UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE CIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA

Euclid and His Modern Rivals (1879), de Lewis Carroll: Tradução e Crítica

RAFAEL MONTOITO

Bauru (SP)
2013

RAFAEL MONTOITO

Euclid and His Modern Rivals (1879), de Lewis Carroll: Tradução e Crítica

Tese de Doutorado elaborada junto ao Programa de Pós-Gradução em Educação para a Ciência da Faculdade de Ciências da UNESP de Bauru para a obtenção do título de Doutor em Educação para a Ciência

Orientador: Prof. Dr. Antonio Vicente Marafiotti Garnica

Bauru (SP)

2013

Montoito, Rafael.
Euclid and His Modern Rivals (1879), de Lewis Carroll: Tradução e Crítica / Rafael Montoito, 2013
447 f.

Orientador: Antonio Vicente Marafioti Garnica

Tese (Doutorado)- Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2013

1. Lewis Carroll. 2. *Euclid and His Modern Rivals*. 3. Ensino de Geometria. 4. Hermenêutica. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências. II. Título.

RAFAEL MONTOITO

Euclid and His Modern Rivals (1879), de Lewis Carroll: Tradução e Crítica

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Antonio Vicente Marafioti Garnica (orientador)

Universidade Estadual Paulista – UNESP (Bauru)

Profa. Dra. Heloisa da Silva

Universidade Estadual Paulista – UNESP (Rio Claro)

Profa. Dra. Ivete Maria Baraldi

Universidade Estadual Paulista – UNESP (Bauru)

Prof. Dr. Marcelo Carbone

Universidade Estadual Paulista – UNESP (Bauru)

Profa. Dra. Maria Laura Magalhães Gomes

Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG

DEDICATÓRIA

Quando as cortinas se fecham ao final desses quatro anos-atos, quando finalmente concluo a apresentação de *Euclides e Seus Rivais Modernos*, devo dedicar este trabalho àqueles que, de algum modo, ajudaram-me a realizá-lo.

Dedico esta tese, pois:

– aos meus pais que, professores como eu, sempre valorizaram a educação e souberam despertar em mim o gosto pelo estudo e pelos livros;

– à Suzana, por todo seu apoio e confiança em mim;

– aos meus amigos do GHOEM: que esta tese, de algum modo, possa contribuir para as pesquisas do grupo, pois esse seria, eu penso, o melhor agradecimento por tudo o que fizeram por mim e pela minha formação como pesquisador;

– aos meus colegas da Coordenadoria de Matemática (IFSUL – Pelotas), pelo incentivo e por todo apoio que me deram neste tempo em que conciliei trabalho e doutorado.

– aos meus amigos e colegas de profissão Adriani Felix, Leonardo Martinotti, Maroni Lopes e Silvia Tajeyan, que compartilham comigo a paixão pelos livros e passaram os últimos anos ouvindo-me falar (quase que incessantemente) sobre Lewis Carroll.

– aos meus sobrinhos Vitor Montoito e Guilherme Schmitz de Mattos, que ainda nem vão à escola mas aos quais desejo, quando forem, que conheçam professores que os façam amar o estudo e apreciar, cada vez mais, o aprender.

– ao meu amigo Leandro Zanetti, cujo apoio posso sentir à distância.

– ao professor Vicente, "o Coelho Branco" que me guiou nestes últimos quatro anos, com toda minha admiração (que é grande!) e respeito; obrigado pelo modo carinhoso e atento com que se dedicou a este trabalho.

– à memória de Lewis Carroll, de quem inegavelmente eu gostaria de ter sido aluno.

AGRADECIMENTOS

Começar um doutorado é como lançar-se a uma “caça ao turpente”: tem-se uma vaga ideia de como será a aventura, mas os resultados são sempre imprevisíveis. Para organizar a caçada, coloca-se o que será preciso à mão, como que em caixas (referenciais teóricos, disposição, ânimo e coragem); depois, convoca-se uma tripulação de apoio para, juntos, embarcarmos num mesmo navio. Esta tripulação, cujas peculiaridades, de um modo ou outro, acabam se misturando à própria caçada, também é responsável por manter as caixas cheias, já que referenciais teóricos, disposição, ânimo e coragem volta e meia escasseiam e precisam ser estocados novamente. *Eu tive a melhor tripulação que qualquer marujo poderia desejar!*

Ao final desta grande aventura, agradeço:

– aos meus pais, Maria da Graça Montoito Teixeira e Sérgio Luiz Nunes Teixeira, porque nunca mediram esforços para a minha educação; devo-lhes tanto que jamais conseguirei retribuir a eles o que fizeram por mim (são eles, no avançado das suas vidas, minha “Rainha Branca” e meu “Cavalheiro Branco”); à minha irmã, Danielle Montoito Teixeira, por ser também parte importante da minha vida, e ao meu sobrinho Vitor (meu pequeno “Gato de Cheshire”: sempre sorrindo, é a alegria da casa);

– à Suzana Mattos da Rosa, minha namorada, pelo apoio constante e por compreender minhas ausências. Agradeço também a toda a família dela (André, Elisângela, Alisson, Guilherme, Eunice e Edison) que já é também minha família;

– à minha família, que faz cada (re)encontro ser sempre muito alegre;

– aos professores membros da banca, por suas valiosíssimas contribuições ao longo da elaboração deste trabalho;

– aos amigos do GHOEM, que sempre me acolheram com muito carinho em todos os encontros, ouviram minhas ideias e deram contribuições também valiosas: não há melhor tripulação para viajar;

– à professora Jussára Spader, por sua preciosa ajuda em trechos da tradução.

– aos meus amigos da livraria (Guilherme, Daniel, André e Edson), que pacientemente procuravam todos os livros que eu pedia (ou tentavam vender-me outros para eu ler em “momentos de descontração”).

– a Deus, grande Capitão dessa aventura toda.

Café da manhã, almoço, chá;
em casos extremos café da manhã, lanche, almoço,
chá, jantar e um copo com algo quentinho na hora
de dormir. Quantos cuidados com o corpo! Quem de
nós faz tanto assim pela mente?
(Lewis Carroll – Feeding the mind)

RESUMO

Este trabalho apresenta uma tradução de *Euclid and His Modern Rivals*, de Lewis Carroll, seguida de dois ensaios analíticos desta obra. O livro de Carroll – inédito em língua portuguesa – defende, na forma de uma peça teatral, *Os Elementos* de Euclides como o melhor livro-texto para o ensino de Matemática numa época em que o sistema de educação da Inglaterra passava por uma revisão que incluiu a possibilidade de substituir o texto de Euclides por outro manual, mais "moderno", mais "prático" e que representasse as transformações que caracterizam o final do século XIX. Nos ensaios, dentre outros aspectos, tematiza-se a atividade de traduzir, mobilizando teóricos da tradução e elementos gerais da obra de Lewis Carroll. Considerando necessário compreender como o livro situa-se na história das ideias científicas – isto é, tomando-o como fonte historiográfica –, procedemos a uma investigação sobre o momento – o tempo e o espaço – em que foi escrito, do que resultaram compreensões que vinculam a elaboração do texto ao cenário da época vitoriana e às vivências pessoais do seu autor. Os dois ensaios, com a íntegra da tradução e com as notas de rodapé a ela incorporadas, compõem um esforço hermenêutico para compreender o *Euclides e Seus Rivais Modernos* e, consequentemente, apresentá-lo ao leitor.

Palavras-chave: Lewis Carroll. *Euclides e Seus Rivais Modernos*. Tradução. Ensino de Geometria. Hermenêutica.

ABSTRACT

This work begins with a translation of Lewis Carroll's – *Euclid and His Modern Rivals* – followed by two texts which intend to be an initial hermeneutical analysis of it. This book – of which had not yet a translation to Portuguese – , was written as a theatrical play and claims that there is no better textbook than the *Elements* of Euclid for teaching Mathematics. Carroll does his defense of Euclid in a period in which the English educational system is going through an extended revision, a time when the reform parameters consider the possibility of changing the books of Euclid for another manual, so to speak, more "modern", more "practical" and more representative of the transformations that characterize the end of the 19th century. In our two essays, among other aspects, we study the activity of translating, mobilizing translation theorists and some general elements of Lewis Carroll's works in Math and Literature. Considering necessary to understand how the book takes part in the history of the scientific ideas – or, in other words, trying to understand it as a historical source –, an investigation was made about the moment in which it was written, its time and its space. From this approach it was possible to elaborate a text studying the scenario of the Victorian period, revealing aspects of what we think to be some personal experiences of the author. Both texts – which must be considered in the light of the translation to the Portuguese language – are presented as an introduction of *Euclid and His Modern Rivals*, an effort to understand it and to present it to Portuguese speakers.

Key-words: Lewis Carroll. *Euclid and His Modern Rivals*. Translation. Teaching of Geometry. Hermeneutics.

RÉSUMÉ

Dans cet article nous présentons une traduction d'*Euclide et Ses Rivaux Modernes* de Lewis Carroll, suivie de deux essais analytiques de l'œuvre en question. Le livre de Carroll – inédit en langue portugaise - défend, sous la forme d'une pièce de théâtre, que *Les éléments* d'Euclide est le meilleur manuel pour l'enseignement des mathématiques à l'époque où le système d'éducation d'Angleterre subissait une révision qui a permis de remplacer le texte d'Euclide par un autre manuel plus « moderne », plus « pratique » et qui représente les transformations qui caractérisent la fin du XIXe siècle. Dans les essais, entre autres aspects, nous traitons de l'activité de traduction, en apportant des théoriciens de la traduction et des éléments généraux de l'œuvre de Lewis Carroll. Considérant le besoin de comprendre comment le livre se situe dans l'histoire des idées scientifiques — autrement dit, en le prenant comme source historiographique – nous avons tenu une enquête sur le moment – le temps et l'espace - dans lequel il a été écrit, d'où résulte la compréhension qui lie l'élaboration du texte au scénario de l'époque victorienne et aux expériences personnelles de son auteur. Les deux essais, avec la traduction complète et des notes incorporées, sont un effort herméneutique pour comprendre *Euclide et ses rivaux modernes* et, par conséquent, le présenter au lecteur.

Mots-clés: Lewis Carroll. *Euclide et Ses Rivaux Modernes*. Traduction. Enseignement de la Géométrie. Herméneutique.

SUMÁRIO

Hermenêutica, Literatura, História e Matemática: das vias de acesso a um livro de Lewis Carroll

“ ‘E de que serve um livro’, pensou Alice, ‘sem figuras nem diálogos?’ ”

A indagação feita pela personagem mais famosa de Lewis Carroll, no primeiro capítulo de *Alice no País das Maravilhas*, não faz qualquer sentido quando tentamos relacioná-la com a obra do seu criador. Lewis Carroll, ainda que tivesse muito apreço pelas ilustrações de seus textos, não depende delas para contar uma boa história. Seus livros – tanto os de matemática quanto os contos – fazem uso (abuso e desuso) da linguagem, dos sons ou grafia das palavras, das rimas e métricas, das paródias... É pela sua genialidade no lidar com a linguagem que, de suas obras, brotou o *nonsense* como gênero literário.

Alice não faria o mesmo comentário que aqui nos serve de epígrafe se, em suas mãos, tivesse um livro de Carroll. Com ou sem figuras, ela sentir-se-ia convidada a debruçar-se sobre aquelas margens impressas; sua curiosidade seria despertada para, seguindo armadilhas lógicas ou estruturais, compreender as tramas que, apesar de se passarem em universos ora “reais”, ora imaginados, ora ainda reais-imaginados (todos, entretanto, “reais”, pois o que seria o mundo senão a soma assombrosa das nossas limitações e possibilidades?), mostram, de modo sempre novo, situações, pensamentos e conceitos que conhecemos tão bem.

Assim ocorreu comigo. Conheci a obra de Lewis Carroll em 2006, quando comecei meus estudos de mestrado, e não demorou muito para eu perceber que sua produção (livros, cartas, poemas, correspondências, jogos etc) me seduzia e me apresentava facetas quase inesgotáveis – uma característica do *nonsense*, dizem os estudiosos, é a infinidade de significados possíveis que podem ser atribuídos a uma mensagem. Sendo assim, ler e reler Carroll, bem como alguns dos seus comentadores, sempre me possibilitava erguer mais uma camada da sua obra e atribuir significados ao que eu ali encontrava.

O livro *Euclid and His Modern Rivals* (doravante chamado de *Euclides e Seus Rivais Modernos*) havia sido abordado superficialmente na dissertação. Sua narrativa (organizada como uma peça de teatro em quatro atos) e seu tema (um embate entre

Euclides e outros autores de livros didáticos para o ensino de geometria) despertavam-me muito interesse. E foi assim que chegamos – eu e Carroll – a este doutorado. A primeira proposta que recebi do professor Vicente Garnica, que passou a ser meu orientador, e do grupo GHOEM, que passei a integrar no começo de 2009, foi para que, pelo menos em princípio, me ativesse ao livro: traduzi-lo e comentá-lo poderia vir a ser uma contribuição para outras pesquisas semelhantes que o grupo estava fazendo, pois àquela época alguns membros do GHOEM expressavam claramente o desejo de trabalhar com análise de livros didáticos, e mesmo que esse não fosse especificamente o caso de *Euclides e Seus Rivais Modernos*, a obra tratava de conteúdos de matemática e podia "aproximar-se" das discussões e trabalhos do grupo sobre este assunto.

A partir daí, a pesquisa – como creio acontecer com muitas – tomou seu próprio caminho, aglutinando elementos novos, reflexões, partilhas e descobertas feitas tanto no processo de pesquisa quanto, também, ao acaso. O objetivo passou a ser, além da tradução – que apresentamos na versão final como primeiro texto do nosso trabalho –, compreender o livro de Carroll de um ponto de vista mais amplo que aquele que se dedica a uma análise do seu *corpus*: pensou-se em conhecer o livro em sua materialidade e suas cercanias, como fonte e registro históricos situados (elaborado num lugar próprio – a Inglaterra que revisava os parâmetros para o ensino de geometria –, num tempo demarcado – a Era Vitoriana – , por um autor específico – Lewis Carroll).

Na busca de elementos que nos possibilitassem realizar uma hermenêutica dessa obra, dividimos o trabalho final, que agora disponibilizamos, em dois capítulos independentes um do outro, cuja sequência de leitura, portanto, fica a critério do leitor. Ambos, escritos numa forma próxima a de um diário de anotações, tentam uma aproximação – e oferecem essa tentativa de aproximação ao leitor – com a obra carrolliana, compondo uma narrativa que perpassa – ao mesmo tempo em que apresenta – uma discussão sobre o *corpus* do texto e sobre as possíveis articulações entre o livro e o tempo e espaço em que foi produzido.

Um dos "capítulos", chamado *Diário de Pesquisa – Construir e Atravessar Pontes: Um Ensaio Sobre Tradução, Literatura e Matemática*, apresenta ao leitor um olhar sobre a teoria da tradução a partir de alguns autores específicos dessa área, já que uma versão integral de *Euclides e Seus Rivais Modernos* em português é parte dos trabalhos desenvolvidos para a elaboração dessa tese. Neste Diário, em sua primeira parte (*De Babel e de Hoje: Anotações sobre Tradução*), nossa intenção foi discutir a teoria da tradução, abordando conceitos, fazeres, acertos e erros que servem de "pistas" ao tradutor não profissional, como nós, que vai se lançar a este tipo de tarefa como nós nos lançamos naquele início do ano de 2009. Teóricos como Geir Campos, Paul Ricœur, Cristina Carneiro Rodrigues, Italo Calvino e Umberto Eco, entre outros, vêm ajudar na construção deste panorama e na apresentação do conceito de *tradaptação*, que é o que melhor representará nosso contato com *Euclides e Seus Rivais Modernos*. Na segunda parte deste diário (*Literatura e Matemática: Uma Interface Possível*), comentamos os olhares que possibilitam perceber, num texto literário, aspectos didáticos e científicos que convergem para a construção, pelo leitor, de um determinado conhecimento. Esta era uma das – senão a mais forte – intenções de Carroll com este tipo de literatura, e nosso estudo reforça essas intenções ao defender e apontar a necessidade da formação de leitores, exposta pelos ensaios de Luzia de Maria, Jean-Michel Adam, Jorge Luis Borges, Alberto Manguel e Adair Mendes Nacarato, dentre outros.

No outro “capítulo”, chamado *Diário de Pesquisa – Uma Cruzada Literária: Lewis Carroll em Defesa de Euclides*, nossos esforços voltam-se para a compreensão do livro – cujo título já deixa clara sua relação íntima com *Os Elementos* de Euclides – como fonte histórica. Em sua primeira parte (*Os Elementos de Euclides: da Antiguidade à Prateleira de Carroll*), convidamos o leitor a um percurso sobre ideias filosóficas e históricas da geometria: é quando tentamos discutir as concepções dos gregos, de René Descartes, de David Hume e de Imanuel Kant sobre a geometria euclidiana, defendendo uma permanência por longo tempo inabalada d’*Os Elementos* como sinônimo de matemática e de matematização, de guia para o conhecimento científico do mundo. Em sua segunda parte (*A Inglaterra no Tempo de Carroll: o que Vejo Através da Neblina*) discutimos o cenário vitoriano e, principalmente, o sistema educacional e o ensino de geometria vigente àquela época. Os estudos de Jaques Chastenet, Flávia Costa Morais, Gert Schubring, Myriam Ávila e Franco Cambi, dentre outros, ajudaram-nos a reconstituir um panorama da Era Vitoriana, em busca de uma compreensão de como eram o ensino de geometria, as aulas, a produção e publicação de livros e o surgimento do *nonsense* – elementos que pensamos estar, de alguma forma, manifestos no livro de Carroll. A época é marcada por transformações importantes, como a criação da *Associação para a Melhoria do Ensino de Geometria* (AIGT), cujo objetivo era produzir um novo – e único – livro para o ensino de geometria euclidiana, ideia à qual Carroll se opunha veementemente. Em sua terceira e última parte (*Nas Páginas de Euclides e Seus Rivais Modernos: Algumas Análises*), mobilizamos a ideia de paratextos, atribuída a Gérard Genette, para melhor compreender a edição estudada, analisando, assim, o pseudônimo do autor, a dedicatória, o título e as epígrafes. Além disso, pareceu-nos importante tentar compreender por que Carroll optou por escrever seu livro como uma peça de teatro, que vivências e experiências podem ter levado o autor à opção por esse formato e não outro. As correspondências entre Carroll e seu editor, seu biógrafo Morton N. Cohen e os estudos de Jean Gattegno e Richard Foulkes, dentre outros, revelam a ligação desse autor com outro autor inglês: William Shakespeare. A apreciação de Carroll pelo teatro – e, dentre vários escritores, por Shakespeare – transparece em vários de seus textos anteriores a *Euclides e Seus Rivais Modernos*, culminando nesta "peça" em quatro atos.

Todos estes elementos que mobilizamos para uma hermenêutica da obra têm por objetivo trazer à cena o que julgamos ser a intenção de Carroll: "defender" Euclides, combatendo seus rivais modernos, já que *Os Elementos* era, na visão de Carroll, indefectível, o melhor manual para o ensino de geometria e que, por consequência, todas as tentativas de retirá-lo das escolas deveriam ser condenadas. Num cenário onírico, em que a personagem principal sonha com Euclides e com um professor alemão que faz o papel de defensor de todos os outros autores de livros de geometria, Carroll usa o *nonsense* e outros jogos linguísticos para mostrar que todos os "rivais modernos" de Euclides incorrem em equívocos, ora conceituais, ora por recorrerem a uma ordenação desastrada, ora falhando miseravelmente nas elaborações lógicas que estruturam as demonstrações. Concordasse Shakespeare com o que Carroll defendeu, como visitante fantasma naquela Inglaterra feérica do final dos Novecentos, afirmaria que *Euclides e Seus Rivais Modernos* demonstra cabalmente que os tais rivais, sem exceção, fizeram "muito barulho por nada".

EUCLIDES E SEUS RIVAIS MODERNOS

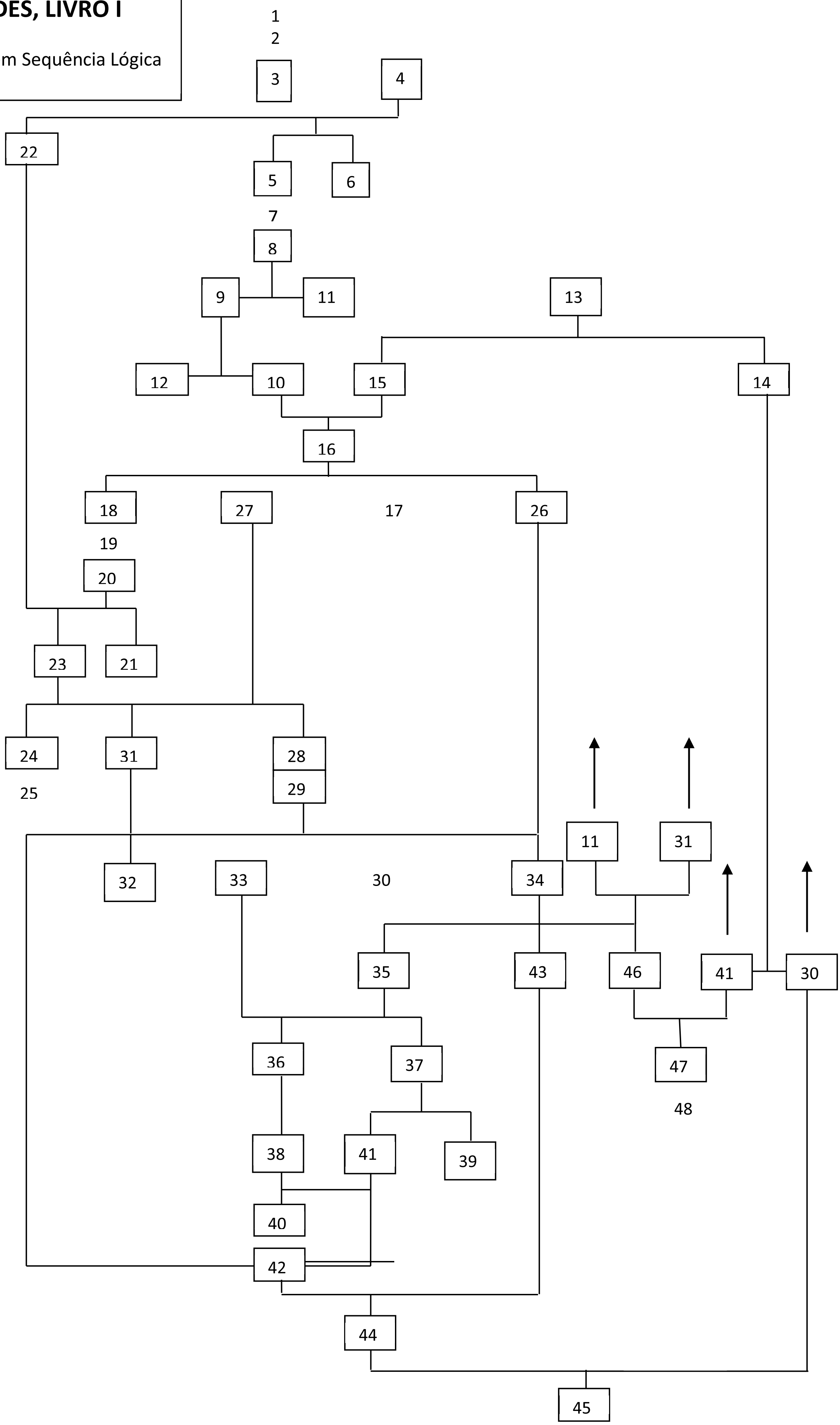
de Lewis Carroll

tradução de Rafael Montoito

Dedicado à Memória de Euclides

EUCLIDES, LIVRO I

Organizado em Sequência Lógica



PREFÁCIO À SEGUNDA EDIÇÃO

As únicas alterações que merecem ser mencionadas nessa segunda edição são a substituição dos símbolos introduzidos na primeira edição por palavras, e um comentário adicional do Sr. Henrici, a quem, caso eu tenha transgredido os limites de uma crítica justa, rogo que aceite minhas mais sinceras desculpas.

C. L. D.

Ch. Ch. 1885[1].

PREFÁCIO À PRIMEIRA EDIÇÃO

"ridentem dicere verum
Quid vetat?"[2]

O objetivo deste pequeno livro é o de provar, primeiro, que é essencial para o ensino ou para exames de Geometria Elementar utilizar apenas um livro texto; segundo, que há fortes razões *a priori* para manter, em todas as suas características principais, e especialmente em sua sequência e ordenação das proposições e seu tratamento das paralelas, o manual de Euclides; e terceiro, que não foram ainda apresentadas razões suficientes para abandoná-lo em favor de nenhum dos manuais modernos que têm sido propostos como substitutos.

Este texto é apresentado numa forma dramática, em parte porque me pareceu ser esta uma forma melhor de expor alternadamente os argumentos dos dois lados da questão; em parte porque [x][3] posso tomar a liberdade de elaborá-lo num estilo mais

[1] As iniciais C. L. D referem-se ao nome original do autor (Charles Lutwidge Dodgson), enquanto Ch. Ch. refere-se a Christ Church (onde ele estudou e, posteriormente, ocupou o cargo de professor).
[2] Frase retirada das *Sátiras*, de Horácio: "O que me impede de dizer a verdade com um sorriso?"
[3] As indicações entre colchetes referem-se às mudanças de páginas da edição original usada como base para a tradução. No prólogo e na parte seguinte – "Argumento do drama" – são usados algarismos romanos, e nos quatro atos do livro são usados algarismos indo-arábicos.

leve do que poderia fazer em um ensaio e, desta forma, deixá-lo um pouco menos tedioso e um pouco mais compreensível para leitores não habituados aos textos científicos.

Por um lado, este livro é um experimento, e pode se provar um fracasso: quero dizer que não achei necessário manter toda a seriedade de estilo que caracteriza os escritores científicos e que, de alguma forma, veio a ser considerado como um "acidente inseparável" do ensino científico. Nunca pude entender a sensatez desta lei imemorial: há assuntos, sem dúvida, que são, em sua essência, muito sérios para admitirem qualquer leveza de tratamento – mas não penso que a Geometria seja um deles. Entretanto, acredito, ficará claro que me permiti flertar com o lado cômico das coisas apenas em situações adequadas, quando o leitor cansado poderá desejar um momento para respirar, e não em qualquer ocasião, de modo a não comprometer a continuidade de uma linha de discussão.

Amigos piedosos me avisaram do risco que corro: eles previram que, abandonando a dignidade de um escritor científico, poderia indispor-me com a solidariedade de todos os verdadeiros leitores científicos, os quais olharão o livro como um mero *jeu d'esprit*[4], não perdendo tempo em procurar, nele, qualquer argumento sério. Mas é preciso ter em mente que, se antes de mim houve uma Scilla[5], houve também um Charibdis[6] – e que, no temor de ser lido como um chiste, posso expor-me ao destino mais cruel de não ser lido de forma alguma.

Pela grande causa que trago no coração – a defesa da obra de Euclides – estou contente em correr algum risco; é melhor que este livro seja lido, mesmo entre sorrisos [xi], do que, com a convicção mais profunda de sua seriedade de propósitos, ser deixado na estante.

[4] Em francês, "avoir d'esprit" significa "ter senso de humor"; deste modo, "jeu d'esprit" faria referência a algo espirituoso como que um artifício retórico que joga com palavras para obter um sentido cômico, crítico ou didático.

[5] Na mitologia, Scylla era uma lindíssima ninfa, amada por Glauco, um dos deuses do mar. Por ciúmes, Circe, que amava Glauco, transformou-a num terrível monstro com seis cabeças de cães ferozes, cada uma com três fileiras de dentes que devoravam os navegantes de passagem pelo estreito onde ela vivia, escondida em uma caverna. Scylla também aparece descrita no livro de Homero, *A Odisseia*, no canto XII.

[6] No estreito no qual em um dos lados ficava Scylla, no outro, oposto a ela, havia uma grande figueira sob a qual Charibdis, o redemoinho d'água, sugava e vomitava as águas do mar três vezes por dia, engolfando qualquer coisa que estivesse próxima. Quando Ulisses passou entre eles, o herói conseguiu evitar Charibdis, mas Scylla prendeu seis homens de seu navio e os devorou. Tempos depois, a posição geográfica deste estreito foi associada ao Estreito de Messina, entre a Itália e a Sicília. A expressão "entre Scylla e Charibdis" significa "estar entre dois grandes perigos".

Aos autores que aqui são comentados, peço que aceitem minhas desculpas mais sinceras caso tenha transgredido, em qualquer instância, os limites da justa apreciação. Especialmente ao Sr. Wilson tais desculpas são devidas – tanto porque tenho criticado muito seu livro sem trazer nenhuma contribuição, quanto porque pode parecer uma impertinência alguém que tem se dedicado principalmente aos ramos mais inferiores da Matemática ousar opinar sobre o trabalho de um Senior Wrangler[7]. Eu nem ousaria segui-lo até "o alto da montanha" que *ele* escalou e que *eu* apenas posso contemplar à distância: apenas quando ele deixa de "estar tão próximo do céu" e desce às regiões mais baixas da Geometria Elementar – que eu tenho ensinado por aproximadamente vinte e cinco anos – é que me sinto suficientemente à vontade para arriscar-me a falar.

Permitam-me expressar minha gratidão, primeiramente, para com o Sr. Todhunter, por me permitir citar *ad libitum*[8] o interessantíssimo *Essay on Elementary Geometry*, parte do seu livro *The Conflict of Studies, and other Essays on subjects connected with Education* e, também, por permitir a reprodução de alguns dos belos diagramas da sua edição de Euclides; em segundo lugar, para com o Editor do Athenæum, por me dar permissão semelhante no que concerne aos comentários à Geometria do Sr. Wilson, escritos pelo falecido professor De Morgan e publicados no Athenæum de 18 de julho de 1868.

C. L. D.

Ch. Ch. 1879.

---

[7] Título dado aos que obtiveram, com seus estudos, distinção em Matemática. De acordo com o site da Universidade de Cambridge (http://www.maths.cam.ac.uk/about/history), por volta de 1725 instituiu-se um exame, com questões de Matemática e Filosofia, que servia para listar os melhores estudantes. O "Cambridge Mathematical Tripos" primeiramente era oral, depois as questões passaram a ser ditadas (mas as respostas eram escritas) e, por fim, por volta de 1790, as questões passaram a ser entregues impressas aos candidatos. O exame, que dava notoriedade e respeito aos que tiravam os primeiros lugares, ajudando-os muito a conquistar posições de destaque, durava, àquela época, oito dias, cada um com cinco horas e meia de prova. O resultado era publicado numa lista, por ordem de pontuação, e o candidato que obtivesse o melhor escore ganhava o título de "Senior Wrangler", seguido depois pelo "Second Wrangler".

[8] À vontade, da maneira que aprouver.

A R G U M E N T O D O D R A M A

A T O I

Preliminares para o exame dos
Rivais Modernos

CENA I
[MINOS e RHADAMANTHUS]

Como consequências ao permitir o uso de vários manuais de Geometria, devemos aceitar

(1) Argumentos "circulares"
(2) Fazer ilógico
    Exemplo de Cooley
    Exemplo de Wilson

CENA II
[MINOS e EUCLIDES]

§1. *Razões* a priori *para manter o manual de Euclides*

Exigimos, num Manual, uma seleção de verdades Geométricas mais do que um repertório completo

Discussões limitadas aos assuntos de Euclides I, II

Uma sequência lógica fixa essencial

Um sistema de numeração desejável

Afirmações *a priori* para que a sequência e a numeração de Euclides sejam mantidas

Novos teoremas poderão ser interpolados sem mudar a numeração

§2. *Um método para analisar os rivais modernos*

Mudanças propostas que, ainda que provadas serem essenciais, *não* resultariam no abandono do manual de Euclides:

(1) Proposições que podem ser omitidas;

(2) Proposições que podem ser substituídas por provas novas;

(3) Proposições novas que podem ser acrescidas

Mudanças propostas que, se forem provadas como essenciais, *implicariam* o abandono do manual de Euclides:

(l) Separação de problemas e teoremas;

(2) Diferentes tratamentos para paralelas.

Outros assuntos de pesquisa:

(3) Superposição;

(4) Uso de diagonais em Euclides II;

(5) Tratamento das retas;

(6) Tratamento dos ângulos;

(7) Proposições de Euclides omitidas;

(8) Proposições de Euclides recentemente tratadas;

(9) Novas Proposições;

(10) Estilo etc.

Lista de autores que serão examinados:

Legendre, Cooley, Cuthbertson, Henrici, Wilson, Pierce, Willock,

Chauvenet, Loomis, Morell, Reynolds, Wright, Programa da Associação para a Melhoria do Ensino de Geometria, o programa-manual de Wilson

---

§3. *A combinação ou separação de problemas e teoremas*

Motivos atribuídos para separação

Motivos para combinação:

(1) Problemas também são teoremas;

(2) A separação necessitaria uma nova numeração,

(3) e construções hipotéticas.

---

§4. *Lista de proposições relacionadas a pares de retas*

Três classes de pares de retas:

(1) Tendo dois pontos em comum;

(2) Tendo um ponto em comum e um ponto disjunto;

(3) Não tendo ponto em comum.

Quatro tipos de "propriedades":

(1) a partir dos pontos comuns ou disjuntos;

(2) a partir dos ângulos formados por transversais;

(3) a partir da equidistância ou, de outro modo, de um ponto de uma em relação à outra;

(4) a partir da direção.

Convenções a serem usadas

Proposições divisíveis em duas classes:

(1) Dedutíveis de axiomas inquestionáveis;

(2) Dedutíveis de axiomas questionáveis.

Três classes de pares de retas:

(1) Retas coincidentes

(2) Retas que se intersectam

(3) Retas disjuntas

Assuntos e predicados das proposições relativas a estas três classes:

Retas coincidentes

Retas que se intersectam

Retas disjuntas

Tabela I. *Contém vinte proposições, das quais algumas são axiomas inquestionáveis e, as outras, teoremas reais e válidos, dedutíveis de axiomas inquestionáveis.*

Sujeitos e predicados de outras proposições relativas às retas disjuntas.

Tabela II. *Contém dezoito proposições, das quais nenhuma é um axioma inquestionável, mas todas são teoremas reais e válidos que, embora não sejam dedutíveis de axiomas inquestionáveis, são de tal forma que, se alguma for admitida como um axioma, as outras podem ser provadas.*

Tabela III. *Contém as cinco proposições que, na Tabela II, foram consideradas como axiomas.*

(1) Axioma de Euclides;

(2) Axioma de T. Simpson;

(3) Axioma de Clavius

(4) Axioma de Playfair

(5) Axioma de R. Simpson.

Será mostrado (no apêndice III) que *qualquer* teorema da Tabela II é base lógica suficiente para todo o resto

§5. *Axioma de Playfair*

O axioma 12 de Euclides é axiomático?

A necessidade de teste para verificar o encontro de retas finitas

Considerações que fazem o axioma de Euclides mais axiomático

O axioma de Euclides dedutível do de Playfair

Razões para preferir o Axioma de Euclides:

(1) O axioma de Playfair não mostra *de que modo* as retas se encontrarão;

(2) O axioma de Playfair afirma mais coisas que o de Euclides, sendo supérflua a parte adicional.

Objeção insustentável ao Axioma de Euclides (de que ele é o recíproco de I 17)

§6. *Princípio de superposição*

Usado pelos rivais modernos em Euclides I 5

Usado pelos rivais modernos em Euclides I 24

§7. *Omissão das diagonais em Euclides II*

Proposta testada pela comparação de Euclides II 4 com a respectiva versão de Wilson

A T O I I

[MINOS e NIEMAND]

Manuais que rejeitam o tratamento euclidiano
das paralelas

CENA I

Introdução

CENA II

Tratamento das paralelas através de métodos que envolvem
séries infinitas

LEGENDRE

Tratamento da reta

Tratamento do ângulo

Tratamento das paralelas

Teste para verificar o encontro de retas finitas

Manual inadequado para iniciantes

CENA III

Tratamento das paralelas através de ângulos feitos por transversais

COOLEY

Estilo de prefácio

Tratamento das paralelas

Colapso absoluto do manual

CENA IV

Tratamento das paralelas por equidistâncias

CUTHBERTSON

Tratamento da reta

Tentativa de prova do axioma de Euclides (tacitamente presumido) sobre duas retas não terem um segmento comum

Tratamento do ângulo

Tratamento das paralelas

Suposição do axioma de R. Simpson

O 12º axioma de Euclides substituído por uma definição, dois axiomas, e cinco teoremas

Teste para verificar o encontro de retas finitas

Manual como um Euclides modificado

CENA V

Tratamento das paralelas por retas em revolução

HENRICI

Tratamento da reta

Tratamento do ângulo

Tratamento das paralelas

Discussão da tentativa de prova do axioma de Playfair

Abandono da tentativa de prova do axioma de Playfair

Análise geral do livro:

- Quantidade grande de novos assuntos
- Dois casos *non-sequitur*[9]
- Um absurdo provado *à la Henrici*
- Negação do movimento *per saltum*[10]
- Uma hipótese estranha
- Um novo tipo de "questão aberta"
- Outro *non-sequitur*
- Um canto estranho
- Teoremas de simetria
- Uma hipótese estranha
- Sumário dos erros
- Euclides I 18, 19 comparados com Henrici
- Um último petisco

Abandono do manual

CENA VI

Tratamento das paralelas considerando a direção

---

§1. WILSON

Introdução

Tratamento da reta

Tratamento do ângulo

Extensão do limite do "ângulo" para a soma de quatro ângulos retos

---

[9] *Non-sequitur* (do latim, "não segue") é um caso de falácia lógica que acontece quando a conclusão não segue das premissas dadas.

[10] Do latim, "por saltos" ou "aos pulos".

Ângulos “rasos”
Significado de “direção”
Direções “opostas”
“Mesma” direção e direções “diferentes”
Discussão do axioma “retas distintas podem ter a mesma direção”
Propriedade “mesma direção”, quando tomadas retas distintas, não pode ser nem definida, nem construída, nem testada
“Direções disjuntas” não idêntico a “direções coincidentes”
Suposição virtual de que “retas disjuntas são reais” (o que Euclides prova em I 27), como axioma
Discussão do axioma “retas distintas podem ter direções diferentes”
Abandono do axioma “retas distintas podem ter mesma direção” e garantia, com restrições, do axioma “retas distintas podem ter direções diferentes”
Garantia do axioma “retas distintas que se intersectam têm direções diferentes”
Discussão do axioma “retas com direções diferentes se encontrariam” e seu abandono
Condenação do diagrama de “mesma” direção e direções “diferentes”
Aceitação de “distintas mas com mesma direção” como a definição (ideal) do par de retas
Substituição de “paralela”, como usado por Wilson, pelo termo “discodal”
Discussão da definição
Aceitação do teorema “retas discodais” não se encontram
Discussão do teorema “Retas discodais com relação à mesma reta são discodais entre si” e seu abandono como um *Petitio Principii*[11]
Discussão do axioma “ângulo pode ser transferido mantendo as direções dos lados”
Se o ângulo é variável, implica a falácia *A dicto secundum Quid ad dictum Simpliciter*[12]
Se o ângulo é constante, o teorema resultante (virtualmente idêntico ao axioma) envolve uma falácia *Petitio Principii*
Se o ângulo é constante, o axioma envolve duas suposições:

(1) pode haver um par de retas distintas que fazem o mesmo ângulo com *qualquer* transversal

(2) retas que fazem ângulos iguais com uma certa transversal fazem-no com *qualquer* transversal

---
[11] Esta expressão será comentada no capítulo em questão.
[12] Exta expressão será comentada no capítulo em questão.

Abandono do axioma

Discussão das ideias de "direção"

Teoria da "direção" inadequada para iniciantes

Discussão do teste para verificar o encontro de retas finitas

ele virtualmente envolve o axioma de Euclides

se não envolve, ele causa um hiato na prova

Lista das proposições de Euclides que são omitidas

Análise geral do livro:

Um falso corolário

Uma pletora de negativas

Um *datum*[13] supérfluo

Prova desajeitada de Euclides I 24

Um corolário ininteligível

Um original "Teorema de igualdade"

Uma suposição original

Dois casos de *Petitio Principii*

Um problema do tamanho de três páginas e mais

Um quinto caso de *Petitio Principii*

Um sexto caso de *Petitio Principii*

Resumo e abandono do manual

§2. PIERCE

Tratamento da reta

Introdução de infinitesimais

Tratamento das paralelas

Ângulo visto como "diferença de direções"

Suposição do axioma "retas distintas podem ter a mesma direção"

Lista dos teoremas de Euclides que são omitidos

Manual *não* adaptado para iniciantes

[13] Do latim, "dado".

§3. WILLOCK

Tratamento das paralelas

Suposição virtual do axioma “retas distintas podem ter a mesma direção”

Suposição do axioma “retas disjuntas têm a mesma direção”

Análise geral do livro:

- Dificuldades introduzidas precipitadamente
- Omissão das retas “coincidentes”
- Discussão do “princípio da dupla conversão” e seu abandono como ilógico
- Passagem misteriosa sobre “incomensuráveis”

Abandono do manual

A T O   I I I

Manuais que adotam o tratamento de Euclides
para paralelas

CENA I

§1.

Introdução

§2. CHAUVENET

Análise geral

§3. LOOMIS

Análise geral

§4. MORELL

Tratamento da reta

Tratamento do ângulo

Tratamento das paralelas

Análise geral:

Teoremas “diretos”, “recíprocos” e “contrários”

Pontos sentimentais

Uma suposição falsa

Um raio falante

Raios e medidas comuns

Derivação de “homólogo”

Um *fiasco*[14] lógico

Abandono do manual

§5. REYNOLDS

Análise geral

Lista dos teoremas de Euclides omitidos

§6. WRIGHT

Citações do prefácio

Análise geral:

Espécime de prolixa obscuridade

CENA II

---

§1. Manual da Associação para a Melhoria do Ensino de Geometria

---

Introdução de *Nostradamus*, um membro da Associação

Tratamento da reta

Tratamento do ângulo

[14] Apesar de ser um termo comum na língua portuguesa, no livro de Carroll ele aparece grafado em latim.

Tratamento das paralelas

Teste para verificar o encontro de retas finitas

Reorganização dos teoremas de Euclides

Análise geral:

- Um "teorema" é uma "afirmação de um teorema"
- Regra de conversão
- Miscelâneas imprecisas

Resumo

---

§2. O programa-manual de Wilson

Introdução

Um teorema é a "afirmação de um teorema"

Regra de conversão

"Ângulos retos"

Miscelâneas imprecisas

O grande mérito do manual

Nenhum teste para verificar o encontro de retas finitas

Proposições discutidas detalhadamente:

- Uma omissão importante
- Uma conversão ilógica
- *Un enfant terrible*[15]

Resumo dos resultados:

- das 73 proposições de Euclides, este manual omitiu 14;
- 43 são apresentadas como em Euclides
- 10 são feitas por novos mas objetáveis métodos, a saber:
  - 1 ilógica;
  - 1 "construção hipotética";
  - 2 usos desnecessários de "superposição";

[15] Expressão francesa para "um menino travesso".

2 algébricos

4 omitindo as diagonais de Euclides II;

6 feitas por novos e admissíveis métodos.

Nenhuma razão para abandonar a sequência e numeração de Euclides

Nenhuma razão para olhar este manual como algo além de um Euclides revisado

Resumo

A T O I V

[MINOS e EUCLIDES]

§1. *Tratamento dos pares de retas*

Tratamento moderno das paralelas

Axioma de Playfair

Teste para verificar o encontro de retas finitas

§2. *Construções de Euclides*

"Restrições arbitrárias"

"Exclusão de construções hipotéticas"

§3. *Demonstrações de Euclides*

"Forma invariavelmente silogística"
"Demonstrações bastante extensas"
"Demonstrações excessivamente breves"
"Constante referência aos axiomas"

§4. *O estilo de Euclides*

Artificialidade, caráter não-sugestivo e anseio de simplicidade

§5. *O tratamento de retas e ângulos de Euclides*

Tratamento de retas
Tratamento de ângulos:

- aceitação de "declinação"
- menor do que a soma de dois ângulos retos
- "ângulos múltiplos" em Euclides VI 33
- aceitação da prova do axioma 10

§6. *Omissões, alterações e acréscimos sugeridos pelos rivais modernos*

Sugestão para omitir Euclides I 7

Razões para mantê-la:

necessário para demonstrar Euclides I 8

não está incluído em Euclides I 8

prova a *rigidez* do triângulo

Euclides I 7, 8 são análogas a Euclides III 23, 24

uso prático

Sugestão para omitir Euclides II 8

Razões para mantê-la: é usada na geometria nas seções cônicas

Sugestões para alterações

Novas provas para Euclides I 5:

"construções hipotéticas"

superposição

trata lados como "oblíquos"

trata lados como raios de um círculo

Abandono da inversão da ordem de Euclides I 8, 24

Aceitação da inversão da ordem de Euclides I 18, 19 e 20

Aceitação da completa prova de Euclides I 24

Abandono das provas algébricas de Euclides II

Sugestões adicionais:

Aceitação de novos teoremas

Aceitação de dois novos teoremas

§7. *Resumo*

Discurso de despedida de Euclides

A P Ê N D I C E S

I

Extraído do ensaio do Sr. Tudhunter sobre "Geometria Elementar", incluído no "The Conflict of Studies etc"

II

Extraído do artigo do Sr. De Morgan, sobre a Geometria do Sr. Wilson, publicado no Athenæum de 18 de julho de 1868

III

Prova de que, se qualquer uma das proposições da Tabela II for garantida como um axioma, as restantes podem ser deduzidas dele

IV

Lista das proposições dos livros I e II de Euclides e suas relações com as proposições dos livros dos rivais modernos:

§ 1. Relações com Legendre, Cuthbertson, Henrici, Wilson, Pierce e Willock

§ 2. Relações com os outros rivais modernos

A T O I

CENA I[16]

"Confusion worse confounded".[17]

[16] Utilizamos, para algumas epígrafes, as traduções disponíveis em edições brasileiras; outras foram traduzidas "livremente". Optamos por manter no texto todas as epígrafes originais e, em alguns casos – visando a contextualizar a citação e, de certo modo, iniciar uma análise –, citar, em rodapé, um recorte maior do texto original no qual se encaixa a epígrafe.

[17] A frase é um dos versos do *Paraíso Perdido*, de John Milton, e uma tradução literal seria "uma confusão ainda pior do que a confusão antes reinante", talvez querendo Carroll significar que sua defesa de *Os Elementos* traria à cena uma confusão ainda maior à discussão já existente na Inglaterra sobre o uso de manuais para o ensino de Geometria. Do ponto de vista poético, deve ser considerado o poema de Milton: ao final dos quase oitocentos versos do Canto I, animado com a esperança de reconquistar os céus, Satã convoca uma assembleia do Conselho formado pelos pares infernais e, no Canto II, toma para si próprio a tarefa de buscar informações sobre um novo tipo de criatura – de natureza semelhante à dos anjos – que à essa época já deveriam ter sido criadas. Chegando às portas do Inferno – que encontra fechadas e guardadas pelo Pecado e pela Morte – defronta-se com o imenso abismo existente entre o Inferno e o Céu, que ele transpõe ajudado pelo Caos, o "velho anarca". Nesse diálogo entre Satã e Caos, no verso 996, ocorre a frase usada por Carroll como epígrafe. No original e na tradução de Antônio José de Lima Leitão (1787-1856) (publicada em 1956 como um dos volumes dos *Clássicos Jackson*), temos:

Answer'd. I know thee, stranger, who thou art, /That mighty leading Angel, who of late / Made head against Heav'ns King, though overthrown./I saw and heard, for such a numerous Host / Fled not in silence through the frighted deep / With ruin upon ruin, rout on rout, / Confusion worse confounded; and Heav'n Gates / Pourd out by millions her victorious Bands / Pursuing.

[*Disse. Então lhe responde o velho anarca, / Trêmula a fala, descomposto o vulto: / Bem te conheço, ó tu, que o nome encobres: / Dos anjos és o chefe destemido / Que (pouco há) contra o Rei dos Céus alçaste, / Apesar de vencida, a frente nobre. / Vi tudo, tudo ouvi, que às escondidas / Fugir não pôde exército tão vasto / Atravessando o amedrontado Abismo: / Fulminou-vos estrago sobre estrago. / Dobrando a confusão o horror da ruína; / E o Céu por seus portões, em vosso alcance / Milhões de ovantes turmas despedia.*].

[*Cena: uma sala de estudos, meia-noite. Pode-se ver MINOS acomodado entre duas pilhas gigantes de textos. De quando em vez ele pega um dos textos, lê, faz anotações e, com um suspiro que indica exaustão, coloca o texto em outra pilha. Seu cabelo está despenteado, de tanto seus dedos passarem por entre os fios, e como no segundo Corolário do Livro I de Euclides*[18], *32*[19], *as madeixas parecem uma auréola. Fixando os olhos sobre os papéis, como que num reflexo melancólico, ele inicia um longo diálogo consigo próprio.*]

Min. Então, meu amigo, é assim que você prova a I 19[20], não é? Admitindo I 20? Bom, muito bom! Mas espere um pouco! Talvez ele não declare vitória sobre Euclides. Vejamos... Ah, certamente! Legendre, é claro! Bem, imagino que por isso eu deva dar uma nota alta a ele. Quanto vale cada questão? Aliás, espere um pouco! Onde está seu texto de ontem? Eu tenho a impressão de que, então, ele era todo favorável a Euclides. A I 20 estava lá... [2] Ah, aqui está! "Acho que nós sabemos de quem é a mimosa letra em itálico"[21]. Aqui está a proposição, tão grande quanto a vida, e provada pela I 19. "Agora, infiel, peguei-te"[22]. Você deveria ter alguma coisa assim doce para falar, querido amigo! Deveria ter as duas proposições e usá-las segundo a ordem que bem entendesse. Tenho a mais profunda convicção de que você não sabe como provar uma

[18] Para a tradução do livro de Carroll usamos, preferencialmente, para os enunciados matemáticos, a tradução brasileira de *Os Elementos* de Euclides feita por Irineu Bicudo e publicada pela editora UNESP em 2009. No entanto, como Carroll utilizava uma edição em língua inglesa baseada na edição em grego de Théon, que havia feito algumas modificações na obra original, alguns desses enunciados e, principalmente, algumas das numerações das proposições, não têm referente na edição brasileira. Foi necessário, portanto, cotejarmos inicialmente a versão de Carroll com aquela tradução portuguesa feita a partir da versão de Commandino, posto que também essa versão publicada em Coimbra tinha a edição de Théon como referência (esta edição encontra-se disponível no site http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/euclid/elem.html). Quando havia sincronia entre enunciado e numeração em ambas as edições (brasileira e portuguesa), preferimos a versão brasileira. No caso contrário, citamos a tradução feita a partir da edição latina de Commandino. Num terceiro – e último – caso, quando o enunciado ou a numeração inexistia nas duas edições disponíveis em língua portuguesa, a tradução do inglês foi feita diretamente do original de Carroll. Todos os enunciados estão detalhadamente registrados em notas complementares, ao final desta tradução, salvo aqueles cuja numeração se refere aos livros dos "rivais modernos" analisados por Carroll.

[19] A ilustração explicativa, na edição de Commandino, mostra um pentágono com todos os seus lados prolongados para fora da figura; Carroll se utiliza desta ilustração para se referir ao cabelo despenteado da personagem.

[20] Nessas citações, Carroll usa os algarismos romanos para indicar o livro de *Os Elementos* (*Os Elementos* de Euclides são divididos em 13 livros) e os algarismos indo-arábicos para indicar a proposição.

[21] A frase "I think we do know the sweet Roman hand" é uma citação de *Noite de Reis*, de Shakespeare (Ato III, Cena IV). Utilizamos aqui a tradução de Beatriz Viégas-Faria, publicada em 2011 pela L&PM Pocket.

[22] A frase original "Now, infidel, I have thee on the hip!" é uma citação de *O Mercador de Veneza*, de Shakespeare (Ato IV, Cena I). Utilizamos aqui a tradução de Beatriz Viégas-Faria, publicada pela L&PM em 2008.

sem usar a outra. Vamos ter que apresentar uma à outra, como os Senhores Pyke e Pluck[23]. Em que confusão terrível esse assunto está nos enredando! (*Batidas à porta.*) Entre!

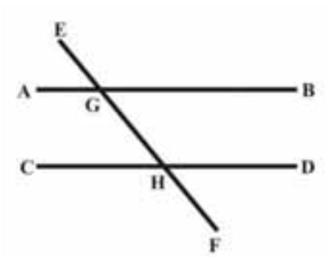
Entra RHADAMANTHUS[24].

Rha. Eu disse! Não estamos tendendo a dar uma resposta que é claramente uma falácia lógica?

Min. Claro que você está... e assim fica cada vez mais próximo de receber uma nota similar ao que os jogadores de críquete chamam *the duck's egg*[25]... aquela mesma que os termômetros indicam para iniciar a escala positiva...

Rha. Veja esta prova da I 29.

Rhadamanthus lê.



"Faça *EF* encontrar as duas retas paralelas *AB*, *CD*, nos pontos *GH*. Os ângulos alternos *AGH*, *GHD* devem ser iguais. [3]

AGH e *EGB* são iguais porque são verticalmente opostos, e *EGB* é também igual a *GHD* (definição 9); por isso, *AGH* é igual a *GHD*, mas estes são ângulos alternos".

Alguma vez você já ouviu afirmação semelhante a essa?

Min. O que esse infame quer dizer com "definição 9"?

[23] Personagens de Charles Dickens, do livro *A Vida e as Aventuras de Nicolas Nickleby*, publicado originalmente em fascículos mensais entre abril de 1838 e outubro de 1839.
[24] Rhadamanthus (ou Rhadamanthys ou Rhadamanthos) e Minos – personagens que, com o fantasma de Euclides, frequentam as duas primeiras cenas do primeiro ato de *Euclides e Seus Rivais Modernos* – são dois dos três juízes infernais, que atuam sob o poder de Hades. Assim como, na obra de Carroll, ambas as personagens julgam estudantes e autores de manuais rivais ao de Euclides – o que Carroll sugere ser uma tarefa infernal, a julgar pelo nome dos protagonistas – na mitologia grega Rhadamanthus, Minos e Eacos julgavam as almas que chegavam ao Inferno.
[25] A expressão "Duck's egg" refere-se à menor pontuação feita no jogo de críquete, ou seja, zero pontos. A origem do termo pode estar associada à forma que os ovos de pato têm, de acordo com o *The Concise Oxford Dictionary*, e ainda é utilizada para referir-se ao algarismo.

Rhad. Oh, isto é o melhor de tudo! Você vai gostar de ouvir. Há uma referência, ao pé da página, a Cooley[26]. Então busquei o Sr. Cooley entre as pilhas de textos de Geometria que me enviaram – (a propósito, eles enviaram todo esse lote para você? Quarenta e cinco foram deixados em meu quarto hoje, e de dez deles eu nunca tinha ouvido falar até agora![27])... Bem, como eu ia dizendo, examinei Cooley e cá está a definição.

Rhadamanthus lê.

"Retas são chamadas paralelas quando elas estão igual e semelhantemente inclinadas em relação à mesma linha reta, ou fazem ângulos iguais com ela, do mesmo lado, quando seguem a mesma direção".

Min. Isto é muito reconfortante. Até onde posso compreender, o Sr. Cooley supõe que um par de retas que faz ângulos iguais com *uma* reta faz ângulos iguais com *todas* as retas. Ele poderia, do mesmo modo, dizer que uma senhorita inclinada a declarar-se a *um* rapaz, está "igual e semelhantemente inclinada" a declarar-se para *todos* os outros!

Rhad. Se quisesse, ela poderia ver todos sob um mesmo ângulo. Mas, falando sério, o que faremos com Cooley?

Min (refletindo intensamente). Se nós tivéssemos o Sr. Cooley nas escolas, *acho* que deveríamos reprová-lo. [4]

Rhad. Mas e quanto a esta resposta?

Min. Oh, considere a questão inteira! O que nós temos a ver com lógica, verdade, falsidade, com o que é certo ou errado? Somos meros juízes aos quais compete apenas marcar os erros descabidos, o que um juiz de bilhar, por exemplo, não faz.

Rhad. Há mais uma coisa que eu quero que você olhe. Aqui está um homem que coloca Wilson[28] como ponto máximo de seu texto, e prova a I 32 de Euclides partindo dos princípios fundamentais − me parece − sem usar nenhum outro teorema.

---

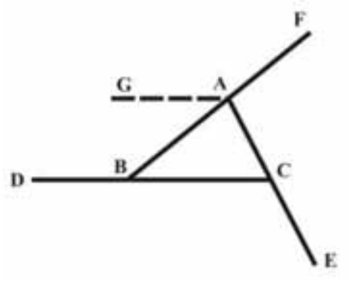
[26] O livro *The Elements of Geometry, Simplified and Explained*, de W. D. Cooley, publicado em 1860, será tema de Carroll no Ato III, Cena III.

[27] Aqui Carroll, com seu peculiar humor, se refere à quantidade de livros que surgiam à época com a intenção de se tornar o novo manual para o ensino de geometria.

[28] James Maurice Wilson (1836-1931), teólogo, matemático, professor de ciências e astrônomo, contribuiu para algumas mudanças quanto ao ensino nas escolas públicas da época vitoriana, sendo uma delas a promoção do ensino de ciências que, até então, era negligenciado. Em 1868 ele publicou

Min. Isso parece impossível.

Rhad. Isso *eu* poderia ter dito. Aqui está a prova.



"Deslize o ângulo *DBA* ao longo de *BF* até a posição *GAF*, mantendo *GA* com a mesma direção que DC (axioma 9). Do mesmo modo, deslize o ângulo *BCE* ao longo de *AE* até a posição *GAC*. Então os ângulos externos *CAF*, *FAG* e *GAC* são iguais a uma revolução e iguais a dois ângulos rasos. Mas os ângulos internos e externos são iguais a 3 ângulos rasos. Portanto os ângulos internos são iguais a um ângulo raso e iguais a 2 ângulos retos. Q. E. D."

Não sou muito versado em Wilson, mas bem provavelmente ele não reduz todo o tema das paralelas a um axioma como este!

Min. Bem, não. Há um teorema e um corolário. Mas ele é um homem arguto: ele percebeu que o axioma [5] funciona por si só. Você alguma vez viu um daqueles mágicos que, do nada, fazem aparecer um aquário com peixe vivo, na frente do público, puxando apenas um lenço do bolso? Pois esse é o tipo de coisa que temos na Geometria Moderna. Um homem fica parado em sua frente com quase nada, apenas um axioma em mãos. Ele arregaça as mangas e diz: "Observe, cavalheiro, não escondi nada e não engano ninguém!" E o que você tem bem diante dos olhos, de um momento a outro, é um teorema completo, com Q. E. D e tudo!

Rhad. Bem, até onde *eu* entendo, a prova não prova nada. Mas quem sou eu para corrigi-la?

Min. Considere a questão como correta: devemos aceitá-la. Porque, meu bom amigo, meu estado de espírito é tal que estou pronto para avaliar *qualquer* coisa e *qualquer* pessoa. Se o fantasma de Hamlet aparecesse aqui neste minuto e dissesse: "Avalie-me!" eu diria "Tudo bem. Dê-me seus textos!"

Elementary Geometry, o livro-texto sobre geometria que Carroll cita aqui e que será comentado no Ato II, Cena VI.

Rhad. Isso é fácil falar, mas essa situação é de deixar qualquer um irritado... ter que avaliar tudo isso, todo este lixo! Bem, boa noite! Eu preciso voltar ao meu trabalho. [Sai]

Min. Eu agora darei uma cochilada rápida, só uma cochiladinha e...

(*Ronca*) [6]

A T O I

CENA II

Οὐκ ἀγαθὸν πολνκοιρανίη· εἷς κοίρανος ἔστω,
Εἷς βασιλεὺς [29]

[MINOS *dormindo. Entra o Fantasma de* EUCLIDES. MINOS abre os olhos e mira Euclides com olhar inexpressivo e frio, sem revelar a mais leve surpresa ou mesmo interesse.]

---

§1. *Razões* a priori *para manter o manual de Euclides*

Euc. O que é que você realmente exige de um Manual de Geometria?

Min. Com licença, mas – com todo o respeito a uma sombra cujo nome tenho reverenciado desde minha tenra infância – essa não é uma forma um tanto abrupta de iniciar uma conversa? Lembre-se, estamos separados por vinte séculos de história e,

[29] *O governo de muitos não é bom. Seja um único mestre,*
Um único soberano.

consequentemente, nunca tivemos uma entrevista pessoal até agora. Certamente uns poucos comentários preliminares... [7]

Euc. Séculos são longos, meu bom senhor, mas *meu* tempo para esta noite é curto, e nunca fui homem de muitas palavras. Então, deixe de cerimônia e responda minha pergunta.

Min. Bem, até onde eu possa responder uma questão que me chega tão abruptamente, eu deveria dizer: um livro que exercite o aprendiz criando nele hábitos de concepção clara e o capacite a avaliar o valor lógico de um argumento científico.

Euc. Você *não* exige, então, um repertório completo da verdade geométrica?

Min. Certamente não. É mais de *ἐνέργεια* que de *ἔργον* [30] o que precisamos aqui.

Euc. Ainda assim, muitos de meus rivais modernos têm tentado melhorar meus escritos ao preencher o que eles julgam ser omissões minhas.

Min. Duvido que eles próprios estejam mais próximos da perfeição.

Euc. Eu também. Creio que há um amigo seu que tem se divertido listando os vários teoremas que podem ser enunciados sobre coisas tão simples como os pares de retas. Quantos ele encontrou?

Min. Cerca de duzentos e cinquenta, acredito.

Euc. A julgarmos por essa quantidade, quantos haveria apenas em meu Primeiro Livro?

Min. Mil, no mínimo.

Euc. Quão popular será esse manual escolar! Como os meninos bendirão o nome do escritor que primeiro lhes apresentar os mil completos!

Min. Eu acho que seu manual[31] já é suficientemente completo para todas as propostas de ensino possíveis. Não é no que diz respeito às novidades que você precisa temer seus rivais modernos: [8] é na *qualidade*, não na *quantidade*, que eles querem ultrapassá-lo. Seus métodos de prova, afirmam eles, são antiquados e inúteis se expostos a novas luzes.

Euc. É exatamente para este ponto que quero voltar-me agora; e se estamos discutindo esse assunto considerando os *iniciantes*, podemos restringir nossa discussão aos conteúdos dos Livros I e II

Min. Sou da mesma opinião.

[30] As palavras em grego significam, respectivamente, “ação” e “obra”, em sentido estrito.
[31] Essa fala de Minos deixa claro que sua defesa, ao longo de todo o texto, toma o livro de Euclides como Manual Didático para o ensino da Geometria Euclidiana.

Euc. O primeiro ponto a estabelecer é se, para ensinar e avaliar, você precisa de uma sequência lógica fixa de proposições ou se permitiria o uso de sequências conflitantes, de modo que um candidato numa prova pudesse usar X para provar Y – e outro usar Y para provar X – ou, ainda, que o mesmo candidato pudesse oferecer *ambas* as provas, "argumentando de forma circular".

Min. Um seu rival moderno muito eminente, o Sr. Wilson, parece achar que tal sequência fixa não é realmente necessária. Ele diz (em seu prefácio, página 10): "A Geometria, quando tratada como uma ciência e de maneira natural, segue uma certa ordem na qual não haverá muita variação, e os manuais de Geometria não diferirão uns dos outros, assim como ocorre com os manuais de álgebra ou química; ainda que não seja difícil avaliar em álgebra ou química".

Euc. Os livros podem diferir profundamente sem diferir na sequência lógica (e a sequência lógica é a única coisa que poderia fazer dois livros-texto colidirem de forma tal que um ou o outro precisasse ser abandonado) [9]. Permita-me dar alguns exemplos de sequências lógicas conflitantes em Geometria. Legendre[32] prova minha proposição 5 pela proposição 8, a 18 pela 19, a 19 pela 20, a 27 pela 28, a 29 pela 32. Cuthbertson[33] prova a 37 pela 41. Reynolds[34] prova a 5 pela 20. Quando o Sr. Wilson tiver identificado sequências conflitantes semelhantes em manuais de álgebra ou química, poderemos então fazer comparações: até então, o comentário dele é um tanto irrelevante à questão.

Min. Eu não acho que ele seja capaz disso: na verdade, há pouquíssimas cadeias lógicas nestes campos − e a maioria das proposições têm sido provadas a partir dos seus princípios elementares. Acho que devemos admitir como essencial ter *uma* sequência lógica definida, independentemente de quantos manuais usemos: parafraseando um outro de seus rivais, o Sr. Cuthbertson (prefácio, página viii), "seria muito inconveniente fazer análises sem estabelecermos uma sequência lógica de proposições". Isto, entretanto, aplica-se somente às sequências *lógicas*, tais como suas proposições 13, 15, 16, 18, 19, 20, 21, que formam uma cadeia contínua. Há muitas proposições que,

---

[32] Adrien-Marie Legendre (1752-1833), matemático francês, fez importantes contribuições nas áreas da estatística, teoria dos números, álgebra e análise. Um de seus trabalhos mais conhecidos é o livro *Éléments de Géométrie*, publicado em 1794 – ao qual Carroll se refere aqui – que reorganizava e simplificava muitas das proposições de *Os Elementos* de Euclides. O livro de Legendre será tema de Carroll no Ato II, Cena II.

[33] Francis Cuthbertson publicou, em 1874, o *Euclidian Geometry*, livro que será comentado por Carroll no Ato II, Cena IV.

[34] Edward Morris Reynolds publicou, em 1868, *Modern Methods in Elementary Geometry*, livro que será comentado por Carroll no Ato III, Cena I, § 5.

num manual, poderiam ocupar posições arbitrárias. Sua proposição 8, por exemplo, não é necessária até que cheguemos à proposição 48, de forma que ela poderia ocorrer em qualquer posição intermediária[35] sem correr o risco do argumento circular.

Euc. Para garantirmos esta sequência lógica uniforme, deveríamos cuidar de saber, para qualquer proposição, quais proposições são suas "descendentes" lógicas, de forma a evitar as consequentes ao provarmos as prévias. É isso?

Min. Exatamente. [10]

Euc. Nós poderíamos dar esta informação acrescentando, a cada enunciado, referências aos seus descendentes lógicos, mas isto seria muito incômodo. Uma forma melhor seria apresentá-los como genealogia, o que, por sua vez, geraria algo extremamente volumoso se os enunciados, eles próprios, tivessem que ser apresentados: seria mais adequado usar números para distinguir os enunciados. Neste caso (supondo que *minha* sequência lógica será adotada) a genealogia ficaria assim: (*ver Frontispício*[36]).

Min. Não seria suficiente publicar uma lista organizada (melhor ainda se fosse também numerada), de modo a evitar que uma proposição pudesse ser usada para provar qualquer uma de suas predecessoras?

Euc. Para os autores de manuais isto seria um estorvo ainda maior que a genealogia. Suponha, por exemplo, que você tenha adotado, na lista, a ordem dos teoremas do meu Primeiro Livro, e que um escritor desejasse provar a proposição 8 pela proposição 47: isto não interferiria na minha sequência lógica, mas sua lista o impediria.

Min. Poderíamos colocar a 8 perto da 48, antecedendo-a, e então o autor poderia fazer o que você propõe.

Euc. Mas suponha que outro autor desejasse provar a 24 pela 8...

Min. Entendo. Qualquer lista deve necessariamente servir para evitarmos as muitas combinações possíveis que fossem conflitantes com a sequência lógica previamente estabelecida. Isto é o que o Comitê da Associação para a Melhoria do

[35] Carroll critica veementemente a mudança de ordem das proposições do livro de Euclides que aparecem nos livros dos "rivais modernos". Por exemplo: o livro de Cuthbertson apresenta, em suas primeiras páginas, uma tabela de equivalência entre os números das proposições de *Os Elementos* e a ordem organizada pelo autor. Neste exemplo de Carroll, a proposição 8 ocupa, no livro de Cuthbertson, o número 5 – *Se três lados de um triângulo são respectivamente iguais aos três lados do outro, os triângulos serão iguais em todos os aspectos* (CUTHBERTSON, 1874, p. 8) –, e a de número 48, a posição 36 – *Se o quadrado construído sobre um dos lados de um triângulo for igual aos quadrados construídos sobre os outros dois lados, então o ângulo contido por estes dois lados é um ângulo reto* (CUTHBERTSON, 1874, p. 58).

[36] O frontispício encontra-se em anexo, na página anterior à do prefácio.

Ensino de Geometria[37] aprovou, isto é, "uma sequência padrão visando aos exames", [11] e o que foi publicado pela mesma Associação no *Programa de Geometria Plana*.

Euc. Penso que eles passaram por cima do fato de estarem aprovando muito mais sequências, como asseguram os autores, do que apenas a tal sequência lógica única que eles querem garantir. A "sequência padrão" deles seria adequadamente substituída por uma "genealogia padrão". Mas, de qualquer modo, nós concordamos que é desejável ter, além de uma sequência lógica padrão, uma lista padrão de enunciados, numerada?

Min. Concordamos.

Euc. O próximo ponto a estabelecer é *qual* sequência e numeração adotar. Você concordará, eu penso, que há fortes razões *a priori* para manter *meus* números[38]. As proposições têm sido conhecidas por esses números há dois mil anos; elas têm sido mencionadas por provavelmente centenas de escritores – em muitos casos somente pela numeração, sem os enunciados − e algumas delas, a I 5 e a I 47, por exemplo, a "Ponte dos Asnos"[39] e o "Moinho de Vento"[40], são hoje personagens históricas e seus "apelidos" nos são "tão comuns quanto as palavras que se usa no dia-a-dia"[41].

Min. Mesmo que nenhuma sequência melhor que a sua tenha sido usada, seria necessário adotar um novo conjunto de números para acomodar, em seus lugares

---

[37] No original, *Committee of the Association for the Improvement of Geometrical Teaching* (AIGT). Este comitê buscava a elaboração de um novo e único manual para o ensino de Geometria, uma vez que a existência de uma grande diversidade de abordagens, à época, vinha causando confusão com relação às avaliações.

[38] É interessante notar que a longa discussão entre Minos e Euclides sobre a ordenação das proposições negligencia o fato de Carroll tomar como referência *uma* versão de *Os Elementos* que depois seria contestada como uma edição alterada da obra original e na qual, supostamente, essa numeração – como se pode comprovar pelas notas complementares que inserimos após a tradução – foi alterada por Théon. Assim, o Euclides que Carroll defende é *um* Euclides, e toda a discussão (que parte do princípio de que a numeração das proposições feitas por *esse* Euclides é a mais adequada para ser usada como referência) é, no mínimo, peculiar.

[39] "Pons asinorum", em latim, é uma expressão usada para se referir à proposição 5 do Primeiro Livro de Euclides. Esta proposição diz que são iguais os ângulos opostos aos lados iguais de um triângulo isósceles. Há duas explicações para essa expressão pela qual a proposição é conhecida: uma delas é que o diagrama usado para a demonstração, no livro, assemelha-se a uma ponte; a outra explicação, que a maioria dos comentadores toma como a mais adequada, é que essa proposição seria o primeiro teste real de *Os Elementos* para a inteligência do leitor, e compreender sua demonstração seria como atravessar uma ponte para as proposições mais difíceis que vêm a seguir.

[40] "The Windmill", no original, refere-se à prova da proposição 47, do Primeiro Livro de Euclides. Essa proposição é, na verdade, o que conhecemos como "Teorema de Pitágoras" para o triângulo retângulo. O "apelido" refere-se ao diagrama utilizado na demonstração, o qual se assemelha a um moinho.

[41] A frase "familiar as household words" é uma citação de *Henrique V*, de Shakespeare, e pode ser encontrada no Ato IV, Cena III. Utilizamos aqui a tradução de Beatriz Viégas-Faria, publicada em 2009 pela LP&M.

adequados, alguns importantes teoremas que foram acrescentados ao sistema desde o seu tempo.

Euc. Se tal necessidade existe realmente, não podemos dela dar conta sem descartar meu sistema de números. Se você desejasse, por exemplo, inserir duas proposições novas entre a I 13 e a I 14, seria [12] muito menos inconveniente chamá-las 13 B e 13 C do que abandonar os antigos números.

Min. Eu desisto da objeção.

Euc. Você concordará, então, que minha sequência e meu sistema de numeração não deveriam ser abandonados sem uma boa causa?

Min. Oh, certamente. E o *onus probandi*[42] está claramente em seus rivais modernos, e não em você.

Euc. E se aparecesse, em um de meus rivais modernos, uma sequência lógica incompatível com a minha, mas decididamente melhor para tratar os tópicos realmente importantes, a ponto de valer a pena sofrer toda a inconveniência de uma mudança de nomenclatura? Você não reconheceria isso como uma superioridade com relação ao meu manual?

Min. Neste ponto, cito novamente o Sr. Wilson. Em seu prefácio, página15, ele diz: “Espero que, dentro de alguns anos, nossos principais matemáticos terão publicado, talvez solidariamente, um ou mais livros-texto de Geometria (no mínimo não inferiores àqueles da França[43]) que substituirão – e merecerão substituir – Euclides”.

Euc. Nesses termos eu até ficaria satisfeito: como dizem os ingleses, “a fair field and no favour”[44] é só o que peço.

§2. *Um método para analisar os rivais modernos*

[42] Do latim: “ônus da prova”. Significa que aquele que faz determinada afirmação é responsável por oferecer provas que a sustentem.

[43] Essa comparação com os livros franceses para o ensino de Geometria fica melhor compreendida após a leitura do Apêndice I.

[44] Expressão inglesa para significar uma competição justa, sem privilégios a nenhuma das partes envolvidas.

Min. Você quer, então, que eu compare seu livro com os de seus rivais modernos?

Euc. Sim. Mas, ao fazê-lo, peço que você [13] considere que um rival moderno não terá provado seu ponto de vista se ele conseguir mostrar com sucesso apenas

(1) que seria melhor omitir certas proposições (pois isto um professor poderia fazer, desde que a sequência lógica permanecesse completa); ou

(2) que algumas provas poderiam, com vantagem, ser substituídas por outras, (pois outras provas sempre podem ser dadas, passando a integrar o sistema como "provas alternativas"); ou

(3) que certas novas proposições são desejáveis (pois essas também poderiam ser incorporadas ao sistema, sem alterar a numeração das proposições existentes).

Embora esses tópicos devam ser considerados daqui por diante, se você decidir que meu manual deve ser mantido, eles não se constituem em evidência para basear essa decisão.

Min. *Isto*, eu acho, você demonstrou satisfatoriamente. Mas o que você *consideraria* como justificativa suficiente para abandonar seu manual em favor de outro?

Euc. Muitas acusações graves têm sido proferidas contra meu manual, mas, dentre todas elas, há somente *duas* que considero *cruciais*: a que concerne à minha organização de problemas e teoremas e aquela relativa ao tratamento das paralelas.

Se concordamos que problemas e teoremas devem ser tratados separadamente, meu sistema de numeração deveria naturalmente ser abandonado, e não sobraria razão alguma para que meu manual fosse mantido em sua íntegra, o que é o único ponto no qual estou interessado. Esta questão, naturalmente, pode ser estabelecida sobre seus próprios méritos, sem que seja necessário examinar nenhum dos manuais novos [14].

Se concordamos que, ao tratar as paralelas, algum outro método, *essencialmente* diferente do meu, deve ser adotado, acho que, depois de uma alteração tão vital quanto esta, envolvendo (sem sombra de dúvida) o abandono de minha sequência e do meu sistema de numeração, não valeria a pena lutar para manter meu manual, embora partes dele pudessem ser incorporadas ao novo manual. Para resolver esta questão, você precisa, é claro, examinar um a um os novos métodos que têm sido propostos.

Min. Você nem mesmo pediria que seu manual fosse mantido como uma alternativa ao novo manual?

Euc. Não. Porque acho essencial, para ensinar, no que diz respeito a esse assunto, que um método uniforme seja adotado; e este método deve ser o melhor possível (é quase inconcebível que dois métodos sejam *igualmente* bons). Uma prova alternativa para uma proposição secundária poderia adequadamente ser inserida aqui e ali, se tivesse o mesmo mérito que a prova padrão, o que contribuiria para oferecer ao leitor uma variedade de possibilidades. Mas é essencial que nada além da melhor prova existente seja oferecido à capacidade limitada de um aprendiz. *Vacuis committere venis nil nisi lene decet*[45].

Min. Concordo com você que deveríamos ter um sistema único, e o melhor, para tratar das paralelas. Mas você reduziria meu exame dos seus rivais modernos a este simples tópico?

Euc. Não. Há muitos outros assuntos de grande relevância e, admitindo tanta variedade de tratamento, seria bom examinar qualquer método [15] de lidar com eles que difira muito do meu – não visando a substituir o meu manual pelo novo, mas para alterar as minhas provas quando isso for julgado necessário. Há também outros assuntos para os quais têm sido sugeridas mudanças, e você deveria considerá-los. Mas considerá-los em bases *gerais*, não analisando autores específicos.

Deixe-me enumerar, em ordem de importância, o que, segundo julgo, devem ser os objetos de sua investigação.

(1) a combinação, ou a separação, entre problemas e teoremas.

(2) o tratamento do tema "pares de retas", especialmente o das paralelas, para o qual vários métodos novos têm sido sugeridos. Estes métodos envolvem:

(α) séries infinitas: sugerido por LEGENDRE.

(β) ângulos feitos com transversais: COOLEY.

(γ) equidistância: CUTHBERTSON.

(δ) geratrizes de sólidos de revolução: HENRICI

(ε) direções: WILSON, PIERCE, WILLOCK.

(ζ) a substituição do meu axioma 12[46] pelo "axioma de Playfair".

[45] A citação, cujo propósito parece expor a necessidade, vista por Carroll, de se oferecer provas adequadas "à capacidade limitada de um aprendiz", é da *Sátira IV*, de Horácio. A tradução foi feita utilizando-se uma edição em língua espanhola (*Satiras y epistolas*, publicada pela editora El Aleph):
Em jejum, o suave
sempre faz bem, nunca danos.

[46] Na tradução brasileira de *Os Elementos*, o axioma 12 aparece como sendo o postulado 5.

Se sua decisão, considerando essas duas questões cruciais, for favorável a mim, creio que poderemos estabelecer que meu manual deve ser mantido integralmente. O quanto ele deveria ser modificado para adaptar-se às exigências modernas é assunto a ser discutido posteriormente.

(3) o princípio de superposição.

(4) o uso de diagonais no Livro II [16]

Essas duas são questões *gerais*, e não precisam ser investigadas à luz de autores particulares.

Além disso, para que sua investigação quanto às afirmações feitas por meus rivais modernos seja a mais completa possível, será bom comentá-los, um por um, destacando, nessa revisão, o tratamento que dão a assuntos ainda não discutidos, especialmente:

(5) linhas retas;

(6) ângulos, incluindo os ângulos retos;

(7) a omissão de minhas proposições;

(8) minhas proposições tratadas com um novo método;

(9) proposições novas;

(10) e você poderia concluir, em cada caso, com uma avaliação geral do livro de cada um desses novos autores, sobre o estilo de cada um etc.

O que segue pode ser tomado como uma listagem adequada dos livros a serem examinados:

1. Legendre.
2. Cooley.
3. Cuthbertson.
4. Henrici
5. Wilson.
6. Pierce.
7. Willock.
8. Chauvenet
9. Loomis
10. Morell
11. Reynolds
12. Wright
13. O programa de Wilson

Você deveria também examinar o programa publicado pela Associação para a Melhoria do Ensino de Geometria, no qual está baseado o Programa de Wilson. Não que ele possa ser considerado um *rival* – de fato, ele não é sequer um livro-texto, mas uma mera lista de enunciados – mas porque, primeiro, ele vem recomendado por uma série de nomes importantes [17] e, segundo, ele descarta meu sistema de números, de forma que sua adoção como padrão para os exames interferiria seriamente na decisão de manter meu manual como livro-texto padrão.

Agora ficaria feliz em discutir com você as questões *gerais* (ou seja, as questões 1, 2 (ζ), 3 e 4) antes de concluirmos esta nossa conversa: mas, quando for o momento de criticar autores particulares, devo deixá-lo por sua conta e risco, para que você lide com eles do melhor modo que puder.

Min. Será um trabalho cansativo para fazer sozinho. E suponho que você não possa, mesmo com *seus* poderes sobrenaturais, trazer os autores até mim...

Euc. Eu não ousaria. A raça humana é por demais estranhamente preconceituosa. Não há nada a que o homem se oponha mais enfaticamente do que a ser conduzido por fantasmas de um lugar a outro. Eu não posso dizer que eles são consistentes quanto a este assunto: estão sempre nos "erguendo" ou "derrubando", pobres fantasmas – e nós não podemos nem mesmo assombrar um sótão sem ter a paróquia em nossos calcanhares, empenhada para que batamos em retirada. Se *eu* arriscasse mover um único garotinho – erguê-lo pelo cabelo até a altura de duas ou três casas, e colocá-lo de volta, são e salvo, no jardim de um vizinho –, lhe dou minha palavra: isso seria o assunto da cidade pelo próximo mês![47]

Min. Acredito que sim. Mas o que você pode fazer por mim? Seu *doppelgänger*[48] está disponível?

Euc. Receio que não. O melhor que posso fazer é enviar-lhe o fantasma de um professor alemão, grande amigo meu. Ele leu todos os livros, e está apto a defender qualquer tese, verdadeira ou não [18].

Min. Um companheiro encantador! E seu nome?

Euc. Fantasmas não têm nome – apenas números. Você pode chamá-lo de Herr Niemand[49] ou, se preferir, – número cento-e-vinte-e-três-milhões-quatrocentos-e-cinquenta-e-seis-mil-setecentos-e-oitenta-e-nove.

---

[47] Estas reclamações de Euclides quanto às agruras e insatisfações que um fantasma experiencia na sua tarefa de assombrar lembram muito aquelas que são mais detalhadamente descritas no poema *Phantasmagoria*, publicado por Carroll no livro *Phantasmagoria and Other Poems*, de 1869.

[48] O *doppelgänger* (do alemão "doppel", que significa duplo, réplica ou duplicata, e "gänger", que significa andarilho ou aquele que vaga) é um monstro ou ser fantástico que tem o dom de representar a cópia idêntica da pessoa que ele escolhe para acompanhar.

[49] "Ninguém", em alemão. Esta não é a primeira vez que Carroll utiliza "Ninguém" como personagem, atribuindo-lhe ações humanas baseadas no jogo de linguagem com frases do tipo "Ninguém sabe de

Min. Prefiro Herr Niemand. Consideremos, então, a questão da separação entre Problemas e Teoremas.

---

§3. *A combinação, ou separação, de problemas e teoremas*

Euc. Eu ficaria feliz em ouvir, primeiro, os motivos para separá-los para, então, dar as *minhas* razões para combiná-los.

Min. Entendo que o Comitê da Associação para Melhoria do Ensino de Geometria, em seu Relatório sobre o Programa, considera a separação como "equivalente à afirmação do princípio de que, enquanto os problemas são, por sua própria natureza, dependentes da forma de nossa solução − e até mesmo da possibilidade de solução – por conta da limitação a eles imposta arbitrariamente pelos instrumentos permitidos para resolvê-los, os teoremas, sendo verdades que não envolvem elementos arbitrários, deveriam ser expostos de uma forma e numa sequência independentes de tais limitações". Acrescenta-se, entretanto, que "provavelmente a maioria dos professores preferiria introduzir o tema problemas, não como uma seção separada da [19] Geometria, mas, ao contrário, em estreita vinculação aos teoremas com os quais os problemas estão essencialmente relacionados".

Euc. Parece uma proposta um tanto estranha: escrever as proposições em uma ordem e lê-las em outra. Mas a objeção mais forte à proposta é que muitos dos problemas são teoremas também – tal como o I 46, por exemplo.

Min. Como assim, "é um teorema"?

Euc. O teorema prova que existe algo chamado quadrado. A definição, naturalmente, não afirma uma existência real: é meramente provisória. Mas se você omitir o I 46, que direito teria, na proposição I 47, de dizer "*desenhe* um quadrado"? Como saberia que isto é possível?

Min. Nós poderíamos facilmente deduzir isto de I 34.

---

nada", "Ninguém veio", "Ninguém viu" etc. O mesmo recurso pode ser observado nos livros *Alice no País das Maravilhas* (p. 117) e *Através do Espelho e o que Alice Encontrou Lá* (p. 214), ambos publicados pela Editora Zahar (2002) numa edição comentada.

Euc. Sem dúvida alguma um teorema poderia ser introduzido com este propósito, mas ele se assemelharia muito ao problema: você teria que dizer "*se* uma figura fosse desenhada sob tais e tais condições, ela seria um quadrado". Isso não é tão simples quanto desenhá-la?

Então, outra vez: pegue a I 31, na qual se pede para desenhar uma paralela. Embora tenha sido provado em I 27 que coisas como retas paralelas *existem*, isto não nos diz que para cada reta e para cada ponto fora dela existe uma reta real paralela à reta dada *passando pelo ponto dado*. E, ainda assim, isto é um fato essencial para a prova da I 32.

Min. Devo admitir que há uma boa argumentação para I 31 e I 46 serem mantidas em seus lugares: e se as duas são mantidas, bem podemos também manter todas.

Euc. Outro argumento para manter os problemas [20] onde eles estão é a necessidade de preservar inalterada a numeração – como já discutimos.

Mas talvez o argumento mais forte seja o de que esta opção evita "construções hipotéticas", um perigo claramente apontado pelo Sr. Todhunter[50].

Min. Acho que você argumentou muito satisfatoriamente. O próximo assunto é o tratamento de pares de retas. Não seria melhor, antes de entrar nesta investigação, listar as proposições já enunciadas, seja como axiomas ou teoremas, com relação a este tema?

Euc. Esta é uma excelente proposta, pois tal listagem dará tanto uma visão clara do campo de pesquisa quanto permitirá reconhecer de imediato qualquer axioma duvidoso com o qual possamos nos deparar.

Min. Você me ajudaria nisso?

Euc. De bom grado. Este é um assunto que, devo dizer, considerei deveras cuidadosamente antes de decidir quais definições e axiomas adotar.

§4. *Lista de proposições relacionadas a pares de retas*

[50] Refere-se ao matemático inglês Isaac Todhunter (1820-1884), autor de um dos apêndices que Carroll apresenta ao final do seu livro.

Comecemos com o caso mais simples possível: um par de retas infinitas que possuem dois pontos em comum e, portanto, coincidem completamente, e consideremos como [21] um tal par pode ser definido e quais outras propriedades possui[51].

Depois disso, tomaremos um par de retas que possui um ponto em comum e um ponto disjunto ("ponto disjunto" é aquele que pertence a uma das retas, mas não à outra), e que, portanto, não têm nenhum outro ponto comum, e o trataremos da mesma maneira.

E, em terceiro lugar, tomaremos um par de retas que não possuem *nenhum* ponto em comum.

Por "distância entre dois pontos" vamos compreender o comprimento da reta[52] que os une; e, por "distância de um ponto a uma reta", o comprimento da perpendicular traçada do ponto à reta.

Assim, as propriedades de um par de retas podem ser organizadas em quatro grupos:

(1) a partir dos pontos comuns ou disjuntos;

(2) a partir dos ângulos formados com transversais;

(3) a partir da equidistância ou, de outro modo, de um ponto de uma em relação à outra;

(4) a partir da direção.

Podemos distinguir as retas das duas primeiras classes que mencionei dizendo que são "coincidentes" e "concorrentes", e estes nomes serviriam muito bem se considerássemos apenas retas infinitas; mas, como todas as relações entre retas infinitas (no que concerne aos ângulos feitos com transversais, aos pontos equidistantes e à direção) são igualmente verdadeiras para porções finitas das retas, é adequado usarmos

[51] No original inglês, Carroll faz afirmações sobre "o" par de retas, querendo referir-se, na verdade, às retas que compõem o par, o que fica explícito no uso do verbo que acompanha um plural, como ocorre em "a Pair of infinite Lines which have two common points", ou "a Pair of Lines make…". Assim, na tradução para o português, optamos por ressaltar, nas frases em que essa composição ocorre, as retas que compõem o par, usando para isso a seguinte redação: "As retas que compõem um par de retas…".

[52] O pensamento grego – e consequentemente a língua grega – caracteriza-se pela plasticidade e pela ideia da finitude. Assim, "reta" ou "linha reta", para Euclides, deve significar, em termos contemporâneos, "segmento de reta". A definição de distância entre dois pontos é exemplo desse uso: fala-se em comprimento da reta querendo, obviamente, significar o comprimento do segmento. A ideia do infinito, ainda que relativa, é dada pela construção "estendendo uma linha…"; "uma reta, se prolongada…". Para se aprofundar no assunto, indicamos o livro *O Legado da Grécia: uma Nova Avaliação*, de Moses I. Finley (publicado pela editora da UnB em 1998).

nomes que sirvam para ambos os casos. E os nomes que sugiro são “coincidentes”, “concorrentes” e “disjuntas”. [22]

Por “retas coincidentes”, então, quero significar retas que ou coincidem ou coincidiriam se prolongadas; por “retas concorrentes”, retas que ou se cruzam ou se cruzariam se prolongadas; e por “retas disjuntas”, retas que não têm pontos em comum, mesmo se prolongadas.

Da mesma forma, quando falo de “retas que têm um ponto em comum”, ou de “retas que têm dois pontos em comum”, quero significar retas que têm tais pontos ou os teriam se prolongadas.

Também economizará tempo e evitará problema estabelecermos previamente como usar certa frase convencional que diz respeito às transversais.

Admite-se facilmente que, se um par de retas faz, com uma determinada transversal, ou (*a*) um par de ângulos alternos iguais, ou (*b*) um ângulo externo igual ao ângulo oposto interno do mesmo lado da transversal, ou (*c*) um par de ângulos suplementares internos do mesmo lado da transversal, então as retas que o compõem farão, com a mesma transversal, (*d*) pares de ângulos alternos distintos, e (*e*) cada ângulo externo igual ao ângulo oposto interno do mesmo lado da transversal, e (*f*) cada par de ângulos internos suplementares do mesmo lado da transversal.[53]

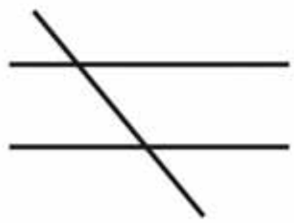
Você aceitará isto como um teorema simples, embora com um enunciado um tanto longo?

Min. Certamente.

Euc. A frase que proponho é a seguinte: quando falo de um par de retas “igualmente inclinadas” em relação a uma transversal, quero que seja entendido que, se uma das três condições (*a*), (*b*), (*c*) está satisfeita, então *consequentemente* estão satisfeitas as três condições (*d*), (*e*), (*f*). [23]

Min. Uma síntese bastante conveniente.

[53] O diagrama abaixo, inexistente na obra de Carroll, pode ajudar o leitor a perceber que, na verdade, qualquer uma das condições, de (a) a (c), se satisfeita, define um par de retas paralelas intersectadas por uma transversal que, por isso, satisfazem as condições de (d) a (f).



Euc. Igualmente, admite-se facilmente que, se um par de retas faz, com uma determinada transversal, ou (*a*) um par de ângulos alternos distintos, ou (*b*) um ângulo externo distinto do ângulo interno oposto do mesmo lado da transversal, ou (*c*) um par de ângulos internos não suplementares do mesmo lado da transversal, então as retas que compõem o par formarão, com a mesma transversal, (*d*) pares de ângulos alternos distintos, e (*e*) todo ângulo externo distinto do ângulo interno oposto do mesmo lado da transversal, e (*f*) pares de ângulos internos não suplementares do mesmo lado da transversal[54].

E quando digo que as retas de um par de retas têm "inclinações distintas com relação a uma determinada transversal", quero que isso signifique que, se uma das três condições (*a*), (*b*), (*c*) está satisfeita, então *consequentemente* estão satisfeitas as condições (*d*), (*e*) e (*f*).

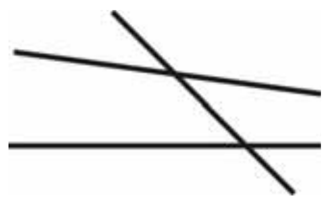
Min. Muito bem.

Euc. Agora as proposições relacionadas aos pares de retas podem ser divididas em duas classes, a primeira cobrindo o terreno delimitado pelo meu axioma 10[55] ("e duas retas não contêm uma área") e minhas proposições I 16, 17, 27, 28, 31; a segunda delimitada por meu axioma 12 e proposições I 29, 30, 32. Aquelas da primeira classe são deduções lógicas de axiomas que nunca foram questionados, enquanto as da segunda classe têm sido, em todas as épocas, um campo de batalha para matemáticos rivais. Que uma das proposições desta classe deve ser tomada como um axioma é do acordo de todos, mas os combatentes, cada um a seu tempo, escolhem sua própria, sua favorita, para ser *a* verdade axiomática da série, insistindo que todo o resto deve ser provado como teoremas. [24]

Consideremos as propriedades dos pares de retas.

Tais pares podem ser distribuídos em três classes distintas. Eu os tomarei separadamente, e enumerarei, para cada classe, primeiro os sujeitos e, em seguida, os predicados das proposições concernentes a ela.

[54] O diagrama abaixo, inexistente na obra de Carroll, pode ajudar o leitor a perceber que, na verdade, qualquer uma das condições, de (a) a (c), se satisfeita, define um par de retas não paralelas intersectadas por uma transversal que, por isso, satisfazem as condições de (d) a (f).



[55] Na edição brasileira este axioma aparece como a noção comum número 9.

Min. Para ter certeza se estamos nos entendendo com relação àquelas duas palavras, pergunto: um sujeito incluirá somente as tantas propriedades necessárias para indicar aquilo a que o par de retas se refere, isto é, servirá como uma definição suficiente para elas?

Euc. Exatamente assim. Agora, se nos disserem que as retas que compõem certo par de retas preenchem algumas das condições que seguem:

(1) elas têm dois pontos comuns; ou

(2) elas têm um ponto em comum, e são igualmente inclinadas em relação à certa transversal; ou

(3) elas têm um ponto em comum, e uma delas tem dois pontos do mesmo lado da outra reta, e ambos os pontos são equidistantes dessa outra reta; ou

(4) elas têm um ponto comum e direções idênticas;

podemos concluir que elas preenchem *todas* as condições seguintes:

(1) elas são coincidentes;

(2) elas têm a mesma inclinação com relação a qualquer transversal;

(3) elas são equidistantes, isto é, quaisquer dois pontos de uma são equidistantes da outra;

(4) elas têm direções iguais. [25]

Min. Ao dizer "concluir" você quer dizer que podemos *provar* nossa conclusão?

Euc. Sim, quando a prova for necessária. As conclusões (1) e (4) não precisam de prova alguma, e geralmente são estabelecidas como axiomas.

Min. No item (4), ao invés de "direções iguais", por que não dizer "a mesma direção"?

Euc. Porque quero deixar bem claro que há *duas* retas.

Min. No predicado (2) você fala de "*qualquer* transversal": há pouco você falou de "*todo* ângulo externo". Você faz alguma distinção entre "*qualquer*" e "*todo*"?

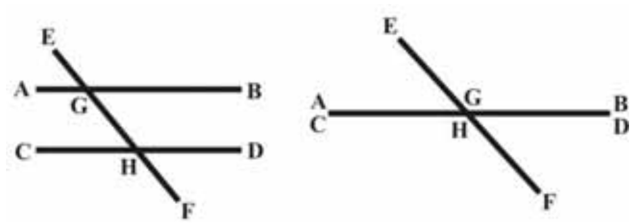
Euc. Onde as coisas das quais falamos são limitadas numericamente, uso "todo"; onde são infinitas, uso "qualquer", para que a ideia fique ao alcance de nosso intelecto finito. Por exemplo, você pode falar de "*todos* os grãos de areia no mundo": há, sem dúvida, o que o caipira[56] chamaria de "um tantão", mas ainda assim o número é limitado e a mente pode apreender a ideia. Mas se você me disser que "*toda* polegada cúbica de espaço contém oito meia-polegadas cúbicas", minha mente é incapaz de formar uma

[56] No texto original, "country-folk", que pode ser traduzido por "habitantes rurais". Optamos por "caipira" porque preserva o sentido original e aproxima melhor o leitor brasileiro do texto.

ideia distinta sobre o assunto do qual sua proposição trata: você transmitiria a mesma verdade, mas de uma forma que eu posso compreender melhor, se disser "*qualquer* polegada cúbica".

Min. Os ângulos formados com a transversal nos desconcertam um pouco quando o par de retas encolhe, ou seja, como ocorre nesse caso em que o par se transforma em uma única reta. Por exemplo, o que acontece, nesse caso, com o par de ângulos internos do mesmo lado da transversal?

Euc. Um diagrama esclarecerá isto. [26]



Através do exame da segunda figura (na qual, como você vê, há três pontos com nomes duplos), descobrimos que os ângulos alternos *AGF*, *EHD* tornaram-se ângulos *opostos pelo vértice*; que os ângulos internos e externos opostos *EGB*, *EHD* tornaram-se *o mesmo* ângulo; e que os dois ângulos internos *BGF*, *DHE*, tornaram-se ângulos *adjacentes*.

Min. Isto está bem claro.

Euc. Vamos à segunda classe de pares de retas.

Se nos disserem que as retas que compõem um determinado par de retas satisfazem alguma das seguintes condições:

(1) elas têm um ponto em comum e um ponto disjunto; ou

(2) elas têm um ponto em comum e não são igualmente inclinadas em relação a uma certa transversal; ou

(3) elas têm um ponto em comum e uma dessas retas tem dois pontos não equidistantes da outra; ou

(4) elas têm um ponto em comum e direções diferentes;

podemos concluir que elas satisfazem *todas* as seguintes condições:

(1) elas são disjuntas[57];

[57] Aqui há um erro, provavelmente de impressão, no livro: o termo exato que satisfaz às condições citadas – como se pode perceber pelo sentido do texto – deveria ser *intersectional* (que optamos por

(2) elas não são igualmente inclinadas em relação a nenhuma transversal;

(3) quaisquer dois pontos de uma, que estejam do mesmo lado da outra, não são equidistantes desta; [27]

(4) em cada uma pode ser encontrado um ponto cuja distância da outra excederá qualquer comprimento determinado;

(5) elas têm direções diferentes

E em terceiro lugar, se nos disserem que as retas que compõem um determinado par de retas preenchem alguma das seguintes condições:

(1) elas têm um ponto disjunto, e são igualmente inclinadas em relação a uma certa transversal; ou

(2) elas têm um ponto disjunto, e uma delas têm dois pontos do mesmo lado da outra, e os pontos são equidistantes dessa outra;

Podemos concluir que elas são disjuntas.

Min. Por que não usar sua própria palavra "paralela"?

Euc. Porque esta palavra não é uniformemente empregada, ou seja, diferentes autores modernos a usam de modo distinto. Eu o aconselharia, ao discutir os trabalhos dos meus rivais modernos, a desautorizar totalmente o uso da palavra "paralela", e obrigar cada autor a adotar uma palavra que expressará sua própria definição.

Min. Quando você fala de dois pontos em uma reta, *que estão do mesmo lado de outra* e são "equidistantes da primeira reta", você está considerando a possibilidade de eles estarem *na* outra reta?

Euc. Certamente. Você pode tomá-los do lado que desejar, e a uma distância zero. O único caso excluído é quando ambos os pontos estão *fora* da outra reta, e em lados *opostos* dela.

Min. Entendo. [28]

Euc. A Tabela de proposições, que agora deixo diante de você, é muito conveniente. Eu coloquei proposições contrapositivas (isto é, proposições do tipo "Todo *X* é *Y*", "Todo não-*Y* é não-*X*") na mesma seção.

---

traduzir por *que se intersectam*), e não *separational* (que optamos por traduzir como *disjuntas*), como aparece na versão original.

TABELA I

Contém vinte proposições, das quais algumas são axiomas inquestionáveis e, as outras, teoremas reais e válidos, dedutíveis de axiomas inquestionáveis.

[N. B.[58] Aquelas marcadas com * têm sido propostas como axiomas.]

*1. As retas de um par de retas que têm dois pontos em comum são coincidentes.

ou

* E duas retas não contêm uma área. [axioma euclidiano][59]

2. (a) Um par de retas em que ambas têm um ponto disjunto não tem dois pontos em comum.

(b) As retas de um par de retas que têm um ponto em comum e um ponto disjunto se intersectam.

3. Se forem dados uma reta e um ponto, é possível desenhar uma reta que passa pelo ponto dado e que intersecte a reta dada.

4. Se as retas de um par de retas se intersectam, elas têm inclinações diferentes com relação a qualquer transversal.

Corolário 1. Nos pares de ângulos alternos, aquele ângulo que está do lado da transversal e mais distante do ponto de interseção é o maior. [I 16] [60]

Corolário 2. Todo ângulo externo que está ao lado da transversal e mais próximo ao ponto de interseção [29] é maior que o ângulo oposto interno do mesmo lado. [I 16][61]

Corolário 3. O par dos ângulos internos que estão do mesmo lado da transversal, próximos ao ponto de interseção, têm, juntos, medida menor que a de dois ângulos retos. [I 17][62]

5. As retas de um par de retas que têm um ponto em comum e estão igualmente inclinadas em relação a uma determinada transversal são coincidentes.

6. As retas de um par de retas que têm um ponto disjunto e são igualmente inclinadas em relação a uma determinada transversal são disjuntas. [I 27, 28]

7. Pelo ponto dado traçar uma linha reta disjunta[63] à reta. [I 31]

---

[58] N. B., em latim, significa "Nota Bene".

[59] Noção comum 9 (EUCLIDES, 2009, p. 99).

[60] Este corolário não consta nem na edição brasileira, nem na portuguesa.

[61] Idem à nota anterior.

[62] Idem à nota anterior.

[63] Na tradução brasileira de *Os Elementos*, conforme referenciamos nas notas complementares I. 27, I. 28 e I. 31, é usado o termo *paralelas* para caracterizar as retas que, nesta tradução de Carroll, optamos por chamar de *disjuntas*. A opção por manter *disjuntas* é a consideração anterior, da personagem Euclides, neste mesmo texto, de que o termo *paralelas* deve ser evitado.

8. Um par de retas concorrentes é tal que quaisquer dois pontos de uma, estando do mesmo lado da outra, não são equidistantes dela. Corolário. O ponto mais distante do ponto de interseção tem a maior distância. 9. Um par de retas cujas retas têm um ponto em comum e no qual uma das retas tem dois pontos do mesmo lado da outra reta, equidistantes dessa outra, é formado por retas coincidentes. 10. Um par de retas cujas retas têm um ponto disjunto e no qual uma das retas tem dois pontos do mesmo lado, equidistantes da outra, é formado por retas disjuntas.
11. Cada reta de um par de retas que se intersectam tem, em cada uma de suas porções, um ponto cuja distância da outra reta excede qualquer comprimento dado. Ou As retas de um par de retas concorrentes divergem ilimitadamente. [30]
12. Duas retas com dois pontos em comum têm direções idênticas. *13. (a) Duas retas com direções diferentes não têm dois pontos em comum. (b) Duas retas com um ponto em comum e direções diferentes se intersectam.
*14. Duas retas que se intersectam têm direções diferentes. *15. Duas retas que têm um ponto em comum e direções idênticas são coincidentes.
*16. Dada uma reta e um ponto fora dela é possível traçar uma reta, passando pelo ponto dado, cuja direção é diferente daquela da reta dada.
17. Uma reta que tem um ponto em comum com uma de duas retas coincidentes tem um ponto em comum também com a outra. 18. Uma reta que tem um ponto em comum com uma de duas retas disjuntas tem um ponto disjunto da outra. *19. Uma reta que tem um ponto em comum com uma de duas retas disjuntas e, também, um ponto em comum com a outra, intersecta a ambas.
*20. Se houver três linhas: a primeira uma linha reta; a segunda, não necessariamente reta, tendo um ponto disjunto da primeira e sendo equidistante dela; a terceira uma linha reta cruzando a primeira e divergindo dela sem limite do lado próximo à segunda: a terceira intersecta a segunda. [31]

Min. Eu entendo que 2(*a*) é a contrapositiva de 1. Mas de onde vem 2(*b*)?

Euc. Vem de 2(*a*) ao adicionar, a cada termo, a propriedade “ter um ponto em comum” – simplesmente como se nós, de “todos os homens são mortais”, deduzíssemos que “todos os homens gordos são gordos mortais”.

Min. Você quer dizer que 5 é contrapositiva de 4, imagino. Mas “coincidente” não é equivalente a “não se intersectam”.

Euc. Verdade: mas eu adicionei uma condição nova (“que tem um ponto em comum”). Retas que não se intersectam e que têm um ponto em comum são coincidentes, assim como, na proposição seguinte, retas que não se intersectam e que têm um ponto disjunto são disjuntas.

Min. 20 é um enunciado um tanto difícil de compreender.

Euc. Um diagrama deixará isso claro. Na verdade, o número 2 deveria indicar uma linha reta: mas, como não podemos, no momento, supor isto, desenhei uma linha ondulada.

Min. Eu posso sugerir duas contrapositivas que você omitiu: uma, dedutível de 13(*b*), “Duas retas que não se intersectam e que têm direções diferentes não têm ponto em comum, isto é, são disjuntas”; a outra, dedutível de 15, “Duas retas que têm [32] um ponto disjunto e direções idênticas não têm nenhum ponto em comum, isto é, são disjuntas”.

Euc. São deduções *válidas*, mas em nenhum caso nós sabemos se estamos tratando com coisas *reais*.

Min. A “contrapositividade” – se tal palavra terrível for permitida – de 17, 18, 19 parece obscura.

Euc. Farei o possível para deixá-la mais clara.

Chamemos as três retas de *A*, *B* e *C*.

Então 17 pode ser lida como “Uma reta (*C*) que tenha um ponto em comum com uma reta (*A*) de duas retas coincidentes (*A, B*) tem também um ponto em comum com a outra (*B*)”.

Disto podemos deduzir duas contrapositivas.

A primeira é “se *A* e *C* têm um ponto comum e *B* e *C* são disjuntas, *A* e *B* têm um ponto disjunto”. Isto é, “uma reta (*A*) que tenha um ponto em comum com uma (*C*) de duas retas disjuntas (*B, C*) tem um ponto disjunto da outra (*B*)”. E, desta forma, chegamos a 18.

A outra contrapositiva é “se *A* e *C* têm um ponto comum, *A* e *B* têm um ponto comum, e *B* e *C* são disjuntas, então *A* e *B* se intersectam”. Isto é, “Uma reta (*A*), que tenha um ponto em comum com uma (*C*) de duas retas disjuntas (*B*, *C*) e também um ponto em comum com a outra (*B*) intersecta essa outra (*B*)”.

Mas nós podemos evidentemente intercambiar *B* e *C* sem interferir no argumento, e, desta forma, provar que *A* também intersecta *C*. Por conseguinte, *A* intersecta ambas: e desta forma nós chegamos a 19.

Min. Isto está bastante claro.

Euc. Vamos, agora, um pouco mais além no assunto “retas disjuntas”, com relação ao qual a Tabela I contém [33] apenas três proposições. Há, contudo, muitas outras proposições referentes a elas que se admite serem verdadeiras, embora nenhuma delas tenha sido provada a partir de axiomas inquestionáveis. Descobriremos que elas estão tão relacionadas uma com a outra que, se *qualquer* uma for admitida como um axioma, todas as outras podem ser provadas; mas, a menos que alguma possa ser admitida, nenhuma pode ser provada. Dois mil anos de controvérsia ainda não desfizeram o nó da questão: *qual* delas, se houver alguma, pode ser tomada como axiomática?

Se nos disserem que as retas de um determinado par de retas satisfazem alguma das seguintes condições:

(1) elas são disjuntas;

(2) elas têm um ponto disjunto e são igualmente inclinadas em relação a uma determinada transversal;

(3) elas têm um ponto disjunto e uma delas tem dois pontos do mesmo lado da outra e ambos os pontos são equidistantes da outra;

podemos provar (embora não sem a ajuda de *algum* axioma questionável) que elas satisfazem a ambas as seguintes condições:

(1) elas são igualmente inclinadas em relação a qualquer transversal;

(2) elas são equidistantes uma da outra.

Numa tabela, organizei essas proposições, com a adição das minhas I 30, I 32 e certas outras, situando as contrapositivas na mesma seção. [34]

TABELA II *Contém dezoito proposições, das quais nenhuma é um axioma inquestionável, mas todas são teoremas reais e válidos que, embora não sejam dedutíveis de axiomas inquestionáveis, são de tal forma que, se alguma for admitida como um axioma, as outras podem ser provadas.* [N.B. Aquelas indicadas com * têm sido, ou parte delas tem sido, propostas como axiomas.]
1. Um par de retas disjuntas está igualmente inclinado em relação a qualquer transversal. [I 29][64] *2. Um par de retas que não estão igualmente inclinadas em relação a uma determinada transversal é formado por retas que se intersectam. [axioma euclidiano]
3. Por um ponto dado, fora de uma reta dada, uma reta pode ser desenhada de forma que ambas as retas estejam igualmente inclinadas em relação a qualquer transversal.
4. Duas retas igualmente inclinadas em relação a uma determinada transversal estão igualmente inclinadas em relação a qualquer transversal. 5. Duas retas não igualmente inclinadas em relação a uma determinada transversal também não estarão igualmente inclinadas em relação a qualquer transversal.
6. Duas retas disjuntas são equidistantes uma da outra. *7. Duas retas, das quais uma tem dois pontos do mesmo lado da outra, de tal modo que os pontos não são equidistantes dessa outra, se intersectam. [35]
*8. Por um ponto dado, fora de uma reta dada, pode ser traçada uma reta de forma que as duas retas sejam equidistantes uma da outra.
9. Duas retas tais que uma delas tem dois pontos do mesmo lado da outra e equidistantes dessa outra são igualmente inclinadas em relação a qualquer transversal. 10. Um par de retas que não estão igualmente inclinadas em relação a determinada transversal é de tal forma que quaisquer dois pontos de uma, que não estejam do mesmo lado da outra, não são equidistantes dessa outra. 11. Um par de retas igualmente inclinadas em relação a uma determinada transversal é formado por retas equidistantes uma da outra. 12. Duas retas tais que uma delas tem dois pontos do mesmo lado da outra e não equidistantes dessa outra não são igualmente inclinadas em relação a qualquer

[64] Esta proposição é outra forma de "A *reta, caindo sobre as retas paralelas, faz tanto ângulos alternos iguais entre si quanto o exterior igual ao interior e oposto e os interiores e no mesmo lado iguais a dois retos"* (EUCLIDES, 2009, p. 120).

transversal.

13. Um par de retas do qual uma das retas tem dois pontos do mesmo lado da outra, equidistantes dessa outra, tem as retas equidistantes uma da outra.

14. Um par de retas do qual uma das retas tem dois pontos do mesmo lado da outra, não equidistantes dessa outra, é de tal modo que quaisquer dois pontos de uma, que estejam do mesmo lado da outra, não são equidistantes dessa outra reta.

15. (*a*) As retas de um par de retas disjuntas em relação a uma terceira reta não se intersectam.

(*b*) As retas de um par de retas que têm um ponto em comum [36] e são disjuntas com relação a uma terceira reta são coincidentes. ou

Dados uma reta e um ponto fora dela, apenas uma reta disjunta da reta dada pode ser traçada pelo ponto dado.

(*c*) Um par de retas que têm um ponto disjunto e que são disjuntas de uma terceira reta são disjuntas uma da outra. [I 30]

*16. (*a*) Num par de retas que se intersectam ambas não podem ser disjuntas em relação à mesma reta.

(*b*) Uma reta que intersecta uma de duas retas disjuntas intersecta também a outra.

*17. Uma reta não pode se afastar e então se aproximar de outra nem pode se aproximar e depois se afastar da outra enquanto estiver do mesmo lado dessa outra.

