos orbitais. Nessa região, para que sejam obtidas órbitas com melhores tempos de vida deve ser feita uma busca por valores de ω_0 e Ω_0 que promovam esse equilíbrio, e assim as melhores órbitas. Por fim, em alguns casos, existem regiões intermediárias, nas quais a dominância, sobre os tempos de vida das órbitas, passa a ser da longitude do nodo inicial. Logo, o valor do argumento do pericentro inicial passa a não apresentar muita diferença nos tempos de vida das órbitas.

De modo geral, o presente trabalho apresentou o mapeamento dos tempos de vida para órbitas em torno dos satélites naturais do Sistema Solar e para sistemas genéricos que foram simulados considerando características conhecidas em outras luas. Os resultados também mostram os comportamentos previsto na literatura para as perturbações do terceiro corpo, além de mapear o quanto esses efeitos afetam as órbitas nas diversas faixas de razões de massa.

Referências

- BLITZER, L. Lunar-solar perturbations of an earth satellite. *American Journal of Physics*, 27(9):634–645, 1959.
- BROUCKE, R. The double averaging of the third body perturbations. *Texas University, Austin, Tex, USA*, 1992.
- BROUCKE, R. A. Long-term third-body effects via double averaging. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 26(1):27–32, 2003.
- BROUWER, D. & CLEMENCE, G. M. *Methods of celestial mechanics*. Elsevier, 2013.
- BURNS, J. A. Elementary derivation of the perturbation equations of celestial mechanics. *American Journal of Physics*, 44(10):944–949, 1976.
- CARVALHO, J., ELIPE, A., DE MORAES, R. V., & PRADO, A. Low-altitude, near-polar and near-circular orbits around europa. *Advances in Space Research*, 49(5):994–1006, 2012.
- CARVALHO, J. D. S., DE MORAES, R. V., & PRADO, A. Some orbital characteristics of lunar artificial satellites. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 108(4):371–388, 2010.
- CARVALHO, J. D. S., ELIPE, A., DE MORAES, R. V., & PRADO, A. Moon artificial satellites: lunar oblateness and earth perturbations. In *Proceedings of the International Conference on Nonlinear Problems in Aviation and Aerospace (ICNPAA'09)*, pages 1095–1106. 2009.
- CINELLI, M., ORTORE, E., & CIRCI, C. Long lifetime orbits for the observation of europa. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 42(1):123–135, 2019.
- DA COSTA, I. V. & DE ALMEIDA PRADO, A. F. B. Orbital evolution of a satellite perturbed by a third-body. *Adv. Space Dyn*, pages 176–194, 2000.
- DE ALMEIDA PRADO, A. F. B. Third-body perturbation in orbits around natural satellites. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 26(1):33–40, 2003.
- DE SOUSA, R. R., GOMES, R., MORBIDELLI, A., & NETO, E. V. Dynamical effects on the classical kuiper belt during the excited-neptune model. *Icarus*, 334:89–98, 2019.
- DOMINGOS, R. D. C., DE MORAES, R. V., & DE ALMEIDA PRADO, A. Third-body perturbation in the case of elliptic orbits for the disturbing body. *Mathematical Problems in Engineering*, 2008, 2008.
- DOS SANTOS, J. C., CARVALHO, J. P., PRADO, A. F., & DE MORAES, R. V. Lifetime maps for orbits around callisto using a double-averaged model. *Astrophysics and Space Science*, 362(12):227, 2017.
- ESA. juice. 2021.

- FARAGO, F. & LASKAR, J. High-inclination orbits in the secular quadrupolar three-body problem. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 401(2):1189–1198, 2010.
- GONÇALVES, L., ROCCO, E., & MORAES, R. Trajectories of a spacecraft aiming to approach at a near-regular cadence of the enceladus and dione moons. In *Journal of Physics: Conference Series*, volume 1365, page 012018. IOP Publishing, 2019.
- HART, W., BROWN, G. M., COLLINS, S. M., PICH, M. D. S.-S., FIESELER, P., GOEBEL, D., MARSH, D., OH, D. Y., SNYDER, S., WARNER, N., ET AL. Overview of the spacecraft design for the psyche mission concept. In *2018 IEEE Aerospace Conference*, pages 1–20. IEEE, 2018.
- HOUGH, M. E. Orbits near critical inclination, including lunisolar perturbations. *Celestial mechanics*, 25(2):111–136, 1981.
- KAULA, W. M. Development of the lunar and solar disturbing functions for a close satellite. *The Astronomical Journal*, 67:300, 1962.
- KINOSHITA, H. & NAKAI, H. General solution of the kozai mechanism. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 98(1):67–74, 2007.
- KONSTANTINIDIS, K., MARTINEZ, C. L. F., DACHWALD, B., OHNDORF, A., DYKTA, P., BOWITZ, P., RUDOLPH, M., DIGEL, I., KOWALSKI, J., VOIGT, K., ET AL. A lander mission to probe subglacial water on saturn’s moon enceladus for life. *Acta astronautica*, 106:63–89, 2015.
- KOZAI, Y. On the effects of the sun and the moon upon the motion of a close earth satellite. *SAO Special Report*, 22, 1959.
- KOZAI, Y. Motion of a lunar orbiter. *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 15:301, 1963.
- KOZAI, Y. Effects of the tidal deformation of the earth on the motion of close earth satellites. *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 17:395, 1965.
- KOZAI, Y. A new method to compute lunisolar perturbations in satellite motions. 1973.
- KUGA, H. K., CARRARA, V., & RAO, K. R. Satélites artificiais–movimento orbital. *INPE-São José dos Campos*, 2011.
- LARA, M., SAN-JUAN, J. F., LÓPEZ, L. M., & CEFOLA, P. J. On the third-body perturbations of high-altitude orbits. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 113(4):435–452, 2012.
- LASKAR, J. & BOUÉ, G. Explicit expansion of the three-body disturbing function for arbitrary eccentricities and inclinations. *Astronomy & Astrophysics*, 522:A60, 2010.

- LATTARI, V. C. Formação de pequenos satélites e anéis de poeira. 2019.
- LIU, X., BAOYIN, H., & MA, X. Long-term perturbations due to a disturbing body in elliptic inclined orbit. *Astrophysics and Space Science*, 339(2):295–304, 2012.
- LORENZ, R. D. An engineering model of titan surface winds for dragonfly landed operations. *Advances in Space Research*, 67(7):2219–2230, 2021.
- MORBIDELLI, A. Modern celestial mechanics: aspects of solar system dynamics. 2002.
- MURISON, M. A. The fractal dynamics of satellite capture in the circular restricted three-body problem. *The Astronomical Journal*, 98:2346–2359, 1989.
- MURRAY, C. & DERMOTT, S. Book review: Solar system dynamics/cambridge u press, 2000. *Irish Astronomical Journal*, 27:234, 2000.
- MURRAY, C. D. & DERMOTT, S. F. *Solar system dynamics*. Cambridge university press, 1999.
- NASA. Europa cipper. 2021a.
- NASA. Psyche. 2021b.
- OLIVEIRA, T. C. & PRADO, A. F. Search for stable orbits around the binary asteroid systems 1999 kw4 and didymos. *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica*, 56:113–128, 2020.
- PRADO, A. & COSTA, I. Third body perturbation in spacecraft trajectory. In *Proceedings of the 49th International Astronautical Congress*. 1998.
- REIN, H. & LIU, S.-F. Rebound: an open-source multi-purpose n-body code for collisional dynamics. *Astronomy & Astrophysics*, 537:A128, 2012.
- REIN, H. & SPIEGEL, D. S. Ias15: a fast, adaptive, high-order integrator for gravitational dynamics, accurate to machine precision over a billion orbits. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 446(2):1424–1437, 2015.
- ROY, A. Luni-solar perturbations of an earth satellite. *Astrophysics and Space Science*, 4(4):375–386, 1969.
- ROY, A. E. *Orbital motion*. CRC Press, 2004.
- SILSBEE, K. & TREMAINE, S. Lidov–kozai cycles with gravitational radiation: Merging black holes in isolated triple systems. *The Astrophysical Journal*, 836(1):39, 2017.
- SIQUEIRA, P. B. Adaptação do integrador rebound para o estudo de anéis planetários. 2019.
- SPITZER, L. The stability of the 24 hr satellite. *Journal of the British Interplanetary Society*, 9:131, 1950.

SULAIMAN, A., ACHILLEOS, N., ATREYA, S., BERTUCCI, C., COATES, A., DOUGHERTY, M., HADID, L., HANSEN, C., HOLMBERG, M., HSU, H.-W., ET AL. Enceladus and titan: Emerging worlds of the solar system (esa voyage 2050 white paper). *arXiv preprint arXiv:1908.01932*, 2019.

THORNTON, S. T. & MARION, J. B. *Dinâmica clássica de partículas e sistemas*. Cengage Learning São Paulo, 2011.

WAITE, J. H., GLEIN, C. R., PERRYMAN, R. S., TEOLIS, B. D., MAGEE, B. A., MILLER, G., GRIMES, J., PERRY, M. E., MILLER, K. E., BOUQUET, A., ET AL. Cassini finds molecular hydrogen in the enceladus plume: evidence for hydrothermal processes. *Science*, 356(6334):155–159, 2017.

A Anexo Teórico.

No presente anexo serão expressos complementos para o formalismo matemático do problema de dois e três corpos, apresentados no Capítulo 3 e 4, assim como breves discursos sobre o problema de dois corpos perturbado e os efeitos devidos ao achatamento dos corpos.

A.1 Modelo matemático do problema de dois corpos (P2C).

Considerando o movimento da massa m_j com respeito a m_i podemos escrever a distância relativa como mostra a Eq.(A.1):

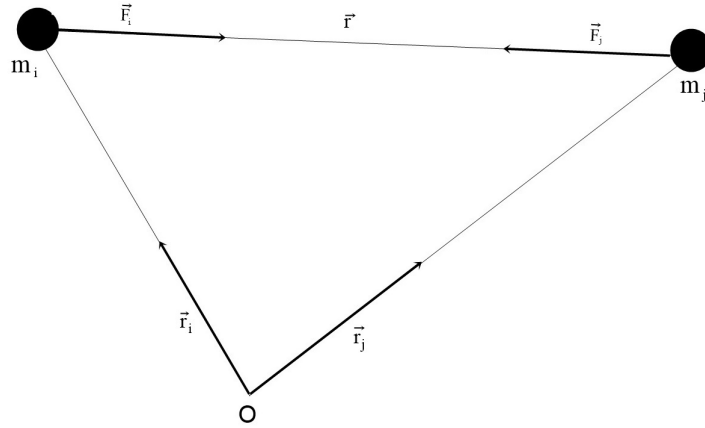
$$\vec{r}(t) = \vec{r}_j(t) - \vec{r}_i(t) \quad (\text{A.1})$$

É possível, pela lei da gravitação de Newton, escrever, na ausência de outros corpos e de termos perturbativos, a força que age sobre cada uma das massas (Roy, 2004):

$$\vec{F}_i = +G \frac{m_i m_j}{r^2} \hat{r} \quad (\text{A.2})$$

$$\vec{F}_j = -G \frac{m_i m_j}{r^2} \hat{r} \quad (\text{A.3})$$

Figura A.1: Esquema do problema de dois corpos



Onde G é a constante gravitacional. Note que o versor $\hat{r}$ e o módulo r estão escritos em termos do vetor posição relativa dos corpos e a oposição de sinal diz respeito a direção de atuação das forças (Roy, 2004), que são atrativas. Sendo assim, as expressões (A.2) e (A.3) podem ser reescritas de forma a explicitar as acelerações experimentadas pelos corpos (Murray & Dermott, 1999):

$$m_i \ddot{\vec{r}}_i = +G \frac{m_i m_j}{r^3} \vec{r} \quad (\text{A.4})$$

$$m_j \ddot{\vec{r}}_j = -G \frac{m_i m_j}{r^3} \vec{r} \quad (\text{A.5})$$

Tomando a derivada temporal duas vezes sobre Eq.(A.1), obtemos a aceleração relativa entre os corpos:

$$\ddot{\vec{r}} = \ddot{\vec{r}}_j - \ddot{\vec{r}}_i \quad (\text{A.6})$$

Através das Eq.(A.4) e (A.5), obtemos que a aceleração relativa sobre m_j tem a forma:

$$\begin{aligned} \ddot{\vec{r}} &= -G \frac{m_j}{r^3} \vec{r} - \left(G \frac{m_i}{r^3} \vec{r} \right) \\ \ddot{\vec{r}} &= -G(m_i + m_j) \frac{\vec{r}}{r^3} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Ao considerar que:

$$\mu = G(m_i + m_j) \quad (\text{A.8})$$

É obtida a equação do movimento relativo para o problema de dois corpos:

$$\ddot{\vec{r}} = -\mu \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (\text{A.9})$$

Ao considerarmos a dinâmica relativa entre os objetos é possível simplificar o problema sem, no entanto, perder nenhuma das características do mesmo. Através da equação do movimento relativo, Eq(A.9), é possível conhecer informações do sistema e determinar a evolução da dinâmica relativa para a massa secundária m_j .

Tomando o produto vetorial da Eq.(A.9) temos que:

$$\vec{r} \times \ddot{\vec{r}} = \vec{0} \quad (\text{A.10})$$

Através da integração da expressão resultante na Eq.(A.10) obtemos a integral do momento angular:

$$\vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \vec{h} \quad (\text{A.11})$$

Ela permite concluir que os vetores posição e velocidade, em qualquer instante de tempo t , serão sempre coplanares. Vemos também que o vetor momento angular total ($\vec{h}$) é sempre constante e perpendicular ao plano que contém os vetores posição e velocidade. Seu valor, por ser calculado a partir dos vetores relativos da posição e velocidade.

A energia orbital, assim como o momento angular, pode ser obtido ao fazermos o produto entre a velocidade radial com a expressão para o movimento relativo, Eq(A.9). No caso da energia, através do produto interno, obtemos:

$$\begin{aligned}
\dot{\vec{r}} \cdot \left(\ddot{\vec{r}} - \frac{\mu \vec{r}}{r^3} \right) &= 0 \\
\dot{\vec{r}} \cdot \ddot{\vec{r}} - \mu \dot{\vec{r}} \cdot \left(\frac{\vec{r}}{r^3} \right) &= 0 \\
\dot{\vec{r}} \cdot \ddot{\vec{r}} - \mu \frac{\dot{r}}{r^2} &= 0
\end{aligned} \tag{A.12}$$

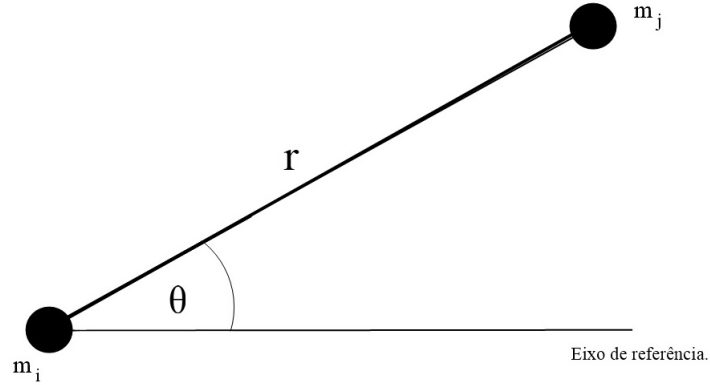
A Eq (A.12) pode ser integrada para obter a integral de vis viva ou energia orbital:

$$C = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} \tag{A.13}$$

Os resultados obtidos para o momento angular e a energia orbital demonstram que, em um sistema de dois corpos, ambos são conservados, o que é um resultado muito importante.

Considerando a coplanaridade da velocidade e da posição é possível determinar o módulo da posição relativa entre os dois corpos. Para isso, considere um sistema de referencia em coordenadas polares centrado no corpo mais massivo, que neste caso consideramos como a massa m_i , e considerando sobre ele uma linha de referência. A Fig(A.2) apresenta o esquema proposto.

Figura A.2: Sistema de dois corpos em coordenadas polares.



Sendo conhecido que, em coordenadas polares, a componente radial do vetor posição pode ser escrito na forma (Thornton & Marion, 2011):

$$\ddot{\vec{r}} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} \tag{A.14}$$

É possível, através de algumas manipulações algébricas, reescrever a equação do movimento relativo apresentada na Eq.(A.9) e determinar que a componente radial da expressão resultante determina que:

$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -\frac{\mu}{r^2} \tag{A.15}$$

Considerando o raio entre os objetos como uma função de dependência angular, é possível reescrever a Eq.(A.15). As manipulações algébricas realizadas nesse processo permitem concluir

que a solução geral da equação diferencial resultante é o que conhecemos como solução geral das cônicas:

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(\theta - \varpi)} \quad (\text{A.16})$$

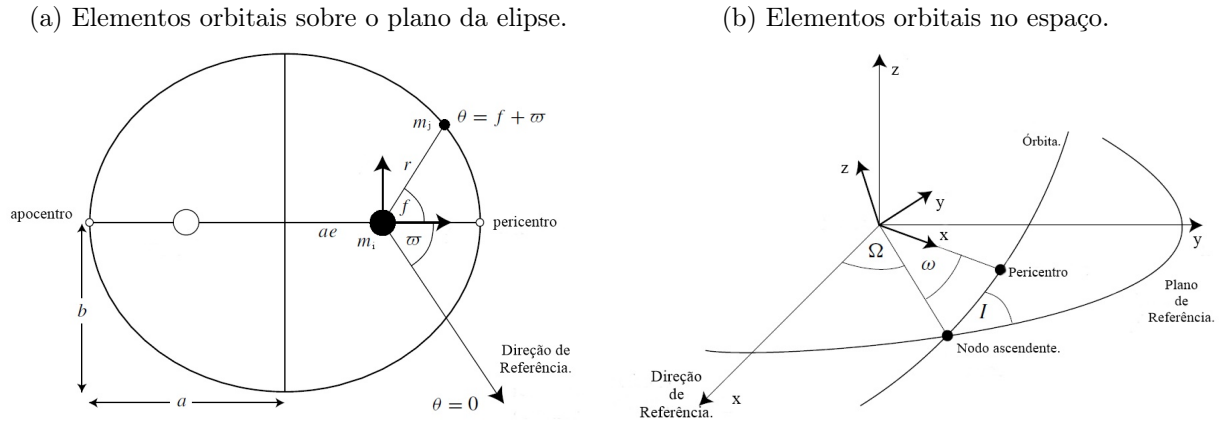
Onde e e ϖ são constantes do movimento. Através da expressão Eq.(A.16) é possível determinar a forma da órbita que o corpo secundário descreve quando observado relativamente ao corpo primário. Como a Eq.(A.16) é a solução geral das cônicas, o movimento descrito por esses corpos pode assumir um comportamento parabólico, hiperbólico, elíptico, e, em alguns casos, circular, a depender das características do sistema. Como muitas das órbitas dos corpos do Sistema Solar apresentam o comportamento de órbitas elípticas (Murray & Dermott, 1999), um destaque é dado a solução para o caso elíptico. Isso permite reescrever a solução do movimento na forma:

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(\theta - \varpi)} \quad (\text{A.17})$$

Através da Eq.(A.17) e do esquema apresentado na FIGURA (A.3), podemos determinar três constantes de integração. O semieixo maior (a) da elipse, a excentricidade (e) e a longitude do pericentro ϖ , que é um ângulo medido a partir de uma linha de referência inercial e o pericentro¹ da órbita. O sistema permite ainda determinar um parâmetro angular, $f = \theta - \omega$, como sendo a anomalia verdadeira do corpo, que determinara o ângulo da posição do objeto na elipse.

Note que, até o presente momento, toda a abordagem foi realizada para um movimento sendo realizado em regime coplanar. Se considerarmos que existe um plano de referência pré-fixado o qual apresenta uma direção de referência também estabelecida, três novas contantes do movimento são incluídas ao sistema, como representa a Fig(A.3).

Figura A.3: Movimento orbital sobre o plano da órbita e com respeito a um referencial tridimensional.



Fonte: Adaptado de Murray & Dermott (1999)

¹O pericentro de uma órbita diz respeito ao ponto mais próximo do corpo central.

Esses novos parâmetros localizam o plano da órbita da massa m_2 no espaço, sendo I a inclinação em relação ao plano de referência, (Ω) a longitude² do nodo ascendente³, que determina o ângulo entre a direção de referência e a linha dos nodos⁴ e (ω) é o argumento do pericentro, que determina a abertura angular entre a linha dos nodos e o pericentro da órbita. Esses seis parâmetros $(a, e, I, \omega, \Omega, f)$, conhecidos como elementos orbitais, descrevem o movimento relativo do corpo considerando as propriedades geométricas de sua órbita (Morbideilli, 2002), cumprindo assim o papel de caracterizar a forma da cônica, bem como determinar a posição da massa m_j nessa órbita. Essa representação é usualmente utilizada nos estudos em mecânica celeste e podem ser facilmente convertida em outros sistemas, como o cartesiano, através de matrizes de rotação já previamente estabelecidas. Através do formalismo apresentado é possível também determinar as leis do movimento orbital apresentadas por Kepler ((Morbideilli, 2002), (Roy, 2004) e (Murray & Dermott, 1999)). De forma geral, para um problema onde só existem os dois objetos, sem nenhuma perturbação, esses elementos são constantes.

