



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**

# **PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**ÁREA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA E SEUS  
FUNDAMENTOS FILOSÓFICO-CIENTÍFICOS**

**AÇÕES COLABORATIVAS DE FORMAÇÃO CONTINUADA DE  
EDUCADORES MATEMÁTICOS: SABERES CONSTITUÍDOS E  
MOBILIZADOS**

**Maria Teresa Zampieri**

**INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS**

**RIO CLARO  
2018**

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
“Júlio de Mesquita Filho”  
Instituto de Geociências e Ciências Exatas  
*Câmpus de Rio Claro*

**MARIA TERESA ZAMPIERI**

**Ações colaborativas de formação continuada de  
educadores matemáticos: saberes constituídos e mobilizados**

Tese de doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor(a) em Educação Matemática.

**Orientadora:** Profa. Dra. Sueli Liberatti  
Javaroni

RIO CLARO - SP  
2018

370.71 Zampieri, Maria Teresa  
Z26a      Ações colaborativas de formação continuada de  
educadores matemáticos: saberes constituídos e mobilizados /  
Maria Teresa Zampieri. - Rio Claro, 2018  
280 f. : il., figs., quadros

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista,  
Instituto de Geociências e Ciências Exatas  
Orientadora: Sueli Liberatti Javaroni

1. Professores - Formação. 2. Atividades matemáticas. 3.  
Acessa Escola. 4. GeoGebra. 5. Formação continuada de  
professores de Matemática. 6. Mapeamento. I. Título.

**MARIA TERESA ZAMPIERI**

**AÇÕES COLABORATIVAS DE FORMAÇÃO CONTINUADA DE  
EDUCADORES MATEMÁTICOS: SABERES CONSTITUÍDOS E  
MOBILIZADOS**

Tese de doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor(a) em Educação Matemática.

**BANCA EXAMINADORA**

Profa. Dra. Sueli Liberatti Javaroni  
FC/UNESP/ BAURU (SP)

Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi  
IGCE/UNESP/Rio Claro (SP)

Profa. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin  
IGCE/UNESP/Rio Claro (SP)

Profa. Dra. Adair Mendes Nacarato  
Universidade São Francisco/Campinas (SP)

Profa. Dra. Celi Aparecida Espasandin Lopes  
Universidade Cruzeiro do Sul/São Paulo (SP)

Rio Claro, SP, 08 de fevereiro de 2018.

RESULTADO: APROVADA.

## DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha amada família: Tina, Rui, Marcelo, Lili e Nina.

## **AGRADECIMENTO**

Agradeço a Deus por me providenciar o necessário para o desenvolvimento deste trabalho;

A minha família por todo o suporte, em especial, meus pais, Rui e Tina, meu marido, Marcelo, nossas “filhas” Lili e Nina, demais parentes e amigos queridos;

A minha orientadora Profa. Dra. Sueli Liberatti Javaroni, por contribuir com esse trabalho, com minha jornada na pesquisa, pela confiança e pela amizade;

Ao Prof. Dr. Jaime Maria Monteiro de Carvalho e Silva, pela realização do estágio doutoral em Coimbra;

Aos membros da banca, Profa. Dra. Adair Mendes Nacarato, Profa. Dra. Celi Aparecida Espasandin Lopes, Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempì, Profa. Dra. Rosana Giarretta Sguerra Miskulin e Profa. Dra. Sueli Liberatti Javaroni, pela leitura cuidadosa e pelas contribuições que me possibilitaram ir além do desfecho desse trabalho;

Aos amigos do GPIMEM, pelas contribuições com esse trabalho, pela colaboração profissional e também pessoal, por todo o carinho e acolhimento, principalmente nos momentos mais difíceis que enfrentei nessa jornada acadêmica;

Aos amigos e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) por todo suporte e pela colaboração, em especial à Inajara, à Elisa, à Ana e à Alessandra;

Em particular, aos queridos amigos do PPGEM: Sueli, Francisca, Regis, Miliam, Kleyton, Patricia Peralta, Paula, Luana, Tiago, Maltempì, Ana Paula, Vanessa Oechsler, Lahis, Daiane, Hannah, Nilton, Bárbara, Marcelo Borba, Liliane, Lucas Mazzi, Patricia Fasseira, Laís, Eliel, Fábio, Sandro, Dete, Anderson, Rejane Faria, Fabian, Érica Rosa, Alex, Zaqueu, Amanda, Bruno Leite, Juliana, Nanda Malinosky, Taís Barbariz, Daniel, Helber, Rejane, Rúbia, Denival, Ana Karina, Marcelo Batista, Cida, Vinícius Sanches Tizzo e Mone.

Ao suporte financeiro da CAPES, no primeiro ano de doutorado.

Ao suporte financeiro da FAPESP<sup>1</sup>, do segundo até o último ano desse trabalho.

---

<sup>1</sup> Bolsista de doutorado da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processo nº 2014/27166-9. As opiniões, hipóteses e conclusões ou recomendações expressas neste material são de responsabilidade da autora, e não necessariamente refletem a visão da FAPESP.

“O fruto do silêncio é a oração. O fruto da oração é a fé. O fruto da fé é o amor. O fruto do amor é o serviço. O fruto do serviço é a paz”  
(MADRE TERESA DE CALCUTÁ).

## RESUMO

Essa tese apresenta uma pesquisa que teve o objetivo de investigar os saberes constituídos e mobilizados em duas ações colaborativas de formação continuada de professores de Matemática, voltadas para o estudo de conteúdos matemáticos articulados ao *software* GeoGebra. Especificamente, buscou-se entender os elementos que levaram alguns dos professores que participaram de uma das ações, a aplicarem atividades com esse *software* dentro de seus contextos de trabalho, de forma articulada ao currículo do Estado de São Paulo. Ademais, essa pesquisa seguiu uma abordagem metodológica qualitativa. Foram realizadas duas ações de formação continuada, sendo uma realizada na cidade de Bauru/SP (Brasil) e a outra na cidade de Coimbra (Portugal). Essas ações compuseram o cenário de pesquisa do trabalho. Os procedimentos metodológicos utilizados foram: filmagens de todos os encontros das duas ações; aplicação de atividades matemáticas nesses dois contextos; escrita de diários de campo; e aplicação de questionários. Desse modo, os dados são compostos por: videograções; respostas dos questionários; observações dos diários de campo; atividades matemáticas realizadas pelos professores em ambas as ações. Como resultado, evidenciou-se que o ambiente colaborativo que se consolidou ao longo da realização e análise das atividades desenvolvidas nessas ações, junto com a dinâmica flexível que se estabeleceu em ambas, possibilitaram a manifestação de diferentes pensamentos entre os educadores matemáticos envolvidos, tanto os professores quanto os pesquisadores da equipe proponente dessas ações, culminando na constituição ou na transformação de saberes, que se referiram à aprendizagem sobre distintas funcionalidades do GeoGebra, sobre relações matemáticas não antes aprofundadas, e sobre a produção de novas atividades. Além disso, culminaram na mobilização desses saberes, que se refere à aplicação de atividades com esse *software* nas salas de aula de alguns desses professores, que por sua vez, está também relacionada a fatores externos às ações, como o apoio das equipes gestoras das respectivas escolas em que atuavam.

**Palavras-chave:** Atividades matemáticas. Acesso Escola. GeoGebra. Formação continuada de professores de Matemática. Mapeamento. OBEDUC.

## ABSTRACT

This thesis presents a research that had the objective of investigating the knowledge constituted and mobilized in two collaborative actions of continuing education of Mathematics teachers, focused on the study of mathematical contents articulated to GeoGebra *software*. Specifically, it was sought to understand the elements that led some of the teachers who participated in one of the actions, to apply activities with this *software* within their work contexts, in an articulated way to the curriculum of the State of São Paulo. Furthermore, this research follows a qualitative approach. Two actions of continuing education were carried out, one held in the city of Bauru / SP (Brazil) and the other in the city of Coimbra (Portugal). These actions composed the research landscape of this work. The methodological procedures used were: filming of all the meetings of the two actions; application of mathematical activities in these two contexts; writing of field diaries; application of questionnaires. Thus, the data consists of: video recordings; questionnaire responses; observations of the field diaries; mathematical activities performed by teachers in both actions. As a result, it was evidenced that the collaborative environment that was consolidated during the accomplishment and analysis of the activities developed in these actions, together with the flexible dynamics established in both, allowed the manifestation of different thoughts among the mathematical educators involved, both the teachers as well as the researchers of the proponent team of these actions, culminating in the constitution or transformation of knowledge, which referred to the learning about different functionalities of GeoGebra, about mathematical relations not previously deepened, and about the production of new activities. In addition, they culminated in the mobilization of these knowledge, which refers to the application of activities with this *software* in the classrooms of some of these teachers, which in turn, is also related to factors external to the actions, such as the support of the management teams of the respective schools in which they acted.

**Keywords:** Math activities. ACESSA Escola. GeoGebra. Continuing education of mathematics teachers. Mapeamento, OBEDUC.

## LISTA DE FIGURAS

|                                                                                                                          |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 1 – Institutos internacionais do GeoGebra .....                                                                   | 42  |
| Figura 2 - Tela inicial do GeoGebra (versão 5.0) .....                                                                   | 42  |
| Figura 3 – <i>Layout</i> do BlueLab .....                                                                                | 114 |
| Figura 4 – Construção do retângulo no GeoGebra .....                                                                     | 118 |
| Figura 5 – Tela do GeoGebra mostrando a figura deformada.....                                                            | 120 |
| Figura 6 - Construção do ciclo trigonométrico na atividade desenvolvida em Bauru .....                                   | 122 |
| Figura 7 - Atividade ciclo trigonométrico reformulada .....                                                              | 123 |
| Figura 8 - Reconstrução do ciclo e funções trigonométricas após sugestão de Ruth .....                                   | 124 |
| Figura 9 - Construção das funções trigonométricas seno, cosseno e tangente a partir da função “rastro” no Geogebra. .... | 125 |
| Figura 10 - Atividade de soma dos ângulos internos de um polígono .....                                                  | 128 |
| Figura 11 - Pentágono DEFGH .....                                                                                        | 130 |
| Figura 12 - Triângulo FGH.....                                                                                           | 131 |
| Figura 13 - Triângulo EFG.....                                                                                           | 132 |
| Figura 14 - Construção no Geogebra da atividade adaptada por Laura .....                                                 | 134 |
| Figura 15 - Construção da trajetória do vértice da parábola com variação de parâmetro $a$ .....                          | 136 |
| Figura 16 - Situação no GeoGebra que retrata a conjectura de Gisele.....                                                 | 137 |
| Figura 17 - Foto do caderno de anotações de Raquel e Gisele .....                                                        | 140 |
| Figura 18 – Tela do GeoGebra mostrando o comando booleano vinculado aos valores das funções trigonométricas .....        | 143 |
| Figura 19 – Tela do GeoGebra mostrando a atividade de adição de frações .....                                            | 145 |
| Figura 20 - Tela do GeoGebra com atividade adaptada pela professora Ruth .....                                           | 147 |
| Figura 21 - Abordagem da soma de frações por meio da fórmula LaTeX .....                                                 | 148 |
| Figura 22 – Tela do Geogebra mostrando a atividade de frações.....                                                       | 148 |
| Figura 23 - Tentativas de adaptação na atividade.....                                                                    | 150 |
| Figura 24 – Encaminhamento que Laura e Paula deram à atividade.....                                                      | 151 |
| Figura 25 - Abordagem de Laura e Paula, realizada por meio da funcionalidade texto .....                                 | 152 |
| Figura 26 - Etapas da atividade da construção do triângulo retângulo.....                                                | 154 |
| Figura 27 - Versão original da atividade de Pitágoras com números inteiros.....                                          | 155 |
| Figura 28 – Tela que mostra a figura deformada por causa da falta de sincronização entre os controles deslizantes .....  | 157 |
| Figura 29 - Arquivos com as atividades adaptadas compartilhados no fórum .....                                           | 160 |
| Figura 30 - Atividade sobre condições de existência de triângulos (APÊNDICE M).....                                      | 161 |
| Figura 31 - Adaptação criada por Laura e Paula.....                                                                      | 162 |
| Figura 32 - Solução que mostra a construção que sugerimos a Rodrigo .....                                                | 165 |
| Figura 33 - Atividade de sistemas lineares do material didático do 8º ano.....                                           | 166 |
| Figura 34 – Tela do GeoGebra mostrando a abordagem elaborada por Lauro e Olavo .....                                     | 176 |
| Figura 35 – Tela do GeoGebra mostrando a aparência do sólido quando o rastro do triângulo está habilitado .....          | 177 |
| Figura 36 - Cone gerado a partir do rastro do segmento externo.....                                                      | 178 |

|                                                                                         |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 37 - Roteiro de atividade elaborada e aplicada em sala de aula por Rodrigo ..... | 191 |
| Figura 38 - Foto da turma do professor Rodrigo no Laboratório de Informática.....       | 192 |
| Figura 39 – Estudantes no laboratório de informática .....                              | 193 |
| Figura 40 – Ilustração das habilidades desenvolvidas pelo professor Rodrigo .....       | 196 |
| Figura 41 - Trabalho final de Laura, Carine e Paula.....                                | 198 |
| Figura 42 - Continuação da atividade de Laura, Carine e Paula .....                     | 198 |
| Figura 43 - Continuação da atividade.....                                               | 199 |
| Figura 44 - Continuação da atividade.....                                               | 199 |
| Figura 45 - continuação da atividade .....                                              | 200 |
| Figura 46 - Proposta de atividade de Susana .....                                       | 204 |
| Figura 47 - Proposta de atividade sobre Sistemas Lineares de Susana .....               | 205 |
| Figura 48 - Questões que fizeram parte da proposta de Susana e Letícia. ....            | 206 |

### **LISTA DE QUADROS**

|                                                                     |     |
|---------------------------------------------------------------------|-----|
| Quadro 1 - Informações sobre os professores do curso de Bauru ..... | 95  |
| Quadro 2 - Formação dos professores do curso de Coimbra.....        | 106 |

## LISTA DE SIGLAS

APEOESP – Sindicato dos Professores do Ensino Oficial do Estado de São Paulo  
APM – Associação de Professores de Matemática  
AVA – Ambiente Virtual de Aprendizagem  
CAD – Computer Aided Design  
CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior  
DE – Diretoria de Ensino  
EaD – Educação a Distância  
EF II – Ensino Fundamental II  
EFAP – Escola de Formação e Aperfeiçoamento dos Professores do Estado de São Paulo  
EJA – Educação de Jovens e Adultos  
ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática  
EVA – Espuma Vinílica Acetinada  
FAPESP – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo  
FDE – Fundação para o Desenvolvimento da Educação  
GdS – Grupo de Sábado  
GEPFPM – Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Formação de Professores de Matemática  
GPIMEM – Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática  
GT – Grupo de Trabalho  
HTPC – Hora de Trabalho Pedagógico Coletivo  
IC – Iniciação Científica  
IGCE – Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE)  
IGI – International GeoGebra Institute  
IMP – Interactive Mathematics Program  
INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira  
MCEO – Materiais Curriculares Educativos *Online*  
MEC – Ministério da Educação  
MMC – Mínimo Múltiplo Comum  
OBEDUC – Observatório da Educação  
PA – Professor Auxiliar  
PCNP – Professor Coordenador do Núcleo Pedagógico  
PEB II – Professor de Educação Básica II  
PIBID – Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência  
PMI – Programa de Matemática Interativa  
PPGEM – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática  
PUC – Pontifícia Universidade Católica  
SARESP – Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo  
SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática  
SEESP – Secretaria da Educação do Estado de São Paulo  
SIEM - Seminário em Investigação em Educação Matemática  
SIPEM – Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática  
SPM – Sociedade Portuguesa de Matemática  
TD – Tecnologias Digitais  
TIC – Tecnologias da Informação e Comunicação  
TICEduca – Congresso Internacional TIC e Educação  
UFSCar – Universidade Federal de São Carlos

UNESP – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”

UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas

USP – Universidade de São Paulo

## SUMÁRIO

|                                                                                                                         |            |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>1 INTRODUÇÃO .....</b>                                                                                               | <b>15</b>  |
| 1.1 Trajetória da pesquisa .....                                                                                        | 15         |
| 1.2 Seções que compõem essa tese .....                                                                                  | 20         |
| <b>2 FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA .....</b>                                                         | <b>22</b>  |
| 2.1 A problematização de ações de formação continuada de professores de Matemática.....                                 | 22         |
| 2.2 Cursos com foco nas TD .....                                                                                        | 29         |
| <b>3 O GEOGEBRA E O PROJETO MAPEAMENTO.....</b>                                                                         | <b>41</b>  |
| 3.1 O GeoGebra em foco: um breve histórico .....                                                                        | 41         |
| 3.2 Os educadores matemáticos e o GeoGebra .....                                                                        | 44         |
| 3.3 Resultados apontados pelo projeto Mapeamento.....                                                                   | 49         |
| <b>4 REFERENCIAL TEÓRICO.....</b>                                                                                       | <b>57</b>  |
| 4.1 Pensamento, conhecimento e experimentação com tecnologias na Educação Matemática.....                               | 57         |
| 4.2 Saberes dos professores, formação continuada com TD, o trabalho colaborativo e a insubordinação criativa .....      | 68         |
| 4.3 Entrelaçamento das ideias .....                                                                                     | 84         |
| <b>5 METODOLOGIA DE PESQUISA.....</b>                                                                                   | <b>88</b>  |
| 5.1 Metodologia de Pesquisa Qualitativa .....                                                                           | 88         |
| 5.2 – Procedimentos metodológicos .....                                                                                 | 89         |
| 5.2.1 O projeto Mapeamento.....                                                                                         | 89         |
| 5.2.2 O curso “Currículo no ensino fundamental II e atividades matemáticas com softwares: articulações possíveis” ..... | 91         |
| 5.2.3 Os participantes, a equipe proponente e as expectativas .....                                                     | 93         |
| 5.2.4 O curso “Atividades com GeoGebra nas aulas de Matemática” .....                                                   | 102        |
| 5.2.5 Os participantes, a equipe proponente, e as expectativas .....                                                    | 105        |
| 5.2.6 Fonte de dados e Procedimentos de análise .....                                                                   | 108        |
| <b>6 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS.....</b>                                                                          | <b>112</b> |
| 6.1 Colaboração entre os envolvidos nos cursos .....                                                                    | 112        |
| 6.2 Pensamentos manifestados nas duas ações .....                                                                       | 133        |
| 6.3 Saberes transformados e constituídos .....                                                                          | 166        |
| 6.4 Enfrentando nossas zonas de risco: saberes mobilizados .....                                                        | 180        |
| <b>7 REFLEXÕES FINAIS DA PESQUISA .....</b>                                                                             | <b>208</b> |
| 7.1 Articulando os temas .....                                                                                          | 208        |

|                                                                                               |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 7.2 Expectativas oriundas desse estudo.....                                                   | 219 |
| REFERÊNCIAS.....                                                                              | 223 |
| APÊNDICE A – ROTEIRO – ATIVIDADE COM FUNÇÃO AFIM NO GEOGEBRA.....                             | 231 |
| APÊNDICE B – ROTEIRO – ATIVIDADE PERÍMETRO DO RETÂNGULO.....                                  | 233 |
| APÊNDICE C - ROTEIRO – ATIVIDADE COM FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS<br>NO GEOGEBRA .....             | 235 |
| APÊNDICE D – ATIVIDADE – CONSTRUÇÃO DE FIGURAS PLANAS E<br>DEDUÇÃO DE PERÍMETROS E ÁREAS..... | 237 |
| APÊNDICE E – ROTEIRO – ATIVIDADE CICLO TRIGONOMÉTRICO.....                                    | 242 |
| APÊNDICE F – ATIVIDADE – SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM<br>POLÍGONO .....                    | 246 |
| APÊNDICE G - ROTEIRO – TEOREMA DE PITÁGORAS.....                                              | 248 |
| APÊNDICE H – ROTEIRO – ESTUDO DAS FUNÇÕES QUADRÁTICAS.....                                    | 252 |
| APÊNDICE I – ROTEIRO – ATIVIDADE COM RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS<br>NO TRIÂNGULO RETÂNGULO ..... | 255 |
| APÊNDICE J – ROTEIRO – CONE E CILINDRO DE REVOLUÇÃO .....                                     | 257 |
| APÊNDICE L – ATIVIDADE – TEOREMA DE PITÁGORAS COM NÚMEROS<br>INTEIROS .....                   | 262 |
| APÊNDICE M - ROTEIRO – ATIVIDADE SOBRE CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA DE<br>TRIÂNGULOS.....           | 267 |
| APÊNDICE N – ATIVIDADE – SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES DE DUAS<br>INCÓGNITAS.....              | 270 |
| APÊNDICE O – ATIVIDADE DE CICLO TRIGONOMÉTRICO ABORDADA EM<br>BAURU.....                      | 272 |
| APÊNDICE P - TEOREMA DE PITÁGORAS: ATIVIDADE APRIMORADA .....                                 | 275 |
| APÊNDICE Q – ATIVIDADE DE CONE E CILINDRO DE REVOLUÇÃO 3D.....                                | 278 |

## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 Trajetória da pesquisa

A trajetória dessa pesquisa começa antes mesmo de 2014, meu ano de ingresso no doutorado dentro do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM), do Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), de Rio Claro. Isso acontece porque esta trajetória está diretamente relacionada a minha própria jornada acadêmica e profissional. Em 2003, me licenciiei em Matemática pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), e nos dois anos seguintes lecionei na Educação Básica, em escolas públicas e particulares, ministrando aulas para os anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, e também para um curso pré-vestibular.

Entre os anos de 2005 e 2009 trabalhei na *IBM*<sup>2</sup>, multinacional norte-americana do ramo da informática, e na *Lenovo Group Ltd.*<sup>3</sup>, multinacional chinesa também do ramo da informática, prestando serviços administrativos nas áreas de faturamento, operações fiscais, realização e acompanhamento de ordens de serviço de clientes brasileiros, canadenses e norte-americanos. No ano de 2009 resolvi retomar meus estudos para voltar a trabalhar dentro da minha área de formação, então ingressei, como aluna especial, no PPGEM, participando de duas disciplinas, sendo uma delas, a de Tendências em Educação Matemática, ministrada pelo Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba. Essa disciplina me inspirou o interesse em pesquisar sobre as tecnologias na Educação Matemática.

Assim, nos anos de 2010 e 2011, continuei fazendo disciplinas no PPGEM, ainda como aluna especial, e retornei à sala de aula, passando a lecionar em uma escola particular da cidade de Piracicaba (São Paulo), onde sou naturalizada. No ano de 2012 ingressei no mestrado, dentro desse mesmo programa, sendo orientada pela Profa. Dra. Sueli Liberatti Javaroni, com a pesquisa intitulada “A comunicação em uma disciplina de Introdução a Estatística: um olhar sob a formação inicial de professores de Matemática a distância” (ZAMPIERI, 2013), que fez parte de um projeto temático coordenado pelo Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba, cujo título é “Interação e Tecnologias da Informação e Comunicação: licenciaturas em Matemática a distância”.

---

<sup>2</sup> Internacional Business Machines, <https://www.ibm.com/br-pt/> . Último acesso em 29.05.2017.

<sup>3</sup> <http://www.lenovo.com/BR/pt/> . Último acesso em 29.05.2017.

Quando estava finalizando o primeiro ano do mestrado, no segundo semestre de 2012, surgiu a oportunidade para a Profa. Dra. Sueli Liberatti Javaroni, de elaborar um projeto para submissão em atendimento ao edital 049/2012/INEP/CAPES, do Programa Observatório da Educação (OBEDUC). Assim, junto com outros membros do grupo de pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM<sup>4</sup>), do qual fazemos parte, passamos a debater ideias para definir o objetivo central do projeto em consonância com o tema e com o próprio foco de pesquisa do grupo, chegando então ao seguinte consenso: investigar como está se dando o uso das tecnologias da informação e comunicação (TIC) nas aulas de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental.

Em seguida, tivemos que pensar e definir o contexto do projeto, e então, pelo fato da professora Sueli e os possíveis colaboradores do projeto estarem situados no Estado de São Paulo, optou-se por trabalhar dentro desse mesmo estado. Mas ainda era preciso estreitar esse contexto, para que o projeto de fato fosse exequível. Assim, emergiu a ideia de atuar nas cidades que tinham campus da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), e que estivessem localizadas em diferentes pontos do Estado, para possibilitar, ao final do projeto, um panorama geral sobre o uso das TIC.

Desse modo, optou-se por investigar as regiões no entorno das cidades de Bauru, Guaratinguetá, Limeira, Presidente Prudente, Registro e São José do Rio Preto. A única cidade que não tem campus da UNESP é Limeira, mas está próxima a Rio Claro, onde há um campus. Além desse motivo, a escolha por essas cidades se pautou também na possibilidade de se estabelecer parcerias com as respectivas Diretorias de Ensino (DE), uma vez que as pesquisas vinculadas ao projeto precisariam de autorização das DE para adentrar nas escolas. E no caso de Rio Claro, as escolas respondem à DE de Limeira, o que contribuiu também para a decisão de ter esta última cidade como uma das escolhidas ao invés da primeira.

Assim, no ano seguinte o projeto ora submetido ao edital 49/2012 foi aprovado sob o número 16429, e entrou em vigência sendo denominado *Mapeamento do uso das tecnologias de informação nas aulas de Matemática do Estado de São Paulo*<sup>5</sup>. Tal projeto passou a integrar então pesquisas de iniciação científica, mestrado e

---

<sup>4</sup> <http://igce.rc.unesp.br/#!/gpimem> . Último acesso em 11.07.2016.

<sup>5</sup> Pensando na fluidez do texto, me refiro a esse projeto, na maioria das vezes, apenas como Mapeamento.

doutorado, contando não somente com a colaboração desses pesquisadores, mas também com alguns professores de distintos campi da UNESP, e também com professores da rede pública estadual paulista. Embora minha pesquisa de mestrado (ZAMPIERI, 2013) fizesse parte de outro projeto temático dentro do GPIMEM, como já mencionado, eu era também colaboradora do projeto Mapeamento. Assim, me envolvi com este projeto desde o seu planejamento, e então, interessei-me em continuar colaborando com o seu desenvolvimento, dando continuidade também aos meus estudos acadêmicos.

Assim, iniciei meu doutoramento em 2014, sob orientação da Profa. Dra. Sueli Liberatti Javaroni, após ter sido aprovada no processo seletivo do PPGEM, Programa no qual também desenvolvi o mestrado. E então, a minha pesquisa passou a ser parte integrante do projeto Mapeamento, o qual, por sua vez, além de ter o objetivo central anteriormente mencionado, passou a ter o propósito de fomentar ações de formação continuada em algumas das regiões em que se insere, com o propósito de fomentar o uso das tecnologias digitais (TD). Desse modo, no início do doutoramento, já tivemos a oportunidade de desenvolver o primeiro curso de formação continuada na Diretoria de Ensino de Bauru, e, posteriormente, estabelecemos também uma parceria internacional com o Prof. Dr. Jaime Maria Monteiro de Carvalho e Silva, da Universidade de Coimbra, e então tivemos a oportunidade de desenvolver outro curso, dessa vez na cidade de Coimbra. Dessa forma, a minha pesquisa de doutorado ficou contextualizada nessas duas cidades.

Diante disso, em meio ao planejamento e desenvolvimento de tais cursos, e em meio às leituras que fiz, e ao refletir acerca dos dados produzidos, a pergunta que norteou a pesquisa aqui relatada findou-se da seguinte forma: *que saberes foram constituídos e mobilizados em duas ações colaborativas de formação continuada, voltadas para o estudo de conteúdos matemáticos articulados ao GeoGebra*<sup>6</sup>?

Justifico o uso desse termo, “ações colaborativas”, porque refiro-me às etapas de planejamento e desenvolvimento dos dois cursos, em que a colaboração se fez presente em ambas as fases, sendo evidenciada, principalmente, em quatro dimensões: entre os colaboradores do projeto Mapeamento ao longo da fase de planejamento de ambas; entre os membros da equipe proponente de ambos os cursos, principalmente durante o desenvolvimento de cada um; entre os professores

---

<sup>6</sup> <https://www.geogebra.org/> . Último acesso em 13.12.2017.

cursistas; e entre a equipe proponente e os professores, ao longo das fases de desenvolvimento (JAVARONI; ZAMPIERI, 2015).

Além disso, ressalto que a pesquisa focalizou a constituição e a mobilização de saberes que emergiram na coletividade de pensamentos manifestados em ambas as ações, as quais foram compostas por educadores matemáticos de distintos níveis de escolaridade (incluindo os pesquisadores proponentes das ações, que também considero como sujeitos de pesquisa), com o intuito de estudar atividades matemáticas de caráter experimental com o GeoGebra. Nesse sentido, o propósito dessa pesquisa foi buscar por indícios de tais saberes e destacá-los, tanto aqueles que foram constituídos durante a temporalidade das ações, quanto os que foram mobilizados para além da proposta que as caracterizaram. Logo, o foco dessa pesquisa é epistemológico.

Sobre o termo “saberes”, apoio-me em Tardif (2000) que os define como conhecimentos, atitudes ou aptidões que os profissionais de fato fazem uso em sua profissão. No entanto, segundo esse autor, tais saberes são temporais e situados, além de serem indissociáveis das vivências particulares de cada um. Portanto, ao longo da carreira de cada professor ou pesquisador, tais saberes são construídos e transformados de acordo com as vivências e circunstâncias em que esses profissionais vivem e atuam.

Diante disso, nosso interesse dentro dessa pesquisa se concentra na análise da manifestação dos saberes que foram constituídos dentro das duas ações colaborativas, tendo eles sido originados lá por meio da aprendizagem mútua entre os envolvidos ao longo do desenvolvimento das atividades com o GeoGebra, ou que tenham sido fruto da transformação de saberes prévios. Ainda, se concentra em explicitar aqueles que foram mobilizados, ou seja, que refletiram em práticas na sala de aula, na temporalidade em que ocorreram as ações, sendo também fruto de colaboração dentro da escola, em particular, por parte da gestão.

Assim, esses saberes que buscamos destacar estão relacionados com as circunstâncias que ocorreram durante a periodicidade de cada ação, tais como: o modo como os professores interagiram entre si, com os pesquisadores proponentes das ações e com o próprio *software*, aprendendo mutuamente, a fim de realizar e avaliar as abordagens e os conteúdos de cada atividade com o GeoGebra; o modo como eles se posicionaram ao refletir sobre utilizá-lo em suas respectivas salas de

aula; a decisão de preparar suas próprias atividades e aplicá-las com seus alunos; e os enfrentamentos que tiveram que mobilizar por causa dessa última decisão.

A partir desses esclarecimentos, vale mencionar que a escrita dessa tese foi sendo consolidada dia após dia, em meio a muitas leituras, ao longo da análise dos dados do curso de Bauru, ao longo da minha estadia em Coimbra, e posteriormente, durante a análise de todos esses dados. Então há muitos aspectos subjetivos presentes nessa pesquisa, que tiveram início nas primeiras inquietações que me conduziram, e que culminaram na pergunta diretriz. Isso não significa que eu não tenha seguido critérios específicos para realizar esse trabalho. Significa apenas que não considero possível me desvincular do rumo tomado nessa pesquisa, uma vez que ela está imbricada às minhas vivências.

Assim como Bicudo (1993), considero essencial para o desenvolvimento de uma pesquisa científica, elementos como: pergunta diretriz, rigor, cuidado e sistematicidade nos procedimentos metodológicos. Essa autora também defende a importância de que a pergunta de pesquisa faça sentido para o pesquisador, “porém para um pesquisador que nunca está só, já é sempre com o outro, com as pesquisas já elaboradas, com o contexto social onde está, com a região de inquérito onde o significado é tecido onde a generalização se esboça” (BICUDO, 1993, p. 19).

Desse modo, embora essa tese se refira à pesquisa de doutorado desenvolvida por mim e esteja impregnada com minha visão de mundo, estando diretamente atrelada ao contexto social em que estou inserida, eu não estive só ao longo de todo esse período. Ou seja, dialoguei com outros textos, dialoguei com muitas pessoas, principalmente com minha orientadora, com os colaboradores do projeto Mapeamento, com os demais membros do GPIMEM, com colegas do PPGEM, com os professores que participaram da pesquisa, com o meu supervisor do estágio em Coimbra, entre outros.

Assim, no decorrer dessa tese, a escrita se dará na primeira pessoa do singular, quando as situações descritas foram analisadas por mim, e quando posiciono-me o criticamente. Mas em alguns momentos, a escrita também se dará na primeira pessoa do plural, em particular nos momentos em que descrevo o planejamento do curso, que envolveu os demais colaboradores do projeto Mapeamento, e também quando trato de situações específicas na seção de análise dos dados, ao descrever os debates envolvidos no curso com os professores. Diante do exposto, na subseção seguinte descrevo sucintamente as seções que compõem essa tese.

## 1.2 Seções que compõem essa tese

O presente trabalho está dividido em sete seções, sendo essa a primeira, na qual apresento minha trajetória de pesquisa, bem como a apresentação da composição da tese. Na segunda seção, “Formação continuada de professores de Matemática”, dialogo primeiramente com pesquisas que problematizam a realização de ações de formação continuada de professores de Matemática. Na sequência, discorro sobre esse tema de forma mais específica, voltado para o uso das tecnologias digitais, detalhando o desenvolvimento de alguns cursos que foram frutos ou de parceria escola-universidade ou por iniciativas governamentais.

Na terceira seção, “O GeoGebra e o projeto Mapeamento”, traço um panorama histórico acerca desse *software*, articulando pesquisas que destacam a expansão do interesse por tal *software* dentro do contexto educacional em nível mundial. Em seguida, dialogo com outras pesquisas, ressaltando um movimento evolutivo do *software*, que inicialmente tinha o foco mais voltado para a exploração de conteúdos geométricos no plano, e atualmente vem sendo considerado um ambiente de aprendizagem. Finalizando essa subseção, faço um contraponto com a subseção anterior, ao reiterar que mesmo com todo o potencial do GeoGebra, ele ainda é pouco utilizado nas escolas porque os laboratórios de informática também são pouco utilizados. Baseio-me então em resultados recentes apontados pelo projeto Mapeamento para fazer esse contraponto, e finalmente justifico a relevância da minha pesquisa, dentro da área de conhecimento em que ela está inserida.

Na quarta seção, “Referencial Teórico”, trago esse referencial, que está ancorado nas ideias de: estilos de pensamento distintos gerados pela interação com diferentes tecnologias intelectuais (LEVY, 1999); abordagem experimental-com-tecnologia (BORBA; VILLARREAL, 2005); zonas de risco e zonas de conforto (BORBA; PENTEADO, 2010); saberes docentes e epistemologia da prática profissional (TARDIF, 2000); formação de professores voltadas para o uso das tecnologias digitais (MALTEMPI, 2008; ROSA; PAZUCH; VANINI, 2012); colaboração, insubordinação criativa e práticas de resistência (FIORENTINI, 2004; D’AMBROSIO; LOPES, 2015; GAMA; FIORENTINI, 2009; GUTIERREZ, 2016; NACARATO, 2016). Na sequência, articulo essas ideias, e então posiciono-me criticamente diante delas, e finalmente consolido o meu aporte teórico.

Na quinta seção, “Metodologia de Pesquisa”, justifico a escolha por essa abordagem e apresento os procedimentos metodológicos utilizados. Além disso, discorro com mais detalhes acerca do projeto Mapeamento. Na sequência, descrevo a primeira ação que faz parte do meu cenário de pesquisa, que é o curso “Currículo no ensino fundamental II e atividades matemáticas com *softwares*: articulações possíveis”, destaco quem eram os participantes e a equipe proponente desse curso. Em seguida, faço o mesmo em relação à outra ação, o curso “Atividades com GeoGebra nas aulas de Matemática”. Finalizo a seção detalhando a fonte de dados e os procedimentos de análise.

Na sexta seção, “Apresentação e Análise dos dados”, apresento esses dados, dialogando com o referencial apresentado na quarta seção. Os eixos que emergiram nessa análise foram: *colaboração entre os envolvidos nos cursos: pensamentos manifestados nas duas ações; saberes transformados e constituídos; enfrentando nossas zonas de risco: saberes mobilizados*.

Na sétima seção, “Reflexões Finais da Pesquisa”, faço uma articulação desses eixos e destaco os fatores que levaram alguns professores do curso realizado em Bauru a desenvolverem atividades com GeoGebra em suas aulas. Na sequência, levanto possibilidades de pesquisas futuras, devido às inquietações que surgiram ao longo do desenvolvimento do trabalho aqui apresentado.

Por fim, teço algumas considerações finais sobre esse trabalho, deixando um convite à leitura, para que outras ideias possam surgir, e, preferencialmente, serem colocadas em prática.

## **2 FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

Um dos temas que constituem esse presente trabalho é a formação continuada de professores de Matemática, mais especificamente, as ações voltadas para esse fim. Assim, nas seções seguintes dialogo com algumas pesquisas que abarcam essa temática, finalizando com uma literatura sobre cursos voltados para o uso das TD.

### **2.1 A problematização de ações de formação continuada de professores de Matemática**

Há mais de duas décadas que a formação de professores de Matemática vem sendo um tema de grande interesse dentro do âmbito da Educação Matemática. Um fato que mostra isso, segundo Albuquerque e Gontijo (2013), foi a criação do Grupo de Trabalho (GT) dentro da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), “o qual congrega pesquisadores de programas de pós-graduação em educação e em educação matemática, entre outros membros, dedicados a investigar a formação e o desenvolvimento profissional do professor que ensina matemática” (ALBUQUERQUE; GONTIJO, 2013, p. 76).

Para esses autores, tanto a formação inicial, quanto a continuada, devem propiciar a construção de saberes docentes de modo que eles articulem a experiência de vida do professor com seus conhecimentos provenientes da formação. Devido a isso, eles pontuam sobre a importância das pesquisas que abordam temas sobre conhecimentos dos professores, programas e projetos de formação de professores e trabalho colaborativo, “pois a área em que se inserem é um dos campos da educação básica no qual há uma grande carência de professores” (ALBUQUERQUE; GONTIJO, 2013, p. 77).

Nesse mesmo sentido, mas abrangendo um contexto mais amplo, se deu a investigação de Fiorentini, Passos e Lima (2016), que realizaram um mapeamento acerca de pesquisas (dissertações e teses), realizadas entre 2001 e 2012 sobre essa temática de formação, tendo como cenários as regiões brasileiras. No capítulo final desse livro, Nacarato et al. (2016) apresentam uma síntese dos resultados desse mapeamento, articulando os capítulos anteriores, os quais trouxeram as discussões de cada cenário investigado, e então tecem um panorama geral acerca dessa área de pesquisa, apontando algumas lacunas emergentes.

Um primeiro apontamento realizado pelas autoras foi sobre o crescimento no número de programas de pós-graduação no Brasil, ao longo desse período analisado, bem como o crescimento no percentual de mestrados profissionais, tanto no âmbito do Ensino, quanto da Educação. Outro fato que lhes chamou a atenção foi no crescente número de orientações de pesquisas sobre esse tema.

Em relação às pesquisas que tem como foco a formação inicial, especificamente, as autoras apontam que há preocupações com o desenvolvimento profissional, formação e aprendizagem que permeiam a Graduação em Pedagogia e as Licenciaturas em Matemática. Ademais, há indícios que elucidam o interesse por programas ou projetos que ocorrem ao longo da formação inicial.

Os mapeamentos regionais apontam diferentes programas ou políticas específicas de formação docente, como: Pibid, cursos EaD, Curso Normal, cursos de extensão ou cursos/projetos mais pontuais, como: modelagem matemática, uso das TIC, laboratório de ensino, cursos de serviço, Didática da Matemática, dentre outros (NACARATO et al., 2016, p. 334).

Mesmo diante desses focos, dentro das pesquisas que versam sobre a formação inicial, as autoras pontuam algumas indagações que surgiram ao se debruçarem sobre o mapeamento dentro dessa área de investigação, tais como: quem seriam os formadores dos formadores? Ou seja, o que se discute acerca da formação dos professores que atuam na Pedagogia e nas Licenciaturas em Matemática?

Já em relação à formação continuada, elas relatam o predomínio de pesquisas que focalizam desenvolvimento profissional, formação e aprendizagem, bem como nos saberes e nas competências docentes. Destacam, ainda, que as pesquisas que retratam programas e cursos voltados para a formação foram, em sua maioria, desenvolvidas no Estado de São Paulo, principalmente àqueles vinculados a políticas de formação associadas ao município, ao estado e à federação, tais como: “Gestar, Mestrado Profissional, PDE, Pró-letramento, Teia do saber, entre outros” (NACARATO et al., 2016, p. 337).

Sobre esses temas que predominaram no Estado de São Paulo, as autoras relatam que, segundo os pesquisadores desse estado, essa modalidade de pesquisa pode ser entendida como “um espaço emergente de investigação em contextos de grupos colaborativos que congregam professores e futuros professores” (NACARATO et al., 2016, p. 339). Isto é, se refere a constituições de comunidades de aprendizagens mútuas, que oportunizam transformações na prática docente.

Em todas as regiões mapeadas, tanto na formação inicial quanto na continuada, há uma quantidade significativa de pesquisas que versam sobre competências e saberes docentes, segundo as autoras. No entanto, elas argumentam que há uma falta de pesquisas que discutam com profundidade sobre as condições de trabalho docente. Além disso, são levantados alguns questionamentos que surgiram após essa síntese de todo o mapeamento realizado: que elementos emergem como novos a partir dessas pesquisas? Como essas pesquisas influenciam as políticas públicas curriculares e de formação? Quais são as especificidades regionais dessas pesquisas? (NACARATO et al., 2016).

Contudo, elas reiteram que esses questionamentos estão inseridos na temporalidade dessas pesquisas, no período entre 2001 e 2012. Ou seja, passados esses anos, já podem ter ocorrido pesquisas a partir de então, que já preencheram as lacunas apontadas.

Um exemplo são as pesquisas sobre o programa Pibid, destacadas por várias regionais e que, certamente, provocarão alterações no quantitativo das pesquisas em contextos que relacionam formação inicial e continuada. Outro programa que também vem gerando um número significativo de pesquisas é o Observatório da Educação (NACARATO, et al., 2016, p. 349).

No meu modo de ver, essas pesquisas que foram e vêm sendo desenvolvidas após 2012, tanto sobre formação inicial quanto continuada, além de provocar a alteração quantitativa destacada pelas autoras, poderão provocar também alterações qualitativas sobre esse tema. Isto é, essas pesquisas, em particular as de grande envergadura como projetos temáticos vinculados aos programas públicos recém-mencionados, podem modificar as características desse mapeamento, mesmo que sutilmente, seja atenuando as lacunas em aberto, ou, ainda, aprofundando as reflexões, e apontando novas tendências dentro desse âmbito.

Por exemplo, a interdisciplinaridade é uma temática que já se consolidou dentro da Educação Matemática. No entanto, discussões mais aprofundadas sobre ela costumam ser realizadas, de modo geral, nas pesquisas dentro da Etnomatemática e da Modelagem Matemática. Isso ocorre naturalmente, uma vez que as perspectivas teóricas que sustentam essas pesquisas já trazem consigo a interdisciplinaridade como um de seus alicerces.

Entretanto, há pesquisadores que a destacam como um aspecto importante a ser levado em consideração, principalmente dentro da formação. Santos e Bicudo

(2015), por exemplo, realizaram um trabalho envolvendo professores de Artes e de Matemática. Elas ministraram um curso voltado para o ensino de Geometria, que propiciou o desenvolvimento de atividades que contemplaram estas duas disciplinas. O tema trabalhado nesse curso foi sobre pavimentações por polígonos regulares, cujo material utilizado foi um kit composto por polígonos de E.V.A.

Segundo as autoras, o trabalho com esse material foi importante na medida em que possibilitou que os professores intuíssem e testassem suas conjecturas. Ademais, segundo elas, o modo como foi conduzido esse trabalho no curso com os professores os levou a “analisarem possibilidades de agir na prática escolar, de forma integrada, porém com ações bem definidas, onde fica explícito, de modo contundente, que cada disciplina faz *a sua parte*” (SANTOS; BICUDO, 2015, p. 1339 – grifo das autoras).

Elas destacaram que, quando os professores se expressavam, eles se destacavam ou pelas singularidades de cada um, ou pela união delas, que constituía um coletivo, composto por especialistas de ambas as disciplinas. Os significados ressaltados e analisados nesse estudo, se manifestaram “nas trocas, estranhamentos, expectativas, consensos e discordâncias ocorridos, relacionados à característica interdisciplinar dos encontros, expondo distintas formas de conceber e abordar as atividades propostas” (SANTOS; BICUDO, 2015, p. 1339).

De acordo com as autoras, os professores ainda mencionaram diferentes formas de abordar as atividades que foram propostas, tendo como foco a geometria advinda das pavimentações, tais como: encaminhamentos para explorar a arte de forma criativa nas buscas pelas representações das soluções; possibilidades para a formalização matemática, etc.

No que tange às oportunidades oferecidas pelas políticas públicas aos professores, para refletirem acerca de sua prática escolar, Fiorentini e Crecci (2012) investigaram, baseados nos pontos de vista de professores de Matemática que lecionam na rede estadual pública paulista, as experiências que esses profissionais vivenciaram em cursos de formação continuada realizados pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEESP). Assim, foram aplicados questionários a 26 professores, com perguntas a respeito dos processos de formação continuada que eles haviam participado por meio dos cursos ofertados pela SEESP, e em demais grupos de estudos, fora ou dentro da escola.

Analisando as respostas, os autores apontam que, embora alguns professores mencionem contribuições para suas práticas em sala de aula, essas ações parecem

não favorecer a problematização de tais práticas e nem a desconstrução delas, as quais, por vezes são “mecânicas, conservadoras e naturalizadas pela tradição da cultura escolar” (FIORENTINI; CRECCI, 2012, p. 70). Assim, eles concluem que os professores consideram importantes a realização de reflexões e análise acerca de suas práticas, no que se refere a aprender e a ensinar Matemática nas escolas, principalmente quando ocorrem em grupos de estudos.

Além disso, os autores apontam que os professores “apresentam opiniões divergentes acerca dos cursos oferecidos pela SEESP, não percebendo, nestes cursos, uma instância problematizadora das práticas escolares vigentes” (FIORENTINI; CRECCI, 2012, p. 74). Isso ocorre, segundo eles, porque tais espaços não promovem, em sua totalidade, abordagens e reflexões que contemplem as necessidades e os interesses trazidos pelos professores. Tampouco, a hora de trabalho pedagógico coletivo (HTPC) lhes parece um espaço que não vem sendo devidamente aproveitado para essa finalidade.

Por outro viés, ao realizar uma pesquisa acerca de resultados do II SIPEM, realizado em 2003, Nacarato (2006) apontou divergências e convergências acerca de três elementos referentes ao tema de formação, sendo eles: o contexto de reformulação das Licenciaturas; a realidade dos cursos de Licenciaturas em Matemática; e as pesquisas nacionais sobre formação de professores. Para isso, a autora analisou os resultados apresentados em tal seminário, bem como as discussões provenientes do Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Formação de Professores de Matemática, referente a um grupo de pesquisa da Faculdade de Educação da Unicamp.

A autora conclui que, mesmo que as pesquisas acadêmicas ofereçam alternativas para lidar com alguns dos problemas referentes à formação de professores de Matemática, seja a inicial ou a continuada, os cursos de Licenciatura dificilmente dariam conta de propiciar ao formando os aportes necessários para lidar com todas as complexidades em relação à escola pública.

Esse fato, somado a ideia de que, na concepção da autora, os alunos chegam cada vez com mais defasagens de aprendizagem na graduação, então, muito da formação do professor caberá à formação continuada, culminando na necessidade de que “os projetos a ela direcionados rompam com a visão da racionalidade técnica, acreditando que basta retirar o professor da sala de aula para cursos de capacitação

para garantir que transformações sejam promovidas nas salas de aula” (NACARATO, 2006, p. 150).

Os grupos colaborativos, a meu ver, tem o potencial para romper com essa racionalidade técnica pontuada pela autora. Segundo Fiorentini (2004), esses grupos apresentam características como: voluntariedade entre todos os envolvidos; o desejo por autonomia e crescimento profissional; vontade de compartilhar experiências e saberes; liberdade para se expressar e disposição para ouvir críticas; respeito e confiança mútuos; e disposição para a produção de textos escritos e realização de estudos investigativos acerca da prática pedagógica de cada participante.

Um exemplo disso é o Grupo de Sábado (GdS), fundado em 1999. Nesse grupo, reúnem-se pós-graduandos e formadores da Universidade, futuros professores e professores da Educação Básica, “interessados em estudar, compartilhar, discutir, investigar e escrever colaborativamente sobre a prática de ensinar e aprender matemáticas nas escolas” (FIORENTINI, 2012, p. 245). A cada início de ano letivo, os professores da Educação Básica trazem desafios e problemas para serem debatidos nesse grupo. Então, a dinâmica se pauta na ideia de que todos os participantes busquem se comprometer em estudar, analisar e problematizar os desafios, escrever sobre a complexidade de aprender e ensinar, em diferentes níveis de escolaridade, e por fim, negociem possibilidades para as práticas dentro dos referidos currículos.

No que tange, ainda, a essa articulação entre professores, futuros professores e pesquisadores, há programas governamentais provenientes de distintas instâncias que buscam promovê-la. Benites (2013) destaca alguns programas do governo federal, tais como: Observatório da Educação (OBEDUC), cujo objetivo é o financiamento de pesquisas no âmbito da Educação, com o propósito de entrelaçar as Licenciaturas, a Pós-Graduação e escolas da Educação Básica, buscando incentivar a produção acadêmica e a formação de pós-graduandos; Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), cujo propósito é dar suporte à iniciação à docência de graduandos que cursam Licenciatura, com o intuito de valorização do magistério, aprimoramento da formação docente e contribuir para o aperfeiçoamento da qualidade da Educação Básica (BENITES, 2013).

Além disso, a autora destaca alguns programas governamentais provenientes do estado de São Paulo, tais como: Bolsa Formação e Residência Educacional, cujos propósitos são de fortalecer a aproximação de alunos da Licenciatura com o magistério do referido Estado. Além disso, ressalta uma iniciativa da SEESP adotada

em 2010, por causa da preocupação com a formação dos professores, na tentativa de “equiparar a formação docente dos candidatos, à medida que o governo tem conhecimento e reconhece as falhas na formação inicial” (BENITES, 2013, p. 48).

Essa ação consistiu na realização de um curso de quatro meses chamado Escola de Formação e Aperfeiçoamento de Professores. Tal curso, segundo a autora, foi desenvolvido a distância, sendo que cada classe era orientada por um tutor, e havia discussões acerca de questões de formação específicas e gerais. Essa ideia surgiu no concurso para prover cargo efetivo de Professor da Educação Básica II (PEB II). O curso foi realizado após a classificação na prova objetiva do concurso. Os professores receberam bolsa para participar desse curso, e assim que o concluíram, fizeram novamente a prova objetiva, e caso atingissem a pontuação necessária, estariam classificados para o concurso (BENITES, 2013).

Após pontuar essas políticas públicas, seus objetivos e alguns de seus resultados, a autora buscou colocar em evidência as tentativas, por parte delas, de preencher lacunas no âmbito da formação. Para ela, “a estrutura prática, teórica e curricular das instituições formadoras, precisam ser repensadas. Além disso, existem pesquisas que apontam a baixa qualidade da educação básica no Brasil” (BENITES, 2013, p. 48).

Assim, diante do exposto aqui nessa subseção, a partir da apresentação dessas distintas ações de formação de professores de Matemática, tanto inicial, quanto continuada, percebe-se que esse tema vem sendo tratado dentro de diferentes âmbitos, seja a partir de iniciativas de grupos de pesquisa, ou de políticas públicas, entre outros. Argumento ainda que, formação inicial e formação continuada se entrelaçam não somente por causa das supostas falhas na primeira, conforme admite o SEESP no contexto do Estado de São Paulo, mas também por causa da própria impossibilidade de que na formação inicial sejam abarcados todos os aportes necessários para o trabalho docente, devido às mudanças contínuas na sociedade e também no sistema educacional.

E dentro dessas mudanças, deve-se levar em consideração ainda a indissociabilidade e expansão das tecnologias digitais, que culminam em reflexões acerca de seu uso no contexto educacional, em particular nas aulas de Matemática. Diante disso, na subseção seguinte apresento e discuto algumas ações de formação continuada que vem sendo desenvolvidas com o propósito de fomentar o uso das TD nas práticas pedagógicas dos professores de Matemática.

## 2.2 Cursos com foco nas TD

Antes de adentrar ao tema dessa subseção, esclareço a opção por utilizar o termo “tecnologias digitais”, ao invés de “tecnologias da informação e comunicação”, ou outros. Isso se dá pois, ainda na década de 90, o filósofo Pierre Levy já argumentava sobre a tendência de digitalização dentro das técnicas de processamento de dados e comunicação. Assim, “o suporte da informação torna-se infinitamente leve, móvel, maleável, inquebrável. O digital é uma matéria, se quisermos, mas uma matéria pronta a suportar todas as metamorfoses” (LEVY, 1999, p. 102-103)<sup>7</sup>.

Esse filósofo fez algumas “profecias” que de fato vêm se cumprindo nessas primeiras duas décadas do novo século. Ele destacou que surgiriam algumas mudanças no processo de comunicação que seriam vivenciadas com a digitalização, como a invenção de outros tipos de estruturas discursivas, de caráter mais dinâmico, bem como imagens animadas dentro do campo da Geometria, possíveis associações entre som e imagem, diferentes programas computacionais, etc.

Essas mudanças de fato emergiram, conforme podem ser observadas com a contínua expansão do acesso à internet rápida, que não mais polariza emissores e receptores de informação, mas sim, que permite que cada cidadão tenha o potencial de também ser um emissor. Dessa forma, emerge uma comunicação bidirecional, conforme defende Silva (2000), se baseando nas ideias de Levy (1999). A própria ideia de multimodalidade ganha força dentro desse contexto, pois segundo O'halloran (2011), ela está diretamente relacionada à junção de dois ou mais recursos comunicacionais, como: som, imagem, somática, etc.

Assim, com o advento das redes digitais, está havendo um rompimento das fronteiras entre informática, cinema, televisão, escrita, telecomunicações e imprensa, do modo como esse autor previu, e que acarretam na “metamorfose das interfaces em um mesmo território cosmopolita” (LEVY, 1999, p. 113). Estamos vivenciando essa metamorfose das interfaces continuamente, o que vem refletindo diretamente na natureza da comunicação, conforme previsto por ele, e que de fato se concretizou, sendo o acesso à internet rápida, por meio de um dispositivo móvel, uma comprovação disso. A meu ver, essa metamorfose incessante de interfaces e a comunicação que

---

<sup>7</sup> Embora essa edição seja de 1999, a primeira é de 1993.

emerge desse processo estão diretamente vinculadas ao digital, então por isso justifico o uso do termo “tecnologias digitais” nesse trabalho, com o propósito de englobar esse movimento contínuo da informática e a dinamicidade que o caracteriza.

Entretanto, ao dialogar com obras literárias ao longo desse texto, outros termos vão emergir, como “tecnologias da informação e comunicação”, cujo sentido, em seu cerne, não difere qualitativamente do que expus anteriormente, uma vez que se tratam de estudos contemporâneos que vivenciam essas mesmas mudanças comunicacionais oriundas do digital. Eles simplesmente optaram pelo uso desse termo, e isso será mantido nesse texto, caso haja citações diretas dessas referências. Nas demais ocasiões, as quais explicitarem ideias referentes a esse trabalho, os termos “tecnologias digitais” ou “TD” prevalecerão.

Diante do exposto, e retomando o tema que dá o título a essa subseção, vale mencionar que há mais de duas décadas que pesquisadores em Educação Matemática vêm investigando possibilidades para o uso das TD em sala de aula, e conseqüentemente, se preocupando com a formação dos professores voltadas para esse uso. Em relação a ações dentro desse âmbito, por exemplo, segundo Richit e Maltempi (2005), algo muito comum nos anos 90 era o oferecimento de cursos de curta duração, que objetivavam proporcionar aos professores algumas instruções básicas para utilizar o computador em suas atividades.

Mas um problema em relação a isso, segundo esses autores, refere-se à duração desses cursos, porque esses processos de treinamento e capacitação são temporários “e, em muitos casos, a maioria dos professores, após o encerramento dos mesmos, retomam as suas atividades sem grandes mudanças metodológicas e, muitas vezes, sem ao menos utilizar parte do aprendizado na sua prática” (RICHIT; MALTEMPI, 2005, p. 3). Os autores pontuam a modalidade de formação de professores, por meio de cursos de Educação a Distância (EaD), como uma possibilidade para promover essas mudanças.

Nesse sentido, Miskulin, Silva e Rosa (2009), discutiram as possibilidades de uma comunidade virtual de prática para o compartilhamento de experiências e reflexões sobre o trabalho docente, em ambientes permeados pelas TD. Segundo esses autores, o processo de constituição de uma comunidade de prática assume como princípio a construção natural de um determinado grupo, cujo intuito é de refletir sobre a própria prática. Tendo isso em mente, na construção de uma comunidade virtual de prática, “na qual se articulam interesses e objetivos comuns, ações, diálogo,

discurso reflexivo e a colaboração, resultando em implicações para o “aprender” e o “ensinar”, há um possível direcionamento para a prática docente discutida via ambiente virtual” (MISKULIN; SILVA; ROSA, 2009, p. 63).

Os participantes dessa comunidade foram os pós-graduandos que cursaram a disciplina “Didática Aplicada ao Ensino da matemática”, oferecida no PPGEM da UNESP de Rio Claro. Esses estudantes eram professores da rede básica e também de universidade públicas ou particulares. O ambiente virtual utilizado nessa disciplina foi o TelEduc<sup>8</sup>, que apresenta um conjunto de funcionalidade que se divide em três partes: ferramentas de coordenação, ferramentas de comunicação e ferramentas de administração.

Assim, nesse ambiente, os professores tiveram a oportunidade de trocar mensagens relacionadas diretamente a assuntos e temas de seus interesses. Desse modo, ao procurarem interesses comuns referentes aos seus domínios, eles se ajudaram mutuamente, construindo relacionamentos e compartilhando informações, constituindo-se assim uma comunidade virtual de prática (MISKULIN; SILVA; ROSA, 2009).

Portanto, de acordo com os autores, essas comunidades podem se caracterizar como espaços formativos, “nos quais torna-se possível o compartilhamento de experiências, ideias, informações, materiais, conceitos, conhecimentos, entre outros, podendo propiciar o desenvolvimento e a transformação da prática pedagógica” (MISKULIN; SILVA; ROSA, 2009, p. 68).

Mais recentemente, Xavier e Bairral (2017) discutiram reflexões a partir de experiências de professores, por meio de suas interações argumentativas em um fórum de discussões, voltado para a formação continuada de professores de Matemática, os quais atuavam na Educação de Jovens e Adultos (EJA). Para esses autores, a interação não acontece de forma estática e sem um propósito bem delineado. Ou seja, “ela é dinâmica e possui intencionalidades e diferentes formas de envolvimento dos interlocutores. Os envolvidos no processo interativo, participantes e tutores modificam as relações que se estabelecem no ambiente” (XAVIER; BAIRRAL, 2017, p. 103).

Esses autores relataram sobre o desenvolvimento de fóruns de discussões para a formação continuada desses professores, que aconteceu no primeiro semestre

---

<sup>8</sup> <http://www.teleduc.org.br/> . Último acesso em 30.06.2016

de 2014, com o propósito de discutir acerca de determinados conteúdos matemáticos. Cada fórum ficava aberto em um período de doze dias, para que os participantes debatessem os conteúdos, a partir de uma questão norteadora que versava sobre os objetivos de aprendizagem referentes a cada um. Nesse trabalho, os autores focalizaram em um dos fóruns, que foi sobre funções polinomiais.

Eles concluem que, o modo como os participantes se envolveram nas discussões, dentro desse ambiente virtual, possibilitou uma construção não-linear de argumentações, as quais foram socializadas ao longo do tempo de duração do fórum. Isto é, conforme as ideias foram compartilhadas, houve oportunidades para que elas fossem reestruturadas e reavaliadas por qualquer um dos participantes. “Nesse sentido as mensagens subsidiaram uma dinâmica comunicativa, que propiciou o desenvolvimento profissional de forma interativa e colaborativa” (XAVIER; BAIRRAL, 2017, p. 110).

Há, ainda, outros espaços que permitem esses compartilhamentos de ideias, conforme pontuam Miskulin e Viol (2014). Nesse trabalho, as autoras fizeram uma reflexão teórico-metodológica sobre a prática do professor de Matemática e eventuais inter-relações com as TD. Para isso, elas se basearam em resultados parciais de Viol (2010) e em um mapeamento de dissertações e teses em Educação Matemática dos programas de pós-graduação da UNICAMP, USP, UNESP (Rio Claro) e UFSCar, entre 1987 e 2007.

A partir dessa investigação, as autoras destacaram que há questões complexas envolvendo o uso das TD nas práticas dos professores, tais como: aspectos referentes aos ambientes socioculturais que incluem tanto os estudantes como os professores; condições de trabalho docente; e aspectos da própria profissão docente. Elas argumentaram que para que esse uso de fato aconteça, “o professor necessita de autonomia e flexibilidade para conduzir suas atividades. Necessita, além disso, de um projeto político-pedagógico e de políticas públicas que suportem e incentivem seu trabalho com os alunos” (MISKULIN; VIOL, 2014, p. 1324). Para elas, a aprendizagem dos professores ocorre quando eles produzem conhecimento trabalhando em cenários/comunidades/contextos de investigação que possibilitem a reflexão acerca de suas práticas. Assim, “as experiências vividas pelos professores no uso das TIC, bem como o conhecimento produzido, influenciam o modo como eles se apropriam das TIC em sua prática docente” (MISKULIN; VIOL, 2014, p. 1326).

Ainda em relação a esses espaços de formação continuada, Benites (2013) realizou um curso semipresencial, com os participantes de um projeto dentro do PPGEM, vinculado ao PIBID. O objetivo desse curso foi produzir uma aprendizagem de forma compartilhada, que buscou o fortalecimento entre pesquisadores, licenciandos e professores, articulando formação inicial com formação continuada. O ambiente virtual de aprendizagem foi o Moodle<sup>9</sup>. Além disso, foram discutidas também as potencialidades didático-pedagógicas do *software* Cabri 3D<sup>10</sup>.

Assim como foi discutido em Miskulin, Silva e Rosa (2009), o ambiente constituído no curso de Benites (2013) também se pautou na perspectiva de comunidade de prática. Ela destaca que:

A comunidade foi constituída pelos sujeitos pesquisados, o domínio diz respeito à constituição do futuro professor, e a prática se constituiu pelo repertório compartilhado de ações desenvolvidas no grupo/comunidade, por exemplo, em atividades de exploração de conceitos de Geometria Espacial por meio do Cabri, ou mesmo, em depoimentos no fórum das temáticas sobre formação de professores e TIC (BENITES, 2013, p. 63).

A autora argumenta que um trabalho colaborativo envolvendo escola e universidade pode contribuir para que os futuros professores minimizem eventuais inseguranças diante do trabalho docente. Nesse sentido, ela afirma que a formação de professores dentro do PIBID, a partir de comunidades de prática, tem a potencialidade de proporcionar cenários de aprendizagem compartilhada.

Outro modelo de curso a distância foi constituído por três membros do GPIMEM: o coordenador, Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba; a então pós-graduanda Telma Gracias; e o técnico Geraldo Lima, em 1999 (BORBA; PENTEADO, 2010). Esse curso, denominado “Tendências em Educação Matemática”, vem sendo oferecido em edições anuais, e teve sua primeira edição em 2000, totalizando uma carga horária de 36 horas. O objetivo era, inicialmente, que os estudantes e professores tivessem a oportunidade de discutir de forma crítica distintas tendências em Educação Matemática e possibilitar que eles entendessem de forma inicial, o que é pesquisa em Educação Matemática.

Atualmente, esse curso ainda vem sendo ofertado, e ao longo desses 18 anos, distintos tipos de TD foram estudados pelos professores, ao mesmo tempo em que

<sup>9</sup> <https://www.moodlelivre.com.br/tutoriais-e-dicas/974-o-que-e-moodle> . Último acesso em 17.10.2016.

<sup>10</sup> <http://www.cabri.com/> . Último acesso em 30.06.2016.

pesquisas também foram desenvolvidas tendo esse curso como cenário. Uma delas, Gracias (2003) investigou a reorganização do pensamento quando as TD eram incorporadas na produção de conhecimento. Seu cenário de pesquisa foi essa primeira edição do curso, realizada em 2000, que contou com 26 participantes (todos licenciados), dos quais 19 eram provenientes de seis estados brasileiros e dois eram estrangeiros, sendo uma argentina e uma mexicana. O modelo comunicacional nessa edição do curso combinou a utilização de *home-page*, *e-mails*, lista de *e-mails*, e *chat*, por meio de encontros síncronos e assíncronos.

A autora concluiu que, essas possibilidades de comunicação em rede, propiciaram a construção de um coletivo inteligente, formado pelos participantes e pelas mídias utilizadas. Além disso, ofereceu “subsídios para políticas de inclusão que utilizem as tecnologias digitais sem domesticá-las” (GRACIAS, 2003, p. 138). Ela ainda reiterou que a reflexão apresentada em seu trabalho, no que se refere às possibilidades advindas a partir da exploração das tecnologias, poderia contribuir para eventuais transformações nos sistemas educacionais convencionais.

Em outra edição deste curso, Santos (2006) investigou a produção matemática dos participantes e abordou conteúdos de Geometria Espacial com o *software* Wingeom<sup>11</sup>. Além disso, discutiu questões relacionadas a algumas tendências em Educação Matemática. O ambiente virtual utilizado foi o TelEduc, e assim como na pesquisa relatada anteriormente, houve também encontros síncronos e assíncronos. Houve um total de 17 participantes, dos quais 12 concluíram o curso, sendo 11 deles provenientes de cinco estados brasileiros e uma participante argentina.

A autora concluiu que, as diferentes mídias envolvidas no curso (internet e suas interfaces, lápis e papel, o *software* Wingeom, e os materiais manipulativos), dentro de um ambiente virtual de aprendizagem, condicionaram o modo com que os participantes discorreram acerca das conjecturas que elaboraram ao longo dos processos de construções geométricas, culminando na transformação da produção matemática. Especificamente, Santos (2006, p. 112) destacou que as distintas interfaces e mídias utilizadas nesse processo de produção matemática também estavam vinculadas às múltiplas formas de aprender e ensinar de cada um dos professores participantes. Dentro deste contexto, as experiências distintas com a geometria espacial, possibilitavam “aos participantes desenvolverem as atividades de

---

<sup>11</sup> <http://math.exeter.edu/rparris/wingeom.html> . Último acesso em 01.07.2016.

modo muito particular, ou seja, alguns usavam mais a intuição, experimentação, enquanto outros buscavam uma solução mais analítica” (SANTOS, 2006, p. 112).

Ainda em outra edição desse mesmo curso, Malheiros (2008) realizou a elaboração de projetos de Modelagem com os professores, e buscou compreender como se dava esse processo à distância, dentro do ambiente virtual Tidia-Ae<sup>12</sup>. Além disso, a autora utilizou algumas mídias que já eram familiares aos professores, como o *e-mail* e o *MSN*<sup>13</sup>. A autora inferiu que dentro deste contexto, a colaboração se fez presente por causa da interação entre os envolvidos, propiciada pelas distintas mídias durante todos os momentos de elaboração dos projetos de Modelagem.

Ela destacou ainda que “a preocupação dos alunos-professores com os conteúdos matemáticos que seriam abordados nos projetos de Modelagem também é um aspecto relevante que chamou atenção ao longo de toda elaboração dos projetos de Modelagem” (MALHEIROS, 2008, p. 164). Na visão da autora, isso se deu pelo fato dos professores estarem atuando em sala de aula, e conseqüentemente, tentavam relacionar seus projetos com os conteúdos que ministravam.

Outras pesquisas que tiveram como cenário o curso “Tendências em Educação Matemática” foram e estão sendo realizadas, dentre elas, Souto (2013), que abordou o estudo das cônicas com o *software* GeoGebra, também utilizando o ambiente virtual Tidia-Ae. A pesquisadora realizou, inicialmente, um estudo preliminar na sétima edição desse curso, em 2010, ofertando 20 vagas, as quais foram preenchidas por professores de distintos estados brasileiros, bem como por duas professoras brasileiras, que na ocasião, residiam na Espanha e no Japão, respectivamente. O foco dessa edição do curso foi o estudo das cônicas. Os encontros síncronos eram realizados pelo *chat* dessa plataforma, e os assíncronos aconteciam por discussões no fórum. Ao analisar a interação entre os participantes, ela observou que

O multiálogo que se estabelece em *chats*, e a velocidade com que as interações ocorrem, parecem privilegiar reflexões voltadas às experiências e interesses pessoais dos participantes, enquanto que nos fóruns, o tempo para reflexão, consulta aos materiais e análise das questões postadas é maior, o que muitas vezes propicia interações qualitativamente distintas, pois a expressão do pensamento, nesse caso, se mostra de forma mais linear [...] (SOUTO, 2013, p. 96 – grifos da autora).

<sup>12</sup> <http://www.tidia-ae.usp.br/portal> . Último acesso em 01.07.2016.

<sup>13</sup> <http://www.techtudo.com.br/tudo-sobre/msn.html> . Último acesso em 01.07.2016.

Esse estudo preliminar foi importante, segundo a autora, pois propiciou que ela identificasse o que não deu certo e repensasse nos procedimentos para a edição seguinte. Assim, na outra edição do curso, o número de vagas ofertadas foi o mesmo, e novamente foram preenchidas por professores de diferentes estados dentro do Brasil, e por dois estrangeiros, um colombiano e um venezuelano. A pesquisadora fez algumas alterações nos textos para leitura e discussão, com o objetivo de abordar as tendências em Educação Matemática sem se ater demasiadamente em particularidades de cada uma. Houve também uma redução na quantidade de problemas propostos, por sugestão dos próprios cursistas que participaram da edição anterior.

Ao entrelaçar seus resultados, a autora conclui que, ao trabalhar em pequenos grupos, com quatro ou cinco participantes, houve o fomento de possibilidades para a ocorrência de uma maior interação entre os cursistas, tanto nos momentos síncronos, quanto nos assíncronos. “O ambiente virtual de aprendizagem se tornou um espaço de construção coletiva, colaborativa e dialógica [...]” (SOUTO, 2013, p. 227).

Já em relação à formação continuada, voltada para o uso de materiais digitais, Amaral (2013) realizou uma análise de alguns resultados provenientes de um curso de formação continuada, intitulado “Matemática Multimídia”, que abordou os recursos desenvolvidos pelo projeto M<sup>3</sup>, que por sua vez, teve como objetivo a produção de material didático consonante com a realidade educacional do Brasil. O financiamento foi proveniente do governo federal, e foi voltado para atender as disciplinas de Língua Portuguesa, Biologia, Matemática, Química e Física. Este projeto articula o desenvolvimento de áudios, experimentos, vídeos e *softwares*, e conta com a participação de pesquisadores da Unicamp, que atuam em diferentes campos do conhecimento.

Nesse artigo, especificamente, a autora se concentra na análise que foi feita pelos professores, dentro de um curso proposto, acerca do uso dos vídeos desenvolvidos pelo projeto<sup>14</sup> M<sup>3</sup>. Ela esclarece que todos esses vídeos produzidos são acompanhados por um guia, que visa proporcionar ao professor algumas ideias de trabalho em sala de aula, de modo a trazer também sugestões para “o aprofundamento do conceito matemático explorado, dando suporte ao professor” (AMARAL, 2013, p. 39).

---

<sup>14</sup> <http://www.m3.mat.br/> . Último acesso em 07.06.2017.

Esse curso foi realizado em 2011, na Unicamp, teve a participação de 20 professores, os quais atuavam na Educação Básica. A heterogeneidade dos participantes permitiu uma análise dos materiais sob diferentes perspectivas, uma vez que esses eram voltados para o Ensino Médio, mas havia professores que ministravam aulas somente no Ensino Fundamental, o que possibilitou olhares diferenciados e ricas discussões, segundo a autora. O curso teve uma carga horária de 60 horas, sendo 30 presenciais e 30 a distância. Assim, ao longo dos cinco encontros presenciais, o foco se concentrava em conhecer e analisar os materiais, compreender os conceitos matemáticos envolvidos, discutir sobre as possibilidades dos materiais e limitações para o seu uso em sala de aula. Então, durante esses encontros, valorizava-se a troca de ideias e sugestões, e no ambiente virtual eram anexadas as atividades para serem feitas pelos participantes, e algumas questões norteadoras para fomentar o debate.

Uma das reflexões que emergiu no curso, segundo a autora, foi sobre o tipo de uso que poderia ser feito dos vídeos. Ou seja, se seria utilizado como um meio informativo, ou como uma forma de introduzir um determinado conteúdo. Outra reflexão pontuada se refere à necessidade de decidir se esse uso será feito “no início da aula, para instigar os alunos à curiosidade por algum conceito, ou no final, como forma de ilustrar um conceito explorado no decorrer da aula” (AMARAL, 2013, p. 46). Os professores também argumentaram sobre possibilidades de entrelaçar o uso de vídeos com outros recursos, como computador, livros didáticos, etc.

Entretanto, a autora enfatiza as dificuldades que os professores podem encontrar para utilizar esses vídeos em sala de aula, como a que ainda ocorre no âmbito brasileiro, sobre deslocar “os alunos para uma sala de vídeo, ou instalar os recursos necessários (como projetor multimídia) na sala de aula. Superar essas dificuldades práticas e enfrentar o desafio [...] é um aprendizado importante, não só para o professor, mas para toda comunidade da escola” (AMARAL, 2013, p. 45).

Outra iniciativa que visa relacionar a produção de recursos multimídia com formação continuada de professores foi discutida em Bairral (2016). Esses recursos constituem os Materiais Curriculares Educativos *Online* (MCEO)<sup>15</sup>, conforme destacado pelo autor. Tais materiais são frutos de uma iniciativa governamental, proveniente do ministério da Educação (MEC), para o incentivo à composição de um

---

<sup>15</sup> <http://www.gepeticem.ufrj.br/portal/categoria/materiais-curriculares/> . Último acesso em 07.06.2017.

repositório de materiais digitais. Nesse artigo, o autor reflete acerca de uma sessão presencial desenvolvida com professores de Matemática, na qual eles acessaram os MCEO, e, posteriormente, teceram suas considerações para a equipe de pesquisa que desenvolveu tais materiais.

Os MCEO são compostos por objetos de aprendizagem, *softwares*, livros, ambientes virtuais, *applets*, etc., e focalizam, especificamente, a abordagem de conteúdos de Geometria. Em suma, “os MCEO são articuladores porque integram diferentes aspectos do aprendizado dos alunos (escrita, vídeos, respostas, dúvidas) e são fruto de implementações reais em sala de aula. Eles possuem uma estrutura navegacional simples” (BAIRRAL, 2016, p. 82). Esse projeto está vinculado ao OBEDUC, e tem o propósito de contribuir com o professor, para o desenvolvimento de alternativas inovadoras em sala de aula, a partir da associação com diferentes tipos de TD. Segundo o autor, esse projeto emergiu a partir do trabalho dele com outros colegas em escolas públicas do Estado do Rio de Janeiro, e conta com a participação de professores e futuros professores, que atuam ou atuarão em distintos níveis de escolaridade.

Como resultados, o autor destaca as sugestões dos professores sobre algumas questões conceituais abordadas no material, como ideias para a conceitualização de polígono em uma das tarefas analisadas. Além disso, ele sugere que esse material pode ser mais uma forma de propiciar o aprendizado docente, e que pode contribuir para outros modos de obtenção de dados para as pesquisas no campo da Educação Matemática, sobre desenvolvimento profissional de professores. Entretanto, ele reforça que não serão a produção de materiais como esse, ou outras ações educativas similares que surtirão efeito no contexto educacional. Para ele, mesmo que as dinâmicas que predominam nas ações de desenvolvimento profissional prezem pela criatividade, colaboração e respeito entre todos os envolvidos, “é necessário pensarmos em políticas públicas que deem autonomia às escolas e aos professores e também invistam em melhorias das condições infraestruturais das escolas e de trabalho do professor” (BAIRRAL, 2016, p. 90).

Por fim, apesar de tantas pesquisas como essas aqui apresentadas, com a finalidade de explorar as TD e refletir sobre seu uso em sala de aula, essas ações ainda impactam timidamente a educação, conforme Almeida (2008) ressaltou em relação aos contextos de Brasil, Portugal e França. A autora argumentou que em todos esses países, a concretização das iniciativas para incorporá-las na educação se

mostrava abaixo das expectativas e metas que deveriam ser alcançadas, especialmente no que se refere à formação de professores.

Sobre isso, Zampieri, Javaroni e Silva (2015) indagaram se essa situação ainda se mantinha, passados sete anos. Os autores argumentam positivamente, entretanto, esperam por um cenário mais promissor, a longo prazo, porque em suas concepções, o que vem motivando o uso das TD na educação nos contextos investigados (Brasil, França e Portugal) é a preocupação com a formação de professores, a qual está sendo amplamente debatida nesses três países.

Diante disso, argumentamos que mais ações isoladas, tal qual ao projeto [Mapeamento] que mencionamos no contexto brasileiro, seriam bem-vindas também em outros países, uma vez que respeitariam peculiaridades regionais de cada país. Ainda, reiteramos a necessidade de que as ações de formação continuada que objetivam fomentar a integração das TIC respeitem principalmente a individualidade de cada professor, atentando às suas dificuldades, e valorizando suas especificidades que se refletem em sua prática (ZAMPIERI; JAVARONI; SILVA, 2015, p. 4).

Assim, os autores têm a expectativa de que o diálogo entre escola e as ações governamentais se estreite, tendo uma consequência positiva para a sala de aula, em relação ao uso das tecnologias digitais. Em relação aos programas governamentais, federal ou estadual, que tem o propósito de colaborar com a formação dos professores para esse uso em sala de aula, e também equipar os laboratórios de informática das escolas, pode-se citar alguns exemplos: “Educação e computadores (Educom), O Projeto Nacional de Formação de Recursos Humanos em Informática na Educação (Formar) e o Programa Nacional de Informática na Educação (Proinfe)” (CHINELLATO, 2014, p. 26).

Em relação ao Estado de São Paulo, particularmente, outros programas foram originados com esses mesmos propósitos, segundo esse autor, dentre eles o “A Escola de cara nova na era da informática”, de 1998, e em 2008, o programa “Acessa Escola”, o qual está vigente no momento. A meta desse programa é “universalizar oportunidades de inclusão digital, otimizando o uso dos recursos da internet pelos alunos, professores e servidores nos períodos de funcionamento da escola” (SÃO PAULO, 2010, p.8).

Desde sua implementação, esse programa vem se modificando, tanto em relação à dinâmica do funcionamento da sala<sup>16</sup>, quanto em relação aos recursos que

---

<sup>16</sup> <http://www.educacao.sp.gov.br/acessa-escola> .Último acesso em 01.07.2016.

disponibiliza. Uma dessas implementações é o Currículo +, que é uma plataforma que apresenta conteúdos digitais, tais como: simuladores, animações, vídeos, jogos, entre outros recursos, os quais são articulados aos conteúdos do currículo do estado de São Paulo. Outro recurso disponibilizado nos laboratórios de informática regidos pelo Acesso Escola é o Aventuras Currículo +, que foi criado para servir como suporte aos professores na recuperação dos alunos nas disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática (SÃO PAULO, 2016).

Entretanto, mesmo com os investimentos feitos por esse programa, dentro do Estado de São Paulo, o uso das TD nos laboratórios de informática nem sempre ocorre devido a outros problemas que não parecem de simples resolução, conforme apontam Andrade, Zampieri e Javaroni (2014). A partir de resultados de pesquisas em laboratórios regidos por esse programa, elas concluíram que

[...] se a turma for grande, e normalmente, nas escolas estaduais isso de fato ocorre, então ficam quatro ou cinco alunos por computadores, e uma das soluções encontradas por alguns professores é dividir a turma em grupos para trabalhar a atividade, mas essa dinâmica nem sempre é viável dependendo do conteúdo que se queira abordar (ANDRADE; ZAMPIERI; JAVARONI, 2014, p. 5761).

Diante disso, é possível observar que as ações voltadas para o uso das TD, seja por meio de investimentos nos laboratórios de informática, frutos de iniciativas governamentais, seja por meio de cursos de formação continuada provenientes de parcerias com a universidade, ainda não surtem grandes mudanças em sala de aula. Em contrapartida, devido ao reconhecimento das potencialidades de algumas tecnologias específicas para os processos de ensino e aprendizagem da Matemática, em diferentes níveis de escolaridade, os professores e pesquisadores passam a estudá-las de forma mais aprofundada.

Esse é o caso do *software* dinâmico GeoGebra, que há aproximadamente 17 anos vem despertando forte interesse de educadores matemáticos, principalmente por apresentar uma interface amigável e por ser gratuito. Na seção seguinte, discorro acerca desse *software*, bem como sobre pesquisas acadêmicas que entrelaçam o seu uso por professores e pesquisadores.

### 3 O GEOGEBRA E O PROJETO MAPEAMENTO

Nessa tese, o *software* GeoGebra exerce um papel fundamental, e desde que começamos a planejar o primeiro curso que constitui o cenário dessa pesquisa, iniciamos o estudo desse *software* paralelamente, porque observamos o interesse dos professores cursistas em aprofundar seus conhecimentos acerca de suas funcionalidades. Assim, nessa seção, dedico a primeira e a segunda subseções para apresentar e discutir especificidades acerca desse *software*, e para dialogar com pesquisas em que ele também teve grande importância. Na sequência, discuto resultados do projeto Mapeamento, e, por fim, posiciono e justifico a relevância dessa presente pesquisa.

#### 3.1 O GeoGebra em foco: um breve histórico

No início da década passada, mais especificamente em 2001, surgia um dos *softwares* mais explorados atualmente por educadores matemáticos que investigam as potencialidades das TD nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática. Esse *software* foi denominado GeoGebra, e foi criado pelo pesquisador Markus Hohenwarter (HOHENWARTER, 2002) como fruto de sua tese de doutorado. Esse *software* congrega os aspectos algébricos, numéricos e geométricos de conceitos matemáticos em uma só aplicação, e desde sua criação, recebeu distintos prêmios nos Estados Unidos da América e na Europa (PUC-SP, 2016).

O GeoGebra vem sendo explorado em cerca de 190 países, em 55 idiomas, atingindo aproximadamente 300.000 *downloads* mensais (PUC-SP, 2016). Outra característica importante é que ele é gratuito, possui uma interface relativamente simples, e possibilita a alunos e professores, por meio de atividades de cunho experimental, conjecturar, investigar e explorar diferentes conteúdos matemáticos. Esse *software* vem também sendo aprimorado a cada versão em que é atualizado, desde sua criação (PUC-SP, 2016).

Devido a essa popularidade, emergiram os Institutos Internacionais de GeoGebra (IGI), que são organizações sem fins lucrativos, em que pesquisadores e professores trabalham juntos, com a finalidade de potencializar os processos de ensino e aprendizagem de Matemática, realizando atividades como: implementação de novas funcionalidades do *software*, desenvolvimento de um sistema de apoio virtual aos usuários, desenvolvimento de materiais gratuitos, implementação de

pesquisas com o *software*, entre outras atividades (PUC-SP, 2016). Os institutos estão geograficamente espalhados por distintos continentes, conforme pode-se observar na Figura 1, a seguir.