18. (*a*) Se um lado de um triângulo é prolongado, o ângulo externo é igual à soma dos ângulos internos opostos a ele. [I 32]

(*b*) Os ângulos de um triângulo, juntos, são iguais a dois ângulos retos. [I 32][65]

Você achará conveniente ter, numa tabela separada, as proposições tomadas como axiomas. [37]

Tabela III

Contém as cinco proposições que, na Tabela II, foram consideradas como axiomas.

Axiomas de Euclides.

Um par de retas em que as retas têm um ponto disjunto e formam, com uma

[65] A proposição I 32, de uma só vez, agrega os enunciados que na tabela estão divididos em 18a e 18b: *Tendo sido prolongado um dos lados de todo triângulo, o ângulo exterior é igual aos dois interiores e opostos, e os três ângulos interiores do triângulo são iguais a dois retos* (EUCLIDES, 2009, p. 122).

determinada transversal, dois ângulos internos do mesmo lado dela que, juntos, são menores que dois ângulos retos, é formado por retas que se intersectam naquele lado. [Este é o caso 2 da Tabela II (II 2), com uma afirmação adicional quanto ao *lado* da transversal no qual as retas se encontrarão.]
Axioma de T. Simpson[66] Um par de retas que têm um ponto disjunto e em que uma das retas tem dois pontos do mesmo lado da outra, não equidistantes da outra, é formado por retas que se intersectam. [*Isto é* II 7.]
Axioma de Clavius[67] Por um ponto dado fora de uma reta dada pode ser traçada uma reta equidistante da reta dada. [*Esta proposição é parte de* II 8.]
Axioma de Playfair[68] Duas retas que se intersectam não podem ser disjuntas em relação a uma mesma reta. [Isto é II 16(*a*).] [38]
Axioma de R. Simpson[69] Uma reta não pode se afastar e então se aproximar de outra nem pode se aproximar e depois se afastar da outra enquanto estiver do mesmo lado dessa outra. [Isto é II 17]

Min. No predicado 2, como você pode dizer “se intersectam”? A verdade contrária a “são disjuntas” deveria ser “têm um ponto comum”.

Euc. É verdade. Mas podemos assumir como um axioma que “as retas de um par de retas coincidentes estão igualmente inclinadas em relação a qualquer transversal”. Isto, combinado com 1, dá “num par de retas em que as retas não se intersectam, ambas estão igualmente inclinadas em relação a qualquer transversal”, cuja contrapositiva é 2.

[66] O matemático inglês Thomas Simpson (1710-1761) tem, dentre suas contribuições, a hipônima regra para a aproximação das integrais definidas (no entanto, essa regra parece ter sido usada cerca de cem anos antes por Johannes Kepler, o que põe em dúvida sua associação com o nome de Simpson).

[67] Christopher Clavius (1538-1612), jesuíta alemão reconhecido, em seu tempo, como grande matemático e astrônomo, é tido com um dos principais elaboradores do calendário gregoriano.

[68] John Playfair (1748-1819), matemático e cientista escocês, tem seu nome associado à enunciação mais simples do quinto postulado de Euclides.

[69] Robert Simpson ou Simson (1687-1768), matemático escocês da Universidade de Glascow. Publicou, em 1756, a primeira tradução de Euclides (os livros de número I a VI e os de números XI e XII) para o inglês e para o latim a partir da edição de Commandino, que serviu de base à primeira tradução em português. Sua tradução tornou-se modelo para o uso de Euclides na Inglaterra.

Analogamente, nós podemos combinar, com 6, o axioma “As retas de um par de retas coincidentes são equidistantes uma da outra” e, desta forma, obter um teorema cuja contrapositiva é 7.

Min. Ao classificar as proposições 15 (*a*), 15 (*b*) e 15 (*c*) sob o mesmo número 15, você quer dizer, suponho, que elas estão tão relacionadas que, se qualquer uma delas for admitida, as outras podem ser deduzidas?

Euc. Certamente.

Min. Eu entendo que se (*a*) for dada, (*b*) pode ser deduzida simplesmente adicionando “tendo um ponto comum” ao sujeito e ao predicado. E entendo que (*b*) e (*c*) sejam contrapositivas, de forma que, se uma delas for admitida, dela seguem as outras. Mas não entendo como você provaria (*a*) se somente (*b*) fosse dado.

Euc. De (*b*) você pode provar (*c*), como você diz, e, então, de (*b*) e (*c*) combinados, você pode provar (*a*) desta forma:

Quaisquer duas retas disjuntas em relação a uma terceira reta precisam pertencer a uma ou a ambas das classes: “têm [39] um ponto em comum”, “têm um ponto disjunto”. Por isso, se tomarmos estas duas classes ao mesmo tempo, incluímos *qualquer* par de retas possível. Desta forma conseguimos o teorema “*Qualquer* par de retas cujas retas sejam disjuntas em relação a uma terceira reta é formado por retas coincidentes ou disjuntas”, predicado que é equivalente a “não se intersectam”.

Min. Eu entendo. E como 16 (*a*) e 16 (*b*) se relacionam com 15?

Euc. Cada uma delas é uma contrapositiva de 15 (*a*); e são, também, contrapositivas uma da outra.

Min. Vamos ver como desenvolver isso.

Euc. Sejam *A*, *B* e *C* três retas. 16 (*a*) pode ser escrita assim: “Duas retas (*A* e *B*), disjuntas de uma terceira reta (*C*), não se intersectam”.

Isto produz três contrapositivas. A primeira é “se *A* e *B* se intersectam não pode ser verdade que *B* e *C* sejam disjuntas, o que também ocorre para as retas *A* e *C*”, isto é, “duas retas que se intersectam (*A* e *B*) não podem ambas ser disjuntas de uma terceira reta (*C*)”; a segunda é “Se *B* e *C* são disjuntas e *A* e *B* se intersectam, então *A* e *C* não são disjuntas”, isto é, “Uma reta (*A*) que intersecta uma reta (*B*) de duas retas disjuntas (*B* e *C*) não é disjunta da outra (*C*)”. A terceira contrapositiva prova um teorema similar para a reta *B*.

Min. Sim, mas sua conclusão *agora* é “*A* não é disjunta de *C*”, enquando 16 (*b*) diz que elas “se intersectam”.

Euc. É assim: mas desde que *A* intersecta uma reta (*B*) que é disjunta de *C*, é axiomático que ela tem um ponto "separado" de *C* e, assim, não pode ser coincidente com ela. Consequentemente, ser "não disjunta de *C*" prova que deve haver interseção. [40]

Min. Suponho que devo aceitar que qualquer uma destas 18 proposições é uma base lógica suficiente para as outras 17. Eu não pediria que você mobilizasse as 306 demonstrações!

Euc. Mas posso fazê-lo com a Tabela II. Você me garante que, quando duas proposições são contrapositivas, de modo que uma pode ser provada a partir da outra, posso selecionar uma ou outra para minha série de provas, sem precisar incluir ambas?

Min. Certamente.

Euc. Aqui estão as provas, e você pode lê-las depois, quando estiver descansado (ver Apêndice III) .

§5. *O axioma de Playfair*

Euc. A próxima questão *geral* a ser discutida é a proposta de substituição do meu axioma pelo axioma de Playfair. No que concerne ao meu, admito que ele não é axiomático até que a proposição 17 seja provada. O que é um axioma num estágio pode ser qualquer coisa num estágio anterior, menos um axioma.

Min. A grande questão é se ele é axiomático, então.

Euc. Estou bem consciente disso, e é porque essa é não apenas a grande questão de todo o meu Primeiro Livro, mas também o teste crucial pelo qual meu método, quando comparado àqueles dos meus rivais modernos, deve permanecer ou cair, que peço sua paciência ao falar de um assunto que não pode ser tratado em poucas palavras.

Min. Fique à vontade para falar o tempo que for necessário, já que esse é um ponto tão vital. [41]

Euc. Em primeiro lugar, permita-me considerar um assunto que é secundário mas que, ainda assim, *deve* ser tratado em algum momento, e não quero quebrar a linha do meu argumento: nós precisamos, em qualquer tratado geométrico completo, de *algum* teste geométrico prático com o qual possamos provar que duas linhas retas finitas, se prolongadas, encontrar-se-ão. Meu axioma serve para isto. É um propósito secundário, é verdade, mas é obrigatório que qualquer pessoa que se proponha eliminá-lo forneça algum substituto adequado.

Min. Também entendo assim.

Euc. Se o teste que proponho – aquele das duas retas que, intersectadas por uma determinada transversal, fazem dois ângulos internos do mesmo lado que, juntos, somam menos que dois ângulos retos – for contestado como não sendo suficientemente simples, surge a pergunta: que teste mais simples poderia haver?

Min. Os defensores do axioma de Playfair naturalmente responderiam "que uma das duas retas deveria intersectar uma reta conhecida para ser paralela à outra".

Euc. Se precisamos de uma concepção clara sobre a relação geométrica das duas retas, em cuja interseção "futura" somos solicitados a acreditar, qual cenário, você acha, é mais adequado para nos dar uma tal concepção: duas retas finitas, ambas intersectadas por uma transversal, ambas satisfazendo uma relação angular conhecida com aquela transversal e também entre si; ou duas retas "que sabemos serem paralelas", isto é, duas retas de cujas relações geométricas nada sabemos, até onde nosso campo de visão alcança, mas podemos dizer apenas que, na remota região do infinito, elas não se encontram?

Min. Em termos de clareza, o cenário que você pinta parece [42] ter vantagem. De fato, por mais que eu tentasse, não consegui formar ideia alguma sobre a posição relativa de duas retas, partindo do pressuposto apenas de que elas não se encontram por mais que sejam prolongadas. E seria igualmente impossível formar qualquer imagem mental sobre a posição que uma reta, cruzando uma delas, teria em relação à outra. Mas, embora sua proposta seja *mais* fácil de entender, duvido que ela seja suficiente para constituir um axioma.

Euc. Ela, sozinha, não pode ser vista como axiomática, como você diz, mas acho que posso apresentar-lhe algumas considerações para torná-la mais aceitável.

Min. Valerá a pena ouvi-lo. Uma *prova* absoluta, partindo dos princípios fundamentais, seria recebida com absoluto *arrebatamento*, sendo um *ignis fatuus*[70] que os matemáticos têm perseguido do seu tempo até hoje.

Euc. Eu sei disso, mas não posso ajudá-lo. Há algumas lacunas misteriosas na raiz desse assunto. Probabilidades: isso é tudo que tenho para oferecer-lhe.

[70] O fogo-fátuo (*ignis fatuus*, em latim), também chamado de fogo tolo, é uma luz azulada que pode ser avistada em cemitérios, pântanos, brejos etc, resultado da combustão do metano. No texto, *ignis fatuus* assume a ideia de "ilusão".

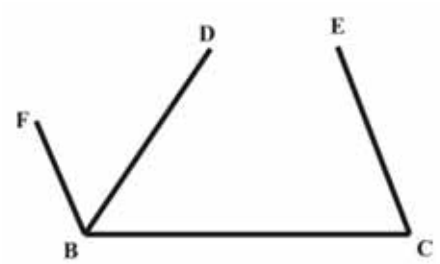
Suponha que fosse garantido, com relação a duas retas finitas colocadas diante de você, que, quando prolongadas em determinada direção, uma delas *se aproxime* da outra, isto é, contém dois pontos, dos quais o segundo está mais próximo da outra reta que o primeiro. Você não acharia provável – se não absolutamente certo – que elas finalmente se encontrariam?

Min. Utilizando – como eu suponho, você me permitirá fazer – meu conhecimento sobre as propriedades das *assíntotas*, diria "Não. Saber meramente que duas retas se *aproximam não* garante que elas *se encontrem*". [43]

Euc. Mas bem lá no fundo de sua consciência – se é que existe o fundo de uma consciência – você sabe que há uma distinção entre linhas retas e curvas, de forma que as linhas retas, quando se aproximam, vão acabar se encontrando, o que não se pode garantir para as linhas curvas.

Min. Está certo. Provisoriamente, vou pensar assim, mas apenas para saber o que você vai deduzir a partir disso.

Euc. Agora peço que você considere este diagrama.



Suponha, a partir dele, que as retas *BD*, *CE* façam com *BC* dois ângulos que, juntos, valem menos que dois ângulos retos. Meu objetivo é mostrar que provavelmente – se não certamente – elas se encontrarão se prolongadas nas direções *D*, *E*, respectivamente.

Desenhemos *BF* de modo que os ângulos *FBC*, *BCE*, juntos, sejam iguais a dois ângulos retos.

Se qualquer ponto em *BD* estiver mais próximo de *CE* do que *B* está, o que se deseja provar está provado, desde que *BD se aproxime de CE*.

Mas, se isso não acontecer, então *F* (que está obviamente mais distante de *CE* do que algum ponto em *BD*) deve também estar mais distante de *CE* do que *B* está; isto é, *FB* deve *aproximar-se* de *EC*; isto é *FB* e *EC* devem, então, se encontrar em algum ponto abaixo de *BC* e, assim, formar um triângulo cujos ângulos em *B* e *C* serão (pela minha proposição17) menores que dois ângulos retos. Consequentemente, os ângulos *FBC* e *BCE* devem ser *maiores* que dois ângulos retos, desde que os quatro ângulos [44] sejam (pela minha proposição13) iguais a quatro ângulos retos. Mas isto é absurdo, pois supusemos anteriormente que eles eram *iguais* a dois ângulos retos.

Então *D está* mais próximo a *CE* do que *B* está; isto é, *BD se aproxima de CE* e encontrará *CE* se prolongada.

Min. Assim você certamente deixa seu axioma um pouco mais axiomático. Mas eu presumo que essa reflexão é uma reconsideração sua: de outra forma, você teria, em seu axioma, tratado de retas *que se aproximam* e então teria provado esse seu atual axioma como um teorema.

Euc. Vamos com calma: seja qual for o hábito dos geômetras modernos, em *nossos* dias sempre investigamos um assunto a fundo. Nenhuma reconsideração foi possível. Vocês, do século XIX, podem "olhar para frente e para trás", se desejarem, enquanto *nós* temos liberdade para olhar para o que está aos nossos pés; *vocês* podem "suspirar pelo que não é"[71], enquanto *nós* podemos rir do que *é*!

Min. A leviandade não tem vez: se você não tiver motivo melhor do que *este*...

Euc. Eu *tenho* um motivo melhor: como eu poderia ter trabalhado com a noção de *aproximação* de retas sem antes definir rigorosamente "a distância de um ponto a uma reta"?

Min. Não poderia, é claro.

Euc. E essa diferença teria, por sua vez, fundamentado uma definição para "distância de um ponto a outro", isto é, o comprimento *mais curto* do caminho pelo qual se pode chegar de um a outro; o que, mais uma vez, teria fundamentado a comparação de todos os caminhos possíveis; que, por sua vez, teria fundamentado o cálculo dos comprimentos das linhas curvas; que, mais uma vez...

Min. Isto é estrambótico. É bruxaria!

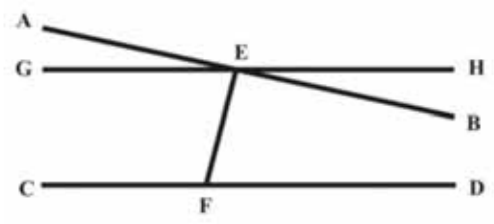
Euc. (mantém um silêncio desdenhoso). [45]

Min. Perdoe-me. Tenho por certo que você argumentou muito bem em favor do seu próprio axioma, mas deixou o axioma de Playfair em maus lençóis.

---

[71] As duas citações ("olhar para frente e para trás" e "suspirar pelo que não é") são versos do poeta romântico inglês Percy Bysshe Shelley (1792-1822). Na segunda das frases originais (We look before and after / And pine for what is not), uma palavra está em desacordo com o texto do livro ("pine" aparece trocada por "sigh") – talvez devido a uma adaptação de Carroll – o que não muda o sentido do texto, isto é, uma certa ideia de nostalgia, pois uma das acepções de "pine" é "ter saudade" e "sigh" significa "suspirar".

Euc. E farei pior ainda, antes de terminar. Minha próxima consideração será melhor explicada com o auxílio de um diagrama.



Consideremos que *AB* e *CD* façam com *EF* dois ângulos internos *BEF* e *EFD* que, juntos, somem menos que dois ângulos retos. Se por *E* traçamos a reta *GH* de forma que os ângulos *HEF* e *EFD* possam ser iguais a dois ângulos retos, é fácil mostrar (pela proposição 28) que *GH* e *CD* são "disjuntas".

Min. Certamente.

Euc. Entendemos, então, que quaisquer retas que tiverem a propriedade (vamos chamá-la de α) de fazer, com uma determinada transversal, dois ângulos internos que, juntos, valem menos do que dois ângulos retos, têm também a propriedade (que vamos chamar β) de que uma delas intersecta uma reta que é disjunta em relação a outra.

Min. Tudo bem.

Euc. Agora suponha que você não aceite meu axioma 12, mas que admita o axioma de Playfair, aceitando que duas retas que se intersectam não podem, ambas, ser disjuntas em relação à mesma reta. Se for assim, você, de fato, admite meu axioma.

Min. Prove isto.

Euc. As retas que satisfazem a propriedade α, satisfazem a propriedade [46] β. Retas que satisfazem a propriedade β encontram-se quando prolongadas porque, caso contrário, haveria duas retas, ambas disjuntas da mesma reta, o que seria absurdo. Portanto, retas que satisfazem a propriedade α encontram-se quando prolongadas.

Min. Entendo agora que aqueles que aceitam o axioma de Playfair não têm o direito de ser contrários ao seu, que é certamente o mais simples.

Euc. Para que você fique duplamente convencido, deixe-me dar duas razões adicionais para optar pelo meu axioma.

Em primeiro lugar, o axioma de Playfair (ou melhor, a contrapositiva dele, que é a versão que tenho usado – "uma reta que intersecta uma de duas retas disjuntas também intersectará a outra") não nos diz *de que forma* as retas se encontrarão. Mas isto é um assunto muito importante na construção de um diagrama.

Min. Podemos remediar esta objeção, formulando-a como: “se uma reta intersectar uma de duas retas disjuntas, aquela porção dela que ‘fica’ entre estas irá, se prolongada, encontrar a outra”.

Euc. Podemos, é claro, e por isso não vejo muito problema quanto a essa objeção.

Em segundo lugar, o axioma de Playfair afirma *mais* do que o meu, e todas as suas afirmações adicionais são supérfluas, o que causa uma tensão desnecessária na fé do aprendiz.

Min. Eu não vejo assim, de modo algum.

Euc. Este é um ponto bastante obscuro, mas acho que posso clareá-lo. Sabemos que todos os pares de retas, cujas retas verificam a propriedade α, verificam também a propriedade β; mas *não* sabemos até agora (até que tenhamos provado I 29), se todos que satisfazem a propriedade β satisfazem também a propriedade α. [47]

Min. É...

Euc. Então, até onde sabemos, e desde que o contrário não seja provado, a classe β *pode* ser maior do que a classe α. Então, se você afirma qualquer coisa sobre a classe β, o efeito lógico é mais amplo do que se você afirmasse algo sobre a classe α. Isso ocorre porque, ao fazer tal afirmação, você não faz referência apenas àquela porção de classe β conhecida (por estar incluída na classe α), mas também a uma porção desconhecida (mas possivelmente existente) que *não* pertence à classe α.

Min. Agora eu entendo isso, e considero essa argumentação uma justificativa muito forte para optar por seu axioma.

Mas até agora você respondeu apenas a Playfair. O que me diz da objeção levantada por Mr. Potts[72]? “Uma objeção mais forte parece ser a de que a recíproca dele resulta na proposição de Euclides I 17: o axioma enunciado e seu recíproco deveriam ser tão óbvios a ponto de não exigir demonstração formal”.

Euc. Eu, por minha vez, nego a lei geral que ele enuncia. (Ele refere-se à recíproca do ponto de vista *técnico*, não *lógico*. “Todo *X* é *Y*” tem como recíproca técnica “todo *Y* é *X*”, mas sua recíproca lógica é “Algum *Y* é *X*”). Deixe-o testar sua lei no axioma “Todos os ângulos retos são iguais” e na sua recíproca técnica “Todos os ângulos iguais são retos”!

Min. Eu retiro a objeção.

[72] Infelizmente, como apenas o sobrenome é citado no texto, não foi possível encontramos nenhuma referência inequívoca para esta personagem.

§6. *O princípio da superposição*

Min. O próximo assunto é o princípio da "superposição". Você usa-o duas vezes apenas (nas proposições 4 e 8) no [48] Livro I: mas a moda, agora, é usá-lo em todos os momentos possíveis. O Programa indica (para usar as palavras do Comitê) "ser adequado e desejável usar livremente este princípio, aplicando-o em muitos casos em que o próprio Euclides prefere evitá-lo".

Euc. Dê-me um exemplo deste método moderno.

Min. Suponha que se queira provar I 5 a partir de um triângulo isósceles, rotacionando-o uma vez e colocando-o novamente *sobre si mesmo*.

Euc. Isto não é tão incongruente e logicamente absurdo[73] a ponto de nos fazer lembrar daqueles que falam demais tentando merecer um lugar nos tratados filosóficos?

Min. Suponho que os que defendem este método diriam que, ao se movimentar o triângulo, fica um rastro da sua posição anterior, e que sobre esse rastro é que o triângulo invertido será colocado.

Euc. Isto é, de fato, a mesma coisa que conceber que há *dois* triângulos coincidentes, e que um deles é pego, rotacionado e colocado sobre o outro. O que a sobreposição, afinal de contas, prova? Meramente isto: que o ângulo da direita, do primeiro, é igual ao ângulo da esquerda do segundo, e *vice-versa*. Para uma prova cabal, seria necessário mostrar que, devido à coincidência original dos triângulos, o mesmo "ângulo da esquerda do segundo" é *também* igual ao ângulo da *esquerda* do primeiro. E então, e não até então, poderemos concluir que os ângulos da base do primeiro triângulo são iguais. Isto sim é um argumento completo, estritamente formulado. Os modernos livros de Geometria frequentemente são muito elogiados por sua brevidade, mas essa brevidade ocorre porque são [49] omitidos elos na cadeia das demonstrações, o que é perigoso. Algumas das provas modernas, que à primeira vista parecem ser mais curtas do que as minhas, são, na verdade, mais longas quando completamente explicitadas.

[73] A frase de Carroll é "Surely that has too much of the Irish Bull". "Irish Bull" é expressão usada para significar uma incongruência argumentativa ou um absurdo lógico que, como tal, não é percebido por quem o enuncia.

Neste caso, em particular, acho que você admitirá que tive boas razões para não adotar o método de superposição.

Min. Você, de fato, teve.

Euc. Lembre-se: não me oponho àquela prova, se ela for anexada à minha como uma possibilidade *alternativa*. Isso faria muito bem para alunos mais avançados, mas para iniciantes acho muito mais claro trabalhar com dois triângulos não isósceles.

Min. Mas sua objeção a colocar um triângulo *sobre si mesmo* não se aplica, por exemplo, em I 24.

Euc. Não. Vamos discutir este caso também. Os modernos, suponho, tomariam o triângulo *ABC* e o aplicariam a *DEF* para que *AB* coincidisse com *DE*?

Min. Sim.

Euc. Bem, isto o obrigaria a dizer "e *C*, em sua nova posição, coincide com *E* e *F*". A expressão "em sua nova posição" seria necessária, porque você teria agora *dois* pontos em seu diagrama, ambos chamados *C*. E você também seria obrigado a dar aos pontos *D* e *E* nomes outros, como *A* e *B*. Tudo seria muito confuso para um iniciante. Você admitirá, acho, que agi corretamente ao construir um triângulo novo ao invés de transferir o antigo...

Min. Cuthbertson evita esta dificuldade ao renomear o ponto *C*, chamando-o de *Q*.

Euc. E os pontos *A* e *B* mantêm seus nomes? [50]

Min. Não. Eles passam a ser *D* e *E*.

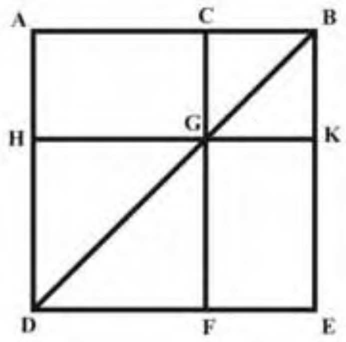
Euc. Mas isso é muito semelhante a construir um novo triângulo!

Min. De fato. Acho que você questionou bem os pressupostos da "superposição" e, então, o único assunto que resta para discutirmos é a omissão das diagonais no Livro II.

§7. *A omissão das diagonais no Segundo Livro de Euclides*

Euc. Façamos um teste tomando como exemplo meu enunciado II 4. Revisaremos essa minha prova e, depois, a prova dada por algum escritor que ignora a diagonal, preenchendo − se necessário − as lacunas com os argumentos que meus rivais modernos frequentemente negligenciam, e que dão às suas provas clareza e brevidade enganosas.

"Caso uma linha reta seja cortada ao acaso, o quadrado sobre a reta toda é igual aos quadrados sobre os segmentos e também duas vezes o retângulo contido pelos segmentos"[74].



"Considere[75] *AB* dividida em *C*. Deve-se provar que o quadrado formado a partir de *AB* é igual aos quadrados formados sobre *AC*[76] e *CB*, com o dobro dos retângulos formados por *AC* e *CB*.

A partir de *AB* tem-se o quadrado *ADEB*. Una *BD*. A partir de *C* [51] trace *CF*, paralela a *AD* ou *BE*, que corta *BD* em *G*. Por *G*, trace *HK* paralela a *AB* ou *DE*.

BD corta as paralelas *AD* e *CF*,

o ângulo externo *CGB* = ângulo interno oposto *ADB*, [I 29]

também*AD* = *AB*

o ângulo *ADB* = ângulo *ABD*, [I 5]

o ângulo *CGB* = ângulo *ABD*;

CG = *CB* [I 6]

Mas *BK* = *CG* e *GK* = *CB*; [I 34]

Portanto *CGKB* é equilátero e

como o ângulo *CBK* é reto,

CK[77] é retangular; [I 46, Corolário]

Portanto *CK*[78] é um quadrado.

[74] EUCLIDES, 2009, p. 137.

[75] Uma demonstração equivalente a esta, mas mais longa, encontra-se às páginas 137 e 138 da tradução brasileira de *Os Elementos*.

[76] Tendo a figura apresentada como base, talvez fosse mais adequado, aqui, referir-se ao "quadrado formado sobre *DF*" ao invés de ao "quadrado formado sobre *AC*", mesmo sabendo que *AC* é congruente a *DF* e que, certamente, o autor está se referindo ao quadrado *DFGH*. No entanto, preferimos manter a frase como no original.

[77] O autor refere-se ao quadrado *CBKG*.

Do mesmo modo *HF*[79] é um quadrado = ao quadrado de *AC*[80], pois *HG* = *AC*

[I 34]

Também, como *AG* e *GE* são iguais[81], por serem complementares, [I 43]

AG e *GE* = duas vezes *AG*[82];

= duas vezes o retângulo contido por *AC* e *CB*[83].

Mas estas quatro figuras constroem *AE*[84],

que é um quadrado sobre *AB* etc. Q. E. D."

Isto tudo dá um pouco mais de cem palavras, se contarmos desde "A partir de *AB* tem-se" até as palavras "os retângulos contidos por *AC* e *CB*". A qual autor deveríamos recorrer para termos uma prova rival?

Min. Acho que Wilson[85] é o melhor.

Euc. Muito bem. Faça o melhor que puder por ele. Você pode usar todas as minhas referências, se quiser, para fazer isso o mais legitimamente possível.

Min. "Construa o quadrado *ADEB* sobre *AB*. Por *C*, trace *CF* paralela a *AD*, encontrando..." [52]

Euc. Você precisa incluir "ou *BE*", para fazer uma comparação justa.

Min. Certamente. Marcarei as inserções necessárias por parênteses. "Por *C*, trace *CF* paralela a *AD* (ou *BE*), encontrando *DE* em *F*".

Euc. Você pode omitir as palavras que não ocorrem em minha prova.

Min. Muito bem. "Corte (de *CF*) *CG* = *CB*. Por *G*, trace *HK* paralela a *AB* (ou *DE*). Fica facilmente mostrado que *CK* e *HF* são quadrados de *CB* e *AC;* e que *AG* e *GE* são, cada um deles, retângulos de *AC* e *CB*"[86].

Euc. Não podemos admitir que "fica facilmente mostrado"! Ele está prestes a provar...

Min. Eu a darei, em nome dele, tão logo eu possa. "∴ *CG* = *CB* e*BK* = *CG*, e *GK* = *CB*, ∴ *CK*[87] é equilátero. É também um retângulo, desde que o ângulo *CBK* seja reto.

---

[78] O autor refere-se ao quadrado *CBKG*.
[79] O autor refere-se à ao quadrado *HGFD*.
[80] O autor refere-se a um quadrado construído com *AC* como medida do seu lado.
[81] O autor refere-se, respectivamente, aos retângulos *ACGH* e *GKEF*.
[82] O autor refere-se, respectivamente, aos retângulos *ACGH* e *GKEF*.
[83] O autor refere-se, respectivamente, aos retângulos *ACGH* e *GKEF* (*GK* = *CB*).
[84] O autor refere-se ao quadrado *ABED*.
[85] Wilson já foi apresentado na nota 11 do Ato I, Cena I.
[86] Numa redação mais precisa, considerando todos os pontos das figuras: "fica facilmente mostrado que *CBKG* e *HGFD* são quadrados de lado *CB* e *AC*; e que *ACGH* e *GKEF* são, cada um deles, retângulos de lados *AC* e *CB*".
[87] O autor refere-se ao quadrado *CBKG*.

∴ *CK* é um quadrado[88]". Receio que eu não possa dizer "do mesmo modo, *HF*[89] é um quadrado"?

Euc. Certamente não: isso requer uma prova diferente.

Min. "Porque *CF* = *AD* = *AB*, e *CG* e *CB*, partes deles, são iguais, o que sobra de *GF* = o que sobra de *AC* = *HG*. Mas *HD* = *GF*, e *DF* = *HG*; ∴ *HF*[90] é equilátero. É também um retângulo, pois o ângulo *HDF* é reto. ∴ *HF*[91] é um quadrado, e = quadrado de *AC*[92]. Além disso, *AG* é retângulo de *AC* e *CB*[93]". Acho que não posso assumir *GE* como sendo igual a *AG*[94]. Posso?

Euc. Não posso permitir que você assuma a verdade de meu I 43.

Min. "*GE* também é retângulo de *AC* e *CB*[95], desde que *GF* = *AC* e *GK* = *CB*. ∴ *AG* e *GE* = duas vezes o retângulo contido por *AC* e *CB*[96]". [53]

Euc. Quantas palavras você usou?

Min. Um pouco mais do que você usou em sua prova.

Euc. Então a omissão da diagonal, ao invés de abreviar a prova, tornou-a mais longa. Há alguma vantagem, no que diz respeito à clareza, que compense essa extensão?

Min. Certamente não. As provas são bastante distintas. Eu prefiro seu método, que apela ao belo teorema da igualdade de complementos.

Euc. Então isto conclui essa conversa: nos encontraremos novamente quando você tiver revisado, um por um, os meus rivais modernos. Agora é o momento em que eu desapareço. Seria bom se você tivesse uma música lenta para acompanhar essa cena. Já que não tem...

(*Desaparece sem música alguma*) [54]

[88] Idem à nota anterior.
[89] O autor refere-se ao quadrado *HGFD*.
[90] O autor refere-se ao quadrado *HGFD*.
[91] O autor refere-se ao quadrado *HGFD*.
[92] O autor refere-se a um quadrado construído com *AC* como medida do seu lado.
[93] Numa redação mais precisa, considerando os pontos das figuras: *"ACGH é um retângulo* de lados *AC* e *CB* (*CB = CG*).
[94] O autor refere-se, respectivamente, aos retângulos *GKEF* e *ACGH*.
[95] Numa redação mais precisa, considerando os pontos das figuras: *"GKEF* também é retângulo de lados *AC* e *CB"*.
[96] O autor refere-se, respectivamente, aos retângulos *ACGH* e *GKEF*.

A T O II

Manuais que rejeitam o tratamento euclidiano
das paralelas

CENA I

"E fumo dare lucem".[97]

[MINOS *dormindo. Entra, em primeiro lugar, uma nuvem de fumaça de cigarro; depois, respectivamente, o bojo e a haste de um cachimbo gigante; finalmente aparece o fantasma de* HERR NIEMAND, *carregando uma pilha de livros-fantasmas − os livros dos rivais modernos de Euclides − fantasticamente encadernados.*]

Niemand. O primeiro autor que temos a considerar é o Sr. Legendre, não é?

Minos. (*aparte*) Sem nenhum cumprimento! Ele despenca *in medias res*[98] com uma rapidez mais assustadora que a do próprio Euclides! (Em voz alta) Assim o é, *mein lieber Herr*[99].

[97] A frase "Ex fumo dare lucem" é da *Arte Poética*, de Horácio, e pode ser traduzida como "Da fumaça surge a luz", o que deixa claro a intenção do autor de, após toda a discussão que começará – representada também pela fumaça do cachimbo, o que impede uma observação mais clara das coisas – apontar o caminho certo para o ensino de Geometria. (No entanto, no livro de Carroll, aparece "E" ao invés de "Ex". Talvez a diferença seja um mero erro de impressão).

Nie. Não há tempo para gastar com discursos gentis. A você cabe perguntar e, a mim, responder. Eu li o livro do Sr. Legendre. Ahh! Como é bonito! Nele você não encontrará falha alguma.

Min. Eu não apostaria nisso! [55]

---

[98] Expressão latina: "no meio das coisas".
[99] Em alemão, "meu amado senhor".

A T O II

CENA II

Tratamento das paralelas através de métodos
que envolvem séries infinitas

LEGENDRE

"Fine by degrees, and beautifully less."[100]

Nie. Trago a você a 14ª edição, de 1860, de *Éléments de Géométrie*[101] do Sr. A. M. LEGENDRE.

Min. Começo perguntando-lhe (uma vez que, neste caso, considero você e seu cliente como sendo um só[102]) como você define uma linha reta.

[100] A frase de Matthew Prior (1664-1721), cujo trecho original é "No longer shall thy bodice, aptly laced. From thy full bosom to thy slender waist / that air and harmony of shape express / fine by degrees, and beautifully less" pode ser traduzida livremente por "Não mais o corpete enlaçado. De teu seio farto e tua cintura delgada, a graça e a harmonia da forma, quanto mais refinada, menos bela".
[101] *Elementos de Geometria.*
[102] É por esta fala que optamos, na tradução, por utilizar os verbos na terceira pessoa do singular quando Minos se refere a Niemand; ao contrário, quando Niemand fala na defesa de algum rival, optamos por utilizar a primeira pessoa do plural (este ajuste nos pareceu necessário em virtude da posição que Minos toma nesta discussão, mas este problema não se evidencia no texto original, uma vez

Nie. Como "a menor distância de um ponto a outro".

Min. Isto não me parece incorporar a ideia primordial que a palavra "reta" traz à mente. Não é a ordem natural do pensamento *primeiro* se dar conta da noção de "linha reta"[103] e, *depois*, compreender o fato de que ela é a menor distância entre dois pontos? [56]

Nie. Essa pode ser a ordem natural, mas certamente você aceitará nossa definição como legítima, certo?

Min. Penso que não, e tenho a grande autoridade de Kant[104] para me dar suporte. Em sua *Crítica da Razão Pura*, ele diz: (cito a tradução de Meiklejohn, na Biblioteca Filosófica de Bohn, páginas 9 e 10) "julgamentos matemáticos são sempre sintéticos[105]..." "Uma linha reta entre dois pontos é a menor distância" é uma proposição sintética. Minha concepção de *reta* não contém nenhuma noção de *quantidade*, mas é simplesmente *qualitativa*. A concepção de *menor distância* é, portanto, um acréscimo, e sem qualquer análise pode ser extraída de nossa concepção de linha reta.

Isto pode ser tomado como uma negação de como o axioma se impõe como definição. Todas as definições deveriam ser expressas como julgamentos analíticos, não como sintéticos: seus predicados não deveriam introduzir nada além daquilo que já está incluso na ideia correspondente ao sujeito. Desta forma, se a ideia de "menor distância" não pode ser obtida por uma simples análise da concepção de "linha reta", então o axioma não deveria ser usado como uma definição.

Nie. Não estamos preocupados em saber se é uma definição ou axioma: ambos responderão ao nosso propósito.

---

que o pronome usado para dirigir-se a Niemand – you –, em inglês, significa tanto "você" quanto "vocês").

[103] Ainda que estejamos acostumados a pensar "reta" como "linha reta", o autor, assim como Euclides, opta pela segunda forma em seu texto (somente mais adiante, no Ato 2, cena V, Carroll passará a usar "reta" para designar "linha reta").

[104] O filósofo prussiano Immanuel Kant (1724-1804) realizou inúmeros trabalhos sobre ciência, física e matemática. O criticismo de Kant influenciou no processo do desvelamento das geometrias não-euclidianas.

[105] Segundo *História da Filosofia* (Vol. 4), de Dario Antiseri e Giovanni Reale (Editora Paulus, 2004), na filosofia kantiana os diferentes juízos humanos são classificados como (i) analíticos ou sintéticos e (ii) *a priori* ou *a posteriori*. Um julgamento é analítico se corresponde a uma tautologia (por exemplo: *4 é o sucessor de 3* é um julgamento analítico, pois corresponde à definição indutiva dos números naturais) e é sintético quando é um fato empírico, produzido pela percepção ou pela razão (por exemplo: *4 = 2 + 2* é sintético, pois existe um conteúdo informativo na expressão que só se pode concluir após alguma reflexão). Julgamentos *a priori* são anteriores à percepção, independentes da experiência, ao contrário dos julgamentos *a posteriori*. Kant afirmou que todos os julgamentos *a priori* são analíticos, existindo por isso apenas 3 combinações possíveis (ou seja, julgamentos analíticos *a posteriori* não existem).

Min. Deixe-nos ao menos bani-la das *definições* para podermos olhá-la como *axioma*. Ele afirma que uma linha reta é mais curta do que qualquer linha *traçada* entre dois pontos. Mas o comprimento de uma linha é um assunto assaz difícil para um iniciante; além disso, não é necessário que ele o considere, pelo menos nos estudos iniciais [57] da Geometria: tudo o que ele realmente precisa compreender é o fato de que a linha reta é mais curta do que qualquer linha *quebrada*, obtida a partir de linhas retas.

Nie. Isto é verdade.

Min. E todos os casos de linhas quebradas podem ser deduzidos do seu caso mais simples, a I 20 de Euclides.

Nie. Bem, anularemos nossa reivindicação e simplesmente pediremos para que se admita a I 20 como um axioma.

Min. Mas ele pode ser *provado* a partir dos seus próprios axiomas! E é um princípio geralmente admitido, pelo menos quando se lida com iniciantes, que não deveríamos tomar como axiomático qualquer teorema que possa ser provado por axiomas que já possuímos.

Nie. Para *iniciantes* precisamos admitir que o método de Euclides é o melhor para tratar este ponto. Mas você admitiria o nosso método como legítimo e elegante para alunos avançados?

Min. Certamente. Seu lindo tratado, como um todo, é admiravelmente adequado para alunos avançados; é do ponto de vista dos *iniciantes*, apenas, que me aventuro a criticá-lo.

Seu tratamento de ângulos e ângulos retos não difere muito, creio, do de Euclides, correto?

Nie. Não muito. *Provamos*, ao invés de assumir, que todos os ângulos retos são iguais[106], deduzindo isto do axioma segundo o qual duas linhas retas não podem encerrar um espaço[107].

Min. Penso que tal prova é uma interpolação desejável.

Agora pergunto: como você prova I 29 de Euclides?

Nie. Que proposições preliminares você considerará como provadas? [58]

[106] Postulado 4: *E serem iguais entre si todos os ângulos retos* (EUCLIDES, 2009, p. 98).
[107] Noção comum 9: *E duas retas não contêm uma área* (EUCLIDES, 2009, p. 99).

Min. A série de Euclides consiste no axioma 12 e nas proposições 4, 5, 7[108], 8, 13, 15, 16, 27, 28. Aceitarei aquelas que você provou por métodos que não diferem radicalmente do de Euclides.

Nie. Isto é, você nos concede as proposições 4, 13 e 15. A proposição 16 não está em nosso estudo. A próxima que exigimos é a proposição 6.

Min. Esta você pode tomar como provada.

Nie. E, em seguida, a proposição 20: essa nós *assumimos* como um axioma, e dela, com a ajuda da proposição 6, deduzimos a proposição 19.

Min. Para a nossa proposta atual você pode tomar a proposição 19 como provada.

Nie. Das proposições 13 e 19 deduzimos a proposição 32 e, dela, o axioma 12, do qual a proposição 29 segue, imediatamente.

Min. Sua prova da proposição 32 é longa, mas bela. Não preciso, contudo entrar na discussão de seu mérito. É suficiente dizer que o que exigimos é uma prova adequada à capacidade dos *iniciantes*, e que este seu teorema (proposição XIX, à página 20[109]) contém uma série infinita de triângulos, uma série infinita de ângulos cujos valores decrescem continuamente até serem, por fim, menores do que qualquer ângulo indicado, e magnitudes que simplesmente desaparecem. Estas considerações, a meu ver, solucionam a questão. Receio que sua prova deste teorema, embora seja um modelo de elegância e clareza para alunos avançados, é inteiramente inadequada àquilo que se exige de um iniciante.

Nie. Não estamos preparados para discutir isso.

Min. Parece supérfluo, depois de dizer isso, perguntar qual é o seu teste para verificar o encontro de retas, [59] mas podemos também estabelecê-lo, para completar a investigação.

Nie. Damos o axioma 12 de Euclides, que provamos da proposição 32, usando o princípio de Euclides X 1 (segunda parte): "sendo expostas duas magnitudes desiguais, caso da maior seja subtraída uma maior do que a metade e, da que é deixada, uma maior

[108] Na versão latina de Commandino, temos: *Sobre a mesma reta e da mesma parte não se podem construir dois triângulos diferentes, que tenham os outros lados iguais; isto é, os dois, que partem de um mesmo termo da base e os outros dois, que partem do outro, não podem ser iguais.* A edição brasileira enuncia a proposição 7 de um modo diferente, sem utilizar-se de triângulos: *Sobre a mesma reta não serão construídas duas outras retas iguais às duas mesmas retas, cada uma a cada uma, em um e outro ponto, no mesmo lado, tendo as mesmas extremidades que as retas do começo* (EUCLIDES, 2009, p. 104).

[109] Dois triângulos retângulos são iguais se eles têm a hipotenusa igual e um cateto igual.

do que a metade, e isso aconteça sempre, alguma magnitude será deixada, a qual será menor do que a menor magnitude exposta”[110].

Min. Essa, novamente, é uma prova totalmente inadequada para iniciantes.

Eu não discutiria o estilo geral de seu admirável estudo: eu o tomaria mais como modelo a imitar que a criticar.

Somente posso repetir, concluindo, o que já lhe disse: seu livro, apesar de bastante adequado para estudantes avançados, não o é para os iniciantes.

Nie. Se continuarmos assim, será bem rápido nosso trabalho com os doze rivais modernos! [60]

---

[110] EUCLIDES, 2009, p. 354.

A T O II

CENA III

Tratamento das paralelas através de ângulos feitos por transversais

COOLEY

"The verbal solemnity of a hollow logic"[111].

COOLEY, *Pref.* pág. 20

Nie. Agora tenho a honra de trazer a você o *Elements of Geometry, Simplified and Explained*[112], de W. D. Cooley, A. B.[113], publicado em 1860.

Min. Por favor, dê-me o livro por um momento. Desejaria ler para você algumas passagens do prefácio. É sempre satisfatório – não é? – saber que um escritor, cujo intento é "simplificar" Euclides, começa sua tarefa assumindo um espírito humilde, reverenciando o nome que o mundo tem aceito como uma autoridade por dois mil anos.

Nie. Realmente. [61]

[111] A solenidade verbal de uma lógica vazia.
[112] *Elementos de Geometria, Simplificados e Explicados*.
[113] Bacharel em Artes (Ars Bachelor), o mesmo título obtido por Carroll na Christ Church.

MINOS *lê*

"Os elementos da geometria plana... são aqui apresentados em apenas 36 proposições – perfeitamente coerentes e completamente demonstradas – que abrangem quase que totalmente as 173 proposições contidas nos seis primeiros Livros de Euclides". Modesto, não?

Nie. Um pouco exagerado, talvez. Ainda mais, você sabe, se elas *forem* realmente "completamente demonstradas"...

Min. Se! Na página 4 do prefácio ele fala das "ênfases circunlocutórias[114] de Euclides"; na mesma página ele nos diz que "a doutrina da proporção, como proposta por Euclides, ruma à prolixidade, embora se queira clareza"; e novamente, na mesma página, estabelece que a maioria das provas *ex absurdo*[115] de Euclides, "ainda que poucas", "geralmente desconcertam o jovem estudante que dificilmente consegue compreender por que absurdos gratuitos deveriam ser tratados tão formal e solenemente. Estas proposições, portanto, são omitidas de nosso Livro de Elementos, tendo também sido omitidos os problemas, pois a ciência da Geometria sustenta-se totalmente nos teoremas. Desta forma, simplificadas e livres de obstruções, as verdades da Geometria podem – isto é o que se espera − ser facilmente aprendidas até mesmo pelos mais jovens". Mas talvez a sentença mais eloquente esteja no final do prefácio: "assim, aquelas proposições (a primeira e última do Sexto Livro) nas quais, de acordo com a mesma autoridade" (ele faz alusão ao Manual de Euclides, de Galbraith e Haughton[116]), "Euclides tão lindamente ilustra sua celebrada definição, aparecem aos nossos olhos para exibir somente a solenidade verbal de uma lógica vazia, e para exemplificar nada exceto a aplicação formal de [62] um princípio inútil". Agora, vejamos, *mein Herr*, se o Sr. Cooley fez alguma coisa que valha a pena e, de início, deixe-me perguntar como você define retas paralelas.

NIEMAND *lê*.

[114] Cheias de rodeios ou circunlóquios.

[115] Demonstrações indiretas, conhecida hoje como *demonstrações por redução ao absurdo*. Nessas demonstrações, a ausência de contradição é o critério de verdade de uma afirmação.

[116] Refere-se ao *Manual of Euclid: Books IV, V, VI*, de J. A. Galbraith e S. Haughton.

“Retas são ditas paralelas quando elas são igualmente inclinadas com relação à mesma reta, ou quando fazem, do mesmo lado, ângulos iguais”.

Min. Isto é, se vemos um par de retas cortado por uma determinada transversal, e é dito que elas fazem ângulos iguais com esta, dizemos “estas retas são paralelas” e, de modo inverso, se nos for dito que um par contém retas paralelas, dizemos “então *há* uma transversal, *em algum lugar*, que faz ângulos iguais com elas”?

Nie. Certamente, certamente.

Min. Mas não temos meios de encontrá-la, certo? Não podemos desenhar uma transversal ao acaso e dizer “*esta* é uma que faz ângulos iguais com o par de retas”, podemos?

Nic. Aham! Aham! Aham!

Min. Você parece estar com tosse.

Nie. Sigamos para o próximo tópico.

Min. Não até que você tenha respondido minha pergunta. *Temos* algum meio de encontrar uma transversal em particular que faz ângulos iguais?

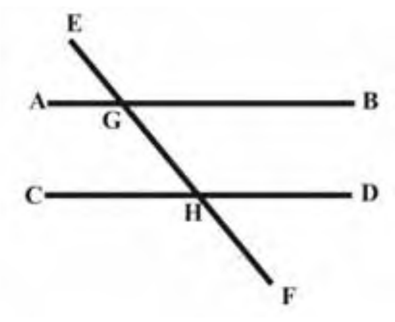
Nie. Sinto muito pelo meu cliente mas, uma vez que você está sendo tão *exigente*, receio ter que confessar que *não* temos meios de encontrá-la.

Min. Agora vamos à sua prova de Euclides em I 32.

Nie. Você nos permitirá um teorema preliminar? [63]

Min. Tantos quantos você desejar.

Nie. Bem, aqui está nosso teorema II. “*Quando duas retas paralelas AB e CD são cortadas por uma terceira linha reta EF, elas formam com esta ângulos alternos AGH e GHD, iguais; e também dois ângulos internos do mesmo lado BGH e GHD iguais a dois ângulos retos.*



AGH e *EGB* são iguais porque são opostos pelo vértice e *EGB* é também igual à *GHD* (definição), portanto...”

Min. Agora preciso interrompê-lo. Como você sabe que *EGB* é igual a *GHD*? Dou-lhe por certo que, pela definição, *AB* e *CD* formam ângulos iguais com uma *certa* transversal, mas você tem algum motivo para dizer que *EF é* a transversal em questão?

Nie. Não temos. Discretamente nos rendemos. Você nos permitirá marchar em retirada com honras de guerra?

Min. Concedo-lhe nossa graça real. Tire esse da mesa e passemos ao próximo rival. [64]

A T O II

CENA IV

Tratamento das paralelas por equidistâncias

CUTHBERTSON

"Thou art so near, and yet so far"[117]

Canção Moderna

Nie. Agora trago-lhe *Euclidian Geometry*[118], de FRANCIS CUTHBERTSON, M. A.[119], recente membro do C. C. C.[120] de Cambridge, chefe do departamento de matemática da City of London School, publicado em 1874.

Min. Não será necessário discutir com você *todas* as inovações do livro do Sr. Cuthbertson. A questão da separação entre problemas e teoremas, o uso da superposição e a omissão das diagonais no Livro II são questões gerais que considerei isoladamente. Os únicos pontos que você e eu precisamos considerar são os métodos adotados quanto

[117] A frase "Tu estás tão perto e, no entanto, tão longe" é parte e título da canção composta por Alexander Reichardt (1825-1885) em 1858.
[118] Geometria Euclidiana.
[119] Mestre em Artes (Master of Arts)
[120] Corpus Christ College, de Cambridge

ao tratamento das linhas retas, ângulos e paralelas, no que eles diferirem dos de Euclides.

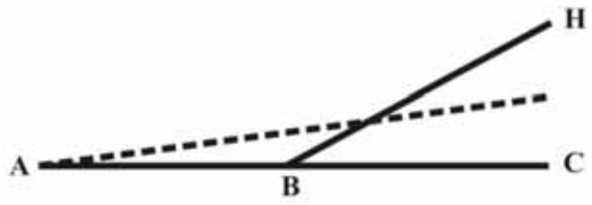
O primeiro assunto, pois, diz respeito à reta. Como você a define e a testa? [65]

Nie. Como o faz Euclides, mas *provamos* o que Euclides afirmou como axioma, ou seja, que duas retas não podem ter um segmento em comum.

Min. Estou feliz em ouvi-lo afirmar que Euclides assumiu isso "como um axioma", pois o corolário de Euclides I 2[121] fez com que muitos ignorassem o fato de que ele o assumiu, antes, na proposição 4, se não na proposição 1. Qual é sua prova?

NIEMAND *lê*.

"*Duas retas não podem ter um segmento comum*".



"Se duas retas *ABC* e *ABH* pudessem ter um segmento comum *AB*, então a reta *ABC* poderia ser rotacionada sobre sua extremidade *A*, em direção ao lado em que *BH* está, de forma a intersectar *BH* e, deste modo, as duas retas limitariam um espaço, o que é impossível".

Min. Você afirma que, *antes* de *C* intersectar *BH*, as porções que coincidem ao longo de *AB* divergirão. Mas, se *ABH* é uma linha reta, isto não acontecerá até que *C* tenha *passado* por *H*.

Nie. Mas você teria, então, uma parte da linha em movimento, e uma outra parte em repouso.

Min. Sim, por que não?

Nie. Podemos afirmar que *isto* é impossível e que, [66] se uma reta é rotacionada ao redor de sua extremidade, ela toda se move.

Min. O que, permito-me pensar, é uma suposição tão boa quanto a de Euclides. Creio que o axioma se sustenta sem que nenhuma prova seja necessária.

[121] Não nos foi possível determinar a qual axioma Minus se refere.

Seu tratamento de ângulos e ângulos retos é o mesmo que o de Euclides, certo?

Nie. Sim, exceto por termos *provado* que "todos os ângulos retos são iguais".

Min. Bem, isto pode ser provado e, portanto, seria melhor não mantê-lo como um axioma.

Devo pedir agora sua prova da Euclides I 32.

Nie. Provamos até a I 28 como em Euclides. Para provar a I 29, primeiro provamos, como um corolário de Euclides I 20, que "a distância mais curta entre dois pontos é uma linha reta".

Min. Qual é seu próximo passo?

Nie. Um problema (problema F, página 52)[122], no qual provamos o teorema segundo o qual de todas as linhas retas desenhadas de um ponto até uma reta, a perpendicular é a menor.

Min. Tomaremos este como provado.

Nie. Deduzimos, então, que a perpendicular é o caminho mais curto entre um ponto e uma reta.

A seguir vem uma definição: "por distância de um ponto a uma reta entende-se o menor caminho entre o ponto e a reta".

Min. Você definiu, em algum lugar, a distância de um ponto a outro?

Nie. Não [67].

Min. Seria melhor tê-lo feito primeiro.

Nie. Muito bem: "a distância de um ponto a outro é o menor caminho de um a outro".

Min. Não poderíamos dizer "é o comprimento da linha reta que os une?"

Nie. Sim, é a mesma coisa.

Min. E, do mesmo modo, podemos modificar a definição que você acabou de dar.

Nie. Certamente: "a distância entre um ponto e uma linha reta é o comprimento da perpendicular que, do ponto dado, cai sobre ela".

Nie. Qual é seu próximo passo?

NIEMAND *lê*.

[122] Estas indicações dizem respeito ao livro de Cuthbertson.

Página 33. *Dedução G*[123]: "se forem tomados sobre um dos lados de um ângulo pontos cada vez mais distantes do vértice, a distância de cada um deles até o outro lado do ângulo será maior do que qualquer reta dada".

Ao provar isto, assumimos como axioma que a menor de duas magnitudes do mesmo tipo pode ser multiplicada de forma a exceder a maior.

Min. Aceito o axioma e a prova.

NIEMAND *lê*.

Página 34. Axioma: "se uma reta é desenhada no mesmo plano que outra, ela não pode, com relação a esta outra, primeiro se afastar e depois se aproximar dela, tampouco pode primeiro se aproximar e depois se afastar dela".

Min. Aqui, então, você assume como sendo axiomática uma das proposições da Tabela II. Depois disso você não deveria ter [68] nenhuma dificuldade para provar a I 32 e todas as outras propriedades das paralelas. O que você fez?

Nie. Provamos (página 34, *lema*) que, se duas retas têm uma perpendicular comum, uma é equidistante da outra.

Min. E então?

Nie. Em seguida, que qualquer linha que intersecte uma delas, intersectará a outra (página 35).

Min. Isto, creio, depende da dedução *G*, na página 33?

Nie. Sim.

Min. Um teorema curto, mas não muito fácil, que contém um diagrama um tanto quanto intricado. Contudo, prova o tópico. Qual é o seu próximo passo?

NIEMAND *lê*.

Página 34. Lema: "através de um ponto dado que não pertence a uma reta dada, uma e somente uma reta pode ser desenhada no mesmo plano que a anterior, de modo que nunca a encontre. Os pontos em uma dessas retas são todos, também, equidistantes da outra".

Min. Aceito tudo isto.

[123] No texto original, aparece a abreviação *ded* (deduced).

Nie. Introduzimos, então, a definição de paralelas de Euclides. Agora é naturalmente óbvio que as retas paralelas são equidistantes e que retas equidistantes são paralelas.

Min. Certamente.

Nie. Podemos agora, com a ajuda da I 27, provar a I 29 e, portanto, a I 32.

Min. Sem dúvida. Vimos, então, que você propõe, como um substituto do axioma 12 de Euclides, uma nova definição e dois novos axiomas, o que virtualmente equivalem a cinco [69] novos teoremas. Do ponto de vista "axiomático", não creio que haja muito a escolher entre os dois métodos. Mas no que se refere à brevidade, clareza, e conveniência para um iniciante, prefiro, indubitavelmente, o axioma de Euclides.

O próximo assunto a considerar é seu teste prático, se é que há algum, para verificar se duas retas dadas se encontram quando prolongadas.

Nie. Um teste é aquele em que uma das retas deveria encontrar uma reta paralela à outra.

Min. Certamente: e isto bastará para alguns casos, como em I 44 (proposição M, página 60), embora você omita *por que* se pode presumir que as retas se encontrarão. Mas e se o diagrama não contiver "uma reta paralela a outra"? Veja a proposição (*h*) na página 69, onde nos é dito para fazer, nos extremos de uma linha, dois ângulos que, juntos, valem menos do que dois retos, e de onde se presume que as retas, assim desenhadas, encontrar-se-ão. Isto é, você pressupõe a veracidade do axioma 12 de Euclides. E você faz a mesma coisa nas páginas 70, 123, 143 e 185.

Nie. O axioma 12 de Euclides é facilmente provado de nossos teoremas.

Min. Sem dúvida: mas você não fez isso, e a omissão resulta em um hiato muito sério em seu argumento. É improvável que os iniciantes sejam, de alguma forma, capazes de suprir por si sós esta lacuna.

Não tenho críticas adversas para fazer quanto ao estilo geral do livro, que me parece claro e bem escrito. Tampouco é necessário discutir a afirmação de que o livro supera o de Euclides, pois o escritor não afirma nada quanto a isso – pelo contrário, ele é cuidadoso (como afirma em seu prefácio) quanto a evitar qualquer arranjo incompatível com a ordem de Euclides [70]. A novidade principal do livro é a introdução do princípio de "equidistância", o que não me parece uma característica desejável num livro destinado a iniciantes. Por outro lado, este manual nada mais é do que uma versão um pouco modificada do livro de Euclides [71].

A T O II

CENA V

Tratamento das paralelas por retas em revolução

HENRICI

"In order an aggregate of elements may be called a spread, it is necessary that they follow continuously"[124].

Art of Dining, de HENRICI, p. 12.

Nie. Trago-lhe *Elementary Geometry: Congruent Figures*[125], de OLAUS HENRICI, Ph. D., F. R. S.[126], Professor de Matemática Pura no University College, Londres, 1879.

Min. Qual é sua definição de reta?

Mie. "A fronteira de uma superfície ou parte de uma superfície é chamada de *reta* ou *curva*" (página 5).

[124] Para que um agregado possa ser chamado uma extensão, é necessário que seus elementos sigam continuamente.

[125] Geometria Elementar: Figuras Congruentes.

[126] Fellow of the Royal Society (Membro da Royal Society)

Min. Bom – por “reta”, presumo, você quer dizer “linha reta”. Mas isto nos leva de volta à “superfície”. Naturalmente *isto* é definido corretamente, certo?

Nie. Dir-lhe-ei num instante. (*Folheia algumas poucas páginas*). Sim, aqui está. “Uma superfície é...” (*Começa de chofre, interrompe a leitura e volta algumas poucas páginas*). Sim, está tudo certo. “Aquilo que limita um sólido e o separa de outras partes do espaço é chamado de *superfície*” (página 4).

Min. (*aparte*) Há mais coisas aqui do que os olhos veem! (*Em voz alta*) Você poderia ler a *outra* definição de “superfície” [72].

Nie. (*inocentemente*) Que outra definição?

Min. Sem evasivas, Senhor! Leia-a imediatamente! Você sabe a que me refiro.

Nie. (*desesperadamente*) É apenas isto: “Uma superfície é o caminho de uma curva em movimento” (página 9). Meramente uma outra maneira de ver o caso, você sabe.

Min. (*desdenhosamente*) Oh! Meramente uma outra maneira de ver o caso, não é? Naturalmente a curva preserva sua forma quando se move?

Nie. Sem dúvida.

Min. Olhe aqui: pegue esta pera Jargonelle[127].

Nie. Muito obrigado. Esse é mesmo um trabalho um tanto quanto árido.

Min. Pare! Não a coma ainda! Olhe para ela. Você chamaria de regular a sua curvatura?

Nie. Certamente não: salienta-se aqui e ali, em todos os tipos de formas estranhas.

Min. Bem, agora pegue este pedaço de arame e curve-o da forma que você quiser, depois mova-o de modo que seu caminho possa coincidir com a superfície da pera.

Nie. (*preocupado*) Não consigo fazê-lo.

Min. Então coma-a. Ao menos *isto* é possível. Bem, iniciamos com uma definição que é, simplesmente, ridícula! Agora quanto à distinção entre “linha reta” e “curva”...

Nie. Aqui não está muito claro o que meu cliente quer dizer. A primeira definição que consigo encontrar é a de *curva*. Ele diz (página 6) “um ponto pode ser

[127] Tipo de pera arenosa que amadurece rapidamente, vermelha e de forma alongada.

movido e, assim, ele descreverá um caminho. Este caminho do ponto em movimento é chamado curva".

Min. Certamente ele não quer dizer que um ponto nunca possa se mover *em linha reta*, certo? Imagino que queira dizer que há dois tipos [73] de curvas, as "curvas curvadas" e as "curvas retas" – como os Irlandeses dizem "tay-tay" e "coffee-tay"[128]. Mas, se é assim, ele trata "retas" e "curvas" como sinônimos.

Nie. Dei uma olhada um pouco mais à frente e encontrei uma descrição de "linha" que parece limitar-se a indicar as linhas *curvas*. Ele diz (p. 7) "a ideia de linha pode ser obtida ao considerar-se um fio curvado em qualquer forma, abstraindo dele toda sua espessura".

Min. Então uma "linha" *deve* ser curvada, embora uma "curva" não precise ser desta forma? Seu cliente tem indiscutivelmente *um* mérito: grande originalidade de estilo!

Nie. Aqui está outra definição de "curva" que talvez lhe agrade mais: "Uma curva é *uma extensão de mão-única que tem pontos como elementos*" (página 10).

Min. Por demais semelhante a um jantar *à la russe*[129]. "Extensão" não me cai bem.

Nie. Ele ilustra o uso que faz do termo "extensão" aplicando-o a outros assuntos. Por exemplo: "um timbre musical permite variações que formam uma extensão de mão dupla, a qual tem diferenças de intensidade e tons como elementos" (página 12).

Min. Isto explica a frase "too-tooing on a flute"[130]. Quão simples e ininteligível tudo isto deve ser para os garotos que estão apenas começando a estudar Geometria! Mas ainda estou esperando por uma definição para "linha reta".

---

[128] O autor faz uma "brincadeira" com a maneira como os falantes da língua inglesa, não-ingleses, pronunciam o idioma – neste caso, a brincadeira é com a pronúncia dos irlandeses. "Tay-tay" refere-se a "tea-tea" (chá-chá) e "coffee-tay", a "coffee-tea", uma forma até certo ponto engraçada que os irlandeses antigos utilizavam para se referirem ao café, chamando-o de "chá de café".

[129] De acordo com *Banquete: uma História Ilustrada da Culinária, dos Costumes e da Fartura à Mesa*, de Roy C. Strong (editora Jorge Zahar, 2002), ao final do século XVIII, o jantar *a la française* (à francesa), que podia durar muitas horas, estava caindo em desuso, pois a variedade de recipientes e outros utensílios para a mesa haviam aumentado muito no período barroco de modo que, para manter as regras do jantar e a perfeita simetria na organização dos lugares, com apenas dois tipos de pratos podia-se acabar tendo cem recipientes à mesa, os quais eram sistematicamente trocados e organizados pelos empregados. Mais rápido e mais adequado quando o objetivo principal eram reuniões profissionais, o jantar *a la russe* (russo) durava, no máximo, uma hora e meia. Mudanças que conferiram mais agilidade ao ato de servir, como o fato de os pratos serem cortados no aparador e apresentados aos convidados, possibilitaram que houvesse uma variedade maior de pratos servidos – é a esta variedade que Carroll faz menção nesta parte do texto, ressaltando a quantidade de definições dadas no livro de Henrici.

[130] A língua inglesa possui muitas onomatopeias; neste caso, a expressão faz referência ao som que se emite ao tocar uma flauta.

Nie. *(depois de folhear muitas páginas)* Achei-a finalmente – depois de passar por uma boa quantidade de "continuidade", "espaço" e "congruência". Nós dizemos (página 17) "Se suspendermos um peso por um barbante, o barbante fica esticado, e dizemos que ele está reto" [74].

Min. Isto servirá muito bem para dar uma *noção* de "reta". Para *trabalhar* com uma definição precisamos naturalmente de algum teste prático, tal como "duas retas não contêm uma área"[131].

Nie. Nós o temos: na página 20 há o "axioma IV: por dois pontos sempre se pode desenhar uma (e somente uma) reta". E, na página 18, finalmente distinguimos "reta" e "curva". "Uma linha reta será, daqui em diante, chamada simplesmente de *reta*. Todas as outras linhas serão chamadas de *linhas curvas*, ou *curvas*".

Min. Antes tarde do que nunca, ainda que isso deixe sua teoria anterior um pouco rústica, pois sua noção de "reta" vem de um fio curvo e a de "curva" vem do caminho de um ponto em movimento. Agora, a definição de "ângulo".

Nie. (*depois de virar as folhas para lá e para cá por algum tempo, começa a ler com voz insegura*). "A porção de um feixe de raios[132], descrita por um desses raios girando sobre seu ponto extremo, de uma posição a outra, é chamada de ângulo" (página 47).

Min. Então você rejeita a noção de "inclinação" (ou melhor "declinação")? Bem! Isto *é* uma inovação! Precisamos investigá-la a fundo. Por "raio" você quer dizer, presumo, o que Euclides chama de "uma reta que acaba em uma direção mas não em outra", certo?

Nie. Certamente.

Min. Agora, o que vem a ser um "feixe"?

Nie. "O agregado de todas as retas de um plano que passam por um ponto dado" (p. 38.).

Min. Ah! E onde você conseguirá sua grandeza angular [75], pode dizer-me? Que tipos de grandeza uma reta é capaz de possuir?

---

[131] EUCLIDES, 2009, p. 99.

[132] Carroll, ao discutir a noção de ângulo, nessa parte de seu livro, usa o termo *half-ray* para significar – como veremos na continuidade da leitura – uma semirreta. Talvez a opção de Henrici (já que Carroll, nesse ponto, discute a obra de Henrici) por usar "raio" (um risco no papel a partir de uma certa origem, como as incandescências do sol nos desenhos infantis) fosse a de aproximar a noção matemática (de semirreta) à intuição dos estudantes para os quais seu manual se destinava. Nessa nossa versão optamos por traduzir *half-rays* por *raios*. Ainda nesse momento, deve-se notar que os "raios" têm início e sentido (a "cauda" e a "cabeça", como usado por Carroll).

Nie. Comprimento apenas, naturalmente.

Min. Duas retas?

Nie. (*desconfortavelmente*) Comprimento apenas.

Min. Um milhão?

Nie. (*mais desconfortavelmente*) Comprimento apenas.

Min. Um feixe?

Nie. (*esmorecido*) Poupe-me!

Min. Isto tudo só considerando a *qualidade* de sua grandeza angular! Agora, quanto à *quantidade,* qual é o comprimento de um destes raios?

Nie. Infinito, naturalmente.

Min. E o comprimento total de todos os raios em seu "ângulo" não pode ser menor. Deste modo podemos deduzir uma definição verdadeiramente encantadora para grandeza angular. "Quanto à *qualidade,* é linear. Quanto à *quantidade*, é infinita"!

Nie. (*contorcendo-se, mas calado*).

Min. Você não vai jogar fora suas anotações?

Nie. Ainda não: preciso lutar por elas.

Min. Então precisamos revisar este livro maravilhoso "até o amargo fim". O que você tem a dizer sobre "ângulos retos"?

Nie. Temos "ângulos de rotação" e "ângulos de continuação" (página 48), e o axioma "todos os ângulos de rotação são iguais" (página 49) substitui "todos os ângulos retos são iguais".

Min. É um método exequível, mas não tão adequado para iniciantes quanto o de Euclides. Já discuti (ver página 74) este assunto [76]. Vejamos, então, o tópico das paralelas.

Nie. Temos o axioma de Playfair (ou melhor, seu equivalente): "por um ponto dado, somente uma reta paralela à reta dada pode ser desenhada" (página 68), mas não o colocamos simplesmente *como um axioma,* chegamos a ele depois de duas ou três páginas de raciocínio.

Min. Isto é o mais interessante! Examinemos o argumento minuciosamente. Uma *prova* lógica deste axioma seria, talvez, o maior avanço já feito sobre este assunto desde os tempos de Euclides.

Nie. "Num plano, duas retas cujos extremos são indeterminados, podem se intersectar, como vimos. Devemos agora considerar a possibilidade de haver retas que não se intersectam" (página 65).

Min. *Isto*, naturalmente, você pode facilmente provar sem apelar para nenhum axioma questionável. É simplesmente a I 27. Você a prova como Euclides faz?

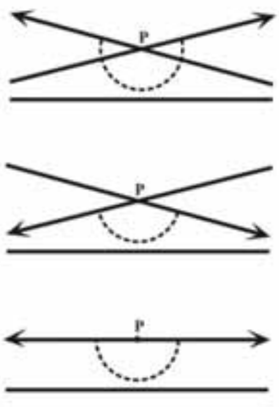
Nie. Não exatamente. Nosso argumento é um tanto quanto diferente do de Euclides, e chegamos a *duas* conclusões: uma sobre a existência real de paralelas e a outra equivalente ao axioma de Playfair.

Min. Duvido muito que você prove a primeira por um método mais simples que o de Euclides, e desafio-lhe a provar a segunda, por *qualquer* método que seja, sem assumir algum axioma questionável! Ainda assim, exponha seu argumento.

Nie. Tomamos uma reta e um ponto fora dela: a partir do ponto, desenhamos dois "raios" que a intersectam. Movemos esses raios sobre o ponto, em direções opostas, até que eles não a intersectem mais [77] e, então, consideramos o que esse processo produziu.

Min. Como a "pequena Bo-peep"[133], você está ansioso por suas "caudas" na verdade, e toma por "cabeças" as extremidades que inicialmente intersectam a reta dada.

Nie. Dizemos que há somente três casos concebíveis: o primeiro, quando as *caudas* caem próximas à reta dada; o segundo, quando as *cabeças* caem próximas a ela; e o terceiro, quando a cauda de cada uma coincide com a cabeça da outra.



Min. Admito tudo isto.

Nie. O primeiro caso dizemos ser inadmissível porque, se fosse verdadeiro, qualquer reta que passasse por *P*, situada no ângulo formado pela cabeça de um raio e a cauda de outro, cortaria a reta dada indo ou vindo.

Min. Uma *reductio ad absurdum*, sem dúvida, mas isto apenas confirma a suposição que você *pode* desenhar retas, passando por *P*, "situadas" naquele ângulo. Mas essa suposição exige um ângulo finito. Se imaginarmos isto, no momento em que um raio começa a mover-se aproximando sua cabeça da reta dada, ele instantaneamente

[133] A expressão "little Bo-peep" é da canção de ninar cuja letra fala de uma garotinha que perde suas ovelhas e não consegue encontrá-las. Ao final, porém, as ovelhas voltam abanando a cauda.

coincide com o outro raio, a cabeça de um com a cauda do outro e vice-versa, então não será *possível* desenhar nenhuma reta como você sugeriu. *Então* onde está sua *reductio ad absurdum*?

Nie. Parece que não percebemos este caso.

Min. De fato, seus *três* casos são, na verdade, *cinco* [78]. Antes de seguirmos, vamos esclarecê-los.

Assumimos, em todas as três figuras, que os raios, como desenhados, *não* intersectam a reta dada, mas que ambos o fariam se começassem a girar em direção a ela, instantaneamente cruzando-a. Em outras palavras, assumimos que qualquer raio, desenhado no espaço angular pontilhado e passando por *P*, *intersectaria* a reta dada, mas qualquer raio desenhado no espaço angular não pontilhado e passando por *P*, assim como os dois raios que limitam esse espaço angular, *não* a intersectariam. E quanto aos raios, é óbvio que na figura 1 eles *intersectam* a reta dada, mas nas figuras 2 e 3, *não*.

Nie. Isto está tudo suficientemente claro.

Min. Então, estes são os cinco casos:

(α) Figura 1. A cabeça de cada raio gira para baixo, num ângulo *finito*, e para antes de coincidir com a cauda do outro.

(β) Mesma figura. A cabeça de cada raio, ao iniciar seu giro para baixo, *instantaneamente* coincide com a cauda do outro.

(γ) Figura 2. A cabeça de cada raio gira para cima, num ângulo *finito*, e para antes de coincidir com a cauda do outro.

(δ) Mesma figura. A cabeça de cada raio, ao iniciar seu giro para cima, *instantaneamente* coincide com a cauda do outro.

(ε) Figura 3.

Estes cinco casos sugerem algumas observações.

No caso (α) um número de retas pode ser desenhado passando por [79] *P*, no espaço angular contido entre a cabeça de um raio e a cauda do outro, e todas elas intersectarão a reta dada de ambos os modos.

No caso (β) esta insensatez não aparece: todas as retas através de *P* intersectam a linha dada de um modo ou outro: não há exemplo de uma reta intersectando-a de ambos os modos, nem de uma completamente disjunta dela.

No caso (γ) um número de retas pode ser desenhado como no caso (α), sendo tais retas completamente disjuntas da reta dada.

No caso (δ) os dois raios, como desenhados na figura, são completamente disjuntos da reta dada, mas nenhuma outra reta, passando por *P*, pode ser desenhada.

No caso (ε) há apenas *uma* reta passando por *P* que é completamente disjunta da reta dada.

Agora vejamos o que você fará com esses cinco casos.

Nie. Excluímos o caso (α), como lhe disse agora mesmo, pelo *reductio ad absurdum*. O caso (β) nos passou despercebido.

Min. Verdade, mas ele *pode* ser excluído pela I 27. Então, se você conseguir lidar, por puro raciocínio, com axiomas comuns, e sem afirmar qualquer axioma questionável para excluir os casos (γ) e (δ), você terá alcançado o que os geômetras em vão têm tentado fazer nos últimos dois mil anos!

Nie. Sigamos. “Mas nossos axiomas não são suficientes para decidir qual dos dois casos restantes ocorre de fato” (página 67).

Min. Ou seja: “os *três* casos restantes”.

Nie. “Ao olhar as figuras, o leitor imediatamente [80] percebe que o terceiro caso” (estamos falando do seu caso (ε)) “é o verdadeiro”.

Min. Um apelo à intuição! E se o leitor *não* perceber?

Nie. “Mas isto não pode ser considerado decisivo”,

Min. Não pode.

Nie. “pois duas retas podem conter um ângulo muito pequeno...”

Min. Sim, ou até mesmo um ângulo grande.

Nie. “isto é, pode parecer que elas coincidem sem na verdade fazê-lo. Ou pode ser que aconteça às vezes com uma, às vezes com a outra, de acordo com a distância, maior ou menor, tomada da reta até o ponto *P*”.

Min. Esse parece uma afirmação adequada para essa dificuldade. E agora, como você vai ultrapassá-la?

Nie. “A única forma de ajustar este ponto é fazer uma suposição e ver se as consequências tiradas a partir dela concordam ou não com nossa experiência”.

Min. Se você achar uma consequência que *não* concorda com a experiência, pode naturalmente concluir que sua suposição era falsa, mas o que fazer se ela *concorda*?

Nie. Nada, receio, a menos que você possa provar que esse caso encerra apenas *uma* suposição e que todas as outras suposições possíveis levam a resultados absurdos.

Min. Exatamente. Se, então, você quiser provar o caso (ε), seu percurso lógico é assumir o caso (γ) como verdadeiro e, dessa suposição, deduzir alguma consequência que seja evidentemente contrária à experiência. E então excluir o caso (δ) com um argumento semelhante. É este seu método?

Nie. Bem, quase. Dizemos "a suposição a ser [81] feita é que apenas o terceiro caso" (isto é, o caso (ε)) "acontece, e isto nos dará um novo axioma" (página 67).

Min. Você pode assumi-lo como um *axioma*, se quiser, e assim estará meramente no mesmo barco que Playfair. Mas se você vai discutir as *consequências* de ele ser verdadeiro, e tirar qualquer coisa *disso*, cuidado onde pisa! Há cadafalsos aí!

Nie. "No segundo caso" (isto é, caso (γ)) "deveríamos ter..."

Min. Oh! Então é o caso (γ), apesar de tudo, que você está provisoriamente tomando como verdadeiro?

Nie. Aparentemente sim.

Min. Bem, continue. Você está no caminho certo agora.

Nie. Nesse caso, teríamos que girar o raio "em um ângulo finito" antes que sua cauda cortasse a reta dada, "ou haveria um número indefinido de retas passando por *P* que não a cortariam" (página 68).

Min. O que você quer dizer com "ou"? Que teríamos um *ou* outro resultado, mas não ambos?

Nie. Queremos dizer que os dois resultados são equivalentes.

Nie. Então você deveria dizer isto. "Ou" é um equívoco. Contudo, admito que esta consequência *ocorreria* se o caso (γ) fosse verdadeiro. E então? Há qualquer absurdo óbvio em tal consequência?

Nie. *Isto* não afirmamos. Meramente fazemos a observação, e procedemos agora para o caso (ε).

Min. Uma consideração fraca e pouco objetiva, mas deixemos passar. Você omite o caso (δ)?

Nie. Sim. E seguimos. "Mas no terceiro caso (isto é, no caso (ε)) haverá apenas *uma* reta passando por [82] *P* que não intersecta" a reta dada. "Assim que girarmos essa reta sobre *P*, ela retornará ao seu lugar inicial, encontrará a outra à direita ou à esquerda.

Min. Certamente. E então? Espera que eu admita isto porque o caso (ε) conduziria a uma consequência obviamente não absurda sendo, portanto, *o* caso que sempre acontece, excluindo os casos (γ) e (δ)?

Nie. (*hesitantemente*) Bem, acho que isto *é* o que esperamos. Mas primeiramente deduzimos a real existência das paralelas. "Desta forma somos levados à conclusão de que num plano há retas que, mesmo sendo ambas ilimitadas, não se encontram. Tais retas são chamadas *paralelas*".

Min. Oh, que conclusão claudicante e insatisfatória! Depois de toda essa magnífica roda-de-Santa-Catarina[134] de raios para deduzir a I 27! E até mesmo a *este* miserável resultado você não tem direito. Apenas considere o que foi o seu argumento. Há cinco casos concebíveis, (α), (β), (γ), (δ), e (ε). Se os casos (α) ou (β) fossem verdadeiros, *nenhuma* reta, paralela à reta dada, passando por *P*, poderia ser traçada; se (γ) fosse verdadeiro, *muitas* retas poderiam ser traçadas; se (δ) fosse verdadeiro, *duas* retas; se (ε) fosse verdadeiro, *uma* reta. O que você provou com isso? Positivamente nada, mas o caso (α) levaria a um resultado absurdo. Você me deixa perfeitamente livre para vagar pelos outros quatro casos, um dos quais, (β), nega a real existência das paralelas, existência esta que você me disse ter *provado*! E assim você substitui o "longo percurso do raciocínio lógico", que tanto critica em Euclides, por um caminho *curto* de raciocínios *ilógicos*! Mas você chega a outra conclusão, não? [83]

Nie. Sim, outra. "A premissa mencionada no § II3" (a premissa de que o caso (ε) é o único caso verdadeiro) "pode agora ser colocada na forma de um axioma (axioma VI): *por um ponto dado apenas uma reta paralela à reta dada pode ser traçada*".

Min. Pode, realmente? E por que só "agora" e não há três páginas atrás? Há uma única palavra, em todo este argumento, que tende a mostrar que o caso (ε) é – não direi certamente verdadeiro, mas – bastante provável?

Nie. (*cautelosamente*) Não sei dizer se há.

Min. Na verdade, o mais bizarro é que há três casos contra um, pois você excluiu apenas *um* dos cinco casos, e os outros quatro são, até que algo nos prove o contrário, igualmente prováveis.

Nie. Não discutirei isto.

Min. Bem! Então resta apenas dizer que sua tentativa de *provar* o axioma de Playfair é um absoluto fracasso. Nunca encontrei qualquer coisa mais desesperançosamente ilógica, nem mesmo no livro do Cooley – e isto é dizer pouco!

[134] Dá-se o nome de *roda-de-Santa-Catarina* a um instrumento de execução e tortura, associado à Santa Catarina de Alexandria, utilizado entre 1100 e 1700 em países como Inglaterra, Holanda e Alemanha. É uma roda na qual o acusado era amarrado na parte externa e sob a qual havia uma bandeja metálica com brasas ou agulhas metálicas. À medida que a roda se movimentava em torno do próprio eixo, o acusado era queimado pelo calor produzido pelas brasas.

Nie. Confesso que não me vejo defendendo esta prova. Mas mesmo se a abandonarmos por completo, não estamos tão longe de qualquer outro autor que assume o axioma de Playfair.

Min. Concordo piamente.

Nie. E então meu cliente me instrui a defender este manual (*entregando-o a Minos*) como tão distintamente melhor que o de Euclides em todos os aspectos...

Min. Calma, calma! Você está se antecipando. Ainda não terminei minha análise geral do livro.

Nie. (*reabastecendo seu cachimbo*) Bem, façamos isso então.

Min. Começarei com um comentário geral sobre as [84] primeiras 151 páginas deste livro (o restante dele extrapola os limites de Euclides I e II): excluindo 7 páginas de lógica e 22 páginas de exercícios, sobram 122 páginas de texto que, presumo, espera-se que o aprendiz domine.

Nie. Boa parte disso é meramente dissertativo...

Min. Verdade mas, mesmo omitindo tudo isto, temos 80 definições e 145 teoremas. E quando o desafortunado aprendiz tiver dominado tudo isto – mais do que há nos seis primeiros livros de Euclides – ele descobrirá que aprendeu não mais do que as proposições de 1 a 34 de Euclides!

Nie. Mas ele terá aprendido muitas coisas que *não* estão em Euclides.

Min. Indubitavelmente: e teria sido fácil agrupar em duas partes tais teoremas, tal como fez o Sr. Henrici, sem passar pela proposição 34. Acredito que o assunto seja praticamente inexaurível. Mas suponha ter que dominar 145 teoremas antes mesmo de ouvir uma proposição tão importante quanto a 47!

Nie. Se todos os conteúdos novos são *bons*, é pífio discutir se são ou não muitos.

Min. Você acha a *quantidade* incontestável? Bem, testemos, então, um pouco a *qualidade*.

O livro começa com uma ou duas páginas de considerações muito gerais. Tempo e Força, Cinética e Cinemática, Química e Biologia atravessam a seção numa esplêndida, mas obscura procissão. Então, quando o aluno estiver suficientemente esmagado pelo espetáculo do quanto há por conhecer, permitimos que ele, pouco a pouco, ajuste seu ponto de vista e, por fim, permitimos que ele contemple algo como o Espaço Infinito. [85]

E aqui percebo um processo mental singular. “Dois corpos materiais”, dizem, “não podem ocupar o mesmo espaço. Somos, então, levados a reconhecer uma terceira propriedade comum a todos os corpos: todo corpo tem *posição*” (página 3). É para a palavra “*então*” que quero lhe chamar a atenção de um modo especial, pois confesso que *eu* não consigo estabelecer tal sequência de pensamento que se sugere haver. Imagine que corpos *possam* ocupar o mesmo espaço: eles não teriam “*posição*” como ocorreria se eles não pudessem fazer isto? Uma laranja – para tomarmos a entidade lógica favorita – perderia sua posição caso outra laranja, grosseiramente, insistisse em penetrá-la e ocupar a mesma posição no espaço? Se não, qual o significado de “então”? Como Artemus Ward[135], eu diria “por que é assim?”

Nie. Não sei dizer.

Min. Um pouco mais adiante encontro um “portanto” que é igualmente obscuro. As ideias lógicas do escritor – não obstante sua introdução intitulada “Digressão sobre a Lógica” – são, receio, um pouco vagas. Ele diz: “se trouxermos pontos distintos para a mesma posição, eles nunca nos darão nada, exceto um ponto, e nunca obteremos nenhuma extensão. Não podemos, portanto, dizer que o espaço é feito de pontos” (página 6). Aventuro-me a dizer que o “portanto” não implica a sequência que o autor deseja expressar, pois ele anulou todo o argumento usando a expressão “a mesma posição”.

Nie. Não o compreendo.

Min. Colocarei de outra forma. A razão *real* pela qual você não consegue construir o espaço utilizando pontos é porque eles não têm *tamanho*: se eles o *tivessem*, você *poderia* fazê-lo. Mas, sob [86] a condição aqui estabelecida – de trazê-los “juntos para a mesma posição” –, você torna essa construção impossível, independentemente de eles terem ou não tamanho.

Penso que o melhor modo de expor a fraqueza de um argumento é construir outro, exatamente igual a ele, que leve a uma conclusão absurda. Tentarei usar esse recurso. Você concorda que um pé[136] cúbico pode ser feito de polegadas cúbicas?

Nie. Certamente.

[135] Artemus Ward é o pseudônimo do humorista americano Charles Farrar Browne (1834-1867). Sua frase original, citada em parte aqui, é “Why is this thus? / What is the reason for this thusness?”

[136] Antigamente um *pé* correspondia a onze polegadas e meia mas, atualmente, corresponde a doze polegadas, equivalendo a 30,48 cm.

Min. Bem, provarei a você que *não* pode, e farei isto usando um argumento tão bom quanto o do Sr. Henrici. "Se trouxermos polegadas cúbicas diferentes para uma mesma posição, elas nunca nos darão nada, exceto uma polegada cúbica; e nunca obteremos nenhuma extensão".

Nie. Isto não acontecerá! Você tem a "extensão" de uma polegada cúbica.

Min. Sim, mas você tinha isto no início. Você não "obtém" nenhuma extensão espremendo *outras* polegadas cúbicas, não é?

Nie. Não, imagino que não.

Min. Então o argumento soa inadequado. E agora surge minha conclusão triunfante, *à La Henrici*. "Não conseguimos, portanto, dizer que um pé cúbico possa ser criado a partir de polegadas cúbicas".

Nie. Entendo agora o que você quer dizer. Retiro as palavras "na mesma posição".

Min. Ainda não falei sobre pontos. Encontrei uma afirmação de que eles nunca pulam. Você acha que se pode afirmar isso porque os pontos não têm "posição" e, por isso, se sentem comprometidos com essa impossibilidade de pular? [87]

Nie. Não posso dizer nada até que essa passagem seja lida.

Min. É esta: "Um ponto, ao mudar sua posição numa curva, passa, ao mover-se de uma posição à outra, por todas as posições intermediárias. Ele não se movimenta aos pulos" (página 12).

Nie. Isto é inquestionável.

Min. Diga-me, então: todo centro de gravidade é um ponto?

Nie. Certamente.

Min. Deixe-nos, então, considerar o centro de gravidade de uma pulga. Ela...

Nie. (*indignadamente*) Outra palavra sua e desaparecerei! Não posso desperdiçar uma noite com tais trivialidades.

Min. Perdoe-me. Abro mão da pulga. Meu próximo comentário será sério. Desejo chamar sua atenção para o *tom* ilógico do livro. Não digo que aquilo que apontarei são coisas cruciais ou fatais ao argumento mas, ainda que sejam insignificantes e facilmente corrigíveis, creio que elas justificam minha pergunta: "Deve-se confiar num livro-texto que contém argumentos defendidos de forma tão frouxa?"

Minha primeira escolha é o §52, na página 23. A fim de ser breve, omitirei palavras supérfluas. As passagens em parênteses são minhas interpolações.

(*ver Henrici*, p. 23)

“Se concebermos um plano (e um ponto *A*, escolhido em qualquer lugar no espaço, então ou o plano já passa por A, ou) podemos movê-lo até que passe por *A*, um ponto escolhido em qualquer lugar no espaço. (Se, agora, fixarmos um segundo ponto *B*, então ou o plano já passa por *B*, ou,) se mantivermos *A* fixo, [88] podemos rotacionar o plano sobre ele até que este venha a passar também por *B*, da mesma forma escolhido arbitrariamente no espaço. (Se, agora, fixarmos um terceiro ponto *C*, então ou o plano já passa por *C*, ou) podemos ainda mover o plano, pois apenas dois pontos dele estão fixados, rotacionando-o sobre a reta que os une, até o plano passar por *C*, escolhido arbitrariamente, como *A* e *B*. Desta forma, parece que podemos movimentar um plano de modo a fazê-lo passar por três pontos, *A*, *B* e *C*, escolhidos em qualquer lugar do espaço”.

Você aceita isto tudo, incluindo as interpolações?

Nie. Certamente.

Min. Omita então as interpolações: e o que você me diz?

Nie. A sentença permanece verdadeira. Os três movimentos sucessivos não causam nenhum dano, mas não são sempre *necessários*.

Min. Seria essa afirmação correta? “Três ‘movimentos’ são *geralmente* necessários, mas há três exceções: se o plano inicialmente passar por *A*, o *primeiro* ‘movimento’ é desnecessário; se, depois do primeiro movimento, ele passar por *A* e também por *B*, o *segundo* ‘movimento’ é desnecessário; se, depois de tê-lo movido a fim de que passe por *A* e *B*, ele passar também por *C*, o *terceiro* ‘movimento’ é desnecessário”?

Nie. Certamente.

Min. Se você se deparasse com algum “movimento” desnecessário não chamaria isso de “uma questão aberta”, mesmo que houvesse resposta?

Nie. O quê? Quando o problema foi selecionado? De jeito nenhum. [89]

Min. Agora leia isto, na página 23.

(*entrega o livro*)

"Mas, se acontece de *C* estar sobre a reta que une *A* e *B*, então um plano que passe por *A* e *B* e que não passe por *C* nunca poderia passar por *C* se fosse rotacionado sobre *A* e *B*, pois se ele contivesse *C* em alguma posição ele o conteria em todas as posições, uma vez que este ponto permaneceria fixo durante a rotação[137]". O que você diz a respeito disso?

Nie. Bem, é a maneira de ele discutir a terceira exceção. Naturalmente, quando ele fala de "um plano que passe por *A* e *B* e que não passe por *C*", está descrevendo uma quimera: mas, enquanto argumento, é tudo lógico.

Min. Que tipo de argumento?

Nie. (*hesitante*) Eu chamaria de – um tipo de – *reductio ad absurdum*.

Min. Não me admira sua hesitação. Um garoto inteligente poderia ler desta forma: − "então um plano que passe por *A* e *B* e que não passe por *C* (mas nenhum plano assim existe!) nunca, fazendo-o girar sobre *A* e *B* (por que, se este 'movimento' não é necessário?), conseguiria passar por *C*, porque se ele contivesse *C* em alguma posição (e de fato, contém!) é porque o continha em todas as posições (verdade!)"

Você e eu podemos reconhecer o *reductio ad absurdum* – anômalo e horrível – que o autor deseja expressar. Mas qual você acha que seria, num garoto inteligente, o efeito de tais argumentos que pretendem fazê-lo aceitar como *dados* coisas que ele sabe que são [90] absurdas, e reconhecer como absurdo o que ele sabe ser uma verdade necessária?

Nie. Primeiramente, mania; depois, demência[138].

Min. Agora leio a dedução do Sr. Henrici deste temido argumento, na página 24.

"Deveríamos, portanto, limitar a conclusão a que chegamos à seguinte: por três pontos *não alinhados* é sempre possível passar um plano. O caso de um plano poder ser desenhado por três pontos situados numa única linha permanece, no momento, uma questão em aberto".

---

[137] Esta citação é, como se vê nas próximas arguições, absurda: se *C* está na linha que une *A* e *B*, não importa se ele está antes do primeiro ponto, entre os pontos ou depois do segundo ponto, pois o plano, sendo infinito, se contém *A* e *B*, obrigatoriamente conterá *C* também.

[138] Na caracterização clássica dos estágios da insanidade mental, como descritos por Pinel no final do século XVIII, estão a demência e as manias.

Você está preparado para voltar àquela afirmação? Ela *é* uma “questão aberta”?

Nie. Não posso dizer que seja.

Min. Aqui está o mais curioso exemplo de uma lógica ruim. (*lê*)

“Se dois planos têm dois pontos *A* e *B* em comum, eles precisam, necessariamente, ter mais pontos em comum, pois como cada um se estende continuamente, sem limite, um ponto que se movimenta naquele plano, por *A* ou *B*, cortará o outro plano neste ponto” (página 25).

Faço uma pausa para perguntar – ele *necessariamente* fará isso? E se ele mover-se ao longo de sua reta de interseção?

Nie. Vejo isso como uma exceção.

Min. (*lê*) “consequentemente um plano terá partes em um lado e partes no outro lado do segundo plano. Eles, portanto, se intersectam”.

Agora a conclusão – que os planos se intersectam – é indubitavelmente verdadeira, contanto que assumamos que por “dois planos” o autor quer dizer “dois planos *distintos*”. Mas isto segue das *premissas*? Têm as palavras “consequentemente” e “portanto” algum valor lógico? [91]

Nie. Receio que não.

Min. Na página 74, encontrei “se duas retas são, cada uma, perpendiculares a uma terceira, elas são paralelas entre si”. Isso não é verdadeiro. Elas podem ser coincidentes[139]. O mesmo erro é feito na página 75.

Agora vem um espécime maravilhoso de escrita relaxada. “Entendemos por ângulos de um polígono aqueles ângulos cuja parte próxima ao vértice fica dentro do polígono”. Isto não nos leva a considerar um ângulo como tendo duas partes – uma “perto do vértice” e a outra mais distante?

Nie. Indubitavelmente.

Min. E se uma das partes fosse desconsiderada, o ângulo seria menor?

Nie. (*Preocupadamente*) Parece-me que sim.

Min. E isto poderia ser feito encurtando as retas, de modo que eles não alcançassem a região a não ser “perto do vértice”?

Nie. Acho que você nos encurralou. Tenha misericórdia!

---

[139] Apesar de Carroll considerar, nesta parte de sua análise, o espaço, ele negligencia a possibilidade de duas retas, perpendiculares a uma terceira, poderem ser perpendiculares entre si (como ocorre com os eixos x, y e z num sistema de coordenadas retangulares).

Min. Você quer dizer que o levei àquela “parte de um ângulo que fica perto do vértice”. Bem, você pode sair agora. Procuraremos “campos frescos e pastagens novas”[140].

Entre as páginas 91 e 96 encontrei nada menos do que 46 teoremas sobre simetria, organizados em duas colunas – uma intitulada “Simetria Axial” e, a outra, “Simetria Central”. Aqui está uma dupla, na página 95.

“Polígonos correspondentes são congruentes, mas em sentidos opostos”.	“Polígonos correspondentes são congruentes, com o mesmo sentido”.

[92] Dificilmente consigo dizer de quem tenho mais pena: do mestre que tem que ensinar estes teoremas ou do garoto que tem que aprendê-los!

Mas não tenho nem o “caminho de mão-única cujos elementos são momentos” nem o “caminho de três mãos cujos elementos são pontos” para...

Nie. (*arfando*) *Do que* você está falando?

Min. Desculpe-me. Receio que estou ficando desmoralizado. Quero dizer que não tenho tempo ou espaço para criticar este livro completamente.

Contudo, tentarei resumir suas barbaridades numa descrição geral.

“Olla Podrida”[141] talvez seja o melhor nome para isto, pois o conteúdo parece estar irremediavelmente misturado. A maioria dos axiomas e todos os teoremas estão sem numeração e, como não há índice, é óbvia a dificuldade de encontrá-los quando se deseja. Abra o livro em qualquer lugar e você se encontrará no meio de alguma conversa que, talvez, leve a um axioma. Então talvez surja uma definição. Aí vem um pouco mais de conversa que, depois de apelar à intuição ou à probabilidade, ou a alguma outra coisa estranha à Matemática Pura, gradualmente torna-se mais e mais lógica, e finalmente junta-se tudo numa prova – mas prova do quê? Ao leitor não se avisa *o que* está para ser provado. De modo inesperado, ele segue com a correnteza, até que, como num acidente, ele chegue a um enunciado e se comprometa com um teorema

[140] A frase “Tomorrow to fresh woods and pastures new” é de John Milton e tem o significado de “novas oportunidades”. Ela aparece na última linha de *Lycidas* (em português, *Lícidas*, poema escrito em 1637). No texto de Carroll ela é citada como “fresh fields and pastures new”, uma simplificação do original que se tornou popular.

[141] Carroll utiliza “olla podrida” (um típico prato espanhol feito com carnes e legumes variados, que também pode ser chamado de “puchero” ou “cocido” e que em Portugal ou no Brasil é conhecido por “cozido”) para representar a miscelânea de linguagens e ideias que o livro de Henrici apresenta ao leitor.

completo. Este autor singular sempre deixa o enunciado para o *fim* da proposição [93]. Isto pode ser preconceito, mas não consigo parar de pensar que o autor está defendendo um truque de ilusionismo como preferível à estratégia de Euclides, de primeiro estabelecer claramente o que se quer provar e depois prová-lo.

O livro é, creio, *muito* difícil para ser estudado por iniciantes: a maioria dos novos teoremas se encaixa melhor como "exercícios" a serem incorporados num livro-texto, e, além de tudo isso, a tentativa ambiciosa de se construir uma *prova* para o axioma de Playfair é, como vimos, um lamentável fracasso.

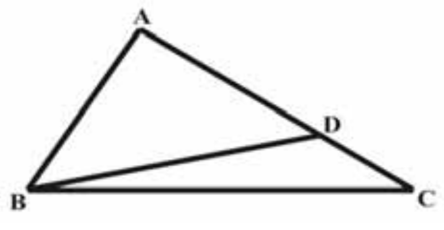
Creio que não posso concluir melhor minha análise deste livro do que lhe dando, em duas colunas paralelas, as proposições I 18 e 19 de Euclides[142] e suas substitutas, propostas pelo Sr. Henrici[143] na página 107. [94 e 95]

[142] Os enunciados e as demonstrações que se seguem foram retirados, respectivamente, da edição brasileira de *Os Elementos* (páginas 111 e 112). A demonstração no livro de Carroll, atribuída a Euclides, é mais concisa, mas, como dissemos antes, optamos por usar a edição brasileira na tradução, sempre que possível.

[143] Na demonstração que se segue de Henrici, aparece a expressão "angle of continuation" querendo significar ângulo raso, aquele em que não há, no vértice, alteração de sentido das semirretas.

Euclides

O maior lado de qualquer triângulo subtende o maior ângulo.



Seja, pois, o triângulo *ABC*, sendo o lado *AC* maior do que o *AB*; digo também que o ângulo sob *ABC* é maior que o sob *BCA*.

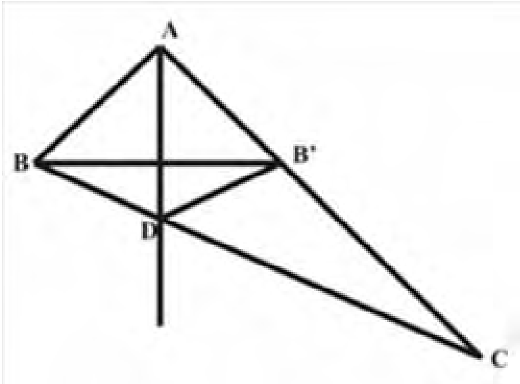
Pois, como *AC* é maior do que *AB*, fique posta a *AD* igual à *AB*, e fique ligada a *BD*.

E, como o ângulo sob *ABD* é externo ao triângulo *BCD*, é maior do que o sob *DCB*, interno e oposto; mas o sob *ADB* é igual ao sob *ABD*, visto que também o lado *AB* é igual ao *AD*;

portanto, também o sob *ABD* é maior do que o sob *ACB*; portanto, o sob *ABC* é, por muito, maior do que o sob *ACB*.

Portanto, o maior lado de todo triângulo subtende o maior ângulo; o que era preciso provar.

Henrici



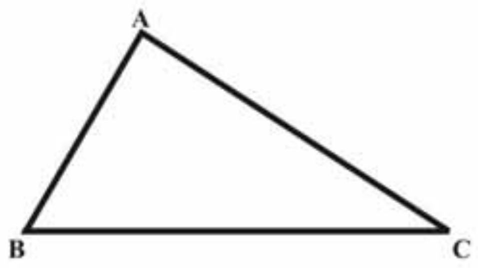
Suponhamos um triângulo *ABC* no qual a bissetriz do ângulo *BAC* não seja um eixo de simetria. Então a forma contra-positiva do teorema do §162 nos diz que *AB* não é igual a *AC*, que o ângulo *B* não é igual ao ângulo *C*, que a bissetriz *AD* do ângulo *A* não é perpendicular a *BC* e que, consequentemente, os dois ângulos *ADB* e *ADC* são diferentes. Para esses ângulos existe a relação

"o ângulo *ABC* + o ângulo *BDA* = ao ângulo *C* + o ângulo *CDA*",

pois cada soma faz, com metade do ângulo *A*, um ângulo raso. Disso segue-se que, se o ângulo *ABC* é maior que o ângulo *C*, o ângulo *BDA* é menor que o ângulo *CDA*.

Se agora dobrarmos a figura sobre *AD*, então *AB* caírá sobre o lado *AC* e *B* cairá entre *A* e *C* (se imaginarmos que *AB* for a menor dentre as distintas retas *AB* e *AC*). A reta *DB*, portanto, assume a posição *DB'* dentro do ângulo *ADC*. Mas o ângulo *AB'D*, que é igual ao ângulo *ABC*, é externo ao

O maior lado de todo triângulo é subtendido pelo maior ângulo.



Seja o triângulo *ABC*, sendo o ângulo sob *ABC* maior do que o sob *BCA*; digo que também o lado *AC* é maior do que o lado *AB*.

Pois, se não, ou a *AC* é igual à *AB* ou menor; por um lado, de fato, *AC* não é igual a *AB*; pois também o ângulo sob *ABC* era igual ao sob *ACB*; e não é; portanto, *AC* não é igual à *AB*. Nem, por certo, *AC* é menor do que *AB*; pois, também o ângulo sob *ABC* era menor do que o sob *ACB*; e não é; portanto, *AC* não é menor do que *AB*. Mas, foi provado que nem é igual. Portanto, *AC* é maior do que *AB*.

Portanto, o maior lado de todo triângulo é subtendido pelo maior ângulo; o que era preciso provar.

triângulo *DCB'*, e portanto é maior que o ângulo *C*.

Inversamente, se o ângulo *ADB* é menor que o ângulo *ADC*, a linha *DB* cairá dentro do ângulo *ADC* e, portanto, *B* cairá entre *A* e *C*, isto é, *AB* será menor do que *AC*. Isto sempre ocorre (veja acima) se o ângulo *ABC* for maior que o ângulo *C*, porque o ângulo *BDA* é menor que o ângulo *ADC*.

Teorema. *Em cada triângulo o maior lado é oposto ao maior ângulo e,* inversamente, *o maior ângulo é oposto ao maior lado.*

Agora, se você pudesse conseguir algum professor – um que fosse imparcial quanto à preferência por Euclides ou Henrici – para ensinar essas duas demonstrações (uma contendo 169 palavras e, outra, 282) [144] para dois garotos quaisquer, com mesmo nível de inteligência, ou mesmo grau de estupidez, que resultado você esperaria? [96]

[144] As demonstrações da edição brasileira de *Os Elementos* são mais longas que aquelas apresentadas por Carroll em seu livro. Carroll seguidamente defende que a quantidade de palavras usadas numa argumentação formal é, na polêmica, ponto favorável a Euclides – menos palavras, em sua opinião, são

Nie. (*com um sorriso malicioso*) Não creio que conseguiria achar tal professor.

Min. Ah, seu velhaco! Você se esquiva da questão! Não consigo resistir a lhe dar mais *um* pequeno petisco: a definição de um quadrado, na página 123.

"Um quadrilátero que é uma pandorga, um trapézio simétrico e um paralelogramo é um Quadrado"!

E agora, adeus, Henrici! "Euclides, com todas as tuas falhas, ainda te amo!"[145] Se minha outra opção fosse Henrici, amar-te-ia, Euclides, ainda que tivesses o dobro ou o triplo das falhas que tens! (*devolve o livro, que Niemand recebe em solene silêncio*.) [97]

---

mais fáceis de serem lembradas. Na tradução esse detalhe perde-se um pouco: a demonstração na edição brasileira de Euclides possui 336 palavras; nossa tradução para a demonstração de Henrici, 307.

[145] A frase "Euclid, with all thy faults, I love thee still!" é uma referência a "England, with all thy faults, I love thee still!", primeiro verso do poema "Beppo – uma História Veneziana", de George Gordon Lord Byron (1788-1824), escrito em 1818.

A T O II

CENA VI

Tratamento das paralelas considerando a direção

§ I. WILSON

"There is moreover a logic besides that of mere reasoning"[146].
WILSON, *Pref.* p.xiii

Nie. Você não fez nada além de neutralizar rapidamente quatro dos cinco métodos de tratamento das paralelas.

Min. Teremos mais tempo para tratar o assunto tão mais complexo que é a Direção.

Nie. Coloco à mesa a segunda edição, de 1869, do *Elementary Geometry*, de J. M. Wilson, M. A[147], ex-membro da St. John's College, Cambridge, ex-mestre matemático na Rugby School, atualmente Diretor do Clifton College. Advirto-lhe que seja cauteloso em suas críticas, uma vez que várias escolas já o adotaram.

[146] Há uma lógica além daquela da mera argumentação.
[147] Mestre em Artes (Master of Arts).

Min. *Tant pis pour les écoles*[148]. Então você e seu cliente propõem, deliberadamente, substituir Euclides como um livro-texto? [98]

Nie. "Sou da opinião de que chegou o tempo de fazermos um esforço para suplantar Euclides em nossas escolas e universidades" (prefácio, página xiv).

Min. Será necessário, considerando quão grande é a alteração que você defende, examinar seu livro muito minuciosa e criticamente.

Nie. Com todo meu coração. Espero que você mostre, em sua crítica, "o espírito sem preconceitos de um geômetra" (prefácio, página xv).

Min. Iniciaremos com a reta. E, primeiro, deixe-me perguntar: como você a define?

Nie. Como "uma linha que tem a mesma direção em todas as partes de seu comprimento" (página 3).

Min. Vocês não fazem, creio, qualquer uso prático disto, como um teste, além daquele que Euclides faz da propriedade de situar uniformemente os pontos sobre ela?

Nie. Não, não fazemos.

Min. Vocês, creio, constroem e testam isto como em Euclides, certo? E vocês têm o axioma dele: "e duas retas não contêm um espaço?"[149]

Nie. Sim, mas nós o ampliamos. Euclides afirma, com efeito, que duas retas que coincidem em dois pontos, coincidem *entre* estes pontos: *nós* dizemos que elas "coincidem inteiramente", o que inclui coincidência *além* destes pontos.

Min. Euclides tacitamente assume isto.

Nie. Sim, mas não o expressa.

Min. Acho que é uma boa adição. Você tem algum outro axioma sobre isso?

Nie. Sim, "que uma reta demarca a menor distância entre quaisquer dois de seus pontos" (página 5, axioma 1) [99]

Min. Isto já discuti amplamente na minha análise do livro do Sr. Legendre (ver indicação [55]).

Nie. Também temos: "uma reta pode ser concebida como podendo ser transferida de uma posição para qualquer outra, sem alterar sua magnitude" (página 5, axioma 3).

Min. O que é verdadeiro para *qualquer* grandeza geométrica, e não vale a pena afirmar isto, creio. Preciso agora perguntar-lhe: como você define um ângulo?

[148] Do francês: "Pior para as escolas" ou, ainda, num tom mais jocoso, "Azar o delas".
[149] EUCLIDES, 2009, p. 99.

Nie. "Duas retas que se encontram formam um ângulo no ponto em que elas se encontram" (página 5).

Min. Você quer dizer que elas o formam "*no* ponto" e em nenhum outro lugar?

Nie. Suponho que sim.

Min. Receio que você não permita que seu ângulo tenha grandeza, já que você limita sua existência a tão pequena localidade!

Nie. Bem, não queremos dizer "em nenhum outro lugar".

Min. (*meditativamente*) Você quer dizer "*no* ponto – e em *mais* algum lugar". *Onde* mais, então?

Nie. Queremos dizer – não sabemos bem por que isso foi dito deste modo. Permita-nos dizer "Duas retas que se encontram formam um ângulo".

Min. Muito bem. Isto dificilmente nos diz o que um ângulo *é*, e é inferior à definição de Euclides. Mas prossiga. Você impõe algum limite ao *tamanho* do ângulo?

Nie. Não nomeamos nenhum tipo, mas o maior aqui tratado é o que chamamos de "uma volta".

Min. Você admite ângulos reentrantes[150] então?

Nie. Sim.

Min. Então sua definição declara somente meia verdade: você deveria ter dito "formam *dois* ângulos" [100].

Nie. Isto seria verdade, sem dúvida.

Min. Mas esta extensão de limite exigirá muitas modificações na linguagem de Euclides: por exemplo, qual é sua definição de um ângulo obtuso?

NIEMAND *lê*.

Página 8. Definição 13. "Um *ângulo obtuso* é aquele que é maior do que um ângulo reto".

Min. E assim você despenca de ponta-cabeça na primeira armadilha com que se depara! Porque isto inclui ângulos tais como 180º e 360º. Você ensinaria ao seu aluno, creio, que uma parte da reta faz um ângulo obtuso com a outra parte, e que qualquer reta tem um ângulo obtuso em cada sua extremidade!

[150] Em um polígono, um ângulo reentrante é aquele que mede mais de 180 graus e cujo vértice é interno ao polígono.

Nie. É um descuido generalista – naturalmente deveríamos ter adicionado "mas menor do que dois ângulos retos".

Min. Um descuido muito visível. Receio que descobriremos outros tão logo continuemos. Que axiomas você tem sobre os ângulos?

NIEMAND *lê*.

Página 5. Axioma 4. "Concebe-se que um ângulo pode ser transferido de uma posição para qualquer outra, permanecendo inalterada sua magnitude".

Min. Quase não vale a pena afirmar isto. Prossiga.

NIEMAND *lê*.

Página 5. Axioma 5. "Ângulos são iguais quando, colocados um sobre o outro, seus vértices coincidem em posição e, seus lados, em direção".

Min. "Colocados um sobre o outro"! Você já viu uma brincadeira de criança em que se faz uma pilha de quatro mãos [101] sobre a mesa e cada jogador tenta colocar uma mão no topo?

Nie. Conheço o jogo.

Min. Bem, você já viu ambos os jogadores terem sucesso de uma só vez?

Nie. Não.

Min. Quando essa proeza for alcançada, você será capaz de colocar dois ângulos "um sobre o outro"! Creio que você não entende que, fisicamente, se uma coisa está *sobre* a outra, esta outra está *abaixo* da primeira. Mas talvez eu seja hipercrítico. Tentemos um exemplo de seu axioma: coloquemos um ângulo de 90º sobre um de 270º. Creio que eu conseguiria fazer os vértices e os lados coincidirem na forma que você descreve.

Nie. Mas o primeiro ângulo não estaria *sobre* o outro: um se estenderia ao redor de um quarto do círculo e, o outro, ao redor dos três quartos restantes.

Min. Então, apesar de tudo, o ângulo é uma entidade misteriosa que se estende de uma das retas a outra? Isto é muito parecido com a definição de Euclides. Consideremos, agora, sua definição de um ângulo reto.

Nie. Primeiramente definimos "uma volta", que é o ângulo descrito por uma reta que gira, sobre uma extremidade, ao redor da posição original.

Min. Isto está suficientemente claro.

Nie. Então dizemos (página 7, definição 9) "Quando ele coincide com o que era inicialmente sua continuação, terá descrito *meia volta*, e o ângulo descrito é chamado de um *ângulo raso*" [102].

Min. Como você sabe que ele descreveu *meia volta*?

Nie. Bem, não é difícil provar. Rotacione aquela porção do plano na qual o ângulo se movimenta, usando como eixo o lado (em sua posição inicial) e sua continuação, até ela cair sobre a outra porção do plano. As duas grandezas angulares, agora juntas, criarão "uma volta". Entretanto, cada uma é "meia volta".

Min. Uma prova, suponho, mas você é *muito* otimista se espera que os iniciantes no assunto a elaborem por si mesmos.

Nie. É uma omissão, admitimos.