A.2 Problema de dois corpos perturbado

Essas perturbações são responsáveis por causar mudanças nos elementos orbitais, deixando de ser constante. As novas coordenadas podem ser obtidas através da solução da dinâmica do sistema contendo as perturbações, mas não possuem soluções analíticas, fazendo-se necessário simulações numéricas. Entretanto, existem outras abordagens que buscam determinar os regimes de variação dos elementos orbitais em função do tempo. Burns (1976) apresentou como obter as taxas de variação desses elementos conhecendo previamente as componentes radial, tangencial e normal da força perturbadora a qual o sistema está submetido, ou seja, sendo conhecida uma força descrita na forma:

$$d\vec{F} = R\hat{e}_R + T\hat{e}_T + N\hat{e}_N \quad (\text{A.18})$$

Onde R, T e N correspondem aos módulos da componente radial, tangencial e normal da força perturbativa. Considerando que a perturbação seja pequena, em relação as demais forças do sistema, ele derivou as equações para os parâmetros orbitais. Tal abordagem se mostra interessante, dado que, sendo conhecido o comportamento da força, é possível também determinar em quais elementos orbitais haverá maiores e menores perturbações, bem como de que modo essas forças afetam cada parâmetro. Sendo assim, é possível prever as novas características da órbita. As equações gerais obtidas são apresentadas por Burns (1976) e Roy (2004).

Outra forma de determinar a variação dos elementos orbitais no tempo é através das Equações planetárias de Lagrange. Diferente da abordagem apresentada por Burns (1976), as equações de Lagrange não utilizam o conhecimento das componentes das forças de perturbação para

²Chamamos de longitude todo ângulo descrito a partir de uma linha de referência.

³O nodo ascendente representa o ponto onde a órbita do objeto intercepta o plano orbital de referência, quando o corpo passa do hemisfério sul para o hemisfério norte.

⁴A linha dos nodos é a linha gerada pela intersecção do plano de referência com o plano da órbita do objeto.

derivar a evolução dos elementos. Elas derivam as taxas de variação orbital através de uma função perturbadora, que é obtida através do gradiente do potencial perturbador F . Os processos para a obtenção das equações planetárias de Lagrange, através do método da variação dos parâmetros, podem ser encontrados em Broucke (2003) e suas expressões finais são dadas por:

$$\begin{aligned}
\frac{da}{dt} &= \frac{2}{na} \frac{\partial F}{\partial \epsilon} \\
\frac{de}{dt} &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} \left\{ \left(1 - \sqrt{1-e^2}\right) \frac{\partial F}{\partial \epsilon} - \frac{\partial F}{\partial \varpi} \right\} \\
\frac{d\epsilon}{dt} &= -\frac{2}{na} \frac{\partial F}{\partial a} + \frac{\sqrt{1-e^2} \left(1 - \sqrt{1-e^2}\right)}{na^2 e} \frac{\partial F}{\partial e} + \frac{tg(\frac{I}{2})}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \frac{\partial F}{\partial I} \\
\frac{d\Omega}{dt} &= \frac{1}{na^2 \sin I \sqrt{1-e^2}} \frac{\partial F}{\partial I} \\
\frac{d\varpi}{dt} &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} \frac{\partial F}{\partial e} + \frac{tg \frac{I}{2}}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \frac{\partial F}{\partial I} \\
\frac{dI}{dt} &= -\frac{tg \frac{I}{2}}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \left(\frac{\partial F}{\partial \epsilon} + \frac{\partial F}{\partial \varpi} \right) - \frac{1}{na^2 \sin I \sqrt{1-e^2}} \frac{\partial F}{\partial \Omega}
\end{aligned} \tag{A.19}$$

Onde ϵ é a longitude média da época, que se relacionada com os parâmetros angulares pela expressão:

$$\lambda = nt + \epsilon \tag{A.20}$$

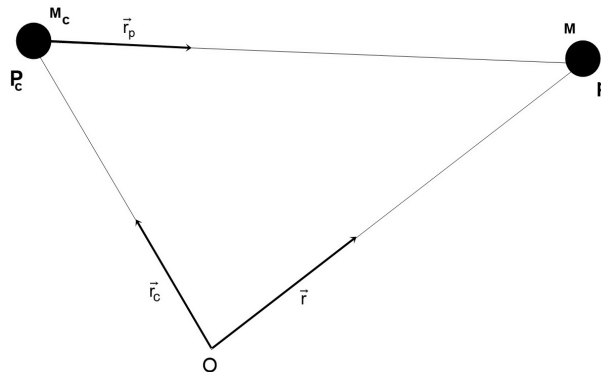
Sendo n o movimento médio e λ a longitude média⁵.

A.3 O problema do achatamento do corpo central.

A.3.1 O potencial da força.

Consideremos o caso de duas partículas P_c e p , como apresentado na FIGURA (A.4). O potencial de força, por unidade de massa, que age sobre a partícula p pode ser dado por (Kuga et al., 2011):

Figura A.4: Diagrama vetorial para o potencial, sobre uma partícula de massa M , gerado por uma partícula de massa M_c separadas pelo vetor distância relativa $\vec{r}_p$.



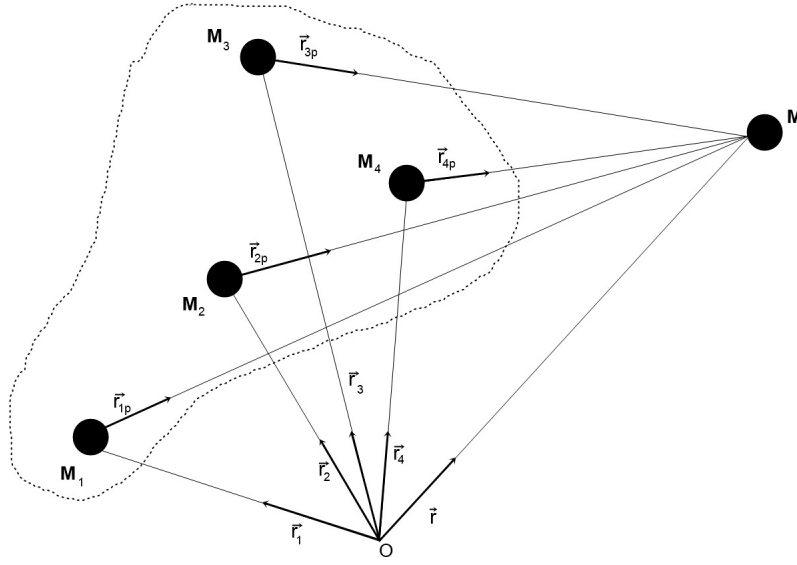
⁵A longitude média é o ângulo a qual um corpo em órbita elíptica teria se este fosse colocado em uma órbita circular e livre de perturbações.

$$U = \frac{GM_c}{r_p} \quad (\text{A.21})$$

Onde G é a constante gravitacional, M_c é a massa da partícula P_c e r_p é o módulo da distância entre as duas partículas. Desta forma, é possível expressar a aceleração como o gradiente do potencial U :

$$\ddot{\vec{r}}_c = \text{grad}U \quad (\text{A.22})$$

Figura A.5: Diagrama vetorial para o potencial, sobre uma partícula de massa M , gerado por N partículas.



Com base no princípio da superposição, caso o sistema, apresentado anteriormente, fosse composto por um número N de partículas, ele seria como o sistema mostrado na FIGURA (A.5), com as partículas distribuídas em uma região limitada do espaço. Temos que o potencial U , sobre a partícula p , teria a forma (Roy, 2004):

$$U = G \sum_{n=1}^N \frac{M_n}{r_{np}} \quad (\text{A.23})$$

A.3.2 A expansão em polinômios de Legendre.

Considerando o esquema da FIGURA (3.1) e com base no potencial total experimentado por uma partícula, p , devido a um corpo finito e na Eq (3.1) podemos distribuir os termos do módulo da distância relativa entre os corpos para obter:

$$\begin{aligned} \Delta^2 &= x^2 - 2xX + X^2 + y^2 - 2yY + Y^2 + z^2 - 2zZ + Z^2 \\ &= (x^2 + y^2 + z^2) - 2(xX + yY + zZ) + (X^2 + Y^2 + Z^2) \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

Evidenciando o módulo da posição da partícula, podemos reescrever a Eq (A.24) na forma:

$$\Delta^2 = r_p^2 \left[1 - \frac{2r_c(\vec{r}_c \cdot \vec{p}_c)}{r_p r_c^2} + \left(\frac{r_c}{r_p} \right)^2 \right] \quad (\text{A.25})$$

Com uma troca de variáveis do sistema, definidas por Roy (2004), temos:

$$\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{(\vec{r}_c \cdot \vec{p}_c)}{r_p r_c} = q \\ \alpha &= \frac{r_c}{r_p} \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

Sendo θ o ângulo formado entre os vetores posição do elemento de massa e da partícula, obtemos que:

$$\begin{aligned} \Delta^2 &= r_p^2 [1 - 2\alpha q + \alpha^2] \\ \Delta &= r_p [1 - 2\alpha q + \alpha^2]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

Ao substituirmos a Eq (A.27) na definição do potencial total, Eq (3.2), e considerando que $\alpha < 1$ e $q \ll 1$, é possível trabalhar o denominador da integral de forma a expressá-lo em termo dos polinômios de Legendre, como descrito por Broucke (2003), na forma:

$$\begin{aligned} (1 - (2\alpha q - \alpha^2))^{-\frac{1}{2}} &= \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(-1/2)(-3/2)\dots(1/2 - k)}{k!} (2\alpha q - \alpha^2)^k \\ (1 - (2\alpha q - \alpha^2))^{-\frac{1}{2}} &= P_0 + P_1\alpha + \dots + P_n\alpha^n + \dots \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

Onde os polinômios encontrados são da forma $P_n(q)$. Assim, é possível obter o potencial U da Eq (3.3):

$$U = U_0 + U_1 + U_2 + U_3 + \dots U_n + \dots \quad (\text{A.29})$$

Sendo que $U_n = \frac{G}{r} \int P_n \alpha^n dM$.

Entre os termos presentes no potencial obtido, o termo U_0 apresenta uma expressão conhecida, que determina o valor do potencial como se toda a massa do corpo central estivesse concentrada em seu centro de massa. A consideração de que o centro de massa do sistema coincide com a origem das coordenadas traz como consequência imediata que o termo U_1 é igual a zero. Vale ressaltar que esse resultado é obtido exclusivamente pelo fato do centro de massa e da origem do sistema de coordenadas coincidirem.

Estão relacionados a U_2 os momentos de inercia do corpo central (Brouwer & Clemence,

2013). Os demais termos ímpares, ($n \geq 3$), do potencial estão relacionados com a simetria do corpo em relação aos planos coordenados. Caso o corpo em estudo apresente simetrias em relação a esses planos, esses termos serão todos nulos, não contribuindo assim para o potencial (Roy, 2004). A contribuição dos demais termos pares, ($n \geq 4$), são determinadas de acordo com o corpo em estudo.

Como muitos corpos do Sistema Solar são aproximadamente esféricos, é uma boa aproximação utilizar a expressão para o potencial contendo os termos até U_2 , uma vez que esse termo já apresentam um valor relativamente menor ao termo U_0 . A expressão, considerando apenas a solução desses elementos, dada pela Eq (A.30), é conhecida como fórmula de MacCullagh e é suficientemente precisa para a maioria dos corpos estudados (Roy, 2004).

$$U = G \left[\frac{M}{r} + \frac{1}{2r^3} (A + B + C - 3I) \right] \quad (\text{A.30})$$

Os termos A, B, C e I presentes na expressão correspondem aos momentos de inércia em relação aos eixos Ox, Oy, Oz e Op, respectivamente.

A.3.3 As taxas de precessão e regressão.

Relacionado com o estudo do achatamento do corpo central, Murray & Dermott (1999) apresentam a presença de três frequências. Tais frequências são o movimento médio (n), a frequência radial (κ) e a vertical (ν). Elas são obtidas, pela expansão até primeira ordem na inclinação e excentricidade, através de derivadas parciais em termos do raio e fatores do semieixo maior, resultando, para um potencial até o termo de J_2 , em:

$$\begin{aligned} n^2 &= \frac{Gm_p}{a^3} \left[1 + \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{R}{a} \right)^2 \right] \\ \kappa^2 &= \frac{Gm_p}{a^3} \left[1 - \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{R}{a} \right)^2 \right] \\ \nu^2 &= \frac{Gm_p}{a^3} \left[1 + \frac{9}{2} J_2 \left(\frac{R}{a} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

A taxa para a precessão ocorrida no pericentro e nodo podem ser obtidas através das frequência, de modo que:

$$\begin{aligned} \dot{\omega} &= -(\kappa + \nu) \\ \dot{\Omega} &= n - \nu \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

Como as frequência podem ser escritas como na Eq(A.31), as taxas para o nodo e o pericentro

podem ser reescritas na forma:

$$\begin{aligned}\dot{\omega} &= +n_0 \left[3J_2 \left(\frac{R}{a} \right)^2 - \frac{9}{4} J_2^2 \left(\frac{R}{a} \right)^4 \right] \\ \dot{\Omega} &= -n_0 \left[\frac{3}{2} J_2 \left(\frac{R}{a} \right)^2 - \frac{9}{4} J_2^2 \left(\frac{R}{a} \right)^4 \right]\end{aligned}\tag{A.33}$$

Onde $n_0 = \left(\frac{Gm_p}{a^3} \right)^{\frac{1}{2}}$.

A.4 Formalismo matemático do problema circular restrito de três corpos.

Através do sistema proposto, no esquema da FIGURA (4.1), e considerando que as coordenadas das massas e da partícula são (ξ_1, η_1, ζ_1) , (ξ_2, η_2, ζ_2) e (ξ, η, ζ) , respectivamente, é possível escrever as componentes da aceleração resultante como:

$$\begin{aligned}\ddot{\xi} &= \sum_{j=1}^2 \mu_j \frac{\xi_j - \xi}{r_j^3} \\ \ddot{\eta} &= \sum_{j=1}^2 \mu_j \frac{\eta_j - \eta}{r_j^3} \\ \ddot{\zeta} &= \sum_{j=1}^2 \mu_j \frac{\zeta_j - \zeta}{r_j^3}\end{aligned}\tag{A.34}$$

onde r_1 e r_2 são:

$$\begin{aligned}r_1^2 &= (\xi_1 - \xi)^2 + (\eta_1 - \eta)^2 + (\zeta_1 - \zeta)^2 \\ r_2^2 &= (\xi_2 - \xi)^2 + (\eta_2 - \eta)^2 + (\zeta_2 - \zeta)^2\end{aligned}\tag{A.35}$$

Se considerarmos agora o movimento da partícula a partir do sistema de referência girante, Roy (2004) apresenta que as coordenadas dos corpos sobre o sistema podem ser consideradas como $(-\mu_2, 0, 0)$ para o corpo m_1 , $(\mu_1, 0, 0)$ para o corpo m_2 e (x, y, z) para a partícula infinitesimal. Como os sistemas de coordenadas possuem a origem no centro de massa, eles podem ser relacionados pela expressão:

$$\begin{aligned}\xi &= x \cos(nt) - y \sin(nt) \\ \eta &= x \sin(nt) + y \cos(nt) \\ \zeta &= z\end{aligned}\tag{A.36}$$

Deste modo, ao incluirmos que, pela configuração do sistema, o movimento médio tem valor

unitário, as expressões das componentes na Eq.(A.36) podem ser derivadas no tempo, afim de obter as componentes que relacionam as acelerações sobre os dois eixos coordenados.

$$\begin{aligned}\ddot{\xi} &= [\ddot{x} - 2\dot{y} - x] \cos(t) - [\ddot{y} + 2\dot{x} - y] \sin(t) \\ \ddot{\eta} &= [\ddot{x} - 2\dot{y} - x] \sin(t) + [\ddot{y} + 2\dot{x} - y] \cos(t) \\ \ddot{\zeta} &= \ddot{z}\end{aligned}\tag{A.37}$$

Obtidas as equações que relacionam as componentes da aceleração e da posição, nos dois sistemas de eixos, é possível substituir as Eq.(A.36) e (A.37) nas componentes expressas na Eq.(A.34) de modo a obter as expressões apresentadas por Murray & Dermott (1999):

$$\begin{aligned}[\ddot{x} - 2\dot{y} - x] \cos(t) - [\ddot{y} + 2\dot{x} - y] \sin(t) &= \left[\sum_{j=1}^2 \mu_j \frac{x_j - x}{r_j^3} \right] \cos(t) + \left[\sum_{j=1}^2 \frac{\mu_j}{r_j^3} \right] y \sin(t) \\ [\ddot{y} - 2\dot{x} - y] \sin(t) + [\ddot{y} + 2\dot{x} - y] \cos(t) &= \left[\sum_{j=1}^2 \mu_j \frac{x_j - x}{r_j^3} \right] \sin(t) - \left[\sum_{j=1}^2 \frac{\mu_j}{r_j^3} \right] y \cos(t) \\ \ddot{z} &= - \left[\sum_{j=1}^2 \frac{\mu_j}{r_j^3} \right] z\end{aligned}\tag{A.38}$$

Através de algumas manipulações matemáticas é possível obter então as três equações diferenciais de segunda ordem, apresentadas na Eq (4.5) que descrevem o movimento da partícula de massa desprezível.

B Anexo I- Satélites naturais

Figura B.1: Mapas de tempos de vida em função da inclinação e semi-eixo maior inicial para sondas em órbitas iniciais circulares em torno dos satélites naturais Caronte, Titã, Tritão, Ganimedes, Europa, Calisto, Ariel e Umbriel, que se encontram em órbitas circulares e excentricas em torno dos planetas. Nos presentes mapas e corresponde a excentricidade real dos satélites naturais em torno dos seus respectivos planetas.

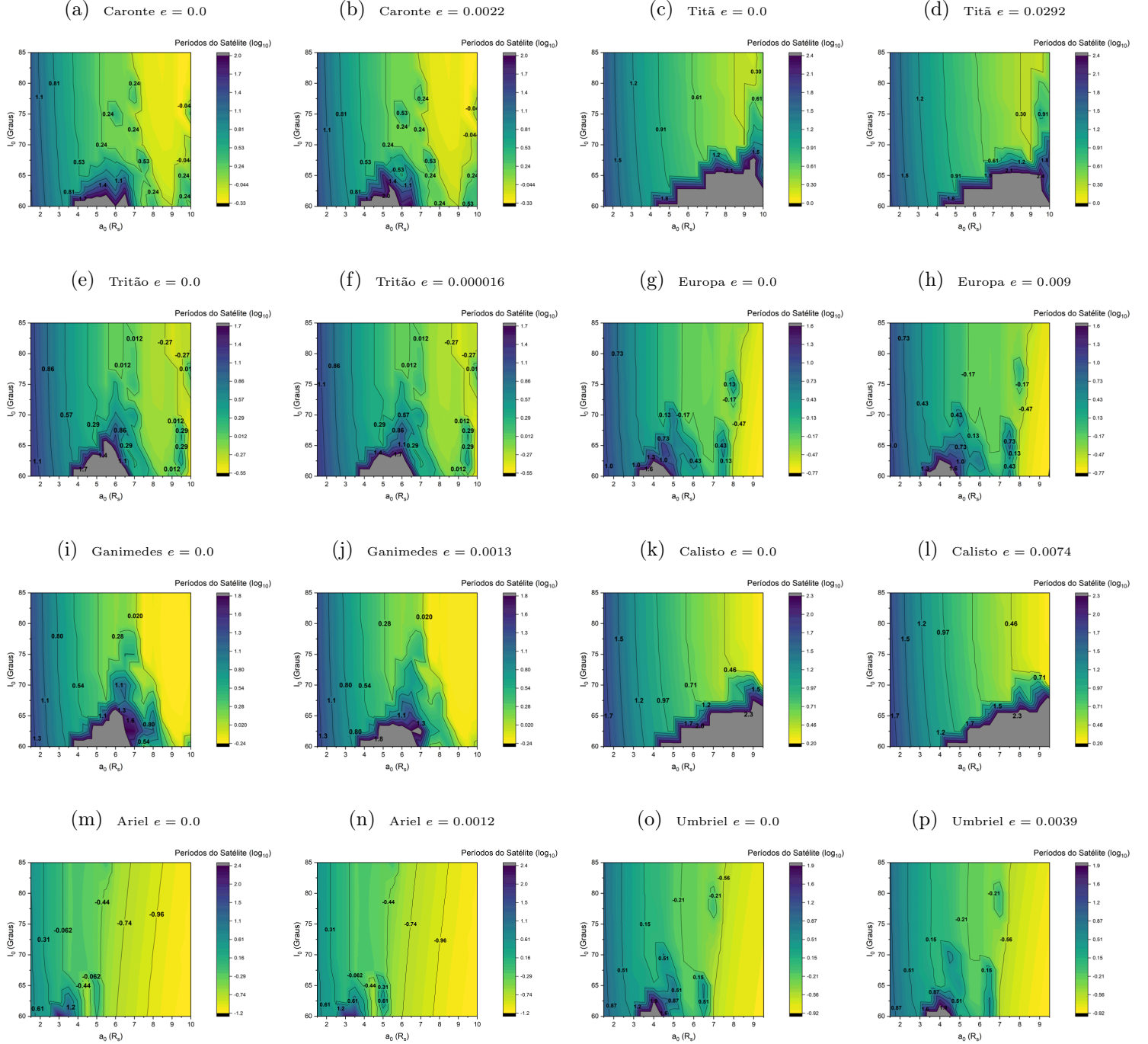


Figura B.2: Mapas de tempos de vida em função da inclinação e semi-eixo maior inicial para sondas em órbitas iniciais circulares em torno dos satélites naturais Titânia, Oberon, Tétis, Dione, Reia, Encélado, Proteu, Miranda e Mimas, que se encontram em órbitas circulares e excentricas em torno dos planetas. Nos presentes mapas e corresponde a excentricidade real dos satélites naturais em torno dos seus respectivos planetas.