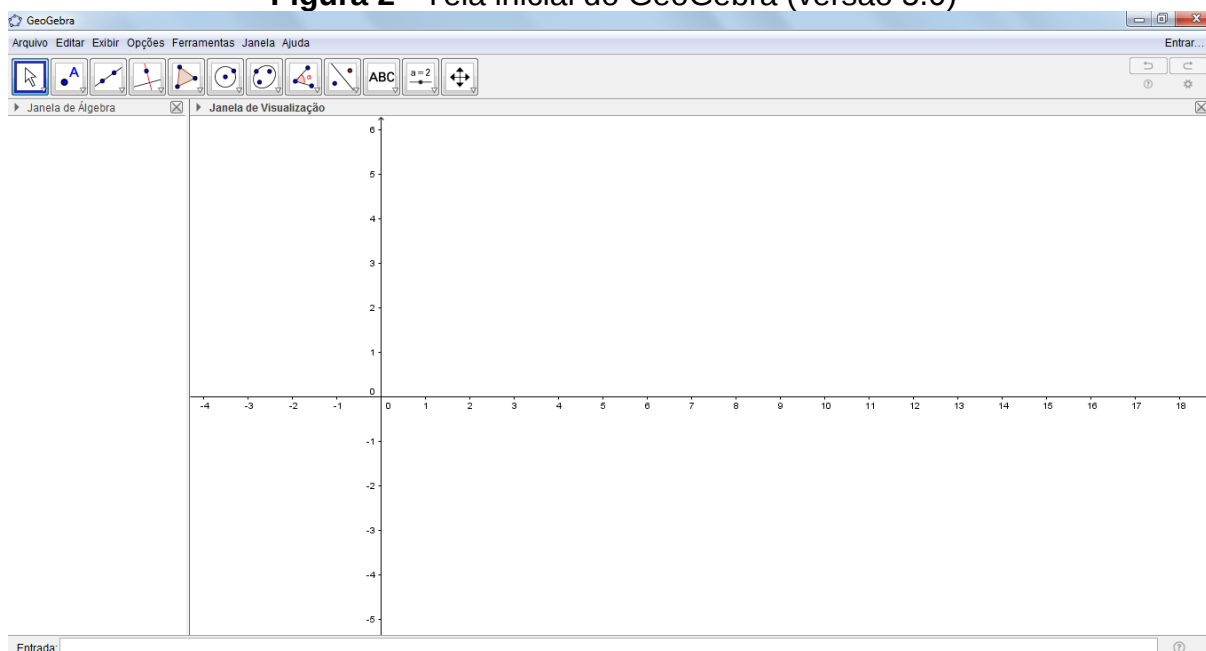
**Figura 1 – Institutos internacionais do GeoGebra**



Fonte: PUC-SP (2016) - [http://www.pucsp.br/geogebra/sobre\\_instituto.html](http://www.pucsp.br/geogebra/sobre_instituto.html)

Ao iniciar o *software* (versão 5.0), a tela que aparece é como a imagem que consta na Figura 2, a seguir:

**Figura 2 - Tela inicial do GeoGebra (versão 5.0)**



Fonte: GeoGebra

Esse *software* é constituído por três partes principais: janela de álgebra – que pode ser visualizada na Figura 2, à esquerda; janela de visualização – que

corresponde à tela gráfica, onde podem ser visualizadas as construções geométricas, e conta também com os eixos coordenados; campo de entrada – na parte inferior do *software*, área destinada à entrada das fórmulas ou comandos que definem os objetos (GEOGEBRA QUICKSTART, 2011). Na parte superior do *software* há ainda a barra de ferramentas que permite acesso a outras funcionalidades. A seguir, apresento aquelas mais utilizadas nessa pesquisa, me apoiando em Bento e Laudares (2010).

- A ferramenta mover é a primeira (da esquerda para a direita), é representada por um ponteiro. Ao selecionar essa ferramenta, é possível manipular e mover os objetos nas janelas.

- Em seguida tem a ferramenta ponto, que permite a criação de um ponto ou no espaço livre, ou em alguma intersecção ou em outro objeto.

- Se clicarmos na seta vermelha (que fica no canto inferior direito de cada ícone da barra de ferramentas) ainda nesse mesmo ícone ponto, há a opção intersecção de dois objetos, cuja funcionalidade consta no próprio nome da ferramenta.

- Ainda nesse mesmo ícone, há a opção ponto médio ou centro, que pode ser localizado ao clicar na linha do segmento ou a partir de seus extremos.

- No terceiro ícone há a ferramenta reta definida por dois pontos, que permite essa funcionalidade que a nomenclatura diz por si só.

- Nesse mesmo ícone, ao clicar na seta vermelha, também há outras opções, e uma delas é o segmento definido por dois pontos.

- Na janela seguinte há a ferramenta reta perpendicular, que permite a construção de retas perpendiculares a segmentos, a outras retas, aos eixos, a vetores, etc.

- No mesmo ícone da reta perpendicular, há a opção reta paralela, que pode ser construída em relação a outra reta, a algum segmento, eixo, vetor ou lado de polígono.

- No ícone seguinte tem a ferramenta polígono. Clicando na seta vermelha, há também a opção polígono regular.

- E por fim, no penúltimo ícone da esquerda para a direita tem a ferramenta controle deslizante, que foi uma das mais utilizadas nas atividades realizadas nessa presente pesquisa. É possível vincular parâmetros a essa ferramenta, o que permite sua variação, de forma dinâmica, conforme poderá ser melhor entendido na seção 6, em que traremos a análise dos dados e a discussão mais detalhada acerca de algumas das atividades desenvolvidas.

### 3.2 Os educadores matemáticos e o GeoGebra

Nos primórdios de seu desenvolvimento, o propósito de seus criadores era que o GeoGebra motivasse a experimentação entre os alunos, sem abordar o desenvolvimento de raciocínios mais sofisticados e formais, conforme pontuam Botana et al. (2015). Contudo, eles ressaltam que, desde que foram incorporadas as ferramentas de dedução automatizadas em 2014, sendo uma delas o comando booleano, que retorna verdadeiro ou falso a correlações que envolvem paralelismo, ortogonalidade, colinearidade, igualdade, etc., o GeoGebra passou então a trazer uma nova gama de cenários para os processos de ensino e aprendizagem.

Assim, atualmente, os desenvolvedores desse *software* vêm trabalhando em um projeto que visa a incorporação e testes de diferentes demonstrações automatizadas para conteúdos de geometria. Segundo os autores, muitas propriedades matemáticas já podem ser visualizadas por meio desse *software*, que pode ter como consequência o fomento de muitas e novas formas de utilizar o GeoGebra em sala de aula (BOTANA et al., 2015). Um exemplo disso, segundo eles, é que quando uma dada construção é realizada no *software*, há a possibilidade de que seja feita uma identificação automática de alguma propriedade que caracteriza tal construção.

Há ainda a possibilidade de ser dado, como parte do *feedback* do *software*, um contraexemplo de alguma relação matemática que não é sempre verdadeira. No entanto, os autores destacam que esses comandos ainda estão em fase de aprimoramento. Então eles ainda requerem o esforço colaborativo de grupos de pesquisadores para contribuírem com a criação e compartilhamento de novos materiais, aproveitando as potencialidades desses novos comandos, e também visando contribuir para o aprimoramento deles.

Conforme destacado na subseção anterior, o GeoGebra, desde sua criação, vem despertando fortes interesses por parte de pesquisadores e professores de diferentes partes do mundo. Santos e Trocado (2016) argumentam sobre como o GeoGebra pode desenvolver e integrar o conhecimento matemático e a aprendizagem entre seus usuários. Nesse trabalho, os autores mostram um movimento evolutivo desse *software*, que foi criado inicialmente com o intuito de propiciar abordagens para

a geometria dinâmica e álgebra no plano, e se tornou um poderoso recurso computacional em diferentes áreas de Matemática.

Para eles, o GeoGebra é um ambiente de aprendizagem, em que é possível produzir e ensinar Matemática de forma colaborativa. Eles apontam três projetos que corroboram essa situação, que são: **Time de Matemática Virtual** – que é um projeto de pesquisa que tem o propósito de dar apoio a ambientes colaborativos de aprendizagem matemática por meio de uma rede de computadores; **Laboratório de Geometria na Rede** – cujo objetivo é a construção de um ambiente colaborativo em rede, que integra sistemas de geometria dinâmica, mais especificamente o GeoGebra, e demonstrações de teoremas automatizadas; **GeoGebra Live**<sup>17</sup> – se trata de um aplicativo do GeoGebra na internet, que possibilita compartilhar materiais desse *software* com outras pessoas, de duas maneiras, sendo ou por duas pessoas ao mesmo tempo, ou entre professor e alunos (SANTOS; TROCADO, 2016 – grifos nosso).

O segundo projeto mencionado por esses autores, o Laboratório de Geometria na Rede, vem sendo desenvolvido pelos pesquisadores Vanda Santos e Pedro Quaresma, da Universidade de Coimbra, e é constituído por uma plataforma colaborativa e adaptativa, voltada para o estudo da geometria, articulando diferentes programas computacionais, contemplando interações síncronas e assíncronas. O propósito é que as aulas realizadas por meio dessa plataforma possibilitem aos professores o gerenciamento e avaliação de suas turmas, e que propiciem aos alunos um trabalho colaborativo em grupos, na realização das atividades propostas (SANTOS; QUARESMA, 2013). Assim, a plataforma virtual vinculada a esse projeto

[...] admite diferentes perfis de acesso consoante os objetivos de utilização -administrador; professor; aluno e visitante. O perfil de administrador dá acesso a tarefas de gestão da plataforma e à administração de professores, nomeadamente, a criação de novos utilizadores com o perfil de professor. Os professores, além da sua área individual, podem definir turmas, grupos de alunos e alunos. Os grupos podem ser definidos, num determinado momento, por exemplo, para uma tarefa específica, em que a colaboração entre os seus elementos é necessária. A definição dos grupos e a relação de associação entre os grupos e seus elementos será da responsabilidade dos professores que criam os grupos. O professor pode aceder às construções dos grupos e dos alunos quando da realização da aula colaborativa. Os utilizadores com o perfil aluno têm acesso à sua área individual (bancada de construções, lista de

<sup>17</sup> <http://ggbsession.appspot.com/> . Último acesso em 06.07.2016.

construções e administração) e à área colaborativa (interações com os elementos do mesmo grupo) (SANTOS; QUARESMA, 2013, p. 34).

Além dessas questões administrativas, os autores ressaltam que esse projeto visa propiciar um ambiente de sala de aula voltada para que os alunos trabalhem em grupos, se atentando aos aspectos visuais propiciados pelos programas computacionais, e desenvolvendo o pensamento geométrico por meio dessa interação. Visa-se ainda que os alunos levanten conjecturas sobre as construções geométricas, bem como sobre suas propriedades, sendo capazes também de desenvolver um trabalho de forma mais individualizada.

Em um estudo mais recente desses autores (SANTOS et al., 2016), eles mostram uma avaliação sobre o primeiro protótipo desse ambiente, para averiguar sua utilidade como uma plataforma colaborativa que propicia interações síncronas e assíncronas para a aprendizagem de Geometria, integrando *softwares* dinâmicos, sendo o GeoGebra um dos mais utilizados. Para tanto, foram realizados dois estudos de caso em Portugal e na Sérvia, nos anos de 2012 e 2013, abordando conteúdos como triângulos, propriedades de paralelismo, perpendicularidade, quadriláteros, circunferência, etc. O primeiro estudo se concentrou em encontros síncronos entre professores e alunos, e o segundo se concentrou em encontros assíncronos, por meio de tarefas para casa. No total, 22 alunos (entre 13 e 17 anos de idade) se engajaram no primeiro deles, realizado em Portugal. Já na Sérvia, houve a participação de 69 alunos (15 anos de idade).

Sobre o estudo de caso realizado em Portugal, os autores concluem que o laboratório de geometria em rede

[...] propicia um ambiente de aprendizagem onde os estudantes, manipulando os objetos geométricos, testando diferentes configurações, e trabalhando colaborativamente, foram capazes de observar as propriedades matemáticas das construções geométricas, checar conjecturas, assim desenvolvendo seus raciocínios matemáticos (SANTOS et al., 2016, p. 14 – tradução nossa<sup>18</sup>).

De modo geral, segundo os autores, os dois estudos de caso tiveram o propósito de avaliar o módulo colaborativo dessa plataforma, a partir de dois pontos de vista, a utilização de forma síncrona em Portugal e assíncrona na Sérvia. Em sala

---

<sup>18</sup> [...] provides a learning environment in which students, manipulating the geometric objects, testing different configurations, and working collaboratively, were able to observe the mathematical properties of the geometric constructions, checking conjectures, thus developing their mathematical reasoning.

de aula, por meio da plataforma de geometria em rede, foi evidenciado que os estudantes se ajudaram mutuamente dentro do próprio ambiente virtual, com o professor fazendo o papel de mediador, solucionando eventuais dúvidas sempre que necessário. Na Sérvia, foi evidenciado que os alunos utilizaram todos os recursos disponíveis no módulo colaborativo da plataforma. Em relação aos dois casos, os autores observaram que o compartilhamento de informações por meio da plataforma, e os papéis de mediadores dos professores foram essenciais no desempenho dos estudantes. Então, eles concluíram que o módulo colaborativo referente à plataforma contribuiu para que os estudantes aprendessem.

Durante esses estudos de caso, houve um pequeno contratempo com o GeoGebra, pois a versão correta do Java<sup>19</sup>, requerida para a versão mais atual do *software* naquela ocasião, não estava instalada, e o tempo para carregar esse programa foi uma barreira para o uso da plataforma, mas que foi solucionada o quanto antes, segundo Santos et al. (2016). Futuramente, os autores esperam aprimorar as ferramentas de demonstração automatizadas, como as que vem sendo desenvolvidas atualmente pelo GeoGebra, conforme reiteraram Botana et al. (2015). Com isso, eles visam desencadear um módulo dessa plataforma em que será possível demonstrar as conjecturas sobre as construções realizadas com os *softwares* de geometria dinâmica.

Já em relação à formação de professores de Matemática com o uso desse *software*, Dantas (2016) teve o objetivo de pesquisar de que modo as comunidades *online* poderiam contribuir com a formação profissional de professores. Em seu trabalho, o autor menciona que desde 2012, o grupo de pesquisa do qual ele faz parte, Sigma-t<sup>20</sup>, vem desenvolvendo cursos *online*, que culminam na realização de espaços formativos para professores e futuros professores de Matemática.

Segundo o autor, o curso de GeoGebra, que é uma dessas ações que fazem parte da estrutura tecnológica abordada no grupo, tem o intuito de propiciar a produção de conhecimentos acerca desse *software*, e instigar discussões na busca por tematizar a Educação Matemática. “Nessa perspectiva a equipe de formadores desenvolve o curso como uma comunidade *online* organizada em fóruns de debates. Comunidade que envolve cursistas [...] e formadores” (DANTAS, 2016, p. 137).

---

<sup>19</sup> Mais informações sobre as versões do Java compatíveis para cada versão do GeoGebra, podem ser acessadas pelo link: <https://help.geogebra.org/topic/geogebra-5-0-versions-and-java-versions> .

<sup>20</sup> [http://sigma-t.org/portal/?page\\_id=9](http://sigma-t.org/portal/?page_id=9) . Último acesso em 17.10.2016.

Ao fazer uma avaliação acerca dessa edição do curso, que foi seu cenário de investigação, o autor pontua que por meio da análise da dinâmica das interações que ocorreram no cenário, cabe à equipe de desenvolvedores do curso o oferecimento de “uma estrutura tecnológica e disparadores na forma de vídeos, textos, proposições de tarefas que permitam, a cada cursista, traçar um percurso a sua escolha e constituir redes colaborativas no interior da comunidade *online*” (DANTAS, 2016, p. 165 – grifos do autor).

Por outro viés, Souto (2013), abordou o estudo das cônicas com o GeoGebra, e também teve o propósito de discutir algumas Tendências em Educação Matemática, dentro de uma edição do curso ofertado pelo GPIMEM, no contexto da formação de professores de Matemática em ambientes virtuais, conforme já mencionado na seção anterior.

Os materiais de estudo foram disponibilizados semanalmente, o que acabava oportunizando a exploração do GeoGebra em um período maior de tempo, segundo a autora. Ela ainda destacou algumas estratégias que poderiam ser desenvolvidas, com esse *software* ou outras mídias, pelos professores em suas respectivas salas de aula, a fim de potencializar a produção de conhecimento matemático dos alunos:

[...] dado um problema qualquer, mesmo que tenha solução única, uma possibilidade é favorecer o uso de diferentes mídias para solucioná-lo; outra é incentivar a apresentação de pelo menos duas soluções com representações distintas; outra, complementar a essas, é encorajar os alunos a construírem uma única representação que reúna mais de uma representação, nunca esquecendo que é importante estimular o desenvolvimento da capacidade intelectual de produzir argumentações e justificativas do ponto de vista matemático (SOUTO, 2013, p. 235).

Assim, a autora tece algumas considerações no sentido de instigar os professores a fazerem um uso das TD com a finalidade de que seus alunos explorem múltiplas representações dentro de uma mesma atividade. Ela ainda faz algumas autocríticas no sentido de aprimorar trabalhos futuros, envolvendo cursos voltados para a formação de professores. Uma dessas autocríticas refere-se ao momento de divulgação do curso, que para ela, foi um ponto fraco pois os conteúdos não foram escolhidos em parceria com os professores, tampouco foram divulgados com antecedência, no momento da inscrição. Assim, ela sugere que essa escolha seja feita “em conjunto com os participantes ou ter a sua divulgação antes do ato da inscrição” (SOUTO, 2013, p. 237).

Dessa forma, diante dos objetivos e resultados discutidos nessa subseção e também na anterior, podemos observar que o GeoGebra possibilita a constituição de ambientes de aprendizagem, conforme defendem Santos e Trocado (2016), para alunos, professores e pesquisadores, ao mesmo tempo, devido à dinamicidade presente em suas características.

No contexto do Estado de São Paulo, mais especificamente nos laboratórios de informática regidos pelo Programa ACESSA Escola, o GeoGebra é um dos *softwares* que fazem parte do pacote educacional disponível, exatamente porque apresenta essas características. Contudo, seu potencial é pouco aproveitado, e mais, nem sempre os laboratórios de informática são utilizados nas aulas de Matemática dentro desse contexto. Diante dessas circunstâncias, a seguir discuto os principais motivos referentes a esse pouco uso.

### **3.3 Resultados apontados pelo projeto Mapeamento**

O objetivo geral do projeto Mapeamento é investigar como está se dando o uso das TD nas aulas de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, na rede pública paulista referente às seis regiões abordadas pelo projeto, conforme já mencionado na primeira seção. Assim, uma estratégia adotada pelos colaboradores de cada uma dessas regiões foi de investigar as escolas cujos laboratórios eram regidos pelo Programa ACESSA Escola, conforme já relatado em Javaroni e Zampieri (2015), cujos detalhes serão apresentados nos parágrafos seguintes.

Silva, Medeiros e Morelatti (2014) pesquisaram a região de Presidente Prudente. O objetivo deles foi averiguar as condições físicas dos laboratórios de informática das escolas estaduais paulistas daquela região. Eles constataram que há falta de manutenção na maioria dos laboratórios visitados, e destacaram a necessidade da disponibilização de mais recursos, como internet mais veloz, projetores e lousas digitais, etc. Eles argumentaram ainda que “é preciso um trabalho eficaz e mais colaboração de técnicos para assistências, buscando o melhor aproveitamento dos laboratórios de informática para o ensino” (SILVA; MEDEIROS; MORELATTI, 2014).

Analogamente, Paulo e Firme (2014) pesquisaram as condições dos laboratórios de informática das escolas relacionadas à Diretoria de Ensino de Guaratinguetá, com a finalidade de entender como os computadores estavam sendo

utilizados pelos professores de Matemática e também pelos alunos. As pesquisadoras elucidaram que, mesmo que o Programa ACESSA Escola tenha o intuito de proporcionar a inclusão digital, e fomentar o fortalecimento de uma rede de professores, “a falta de manutenção nos laboratórios e de preparo de recursos humanos, tem feito com que poucas metas sejam atingidas” (PAULO; FIRME, 2014, p. 601). Contudo, elas concluíram que nessa região o ACESSA Escola atende ao propósito de inclusão digital na comunidade escolar, porém, desvinculadas dos processos de ensino e aprendizagem. Além disso, elas apontaram que a maioria dos professores entrevistados demonstrou interesse em participar de cursos de formação continuada voltados para o uso das TD.

De forma mais ampla, Chinellato (2014) investigou como os computadores estavam sendo utilizados nas aulas de Matemática das escolas públicas paulistas de Limeira. Além dos entraves relacionados à infraestrutura, análogos aos que foram observados nas pesquisas já mencionadas, ele argumentou que tanto na formação inicial quanto na continuada dos professores que colaboraram com a sua pesquisa, não houve um preparo suficiente que viabilizasse a eles a utilização dos computadores em suas aulas. Ademais, ele ressaltou que alguns dos professores alegaram nas entrevistas que tinham receio em utilizar os laboratórios de informática com os alunos, porque se algo acontecesse nesse ambiente, como danos ou sumiço de algum equipamento, eles seriam responsabilizados por isso. Assim, o pesquisador tece críticas, de modo geral, a falta de suporte por parte da direção das escolas aos professores, no sentido de ajudá-los a utilizar os laboratórios de informática. Para ele,

a direção escolar deveria apoiá-los, dando autonomia aos docentes no que diz respeito à utilização do laboratório de informática. Reforço a ideia da autonomia que precisa ser dada ao professor, para que este possa criar confiança e sentir respaldado em utilizar o laboratório de informática de tal forma que, se algo acontecer lá dentro (sumiço de alguma peça ou danificação de uma máquina, entre outros), ele não venha a sofrer qualquer tipo de punição ou até mesmo seja proibido de voltar a usar os equipamentos (CHINELLATO, 2014, p. 90).

Por outro lado, ele reconhece o importante papel do Programa ACESSA Escola, especialmente porque disponibiliza aos laboratórios recursos coerentes tanto para a exploração de conteúdos matemáticos (*softwares* GeoGebra e Graphmática<sup>21</sup>),

---

<sup>21</sup> <http://www.graphmatica.com/> . Último acesso em 06.07.2016

quanto para ajudar o professor a orientar e interagir com seus alunos de forma direta em seus computadores (*software* BlueLab<sup>22</sup>).

Em outra pesquisa dentro do projeto Mapeamento, Andrade, Baldoni e Javaroni (2014) averiguaram as condições físicas e administrativas dos laboratórios de informática das escolas públicas vinculadas à Diretoria de Ensino de Bauru. Em suas conclusões, destacaram

a existência de poucos laboratórios, na cidade de Bauru, atendendo as metas que o Programa ACESSA Escola traça, e muitos outros com dificuldades, no que diz respeito ao funcionamento da sala. [...] evidenciamos os seguintes percalços: indisponibilidade de estagiários; o número pequeno de computadores em relação ao número de alunos por turma; problema com a conexão com a rede (ANDRADE; BALDONI; JAVARONI, 2014, p. 1).

Ao refletirem sobre os mesmos empecilhos evidenciados dentro desse contexto, Andrade, Zampieri e Javaroni (2014) refletem sobre a necessidade de que o Programa ACESSA Escola se aprimore em distintos aspectos e que haja “um acompanhamento de tempos em tempos para averiguar quais foram os resultados para a comunidade escolar com relação ao uso dos laboratórios de informática e, principalmente, se está sendo feito o bom uso destes” (ANDRADE; ZAMPIERI; JAVARONI, 2014, p. 5761). As pesquisadoras defendem o termo “bom uso” dos laboratórios quando estes estão sendo utilizados em consonância com propostas pedagógicas que contribuam para os processos de ensino e aprendizagem.

Diante dessas circunstâncias pontuadas, e tomando como base algumas ideias discutidas em Borba e Penteado (2010), elas argumentam acerca da importância de que sejam constituídas ações isoladas que incentivem o uso das TD nas escolas, por meio de parcerias com universidades, entre outras instâncias, para agir na mesma direção em que as ações governamentais. Assim, as pesquisadoras entendem que o projeto Mapeamento opera como uma ação isolada no contexto do Estado de São Paulo, pois ele “buscará articular as ações de grande escala do ACESSA Escola com as particularidades de seis regiões do Estado de São Paulo, no que tange a fomentar a inserção dos computadores nas aulas de Matemática” (ANDRADE; ZAMPIERI; JAVARONI, 2014, p. 5762).

Ainda em relação a essa mesma Diretoria de Ensino, Oliveira (2014) investigou se as tecnologias estavam sendo utilizadas em salas de aulas, por professores de

---

<sup>22</sup> <http://blueonline.fde.sp.gov.br/> . Último acesso em 06.07.2016

Matemática na cidade de Bauru. Ela teve o objetivo de apontar as formas de uso ou mostrar os motivos que justificassem o não uso dos computadores nessas aulas. Como resultado, ela reitera que os professores que usam as tecnologias em suas aulas, apenas as utilizam para dar poucas aulas, de forma desarticulada ao processo de ensino, sem fomentar mudanças na aprendizagem de seus alunos.

“Enfim, as utilizam para produzir os materiais que serão trabalhados com os alunos e os levam eventualmente uma ou duas vezes no laboratório de informática da escola” (OLIVEIRA, 2014, p. 28). A pesquisadora argumenta também que os professores não se sentem preparados de forma suficiente para utilizar as TD em suas aulas. Outro aspecto constatado por ela que justifica essa pouca utilização se refere às condições precárias do trabalho docente. “Desanimados por conta da desvalorização profissional, os professores têm sido sujeitos passivos na educação, o que nos faz ponderar que ainda temos muito, ou quase tudo por fazer pelos nossos professores” (OLIVEIRA, 2014, p. 112).

Com a obtenção desses resultados, o projeto Mapeamento foi se modelando e seu objetivo geral foi ampliado. Ou seja, em função dos resultados convergentes nas várias regiões pesquisadas, que apontam para a pouca utilização dos laboratórios de informática nas aulas de Matemática nas séries finais do ensino fundamental, o projeto abarcou outro objetivo visando o desenvolvimento de ações de formação continuada de professores, voltadas para o incentivo ao uso das TD. Assim, algumas pesquisas com esse foco foram/estão sendo desenvolvidas. No entanto, uma pesquisa, em particular, acabou tendo um objetivo intermediário, com o intuito de entender que aspectos levavam os professores a utilizarem as TD em suas aulas.

Esse foi o caso de Peralta (2015), que teve o propósito de identificar os elementos que contribuem para que os professores de Matemática façam esse uso. Por meio de entrevistas com professores que lecionam nos anos finais do Ensino Fundamental na região de São José do Rio Preto, os quais afirmaram utilizar as TD, a pesquisadora concluiu que as percepções desses professores acerca das potencialidades das TD, a identidade profissional de cada um deles, a colaboração por parte da gestão da escola, e algumas políticas educacionais, são elementos que contribuem para que esses professores investigados façam esse uso.

Sobre as percepções dos professores acerca do uso das TD, a autora reitera que eles apontaram as potencialidades propiciadas por elas nas aulas, principalmente pelas características como dinamismo e visualização, além de serem um fator

motivacional despertando o interesse de seus alunos. Em relação à identidade profissional dos professores que fazem esse uso, a pesquisadora destacou um aspecto atrelado a essa identidade que é a autonomia, pois é “por meio dela – da autonomia – que o professor se atreve a buscar novas formas de transformar a sua prática” (PERALTA, 2015, p. 93).

Para que o exercício dessa autonomia seja viável, segundo ela, é fundamental o apoio da equipe gestora da escola, pois cabe a ela “apoiar o professor em suas decisões, encontrando maneiras de solucionar os entraves de diversas naturezas existentes, assim como incentivar o corpo docente em projetos inovadores” (PERALTA, 2015, p. 93).

Outro resultado de sua pesquisa, e que está diretamente relacionado ao apoio oriundo da equipe gestora, refere-se ao professor auxiliar (PA), pois é a equipe que deve informar à respectiva Diretoria de Ensino a necessidade desse profissional. Segundo os professores entrevistados, a política pública educacional que implementou o PA, desempenhou um papel fundamental para a viabilização do uso das TD por parte desses professores. Segundo a pesquisadora, o apoio desses profissionais foi amplamente destacado, no entanto, já não é mais uma realidade no Estado de São Paulo, pois

[...] no início do ano de 2015, foi publicada a Portaria CGRH-3, de 9 de abril de 2015 (SÃO PAULO, 2015), a qual informa que a atribuição de aulas de Professor Auxiliar somente ocorrerá após avaliação realizada ao término do 1º bimestre letivo, constatando-se a necessidade de recuperação contínua da aprendizagem. Desse modo, o apoio que os professores estavam recebendo por parte do PA para a utilização das Tecnologias Digitais poderia deixar de existir. Não compete a mim questionar as políticas educacionais, entretanto, como professora e pesquisadora que sou, é meu dever expor informações a respeito da minha pesquisa, e nesse caso o PA foi amplamente mencionado pelos professores por sua colaboração (PERALTA, 2015, p. 92).

Assim, a pesquisadora fez um contraponto de ideias, pois ao mesmo tempo em que destacou a importância do PA para que os professores investigados utilizassem as TD em suas aulas, mencionou uma portaria mais recente que dificulta a contratação de tais profissionais.

Isso traz à tona uma reflexão acerca da instabilidade das políticas públicas educacionais e o quanto isso pode afetar o trabalho do professor em relação ao uso das TD, uma vez que não é possível contar com a continuidade de determinadas ações que contribuem veementemente para isso, como é o caso do PA, que teve

grande destaque nos resultados de Peralta (2015). Por outro lado, há ainda os demais elementos, que segundo ela, contribuem para que os professores usem as TD.

Assim, diante de todas as colocações aqui apresentadas, em síntese, a partir da primeira subseção foi possível observar a dimensão que o GeoGebra tomou em nível mundial, culminado na constituição de vários institutos pelo mundo. Na segunda subseção, foi possível perceber a evolução desse *software*, que originou focalizando conteúdos de Geometria no plano e ultimamente vem sendo considerado como um ambiente de aprendizagem (SANTOS; TROCADO, 2016). Em seguida, apresentei um contraponto a isso, destacando que mesmo com todas essas potencialidades, ele é pouco utilizado nas escolas públicas do Estado de São Paulo, mesmo porque os laboratórios de informática são pouco utilizados, conforme demonstram as pesquisas vinculadas ao projeto Mapeamento.

Diante disso, tendo em mente os elementos que contribuem para que os professores façam esse uso, conforme pontuados por Peralta (2015), em especial os referentes à necessidade e importância da autonomia para o exercício da profissão docente, as suas percepções acerca das potencialidades das TD para a aprendizagem de seus alunos e o apoio da equipe gestora, argumento que tanto as ações de formação inicial quanto as de formação continuada, devem buscar contemplar pelo menos as duas primeiras temáticas, mesmo porque a terceira se refere a um fator externo.

E é dentro dessa união de elementos que posiciono a minha pesquisa, cujo objetivo é compreender e destacar os saberes, constituídos e mobilizados, tanto pelos professores que participaram, quanto pela equipe proponente responsável, dentro de duas ações colaborativas de formação continuada, considerando as características que as constituíram, como a flexibilidade em atender à demanda trazida pelos professores, de acordo com seus contextos particulares de trabalho. Especificamente, pretendo compreender os fatores que levaram a mobilizações nas salas de aula de alguns desses professores, que culminaram na aplicação de atividades experimentais com o *software* GeoGebra de forma articulada ao currículo vigente.

Para discutir sobre o termo “saberes”, referencio-me em Tardif (2000), que argumenta que eles são referentes a conhecimentos, atitudes ou aptidões que os profissionais utilizam e manifestam em sua profissão. Entretanto, segundo o autor, esses saberes são temporais e contextualizados, além de serem inseparáveis do aprendizado decorrente das vivências particulares de cada um. Então, durante a

periodicidade da carreira de cada professor ou pesquisador, os saberes são constituídos e transformados de acordo com as vivências e circunstâncias em que esses profissionais vivem e trabalham.

Diante disso, nosso interesse concentra-se na explicitação dos saberes que foram constituídos nessas duas ações, tendo eles sido originados lá por meio da aprendizagem mútua entre os envolvidos ao interagirem com o *software* GeoGebra, ou que tenham sido fruto da transformação de saberes prévios. Ainda, concentra-se em explicitar aqueles que foram mobilizados, ou seja, que refletiram em práticas na sala de aula, na temporalidade em que ocorreram as ações, as quais serão detalhadamente descritas na seção 5 dessa tese.

Assim, esses saberes que buscamos destacar estão relacionados com as circunstâncias que ocorreram durante a periodicidade de cada ação, tais como: o modo como os professores interagiram entre si, com os pesquisadores proponentes das ações e com o próprio *software*, aprendendo mutuamente, a fim de realizar e avaliar as abordagens e os conteúdos de cada atividade com o GeoGebra; o modo como eles se posicionaram ao refletir sobre utilizá-lo em suas respectivas salas de aula; a decisão de preparar suas próprias atividades e aplicá-las com seus alunos; e os enfrentamentos que tiveram que mobilizar por causa dessa última decisão, bem como o apoio que receberam de outros profissionais da escola, em particular da gestão escolar.

Diante do que foi exposto, a relevância dessa pesquisa é justificada por buscar trazer à tona esses saberes, em particular, àqueles que mobilizaram a sala de aula. Entretanto, tenho ciência de que, diante do cenário atual, em que as pesquisas em TD pouco refletem nas aulas de Matemática, as mobilizações dos saberes que se manifestaram no cenário escolar que aqui ressaltamos são casos particulares. Entretanto, é de particularidades que o todo é constituído. Tendo isso em mente, a minha proposta aqui é ecoar essas singularidades no âmbito acadêmico, almejando fomentar a ocorrência de novos casos particulares, para que esses também possam ecoar, e assim, sucessivamente.

Em sintonia com o objetivo, a pergunta diretriz se constituiu do seguinte modo: *que saberes foram constituídos e mobilizados em duas ações colaborativas de formação continuada, voltadas para o estudo de conteúdos matemáticos articulados ao GeoGebra?*

Assim, a partir do objetivo definido, busquei um referencial teórico e uma opção metodológica que me permitissem trilhar caminhos na busca por cumprir tal objetivo. Diante disso, apresento e discuto o referencial teórico na seção a seguir.

## **4 REFERENCIAL TEÓRICO**

Embora o referencial tenha se constituído após a definição do objetivo, como mencionado anteriormente, minha visão de mundo e de conhecimento são antecedentes a essa pesquisa, e de certo modo compuseram uma lente teórica com a qual analisei os meus dados, possibilitando que os eixos de análise emergissem. Assim, após o estudo minucioso de cada um deles, busquei por aportes que me permitissem discutir esses dados, de forma a me aprofundar nas temáticas que estão em sintonia com o objetivo dessa pesquisa.

Assim, apresento e discuto aqui essa visão de mundo e de conhecimento, e os aportes que surgiram após a definição do objetivo. Esses referenciais versam sobre os seguintes temas: pensamento, conhecimento e experimentação com tecnologias na Educação Matemática; saberes docentes; formação continuada voltada para o uso das TD; e colaboração e insubordinação criativa. Esses temas são por mim considerados elementos constitutivos da referida indagação de pesquisa.

### **4.1 Pensamento, conhecimento e experimentação com tecnologias na Educação Matemática**

O filósofo Pierre Levy, há mais de duas décadas, vem se preocupando com o papel das técnicas de comunicação dentro da evolução cultural, na filosofia antropológica, contemporânea, educacional e estética. Ele denomina tecnologias intelectuais todas as técnicas de tratamento e transmissão de mensagens, as quais modificam diretamente a comunicação, resultando em uma transformação não somente do meio externo em que vivemos, mas também em nosso próprio interior, como os sistemas de escrita, de linguagem, a informática, etc. (LEVY, 1999).

Esse filósofo defende a ideia de que uma determinada configuração de tecnologias intelectuais em certo período de tempo abre alguns campos de possibilidades à cultura predominante nesse mesmo período. Para reforçar essa sua premissa, o autor busca, no decorrer dessa obra, a resposta para a seguinte questão: “Como e por que diferentes tecnologias intelectuais geram estilos de pensamento distintos?” (Levy, 1999, p. 77). Para isso, ele primeiramente define a cognição ou a inteligência como sendo fruto de uma rede complexa onde interagem distintos atores biológicos, humanos e técnicos. Assim, dentro desta perspectiva, não há um “eu” inteligente, mas sim um “eu” com um grupo de humanos, onde esse “eu” é parte

integrante, com sua própria língua, com uma bagagem constituída por métodos, por escrita, etc. Além disso, segundo o autor, o “eu” inteligente se encontra fragmentado interiormente, de modo que, com base na psicologia cognitiva, há uma multiplicidade de partes, de diferentes formatos e de distintos tipos, que constituem o sistema cognitivo humano.

Diante disso, o referido autor refuta a polaridade sujeito-objeto, oriunda da Metafísica, argumentando que não há uma substância ou um sujeito pensante, mas sim um coletivo pensante. Nesse sentido, para ele “o pensamento se dá em uma rede na qual neurônios, módulos cognitivos, humanos, instituições de ensino, línguas, sistemas de escrita, livros e computadores se interconectam, transformam e traduzem as representações” (LEVY, 1999, p. 135). Exemplificando, ele argumenta que a representação de fenômenos da natureza por meio de simulação digital só se tornou possível com a informática, assim como a distribuição de livros só se tornou possível com a chegada da impressão. E, analogamente, com o surgimento de outras tecnologias intelectuais, houve ainda a chegada de outras distintas possibilidades de representações e novos estilos de pensamento.

Por exemplo, nas sociedades primitivas, em que a oralidade era a única forma de comunicação, “quase todo o edifício cultural está fundado sobre as lembranças dos indivíduos. A inteligência, nestas sociedades, encontra-se muitas vezes identificada com a memória, sobretudo com a auditiva” (LEVY, 1999, p. 77). O autor busca então caracterizar a memória, apoiado nos pressupostos da psicologia cognitiva. Nesse sentido, há a memória de curto prazo, que está vinculada à atenção imediata. É o caso, por exemplo, de quando um estudante precisa tirar nota alta em determinada avaliação. Se ele somente “decora” a matéria estudada, as informações ficam retidas apenas na memória de curto prazo, e se perdem ao longo do tempo.

Já a memória de longo prazo está vinculada a uma memória declarativa, que por sua vez é situada em uma enorme e única rede associativa do cérebro, de modo que “quando uma nova informação ou um novo fato surgem diante de nós, devemos, para gravá-lo, construir uma representação dele” (LEVY, 1999, p. 79). Assim, em nosso pensamento cotidiano, segundo o autor, fazemos estes processos representativos ou elaborativos o tempo inteiro. Tais representações ou elaborações seriam como “fichas mentais” sobre conceitos, situações, objetos, que são úteis dentro do nosso cotidiano. “Poderíamos dizer que nossa visão de mundo, ou nosso modelo

de realidade, encontram-se inscritos em nossa memória de longo prazo” (LEVY, 1999, p. 153 – grifos do autor).

Dessa forma, para ele, ao elaborarmos uma determinada representação, construímos diferentes vias de acesso a ela na rede associativa pertencente à memória de longo prazo. Desse modo, “lembramo-nos melhor, por exemplo, daquilo que pesquisamos, ou da informação que resultou de um esforço ativo de interpretação” (LEVY, 1999, p. 81). No caso das sociedades primitivas, estritamente orais, os membros de tal sociedade possuíam apenas os recursos da memória de longo prazo para transmitir e reter as informações que lhes eram convenientes de serem perpassadas. Então eles investiam ao máximo no que dispunham, como em artifícios narrativos distintos, personalização e dramatização. A mitologia grega é um exemplo desse tipo de investimento. Então o estilo de pensamento em sociedades estritamente orais se manifesta na significação dada a esses tipos de representação em ritos e narrativas, com toda sua bagagem emocional e dramática.

Com o surgimento da escrita, as representações ocorrem de outras formas, pois, segundo o autor, a leitura culmina em conflitos por causa da fundação de escolas rivais, propiciando autoridade a alguns (poucos), principalmente após o advento da impressão. Com isso também emergiram teorias nos mais diversos campos do conhecimento, se estendendo inclusive no âmbito da religião. Assim, com a escrita, as representações se tornaram lineares e o pensamento se tornou lógico. Para ele, “o “pensamento lógico” corresponde a um estrato cultural recente ligado ao alfabeto e ao tipo de aprendizagem (escolar) que corresponde a ele” (LEVY, 1999, p. 93 – grifo do autor). Além disso, a memória da sociedade letrada está arquivada em seus manuscritos, nos textos impressos, etc. “Sem escrita, não há datas nem arquivos, não há listas de observações, tabelas de números, não há códigos legislativos, nem sistemas filosóficos e muito menos crítica destes sistemas” (LEVY, 1999, p. 96).

Ademais, segundo o autor, com a impressão, a discussão deixou de ser verbal, característica marcante da Idade Média, e passou a ter um maior apelo visual, como ainda ocorre nos dias de hoje em distintos âmbitos, incluindo o meio científico, com as publicações de artigos científicos e também nas práticas em laboratórios. Tais atividades continuam e se ampliam cada dia mais com outra tecnologia intelectual que favorece a visualização, que é o computador. O computador pessoal, por sua vez, foi uma inovação fora daquilo que se podia prever na época, e se tornou um meio de massa para a simulação, criação e para a comunicação (LEVY, 1999).

O autor não elabora uma definição da informática porque ela está sempre se atualizando, de modo que “o aspecto [...] mais determinante para a evolução cultural e as atividades cognitivas é sempre o mais recente, relaciona-se com o último envoltório científico, a última conexão possível, a camada de programa mais exterior” (LEVY, 1999, p. 102). Para ele, o que se destaca em relação à informática é a digitalização, em que o suporte da informação passa a ser infinitamente inquebrável, maleável, móvel e leve. Assim, há mais de duas décadas atrás, ele já previu que o som e a imagem se entrelaçariam no mundo digital, possibilitando trabalhar com ambos concomitantemente. Quando a imagem é digitalizada, é possível animá-la, comentá-la, ordená-la, relacioná-la com áudio, sem grandes custos financeiros, sem requerer aprendizagens complexas para realizar tais proezas.

Outro aspecto importante que o autor ressalta como inerente ao digital é a possibilidade para simulação de modelos. Ele cita como exemplo um programa que auxilia a projetar próteses, carros, casas, navios, etc., que é o *software* CAD<sup>23</sup>, que por sua vez, também propicia a realização de testes de resistência em peças, e ainda permite simular a paisagem de um prédio que ainda nem foi construído. Cita também o exemplo das planilhas eletrônicas de cálculo, que possibilitam análises mais apuradas em relação a tomadas de decisões orçamentárias, contábeis, etc. Mas o que o autor destaca como mais importante em relação à simulação é o benefício cognitivo. Para ele,

a manipulação dos parâmetros e a simulação de todas as circunstâncias possíveis dão ao usuário do programa uma espécie de intuição sobre as relações de causa e efeito presentes no modelo. Ele adquire um conhecimento por simulação do sistema modelado, que não se assemelha nem a um conhecimento teórico, nem a uma experiência prática, nem ao acúmulo de uma tradição oral (LEVY, 1999, p. 122).

Diante disso, segundo Levy (1999), o conhecimento adquirido por meio da simulação é diferente dos demais porque possibilita que o usuário aja diretamente no objeto que lhe interessa dentro do modelo estudado, permitindo a ele que seja um ator dentro desse ambiente. Assim, o autor considera a simulação digital como sendo auxiliar à imaginação. Segundo ele, é usual que as pessoas construam modelos mentais de objetos ou situações acerca do que estão observando ou analisando, e então explorem distintas possibilidades dentro de tais construções que foram

---

<sup>23</sup> <https://www.autodesk.com.br/solutions/cad-software> . Último acesso em 13.12.2017.

mentalizadas. Desse modo, a simulação digital auxilia esse raciocínio, de uma maneira muito mais potente que a lógica formal do alfabeto. Isso ocorre, segundo o autor, porque essa lógica se refere a um modo formalizado de apresentação do saber. Já a simulação é o contrário disso, pois é referente às etapas de atividade intelectual que precedem essa exposição racional, ou seja, está diretamente relacionada a etapas que envolvem imaginação, tentativas e erros.

Assim, a simulação por computador propicia “que uma pessoa explore modelos mais complexos e em maior número do que se estivesse reduzido aos recursos de sua imagística mental e de sua memória de curto prazo, mesmo se reforçadas por este auxiliar por demais estático que é o papel” (LEVY, 1999, p. 127). Diante disso, o estilo de pensamento promovido por meio dessa interação digital difere dos estilos referentes aos da oralidade e da escrita na medida em que as faculdades da imaginação e da intuição são potencializadas com o processo exploratório ou investigativo oriundo da simulação. No entanto, o autor destaca que a simulação não se refere a uma irrealidade no que tange à relação com o mundo, mas sim a uma expansão da capacidade de imaginar e de intuir.

Ademais, Levy (1999) ressalta que a oralidade, a escrita e a informática não devem ser entendidas como eras, pois em todos os momentos, essas três tecnologias intelectuais estão sempre misturadas e presentes, embora com intensidades variáveis. Esclarecendo, ele destaca que as teorias e os mitos continuam existindo, mesmo com a chegada da informática, do mesmo modo que a simulação mental já existia mesmo antes do surgimento da informática. Entretanto, os coletivos pensantes sempre se transformam com a aparição de novas tecnologias intelectuais, abrindo outras possibilidades, expressando diferentes estilos de pensamento.

O autor também discute o papel das instituições nas atividades intelectuais humanas. Para ele, instituir, do mesmo modo que conhecer, equivale a arrumar, ordenar, classificar e construir configurações estáveis. Então, a atividade cognitiva do ser cognoscente objetiva instaurar a ordem em sua mente, reduzindo o caos e o barulho. Assim, dentro dessa perspectiva, a natureza do conhecimento produzido está diretamente conectada aos fatores externos que estão entrelaçados a nossa mente.

O autor exemplifica esse argumento discutindo acerca da escrita enquanto suporte de memória. Um dos frutos da produção de conhecimento com o suporte da escrita (e conseqüentemente da impressão) é o desenvolvimento de teorias dentro de diferentes áreas do conhecimento, segundo Levy (1999). Sem a impressão e as

diferentes interfaces que a compõem (sistemas de escrita, papel, prensa mecânica, alfabetos, índices, páginas enumeradas, sumários, etc.), vários avanços teóricos e científicos, entre outras referências literárias sobre temas diversos, possivelmente ficariam limitados a um número menor de pessoas, ou, provocariam impactos distintos dos que provocaram na sociedade como um todo.

Assim, para esse autor, “caso se acrescente ou se suprima uma única interface à rede técnica da escrita em um dado momento, toda a relação com o texto se transforma” (LEVY, 1999, p. 180). Dessa maneira, para ele, o conhecimento se constitui quando produzimos novos saberes, os quais são condicionados pelas tecnologias intelectuais envolvidas nesse processo. Assim, “nenhum tipo de conhecimento, mesmo que pareça-nos tão natural, por exemplo, quanto a teoria, é independente do uso das tecnologias intelectuais” (LEVY, 1999, p. 75 – grifo do autor).

Ademais, já vimos que a oralidade, a escrita e a informática geram estilos de pensamento diferentes. Equivalentemente, ele argumenta que as instituições também afetam os pensamentos das pessoas e influenciam suas tomadas de decisões. “A cada etapa de nossa trajetória social, a coletividade nos fornece línguas, sistemas de classificação, conceitos, analogias, metáforas, imagens, evitando que tenhamos que inventá-las por conta própria” (LEVY, 1999, p. 143). Nesse sentido, o autor sugere que toda instituição também é uma tecnologia intelectual. Em contrapartida, ele também defende que toda tecnologia intelectual é uma instituição, pois é temporal, ou seja, convencional e datada historicamente.

Ele ainda defende que o contexto social influi nas atividades cognitivas das pessoas. E de forma inversa, as pessoas contribuem para a estruturação e reestruturação contínuas das instituições sociais. “Tanto é assim que toda estrutura social só pode manter-se ou transformar-se através da interação inteligente de pessoas singulares” (LEVY, 1999, p. 144).

Nesse sentido, o autor discorre ainda sobre a arquitetura cognitiva de um indivíduo. Para isso, ele argumenta sobre o caráter limitado de nossa consciência, pois, com base na psicologia cognitiva, ele afirma que quase a totalidade da vida psíquica encontra-se externa à zona de atenção, e que a mente é constituída por diferentes partes que não partilham da mesma lógica de funcionamento. Assim, dentro desse ponto de vista “o psiquismo deve ser imaginado como uma sociedade cosmopolita, e não como um sistema coerente, menos ainda como uma substância” (LEVY, 1999, p. 164).

Para esclarecer esse argumento, ele exemplifica com o fato de que quando há danos em zonas limitadas do cérebro, isso pode afetar apenas algumas competências mentais, e outras podem permanecer intactas. Mesmo sem ocorrer estes danos, ainda fica perceptível que nem todos possuem as mesmas habilidades, pois enquanto há pessoas hábeis em geometria, podem ser ao mesmo tempo deficientes em termos de relações interpessoais, pode ainda existir pessoas sábias que se portam como ignorantes. Ou seja, o ponto enfatizado por ele é que ninguém é totalmente ignorante ou totalmente inteligente, e que é importante que enxerguemos as pessoas como sociedade, como grupo.

Assim, segundo o autor, grande parte de nosso sistema cognitivo é muito rápido e automático, portanto escapa ao controle de nossa consciência. E esse automatismo é que garante a nossa sobrevivência, pois libera o restante de nossa mente para a realização de outras tarefas. Por exemplo, somos capazes de conversar enquanto realizamos outra tarefa que está conectada conosco desde o nascimento, como respirar ou ouvir. Ou ainda, podemos conversar também enquanto realizamos uma tarefa já aprendida, como dirigir. O autor então nos coloca a pensar sobre a possibilidade de compararmos a sociedade com esse nosso sistema cognitivo. Porque ela também é constituída por diferentes partes, relativamente independentes umas das outras, como por pessoas, animais, artefatos ou coisas, etc. No entanto, não há uma consciência social, uma vez que os limites que existem na consciência individual, que se restringem a nossa memória de curto prazo, não se aplicam à sociedade como um todo, pois tais limites são superados por causa da expansão dessa memória, propiciado pelas tecnologias intelectuais, conforme já mencionado anteriormente.

Com isso, Levy (1999) quer reforçar seu argumento de que o pensamento não é individual, mas sim coletivo, fruto não só dos processos biológicos dos indivíduos, mas também de processos de interação com instituições sociais, que por sua vez, são constituídas não só por pessoas, mas também por coisas, como já discutido. Portanto, ele defende que a ideia de se estabelecer um limite claro entre subjetividade e objetividade precisa ser abandonada. Desse modo, pensar, para ele, torna-se um ato coletivo em que são misturados coisas e homens. Então dentro dessa perspectiva, não há um sujeito que pensa, mas sim um coletivo pensante. Vale ressaltar que ele não está considerando que uma pessoa, sozinha, não pensa, mas sim que “uma sociedade cosmopolita pensa dentro dela, cidades e neurônios, escola pública e neurotransmissores, sistemas de signos e reflexos. Quando deixamos de manter a

consciência individual no centro, descobrimos uma nova paisagem cognitiva [...]” (LEVY, 1999, p. 173).

Diante desse posicionamento, ele destaca que as tecnologias intelectuais não se conectam sobre a mente, mas sim sobre algumas partes do sistema cognitivo. O processo de interiorização delas pode ser muito intenso dentro de tal sistema, segundo o autor, do mesmo modo que o conhecimento de uma determinada língua natural, de um determinado sistema métrico, de alfabetos, etc. Esse processo de interiorização, com essa intensidade, por meio da metamorfose que promove na imaginação ou nos próprios hábitos, acaba criando outras entidades dentro de nós mesmos, com pensamentos distintos dos nossos.

Assim, o autor aponta que ao estudarmos as tecnologias intelectuais, colocamos em foco a relação de encaixe recíproco entre sujeitos e objetos. O sujeito cognitivo só opera por meio de uma infinidade de objetos associados, imbricados e simulados. Entretanto, segundo ele, estes objetos estão saturados de humanidade, do mesmo modo que os sujeitos carregam a marca dos objetos com os quais se conectam (LEVY, 1999).

Em relação às tecnologias informáticas, em particular às digitais, o autor defende seu uso intenso para a aprendizagem. Para ele, é essencial que o estudante se envolva ativamente em seu próprio processo de aprendizagem, e a interação com tais tecnologias vem a favorecer “uma atitude exploratória, ou mesmo lúdica, face ao material a ser assimilado” (LEVY, 1999, p. 40). Outro fato ressaltado por ele, apoiado nos pressupostos da psicologia cognitiva, é que os raciocínios indutivo ou dedutivo estão longe de serem expressados por indivíduos reduzidos apenas aos recursos provenientes de seus sistemas nervosos, ou seja, sem uma discussão com outros indivíduos, sem a interação e a experimentação com alguma tecnologia intelectual. Assim, para ele, levando em conta as tecnologias intelectuais, de modo geral, é possível entender como o raciocínio formal se constituiu na nossa espécie.

Dentro do âmbito da Educação Matemática, Borba e Villarreal (2005) argumentam, apoiados em Levy (1999) e também em outras obras literárias, sobre a importância da experimentação para os processos de ensino e aprendizagem da Matemática. Para isso, primeiramente eles discorrem sobre uma dificuldade de aceitação dessa importância, por parte dos matemáticos, os quais, por sua vez, tendem a valorizar somente os raciocínios dedutivos e indutivos nas demonstrações, desconsiderando as etapas de experimentação e testes que precedem a tais

raciocínios. Entretanto, eles reiteram que há movimentos que visam valorizar esse processo, uma vez que ele está vinculado a um trabalho investigativo de descobertas, buscando a validação ou a refutação de uma dada hipótese, sendo fundamental para a Matemática, desde os seus primórdios.

Assim, segundo os autores, esse movimento favorável à experimentação na Matemática, e também na Educação Matemática, ganhou ainda mais força com o advento dos computadores. Então a experimentação com os computadores, ou melhor, com as tecnologias que estão a ele vinculadas, passou a ser uma tendência dentro dessas duas áreas de conhecimento. Mas quando se trata de demonstrações, os matemáticos reconhecem o papel das discussões coletivas, reconhecem que a demonstração é uma construção social, reconhecem a importância da intuição, mas tendem a não aceitar a experimentação dentro desse contexto (BORBA; VILLARREAL, 2005).

Na Educação Matemática também há diferentes pontos de vista sobre esse assunto, segundo os autores, mas reforçam que isso não significa que haja, por parte dessa comunidade, rejeições em relação às tradicionais formas de demonstrações matemáticas, mas que há muitas e distintas perspectivas envolvendo experimentação, que são consideradas nos processos de ensino e aprendizagem. O argumento de Borba e Villarreal (2005, p. 72 – tradução nossa)<sup>24</sup> a esse respeito é que “a experimentação deveria estar mais presente nas escolas porque os computadores estão mais disponíveis lá, e a experimentação está em ressonância com coletivos que envolvem tecnologia computacional”.

Assim, eles defendem que a experimentação-com-tecnologia é muito mais do que um simples apertar de teclas no computador, ou na calculadora científica gráfica, ou na calculadora gráfica. Ou seja, para eles, este apertar de teclas deve estar vinculado ao levantamento de conjecturas, com suas validações, com a coordenação de representações múltiplas, e com outra maneira de realizar tentativas e erros, as quais, segundo os autores, não ocorrem aleatoriamente, mas sim, a partir do *feedback* propiciado pela tecnologia com a qual se está interagindo. Esses aspectos

---

<sup>24</sup> Tradução de “experimentation should be more present in schools because computers are more available there, and experimentation is in resonance with collectives which involve computer technology.”

mencionados, de acordo com eles, caracterizam o que eles chamam de abordagem experimental-com-tecnologia (BORBA; VILLARREAL, 2005).

Ademais, para os autores, tal abordagem propicia: o rápido e fácil alcance de diferentes tipos de representação de uma mesma situação-problema; a possibilidade de repetição de experimentos, propiciando a investigação de conjecturas por meio de muitos exemplos, e pelo rápido *feedback*. Essa abordagem harmoniza com a visão epistemológica dos autores, na qual é possível analisar o papel das tecnologias como atores dentro dessa coletividade formada por atores humanos e não-humanos. Entretanto, essa análise não se refere a uma comparação, no sentido de identificar o que essas tecnologias trazem de melhor em relação à interação com outras tecnologias intelectuais, mas se refere à busca pelo entendimento acerca das transformações que elas provocam no pensamento, e sobre os tipos de problemas que se manifestam com o uso delas, em particular na Educação Matemática (BORBA; VILLARREAL, 2005).

Outro aspecto destacado por eles dentro dessa abordagem se refere à visualização, e sua importância para dar suporte à intuição, à geração de conjecturas, nas tentativas de explicação de resultados matemáticos de uma pessoa para outra, e na resolução de problemas, de modo geral. Então, para eles a visualização é uma forma de fortalecer a cognição, que implica na necessidade de que os estudantes tenham a oportunidade e condições de usufruir disso, a fim de elaborar construções, investigações, conjecturas e modificações em uma dada atividade matemática. Assim, dentro dessa perspectiva, os pacotes computacionais que oportunizam esses fatores são fundamentais na abordagem experimental-com tecnologia.

Entretanto, as tecnologias nem sempre adentram a sala de aula, conforme já foi pontuado anteriormente nesse trabalho. E nesse sentido, para que os professores possam de fato trabalhar com elas, em particular, dentro de abordagens em sintonia com a experimental-com-tecnologia, às vezes é necessário que eles enfrentem alguns contratempos, como aqueles que já foram pontuados, tais como: falta de apoio da gestão escolar, falta de preparo para esse fim, infraestrutura precária do laboratório de informática, etc. Mesmo se engajando em tais enfrentamentos, as condições de trabalho docente já deixam bastante a desejar, como também já foi discutido.

Assim, fica muito difícil os professores avançarem para o que Borba e Penteado (2010) chamam de zona de risco. Esses autores reconhecem a existência de muitos elementos que se mostram como empecilhos à prática docente com tecnologias, mas

buscam se concentrar em dois, especificamente: a obsolescência e o risco da perda de controle da classe. O primeiro se refere ao fato da necessidade que o professor se depara de se manter atualizado constantemente, porque as tecnologias avançam e se transformam continuamente.

O problema mais complexo se refere ao segundo elemento, o risco de perda de controle, que segundo Borba e Penteado (2010, p. 57), normalmente ocorre

[...] quando tudo vai bem com a parte técnica e o professor consegue desenvolver sua aula, surgem as perguntas imprevisíveis. Por mais que o professor seja experiente é sempre possível que uma nova combinação de apertar de teclas e comandos leve a uma situação nova que, por vezes, requer um tempo mais longo para análise e compreensão. Muitas dessas situações necessitam de exploração cuidadosa ou até mesmo de discussão com outras pessoas (BORBA; PENTEADO, 2010, p. 57).

Assim, para eles, tais situações se caracterizam como um ambiente de aprendizagem tanto para seus alunos, quanto para eles mesmos. Isso acontece porque ao se adentrar a tais ambientes, a imprevisibilidade se faz presente, seja em relação às questões envolvendo a familiaridade com o *software*, ou até mesmo as que se referem a conteúdos matemáticos, por exemplo, podem emergir relações não antes exploradas pelos professores. Nesse sentido, “à medida que a tecnologia informática se desenvolve, nos deparamos com a atualização de nossos conhecimentos sobre o conteúdo ao qual ela está integrada” (BORBA; PENTEADO, 2010, p. 64).

Desse modo, ao trabalhar com o computador ou com outra tecnologia, o professor de Matemática pode sentir a necessidade de aprofundar muitas ideias matemáticas, e paralelamente, perseguir outros enfoques pedagógicos para abordar em suas aulas, segundo esses autores. Ou seja, junto com o uso das tecnologias, vem o desafio de ampliar e rever seus conhecimentos matemáticos constantemente, pois quanto mais o professor se adentra a esse uso, maior o risco de ele encontrar alguma situação matemática que não lhe era familiar.

Diante disso, o professor passa a perceber que ele não é o detentor exclusivo dos conhecimentos em sala de aula. Isso não deve ser encarado como algo negativo, segundo os autores, porque ele pode se perceber como parte integrante do ambiente de aprendizagem, e que os alunos podem ser seus parceiros na produção de novos conhecimentos. Assim, ao caminhar nessa zona de risco, o professor tem a oportunidade de aproveitar todo o potencial das tecnologias para aprimorar a sua prática profissional. E os elementos relacionados à imprevisibilidade, ocasionadas

com esse uso, podem ser encarados como “possibilidades para desenvolvimento: desenvolvimento do aluno, desenvolvimento do professor, desenvolvimento de situações de ensino e aprendizagem” (BORBA; PENTEADO, 2010, p. 66).

Para que esse caminhar na zona de risco de fato se concretize, os autores defendem um agir e pensar coletivo, pois, segundo eles, a individualidade pode acarretar em estagnação. Assim, faz-se necessária a participação em redes de trabalho, para que seja possível esse agir e pensar, e para que provoque transformações no ambiente escolar. Ainda, os autores defendem ações mais locais, que atendam demandas e especificidades de cada contexto, sejam elas frutos de Secretarias Estaduais de Educação ou também provenientes de grupos vinculados às universidades.

No meu modo de ver, além de concordar com a constituição dessas ações mais contextualizadas, para fomentar o caminhar dos professores pela zona de risco ocasionada pelo uso das TD, faz-se necessário que haja uma coerência entre o propósito subjacente a esse uso e a epistemologia da prática profissional do professor que embasa essas ações. Isso se justifica pelo fato de que o conhecimento de cada professor é fruto de suas próprias vivências, sejam elas de natureza pessoal ou profissional. Ignorar essa indissociabilidade dentro de tais ações pode ser nocivo aos propósitos do fomento ao uso das TD, na medida em que não se leva em consideração as situações de trabalho em que cada um está inserido, fazendo com que nem todos os professores se sintam representados com o que está sendo proposto, e então as ações acabam ficando no campo da superficialidade para quem participa.

#### **4.2 Saberes dos professores, formação continuada com TD, o trabalho colaborativo e a insubordinação criativa**

De acordo com o que foi exposto na seção anterior, busco agora apresentar a epistemologia de prática profissional (TARDIF, 2000) que embasou as ações de formação continuada que constituíram essa tese, as quais serão descritas na seção seguinte.

De modo geral, não só na carreira docente, mas em qualquer prática profissional, Tardif (2000) argumenta que os profissionais se amparam em seus conhecimentos formalizados e especializados, os quais são produzidos, na maioria das vezes, por meio de disciplinas científicas, as quais englobam as ciências sociais, humanas, naturais, aplicadas e também as da educação. Tais conhecimentos são

produzidos por meio de uma formação de alto nível, sendo na maioria dos casos, de cunho universitário. Tal formação é validada por um diploma, o que permite que se tenha um título profissional.

Entretanto, segundo o autor, esses conhecimentos que são tratados em disciplinas costumeiramente chamadas de “puras”, “são modelados e voltados para a solução de situações problemáticas concretas, como, por exemplo, construir uma ponte, [...] resolver um problema jurídico, facilitar a aprendizagem de um aluno que está com dificuldades” (TARDIF, 2000, p. 13). Por conta disso, segundo o autor, os conhecimentos profissionais são progressivos e evolutivos, e portanto requerem uma formação continuada. Ou seja, os conhecimentos profissionais, os adquiridos ao longo da carreira, e também os científicos são passíveis de críticas, revisão e aperfeiçoamento, continuamente.

Assim, a profissionalização perdeu sua posição de ciência aplicada, se aproximando de um saber socialmente constituído, e localmente situado. Uma das consequências disso, de acordo com o autor, foi o surgimento de controvérsias em relação às bases epistemológicas inerentes às práticas profissionais, manifestadas em críticas em relação à formação universitária e à própria perda dos valores que deveriam ser a base do trabalho de tais profissionais. Em relação a isso, para o autor, valores como justiça, ética, igualdade e saúde parecem ter se dispersado e nem sempre são diretrizes nas mais distintas profissões, em particular nas que tem o ser humano como objeto de trabalho.

Por isso, diante dessa crise, no âmbito da educação houve movimentos de pressão para profissionalizar o ensino, o trabalho do educador e sua formação. Em contrapartida, tal profissão veio perdendo prestígio nas últimas três décadas, o que acarretou na ideia de que a profissionalização poderia não ser uma opção tão promissora quanto se previa, segundo o autor. Diante desse contexto complexo “que a questão de uma epistemologia da prática profissional acha sua verdadeira pertinência” (TARDIF, 2000, p. 10).

Antes de expor seu entendimento por esse termo, ele discorre acerca do campo da epistemologia de modo geral. O autor reitera que desde a década de 60 do século passado, esse campo vem se abrindo para além das ciências, como ao estudo de jogos de linguagem, saberes cotidianos, ações sociais e individuais, etc. E segundo ele, é dentro desse novo campo epistemológico que estão situados os conhecimentos profissionais, não só de professores, mas também de outras profissões, como

médicos, agentes sociais, psicólogos, etc. Diante disso, ele chama de “epistemologia da prática profissional o estudo do conjunto dos saberes utilizados realmente pelos profissionais em seu espaço de trabalho cotidiano para desempenhar todas as tarefas” (TARDIF, 2000, p. 10).

Em relação aos saberes pontuados pelo autor, ele se refere às aptidões, atitudes e conhecimentos utilizados pelos profissionais em seu contexto de trabalho. Assim, a finalidade da epistemologia defendida por ele é destacar esses saberes, compreender como são modelados, mobilizados e incorporados nas tarefas dos profissionais, e também como se transformam e como são produzidos. Em relação aos professores, especificamente, as pesquisas que estão em sintonia com essa epistemologia da prática profissional, visam compreender o papel que tais saberes desempenham no processo de trabalho do professor. Assim, segundo Tardif (2000) as pesquisas que estão em sintonia com esse campo epistemológico devem se centrar no estudo dos professores dentro de seus contextos reais de trabalho.

Além disso, tais pesquisas devem se pautar na ideia de que os saberes profissionais são incorporados, laborados e trabalhados no próprio processo de trabalho docente, que, segundo ele, só fazem sentido dentro de suas situações de trabalho e que são nessas ocasiões que eles modelados, construídos, e utilizados significativamente pelos profissionais. Assim, dentro dessa perspectiva, “o profissional, sua prática e seus saberes não são entidades separadas, mas “co-pertencem” a uma situação de trabalho na qual “co-evoluem” e se transformam” (TARDIF, 2000, p. 11 – grifos do autor).

Dentro desse enfoque, o autor chama a atenção dos pesquisadores que se propõem a estudar os saberes profissionais dos professores, para que se desloquem aos locais de trabalho em que esses profissionais se encontram, para estudar o modo como se comunicam, como pensam, como desenvolvem seu trabalho com os alunos, como tornam efetivos os programas escolares, como se comunicam com seus colegas, com os pais de alunos, etc. Ou seja, o autor destaca a necessidade de pesquisas que ressaltem tais saberes, com a finalidade de compor um repertório de conhecimentos para o campo da formação de professores. Em síntese, ele sugere aos pesquisadores que se interessem mais pelo que os professores fazem, sabem e são, do que pelo que eles deveriam fazer, saber e ser.

Assim, ele argumenta que a epistemologia da prática profissional que embasa pesquisas com tais finalidades, se concentra na necessidade de “estudar o conjunto

dos saberes mobilizados e utilizados pelos professores em todas as suas tarefas” (TARDIF, 2000, p. 13). Assim, o estudo do ensino dentro dessas condições, deveria trazer à tona os saberes docentes referentes aos conceitos e às práticas dos próprios professores, construídos durante e por meio de seu trabalho no dia a dia.

Tais saberes, segundo o autor, apresentam características muito particulares, sendo a temporalidade uma delas. Para ele, isso se dá porque eles se desenvolvem e são utilizados ao longo da carreira docente dos professores, ou seja, são desenvolvidos e se modificam durante um longo processo de suas vidas profissionais, levando-se em conta questões individuais, bem como questões de socialização profissional.

Seus saberes são também heterogêneos, porque raramente os professores apresentam uma única teoria acerca de suas práticas, mas às vezes fazem uso de muitas, “mesmo que pareçam contraditórias para os pesquisadores universitários. Sua relação com os saberes não é de busca de coerência, mas de utilização integrada no trabalho, em função de vários objetivos que procuram atingir simultaneamente” (TARDIF, 2000, p. 14). Tais objetivos são de naturezas diversas, segundo o autor, por exemplo: a busca por motivar/controlar os grupos de alunos; levá-los a se envolverem com determinadas atividades em sala de aula; promover a compreensão e a aprendizagem dos conteúdos a todos os alunos, e ao mesmo tempo dedicar atenção especial a alguns com mais dificuldades, etc.

Esses saberes são ainda contextualizados e personalizados, segundo ele. Ou seja, cada professor tem sua própria história de vida, tem sua própria personalidade, sua cultura, seu corpo, etc. Ainda, em sinergia com Levy (1999), podemos afirmar que cada professor é por si só uma sociedade cosmopolita, logo, suas ações e seus pensamentos “carregam as marcas dos contextos nos quais se inserem” (TARDIF, 2000, p. 15). Por fim, são saberes indissociáveis de suas situações de trabalho e de suas experiências de vida.

Outra característica em relação a esses saberes refere-se à sensibilidade requerida pelo professor, para distinguir os perfis de aprendizagem de cada aluno. “Essa sensibilidade exige do professor um investimento contínuo e a longuíssimo prazo, assim como a disposição de estar constantemente revisando o repertório de saberes, adquiridos por meio da experiência” (TARDIF, 2000, p. 17). Assim, as pesquisas que tem em seu cerne essa perspectiva epistemológica, visam estudar os

saberes docentes construídos e mobilizados nas situações de trabalho em que os professores pesquisados estão inseridos.

Segundo Tardif (2000), esses saberes só fazem sentido nessas situações. Mas a meu ver, as situações de trabalho perpassam a sala de aula e também o espaço físico da escola, pois ao participarem de algum grupo ou curso de formação continuada, que carreguem em sua essência a valorização desses saberes e a importância de trazê-los à tona, os professores têm a oportunidade de refletir e avaliar tais situações, podendo assim modelar ou constituir outros saberes, os quais poderão ser utilizados significativamente dentro do contexto em que atuam.

A formação continuada voltada para o uso das TD é uma dessas situações que perpassa a sala de aula. Quando os professores, atuantes em diferentes níveis de escolaridade, estão envolvidos em um curso voltado para o estudo de uma determinada tecnologia digital, o qual apresenta sintonia com essa perspectiva epistemológica de Tardif (2000), então eles podem refletir e avaliar o potencial dela para a aprendizagem matemática (ROSA; PAZUCH; VANINI, 2012), de forma articulada aos conteúdos e ao seu contexto de trabalho.

Em relação a esse tipo de formação, concordo com Maltempi (2008, p. 64) que esta deve possibilitar o trabalho com “as tecnologias de modo a auxiliar o professor a incorporá-las em sua prática segundo seu contexto e conteúdos específicos”. Nesse mesmo sentido, Rosa, Pazuch e Vanini (2012) defendem uma concepção de formação de professores de Matemática, também voltada para o uso das TD, em que estas potencializam a aprendizagem, e não são aderidas apenas por modismo. Embasados em Borba e Villarreal (2005), esses autores entendem as tecnologias digitais como protagonistas na produção de conhecimento, e “caso o uso de TD [tecnologias digitais] não tenha esse objetivo, ele não se faz necessário” (ROSA; PAZUCH; VANINI, 2012, p. 94).

Os autores intitulam essa concepção de formação como Cyberformação, na qual, segundo eles, é primordial que os professores vislumbrem que o uso das TD não é mecânico, servindo apenas para agilizar ou motivar determinada atividade, e sim que participem efetivamente da produção de conhecimento. Na cyberformação, articulam-se dimensões específicas (conhecimento da disciplina a se ministrar, nesse caso, a Matemática), dimensões pedagógicas e tecnológicas.

A primeira diz respeito a uma reflexão entre teoria e prática acerca do conhecimento matemático; a segunda se baseia em reflexões acerca de diferentes

enfoques metodológicos (etnomatemática, resolução de problemas, modelagem matemática, etc.), e reflexão sobre outras ações em sala de aula; e a terceira se refere a pensar-com as TD, que é “uma concepção que revela a imersão do professor no mundo cibernético, revela que a tecnologia envolvida no processo cognitivo não está ali para agilizar o processo somente, mas para participar efetivamente da produção do conhecimento” (ROSA; PAZUCH; VANINI, 2012, p. 94).

Então dentro dessa perspectiva de formação, primeiramente os professores são convidados a analisar como as TD podem potencializar e transformar a produção de conhecimento matemático a partir de materiais disponibilizados a eles. E posteriormente, “busca-se que cada professor ou futuro professor desenvolva o próprio material em consonância com esse processo reflexivo (pensar-com-a-tecnologia)” (ROSA; PAZUCH; VANINI, 2012, p. 99).

Para que isso seja possível, conforme já argumentavam Borba e Penteado (2010) há décadas atrás, é importante que os professores ajam e pensem coletivamente, em particular por meio de ações locais, que atendam seus contextos levando em conta todas as particularidades envolvidas, conforme já abordado anteriormente. No meu modo de ver, seria recomendável então que essas ações locais fomentem um trabalho colaborativo entre os envolvidos, conforme defende Fiorentini (2004), cujas ideias já foram detalhadas na segunda seção apresentada nessa tese.

Entretanto, além dos trabalhos de longa periodicidade, conforme realizados nos grupos colaborativos abordados por esse autor e por seu grupo de estudos e pesquisas sobre formação de professores de Matemática (GEPFPM), considero que mesmo em curtos períodos de tempo, grupos ou cursos de formação continuada podem apresentar alguns elementos que contribuem para a constituição de um trabalho colaborativo entre educadores matemáticos engajados em nessas ações.

Esses elementos são: a voluntariedade ao optarem por participar dessas ações; a busca por crescer profissionalmente e alcançar mais autonomia; o respeito e a confiança entre todos os envolvidos; vontade de compartilhar seus saberes e suas experiências; vontade de explorar novos enfoques metodológicos de maneira geral, e o conhecimento sobre algumas TD, em particular, principalmente aquelas que vem sendo amplamente debatidas entre educadores matemáticos de todos os níveis de escolaridade, como o *software* GeoGebra, cujos detalhes acerca de sua dinamicidade e de seu potencial já foram elucidados nessa tese.

Mesmo com a contribuição desses elementos, nem sempre a colaboração se fará presente em todos os momentos de interação entre os participantes, sendo muito comum a ocorrência de tensões, conforme pontua Fiorentini (2004), em particular nos momentos em que há demasiadas divergências de opiniões, sem que se chegue a um consenso rapidamente, e quando há ainda muitos membros que participam periféricamente. Mas em contrapartida, há também o aprendizado com essas situações, bem como quando as opiniões convergem entre si, uma vez que a colaboração dentro da perspectiva desse autor, a qual embasa o presente trabalho, engloba tanto o compartilhamento de ideias, quanto o aprofundamento de saberes dos participantes, ou seja, é mais do que ajuda mútua, envolve também aspectos conceituais. Assim, a meu ver, pode-se dizer que em um grupo ou em um curso, que tem em sua natureza o trabalho colaborativo, há uma variação no “nível” de colaboração entre os participantes, sendo maiores esses índices em alguns momentos, e menores em outros, mas que não comprometem os elementos fundamentais que contribuem para sua constituição.

Mesmo assim, Gama e Fiorentini (2009) argumentam que demandam tempo e confiança para que os participantes de um determinado grupo trabalhem colaborativamente, de modo que busquem atingir objetivos gerais de tal grupo, bem como de seus respectivos objetivos individuais. Ademais, quando se trata de um grupo composto por professores da rede básica e pesquisadores, os autores acreditam que

[...] apesar da divisão histórica entre acadêmicos e práticos, que trabalham em culturas e/ou comunidades de prática distintas e respondem a exigências diferentes, nas últimas décadas tem-se buscado, nas parcerias colaborativas, os aprendizados mútuos e a superação dessa distinção (GAMA; FIORENTINI, 2009, p. 450).

Essa parceria colaborativa entre educadores matemáticos, professores e pesquisadores, pode ser frutífera também para impulsioná-los a lidar de forma criativa com eventuais empecilhos ao longo de suas práticas. D'Ambrosio e Lopes (2015, p. 5), cujo entendimento de colaboração converge para o que defende Fiorentini (2004), argumentam que educadores matemáticos, que atuam em diferentes níveis de escolaridade, precisam de controle sobre o próprio trabalho e autonomia, porque estão imersos no estatuto da universidade e na filosofia da escola, “pelos programas de curso preestabelecidos, pelas propostas curriculares elaboradas por teóricos, pelas diretrizes expressas pelos gestores e pelas políticas públicas” (D'AMBROSIO; LOPES, 2015, p.5).

Sobre essa autonomia, em outro trabalho (LOPES; D'AMBROSIO, 2016), as autoras argumentam que trata-se de que os professores sejam agentes de seu próprio processo de desenvolvimento profissional, e também que sejam agentes “de um ambiente de ensino e aprendizagem propício para seus alunos, apoiando-se na sua autoconfiança e nos seus saberes profissionais, desenvolvidos a partir das reflexões realizadas sobre suas experiências vividas nas suas alas de aula” (LOPES; D'AMBROSIO, 2016, p. 155). Contudo, muitas vezes, pesquisadores e professores acabam tendo essa autonomia ameaçada por estarem cercados por normas provenientes de regulamentos e diretrizes superiores que precisam seguir, conforme recém-mencionado. Diante disso, as autoras posicionam o trabalho colaborativo como sendo essencial para que esses profissionais de ambas as classes assumam atitudes de insubordinação criativa.

Segundo elas, esse termo, insubordinação criativa, emergiu em 1981 a partir de um estudo etnográfico<sup>25</sup> (MORRIS et al., 1981) realizado em escolas de Chicago, que o definiu como um recurso para enfrentar a burocracia educacional, quando esta se mostra como um entrave aos processos de ensino e aprendizagem. Em relação a esse estudo, especificamente, D'Ambrosio e Lopes (2015) explicitam a insubordinação criativa como atitudes de gestores de escolas, que para preservar a justiça, a ética e a moral de suas comunidades educacionais, por vezes deixaram de obedecer algumas diretrizes superiores. Mais tarde, esse termo foi sendo usado e adaptado dentro de diferentes áreas do conhecimento, segundo as autoras. No âmbito da Educação Matemática, essa atitude emerge como fruto de uma prática reflexiva que os educadores assumem para poderem ir além do que está prescrito e determinado em documentos oficiais que alicerçam a comunidade escolar e acadêmica (D'AMBROSIO; LOPES, 2015).

Para argumentar sobre as insubordinações criativas dos professores, elas se embasaram nas ideias da Profa. Dra. Rochele Gutierrez<sup>26</sup>, da Universidade de Illinois, cujo foco de pesquisa versa, de maneira geral, sobre questões de igualdade racial e de classes na Educação Matemática. Em um trabalho recente dessa autora (GUTIERREZ, 2016), ela busca destacar algumas características referentes a Insubordinação Criativa no ensino da Matemática. Para ela, as características são

---

<sup>25</sup> Segundo Mattos e Castro (2011), um estudo etnográfico visa estudar o registro e a identificação de sujeitos sociais, ou seja, visa torna-los visíveis, os trazendo para o centro da sociedade.

<sup>26</sup> <http://education.illinois.edu/faculty/rg1> . Último acesso em 25.04.2017.

evidenciadas quando os professores agem em sintonia com as seguintes atitudes: questionam o modo como a Matemática é abordada nas escolas; destacam aspectos humanos e a incerteza dessa disciplina; questionam injustiças sociais e preconceitos; incentivam que os alunos sejam atores em seus próprios processos de aprendizagem.

No entanto, segundo ela, diante da situação atual do contexto educacional, em que a busca por atingir metas em avaliações internacionais parece nortear e padronizar o ensino de modo geral, restam aos professores duas opções para atuar em suas salas de aula: ou seguem as regras, ou agem de modo subversivo. É nessa segunda opção que Gutierrez (2016) focaliza, e destaca o que aprendeu com os próprios professores de Matemática com os quais desenvolveu sua pesquisa, frente a algumas situações políticas. Tais situações ocorrem, segundo a autora, quando alguém faz uso de sua autoridade para coagir demais pessoas a seguirem alguma regra particular, seja na relação entre professor e estudantes, ou com a gestão escolar, com colegas, pais de alunos, etc. Então, quando isso representa um entrave ao ensino, o professor se depara com uma situação de tensão, e começa a refletir sobre como lidar com isso, e passa a analisar possíveis estratégias, de acordo com o tipo de problema que está enfrentando.

Na escola que foi cenário de sua pesquisa, ela destacou algumas atitudes de insubordinação criativa de professores, quando estes são pressionados a dar algum tipo de teste preparatório aos estudantes, como forma de estudo para as avaliações padronizadas. Uma atitude evidenciada foi que, para lidar com essa imposição, esses professores costumam dar a seus alunos a alternativa que tem a resposta correta, e pedem que eles discutam em grupos sobre as alternativas incorretas, para estudarem os raciocínios que chegariam a tais respostas e para entenderem os mecanismos que as companhias responsáveis pela elaboração dessas avaliações, utilizam para confundi-los ou distraí-los com as alternativas incorretas (GUTIERREZ, 2016).

Outra atitude de alguns professores que a pesquisadora evidenciou foi o incentivo ao trabalho dos alunos em grupo, mesmo que nenhum outro professor na escola o faça. Segundo a autora, nessa escola, em que os alunos em sua maioria são de origem latina, os professores costumavam fazer uso de uma abordagem chamada de Programa de Matemática Interativa (PMI)<sup>27</sup>. Então, segundo ela, os professores alegaram que seus alunos se sentiam confortáveis em trabalhar em grupos dessa

---

<sup>27</sup> Interactive Mathematics Program (IMP).

maneira, de tal forma que era possível que eles comunicassem suas ideias matemáticas tanto em inglês quanto em espanhol.

No entanto, passado um tempo, a gestão escolar decidiu abolir essa abordagem do currículo, priorizando mais o tempo para o preparo para as avaliações. No entanto, os professores continuaram utilizando essa abordagem, e sugeriram a direção que depois comparasse os resultados das escolas que aboliram essa abordagem com a pontuação obtida pelos seus alunos, que continuaram trabalhando de acordo com o PMI (GUTIERREZ, 2016).

De todo modo, a autora ressalta que tais iniciativas pontuadas são apenas alguns exemplos de insubordinações criativas, as quais ela aprendeu com os professores que participaram de sua pesquisa, e que não são receitas a serem seguidas, e sim questões a serem refletidas por educadores matemáticos de modo geral. Isto é, para essa autora, ensinar Matemática é um processo que envolve muitas negociações, seja com os alunos, pais de alunos, equipe gestora, colegas, etc. Diante disso, a insubordinação criativa é fruto de um processo de desconstrução de práticas dominantes que perpetuam no ensino dessa disciplina, como as que observamos hoje em dia em relação às políticas que giram em torno de avaliações externas padronizadas, e a contínua busca pela “melhor pontuação”. Assim, fazendo um contraponto a essa situação, a insubordinação criativa é importante, na medida em que

[...] é aplicável a todos os alunos, e é mais bem feita como uma abordagem colaborativa e intergeracional. Ou seja, quando professores se reúnem em coletivos poderosos; nós podemos compartilhar a carga de trabalho; proteger uns aos outros dos ataques; informar outros de nossas experiências para que os professores individualmente não precisem reinventar a roda; e servir como uma rede de apoio e como um lembrete para o tipo de trabalho ético que é importante na nossa profissão (GUTIERREZ, 2016, p. 58 – tradução nossa)<sup>28</sup>.

Assim, a insubordinação criativa ganha força com essa colaboração, e segundo essa autora, emerge quando nós, enquanto professores, fazemos o que ela chama em seu trabalho de “teste do espelho<sup>29</sup>”. Ou seja, essa atitude se manifesta quando

---

<sup>28</sup> Trecho original: “is applicable to all students and is best done as a collaborative and intergenerational approach. That is, when teachers come together in powerful collectives; we can share the workload; buffer each other from attack; inform others of our experiences so individual teachers do not need to reinvent the wheel; and serve as a support network and a reminder for the kind of ethical work that is important in our profession”.

<sup>29</sup> Termo original: “Mirror test”.

olhamos para o espelho e indagamos a nós mesmos se de fato estamos fazendo tudo o que deveríamos fazer ao ensinarmos Matemática, se de fato estamos cumprindo o compromisso que assumimos ao optarmos por essa profissão. Se as respostas a essas indagações forem negativas, temos um problema sério pela frente, e a autora sugere então que repensemos sobre como enfrentar essa situação, e que planejem algum tipo de encaminhamento para superarmos isso (GUTIERREZ, 2016).

Diante disso, uma forma que os professores podem encontrar para superar eventuais barreiras aos processos de ensino e aprendizagem é tomar decisões que resultam em práticas pedagógicas em que os alunos são ativos dentro de tais processos (D'AMBROSIO; LOPES, 2015). Ou seja, isso ocorre quando eles optam por fazer uso de abordagens de cunho exploratório por meio de distintos enfoques pedagógicos, na busca por possibilitar que os alunos aprendam os conteúdos matemáticos que estão sendo abordados, atribuindo sentido àquilo que estão fazendo. Esse tipo de ação pode ser caracterizado como insubordinação criativa, pois assume-se a imprevisibilidade no processo de produção do conhecimento, “ao invés de dar ouvido às diretrizes pré-estabelecidas pelas instituições” (D'AMBROSIO; LOPES, 2015, p.13).

Desse modo, essas autoras pontuam que dentro de uma perspectiva colaborativa para ações profissionais que envolvem professores e pesquisadores, pode haver possibilidades de uma produção de conhecimento associada ao contexto educativo real. Exemplificando, elas citam os grupos de pesquisa ou estudos em que participam esses profissionais, os quais se constituem a partir de um propósito em comum, e que possibilitam a eles produzir conhecimento juntos, de forma colaborativa, cujas publicações literárias a esse respeito revelam nesses grupos a presença de uma produção intelectual que articula autonomia, reflexão e criatividade (D'AMBROSIO; LOPES, 2015).