Min. E então "um ângulo raso"! "Raso" é necessariamente sem dobras, sem ondulações[151], enquanto "ângulo" vem de *ἄγκος*, "uma dobra ou gancho", de forma que sua expressão é exatamente equivalente a "uma dobra sem dobra"! Uma vez li, no Almanaque Bairnslea Foaks, sobre um sujeito louco que passou seis semanas tentando fazer um gancho reto[152]: ele fracassou. Ele deveria ter estudado seu livro. Você tem o axioma de Euclides "e serem iguais entre si todos os ângulos retos"[153]?

Nie: Nós o deduzimos de "todos os ângulos rasos são iguais"; e provamos isto aplicando um ângulo raso a outro.

Min. Isto tudo está muito bem, embora eu não consiga pensar no tópico "ângulos rasos" como uma contribuição valiosa ao tema. Agora peço que você discorra sobre seu método para os pares de retas, até sua prova de Euclides I 32.

Nie. Para fazer isto devemos, naturalmente, tratar de retas paralelas, e como nossa definição é "retas que têm [103] a mesma direção", precisamos começar discutindo direção.

Min. Sem dúvida. Como você define direção?

Nie. Bem, não atentamos para *isto*. A ideia nos pareceu ser elementar demais para precisar de definição. Mas deixe-me ler para você o que dissemos a respeito.

---

[151] No original: "straight angle". "Straight" significa reto, sem dobras, sem ondulações. O jogo de linguagem do qual Carroll se vale, aqui, não pode ser feito em português.

[152] A frase original (a-trying to maäk a straät hook) é uma brincadeira intraduzível com relação à pronúncia inglesa de insulanos. A ideia do autor é mostrar que é impossível "fazer um gancho reto" (tomando, aqui, "reto", no sentido do texto, como "esticado" – referindo-se ao ângulo raso – e não como um "ângulo reto").

[153] Este é o postulado 4 da edição de *Os Elementos*.

Página 2. Definição 2. “Uma *reta geométrica* tem posição e comprimento e, em cada ponto dela, direção”.

Página 3. Definição 4. “Uma reta é uma linha que tem a *mesma* direção em todas as partes de seu comprimento[154]. Ela tem, também, direção oposta. Uma linha reta pode ser concebida como gerada por um ponto que se move sempre na *mesma* direção”.

Citarei a seguir o que dissemos sobre duas retas que têm “a mesma direção” e “direções diferentes”.

Min. Falaremos disto em seguida. Antes tenho muito a dizer sobre o que você leu. Deduzo que você considera direção como sendo uma *propriedade* de uma entidade geométrica, mas não como sendo, ela mesma, uma entidade, certo?

Nie. Certo.

Min. E você atribui esta propriedade a uma reta e, também, ao movimento de um ponto?

Nie. Atribuímos.

Min. Por amor à simplicidade omitiremos todas as notas sobre linhas curvas etc e nos limitaremos às linhas retas e ao movimento retilíneo de modo que, no futuro, quando eu usar a palavra “reta”, estarei me referindo a “linhas retas”. Agora, não podemos falar de “direção” dizendo que um ponto [104] em movimento deve mover-se em certa “direção”; dizendo que, se dois pontos, inicialmente coincidentes, se movem ao longo de duas retas que não coincidem (de forma que seus movimentos se assemelhem com relação ao ponto de partida e em grandeza), que a qualidade de cada movimento, que faz um diferir do outro, é a “direção”; e, do mesmo modo, dizendo que se duas retas terminam no mesmo ponto, mas não são coincidentes, a qualidade que as faz diferir uma da outra é sua “direção” do ponto comum?

Nie. Tudo isso é bem verdadeiro: mas você está usando “reta” para apoiar sua definição de “direção”. *Nós*, ao contrário, consideramos “direção” como a ideia mais elementar dentre as duas ideias, e a usamos para definir “reta”. Mas é claro que concordamos com os significados de ambas as expressões.

[154] Lembremos que, em outro momento, Carroll referiu-se a linhas retas “quebradas” para diferenciá-las das linhas retas “retas” de que o texto trata, aqui, mais detalhadamente.

Min. Fico satisfeito por admitir isso. Agora, com relação à expressão "a mesma direção", que você tem usado para referir-se a uma única reta e ao movimento de um único ponto: não podemos dizer que diferentes partes de uma mesma reta têm "a mesma direção"? E que, se um ponto se move ao longo de uma reta sem voltar para trás, seu movimento em um instante se dá na "mesma direção" que em outro instante?

Nie. Sim. Isto expressa o que dissemos de outro modo.

Min. Alterei o modo de dizer para claramente trazer à tona o fato de que, ao usar a expressão "a mesma direção", estamos considerando, na verdade, *duas* retas, ou *dois* movimentos. Conseguimos agora (considerando "reta" como uma expressão já compreendida) definições geométricas acuradas [105] de, no mínimo, *dois* usos da expressão, e a estas devemos adicionar uma terceira, isto é, que duas retas coincidentes têm "a mesma direção".

Nie. Certamente, porque elas são uma única e mesma reta.

Min. E você tende, suponho, a usar a palavra "diferente" como equivalente para "não o mesmo".

Nie. Sim.

Min. De forma que se tivermos, por exemplo, duas retas não coincidentes que terminam num mesmo ponto, dizemos que elas têm "direções diferentes"?

Nie. Sim, mas com uma exceção: se elas forem partes de uma mesma reta infinita dizemos que as partes têm "direções opostas". Lembre que dissemos, sobre uma reta, que "ela tem também direção oposta".

Min. Eu me lembro. Mas sendo "mesmo" e "diferente" termos contraditórios, eles devem, juntos, abarcar toda a classe de "pares de direções". Qual dos termos você usaria para indicar "direções opostas"?

Nie. Sem dúvida, estritamente falando, "direções opostas" é um caso particular de "direções diferentes". Mas teríamos uma confusão infindável se as incluíssemos nesta classe. Desejamos evitar totalmente o uso da palavra "oposta", e ao usar "direções diferentes", queremos nos referir a todos os tipos de direções que não são as mesmas, à exceção da "oposta".

Min. É a organização mais desejável, mas você não expôs isto claramente em seu livro. Diga-me se você concorda com esta afirmação: toda reta tem um par de direções, opostas uma da outra, e se for dito que duas retas têm "a mesma direção", devemos entender [106] "o mesmo *par* de direções"; e se for dito que elas têm "direções diferentes", devemos entender "*pares* diferentes de direções". E mesmo assim, isto não é suficiente. Por exemplo: desenho, no mapa da Inglaterra, uma reta unindo Londres e York e posso dizer "Esta reta tem um par de direções, a primeira sendo Londres-York e, a segunda, York-Londres". Agora coloco outra reta sobre esta, e *seu* par de direções será, primeiro, York-Londres e, depois, Londres-York. Então ela tem tanto a primeira direção quanto a segunda diferentes daquelas da reta anterior: isto é, ela tem um "par diferente de direções". Certamente *isto* não é intencional mas, com o intuito de excluir tal possibilidade, devemos estender ainda mais o significado da expressão de modo que, se for dito que duas retas têm "a mesma direção", devemos entender "pares de direções que podem ser arranjadas de forma a serem as mesmas"; e se for dito que elas têm "direções diferentes", devemos entender "pares de direções que não podem ser arranjadas de forma a serem as mesmas".

Nie. Sim, isto expressa o que queremos dizer.

Min. Você precisa admitir, creio, que sua teoria sobre direção está, desde o princípio, envolta em muita obscuridade. Contudo a esclarecemos, e não usaremos a palavra "oposta" novamente. Diga-me agora se você aceita o que segue como uma definição correta para as expressões "a mesma direção" e "direções diferentes", quando usadas para um par de retas infinitas que têm um ponto comum:

Se duas retas infinitas que têm um ponto em comum coincidem, elas têm "a mesma direção"; se não, elas têm "direções diferentes" [107].

Nie. Aceitamos.

Min. E, uma vez que uma reta finita tem a mesma direção que a reta infinita da qual ela é parte, podemos assim generalizar: "Retas coincidentes têm a mesma direção. Retas que não são coincidentes e que têm um ponto em comum têm direções diferentes".

Mas é preciso ter em mente, de modo bem claro, que até agora não temos significado geométrico para as expressões, *salvo quando aplicadas a duas retas que têm um ponto em comum*.

Nie. Permita-me destacar que o que *você* chama de "retas coincidentes", *nós* chamamos de "a mesma reta" ou "partes da mesma reta", e que o que *você* chama de "retas não-coincidentes", *nós* chamamos de "retas distintas".

Min. Eu compreendo, mas não posso empregar esses termos por duas razões: a primeira é que sua expressão "a mesma reta" perde de vista um fato que desejo manter visível, isto é, que estamos considerando um *par* de retas; a segunda é que sua expressão “retas distintas” pode ser usada, com verdadeira precisão, para duas partes diferentes da mesma reta infinita, o que não é suficientemente claro para meu propósito.

Permita-me agora prosseguir “considerando, no que diz respeito à direção, as relações de duas ou mais retas em um plano”.

E de início pergunto qual das proposições da Tabela II você quer considerar como um axioma?

Nie. (*orgulhosamente*) Nenhuma delas! Patenteamos um novo processo − a teoria da “direção” −, que dispensará todos eles.

Min. Estou *muito* curioso para saber como você faz isto [108].

NIEMAND *lê*.

Página ll. Axioma 6. “Duas retas diferentes podem ter direções iguais ou diferentes”.

Min. Isso contém duas afirmações que consideraremos separadamente. Na primeira, você diz que duas retas diferentes (isto é, retas “não-coincidentes” ou “retas que têm um ponto distinto”) podem ter a mesma direção. Agora tentemos entender cada uma muito claramente. Tomaremos, para começar, uma reta fixa e um certo ponto sobre ela. Não há dúvida de que podemos traçar, por esse ponto, uma segunda reta que coincide com a primeira − a direção dessa reta será, naturalmente, “a mesma” direção da primeira reta; e é igualmente óbvio que se desenharmos a segunda reta em qualquer *outra* direção, de forma que *não* coincida com a primeira, sua direção *não* será “a mesma” da primeira, isto é, elas terão direções “diferentes”. Se quisermos uma definição geométrica da afirmação de que essa segunda reta tem “a mesma direção” que a primeira, podemos considerá-la como sendo dada pela afirmação “tendo uma tal direção de modo a resultar que ambas as retas sejam a mesma reta”. Se quisermos uma construção geométrica para isto, podemos dizer “tome qualquer outro ponto sobre a reta fixada, una os dois pontos, e prolongue a reta, assim desenhada, em ambas as extremidades”. Com essa construção, sabemos, será traçada uma reta que será “igual” à primeira reta e cuja direção será, portanto, “igual” à da primeira reta. Se, em um certo diagrama cuja construção geométrica conhecemos, quisermos testar se duas retas que passam por um ponto comum têm ou não “direções iguais”, simplesmente temos que tomar [109] algum outro ponto qualquer sobre uma das retas e observar se a outra reta passa ou não passa por ele. Essa relação de direção, que *você* chama “ter direções iguais” e *eu* chamo “ter direções idênticas”, podemos expressar através da palavra “co-direcional”.

Nie. Tudo muito verdadeiro. A única questão é por que você demorou tanto para explicar isto: meu *meerschaum*[155] foi-se enquanto eu o ouvia!

Min. Permita-me dar-lhe fogo. Quanto à “duração extensa” de minha explicação, estamos em águas turbulentas, meu amigo! Há problemas à frente e não podemos ficar “suspendendo o prumo” a toda hora[156].

Nie. Sua frase é realmente aprumada!

Min. Voltemos à nossa reta fixada e, desta vez, tomaremos um ponto que *não* está sobre ela, e por esse ponto desenharemos uma segunda reta. Você diz que podemos, se quisermos, desenhá-la com “a mesma direção” da primeira reta?

Nie. Podemos.

Min. Nesse caso, deixe-me lembrá-lo do aviso que lhe dei, há poucos minutos, de que não temos significado geométrico para a expressão “a mesma direção”, *salvo quando aplicada a duas retas que têm um ponto em comum*. Que significado geométrico você anexa à expressão para referir-se a outras retas?

Nie. (*depois de uma pausa*) Receio que, no momento, não podemos lhe dar uma definição geométrica para isso.

Min. Não? Você consegue construir tais retas?

Nie. Não, mas isso realmente não é necessário. Nós nos permitimos “construções hipotéticas” hoje em dia [110].

Min. Bem, então você pode testar se um dado par de retas *tem* esta propriedade? Quero dizer, se eu lhe der certo diagrama e lhe contar sua história geométrica, você pode afirmar, sobre um certo par de retas finitas cujas retas não têm nenhum ponto em comum à vista, se elas têm esta propriedade?

Nie. Não podemos nos responsabilizar por isto.

---

[155] Nas primeiras décadas do século XVIII um novo material começou a ser utilizado na fabricação de cachimbos: o *meerschaum*, um mineral (silicato hidratado de magnésio) extremamente branco que, bem trabalhado, resultava em cachimbos delicados e muito bonitos que se tornaram a febre dos fumantes da época. O termo *meerschaum* significa, em alemão, *espuma do mar*, e é utilizado algumas vezes para se referir a *cachimbo*.

[156] A expressão “heave the lead” que aparece no texto original pode ser traduzida como “verificar a profundidade” a partir do método de jogar na água uma peça de chumbo (lead) amarrada a uma linha. “Lead” também pode ser traduzido por “conduzir, guiar, direcionar”.

Min. Você me pede, então, para crer na existência de uma classe de "pares de retas" que possui uma propriedade que você não consegue nem definir, nem construir, nem testar?

Nie. Não conseguimos fazer nenhuma dessas coisas, admitimos, mas a classe não está tão indefinida quanto você pensa. Podemos dar-lhe uma *descrição* geométrica dela.

Min. Encantar-me-ia ouvi-la.

Nie. Estamos de acordo que as retas finitas e coincidentes que compõem um par de retas têm certa relação de direção, que chamamos de "direções iguais", e que você concorda ser uma relação geométrica inteligível?

Min. Certamente.

Nie. Bem, tudo o que afirmamos dessa nova classe é que sua relação sobre direção é idêntica àquela da classe à qual pertencem as retas coincidentes.

Min. Essa classe não pode ser idêntica em *todos* os aspectos, porque certamente ela difere nisto: não podemos concebê-la pelo mesmo caminho. Posso formar um conceito de "a mesma direção" quando a expressão for usada para duas retas que têm um ponto em comum, mas é somente ao considerar que uma "cai" sobre a outra – ou seja, que elas têm todos os outros pontos comuns – que elas coincidem. Quando você me pede para formar um conceito dessa relação de direção [111] considerando outras retas, você sabe que nenhuma dessas considerações me ajudará, e você não me dá nenhuma opção. Para mim, a relação *não* parece ser idêntica: eu preferiria dizer que as retas disjuntas têm direções "colaterais" (ou "correspondentes" ou "distintas") a usar a expressão "a mesma direção" novamente. É naturalmente verdade que direções "colaterais" produzem os mesmos resultados que direções "iguais" no que concerne aos ângulos formados com uma transversal, mas isto me parece ser um teorema, não um axioma.

Nie. Você diz que a relação *não* lhe parece ser idêntica. Eu gostaria de saber *onde* você acredita perceber qualquer diferença?

Min. Tentarei fazer-me mais claro com uma ilustração.

Suponha que eu e vários colegas estejamos caminhando ao longo de um trilho de trem que nos levará a um lugar que desejamos visitar. Alguns se divertem caminhando sobre um dos trilhos, alguns sobre o outro, e outros vagueiam pelo mesmo caminho, indo para lá e para cá. Como todos rumamos para o mesmo lugar, podemos dizer, falando grosseiramente, que *todos* estamos nos movendo na "mesma direção" − falando de forma muito grosseira, realmente. Nossa linguagem será mais exata se excluirmos os que vagueiam e dissermos que apenas aqueles que estão caminhando sobre os trilhos estão se movendo. Mas me parece que nossa afirmação se torna ainda mais acurada se nos referirmos apenas àqueles que caminham sobre um único trilho.

Como uma segunda ilustração, imagine duas forças agindo sobre certo corpo, e pense-as como sendo iguais em intensidade, mas com direções opostas. Se elas estiverem agindo ao longo da mesma [112] reta sabemos que elas se neutralizam e que o corpo permanece em repouso. Mas se uma for deslocada um pouquinho para um lado, então as forças estarão atuando ao longo de retas paralelas e, por isso, embora ainda iguais em intensidade e (de acordo com a teoria da "direção") com direções opostas, elas não se neutralizam mais, mas formam uma "dupla".

Como uma terceira ilustração, tome dois pontos de um certo plano. Podemos, primeiro, desenhar uma reta que os contenha e fazê-los se mover ao longo dela: eles sem dúvida estão, então, se movendo "na mesma direção". Podemos, em segundo lugar, desenhar, pelos pontos, duas retas que se encontram ou que virão a se encontrar se prolongadas, e movimentá-los sobre essas retas: eles estão, então, sem dúvida, se movendo em "direções diferentes". Podemos, em terceiro lugar, desenhar, pelos pontos, duas retas paralelas e movimentá-los ao longo delas. Seguramente essa é uma nova relação de movimento, não absolutamente idêntica à nenhuma das duas anteriores, certo? Mas, se essa nova relação não for absolutamente idêntica àquela chamada de "na mesma direção", ela deve pertencer à mesma classe chamada "direções diferentes".

E tem mais: embora essa nova relação de direção não seja idêntica à anterior em *todos* os sentidos, ela o é em *um*: só que, para provar isso, precisamos usar *algum* axioma questionável, e ele nos levará à Tabela II. Por exemplo: isso é o que também ocorre com os ângulos formados por transversais − este fato está incorporado à Tabela II 4 (ver página [34]). Você gostaria de adotar isso como seu axioma?

Nie. Não. Estamos tentando dispensar completamente a Tabela II.

Min. É uma tentativa vã. [113]

Quero fazer outro comentário antes de considerar sua segunda afirmação. Ao declarar que há uma classe de retas não-coincidentes que têm "a mesma direção", você não está também afirmando que há uma classe de retas que não têm um ponto comum? Se elas *tivessem* um ponto em comum, elas deveriam ter "direções *diferentes*".

Nie. Suponho que estamos.

Min. Creditar-lhe-emos então, se quiser, um axioma que você não enunciou, isto é, "É possível duas retas não terem ponto comum". E aqui devo expressar a opinião de que isso deve ser *provado*, e não assumido. Euclides o provou em I 27, e não se apoiou em nenhum axioma questionável, e creio isto – o fato de você ter afirmado como axiomático uma verdade que Euclides provou − precisa ser registrado como um defeito nítido no seu método.

Minha conclusão em relação a essa primeira afirmação sua é que ela, decididamente, *não* é axiomática.

Consideremos agora sua segunda afirmação: que algumas retas não-coincidentes têm "direções diferentes". Aqui preciso perguntar, antes de mais nada: você está falando de retas que têm um ponto comum? Se sim, estou bastante inclinado a aceitá-la como verdadeira.

Nie. Não exatamente. Isso é algo assaz difícil de explicar. As retas às quais nos referimos se *encontrariam*, com efeito, se prolongadas, embora ainda não suponhamos esse fato conhecido quando falamos delas. O que pedimos é que você acredite que há uma classe de retas não-coincidentes finitas as quais nós ainda não podemos afirmar se têm ou não um ponto em comum, mas que têm "direções diferentes". Deveríamos afirmar, neste momento, em outro axioma, que tais retas se encontrarão se [114] prolongadas, mas pedimos que se acredite na existência dessa classe de retas finitas não-coincidentes, independentemente de suas retas se encontrarem ou não se prolongadas.

Min. Mas o único significado geométrico que conheço até agora para a expressão "direções diferentes" se refere às retas que têm um ponto comum. Que significado geométrico você acrescenta à expressão quando usada para outras retas?

Nie. Não podemos definir isso.

Min. Nem construir? Nem testar?

Nie. Não.

Min.Você me pede, então, para acreditar na existência de *duas* classes de "pares de retas", cada uma possuindo uma propriedade que você não consegue nem definir, nem construir, nem testar?

Nie. Isso é verdade. Mas certamente você admite a existência da segunda classe, que é a das retas que se intersectam, não?

Min. Certamente. E estou muito inclinado a concordar com você. Aquiesço que *algumas* retas não-coincidentes como, por exemplo, retas que se intersectam, têm "direções diferentes". Mas, com relação à "mesma direção", você não me deu um motivo sequer para acreditar que há *quaisquer* retas não-coincidentes que possuem essa propriedade.

Nie. Mas certamente há duas classes distintas de retas não-coincidentes: as "que se intersectam" e as que são "disjuntas"?

Min. Sim. Você pode agora assumir, graças a Euclides I 27, a existência de ambas.

Nie. E você dificilmente afirmará que a relação de direção a qual pertence um par de retas cujas retas se intersectam é idêntica àquela que pertence um par de retas disjuntas?

Min. Não afirmo [115].

Nie. E você admite que retas que se intersectam têm "direções diferentes"?

Min. Sim. A partir disso você vai argumentar que retas disjuntas devem ter "a mesma direção"? Por que não posso dizer que retas que se intersectam têm *um* tipo de "direções diferentes" e que retas disjuntas têm *outro*?

Nie. Mas você o *diz*?

Min. Certamente não. Não há evidência, até o momento, de uma coisa ou outra. Até onde sabemos, as retas de um par de retas disjuntas podem sempre ter "a mesma direção" ou podem sempre ter "direções diferentes", ou pode haver pares de cada tipo. Receio que preciso retirar a permissão que dei à primeira parte de seu axioma, e também à segunda parte, no que se refere às retas que não sabemos se têm um ponto em comum. Você pode agora prosseguir.

NIEMAND *lê*.

Página 11. Axioma 7 "Duas retas distintas que se encontram têm direções diferentes".

Min. Com isso estou de acordo, de todo coração. É, na verdade, uma definição para a expressão "direções diferentes" quando usada para retas que têm um ponto comum.

NIEMAND *lê*.

Página 11. Axioma 8. "Duas retas que têm direções diferentes se encontrarão se prolongadas indefinidamente".

Min. Devo entender que você está me pedindo para − caso tenhamos diante de nós um par de retas finitas sobre as quais não sabemos se têm um ponto comum, mas *sabemos* que têm [116] direções diferentes − acreditar que elas se encontrarão se prolongadas?

Nie. É o que queremos dizer.

Min. Seria melhor sermos mais uma vez cautelosos. Retornemos à nossa reta fixa e a um ponto fora dela pelo qual desejamos desenhar uma segunda reta. Você me pede para admitir que, se a reta for desenhada de modo a ter uma direção "diferente" da direção da primeira reta, elas se encontrarão se prolongadas indefinidamente?

Nie. É isso que lhe pedimos humildemente.

Min. Você ficaria satisfeito se eu admitisse que *algumas* retas, assim desenhadas, se encontrariam? *Isto* eu admitiria com prazer. Eu poderia desenhar milhões de retas que satisfariam as condições, simplesmente tomando pontos ao acaso sobre a reta dada e unindo-os ao ponto dado. Cada reta assim construída teria uma direção "diferente" daquela da reta dada e também a encontraria.

Nie. Não ficaríamos satisfeitos *nem mesmo* com milhões! Nós lhe pedimos para admitir que *qualquer* reta, desenhada por um ponto dado com uma direção "diferente" daquela da reta dada, a encontrará: e lhe pedimos para admitir isso independente e anteriormente a qualquer outra informação sobre as retas, salvo o fato de que elas têm direções "diferentes".

Min. Mas qual significado atribuo à expressão "direções diferentes" independente e anteriormente ao fato de elas terem um ponto em comum?

Nie. (*depois de um longo silêncio*) Receio que não consigamos sugerir nenhum.

Min. Então preciso retirar minha concordância em relação ao axioma [117].

Nie. Ainda assim este axioma é a recíproca do anterior, que você admitiu tão prontamente.

Min. A recíproca *técnica*, meu bom senhor, não a *lógica*! Não acreditarei que você deu tão bruto tropeço lógico ao tentar converter uma afirmação *simpliciter*[157] em

[157] *Dicto Simpliciter* é uma das treze falácias citadas por Aristóteles, que ocorre quando uma regra geral é aplicada a um caso particular em que esta não deveria ser aplicada, ou seja, é uma generalização não qualificada. Por exemplo: "Todos devem comer chocolate porque dá energia". Esta frase é falsa, pois apesar de ser verdade que o chocolate dá energia, nem todos podem (e, portanto, nem todos devem) comê-lo, e por isso ela não se aplica a todos os casos. Seu oposto é o *dictum secundum quid.*

vez de *per accidens*[158]. A única recíproca, como você bem sabe, à qual você tem *algum* direito lógico, é "*Algumas* retas que têm 'direções diferentes' se encontrarão se prolongadas", e *isto* eu admito. É verdade para as retas que se intersectam, e eu limitaria a proposição *a* tais retas, de modo que ela seria equivalente a "retas que se encontrarão se prolongadas, se encontrarão se prolongadas" – uma verdade indiscutível, mas *não* uma novidade extraordinária! Você pode prosseguir.

Nie. Peço-lhe que tenha este diagrama à mão enquanto lemos nossa explicação sobre ele:

"Assim *A* e *B*, na figura, têm a mesma direção; e *C* e *D*, que se encontram, têm direções diferentes; e *E* e *F*, que têm direções diferentes, se encontrarão se prolongadas o suficiente".

Min. Concordo com a afirmação sobre a *C* e *D*, mas sou totalmente incapaz de adivinhar em que território você espera que eu admita que *A* e *B* têm "a mesma direção" e que *E* e *F* "têm direções diferentes". Você espera que eu julgue isso só olhando o diagrama? Como se as linhas estivessem a muitas jardas[159] uma da outra? É *nisto* que a Geometria está se transformando? Prossiga [118].

NIEMAND *lê*.

Definição 19. "Retas que não são parte de uma mesma reta e que têm direções iguais são chamadas *paralelas*".

Min. Uma *definição* naturalmente sem propósito, uma vez que não afirma a *existência* da coisa definida; na verdade não *afirma* nada exceto o significado que você pretende atribuir à palavra "paralela". Mas, uma vez que essa palavra é utilizada com acepções diferentes, agradecer-lhe-ei por colocar no lugar dela, que é um tema do qual você ainda tem que tratar, a expressão "tendo um ponto disjunto, mas a mesma

[158] Expressão latina equivalente a "por acidente", usada comumente na lógica aristotélica para se referir aos padrões de inferência, chamados "conversão *per accidens*". Por exemplo: "Todo o A é B; logo, algum B é A"; "Nenhum A é B; logo, algum B não é A". As duas inferências só são válidas pressupondo que há objetos da classe A.

[159] A jarda (símbolo "yd") é uma medida inglesa de comprimento. 1 jarda equivale a 0,91439920429 metros.

direção”, ou, caso você queira, condensando a expressão numa expressão composta: “disjunto-codirecional”.

Nie. (*suspirando*) Uma palavra terrível! E terei que usá-la muito frequentemente!

Min. Tentarei abreviá-la para você. Deixe-nos tomar “dis” e “cod” do início de cada palavra e “al” do seu término. Isto nos dará “discodal”.

Nie. Soa um pouco áspera.

Min. “O quê? É mais difícil, senhores, do que Gordon,
Colkitto, ou Macdonald, ou Galasp?”[160]

Nie. (indubitavelmente) Creio que a prefiro a Colkitto. Mas foi com vocês, os modernos, que aprendi a ser tão sensível com relação a palavras longas. Como gostaria que houvesse algum modo fantasmagórico de levá-lo a um restaurante egípcio que eu costumava frequentar, séculos atrás, apenas para que ouvisse os nomes de alguns dos pratos! Imagine hoje um cavalheiro correndo, a pasta de documentos à mão, gritando “*γαρσων*”[161] (esta era a forma com que nos dirigíamos ao atendente [119] àqueles dias): “Um prato de *λεπαδοτεμαχοσελαχογαλεοκρανιολεψανοδ-ριμνποτριμματοσιλφιοπαραομελιτοκατακεχνμενοκιχλεπικοσσνφοφαττοπεριστεραλεκτρνον οπτεγκεφαλοκιγκλοπελειολαγωοσιραιοβαφητραγανοπτεργων*, rápido! Estou com pressa!”

Min. Se o cavalheiro quisesse pegar seu trem – a propósito, *havia* trens no Egito nos tempos antigos?

Nie. Certamente. Leia seu exemplar de “Antônio e Cleópatra”[162]. Ato I, Cena I. “*Exeunt*[163] *Antônio e Cleópatra com seu séquito*”.

Min. Neste caso, não seria o suficiente dizer “Um prato de *λεπαδο*”?

Nie. Certamente *não* – ao menos em um restaurante da *moda*. Mas isto é uma digressão. Estou disposto a adotar a palavra “discodal”.

Min. Agora, antes que você leia mais, deixe-nos dar uma ideia clara de sua definição. Sabemos da existência de duas classes de pares de retas: as “coincidentes” e as “que se intersectam”. E a estas podemos (se lhe dermos como crédito o corolário de

[160] O original “What? Is it harder, Sirs, than Gordon / Colkitto, or Macdonald, or Galasp?” são dois versos do *Soneto 11* do escritor inglês John Milton (1608 – 1674), publicado em 1645.

[161] É uma das brincadeiras de Carroll: no original, a palavra “waiter” (garçon) vem escrita em caracteres do alfabeto grego.

[162] Peça que Shakespeare escreveu em 1606.

[163] Termo latino utilizado em peças de teatro para indicar o movimento de saída do palco para duas ou mais pessoas. No caso da peça de Shakespeare, deixam o palco Marco Antônio, Cleópatra e o séquito (“their train”, no texto original) que os acompanhava. Perde-se, em língua portuguesa, o tom divertido dessa frase de Carroll.

Euclides I 27, “É possível que duas retas não tenham um ponto em comum”) adicionar uma terceira classe, que podemos chamar de “disjuntas”.

Também sabemos que se as retas de um par de retas têm um ponto comum e nenhum ponto disjunto, elas pertencem à primeira classe; se têm um ponto em comum e um ponto disjunto, pertencem à segunda classe. Portanto, todos os pares de retas que têm um ponto comum devem pertencer a uma ou outra dessas classes. E se as retas de um par de retas não têm *nenhum* ponto comum, o par pertence à terceira classe, e percebemos que *qualquer* par de retas concebível deve pertencer a uma dessas três classes.

Sabemos também que... [120]

Nie. (*suspirando profundamente*) Você está sendo muito cauteloso, novamente medindo a profundidade desse mar de argumentações!

Min. Estou, mas em breve estaremos em águas mais calmas.

Também sabemos que a classe de “coincidentes” possui duas propriedades – as retas são coincidentes e têm direções idênticas − e que a de “retas que se intersectam” também possui duas propriedades – as retas se intersectam e têm direções diferentes.

Agora, se você escolhe formular uma definição negando uma propriedade de cada uma dessas duas classes, qualquer par de retas assim definido é excluído de ambas as classes e precisa, *se existir*, pertencer à classe das “disjuntas”. Lembre-se, contudo, que você *deve* ter formulado sua definição de modo a excluir a *existência* do seu par de retas. Por exemplo: se você escolhe combinar duas condições contraditórias de direção e dizer que duas retas que têm direções idênticas *e* se intersectam são chamadas disso ou daquilo, você está simplesmente descrevendo uma quimera.

Nie. Isto tudo está muito claro.

Min. Sua definição, então, equivale a isto: as retas que *não* são coincidentes mas têm direções iguais são chamadas de “discodais”.

Nie. Sim.

Min. Bem, aqui está outra definição para paralelas que se ajusta muito bem ao seu propósito: “retas que *não* se intersectam mas que têm direções diferentes”.

Nie. Penso que posso provar-lhe que, agora, você fez aquilo do que me advertiu: aniquilou seu par de retas.

Min. Este é um assunto que não precisamos considerar no momento. Prossiga [121].

NIEMAND *lê*.

Página 11. “Desta definição, e dos axiomas acima dados, os seguintes resultados são imediatamente deduzidos.

(1) Estas paralelas – desculpe-me – estas retas “discodais” não se encontrarão, independentemente do quanto forem prolongadas. Porque se elas se encontrarem...”

Min. Você não precisa se preocupar em provar isto. Admito que *se* tais retas existirem, elas não se encontrarão. Sua afirmação é simplesmente a contrapositiva do axioma 7 (página 115) e, portanto, é necessariamente verdadeira se existir o objeto ao qual ela faz referência.

Mas lembre-se que, embora eu esteja de acordo que se nos forem dados uma reta e um ponto fora dela podemos desenhar, por esse ponto, *uma certa* reta disjunta daquela dada, nós ainda não sabemos se tal reta é *única*. *Isso* nos levaria à Tabela II. Com nossas informações até o momento, precisamos considerar a possibilidade de desenhar qualquer quantidade de retas pelo ponto dado, todas elas disjuntas da reta dada, e tudo o que lhe garanto é que, se sua reta “discodal”, ideal, *de algum modo existir*, ela será uma dentre as retas desse grupo.

NIEMAND *lê*.

(2) “Retas discodais em relação à mesma reta são discodais entre si, pois...”

Min. Espere um momento. Percebo que você diz que tais retas são discodais uma em relação à outra. Elas não poderiam ser “coincidente-codirecionais”[164]?

Nie. Certamente poderiam, mas não desejamos incluir este caso em nosso predicado [122].

Min. Então você precisa limitar seu tópico e dizer “retas *distintas*”.

Nie. Muito bem.

Lê.

[164] Retas distintas, mas de mesma direção, foram definidas na página [118] como “disjuntas-codirecionais”; em oposição a elas teríamos as aqui faladas “coincidentes-codirecionais” (“*com*puncto-codirectional” no original).

“Retas distintas que são discodais em relação à mesma reta são discodais entre si, pois cada uma delas tem direção igual à da tal reta e, por conseguinte, uma tem direção igual à da outra”.

Min. Sinto-me inclinado a concordar com você, sem nenhuma prova, que, *se* tais retas existem, elas terão a mesma direção, uma em relação à outra. A expressão “*cada uma delas tem*” não está muito boa no que diz respeito à linguagem mas... você pode prosseguir.

NIEMAND *lê*.

Página 12. Axioma 9. “Um ângulo pode ser transferido de uma posição à outra, permanecendo a mesma a direção de seus lados”.

Min. Deixe-nos, primeiro, considerar somente seu lado direito. Você afirma que ele pode ser transferido para uma nova posição e que sua direção permanecerá a mesma?

Nie. Sim, afirmamos.

Min. Você realmente poderia ter aqui incluído um axioma: “Se uma reta for transferida de uma posição à outra, sua direção permanecerá a mesma”?

Nie. Isto expressa o que queremos dizer.

Min. E isto é quase idêntico ao seu axioma “duas retas distintas podem ter a mesma direção”?

Nie. Certamente. Eles englobam a mesma verdade. Mas um contempla uma única reta em duas posições e [123] o outro, duas retas: a diferença é muito sutil.

Min. Exatamente isto. Agora permita-me perguntar-lhe: pela palavra “ângulo” você quer dizer um ângulo constante ou variável?

Nie. Não entendo muito bem sua pergunta.

Min. Colocá-la-ei de maneira mais detalhada. Você quer dizer que os lados de um ângulo são tão rijamente ligados que ele não pode mudar sua magnitude, ou que eles estão mera e frouxamente articulados de modo que dependerá inteiramente dos movimentos relativos aos dois lados se o ângulo muda ou não sua magnitude?

Nie. Por que afinal de contas temos que questionar isso?

Min. Eu lhe direi o porquê. Suponha que, digamos, os lados estão frouxamente articulados, juntos: nesse caso, sua afirmação é que cada lado pode ser transferido e sua direção permanecer a mesma, isto é, você simplesmente afirma seu sexto axioma duas vezes, uma vez para o lado direito e uma vez para o lado esquerdo, e *não* afirma que o ângulo manterá sua magnitude. Mas, no teorema que segue, você claramente o considera como um ângulo constante e, por isso, diz "o ângulo *AOD* coincidirá com o ângulo *EKH*, *portanto*, o ângulo *AOD* = *EKH*". Mas o "portanto" não teria sentido se o ângulo *AOD* pudesse mudar sua magnitude. Desta forma você estaria deduzindo, de um axioma em que "ângulo" é usado num sentido peculiar, uma conclusão em que ele sustenta seu sentido comum. Você deve ter ouvido sobre a falácia "*A dicto secundum Quid ad dictum Simpliciter*[165]"?

Nie. (*precipitadamente*) Não vamos nos comprometer com *isto*. Você pode aceitar que, quando dizemos "ângulo", queremos dizer um ângulo rijo, que não pode ter sua magnitude alterada [124].

Min. Nesse caso, você afirma que, quando um par de retas que terminam num ponto é transferido de modo que seu vértice tenha uma nova posição, estas três condições podem ser simultaneamente satisfeitas:

(1) o lado direito tem "direção igual" à anterior;

(2) o lado esquerdo tem "direção igual" à anterior;

(3) a magnitude do ângulo mantém-se inalterada.

Nie. Isto não se discute.

Min. Mas quaisquer *duas* dessas condições são suficientes, sem a terceira, para determinar o novo estado das coisas. Por exemplo, tomando (1) e (3): se fixarmos a posição do lado direito, dando-lhe "a mesma direção" que antes, e também mantivermos inalterada a magnitude do ângulo, isto não é suficiente para fixarmos a posição do lado esquerdo sem mencionar (2)?

Nie. Certamente.

Min. Seu axioma afirma, então, que quaisquer duas destas condições levam à terceira como um resultado necessário?

Nie. Sim.

Min. Seu axioma contém, então, *duas* afirmações distintas: os dados da primeira como sendo (1) e (3) − ou (2) e (3), o que dá um resultado similar −, os dados da segunda como sendo (1) e (2). Estes enunciarei como dois axiomas separados:

Axioma 9 (α). Se um par de retas que terminam num ponto for transferido para uma nova posição de modo que a direção de uma das retas e a magnitude do ângulo

[165] Expressão latina que significa "da asserção qualificada para a não-qualificada" ou "falácia do acidente"; é uma das treze falácias listadas por Aristóteles, causada por uma generalização indevida.

formado pelo par de retas permaneçam iguais, a direção da outra reta permanecerá a mesma.

Axioma 9 (β). Se um par de retas que terminam num ponto for transferido para uma nova posição de modo que as direções de cada reta do par permaneçam [125] as mesmas, a magnitude do ângulo feito pelo par permanecerá a mesma.

Representei corretamente o que você disse?

Nie. Não temos objeção a fazer.

Min. Retornaremos a esse assunto em seguida. Devo agora lhe pedir para ler o enunciado do teorema 4, omitindo, pelo bem da simplicidade, tudo sobre ângulos suplementares, e assumindo que as retas são tomadas "do mesmo modo".

NIEMAND *lê*.

Página 12. Teorema 4. "Se duas retas são respectivamente discodais em relação a outras duas retas, o ângulo feito pelo primeiro par será igual ao ângulo feito pelo segundo par".

Min. O "dis" é, obviamente, supérfluo, porque se as retas forem "coincidentes-codirecionais", a afirmação é igualmente verdadeira. Posso reordená-la na forma:

"Se dois pares de retas, cada um terminado num ponto, são tais que as direções de um par são respectivamente iguais às do outro, os ângulos formados por cada par são iguais".

Nie. Sim, se você quiser.

Min. Mas certamente a única diferença entre o axioma 9 (β) e esta afirmação é que, no axioma, englobamos um único par de retas transferido, enquanto *aqui* englobamos dois pares?

Nie. Admitimos que esta é a única diferença.

Min. Então devo dizer que isto não é nada além da boa lógica que pega duas proposições, distintas apenas por uma diferença trivial na forma, e chama uma de axioma e a outra de um teorema deduzido dela! Receio que seja um caso grosseiro de "*Petitio Principii*"[166] [126]!

[166] O *petitio principii* é, na lógica, uma falácia que ocorre quando as premissas são tão questionáveis quanto a conclusão. Por exemplo: "Sócrates tentou corromper a juventude da Grécia, logo foi justo condená-lo à morte".

Nie. (*depois de uma longa pausa*) Admitimos que *não* é exatamente um teorema, é apenas uma forma nova de axioma.

Min. Realmente. E como é a forma mais conveniente para meu propósito, adotá-lo-ei, com sua permissão, como um substituto para o axioma. Agora, como corolário desse teorema que, creio, é meramente um caso particular do axioma 9 (β), podemos ter: “um dos lados do ângulo, ao ser deslizado ao longo da reta infinita que forma tal lado, tem deste modo ‘a mesma direção’ que antes”, não podemos?

Nie. Sim.

Min. E como esta é ainda uma forma mais convencional, reformularei novamente suas afirmações, limitando-as a este caso particular:

Axioma 9 (α). Retas que fazem ângulos correspondentes iguais com uma determinada transversal têm direções iguais.

Axioma 9 (β). Retas que têm a mesma direção fazem ângulos correspondentes iguais com qualquer transversal.

Estou certo ao dizer que essas duas afirmações estão virtualmente contempladas em seu axioma?

Nie. Não podemos negá-lo.

Min. Agora, em 9 (α), você me pediu para acreditar que retas que possuem uma determinada propriedade geométrica que pode ser definida, construída, e testada, também possuem uma propriedade que, no caso de retas distintas, não podem nem ser definidas, nem construídas, nem testadas. Não há nada de axiomático nisto. É muito mais como uma definição de “codirecional” quando afirmada para retas distintas, para as quais não temos, até agora, definição alguma. Você não me permitiria inseri-la como uma definição, antes do axioma 6 (página108)? Poderemos redigir desta forma: [127]

“Se duas retas distintas fazem ângulos iguais com uma determinada transversal, dizemos que elas possuem a mesma direção; se fazem ângulos diferentes, elas possuem direções diferentes”.

Essa interpolação teria a vantagem de tornar o axioma 6 (que até agora tenho recusado) uma verdade inquestionável.

Nie. (*depois de uma pausa*) Não. Não podemos, tão cedo, adotá-la como uma definição.

Min. Você está certo. Provavelmente percebeu a armadilha que lhe montei, pois essa definição faria o seu axioma 8 (página 115) ser exatamente equivalente ao axioma 12 de Euclides! Até agora você tem escapado dessa catástrofe pela ausência do significado geométrico na sua expressão "a mesma direção" quando aplicada a retas distintas. Se a definir, você estará perdido!

Nie. Estamos conscientes disso e preferimos todas as inconveniências que resultam da ausência de uma definição.

Min. A "inconveniência", até então, consiste na ruína dos axiomas 6 e 8. Voltemos ao axioma 9.

Quanto ao 9 (β), ele é obviamente verdadeiro no que concerne a retas *coincidentes*. No que se refere às "retas *distintas* que têm direções iguais", garanto-lhe que, *se* tais retas existirem, elas *farão* ângulos correspondentes iguais com qualquer transversal, pois elas teriam uma relação de direção idêntica àquela das retas coincidentes. Mas tudo isto se apoia num "se" – *se* elas existirem.

Agora combinemos o 9 (β) com o axioma 6, e vejamos o que você me pediu para lhe garantir. Assim fica:

"Pode haver um par de retas distintas que fazem ângulos iguais com *qualquer* transversal" [128].

Não estou dando uma impressão falsa a você, creio, se digo que você propõe isso como verdade axiomática que – a qual, preciso fortemente ressaltar – é um corolário dedutível da proposição 4 da Tabela II (ver página [34]).

Nie. Aceitamos a responsabilidade de termos os dois axiomas separadamente, mas não de uma dedução lógica dos dois.

Min. Há, certamente, *algumas* deduções lógicas dos axiomas (contrapositivos, por exemplo) que não são tão axiomáticas quanto os axiomas que as originaram mas, certamente, se você me disser "é axiomático que *X* é *Y*" e "é axiomático que *Y* é *Z*", seria o mesmo que me dizer "é axiomático que *X* é *Z*", não?

Nie. É bastante parecido com isso, admitimos.

Min. Agora, considere mais uma combinação: pegue 9 (α) e 9 (β). Dessa forma, eliminamos completamente a propriedade misteriosa e conseguimos uma proposição na qual sujeito e predicado são concepções geométricas perfeitamente definidas – uma proposição que você afirma ser, se não perfeitamente axiomática, tão próxima a isso que pode ser deduzida facilmente de dois axiomas – a proposição que nos conduz novamente à Tabela II e que, aventuro-me a dizer, é menos axiomática que qualquer proposição naquela Tabela. Temos *isto*:

“Retas que fazem ângulos correspondentes iguais com uma determinada transversal fazem-no com *qualquer* transversal”, como está na Tabela II 4 (ver página [34]).

Aqui temos condensada, numa frase espantosa, toda a substância de Euclides I 27, 28 e 29 (pois retas “disjuntas” podem ser tomadas meramente como um caso intermediário). Aqui, de uma só vez, engolimos toda a dificuldade [129] relativa às paralelas. A liberdade tomada por Euclides em seu axioma 12 não é nada perto disso! Se tivéssemos uma “unidade de axiomatização” (o que, receio, ainda está para ser inventada), eu afirmaria que o axioma 12 de Euclides (que você chama, no seu prefácio, na página xxiii, de “não axiomático”) é vinte ou trinta vezes mais axiomático que esse! Não preciso pedir-lhe nenhuma prova adicional de Euclides I 32. Esse maravilhoso axioma, ou quase axioma, é um maquinário bastante suficiente para o seu propósito, junto com Euclides I 13 que, naturalmente, lhe concedemos. Você pensou ser necessária alguma outra estratégia?

Nie. Não.

Min. Euclides exige, além de I 13, a seguinte maquinaria: proposições 4, 5, 7, 8, 15, 16, o axioma 12 e as proposições 27, 28 e 29. E para tudo isso você oferece, como um substituto suficiente, um único axioma!

Nie. *Dois*, se lhe agrada. Você está esquecendo o axioma 6.

Min. Não, eu repito: um único axioma. O axioma 6 está contido no axioma 9 (α): quando o sujeito é sabido verdadeiro, a proposição necessariamente afirma a veracidade do predicado.

Nie. Isso é verdade, admitimos.

Min. Preciso enfaticamente dizer-lhe que não aceito mais esse chamado pseudo-axioma, ainda que esse colapso envolva todo o seu sistema de “paralelas”. E agora que discutimos completamente o assunto da direção, desejo fazer-lhe uma pergunta que, creio, resumirá toda a dificuldade em poucas palavras. Será, na verdade, *o* teste crucial para saber se “direção” é, ou não, um método lógico para provar as propriedades das paralelas [130].

Você afirma, axiomaticamente, que existem retas distintas cuja relação de direção é idêntica àquela que existe entre retas coincidentes.

Nie. Sim.

Min. Agora, a expressão “a mesma direção”, quando utilizada para duas retas das quais não sabemos se têm um ponto em comum, traz à sua mente uma concepção geométrica clara?

Nie. Sim, podemos formar uma ideia clara disso, ainda que não possamos defini-la.

Min. E essa ideia (esta é a pergunta crucial) é *independente de todo conhecimento subsequente das propriedades das paralelas*?

Nie. Acreditamos que sim.

Min. Devemos ter certeza de que não há nenhum autoengano nisto. Você está certo de que não está, inconscientemente, desenhando as retas para si mesmo como sendo equidistantes, por exemplo?

Nie. Não, elas não sugerem tal ideia para nós. Introduzimos a ideia de equidistância posteriormente no livro, mas não sentimos, de forma alguma, que nossa primeira concepção de “a mesma direção” a inclui.

Min. Creio que você está certo, embora o Sr. Cuthbertson, em seu *Euclidian Geometry*, diga que (prefácio, página vi) “um paralelogramo não é uma figura cujos lados opostos nunca se encontrarão ... mas, antes, a figura cujos lados opostos são equidistantes”. Mas você se sente igualmente seguro de não estar usando inconscientemente seu conhecimento subsequente de que existem retas que fazem ângulos iguais com todas as transversais?

Nie. Não estamos tão certos quanto a *isso*. É, naturalmente, extremamente difícil tirar da mente todo o conhecimento anterior [131] e colocar-se na atitude mental de alguém totalmente ignorante no assunto.

Min. Muito difícil, sem dúvida, mas absolutamente essencial se você deseja escrever um livro para iniciantes. Eu, particularmente, acredito que a cadeia de raciocínio para compreender a teoria da “direção” é esta: primeiro você compreende a ideia de “a mesma direção” no que concerne a retas que têm um ponto comum; depois, você convence a si próprio, por algum *outro* meio, que existem retas distintas que fazem ângulos iguais com todas as transversais; em terceiro, você retorna, armado com esse novo conhecimento, e o usa inconscientemente, formando uma ideia de “a mesma direção” no que se refere a retas distintas. E acredito que a cadeia de justificativas na mente de um iniciante acontece simplesmente assim: ele compreende, de um modo suficientemente fácil, a ideia de “a mesma direção” no que se refere a retas que têm um ponto comum; mas quando você coloca diante dele a ideia de retas *distintas*, e pede a ele que entenda o significado da expressão quando aplicada a tais retas, ele, achando que a concepção geométrica anterior de “coincidente” não é aplicável a esse caso, e não sabendo nada da ideia que está latente na *sua* mente sobre retas que fazem ângulos iguais com todas as transversais, simplesmente fracassa ao atribuir *qualquer* significado à expressão, e a aceita cegamente, pela fé em seu professor, e a partir desse momento, até que ele chegue ao teorema sobre transversais, caminha no escuro.

Nie. Se isso for verdade, realmente a teoria da “direção”, ainda que bela em si mesma, não é adaptável à finalidade de ensinar.

Min. Essa é a minha convicção. Mas receio que possa tê-lo cansado, discutindo esse problema por [132] tanto tempo. Continuemos com outro assunto. Qual é seu teste prático para saber se duas retas finitas se encontrarão se prolongadas?

Nie. Você já ouviu nosso axioma 8 (página 11). “Duas retas que têm direções diferentes se encontrarão se prolongadas”.

Min. Mas, mesmo se isso fosse axiomático (o que eu nego), não seria um teste *prático*, uma vez que você admitiu que não há como saber se duas retas, das quais não se sabe se têm um ponto comum, têm, ou não, direções diferentes.

Nin. Precisamos encaminhá-lo à proposição 14, teorema 5, corolário 2, em que provamos que retas que fazem ângulos iguais com uma determinada transversal têm a mesma direção.

Min. O que você já afirmou, se bem se lembra, no axioma 9.

Nie. Bem, então o encaminhamos ao axioma 9, que afirma a mesma verdade.

Min. E tendo alcançado a verdade, legalmente ou não, o que você faz com ela?

Nie. Certamente é quase o mesmo que dizer que, se elas fazem ângulos *diferentes*, elas têm direções *diferentes*.

Min. E então?

Nie. Então, combinando isso com o axioma que você se recusou a aceitar, a saber, que retas que têm direções diferentes se encontrarão, conseguimos um teste prático, tal como nos estava pedindo.

Min. (*distraidamente*) Entendo! Você se livra completamente de “direções diferentes” e o resultado é “retas que fazem ângulos diferentes com uma determinada transversal se encontrarão se prolongadas”, que é a Tabela II 2 (ver página[34]). E isso você afirma como uma verdade axiomática? [133]

Nie. (*apreensivamente*) Sim.

Min. Penso já ter lido alguma coisa assim. Poderia ter sido o axioma 12 de Euclides? E não li em algum lugar que "O tratamento de Euclides para as paralelas claramente sucumbe à lógica. Ele apoia-se num axioma que não é axiomático"?

Nie. Não *declaramos* em lugar algum esse axioma que você coloca em nossa boca.

Min. Não? Então, se posso perguntar, como você prova que essas retas em particular *se encontrarão*? Você *sabe* que terá que prová-lo, em algum momento...

Nie. Não tivemos que prová-lo em lugar algum, estamos cientes disso.

Min. Então deve haver algumas lacunas nos seus argumentos. Vejamos. Por favor, volte para à página 46, problema 7[167]. Aqui você faz, no final da reta *CD*, ângulos iguais a dois ângulos dados (os quais, como você nos diz abaixo, "precisam valer, juntos, menos do que dois ângulos retos"), e então você diz "deixe seus lados se encontrarem em *O*". Como você sabe que eles *se encontrarão*?

Nie. Você encontrou *uma* lacuna, admitimos. Pode apontar alguma outra em todo o livro?

Min. Posso. Na página 70 encontro as palavras "Prolongue *QG* até encontrar *FH*, prolongada em *S*". E novamente, na página 88: "Consequentemente o centro precisa estar em *O*, o ponto de intersecção dessas perpendiculares". Em ambos os casos eu perguntaria, como antes: como você sabe que as retas em questão se encontrarão?

Nie. Não tínhamos observado as omissões antes, e precisamos admitir que elas constituem uma séria lacuna.

Min. Seríssima. Um estudante, a quem tiverem sido [134] ensinadas provas como essas, sentir-se-á seguro para tentar o plano nos casos em que as retas *não* se encontrariam realmente, e sua afirmação levá-lo-ia a resultados mais notáveis pela novidade do que pela verdade.

Agora tracemos um panorama geral do seu livro. Primeiramente com relação às proposições de Euclides, que você omite.

Nie. Você está se referindo à proposição 7, creio. Certamente é utilizada somente para provar a proposição 8, o que fizemos muito bem sem ela.

Min. Esse é um pecado bastante venial. As outras das quais dei falta são as de número 27, 28, 29, 30, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41 e 43: uma lista bastante considerável.

---

[167] *"Dados dois ângulos e um lado oposto a um deles, construa um triângulo"*.

Nie. Você está deveras enganado! Quase todas essas estão em nosso livro, ou poderiam ser deduzidas, num instante, dos teoremas que há nele.

Nin. Tomemos I 34 como exemplo.

Nie. Ela está quase nas mesmas palavras que as de Euclides, na página 37.

Lê

Teorema 22. "Os ângulos opostos e os lados de um paralelogramo serão iguais, e a diagonal ou reta que une seus ângulos opostos será sua bissetriz".

Min. Bem, mas o *seu* paralelogramo não é o mesmo que o de Euclides. Por paralelogramo *ele* quer dizer que os lados opostos são disjuntos – uma propriedade cuja veracidade ele demonstrou em I 27 − enquanto que *você* quer dizer que eles têm a mesma direção – uma propriedade cuja veracidade, quando afirmada com relação às retas distintas, não foi provada satisfatoriamente em lugar algum.

Nie. Nós a provamos na página 14, teorema 5, corolário 2 [135].

Min. E se a investigarmos, detectaremos nela uma dependência sumária do seu axioma 6, em que você *assume* a existência de tais retas. Mas, ainda que o seu teorema *mostrasse* que se referia a uma figura real, como isso provaria Euclides I 34?

Nie. Você somente precisa lembrar que retas disjuntas têm a mesma direção.

Min. Você deu condições para que se fizesse essa ligação?

Nie. Não, mas o leitor pode facilmente fazê-la por si próprio. É a "contrapositiva" (como você chama) de seu axioma 8, "duas retas que têm direções diferentes se encontrarão se prolongadas indefinidamente".

Min. Seus alunos devem ser extraordinariamente espertos se são capazes de fazer essas ligações para deduzir e preencher lacunas num argumento, assim como para provar que retas disjuntas existem. Mas, como *você* não dá condições para que isso seja feito, parece justo dizer que seu livro omite todas as proposições que enumerei.

Farei agora uma inspeção geral do seu texto e selecionarei alguns pontos que parecem precisar de comentários.

MINOS *lê*.

Página 14. Teorema 5. Corolário 1. "Por isso, se duas retas não paralelas são intersectadas por uma terceira, os ângulos alternos não serão iguais e os ângulos internos do mesmo lado da reta de interseção não serão suplementares". Desculpe a aparente indelicadeza do comentário, mas esse corolário é falso.

Nie. Você me espanta! [136]

Min. Simplesmente pegue, como um exemplo, as retas de um par de retas *coincidentes,* as quais certamente correspondem à sua descrição de "não paralelas".

Nie. É um descuido.

Min. Então, suponho, o resultado é uma espécie de fenômeno literário. Nisso seu manual é rico.

Sua prova do corolário 2 é uma deliciosa coleção de negativas.

Lê

"Corolário 2. *Por isso, se os ângulos correspondentes são iguais, ou se os ângulos alternos são iguais, ou se os ângulos internos são suplementares, as retas serão paralelas.*

Por isso elas *não* podem *não* ser paralelas, pois então, pelo corolário 1, os ângulos correspondentes e alternos *não* seriam iguais".

Seria justo dizer que esta é uma passagem *emaranhada*?

Nie. Você não tem direito de fazer tal comentário. Isso é pilhéria!

Min. Bem, voltemos à seriedade.

Na página 9 você estabeleceu *mais* elementos do que os autorizados: vamos colocar as coisas em ordem, pois creio que você afirma *menos* do que deveria. Lerei a passagem:

Página 26. Teorema 15. "Se dois triângulos são equiângulos e um deles tem um lado igual ao lado correspondente do outro, os triângulos serão iguais em todos os sentidos".

Isto contém um *datum*[168] supérfluo: seria [137] suficiente dizer "se dois triângulos têm dois ângulos iguais etc".

Nie. Bem, isso é, na pior das hipóteses, uma excrescência: o enunciado é realmente idêntico ao de Euclides.

Min. De forma alguma. O efeito lógico de *dado*s supérfluos é *limitar* a extensão de uma proposição: se a proposição é "universal", isso a reduz a "particular"; isto é,

[168] Do latim: dado.

troca-se "todo *A* é *B*" para "algum *A* é *B*". Supondo que tomemos a proposição "todo *A* é *B*" e a substituamos por "tudo o que é ao mesmo tempo *A* e *X* é *B*", podemos estar *acidentalmente* fazendo uma afirmação da mesma extensão que antes, pois pode acontecer que toda a classe "*A*" possua a propriedade "*X*"; mas, até agora, no que concerne à *forma* lógica, reduzimos a proposição para "*algumas* coisas que são *A* (por exemplo, aquelas que também são *X*) são *B*".

Volto agora à página 27, na qual observo uma nova prova para Euclides I 24.

Nie. Nova e, esperamos, organizada e breve.

Min. Charmosamente organizada e curta, *como se pede*: mas esse método realmente exige a discussão de *cinco* casos, cada um com suas próprias figuras.

Nie. Como você os distingue?

Min. Os cinco casos são:

(1) os ângulos do vértice valem, juntos, menos do que dois ângulos retos, e os ângulos adjacentes à base são agudos.

(2) os ângulos adjacentes à base são retos.

(3) os ângulos adjacentes à base são obtusos.

Esses dois últimos casos são provados ao mesmo tempo que o primeiro.

(4) os ângulos do vértice equivalem, juntos, a dois ângulos retos.

Isso exige uma nova prova na qual devemos substituir "a perpendicular a *FC* desenhada por *A*" pelas [138] palavras "a bissetriz do ângulo *FAC*".

(5) os ângulos do vértice valem, juntos, mais do que dois ângulos retos.

Isso também exige uma nova prova na qual devemos inserir, após as palavras "a bissetriz dos ângulos *FAC*", as palavras "prolongada em *A*", e precisamos então provar (pelo seu teorema 1) que os ângulos *OAC* e *OAF* são iguais.

De um modo geral, tomo essa como a mais desajeitada prova já sugerida para este teorema.

Agora chegamos ao que é provavelmente o corolário mais extraordinário já proposto num tratado geométrico. Volte às páginas 30 e 31.

Teorema 20. "Se dois triângulos têm os dois lados de um iguais aos dois lados do outro, e se o ângulo oposto ao lado que não é o menor dentre esses dois lados for igual ao ângulo correspondente do outro, os triângulos serão iguais em todos os aspectos.

Corolário 1. Se o lado oposto ao ângulo dado for menor do que o lado adjacente, haverá dois triângulos, como na figura, e a prova dada acima é inaplicável.

Esse é chamado de caso *ambíguo*".

A proposição inteira é um grande espécime de escrita obscura e péssima linguagem: "é" e "são", "haverá" e "haveria", alternando-se completamente com a mais charmosa imparcialidade: mas o que me impressiona sobremaneira é o efeito provável deste corolário extraordinário na mente de um leitor comum, que chegará nesse ponto sem fôlego e exausto depois de uma luta mortal com o teorema anterior. Consigo imaginá-lo dizendo loucamente a si mesmo "se dois triângulos preenchem tais e [139] tais condições, tais e tais coisas se seguem; mas, se uma das condições fracassar, *haverá dois triângulos!* Devo estar sonhando! Permita-me mergulhar minha cabeça em água fria e lê-lo novamente. Se dois triângulos... *haverá* dois triângulos. Oh, meu pobre cérebro!"

Nie. Você tem prazer em ser sarcástico. *É* uma escrita assaz obscura, confessamos.

Min. De fato! Você faz bem em chamá-lo de *caso ambíguo*.

Na página 33, vejo o título "Teoremas de igualdade", mas você dá somente *dois* deles, o segundo sendo "as bissetrizes dos três ângulos de um triângulo encontram-se em um ponto". Como "teorema de igualdade", esse é provavelmente o único caso em toda a literatura sobre Geometria. Não consigo pensar porque não tentou estender a coleção.

Na página 40, leio: "afirma-se aqui que se um círculo tem um ponto dentro de outro círculo, as circunferências se intersectarão". Essa é, segundo creio, a afirmação mais ousada já feita na Geometria Moderna.

Nas páginas 40 e 42, você fala sobre um comprimento "maior do que a metade" de uma reta dada, sem ter mostrado como dividir retas em duas partes iguais. Dois casos de "*Petitio Principii*" (ver página 58).

Página 69. Aqui temos um problema (que você chama de "a quadratura de uma área retilínea") que ocupa três páginas e meia. É "abordado" em quatro "estágios", o que é um eufemismo para dizer que essa proposição assustadora contém *quatro* dos problemas de Euclides, isto é, I 42, 44, 45 e II 14.

Página 73. 2. "Encontre um ponto igualmente distante de três [140] retas dadas". É justo pedir isso sem dar nenhuma limitação? E se as retas dadas forem paralelas?

Página 84. "Se *A*, *B*, *C*... como condições dão *D* como resultado, e se a não verificação de *C* implica a não verificação de *D*, então *A*, *B*, *D*... como condições envolvem *C* como resultado". Se não-*C* prova não-*D*, então *D* prova *C*. *A* e *B* são irrelevantes e obscurecem a declaração. Noto, de passagem, a sutil distinção que você sugere entre "não verificar *C*" e "não verificar *D*". *D* é como aqueles banqueiros falidos que frequentam a corte: estão bastante acostumados a falhas[169], mas, quando *C* não é verificado, seu colapso é definitivo, e "não deixa nenhum vestígio"!

Página 90. "Dada uma curva, constatar se ela é ou não um arco de um círculo". O que significa "dada uma curva"? Se significa uma linha desenhada com tinta no papel, podemos segura e imediatamente dizer que "ela *não* é um círculo".

Página 96. Definição 15. "Quando um dos pontos no qual uma secante corta um círculo se move e, por fim, coincide com o outro ponto, a última posição da secante é chamada de *tangente* àquele ponto". (A ideia da *posição de uma reta* ser ela mesma uma reta é bastante estranha: imagino que você diria "*a última posição* de Whittington foi a de Lord Mayor[170] de Londres". Mas, no seu caso, naturalmente você quer dizer "a secante em sua posição final".) Agora escolhamos três pontos sobre um círculo, sendo fixo o do meio, e móveis os outros dois, e, por aquele do meio, tracemos duas secantes, cada uma passando por um dos outros pontos, e então façamos os outros pontos "se moverem e, por fim, coincidirem" com o do meio. Não temos motivos para dizer que essas [141] duas secantes, nas suas últimas posições, coincidirão. Consequentemente, a expressão "*a* tangente" assume, sem prova, o teorema 7, corolário 1, isto é, "pode haver somente uma tangente a um círculo num dado ponto". Isso é um "*Petitio Principii*".

Página 97. Teorema 6. A secante consiste em duas porções, cada uma delas terminada num ponto fixo. Tudo o que você prova aqui é que a porção que até então cortava o círculo está, ao final, fora: e você pula, sem prova alguma, à conclusão de que a mesma coisa é verdade para a *outra* porção! Por que não deveria a segunda porção começar a cortar o círculo no momento exato em que a primeira deixa de fazê-lo? Isso é outro "*Petitio Principii*".

Página 129, linha 3 de baixo para cima. "Quantidades abstratas são os meios que usamos para expressar o concreto". Excluindo tais "meios" físicos, como caneta, tinta ou a voz humana (ao que você parece não aludir), creio que os "meios" referidos nesta sentença misteriosa são "puros números". De qualquer forma, os únicos exemplos dados são "sete, cinco e três". Agora, veja na página 130, linha 5, "*Quantidades abstratas* e

[169] O jogo de palavras perde-se na tradução: "falhar C" (*fail C*) implica que C não é verificado (sendo essa a tradução pela qual optamos). Na versão em inglês, a "falha" de D é comparada à "falência" de um personagem da corte inglesa.

[170] O *Lord Mayor* de Londres é um dirigente com *status* de ministro.

proporções são precisamente as mesmas coisas". Portanto, todas as proporções são números. Mas no meio dessa mesma página, lemos que "todos os números são proporções, mas nem todas as proporções são números". Sem mais comentários...

Agora resumirei as conclusões a que cheguei com respeito ao seu manual.

(1) Quanto às "retas", você sugere um acréscimo útil do axioma de Euclides.

(2) Quanto aos ângulos e ângulos retos, seu acréscimo [142] do limite do tamanho é, em minha opinião, discutível. Em outros aspectos, sua linguagem, embora enevoada, concorda, no geral, com Euclides.

(3) Quanto às "paralelas", há muito a ser dito, e isso não é muito lisonjeiro, creio.

No axioma 6, você afirma a existência de retas distintas que têm a mesma direção – uma propriedade que você não pode nem definir, nem construir e nem testar.

Você também afirma (por implicação) a existência de retas disjuntas, o que Euclides *prova*.

Você também afirma a existência de retas das quais não se sabe se têm um ponto em comum, mas que têm direções diferentes – uma propriedade que você não pode nem definir, nem construir e nem testar.

No axioma 8, você afirma que as retas indefinidas nele mencionadas se encontrarão se prolongadas.

Esses axiomas, portanto, não são axiomáticos.

Ao provar o resultado (2), você tornou-se culpado da falácia "*Petito Principii*".

No axioma 9 e no teorema 4, considerados ao mesmo tempo, se a palavra "ângulo" no axioma 9 significar "ângulo variável", você torna-se culpado da falácia "*A dicto secundum Quid ad dictum Simpliciter*"; se significar "ângulo constante", culpado da falácia "*Petitio Principii*".

No axioma 9 (α), você afirma que as retas que possuem uma certa propriedade geométrica real, isto é, que fazem ângulos iguais com uma determinada transversal, possuem também a propriedade indefinida anteriormente mencionada. Isso não é axiomático.

No axioma 9 (β) combinado com o axioma 6, você afirma a existência de retas que fazem ângulos iguais com todas as transversais. Isso não é mais axiomático do que o axioma 12 de Euclides. [143]

No axioma 9 (α), combinado com axioma 9 (β), você afirma que retas que fazem ângulos iguais com uma determinada transversal, fazem-no com todas as transversais. Esse, creio, é o axioma mais não-axiomático já proposto.

(4) Você não fornece um teste prático para o encontro de retas finitas, e consequentemente você nunca prova (ainda que seja necessário) que quaisquer retas em particular *se encontrarão*. E quando nos questionamos sobre qual teste prático pode possivelmente ser extraído dos seus axiomas, a única resposta é uma versão imperfeita do axioma 12 de Euclides!

O resumo dos defeitos principais que notei é tal como segue:

quatorze dos teoremas do Livro I de Euclides omitidos;

sete axiomas não-axiomáticos;

seis exemplos de "*Petitio Principii*".

Os abundantes exemplos de imprecisão lógica e o uso de linguagem inadequada aos quais fiz referência seriam, tenho certeza, desacreditados num simples tratado popular, e num estudo científico, por mais modesto que fosse, seriam deploráveis. Mas num estudo que ousa pôr-se à frente como modelo de precisão lógica e com a *intenção de superar Euclides*, eles são simplesmente monstruosos.

Minha conclusão final sobre o seu manual é que ele *não tem condições* de ser adotado como *o* manual para o ensino e para os exames [144].

A T O II

CENA VI

§ 2. PIERCE

"dum brevis esse laboro
Obscurus fio"[171].

Nie. Coloco diante de você o *An Elementary Treatise on Plane and Solid Geometry*[172] de BENJAMIN PIERCE, A. M.[173], Professor de Astronomia e Matemática da Universidade de Harvard, publicado em 1872.

Min. Como já considerei, detalhadamente, o assunto "direção", tratado pelo Sr. Wilson, não preciso perturbá-lo com relação a qualquer questão sobre tópicos em que o estudo do Sr. Pierce não difira do dele. Há alguma diferença capital no tratamento das retas?

Nie. Ele tem uma definição de direção que, creio, será nova para você:

Lê.

[171] Expressão latina da *Arte Poética* de Horácio: "Esforço-me por ser breve e torno-me obscuro".
[172] Um Tratado elementar de Geometria Plana e Sólida.
[173] American Mathematician (Matemático Americano). Pierce lecionou em Harvard por aproximadamente 50 anos e seus estudos contribuíram para as áreas de mecânica celeste, estatística, teoria dos números, álgebra, filosofia da matemática e astronomia.

Página 5. §11. Definição. "A *direção de uma reta* em qualquer parte é a direção entre o ponto desta parte e o próximo ponto" [145].

Min. Isso soa misterioso. Para que lado, ao longo de uma reta, os "próximo" pontos podem ser encontrados?

Nie. Em *ambos* os lados. Ele acrescenta em seguida, "uma reta possui duas direções diferentes", etc.

Min. Então sua definição precisa de um adendo? Essa é uma redação bastante desajeitada. Mas há ainda outra dificuldade: a que distância de um ponto está o "próximo" ponto?

Nie. Numa distância infinitamente pequena, naturalmente. Você encontrará o assunto amplamente discutido em qualquer trabalho de Cálculo Infinitesimal.

Min. Uma resposta mais do que satisfatória para um professor dar a um aluno recém iniciado em Geometria! Não vejo nada mais para comentar em seu tratamento sobre retas, exceto que você afirma, como um axioma, que "uma reta é o menor caminho entre um ponto e outro". Já apresentei, na minha revisão do Sr. Legendre, minhas razões para achar que esse não é um axioma justo, e que deveria ser tomado como um teorema (ver página [55]).

Não há nada em particular para ressaltar em seu estudo de ângulos e ângulos retos. Sigamos para as paralelas. Como você prova Euclides I 32?

NIEMAND *lê*.

Página 9. §27. Definição. "Retas *paralelas* são retas que têm a mesma direção".

Min. Presumo que você não inclua nisto as retas coincidentes?

Nie. Certamente não. Percebemos a omissão. Permita-nos inserir a palavra "distintas".

Min. Muito bem. Então sua definição combina duas [146] propriedades: "distintas" e "têm a mesma direção". Guarde na memória que você ainda tem que provar a *existência* de tais retas. E posso pedir-lhe, no futuro, para chamar tais retas de "discodais"[174]? Mas se você deseja afirmar qualquer coisa sobre elas que seja também verdade para retas coincidentes, seria melhor abandonar o "dis" e simplesmente chamá-las de "retas que têm a mesma direção", e assim incluirá ambas as classes.

---

[174] O que Carroll sugere ser chamado de "reta discodal" está definido no Ato II, Cena VI, na página [118] do original.

Nie. Muito bem.

NIEMAND *lê*.

Página 9. §28. Teorema. “Retas discodais não se encontram, não importa o quanto sejam prologandas”.

Min. Ou “não *poderiam* se encontrar, caso existissem”. Prossiga.

NIEMAND *lê*.

Página 9. §29. Teorema. “Dois ângulos são iguais quando seus lados têm direções iguais”.

Min. Como você define “a mesma direção” para retas distintas?

Nie. Não podemos definir isso.

Min. Então não posso admitir que tais retas existam. Ainda que *admitisse* a existência delas, por que os ângulos deveriam ser iguais?

Nie. Porque “a diferença de direção” é a mesma em cada caso.

Min. Mas como isso prova que os ângulos são iguais? Você define “ângulo” como “a diferença de direção” entre duas retas?

Nie. Não exatamente. Afirmamos (página 6, §19) que “a [147] *magnitude* de um ângulo depende unicamente da *diferença de direção* dos seus lados no vértice”.

Min. Mas a diferença de direção também possui “magnitude”. É sua magnitude uma entidade totalmente independente? Ou ela, por sua vez, depende da grandeza do *ângulo*? Falando sério, todos esses subtítulos devem ser muito desgastantes para um iniciante. Mas seria melhor prosseguir rumo ao próximo teorema. Estou ansioso para ver onde, nesse sistema, essas criaturas da imaginação, essas retas discodais, aparecerão como realmente existentes.

Nie. Em seguida provamos (página 9, § 30) que retas que têm a mesma direção fazem ângulos iguais com todas as transversais.

Min. Isso é meramente um caso particular de seu último teorema.

Nie. E então provamos que duas retas que fazem ângulos iguais com uma transversal têm a mesma direção.

Min. Ah, *isso* as traria à existência imediatamente! Fiquemos atentos para ouvir a prova disto.

Nie. A prova é que, se pelo ponto em que a primeira reta é cortada pela transversal uma reta for traçada, tendo a mesma direção da segunda, esta fará ângulos iguais com a transversal, e por isso coincidirá com a primeira.

Min. Você afirma, então, que uma reta *pode* ser traçada por aquele ponto, tendo a mesma direção que a segunda?

Nie. Sim.

Min. Isto é, você afirma, sem qualquer prova, que retas distintas podem ter a mesma direção. No geral, então, ainda que o sistema do Sr. Pierce difira levemente daquele do Sr. [148] Wilson, ambos se apoiam no mesmo axioma vicioso, o de que *podem* existir retas distintas que possuem uma propriedade chamada "a mesma direção" – uma expressão bastante inteligível quando usada para duas retas que têm um ponto comum mas que, quando aplicada a duas retas das quais não se sabe se têm um ponto comum, é expressão de algo que não pode ser nem definido, nem construído. Não precisamos mais continuar o assunto. Você tem algum teste para saber se, dadas duas retas finitas, elas se encontrarão se prolongadas?

Nie. Não pensamos que isso fosse necessário.

Min. Então, o único comentário que me resta fazer sobre este compêndio singular é que, dos 35 teoremas que Euclides nos dá em seu primeiro livro, estão aqui reproduzidas apenas 16.

Foram omitidos os de número 16, 17, 25, 26 (2), 27, 28, 29, 30, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 43, 47 e 48.

Nie. A maioria destes está no livro. Por exemplo, o §30 corresponde ao Euclides I 29.

Min. Apenas por provar que retas disjuntas têm a mesma direção, o que você não faz.

Nie. De qualquer modo, temos Euclides I 47 em nosso §256.

Min. Oh, sem dúvida! Muito depois de passar pelas proporções, que necessariamente incluem incomensuráveis, e muito depois do axioma (§99) "Quantidades infinitamente pequenas podem ser negligenciadas"! Não e não: até agora, pensando nos *iniciantes*, não há Euclides I 47 neste livro!

Minha conclusão é que, não obstante o quão útil este manual possa ser para um aluno avançado, ele não *é* adequado às necessidades de um iniciante [149].

A T O II

CENA VI

§ 3. WILLOCK

"This work (...) no doubt, has its faults"[175]
WILLOCK, *Pref.* p.1.

Nie. Coloco diante de você o *The Elementary Geometry of the Right Line and Circle*[176], de W. A. Willock, D. D.[177], membro do Trinity College, em Dublin, publicado em 1875.

Min. Analisei tão minuciosamente o tema "direção" ao rever o livro do Sr. Wilson que não preciso discutir com você nenhum ponto em que seu cliente essencialmente concorde com ele. Podemos, creio, seguir para o assunto "retas", concorda?

Nie. Sim.

---

[175] Este trabalho (...), sem dúvida, tem suas falhas.
[176] A Geometria Elementar da Reta e do Círculo.
[177] Doctor of Divinity, do latim *Divinitatis Doctor*, é um grau acadêmico avançado conferido, historicamente, aos licenciados para ensinar Teologia Cristã ou assuntos relativos à religião. Na Inglaterra, este título era considerado o mais alto doutorado, tradicionalmente conferido a estudantes religiosos, como é o caso de W. A. Willock.

Min. E no que concerne aos ângulos e ângulos retos, não vejo nenhuma novidade no livro do Dr. Willock, exceto que ele define um ângulo como "a divergência de duas direções", o que é virtualmente igual à definição de Euclides.

Nie. Creio que isso é tudo [150].

Min. Então podemos passar imediatamente ao tema das paralelas. Você, por gentileza, daria sua prova de Euclides I 32 desde o início?

NIEMAND *lê*.

Página10. Teorema 1. "*Duas diretrizes podem se intersectar em apenas um ponto*".

Min. Por "diretriz" você quer dizer uma "reta infinita"?

Nie. Sim.

Min. Bem, preciso importuná-lo duramente, sugerindo que prove isso como um teorema, ainda que esteja bastante disposto a aceitá-lo como um axioma. Qual é o próximo teorema?

NIEMAND *lê*.

Página11. Teorema 5. "*Diretrizes paralelas não se encontram*".

Min. Chamá-las-emos de "discodais"[178], se lhe agrada. Admitimos isto, provisoriamente. *Se* tais retas existem, elas não podem se encontrar.

NIEMAND *lê*.

Página 11. Teorema 7. "*Somente uma reta discodal a uma diretriz pode ser traçada através de um ponto*".

Min. Isso afirma que uma *pode* ser traçada? Ou simplesmente nega a possibilidade de se traçarem *duas*?

Nie. A *prova* aplica-se somente à negação, mas a afirmação está certamente envolvida no enunciado. De qualquer modo, se não está claro aqui, *estará* mais adiante.

[178] O que Carroll sugere ser chamado de "retas discodais" está definido no Ato II, Cena VI, na página [118] do original.

Min. Então, nesse ponto, lhe creditarei *um* axioma não-justificável, a saber, que retas distintas podem ter a mesma direção. O teorema em si, eu garanto [151].

NIEMAND *lê*.

Página12. Teorema 8. “*Os ângulos de intersecção de uma transversal com duas diretrizes discodais são iguais*”.

Min. Você prova isso pelo método de Wilson?

Nie. Não. *Ele* o faz utilizando a transferência de um ângulo, *nós* o fazemos apoiados na divergência de direções.

Min. Prefiro o *seu* método. Tudo o que é necessário para deixá-lo completo é a prova da existência desse tipo de retas, mas *isso* é impossível e essa ausência é fatal para todo o sistema. E mais: a existência de tais retas leva à necessidade lógica da existência de retas que fazem ângulos iguais com qualquer transversal, recai naquele infausto axioma e destrói qualquer esperança de ele poder ser tomado como válido sem prova. De fato, ao pedir que o axioma seja aceito, você pede para que seja aceita como axiomática esta outra existência – mas tudo isto eu já expliquei (página [125]).

NIEMAND *lê*.

Página 13. Teorema 10. “*Se uma transversal intersecta duas diretrizes e faz, com elas, ângulos de interseção iguais, as diretrizes são discodais*”.

Min. O sujeito da sua proposição é indiscutivelmente real. Se você pode provar esse teorema, provará a existência das retas discodais. Mas receio que você já tenha afirmado isso no teorema 7. De qualquer forma, ainda há um átimo de esperança: talvez você não precise do teorema 7 para provar isto! [152]

Nin. Não, mas receio que não possamos aceitar a afirmação, conforme dissemos, no transcorrer do teorema segundo o qual a reta pode ser traçada por um ponto dado de modo a ter a mesma direção de uma reta dada.

Min. Então não precisamos examiná-lo mais adiante: ele perece com o axioma defeituoso no qual se apoia. Qual é o seu próximo teorema?

Nie. O que corresponde aos de número 16 e 17 de Euclides I e é provado pelo teorema que você acaba de rejeitar.

Min. Então devo rejeitar sua *prova*, mas posso aceitar o teorema em si, se desejar, pois sabemos que é possível prová-lo usando axiomas inquestionáveis. O que vem a seguir?

NIEMAND *lê*.

Página 14. Teorema 13. "*Se uma transversal intersecta duas diretrizes e forma com elas ângulos tais que o externo é maior que o interno, ou a soma de dois ângulos internos é menor do que dois ângulos retos, as duas diretrizes se encontrarão*".

Min. Uma prova para o axioma de Euclides[179]? Isso é interessante.

NIEMAND *lê*.

"Suponha que elas não se encontrem. Então, elas devem ser discodais..."

Min. (*interrompendo*) "*Devem* ser discodais"? Isto significa que elas *são* discodais?

Nie. Sim, creio que sim.

Min. Isto é, você está afirmando que retas disjuntas têm a mesma direção?

Nie. Sim, estamos.

Min. Uma afirmação assustadora! (*longo silêncio*) Então? [153]

Nie. Estou esperando para saber se você confirma.

Min. Claro que não! Devo ir contra você, assinalando esse axioma como o mais monstruoso! O próprio Sr. Wilson não afirma isso, embora *admita* sua contrapositiva, a de que retas com direções diferentes se encontrarão (ver página [115]). E o que disse antes, repito agora: não-axiomático! Mas supondo que fosse aceito, como você provaria o teorema?

NIEMAND *lê*.

"Então, elas devem ser discodais, e o ângulo externo deverá ser igual (teorema 8) ao interno, o que é contrário à suposição".

[179] Refere-se ao postulado 5, o "postulado das paralelas".

Min. Razoável. Mas o teorema 8, ao qual você se refere, depende da existência de retas discodais. Seu teorema sustenta-se sobre duas pernas e *ambas*, eu temo, estão quebradas!

Nie. O próximo teorema é equivalente a Euclides I 32. Gostaria de ouvi-lo?

Min. Não é necessário: ele segue facilmente do teorema 8.

E nem preciso lhe perguntar qual teste prático você fornece para garantir o encontro de duas retas, haja vista que você tem o próprio axioma 12 de Euclides.

Nie. Provado como um teorema.

Min. *Tentou-se* prová-lo como um teorema. Agora darei um rápido panorama geral do livro do seu cliente.

O primeiro ponto que exige observações é a organização. Você começa arrastando o desafortunado iniciante direto para o ponto mais difícil do assunto. Seu primeiro capítulo é pleno de dificuldades sobre "direção". Então vem um longo capítulo sobre círculos, com algumas [154] figuras muito complicadas, e a teoria das tangentes, que depende do movimento de retas e do desaparecimento de cordas – tudo bastante desalentador para um iniciante. O que você imagina que ele provavelmente fará de tais sentenças como "a direção do movimento gerado pelo ponto em qualquer curva é aquela da tangente à curva naquele ponto"? (página 29) ou "também é evidente que o círculo, sendo uma curva simples, pode ter apenas *uma* tangente em qualquer ponto"? (página 29) O que *é* "uma curva simples"?

Nie. Não sei.

Min. Depois vem um capítulo de problemas e *então*, quando seu aluno tiver logrado êxito em dominar 34 páginas do seu livro, e tiver razoavelmente se familiarizado com tangentes, segmentos, diâmetros, ângulos reentrantes, "formas ovais", "formas semiconvexas e semicôncavas", você finalmente o confronta com o mais abstruso e terrível teorema: o Euclides I 4! É verdade que ele tem a "Ponte dos Asnos"[180] para ajudá-lo na prova que, por sua vez, é feita, aparentemente, apoiando-se nas propriedades dos círculos. Mas ainda com toda essa ajuda, é uma tarefa árdua.

Nie. Você está sendo duro com meu cliente.

Min. Bem, brincadeiras à parte, deixe-me dizer-lhe seriamente que creio ser necessária muita ingenuidade para organizar a geometria, com a intenção de ensiná-la, de um modo pior do que se encontra neste pequeno livro.

---

[180] "Pons asinorum", em latim, faz referência à proposição 5 do primeiro livro de Euclides, que foi citada anteriormente por Carroll.

Não creio que seja necessário criticar o livro do início ao fim, mas vou mencionar uma ou duas passagens que me chamaram a atenção quando o folheei [155].

Aqui, por exemplo, tem algo sobre "diretrizes", que parece ser um caso curioso de *loci*[181] – bastante diferente das retas, eu deveria dizer.

Nie. Oh, não, eles são exatamente a mesma coisa!

Min. Bem, encontrei, na página 4, "Diretrizes são divergentes ou paralelas" e, na página 11, "Diretrizes paralelas não podem se encontrar". Claramente, então, diretrizes nunca podem, sob nenhuma possibilidade, *coincidir*, mas retas comuns ocasionalmente o fazem, não?

Nie. É um curioso *lapsus pennæ*[182].

Min. Na página 7, observo um artigo intitulado "O princípio da dupla conversão", que citarei integralmente.

Lê.

"Se quatro magnitudes *a*, *b*, *A*, *B*, estão tão relacionadas de modo que, quando *a* é maior que b, *A* é maior que *B*, e quando *a* é igual a *b*, *A* é igual a *B*, então, inversamente, quando *A* é maior que *B*, *a* é maior que *b*; e quando *A* é igual a *B*, *a* é igual a *b*.

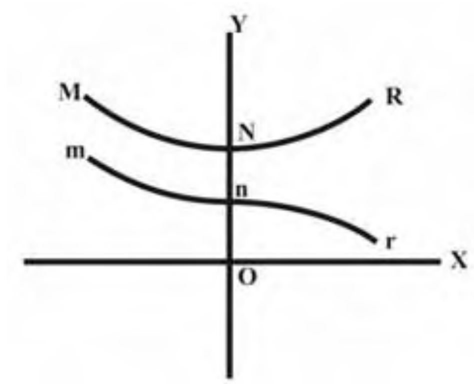
A verdade desse princípio, que se estende para todo o tipo de grandeza, é evidente: se, quando *A* é maior que *B*, *a* não é maior que *b*, este deve ser menor ou igual a *b*. Mas não pode ser menor pois, se assim o fosse, *A* deveria, pela parte antecedente da proposição, ser menor que *B*, o que é contrário à suposição feita. Também *a* não pode ser igual a *b* porque, neste caso, *A* deveria ser igual a *B*, o que também contraria a suposição. Deste modo, portanto, *a* não é nem menor e nem igual a *b*, e por isso deve ser maior que *b*".

---

[181] Em latim, plural de locus (lugar).

[182] Expressão latina que significa "um escorregão da pena", ou seja, "um pequeno erro ou equívoco de redação".

Agora sejam *a* e *A* variáveis que representam as ordenadas [156] de duas curvas, *mnr* e *MNR*, para a mesma abscissa, e sejam *b* e *B* constantes que representam suas intersecções com o eixo *Y*, isto é, tome *On* = *b*, e *ON* = *B*.



Esse diagrama não representa razoavelmente os *dados* da proposição? Veja, quando tomamos a abscissa negativa, a fim de se fazer *a* maior que *b*, estamos na parte esquerda da curva, e *A* é também maior que *B*; e, novamente, quando *a* é igual a *b*, estamos cruzando o eixo *Y*, onde *A* é também igual a *B*.

Nie. Parece bastante justo.

Min. Mas a conclusão não segue, certo? Com a abscissa positiva, *A* é maior que *B*, mas *a* é menor que *b*.

Nie. Não podemos negar isso.

Min. Qual você supõe que seria o efeito desse terrível teorema na mente de um simples estudante que se debateria com ele, convicto de que, por estar este impresso no livro, deve ser de *qualquer forma* verdadeiro?

Nie. (*graciosamente*) *Insônia*, certamente, seguida de *cefaleia* aguda e, provavelmente, *epistaxia*.

Min. Ah, esses nomes terríveis! Quem poderia supor [157] que um homem pudesse ter todos esses três distúrbios e sobreviver? E ainda assim, isso é possível!

Deixe-me ler-lhe uma declaração (na página 112) sobre incomensuráveis:

"Quando uma das grandezas pode ser representada somente por um número decimal com infinitas casas enquanto a outra é um número inteiro ou decimal finito, nenhum submúltiplo finito comum pode existir; por isso, embora uma unidade seja selecionada na última casa de um número inteiro ou decimal finito, já o decimal representado por todos os algarismos que seguem o lugar correspondente no decimal infinito é menor que aquela unidade naquele lugar e desconhecido na quantidade, não podendo ser uma medida comum de duas grandezas, pois é apenas o resto”.

Agora você pode colocar sua mão sobre o coração e declarar, nas palavras de um homem honesto, que você entende a sentença que começa com as palavras “já o decimal”?

Nie. (*veementemente*) Não, não posso!

Min. Das duas razões que foram mencionadas para explicar a afirmação “não podendo ser uma medida comum de duas grandezas”, a primeira – “é menor que aquela unidade naquele lugar” – ainda o deixa convicto? E a segunda – que é “desconhecido na quantidade” amadurece essa convicção tornando-a certeza?

Nie. (*rudemente*) Nem um pouco!

Min. Bem, não pretendo gastar mais tempo para “matar o morto”[183]. Você deve considerar o livro do Dr. Willock como rejeitado. E creio que podemos dizer que toda a teoria sobre “direções” desabou sob nossas investigações.

Nie. Receio profundamente que sim [158].

[183] No original, “slay the slain”, uma expressão equivalente àquela pela qual optamos, pois sua tradução literal seria “assassinar o assassinado”.

A T O III

CENA I

§ 1. Os Outros Rivais Modernos

"But mice, and rats, and such small deer,
Have been Tom's food for seven long year"[184].

Min. Considero que a questão relativa ao abandono ou manutenção do sistema e da numeração de Euclides está agora encerrada: concluído o assunto das paralelas, possivelmente nenhum pequeno ponto de diferença pode justificar o abandono de nosso velho amigo em favor de qualquer rival moderno. Mas ainda vale a pena examinar os outros autores, cujos trabalhos você trouxe, a fim de fornecer sugestões valiosas para a melhoria do manual de Euclides.

Nie. Os outros autores são CHAUVENET, LOOMIS, MORELL, REYNOLDS e WRIGHT.

Min. A partir de alguns temas podemos considerar a abordagem de cada um, em conjunto. Como eles definem reta?

[184] Essa citação é uma fala de *Rei Lear* (ato III, cena IV), de Shakespeare. Na tradução de Millôr Fernandes e Beatriz Viégas-Faria (William Shakespeare – obras escolhidas, Porto Alegre: L&PM, 2008), ela é dita pelo personagem Edgar como "Mas só ratos, camundongos / E mais bichinhos assim / Foram a comida de Tom / Por sete anos sem fim".

Nie. Todos, à exceção do Sr. Reynolds, definem-na como a menor distância entre dois pontos ou, mais exatamente, para usar as [159] palavras do Sr. Chauvenet, "uma linha da qual cada parte é a menor entre os pontos que limitam aquela parte".

Min. Discutimos essa definição no livro do Sr. Legendre. Como o Sr. Reynolds a define?

Nie. Ele não define.

Min. Muito cauteloso. E sobre ângulos?

Nie. Alguns deles permitem limites maiores do que Euclides. O Sr. Wright fala de "ângulos de continuação" e "ângulos de rotação".

Min. Muito bom para a Trigonometria, mas não tão adequado para uma introdução à Geometria. Como eles definem paralelas?

Nie. Como em Euclides, todos eles.

Min. E quais proposições da Tabela II eles afirmam?

Nie. A de Playfair, ou então sua equivalente: "uma única reta pode ser traçada, paralela a uma reta dada, por um ponto dado fora dela".

Min. Vamos, agora, considerá-los um a um [160].

A T O III

CENA I

§ 2. CHAUVENET

"Where Washington hath left
His awful memory
A light for after times!"[185]

Nie. Trago diante de você *A Treatise on Elementary Geometry*[186], por W. CHAUVENET, LL. D.[187], Professor de Matemática e Astronomia na Universidade de Washington, publicado em 1876.

Min. Leio no prefácio (página 4): "Tenho me empenhado para expor os elementos com todo o rigor e completude exigidos pelo presente estado da ciência geral, *sem seriamente tomar como ponto de partida a ordem estabelecida das proposições*". Então haveria uma pequena dificuldade, suponho, para introduzir no próprio manual de Euclides todas as melhorias que o Sr. Chauvenet pode sugerir.

[185] Os versos são de Robert Southey (1774-1843), da *Ode Written During the War with America*, de 1814. Uma tradução aproximada é:
Onde Washington deixou
Sua terrível memória
Como uma luz para além do tempo!

[186] Um Tratado Sobre Geometria Elementar.

[187] Do latim *Legum Doctor*. A expressão varia em alguns países, mas no Brasil é entendida como *Doutor em Direito* ou *Doutor em Ciências Jurídicas*.

Página 14, proposição I[188], e página 18, proposição V[189]: tomadas juntas, elas nos dizem que apenas uma perpendicular a uma reta pode ser desenhada a partir de um ponto. E vários acréscimos sobre retas oblíquas são feitos em proposições subsequentes. Tudo isso pode ser bem incorporado numa nova proposição, que poderíamos interpolar como sendo a Euclides I 12B [161]

Página 26: a proposição XV[190] afirma a equidistância das paralelas. Isso pode ser interpolado como Euclides I 34B.

Outro novo teorema, sobre serem iguais os ângulos cujos lados de um são paralelos aos do outro (que, observo, é um grande favorito dos rivais modernos), me parece uma extensão um tanto malfeita e desinteressante de Euclides I 29.

Percebo diversas proposições que poderiam estar bem inseridas como *exercícios* no livro de Euclides (*por exemplo*, a proposição XXXIX: "Qualquer ponto na bissetriz de um ângulo está igualmente distante dos lados"), mas que são quase de nenhuma importância para serem incluídas como proposições; e outras (*por exemplo*, a proposição XL: "As bissetrizes dos três ângulos de um triângulo se encontram no mesmo ponto") que parecem pertencer mais adequadamente ao terceiro ou quarto livro de Euclides. Não tenho outros comentários a fazer sobre este livro, que parece bem e claramente redigido [162].

---

188 *Por um ponto dado sobre uma linha reta, uma e somente uma perpendicular pode ser traçada*.

189 *Por um ponto dado fora de uma linha reta, uma e apenas uma perpendicular pode ser traçada à reta.*

190 *Duas paralelas são, em qualquer das suas partes, equidistantes.*

A T O III

CENA I

§ 3. LOOMIS

"Like – but oh! how different!"[191]

Nie. Trago-lhe *Elements of Geometry*[192], de ELIAS LOOMIS, LL. D.[193], Professor de Filosofia Natural e Astronomia no Yale College, uma edição revisada de 1876.

Min. Leio no prefácio (página10): "O volume atual segue substancialmente a ordem do livro de Legendre na edição de Blanchet[194], enquanto que a forma das demonstrações é modelada segundo o mais lógico método de Euclides". Contudo, ele não adotou o método das séries infinitas, o que constitui uma distinção crucial entre esse autor e Euclides.

As proposições estão quase na mesma ordem que as de Euclides: há poucas mudanças na ordem e na numeração. O livro seria um Euclides modernizado, adotando o axioma de Playfair e omitindo as diagonais de Euclides II. Essas são as únicas

---

[191] A citação (cuja tradução aproximada seria "Parecidos – mas, oh! quão diferentes!") é do poema de William Wordsworth (1770-1850), poeta romântico inglês.
[192] Elementos de Geometria.
[193] Do latim *Legum Doctor*, termo já comentado anteriormente.
[194] Marie Parfait Alphonse Blanchet é um dos comentadores de Legendre e responsável pela reedição de seu *Éléments de Géométrie*.

diferenças marcantes. Não tenho críticas negativas a fazer. Nossos primos americanos nos deram um excelente exemplo da arte de escrever a matemática de forma clara e breve [163].

A T O III

CENA I

§ 4. MORELL

"Quis custodiet ipsos custodes?
Quis inspiciet ipsos inspectores"[195]

Nie. Trago-lhe *Euclid Simplified, Compiled from the Most Important French Works, Approved by the University of Paris and the Minister of Public Instruction*[196], do Sr J. R. MORELL, H. M. Inspector of Schools[197], publicado em 1875.

Min. O que você tem sobre linhas[198], para começo de conversa?

Nie. Aqui está a definição. "O lugar em que duas superfícies se encontram é chamado de linha".

Min. Realmente! Consideremos duas esferas que se tocam, por exemplo!

Nie. Ah! Abandonamos a definição.

Min. Talvez sejamos mais afortunados com a definição de uma linha *reta*.

---

[195] Frase latina do poeta romano Juvenal. Em tradução livre: "Quem vigia os vigilantes? Quem inspeciona os inspetores?".

[196] *Euclides Simplificado, Compilado dos Mais Importantes Estudos Franceses, Aprovado pela Universidade de Paris e pelo Ministério de Instrução Pública*.

[197] Membro da *Her Majesty's Inspectorate of Education* (HMIE), uma ampliação do que era, na época de Carroll, a inspetoria de escolas.

[198] Na maioria das vezes, devido ao contexto, traduzimos o termo "line" por "reta", do mesmo modo como fizemos para a expressão "straight line". Neste capítulo, entretanto, foi preciso usar "linha" e "linha reta" para manter as argumentações de Carroll.

Nie. É uma “linha indeterminada, a menor entre quaisquer dois de seus pontos” [164].

Min. Uma “linha *indeterminada*”! O que afinal você quer dizer com isso? É uma linha curva mais definida do que uma linha reta?

Nie. Não sei.

Min. Nem eu. O resto da sentença é ligeiramente elíptico. Naturalmente que você quer dizer “a mais curta que pode ser traçada”?

Nie. (*avidamente*) Sim, sim!

Min. Bem, já discutimos esse assunto anteriormente. Continue.

Nie. A seguir temos um axioma: “de um ponto a outro apenas uma linha reta pode ser desenhada e, se duas partes de uma linha reta coincidem, essas linhas coincidem em toda a sua extensão”.

Min. Você me confunde. Como pode uma parte de uma linha reta coincidir com outra?

Nie. (*depois de uma pausa*) Não pode, naturalmente, *in situ*[199]: mas por que não pegar uma parte e colocá-la sobre outra?

Min. Isso é possível, se você quiser. Deixe-nos pegar qualquer linha reta, cortar uma polegada[200] dela, e colocá-la ao longo de outra polegada da linha. O que vem a seguir?

Nie: “Essas linhas coincidem em toda sua extensão”.

Min. Elas coincidem realmente? E quais *são* “essas linhas”? As duas polegadas?

Nie. (*melancolicamente*) Creio que sim.

Min. Então o axioma é simples tautologia.

Nie. Bem, nós queremos dizer que toda a linha reta e... e...

Min. E o que mais? Você não pode falar “uma linha reta” como sendo “essas linhas”, você sabe disso [165].

Nie. Nós abandonamos o axioma.

Nin. Melhor sorte da próxima vez! Tente outra definição.

Nie. “Uma linha quebrada é uma linha composta de linhas retas”.

Min. Mas uma linha *reta* também é “uma linha composta de linhas retas”, não é?

Nie. Bem, abandonamos a definição.

[199] Expressão latina: “no lugar”.
[200] Uma polegada equivale a 2,54 centímetros.

Min. Esse é um processo um tanto quanto novo em nossa navegação. Ao invés de verificarmos a profundidade[201], parece que estamos jogando fora toda a nossa carga! Fale alguma coisa sobre ângulos.

Nie. "A figura formada por duas retas que se cruzam é chamada de ângulo".

Min. O que você quer dizer por "figura"? Você define isso em algum lugar?

Nie. Sim. "Figura é o nome dado a volumes, superfícies e retas".

Min. Em qual categoria você coloca "ângulo"?

Nie. Não sei.

Min. Alguma novidade quanto à definição ou igualdade de ângulos retos?

Nie. Não, exceto que *provamos* que todos os ângulos retos são iguais.

Min. Isso nós já discutimos (ver página [57]). Continuemos com os pares de retas e com sua prova de Euclides I 29 e I 32.

NIEMAND *lê*.

"Teorema 19. Duas retas perpendiculares à mesma reta são paralelas" [166].

Min. Você quer dizer "disjuntas"?

Nie. Sim.

Min. Você definiu "paralela" em algum lugar?

Nie. (*depois de uma busca*) Não consigo encontrar.

Min. Uma omissão descuidada. Além disso, sua afirmação nem sempre é verdadeira. Suponha que suas duas retas sejam traçadas a partir do mesmo ponto. E daí?

Nie. Pedimos para corrigir a sentença. "Duas retas *distintas*".

Min. Muito bem. Então você está enunciando a Tabela I 6. (veja página [29]). Estou de acordo.

NIEMAND *lê*.

"Teorema 20. Através de um ponto situado fora de uma reta, uma paralela, e somente uma, pode ser desenhada àquela reta".

---

[201] A metáfora da viagem náutica acompanha toda a obra de Carroll. Minus e Niemand, portanto, "navegam" juntos e aqui e acolá interrompem a navegação para checar a profundidade do oceano (das obras dos rivais) ou a existência de obstáculos.

Min. "*Uma* paralela", afirmo imediatamente: é a Tabela I 9. Mas o "*somente uma*" nos leva à Tabela II. Qual dos axiomas você assume?

Nie. "É possível admitir que somente uma paralela pode ser desenhada a ela".

Min. Isso está na Tabela II 15 (*b*) – uma contrapositiva do axioma de Playfair. Não precisamos seguir com esse assunto: tudo é fácil depois disso. Dê-me o livro, por favor, quero fazer um apanhado geral quanto ao estilo etc.

Na página 4, leio: "Dois teoremas são recíprocos quando a hipótese e a conclusão de um são a conclusão e a hipótese do outro". (Eles são geralmente chamados de "recíprocos" – o recíproco *técnico*, não o *lógico*, como mencionei há algum tempo atrás [47], mas deixe isso para lá) [167]. "Dessa forma, o teorema '*se dois ângulos são ângulos retos, então eles são iguais*' tem por seu recíproco '*se dois ângulos são iguais, então eles são ângulos retos*'."

(Esse, a propósito, é um exemplo cabal da distinção entre "técnico" e "lógico". Aqui o recíproco *técnico* é um total *nonsense*, enquanto o recíproco *lógico* é, naturalmente, tão verdadeiro quanto o teorema em si: "*alguns casos de dois ângulos iguais são casos de ângulos retos*".)

"Todas as proposições são diretas, recíprocas, ou contrárias – todas tão minuciosamente conectadas que qualquer uma das duas últimas" (presumo que ele queira dizer "as duas últimas") "é uma consequência das outras duas".

Uma "consequência"! Será que ele quer dizer uma consequência *lógica*? Ele nos deixaria fazer um silogismo das três, usando "diretas" e "recíprocas" (por exemplo) como premissas e "contrárias" como conclusão?

Vejamos, antes, o que ele chama de proposição "contrária".

"É uma proposição direta para provar que todos os pontos de um círculo gozam de uma determinada propriedade, por exemplo, têm mesma distância do centro".

(Essa noção de pontos sentimentais, a propósito, é muito charmosa. Gosto de pensar que todos os pontos num círculo realmente sentem uma plácida satisfação ao pensar que estão equidistantes do centro! Eles são infinitos em número e por isso podem se permitir desprezar a arrogância de um ponto de dentro e ignorar os murmúrios invejosos de um ponto de fora do círculo!)

"A proposição contrária mostra que todos os pontos tomados fora ou dentro da figura não gozam dessa propriedade" [168].

Então, este é o trio dele:

1. Direta. "Todos os *X* são *Y*".

2. Recíproca. “Todos os *Y* são *X*”.

3. Contrária. “Todos os que são não-*X*, são não-*Y*”.

Aqui, naturalmente, os números 2 e 3, sendo contrapositivas, são logicamente dedutíveis um do outro. O número 1 não tem conexão lógica com qualquer uma das duas.

E ainda ele diz que as três estão “todas tão minuciosamente conectadas que qualquer uma das duas últimas é consequência das outras duas”! Vestígios de Aldrich[202]! Nós chegamos a isso? Você não diz nada, *mein Herr*?

Nie. Digo que, se você deixa claro o que chama de “premissa”, não pode negar a conclusão.

Min. Verdade. Isso me lembra uma resposta dada há alguns anos nas Escolas de Oxford, quando o Examinador pediu um exemplo de um silogismo. Depois de pensar muito pacientemente, o candidato forneceu:

“Todos os homens são cães;
Todos os cães são homens:
Portanto, todos os homens são cães”.

Isso certamente tem a *forma* de um silogismo. E também evita, com indiscutível sucesso, a falácia perigosa de “quatro termos”[203]. E tem o grande mérito do silogismo do Sr. Morell segundo o qual, se você estabelece as premissas, não pode negar a conclusão. No entanto, sinto-me compelido a contar-lhe que ele *não* foi elogiado pelo Examinador.

Nie. Acredito piamente nisso.

Min. Prosseguindo. “As provas diretas e recíprocas são geralmente as mais simples, e não requerem uma construção nova”. Por que “nova”? A “direta” vem *antes* [169], aparentemente; por isso, se for necessária qualquer construção, ela *deve* ser uma construção “nova”.

Nie. Não seja hipercrítico.

---

[202] É possível que Carroll esteja se referindo a Henry Aldrich que, depois de estudar na Westminster School, em 1662 ingressou na Christ Church, Oxford, e em 1689 tornou-se Deão. Aldrich ficou bastante conhecido pelo seu livro de lógica, o *Artis Logicæ Compendium*. Esse livro, ainda que não contivesse inovações no campo da lógica e seguisse de perto o *Summulae Logicales*, de Petrus Hispanus, foi usado por diversas gerações de estudantes de Oxford até o século XIX.

[203] A *falácia dos quatro termos* (do latim *quaternio terminorum*) ocorre quando uma palavra-chave é utilizada com dois significados no mesmo silogismo, conduzindo a uma conclusão errada, como no exemplo a seguir:
Os homens são racionais.
As mulheres não são homens.
Portanto as mulheres não são racionais.

Min. Bem, esse *é* um problema insignificante[204], confesso: mudemos de assunto. Aqui está uma boa prova do teorema 4[205].

“Então $m + o = m + x$

Mas $m = m$.

Portanto $o = x$”.

Não é “mas $m = m$” uma encantadora afirmação cautelosa? Seu cliente parece estar muito mais à vontade em Álgebra que em Lógica, o que quer dizer muito.

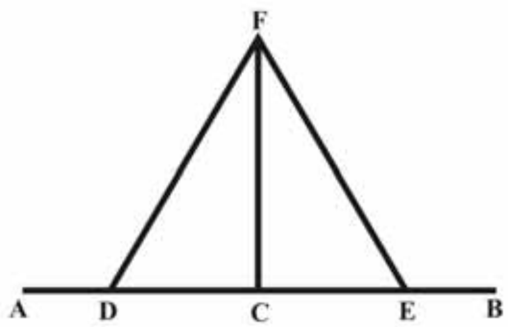
Na página 9, leio “A base de um triângulo isósceles é o lado desigual”.

“*O lado desigual*”! Um triângulo equilátero é ou não isósceles? Responda, *mein Herr*!

Nie. Prossiga.

Min. Na página 17, leio: “De um e do mesmo ponto não é possível desenhar três retas iguais até outra reta porque, se assim o fosse, *haveria, no mesmo lado de uma perpendicular, duas oblíquas iguais,* o que é impossível”.

Por gentileza, prove a afirmação em itálico neste diagrama, no qual digo que *FD*, *FC* e *FE* são retas iguais, e [170] a que está no *meio* das três é uma perpendicular à “outra reta”.



Nie. (*furiosamente*) Não o farei!

Min. Olhe a página 36. “Uma circunferência é geralmente descrita, em linguagem usual, tomando um de seus raios”. Esperemos que a linguagem seja lisonjeira – pelo menos se a circunferência estiver próxima e puder ouvir! Você não consegue imaginar os raios à mesa, se erguendo graciosamente e limpando os lábios? “Cavalheiro! O brinde que tenho a honra de lhes propor é etc, etc. Cavalheiros, eu lhes

[204] A expressão original, “small deer” (pequeno veado) indica algo quase inútil, que não vale a pena perder tempo perseguindo. A palavra “deer”, em inglês antigo, era utilizada tanto para “veado” quanto para “animais” em geral, como se pode perceber na epígrafe do Ato III, Cena I, § 1, de Shakespeare.

[205] *Se duas linhas retas AB e CD se intersectam [em E], os ângulos AEB e CED opostos pelo vértice são iguais.*

dou *a Circunferência*!” E depois o coro de retas extasiadas: “por isso ele é um bom companheiro!”

Nie. (*arrebatadamente*) Ha, ha! (*verificando a si próprio*)[206] Você está insultando meu cliente.

Min. Apenas preenchendo lacunas em seu sugestivo esquema. Tente a página 48. “Teorema 13. Se duas circunferências são interiores” etc. Pode a sua imaginação, ou a minha, compreender a ideia de duas circunferências, a primeira dentro da segunda e a segunda dentro da primeira? Não! *Nós* somos meros prosaicos mortais: isso está além de nós!

Na página 49, vejo alguns comentários estranhos sobre raios. Primeiro, veja a definição 44: “Quando uma magnitude está contida num número exato de vezes de duas magnitudes de seu tipo, diz-se que é sua medida comum”. (O termo é desajeitado e sugere a ideia de haver apenas *uma* “medida comum”, mas deixe isso para trás.) “A razão de duas magnitudes do mesmo tipo é o número que expressa a medida da primeira se a segunda for tomada como unidade”.

“*A medida do primeiro*”! Você entende isto? É uma “medida” tal qual você acabou de definir? Ou de algum outro tipo? [171]

Nie. De algum outro tipo, *creio*. Mas há uma leve obscuridade em algum lugar.

Min. Talvez este próximo enunciado o esclareça. “Se duas magnitudes do mesmo tipo *A* e *B* são mutuamente comensuráveis” (a propósito, “mutuamente” é uma tautologia) “suas razões são um número inteiro ou fracionário, obtido pela divisão dos dois números, um pelo outro, e expressa quantas vezes estas magnitudes contêm sua medida comum *M*”. Você entende *isso*?

Nie. Bem... não!

Min. Tomemos um exemplo: £3 e 10s[207]. Um xelim é *uma* medida comum dessas duas somas. Você a aceitará como “a medida comum *delas*”?

Nie. Provisoriamente.

Min. Agora, o número “obtido pela divisão dos dois números” (presumo que você queira dizer “as duas magnitudes”) “um pelo outro”, é “6”, não é[208]?

[206] Niemand olha para si mesmo porque, lembremos, ele é, ao mesmo tempo, o cliente e o advogado.
[207] 3 libras (£) e 10 xelins (*shilling*, em inglês, de símbolo *s*). No Reino Unido, o xelim equivalia a 12 d (*pence* antigo) ou 1/20 de libra, isto é, havia 240 *pence* antigos para uma libra. O xelim foi substituído pela nova moeda de cinco *pence* quando da adoção do sistema decimal em 1971.
[208] À época de Carroll, 1 libra (£) equivalia a 20 xelins (s). Nessa citação, tomando-se 3 libras, temos 60 xelins, os quais, divididos pelos 10 xelins, dão 6 como resultado.

Nie. Parece que sim.

Min. Bem, este número "expressa quantas vezes estas magnitudes contêm sua medida comum", isto, é um xelim?

Nie. Dificilmente.

Min. Você alguma vez encontrou *um* número que pudesse "expressar" *dois* fatos distintos?

Nie. Seria melhor mudar de assunto.

Min. Muito bem, ainda que haja muito mais sobre isso e embora a obscuridade se aprofunde à medida que seguimos. Nós "emendamos o verso" com um pouco de criticismo clássico. Olhe a página 81. "Homólogo, do Grego *ὁμοῖος*, igual ou [172] semelhante, *λόγος*, palavra ou razão". Você acha que esse inspetor escolar alguma vez ouviu falar da grande controvérsia da Igreja, da qual se originou a diferença entre *ὅμος* e *ὁμοῖος*?

Nie. (*apreensivamente*) Creio que não. Mas esse não é um lapso matemático, você sabe.