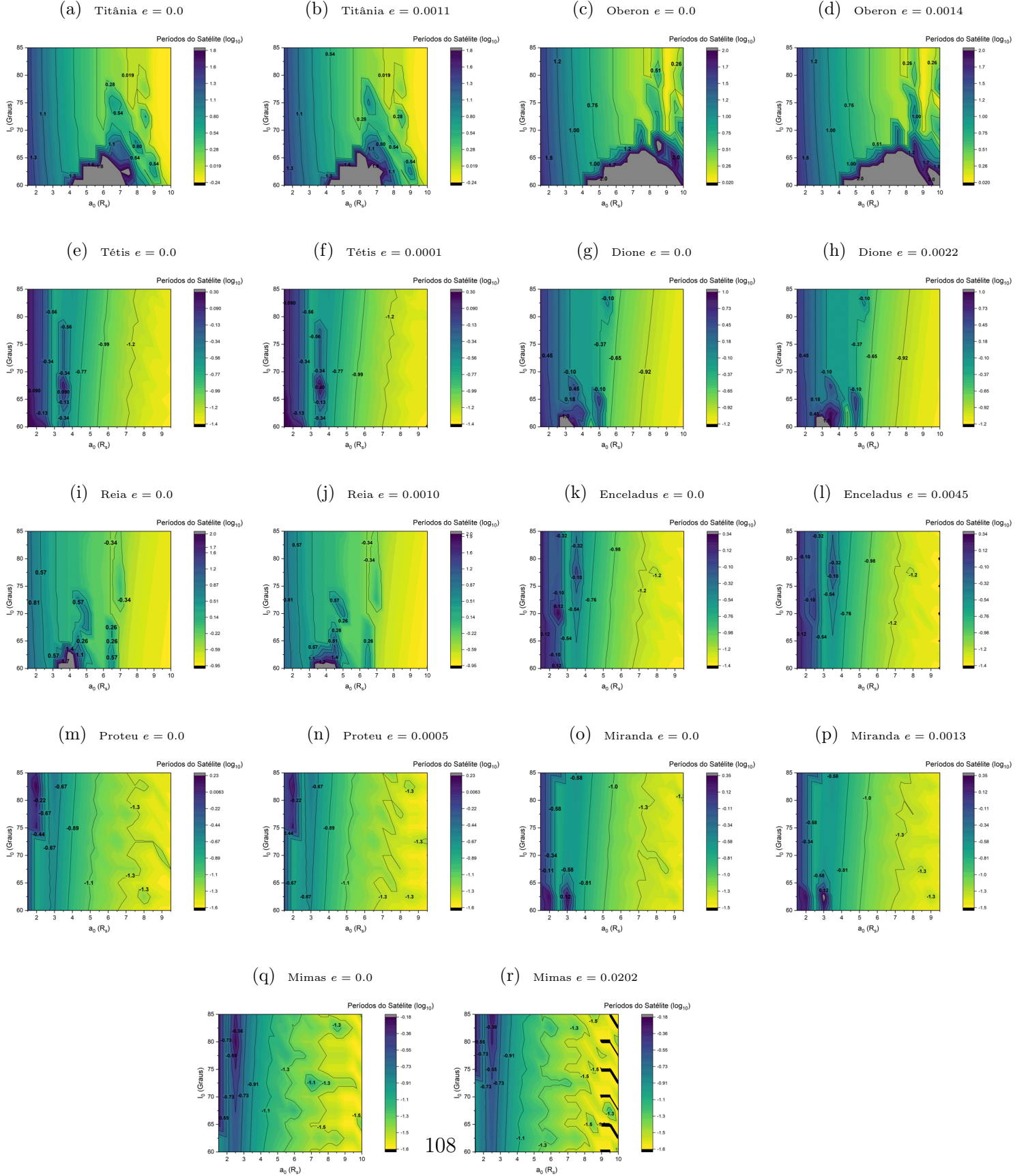


Figura B.3: Mapas de tempos de vida para as condições iniciais de inclinação e excentricidade para a sonda em torno de Caronte, **(a)-(h)**, e Titã, **(i)-(p)**, considerando os satélites naturais em uma órbita circular e com suas respectivas excentricidade. Nos presentes mapas e corresponde a excentricidade dos satélites naturais em torno dos planetas. Nos presentes mapas e corresponde a excentricidade dos satélites naturais em torno dos planetas

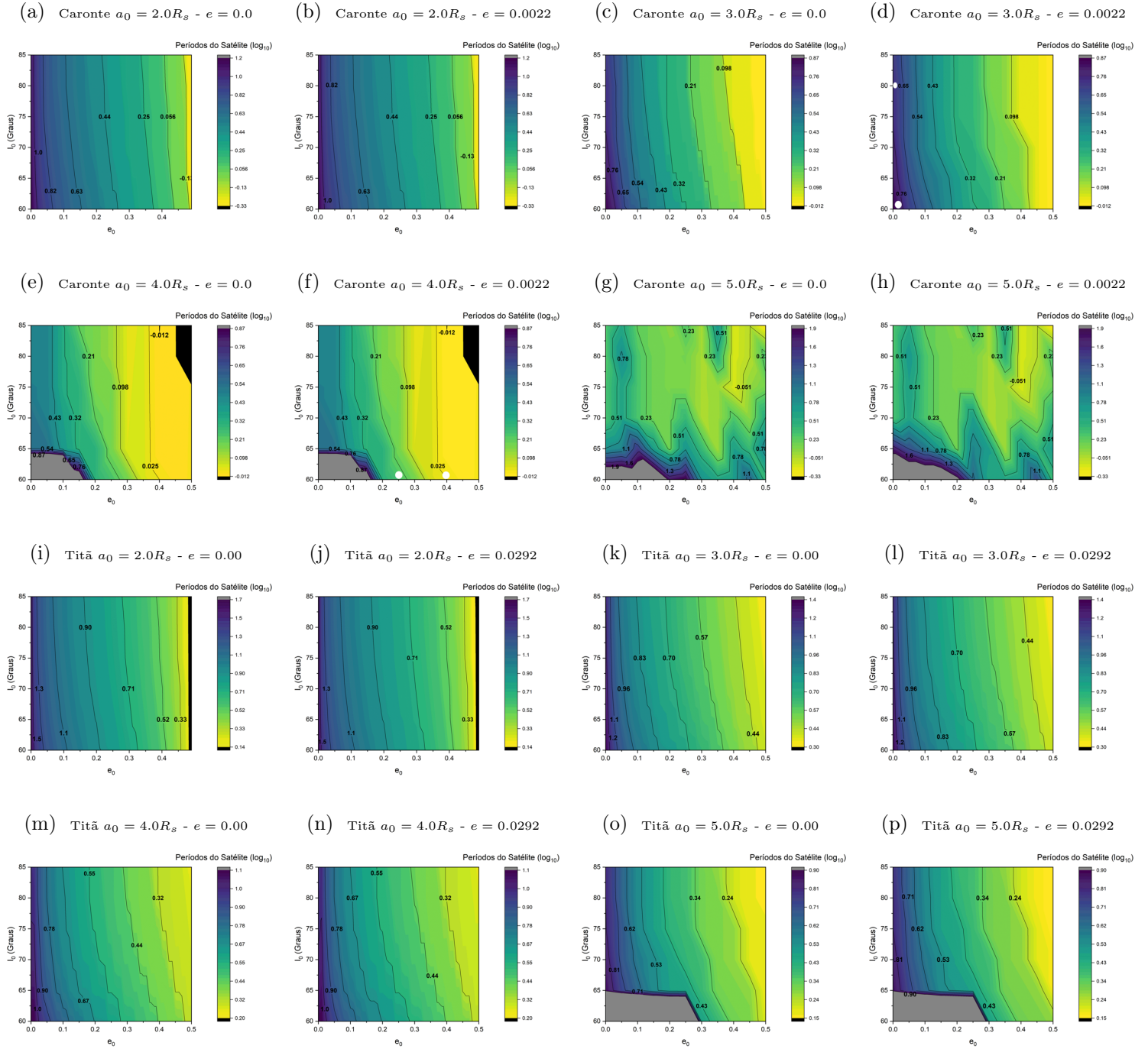


Figura B.4: Mapas de tempos de vida para as condições iniciais de inclinação e excentricidade para a sonda em torno de Tritão, (a)-(h), e Ariel, (i)-(p), considerando os satélites naturais em uma órbita circular e com suas respectivas excentricidade. Nos presentes mapas e corresponde a excentricidade dos satélites naturais em torno dos planetas. Nos presentes mapas e corresponde a excentricidade dos satélites naturais em torno dos planetas

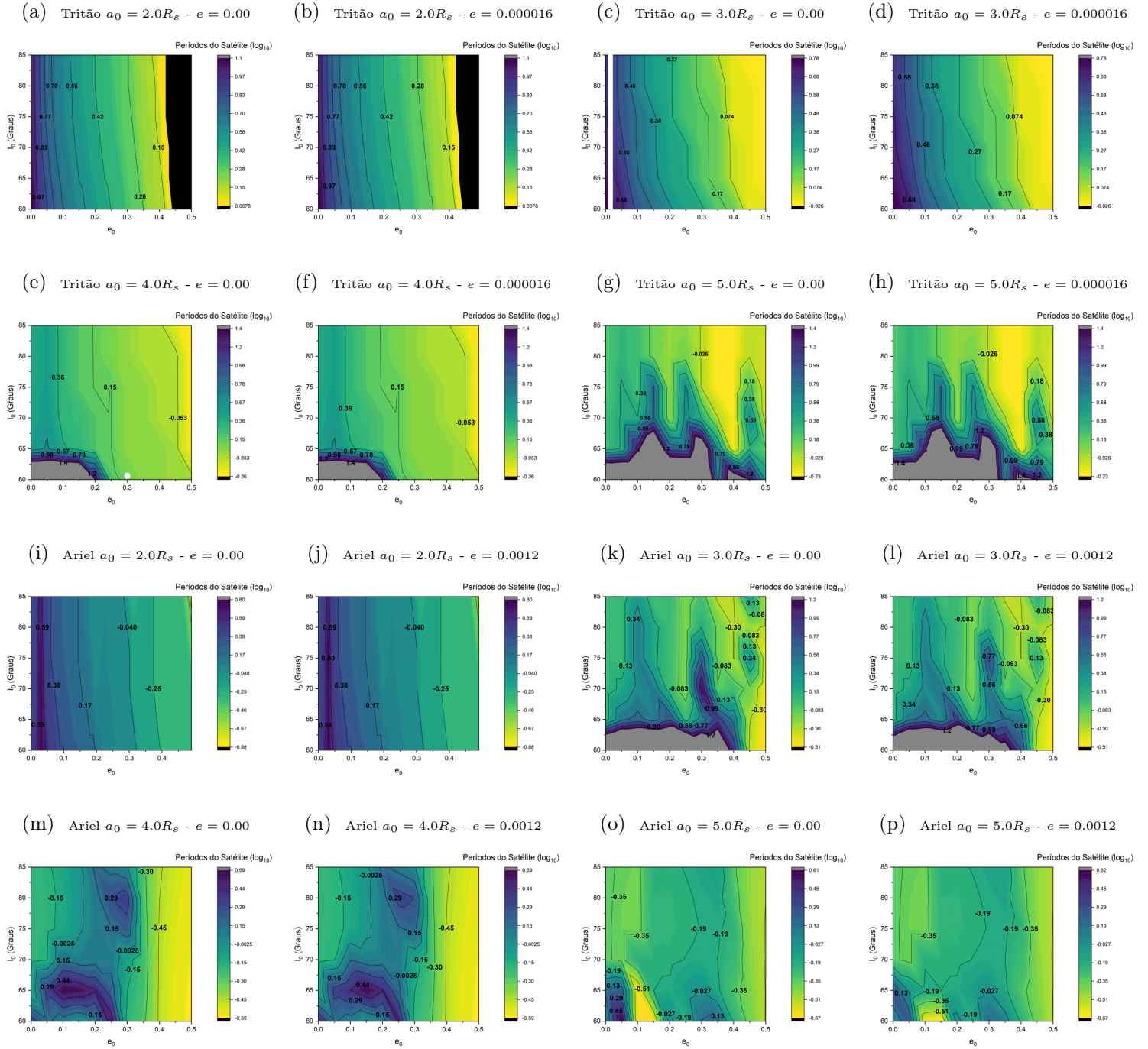


Figura B.5: Mapas de tempos de vida para as condições iniciais de inclinação e excentricidade para a sonda em torno de Calisto, (a)-(h), e Europa, (i)-(p), considerando os satélites naturais em uma órbita circular e com suas respectivas excentricidade. Nos presentes mapas e corresponde a excentricidade dos satélites naturais em torno dos planetas. Nos presentes mapas e corresponde a excentricidade dos satélites naturais em torno dos planetas

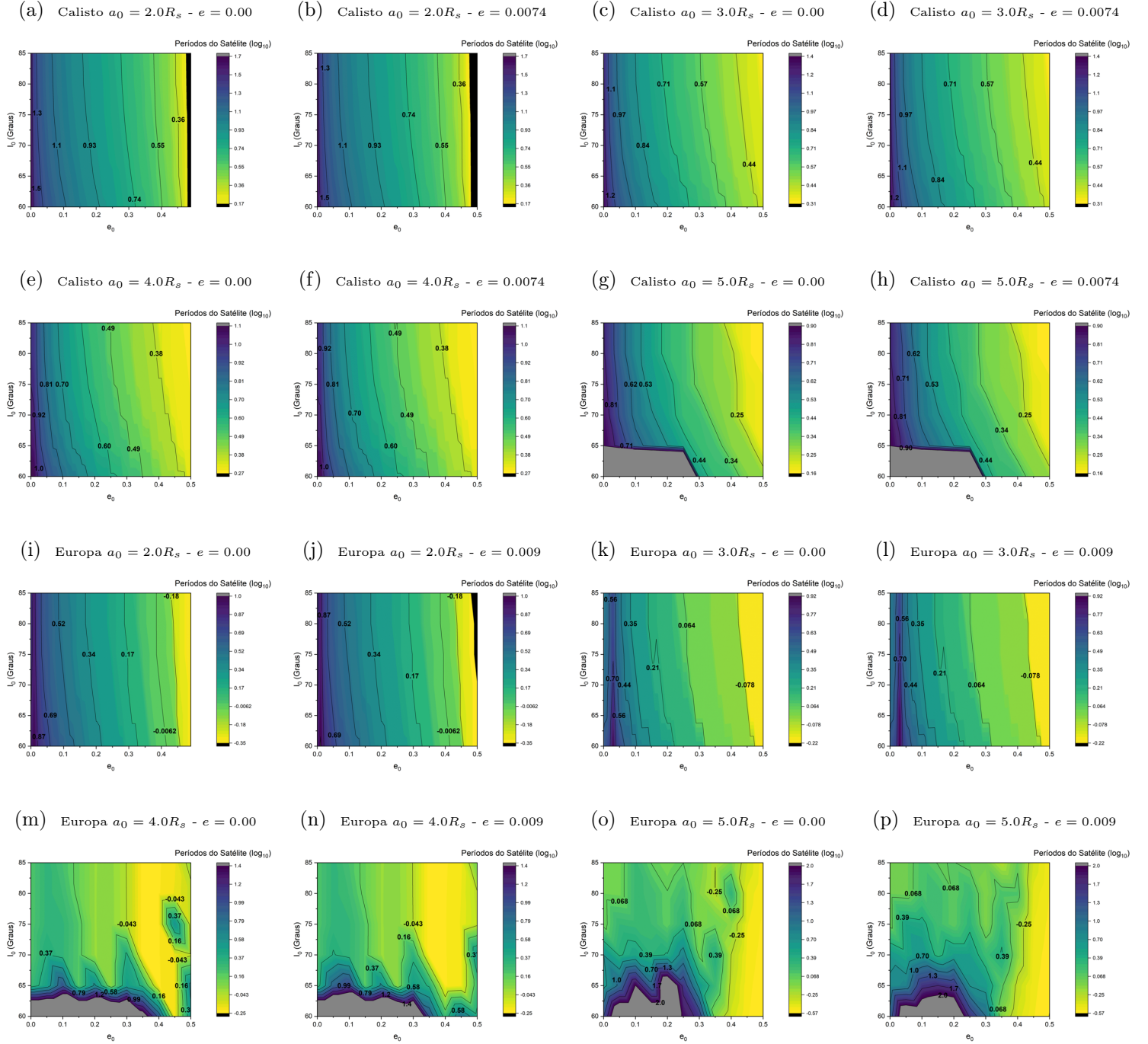


Figura B.6: Mapas de tempos de vida para as condições iniciais de inclinação e excentricidade para a sonda em torno de Ganimedes, (a)-(h), e Oberon, (i)-(p), considerando os satélites naturais em uma órbita circular e com suas respectivas excentricidade. Nos presentes mapas e corresponde a excentricidade dos satélites naturais em torno dos planetas

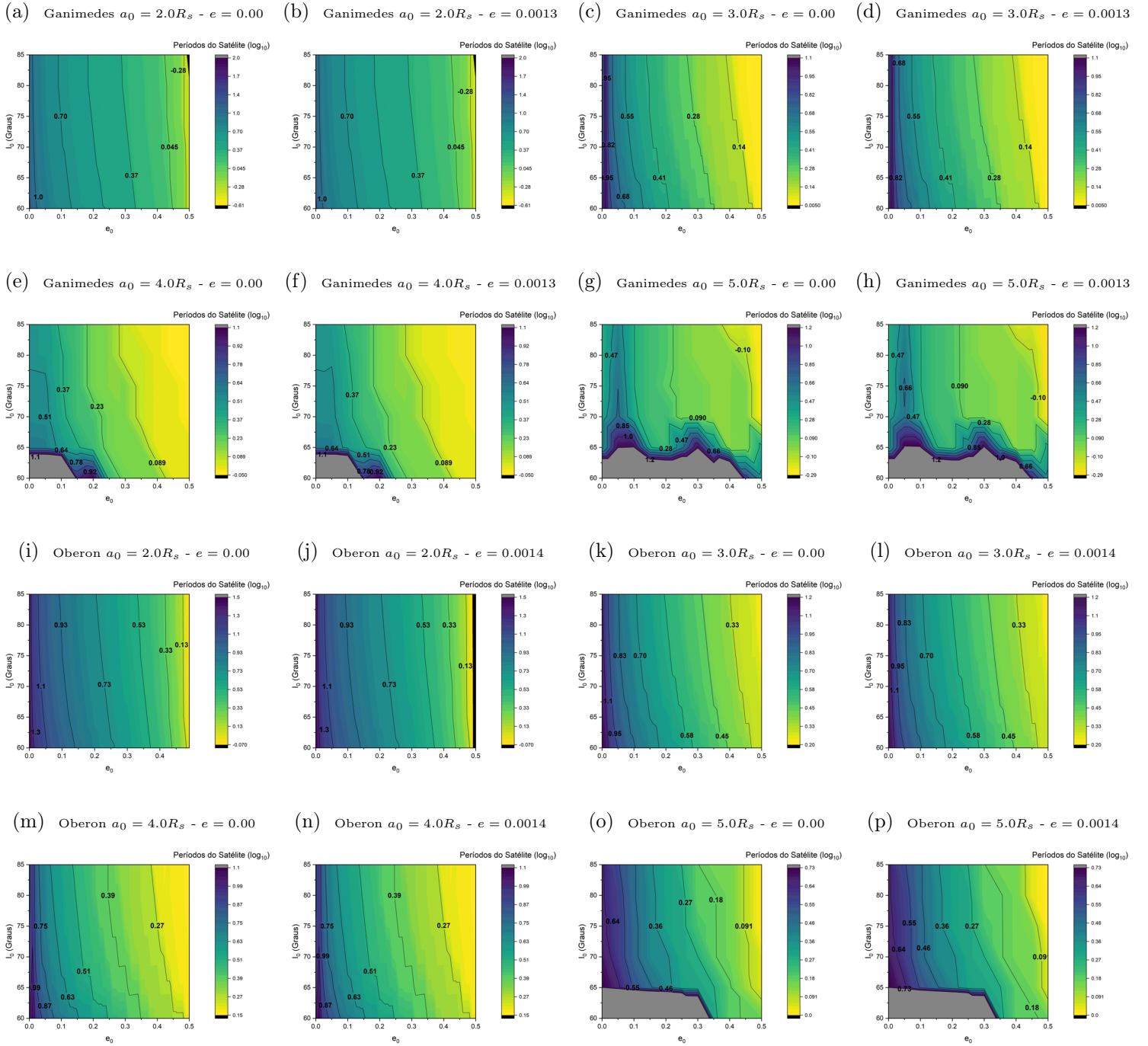


Figura B.7: Mapas de tempos de vida para as condições iniciais de inclinação e excentricidade para a sonda em torno de Titânia, (a)-(h), e Umbriel, (i)-(p), considerando os satélites naturais em uma órbita circular e com suas respectivas excentricidade. Nos presentes mapas e corresponde a excentricidade dos satélites naturais em torno dos planetas.