Há ainda que se pensar nas insubordinações criativas dos pesquisadores, que segundo essas autoras, são manifestadas quando eles se posicionam criticamente frente a: ações políticas que contradizem seus discursos; perspectivas metodológicas demasiadamente rígidas; divergências entre relatos de pesquisa e suas práticas; o modo de avaliar a produção alheia; posição do pesquisador como detentor do conhecimento dentro das relações com os sujeitos de pesquisas ou com os alunos; etc.

Assim, tal qual ocorre com os professores, as insubordinações criativas dos pesquisadores se expressam na medida em que refletem sobre os desafios que enfrentam, e para os quais não tem uma resposta pronta. Diante disso, sua atuação enquanto pesquisador ou docente estará também condicionada a sua sensibilidade para compreender as necessidades de seus alunos ou dos sujeitos participantes de sua pesquisa, buscando respeitá-los, e entendendo as delimitações de sua pesquisa, e que os resultados não constituem uma verdade única (D'AMBROSIO; LOPES, 2015).

De modo análogo ao que defende Tardif (2000), as autoras consideram que os saberes profissionais não são somente fruto de uma produção de conhecimento intelectual, mas também de vivências dos educadores matemáticos, não só no âmbito social, mas também no afetivo e no moral. Assim, para elas, acrescentar essa

[...] preocupação aos programas de formação seria, no mínimo, atender aos aspectos esquecidos ou desconsiderados na tradição academicista e técnica. Para isso, talvez precisemos conhecer e pensar sobre a realidade educativa e de produção científica desde sua complexidade, tomando decisões e realizando ações que, muitas vezes, serão subversivas, mas deverão ser realizadas com criatividade e responsabilidade (D'AMBROSIO; LOPES, 2015, p. 5).

Esses atos de subversão responsável, segundo as autoras, são necessários porque muitas vezes os entraves advindos por meio da burocracia que permeia os ambientes escolares e acadêmicos promovem tensões, que limitam suas ações, sejam elas educativas ou investigativas. Assim, para D'Ambrosio e Lopes (2015), pesquisadores e professores, por meio da insubordinação criativa, buscam exercer seus ofícios dignamente, e de modo comprometido e responsável. Ainda, para elas, é necessário que, enquanto educadores matemáticos, busquemos romper constantemente “com o que está posto e autodesafiar-nos para superar os paradigmas previamente determinados e a busca segura em trajetórias metodológicas já percorridas” (D'AMBROSIO; LOPES, 2015, p.8).

Para agirem desse modo subversivo e poderem exercer sua autonomia, as autoras defendem que o trabalho colaborativo pode contribuir para isso, e ainda pode ser útil para que os educadores matemáticos se respaldem mutuamente. O exercício da autonomia, segundo elas, é o envolvimento em um processo constante de descobertas e de buscar continuamente um modo de transformar e lidar com as diferenças entre os nossos anseios sociais por democracia, igualdade e justiça e a

nossa prática cotidiana. Além disso, envolve o reconhecimento dos elementos que inviabilizam não somente a melhora nas condições institucionais e sociais referentes ao ensino, mas também os que perturbam a nossa própria consciência, de modo geral.

Diante disso, elas sugerem que nos momentos de interação entre professores e pesquisadores, “a autonomia profissional [...] deve ter início pela sensibilidade moral, de forma a reconhecer os próprios limites e parcialidades, para poder compreender os de outros” (D’AMBROSIO; LOPES, 2015, p.9). Assim, para elas, tanto o trabalho colaborativo quanto a autonomia são fatores preponderantes para encorajar esses profissionais a assumirem atos de insubordinação criativa, a favor de promover e produzir conhecimento em seu contexto de trabalho, e dispostos a superar os obstáculos que obstruem esse propósito.

As autoras ainda acrescentam que, enquanto educadores matemáticos, precisamos ter ousadia, de modo autônomo, em nossa própria produção de conhecimento, de acordo com nossas próprias visões de mundo, as quais são construídas por crenças que adquirimos ao longo de nossas vivências, porém tendo sempre em mente, quando estamos interagindo em nossos espaços sociais, que devemos ter uma conduta respeitosa pela heterogeneidade. Essa ousadia se justifica, segundo elas, principalmente se forem levadas em consideração as políticas públicas que ora dificultam que as pesquisas dentro do âmbito da Educação Matemática causem algum tipo de impacto na sala de aula. Nesse sentido, as autoras alertam que:

Se, em nossas ações profissionais, priorizarmos uma abordagem apenas técnica, com uma perspectiva que restringe a Matemática a si mesma, poderemos apenas adestrar a pessoa em habilidades de cálculo e no uso de algoritmos, negando-lhe o conhecimento matemático necessário para a leitura de mundo a que ela tem direito. Uma forma similar de adestramento e, portanto, também tecnicista, pode ocorrer em relação ao uso das metodologias de pesquisas, a qual buscamos prender pesquisadores em formação às nossas redes teóricas e metodológicas, roubando-lhes o prazer de criar e as possibilidades de ousar (D’AMBROSIO; LOPES, 2015, p. 12).

Então ao longo de suas carreiras, os professores e pesquisadores vivem constantemente tensos, pois ao mesmo tempo que buscam superar esse tecnicismo tanto no âmbito escolar quanto no acadêmico, se deparam com suas concepções e crenças que, na maioria das vezes, são contraditórias a isso. Para agravar ainda mais a situação, de acordo com as autoras, a formação desses profissionais, de modo geral, também seguiram esse viés mais tecnicista. Então para superar essa tensão, elas defendem a necessidade de que esses profissionais busquem olhar para essa

problemática a partir de uma certa distância, para que possam fazer uma análise mais crítica e emotiva da situação (D'AMBROSIO; LOPES, 2015, p. 12).

Assim, para elas, algumas tomadas de decisões, como priorizar um conteúdo ao invés do outro, ou uma forma de avaliação ao invés do que está preconizado, ou ainda, optar por uma linha de pesquisa e não por outra, refletem atitudes de insubordinação criativa. Tais atitudes rompem com aquilo que está posto, e possibilita a criação de outras dinâmicas de trabalho, propiciando “uma apropriação mais significativa e compreensível sobre as Matemáticas utilizadas nas diferentes instâncias da vida humana” (D'AMBROSIO; LOPES, 2015, p. 13).

Nesse sentido, elas pontuam que cabe a nós ficarmos alertas se as ações que estamos desenvolvendo, enquanto pesquisadores ou professores, corroboram sem uma análise crítica aquilo que é preconizado nas políticas públicas, sem levar em conta que, de modo colaborativo, podemos contribuir com uma formação alicerçada em bases solidárias e éticas, mais globais, ao invés de uma que priorize o cumprimento dos conteúdos do currículo. Então para priorizar essa formação mais global, elas recomendam que os educadores matemáticos, ou que atuam na universidade ou na escola, se mobilizem colaborativamente, e assim neutralizem os impactos ora desumanizadores advindos da burocracia que permeia os contextos em que atuam.

Por esse mesmo viés defendido por D'Ambrosio e Lopes (2015) em relação à insubordinação criativa, Nacarato (2016) discorre sobre a criação de práticas de resistência ou pseudoadesão às políticas públicas, quando estas influenciam negativamente os processos de ensino e aprendizagem. A partir da apresentação de diferentes contextos de formação docente, e a partir de relatos acerca de um projeto de pesquisa temático que ela desenvolveu, também vinculado ao OBEDUC, a autora destaca a necessidade de “uma parceria universidade-escola que estimule a reflexão e a criticidade dos professores quanto às políticas públicas e aos documentos prescritivos que chegam às escolas” (NACARATO, 2016, p. 699).

Ela destaca que mesmo com mudanças recentes na Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) no que tange ao desenvolvimento de projetos de formação, é necessário que se investigue se de fato eles estão surtindo efeito na prática dos professores. Ou seja, faz-se necessário entender se os horários de tais projetos de formação foram contabilizados na carga horária dos professores, e se fomentaram um trabalho colaborativo no interior de cada

escola. Além disso, a autora defende que os professores sejam mais incentivados a participar de eventos científicos, mas não como mero espectadores, mas sim com apresentações de trabalho, participação em palestras, oficinas, isto é, que tenham a oportunidade de socializar o que têm desenvolvido em sala de aula.

Nacarato (2016) aponta ainda a escola como sendo o local ideal para o espaço de formação docente. Para ela, dentro desse ambiente, é necessário que haja uma substituição da cultura individualista, ainda predominante dentro desse contexto, por uma cultura de caráter colaborativo, com trabalhos em equipe envolvendo todos os profissionais que lá atuam. Entretanto, apesar dos esforços das pesquisas dentro dessa temática, ainda há uma lacuna entre os resultados que vem sendo obtidos e o que está preconizado nos documentos oficiais que norteiam os distintos sistemas educacionais dentro do Brasil. A autora destaca ainda uma situação controversa em relação às políticas públicas, que se refere à incorporação inapropriada ou equivocada mesmo, de alguns termos defendidos nas pesquisas em Educação Matemática.

Um exemplo disso é a noção de grupo colaborativo, conforme discorreremos na segunda seção. Ela argumenta, a partir da análise de alguns documentos oficiais, que eles se apropriaram desse conceito erroneamente, pois sugerem o trabalho por meio de “grupos colaborativos” para o desenvolvimento de sequências de atividades, que para ela, “vêm elaboradas para a escola, cabendo aos professores apenas sua aplicação, análise e avaliação. Ou seja, [...] o professor é ouvido apenas para validar uma proposta que vem de fora da escola” (NACARATO, 2016, p. 706). Diante disso, ela visa destacar uma preocupação em relação a essas apropriações e interpretações equivocadas por parte das políticas públicas, sobre conceitos abordadas nas pesquisas, os quais, por sua vez, se embasam em teorias que nitidamente se contrapõem à racionalidade técnica.

Além disso, ela destaca o quanto a racionalidade técnica está presente no cotidiano dos professores, principalmente as avaliações externas, que parecem padronizar o ensino, limitando bastante suas ações em sala de aula. Segundo a referida autora, ao longo de sua pesquisa desenvolvida com os professores, dentro do projeto temático do qual era coordenadora, eles compartilharam suas angústias de forma generalizada, reclamando bastante da quantia de prescrições que são impostas a eles, no intuito de garantir pontuação em tais avaliações. Ainda, para agravar a situação, a autora menciona que há uma discrepância entre o que é abordado em tais avaliações e o que preconizam os próprios documentos norteadores, conforme

constatou a partir dos resultados de sua pesquisa. Diante disso, ela reitera que para poderem lecionar dignamente, os professores muitas vezes pseudoaderem a tais imposições, destacando que

[...] o modo como os professores se vão constituindo profissionalmente e como buscam formas de sobrevivência nos cotidianos escolares, diante de tantas prescrições que chegam até eles. Muitas vezes, são formas de resistência ao que está posto; outras vezes, uma pseudoadesão às ingerências impostas às práticas docentes (NACARATO, 2016, p. 712).

Essa resistência é destacada pela autora nas falas dos professores de Educação Básica, colaboradores do projeto. Além disso, ela destaca o próprio projeto temático que coordenou, como um ato de resistência, por ter propiciado condições para a participação dos professores e pesquisadores por meio das bolsas. Os atos de pseudoadesão desses professores, ao que lhes era imposto, se dá, segundo a autora, na medida em que não se limitam a ministrar somente os conteúdos matemáticos abordados nessas avaliações. Assim, a autora destaca que essa colaboração entre universidade e escola possibilita que os professores analisem criticamente estes documentos prescritivos que permeiam as escolas, e que exerçam sua autonomia para decidir se seguirão à risca ou não ao que está lá colocado.

Assim, a autora entende que “a parceria universidade-escola precisa ser uma construção coletiva, pautada no respeito e na abertura ao diálogo. Não há manual de orientação para fazê-la acontecer; ela é construída no processo” (NACARATO, 2016, p. 713). Diante disso, ela argumenta, ainda, que o programa OBEDUC tem viabilizado a constituição de boas parcerias entre escola e universidade, mas reitera que nenhuma proposta de reforma educacional será bem sucedida, se não transformarem as condições de trabalho docente, principalmente em termos de salários dignos e justos, redução da carga horária e plano de carreira.

Assim, diante de tudo que foi pontuado nessa seção, entendo que no âmbito da Educação Matemática, projetos temáticos de grande porte, como esse que acabamos de discorrer, e também o próprio Mapeamento, do qual essa presente pesquisa faz parte, ambos vinculados ao programa OBEDUC, possuem o potencial de fomentar uma parceria colaborativa e harmoniosa entre educadores matemáticos atuantes em distintos níveis de ensino. Dentro de tais parcerias, há potencial para que haja espaços de formação, possibilitando a transformação dos saberes de todos os envolvidos.

No que se refere ao uso das TD dentro de abordagens experimentais, especificamente, os educadores matemáticos podem ter ainda a oportunidade de discutir sobre isso, e se sentir encorajados a ter atitudes de insubordinação criativa ao assumir a imprevisibilidade de trabalhar com essas abordagens em sala de aula. A partir do diálogo estabelecido aqui com os referenciais teóricos ora apresentados, trago na próxima subseção um entrelaçamento das ideias discutidas, e proponho um entendimento para a formação continuada de educadores matemáticos voltada para o estudo de TD, em sintonia com tais ideias.

### 4.3 Entrelaçamento das ideias

Os referenciais com os quais dialoguei ao longo desse capítulo, versam, de modo geral, sobre os seguintes temas: estilos de pensamento distintos promovidos por diferentes tecnologias ao longo do caminhar da humanidade; simulação e as tecnologias digitais; visão epistemológica com as TD; atividades experimentais-com-tecnologia; zonas de risco; formação de professores de Matemática e as TD; saberes docentes; colaboração; insubordinação criativa; atos de resistência de educadores matemáticos.

A escolha por abordar estes temas se deu porque estão em sinergia com o propósito dessa tese, que é investigar os saberes que foram constituídos e mobilizados por educadores matemáticos, em duas ações colaborativas de formação continuada, que tiveram a finalidade de desenvolver atividades experimentais com o *software* GeoGebra e promover a discussão sobre possibilidades para a sala de aula. Assim, os estudos sobre esses temas se deram previamente e ao longo do desenvolvimento da primeira ação, realizada em Bauru. As exceções foram os temas de estilos de pensamento, insubordinação criativa e sobre os atos de resistência, que foram estudados após a análise prévia dos dados, pois as atitudes de alguns professores pareceram convergir para o que apontam estes referenciais, conforme será apresentado e discutido na sexta seção dessa tese.

Além disso, esses referenciais se harmonizam com a minha visão de mundo e de conhecimento, não somente enquanto educadora matemática, mas como cidadã do mundo. O teste do espelho defendido por Gutierrez (2016), por exemplo, vai ao encontro do que busco fazer diariamente, me indagando se tenho feito o melhor que posso pela minha família, pelas outras pessoas de meu convívio, em minha profissão

enquanto professora e pesquisadora, pela sociedade como um todo, etc. A resposta na maioria das vezes é negativa, devido as distintas imperfeições humanas que me consomem, mas minhas crenças junto aos incessantes estudos e à interação social, as quais também se modelam e se transformam continuamente, me movem a tentar superá-las, dia após dia.

Isto é, sou uma sociedade cosmopolita, assim como cada um de nós o é, como bem argumenta Levy (1999). Agora, seguindo nessa lógica e pensando na Educação Matemática, cada professor e cada pesquisador, também por si só, constitui um grupo bastante heterogêneo. Corroborando Tardif (2000), não há como separar o professor de sua prática, e nem de suas vivências, porque juntos constituem uma única entidade. E no meu modo de ver, com o pesquisador isso também é análogo.

Assim, em qualquer ação, seja ela grupo ou curso, ou de qualquer outra natureza, deve-se levar isso em consideração, e saber valorizar o conhecimento que cada educador compartilha, que por sua vez, é fruto dessa heterogeneidade que o compõe. Deve-se levar em consideração ainda o modo como esses conhecimentos são constituídos e transformados ao longo desse processo de formação, e como mobilizam suas práticas em sala de aula ou suas condutas de pesquisa.

Nesse sentido, concordo com Tardif (2000) sobre defender uma formação embasada numa perspectiva de epistemologia profissional que visa trazer à tona e realçar esses saberes, buscando compor um repertório deles para os programas de formação, tanto inicial quanto continuada. Nessa tese, em particular, não tenho a audácia de compor um repertório de saberes em ampla escala, mas busco destacar aqueles que foram constituídos e mobilizados por educadores matemáticos ao longo das ações, principalmente os que se relacionam com o foco delas, que foi o desenvolvimento de atividades experimentais com o GeoGebra, abordando distintos conteúdos matemáticos.

Busco destacá-los porque quero mostrar que para que o uso das TD nas aulas de Matemática de fato se efetue, dentro de uma abordagem que não se enquadre dentro da racionalidade técnica, é necessário que os educadores se apropriem da TD com a qual estão trabalhando. Ou ainda, é necessário que eles interiorizem aquela TD de forma tão intensa dentro de sua mente, de modo que seja possível a manifestação de pensamentos distintos, frutos da metamorfose ocorrida em sua imaginação e em seus hábitos, como bem salienta Levy (1999).

Dentro da Educação Matemática, particularmente, essa interiorização das TD referente à simulação digital permite ao usuário que manipule parâmetros, estabeleça conjecturas, investigue estas conjecturas, contribuindo para o fomento das tentativas e erros, que segundo Borba e Villarreal (2005), não serão aleatórios, mas sim condicionados pelo rápido *feedback* da TD, se a abordagem priorizar a experimentação. Ainda, por meio dessa dinamicidade mencionada, da visualização, e das múltiplas representações, é possível o estudo de diferentes relações matemáticas, dentro de diferentes modelos, o que seria praticamente impossível, ou levaria bem mais tempo de ser feito, com lápis e papel, conforme também é destacado por esses autores.

Assim, por estar ciente do potencial das TD para o ensino e aprendizagem da Matemática, defendo uma formação de educadores matemáticos, professores e pesquisadores, que fomente a interiorização das TD dentro das sociedades cosmopolitas que os constituem, e oportunizem a eles um engajamento em atividades de cunho exploratório que tem em seu cerne a simulação digital. Além disso, e já considerando que faz parte do processo de interiorização, é fundamental que os professores e pesquisadores se sintam aptos a preparar as suas próprias atividades, pois cada contexto de trabalho é único, assim como as necessidades de seus alunos ou dos sujeitos de pesquisa.

Além disso, e tão importante quanto tudo o que foi destacado, é fundamental que essa formação se embase em uma parceria colaborativa entre os educadores matemáticos envolvidos, sejam eles professores ou pesquisadores, ou ambos. Isso se justifica porque, como já discutimos incessantemente, há diversos empecilhos que às vezes dificultam que esses profissionais trabalhem dignamente, então essa colaboração contribuiria para que ambos se respaldassem mutuamente caso fosse necessário, e também para que possam vivenciar distintas aprendizagens, e agir subversivamente se precisar.

Outra justificativa mais específica é sobre os entraves para o uso das TD, que também já foram bastante enfatizados anteriormente. Diante das políticas públicas nem sempre convergentes para essa finalidade, a colaboração poderia promover certo encorajamento para esse uso em sala de aula, por meio de atos de resistência aos obstáculos que emergem. Assim, no meu modo de ver, uma formação que valoriza as insubordinações criativas praticadas para este fim e também para outros favoráveis ao fomento da aprendizagem, poderia contribuir, mesmo que localmente e

pontualmente, para atenuar esses entraves e potencializar a produção de conhecimento e a manifestação de diferentes pensamentos em sala de aula, advindos com esse uso, em sinergia com abordagens de caráter exploratório.

Diante de tudo o que foi exposto nessa seção, ressalto que tanto os referenciais aqui articulados, quanto o entrelaçamento das ideias, em que expus minha visão de mundo e que tipo de formação defendo, devem também estar em harmonia com a metodologia de pesquisa adotada. Assim, na seção seguinte abordo essa questão e também exponho detalhadamente os procedimentos de pesquisa.

## **5 METODOLOGIA DE PESQUISA**

Segundo Bicudo (1993, p. 21), “na pesquisa há sempre uma interrogação posta (ou pergunta, ou problema), há rigor e sistematicidade na condução da busca e, o mais importante, há um fio condutor tecido pelo raciocínio articulador do autor”. Em concordância com essa autora, argumento que essa pesquisa tem uma pergunta diretriz, que foi se moldando ao longo de seu desenvolvimento, e também houve rigor na condução da busca pela resposta, bem como um fio condutor tecido por mim, enquanto autora, ao longo da pesquisa. Diante disso, nas subseções seguintes desse capítulo, apresento a metodologia de pesquisa adotada e os procedimentos metodológicos, buscando explicitar esse argumento.

### **5.1 Metodologia de Pesquisa Qualitativa**

As pesquisas vinculadas ao projeto Mapeamento, de iniciação científica, mestrado e doutorado, seguem uma abordagem metodológica qualitativa. Assim, cada uma delas “discorre acerca de uma pergunta diretriz, fruto da inquietação do respectivo pesquisador, abordando de um jeito particular o uso das TIC nas aulas de Matemática no Estado de São Paulo, contexto onde o projeto Mapeamento está inserido” (JAVARONI; ZAMPIERI, 2015, p. 8).

A particularidade da minha pesquisa é que ela foi a primeira a abordar um objetivo específico desse projeto maior, que se refere a promover ações de formação continuada nas regiões investigadas. Desse modo, em 2014, primeiro ano do meu doutorado, surgiu a possibilidade de iniciarmos uma dessas ações na região de Bauru, e no início de 2016 tivemos a oportunidade de realizarmos outra em Coimbra – Portugal, expandindo os horizontes de investigação do Mapeamento, conforme discutiremos mais detalhadamente nas próximas subseções.

Assim, o objetivo dessa pesquisa é compreender e destacar os saberes, constituídos e mobilizados, tanto pelos professores que participaram, quanto pela equipe proponente responsável, dentro de duas ações colaborativas de formação continuada, considerando as características que as constituíram, como a flexibilidade em atender à demanda trazida pelos professores, de acordo com seus contextos particulares de trabalho.

Especificamente, pretendo mostrar que quando os três elementos destacados por Peralta (2015) – autonomia do professor; sua percepção sobre as potencialidades

das TD e apoio da gestão escolar - se fazem presentes ao longo de tais ações (sendo o apoio da gestão um fator externo), e se reúnem a elementos característicos da dinâmica adotada em cursos de formação, como a abordagem flexível, isso acarreta em mobilizações nas salas de aula de alguns desses professores, como a aplicação de atividades experimentais com o *software* GeoGebra de forma articulada ao currículo vigente.

Em harmonia com esse objetivo, a pergunta diretriz se constituiu do seguinte modo: *que saberes foram constituídos e mobilizados em duas ações colaborativas de formação continuada, voltadas para o estudo de conteúdos matemáticos articulados ao GeoGebra?*

Para cumprir tal objetivo, a metodologia de pesquisa qualitativa de fato é apropriada, pois concordo com D'Ambrosio (2008 p. 103) que ela é “focalizada no indivíduo, com toda a sua complexidade, e na sua inserção e interação com o ambiente sociocultural e natural. O referencial teórico, que resulta de uma filosofia do pesquisador, é intrínseco ao processo”.

Assim, o foco dessa pesquisa está centrado nos indivíduos, ou melhor, nos saberes constituídos e mobilizados pelos educadores matemáticos envolvidos no curso, tanto os professores cursistas quanto os pesquisadores que compuseram a equipe proponente. Ainda, concentra-se no modo como se inseriram e interagiram com os ambientes constituídos nessas duas ações, levando em conta que cada um desses educadores por si só constitui uma sociedade cosmopolita, carregando toda a sua complexidade.

Além disso, o referencial teórico que sustenta a tese foi constituído a partir do entrelaçamento de obras literárias que abordam as temáticas tratadas aqui, e também a partir do meu diálogo com elas. Em consonância com a metodologia de pesquisa adotada estão os procedimentos metodológicos realizados, que serão descritos a seguir.

## **5.2 – Procedimentos metodológicos**

### **5.2.1 O projeto Mapeamento**

O projeto de pesquisa temático Mapeamento do uso das tecnologias de informação nas aulas de Matemática do Estado de São Paulo, aprovado sob nº 16429 no Edital 049/2012/CAPES/OBEDUC/INEP, é coordenado pela Profa. Dra. Sueli

Liberatti Javaroni. Esse projeto teve início em março de 2013 e atualmente ainda está em fase de desenvolvimento. O objetivo geral é identificar como as TD vem sendo utilizadas nas aulas de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental II na Educação Básica do Estado de São Paulo. Como objetivo específico, o Mapeamento tem realizado ações de formação continuada com professores de Matemática da Educação Básica, buscando entrelaçar o uso das TD com os conteúdos que compõem o currículo oficial paulista, da disciplina de Matemática, em particular do EF II (JAVARONI; ZAMPIERI, 2015).

Na busca por atingir esse objetivo geral, foram escolhidas seis Diretorias de Ensino (DE) do estado de São Paulo, que estão localizadas nas cidades de Bauru, Guaratinguetá, Limeira, Presidente Prudente, Registro e São José do Rio Preto. A escolha dessas diretorias de ensino foi baseada em dois principais motivos. Um deles, porque as cidades abordadas estão localizadas em diferentes regiões do estado de São Paulo. O segundo motivo é que nessas cidades, ou próximo a elas, temos campus da Unesp, o que nos propicia suporte técnico e recursos humanos para o desenvolvimento de possíveis parcerias com a finalidade de cumprir o propósito do projeto.

Ademais, desde a ocasião da implementação do projeto Mapeamento, o Programa ACESSA Escola, implementado através da Resolução 037 de 25/4/2008, é o programa oficial do Estado de São Paulo, que rege o uso dos laboratórios de informática das escolas estaduais paulistas da Educação Básica. Assim, as pesquisas de iniciação científica, de mestrado e doutorado, ligados ao Mapeamento, tomaram como ponto de partida para suas investigações as escolas públicas paulistas das diretorias de ensino abrangidas que atuam com os anos do EF II e que têm o Programa ACESSA Escola ativado. No entanto, algumas pesquisas acabaram perpassando esse contexto, como é o caso dessa que está sendo tratada nessa presente tese.

São então colaboradores desse projeto alguns docentes da Unesp, dos campi de Bauru, Guaratinguetá, Presidente Prudente, Rio Claro e São José do Rio Preto, bem como alguns discentes que estão sob a orientação deles, em projetos de pesquisa de iniciação científica, mestrado e doutorado. Oito professores de Matemática da Educação Básica, vinculados às diretorias de ensino abrangidas pelo Mapeamento, fazem também parte da equipe de colaboradores.

Desde o início de sua implementação são desenvolvidas reuniões na modalidade a distância, utilizando-se da sala virtual do adobe connect<sup>30</sup>, e também reuniões presenciais com subgrupos dos colaboradores, conforme a demanda das atividades. Nessas reuniões, são definidas as funções de cada colaborador dentro do projeto, e de forma coletiva refletimos e organizamos ações mais gerais e, às vezes mais específicas, como foi o caso do planejamento do curso de Bauru, que compõe o cenário dessa tese.

### 5.2.2 O curso “Currículo no ensino fundamental II e atividades matemáticas com *softwares*: articulações possíveis”

Esse curso de formação continuada promovido pela UNESP, campus de Bauru, em parceria com a Secretaria da Educação Estadual, e com a DE de Bauru, local que sediou essa ação, teve o propósito de “incentivar a integração das tecnologias digitais nas práticas dos professores de Matemática do Ensino Fundamental II, e também promover discussões sobre assuntos que permeiam essa integração” (ZAMPIERI, 2014, p. 1111). Ele teve uma carga horária total de 40 horas, sendo 32 presenciais (distribuídas em 8 encontros de 4 horas) e 8 na modalidade a distância (2 encontros de 4 horas), sendo estas realizadas em etapas síncronas e assíncronas no Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) Moodle.

Primeiramente, tínhamos pensado em dividir o curso em três módulos, sendo o primeiro dedicado a abordar conceitos de informática básica: componentes do Microsoft office, sistemas operacionais, visitas a *websites* de conteúdos matemáticos, exploração do BlueLab<sup>31</sup>, etc. No segundo módulo pretendíamos abordar o estudo do *software* GeoGebra. Pretendíamos, ainda, mobilizar os professores a refletirem entre seus pares acerca das potencialidades e limitações de atividades matemáticas com este *software*, com o propósito de que eles fizessem adaptações em tais atividades, para atender às necessidades de aprendizagem de seus respectivos alunos. No terceiro módulo, sugeriríamos aos professores que levassem as atividades adaptadas às suas salas de aula e que depois relatassem aos demais participantes do curso todos os detalhes (ZAMPIERI, 2014).

<sup>30</sup> <http://www.adobe.com/br/products/adobeconnect.html> . Último acesso em 15/04/2015.

<sup>31</sup> <http://blueonline.fde.sp.gov.br/> . Último acesso em 08.06.2016. Plataforma desenvolvida pela empresa MsTech, disponibilizada para as escolas estaduais públicas paulistas. Seu objetivo é dinamizar a comunicação entre alunos e professor nas salas de informática regidas pelo Acesso Escola.

Contudo, desde que iniciamos o planejamento desse curso, tínhamos em mente que ele seguiria uma dinâmica flexível, ou seja, que se ajustaria de acordo com as necessidades dos professores participantes. Assim, por causa disso, o curso acabou tomando um rumo diferente do que essa divisão por módulos mencionada. Ou seja, o primeiro módulo foi totalmente eliminado, com exceção da abordagem ao BlueLab. Prevaleram as características mencionadas nos módulos 2 e 3, porque desde o primeiro encontro com os professores, observamos um forte interesse em obter um conhecimento aprofundado em relação ao GeoGebra. Diante dessa situação, unimos esforços entre os colaboradores do projeto na tentativa de atender a essas expectativas, e elaborar propostas de atividades com as características da abordagem experimental-com-tecnologia, de Borba e Villarreal (2005).

Na etapa virtual, inicialmente havíamos pensado em apenas complementar as discussões que aconteciam na etapa presencial e discorrer também acerca de outras possibilidades de TD para a sala de aula. Mas ao invés disso, aconteceu de uma forma similar a dos encontros presenciais. A dinâmica adotada nos dois encontros virtuais no Moodle foi decidida em comum acordo com os professores. Ficou determinado que as atividades propostas seriam disponibilizadas no início da semana, e no sábado, no período da manhã, haveria um encontro síncrono no AVA, para realizarmos uma análise crítica de cada uma, visando o seu aperfeiçoamento, e possível reelaboração, baseada nas vivências dos professores em sala de aula (JAVARONI; ZAMPIERI, 2016).

É importante salientar ainda que a colaboração se fez presente tanto na fase de planejamento quanto na de desenvolvimento do curso, sendo evidenciada em quatro dimensões, segundo Javaroni e Zampieri (2015). A primeira delas entre os colaboradores do projeto Mapeamento, que se empenharam na elaboração e revisão das atividades do curso, e davam sugestões nas reuniões semanais; a segunda foi entre a equipe proponente do curso, composta por mim, por duas alunas de Iniciação Científica, pela coordenadora do projeto Mapeamento, e pela professora coordenadora de núcleo pedagógico (PCNP) da área de Matemática da DE de Bauru; a terceira foi entre a equipe proponente com os professores que participaram do curso, que culminou em um aprendizado mútuo que será discutido na análise dos dados, sexta seção dessa tese; a quarta foi entre os próprios professores, que trabalhavam em grupo contribuindo para a partilha de ideias e com as soluções para eventuais dúvidas.

Em relação às terceira e quarta dimensões de colaboração, na subseção seguinte serão esclarecidos alguns pontos que possibilitaram que elas emergissem, entrelaçando as expectativas dos professores que participaram do curso com as da equipe proponente.

### 5.2.3 Os participantes, a equipe proponente e as expectativas

Em 2013, primeiro ano do projeto Mapeamento, a coordenadora do projeto estabeleceu parceria com a PCNP da DE de Bauru, a professora Meiriele Cristina, que se tornou colaboradora do projeto, contribuindo para o andamento das pesquisas de Iniciação Científica e de mestrado que estavam ocorrendo naquela ocasião. A ideia era que ela elencasse as escolas que as pesquisadoras poderiam visitar, e os funcionários que elas poderiam entrevistar.

No ano seguinte, ela continuou contribuindo com as pesquisas de Iniciação Científica, que por sua vez, buscaram expandir as visitas para cidades próximas a Bauru, cujas escolas pertenciam também a essa DE. No início do primeiro semestre desse mesmo ano, a coordenadora do projeto e os demais colaboradores, depois de se depararem com tantos resultados que indicaram o pouco uso das TD nas aulas de Matemáticas das escolas investigadas nas DE das seis regiões abrangidas, decidiram estudar possibilidades de ofertar ações de formação continuada, voltadas para o uso das TD.

A ideia foi bem aceita pela PCNP, que nos recomendou que elaborássemos uma proposta, e ela se incumbiria de encaminhá-la a DE de Bauru e acompanharia a submissão para a Escola de Formação de Professores Paulo Renato Costa Souza (EFAP), da Secretaria Estadual da Educação. Após a aprovação do curso pela EFAP, Meiriele divulgou a proposta do curso nas escolas, destacando que era uma iniciativa da UNESP em parceria com a DE, que fazia parte de um projeto de pesquisa, e que haveria certificação, computando pontos para a evolução funcional (APEOESP, 2013) dos professores participantes. Ela encaminhou então aos professores um formulário de inscrição feito no Google Docs e estabeleceu um prazo para as inscrições, que poderiam ser efetuadas até o final de julho (o curso aconteceu de agosto a novembro de 2014).

Recebemos as inscrições de 27 professores, dos quais 19 concluíram o curso. Segundo a PCNP, os oito que desistiram não alegaram motivos específicos, sendo

que seis participaram somente do primeiro encontro, e os outros dois desistiram antes do quinto encontro. Naquela ocasião, não sentimos necessidade de investigar os motivos das desistências, pois na pior das hipóteses, se eles não concordaram com a proposta, tinham total liberdade para deixar de frequentar porque a participação era voluntária. Além disso, mantivemos o foco nos 19 que estavam empenhados, pois devido ao fato de quererem investigar o *software* com profundidade, acabavam gerando demanda para que a equipe proponente e os demais colaboradores do projeto elaborassem mais atividades.

Desses 19<sup>32</sup>, 13 lecionavam Matemática para a Educação Básica, em escolas públicas localizadas não somente em Bauru, como também em outras cidades próximas, mas cujas escolas são vinculadas a essa DE. São eles: Alice, Catarina, Marta, Rodrigo, Paula, Letícia, Laura, Fabio, Orlando, Douglas, Carine, Susana e Magali. Os outros 6 lecionavam também Matemática, mas em uma mesma escola, voltada para a Educação de Jovens e Adultos (EJA). São eles: Edgar, Valéria, Lucas, Elisa, Carla e Marina. Assim, dentro desse grupo, alguns deles já se conheciam, como é o caso desses seis, o caso de Laura, Paula e Carine, que lecionavam na mesma escola, Susana e Laura que também lecionavam na mesma escola, e Rodrigo e Letícia, que já haviam trabalhado juntos anteriormente.

Todos os professores atuavam em sala de aula na ocasião do curso, e estavam cumprindo o período letivo do segundo semestre. Há algumas peculiaridades também em relação a determinados professores, que foram sendo relatadas por eles ao longo do curso. Por exemplo, a professora Paula ainda estava em formação inicial, cursando Licenciatura em Matemática na UNESP de Bauru, mas trabalhava como professora auxiliar na mesma escola que Laura e Carine.

A maioria dos professores já havia realizado cursos de formação continuada sobre outras TD anteriormente. Por exemplo, a professora Marina, desde 2000 já realizou mais de 20, abordando outros *softwares* dinâmicos como o Cabri, e também sobre objetos multimídia de aprendizagem, oficinas virtuais, etc. A professora Laura também já participou de cursos voltados para TD, inclusive já desenvolveu uma apostila voltada para o 3º ano do ensino Médio, abordando conteúdos matemáticos

---

<sup>32</sup> Embora os professores concordaram em participar da pesquisa e também com os procedimentos metodológicos realizados, como a filmagem, optamos por colocar nomes fictícios para preservar a identidade e a privacidade deles, em relação a ambos os cursos, o de Bauru e o de Coimbra.

com o *software* Régua e compasso. Ela compartilhou esse material virtualmente com todos do curso.

Outro fato curioso foi contado por Alice e Rodrigo. Ambos tinham experiência anterior na área administrativa. Rodrigo mencionou que ingressou na escola em que trabalha atualmente em 2011, e trabalhou em dois setores ao mesmo tempo, em uma empresa e em uma escola. Ele contou que lecionava somente no período noturno, e durante o dia trabalhava como gestor de compras. No Quadro 1 a seguir, outras informações sobre suas formações podem ser visualizadas, de acordo com o que eles me disponibilizaram. Além disso, caracterizamos as escolas públicas em que cada um deles atuava na ocasião do curso:

**Quadro 1** - Informações sobre os professores do curso de Bauru

| <b>Professores</b> | <b>Formação</b>                                                                                                 | <b>Características da escola pública em que lecionavam na época do curso</b>                                                                                                                                       |
|--------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Alice              | Graduada em Administração. Naquela ocasião, cursava Licenciatura em Matemática a distância                      | Escola pública que se tornou integral em 2013, que atende alunos do Ensino Fundamental II (de 11 a 14 anos) e de Ensino Médio (15 a 17 anos)                                                                       |
| Catarina           | Bacharel em Estatística. Ano de formação: 2010<br>Licenciatura Plena em Matemática (EaD). Ano de formação: 2014 | Escola pública do município de Balbinos (cujas escolas pertencem à DE de Bauru), que atende alunos do Ensino Fundamental II (de 11 a 14 anos) e de Ensino Médio (15 a 17 anos), e está em funcionamento desde 1983 |

|         |                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Carla   | Curso de matemática com licenciatura plena na PUC – SP                                                                                           | Escola pública que atende educação de jovens e adultos                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| Carine  | Licenciatura plena em Matemática. Ano de formação: 2004. Desde 2005 atua na rede estadual de ensino. Em 2014, era professora auxiliar de Letícia | Escola pública que atende 700 alunos do Ensino Fundamental II (de 11 a 14 anos) e de Ensino Médio (15 a 17 anos). No segundo semestre de 2016 houve um sério problema com essa escola, pois a estrutura dela estava abalada e precisou ser fechada para reforma. Os alunos tiveram que ser realocados para outras escolas |
| Douglas |                                                                                                                                                  | Escola pública que atende alunos do Ensino Fundamental II (de 11 a 14 anos) e de Ensino Médio (15 a 17 anos)                                                                                                                                                                                                              |
| Edgar   |                                                                                                                                                  | Escola pública que atende educação de jovens e adultos                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| Elisa   |                                                                                                                                                  | Escola pública que atende educação de jovens e adultos                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| Fabio   | Licenciatura em Matemática. Ano de formação: 2009                                                                                                | Escola pública que atende alunos do Ensino Fundamental II (de 11 a                                                                                                                                                                                                                                                        |

|         |                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|         |                                                                                                     | 14 anos) e de Ensino Médio (15 a 17 anos)                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Laura   | Licenciatura plena em Matemática. Ano de formação: 1997. Desde 1998 atua na rede estadual de ensino | Escola pública que atende 700 alunos do Ensino Fundamental II (de 11 a 14 anos) e de Ensino Médio (15 a 17 anos). No segundo semestre de 2016 houve um sério problema com essa escola, pois a estrutura dela estava abalada e precisou ser fechada para reforma. Os alunos tiveram que ser realocados para outras escolas |
| Letícia | Licenciatura em Ciências com habilitação em Matemática. Ano de formação: 2001                       | Escola pública que atende alunos do Ensino Fundamental II (de 11 a 14 anos) e de Ensino Médio (15 a 17 anos)                                                                                                                                                                                                              |
| Lucas   |                                                                                                     | Escola pública que atende educação de jovens e adultos                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| Magali  |                                                                                                     | Escola pública que atende alunos da Educação Infantil (3 a 6 anos), do Ensino Fundamental I (de alunos de 7 a 10 anos), e do Ensino Fundamental II (de 11 a 14 anos), e de                                                                                                                                                |

|         |                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                               |
|---------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|         |                                                                                                                                                                                                                                                      | Ensino Médio (15 a 17 anos)                                                                                                                                                                   |
| Marina  | <p>1) Engenharia Civil - UNESP/Bauru - Tempo de graduação: 5 anos</p> <p>2) Física - Licenciatura Plena - FAL/Lins (Resolução 2/97) - Tempo de graduação: 1 ano</p> <p>3) Matemática - Licenciatura Plena - FAL/Lins - Tempo de graduação: 1 ano</p> | Escola pública que atende educação de jovens e adultos                                                                                                                                        |
| Marta   |                                                                                                                                                                                                                                                      | Escola pública que atende alunos do Ensino Fundamental II (de 11 a 14 anos) e de Ensino Médio (15 a 17 anos)                                                                                  |
| Orlando |                                                                                                                                                                                                                                                      | Escola pública que atende alunos do Ensino Fundamental II (de 11 a 14 anos) e de Ensino Médio (15 a 17 anos)                                                                                  |
| Paula   | Estudante de Licenciatura em Matemática da UNESP de Bauru. Estava estagiando na mesma escola em que Letícia e Cecília lecionavam                                                                                                                     | Escola pública que atende 700 alunos do Ensino Fundamental II (de 11 a 14 anos) e de Ensino Médio (15 a 17 anos). No segundo semestre de 2016 houve um sério problema com essa escola, pois a |

|         |                                                                                                           |                                                                                                                                                                     |
|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|         |                                                                                                           | estrutura dela estava abalada e precisou ser fechada para reforma. Os alunos tiveram que ser realocados para outras escolas                                         |
| Rodrigo | Matemática -<br>Licenciatura Plena -<br>FAL/Lins. Formado desde 2006.                                     | Escola pública que atende alunos do Ensino Fundamental II (de 11 a 14 anos) e de Ensino Médio (15 a 17 anos)                                                        |
| Susana  | Licenciatura em Ciências Exatas com habilitação em Ciências, Biologia e Matemática. Ano de formação: 1990 | Escola pública que atende alunos do Ensino Fundamental I (de alunos de 7 a 10 anos), e do Ensino Fundamental II (de 11 a 14 anos), e de Ensino Médio (15 a 17 anos) |
| Valéria |                                                                                                           | Escola pública que atende educação de jovens e adultos                                                                                                              |

Independentemente das experiências anteriores dos professores, observei aspectos em comum entre eles logo no primeiro encontro do curso, que foram os empecilhos relatados para o uso das TD em sala de aula e o forte interesse em estudar as funcionalidades do GeoGebra de forma aprofundada. Esse primeiro encontro foi importante para nos apresentarmos e organizarmos juntos a dinâmica que o curso seguiria, então vale a pena relatar brevemente como tudo aconteceu.

Primeiramente, a equipe proponente se apresentou. A coordenadora do projeto, professora Sueli, explicou aos professores as características do Mapeamento, e o objetivo do curso dentro do projeto. Reiterou a eles que a ideia era que trabalhássemos juntos na tentativa de fomentar o uso das TD nas aulas de Matemática, e que o curso seria conduzido mais diretamente por mim, enquanto aluna

de doutorado, e seria auxiliada por ela e pelas outras três integrantes da equipe proponente. Em seguida, me apresentei, falei da minha formação como professora, das minhas experiências em sala de aula, mencionei também que não tive a oportunidade de usar as TD em minhas aulas, mas que gostaria de estudar mais possibilidades para isso, pensando em minha prática futura enquanto professora, principalmente com o *software* GeoGebra, que tem potencial para abordar de forma significativa conteúdos matemáticos de diferentes níveis de escolaridade.

Na sequência, falei brevemente sobre o meu mestrado, e do objetivo de meu projeto de doutorado, que estava diretamente relacionado ao curso. Reiterei a eles que ficassem à vontade, que havíamos preparado várias atividades, mas que a demanda surgiria deles. Ou seja, os conteúdos seriam elencados por eles, e mesmo que não tivéssemos atividades sobre alguns deles, elaboraríamos junto aos demais colaboradores do curso. Sugeri também que após a realização de cada atividade, discutíssemos sobre a viabilidade da abordagem proposta para ser aplicadas em sala de aula.

Em seguida, os professores se apresentaram e disseram quais eram as suas expectativas em relação ao curso e também mencionaram se já trabalharam ou não com as TD em suas aulas. De modo geral, estas foram as expectativas apontadas por eles: alunos “cobram” aulas diferentes; se mostram satisfeitos com a parceria entre universidade e escola; vontade de obter um conhecimento aprofundado em relação ao GeoGebra (sobre isso, uma professora, especificamente, argumenta que sente necessidade de pesquisar mais sobre o *software* porque observa que os alunos sabem mais do que ela); interesse dos alunos em trabalhar com as TD; vontade de levar novas abordagens dos conteúdos em sala de aula para motivar os alunos; etc. Percebi que os professores se mostraram preocupados porque, segundo eles, as TD estão cada vez mais inseridas no ambiente escolar, porém nem sempre de forma articulada ao currículo.

Dando sequência ao encontro, as demais integrantes da equipe proponente se apresentaram. As graduandas em formação inicial, Patricia e Anne, falaram sobre seus projetos de Iniciação Científica, e de outras atividades que tem desenvolvido dentro do projeto Mapeamento, principalmente em relação ao auxílio que estavam dando na organização do curso. Reiteraram também suas expectativas em discutir o uso do GeoGebra em sala de aula, pensando também em suas práticas futuras. A PCNP Meiriele não se apresentou porque todos já a conheciam pois trabalhavam

diretamente com ela. Mas ela ressaltou que esperava que o curso incentivasse o uso das TD nas aulas de Matemática nas escolas estaduais públicas da DE de Bauru.

Nesse dia definimos também a dinâmica dos encontros posteriores. Ou seja, destacamos aos professores que trabalharíamos com atividades referentes àqueles conteúdos que eles haviam elencado. A ideia era trazermos as atividades já elaboradas, e os professores as realizariam em duplas ou trios, fazendo uma análise crítica em relação à abordagem proposta em cada uma, criando eventuais adaptações que viabilizassem a aplicação de tais atividades com seus respectivos alunos. Além disso, após a finalização de cada uma, faríamos uma discussão geral buscando salientar a viabilidade da abordagem sugerida, possíveis sugestões de aprimoramento, e possíveis diferenciais que o GeoGebra agrega à atividade.

Assim, nos encontros posteriores, seguimos essa dinâmica mencionada, e no último dia, houve a aplicação de um questionário para que eles avaliassem o curso, e também as apresentações dos trabalhos finais, que foram atividades elaboradas pelos próprios professores, individualmente ou em grupo, articulando o GeoGebra a algum conteúdo do currículo. Algumas dessas atividades foram, inclusive, aplicadas pelos professores em suas aulas, conforme discutimos no capítulo seguinte.

Uma semana após o término do curso, a coordenadora do projeto Mapeamento e eu participamos do II Congresso Nacional TIC e Educação (II TICEDUCA). Antes de irmos à Lisboa, local do evento, fomos à Coimbra pois havíamos agendado reunião com o Prof. Dr. Jaime Carvalho e Silva, professor associado do Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra, que também estava envolvido com a temática de ensino da Matemática com as TD. A Profa. Dra. Sueli Liberatti Javaroni, em 2011, havia estabelecido um contato com esse professor na tentativa de promover alguma parceria de trabalho naquela ocasião ou futuramente. Assim, o objetivo dessa reunião foi de fato consolidar essa parceria de pesquisa, por meio de uma ação conjunta de formação de professores de Matemática, voltada para o uso das TD.

Então nessa ocasião, contamos tudo o que foi desenvolvido em Bauru, e ele demonstrou interesse pelo modo como o curso foi conduzido e pelo fato de termos proposto o estudo do *software* GeoGebra. Diante disso, ficou combinado que organizaríamos um curso similar em Coimbra, que seria também conduzido por mim em parceria com o professor Jaime. A partir desse acordo, organizei meu cronograma para ficar em Coimbra por um período de três meses no final de 2015. No entanto, devido a problemas familiares muito sérios, tive que remarcar para o primeiro

semestre de 2016, de fevereiro a abril. Os detalhes sobre o curso realizado em Coimbra serão relatados a seguir.

#### 5.2.4 O curso “Atividades com GeoGebra nas aulas de Matemática”

Com a realização desse curso, além do objetivo já enunciado nessa tese, tive também o objetivo específico de relacionar a formação continuada de professores de Matemática em Coimbra – Portugal, com a formação continuada de professores de Matemática de Bauru/SP – Brasil. Ao relacionar os dados provenientes de tal curso, resalto similaridades e diferenças no processo da constituição de saberes entre os envolvidos. Assim, essa parceria contribuiu não somente para o desenvolvimento desse trabalho, como também para o projeto Mapeamento, uma vez que internacionalizamos as nossas ações para além das DE abordadas, e as reflexões provenientes do curso de Coimbra já foram amplamente compartilhadas não só entre os colaboradores, mas dentro do PPGEM, por meio de uma palestra proferida por mim.

Voltando ao curso, a dinâmica foi organizada de modo análogo ao que ocorreu em Bauru, mas ao invés de 40 horas, foram 25, distribuídas em quatro encontros presenciais, sendo dois deles com quatro horas cada, e os outros dois em período integral, com duração de oito horas e trinta minutos. Antes da minha ida à Portugal, as atividades que haviam sido realizadas em Bauru foram novamente revisadas por mim, para que eu fizesse alguns ajustes sugeridos pelos próprios professores naquela ocasião. Em seguida, passou pela revisão de outros colaboradores do Mapeamento.

Na sequência, ainda antes da minha ida, enviei as atividades para avaliação do professor Jaime, que aprovou as abordagens propostas e me avisou que talvez precisasse de mais, caso os professores solicitassem abordar conteúdos que não constavam em tais atividades. Então assim que cheguei a Coimbra, passamos a realizar reuniões periódicas para acertar outros detalhes do curso, como o local, as inscrições dos professores, e como faríamos o convite a eles.

Assim como a PCNP de Matemática, bolsista do Mapeamento, fez junto à DE de Bauru, o professor Jaime deu andamento aos trâmites do cadastro do curso no Centro de Formação de Ágora<sup>33</sup>, em Coimbra. Além disso, decidiu o local onde o curso

---

<sup>33</sup> <http://www.cfagora.pt/> . Último acesso em 09.06.2016.

seria aplicado, que foi uma escola secundária<sup>34</sup>, na qual ele já tem parceria em outros projetos, e que apresentava a infraestrutura necessária para o desenvolvimento do curso. Na sequência, fez o convite aos professores que trabalhavam naquela escola, e também em outras de seu contato, e deu andamento às inscrições. A participação no curso computou créditos também para os professores, analogamente à evolução funcional dos professores do Estado de São Paulo. É importante destacar essa computação de créditos em ambos os cursos, pois possibilita a cada docente não somente progredir em sua carreira, em termos de aumento salarial, quanto a desenvolver sua identidade profissional, como a autonomia de incorporar novos enfoques pedagógicos às suas práticas, conforme defende Peralta (2015).

Durante esse período de tempo em que o curso ainda estava sendo planejado, tive a oportunidade de participar de um evento, o 2º Matfórum, que aconteceu na cidade de Águeda. Nessa ocasião, participei de palestras e oficinas, e estabeleci contato com professores de Matemática que atuavam em distintos níveis de escolaridade. O evento foi organizado pelo centro de formação da Associação de Professores de Matemática (APM)<sup>35</sup>, e teve o objetivo de promover discussões acerca do novo currículo para a disciplina de Matemática do ensino secundário (equivalente ao Ensino Médio), e também sobre possibilidades para o ensino com as TD.

Ainda nesse período de tempo, antes do curso, realizei visitas em quatro escolas de Coimbra, Escola Secundária Avelar Brotero<sup>36</sup>, Escola Secundária Infanta Dona Maria<sup>37</sup>, Escola Secundária José Falcão<sup>38</sup>, e Agrupamento de Escolas Martim de Freitas<sup>39</sup>, sendo esta última a sede de outro centro de formação, o Minerva<sup>40</sup>. Visitei também a Escola da Ponte<sup>41</sup>, que fica na freguesia de vila das Aves. O objetivo dessas vistas foi de investigar se os professores de Matemática utilizavam as TD em suas aulas, e se eles costumavam participar de cursos voltados para isso. Com exceção da Escola da Ponte, que atende alunos até o 9º ano, as demais contemplam o ensino

---

<sup>34</sup> Assim como foi feito em relação aos professores e escolas de Bauru, opto por não identificar essa escola de Coimbra (apenas caracterizá-la, conforme será mostrado no quadro mais adiante), e os nomes dos professores também serão alterados para preservar suas identidades.

<sup>35</sup> <http://www.apm.pt/portal/index.php> . Último acesso em 09.06.2016.

<sup>36</sup> <http://www.brotero.pt/> . Último acesso em 09.06.2016.

<sup>37</sup> <http://www.esidm.pt/> . Último acesso em 09.06.2016.

<sup>38</sup> <http://esjf.edu.pt/> . Último acesso em 09.06.2016.

<sup>39</sup> <http://www.agrupamentomartimdefreitas.com/web/index.php> . Último acesso em 09.06.2016.

<sup>40</sup> <http://www.cfae-minerva.edu.pt/site/index.php/pt-PT/> . Último acesso em 09.06.2016.

<sup>41</sup> <http://www.escoladaponte.pt/site/> . Último acesso em 09.06.2016

básico e secundário (o equivalente aos anos finais do Ensino Fundamental e o Ensino Médio no Brasil).

A participação nesse evento e a realização dessas visitas não estavam programadas dentro das atividades que eu pretendia desenvolver em Coimbra. Mas como o curso acabou acontecendo de forma concentrada, e depois da metade do período da minha estadia, então tive tempo hábil para fazer isso. A ideia era compreender o contexto em que eu iria atuar, pois diferentemente de Bauru, não houve pesquisas de Iniciação Científica em Coimbra anteriormente ao curso para identificar como estava se dando o uso das TD nas escolas públicas de lá. Desse modo, consegui também compreender algumas características em relação ao ensino de Matemática em Portugal.

Observei que Portugal, assim como o Brasil, por meio de seus centros de formação, Sociedades de Matemática e Educação Matemática, promove muitas ações, no entanto, em ambos os casos, há certos entraves que dificultam o acontecimento de mudanças concretas em sala de aula, em relação a integrar as tecnologias digitais em sala de aula, de modo não meramente expositivo. Um fator comum é o fato de o programa curricular ser extenso, segundo os professores com quem conversei. O diferencial em Portugal é a predominância do uso das calculadoras gráficas dentro de uma perspectiva em que os alunos também manuseiam, conforme é preconizado no currículo, sendo exigida em algumas questões dos exames nacionais.

A Escola da Ponte é um caso à parte, pois segue uma metodologia diferenciada, que incentiva autonomia dos alunos em seu próprio aprendizado por meio de estratégias pedagógicas bem distintas do tradicional, em que eles trabalham em grupos, dentro de uma perspectiva investigativa. Eles trabalham por temas quinzenais, os quais envolvem a integração de todas as disciplinas, contam também com a ajuda de professores-tutores, que os auxiliam a organizarem seus cronogramas a fim de cumprir os objetivos dentro do trabalho com esses temas.

Diante disso, pensei que a formação dos professores que lecionavam nessa escola também era diferenciada. Mas em conversa com a diretora da escola e com um professor de Matemática, eles ressaltaram que os professores fazem os cursos que julgam necessários, assim como os que lecionam em outras escolas. Mas uma diferença é que nessa escola há uma formação em exercício, segundo a diretora, em que os professores com mais tempo na escola instruem os mais novos durante a

participação em distintos tipos de reuniões. O professor de Matemática mencionou ainda que o GeoGebra é muito utilizado dentro dos temas trabalhados, e também uma plataforma chamada Escola Virtual<sup>42</sup>.

Alguns dias depois dessas visitas, demos início ao curso. Para o primeiro encontro, havíamos planejado um tutorial do GeoGebra para explorarmos juntos, e depois outras três atividades. Assim como no curso de Bauru, nos apresentamos e relatamos nossas expectativas em relação ao curso, que serão discutidas a seguir.

#### 5.2.5 Os participantes, a equipe proponente, e as expectativas

No primeiro encontro, o professor Jaime contou aos professores sobre o projeto Mapeamento, focalizando as ações que vinham sendo desenvolvidas no Brasil, e reiterou que eu estava ali para realizar mais uma dessas ações, em parceria com ele, que tinha o propósito de estudar o *software* GeoGebra, bem como suas potencialidades para o ensino e aprendizagem de Matemática. Embora ele já tivesse mencionado quando divulgou o curso, reiterou novamente que o curso seria um dos cenários de minha pesquisa de doutorado.

Dando sequência a esse encontro, me apresentei, falei sobre algumas experiências como professora, relatei que enquanto estava em sala de aula não tive a oportunidade de usar as TD, mas que a partir do mestrado e do doutorado, pude estudar e refletir acerca das potencialidades das TD, e que pretendia lançar mão delas em minha prática futura. Contei sobre o curso realizado em Bauru, destacando a dinâmica flexível visando atender as demandas dos professores, de acordo com as necessidades que observavam em sala de aula. Mencionei que gostaria de fazer algo similar em Coimbra, buscando atender as especificidades desse outro contexto. Destaquei então que havia preparado algumas atividades, enquadrando as sugestões dos professores de Bauru, mas que outras poderiam ser elaboradas, caso os eles elencassem conteúdos que não estavam sendo contemplados.

Em seguida, eles se apresentaram e falaram das suas expectativas. Todos os professores pertenciam ao quadro de funcionários desta referida escola. Assim, tivemos apenas 9 participantes, o que de certo modo foi positivo, pois eu não contava com o apoio de outros colaboradores do projeto Mapeamento, como foi o caso do

---

<sup>42</sup> <http://www.escolavirtual.pt/> . Último acesso em 09.06.2016.

primeiro curso. Os professores participantes foram: Olavo, André, Raul, Gisele, Lourdes, Ruth, Cecília, Raquel e Lauro.

Os professores lecionavam Matemática na referida escola, atuando desde os 2º e 3º ciclos (equivalente aos anos finais do Ensino Fundamental no Brasil, do 6º ao 9º ano) até o ensino secundário (equivalente ao Ensino Médio no Brasil). Suas expectativas em relação ao curso eram praticamente as mesmas: estudar o *software* GeoGebra de forma articulada aos conteúdos que constavam no currículo, e refletir acerca de abordagens para suas aulas. O que variou foi apenas o quanto cada um tinha de conhecimento em relação ao *software*.

A maioria, embora conhecesse algumas funcionalidades básicas, ainda não tinha explorado a fundo, com exceção de Ruth, que ao longo do curso demonstrou ter um conhecimento mais avançado, pois segundo ela mesma, já havia realizado outros cursos (pagos) anteriormente, frutos de iniciativas da Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM). Além disso, cabe mencionar que em Portugal, segundo os próprios professores, é necessário que eles participem de ações entre 25 e 50 horas para progredir na carreira. A maioria dessas ações, também pelo que observei ao interagir com os professores, se refere a cursos com calculadoras gráficas, pois em alguns exames nacionais, o uso delas é obrigatório. A seguir, apresento no Quadro 2 mais detalhes sobre as informações que alguns dos professores me passaram sobre suas formações.

**Quadro 2 - Formação dos professores do curso de Coimbra**

| <b>Professores</b> | <b>Características da formação dos professores</b>                                                                                                                                                                                                             |
|--------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| André              | <p>Curso de Engenharia de Minas concluído em 1977</p> <p>Curso de Formação Pessoal e Social</p> <p>Curso de Formação Especializada</p> <p>Organização e Administração Escolar</p> <p>Mestrado Ciências da Educação -</p> <p>Educação e Formação de Adultos</p> |

|         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Lourdes | Licenciatura de Ensino da Matemática e Mestrado Pós Bolonha <sup>43</sup> . Formou-se no ano 1995/96. Várias ações sobre calculadoras gráficas, sobre quadros interativos, LaTeX, Excel                                                                                                                                                                        |
| Olavo   | Licenciatura em Engenharia Mecânica, acabou o curso em 1978 e fez o estágio em Ensino de Matemática no biênio 1983-1985.<br><br>Vem ao longo dos anos fazendo vários cursos de atualização, mas não de uma forma continuada, com carga horária de, no máximo, 80 horas                                                                                         |
| Cecília | Licenciatura em Matemática - Ramo de Formação Educacional, finalizada em 1994. Realizou cursos de formação contínua, em Novas tecnologias Word, Excel, PPS, Máquinas Calculadores gráficas da Texas Instruments (TI-nspire e TI-84) e da Casio, programas informáticos de gestão da atividade docente, GeoGebra e provavelmente outros que ela não se recorda. |
| Ruth    | Licenciatura em Matemática pela Universidade de Coimbra. Como já mencionado, realizou diversos cursos pagos ofertados pela SPM, inclusive um aprofundado sobre GeoGebra, cujos relatos serão mencionados na seção de análise.                                                                                                                                  |

<sup>43</sup> Esse tratado tem o propósito de introduzir uma formação pautada em 3 ciclos: curso de Licenciatura, mestrado e doutorado. Busca também o reconhecimento das qualificações por toda a União Europeia.

Assim como aconteceu no Brasil, reiterei no primeiro encontro que, pelo fato de fazer parte do cenário de uma pesquisa de doutorado, alguns procedimentos metodológicos teriam que ser realizados para a produção e análise dos dados. Expliquei em detalhes cada um deles, e ressaltei que, caso tivessem alguma objeção, eu poderia alterar tais procedimentos.

Entretanto, em ambas as ocasiões, os professores foram extremamente colaborativos nesse sentido, até mesmo contribuindo em algumas situações com o andamento desses procedimentos, como foi o caso do curso de Coimbra. Pois, diferentemente do ocorrido em Bauru, em Coimbra não tive a oportunidade de contar com a colaboração das graduandas da iniciação científica que me auxiliaram nas questões da filmagem dos encontros do curso. A seguir, apresento esses procedimentos.

#### 5.2.6 Fonte de dados e Procedimentos de análise

Para a produção e análise dos dados, realizei uma triangulação, que “consiste na utilização de vários e distintos procedimentos para a obtenção dos dados” (ARAÚJO; BORBA, 2004, p. 41). Para esses autores, ao realizar a triangulação, o pesquisador constrói suas conclusões a partir do uso de diferentes fontes de dados, dando maior credibilidade aos resultados obtidos.

Para Denzin e Lincoln (2006, p. 19), essa combinação de procedimentos se refere ao uso de distintos métodos na “tentativa de assegurar uma compreensão em profundidade do fenômeno em questão” Para estes autores, a combinação de distintos materiais empíricos, perspectivas metodológicas diferentes, e os olhares de mais de um investigador em um estudo, deve ser concebida como uma estratégia para aumentar a riqueza e profundidade de qualquer investigação.

Assim, nesse estudo, lancei mão de diferentes fontes de dados, constituídos por: videogravação de todos os encontros dos dois cursos; diários de campo, sendo que no de Bauru, as colaboradoras da iniciação científica também realizaram tal procedimento e me disponibilizaram pelo Google Docs; atividades elaboradas por mim e por demais colaboradores do projeto Mapeamento; atividades realizadas pelos professores; questionários avaliativos do curso (no caso de Bauru).

Além disso, concordo com Araújo e Borba (2004) sobre a possibilidade de estender essa ideia de triangulação em uma única pesquisa para algo maior, como

para uma triangulação dentro de uma pesquisa temática de grupo. Nesse caso, os autores estão se referindo a pesquisas que versam sobre Modelagem, dentro do GPIMEM, de modo que, embora cada pesquisador tenha seu objeto de investigação particular e utilize de diferentes procedimentos para alcançar seu objetivo, todas as pesquisas se relacionam por ter esse enfoque em comum, e possibilitam um estudo aprofundado sobre o fenômeno investigado dentro do projeto temático. Assim, “essa diversidade de procedimentos, além de aumentar a credibilidade da pesquisa desenvolvida pelo GPIMEM como um todo, permite que uma pesquisa não fique isolada, ou seja, que ela não seja compreendida individualmente e sim interligada a outras pesquisas” (ARAÚJO; BORBA, 2004, p. 38).

Essa expansão da ideia de triangulação para algo mais amplo faz sentido também dentro do próprio projeto Mapeamento, pois as pesquisas que o compõem se entrelaçam, como já pudemos observar na seção 3 dessa tese, contribuindo para um aprofundamento do estudo do fenômeno investigado dentro do projeto como um todo, modelando seu rumo e o transformando a partir de cada resultado evidenciado. Agora, voltando a pensar nessa presente pesquisa, especificamente, embora seja de minha autoria, obtive nesse processo contribuições de distintos pesquisadores, com perspectivas metodológicas diferentes, em ocasiões como: reuniões de orientação com a professora Sueli; reuniões semanais (presenciais e virtuais) com os colaboradores do projeto Mapeamento; reuniões semanais do GPIMEM, encontros com outros membros do PPGEM, etc.

Nessas ocasiões, além de receber contribuições de colegas em algumas seções da tese, a cada encontro, e a partir de discussões acerca de trabalhos de outros autores, sempre tive a oportunidade de aprender e refletir sobre os procedimentos aqui adotados. Houve outros momentos também que contribuíram significativamente para a constituição dessa pesquisa, como os encontros de Educação Matemática, em distintas localidades nacionais e internacionais, onde pude refletir acerca de comentários acerca dos trabalhos que ora apresentei. Outras contribuições importantes foram os pareceres concedidos em tais encontros e também em artigos submetidos a periódicos.

Com as publicações em revistas científicas tive oportunidade de aprofundar determinadas nuances da tese, conforme constam em Javaroni e Zampieri (2015), e Javaroni e Zampieri (2016). A oportunidade do estágio doutoral em Coimbra me possibilitou conhecer outra cultura e também muito aprendizado, em particular durante

as reuniões periódicas com o professor Jaime, em que discutíamos procedimentos de pesquisa. E por fim, mas de suma importância, com a síntese que minha orientadora e eu fizemos de todas essas contribuições, e a partir da reflexão acerca delas, conseguimos aprofundar nas temáticas debatidas nessa tese. Assim, diferentes olhares foram colocados nesse estudo, ao longo de todo seu desenvolvimento.

Deste modo, pensando agora mais especificamente na análise desses dados, apoiada nos pressupostos da metodologia de pesquisa qualitativa, me embasei em Goldemberg (2003) e Lincoln e Guba (1985), que consideram essencial a combinação de diferentes procedimentos para a produção de dados, porque, segundo eles, a análise realizada a partir dessa multiplicidade de procedimentos, a qual eles também denominam triangulação, aumenta as possibilidades de compreensão do fenômeno estudado.

Dentro desta ideia da triangulação, elaborei algumas estratégias bem particulares para organizar e compreender estes dados. Primeiramente, li os diários de campo do curso de Bauru, os quais compilei no Google Docs, junto com os diários elaborados pelas alunas de Iniciação Científica. Mas fiz isso de forma quase simultânea à análise dos vídeos gerados na gravação dos encontros dos cursos. Por exemplo, primeiro eu lia os relatos de um determinado encontro, colocava alguns comentários destacando o que me chamava a atenção, sempre tendo em mente a pergunta de pesquisa, e depois assistia ao vídeo deste referido encontro, descrevendo tudo o que acontecia, e transcrevendo os momentos de debate, nos quais eu encontrava mais elementos que contribuíam com a busca da resposta a seguinte pergunta: *que saberes foram constituídos e mobilizados em duas ações colaborativas de formação continuada, voltadas para o estudo de conteúdos matemáticos articulados ao GeoGebra?*

Enquanto fazia esse processo de descrição e de transcrição, também voltava às demais fontes quando necessário, com a finalidade de aprimorar ainda mais esse processo. Ao realizar isso, como já emergiam alguns eixos que tinham a ver com a minha pergunta, e até mesmo alguns que a perpassavam, senti a necessidade de buscar me aprofundar acerca desses temas por meio do estudo na literatura. Assim, logo após esse processo descritivo, eu já me posicionava a respeito, dialogando com a literatura pertinente.

Então, fui realizando esse processo a partir da análise de cada encontro, dos dois cursos (sendo que no segundo curso não houve questionário e somente eu fiz o

diário de campo), e depois entrelacei essas análises, relacionando os dados e a discussão acerca deles. Assim, na próxima seção apresento e discuto esses dados, dialogando com a literatura do referencial teórico, já elucidado na seção anterior.

## 6 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Retomo novamente a pergunta que conduz o presente estudo: *que saberes foram constituídos e mobilizados em duas ações colaborativas de formação continuada, voltadas para o estudo de conteúdos matemáticos articulados ao GeoGebra?*

Para a obtenção e análise dos dados, foi realizada uma triangulação, que é a combinação de diversos procedimentos metodológicos, conforme já explicitado na seção anterior. A partir dessa combinação, tendo como fonte de dados os vídeos, os relatos de campo de três pesquisadoras da equipe proponente, as atividades desenvolvidas, e os questionários avaliativos aplicados aos professores do curso de Bauru, são apresentados e discutidos a seguir quatro eixos que emergiram, e que estão em sintonia com a pergunta da presente pesquisa, sendo eles: *colaboração entre os envolvidos nos cursos; pensamentos manifestados nas duas ações; saberes transformados e constituídos; enfrentando nossas zonas de risco: saberes mobilizados.*

Cabe destacar que embora haja uma separação por eixos, ocorreram situações com características que se enquadram em mais de um, ao mesmo tempo. No entanto, para que possa ser feita uma discussão aprofundada de forma entrelaçada ao referencial teórico adotado nesse trabalho, essa separação se fez pertinente. Assim, as situações que chamaram a atenção por apresentar mais características de um determinado eixo do que dos demais são apresentadas no eixo predominante.

Ademais, devido a essa separação por eixos, cada um deles adquiriu um estilo próprio, ou seja, nos dois primeiros há menos apresentações de citações diretas das falas dos educadores envolvidos, porque o propósito é destacar elementos mais gerais que emergiram, como o movimento evolutivo das parcerias colaborativas e os novos modos de pensar com o GeoGebra. Já em relação aos dois últimos eixos, há apresentação de mais citações diretas das falas, pois buscamos destacar as especificidades dos saberes e enfrentamentos constituídos e mobilizados nas temporalidades de cada curso. A seguir, apresentamos e discutimos o primeiro eixo.

### 6.1 Colaboração entre os envolvidos nos cursos

Observei somente a partir do segundo encontro, o surgimento de uma parceria colaborativa entre os professores participantes do curso “Currículo no ensino

fundamental II e atividades matemáticas com *softwares*: articulações possíveis”, realizado na cidade de Bauru. Esse segundo encontro foi quando começamos a trabalhar com o GeoGebra dentro dos conteúdos que haviam sido elencados por eles no primeiro encontro. Já entre os colaboradores do projeto Mapeamento, que participaram da elaboração da proposta do curso e entre a própria equipe proponente, a colaboração começou bem antes, já na fase de planejamento, pois mantínhamos contato frequentemente por causa das demais atividades do projeto, conforme descrito no capítulo de Metodologia.

Ao iniciarmos as atividades com GeoGebra nesse dia, fizemos um debate geral acerca das três atividades que haviam sido realizadas, cujos conteúdos abordados foram: função afim (APÊNDICE A)<sup>44</sup>, perímetro de retângulo (APÊNDICE B) e funções trigonométricas no triângulo retângulo (APÊNDICE C). Nesse debate, os professores buscaram colaborar uns com os outros diante de cada empecilho levantado.

A professora Laura começou a discussão relatando as dificuldades que sente devido às burocracias decorrentes do Programa ACESSA Escola, pois “tiram a liberdade do professor de utilizar a sala de informática [...] pois tem todo um ritual para utilizá-las, desde o agendamento até o momento em que acontece a aula” (Professora Laura). Aqui, ela está se referindo às regras impostas pelas escolas regidas por tal programa, em particular sobre a necessidade de agendar com certa antecedência a sala, sobre o desligamento automático dos computadores após meia hora de aula, o que nem sempre é viável dependendo do tempo que tenha sido planejado para desenvolver a atividade.

Entretanto, alguns dos professores presentes, e também a PCNP Meiriele, esclareceram sobre a possibilidade de expandir esse tempo para duas horas, fato esse que era de desconhecimento de boa parte deles. Outro professor reiterou que em sua escola, uma equipe do ACESSA Escola esteve presente para explicar todos os detalhes do funcionamento desse programa, e que em breve, eles mencionaram que também fariam essas visitas nas demais escolas da região.

Outros acontecimentos também nos despertaram a atenção, mas por outro motivo. Como já mencionamos na seção anterior, além do GeoGebra, exploramos também o *software* BlueLab, que é a plataforma que permite ao professor controlar as

---

<sup>44</sup> As atividades que serão mostradas no apêndice são somente as que foram aqui mencionadas. As atividades reformuladas mencionada nessa presente seção também serão exibidas no apêndice.

atividades desenvolvidas nos computadores dos alunos. O *layout* pode ser visualizado na Figura 3, a seguir:

**Figura 3 – Layout do BlueLab**



Fonte: MANUAL DO BLUELAB (2008).

Os professores, em duplas ou trios, faziam um revezamento para explorar o computador central que tinha esse *software* instalado, sob a supervisão da Anne. Observamos, principalmente nesses momentos de exploração, um grande interesse deles pelos recursos desse *software*, inclusive ficando surpresos com o que eles tinham disponível na própria escola, mas que não tinham conhecimento disso.

Isso, de certo modo, nos preocupou porque houve um investimento financeiro relativamente alto para a aquisição desses *softwares*, bem como para preparar os estagiários com o intuito de que estes tivessem domínio pelo menos dessa plataforma, para que conseqüentemente pudessem dar apoio aos professores. Se os professores não estavam cientes da existência ou funcionalidades do BlueLab, o qual é um dos principais recursos provenientes do Programa ACESSA Escola, isso mostra que houve uma falha na comunicação dentro das respectivas escolas em que atuam. Ainda, mostra a necessidade de um acompanhamento mais contínuo nas escolas, por parte

da equipe responsável pela implementação do programa, assim como defendem Borba e Penteado (2010) sobre quaisquer políticas públicas que tenham o fomento do uso das TD como finalidade.

Já em relação a outras dificuldades para a possível aplicação dessas atividades em sala de aula, as professoras Magali e Marina ressaltaram que a conceituação seria um entrave, pois segundo elas, seria necessário ensinar ou revisar distintos conceitos antes de propor as atividades com o GeoGebra. Para essas professoras, os alunos teriam que saber as definições antes de resolver as atividades. Magali ainda salientou que essa conceituação é necessária até mesmo para trabalhar com o material didático utilizado nas escolas.

Outros professores tentaram propor soluções para este percalço, como a sugestão dada por Anne (da equipe proponente) e pelo professor Douglas, de que a revisão poderia ser feita no próprio *software*, de modo que o professor poderia explicar os conceitos utilizando um projetor multimídia, enquanto os alunos acompanhavam em seus computadores. Entretanto, Magali rebateu essa sugestão argumentando: “na minha escola isso é inviável, porque são poucos computadores para muitos alunos” (Professora Magali). Em seguida, a professora Laura sugeriu à Magali que pedisse ajuda aos professores auxiliares<sup>45</sup> para levar os alunos separadamente no laboratório, “um dia eu levo a metade [dos alunos], e no outro dia levo a outra metade” (Professora Laura). Mas Magali salientou que não tinha esse tipo de ajuda em sua escola, ou em suas palavras: “se eu tivesse professor auxiliar, aí seria ótimo” (Professora Magali).

Concomitantemente a essas sugestões, os professores também aproveitaram para opinar sobre as atividades, mencionando outros conteúdos que poderiam ser abordados utilizando as mesmas funcionalidades do GeoGebra sugeridas nos roteiros dessas atividades, como, proporcionalidade e área. No início desse debate do segundo encontro, eles ainda estavam mais concentrados nos percalços que teriam que enfrentar para levar as atividades a suas aulas do que em possíveis soluções para contorná-los. Percebi que essa discussão entre eles estava conflituosa, pois havia muitas opiniões divergentes e não se chegava a um possível consenso, de

---

<sup>45</sup> Esse cargo foi criado no ano de 2012, dentro do Estado de São Paulo, para que esses educadores atuassem em aulas regulares dando assistência a alunos que precisassem de reforço na aprendizagem, no ensino fundamental e médio. <http://www.educacao.sp.gov.br/noticias/escolas-estaduais-terao-professor-auxiliar-e-novos-modelos-de-recuperacao> . Último acesso em 20.11.2015. Mas a Portaria CGRH-3, de 9 de abril de 2015 restringe essa contratação somente para os casos em que há necessidade de recuperação, após o 1º semestre letivo.

forma que apenas os empecilhos (conceituação e infraestrutura) eram destacados e debatidos.

No entanto, no decorrer dos debates dos encontros posteriores, observei que o confronto de opiniões entre os professores, propiciou que eles passassem a reestruturar seus pontos de vista, resultando então em reflexões acerca de adaptações nas atividades que propúnhamos nos encontros. Nesse processo, a colaboração, conforme D'Ambrosio e Lopes (2015) e Fiorentini (2004) defendem, começou a emergir. E o trabalho colaborativo, segundo D'Ambrosio e Lopes (2015), "pode ser uma possibilidade de os educadores compartilharem ideias, valores e compreensões por meio da socialização da elaboração de seus pensamentos e de sua prática". Assim, ao longo dos dez encontros desse curso, observei que os professores se movimentaram de discussões mais conflituosas para mais colaborativas, que foram se consolidando e se transformando a partir de cada debate.

Essa reestruturação de pontos de vista começou a emergir no final desse mesmo debate do segundo encontro, de modo que os professores começaram a assumir uma postura mais crítica em relação às atividades, após solicitarmos a eles que imaginassem a aprendizagem de seus alunos, sem se aterem tanto nos percalços. Além de darem sugestões para adaptações, pensando em suas salas de aula, eles também levantaram muitas questões relacionadas aos roteiros das atividades, que contribuíram significativamente para nos aperfeiçoarmos na elaboração destes, para abordarmos nos encontros seguintes. Ao fazerem isso, os professores passaram a colaborar conosco, e também entre eles mesmos, pois as sugestões começaram a ser debatidas com mais profundidade após a realização de cada atividade.

Uma situação que mostra isso foi evidenciada logo na primeira atividade que fizemos com o GeoGebra no segundo encontro, pois colocamos no roteiro os comandos que deveriam ser digitados no campo de entrada, entre aspas, na tentativa de destacá-los, mas acabou gerando muita confusão, pois alguns professores digitaram desse modo, e o *software* acusava erro. Outra crítica deles que gerou opiniões divergentes foi em relação à objetividade do roteiro. Enquanto alguns professores defendiam roteiros mais sucintos alegando que seus alunos se dispersariam com o excesso de texto, outros defendiam roteiros bem detalhados. Assim, a partir dessas críticas, mesmo sendo divergentes, e a partir das próprias sugestões de adaptações das atividades, seja para utilizar outras funcionalidades do

*software*, seja para abordar mais conteúdos, os professores colaboraram não somente para fomentar as ideias que estavam sendo debatidas ali, mas também para aperfeiçoarmos os roteiros dia após dia. Esse aperfeiçoamento e essa elaboração foram aproveitados dentro do próprio curso como também em outras ocasiões, como para o planejamento de outros cursos e oficinas dentro do projeto Mapeamento.

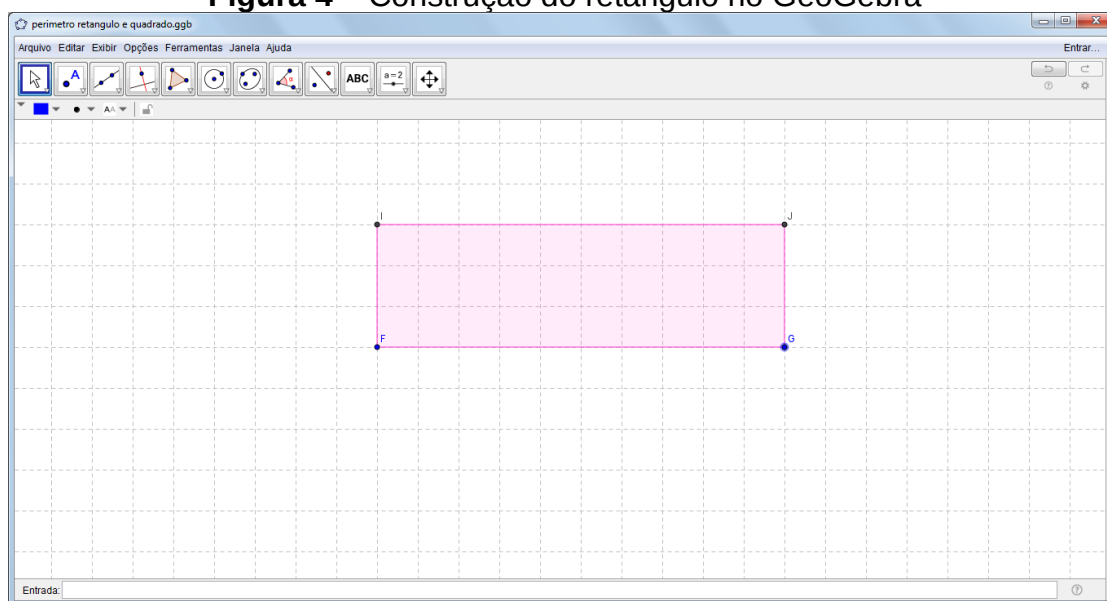
Uma dessas ocasiões foi o curso ministrado por mim e pelo Prof. Dr. Jaime Carvalho e Silva em Coimbra, intitulado “Atividades com o GeoGebra nas aulas de Matemática”. Nesse caso, os professores já se conheciam antes porque trabalham na mesma escola, então a postura colaborativa que mantiveram uns com os outros foi um processo natural, que foi observada nos momentos em que se ajudavam, recorrendo a mim ou ao Jaime somente quando não chegavam a um consenso sobre as construções. Isso ficou evidente em distintas situações, inclusive já no primeiro encontro desse curso, na interação observada entre Cecília, André e Raul, e entre Lourdes, Raquel e Gisele, e entre as próprias duplas que haviam sido formadas, auxiliando uns aos outros em uma atividade sobre polígonos, seus perímetros e áreas (APÊNDICE D).

Cada um que estava lá tinha um objetivo individual, como foi mencionado na seção anterior. Uns queriam aprender porque ainda não tinham contato, como foi o caso de Raquel e Olavo, uns queriam aprofundar, como foi o caso de Ruth, e outros queriam explorar de forma articulada às propostas em sala de aula, como foi o caso de Lourdes, que disse que já havia manuseado sozinha, mas não conseguia pensar em atividades para articular a abordagens com o *software*. Mas todos esses objetivos individuais convergiam para um mais geral, que era explorar o GeoGebra, e depois se engajar nos debates acerca das atividades, se posicionando de acordo com seus contextos de sala de aula.

Uma situação que retrata essa postura colaborativa entre nós e os professores aconteceu nessa primeira atividade do primeiro encontro, envolvendo a construção dos polígonos (APÊNDICE D), no curso de Coimbra. O objetivo de tal atividade era que os professores avaliassem se a abordagem era apropriada para introduzir os conteúdos de perímetro e área de polígonos com seus alunos. As funcionalidades utilizadas do GeoGebra foram: reta perpendicular, reta paralela, polígono, polígono regular, perímetro e área. No decorrer do desenvolvimento dessa atividade, Ruth me chamou para perguntar se teria como a construção do retângulo ser realizada de um jeito que fosse possível manuseá-la a partir de qualquer vértice.

Cabe destacar que a construção do retângulo no GeoGebra não é direta como a dos polígonos regulares, por exemplo, pois não há uma funcionalidade na barra de ferramentas do *software* que possibilite que ele seja construído diretamente. Então para construir o retângulo, é necessário construir as retas opostas paralelas duas a duas, e nessa construção, somente os dois primeiros pontos criados, que são os que originam a primeira das retas construídas, são caracterizados como objetos livres<sup>46</sup>, ou seja, a figura só pode ser movimentada a partir desses objetos. Na Figura 4 a seguir, é possível visualizar isso, os vértices F e G, representados com a cor azul, são os objetos livres dessa construção.

**Figura 4 – Construção do retângulo no GeoGebra**



Fonte: dados da pesquisa.

Naquele momento eu mencionei a ela que a figura não ficava tão dinâmica quanto ela gostaria porque os vértices representados pela cor preta eram pontos de interseção, que não são objetos livres, não seria possível então mover a figura a partir deles. Então eu reiterei que apenas é possível movimentar os dois vértices azuis, os quais são os objetos livres da figura, conforme pode ser visto na Figura 4. Esse ponto destacado por Ruth me chamou a atenção e comecei a refletir, naquela mesma ocasião, para poder dar a ela alguma outra opção para a construção do retângulo.

<sup>46</sup> São aqueles objetos da construção que podem ser modificados, manipulados. No exemplo da Figura 4, os objetos livres são os pontos F e G.