Min. Você está certo. *Revenons à nos moutons*[209]. Volte à página 145, artigo 65. "Para medir áreas é comum tomar um quadrado como unidade". Para mim, que sempre estive acostumado a considerar "um quadrado" como uma magnitude concreta e "unidade" como um número puro, leio essa afirmação e fico chocado, mas absolvo o autor de qualquer grosseria intencional. Nada pode ultrapassar a delicadeza das próximas poucas palavras: "já foi estabelecido que superfícies são medidas indiretamente"! As retas, naturalmente, podem ser medidas de qualquer forma: não é possível magoar sua sensibilidade inexistente; mas há uma generosidade – uma amplitude de sentimento – com relação à superfície que fala de um nascimento nobre – "em cada polegada (quadrada) um Rei!"[210] − e assim o medimos com olhos desviados e sussurramos sua área com respiração contida.

Nie. Retornemos ao assunto[211].

---

[209] A expressão francesa "voltemos aos nossos carneiros", originária da comédia *La Farce du Maître Pathelin* (século XV, autor desconhecido), popularizou-se, devido à peça, como "voltemos ao nosso assunto".

[210] A expressão "every inch a King!" (a qual Carroll subverte em "every (square) inch a King!") é uma citação de Rei Lear (Ato IV, Cena VI), de Shakespeare. Segundo a tradução de Millôr Fernandes (William Shakespeare – Obras Escolhidas, editora L&PM, 2008), o diálogo é o seguinte:
GLOUCESTER: Conheço bem o timbre dessa voz; não é o Rei?
LEAR: Sim, de alto a baixo um Rei.

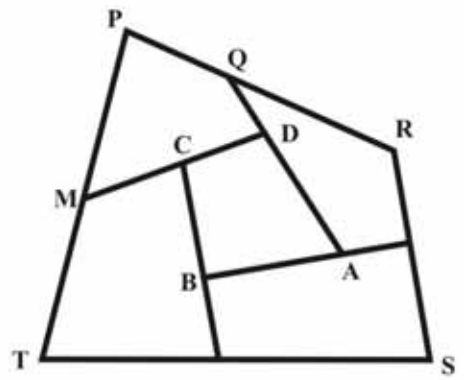
[211] Carroll usa aqui a expressão, em inglês, similar à francesa "revenons à nos moutons".

Min. Bem, pegue a página 156. Aqui está um “scholium”[212] de um teorema sobre a área de um setor circular. O “scholium” começa dessa forma: “Se α é o número de graus do arco de um setor, devemos encontrar o comprimento deste arco...”. Faço uma pausa para perguntar “se β fosse o número, deveríamos encontrá-lo *então*?”

Nie. (*solenemente*). Deveríamos!

Min. “Duas retas multiplicadas pela medida das áreas devem ter como referência a mesma unidade linear”. *Isso*, digo, é um tanto obscuro, mas [173] é brilhante quando comparado com a nota que a segue. “Se a unidade linear e a unidade angular são tomadas arbitrariamente, qualquer ângulo tem por medida a razão entre o número de unidades lineares contidas nos arcos que o ângulo em questão e a unidade irregular intersectam em qualquer circunferência descrita a partir do encontro de seus centros comuns”[213]. Essa não é uma nota útil? “A unidade irregular”! Linear ou angular, me pergunto? E os “centros comuns”! Quantos centros uma circunferência geralmente precisa ter? Perturbar-lhe-ei apenas com um extrato a mais, como uma *bonne bouche*[214] para encerrar.

“Teorema 9 (página126). *Qualquer linha fechada convexa ABCD envolta por qualquer outra linha fechada PQRST é menor do que ela*”.



“Todas as linhas infinitas *ABCD*, *PQRST* etc ...” A propósito, estes são exemplos curiosos de “linhas infinitas”, não são?

Nie. (*apressadamente*) Queremos dizer “infinitas” em *número*; não em *comprimento*.

[212] Palavra de origem grega (em português: escólio) para um comentário crítico, gramatical ou explicativo escrito à margem de um manuscrito de outro autor, como uma glosa. Em matemática, um escólio é uma nota ampliando e detalhando uma prova já feita.
[213] A redação – complicada e sem sentido – é proposital no texto de Carroll.
[214] Expressão francesa para “um bom bocado”, “um petisco”.

Min. Bem, de qualquer forma, você se expressa estranhamente, "... que encerram a superfície plana *ABCD* não podem ser iguais. Desenhando a linha reta *MD*, que não intersecta *ABCD*, *MD* será menor do que *MPQD*, e adicionando [174] a ambos os membros a parte *MTSRQD*, o resultado será *MDQRSTM*, menor do que *MPQRSTM*". Esse resultado é provado?

Nie. Não.

Min. É verdade?

Nie. Não necessariamente.

Min. Talvez seja um *lapsus penæ*. Tente corrigi-lo.

Nie. Se adicionarmos a *MD* a parte *MTSRQD*, obteremos *MDQRSTM*, é verdade. Mas se a adicionarmos a *MPQD*, obteremos *QD* duas vezes mais, isto é, obteremos *MPQRSTM* junto com o dobro de *QD*.

Min. Como essa adição se encaixa ao resto da prova?

Nie. Ela a arruína. Tudo depende de provarmos que o perímetro *MDQRSTM* é menor do que o perímetro de *MPQRSTM*, o que esse método fracassou ao tentar fazer – como naturalmente deve ocorrer com todos os métodos, já que a afirmação é impossível de provar.

Min. Então a prova toda se desmantela por completo?

Nie. Não podemos negar.

Min. Vamos a outro autor [175].

A T O III

CENA I

§ 5. REYNOLDS

"Though this be madness, yet there's method in't"[215].

Nie. Trago-lhe o *Modern Methods in Elementary Geometry*[216], de E. M. REYNOLDS, M. A.[217], professor de Matemática no Clifton College, Modern Side, publicado em 1868.

Min. Meu primeiro comentário sobre ele é que as definições e axiomas estão espalhados pelo livro ao invés de estarem juntos, no começo, e não há índice algum, de forma que o leitor somente chega a eles por acaso: é quase impossível fazer referência a eles.

Nie. Não posso defender a inovação.

Min. No teorema 1 (página 3), leio: "os ângulos *CDA* e *CDB* são, juntos, iguais a dois ângulos retos. *Por isso eles preenchem exatamente o mesmo espaço*". Você quer dizer espaço finito ou infinito? Se "finito", aumentamos o ângulo esticando seus lados; se "infinito", a ideia é inadequada para o ensino elementar. Seria melhor você

[215] A frase é do Hamlet (Ato II, Cena II) de Shakespeare, proferida por Polônio. Na tradução de Millôr Fernandes (*William Shakespeare – obras escolhidas*, L&PM Editores, 2008): "Loucura, embora tem lá o seu método".
[216] Métodos Modernos em Geometria Elementar.
[217] Mestre em Artes (Master of Arts).

abandonar a ideia de um ângulo que “preenche o espaço”, já que ela não melhora em nada o método de Euclides [176].

Página 61. O teorema II (do livro III) estabelece que os paralelogramos de bases iguais e entre as mesmas paralelas “podem sempre ser colocados de forma que suas bases iguais coincidam”, e está claramente assumido que eles ainda estarão “entre as mesmas paralelas”. E novamente, à página 63, a altura de um paralelogramo é definida como “*a* distância perpendicular do lado oposto à base”, claramente implicando haver apenas *uma* distância. Em ambas essas passagens, o teorema admite, sem dar nenhuma prova, que “paralelas são equidistantes uma da outra”, embora naturalmente isto pudesse ser facilmente deduzido do teorema XVI[218] (página 19).

Os teoremas de Euclides II estão aqui provados algebricamente, o que sustento enfaticamente ser uma mudança para pior, principalmente porque conduz ao difícil tema das magnitudes incomensuráveis, o que certamente deveria ser evitado num livro para iniciantes.

Tenho pouco a comentar sobre este livro. Vários dos seus novos teoremas me parecem ser prematuros como, por exemplo, o teorema XIX[219]. Mas os pecados da *omissão* são mais sérios. Ele realmente abandona, do primeiro livro de Euclides, as proposições 7, 17, 21 (segunda parte), 24, 25, 26 (segunda parte) e 48 e, do segundo livro, as de número 1, 2, 3, 8, 9, 10, 12 e 13. Além disso, ele separa problemas e teoremas, o que sustento ser um erro. Não o incomodarei mais com nenhum outro comentário [177].

---

[218] *Os lados e ângulos opostos de um paralelogramo são iguais*.

[219] O teorema é nomeado “Loci” (plural de “locus”, que em latim significa “lugar”). Dado um triângulo de base AB cujo ponto médio é C, o teorema demonstra a existência da reta CD (lugar geométrico) cujos pontos são equidistantes dos vértices A e B.

A T O III

CENA I

§ 6. WRIGHT

"Defects of execution unquestionably exist"[220].
WRIGHT, *Pref.* p. 10

Nie. Trago-lhe *The Elements of Plane Geometry*[221], de R. P. WRIGHT, Professor de Matemática na University College School, em Londres; segunda edição, 1871.

Min. Algumas das mudanças no método de Euclides, feitas neste livro, são defendidas no Prefácio.

Em primeiro lugar, o autor reivindica crédito por ter mais axiomas do que Euclides, a quem ele culpa por ter demonstrado "muita coisa óbvia". Preciso fazer uma pausa enfática para lhe lembrar que "obviedade" não é uma propriedade invariável: para um intelecto *perfeito*, o todo de Euclides, até o final do Livro XII, seria "óbvio" tão logo as definições tenham sido dominadas, mas os geômetras precisam escrever para os intelectos *imperfeitos*, e não é possível estabelecer, em princípios gerais, onde os axiomas deveriam terminar e os teoremas deveriam iniciar. Vejamos alguns desses novos axiomas. Na página viii do prefácio, [178] leio: "à retidão de uma reta

---

220 É inquestionável: há defeitos de execução.
221 *Elementos de Geometria Plana*.

naturalmente associamos o menor caminho possível entre quaisquer dois de seus pontos; considere isso admitido etc". Esse me parece ser um axioma bastante sujeito a objeções que nos obriga a considerar o comprimento de linhas *curvas*. Esse assunto já discuti com o Sr. Legendre (página [56]).

Segundo: procurei em vão, no livro, os novos axiomas com os quais o anfitrião nos ameaça no prefácio. Possivelmente negligenciei alguns, já que ele nunca usa a nomenclatura "axioma", mas consegui encontrar apenas *um* novo axioma, na página 5. "Todo ângulo tem uma, e apenas uma bissetriz", que vale muito a pena estabelecer. Talvez o autor queira dizer que suas provas não são tão completas quanto as de Euclides, mas ele afirma que são corretas. Não creio que isso represente alguma melhora num livro que se entende ser para iniciantes.

Outra mudança, declarada no prefácio como melhoria, é o uso mais constante de superposições. Já considerei esse ponto antes (página [47]) e concluí que o método de construção de uma figura nova de Euclides tem todas as vantagens e não peca pela obscuridade do método da superposição.

Vejo pouco para se comentar quanto ao estilo geral do livro. Na página 21, leio: "a reta *AI* satisfaz as quatro condições seguintes: ela passa pelo vértice *A*, pelo ponto médio da base *I*, é uma perpendicular à base e é a bissetriz dos ângulos opostos pelo vértice. Logo, duas dessas quatro condições são suficientes para determinar a reta *AI*,... Portanto, uma reta que satisfaça quaisquer duas dessas quatro condições, necessariamente satisfará as outras duas". Tudo [179] isso é estranhamente impreciso: a quarta condição é suficiente por si mesma para determinar a reta *AI*.

Na página 40, vejo o surpreendente anúncio de que "o mais simples de todos os polígonos é o *triângulo*"! Esse é certamente um novo uso para "muitos"? Eu gostaria de saber se o autor está preparado para aceitar a afirmação de que "*muitas* pessoas nadaram pelo Bósforo", a partir da afirmação de Byron:

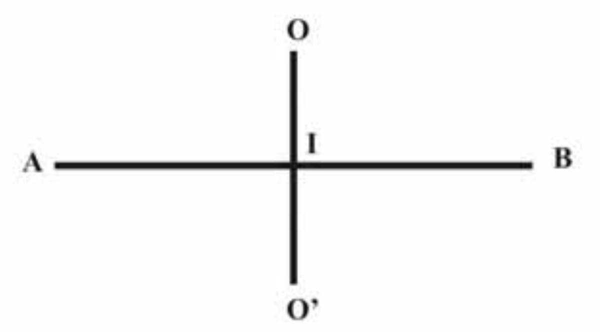
"Como uma vez (uma façanha da qual nos orgulhamos)
Leander, Sr. Ekenhead e eu fizemos"[222].

---

[222] A citação é do poema *Don Juan*, Canto II, parte CV, de George Gordon Lord Byron, mais conhecido como Lorde Byron (1788-1824), poeta britânico.
But in his native stream, the Guadalquivir,
Juan to lave his youthful limbs was wont;
And having learnt to swim in that sweet river,
Had often turn'd the art to some account:
A better swimmer you could scarce see ever,
He could, perhaps, have pass'd the Hellespont,

Como um espécime do estilo prolixo e não científico do escritor, tome o seguinte:

"*De qualquer ponto O, uma, e apenas uma, perpendicular pode ser traçada a uma reta AB dada*".



"Seja *O'* o ponto no qual *O* cairia se, dobrando-se o papel ao longo de *AB*, a porção mais alta da figura ficasse virada sobre a porção mais baixa. Se dos pontos *O* e *O'* forem desenhadas retas a qualquer ponto *I* da reta *AB*, os ângulos adjacentes *OIB* e *O'IB* serão iguais; dobrando novamente o papel ao longo de *AB* e colocando a parte mais alta sobre a mais baixa, *O* cai sobre *O'*, *I* permanece fixo, e o ângulo *OIB* coincide exatamente com o *O'IB*. Agora, para que a reta *OI* possa ser perpendicular a *AB* (ou, em outras palavras, que *OIB* possa ser um ângulo reto), [180] a soma dos dois ângulos adjacentes *OIB* e *O'IB* deve ser igual a dois ângulos retos e, consequentemente, seus lados *IO* e *IO'* devem estar sobre a mesma reta. Mas, uma vez que sempre podemos desenhar uma e apenas uma reta entre os dois pontos *O* e *O'*, segue que de um ponto *O* sempre podemos desenhar uma e apenas uma perpendicular à reta *AB*".

Você acha que poderia fazer uma prova mais desajeitada ou mais obscura desse teorema quase axiomático?

Nie. (*cautelosamente*) Eu não tentaria.

Min. Isso de dobrar e redobrar o papel está mais para um livro infantil de quebra-cabeças do que para um tratado científico. Eu ficaria muito sentido se fosse um aluno que tivesse que *aprender* essa preciosa demonstração! Em tal caso, eu não poderia expressar melhor meus sentimentos do que citando três palavras desse teorema: "*I permanece fixo*"![223]

As once (a feat on which ourselves we prided)
Leander, Mr. Ekenhead, and I did.

[223] Aqui há um jogo de linguagem intraduzível para o português: no teorema, "*I*" representa um ponto que permanece fixo quando se dobra o papel. No entanto, "*I*" é o pronome que representa a primeira

Concluindo: com relação a esses cinco autores, posso dizer que, para mim, eles não parecem trazer nenhuma novidade desejável que possa ser facilmente introduzida numa edição corrigida de Euclides.

Nie. É uma posição que não discuto.

pessoa do singular em inglês e, sendo assim, a frase do original "*I remains fixed*" também pode ser compreendida como "*Eu permaneço imóvel*, *atônito*".

A T O III

CENA II

§ 1. MANUAL DA ASSOCIAÇÃO PARA A MELHORIA DO ENSINO DE GEOMETRIA. 1878.

"Nos numerus sumus"[224].

Nie. O último livro a ser examinado é o novo Manual do Sr. Wilson[225], baseado no Manual da Associação de Geometria.

Min. Seria melhor começar examinando o próprio Manual. Admito que meu desejo era fazer isso na presença de algum membro do Comitê que pudesse nos dar mais detalhes do que é, no presente, pouco mais do que um esqueleto. Mas receio que isto está fora de questão.

Nie. Você não precisaria ir longe para buscar um. *Eu* sou um membro do Comitê.

Min. (*atônito*) Você! Um professor alemão! Nenhum membro com tal característica está incluído na lista final do Comitê, um amigo me a mostrou outro dia [182].

---

[224] Esta frase é uma citação do Livro I, Epístola II, das *Epístolas* de Horácio, considerado um dos maiores poetas da Roma Antiga. Publicado por volta de 20 a.C. a frase completa é "nos numerus sumus / et frugis consumere nati", o que pode ser traduzido por "somos apenas números / nascidos para consumir recursos".

[225] O Reverendo James Maurice Wilson já foi apresentado ao leitor. A ele é dedicado o Ato I, Cena I.

Nie. A lista final? Bem, pergunte a seu amigo se, desde a composição da lista, nenhum acréscimo foi feito; ele lhe dirá "Ninguém foi acrescentado".

Min. Exatamente.

Nie. Você não entende. *Ninguém* – *Niemand* – não percebe?

Min. O que? Você quer dizer...

Nie. (*solenemente*) Sim, meu amigo. Acrescentaram-*me* à lista!

Min. (*curvando-se*) Os Comitês são altamente honrados, tenho certeza.

Nie. Então eles deveriam tê-lo feito, considerando que sou um matemático mais distinto que o próprio Newton, e que *meu* Manual é mais conhecido que o de Euclides! Desculpe a minha própria glorificação, mas qualquer moralista dirá que eu – somente eu, dentre todos os homens – *deveria* me elogiar.

Min. (*pensativamente*) Verdade, verdade. Mas tudo isso é jogo de palavras – uma das analogias mais enganadoras. Contudo, já que você agora aparece com um novo personagem, deve atribuir-se, no mínimo, um nome novo!

Nie. (*orgulhosamente*) Chame-me de *Nostradamus*!

[*Assim que ele profere o nome místico, o ar fica denso ao seu redor, e gradualmente cristaliza-se em formas vivas. Entra uma procissão fantasmagórica, agrupada em volta de um estandarte no qual, brasonado em letras de ouro, aparece o título* "ASSOCIAÇÃO PARA A MELHORIA DAS COISAS EM GERAL". *No primeiro lugar da fila marcha* NERO, *carregando seu inacabado* "*Esquema para iluminar e aquecer Roma*"*; enquanto que entre a multidão que o segue podem ser vistos* GUY FAWKES[226], *Presidente da* "*Associação para Elevar a Posição dos Membros do* [183] *Parlamento*", A MARQUESA DE BRINVILLERS[227], *Inventora da* "*Aplicação para Mudar a Faculdade Digestiva*", *e o* REVERENDO F. GUSTRELL *(o homem que derrubou a amoreira de Shakespeare)*[228], *líder da* "*Associação para o Refinamento do Gosto Literário*". *Depois disso entra, pelo outro lado, o cachorrinho de Sir Isaac*

[226] Guy Fawkes (1570-1606), também conhecido como Guido Fawkes, foi um soldado inglês católico que teve participação na Conspiração da Pólvora (*Gunpowder Plot*), em 1605. Nesta, o objetivo era assassinar o rei protestante Jaime I, da Inglaterra, e todos os membros do parlamento, durante uma sessão, ensejando o início de um levante católico. Guy Fawkes era um soldado especialista em explosivos e foi o responsável por guardar os barris de pólvora que seriam utilizados para explodir o parlamento inglês durante a sessão. Como a conspiração foi descoberta, após seu julgamento, Fawkes foi condenado à forca.

[227] Marie-Madeleine Marguerite d'Aubray, conhecida como "Marquesa de Brinvilliers" (ou Brinvilliers-Lamotte), viveu em Paris (1630-1676) e é apontada como tendo cometido envenenamentos em série.

[228] A amoreira de Shakespeare é uma amoreira que, dizem, foi plantada pelo escritor no jardim do "New Place", casa onde nasceu. A árvore foi cortada pelo Reverendo Francis Gustrell.

Newton, “DIAMOND”[229], *carregando em sua boca um rolo de manuscrito parcialmente queimado. Ele intencionalmente evita a procissão e o estandarte, e marcha sozinho, sereno e consciente de que, com uma só pata, concebeu e realizou seu excelente* “*Esquema para Levar Luz Intensa à Pesquisa de Matemática*” *sem o auxílio de qualquer Associação.*]

Min. *Nostra*, o plural de *nostrum*, “um remédio de um charlatão”, e *damus*, “nós damos”. É um nome sugestivo.

Nos. E, confie em mim: trago a você um livro sugestivo, “*Manual...*”.

Min. (*interrompendo*) Você quer dizer “*um* Manual”, ou “*o* Manual”?

Nos. Não, não! Na época das estradas de ferro, não temos tempo para palavras supérfluas! “*Manual de Geometria Plana, Preparado pela Associação para a Melhoria do Ensino de Geometria*”. Quarta Edição, 1877.

Min. Como você define uma reta?

NOSTRADAMUS *lê*.

Página7. Definição 5. “Uma reta é tal que qualquer parte, onde quer que seja colocada, ficará totalmente sobre qualquer outra parte, quando suas extremidades são colocadas naquela outra parte”.

Min. Isso se parece muito mais com uma *propriedade* de uma reta do que com sua *essência*. Euclides faz um axioma dessa propriedade. Naturalmente, você omite tal axioma? [184]

Nos. Não. Temos o axioma (página10, axioma 2) “Duas linhas retas que têm dois pontos em comum ficam totalmente sobre a mesma reta”.

Min. Bem, esse é certamente o axioma mais estranho que já ouvi! A ideia de afirmar, como um axioma, que as retas respondem a sua própria definição!

Nos. (*timidamente*) Bem, você percebe que havia muitos de nós organizando este Manual e ele acabou um pouco misturado: não sabemos bem quais são as definições e quais são os axiomas.

Min. Assim parece. Não que isso importe muito: o teste prático é a única coisa que importa. Você adota Euclides I 14?

[229] Uma das maiores descobertas de Newton é a teoria da gravidade. Sua biografia conta a história de que um dia, depois de ter terminado seu trabalho, seu cachorrinho entrou na sala onde estava trabalhando, pulou na mesa e acidentalmente derrubou uma vela, ateando fogo aos seus papéis. Newton perdeu o equivalente a vinte anos de trabalho.

Nos. Sim.

Min. Então precisamos prosseguir para o próximo tópico. Seria suficientemente bom definir "ângulo".

NOSTRADAMUS *lê*.

Página8. Definição 11. "Quando duas retas são desenhadas a partir do mesmo ponto, diz-se que elas contêm, ou fazem uma com a outra, um *ângulo plano*".

Min. Humph! É um caso particular este de desenhá-las *a partir* de um ponto. Imagine que elas sejam desenhadas *para* o mesmo ponto, o que elas formariam então?

Nos. Um ângulo, indubitavelmente.

Min. Então por que omite este caso? Pouco importa... Observo que você diz "*um* ângulo plano". Você limita o ângulo, então, a uma magnitude menor que a soma de dois ângulos retos.

Nos. Não, não posso dizer que fazemos isso. Um pouco mais adiante [185] afirmamos que "*dois* ângulos são formados por duas retas desenhadas a partir de um ponto".

Min. São como os "patifes em trajes de entretela" de Falstaff[230]! Há outros a caminho?

Nos. Não, não vamos além da soma de quatro ângulos retos. Esses dois nós chamamos de ângulos *conjugados*. "O maior dos dois ângulos é chamado de *maior conjugado* e, o menor, de *menor conjugado*".

Min. Essas definições são extraordinárias! Esta é a primeira vez que ouço definições para "maior" e "menor". Alguém se sentiria inclinado a dizer, como aquele Juiz na história, quando um certo advogado, falando contra o tempo, insistiu em citar às autoridades os mais elementares princípios da lei, "Realmente, irmão, há *algumas* coisas que, presume-se, a Corte sabe!" Mais alguma definição?

Nos. Definimos "um ângulo reto".

Min. O que já discuti (ver página [102]).

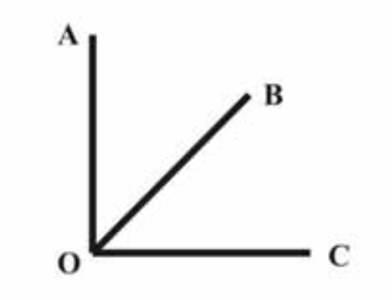
Nos. Mas *isto*, creio, é novo:

[230] Sir John Falstaff é um cavaleiro muito gordo, sem escrúpulos, que se vale de mentiras e armações para aproveitar-se de todos. É um personagem de *As Alegres Matronas (ou Comadres, segundo a tradução) de Windsor*, uma comédia de Shakespeare, na qual Falstaff tenta manter um relacionamento com duas mulheres casadas: por um pajem, ele manda cartas idênticas a ambas que, ao conversarem entre si, descobrem a verdade e decidem se vingar.

Lê.

Página 9. Definição 12. “Quando três retas são desenhadas a partir de um ponto, se uma delas pode ser tomada como estando entre as outras duas, os dois ângulos que esta (a do meio) faz com as outras duas (as dos extremos) são ditos ângulos *adjacentes*”.

Min. Isso é realmente novo. Tentemos esboçar uma figura:



[186] Agora consideremos *OA* como “a do meio”. Quais são “*os* ângulos que ela faz com as outras duas”? Essa reta *OA* (a qual você corretamente chama de “a do meio” – trapacear é sempre uma maldade[231]) faz (observe, por obséquio), *quatro* ângulos ao todo – dois com *OB* e dois com *OC*.

Nos. Não posso responder sua questão. Você me confunde.

Min. Não preciso atormentá-lo com isto. Percebo que posso conseguir uma resposta do próprio Manual. Ele diz (no final da definição 11): “quando *o ângulo contido por duas retas* é citado sem nenhuma qualificação, este deve ser entendido como o ângulo de *menor conjugado*”. Aqui temos um destes casos em que *esses* ângulos são citados “sem qualificação”. Dessa forma, ambos os ângulos mencionados são de “menor conjugado” e ficam no mesmo lado de *AO*. Pedem que os chamemos de ângulos “adjacentes”!

Como você define um ângulo reto?

[231] A frase original entre parênteses – *(which you rightly call “the mean” – lying is Always mean)* – contém uma afirmação de Minus cuja tradução literal não faria sentido em português: a palavra “mean”, em inglês, pode significar a posição do meio entre dois elementos, a média aritmética ou maldade/maldoso. A semirreta OA pode ser considerada aquela entre OB e OC ("no meio" de OB e OC), em sentido anti-horário, iniciando por OB. Mas essa não era a intenção original da figura (ou o significado mais óbvio - que implicaria considerar OB a semirreta entre OC e OA - iniciando por OA em sentido horário até OC ou iniciando por OC em sentido anti-horário até AO). Minus, portanto, brinca com as várias possibilidades de se "ler" a figura e conclui que brincar desse modo, trapaceando ao considerar qual é a semirreta "do meio" (the mean) é como que uma maldade (mean), ainda que sirva para questionar a ambiguidade da definição.

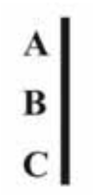
Nos. Como Euclides.

Min. Deixe-me ouvir, por favor. Você sabe que Euclides não tem ângulos de maior ou menor conjugados...

NOSTRADAMUS *lê*.

Página 9. Definição 14. “Quando uma reta encontra outra reta e faz com esta os ângulos adjacentes iguais, cada um dos ângulos é chamado de *ângulo reto*”.

Min. Permita-me presentear-lhe com uma figura, pois vejo que ela não está no Manual.



Aqui, *AB* “fica sobre” *BC* e elas fazem os ângulos adjacentes iguais. O quanto você gosta desses “ângulos retos”? [187]

Nos. Nem um pouco.

Min. Esses mesmos “ângulos conjugados” o levarão a muitas dificuldades.

Você tem o axioma de Euclides “e serem iguais entre si todos os ângulos retos”[232]?

Nos. Sim, *apenas* propomos prová-lo como um teorema.

Min. Não faço objeção a isso, tampouco creio que seu tratamento de ângulos, como um todo, seja verdadeiramente *ilógico*. Eu me oponho, principalmente, é à “informalidade” geral (se eu posso forjar uma palavra) da linguagem do seu Manual.

A sua prova de Euclides I 32 difere da dele?

Nos. Não, exceto que propomos o axioma de Playfair (“duas retas que se intersectam não podem, ambas, ser paralelas à mesma reta”), como um substituto para o axioma 12 de Euclides.

Min. Esse é seu único teste para verificar o encontro de duas retas ou você oferece algum outro?

Nos. Esse é o único.

[232] Na edição brasileira, aparece como postulado 4 (EUCLIDES, 2009, p. 98).

Min. Mas há casos em que esse teste não serve. Por exemplo, se você deseja fazer um triângulo tendo como *dados* um lado e os dois ângulos adjacentes. Você tem tal problema?

Nos. Sim, é a proposição 10, na página 19.

Min. E como você prova que essas retas se encontrarão?

Nos. (*sorrindo*) *Não* o provamos: isso é tarefa para o leitor: damos apenas enunciados.

Min. Você é como o *gourmand*. Comeria tantas ostras na ceia que no final poderia se dizer que elas, as ostras, têm razão de incomodá-lo à noite. Esperto, o *gourmand* pensa: “Isso é lá com *elas*. *Eu* estarei dormindo!” [188]

13 — 15
4, 5
26 α
6
16
18 — 24
8
25
26 β
17

Seu Manual tem o mesmo hiato que o dos outros autores que rejeitaram o axioma 12 de Euclides. Se você não o considerar como axioma, deverá prová-lo como teorema. Seu tratado estará incompleto sem ele.

Os teoremas das primeiras 26 proposições de Euclides estão reorganizados no Manual. A única vantagem que consigo ver na nova organização é que ela coloca, primeiro, os três que se relacionam às retas, para depois fornecer, em sequência, todos os que se relacionam aos triângulos. Todas as demais modificações parecem ser para pior, especialmente a separação dos teoremas dos seus recíprocos como, por exemplo, as proposições 5, 6, 24 e 25.

A terceira parte da proposição 29 vem após a proposição 32, e as proposições 33 e 34 são transpostas. Não percebo nenhum motivo para essas mudanças.

A proposição 47 é colocada mais adiante, antes da proposição 12, no Livro II. Essa seria uma boa organização (caso tivesse sido provado haver vantagens em abandonar a ordem de Euclides), pois os teoremas são similares, e a mudança da proposição 48 para depois daquela que está em II 13 é um resultado necessário.

No Livro II, as proposições 9 e 10 são colocadas depois das proposições 12 e 13. Não vejo razão para isso.

Não me parece que essa nova organização, pelo bem da qual se abandonaria a numeração de Euclides, tenha qualquer valor para ser considerada vantajosa. [189]

Agora passarei por algumas páginas deste "monstro de muitas cabeças"[233] e farei algumas considerações gerais no que concerne ao seu *estilo*.

Página 4. "Um *teorema* é uma afirmação formal de uma proposição que pode ser demonstrada a partir de proposições conhecidas. Essas proposições conhecidas podem ser, elas mesmas, teoremas ou axiomas".

Isso é uma mixórdia verdadeiramente encantadora. Claramente, "uma proposição que pode ser demonstrada a partir de proposições conhecidas" é, por si só, um teorema. Sendo assim, um teorema é "a afirmação formal" *de* um teorema. A questão que agora se ergue é: apenas de si mesmo ou de algum outro teorema? Que um teorema deva ser "a afirmação formal" *de si mesmo* é algo que me soa agradavelmente familiar, algo como "a cada um sua lavadeira"[234], mas, ao mesmo tempo, há uma sutileza metafísica aí envolvida. Um teorema ser "a afirmação formal" *de outro* teorema é, creio, degradante para o primeiro, a menos que o segundo consinta no acordo do "apoie-se em mim que eu me apoio em você", e seja "a afirmação formal" do primeiro.

Nos. Você me desconcentra.

Min. Talvez haja a intenção de que o professor, ao usar este Manual, ao ler as palavras "uma proposição que pode ser demonstrada", se dê conta de que isso é, por si mesmo, "um teorema", e volte imediatamente ao início da sentença. Ele então obterá uma definição intimamente parecida àquela das Frações Contínuas, e poderá repeti-la tanto quanto seu fôlego aguentar, ou até que seu aluno se declare satisfeito: "um *teorema* é a afirmação formal da afirmação formal da afirmação formal da..." [190]

Nos. (*desatinadamente*) Não diga mais nada! Minha cabeça está rodando!

Min. Poupo-o, então. Seguimos à página 5, na qual encontro o seguinte:

"*Regra de Conversão*. Se das hipóteses de um grupo de teoremas demonstrados pode-se dizer que uma deve ser verdadeira e, das conclusões, que duas não podem ser verdadeiras ao mesmo tempo, então o recíproco de cada teorema do grupo será necessariamente verdadeiro".

Tomemos um exemplo:

$$\text{Se } 5 > 4, \text{ então } 5 > 3.$$

$$\text{Se } 5 < 2, \text{ então } 5 < 3.$$

Esses são "teoremas demonstrados", certo?

[233] Refere-se à quantidade de membros da AIGT que trabalharam na formulação do Manual que aqui é analisado.

[234] No texto original, o ditado *every man his own washerwoman*, cujo correspondente em português utilizamos aqui.

Nos. Creio que sim.

Min. E a “hipótese” do primeiro “deve ser verdadeira” simplesmente porque *é* verdadeira.

Nos. É o que parece.

Min. E está bastante claro que “das conclusões, duas não podem ser verdadeiras ao mesmo tempo”, pois elas se contradizem.

Nos. Peremptoriamente.

Min. Então, daí deveria seguir que “o recíproco de cada teorema do grupo será necessariamente verdadeiro”. Tome o recíproco do segundo, isto é,

Se $5 < 3$, então $5 < 2$.

Isso é “necessariamente verdadeiro”? Cada coisa que for menor do que 3 é, necessariamente, menor do que 2?

Nos. Claro que não. Creio que você interpretou mal a frase “pode-se dizer que uma deve ser verdadeira” quando usada a partir da hipótese. Não quer dizer “pode-se dizer, tendo *uma* [191] hipótese, que ela *é*, e por isso deve ser verdadeira”, mas “pode-se dizer que, da mútua relação lógica de *todas* as hipóteses, apenas por uma questão de *forma*, e sem tomar nada como dado, que uma deve ser verdadeira, embora não saibamos qual seja”.

Min. Seu poder de proferir sentenças longas honra sua mente e os seus pulmões. Eu sinceramente me apiedo do desafortunado aprendiz que tiver que perceber tudo isso por si mesmo! Prossigamos.

Página 9. Definição 13. “A *bissetriz* de um ângulo é a reta que o divide em dois ângulos iguais”.

Isso confirma que “um ângulo tem uma e apenas uma bissetriz”, o que aparece indicado como axioma 4, ao pé da página 10.

Página 10. Definição 21. “Os ângulos opostos feitos por duas retas que se intersectam etc”.

Isso parece implicar que “duas retas que se intersectam” *sempre* fazem “ângulos opostos”.

Nos. E não o fazem?

Min. De forma alguma. Olhe na página 12: na definição 32, ao falar de um triângulo, você diz “a intersecção dos outros dois lados é chamada vértice”.

Nos. Um lapso, confesso.

Min. Um dentre muitos.

Página 12. Definição 31. “Todos os outros triângulos são chamados de triângulos acutângulos”. Como assim? E se um triângulo tiver dois ângulos retos, por exemplo?

Nos. Mas *não* há tal triângulo.

Min. *Esse* é um ponto que você não prova até chegarmos ao teorema 18, corolário 1, duas páginas à frente. O mesmo comentário se aplica, na mesma página, à sua definição 33. “O lado... [192] oposto *ao* ângulo reto”, na qual você claramente afirma que não pode haver mais do que um.

Página 12. Definição 32. “Quando dois dos lados tiverem sido mencionados, o lado que sobra é frequentemente chamado de base”. Mas e se dois dos lados *não* forem mencionados?

Nos. Nesse caso, não usamos a palavra.

Min. Não usam? Volte para a página 22, teorema 2, corolário 1: “triângulos sobre a mesma base (ou de bases iguais) e de altura igual são iguais”.

Nos. Deixemos isso de lado.

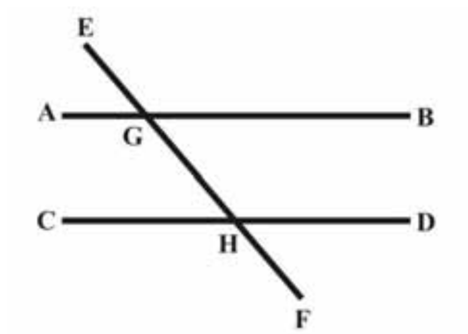
Min. Seria melhor você deixar de lado a definição...

Página 12. Definição 34. Uma tautologia não é “identicamente igual”? Coisas que são “idênticas” devem seguramente ser, também, “iguais”. Outra vez: “*cada uma das partes* sendo iguais” etc. O que você quer dizer por “*cada uma das partes*” de uma figura retilínea?

Nos. Seus lados e ângulos, obviamente.

Min. Então o que você quer dizer com o axioma (b) na página 3, “O todo é igual à soma de suas partes”? Desta vez creio que não preciso de uma “pausa para a resposta”!

Página 15. Definição 38. “Quando uma reta intersecta duas outras retas forma com elas oito ângulos etc”.



Deixe-nos contar os ângulos em *G*. Há os ângulos "maior" [193] e "menor" que formam o *EGA* e, do mesmo modo, os que formam o *EGB*, o *AGH* e o *BGH*[235]. Isto é, oito ângulos somente no *G*. Ao todo, há dezesseis.

Página 17. Teorema 30. "Um quadrilátero com dois lados opostos iguais e paralelos é um paralelogramo".

Isso reafirma parte de seus próprios dados.

Página 17. Teorema 31. "Retas iguais e paralelas têm projeções iguais em qualquer outra reta; analogamente, retas paralelas com projeções iguais sobre outra reta são iguais".

A primeira sentença omite o caso de retas que são iguais e estão sobre uma mesma reta. A segunda afirmação não é verdadeira: se retas paralelas fazem ângulos retos com outra reta, suas projeções serão iguais, ambas sendo zero, independentemente de elas serem ou não iguais.

Página 18. Teorema 32. "Se houver três retas paralelas e os interceptos feitos por elas em qualquer reta que as corta forem iguais, então etc".

O sujeito dessa proposição é inconcebível: há *três* interceptos e não há nenhuma possibilidade de os três serem iguais.

Página 25. Problema 5. "Construir uma figura retilínea igual a uma figura retilínea dada, com um lado a menos que a figura dada".

Posso lhe pedir a solução desse [194] problema tomando, como sua "figura retilínea dada", um triângulo?

Nos. (*indignadamente*) Nego-me a tentar isso!

Min. Agora resumirei as conclusões a que cheguei com respeito ao seu Manual.

No que concerne ao assunto das retas, ângulos e paralelas, as mudanças que você propõe são as seguintes:

Você dá uma definição assaz insatisfatória de "linha reta" e, depois, mais ilogicamente ainda, a reafirma como um axioma.

[235] É comum, quando se pensa em ângulos formados entre duas retas, optar-se por trabalhar com o menor dos ângulos, aquele que tem seu valor entre 0 e 180 graus. Aqui, para cada ângulo que tem o vértice *G*, Carroll está considerando tanto a existência do ângulo menor quanto a do seu replementar.

Você amplia a definição de ângulo – sua mais desastrosa inovação.

Sua definição de "ângulo reto" é um malogro.

Você substitui o axioma 12 de Euclides pelo axioma de Playfair.

Todas essas coisas são, de fato, compensações paupérrimas para as mudanças vitais que você propõe: a separação entre problemas e teoremas e o abandono da ordem e da numeração de Euclides. Devolva os problemas (que também são teoremas) aos seus devidos lugares, mantenha a numeração de Euclides (interpolando novas proposições onde lhe aprouver), e seu Manual poderá vir a ser uma contribuição valiosa à literatura da Geometria Elementar.

A T O III

CENA II[236]

§ 2. O PROGRAMA-MANUAL DE WILSON

"No followers allowed"[237].
PÁGINA DE ANÚNCIOS DA TIMES, *passim*[238]

Nie. Trago-lhe o *Elementary Geometry, Following the Syllabus Prepared by the Geometrical Association*[239] de J. M. Wilson, M.A.[240], 1878.

Min. Em relação a que este livro é um "rival" de Euclides?

Nie. Bem, ele separa problemas de teoremas...

Min. Já discutido (ver página [18]).

Nie. Ele adota o Axioma de Playfair...

Min. Discutido (ver página [40]).

Nie. Ele abandona as diagonais do Livro II...

Min. Discutido (ver página [50]).

---

236 Nesta cena, por muitas vezes Carroll cita Euclides II. Como o site já indicado disponibiliza apenas o livro I, para comparar os itens do livro II traduzidos a partir de Commandino e os que estão na edição traduzida pelo professor Irineu Bicudo, utilizamos uma cópia digital disponibilizada pela Biblioteca do Clube de Engenharia da Bahia, feita a partir de uma edição publicada pelas Edições Cultura, em 1944. O arquivo digital se encontra disponível em http://www.profezequias.net/os-elementos-de-euclides.pdf.

237 Não são permitidos seguidores.

238 Expressão latina que significa "aqui e ali".

239 Geometria Elementar, Seguindo o Programa Preparado pela Associação de Geometria.

240 Master of Arts (Mestre em Artes).

Nie. E ele adota uma nova sequência e numeração.

Min. *Isso*, naturalmente, nos impede de tomá-lo como se fosse apenas uma nova edição de Euclides. Será preciso, realmente, uma evidência bastante forte para justificar sua defesa de abandonar a [196] sequência e a numeração de nosso velho amigo. Precisamos agora examinar o livro *seriatim*[241]. Quando chegarmos a problemas que já foram julgados, seja no livro do Sr. Wilson ou no "Manual", simplesmente informarei o fato. Não precisamos discutir tudo novamente, exceto os problemas novos.

Nie. Sem dúvida.

Min. Na "Introdução", à página 2, leio "*Um teorema é a afirmação formal de uma proposição*" etc. Discutido na página [189].

Na página 3, temos a "Regra de Conversão", a qual já me esforcei para compreender (ver página [190]).

Na página 6 há uma afirmação realmente notável. "*Todo teorema deve ser mostrado como um meio de medir indiretamente alguma magnitude*". Gentilmente o autor ilustra isso com a proposição I 14, de Euclides.

Nie. (*apressadamente*) Oh, se você pegar uma única exceção acidental...

Min. Bem, então, tome a 16, ou se você preferir a 17, ou a 18...

Nie. Basta, basta!

Min. (*erguendo sua voz*) ou a 19, ou a 20, ou a 21, ou a 24, ou a 25, ou a 27, ou a 28, ou a 30!

Nie. Abandonamos o "*todo*"...

Min. Bom. Na página 8 temos as definições de "*maior conjugado*" e "*menor conjugado*" (discutidas na página [185]).

Na página 9 está o "ângulo reto", nosso velho amigo (ver página [101]).

Na mesma página, temos aquela maravilhosa tríade de retas, uma das quais é "*considerada como estando entre as outras duas*" (ver página [185]).

E também o extraordinário resultado que se segue quando uma reta "*repousa sobre outra*" (ver página [186]) [197].

Na página 27, teorema 14, há uma nova prova de Euclides I 24, aparentemente uma versão corrigida da prova dos cinco casos do Sr. Wilson, a qual discuti na página [137]. Ele agora a reduziu a três casos, mas ainda acho que a "bissetriz do ângulo" é algo supérfluo.

---

241 Expressão latina que significa "ponto por ponto", "ordenadamente".

Na página 37, temos aqueles espécimes curiosos de “teoremas de igualdade”, que discuti na página [139].

Na página 53 está o teorema que afirma, em sua conclusão, parte de seus próprios *dados* (ver página [192]).

Na página 54, diz-se que “*retas paralelas que têm projeções iguais sobre outra reta são iguais*” (ver página [193]).

Na página 55, temos a tríade inconcebível de “interceptos iguais” feitos por uma reta que corta três paralelas (ver página [193]).

Na página 161, fico surpreso em vê-lo cair numa armadilha na qual frequentemente vejo alunos imprudentes caírem ao tentarem resolver Euclides III 30 (“cortar a circunferência dada em duas”[242]). Depois de provar que duas cordas de um arco são iguais, eles imediatamente concluem que *certo*s arcos, cortados por elas, são iguais, esquecendo-se de provar que os arcos em questão são, ambos, arcos *menores*.

Mas não preciso ir mais além: já vagueei além dos limites de Euclides I e II. O único grande mérito deste livro...

Nie. Você mencionou todos os *erros*, então?

Min. De forma alguma. Você é muito impaciente. O único grande mérito, como eu estava dizendo, do novo livro do Sr. Wilson (e que é a mais abençoada mudança!) é que nele foi ignorada toda a teoria relativa à “direção”. Não ouso ter esperança quanto a ele ter, finalmente, abandonado esse pesadelo da Geometria Elementar, mas mantenhamos tudo o que eu disse sobre o livro para que, em algum futuro, num ataque de inspiração, ele possa publicar uma versão menos agonizante do Manual.

Mas há nele ainda a lacuna comum dos sistemas que substituem o axioma de Euclides pelo de Playfair: ele não oferece meios para comprovar que as retas consideradas por Euclides encontrar-se-ão se prolongadas (isso discuti na página [187]).

As mudanças propostas na *sequência* de Euclides eu já discuti na página [188].

Ele tem outras poucas falhas, como as que já discuti no próprio livro do Sr. Wilson, e algumas peculiares a este Manual, mas prefiro poupá-lo dessas críticas miúdas.

Mas o que tenho agora para lhe perguntar é simplesmente isto: que possível pretexto você encontrou para sugerir que o Manual de Euclides, em especial sua

[242] EUCLIDES, 2009, p. 176.

sequência e numeração, deveriam ser abandonados em favor deste infante que está longe de ser satisfatório?

Nie. Há alguns teoremas novos...

Min. Isso não justifica: você poderia facilmente interpolá-los.

Nie. Sinto não haver outros fundamentos para realçar. Mas eu gostaria de consultar o *doppelgänger*[243] da Associação antes de jogar fora meu estudo.

Min. Supostamente.

[*Por um minuto ou dois há cochichos e murmúrios, como de fantasmas. Então, NIEMAND fala novamente.*]

Nie. Eles acham que, considerando que este livro é recém publicado e está definitivamente sendo visto como *o* Manual que substituirá Euclides, ele deveria ser examinado mais detalhadamente, com referência ao que é *novo* [199] nele – isto é, as novas provas das proposições de Euclides e as novas proposições.

Min. (*suspira, fatigado*) Muito bem. Talvez seja mais satisfatório fazer isso se averiguarmos exatamente o que este novo Manual realmente contém de novo e de valor para ser adotado. Mas limitar-me-ei ao exame dos assuntos de Euclides I e II.

Nie. Isso é tudo o que pedimos.

Min. Começamos, então, na página 12.

Teorema 1. "*Todos os ângulos retos são iguais*". Isso foi provado considerando que os ângulos retos são metade de um "ângulo raso", uma afirmação que já critiquei. Há uma omissão bastante importante na prova: não há distinção, no desenho, entre o "ângulo raso" de um lado de uma reta e o outro (naturalmente chamado pelas mesmas letras) que está do outro lado e completa os quatro ângulos retos. Esse teorema, se provado sem os "ângulos rasos", teria grande valia se adicionado a uma nova edição de Euclides.

O teorema 2 (página 13) é o Euclides I 13, provado como em Euclides.

Para o teorema 3 (página 14), que é o Euclides I 14, é tentada uma nova prova que, infelizmente, envolve uma falácia. É deduzido de uma "observação", na página 9, que diz que "uma reta faz com sua continuação, em qualquer ponto, um ângulo

[243] No texto, o termo é usado para se referir a Niemand, que assume também a posição de membro da Associação.

equivalente a dois ângulos retos" e cuja dedução pode ser feita apenas pelo processo de converter uma afirmativa universal "*simpliciter*" ao invés de "*per accidens*".

O teorema 4 (página 14) é o Euclides I 15, provado como em Euclides.

Na página 17, encontro um exercício: "*Enuncie, em forma de teorema, a afirmação 'todos os gansos têm duas pernas'*." Isso eu não vou considerar, mas quando leio o item adicional [200] que pede para "enunciar seu teorema contranominal", tão fortemente sinto que o autor do exercício é, por sua vez, provavelmente, um bípede, que relutantemente penso em declinar da tarefa.

O teorema 5 (página 18) é o Euclides I 4, provado como em Euclides.

O teorema 6 (página 20) é o Euclides I 5, provado pela bissecção do ângulo do vértice, introduzindo assim uma "construção hipotética" (ver página [20]).

O teorema 7 (página 21) é o Euclides I 26 (primeira parte), provado por superposição. A prova de Euclides, utilizando um novo triângulo, é bastante boa, creio. Prova-se aqui que as áreas são iguais, um ponto omitido por Euclides: creio que esse é um adendo desejável para o teorema.

O teorema 8 (página 22) é o Euclides I 5, provado pela inversão do triângulo que depois é colocado *sobre si mesmo* (ou sobre o traço que ele deixou para trás), um método mais do que objetável (ver página [48]).

Os teoremas de 9 a 13 (páginas de 22 a 26) são os Euclides I 16, 18, 19, 20, 21, com as provas de Euclides.

O teorema 14 (página 27) é o Euclides I 24, provado a partir da bissecção do ângulo: outra "construção hipotética".

O teorema 15 (página 28) é o Euclides I 8, e para ele duas provas são dadas: uma por Euclides I 24 (que parece inverter a ordem natural) e a outra pela aplicação de Euclides I 5, um método que envolve *três* casos, mas dentre os quais apenas um é dado. Tudo isso para economizar a introdução de Euclides I 7, um teorema que, *creio,* não deveria de forma alguma ser omitido (ver página 220). Aqui, assim como no teorema 7, a igualdade das áreas é, penso, um adendo desejável ao teorema de Euclides.

O teorema 16 (página 29) é o Euclides I 25, com a prova antiga [201].

O teorema 17 (página 30) é o Euclides I 26 (segunda parte) provado pela superposição ao invés do método de Euclides (o que eu prefiro) da construção de um novo triângulo.

O teorema 18 (página 32) é o Euclides I 17, com a prova antiga.

O teorema 19 (página 33) é novo. "*Dentre todas as retas que podem ser traçadas a partir de um ponto dado até uma reta dada, a perpendicular é a menor; e dentre as outras, aquelas que formam ângulos iguais com a perpendicular são iguais; e aquela que forma um ângulo maior com a perpendicular é maior do que aquela que forma um menor*". Isso, creio, merece ser interpolado.

O teorema 20 (página 34) é novo. "*Se dois triângulos têm dois lados de um iguais a dois lados do outro, cada um a cada um, e se são iguais os ângulos opostos aos lados iguais, os ângulos opostos aos outros dois lados iguais são também iguais ou suplementares e, no caso anterior, os triângulos são iguais em todos os aspectos*". Não creio que valha a pena perturbar um iniciante com esse teorema bastante obscuro, que não tem nenhum uso prático até que ele comece a estudar trigonometria.

O teorema 21 (página 43) é o Euclides I 27: prova antiga.

O teorema 22 (página 44) é o Euclides I 29 (primeira parte), provado por Euclides I 27 e pelo axioma de Playfair (ver página [40]).

O teorema 23 (página 45) é novo. "*Se uma reta intersectar duas outras retas e fizer ou um par de ângulos alternos iguais, ou um par de ângulos correspondentes iguais, ou um par de ângulos internos do mesmo lado suplementar, então, em cada caso, os dois pares de ângulos alternos serão iguais, e os quatro pares de ângulos correspondentes serão iguais, e os dois pares de ângulos internos do mesmo lado serão suplementares*". Esse enunciado mais do que formidável se dilui [202] em proporções mais amenas quando as superficialidades são omitidas, e quando apenas são provadas as partes realmente necessárias para garantir o todo. Euclides prova que tudo isso é válido no decorrer de I 29, e não vejo razão alguma para estabelecê-lo e prová-lo como um teorema separado.

Do teorema 23, o corolário (página 46) é o resto de Euclides I 29: prova antiga.

O teorema 24 (página 46) é o Euclides I 30, provado como uma contrapositiva do axioma de Playfair.

Os teoremas 25 e 26 e o corolário (páginas 47 e 48) são os Euclides I 32 e corolários: prova antiga.

O teorema 27, primeira parte (página 50), é uma repetição desnecessária de parte do corolário do teorema 23.

O teorema 27, segunda parte (página 50), é parte do Euclides I 34: prova antiga.

O teorema 28 (página 51) é o resto de Euclides I 34, provado como em Euclides.

O teorema 29 (página 52) é novo. "*Se dois paralelogramos têm dois lados adjacentes de um respectivamente iguais a dois lados adjacentes do outro e, também, um ângulo de um igual a um ângulo do outro, então os paralelogramos são identicamente iguais*". Esse pode ser apresentado como um *exercício* útil, mas realmente não parece ser importante o suficiente para ser selecionado para um Manual.

O teorema 30 (página 53) é o Euclides I 33: prova antiga.

O teorema 31 (página 54) é novo. "*Retas que são iguais e paralelas têm projeções iguais sobre qualquer outra reta; analogamente, as retas paralelas que têm projeções iguais sobre outra reta são iguais; e retas iguais que têm projeções iguais sobre outra reta estão igualmente inclinadas com relação a essa reta*". As cláusulas primeira e terceira [203] podem ser interpoladas, embora eu as ache de valor duvidoso. A segunda é falsa (ver página [193]).

O teorema 32 (página 55) é novo. "*Se há três retas paralelas e os interceptos feitos por elas em qualquer reta que as intersecta são iguais, então os interceptos em qualquer outra reta que as intersecte serão iguais*". Isso está redigido de modo desajeitado e não parece, de forma alguma, ter validade para ser enunciado como um teorema.

Na página 57, vejo um "exercício" (o de número 5). "*Mostre que os ângulos de um triângulo equilátero são iguais a dois terços de um ângulo reto*". Nesta tentativa, tenho certeza que eu fracassaria. Na infância me ensinaram a acreditar neles como sendo iguais a *dois ângulos retos* − um preconceito antiquado, sem dúvida, mas é difícil erradicar esses instintos infantis.

O problema 1 (página 61) é o Euclides I 9: prova antiga. Não fornece nenhum modo para encontrar um raio "maior do que metade de *AB*", o que requereria a prévia bissecção de *AB*. Dessa forma, a prova envolve uma falácia do tipo "*Petitio Principii*".

A proposição 2 (página 62) é a Euclides I 11, provada quase como em Euclides.

A proposição 3 (página 62) é a Euclides I 12, provada quase como em Euclides. Ele não diz como se pode garantir a existência de um "raio suficiente", algo que Euclides não negligencia.

A proposição 4 (página 63) é a Euclides I 10, provada quase como em Euclides. Essa, também, como a proposição 1, envolve a falácia do tipo "*Petitio Principii*".

A proposição 5 (página 64) é a Euclides I 32, provada quase como em Euclides, mas reivindica o uso de compasso para transferir distâncias, um postulado que Euclides (adequadamente, creio) tratou como um problema (ver página 212).

As proposições 6 e 7 (páginas 65 e 66) são as Euclides I 23 e 31: provas antigas [204].

Os problemas de 8 a 11 (páginas de 66 a 69) são novos. Eles têm por objetivo construir triângulos a partir de várias *informações* dadas, por exemplo: *A*, *B*, e *c*; *A*, *B*, e *a*; *a*, *b*, e *C*, *a*, *b* e *A*. São bons exercícios, creio, mas vale pouco a pena interpolá-los como teoremas. O primeiro deles é um dos exemplos extraordinários de como o Sr. Wilson admite o axioma 12 de Euclides sem dar, ou sequer sugerir, qualquer prova. Se ele deseja assumi-lo como um *axioma*, o axioma de Playfair acaba tornando-se supérfluo. Nenhum Manual deve admitir ambos ao mesmo tempo.

O teorema 1 (página 82) é o Euclides I 35, provado como em Euclides, mas de maneira incompleta, uma vez que trata apenas um dos três possíveis casos.

O teorema 2 (página 83) é novo. "*A área de um triângulo é metade da área de um retângulo cuja base e altura são iguais àquelas do triângulo*". Esse é meramente um caso particular de Euclides I 41, e bem pode ser deixado de lado até que entremos em Trigonometria, onde isso começa a ter algum valor prático.

Do teorema 2, o corolário 1 (página 84) é o Euclides I 37 e 38: provas antigas.

Do teorema 2, o corolário 2 (página 84) é novo. "*Triângulos iguais com a mesma base ou bases iguais têm a mesma altura*". Nenhuma prova é dada. A dedução é fácil, mas seu valor é questionável.

Do teorema 2, o corolário 3 (página 84) é Euclides I 39 e 40. Nenhuma prova é dada.

O teorema 3 (página 84) é novo. "*A área de um trapézio* [que o Sr. Wilson define como *'um quadrilátero que tem apenas um par de lados opostos paralelos'*] *é igual à área de um retângulo cuja base é metade da soma dos dois lados paralelos, e cuja altura é a distância perpendicular entre elas*". Não tenho nenhuma hesitação em pronunciar que essa é uma mera proposição "pomposa", sem qualquer valor prático.

O teorema 4 (página 86) é o Euclides I 43: prova antiga [205].

O teorema 5 (página 87) é o Euclides II 1: prova antiga.

Os teoremas 6, 7 e 8 (página 88 etc) são os Euclides II 4, 7 e 5. A sequência de Euclides II 5 e seu corolário parece, aqui, invertida. Também são omitidas as diagonais e quase todos os detalhes não estão provados de modo que, assim, alcança-se uma brevidade charmosa – mas apenas *aparente*!

O teorema 9 (página 91) é o Euclides I 47: prova antiga.

Os teoremas 10 e 11(páginas 94 e 95) são os Euclides[244] 12 e 13: prova antiga.

O teorema 12 (página 95) é novo. "*A soma dos quadrados de dois lados de um triângulo é o dobro da soma dos quadrados que têm por lado a metade da base e a reta que une o vértice ao ponto médio da base*". Esse é, segundo o Sr. Wilson, o "Teorema de Apolônio"[245]: mas mesmo com esse nome poderoso para recomendá-lo, não posso deixar de achá-lo muito mais curioso que útil.

O teorema 13 (página 96) são os Euclides II 9 e 10. Provado algebricamente, é dessa forma rebaixado da posição de um (bastante útil) teorema geométrico a um simples acréscimo, de não mais valor do que milhões de outros acréscimos.

Na próxima proposição, repentinamente transferimos nossa lealdade, sem nenhuma razão óbvia, dos numerais arábicos para os latinos.

O problema I (página 99) é o Euclides I 42: prova antiga.

O problema II (página 100) é o Euclides I 44: provado quase como em Euclides, mas traz o mesmo defeito da proposição 8 (página 66) ao afirmar, sem prova, o axioma 12 de Euclides.

O problema III (página 100) está em Euclides I 45: prova antiga.

O problema V (página 103) é novo. "*Construir uma figura retilínea igual a uma figura retilínea dada, tendo* [206] *um lado a menos que a figura dada; e construir um triângulo igual a uma figura retilínea dada*". Isso já comentei (ver página [193]). Realmente não vale a pena interpolá-lo como uma nova proposição. E sua oração conclusiva é, se posso aventurar-me numa expressão tão rude, infantil: me faz lembrar o processo de patente irlandesa para a fabricação de sapatos baratos – pegam as botas e cortam-lhes os canos!

O problema VI (página 103) é "*dividir uma linha reta, ou interna ou externamente, em dois segmentos de tal modo que o retângulo contido pela linha dada e um dos segmentos possa ser igual ao quadrado do outro segmento*". O caso da secção *interna* é o de Euclides II 11, com a prova antiga. O outro caso é novo e vale a pena interpolá-lo.

---

[244] Neste ponto, Carroll parece ter esquecido de referenciar a qual livro de Euclides estava se dirigindo, o que nos impede de buscar os respectivos teoremas em qualquer outra edição para citá-los.

[245] O pouco que se sabe sobre a vida de Apolônio vem do prefácio de seus livros: Apolônio nasceu em Perga, na Panfília (atual Murtana, na Turquia) e viveu entre 262 a.C. e 190 a.C. Conhecido como "o Grande Geômetra", é autor do famoso tratado *As cônicas,* uma das principais obras de matemática da Antiguidade, composta por oito livros ao longo dos quais ele demonstra centenas de teoremas recorrendo aos métodos geométricos de Euclides, pois havia estudado com seus sucessores. De suas obras, somente esta e *Dividir Segundo uma Razão* chegaram aos nossos dias.

Assim discuti, com todo o cuidado e paciência que o avançado da hora permitiu, aquilo em que neste novo Manual corresponde a Euclides I e II, e espero que seus amigos estejam satisfeitos.

[*Um arrulho gentil, como o de fantasmas satisfeitos, ouve-se no ar.*]

Agora lhe darei, em poucas palavras, sua rede completa de resultados, e lhe mostrarei quão miseravelmente pequena é a base na qual o Sr. Wilson e seus coadjutores da "Associação" apoiam seus clamores para substituir o manual de Euclides.

[*Surge na sala um lamento zangado, como o de fantasmas sofrendo de neuralgia, e se esvai pela chaminé.*] [207]

Recordando algumas das proposições de Euclides I e II e incluindo alguns dos corolários, conseguimos 73 proposições ao todo: 57 teoremas e 16 problemas. Dessas 73, este Manual omite 14 (10 teoremas e 4 problemas), prova 43 (32 teoremas e 11 problemas) usando métodos quase idênticos aos de Euclides, oferece para 10 delas (9 teoremas e 1 problema) provas novas, contra as quais registrei meu protesto, uma sendo ilógica, duas (desnecessariamente) empregando "superposição", duas trocando a Geometria pela Álgebra, e as quatro restantes omitindo as diagonais de Euclides II; e, finalmente, são oferecidas 6 provas novas que, creio, bem podem ser introduzidas como alternativas àquelas de Euclides.

Em tudo isso, e em todos os assuntos previamente discutidos, não consigo ver uma mínima partícula sequer de razão para abandonar Euclides. Com relação à minha objeção "de que a sequência e a numeração de Euclides sejam mantidas inalteradas" você ainda tem alguma consideração que não levamos em conta?

[*Um silêncio mortal é a única resposta*]

Aprovado, *nemine contragemente!*[246] E agora, Prisioneiro no Banco[247] (peço-lhe desculpas, eu deveria dizer “Professor no Sofá”), você e seus fantasmas-assistentes têm algum outro motivo que os instigue a considerar este Manual como um substituto para Euclides – em qualquer aspecto que não seja o de uma edição revisada de Euclides?

Nie. Nada mais temos a dizer.

Min. Então posso repetir, com respeito, a este “seguidor” recém-nascido do Manual[248], o que eu disse do [208] próprio Manual: restitua os problemas (que também são teoremas) aos seus próprios lugares, mantenha a numeração de Euclides (interpolando suas novas proposições onde lhes aprouver) e seu novo livro poderá vir a ser um acréscimo valioso à literatura da Geometria Elementar.

[*Percebe-se um movimento trepidante em meio à multidão de fantasmas. Eles agitam-se espasmodicamente de cá para lá, e finalmente andam em direção a um canto do forro. Quando a procissão está em plena marcha, o próprio NIEMAND fica enevoado e flutua para se unir a eles. Toda a procissão gradualmente se dissolve no vazio, DIAMOND indo por último, mordisca os calcanhares de NERO cujos pés parecem estar desprotegidos na bela sandália romana*.]

---

[246] A expressão “nemine contragemente” parece estar apoiada numa expressão comumente usada na Inglaterra, nas sessões do parlamento inglês: “nemine contradicente”. Seu significado – “ninguém contra” ou “todos a favor” – é mantido pelo autor quando troca o termo para “contragemente”, indicando que nenhum dos fantasmas da história “gemeu” em desacordo com o que foi discutido.

[247] A expressão “prisoner in bar” refere-se aos réus que esperam seu julgamento no banco, assistindo às arguições dos advogados.

[248] Refere-se ao *Manual da Associação para a Melhoria do Ensino de Geometria*, comentado no Ato III, Cena II, § 1.

A T O IV

"Old friends are best"[249].

[*Cena como antes. Hora: alvorecer. MINOS com o sono agitado, tendo caído para a frente sobre a mesa, sua testa descansando sobre o tinteiro. Em sua direção entra EUCLIDES na ponta dos pés, seguido pelos fantasmas de ARQUIMEDES, PITÁGORAS, ARISTÓTELES, PLATÃO etc, que vêm para assistir a um embate justo*.]

§ 1. *Tratamento dos pares de retas*

Euc. Todos se foram?

Min. "Anime-se, senhor.

Nossa diversão chegou ao fim: esses nossos atores,
Como lhe antecipei, eram todos espíritos
E dissolveram-se no ar, em pleno ar!"[250]

[249] A citação "*Old friends are best. King James used to call for his old shoes; they were easiest for his feet*" (*Velhos amigos são os melhores. O rei James falava assim dos seus velhos sapatos, pois eram os mais cômodos para os seus pés*) é atribuída a John Selden (1584-1654), jurista e político inglês de grande influência que ajudou na elaboração da constituição inglesa. John Milton, cujo poema *Paraíso Perdido* abre o primeiro ato do livro de Carroll, referia-se a ele como "o homem de maior instrução e reputação nesta terra".

[250] O trecho é de *A tempestade* (1623), Ato IV, Cena I, de Shakespeare. Utilizamos aqui a tradução de Beatriz Viégas-Faria (*William Shakespeare – Obras Escolhidas*; LP&M Editores, 2008, p. 283).

Euc. Muito bom. Vamos aos negócios. Mas, antes de tudo, você descobriu algum método para o tratamento de paralelas que supere o meu?

Min. Não! Mil vezes, não! O método infinitesimal, tão graciosamente empregado pelo Sr. Legendre, é inadequado para iniciantes; o método das transversais, e o método por retas em revolução ainda não foram apresentados de forma lógica; o método de equidistâncias é demasiadamente incômodo; [210] e o método da direção é, simplesmente, como um castelo de areia[251] – se esfacela onde quer que você o toque!

Euc. Podemos tomar como certo, então, que você não encontrou sequer um motivo suficiente para abandonar minha sequência de proposições ou sua numeração, e que tudo o que resta a ser considerado é se há necessidade de alguma modificação importante no meu Manual?

Min. Certamente.

Euc. Você encontrou algum teste prático, que seja uma novidade surpreendente, para o encontro de retas?

Min. Há *um* rival para o seu axioma 12, cujo número de defensores é formidável: aquele geralmente chamado de "axioma de Playfair".

Euc. Já discutimos esse assunto (página [40]).

Min. Mas o que você tem a dizer àqueles que rejeitam tanto o axioma de Playfair quanto o seu?

Euc. Simplesmente lhes pergunto qual teste prático para o encontro de duas retas finitas, dadas, eles propõem usar. Eles não somente acharão necessário provar, em certos teoremas, que duas retas finitas dadas se encontrarão se prolongadas, como também, algumas vezes, eles mesmos se sentirão obrigados a prová-lo para duas retas, das quais o único fato geométrico conhecido é que elas possuem a propriedade da qual meu axioma trata. Eu pergunto a eles, em resumo: "Dadas duas retas que fazem, com uma determinada transversal, dois ângulos internos que juntos valem menos do que dois ângulos retos, como vocês propõem provar, sem meu axioma, que elas se encontrarão se prolongadas?"

Min. Os defensores da teoria da "direção" responderiam prontamente: "Nós podemos provar, da propriedade dada, [211] que elas têm direções diferentes, e então usamos o axioma segundo o qual retas que têm direções diferentes se encontrarão se prolongadas".

[251] No texto, a expressão original é "rope of sand" (corda de areia). Aqui optamos por "castelo de areia" que guarda o mesmo significado e é usual em língua portuguesa.

Euc. Tudo *isso* você dispôs satisfatoriamente em sua revisão do Manual do Sr. Wilson.

Min. O único outro substituto que conheço pertence à teoria das "equidistâncias", que substitui o seu axioma por três ou quatro novos axiomas e seis novos teoremas. A *esse* substituto, também, tive motivos para rejeitar.

Minha conclusão geral é que seu método, para tratar todos esses assuntos, é o melhor já sugerido.

Euc. Alguma inovação notável no tratamento de retas e ângulos?

Min. Eu ficaria feliz em conversar com você sobre esses assuntos.

Euc. De todo o meu coração. E como você propõe conduzi-los nesta parte final da nossa entrevista?

Min. Eu desejaria, em primeiro lugar, mostrar as acusações gerais que têm sido feitas contra você, depois discutir seu tratamento de retas e ângulos, em contraste àqueles de seus "rivais" e, finalmente, tratar das omissões, alterações, e acréscimos propostos por eles.

Euc. Bom. Vamos começar.

Min. Tomarei as acusações gerais sobre três tópicos: construção, demonstração, e estilo. Primeiro, a construção:

§ 2. *Construções de Euclides*

Disseram-me que você se deixa levar demais por "restrições arbitrárias". O Sr. Reynolds diz (prefácio, página vi): "As restrições arbitrárias de Euclides envolvem-no em várias inconsistências e excluem o uso de suas construções. Quando, por exemplo, para marcar o comprimento sobre uma reta dada, ele nos solicita que descrevamos cinco círculos, um triângulo equilátero, uma linha reta de comprimento limitado e duas de comprimento ilimitado, ele condena imediatamente o seu sistema a um divórcio entre a prática e a razão".

Euc. O Sr. Reynolds me interpretou mal: eu não solicito toda essa construção na proposição 3. Para explicar o que desejo dizer, preciso retornar à proposição 2, e devo pedir sua paciência enquanto faço alguns poucos comentários gerais sobre construção. Os materiais que permito são um lápis, uma régua, e um par de compassos para serem usados no desenho de um círculo que tem o centro dado e *passa por um ponto dado* (isto é o que quero dizer por "em qualquer distância"), mas *não* para serem usados na transferência de distâncias de uma parte do diagrama para outra *até que seja mostrado que tal transferência pode ser feita com os instrumentos já permitidos*.

Min. Mas por que não permitir tal transferência sem provar essa possibilidade?

Euc. Porque estaria introduzindo como um *postulado* o que é, na verdade, um *problema*. E continuo com o princípio geral de nunca colocar um problema entre meus postulados, ou um teorema entre meus axiomas [213].

Min. Concordo entusiasticamente com seu princípio geral, embora eu nem precise lembrá-lo que isto tem sido frequentemente apontado como uma *falha* sua: o fato de você colocar como um axioma o que é realmente um teorema.

Euc. É possível encontrarmos essa cobrança (ver página [40]). Retornando ao meu assunto. Eu meramente provo, de uma vez por todas, na proposição 2, que uma reta igual à uma reta dada *pode* ser desenhada a partir de um ponto dado utilizando somente o material original, e *sem* transferir distâncias. Depois disso, meu leitor fica à vontade para transferir distâncias por qualquer método prático, usando um pedaço de barbante por exemplo, e, naturalmente, ele pode agora transferir seus compassos para um centro novo. E isso é tudo que espero que se faça na proposição 3.

Min. Então você *não* espera que esses cinco círculos etc sejam desenhados toda vez que queiramos cortar, de uma reta, uma parte igual à outra?

Euc. *Pas si bête, mon ami*[252].

Min. Alguns de seus rivais modernos estão, contudo, um pouco descontentes com a maquinaria escassa de que você permite dispor.

Euc. "Um péssimo trabalhador sempre briga com suas ferramentas"[253].

Min. Eles lhe cobram com relação à "exclusão de construções hipotéticas". O Sr. Wilson diz (prefácio, página i): "A exclusão de construções hipotéticas pode ser tomada como uma restrição autoimposta que tornou necessária a ordem confusa de seu primeiro livro, sem nenhuma vantagem compensadora".

Euc. Em resposta, nada posso fazer de melhor do que encaminhá-lo para o ensaio *Elementary Geometry*[254], do Sr. Todhunter (página 186): "Ordem confusa é uma expressão um tanto contraditória" etc (ver página [241]) [214].

[252] Em tradução livre: "Eu não seria tão estúpido, meu amigo".

[253] Provérbio inglês.

[254] O ensaio de Todhunter vem no Apêndice I do livro de Carroll e foi mantido nesta tradução.

Min. Sua resposta é satisfatória. O próprio Sr. Wilson é um exemplo do perigo de tal método. No mínimo três vezes (páginas 46, 70, 88) ele fala de retas que se encontram sem empenhar-se em provar que elas, efetivamente, vão se encontrar.

§ 3. *Demonstrações de Euclides*

Min. O próximo tópico é "demonstrações". Acusam-no de uma "forma invariavelmente silogística de raciocínio" (Wilson, prefácio, página i).

Euc. Você sabe, sou vaidoso o suficiente para tomar isso como um mérito, não como um defeito. Deixe-me citar o que o Sr. Cuthbertson diz nesse ponto (prefácio, página vii). "O modo de demonstração de Euclides, no qual a conclusão de cada passo é precedida por raciocínio expresso com toda a exatidão da premissa menor de um silogismo, do qual alguma proposição prévia é a premissa maior[255], tem sido considerado um bom exercício lógico, sendo peculiarmente adaptado para o ensino de turmas grandes, tornando possível para o professor recorrer primeiro a um, depois a outro, e assim por diante, tomando qualquer elo na cadeia de argumento". Talvez o livro do Sr. Wilson melhorasse um pouco se usasse um raciocínio mais "silogístico"!

Min. Uma réplica justa. Também o acusam de "demonstrações bastante extensas". O Sr. Wilson diz (prefácio, página i) "A real objeção a Euclides como um livro-texto é... a extensão de suas demonstrações". E o Sr. Cooley diz (prefácio, página i) "Os teoremas importantes e produtivos, que são o cume mais alto desse campo do conhecimento, foram todos aqui [215] salvaguardados, e foram omitidos apenas aqueles que se percebeu serem passos de uma ascensão desnecessariamente prolongada. A curta estrada assim aberta será perfeitamente sólida em sua construção, ao mesmo tempo que será bem menos tediosa e fatigante do que os caminhos até agora em moda".

Euc. Creio que o teorema 17 do Sr. Wilson (página 27), com suas cinco figuras (todas necessárias, embora ele desenhe apenas uma), e mais ainda seu maravilhoso problema, "abordado em quatro estágios", que preenchem as páginas de 69 a 72, são

[255] Tomemos o conhecido exemplo para analisar a forma básica de um silogismo: Todo homem é mortal / Sócrates é homem / Logo, Sócrates é mortal. À primeira proposição chamamos de premissa maior, à segunda proposição chamamos de premissa menor, à terceira proposição chamamos de conclusão. Além disso, ele contém os seguintes termos: homem, animal e mortal. O termo que se repete nas premissas maior e menor, que é o termo homem, chamamos de termo médio. Os outros dois termos do silogismo, animal e mortal, chamamos de termos extremos. A função do termo médio é ligar os termos extremos permitindo chegar à conclusão. Portanto, o termo médio nunca se repete na conclusão.

exemplos muito bons de uma demonstração prolongada. E a “curta e sólida estrada” do Sr. Cooley contém, se bem lembro, uma rachadura um tanto quanto perigosa.

Min. A próxima crítica que lhe fazem é sobre suas “demonstrações excessivamente *breves*”. O Sr. Leslie (um autor que não julguei ser necessário revisar como um “rival moderno”, uma vez que seu livro tem quase setenta anos), diz (prefácio, página vi): “Ao adaptá-lo [*Os Elementos*] ao estado atual da ciência, tenho ... procurado ampliar a base... As numerosas adições que foram incorporadas no texto, longe de atrasar, facilitarão mais o progresso, ao tornar mais contínua a cadeia de demonstrações. Multiplicar os passos da trajetória é, em geral, o modo mais expedito de alcançar o cume”.

Euc. Creio que seria melhor você apresentá-lo ao Sr. Wilson e ao Sr. Cooley: eles responderão para *ele*, e ele, por sua vez, *os* refutará!

Min. A última cobrança com relação às demonstrações é, nas palavras do Sr. Wilson (prefácio, página viii) “a constante referência aos axiomas gerais e às proposições gerais que não são mais claras na declaração geral do que o são no [216] exemplo particular”, o que, segundo ele, na prática, torna o estudo da Geometria “desnecessariamente hirto, obscuro, tedioso e improdutivo”.

Euc. *Uma* das vantagens em se fazer uma declaração geral e, mais adiante, se referir a ela ao invés de repeti-la, é que você tem que passar pelo processo mental de afirmar ou provar a verdade *de uma vez por todas*: aparentemente o Sr. Wilson deseja que você comece *de novo* e pense a verdade toda vez que você precisar dela! Mas o grande motivo para se referir sempre a seu universal, ao invés de afirmar o particular (o Sr. Wilson está meramente começando a velha corrida lógica “É o silogismo um *Petitio Principii?*”), é que a verdade do particular não está em qualquer dado peculiar em si mesmo, mas em princípios gerais aplicáveis a todos os casos semelhantes; e disso, *a menos que esses princípios gerais provem a conclusão para* todos *os casos, não se pode garantir que qualquer caso selecionado estará provado*. Se, por exemplo, vejo cem homens e me é feita alguma asserção verdadeira sobre noventa e nove deles, mas não me é dito que esta é verdadeira para *todos*, não há justificativa para que eu a afirme para qualquer homem selecionado, porque esse homem *pode* ser o da exceção. Agora, a asserção de que a verdade do caso particular sob observação depende de princípios gerais, e não de circunstâncias peculiares, não é nem mais nem menos do que a asserção da afirmação *universal* que o Sr. Wilson deprecia.

§4. *O estilo de Euclides*

Min. Bastante satisfatório. Vamos agora ao terceiro tópico, sobre o "Estilo" [217].

Acusam-no de artificialidade, caráter não-sugestivo e anseio de simplicidade. O Sr. Wilson diz (prefácio, página i): "As reais objeções a Euclides como um livro-texto são sua artificialidade ... e seu caráter não-sugestivo" e, novamente, "ele tem sacrificado, nas suas demonstrações, em grande extensão, a simplicidade e a naturalidade, sem nenhum ganho correspondente em fixação ou validade".

Euc. Bem, de fato não consigo lidar com cobranças gerais como essas. Prefiro apoiar-me no veredicto de meus leitores durante estes dois mil anos. Com relação ao "caráter não-sugestivo", esta é uma cobrança que não pode, admito, ser retrucada a respeito do Sr. Wilson: seu livro é *muito* sugestivo – ele sugere coisas que não são exatamente "música para os seus ouvidos"!

§ 5. *O tratamento de retas e ângulos de Euclides*

Min. Tomemos agora o tema "retas e ângulos", começando por "reta".

Percebo, por referência ao original, que você define linha reta como "a que está posta por igual com os pontos sobre si mesma"[256]. Essa, naturalmente, é apenas uma tentativa de dar à mente uma compreensão da ideia. Isso não conduz a resultados geométricos, estou certo?

Euc. Sim, e isso também não gera, até onde entendo, *qualquer* definição.

Min. Não tenho definições rivais a propor. A do Sr. Wilson, "que tem a mesma direção em todas as partes de sua extensão", sucumbiu no colapso da teoria da "direção", e "o menor caminho de um ponto a outro", do Sr. Legendre, não está adaptada para ser utilizada por um iniciante [218]. Não sei se alguma mudança foi sugerida em seu teste para uma linha reta, na proposição 14.

O próximo assunto é "ângulos".

Sua definição[257] talvez melhorasse se por "inclinação" lêssemos "declinação", pois quanto maior o ângulo, maior a *de*clinação e menor (assim me parece) a *in*clinação.

[256] EUCLIDES, 2009, p. 97.
[257] *E ângulo plano é a inclinação, entre elas, de duas linhas no plano, que se tocam e não estão postas sobre uma reta* (EUCLIDES, 2009, p. 97).

Euc. Concordo com você.

Min. O próximo ponto é que você limita o tamanho de um ângulo a menor do que a soma de dois ângulos retos.

Euc. Que vantagens há quando estendemos a definição?

Min. É uma perspectiva, mais do que uma vantagem imediata: ângulos maiores não são necessários nos primeiros quatro livros...

Euc. Nos primeiros *seis* livros.

Min. Não, certamente você precisará deles no sexto livro, não?

Euc. Onde?

Min. Na proposição 33, em que você trata de "qualquer equimúltiplo que seja" de um ângulo, ou de um arco ou de um setor. Não é possível você afirmar que o ângulo múltiplo seja sempre menor do que dois ângulos retos.

Euc. Você acha, então, que o múltiplo de um ângulo deve ser, ele mesmo, um ângulo?

Min. Certamente.

Euc. Então o múltiplo de um homem deve ser, ele mesmo, um homem. Se eu contemplar um homem multiplicado por dez mil, devo conceber a ideia de um homem com dez mil vezes o tamanho do primeiro?

Min. Não, você não precisa fazer *isso* [219].

Euc. Obrigado. *É* um esforço e tanto para a imaginação.

Min. Você quer dizer, então, que o múltiplo de um ângulo pode ser concebido como vários ângulos separados, não em contato, nem tomados juntos como um só?

Euc. Certamente.

Min. Mas você tem que contemplar o caso em que duas magnitudes angulares são iguais e inferir daí, pela proposição III 26, que os arcos subtendidos são iguais. Como você pode afirmar isso quando sua magnitude angular não é um ângulo, mas muitos?

Euc. Porque a soma total do primeiro conjunto de ângulos é igual à soma total do segundo conjunto. Por isso, o segundo conjunto pode claramente ser quebrado e montado novamente em tais quantidades que formem um conjunto igual ao primeiro: e então a soma total dos arcos e, do mesmo modo, a dos setores, serão também evidentemente iguais.

Mas se você tomar os múltiplos dos ângulos como simples magnitudes angulares, não vejo como poderá provar a igualdade dos arcos subtendidos, pois a *minha* prova aplica-se apenas aos casos em que o ângulo é menor do que a soma de dois ângulos retos.

Min. Isso é bem verdade, e você me convenceu que nós devemos observar este limite, e não pensar em "ângulos de rotação" até que entremos no assunto da Trigonometria.

Quanto aos ângulos retos, tem sido sugerido que seu axioma "e serem iguais entre si todos os ângulos retos"[258] pode ser provado como um teorema.

Euc. Não me oponho à interpolação de tal [220] teorema, embora haja muito pouco para se distinguir entre um teorema muito simples e um axioma.

Min. Consideremos agora as omissões, alterações e acréscimos que têm sido propostos pelos seus rivais modernos.

§6. *Omissões, alterações e acréscimos sugeridos pelos rivais modernos*

Euc. Quais de meus teoremas meus rivais modernos propõem omitir?

Min. Sem insistir em casos extremos, como aquele do Sr. Pierce, que omite não menos do que 19 dos 35 teoremas do seu primeiro livro, posso dizer que os únicos dois para os quais encontrei quase que uma unanimidade são os I 7 e II 8.

Euc. Quanto a I 7, tenho bastantes motivos que argumentam em favor de mantê-lo.

Em primeiro lugar, é útil para provar I 8, cuja prova, sem ele, é necessariamente mais extensa, pois terão que ser incluídos *três* casos, de forma que sua omissão resulta em pouca ou em nenhuma economia de espaço.

Em segundo lugar, o método moderno de provar de maneira independente a I 8 deixa a I 7 ainda sem prova.

Min. *Esse* motivo não tem peso algum, a menos que você possa provar que a I 7 tem valor por si mesmo.

Euc. Verdade, mas creio que *posso* prová-lo. Em terceiro lugar, ela mostra que, de todas as figuras planas que podem ser feitas com varinhas, as de *três* lados (e apenas elas) são *rígidas* (o que é outra maneira de estabelecer o fato [221] de que não pode haver *duas* figuras tais na mesma base). Isso é análogo ao fato, em relação aos sólidos

[258] EUCLIDES, 2009, p. 98.

delimitados por superfícies planas dobradas juntas, que *qualquer* sólido é rígido, não havendo número máximo de lados.

E, em quarto lugar, há uma analogia próxima entre I 7 e I 8 com III 23 e III 24. Essas analogias dão à Geometria muito de sua beleza, e creio que elas não deveriam ser deixadas de lado.

Min. Você comprovou com um bom caso. Permita-me contribuir com um "quinto lugar". É uma das poucas proposições que possui um uso direto na prática. Tenho frequentemente encontrado alunos assaz interessados em aprender que o princípio da rigidez dos triângulos é de uso constante na arquitetura, e até mesmo em um assunto doméstico como a construção de um portão.

O outro teorema que mencionei, o II 8, é hoje em dia tão constantemente ignorado nos exames que quase sempre é negligenciado pelos estudantes. Acredita-se que seja extremamente difícil e completamente inútil.

Euc. Sua dificuldade tem sido, creio, exagerada. Você já tentou ensiná-lo?

Min. *Tenho*, de vez em quando, encontrado alunos suficientemente amáveis para escutar que aquilo que os faz se sentirem seguros não será de ajuda alguma nos exames. Minha experiência tem se dado apenas com estudantes não graduados, alguns dos quais, creio, o dominariam em cinco ou dez minutos se tiverem uma habilidade média.

Euc. Isso não exige muito tempo dos seus alunos. Quanto a ser "completamente inútil", admito que ele não é de aplicação *imediata*, mas você o achará muitíssimo útil quando começar a tratar a parábola geometricamente [222].

Min. Isso é verdade.

Euc. Vamos agora examinar os novos métodos de prova sugeridos pelos meus rivais.

Min. A proposição 5 tem sido muito atacada – posso até dizer "pisoteada" – pelos seus rivais modernos.

Euc. Entendo. É por isso que vocês a chamam de "Ponte dos Asnos"? Bem, quantos métodos novos eles sugerem para atravessá-la?

Min. Um deles é a "construção hipotética". O Sr. Legendre bissecta a base e, o Sr. Pierce, o ângulo do vértice, mas não dão nenhuma prova que essas coisas podem ser feitas.

Euc. Concordamos que os iniciantes no estudo da Geometria devem limitar-se ao uso de linhas e círculos e que não é seguro aceitar que um ponto possa ser encontrado, ou uma linha possa ser traçada simplesmente porque temos certeza de que assim seja. Por exemplo: é axiomático, naturalmente, que cada ângulo tem uma bissetriz, mas é igualmente óbvio que tenha dois trissectores. E se assumo que um pode ser desenhado, por que não os outros também? Contudo, nós já discutimos esse assunto (página [20]).

Min. Um segundo método é o da "superposição", adotado pelo Sr. Wilson e pelo Sr. Cuthbertson – um método que envolve a *reversão* do triângulo, antes de aplicá-lo sobre a sua posição anterior.

Euc. Isso também já discutimos (página [47]). Qual é o método adotado no novo Manual, baseado no Manual da Associação?

Min. O mesmo que o do Sr. Pierce. O Sr. Reynolds tem um método curioso: ele trata os lados como oblíquos "igualmente remotos da perpendicular".

Euc. Curioso, de fato [223].

Min. Mas talvez o mais curioso de todos seja o método do Sr. Willock: *ele* trata os lados como raios de um círculo e a base como uma corda.

Euc. Seria melhor, de pronto, se ele os tivesse feito como assíntotas de uma hipérbole! *C'est magnifique, mais ce n'est pas la... Géométrie*[259].

Min. Dois de seus rivais provam a proposição 8 a partir da 24.

Euc. "Pondo a carroça na frente dos cavalos", na minha humilde opinião.

Min. Para uma prova breve da proposição 13, deixe-me recomendar à sua consideração a prova do Sr. Reynolds, que consiste em sete palavras: "Porque eles preenchem exatamente o mesmo espaço".

Euc. Por que tão extenso? A palavra "exatamente" é supérflua.

Min. Ao invés de sua cadeia de teoremas 18, 19, 20, muitos autores sugerem 20, 19, 18, fazendo a 20 axiomática.

Euc. Isso já foi discutido (página [56]).

Min. A prova do Sr. Cuthbertson da proposição 24 é, se posso aventurar-me em dizer, mais completa do que a sua. Ele constrói seu diagrama sem considerar o comprimento dos lados, e depois prova os três casos possíveis separadamente.

Euc. Creio que essa é uma melhora.

Min. Não há outras inovações notáveis que já não tenham sido discutidas, exceto que o Sr. Cuthbertson prova uma quantidade considerável do Livro II por um método

[259] A frase original parece ser uma alusão à declaração "C'est magnifique, mais ce n'est pas la guerre: c'est la folie" (É magnífico, mas isso não é guerra: é loucura), dita por Pierre François Joseph Bosquet (1810-1861), general das forças armadas francesas.

quase algébrico, sem exibir os atuais quadrados e retângulo, enquanto que o Sr. Reynolds o faz por pura álgebra.

Euc. Creio que os atuais quadrados etc são mais úteis para os iniciantes, pois deixam os teoremas mais fáceis de serem entendidos e [224] lembrados. Provas *algébricas* naturalmente introduzem a dificuldade dos “incomensuráveis”.

Min. Tomaremos agora as proposições novas etc, que têm sido sugeridas.

Aqui está um axioma: “*duas retas não podem ter um segmento comum*”.

Euc. Bom. Tenho assumido tacitamente este axioma, mas ele pode muito bem ser declarado.

Min. Vários teoremas novos têm sido sugeridos, mas me parece que apenas dois deles valem a pena ser mencionados. São eles:

“*Todos os ângulos retos são iguais*”.

Euc. Eu já aprovei isso (página [219]).

Min. O outro é um bastante popular entre a maioria dos seus rivais:

“*De todas as retas que podem ser desenhadas até uma reta, por um ponto fora dela, a perpendicular é a menor; e, das restantes, aquela que está mais próxima da perpendicular é menor do que uma mais remota; e a menor está mais próxima que a maior; e do mesmo ponto apenas duas retas iguais podem ser traçadas até a outra reta, uma em cada lado da perpendicular*”.

Euc. Gosto dele como um todo, embora um enunciado tão extenso vá deixar os iniciantes alarmados. Mas é estritamente análogo a III 7. Introduza-o, de qualquer forma, na edição revisada de meu manual. Ficará bem, contudo, colocar como regra geral que nenhuma proposição será interpolada, a menos que ela seja de tamanha importância e valor a ponto de se achar que merece ser citada e provada, da mesma forma que os candidatos em exames têm agora permissão de citar minhas proposições.

Min. (*com um bocejo temeroso*) Bem, não tenho mais nada a dizer [225].

§7. *Resumo*

Euc. “O galo deve cantar, o dia deve raiar”[260], e todos os fantasmas respeitáveis devem ir para casa. Deixem-me carregar comigo a esperança de que os convenci da

[260] A citação original (“The cock doth craw, the day doth daw”) é uma das estrofes, em inglês antigo, de *The Wife os Usher’s Well*, uma balada tradicional, aparentemente originária na Escócia, cuja versão original não sobreviveu.

importância, se não da necessidade, de manter minha ordem, minha numeração e o meu método de tratamento de retas, ângulos, ângulos retos e (mais especificamente) paralelas. Deixem esses intocáveis e observarei com grande contentamento outras mudanças serem feitas: minhas provas serem condensadas e aperfeiçoadas, provas alternativas serem acrescentadas às minhas e novos problemas e teoremas serem interpolados.

No que diz respeito a esses assuntos, meu manual pode ser aperfeiçoado ilimitadamente.

[Ao som de música lenta, EUCLIDES e os outros fantasmas "desaparecem vagarosamente"[261], de acordo com a marcação de palco aprovada por Shakespeare. MINOS acorda com um sobressalto, e encaminha-se para a cama. É agora "um homem mais triste e mais sábio"[262].]

---

[261] Essa é uma marcação cênica de *A Tempestade* (1623), de Shakespeare.

[262] A citação original ("a sadder and a wiser man") é um verso do poema *The Rime of the Ancian Mariner*, do poeta inglês Samuel Taylor Coleridge (1772-1834).

A P Ê N D I C E S

APÊNDICE I

Extraído do ensaio do Sr. Todhunter sobre
"Geometria Elementar", incluído no
"The Conflict of Studies etc"[263]

Um distinto filósofo já disse que a Inglaterra é "geralmente a última a entrar no movimento geral da mente europeia"[264]. O autor do comentário provavelmente quis afirmar que um homem ou um sistema pode ter se tornado famoso no continente, enquanto permanecemos quase ignorantes do seu nome e das afirmações do seu sistema. Talvez, contudo, uma extensão mais ampla possa ser dada à afirmação. Uma teoria explosiva ou uma prática sem vantagens, tal qual um rebelde ou um patriota em perigo, procuram refúgio em nossa terra para passar seus últimos dias com conforto, senão em esplendor. Somente quando aqueles que originalmente instauraram um ídolo começam a suspeitar que foram muito extravagantes em suas devoções, recebemos a imagem desacreditada e começamos nossas adorações. Uma ilustração menos comum, mas mais perigosa desse princípio só ocorre quando estrangeiros estão aprendendo a admirar uma de nossas peculiaridades e já passamos a ficar cansados dela.

[263] No prefácio está registrado o nome completo deste ensaio: *O Conflito de Estudos e Outros Ensaios de Assuntos Ligados à Educação*.
[264] A frase aparece em *A System of Logic* (1843), de John Stuart Mill, no Livro 6, cujo título é *The Logic of the Moral Sciences*.

Há muito tempo, para ensinar Geometria Elementar na Inglaterra, acostumamo-nos a usar o bastante conhecido *Os Elementos de Euclides*. No presente momento, quando ouvimos da melhor testemunha – isto é, quando os anti-euclidianos estão admitindo – que há insatisfação tanto na França quanto na Itália com o sistema [227] que têm usado e manifestam um desejo de adotar o nosso, somos instigados por muitas pessoas a trocar nosso sistema por um outro.

. . . .

Muitas afirmações têm sido feitas em discussões que se apoiam totalmente na autoridade de um defensor individual e, assim, é necessário ser de alguma forma crítico para avaliar o valor do depoimento. Duas testemunhas colocadas proeminentemente em evidência são M. M. Demogeot e Montucci, que fizeram um relatório sobre a educação inglesa para o governo francês[265]. Não tenho dúvidas de que esses cavalheiros são adequados para fazer um relatório sobre a educação inglesa, uma vez que foram selecionados para esse propósito, mas tenho procurado em vão por qualquer evidência acerca das suas especiais qualificações matemáticas. Nenhuma lista de publicações matemáticas que consultei apresentou, uma só vez, um desses nomes, e estou totalmente desnorteado, sem conseguir saber até que ponto suas opiniões têm sido reivindicadas. A frase seguinte é citada com aprovação dos seus autores: “Le trait distinctif de l’enseignement des mathématiques en Angleterre c’est qu’on y fait appel plutôt à la mémoire qu’à l’intelligence de l’élève”[266]. Em primeiro lugar, deveríamos saber em que evidência essa ampla generalização se baseia. Visitaram os escritores algumas das escolas mais simples da Inglaterra, nas quais os elementos de aritmética e a mensuração são rudemente ensinados, e tiraram dessa exígua experiência uma inferência sobre a variedade da instrução matemática em toda a Inglaterra? Ou encontraram eles, ao inspecionar algumas de nossas maiores escolas públicas, que nelas a matemática era insatisfatória? No último caso, isso pode ter surgido da devoção exclusiva aos clássicos, ou da preferência por alguma das novidades em voga no dia, ou do anseio de atenção e paciência dos professores. Na suposição mais desfavorável, a condenação pronunciada

[265] Em 1866, o governo francês enviou M. M. J. Demogeot e H. Montucci à Grã-Bretanha para que examinassem os diferentes sistemas de ensino então vigentes. Depois de terem publicado, em 1868, um primeiro volume relatando suas observações com relação à escola secundária, publicaram o segundo volume em 1870, com o título *De l’Enseignement Supérieur en Angleterre et en Écosse. Rapport Adresse à son Exc. M. le Ministre de l’Instruction Publique*, que tratava da educação superior. Uma crítica sobre esse livro pode ser encontrada no *The Athenæum: a Journal of Literature, Science, the Fine Arts, Music and the Drama*, número 2229, de 16 de julho de 1870.

[266] O traço distintivo do ensino da matemática na Inglaterra é que se faz mais apelo à memória do que à inteligência do aluno.

sobre o ensino geral de matemática na Inglaterra não pode ser justificada. Mas consideremos algum tipo experimental de teste para o qual um pesquisador colete cuidadosamente as provas de matemática [228] feitas na Inglaterra num único ano, incluindo aquelas propostas nas Universidades e aquelas referentes aos Exames Militares, aos exames do Funcionalismo Público e aos chamados Exames Locais. Digo, então, sem medo de contradição, que os problemas e exemplos originais contidos nesses exames superarão em interesse, variedade e engenhosidade qualquer outro exame semelhante que venha a ser encontrado em qualquer país do mundo. A partir disso, então, qualquer pessoa praticamente familiarizada com os atos de ensinar e elaborar exames poderia decidir se o ensino pode ser o pior onde o exame é o melhor.

A frase citada dos senhores M. M. Demogeot e Montucci, para ter qualquer valor, deveria proceder de autores mais próximos do nível dos distintos professores de matemática da Inglaterra. Como qualquer fundamentação pode estar pautando essa declaração, é provável que ela se aplique não especialmente à matemática, mas a todos os nossos estudos, e que nossos exames incessantes levem a um cultivo excessivo da memória. Então, quanto ao suporte prático do comentário no nosso presente assunto, é óbvio que a acusação, se verdadeira, é bastante independente do livro-texto usado para o ensino, e pode permanecer igualmente válida se Euclides for trocado por qualquer autor moderno.

Os cavalheiros franceses, em seguida, comparam o que chamam de verbosidade de Euclides com a elegante concisão dos métodos franceses. É certamente mais do que uma resposta a esses autores opor-lhes a elevada opinião, expressa por matemáticos de fama europeia tais como Duhamel[267] e Hoüel[268], quanto aos méritos de Euclides. Veja a página 10 do *First Report of the Association for the Improvement of Geometrical Teaching*[269].

Quando comparamos o esplendor da reputação matemática desses últimos nomes mencionados com a obscuridade dos dois anteriores, parece ser necessária uma maior precisão na declaração feita numa recente circular: “A opinião dos matemáticos

---

[267] Jean-Marie Constant Duhamel (1797-1872), matemático e físico francês que a partir de 1851 foi professor de matemática na Sorbonne.

[268] Guillaume Jules Hoüel (1823-1886) obteve o doutorado na Sorbonne, em 1855. Posteriormente foi nomeado para a cadeira de Matemática Pura da Faculdade de Ciências de Bordeaux, em 1859, onde permaneceu até sua morte.

[269] *Primeiro Relatório da Associação para a Melhoria do Ensino de Geometria*.

franceses nessa questão está plenamente expressa no Relatório de M. M. Demogeot e Montucci...” [229]

Realmente eu deveria fazer muitas outras citações se quisesse chamar a atenção a cada declaração arriscada que tem sido feita; preciso, por isso, conter-me severamente. Considere o seguinte: “Inquestionavelmente, os melhores professores partem amplamente das suas palavras, e até mesmo dos seus métodos. Isto é, eles usam o trabalho de Euclides, mas ensinariam melhor sem ele. E isso é especialmente verdadeiro quanto à aplicação aos problemas. Todos recordam, até mesmo os que não têm a experiência diária, quão inútil é para os problemas, geralmente, o conhecimento que um garoto tem sobre Euclides”. O valor de tal declaração depende inteiramente da extensão da experiência a partir da qual ela foi formulada. Imagine, por exemplo, que seu autor tenha sido, por muitos anos, examinador numa grande Universidade na qual, ao invés do nome da escola de cada candidato, seja registrado o lugar de onde ele veio; imagine que o autor tenha também estado bastante ligado aos numerosos exames das instituições militares; imagine que ele tenha também vivido por um quarto de século em uma das maiores faculdades de Cambridge, e trabalhado ativamente como tutor; imagine também que tenha sido seu dever classificar os novos estudantes, a partir do resultado dos exames que cada um deles fez sobre Euclides e sobre outras partes da matemática elementar; e, finalmente, imagine que ele esteve em constante comunicação com os professores em muitas das grandes escolas: então sua opinião desfrutaria de uma autoridade que, na ausência dessas circunstâncias, não pode ser atribuída a ele.

Se posso, por ventura, referir-me à minha própria experiência – iniciada quando o autor que acabei de citar estava em seu berço –, posso dizer que tenho ensinado as geometrias Euclidiana e não-Euclidiana e que meus próprios estudos iniciais e inclinações apontavam em direção à segunda, mas que, agora, meu testemunho seria inteiramente a favor da primeira.

. . . .

Admito que ensinar Euclides exige paciência para ambos, tutor e aluno; mas posso afirmar que conheci muitos professores que têm se saído admiravelmente bem, e têm enviado à Universidade um grande [230] número de alunos bastante hábeis em fazer deduções e outros exercícios; nunca conheci um professor realmente capaz e zeloso que tenha fracassado. Fico feliz em complementar meu próprio testemunho com um extrato muito interessante da conferência do Dr. Lees, de St. Andrews, sobre o Ensino de Geometria: “Qualquer que seja a causa do fracasso na Inglaterra, está tão claro quanto qualquer demonstração possa ser, que este não pode ser atribuído a Euclides. Na Escócia usamos Euclides como livro-texto para nossos alunos, e lá obtemos sucesso no ensino de Geometria; e isso não apenas nas faculdades, mas em todas as mais importantes e mais altas escolas e academias do país, e até mesmo em muitas das escolas paroquiais, nas quais a atenção do professor é necessariamente bastante dividida". Veja também o notável *Narrative-Essay on a Liberal Education*[270], do Reverendo S. Hawtrey, A. M., Professor assistente em Eton.

. . . .

Durante a existência da faculdade militar da Companhia das Índias Orientais em Addiscombe, sabe-se que os cadetes eram instruídos em matemática num curso conduzido pelo falecido Professor Cape. A geometria, nesse curso, era do tipo que nossos reformadores recomendam, baseada em Legendre e adotando os princípios de construções hipotéticas que são agora tão enfaticamente elogiados. Em certas escolas grandes em que os jovens eram treinados para faculdades militares, era comum ensinar em uma classe de candidatos para Woolwich[271], usando Euclides, e em uma classe de candidatos para Addiscombe[272], usando a adaptação de Legendre feita por Cape. A imparcialidade no processo era assegurada dando o mesmo número de horas, pelos mesmos mestres, a cada classe; e a honra e as recompensas que vinham com o sucesso forneciam um estímulo eficaz para ambos, professores e alunos. Agora considere o resultado. Foi-me garantido por um professor – que por muitos anos destacou-se pelo número e pelo sucesso de seus alunos – que a prática adquirida pela classe de Euclides era muito superior àquela adquirida pela classe de Legendre [231]. Não era mais difícil ensinar Euclides, e era mais potente e mais benéfica a sua influência. Absorvi o testemunho com um impacto forte pois, à época, considerações teóricas me levavam a defender o contrário; eu estava inclinado, por exemplo, a manter o uso das construções hipotéticas. A experiência que adquiri com o tempo mostrou a acuidade do julgamento daquele professor; e tenho também percebido, com enfática evidência, outros que tiveram boas oportunidades de considerar a questão e chegaram à mesma conclusão. Eu mesmo tenho examinado em Woolwich e Addiscombe, e estou confiante de que o ensino em ambas as instituições é firme e zeloso; mas não hesito um só momento em

[270] *Ensaio-Narrativo sobre Educação Liberal*.
[271] Distrito no sul de Londres.
[272] Distrito no sul de Londres.

dizer que a base obtida a partir de Euclides é mais firme que aquela obtida a partir de Legendre.

. . . .

Embora eu admita que o estudo de Euclides realmente demande uma atenção paciente do iniciante, não consigo admitir que o resultado seja injusto. Adquiri minha própria experiência dessa maneira. Há alguns anos, desde que fui designado professor de matemática em minha faculdade[273], mais arranjos sistemáticos do que os previamente adotados foram introduzidos pelos professores dos calouros, e como Euclides parecia ser um dos assuntos menos populares, eu mesmo me encarreguei dele. Dessa forma, durante muito tempo, o modo como ele tem sido ensinado nas escolas e os resultados de tal ensino têm chegado à minha observação. Não posso deixar de dizer que, enquanto muitos dos meus alunos têm se distinguido pela habilidade e pelo gosto em relação à matemática, a maioria tem sido de outros tipos, isto é, ou pessoas hábeis cuja atenção está completamente ocupada com outros estudos, que não a matemática, ou pessoas de realizações escassas e pouca habilidade que não poderiam fazer mais do que passar nos exames comuns. Posso distintamente afirmar que os casos irreversíveis de fracasso em Euclides foram muito poucos, e os frutos desses estudos, até mesmo para homens de pouca habilidade, foram decisivos [232]. Ao comparar o desempenho em Euclides àqueles em Aritmética e Álgebra, não pode haver dúvidas de que Euclides causou a mais profunda e mais benéfica impressão: na verdade, se poderia afirmar que essa constituiu, de longe, a mais valiosa parte de toda a aprendizagem à qual tais pessoas estavam sujeitas. Até mesmo as expressões de Euclides, que têm sido teoricamente condenadas por serem longas e entediantes, parecem ser, na prática, bem adequadas aos iniciantes. Como já declarei, percebo nos jovens que entram na Universidade um domínio cada vez maior desse assunto. Meu julgamento é que nossos alunos comuns sofreriam consideravelmente se, ao invés do sistema bem explicado de Euclides, for permitido tomar como substituto qualquer um dos manuais atuais, mais populares mas menos rígidos.

Faço agora algumas observações sobre as solicitações para que sejam permitidos, nos exames, outros livros ao invés do de Euclides. Tem sido dito: “Exigimos não sermos − como somos agora, pelo fato de Euclides ser o livro-texto para

[273] No texto original, “principal mathematical lecturer”. “Lecturer” é uma posição ocupada na hierarquia do sistema educacional inglês, na universidade ou em alguma instituição similar, por um professor em seus primeiros anos; suas ocupações compreendem tanto as aulas quanto a supervisão de alunos e grupos de estudo.

tantos exames, − praticamente obrigados a aderir a um livro". Com certeza tal solicitação, feita por homens que sabem o que querem e que são competentes para formar uma opinião sobre o assunto, − e o fazem com seriedade, − deveria induzir as Universidades e outras juntas examinadoras a reavaliar sua posição. Os fundamentos da exigência, então, são três: ela é feita com seriedade, é feita por quem sabe o que quer e é feita por pessoas competentes para formar opinião sobre o assunto. Não preciso me alongar em dois deles. A experiência diária mostra que os reclamantes podem saber o que querem e estar terrivelmente determinados em suas solicitações, porém resistir a elas pode estar no dever daqueles para quem o apelo é feito. Além disso, é óbvio que a adoção de Euclides como livro-texto é indicada por aqueles que estão igualmente determinados e sabem o que recomendam. Em resumo, se nenhuma instituição for defendida quando é atacada sábia e determinadamente, é evidente que nenhuma instituição está segura [233].

Mudo então para o outro fundamento, aquele sobre a exigência ser feita por homens que são competentes para formar uma opinião sobre o assunto. Agora não posso falar em nome da Universidade de Cambridge: a minha opinião é apenas a de um residente não-oficial. Tenho poucas dúvidas de que muitas pessoas aqui manterão, sem questionar a competência dos reclamantes para formar uma opinião, que nós mesmos somos muito mais competentes para formar uma.

Não se pode negar que em tudo aquilo que se relaciona ao conhecimento matemático temos um agregado de autoridades que, de longe, ultrapassa o que já foi reunido com a intenção de pressionar a Universidade. Além disso, temos desempenhado, como inspetores e avaliadores, uma posição central no que diz respeito ao modo como as coisas eram e, dessa forma, apreciamos quando as oportunidades não são dadas apenas a professores isolados, independentemente de quão eminentes e experientes eles sejam. As incessantes demandas feitas à Universidade para prover examinadores para escolas e para os exames locais nos permitem ser como um corpo particularmente familiarizado com o padrão de excelência alcançado em várias instituições educacionais. Então, como professores universitários e tutores particulares, temos os mais fortes motivos para ardorosamente diferenciar o estado do conhecimento de matemática em diferentes escolas, como mostrado pelo desempenho dos candidatos de que temos conhecimento. Além disso, alguns dos residentes da Universidade, pelas relações que mantêm com antigos alunos que hoje ocupam posições importantes como professores, podem aprofundar e ampliar a experiência que já tinham direta ou indiretamente. Se é óbvio que certos professores, por habilidade e devoção, têm por muitos anos formado alunos bem capacitados, a Universidade pode considerar que não seria certo nem sábio negar a seus melhores amigos a distinção que merecidamente adquiriram, relaxando de qualquer forma o rigor dos exames. Ao invés de justificar suas exigências pelo fato de serem bem qualificados para julgar, os reclamantes deveriam se esforçar para *argumentar* visando convencer outros que são ainda mais qualificados a julgar [234].

Neste ponto, solicito atenção à seguinte observação que tem sido feita em defesa da reivindicação: "Em qualquer outra disciplina isto é livremente acordado: não somos obrigados a usar certas gramáticas ou dicionários, ou um tratado fixo de Aritmética, Álgebra, Trigonometria, Química, ou de qualquer outro ramo da ciência. Por que temos, então, que ficar amarrados a apenas um livro de Geometria?" Em primeiro lugar pode-se dizer que há grandes vantagens no uso geral de um livro comum; e também que, quando um livro foi por muito tempo usado quase que exclusivamente, seria precipitado jogar fora algumas vantagens para se agarrar a benefícios fantasmais. Tão bem está esse princípio estabelecido que temos visto recentemente um vigoroso – e, ao que parece, bem-sucedido – esforço para assegurar o uso de uma Gramática Latina comum nas eminentes escolas públicas. Em segundo lugar, a analogia feita na observação citada acima seria rejeitada por muitas pessoas por envolver uma falácia óbvia, a saber, que a palavra *geometria* denota a mesma coisa para todos os que a usam. Para os admiradores de Euclides, significa um sistema de proposições validamente demonstradas mais pelo processo de raciocínio envolvido do que pelos resultados obtidos, enquanto que alguns dos reformadores modernos têm em pequena conta o rigor do método, comparado com os fatos em si. Basta-nos consultar os livros modernos mencionados numa certa lista, começando com o *Essentials of Geometry*, para perceber que praticamente o objetivo de alguns dos nossos reformadores não é lecionar o mesmo assunto com a ajuda de um livro-texto diferente, mas sim ensinar algo bastante diferente daquilo que é encontrado em Euclides, sob o nome comum de geometria.

Pode-se dizer que estou sendo parcial na questão, isto é, que *assumo* que Euclides é o melhor livro de geometria, mas este não é o caso. Não advogo *irreversivelmente* neste assunto, embora seja enfático ao dizer que um livro deve ser *decididamente* melhor que Euclides para desistirmos das vantagens da uniformidade, que serão quase impossíveis de se assegurar se o presente sistema for abandonado. Mas, como foi bem observado por um dos mais distintos matemáticos de Cambridge [235], “A exigência de trocar Euclides por qualquer outro compêndio, por mais deficiente e inadequado que seja, é irracional, e esta é realmente a exigência que é feita: será hora de considerar o abandono de Euclides quando um livro melhor puder ser oferecido”. Acrescenta-se que a superioridade em relação a Euclides deve ser estabelecida por evidências incontestáveis, não pela autoestima do autor, não pelo natural mas parcial testemunho do afeto parental; não pela predição de algum crítico anônimo e irresponsável; não pela autoridade de homens eminentes, salvo se essa eminência for na área de matemática; nem mesmo pelo veredito de professores que não são notáveis pelo êxito de seus alunos. A decisão cabe àqueles – alunos, professores, e examinadores – de reputação considerável no âmbito das ciências matemáticas.

Deve-se admitir que há diversidade de opinião entre os oponentes de Euclides: enquanto a maioria parece querer liberdade para usar os livros-texto que lhes aprazem, outros defendem a construção e adoção geral de um novo livro-texto. O primeiro desses grupos parece querer alguma coisa mais fácil e mais popular que Euclides; no outro grupo há algumas pessoas que parecem defender o uso de um livro-texto que fosse mais rigoroso e mais amplo que o de Euclides. Há várias considerações que me parecem indicar que, se uma mudança for feita, não será na direção do *maior rigor*; a origem do movimento, o caráter dos livros-texto que têm sido editados e a pressão para estudos mais modernos e mais atraentes convergem para nos avisar que, se a autoridade tradicional que pertence a Euclides for abandonada, a Geometria será compelida a ocupar uma posição na educação geral muito inferior àquela que agora mantém.