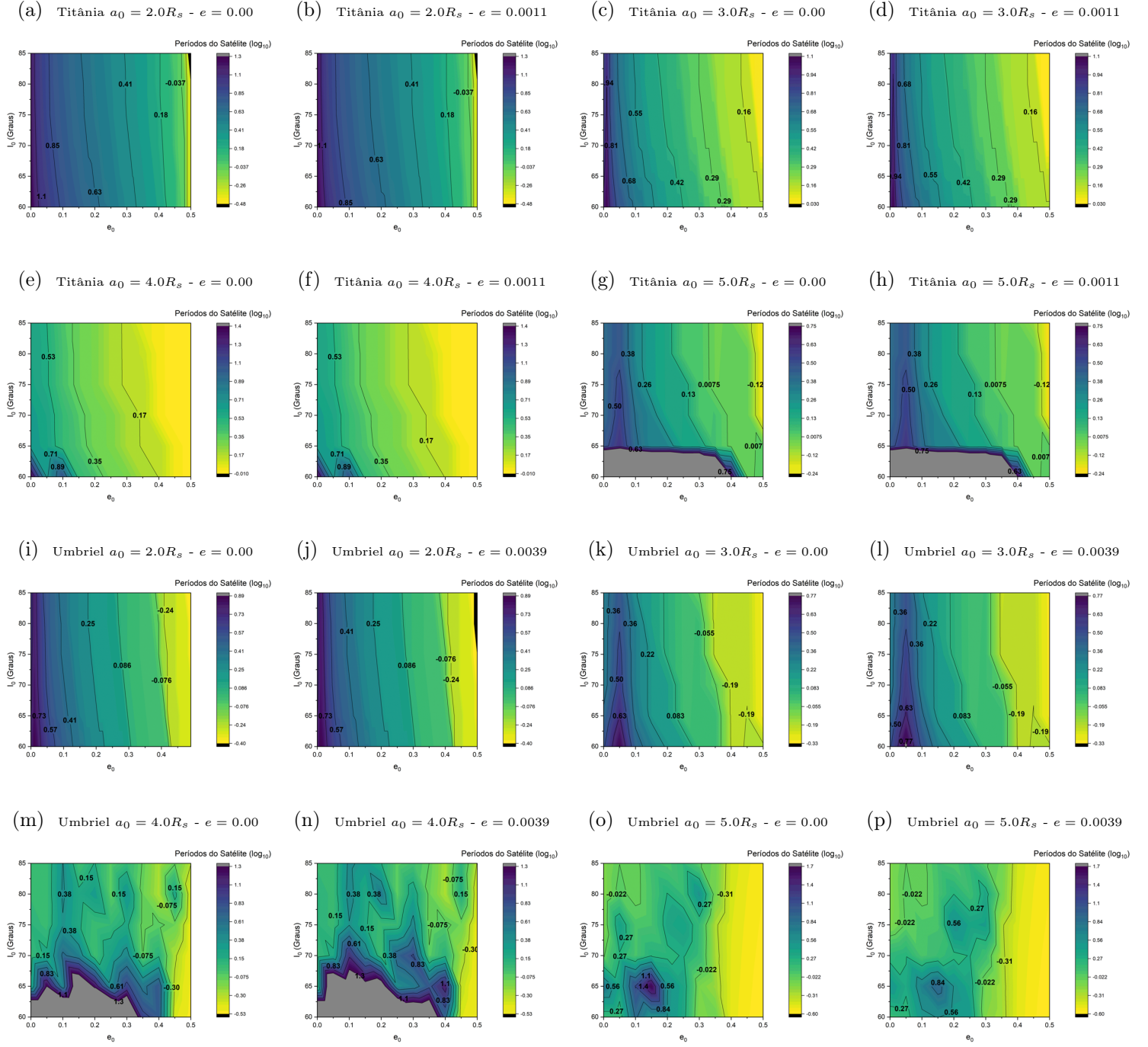


Figura B.8: Mapas de tempos de vida para as condições iniciais de inclinação e excentricidade para a sonda em torno de Dione, (a)-(h), e Reia, (i)-(p), considerando os satélites naturais em uma órbita circular e com suas respectivas excentricidade. Nos presentes mapas e corresponde a excentricidade dos satélites naturais em torno dos planetas.

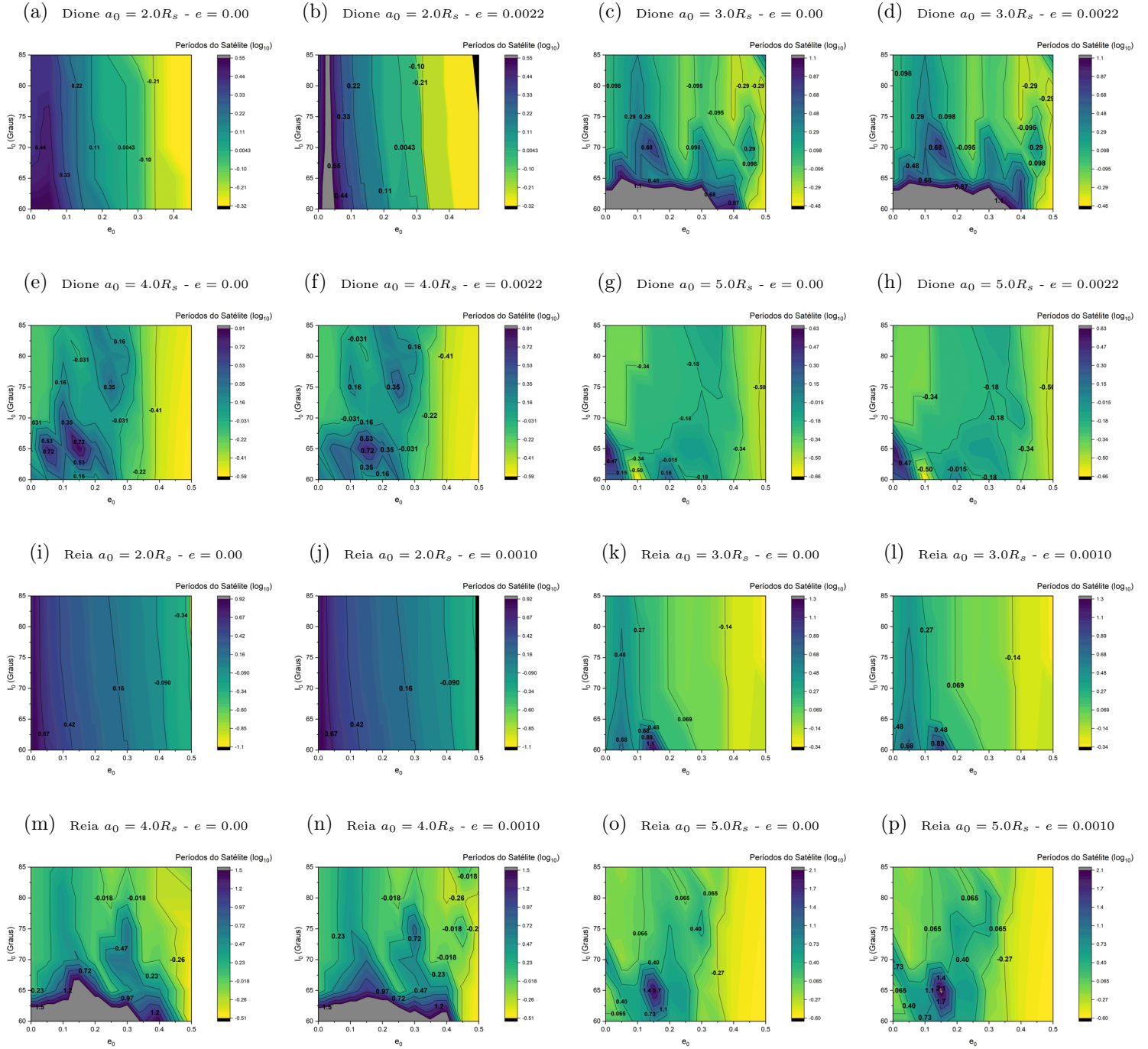


Figura B.9: Mapas de tempos de vida para as condições iniciais de inclinação e excentricidade para a sonda em torno de Tétis, **(a)-(h)**, e Encélado, **(i)-(p)**, considerando os satélites naturais em uma órbita circular e com suas respectivas excentricidade. Nos presentes mapas e corresponde a excentricidade dos satélites naturais em torno dos planetas.

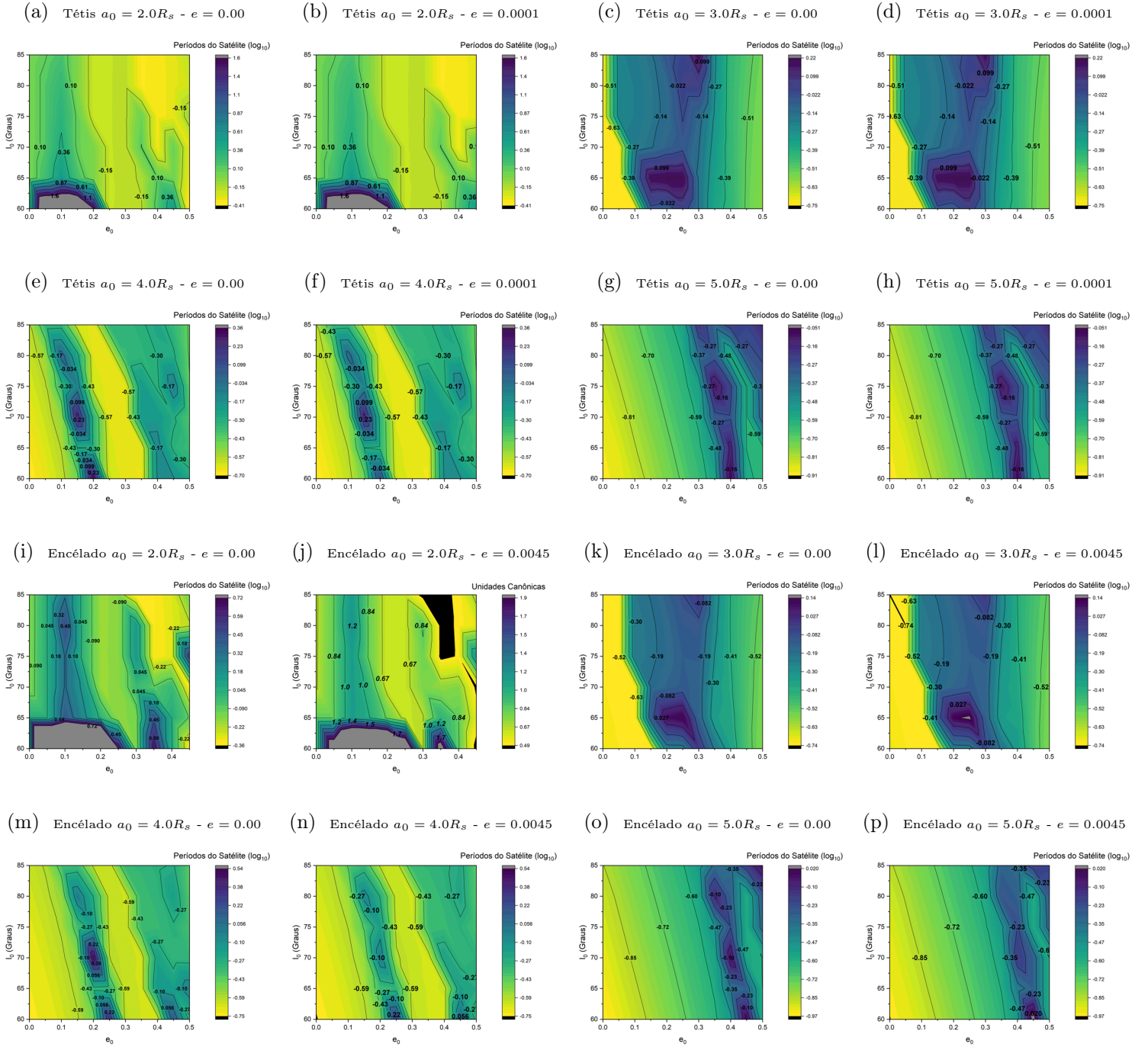


Figura B.10: Mapas de tempos de vida para as condições iniciais de inclinação e excentricidade para a sonda em torno de Miranda, **(a)-(h)**, e Proteu, **(i)-(p)**, considerando os satélites naturais em uma órbita circular e com suas respectivas excentricidade. Nos presentes mapas e corresponde a excentricidade dos satélites naturais em torno dos planetas.

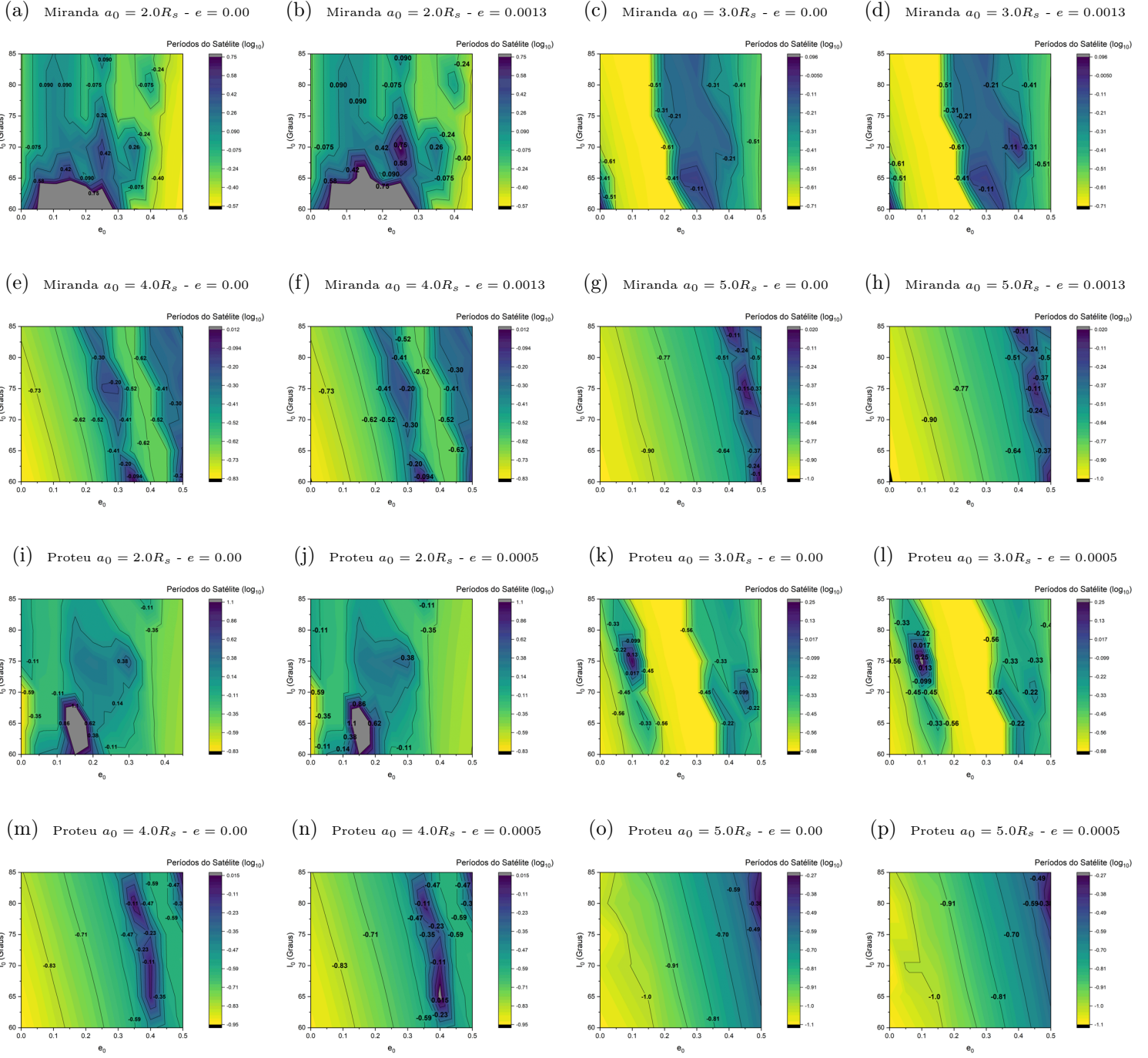


Figura B.11: Mapas de tempos de vida para as condições iniciais de inclinação e excentricidade para a sonda em torno de Mimas, considerando o satélite natural em uma órbita circular e com sua respectiva excentricidade em torno do planeta, sendo, nos mapas, e correspondente a excentricidade dos satélites naturais em torno dos planetas.

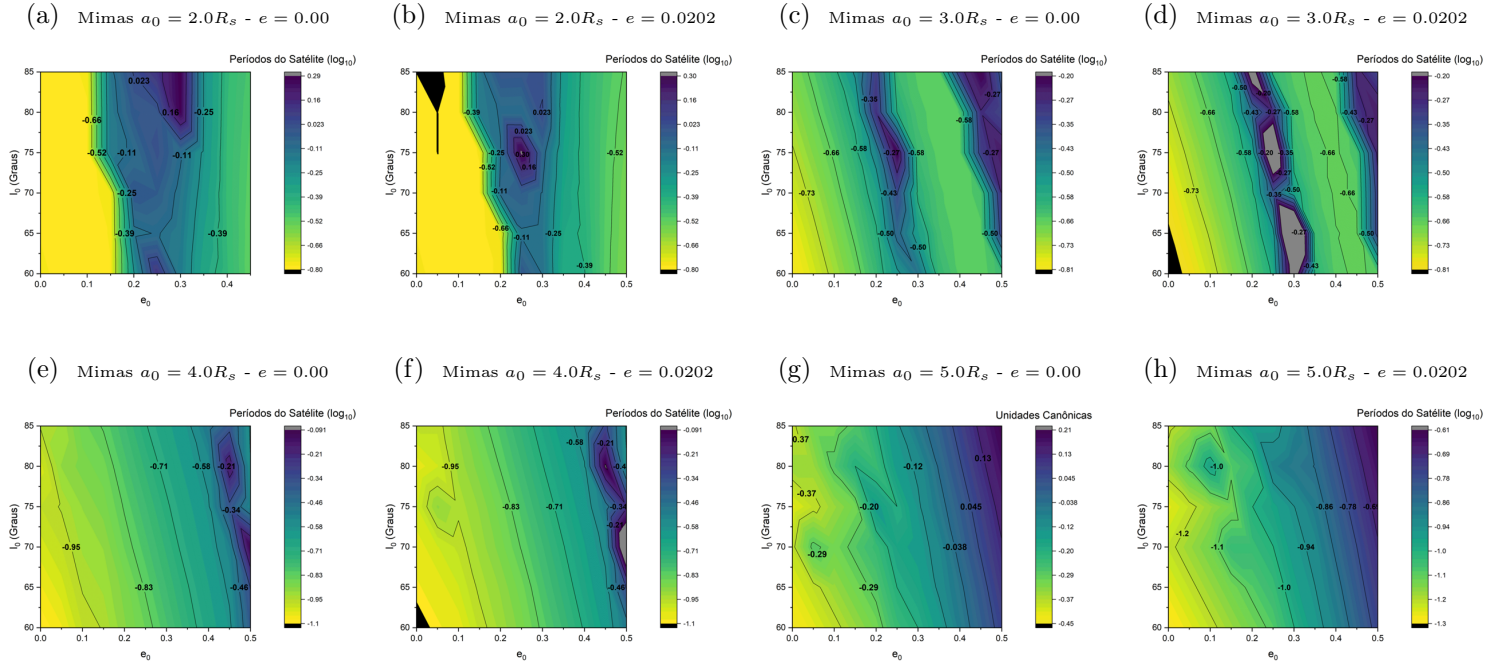


Tabela 11: Condições orbitais com maiores diferenças entre as simulações considerando a órbita do satélite em torno do planeta circular e com sua excentricidade real. As diferenças temporais são expressas em termos de períodos orbitais dos satélites naturais e as diferenças positivas correspondem a ganhos nos tempos de vida das órbitas ao considerar a excentricidade real dos satélites naturais.

satélite	$a_0(R_s)$	$I_0(^{\circ})$	Δt	satélite	$a_0(R_s)$	$I_0(^{\circ})$	Δt
Caronte	4.5	62.5	136.65	Ariel	3.0	60.0	-700.70
	5.0	60.0	164.15	Calisto	8.0	67.5	215.17
	5.0	62.5	-16.12		8.5	70.0	-33.25
	5.0	65.0	313.38		9.0	67.5	-588.02
	5.5	62.5	491.56		9.0	70.0	-39.67
	5.5	60.0	-132.88		9.5	67.5	1494.52
	6.0	60.0	-188.99	Europa	3.5	60.0	-928.04
	6.0	62.5	55.16		4.0	62.5	82.51
	6.0	67.5	13.46		4.5	62.5	57.37
	6.0	65.0	-15.01	Ganimede	5.5	65.0	-124.35
	6.5	60.0	-2156.84		6.0	62.5	-1733.92
	6.5	62.5	-242.41		6.0	65.0	-2187.56
Titã	7.5	67.5	-199.97		6.0	67.5	25.82
	8.0	67.5	27.68		6.0	70.0	-46.92
	8.5	67.5	52.67		6.5	72.5	13.89
	9.0	67.5	-713.16		7.0	62.5	207.75
	9.5	65.0	-1107.49		7.0	65.0	-144.28
	9.5	67.5	-2691.45	Oberon	7.5	67.5	-27.80
	9.5	70.0	-90.36		7.5	70.0	48.68
	9.5	72.5	-22.47		8.5	62.5	-1457.81
	9.5	75.0	17.29		8.5	65.0	189.13
	9.5	80.0	17.13		8.5	72.5	59.66
	10.0	62.5	-2648.89		9.0	60.0	-1439.94
	10.0	65.0	192.86		9.0	62.5	-1360.72
	10.0	67.5	363.93		9.0	65.0	67.15
	10.0	70.0	294.91		9.0	67.5	-101.27
	10.0	72.5	-20.84	Dione	3.5	62.5	38.36
	10.0	75.0	12.38	Titânia	6.0	65.0	2189.44
Tritão	5.5	65.0	-1008.60		6.5	62.5	-1373.53
	6.0	60.0	-2478.81		7.0	62.5	779.65
	6.0	62.5	-180.48		7.0	65.0	-25.07
	6.0	65.0	-44.66		7.5	60.0	-77.36
	6.5	60.0	-2149.35		7.5	62.5	-344.31
Umbriel	4.0	62.5	-251.29	Reia	4.0	60.0	-1038.38
	4.5	60.0	494.74		4.0	62.5	-1583.97
	5.0	62.5	-35.79		4.5	60.0	1087.67
	5.0	65.0	-18.91		4.5	65.0	30.75
					5.0	67.5	-32.95

C Anexo II - Sistemas genéricos

C.1 Razões de massa da ordem de 10^{-1} e 10^{-2}

Figura C.1: (a)-(g): Mapas de tempos de vida das órbitas em função de I_0 e a_0 da sonda em torno de corpos genéricos com razão de massa no intervalo de $0,4\mu_{Caronte} \leq \mu_s \leq 1,6\mu_{Caronte}$, considerando as órbitas iniciais da sonda circulares e a densidade dos corpos genéricos igual a densidade de Caronte; (h)-(r): Mapas de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de corpos genéricos com razão de massa no intervalo de $0,4\mu_{Caronte} \leq \mu_s \leq 1,6\mu_{Caronte}$ a um semi-eixo maior inicial na faixa de $2,0R_s \leq a_0 \leq 3,0R_s$.