Entretanto, fui requisitada por outros professores para ajudar com as construções. Paralelamente, o professor Jaime interagiu com Olavo e Lauro tirando alguma dúvida sobre o cálculo das áreas utilizando as funcionalidades do GeoGebra. Depois de um tempo, os professores passaram a interagir entre eles mesmos para dar prosseguimento à construção, tirando eventuais dúvidas entre si.

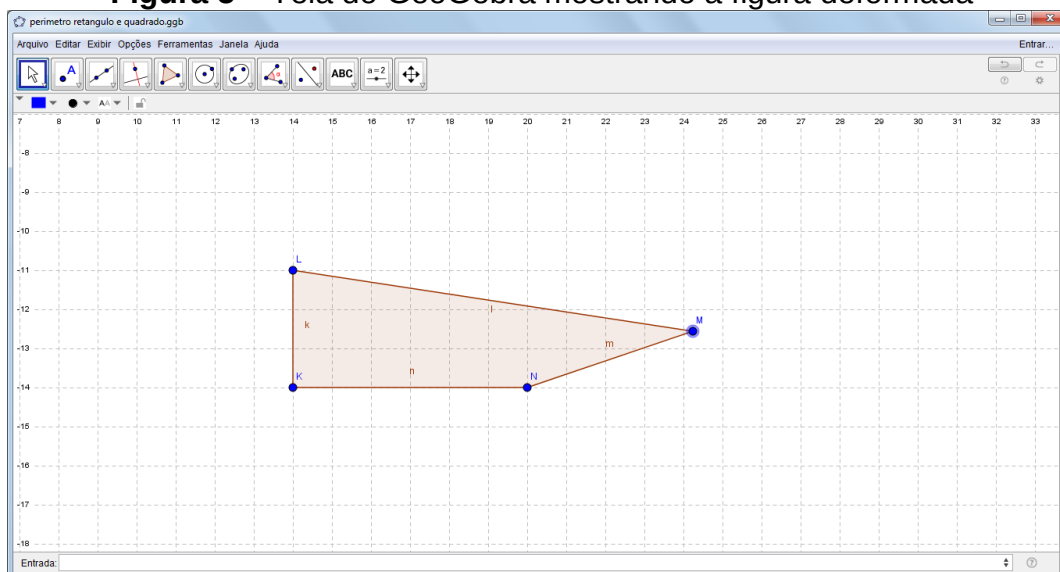
Logo depois, consegui voltar a conversar com Ruth sobre seu questionamento em relação à construção do retângulo. Compartilhei com o professor Jaime sobre isso, e depois esbocei uma abordagem no quadro interativo<sup>47</sup> (no Brasil, normalmente utilizamos o termo “lousa digital”<sup>48</sup>) criando dois controles deslizantes  $a$  e  $b$ , e depois definindo as funções no conjunto dos números reais:  $f(x)=a$ ,  $g(x)=a+2$ ,  $x=b$  e  $x=b+4$ , achei os pontos de interseção entre as retas e depois fechei a figura utilizando a funcionalidade polígono. Mas como a construção fica dependente dos controles deslizantes, a figura fica menos dinâmica do que a que sugerimos na abordagem, uma vez que não é possível movimentá-la a partir de nenhum vértice.

Percebendo que não chegávamos a uma construção mais dinâmica, e estudando a forma como a propusemos no roteiro, que estava pautada na própria definição de retângulo (a construção era feita com as funcionalidades retas perpendiculares e retas paralelas), concluímos que qualquer construção que não segue tais critérios, não garante as propriedades desse polígono. Ou seja, dependendo do modo como a movimentamos, a figura deforma e já não preserva o paralelismo, tampouco a perpendicularidade, conforme pode-se observar na Figura 5 a seguir.

<sup>47</sup> <http://pt.wikihow.com/Usar-um-Quadro-Interativo> . Último acesso em 24.06.2016.

<sup>48</sup> Lousa em que os conteúdos podem ser movimentados com as mãos ou com uma caneta própria para isso, possibilita também a projeção da tela do computador. Para o uso do GeoGebra por exemplo, é possível efetuar as construções na lousa desse modo. Mais informações sobre esse recurso podem ser visualizadas no *site*: <http://teltecsolutions.com.br/mundo/lousa-digital-interativa-como-funciona> . Último acesso em 22.06. 2017.

**Figura 5 – Tela do GeoGebra mostrando a figura deformada**



Fonte: dados da pesquisa.

Depois, o professor Jaime e eu argumentamos sobre isso com Ruth, que se todos os vértices forem definidos como objetos livres, a figura poderia ser deformada deixando de ser retângulo. Paralelamente a esses momentos destacados, observei que Raquel interagiu com Raul e André para esclarecer eventuais dúvidas, e Lourdes, Gisele e Raquel colaboraram mutuamente para entender como poderiam ocultar alguns objetos da construção.

Assim, conforme propõem Gama e Fiorentini (2009), pelo menos se tomarmos como referência esse início do curso ministrado em Coimbra, a colaboração entre eles foi imediata, isto é, já chegaram com essa postura. Mas isso só se deu, a meu ver, porque eles já se conheciam, então o período em que se ganha confiança mútua, dentro da perspectiva defendida por esses autores, já havia se consolidado previamente ao curso. E a colaboração entre nós (equipe proponente e professores) também foi sendo constituída já nesse primeiro encontro, porque expusemos nosso objetivo, dentro do meu foco de pesquisa, o qual também convergia para o objetivo geral do grupo, que era explorar o GeoGebra tendo em mente o respectivo contexto de trabalho dos professores.

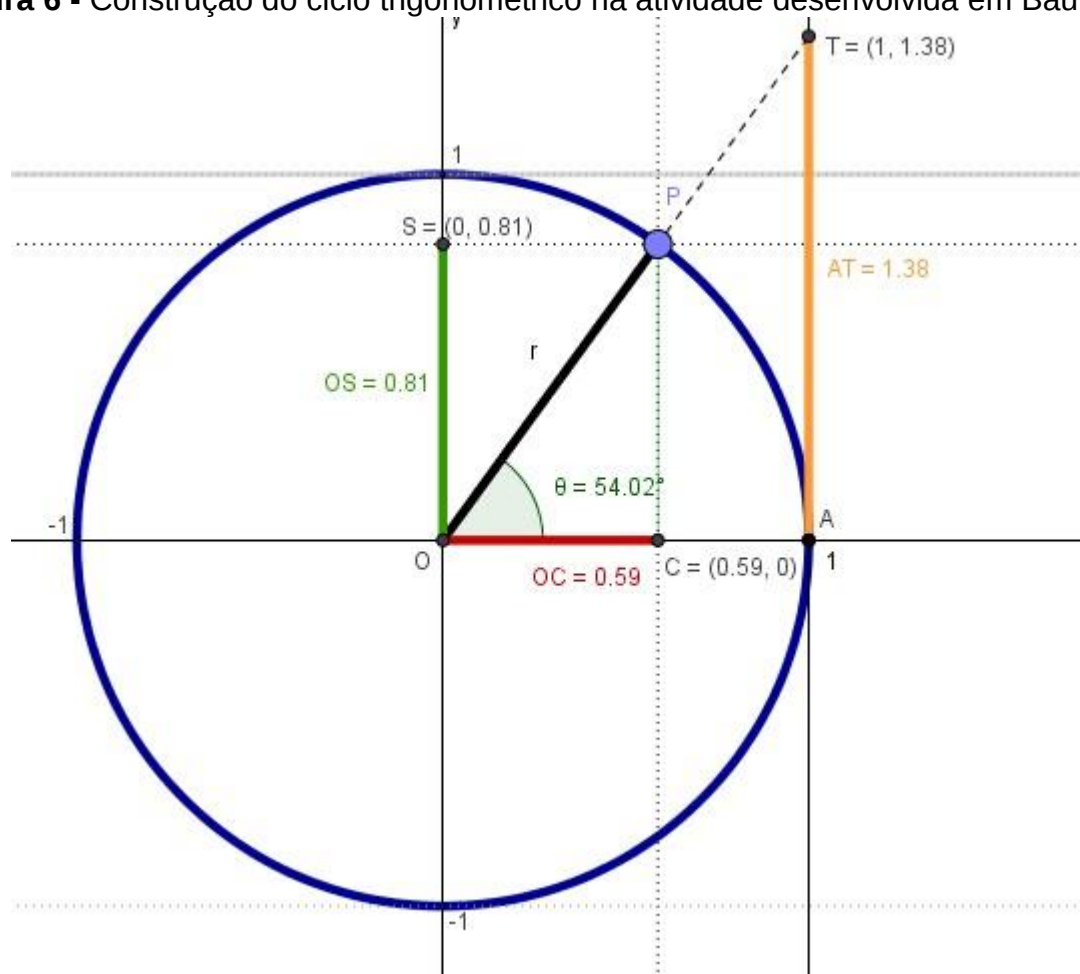
A partir do momento em que eles resolveram participar do curso e se engajaram nas atividades, eles já assumiram uma postura colaborativa comigo. E a minha postura com eles foi no sentido de contribuir para as reflexões que emergiram e buscar sanar eventuais dúvidas. Assim, a colaboração se deu mediante interesses em comum, bem como os divergentes, pois cada um tinha também um objetivo específico

como já mencionamos, o que trouxe diferentes perspectivas durante a realização da atividade, culminando em novas aprendizagens, conforme pontuam Borba e Penteado (2010), D'Ambrosio e Lopes (2015) e Nacarato (2016). E neste caso, especificamente, tais aprendizagens estavam diretamente relacionadas às funcionalidades do GeoGebra.

Essa postura colaborativa foi se intensificando ainda mais nos encontros seguintes, de modo que os professores solucionavam suas dúvidas praticamente entre eles, me requisitando em poucos casos. Uma situação que retrata isso aconteceu no segundo encontro. Lourdes ficou com dúvidas sobre como padronizar todos os vértices com o mesmo estilo. Gisele sugeriu a ela que utilizasse a funcionalidade pincel do GeoGebra para fazer isso. “Está à direita...escolhe aquele que você quer [o ponto da figura que servirá de modelo para a padronização dos demais], depois clica no pincel e depois em todos os outros pontos” (Professora Gisele). Gisele também me explicou isso, pois eu desconhecia essa funcionalidade. Olavo também se interessou e pediu à Gisele que explicasse a ele também.

Ainda no segundo encontro do curso realizado em Coimbra, realizamos uma atividade sobre ciclo trigonométrico (APÊNDICE E). O objetivo dessa atividade era que os professores avaliassem a possibilidade de que seus alunos identificassem nos eixos coordenados, as representações geométricas das funções trigonométricas seno, cosseno e tangente, no ciclo trigonométrico. Essa atividade teve algumas adaptações, em relação a que foi desenvolvida em Bauru (APÊNDICE O). Pois nesse, ao invés de serem calculados os valores assumidos por essas funções em qualquer ângulo  $\alpha$ , e de serem posicionados na janela de visualização junto aos respectivos segmentos no ciclo, eu tinha pedido para que eles calculassem o comprimento dos segmentos, que coincidiam com os módulos dos valores assumidos pelas funções, mas pedindo que eles se atentassem às mudanças de sinais. Na Figura 6 pode-se observar essa representação dos módulos dos valores de  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$  e  $\tan \alpha$ , pelas distâncias OS, OC e AT, respectivamente.

**Figura 6** - Construção do ciclo trigonométrico na atividade desenvolvida em Bauru



Fonte: dados da pesquisa.

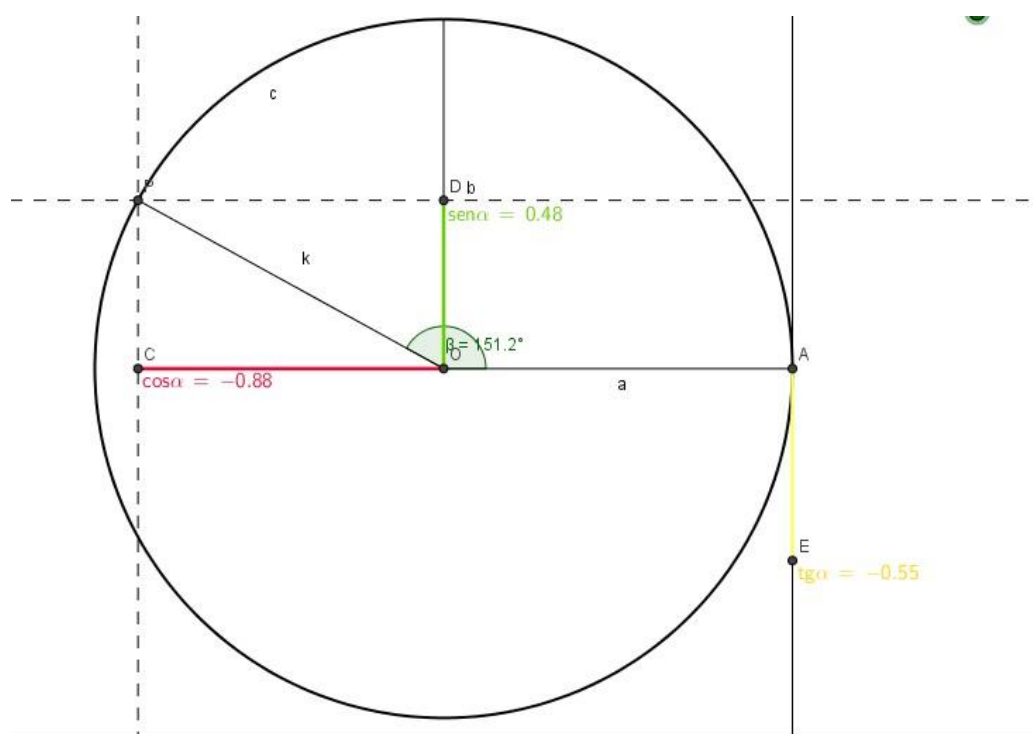
Naquela ocasião, os professores criticaram essa abordagem, por não trazer os valores negativos, e sugeriram de encontrar diretamente os valores. Assim, nessa nova versão da atividade (APÊNDICE E), após o curso de Bauru, a construção ficou conforme a Figura 7, a seguir.



esclarecendo as funcionalidades básicas. Paralelamente, percebi que os professores continuavam tirando dúvidas entre si. Ruth ensinou Gisele e Lourdes a vincular a posição dos textos, escritos na janela de visualização, como  $\text{sen } \alpha$ ,  $\text{cos } \alpha$  e  $\text{tang } \alpha$ , com os pontos finais dos segmentos que correspondiam aos valores dessas funções no ciclo. Pois conforme o ângulo se modificava, esses segmentos mudavam de quadrante, mas o texto não acompanhava pois ficava fixo na tela.

Ruth disse às duas colegas: “vais em posição [após ter clicado com o botão direito em cima do texto correspondente ao seno, e após ter aparecido a janela “propriedades”], agora podes associar...associar o ponto” (Professora Ruth). Ela argumentou ainda que o ideal seria associar o texto ao segmento correspondente, mas essa opção não estava disponível no GeoGebra. A partir dessa sugestão de Ruth, seria possível que o texto acompanhasse o ponto do segmento correspondente a esse texto, conforme mostra a Figura 8, a seguir, em que é possível verificar o texto “ $\text{sen } \alpha$ ” com valor positivo, e o texto “ $\text{cos } \alpha$ ” com valor negativo, acompanhando os pontos D e C, respectivamente.

**Figura 8** - Reconstrução do ciclo e funções trigonométricas após sugestão de Ruth



Fonte: dados da pesquisa.

Ao perceber a empolgação dos professores com essa atividade, resolvi ir um pouco mais além do que o roteiro propunha e sugeri também a representação das



sugeriu a abordagem de cada função separadamente, para que os conceitos pudessem ser estudados de forma mais aprofundada, e Ruth sugeriu que o eixo da abscissa fosse representado em radianos.

Diante do exposto, em ambos os cursos, os professores colocaram o foco na aprendizagem de seus alunos, na tentativa de deixar os roteiros das atividades e respectivos aspectos visuais mais claros e sucintos, e se propuseram a refletir entre si para explorar o GeoGebra além daquilo que havíamos proposto, fomentando a discussão entre todos os presentes. Essa motivação pôde ser evidenciada em um relato de Lourdes, participante do curso de Coimbra, que nos disse no primeiro dia do curso que já havia tentado explorar o *software* sozinha por interesse pessoal, mas não havia obtido sucesso. Mas mesmo na realização da primeira atividade do curso, ela nos surpreendeu demonstrando muito empenho, explorando o *software* e realizando as construções rapidamente, participando ativamente das discussões.

Tal motivação também foi observada nas respostas dos professores de Bauru ao questionário que aplicamos no último encontro, para que avaliassem o curso e para que tecessem suas críticas. Seguem algumas de suas respostas: “foi muito importante a presença de outros professores para apoiar as atividades” (professora Laura). “Muito bom, principalmente os momentos de socialização. Todo mundo para e conversa. Foi muito construtivo” (professora Letícia). “Gostei também da interação que houve entre os professores, pudemos trocar várias experiências” (professor Rodrigo). Essas afirmações dos professores corroboram o que Borba e Penteado (2010) defendem sobre a importância de interagir com as TD junto com outros educadores, e que dificilmente o individualismo possibilita um avanço nesse processo, o que vai ao encontro do que nos relatou Lourdes sobre sua experiência sozinha com o GeoGebra.

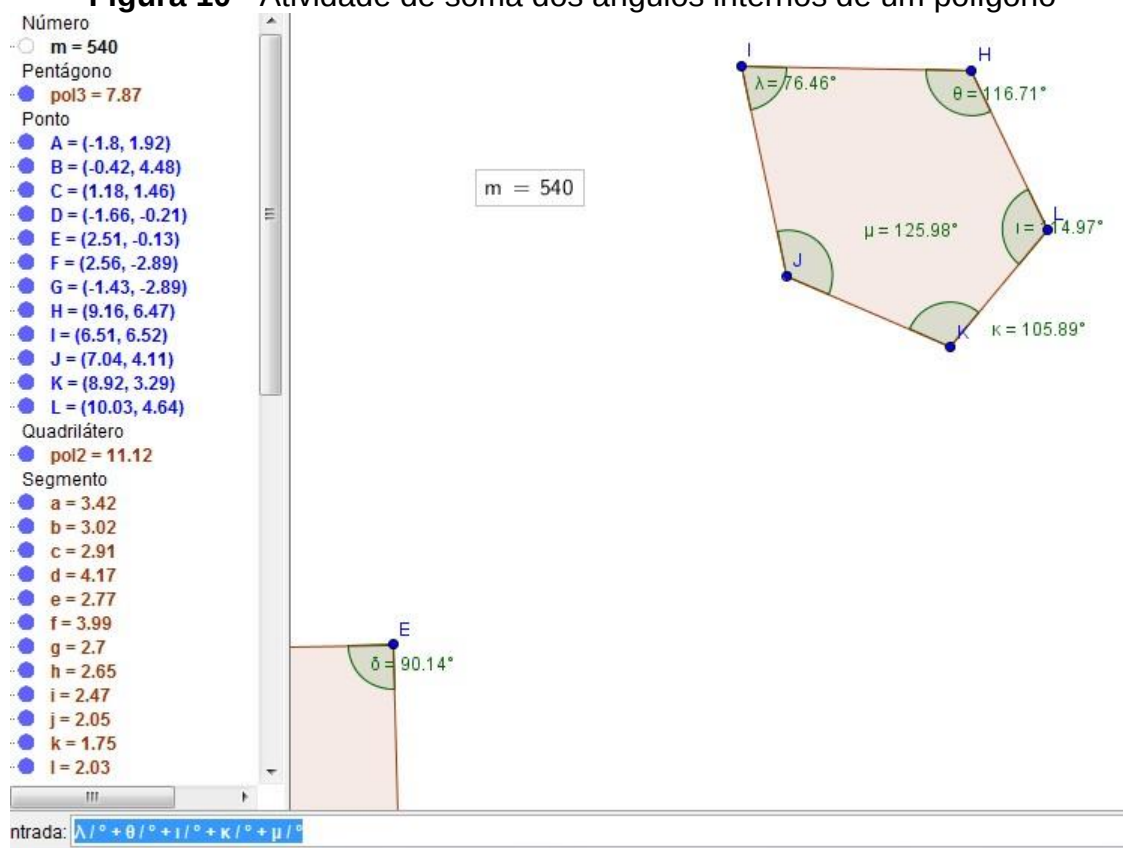
Outras situações que realçam a importância da colaboração dentro do estudo das TD, no que tange à interação e à troca de experiências, foram evidenciadas principalmente nos momentos dos debates dos cursos. No quarto encontro do curso de Bauru, uma das atividades que fizemos foi sobre soma dos ângulos internos de polígonos (APÊNDICE F). A proposta era que os professores avaliassem se a abordagem sugerida era adequada para proporcionar aos estudantes a descoberta da fórmula para calcular a soma desses ângulos. Essa atividade foi realizada a partir de ideias dos colaboradores que compartilharam seus materiais nas reuniões virtuais e no grupo do projeto (o grupo no Facebook), e também a partir das minhas próprias ideias.

No roteiro dessa atividade, uma das etapas solicitava a digitação de um comando, que deveria ser utilizado para calcular a soma dos ângulos internos para polígonos com mais de quatro lados, pois não conseguimos configurar o GeoGebra para calcular somas que resultam valores superiores a  $360^\circ$ <sup>49</sup>. No entanto, o resultado dessa soma não era fornecido em graus, ou seja, o *software* gerava um resultado, que pela janela de álgebra era identificado como número e não como ângulo. Por exemplo, supondo que os ângulos internos de um pentágono construído no GeoGebra são representados por  $\lambda$ ,  $\theta$ ,  $\iota$ ,  $\kappa$  e  $\mu$ , então a soma deles, de acordo com a sugestão que encontrei em um fórum na internet, seria calculada pelo comando  $\lambda / ^\circ + \theta / ^\circ + \iota / ^\circ + \kappa / ^\circ + \mu / ^\circ$ , que deveria ser digitado no campo de entrada do *software*, gerando um resultado numérico na janela de álgebra, o qual pode ser arrastado para a janela de visualização (no exemplo da figura seguinte esse resultado é representado por  $m=540$ ), conforme observamos na Figura 10 a seguir:

---

<sup>49</sup> Pesquisei sobre o cálculo da soma de ângulos internos de polígonos com número de lados maior que quatro, encontrei um comando que faz esse cálculo no site <http://forum.geogebra.org/viewtopic.php?f=19&t=846&view=next>. Último acesso em 16.12.2015. No entanto, em uma versão mais recente (5.0.369.9.0-3D) do que essa que trabalhamos no curso, já é possível realizar essa soma sem recorrer a esse comando.

**Figura 10 - Atividade de soma dos ângulos internos de um polígono**



Fonte: dados da pesquisa.

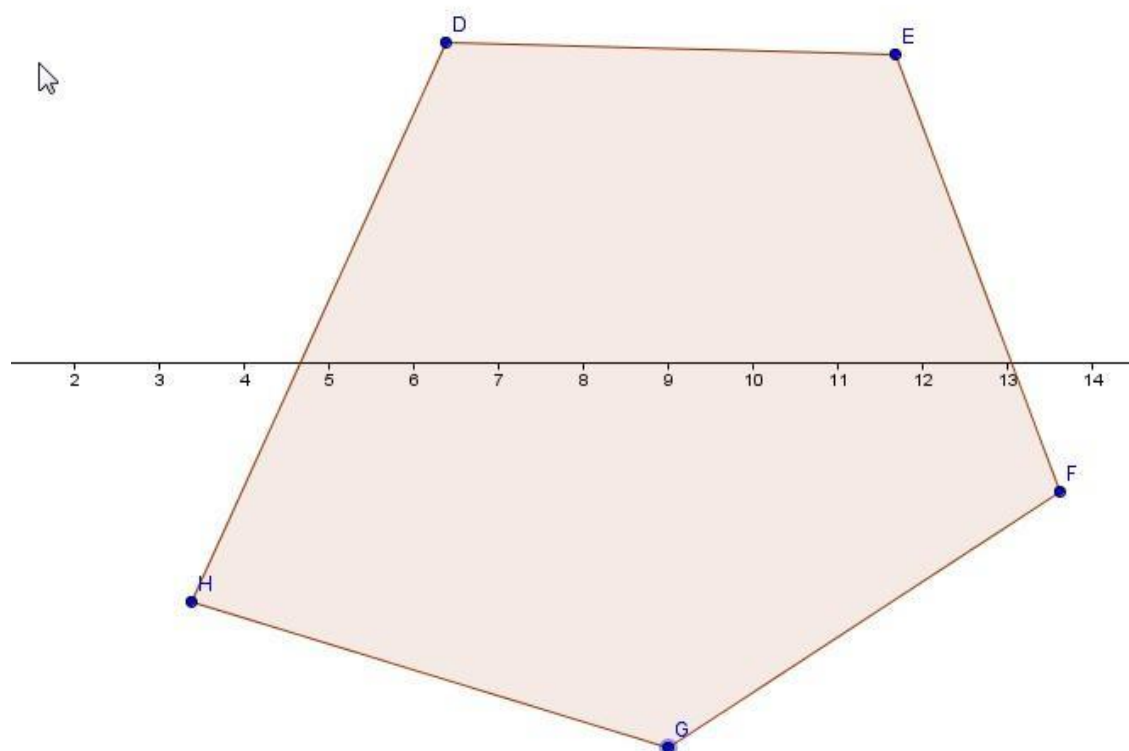
Muitas descobertas e sugestões permearam o desenvolvimento dessa atividade, e foram compartilhadas ao longo do debate. A professora Magali descobriu uma maneira mais prática de marcar todos os ângulos internos do polígono sem precisar clicar de vértice em vértice. Em suas palavras: “tem um comando que a gente descobriu que se você clicar no polígono, ele já dá todos os ângulos” (professora Magali). Na verdade, é a mesma funcionalidade que marca cada ângulo, a descoberta dela é que para marcar todos de uma vez, basta clicar nessa funcionalidade e depois clicar em qualquer lugar dentro do polígono. A professora Catarina a complementou, buscando esclarecer a todos: “constrói em anti-horário [quando o polígono é construído nesse sentido], clica em ângulo e vai dentro do polígono, aí ele mostra direto todos os ângulos, se você fizer o horário [no sentido horário] e clicar lá dentro, ele mostra os externos (Professora Catarina)”.

Magali ainda enfatizou uma descoberta feita pela professora Carine para tirar os valores e nomes de todos os ângulos de uma vez. Carine reforçou “você clica em cima [na opção ângulos na janela de álgebra], aqui tem uma janelinha, aí você aperta a setinha e já aparece “nome”, e já desconta todos” (Professora Carine). Essas

informações compartilhadas pela professora Magali, em relação às descobertas de alguns professores sobre as funcionalidades do GeoGebra, com os demais professores presentes (e também a equipe proponente) mostraram uma postura colaborativa que foi se fortalecendo a cada encontro desse curso (FIORENTINI, 2004; GAMA; FIORENTINI, 2009), e se tornando frequente na medida em que nos concentrávamos no objetivo principal do curso, que era refletir em atividades matemáticas com as TD de forma articulada aos conteúdos dos anos finais do Ensino Fundamental.

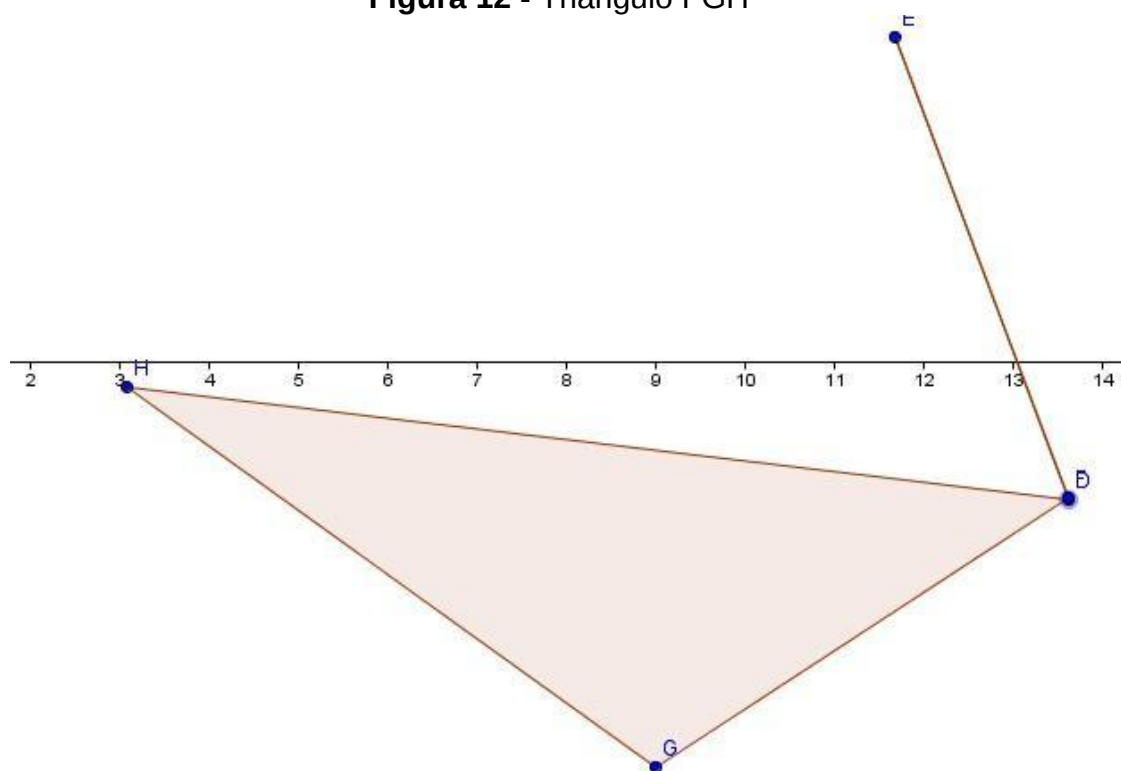
Sobre essa atividade, muitos professores argumentaram que seria inviável para trabalhar em sala de aula, principalmente por causa do comando para o cálculo da soma dos ângulos internos de polígonos com lados maiores que quatro, pois perdia-se muito tempo com essa digitação. Concordando com esse argumento, a professora Letícia fez uma colocação, contando outra abordagem que ela e a professora Marina pensaram para essa atividade. “O *software* permite que a gente pegue o ponto e mexa na estrutura do polígono, né? E aí aparecem os triângulos que compõem a figura” (Professora Letícia). Os professores ficam curiosos com essa abordagem sugerida por Letícia. O professor Orlando chegou a fazer uma simulação dessa abordagem em seu computador. As professoras Catarina e Magali também realizaram essa simulação.

Em seguida, vários professores, e nós, da equipe proponente, nos reunimos ao redor do computador de Letícia para que ela nos mostrasse a abordagem. A ideia central da abordagem proposta por Letícia era que os alunos contabilizassem o número de triângulos formados por cada vértice. Por exemplo, vamos considerar um pentágono DEFGH, conforme mostra a Figura 11:

**Figura 11 - Pentágono DEFGH**

Fonte: dados da pesquisa.

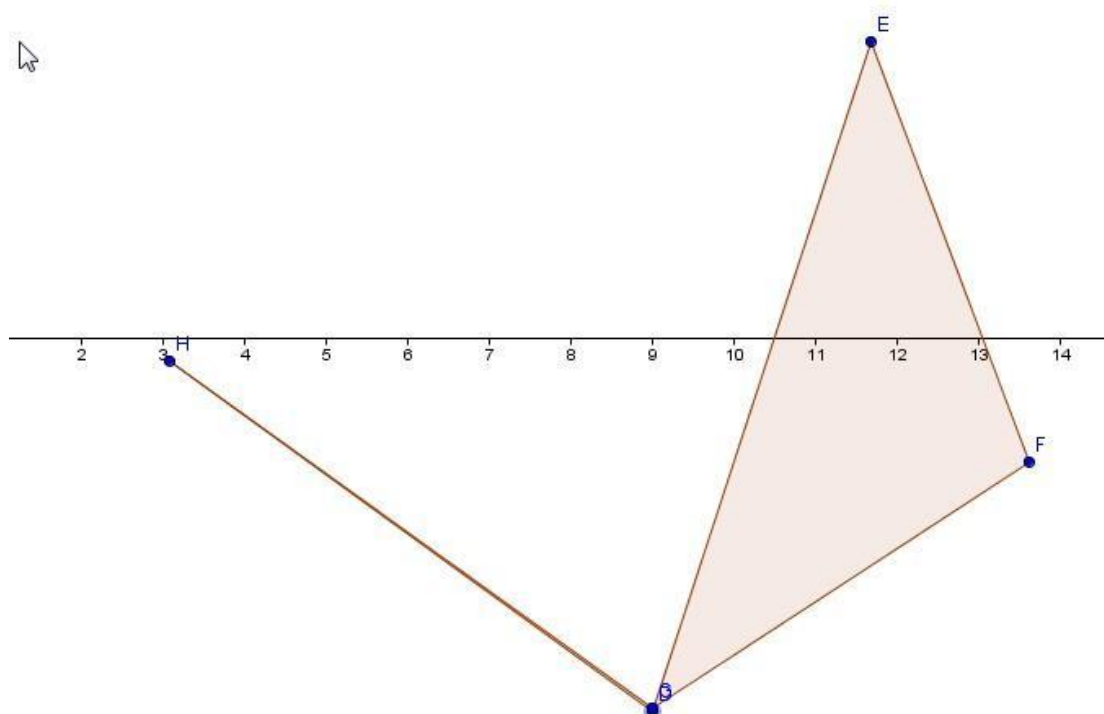
Se unirmos o ponto D ao vértice não consecutivo F e depois ao não consecutivo G, serão formados os triângulos FGH e EFG, conforme Figura 12 e Figura 13, a seguir:

**Figura 12 - Triângulo FGH<sup>50</sup>**

Fonte: dados da pesquisa.

---

<sup>50</sup> Por causa da transposição dos vértices, F ficou sobreposto ao vértice D.

**Figura 13 - Triângulo EFG**

Fonte: dados da pesquisa.

Se unirmos o ponto H aos vértices não consecutivos, serão formados os triângulos EFG e DEF, e vamos fazendo assim sucessivamente para os demais vértices. Eliminando os triângulos que se repetem, sobrarão três distintos. Os professores se mostraram satisfeitos com essa abordagem, e ainda reiteraram que poderia haver uma articulação com uma situação de aprendizagem do material didático<sup>51</sup> do 8º ano, cuja abordagem se aproxima muito mais dessa sugerida por Letícia do que a que nós propusemos. Nessa atividade do material didático, a abordagem proposta sugere a descoberta da fórmula da soma por meio da contagem de triângulos dentro de cada polígono, ao traçar as diagonais de um dos vértices. Primeiramente há uma questão que pede a soma para o pentágono, depois há outra pedindo a soma para o octógono, depois para o quilógono (1000 lados) e, por fim, uma última questão pedindo a generalização da soma dos ângulos internos para quaisquer polígonos convexos (SÃO PAULO, 2014).

Outras ideias ainda foram discutidas ao longo desse debate para melhorar essa atividade que propusemos, as quais se fundamentaram no argumento dos professores

<sup>51</sup> Mais informações a respeito do material didático oficial do estado de São Paulo podem ser conferidas em <http://www.educacao.sp.gov.br/portal/caderno-professor>. Último acesso em 20.11.2015.

de que a atividade do material didático lhes parecia mais apropriada para introduzir esse conteúdo com seus alunos. Então, para eles, seria pertinente abordagens no GeoGebra que se relacionassem com a do material didático, assim como a sugerida por Letícia.

Ao criticarem a abordagem sugerida por nós e ao explorarem as funcionalidades do GeoGebra com o propósito de sugerirem adaptações tendo em mente a aprendizagem de seus alunos, bem como articulá-las com as atividades que constavam no material didático, os professores de ambos os cursos colaboraram uns com os outros, e também conosco, na medida em que compartilharam suas ideias e as relacionaram com o contexto da sala de aula.

Junto a esses momentos de colaboração aqui evidenciados, observamos que houve distintas maneiras de pensar entre os educadores matemáticos envolvidos, frutos das simulações realizadas em grupos por meio das tentativas e erros condicionadas pelo propósito de aprendizagem que queriam atingir, associado ao *feedback* do *software*. Essa temática será discutida com mais profundidade a seguir.

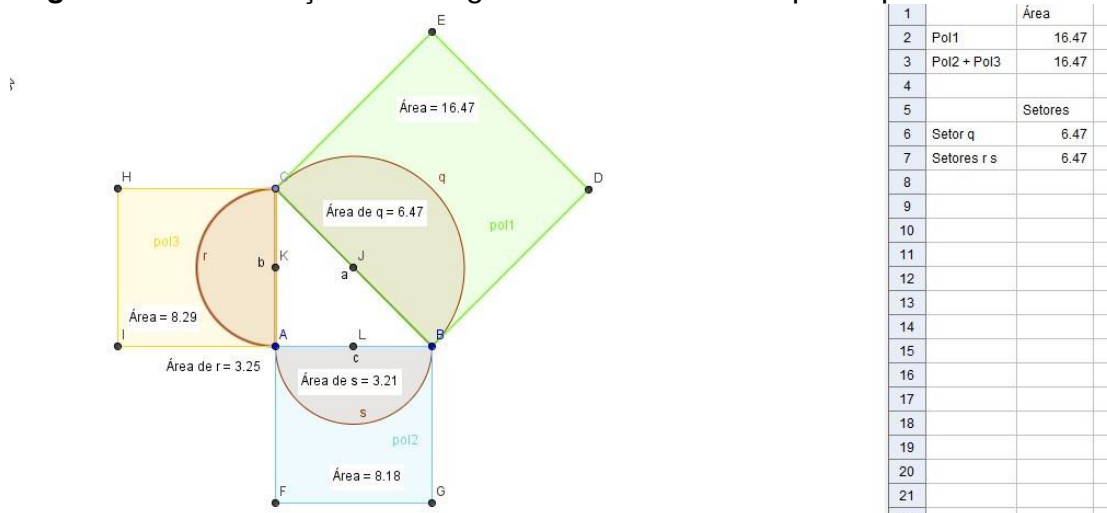
## 6.2 Pensamentos manifestados nas duas ações

Houve uma situação que retratou o processo de interiorização das TD, conforme defendido por Levy (1999), após sucessivas simulações condicionadas pelo objetivo de articular a atividade com uma abordagem proposta no material didático, e pelo *feedback* propiciado pelo *software* (BORBA; VILLARREAL, 2005). Esse processo culminou em uma nova atividade produzida, do modo como defendem Rosa, Pazuch e Vanini (2012). Essa situação foi evidenciada no primeiro encontro virtual no Moodle (que foi o sexto encontro do curso realizado em Bauru). Uma das atividades propostas foi sobre o teorema de Pitágoras (APÊNDICE G). A ideia era que os professores fizessem a construção do triângulo retângulo, bem como dos quadrados sobrepostos aos catetos e à hipotenusa do triângulo retângulo construído inicialmente e avaliassem se a abordagem estava apropriada para introduzir esse conteúdo em classes do 9º ano. Dentre as funcionalidades utilizadas do GeoGebra, destacamos: controle deslizante, reta perpendicular, medida da área, polígono regular. A única janela utilizada era a de visualização.

Em seu comentário no fórum de discussões, Laura reforçou que essa abordagem lhe pareceu apropriada para se trabalhar em sala de aula, ainda reiterou

que daria para expandi-la, articulando com uma atividade do material didático, a qual envolve a soma das áreas dos semicírculos com diâmetros coincidindo com os lados do quadrado, conforme podemos visualizar na Figura 14, a seguir.

**Figura 14** - Construção no Geogebra da atividade adaptada por Laura



Fonte: dados da pesquisa.

Assim, a professora Laura construiu seu próprio material, conforme Rosa, Pazuch e Vanini (2012) defendem, como fruto de um novo pensamento que se manifestou, decorrente das simulações com o GeoGebra, propiciando à professora que intervisse diretamente no modelo estudado, ampliando seu entendimento acerca das relações de causa e efeito dentro de tal modelo, como pontua Levy (1999). Isso se deu ao explorar o *software* e depois articular a abordagem com uma atividade do material didático, tendo em mente seu contexto de trabalho, pois ela se concentrou na exploração das funcionalidades do *software*, com o propósito de refletir e aprimorar sua construção. Esse processo envolveu aprendizagem acerca do *software* em si, cuja motivação foi a articulação com outro conteúdo proposto dentro do material didático.

Outra situação, que mostra um novo pensamento emergente a partir da interação com o GeoGebra, se referiu a descoberta de relações matemáticas até então desconhecidas pelos professores, e foi evidenciada no segundo encontro do curso realizado em Coimbra, na atividade sobre funções quadráticas (APÊNDICE H), que foi baseada em Borba e Penteado (2010). O objetivo era que os professores avaliassem se a atividade estava adequada para explorar a variação dos parâmetros com seus alunos, bem como a trajetória descrita pelo vértice da parábola quando movimentavam o parâmetro  $b$ . No decorrer do desenvolvimento da atividade, Cecília,

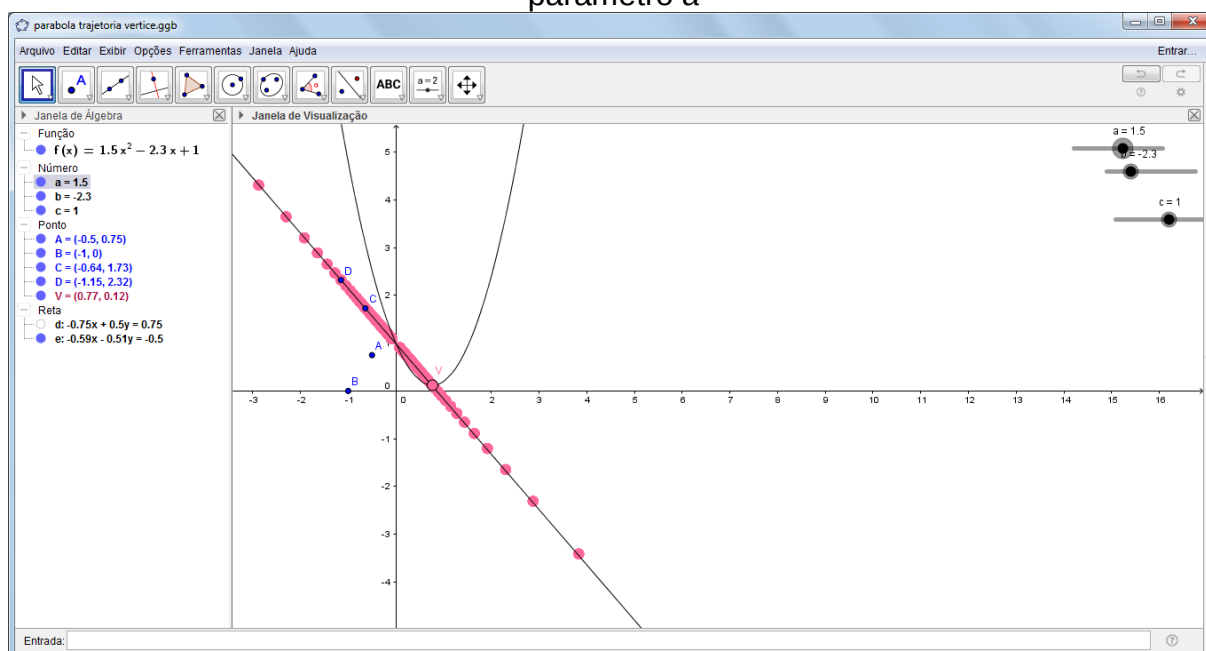
Gisele e Raquel variavam os parâmetros e faziam observações. Enquanto Gisele explorava a construção, Cecília fazia o mesmo, e Raquel fazia anotações em uma folha sobre as relações que as três estavam observando.

Paralelamente, Raul e André me requisitaram para perguntar sobre a relevância de mostrar o rastro do vértice gerando a parábola invertida quando o parâmetro  $b$  variava. Mencionei que a ideia era observar e conjecturar qual seria o lugar geométrico do vértice dessa parábola, quando esse parâmetro variava, que por sua vez, descreve uma parábola com concavidade oposta à da parábola original, cuja generalização se dá por  $f(x) = -ax^2 + c$ .

Eles argumentaram que essa constatação não era relevante dentro da abordagem desse conteúdo, mas mesmo assim tentaram formular outras conjecturas em relação a essa trajetória. Pelo fato da escala da construção em que estavam explorando estar mais espaçada (a distância entre os pontos estava maior que 1 unidade), eles concluíram que a parábola invertida sempre teria o vértice em  $(0,0)$ . Depois de alguns minutos, eles voltaram para a escala de 1 para 1 e constataram que o vértice variava no eixo  $y$ , e não permanecia fixo na origem como estavam pensando anteriormente.

Enquanto isso, Raquel desenvolvia analiticamente o que observava, enquanto Gisele manuseava o GeoGebra. Gisele, Raquel e Cecília compartilharam com Olavo algumas descobertas sobre um movimento linear descrito pela trajetória do vértice da parábola quando apenas o parâmetro  $a$  é movimentado, ao observarem o rastro do vértice. Num primeiro momento, elas argumentaram que era um movimento vertical, mas depois de outras simulações observaram que não era somente vertical, mas que variava de acordo com as alterações no parâmetro  $a$ , descrevendo uma trajetória linear, conforme consta na Figura 15.

**Figura 15** - Construção da trajetória do vértice da parábola com variação de parâmetro  $a$



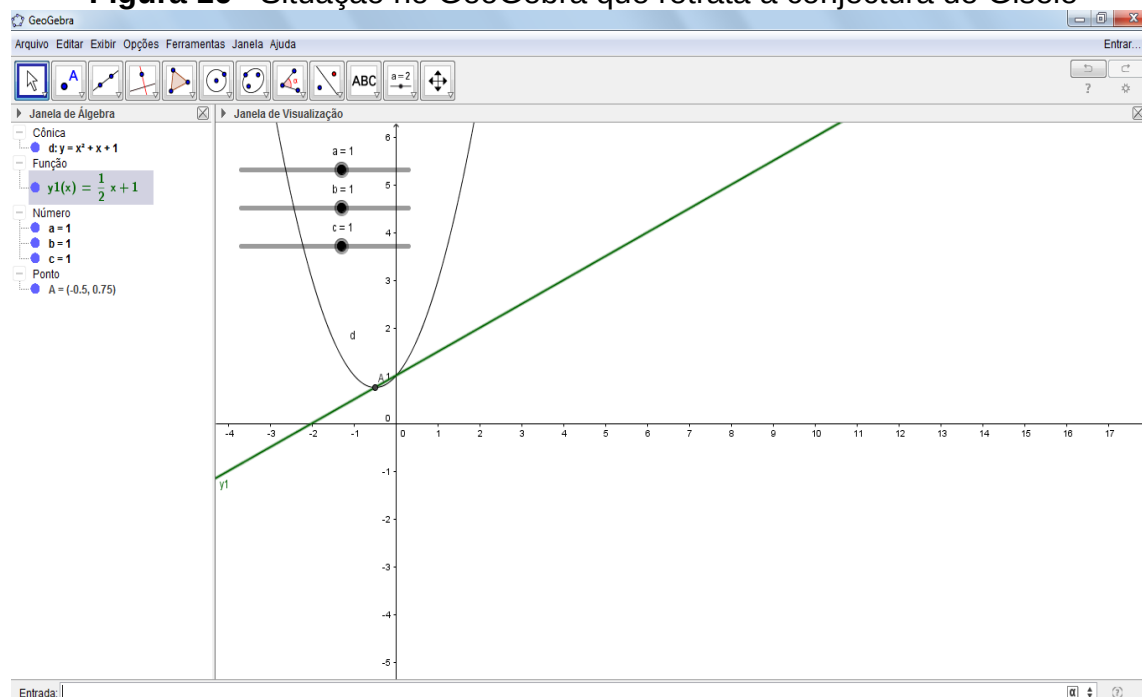
Fonte: dados da pesquisa.

Em seguida, Gisele descobriu a forma reduzida da equação da reta que descrevia o lugar geométrico do vértice, ao movimentar o parâmetro  $a$ , tomando dois pontos pelos quais o vértice passava durante essa trajetória. Cecília acompanhou seus cálculos e Olavo também ajudou. Depois eles observaram algumas semelhanças nos parâmetros da função quadrática com os parâmetros da equação reduzida da reta, que é oriunda desse movimento do vértice. Manuseando o GeoGebra, tentaram investigar se havia de fato alguma relação.

Então enquanto Gisele alterava os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ , Olavo fazia as anotações em um papel sobre possíveis relações que observava. Cecília acompanhou os cálculos feitos por Olavo. Lourdes se juntou ao grupo para acompanhar a descoberta sobre essa possível relação. Raquel colaborou com os cálculos utilizando uma calculadora científica. Passado um tempo, Gisele concluiu: “O  $b$  da reta é o  $c$  da parábola”. Os professores Gisele, Raquel, Olavo e Cecília continuaram investigando essa relação. “Se o  $a$  for 1, o vértice tem essas coordenadas, que é o declive da reta” argumentou Gisele para Olavo. Raquel continuou buscando uma resolução analítica com papel e caneta. Gisele prosseguiu: “a abscissa do vértice desta é  $-1/2$ , e o declive da reta deu  $1/2$ . Eu quero  $a$  igual a 1... a abscissa do vértice dá o simétrico do declive do rastro”.

Em seguida, Gisele variou o parâmetro  $a$  para ver o que acontecia, mas só observou que as coordenadas do vértice variavam. Outros professores, Ruth e Lauro, se aproximaram dela para escutar e participar da discussão. Ela argumentou novamente sobre a sua descoberta e enfatizou: “é o que descobrimos por tentativas [disse apontando para o GeoGebra]”. A Figura 16 a seguir mostra exatamente a situação descrita por Gisele, em que a abscissa do vértice coincide com o valor simétrico do coeficiente angular da reta e que “o  $b$  da reta é o  $c$  da parábola”.

**Figura 16 - Situação no GeoGebra que retrata a conjectura de Gisele**



Fonte: dados da pesquisa.

Gisele escreveu suas conclusões em uma folha e discutiu com Olavo, buscando sintetizar sua conjectura. Isso mostra as possibilidades e um novo problema que emergiram ao se engajarem em atividades experimentais com GeoGebra, em que suas tentativas e erros foram condicionados pelo *feedback* desse *software* (BORBA; VILLARREAL, 2005). Essas simulações permitiram que os professores interferissem no próprio modelo estudado, ampliando seus potenciais de imaginação e intuição, indo ao encontro do que argumenta Levy (1999) acerca dos ganhos cognitivos decorrentes desse processo. Nesse caso, esse ganho foi evidenciado no estudo dos professores acerca da descoberta dessa relação, e as tentativas de validar as conjecturas referentes a ela.

Dando sequência ao encontro, pedi a Gisele que me esclarecesse essa descoberta. Ela disse: “Quando nós variamos o  $a$ , dá uma reta. Nós já descobrimos a relação entre a equação da reta com os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ ”. Aí eu questioneei: “Mas vocês conseguiram ver a equação da reta? O rastro possibilita isso?” Nesse momento, como eu não estava totalmente inteirada no que eles estavam fazendo porque também estava tirando dúvidas de outros grupos, pensei que eles tinham descoberto alguma maneira de obter a equação da reta pelo próprio rastro, algo que eu não sabia se era possível de fazer no GeoGebra. No entanto, eles disseram que o rastro não possibilitava isso, e então acharam a equação da reta que descrevia esse movimento, por meio de dois pontos assumidos pelo vértice da parábola. Gisele explicou seu raciocínio a mim e aos demais professores, fazendo as alterações nos parâmetros da parábola do GeoGebra.

Nós fizemos o  $a$  igual a 1, a abscissa do vértice é o simétrico daquele [que é o coeficiente angular da reta], funciona assim. Este é o vértice da parábola, quando  $a$  é igual a 1. Nós só estamos a variar o  $a$ , todas essas parábolas têm equação  $ax^2+2,6x+4,22$ . Todas elas têm essa equação. Nós estamos a fazer variar o  $a$ , quando  $a$  é igual a 1, o vértice tem coordenadas -1,333 tal tal tal [na verdade, só a abscissa importava para o raciocínio que ela estava desenvolvendo] e isso dá o declive do rastro, o simétrico disso [1,333], e este é o  $c$  [o  $b$  da reta era o  $c$  da parábola] [...] Essa é a nossa teoria. Agora, porque eu não sei” (professora Gisele).

E depois Gisele continuou fazendo mais algumas simulações no GeoGebra, sob o olhar atento de Olavo. Raquel continuou concentrada em sua resolução analítica no papel, buscando entender porque essa conjectura de Gisele ocorria, e a demonstração de que isso era válido dentro das condições em que  $b$  e  $c$  são fixos e  $a$  varia. Cecília também começou a tentar buscar uma resolução analítica, junto com Lourdes e Ruth. Passado algum tempo, Gisele, Cecília e Raquel continuaram trabalhando na validação dessa conjectura, agora todas buscando soluções analíticas no papel.

Já no momento do debate dessa atividade, Gisele deu maiores esclarecimentos sobre a conjectura, que agora tinha passado a ser independente da abscissa do vértice e envolvendo somente os parâmetros  $b$  e  $c$  da parábola. “Fizemos o rastro e verificamos que era uma reta do tipo  $y=ax+b$ , e tentamos arranjar uma relação entre o  $m$  declive, e o  $b$  da reta, a ordenada da origem da reta, com o  $a$ ,  $b$ ,  $c$  da parábola e descobrimos que o  $c$  da parábola é o  $b$  da reta. E que o declive é  $b/2$ , só” (Professora Gisele).

Aí questioneei então se não seria  $b/2a$  o declive. Gisele explicou que o valor de  $a$  não importava nessa relação. “Nós descobrimos que se o  $a$  fosse igual a 1, a abscissa do vértice nesse seria igual ao declive, mas no fundo não é preciso fazer isso”. Cecília, que estava ao lado de Gisele e também engajada na investigação dessa conjectura sintetizou a descoberta: “ $y$  é a igual a  $b/2x+c$ ”. A seguir, embora tenhamos constatado que estava geometricamente comprovada a relação, Raquel continuou trabalhando na demonstração analítica no papel.

Dando sequência ao debate, pedi aos professores que destacassem as potencialidades e limitações do GeoGebra dentro dessa atividade. Cecília argumentou: “Permitiu-nos formular uma conjectura”. E continuou: “Acho que sem o GeoGebra nunca conseguiríamos a conjectura...acho que sem o GeoGebra isso nem sequer tinha ocorrido” (Professora Cecília). Raul ressaltou a agilidade que o GeoGebra propiciou dentro dessa abordagem: “está a distância de um clique, não é?” (Professor Raul). Gisele continuou: “E o fato de termos aqui a equação do outro lado, a parte algébrica, e explorarmos o ponto, deu facilmente para irmos experimentando, colhendo dados para achar a reta” (Professora Gisele).

As falas de Gisele e Cecília sobre a possibilidade de criação e exploração dessa conjectura vão ao encontro do que Levy (1999) pontua sobre as potencialidades da simulação digital para desencadear esse processo. Isso se mostra em sinergia com o desenvolvimento de abordagens experimentais com tecnologia (BORBA; VILLARREAL, 2005), que por sua vez, inspiraram a elaboração das atividades realizadas em ambos os cursos. Além disso, as potencialidades da simulação digital, como podemos observar nesse caso recém-discutido, se harmonizam com a dinamicidade desse *software* e com a interface amigável que une álgebra e geometria na mesma tela, conforme ressaltado por Raul e Gisele ao longo do debate.

Ainda durante esse encontro, Raquel reiterou que havia conseguido demonstrar analiticamente que, de fato, o declive da reta sempre seria  $b/2$ . “O declive sempre é  $b/2$ ” (Professora Raquel). Depois perguntei qual havia sido a estratégia de demonstração. Ela e Gisele deram mais uma olhada nas manipulações algébricas, e Raquel pediu para esperar um pouco, e continuou concentrada no desfecho da demonstração. Pedi a ela que assim que terminasse, exibisse a estratégia aos demais. Gisele e Raquel finalizaram a demonstração analítica no terceiro encontro. A estratégia delas foi primeiro encontrar o declive, que resultou em  $b/2$ , e depois criar uma equação de reta  $y = (b/2)x + k$ , e provar que  $k=c$ , substituindo as coordenadas de

um dos pontos assumidos pelo vértice nessa equação. Fotografei somente a primeira folha (Figura 17 a seguir), mas no final, fazendo as devidas manobras algébricas, fica nítido que se chega no resultado  $k=c$ , conforme queriam demonstrar.

**Figura 17** - Foto do caderno de anotações de Raquel e Gisele

Handwritten mathematical derivation in a spiral notebook:

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$V \left( -\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \right)$$

$$V_1 = \left( -\frac{b}{2a_1}, -\frac{b^2 - 4a_1c}{4a_1} \right)$$

$$V_2 = \left( -\frac{b}{2a_2}, -\frac{b^2 - 4a_2c}{4a_2} \right)$$

$$m = \frac{-\frac{b^2 - 4a_2c}{4a_2} + \frac{b^2 - 4a_1c}{4a_1}}{-\frac{b}{2a_2} + \frac{b}{2a_1}} = \frac{a_1(b^2 - 4a_2c) + a_2(b^2 - 4a_1c)}{4a_1a_2}$$

$$= \frac{-a_1b^2 + 4a_1a_2c + a_2b^2 - 4a_1a_2c}{4a_1a_2} = \frac{-ba_1 + ba_2}{2a_1a_2}$$

$$= \frac{-a_1b^2 + a_2b^2}{4a_1a_2} \times \frac{2a_1a_2}{-ba_1 + ba_2} = \frac{b^2(a_2 - a_1)}{2b(a_2 - a_1)}$$

$$= \frac{b}{2}$$

$m = \frac{b}{2}$

$$y = \frac{b}{2}x + k$$

$$-\frac{b^2 - 4a_1c}{4a_1} = \frac{b}{2}x \left( -\frac{b}{2a_1} \right) + k \Rightarrow \frac{b^2 - 4a_1c}{4a_1} = -\frac{b^2}{4a_1} + k$$

Fonte: dados da pesquisa.

Ficou evidente que uma nova forma de pensar esse conteúdo emergiu entre os professores, a qual dificilmente seria expressada sem o uso do GeoGebra, como os próprios professores ressaltaram. E isso se deu a partir do momento em que fizeram distintas simulações nos parâmetros, culminando na criação de uma conjectura no GeoGebra, e na busca pela sua validação. Observamos que esse *software* teve um

papel fundamental em tais processos, pois segundo o argumento dos professores ao longo do debate, dificilmente essa conjectura teria sido formulada em uma abordagem sem esse *software*. Aliás, seria dificilmente formulada sem o uso de qualquer *software* que possibilitasse a simulação desse movimento do vértice.

Uma situação similar foi descrita por Borba e Penteado (2010), utilizando outro *software* dinâmico, mas teve como foco a observação do lugar geométrico do vértice da parábola quando o coeficiente  $b$  variava, assim como eu propus no roteiro dessa atividade. Os autores argumentam que em abordagens experimentais, nas quais professores e pesquisadores são convidados a investigar dentro de um coletivo envolvendo *softwares* gráficos, as conjecturas levantadas acerca de determinados tópicos matemáticos podem transformar completamente o problema original proposto, exatamente como ocorreu nessa descoberta feita por Gisele e Raquel.

Então essa nova forma de pensar o conteúdo que estava sendo ali explorado, com o *software* GeoGebra, culminou na própria aprendizagem matemática dos professores que se envolveram nesse processo investigativo ao longo das diferentes simulações dos parâmetros. Ou melhor, resultou na aprendizagem de uma relação matemática ainda não aprofundada por nenhum dos envolvidos no curso, incluindo a mim também.

Continuando o terceiro encontro, uma das atividades realizadas foi sobre razões trigonométricas no triângulo retângulo (APÊNDICE I), cujo objetivo era que os professores avaliassem se a abordagem era adequada para que seus alunos compreendessem que as razões se mantêm constantes quando os ângulos são fixos e as medidas dos lados se alteram. Os comandos do GeoGebra utilizados foram: retas perpendiculares, controle deslizante  $a$ , para a construção do gráfico da função  $f(x)=ax$ , polígono, digitação das razões no campo de entrada e digitação das funções seno, cosseno e tangente no campo de entrada.

Algumas dúvidas emergiram ao longo do desenvolvimento dessa atividade. Lourdes me chamou para que eu a ajudasse incluir um texto, explicando as relações entre os segmentos na própria janela de visualização e não somente na janela de álgebra. Mas ela queria que eles aparecessem na forma de fração (com a barra na horizontal) e não na forma  $AB/CD$ . Ela gostaria que ficasse nítido que essa razão era o seno de  $\alpha$ . O que estava sugerido no roteiro era apenas que os valores de seno, cosseno e tangente de  $\alpha$  ficassem na janela de álgebra, e as razões só apareciam mesmo ao digitar no campo de entrada. Tentamos explorar o próprio texto do seno de

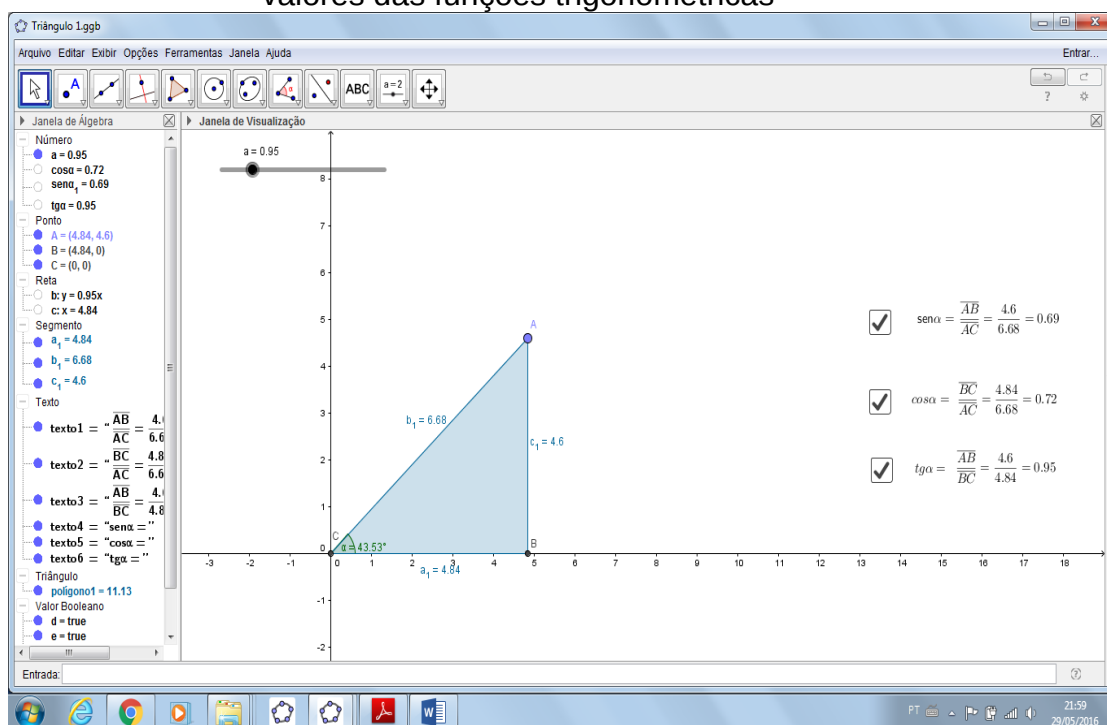
$\alpha$  que ela havia criado, mas como não dava certo, sugeri que ela criasse outro texto usando a fórmula LaTeX, e então ficou no formato desejado. Em seguida, ela compartilhou com os demais professores.

Percebi que Lourdes, ao fazer a construção no GeoGebra e depois ao analisar o que havia feito, vislumbrou que seria pertinente que as razões ficassem visíveis também na janela de visualização. Nesse momento, ao voltar seu pensamento para a aprendizagem de seus alunos, ela decidiu explorar as funcionalidades do *software* a fim de aprimorar o aspecto visual da construção. Na sequência, ela, eu e os professores Gisele, Olavo e Ruth que estávamos acompanhando esse processo, também tivemos a oportunidade de aprender novas funcionalidades no GeoGebra, com o intuito de colaborar com a criação da abordagem que Ruth havia imaginado.

Enquanto isso, Raquel e Ruth também se adentraram ao grupo de Olavo, Lourdes e Gisele para explorar mais a fórmula LaTeX. Ruth ajudou Raquel a alterar as posições das janelas de álgebra e de visualização. Lourdes perguntou a Ruth se teria como esconder o texto *sen  $\alpha$* , *cos  $\alpha$*  e *tg  $\alpha$* , para que fossem trabalhados com os alunos primeiro os quocientes, para que depois eles os associassem a esses nomes. Lourdes disse: “Tu não sabes fazer isso aqui esconder? Este aqui”. Enquanto isso Gisele sugeriu para que ela clicasse em esconder objeto, usando o botão direito do mouse. Ao mesmo tempo, Ruth explorou a construção de Lourdes, com acompanhamento de Gisele. Ruth disse: “Cá está, cá está cá está...bota aqui o igual”.

Ela criou um comando booleano que vinculou uma caixa de diálogo a essas funções, o que possibilitou a Lourdes solucionar sua questão. Ela se mostrou satisfeita com a sugestão de Ruth, dizendo com entusiasmo “é isso mesmo”. Lourdes me mostrou como ficou, por fim, sua construção, após essas adaptações e explicou o seu propósito em sala de aula. “Primeiro entendem [os alunos] os quocientes envolvendo cateto oposto, adjacente, hipotenusa, e depois associam aos nomes seno, cosseno e tangente”. Essa abordagem sugerida por Ruth também foi aderida por outros professores, conforme pode ser observada na construção de Olavo, na Figura 18 a seguir.

**Figura 18** – Tela do GeoGebra mostrando o comando booleano vinculado aos valores das funções trigonométricas



Fonte: dados da pesquisa.

Raquel também levantou a mesma questão que havia sido colocada por Raul e André há alguns minutos atrás, sobre o fato de que, ao manusear o controle deslizante, ocorria a alteração das medidas dos ângulos, invalidando o cumprimento do objetivo da atividade. Eu disse a ela a mesma sugestão que fiz a eles, que se atentassem a manusear a construção apenas pelo ponto A, escondendo os controles deslizantes. Depois Raul e André me chamaram novamente para perguntar se não tinha como limitar o ponto A (porque eles tinham animado o ponto, para visualizar que as razões se mantinham constantes, mas o ponto “ia embora”, como eles falaram, o que não favorecia a visualização do triângulo). Pensei um pouco, exploramos juntos, e pensei que teria que “amarrar” o ponto na reta, gráfico de  $f(x)=ax$ . Eu disse a eles: “Temos que criar um ponto do tipo  $(x, f(x))$ ”. Sendo assim, sugeri que eles criassem o ponto  $(a, f(a))$  utilizando o mesmo controle deslizante da criação da função. Eles começaram a atividade seguindo essa orientação.

Depois, ao chegar nessa etapa, eles perceberam que isso não solucionou o problema, de fato, pois a alteração do controle deslizante alterava a inclinação da reta. Assim, os ajudei na reconstrução da atividade criando um outro controle deslizante  $b$ , e depois um ponto  $(b, f(b))$ . Dessa forma, o ponto ficou limitado, do modo como eles queriam. Eu mencionei: “Aí vocês fariam o triângulo a partir desse ponto, entendeu?”

Então primeiro cria a função,  $f(x)=ax$ , depois cria o primeiro controle e a função dependente desse primeiro controle. Depois cria outro controle, e depois cria um ponto  $(b, f(b))$ ". Assim, nesse processo, Raul, André e eu pensamos em distintas maneiras de efetuar essa construção, ao explorarmos o GeoGebra com essa finalidade pensada por eles, que por sua vez, foi fruto de uma expectativa em promover aprimoramentos que seriam mais coerentes para a aprendizagem devido à melhora do aspecto visual. Novamente essa possibilidade de intervir no modelo estudado, conforme pontua Levy (1999), propiciou um novo modo de pensar a abordagem desse conteúdo, de forma a priorizar o aspecto visual da construção por meio da plasticidade do *software*.

Ainda no terceiro encontro, outra atividade realizada foi sobre a construção de sólidos de revolução, mais especificamente cilindro e cone (APÊNDICE J), no GeoGebra 2D, utilizando as funcionalidades vetor e translação por um vetor. A ideia era que os professores avaliassem se a abordagem estava adequada para abordar esse conteúdo com os alunos. O desenvolvimento da atividade decorreu sem muitas dúvidas, e envolveu algumas adaptações criadas pelos professores, como foi o caso de Gisele.

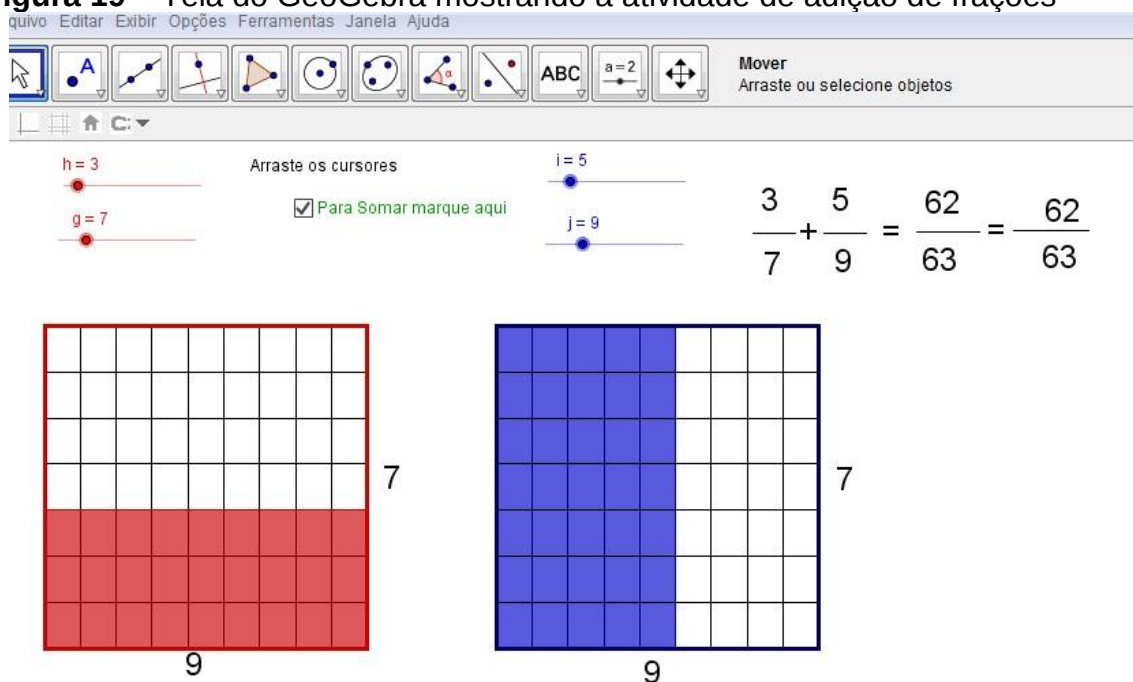
Essa professora mencionou, ao longo da construção: "olha, este está no jeito para convencer os alunos do cilindro de revolução", se referindo a sua construção. Olavo perguntou como ela havia feito para pintar o retângulo gerador, pois, ao invés de rotacionar o segmento, conforme sugerido no roteiro, Gisele criou o retângulo gerador dentro da figura e o rotacionou, para fazer mais sentido, tendo em vista que é a rotação deste polígono em torno do eixo que gera o cilindro. Ela explicou então a Olavo: "Faz, cria o polígono, une os quatro pontos, ele vai dar [o GeoGebra vai criar o polígono a partir desses pontos que ela mostrou]". Assim como destaca Levy (1999) sobre as potencialidades da simulação, por poder interferir no modelo estudado de forma a entender as relações de causa e efeito por meio das sucessivas simulações realizadas nele, Gisele pensou em uma forma diferente de abordar o conteúdo, em relação ao que havíamos proposto, visando criar uma atividade mais coerente com o objetivo almejado.

Dando sequência àquele encontro, iniciamos o debate, novamente percorrendo acerca da primeira pergunta norteadora, para que eles avaliassem se a abordagem proposta na atividade era adequada para trabalhar com seus alunos. Observei que os professores estavam meio dispersos no início desse debate, ainda buscando incrementar suas construções, colorindo, entre outras coisas. Lourdes foi quem

argumentou primeiro. “Acho que tem a vantagem, é construirmos um cilindro com o retângulo gerador, e o triângulo gerador do cone”. Depois ela me mostrou sua construção, em que pintou os polígonos geradores de uma cor diferente do que o restante da construção, indo além do que tinha sido proposto no roteiro, mostrando que também havia pensado de forma diferente de nós. Gisele disse: “eles [os alunos] tem alguma dificuldade em ver...” concordando com o que Lourdes pontuou, e reiterando que seria pertinente essa adaptação para que os alunos visualisassem como esses sólidos são de fato gerados.

Outra atividade que foi realizada nesse encontro foi sobre adição de frações próprias, que era uma construção pronta extraída do GeoGebra tube<sup>52</sup>, que por meio da variação dos controles deslizantes era possível variar as frações e as somas delas. Então o intuito era que os professores avaliassem se a abordagem era apropriada para que seus alunos compreendessem e visualisassem geometricamente essa soma, conforme mostra a Figura 19, a seguir:

**Figura 19** – Tela do GeoGebra mostrando a atividade de adição de frações



Fonte: dados da pesquisa.

<sup>52</sup> <https://www.geogebra.org/material/show/id/1303715>. Último acesso em 18.10.2016.

Gisele e Raquel estavam tentando entender a lógica dos retângulos e dos números nas laterais. Além disso, concordaram também com os demais professores sobre a questão do algoritmo não envolver o cálculo do mínimo múltiplo comum (MMC) dos denominadores: “não sei como é que eu faço para fazer isso? [inserir o MMC ao invés do produto], mas eles programaram dessa maneira”, disse Gisele. Mencionei a ela sobre a possibilidade de calcular o MMC inserindo comando no campo de entrada. Ruth ouviu e resolveu seguir essa sugestão.

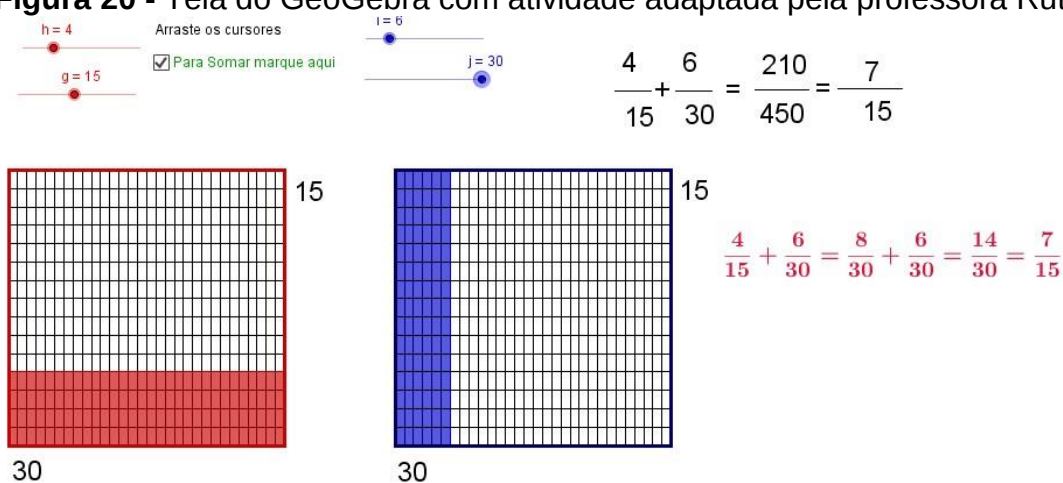
Então eu disse: “Seria então o MMC entre o g e o j [os controles deslizantes g e j, conforme pode-se observar na Figura 19, representam os denominadores das frações]”. Ruth e Olavo continuaram investindo em suas tentativas e erros. Ela observou que os números nas laterais dos retângulos não correspondiam ao que era mostrado na figura. Ou seja, a ideia é que cada bloco represente uma fração, ou seja, de nove blocos horizontais, três estão pintados (primeiro bloco), e a outra fração, que de nove blocos verticais, cinco estão pintados. Mas os números nas laterais não representavam isso, como podemos observar na Figura 19.

Gisele também observou o mesmo problema. Ruth me questionou a esse respeito, pois não era viável para eles apresentar essa abordagem aos alunos, uma vez que eles aprendem a efetuar essa adição pelo cálculo do MMC. Olavo e Ruth reiteraram que não gostaram dessa atividade, não lhes pareceu pertinente dentro do cotidiano deles. Mesmo assim, eles continuaram explorando as funcionalidades do *software* na tentativa de fazer as mudanças que consideravam necessárias. Olavo, Ruth e eu ficamos tentando fazer as alterações para colocar condições nos casos dos denominadores iguais, mas não obtivemos sucesso. Gisele reiterou que até mesmo as alterações seriam difíceis de realizar porque, segundo ela, seria necessário o mínimo de noção acerca da programação e dos algoritmos utilizados na construção.

Assim, ao analisarem a atividade e perceberem que a abordagem não satisfazia o que eles precisavam trabalhar com os alunos em relação a esse conteúdo, os professores começaram a explorar as funcionalidades do *software* para tentar fazer as alterações que consideravam necessárias, conforme mencionamos. Desse modo, suas tentativas e erros foram condicionadas pelo *feedback* do *software*, conforme elucidam Borba e Villareal (2005) sobre a abordagem experimental-com-tecnologia. Mas nesse caso, especificamente, também foram condicionadas pela motivação de aprimorar a atividade, para deixá-la em sintonia com a forma como os alunos aprendem esse conteúdo.

Nesse caso, houve tentativas além desse encontro. Ruth, por exemplo, elaborou outra abordagem, explorando as funcionalidades do protocolo de construção, assim como Laura, do curso realizado em Bauru, também o fez. Ruth acrescentou um algoritmo em que o cálculo é feito pelo MMC, e alterou os retângulos representativos, bem como os números nas laterais para que fizessem mais sentido, de acordo com o que eles criticaram ao realizarem essa atividade. A abordagem construída por ela pode ser visualizada na Figura 20, a seguir. O algoritmo criado por Ruth está abaixo daquele que já fazia parte da construção:

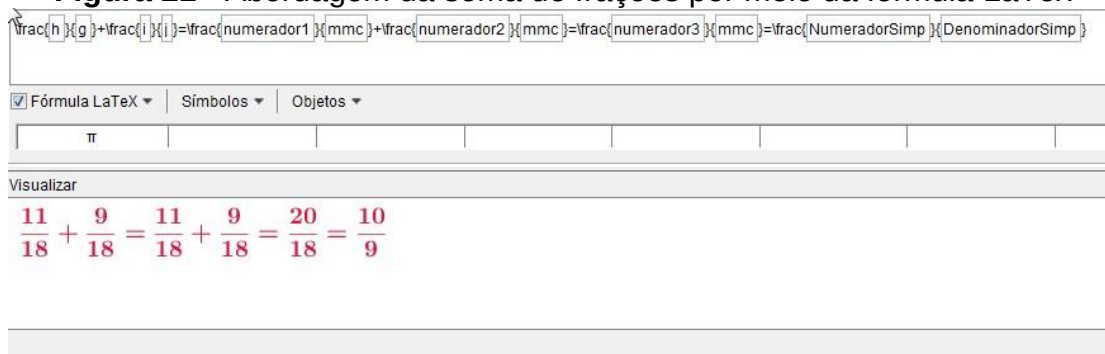
**Figura 20** - Tela do GeoGebra com atividade adaptada pela professora Ruth



Fonte: dados da pesquisa.

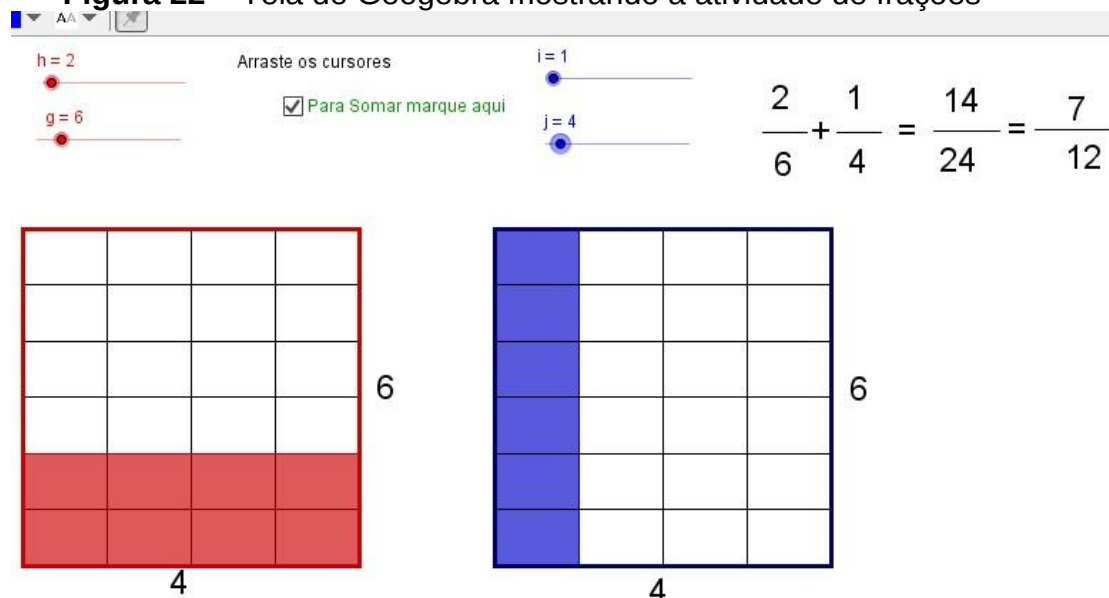
Ao explorar essa construção enviada por ela a mim e aos demais professores cursistas, observei que ela fez essa inserção utilizando a fórmula LaTeX<sup>53</sup>, por meio dos comandos que podem ser visualizados na Figura 21, a seguir:

<sup>53</sup> Mais informações sobre essa fórmula podem ser acessadas em <https://wiki.geogebra.org/en/LaTeX>. Último acesso em 10.02.2018.

**Figura 21 - Abordagem da soma de frações por meio da fórmula LaTeX**

Fonte: dados da pesquisa.

Essa atividade também tinha sido abordada no curso de Bauru e gerou outro tipo de discussão. As professoras Laura, Carine e Paula abriram o protocolo de construção para começar a explorar o passo a passo. Elas clicaram sem querer no meio do protocolo, que fez com que a construção fosse desfeita até a etapa em que o cursor estava em cima. Para contornar isso, elas clicaram em desfazer, e a construção completa voltou. Em seguida, Laura me chamou para tirar algumas dúvidas. Para melhor entender o questionamento dela, observemos a figura a seguir que representa o posicionamento exato dos controles deslizantes que ela estava analisando.

**Figura 22 – Tela do Geogebra mostrando a atividade de frações**

Fonte: dados da pesquisa.

Laura argumentou que a leitura que essa abordagem propicia é: há seis blocos posicionados horizontalmente, dos quais dois estão pintados, então temos a fração

$2/6$ , isso em relação ao primeiro retângulo. Em relação ao segundo, a leitura é que de quatro blocos posicionados verticalmente, um deles está pintado, o que equivale à fração  $1/4$ . No entanto, pensando em sala de aula, a professora sugeriu outra leitura, por meio de frações equivalentes. Ou seja, do total de quadradinhos (24), temos oito pintados no primeiro retângulo e seis no segundo, o que equivaleriam às frações  $8/24$  e  $6/24$ . A sugestão de Laura é que antes da resposta  $14/24$ , tivesse uma etapa para representar a soma das frações equivalentes  $8/24 + 6/24$ , para melhorar o entendimento dos alunos. Em suas palavras:

Eu gostaria que aparecesse aqui a fração equivalente...o que que o aluno tem que entender, que aqui é  $2/6$ , porque são duas coluninhas em um total de seis. Aqui é por fileira, aqui é uma coluna em um total de quatro. Ou, se eu quiser, eu posso fazer uma outra leitura. Que aqui é 8 por 24 avos. Que no lugar desse 14 por 24 avos, aparecesse 8 por 24 avos mais 6 por 24 avos. Seria importante ele visualizar isso.... Essa etapa não aparece, seria legal que isso aparecesse. É importante ele visualizar...seis vezes quatro, 24. 24 dividido por seis, dá quatro, quatro vezes dois, dá oito, guarda. Aí por diante [...] (professora Laura).

Assim, ela perguntou a mim como poderia incluir essa etapa. Naquele momento eu também não sabia como fazer isso, então começamos a analisar o protocolo de construção para tentar entender como as demais frações foram colocadas. Sugeri a Laura que abrisse a janela de álgebra e digitasse no campo de entrada o comando  $h*j/g*h$ , na tentativa de que aparecesse a primeira fração equivalente,  $8/24$ , conforme ela queria. Mas o GeoGebra acusou que o comando era inválido. Em seguida, sugeri que não digitasse todo o comando de uma só vez. Primeiro ela digitou  $h*j$ , e apareceu o resultado na janela de álgebra, o mesmo com  $g*h$ . Depois ficamos pensando em como colocar esses resultados na forma de fração junto com as demais na janela de visualização.