. . . .

Há um modo bastante óbvio de levar adiante a causa do grupo anti-euclidiano que, acredito, fará muito mais por eles do que as afirmações e predições mais confiantes dos méritos do curso que eles defendem: deixem que eles ensinem os jovens segundo o [236] sistema que defendem, com vistas a obterem as melhores posições no Cambridge Mathematical Tripos[274], e então outros professores prontamente seguirão esse caminho aberto para a distinção. Mas poderá ser dito, naturalmente, que enquanto Euclides for indicado como livro-texto, as condições de competição são injustas para aqueles que adotarem algum substituto moderno. Examinarei esse ponto. Nos Exames de Cambridge

[274] Exame feito pelos alunos de Cambridge que, à época de Carroll, durava 8 dias e tinha, em média, 200 questões. As provas eram parte orais, parte escritas e, no que diz respeito à matemática, esperava-se que o aluno tivesse êxito em “matemática mista” (uma precursora da matemática aplicada e da física matemática), ensino de matemática e até mesmo nas novas teorias físicas (particularmente o eletromagnetismo).

para Honras Matemáticas há, até o presente momento, dezesseis provas; um quarto da primeira é dedicado às questões de Euclides. Agora imagine que 1000 itens são fixados para todo o exame, e que cerca de cinco deles refiram-se ao livro de Euclides. Um aluno de qualquer sistema moderno seria certamente capaz de assegurar alguns desses cinco itens tão bem como um austero partidário euclidiano. Mas, no pior caso, imagine que o candidato deliberadamente rejeite todas as chances e siga para outro assunto do teste, especialmente os problemas: aqui a vantagem estará irresistivelmente ao seu lado devido à "superioridade dos métodos modernos com relação aos antigos, no que diz respeito à Geometria". Deve ser lembrado que, a despeito de todos os avisos e ordens contrárias, os examinadores persistirão em fazer suas provas de tal modo que seja impossível resolvê-las no tempo disponível; desse modo, o sacrifício dos estudos será insignificante e será compensado abundantemente pela maior facilidade na resolução dos problemas, um tema defendido pelo ensino moderno em comparação ao "caráter não sugestivo" de Euclides e pela maior exatidão de raciocínio, já que nos foi dito que "o treino lógico obtido de Euclides é muito imperfeito e, em alguns aspectos, ruim". Assim, no geral, o seguidor da escola moderna estará, na primeira prova do Cambridge Tripos Examination, favoravelmente melhor preparado do que o aluno de Euclides; e, naturalmente, nos outros exames, as vantagens em seu favor ampliam-se consideravelmente. Devemos lembrar que nos disseram expressamente que Euclides é "um método inadequado, nos dias de hoje, para a formação matemática avançada", e que "aqueles que continuam sua formação matemática visando a obter [237] honras na Universidade ... ganharão muito pela economia de tempo e pela vantagem das luzes modernas".

O resultado final é este: de acordo com as promessas dos reformadores da Geometria, um de seus alunos pode sacrificar cinco itens entre mil, enquanto que, para todos os restantes 995, sua chance seria superior àquela de um aluno treinado segundo Euclides. Deve-se acrescentar que, no futuro, os Exames Matemáticos de Cambridge serão um tanto mais longos do que têm sido até a data deste meu texto, de forma que as vantagens da escola anti-euclidiana aumentarão. Além disso, precisamos lembrar que no Exame do Smith's Prizes[275], a geometria elementar de Euclides raramente aparece, de modo que os reformadores modernos não teriam aqui qualquer obstáculo à

[275] *Smith's Prizes* eram dois prêmios anuais tradicionalmente concedidos a membros da Universidade de Cambridge, um relativo à Física Teórica e outro, à Matemática. Em 1998 os prêmios *Smith*, *Rayleigh* e *J. T. Knight* foram amalgamados gerando apenas duas premiações: o prêmio *Smith-Knight* e o *Rayleigh-Knight*.

reivindicação triunfante de suas superioridades como professores da matemática avançada. A coisa maravilhosa é que, nestes dias de competição para prêmios educacionais, aqueles que acreditam possuir métodos superiores não mantêm, consigo, segredo disto; ao contrário, os oferecem a todos, e os impõem aos relutantes e incrédulos. Com certeza, ao invés de simplesmente *afirmar* que o método moderno traz esses benefícios, será muito mais digno e muito mais irrefutável *demonstrar* a proposição pelo brilhante sucesso no Cambridge Mathematical Tripos. Suponha que lêssemos nos canais comuns de informação, no próximo Janeiro, alguma notícia como esta: "Os seis primeiros lugares consideram que devem muito de seu sucesso ao fato de, em seu estudo, terem deixado de lado a fossilizada geometria de Alexandria, substituindo-a por espécimes recentes"; então a oposição seria vencida, e os professores se surpreenderiam, elogiariam e imitariam. Mas até que as promessas de sucesso sejam seguidas por um desempenho até então nunca visto, lembremo-nos do caso de uma cabeleireira careca que impõe a seus clientes sua técnica infalível para produzir tranças desnecessárias.

. . . .

Àqueles que se referem a Euclides como um curso inadequado de geometria plana, podemos responder brevemente que ele é um curso fácil, [238] se não conveniente ou necessário, para qualquer assunto adicional. Mas, de minha parte, creio que há graves objeções a qualquer grande aumento na extensão do curso de geometria sintética[276], preparado visando aos exames. Um grande inconveniente ao nosso presente sistema de ensino e aos exames matemáticos é a monotonia que prevalece em muitas partes. Quando um tema matemático é estudado até que dominemos os princípios básicos, pouco mais se ganha perseguindo esses princípios em aplicações quase infinitas. Por essa razão, nosso interesse é mínimo quanto à disposição de despender tanto tempo nas seções cônicas; o aluno parece ganhar apenas fatos novos, mas nenhuma ideia ou princípios novos. Dessa forma, depois de um curso moderado de geometria sintética tais qual o de Euclides, pode ser mais vantajoso para o aluno passar a outros assuntos, tal como a geometria analítica e a trigonometria, os quais apresentam ideias de outro tipo, e não meras repetições daquelas com as quais já se está familiarizado.

. . . .

[276] "Geometria sintética" é a parte da geometria que emprega teoremas e observações sintéticas para extrair conclusões, ao contrário de geometria analítica, que se apoia na álgebra.

Tem sido dito, e aparentemente com grande justiça, que exames em geometria elementar baseados num sistema ilimitado de livros-texto serão um processo muito problemático; é óbvio que sistemas diferentes de demonstração de uma proposição particular podem ser mais ou menos laboriosos, e assim podem valer mais ou menos pontos. Essa perplexidade é certamente sentida pelos examinadores no que diz respeito às seções cônicas geométricas; e também pelos professores que possam estar incertos quanto ao sistema particular que os examinadores preferem ou com o qual estão de acordo. Tem sido *afirmado* que a objeção que então surge é imaginária, e que "os manuais de geometria não diferirão um dos outros tão amplamente quanto os de álgebra ou química: embora não seja difícil examinar em álgebra e química." Mas eu não estou tão confiante nisso. Parece-me que muito mais variedade pode ser esperada no tratamento da geometria que no da álgebra; certamente, se pudermos julgar pela experiência dos [239] examinadores de Cambridge, o assunto das cônicas geométricas é o mais embaraçoso no momento, e esse fato sugere uma conclusão muito diferente daquela que está na citação precedente. Naturalmente não haverá problema algum em se examinar uma única escola, porque o sistema lá adotado será conhecido e seguido pelo examinador.

Não tenho nenhum interesse em exagerar a dificuldade, mas considero-a real e séria – mais especialmente quando ela se apresenta no começo da carreira de um jovem, podendo causar desapontamentos justos quando o encorajamento é mais necessário. Mas creio que o problema deve ser deixado quase que inteiramente aos examinadores; não me parecem muito felizes as tentativas que têm sido feitas para regulamentar essa situação. Leio, por exemplo: "Como não existem muitos livros-texto, não seria demais exigir que os examinadores, com o objetivo de verificar a precisão das respostas escritas e até mesmo, se necessário, das orais, estivessem suficientemente habituados a eles". A linguagem me parece verdadeiramente extraordinária. Seguramente os examinadores são, no geral, homens com mais ocupações matemáticas do que essa função prevê; desse modo, parece que tudo o que podemos esperar deles é que se voltem para alguns livros-texto e vejam se o aluno os reproduziu corretamente. O processo de um exame *viva voce* seria um tanto ignominioso se, ao candidato dar uma resposta, algum manual diferente tivesse que ser consultado para se ver se ela está correta.

Ouvi dizer que uma banca examinadora recentemente emitiu instruções aos seus membros para que se familiarizassem com os diversos livros-texto. Isso claramente não exige, como a citação anterior implica, que o examinador aceite, com igual valor, todas as demonstrações que estão impressas, mas parece sugerir fortemente tal curso. Esse ponto é importante e deveria ser discutido. Suponha que um candidato responda algo tirado do *Essencial of Geometry* e que o examinador esteja convencido de que o tratamento é inadequado ou irreal: então o candidato, não obstante, [240] obteria nota integral? E pode-se ainda questionar por que os livros impressos são aceitos enquanto que um aluno que passou por um curso manuscrito de geometria deveria evitar suas anotações. A regulamentação poderia ser feita de modo que ele devesse submeter uma cópia desse seu curso manuscrito ao examinador, a fim de ser averiguado se ele o reproduziu corretamente. Reitero que o único plano que pode ser adotado é o da escolha de homens capazes e imparciais para serem examinadores, de modo a confiar-lhes a apreciação dos méritos dos materiais submetidos a eles pelos candidatos.

Que os examinadores encontrarão muitos casos escabrosos, não tenho qualquer dúvida. Uma grande fonte de problemas, ao que me parece, é o fato de que aquilo que pode ser uma demonstração correta para uma pessoa com adequado estudo preliminar não o é para outra pessoa que não tenha passado pela disciplina. Vejamos um exemplo bastante simples: tomemos a proposição *os ângulos na base de um triângulo isósceles são iguais*. Suponha que um candidato despeça-se dela com as poucas palavras: *isso é evidente devido à simetria*; a questão será que quantidade de créditos lhe será atribuída. É bem possível que um matemático experiente possa convencer-se da veracidade da proposição considerando a simetria, o que não implica que a afirmação realmente valeria como demonstração para um aluno iniciante. Ou suponha que outro, imbuído com “a doutrina do imaginário e do inconcebível” diga resumidamente: “a proposição é verdadeira, pois a desigualdade dos ângulos é inconcebível e, portanto, falsa”. O examinador deve, então, conceder notas completas, mesmo se ele próprio pertencer à escola de metafísicos que negam que o inconcebível é necessariamente o falso?

. . . .

Tem sido frisado, como uma objeção a Euclides, que o número de proposições é demasiadamente grande. Tem sido dito que as 173 proposições dos seis livros poderiam ser reduzidas a 120 e ensinadas em pouco mais do que a metade do tempo exigido [241] para cobrir o mesmo assunto. Até o momento, *metade do tempo* parece ser apenas uma expressão de crença no resultado de um experimento ainda não feito, baseada na comparação entre alguns outros poucos livros com o de Euclides, um deles sendo o Curso do falecido professor Cape. Como já afirmei, a experiência real sugere uma conclusão diretamente contrária às atuais previsões. Quanto ao *número* de proposições, prontamente admitimos que a redução pode ser feita, pois é óbvio que podemos, em muitos casos, combiná-las ou separá-las de acordo com nosso gosto. Mas a dificuldade de um assunto não está diretamente relacionada ao número de proposições; uma única proposição, em alguns casos, exigirá mais tempo e atenção do que outra meia dúzia delas. Não tenho dúvidas de que a mistura de proposições fáceis com difíceis encorajaria bastante os iniciantes em Euclides e, ao invés de diminuir o número de proposições, eu preferiria ver algum acréscimo: eu gostaria, por exemplo, que Euclides I 26 fosse dividida em duas partes, bem como Euclides I 28.

Novamente foi dito que Euclides é artificial, e que ele “amplamente sacrificou a simplicidade e a naturalidade em suas demonstrações”. Esse é um exemplo curioso da diferença de opinião que se pode encontrar sobre um mesmo assunto, pois com experiência muito mais ampla do que a do escritor que citei, eu acredito que Euclides mantém e não sacrifica a simplicidade e a naturalidade, no seu sistema, ao assumir que desejamos ter exatidão sobre tudo.

A exclusão de construções hipotéticas tem sido apontada como um grande defeito de Euclides e tem sido dito que disso decorre a *ordem confusa* de seu primeiro livro. Ordem confusa é uma expressão assaz contraditória, mas pode-se presumir que a acusação tem seu foco na palavra “confusão”: aventuro-me a negar essa confusão. Admito que Euclides desejou fazer com que o assunto dependesse de tão poucos axiomas e postulados quanto fosse possível, e considero esse um de seus grandes méritos. Um dos matemáticos mais distintos de [242] nossos dias mostrou como a história das ciências ensina, na linguagem mais clara, que a luta contra as restrições impostas a elas tem sido de enorme valia no avanço do conhecimento.

O uso de construções hipotéticas frequentemente não apresenta, por si só, o suficiente para produzir qualquer melhoria nas demonstrações, enquanto que a dificuldade delas para muitos iniciantes, como mostrado pela experiência que já mencionei, é uma objeção fatal. Por que um iniciante não deve presumir que ele pode desenhar um círculo a partir de quatro pontos dados se acha isso conveniente?

. . . .

Finalmente, considero que Euclides, na solução dos problemas que propõe, aborda assuntos simples e atrativos que não implicam nenhum esforço além do usual e têm a vantagem de ser um tratado muito mais rigoroso e convincente aos iniciantes.

As objeções contra a ordem de Euclides me parecem resultar principalmente de uma intrusão da história natural na área da matemática; eu não sou o primeiro a publicar essa observação, embora ela tenha me ocorrido independentemente. É devido à influência das ciências classificatórias que provavelmente devemos esta noção de que é desejável ou essencial em nosso curso de geometria ter todas as propriedades dos triângulos agrupadas, depois todas as propriedades dos retângulos, depois talvez todas as propriedades dos círculos e assim por diante. Deixe-me citar uma autoridade em favor de Euclides, de longe mais imponente do que qualquer outro que, nesse ponto, tem sido contrário a ele: "Euclides ... felizmente para nós, nunca sonhou com uma geometria de triângulos distinta de uma geometria de círculos, ... mas fez uma auxiliar a outra do melhor modo que lhe foi possível"[277].

Euclides tem sido culpado por sua adesão ao método silogístico, mas não é necessário dizer muito sobre esse ponto, porque os reformadores não estão de acordo com relação a ele: aqueles que são contra o silogismo podem fazer par com os que são a favor do silogismo. Disseram-nos com relação a isso que "o resultado [243] é, como todos sabem, que os garotos podem ter trabalhado em Euclides por anos e ainda saber quase nada de Geometria". Podemos prontamente admitir que tal caso seria o de garotos excepcionalmente estúpidos ou indolentes, mas se qualquer professor, para afirmar isso, pauta-se no resultado médio de suas experiências, creio que isso deve apontar, de modo singular, para seu próprio descrédito.

Percebo que há uma ideia de que a forma silogística, por fazer as demonstrações um pouco mais longas, as faz mais difíceis: isso eu não posso admitir. O número de palavras empregadas não justifica a dificuldade da demonstração. Um examinador, especialmente se estiver examinando *viva voce*, pode prontamente descobrir onde as dificuldades das demonstrações realmente estão; minha própria experiência leva-me à conclusão de que a forma silogística, ao invés de ser um impedimento, é realmente de grande ajuda, especialmente aos alunos iniciantes.

"A falta de sugestão" tem sido realçada como uma falha em Euclides, o que significa dizer que ele não cria a habilidade para resolver problemas. Disseram-nos: "Todos, até mesmo os que não têm a experiência cotidiana, lembram quão indisponível é, para problemas, o conhecimento de um garoto acerca de Euclides, embora esse seja o teste verdadeiro do conhecimento geométrico. Problemas e trabalhos originais deveriam, com relação à situação atual, ocupar um quinhão bem maior do tempo de um garoto". Não preciso repetir o que já disse: os matemáticos ingleses, até agora

[277] A citação é do *The Differencial and Integral Calculus* (1842), de Augustus De Morgan.

habituados com Euclides, são incomparáveis por sua perspicácia e fertilidade na construção e solução de problemas. Mas ressaltarei que, nos exames matemáticos importantes feitos em Cambridge, a solução rápida e correta de problemas é mais valorizada, de forma que qualquer professor que puder desenvolver essa habilidade em seus alunos não precisará de outra evidência dos méritos do seu sistema.

O tratamento de Euclides para proporções tem sido especialmente condenado; de fato, com a audácia que se acrescenta a muitas afirmações sobre tópicos da geometria elementar, ele tem sido declarado *morto*. Em minha própria universidade [244], só foi posto de lado há uns poucos meses, desde que um de nossos mais influentes tutores declarou que estava habituado a dar uma proposição fora do quinto livro de Euclides a alguns candidatos como atividade extra, o que considerou muito satisfatório no processo de avaliá-los.

Tenho que lamentar sobremaneira a omissão do quinto livro de Euclides, que sustento ser uma das partes mais importantes do estudo da Geometria Elementar. Não considero necessário que os iniciantes passem por todo o livro, mas as proposições principais podem ser dominadas e os alunos perceberão como elas podem ser desenvolvidas, se for necessário. Devo referir-me, aqui, a algumas considerações importantes feitas sobre esse assunto pelo autor de *Syllabus of Elementary Geometry* ... que, segundo ele próprio, se inclui entre os reformadores. Ele resumidamente afirma que "qualquer atalho (e muitas vezes tenho visto uma inclinação a isto) deve ser investigado, pois pode ser decepcionante para os alunos inexperientes".

Contudo, preciso ressaltar que vejo com grande satisfação a seguinte *Resolução* adotada num encontro recente da *Association for the Improvement of Geometrical Teaching*[278]: "nenhum estudo sobre Geometria pode ser considerado como completo sem um tratamento rigoroso de razão e proporção como aquele feito pelo método de Euclides, ou por algum método de limites, igualmente rigoroso". Não seria prudente pôr muita pressão nas resoluções aprovadas pela maioria de votos, mas no mínimo temos uma impactante contradição com a afirmação confiável de que a teoria das proporções de Euclides está *morta*. Devemos perceber aqui o que foi observado antes, isto é, que um curso pode ser proposto com amplas diferenças em relação ao de Euclides e então, sob a orientação de pessoas com conhecimento e experiência superiores, os errantes serão trazidos de volta ao velho caminho. O retorno de Legendre ao tratamento das

[278] Associação para a Melhoria do Ensino de Geometria.

paralelas de Euclides é um exemplo notável: observe o valioso artigo do professor Kelland sobre "Sobreposição" nas *Edinburgh Transactions*, volume XXI[279].

Não posso deixar de notificar uma objeção que tem sido feita [245] a Euclides em relação à sua doutrina das proporções, isto é, que ele deixa "a impressão de que o raciocínio profundo é alguma coisa artificial e perseguida à distância, o que difere do bom e seguro senso comum". Parece-me que se uma pessoa imagina que o "bom e seguro senso comum" será suficiente para dominar a matemática pura e mista[280] (para não dizer nada sobre a contribuição ao progresso destas), quanto antes ela for desenganada, melhor. A ciência matemática é uma rica coleção de investigações acumuladas pelo incessante trabalho de muitos anos, cujos resultados obtidos vão muito além do alcance do senso comum. A teoria das proporções de Euclides é um bom exemplo disso: pode-se, inclusive, dizer que, seguramente, na maioria dos casos, os progressos futuros dos estudantes quanto a esses importantes assuntos é diretamente proporcional ao grau de reverência atenta que devotam a ela.

. . . .

Para concluir, direi que nenhuma pessoa pode advogar mais ardorosamente pelo *melhoramento do ensino de Geometria* do que eu: mas acho que isso pode ser alcançado sem o arriscado experimento de rejeitar métodos, o que tem sido abundantemente demonstrado pela eficácia de uma longa experiência.

[279] Trata-se do texto *On Superposition*, do Reverendo Philip Kelland (Mestre em Artes e professor de matemática da universidade de Edimburgo), publicado no *Transactions of the Royal Society of Edinburg*, Volume XXI, em 1857.

[280] De acordo com o texto *The Evolution of the Term "Mixed Mathematics"*, de Gary I. Brown, alguns geômetras do século XVIII defendiam que a geometria podia auxiliar na resolução de problemas de astronomia, mecânica, ciências morais, entre outras áreas, originando o termo "matemática mista".

APÊNDICE II

Extraído do artigo do Sr. De Morgan[281]*, sobre a Geometria do Sr. Wilson, publicado no Athenæum de 18 de julho de 1868*

A *School's Inquiry Commision*[282] levantou a questão se Euclides é, como muitos supõem, o melhor tratado elementar sobre geometria, ou se é apenas um vão esforço, uma ilusão, uma cilada, um obstáculo, uma armadilha, algo superficial, uma serpente na relva[283].

. . . .

Passamos a analisar brevemente o livro do Sr. Wilson, visando especialmente a separar o lógico do geômetra. No interesse do próprio autor, e de que ele possa ser um defensor tão poderoso quanto possível de uma causa que nós esperamos e desejamos ver completamente discutida, recomendamos a ele que revise suas noções de lógica. Sabemos que os matemáticos não se preocupam com a lógica mais do que os lógicos com a matemática. Os dois olhos da ciência exata são a matemática e a lógica: a confraria da matemática abandona o olho lógico, a confraria da lógica abandona o olho matemático, cada uma acreditando que vê melhor com um olho do que com dois. As consequências são cômicas. Por um lado temos, pela confusão das palavras, o grande

[281] Augustus De Morgan (1806-1871) foi um matemático e lógico britânico. Formulou as Leis de De Morgan e foi o primeiro a introduzir o termo e tornar rigorosa a ideia da indução matemática.

[282] Comissão de Investigação nas Escolas.

[283] No texto original, "snake in the grass". Essa expressão metaforiza os que se aproveitam da confiança ou descuido de outros para tirar vantagens.

lógico Hamilton[284] apresentando duas quantidades que são "uma e a mesma quantidade", Largura e Profundidade para, depois de umas poucas frases, afirmar que "quanto maior a Largura, menor a Profundidade". Por outro lado temos o Sr. Wilson, o grande matemático, que também numa confusão de [247] palavras fala da "forma silogística invariável do raciocínio [de Euclides]" e, para mostrar que isso não é um mero deslize, fala posteriormente da "forma silogística detalhada" como uma "fonte de obscuridade para iniciantes e prejuízo à verdadeira liberdade e poder geométricos".

Euclides, um livro de silogismos! Nós procuramos. Nunca ouvimos falar de tal livro, exceto a edição de Herlinus e Dasypodius (1566)[285] cujos autores, um tanto ignorantes de que Euclides já era silogístico, o fizeram silogístico, e consideraram os silogismos. Dessa forma, I 47 tem "syllogismi novem"[286] já no início. Eles não receberam muitos agradecimentos: o livro nunca foi reimpresso e estava na poeira do esquecimento quando Hamilton mencionou os zelosos porém obtusos lógicos, como ele os chamava. O professor Mansel, em nossos dias, reeditou uma de suas proposições como curiosidade. Em 1831, o Sr. De Morgan, defendendo a redução de umas poucas proposições à forma silogística detalhada como um exercício para os estudantes, deu I 47 como um exemplo, na *Library of Useful Knowledge*; isso foi reeditado, cremos, no prefácio às várias edições do Euclides de Lardner[287]. Uma breve análise mostrará a diferença entre Euclides e a forma silogística. Fosse *Os Elementos* silogístico, isso teria sido citado desde sempre como uma prova da difusão rápida dos escritos de Aristóteles e de como seus contemporâneos ficaram impregnados de seus métodos. Uma quase controvérsia surgiria daqueles que sustentariam que Euclides inventou a forma silogística para si próprio. Agora se sabe que a difusão dos escritos de Aristóteles começou depois de sua morte e que havia a crença comum – não muito correta – de que sua divulgação não ocorreu antes que se passassem duzentos anos de sua morte. Poderia essa crença existir se Euclides tivesse invariavelmente usado a "forma logística"?

[284] Trata-se de William Hamilton (1788-1856) que, a partir de 1836, desempenhou o papel de professor de lógica e metafísica na Universidade de Edimburgo. Segundo a *Hamilton Society* (http://www.hamiltongensociety.org), ele foi o primeiro de uma série de lógicos ingleses a desenvolver a álgebra da lógica e a introduzir o quantificador do predicado, sendo seguido depois por Boole, De Morgan e Venn.

[285] *Analeyseis Geometricæ Sex Librorum Euclidis*, de Christianus Herlinus e Konrad Dasypodius.

[286] Do latim: nove silogismos.

[287] Trata-se de Dionisyous Lardner (1820-1890), autor de várias obras sobre *Os Elementos* de Euclides.

O que isso significaria? Com as devidas desculpas, caso estejamos errados, suspeitamos que o Sr. Wilson quis dizer que Euclides não usou *premissas suprimidas*[288] em argumentos. Euclides estava bastante certo: os primeiros raciocínios apresentados a um iniciante deveriam ser uma [248] afirmação plena. O estudante pode ser treinado para a supressão, mas o verdadeiro caminho para a abreviação deve se iniciar da extensão completa. O Sr. Wilson não usa as frases do raciocínio consistentemente. Ele diz ao aluno que um *corolário* é "uma verdade geométrica facilmente dedutível de um teorema" e, depois, para o teorema que afirma que somente uma perpendicular pode ser desenhada a uma linha reta, ele dá como corolário que o ângulo externo de um triângulo é maior do que o oposto interno. Isso não é um corolário de um teorema, mas algo tomado como dado ao prová-lo.

Deixando esse assunto, com uma recomendação ao autor para que reforce sua armadura estudando lógica, passamos ao sistema. Há nele um ponto excepcional que, se cair, traz abaixo todo o resto, mas que pode, talvez, sustentar o resto se se mantiver – antes de decidir, precisamos ver a Parte II. Tal ponto é o tratamento dado à noção de ângulo, ao qual se vincula a opção por tomar como autoevidentes certas noções sobre *direção*. Disso, tudo – sobre ângulos, paralelas e tudo mais – é consequência imediata. A noção de alteração contínua e as consequências que derivam dela entram sem nem mesmo uma afirmação expressa: "continuamente" é suficiente.

O Sr. Wilson não teria se aventurado claramente a postular que, quando uma magnitude se altera continuamente, todas as magnitudes que se alteram com ela também se alteram continuamente. Ele sabe que, quando um ponto se move sobre uma reta, um ângulo pode sofrer uma súbita alteração de dois ângulos retos. Ele crê que o iniciante percebe a verdade do que está diante dele: a verdade faria o iniciante sentir-se sobre uma base de princípios gerais, selecionados de modo que fossem seguros a ele, e seguros somente porque as exceções provavelmente não lhe ocorrem. Sobre isso escrevemos como Newton escreveu a respeito de outro assunto: *Falsa! Falsa! Non est Geometria!*

Não nos foi dito o que é "direção", exceto que "retas que se encontram têm direções diferentes". A direção é uma magnitude? Uma direção é maior que outra? Deveríamos imaginar que sim; pois um ângulo, uma magnitude, algo que possa ser [249] dividido em duas e em quatro partes iguais é a "diferença da direção" de "duas

[288] "Premissas suprimidas" são aquelas afirmações que, num argumento, não precisam ser declaradas devido, digamos, à sua obviedade.

retas que se encontram". Segue-se uma definição ainda melhor: a "quantidade de voltas" que nos permite passar de uma direção à outra. Mas quase nenhum uso é feito disso e, no começo, absolutamente nenhum. E por que duas definições? A diferença entre duas direções é a mesma coisa que a rotação que nos permite passar de uma a outra? A diferença de posições entre Londres e Rugby[289] é um número de milhas da via férrea? Sim, num sentido popular, descuidado, de implicações feitas de qualquer modo: do mesmo modo que dizemos que um homem *é* uma torta de pombo e outro *é* uma paleta de cordeiro quando descrevemos suas contribuições para um piquenique. Mas *non est geometria*! Metáforas e paronomásias[290] podem criar um trem na poesia, mas jogam numa vala os vagões da geometria.

As paralelas, obviamente, são retas que têm a mesma direção. Fica estabelecido, como uma consequência imediata, que duas retas que se encontram não podem fazer, do mesmo lado, o mesmo ângulo com uma terceira reta, pois elas têm direções diferentes. As paralelas são nocauteadas num átimo. Há uma noção velada de direção que, embora definida apenas com relação às retas que se encontram, é imediatamente transferida para retas que não se encontram. De acordo com a definição, a direção é uma relação entre retas que *se encontram*, e retas que têm a mesma direção podem ser retas que *nunca* se encontram. É preciso uma *enorme quantidade* de voltas para passar das afirmações implícitas às explícitas. O Sr. Wilson, não temos dúvida, apresentaria e defenderia imediatamente tudo o que lhe pedíssemos, e admitimos que seu sistema tem direito a isso. Como você sabe, perguntamos: que retas que têm a mesma direção nunca se encontram? Resposta: retas que se encontram têm direções *diferentes*. Nós sabemos que elas têm, mas como sabemos, pela definição dada, que a relação chamada *direção* tem qualquer aplicação para todas as retas que nunca se encontram? O uso da noção de limites pode dar uma resposta: mas qual é o sistema de geometria que apresenta continuidade e limites à mente que ainda não aprendeu a pensar em espaço e [250] magnitude? Resposta: uma estrada real[291]. Se encontrar dificuldade nos postulados expressos, o iniciante ficará apavorado.

[289] Cidade do condado de Warwickshire, meio-oeste da Inglaterra.

[290] Paranomásia (também chamada de *paronomásia* ou, popularmente, de *trocadilho*) é uma figura estilística que consiste no emprego de palavras parônimas, isto é, com sonoridade semelhante, numa mesma frase.

[291] No original, "a royal road". Nesse trecho, Carroll talvez aluda à frase que Euclides teria dito a um rei que perguntou a ele se não havia um método mais simples para aprender geometria: "não existe caminho real para se chegar à geometria", Euclides teria respondido.

Há a possibilidade do Sr. Wilson ter pretendido dizer que retas que fazem o mesmo ângulo, do mesmo lado, com uma terceira reta, estão na mesma direção. Se este for o caso, ou ele assume que retas igualmente inclinadas em relação a uma outra reta são igualmente inclinadas em relação a todas as retas, – e nisso acreditamos que ele faz com um trocadilho com a palavra "direção" – ou ele comete um equívoco apenas um grau acima desse trocadilho supondo arbitrariamente seu direito à palavra "mesma" – e isso não acreditamos que ele faça. Ele deveria ter sido mais explícito, ele deveria ter dito: "Meu sistema envolve uma suposição que se encontra na raiz de muitos ensaios sobre a questão das paralelas e que vem sendo questionada desde que foi percebida". Ele deveria ter acrescentado: "Eu afirmo o décimo primeiro axioma de Euclides: eu tenho uma noção de direção; eu lhe digo que retas que se encontram têm direções diferentes, isto é, que retas que fazem ângulos diferentes com uma terceira reta têm direções diferentes; e eu afirmo que retas com direções diferentes se encontrarão". O Sr. Wilson é tão conciso que não se pode ter certeza do quanto ele admitirá disso tudo, ou de como ele melhorará ou desviar-se-á dessas coisas. Quando chamado a defender-se, ele precisa ser mais explícito. O Sr. Wilson dá quatro axiomas explícitos sobre retas e nem ao menos um sobre ângulos.

. . . .

Temos confiança de que nenhum sistema como o do Sr. Wilson substituirá Euclides neste país. A antiga geometria é algo muito caro aos ingleses, e os heréticos dessa ortodoxia são os mais extremados dos heréticos: até mesmo o Bispo Colenso[292] escreveu um Euclides. E a razão é a mesma pela qual os clássicos se mantêm na educação. Há uma mistura de bom senso e do que, na busca de um nome melhor, as pessoas chamam de preconceito, mas a essa mistura nós devemos nossa estabilidade. A palavra adequada é *pós-conceito*, um apego às [251] experiências passadas, frequentemente maior do que pode ser considerado prudente depois de muito tempo. Nós apenas desejamos nos beneficiar desse sentimento até que seja produzido o livro que suplantará Euclides; lamentamos que tenha sido permitido manter as falhas de Euclides, e confiamos que a luta contra isso durará até que se chegue a uma forma alterada de Euclides.

[292] John William Colenso (1814–1883).

APÊNDICE III

Prove que se qualquer uma das proposições da Tabela II
for garantida como um axioma as restantes podem
ser deduzidas (ver página [34, 40]*)*

"... and so we make it quite a merry-go-rounder". I was obliged to consider a little before I understood what Mr. Peggotty meant by this figure, expressive of a complete circle of intelligence[293].

Demonstra-se que, se *qualquer* uma das proposições da Tabela II for garantida, o restante pode ser provado.

Assume-se que a menor de duas magnitudes finitas desiguais do mesmo tipo pode ser multiplicada de forma a exceder a maior.

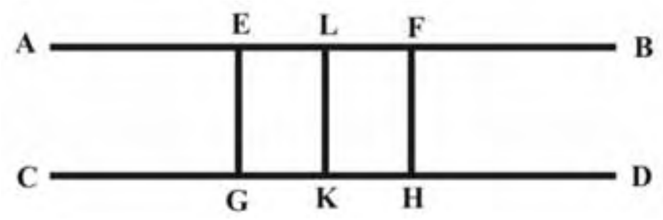
Tomam-se as proposições de 1 a 28 do primeiro livro de Euclides como provadas.

Assume-se que, quando duas proposições são contrapositivas, de forma que uma pode ser provada a partir da outra, não é necessário incluir *ambas* nas demonstrações.

[293] O trecho citado é de *David Copperfield* (capítulo VII), de Charles Dickens: *"...e assim demos como que uma volta num carrossel". Foi preciso que eu pensasse um bocado até entender o que o Sr. Peggotty queria dizer ao usar expressão tão singular, que sintetizava todo um raciocínio.*

LEMA 1

As retas de um par de retas em que uma delas contém dois pontos equidistantes da outra possuem uma perpendicular comum.



Sejam *E* e *F* dois pontos da reta *AB*, equidistantes da reta *CD*. Por *E* e *F*, trace *EG* e *FH* perpendiculares a *CD*; tome *K* como o ponto médio de *GH* e *L* como o ponto médio de *EF* e una *L* e *K*, criando *KL*. [253]

Então *EG* = *FH*; [hipótese]

Portanto, se o diagrama for virado e colocado sobre sua posição anterior de modo que *G* coincida com *H* e *H* com *G*, *K* mantendo sua posição, *GE* coincide com *HF* e *HF* com *GE*;

∴ *E* coincide com *F* e *F* com *E*;

∴ *L* mantém sua posição;

∴ o ângulo *GKL* coincide com o ângulo *HKL* e ambos são iguais;

∴ os ângulos em *K* são retos.

Do mesmo modo, os ângulos em *L* são retos.

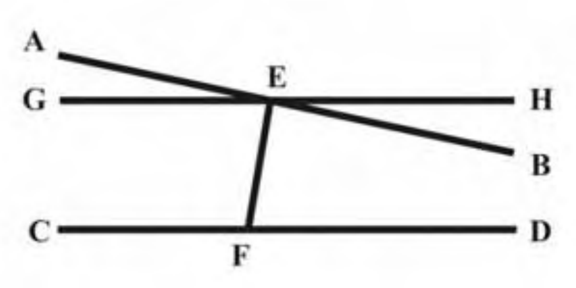
Portanto, *as retas de um par de retas*... Q. E. D.

(α) II 1

As retas disjuntas de um par de retas estão igualmente inclinadas em relação a qualquer transversal.

[N. B. Sua contrapositiva será provada no final da série] (β) II 16 (α)

As retas de um par de retas, se se intersectam, não podem ser disjuntas em relação à mesma reta.



Sejam *AEB* e *GEH* duas retas que se intersectam e CD uma outra reta. Deve-se demonstrar que ambas não podem ser disjuntas de *CD*.

Tome, em *CD*, qualquer ponto *F* e una *EF*.

Agora, se possível, tome *AB* e *GH*, ambas disjuntas de *CD*;

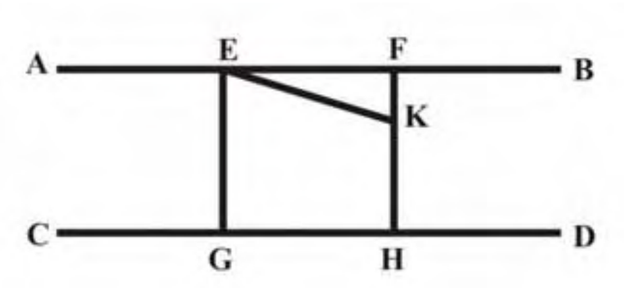
∴ ângulos *AEF* e *GEF* são ambos iguais ao ângulo EFD; [(α)]

∴ elas são iguais entre si, o que é absurdo.

Portanto, *as retas de um par de retas, se se intersectam...* Q. E. D.[254]

(γ) II 6

As retas disjuntas de um par de retas são equidistantes uma da outra.



Sejam *AB* e *CD* duas retas disjuntas: deve-se demonstrar que elas são equidistantes uma da outra.

Tome em *AB* dois pontos, *E* e *F*, e trace *EG* e *FH* perpendiculares a *CD*.

Se *FH* > *EG*, retire dela uma medida *KH* igual a *EG* e una a *EK*;

então, *EG* = *KH*,

∴ *EK* e *CD* têm uma perpendicular comum; [lema 1]

∴ *EK* é disjunta de *CD*; [Euc. I 27]

∴ *AB* e *EK*, retas que se intersectam, são ambas disjuntas com relação a *CD*, o que é absurdo;

∴ *FH* não é maior que *EG*.

Analogamente demonstra-se que *EG* não é maior que *FH*.

Então *EG* = *FH*.

Do mesmo modo, demonstra-se que quaisquer dois pontos de *AB* são equidistantes de *CD*, e que quaisquer dois pontos de *CD* são equidistantes de *AB*.

Sendo assim, *AB* e *CD* são equidistantes uma da outra.

Portanto, *as retas disjuntas de um par de retas...* Q. E. D.

(δ) II 11

Um par de retas igualmente inclinadas em relação a uma determinada transversal é formado por retas equidistantes uma da outra.

As retas de um par de retas igualmente inclinadas em relação a uma determinada transversal são disjuntas; [Euc. I 27]

também um par de retas disjuntas são equidistantes uma da outra; [(γ)]

Portanto, *um par de retas...* Q.E.D.[255]

(ε) II 8

Por um ponto dado, fora de uma reta dada, pode ser traçada uma reta de forma que as retas sejam equidistantes uma da outra.

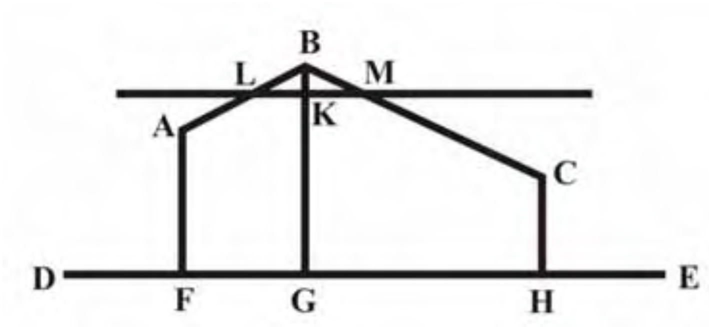
Se pelo ponto dado for traçada uma transversal, também poderá ser traçada pelo ponto uma reta de modo que ambas as retas façam ângulos iguais com a transversal; [Euc. I 23]

e essa reta será tal que as retas são equidistantes uma da outra. [(δ)]

Portanto, *por um ponto dado...* Q.E.D.

(ξ) II 17

Uma reta não pode afastar-se e então se aproximar de outra nem pode se aproximar e depois se afastar de outra enquanto estiver do mesmo lado dessa outra.



Se possível, considere *ABC* primeiro se afastando e depois se aproximando de *DE*, isto é, considere a perpendicular *BG* maior que cada uma das duas perpendiculares *AF* e *CH*.

De *GB* retire *GK* de comprimento maior que *AF* e *CH*.

Agora pode-se desenhar uma reta equidistante de *DE* passando por *K* [(ε)]

e os pontos *A* e *C* ficarão do lado mais próximo de *DE*, enqunto *B* ficará no outro lado;

∴ a reta intersectará *AB* entre *A* e *B* e *BC* entre *B* e *C*.

Sejam *L* e *M* os pontos de intersecção, uma-os;

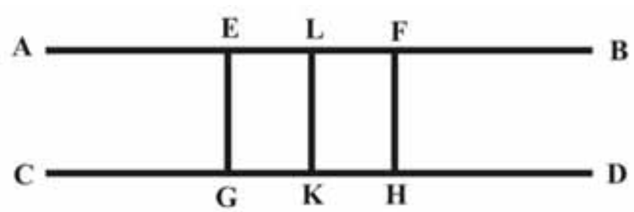
∴ as retas *LBM* e *LKM* contêm um espaço, o que é absurdo.

Analogamente demonstra-se que *ABC* não pode primeiro se aproximar e depois se afastar de *DE* enquanto estiver do mesmo lado.

Portanto, *uma reta não pode...* Q.E.D. [256]

(η) II 13

As retas de um par de retas no qual uma das retas tem dois pontos do mesmo lado e equidistantes da outra são equidistantes uma da outra.



Sejam, em *AB*, dois pontos *EF* equidistantes de *CD*. Por *E* e *F* trace *EG* e *FH*, ambas perpendiculares a *CD*; tome *K* como o ponto médio de *GH*, *L* como o ponto médio de *EF* e os uma, formando *KL*.

Então *EG* = *FH*;

portanto, se o diagrama for virado e colocado sobre sua posição anterior de modo que *G* coincida com *H* e *H* com *G*, *K* mantendo sua posição, *GE* coincide com *HF* e *HF* com *GE*;

∴ *E* coincide com *F* e *F* com *E*;

∴ *L* mantém sua posição;

∴ , se existe um ponto em *LA* cuja distância é menor que *LK*, há outro tal ponto em *LB* e a reta *AB* primeiro se afastará e depois se aproximará de *CD*, o que é absurdo.

[(ξ)]

O mesmo ocorrerá se houver um ponto em *LA* cuja distância é maior que *LK*.

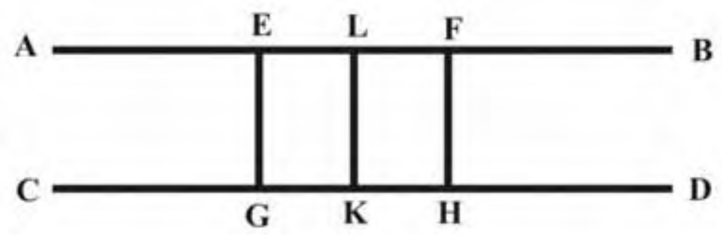
∴ *AB* é equidistante de *CD*.

Analogamente demonstra-se que *CD* é equidistante de *AB*.

Portanto, *as retas de um par de retas*... Q. E. D.

LEMA 2

Por um ponto dado pode ser traçada uma perpendicular comum às retas de um par de retas equidistantes uma da outra.



[257] Seja *AB* e *CD* o par de retas dado.

Por um ponto dado trace uma reta perpendicular a *AB*, determinando com esta o ponto de intersecção *L*. Em *AB* tome quaisquer dois pontos *E* e *F*, equidistantes de *L*. Por *E* e *F*, trace *EG* e *FH*, ambas perpendiculares a *CD*. Determine *K* o ponto médio de *GH* e una *KL*.

Agora *E* e *F* são dois pontos de *AB* equidistantes de *CD*; *GH* tem *K* como ponto médio e *EF* tem *L* como ponto médio.

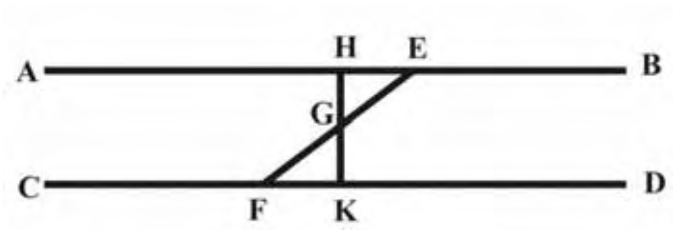
∴ *KL* é uma perpendicular comum; [lema 1]

∴ ela coincide com a reta perpendicular a *AB* desenhada pelo ponto dado, pois ambas encontram *AB* em *L*;

∴ *KL* é a reta procurada. Q. E. D.

(θ) II 9

Duas retas equidistantes tais que uma delas tem dois pontos do mesmo lado da outra são igualmente inclinadas em relação a qualquer transversal.



Seja *AB* uma reta que contém dois pontos equidistantes da reta *CD* e seja *EF* a transversal: deve-se demonstrar que ângulo *AEF* = ângulo *EFD*.

AB e *CD* são equidistantes uma da outra. [(η)]

Tome *G* como o ponto médio de *EF* e, por ele, trace *HGK*, que é uma perpendicular comum a *AB* e *CD*. [lema 2]

Desse modo, nos triângulos *GEH* e *GFK*, o lado *GE* e os ângulos *EGH* e *GHE* são respectivamente iguais ao lado *GF* e aos ângulos *FGK* e *GKF*;

∴ o ângulo *GEH* = ângulo *GFK* [Euc. I 26]

Portanto, *duas retas*... Q. E. D. [258]

(κ) II 3

Por um ponto dado, fora de uma reta dada, uma reta pode ser desenhada de forma que ambas as retas estejam igualmente inclinadas em relação a qualquer transversal.

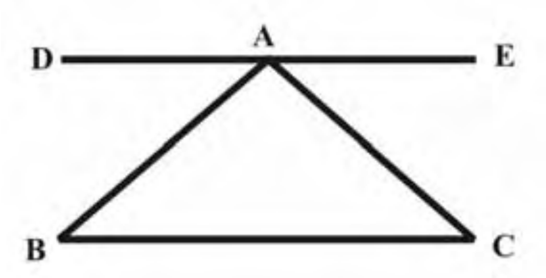
Pegue um segundo ponto do mesmo lado da reta dada e à mesma distância desta e una os dois pontos.

Então a reta assim traçada e a reta dada são igualmente inclinadas com relação a qualquer transversal. [(θ)]

Portanto, *por um ponto dado*... Q. E. D.

(λ) II 18(b)

Os ângulos de um triângulo, juntos, são iguais a dois ângulos retos.



Seja *ABC* um triângulo. Deve-se demonstrar que seus três ângulos, juntos, são iguais a dois retos.

Trace *DAE* por *A* de modo que *DAE* e *BC* sejam igualmente inclinadas com relação a qualquer transversal. [(κ)]

Então o ângulo *B* = ângulo *DAB* e ângulo *C* = ângulo *EAC*;

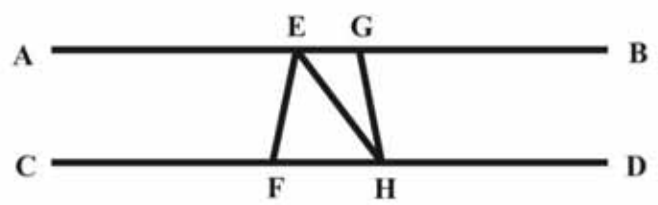
∴ ângulos *B, C, BAC* = ângulos *DAB*, *EAC, BAC*;

= dois ângulos retos. [Euc. I 13]

Portanto, *os ângulos*... Q. E. D.

(μ) II 4

Duas retas igualmente inclinadas em relação a uma determinada transversal estão igualmente inclinadas em relação a qualquer transversal.



[259] Sejam *AB* e *CD* igualmente inclinadas com relação a *EF* e seja *GH* outra transversal qualquer. Deve-se demonstrar que *AB* e *CD* estão igualmente inclinadas com relação a *GH*.

Una *EH*.

Uma vez que os ângulos dos triângulos *EFH* valem, juntos, dois ângulos retos, do mesmo modo como ocorre com os ângulos do triângulo *EGH*, [(λ)]

∴ os ângulos da figura *FG* valem, juntos, quatro ângulos retos;

também, por hipótese, os ângulos *EGH* e *GHF* valem, juntos, dois ângulos retos;

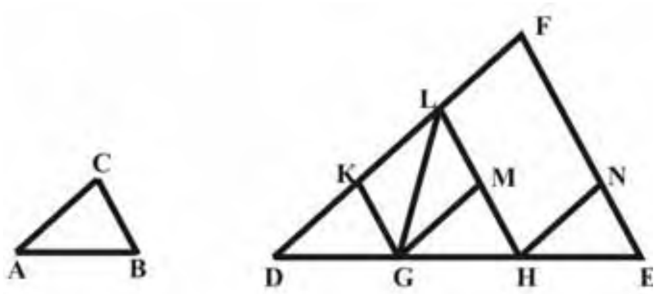
∴ os ângulos restantes *EGH* e *GHF* valem, juntos, dois ângulos retos;

∴ *AB* e *CD* estão igualmente inclinadas com relação à *GH*.

Portanto, *duas retas...* Q. E. D.

Contrapositiva de (α) II 2

As retas de um par de retas que, com uma terceira reta, fazem dois ângulos internos do mesmo lado desta que, juntos, valem menos que dois retos se encontrarão nesse lado se prolongadas.



Sejam *ABC* e *DEF* dois triângulos nos quais os ângulos *A* e *D* são iguais e *DE* e *EF* são equimúltiplos de *AB* e *AC*.

Divida *DE* em partes cujo comprimento seja igual a *AB*, chamando os extremos de *G* e *H*. Em *G* e *H* faça ângulos iguais ao ângulo *E*.

Então as retas assim traçadas são disjuntas de *EF* e também o são entre si.

[Euc. I 28

∴ estas retas encontram *DF* entre *D* e *F* nos pontos *K* e *L*.

Em *G* e *H* faça ângulos iguais ao *D*.

Então as retas assim traçadas são disjuntas de *DF*;

∴ essas retas encontram *HL* entre *H* e *L* e *EF* entre *E* e *F*, respectivamente, nos pontos *M* e *N*. [260]

Uma vez que os triângulos *DGK*, *GHM* e *HEN* têm bases da mesma medida e seus ângulos da base são respectivamente iguais,

∴ *DK*, *GM* e *HN* são iguais. [Euc. I 26]

Una *GL*;

Uma vez que *DL* e *GM* estão igualmente inclinadas com relação a *DE*,

∴ elas estão igualmente inclinadas com relação a *GL*; [(μ)]

∴ ângulos *KLG* e *LGM* são iguais.

Analogamente, como *GK* e *HL* estão igualmente inclinadas com relação a *DE*,

∴ elas estão igualmente inclinadas com relação a *GL*;

∴ ângulos *KGM* e *GLM* são iguais.

Uma vez que os triângulos *LGK* e *GLM* têm a mesma base *LG* e seus ângulos da base são respectivamente iguais,

∴ $KL = GM$, isto é, $= DK$. [I 26]

Analogamente demonstra-se que $LF = HN$, isto é, $= DK$.

Por conseguinte, *DE* e *DF* são equimúltiplos de *DG* e *DK*, isto é, de *AB* e *DK*;

mas eles são também equimúltiplos de *AB* e *AC*;

∴ $DK = AC$.

Uma vez que os triângulos *ABC* e *DGK* têm os ângulos *A* e *D* iguais, e os lados *AB* e *AC* respectivamente iguais aos *DG* e *DK*,

∴ os ângulos *B* e *DGK* são iguais, assim como os ângulos *C* e *DKG*. [I 4]

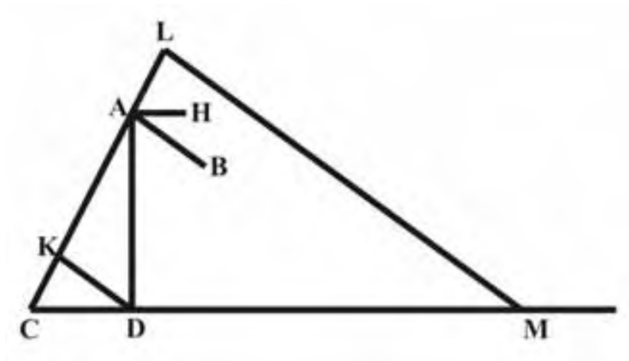
Uma vez que *GK* e *EF* estão igualmente inclinadas com relação a *DE*,

∴ elas estão igualmente inclinadas com relação a *DF*; [(μ)]

isto é, os ângulos *DKG* e *DFE* são iguais;

∴ os ângulos *B* e *C* são respectivamente iguais aos ângulos *E* e *F*.

Por conseguinte, dois triângulos que têm seus ângulos do vértice iguais e os dois lados de um são respectivamente equimúltiplos dos lados do outro têm os ângulos da base respectivamente iguais.



Agora sejam *AB* e *CD* de modo que façam com *AC* dois ângulos internos *BAC* e *ACD* que, juntos, valham menos que dois retos. Deve-se demonstrar que elas se encontrarão se prolongadas através de *B* e *D*.

Em *CD* tome qualquer ponto *D*. Una *AD*. Em *A*, faça o ângulo *DAH* igual ao ângulo *CDA*.

Assim, *AH* e *CD* estão igualmente inclinadas com relação a qualquer transversal; [(μ)]

∴ ângulo *HAC* e *ACD* valem, juntos, dois retos;

∴ eles, juntos, valem mais que os ângulos *BAC* e *ACD*;

∴ o ângulo *HAC* é maior que o ângulo *BAC*, isto é, ângulo *HAD* é maior que ângulo *BAD*;

∴ ângulo *CDA* é maior que ângulo *BAD*.

Em *D*, na reta *DA*, faça um ângulo igual ao ângulo *BAD*;

então a reta, assim traçada, fará o ângulo *CDA* e encontrará *CA* entre *C* e *A*. Chame esse ponto de *K*.

Num prolongamento de *CA* junte *CL*, um múltiplo de *CK*. E como um prolongamento de *CD* tome *CM*, um múltiplo de *CD* equivalente ao quanto *CL* é proporcional a *CK*[294]. Una *LM*.

Uma vez que os triângulos *CKD* e *CLM* têm um ângulo comum e os dois lados de um são equimúltiplos dos lados do outro,

∴ , pelo que já foi demonstrado, os ângulos *CKD* e *CLM* são iguais.

Uma vez que *AB* e *KD* estão igualmente inclinadas com relação a *AD*,

∴ elas estão igualmente inclinadas com relação a *CL*; [(μ)]

∴ ângulo *CAB* = ângulo *CKD* = ângulo *CLM*;

∴ *AB* é disjunta com relação a *LM*; [Euc. I 28]

[294] Isso implica, por exemplo, que se *CL* = *n* vezes *CK*, *CM* deve ser *n* vezes *CD*.

∴ ambas, se prolongadas, encontrarão *CM*.

Portanto, *as retas de um par de retas*... Q.E.D.

APÊNDICE IV

Lista das proposições dos livros I e II de Euclides com as indicações de onde elas são mobilizadas nos manuais dos rivais modernos

§ 1. Relações com Legendre, Cuthbertson e Henrici

EUCLIDES	LEGENDRE		CUTHBERTSON		HENRICI	
I	**I**	Pág.	**I**	Pág.		Pág
Ax 10	Ax 4	6	Ax	2	Ax 4	22
11	T 1	”	T 8 Cor	17	T	58
12	23	26			”	72
1 Pr			Pr A	11		
2 ”			(p)	74		
3 ”			(q)	75		
4 T	T 6	10	T 1	4	T	129
5 ”	12	14	2	5		
Cor	Cor	”				
6 T	T 13	15	4	7		
Cor						
7 T			(r)	76		
8 ”	T 11 Hsc[295]	14	5	8	T	129
9 Pr	Pr 5	51	Pr B	12		
10 ”	1	49	C	13		
11 ”	2	50	7	16		
12 ”	3	”	11	20		

[295] Hipótese singular cardinal.

EUCLIDES	LEGENDRE		CUTHBERTSON		HENRICI	
		Pág.		Pág.		Pág.
13 T	T 2	7	T 9	18		
14 ”	4	9	10	19		
15 ”	5	”	6	14	T	62
16 (a) ”			13	22		
(b) ”			”	”		
17 ”			”	23		
18 ”	14	15	14	24	T	108
19 ”	”	”	15	25	”	”
20 ”	8	11	16	26	”	109
21 ”	9	12	17	27		
	II					
22 Pr			Pr D	30		
23 ”	Pr 4	51	E	31		
	I					
24 T	T 10	12	T 18	28	T	133
25 ”	Hsc	13	19	29	”	”
26(a) ”	T 7	11	3	6	”	129
(b) ”			25 Cor	43		
27 T	T 24 Hsc	28	T 20	36	T	71
28 (a) ”	”	”	”	37	”	”
(b) ”	22	25	”	”	”	”
29 (a) ”	24 Cor 2	28	21	38	”	”
(b) ”	Hsc	”	”	”	”	”
(c) ”	24	”	”	39	”	”
30 ”	25	29	22	40	”	72
	II					
31 Pr	Pr 6	52	Lema	34		

EUCLIDES	LEGENDRE		CUTHBERTSON		HENRICI	
	I	Pág.		Pág.		Pág.
32 (a) T	T 19 Cor 6	23	T 24	42	T	81
(b) ”	19	20	”	”	”	”
Cor 1	20	23	30 Cor	49	”	83
2			30	48	”	”
33 T	30	32	23	41	”	121
34 (a) ”	28	30	26	44	”	120
(b) ”	”	31	”	”	”	”
35 T			T 31	52		
36 ”			Cor	53		
37 ”			32 Cor	54		
38 ”			”	”		
39 ”			33	55		
40 ”			Cor	”		
41 ”			32	54		
42 Pr			Pr L	59		
43 T			T 34	56		
44 Pr			Pr M. Cor	60		
45 ”			N. Cor	61		
Cor						
46 Pr			Pr K	51		
46 Cor			T 27	45		
	III					
47 T	T 11	71	35	54		
48 ”			36	58		

EUCLIDES	LEGENDRE		CUTHBERTSON		HENRICI	
II	**III**	Pág.	**II**	Pág.		Pág.
1 T			T 1	82		
2 ”			Cor 1	83		
3 ”			Cor 2	”		
4 ”	T 8	69	T 2	84		
Cor						
5 T						
Cor	10	70				
6 T						
7 ”	9	”	2	84		
8 ”			”	85		
			I			
9 ”			T (m)	72		
10 ”			Cor	”		
			II			
11 Pr			Pr B	89		
12 T	T 13	74	T 3	86		
13 ”	12	73	4	87		
14 Pr			Pr A	88		

[263]

§ 1. Mobilizadas por Wilson, Pierce e Willock

EUCLIDES	WILSON		PIERCE		WILLOCK	
I	I	Pág.		Pág.		Pág.
Ax 10	Ax 2	3	§ 16 T	6		
11	T	7			T	10
12						
1 Pr					§ 1	33
2 ”					2	34
3 ”					3	36
4 T	T 16	26	§ 51, 52	15	9	46
5 ”	8	21	55	16	1	40
Cor	Cor	”	56	17		
6 T	10	22	58	”	6 (R)	43
Cor	Cor	”	59	”		
7 T			60	18		
8 ”	18	28	61	”	8	45
9 Pr	Pr 1	40	138	39	5	35
10 ”	3	42	132	38	6	36
11 ”	2	41	134	”	7	”
12 ”	4	42	133	”	8	”

EUCLIDES	WILSON		PIERCE		WILLOCK	
		Pág.		Pág.		Pág.
13 T	T 1	8				
14 ”	”	”	§ 24	8	T 4	11
15 ”	”	9	23	7	2	10
16 (a) ”	T 7 Cor 4	20				
(b) ”	”	”			12	13
17 ”					”	”
18 ”	9	21	62	18	6	43
19 ”	11	22	”	”	6 (2)	”
20 ”	13	24			7	44
21 ”	T	35	40	12		
22 Pr	Pr 5	43	143	40	1	54
23 ”	5 Cor 1	44	136	39	9	37
24 T	T 17	27	63	19	12	47
25 ”	19	29			”	”
26(a) ”	15	26	54	16	10	46
(b) ”					11	”
27 T						
28 (a) ”						
(b) ”						
29 (a) ”						
(b) ”						
(c) ”						
30 ”						
31 Pr						

[267]

EUCLIDES	WILSON		PIERCE		WILLOCK	
		Pág.		Pág.		Pág
32 (a) T	T 7	20	§ 71	21	T 14 Cor 1	15
(b) ”	”	”	65	20	14	14
Cor 1	6 Cor	16	72	21		
2	6	”				
33 T						
34 (a) ”						
(b) ”						
35 T						
36 ”						
37 ”						
38 ”						
39 ”						
40 ”						
41 ”						
42 Pr						
43 T						
44 Pr						
45 ”						
Cor						
46 Pr						
46 Cor						
47 T	29	63	256	74	14	84
48 ”					18	88

[269]

EUCLIDES	WILSON		PIERCE		WILLOCK	
II		Pág.		Pág.		Pág.
1 T						
2 ”						
3 ”						
4 ”	T 25	69			Cor 3	74
Cor						
5 T	27 Cor	62			10	82
Cor	27	61			6	76
6 T					11	83
7 ”	26	60			5	75
8 ”					9	78
9 ”	28	63			12	83
10 ”					13	84
11 Pr	Ex 3	67			14	104
12 T	T 31	66			16	87
13 ”	30	65			17	88
14 Pr	(4)	71	§ 289	84	3	96

[270]

§ 1. Mobilizadas por outros rivais modernos

EUCLIDES	CHAUVENET		LOOMIS		PROGRAMA-MANUAL	
I	**I**	Pág.	**I**	Pág.		Pág.
Ax 10	Ax	12	Ax 11	17	Def 5	7
11	1 Cor	14	1 Cor	18	T 1	12
12	14 Cor 3	26	23 Cor 3	34		
1 Pr						
2 ”						
3 ”						
4 T	20 T	30	6 T	22	T 5	18
5 ”	25 ”	33	10 ”	24	6	20
Cor	Cor	34	Cor 2	25	Cor	”
6 T	27 ”	”	11 ”	”	8	22
Cor	Cor	”	Cor	”	Cor	”
7 T						
8 ”	22 ”	31	15 ”	27	15	28
	II		**V**			
9 Pr	28 Pr	78	5 Pr	95	Pr 1	61
10 ”	25 ”	76	1 ”	93	4	63
11 ”	26 ”	77	2 ”	94	2	62
12 ”	27 ”	”	3 ”	”	3	”
	I		**I**			
13 T	2 T	15	2 T		T 2	13
14 ”	3 ”	17	3 ”	19	3	14
15 ”	4 ”	”	5 ”	20	4	”
16 (a) ”				”	9	22
(b) ”					”	”
17 ”					18	32
18 ”	26 ”	34	12 ”		10	23
19 ”	28 ”	35	” ”	25	11	24
20 ”	17 ”	29	8 ”	”	12	25
21 (a) ”			9 ”	23	13	26
(b)”	19 ”	30		24		

[272]

EUCLIDES	CHAUVENET		LOOMIS		PROGRAMA - MANUAL	
	II	Pág.	**V**	Pág.		Pág.
22 Pr	34 Pr	81			Pr 5	64
23 ”	29 ”	79	4 Pr	95	6	65
	I		**I**			
24 T	24 T	33	13 T	26	T 14	27
25 ”	Cor	”	14 ”	27	16	29
26(a) ”	21 ”	31	7 ”	23	7	21
(b) ”					17	30
27 T	14 ”	25	22 ”	33	T 21	43
28 (a) ”	Cor 1	”	” ”	”		
(b) ”	” 2	26	21 ”	32		
29 (a) ”	13 ”	24	23 ”	33	22	44
(b) ”	Cor 2	25			23 Cor	46
(c) ”	” 3	”			”	”
30 ”	12 ”	24	24 ”	34	24	”
	II		**V**			
31 Pr	30 Pr	79	6 Pr	96	Pr 7	66
	I		**I**			
32 (a) T	18 Cor 1	29	27 T	36	T 25	47
(b) ”	” T	”	” ”	”	”	”
Cor 1	29 ”	37	28 ”	37	26	48
2	Cor 2	38	29 ”	”	Cor	49
33 T	32 ”	40	32 ”	”	30	53
34 ”	30 ”	39	30 ”	38	27, 28	50
					28	”
					II	
35 ”					T 1	82
36 ”						
37 ”						
38 ”						
39 ”					T 2 Cor 3	84
40 ”					”	”
41 ”						

[274]

EUCLIDES	CHAUVENET		LOOMIS		PROGRAMA - MANUAL	
		Pág.		Pág.		Pág.
42 Pr					Pr 1	99
43 T					T 4	86
44 Pr 45 ” Cor 46 Pr					Pr 2	100 ”
46 Cor 47 T 48 ”	**IV** 10 T	133	**IV** 11 T	73	T 9	91
II 1 T 2 ” 3 ” 4 ” Cor 5 T Cor 6 T 7 ” 8 ” 9 ” 10 ”			8 T 10 ” 9 ”	71 73 72	**II** T 5 Cor 2 Cor 1 T 6 8 Cor 8 8 Cor 7 13 ”	87 88 ” ” 91 90 91 89 96 ”
11 Pr					Pr 6	103
12 T 13 ”	16 T 15 ”	113 112	13 Th 12 ”	76 75	T 10 11	94 95
14 Pr	12 Pr	136	22 Pr	103	Pr 4	101

[271]

EUCLIDES	MORELL		REYNOLDS		WRIGHT	
I	**I**	Pág.	**I**	Pág.	**I**	Pág.
Ax 10	Ax	1			Ax	1
11	T 1 Cor	5	Ax 11	2	T	6
12	” 25 Cor	26			” 16 Hsc	35
1 Pr						
2 ”						
3 ”						
4 T	T 5	9	T 14	15	T 8 (2)	16
5 ”	” 10	13	” 11	12	” 9 (3)	19
Cor	Cor 1	”	Cor 2	”	Cor	20
6 T	” 11	14	” 12 Cor	13	” 9 (1)	18
Cor	Cor	15			Cor	20
7 T						
8 ”	” 9	12	” 13	14	” 8 (3)	16
					II	
9 Pr	Pr 9	66	Pr 2	30	Pr 9	87
10 ”			” 1	29	” 8	86
11 ”			” 3	31	” 11	88
12 ”	” 7	64	” ”	”	” ”	”
13 T	T 2	6	T 1	3	T 2	8
14 ”	” 3	7	” ”	”	” 3	”
15 ”	” 4	8	” 2	4	” 5	11
16 (a) ”			” 10 Cor 2	12		
(b) ”			”	”		
17 ”						
18 ”	” 12	15	” 12	13	” 9 (4)	19
19 ”	” ”	”	” ”	”	” 9 (2)	18
20 ”			” 3	5	”	13
21 (a) ”	” 8	12	” 4	”	” 6	14
(b)”						

EUCLIDES	MORELL		REYNOLDS		WRIGHT	
		Pág.		Pág.	**II**	Pág.
22 Pr	Pr 6	64	Pr 7	32	Pr 6	83
23 ”	” 1	61	” 4	32	” 1	79
24 T	T 7	10			T 7	15
25 ”						
26(a) ”	” 6	10	T 15	16	” 8 (1)	16
(b) ”						
			” 7 Cor			
27 T	” 25	25	2	9	” 21	33
28 (a) ”	” ”	”	” 7	”	” ”	”
(b) ”	” ”	”	Cor 3	”	” ”	”
29 (a) ”	” 24	24	” 8 Cor	10	” ”	”
(b) ”	” 23	22	2	”	” ”	”
(c) ”	” 24	24	” 8	”	” ”	”
30 ”	” 22	22	Cor 3	11	” 14 Hsc	60
			” 9			
					II	
31 Pr	Pr 8	65			Pr 7	85
32 (a) T	T 28 Cor 1	28	T 10	11	Th 19 Cor	41
(b) ”	” 28	27	” ”	”	” 19	”
Cor 1	” 29	29	” 18	20	” 20	42
2	” 30	30	” ”	”	Cor	43
33 T	” 33	33	” 17	20	” 22	48
34 ”	” 31	31	” 16	19	” 21	47
			e III 1	60		
					IV	
			III		T 1	
35 ”			T 2	61		185
36 ”			Cor	”		
37 ”			” 4	62		186
38 ”			Cor 1	”	Cor	
39 ”			Cor 2	63		187
40 ”			”	”	Sch	
41 ”			” 3	62		

[275]

EUCLIDES	MORELL		REYNOLDS		WRIGHT	
42 Pr		Pág.	Pr 1	Pág. 76	Pr 2	Pág. 198
43 T			T 1 Cor	60		
44 Pr 45 ” Cor 46 ”						
46 Cor 47 T 48 ”	**V** T 8	149	T 12	69	**IV** T 2	187
II 1 T 2 ” 3 ” 4 ” Cor T Cor 6 T 7 ” 8 ” 9 ” 10 ”	T 9 ” 11 ” 10	151 152 152	T 9 ” 11 ” 10	67 68 67	**IV** T 4 5 6 Cor ” 6 4 Hsc	190 191 193 192 191
11 Pr					Pr 3	198
12 T 13 ”	**III** T 22 ” 21	101 100	**IV** T 17 ” 16	97 ”	T 7 8	193 194
14 Pr					Pr 2 Hsc	198

N O T A S   C O M P L E M E N T A R E S

RETIRADAS DA EDIÇÃO BRASILEIRA DE *OS ELEMENTOS*

POSTULADO 5: E, caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça ângulos interiores e do mesmo lado menores do que dois retos, sendo prolongadas as duas retas, ilimitadamente, encontrarem-se no lado no qual estão os menores do que dois retos (EUCLIDES, 2009, p. 98).

AXIOMA (noção comum) 9: E duas retas não contêm uma área (EUCLIDES, 2009, p. 99).

I 2: Pôr, no ponto dado, uma reta igual à reta dada (EUCLIDES, 2009, p. 100).

I 3: Dadas duas retas desiguais, subtrair da maior uma reta igual à menor (EUCLIDES, 2009, p. 100).

I 4: Caso dois triângulos tenham os dois lados iguais [aos] dois lados, cada um a cada um, e tenham o ângulo contido pelas retas iguais igual ao ângulo, também terão a base igual à base, e o triângulo será igual ao triângulo, e os ângulos restantes serão iguais aos ângulos restantes, cada um a cada um, sob os quais se estendem os lados iguais (EUCLIDES, 2009, p. 101).

I 5: Os ângulos junto à base dos triângulos isósceles são iguais entre si, e, tendo sido prolongadas ainda mais as retas iguais, os ângulos sob a base serão iguais entre si (EUCLIDES, 2009, p. 102).

I 6: Caso os dois ângulos de um triângulo sejam iguais entre si, também os lados que se estendem sob os ângulos iguais serão iguais entre si (EUCLIDES, 2009, p. 103).

I 7: Sobre a mesma reta não serão construídas duas outras retas iguais às duas mesmas retas, cada uma a cada uma, em um e outro ponto, no mesmo lado, tendo as mesmas extremidades que as retas do começo (EUCLIDES, 2009, p. 104).

I 8: Caso dois triângulos tenham os dois lados iguais [aos] dois lados, cada um a cada um, e tenham também a base igual à base, terão também o ângulo igual ao outro, o contido pelas retas iguais (EUCLIDES, 2009, p. 104).

I 9: Caso uma linha reta seja cortada em iguais e desiguais, os quadrados sobre os segmentos desiguais da toda são o dobro tanto do quadrado sobre a metade quanto do sobre a entre as seções (EUCLIDES, 2009, p. 143).

I 10: Cortar em duas a reta limitada dada (EUCLIDES, 2009, p. 106).

I 11: Traçar uma linha reta em ângulos retos com a reta dada a partir do ponto dado sobre ela (EUCLIDES, 2009, p. 106).

I 12: Traçar uma linha reta perpendicular à reta ilimitada dada, a partir do ponto dado, que não está sobre ela (EUCLIDES, 2009, p. 107).

I 13: Caso uma reta, tendo sido alteada sobre uma reta, faça ângulos, fará ou dois ângulos retos ou iguais a dois retos (EUCLIDES, 2009, p. 108).

I 14: Caso, com alguma reta e no ponto sobre ela, duas retas, não postas no mesmo lado, façam os ângulos adjacentes iguais a dois retos, as retas estarão sobre uma reta, uma com a outra (EUCLIDES, 2009, p. 108).

I 15: Caso duas retas se cortem, fazem os ângulos no vértice iguais entre si (EUCLIDES, 2009, p. 109).

I 16: Tendo sido prolongado um dos lados de todo triângulo, o ângulo exterior é maior do que cada um dos ângulos interiores e opostos (EUCLIDES, 2009, p. 110).

I 17: Os dois ângulos de todo triângulo, sendo tomados juntos de toda maneira, são menores do que dois retos (EUCLIDES, 2009, p. 111).

I 18: O maior lado de qualquer triângulo subtende o maior ângulo (EUCLIDES, 2009, p. 111).

I 19: O maior lado de todo triângulo é subtendido pelo maior ângulo (EUCLIDES, 2009, p. 112).

I 20: Os dois lados de todo triângulo, sendo tomados juntos de toda maneira, são maiores do que o restante (EUCLIDES, 2009, p. 112).

I 21: Caso duas retas sejam construídas interiores sobre um dos lados de um triângulo, a partir das extremidades, as que foram construídas, por um lado, serão menores do que os dois lados restantes do triângulo, e, por outro lado, conterão um ângulo maior (EUCLIDES, 2009, p. 113).

I 23: Sobre a reta dada e no ponto sobre ela, construir um ângulo retilíneo igual ao ângulo retilíneo dado (EUCLIDES, 2009, p. 115).

I 24: Caso dois triângulos tenham os dois lados iguais [aos] dois lados, cada um a cada um, mas tenham o ângulo maior do que o ângulo, o contido pelas retas iguais, também terão a base maior do que a base (EUCLIDES, 2009, p. 115).

I 25: Caso dois triângulos tenham os dois lados iguais aos dois lados, cada um a cada um, mas tenham a base maior do que a base, também terão o ângulo maior do que o ângulo, o contido pelas retas iguais (EUCLIDES, 2009, p. 116).

I 26: Caso dois triângulos tenham os dois ângulos iguais aos dois ângulos, cada um a cada um, e um lado igual a um lado, ou o junto aos ângulos iguais ou o que se estende sob um dos ângulos iguais, também terão os lados restantes iguais aos lados restantes, [cada um a cada um,] e o ângulo restante ao ângulo restante (EUCLIDES, 2009, p. 117). O (2) ao qual Carroll se refere é a segunda parte desta demonstração.

I 27: Caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça os ângulos alternos iguais entre si, as retas serão paralelas entre si (EUCLIDES, 2009, p. 119).

I 28: Caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça o ângulo exterior igual ao interior e oposto e no mesmo lado, ou os interiores e no mesmo lado iguais a dois retos, as retas são paralelas entre si (EUCLIDES, 2009, p. 119).

I 29: A reta, caindo sobre as retas paralelas, faz tanto os ângulos alternos iguais entre si quanto o exterior igual ao interior e oposto e os interiores e no mesmo lado iguais a dois retos (EUCLIDES, 2009, p. 120).

I 30: As paralelas à mesma reta são paralelas entre si (EUCLIDES, 2009, p. 121).

I 31: Pelo ponto dado, traçar uma linha reta paralela à reta dada (EUCLIDES, 2009, p. 121).

I 32: Tendo sido prolongado um dos lados de todo triângulo, o ângulo exterior é igual aos dois interiores e opostos e os três ângulos interiores do triângulo são iguais a dois retos (EUCLIDES, 2009, p. 122).

I 33: As retas que ligam as tanto iguais quanto paralelas, no mesmo lado, também são elas tanto iguais quanto paralelas (EUCLIDES, 2009, p. 122).

I 34: Das áreas paralelogrâmicas, tanto os lados quanto os ângulos opostos são iguais entre si, e a diagonal corta-as em duas (EUCLIDES, 2009, p. 123).

I 35: Os paralelogramos que estão sobre a mesma base e nas mesmas paralelas são iguais entre si (EUCLIDES, 2009, p. 124).

I 36: Os paralelogramos que estão sobre bases iguais e nas mesmas paralelas são iguais entre si (EUCLIDES, 2009, p. 125).

I 37: Os triângulos que estão sobre a mesma base e nas mesmas paralelas são iguais entre si (EUCLIDES, 2009, p. 125).

I 38: Os triângulos que estão sobre bases iguais e nas mesmas paralelas são iguais entre si (EUCLIDES, 2009, p. 126).

I 39: Os triângulos iguais, que estão sobre a mesma base, e no mesmo lado, também estão nas mesmas paralelas (EUCLIDES, 2009, p. 127).

I 40: Os triângulos iguais, que estão sobre as bases iguais, e no mesmo lado, também estão nas mesmas paralelas (EUCLIDES, 2009, p. 127).

I 41: Caso um paralelogramo tenha tanto a mesma base que um triângulo quanto esteja nas mesmas paralelas, o paralelogramo é o dobro do triângulo (EUCLIDES, 2009, p. 128).

I 42: Construir um paralelogramo igual ao triângulo dado, no ângulo retilíneo dado (EUCLIDES, 2009, p. 128).

I 43: Os complementos dos paralelogramos, à volta da diagonal de todo paralelogramo, são iguais entre si (EUCLIDES, 2009, p. 129).

I 44: Aplicar à reta dada, no ângulo retilíneo dado, um paralelogramo igual ao triângulo dado (EUCLIDES, 2009, p. 130).

I 45: Construir, no ângulo retilíneo dado, um paralelogramo igual à retilínea dada (EUCLIDES, 2009, p. 131).

I 46: Descrever um quadrado sobre a reta dada (EUCLIDES, 2009, p. 132).

I 47: Nos triângulos retângulos, o quadrado sobre o lado que se estende sob o ângulo reto é igual aos quadrados sobre os lados que contêm o ângulo reto (EUCLIDES, 2009, p. 132).

I 48: Caso o quadrado sobre um dos lados de um triângulo seja igual aos quadrados sobre os dois lados restantes do triângulo, o ângulo contido pelos dois lados restantes do triângulo é reto (EUCLIDES, 2009, p. 134).

II 1: Caso existam duas retas, e uma delas seja cortada em segmentos, quantos quer que sejam, o retângulo contido pelas duas retas é igual aos retângulos contidos tanto pela não cortada quanto por cada um dos segmentos (EUCLIDES, 2009, p. 135).

II 2: Caso uma linha reta seja cortada, ao acaso, o retângulo contido pela reta toda e cada um dos segmentos é igual ao quadrado sobre a reta toda (EUCLIDES, 2009, p. 136).

II 3: Caso uma linha reta seja cortada, ao acaso, o retângulo contido pela reta toda e por um dos segmentos é igual a ambos, o retângulo contido pelos segmentos e o quadrado sobre o predito segmento (EUCLIDES, 2009, p. 137).

II 4: Caso uma linha seja cortada, ao acaso, o quadrado sobre a reta toda é igual aos quadrados sobre os segmentos e também duas vezes o retângulo contido pelos segmentos (EUCLIDES, 2009, p. 137).

II 5: Caso uma linha reta seja cortada em iguais e desiguais, o retângulo contido pelos segmentos desiguais da reta toda, com o quadrado sobre a entre as seções, é igual ao quadrado sobre a metade (EUCLIDES, 2009, p. 139).

II 7: Caso uma linha seja cortada, ao acaso, os quadrados ambos juntos, o sobre a reta toda e o sobre um dos segmentos, são iguais a duas vezes o retângulo contido pela reta toda e pelo dito segmento e também o quadrado sobre o segmento restante (EUCLIDES, 2009, p. 141).

II 8: Caso uma linha reta seja cortada, ao acaso, quatro vezes o retângulo contido pela toda e por um dos segmentos, com o quadrado sobre o segmento restante, é igual ao quadrado descrito sobre a reta e também o dito segmento, como sobre uma única (EUCLIDES, 2009, p. 142).

II 9: Caso uma linha reta seja cortada em iguais e desiguais, os quadrados sobre os segmentos desiguais da toda são o dobro tanto do quadrado sobre a metade quanto do sobre a entre as seções (EUCLIDES, 2009, p. 143).

II 10: Caso uma linha reta seja cortada em duas, e seja adicionada a ela alguma reta sobre uma reta, os quadrados ambos juntos, o sobre a toda com a adicionada e o sobre a adicionada, são o dobro tanto do sobre a metade quanto do quadrado descrito sobre a composta tanto da metade quanto da adicionada, como sobre uma única (EUCLIDES, 2009, p. 145).

II 11: Cortar a reta dada, de modo a o retângulo contido pela inteira e por um dos segmentos ser igual ao quadrado sobre o segmento restante (EUCLIDES, 2009, p. 146).

II 12: Nos triângulos obtusângulos, o quadrado sobre o lado que se estende sob o ângulo obtuso é maior do que os quadrados sobre os lados que contêm o ângulo obtuso por duas vezes o contido por um dos à volta do ângulo obtuso, sobre o qual cai a perpendicular, e também pela cortada exteriormente pela perpendicular relativamente ao ângulo obtuso (EUCLIDES, 2009, p. 147).

II 13: Nos triângulos acutângulos, o quadrado sobre o lado que se estende sob o ângulo agudo é menor do que os quadrados sobre os lados que contêm o ângulo agudo por duas vezes o contido por um dos à volta do ângulo agudo, sobre o qual cai a perpendicular, e também pela cortada internamente pela perpendicular relativa ao ângulo agudo (EUCLIDES, 2009, p. 148).

II 14: Construir um quadrado igual à retilínea dada (EUCLIDES, 2009, p. 149).

III 7: Caso algum ponto, que não é o centro do círculo, seja tomado sobre o diâmetro de um círculo, e, a partir do ponto, algumas retas caiam sobre o círculo, por um lado, será maior aquela sobre a qual está o centro, e, por outro lado, a restante é a menor, enquanto, das outras, a mais próxima da pelo centro é sempre maior do que a mais afastada, e, a partir do ponto, somente duas iguais cairão sobre o círculo, cada uma sobre um lado da menor (EUCLIDES, 2009, p. 156).

III 23: Sobre a mesma reta, dois segmentos semelhantes e desiguais de círculos não serão construídos no mesmo lado (EUCLIDES, 2009, p. 171).

III 24: Os segmentos semelhantes de círculos sobre retas iguais são iguais entre si (EUCLIDES, 2009, p. 171).

III 26: Nos círculos iguais, os ângulos iguais situam-se sobre circunferências iguais, tanto caso estejam situados junto aos centros quanto caso, sobre as circunferências (EUCLIDES, 2009, p. 173).

VI 1: Os triângulos e os paralelogramos que estão sob a mesma altura estão entre si como as bases (EUCLIDES, 2009, p. 231).

VI 33: Nos círculos iguais, os ângulos têm a mesma razão que as circunferências, sobre as quais estão situados, caso estejam situados tanto nos centros quanto nas circunferências (EUCLIDES, 2009, p. 266).

RETIRADAS DA EDIÇÃO PORTUGUESA DE *OS ELEMENTOS*

AXIOMA 12: E se uma linha reta, encontrando-se com outras duas retas, fizer os ângulos internos da mesma parte menores que dois retos, estas duas retas, produzidas ao infinito concorrerão para a mesma parte dos ditos ângulos internos.

I 32, Corolário 1: Todos os ângulos internos de qualquer figura retilínea, juntamente com quatro retos, são iguais a duas vezes tantos retos quantos são os lados da figura.

I 32, Corolário 2: Todos os ângulos externos de uma figura qualquer tomados juntamente são iguais a quatro retos.

DIÁRIOS DE PESQUISA

Construir e Cruzar Pontes:
Um Ensaio sobre Tradução, Literatura e Matemática

"O tradutor é contaminado pelo texto e este, pelo tradutor. Este, por um lado, dá ao texto a oportunidade de sobrevivência, mas, por outro, 'contamina' esse sobrevivente com sua leitura"
(RODRIGUES, 2000, p. 214).

"Traduzir significa sempre 'cortar' algumas das consequências que o termo original implicava. Nesse sentido, ao traduzir não se diz nunca a mesma coisa" *(ECO, 2007, p.107).*

"De Lewis Carroll em diante, instaura-se uma nova relação entre filosofia e literatura" (CALVINO, 2009, p. 186).

"'Quando eu uso uma palavra', disse Humpty Dumpty num tom bastante desdenhoso, 'ela significa exatamente o que eu quero que signifique: nem mais nem menos.' "
(CARROLL, 2002, p. 204).

Eu ainda era pequeno quando tive minhas primeiras aulas de francês e de inglês, mas lembro-me bem das primeiras frases que aprendi. Mais do que uma corrida frenética cujo ponto de chegada era uma boa posição no assustador "mundo do trabalho" – expressão que nos últimos anos parece ter adquirido uma forma palpável, representando um monstro assustador que, mais cedo ou mais tarde, coloca-se no caminho da vida de qualquer um – comecei a estudar idiomas, confesso, porque não gostava de educação física e a escola pública, àquela época, apresentava a possibilidade de programas extraclasse para seus alunos.

Não tinha ideia de que, ao longo dos anos, acabaria me envolvendo de modo quase apaixonado por idiomas: o fato de conseguir comunicar-me em outras línguas, de entender melhor as músicas, de conhecer expressões e culturas distintas da minha tomou-me de modo irreversível.

O primeiro livro que li integralmente em outro idioma foi uma versão adaptada de *A Volta ao Mundo em Oitenta Dias*, de Julio Verne. O segundo, *O Pequeno Príncipe*, de Saint-Exupéry. Lembro-me que me sentia orgulhoso de mim mesmo, da minha façanha cultural. Estes livros, e mais as esporádicas traduções de músicas, feitas em aula ou em casa, numa época em que nem se pensava em pedir ajuda ao Google, fizeram-me compreender que não há nenhuma tradução, por mais bem feita que seja, que resulte mais bela que o enunciado original. Cada língua parece ser dotada de uma certa magia nas suas expressões, palavras e regras, que aquilo que acaba por exprimir parece ter vida, história, atmosfera e ritmo próprios.

Os idiomas também foram, para mim, porta de entrada para novos amigos, que me conduziram às suas obras, aos seus lugares de origem, às suas vidas: pintores, escultores, escritores, cineastas, pesquisadores etc habitam hoje meu imaginário e suas histórias, de algum modo, fazem hoje parte de minha própria história.

Neste diário pretendo registrar as memórias de um estudante de doutorado que, como parte da sua pesquisa, apresenta a tradução integral de um livro.

Desde o mestrado tenho me dedicado a estudar a obra de Lewis Carroll[296], fazendo de seus livros, passatempos, cartas e artigos meus objetos de interesse e pesquisa. Como este autor é inglês e poucas foram suas obras traduzidas para o português (à exceção das inúmeras traduções de *Alice no País das Maravilhas* e *Através*

[296] Alguns autores optam por se referir a Carroll pelo seu nome de batismo (Charles Lutwidge Dodgson), motivo pelo qual, respeitando as citações, são utilizados ambos os modos.

do Espelho e o Que Alice Encontrou Lá), vários foram os trechos de Carroll que traduzi. Mas traduzir trechos, por maiores que sejam, não se compara à ideia e ao esforço necessários para se traduzir um livro inteiro. E o estopim deste trabalho é exatamente este: a tradução integral de *Euclid and His Modern Rivals*, ao qual me referirei, doravante, pelo título em português *Euclides e Seus Rivais Modernos*[297].

Pode parecer que a tradução de trechos se estenda, naturalmente, à tradução de uma obra inteira. Pensar assim implica supor que um livro nada mais é do que uma coleção sucessiva de pequenos trechos, como uma colcha de retalhos. Apesar de nunca ter feito uma colcha destas, tenho certeza de que não se decide aleatoriamente pela linha com que se vai cosê-la, nem que os retalhos sejam também escolhidos em qualquer ordem e em qualquer tamanho. Os materiais, o processo de juntá-los, as opções com que nos deparamos e que assumimos neste movimento são os ingredientes que, segundo penso, garantem a qualidade ao resultado.

Sendo assim, com o objetivo de fazer a melhor tradução possível sem ser tradutor profissional, debrucei-me por algum tempo sobre a literatura referente ao processo de traduzir: o que é tradução, quais as dificuldades vivenciadas durante o processo de tradução, o que se pode e/ou se deve – e o que não se pode e/ou não se deve – fazer quando se traduz um texto, qual o valor e espaço que a tradução ocupa num cenário em que já existe a obra original etc. Parte desta minha pesquisa de doutorado, então, foi embasar-me em como e por que fazer uma tradução para, a partir daí, sentir-me seguro para efetivar meu projeto.

Muito do que li está nas páginas seguintes: nelas tentarei expor um pouco acerca da teoria sobre tradução, incluindo as dificuldades encontradas pelos tradutores profissionais cujos tropeços e ansiedades não me pareceram ser muito diferentes, ao menos em natureza, daqueles que vivenciei; falarei também um pouco sobre a relação entre literatura e matemática, sobre o livro de Carroll que é tema deste trabalho e, mais especificamente, sobre minha experiência de traduzir um livro que até hoje, apesar da notória respeitabilidade do seu autor, não tem uma versão em língua portuguesa[298].

---

[297] Como parte deste trabalho de doutorado é a tradução do livro de Carroll, opto por, toda vez que citar seu texto no corpo deste diário, utilizar a versão traduzida (o número das páginas refere-se, assim, à paginação da tese). Do mesmo modo, todas as citações em língua estrangeira foram traduzidas livremente.

[298] No início de minha pesquisa, busquei *Euclid and His Modern Rivals* em outros idiomas (espanhol, francês, italiano e português) pensando que outras edições pudessem me ajudar na tradução da obra original. Apesar de ter procurado bastante, tanto em *sites* de busca quanto em *sites* que comercializam livros, de ter trocado *emails* com livrarias e especialistas, não encontrei nenhuma referência a nenhum exemplar em outro idioma.

Lendo livros e ensaios principalmente de Italo Calvino e Umberto Eco, trabalhos acadêmicos sobre tradução e, até mesmo, colocando lado a lado livros que tenho em diferentes idiomas para "compará-los", cheguei à concepção de que a tradução funciona como um aglutinador entre culturas, constituindo um espaço amorfo em que coexistem a língua original, representada nas ideias do autor, e a língua utilizada na tradução, a qual possibilita a um outro conjunto de pessoas a compreensão daquilo que antes lhes era incompreensível. Imagino, por isso, que nenhum professor consegue escapar, ao longo de sua vida, do ato de traduzir ou adaptar[299] um original: seja na pesquisa acadêmica, na produção de artigos, na elaboração de questões de provas, na leitura de páginas na *internet*, no uso de determinados *softwares* etc, o professor se vê, muitas vezes, frente a uma produção intelectual que não está no seu idioma e que precisa, em menor ou maior escala, passar por transformações antes de ser incorporada ao seu cotidiano. Acredito que todos nós traduzimos – e somos traduzidos – em maior ou menor escala, ainda que esta tradução se dê apenas em nossa mente, quando estamos lendo um parágrafo que nos parece confuso e que se elucida ao traduzirmos, automaticamente, suas palavras para o nosso idioma. Tendo isto em vista, espero que as anotações deste diário ajudem os leitores no exercício de suas próprias atividades, em como e por que fazer uma tradução.

Se este texto parecer, em alguns momentos, cheio de "vai-e-vem", peço paciência. Apesar de tê-lo subdivido em partes, essas partes não são propriamente disjuntas porque, para mim, falar de tradução é falar da minha experiência com *Euclides e os Rivais Modernos*, e falar do meu trabalho com este livro é, também, falar do meu empenho em traduzi-lo.

Parte I – De Babel e de Hoje: Anotações Sobre Tradução

Há uma conhecida passagem bíblica que relata o desejo dos homens de construir uma torre suficientemente alta que lhes possibilitasse chegar ao céu. Esta torre – a Torre de Babel – não foi concluída pois Deus a destruiu, partindo-a em incontáveis pedaços, jogando por terra os que nela trabalhavam. Ao se levantarem, perceberam que falavam línguas distintas, de modo que não se compreendiam como anteriormente, quando

[299] A sutil diferença entre "traduzir" e "adaptar" será um dos itens apresentados neste texto.

falavam o mesmo idioma. Este episódio "teria sido a matriz da prática da tradução, ao menos segundo o mito bíblico" (CAMPOS, 2004, p. 8) – ele marca, com um ponto inicial, a necessidade da tradução: à sombra da confusão criada por aquela mixórdia de novos idiomas surge a necessidade do *fazer-se entender,* e daquela torre até a atualidade os ares dos tradutores são cortados por um tipo raro de besouro que bem poderia ser adotado como mascote da tradução.

> O besouro é um animal que tem tudo para não poder voar: o corpo é rombudo, as patas não recolhem, as asas são enfiadas num estojo de cascas duras... mas, apesar de todos os pesares, o besouro voa e muito. Com o tradutor dá-se a mesma coisa: cada texto é um complexo de obstáculos e dificuldades aparentemente intransponíveis, linguísticas e não-linguísticas; entender o que o autor disse e o que ele quis dizer, na língua dele, é difícil; dizer na língua da gente o que se entendeu na língua do original, não é fácil... mas o tradutor traduz e muito (CAMPOS, 2004, p. 13).

Comecei minha pesquisa em busca do conceito de tradução e, como as demais ideias e práticas da humanidade, percebi que ele está ligado à própria história da humanidade, pois o que sabemos é que, "de fato, há milênios, *as pessoas traduzem*" (ECO, 2007, p. 19). Acabei por me dar conta que primeiro houve o *ato*, gerado pela necessidade humana, e somente depois veio o *conceito*.

De acordo com Rodrigues (2000), seria possível traçar um panorama histórico dos estudos de tradução seguindo um percurso que teria se iniciado com Horácio e Cícero, no século I a.C. Mas, por outro lado, contrapondo-se a esta datação, percebemos que nos é praticamente impossível determinar quando a primeira tradução foi feita, entre quais línguas foi feita, e quais são todas as modificações que o tempo infringiu sobre o ato de traduzir. Em Campos (2004) há exemplos do ato de traduzir ao longo dos séculos. O autor nos conta que já existiam organizações de escribas especializados, que escreviam em diversas línguas, entre os babilônicos, os assírios e os hititas, e que no Antigo Império Egípcio (2778-2160 a.C.) havia o cargo público de "intéprete-chefe". Na Ásia Menor circulavam glossários bilíngues ou plurilíngues em tabuletas de terracota.

Avançando ainda mais no tempo, Campos (2004) escreve que a primeira determinação legal de tradução de que se tem conhecimento ocorreu no ano 146, em Roma, quando o Senado romano mandou traduzir o tratado de agricultura do cartaginês Magão. Outras traduções citadas neste emaranhado histórico são a dos *Discursos* do grego Demóstenes, feita pelo romano Cícero no século I antes da era cristã, e a *Versão* *dos Setenta* (ou *Septuaginta*), na qual textos do Antigo Testamento foram traduzidos do hebraico para o grego por sábios do Egito, por ordem do rei Ptolomeu Filadelfo.

Ainda que não possamos precisar exatamente quando foi feita a primeira tradução, podemos ao menos perceber, dos exemplos comentados anteriormente, que esta se tornou uma prática que não fazia distinção entre estilos de textos e seus autores: traduzia-se aquilo que, segundo o tradutor ou quem encomendava o trabalho, continha informações importantes que deveriam ser conhecidas por aqueles que não entendiam o idioma do texto original.

É preciso também lembrar que, àquela época, passava-se muito tempo até que um texto – fosse ele traduzido ou na sua versão original – fosse lido por uma quantidade razoável de pessoas, pois era preciso *copiá-lo manualmente*. Somente em 1440, quando Gutenberg inventou a prensa de tipos móveis, os *copistas* da Idade Média – normalmente monges que gastavam muito tempo neste processo arcaico em que a reprodução era feita com caracteres bastante rebuscados – puderam ter algum descanso: a máquina de Gutenberg facilitava a reprodução de um número bem maior de cópias a preços bem mais baixos. O cenário mudou numa velocidade vertiginosa: surgiu, em 1550, o *Dicionário de Oito Línguas*[300], deixando clara a necessidade humana de entender as – e fazer-se entender pelas – mais importantes culturas da época.

O verbo traduzir tem origem na palavra latina *traducere*, cuja ideia mais aproximada é a de atravessar uma ponte, a de conduzir alguém de um lado para o outro. Aquele que encarna o condutor é o tradutor, e os lados dicotômicos da ponte são os idiomas entre os quais se dá a tradução. Catford[301] (cf. RODRIGUES, 2000), em seu livro *Uma teoria linguística da tradução*, estabelece que a relação entre as línguas pode ser bidirecional (ainda que nem sempre simétrica)[302], mas a tradução é sempre um

[300] Segundo Campos (2004), este dicionário continha verbetes em grego, latim, flamengo, francês, espanhol, italiano e alemão.

[301] John C. Catford (1917-2009) nasceu em Edimburgo e estudou na Universidade de Edimburgo e no Instituto de Fonética em Paris. O livro citado – *Uma teoria linguística da tradução: um ensaio em linguística aplicada* – foi traduzido pelo Centro de Especialização de Tradutores de Inglês do Instituto de Letras da Pontifícia Universidade Católica de Campinas e publicado pela Cultrix em 1980.

[302] Uma relação é bidirecional quando há uma palavra que possui correspondente em outro idioma, expressando “exatamente” a mesma ideia; no entanto, esta relação nem sempre é simétrica (tome, por exemplo, a palavra *casa* que, em inglês, pode ser traduzida por *house* ou *home*, dependendo do contexto). A tradução, entretanto, é um processo unidirecional, pois seu objetivo é “conduzir” o leitor de um idioma para outro.

processo unidirecional realizado entre o que ele chama de “língua-fonte” e “língua-alvo”[303].

Ao longo de muitos anos, teóricos e praticantes têm dito o que pensam sobre a tradução, o que ela é ou deveria ser, como se deve ou não fazê-la: “são opiniões que em muitos casos se contradizem, se desdizem, não só no acessório como no essencial; contradições que enfim não bastam para impedir que os tradutores continuem a fazer o seu trabalho, com a sua prática muitas vezes desmentindo a teoria” (CAMPOS, 2004, p. 11). André Lefevere[304], com um olhar voltado ao ato de tradução ao longo dos séculos, comenta que um dos grandes dilemas de quem faz tradução é optar entre priorizar a forma ou o conteúdo.

> Historicamente, os tradutores vacilaram entre produzir traduções direcionadas pela forma do texto-fonte e traduções adaptadas às expectativas ideológicas e poetológicas compartilhadas pelos leitores da cultura-alvo. Chamou-se, tradicionalmente, o primeiro tipo “fiel” e o segundo, “livre”[305]. É difícil, entretanto, encontrá-los em forma pura. (LEFEVERE apud RODRIGUES, 2000, p.130).

Percebi, então, desde o início destes estudos, quão árdua deve ser a tarefa de um bom tradutor que se dispõe, por exemplo, a traduzir *A Divina Comédia* de Dante, ou *Os Lusíadas* de Camões, poemas de Fernando Pessoa ou até mesmo poemas como *A Caça do Turpente*, de Carroll, tentando equilibrar-se entre o tamanho dos cantos e estrofes e a métrica das rimas. Antecipando possíveis entraves e dificuldades, assumi a disposição de manter a forma original de *Euclides e Seus Rivais Modernos* antes mesmo de iniciar a tradução, torcendo para que o texto, em sua forma de peça de teatro, não impusesse obstáculos extras ao trabalho.

A definição mais objetiva para tradução encontrei no livro de Campos (2004): é a de Catford, para quem a tradução é a substituição de material textual de uma língua por material textual equivalente em outra, e por “material textual” entendem-se tantos os elementos de forma quanto os de conteúdo. Do mesmo livro desponta uma definição menos objetiva (mas que contém uma nuança de beleza e poesia, como parece ser o próprio ato de traduzir), atribuída à psicóloga norte-americana Keith Bosley: tradução é uma língua fazendo amor com outra.

---

[303] Segundo Campos (2004), a língua-fonte também pode ser chamada de “língua de origem” ou “língua de partida” e, a língua-alvo, de “língua-meta”, “língua-termo” ou “língua de chegada”.

[304] André Lefevere (1945-1996), teórico da tradução, nasceu na Bélgica, estudou na Universidade de Ghent e fez seu PhD na Universidade de Essex. Nos últimos anos, trabalhava como Professor de Estudos Germânicos na Universidade do Texas.

[305] Há edições em prosa d´*Os Lusíadas*, d´*A Divina Comédia*, da *Odisseia*, por exemplo. Nesse caso, são traduções livres por não manterem a forma do texto-original.

Tão logo opto pela definição defendida por Catford, pois é a que a mim parece ser mais "operacional", percebo que a concepção de "equivalência" é motivo de ressalva entre outros teóricos do assunto, os quais consideram que há "uma concepção vaga de equivalência como igualdade de valores, provavelmente derivada da etimologia do termo e de seu uso em matemática" (RODRIGUES, 2000, p. 97). A equivalência pressuporia um *igual*, um *de mesmo valor*, um *substituto perfeito*[306]. Não sou um tradutor profissional, mas minha pouca experiência já me leva a dirigir um olhar desconfiado a este conceito, pois não foram poucas as vezes em que tive que traduzir uma palavra por uma expressão inteira, ou vice-versa. Utilizando o meu "desconfiômetro", um aparelhozinho que uma tradutora[307] que conheci nesse meio tempo deu-me de presente – segundo ela, todo tradutor, profissional ou não, deve ter um –, segui com minha busca até chegar à ideia segundo a qual traduzir não é dizer *a mesma coisa* em outra língua, senão dizer *quase a mesma coisa*. Adotar esta ideia não resolveu os problemas que enfrentei ao fazer a tradução, mas criou, ao menos para mim, um ambiente mais sincero de trabalho.

> Mesmo sabendo que nunca se diz a mesma coisa, se pode dizer *quase* a mesma coisa. A essa altura, o problema já não é tanto a ideia de *mesma* coisa, nem a da própria *coisa,* mas a ideia desse *quase.* Quanto deve ser elástico esse *quase*? Depende do ponto de vista: a Terra é quase como Marte, na medida em que ambos giram em torno do Sol e têm forma esférica, mas pode ser quase como qualquer outro planeta girando em outro sistema solar, e é quase como o sol, pois ambos são corpos celestes, é quase como a bola de cristal de um adivinho, ou quase como uma bola, ou quase como uma laranja. Estabelecer a flexibilidade, a extensão do *quase* depende de alguns critérios que são negociados preliminarmente. Dizer quase a mesma coisa é um procedimento que se coloca, como veremos, sob o signo da *negociação* (ECO, 2007, p. 10).

Eco também fala que o tradutor parte em "condições de nítida desvantagem" (ECO, 2007, p. 107), o que parece ser uma expressão eufêmica para nomear aquele sentimento que tinha ao tentar "passar" uma música ou poema estrangeiros para meu idioma – a sensação de que talvez eu estivesse perturbando alguma ordem sagrada que me dava, como resultado, uma *coisa* que, por ser *quase* a mesma, ressentia-se com a perda da beleza original.

---

[306] Este conceito de equivalência perde ainda mais a sua força quando pensamos em traduções intersemióticas, isto é, traduções que mudam também o modo de apresentação da obra: um livro que se torna filme, um poema que se torna canção, a elaboração de legendas para filmes ou programas de TV etc.

[307] Refiro-me a Heloísa Gonçalves Barbosa, cuja entrevista li no livro *Conversa com tradutores* (ver bibliografia no final deste diário).

Um dos elementos que caracteriza este *quase* é quando as línguas envolvidas são de troncos linguísticos diferentes, como ocorre no caso desse nosso trabalho, haja vista que o inglês é uma língua anglo-germânica e, o português, neo-latina. Neste tipo de floresta, em que as árvores dão folhas bastante distintas, "a tradução costuma distanciar-se bastante da forma do original, tornando-se assim menos literal, menos palavra por palavra e mais 'oblíqua' como se diz" (CAMPOS, 2004, p. 33)[308].

Outro fator que influencia na existência deste *quase* é a diferença entre as culturas dos falantes naturais de uma língua e a dos falantes naturais da outra: para um bom resultado, Rodrigues (2000) adverte que não é apenas essencial que uma tradução evite alguns fracassos óbvios ao ajustar a mensagem ao contexto, mas que ela incorpore elementos que forneçam ao novo texto o tom emocional que está no original. Em outras palavras, se a obra traduzida possui nuanças de sarcasmo, ironia, realismo fantástico, situações surreais etc, estas características têm que aparecer no texto traduzido; não se deve mudar, também, os traços que representam a classe social, o dialeto geográfico ou as referências culturais das personagens – tudo aquilo que define suas personalidades precisa estar representado por uma escolha adequada de palavras para que se mantenha, tanto quanto o processo de tradução permite, o mesmo tipo de individualidade e personalidade que o autor idealizou, para cada uma delas, no original.

Adam e Heidmann (2011) comentam que os textos, em sua maioria, raramente se reduzem a um só gênero e a um só tipo de textualização, sobretudo os textos literários. Classificações como "contos", "tragédia", "epopeia" etc, ainda que tenham como função chamar a atenção do leitor para aquilo que pretende ler e de organizar, até certo ponto, a literatura mundial, não passam, na sua essência, de rótulos, como etiquetas de pertencimento que têm a tendência de reduzir um enunciado a uma só categoria e organizar as estantes. Segundo estes autores, um texto está relacionado, normalmente, a vários gêneros – característica por eles chamada de *genericidade* – e por isso o leitor ou o tradutor não devem se preocupar tanto em classificá-lo numa determinada categoria, mas sim em observar as potencialidades genéricas que o atravessam, levando em conta sua *textualidade* (o modo como o texto dialoga com si mesmo) e sua *transtextualidade*[309] (o modo como o texto dialoga com outros textos).

---

[308] Quando as duas línguas envolvidas na tradução são próximas uma da outra, pelo fato de pertenceram à mesma família linguística (como o português e o espanhol, por exemplo), a tradução é dita "literal", pois pode ser feita quase que palavra por palavra.

[309] De maneira bastante interessante, os autores comparam a *textualidade* às forças centrípetas e a *transtextualidade* às forças centrífugas.

Opinião semelhante tem o escritor italiano Italo Calvino, quando declara que nenhum escritor pertence a somente uma categoria:

> Não se pode fazer com a narrativa uma descrição da situação com termos contrapostos, como se faz para os outros meios de expressão. Podemos falar de narradores objetivos e de narradores líricos, de narradores introspectivos e de narradores simbólicos, de narradores instintivos e de narradores premeditados, mas estas categorias não definem nada nem ninguém; qualquer escritor que valha a pena não pode ser encerrado em apenas uma, mas no cruzamento de duas categorias (CALVINO, 2011, p. 15, tradução minha).

Em outro de seus ensaios, Calvino cita textualmente Lewis Carroll:

> Para dizer a verdade, um novo horizonte havia se aberto quando um reverendo[310] estudioso de lógica e matemática começou a inventar as histórias de Alice. A partir daquele momento, sabemos que a razão filosófica (que "quando dorme gera monstros")[311] pode ter, de olhos abertos, sonhos belíssimos e absolutamente dignos dos seus mais altos momentos especulativos.
> De Lewis Carroll em diante, instaura-se uma nova relação entre filosofia e literatura. Nascem os grandes degustadores de filosofia como estímulo para a imaginação. Queneau, Borges, Arno Schmidt entretêm relações diferentes com diversas filosofias e delas nutrem diversíssimos mundos visionários e linguísticos (CALVINO, 2009 p. 186-187).

Euclides e Seus Rivais Modernos é, em sua roupagem, um livro de literatura e, em seu conteúdo, um livro de matemática. Talvez meus leitores conheçam outros livros, de diversas áreas, que também são, por assim dizer, "híbridos"– isto é, que apresentam *genericidade* – em sua constituição. Cito alguns exemplos para que me entendam mais facilmente: *O Mundo de Sofia*, de Jostein Gaarder[312], *O Homem que Calculava*, de Malba Tahan[313], *Alice no País do Quantum*, de Robert Guilmore[314], *O Universo numa Camiseta: à Procura da Teoria de Tudo*, de Dan Falk[315], *Aritmética da Emília*, de Monteiro Lobato[316] e tantos outros. Se hoje este tipo de literatura pode ser encontrado facilmente e as editoras despertaram para este filão de leitores – seja porque muitos

---

[310] Carroll ordenou-se diácono da igreja anglicana em 22 de dezembro de 1861, com planos de fazer os votos para presbítero posteriormente – como o era seu pai –, o que acabou não acontecendo. *Reverendo* é o título atribuído tanto aos diáconos quanto aos presbíteros anglicanos (o que difere entre eles são determinadas atividades da igreja que somente os presbíteros podem realizar). Deste modo, é comum encontrar tanto autores que se referem a Carroll como *reverendo*, quanto outros que se referem a ele como *diácono*.
[311] "O sono da razão produz monstros" é o nome de uma gravura do pintor espanhol Francisco de Goya (1746-1828).
[312] GAARDER, Jostein. **O Mundo de Sofia.** Tradução de João Azenha Júnior. São Paulo: Companhia das Letras, 1995.
[313] TAHAN, Malba. **O Homem Que Calculava.** São Paulo: Record, 2001.
[314] GUILMORE, Robert. **Alice no País do Quantum:** Uma Alegoria da Física Quântica. Tradução de André Penido.Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1998.
[315] FALK, Dan. **O Universo numa Camiseta:** À Procura da Teoria de Tudo. Tradução de Ricardo Gouveia. São Paulo: Globo, 2005.
[316] LOBATO, Monteiro. **Aritmética da Emília.** São Paulo: Brasiliense, 2003.

profissionais de determinada área gostam de ler somente coisas relativas a ela ou porque assim divulgam conhecimentos científicos para leitores comuns, viciados em literatura mas com pouco conhecimento nos assuntos abordados –, na época de Carroll, escrever livros ou textos "científicos" com uma roupagem literária era bastante incomum. Não desejo dizer, com isso, que ele inventou a *genericidade* – até porque o conceito veio muito tempo depois dos seus escritos –, mas que identifico facilmente esta característica em quase todos os seus textos.

Há muitos livros, contos e poemas[317] de Carroll que são narrativas nas quais, em alguns capítulos, diálogos ou ações dos personagens, é possível identificar *partes* que contêm conteúdos matemáticos ou que podem ser interpretadas sob um viés que traz a matemática à cena; outras publicações tratam exclusivamente de conteúdos matemáticos, sem a roupagem literária[318]; há ainda um método totalmente diferenciado para o ensino da lógica matemática, o chamado *The Game of Logica*, no qual as conclusões são obtidas pela combinação de peças que, num tabuleiro, representam cada premissa. Por sua vez, *Euclides e Seus Rivais Modernos* é um livro *inteiro* sobre geometria, mas com roupagem literária ou, mais especificamente, na forma de uma peça de teatro. Carroll justifica a escolha do seu estilo de escrita em seu diário, num registro de 23 de setembro de 1877, posteriormente reproduzido no prefácio do seu livro. Observa-se que Carroll espera atingir leitores familiarizados ou não com as discussões acadêmicas:

> Este texto é apresentado numa forma dramática, em parte porque me pareceu ser esta uma forma melhor de expor alternadamente os argumentos dos dois lados da questão; em parte porque posso tomar a liberdade de elaborá-lo num estilo mais leve do que poderia fazer em um ensaio e, desta forma, deixá-lo um pouco menos tedioso e um pouco mais compreensível para leitores não habituados aos textos científicos (CARROLL, 2004, p. ix-x).

Adiante farei novos comentários sobre o que são, para mim, a estrutura e relevância deste livro de Carroll. Continuemos, então, o tópico em que estamos, ou seja, nossos passeios pelas pontes da tradução. É importante sublinhar este livro como *obra literária* porque há também diferentes opiniões sobre o que vem a ser uma tradução de literatura e uma tradução técnica.

---

[317] Tomemos, dentre tantos exemplos possíveis, os dois livros de Alice, *Algumas Aventuras de Sílvia e Bruno*, *Uma História Embrulhada* e *A Caça ao Turpente* (todos disponíveis com tradução para a língua portuguesa do Brasil).