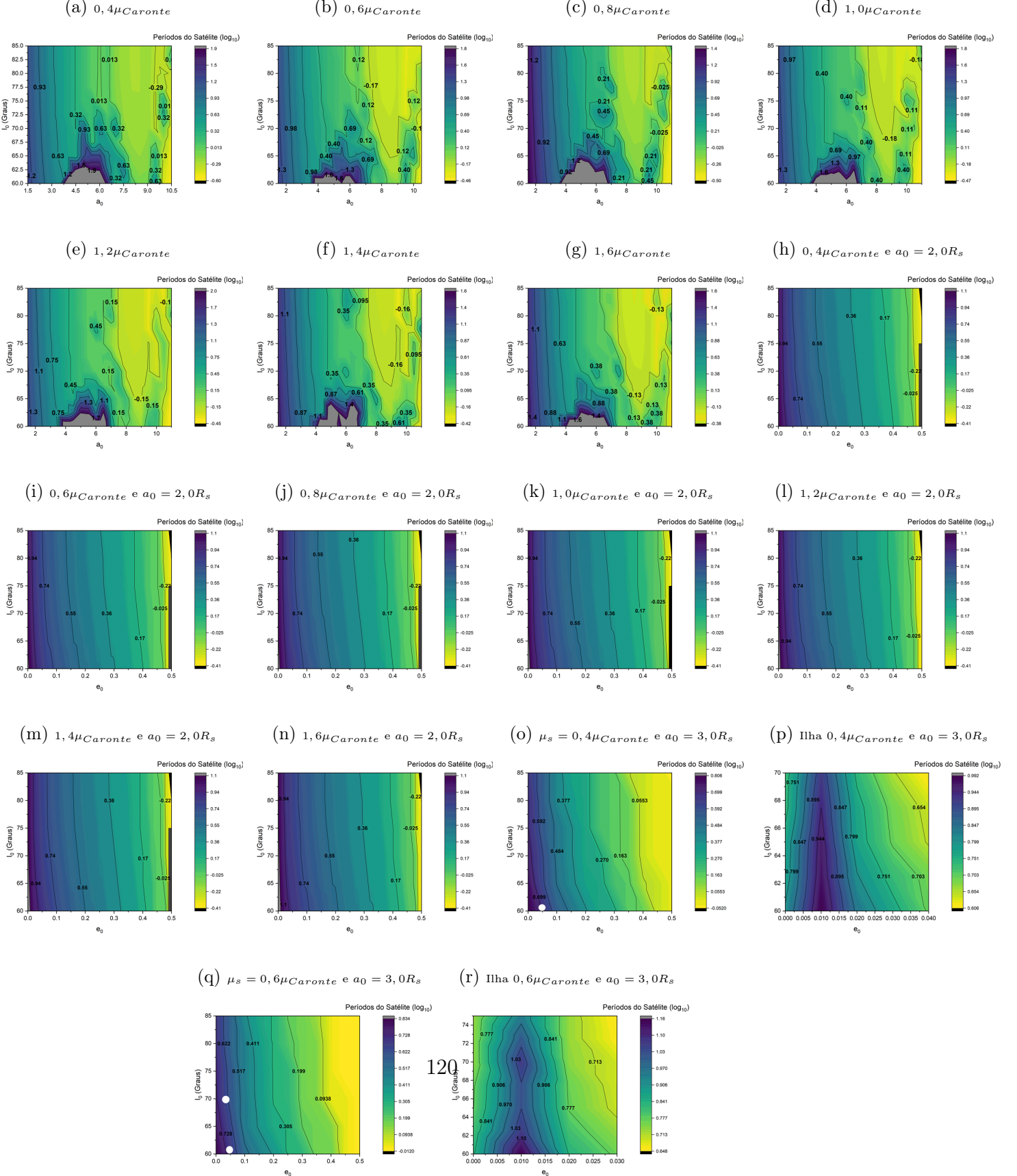
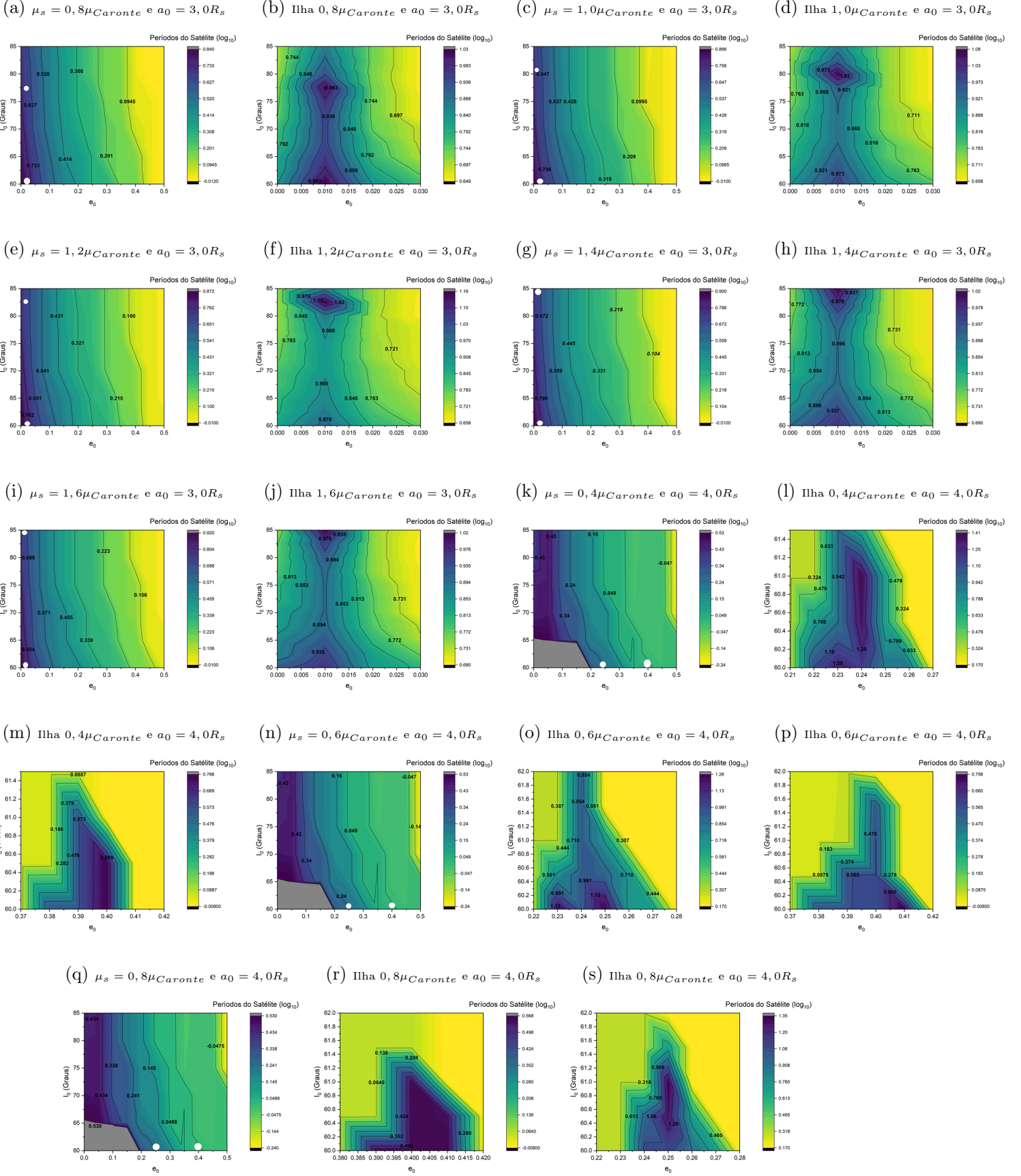


Figura C.2: (a)-(g): Mapas de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de corpos genéricos com razão de massa no intervalo de $0,4\mu_{Caronte} \leq \mu_s \leq 1,6\mu_{Caronte}$ a um semi-eixo maior inicial na faixa de $4,0R_s$



Legenda: A órbita do corpo genérico em torno do perturbador é circular, os valores de a_0 são expressos em função do raio equatorial do sistema, R_s , e os tempos de vida estão dispostos no mapa em uma escala logarítmica de base 10. Os raios equatoriais dos sistemas simulados são $R_s = 2.272048 \times 10^{-02}$, $R_s = 2.600846 \times 10^{-02}$, $R_s = 2.862602 \times 10^{-02}$, $R_s = 3.083644 \times 10^{-02}$, $R_s = 3.276861 \times 10^{-02}$, $R_s = 3.449639 \times 10^{-02}$ e $R_s = 3.606652 \times 10^{-02}$ para os corpos genéricos no intervalo de $0,4\mu_{Caronte} \leq \mu_s \leq 1,6\mu_{Caronte}$ com passo de $0,2\mu_{Caronte}$.

Figura C.3: (a)-(g): Mapas de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de corpos genéricos com razão de massa no intervalo de $0,4\mu_{Caronte} \leq \mu_s \leq 1,6\mu_{Caronte}$ a um semi-eixo maior inicial na faixa de $3,0R_s \leq a_0 \leq 4,0R_s$;

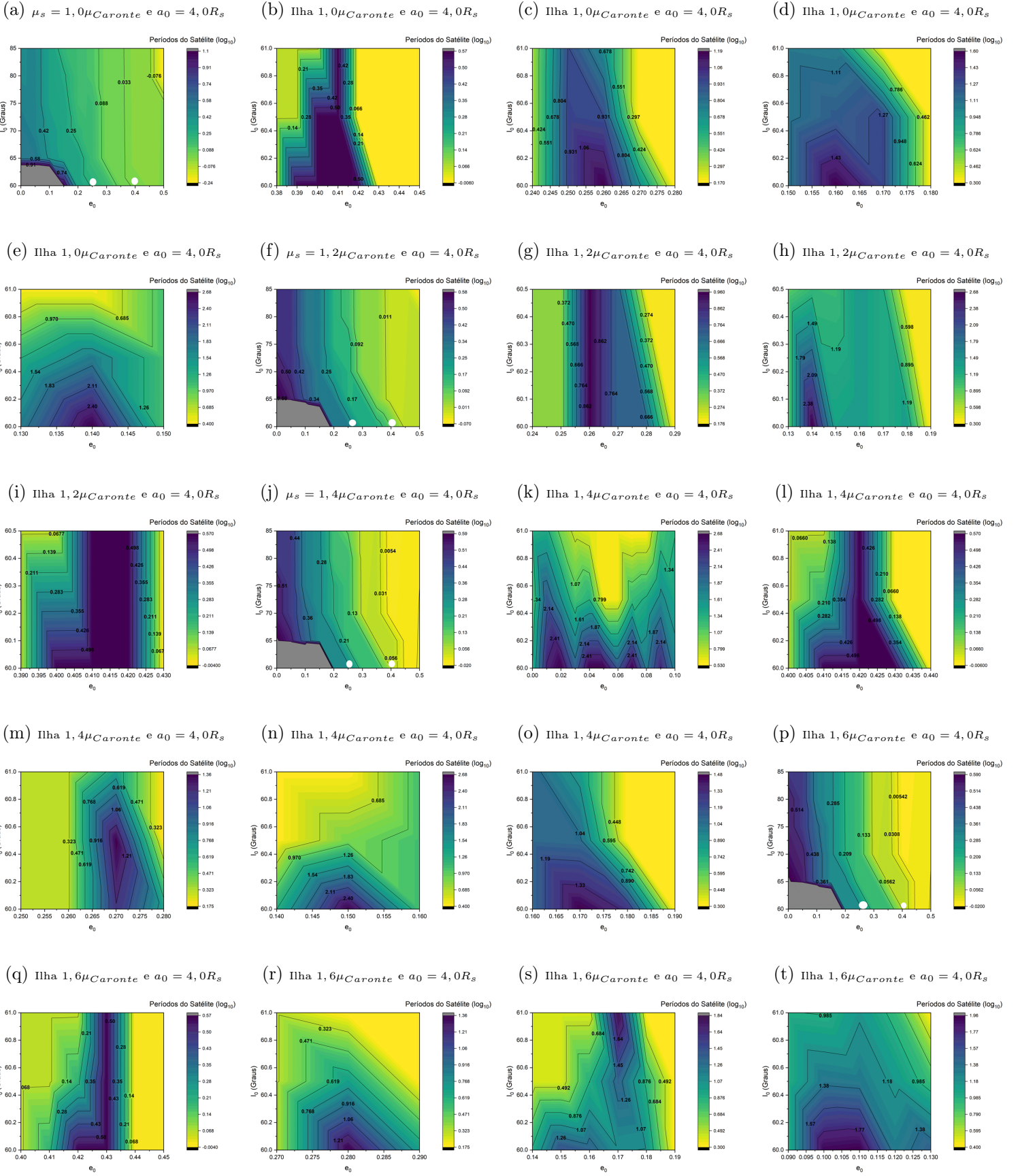
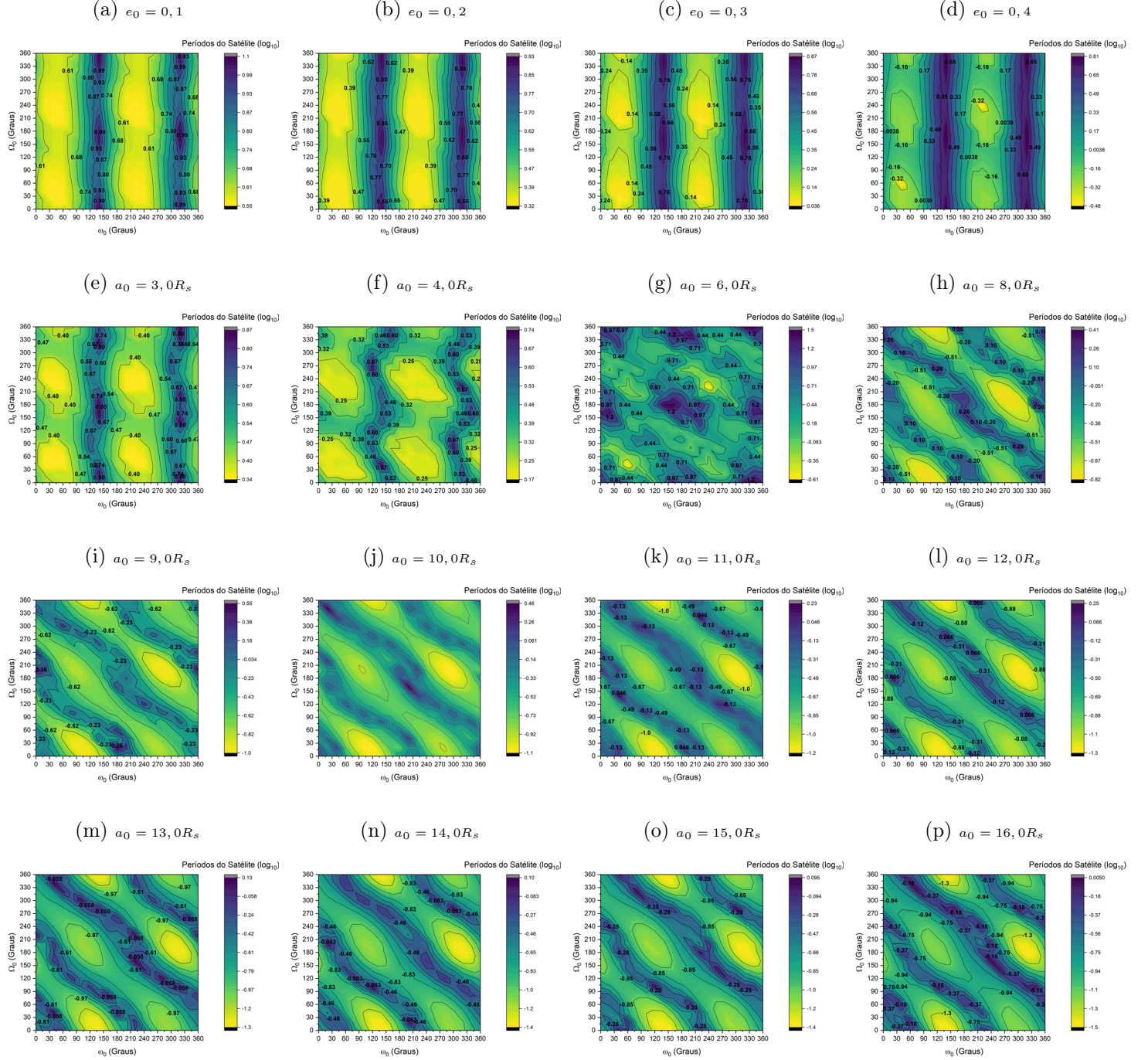


Figura C.4: (a)-(d): Mapas de tempos de vida das órbitas em função de ω_0 e Ω_0 da sonda em torno de um corpo genérico com razão de massa $\mu_s = 0,2\mu_{Caronte}$ e raio equatorial $R_s = 1,803326 \times 10^{-02}$. Simulações realizadas para as condições iniciais $I_0 = 65^\circ$, $a_0 = 2,0R_s$ e excentricidade no intervalo de $0, 0 \leq e_0 \leq 0,4$, (e)-(p): Mapas de tempos de vida das órbitas em função de ω_0 e Ω_0 da sonda em torno de um corpo genérico com razão de massa $\mu_s = 0,2\mu_{Caronte}$ e raio equatorial $R_s = 1,803326 \times 10^{-02}$. Simulações realizadas sobre as condições iniciais $I_0 = 65^\circ$, $e_0 = 0,1$ e semi-eixo maior inicial na faixa de $3,0R_s \leq a_0 \leq 16,0R_s$.



C.2 Razões de massa da ordem de 10^{-3}

Figura C.5: (a)-(e): Mapas de tempos de vida das órbitas em função de I_0 e a_0 da sonda em torno de corpos genéricos com razão de massa no intervalo de $10\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$, considerando as órbitas iniciais da sonda circulares e a densidade dos corpos genéricos igual a densidade de Titã; (f)-(t): Mapas de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de corpos genéricos com razão de massa no intervalo de $10\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$ a um semi-eixo maior inicial na faixa de $2,0R_s \leq a_0 \leq 4,0R_s$ e densidade de Titã.

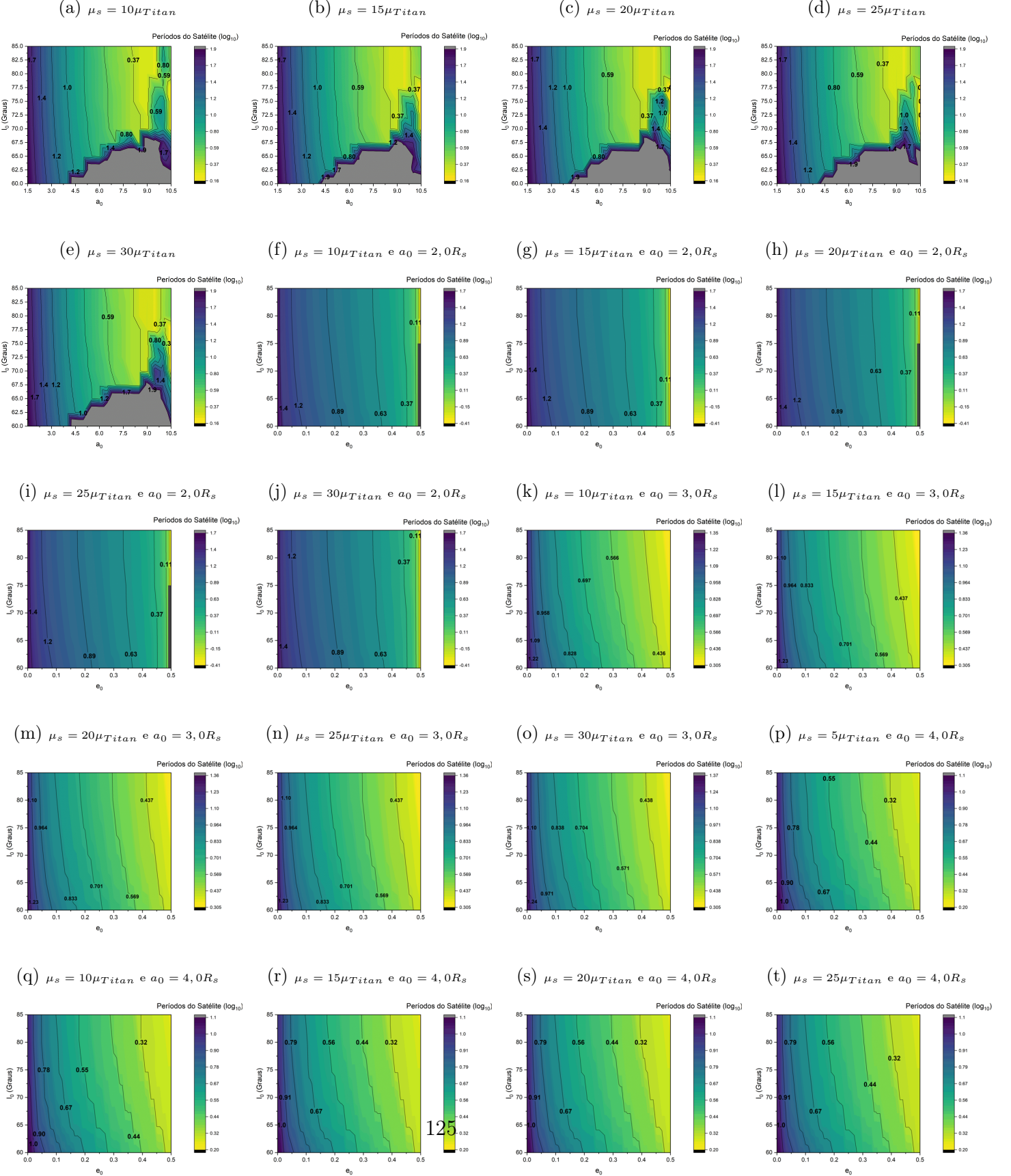


Figura C.6: (a)-(k): Mapas de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de corpos genéricos com razão de massa no intervalo de $10\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$ a um semi-eixo maior inicial na faixa de $4,0R_s \leq a_0 \leq 6,0R_s$.