A professora então abriu o protocolo de construção e observou que as frações foram colocadas como texto na janela de visualização. Assim, ela abriu a funcionalidade texto do GeoGebra e tentou digitar os mesmos comandos que já havíamos digitado anteriormente, mas não deu certo. Em seguida ela tentou entender como a barra da fração havia sido construída, e ao examinar o protocolo de construção constatou que foi feita pela funcionalidade segmento. As tentativas de Laura despertaram a atenção do professor Lucas, que estava sentado do outro lado da sala. Ele perguntou o que estávamos tentando fazer, e respondemos que gostaríamos de acrescentar a soma das frações equivalentes antes de dar o resultado final.

Sugeri a eles que começássemos colocando os segmentos e depois pensaríamos em como colocar as frações. Laura tentou copiar as etapas diretamente do protocolo de construção, mas não obteve sucesso, pois o GeoGebra não dá essa opção. Em seguida, observamos a medida do segmento para cada fração, e ela criou um segmento com essa mesma medida, escondeu os pontos nas extremidades do segmento e depois começamos a explorar um modo de colocar o numerador e o denominador na fração para que representasse 8/24.

Examinamos a janela de álgebra e localizamos o numerador oito porque já havíamos calculado anteriormente no campo de entrada, e arrastamos para a janela de visualização em cima do novo segmento criado. Fizemos o mesmo procedimento para o denominador. A ideia foi bem-sucedida, em partes. Porque conforme variávamos os controles deslizantes, podíamos observar a variação dessa primeira fração equivalente, mas a fração teria que ser melhor posicionada, e teria que ser editada para a remoção das letras s e o, que representavam o numerador e o denominador da fração, respectivamente, conforme podemos observar na Figura 23 a seguir:

**Figura 23** - Tentativas de adaptação na atividade

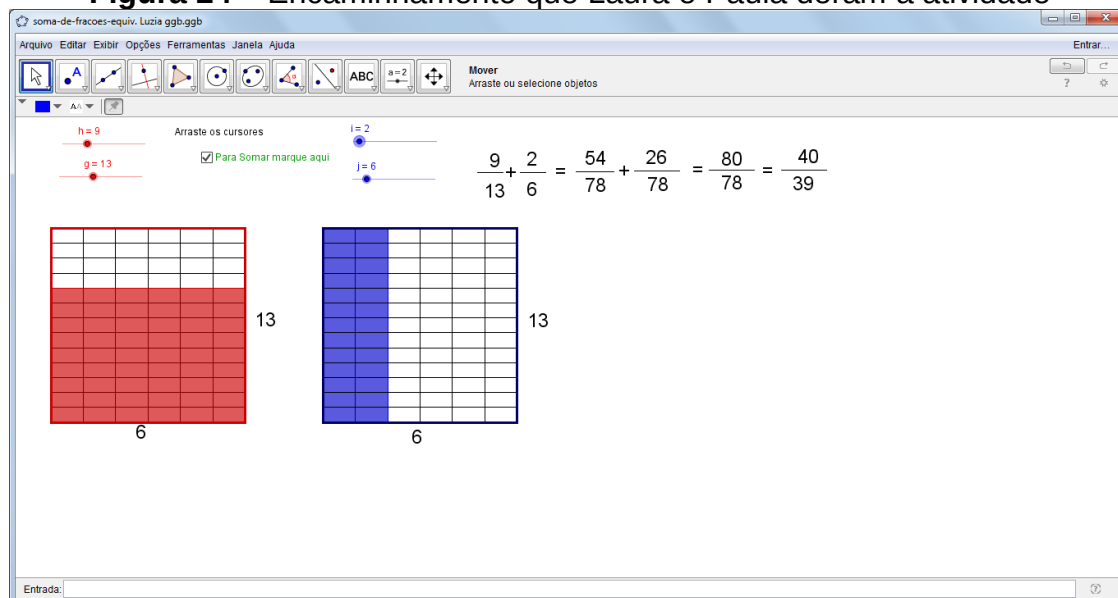
$$\frac{3}{7} + \frac{5}{9} = \frac{62}{63} = \frac{62}{63}$$


Fonte: dados da pesquisa.

Clicamos com o botão direito em cima do numerador, depois em propriedades, mas não conseguimos eliminar o “s=”. Em seguida, tentamos a mesma coisa só que pela janela de álgebra, também sem sucesso. Enfim, pedi desculpas a eles por não conseguir solucionar isso naquele momento, mas me comprometi em buscar em estudar as possibilidades, e se caso conseguisse, daria um retorno a eles. Alguns dias

depois, Laura me enviou um arquivo no GeoGebra em que tinha realizado essa adaptação, junto com Paula, conforme podemos observar na Figura 24:

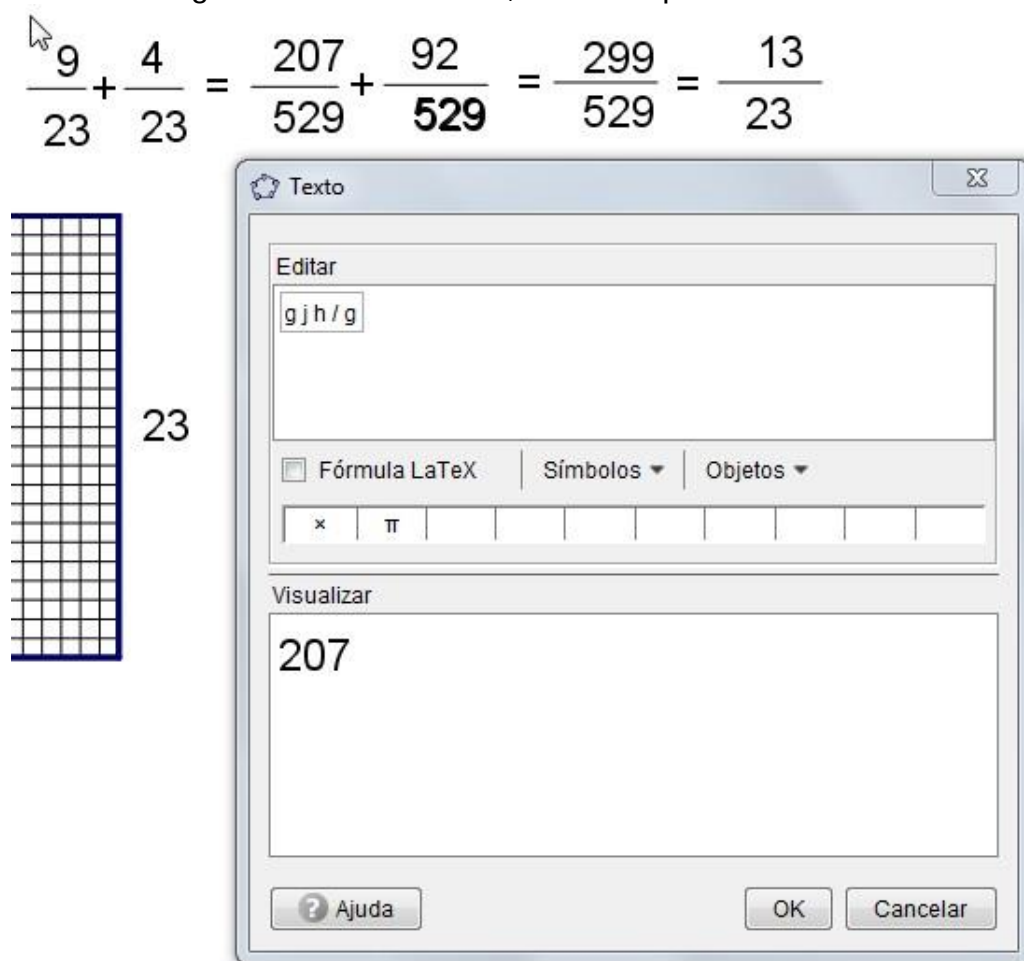
**Figura 24 – Encaminhamento que Laura e Paula deram à atividade**



Fonte: dados da pesquisa.

Nessa abordagem, Laura e Paula utilizaram também a funcionalidade texto do GeoGebra, mas diferentemente da professora Ruth, do curso realizado em Coimbra, sem recorrer a fórmula LaTeX. Elas efetuaram os cálculos utilizando os controles deslizantes que representam os numeradores e denominadores das frações, pelo campo de entrada, como estávamos pensando ao longo do encontro em que trabalhamos com essa atividade, mas ao invés de arrastarem esses números para a janela de álgebra, como estávamos fazendo, elas os anexaram à funcionalidade texto, por meio do ícone objeto, que é uma das opções dentro dessa funcionalidade que permite anexar qualquer elemento que consta na janela de álgebra, conforme podemos observar na Figura 25, tomando o cálculo do numerador da primeira fração como exemplo:

**Figura 25** - Abordagem de Laura e Paula, realizada por meio da funcionalidade texto



Fonte: dados da pesquisa.

Nesses momentos em que debatemos com os professores, seja com todos, ou dentro de cada grupo, em ambos os cursos, construímos saberes juntos, a partir das tentativas e erros no *software*, que culminaram em novas formas de pensar o conteúdo após a análise dessa construção, como foi evidenciado nos casos dos diálogos com Ruth e Olavo, do curso de Coimbra, e com Laura, Paula e Lucas, do curso de Bauru. Pois enquanto Ruth e Laura lançavam as ideias, sendo a primeira sobre abordar o MMC ao invés do produto entre os denominadores, e a segunda de abordar frações equivalentes, minha preocupação era torná-las possíveis dentro daquela atividade, e que também acabou se tornando uma preocupação para os professores, culminando na criação de adaptações fora mesmo do horário do curso.

Outros momentos que culminaram na elaboração de adaptações de atividades aconteceram ao longo dos dois cursos, sendo que um deles teve início ainda no primeiro curso, que acabou influenciando o segundo. No quarto encontro do curso de

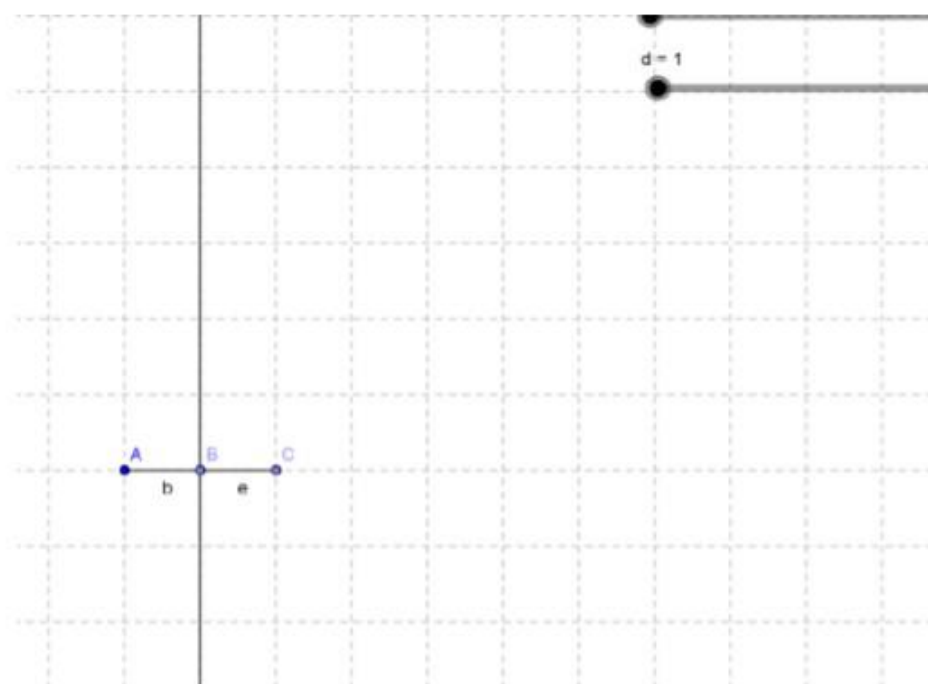
Coimbra, uma das atividades desenvolvidas foi sobre Teorema de Pitágoras com números inteiros (APÊNDICE L), cujo objetivo era que os professores avaliassem se a abordagem era adequada para que seus alunos conjecturassem que a soma das áreas dos quadrados de lados correspondentes aos catetos do triângulo retângulo era igual à área do quadrado de lado correspondente à hipotenusa desse triângulo retângulo. Essa atividade emergiu a partir de uma sugestão da professora Letícia, do curso realizado em Bauru, pois originalmente a atividade não envolvia somente números inteiros (APÊNDICE G), tinha uma construção mais simples, mas seria mais difícil que os alunos chegassem a conjecturar, conforme argumentou a professora.

No entanto, ela apenas mencionou a sugestão sem criar uma adaptação. Então, logo após o encontro em que Laura deu essa sugestão, perguntei aos colaboradores do Mapeamento, no nosso grupo do Facebook, se alguém sabia como criar uma abordagem somente com números inteiros, e os PCNP de São José do Rio Preto colaboraram com a solução do problema posto, sugerindo que os lados do triângulo fossem vinculados aos controles deslizantes com incremento 1, assim, ao variar as medidas desses lados, só apareceriam números inteiros.

Além disso, depois de ter ministrado algumas oficinas no final de 2014, eu acrescentei mais passos a esse roteiro, para aprimorar ainda mais o aspecto visual da atividade (APÊNDICE P). Não cheguei a abordar a nova atividade no curso de Bauru, pois não tivemos mais tempo hábil para isso, então acabei apenas compartilhando com os professores pelo grupo do curso no Facebook. Entretanto, antes de aplicar o curso em Coimbra, eu imprimir a versão sem as inserções que havia feito por último (APÊNDICE L), o que acabou gerando algumas inquietações.

Os professores começaram a fazer a atividade sem grandes dúvidas, até que Ruth percebeu que a construção não garantia, caso os vértices do triângulo fossem movidos, que o ângulo de  $90^\circ$  ficasse fixo, conforme podemos observar nas seguintes etapas do roteiro, que seguem na Figura 26, a seguir.

**Figura 26** - Etapas da atividade da construção do triângulo retângulo



Mover o ponto C sobre a reta perpendicular criada.  
 Traçar segmento (simples) com extremidades em A e C.  
 Esconder reta.

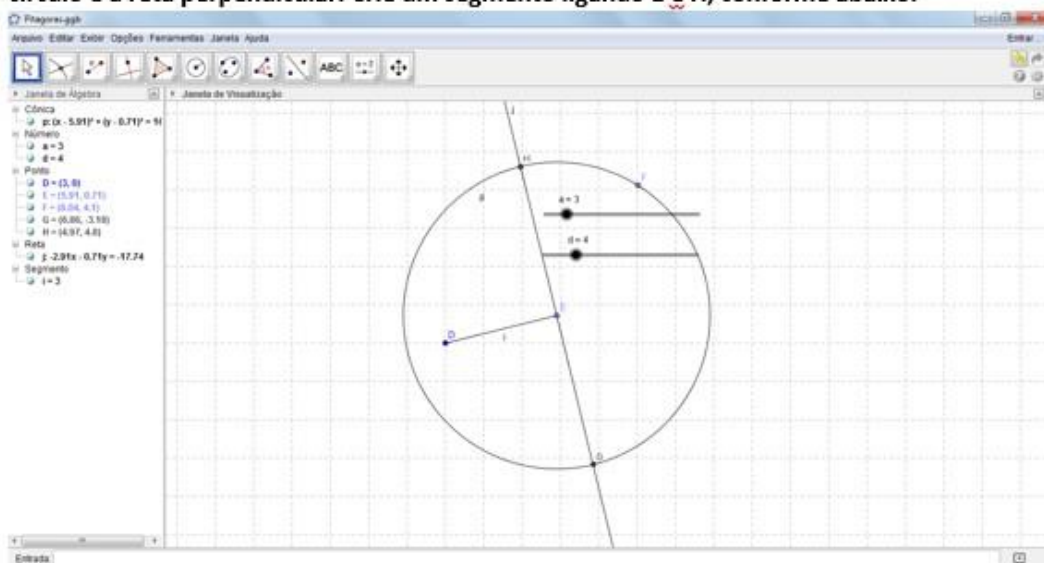
Fonte: dados da pesquisa.

Ou seja, o fato de mover o ponto C sobre a reta perpendicular não fixava o ponto C nessa reta, então qualquer movimento em C alterava essa medida. Logo após a criação dela pelos PCNP de São José do Rio Preto, ela ficou desse modo como está na Figura 26 (APÊNDICE L), e depois sofreu algumas modificações que realizei após aplicá-la em oficinas, para garantir que esse ângulo reto não se alterasse, conforme pode-se visualizar na Figura 27 a seguir:

**Figura 27** - Versão original da atividade de Pitágoras com números inteiros

3 - Criar outro controle deslizante “d” com as mesmas especificações do primeiro controle.

4 – Crie um círculo com centro em B e raio d. Depois ache o ponto de interseção entre o círculo e a reta perpendicular. Crie um segmento ligando E e H, conforme abaixo.



Fonte: dados da pesquisa.

Por imprimir a versão equivocada, essa etapa não constava na atividade, o que gerou questionamentos dos professores pelo fato de não estar fixo o ângulo. Esse episódio mostra que é necessário muito mais atenção ao organizar o material antes de ministrar um curso, disciplina, oficina, etc. Esse fato fez com que eu me sentisse vulnerável, e sujeita a duras críticas por parte dos professores, e eu teria que enfrentar essa zona de risco de algum modo (BORBA; PENTEADO, 2010).

Felizmente, ao invés disso, os professores resolveram explorar as funcionalidades do GeoGebra buscando contornar essa situação, enquanto eu tentava lembrar as etapas faltantes do roteiro. “Ele não fica fixo, né?”, disse Ruth ao perceber a falha na construção. Gisele também reforçou essa observação. Lourdes esboçou uma possível solução: “Esta construção, podemos construir com o seletor” argumentou Lourdes mostrando que se somente o controle deslizante fosse manuseado e não o ponto, não haveria problema de o ângulo deixar de ser reto. Gisele tentou esboçar outra solução “se desse para construir [o segmento com comprimento fixo] com um ponto fixo na reta”, e começou a explorar para buscar colocar em prática essa alternativa.

Ruth reforçou o argumento de Lourdes: “Se escondermos o ponto C e só movermos o seletor aí dá certo”. Eu mencionei que seria uma saída, mas que tinha outra forma que havia sido sugerida no roteiro original que garantia que esse ângulo

fosse fixo. De fato, a sugestão de Lourdes fazia sentido e tornava a abordagem simples, e cumpria o objetivo proposto. Logo depois, Ruth teve outra ideia para garantir esse ângulo fixo. “Acho que resolvi de outra forma...fiz a interseção desse segmento com esse e dá nesse ponto, que está aqui, eu renomeei o ponto C e o C verdadeiro está lá escondido”. O que Ruth propôs era esconder o ponto C, que era o que não estava fixo na reta perpendicular, e já com a construção pronta, achar o ponto de interseção entre dois dos segmentos dos quadrados (entre um dos quadrados dos catetos e o quadrado da hipotenusa), e renomeá-lo como C.

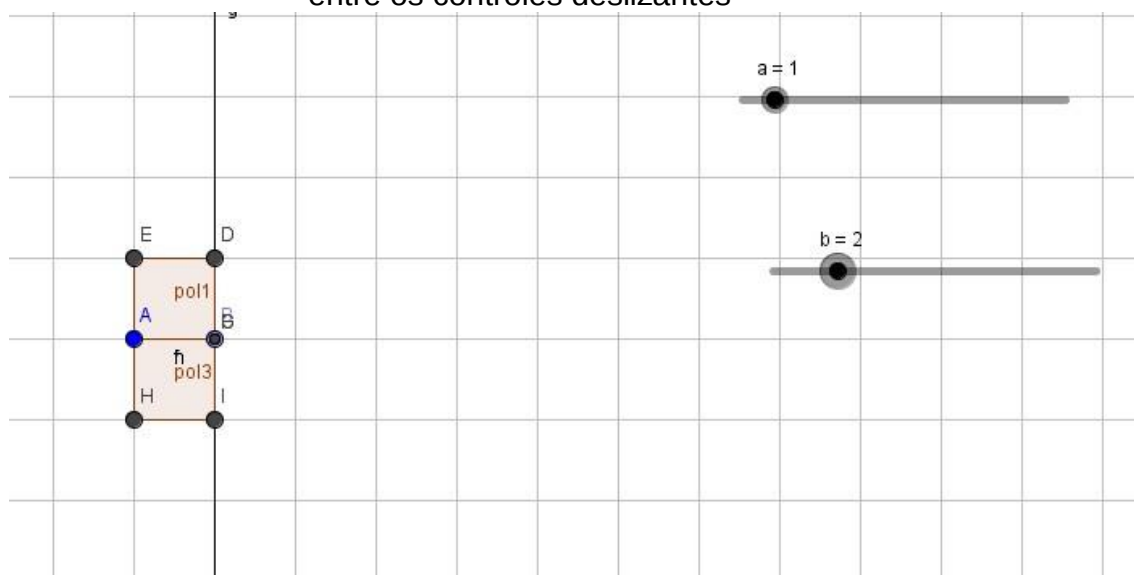
Porém, como esse ponto criado por último é uma interseção, ele fica estático, então mesmo que o aluno viesse a mexer nele, não conseguiria tirá-lo do lugar, então a ideia era que a figura fosse ainda alterada somente pelo controle deslizante. A abordagem é também pertinente para contornar o percalço que emergiu, mas eliminava somente um problema, o risco de mexer no ponto C e alterar o ângulo reto. Mas era algo paliativo, feito somente após a construção, e que não eliminaria o problema por completo, pois se o ponto B fosse movido, também deformaria a figura. Mas com certeza a abordagem sugerida por ela minimizaria, em partes, esse risco.

Em seguida, antes de lembrar do roteiro completo, eu dei outra sugestão para tentar solucionar esse problema e relatei a eles:

Outra solução é traçar a reta perpendicular e criar um ponto pelo campo de entrada com as coordenadas...vocês olham a equação da reta que corresponde à reta perpendicular na janela de álgebra. Que nem, no meu caso é  $x = 4$ . Aí eu criei um ponto no campo de entrada com as coordenadas  $(4,b)$ , o  $b$  é o meu controle deslizante no caso. Aí ele ficou preso na reta perpendicular, mas aí ele só move pelo controle deslizante. Mas é uma solução.

Gisele tirou algumas dúvidas sobre digitar as coordenadas do ponto no campo de entrada. Em seguida, fiz essa abordagem no quadro interativo, e os professores acompanharam. No entanto, essa abordagem limitava o controle deslizante  $a$ , pois se esse fosse manuseado deformava a figura, e, além disso, o controle deslizante  $b$  tinha que ser 2 incrementos maior que  $a$ , pois senão os quadrados ficavam posicionados um em cima do outro, conforme Figura 28, a seguir:

**Figura 28** – Tela que mostra a figura deformada por causa da falta de sincronização entre os controles deslizantes



Fonte: dados da pesquisa.

Então a única diferença em relação à abordagem que Ruth sugeriu é que o ponto já deveria ser fixado no início da atividade, mas não contornava os problemas dos riscos de deformidade na figura caso outros pontos fossem manuseados, e pior, limitava também o controle deslizante  $a$ . Ruth percebeu isso e comentou: “mas ao movimentar a figura, não faz sentido né?” Em seguida, esbocei a construção sugerida por Ruth no quadro interativo, para avaliarmos qual abordagem supriria o problema em questão, e possibilitaria mais mobilidade à figura de forma que ela não perdesse suas características. Os professores se concentraram então em seguir essas sugestões propostas na abordagem sugerida por Ruth

Enquanto eles estavam já realizando essa abordagem, eu localizei o roteiro original no meu notebook e avisei os professores sobre a abordagem pela circunferência, que garantiria o ponto C fixo, bem como a possibilidade de manusear a figura pelos outros pontos sem que o triângulo deixasse de ser retângulo. Comecei a fazer no quadro interativo. Olavo imprimiu para os professores esse roteiro original. Antes disso, os professores fizeram anotações em seus roteiros, conforme eu fui fazendo a construção no quadro interativo.

Nesses momentos, percebi que houve também, assim como na atividade de soma de frações, aprendizagens referentes às funcionalidades do *software* a fim de atender o objetivo almejado da proposta, dentro daquilo que é preconizado no currículo de cada contexto. Tais aprendizagens foram frutos das intervenções que

realizamos no modelo construído a partir da realização de várias simulações, em sintonia com as ideias de Levy (1999), que estão diretamente relacionadas também ao próprio *feedback* propiciado pelo *software*, indo ao encontro de uma das características da abordagem experimental-com-tecnologia, de Borba e Villarreal (2005).

Ou seja, ao perceberem que o fato de os pontos não estarem fixos poderia confundir seus alunos, os professores pensaram em possibilidades para contornar isso. Então, eles passaram a explorar o *software*, efetuando distintas simulações para aprimorar a construção, o que culminou na aprendizagem mútua acerca de outras funcionalidades do GeoGebra. Em meio a esse processo, os professores deram outras sugestões para aprimorar os aspectos visuais da abordagem proposta, como disponibilizar a relação entre as somas na janela de visualização, e renomear os lados do triângulo com  $a$ ,  $b$  e  $c$ , facilitando com que seus alunos pudessem conjecturar a relação entre eles.

De modo geral, os momentos de discussões acerca das atividades realizadas fortaleceram ainda mais a parceria colaborativa entre os professores cursistas, e também entre eles e nós, conforme foi discutido na primeira subseção. Consequentemente, isso possibilitou que emergissem, em ambas as ações, diferentes formas de pensar nas abordagens dos conteúdos com o GeoGebra e aprendizagem mútua acerca de suas funcionalidades.

Nesse sentido, observamos que ao utilizarem esse *software* e ao analisarem essas propostas pedagógicas tendo em mente seus respectivos contextos de trabalho, os professores expressaram novas formas de pensar, na medida em que levantaram críticas às atividades, e principalmente, quando propunham outras abordagens, como foi o caso da professora Letícia na atividade de soma dos ângulos internos de polígono, conforme discutimos no primeiro eixo, o caso das professora Laura, na atividade de Teorema de Pitágoras, no caso da professora Ruth, na atividade sobre o Teorema de Pitágoras com números inteiros, ou entre as professoras Gisele e Raquel na atividade de função quadrática, entre outros. E ao mesmo tempo, ao longo desses debates, conforme cada um deles mencionava sugestões e argumentava a esse respeito, as discussões tomavam rumos inesperados, motivando outros professores e também nós, da equipe proponente, a nos posicionarmos, transformando então o debate.

Ademais, conforme argumenta Levy (1999), o contexto social influencia também em nossas tomadas de decisões. No caso dessas duas ações, observei que quanto mais nos envolvíamos com a realização das atividades, com a exploração das funcionalidades do GeoGebra, e com as discussões junto aos demais educadores, acerca das abordagens propostas, mais à vontade nos sentíamos para expor nossas ideias e dúvidas, e mais dispostos ficávamos para ouvir e aprender com os demais presentes. Me incluo aqui, bem como os demais membros das equipes proponentes, pois também nos engajamos nessas discussões, e principalmente, aprendemos muito sobre os contextos em que os professores atuam, e sobre o próprio GeoGebra, conforme já relatado anteriormente nessa subseção, e na anterior. Assim, os contextos sociais constituídos nessas ações, caracterizados pela parceria colaborativa durante e após a realização de cada atividade, contribuíram para que tomássemos a decisão de nos disponibilizarmos a compartilhar ideias e aprender mutuamente.

Outra “profecia” feita por Levy (1999), que foi discutida na seção 2, para argumentar sobre a opção pelo uso do termo “tecnologias digitais” nesse trabalho, se referiu ao caráter mais dinâmico que as estruturas discursivas tomariam devido às possibilidades que surgiriam com a digitalização. Um exemplo de que isso de fato se concretizou diz respeito à contínua expansão no acesso à internet rápida, que tornou possível a comunicação em tempo real entre indivíduos situados em qualquer lugar do globo terrestre. Em relação ao curso realizado em Bauru, como já mencionado na seção anterior, houve dois encontros virtuais, que ocorreram no fórum de discussões do AVA Moodle, de forma síncrona. As atividades foram anexadas dias antes de cada encontro, para que os professores tivessem tempo hábil de realizar as construções e refletir acerca de críticas e sugestões.

Assim, em consonância com esse argumento de Levy (1999), pude evidenciar o caráter dinâmico nas estruturas discursivas que se constituíram nesses dois encontros virtuais, embora os professores tenham apresentado opiniões divergentes a respeito do AVA Moodle. Enquanto alguns alegaram que a plataforma não lhes pareceu agradável para manusear, principalmente nas discussões síncronas porque nem todos tinham internet rápida, outros ressaltaram que os encontros foram mais comunicativos, e que as discussões fluíram mais, como relataram as professoras Paula e Carine: “eu já conhecia o Moodle, sabia que era uma plataforma boa para

trabalhar. Mas acho que deviam ter mais etapas assim (sem diminuir as presenciais)” (professora Paula).

Gostei das discussões [virtuais] e achei que fluíram muito mais do que as discussões presenciais. As ideias de alguns colegas para adaptações, as sugestões foram bastante interessantes. Porém, essa discussão poderia ser feita em um período maior (durante a semana) (Professora Carine).

Alguns professores destacaram que prefeririam que as discussões só tivessem ocorrido de forma assíncrona. Outros, assim como a professora Carine, também ressaltaram a fluidez da comunicação como um aspecto positivo dos debates virtuais no fórum. Em concordância com essa professora, evidenciamos que houve críticas e distintas sugestões de adaptações nas atividades propostas, sendo que, em alguns casos, os professores até as compartilharam no fórum, o que nem sempre ocorria durante os encontros presenciais por uma questão de tempo. Um exemplo disso pode ser visualizado na Figura 29, a seguir:

**Figura 29** - Arquivos com as atividades adaptadas compartilhados no fórum



Fonte: dados da pesquisa.

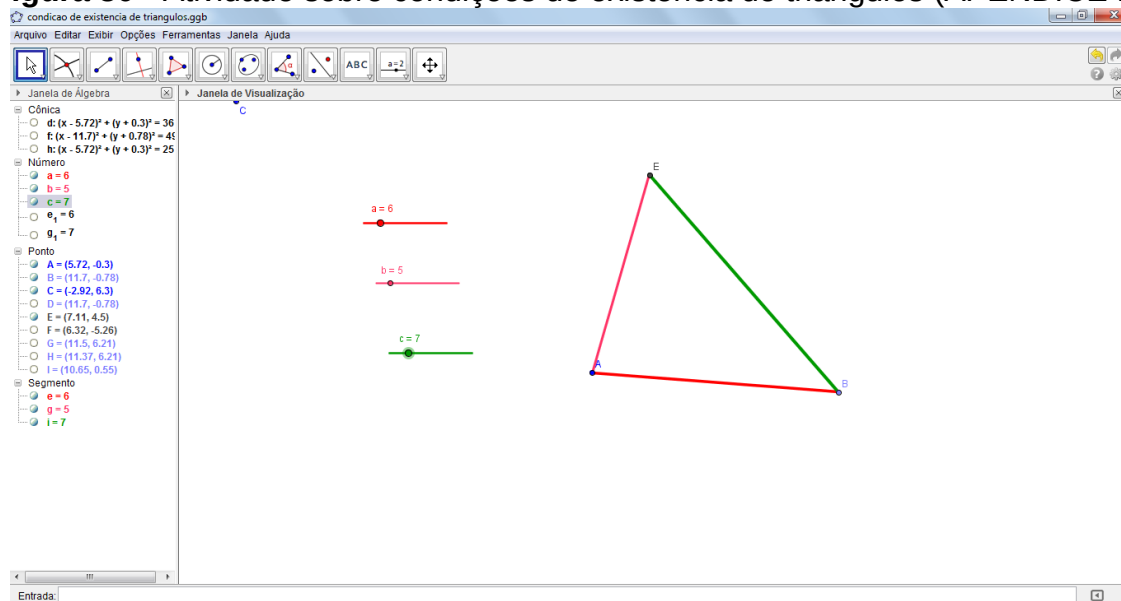
Percebi que as discussões no fórum expandiram as possibilidades de comunicação em relação aos debates presenciais, porque a maneira como interagimos em um só tópico do fórum, possibilitou discussões que foram além dos grupos constituídos presencialmente, pois alguns professores que nem sempre se

comunicavam entre si presencialmente, acabaram se comunicando e articulando ideias virtualmente, como foi o caso das professoras Paula, Laura e Catarina, em que esta última propôs uma sugestão (a inserção da planilha na atividade de Pitágoras) e as outras duas colocaram essa ideia em prática e compartilharam no fórum.

Isso pode ser verificado na adaptação realizada por Laura, já discutida no início dessa subseção, em que ela articulou a abordagem que propusemos com uma atividade do material didático (Figura 14) sobre Teorema de Pitágoras. Outro aspecto que merece destaque no encontro virtual é que pessoas que, por vezes, não se manifestavam presencialmente nos debates, se manifestaram bastante no fórum, como foi o caso de Paula, que apesar de sempre explorar minuciosamente as funcionalidades do *software* nos encontros presenciais, poucas vezes se manifestava nos debates.

No 9º encontro (2º encontro virtual), por exemplo, realizamos uma atividade sobre condições de existência de triângulo, cuja construção envolvia a criação de três controles deslizantes, que representariam os lados do triângulo. O objetivo era que os professores avaliassem se a abordagem era adequada para que os alunos entendessem as relações entre os lados dos triângulos que garantem suas existências. A atividade completa pode ser observada na Figura 30:

**Figura 30 - Atividade sobre condições de existência de triângulos (APÊNDICE M)**



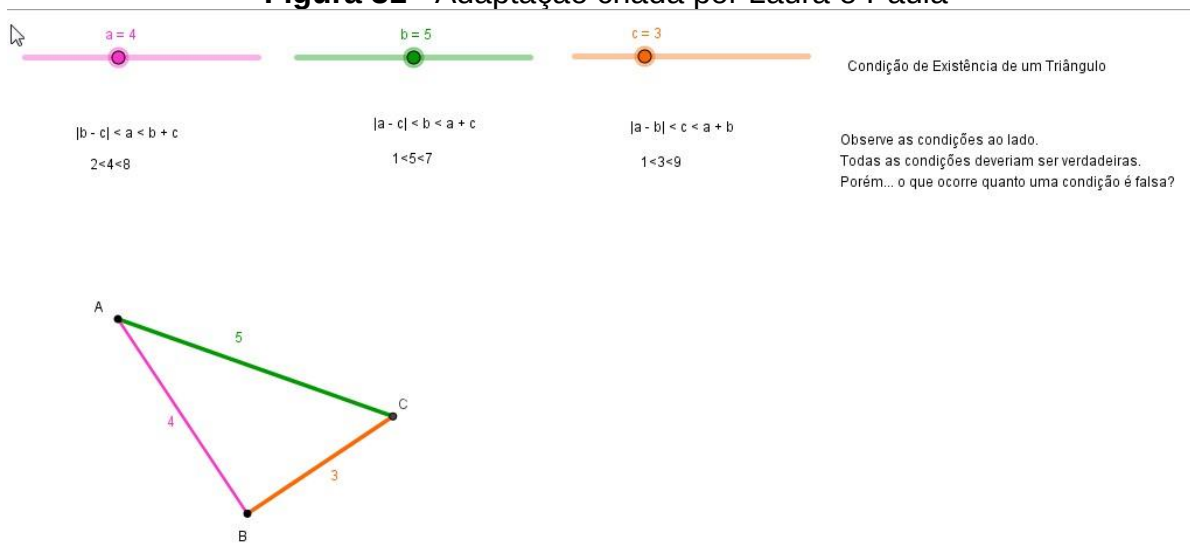
Fonte: dados da pesquisa.

Paula e Laura mencionaram que apenas acrescentariam as somas dos lados menores na janela de visualização, para que de fato os alunos entendessem a

condição de que qualquer um dos lados deve ser menor que a soma dos outros dois lados, e maior que o módulo da diferença também dos outros dois. A professora Valéria concordou com elas, mas ainda argumentou que antes de trabalhar com o GeoGebra, abordaria essas condições utilizando materiais concretos, como canudinhos. Cecília mencionou ter gostado da sugestão de Valéria, e ainda reiterou que, utilizando esse material daria para trabalhar, inclusive, com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Já a professora Marta achou a “construção um pouco complicada para os alunos. Trabalharia com a construção pronta, somente para o aluno manipular e visualizar” (Professora Marta). Carine ainda reiterou que trabalharia o conceito de triângulos com seus alunos, pois segundo ela, “os alunos têm a ideia de triângulo muito estática, é sempre a figura na mesma posição”. Em seguida, Laura anexou a sua adaptação, acrescentando as somas, conforme ela e Paula haviam argumentado.

**Figura 31 - Adaptação criada por Laura e Paula**



Fonte: dados da pesquisa.

Essa abordagem delas pareceu ainda mais adequada do que a que propusemos, pois já apresenta um encaminhamento mais direto na atividade, possibilitando que o aluno associe o aspecto algébrico (ao observar as desigualdades e relações colocadas abaixo de cada controle deslizante), com o aspecto geométrico, ao verificar o que acontece com a figura.

Novamente, observei que muitas sugestões foram mencionadas, debatidas e compartilhadas no fórum, diferentemente dos encontros presenciais, em que, de modo

geral, não havia tempo para que as sugestões fossem colocadas em prática, pelo menos não durante os encontros, salvo algumas exceções, como já debatido nessa subseção e na anterior, como foi o caso da adaptação da professora Letícia sobre a atividade de soma dos ângulos internos de polígono (Figuras 11, 12 e 13). Desse modo, reitero que as discussões no fórum expandiram a comunicação em relação ao que acontecia presencialmente. Ou seja, o debate perpassou os pequenos grupos constituídos presencialmente, de modo que professores que não se sentavam próximos e não se comunicavam tanto acabaram estabelecendo um diálogo nesse ambiente virtual, como foi o caso de Valéria e Carine, recém mencionado.

Esses fatos aliados às anexações dos professores com sugestões ou adaptações possibilitaram novas formas de pensar os conteúdos, articulados a outras funcionalidades do *software*, fruto do aumento na capacidade de intuir e imaginar, que são os benefícios cognitivos da simulação digital, como aponta Levy (1999). Isso foi evidenciado em relação aos que enviaram suas atividades modificadas, bem como em relação àqueles que tiveram acesso e se posicionaram a respeito das propostas dos colegas, dando sugestões que perpassaram o uso do próprio *software*, como foi o caso da professora Valéria, que sugeriu o uso de material manipulativo.

Essas características também mostram que as estruturas discursivas que ocorreram nessas discussões no fórum se tornaram mais dinâmicas, indo ao encontro do que Levy (1999) defende com o advento da digitalização. Além disso, essa comunicação corrobora as ideias de Silva (2000), por não haver distinção entre emissores e receptores de informações, de modo que cada um que se manifestou naquele ambiente foi um emissor em potencial.

Ou seja, por apresentar essas características, a comunicação na virtualidade se tornou qualitativamente diferente da que ocorreu nos encontros presenciais. Ou melhor, de acordo com a opinião da equipe proponente e a dos professores, a comunicação foi mais ampla no sentido de possibilitar que as adaptações pudessem ser discutidas com mais profundidade pelo fato de os professores terem tido tempo hábil para as anexarem ao fórum, compartilhando com os demais, gerando novas discussões, algo que nem sempre era feito presencialmente.

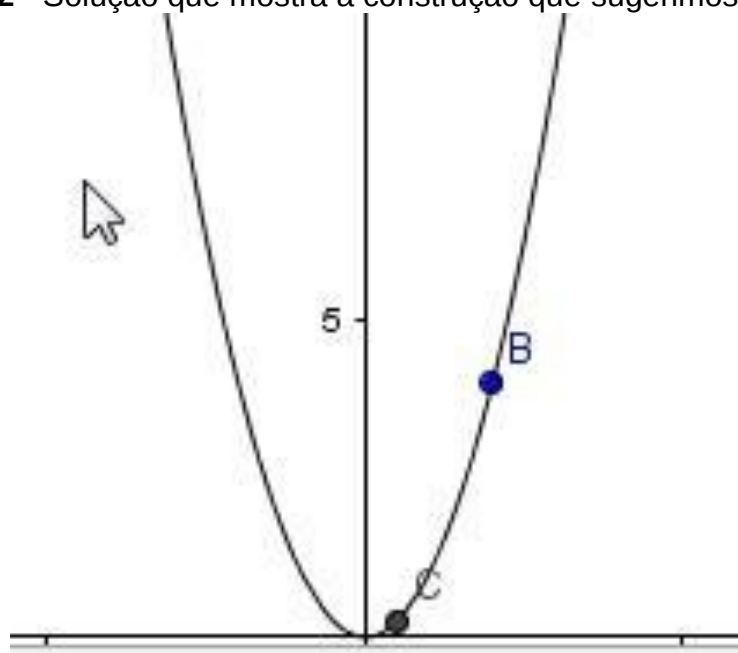
Entretanto, mesmo não possibilitando o compartilhamento das adaptações com a mesma intensidade que ocorreu nos encontros virtuais do curso de Bauru, os momentos presenciais tanto desse curso quanto do de Coimbra, propiciaram muitas reflexões e oportunidades para aprofundar o conhecimento acerca do GeoGebra, de

modo entrelaçado aos conteúdos matemáticos abordados, conforme já apresentamos e discutimos nessa subseção. Outra situação que retrata essas reflexões e oportunidades, decorrentes dos novos modos de pensar oriundos da simulação digital (LEVY, 1999), ocorreu durante a realização de uma atividade no terceiro encontro do curso realizado em Bauru, sobre sistemas de equações lineares.

Após terminar essa atividade, o professor Rodrigo nos chamou pois estava explorando o *software* e gostaria de construir o gráfico de uma parábola de modo que determinado ponto C ficasse fixo na parábola, enquanto outro ponto, B, se movimentasse na curva descrita por essa cônica, mas de forma que não ultrapassasse o ponto C. Ou seja, que ao atingir o ponto C, o ponto B retornasse a trajetória no sentido contrário. Ele nos relatou que gostaria que seus alunos visualizassem as variações das coordenadas de B, durante essa trajetória, na janela de álgebra. No entanto, mesmo explorando diferentes funcionalidades do *software* (principalmente o recurso “propriedades” desse ponto), ele não conseguiu limitar o ponto B dentro de um intervalo.

Tentamos ajudá-lo também nessa descoberta, mas não conseguimos naquele momento. O professor Orlando sugeriu definir uma função, para tentar delimitar o domínio como sendo um intervalo fechado dentro do conjunto dos números reais. Fizemos algumas tentativas, mas naquele momento não chegamos a uma possível solução. Destaco que após esse encontro, fiquei intrigada com essa questão colocada por Rodrigo e me debrucei nela até que encontrei uma possível solução. Assim, dias depois, anexeí no grupo fechado do curso, no Facebook, o arquivo. A solução que propus foi a seguinte: Digitamos no campo de entrada:  $f(x) = x^2$ . O gráfico então aparece na janela de visualização. Depois fixamos um ponto B (no exemplo do professor, o B representava o ponto variável, mas na nossa solução, o B ficou fixo e o C ficou variando) com coordenadas (2,4). Em seguida, criamos um controle deslizante a, variando de -2 a 2. Depois digitamos no campo de entrada o ponto (a,  $f(a)$ ) e depois o animamos. Esse ponto ficou representado pela letra C, e conseguimos que sua trajetória ficasse limitada, conforme mostra a figura 32.

**Figura 32** - Solução que mostra a construção que sugerimos a Rodrigo



Fonte: dados da pesquisa.

Vale destacar que compartilhei essa solução no grupo, buscando instigar os professores a procurarem outras, para que, posteriormente, compartilhassem com todos, caso descobrissem. Nessa situação, deparei-me com o surgimento de pensamentos distintos que Rodrigo, Orlando e eu tivemos, na medida em que exploramos as funcionalidades do *software* para atender a um determinado propósito para ser desenvolvido na sala de aula de um deles. Fizemos tais simulações, condicionados por esse objetivo de aprendizagem e pelo *feedback* do *software*, indo ao encontro das ideias de tentativas e erros “educadas”, conforme defendem Borba e Villarreal (2005), acerca das características da abordagem experimental com tecnologias.

Nesses momentos em que os professores manifestavam novas formas de pensar, e enquanto nós, da equipe proponente, também manifestávamos, pelo fato de explorarmos distintas funcionalidades do GeoGebra para atendermos as adaptações sugeridas, construíamos e transformávamos juntos saberes profissionais. Essa construção e transformação também se dava nos debates, em meio à dinamicidade das estruturas discursivas constituídas nos dois cursos, pois havia momentos de muita reflexão e partilha, conforme já discutido aqui. Diante disso, no próximo eixo de análise, trago à tona elementos que me possibilitam discutir esses saberes de modo mais detalhado.

### 6.3 Saberes transformados e constituídos

Conforme já detalhei na seção de referencial teórico, são múltiplos os saberes envolvidos na carreira docente, segundo Tardif (2000). Para ele, os saberes profissionais são trabalhados, agregados ao processo de trabalho docente, e “só têm sentido em relação às situações de trabalho e que é nessas situações que são construídos, modelados e utilizados de maneira significativa pelos trabalhadores” (TARDIF, 2000, p. 11). Entretanto, as situações de trabalho dos professores perpassam a sala de aula, uma vez que, em qualquer atividade em que eles se envolvam ao longo de sua formação continuada, eles terão a oportunidade de compartilhar e transformar os seus saberes ou então de construir novos, que poderão ser utilizados de forma significativa em seus respectivos contextos de trabalho.

Uma situação que nos possibilita discorrer acerca disso, dentro do contexto do curso realizado em Bauru, se refere ao debate que ocorreu após a realização de uma atividade sobre sistema de equações lineares com duas incógnitas, que foi realizada no terceiro encontro (APÊNDICE N). Nessa atividade, os professores avaliaram se a abordagem era pertinente para introduzir esse conteúdo no 7º ou 8º ano. Para desenvolvê-la, nos baseamos em uma proposta que constava no material didático do aluno, referente ao 8º ano (SÃO PAULO, 2014). Abordamos a construção da tabela, e depois a construção das retas referentes às duas equações de cada tabela. A tabela era para ser construída, conforme a que constava na atividade original do material didático, que pode ser visualizada na Figura 33:

**Figura 33** - Atividade de sistemas lineares do material didático do 8º ano

a) Preencha a tabela de cada equação para os valores indicados de  $x$ .

| $x + y = 6$ |     |
|-------------|-----|
| $x$         | $y$ |
| 1           |     |
| 2           |     |
| 3           |     |

| $x - y = 1$ |     |
|-------------|-----|
| $x$         | $y$ |
| 2           |     |
| 3           |     |
| 4           |     |

Fonte: dados da pesquisa.

Depois que os professores fizeram a atividade, enunciámos uma primeira questão disparadora para iniciar o debate, que foi: “essa atividade está adequada para atender o objetivo proposto?”. A professora Marta começou:

Achei bacana, mas não começaria com ela. Eu ia tentar assim mais com a régua, com a malha quadriculada, para eles entenderem bem, assim né, depois para levar na informática, para dar essa atividade aqui. Então seria assim, uma atividade final...não inicial (Professora Marta).

A professora ainda reiterou a necessidade de que antes de aplicar essa atividade, seria necessário realizar com os alunos a conceituação sobre plano cartesiano e representação de pontos. A professora Carine a complementou, argumentando sobre a necessidade da conceituação prévia sobre o próprio conteúdo de sistemas lineares. Alguns professores próximos a Marta gesticularam afirmativamente, concordando com as colocações feitas por ela, e pelo complemento feito por Carine. A professora Magali argumentou sobre a necessidade de que o roteiro fosse mais detalhado, enfatizando, por exemplo, quando as letras devem ser inseridas em maiúsculo ou minúsculo no campo de entrada. Em suas palavras

Tem que colocar a letra maiúscula senão não entra...a gente tem que treinar bem em casa, preparar a aula bem em casa...não é todo mundo que está empenhado em fazer né, tem uns que não querem fazer...tem todo um agravante, tem...tem todo um contexto. Porque quando a gente olha para a atividade a gente tem que pensar como que o aluno vai pensar, como que ele vai reagir...quando a gente prepara uma prova a gente faz isso, quando prepara um trabalho, a gente pensa no aluno (Professora Magali).

Continuando, a professora mencionou a sugestão dada pelo professor Douglas no encontro passado, sobre a ideia de fazer a própria conceituação no GeoGebra.

[...] a última conversa que nós tivemos, o professor falou que também colocaria como sendo o primeiro, [...] colocar como apresentando o plano cartesiano primeiro, mas como ela diz [se referindo à professora Marta], vamos apresentar o plano cartesiano dentro do GeoGebra, aí que a gente introduz...assim, você [se referindo a mim] trouxe a atividade, penso eu que com o pré-requisito de que todos já saibam, o x, o y, o plano [...] (Professora Magali).

Assim, a professora defendeu a necessidade de se fazer a conceituação prévia, que poderia até mesmo ser feita no *software*, reiterando ainda que a aula deveria ser muito bem preparada, pois tem todo um contexto com o qual ela teria que lidar em sala de aula, como a heterogeneidade entre os níveis de conhecimento dos alunos, e

seria necessário ainda que ela vislumbasse o processo de aprendizagem de cada um deles, conforme ficou claro em sua fala. Diante disso, observei que Magali transformou seus saberes ao realizar a atividade tendo em mente seu contexto de trabalho, uma vez que a instigou a pensar em uma possibilidade de articular a abordagem proposta com a conceituação prévia necessária para esse conteúdo, a qual havia sido apontada como fundamental pela professora Marta, e também por outros professores. Além disso, ao refletir acerca desse processo e expor suas colocações no debate, compartilhou seus saberes possibilitando que outros professores também fizessem o mesmo.

O professor Rodrigo pontuou outras sugestões para essa atividade: “Acho que seria interessante, em vez de trazer uma atividade assim, trazer uma atividade, uma tabelinha,  $x$  e  $y$ , entendeu? Aí você pediria para eles  $x_1$  com  $y_2$ , para eles colocarem o ponto [no GeoGebra], localizar o ponto, entendeu?” Uma das professoras que estava próxima a ele (não conseguimos identificar quem foi pois estava fora do foco do vídeo) rebateu essa sugestão: “Mas dá na mesma”. E ele continuou: “Não, mas aí você estaria orientando ele, quem é o  $x$ , quem é o  $y$ , sem a função, sem nada”. Em seguida, perguntei a ele: “ou seja, [fazer uma atividade sobre] representação dos pontos no plano cartesiano?” E ele respondeu afirmativamente: “porque eles têm muita dúvida sobre isso aí”. Os professores, de maneira geral, concordaram com essa colocação de Rodrigo.

Uma delas, que estava do outro lado da sala, a professora Susana, abriu o material didático e mostrou aos demais uma atividade similar a essa pensada por Rodrigo. Ele então continuou: “Eu não sei o ano de vocês [se referindo às séries que os outros professores lecionam], mas até o último ano tem dúvida, principalmente quando  $x$  é zero e  $y$  é seis”. Os professores continuaram concordando com os argumentos colocados por Rodrigo. Na sequência, perguntamos a eles se seria viável então introduzir essa atividade sugerida por esse professor, antes de trabalhar com a abordagem que propusemos, e a maioria deles se mostrou favorável. Rodrigo, inclusive, aplicou essa abordagem em sala de aula e a associou com o conteúdo Teorema de Pitágoras, conforme discuto na próxima subseção.

Dando sequência ao debate, a professora Letícia argumentou que costumava trabalhar com a metodologia de jogos com seus alunos:

[...] eu acho que quanto mais detalhado [o roteiro], pelo menos em termos de jogo, quanto mais detalhado, mais eles se perdem. Hoje eu

pego um roteiro que vem da empresa comercial mesmo, que é um roteiro. Eu pego o roteiro comercial, e até mesmo, em língua portuguesa, eu falo para eles, estudem e aprendam a ler e a proceder com o jogo, porque o objeto aqui na frente fica muito fácil, por exemplo o jogo de dama, e a regra da dama, se vira...eu acho que na informática, eu nunca fui para o laboratório, eu acho que na informática eles vão dar de dez a zero nesse lance de roteiro.... Eu não vou detalhar muito o roteiro...eu não me preocuparia tanto com o roteiro [...] (Professora Letícia).

Ela mencionou que poderia haver exceções, como o fato de que alguns alunos poderiam ficar com dúvidas, no caso de o roteiro ser menos detalhado, pois nem todos possuem computador. Nesse momento, fiz algumas intervenções com o intuito de sistematizar a discussão, mas Letícia mesmo que acabou sistematizando:

[...] em termos de informática, tem vários alunos que dão de quinhentos a zero na gente, tem aluno que faz curso de sábado de manhã, e .... Eles têm uma facilidade...eles não têm, a gente fica assim esperando que o computador resolva pra gente, eu penso, logo ele faz, eu penso e ele realiza, eles não, eles vão enfiando o dedo, a gente tem medo de desconfigurar...mas eles não tem muita dificuldade, eu acho que é pôr o computador na frente deles, eu acho que o negócio sai [...] (Professora Letícia).

Essas reflexões também instigaram a professora Laura a se posicionar:

[...] eu acho que isso aí é meio relativo [sobre o último argumento de Laura], você sabe por que? [...] os alunos dominam muito bem o Facebook, né, o youtube, essas coisas, na hora que a gente vai fazer algo diferente, até mesmo cálculo no celular, tá? ...Então, em sala de informática, que eu levei já, no acesso eu não levei ainda, a dificuldade que tem é coisa básica do excel, então não sei se é o fato de a escola ser o extremo da cidade, tem uma clientela bem diversificada, ou, o que que há de errado [...] (Professora Laura).

Perguntamos então à Laura de que nível de escolaridade ela estava se referindo ao se posicionar sobre essas dificuldades dos alunos, e ela nos respondeu que se referia ao 9º ano. Nesse momento, mencionamos também que a questão da heterogeneidade entre os níveis de conhecimento dentro de sala de aula é algo comum, então as abordagens devem ser sempre relativas à turma com a qual se está trabalhando, dependendo das dificuldades que os alunos apresentem, e em relação a quais conteúdos.

Buscando finalizar o debate, perguntamos se mais alguém teria algum comentário sobre essa atividade (lembrando que todos esses argumentos foram

colocados para responder a primeira questão disparadora, apenas), e se mais alguém tinha alguma questão a colocar. A professora Carla então se posicionou:

Só uma observação, o próprio livro aqui fala da resolução, do sistema em si, né, somar, adição. Agora, aqui, a resolução [se referindo à atividade que propusemos], ela é pela reta. Então a habilidade de pegar esse conceito mesmo, de construir a reta, porque você pode fazer a paralela ali, construir, então fica mais uma amostragem do que realmente ele entender como resolve o sistema, na minha opinião.... Para mim, até ele amadurecer e ter essa discussão que a gente teve para responder essas questões [se referindo às questões que colocamos na atividade para que os professores avaliassem se estavam viáveis para serem levadas aos alunos]...aí é mais complicado. Então é bem assim, fazer a divisão na calculadora, ok, agora faz na mão, não faz. Eles têm uma dificuldade muito grande em entender a equivalência das equações, a soma, ..., etc., entendeu? E aqui, o livro, ele começa primeiro com a resolução, né, sistemática (Professora Carla).

Diante dessa observação, a professora Carla apontou uma discrepância entre a abordagem que propusemos, que era de cunho geométrico, com a abordagem que normalmente esse conteúdo é introduzido, que é a algébrica. Nesse sentido, ela destacou que para chamar a atenção dos alunos em relação ao aspecto visual do conteúdo, essa abordagem seria adequada, mas não para introduzi-los à resolução dos sistemas. A maioria dos professores se mostra favorável a esse posicionamento de Carla. A professora Marta ainda complementou, destacando como seria o pensamento de um aluno ao tentar resolver um sistema: “ele vai fazer pela adição, depois pela substituição...”.

Nesse momento, sugeri aos professores que refletissem então acerca de uma abordagem que articulasse a resolução geométrica, conforme propusemos, com a resolução algébrica, utilizando o próprio *software*. Uma das professoras (não deu para visualizar pelo vídeo quem foi) mencionou que essa articulação é para ser feita na geometria analítica. No entanto, lembramos que o estudo da geometria analítica só é abordado no Ensino Médio, e então ficamos questionando o porquê de não fazer essa articulação antes, ainda no Ensino Fundamental.

Assim, reiterarei mais uma vez aos professores que qualquer atividade pode ser adaptada ou criada dependendo do objetivo que se queira atingir com determinada turma que se esteja trabalhando. Buscando argumentar a favor dessa nossa fala, o professor Douglas disse “você pode aproveitar essa atividade aqui para [...] mudar o coeficiente angular da reta, como que foi que aconteceu, primeiro a reta está crescente

e depois ela foi pra baixo...aproveitar, porque você já deixa uma sementinha lá para o futuro”. Ele defendeu a ideia de que a abordagem que propusemos poderia ainda ser aproveitada para introduzir a noção do conceito de função, mais especificamente de coeficiente angular, e como sua variação afeta o comportamento do gráfico da função.

Nessa discussão, evidenciei temáticas e argumentos muito distintos que foram colocados pelos professores. Observei que o rumo da discussão perpassou as perguntas disparadoras, nem mesmo chegamos a discutir as demais perguntas. Reiteramos que a nossa fala (em todos as vezes em que nós, da equipe proponente nos manifestamos) em um primeiro momento, foi de sistematizar os argumentos, mas depois acabamos nos posicionando também, como nesse final do debate, em que refletimos acerca da articulação entre resolução algébrica e geométrica. O debate foi permeado por uma transformação mútua de saberes (TARDIF, 2000), trazendo à tona reflexões sobre o conteúdo de sistemas lineares, conceitos que são pré-requisitos para isso, e sobre outras abordagens, em que todos os que expuseram seus argumentos contribuíram para o fomento das temáticas que ali emergiram.

Em meio a esse processo de expor seus argumentos, os professores refletiram além do que propusemos no debate, como quando Laura ressaltou as dificuldades de seus alunos, quando Letícia lançou mão da abordagem com jogos, quando Rodrigo sugeriu uma abordagem em que os pré-requisitos poderiam também ser abordados com o *software*, Douglas sugeriu trabalhar outro conteúdo, etc. Ao refletirem e ao se posicionarem no debate, os professores compartilharam seus saberes, os quais são contextualizados de acordo com as vivências de cada um e assim os transformaram, na medida em que articularam seus argumentos com os dos demais.

Os desafios que os professores levantaram em relação ao uso do GeoGebra nessa atividade, especificamente, foram em relação à conceituação, ao roteiro pouco detalhado e por não abordar a resolução algébrica de sistemas lineares de duas incógnitas. Contudo, ao mesmo tempo em que apontavam esses desafios, buscavam discorrer acerca de possíveis soluções, sugerindo fazer a conceituação pelo próprio *software*, por exemplo. Em relação ao roteiro, uns argumentavam a favor de mais objetividade, outros a favor de mais detalhes, sempre tendo em mente suas situações de trabalho. Para a resolução algébrica, pensamos que poderíamos abordá-la concomitantemente à resolução geométrica, já que as características do próprio *software* propiciam isso.

Outra situação que me permite argumentar sobre a construção mútua de saberes, se deu durante o debate da atividade sobre perímetro e áreas de figuras planas (APÊNDICE D) ocorrido no curso realizado em Coimbra. Lancei a primeira pergunta disparadora aos professores, perguntando a eles se a abordagem sugerida estava coerente com o objetivo (que era que seus alunos conjecturassem sobre o cálculo dos perímetros e áreas dos polígonos).

A professora Ruth começou: “acho que foram atingidos os objetivos que eram pretendidos, [...] poderia ser feita uma ficha de acompanhamento de modo que eles estudassem outras propriedades dos quadriláteros, as diagonais, comprimento de diagonais”. Olavo concordou com Ruth e disse: “para mim, tudo que seja mostrar [explorar a visualização] é sempre bom para a aprendizagem do aluno”. Em seguida, ele destacou que seria interessante explorar com os alunos os cálculos dos perímetros e das áreas, por meio da digitação das fórmulas pelo campo de entrada, e depois utilizariam as próprias funcionalidades do *software* para conferir o resultado. “Aí conclui essa primeira etapa e depois faz o que a Ruth sugere [sobre explorar as propriedades dos quadriláteros]” (professor Olavo). Dando continuidade à discussão, a professora Gisele argumentou:

Eu acho que a partir dessa primeira construção sim [que atinge o objetivo, em relação ao perímetro], não parece ser muito fácil de eles irem à fórmula da área, mas acho que se poderia orientar mais a tarefa no sentido de: ‘compare este produto com aquele [aqui ela simulou algum tipo de orientação que poderia ser dada aos alunos] ...calcule um produto, agora compare com o resultado da área’ ...encaminhar mais. Não parece que só com estas figuras, eles vão chegar à área. Pretende-se que eles cheguem à área né? (Professora Gisele).

Ou seja, Gisele destacou que em relação ao perímetro a atividade atingiria seu objetivo, mas precisaria de mais encaminhamento para que os alunos conjecturassem as fórmulas das áreas. Em relação ao triângulo, especificamente, as professoras Cecília, Lourdes e Gisele sugeriram que a partir de um mesmo triângulo, as medidas fossem variadas para que os alunos conjecturassem o cálculo da área. No entanto, Gisele acrescentou que: “mas não sei se só com o arrastar, os alunos, eles chegam [à fórmula da área]. Agora, se forem orientados: ‘compare com este, compare com aquele’ [simulando uma possível orientação aos alunos] ...aí talvez...”.

Depois ela mencionou uma orientação ainda mais direta: “multiplique a altura pela base, agora compare este valor com a área. E eles vão perceber que é igual”. Olavo argumentou que o tempo poderia ser um impeditivo para se trabalhar com esse

tipo de abordagem. Nesse sentido, Lourdes opinou: “Não creio que seja viável que sejam eles a construir”. Nesse momento, houve muitas discussões acerca disso, então busquei sintetizar: “Então seria interessante levar as construções prontas para eles manusearem?” Lourdes argumentou novamente: “não é possível serem eles a fazer a construção na aula”. Olavo levantou ainda a possibilidade de se trabalhar com uma abordagem em que a base do triângulo poderia ficar fixa com a altura variando, na tentativa de facilitar a percepção dos alunos. Ruth mencionou que já realizou uma abordagem similar a essa, que Olavo sugeriu, em uma aula.

Dando continuidade ao debate, mencionei sobre o arredondamento feito por Gisele e Raquel nas medidas dos lados dos polígonos, pensando que isso facilitaria a criação de conjecturas pelos alunos. Mas elas argumentaram que não deu certo porque o arredondamento não permitiu acuracidade no resultado, o que atrapalharia a chegada à conclusão. Gisele então compartilhou uma ideia com todos:

Agora poderia ser feito uma coisa, imaginemos que nós poderíamos ter no computador já construídos para os alunos, e o professor fazer no quadro [interativo] a construção, e os alunos movimentam o que eles têm [seria a construção pronta compartilhada com eles]. Seria mais rápido.... Agora já no caso dos alunos da Ruth, que já tem o GeoGebra instalado em casa, seria mais fácil porque eles poderiam fazer as construções em casa (Professora Gisele).

Assim, Gisele compartilhou sua ideia de abordar a atividade de modo que os alunos já explorassem a construção pronta, e os demais professores pareceram concordar com isso. Ruth então se manifestou contando uma experiência que já havia realizado em sala de aula: “para eles calcularem a área do paralelogramo, eu construí um paralelogramo e depois decompus em um retângulo e dois triângulos, e calculei com eles as áreas, e eles compararam as áreas”. Perguntei a ela se os alunos construíram juntos ou se ela mostrou a eles utilizando o quadro interativo. Ela respondeu: “eles só visualizaram”. Depois a professora relatou que não havia levado os alunos à sala de informática, que havia preparado a aula em casa, mas que alguns deles chegaram a manusear o GeoGebra no próprio quadro interativo. Ela reforçou que os alunos interagiram bastante com ela ao longo dessa atividade desenvolvida.

Assim, ao longo desse debate, os professores se posicionaram criticamente acerca dessas atividades, mencionaram que uma ficha de orientação seria pertinente para direcionar o foco dos alunos, que a construção por si só não possibilitaria que eles conjecturassem sobre os cálculos da área. Nesse sentido, Olavo analisou a

atividade partindo do pressuposto que os alunos já saberiam os conceitos envolvidos e ainda sugeriu que os cálculos fossem feitos pelos comandos no campo de entrada. Pensando ainda na ideia de que os alunos descobrissem as fórmulas por si só, esse professor sugeriu de que a base do triângulo permanecesse fixa e os demais lados variassem. Contudo, de modo geral, os professores argumentaram que a falta de tempo hábil seria um motivo impeditivo para que os alunos trabalhassem na construção. Nesse sentido, eles sugeriram que o trabalho poderia ser feito com as construções prontas, em conjunto com o professor, que manusearia a construção utilizando o quadro interativo.

Além disso, Ruth compartilhou uma abordagem realizada em sala de aula, e os professores ressaltaram ainda o potencial do GeoGebra dentro da atividade que propusemos. Nesse sentido, Maria, por exemplo enfatizou a mobilidade propiciada pelo GeoGebra como um diferencial: “mexer o mesmo triângulo e tirar conclusões”. André também destacou esse diferencial: “de um [triângulo] saem vários”. Gisele destacou que a garantia de rigor na construção é outro diferencial. E, por fim, Ruth e Olavo destacaram a questão da otimização de tempo que o GeoGebra propiciaria na abordagem, desde que as construções estivessem prontas e que os alunos fossem melhor orientados. Assim, de modo geral, percebemos que ao realizarem as atividades e ao terem a possibilidade de pensar em diferentes possibilidades para o ensino e a aprendizagem em sala de aula, eles tiveram a oportunidade de refletir acerca de como poderiam aproveitar os diferenciais do GeoGebra para abordar diferentes conteúdos matemáticos em suas aulas.

Assim, os argumentos levantados foram frutos de seus próprios conhecimentos matemáticos, de suas próprias vivências em sala de aula, e também da análise crítica que fizeram da atividade, ao mesmo tempo em que estudavam as funcionalidades do *software*. Desse modo, ao mesmo tempo em que estavam compartilhando e transformando seus saberes (TARDIF, 2000), pensando nas TD para potencializar a aprendizagem matemática (ROSA; PAZUCH; VANINI, 2012), também acabavam estudando essa proposta pedagógica com o GeoGebra, expressando distintos pensamentos (LEVY, 1999) sobre a temática que estava sendo debatida.

Outro momento, nesse mesmo curso, que possibilitou uma transformação mútua de saberes, ao pensarem no GeoGebra para potencializar a aprendizagem de seus alunos, dentro do contexto do currículo programático de Portugal, se deu durante a realização e o debate acerca da atividade de funções quadráticas, já mencionada

na subseção anterior. Além dos distintos pensamentos que se manifestaram por causa da conjectura acerca da trajetória do vértice da parábola, outro acontecimento bem particular também se fez presente, e emergiu a partir de comentários dos professores Olavo e Lauro.

Ao longo do debate acerca dessa atividade, eles argumentaram que a abordagem proposta não era viável, pois em Portugal a abordagem desse conteúdo é feita com a expressão da função na forma canônica  $f(x)=a(x-h)^2 + k$ , em que  $h$  e  $k$  são as coordenadas do vértice. Então, para eles não faria muito sentido estudar a variação dos parâmetros da função dentro desta perspectiva. Em suas palavras, Olavo relatou: “não temos cá em Portugal a prática de estudar a influência deste  $a$ , deste  $b$  e deste  $c$  no comportamento do gráfico da função quadrática”. Continuando, ele reiterou que exploraria as coordenadas do vértice diretamente pela expressão nesse outro formato, e acrescentou:

[...] depois levaríamos os alunos a estudar as situações geométricas que fazem parte do nosso programa, ou seja, qual é a influência do incremento no  $x$ , qual é a influência do incremento no  $y$ , e o  $a$  faz a concavidade da parábola, ou voltada para cima, ou voltada para baixo. Portanto, nesta situação, ou seja, eu nunca exploraria, ou nunca explorarei, a menos que os programas mudem, esse comportamento do  $a$ ,  $b$  e  $c$  (Professor Olavo)

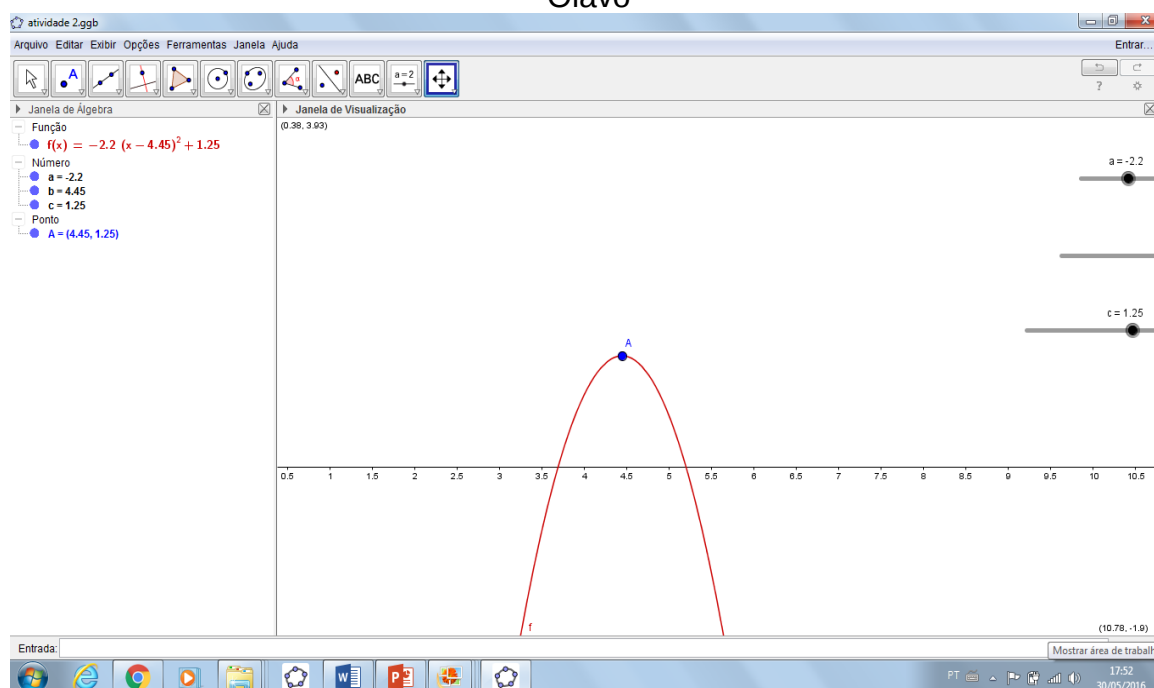
Ou seja, a abordagem que propusemos para trabalhar as funções quadráticas, a partir da expressão geral  $f(x) = ax^2 + bx + c$  não era viável dentro do currículo, o que importava para eles, ao analisar o comportamento do gráfico dessa função, era entender as taxas de variação da variável independente  $x$ , e a relação com a taxa de variação da variável dependente  $y$ . Olavo reiterou ainda que Lauro havia criado outra abordagem, na forma canônica. Segundo ele, nessa abordagem,

[...] primeiro o  $a$  define o sentido da concavidade...e depois o que nos interessa, que é o que está nessa relação, definir bem que a primeira [a abscissa do vértice] coordenada muda [o gráfico] na horizontal, consoante o valor positivo ou negativo, direita e esquerda, e que o  $c$  [ordenada do vértice], sobre e desce [ou seja, realiza um movimento vertical]” (Professor Olavo).

Gisele e Cecília concordaram com essa colocação de Olavo. Já em relação à forma canônica apresentada anteriormente, conforme o próprio Olavo me esboçou, a expressão era representada por  $f(x)=a(x-h)^2 + k$ . No entanto, na adaptação feita por Lauro no GeoGebra, o parâmetro  $b$  ficou no lugar do  $h$  e o  $c$  ficou no lugar de  $k$ . Ou seja ( $b$ ,  $c$ ), dentro dessa adaptação realizada por eles, representam as coordenadas

do vértice da parábola. De fato, ao manusear o  $a$  dentro dessa abordagem, mantendo  $b$  e  $c$  fixos, o que é possível visualizar é somente a variação da concavidade. Variando  $b$  e mantendo os demais parâmetros fixos, há a variação horizontal da parábola, já que  $b$  está representando a abscissa do vértice. E a variação vertical da parábola é dada quando  $a$  e  $b$  estão fixos e  $c$  varia, pois  $c$  está representando a ordenada do vértice. A adaptação sugerida por eles pode ser visualizada na Figura 34 a seguir:

**Figura 34** – Tela do GeoGebra mostrando a abordagem elaborada por Lauro e Olavo



Fonte: dados da pesquisa.

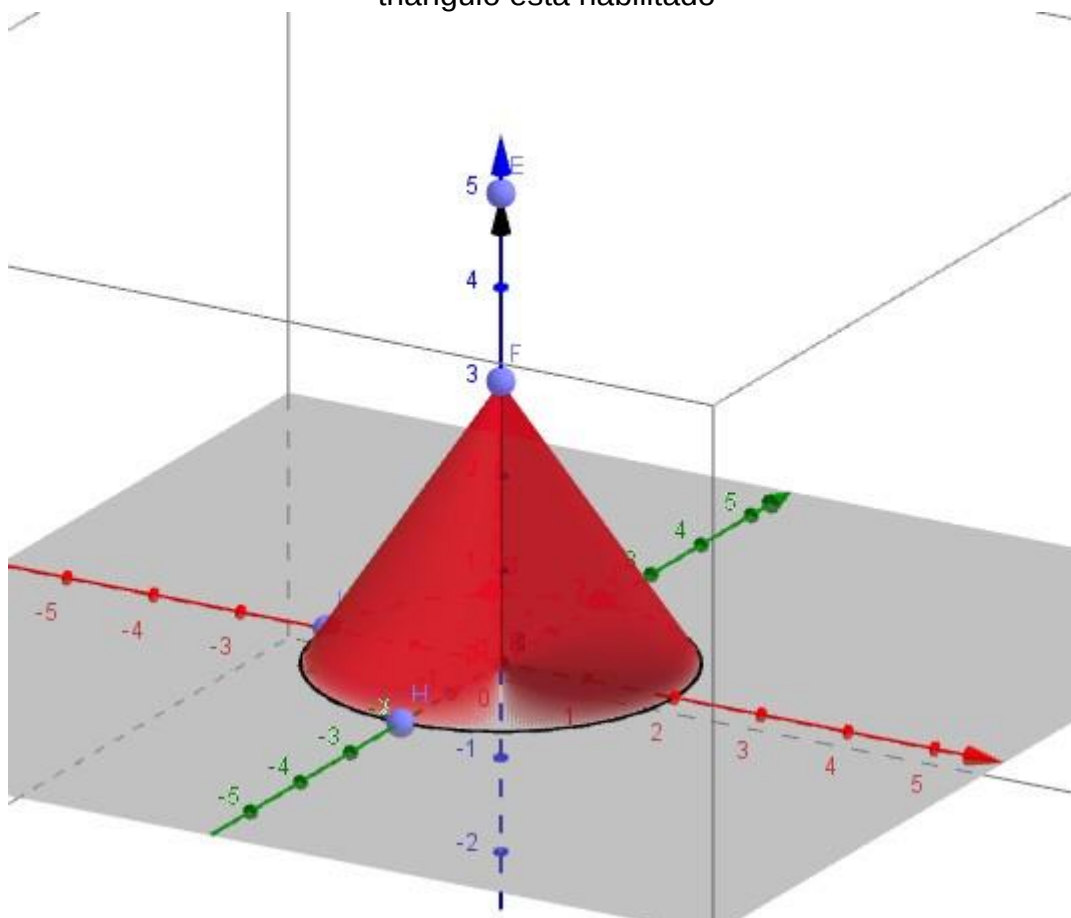
Nessa abordagem sugerida pelos professores Olavo e Lauro, fica evidente a relação que de fato interessa para eles, dentro do currículo de Portugal, e que a partir dessa adaptação, viabilizaria sua realização em sala de aula, segundo eles. Então nesse caso, os professores expuseram os seus saberes acerca de como deveriam abordar o conteúdo de funções quadráticas. E a partir disso, criaram uma nova atividade com o *software*, do modo como defendem Rosa, Pazuch e Vanini (2012), em consonância com o contexto em que atuam. Ao fazerem isso, os professores transformaram seus saberes, articulando essa TD com o objetivo de aprendizagem que almejavam.

Ou seja, isso corrobora o que Tardif (2000) pontua, que só faz sentido os saberes serem modelados ou transformados nas situações de trabalho dos

professores. Corrobora ainda o complemento que faço sobre essas “situações de trabalho”, ao acrescentar que elas não se referem somente ao espaço físico da escola, vão muito além. Essas situações ocorrem sempre que os professores têm a oportunidade de articular seus saberes com outros estudos, como nesse caso, em relação ao estudo do GeoGebra, por exemplo.

Dando continuidade a essa subseção, mais transformações e compartilhamentos de saberes aconteceram no terceiro encontro desse mesmo curso, após realizarmos uma atividade sobre cones e cilindros de revolução no GeoGebra 3D (APÊNDICE Q), por meio das mesmas funcionalidades utilizadas em outra que tínhamos acabado de realizar no 2D (APÊNDICE J): vetor e translação por um vetor. Gisele destacou que preferiu a abordagem na janela de visualização 2 D, pois, segundo ela, ao animar o polígono gerador de cada sólido, dava a impressão que eram formados dois cones, conforme Figura 35, a seguir:

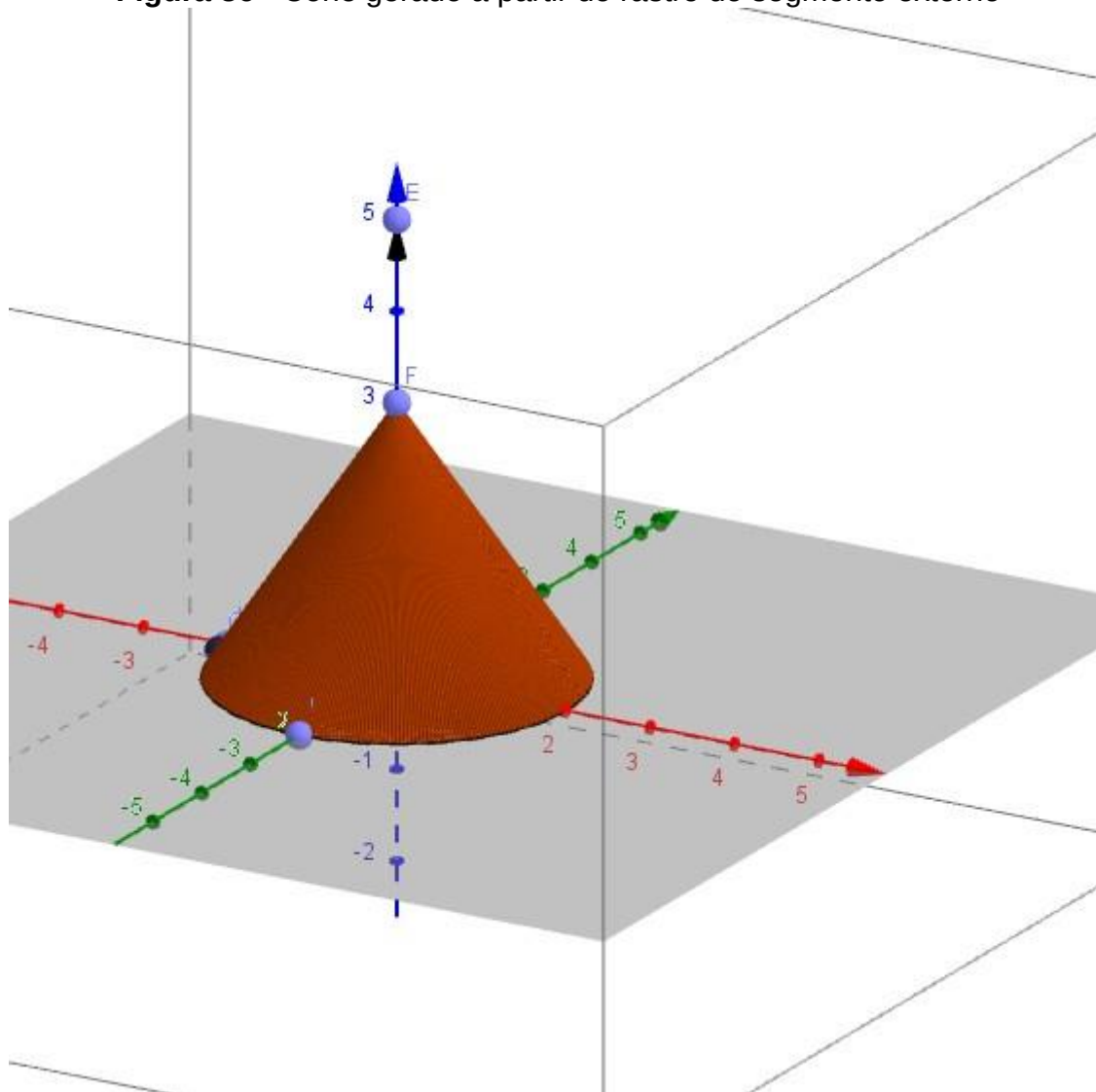
**Figura 35** – Tela do GeoGebra mostrando a aparência do sólido quando o rastro do triângulo está habilitado



Fonte: dados da pesquisa.

Lourdes concordou com Gisele e reiterou que daria para melhorar esse aspecto, animando o segmento ao invés do polígono gerador. A partir dessa observação da colega, Gisele fez a alteração sugerida e concordou que o aspecto ficou melhor, conforme consta na Figura 36:

**Figura 36** - Cone gerado a partir do rastro do segmento externo



Fonte: dados da pesquisa.

Em seguida começamos o debate, com a primeira questão disparadora, para que eles avaliassem se a atividade atingia o objetivo proposto, e para que comparassem essa abordagem com a da atividade anterior, realizada somente na janela de visualização 2D. Gisele foi quem argumentou primeiro: “acho que o 2D é melhor, vê-se melhor o triângulo, o retângulo, conseguimos ver o retângulo e o triângulo anterior [que geram os sólidos], no 3D não. Acho que as cores também são

melhores no 2D do que no 3D". Em relação a isso, Lourdes mencionou que se o segmento externo fosse bem fino, seria possível visualizar os polígonos geradores. Gisele novamente seguiu a orientação dela, mas continuou opinando que a janela 2D ainda tinha a interface melhor.

Lourdes opinou ainda que "para o 2º e 3º [segundo e terceiro ciclos, equivalem aos anos finais do ensino fundamental] acho que faz sentido não aparecer os referenciais na 3D, os três eixos. Eles [os alunos] não tem essa noção ainda". Sugeri que os eixos fossem escondidos: "esconde os eixos e trabalha somente as propriedades principais dos sólidos" e ela seguiu essa sugestão e argumentou que assim faria mais sentido. Os professores André e Raul concordaram que a janela de visualização 2D apresenta uma interface melhor do que a 3D.

Raul disse: "temos ali no outro [outro computador, no qual eles haviam realizado a atividade anterior] para comparar, é mais nítido [se referindo à janela de visualização 2D]". Em seguida, perguntei a eles em relação à facilidade de construção, qual das duas levaria menos tempo. Gisele argumentou que a construção na janela 3D é mais simples pois há menos etapas no roteiro, mas continuou afirmando que visualmente ainda preferia a construção na 2D.

Nesses momentos, ao estudarem o GeoGebra, comparando a mesma atividade, sendo cada uma realizada em uma janela do *software*, primeiro em 2D, e depois em 3D, os professores tiveram oportunidade de explorar diferentes funcionalidades. E a partir de suas vivências e saberes contextualizados, temporais e heterogêneos (TARDIF, 2000), argumentaram que a janela 2D tinha uma interface que permitia uma visualização mais nítida, e que os eixos poderiam não fazer sentido na aprendizagem dos alunos do 2º e 3º ciclos, conforme Lourdes pontuou, pois poderia confundi-los e desviar o foco do objetivo almejado com o desenvolvimento da atividade.

É importante reiterar que, na maioria dos debates realizados em ambos os cursos, os professores destacaram a visualização como sendo o diferencial do GeoGebra dentro das atividades trabalhadas. De fato, essa visualização propicia um suporte para a intuição, conforme defendem Borba e Villarreal (2005), contribuindo para a criação de conjecturas, e também para os processos de tentativas e erros, dentro de atividades que seguem a abordagem experimental-com-tecnologias.

Assim, diante de tudo que foi exposto, ao longo das discussões em ambos os cursos, observei que houve transformação de saberes, acerca de como abordar os

conteúdos abarcados, e constituição de novos saberes, que se manifestaram na articulação do *software* com as novas ideias de abordagens que emergiram. E isso desencadeou em muitas e distintas reflexões, as quais foram propiciadas por esse estudo do *software*, associado a conteúdos matemáticos. Agora, cabe a nós, incluo aqui pesquisadores e professores cursistas, efetuarmos uma avaliação acerca de nossa própria prática para promovermos a mobilização desses saberes dentro do contexto em que estamos inseridos.