[318] Dentre outros exemplos possíveis, cito *Curiosa Mathematica, Part II: Pillow-Problems* e *Symbolic Logic, Part I and Part II*.

> Acredita-se que a tradução de literatura depende exclusivamente do conhecimento das duas línguas em jogo, porque literatura não é saber especializado (todos acham isso, menos o próprio tradutor, é claro). Ao contrário do que ocorre na tradução técnica – nesta todos acham que só traduz bem quem conhece o assunto, quem domina a sua terminologia –, não se costuma achar que para traduzir bem literatura seja preciso "conhecer bem o assunto" (como, por exemplo, conhecer literatura, gostar de literatura, ler literatura, escrever literariamente, conhecer bem o autor traduzido), mesmo porque literatura "não tem terminologia especializada" (BENEDETTI, 2007, p. 19-20).

Ledo engano... Se assim fosse, como seria possível traduzir esta obra de Carroll que é, simbioticamente, literatura e texto técnico? "A tradução literária é, por excelência, o reino do adjetivo, do verbo, da metáfora, das construções sintáticas transgressoras" (BENEDETTI, 2007, p. 22) mas, neste caso, nunca pude perder de vista os elementos matemáticos, as relações entre eles, suas definições e, em certas passagens, até mesmo as demonstrações. "Isso nos faz suspeitar de que uma tradução não depende somente do contexto linguístico, mas também de algo que está fora do texto e que chamaremos de informação acerca do mundo ou informação enciclopédica" (ECO, 2007, p. 36). Foi esta *informação enciclopédica*, formada por coisas que eu já tinha na minha memória e que, em outras vezes, fui obrigado a pesquisar, que me possibilitou transitar do original para a versão traduzida, carregando os elementos matemáticos e literários da obra, sem falar naquelas referências externas – as transtextualidades, ou as forças centrífugas que me jogavam de um lado para o outro – ao texto impresso que busquei para complementar meu trabalho. Carroll, um homem que em sua vida leu incontáveis livros e que chegou a organizar uma lista de tudo que gostaria de ler (MONTOITO, 2011), espalhou tantas referências nos diálogos deste livro quanto as abelhas espalham pólen na primavera[319]: encontram-se facilmente, neles, citações de Dickens, Shakespeare, Horácio, John Milton, Lorde Byron, entre outros, o que me fez por muitas vezes sair à busca de traduções respeitadas destas obras, já existentes na nossa língua, para incorporá-las à que eu estava fazendo e, assim, minha tradução não é propriamente minha, mas compartilhada, entrecortada como a malha urbana de uma cidade com muitas pontes.

É importante deixar claro que concordo com aqueles que dizem que

> o texto traduzido é "outro" texto, que mantém outro tipo de relações entre os elementos, exatamente porque as coerções impostas pelas línguas levam a

[319] Na tradução de *Euclides e Seus Rivais Modernos* elas se encontram, quase que em sua totalidade, comentadas em notas de rodapé.

> diferentes possibilidades de contextualizações, de remissões, de encadeamentos de atribuição de valores entre os elementos. Essas concepções poderiam levar a se pensar que a tradução é totalmente impossível. No entanto, o que é impossível não é a tradução, mas a noção de tradução de que se parte para pensar nessa impossibilidade: uma concepção que espera que a tradução repita o "texto original", que seja sua perfeita equivalência que reproduza seus valores (RODRIGUES, 2000, p. 205).

Em virtude desta diferença entre o "texto original" e o "outro texto", Lefevere (cf. RODRIGUES, 2000) chamava o segundo de "refração", utilizando-se da metáfora óptica para sugerir que o original sofre algum "desvio" ao ingressar no novo meio linguístico. Entretanto, a partir da década de 1990, o autor abandonou o termo "refração" e passou a usar em seu lugar "reescritura", o que parece mais adequado, pois no fenômeno físico de refração – um desvio ou uma alteração que um feixe de luz sofre ao atravessar um meio como vidro ou água –, se o feixe de luz incidir perpendicularmente ao meio por onde passa, não haverá desvio ou alteração significativa no feixe refratado, o que abria possibilidades para se pensar a metáfora como considerando a existência de uma tradução "pura", sem qualquer influência do meio. A ideia de uma "tradução pura", sem nenhuma contaminação, foi praticamente abandonada hoje em dia.

Como havia citado anteriormente, há diferença entre os conceitos *tradução* e *adaptação*. Creio que é fácil compreender que, se vamos à livraria e compramos uma versão reduzida, cujo texto sofreu diversas alterações para que a obra original despertasse a atenção, digamos, do público infanto-juvenil (por exemplo, edições ilustradas d´*Os Três Mosqueteiros*[320] ou d´*O Corcunda de Notre Dame*[321], apresentadas de modo mais simplificado), teremos em mãos uma *adaptação* – na dúvida, é quase sempre possível distinguir na capa ou na folha de rosto se a edição é deste tipo ou se é a chamada "versão integral". De acordo com seus estudos, Amorim (2005) aponta que é comum tradutores e estudiosos de literatura associarem o conceito de *adaptação* a uma forma de empobrecimento ou simplificação dos textos originais, cujo objetivo primeiro seria atender aos interesses comerciais das editoras; tradicionalmente, considera-se, segundo a autora, "uma separação nítida ente os dois processos: a tradução buscaria reproduzir a forma e o conteúdo do original, ao passo que a adaptação promoveria algum tipo de modificação" (AMORIM, 2005, p. 12).

---

[320] DUMAS, Alexandre. **Os Três Mosqueteiros.** Tradução de Hildegard Feist. Adaptação de Michael Leitch. Companhia das Letrinhas, 2002.
[321] HUGO, Victor. **O Corcunda de Notre Dame.** Tradução de Hildegard Feist. Adaptação de Jimmy Symonds. Companhia das Letrinhas, 1998.

Mas, e quando se faz necessário adaptar apenas *partes* do texto? Chamamos o resultado final de tradução ou de adaptação? Novamente, os limites da teoria se esfumaçam, pois é possível apontar nos textos "aspectos conflituosos que dificultam, ou mesmo impossibilitam, precisar limites objetivos entre o traduzir e o adaptar" (AMORIM, 2005, p. 12). Há uma tradução de *Alice no País das Maravilhas*, realizada por Ana Maria Machado[322], na qual as canções e poemas recitados, que na obra original faziam referência à época e à sociedade de Carroll, foram transformados em canções e poemas da cultura brasileira, pois a tradutora entendeu que o autor desejava, com aquelas passagens, adentrar a memória dos leitores e brindá-los com as referências da sua cultura. Concordamos que isto seria uma adaptação, uma vez que houve mudança da forma e até mesmo do conteúdo? No entanto, o restante do texto foi traduzido. Tradução ou adaptação?

A mesma confusão conceitual ocorre no *A Caça ao Turpente*[323], cujo título original é *The Hunting of the Snark*. Na primeira capa da edição de 1984, consta "tradução" de Alvaro A. Antunes. Esta afirmação, a meu ver, parece inadequada, pois como seria possível traduzir uma palavra inventada (*snark*)? Se traduzir consiste em buscar, na língua para a qual a tradução está sendo feita, uma palavra ou expressão que melhor representa a ideia do texto original, o que fazer quando *não há nenhuma*? *Inventar* outra palavra, que a partir daí fica sendo conhecida como "representante" daquela, como o fez Alvaro Antunes, parece satisfazer melhor ao conceito de adaptação do que ao de tradução.

O ser caçado, o *snark* em questão nunca é descrito no texto e não aparece em nenhuma ilustração. Nem mesmo o autor pareceu se importar com a forma do monstrengo, pois certa vez declarou: "Quanto ao significado de Snark? Receio que não queira dizer nada, que não passe de coisa sem sentido!" (CARROLL apud GARDNER, 2006, p. xxxii). Dentre as possíveis teorias, a mais comumente aceita é que *snark* seja uma palavra-mala[324] composta por *snake* (cobra)[325] e *shark* (tubarão), o que daria, na

[322] CARROLL, Lewis. **Alice no País das Maravilhas.** Tradução de Ana Maria Machado. São Paulo: Ática, 1997.

[323] CARROLL, Lewis. **A Caça ao Turpente.** Tradução de Alvaro A. Antunes. Paraíba: Interior, 1984.

[324] As palavras-valise ou palavras-mala são palavras criadas por Carroll com a junção de duas ou mais palavras que, ao amalgamarem significados, criam um significado novo; há muitas delas em *The Hunting of the Snark*. Por exemplo, *galumphing* é a união de *gallop* (galopar) e *triumphant* (triunfalmente), cuja tradução de Antunes, respeitando o tempo verbal do poema, é *galunfava*, algo como "galopava triunfalmente". De tão deliciosamente lógica, esta palavra-mala acabou entrando para o Oxford English Dictionary. Outras palavras-valise aparecem no diálogo de Humpty Dumpty e Alice em *Através do Espelho e o Que Alice Encontrou Lá.*

interpretação do tradutor brasileiro, o *turpente* do título (*tubarão* e *serpente*). A escolha por *serpente* ao invés de *cobra* muda a visualização imaginária do monstrengo, dando a ele uma densidade dramática. Talvez para fugir desta armadilha, as traduções para o português de Portugal, para o espanhol e para o italiano tenham mantido *snark* no título.

Além disso, Antunes relata suas dificuldades para manter as rimas e o ritmo do poema: no original, havia predominância de rimas agudas, enquanto que na sua tradução, predominam as graves – o tradutor deixa claro que as modificações infringidas no poema foram feitas para privilegiar a rima, o que não acontece em todos os versos da tradução espanhola e portuguesa, que primam mais pela forma pura e pela métrica dos versos. Outro desafio com o qual os tradutores se depararam: o nome das personagens vem das funções que executam, um detalhe muito importante – mas assaz tênue – na elaboração do poema. Nas edições portuguesa e espanhola, seus nomes foram traduzidos, enquanto que para a edição brasileira foram adaptados, mantendo outra – mas igualmente importante – característica imposta por Carroll em seu poema: todas têm nomes começando pela mesma letra[326].

> Os nomes das personagens: salta logo aos olhos que todos começam por *b* no original e por *c* na minha tradução (...). Vamos a eles: *Bellman* é o pregoeiro, o arauto das horas: nos navios antigamente cada turno de quatro horas de vigia era marcado pelo *sineiro* com oito badaladas, uma para cada meia hora decorrida; na minha tradução é o *Campainha*. *Boots*, em hotéis e hospedarias, era o serviçal encarregado de lustrar botas, sapatos, chinelos; na minha tradução é o *Chineleiro*. *Barrister* é termo que designa os advogados; não consegui uma solução satisfatória: *Conselheiro*, solução que adotei, embora seja uma das conotações de advogado, não é termo de uso corrente nos tribunais. *Broker*, alguém encarregado de avaliar os bens tomados para pagamento de dívidas, o que lhe vale a aura de antipatia devotada aos que lucram com a desgraça alheia; numa acepção mais moderna significa também *Corretor*, solução que adotei. *Billard-maker* é o empregado dos salões de bilhar encarregado de marcar no quadro-negro os pontos (carambolas) obtidos pelos jogadores; no poema existe uma menção aos talentos do personagem para enriquecer, não se sabe se à custa de fraudes ou da sua própria habilidade no jogo: numa de suas acepções em português, *Carambola*, solução que adotei, significa, também, logro, embuste. *Banker* é um banqueiro; eis outra solução insatisfatória (rejeitei *Capitalista* pela

[325] Em um dos apêndices de seu livro, Antunes relata que há um registro de Beatrice Hatch, amiga de Carroll, segundo o qual este certa vez teria lhe dito que a primeira palavra seria *snail* (lesma, caracol, caramujo). Minha opção por *cobra* segue as disposições mais frequentes na literatura sobre o poema.

[326] A edição comentada por Martin Gardner de *The Hunting of the Snark* discute várias hipóteses para as personagens de Carroll terem seus nomes começados por *b*. Uma das explicações é que o poema (do qual, como vimos, Carroll nunca se preocupou em explicar o sentido) trata da dicotomia entre *existir* e *não existir*, *ser* e *não ser*, sendo *b* a letra que representa, na sua pronúncia em inglês, o verbo *ser* (be) – este sentido foi perdido em todas as três traduções comentadas. Como Carroll também declarou que aceitava qualquer explicação para o poema que tivesse *algum* sentido, atrevi-me a dar a minha (ver Montoito, 2011), pautado na Matemática: a propriedade “ter um nome iniciado por b” possibilita criar um conjunto (o conjunto das personagens do livro) já que, em Matemática, um conjunto “é” uma propriedade a partir da qual elementos de um Universo considerado são selecionados.

> inevitável conotação ideológica que carrega): Carroll deixa claro que o seu é um banqueiro arquetípico: avarento, oportunista, mas na minha deformadora solução, *Caixa*, o personagem foi rebaixado de banqueiro a bancário com aspirações a. *Beaver*, eis enfim um caso em que a correspondência é imediata: *Castor*. *Baker* significa padeiro; adotei *Confeiteiro* (...). *Butcher* significa açougueiro, e em sentido um pouco figurado, *Carniceiro*, solução que adotei" (ANTUNES, 1984, p. 107-108)[327].

Com tantas mudanças, não na estrutura do poema, no qual até as rimas foram mantidas, mas no nome das personagens, o que faz o leitor ter uma imagem diferente de alguns deles com relação ao original, volto a lhes perguntar: esta edição brasileira, a despeito do que consta na primeira página, é uma tradução ou uma adaptação? Se Carroll ainda fosse vivo, talvez ele nos respondesse a esta pergunta com uma palavra-mala: *tradaptação*.

O termo *tradaptação* é apresentado por Gambier[328] (cf. AMORIM, 2005) e pretende significar que toda tradução é, em um certo sentido, adaptação. Essa não seria uma noção oposta à tradução justamente pelo fato de ser constitutiva de toda prática tradutória, uma vez que toda tradução envolve um processo de adaptação inevitável. A outra obra, derivada da original, passa a existir num espaço de relações entre as línguas e as culturas envolvidas cujos limites entre o transgredir e o não transgredir, entre o traduzir e o adaptar, não são fácil e perfeitamente determináveis, são "limites que se 'deslocam', suscitando valores por vezes ambivalentes ou contraditórios, autorizando ou não a produção de determinadas interpretações" (AMORIM, 2005, p. 105-106).

Considero, então, *tradaptação* o termo mais adequado para significar o que fiz – ou tentei fazer − com o livro de Carroll: não mudei a forma, posto que reescrevê-lo de outro modo que não fosse uma peça de teatro o faria imediatamente ganhar o selo da adaptação – mas precisei, aqui e acolá, fazer algumas alterações.

---

[327] As edições de Portugal e a em língua espanhola apresentam-se, na capa ou no interior do livro, como *traduções*, feitas respectivamente por Manuel Resende e por Luis Maristany. Para ressaltar a diferença, na edição portuguesa os personagens ficaram com os nomes: Sineiro, Moço de Recados, Chapeleiro, Advogado, Notário, Bilharista, Banqueiro, Castor, Padeiro e Talhante; em espanhol: Capitán, Limpiabotas, Sombrerero, Letrado, Tasador, Marcador de Billar, Banquero, Castor, Panadero e Carnicero. Observe que, apesar de "Capitão" ser uma palavra que poderia satisfazer as condições da tradução brasileira, Antunes optou por "Campainha" porque, de fato, no poema original, a tripulação carece de um capitão. A edição em espanhol apresenta uma personagem que entende de navegação e assume a responsabilidade sobre o navio e a tripulação. Para o leitor, esta tripulação é significativamente diferente da original e daquela descrita por Alvaro Antunes.

[328] Vale ressaltar que o termo *tradaptação* foi importado do teatro para a literatura. Ele é associado ao canadense Michel Garneau, músico, escritor, diretor e professor de teatro cujas peças foram montadas em vários países. Para entender melhor como o termo *tradaptação* passou dos palcos à literatura, indica-se a leitura do artigo *Adaptation: une ambiguïté à interroger*, de Yves Gambier, publicado na revista **Meta**, volume 37, número 3 (Montreal, 1992).

A que se nota mais facilmente são as notas de rodapé. Entendo que, assim como nos livros de Alice, Carroll inseriu, neste, citações de outros textos e canções facilmente identificáveis para os leitores da época – não todos, mas os cultos e letrados, diga-se de passagem –; ainda que seja preciso "resistir à tentação de ajudar demais o texto, quase substituindo o autor" (ECO, 2007, p. 125), busquei-as esmeradamente, e corro ainda o risco de ter deixado passar algumas despercebidas em minha leitura. Deste modo, perdi-me diversas vezes em citações de latim ou grego, em referências à filosofia ou às peças mais conhecidas de Shakespeare, mas o resultado é que *Euclides e Seus Rivais Modernos* abre-se ao leitor brasileiro com referências a expressões e termos cujas explicações estão ausentes do original.

Outra escolha que fiz tem, por justificativa, a personalidade das personagens principais: Minos, Euclides, Rhadamanthus e Niemand são eruditos. Tentei deixar isto claro para o leitor ao escolher expressões mais formais e termos mais antigos, que representassem bem um diálogo escrito na Inglaterra do século XIX – algumas vezes, quando me pareceu mais adequado, utilizei mesóclise para os tempos verbais, uma construção que inexiste na língua inglesa mas que confere, na nossa, o tom de formalidade e sapiência que eu buscava dar aos diálogos.

Há, ainda, alguns casos de trocadilhos linguísticos ou ditados que tive que trocar por outros que, em língua portuguesa, causassem efeito similar no leitor brasileiro; de outros tive que abrir mão, não sem um certo pesar, mas seguindo em frente apoiado pela enfática declaração de Ricœur: "renunciar ao ideal da tradução perfeita" (RICŒUR, 2011, p. 27). Houve, então, assumo, pequenas "adaptações" dentro da "tradução" como um todo e por isso, sinceramente, creio que o termo cunhado por Gambier seja mesmo o mais adequado aqui.

Gostaria de ter a presunção e a certeza necessárias para afirmar que a minha tradução do *Euclides e Seus Rivais Modernos* (que depois de tudo o que já discutimos poderia ganhar a alcunha de *per-versão*, como sugere Panero (2002)) é a melhor de todas e aquela que mais se equivale, como paralelas sobrepostas, à obra original. No entanto, a única coisa que posso afirmar, pautado no esmero com que elaborei este trabalho é que, se o lerem e perceberem que "o texto flui, e 'nem parece tradução', como se costuma dizer, então o trabalho é bom. O que significa dizer que não é bom parecer tradução. Temos aí uma avaliação positiva definida pela negação" (AZENHA, 2007, p. 50).

Antes de finalizar esta primeira parte, pergunto-lhes se já pararam para pensar porque alguns livros são encontrados na livraria em traduções realizadas por diferentes tradutores. Por que quem fez a primeira ou a segunda tradução já morreu? Talvez... Porque os direitos autorais mudaram de editora e a nova quis relançar o livro no mercado? É possível! Mas há uma resposta bem mais elementar: há uma variedade de traduções de um mesmo livro simplesmente porque *pode haver*. E ainda – algo que me deixou um pouco assustado quando parei para pensar, porque de fato sempre comprei livros sem pensar muito sobre isso – nenhuma tradução *é* o livro original.

> De fato, se o leitor tiver a esperança de encontrar o texto original em qualquer tradução, por mais fiel que ela seja, verá frustrados os seus propósitos. Mesmo porque nenhuma tradução pode ter a pretensão de substituir o original: é apenas uma tentativa de recriação dele. E sempre cabem outras tentativas. Pode-se dizer que, de um mesmo texto, poderão existir tantas traduções aceitáveis quantos forem os objetivos a que ele puder servir (CAMPOS, 2004, p. 12).

"Enquanto a palavra do poeta perdura em sua língua materna, mesmo a melhor tradução está fadada a desaparecer dentro da evolução de sua língua" (BENJAMIN, 2011, p. 108): esse é um outro motivo pelo qual surgem novas traduções de uma mesma obra. A obra original, para Walter Benjamin (2011), alcança vida longa, enquanto as traduções são apenas "pervivências" desta, ou seja, uma continuação da vida da própria obra para além da sua produção e da vida do autor, mas que tendem a ser substituídas por outras traduções com o passar dos anos.

Sei, agora, que a tradaptação que apresento do livro de Carroll é apenas um eco deste, uma pervivência, uma chama tremeluzente que poderá, mais cedo ou mais tarde, apagar-se. Mas, para fazê-la, dediquei-me para que o resultado pudesse ser o melhor possível enquanto ela puder ser considerada. Como saber, então, se uma tradução é boa? Apesar das respostas dependerem de cada leitor e de suas intuições, formações e informações prévias, uma tradução pode ser considerada bem feita "quando o leitor consegue entender as ideias escritas, sem perceber que se trata de um texto traduzido (...). Além disso, o leitor não poderia 'perder o fio' da leitura, devido a uma palavra mal colocada" (BORTEN, 2007, p. 85). O texto, continua Borten (2007), tem que fluir, deslanchar, e espero não ter cometido erros que impeçam o fluxo de leitura na tradaptação que apresento. Acredito, como diz Sorrentino (cf. MANGUEL, 2009), que ninguém consegue escrever totalmente num estilo alheio, de modo que não é possível criar um "disfarce literário" para os textos. Jamais eu conseguiria escrever com o estilo de Carroll, mas espero ter logrado êxito em deixar a tradaptação com "a cara" de um livro seu. Minha pretensão é que aqueles que já leram outras obras deste autor, conhecem a natureza de suas brincadeiras com a linguagem e seu habitual *nonsense*, reconheçam estas características na minha tradaptação, isto é, que se sintam, cruzando a ponte que disponibilizo, *leitores de Carroll*.

Eco (2007) diz que considera uma boa tradução aquela que o próprio autor gostaria de ler se pudesse fazê-lo no outro idioma. A este teste meu trabalho não poderá ser submetido...

O (Eu) Tradutor e Algumas Dificuldades no Processo de Tradução

Volto às minhas anotações, sentindo-me apreensivo. Confesso que minha cabeça ficou aos trambolhões, tentando organizar as ideias acerca do que tinha lido. Parece-me, até o momento, que o que tenho de "seguro" é o conceito de tradução – baseado na etimologia da palavra –, a comprovação concreta – baseada na observação – de que se traduz há milênios e a convicção – pessoal, adquirida com a pouca experiência de traduções amadoras – que há algumas coisas que perdemos quando traduzimos, de modo que a tradução diz, se muito, *quase a mesma coisa* que o original. Este *quase*, aliado àquelas modificações que senti necessidade de fazer na obra original de Carroll com a qual tinha a intenção de trabalhar, formam o conceito de *tradaptação* que já citei e defendo.

Mas as palavras de Walter Benjamin me incomodam. Não por tê-las como equivocadas; pelo contrário, porque acho que são pertinentes é que me forço a olhar em outra direção, a desviar minha atenção para outros pontos. Pensava eu que a tradução, quanto mais esmerada fosse a dedicação do tradutor, mais exitosa e significativa para o mundo literário seria, quando deparo-me com sua afirmação: "graças à traduzibilidade do original, a tradução se encontra com ele em íntima conexão. E, aliás, essa conexão é tanto mais íntima quanto para o próprio original ela nada mais significa" (BENJAMIN, 2011, p. 104). Sendo assim, a tradução (que já tem uma pervivência e não uma vida) "realmente boa" é aquela que, intimamente ligada ao original, nele não exerce nenhuma mudança, não o "perturba".

Ainda segundo este autor, a discussão entre "fidelidade" e "liberdade" está presente em qualquer discussão sobre tradução. Para ele, a "liberdade" está associada à reprodução do sentido e a "fidelidade" à tradução de cada palavra isolada. No entanto, como traduzir cada palavra isolada e ordenadamente não garante a compreensão do texto original, é na sua reorganização que se dá o sentido: a fidelidade, então, está à serviço da liberdade. Parece-me deveras interessante registrar neste diário a imagem matemática utilizada por Benjamin para explicar a tradução, uma imagem em que se explora a tênue ligação entre o texto original e sua tradução:

> Da mesma forma como a tangente toca a circunferência de maneira fugidia e em um ponto apenas, sendo esse contato, e não o ponto, que determina a lei segundo a qual ela continua sua via reta para o infinito, a tradução toca fugazmente, e apenas no ponto infinitamente pequeno do sentido do original, para perseguir, segundo a lei da fidelidade, sua própria via no interior da liberdade do movimento da língua (BENJAMIN, 2011, p. 117).

Penso: "será mesmo a relação entre tradução e original como aquela entre tangente e círculo? Apenas um ponto de contato e nada mais? O original fechado em si mesmo, coeso, inquebrantável, e a tradução aberta, sem qualquer espessura, afastando-se cada vez mais do original?" No momento, sinto que não tenho respostas a estas perguntas, e que terei que seguir pesquisando e traduzindo (pesquisando-e-traduzindo, como se fossem uma atividade só, no caso do meu trabalho) até encontrá-las.

Volto meu pensamento ao "condutor da ponte". Talvez se eu conseguisse definir melhor *quem* faz, poderia entender melhor *o que faz* e *como faz*, respostas igualmente desejadas que, penso, ajudarão a preencher algumas lacunas abertas no parágrafo anterior.

"O verbo traduzir nunca é intransitivo e – mais importante – geralmente tem sujeito oculto" (BENEDETTI, 2003, p. 18). Mas, mesmo escondido nas entrelinhas do texto com o qual trabalha, acho por certo pensarmos um pouco sobre a figura do tradutor. Registrar estas observações, aqui, tenderá – acredito – a deixar mais claras as decisões que tomei e as opções que fiz durante este trabalho como tradutor – ou tradaptador –, apesar de não poder partilhar com meus possíveis leitores *todos* os caminhos que percorri (em muitas das bifurcações fiz opções impulsionado por uma mistura de fatores que não saberia esmiuçar): a tradução não é um processo, creio, totalmente racional e feito sem emoção, mas também

> me parece uma questão de intuição, de bom conhecimento das opções em português, dos recursos do idioma, de uma escolha feliz da frase equivalente, eventualmente até de sorte (...).
> Acho que o uso das palavras, assim como o uso das cores, das linhas e das formas em artes plásticas é um trabalho de associação, aproximação, ressignificação, matização, que tem muito de artesanal (PEREIRA, 2007, p. 155).

Vocês já devem ter traduzido, alguma vez, algum texto, e por mais que conhecessem o idioma, se as palavras não eram tão triviais, devem ter recorrido algumas vezes ao dicionário. Eu também transformei-me em traça, revirando livros, procurando aqui e ali expressões, referências, apoios para fazer uma tradaptação que fosse mais justa, mais carrolliana – se me permitem o termo. Sentia-me como se me tivesse multiplicado: diversos eus, folheando ao mesmo tempo vários livros. Algumas vezes – como na tradução das expressões "tay-tay e coffee-tay"[329] e "heave the lead"[330] – tive que pedir auxílio aos meus antigos professores de inglês[331]. "O tradutor é antes de tudo uma pessoa que tem que estar disposta a trabalhar duro durante longas horas, e às vezes dias, na frente de um computador" (SOBHIE, 2007, p. 174) e que deve saber quando e para quem pedir ajuda. Barbosa (2007) relata que aquelas antigas teorias impressionistas que sugerem a existência de um tradutor que sabe tudo da sua língua e da sua cultura e tudo da língua e da cultura do outro já não se sustentam mais.

Reconheço que estas características, apontadas como indispensáveis a todos os tradutores, de um modo ou outro, em maior ou menor grau, foram sendo incorporadas ao que sou. Quando falei, há pouco tempo, "pesquisando-e-traduzindo", estava me referindo ao fato de que, neste trabalho, pesquisa e tradução aconteceram simultaneamente. Explico-me melhor: não estudei primeiro a teoria da tradução para depois traduzir o livro de Carroll, tampouco traduzi primeiro para depois estudar a teoria relativa ao ato de traduzir. Traduzir era importante para mim, pois o texto traduzido – penso – daria diretrizes para a continuação dos estudos, para saber o que pesquisar ou ao que dar ênfase, mas eu também não poderia traduzir como traduzia quando menino, sem apoiar-me em conceitos, ideias, relatos de experiências alheias e teorias. A ideia de traduzir um livro inteiro de Carroll me dava, assumo, bastante medo.

> Tudo se passa como se, na emoção inicial, na angústia por vezes de começar, o texto estrangeiro se elevasse como uma massa inerte de resistência à

[329] Esta expressão aparece, no original, no Ato II, Cena V. O autor faz uma "brincadeira" com a maneira como os não-ingleses falantes da língua inglesa pronunciam o idioma – neste caso, a brincadeira é com a pronúncia dos irlandeses. "Tay-tay" refere-se a "tea-tea" (chá-chá) e "coffee-tay" refere-se a "coffee-tea", uma forma até certo ponto engraçada que os irlandeses antigos utilizavam para se referirem ao café, chamando-o de "chá de café". No texto, essas expressões são utilizadas pelo autor como metáfora para questionar a escolha dos termos "curvas curvadas" e "curvas retas" no livro do matemático Henrici.

[330] No original, esta expressão ocorre no Ato II, Cena VI, §1. "Heave the lead" pode ser traduzida como "verificar a profundidade" a partir do método de jogar na água uma peça de chumbo (lead) amarrada a uma linha. A metáfora da viagem náutica acompanha boa parte da obra de Carroll. As personagens principais (Minus e Niemand), portanto, "navegam" juntos e, aqui e acolá, interrompem a navegação para checar a profundidade do oceano (das obras dos rivais) ou a existência de obstáculos.

[331] Gostaria de agradecer, aqui, sincera e imensamente aos professores Jussára Spader e Pedro Fickel que, de tão bom grado, ajudaram-me com algumas expressões idiomáticas do texto original.

> tradução. Em parte, essa presunção inicial é apenas um fantasma nutrido pelo reconhecimento banal de que o original não será redobrado por um outro original, digo banal, pois tal reconhecimento se parece com aquele de todo colecionador diante da melhor cópia de uma obra de arte. O colecionador conhece dela o defeito maior, que é o de não ser o original (RICŒUR, 2001, p. 23-24).

Aos poucos fui deixando o medo de lado e a tradaptação revelou-se, então, não como um único passeio por uma ponte que levava de um idioma a outro, com pontos de partida e chegada bem determinados. O "eu" tradutor fez vários percursos distintos, caminhos alternativos por diferentes pontes, e chegando ao fim, voltava ao princípio. Houve, devo dizer, três traduções: uma primeira, de trabalho que me consumiu muito tempo, cuja aparência era mais grosseira; uma segunda, sobreposta à primeira, em que pacientemente foram trocados termos de lugar nas frases, corrigidas as conjugações verbais, acrescidas mais notas de rodapé à quantidade já existente; e uma terceira, na qual se lustraram as armações da ponte conferindo todas as aspas, pontos, tabulações, desenhos etc. A tradaptção foi tomando forma aos poucos e quanto mais, ao passar desse tempo, eu lia sobre traduções, melhores condições eu tinha de fazer minhas escolhas e de trabalhar meu texto. A teoria e a prática foram se completando, visando a uma *tradaptação*, até *Euclides e Seus Rivais Modernos* ganhar a forma que segue anexada a este trabalho.

Dentre algumas sugestões dadas por Rodrigues (2000) para se fazer uma boa tradução, encontrei algumas pistas: evitar cacófatos, traduzir uma palavra por palavras diferentes dependendo do contexto em que ela se insere etc. Outras, como evitar "palavrões" e ajustar nomes próprios ao sistema fonológico da língua de tradução, acho questionáveis: o que fazer se os personagens falam palavrões e se esse modo de ser os identifica num determinado cenário? Não concordo que se deva "amenizar" as palavras escolhidas pelo autor do texto original. Também sou contrário à "nacionalização" dos nomes: me causa estranheza ler ou ver no noticiário da TV de um país de língua espanhola o príncipe da Inglaterra sendo chamado de "Príncipe Carlos"!

No livro de Carroll, um dos personagens principais é *Niemand*, termo em alemão para *Ninguém* – mantive seu nome como no original. Em outras de suas obras[332] Carroll já havia usado *Ninguém* como personagem. Não sei exatamente por que aqui ele optou que sua personagem fosse um professor alemão, mas penso que isto está relacionado ao fato de Minus, a personagem principal, ter pedido ao fantasma de Euclides um seu

[332] *Alice no País das Maravilhas* e *Através do Espelho e o Que Alice Encontrou Lá*.

doppelgänger – um monstro ou ser fantástico que tem o dom de representar a cópia idêntica da pessoa que ele escolhe para acompanhar – para com ele discutir os livros dos rivais. Neste contexto, manter *Niemand* como seu nome me pareceu a escolha mais adequada. Este professor fuma seu *meerschaum* (cachimbo) e atende aos vocativos *mein Herr* (meu senhor) que lhe são dirigidos.

Calvino, com sua experiência de escritor, conta como considera o nome das personagens algo fundamental nos romances, opinião que me ajudou a manter o nome de *Niemand* sem traduzi-lo:

> Creio que os nomes dos personagens são muito importantes. Quando, escrevendo, devo introduzir um personagem novo, e já tenho bem claro como será este personagem, fico buscando por um bom tempo, e até que não tenha encontrado um nome que seja verdadeiro, o único nome para aquele personagem, não sigo adiante (...). Nomes que, apesar de não significar nada diretamente, têm um poder evocativo, são uma espécie de definição fonética dos respectivos personagens e, uma vez atribuídos a eles, não se consegue mais separá-los, tornam-se, personagem e nome, uma coisa só (CALVINO, 2011, p. 8, tradução minha).

Eco (2007) comenta que nas primeiras cenas de *Guerra e Paz*, romance do russo Liev Tolstoi, há longos diálogos em francês, e considera que as boas traduções desta obra são aquelas que assim mantiveram esses trechos, pois o autor não estava interessado que seus leitores originais, os russos, compreendessem o que os personagens falavam, mas, sim, que eles sentissem a atmosfera de dominação francesa. Parece-me correto afirmar que, às vezes, a não-tradução é parte importantíssima da tradução. E foi pensando desta maneira que mantive em *Euclides e seus Rivais Modernos* as citações que apareciam em latim ou grego. Penso que traduzi-las no corpo do texto teria retirado o diálogo do nível de erudição que suas personagens querem representar – talvez o leitor que desconhecesse o texto original sequer se desse conta disso, mas eu me sentiria culpado, confesso, por “camuflar” citações, tornando-as artificialmente familiares; estes termos, reescritos em português, se misturariam com os demais do texto, como se não precisassem ter mais destaque do que os outros na frase em que estão. Cito dois exemplos: o caso de palavras gregas utilizadas para explicar a etimologia de um termo matemático correspondente (*ἄγκος*, por exemplo, que originou “ângulo” por significar “uma dobra ou gancho”) e de expressões conhecidas na lógica matemática (como *reductio ad absurdum* para “redução ao absurdo”) que, parece-me, pelos motivos expostos, ficaram melhor na tradaptação ao serem mantidas como no texto original.

À velha pendência entre o que seria arte e o que seria técnica, na tradução, dá-se atualmente a seguinte resposta: “em alguns casos a tradução tem muito de arte, ligada à inspiração etc..., mas até mesmo nesses casos tem muito de técnica, mais afeita ao trabalho aplicado" (CAMPOS, 2004, p. 25). A tradução é considerada "uma zona de fronteira, pois ao mesmo tempo em que é um trabalho técnico, de manipulação da linguagem, é também uma arte, um artesanato, já que o tradutor de literatura não deixa de ser escritor" (BRITTO, 2007, p. 90). Esta opinião é defendida, também, por Pereira (2007), para quem o tradutor é visto como sendo um escritor, no sentido artístico do termo e, como tal, quando traduz para o português, é alguém com responsabilidade pelo que acontece com a nossa língua portuguesa. Outros teóricos pensam o mesmo: "o tradutor é, sobretudo, autor. É essencial que, além de ser um leitor extremamente atento, seja bom redator. Que domine os registros das línguas, conheça as modalidades de discurso para poder lidar bem com elas" (BARBOSA, 2007, p. 59) e que tenha,

> além de todas as qualidades exigidas dos outros tradutores, a capacidade específica de produzir, em sua língua-cultura, um texto que seja uma peça literária, isto é, que não se limite em contar uma história, em passar uma informação, mas que seja capaz de despertar no leitor o prazer estético, *"Le plaisir du texte"* (LARANJEIRA, 2007, p. 120-121).

Outro tradutor profissional, Haroldo Netto (2007), diz que o livro traduzido e o original têm o mesmo DNA, pois não são identicamente iguais, embora possam ser considerados clones um do outro. A tradução literária ou *recriação*, como ele chama, é feita por um tradutor literário que deve se preocupar em traduzir, além daquilo que o texto denota, o que ele também conota (isto é, não se resume somente a "contar a estorinha" – como ele diz – mas aspira a produzir no leitor os mesmos efeitos da obra original). Estas declarações acabaram por reforçar minha ideia de que a tradução das palavras, por si só, não bastaria para conduzir o leitor a uma melhor compreensão do livro: tornou-se necessária a inserção de comentários, interligando-a com os demais contextos que subjazem à própria narrativa, caracterizando um trabalho de (re)interpretação e de (re)significação no qual foi se formando uma "outra" trama – a original, escrita por Lewis Carroll, acabou um pouco impregnada pelas minhas escolhas, ainda que feitas de modo cuidadoso, pois

> atividades como considerar as palavras, criticar as palavras, eleger as palavras, cuidar das palavras, inventar palavras, jogar com as palavras, impor palavras, proibir palavras, transformar palavras etc não são atividades ocas ou vazias, não são mero palavrório. Quando fazemos coisas com as palavras, se trata é de como damos sentido ao que somos e ao que nos acontece, de como correlacionamos as palavras e as coisas, de como nomeamos o que vemos ou o que sentimos e de como vemos ou sentimos o que nomeamos (LARROSA, 2002, p. 21).

Como somos seres plurais, é impossível separarmos as atividades às quais nos dedicamos, o que torna praticamente impossível para o tradutor despir-se de toda a sua experiência passada e conhecimento acumulado quando faz uma tradução. É por isso que *Euclides e Seus Rivais Modernos* acabou sendo um pouco impregnado pelas minhas escolhas: as palavras, notas de rodapé etc insinuam a mim próprio na tradaptação pois, como disse Larrosa, tentei não fazer da obra um mero palavrório, mas fiz, sim, escolhas – conscientes ou inconscientes – que me representam, que representam minha história até aqui como leitor e pesquisador que, no papel que agora assumo, se derramam sobre o texto de Carroll como o nanquim de antigas penas.

A metade final do século passado viu o início de pesquisas que objetivavam construir uma máquina de tradução: se tal máquina tivesse sido inventada, talvez o ideal de traduções sem influências dos tradutores fosse atingido. No entanto, segundo Campos (2004), as pesquisas nesta área já foram quase totalmente abandonadas, pois muitos reconhecem que a "inteligência artificial" não pode executar algumas tarefas que o homem executa. Até hoje, a máquina de traduzir não passa de um Aquiles sem sandálias: ela pode muito bem operar com alguns tipos de textos, muito limitados, que tratam de alguns assuntos escritos de maneira bem simples, mas não de traduções mais longas e, principalmente, de obras literárias. Vários programas ou *sites* de tradução mostram, no resultado, um calcanhar desprotegido que é preciso cobrir artesanalmente. Dois simples exemplos são suficientes para compreender por que a tradução é uma tarefa humana: o fato de algumas línguas terem estruturas gramaticais muito diferentes[333] e a quantidade de significados distintos que uma mesma palavra pode expressar[334] – ainda mais quando tomadas em gírias ou expressões idiomáticas[335]!

Os tradutores automáticos instalados em nossos computadores e os *sites* de tradução não auxiliam em quase nada uma empreitada como a minha. No entanto,

---

[333]Cito, como exemplo, um tipo de verbo alemão composto por partículas: o verbo *einkaufen*, quando conjugado, associa a flexão de *kaufen* com a pessoa que faz a ação e apresenta a partícula *ein* somente no final da frase; acontece que só a palavra *kaufen* já é um outro verbo, com outro significado, que na tradução automática feita pela máquina não consegue restituir a esta parte a partícula do final da frase para chegar ao equivalente ao verbo *einkaufen*.

[334] A palavra "esperar", em português, pode ser usada para "esperar durante algum tempo" (esperar numa fila de banco, por exemplo), quanto para "ter esperança" ("espera no Senhor", aconselha um dos Salmos do Rei Davi). Traduzi-la para o inglês exige considerar o contexto (o que muitos tradutores automáticos não são capazes de fazer), a fim de que se escolha entre as opções "wait" ou "hope". O mesmo ocorreria com uma tradução para o italiano ("aspettare" ou "sperare") e para o francês ("attendre" ou "espérer").

[335] A expressão "me ne faccio um bafo", em italiano, equivale à nossa "não estou nem aí". No entanto, corre-se o risco de os tradutores automáticos utilizarem "bigode" no lugar de "bafo", pois é o que o termo significa isoladamente. Outro exemplo: em português as pessoas se enganam "redondamente" e, em francês, "quadradamente" ("nous nous sommes tromprés carrément" equivale a "nos enganamos *quadradamente*").

sabendo que “nem mesmo o autor do texto-fonte pode garantir uma leitura verdadeira de sua própria obra [e que] não há como impedir que aquilo que ele tenha produzido seja, de alguma forma, ‘apropriado’ pelos leitores” (AMORIM, 2005, p. 35), o tradutor sente-se acuado pelo pensamento de que, talvez, tenha praticado alguma forma de violência em relação ao texto original, pois o tradutor não consegue permanecer “invisível” e, de uma maneira ou de outra, promove intervenções. O tema da apropriação na tradução é marcado por um paradoxo: “traduzir é apropriar o texto, mas, ao mesmo tempo, o texto jamais é apropriado” (AMORIM, 2005, p. 230) e a *pureza* da tradução não passa de uma aspiração teórica (ECO, 2007).

Neste processo de tradaptação, renunciando (como disse Ricœur) à tradução perfeita e aceitando que, mesmo sem querer, acabaria contaminando o texto original, tentei, durante todo trabalho, fugir dos *quatro erros da tradução*, apontados por Barbosa (2007).

O primeiro tipo de erro diz respeito à língua: apesar de não ser formado em letras, dediquei-me ao máximo no sentido de evitar erros gramaticais, de sintaxe e de vocabulário; sei que fiz muitas mudanças gramaticais que foram ditadas pelas estruturas obrigatórias da língua receptora, tais como modificar a ordem das palavras numa frase, trocar verbos por substantivos ou vice-versa, transformar algumas frases interrogativas em afirmativas[336] etc, mas espero que o resultado, como se diz por aí, apareça em “bom e velho português”.

O segundo tipo de erro é relativo ao sentido do texto: o texto original costuma ter como público-alvo pessoas que falem o mesmo idioma que o autor e compartilhem, com ele, experiências culturais bastante próximas[337]. Já os leitores da tradaptação poderão ou não – dependendo da vivência pessoal de cada um – ter experiências semelhantes àquelas dos ingleses, mas não pude fiar-me nisso. Para preservar o sentido do texto original, julguei imprescindíveis as notas de rodapé; são elas que mais consistentemente fazem, no papel, a vez do condutor entre as pontes, aproximando o livro de Carroll do leitor em língua portuguesa.

O terceiro tipo de erro refere-se ao estilo do texto: no caso de *Euclides e seus Rivais Modernos* tive bastante cuidado para manter o *nonsense* dos textos carrollianos, o

[336] Um exemplo deste interessante caso: a frase original “In this particular case I think you will allow that I had good reason for not adopting the method of superposition?” (Ato I, Cena II, § 6) teve seu sentido bem preservado ao ser reescrita na frase afirmativa: “Neste caso, em particular, acho que você admitirá que tive boas razões para não adotar o método da superposição”.
[337] Uma destas situações acontece, por exemplo, quando Carroll usa um termo do jogo de críquete para referir-se à nota zero. Este jogo, bastante conhecido dos ingleses, praticamente inexiste no Brasil.

qual é apoiado, entre outras características, pelo uso de termos "comuns" que parecem deslocados da ideia central do texto (são palavras não-matemáticas como "pulga", "pera", "flauta" etc e nomes de alguns personagens literários que, em sentenças logicamente organizadas, em meio à linguagem científica, ajudam Minus a desqualificar os livros dos rivais modernos); e, quando me pareceu adequado, optei por um vocabulário que "passasse a ideia" de um diálogo que ocorre no século XIX. Aprendi que o uso de um sinônimo em vez de outro pode conotar distintos níveis de educação e extração social e que, por isso, num romance, "atribuir a um personagem um uso de preferência a um outro pode contribuir para desenhar seu perfil intelectual e, portanto, incidiria sobre o sentido global da história contada" (ECO, 2007, p. 33).

O quarto e último tipo de erro está relacionado à finalidade do texto: *Euclides e seus Rivais Modernos* é um livro *sobre* matemática, e foi traduzido como tal, sem a intenção de tornar sua leitura mais palatável para o público em geral. As anotações de Carroll mostram que ele esperava que outros tipos de leitores também conhecessem seu livro, mas se isso não o levou a escrever certas passagens de modo a torná-las mais palatáveis aos não versados em matemática, não seria eu a fazer isso. As análises, definições, demonstrações e críticas aparecem na tradaptação na íntegra, considerando-se também que esta é uma obra escrita de uma maneira diferenciada, valendo-se da linguagem teatral e dos peculiares trocadilhos e brincadeiras usuais a Carroll.

Tentei, ao máximo, honrar as características dos escritos de Carroll e transpassar as dificuldades que existem em qualquer trabalho de tradução. Lefevere (que chama de "reescritura" à tradução, como falamos antes) comenta que uma das recompensas que os profissionais que fazem reescrituras têm é a responsabilidade pela sobrevivência de obras literárias. Em suas análises, ele comenta que as reescrituras de T. S. Eliot[338] e outros modernistas e as reedições do final da década de 1970 foram responsáveis pela redescoberta, respectivamente, da poesia de John Donne[339] e das obras feministas clássicas. Sentir-me-ei recompensado se minha tradaptação trouxer à obra de Carroll novos leitores, críticos e admiradores. Foi por isso que me aventurei por este passeio desconhecido que teve, como um dos resultados, o nascimento de uma paixão pessoal pelas potencialidades e inter-relações da linguagem.

[338] Thomas Stearns Eliot (1888-1965) nasceu americano, mas mudou-se para a Inglaterra aos 25 anos. Considerado um poeta modernista, foi também dramaturgo e crítico de arte. Em 1948 ganhou o Prêmio Nobel de Literatura.
[339] John Donne (1572-1631) foi um poeta e pregador inglês.

> Menos interessados em imitar o Todo-Poderoso, menos confiantes no poder mágico da palavra, mas igualmente preocupados com a descoberta dos papéis secretos que governam um sistema de signos e símbolos, os entusiastas dos jogos de palavras, como os antigos cabalistas, permutam, contam, rearranjam dividem e voltam a reunir as letras pelo puro prazer de extrair ordem do caos. Por trás da paixão dos que resolvem palavras cruzadas, dos que fazem trocadilhos, anagramas, palíndromos, dicionários, dos jogadores de Scrabblee, dos criptoanalistas, existe uma espécie de fé louca na racionalidade final da linguagem (MANGUEL, 2006, p 71).

Parte II – Literatura e Matemática: uma Interface Possível

"Eu sempre imaginara o Paraíso como tendo o aspecto de uma biblioteca. Outras pessoas pensam num jardim, outras talvez pensem num palácio" (BORGES, 2011, p. 200). Esta afirmação só poderia ser feita por alguém realmente apaixonado pelos livros. O amor pelos livros, pelo ato de ler e a força das circunstâncias nutriram minhas pesquisas sobre a interface literatura/matemática,

> não só pelo elo que esta relação propicia entre a imaginação e o raciocínio matemático, mas também porque, através da literatura, nos é possível fazer contato com uma "outra" matemática: uma matemática que se mistura às narrativas, às vezes dando-lhes suporte e criando enigmas, uma matemática que ajuda a desfazer a ideia predominante de que é impossível comungá-la com outras manifestações humanas que não sejam as ciências exatas ou aproveitá-la apenas em seus aspectos formal e funcional na arquitetura e na pintura, por exemplo; uma matemática que pode servir como inspiração para os escritores, que seja fonte de agradável passatempo, que promova a curiosidade ou motive a especulação do leitor comum (MONTOITO, 2010, p. 1137).

Há pesquisadores e teóricos da educação que comungam das ideias das quais também eu tenho falado e, obviamente, pesquisam sobre literatura, histórias etc associadas ao ensino. Há, também, e talvez antes dessas referências das quais me aproprio, um caminho interior, como um norte pessoal (um modo de ver o mundo e de reconhecê-lo nas páginas dos livros, de poder observar pessoas, locais, situações etc):

> todos nós, crianças, estudantes, professores, empresários ou donas de casa estamos permanentemente mergulhados num mar de histórias.
> Elas compõem e estruturam nosso cotidiano: contamos e ouvimos histórias continuamente. Ao encontrar amigos, ao apresentar nossas ideias e conceitos, ao discutir e defender nossas posições, ao projetar nossas perspectivas de futuro e até mesmo ao buscar um sentido mais pleno para nossas vidas, somos perpassados por fios de histórias. Uma boa parte do que ouvimos e contamos, entre familiares, em animadas reuniões sociais ou no ambiente de trabalho, são episódios encadeados em consequentes desdobramentos, caracterizando o gênero narrativo. Trata-se de um atributo inerente à nossa condição humana: a capacidade de armazenar na memória e lembrar é maior quando os fatos se organizam em histórias e, por isso, até mesmo uma

> parcela considerável do conhecimento acumulado pela humanidade chega até nós em forma de narração (MARIA, 2009, p. 33).

Quando falamos em "História da Matemática", "História da Ciência", "História da Humanidade" etc, consideramos sua faceta narrativa: não sabemos precisar ao certo quem escreveu estas "histórias" que lemos ou estudamos, quais outras "histórias" foram abandonadas ou ficaram perdidas para que conhecêssemos estas, e nem mesmo quais partes delas são aproximações legítimas ou distorções propositais. A Grande História do Mundo, da qual todos somos, ao mesmo tempo, personagens e escritores, aparece registrada em diversos fragmentos, dentre os quais os livros que chegam às nossas mãos.

Chamo-lhes a atenção, antes de seguirem na leitura, para o que será dito agora: não digo que darei aulas utilizando *Euclides e Seus Rivais Modernos*, nem afirmo que ele deva ser adotado como material didático para as salas de aula. Para defender tais ideias, deveria ao menos ter tentado aplicá-las. Minha proposta, aqui, é desenvolver uma tradução e alguns estudos sobre as cercanias desta obra, explorando alguns dos aspectos que o trabalho com o livro me suscitou.

Antes de tratarmos da vinculação entre literatura e conteúdo "científico" específico, proponho pensarmos um pouco (bem pouco e bem rapidamente, pois nosso tema não é especificamente esse) na função que a leitura, quando ensinada e estimulada, desempenha – ou poderia desempenhar – em aula. Para isso, uso um fragmento de Manguel (2009):

> Uma sociedade deve ministrar o conhecimento de seus códigos a seus cidadãos, de maneira que estes possam participar ativamente dela; mas o conhecimento desse código, além da mera capacidade de decifrar um slogan político, um anúncio publicitário ou um manual de instruções básicas, permite a esses mesmos cidadãos questionar essa sociedade, expor suas mazelas e propor mudanças. No próprio sistema que lhe permite funcionar como sociedade encontra-se o poder de subvertê-la, para melhor ou para pior. De modo que o professor, a pessoa designada por essa sociedade para ensinar a seus novos membros os segredos de seus vocabulários compartilhados, transforma-se, na realidade, num perigo para a própria sociedade, num Sócrates capaz de corromper os jovens, em alguém que deve, por um lado, ensinar rebeldemente a desobediência civil e a arte do questionamento crítico e, por outro, submeter-se às leis da sociedade que lhe conferiu o cargo de professor – e submeter-se até o ponto de autodestruição, como no caso de Sócrates. Um professor está sempre preso a esse duplo-cego: ensinar os estudantes a pensar por conta própria, mas ensinar de acordo com uma estrutura social que impõe um freio ao pensamento. A escola, tanto no mundo de Pinóquio quanto no nosso, não é um campo de treino para se transformar num menino melhor e mais pleno, e sim um lugar de iniciação ao mundo dos adultos, com suas convenções, seus requisitos burocráticos, seus acordos tácitos e seu sistema de castas. Não existe nada parecido com uma escola para anarquistas e, no entanto, em certo sentido, todo professor deve ensinar

> anarquismo, deve ensinar os estudantes a questionar regras e regulamentos, a pedir explicações para o dogma, a enfrentar imposições sem se render aos preconceitos, a exigir autoridade daqueles que estão no poder, a encontrar um lugar a partir do qual possam expressar suas próprias ideias, mesmo que isso signifique se opor a esse mesmo professor e, em última instância, livrar-se dele (MANGUEL, 2009, p. 47).

Discutir a pertinência de mobilizar textos literários em sala de aula implica compreender – ou, ao menos, registrar – o que talvez seja um dos motivos dessa dissociação entre literatura e conhecimento científico: o conhecimento proporcionado pelos escritores de literatura, quando comparado ao científico, em geral não é levado a sério e, nas palavras de Maria (2009), é tido por muitos como um conhecimento inferior, pois provém da intuição e da criatividade, sendo que ambas não podem ser verificadas no microscópio dos laboratórios ou demonstradas logicamente como um teorema. Mas, pensemos: quantas vezes a intuição decidiu o curso da História? Por quantos anos alguns cientistas, matemáticos e estudiosos diversos dedicaram-se aos "devaneios" da sua intuição para, somente muito tempo depois, terem confirmadas suas teorias? O Náutilus de Julio Verne não é um ancestral literário do submarino? Os clones de Isaac Asímov não são embriões do debate científico e ético sobre a clonagem humana? Desprezar, pois, estes conhecimentos que o leitor pode adquirir nas páginas da literatura é, a meu ver, um erro que tem sido repetido em nossas aulas.

Vários pesquisadores, como Maria (2009), Nacarato e Lopes (2009), Rojo (2002), Stadler (2009), Tajeyan (2005) etc têm mostrado que a formação científica dos alunos pode ser alavancada a partir da leitura de uma diversidade de textos cujos propósitos se dividem entre entreter, argumentar, persuadir etc, ou seja, têm finalidades que vão além daquela de cumprir as exigências de um programa escolar.

> Ainda que os textos alternativos ao livro didático apareçam como recurso didático em algumas salas de aula, sendo utilizados esporadicamente por uma parcela mesmo que pequena dos professores, eles concentram-se nas suas áreas específicas: poesias, músicas e charges para o ensino de língua portuguesa, reportagens de jornais e revistas para o ensino de geografia ou história, tabelas e índices para o ensino de matemática, reportagens sobre meio-ambiente ou animais para o ensino de biologia etc. Pouco (ou quase nada) se vê a respeito de, por exemplo, textos alternativos sendo utilizados fora das aulas de literatura ou língua portuguesa. Isso ocorre porque se tem considerado os textos apenas pelo conteúdo que especificamente encerram, numa visão pontual e limitada, sem se levar em conta que estes podem ser articulados com diversos conceitos e conteúdos distintos. Além disso, há um aspecto bastante importante que tem passado despercebido: o valor da imaginação e da afetividade na construção de ideias, conceitos e visões de mundo e, portanto, de ciência (CAMPOS e MONTOITO, 2010).

Vejamos alguns exemplos: nenhum aluno conseguirá construir uma máquina do tempo, mas todos podem discutir as implicações de uma viagem assim ao lerem *A Máquina do Tempo*[340]; ainda que seja difícil viajar pelo mundo todo, é possível discutir a diferença de culturas e a globalização ao se ler *A Volta ao Mundo em 80 Dias*[341]; pode-se questionar o futuro da sociedade ao se ler sobre o mundo das máquinas e das tecnologias, retratado nos livros de Isaac Asímov[342]; os diversos abusos que podem prejudicar a vida, decorrentes dos avanços da medicina e da farmacologia, estão bem representados nos cenários das narrativas de Robin Cook[343]; as aulas de história e geografia podem ser enriquecidas com a discussão sobre as dificuldades do sertanejo ao lermos *O Quinze*[344] ou sobre as batalhas que aconteceram no Rio Grande do Sul, registradas em *O Tempo e o Vento*[345]; discussões sobre genética e os abusos da medicina podem ser incentivadas pelo *Frankenstein*[346] etc. Deste ponto de vista, os textos literários podem ser considerados como um recurso enriquecedor no processo de ensino e aprendizagem, pois trazem novas questões, ampliam a visão de ciência e de mundo do aluno e do professor, aprofundam e contextualizam os conteúdos abordados e podem se articular a novas metodologias e estratégias de ensino e pesquisa. Os textos literários podem ajudar a combater o equívoco do saber particionado, em que cada disciplina fala somente de si mesma.

> Minha sugestão é que a promoção da leitura na escola seja feita no âmbito de todas as disciplinas, seja estimulada permanentemente por todos os professores. Essa estratégia faz a diferença. Não conheço nenhum leitor, verdadeiramente leitor, que "caiba" no restrito espaço de uma única disciplina. Quem lê somente o que lhe diz respeito, conforme sua área de atuação profissional, quem lê somente o conteúdo de sua disciplina (professor de biologia que só lê biologia, professor de literatura que só lê literatura, professor de matemática que só lê matemática), seguramente não é leitor. Aqueles que descobriram o prazer da leitura, aqueles em que a experiência da leitura inoculou o vírus da curiosidade, estes sentem uma fome indiscriminada, tornam-se glutões sempre ávidos de sabedoria. Assim como o mundo se articula hoje sobre uma extraordinária presença da escrita, e um fluxo de informações de dimensão incalculável, assim também ele pede, conclama, exige um leitor de olhar plural e interesses os mais variados: um ser formado na leitura (MARIA, 2009, p. 106-107).

---

[340]WELLS, H. G. **A Máquina do Tempo.** Tradução de Daniel Piza. São Paulo: Nova Alexandria, 1994.
[341] VERNE, Julio. **A Volta ao Mundo em 80 Dias.** Tradução de Vieira Neto. São Paulo: Hemus, [s/d].
[342] Alguns dos seus contos estão disponíveis, em língua portuguesa, na coleção **Histórias de Robôs** (volumes 1, 2 e 3), publicados pela editora L&PM.
[343] Alguns títulos de Robin Cook, disponíveis em língua portuguesa: **Coma**, **Mutação**, **Vírus**, **Estado Crítico**.
[344]QUEIROZ, Raquel de. **O Quinze.** São Paulo: José Olympio, 2004.
[345] A série **O Tempo e o Vento**, de Érico Veríssimo, é composta de 7 volumes: **O Continente** (volumes 1 e 2), **O Retrato** (volumes 1 e 2) e **O Arquipélago** (volumes 1, 2 e 3).
[346] SHELLEY, Mary. **Frankenstein**. Tradução de Miécio Araújo Jorge Honkins. Porto Alegre: L&PM, 1997.

No que diz respeito mais propriamente à matemática, Odifreddi[347] (2007) é um dos autores que comenta vários livros em que há "passagens matemáticas", deixando claro, também, que diferentes narrativas falam de diferentes assuntos: há histórias que englobam conceitos do ensino fundamental (como, por exemplo, a divisibilidade, no conto *A Morte e a Bruxa*, de Jorge Luís Borges), e outras que nos inspiram a pensar sobre a matemática avançada (como, por exemplo, em *A Divina Comédia*, de Dante Alighieri, em que o Paraíso tem a estrutura de uma hiperesfera). Além dos *conteúdos*, Odifreddi também comenta alguns livros estruturados segundo uma "organização matemática", como os diagramas que podem ser montados a partir da narrativa de *O Castelo dos Destinos Cruzados*, de Italo Calvino, e as diversas "experiências literárias" do grupo OULIPO.

Conforme diz Stadler[348] (2007), a literatura está cheia de deliciosas mensagens, implícitas, de conteúdos de matemática para todos os níveis de estudo: selecionei alguns fragmentos que, ao tratarem de aritmética, geometria (plana e espacial) e análise, são exemplos disso.

Que tal começar os estudos de aritmética junto com os personagens do Sítio do Pica-pau Amarelo?

> Imediatamente o cobertor que servia de cortina abriu-se e um grupo de artistas da Aritmética penetrou no recinto.
> ─ São os **Algarismos**! ─ berrou Emília, batendo palmas e já de pé no seu tijolo, ao ver entrar na frente o 1, e atrás dele o 2, o 3, o 4, o 5, o 6, o 7, o 8, o 9. Bravos! Bravos! Viva a macacada numérica!
> Os algarismos entraram vestidinhos de roupas de acrobata e perfilaram-se em ordem, com um gracioso cumprimento dirigido ao respeitável público. O Visconde então explicou:
> ─ Estes são os célebres **Algarismos Arábicos**, com certeza inventados pelos tais árabes que andam montados em camelos, com um capuz branco na cabeça. A especialidade deles é serem grandes malabaristas. Pintam o sete uns com os outros, combinam-se de todos os jeitos formando **Números** e são essas combinações que constituem a **Aritmética**.
> ─ Que graça! ─ exclamou a Emília. Quer dizer então que a tal Aritmética não passa de reinações dos algarismos?
> ─ Exatamente! ─ confirmou Visconde. Mas os homens não dizem assim. Dizem que a *Aritmética* é um dos gomos duma grande laranja azeda de nome

[347]Odifreddi é um dos membros do OPLEPO (Opificio de Letteratura Potenziale), grupo de escritores inspirado nas ideias do grupo francês OULIPO (Ouvroir de Littérature Potentiel). Os membros destas "oficinas de literatura potencial" dedicam-se a escrever romances ou poemas valendo-se da matemática para compor a estrutura narrativa, criando novas formas.

[348] Para conhecer alguns exemplos, sugerimos a leitura do trabalho de Stadler, no qual a autora comenta excertos de *Dom Quixote*, *Romeu e Julieta*, *O Sol é para Todos*, *Guerra e Paz* etc, nos quais são encontradas "evidências" de conteúdos matemáticos ou a partir dos quais a matemática pode ser mobilizada como chave interpretativa.

> Matemática. Os outros gomos chamam-se Álgebra, Geometria, Astronomia. Olhem como são bonitinhos... O que entrou na frente, o puxa-filas, é justamente o pai de todos – o Senhor 1. (LOBATO, 1998, p. 9)

Sobre geometria, uma passagem de *As Viagens de Gulliver*:

> O primeiro pedido que fiz depois de conseguir a liberdade foi ter licença para conhecer Mildendo, a metrópole. O imperador deu imediata permissão, mas com o compromisso especial de que eu não machucaria nenhum habitante nem danificaria as casas. O povo foi avisado, por proclamas, da minha visita à cidade. A muralha que a rodeia tem setenta e seis centímetros de altura, pelo menos vinte e oito centímetros de largura, tanto que uma carroça e cavalos poderiam movimentar-se muito bem sobre ela, e a cada três metros era flanqueada por maciças torres. Passei por cima do portão oriental e me movimentei com todo cuidado, andando de viés pelas duas ruas principais, vestindo apenas o colete, por medo de fazer estragos em telhados e calhas com as abas do meu casaco (...). A cidade forma um quadrado perfeito, e cada lado da muralha mede cerca de cento e cinquenta e dois metros de extensão. As duas enormes avenidas que a atravessam e a dividem em quatro zonas têm cerca de um metro e meio de largura. As ruas e alamedas nas quais eu não podia entrar, portanto apenas via de passagem, medem de trinta a quarenta e cinco centímetros de largura. A cidade tem capacidade para abrigar quinhentas mil almas. Os prédios têm de três a cinco pisos. As lojas e mercearias são bem providas.
>
> O palácio do imperador fica no centro da cidade, no local em que as duas grandes avenidas se cruzam. É rodeado por uma muralha com sessenta e um centímetros de altura, que fica à distância de seis metros dele (...). O pátio externo é um quadrado de um quilômetro e duzentos metros e inclui dois outros pátios: no pátio interno ficam os aposentos reais, que eu gostaria muitíssimo de ver, mas é muito difícil, uma vez que os portões que ligam um pátio ao outro têm no máximo quarenta e cinco centímetros de altura e dezoito centímetros de largura. (SWIFT, 2003, p.71-72).

... a comunicação com seres estranhos, talvez possa ser feita lançando mão da mesma artimanha utilizada pelo astronauta de *O Planeta dos Macacos*, de Pierre Boulle:

> Como não havia pensado em utilizar este meio tão simples? Recordando meus estudos escolares, desenhei sobre o bloco a figura geométrica que ilustra o teorema de Pitágoras. Não escolhi este tópico casualmente. Lembrei que, na minha juventude, havia lido um livro sobre empresas do futuro, no qual se dizia que um sábio tinha se servido deste procedimento para entrar em contato com inteligências de outros mundos (...). Agora era ela que se mostrava ávida por estabelecer contato. Agradeci mentalmente a Pitágoras e me atrevi um pouco mais pelos caminhos da geometria. Em uma folha desenhei, como melhor sabia, as três cônicas com seus eixos e focos; uma elipse, uma parábola e uma hipérbole. Depois, em outra folha, desenhei um cone de revolução. Devo recordar que a intersecção de um corpo desta natureza com um plano é uma das três cônicas que seguem o ângulo de intersecção. Fiz a figura quando resulta na elipse e, voltando ao meu primeiro desenho, indiquei com o dedo à maravilhada símia a curva correspondente (BOULLE apud STADLER, 2009, p 58).

... e algumas relações de análise, pautadas no conceito de infinito, com relação à sua definição e relação entre conjuntos:

> 1. Área: Infinita.
> O *Guia do Mochileiro das Galáxias* oferece a seguinte definição para a palavra “Infinito”:
> Infinito: Maior que a maior de todas as coisas e um pouco mais que isso. Muito maior que isso, na verdade, realmente fantasticamente imenso, de um modo totalmente estonteante, tipo “puxa, isso é realmente grande!”. O infinito é tão totalmente grande que, em comparação a ele, a grandeza em si parece ínfima. Gigantesco multiplicado por colossal multiplicado por estonteantemente enorme é o tipo de conceito que estamos tentando passar aqui (...).
> 4. População: Nenhuma.
> É fato conhecido que há um número infinito de mundos, simplesmente porque há um espaço infinito para que esses mundos existam. Todavia, nem todos são habitados. Qualquer número finito dividido por infinito é tão perto de zero que não faz diferença, de forma que a população de todos os planetas do Universo pode ser considerada igual a zero. Disso podemos deduzir que a população de todo o Universo também é zero, e que quaisquer pessoas que você possa encontrar de vez em quando são meramente produtos de uma imaginação perturbada (ADAMS, 2004, p. 138).

Na época em que viveu, muito antes de surgirem as indicações para o uso de textos alternativos como recurso didático, Carroll já tinha percebido que seus alunos chegavam à universidade sem os conhecimentos necessários para prosseguirem seus estudos. Devido a isso, dando vazão à sua criatividade, começou a inserir histórias e toques de humor em suas equações e silogismos (MONTOITO, 2011), com o intuito de estimular os estudantes e ajudá-los a superar os exames universitários, chegando mesmo, algumas vezes, a pagar “do próprio bolso para publicar guias de matemática e lógica para os estudantes, aos quais acrescentou, mais tarde, obras que exploravam novas dimensões dessas disciplinas” (COHEN, 1998, p. 102).

Carroll pregava que o ensino transmitido apenas oralmente podia causar uma grande confusão e enfado. Sua crítica ao sistema educacional da época, evidenciada no poema que segue, permanece bastante atual:

> O ponto mais importante, vejam bem, é que o professor seja revestido de um ar de *majestade* e colocado a uma certa distância do aluno; o aluno, por sua vez, deve ser *degradado* tão baixo quanto possível.
> Mesmo porque, vocês bem sabem, o aluno nunca é tão humilde quanto deve.
> Por isso é que eu me sento no ponto mais recuado da sala; atrás da porta (que fica sempre fechada) senta-se um guarda; atrás da segunda porta (que também fica sempre fechada) senta-se um segundo guarda e, enfim, no pátio, senta-se o *aluno*.
> As perguntas são gritadas, um para o outro, e as respostas voltam pelo mesmo caminho. Fica um pouco confuso até que as pessoas se acostumem. Veja um pouco como a aula funciona:
> O professor – Quantas são duas vezes três?
> O Guarda – Qual é o aluno da vez?
> O Sub-guarda – O que a Rainha fez?

O Sub-sub-guarda – O seu cão é pequenez[349]?
O aluno – (timidamente) Dez reais.
O Sub-sub-guarda – Mas quais?
O Sub-guarda – Não sei mais.
O Guarda – Dois quintais.
O professor – (um pouco desconcertado, mas tentando outra pergunta) Divida cem por doze.
O Guarda – Por favor, não ouse!
O Sub-guarda – Mas que pose!
O Sub-sub-guarda – C'est quelque chose.
O Aluno – (surpreso) O que quer dizer isso?
O Sub-sub-guarda – Carregue a mala!
O Sub-guarda – Qual é a ala?
O Guarda – O baile é de gala.
E assim a aula prossegue. Tal como a vida.
(CARROLL, 1997, p. 15-16)

Sempre gostei deste poema, pois acho que ele traduz, realmente, a confusão que muitas vezes ocorre entre o que falamos e o que o aluno escuta; por isso acho relevante que o aluno, além de ouvir sobre algo, também possa ler, pensar, escrever e falar sobre isto.

Quando se pensa na vinculação entre literatura e matemática, a ideia de "imaginação" ocupa boa parte da cena, pois é esta capacidade humana que unirá o ambiente ficcional com os conceitos matemáticos, tendo como pano de fundo e suporte a linguagem/língua materna. Os elementos básicos para que exista um livro se mantêm quando o autor deseja que a matemática participe da sua narrativa:

> um livro, também uma peça de teatro ou um filme, contém, pelo menos, dois componentes: personagens e trama. Personagens vivos, verossímeis, que encarnam o pensamento e as paixões que vivem na cabeça e no coração dos homens. Nos identificamos com estes personagens, gostamos deles ou os odiamos... mas, em todo caso, eles nos emocionam. E, também, uma trama que nos mantém atentos, preso a ela. Queremos saber o que é que vai acontecer na próxima página. São os personagens e a trama que nos fazem desejar, como ocorre sempre com as boas narrativas, que o livro não acabe nunca. (...) Os teoremas matemáticos, olhados com cuidado, não deixam de ser a solução de um enigma. Estamos, pois, diante de uma trama mais atrativa e rigorosa do que a melhor novela policial, na qual o sangue, o suor e as lágrimas põem o matemático em seu exercício hercúleo, em sua luta titânica com os conceitos com os quais trabalha. Uma aposta que, para o próprio matemático, lhe vale a vida (LEGUINA, 2006, p. 54-55).

[349] Talvez haja, aqui, um pequeno erro na tradução de Newton Paulo Teixeira dos Santos: se ele estiver se referindo à raça do cão, o correto seria "pequinês". "Pequenez", como substantivo de pouca extensão, só parece fazer sentido neste trecho se o tradutor estivesse interessado em fazer um trocadilho com as palavras, tal qual às vezes Carroll fazia.

Considerações sobre *Euclides e Seus Rivais Modernos* e sua Tradaptação

A esta altura, uma pergunta poderia ser feita: por que a proposta de apresentar uma tradaptação da íntegra do livro, ao invés de uma versão resumida ou comentários sobre ele, cuja base seria a versão original?

Como tradaptador, me apresento também como leitor dessa obra de Carroll – como seria possível uma tradaptação desacompanhada de uma leitura? – e de outras obras – do mesmo Carroll e de outros autores – e, considerando que "toda obra de arte se desenvolve por meio [de] camadas incontáveis de leitura, e [que] cada leitor desnuda essas camadas para descobrir a obra em seus próprios termos, procurando decifrar o 'valor da obra' ", (MANGUEL, 2009, p. 62), julguei apropriado ter como objeto a íntegra do texto, e não um recorte dele. Essa é uma opção relativamente subjetiva que obviamente não nega a importância dos estudos que analisam obras originais ou já traduzidas ou se dedicam a investigar recortes de obras. A inexistência de uma tradução de *Euclides e Seus Rivais Modernos* para a língua portuguesa também foi um fator decisivo para essa minha opção de tradaptar, e tradaptar a íntegra do material. Ao mesmo tempo – dado que essa decisão é de natureza fortemente subjetiva – Umberto Eco fala sobre as vantagens de transitar por um corpo mais completo, mais estruturado de texto, do que se limitar apenas a uma ou outra de suas partes. Eco (2007) considera "trapaça" o corte de trechos ou de capítulos inteiros e se diz "escandalizado" quando percebe que o tradutor fez uma personagem dizer ou fazer (por imperícia ou por deliberada censura) o contrário do que está no texto original, mas há situações em que torna-se impossível não "abandonar" algo no meio da ponte da tradução. É o exemplo, diga-se, dos acrósticos que Carroll escreve para apresentar alguns de seus livros e que, nas traduções, não formam o nome das pessoas homenageadas[350].

Certa vez, Gabriel García Márquez[351] comentou em uma entrevista que o grande mérito dos romances é captar os detalhes, injetando partículas de humanidade em cada ação. O resultado disso é uma linha narrativa que "fisga" o leitor e quase não o deixa respirar de modo que, ansioso, ele avança na leitura com ímpeto de acabá-la e sente-se desamparado se um ou outro motivo o força a fazer uma pausa. A mesma história,

[350] Alguns exemplos de nomes formados por acrósticos: *Gertrude Chataway* (em *The Hunting of the Snark*, 1876 – na edição brasileira, o tradutor Alvaro A. Antunes consegue, à custa de um neologismo, manter o nome dela), *Isa Bowman* (em *Sylvia and Bruno*, 1889), *Princess Alice* e *Prince Charlie* (em *Puck Lost and Found*, poema publicado postumamente, 1898, em *Three Sunsets and Other Poems*).
[351] Esta entrevista é comentada por Luzia de Maria, cujo livro está nas referências finais deste diário.

contada em um resumo, perde em magia e em detalhes, limita a imaginação do leitor, deixa de ser impactante: acaba-se perdendo o leitor.

Acredito, ainda, que “quando lemos mais de uma obra de um mesmo autor, elas vão se complementando em nossa cabeça, ampliando nossa experiência sobre pontos em comum, fragmentos esparsos em todas elas que se complementam na cabeça do leitor” (MARIA, 2009, p. 89). Assim, a mim pareceu importante não apenas trabalhar a partir do texto integral, mas mobilizar, a todo momento, as outras obras do autor, como que numa tentativa de compreender não só o mosaico que é a produção de Lewis Carroll, mas a geometria desse mosaico, sua composição. Por já ter certa familiaridade com muitos de seus textos, essa opção pareceu-me exequível. Como justificativa à minha opção, posso ainda listar minha intenção de, com a tradaptação, contribuir para possíveis estudos historiográficos – sejam sobre a obra de Carroll, sobre a Matemática desenvolvida por Carroll, sobre a manutenção de *Os Elementos* como livro-texto por tantos séculos etc – ou mesmo para que futuramente possa ser desenvolvido um estudo comparativo sobre as definições, os termos e os conceitos matemáticos tratados equivocadamente nos livros que Carroll analisa, fazendo os alunos de graduação investigar e descobrir por que, naquelas frases tão bem escritas, há erros no que diz respeito ao *corpus* da matemática. Por tudo isso, considero importante ter disponível uma fonte integral e em língua portuguesa.

Assim eu me apropriei desse livro de Carroll: na íntegra, mas aos poucos, em movimentos de aproximação contínua. Se optei por esse tema e por desenvolvê-lo assim, é também por acreditar nas potencialidades que o texto abre ao leitor. “Os temas do mundo são pouco numerosos, mas os arranjos são infinitos” (MARIA, 2009, p.156). Então por que negligenciar, quando se estuda Geometria Euclidiana, a possibilidade de olhar sua história, os muitos percursos da humanidade que contribuíram para a manutenção de *Os Elementos* como livro-texto? Deve-se considerar, também, as forças que tentaram mudar este cenário? A obra de Carroll fala destas questões e pode, para diversos leitores, falar ainda de outras coisas. Uma obra abre-se ao mundo, entrega-se em possibilidades de leitura:

> Nem sempre se pode afirmar, com segurança, qual é o destino original de uma obra literária: ainda que tivesse sido escrito com fins políticos, um romance pode fazer uso de alegorias, contos de fadas ou aventuras juvenis em mundos desconhecidos e acabar sendo, ao longo do tempo, conhecido e classificado como uma obra infanto-juvenil. Uma obra escrita originalmente para um público infantil ou infanto-juvenil pode, futuramente, ser concebida, em virtude de uma recepção crítico-acadêmica, como uma obra para

> “adultos” ou leitores mais refinados, de perfil acadêmico. Em segundo lugar, o fato de uma tradução ser “integral” não significa que o tradutor não tenha condições de direcionar o texto-fonte para determinados públicos e, ainda assim, manter o seu trabalho na condição de “tradução” em meio aos leitores. (AMORIM, 2005, p. 125).

Além disso, Pereira (2007), no seu trabalho de tradutora, considera que a tradução ultrapassa o nível da mera disseminação de informação para enriquecer o acervo conceitual e terminológico da língua para a qual é traduzida. Um conceito, se traduzido de modo a expressar corretamente sua realidade e inter-relações com aquilo que o cerca, enriquece o vocabulário da língua portuguesa e aumenta as possibilidades de pensar do cientista brasileiro. No livro de Carroll, por exemplo, temos a palavra-mala *discodais* para referir-se às retas que não têm nenhum ponto em comum (*dis* é a primeira sílaba de *disjuntas*) e são codirecionais (de onde vêm o prefixo *cod* e o plural *ais*). Mas estas retas não se apresentam à nossa mente como retas paralelas? Por que Carroll, então, não as chamou assim? Será mesmo esta nomenclatura necessária? Eu mesmo, de início, não escapei da armadilha de chamá-las de *paralelas*. O fato é que a criação do termo gera uma nova discussão que exige do leitor estratégias, pensamentos e conexões novas e desconhecidas até então.

Carroll, em suas obras, reinventava, reorganizava e reapresentava a matemática para seus alunos: ainda que, por exemplo, o livro de Euclides (*Os Elementos*) já fosse bastante conhecido e estudado, Carroll apresentou sobre ele vários estudos novos, o que resultou em doze textos sobre este tema, publicados entre 1860 e 1888 (dentre esses estão *A Syllabus of Plane Algebrical Geometry*, *Notes on the First Two Books of Euclid Designed for Candidates for Responsions*, *Curiosa Mathematica – Part I: A New Theory of Parallels*). *Euclid Books I, II*, uma das primeiras tentativas de tornar os dois primeiros livros de Euclides mais acessíveis aos alunos de graduação e outros estudantes (COHEN, 1998), foi lançado em 1875, às expensas do próprio autor, e posteriormente, em 1882, revisto e publicado pela Macmillan, alcançando um total de oito edições até a morte de Carroll. Nele, “ao mesmo tempo em que [Carroll] mantém os métodos do autor da demonstração e sequências lógicas, acrescenta alguns axiomas, postulados e convenções para dar mais clareza ao material” (COHEN, 1998, p. 451). Carroll era, assumidamente, um defensor dos métodos de Euclides.

> *Os Elementos*, composto por 13 livros, reinou solitário por vinte séculos, até o início da época vitoriana, quando o mercado foi inundado por livros de orientação anti-euclidiana. A tentativa de desafiar as ideias de Euclides redundava, muitas vezes, em deturpação, e a variedade de maneiras de apresentar a geometria euclidiana acabou gerando uma grande confusão no

> estudo da matéria. Charles[352] deve ter ficado revoltado quando a Associação para a Melhora do Ensino de Geometria apresentou moção para destronar Euclides. Certamente, sentiu-se desafiado a deter essa horda de corruptores de Euclides revitalizando a verdadeira geometria euclidiana (COHEN, 1998, p. 450).

O *Euclides e Seus Rivais Modernos* de Carroll, cuja elaboração consumia às vezes entre seis e oito horas diárias (COHEN, 1998), pode ser visto como a maturidade das historietas e peças de teatro que o autor escrevia para marionetes e com as quais entretinha seus irmãos quando pequenos (FISHER, 2000). A obra também pode significar o reconhecimento do autor quanto ao valor do teatro, manifestação artística que adorava – "era um frequentador entusiástico de ópera e teatro numa época em que estes eram vistos com reservas pelas autoridades eclesiásticas" (GARDNER, 2002, p. x). Ainda assim, resultado de sua formação religiosa, Carroll reprovava a linguagem indecorosa e os diálogos picantes até mesmo nas peças consagradas, "e um dos seus muitos projetos inacabados foi o de superar Bowdler[353], preparando uma edição de Shakespeare apropriada para meninas. Planejava fazê-lo retirando certas passagens que até Bowdler julgara inofensivas" (GARDNER, 2002, p. x).

Em *Euclides e Seus Rivais Modernos* não há uma desvalorização ou abandono das demais geometrias[354] em detrimento da Euclidiana, mas sim uma defesa desta com relação às acusações de alguns geômetras "modernos":

---

[352] Charles Lutwidge Dodgson é, como já indicamos, o nome de batismo de Lewis Carroll.

[353]Thomas Bowdler (1754-1825) foi um médico inglês que se tornou famoso (e infame) por editar uma coleção intitulada *The Family Shakespeare* na qual fez modificações significativas em vinte peças do bardo, alterando e cortando trechos com o intuito de remover tudo o que, segundo sua opinião, pudesse causar ofensa à moral inglesa e aos costumes familiares (por exemplo: em *Hamlet*, a morte de Ofélia – um ato suicida – foi eufemizada num acidente por afogamento). Segundo Bowdler, quando ele era pequeno, seu pai fazia leituras familiares das peças de Shakespeare omitindo as partes que julgava inadequadas, e isto o motivou a escrever *The Family Shakespeare*. Alguns pesquisadores dizem que por trás da expurgação de muitos dos textos estava, na verdade, Henrietta Maria Bowdler, irmã de Thomas, que teria preferido se manter no anonimato. Tendo as mudanças sido feitas por Thomas ou por Henrietta, o fato é que o nome *Bowdler* tornou-se um epônimo em língua inglesa, e *bowdlerization* descreve o processo de censura pelo apagamento arbitrário de material "desagradável" de uma obra literária para purificá-la, ao invés de a banir. Um bom texto sobre este assunto é *Nem Anjo, Nem Demônio: uma Análise Cultural da Apropriação da Ofélia de Shakespeare em* The Family Shakespeare, de Cristiane Busato Smith, publicado na Revista Letras, número 77, p. 125-137, jan/abr de 2009, pela Editora UFPR.

[354] É provável que Carroll – que, como conta sua biografia escrita por Cohen (ver referências ao final deste diário), tinha uma vasta biblioteca e dedicava muito tempo à leitura de assuntos os mais diversos – tenha lido os trabalhos sobre as geometrias não-euclidianas. O matemático russo Nicolai Lobatchevsky começou a publicar seus estudos em 1835 e, em 1840, sua obra tornou-se amplamente conhecida através de uma edição em alemão. Carroll, que viveu na época desta "revolução" da geometria, não deve ter ignorado este acontecimento, mas parece que ele se preocupou pouco com a geometria hiperbólica por ela não expressar tão bem, a seu ver, a realidade, como a geometria euclidiana. Seu foco de atenção não eram as outras geometrias – o que é, no mínimo, curioso, pois a geometria hiperbólica e a esférica nascem do "rompimento" com o postulado das paralelas de Euclides –, mas sim as obras de outros autores que, segundo suas análises, deturpavam a de Euclides.

> Alguns geômetras, Dodgson entre eles, expressaram suas convicções profundas nas "verdades originais" da geometria euclidiana, mais precisamente porque essas preservavam uma ligação entre o mundo das experiências vividas e o reino das ideias, e assim poderiam prevenir a auto-referência das questões científicas. Em seu livro *Euclid and his modern rivals*, Dodgson expressa claramente a importância da geometria euclidiana como a base para a nossa percepção do mundo. Ele fala de um mundo no qual linhas paralelas nunca se encontram. Ele critica os conceitos que foram desenvolvidos; estes conceitos reconheceram a infinidade como parte do mundo e consideraram os números como meros instrumentos esvaziados de qualquer valor simbólico. Por que Dodgson seria tão resistente às geometrias não-euclidianas? Não penso que ele simplesmente as estava rejeitando. Eu diria que, para ele, elas eram essenciais para a compreensão do mundo, mas num nível poético ou fictício (DIONNE, 1998).

Euclides e Seus Rivais Modernos é uma peça de teatro desenvolvida em quatro atos que, em seu início, revela um professor no fatigante trabalho de corrigir provas. Exausto, adormece e sonha com o fantasma de Euclides que lhe oferece "um advogado do diabo [...] que representará cada um dos desafiantes da geometria euclidiana" (COHEN, 1998, p. 452). Nestas cenas são julgados os "rivais modernos", cujas opiniões contrapunham-se, em algum aspecto, à sistematização de Euclides. No entanto, os diálogos[355] deixam claro que todos esses rivais "apresentam falácias ou incoerências em seu trabalho, e todos sucumbem à lógica e ao arranjo superior de *Os Elementos* de Euclides" (COHEN, 1998, p. 452). Os muitos anos dedicados a este livro resultaram na tentativa de "tornar a geometria Euclidiana mais acessível a seus contemporâneos e revestiram Euclides de uma dignidade nova e moderna" (COHEN, 1998, p. 451).

A "história" propriamente dita aparece de maneira *teatral* (uma peça em quatro atos) e, numa situação surreal, o leitor entra em contato com os pensamentos de Legendre, Cooley, Cuthbertson, Henrici, Wilson, Pierce, Willock, Chauvenet, Loomis, Morell, Reynolds e Wright e, com isso, sutilmente, faz uma viagem pelo mundo dos pensamentos e ideias matemáticas que surgiram, se contrapuseram e se organizaram contra os postulados e a sequenciação/numeração de Euclides. O ambiente imaginário, os personagens fictícios, as situações que beiram o absurdo misturadas às informações reais e organizadas conforme as exigências do rigor matemático possibilitam ao leitor prever e conjecturar, ou seja, mobilizar formas de pensar que, segundo Frank Smith, apoiam a leitura:

[355] A forma narrativa do diálogo é uma preciosa ferramenta literária e potencial recurso pedagógico pelo menos desde Platão.

> diante das inúmeras possibilidades de interpretação que o mundo nos oferece, ao fazermos previsões, estamos eliminando previamente algumas das alternativas. A previsão é nossa forma de questionar o mundo, é o nosso olhar carregado de expectativa sobre tudo e qualquer coisa, todo o tempo. É nossa expectativa acerca do que podemos encontrar em um texto; não chegamos a ele como uma folha e papel em branco. Trazemos uma história; uma história que se constrói e amplia a cada texto lido.
> Previsão, diante do texto, significa a capacidade do leitor em formular perguntas, em criar expectativas, e compreensão significa a capacidade do leitor de encontrar respostas. A formulação de perguntas, a criação de previsões, acontece, durante uma leitura, como um fluxo permanente (SMITH apud MARIA, 2009, p. 81-82).

Prever, questionar, conjecturar são ações que interagem, seja para gerar resultados a serem demonstrados, seja para convencer-se de que a demonstração, efetivamente, garante determinada afirmação matemática. E há muitas demonstrações neste livro de Carroll, intermediadas pelos diálogos dos personagens: é a narrativa literária servindo como suporte a – e visando à – compreensão de ideias matemáticas. Pesquisadores da relação entre matemática e linguagem reconhecem que "a poesia e a matemática compartilham não somente a medida (no caso de versos rimados), mas também harmonia, beleza, jogo, artifício e criatividade. Por isso muitos poetas e matemáticos têm comparado a experiência de demonstrar um teorema com a de construir um poema" (URBANEJA, 2005, p. 3). Assim, Carroll parece construir sua obra: as demonstrações são intermediadas por diálogos entre os personagens, de modo que as falas acabam por apoiar a compreensão de símbolos e ideias e vice-versa.

A leitura e a compreensão das obras de Carroll ancoram-se na escolha das palavras que o autor julga adequadas para construção do sentido textual, já que a compreensão é intermediada pela linguagem, e mostram a habilidade de Carroll como escritor: Carroll seguidamente faz trocadilhos com os significados das palavras[356], usa termos comuns para referir-se a assuntos matemáticos ou vice-versa e, quando julga não haver uma palavra adequada para exprimir o que deseja, ele a inventa.

Segundo Larossa,

> as palavras produzem sentido, criam realidades e, às vezes, funcionam como potentes mecanismos de subjetivação. Eu creio no poder das palavras, na força das palavras, creio que fazemos coisas com as palavras e, também, que

[356] Parodiando as exigências do Departamento de Ciências Naturais da Universidade de Oxford, Carroll enviou uma carta para o Inspetor Sênior, em 1868, na qual, entre outras coisas, exigia "uma sala bem grande para calcular máximos divisores comuns", um "terreno ao ar livre para guardar raízes e praticar sua extração", uma "sala para reduzir frações aos seus menores termos", uma "faixa estreita de terra, cercada e nivelada com a máxima precisão, para investigar as propriedades das assíntotas e testar, na prática, se as linhas paralelas encontram-se ou não" etc (COHEN, 1998).

> as palavras fazem coisas conosco. As palavras determinam nosso pensamento porque não pensamos com pensamentos, mas com palavras, não pensamos a partir de uma suposta genialidade ou inteligência, mas a partir de nossas palavras. E pensar não é somente "raciocinar" ou "calcular" ou "argumentar", como nos tem sido ensinado algumas vezes, mas é sobretudo dar sentido ao que somos e ao que nos acontece. E isto, o sentido ou o sem-sentido, é algo que tem a ver com as palavras. E, portanto, também tem a ver com as palavras o modo como nos colocamos diante de nós mesmos, diante dos outros e diante do mundo em que vivemos (LAROSSA, 2002, p. 20-21).

A palavra, para Larossa, é um meio para que se possa atribuir significado à *experiência*, termo este definido pelo autor como "o que nos passa, o que nos acontece, o que nos toca. Não o que se passa, não o que acontece, ou o que toca. A cada dia se passam muitas coisas, porém, ao mesmo tempo, quase nada acontece" (LAROSSA, 2002, p. 21). Esta *experiência* é explorada em cada cena do livro: utilizando-se da linguagem cênica, Carroll mostra-se subjetivamente, como autor, em cada linha de seu texto, deixando claro seu esforço em defender Euclides e a geometria euclidiana, que lhe era tão cara, num momento em que, segundo seu ponto de vista, seu ensino estava sendo atacado e deturpado por vários livros novos que chegavam aos alunos com diferentes tratamentos ao tema. Carroll utiliza-se da palavra para entregar-se ao leitor, para fazê-lo conhecer suas experiências de vida: ele narra suas práticas em sala de aula com relação à geometria euclidiana – "tenho ensinado por aproximadamente vinte e cinco anos" (CARROLL, 2004, p. xi) –, sua opção por tratar o assunto com humor – "há assuntos, sem dúvida, que são, em sua essência, muito sérios para admitirem qualquer leveza de tratamento, mas não penso que a Geometria seja um deles" (CARROLL, 2004, p. x) – e sua inquietação ao escrever o livro – "amigos piedosos me avisaram do risco que corro: eles previram que, abandonando a dignidade de um escritor científico, poderia indispor-me com a solidariedade de todos os verdadeiros leitores científicos" (CARROLL, 2004, p. x).

Carroll também atua nas atitudes dos personagens: não negligenciando o estilo que define uma estrutura cênica, ele demarca os diálogos com expressões do tipo "desconfortavelmente", "longo silêncio", "começa a ler com voz insegura", "contorcendo-se, mas calado", "melancolicamente" etc. Estas palavras parecem ser seu modo particular de comunicar ao leitor suas reações frente ao que julga serem atrocidades impressas nos livros dos rivais modernos. Estes termos carregam as cenas de emoção e deixam claro, para o leitor, que Carroll considera pífias as argumentações dos rivais modernos. A cada embate, a cada vez que os argumentos de Minus triunfam sobre um outro livro, é possível perceber a lógica de raciocínio de Carroll, autor do texto, fazendo com que o livro de Euclides triunfe.

Segundo Cohen (1998), o resultado foi o esperado: a forma dramática atraiu e prendeu o leitor, e o humor, embora nasça muitas vezes de sutilezas técnicas, é um dos grandes elementos da narrativa. O livro não passou despercebido à imprensa: a *Vanity Fair*, em 12 de abril de 1879, julgou-o "absolutamente delicioso" e definiu-o como "um livro maravilhoso pelo trabalho nele contido e ainda mais maravilhoso pelo humor radiante com o qual é tratada a gravidade da matéria"[357] e o *English Mechanic*, em 2 de maio do mesmo ano, declarou "que o autor triunfou na tentativa de provar que, até agora, não foi escrito nenhum livro que possa ser comparado ao imortal *Os Elementos*, de Euclides, como introdução à geometria para *iniciantes*"[358]. A edição esgotou em seis semanas e a segunda edição, que serviu de base à tradaptação que apresento, foi publicada somente seis anos depois, tendo Carroll incorporado ao texto as sugestões e críticas que considerou válidas.

Considerando críticas tão positivas ao texto, parece estranho seu relativo esquecimento com o passar do tempo. Penso que há pelo menos duas respostas possíveis para esta questão: a primeira delas considera a hipótese de que *Euclides e Seus Rivais Modernos* tenha sido injusta e severamente comparado com os livros de Alice (COHEN, 1998), um equívoco de alguns críticos que não compreenderam que, apesar de o autor ser o mesmo, o objetivo e o público-alvo do livro eram distintos[359]. Um outro possível motivo para o relativo esquecimento da obra é o fato de Carroll contar demasiado com conhecimento científico já elaborado e trazido pelo leitor, sem dar-se conta de que nem todos tinham a mesma habilidade e afinidade com a disciplina que ele decidira tematizar e ajudara a desenvolver ao longo dos anos. De fato, alguns trechos de *Euclides e Seus Rivais Modernos* mostram um "assunto absurdamente difícil para a maioria das pessoas – mas que, se não chega a ser leve, é pelo menos inteligente e divertido. Pode-se ter dificuldade em apreender as sutilezas ou acompanhar a trama intrincada, mas qualquer um percebe a graça" (COHEN, 1998, p. 451).

[357] Esta crítica aparece numa nota inserida por Morton N. Cohen e Anita Gandolfo em *Lewis Carroll and the House of Macmillan* (p. 154), livro que reúne várias correspondências entre Carroll e seu editor (ver referências ao final deste diário).
[358] Idem à nota anterior.
[359] A "sombra" de Alice esteve sobre todos os outros livros de Carroll, até mesmo aqueles considerados "infantis" como os dois volumes das aventuras de Sílvia e Bruno e o *A Caça ao Turpente*.

O livro de Carroll não é, definitivamente, leitura para qualquer leitor. Mas "todo livro, bom ou ruim, tem seu leitor ideal" (MANGUEL, 2009, p. 35). Segundo Manguel (2009),

- O leitor ideal não segue uma história: participa dela;
- O leitor ideal é um leitor cumulativo: sempre que lê um livro, acrescenta uma nova camada de lembranças à narrativa;
- Depois de fechar o livro, o leitor ideal sente que se não o tivesse lido o mundo seria mais pobre;
- Ao ler um livro de séculos atrás, o leitor ideal sente-se imortal;
- O leitor ideal assegura, para um livro, a promessa da ressurreição;
- Anotações nas margens indicam um leitor ideal;
- O leitor ideal é capaz de se apaixonar por um dos seus personagens.

Tentei ser um leitor ideal de Carroll, e foi com essa disposição que me lancei à empresa de tradaptar *Euclides e Seus Rivais Modernos*. Talvez eu tenha cometido uma ou outra "perda absoluta", como diz Eco (2007). Mas em minha defesa posso afirmar que tentei juntar várias peças neste mosaico complicado que é a narrativa e nesse processo caótico que é a tradução.

Os tradutores "sofrem coerções dos tempos em que vivem, das tradições literárias que tentam conciliar e dos traços das línguas com as quais trabalham" (RODRIGUES, 2000, p. 170), daí a tradução literária ser uma categoria histórica mutável, em movimento, e não um fenômeno dissociado do tempo em que ocorre. É por isso que, em diferentes épocas, surgem diferentes traduções e é por isso que o tradutor, sempre, corre riscos:

> traduzir nunca é fácil; há casos em que as dificuldades acabam resolvidas espontaneamente, quase inconscientemente colocando-se em sintonia com o tom do autor. Mas para os textos estilisticamente mais complexos, com diversos níveis de linguagem que se ajustam alternadamente, as dificuldades devem ser resolvidas frase a frase, seguindo o jogo do contraponto, as intenções conscientes ou o pulsar inconsciente do autor. Traduzir é uma arte: a passagem de um texto literário, qualquer que seja o seu valor, a uma outra língua, requer a cada instante algum tipo de milagre. Sabemos todos que a poesia em verso é intraduzível por definição; mas a verdadeira literatura, até mesmo aquela em prosa, vive ela mesma na margem intraduzível de cada língua. O tradutor literário é aquele que arrisca tudo o que tem (incluindo a si mesmo) para traduzir o intraduzível (CALVINO, 2011, p. 79-80).

Ricœur (2011) escreve que, para contrabalançar as perdas assumidas pelo que é intraduzível do texto original, o tradutor encontra sua felicidade na *hospitalidade linguística*, "onde o prazer de habitar a língua do outro é compensado pelo prazer de receber, em casa, na acolhida de sua própria morada, a palavra do estrangeiro" (RICŒUR, 2011, p. 30).

Somente depois de acabar a tradaptação do livro – um processo que, como já descrevi, aprendi partes na teoria e partes enquanto o ia realizando – é que me vejo pronto para voltar à imagem do círculo e da tangente, usada por Benjamin, para representar a tradução. Preciso registrar neste diário que não concordo com ela. Não vejo que a tradução tenha somente um pequeno e frágil ponto de contato com o texto original, e que se afaste cada vez mais deste ponto. Assumo que há fidelidade e traição, conjuntamente, ao texto original, no sentido em que o intraduzível é substituído pela busca de uma equivalência presumida, uma equivalência que talvez não se consiga atingir totalmente, mas que pode ser buscada, trabalhada, presumida (RICŒUR, 2011). O intraduzível pode ser torcido, deformado, repuxado nesta busca.

Se eu fosse tentar comunicar, a um estudante de matemática, a ideia da tradução – melhor dizendo, no meu caso, da tradaptação –, usaria uma metáfora mais ligada à raiz *traducere*: *traduzir é resolver um problema de topologia*, como o de transformar um retângulo em um toro bidimensional ordinário. A topologia[360], também conhecida como *geometria elástica*, estuda as propriedades das figuras que, desenhadas numa forma, continuam invariantes quando transformadas. Ao trazer para o português *Euclides e Seus Rivais Modernos*, passei por várias pontes, puxando uma palavra aqui, torcendo uma frase ali, colando uma nota lá, alargando uma expressão acolá, ou seja, *deformando* o texto do Carroll até que ele ficasse como lhes apresento. No entanto, nem tudo era elástico nele: o conteúdo, a ordem dos capítulos, o humor do autor, sua defesa de Euclides e tantos outros aspectos permaneceram invariantes. Os dois textos são, portanto, assim como o retângulo e o toro, espaços topológicos *homeomorfos*, pois a forma é distinta, mas há, inegavelmente, aspectos inalterados.

[360] O início da topologia é marcado pelo problema das pontes de Königsberg, uma cidade portuária na antiga Prússia, hoje chamada Kaliningrado e situada em solo russo. A cidade possuía sete pontes e seus habitantes criaram um problema folclórico: seria possível dar um passeio pela cidade e passar por todas elas, sem passar mais de uma vez sobre uma mesma? Este problema levou Euler, quando conheceu a cidade, a priorizar o caminho, e não a distância, na busca de uma solução. A partir daí, criou-se a teoria dos grafos e a topologia geométrica. Apesar de seu aspecto geométrico, muitos priorizam na topologia seu aspecto algébrico.

A tradaptação que apresento é a tradaptação que me foi possível apresentar. Ao optar pelas palavras, ao pesquisar as citações, ao escolher o que iria ser complementado com notas de rodapé etc, muitas possibilidades foram descartadas, e tantas outras devem ter passado despercebidas: “ao lado da versão que escrevi há muitas outras. A garantia de que a história escrita é a certa está no fato de eu tê-la escrito e de não ter escrito as outras versões. A versão escrita quis ser escrita, as muitas outras não o quiseram” (SCHLINK, 2009, p. 237-238).

Fim deste Diário

Referências bibliográficas

ADAM, Jean-Michel; HEIDMANN, Ute. **O Texto Literário:** Por uma Abordagem Interdisciplinar. São Paulo: Cortez, 2011.

ADAMS, Douglas. **O Restaurante no Fim do Universo.** Tradução de Carlos Irineu da Costa. Rio de Janeiro: Sextante, 2004.

AMORIM, Lauro Maia. **Tradução e Adaptação:** Encruzilhadas da Textualidade em *Alice no País das Maravilhas*, de Lewis Carroll, e *Kim*, de Rudyard Kipling. São Paulo: Editora UNESP, 2005.

ANTUNES, Alvaro A. Apêndice B – Os Personagens, As Palavras-Valise. *In*: CARROLL, Lewis. **A Caça ao Turpente.** Tradução de Alvaro A. Antunes. Além Paraíba: Interior, 1984.

AZENHA JUNIOR, João. Entrevista. *In*: BENEDETTI, Ivone C; SOBRAL, Adail (Org.). **Conversas com Tradutores:** Balanços e Perspectivas da Tradução. São Paulo: Parábola Editorial, 2007.

BARBOSA, Heloisa Gonçalves. *In*: BENEDETTI, Ivone C; SOBRAL, Adail (Org.). **Conversas com Tradutores:** Balanços e Perspectivas da Tradução. São Paulo: Parábola Editorial, 2007.

BENEDETTI, Ivone Castilho. Prefácio. *In*: BENEDETTI, Ivone C; SOBRAL, Adail (Org.). **Conversas com Tradutores:** Balanços e Perspectivas da Tradução. São Paulo: Parábola Editorial, 2007.

BENJAMIN, Walter. **Escritos Sobre Mito e Linguagem**. Tradução de Susana Kampff e Ernani Chaves. São Paulo: Editora 34, 2011.

BORGES, Jorge Luis. **Borges Oral e Sete Noites**. Tradução de Heloisa Jahn. São Paulo: Companhia das Letras, 2011.

BORTEN, Erik. Entrevista. *In*: BENEDETTI, Ivone C; SOBRAL, Adail (Org.). **Conversas com Tradutores:** Balanços e Perspectivas da Tradução. São Paulo: Parábola Editorial, 2007.

BRITTO, Paulo Henrique. Entrevista. *In*: BENEDETTI, Ivone C; SOBRAL, Adail (Org.). **Conversas com Tradutores:** Balanços e Perspectivas da Tradução. São Paulo: Parábola Editorial, 2007.

CALVINO, Italo. **Assunto Encerrado:** Discursos Sobre Literatura e Sociedade. Tradução de Roberta Barni. São Paulo: Companhia das Letras, 2009.

CALVINO, Italo. **Mondo Scritto e Mondo Non Scritto.** Milão: Oscar Mondadori, 2011.

CAMPOS, Geir. **O que é tradução.** São Paulo: Brasiliense, 2004.

CAMPOS, Raquel Sanzovo Pires de; MONTOITO, Rafael. O texto alternativo ao livro didático como proposta interdisciplinar do ensino de Ciências e Matemática. *In*: PIROLA, N. A. (Org.). **Ensino de Ciências e Matemática IV**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2010.

CARROLL, Lewis. **A Caça ao Snark**. Tradução de Manuel Resende. Lisboa: Assírio & Alvim, 2003.

CARROLL, Lewis. **Alice – edição comentada**. Tradução Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2002.

CARROLL, Lewis. **Alicia en el País de las Maravillas – A Través Del Espejo – La Caza del Snark**. Tradução de LuisMaristany. Barcelona: Editorial Optima, 2003.

CARROLL, Lewis. **Cartas às Suas Amiguinhas.** Tradução de Newton Paulo Teixeira dos Santos. Rio de Janeiro: Sette Letras, 1997.

CARROLL, Lewis. **Euclides e Seus Rivais Modernos.** Tradução de Rafael Montoito. Bauru: Universidade Estadual Paulista, 2012 (obra não publicada).

CARROLL, Lewis. Cartas. *In*: COHEN, Morton N; GANDOLFO, Anita. (Org) **Lewis Carroll and the House of Macmillan**. Nova York: Cambridge University Press, 2007.

COHEN, Morton N. **Lewis Carroll – uma Biografia**. Tradução de Raffaella de Filippis. São Paulo: Record, 1998.

DIONNE, Caroline: **Lewis Carroll: A Man Out of Joint**, 1998. Disponível em: <http://web.udl.es/usuaris/s2430206/pumby/carolarc.htm#N_10_>. Acesso em 04/08/2008.

ECO, Umberto. **Quase a Mesma Coisa:** Experiências de Tradução. Rio de Janeiro: Record, 2007.

FISHER, John. **Enigmi e Giochi Matematici.** Milão: Theoria, 2000.

GARDNER, Martin. Introdução à Primeira Edição (The Annoted Alice). *In*: CARROLL, Lewis. **Alice:** Edição Comentada. Tradução Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2002.

GARDNER, Martin. Preface to the Centennial Edition. *In*: CARROLL, Lewis. **The Annotated Hunting of the Snark:** the Definitive Edition. Nova York: Norton, 2006.

LARANJEIRA, Mário. Entrevista. *In*: BENEDETTI, Ivone C; SOBRAL, Adail (Org.). **Conversas com Tradutores:** Balanços e Perspectivas da Tradução. São Paulo: Parábola Editorial, 2007.

LAROSSA, Jorge. Notas Sobre a Experiência e o Saber de Experiência. *In*: **Revista Brasileira de Educação**. Número 19. São Paulo: Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, 2002.

LEGUINA, Joaquin. Matemáticas y literatura. *In*: **Unión – Revista Iberoamericana de Educación Matemática**. Número 8. 2006. Disponível em: <http://www.fisem.org/paginas/union/info.php?id=156>. Acesso em 13/04/2009.

LOBATO, José Bento Monteiro. **Aritmética da Emília.** São Paulo: Brasiliense, 2003.

MANGUEL, Alberto. **À Mesa com o Chapeleiro Louco:** Ensaios Sobre Corvos e Escrivaninhas. Tradução de Josely Vianna Baptista. São Paulo: Companhia das Letras, 2009.

MARIA, Luzia de. **O Clube do Livro:** Ser Leitor – Que Diferença Faz? São Paulo: Globo, 2009.

MONTOITO, Rafael. **Chá com Lewis Carroll.** Jundiaí: Paco Editorial, 2011.

MONTOITO, Rafael. Juegos Matemáticos Ocultos en la Literatura, de Piergiorgio Odifreddi (resenha). *In*: **BOLEMA.** Volume 23, n. 37. Rio Claro: UNESP, 2010.

NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin (Org.). **Escritas e Leituras em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

NETTO, Haroldo. Entrevista. *In*: BENEDETTI, Ivone C; SOBRAL, Adail (Org.). **Conversas com Tradutores:** Balanços e Perspectivas da Tradução. São Paulo: Parábola Editorial, 2007.

ODIFREDDI, Piergiorgio. **Juegos Matemáticos Ocultos en la Literatura**. Barcelona: Octaedro, 2007.

PANERO, Leopoldo María. Sobre la Tradución. *In*: CARROLL, Lewis. **Matemática Demente**. Barcelona: Tusquets Editores, 2002.

PEREIRA, Vera. Entrevista. *In*: BENEDETTI, Ivone C; SOBRAL, Adail (Org.). **Conversas com Tradutores:** Balanços e Perspectivas da Tradução. São Paulo: Parábola Editorial, 2007.

RICŒUR, Paul. **Sobre a Tradução.** Belo Horizonte: Editora UFMG, 2011.

RODRIGUES, Cristina Carneiro. **Tradução e Diferença.** São Paulo: Editora UNESP, 2000.

ROJO, María Dolores Saá. **Las Matemáticas de los Cuentos y las Canciones.** Madri: Editorial EOS, 2002.

SCHLINK, Bernhard. **O Leitor.** Tradução de Pedro Süssekind. Rio de Janeiro: Record, 2009.

SOBHIE, Mauro T. B. Entrevista. *In*: BENEDETTI, Ivone C; SOBRAL, Adail (Org.). **Conversas com Tradutores:** Balanços e Perspectivas da Tradução. São Paulo: Parábola Editorial, 2007.

STADLER, Marta Macho. **Las Matemáticas de la Literatura.** Disponível em: <http://www.ehu.es/~mtwmastm/Paseo0607.pdf>. Acesso em 13/04/2009.

SWIFT, Jonathan. **As Viagens de Gulliver.** Tradução de Therezinha Monteiro Deutsch. São Paulo: Nova Cultural, 2003.

TAJEYAN, Sílvia Cristina. Gulliver y la matemática.*In*: REUNIÓN LATINOAMERICANA DE MATEMÁTICA INVESTIGATIVA, 19, 2005, Montevideo. **Anais…**

URBANEJA, Pedro Miguel González. **Matemática y Lenguaje y Matemática como Lenguaje.** Disponível em <http://divulgamat.ehu.es/weborriak/TestuakOnLine/HasierakoIkasgaiak/LecInaugl0506PMGU.pdf> Acesso em 13/04/2009.

Uma Cruzada Literária: Lewis Carroll em Defesa de Euclides

"O esforço despendido pelo leitor na compreensão de um texto depende diretamente da relevância que o texto lhe pareça ter" *(ÁVILA, 1996, p. 97).*

"Um bom título diria o suficiente para atiçar a curiosidade e pouco o suficiente para não saturá-la" *(GENETTE, 2009, p.86).*

"Entre os valores que gostaria fossem transferidos para o próximo milênio está principalmente este: o de uma literatura que tome para si o gosto da ordem intelectual e da exatidão, a inteligência da poesia juntamente com a da ciência e da filosofia" *(CALVINO, 2010, p. 133).*

"Alguns livros que se propõem a discutir uma questão são, para mim, intoleravelmente tediosos, pois as ideias aparecem expostas ao acaso – um tipo de 'o que vem primeiro, serve'"(CARROLL, 2005, p. 196).

Lewis Carroll tem sido para mim, nos últimos anos, como um amigo íntimo: aquele que meus outros amigos nem sempre conhecem, mas do qual sempre falo. É um amigo discreto e intermitente: como o Gato de Cheshire, se faz presente e se ausenta, se mostra algumas vezes por completo, outras somente aos pedaços; toma forma e, posteriormente, se dissipa nos mais diversos lugares e situações, num vai-e-vem que sempre me deixa atento e à espera do seu retorno.

Nossas últimas conversas têm sido sobre um de seus livros, o *Euclid and His Modern Rivals*, cuja primeira edição é de 1879. Tento entendê-lo, e mesmo quando longe dele não desisto: converso com outros autores e tento estabelecer diálogos que me permitam compreender mais e melhor as ideias deste meu amigo vitoriano.

Este diário fala desta procura. Quando me dispus a trabalhar com este livro de Carroll (ao qual, de agora em diante, me referirei pelo título em português – *Euclides e Seus Rivais Modernos*[361]) não imaginava os caminhos que teria que percorrer para traduzi-lo e compreendê-lo. A estrada mostrou-se longa, mas prazerosa. Os relatos que farei aqui contarão dos exercícios de aproximação que realizei para me apropriar dele e entendê-lo como fonte histórica, entendê-lo como texto que apresenta uma característica, no mínimo, digamos, curiosa: Carroll, que "carrega até hoje o fardo de ser considerado autor de literatura infantil" (LEITE, 1986, p. 36), nele travou uma cruzada literária em defesa de Euclides, ou melhor, em defesa do ensino de geometria pautado no uso de *Os Elementos* de Euclides, numa época em que começavam a surgir outros tantos livros-texto[362] para o ensino desta disciplina.

Estes exercícios de aproximação ao livro configuraram exercícios de hermenêutica visando a compreendê-lo melhor, tentando desvelar as suas relações com seu autor, com sua época, com outros livros e, mais fortemente, com Euclides. Hermes[363] ajudou-me nesta empreitada de compreender o texto – e vale ressaltar que, ainda que tenha me debruçado somente sobre textos escritos, ele ensinou-me que

[361] Como parte deste trabalho de doutorado é a tradução do livro de Carroll, opto por, toda vez que citar seu texto no corpo deste diário, utilizar a versão traduzida (o número das páginas refere-se, assim, à paginação da tese). Do mesmo modo, todas as citações em língua estrangeira foram traduzidas livremente.