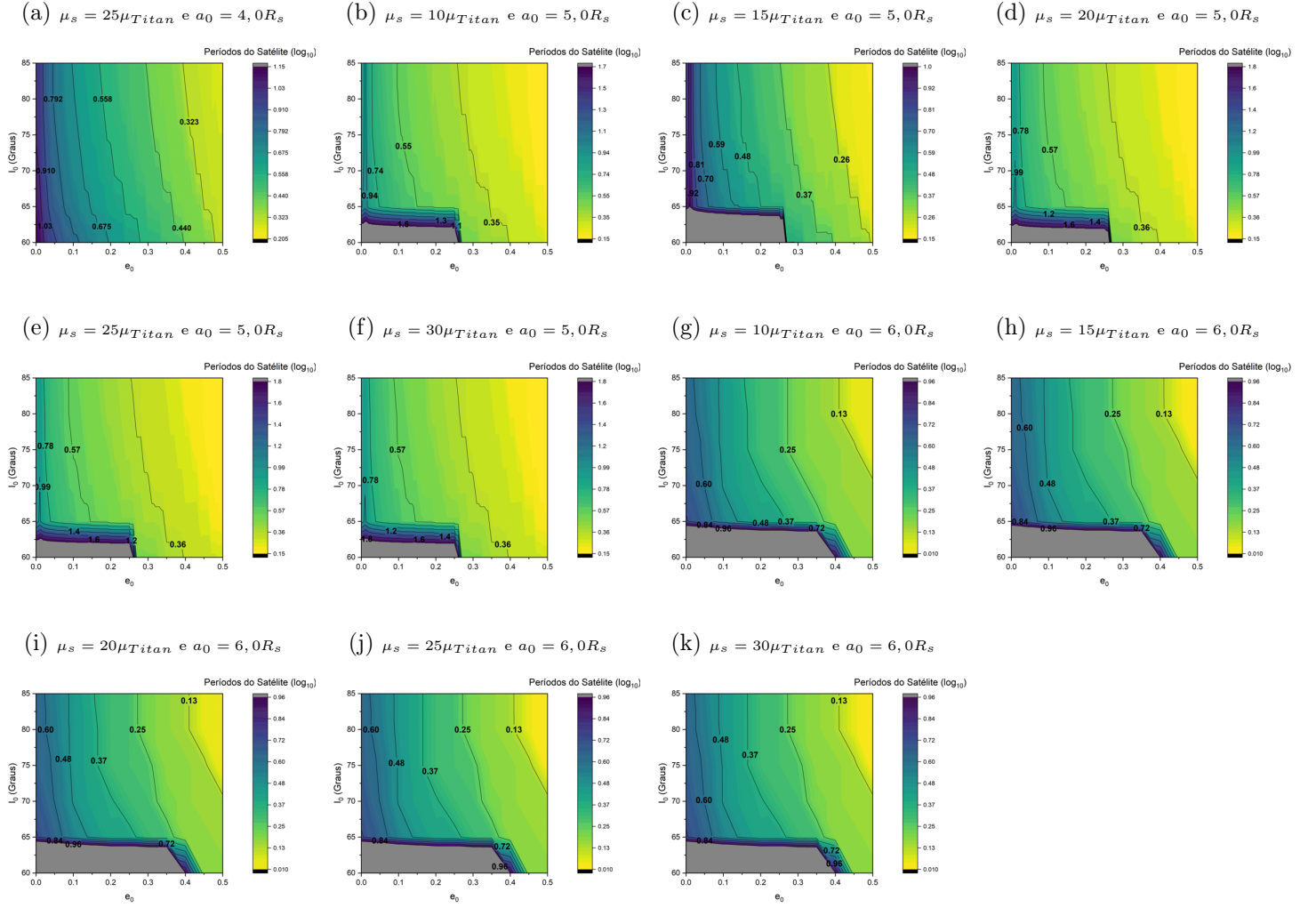


Figura C.7: Mapas de tempos de vida das órbitas em função de ω_0 e Ω_0 da sonda em torno de um corpo genérico com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$ e raio equatorial $R_s = 3,603647 \times 10^{-03}$. Simulações realizadas para as condições iniciais $I_0 = 65^\circ$, $a_0 = 2,0R_s$ e excentricidade no intervalo de $0,0 \leq e_0 \leq 0,4$.

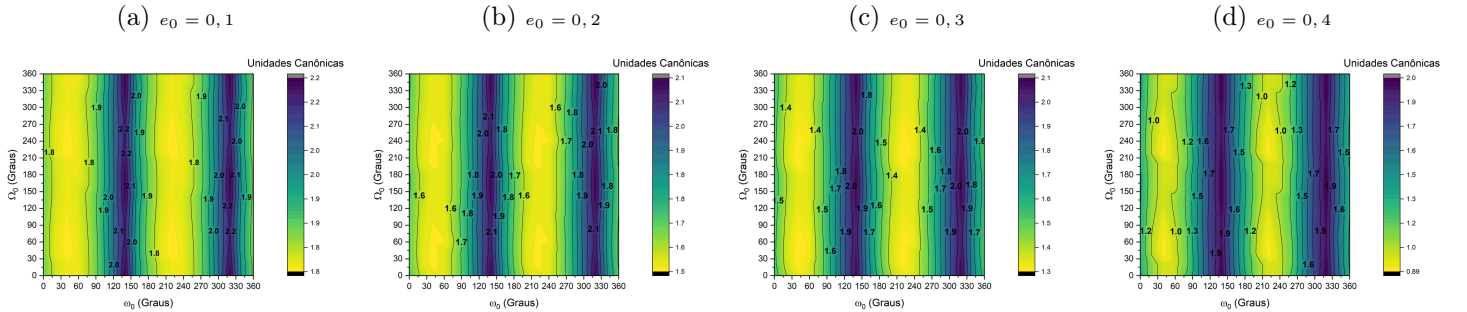


Figura C.8: (a)-(e): Mapas de tempos de vida das órbitas em função de ω_0 e Ω_0 da sonda em torno de um corpo genérico com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$ e raio equatorial $R_s = 3,603647 \times 10^{-3}$. Simulações realizadas sobre as condições iniciais $I_0 = 65^\circ$, $e_0 = 0,1$ e semi-eixo maior inicial na faixa de $3,0R_s \leq a_0 \leq 16,0R_s$.

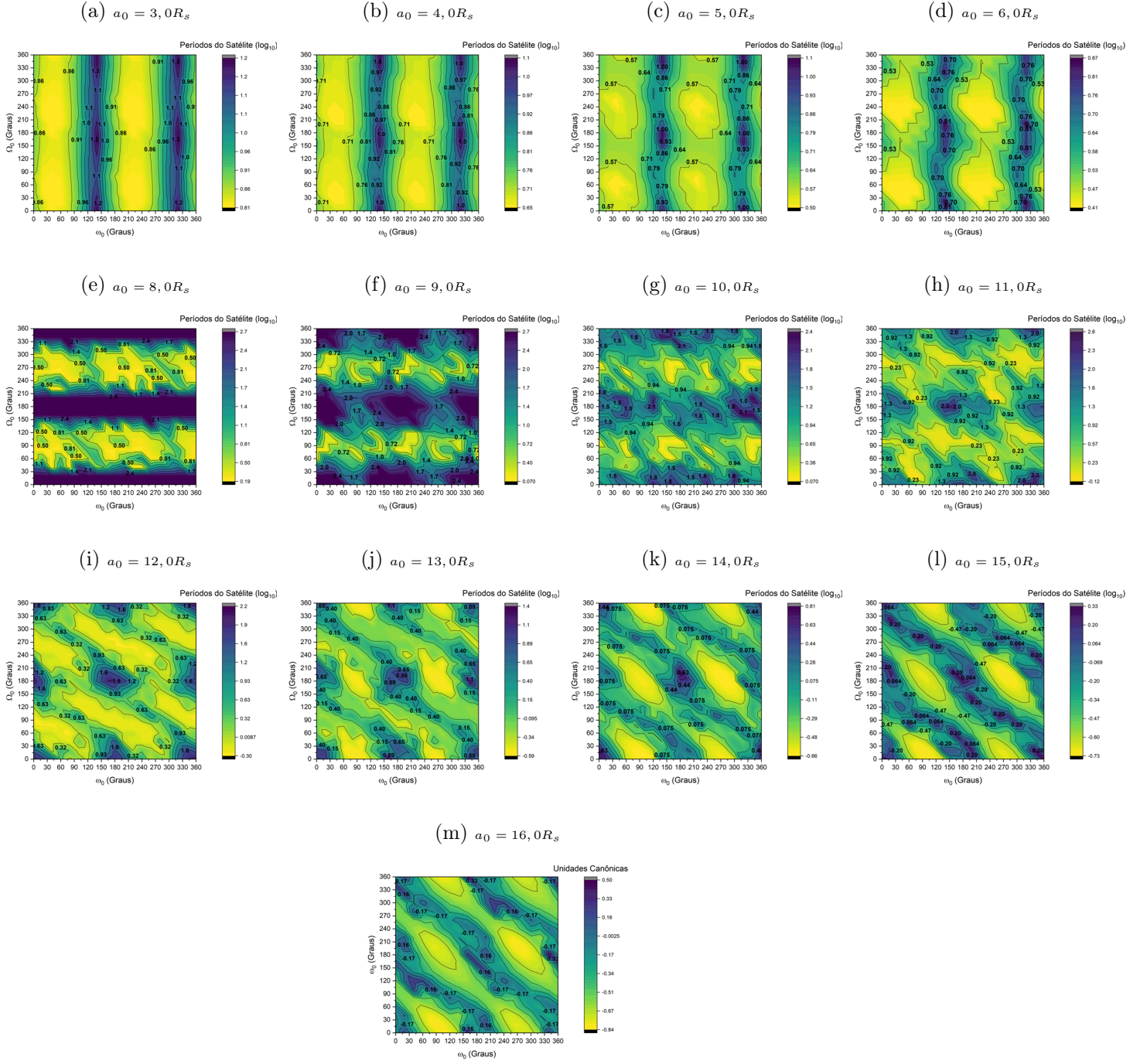


Figura C.9: (a)-(e): Mapas de tempos de vida das órbitas em função de I_0 e a_0 da sonda em torno de corpos genéricos com razão de massa no intervalo de $10\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$, considerando as órbitas iniciais da sonda circulares, $e_0 = 0, 0$, e a densidade dos corpos genéricos igual a densidade de Tritão; (f)-(s): Mapas de tempos de vida e ilhas de estabilidade em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de um corpos genéricos com razão de massa no intervalo de $10\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$, e densidade de Tritão, a um semi-eixo maior inicial na faixa de $2,0R_s \leq a_0 \leq 3,0R_s$.

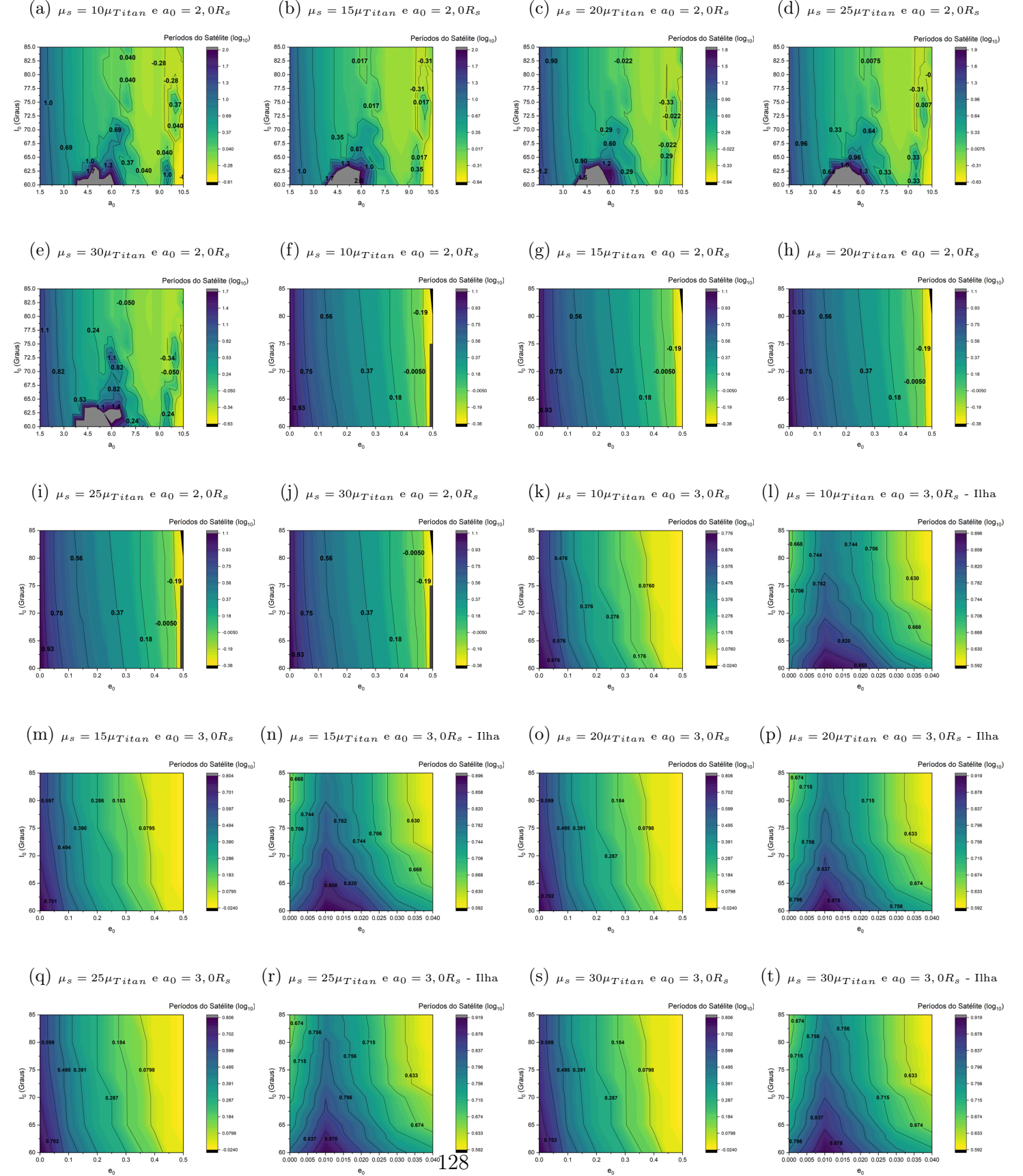


Figura C.10: Mapas de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da sonda em torno de um corpos genéricos com razão de massa no intervalo de $10\mu_{Titan} \leq \mu_s \leq 30\mu_{Titan}$, e densidade de Tritão, a um semi-eixo maior inicial de $4,0R_s$.

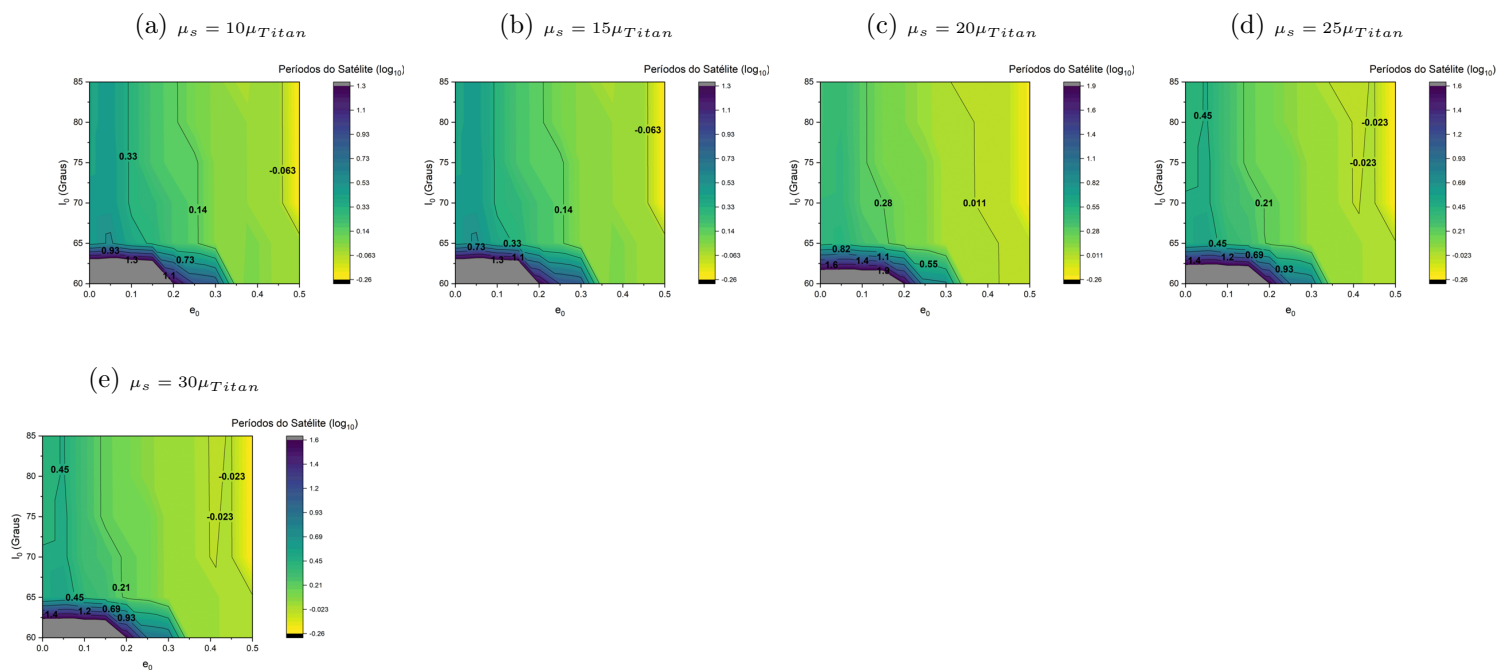
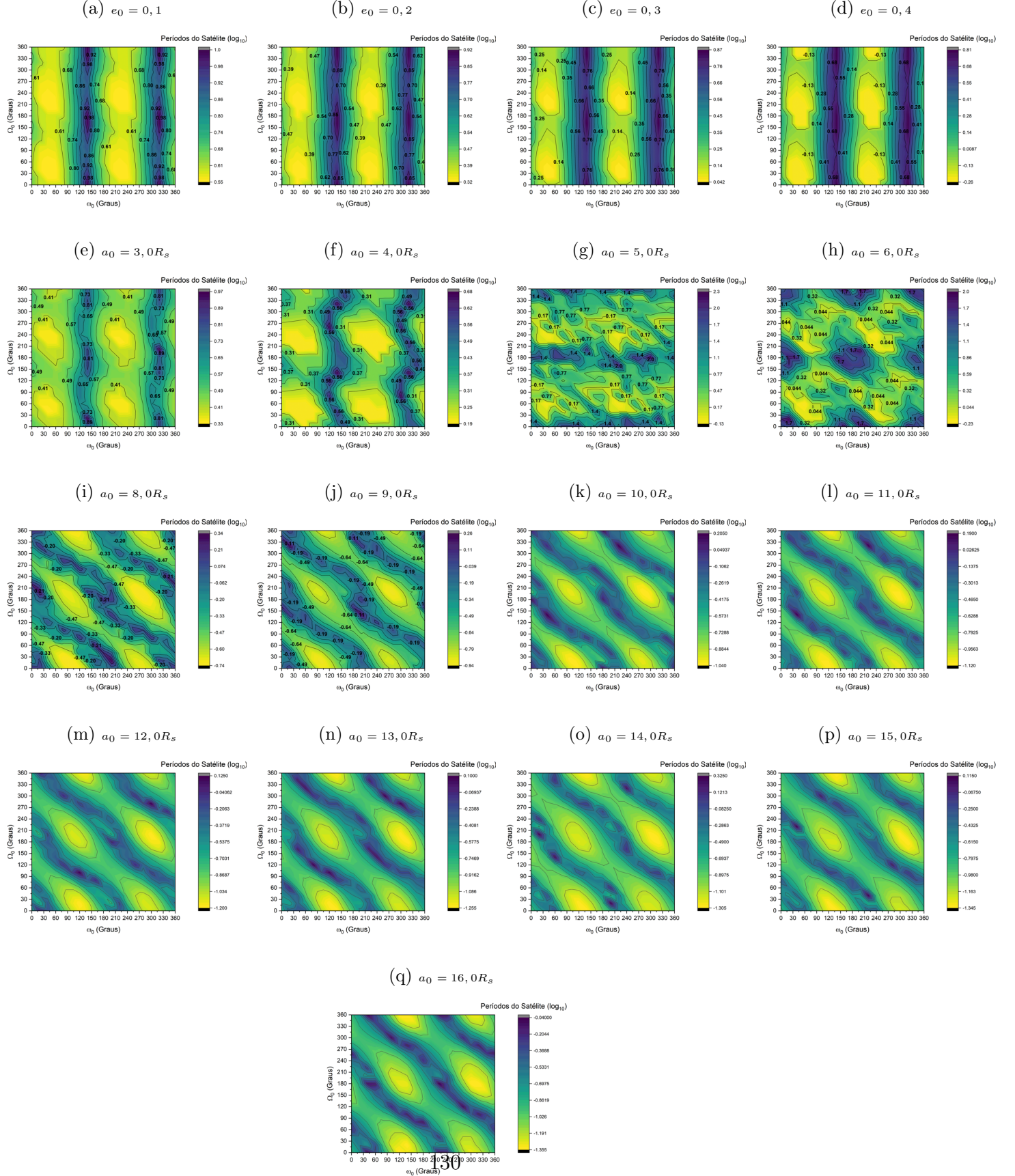
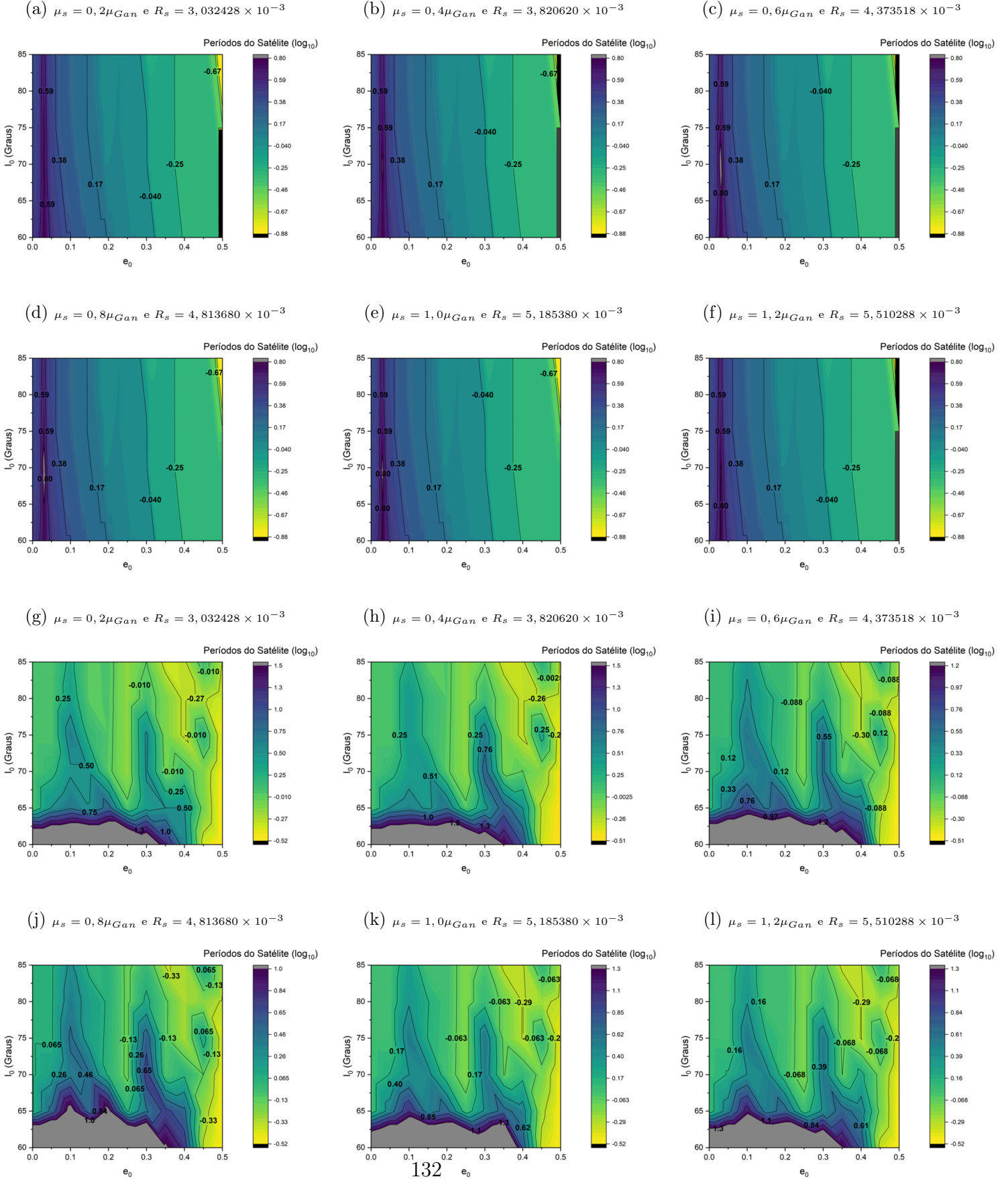