Cabe destacar que essa mobilização, seja dos professores dentro de suas próprias práticas, seja nossa enquanto pesquisadores dentro das equipes proponentes, já teve início ao longo do período em que ocorreram os cursos. Em meio a esse processo, houve obstáculos, mas felizmente, houve também um enfrentamento destes, conforme discuto a seguir.

#### **6.4 Enfrentando nossas zonas de risco: saberes mobilizados**

Conforme já discutido na quarta seção, segundo Borba e Penteado (2010), ao longo de suas carreiras, os professores se deparam com a necessidade de encarar suas zonas de risco. São várias as ocasiões em que eles se deparam com isso, mas os autores destacam aquelas decorrentes do uso das tecnologias em suas práticas pedagógicas. Muitas vezes, essas zonas de risco se relacionam com a perda de controle da classe, por causa da diversidade de dúvidas que emergem quando os alunos fazem uso das TD, ou até mesmo por causa de problemas técnicos, entre outros fatores.

Complementando os autores, considero que essas zonas de risco também são enfrentadas por professores e pesquisadores que ministram cursos a outros professores, que é o meu caso e dos demais membros das equipes proponentes de ambos os cursos. Afinal, somos professores e atuantes na área da Educação Matemática, estando em diferentes níveis de formação, conforme já apresentado na seção de metodologia. Mas as zonas de risco enfrentadas por nós ao longo do curso não se referiram à perda de controle, mas ao receio de não corresponder às expectativas dos professores e de não conseguir realizar satisfatoriamente a produção de dados.

Além disso, algumas de nossas preocupações foram acentuadas no primeiro e segundo encontros do curso realizado em Bauru, quando observamos que os

professores tinham muito interesse em se aprofundar no GeoGebra. No primeiro encontro, a nossa zona de risco foi a insegurança que sentimos por não saber se a dinâmica havia agradado aos professores e se eles teriam motivação para retornar aos encontros posteriores.

No segundo encontro, percebemos que os professores estavam resolvendo rapidamente as atividades que havíamos proposto, então todo o portfólio já preparado para o curso era pouco em comparação com as demandas trazidas e tendo em conta a velocidade com que eles estavam realizando tais atividades. Isso por um lado nos preocupou, pois como já mencionei, tínhamos receio de não corresponder às expectativas, e por outro lado nos impulsionou a pedir assistência aos demais colaboradores do projeto Mapeamento, para aumentarmos a procura e criação de novas atividades.

Nos encontros posteriores, conforme já destacado na discussão do primeiro e segundo eixos, a comunicação se intensificou a cada debate, e a colaboração emergiu naturalmente, fruto da confiança e empatia que foi se consolidando entre todos os envolvidos, e assim o enfrentamento dessas nossas zonas de risco se minimizou gradativamente a partir de então. Já em relação aos professores participantes do curso, os principais fatores que caracterizavam suas zonas de risco, em relação ao uso das TD em seus respectivos contextos de trabalho, em suas próprias palavras, foram: infraestrutura precária dos laboratórios, preocupação em saber menos dos *softwares* do que os alunos, burocracia do programa ACESSA Escola (pedir senhas de acesso aos computadores, marcar aulas quando o estagiário<sup>54</sup> estivesse presente, etc.).

Em relação ao curso realizado em Coimbra, novamente a zona de risco de minha parte foi referente a não corresponder às expectativas dos professores. Em particular, esse receio foi fortalecido no primeiro encontro devido a relatos feitos pela professora Ruth em relação ao que ela esperava do curso, que era aprofundar ainda mais seus conhecimentos acerca do GeoGebra, de forma articulada aos conteúdos do currículo. Além disso, ela mencionou que já havia participado de vários cursos oferecidos pela Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM), e que havia gostado

---

<sup>54</sup> Esse último fator, no nosso modo de ver, pode não ser mais tão causador de contratempo atualmente, pois a responsabilidade dos laboratórios de informática agora pode ser de outros integrantes da escola e não necessariamente dos estagiários, conforme artigo 4º de São Paulo (2015), que pode ser acessado pelo link <https://www.acessaescola.educacao.sp.gov.br/>. Último acesso em 17.08.2017.

muito, chegando inclusive a me mostrar algumas atividades que ela havia realizado nestas ocasiões.

As construções referentes a essas atividades eram muito bem elaboradas, envolvendo distintas funcionalidades desse *software*. Ao observar essas construções, me preocupei em não oferecer o curso que Ruth esperava, e argumentei com ela que nem todos os demais professores tinham um conhecimento aprofundado do GeoGebra e o propósito era abordar atividades possíveis de serem desenvolvidas em sala de aula, portanto não abordaríamos construções que demandassem muito tempo. Ruth se mostrou compreensiva com o que eu disse e alegou que não lembrava como algumas das construções que ela aprendeu nos cursos anteriores foram realizadas, pois os formadores desses cursos só disponibilizaram os vídeos, com as explicações de cada passo, no período de realização dos cursos.

Essa conversa com Ruth contribuiu significativamente para que eu enfrentasse a minha zona de risco. Outro fator que contribuiu para isso foi o modo como ela se portou em relação aos demais colegas, sempre disposta em tirar suas dúvidas e ensinar outras funcionalidades do GeoGebra para que eles aprimorassem suas atividades. Essa postura colaborativa que ela manifestou foi essencial para o andamento desse curso, pois pude dedicar mais o meu tempo para tirar dúvidas dos professores que mais necessitavam de ajuda, e também para me concentrar nos procedimentos metodológicos da pesquisa.

Percebi ainda que o uso das TD nas aulas de Matemática em Portugal, dentro de uma abordagem em que os alunos interajam com elas, não é muito diferente do que ocorre no Brasil. Ou seja, há entraves que dificultam esse uso, sendo o programa curricular muito extenso o principal motivo. Concluí isso a partir não só da comunicação que estabeleci com os professores do curso, mas também com os professores com quem tive a oportunidade de interagir, tanto nos eventos em que participei, quanto nas visitas em escolas de Coimbra.

Claro que há exceções, como o uso das calculadoras gráficas, que está preconizado no currículo (PORTUGAL, 2013). Então os professores fazem esse uso, e os alunos também tem a oportunidade de explorá-las, sendo que cada um tem a sua. E o incentivo ao uso de outras TD, dentro dessa perspectiva experimental, ficou nítido para mim, principalmente quando participei do evento 2º Matfórum<sup>55</sup>, o qual

---

<sup>55</sup> Esse evento foi uma formação de curta duração (7 horas) que teve o propósito de debater o uso das TD na abordagem de conteúdos matemáticos, bem como propor oficinas voltadas para esse uso.

abordou oficinas com diferentes tipos de TD, e a palestra motivadora do professor aposentado Arsélio Martins<sup>56</sup>, ativista em distintos movimentos e associações e defensor do aproveitamento do potencial das tecnologias para a aprendizagem.

Entretanto, os professores argumentaram que o currículo é demasiadamente extenso, o que dificulta a realização de atividades de cunho experimental com as TD, pois, segundo eles, demandaria muito mais tempo para abordar qualquer conteúdo desse modo do que em aulas expositivas, que poderia ter como consequência o atraso no cumprimento do currículo. Contudo, em relação aos professores do curso, especificamente, alguns deles relataram como buscavam contornar essa situação, aproveitando o potencial de visualização das TD, por meio do uso do quadro interativo nas aulas expositivas. Esses quadros combinam os recursos de um quadro branco com o *touch screen*, e são conectados a computadores, propiciando interatividade a quem está utilizando. É possível também salvar arquivos por meio deles, e também enviar a demais computadores.

Ruth, por exemplo, mencionou que realizava atividades no GeoGebra por meio do quadro interativo, aproveitando o aspecto visual do *software* para ressaltar algumas propriedades aos alunos, como foi o caso da atividade desenvolvida por ela em sala de aula sobre o cálculo da área do paralelogramo, relatada na subseção anterior. Segundo a professora, embora os alunos não tenham interagido diretamente com o *software*, eles interagiram bastante entre si e com ela mesma, criando e validando conjecturas, ao visualizar e solicitar à professora que fizesse a variação das medidas das figuras envolvidas.

O professor Olavo também relatou algumas atividades que realizava utilizando quadro interativo. Em uma das vezes em que me ajudou a utilizar este recurso ao longo do curso, ele me contou que trabalhava com o *website* [www.hypatiamat.com](http://www.hypatiamat.com) aliado ao quadro, quando queria enfatizar como se realizava as construções geométricas que eram pedidas nos exames nacionais de Portugal. Ele mostrou que, utilizando as ferramentas do quadro interativo, é possível copiar e colar cada etapa das construções geométricas que constam nesse *site*. Olavo relatou que costuma mostrar aos alunos essas etapas, ao mesmo tempo em que copia e cola cada uma, e

---

Foi ofertado na Escola Secundária Marques de Castillo, na cidade de Águeda, Portugal, no dia 27 de fevereiro de 2016.

<sup>56</sup> Informações sobre o *website* desse professor, sobre construções geométricas com *softwares* dinâmicos constam em [http://www.2pontos.pt/outrasedicoes/Pdf/2PONTOS08\\_24\\_27.pdf](http://www.2pontos.pt/outrasedicoes/Pdf/2PONTOS08_24_27.pdf). Último acesso em 16.06.2016.

depois, utilizando também outra ferramenta do quadro, gera um arquivo no formato pdf, o qual é enviado aos seus alunos. O professor ressaltou que os alunos seguem essas etapas por meio desse arquivo, e realizam as construções utilizando régua e esquadro. Olavo também relatou ter utilizado o *software* de geometria dinâmica Sketchpad<sup>57</sup> em algumas aulas para abordar conteúdos de trigonometria, também de forma expositiva por meio do quadro interativo.

Diante disso, concordo com Borba e Penteado (2010, p. 66), quando argumentam que há professores que enfrentam suas zonas de risco, “usando de ousadia e flexibilidade para reorganizar as atividades na medida do necessário. Mudam as rotinas e, antes de tudo, abrem-se para um processo de negociação com os alunos e com outros que atuam no cenário escolar”. Esse enfrentamento, a meu ver, ficou evidente também em um relato da professora Laura, no sétimo encontro do curso de Bauru. Ela elencou detalhadamente distintos acontecimentos que se fizeram presentes em uma aula, em que ela decidiu levar os alunos à sala de informática para trabalhar o conteúdo seno, cosseno e tangente de ângulos notáveis com o GeoGebra. Nesse dia, segundo Laura, estava chovendo bastante e muitos alunos faltaram da escola.

Por não ter tanta gente, ela decidiu levá-los à sala de informática para trabalhar uma atividade que ela já havia preparado. Levou primeiramente uma turma do 1º ano do ensino médio, entretanto, percebeu que apenas cinco computadores estavam funcionando, dos 26 que a escola possui, o que a deixou perplexa. E um desses cinco às vezes desligava sozinho, segundo ela. De todo modo, foi possível trabalhar estendendo o tempo inicial de 30 minutos, estipulados pelo programa ACESSA Escola.

Mas para isso, Laura teve que colocar o código para acessar o BlueLab do professor (esse código é chamado de RS) em todos os computadores. Porém não deu certo, pois o código não validou o acesso a todos. Então ela teve que entrar com o código do acesso para o BlueLab dos alunos (RA), mas esse código só permitia o acesso por meia hora. Então, um pouco antes de atingir esse tempo, ela pedia aos alunos que salvassem o que haviam feito, e fez isso sucessivamente até completar o tempo total de suas duas aulas.

Laura contou com a ajuda de duas professoras auxiliares (também participantes do curso). Ela destacou que apesar de tudo isso, deu certo a dinâmica

---

<sup>57</sup> <http://www.dynamicgeometry.com/> . Último acesso em 21.06.2016.

da aula, inclusive os alunos encontraram erros no roteiro, o que fez com que ela percebesse o interesse e a atenção que eles mostraram ao realizar as atividades. A professora contou ainda que dias depois levou outra turma do 1º ano do Ensino Médio. No entanto, novamente teve o contratempo do número insuficiente de computadores para um número grande de alunos que estava presente nesse dia. Ela reiterou também que uma aluna estava doente, e que optou por ir à escola nessas condições mesmo, pois sabia que a aula seria no laboratório de informática e queria participar.

Outro entrave que se fez presente foi que nem todos os pais assinaram o termo de concessão de imagens, pois Laura pediu essa autorização para colocar as fotos dos alunos no mural da escola. Mencionou ainda que, segundo alguns pais de alunos, a aula no computador não é viável, por causa de distrações com redes sociais, principalmente. Diante desses entraves, Laura se desculpou com os alunos por causa da tentativa fracassada de ida ao laboratório e depois pediu para que uma das professoras auxiliares levasse os alunos de volta à classe, e, por fim, seguiu para a diretoria para acompanhar a aluna que estava doente, para que pudessem ligar para alguém da família buscá-la.

Aproveitando que estava na diretoria, Laura resolveu fazer alguns questionamentos que a estavam incomodando. Em suas palavras:

[...] querem tanto da gente aula diferente, querem que a gente tenha autorização...esse acessa escola tem várias escolas em que ele não funciona, computador que não funciona...tem como fazer alguma coisa (Professora Laura).

Laura mencionou que a diretora compreendeu e se compadeceu de sua situação, e decidiu então buscar os técnicos na DE. Continuando o relato, depois que os técnicos fizeram alguns acertos, a professora contou que os estagiários não sabiam direito quais códigos utilizar nos computadores para abrir o BlueLab. Para ela “ou tem uma falha deles [dos estagiários] ou do curso [treinamento recebido pelos estagiários]”. Nesse momento, a professora Catarina destacou que teve esse mesmo problema em sua escola.

[...] nunca usaram o Bluelab na vida, não sabiam como usar [se referindo aos estagiários], foi um caos para pegar meu RS, não sabiam os RA dos alunos e era necessário que eles soubessem o RA certinho. Ou seja, tem esse problema de meia hora direto [do problema do desligamento dos computadores a cada meia-hora] (Professora Catarina).

Laura explicou à Catarina e aos demais presentes como contornar essa situação:

[...] existe essa possibilidade que é o seguinte: o computador do estagiário, entra com o seu RS, aí na área rede de projetos [aqui ela está se referindo a um diretório dentro do computador do professor, que se chama rede de projetos], libera por duas horas, mas aí cada computador tem que ser o RA do aluno. E como que a gente faz para levar o RA. Então antes, na sala de aula, para que a gente ganhe tempo, foi ditado RA por RA [...] (Professora Laura).

Laura mencionou ainda que mesmo fazendo todo esse processo, às vezes acontecia de alguns RA não serem reconhecidos pelo BlueLab. Voltando ao conserto dos computadores pelos técnicos, a professora contou que o único que ficou pendente foi aquele que já estava dando o problema de desligar sozinho. Para esse caso, ela teve que abrir um chamado<sup>58</sup>. Passados dois dias, ela levou novamente aquela mesma turma na sala de informática. Nesse dia, ela falou que tudo deu certo, mas que ficou com receio de usar o BlueLab, e então acabou usando o pen drive para salvar as atividades. No dia seguinte, levou a outra turma do 1º ano do ensino médio, mas não deu tempo de terminar as atividades porque era só uma aula. “Então serviu somente de teste, vamos ver como é que é...” (professora Laura).

Em outro dia, ela levou outra turma do 1º ano que tinha duas aulas seguidas. A professora destacou que a dinâmica deu certo, utilizando o BlueLab. Entretanto, mencionou que gostaria de ter salvo as atividades no pen drive, mas o estagiário não deixou [ela não esclareceu em detalhes os motivos pelos quais ele não deixou, mas deu a entender que ele tinha receio que algum dano fosse causado no computador], então ela pediu a ele que enviasse as atividades por *e-mail* para ela. Finalizando seu relato, Laura afirmou para todos no curso: “Foi isso, tá? Vale a pena? Vale!”

A professora Carine, que naquela ocasião atuava como professora auxiliar de Laura em algumas classes, reiterou: “Foi muita persistência por parte dela! A atividade foi toda preparada, ela [Laura] fez uma apostila, passo-a-passo, uma graça, tudo perfeito!” (Professora Carine). Laura ainda reforçou para nós, da equipe proponente: “O objetivo do curso [se referindo ao curso e ao mesmo tempo ao projeto Mapeamento] não é mapeamento? Então é isso tudo que a gente tem que passar [se referindo a todas as informações que ela havia acabado de relatar]”.

---

<sup>58</sup> Para fazer isso, deve ser anotado o número de identificação do computador, e depois ligar para a Central de atendimento (0800 777 0333) com a finalidade de abrir um chamado técnico. Mais detalhes sobre esse processo estão referenciados em São Paulo (2010, p.28).

Ela ainda relatou um fato que lhe chamou atenção, que foi uma conversa dela com um aluno pelo Facebook, na qual ele afirmou para a professora que havia gostado tanto do *software* que já havia baixado em seu computador. Laura se mostrou satisfeita, principalmente pelo fato de sua escola ser considerada como prioritária<sup>59</sup>, dentro do estado de São Paulo. Carine ainda citou outro relato de aluno: “Professora, foi a melhor aula do dia!”. Laura destacou:

[...] tive muita enxaqueca, muita dor de cabeça, tive a boa vontade da Paula de ficar fora do tempo, tive a boa vontade da Cecília que só tinha uma aula como auxiliar e ficou tempo a mais. Se não fosse a ajuda das duas, talvez eu não tivesse conseguido...e essa semana vou fazer o teste com o 8º ano, com o teorema de Tales (professora Laura).

Continuando, Laura mencionou que quando já estava fazendo as atividades, observou que a versão do GeoGebra que estava instalada na escola não era a 5.0, a qual estava levando em consideração para fazer as atividades e então pediu ao estagiário que instalasse a nova versão. Mas o estagiário disse que não poderia instalar, pois teria que abrir um chamado técnico para isso. Nesse momento, Laura perguntou aos demais professores do curso: “Com vocês é assim também, tem que abrir chamado?” Patricia (da equipe proponente) respondeu a Laura que nas escolas que visitou e as que conhece, esse procedimento é de fato comum. A professora ainda perguntou se esse processo é mesmo demorado. Patricia e outros professores responderam afirmativamente.

Voltando ao seu relato, Laura reiterou que acabou trabalhando com a versão desatualizada do *software* mesmo, contornando eventuais erros que acontecessem por causa da diferença de versão. Embora tenha enfrentado tudo isso, a professora reforçou que a experiência foi significativa para os alunos, em termos de aprendizagem, pois ao alterar as medidas dos triângulos, sem alterar os ângulos, eles puderam constatar que os valores dos senos, cossenos e tangentes dos ângulos permaneciam constantes. Laura simulou algumas das indagações dos alunos: “ah professora, mexendo na bolinha, não mudam esses números [se referindo aos ângulos]. E a bolinha o que que era? [a professora perguntando] Era o ponto [resposta dos alunos]” (Professora Laura).

---

<sup>59</sup> Escolas prioritárias são aquelas consideradas de “maior vulnerabilidade”, por causa de aspectos socioeconômicos e por causa do desempenho no Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP).

O professor Lucas também elogiou Laura e reforçou que atitudes como as dela que possibilitam mudanças significativas em sala de aula, em sua opinião. Em suas palavras:

[...] não só no caso da Laura, né, que está aí com todas essas restrições, vamos falar, em termos de máquina, em termos de mal contato, instalação de *software*, mas você enfrentou isso aí, teve a coragem...e mobilizando o que? Talvez um laboratório que está lá, morto, sem utilidade, né, usando as ferramentas atuais...isso cria uma crescente mobilização em torno dos setores, desde a DE, os técnicos, os professores, os alunos, que vão pegando gosto por isso...isso vai enriquecendo cada vez mais (Professor Lucas).

Pelos relatos de Laura, observei que houve muita colaboração nessas suas tentativas de levar os alunos à sala de informática, principalmente entre ela e as professoras auxiliares, e também envolvendo a própria direção da escola que se movimentou para ajudá-la. Toda essa problemática relatada com detalhes por ela vai ao encontro da situação desanimadora relatada por Oliveira (2014) em relação ao uso da sala de informática pelos professores. No meu modo de ver, o desânimo vai ainda mais além quando me deparo com uma situação tão contraditória dentro da escola, em que há cobrança para o uso da sala, ao mesmo tempo em que há muitos entraves, principalmente técnicos, para que o professor possa fazer esse uso de forma viável para ele e para os alunos.

São muitas as variáveis que parecem alimentar essa contradição, duas merecem destaque, levando em consideração o contexto dessa situação relatada: burocracia dentro da escola envolvendo questões administrativas (como a questão sobre abertura de chamados e o demorado atendimento); burocracia advinda do Programa ACESSA Escola (a esperança é que seja menos burocrático, pois o programa agora está funcionando sem precisar de estagiários).

Talvez outra variável que podemos acrescentar e que na época do curso ainda não havia ocorrido, é a redução dos professores auxiliares (essa informação nos foi passada pelos professores cursistas) feita pelo governo do Estado de São Paulo, ou seja, agora o professor teria que levar seus alunos sem contar com esse suporte. Enfim, embora essa problemática perpassasse o escopo dessa tese, não poderia ser deixada de lado pois emergiu no trabalho de campo, foi fruto de discussões, nos indignou, nos fez refletir sobre o sistema que rege a educação como um todo.

Embora tenhamos noção de que trazendo essa reflexão e nossa indignação à tona não solucionaremos isso, penso que ressaltar a postura de insubordinação

criativa (D'AMBROSIO; LOPES, 2015) dos professores e demais profissionais da escola já se refere a um tipo de encaminhamento para contornar os percalços que emergiram. Ao buscar seguir as ideias de Tardif (2000), de constituir uma pesquisa que se interesse e se apoie no repertório de conhecimentos dos professores, então aquilo que os incomodava, passou a ser incômodo também para nós dentro da equipe proponente, pois desde sempre planejamos o curso para atendê-los de acordo com o que precisavam. Mas nesses momentos, em que aconteciam fatos cuja resolução não estava ao nosso alcance, tínhamos que nos limitar a apenas ser solidários e a incentivar suas atitudes de insubordinação criativa.

Agora, lançando outro olhar para a situação, destaco que Laura nos deu uma aula sobre como enfrentar a zona de risco (BORBA; PENTEADO, 2010). Pois mesmo diante dessas adversidades, ela conseguiu aplicar as atividades com os alunos, e ainda relatou que a experiência foi significativa para a aprendizagem deles. Ao fazer isso, ela transformou seus saberes profissionais (TARDIF, 2000), junto com os saberes que estávamos construindo no curso, os entrelaçou com sua coragem e perseverança, e conseguiu mobilizar esses saberes, na medida em que desenvolveu com os alunos uma abordagem diferenciada com o GeoGebra, para ministrar o conteúdo Seno, Cosseno e Tangente de ângulos notáveis.

Ao compartilhar conosco esse relato, ela fez com que todos os que ali estavam presentes se concentrassem e se indignassem junto com ela. Ao mesmo tempo mostrou que todo seu esforço surtiu resultados positivos, conforme bem destacou o professor Lucas. Complemento ainda a fala desse professor, com o seguinte argumento: as duas atitudes de Laura, a primeira sobre superar os obstáculos e ministrar a aula que desejava, e a segunda sobre nos relatar tudo isso com riqueza de detalhes, possibilitaram uma mobilização não somente de saberes, mas também no sentido de movimentar muitos profissionais da área educacional, fazendo com que se envolvessem e se engajassem a colocar em prática as ideias diferenciadas da professora, conforme Lucas destacou: DE, técnicos, direção, professores, alunos. Mas além disso, mobilizou os demais professores cursistas, e também a equipe proponente, que é composta por professores em distintos níveis de formação.

Enquanto pesquisadora, estou ressaltando aqui essa mobilização porque está intimamente relacionada com os saberes de Laura, os quais foram compartilhados e ao mesmo tempo transformaram de algum modo os que ouviram e se comoveram com a situação. Considero importante destacar aqui essa mobilização pois é

pertinente no âmbito da formação continuada de professores de modo geral, e de professores de Matemática de forma particular, porque assim como defende Tardif (2000, p. 12), é necessário que as pesquisas nessa área se apoiem nos “saberes dos professores a fim de compor um repertório de conhecimentos para a formação de professores”. Ou seja, seguindo esse argumento do autor, enquanto pesquisadores, devemos mostrar o que os professores fazem, sabem e são, e não aquilo que eles deveriam fazer, deveriam saber ou deveriam ser.

E mais, tomando como referência a fala do professor Lucas, mudanças significativas no cenário escolar, pelo menos as que envolvem o uso das TD, só ocorrerão quando os distintos setores educacionais se unirem para cumprir este objetivo: professores, alunos, administradores da escola, formadores, executores das políticas públicas voltadas para a educação, pais de alunos, etc.

Os trabalhos finais apresentados no curso de Bauru pelos professores Rodrigo, Susana, Laura e Carine vão ao encontro desse último argumento. Esses professores aplicaram com seus alunos as atividades referentes a estes trabalhos, superando distintos tipos de entraves. Em sua apresentação, Rodrigo contou sobre sua proposta, que foi desenvolvida com alunos do 9º ano, sobre Teorema de Pitágoras. Ele justificou a escolha do tema: “porque eles [os alunos] têm muitas dúvidas sobre triângulo retângulo, o que é semirreta, o que é ponto, e comecei a trabalhar isso com eles e acreditei que foi muito funcional”. Na Figura 37 a seguir, podem ser observadas as etapas da atividade elaborada por ele utilizando o GeoGebra.

**Figura 37** - Roteiro de atividade elaborada e aplicada em sala de aula por Rodrigo

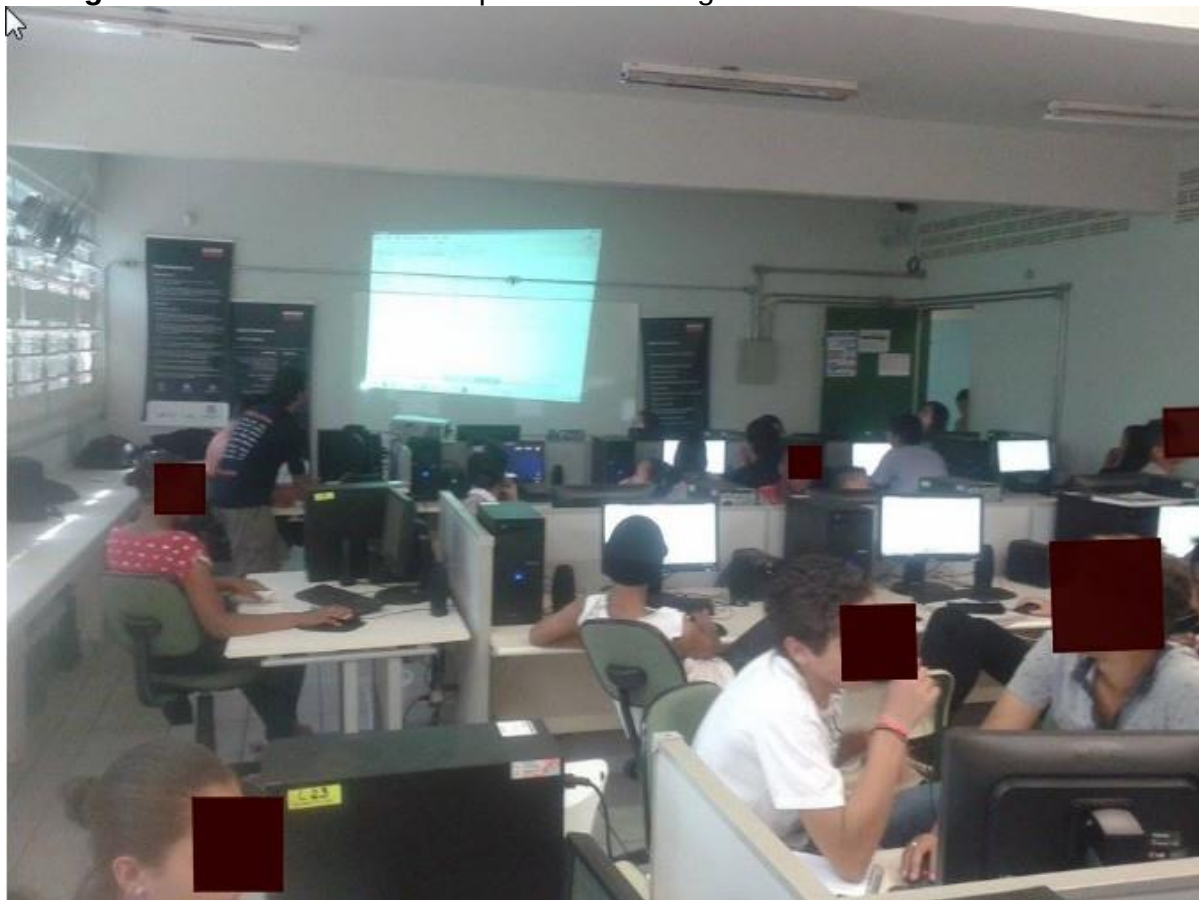
## GEOGEBRA 9º ANO A

- 1º Passo:
  - ☐ Colocar a malha;
  - ☐ Marcar os seguintes pontos: A (4;1), B(7;1), C(4;4).
- 2º Passo:
  - ☐ Ligar os pontos através do segmento de reta.
- 3º Passo:
  - ☐ Marcar o ângulo de 90 graus (neste momento perguntar aos alunos onde fica o ângulo).
- 4º Passo:
  - ☐ Através da opção: polígonos regulares, montar os quadrados externos.
- 5º Passo:
  - ☐ Marcar a área dos quadrados.
- 6º Passo:
  - ☐ Relacionar a soma dos quadrados menores com o quadrado maior.

Fonte: dados da pesquisa.

Em seguida, Rodrigo começou a simular como foi o trabalho com os alunos. Aproveitando a etapa do 1º passo, ele os questionou sobre a representação dos pontos no plano cartesiano. “Aí eles abriram o GeoGebra né e colocaram a malha, marcaram os segmentos, os pontos, o ponto (4,1), aí eu perguntava pra eles, aquele 4, em qual eixo que é? Eixo x ou eixo y? Aí eles foram falando. Isso foi eliminando aquelas dúvidas do plano cartesiano”. Rodrigo ainda mostrou em sua apresentação, fotos de seus alunos trabalhando em sala de aula, conforme Figura 38 a seguir:

**Figura 38** - Foto da turma do professor Rodrigo no Laboratório de Informática



Fonte: dados da pesquisa.

O professor destacou que, na verdade, foram três aulas para o desenvolvimento completo dessa atividade, para que os alunos pudessem ter um amplo entendimento do conteúdo. Ele mencionou ainda que tinha que ficar “nivelando” o projetor multimídia, que estava com algum problema de foco, e que teve o suporte de um técnico, que trabalhava e estudava ali na escola. Destacou ainda para os demais professores:

[...]então tudo isso vocês vão estar enfrentando em sala de aula, são os ajustes, até brinquei com eles [com os alunos], falei daquele filme o homem de ferro, não sei se vocês assistiram, o 2, que ele [o homem de ferro] vai passar lá<sup>60</sup>, que não está no nível e ele pega o escudo do capitão América para nivelar, vocês viram essa cena? (Professor Rodrigo).

Assim, Rodrigo ressaltou a necessidade de ir antes ao laboratório para deixar tudo pronto. Ele destacou ainda que os estudantes nunca tinham mexido no

---

<sup>60</sup> Nessa cena, o Homem de ferro, interpretado pelo ator Robert Downey Jr., utiliza o escudo do Capitão América para concluir uma criação sua, conforme pode ser visto em: <https://www.youtube.com/watch?v=tvCWpTtQslc>. Último acesso em 25.07.2017.

GeoGebra, mas que não houve nenhum problema decorrente disso, pois todos permaneceram atentos fazendo a atividade, seguindo os passos que estavam projetados. Na Figura 39 a seguir, podemos visualizar os estudantes atentos às instruções:

**Figura 39** – Estudantes no laboratório de informática



Fonte: dados da pesquisa.

Rodrigo destacou, inclusive, que um de seus estudantes se antecipou e finalizou antes a atividade, sem nunca ter usado o *software*. Ele disse, simulando o que aconteceu na aula: “Ah, já sei mais ou menos o que tem que fazer [simulando a fala do aluno]”. Assim, esse estudante e mais dois colegas que formaram um grupo, se anteciparam e concluíram rapidamente a atividade. O professor reiterou em sua apresentação: “os três detonaram, eles fizeram na frente o negócio, porque eles já sabiam o Teorema de Pitágoras, a comparação entre os quadrados [...]”. Outro aspecto ressaltado por Rodrigo foi a colaboração entre os estudantes no desenvolvimento da atividade: “Outra coisa que teve, muita parceria entre eles, um levantando do micro e indo ajudar o outro”. Depois ele ressaltou novamente a necessidade de ir antes ao laboratório e já deixar tudo organizado para a aula.

Sobre isso, destaco que o professor conseguiu constituir uma dinâmica de aula, na qual os estudantes foram incentivados a trabalhar colaborativamente, do modo como defendem D'Ambrosio e Lopes (2015), conforme pode ser constatado por esse relato de Rodrigo, recém mencionado. Além disso, a abordagem que ele propôs, a qual buscou valorizar a experimentação, articulando os conteúdos de representação de pontos no plano cartesiano e Teorema de Pitágoras, propiciou um grande envolvimento por parte dos alunos, fazendo com que eles fizessem descobertas matemáticas, no sentido que defendem Borba e Villarreal (2005). Tais descobertas se deram a partir do momento em que os estudantes foram tirando suas dúvidas sobre os conceitos de semirreta, plano cartesiano, triângulo retângulo, etc., conforme nos disse o professor.

Rodrigo mencionou ainda que baixou da internet o *software* GeoGebra, mas Meiriele e Patricia, da equipe proponente, reiteraram que nos computadores do ACESSA Escola, esse *software* e os demais disponibilizados pelo programa se encontram em uma pasta chamada “ferramentas educativas”, mas o professor alegou que precisava de uma versão mais atual. Meiriele esclareceu que para atualizar o *software*, precisa abrir um chamado, que é recebido em São Paulo<sup>61</sup>, para que depois seja possível a atualização, sendo um processo extremamente burocrático. Sueli e Rodrigo argumentaram sobre a necessidade de ter uma pessoa mais próxima para prestar esse tipo de suporte. O professor ainda reiterou: “Eu não vou deixar de dar aula por causa da burocracia”. E ainda reforçou: “todo lugar você tem esse problema...lá na minha escola, a gente tem assim muita liberdade para o trabalho, se acontecer alguma coisa, você vai ter quem te ajude na briga” (Professor Rodrigo).

Destaco nessa fala do professor Rodrigo dois aspectos: a burocracia que engessa o trabalho do professor, que vai ao encontro do que já relatavam Borba e Penteado (2010) em um contexto da década passada, e que ainda pode ser constatada das falas dos professores atualmente, quando destacam empecilhos para usar as TD em sala de aula, e que também vão ao encontro dos resultados das pesquisas vinculadas ao projeto Mapeamento enunciados na seção 3 (ANDRADE; ZAMPIERI; JAVARONI, 2014; CHINELLATO, 2014; OLIVEIRA, 2014).

---

<sup>61</sup> Mais especificamente, esses chamados chegam na Central de Serviços de tecnologia, da Fundação para o Desenvolvimento da Educação (FDE), do Estado de São Paulo, conforme constam em: <http://www.fde.sp.gov.br/PagePublic/CentralServico.aspx?codigoMenu=52&CentralServico=TI>. Último acesso em 25.07.2017

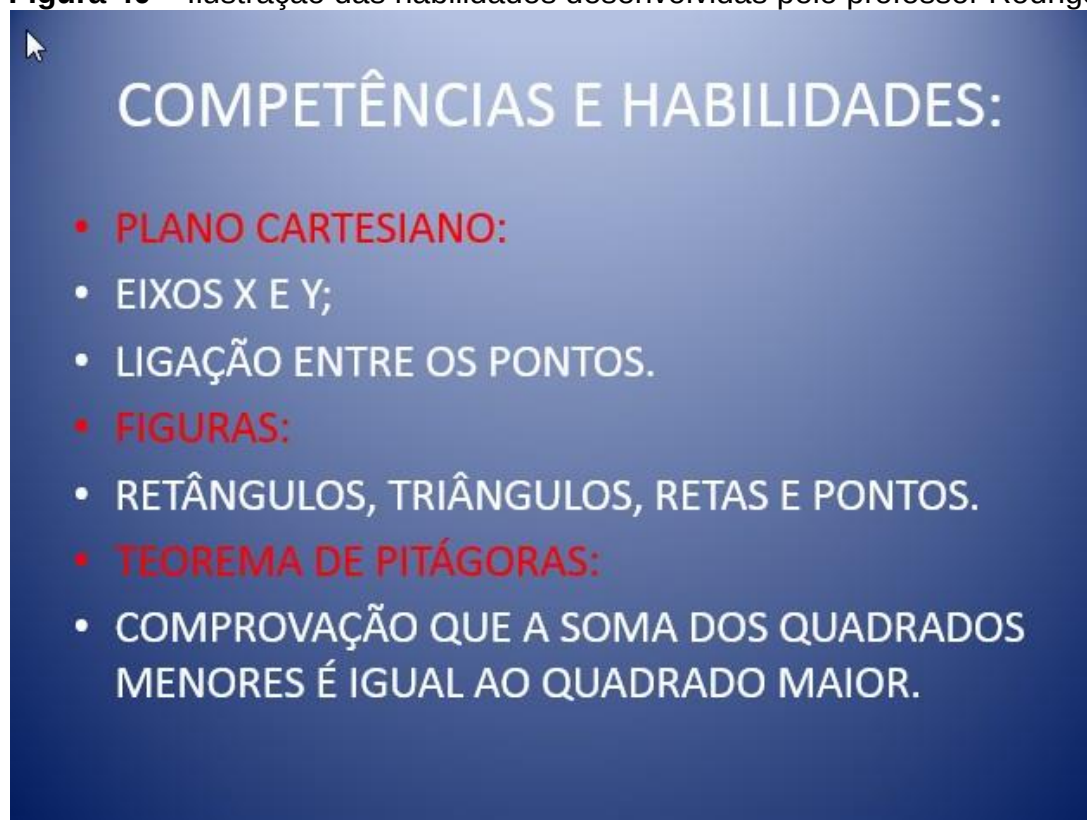
O segundo aspecto que destacamos é a importância do apoio dos membros da escola, no sentido de se respaldarem mutuamente, e estimularem esses pequenos atos subversivos (D'AMBROSIO; LOPES, 2015; GUTIERREZ, 2016; NACARATO, 2016). O professor Rodrigo e nós, da equipe proponente do curso de Bauru, consideramos esse apoio fundamental para que os professores dessa escola consigam exercer seu trabalho dignamente, não permitindo que questões burocráticas da escola os impeçam de atuar do modo como consideram relevante para promover a aprendizagem. Assim, tanto o professor, quanto a equipe gestora, optam por agir de acordo com suas próprias consciências, assumindo eventuais riscos a favor de abordagens diferenciadas, “ao invés de dar ouvido às diretrizes pré-estabelecidas pelas instituições” (D'AMBROSIO; LOPES, 2015, p.13), e fiquem inertes por conta disso.

Rodrigo mostrou ainda a atividade realizada por um estudante, destacando que ele mesmo havia feito a alteração das cores, entre outras coisas. Observamos que mesmo a atividade sendo sobre Teorema de Pitágoras, e com algumas similaridades em relação ao roteiro que já havíamos trabalhado ao longo do curso, o professor elaborou algumas alterações, como a construção do triângulo por pontos e não pelas retas perpendiculares. Esse fato, por um lado, deixa o triângulo um pouco mais estático, pois dependendo de como for movimentado, ele deixa de ser retângulo por não ter essa perpendicularidade garantida pela construção. Entretanto, ao mover por um único ponto, que não seja o que corresponde ao ângulo reto, possibilita uma mobilidade da figura, e além disso, ele aproveitou para trabalhar os conceitos de representação de pontos no plano cartesiano, algo que ele mesmo já havia sugerido em um debate conforme apresentado na seção 2.

Assim, Rodrigo criou seu próprio material, assim como defendem Rosa, Pazuch e Vanini (2012), e manifestou um novo modo de pensar (LEVY, 1999) ao explorar o *software*, buscando adequar suas funcionalidades para potencializar a aprendizagem de seus alunos. Mostrou ainda que atravessou uma zona de risco (BORBA; PENTEADO, 2010), na medida em que não se deixou abater pela burocracia, e reforçou o quão importante é a colaboração e o respaldo da equipe gestora da escola.

Ele reforçou que sua intenção foi também de tirar dúvidas sobre plano cartesiano, Teorema de Pitágoras, e a construção das figuras, desenvolvendo as habilidades apresentadas na Figura 40.

**Figura 40** – Ilustração das habilidades desenvolvidas pelo professor Rodrigo



Fonte: dados da pesquisa.

Depois de encerrada apresentação, foram feitas algumas questões para ele, sendo uma delas sobre a quantidade de alunos para o número de computadores, e sobre a dinâmica que ele adotou. “Nós estamos com 22 [alunos], sentou dois em cada um, [...] para eles foi interessante sentar em dupla, pois um corria ajudar o outro...e a gente salvou, dei nota sobre isso para eles, lógico que eu dei 10 para eles, pela participação”. Anne perguntou se ele entregou o roteiro para os alunos, e ele respondeu: “Ao invés de entregar o roteiro, para não gastar papel, eu coloquei o roteiro no projetor”. Em seguida, Rodrigo simulou sua fala ao longo daquelas aulas:

[...] então pessoal [simulando como se fosse para os alunos], primeiro ponto, aí eu orientei eles a abrirem a malha, bem devagar...aí vamos para o próximo passo, marcar o ponto (4,1), quem que é o quatro para vocês [simulando conversa com os alunos], onde eu vou marcar esse ponto (Professor Rodrigo).

Sueli perguntou se foi a primeira vez que o professor levou os alunos ao laboratório. Ele respondeu que para trabalhar no GeoGebra sim, mas ressaltou que o laboratório é bastante utilizado nessa escola, de maneira geral. “Lá a gente usa bastante o laboratório [...], mas o GeoGebra foi a primeira vez”. Isso reforça o argumento de que quando os professores se mostram predispostos a usar as TD,

esse fator associado a outros externos, como a própria participação em cursos como esse que desenvolvemos, pautado na demanda dos professores e na flexibilidade da ementa, bem como o apoio da equipe gestora e técnica da escola, possibilita impactos em sala de aula (ZAMPIERI; JAVARONI; SILVA, 2016), conforme fica evidente com o desenvolvimento dessa atividade com GeoGebra ressaltada por Rodrigo. E por fim, ressaltou novamente a colaboração ou como ele disse, “a socialização” entre os alunos, que para ele, isso é fundamental em atividades matemáticas, um ajudando o outro, construindo conceitos juntos.

Rodrigo ainda alertou os professores sobre as eventualidades que podem acontecer em aulas no laboratório, e como agiu para contorná-las: “[...] cabe a mim estudar o que eu vou passar, eu já sei os gargalos. Vocês vão ter problemas [alertando os demais professores], às vezes o micro não funciona, o datashow, você tem que fazer aquelas gambiarras”. Assim, ao compartilhar seus saberes (TARDIF, 2000), o professor deixou claro seu contexto, e destacou que a importância do apoio da equipe gestora, associada com o fato de ele refletir sobre as TD, para propiciar a experimentação de conteúdos matemáticos, o mobilizam a levar seus alunos ao laboratório de informática. Ademais, ele ainda deu sugestões para os outros professores fazerem o mesmo, principalmente no que se refere ao planejamento da aula e a conferência do laboratório previamente. Em seguida, finalizou sua apresentação.

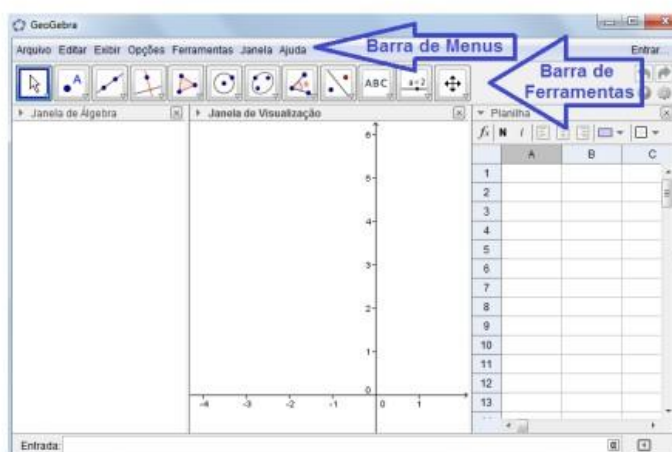
Dando continuidade ao último encontro desse curso, começou a apresentação das professoras Laura, Carine e Paula. Laura deu início à apresentação, mencionou que a atividade estava associada a situações de aprendizagem do caderno do aluno do 8º e 9º ano, mais especificamente a situação de aprendizagem 6 sobre Teorema de Tales: proporcionalidade na Geometria - volume 2; Situação de aprendizagem 2 - Triângulos: um caso especial de semelhança - volume 2 (SÃO PAULO, 2014). A professora destacou que aplicou essa atividade aos seus alunos. Então ela fez a apresentação, e já foi relatando alguns acontecimentos dessas aulas. Laura já havia mencionado algumas situações dessas aulas em outra ocasião, no sétimo encontro, conforme já relatamos no início dessa subseção. O roteiro pode ser visualizado nas figuras a seguir.

**Figura 41** - Trabalho final de Laura, Carine e Paula

## Atividade

Objetivo: *observar que quando três retas paralelas são cortadas por duas retas transversais, os segmentos determinados numa das retas transversais são proporcionais aos segmentos determinados na outra.*

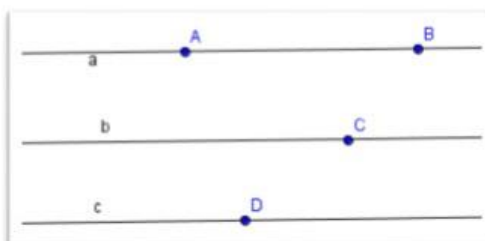
## Conhecendo a Área de Trabalho do GeoGebra



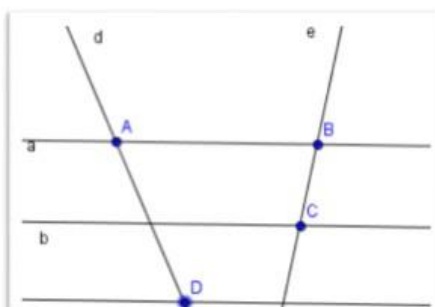
Fonte: dados da pesquisa.

**Figura 42** - Continuação da atividade de Laura, Carine e Paula

- \* Selecionar **reta paralela** usando a Barra de Ferramentas,
  - clicar na **reta a** e depois em qualquer lugar na janela de visualização,
  - repetir esta ação, criando outra reta paralela;



- \* Traçar uma **reta** usando a Barra de Ferramentas, selecionando os pontos A e D;
  - traçar outra **reta**, selecionando os pontos B e C;



Fonte: dados da pesquisa.

**Figura 43** - Continuação da atividade

- \* Definir na Planilha,
  - Razão  $AE/ED$  no campo A1 e  $AE/ED$  no campo B1,
  - Razão  $BC/CF$  no campo A2 e  $BC/CF$  no campo B2;

| Planilha |               |         |   |
|----------|---------------|---------|---|
|          | A             | B       | C |
| 1        | Razão $AE/ED$ | 1.19    |   |
| 2        | Razão $BC/CF$ | $BC/CF$ |   |
| 3        |               |         |   |

- \* Selecionar, usando a Barra de Ferramentas, Mover os pontos A, B, C ou D;
- \* Observar o que acontece na Planilha entre as razões apresentadas.

Fonte: dados da pesquisa.

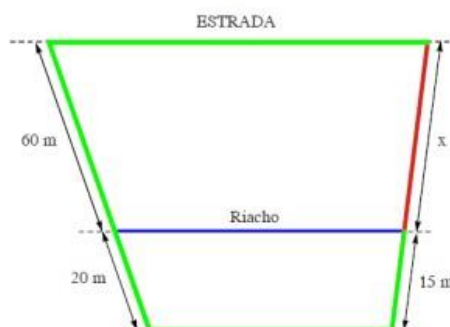
**Figura 44** - Continuação da atividade

#### Lista de Exercícios

1 – (SARESP/2007) Valdemar tem um terreno na forma de um trapézio. Um riacho paralelo à estrada em que se situa divide o terreno em duas partes, como mostra a figura abaixo.

Ele já cercou quase todo o limite externo do terreno e só falta o trecho  $x$ , cuja medida em metros é

- A) 15.
- B) 20.
- C) 36.
- D) 45.

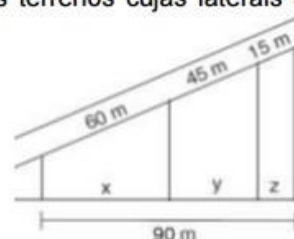


Fonte: dados da pesquisa.

**Figura 45** - continuação da atividade

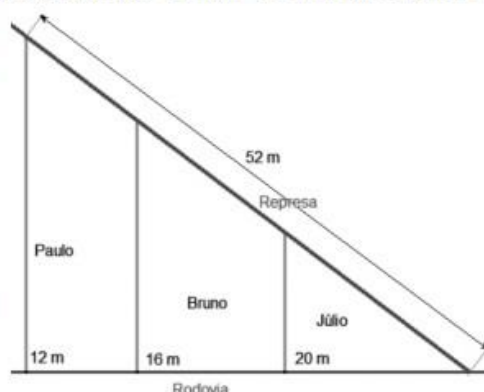
2 – (SARESP/2007) A planta abaixo representa três terrenos cujas laterais são paralelas entre si. A medida  $x$ , em metros, é

- A) 15.
- B) 30.
- C) 45.
- D) 55.



3 – (SARESP/2008) Tio Paulo, tio Bruno e tio Júlio têm sítios vizinhos. Os sítios são delimitados, na frente, pela rodovia, e atrás, pela represa. Eles sabem que os três sítios tomam 52 m da margem da represa. A frente do sítio do tio Paulo tem 12 m, do tio Bruno, 16 m e do tio Júlio, 20 m. Qual dos sítios pega a maior parte dos 52 m da margem da represa?

- A) Tio Bruno.
- B) Tio Paulo.
- C) Tio Júlio.
- D) Os três têm fundos de mesma medida.



Fonte: dados da pesquisa.

Laura mencionou que contou com o suporte de uma aluna de estágio da UNESP e também de Paula, que era professora auxiliar em sua escola naquela ocasião. Mencionou ainda que o uso da planilha na atividade possibilitou que os alunos observassem a variação das medidas, mantendo as razões constantes e a proporcionalidade entre os segmentos. Sueli perguntou com quantos alunos Laura desenvolveu essa atividade, e a professora respondeu que foi com 12. Ela mencionou que os alunos tinham dificuldades com o termo razão, então esse foi o motivo de ela ter colocado essa pergunta depois nos questionários de auto avaliação, para poder observar se, depois de realizada a atividade, eles conseguiram compreender o conceito.

Catarina reiterou que seus alunos também tinham dificuldade com isso. Carine contou que sempre busca trabalhar o vocabulário com seus alunos. Em suas palavras: “antes de começar o conteúdo, eu trabalho a questão da ampliação do vocabulário. O que vocês [simulando o trabalho com os alunos] entendem por razão? [...] A gente trabalha a palavra em si, será que essa palavra não tem outro significado na

matemática [mostrando como questionaria o aluno que teria dado a resposta anterior]? ”

Perguntei ainda à Laura se ela havia trabalhado com as questões do SARESP junto com a atividade do Teorema de Tales. A professora disse que trabalhou tudo em duas aulas. Mas a auto avaliação e as questões do SARESP foram feitas na própria sala de aula, não no laboratório. “Foi desenvolvida aula com o GeoGebra, foram duas aulas, o que facilitou foi o roteiro bem cheio de detalhes”.

No entanto, Laura mencionou que os alunos não conseguiram resolver essa última questão do SARESP (Figura 45) na aula seguinte, nem os que tinham ido ao laboratório e nem os demais. Magali perguntou a opinião de Laura para esclarecer essa dificuldade, e ela argumentou que se trata de um enunciado fora do padrão, que não é direto que nem a primeira questão abordada. Em suas palavras, “porque não é visual, é uma pergunta que a resolução está no meio do enunciado, então o aluno vai ter que perceber a diferença entre os segmentos. Na pergunta anterior, ele enxerga certinho a proporção”.

Depois eu perguntei a opinião dela, caso a atividade tivesse sido feita junto com a do GeoGebra na sala de informática. Pensando na atividade que foi feita com o *software*, dentro da abordagem que elas propuseram, a professora disse que não ajudaria pois não tinha incógnita naquela questão, ou seja, não tinha a abordagem algébrica. Carine sugeriu que outra abordagem poderia ser desenvolvida para contornar isso: “seria interessante montar uma aula com GeoGebra para trabalhar essa questão dos segmentos, que um segmento maior e as partes [falando sobre a relação entre os segmentos totais com suas respectivas partes] ...porque eles têm muita dificuldade em trabalhar com as partes do segmento”. Dando continuidade à apresentação, Laura mencionou que já havia anexado essa atividade no grupo do Facebook do curso, e estimulou os professores a utilizarem e aplicarem com seus alunos para “testar”. Em suas palavras, “podem usar, está no grupo do face, é bacana, precisa testar” (professora Laura).

Continuando, o grupo de Laura, Carine e Paula apresentou outra atividade sobre razões trigonométricas, que também já havia sido aplicada, que foi aquela já relatada no início dessa subseção. Quem apresentou dessa vez foi Carine, que na ocasião da aplicação da atividade contribuiu para o seu desenvolvimento, ela era professora auxiliar de Laura. Enquanto elas faziam alguns ajustes para projetar a atividade, Catarina disse a elas que gostou da forma como relacionaram sua proposta

com o SARESP. Carine reiterou que os professores são “cobrados” para fazer isso, então aproveitaram a ocasião. Depois ela e Laura esclareceram que são cobrados, principalmente pelo fato de a escola ser prioritária (apresenta baixo índice no SARESP).

Isso nos remete ao que Nacarato (2016) discorre acerca da racionalidade técnica que permeia as avaliações externas, que conforme essa mesma autora pontua, e que também é reforçado nos relatos de Carine, é o que “padroniza” o mecanismo de funcionamento da sala de aula. Diante disso, o modo de sobrevivência ou de resistência que as professoras expressaram para poder ministrar essas aulas diferenciadas se deu por meio dessa articulação com as questões do SARESP.

Carine deu sequência então à apresentação, contando alguns detalhes, como a metodologia, o objetivo, as horas-aulas, etc. Ela mencionou que usou o BlueLab para realizar essa atividade junto com os alunos e explicou um pouco da dinâmica desenvolvida:

[...] a gente chegou na sala, a gente usou o Bluelab com eles, aí foi projetada a tela, cada um no seu computador, projetou a tela no computador principal lá. E aí a gente foi falando, a janela de visualização é essa, mostrando como que faz. A gente pegou o roteiro e foi mostrando, [...] fazendo no computador e eles observando num primeiro momento, depois eles continuaram sozinhos (Professora Carine).

Ela ressaltou ainda que os alunos foram montando a planilha de modo que as variações fossem automáticas conforme as medidas variavam na janela de visualização. E assim foi possível observar que “eles perceberam que não importa o tamanho da figura, a razão é sempre constante” (Professora Carine). A atividade seguiu os mesmos moldes que a outra, tendo também a auto avaliação e as questões do SARESP.

Carine deu alguns detalhes sobre os acontecimentos da aula. “Foi bastante interessante a atividade, eles participaram, teve bastante dúvida, mas eles chamaram, queriam fazer, tiravam dúvidas, um ajudava o outro, então foi bem interessante a participação deles”. A professora reiterou ainda que os alunos receberam os roteiros impressos, tiveram poucas dificuldades, como adicionar alguns comandos na planilha, mas foram rapidamente solucionados. Além disso, ela destacou que os alunos gostaram muito da aula, e alguns chegaram a baixar o *software* em seus

computadores pessoais em suas casas. A professora destacou ainda que essas aulas no laboratório com GeoGebra só foram possíveis pelo empenho de Laura.

Em suas palavras, Carine argumentou:

[...] é importante observar que a atividade só aconteceu pelo empenho dela. Ela foi atrás. Teve vários problemas, mas ela não desistiu. Não, a gente vai fazer porque a gente se propôs a isso. Ela buscou, ela falou com a direção, a direção ligou, veio o técnico para acertar essa questão que a gente não estava conseguindo entrar nos computadores, depois que foi descobrir que era um projetor lá. Então assim, foi importante isso. Porque naquele primeiro momento, ah não deu certo, não vou fazer, jamais teria feito a atividade, porque dá um trabalho imenso. Porque dá um trabalho imenso. Cada entrave que a gente encontra (Professora Carine).

Carine elencou novamente todos os entraves enfrentados e o modo como a professora Laura mobilizou distintos setores para que essas aulas no laboratório acontecessem. Em seguida, perguntei a elas se durante a aula, houve indícios de que aquela abordagem com GeoGebra auxiliou na aprendizagem dos alunos. Laura respondeu que sim, que inclusive reforçou os conceitos de retângulo, quadrado, perpendicularidade, e ainda citou o caso de um aluno, que normalmente não demonstrava interesse em aprender durante as aulas expositivas:

O Elton, o trabalho dele está ali. Na sala de aula, ele copia tudo [...] O fato de ele ter feito o que ele fez ali, valeu todo o trabalho do ano. É um aluno que mal fala presente na turma. No dia que tinha mais alunos, ele foi ajudar o colega. São esses pouquinhos avanços que valem a pena. Na verdade, é um trabalho de formiguinha, foi um primeiro momento, nunca tinha feito, foi o primeiro momento de usar a sala, mas acho que você começar a introduzir isso com maior frequência, já desde, pega os 6º anos que eu trabalho, começar a trabalhar com isso, é um crescimento que vai contribuir muito com o aprendizado deles, é um processo né, acho que é válido se empenhar e começar a fazer (Professora Laura).

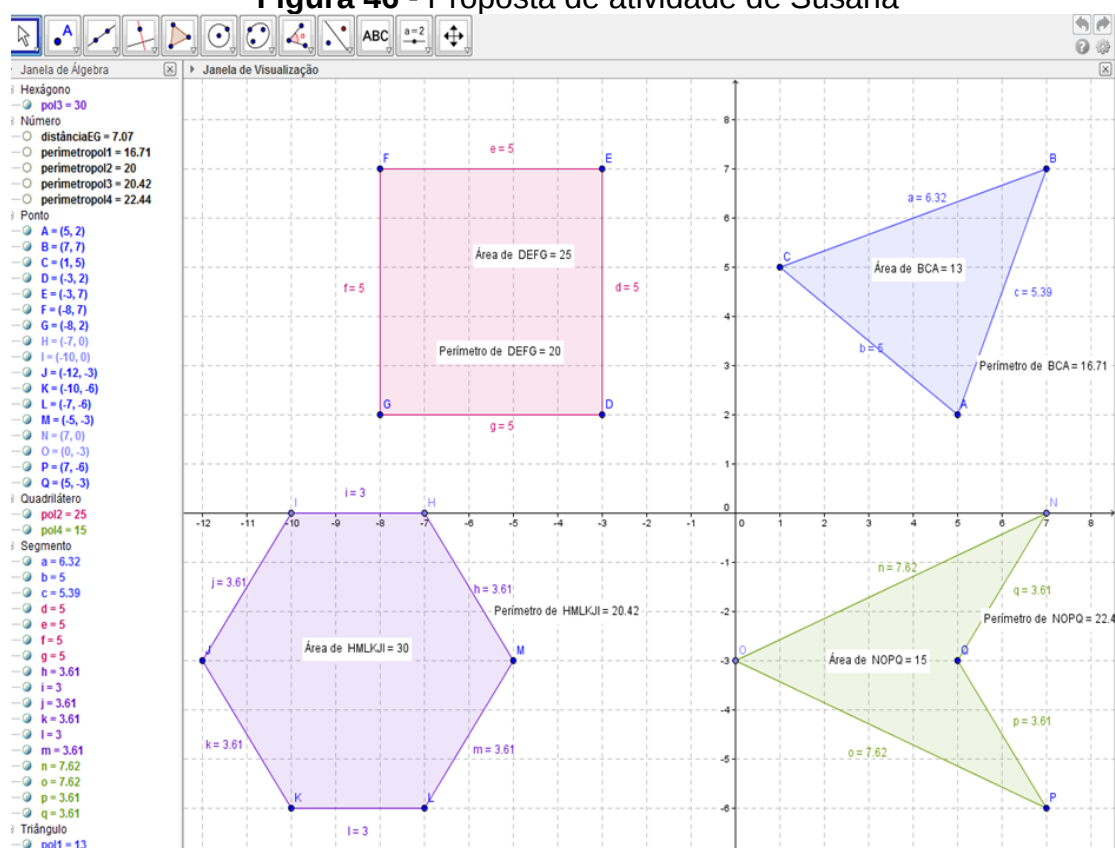
Laura então encerrou sua apresentação relatando o quão surpresa ficou com o desempenho desse aluno na sala de informática. Destacou ainda que o trabalho na sala de informática tem que acontecer gradativamente, argumentando que experiências desse tipo podem contribuir com a aprendizagem deles.

Assim, a professora assumiu uma atitude de insubordinação criativa (D'AMBROSIO; LOPES, 2015; GUTIERREZ, 2016), ao trabalhar com uma abordagem diferenciada com o GeoGebra. Digo diferenciada, pois houve envolvimento dos alunos, de modo que eles se tornaram ativos em seus próprios processos de aprendizagem, motivando inclusive àqueles que normalmente não participavam das

aulas, conforme relato anterior. Além disso, tal atitude fez com que Laura, Carine e Paula mobilizassem seus saberes (TARDIF, 2000) constituídos e transformados ao longo da temporalidade do curso, culminando na aplicação de tais atividades em sala de aula.

Dando sequência às apresentações, a professora Susana iniciou a sua, que foi desenvolvida em parceria com a professora Letícia. Ela começou mencionando que levou duas turmas do 8º ano à sala de informática, sendo que uma teve um bom aproveitamento da atividade, enquanto a outra classe nem tanto. Ela trabalhou conceitos de ponto, semirreta, polígono e sistema de equações lineares com os alunos. Ela primeiramente ministrou o conteúdo tomando o material didático dos alunos como base e depois trabalhou as construções no GeoGebra. As construções envolveram as seguintes etapas: 1 - colocar os pontos no plano cartesiano, 2 - a partir dos pontos, criar os polígonos, 3 - colorir. A Figura 46 a seguir é a construção pronta, trazida por ela no *power point* do trabalho final:

**Figura 46** - Proposta de atividade de Susana



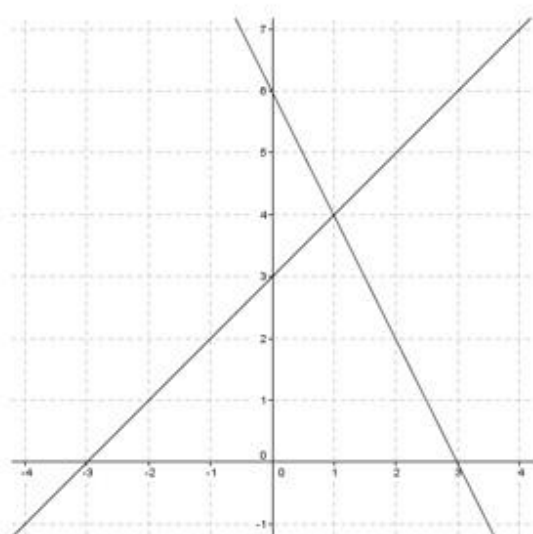
Fonte: dados da pesquisa.

Elas também trabalharam representação de gráficos de sistema de equações, conforme Figura 47 a seguir:

**Figura 47** - Proposta de atividade sobre Sistemas Lineares de Susana

2 – Construa os gráficos que representam os sistemas de equações a seguir. De as coordenadas do ponto de interseção entre as retas que representam cada equação.

A) 
$$\begin{cases} 2x+y=6 \\ x-y=-3 \end{cases}$$



Roteiro

- 1- Clique com o botão do mouse direito e selecione a "malha".
- 2- Coloque a primeira equação na entrada e aperte enter.
- 3- Coloque a segunda equação na entrada e aperte enter.
- 4- Observe as coordenadas do ponto de interseção.

| 2X+Y=6 |   | X-Y=-3 |   |
|--------|---|--------|---|
| X      | Y | X      | Y |
| 3      | 0 | 0      | 3 |
| 0      | 6 | -3     | 0 |

Fonte: dados da pesquisa.

Além disso, Susana também colocou algumas questões para os alunos, depois da construção no GeoGebra, conforme mostra a Figura 48.

**Figura 48** - Questões que fizeram parte da proposta de Susana e Letícia.

#### Questões

- 1- Quais pontos assinalados possuem a mesma coordenada 'x' (abscissa)?
- 2- Quais pontos assinalados possuem coordenadas 'y' (ordenadas)?
- 3- Quais pontos assinalados possuem todas as coordenadas no quadrante par?
- 4- E no quadrante impar?
- 5- Quais pontos assinalados possuem abscissas negativas e ordenadas positivas?
- 6- Calcule a área de cada uma das figuras.

Fonte: dados da pesquisa.

Susana ressaltou que aproveitou essa abordagem também para tirar algumas dúvidas de seus alunos, sobre os quadrantes. Segundo ela, “então eu fiz o primeiro quadrante, o segundo quadrante...que lado que estava o x, que lado que estava o y, então eu mantive tanto o quadriculado, com os eixos...fui dando a noção. Aí eles fizeram, passo-a-passo, como nós fizemos aqui”. Ela mencionou ainda que incentivou os alunos a serem mais autônomos ao longo da construção. “Então eu mostrei a eles a área e o perímetro. Mas aonde professora? [simulando a fala dos alunos]. Gente, tenham a boa-vontade [simulando sua resposta a eles], procurem nas janelinhas”. A professora reforçou que foi importante para trabalhar, além desses conteúdos de polígonos e sistemas, a conceituação de pontos, retas, segmentos, entre outras coisas. Ela reforçou que a malha ajudou muito com as posições dos pontos no plano cartesiano.

Para ela, o desenvolvimento dessa proposta no GeoGebra foi importante pois “foi gostoso, eles gostaram, entenderam, é um recurso a mais, para uma visualização diferente, depois também um ajudou o outro...eu gostei! Fluiu muito bem”. Perguntei se ela tinha tido algum tipo de dificuldade, e ela disse que não pois a Letícia [que é coordenadora da escola em que Susana trabalha] já tinha deixado a sala pronta, com o GeoGebra já instalado. A professora Magali sugeriu ainda a ela, e aos demais professores, que é possível trabalhar o conceito de simetria, utilizando praticamente as mesmas funcionalidades do GeoGebra que Susana utilizou.

Embora não tenhamos feito nenhuma relação com as atividades desenvolvidas anteriormente no curso, percebi que Susana acabou colocando em prática uma ideia já apresentada por Rodrigo sobre realizar a conceituação da noção de posição dos pontos no plano cartesiano utilizando o próprio *software*. Então essa abordagem proposta por ela, bem como os detalhes relatados sobre como a atividade foi desenvolvida, incluindo o apoio por parte da coordenação da escola, trazem à tona mais uma possibilidade de incluir as TD nas aulas de Matemática. Ademais, seus relatos também reforçam a discussão que pontuamos anteriormente nessa subseção, sobre a importância do apoio por parte da equipe gestora da escola para garantir que o professor realize seu trabalho dignamente (D'AMBROSIO; LOPES, 2015), e também fazem um contraponto com os relatos colocados no debate apresentado na subseção anterior.

Pois em tal debate, a maioria dos professores considerou viável somente levar os alunos à sala de informática após terem feito a conceituação em sala de aula, cujo argumento foi rebatido tanto por Rodrigo, quanto por Susana naquela ocasião. Então ao observarmos a apresentação de ambos os professores, fica evidente que eles se mantiveram com aquele mesmo posicionamento, articulando a conceituação com a abordagem dos conteúdos que objetivavam, trabalhando isso no próprio *software*.

Assim, diante do exposto, busquei destacar como os professores mobilizaram os saberes constituídos e transformados na temporalidade do curso. Para tanto, coloquei em evidência o modo como eles lidaram com os entraves em relação ao uso das TD em suas aulas por meio de atitudes de insubordinação criativa, bem como com a colaboração de outros profissionais dentro de suas respectivas escolas, que gerou como consequência diferentes possibilidades para potencializar a aprendizagem em suas aulas de Matemática.

Na próxima seção refino essa análise, articulando todos os eixos aqui apresentados e discutidos, e aponto expectativas que emergiram no decorrer e a partir desse estudo. Faço assim um desfecho da tese, mas deixando claro que a temática debatida continua.

## 7 REFLEXÕES FINAIS DA PESQUISA

Ao realizar essa pesquisa, muitos caminhos metodológicos foram percorridos e às vezes modificados para que fosse possível consolidar e responder à pergunta diretriz: *que saberes foram constituídos e mobilizados em duas ações colaborativas de formação continuada, voltadas para o estudo de conteúdos matemáticos articulados ao GeoGebra?*

Até mesmo essa pergunta sofreu modificações ao longo da minha trajetória nesse estudo, uma vez que um pesquisador nunca está sozinho em sua pesquisa, ou seja, ele “é sempre com o outro, com as pesquisas já elaboradas, com o contexto social onde está com a região de inquérito onde o significado é tecido e onde a generalização se esboça” (BICUDO, 1993, p. 19).

Assim, ao dialogar com a literatura acerca da temática dessa tese, bem como com os dados produzidos nos cursos, que foram os contextos desse trabalho, no âmbito da Educação Matemática, a pergunta de pesquisa foi se modelando até findar-se do modo como já apresentado. Além disso, dentro desse âmbito, há a necessidade de rigor em meio a esse processo, e é fundamental que haja “um fio condutor tecido pelo raciocínio articulador do autor. Isso significa que na pesquisa há um salto qualitativo que vai além do relato (ou de outros procedimentos), que é a própria *teorização se elaborando*” (BICUDO, 1993, p. 21 – grifos da autora).

Em concordância com esse argumento, destaco que ainda estou tecendo esse fio condutor ao longo das seções apresentadas, o qual tomou forma, principalmente, na seção anterior, pelo fato de terem sido discutidos os eixos emergentes dos dados produzidos, de forma articulada ao referencial teórico apresentado na quinta seção. Entretanto, não considero que uma teorização tenha sido feita até então. Diante disso, na primeira subseção que discuto a seguir, busco finalizar a tecelagem desse fio condutor, buscando entrelaçar os eixos apresentados na seção anterior, e por fim chegar a uma possível teorização, a qual seja consonante com o escopo dessa tese.

### 7.1 Articulando os temas

Ao longo dos dez encontros do curso realizado em Bauru, observei que a postura dos professores e também a nossa, dentro da equipe proponente foi se modificando. O confronto de opiniões, que nos primeiros encontros era mais acentuado, propiciou uma reestruturação de nossos pontos de vista, resultando em

reflexões acerca de eventuais adaptações sugeridas nas atividades realizadas. Nesse processo, a colaboração, conforme defendem Gama e Fiorentini (2009), começou a emergir. Algo que fortaleceu ainda mais essa postura colaborativa, a meu ver, foi a nossa solicitação, enquanto equipe proponente, para que os professores não se concentrassem tanto nos entraves que inviabilizariam o uso das TD, mas sim, na avaliação das atividades que propúnhamos, analisando se elas pareciam adequadas para serem aplicadas aos seus alunos. Ou seja, pedimos que eles tentassem vislumbrar a aplicação dessas atividades em suas salas de aula.

Em relação ao curso realizado em Coimbra, a colaboração emergiu instantaneamente. A meu ver, isso se deu pelo fato de os professores já estarem familiarizados uns com os outros, e porque estávamos em um grupo pequeno. Assim, a partir do momento em que me apresentei e coloquei minhas expectativas em relação ao curso, e solicitei a eles que realizassem e analisassem as atividades tendo em mente o currículo de Portugal, referente ao ensino e aprendizagem de Matemática, os professores já assumiram uma postura colaborativa uns com os outros para poder cumprir essa missão. Mesmo assim, isso não significa que, em alguns momentos, eles deixaram de destacar alguns entraves, como o caso de o currículo ser muito extenso, conforme discutido anteriormente.

Assim, por meio da postura crítica em relação às atividades, consolidada em ambos os cursos, os professores passaram a colaborar com as adaptações sugeridas por outros colegas, e também conosco, porque a partir dessas sugestões, reformulamos algumas das atividades, que já foram utilizadas em oficinas e minicursos oferecidos em diferentes eventos. Esses momentos de colaboração foram evidenciados ao longo dos debates realizados após a realização de cada atividade, e também dentro dos pequenos grupos constituídos, por meio da interação social e por meio do compartilhamento mútuo de ideias acerca de suas próprias práticas, bem como sobre as distintas funcionalidades do *software* e sobre as atividades. Em meio a esses momentos de colaboração, observei que diferentes pensamentos se manifestaram (LEVY, 1999), tanto dos professores, quanto da equipe proponente, o que propiciou a transformação de saberes prévios e a constituição de novos.

Ou seja, ao utilizarem o GeoGebra, dentro de uma abordagem em sinergia com a experimental-com-tecnologia (BORBA; VILLARREAL, 2005), e ao analisarem as atividades realizadas, tendo em mente a aprendizagem de seus respectivos alunos, os professores manifestaram distintos pensamentos, na medida em que levantaram

críticas às abordagens que havíamos proposto, e principalmente quando propunham outras, buscando relacioná-las com o material didático que utilizavam (SÃO PAULO, 2014) ou articulando com outros conceitos, conforme fizeram os professores Rodrigo e Susana, no caso do curso de Bauru, ou com as abordagens preconizadas no currículo português (PORTUGAL, 2013), como fizeram os professores de Coimbra. Além disso, ao longo dos debates, conforme cada um deles se posicionava em relação às suas respectivas sugestões de adaptações nas atividades, as discussões tomavam rumos inesperados, mobilizando a manifestação e posicionamento de outros professores e também a nossa, enquanto pesquisadores, transformando assim o rumo do debate.

Então, esses distintos pensamentos manifestados pelos professores versavam sobre diferentes abordagens que eles propunham com o *software* GeoGebra. Nesse processo, eles transformaram seus saberes prévios, na medida em que descobriam novas funcionalidades do *software*, e a partir disso, sugeriam abordagens que lhes pareciam mais apropriadas para atender seus contextos em sala de aula. Isso pode ser observado na abordagem proposta pela professora Letícia sobre a atividade de soma de ângulos internos de polígonos, nas distintas atividades criadas pelas professoras Laura, Paula e Carine, também do curso de Bauru, nas abordagens sugeridas pelos professores de Coimbra, como a dos professores Olavo e Lauro, sobre funções quadráticas, envolvendo sua representação canônica, entre outros exemplos bastante discutidos na seção anterior.

Além disso, eles também construíram novos saberes, tanto em relação às novas funcionalidades dos *softwares*, quanto a algumas descobertas matemáticas, como quando as professoras Gisele e Raquel fizeram ao estudar a trajetória descrita pelo vértice de uma parábola, ao variar o parâmetro  $a$  da função quadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Esses novos saberes também são referentes à equipe proponente, pois como também ficou evidente na seção anterior, aprendemos novas funcionalidades do GeoGebra com os professores, como quando Gisele nos ensinou sobre deixar os vértices dentro de um mesmo estilo, ou como Laura, do curso de Bauru, e Ruth, do curso de Coimbra, nos ensinaram como fizeram as alterações na atividade sobre soma de frações.

Descobrimos juntos algumas relações matemáticas não antes estudadas ou aprofundadas, e sobre a realidade escolar, em particular sobre as dificuldades que se mostram para que o uso das TD se efetue dentro desse contexto. Mas o que eu

apontaria como principal, em relação ao que todos os membros da equipe proponente de Bauru aprenderam, foi sobre os saberes que os professores mobilizaram por meio de suas atitudes de insubordinação criativa, que manifestaram ao aplicar atividades com GeoGebra em suas salas de aula, conforme debatido também na seção anterior. Aprendemos que, com a vontade de realizar tal feito, associada ao apoio e ao respaldo da equipe gestora, quando esta se mostra de fato ao lado do professor, sem demagogia, não há burocracia que seja capaz de inviabilizar esse professor de exercer seu trabalho dignamente, como pudemos observar, em especial, nos relatos de Laura, sobre a insubordinação que resultou em suporte técnico imediato, e também de Rodrigo, que baixou o *software* da internet, dentre outros exemplos já discutidos.

Ademais, aprendemos muito sobre os encontros virtuais do curso realizado em Bauru. Especificamente, observei que houve uma comunicação além-grupos, pois alguns professores que nem sempre se comunicavam entre si presencialmente, acabavam se comunicando e articulando ideias virtualmente, conforme já discutido na seção anterior. Outro aspecto característico dos encontros virtuais é que professores que, por vezes, não se manifestavam presencialmente nos debates, se manifestaram no fórum, se posicionando acerca das atividades e expondo suas sugestões para adaptações.

Em síntese, seja presencialmente ou virtualmente, nos momentos em que os professores expressavam seus pensamentos, e enquanto expressávamos também os nossos dentro da equipe proponente, pelo fato de explorarmos distintas funcionalidades do GeoGebra para atendermos as adaptações sugeridas, construíamos e modelávamos juntos nossos saberes profissionais (TARDIF, 2000). Isso também se dava nos debates, pois havia momentos de muita reflexão e partilha, conforme já mencionado no capítulo anterior. As discussões foram muito além das perguntas disparadoras que lançávamos no debate, todos que expunham seus argumentos contribuíam significativamente para o fomento das temáticas que ali emergiam.

Ao refletirmos e ao nos posicionarmos no debate, os professores e nós compartilhamos saberes, os quais estavam contextualizados de acordo com nossas respectivas vivências (TARDIF, 2000), e assim os modelamos, na medida em que articulamos nossos argumentos com os dos demais. Em relação aos professores, principalmente, esses argumentos foram levantados também pela análise crítica que fizeram das atividades, ao mesmo tempo em que estudavam as funcionalidades do

*software*. Assim, ao mesmo tempo em que estavam pensando nas TD para potencializar a aprendizagem matemática (ROSA; PAZUCH; VANINI, 2012), eles estavam estudando essa proposta pedagógica com o GeoGebra e buscando adaptá-las de acordo com os objetivos de aprendizagem que tinham em mente. E essa mobilização de nossos saberes culminou na reavaliação da prática de alguns professores e também na nossa, enquanto pesquisadores, as quais causaram resultados significativos em sala de aula, conforme já ressaltado na última subseção, da seção anterior.

Ao analisar os relatos dos professores do curso de Bauru, que elaboraram e aplicaram atividades matemáticas em suas aulas utilizando o *software* GeoGebra, percebi que mesmo diante das dificuldades destacadas, as quais estão em sintonia com os resultados de Chinellato (2014) e Oliveira (2014), eles enfrentaram suas zonas de risco (BORBA; PENTEADO, 2010) e expuseram as suas atitudes de insubordinação criativa (D'AMBROSIO; LOPES, 2015) e de resistência ou pseudoadesão às políticas públicas (NACARATO, 2016) para superá-las, diante de todos os presentes no curso. Desse modo, eles conseguiram aplicar as atividades com os alunos, e ainda relataram que a experiência foi significativa para a aprendizagem deles.

Zampieri, Javaroni e Silva (2016) fizeram um estudo acerca dos fatores que mobilizaram os professores a aplicar essas atividades em suas aulas. Os autores pontuaram que a dinâmica que vivenciaram no curso, em conjunto com uma motivação prévia e com o apoio da escola estimularam os professores a realizarem esse feito. Além disso, ao analisar os questionários avaliativos, os autores verificaram que algumas das características do curso que contribuíram para esses acontecimentos foram: a exploração aprofundada acerca das funcionalidades do GeoGebra, a disponibilidade da equipe proponente, os momentos de debate que permitiam o compartilhamento de críticas e sugestões, a postura colaborativa entre todos os envolvidos e a flexibilidade para atender os conteúdos elencados por eles.

Já em relação ao curso de Coimbra, a professora Ruth, pelo fato de seus alunos terem o GeoGebra instalado em seus computadores pessoais, realizava abordagens em que os alunos tinham a oportunidade de explorar o *software* por si só, mesmo que fora da aula. Mas somente nesse caso mesmo, porque ao questionar a ela e aos demais professores sobre a possibilidade de aplicarem as atividades com os alunos na sala de informática, eles reiteraram em diferentes situações, conforme exposto na

seção anterior, que não seria viável porque o currículo é muito extenso e aulas assim poderiam atrasar o seu cumprimento.

Entretanto, eles foram enfáticos ao argumentar que pretendiam utilizar o GeoGebra, e alguns até já utilizavam outras TD, em aulas expositivas mesmo, alegando que o aspecto visual propiciado contribuía para que os alunos produzissem conhecimento, compreendendo os conceitos abordados de maneira mais aprofundada. De fato, mesmo sem a possibilidade de simulação por parte dos alunos, a meu ver, a visualização por meio das TD por si só ainda tem o potencial destacado por Borba e Villarreal (2005) de apoiar à intuição, e também a imaginação, culminando no surgimento de novas ideias e descobertas matemáticas.

Ao relacionar essas distinções entre os dois cursos, argumento ainda que há um fator proveniente de instâncias superiores que influencia diretamente esses acontecimentos relatados em cada curso, no que tange ao uso das TD pelos professores dentro de uma abordagem em que os alunos também as utilizam. Refiro-me às políticas públicas de cada país, em particular aos programas curriculares da disciplina de Matemática. Tanto em Portugal, quanto no Brasil (mais especificamente no Estado de São Paulo), o uso das TD fica bem restrito a determinadas situações. Por exemplo, no currículo português é preconizado que o uso das tecnologias contribua para a verificação de propriedades e representação gráfica, priorizando outras metodologias para a produção de conhecimentos. “Apenas a memorização e a compreensão cumulativa de conceitos, técnicas e relações matemáticas permitem alcançar conhecimentos progressivamente mais complexos e resolver problemas progressivamente mais exigentes” (PORTUGAL, 2013, p. 28).

Já em relação ao Estado de São Paulo, esse uso é preconizado no programa curricular dos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio (SÃO PAULO, 2012). No entanto, há algumas ressalvas em relação a isso, que não permitem que se tenha uma interpretação aprofundada sobre a que se referem. Por exemplo: após defenderem o uso de calculadoras, computadores, mais especificamente *softwares* para construções geométricas, cálculos estatísticos e construção de gráficos, há o argumento que tal uso é “inevitável e desejável, salvo em condições extraordinárias, em razão de extremo mau uso” (SÃO PAULO, 2012, p. 34). Contudo, não fica claro sobre que “mau uso” é esse. Nos parágrafos seguintes a esse, em que eu esperava encontrar essa explicação, é ressaltado apenas sobre a importância de se ter cuidado com as novidades tecnológicas, uma vez que “a efemeridade dos recursos

tecnológicos e a rapidez com que entram e saem de cena são um sintoma claro de sua condição de meio” (SÃO PAULO, 2012, p. 34).

Há ainda uma contradição sobre esse uso, entre o que preconiza o currículo e o que consta no material didático oficial do Estado de São Paulo, em relação ao ensino Médio (caderno do professor e caderno do aluno). Segundo uma análise realizada por Boschesi (2016), de um total de 48 situações de aprendizagem que constituem o material didático do ensino médio, foi indicado o uso das TD em apenas cinco. Para o autor, esse fator, associado à ausência de outras orientações metodológicas nessas situações de aprendizagem, desfavorecem esse uso, uma vez que contribuem timidamente “para que os alunos investiguem e/ou explorem os conceitos matemáticos envolvidos, bem como pouco favorecem o desenvolvimento de competências matemáticas que devem ser adquiridas pelos alunos durante o período de escolarização” (BOSCHESI, 2016, p. 125).

Entretanto, a meu ver, quando a direção da escola incentiva os professores a fazerem uso dessas TD, trabalhando colaborativamente (e não impositivamente) com eles, tomando todas as medidas necessárias, conforme se observa nos relatos da professora Laura e do professor Rodrigo, tal fator associado aos demais fatores levantados por Zampieri, Javaroni e Silva (2016), em particular os que se referem às características do curso realizado, possibilitam que os alunos não só se deparem com o potencial de visualização mas o de simulação (LEVY, 1999) ao interagirem com as TD, resultando em diferentes pensamentos, diferentes conhecimentos como fruto do benefício cognitivo oriundo da simulação, conforme pontua esse autor. No entanto, independentemente da forma como as TD são utilizadas, o fato é que essa decisão, bem como as ocasiões em que esse uso se mostra relevante, os conteúdos que podem ser abordados, e as classes com quem se vai trabalhar, cabem somente ao professor.