[362] No Brasil, segundo Schubring (2003), costumeiramente usa-se a expressão *livro didático* para se referir aos livros utilizados no ensino fundamental e médio, e *livro-texto* para se referir àqueles usados no ensino superior. Schubring opta, então, pelo uso de *livro-texto* para se referir aos livros destinados ao uso no ensino em geral, independentemente do nível, para evitar repetir esta classificação. Nas pegadas deste autor neste diário usa-se *livro-texto*.

[363] Hermes é, na mitologia grega, um dos deuses do Olimpo, filho de Zeus e de Maia. Os gregos atribuíam a ele a descoberta da linguagem e da escrita, ferramentas para compreender as coisas e transmiti-las aos

> tudo é texto, já que tudo é linguagem. São textos as obras dos poetas, os livros sagrados da Índia, os templos e os mausoléus, as imagens tântricas de Bengala, o caráter nacional mexicano, o cinema de Buñuel, a experiência mística e o ascetismo, os ideogramas, o corpo como metáfora do cosmos, as drogas, o espaço como um sistema de sinais (LEITE, 1986, p. 19).

O primeiro conselho que Hermes me deu foi com relação às abordagens e teorias que se utilizavam do nome ou das ideias pessoais ou literárias de Carroll: eu deveria considerá-las com cautela[364]. E ele tinha razão. A obra de Carroll[365] "esparramou-se" ao longo dos anos e foi apropriada pelos mais diversos estudiosos, da psicanálise à pintura, da linguagem ao cinema[366], de um polo a outro. Conselho seguido, rebarbas aparadas.

Vejam estas duas opiniões: "Compreender uma obra literária não é uma espécie de conhecimento científico que foge da existência para o mundo dos conceitos; é um encontro histórico que apela para a experiência pessoal de quem está no mundo" (PALMER, 1969, p. 21); Riffaterre, autor francês, citado em Ávila (1996), defende que o texto literário é como uma partitura, cuja "execução" depende do leitor, isto é, o texto só se completa ao ser lido. Por outro lado, o texto exerce certo controle sobre sua leitura, pois ele *dirige o leitor* (ou tem a intenção de dirigi-lo). Ambos os autores, dentre outros, reconhecem na interpretação de um texto a proeminência do fator subjetivo, de modo que os percursos que fiz para me aproximar do livro de Carroll e a relação que estabeleci com ele diferem dos percursos e relações que outro leitor qualquer faria ou estabeleceria.

Sendo assim, aproximei-me de *Euclides e Seus Rivais Modernos* por distintos caminhos, que pretendo dar a conhecer a partir de agora.

A pergunta que me fiz, no início, pautou-se em Palmer:

---

demais. A palavra *hermenêutica* está associada ao seu nome, pois era Hermes quem levava as mensagens dos deuses aos homens, permitindo aos mortais compreender suas vontades e exigências.

[364] Num exercício de hermenêutica, todas as referências à obra são bem-vindas. Ainda que algumas não sejam consideradas em profundidade pelo pesquisador, permitem que ele conheça, ao menos, aspectos relativos à amplitude e ao alcance da obra estudada.

[365] Alguns autores optam por se referir a Carroll pelo seu nome de batismo (Charles Lutwidge Dodgson), motivo pelo qual, respeitando as citações, são utilizados ambos os modos.

[366] Apenas dois dentre tantos exemplos possíveis: no livro *Lógica do Sentido* (Editora Perspectiva, 2007), Gilles Deleuze procura estabelecer uma teoria do sentido a partir da obra de Lewis Carroll, utilizando como termo de elucidação o pensamento estoico, já que os estoicos foram inventores de novas formas de pensamento e amantes de paradoxos (como alguns personagens de Carroll); no livro *Wittgenstein, Linguagem e Filosofia* (Editora da Universidade de São Paulo, 1974), Warren Shibles publicou ensaios que abordam o estilo e a maneira de filosofar de Wittgenstein, a semelhança entre o seu método e o da poesia como esforço de compreensão, a questão dos limites da linguagem nas aventuras de Alice etc (Humpty Dumpty, personagem de *Através do Espelho e o que Alice Encontrou Lá* é comumente interpretado tendo como suporte os estudos wittgensteinianos, em virtude do seu diálogo sobre o que significam as palavras).

> como um texto pode ser compreendido, quando a condição para a sua compreensão é já ter percebido de que é que o texto fala? A resposta é que, de certo modo, por um processo dialético, há uma compreensão parcial que é usada para compreendermos cada vez mais, tal como ao manusear as peças de um "puzzle" adivinhamos o que dele falta. Uma obra literária fornece um contexto para a sua própria compreensão; um problema fundamental em hermenêutica é explicar como é que um horizonte individual se pode acomodar ao horizonte da obra. É necessário um certo conhecimento prévio, sem o qual não haverá qualquer comunicação. No entanto, esse conhecimento tem que ser alterado no ato de compreensão. A função de uma interpretação explicativa na interpretação literária pode ser vista neste contexto, como um esforço para colocar os fundamentos numa pré-compreensão que permita compreender o texto (PALMER, 1969, p. 35).

Dentre os artifícios (que podem ser vistos por alguns como "trapaças") que utilizei para montar este *puzzle*, isto é, para compreender o livro de Carroll, contei com o valor histórico e a aceitação do livro de Euclides, o panorama educacional da Inglaterra vitoriana e o surgimento do *nonsense*, algumas correspondências trocadas entre Carroll e seu editor, as relações desse autor vitoriano com o teatro, algumas considerações de Italo Calvino sobre literatura, e as ideias de paratexto, de Gérard Genette (autor do qual tratarei mais adiante). Todos estes temas são discutidos nos tópicos que passo a apresentar a partir de agora. Em todos eles, a figura de Carroll se fará presente, às vezes por completo, às vezes enuviado, assim como o sorriso do gato de Alice que aparece-e-desaparece quando menos se espera. Como o tabuleiro sobre o qual se monta o *puzzle*, tive à mão as leituras prévias que fiz dos textos de Carroll e dos textos sobre Carroll.

> Carroll foi um criador de difícil classificação. Não escreveu uma "grande obra", no sentido de Shakespeare; nenhum "grande romance", no sentido de Thomas Hardy[367] ou Henry James[368]; sequer foi um "grande poeta", no sentido tradicional, pois quando escreveu poemas "sérios" foi quase sempre enfadonho ou no máximo competente dentro dos padrões vitorianos (...). É difícil, pois, explicar como esse não grande escritor tem exercido um fascínio cada vez maior em outros criadores, em críticos, em filósofos, matemáticos e lógicos.
>
> Das obras de Carroll são os dois livros de Alice[369], *Alice in Wonderland e Through the looking-glass,* que têm exercido maior fascínio para os comentadores, seguidos, em escala muito menor, pelo poema *The hunting of the snark*[370]. Numa escala ainda mais reduzida, nas citações e comentários, encontra-se o extenso romance *Sylvie e Bruno*[371] (1ª parte, 1889; 2ª parte,

[367] Thomas Hardy (1840-1928), novelista e poeta inglês.
[368] Henry James (1843-1916), escritor norte-americano que se naturalizou britânico um ano antes da sua morte.
[369] Há diversas edições de *Alice no País das Maravilhas* e *Através do Espelho* publicadas no Brasil. A edição comentada que contém ambas as histórias (publicada pela Zahar em 2002a) foi a que sempre utilizamos.
[370] Há uma edição disponível em língua portuguesa: *A Caça ao Turpente* (Interior Edições, 1984).
[371] Há uma edição disponível em língua portuguesa: *Algumas Aventuras de Sílvia e Bruno*, publicado pela Iluminuras, em 1997.

> 1893), simbiose de narrativa realista e de narrativa fantástica, em intercâmbio permanente. As outras obras de criação de Carroll, *Phantasmagoria and other Poems*[372] (1869), *Rhyme? and Reason?* (1883), *A tangled tale*[373] (1885) e outras menores, são citadas apenas ocasionalmente, por especialistas. Ainda mais restrito é o círculo de comentadores que se referem às suas obras de matemática e lógica, entre as quais *Euclid and his modern rivals* (1879), publicada com o seu nome real, C. L. Dodgson, e *Symbolic logic. Part I* (1896), publicado com o nome de L. Carroll. Entretanto, firma-se cada vez mais uma corrente de comentadores que consideram não ser possível um entendimento perfeito do sistema de referências carrolliano sem que se tenha uma noção aproximada, pelo menos, dos seus interesses na área científica, sobretudo na área das indagações lógicas (LEITE, 1986, p. 47-48).

Leite, na detalhada análise acima citada, comenta que, embora a obra de Carroll ainda desperte muito interesse, são raras as análises de alguns de seus livros, sobretudo os de matemática e lógica.

Parte I – *Os Elementos* de Euclides: Da Antiguidade à Prateleira de Carroll

O livro *Os Elementos*, de Euclides, é, reconhecidamente, um clássico da matemática. Tomo como "clássico" tanto o conceito comumente conhecido quanto uma das definições que Calvino dá para esta palavra: "os clássicos são aqueles livros dos quais, em geral, se ouve dizer 'Estou relendo...' e nunca 'Estou lendo...' " (CALVINO, 2007, p. 9). Historicamente, o livro de Euclides ocupa um lugar importante na História da Matemática, nas pesquisas acadêmicas e nos comentários e referências de muitos autores. Não é possível falar de *Euclides e Seus Rivais Modernos* sem falar de *Os Elementos*, e não se pode falar deste livro negligenciando sua posição de "clássico" e dos motivos que o perpetuam como referência através do tempo.

> Os clássicos são aqueles livros que chegam até nós trazendo consigo as marcas das leituras que precederam a nossa e atrás de si os traços que deixaram na cultura ou nas culturas que atravessaram (ou simplesmente na linguagem ou nos costumes).
> Isso vale tanto para os clássicos antigos quanto para os modernos. Se leio a *Odisseia*, leio o texto de Homero, mas não posso esquecer tudo aquilo que as aventuras de Ulisses passaram a significar durante os séculos e não posso deixar de perguntar-me se tais significados estavam implícitos no texto ou se não são incrustações, deformações ou dilatações. Lendo Kafka, não posso deixar de comprovar ou de rechaçar a legitimidade do adjetivo *kafkiano*, que costumamos ouvir a cada quinze minutos, aplicado dentro e fora de contexto. Se leio *Pais e filhos* de Turguêniev ou *Os possuídos* de Dolstoiévski não

[372] Desconhecemos edição deste texto em língua portuguesa. O mesmo se dá com *Rhyme? and Reason?* e com *Symbolic Logic, Part I*.
[373] Há uma edição disponível em língua portuguesa: *Uma História Embrulhada* (Papirus, 1992).

> posso deixar de pensar em como essas personagens continuaram a reencarnar-se até nossos dias (CALVINO, 2007, p. 11-12).

Se leio *Os Elementos*, ou se pelo menos o folheio, não posso deixar de pensar na sistematização e compilação das verdades geométricas "que constituem a composição científica mais antiga e extensa que nos foi legada em uma integridade quase perfeita e [que], sorte singular, trata-se da composição de uma ciência que não mudou desde então seus fundamentos" (LEVI, 2008, p. 22). Apesar dos diversos ataques que sofreu ao longo dos séculos − sendo talvez o mais pungente e injusto o que teve origem no empirismo, cujo objetivo (não alcançado) era retirar da geometria sua aura de verdade física −, sua importância como verdade prática e como um dos fundamentos teóricos da matemática permanece inalterada.

> A crítica histórica se pergunta como pôde se formar tal acervo de conhecimentos e se ordenar em uma sólida construção tão pouco comum. Descobre então, por notícias fragmentadas geralmente sem documentos precisos, que três ou quatro séculos antes de Euclides, quiçá mais, os gregos já praticavam a geometria – talvez uma geometria puramente utilitária herdada de outros povos, mais antigos; talvez uma geometria entre mística e física – e descobre também que até o titulo "Elementos" não é nada novo e original − ao contrário, é algo tradicional como para nós seria "tratado" ou "curso". Assim, seriam *Os Elementos* de Euclides uma compilação mais ou menos boa, mais ou menos adulterada, que um modesto professor redigiu na forma de apontamentos úteis para seus alunos e que tiveram a sorte de parecer úteis também a muitas pessoas cultas e a muitos alunos de gerações posteriores? Ou seria tão irracional empreender uma vez a leitura imaginando que o filósofo-matemático, que tem fé no valor moral da capacidade de raciocínio do homem e que prova suas forças na construção de um *inútil monumento dedutivo*, não tem outro fim senão o de se alegrar ao olhar como a realidade parece curvar-se para se tornar espelho da invenção abstrata? (LEVI, 2008, p. 22).

Levi deixa estas indagações sem resposta. Não há como precisar seguramente quem foi Euclides[374], quando viveu e em que circunstâncias organizou seu livro mas, para Levi, o que realmente importa é a *obra*[375]: concluída antes da metade do século IV a.C., *Os Elementos* é considerado pela história doxográfica e tradicional como uma compilação da lenta elaboração de várias pequenas descobertas, aperfeiçoamentos e melhorias, incluindo os estudos precedentes de Tales de Mileto e de Pitágoras. O resultado é uma obra que mostra "um mundo independente, criado com base em inteligência pura" (WORDSWORTH apud BICUDO, 2009, p. 93).

---

[374] A maioria dos autores aponta que Euclides viveu entre 360 a.C. e 265 a.C, em Alexandria.

[375] Nas palavras de Levi: "Euclides é a obra" (2008, p. 82). De fato, autor e obra estão tão intimamente associados que em diversos textos ou conversas cita-se *Euclides* para referir-se ao *Os Elementos*, o que também fazemos neste diário.

A edição original de Euclides há muito não existe mais. As cópias mais antigas sobreviventes são um exemplar (datado de 888 d.C.) da biblioteca do bispo Aretas de Cesareia (na Capadócia), baseado numa edição com comentários e acréscimos de Théon de Alexandria (um grego do século IV), e um exemplar da Biblioteca do Vaticano encontrado e divulgado por Peyrard em 1808, datado do século IX ou X, mas, ao que tudo indica, baseado numa versão anterior à de Théon[376]. Uma outra cópia do texto grego está na Biblioteca Bodleiana, em Oxford e, aqui no Brasil, apenas em 2009 foi publicada a primeira tradução para língua portuguesa, direta do grego, com um riquíssimo prefácio que comenta a importância histórica desta obra, do qual destaco o trecho que se segue:

> se com Homero a língua grega alcançou a *perfeição*, atinge com Euclides a *precisão*. E o *método formular*, que consiste em usar um conjunto de frases fixas que cobrem muitas ideias e situações comuns, poderoso auxílio à memória em um tempo de cultura e de ensino eminentemente orais, serve para aproximar o geômetra do poeta e então mostrar que perfeição e precisão podem ser faces da mesma medalha (BICUDO, 2009, p. 13).

Parece-me importante frisar que, embora o *corpus* do livro seja tomado até hoje como verdade (em nenhuma das definições ou demonstrações, ainda que elas possam ter sido questionadas, foi constatado algum erro lógico ou matemático), Euclides não atravessou os séculos sozinho. Na linha do tempo que une a Grécia antiga à Inglaterra vitoriana, vários foram os filósofos que, de um modo ou de outro, contribuíram para que *Os Elementos* ganhasse a alcunha de “clássico”. Refazer este percurso histórico (melhor dizer: *tentar* refazê-lo, refazê-lo em partes, esboçar alguns caminhos para conhecer essa trajetória) pode nos ajudar a entender por que Carroll depositava toda sua fé no uso de *Os Elementos* como manual para o ensino de geometria – e, consequentemente, entender suas motivações para escrever *Euclides e Seus Rivais Modernos*.

Os Elementos de Euclides e Seus Ecos Históricos

Desde antes de Euclides, a geometria dividia opiniões e tinha suas próprias histórias e mitos. Para os egípcios, a geometria – e a matemática em geral – apresentava-se como uma criação humana que os auxiliava a resolver coerentemente seus problemas cotidianos, ou seja, tinha ressaltada sua *aplicação prática*. A

[376] A edição encontrada e divulgada por Peyrard deu novo fôlego aos estudos sobre a obra de Euclides e tem sido avaliada, depois do século XIX, como versão mais confiável que a de Théon.

agrimensura e a necessidade de estocagem, bem como o interesse financeiro, parecem ter sido o estopim para o estudo das figuras geométricas e suas propriedades, uma vez que “a cobrança de imposto foi, talvez, o primeiro imperativo para o desenvolvimento da geometria, pois embora teoricamente o faraó possuísse todas as terras e bens, na realidade os templos e até indivíduos em particular possuíam imóveis” (MLODINOW, 2005, p. 19) dos quais precisavam prestar contas. No Egito e na Mesopotâmia o domínio dos desígnios da natureza, a necessidade do controle técnico e as artesanias implicaram a busca sistemática de dar uma “forma” à matemática – mas também à teologia, à medicina etc – que impeliram os povos a um pensamento mais racional que transcendesse (mas dialogasse com) o pensamento mítico com que estavam acostumados: a terraplanagem, o preparo e medição de terrenos para plantio, a construção de templos e locais sagrados, as ofertas, a estruturação dos calendários etc representam bem as intersecções destes tipos de pensamento das civilizações antigas. O mesmo pode-se observar na civilização assírio-babilônica, para a qual o templo era o verdadeiro centro social, onde se condensava a tradição, se acumulava o saber e se organizavam as competências técnicas – sobretudo as mais altas e complexas como escrever, contar, medir – que davam vida à literatura, à matemática, à geometria e à astronomia. (CAMBI, 1999).

Na Grécia, a visão sobre a matemática era bem distinta. Imagino Platão bradando para quem quisesse ouvi-lo: a Geometria “tem em vista o conhecimento do que existe sempre, e não do que a certa altura se gera ou se destrói” (PLATÃO, 2011, p. 224), baseado na sua crença de que as figuras reais existiam apenas no mundo das ideias. As almas, que já haviam escolhido suas vidas antes de nascerem, bebiam do rio Ameles, cuja água fazia esquecer na mesma proporção da quantidade bebida, restando-lhes apenas um resquício de lembranças. Apesar de a realidade não estar nas coisas sensíveis, cabia “à experiência sensível o papel de despertar na alma a recordação da essência das coisas, contemplada ‘da eternidade’ ” (JAEGER, 2010, p. 711). “Platão interpreta a existência potencial do conhecimento matemático na alma como uma visão comunicada a esta numa vida anterior” (JAEGER, 2010. p. 709). A geometria era, assim, uma representação da verdade, e aqueles que se ocupavam dela serviam-se de figuras visíveis para estabelecer argumentações – ao pensar sobre um quadrado ou sua diagonal, por exemplo, pensavam nas relações que *qualquer* figura expressa por *aquela* desenhada permitia concluir (PLATÃO, 2011); do mesmo modo, a ideia de triângulo como uma figura retilínea formada por três lados é independente dos múltiplos triângulos diferentes que se possa desenhar e das coisas que podem ser vistas, naturais ou artificiais, com forma triangular (GASCA, 2007). Para o filósofo, "a matemática era concebida como um conhecimento importante não pelo seu valor prático, mas por sua capacidade de despertar o pensamento do Homem" (MIORIM, 1998, p.18). Não se podia negar, obviamente, o caráter prático da matemática, mas seu papel ia muito além: na educação da *Paideia*[377] grega, a matemática sobrepunha-se à ginástica (que dizia do mundo que nasce e morre, que floresce e é perene), à música (que se limitava a produzir na alma um ritmo e uma harmonia, mas sem lhe infundir nenhum saber) e às artes profissionais (que eram banais; Platão dizia que os poetas, por exemplo, não passavam de meros imitadores), pois todas estas faziam maior ou menor uso da primeira. Além disso,

> segundo Platão, a eficácia da matemática reside em o seu estudo facilitar, àqueles que para ela têm talento, a capacidade para compreenderem toda a classe de ciências; quanto aos preguiçosos, ao serem nela iniciados e treinados, ainda que lhes não traga outra utilidade, ao menos estimula neles a agudeza de compreensão. É a máxima dificuldade que as matemáticas oferecem a quem as estuda que as qualifica como meio de cultura apto para a seleção espiritual (JAEGER, 2010, p. 899).

É utilizando matemática – mais especificamente o que hoje concebemos como a geometria – que Sócrates explica a Mênon a existência de uma fonte puramente espiritual de certeza científica, distinta da experiência sensível, quando, através de uma intervenção dialogada com um seu escravo, consegue fazê-lo descobrir, por si próprio,

[377] Inicialmente, a palavra "Paideia" significava simplesmente "criação de meninos", mas adquiriu um significado bem mais amplo com o passar dos anos, relacionado à educação grega. Originalmente, o conceito que melhor exprimia o ideal educativo grego era o de "Arete", entendido como um atributo próprio da nobreza, um conjunto de qualidades físicas, espirituais e morais, incluindo também a eloquência e a capacidade de persuasão (que estão bem representados, por exemplo, nos poemas de Homero). Sobre o "alargamento" do conceito de "Arete" sabe-se que a palavra "Kaloskagathia" engloba, além da heroicidade, a excelência física (atingida na busca pela beleza) e a moral (atingida na busca pela bondade). Para alcançar este ideal, foi proposto um programa educativo que implicava dois elementos fundamentais: a ginástica e a música (aliada à leitura e ao canto): a primeira para o desenvolvimento do corpo, a segunda para o desenvolvimento da alma; este programa educativo foi, posteriormente, completado com a gramática. A partir do século V a.C. exigiu-se algo mais da educação grega: além de formar o homem, ela deveria também formar o cidadão, e este novo olhar fez com que a educação baseada na ginástica, na música e na gramática fosse insuficiente. Surge, então, o conceito de "Paideia": "a essência de toda a verdadeira educação ou Paideia é a que dá ao homem o desejo e a ânsia de se tornar um cidadão perfeito e o ensina a mandar e a obedecer, tendo a justiça como fundamento" (PLATÃO apud JAEGER, 2010, p 147). As palavras "civilização", "cultura", "tradição", "literatura" ou "educação", às vezes tomadas como elementos suficientes para compreender a Paideia grega, não servem, segundo Jaeger (2010), para bem defini-la como os gregos a entendiam, pois todos estes conceitos estão encerrados no de "Paideia".

tendo como base somente uma figura mal desenhada, a regra do quadrado da hipotenusa[378]. Antes de descobri-la, no entanto, o escravo incorre em erros, as armadilhas para uma inteligência simplista, dominada pelos sentidos. Ao escrever este diálogo, Platão deseja mostrar que

> a certeza que o jovem tem de que as coisas são assim, e não de outro modo, brota por fim unicamente da fonte da sua visão interior e, uma vez captada claramente a natureza das relações matemáticas que lhe servem de base, esta visão irradia uma força de convicção absoluta, que não deixa lugar à mais leve dúvida. Não é do ensino que recebeu, mas do próprio espírito e da consciência da necessidade da coisa, que brota esta força de convicção do conhecimento adquirido (JAEGER, 2010, p. 709).

Cambi (1999) diz que o Mundo Clássico teve seu pluralismo de povos, culturas, religiões e conhecimentos técnicos unificado pelo Mediterrâneo e, deste "Mediterrâneo-encruzilhada", emergiu sua quintessência mais rica e mais madura: a Grécia. Apesar dos feitos dos egípcios e da engenhosidade dos babilônios, a contribuição deles para a matemática limitou-se a fornecer aos gregos posteriores um arcabouço de conhecimentos concretos e regras práticas que, ao longo dos anos, seriam estudados e aperfeiçoados. Tales – um desses "aperfeiçoadores" –, tendo viajado para o Egito e conhecido as pirâmides, buscou explicações teóricas para calcular suas alturas (algo que não sabemos *se* ou *como* os egípcios conseguiam fazer). Com a compreensão dos dados descobertos empiricamente pelos egípcios, Tales *deduziu* técnicas geométricas, extraindo o princípio abstrato da aplicação particular (MLODINOW, 2005) – este é o embrião da matemática grega: deduzir dos casos conhecidos, dos exemplos e das aplicações herdadas de outros povos, as relações verdadeiras, universais e aplicáveis.

Este método dedutivo surge também como tendência anti-ilustrativa, uma vez que era hábito traçar modelos de resolução e armar contas na areia, embora "o traçado na areia [tenha continuado] a ser, por séculos e séculos, o único resolutivo dos problemas geométricos" (BRITO, 1995, p.27), pois as mudanças de costumes não são imediatas.

---

[378] "Mênon" é um dos diálogos menores de Platão. Nele o autor coloca Sócrates dialogando com o estudante Mênon, o qual pretende que Sócrates lhe explique o que é a virtude e se ela pode ser ensinada. Em uma certa passagem desse diálogo, Mênon pede ao mestre que lhe explique o por que de sua opinião sobre o aprendizado. Pois Platão, através de Sócrates, propõe que nada aprendemos, mas apenas nos recordamos de conceitos que já sabíamos através de nossa alma. Para demonstrar tal afirmação, Sócrates usa, neste momento, uma verdade matemática: no diálogo, por meio de algumas indagações, faz o escravo lembrar o teorema de Pitágoras, que nunca lhe havia sido ensinado, mas que era uma verdade absoluta que já estava no seu espírito.

> De acordo com a concepção da antiga sociedade escravagista grega, as atividades práticas não eram dignas dos homens livres, os quais deviam engajar-se somente na contemplação teórica. O trabalho manual era desprezado pelas classes dominantes, a única exceção era a arquitetura que se elevava ao nível de uma profissão para cidadãos[379]. Tal exceção pode ser explicada se lembrarmos que a arquitetura depende fundamentalmente da geometria (BRITO, 1995, p. 26)

Uma vez que aquilo que era edificado permanecia por séculos inalterado no tempo e no espaço, essa arquitetura corroborava a ideia de uma matemática imutável e eterna.

Segundo Mlodinow (2005), Pitágoras foi o responsável por trazer a geometria ao ensino dos homens livres, o que antes era incomum. Os discípulos de sua escola, conhecidos como pitagóricos, dando ênfase à retórica e à oratória, importaram dos filósofos eleáticos do sul da Itália a demonstração indireta, conhecida hoje como demonstração por absurdo. “Foram Parmênides e os eleáticos[380] que, claramente, fizeram da ausência de contradição o critério de verdade de uma afirmação” (BRITO, 1995, p. 28). Os pitagóricos, acreditando que a purificação só poderia ser alcançada através do conhecimento puro, não apenas estudaram e apresentaram novos resultados a respeito dos números e da geometria, mas são também responsáveis “pela introdução da concepção, existente até hoje, de que os homens que trabalham com os conceitos matemáticos são superiores aos demais” (MIORIM, 1998, p. 15).

Quando os gregos da Antiguidade isolaram o ponto, a linha e o ângulo, tomando-os como elementos imutáveis que geravam os demais entes geométricos, lançaram a ideia de uma geometria[381] que se desenvolvia inequivocamente a partir destes elementos e que possibilitava o conhecimento racional do universo; devido a isso, esta geometria identificava-se com ele, com sua verdade e com sua unicidade. “Retirando a cortina que encobria a matéria, eles revelaram uma estrutura possuidora de uma beleza que a civilização nunca tinha visto antes” (MLODINOW, 2005, p.15), uma

[379] Até os dias atuais é possível percebermos resquícios desta visão preconceituosa que separa o trabalho “intelectual” do trabalho “braçal”. No Brasil, nas décadas de 1950 e 1960, surgiram muitas escolas técnicas cujo objetivo declarado era aprimorar a formação de profissionais para um país que vivia em expansão e industrialização. Os estudos sobre o cotidiano das escolas técnicas do interior paulista mostram que a formação em nível secundário regular, visando os estudos superiores, era destinada às elites, enquanto que a formação técnica era destinada às classes dos trabalhadores com o objetivo de qualificar a mão-de-obra. Sobre o assunto, sugere-se a leitura de “Escolas técnicas agrícolas: um estudo sobre o ensino de matemática e formação de professores”, de Maria Ednéia Martins-Salandim e Antonio Vicente Marafioti Garnica, publicado no volume 16 da revista Ciência & Educação, número 1, em 2010.

[380] São chamados eleáticos os filósofos da escola eleática, cuja formação deu-se na cidade de Eleia, ao sul do que hoje é a Itália. Suas reflexões defendiam como único conhecimento válido aquele gerado pela razão.

[381] Até a Idade Moderna, a Geometria compreendia a matemática, em geral, a astronomia, a óptica geométrica, a estática e a teoria musical (MLODINOW, 2005).

estrutura que tinha por base a racionalidade, ou seja, o uso rigoroso da mente nas direções lógica (que demonstrava os resultados) e crítica (que discutia as soluções).

> A racionalidade grega, de fato, tem este duplo aspecto mais alto do homem: é regra universal na reconstrução da experiência, pela sua interpretação; e é um valor em si, um fim a desejar por si mesmo, que realiza o aspecto mais alto do homem: sua vocação à "vida contemplativa". São estes aspectos – comuns à racionalidade – que diferenciam nitidamente o mundo grego, não porque outras civilizações ignorem tais aspectos, mas porque não os afirmam na sua plenitude e como fim único de toda ação humana. Nesse sentido, podemos dizer que a Razão (o *Logos*) é uma descoberta dos gregos (CAMBI, 1999, p. 72).

Por volta de 430 a.C., Hipócrates de Quios desenvolveu o primeiro – ou um dos primeiros, nunca se sabe ao certo – sistema axiomático para a geometria. Pouco se pode afirmar com certeza também sobre Hipócrates: viveu em Atenas, ganhou a vida ensinando geometria e seu trabalho mais notável foi o estudo da quadratura das lúnulas, figuras geométricas planas limitadas por dois arcos circulares de raios distintos. Em seguida, na primeira metade do século IV a.C., tem-se notícia do trabalho de Leon e, na segunda metade desse mesmo século, do trabalho de Theudius de Magnésia. Todos esses autores escreveram *Elementos*, título comumente dado aos tratados gregos de matemática (GASCA, 2007). Somente depois destas "vidas" e destas "ideias", que carregam a efervescência e as trocas do Mediterrâneo-encruzilhada, é que nos deparamos com Euclides. Isso pode servir para nos mostrar que nada ocorre "despregado" do fluxo do mundo: há ideias criativas, há sistematizações potentes, grandes criações, mas tudo isso surge por haver – de alguma forma – um caminho pavimentado anteriormente que nos permite essas criações, essas criatividades, essas sistematizações. Nunca nada é puramente a origem, é sempre continuidade.

Euclides é da fase helenística ou alexandrina da cultura grega e viveu numa Alexandria[382] que experenciava o seu ápice. A cidade, que reunia diferentes tradições, criou um espaço – algo como o que hoje chamaríamos de museu[383] – cujo objetivo era organizar todo o conhecimento científico existente. Os museus eram "uma comunidade

[382] Várias foram as Alexandrias da Antiguidade, fundadas por Alexandre, o grande. A Alexandria de Euclides é a da costa do mediterrâneo, no centro norte do Egito, fundada em 331 a.C.

[383] Os "museus" da Antiguidade eram santuários construídos para cultivar e adorar as Musas, centro de uma sociedade literária que neles fazia reuniões para adorá-las e promover competições literárias. O culto das Musas teve, segundo Cambi (1999), influência decisiva para a fundação do Museu de Alexandria, uma vez que as famosas escolas filosóficas de Platão e Aristóteles associavam-nas à filosofia, no século IV a.C., e, por isso, o interesse pessoal de Aristóteles e seus sucessores pelas ciências naturais certamente levou a uma predominância das atividades científicas sobre as puramente literárias nestes espaços. Entende-se, hoje, que os museus desta época eram algo entre uma universidade e uma academia, unindo ensino e pesquisa.

colegiada de intelectuais livres para empreender seus estudos" (SCHUBRING, 2003, p. 31), caracterizando um caso antigo e raro de uma instituição de pesquisa.

A língua grega desempenhou função significativa na produção de saberes do mundo antigo:

> A escrita alfabética grega reproduzia o som das palavras, diferentemente do que ocorria com a escrita de outras civilizações, como por exemplo os hieróglifos egípcios, e se aproximava bem mais da oralidade do que outras formas de escrita, como o hebreu antigo, em que o mesmo conjunto de símbolos podia corresponder a palavras distintas, pois se anotavam somente os sons das consoantes (GASCA, 2007, p. 21).

O resultado disso, a longo prazo, foi que os debates e exibições gregos começaram a ser registrados em textos escritos e o hábito de transmitir as próprias ideias permitiu aprofundar e precisar melhor os conceitos abstratos de filosofia, política e ciência. Os textos escritos colaboravam para um crescimento na educação – acessíveis a mais pessoas e podendo ser revisitados, reestudados, consultados outra vez em caso de dúvida ou esquecimento – e estimulavam tanto uma reflexão sobre a natureza do conhecimento quanto a relação entre as distintas artes e disciplinas. Nos museus começou-se a depositar e armazenar estes conhecimentos. A ciência grega, que naquela época havia alcançado seu mais alto grau de desenvolvimento, viu-se impelida a criar "obras de síntese que expusessem ordenadamente as diversas matérias desde seus primeiros princípios para facilitar assim a transmissão e a conservação dos conhecimentos adquiridos" (GASCA, 2007, p. 38) aos novos estudiosos.

Ao trabalhar no Museu de Alexandria, neste cenário e com estes propósitos citados anteriormente, Euclides escreveu *Os Elementos*, que "foram de suma importância para o desenvolvimento posterior da matemática, uma vez que neles está organizado todo o conhecimento matemático de uma época, com exceção dos estudos sobre seções cônicas e da geometria esférica" (BRITO, 1995, p. 34). Quase toda a obra de Euclides é composta de compilações de trabalhos de outros estudiosos que tinham, ao longo de muitos anos, recolhido, sistematizado, ampliado e aperfeiçoado a matemática prática dos egípcios, dos babilônios etc, dando-lhe a roupagem mais dedutiva e generalizante dos gregos. *Os Elementos*

> é um dos "livros" mais amplamente lidos de todos os tempos (...). Em primeiro lugar, não é um livro, mas uma série de 13 rolos de pergaminhos[384].

[384] Gasca (2007) escreve que, por algum tempo (infelizmente a autora não cita o período), circularam versões de *Os Elementos* com dois livros a mais: o Livro XIV, obra de Hipsicles, do século II a.C., dedicado a alguns problemas de geometria sólida, ao estudo das relações de proporcionalidade entre os

> Nenhum dos originais sobreviveu, mas foram transmitidos mais tarde através de uma série de cópias posteriores, e desapareceram quase que completamente na Idade das Trevas[385] (...). Euclides não reivindicou ter sido original em relação a qualquer dos teoremas. Ele viu o seu papel como o de organizador e sistematizador da geometria conforme compreendida pelos gregos. Ele foi o arquiteto do primeiro relato abrangente sobre a natureza do espaço bidimensional através do raciocínio puro, sem nenhuma referência ao mundo físico (MLODINOW, 2005, p. 39-40).

Euclides, com seu método dedutivo, oferece ao leitor os elementos que alicerçarão toda a construção do conhecimento matemático em axiomas (suposições comuns a todas as ciências) e postulados (suposições particulares da ciência em estudo). O objetivo de Euclides era que o seu sistema fosse livre de suposições não reconhecidas, baseadas na intuição, em conjecturas e na inexatidão (MLODINOW, 2005, p. 43) e, para isso, *demonstra* todos os resultados que não são postulados utilizando-se da palavra escrita que, se para Sócrates era inferior à discussão oral, a partir de então passou a ser essencial, promovendo um raciocínio encadeado e inequívoco que levava apoditicamente[386] a uma solução incontestável – a palavra *demonstração*, em grego, é *apódeixis*, significando que o resultado alcançado é apodítico (GASCA, 2007).

Mas, ao que parece, Euclides não somente "juntou" tudo o que já existia, mas fez também importantes intervenções, tentando organizar o que tinha à sua disposição: ele descartou conhecimentos que considerava avançados (como as cônicas ou o estudo das lúnulas) na busca do que formaria o conhecimento *elementar*, organizando aquilo que seria a base para investigações atuais e futuras. A elaboração de Euclides é didática: ele "apresenta a matemática como um edifício que se apoia em bases muito rígidas e se

---

sólidos regulares inscritos na esfera e às relações entre o icosaedro e o dodecaedro; e o Livro XV, provavelmente de Isidoro de Mileto, obra do século VI d.C., dedicado aos sólidos regulares. Gasca explica que devido a tantas cópias e apropriações do livro de Euclides ao longo dos séculos é possível que algum "copista" tenha achado pertinente inserir estes dois outros tratados juntos da sua edição de *Os Elementos* e que, a partir daí, tenham sido geradas novas cópias.

[385] A expressão "Idade Média" foi cunhada em comparação ao "Renascimento", segundo alguns autores, devido ao julgamento errôneo de valores feito por historiadores que consideraram que, neste período histórico, no qual a fé teria "obscurecido" as luzes da razão, não houve quase progresso científico e, consequentemente, evolução intelectual e cultural. Dessa forma, a Idade Média foi compreendida como uma época de retrocesso do pensamento, de atraso intelectual, científico e cultural, dando origem a um termo ainda mais pejorativo: "Idade das Trevas". Tendo sido assim comentada nos livros didáticos e até mesmo em obras historiográficas de renomados estudiosos até pouco tempo, nas últimas décadas vem-se reconhecendo o valor desta época que, com o desenvolvimento de sistemas de pensamento sobre política, justiça, lógica e várias outras áreas do conhecimento humano, idealizados por grandes pensadores como Tomás de Aquino, Santo Agostinho, Pedro Abelardo etc, deixou grandes contribuições para a humanidade. Estes pensadores, dentre outros, procuraram dar respostas para as grandes questões que atormentavam o espírito humano nos planos filosófico, social, político e econômico.

[386] Apodítico, na Filosofia, diz de uma modalidade de juízo que exprime uma decorrência lógica, não um simples fato. Um juízo apodítico caracteriza-se pela universalidade e pela necessidade.

constrói progressivamente seguindo um método que garante sua solidez" (GASCA, 2007, p. 53), o método dedutivo.

Os Elementos de Euclides abrem as portas para uma geometria logicamente organizada, construída passo a passo – ou melhor, *enunciado a enunciado* – e demonstrada de modo que o *logos* não conclui outra coisa senão o que ali lhe é apresentado. É uma geometria praticamente inquestionável, limítrofe, a linha divisória entre o humano e o divino, entre o perene e o eterno, entre a verdade e aquilo que se manifesta pelos sentidos.

Lloyd (1998) questiona esta aura que a obra de Euclides desfrutou ao longo de tantos séculos em seus estudos sobre a sociedade grega. Segundo ele, não é por terem sobrevivido que *Os Elementos* podem ser julgados como a melhor obra científica de qualquer período da Antiguidade pois, muitas vezes, um importante tratado de síntese eclipsava obras de grande originalidade e conteúdos, originando um tipo de regra da sobrevivência dos mais aptos: o "mais apto", porém, "muito amiúde não significava o mais adiantado, mas sim o mais fácil de compreender, a obra popular e não a especializada" (LLOYD, 1998, p. 289). De certo temos, porém, que a obra de Euclides serviu para os matemáticos de todas as épocas como exemplo de proceder quanto ao desenvolvimento de uma teoria e como modelo de como raciocinar e demonstrar matematicamente, além de apresentar um compêndio de resultados e verdades matemáticas aceitas que ajudariam no desenvolvimento da matemática (GASCA, 2007).

Das mãos e do trabalho hercúleo de Euclides, *Os Elementos* rasgaram o tempo: na Antiguidade clássica, foram estudados por vários sábios que teceram comentários sobre eles (como Proclo e Eudoxo, por exemplo) e sua transmissão é atribuída à cultura islâmica, que os tornou conhecidos na Europa: numerosos sábios árabes estudaram *Os Elementos* e aprofundaram alguns de seus problemas, em especial os de álgebra e aritmética. Os bizantinos, por sua vez, quase esquecidos nesta grande ampulheta do tempo, parecem não ter desempenhado papel significativo nisso, além do de terem preservado os textos originais de Euclides cujas versões antigas e completas constituíram a base para as edições críticas "modernas" (SCHUBRING, 2003).

Houve, não podemos deixar de relatar, um contrafluxo. O quinto postulado de Euclides, conhecido hoje como o Postulado das Paralelas[387], gerou incertezas em muitos

[387] E, caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça os ângulos interiores e do mesmo lado menores do que dois retos, sendo prolongadas as duas retas, ilimitadamente, encontrarem-se no lado no qual estão os menores do que dois retos (EUCLIDES, 2009, p. 108).

estudiosos sobre se podia ou não ser demonstrado como um axioma e, desde o século I d.C., com Ptolomeu, até o século XIX, quando em 1826 o matemático russo Nicolai Lobachevsky expôs os resultados de seus estudos sobre uma nova geometria – que ficaria conhecida como Geometria Hiperbólica –, várias tentativas de demonstrá-lo foram abandonadas, pois aqueles que se dedicavam a tal intento caíam em contradições, faziam erros que posteriormente viriam a invalidar suas demonstrações ou, até mesmo, descobriam resultados válidos que, por serem desconhecidos e bem diferentes daqueles da geometria euclidiana, eram desprezados. Cada "derrota" destas era um ganho para a geometria euclidiana e para a obra de Euclides, que permanecia inabalável, intocável, representante absoluta do mundo real (capaz de resolver seus problemas) e via de acesso à plenitude do espírito.

O livro de Euclides levou, então, a todos os povos que o estudaram, não somente os conteúdos da geometria, mas também a visão platônica sobre ela: o consenso sobre as verdades que somente o espírito alcançava, as formas geométricas como representações das ideias reais e a matemática como ciência que desenvolvia o espírito ficaram, mesmo que implicitamente, associadas àquelas páginas – ideias que seriam retomadas e defendidas por muitos filósofos, por ainda muitos anos; filósofos que reforçariam a geometria euclidiana e, consequentemente, a manutenção do livro de Euclides.

Na Europa da Idade Média, *Os Elementos* eram referência para quem queria estudar matemática; eram lidos na Sorbonne desde seus primeiros anos, e em Oxford, a partir do século XV. A Companhia de Jesus, fundada em 1534, adotou em 1552 a obra de Euclides para o ensino de matemática em todos os seus *collèges* (SCHUBRING, 2003). O Seiscentos, que viria a seguir, foi o século da "nova ciência", mostrando o amadurecimento de uma nova visão do mundo e uma nova concepção do saber, frutos oriundos do Humanismo europeu e do Renascimento.

> O século XVI foi uma época de importância capital na história da humanidade, uma época de um enriquecimento prodigioso do pensamento e de uma transformação profunda da atitude espiritual do homem; uma época possuída por uma verdadeira paixão da descoberta: descoberta no espaço e descoberta no tempo; paixão pelo novo e paixão pelo antigo. Os seus eruditos desenterraram todos os textos enterrados nas velhas bibliotecas monásticas. Leram tudo, estudaram tudo, editaram tudo. Fizeram reviver todas as doutrinas esquecidas dos velhos filósofos da Grécia e do Oriente: Platão e Plotino, o estoicismo e o epicurismo, o cepticismo e o pitagorismo, o

> hermetismo e a cabala. Os seus sábios tentaram fundar uma ciência nova, uma física nova e uma nova astronomia; os seus viajantes e aventureiros sulcaram os continentes e os mares, e os relatos das suas viagens levaram à concepção de uma geografia nova, de uma nova etnografia. Alargamento sem igual da imagem histórica, geográfica, científica do homem e do mundo.
> Fervilhamento confuso e fecundo de ideias novas e de ideias renovadas. Renascimento de um mundo esquecido e nascimento de um mundo novo. Mas também: crítica, abalo, e enfim dissolução e mesmo destruição e morte progressiva das antigas crenças, das antigas concepções, das antigas verdades tradicionais que davam ao homem a certeza do saber e a segurança da ação. De resto, uma coisa supõe a outra: o pensamento humano é, na maior parte dos casos, polêmico. E as verdades novas estabelecem-se, quase sempre, sobre o túmulo das antigas. Seja qual for, de resto, a validade desta tese geral ela é verdadeira para o século XVI que tudo abalou, tudo destruiu: a unidade política, religiosa, espiritual da Europa; a certeza da ciência e a da fé; a autoridade da Bíblia e a de Aristóteles; o prestígio da Igreja e o do Estado (KOYRÉ, 1963, p. 23-24).

Dentre as transformações da época, uma das maiores foi a infringida pelo novo sistema solar de Copérnico, posteriormente aperfeiçoado por Kepler; seguiram-se a esta as mudanças na Física, com a mecânica de Galileu e a gravitação de Newton, e também as nas ciências não mecânicas, como a Biologia, a Química, a Fisiologia, a Geologia etc, que foram ganhando importância. Neste período de transformações, o cenário era “de riquezas e [de] um amontoado de escombros: tal é o resultado desta atividade fecunda e confusa, que tudo demoliu e nada soube construir, ou, pelo menos, acabar” (KOYRÉ, 1963, p. 24). O homem sentiu-se perdido num mundo que se lhe apresentava como incerto, onde nada era seguro e tudo parecia ser possível. A dúvida instalou-se e era preciso descobrir como separar o errado do certo, o verdadeiro do falso. Da busca a estas respostas nasceu o método científico, “a grande inovação da ciência moderna, aquela que terá consequências mais profundas e duradouras” (CAMBI, 1999, p. 301).

O mundo tal qual o homem o conhecia desde a Antiguidade estava mudando drasticamente, mas, e a geometria? Seguia a mesma, unindo o passado ao presente nas páginas de Euclides, estabelecendo-se quanto mais o tempo passava como algo imutável, acabado, definitivo. De todas as ciências – das criadas e das resgatadas, relidas e reestudadas nos livros antigos – a geometria euclidiana foi a única que não mudou.

Quando, em 1637, René Descartes publicou o *Discurso do Método*, sua intenção era achar um método de verificação científica que validasse o resultado encontrado, dando ao pesquisador a certeza de que nenhuma escolha errada havia sido feita no decorrer de sua investigação ou observação. Era um método puramente “racional”, baseado no exercício pleno da razão humana. Descartes buscava apontar

> o caminho de uma ciência universal, feita a partir de novos fundamentos. Um novo edifício seria necessário, construído a partir de sólidos alicerces, que só seriam alcançados pela elaboração de novos princípios, primeiras proposições indubitáveis. De posse deste novo *método*, os homens poderiam, doravante, seguir os passos seguros de uma sabedoria teórica e prática. A filosofia e a ciência, mas também a moral, apresentariam, assim, ideias e orientações seguras que balizariam o pensamento e a ação (ROSENFIELD, 2005, p. 8).

Para o filósofo, o senso comum de uma época não poderia ser critério de verdade e as ideias deveriam passar por um crivo – um procedimento metodológico baseado na dúvida e na hiperbolização da dúvida – antes de serem assumidas como verdadeiras (ROSENFIELD, 2005). Poderia ter sido ele, então, o primeiro homem a minar a hegemonia euclidiana, posto que esta geometria era consenso há séculos, mas, como veremos, o que Descartes fez foi usá-la como exemplo de seu método – pois era ela, no livro de Euclides, construída tal qual um edifício de sólidos alicerces, assim como ele via seu próprio método – e, sem duvidar da sua validade, ampliar seu estudo para a abordagem algébrica.

O método de Descartes pautava-se por quatro regras: não aceitar como verdadeiro nada que não tivesse antes passado pelo crivo da razão (o que impediria o pensamento de ser tomado por paixões ou guiado por preconceitos); dividir tudo o que parecesse complexo em tantas quantas fossem as partes mais simples possíveis (pois a razão tem mais condições de resolver um problema perfeitamente delimitado do que de se encarregar de algo composto de várias partes); depois de feita esta decomposição, ela deveria ser ordenada (a remontagem para o composto teria que ser refeita sem desvios ou perdas de informações que viessem a prejudicar a verdade almejada); como este procedimento podia ser retomado e repetido por qualquer um, ele deveria dar lugar a tantas revisões quanto necessárias (DESCARTES, 2005).

> É esse o método e o remédio cartesiano. O método, ou seja, a via que conduz à verdade. E o remédio que nos cura da indecisão e da dúvida. Precisamos nos desfazer de todas as ideias, de todas as crenças recebidas, ou seja, libertarmo-nos de todas as tradições, de todas as autoridades, se quisermos uma vez reencontrar a pureza nativa da nossa razão, chegar à certeza da verdade (KOYRÉ, 1963, p. 48).

É possível perceber, então, por que a geometria de Euclides serviu como exemplo para a validade do método científico de Descartes: com relação à primeira regra, não se aceitava como verdadeiro nenhum resultado que não fosse demonstrado, salvo os postulados; quando o que devia ser demonstrado era uma afirmação mais complexa, tal qual na segunda regra, Euclides a dividia em partes e as demonstrava separadamente (ou considerando em alguma etapa uma das demonstrações anteriores), unindo as partes, como sugere a terceira regra, para formar o todo, isto é, para chegar ao final da demonstração; e, finalmente, a quarta regra referia-se à repetição do processo anterior por outras pessoas, com vistas a chegar ao mesmo resultado, o que de fato aconteceu por muitos anos toda vez que as demonstrações foram estudadas e refeitas.

A organização da geometria e o método racional de Descartes estão intimamente ligados:

> Os longos encadeamentos de razões, todas simples e fáceis, que os geômetras costumam utilizar para chegar a suas mais difíceis demonstrações, me haviam feito imaginar que todas as coisas passíveis de serem conhecidas pelos homens se seguem umas às outras do mesmo modo, e contanto que nos abstenhamos de aceitar alguma como verdadeira que não o seja, e que mantenhamos sempre a ordem necessária para deduzi-las umas das outras, não pode haver nenhuma tão afastada à qual enfim não se chegue, nem tão oculta que não se descubra. E não foi muito difícil buscar por quais era preciso começar, pois eu já sabia que era pelas mais simples e mais fáceis de conhecer; e considerando que, entre todos os que até agora buscaram a verdade nas ciências, apenas os matemáticos puderam encontrar algumas demonstrações, isto é, algumas razões certas e evidentes, não duvidei de que não fosse pelas mesmas que eles examinaram; disso eu não esperava nenhuma outra utilidade a não ser que elas acostumariam meu espírito a se alimentar de verdades e não se contentar com falsas razões (DESCARTES, 2005, p. 55-56).

Para Descartes, “a Aritmética, a Geometria e as outras ciências desta natureza, que não tratam senão de coisas muito simples e muito gerais, sem cuidarem muito em se elas existem ou não na natureza, contêm alguma coisa de certo e indubitável” (DESCARTES, 1998, p. 19) pois, quer estivesse dormindo ou acordado, dois mais três seria sempre cinco e o quadrado teria sempre quatro lados. As ciências da época buscavam seus princípios na filosofia, mas esta parecia, a Descartes, confusa, incerta e duvidosa: do desmoronamento das suas primeiras certezas, salvaram-se apenas as que não dependiam da filosofia: a crença em Deus e na matemática. Koyré (1963) afirma ser importante notar isso, pois, com efeito, a metafísica de Descartes tentará ligar essas duas certezas e apoiar uma na outra. Deus e a geometria euclidiana *eram* e *estavam*, no sentido de que existiam independentemente de poderem ser ou não vistos e reconhecidos na natureza.

> Por exemplo, eu via claramente que, ao supor um triângulo, era preciso que seus três ângulos fossem iguais a dois retos; mas nada me assegurava que houvesse no mundo algum triângulo. Ao passo que, voltando a examinar a ideia que eu tinha de um Ser perfeito, eu descobria que a existência nele estava compreendida, da mesma forma que está compreendida na de um triângulo que seus três ângulos sejam iguais a dois retos, ou, na de uma esfera, que todas as suas partes estejam igualmente distantes de seu centro, ou

> mesmo de maneira mais evidente ainda; e que, portanto, é pelo menos tão certo que Deus, que é esse Ser perfeito, é ou existe, quanto o seria qualquer demonstração de geometria (DESCARTES, 2005, p. 74).

Descartes, assim como os gregos, pensava que a geometria ajudava a educar o espírito. "Eu tiraria o prazer de aprendê-la por vós mesmos e a utilidade de cultivar vossos espíritos ao exercitá-la, o que é a meu ver o que de mais importante se pode retirar desta ciência" (DESCARTES, 1836, p. 3), diz ele no começo de seu tratado *La Géométrie*, sobre sua opção em não explicar todas as construções necessárias já no começo do livro, mas deixá-las para quando isso fosse efetivamente preciso. O que faz a geometria da obra de Descartes diferir da grega é sua abordagem algébrica. Esta associação entre Geometria e Álgebra permitiu a Descartes ver a matemática como tendo "unidade", pois os mesmos métodos – os algébricos – se aplicavam tanto à geometria quanto à aritmética, tanto ao número quanto ao espaço. Por *mesmos métodos* é preciso entender *mesmos passos do espírito*, o que nos mostra que o importante não eram os objetos – números ou linhas – mas justamente os passos, as ações, as operações com que o espírito ligava esses objetos, estabelecendo relações, comparando-as umas com as outras, medindo umas pelas outras e assim ordenando-as em séries (KOYRÉ, 1963).

Mas, se a abordagem da geometria altera-se com essa visão algébrica, as "certezas" do filósofo com relação a ela permanecem as mesmas apresentadas pelos gregos:

> Quando imagino um triângulo, ainda que não haja talvez em nenhum lugar do mundo, fora de meu pensamento, uma tal figura, e que nunca tenha havido alguma, não deixa, entretanto, de haver uma certa natureza ou forma, ou essência determinada, dessa figura, a qual é imutável e eterna, que eu não inventei absolutamente e que não depende, de maneira alguma de meu espírito; como parece, pelo fato de que se pode demonstrar diversas propriedades desses triângulo, a saber, que os três ângulos são iguais a dois retos, que o maior ângulo é oposto ao maior lado e que outras semelhantes, as quais agora, quer queira, quer não, reconheço mui claramente e mui evidentemente estarem nele, ainda que não tenha antes pensado nisto de maneira alguma, quando imaginei pela primeira vez um triângulo; e, portanto, não se pode dizer que eu as tenha fingido e inventado (DESCARTES, 1998, p. 56).

Se insisto em citar as falas de Descartes quando ele descreve tão enfática e inquestionavelmente as propriedades dos triângulos é por julgar que esses excertos deixam transparecer, nitidamente, sua visão euclidiana do mundo. Não há, para ele, a possibilidade de existirem outras geometrias, não há a possibilidade de "jogar" com pressupostos de modo a, desse jogo, fazer surgir geometrias alternativas – como a hiperbólica, por exemplo, na qual os triângulos têm *sempre* a soma dos ângulos internos menor que dois retos. Para Descartes foi "exclusivamente na matemática que o espírito humano chegou à evidência e à certeza – e conseguiu constituir uma ciência, uma disciplina verdadeira, na qual se progride, em ordem e com clareza, das coisas mais simples para as construções mais difíceis" (KOYRÉ, 1963, p. 51).

Pelo racionalismo de Descartes passou a tomar-se como claro somente o que era inteiramente acessível ao espírito, ou seja, aquilo que a inteligência pudesse conceber sem nenhuma interferência da imaginação e dos sentidos. Isto equivale, praticamente, a dizer que só era claro o que era matemático ou, pelo menos, matematizável (KOYRÉ, 1963). Depois de admitir que permanecera firme na resolução de não supor nenhum outro princípio senão o raciocínio para demonstrar a existência de Deus e da alma, Descartes acrescentou, no *Discurso do Método*, sobre as demais coisas a serem conhecidas: "nada admitir como verdadeiro que não me parecesse mais claro e mais certo do que antes me haviam parecido as demonstrações dos geômetras" (DESCARTES, 2005, p. 79). É à geometria euclidiana que ele está se referindo, são as demonstrações contidas em *Os Elementos* que ele toma como base para verificar se as demais ideias são claras e certas. O método de Descartes está, de algum modo, atrelado à geometria, *vive* nela, ele *exemplifica* seus quatro passos através dela: sublinhando a importância da obra de Euclides, não havia para Descartes razão alguma para abandonar ou negligenciar *Os Elementos*.

Cerca de um século mais tarde, outra importante apreensão filosófica surge na Europa: o Empirismo do inglês David Hume (1711-1776) exige o abandono da metafísica, que "não é propriamente uma ciência, mas, ou decorre dos infrutíferos esforços da vaidade humana que pretende penetrar à força em assuntos completamente inacessíveis ao nosso entendimento, ou dos ardis das superstições populares" (HUME, 1984, p. 135) e admite-se a vitória da razão cética que reconhece uma irresistível força da natureza que se sobrepõe à razão. Quando Hume declara, no princípio da *Investigação sobre o Entendimento Humano*, "Sê filósofo, mas, em meio a toda a tua filosofia, não te esqueças de ser homem" (HUME, 1984, p. 134), está ressaltando que o homem-filósofo deve ceder lugar ao homem-natureza (REALE e ANTISERI, 2004).

De um modo geral – nossa intenção é investigar como diferentes abordagens filosóficas consideram a obra de Euclides, não propriamente deter-nos de modo aprofundado em cada uma das abordagens que vêm à cena –, Hume divide as *percepções*, conteúdos da mente humana, em duas categorias: as *impressões* e as *ideias* (ou *pensamentos*). As impressões são "todas as nossas percepções mais vivazes, quando ouvimos, vemos, sentimos, amamos, odiamos, desejamos ou queremos" (HUME, 1984, p. 138), ou seja, em outras palavras, *ter impressões* significa *sentir* algo. Por outro lado, as ideias são as imagens enfraquecidas que a memória produz a partir das impressões, isto é, *ter ideias* significa *pensar*:

> Embora nosso pensamento pareça possuir essa liberdade ilimitada, examinando o assunto mais de perto vemos que em realidade ele se acha encerrado dentro de limites muito estreitos e que todo o poder criador da mente se reduz à simples faculdade de combinar, transpor, aumentar ou diminuir os materiais fornecidos pelos sentidos e pela experiência (...). Em resumo, todos os materiais do pensamento derivam da sensação interna ou externa; só a mistura e composição destas dependem da mente e da vontade. Ou, para expressar-me em linguagem filosófica, todas as nossas ideias ou percepções mais fracas são cópias de nossas impressões, ou percepções mais vivas (HUME, 1984, p. 138-139).

As ideias, portanto, são mais *fracas* que as impressões e são produzidas pela memória a partir destas; sendo assim, as ideias *dependem* das impressões e podem ser *simples* ou *complexas* (o que também ocorre com as impressões), sendo que as do segundo grupo, na verdade, são constituídas por três tipos distintos de associações de ideias simples: semelhança[388], contiguidade no tempo e no espaço[389] e causa e efeito[390]. Destas relações é que decorre uma grande mudança com relação às correntes filosóficas anteriores: *não há ideias inatas*: as ideias só ocorrem depois que já temos impressões (REALE e ANTISERI, 2004).

Depois desta rápida "introdução" ao empirismo humeano, chego à parte que nos interessa aqui: Hume dizia que todos os objetos da razão ou investigação humana pertenceriam ou ao grupo das *relações de ideias* ou ao das *questões de fato*. É no primeiro grupo que encontramos a geometria.

As questões de fato são verificáveis apenas pela experiência e, para isso, contam com o desenvolvimento dos sentidos humanos, precisam ser analisadas com relação às suas causas e efeitos para, a partir disso, serem generalizadas. Contrárias à necessidade da experiência para se adquirir o conhecimento são as questões do grupo de relações de ideias, grupo a que

---

[388]Uma associação por semelhança é quando passamos de uma ideia a outra por algo que as vincula; por exemplo: ao pegarmos uma carta, nos lembramos de quem a escreveu.
[389] Uma associação por contiguidade no tempo e espaço é quando, por exemplo, ao visitarmos uma casa, pensamos em quem morou lá anteriormente.
[390] Uma associação por causa e efeito é quando a ideia da causa suscita-nos a do efeito, ou vice-versa; por exemplo: ver uma imagem de uma geleira nos faz pensar no frio.

> pertencem as ciências da Geometria, Álgebra e Aritmética; e, numa palavra, toda afirmação que seja intuitivamente ou demonstrativamente certa. Que *o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos dois lados* é uma proposição que expressa uma relação entre essas figuras. Que *três vezes cinco é igual à metade de trinta* expressa uma relação entre esses números. As proposições desta espécie podem ser descobertas pela simples operação do pensamento, sem dependerem do que possa existir em qualquer parte do universo. Ainda que jamais existisse um círculo ou um triângulo na natureza, as verdades demonstradas por Euclides conservariam para sempre a sua certeza e evidência (HUME, 1984, p. 141).

Eis aí a declaração de Hume de que a geometria era o que era – uma afirmação e um pensamento bastante análogos aos de Descartes –, de modo que não havia nenhuma brecha para se pensar em uma geometria que não fosse a euclidiana. Como ele mesmo afirma, tudo aquilo demonstrado por Euclides eram evidências incontestáveis, que nem precisavam da experiência para serem aceitas como verdade, pois poderiam ser alcançadas pelo pensamento. Parece interessante ressaltar outro contraponto: se, por um lado, Hume afirma que não existe nada mais livre do que a imaginação do homem e que "embora ela não possa ultrapassar o fundo original das ideias fornecidas pelos sentidos internos e externos, tem um poder ilimitado de misturar, unir, separar, e dividir essas ideias em todas as modalidades de ficção e visão" (HUME, 1984, p. 151), em nenhum momento ele considerou a possibilidade de alterar algumas ideias da geometria euclidiana "jogando" com conceitos. Se a imaginação, livre e ilimitada, poderia conceber um grifo pela associação de ideias, por que, por esta mesma associação, não poderia imaginar um triângulo cuja soma dos ângulos fosse menor que dois retos, ou mesmo negar a possibilidade de se traçar uma paralela a uma reta dada passando por um ponto dado? Se a geometria não precisava da experiência, o que, então, impediria esses "jogos"?

Talvez também aqui se possa perceber a influência do livro de Euclides sobre o pensamento humeano. Tudo havia sido tão bela e coerentemente demonstrado, tudo estava tão coerentemente organizado e encadeado que os resultados, alcançados pelo raciocínio, não pela experiência, mantinham inquestionável o *corpus* da geometria como proposto por Euclides.

> A grande vantagem das ciências matemáticas sobre as morais consiste em que as ideias das primeiras, por serem de ordem sensível, são sempre claras e determinadas, a mais diminuta distinção entre elas é imediatamente perceptível e os mesmos termos expressam sempre as mesmas ideias, sem ambiguidade nem variação. Nunca se confunde uma oval com um círculo ou uma hipérbole com uma elipse. O isósceles e o escaleno são separados por diferenças mais precisas do que o vício e a virtude, o justo e o injusto. Se um termo qualquer é definido em Geometria, o intelecto de per si substitui

> prontamente, em todas as ocasiões, o termo definido pela sua definição (HUME, 1984, p. 156).

O que fora definido e demonstrado por Euclides era considerado conhecimento válido e inquestionável, com termos adequados que bem representavam os objetos nomeados, o que implica ser o empirismo humeano, nesta história que estamos traçando, mais uma importante coluna de sustentação à geometria euclidiana e, por extensão, ao livro *Os Elementos*.

Seguindo uma trama cronológica, nos aproximamos cada vez mais da época de Carroll. Tentemos agora uma aproximação ao Criticismo de Immanuel Kant: através da leitura de uma das suas publicações mais importantes – *A Crítica da Razão Pura*[391]– e de textos elaborados por alguns de seus comentadores, talvez seja possível compreender o modo como ele, Kant, pensa a geometria. Essa aproximação, mesmo que tímida, exige que cuidemos, antes, de alguns conceitos básicos da filosofia kantiana.

"Nosso conhecimento começa com a experiência" (KANT, 1987, p. 25), declara o filósofo na introdução do seu texto. Sem ela, o que despertaria a faculdade do conhecimento? Os objetos tocam nossos sentidos e, por um lado, produzem representações; por outro, despertam nosso entendimento para que as representações possam ser comparadas, conectadas, separadas etc, de modo que, pensando em função de um tempo decorrido, nenhum conhecimento precede a experiência e todo conhecimento começa com ela. Mas o fato de o conhecimento começar *com* a experiência não significa que ele se origine *da* experiência: Kant propõe, então, investigar se poderia acontecer de o nosso conhecimento da experiência ser um composto entre aquilo que recebemos pelas impressões (por meio dos nossos sentidos) e aquilo que a nossa própria faculdade de conhecer fornece. Se sim, esta "mistura" que resulta no conhecimento poderia apresentar partes de um "conhecimento independente da experiência e mesmo de todas as impressões dos sentidos" (KANT, 1987, p. 25). Para investigar a existência destes conhecimentos, Kant dá-lhes o nome de *conhecimentos a priori*, distinguindo-os dos *conhecimentos empíricos*, cujas fontes são *a posteriori*, isto é, são a experiência.

Segundo Reale e Antiseri (2004), o conhecimento científico consta fundamentalmente de proposições ou juízos que, além de serem *universais* e *necessários*, incrementam continuamente o conhecimento, possibilitando a expansão

[391] Kant publicou duas edições de *A Crítica da Razão Pura*: a primeira em 1781 e a segunda em 1787. A segunda edição, comumente chamada de "edição B", foi a que consultamos.

dos campos da ciência. Para responder à pergunta que fizera – se existem e quais seriam os conhecimentos *a priori* –, Kant divide os juízos em *analíticos* e *sintéticos*. Um juízo é a conexão entre dois conceitos dos quais um deles (chamemo-lo *A*) cumpre a função de sujeito e, outro (chamemo-lo *B*), a de predicado. Um juízo é dito *analítico* quando o conceito do predicado está contido no sujeito e pode ser entendido ou extraído dele por pura análise (por exemplo: se digo "todo corpo (A) é extenso (B)", estou pronunciando um juízo analítico, pois o conceito de extensão é sinônimo de corporeidade, já que não há corpo sem extensão); *sintéticos* são os juízos em que o conceito B (que funciona como predicado) não se encontra no conceito A (que funciona como sujeito), mas acrescenta a este algo que não é "extraível" dele por mera análise (por exemplo: se digo "todo corpo (A) é pesado (B)", estou pronunciando um juízo sintético, pois o conceito de "pesado" não pode ser extraído, por pura análise, do de "corpo" – uma prova disso é que Aristóteles, por muito tempo, considerou que corpos como a terra e a água eram pesados, enquanto que o ar e o fogo eram leves).

Os juízos analíticos são formulados *a priori* pois, como expressam de modo diferente o mesmo conceito conhecido do sujeito, não necessitam da experiência. Sendo assim, são *universais* e *necessários* (qualquer pessoa, em qualquer parte do mundo, não negaria que um corpo é extenso), mas não são *amplificadores* do conhecer. Ainda que a ciência se valha deste tipo de juízo a todo momento, ela não se baseia neles quando amplia seu campo e, portanto, os juízos analíticos *a priori* não fazem a ciência "andar".

Os juízos sintéticos mais comuns são aqueles formulados a partir da experiência – juízos *experimentais*. Eles são *a posteriori* e sempre ampliam o conhecimento, uma vez que inegavelmente atribuem ao sujeito algo que não estava contido implicitamente nele. No entanto, como dependem da experiência, não podem ser universais e necessários e servem, quando muito, para que deles se possa extrair algumas generalizações: sendo assim, a ciência não pode se basear neles.

Kant defendia que a ciência se baseava num terceiro tipo de juízo: um tipo que, ao mesmo tempo, unia a *aprioridade* (isto é, a *universalidade* e a *necessidade*) com a *fecundidade* (isto é, a *sinteticidade*) (REALE e ANTISERI, 2004). A esse juízo chamou de *sintético a priori*. É na Matemática que Kant vai buscar os exemplos desse tipo de juízo. Ao declarar que "desde os tempos mais remotos que a história da razão pode alcançar no admirável povo grego, a matemática entrou na via segura de uma ciência" (KANT apud FERRAIOLO, 1996, p. 7), Kant afirma a Matemática como ciência inequívoca, exemplo tanto para a metafísica quanto para as outras ciências, como o verdadeiro modelo de acordo com o qual se poderia ampliar o conhecimento sem o auxílio da experiência. Para ele, tanto as operações aritméticas[392] quanto os juízos da geometria eram sintéticos *a priori*:

> Aquele que primeiro demonstrou o triângulo isósceles (fosse ele Tales, ou como quer que se chamasse) teve uma iluminação; descobriu que não tinha que seguir passo a passo o que via na figura, nem o simples conceito que dela possuía, para conhecer de certa maneira as suas propriedades; que antes deveria produzi-la, ou construí-la, mediante o que pensava e o que representava *a priori* por conceitos e que, para conhecer, com certeza, uma coisa *a priori*, nada devia atribuir-lhe se não o que fosse consequência necessária do que nela tinha posto, de acordo com o conceito (KANT apud FERRAIOLO, 1996, p. 7).

Como ciência que determina *a priori* (e não empiricamente) seu sujeito, a Matemática, que no começo se constituiu de tentativas incertas, teve seu desenvolvimento comparado por Kant a uma *revolução*, pois no decurso do tempo atingiu um patamar inquestionável, mostrando um caminho que não poderia mais ser perdido. Ele reconhecia, portanto, na Matemática – especialmente na geometria –, uma *criação da mente humana* que não dependia de nada mais que da própria mente humana.

Quando tratou, então, de buscar a origem do conhecimento, Kant abandonou o campo da experiência e situou tal origem na própria faculdade de conhecer, possibilitando a existência de um conhecimento *a priori* tal qual ele defendia ocorrer na Matemática. Mas a faculdade de conhecer pertencia ao *sujeito*, não ao *objeto*, e a ideia vigente até então – tentava-se explicar o conhecimento supondo que o sujeito deveria girar em torno do objeto – foi abandonada pelo filósofo: tão importante para a filosofia quanto a revolução de Copérnico para a Astronomia, e por isso comparada a ela, Kant passou a supor que era o objeto que deveria girar em torno do sujeito, isto é, que só se podia conhecer das coisas aquilo que se colocava nelas, pois não eram os objetos que regulavam o intelecto para, deles, os conceitos serem extraídos, mas o contrário: eram os objetos, enquanto pensados, que se regulavam pelos conceitos do intelecto e se juntavam a eles. Ao objeto da experiência, cujas características jamais podem ser apreendidas pelo sujeito, Kant chamou *coisa em si*, e nomeou *fenômeno* o modo como

[392] Kant fala que 7 + 5 = 12 é um juízo sintético pois, ao pensar a soma, pensa-se que o 7 deve ser acrescentado ao 5, mas não se pensa que esta soma tem 12 por resultado. Como o conceito “12” não é pensado a partir do conceito “soma”, é preciso buscar auxílio na *intuição* correspondente a estes dois números (contando nos dedos ou movendo peças num ábaco, por exemplo) e, graças a ela, vê-se nascer – sinteticamente – o conceito do novo número correspondente à soma.

ele aparece ao sujeito: de acordo com seu modo de perceber as coisas, o sujeito jamais apreende a *coisa em si*, mas percebe dela somente o fenômeno.

A partir daí, surge o conceito kantiano de *transcendental*: é transcendental todo o conhecimento que não se relaciona com os objetos, mas com o modo de conhecê-los, enquanto possível a priori. O conhecimento dos "sentidos" e o conhecimento "do intelecto" são os dois ramos do conhecimento humano que se articulam no ato de conhecer: primeiro o objeto é "dado" ao sujeito pelos sentidos e, depois, ele é "pensado" pelo intelecto. A doutrina do sentido e da sensibilidade é chamada por Kant de "Estética Transcendental" e, a do pensamento e do intelecto, de "Lógica Transcendental". Aqui nos deteremos apenas na primeira, porque foi na busca dos elementos que a compunham que Kant identificou estruturas que, veremos, relacionam-se à geometria euclidiana.

Ao abstrair o que se relacionasse com as sensações, ou seja, ao dispensar todas as características do fenômeno que só poderiam ser obtidas *a posteriori,* Kant percebeu que permaneciam no sujeito duas estruturas, as quais chamou de *formas puras da intuição*[393] *sensível*: o *tempo* e o *espaço*.

"O tempo não é um conceito empírico abstraído de qualquer experiência. Com efeito, a simultaneidade ou a sucessão nem sequer se apresentaria à percepção se a representação do tempo não estivesse subjacente a priori" (KANT, 1987, p. 44). Kant aponta o tempo como uma representação necessária subjacente a todas as intuições: é possível que haja tempo sem fenômeno, mas nunca o contrário, e é esta forma pura da intuição que permite ao sujeito perceber se os fenômenos observados são simultâneos ou sucessivos.

O espaço, que também não é um conceito empírico abstraído de experiências externas, é, por sua vez, aquilo que possibilita ao sujeito representar coisas que estão fora de si mesmo, "uma ao lado da outra e por conseguinte não simplesmente como diferentes, mas como situadas em lugares diferentes" (KANT, 1987, p. 41). O espaço é uma representação *a priori* necessária que torna possível as representações externas e, embora possamos pensar um espaço no qual não se encontra nenhum objeto, é impossível representar a ausência de espaço.

Tanto o tempo quanto o espaço são *unos*: o primeiro possui uma única dimensão (diversos tempos não são simultâneos, mas sim sucessivos) e o segundo, mesmo quando

[393] A *intuição* é o conhecimento *imediato* dos objetos. Segundo Kant, o homem possui somente um tipo de intuição: a intuição própria da sensibilidade. O intelecto humano *não* intui; quando *pensa*, está se referindo sempre aos dados que lhe foram fornecidos pela sensibilidade.

se diz ou se pensa nele no plural – *espaços* –, na verdade se está aludindo a partes de um mesmo e único espaço. Apenas o tempo e o espaço são as formas puras da intuição, sendo que o tempo é a forma (o modo de funcionamento) do sentido interno, isto é, a forma de todo dado sensível interno conhecido pelo sujeito; e o espaço é a forma (o modo de funcionamento) do sentido externo, isto é, a condição à qual deve sujeitar-se a representação sensível de objetos externos (REALE e ANTISERI, 2004):

> Se posso dizer *a priori*: todos os fenômenos externos são determinados *a priori* no espaço e segundo as relações do espaço, a partir do princípio do sentido interno posso então dizer universalmente: todos os fenômenos em geral, isto é, todos os objetos dos sentidos, são no tempo e estão necessariamente em relações de tempo (KANT, 1987, p. 46).

Para o sujeito não há fenômeno sem tempo e espaço. Segundo Kant, o sujeito capta as coisas como determinadas espacial e temporalmente porque possui uma sensibilidade assim configurada, uma sensibilidade que só funciona desta maneira. Dito isso, declarou que ambas as formas puras da intuição têm *realidade empírica* – porque nenhum objeto pode ser dado aos sentidos sem se submeter a eles – e *idealidade transcendental* – uma vez que não são formas do objeto, e sim do sujeito.

O que queremos ressaltar, agora, é que este espaço ao qual Kant se refere, inerente a todo homem, é o espaço euclidiano. O espaço que ajuda o homem a conhecer o fenômeno e que é uma forma pura da intuição é o espaço tal qual representado, provado e sistematizado na geometria de Euclides e todos – absolutamente todos – os juízos sintéticos *a priori* da geometria dependem da intuição *a priori* desse espaço.

Um exemplo citado por Kant é retomado por Carroll no Ato II, Cena II de *Euclides e Seus Rivais Modernos*:

> Que a reta seja a linha mais curta entre dois pontos, é uma proposição sintética. Meu conceito de *reta*, com efeito, não contém nada como quantidade, mas apenas uma qualidade. O conceito de mais curto é, portanto, completamente acrescentado, e não pode ser extraído, mediante alguma decomposição, de conceito de linha reta. Devemos, portanto, recorrer à intuição, por meio da qual apenas é possível a síntese (KANT apud REALE e ANTISERI, 2004, p. 399).

Kant também declarou que a proposição “duas linhas retas não limitam um espaço”[394] não podia ser derivada nem do conceito de linha reta, nem do de número dois, ocorrendo a mesma impossibilidade com a proposição que afirma que, a partir de três linhas retas, é possível formar um triângulo. Todo esforço de compreendê-las se

---

[394] Axioma 9 da edição brasileira de *Os Elementos*.

mostraria inútil e o sujeito se veria obrigado “a buscar refúgio na intuição, como faz sempre a Geometria” (KANT, 1987, p. 51): é preciso que se dê, primeiro, o objeto *a priori* na intuição, e sobre ele fundar a proposição sintética. Somente nesta ordem é que o sujeito poderia acrescentar aos conceitos (de duas linhas retas ou de três linhas retas) algo novo (a não limitação do espaço ou a existência do triângulo).

“É na sutileza de respeitar a experiência sem contudo contaminar-se por ela que se encontra a peculiaridade da matemática” (FERRAIOLO, 1996, p. 12). Além disso, ainda que tanto o conhecimento matemático quanto o filosófico impliquem juízos sintéticos, apenas o caráter construtivo da matemática permite, por meio do particular, considerar legitimamente o geral. Isto equivale a dizer que, quando desenhamos um círculo (ou recortamos um triângulo), estamos representando um particular que vale universalmente, pois o objeto do *conceito* círculo (ou triângulo) é representado por um *modelo* particular, mas aquilo que se deduz e se prova utilizando-se esta figura independe, por fim, desta experiência, e é válido para todo e qualquer círculo (e triângulo), venham também eles a ser representados por algum modelo ou não.

> A Geometria percorre o seu seguro caminho mediante meros conhecimentos a priori sem precisar pedir à Filosofia um atestado concernente à descendência pura e legítima do seu conceito fundamental de espaço. No entanto, nesta ciência o uso do conceito refere-se apenas ao mundo sensível externo, do qual o espaço é a forma pura de sua intuição e no qual portanto todo conhecimento geométrico possui evidência imediata por se fundar sobre intuição a priori, sendo os objetos dados a priori (segundo a forma) na intuição pelo próprio conhecimento (KANT, 1987, p. 76).

Assim, uma figura geométrica sempre se apresenta *a priori* ao sujeito, ainda que este venha a utilizar recursos empíricos para representá-la (como um desenho, por exemplo). A representação individual não passa disso – uma representação – e “jamais daria conta nela mesma da generalidade expressa em seu conceito” (FERRAIOLO, 1996, p. 29). Em compensação, “a realidade potencial emprestada ao objeto da matemática subsidia a compreensão da relação tão estreita que tal ciência mantém com a existência das coisas ou realidade atual” (FERRAIOLO, 1996, p. 33), isto é, os objetos construídos matematicamente se submetem à forma da experiência. Kant notou claramente esta relação e mostrou que o conceito geométrico puro de um círculo corresponde ao conceito empírico de um prato (KANT, 1987). Aqui chegamos a um ponto crucial da nossa análise: como o sujeito percebe o espaço, externo a ele, como o espaço euclidiano, a geometria euclidiana ganhou ainda mais força, pois ela se aplicava perfeitamente ao mundo exterior, respeitando em toda a extensão a forma perceptiva do sujeito ler a realidade. “Mesmo que o nosso universo não seja euclidiano no seu todo, localmente, isto é, na nossa vizinhança imediata, comporta-se como um universo euclidiano” (COUTINHO, 2004, p. 27), e foi isto que Kant percebeu.

Ferraiolo (1996) relata em seus estudos que alguns comentadores da obra de Kant sugerem, por ele ter se utilizado tão frequentemente da geometria euclidiana em suas análises, que sua filosofia não abarcaria outras geometrias ou, no mínimo, as colocaria como inferiores àquela sistematizada por Euclides. Mas esta não é a opinião da autora: considerando que a geometria euclidiana seguia inquestionável à época de Kant – as geometrias não-euclidianas surgiriam apenas mais tarde –, compreende-se melhor seu ponto de vista, ainda mais se considerarmos que o espaço perceptivo por nós desenvolvido é euclidiano.

“Kant foi um euclidiano convicto” (COUTINHO, 2004, p. 228) mas, por outro lado, ao valorizar o papel da intuição, abriu as portas para que o próprio espaço que defendia fosse subjugado a ela. A produção de figuras no espaço é uma característica indiscutível da geometria euclidiana. Contudo, o que é realmente relevante não é propriamente a figura, mas a intuição do espaço que possibilita ao sujeito construí-la, “e este espaço permanece na reelaboração de outras geometrias” (FERRAIOLO, 1996, p. 38).

O filósofo não viveu para conhecer a geometria hiperbólica ou a elíptica. Carroll, por sua vez, acreditava que elas eram essenciais para a compreensão do mundo apenas num nível poético ou fictício[395]. Dito isso, percebo que a importância e a relevância da geometria euclidiana na obra de ambos são duas características que eles tinham em comum. Não é necessário considerar que, à época em que viveu, Kant desconhecia outras geometrias; o que deve ser ressaltado é que à geometria euclidiana o filósofo deu amplo destaque, relacionando suas representações com a forma pura da intuição humana: se todos os seres humanos intuem (pelas formas *a priori* do tempo e do espaço) e se este espaço é euclidiano – pois é o que melhor representa a nossa realidade – a geometria euclidiana deixa de ser tão somente uma sistematização e organização de conceitos bem organizados por Euclides para ser, também, necessária para a compreensão do mundo.

[395]Como já discutimos no outro diário.

Este breve percurso pela Filosofia, abordando aspectos gerais do pensamento de Platão, do Racionalismo de Descartes, do Empirismo de Hume e do Criticismo de Kant, talvez tenha sido suficiente para perceber que, ainda que as ideias filosóficas tenham se alterado substancialmente, a geometria euclidiana manteve-se firme como exemplo, como modelo, como via segura para se conhecer o mundo, como parâmetro para se atingir a verdade. Por isso, quando Carroll escreveu *Euclides e Seus Rivais Modernos*, ele não estava só: fazia coro com inúmeros pensadores que, como ele, viam o mundo como espaço euclidiano e tinham, quiçá, como ele, estudado e compreendido *Os Elementos*. A obra de Carroll parece, assim, carregada destes diversos olhares. No correr dos tempos grandes mudanças foram absorvidas pela humanidade: a Terra deixara de ser plana, o sistema solar deixara de ser geocêntrico, mas Euclides continuava o senhor da geometria e *Os Elementos* perpetuava-se como guia para o estudo dessa ciência que em nada havia se alterado.

Os Elementos nos Estudos e Publicações de Carroll

Seguindo essa linha do tempo, chegamos ao apartamento em que Carroll vivia na Universidade de Oxford, onde *Os Elementos* estaria em sua estante, talvez sobre a mesa de estudos, tendo sido folheados recentemente. Qual teria sido, perguntei-me em vários momentos deste estudo, a edição d'*Os Elementos* que Carroll tão amiúde consultava? Sem ter acesso aos seus diários, ter alguma resposta a esta pergunta implicava uma tarefa difícil.

> Em geral, a natureza não propõe problemas fáceis, dado quase sempre o elevado número das variáveis neles envolvidas. Pela impossibilidade, consequência das dificuldades técnicas, de abrangê-las todas, o homem de ciência, ao abordar uma determinada questão, seleciona aquelas que julga mais significativas ao tratamento do caso considerado. Faz-se assim, uma modelagem da realidade (o que quer que isso possa significar). Mas, então, a solução oferecida é sempre uma redução, apenas uma aproximação daquilo que a natureza sugerira. Há, pois, soluções mais ou menos compreensivas, dependendo da capacidade de cada cientista de lidar com um número conveniente das variáveis e da sua perspicácia (ou devemos chamá-la intuição) no acolhê-las importantes (BICUDO, 2009, p. 32-33).

O mesmo se dá quando se procura escrever a história de um acontecimento, de uma cultura, de uma época. Apenas aproximações estão no domínio do historiador: boas ou más. Tudo o que ele pode almejar é que o seu relato seja "o canto da Sereia", que não engane, mas leve realmente ao objetivo. E isso, principalmente, ao dispormos de documentos para a consulta, na existência de fonte primária. Falto delas, fica cheio de obstáculos o caminho para uma boa aproximação dos fatos ocorridos e dos feitos alcançados (BICUDO, 2009).

Sendo assim, arrisco-me sobre a edição de *Os Elementos* a que Carroll se refere no texto de *Euclides e Seus Rivais Modernos*: a melhor edição de Euclides, na opinião de Carroll (WILSON, 2009), era a publicada pela Robert Potts, intitulada *The School Edition, Euclid's Elements of Geometry, the first six books, chiefly from the text of Dr. Simson, with Explanatory Notes*[396]. A edição de Simson foi traduzida para a língua inglesa a partir da tradução latina de Frederico Commandino que, por sua vez, era a tradução da edição em grego de Théon. Tem-se aí um pequeno problema: a edição de Théon – contaminada pelas inserções de Théon, que julgou necessário fazer algumas alterações na obra original – tem certas "diferenças" com relação à original, como a que ocorre quanto ao uso do termo "axioma" ao invés de "noções comuns", ou aquela relativa à redução do número de postulados (para três ao invés de cinco) ou ao aumento na quantidade de definições (na edição de Théon há vinte e cinco, ao invés de vinte e três), e as alterações quanto à numeração das proposições – e estas diferenças podem ser notadas em diversos trechos de *Euclides e Seus Rivais Modernos* (por exemplo: Carroll cita o axioma 12 e os corolários 1 e 2, relativos à proposição 32, que inexistem no original grego)[397], o que leva a crer que a "edição-mãe" que Carroll tinha à mão provinha daquela organizada por Théon.

Carroll, que apreciava e se dedicava tanto à geometria, também gostava e conhecia bem o grego – um par perfeito para se identificar com Euclides −, uma vez que estudou na Richmond[398] Grammar School[399] entre 1844 e 1845, e era bastante dedicado aos estudos. O diretor da escola, James Tate, certa vez enviou uma carta ao seu pai, na qual fazia a seguinte apreciação do jovem estudante:

---

[396] Este livro, publicado em 1845, ainda se encontra à venda. Esta edição é baseada na primeira edição de Simson para a língua inglesa (*The Elements of Euclid, viz. the First Six Book Together with the Eleventh and Twelfth*), publicada em 1756, na qual ele corrigiu alguns erros que Théon e outros tradutores cometeram ao longo dos séculos, restaurando assim algumas demonstrações de Euclides (HEATH, 1956). Também é possível encontrar em circulação a tradução portuguesa *Elementos de Euclides dos Seis Primeiros Livros, do Undécimo e Duodécimo, da Versão Latina de Frederico Commandino*, impresso pela Universidade de Coimbra. A edição dessa tradução que temos em mãos – parte do acervo do GHOEM – é a de 1855.

[397] Estas diferenças, quando ocorrem, estão apontadas na tradução de *Euclides e Seus Rivais Modernos*.

[398] A *Richmond Grammar School* era do tipo internato quando Carroll estudou lá (COHEN, 1998).

[399] A *grammar school* é um dos tipos de escola da Inglaterra que, na Idade Média, tinha por objetivo o ensino do latim. Posteriormente foram incluídos no seu currículo o grego antigo e outras línguas europeias, além de ciências naturais, matemática, história, geografia, entre outros assuntos. Na época vitoriana, as *grammar schools* foram reorganizadas para dedicar-se à educação secundária do Reino Unido, com exceção da Escócia, que seguia outra organização (COHEN, 1998).

é capaz de adquirir conhecimentos bem avançados para sua idade, e seu raciocínio é tão claro e cioso de erro, que ele não fica apaziguado enquanto não encontra a solução mais exata do que quer que lhe pareça obscuro. Acaba de realizar uma excelente prova de matemática, exibindo aquela paixão pelo argumento preciso que lhe é peculiar[400] (TATE apud COHEN, 1998, p. 38).

Em 24 de janeiro de 1851, Carroll passou a integrar a comunidade estudantil da Christ Church, na Universidade de Oxford, onde seu pai estudara. Para ingressar nela, prestava-se um exame de admissão em que pesavam os conhecimentos de latim e grego (CHASTENET, [s/d]). Carroll obteve nota alta no *Responsions*, a primeira prova para a obtenção do grau de bacharel, que incluía uma arguição oral, uma monografia de latim, grego e aritmética, com opção entre álgebra e geometria euclidiana (COHEN, 1998). Com o tempo, seu conhecimento de grego e latim deve ter atingido um patamar de excelência que lhe permitiu, em 1854, declamar no *hall* da universidade um texto que havia escrito inteiramente em latim e grego e cuja trama se desenvolvia em torno de uma passagem da *Ética* de Aristóteles[401] (COHEN, 1998). Seus estudos seguiram tão bem que ele recebeu vários prêmios e, em 18 de dezembro de 1854, colou grau de Bacharel em Artes (B.A.), tornando-se professor de Oxford com apenas 23 anos.

No ensino de geometria, Carroll mostrou-se devotado a Euclides. Tal devoção evidencia-se pela quantidade de escritos por ele publicados sobre geometria euclidiana. Seu primeiro folheto foi *Notes on the First Two Books of Euclids* (1860), vendido a seis pence[402], destinado àqueles que deveriam submeter-se aos exames elementares. As *Notes* de Carroll cresceram até adquirir forma de livro, o *Euclid, Books I, II*, do qual circulou uma versão em forma de anotações desde 1875 até sua publicação como livro em 1882. *Euclid, Books I, II* atingiu a marca de oito edições (WILSON, 2009).

Seguiram-se outras obras que deixam clara a preocupação de Carroll em ajudar os alunos a entender melhor a matéria e a se prepararem para os exames de forma mais fácil e eficaz. Carroll reescreveu e aperfeiçoou um dos livros de Euclides, ao qual chamou de *The Fifth Book of Euclid Treated Algebraically*, recorrendo a exemplos para ilustrar cada definição e formulando cada proposição de modo algébrico por julgar essa

---

[400] O tom elogioso da carta ressalta o precoce domínio do raciocínio lógico de um Carroll que, à época, tinha 12 anos.

[401] Carroll inspirava-se em Platão e Aristóteles e, mais tarde, dedicaria sua obra *Symbolic Logic, Part I* à memória de Aristóteles. No entanto, ainda que elogiasse o filósofo ocasionalmente, seus estudos eram fortemente criticados por Carroll. No mesmo *Symbolic Logic, Part I*, o autor escreveu que “o método lógico de Aristóteles constitui um mecanismo quase inútil, em termos práticos, sendo muitas das conclusões incompletas e ignoradas várias formas perfeitamente legítimas” (CARROLL apud COHEN, 1998, p. 70).

[402] *Pence* é o plural de *penny*, a menor unidade da moeda britânica: um centavo de libra.

forma mais acessível. Por razões de simplicidade, desprezou a teoria das magnitudes incomensuráveis, que considerava desnecessária para o seu público alvo (WILSON, 2009) e mesmo sabendo que os livros de Euclides eram conhecidos e estudados, apresentou sobre eles vários estudos novos, atingindo a marca de quatorze textos publicados entre 1860 e 1888 (dentre os quais estão *A Syllabus of Plane Algebrical Geometry*, *Notes on the First Two Books of Euclid Designed for Candidates for Responsions*, *Curiosa Mathematica – Part I: A New Theory of Parallels*, que são tentativas de tornar os dois primeiros livros de Euclides acessíveis aos alunos de graduação e a outros estudantes). Mas talvez *Euclides e Seus Rivais Modernos* seja o livro que representa mais claramente uma cruzada pessoal do autor: os escritos acima citados preocupavam-se mais em facilitar a aprendizagem da geometria euclidiana, enquanto que este livro, especificamente, tinha por objetivo defender o uso do livro de Euclides para o ensino da geometria (uma defesa, na verdade, da memória de Euclides, como a dedicatória do livro de Carroll permite perceber).

Voltemos a *Os Elementos*:

> Uma das características de *Os Elementos* a que não tivemos que nos referir até agora é a conduta lógica formal da exposição, que lembra a teoria aristotélica do silogismo: divisão sistemática por proposições. Em cada proposição, primeiro a enunciação de uma tese em termos gerais, logo nova enunciação aplicada a uma figura particular. Finalmente, uma demonstração sobre a figura. A demonstração dividida em uma série de conclusões particulares em cadeia e terminando regularmente com a afirmação "como queríamos demonstrar". É bem possível que tal formalismo imitasse de perto algo da dialética sofística e não é nem um pouco absurdo pensar que essa forma fosse adotada por um discípulo de Sócrates, o fustigador de seus contemporâneos sofistas, pois o que Sócrates combate não é a forma, que até certo ponto ele também conserva em suas análises dialogadas, e sim o erro que se esconde em deduzir, por raciocínios formalmente exatos, a partir de premissas variáveis e enganosas (LEVI, 2008, p. 84-85).

É possível imaginar que Carroll também reverenciasse a obra de Euclides no que tange à sua organização lógica, pois não pode ser coincidência o fato de a maioria dos escritos "sérios" de Carroll sobre matemática versarem sobre geometria euclidiana e lógica matemática. Ele mesmo diz, em suas publicações sobre os livros de Euclides, que seu objetivo era trazer à tona o que implicava o método euclidiano, sem a verborragia e redundâncias vinculadas a ele com o passar dos anos. Para cumprir tal intento, Carroll confessa que tomou a liberdade de alterar e abreviar a forma de redizer passagens de

Euclides, quando isso lhe pareceu oportuno, sem modificar, entretanto, seus métodos de demonstração ou sua sequência lógica[403] (WILSON, 2009).

Carroll também foi um dos que se esforçou em demonstrar o quinto postulado de Euclides. Suas anotações contam como foi o fim deste intento: "Depois de muitas noites acordado, acabei como o duende Puck[404], 'piscando e fazendo caretas'. Cada vez que pensava que havia conseguido, deparava-me com algum tropeço imprevisto e o espírito burlão 'entre risinhos, punha-se a brincar como um louco' " (CARROLL apud WILSON, 2009, p. 122). Carroll chegou a reescrever o quinto postulado de uma maneira romanceada:

> Era uma deliciosa tarde de outono, e os efeitos gloriosos do extravio cromático começavam a se insinuar na atmosfera, enquanto a terra girava afastando-se do grande luminar do oeste, quando duas retas puderam ser vistas dirigindo seu traço tedioso por uma superfície plana. A mais velha das duas parecia ter aprendido, por um exercício prolongado, a arte, tão penosa para alguém jovem e impulsivo, de permanecer a igual distância de ambos os extremos; mas a mais jovem, com a impetuosidade própria de sua tenra idade, estava sempre desejando divergir e transformar-se em hipérbole ou em alguma igualmente romântica e infinita curva. Haviam vivido e amado muito: o destino e as superfícies interjacentes as haviam mantido até agora separadas, mas esta situação estava por mudar: uma reta as havia cruzado, fazendo com que os dois ângulos interiores fossem menores que dois ângulos retos. Foi um instante inesquecível e, enquanto continuavam seu percurso, um sussurro agitou as superfícies em isócronas ondas de som. "Oh, sim, acabaremos por nos encontrar se formos prolongadas indefinidamente!" (CARROLL, 2002b, p. 169).

Outro texto no qual Carroll se vale das ideias euclidianas, elaborando definições e postulados que remetem a *Os Elementos*, é o publicado em 1865, por ocasião da eleição para o parlamento de Oxford:

> Definições
> I) Plena Superficialidade é o caráter de um discurso no qual qualquer um dos dois extremos, escolhidos ao acaso, mostre que o orador mente por completo no que se refere a estes pontos.
> II) Plena Divergência é a inclinação de dois votantes, um com relação ao outro, quando, ao se encontrarem, seus pontos de vista não recorrem à mesma direção.
> III) Quando um censor, encontrando-se com outro, ao realizar o escrutínio dos votos, encontra quantidades iguais para cada um, o sentimento com que cada parte obsequia a outra chama-se Ira Mediana ou Divergência Ortogonal.
> IV) Quando duas partes, ao se esbarrarem, experimentam uma Ira Mediana (Divergência Ortogonal), diz-se que cada uma é Complementar da outra (ainda que, falando com propriedade, isso nem sempre esteja certo).
> V) Uma cólera obtusa (Divergência Obtusa) é aquela maior que uma Ira Mediana (Divergência Ortogonal).
> Postulados

[403] De fato, constata-se na leitura de *Euclides e Seus Rivais Modernos* a defesa de Carroll em favor da manutenção das demonstrações e da numeração de *Os Elementos*.
[404] Personagem de *Sonho de Uma Noite de Verão*, de Shakespeare.

I) Dá-se por suposto que um conferencista pode efetuar divagações de um ponto qualquer a outro.
II) Que um argumento finito (isto é, terminado, acabado) pode alcançar uma extensão qualquer em debates subsequentes.
III) Que se pode promover uma controvérsia de qualquer tema, e a qualquer distância deste tema.
(CARROLL, 2002b, p. 171-173).

Estes textos de Carroll são alguns dos que me fazem pensar como, nele, conviviam harmoniosamente a literatura e a matemática, o raciocínio lógico e a subjetividade, a fantasia e a geometria euclidiana[405].

Ao escrever seu livro preocupado em manter o de Euclides como manual de ensino de geometria, Carroll não só "defende" *Os Elementos* como confere a ele uma nova vida, uma nova classificação, um fôlego novo a uma obra que estava caindo no esquecimento e, de algum modo, estabelece, assim, uma ligação entre o seu nome e o de Euclides, que perdura até hoje, pois

> a partir do momento em que um objeto comparece numa descrição, podemos dizer que ele se carrega de uma força especial, torna-se como o polo de um campo magnético, o nó de uma rede de correlações invisíveis. O simbolismo de um objeto pode ser mais ou menos explícito, mas existe sempre. Podemos dizer que numa narrativa um objeto é sempre um objeto mágico (CALVINO, 2010, p. 47).

Parte II – A Inglaterra no Tempo de Carroll: o que Vejo Através da Neblina

Há uma Inglaterra que se pode acessar, digamos, de forma mais direta: a Inglaterra dos monumentos, dos museus, do *fog*, do indefectível chá, das cabines telefônicas vermelhas, dos táxis negros com motoristas ora circunspectos, ora exóticos, da culinária que para alguns assemelha-se a um atentado ao paladar, dos espetáculos reais, dos movimentos alternativos que convivem com as formalidades e mesuras conservadoras, das ruas por onde James Bond ou Sherlock Holmes bem poderiam passar... Mas há uma outra Inglaterra que só se pode conhecer pelos resíduos que perduram no tempo, uma Inglaterra que embora subterrânea se presentifica em todos os monumentos, museus, cabines telefônicas, táxis e criaturas exóticas e conservadoras: a Inglaterra do passado, a Inglaterra, por exemplo, do tempo que os livros de história chamam de a *Era Vitoriana*.

[405]No entanto, não devemos concluir, por suas publicações e por sua defesa de Euclides, que Carroll desconhecia a existência das geometrias não-euclidianas: segundo Wilson (2009), ele apenas não lhes dava muita atenção porque, em sua opinião, eram irrelevantes para o mundo real.

Para compreender o *Euclides e Seus Rivais Modernos* de Carroll, atribuir-lhe significado, interpretá-lo, julguei necessário perguntar sobre a postura de Carroll (como professor, educador e escritor de diversos livros, inclusive livros-texto de matemática) e buscar pistas sobre o que poderia tê-lo levado a elaborá-lo. Aquilo que consegui perceber, com olhar atento, através da neblina, esforço-me para contar aqui: estudar aspectos da Era Vitoriana foi, para mim, fundamental para uma aproximação ao que poderiam ser os motivos deste autor, suas intenções, seus direcionamentos, seu modo de ser, seu tempo, suas cercanias. Se por um lado esta é uma proposta, em si e em princípio, fracassada – pois nada pode nos aproximar congenialmente de um autor –, por outro lado subjaz a ela um esforço que nos permite compreensões em trajetória, nos permite atribuir significado a um cenário, a um modo de se comportar, a um modo de ser, a um tempo e a um espaço no qual uma determinada elaboração literária foi produzida, circulou, foi apropriada e, desde então, de algum modo, se mantém até nossos dias. É, pois, à Era Vitoriana que, num determinado momento, dediquei-me e os resultados dessa busca registro aqui.

A Era Vitoriana, conforme o nome sugere, foi o período histórico em que a Rainha Vitória esteve no trono da Inglaterra, entre 1837 e 1901. Caracterizado fortemente por uma euforia advinda do crescimento industrial que colocou a Inglaterra – principalmente Londres – "na vanguarda deste processo, deslocando o estilo de vida inglês, até então baseado na agricultura, para uma economia urbana moderna baseada no comércio e na indústria" (MORAIS, 2004, p. 16); é nesse período pós Revolução Industrial que a Inglaterra tornou-se a nação mais industrializada do planeta, dominando um vasto império marítimo e colonial na Ásia e na África e exportando produtos industrializados para a América Latina, principalmente para o Brasil (FLORES e VASCONCELOS, 2000). A terra da Rainha passou a ser conhecida como "Oficina do Mundo": navio a vapor, telégrafo, automóvel, eletricidade, cinematógrafo, máquina de escrever, bicicleta, fotografia e futebol foram algumas das "invenções" desta época. No entanto, o que mais alterou o cotidiano e o cenário inglês foram os transportes ferroviários: "25 mil pessoas trabalharam durante 5 anos na construção da ferrovia Londres-Birmingham, inaugurada em 1838. Esta obra foi comparada à construção das pirâmides do Egito" (FLORES e VASCONCELOS, 2000, p. 12). A Grã-Bretanha, nas palavras de um político da época, era o "império onde o Sol nunca se põe" (FLORES e VASCONCELOS, 2000, p. 10).

Todas estas modificações, obviamente, contaminaram a produção literária da época, seja nas colunas dos jornais ou nos romances e poemas publicados. O trem, que causava uma sensação de "estreitamento geográfico" (MORAIS, 2004), foi um dos responsáveis pela maior circulação de publicações, cujos números também cresciam cada vez mais. De fato "não há como pensar a Era Vitoriana sem a associarmos aos grandes escritos e escritores, sem vincularmos a esse período uma literatura de tão extremado valor estético e social" (MORAIS, 2004, p. 36) e, por isso,

> talvez seja o romance o grande educador (literário) do imaginário oitocentista. No romance, o leitor percorre de maneira mais realista um paradigma de existência, variando sua tipologia (do romance negro ao amarelo, do romance de aventura ao fantástico etc) e colhendo sua dramaticidade intrínseca, reescrevendo sobre aquele paradigma a consciência de si próprio. Afina sua identidade e relê a própria experiência, operando um processo seja de formação seja de conformação (a valores, a ideais, a modelos), assim como aprende aspectos distantes da própria experiência (pense-se no romance histórico, ou no erótico, ou no de aventura), integrando-a, ou ampliando-a (CAMBI, 1999, p. 490-491).

A sociedade vitoriana da época aparece bem retratada em romances que até hoje são redescobertos pelas novas gerações de leitores, como *Jane Eyre* (1847), de Charlotte Brontë, e *O Morro dos Ventos Uivantes* (1847), de Emily Brontë. As irmãs Brontë escreviam, primeiramente, para entreter uma à outra, hábito bastante comum à época – o próprio Carroll escrevia peças de fantoches e pequenos contos para entreter seus irmãos menores (COHEN, 1998). Outro escritor representativo deste período é Charles Dickens: seus livros emocionaram os ingleses e denunciaram uma sociedade que, em processo de rápida mudança com a velocidade dos novos negócios e o excesso de pessoas que chegavam à capital à procura de oportunidade de trabalho nas fábricas, queria manter a altivez enquanto se esfacelava e tentava esconder os maus tratos nos internatos infantis, a soberba das famílias que enriqueceram da noite para o dia e a exploração do trabalho de crianças nas minas de carvão. Carroll "conhecia e admirava os romances de Dickens, citando-os frequentemente (...) e deu a cada um de seus irmãos uma coleção de Dickens quando as vendas de *Alice* começaram a dar lucro" (COHEN, 1998, p. 154). Outro autor também apreciado por Carroll, o norte-americano Edgar Allan Poe, um expoente dos contos de fantasia e mistério, escreveu o poema *Annabel Lee* cuja métrica serviu de inspiração ao poema *A Sea Dirge*, de Carroll. Segundo Cohen (1998), Carroll lia artigos sobre ocultismo[406] e é possível que advenham daí

[406] Cohen (1998) relata que Carroll não estava imune à febre espiritualista e às teorias psíquicas correntes à época. Carroll foi membro fundador da *Sociedade para Pesquisa Psíquica* e membro da *Ghost Society* e

muitas das suas personagens, como o fantasma descuidado de *Phantasmagoria* (1869) e todos os outros que aparecem em *Algumas Aventuras de Sílvia e Bruno* e *Euclides e Seus Rivais Modernos*.

Quando se fala na importância da "literatura" na Época Vitoriana, não se faz referência somente aos romances. O século XIX

> caracterizou-se pelo rápido desenvolvimento das ciências: a Física levou ao apogeu a imagem *mecanicista* (cartesiana) do universo; a Biologia, em seu transcurso evolutivo, propõe problemas importantíssimos para o pensamento filosófico – Charles Darwin (1809-1882), com seu tratado sobre a origem das espécies (*The Origin of Species)*, lançou em crise a ideia do homem que vigorava há séculos. Nasce a *genética* com Gregório Mendel (1882-1878): as leis de Mendel da *segregação* e a da *independência* das características hereditárias (MORAIS, 2004, p 10).

Não posso afirmar que Carroll tenha lido todas estas obras, embora Cohen (1998) o descreva como um leitor voraz e atualizado. Sabemos que leu Darwin, pois correspondeu-se com ele por ocasião de *A Expressão das Emoções no Homem e nos Animais* (1872), reclamando das ilustrações feitas por Rejlander. Na carta, Carroll anexou uma cópia de suas fotografias, "sugerindo, provavelmente, que, se o cientista pretendia publicar algum outro estudo sobre as expressões humanas, ele ficaria honrado em fornecer-lhe as fotografias apropriadas para ilustrá-lo (COHEN, 1998, p. 413).

Os serões de família eram os momentos ideais para leituras com forte apelo moral, pois "quando precisavam de conselhos, [os ingleses] recorriam à literatura; quando queriam até mesmo reforçar seu dogmatismo peculiar, também recorriam à literatura" (MORAIS, 2004, p. 36). Nestes serões lia-se muito a Bíblia, tomando-se as passagens do Gênese como acontecimentos verdadeiros. Não se estranha, portanto, que *A Origem das Espécies* tenha provocado, neste cenário, grandes conflitos e tensões, pois aquilo que dizia a autoridade científica ia de encontro às Escrituras. Curiosamente, esta visão contrária aos dogmas da Igreja parece não ter abalado em nada as crenças de Carroll.

> A visão cristã do universo estava sendo questionada pela visão científica de um vasto mecanismo de causa e efeito, agindo através de leis físicas que governavam inclusive o próprio homem. Enquanto os racionalistas

também registrou em seus diários e cartas seu interesse pela transmissão de pensamentos e outros fenômenos sobrenaturais. Os leitores mais atentos perceberão traços disso em suas obras. É possível imaginar que, se Carroll não chegava a acreditar piamente na existência de fantasmas, fadas etc – talvez por sua formação religiosa –, pelo menos reconhecia o potencial literário deste tipo de personagem e, ao que parece, dadas as sociedades que frequentava, *estava disposto* a acreditar se conseguisse alguma prova.

> concebiam esta última visão com crescente otimismo utópico, a maior parte dos vitorianos sentiam-se horrivelmente chocados (MORAIS, 2004, p. 43).

Carroll é apontado por vários autores como um escritor que colocou em xeque a literatura pedagógica de fundo moral – sabe-se que muitos de seus livros têm intenções pedagógicas, mas no que diz respeito aos conteúdos e disciplinas, não à intenção de incutir na alma infantil a moral vitoriana como outros livros que, frequentadores usuais do ambiente familiar, sobretudo realçando punições e fazendo ameaças, "traziam exemplos que objetivavam ensinar as crianças sobre as consequências das más ações" (MORAIS, 2004, p. 67). Percebe-se isto claramente nos livros de Alice, nos quais a protagonista não se dobra à ordem vigente (principalmente no que diz respeito às imposições da Rainha) e não recebe punição alguma por isso. Para alguns críticos, às obras de Carroll deveriam vir presas etiquetas com instruções, do mesmo modo como a que há na garrafa que Alice encontra. Mas, ao invés da ordem "beba-me" encontrada pela menina, o leitor se depararia com uma advertência: "contém um pouco de subversão". Estes,

> a exemplo de Breton[407], faziam de Carroll um mestre na arte da subversão. Raymond Queneau[408] afirma que sentiu grande prazer na leitura de Carroll, que coloca ao lado do marquês de Sade[409]. Eugène Ionesco[410] indica mais sutilmente que *Alice* é um "pesadelo puro", celebrando, porém, seu poder de subversão (...). Quanto a Marguerite Duras[411], que comenta as cartas de Carroll para as amiguinhas, enuncia: "Usou dessa lógica e dessa moral para zombar delas próprias como nunca nos fora nos dado ver" (MARRET, 2003, p. 17).

Algumas vezes Carroll parece, mesmo, fugir dos padrões vitorianos: um reverendo[412] anglicano que não se incomoda com as teorias de Darwin[413], que brinca e

---

[407] André Breton (1896-1966), escritor francês e teórico do surrealismo.

[408] Raymond Queneau (1903-1976), escritor francês.

[409] Donatien Alphonse François de Sade, o marquês de Sade (1740-1814), foi um aristocrata francês e escritor libertino cujas obras, em sua maioria escritas quando estava na Prisão da Bastilha, escandalizaram a sociedade da época por suas referências sexuais. Sua obra tem grande influência no surrealismo e é homenageada em vários filmes do cineasta espanhol Luís Buñuel.

[410] Eugène Ionesco (1909-1994), um dos grandes dramaturgos do *teatro do absurdo* francês.

[411] Marguerite Donnadieu, também conhecida como Marguerite Duras (1914-1996), escritora e diretora de filmes nascida na antiga Indochina Francesa (hoje Vietnã).

[412] Carroll ordenou-se diácono da igreja anglicana em 22 de dezembro de 1861, com planos de fazer os votos para presbítero – como seu pai – posteriormente, o que acabou não acontecendo. *Reverendo* é o título atribuído tanto aos diáconos quanto aos presbíteros anglicanos (o que difere entre eles são determinadas atividades da igreja que somente os presbíteros podem realizar). É comum encontrar autores que se referem a Carroll como *reverendo* e como *diácono*.

[413] A publicação de *A Origem das Espécies* gerou muitos debates e controvérsias por contrastar com a visão criacionista do homem e abalar "os alicerces da fé de muitos homens pensantes da época – mas não [os] de Charles" (COHEN, 1998, p. 412). Carroll achava que o trabalho de Darwin merecia, pelo menos, atenção. Ele ampliou sua biblioteca com 19 obras de Darwin e seus críticos e, no capítulo quinto de *Sylvie and Bruno*, ele inventa o "darwinismo ao contrário". "Charles não descarta totalmente a teoria da Seleção

diverte algumas crianças, que defende o teatro... Devemos lembrar que as virtudes vitorianas da moral, disciplina, retidão, limpeza, trabalho árduo, autoconfiança, patriotismo, fidelidade conjugal e castidade geraram a concepção popular do vitoriano como excessivamente puritano, o que resultou em muralhas invisíveis quanto à evolução e à apreciação do teatro.

> Durante os séculos XVIII e XIX, na Inglaterra, um dos gêneros literários pouco desenvolvidos foi o teatro. As características comportamentais de época não viam com bons olhos essa modalidade de arte na qual a expressão corporal é algo de grande importância. Mas o ser humano é corpo e alma, sendo assim sua natureza estaria – ao longo da Era Vitoriana – em conflito quando da repressão de um desses dois polos do seu existir. Em razão disso, aconteceu uma espécie de interesse velado pelas produções teatrais, uma fascinação mesclada por um profundo incômodo, por uma arte que, ao final, tinha como mediador o corpo (MORAIS, 2004, p. 70).

Substituindo, em parte, o teatro, numa espécie de "domesticação" aceita pela sociedade, ganharam força, em família ou mesmo em locais públicos, as reuniões em que se lia em voz alta (MORAIS, 2004). Dickens, que já praticara essa leitura em voz alta com êxito nas rodas de amigos e familiares e mesmo em festivais de caridade, fez dessa prática sua principal fonte de renda num período de dificuldade financeira pós-separação: as salas ficavam repletas e a multidão de ouvintes vibrava com a dramatização de suas leituras. Carroll também fez algumas poucas leituras públicas das aventuras de Alice para crianças e, posteriormente, apoiou sua adaptação para o teatro.