Figura C.11: (a)-(d): Mapas de tempos de vida das órbitas em função de ω_0 e Ω_0 da sonda em torno de um corpo genérico com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$ e raio equatorial $R_s = 6,803230 \times 10^{-3}$. Simulações realizadas para as condições iniciais $I_0 = 65^\circ$, $a_0 = 2,0R_s$ e excentricidade no intervalo de $0, 0 \leq e_0 \leq 0,4$, (e)-(q): Mapas de tempos de vida das órbitas em função de ω_0 e Ω_0 da sonda em torno de um corpo genérico com razão de massa $\mu_s = 5\mu_{Titan}$ e raio equatorial . Simulações realizadas sobre as condições iniciais $I_0 = 65^\circ$, $e_0 = 0,1$ e semi-eixo maior inicial na faixa de $3,0R_s \leq a_0 \leq 16,0R_s$.



C.3 Razões de massa da ordem de 10^{-5}

Figura C.12: Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-5} e densidade de Ariel para $a_0 = 2R_s$, (a)-(f), $3R_s$, (g)-(l), e $4R_s$, (m)-(r).



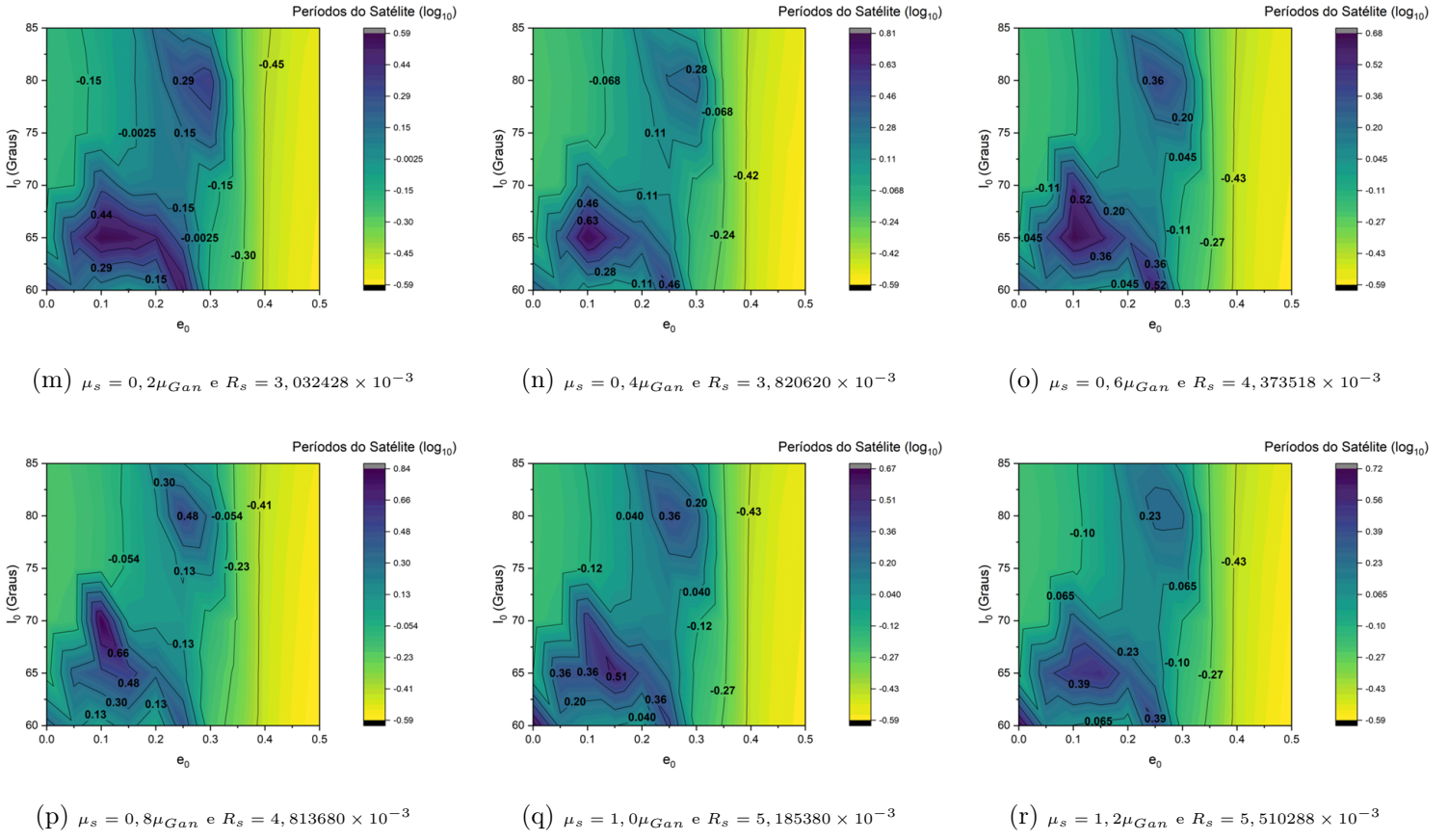


Figura C.13: Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-5} e densidade de Europa com $a_0 = 2R_s$, (a)-(b) e $4R_s$, (c).

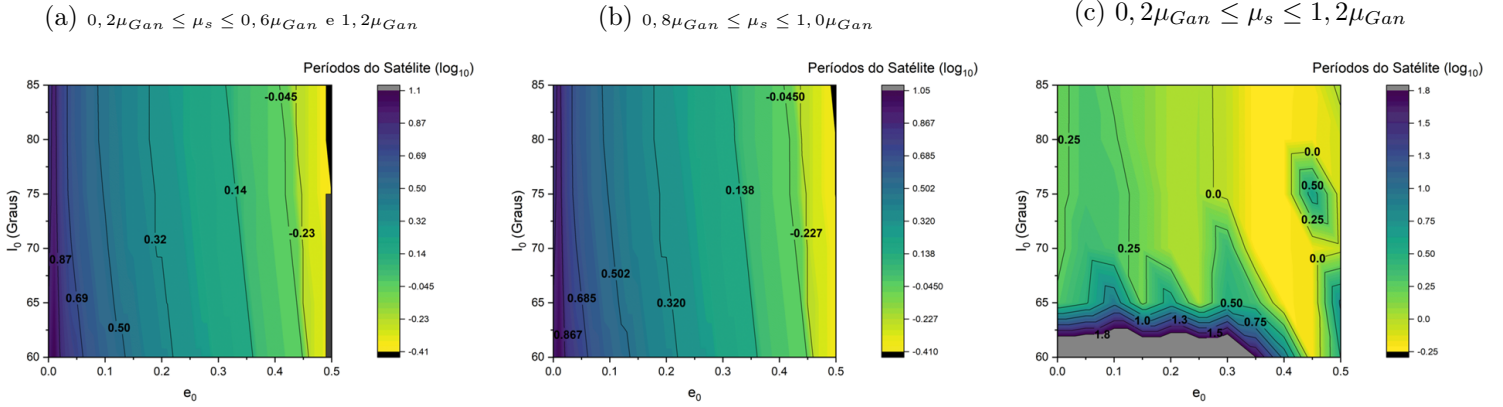


Figura C.14: Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-5} e densidade de Titânia com $a_0 = 2R_s$, (a)-(c), $3R_s$, (d), e $4R_s$, (e)-(g).

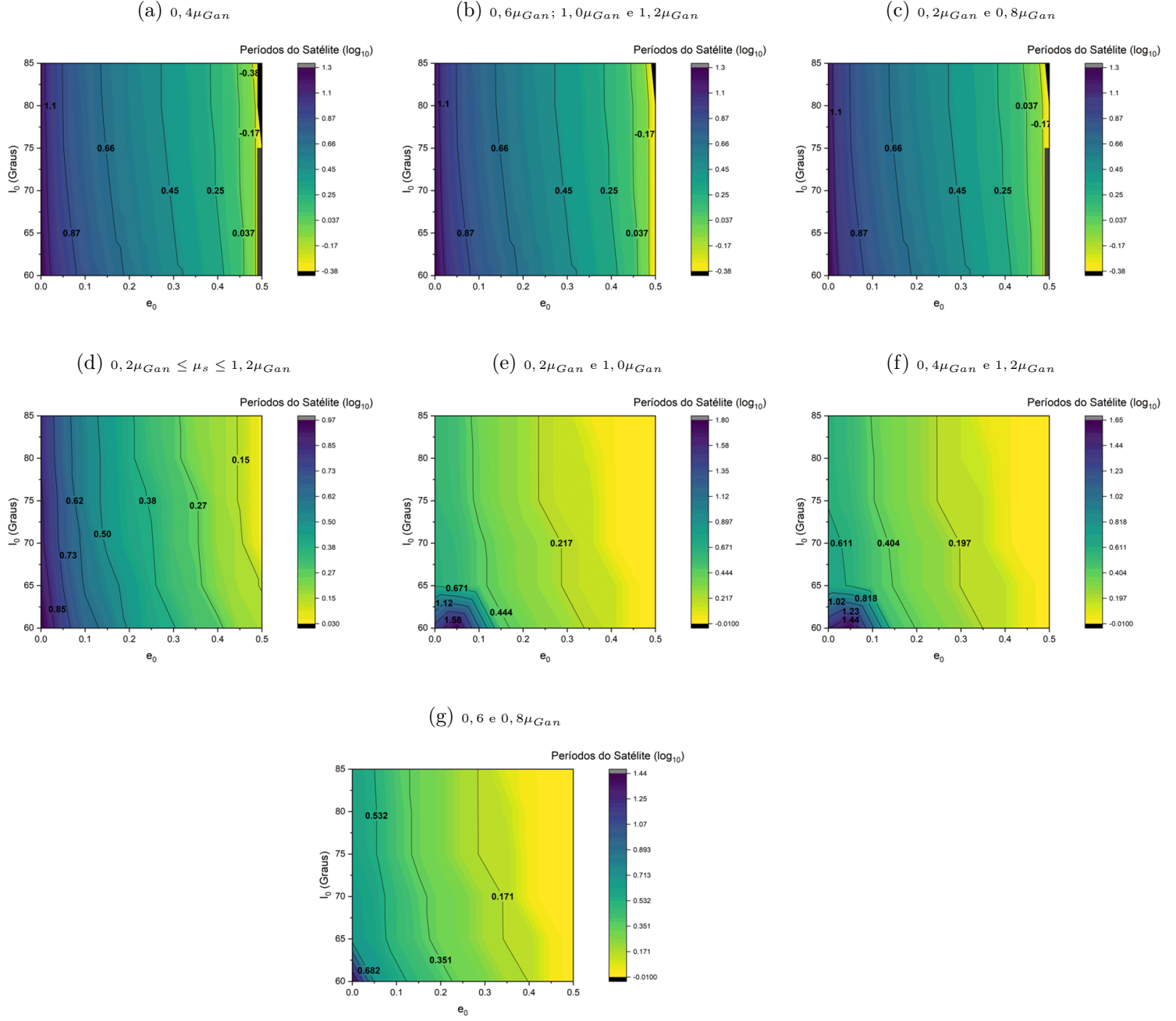
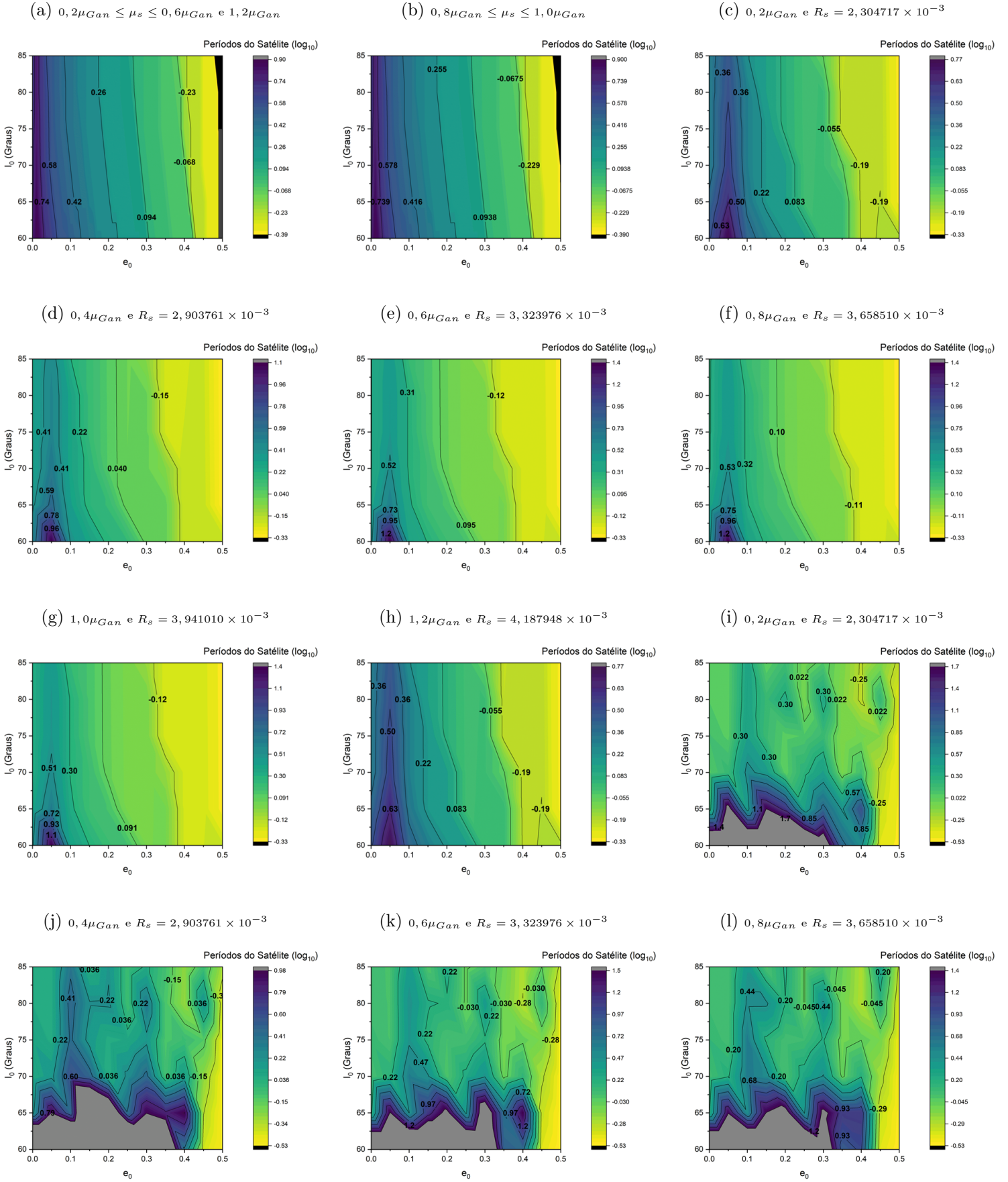


Figura C.15: Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-5} e densidade de Umbriel $a_0 = 2R_s$, (a)-(b), $3R_s$, (c)-(h), e $4R_s$, (i)-(n).



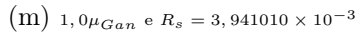
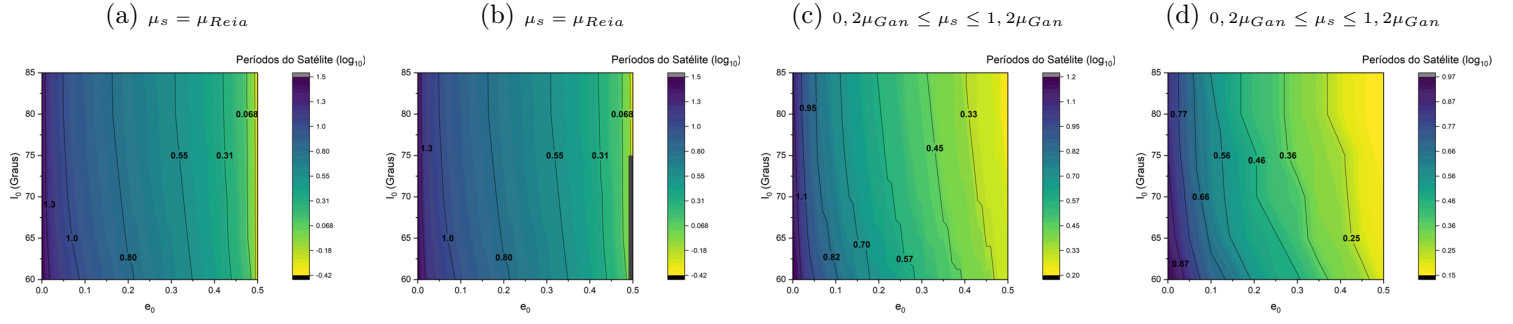


Figura C.18: Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-5} e densidade de Oberon para $a_0 = 2$, (a)-(b), 3, (c) e $4R_s$, (d), considerando que o corpo orbitado pela sonda encontra-se em uma órbita circular em torno do corpo perturbador.



C.4 Razões de massa da ordem de 10^{-6}

Figura C.19: Mapas de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos corpos genéricos da ordem de 10^{-6} e densidade de Tétis para $a_0 = 2R_s$, (a)-(c), $3R_s$, (d), e $4R_s$, (e).