Sobre isso, cabe destacar que no ano de 2015, a Patricia (estudante de IC que fez parte de nossa equipe proponente do curso de Bauru) ingressou no mestrado no PPGEM, após ter sido aprovada no processo seletivo em meados de 2014. O objetivo de sua pesquisa (ANDRADE, 2017) foi buscar por traços de influências desse curso nas práticas de duas professoras participantes. No caso, o estudo se deu nas aulas das professoras Laura e Carine, pelo fato de atuarem na mesma escola, e porque os horários de suas aulas convergiram para os horários que Patricia tinha disponível para

a realização de seu trabalho de campo, tendo em vista que ela cursava ainda as disciplinas do mestrado.

Em relação a professora Laura, Andrade (2017) observou que ela optou por utilizar os roteiros impressos para o desenvolvimento de atividades com o GeoGebra com seus estudantes, do modo como fizemos nos cursos. Entretanto, segundo a pesquisadora, ela não utilizou somente o GeoGebra, pois também buscou impulsionar os estudantes a realizarem pesquisas acerca de conteúdos matemáticos na internet, e a desenvolverem trabalhos utilizando o Microsoft Power Point, com o propósito de promover o letramento digital de seus alunos. Ainda, a pesquisadora observou que Laura articulou mais o GeoGebra ao material do Estado de São Paulo, do que propúnhamos no curso, trabalhando com os estudantes construções de gráficos de distintas funções, buscando aproveitar a dinamicidade desse *software* para o ensino desse conteúdo.

Já em relação a professora Carine, Andrade (2017) constatou que ela fez um uso do laboratório de informática diferente do que foi proposto no curso, pois ela utilizou outros recursos que constam no pacote educacional do ACESSA Escola, tais como os jogos disponíveis dentro da plataforma Currículo +, sendo um deles com o objetivo de abordar o conceito de perímetro de figuras planas. Assim, a pesquisadora conclui que as professoras tinham em suas práticas influências de outras instâncias referentes às formações de ambas, além desse curso que participaram.

Laura, por exemplo, já é formada há 20 anos, como pode ser observado no Quadro 1 da quinta seção, e participou de diferentes cursos voltados para o uso das TD, como também pode ser observado nesse mesmo quadro. Já Carine, possui também Licenciatura em Pedagogia. Desse modo, a pesquisadora conclui que “essas professoras traziam em suas escolhas, além de influências do curso de formação continuada que participamos, também outros aspectos que compõem seus respectivos desenvolvimentos profissionais” (ANDRADE, 2017, p. 105). Esse fato, no meu modo de ver, corrobora o argumento de Tardif (2000) sobre a indissociabilidade dos saberes dos professores em relação às suas vivências pessoais e profissionais.

Entretanto, conforme observei nos relatos dos professores, dentro de ambos contextos, Bauru e Coimbra, o contínuo processo de normatização que o ensino vem sofrendo por causa das avaliações externas, vem tirando consideravelmente a autonomia dos professores, indo ao encontro do que pontua Nacarato (2016), ao refletir sobre os atos de resistência que os professores adotam para lidar com a

situação. Isso acontece porque o que deve ser abordado em tais avaliações é o que norteia o que deve ser feito em sala de aula, e não o contrário, respeitando as diferenças locais, como considero que seria mais plausível, e talvez menos invasivo dentro do trabalho do professor. Pelo que constatei, tomando como base a interação com os professores desses dois contextos, o currículo parece ficar submetido ao que é necessário para o SARESP, no caso do Estado de São Paulo, e ao que é necessário para as avaliações externas portuguesas, no caso de Portugal.

Como já discutido, no caso do Estado de São Paulo, isso limita o trabalho dos professores, na medida em que eles se sentem obrigados a utilizar e a cumprir o material didático oferecido pela Secretaria de Educação do Estado (CRECCI; FIORENTINI, 2014), de modo que o exercício de suas profissões fica totalmente submisso a isso. E como também acabamos de mencionar, o uso das TD preconizado pelo currículo apresenta algumas incoerências, em particular sobre o que acreditam ser um “mau uso”. Ou seja, ao pensar em realizar qualquer abordagem diferenciada em sala de aula, o professor já pode ser considerado um subversivo, e de fato parece ser a única forma digna de resgatar a sua autonomia.

Em Portugal, tanto a partir dos relatos dos professores que participaram do curso, como daqueles com quem interagi nos eventos que participei, essa situação parece análoga. A frase “o programa [curricular] é demasiadamente extenso” foi pronunciada por eles incessantemente, ao longo da temporalidade que permaneci em Portugal. Esse fator, associado ao que é preconizado no currículo, conforme recém citado, inviabiliza que se trabalhe com os alunos dentro de uma abordagem consonante com a experimental-com-tecnologia, salvo as exceções do uso da calculadora gráfica.

Outro aspecto que ainda precisa ser debatido, em relação ao Estado de São Paulo, é a limitação dos cargos de professores auxiliares. Como já discutiu Peralta (2015), e pelos próprios relatos da professora Laura, esse profissional fazia toda a diferença em sala de aula. A presença deles é destacada como essencial para o desenvolvimento de atividades com TD, como bem pontuou a professora Carine, que na ocasião do curso de Bauru, era auxiliar de Laura, e contribuiu significativamente para o desenvolvimento das aulas diferenciadas com GeoGebra aplicadas por esta última. Entretanto, conforme Peralta (2015) alertou, a Portaria CGRH-3, de 9 de abril de 2015 (SÃO PAULO, 2015) limita significativamente essas vagas, ficando restrita às escolas prioritárias, e são abertas apenas após a finalização do 1º bimestre letivo.

Diante desse corte desnecessário e infundado, a meu ver, o único indício de redenção do governo estadual paulista, no que se refere ao incentivo ao fomento do uso das TD em sala de aula, parece ter sido a flexibilização que propiciou ao Programa ACESSA Escola, ao dar mais opções de membros da escola (coordenador pedagógico/vice-diretor/alguém da administração escolar/professor readaptado) para poderem ficar responsáveis pelo laboratório, e não mais somente o estagiário, conforme artigo 5º da Resolução SE, de 31 de março de 2015 (SÃO PAULO, 2015).

Parece-me que isso poderá surtir efeito positivo para o uso dos laboratórios, pois a ausência do estagiário era algo recorrente na fala dos professores, que os impossibilitavam de usar o laboratório. Sendo assim, a dinâmica de uso da sala agora pode se dar de três maneiras: 1 – as salas são abertas e fechadas, pelos responsáveis, de acordo com os horários de abertura e fechamento das escolas; 2 – as salas são abertas e fechadas, pelos responsáveis, de acordo com a agenda de uso pelos professores; 3 – as salas são abertas e fechadas pelos professores que usarão (em acordo com os responsáveis), de acordo com a agenda de uso (SÃO PAULO, 2016).

Dando continuidade à discussão dessa seção, observei ainda que a mobilização política dos professores em Portugal parece surtir efeito mais imediato nas transformações das políticas públicas que regem a escola, se compararmos ao Brasil. Percebi isso, pois a participação de professores da Educação Básica em eventos científicos é massiva, e com o apoio da Associação de Professores de Matemática (APM), eles confrontam diretamente o que é posto no currículo, culminando em pequenas alterações neste último, conforme eu mesma evidenciei durante participação no Seminário de Investigação em Educação Matemática (SIEM), na cidade do Porto, cuja mobilização se referia à incoerência entre os conteúdos que deveriam ser abordados e o nível de escolaridade em que isso deveria ser feito.

Claro que devemos levar em consideração que Portugal, por ser um país relativamente pequeno se comparado ao Brasil, qualquer mobilização, por menor que seja, chama a atenção mais rapidamente. Entretanto, mesmo com essa diferença de tamanho, o posicionamento político de professores e pesquisadores brasileiros, em particular os paulistas, parece não ecoar significativamente nem mesmo dentro do próprio estado. Há a problemática envolvendo a difícil realidade brasileira, cujos partidos políticos parecem polarizar as opiniões, e diante disso, há certa insegurança em manifestar qualquer tipo de posicionamento, seja ele qual for, por receio de

parecer adepto de um ou outro partido, sendo que nenhum vem demonstrando seriedade e caráter atualmente.

Contudo, suas manifestações, como pudemos observar não somente no curso de Bauru, quanto também em outros realizados pelo Mapeamento, dentro de outras cidades do estado, se expressam com atitudes de insubordinação criativa, como pontuamos detalhadamente na seção anterior. E nesse sentido, os saberes que busco mobilizar, enquanto pesquisadora e parte da equipe proponente do curso de Bauru, dentro dessa tese, é realçar tais atitudes, para que estas possam ecoar no meio acadêmico e também no meio escolar, e quiçá, que possam chamar a atenção das políticas públicas que regem as escolas do Estado de São Paulo.

O destaque a essas atitudes, a meu ver, tem dois lados: o primeiro é negativo, pois mostra o quão distantes as políticas públicas paulistas estão da escola, quão distante a academia está da escola, e o quão utópico atualmente nos parece que essas distâncias serão facilmente e rapidamente superadas; o segundo é positivo, pois mostra que quando há uma parceria colaborativa entre universidade e escola, quando a colaboração se faz presente entre os membros desta última, e quando a gestão de fato “abraça a causa do professor”, as atitudes de insubordinação criativa encontram fundamento e respaldo para se manifestarem, e o professor consegue exercer seu trabalho dignamente.

Longe de esgotar esse assunto, mas buscando sintetizar a discussão, o objetivo dessa pesquisa foi cumprido, uma vez que, como resultado principal, evidenciei que o ambiente colaborativo que se constituiu nos cursos, junto com a dinâmica flexível estabelecida na qual tínhamos o propósito de realizar e analisar propostas de atividades matemáticas de caráter experimental com GeoGebra, possibilitaram a manifestação de diferentes pensamentos entre os professores e os membros da equipe proponente. Além disso, culminaram também em uma comunicação diferenciada, em que todos se sentiam à vontade para expor seus argumentos. Em meio a esse processo, foi possível a construção e transformação de saberes, que resultou diretamente na reavaliação de nossas práticas e também nas práticas de alguns professores, acarretando em mobilizações nas salas de aula de alguns deles, as quais estiveram vinculadas também a fatores externos ao curso, como o apoio da direção da escola, que acabamos de nos referir.

Assim, de modo geral, considerando os referenciais teóricos que sustentam essa tese no que tange à colaboração (FIORENTINI, 2004; D’AMBROSIO; LOPES,

2015; GAMA; FIORENTINI, 2004), aos distintos pensamentos manifestados a partir da interação com diferentes tecnologias intelectuais (LEVY, 1999), à abordagem experimental-com-tecnologia (BORBA; VILLAREAL, 20005), aos saberes docentes (TARDIF, 2000) e ao enfrentamento das zonas de risco, insubordinação criativa e atitudes de resistência (BORBA; PENTEADO, 2010; D'AMBROSIO; LOPES, 2015; NACARATO, 2016), argumento que em cursos de formação continuada oferecidos a professores de Matemática, em que a colaboração, a dinâmica flexível, o incentivo à postura crítica de todos os participantes e propostas de atividades matemáticas experimentais com TD estão presentes, há possibilidades para se expressar novos pensamentos. Ainda, no decorrer desse processo, há construção/transformação de saberes entre todos os envolvidos, gerando como consequência, a mobilização de tais saberes, que é o desenvolvimento de aulas com o uso das TD.

Diante desse posicionamento, na subseção seguinte apresento lacunas que ainda podem ser preenchidas, dentro da temática em que esse trabalho está contextualizado.

## **7.2 Expectativas oriundas desse estudo**

Retomando o argumento de Bicudo (1993, p. 22), a pesquisa em Educação Matemática “presta serviço à Educação e à Matemática. À Matemática por ajudá-la a compreender-se. À Educação, por auxiliar a ação político-pedagógica”. Em concordância com essa afirmação, considero que a tese já cumpriu com a prestação de tais serviços para ambas as áreas, na medida em que houve rigor na busca pela resposta da pergunta diretriz, e o salto qualitativo foi dado, o qual foi findado na teorização apresentada na subseção anterior. Entretanto, no decorrer do meu estudo, percebi que há lacunas ainda a serem preenchidas dentro dessas temáticas estudadas, mas que fogem ao escopo aqui proposto, então decidi elencá-las aqui nessa subseção.

Uma dessas lacunas se refere a argumentos que fiz na última subseção da seção anterior. Nessa ocasião, complementei as colocações de um dos professores participantes do curso de Bauru, o Lucas. Esse professor, ao elogiar a colega Laura, por ter enfrentado as dificuldades eminentes e ter levado seus alunos ao laboratório de informática, destacou que ela mobilizou distintos setores referentes à escola (DE, técnicos, diretores, coordenadores, alunos, professores, etc.), que teve como

consequência o uso de um laboratório, que provavelmente, segundo ele, estaria “morto” sem tal mobilização. Depois, o complementamos afirmando que após Letícia ter compartilhado as suas atitudes, mobilizou também outros professores e também nós, da equipe proponente.

Ao fazer a junção dessas ideias, argumentei que mudanças significativas em relação ao uso das TD nas aulas de Matemática só ocorrerão quando professores da Educação Básica, alunos, gestão escolar, pesquisadores, executores das políticas públicas voltadas para a educação, e pais de alunos estiverem mais próximos e munidos de um mesmo objetivo. Nessa pesquisa de doutorado, entretanto, só foi possível entrelaçar professores da Educação Básica e pesquisadores. Já os alunos foram mobilizados indiretamente, como consequência das ações aqui desenvolvidas. Assim, ficaram lacunas ainda a serem preenchidas.

Diante disso, saliento a necessidade de pesquisas que articulem todos esses setores. No entanto, sei que seria inviável dentro de uma pesquisa de mestrado, até mesmo de doutorado, tendo em vista a grande quantidade de sujeitos de pesquisas, bem como de produção e análise de dados. Essa sugestão de pesquisa então caberia a projetos temáticos, com dimensões e financiamento em consonância com a abrangência da proposta. Ressalto a necessidade da união entre esses setores, pois embora atuem em diferentes instâncias, pelo menos um objetivo é comum entre todos: vislumbrar melhorias no ensino e na aprendizagem. Porém, como ficou evidente nessa pesquisa, em particular na seção em que dialogamos com os resultados do projeto Mapeamento, nem todas essas “comunidades” caminham no mesmo sentido.

Os professores têm que lidar com distintos contratempos para usar as TD em suas aulas, os pesquisadores nem sempre conseguem ajuda-los a lidar com tais contratempos, os alunos nem sempre estão dispostos a colaborar, os administradores das escolas nem sempre estão dispostos a ajudar, os executores das políticas públicas nem sempre são acessíveis, e os pais, às vezes consideram que as aulas no laboratório de informática não tem o mesmo valor que aulas expositivas, como relatado pela professora Laura na seção anterior. Então como articular todos esses setores? É um desafio que justificaria a relevância das pesquisas que ousassem lançar o olhar para esse entrelaçamento.

Pensando nas demais lacunas, menos audaciosas do que essa anterior, mas não menos importantes, argumento que outras pesquisas poderiam articular universidade e escola por óticas distintas da que foi feita nessa pesquisa. Uma

possibilidade seria o desenvolvimento de um trabalho na perspectiva teórica de Tardif (2000), que defende pesquisas que se apoiem naquilo que o professor faz, sabe e é, e não no que ele deveria fazer, ser ou saber. Em consonância com isso, uma ideia seria investigar as características dos professores que fazem uso das TD em sala de aula, assim como Peralta (2015) realizou dentro do projeto Mapeamento. E ao fazer esse levantamento, seria relevante oportunizar a constituição de espaços colaborativos, voltados para a criação de atividades matemáticas com as TD, com o intuito de disseminar o material produzido pelos professores.

Ademais, outras pesquisas com propósitos similares a esses que tive aqui seriam bem-vindas no âmbito da Educação Matemática. Pesquisas que abordem atividades matemáticas com TD de forma mais ampla ao que foi feito aqui, afinal o GeoGebra acabou assumindo o papel principal do curso, por escolha dos próprios professores. Outra ideia seria o desenvolvimento de cursos abordando atividades matemáticas com tecnologias móveis, sem necessidade de uso do laboratório de informática. Independentemente das tecnologias, algumas características que foram pontuadas pelos professores participantes dessa pesquisa merecem destaque e devem ser levadas em consideração na constituição de cursos de extensão universitária.

São elas: disponibilidade de tempo dos pesquisadores em atender aos professores, flexibilidade na dinâmica do curso, flexibilidade na proposta para atender as demandas trazidas pelos professores, etapas virtuais assíncronas (a preferência deles pela comunicação assíncrona foi unânime), e principalmente, articulação das atividades matemáticas com a realidade escolar.

Outro fator que nos chamou a atenção e que deveria ser considerado em trabalhos que associam universidade e escola foi mencionado por Laura, em relação ao curso de Bauru. Em sua opinião:

[...] eu notei que realmente essa extensão de a universidade vir até a gente, gostei de sentir isso, que muitas vezes vinham falar de mestrado, de doutorado, trabalho de pesquisa, uma coisa tão diferente, tão longe, distante... de repente eu vejo aí um grupo interessado, de ter essa proximidade, de ver como está a escola, uma coisa real, sem delirar, eu gostei, eu me surpreendi (Professora Laura).

Assim, essa proximidade entre escola e universidade se mostrou pertinente dentro da Educação Matemática e demanda novos estudos. Outro aspecto que ainda

merece ser estudado é a oportunidade de articular formação continuada com formação inicial, do modo como aconteceu no curso realizado em Bauru. Argumento desse modo, baseada nos relatos das duas alunas de IC que compuseram a equipe proponente do curso, que por sua vez ressaltaram a importância da participação no curso para sua formação. Segundo Patricia,

[...] acho que a experiência, igualmente que foi um crescimento para vocês, foi um crescimento pra gente também, pra gente que está na graduação assim, foi uma experiência única, a gente nunca tinha pensado em ter esse tipo de experiência assim com professores, e até entrar em contato com os professores. A gente está começando agora, entrando agora em contato com esse mundo da escola, aí vem relatos [...]

Desse modo, Patricia reiterou o quanto essa experiência contribuiu para ela entender o mundo da escola. Anne ainda a complementou argumentando que o fato de os professores participantes serem mais experientes, contribuiu com sua formação porque eles deram várias sugestões para atuar em sala de aula. A professora Carine concordou com as pontuações das duas pesquisadoras em formação inicial, e ainda reforçou esses argumentos destacando que o fato de ela ter sido bolsista na graduação contribuiu significativamente para ela decidir ser professora.

Desse modo, de acordo com as minhas percepções e com as colocações dos próprios professores, tanto em relação à formação inicial quanto a continuada, esses pontos destacados que emergiram nesse trabalho merecem novos estudos, contemplando distintos cenários e participantes. Há ainda outras expectativas de pesquisas, oriundas desse estudo, que poderão emergir a partir de outras leituras, feitas também por distintas pessoas.

Mobilizada por isso e também pela vontade de promover outras reflexões acerca de colaboração, ações de formação continuada, atividades matemáticas com TD, e aplicação dessas atividades em sala de aula, deixo aqui o convite para a leitura desse trabalho, para que sejam lançados novos olhares nos dados aqui apresentados e discutidos, e que instiguem novos estudos no âmbito da Educação Matemática.

## REFERÊNCIAS

- APEOESP. *Manual do professor*. Texto elaborado pela assessoria jurídica da secretaria da legislação da APEOESP, 2013.
- ALBUQUERQUE, I. C.; GONTIJO, C. H. A complexidade da formação do professor de matemática e suas implicações para a prática docente. *In: Espaço pedagógico*, Passo Fundo, v. 20, n. 1, p. 76-87.
- ALMEIDA, J. C. *O milagre de Teresa*: a impressionante história de fé e devoção que permitiu o Papa Francisco declarar: Madre Teresa de Calcutá é santa! 2. ed. São Paulo: Planeta, 2016.
- ALMEIDA, M. E. B. Tecnologias na Educação: dos caminhos trilhados aos atuais desafios. *In: Bolema*, ano 21, n.29, p.99 – 129, 2008.
- AMARAL, R.B. Vídeo na sala de aula de matemática: que possibilidades?. *Educação Matemática em Revista*, v. 18, p. 38-47, 2013.
- ANDRADE, P. F. *A sala de aula de Matemática*: influências de um curso de formação continuada sobre o uso do GeoGebra articulado com atividades matemáticas. 2017,128f. Dissertação (mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP. Rio Claro, 2017.
- ANDRADE, P. F.; BALDONI, A. C. P.; JAVARONI, S. L. A Escola pública e o uso do computador: um olhar para a estrutura física dos laboratórios de informática das escolas da Diretoria de Ensino de Bauru. *Anais do XXVI CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA*, 2014, [S.l: s.n.], 2014.
- ANDRADE, P. F.; ZAMPIERI, M. T.; JAVARONI, S. L. O computador e a prática pedagógica: os laboratórios de informática das escolas estaduais públicas de Bauru. *In: CONGRESSO NACIONAL DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES*, 2014, Águas de Lindóia. *Anais...* [s.n.], 2014.
- ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo Pesquisas Coletivamente em Educação Matemática. *In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*, Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
- BAIRRAL, M. A. Materiais curriculares educativos *online* como uma estratégia para o desenvolvimento profissional em matemática. *Zetetiké (on line)*, v. 24, p. 75-92, 2016.
- BENITES, V. C. *Formação de professores de Matemática*: dimensões presentes na relação PIBID e Comunidade de Prática. 2013,247f. Dissertação (mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP. Rio Claro, 2013.

BENTO, H. A.; LAUDARES, J. B. *Possibilidades de construção de figuras geométricas planas com o software: GEOGEBRA* / Humberto Alves Bento e João Bosco Laudares - Volume único - Brasília: Edição do autor, 2010. 160 p.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa em Educação Matemática. In: *Pro-Posições*, Campinas, v. 4, p. 18–23, mar. 1993.

BLUELAB. *Manual de utilização do bluelab*. Disponível em: [https://deitarare-public.sharepoint.com/Documents/Manual\\_BlueLab.pdf](https://deitarare-public.sharepoint.com/Documents/Manual_BlueLab.pdf) . Último acesso em 15.12.2017.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática*. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

\_\_\_\_\_; VILLARREAL, M. E. *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. New York: Springer, 2005. 232 p. (Mathematics Education Library, 39).

BOSCHESI, F. H. L. *Práticas Pedagógicas com uso das TIC declaradas por Professores de Matemática do Ensino Médio no contexto do novo Currículo do Estado de São Paulo*. 159f. Dissertação (mestrado em Educação) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP. Presidente Prudente, 2016.

CHINELLATO, T. G. *O uso do computador em escolas públicas estaduais da cidade de Limeira/SP*. Inserir ano. 104 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2014.

CRECCI, V. M.; FIORENTINI, D. gestão do Currículo de Matemática sob Diferentes Profissionalidades. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 28, n. 49, p. 601–620, 2014.

D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. Insubordinação Criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. In: *Bolema*, 2015, Rio Claro (SP), v. 29, n. 51, p. 1-17.

D'AMBROSIO, U. *Educação Matemática: da teoria à prática*. 16ª ed., Campinas: Papirus, 2008

DANTAS, S. C. *Design, implementação e estudo de uma rede sócio profissional de professores de matemática*. 229f. Tese (doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP. Rio Claro, 2016.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. (Editores). *Handbook of qualitative research*. (2 Ed.). Thousand Oaks, Califórnia: Sage Publications. 2000.

EDUC. FC. *Função linear afim: equação de rectas*. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm28/func/flrec.htm> . Último acesso em 25.11.2017.

ELIZALDE, M. *Cilindro y cono geogebra*. 2013. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=ILwXv0wTbG8> . Último acesso em 15.12.2017.

FIORENTINI, D. Investigar e aprender em comunidades colaborativas de docentes da escola e da universidade. In: XVI ENDIPE – Encontro nacional de didática e práticas de ensino - UNICAMP, Campinas. *Anais...*, 2012.

\_\_\_\_\_. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, M.C.; ARAÚJO, J. L. (orgs.). *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, p. 49-78, 2004.

\_\_\_\_\_; CRECCI, V. M. Práticas de desenvolvimento profissional sob a perspectiva dos professores. In: *Revista Eletrônica da Divisão de Formação Docente*, volume especial de lançamento, p. 65–76, 2012.

\_\_\_\_\_; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. *Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina Matemática*. Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. 2016.

FIRME, I. C., PAULO, R. M. O uso de tecnologias na aula de Matemática: uma visão a partir da análise das condições do Programa ACESSA Escola. In: *Anais do II Fórum do GT6 da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM)*, 2014. p.1 – 1.

GAMA, R. P.; FIORENTINI, D. Formação continuada em grupos colaborativos: professores de matemática iniciantes e as aprendizagens da prática profissional. In: *Educação Matemática Pesquisa*, v. 11, p. 441–461, 2009.

GEOGEBRA. *Quickstart for desktop version*, 2011. Disponível em [https://app.geogebra.org/help/geogebraquickstart\\_en.pdf](https://app.geogebra.org/help/geogebraquickstart_en.pdf) . Último acesso em 06.07.2016.

GOLDENBERG, M. *A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais*. 3 ed., Rio de Janeiro: Record, 2003.

GRACIAS, T. A. *A natureza da reorganização do pensamento em um curso a distância sobre Tendências em Educação Matemática*. 2003, 165p. Tese de doutorado - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP. Rio Claro, 2003.

GUTIERREZ, R. Strategies for Creative Insubordination in Mathematics Teaching. In: AGUIRRE, J. M.; CIVIL, M. *Teaching for Excellence and Equity in Mathematics*. v. 7, n.1, 2016, p. 52 – 60.

HOHENWARTER, M. (2002). *GeoGebra-a software system for dynamic geometry and algebra in the plane*. Unpublished master's thesis, University of Salzburg, Austria.

INSTITUTO SÃO PAULO GEOGEBRA. Disponível em [http://www.pucsp.br/geogebra/sobre\\_instituto.html](http://www.pucsp.br/geogebra/sobre_instituto.html) . Último acesso em 06.07.2016.

JAVARONI, S. L. *Abordagem geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias*. 231 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2007.

JAVARONI, S. L.; ZAMPIERI, M. T. O Uso das TIC nas Práticas dos Professores de Matemática da Rede Básica de Ensino: o projeto Mapeamento e seus desdobramentos. *In: Bolema*, 2015, Rio Claro (SP), v. 29, n. 53, p. 998-1022.

JAVARONI, S. L.; ZAMPIERI, M. T. Reflexões em um espaço virtual de formação de professores de matemática. *In: Zetetiké: Revista de Educação Matemática*, 2016, Campinas (SP), v. 24, n. 45, p. 109-125.

LINCOLN, Y. S.; GUBA, E. G. *Naturalistic Inquiry*. Califórnia: Sage Publications, Inc., 1985.

LEVY, P. *As tecnologias da Inteligência*. O futuro do pensamento na era da informática. 8. ed. Rio de Janeiro: Editora 34, 1999. 127 p.

LOPES, C. E.; D'AMBROSIO, B. S. Professional development shaping teacher agency and creative insubordination. *In: Ciências e Educação*, v. 22, n.4, p. 1085 – 1095, 2016.

LOUREIRO, D. Z.; GHIROTTI, D. R.; PIANO, D. L.; OLIVEIRA, F. T.; CANTU, J. G.; GREFF, J.; DIETRICH, L.; TONDO, L. M.; LAUFER, M. Explorando o GeoGebra: um *Software* para o ensino e a aprendizagem da Matemática. *In: XXIV Semana Acadêmica da Matemática*. Universidade Estadual do Oeste do Paraná. *Anais...Cascavel*, p. 1 – 11, 2010.

MALHEIROS, A. P. *Educação Matemática Online: a elaboração de projetos de modelagem*. 2008, 178f. Tese de doutorado - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP. Rio Claro, 2008.

MALTEMPI, M. V. Educação Matemática e tecnologias digitais: reflexões sobre prática e formação docente. *In: Acta Scientiae: revista de ensino de Ciências e Matemática*. v. 10, n. 1, p. 59–67, 2008.

MISKULIN, R. G. S.; VIOL, J. F. As práticas do professor que ensina matemática e suas interrelações com as tecnologias digitais  
 . *In: Revista e-Curriculum*, v.2, n.12, p.1311 – 1330, 2014.

\_\_\_\_\_; SILVA, M. R. C., ROSA, M. Comunidades de Prática Baseadas na Tecnologia Como Histórias Compartilhadas na Formação Continuada de Professores de Matemática. *VII Reunião de Didática da Matemática do Cone Sul*, 2006, Águas de Lindóia: PUC-SP, 2006.

MORRIS, V.C.; CROWSON, R.L.; HURWITZ JR., E.; PORTER-GEHRIE, C. *The urban principal. Discretionary decision-making in a large educational organization*. 1981. Disponível em:  
<<http://eric.ed.gov/?id=ED207178>>. Acesso em: 31/08/2014.

NACARATO, A. M. A Formação do Professor de Matemática: pesquisa x políticas públicas. In: *Revista Contexto e Educação*, 2006, v. 21, n. 75. Disponível em  
<<https://www.revistas.unijui.edu.br/index.php/contextoeducacao/article/view/1114>>. Último acesso em 18.07.2016.

\_\_\_\_\_. A parceria universidade-escola: utopia ou possibilidade de formação continuada no âmbito das políticas públicas? In: *Revista Brasileira de Educação*, 2016, v. 21, n. 66. Disponível em  
< [http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1413-24782016000300699&script=sci\\_abstract&tlng=pt](http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1413-24782016000300699&script=sci_abstract&tlng=pt)  
>. Último acesso em 18.10.2016.

\_\_\_\_\_.; PASSOS, C. L. B.; CRISTOVÃO, E. M.; MEGID, M. A. B. A.; GAMA, R. P.; COELHO, M. A. V. M. P. Tendências das pesquisas brasileiras que têm o professor que ensina matemática como campo de estudo: uma síntese dos mapeamentos regionais. In: FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. *Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática*. Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. 2016, p. 317 – 350.

OLIVEIRA, F. T. *A inviabilidade do uso das tecnologias da informação e comunicação no contexto escolar: o que contam os professores de Matemática?*. 2014. 169 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2014.

PAULO, R. M; FIRME, I. C. O Programa ACESSA Escola: um Espaço para Atuação com as TIC. In: III CONGRESSO INTERNACIONAL DAS TIC NA EDUCAÇÃO, 2014, Lisboa/Portugal. Anais... Lisboa/Portugal: [s.n.], 2014. Disponível em:  
<[http://ticeduca2014.ie.ul.pt/downloads/AtasDigitais/Atas\\_Digitais\\_ticEDUCA2014.pdf](http://ticeduca2014.ie.ul.pt/downloads/AtasDigitais/Atas_Digitais_ticEDUCA2014.pdf)  
>. Acesso em: 15 abr. 2015.

O’ HALLORAN, K. L. (in press 2011). Multimodal Discourse Analysis. In K. Hyland and B. Paltridge (eds) *Companion to Discourse*. London and New York: Continuum. 2011.

PERALTA, P. F. *Utilização das Tecnologias Digitais por Professores de Matemática: um olhar para a região de São José do Rio Preto*. 119 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2015.

PORTUGAL. *Programa e metas curriculares*. Ensino Básico. Ministério da Educação e da Ciência. 2013.

PUCMINAS. *Capítulo 1: Retas e funções lineares*. Disponível em: [http://www.matematica.pucminas.br/profs/web\\_fabiano/calculo1/lineares.pdf](http://www.matematica.pucminas.br/profs/web_fabiano/calculo1/lineares.pdf) . Último acesso em 25.11.2017.

ROSA, M.; PAZUCH, V.; VANINI, L. Tecnologias no ensino de Matemática: a concepção de cyberformação como norteadora do processo educacional. In: Anais do XI Encontro Gaúcho de Educação Matemática, 2012, Lajeado – RS. *Anais do XI EGEM*, 2012, p. 1 – 17.

RICHIT, A.; MALTEMPI, M. V. Formação profissional docente, novas e velhas tecnologias: avanços e desafios. In: *V Congresso Ibero-americano de Educação Matemática (CIBEM)*. Porto, Portugal, 17 a 22 de julho de 2005. Anais em CD.

SANTOS, J. M.; TROCADO, A. E. B. GeoGebra as a learning Mathematical Environment. In: *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*. v. 5, n. 1, pp. 05-22. 2015

SANTOS, M. R.; BICUDO, M. A. V. Uma Experiência de Formação Continuada com Professores de Arte e Matemática no Ensino de Geometria In: *Bolema*, v. 29, n. 53, p.1329 – 1347, 2015.

SANTOS, S. C. *A produção matemática em um ambiente virtual de aprendizagem: o caso da geometria euclidiana espacial*.135f. Dissertação (mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP. Rio Claro, 2006.

SANTOS, V.; QUARESMA, P.; MARIC, M.; CAMPOS, H. Web geometry laboratory: case studies in Portugal and Serbia. In: *Interactive Learning Environments*, v. 24, n.1, pp. 01-19. 2016.

SÃO PAULO. *Acessa Escola*. Disponível em: <http://www.educacao.sp.gov.br/noticia/acessa-escola/> . Último acesso em 15.12.2017.

\_\_\_\_\_. Governo do Estado de São Paulo. Secretaria de Educação. *Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias / Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; coordenação de área, Nilson José Machado*. – 1. ed. atual. – São Paulo : SE, 2012.72 p.

\_\_\_\_\_. *Manual do usuário da informática*. SEE/FDE. 2010.

\_\_\_\_\_. *Material de apoio ao currículo do estado de São Paulo*. Caderno do professor. Matemática. 8ª série/9º ano. V.2. 2014.

\_\_\_\_\_. *Resolução SE 17, de 31-3-2015*, complemento ao Programa Acessa Escola. In: Diário Oficial Poder Executivo. 2015.

\_\_\_\_\_. *Manual de procedimentos*. Diretoria Acessa Escola, 2010. [http://file.fde.sp.gov.br/portalfde/Arquivo/DocRedeEnsino/manual\\_diretores.pdf](http://file.fde.sp.gov.br/portalfde/Arquivo/DocRedeEnsino/manual_diretores.pdf)

\_\_\_\_\_. Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. *Portaria CGRH-3 de 9 de abril de 2015*. Cronograma e diretrizes para atribuição de carga horária de Professor Auxiliar e do Projeto de Apoio Escolar. Disponível em <http://decarapicuiba.educacao.sp.gov.br/Documentos/Portaria%20CGRH-3,%20de%209-4-2015.docx> . Último acesso em 06.07.2015. 2015.

SILVA, E. C.; MEDEIROS, D. O.; MORELATTI, M. R. M. AVALIAÇÃO DOS LABORATÓRIOS DE INFORMÁTICA DAS ESCOLAS ESTADUAIS DE PRESIDENTE PRUDENTE NO CONTEXTO DO PROGRAMA ACESSA ESCOLA. In: I SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE OBSERVATÓRIOS DE EDUCAÇÃO E FORMAÇÃO, 2014, Porto - Portugal. *Anais...* Porto - Portugal: [s.n.], 2014. p. X.

SILVA, M. A. *Sala de Aula Interativa*. 1ª edição. Rio de Janeiro: Quartet Editora & Comunicação Ltda, 2000.

SOUTO, D. L. P. Transformações expansivas em um curso de Educação Matemática a distância *online*. 2013,279f. Tese (doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP. Rio Claro, 2013.

TARDIF, M. Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários: Elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas consequências em relação à formação para o magistério. In: *Revista Brasileira de Educação*, nº13, 2000.

TIKHOMIROV, O. K. The psychological consequences of the computerization. In J. Werstch (Ed.), *The concept of activity in soviet psychology* (pp. 256 - 278). New York, United States: Sharp, 1981.

VIOL, J. F. *Movimento das Pesquisas que Relacionam as Tecnologias de Informação e de Comunicação e a Formação, a Prática e os Modos de Pensar de Professores que Ensinam Matemática*. 2010. 223 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010.

XAVIER, G. P. O.; BAIRRAL, M. A. Fórum de discussão *online*: experiências e formação continuada em matemática. In: *Cadernos de Pesquisa*. v. 24, n. 1, 2017, p. 101 – 113.

ZAMPIERI, M. T. *A comunicação em uma disciplina de Introdução a Estatística: um olhar sob a formação inicial de professores de matemática a distância*. 125 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2013.

\_\_\_\_\_. Digital technologies and curriculum for teaching Mathematics: Planning a blended continuing education course. In: III CONGRESSO INTERNACIONAL DAS TIC NA EDUCAÇÃO, 2014, Lisboa/Portugal. *Anais...* Lisboa/Portugal: [s.n.], 2014.

\_\_\_\_\_.; JAVARONI, S. L.; ANDRADE, P. F. Perspectivas e desafios para o uso do geogebra nas aulas de Matemática: um debate entre professores. In: 8º Congresso de extensão universitária da UNESP. Bauru. *Anais Diálogos da Extensão: do saber acadêmico à prática social*, 2015.

\_\_\_\_\_. JAVARONI, S. L. SILVA, J. C. S. O uso das TIC nas aulas de Matemática: peculiaridades do Brasil, de Portugal e da França. CIEMeLP: Conferência Internacional do Espaço Matemático em Língua Portuguesa, Coimbra. *Anais...* 2015.

\_\_\_\_\_. JAVARONI, S. L.; SILVA, J. C. Formação continuada em ambientes de geometria dinâmica e seu impacto em sala de aula. In: *Anais do XXVII Seminário de Investigação em Educação Matemática (SIEM)*. Porto, 2016.

ZENHAS, A. *O papel do diretor de turma na colaboração escola-família*. Portugal: Porto, 2006.

## APÊNDICE A – ROTEIRO – ATIVIDADE COM FUNÇÃO AFIM NO GEOGEBRA

1 – Clicar na penúltima janela no canto superior, chamado “controle deslizante”. Depois, dar um clique no meio da tela. Em “nome” escrever “a”, e no intervalo, colocar de -10 a 10 e incremento 0,1.

2 – Depois, repetir esse processo, de forma análoga, ao invés de “a” em nome, colocar “b”, com as mesmas medidas do item 1.

3 – No campo “entrada”, digitar  $f(x) = ax$ . Aparecerá o gráfico. Em seguida, no campo “entrada”, digitar  $g(x) = ax + b$ . Aparecerá o gráfico dessa função.

4 – Pensando na aplicação em sala de aula, você pode pensar em desenvolver com os alunos habilidades relacionadas ao estudo do comportamento destes dois gráficos, ou seja, que eles consigam identificar as variáveis dependentes e as independentes, e que entendam os significados das variações dos parâmetros a e b. Assim, poderão ser feitas perguntas como:

a) Variando o parâmetro a, o que você observa em cada gráfico? E variando esse parâmetro, o que você observa na distância entre as duas retas? A partir dessa observação, em sua opinião, qual é o significado geométrico de a?

b) Variando o parâmetro b, o que você observa em cada gráfico? E na distância entre eles? A partir dessa observação, em sua opinião, qual é o significado de b?

5 – Clique em “Exibir” na barra de ferramentas, e depois clique na opção “planilha”. Ao abrir a planilha no canto direito, digite X (maiúsculo), na célula A1, F(X) (em maiúsculo) na célula B1 e G(X) (em maiúsculo) na célula C1.

6 – Na coluna “X” digite os valores de -4 a 10. Na célula B2, digite a fórmula  $f(A2)$  e dê enter. Depois arraste essa fórmula para as outras células B.

7 – Na célula C2, digite a fórmula  $g(A2)$  e dê enter. Depois arraste essa fórmula para as outras células C.

8 – Voltando a pensar em sala de aula, solicite aos alunos que variem o parâmetro a e que observem o que acontece com as três colunas da planilha. Solicite a eles que identifiquem as variáveis dependentes e independentes, e que justifiquem pautados no que estão visualizando.

9 – O que acontece com a posição entre as duas retas quando o valor de  $b$  é muito próximo de 0?

10 – Manipulando os parâmetros, você consegue deixar as retas na posição vertical? Esboce uma explicação para essa situação.

Referências:

<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm28/func/flrec.htm>

[http://www.matematica.pucminas.br/profs/web\\_fabiano/calculo1/lineares.pdf](http://www.matematica.pucminas.br/profs/web_fabiano/calculo1/lineares.pdf)

Perguntas para debate coletivo

1 – Esse tipo de atividade poderia ser utilizado para introduzir o conteúdo “funções lineares” ou para ser desenvolvida depois que os alunos já tiveram um contato prévio com o conteúdo?

2 – Que tipo de sugestões você daria para adaptar essa atividade para uma situação de seu interesse em sala de aula? Que modificações você faria?

3 – Especifique as potencialidades e limitações do GeoGebra para esse tipo de atividade?.

## APÊNDICE B – ROTEIRO – ATIVIDADE PERÍMETRO DO RETÂNGULO

1 – Clique em “exibir” e desmarque a opção “janela de álgebra”, depois desmarque a opção “eixos” (OBS. Se essa última opção não estiver em “exibir, ela estará logo abaixo das janelas, na parte superior, será o desenho de um eixo).

2 – Clique no ícone “malha”.

3 – Selecione a opção “RETA DEFINIDA POR DOIS PONTOS” (Janela 3) e clique em dois pontos na horizontal, posicionando horizontalmente sobre alguma reta da malha, fazendo os dois pontos coincidirem com pontos da malha.

4 – Se as letras dos pontos não estiverem aparecendo, clicar em com o botão direito do mouse no primeiro ponto e selecione a opção EXIBIR RÓTULO.

5 – Selecione a opção NOVO PONTO (Janela 2) e clique em qualquer lugar na janela de construção (preferencialmente coincidindo com alguma linha horizontal da malha).

6 – Selecione a opção RETA PARALELA (Janela 4) e clique na reta e depois no ponto criado anteriormente.

7 – Selecione a opção RETA PERPENDICULAR (Janela 4) e clique no ponto A e na outra reta. Faça o mesmo no ponto B e na outra reta.

8 – Selecione a opção INTERSEÇÃO DE DOIS OBJETOS (Janela 2) e clique na reta que passa por A e na outra reta. Também faça o mesmo com a reta que passa por B e na outra reta.

9 – Clique com o botão direito do mouse no primeiro ponto e selecione a opção EXIBIR RÓTULO. Faça o mesmo com o outro ponto.

10 – Selecione a opção POLÍGONO (Janela 5) e clique nos pontos ABED. E também clique uma quinta vez no ponto inicial para fechar o retângulo.

11 - Selecione a opção EXIBIR/ESCONDER OBJETO (Janela 11 ou botão direito do mouse) e clique em todas as quatro retas e também no ponto que está fora do retângulo.

12 - Selecione a opção DISTÂNCIA OU COMPRIMENTO (Janela 8) e meça os lados AB, DE, AD e BE clicando nos respectivos segmentos de reta.

13 – Selecione em “exibir” a opção PLANILHA. Digite em cada célula (de A1 a D1) ab        be        de        ad (em minúsculo, para não dar conflito no GeoGebra). Em E1, digite “Perímetro”.

14 - embaixo de ab be de ad, digite em maiúsculo das células A2 a D2, AB BE DE AD. As medidas do retângulo aparecerão na planilha.

15 – Em E2, digite a fórmula  $\text{Soma}[A2:D2]$  (ou clique no canto superior esquerdo no somatório e selecione as células de A1 até D1), e então a planilha fará o cálculo do perímetro do retângulo. Clique fora da planilha e depois clique na primeira janela (MOVER), movimente o retângulo e observe as variações nas medidas da planilha.

Sugestões de perguntas para os alunos:

1 – O que acontece com a medida do perímetro, quando movimentamos o segmento AB para mais perto de DE? E o que acontece com as medidas de AD e BE?

2 – Movimentando os pontos e segmentos, existe possibilidades de deixarmos todas as medidas de AB, BE, ED e AD iguais? Como essa nova figura se chama? Quais são as principais características dela?

3 – A partir desses movimentos, podemos afirmar que todo quadrado é um retângulo? Justifique tomando como base sua visualização. É possível afirmar que todo retângulo é quadrado? Justifique.

Questões para debate:

1 – Esse tipo de atividade poderia ser utilizado para introduzir o conteúdo “Perímetro de figuras planas no 6º ano” ou para ser desenvolvida depois que os alunos já tiveram um contato prévio com o conteúdo?

2 – Que tipo de sugestões você daria para adaptar essa atividade para uma situação de seu interesse em sala de aula? Que modificações você faria?

3 – Especifique as potencialidades e limitações do GeoGebra para esse tipo de atividade?

## APÊNDICE C - ROTEIRO – ATIVIDADE COM FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO GEOGEBRA

1 – Clicar na segunda janelinha superior (da direita para a esquerda) “controle deslizante, e variar de -5 a 5.

2 – Digitar no campo de entrada “ $y = ax$ ”, manter a positivo.

3 – Clicar no segundo ícone da esquerda para a direita, e clicar em “ponto sobre objeto”, clicar na reta da função.

4 – Clicar no quarto ícone da esquerda para a direita, depois clicar em “reta perpendicular”, depois clicar no ponto A e no eixo x.

5 – Na interseção entre o eixo x e a reta perpendicular, colocar um outro ponto B, clicando novamente em “ponto sobre objeto”.

6 – Na interseção da reta com os eixos (na origem), coloque o ponto C, clicando mais uma vez em “ponto sobre objeto”.

7 – Clicando no quinto ícone da direita para a esquerda, clique em “ângulo”, depois clique (nessa ordem) em B, C, A, aparecerá a medida do ângulo interno correspondente ao vértice C.

8 – No campo de entrada, digite “Distância[ A, B ]”, você terá a medida do cateto oposto ao ângulo criado. Será representado por “d”.

9 - No campo de entrada, digite “Distância[ A, C ]”, você terá a medida da hipotenusa do triângulo. Será representado por “e”.

10 - No campo de entrada, digite “Distância[ B, C ]”, você terá a medida do cateto adjacente ao ângulo criado. Será representado por “f”.

11 – No campo de entrada, digite  $d/e$ , e você terá a medida do seno do triângulo. Será representado por “g”.

12 - No campo de entrada, digite  $f/e$ , e você terá a medida do cosseno do triângulo. Será representado por “h”.

13 - No campo de entrada, digite  $d/f$ , e você terá a medida da tangente do triângulo. Será representado por “i”.

Possíveis perguntas a classe, para explorar os valores de seno, cosseno e tangente.

1 – O que acontece com g, h e i quando variamos os pontos A? Justifique baseado na visualização e no que aprendeu em sala de aula.

2 – Variando o controle deslizante “a”, altere as medidas do ângulo correspondente ao vértice C. O que acontece com as medidas de g, h e i, em cada ângulo que aparece, quando deslizamos o ponto A? Justifique.

**Perguntas para debate coletivo**

1 – Esse tipo de atividade poderia ser utilizado para introduzir o conteúdo “funções lineares” ou para ser desenvolvida depois que os alunos já tiveram um contato prévio com o conteúdo?

2 – Que tipo de sugestões você daria para adaptar essa atividade para uma situação de seu interesse em sala de aula? Que modificações você faria?

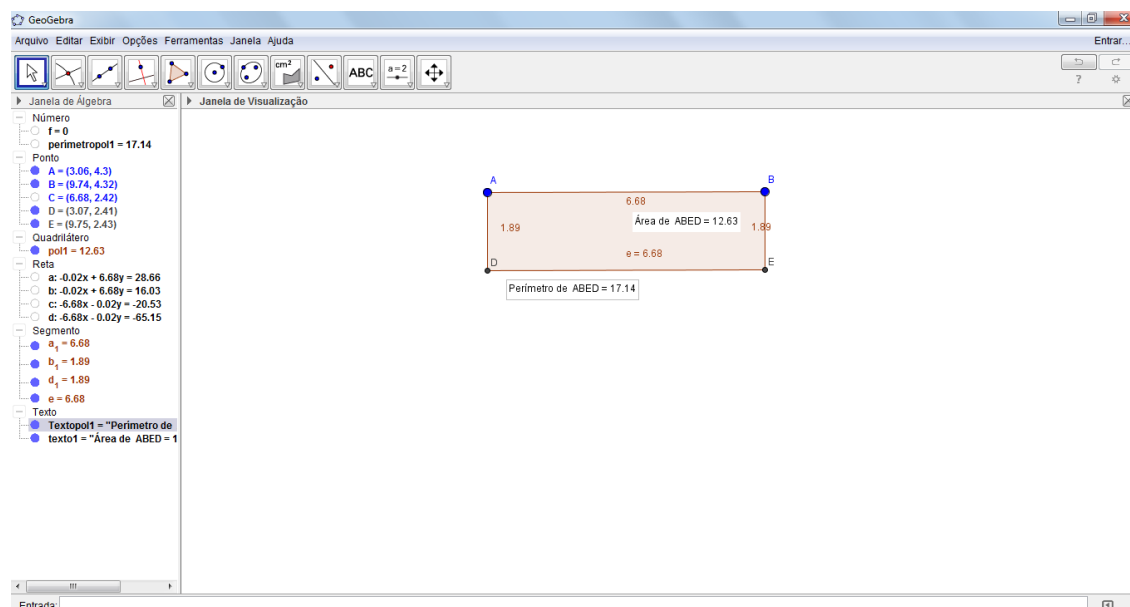
3 – Especifique as potencialidades e limitações do GeoGebra para esse tipo de atividade?

## APÊNDICE D – ATIVIDADE – CONSTRUÇÃO DE FIGURAS PLANAS E DEDUÇÃO DE PERÍMETROS E ÁREAS

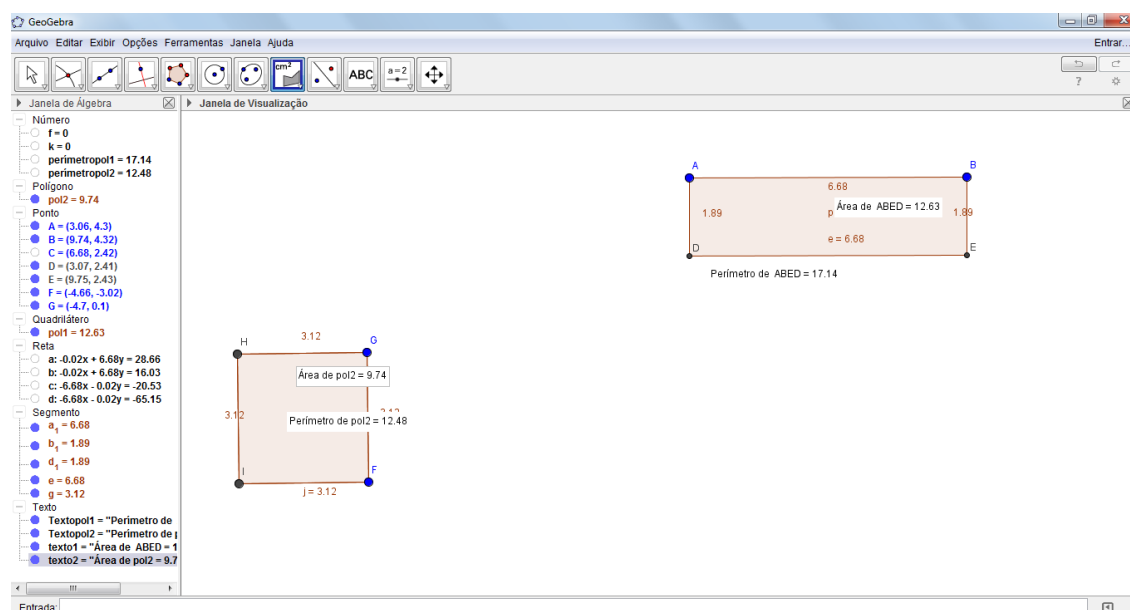
OBJETIVO – INTRODUZIR AS NOÇÕES DE PERÍMETRO E ÁREA POR MEIO DE CONSTRUÇÕES DE FIGURAS PLANAS NO GEOGEBRA

1) utilizaremos basicamente janela de visualização para essa atividade. Clique com o botão direito nessa janela e desmarque a opção **eixos**.

a) **RETÂNGULO**: Clicando na terceira janela (da esquerda para a direita), clique em **reta definida por dois pontos**, e depois clique duas vezes na janela de visualização. Em seguida, coloque um **ponto** fora da reta, trace uma **reta paralela** (quarta janela da esquerda para a direita) à primeira reta, passando por esse ponto. Trace uma **reta perpendicular** saindo do ponto A e cortando a reta paralela. Trace uma **reta perpendicular** saindo do ponto B e cortando a reta paralela. Marque os **pontos de interseção** entre as perpendiculares e a reta paralela com o comando **interseção entre dois objetos**, na segunda janela da esquerda para a direita. Clique na opção **polígono**, e clique nos pontos ABED e depois em A novamente, para fechar o polígono. Esconda as retas e o ponto C que “sobraram”, clicando com o botão direito em cima de cada uma (fora do polígono), e **desmarcando a opção exibir objeto, ou clicando na bolinha azul na janela de álgebra**, correspondendo a cada um dos objetos que se queira esconder. Para esconder os rótulos dos segmentos, clique com o botão direito na janela de álgebra na opção “segmento” e desmarque a opção **exibir rótulo**. Na oitava janela (da esquerda para a direita), clique em **Distância, Comprimento e Perímetro**, e marque os comprimentos de todos os lados do retângulo, depois marque o perímetro. Em seguida, calcule a **área** com esse mesmo comando. A figura deverá ficar como essa:



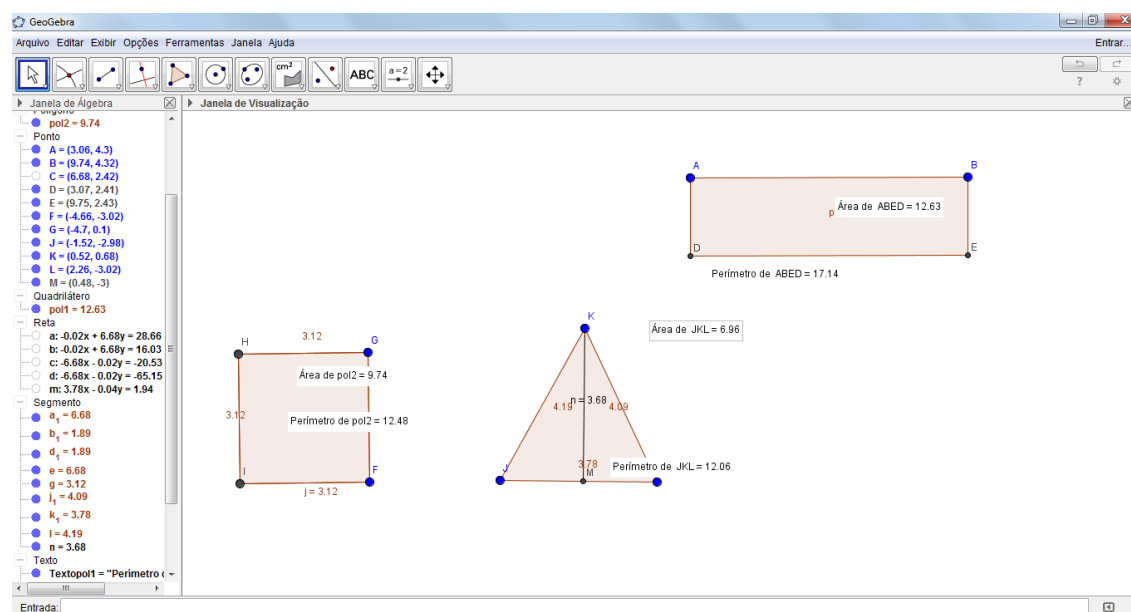
b) QUADRADO: Utilizando a ferramenta **Polígono Regular**, desenhe um quadrado no Geogebra. Na oitava janela (da esquerda para a direita), clique em **Distância, Comprimento e Perímetro**, e marque os comprimentos de todos os lados do retângulo, depois calcule o perímetro. Em seguida, calcule a **área**.



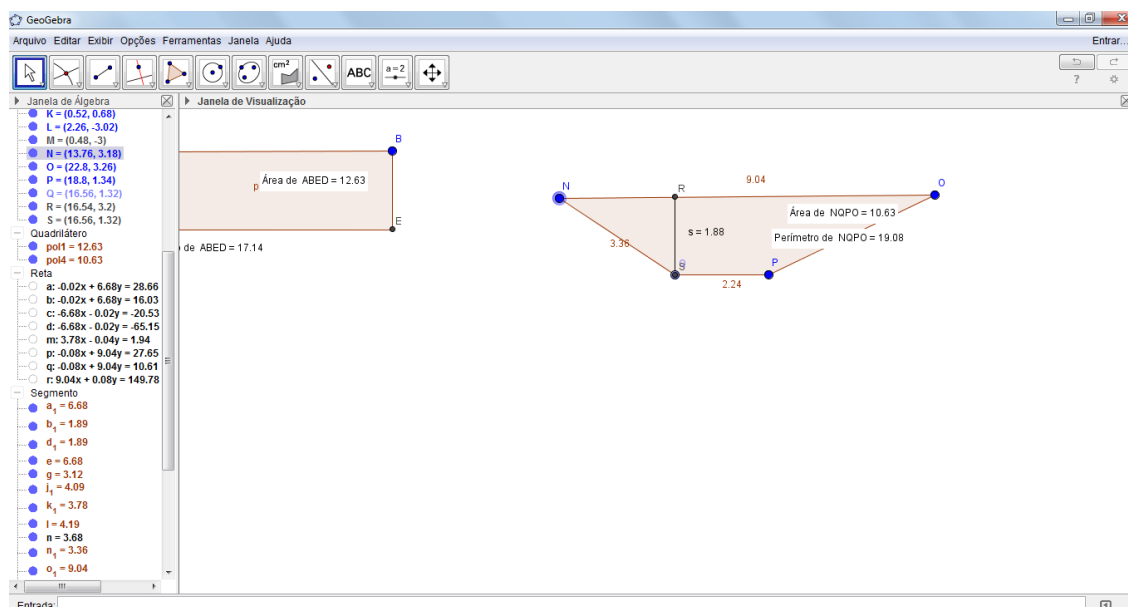
c) TRIÂNGULO: Utilizando a ferramenta **Polígono**, desenhe um triângulo no GeoGebra. Para saber a altura desse triângulo, clique na ferramenta **Reta Perpendicular** e selecione o vértice do triângulo que não faz parte da base, em seguida, clique sobre a base. Depois de realizado isso, clique na ferramenta **Interseção de dois objetos** e selecione a base do seu triângulo e a reta perpendicular que passa por essa base. Em seguida, selecione a ferramenta **Segmento** e trace o segmento entre o vértice oposto à base e o ponto de interseção. Depois, clique com

o botão direito sobre a reta perpendicular (fora do segmento) e **desmarque a opção exibir objeto**. Na oitava janela (da esquerda para a direita), clique em **Distância, Comprimento e Perímetro**, e calcule os comprimentos de todos os lados do triângulo, da altura e depois calcule o perímetro. Em seguida, calcule a **área**.

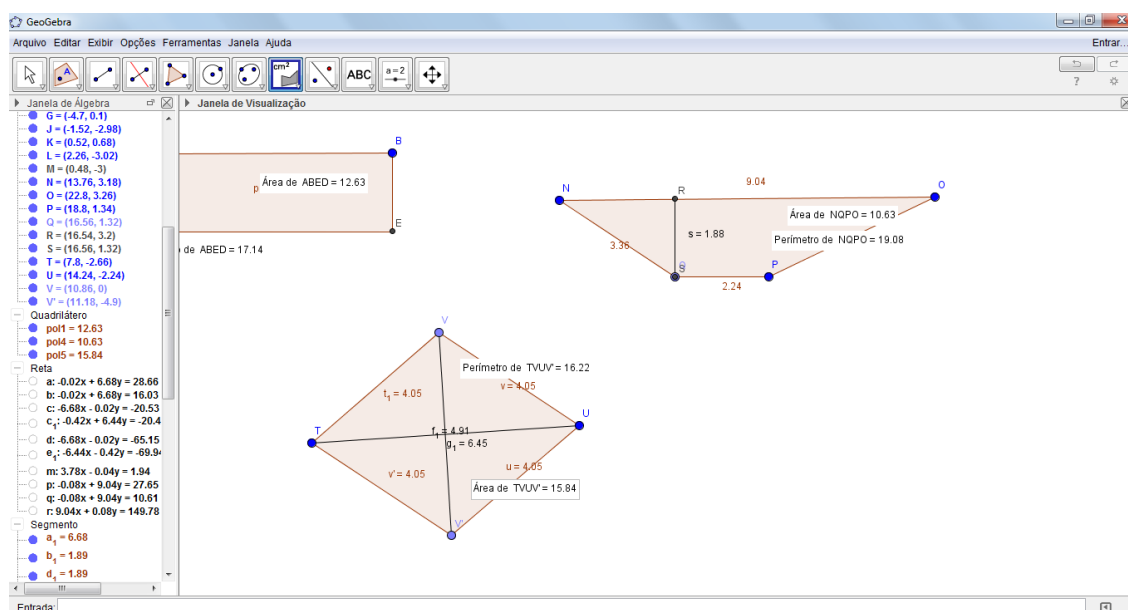
d) **PARALELOGRAMO**: Utilizando a ferramenta **Polígono**, desenhe um paralelogramo. Para saber a altura desse paralelogramo, clique na ferramenta **Reta Perpendicular** e selecione um vértice do paralelogramo e, em seguida, clique sobre a base oposta a esse vértice. Depois proceda de forma análoga ao que foi feito no triângulo para obter o segmento referente à altura. Depois, clique em **Distância, Comprimento e Perímetro**, e calcule os comprimentos de todos os lados do paralelogramo, da altura e depois calcule o perímetro. Em seguida, calcule a **área**.



e) **TRAPÉZIO**: Crie uma reta utilizando o comando **reta por dois pontos**, depois coloque um ponto fora desta reta e crie uma **paralela** à primeira. Crie mais um ponto na reta paralela utilizando o comando **ponto em objeto**, Utilizando a ferramenta **Polígono**, ligue esses pontos e desenhe um trapézio. Depois trace a altura desse trapézio pelo mesmo procedimento da construção anterior. Em seguida, clique em **Distância, Comprimento e Perímetro**, e calcule os comprimentos de todos os lados do trapézio, da altura e depois calcule o perímetro. Em seguida, calcule a **área**.



f) LOSANGO: Trace uma **reta passando por dois pontos**, depois encontre a **mediatriz** entre esses dois pontos. Em seguida, utilizando o **ponto em objeto**, clique em algum ponto na reta mediatriz. Na nona janela da esquerda para a direita, clique em **reflexão em relação a uma reta** e depois clique nesse ponto que acabou de encontrar, e depois clique na primeira reta criada. Depois clique em **polígono** e desenhe o losango. Depois esconda todas as retas utilizadas. Trace um segmento formando as diagonais do losango. Em seguida, clique em **Distância, Comprimento e Perímetro**, e calcule os comprimentos de todos os lados do trapézio, das diagonais e depois calcule o perímetro. Em seguida, calcule a **área**.



**Sugestão de questões para os alunos:**

1 – Movimente cada figura separadamente e observe as variações das medidas dos lados, altura, diagonais (no caso do losango), perímetro e área. Discuta com seus colegas e coloque uma explicação sobre o que você está entendendo como perímetro de cada figura e justifique baseado no que está visualizando. Como você acha que calcula o perímetro? Faça o mesmo para explicar a área e seu cálculo, mas para isso, analise cuidadosamente figura por figura.

### **Nosso debate**

1 – Como você avalia essa atividade no GeoGebra em relação ao objetivo que ela visa cumprir? Argumente.

2 – Que adaptações você faria nessa atividade pensando em sua sala de aula?

3 – Quais as potencialidades do GeoGebra nesse tipo de atividade e quais as limitações dele?

## APÊNDICE E – ROTEIRO – ATIVIDADE CICLO TRIGONOMÉTRICO

Objetivo – que os alunos identifiquem o seno, o cosseno e a tangente de um ângulo no ciclo trigonométrico

1 – Na segunda janela da esquerda para a direita, clique em **interseção de dois objetos**, e depois clique na interseção entre os eixos. Aparecerá o ponto **A**. Clique com o botão direito em cima dele e o renomeie como **O**.

2 – Na sexta janela da esquerda para a direita, clique em círculo e depois clique em **círculo dados centro e raio**. Trace um círculo com centro em **O** e **raio 1**. Se achar necessário, clique com o botão direito em cima do círculo e depois clique em **propriedades**, na janela **estilo**, aumente a espessura do círculo. Se necessário, também amplie a figura, clicando na primeira janela da direita para a esquerda.

3 – Em seguida, clique em **controle deslizante** na segunda janela da direita para a esquerda, clique em **ângulo e renomeie como  $\alpha$** . Coloque incremento de  $5^\circ$ .

4 – Na terceira janela, clique em **segmento**, e crie os segmentos AO e OB, com  $A = (1,0)$  e  $B = (0,1)$ . Na quinta janela da direita para a esquerda, clique em ângulo com **amplitude fixa**. Depois clique no segmento AO, abrirá uma janela, deverá ser apagado o ângulo que lá constar e digitar  $\alpha$ , e depois clicar em sentido anti-horário.

5 – Clique na terceira janela da esquerda para a direita, e depois selecione a opção **reta**. Clique em O e em A'. Renomeie o ponto A' como P, clicando com o botão direito em cima dele. Depois clique em cima **do eixo y e do ponto P, uma reta paralela a esse eixo** será construída, passando por P. Em seguida, clique com o botão direito em cima da reta construída e depois clique em **propriedades**, na janela **estilo**, selecione a opção de linha tracejada.

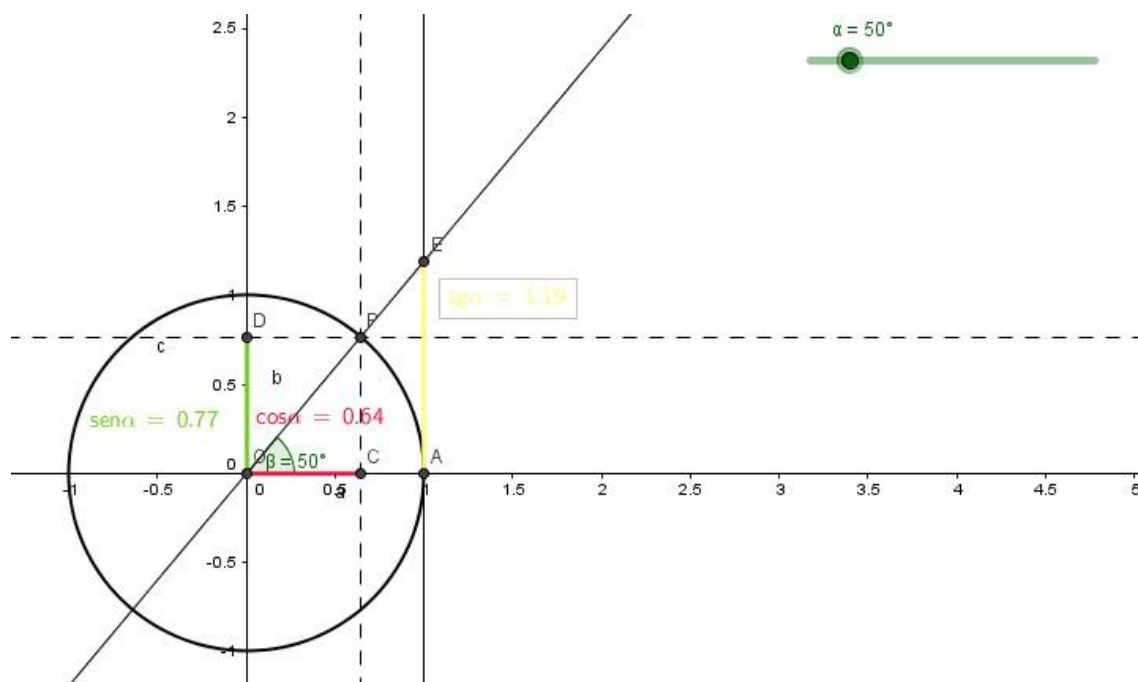
6 – Clique na quarta janela da esquerda para a direita, e depois selecione a opção **reta paralela**. Depois clique em cima **do eixo x e do ponto P, uma reta paralela a esse eixo** será construída, passando por P. Em seguida, clique com o botão direito em cima da reta construída e depois clique em **propriedades**, na janela **estilo**, selecione a opção de linha tracejada.

7 – Clique em **interseção de dois objetos** e encontre o ponto de interseção entre **a reta construída na etapa 5 com o eixo X**, que será chamado C, e depois faça o mesmo procedimento com a reta construída na etapa 6 e **o eixo Y**, que será chamado D. Em seguida, trace uma reta perpendicular ao eixo x (quarta janela da esquerda para a direita) passando pelo ponto A. Ache a interseção entre essa reta e a OP. Esse ponto será o D. Crie o segmento AD, mude a cor e a espessura, e tire o rótulo. Esconda o ponto B, clicando com o botão direito em cima deles, e depois em **exibir objeto**.

8 – Trace dois segmentos, OC e OD, utilizando o recurso **segmento** na terceira janela da esquerda para a direita. **Aumente a espessura desses dois segmentos, mude as cores, e tire os rótulos (clicando em “exibir rótulo”) de preferência pela janela de álgebra.** No campo de **Entrada**, digite  $\sin$  (aí selecione a opção  **$\sin(x)$** ), no lugar de x, coloque  $\alpha$  e dê enter, esse valor aparecerá na janela de álgebra como i. No campo de **Entrada**, digite  $\cos$  (aí selecione a opção  **$\cos(x)$** ), no lugar de x, coloque  $\alpha$  e dê enter, esse valor aparecerá na janela de álgebra como j. No campo de **Entrada**, digite  $\tan$  (aí selecione a opção  **$\tan(x)$** ), no lugar de x, coloque  $\alpha$  e dê enter, esse valor aparecerá na janela de álgebra como k. Renomei i, j e k como  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$  e  $\tan \alpha$ , respectivamente.

9 – Arraste  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$  e  $\tan \alpha$  da janela de álgebra para a janela de visualização, depois mude as cores desses textos, conforme as cores dos segmentos que já haviam sido alterados.

A figura deve ficar parecida com a que consta abaixo:



10 – **Esconda** a reta OP, e depois crie o **segmento** OP.

Sugestões de perguntas para os alunos:

1 – Peça aos alunos que manipulem o controle deslizante  $\alpha$  e que infiram o que acontece com os senos, cossenos e tangentes de  $\alpha$ , quando o ponto P está em cada um dos quadrantes. Peça a eles que anotem essas observações.

2 – Questione os alunos sobre o que acontece com a tangente quando os ângulos são retos. Teça algumas discussões para formalizar isso e também para formalizar a discussão do item 1.

3 – Questione aos alunos para que visualizem as relações trigonométricas entre ângulos  $\alpha$  (no primeiro quadrante),  $180^\circ - \alpha$ ,  $180^\circ + \alpha$  e  $360^\circ - \alpha$ .

Questões para debate:

1 – Essa atividade está adequada ao objetivo que visa cumprir? Por quê?

2 – Que tipo de sugestões você daria para adaptar essa atividade para uma situação de seu interesse em sala de aula? Que modificações você faria?

3 – Especifique as potencialidades e limitações do GeoGebra para esse tipo de atividade.

## APÊNDICE F – ATIVIDADE – SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM POLÍGONO

OBJETIVO – PROPORCIONAR AOS ALUNOS QUE DESCUBRAM A FÓRMULA DA SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM POLÍGONO

1) Primeiramente, abra a planilha do GeoGebra e digite uma tabela como essa da figura:

| Polígono  | Número de lados | Número de triângulos | Soma dos ângulos internos |
|-----------|-----------------|----------------------|---------------------------|
| Triângulo | 3               |                      |                           |
| Quadrado  | 4               |                      |                           |
| Pentágono | 5               |                      |                           |
| Hexágono  | 6               |                      |                           |
| Heptágono | 7               |                      |                           |
| Octógono  | 8               |                      |                           |
| Eneágono  | 9               |                      |                           |
| Decágono  | 10              |                      |                           |

2) Em seguida, utilizando a ferramenta **polígono**, construa um triângulo, coloque as medidas de seus ângulos internos, em seguida, clique com o botão direito em cima de cada um, clique em propriedades, e na opção exibir rótulo, deixe marcado na frente, somente a opção NOME. Depois no campo de entrada digite  $\alpha + \beta + \gamma$  (Para fazer isso, basta clicar com o direito em cima de cada um desses ângulos na janela de álgebra, ir em propriedades, na opção Básico, e copiar e colar a letra grega).

3) Utilizando a ferramenta **polígono**, construa um quadrilátero, e coloque as medidas de seus ângulos internos, em seguida, clique com o botão direito em cima de cada um, clique em propriedades, e na opção exibir rótulo, deixe marcado na frente, somente a opção NOME. Depois, no campo de entrada digite  $\epsilon + \zeta + \eta + \theta$ .

4) Utilizando a ferramenta **polígono**, construa um pentágono, e coloque as medidas de seus ângulos internos, em seguida, clique com o botão direito em cima de cada um, clique em propriedades, e na opção exibir rótulo, deixe marcado na frente, somente a

opção NOME. Depois, no campo de entrada digite  $\kappa / ^\circ + \lambda / ^\circ + \mu / ^\circ + \nu / ^\circ + \xi / ^\circ$ . Siga esses mesmos passos até a construção do decágono.

### **Pensando nos alunos:**

- a) Depois da construção, movimente todos os polígonos e relate o que acontece com as somas de seus ângulos internos.
- b) Preencha sua planilha com os dados que você está observando. Sem fazer contas e sem fazer construções, você saberia calcular a soma dos ângulos internos de um polígono de 11 lados? E de um polígono de N lados? Discuta com colegas e explique sua conclusão.

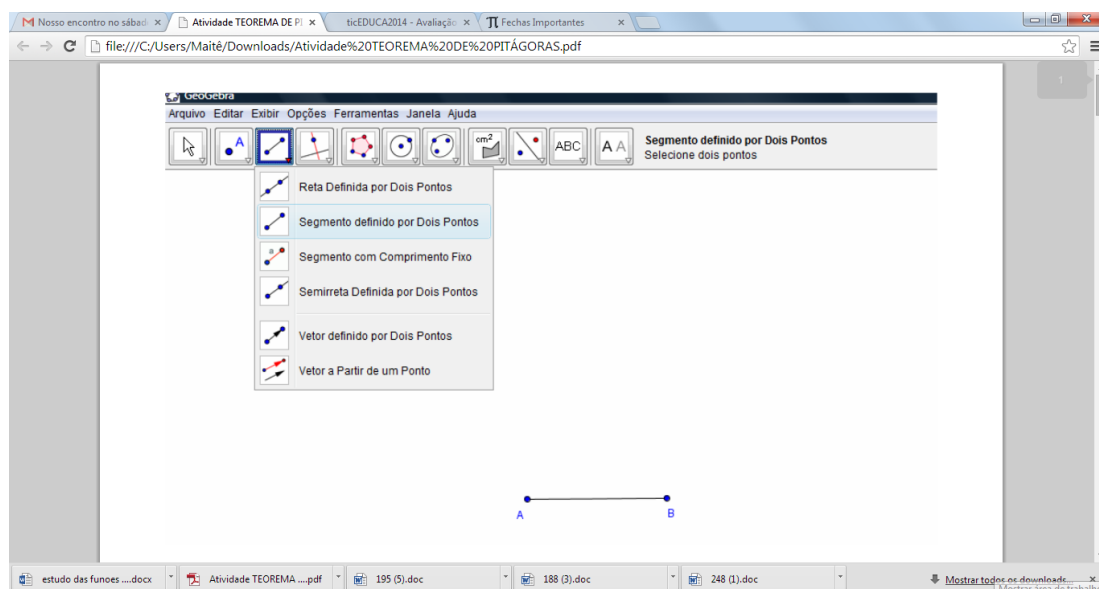
### **Nosso debate**

- 1 – Como você avalia essa atividade no GeoGebra em relação ao objetivo que ela visa cumprir? Argumente.
- 2 – Que adaptações você faria nessa atividade pensando em sua sala de aula?
- 3 – Quais as potencialidades do GeoGebra nesse tipo de atividade e quais as limitações dele?

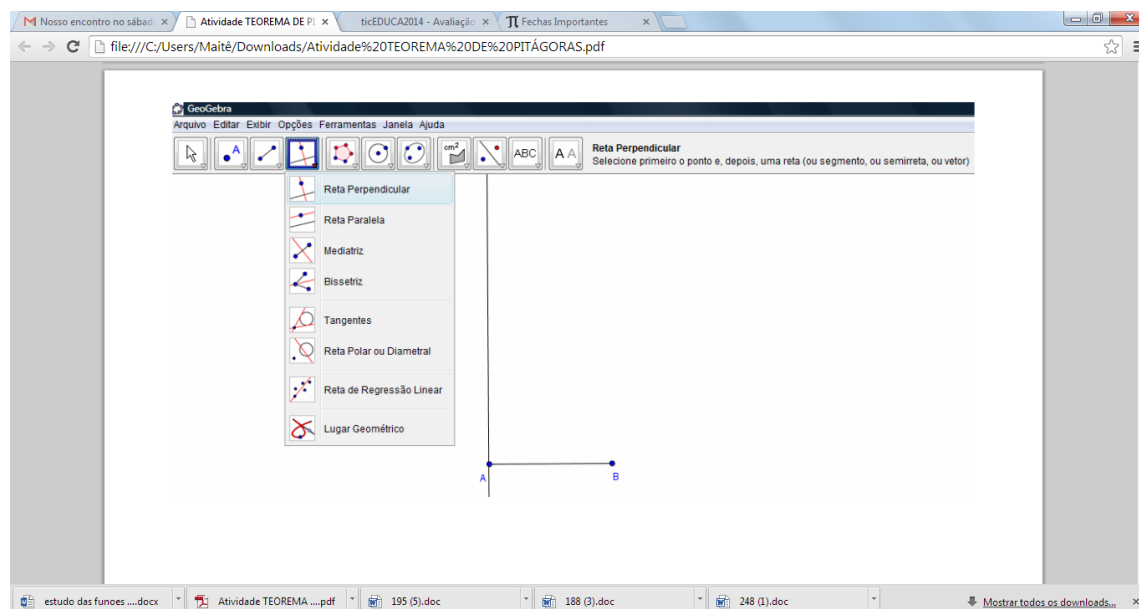
## APÊNDICE G - ROTEIRO – TEOREMA DE PITÁGORAS

Objetivo – Que os alunos visualizem que o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos<sup>62</sup>

1 – Elabore as construções, conforme os desenhos:

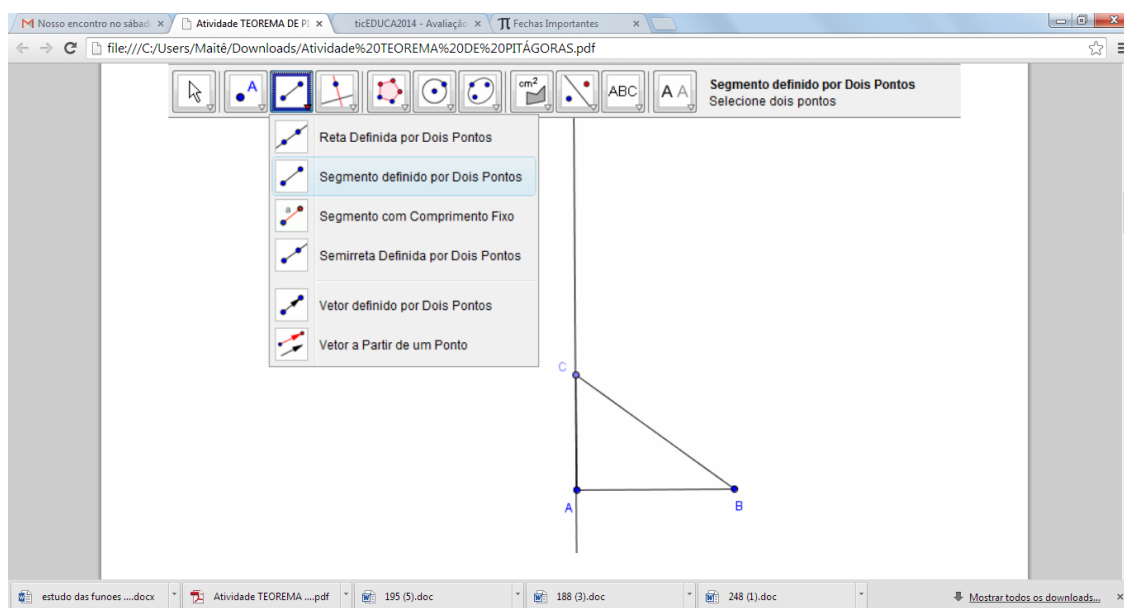


2

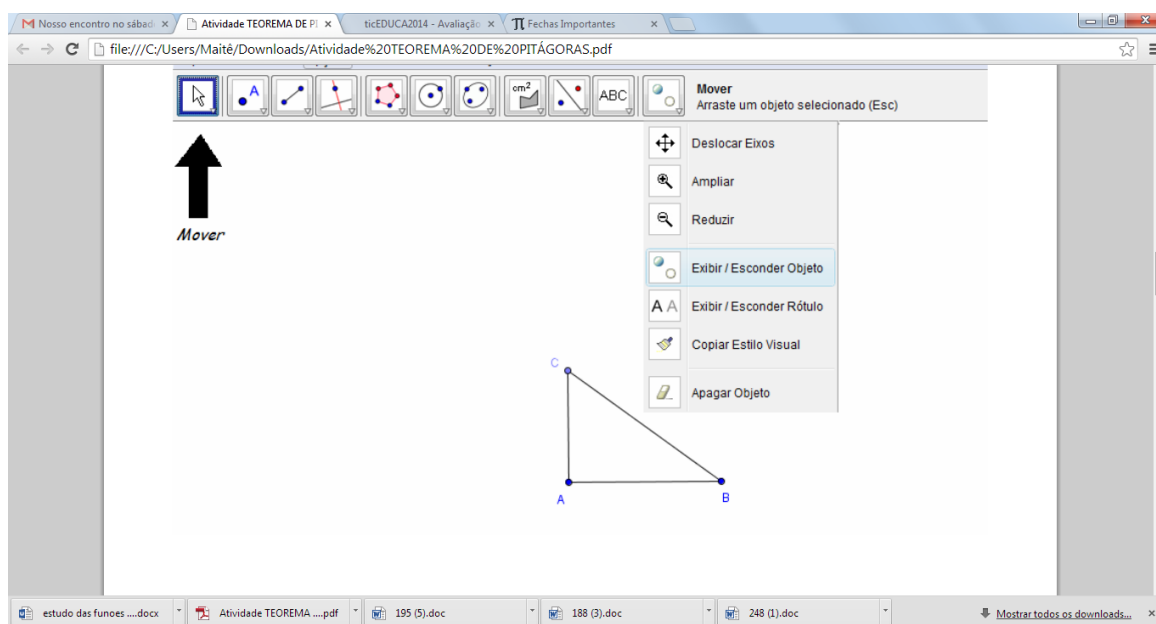


<sup>62</sup> Atividade baseada em Loureiro et al. (2010).

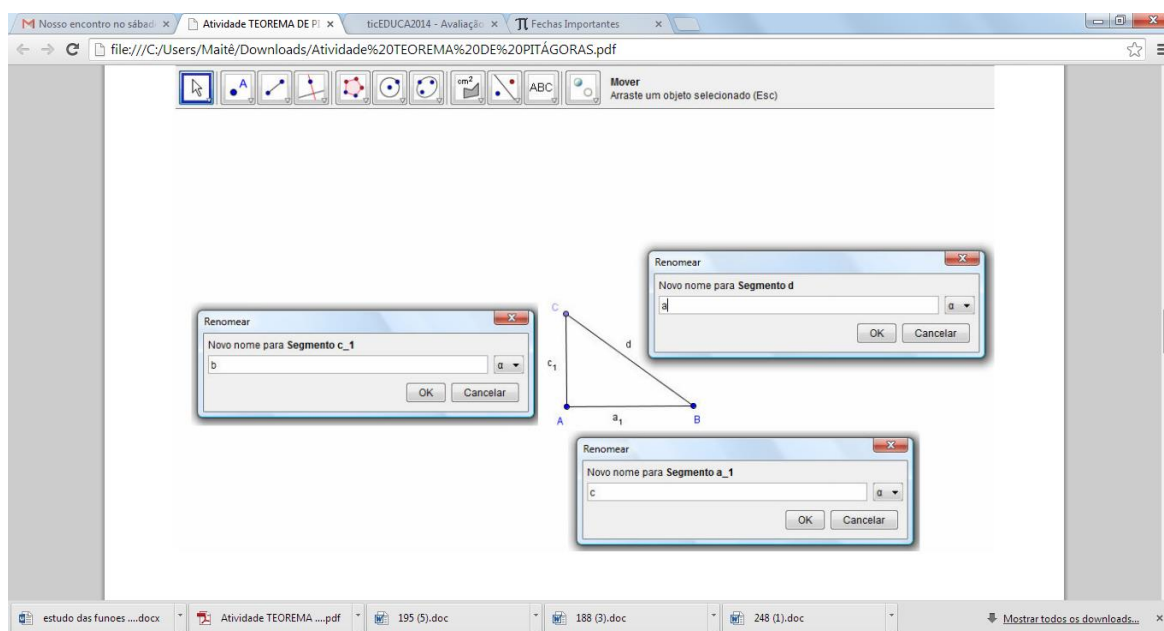
3



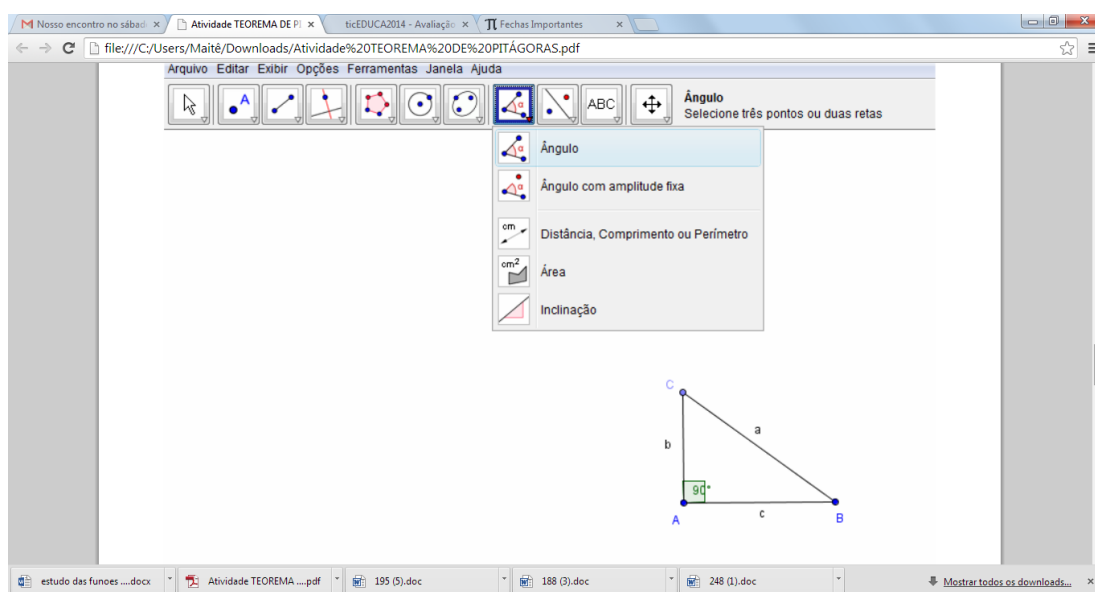
4



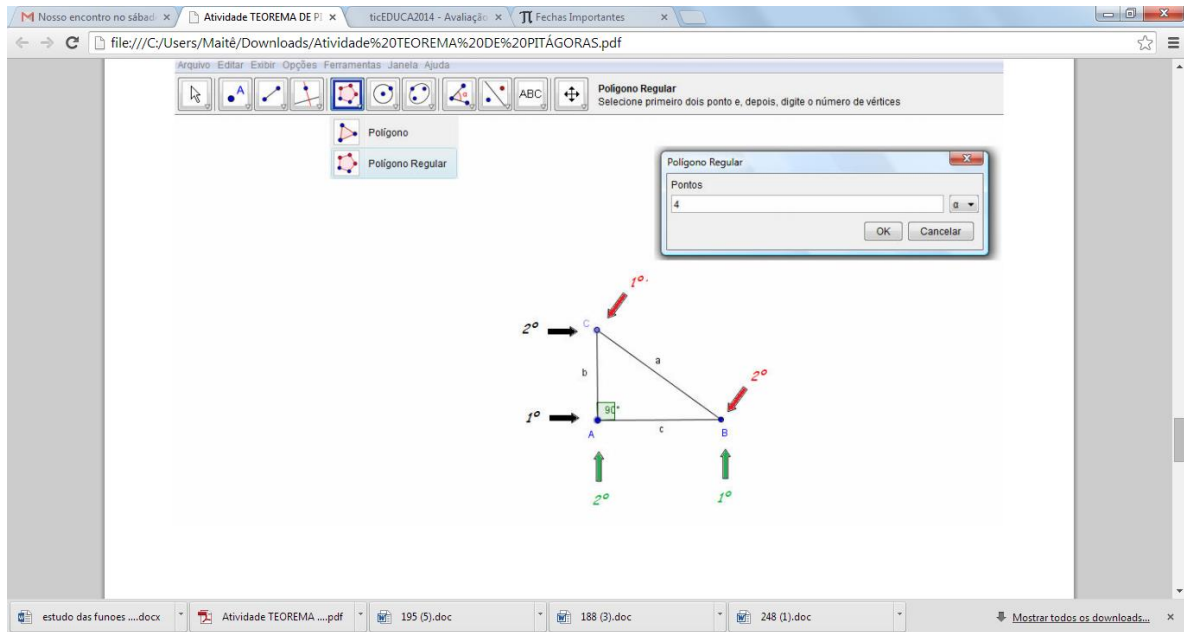
5



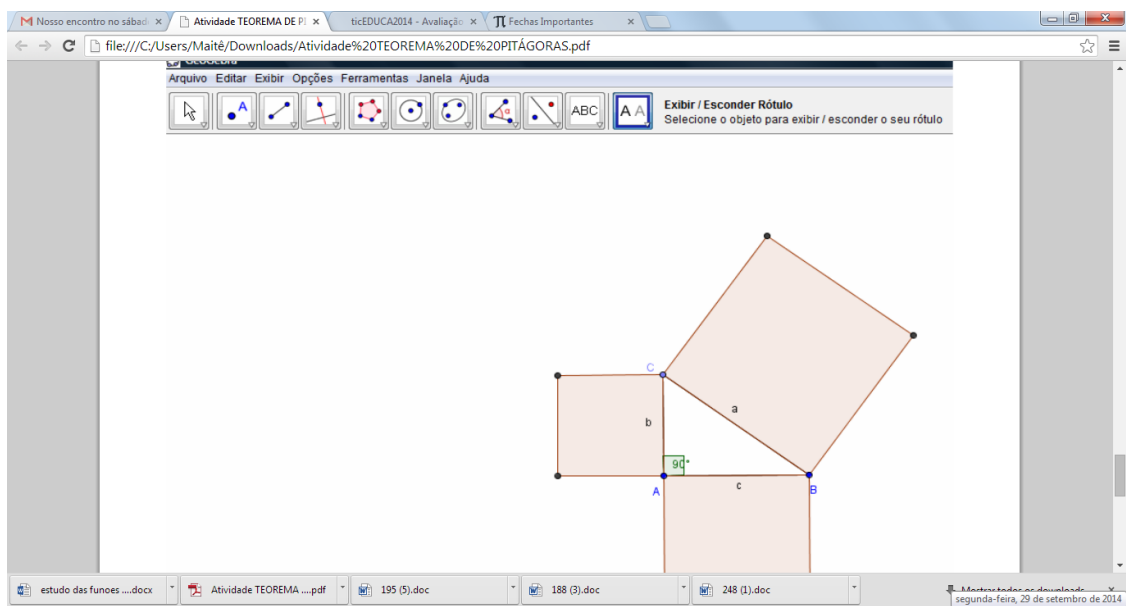
6



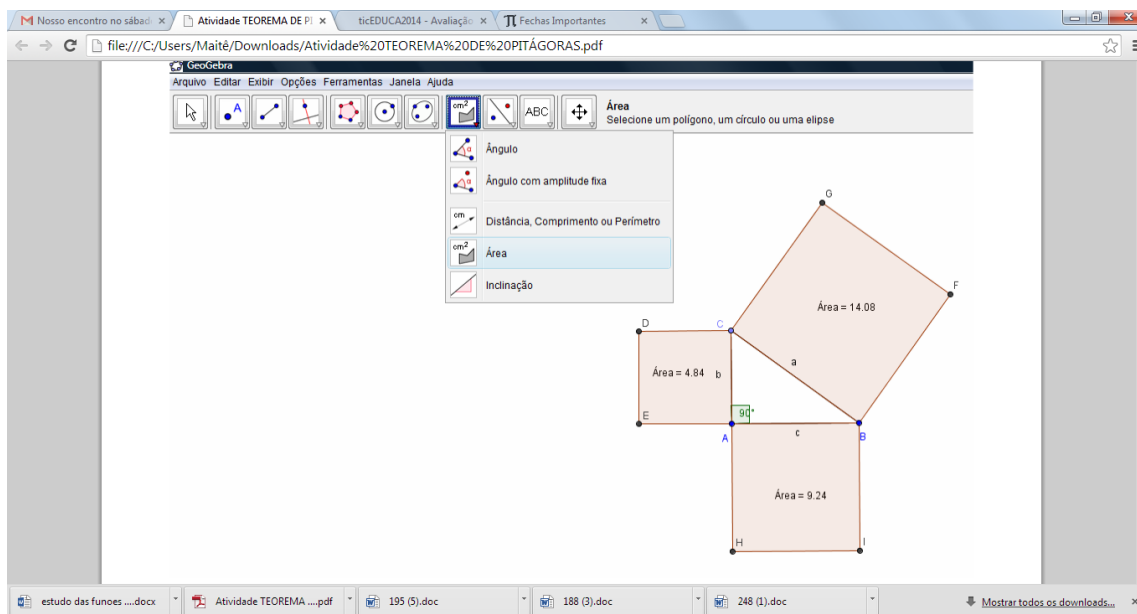
7-



8



10



Sugestão de questão para os alunos:

1 – Somando as áreas dos quadrados menores, o que você pode concluir? E se variar os tamanhos da figura, a sua conclusão anterior ainda é válida?

### Nosso debate

1 – Como você avalia essa atividade no GeoGebra em relação ao objetivo que ela visa cumprir? Argumente.

2 – Que adaptações você faria nessa atividade pensando em sua sala de aula?

3 – Quais as potencialidades do GeoGebra nesse tipo de atividade e quais as limitações dele?

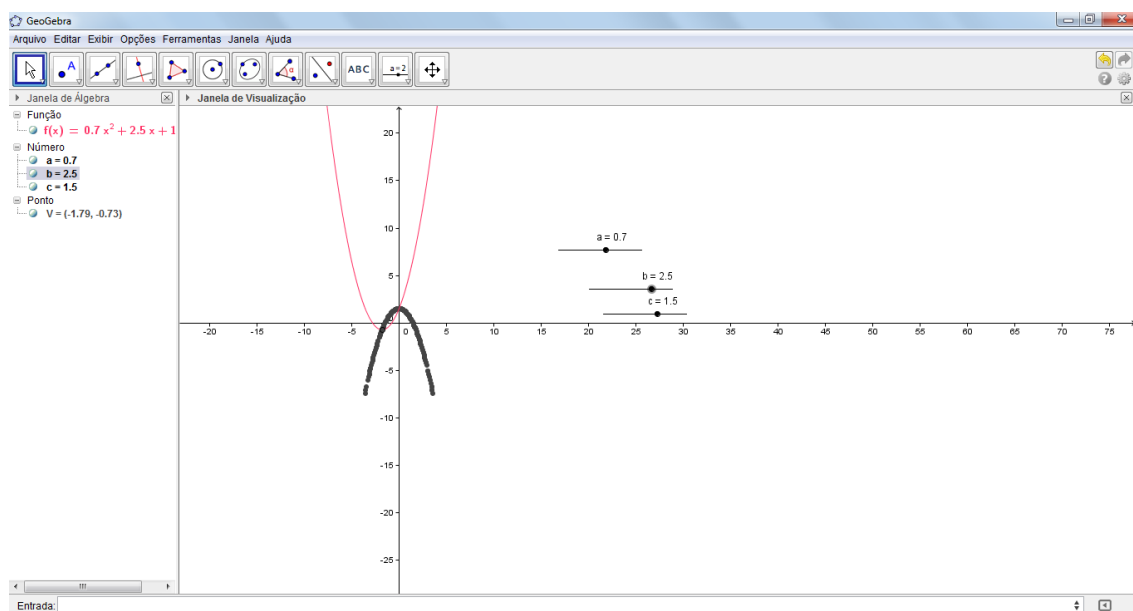
Objetivo – Que os alunos compreendam os significados de cada parâmetro das funções quadráticas<sup>63</sup>

1 – Criar os **controles deslizantes** a, b e c:

2 – Digitar no campo de entrada a função  $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ . Mude a cor da parábola se desejar. Nesse momento, já poderia ser solicitado aos alunos que manipulassem os parâmetros (com foco no a e c) para que conjecturassem sobre o que acontece.

3 – Depois, no campo de entrada, vamos localizar a coordenada do vértice, digitando no campo de entrada:  $V = ((-b) / (2a), (-b^2 - 4a c) / (4a))$ .

4 – Em seguida, habilite o rastro de V, movimente o controle b, e solicite aos alunos que conjecturem sobre o que estão visualizando. (A IDEIA SERIA QUE ELES CONCLUÍSSEM QUE A VARIAÇÃO DO PARÂMETRO b FAZ COM QUE A PARÁBOLA SE DESLOQUE TANTO NA PARTE POSITIVA DO EIXO X QUANTO NA NEGATIVA, BEM COMO PARA CIMA E PARA BAIXO. ALÉM DISSO, A TRAJETÓRIA DO VÉRTICE TRAÇA UMA PARÁBOLA INVERTIDA).



<sup>63</sup> Atividade baseada em Borba e Penteadó (2010).

**Nosso debate**

1 – Como você avalia essa atividade no GeoGebra em relação ao objetivo que ela visa cumprir? Argumente.

2 – Que adaptações você faria nessa atividade pensando em sua sala de aula?

3 – Quais as potencialidades do GeoGebra nesse tipo de atividade e quais as limitações dele?

## APÊNDICE I – ROTEIRO – ATIVIDADE COM RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Objetivo: Que os alunos visualizem que o seno, cosseno e tangente de um ângulo interno de um triângulo retângulo não se alteram quando as medidas dos lados variam, mantendo os ângulos fixos.

1 – Clicar na segunda janelinha superior (da direita para a esquerda) em **controle deslizante**, depois clique na janela de visualização, mantenha o nome “a”, e utilize a variação de 0 a 5.

2 – Digitar no campo de **Entrada** “ $y = ax$ ”

3 – Clicar no segundo ícone da esquerda para a direita, e clicar em “**ponto em objeto**”, clicar na reta da função (Ponto A).

4 – Clicar no quarto ícone da esquerda para a direita, depois clicar em “**reta perpendicular**”, depois clicar no ponto A e no eixo x.

5 – Na interseção entre o eixo x e a reta perpendicular, colocar um outro ponto B, clicando em “**interseção de dois objetos**”.

6 – Na interseção da reta com os eixos (na origem), coloque o ponto C, clicando mais uma vez em “**interseção de dois objetos**”.

7 – Clicando no quinto ícone da direita para a esquerda, clique em “**ângulo**”, depois clique (nessa ordem) em B, C, A. Aparecerá a medida do ângulo interno correspondente ao vértice C. Clique em **polígono**, e depois clique em A, B, C e A novamente. Depois esconda as retas fora do triângulo clicando com o botão direito em cima de cada uma delas, e depois em Exibir objeto.

8 – Utilize a funcionalidade **Distância, comprimento ou Perímetro** e calcule as medidas dos três lados do triângulo. Esconda o rótulo de cada lado, clicando com o botão direito em cada um deles e depois em **Exibir objeto**.

9 – No campo de **Entrada**, digite  $AB/AC$ , e você terá a medida do seno do triângulo. Será representado por “d”. Observe que esse valor apareceu como **número** na janela de álgebra. **Renomeie d como seno  $\alpha$** .

10 - No campo de **Entrada**, digite  $BC/CA$ , e você terá a medida do cosseno do ângulo C. Será representado por “e”. Observe que esse valor apareceu como **número** na janela de álgebra. **Renomeie e como cosseno  $\alpha$** .

13 - No campo de **Entrada**, digite  $AB/BC$ , e você terá a medida da tangente do triângulo. Será representado por " $t$ ". Observe que esse valor apareceu como **número** na janela de álgebra. **Renomeie  $f$  como tangente  $\alpha$ .**

Possíveis perguntas a classe, para explorar os valores de seno, cosseno e tangente de ângulos internos em triângulos retângulos.

1 – O que acontece com seno  $\alpha$ , cosseno  $\alpha$  e tangente  $\alpha$  quando variamos o ponto A? Justifique baseado na visualização e no que aprendeu em sala de aula.

### **Perguntas para debate coletivo**

1 – Esse tipo de atividade poderia ser utilizado para cumprir o objetivo que ela se propõe a cumprir, ou seja: que os alunos visualizem que o seno, cosseno e tangente de um ângulo interno de um triângulo retângulo não se alteram quando as medidas dos lados variam, mantendo os ângulos fixos? Justifique.

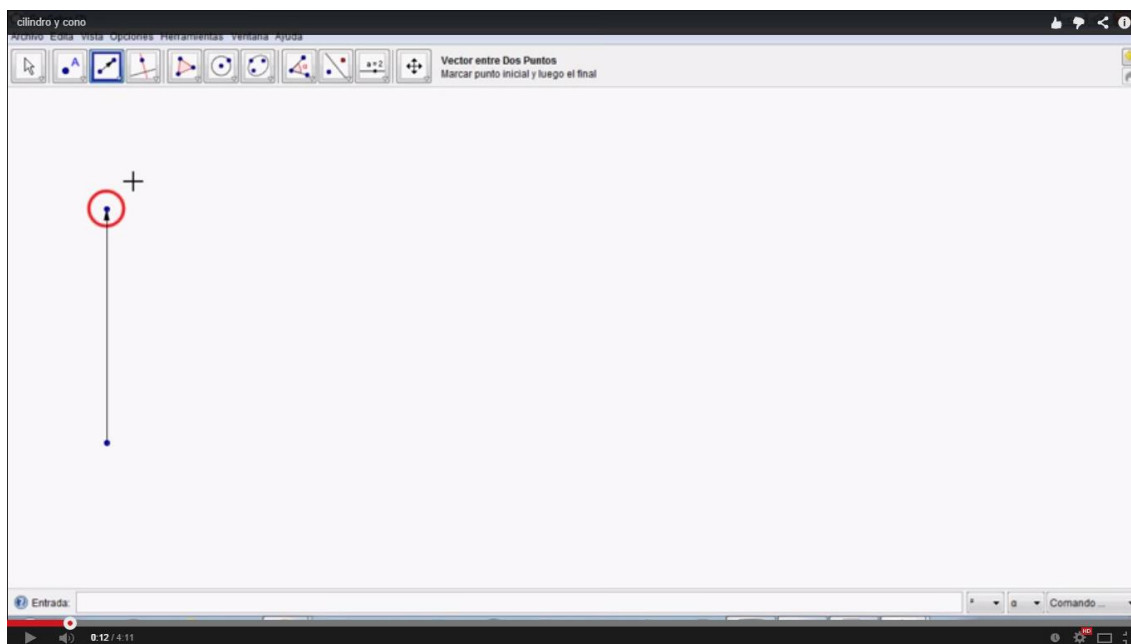
2 – Que tipo de sugestões você daria para adaptar essa atividade para uma situação de seu interesse em sala de aula? Que modificações você faria?

3 – Especifique as potencialidades e limitações do GeoGebra para esse tipo de atividade.

## APÊNDICE J – ROTEIRO – CONE E CILINDRO DE REVOLUÇÃO

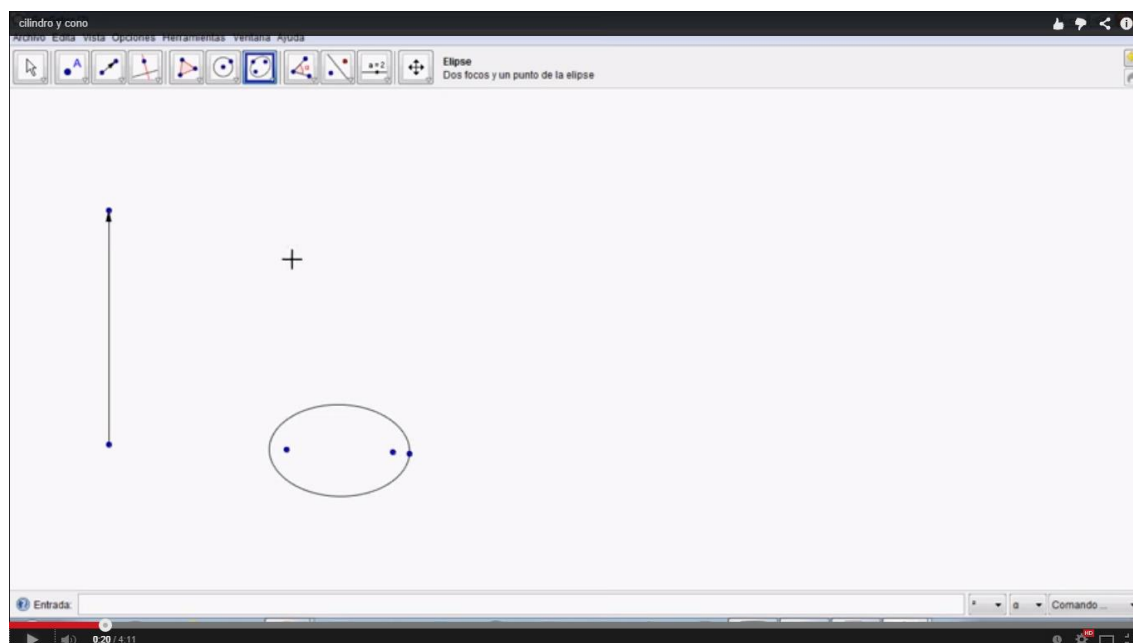
Objetivo – Que os alunos saibam identificar os sólidos de revolução cone e cilindro<sup>64</sup>

1 – Criar um **vetor** e esconder os eixos, conforme abaixo.



2 – Criar uma **elipse** (se aplicarem em sala de aula essa atividade, sugerimos que esclareçam aos alunos que o cilindro será construído a partir de uma elipse somente porque a construção está sendo feita no plano, mas que a visualização em perspectiva dará a impressão que é um círculo, que é o correto), e colocar outro ponto em sua borda, criando dois focos e clicando em um ponto da borda, conforme abaixo.

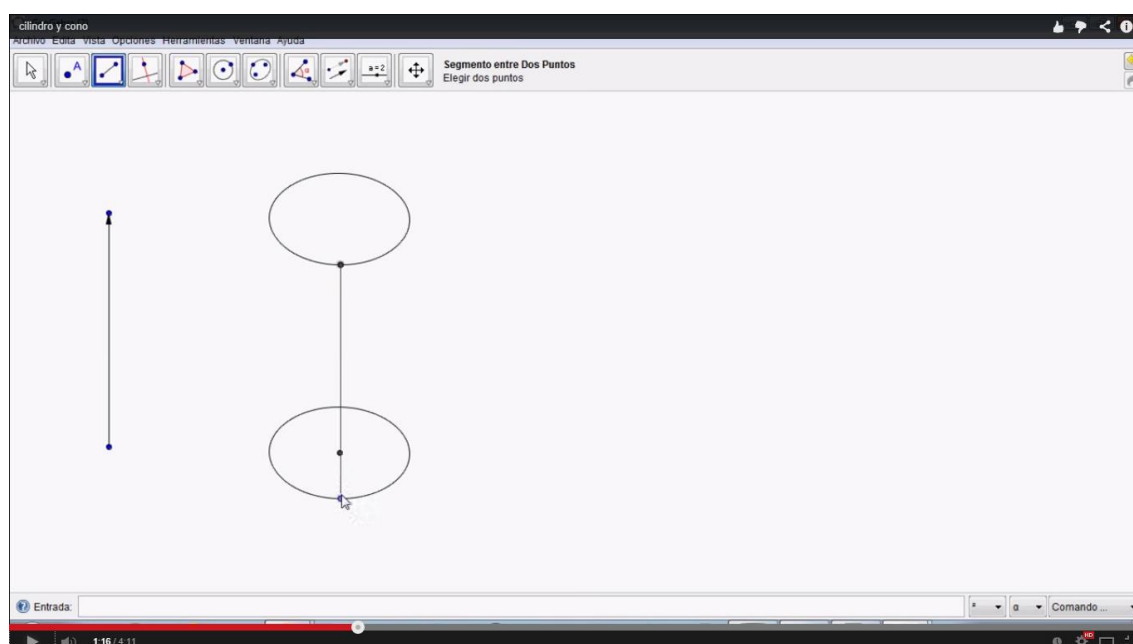
<sup>64</sup> Essa atividade foi baseada em <https://www.youtube.com/watch?v=iLwXv0wTbG8> . Último acesso em 22.01.2016.



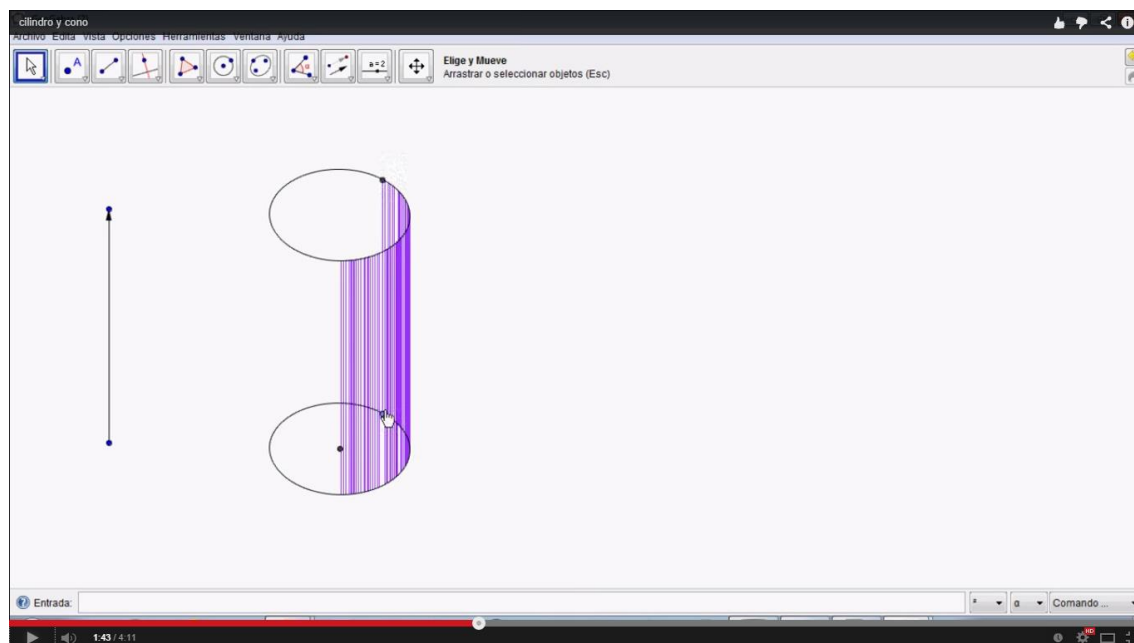
3 – Achar o **ponto médio entre os dois pontos** que estão dentro da elipse.

4 – Esconder (basta clicar com o botão direito em cima de cada um e clicar em **exibir objeto**) todos os pontos, exceto o ponto médio.

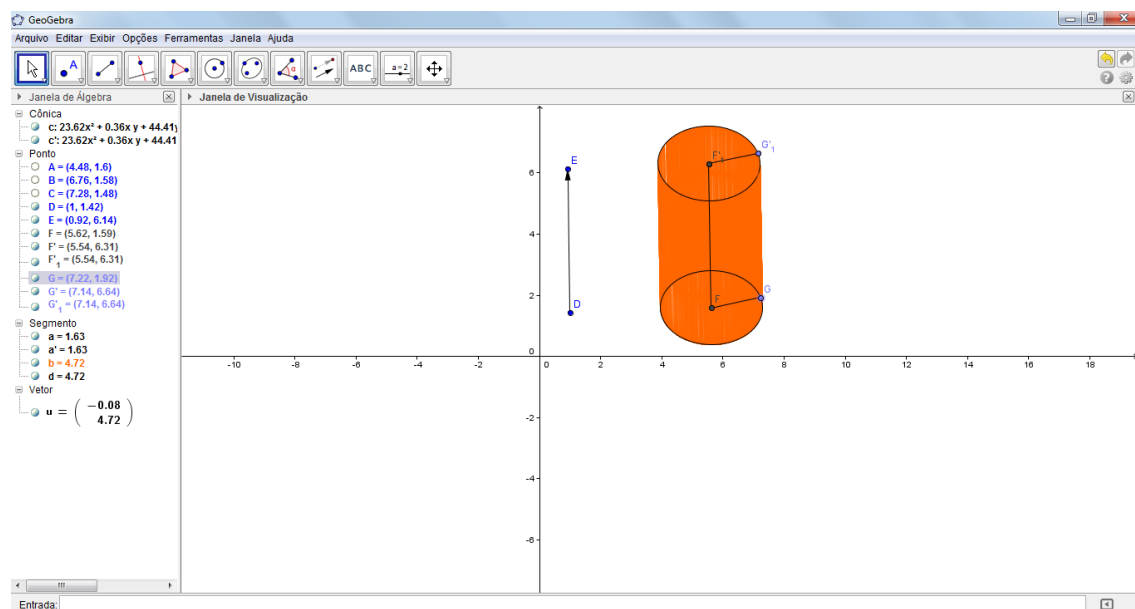
5 – Na quarta janela da direita para a esquerda, clique em **translação por um vetor**, aí clique na elipse e depois no vetor. Deverá ocorrer algo semelhante com a figura abaixo:



8 – **Mude a cor do segmento e habilite seu rastro**, em seguida, clique com o botão direito no ponto da elipse original e depois em **animar**, conforme abaixo:



9 – Para que os alunos identifiquem que a rotação do retângulo em torno do eixo gera o cilindro, execute a seguinte etapa: crie um **segmento** entre o centro e o ponto da elipse original e translade-os para a outra elipse, depois **anime** estes segmentos, para preencher a elipse, como na figura abaixo:

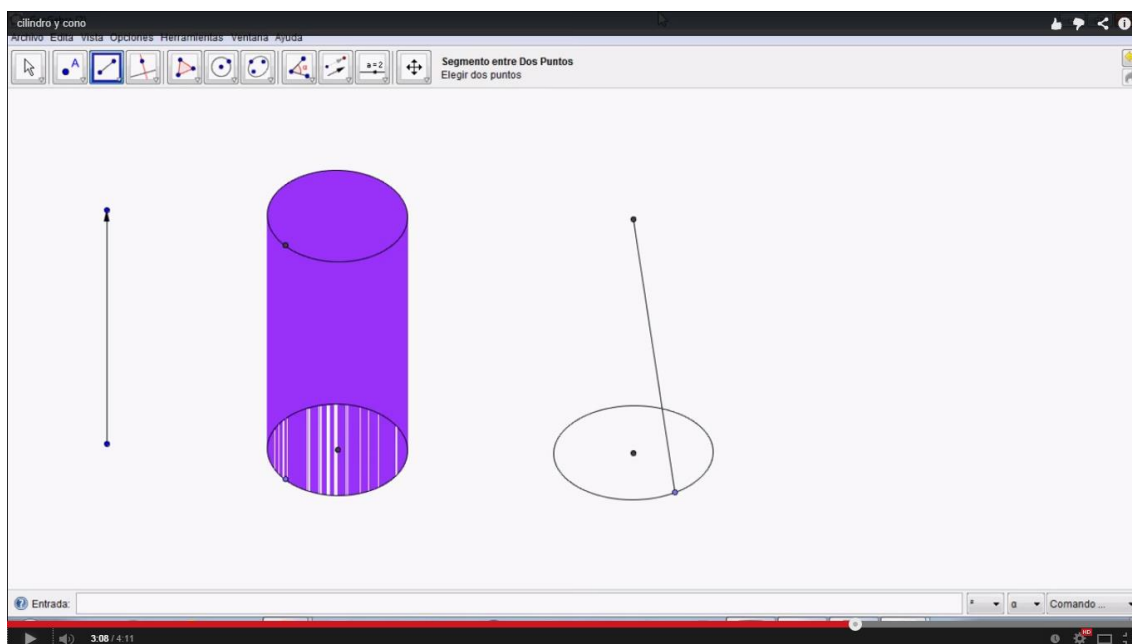


Cone

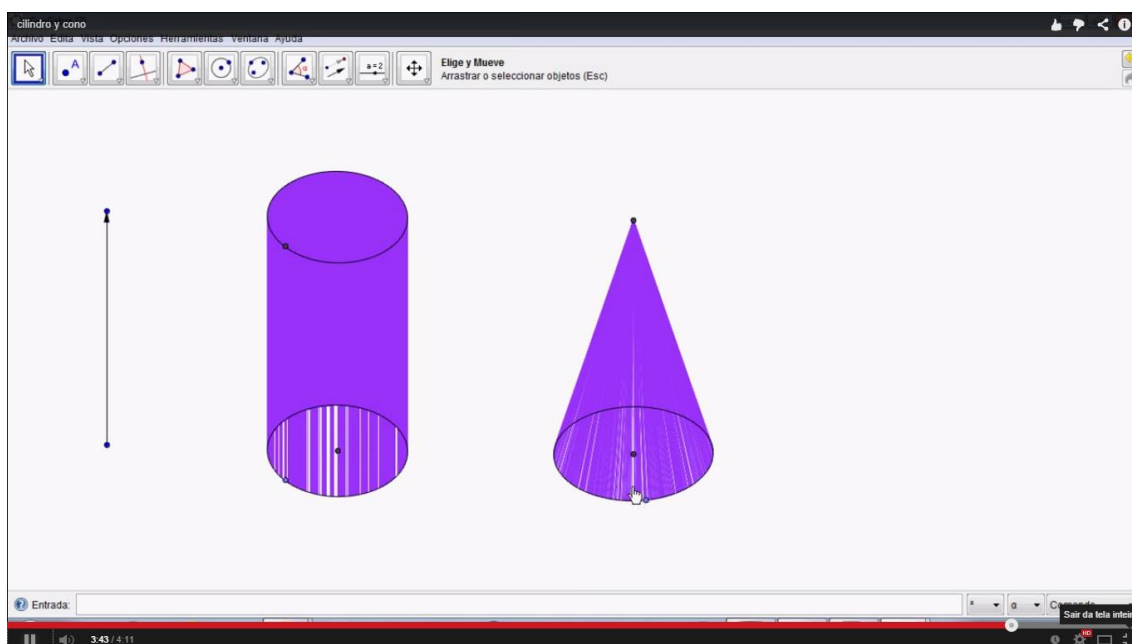
1 – Crie uma **elipse** de forma análoga ao que foi feito no cilindro, novamente entre os focos de uma nova elipse. Depois esconda todos os pontos, exceto o centro.

2 – Clique em **transladar por um vetor**, depois clique no vetor (o mesmo usado no cilindro), o centro será então transladado.

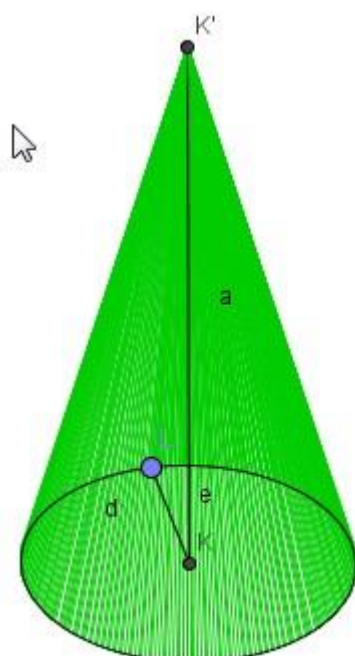
3 – Depois coloque um ponto sob a elipse, e ligue esse ponto ao centro transladado, da forma como está na figura:



4 – Mude a cor desse segmento, e habilite o rastro, algo semelhante com o que consta abaixo deve ocorrer.



5 – Para que os alunos identifiquem que a rotação do triângulo em torno do eixo gera o cone, execute a seguinte etapa: crie um **segmento** entre o centro e o ponto da elipse original, ligue o centro original ao transladado, conforme a seguir:



### Sugestão de questão para os alunos:

1 – Que figura plana que dá origem ao cilindro quando a movimentamos em torno de um eixo? E qual figura plana dá origem ao cone?

### Nosso debate

1 – Como você avalia essa atividade no GeoGebra em relação ao objetivo que ela visa cumprir? Argumente.

2 – Que adaptações você faria nessa atividade pensando em sua sala de aula?

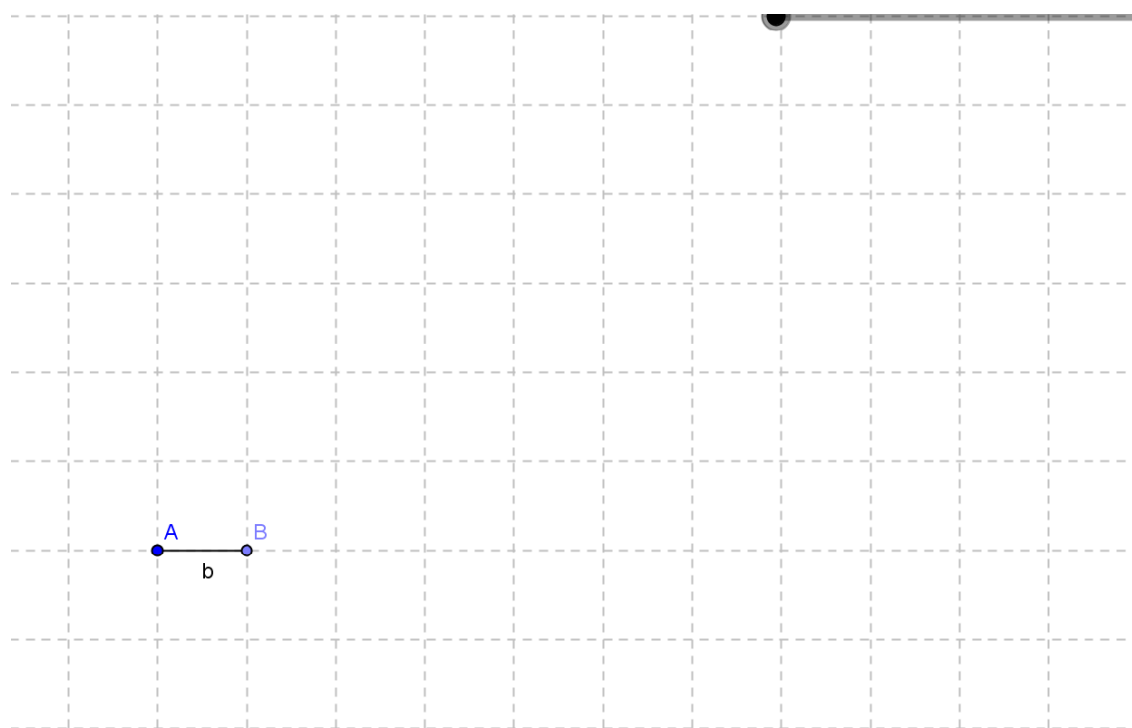
3 – Quais as potencialidades do GeoGebra nesse tipo de atividade e quais as limitações dele?

## APÊNDICE L – ATIVIDADE – TEOREMA DE PITÁGORAS COM NÚMEROS INTEIROS

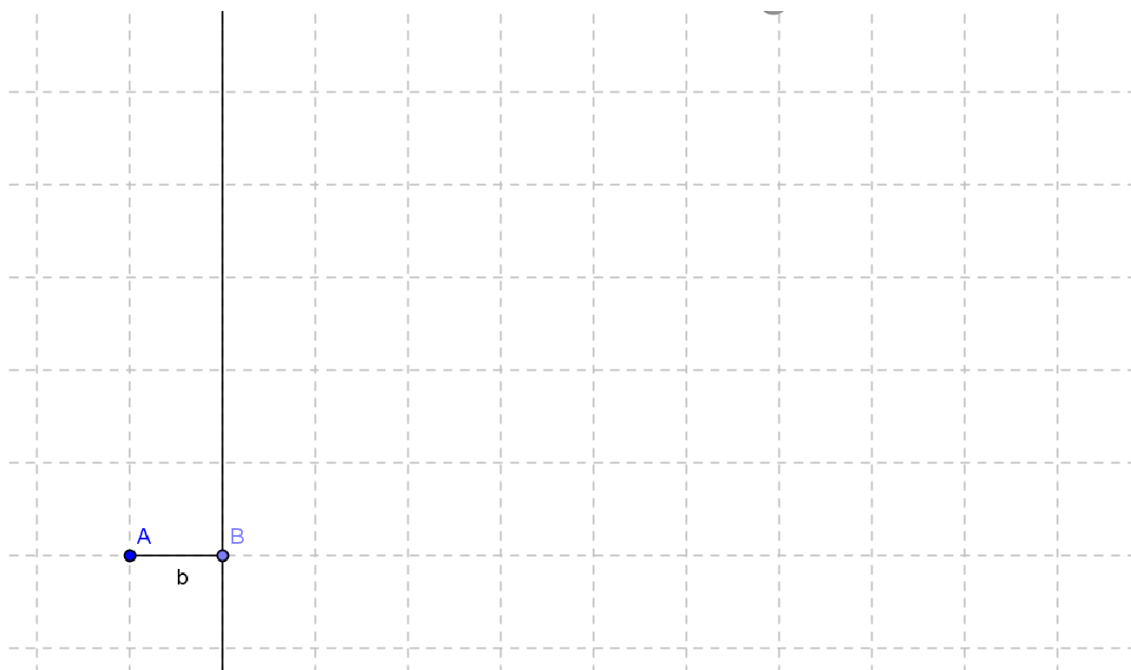
Objetivo – Que os alunos verifiquem a validade do Teorema de Pitágoras, manipulando a figura

1 - Criar um **controle deslizante** "a", mínimo 1, máximo 15 e incremento 1.

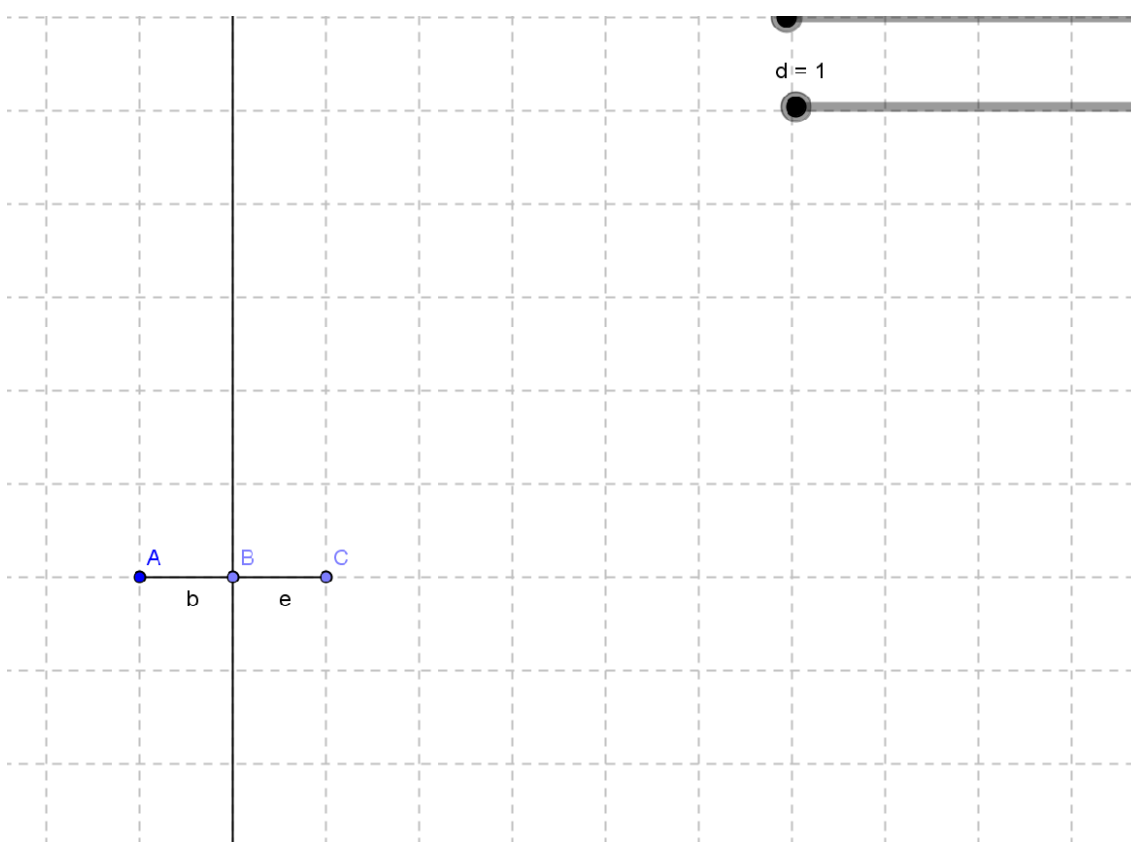
Crie um **segmento com comprimento fixo** a. Clique em **exibir**, depois em malha, e para tirar os eixos, clique em **exibir**, depois em eixo, e crie os pontos A e B, conforme abaixo:



2 - Reta perpendicular ao segmento AB passando por B.



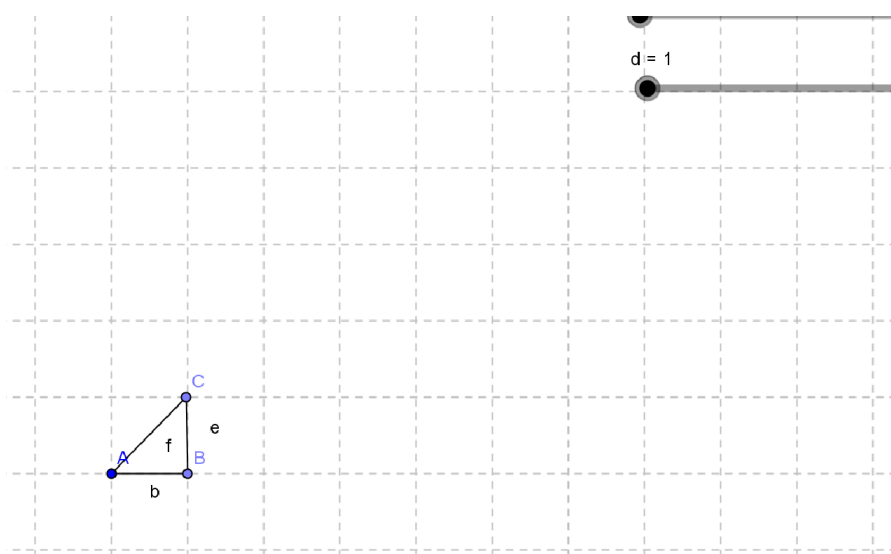
3 - Criar outro **controle deslizante** “d” com as mesmas especificações do primeiro controle. Marcar **segmento com comprimento fixo** clicando em B e comprimento “d”.



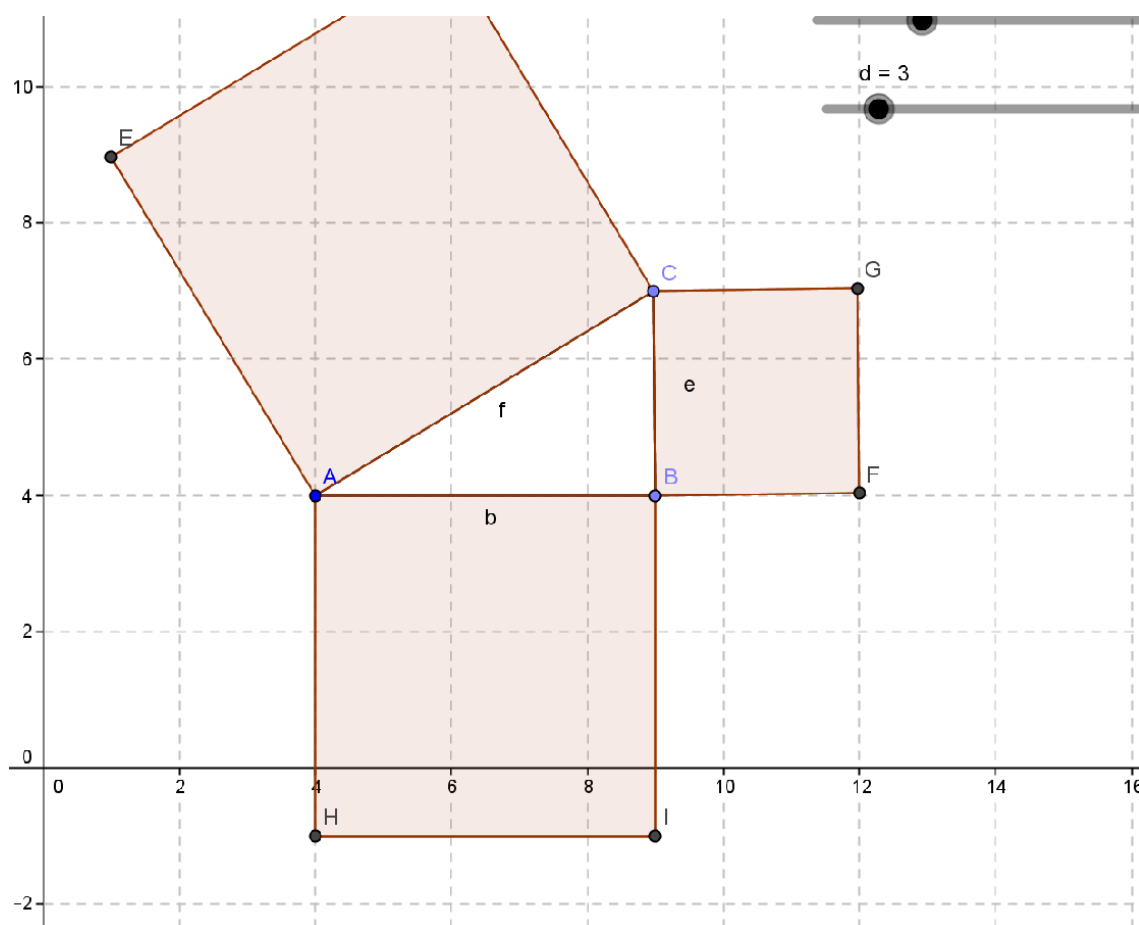
4 - **Mover o ponto C** sobre a reta perpendicular criada.

5 - Traçar **segmento** (simples) com extremidades em A e C. Depois crie um **polígono** unindo A, B e C.

6 - **Esconder** reta e os rótulos dos segmentos.



7 - Usando a ferramenta polígono regular, construa um quadrado sobre cada lado do triângulo. A figura deverá ficar como a seguir:



8 - Selecione: OPÇÕES – ARREDONDAMENTO – 0 CASAS.

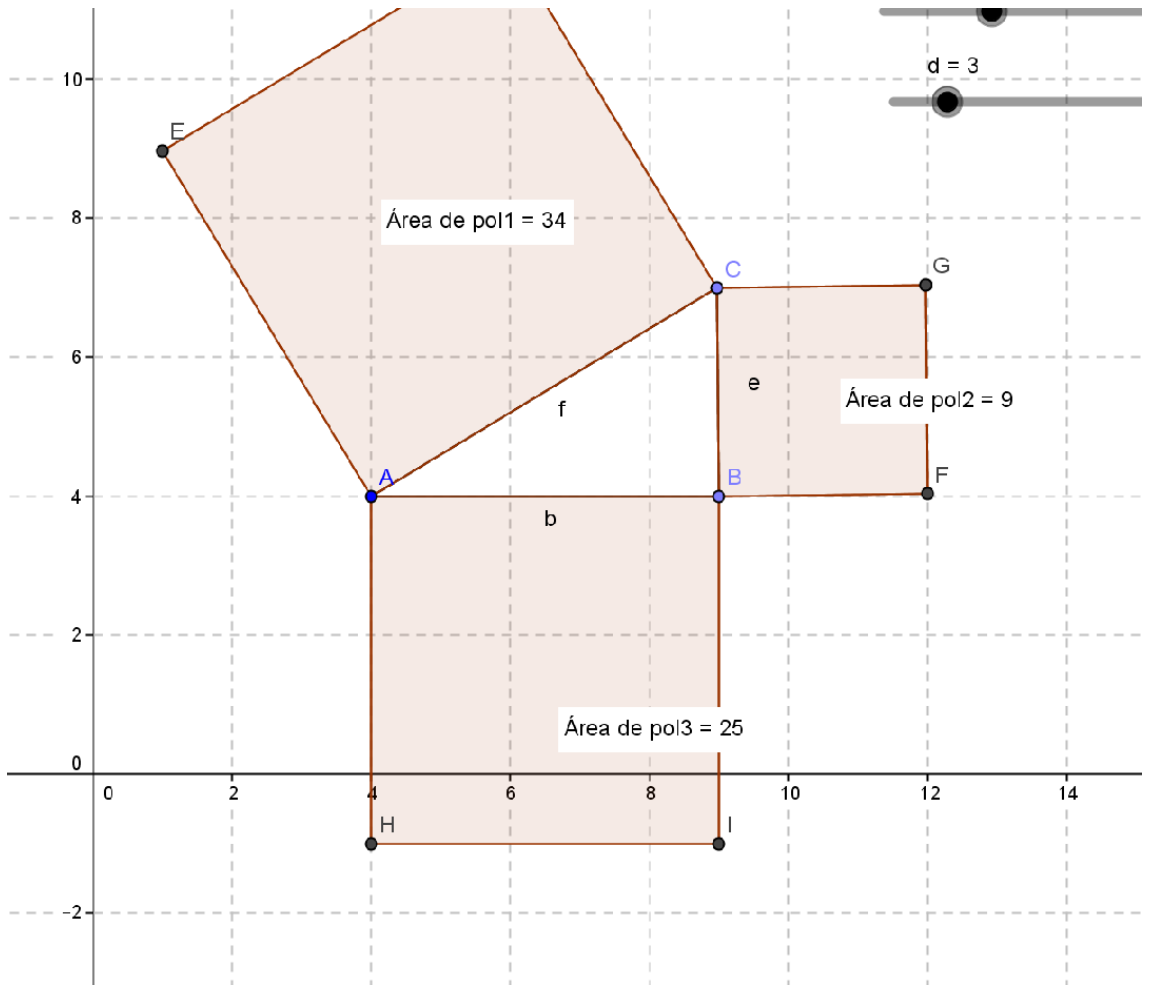
9 - Marcar ÁREA sobre cada quadrado e verificar o Teorema de Pitágoras, com medidas inteiras.

### Nosso debate

1 – Comparando essa atividade com a que foi feita anteriormente, que diferenças você pode mencionar entre elas e qual abordagem lhe parece mais apropriada para trabalhar em sala de aula? Justifique.

2 – Que tipo de sugestões você daria para adaptar essa atividade para uma situação de seu interesse em sala de aula? Que modificações você faria?

3 – Especifique as potencialidades e limitações do GeoGebra para esse tipo de atividade.



## APÊNDICE M - ROTEIRO – ATIVIDADE SOBRE CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA DE TRIÂNGULOS

Objetivo – que os alunos compreendam as relações entre os lados de um triângulo, os quais fornecem as condições de existência do mesmo

1 – Esconder os eixos.

2 – Crie um controle deslizante  $a$ , variando de 0 a 30, com incremento 1. Em seguida, clique com o botão direito em cima dele, e em propriedades, depois mude a cor e a espessura (passo opcional), conforme seu gosto.

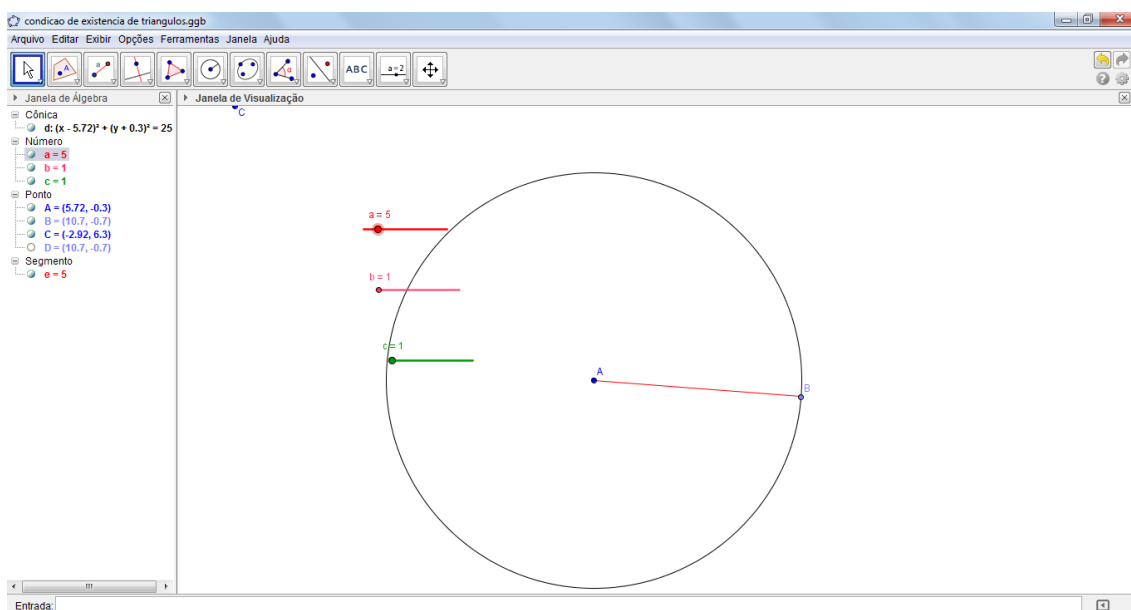
3 – Crie outros controles deslizantes  $b$  e  $c$ , com as mesmas características de  $a$ . Mude a cor e a espessura deles se achar necessário.

4 – Crie um ponto  $A$  qualquer.

5 – Em seguida, criar um círculo com centro  $A$  e raio  $a$ .

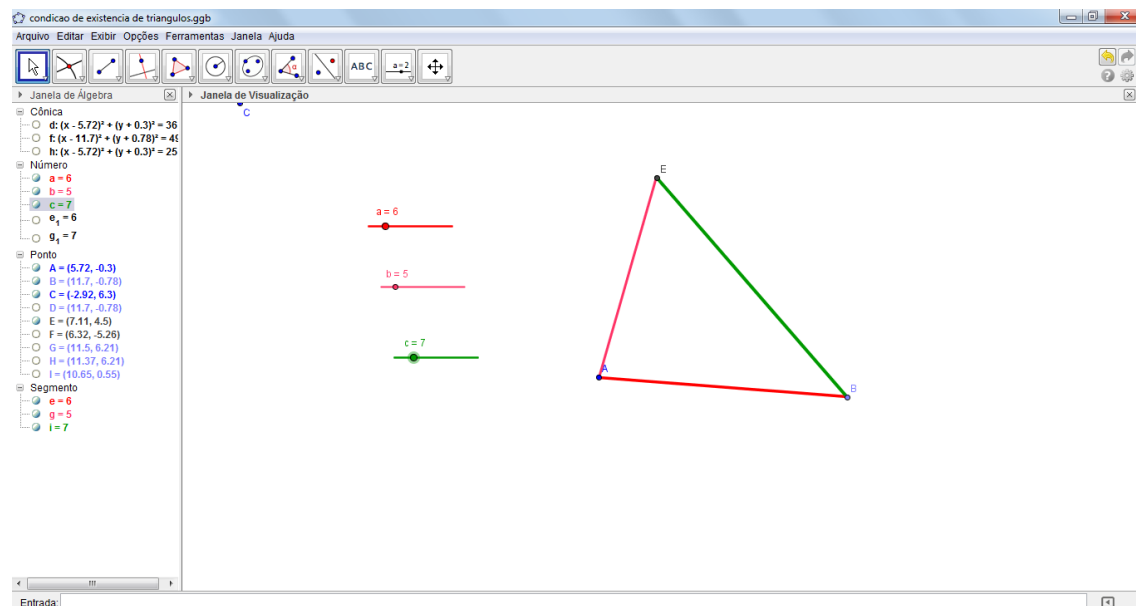
6 – Clicando em ponto em objeto, coloque um ponto  $B$  no círculo que você acabou de criar.

7 – Em seguida, clique em segmento com comprimento fixo, depois clique em  $A$ , o geogebra pedirá o comprimento, aí coloque  $a$ . Arraste o segmento de modo que a outra extremidade dele coincida com  $b$ , aí esconda o ponto que ficou sobreposto a  $B$ , coloque a cor do segmento igual a que você colocou em  $a$ :



8 – Esconda esse círculo.

- 9 – Em seguida, crie um círculo com centro em B e raio c
- 10 – Depois crie um círculo com centro em A e raio b.
- 11 – Ache a interseção entre esses círculos.
- 12 – Uma po segmentos esse ponto de interseção às extremidades A e B.
- 13 – No segmento que liga B ao ponto de interseção, coloque a cor do controle deslizante c. E no segmento que liga ao ponto de interseção, coloque a cor do controle deslizante b. Aumente a espessura dos segmentos se assim desejar.
- 14 – Esconda os círculos e você obterá a figura a seguir:



Em seguida, basta manipular as medidas nos controles deslizantes e pedir aos alunos que conjecturem o que acontece.

### Nosso debate

- 1 – Esse tipo de atividade está adequada ao que visa cumprir?
- 2 – Que tipo de sugestões você daria para adaptar essa atividade para uma situação de seu interesse em sala de aula? Que modificações você faria?

3 – Especifique as potencialidades e limitações do GeoGebra para esse tipo de atividade?

## APÊNDICE N – ATIVIDADE – SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES DE DUAS INCÓGNITAS

**Objetivo – Introduzir o conteúdo Resolução de sistemas lineares. Baseado em São Paulo (2014).**

1 – Digite  $x+y = 6$  no campo de entrada, originará uma reta. Em seguida, digite  $x-y = 1$ , originará outra reta. Em seguida, clique em **Exibir** (na parte superior) e clique na opção **Planilha**. Clique novamente em Exibir e selecione a opção **malha**.

2 – Utilizando a planilha, coloque os dados de forma análoga a foto abaixo, e complete com os valores de  $y$  que resultam em 6, no primeiro caso, e em 1, no segundo caso.

a) Preencha a tabela de cada equação para os valores indicados de  $x$ .

| $x + y = 6$ |     |
|-------------|-----|
| $x$         | $y$ |
| 1           |     |
| 2           |     |
| 3           |     |

| $x - y = 1$ |     |
|-------------|-----|
| $x$         | $y$ |
| 2           |     |
| 3           |     |
| 4           |     |

3 - Represente estes pontos que você selecionou no gráfico, utilizando a segunda janela do GeoGebra (da esquerda para a direita).

### Sugestões de perguntas para os alunos

1 – Utilizando a segunda janela da esquerda para a direita (Ponto), encontre os pontos (7,1), (8,5), (0,4). Esses pontos estão sobre as retas construídas? Qual seria a condição para que eles estivessem na primeira reta construída? Qual seria a condição para que eles estivessem na segunda reta construída?

2 – Alguns dos pontos da planilha coincidiram nos dois gráficos? Por que?

3 – Visualizando o gráfico, entre quais pontos está o ponto de intersecção?

4 – Utilizando a ferramenta ponto de intersecção pela ferramenta do GeoGebra, qual a coordenada do ponto de intersecção entre os dois gráficos?

5 – Sem fazer contas, em sua opinião, qual é a relação entre o ponto que você acabou de descobrir com o sistema de duas equações?

6 – O que acontece se as coordenadas  $x$  e  $y$  desse ponto forem substituídos nas equações?

7 – Refletindo sobre as questões 8 e 9, escreva a sua conclusão em relação ao ponto de intersecção e a solução do sistema.

### **Nosso debate**

1 – Essa atividade está adequada para atender o objetivo especificado acima? Comente a respeito.

2 – Que adaptações você sugere que sejam feitas nessa atividade para atender a outros objetivos, pensando na sala de aula em que você atua?

3 – Destaque o diferencial que você acha que o GeoGebra traz para essa atividade. Destaque também as limitações do GeoGebra nessa atividade.

## APÊNDICE O – ATIVIDADE DE CICLO TRIGONOMÉTRICO ABORDADA EM BAURU

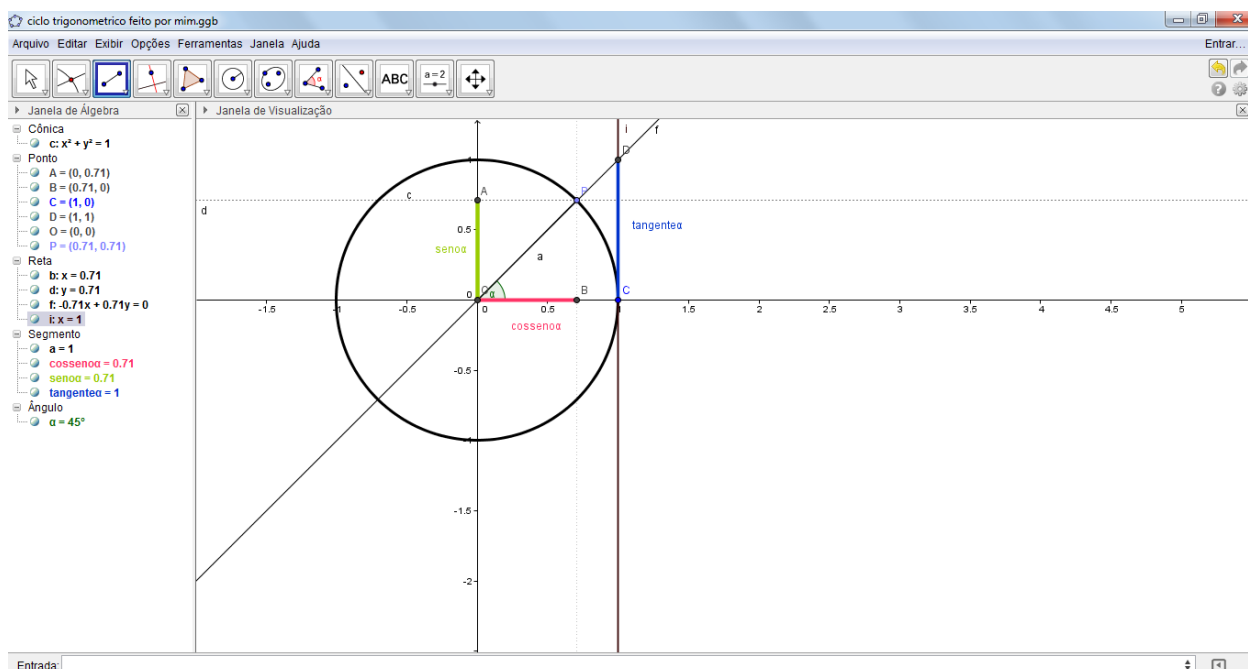
### Roteiro – Atividade ciclo trigonométrico

#### Objetivo – que os alunos identifiquem as relações trigonométricas no ciclo trigonométrico

- 1 – Na segunda janela da esquerda para a direita, clique em **interseção de dois objetos**. Aparecerá o ponto **A**. Clique com o botão direito em cima dele e o renomeie como **O**.
- 2 – Na sexta janela da esquerda para a direita, clique em círculo e depois clique em **círculo dados centro e raio**. Trace um círculo com centro em **O** e **raio 1**. Se achar necessário, clique com o botão direito em cima do círculo e depois clique em **propriedades**, na janela **estilo**, aumente a espessura do círculo.
- 3 – Em seguida, coloque um ponto no círculo. Para isso, clique na segunda janela da esquerda para a direita, e clique em Ponto em objeto. Renomeie o ponto como **P**.
- 4 – Na terceira janela da esquerda para a direita, clique em **segmento**. Depois trace um segmento ligando O a P.
- 5 – Clique na quarta janela da esquerda para a direita, e depois selecione a opção **reta paralela**. Depois clique em cima **do eixo y e do ponto P, uma reta paralela a esse eixo** será construída, passando por P. Se achar necessário, clique com o botão direito em cima da reta construída e depois clique em **propriedades**, na janela **estilo**, selecione a opção de linha tracejada.
- 6 – Clique na quarta janela da esquerda para a direita, e depois selecione a opção **reta paralela**. Depois clique em cima **do eixo x e do ponto P, uma reta paralela a esse eixo** será construída, passando por P. Se achar necessário, clique com o botão direito em cima da reta construída e depois clique em **propriedades**, na janela **estilo**, selecione a opção de linha tracejada.
- 7 – Ache o ponto de **interseção** entre **a reta construída na etapa 5 com o eixo X** e depois ache o **ponto de interseção entre a reta construída na etapa 6 com o eixo Y**.
- 8 – **Trace dois segmentos**, um que liga O ao primeiro ponto achado em 7 e outro que liga O ao segundo ponto achado em 7. **Aumente a espessura desses dois segmentos e mude as cores. Clique com o botão direito em cima do segmento na horizontal e mude seu nome para  $\cos\alpha$  e o outro para  $\sin\alpha$ .**
- 9 – Ache o ângulo  $\alpha$  entre o eixo x e o raio OP, utilizando a quinta janela da direita para a esquerda.
- 10 – Coloque **o ponto (1,0)** no campo de entrada. Esse ponto aparecerá na construção.
- 11 – Em seguida, trace uma **reta perpendicular ao eixo x** passando pelo ponto achado na etapa 10.
- 12 – Trace uma **reta por dois pontos, passando por O e P**.

13 – Ache o ponto de interseção entre as duas retas achadas nas etapas 11 e 12.

14 - Ligue por um segmento esse ponto de interseção com o ponto C da figura. Mude a cor e a espessura do segmento e o renomeie como *tangentea*. A figura deve ficar parecida com a que consta abaixo:

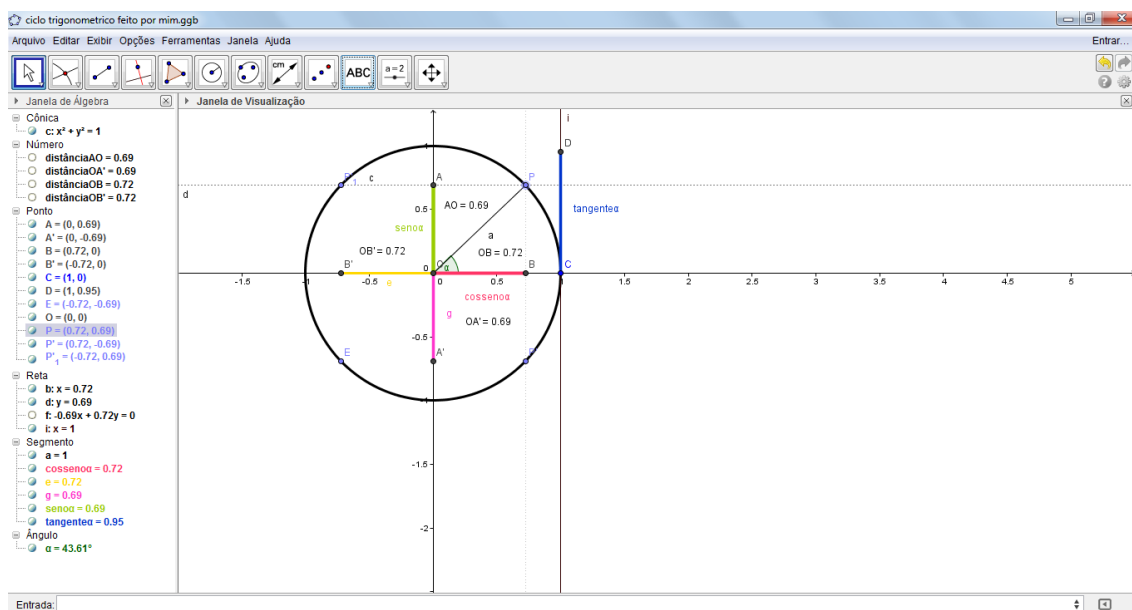


15 – Esconda a reta feita na etapa 12, clicando em cima dela com o botão direito, e clicando em **Exibir objeto**.

16 – Clique em **reflexão em relação a uma reta** e ache as reflexões de P em relação ao eixo X e Y. Ache a reflexão referente ao terceiro quadrante também.

17 – Ligue por segmentos esses novos pontos junto ao centro do círculo.

18 – Na quinta janela da direita para a esquerda, clique em distância e calcule a distância dos 4 segmentos associados ao centro do círculo. A figura deverá parecer esta:



### Sugestões de perguntas para os alunos:

1 – Peça aos alunos que manipulem as figuras e que infiram o que acontece com os senos, cossenos e tangentes de  $\alpha$ , quando o ponto  $P$  está em cada um dos quadrantes. Peça a eles que anotem essas observações.

2 – Questione os alunos sobre o que acontece com a tangente quando os ângulos são retos. Teça algumas discussões para formalizar isso e também para formalizar a discussão do item 1.

### Questões para debate:

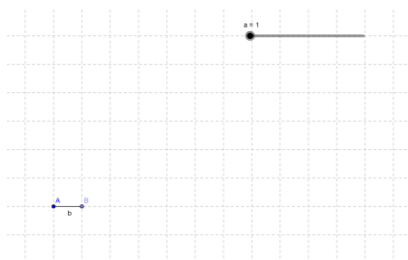
1 – Essa atividade está adequada ao objetivo que visa cumprir? Por quê?

2 – Que tipo de sugestões você daria para adaptar essa atividade para uma situação de seu interesse em sala de aula? Que modificações você faria?

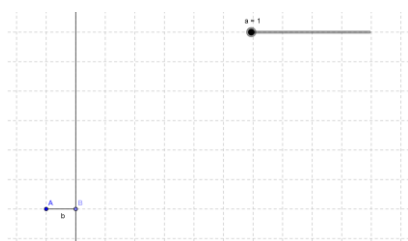
3 – Especifique as potencialidades e limitações do GeoGebra para esse tipo de atividade?

## APÊNDICE P - TEOREMA DE PITÁGORAS: ATIVIDADE APRIMORADA

1 – Clique com o botão direito na janela de visualização e esconda os eixos, clicando em **Eixos**. Em seguida, clique em **malha**. Criar um **controle deslizante a** (segunda janela da direita pra esquerda), mínimo 1, máximo 15 e incremento 1. Em um quadradinho, **crie um segmento com comprimento fixo iniciando em A com comprimento fixo a**.

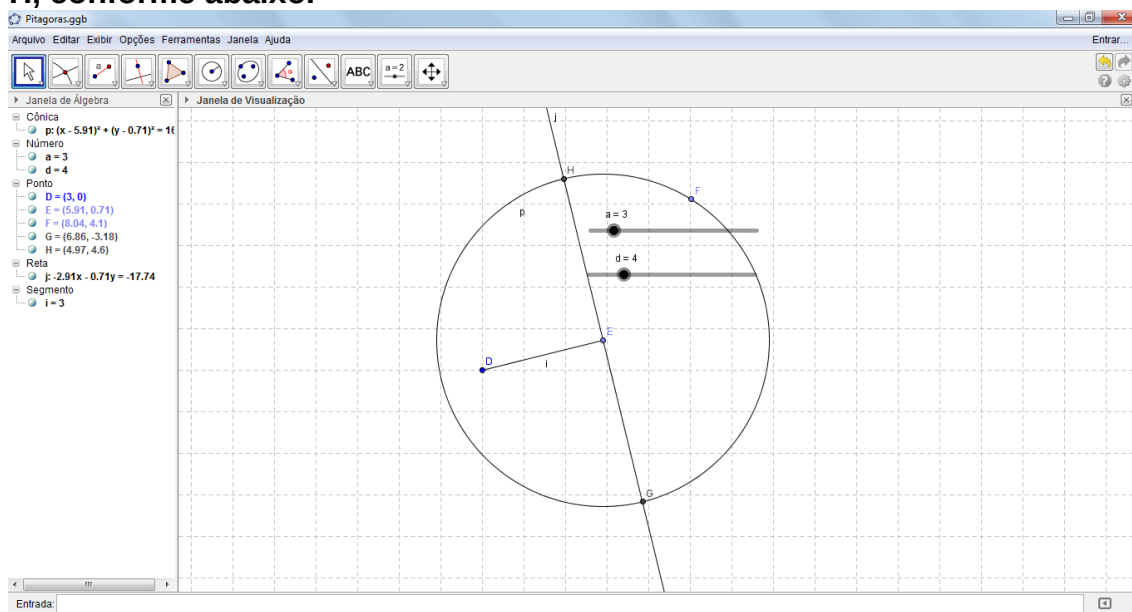


2 - Reta perpendicular ao segmento AB passando por B.



3 - Criar outro controle deslizante “d” com as mesmas especificações do primeiro controle.

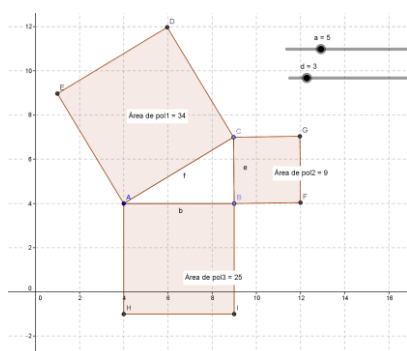
**4 – Crie um círculo com centro em B e raio d. Depois ache o ponto de interseção entre o círculo e a reta perpendicular. Crie um segmento ligando E e H, conforme abaixo.**



5 – Esconda a reta perpendicular e o círculo.

6 - Traçar o segmento com extremidades em A e C. Marque o ângulo reto, utilizando a ferramenta ângulo.

7 - Polígono regular sobre cada lado do triângulo, e traçar os quadrados, conforme abaixo.



### Sugestão de questão para os alunos:

1 – Somando as áreas dos quadrados menores, o que você pode concluir? E se variar os tamanhos da figura, a sua conclusão anterior ainda é válida?

### Nosso debate

1 – Como você avalia essa atividade no GeoGebra em relação ao objetivo que ela visa cumprir? Argumente.

2 – Que adaptações você faria nessa atividade pensando em sua sala de aula?

3 – Quais as potencialidades do GeoGebra nesse tipo de atividade e quais as limitações dele?

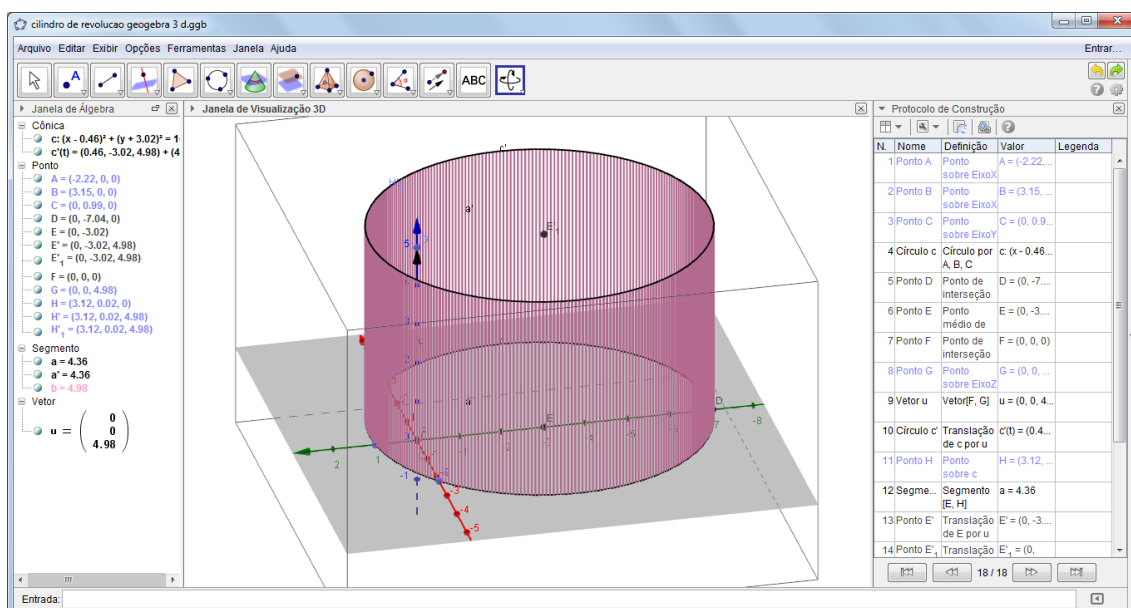
## APÊNDICE Q – ATIVIDADE DE CONE E CILINDRO DE REVOLUÇÃO 3D

### Roteiro – Atividade com sólidos de revolução no GeoGebra 3D

Objetivo – que os alunos entendam como são gerados os cilindros e cones de revolução a partir do geogebra 3D

- 1 – Clicar em “exibir”, depois em janela de visualização 3D.
- 2 – Criar um círculo definido por 3 pontos, de forma que um ponto esteja na parte negativa do eixo y (vermelho) e um deles esteja na parte positiva do eixo x.
- 3 – Se o centro do círculo criado não coincidir com a origem dos eixos, coloque um ponto sobre a outra extremidade do círculo no eixo x e ache o ponto médio entre as extremidades.
- 4 – Em seguida, com a ferramenta vetor, crie um vetor começando na origem dos eixos e indo até 5 no eixo z.
- 5 – Em seguida, usando a ferramenta translação por um vetor, translade o círculo construído. Depois translade o ponto correspondente ao centro, construa um segmento ligando os centros.
- 6 – Coloque um ponto sobre o círculo original e depois o translade a partir de um vetor. Construa um segmento ligando o centro a esse ponto do círculo original, depois o translade a partir de um vetor. Construa um segmento ligando os pontos (original e o translado). Nesse segmento, clicando com o botão direito, habilite o rastro e coloque a cor de sua preferência. Anime o ponto do círculo original.

A figura deverá ficar parecida com esta, utilizando a primeira janela da direita para a esquerda, gire a janela de visualização 3 D e explore a figura formada:

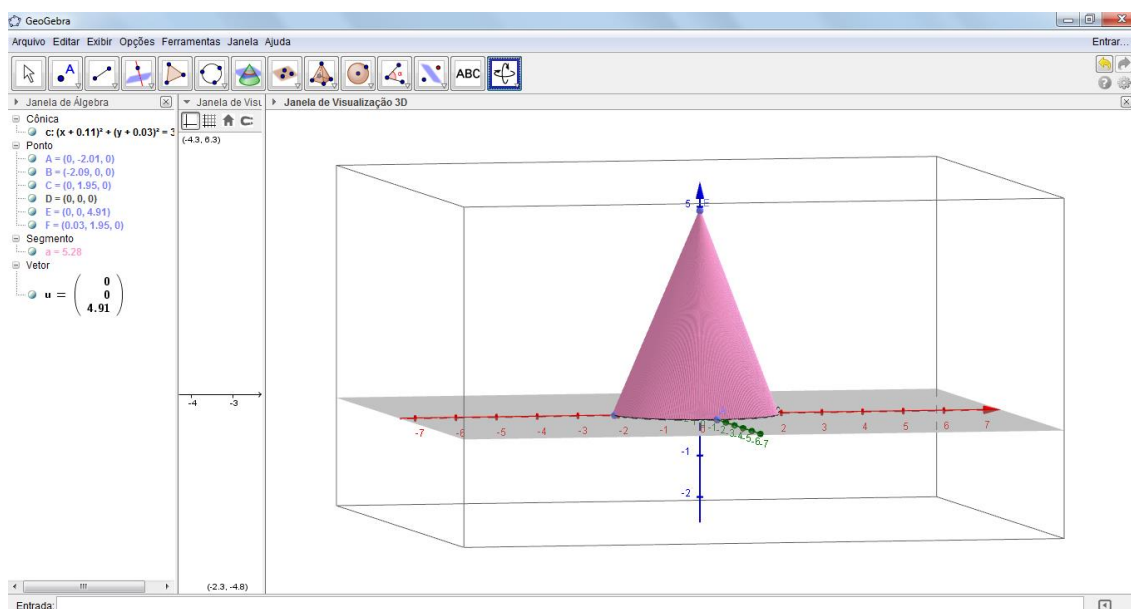


### **Construção do cone:**

Preferencialmente, abra outro arquivo do geogebra.

- 1 – Clicar em “exibir”, depois em janela de visualização 3D.
- 2 – Criar um círculo definido por 3 pontos, de forma que um ponto esteja na parte negativa do eixo y (vermelho) e um deles esteja na parte positiva do eixo x.
- 3 – Se o centro do círculo criado não coincidir com a origem dos eixos, coloque um ponto sobre a outra extremidade do círculo no eixo x e ache o ponto médio entre as extremidades.
- 4 – Em seguida, com a ferramenta vetor, crie um vetor começando na origem dos eixos e indo até 5 no eixo z. Coloque um ponto no círculo, depois ligue com um segmento esse ponto à extremidade do vetor. Habilite o rastro desse segmento e coloque a cor que desejar. Anime o ponto.

Explore a figura por meio da ferramenta girar a janela de visualização 3D. A figura deverá ficar parecida com esta:



### Sugestão de pergunta aos alunos:

- 1 – Que figura plana, quando rotacionada, dá origem ao cilindro, e qual dá origem ao cone? Justifique baseado em suas construções.

### Nosso debate

- 1 – Comparando essa atividade com a que foi feita no 2D no encontro anterior, que diferenças você pode mencionar entre elas?
- 2 – Que tipo de sugestões você daria para adaptar essa atividade para uma situação de seu interesse em sala de aula? Que modificações você faria?
- 3 – Especifique as potencialidades e limitações do GeoGebra 3D para esse tipo de atividade?