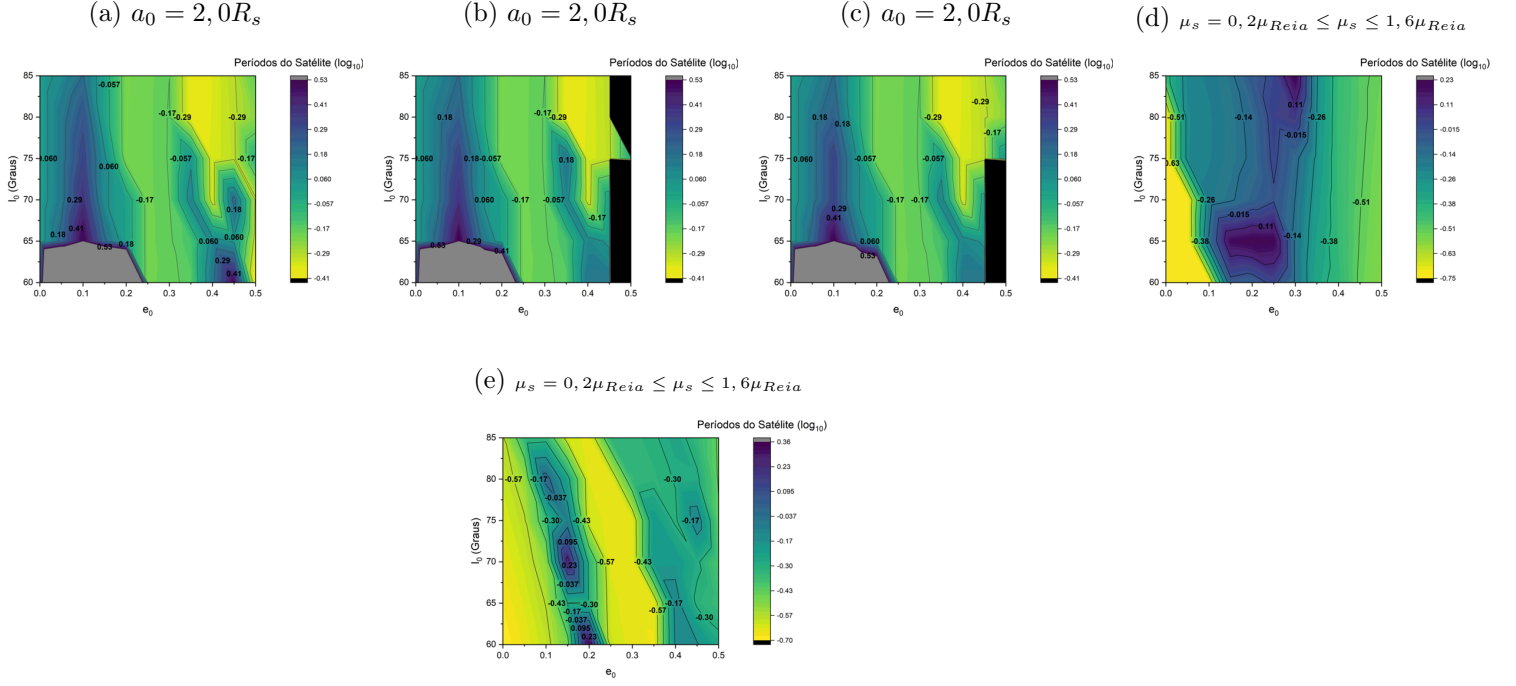


Figura C.20: Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-6} e densidade de Reia para $a_0 = 2R_s$, (a)-(b), $3R_s$, (c), e $4R_s$, (d)-(k).

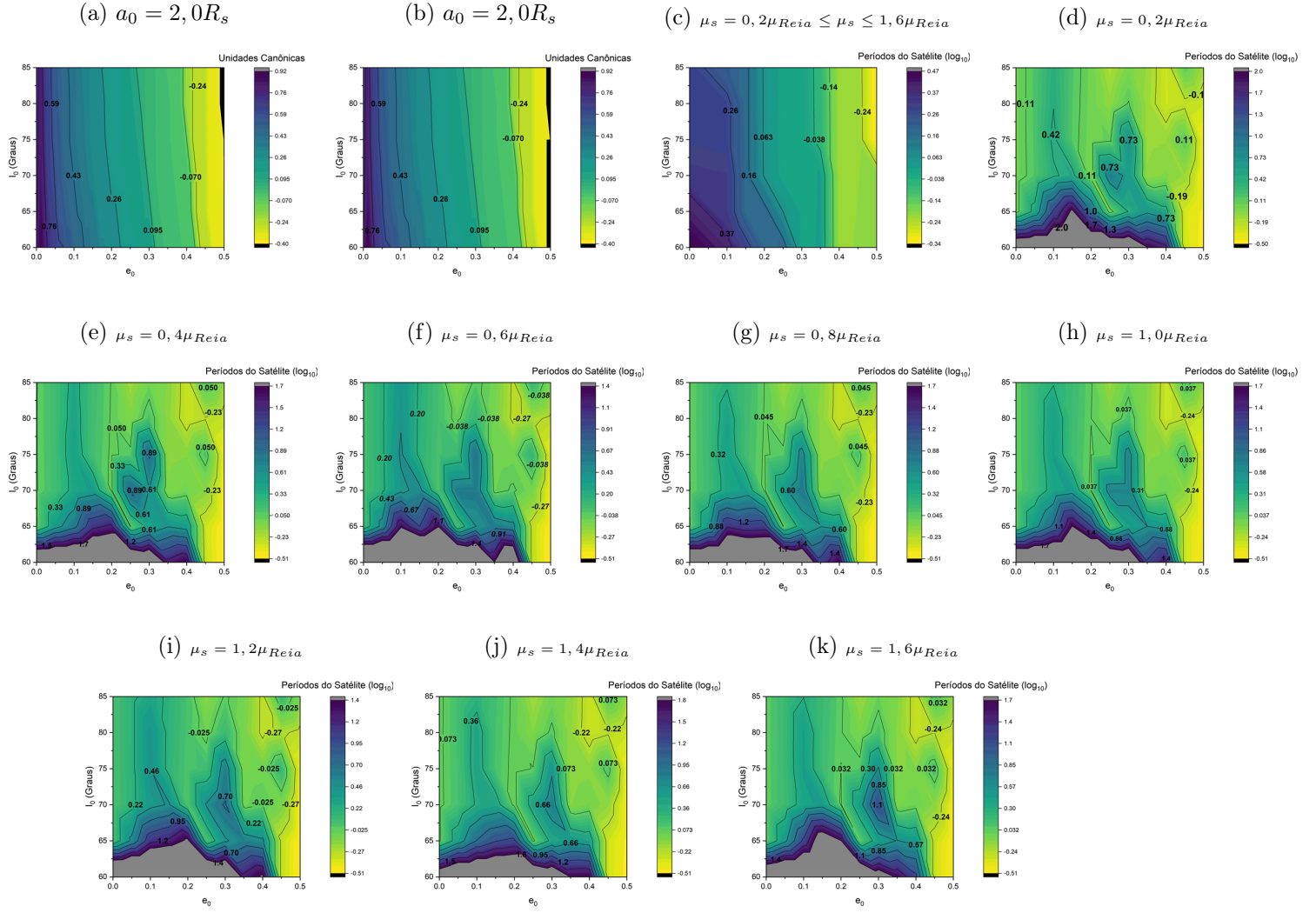
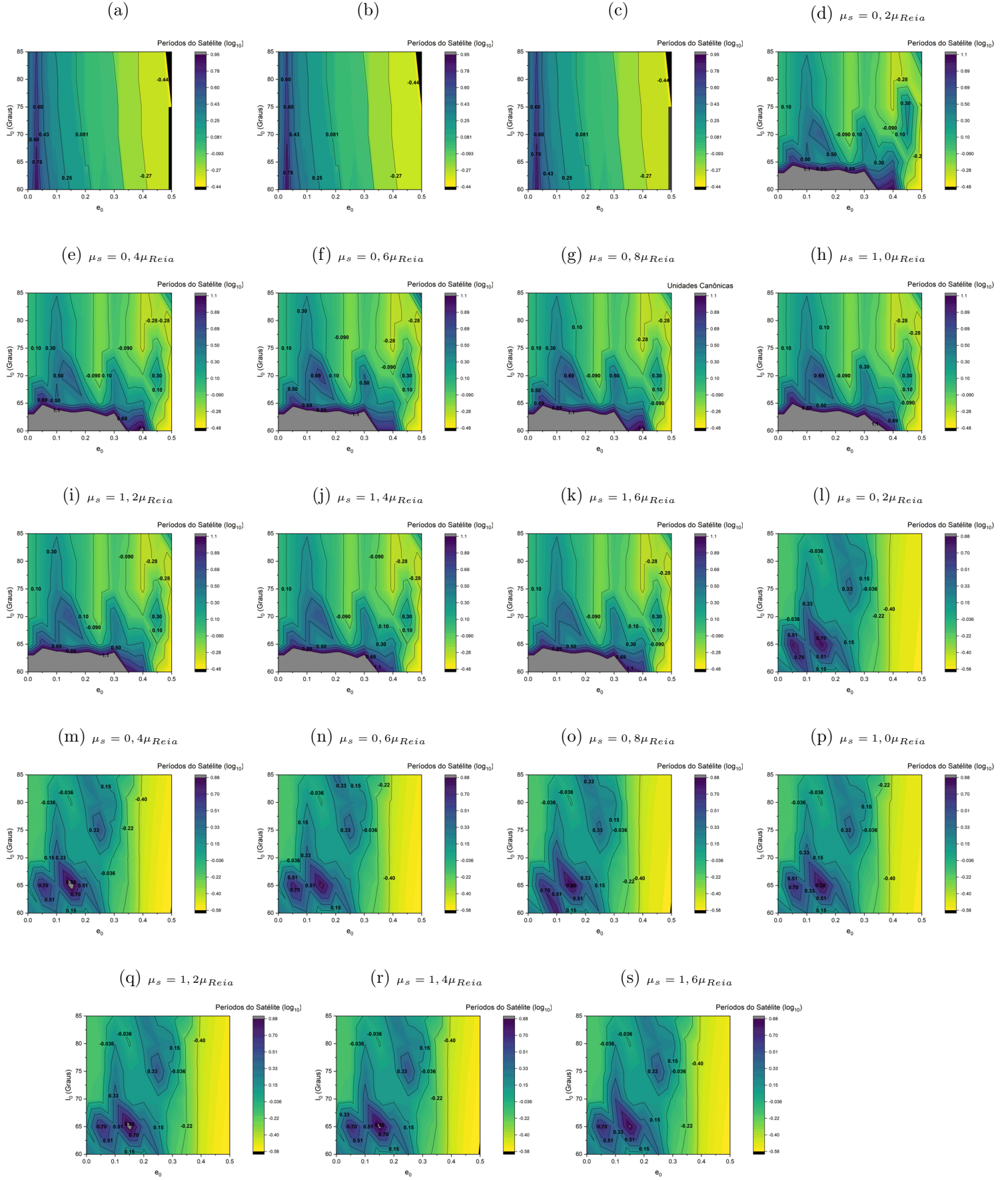


Figura C.21: Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-6} e densidade de Dione para $a_0 = 2R_s$, (a)-(c), $3R_s$, (d)-(k), e $4R_s$, (l)-(s).



C.5 Razões de massa da ordem de 10^{-7}

Figura C.22: Mapas de tempos de vida em função de I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos corpos genéricos da ordem de 10^{-7} e densidade de Encélado para $a_0 = 2R_s$, (a)-(e), $3R_s$, (f)-(g) e $4R_s$, (h)-(i).

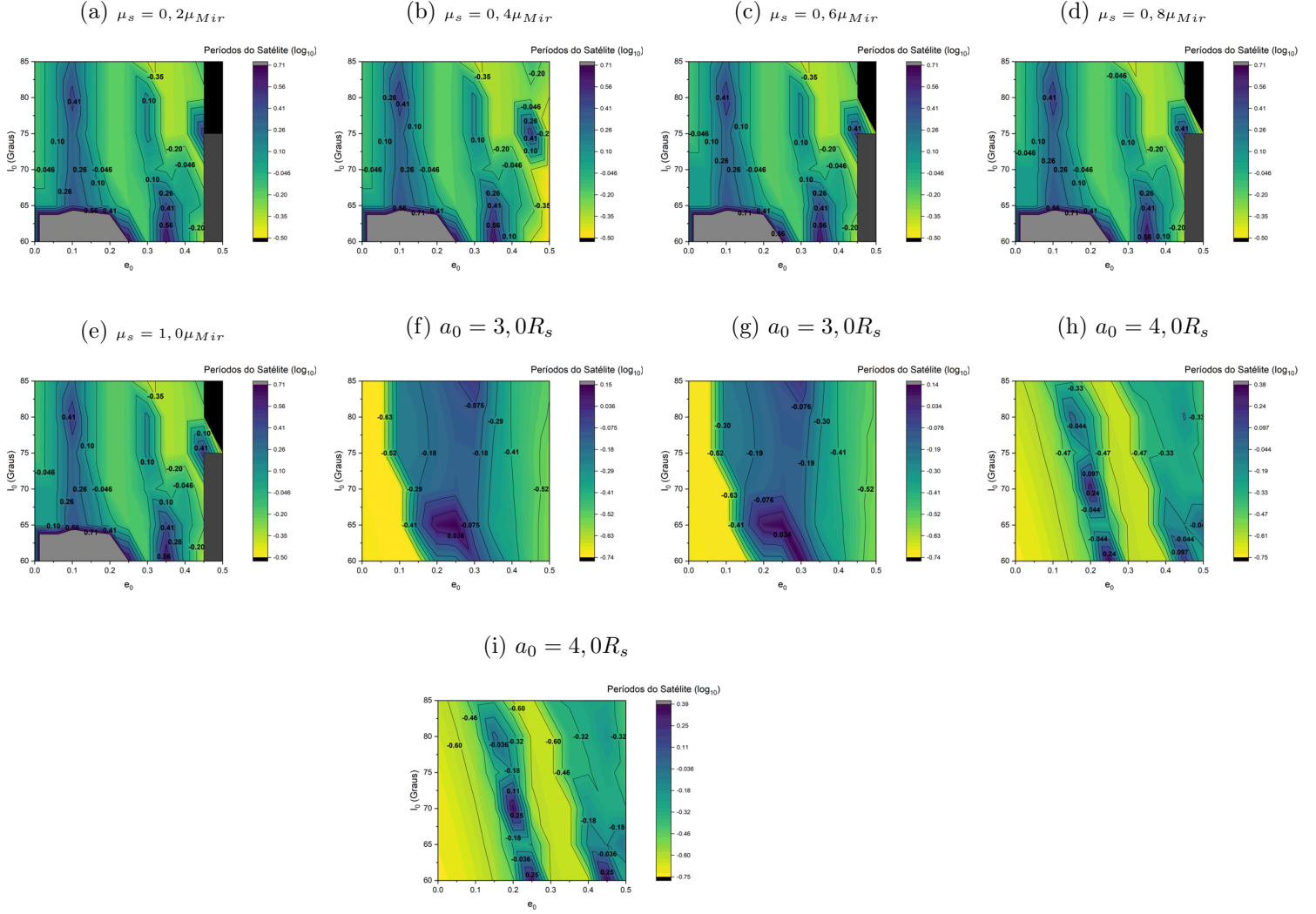


Figura C.23: Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-7} e densidade de Miranda para $a_0 = 2R_s$, (a), $3R_s$, (b), e $4R_s$, (c).

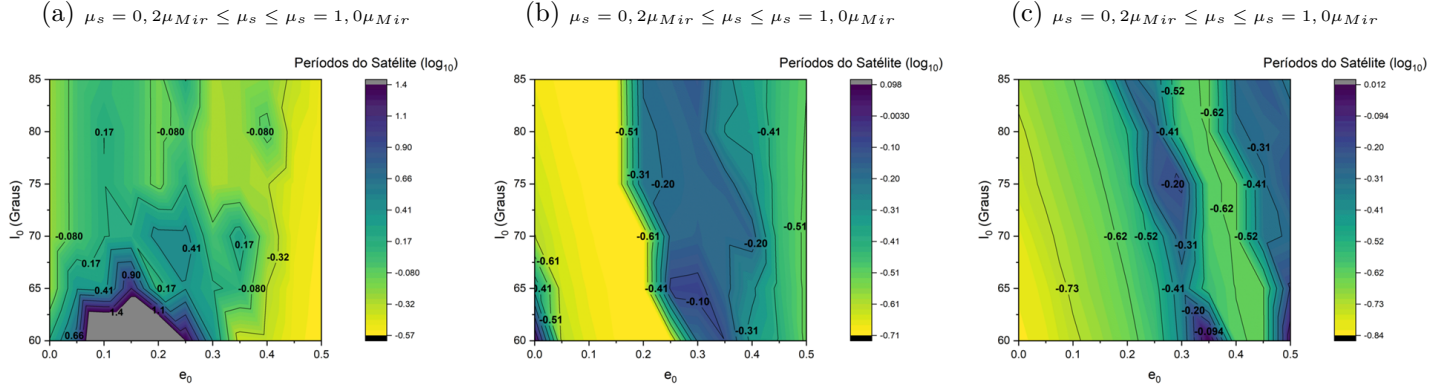
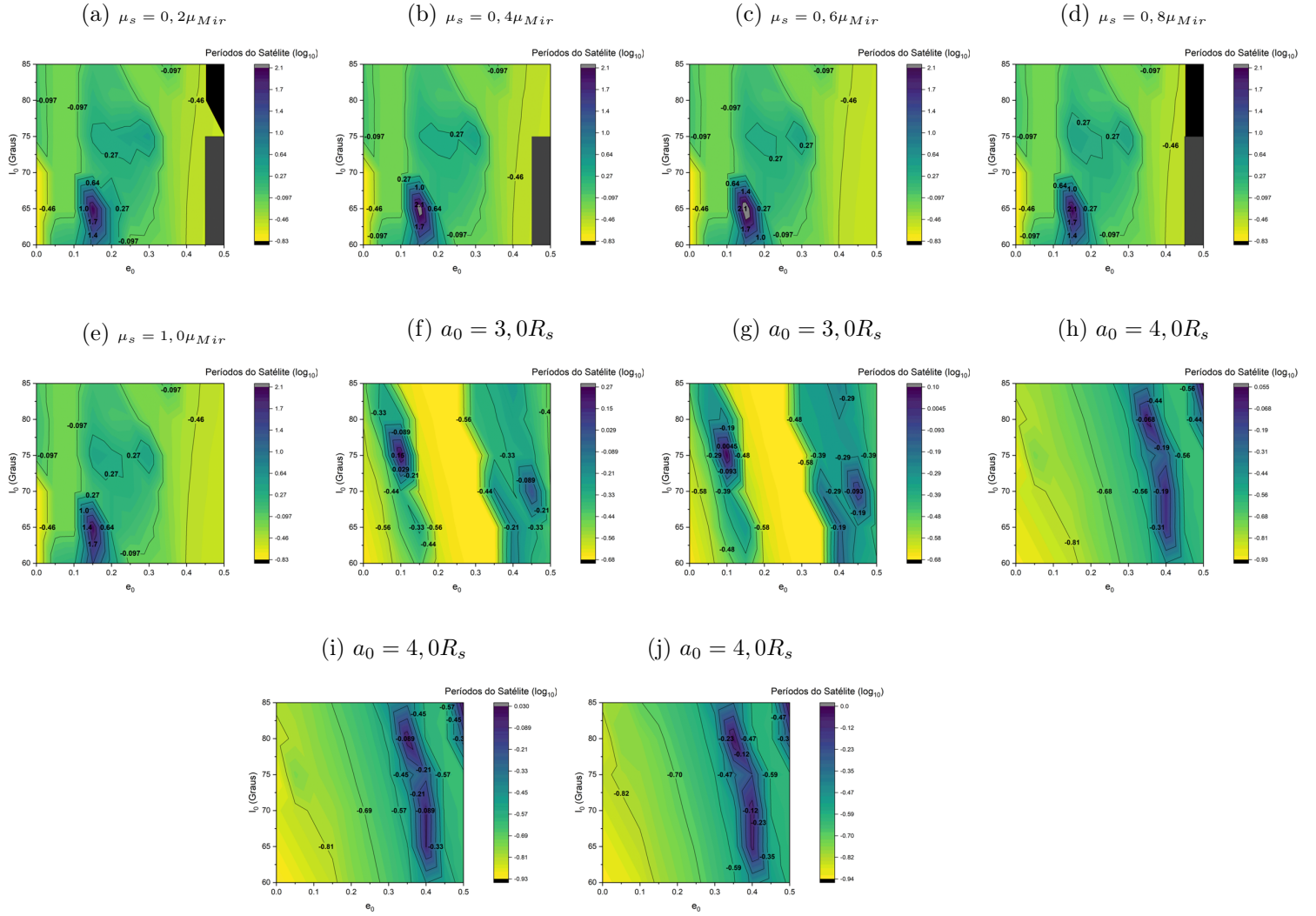


Figura C.24: Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos corpos genéricos da ordem de 10^{-7} e densidade de Proteu para $a_0 = 2R_s$, (a)-(e), $3R_s$, (f)-(g), e $4R_s$, (h)-(j).



C.6 Razões de massa da ordem de 10^{-8}

Figura C.25: Mapas de tempos de vida para I_0 e e_0 da órbita da sonda ao redor dos sistemas genéricos da ordem de 10^{-8} e densidade de Mimas para $a_0 = 2, 3$ e $4R_s$, considerando que o corpo orbitado pela sonda encontra-se em uma órbita circular em torno do corpo perturbador. Os semi-eixos maiores estão organizados de modo que (a)-(f): $a_0 = 2,0R_s$; (g): $a_0 = 3,0R_s$ e (h): $a_0 = 4,0R_s$.