Entendo, então, a Era Vitoriana como um período de grandes transformações divulgadas por um número cada vez maior de publicações e de leitores. Rumo ao que consideravam ser a modernidade, cujo apogeu foi a Grande Exposição de 1851[414], os vitorianos tinham seu cotidiano dividido entre o novo, que estava por vir e se fazer conhecer, e as tradições antigas, como a publicação de um manual de boas maneiras que sugeria, para uma família inglesa abastada que vivesse na Índia, uma equipe de vinte e quatro criados e, para um solteiro, quatorze (FLORES e VASCONCELOS, 2000).

Todas estas modificações, de um modo ou de outro, "respingaram" – e eis aqui o ponto onde eu queria chegar – na educação vitoriana, originando mudanças várias, dentre as quais aquelas relativas ao ensino de geometria.

Natural, tanto que, em 1878, inventa um jogo de tabuleiro batizado com o mesmo nome (que mais tarde seria substituído por *Lanrick*), no qual, obviamente, o vencedor é o mais apto da espécie" (COHEN, 1998, p. 414).

[414] Devido à importância da Grande Exposição para a Era Vitoriana e para a obra de Carroll, mais adiante este tema será retomado.

A Educação na Inglaterra Vitoriana e o Ensino de Geometria

Àquela época, na Inglaterra, diferentemente do que passara a acontecer na França desde a Revolução, era totalmente estranha a ideia de que a instrução era um direito do cidadão e que assegurá-la era uma obrigação do Estado. Chastenet (s/d) relata que era a família inglesa a responsável por dar aos seus filhos uma educação que conviesse ao seu sexo – a educação dos burgueses e dos membros das classes superiores era, portanto, sustentada pelo dinheiro dos pais. Na falta de recursos financeiros, era possível recorrer a algumas iniciativas particulares, de caráter puramente beneficente. Este estado de coisas contribuía para fazer da Inglaterra o país com a pior educação da Europa (HOWSON, 2010). Além disso, aos ingleses parecia inútil que as "classes inferiores" adquirissem conhecimentos que poderiam "dar-lhes ideias acima da sua condição", uma visão arraigada pelo pavor que alguns membros das classes mais abastadas tinham do jacobinismo[415] francês.

Nesta realidade que negava a muitos o conhecimento e a educação, Carroll foi um privilegiado. Seus antepassados mais distantes, vindos do norte, eram nobres e aristocratas, enquanto que os mais próximos eram, em sua maioria, membros do clero[416] – havia também um capitão do exército e um advogado –, o que lhes garantia acesso à educação. Os Dodgsons exemplificam a fatia da sociedade vitoriana conhecida como classe média alta que, "na falta de títulos aristocráticos, heranças, terras ou outras propriedades, somente podiam aspirar a algum tipo de ascensão desenvolvendo o espírito – exatamente o que faziam" (COHEN, 1998, p. 24).

Após a Revolução Industrial, o aumento da população (principalmente em Londres), a mudança de classes ocasionada por aqueles que começavam a abrir seu próprio negócio, a necessidade de uma mão-de-obra nova para a manutenção das máquinas e a crença nos avanços do seu tempo − pois "o conhecimento e a educação estão aumentando o número de mentes pensantes sem limite" (MORAIS, 2004, p. 16) −, começaram, pouco a pouco, a infringir modificações no sistema educacional inglês. Em 1833 houve o primeiro investimento do governo na educação pública, quando o Parlamento decidiu aprovar um crédito de 20.000 libras esterlinas para auxiliar a

---

[415] Originário da Revolução Francesa, o termo *jacobinismo* ou *jacobismo* refere-se a um grupo, contrário à Monarquia, apoiado por um dos setores mais populares da França, os *sans-cullotes* (*sem culote*, uma referência às calças com culote que os nobres usavam).

[416] O pai de Carroll, Charles Dodgson, era Presbítero, e seu avô, também chamado Charles Dodgson, fora bispo de Elphin.

construção de edifícios escolares, valor que em 1839 atingiu a marca de 30.000 libras. Isto, que parece ter sido uma grande mudança, tem seu valor social questionado quando Chastenet (s/d) registra que, no mesmo ano, igual valor foi gasto na ampliação das cavalariças de Buckingham.

A educação restringia-se a ler e escrever, com algumas raras escolas que ensinavam um pouquinho de aritmética. Em 1858, a comissão montada sob supervisão do Duque de Newcastle para averiguar que medidas poderiam ser tomadas para que se estendesse a instrução elementar[417] a todas as classes, de um modo barato, constatou que, das 1824 escolas públicas semanais, apenas 69,3% ensinavam aritmética, 0,6% ensinavam mecânica, 0,8% ensinavam álgebra e 0,8% ensinavam Euclides. A consequência disso foi um sistema de premiação por resultados – bem parecido com o que temos hoje no Brasil – apresentado ao Parlamento em 1862: cada escola receberia até quatro shilings por aluno, e oito shilings adicionais se o aluno passasse nos exames de leitura, escrita e aritmética. “Se não é barato, tem que ser eficiente; se não é eficiente, tem que ser barato” (HOWSON, 2010, p. 23) é a frase que bem resumia a visão do Parlamento quanto a esse quesito.

Algumas modificações, implantadas paulatinamente, podem ser percebidas nas grades de disciplinas, segundo Howsam, Stray et al (2007): o progresso das disciplinas segue em paralelo ao do *status* social, começando com livros para educar jovens *gentlemen* nas línguas clássicas e na matemática, posteriormente abordando assuntos de ciência – já se considerando como público-alvo também estudantes de classe média –, para somente depois dos anos 1870 e 1880 surgirem os livros designados para a educação dos filhos dos trabalhadores. História e Geografia foram acrescentadas aos conteúdos como resultado da proliferação de temas a serem tratados na instrução, no final do século, bem como as línguas estrangeiras e a literatura. Por volta de 1871, o currículo de matemática estava dividido em seis “níveis” contendo não mais do que as quatro operações (com divisão simples), sistema monetário, pesos e medidas comuns, proporção e frações vulgares ou decimais, o que deveria corresponder às necessidades do trabalhador (HOWSON, 2010).

---

[417] Nos séculos XVIII e XIX não se utilizava a expressão “educação” no sentido de escolarização. Em seu lugar, aparece o termo “instrução”, como pode ser percebido, por exemplo, na “Reforma da Instrução” (movimento que se deu na França revolucionária em que todas as estratégias educacionais eram amplas e visavam a formar o cidadão pleno, independentemente de classe social).

O livro-texto[418], tal como o conhecemos hoje (isto é, elaborado para uma situação de ensino, com adições pedagógicas tais como questões com resposta, vocabulário adequado, exercícios, notas etc), surgiu, na Inglaterra, por volta de 1830 (HOWSAM, STRAY et al, 2007). A distribuição dos livros-texto aumentou em quantidade e agilidade por volta dos anos 1840, devido aos serviços de correio[419] e às estradas de ferro que chegavam até a algumas escolas nos limites rurais.

> Inovações recentes como a litografia, que se espalhou rapidamente nas primeiras duas décadas do século [XIX], facilitaram a impressão "exótica" (isto é, não-romana, incluindo Grego e Hebraico) e de textos matemáticos. Ela também tornou barata e rápida a impressão caseira de material com objetivo de ensino, muitos destes provavelmente desaparecidos hoje em dia. É importante lembrar que a existência deste tipo de material, complementando ou substituindo livros convencionais, sobreviveu até pouco tempo. O mesmo é verdade para alguns tipos de material manuscrito: por exemplo, os textos para ensino organizados por professores de matemática em Cambridge no final do século XVIII e começo do XIX (HOWSAM, STRAY et al, 2007, p. 3).

É neste cenário que podemos imaginar Carroll, nas dependências de Oxford, distribuindo ou vendendo seus panfletos – muitos dos quais se tornariam, posteriormente, livros – sobre assuntos variados e, em especial, sobre geometria euclidiana.

Durante o século XIX houve muitas mudanças no cenário escolar da Inglaterra e nos livros-texto. Chastenet (s/d) descreve bem este processo: o país possuía uma instrução primária desorganizada que, para as classes pobres, era assegurada por duas associações – as Escolas Nacionais, que dependiam da Igreja Anglicana, e as Escolas Britânicas, de inspiração não conformista[420] – que não atendiam, juntas, mais do que 18.000 alunos. Havia também escolas subvencionadas por agrupamentos de paróquias ou por grandes proprietários cujas mulheres exerciam, ao mesmo tempo, várias profissões e só ensinavam nas horas vagas; nas cidades importantes, as sociedades de

[418] Os autores comentam que, anterior ao livro-texto (hoje em inglês expresso pela palavra "textbook"), havia o "text book", usualmente um livro que continha um texto importante, frequentemente um texto religioso a ser discutido num contexto de ensino. Somente por volta de 1900 surge a palavra "text-book" e, finalmente, "textbook", mostrando uma ampliação e acomodação do gênero.

[419] No texto original, a expressão utilizada é "penny post", um sistema postal no qual cartas comuns podem ser enviadas por um "penny".

[420] Durante a Reforma Protestante, os anabatistas (a origem do nome significa, em grego, "batizar-se novamente" e caracteriza um grupo mais radical que acreditava que o batismo só tinha valor quando feito na idade adulta, plenamente escolhido pelo indivíduo) tinham pregado e sacrificado as suas vidas pela completa separação entre a Igreja e o Estado, isto é, sua meta era alcançar uma total independência de qualquer poder deste mundo (incluindo, obviamente, o poder do rei) para depender somente de Cristo. A partir daí, a Inglaterra converteu-se num território em que numerosos grupos de religiosos enfrentariam o Estado – e seriam perseguidos por ele – e a sua determinação de estabelecer uma igreja que estivesse sob o seu controle, sendo estes grupos chamados de não-conformistas.

beneficência organizaram "escolas farroupilhas" que se esforçavam para atrair as crianças que, nos bairros pobres, viviam nas ruas; no campo, as esposas ou filhas do *squire*[421] e do pastor assumiam o papel de mestras em escolas tão pobres que, muitas vezes, faltavam-lhes bancos – ainda que não faltassem os ensinamentos bíblicos, já que era possível encontrar muitos camponeses novinhos que sabiam recitar impecavelmente uma série de versículos do Gênese ou dos Salmos. De um modo geral, o ensino quase nunca era gratuito, pois os pais tinham que contribuir, em princípio, com um terço das despesas e, como a frequência não era obrigatória, muitas crianças abandonavam os bancos escolares em busca de algum trabalho: de acordo com Cambi (1999), somente em 1833 a Inglaterra fixou a idade mínima de 9 anos para o trabalho infantil. Em 1839, de acordo com Chastenet (s/d), 33,7% dos homens e 49,5% das mulheres casadas não sabiam sequer assinar o nome.

De 1780 até 1870, as escolas de educação elementar eram mantidas por doações religiosas ou individuais, não havendo nenhuma intervenção do governo. Apenas em 1867 a Lei da Reforma, apoiada por políticos como Robert Lowe – que considerava "haver chegado a hora em que o país deveria preocupar-se com a educação" (MORAIS, 2004, p. 57) –, começou a alterar paulatinamente este quadro: a Lei Educacional de 1870 tornou compulsório (mas não necessariamente gratuito) o ensino para crianças até 11 anos, mas o governo manteve-se bastante negligente em seu cumprimento no que se referia às crianças pobres, e um número muito pequeno destas foi atendido pela Lei; outras tantas crianças moravam em localidades em que se desconhecia totalmente a promulgação da Lei (este "compulsório" seria lentamente implantado, pois até 1918 o governo ainda não havia providenciado educação gratuita para todos e qualquer criança acima de 11 anos, tendo atingido alguns padrões, poderia ser dispensada da escola) (HOWSON, 2010).

Uma mudança bastante significativa tem sua origem nas experiências de Andrew Bell (1753-1832) que, tendo vivido como capelão da Igreja Anglicana no exército da Índia, conheceu o *Madras Orphan Asylum*, uma instituição fundada pela Companhia do Leste da Índia para atender aos filhos dos soldados e que empregava tutores que cuidavam das crianças, atendendo-as em pequenos grupos. A partir deste modelo, Bell criou o método de *instrução mútua* (CAMBI, 1999), um sistema de ensino que se

[421] O termo s*quire*, que na Idade Média referia-se a um "cavaleiro treinado", passou a ser associado ao líder de algum povoado inglês, frequentemente um juiz de paz ou membro do parlamento.

estabeleceu facilmente devido aos poucos professores que havia (uma vez que o pagamento baixo ou inexistente não atraía muitas pessoas com vontade de trabalhar com o ensino) e à crescente quantidade de alunos (relacionada ao crescente número de famílias que chegavam às cidades buscando trabalho). Este método foi "aprimorado" por Joseph Lancaster[422] (1778-1838), um educador e religioso *Quaker*[423], e ficou conhecido como *Sistema Monitoral*. Lancaster abriu a primeira escola inglesa totalmente gratuita em cujo frontispício lia-se: "Todos os que desejarem devem enviar suas crianças e as terão instruídas gratuitamente, e aqueles que não quiserem tal gratuidade poderão pagar pela instrução se desejarem" (MORAIS, 2004, p. 55).

O principal objetivo do Sistema Monitorial era bastante claro: uma vez aumentado o número de trabalhadores nas cidades industrializadas, aumentou também o número de crianças a serem atendidas pelas escolas locais e, por isso, era preciso oferecer uma educação barata – ainda que bastante limitada – às crianças cujos pais tinham trocado a pobreza do meio rural pela pobreza ainda mais visível das grandes cidades. O Sistema Monitoral consistia em agrupar os alunos por níveis de habilidade: o professor ministrava suas aulas somente àquelas crianças que faziam parte do grupo mais avançado e, depois, selecionava alguns alunos desse grupo para monitorar os demais grupos. Estes alunos, os monitores, eram responsáveis pela instrução de seus colegas mais jovens ou em posição menos adiantada[424], enquanto o professor agia como supervisor, avaliador e disciplinador (LESAGE, 1999). Andrew Bell, cujo mote era "Dê-me vinte e quatro alunos hoje e eu devolverei vinte e quatro professores amanhã" (MORAIS, 2004, p. 56), acreditava que seu sistema, além de proporcionar educação de baixo custo, ajudava também a *treinar* as crianças das classes trabalhadoras para serem responsáveis em seus futuros empregos.

De fato, este era um sistema educacional extremamente barato, pois chegava a agrupar até 500 estudantes sob o controle de um único professor qualificado. O

[422] Lancaster foi responsável por outras significativas mudanças na educação: sugeriu que o currículo mínimo de matemática contivesse as quatro operações, números inteiros e frações, uso de medidas imperiais e proporção (para os poucos alunos que chegavam ao décimo ano de ensino); na década de 1830, ele também começou a "treinar" professores em suas escolas em Londres e Somerset e a National Society, que se opunha ao sistema de treinamento de professores, logo reconheceu sua necessidade e criou seus próprios programas para isso (HOWSON, 2010).

[423]*Quaker* (também denomidado *quacre*) é o nome dado a vários grupos religiosos cuja origem comum é um movimento protestante britânico do século XVII. *Quakers* são conhecidos pela defesa do pacifismo e da simplicidade.

[424] O sistema difundiu-se na Inglaterra, na França, na Suíça, na Itália, na Espanha, na Rússia e na América, onde o próprio Lancaster o introduziu em 1818 (CAMBI, 1999). O sistema foi bastante comum também nas escolas brasileiras e funcionou até a criação dos Grupos Escolares, criados inicialmente no Estado de São Paulo, ao final do século XIX.

trabalho, subdividido e aprendido principalmente por repetição, era verificado por uma avaliação cujo resultado levaria, ou não, a turma a uma próxima seção de aprendizagem.

> O Sistema Monitorial, desenvolvido na Inglaterra, foi uma reposta à Revolução Industrial e podemos ver claramente que, subjacente às suas características mais visíveis, estava nada menos que o modelo mecanicista da produção industrial, que permitia o máximo aproveitamento de um recurso que, àquela época, era escasso: o professor (MORAIS, 2004, p. 56).

Obviamente o cenário era diferente para as famílias ricas, cujos filhos estudavam com tutores, e para as de classe média, as quais enviavam suas crianças a externatos onde, normalmente, as atitudes classificadas como más eram punidas com reguadas e bengaladas no traseiro (CHASTENET, [s/d]). Seus estudos secundários eram feitos, segundo a vontade ou os recursos dos pais, numa *Grammar School*[425], numa *Private School*[426]ou numa *Public School*[427]sob a direção de um preceptor. Carroll estudou nas *Grammar Schools*, primeiro em Richmond e depois em Rugby: na primeira, tinha aulas de latim, grego, religião, matemática, literatura inglesa e francês; na segunda, predominavam as aulas de letras clássicas, história e sobre a Sagrada Escritura, seguidas pelas de francês e matemática[428].

Na década de 1820, devido à escassez de boas *grammar schools* e à capacidade limitada das escolas públicas, surgiram as *proprietary schools*, organizadas e mantidas por um comitê de proprietários. Estas escolas, destinadas aos filhos da crescente classe média, correspondiam à demanda das forças armadas, que à época queriam que seus oficiais recém ingressos soubessem matemática e dominassem algumas técnicas comerciais e industriais (HOWSON, 2010).

---

[425] As *Grammar Schools* (ou *Endowed Grammar Schools*) eram escolas que, usualmente sustentadas por um determinado grupo de pessoas (quase sempre vinculados à Igreja), mantinham programas de ensino voltados a interesses específicos. Howson (2010) relata que a maioria destas escolas seguia um currículo clássico, com pouquíssimo espaço para a matemática (focava-se apenas a aritmética) ou línguas modernas.

[426] As *Private Schools* eram administradas pelos pastores ou membros do clero. Howson (2010) comenta que estas escolas eram de qualidade bastante variável. Chastenet (s/d) aponta que os alunos saíam delas sabendo um pouco de latim, francês, história e matemática.

[427] No começo do século XIX, havia apenas nove *Public Schools* na Inglaterra. Segundo Howson (2010), estas escolas eram *públicas* só no nome: criadas com provisões destinadas ao ensino dos estudantes pobres, logo passaram a ser frequentadas quase que totalmente pelos filhos dos mais ricos. Os programas baseavam-se em latim, grego e matemática e, também mantendo laços com a Igreja, o seu diretor (*principal*) era habitualmente doutor em Teologia ou Direito Canônico (CHASTENET, [s/d]).

[428] A rotina semanal de Carroll consistia em assistir a, aproximadamente, vinte aulas por semana, cada uma com duração de uma a duas horas. Dessas vinte, dezesseis cobriam os clássicos, a Sagrada Escritura e história, deixando duas para francês e as duas restantes para matemática (COHEN, 1998).

Passada esta fase da educação secundária[429] dos rapazes, alguns ingressavam no exército, outros na universidade. Na Inglaterra só existiam duas universidades em que um *gentleman* podia inscrever-se: a de Oxford e a de Cambridge (CHASTENET, [s/d]). É importante lembrar que Carroll, tendo saído de uma *Grammar school*, foi para Oxford, instituição na qual os alunos usavam sempre beca e barrete, sendo os estudantes que pertenciam às famílias abastadas diferenciados dos outros pelo uso de uma borla dourada – Carroll, no outro grupo, usava uma preta (COHEN, 1998).

Ambas as universidades não haviam mudado muito desde a Idade Média. Dos edifícios de Oxford, “situados no meio de relvados aparados quotidianamente e sombreados por árvores seculares” (CHASTENET, [s/d], p. 152), aos quais se acrescentavam vastas propriedades rurais doadas por seus fundadores, emanavam brumas históricas: o cardeal Wolsey e o Rei Henrique VIII, fundadores da Christ Church, haviam passado por ali; a Rainha Elizabeth I havia se hospedado naquele lugar, o Rei Carlos I se refugiara em Christ Church durante a Guerra Civil, o Parlamento Inglês se reunira ali na crise de 1644. Nas fileiras de retratos dos que lhe antecederam, Carroll

> identificaria várias figuras eminentes, sacerdotes, vice-reis, ministros, líderes das mais variadas esferas da sociedade (...). Em que outro lugar seria possível encontrar reunidos tantos expoentes da vida magistral e monástica? Em que outro lugar, a não ser nos grandes museus, seria possível admirar um tal acervo de obras de arte, assinadas pelos maiores mestres da pintura, entre os quais Romney[430], Kneller[431], Holbein[432], Lely[433], Gainsborough[434] e Reynolds[435]? (COHEN, 1998, p. 55-56).

Uma vez admitidos, os rapazes dispunham de um quarto e de um gabinete de trabalho – dois ou três colegas dividiam conjuntamente as despesas de um criado. As únicas três obrigações (entrar todas as noites antes das onze horas, não faltar às

[429] Vale aqui ressaltar que os termos “primária” e “secundária”, relativos à educação, não eram usados na Inglaterra Vitoriana mas são, segundo Howson (2010), úteis para uma análise em retrospecto. Tal qual este autor, utilizaremos a palavra “secundária” para nos referirmos à educação dos que tinham entre 11 e 18 anos, e compreendia algo além do ler, escrever e contar (rudimentos de aritmética).

[430] George Romney (1734-1802), pintor retratista britânico.

[431] Godfrey Kneller (1646-1723), pintor retratista nascido na cidade de Lübeck (Alemanha).

[432] Hans Holbein (1497(8) – 1543), pintor alemão que, depois de ter se mudado para Londres e pintado o estadista Thomas Cromwell, ficou famoso e foi convidado para ser o pintor da corte de Henrique VIII.

[433] Peter Lely (1618-1680), pintor holandês que, pelo seu trabalho em Londres, também foi convidado a ser pintor da corte real.

[434] Thomas Gainsborough (1727-1788), pintor britânico precursor da escola paisagística nacional do século XIX e, em parte, do Impressionismo Moderno.

[435] Joshua Reynolds (1723-1792), pintor retratista britânico, foi o primeiro presidente da Academia Real Inglesa, preocupando-se em divulgar a arte através dos seus trabalhos e pregações aos estudantes e membros da academia britânica.

cerimônias religiosas dominicais, celebradas na capela, e jantar várias vezes por semana no *hall*) não eram respeitadas por todos os *gentlemen* de Oxford, o que permite considerar que muitos alunos da universidade daquela época não diferem de muitos alunos da universidade de hoje: as festas, as caçadas, os bailes, a jogatina etc eram frequentes. Cohen (1998) fala que a maioria dos alunos – os descendentes dos fidalgos que haviam sido criados praticando equitação, tiro e caça – iam a Oxford para passar o tempo, recusavam-se a abrir mão dos seus cavalos e continuavam saindo para caçar na companhia de seus cães; os jovens com interesses e ambições intelectuais eram uma minoria que sabia aproveitar as comodidades extraordinárias que os colégios ofereciam: possibilidade de isolamento, amplas bibliotecas, professores competentes e de fácil acesso. Tanto em Oxford quanto em Cambridge, a maioria dos estudantes contentava-se com o programa mínimo, composto por latim, grego e história[436], mas alguns se aprofundavam em assuntos especiais e adquiriam uma grande cultura literária. Formavam-se, "de fato, no seio das duas velhas universidades, não só eruditos, legistas, economistas, teólogos e homens políticos, como também poetas, artistas e filósofos" (CHASTENET, [s/d], p. 155)[437].

Os estudos tinham duração de três anos, intercalados por longas férias, ao final dos quais os alunos recebiam o título de *Bacharel em Artes* (B.A.). Depois da titulação, alguns alunos ainda permaneciam na instituição por mais dois anos e, sem nenhum exame adicional (mas a um preço consideravelmente alto), recebiam o título de *Mestre em Artes* (M.A.), e outros, que optavam por ficar lá a vida inteira – estes eram chamados de *fellows*[438]– precisavam se conservar celibatários, em conformidade com a regra herdada da época anterior à Reforma Protestante[439] (COHEN, 1998). Aqueles que estudavam em Oxford ou Cambridge podiam ser facilmente reconhecidos quando em meio aos demais:

> Seja qual for a sua carreira ulterior, aqueles que passaram por Oxford ou Cambridge ficam vincados. Um certo ar descuidado, uma elegância que parece ignorar-se, sangue-frio imperturbável, aptidão para dar, se for preciso, um bom murro, santo horror a efusões, um modo de fazer, de vez em quando, citações em latim ou grego e parecer imediatamente arrepender-se,

---

[436] No currículo de Cambridge havia, também, o estudo de "ciências matemáticas" (CHASTENET, [s/d]).
[437] No artigo de Howson (2010), o autor relata que, na década de 1830, mais da metade dos alunos graduados em Oxford e Cambridge, devido à ligação destas universidades com a Igreja Anglicana, tornaram-se clérigos. Comparando este texto com o livro de Chastenet – que aborda o período entre 1837 e 1851 – é possível pensar que, nos anos seguintes, este quadro tenha se alterado.
[438] "Companheiros" ou "agregados".
[439] Esta foi a escolha de Carroll que, celibatário, morou em Christ Church até falecer em 1898.

> poucos gestos, pronúncia voluntariamente atabalhoada e ligeiramente nasal (CHASTENET, [s/d], p. 156).

A educação escolar inglesa, além das diferenças de classes abordadas até aqui, também apresentava diferenças marcantes quanto ao gênero: no século XIX, cientistas realizavam estudos de antropometria e craniometria buscando demonstrar, cientificamente, a crença da inferioridade intelectual das mulheres. A elas cabia um tipo de instrução que reforçasse seu caráter frágil, com ênfase em bordados e atividades para a organização do lar (MORAIS, 2004). As moças estudavam até por volta dos dezesseis anos e o que lhes era ensinado visava, principalmente, torná-las boas esposas ou governantas. Aquelas cuja sorte era diferente acabavam, muitas vezes, trabalhando para patrões que pagavam muito pouco sob a desculpa de já lhes darem casa e comida. Devido a isso, em 1843 surgiu a Instituição Benevolente para Governantas (MORAIS, 2004), que em Londres abriu o *Queens College*, para garotas acima de 12 anos, com currículo inovador: as alunas podiam escolher entre palestras e aulas sobre línguas modernas, mecânica, geografia, geologia, gramática inglesa, literatura inglesa, latim, botânica, química, filosofia e política econômica. A situação foi progressivamente melhorando até que, em 1910, havia cerca de "1000 mulheres ocupando as carteiras universitárias de Oxford e Cambridge, não lhes sendo, contudo, permitida a atribuição de nenhum título" (MORAIS, 2004, p. 66).

Volto agora a Carroll: podemos concluir, tendo como fonte sua biografia (COHEN, 1998), que ele estudou em boas escolas, nesta época em que a Inglaterra ainda sequer tinha escolas para todos. Além disso, seu encantamento e inclinação para a matemática foram percebidos e incentivados por alguns de seus professores desde cedo (como se constata na carta enviada por James Tate a seu pai).

Desde épocas anteriores, como vimos na primeira parte deste diário, a geometria euclidiana era considerada como o instrumento ideal para ensinar a raciocinar e a pensar de maneira lógica. Como ciência sustentada em "verdades absolutas", o estudo da geometria casava bem com o ensino clássico e oferecia uma preparação adequada para os estudantes que aspiravam a Oxford ou a Cambridge. O matemático Augustus De Morgan, assim como muitos de seus contemporâneos, via a matemática como um meio de desenvolver a faculdade do raciocínio e, em clara e forte alusão ao método euclidiano, dizia que por ele o aluno conseguia, conhecendo os dados iniciais, chegar à conclusão através de argumentos lógicos[440] (HOWSON, 2010). É importante ressaltar, entretanto, que a maioria dos alunos não passava do primeiro e segundo livros de *Os Elementos*, cuja quantidade de conteúdos (ângulos, paralelas, triângulos, quadriláteros e áreas), "suficiente para ocupar e deixar perplexo o aluno comum" (PRICE, 1994, p. 17), era a requerida para se matricular em Oxford. Aqueles que visavam a fazer carreira na administração pública ou no exército também não escapavam do estudo da geometria, pois a crença de que estudá-la ajudava a desenvolver o pensamento lógico e organizado a tornava indispensável, como se pode perceber pela declaração do filósofo William Whewell:

> Nenhuma outra matéria exige um exercício tão rigoroso e exigente da razão. Em verdade, o estudante que entra em contato com a geometria desfruta da oportunidade de adentrar aos exemplos mais excelsos da inferência (...). Graças ao seu estudo, se habituará a seguir uma cadeia de deduções lógicas, em que cada elo se deduz do anterior, com a segurança de que não haverá deixado nenhum solto. Partindo de bases consistentes, avançará segundo um método em que cada vez que chegue a um ponto determinado, este será o degrau que lhe permitirá seguir adiante no terreno dos conhecimentos mais ou menos solidamente assentados nas primeiras verdades axiomáticas.
> Defendemos, pois, o estudo da matemática não como um instrumento (para resolver os problemas matemáticos que a realidade nos apresenta), senão como um exercício de nossas capacidades intelectuais; ou seja, não pelos resultados que se podem alcançar, mas pelos hábitos intelectuais que se desenvolvem graças ao seu estudo (WHEWELL apud WILSON, 2009, p. 113-114).

Em contrapartida, outros se mostravam contrários aos esforços necessários para se aprender a geometria pelo método de Euclides, duvidavam da sua lógica rigorosa e questionavam se seu livro era realmente o mais adequado para iniciantes. O matemático James Joseph Sylvester, professor da Royal Military Academy de Woolwich, em seu discurso de posse como presidente da British Association for the Advancement of Science (BAAS), declarou:

> Os estudos de Euclides que empreendi na infância fizeram de mim alguém que odeia a geometria; o que, espero, sirva como desculpas caso o tom da minha declaração anterior – quando eu me referi a ele como um manual escolar – tenha chocado alguns dos presentes nesta sala (pois eu sei que há pessoas para as quais, antes de Euclides, numa ordenação sacra, há apenas a Bíblia ...) (SYLVESTER apud PRICE, 1994, p. 23).

Durante a década de 1860, duas comissões foram criadas, aos moldes daquela de 1858, para investigar a qualidade da educação inglesa nos estudos secundários: o

---

[440] A opinião de De Morgan quanto à geometria não pode passar despercebida neste contexto, pois o próprio Carroll a considera importante, chegando a reproduzir um texto dele no Apêndice II de *Euclides e Seus Rivais Modernos.*

relatório da *Clarendon Commision* (1864) sobre as *public schools* mostrou um cenário desastroso em que a matemática ensinada não era suficiente para que seus alunos ingressassem na Royal Military Academy de Woolwichm, e o da *Taunton Commission* (1868) mostrou haver expressivas diferenças na quantidade e na qualidade da matemática ensinada nas diferentes *endowed schools* (HOWSON, 2010). No entanto, estes relatórios causaram menos impacto do que uma competição[441], realizada em 1856, em Exeter, para alunos entre 18 e 23 anos, da qual surgiu a ideia de se realizar exames nas escolas de Exeter que, posteriormente, passaram a ser supervisionados por professores de Oxford e Cambridge (HOWSON, 2010).

A prática dos exames desenvolveu-se rapidamente na metade do século XIX e estes começaram a ser vistos com propósitos administrativos de certificação e seleção de alunos e como indicadores do que deveria ser mantido ou mudado nos padrões educacionais. No ensino superior, os exames contribuíam para desmanchar os privilégios e eram considerados benéficos, pois promoviam a competição (PRICE, 1994).

> O sistema obviamente envolvia grande confiança na precisão das notas atingidas e sua permanência e popularidade podem estar relacionadas, em parte, ao interesse dos Britânicos pelo esporte. Os estudos universitários foram reduzidos tanto quanto possível a uma corrida: os candidatos eram os cavalos, seus professores eram seus treinadores, os examinadores eram os juízes. Em Cambridge, [onde] sempre houve grande interesse nestas competições, especialmente no *Mathematical Tripos*[442], grandes multidões sempre esperavam a leitura das listas. Até mesmo o público em geral, normalmente pouco interessado nos assuntos universitários, envolvia-se; as listas eram telegrafadas aos jornais e pequenas biografias do *Senior Wrangler* e de outros *wranglers* eram publicadas (HOWSON apud PRICE, 1994, p. 14).

Enquanto isso, em outros países tais como a Suíça, a Alemanha e a França, Euclides era tido como ultrapassado. Na França, onde se adotara o livro *Élements de Géometrie* de Legendre, Jacques Demogeot e Henry Montucci, que haviam sido enviados em 1866 para a Grã-Bretanha a fim de analisarem aquele sistema de ensino,

---

[441] Os conteúdos eram inglês, história e geografia do império e matemática prática.

[442] De acordo com o site da Universidade de Cambridge (http://www.maths.cam.ac.uk/about/history), por volta de 1725 instituiu-se um exame, com questões de Matemática e Filosofia, que servia para listar os melhores estudantes. O *Cambridge Mathematical Tripos* primeiramente era oral, depois as questões passaram a ser ditadas (mas as respostas eram escritas) e, por fim, por volta de 1790, as questões passaram a ser entregues impressas aos candidatos. O exame, que dava notoriedade e respeito aos que tiravam os primeiros lugares, ajudando-os muito a conquistar posições de destaque, durava, àquela época, oito dias, cada um com cinco horas e meia de prova. O resultado era publicado numa lista, por ordem de pontuação, e o candidato que obtivesse o melhor *escore* ganhava o título de “Senior Wrangler”, seguido depois pelo “Second Wrangler”.

publicaram o resultado de suas pesquisas comparativas[443], apontando que o uso de Euclides como livro-texto exercitava somente a memória, não a inteligência, e que sua lógica era robusta, mas seu tratamento era tedioso. Estas afirmações seriam defendidas em solo inglês, posteriormente, por Thomas Arnold, o mais velho dos filhos de Thomas Arnold, diretor da tradicional Rugby School. Arnold era um respeitado educador e homem de letras – entretanto sabia pouco de matemática – que, por integrar a HMI[444], tinha crédito em suas declarações (PRICE, 1994). Outras vozes "respeitadas" também se ergueram contra Euclides: G. Griffith, secretário da *British Association for the Advancement of Science* dizia que se perdia tempo demais estudando-o e que muitos garotos que haviam lido até o sexto livro não sabiam nada de geometria; Frederick Temple, um dos membros da *Taunton Commission,* declarou que há muito tempo se usava Euclides como livro-texto e era preciso investigar se não havia outro livro, mais fácil e menos abstrato, para ensinar geometria aos alunos iniciantes; J. M. Wilson, que trabalhou em Rugby com Temple, afirmou que os alunos conheciam Euclides, mas não sabiam nada do espírito, do método ou dos resultados da geometria e que, devido a isso, um novo método deveria ser procurado – Wilson, posteriormente, se tornaria membro-fundador da *Association for the Improvement of Geometrical Teaching* (AIGT – Associação para a Melhoria do Ensino de Geometria) e publicaria sua própria sugestão, o *Elementary Geometry*[445], para reverter o estado de coisas que criticava. Por outro lado, De Morgan defendia que Euclides, "apesar de algumas pequenas imperfeições lógicas, ainda era o melhor tratado de geometria, principalmente devido a sua dificuldade" (PRICE, 1994, p. 23). Quanto mais a discussão aumentava, mais os matemáticos ingleses ficavam divididos sobre manter ou não *Os Elementos* como livro-texto, tornando Euclides "um assunto bastante inglês" (PRICE, 1994).

Começaram a surgir, então, vários livros que se propunham a ensinar a geometria de um modo mais rápido, fácil e – no sentido de que alguns mostravam aplicações e sugeriam problemas, podemos assim dizer, – "moderno". Um livro bastante recomendado na época, para o ensino de geometria, passou a ser o *A Treatise on Geometry*, que Robert Wallace publicou em 1831, no qual "a conexão da teoria com a prática nunca é omitida quando pode ser introduzida" (HOWSAM, STRAY et al, 2007, p. 9). Outro, o *Principles of Geometry* (1848) de Thomas Tate, tal qual,

[443] Estas publicações são criticadas por Carroll no Apêndice I de *Euclides e Seus Rivais Modernos*.
[444] *Her Majesty's Inspectorate*, um tipo de organização que inspecionava as escolas.
[445] Livro criticado por Carroll no Ato II, Cena VI, § 1 de *Euclides e Seus Rivais Modernos*.

"desmistificava" o conteúdo de Euclides usando referências a objetos e situações cotidianas. No entanto, quando se começou a pensar no manual de Tate como o novo livro-texto para todas as escolas, ele foi fortemente atacado pelo *Civil Engineer and Architect's Journal*, que afirmava de modo veemente: "o verdadeiro espírito da geometria seria perdido na Inglaterra, bem como em qualquer outro lugar, se Euclides cessasse de ser nosso livro-texto" (HOWSAM, STRAY et al, 2007, p. 9). Não deixa de ser notável o fato de, por um lado, aparecerem cada vez mais livros que mostravam a geometria euclidiana em seu caráter mais "prático" enquanto, por outro lado, estes mesmos livros eram tidos como indesejáveis para o ensino de geometria na opinião de uma revista de divulgação de profissionais que trabalhavam com geometria.

Outro livro surgido à época foi o *The First Six Books of the Elements of Euclid* (1847), de Oliver Byrne.

> Este belo livro adotava o princípio da explanação via ilustrações, mas ia muito além dos demais. Quando vários outros livros-texto se restringiam à elaboração em grande escala de diagramas e à troca de letras gregas pelas romanas para representar ângulos, o livro de Byrne eliminava as letras e em seu lugar imprimia linhas, ângulos e figuras em cores diferentes e vivas (...). Apesar de nitidamente euclidiano, era um modo completamente novo de pensar a pedagogia do ensino da geometria (HOWSAM, STRAY et al, 2007, p. 10)

que, talvez pelo seu alto custo de publicação, desapareceu sem ser seguido por imitadores ou adaptadores. Primeiro a conta-gotas, e depois como uma represa de comportas abertas, apareceram diversos manuais que se propunham a substituir *Os Elementos*: na segunda metade do século XIX havia nada menos que 73 publicações distintas para o ensino da geometria (PRICE, 1994).

"Sopravam ventos de mudança. A pungente classe média reclamava uma abordagem mais prática da matemática, enquanto a educação tradicional e clássica se via relegada a um segundo plano" (WILSON, 2008, p. 114). Por outro lado, Euclides era um texto clássico – "o ápice da cultura grega" – que se presumia fazer aflorar benefícios morais e espirituais. O uso de Euclides encaixava-se perfeitamente com a educação da classe dominante e podia ser defendido como base de seu valor humanístico (PRICE, 1994, p. 21).

> Os livros-texto de geometria foram gradualmente afetados pelo impacto das inovações tecnológicas (...). Abordagens pedagógicas envolvendo mais do que apenas o visual foram anátemas para os que defendiam o ensino tradicional da geometria euclidiana. Euclides tinha demonstrado as verdades geométricas usando somente um graveto para rabiscar diagramas na areia: inserir complicadas tecnologias entre o aprendiz e estas verdades era

considerado uma traição à pura escrita euclidiana (HOWSAM, STRAY et al, 2007, p. 9).

Quando começou a atuar como professor, em 1855, Carroll sentiu estes "ventos de mudança" caracterizados pelo surgimento de escolas populares e com conteúdos ralos, com professores mal preparados e alunos mal formados que começavam a fazer coro para um ensino de geometria que não fosse tão rígido quanto aquele parametrizado pelo livro de Euclides e que, além disso, fosse também mais prático. Os ventos cresceram em ciclones, revolvendo os conceitos educacionais da época, sem bani-los, apenas deixando o cenário um pouco mais confuso: após a Grande Exposição[446] de 1851, o governo estabeleceu o *Department of Science and Art* (DAS – Departamento de Ciências e Artes) que, recebendo grandes somas de dinheiro, além da responsabilidade de prover os museus, deveria trabalhar para que houvesse um ensino de ciências que "assistisse às classes industriais" (HOWSON, 2010, p. 28), o que resultou em várias experiências curriculares[447]; a BAAS estabeleceu um comitê – do qual participavam Sylvester e Wilson, mas também outros professores de Cambridge, amigos de De Morgan que apoiavam sua opinião – para investigar outros métodos de ensino de geometria, abordando-a junto com as ciências naturais.

Wilson, no prefácio do seu livro, afirmava que "a Geometria, quando tratada como uma ciência e de maneira natural, segue uma certa ordem na qual não haverá muita variação, e os manuais de Geometria não diferirão uns dos outros, assim como ocorre com os manuais de álgebra ou química" (WILSON apud CARROLL, 2012, p. 33). Tendo isto como verdade, os exames de geometria, feitos nas escolas e nas universidades, não precisavam mais ter como base somente *Os Elementos*, pois à época já havia várias opções. Carroll contrapunha-se totalmente à ideia cada vez mais popular da possibilidade de se realizar exames e avaliá-los utilizando vários livros: "Você alguma vez viu um daqueles mágicos que, do nada, fazem aparecer um aquário com peixe vivo, na frente do público, puxando apenas um lenço do bolso? Pois é este o tipo de coisa que temos na Geometria Moderna" (CARROLL, 2004, p. 5), escreve ele no Ato I, Cena I de *Euclides e Seus Rivais Modernos*, criticando as lacunas de conteúdo, os

---

[446]Devido à grande importância da Grande Exposição para a Era Vitoriana e para a obra de Carroll, mais adiante este tema será retomado.

[447] O manual de ensino idealizado por John Perry (1850-1920) se estabeleceu somente em 1899 e incluía tópicos como o uso da régua de cálculo, as regras de Simpson para estimar a área de uma figura irregular e o volume de corpos tridimensionais, métodos práticos para encontrar áreas e volumes (utilizando papel quadriculado, interpolação, coordenadas cartesianas ou polares, resolvendo equações, calculando mínimos e máximos etc), geometria prática (ângulo entre reta e plano, entre duas retas, projeção etc), vetores e diferenciação (HOWSON, 2010).

erros nas demonstrações e a mudança na ordem dos tópicos apresentados nos livros então modernos sobre geometria.

Em 1871, criou-se a *Association for the Improvement of Geometrical Teaching* (AIGT – Associação para a Melhoria do Ensino de Geometria), que se mostrou particularmente preocupada com a proliferação dos livros-texto e com a imparcialidade dos exames: como avaliar com justiça a explicação ou numeração das proposições se o candidato tivesse estudado por outros sistemas e livros?[448] Uma das preocupações principais da AIGT passou a ser a elaboração de um novo livro-texto de geometria, com vistas a substituir a pletora de livros existentes. Deste modo, o cenário da educação vitoriana voltaria ao início do século XIX, quando apenas um livro (a edição de Simson) era utilizado (HOWSON, STRAY et al, 2007). A primeira reunião, realizada em 17 de janeiro, foi convocada por uma circular enviada para os diversos diretores e professores que mostrava, no sexto item, o que a Associação pretendia propor com relação aos livros-texto:

> (6) Este grupo é da opinião que em qualquer novo livro-texto
> (a) os seguintes princípios, parcialmente reconhecidos por Euclides ou até mesmo ausentes, devem ser adotados:
> (i) Construções hipotéticas;
> (ii) Definição aritmética de proporção;
> (iii) Superposição;
> (iv) Conceitualização de ponto em movimento e de retas em revolução.
> (b) as seguintes limitações devem ser removidas:
> (i) A restrição do número de axiomas para somente aqueles que não admitem prova;
> (ii) Restrições que excluem todos os ângulos não menores que dois retos.
> (c) termos modernos como *locus*, projeção etc devem ser introduzidos.
> (PRICE, 1994, p. 25)

Dos vinte e oito membros que formaram a primeira lista oficial da AIGT, publicada em outubro daquele ano, somente dois eram professores universitários. Em sua organização original, a AIGT teve Thomas Hirst (1830-1892) como seu primeiro presidente, Wilson como um dos dois vice-presidentes e R. Wormell como tesoureiro – Wilson e Wormell publicaram "novos" livros de geometria, satisfazendo as condições expostas na lista anterior (condições estas minuciosamente analisadas por Carroll em *Euclides e Seus Rivais Modernos*).

---

[448] Em consonância com a AIGT, Carroll também achava que era mais adequado, para a avaliação dos exames de geometria, ter um único livro-texto com o qual se pudesse confrontar o desenvolvimento apresentado pelos alunos para cada questão e as referências de numeração das proposições. A grande diferença está no fato de que a AIGT queria elaborar um novo livro-texto, enquanto que Carroll não via nenhuma necessidade de se abandonar Euclides para se fazer isso (para mais detalhes, ver o prefácio de *Euclides e Seus Rivais Modernos*).

A primeira brochura publicada pela AIGT, mostrando o relatório anual de suas atividades desde a reunião de formação, tinha o intuito de divulgar sua existência entre os professores e conclamar novos membros. A página de rosto, no entanto, era uma carta dos secretários R. Levett e E. F. MacCarthy que criticava veementemente o uso de *Os Elementos* e anunciava os planos da Associação, dizendo que a opinião que prevalecia entre seus membros era a de que o ensino da geometria estava caótico devido à manutenção de Euclides como livro-texto, que havia se fossilizado: assunto e estilo precisavam ser simplificados e modernizados, proposições consideradas inúteis deveriam ser eliminadas, o livro não servia mais à formação de matemáticos nem às necessidades de uma sociedade mecanizada e, pior de tudo, suas páginas careciam de "vida e frescor. Estas últimas eram qualidades que nem mesmo os melhores professores conseguiam imprimir-lhe" (PRICE, 1994, p. 27). Citando também o relatório dos franceses Demogeot e Montucci, a carta comentava a "rejeição universal" a Euclides nos países do continente, tomando isso como uma prova a mais da sua inadequação.

Tornou-se prioridade da AIGT elaborar um manual que fosse reconhecido como válido e de qualidade pela BAAS, o que aconteceu somente depois de um longo e cansativo trabalho, em 1873. O primeiro manual continha somente os livros de um a quatro de Euclides e foi apoiado pela BAAS, mas esta queria que a Associação produzisse um texto que contivesse até o sexto livro, intento que foi alcançado somente em 1876, ano a partir do qual a BAAS começou a pedir às instituições que o considerassem. No entanto, os importantes professores de Cambridge e Oxford (Price cita textualmente o nome de Carroll entre estes) continuavam opondo-se às reformas e defendendo Euclides, de modo que os secretários da AIGT, em seu relatório de 1877, reconheceram que o manual da Associação ainda não tinha ganhado grande destaque: o sistema de exames era particularmente complicado, compreendendo um grande número de bancas autônomas. Como não havia nenhum mecanismo para uniformizar os exames de geometria, os examinadores mantinham-se quase todos fiéis a Euclides, pois ele representava um padrão há muito estabelecido e conhecido, ao contrário da AIGT que era, àquela época, um grupo pequeno e segmentado cujo manual não era ainda amplamente estudado e conhecido na maioria das escolas em que havia bancas examinadoras (PRICE, 1994).

A AIGT não recuou e, antes de completar dez anos, havia formado subcomitês cujos trabalhos estendiam-se além do sexto livro de Euclides, abordando geometria dos sólidos, geometria plana superior e cônicas.

A década de 1880 foi de suma importância para a AIGT que tentava, a todo custo, "aumentar seu *status* em relação à comunidade matemática e, deste modo, sua influência política" (PRICE, 1994, p. 33). Foi um período de intenso trabalho que rendeu ótimos resultados, como a ampliação das pretensões da AIGT (a partir de 1881, a Associação pronunciou-se favorável à realização de alterações que visavam à melhoria também nos ensinos de Matemática e de Física-Matemática), a criação de seis subcomitês (em 1884 havia quatro comitês trabalhando em geometria – três na elaboração de um Manual e o outro na de um livro-texto. Dos novos, um havia começado a trabalhar em Aritmética e outro em Mecânica) e a publicação de livros didáticos (livros com exercícios e apêndices, além do conteúdo de geometria apresentado conforme lhes parecia mais adequado). Deste último caso, considerado uma mudança de tática importante (PRICE, 1994), resultou o *The Elements of Plane Geometry*, composto de duas partes (a primeira contendo os livros um e dois de Euclides, publicada em 1884, e a segunda, os livros de três a seis, em 1886).

A Associação seguiu insistindo para que as bancas examinadoras pelo menos aceitassem o *The Elements of Plane Geometry* como livro didático alternativo ao de Euclides. A discussão seguiu por bastante tempo, deixando para trás até mesmo a origem da própria Associação: em 1897, a AIGT mudou seu nome para *Mathematical Association* e passou a reunir professores e estudantes de matemática que continuavam trabalhando para tomar o espaço de Euclides nas salas de aula. Os ventos fortes ainda sopravam, e tão cedo não parariam de soprar.

Contrários a eles, firmes à tradição e à memória de Euclides, mantinham-se Lewis Carroll e suas visões enquanto professor. A dedicação dele ao elaborar *Euclides e Seus Rivais Modernos*, entretanto, não conferiu a Euclides, de volta, o lugar que ocupara por tanto tempo, mas pelo menos deixou claro – e isto pode ser entendido e estendido até os dias atuais – que é preciso ter cuidado na elaboração de material didático, pois muitos dos livros que se propunham substituir *Os Elementos* apresentam falhas graves em conceitos e organização[449], falhas que nem são percebidas ou questionadas quando o objetivo passa a ser um ensino mais palatável e rápido.

> O século da motorização impôs a velocidade como um valor mensurável, cujos recordes balizam a história do progresso da máquina e do homem. Mas a velocidade mental não pode ser medida e não permite comparações ou disputas, nem pode dispor os resultados obtidos numa perspectiva histórica.

[449] Algumas destas falhas, apontadas por Carroll em seu livro, serão comentadas mais à frente neste "Diário".

> A velocidade mental vale por si mesma, pelo prazer que proporciona àqueles que são sensíveis a esse prazer, e não pela utilidade prática que se possa extrair dela. Um raciocínio rápido não é necessariamente superior a um raciocínio ponderado, ao contrário; mas comunica algo de especial que está precisamente nessa ligeireza (CALVINO, 2010, p. 58).

O "rápido", para os que questionavam o livro de Euclides à época de Carroll, dizia respeito à quantidade de tempo empregada para se aprender algo e sua consequente aplicação e utilização. O "rápido", para Carroll, dependia da construção de uma sólida base de conhecimentos que, no futuro, compensaria o tempo empregado na aprendizagem com a resolução correta e ágil de problemas. Na introdução de *The Game of Logic*, Carroll afirma que será preciso que os leitores usem os diagramas para a análise das premissas e resolução de problemas lógicos, e que tenham paciência e perseverança, porque assim chegarão, posteriormente, ao nível em que isso tudo será descartado e o pensamento chegará às conclusões mais direta e rapidamente. Em *Euclides e Seus Rivais Modernos* pode-se perceber essa mesma opinião: tendo estudado por *Os Elementos* e uma vez acostumado com a sequência lógica e com a exposição de Euclides, Carroll acredita que o estudante ganhará mais ritmo e precisão no trato com a geometria.

Anos mais tarde, quando da publicação de *Sylvia and Bruno* (1889) e *Sylvia and Bruno Conclued* (1893), Carroll continuaria criticando o sistema de ensino. Segundo Cohen (1998) e Gattegno (1990), o professor destas histórias, chamado Mein Herr, representa o próprio autor, cujas opiniões aparecem nos diálogos da personagem: no que tange às classificações dos exames competitivos, ele os compara a "uma espécie de culinária na qual a mente humana é uma salsicha, e tudo o que nos perguntamos é quanto recheio indigesto pode ser enfiado nela"[450] (CARROLL, 2005, p. 206) e, com relação à prática da repetição desassociada da compreensão, declara, em outro momento:

> 'Nosso professor favorito ficava mais obscuro a cada ano, e a cada ano nós o admirávamos mais – do mesmo modo que seus expertos em Arte consideram a *névoa* o mais belo de uma paisagem e admiram a vista com um deleite frenético quando na verdade não conseguem ver nada! Agora lhe contarei como isto acabou. Nosso ídolo lecionava Filosofia Moral. Bem, seus alunos achavam aquilo sem pé nem cabeça, mas sabiam tudo de cor, e quando chegavam os Exames, escreviam tudo aquilo no papel, e os examinadores diziam "Lindo! Que profundidade!" '
> 'E para que servia isso, *depois*, para aqueles jovens?'

[450] A frase original "a system of Cookery, in which the human mind is a sausage, and all we ask is how much indigestible stuff can be crammed into it" contém um jogo de palavras que se perde na tradução para a língua portuguesa: o verbo *cram* significa tanto "abarrotar", "socar" quanto "preparar alguém para um exame".

> ‘Você não percebe?’ replicou Mein Herr. ‘Eles se tornavam professores e repetiam tudo aquilo novamente; e seus alunos escreviam tudo aquilo outra vez; e os examinadores aceitavam e ninguém tinha a mínima ideia de para que servia!’
> ‘E como isto acabou?’
> ‘Acabou assim: acordamos em um belo dia e descobrimos que ninguém mais sabia *sequer uma palavra* de Filosofia Moral. E se alguém quisesse aprender algo sobre isto, teria que fazê-lo sozinho” ’(CARROLL, 2005, p. 206).

Estas opiniões podem confundir quem está me lendo: se, por um lado, Carroll criticava o ensino repetitivo, por outro sabemos que ele apoiava o ensino da Geometria alicerçado no livro de Euclides, cuja avaliação compreenderia refazer – o que não deixa de ser *repetir* – as demonstrações seguindo, sempre que possível, a ordem e a numeração das proposições de *Os Elementos*. O que pode dar pistas para elucidar este comportamento misterioso e dicotômico – criticar a repetição em outras disciplinas mas, ao mesmo tempo, vê-la como um bom e eficaz exercício mental para a Geometria – é buscar conhecer um pouco mais de Carroll em outra de suas personagens: o Cavaleiro Branco de *Através do Espelho*. As traquitanas e engenhocas deste amalucado inventor[451] deixam claro que o autor “sublinha a importância, à época vitoriana, da ciência aplicada e vê com humor a crença otimista da infinidade de benfeitorias que esta mesma ciência poderia trazer ao mundo” (GATTEGNO, 1990, p. 143). Carroll reconhece, portanto, o avanço das ciências e a necessidade disto. O Cavaleiro Branco e Mein Herr – duas manifestações da personalidade de Carroll – representam bem suas crenças com relação à educação e às ciências da época: o primeiro dá vazão ao seu lado criativo, inventivo, em dia com as novas descobertas e invenções das ciências, merecedoras de crédito e facilitadoras da vida inglesa; o segundo critica o sistema tradicional de ensino que não se modificou em quase nada ao longo dos séculos. São, o Cavaleiro Branco e Mein Herr, complementares, partes integrantes do mesmo Carroll que revelam seu lado favorável às mudanças: pelo primeiro, percebe-se que vivia as mudanças da sua época e as aproveitava, como a fotografia e o trem; pelo segundo, que queria mudanças na educação inglesa, *menos* – e esta é a palavra-chave – no ensino da Geometria, que era por Carroll considerada eterna e imutável. Quando o assunto era a ciência “organizada” por Euclides, ele mantinha-se apegado à sua origem, ao classicismo, à pressuposição de que ela formaria um pensamento erudito e elevado: a sua época e a sua própria história

[451] Na história, ele apresenta para Alice algumas invenções, como uma caixinha de madeira para guardar roupas e sanduíches, que deve ser carregada de cabeça para baixo para que seu conteúdo não pegue chuva; grilhões que devem ser colocados na volta das patas de seu cavalo para que este não seja mordido por tubarões; um elmo parecido com um pão de açúcar; um pudim feito de mata-borrão, pólvora e lacre etc.

lhe haviam apresentado a Geometria deste modo e, em virtude disto, ele assim a percebia, motivo pelo qual suas críticas relativas à repetição se aplicavam somente aos outros conteúdos. Tudo que fosse relativo ao ensino poderia mudar – os métodos, as avaliações, as práticas docentes –, menos o que fosse relativo à Geometria, que deveria seguir sendo ensinada utilizando-se *Os Elementos* como livro-texto, assim como fora feito por mais de dois mil anos.

Vislumbrando Além do *fog*: Carroll e o *Nonsense* da Era Vitoriana

Interpretar o livro de Carroll implica, segundo penso, falar um pouco sobre *nonsense*. Buscar a origem e o significado deste "adjetivo literário" talvez nos ajude a compreender tanto as cercanias quanto a elaboração estética dessa obra, já que o *nonsense*, segundo os especialistas, está intimamente ligado à época vitoriana e, também, em se tratando das obras de Carroll, à matemática. Além disso, ainda que *Euclides e Seus Rivais Modernos* não seja *nonsense* "puro" (como o são, por exemplo, os poemas *Jabberwocky* e *A Caça ao Turpente*), é impossível não perceber, em alguns argumentos da personagem Minos e em outros momentos do texto, a mobilização dessa estratégia estilística. De todo modo, o *nonsense* poderá nos permitir conhecer as cercanias de uma intenção, de uma época, de um modo de viver, sentir, escrever. Compreender o *nonsense* como uma das expressões da Inglaterra Vitoriana nos ajudará a ver melhor o *Euclides e Seus Rivais Modernos* através da neblina.

Não é muito abundante a literatura sobre o *nonsense*, sua origem, suas características e as suas relações com a obra de Carroll. O termo parece ter ganho uma conotação de *sem sentido* enquanto, na verdade, as narrativas que podem ser assim classificadas têm, sim, sentido – e, muitas vezes, um sentido alicerçado na lógica matemática, um sentido que pretende ser comunicado a partir de palavras cuidadosamente escolhidas. O *nonsense* é contrário ao *absurdo,* pois possui um sentido produzido por sentenças lógicas perfeitamente encadeadas[452]. O *nonsense* é um sistema fechado em si mesmo, como um jogo com suas próprias regras; é, conclui Jean Jacques Lecercle em seu livro *Philosophy of Nonsense*, "um gênero fundamentalmente paradoxal, que, ao mesmo tempo que sustenta a regra, a subverte" (LECERCLE apud MARRET, 2003, p. 18).

[452]Um exemplo simples e fácil de consultar é o diálogo de Alice com o Chapeleiro Louco no capítulo sétimo de *Alice no País das Maravilhas*.

> A visão de *nonsense* como sistema é pelo menos fecunda como descrição de um processo. Como sistema, o material manipulado pelo *nonsense* são as palavras. Um jogo de equilíbrio entre significados diversos e, por isso, informa Sewell[453] noutro texto sobre Carroll, seu terreno mais fértil são os trocadilhos e *portmanteaux*[454] (e por causa desse equilíbrio, Humpy Dumpty, o mestre da lógica do *nonsense*, está sentado sobre um muro estreito[455]) (...). Numa outra visão do *nonsense*, Michael Holquist[456] o aproxima das relações altamente abstratas da matemática e da lógica. Por isso a diferença entre o *nonsense* e o absurdo. Este lida com valores humanos, enquanto o *nonsense* lida com valores puramente lógicos. O absurdo joga com a ordem e a desordem. O *nonsense* apenas com a ordem. O *nonsense* é um processo em si mesmo, sem qualquer outra finalidade. É pura superfície, conclui Holquist. É uma violência contra a semântica, "mas desde que é sistemático, o sentido do *nonsense* pode ser apreendido". E nisso é que Holquist vê o maior valor do *nonsense* e de seu mestre Carroll, o de chamar a atenção para a linguagem, para o fato de que ela não é só algo que conhecemos, mas algo vivo, em processo, "algo a ser descoberto" (LEITE, 1986, p. 50-51).

O *nonsense* surge do "amontoado" de coisas distintas que a necessidade da mente humana agrupa em um novo significado. A era vitoriana – período de grandes transformações, invenções, novidades e mudança de hábitos – tem, no gênero literário do *nonsense*, uma resposta a este universo de pluralidades e agrupamentos de coisas que, em princípio, não têm sentido uma em relação às outras.

Para a pesquisadora Myriam Ávila[457], Lewis Carroll e Edward Lear são os únicos representantes do *nonsense*. Suas constatações vêm dos estudos do alemão Klaus Reichert – um dos mais importantes estudiosos do *nonsense*, segundo ela –, segundo o qual o *nonsense* não é um subgênero do humor, ainda que muitos estudos sobre o humor literário assim o afirmem, mas apenas o usa como elemento: o *nonsense* é uma mensagem-na-garrafa[458], cuja origem está intimamente ligada ao *Zeitgeist*[459] vitoriano.

---

[453] Elizabeth Missing Swell (1815-1906); o texto referido na citação é o *The Ballance of Brilling*, parte de *The Field of Nonsense*, publicado em 1952.

[454] *Portmanteaux* (palavras-mala ou palavras-valise) são palavras criadas por Carroll pela junção de duas ou mais palavras que, ao amalgamarem seu significado, criam outro novo. Este conceito é melhor discutido no outro diário.

[455] Humpty Dumpty, personagem de *Através do Espelho e o Que Alice Encontrou Lá*, tece um diálogo com a menina no qual, várias vezes, ele atribui às palavras o significado que deseja, não o comumente conhecido. Por esta sua relação com a linguagem ele é muito citado nas teorias que abordam este assunto e Leite sugere em seu texto que o fato de ele estar sentado sobre um estreito muro, tentando equilibrar-se para não cair, seria uma metáfora para a dicotomia "entender" ou "não entender" os novos significados que ele dá às palavras.

[456] Autor de *What is a Boojum? Nonsense and Modernism*, publicado na *Yale French Studies*, em 1969.

[457] Myriam Ávila é professora da Universidade Federal de Minas Gerais. Em seu livro *Rima e Solução: a Poesia Nonsense de Lewis Carroll e Edward Lear* ela apresenta, depois de caracterizar o *nonsense* quanto à sua origem, forma e período histórico, um modelo semiótico do poema *nonsense*. Ainda que este nosso trabalho não leve em conta, diretamente, a poesia de Carroll, pareceu-me interessante buscar, nos primeiros capítulos do seu livro, informações sobre este gênero literário.

[458] A expressão mensagem-na-garrafa (*Flaschenpost*) é cunhada por Theodor W. Adorno em seu livro *Filosofia da Nova Música*, e indica uma mensagem – particularmente vinculada às obras de arte – da qual não se tem garantia *quando* e *se* será recebida por um interlocutor. A expressão parece representar bem o

> Reichert identifica um traço comum ao *nonsense* e ao *Zeitgeist* vitoriano, que seria a base da estreita relação entre esse fenômeno e o período em que ele se deu: as típicas manifestações culturais vitorianas, recortadas sobre o cenário poderoso da metrópole multifacetada, e refletindo-se na miscelânea do jornal diário − invenção ainda recente − apresentam como característica comum (também encontrada no *nonsense*) a justaposição de coisas totalmente disparatadas. A cultura do lazer desse período é marcada pela crescente popularidade dos jogos com palavras, charadas e palavras-cruzadas, em que as palavras se relacionam umas com as outras por critérios que não levam em conta seu significado. É notável, também, a multiplicação dos museus (nos quais os objetos mais diversos são colocados lado a lado sob o rótulo comum de “peça de exposição”), e dos dicionários nos quais a ordem alfabética tem prioridade sobre as relações semânticas − constituindo verdadeiros emblemas da crescente sistematização e codificação da vida cotidiana. Nessas manifestações, as coisas só fazem sentido dentro de uma “sintaxe” arbitrária. A proliferação das invenções, outro elemento da época, que surge como os avanços tecnológicos sem precedentes possibilitados pelo domínio da eletricidade e do vapor, é uma feição do panorama vitoriano explicitamente trabalhada por Carroll, no capítulo de *Através do Espelho* dedicado às engenhocas do Cavaleiro Branco (ÁVILA, 1996, p. 20).

Em seu livro *Lewis Carroll: Studien zum literarischen Unsinn*, Reichert aponta que, antes da publicação de *The Book of Nonsense*, de Lear, o *nonsense* não existia, e, depois da morte de Carroll, ele não precisava mais existir: “ele é um fenômeno transitório, reação a condições determinadas, historicamente delimitáveis, que perdeu o sentido assim que essas condições se tornaram transparentes e puderam ser descritas de maneira *não-nonsense*” (REICHERT apud ÁVILA, 1996, p. 57).

Reichert (ÁVILA, 1996) comenta, também, que é possível encontrar alguns textos em verso e prosa anteriores ao século XIX que mantêm alguma semelhança com o *nonsense*, devido aos seus conteúdos fantásticos e incoerentes ou por se basearem em alguns jogos de palavras ou formulações obscuras, mas que não são realmente *nonsênsicos*, uma vez que “logo se tornam transparentes para o leitor, que percebe o mecanismo sobre o qual eles estão montados, enquanto a qualidade básica do *nonsense*, ainda segundo Reichert, é a imprevisibilidade” (ÁVILA, 1996, p. 21).

(É preciso que façamos um parêntese aqui: se seguirmos a opinião de Ávila, então o termo *nonsense* que é aplicado a várias obras de Carroll é anacrônico e generalista pois, quando Edward Lear publicou *The Book of Nonsense,* Carroll tinha

---

nonsense, uma vez que as mensagens podem passar despercebidas ou, quando notadas, podem adquirir, para interlocutores diferentes, significados diferentes.

[459] *Zeitgeist* é um termo alemão cuja tradução significa *espírito de época*, *espírito do tempo* ou *sinal dos tempos*. O *Zeitgeist* significa, em suma, o conjunto do clima intelectual e cultural do mundo, numa certa época, ou as características genéricas de um determinado período de tempo.

apenas 14 anos e sua produção mais significativa até então aparecia em revistas organizadas pela própria família – uma espécie de almanaque com recortes das principais notícias, escritos sobre temas diversos, ilustrações, pequenos poemas originais etc feitos ou sugeridos pelos familiares de Carroll mas, em sua maioria, por ele mesmo. *Useful and Instructive Poetry*, *The Rectory Umbrella* e *Mischmash* estão entre as mais duradouras destas revistas familiares, sendo que a primeira começou a ser produzida em 1845, um ano antes da publicação de Lear. Em termos, portanto, de classificação, não parece adequado dizer que estas obras já eram *nonsênsicas*, mas sim que se pode, nelas, identificar alguns elementos "embrionários" que expressariam o *nonsense* – e por isso o representam – nas obras de um Carroll mais maduro, como, por exemplo[460], os diálogos em que as personagens justificam suas atitudes e pensamento por meio de proposições lógicas[461], as citações a poetas e escritores renomados[462], as críticas à política e à educação[463], as ilustrações[464] e a paródia de uma poesia anglo-saxônica, cujo primeiro quarteto viria a transformar-se na célebre *Jabberwocky*[465]. Penso que, de fato, algumas minúcias do *Zeitgeist* foram captadas por Carroll desde cedo, e estas viriam a influenciar e definir sua obra futura. Fechado este parêntese, sigamos adiante.)

É forte no *nonsense* a tendência de "criar no leitor a sensação de que algo está faltando *nele*, e não no texto" (ÁVILA, 1996, p. 126). Isso é o que parece ocorrer

[460] Os exemplos aqui analisados são apenas de *The Rectory Umbrella* e *Mischmasch*. Ambas as revistas foram publicadas, por uma editora espanhola, numa edição conjunta, com os nomes, respectivamente, de *El Paraguas de la Rectoría* e *Cajón de Sastre* (ver bibliografia ao final deste "Diário"). *Useful and Instructive Poetry* é citada, por Carroll, no prefácio de *Mischmasch*, de modo que parece, também, ter sobrevivido ao tempo, mas sobre ela não encontramos nada mais do que referências esparsas.

[461] Na história *La Vara del Destino*, os personagens falam de outros dois, chamando-os genericamente de *A* e *B*; em *La Paloma de Ala Única*, Carroll usa um sistema de afirmações logicamente encadeadas para levar o leitor a concluir porque a pomba tem apenas uma asa. Este tipo de estrutura lógico-narrativa é facilmente reconhecida nos seus livros posteriores.

[462] Cohen (1998) aponta que, nos poemas destas revistas, Carroll já usava elementos de Shakespeare, Blake, do poeta humorístico W. M. Praed e dos poetas românticos Izaak Walton e Tennyson.

[463] Críticas ao sistema educacional aparecem em várias obras de Carroll, seja nas histórias de Alice, nos dois livros Sílvia e Bruno ou nos seus panfletos distribuídos em Oxford (alguns deles estão disponíveis em *Matemática Demente* – ver bibliografia no final deste "Diário").

[464] O próprio Carroll ilustrava seus poemas e histórias. A atenção e importância que ele conferia às ilustrações, como complementares aos seus escritos, continuará dedicando àquelas de seus livros futuros. Com John Tenniel (ilustrador dos livros de Alice), Henry Holiday (A Caça ao Turpente), Harry Furniss (dos livros de Sílvia e Bruno), Arthur Frost (Phantasmagoria and Other Poems) e E. Gertrude Thomson (Three Sunsets and Other Poems) ele mantinha correspondência, enviando rascunhos de suas ideias originais ou sugerindo modificações às propostas recebidas.

[465]*Jabberwocky* (ou "Pargarávio", na tradução publicada em *Alice: Edição Comentada* pela Editora Zahar) é a poesia que Alice encontra em um livro do mundo do outro lado do espelho. *Jabberwocky* também se tornou o título de uma revista estudantil norte-americana, da *Boston Latin School for Girl*, com cujas editoras Carroll se correspondeu por algum tempo (COHEN, 1998).

quando, em *Euclides e Seus Rivais Modernos* (Ato II, Cena V), Minos usa uma pera para contrariar a definição de superfície, lida por Niemand, que fica sem entender o que seu oponente queria, de fato, dizer.

> Talvez a explicação mais coerente, uma vez que já descobrimos as regras do universo carrolliano, seria que o que importa para Carroll é nos fazer acreditar, progressivamente, utilizando tanto o humor quanto a ironia, que *nada é impossível* (...). Na medida em que as fronteiras entre o real e o irreal são afetadas, quem nos dirá até onde podemos ir, no real, sem cair ou escorregar no irreal? De modo que a fórmula de Conan Doyle sobre o improvável que se mostra possível em um mundo do qual se eliminou todas as impossibilidades parece tímida para um leitor de Carroll que, sob o efeito conjugado do humor, da ironia, do absurdo e também da lógica (lógica do raciocínio ou lógica do absurdo, tanto faz) acaba por crer que tudo é possível. Assim, ao final de tudo, descobre que o *nonsense* não é a ausência de sentido, mas mais a *infinidade de sentidos possíveis* (GATTEGNO, 1990, p. 147).

Com isso em mente, podemos identificar o *nonsense* – ou, de qualquer modo, apenas *partículas* dele – até mesmo nas correspondências de Carroll. Para onde olhamos, vemos "doses" de *nonsense* que, apesar da limitação imposta pela classificação temporal de Ávila e Reichert, parecem ser uma identidade da escrita carrolliana. Cito, dentre as tantas cartas enviadas por Carroll às suas amiguinhas[466], a de 15 de dezembro de 1875, na qual se percebe a mistura de elementos reais que não têm ligação direta entre si, e a duplicação – isso tem algum sentido além da *infinidade de sentidos possíveis*? – do próprio Carroll.

> Minha querida Magdalen,
> Preciso explicar-lhe porque não fui visitá-la ontem. Eu não queria faltar, mas, veja bem, pelo caminho todo mundo puxava conversa! Eu tentava explicar às pessoas que estava indo a sua casa, mas ninguém queria me escutar, dizendo que estavam apressados, e isso de maneira pouco delicada. Por fim eu encontrei um carrinho-de-mão que eu pensei fosse ouvir-me, mas nem pude distinguir o que ele carregava. Primeiro vi algumas fisionomias; depois olhei essa face por um microscópio e percebi que era um rosto! Tive a impressão de que esse rosto parecia comigo; por isso fui buscar um espelho para me assegurar, e foi então que, para minha grande alegria, vi que era eu. Nós nos cumprimentamos e começamos a conversar, e então eu próprio surgi e *me* juntei a nós; levamos então um papo dos mais interessantes. Eu me disse: "Você se lembra do tempo em que nós todos nos encontrávamos em Sandown?" E eu mesmo respondi: "Nós nos divertíamos tanto! Havia uma menina chamada Magdalen", e eu acrescentei: "Eu gostava um pouquinho dela, não muito, só um pouquinho". Depois chegou a hora de tomarmos o trem, e quem veio nos acompanhar até a estação para nos ver partir? Você nunca adivinhará, por isso vou lhe dizer. Foram dois excelentes amigos meus que se encontram aqui agora, e lhe pedem permissão para assinar esta carta porque gostam muito de você.
> Lewis Carroll e C. L. Dodgson

[466] As cartas enviadas a crianças, citadas nesta seção, estão presentes no livro "Cartas às Suas Amiguinhas" (ver referências no final deste "Diário"). O período de 1855 a 1896, bem como suas destinatárias, foram escolhidos pelo tradutor dentre a vasta correspondência de Carroll.

(CARROLL, 1997, p. 50-51)

Outras de suas cartas também são, por assim dizer, *incomuns*, como a de 1º de novembro de 1891, enviada para Nelly Bowman, escrita de trás para frente – uma inversão do tempo e da realidade, do mesmo modo que acontece quando o Professor de Sílvia e Bruno usa seu relógio que faz o tempo andar para trás[467] ou como a memória da Rainha Branca que retém o que já aconteceu antes do acontecido[468] – e a enviada em 1881 (dia e mês indisponíveis) para Ethel Arnold, na qual Carroll comenta, utilizando termos matemáticos – como faz, por exemplo, em *Uma História Embrulhada* e em *The Dynamics of a Particle*[469]– sobre a conduta de uma amiga de ambos: talvez esta "seja limitada e superficial (...). Talvez mesmo ela seja vazia e vulgar. No mínimo ela é equilateral e equiângula. Em uma palavra, o que ela é senão um polígono?" (CARROLL, 1997, p. 81). As palavras, os espaços, os cenários atingem "o resultado esperado por Carroll, o de não somente nos fazer rir, mas também de nos desconcertar" (GATTEGNO, 1990, p. 113).

Sánchez-Rodrigo aponta como a principal diferença entre o *nonsense* de Lear e o de Carroll o fato de o primeiro ter recorrido, assim como os elizabetanos da época, a truques meramente formais para dar riqueza musical às suas criações, para abrir caminho à mera beleza sonora, desprezando significados, enquanto que

> Charles/*Lewis* elabora pacientemente sua obra ressaltando o riso da lógica mais brilhantemente sofisticada. Trata-se, em ambos os casos[470], de duas formosas afirmações – mutuamente ignoradas – de liberdade espiritual frente à opressão das circunstâncias. Porque estas eram opressivas, seguramente, se nos for lícito concluir da devoção, suscetibilidade e intransigência do Reverendo Dodgson oxoniano[471] o resultado de um processo acumulativo no desenvolvimento de sua personalidade (...). Mas, em minúcias, o que importa, e a mim me fascina, é que Charles Lutwidge Dodgson, primeiro, e *Lewis Carroll*, depois, sublimaram suas frustrações de modo tão belo quanto generoso: convocando-nos a uma experiência mágica, conjurando com palavras impossíveis uma irrealidade de incomensurável realismo e convidando-nos a compartilhar um jogo que não é outra coisa senão verdadeira catarse purificadora (SÁNCHEZ-RODRIGO, 1998, p. VI).

Apesar de sua originalidade, Reichert aponta que o *nonsense* herdou algumas características do romantismo de modo que, como outros gêneros literários, representa

[467] Este episódio aparece no Capítulo 23 de *Sylvia and Bruno*, "An Outlandish Watch" (ver *The Complete Stories and Poems of Lewis Carroll* nas referências, no final deste "Diário").
[468] Este episódio aparece no Capítulo 5 de *Através do Espelho* (CARROLL, 2002a).
[469] Deste artigo, temos disponível uma versão em espanhol, contida em *Matemática Demente* (ver referências no final deste "Diário").
[470] Os "casos", aqui, referem-se as duas "personalidades" de Carroll, uma representada pelo seu pseudônimo e, a outra, pelo seu nome de batismo.
[471] Natural de ou relativo a Oxford.

um desenvolvimento de algumas das tendências apresentadas no estilo anterior, ao mesmo tempo em que rompe com este. O *nonsense* de Carroll e Lear destaca elementos do mundo vitoriano que ainda estavam em estágio inicial e que viriam a se desenvolver ainda mais intensamente no século XX, ou seja, o *nonsense* tem um caráter antecipatório pois, abrindo mão do cenário vitoriano como um todo, ele se vale daqueles elementos cujo desenvolvimento posterior atingiria uma forma quase hegemônica no século seguinte. Podemos citar aqui, como exemplos, a "ênfase sobre a função contemplativa" (ÁVILA, 1996) que, com a multiplicação dos museus, a popularidade da fotografia e das projeções que viriam a dar origem ao cinema, mostrou aos ingleses um mundo até então desconhecido, e a "velocidade", elemento em voga pela utilização das novas máquinas movidas a vapor, a impressão de jornais e construção das estradas de ferro – há um trem nas aventuras de Sílvia e Bruno que viaja com velocidade assustadora[472] e, em *A Caça ao Turpente*, as personagens pretendem atrair o monstrengo abanando-lhe ações de companhias ferroviárias que valiam pequenas fortunas à época. A "velocidade" pode ser percebida, também, no ritmo frenético das histórias carrollianas[473].

Além destes "elementos antecipatórios", há, no *nonsense*, uma aspiração à ingenuidade perdida à medida que uma série de mudanças, que começaram a aparecer na Era Vitoriana, ganharam espaço na história.

> Quanto à produção posterior, Reichert descarta a possibilidade de se criar *nonsense* depois de Carroll e Lear, por ter sido aquela criação a expressão de um tempo que marcou uma mudança entre visões de mundo. A profundidade e irreversibilidade dessa mudança foi percebida e trabalhada inconscientemente pelos dois autores quando os artistas de seu tempo ainda não a haviam elaborado e/ou não possuíam ainda os meios estéticos para responder a ela. Reichert vê em Carroll um exemplar típico do cidadão inglês da época vitoriana, porém ao contrário de seus contemporâneos, capaz

[472] No capítulo 7 de *Sylvie and Bruno Concluded* há um trem que se move usando a gravidade como única fonte de energia: os trilhos se estendem de uma cidade a outra por um túnel perfeitamente reto, cujo centro está necessariamente mais próximo do centro da Terra que suas extremidades, de modo que o trem corre por um declive até o centro, adquirindo *momentum* suficiente para mover-se pela outra metade do túnel.

[473] A "velocidade" parece ser uma característica implícita nas histórias de Carroll: nos livros de Alice, o ritmo frenético da narrativa aparece impresso nos próprios personagens, que demonstram pressa e agilidade tanto em resolver a situação em que estão quanto em partirem para outra nova; nos dois livros de Sílvia e Bruno, os personagens transitam facilmente e sem necessidade de esperar algo entre um mundo real e outro imaginário, mundos que seguem em paralelo na narrativa; em *A Caça ao Turpente*, o ritmo está subjugado à métrica do poema, numa narrativa que cresce sugestivamente à medida que o leitor espera, no final, encontrar o Turpente que, durante a história, faz aparições rápidas para matar os outros personagens; em *Euclides e Seus Rivais Modernos* percebe-se esta velocidade no embate de argumentos entre Minos e Niemand, nos quais o primeiro parece usar uma complexa formação de frases, na interlocução, para contestar os argumentos do segundo, que acaba se perdendo dada a rapidez do pensamento e das colocações do seu oponente.

de dar forma literária a uma situação que estes ainda não se apercebiam (ÁVILA, 1996, p. 58).

Dentre as possíveis situações reais que representariam bem este espírito de mixórdia e exagero[474] pressentidos por Carroll e Lear e presentes nos textos *nonsense*, Ávila aponta a Grande Exposição de Londres, inaugurada em primeiro de maio de 1851, obra do Príncipe Albert, consorte da Rainha Vitória.

Já haviam ocorrido diversas exposições em vários países do continente europeu, especialmente na França, mas estas eram apenas nacionais e de objetivo limitado. A Grande Exposição de Londres foi a primeira para a qual todas as potências do mundo foram convidadas a confrontar suas produções de todos os gêneros (CHASTENET, [s/d]). Deste modo, à frente da Revolução Industrial, a Inglaterra organizou, em Londres, uma exposição que se ergueu como um "hino à Ciência, hino ao Progresso, glorificação da Grã-Bretanha: eis o sentido profundo da manifestação, de uma natureza e um brilho sem precedentes" (CHASTENET, [s/d], p. 256). "Perigosamente inovador aos olhos dos conservadores, inutilmente dispendioso aos dos economistas liberais, o projeto [do Príncipe Albert] parecia, aos puritanos, sacrilégio e evocador da torre de Babel" (CHASTENET, [s/d], p. 257).

Para a Grande Exposição, George Paxton projetou um edifício como nunca se tinha visto antes: feito numa armação de ferro e vidro, possuía 650 metros de comprimento, 225 metros de largura e cobria 8 hectares, utilizando um total de 300.000 metros quadrados de vidro (que acolhia e redobrava os raios de sol, expandindo e integrando os espaços interno e externo) e 71 quilômetros de barras de ferro (exibindo um nível de domesticação nunca antes visto, que lhe permitia pairar em curvas leves

[474] É preciso ressaltar que este ambiente de "mixórdia e exagero" é uma característica do século XIX que atinge outros países, não somente a Inglaterra. Walter Benjamin, por exemplo, em seu texto "Paris, Capital do Século XIX", comenta a transformação da cidade – estradas de ferro, os prédios construídos com armações de ferro, a criação das galerias que amontoam lojas e pessoas, a iluminação a gás etc – que se acostuma, paulatinamente, a estes elementos novos, ao mesmo tempo em que os introduz na sua própria história, os vivifica e os reproduz nas artes. O livro "As Cidades e as Serras" (1901), de Eça de Queirós, capta esta "nova" Paris e a reapresenta ao leitor, contrapondo-a ao local pacato em que a personagem principal vivia, onde ainda não havia as chaminés fumegantes das fábricas, as linhas de telégrafos etc. O século XIX é mais "barulhento" – o apito dos trens, as campainhas das indústrias, o conversar dos operários que deixam o trabalho ao final do turno – e isso é sentido em vários países. O que estamos relatando aqui sobre a Era Vitoriana não é, pois, próprio somente da Inglaterra, mas é um estado de coisas que a extrapola. O que para nós passa a ser relevante é *como* estes elementos, comuns a vários países, influenciaram a obra de Carroll: estes elementos, amalgamados com a cultura e a sociedade inglesas, produziram "respostas" diferentes das produzidas em Paris, ou em Portugal, ou em outra localidade qualquer, e é esta relação "elementos-respostas" que tentamos destacar nesta parte do nosso trabalho, com vistas a perceber suas apropriações na obra de Carroll.

pelo espaço). Em seu aspecto onírico, o edifício ficou conhecido como *Palácio de Cristal* (ÁVILA, 1996, p. 183),

Instalado, não sem muita polêmica, no Hyde Park, ponto tradicional de Londres para a reunião dos cavalheiros, o Palácio tornou-se o símbolo máximo do homem dominando a tecnologia. Seis milhões de pessoas visitaram a exposição durante os seis meses em que esta esteve aberta. Numa época em que o progresso técnico era aliado, cada vez mais, ao progresso humano, e que se acreditava que uma civilização tecnológica levaria o bem-estar a todas as partes, o público que visitava a exposição era tomado pelo mesmo orgulho que seus produtores. As duas citações que transcrevo a seguir podem dar uma ideia mais nítida do que foi a Grande Exposição.

> No interior [do Palácio] erguem-se as árvores que a altura do edifício permitiu não abater. A parte oeste foi reservada para as produções da Grã-Bretanha e suas colônias. O centro está guarnecido com estátuas que rodeiam uma fonte de cristal donde brotam pequenas cascatas de águas cintilantes. Os mostruários estão forrados de vermelho; as máquinas, os produtos fabricados e os objetos de arte expostos quase desaparecem sob montes de flores e de plantas verdes; deixou-se, porém, ficar em evidência uma grande mesa dourada e prateada por processo elétrico, um gigantesco tapete de lã "tecido por cento e cinquenta senhoras inglesas de categoria", um nicho gótico com colunas de pedra rara, no centro do qual é apresentado um broche formado por 908 diamantes figurando uma Britânia armada com o tridente, e ainda uma vitrina dourada onde brilha o Koh-i-Norr, o famoso diamante indiano de 103 quilates (CHASTENET, [s/d], p. 258-259).

> A exposição era um acontecimento inédito em conceito e amplitude, compreendendo, além dos mais recentes produtos e máquinas industriais e invenções de toda espécie, cenários e figuras evocativas de terras e épocas distantes, animais empalhados e plantas exóticas, personagens em trajes típicos, estátuas de inspiração grega, cenas medievais, enfim, uma miscelânea estonteante para o olhar pouco treinado dos espectadores da época, mal familiarizados com a fotografia, anteriores ao cinema e aos *shopping centers* (ÁVILA, 1996, p. 182-183).

O Palácio de Cristal é – sugere Ávila – o *nonsense* de um modo palpável, o acontecimento que de fato une a época vitoriana às literaturas de Carroll e Lear: a imponência do prédio construído que até então sequer se imaginava possível fazer, a surpresa e o estarrecimento que ele causava em quem o viu, o gigantismo que só se via nos palácios reais, mas que agora convidava o povo a acessar seu interior, e a pletora de objetos que não tinham relações entre si, mas que agora apresentavam-se todos juntos à espera da observação e classificação dos visitantes, são elementos que correspondem às estruturas do texto *nonsênsico* e às sensações que ele causa no leitor.

> A lógica do *nonsense* é, ainda segundo Sewell, uma lógica de 1+1+1+1. Não existe a possibilidade de soma ou redução de parcelas a um coeficiente comum. Cada elemento permanece sempre ele próprio, sem se fundir com outro ou outros. Já vimos como é essencial no *nonsense* evitarem-se a harmonia e o assentamento de opinião. Manter separadas e imiscíveis as diversas imagens e ideias que as palavras teimam em evocar é uma maneira de evitar que elas se aglutinem em ideologias. Enquanto o palácio de cristal reúne em um mesmo discurso as coisas mais diversas, impondo um mesmo significado a tudo, o *nonsense* abole a semelhança, o parentesco e o coletivo, mantendo cada coisa cativa em sua singularidade (ÁVILA, 1996, p. 188).

Além disso, outra característica do texto *nonsense*, já comentada aqui, é que, apresentando "acontecimentos" desconhecidos e inesperados para o leitor, muitas vezes lhe causa assombro e sensações de não o estar conseguindo compreender plenamente – sensações de estranhamento que, pelo incomum, podem de fato incomodar quem lê. O Palácio de Cristal também despertava este incômodo em algumas pessoas que o visitavam, conforme a declaração do escritor russo Fiódor Dostoiévski:

> o Palácio de Cristal, a Exposição Internacional... Sim, a exposição é impressionante. Sente-se uma força terrível, que uniu num só rebanho todos estes homens inumeráveis, vindos do mundo inteiro; tem-se consciência de um pensamento titânico; sente-se que algo já foi alcançado aí, que há nisso uma vitória, um triunfo. Até se começa como que a temer algo. Por mais que se seja independente, isto por alguma razão nos assusta. Não será este realmente o ideal atingido?, pensa-se. Não será o fim? Não será este, de fato, o "rebanho único"? Não será preciso considerá-lo como a verdade absoluta, e calar para sempre? Tudo isso é tão solene, triunfante, altivo, que nos oprime o espírito. Olham-se estas centenas de milhares, estes milhões de pessoas que acorrem docilmente para cá de todo o globo terrestre, pessoas que vieram com um pensamento único, que se aglomeram plácida, obstinada e silenciosamente neste palácio colossal, e sente-se que aqui se realizou algo definitivo, que assim chegou ao término. Isto constitui não sei que cena bíblica, algo sobre a Babilônia, uma profecia do Apocalipse que se realiza aos nossos olhos (DOSTOIÉSVKI apud ÁVILA, 1996, p. 184-185).

As exposições seguiram-se mundo afora, cada vez mais grandiosas, da de Nova York, num "palácio de cristal de gosto duvidoso" (ÁVILA, 1996, p. 183), em 1853, à de Paris, em 1889, cujo ápice é a construção da Torre Eiffel – Chastenet e Ávila não falam se a Torre Eiffel também pode ser tomada como um símbolo concreto do *nonsense* assim como foi o Palácio de Cristal, mas é possível perceber que, neste período, as ideias já haviam mudado, e com isso a percepção do mundo, perdendo os homens a inocência característica do *nonsense*.

Vejo que o estudo da obra de Carroll, na qual as palavras são "como seres caprichosos e autônomos [que] sempre dizem 'este e o outro' e, ao mesmo tempo, 'aquilo e o mais além' (...), [e] a linguagem se rebela e rompe os diques da sintaxe e do dicionário" (PAZ apud LEITE, 1986, p. 12), "tem que levar em conta as interferências da série histórica na narrativa" (LEITE, 1986, p. 45). Vejo a obra de Carroll como o

Palácio de Cristal, amontoando coisas que antes eram impossíveis de serem imaginadas juntas e cujos significados, tomados separadamente, mantêm-se quando unidas, ao mesmo tempo em que permitem novos significados que contaminam o já significado. O universo literário de Carroll, assim como o Palácio de Cristal, é existente e “palpável”, mas nesta existência guarda elementos inimagináveis que separam o real do imaginário, as regras da sociedade vitoriana da subversão, a organização do mundo da mixórdia da Grande Exposição. E ao mesmo tempo em que separa, apresenta inegáveis pontos em comum entre estes opostos.

> Essa divisão e esse mundo fechado do *nonsense*, se interpretado contextualmente, relaciona-se com a situação social e histórica vivida pelo autor. A situação da época vitoriana é a de um universo rígido, de regras pré-estabelecidas, de hierarquias muito marcadas. É preciso não esquecer que o fenômeno Lewis Carroll não é isolado na época, e basta lembrar seu contemporâneo Edward Lear que criou, através dos *limericks* humorísticos, pequenas estrofes de cinco versos com elementos repetitivos, um universo obsessivo de regras fixas. Com um repertório muito mais amplo, em que mexeu com muito mais coisas, Carroll criou também um universo de regras fixas. Mas se nele houve uma divisão esquizoide isso não era um dado casual do seu espírito, pois essa divisão já existia no seu mundo e apenas explodiu nos seus escritos, pelo *nonsense* (LEITE, 1986, p. 73).

Como relatado anteriormente, houve uma massiva investida de livros que tinham a pretensão de substituir *Os Elementos* no ensino de geometria: textos com aplicações, com outra ordem de exposição, com cores e impressão distintas etc. De todos estes livros, Carroll escolheu apenas quatorze, incluindo entre eles o manual elaborado pela AIGT[475]. Quatorze “rivais modernos” reunidos como elementos de uma única obra. Quatorze objetos distintos expostos sob a mesma etiqueta de “inimigos de Euclides”. Quatorze abordagens diferentes agrupadas para serem percebidas, conjuntamente, como lacunares, insuficientes, falhas. *Euclides e Seus Rivais Modernos*, de Carroll, pode, assim, ser pensado como a Grande Exposição do autor no que diz respeito às suas crenças sobre a geometria e seu ensino, ao juntar todos estes títulos em um só ensaio.

Numa carta enviada à sua editora em 19 de agosto de 1885, Carroll não esconde sua vontade de que seu livro chegue às escolas – ele parece não se dar conta que, em verdade, o assunto tratado não era tão fácil para o leitor que, recém começando a aprender os fundamentos da geometria num sistema educacional perverso e ainda bastante deficitário, talvez não tivesse condições de acompanhar as comparações que ele

[475] Analisado por Carroll no Ato III, Cena II do *Euclides e Seus Rivais Modernos*.

faz entre os livros dos “rivais” e o de Euclides –, como outros anteriores seus que já tinham auxiliado às aulas no ensino de geometria:

> Aproveito a oportunidade para lhe perguntar sobre uma ideia que tive para a segunda edição de *Euclides e Seus Rivais Modernos*. Ter um número de cópias impressas (...), de duas páginas contendo o título, o prefácio e o conteúdo: enviá-lo às escolas e etc para as quais você enviou *Euclid I, II* e para as quais (suponho) você manda sua lista mensal (CARROLL, 2007, p. 192).

Os leitores poderão, também, com suas impressões e vivências, tentar identificar no livro de Carroll os elementos da Era Vitoriana e do *nonsense* descritos e comentados até aqui. Na sequência deste texto, apresento aqueles que consegui identificar, buscando juntar elementos cujo conjunto constitui uma análise mais pormenorizada do “livro em si” e de sua história.

Parte III – Nas Páginas de *Euclides e Seus Rivais Modernos*: Algumas Análises

Trilhando um caminho que, ligando a Antiguidade à Inglaterra Vitoriana, foi criado com o apoio de várias referências, nos vemos tentando compreender melhor pontos de vista. Chegamos a Oxford e, mais especificamente, ao apartamento de Carroll, onde ele produziu *Euclides e Seus Rivais Modernos*, sua própria Grande Exposição. Seja o livro de Carroll sobre o livro de Euclides (como se diria num manual contemporâneo de Matemática onde o “Seja um X”, de algum modo, cria o X): diante dos nossos olhos está agora o *Euclides e Seus Rivais Modernos*. Nos aproximamos dele, nos apropriamos dele: o livro como objeto físico, palpável, no qual se fixam sinais gráficos espalhados pelo couro da capa, pelo papel das laudas. Que caminhos trilhar agora, tendo a materialidade do livro como campo a percorrer: vai-se da capa ao miolo? Nos mantemos no interior do livro, naquilo que a capa guarda? O que o livro, em sua materialidade, pode dizer? Como o diz?

Euclides e Seus Rivais Modernos e Seus Paratextos

Antes de ler os estudos de Gérard Genette, tinha para mim que um livro era apenas seu texto, isto é, os enunciados verbais curtos ou longos que, fixados pela escrita, criavam determinada narrativa, o que talvez fosse resultado da falta de problematização, da ausência de suspeição (que hoje reconheço ser o fermento vital da prática de pesquisar). Certamente entendia que um livro sempre está à venda com uma determinada capa, sai a expensas de determinada instituição, é composto por uma certa editora, recebe críticas de tais e tais jornais e revistas etc, mas nunca havia pensado que o prefácio, o nome do autor, o título, as ilustrações e tudo o mais que cerca e prolonga a existência do texto, com o justo intuito de *apresentá-lo* ao leitor – tanto no sentido habitual do verbo quanto no sentido mais forte de tornar o livro *presente* – tivesse outra função além de garantir seu êxito editorial e sua permanência no mundo. Que outra função têm? Ajudar o leitor a compreender melhor o texto e torná-lo, efetivamente, o livro que ele é.

Diferentes edições de um mesmo livro apresentam elementos invariantes – o nome do autor (salvo quando se descobre que Beltrano, que publicou determinada história é, na verdade, Sicrano sob um pseudônimo) e quantidade de capítulos (algo que se mantém constante salvo se a nova edição é uma adaptação da original ou não foi revisada radicalmente), por exemplo – e outros variantes (ilustrações, prefácio, posfácio etc). Faz sentido tentar perceber, então, quais são os elementos variantes e os invariantes[476] de uma obra literária, porque esses elementos circulam pela órbita do livro, compondo-o. A estes elementos, Genette chama de *paratextos*.

> (...) o paratexto é aquilo por meio de que um texto se torna livro e se propõe como tal a seus leitores, e de maneira mais geral ao público. Mais do que um limite ou uma fronteira estanque, trata-se aqui de um *limiar*, ou – expressão de Borges ao falar de um prefácio – de um "vestíbulo", que oferece a cada um a possibilidade de entrar, ou de retroceder. "Zona indecisa" entre o dentro e o fora, sem limite rigoroso, nem para o interior (o texto) nem para o exterior (o discurso do mundo sobre o texto), orla, ou, como dizia *Philippe Lejeune*, "franja do texto impresso que, na realidade, comanda toda a leitura". Com efeito, essa franja, sempre carregando um comentário autoral, ou mais ou menos legitimada pelo autor, constitui entre o texto e o extratexto uma zona não apenas de transição, mas também de *transação*: lugar privilegiado de uma pragmática e de uma estratégia, de uma ação sobre o público, a serviço, bem ou mal compreendido e acabado, de uma melhor acolhida do

[476] Deve-se ressaltar um certo artificialismo nessas noções de "invariante" e "variante" aqui mobilizadas. Os próprios exemplos dados como invariantes (o nome do autor, a quantidade de capítulos), bem podem ser vistos como variáveis. Ainda assim, essa classificação parece ser operacional – melhor: a nós foi operacional – para entendermos a configuração material de um livro. De um ponto de vista mais aprofundado, para além desses detalhamentos de nomes de autores, condições gráficas e composições textuais que se alteram ao sabor do momento, do tempo, das circunstâncias, afirmaremos que nunca há, propriamente, invariantes, posto que um livro (ou um texto, em sentido amplo) é sempre criado pelo ato da leitura, pela hermenêutica que lançamos a ele, criando-o: um livro é, portanto, criação e (re)criação constantes. Deve-se ressaltar, entretanto, que essas disposições mais gerais – poderíamos dizer "filosóficas" – acerca da relação visceral entre texto e leitura, não estão dentre as discussões desenvolvidas por Genette, autor que, neste tópico, seguimos como referência. Para Genette, "livro" diz da materialidade do livro e da circulação de ideias sobre essa materialidade, como veremos.

> texto e de uma leitura mais pertinente – mais pertinente, entenda-se, aos olhos do autor e de seus aliados (GENETTE, 2009, p. 9).

Com este novo conceito – *paratexto* – dei-me conta de que um texto não existe "em si": do momento em que escolho lê-lo, por que escolho lê-lo, enquanto o leio, e até depois de lê-lo, ele estabelece relações com outros textos, outras mídias, outras pessoas; ele, de algum modo, me co-move, ou seja, induz um movimento de trazer-me junto a ele, tentar uma aproximação a sentidos intencionalmente pré-elaborados, ainda que eu seja mestre dos significados que atribuo. Torna-se, pois, indispensável a análise dos paratextos da edição de *Euclides e Seus Rivais Modernos*.

Genette (2009) chama de *paratexto original* a primeira edição de um texto (e, também, aqueles paratextos que o compõem, tais como o prefácio, a dedicatória etc). O livro que analisamos, por ser uma edição fac-símile da segunda edição, não pode ser assim classificado[477]; além disso, ainda que as reedições não precisem, obrigatoriamente, diferir em paratextos da original, nesta encontramos um que inexistia anteriormente: no *Prefácio à Segunda Edição*, Carroll cita as duas alterações feitas com relação à primeira (a substituição dos símbolos por palavras e o acréscimo de um comentário do Sr. Henrici). Paratextos como este, que surgem nas reedições, são chamados de *posteriores* ou *tardios* (o adjetivo depende de quanto tempo se passou entre a publicação do texto original até o seu aparecimento).

A outro tipo de paratexto também parece ser importante voltar o olhar, àquele que Genette chama de *paratexto factual*, o qual

> consiste não numa mensagem explícita (verbal ou não), mas num fato cuja própria existência, se é conhecida do público, acrescenta algum comentário ao texto e tem peso em sua recepção (...). Mas ela nem sempre precisa ser mencionada para ser conhecida por um efeito de 'notoriedade pública'; assim, para a maioria dos leitores da *Recherche*[478], conhecer os dois fatos biográficos: a semi-ascendência judaica de Proust e sua homossexualidade, inevitavelmente forma paratexto nas páginas de sua obra dedicadas a esses dois temas. Não digo que seja necessário saber disso: digo apenas que aqueles que sabem não leem da mesma forma que aqueles que não sabem, e que aqueles que negam essa diferença estão zombando de nós (GENETTE, 2009, p. 14-15).

[477] É preciso ressaltar que, como não tivemos à mão a segunda edição propriamente dita, não podemos classificar os paratextos com base nela: é possível que a capa, as indicações das circunvizinhanças, as cores, o material das folhas, o tamanho etc não sejam iguais aos respectivos paratextos que aparecem na segunda edição "original". Nossas análises versam, pois, sobre uma edição "próxima" à segunda edição, que foi aquela a que tivemos acesso.

[478] *La Recherche du Temps Perdu* (Em Busca do Tempo Perdido), de Proust.

A vivência de Carroll e, particularmente, sua experiência como professor de geometria, parecem ter funcionado como motivação para a elaboração de *Euclides e Seus Rivais Modernos*: no *Prefácio à Primeira Edição* ele declara que tem ensinado Geometria por aproximadamente vinte e cinco anos, o que o deixa, segundo sua opinião, "suficientemente à vontade para [se] arriscar a falar dela" (CARROLL, 2012, p. 4).

E é no habitual humor de Carroll (do qual trataremos um pouco mais à frente) e no seu gosto pelo teatro que entendemos melhor sua opção em escrever este livro como uma peça teatral:

> Este texto é apresentado numa forma dramática, em parte porque me pareceu ser esta uma forma melhor de expor alternadamente os argumentos dos dois lados da questão; em parte porque posso tomar a liberdade de elaborá-lo num estilo mais leve do que poderia fazer em um ensaio e, desta forma, deixá-lo um pouco menos tedioso e um pouco mais compreensível para leitores não habituados aos textos científicos (CARROLL, 2012, p. 4-5).

No entanto, a abordagem literária não desmerece o assunto e não faz de *Euclides e Seus Rivais Modernos* um livro descompromissado, descuidado ou leviano – do ponto de vista matemático – em suas exposições. A opção do autor quanto à narrativa não despe a geometria euclidiana da roupagem lógica e axiomática elaborada por Euclides, pelo contrário, acrescenta-lhe novos alinhavos que "prendem" e, de certo modo, "orientam" (co-movem) o leitor mostrando-lhe o caminho a seguir –, um caminho de ideias expostas num organograma já no começo da obra e que mostra o roteiro lógico seguido pelas proposições de Euclides, na ordem em que são mobilizadas (sequenciadas) na narrativa de Carroll. Sendo assim, a "leveza" citada por Carroll não está, creio, relacionada a uma leitura fácil ou informal, que exige pouca atenção ou conhecimento do leitor, mas "associada à precisão e à determinação, nunca ao que é vago ou aleatório" (CALVINO, 2010, p. 28). Nas palavras de Paul Valéry[479] (cf. CALVINO, 2010), o texto deve ser leve como um pássaro, que se move mas sabe aonde quer chegar, e não como uma pluma, pairando ao léu no vento.

A narrativa dialogada conduz o leitor – como que pássaro cuja coreografia o autor pretende controlar – por entre estas proposições, tendo como auxílio todos os demais elementos literários (personagens, marcação cênica, descrição das emoções e entonações de voz etc) que o auxiliam a visualizar momentos de interlocução e debates

[479] Ambroise-Paul-Toussaint-Jules Valéry (1871-1945) foi um filósofo, escritor e poeta francês da escola simbolista. Suas obras, nas quais se pode encontrar referência a filosofia, matemática e música, influenciaram vários outros escritores (como, por exemplo, Jean-Paul Sartre).

teóricos, pois “mesmo quando lemos o livro científico mais técnico ou o mais abstrato dos livros de filosofia, podemos encontrar uma frase que inesperadamente serve de estímulo à fantasia figurativa” (CALVINO, 2010, p. 105) e colaboram sobremaneira para que o texto deixe uma “marca” no leitor.

Guiando a análise do livro, Genette nos faz pensar, ainda, em como separar alguns dos elementos que compõem o paratexto, pois todos eles se apresentam, com relação ao próprio texto, em um determinado *lugar*: aqueles que se apresentam em torno do texto, dividindo com este o mesmo volume (título, prefácio, títulos ou numeração dos capítulos, ilustrações, notas etc), chamados *peritextos*; e os demais, que ficam a certa distância do texto, na parte externa do livro (conversas e entrevistas do autor, correspondências ou diários deste, material de divulgação das editoras, críticas sobre o livro etc) denominados *epitextos*: “Como deve, doravante, ser automático, peritexto e epitexto dividem entre si, exaustivamente e sem descanso, o campo espacial do paratexto; dito de outra forma, para os amantes de fórmulas, *paratexto* = *peritexto* + *epitexto*” (GENETTE, 2009, p. 12).

Assim, devido à quase escassa quantidade de informações sobre a publicação e a repercussão do livro – já comentamos anteriormente que, dentre as obras do autor, esta carecia de estudos – voltaremos o olhar mais especificamente aos *peritextos*[480].

O primeiro peritexto a ser abordado é o *título*, algo indiscutivelmente necessário, pois “o título é a espécie de bandeira para a qual nos dirigimos; o objetivo que precisamos alcançar é explicar o título” (GENETTE, 2009, p. 65). Os “rivais modernos” de Euclides são os manuais que estavam sendo propostos, à época de Carroll, para substituir *Os Elementos* no ensino de geometria. Para o leitor que nos acompanhou até aqui isso já deve estar claro. Entretanto, deve-se ressaltar que a um primeiro contato o título da obra não é inequívoco ou objetivo a ponto de deixar explícita a intenção do texto. Talvez para o leitor da época de Carroll, num momento em que as Geometrias não-euclidianas apenas começavam a surgir e quando as discussões sobre os programas de ensino ocupavam a pauta das notícias e certamente eram frequentes nos círculos letrados, o título da obra fosse mais direto. Não é, entretanto, o que ocorre hoje, quando são mais comuns – ainda que não propriamente no momento presente, mas num passado recente – as discussões, por exemplo, sobre as lógicas contemporâneas e a clássica, em que se pergunta, por exemplo, se a lógica paraconsistente funciona como rival ou

[480] Pequenos comentários sobre alguns dos epitextos aparecem, esparsos, no diário anterior.

complementar à lógica clássica ou quando as Geometrias não-euclidianas frequentam com certa desenvoltura muitos dos debates especializados (dos quais participam leitores em potencial desse livros de Carroll). Por esse prisma, o título *Euclides e Seus Rivais Modernos* poderia induzir no leitor a ideia de se tratar de uma série de considerações de um autor interessado em Matemática – essa característica de Carroll sempre é ressaltada – sobre o surgimento de abordagens rivais à Geometria de Euclides, ou seja, as Geometrias não-euclidianas (foi isso que, confesso, aconteceu comigo quando tive meu primeiro contato com a obra). Assim, o título *Euclides e Seus Rivais Modernos*, ainda que explícito sob um certo ponto de vista, retém um mistério que caberá ao leitor desvendar, seja dedicando-se à leitura da obra, seja buscando por comentadores dela.

Enquanto o texto tem como destinatário o leitor, o título tem como objetivo o público. "O título é dirigido para muito mais gente que, por um meio ou por outro, o recebe e transmite e, desse modo, participa de sua circulação" (GENETTE, 2009, p. 72). Segundo este autor, enquanto o texto é um objeto de leitura, o título é um objeto de circulação, capaz de gerar um "tema de conversação", bem como o é o nome do autor.

Os *títulos remáticos* eram, antigamente, bem mais comuns que os *títulos temáticos*. Por *remáticos*, Genette define os títulos que apresentam coletâneas, muito comuns da Antiguidade ao Renascimento, tais como *Odes*, *Epigramas*, *Hinos*, *Elegias*, *Sátiras*, *Idílios*, *Epístolas*, *Fábulas*, *Poemas* etc. É nesta categoria que se incluem os *Anais* dos congressos de matemática e, certamente, *Os Elementos* de Euclides. As livrarias oferecem várias opções de *Obras completas* de Fulano e *Tratados* sobre alguma coisa. Os títulos *remáticos* podem ser compreendidos como "este livro é...", enquanto que os temáticos podem ser compreendidos como "este livro fala...", segundo Genette (2009).

Atualmente, os títulos temáticos dominam a cena. Mesmo assumindo que classificar títulos como *temáticos* com base no "conteúdo" do texto pode gerar uma classificação imperfeita, pois pressupõe uma ampliação provavelmente abusiva da noção de tema, Genette esclarece que vê neste grupo todos os títulos que podem ser expressos por uma sinédoque generalizadora[481], ou seja, por uma expressão que se

[481] Sinédoque que é uma figura de retórica (para muitos autores é indistinta da metonímia, ou considerada como um tipo de metonímia) na qual se exprime uma parte por um todo ou um todo por uma parte (*A Polônia* sucumbiu aos *alemães*), o singular pelo plural (*Cabral* chegou ao Brasil), o autor pela obra (estou estudando *Mário Quintana*), a capital pelo governo do país (*Washington* decidiu enviar tropas para o Iraque), uma peça de vestuário pela pessoa que o usa (*um vestido negro* surgiu pela porta) etc. Trata-se da inclusão ou contiguidade semântica existente entre dois nomes e que permite a substituição de um pelo outro.

relacione, de modo importante, com o “conteúdo” de uma obra, seja ela de ordem narrativa, dramática ou discursiva; o título temático está em relação empírica ou simbólica com o conteúdo[482].

Euclides e Seus Rivais Modernos, então, desfeita a possível dubiedade que apresenta a um leitor contemporâneo, é um título temático, pois por “Euclides” entende-se seu livro e a organização da geometria euclidiana, bem como por “rivais modernos” entende-se os outros livros utilizados para o ensino de geometria.

> Desde as academias da antiga Grécia e das universidades medievais europeias até os colégios privados da Inglaterra vitoriana, durante mais de dois mil anos [*Os Elementos*] foi o manual que se seguia não somente nas aulas de geometria, mas também para ensinar a raciocinar. Há quem assegure que, depois da Bíblia, é o livro que mais vezes foi editado através dos anos. Somente no século XIX foram publicadas na Inglaterra mais de duzentas edições distintas, incluída uma edição simples[483] da qual foram vendidas mais de meio milhão de exemplares.
> Como se pode bem supor, entre tantas edições havia diferenças notáveis tanto de estilo quanto de conteúdo (WILSON, 2009, p. 106).

Creio que, por lhe ser impossível abordar todos os “rivais modernos” que de algum modo desafiavam Euclides e, consequentemente, de algum modo, irritavam Carroll, o autor de *Euclides e Seus Rivais Modernos*, segundo seu ponto de vista, optou por comentar apenas os trabalhos de Legendre, Cooley, Cuthbertson, Henrici, Wilson, Pierce, Willock, Chauvenet, Loomis, Morell, Reynolds e Wright. De outro livro, escrito por Chamber – um texto que aparentemente mostrou-se tão insignificante a Carroll, tão pouco desafiador, que ele sequer chegou a incluí-lo entre os rivais modernos –, Carroll declarou certa vez que, ao comprá-lo de presente para sua irmã Louisa, viu-se obrigado a riscar muitas coisas que o autor havia interpolado no texto, como definições de palavras por ele inseridas, e a introduzir passagens que haviam sido omitidas. Na sua opinião, ninguém podia dar-se o direito de *alterar* os textos originais que pretendia comentar: devia-se ressaltar nitidamente a diferença entre apostilas e texto original[484] (WILSON, 2009), o que pareceu ser um detalhe negligenciado por Chamber.

---

[482] Citamos aqui, como exemplo, o até hoje discutido título “O Vermelho e o Negro”, de Stendhal. Alguns estudiosos dizem que o título *se relaciona* com o texto no sentido de que o personagem principal, Julien Sorel, se vê dividido entre as carreiras militar (o vermelho, cor do sangue das batalhas) e eclesiástica (o preto, cor da batina do padre).
[483] No texto original, a expressão utilizada é “una versión en rústica”. Este tipo de expressão, em espanhol, refere-se a publicações “brutas”, ou seja, sem correções e melhoras, sem um bom acabamento.
[484] Esta declaração de Carroll é, no mínimo, paradoxal, pois sua edição predileta, aquela organizada por Simson, tem notas adicionais com relação à edição de Théon e, por conseguinte, com relação à edição original em grego. Além disso, o próprio Carroll, em alguns de seus escritos, conforme já exposto aqui, apresentou a geometria euclidiana com outra abordagem (como, por exemplo, em seu *The Fifth Book of Euclid Treated Algebraically*).

Assim, parece ter havido, na opinião de Carroll, mais "rivais modernos" do que ele mesmo supunha necessário comentar. Talvez alguns fossem por ele considerados tão pouco merecedores de crédito que, apesar do título abrangente do seu livro, foram deixados de lado. Mas há uma epígrafe – uma citação em grego que abre o Ato I, Cena II – que parece englobar todos os autores dos livros de geometria euclidiana, "metamorfoseando" e ampliando consideravelmente o título do livro: "O governo de muitos não é bom. Seja um único mestre, um único soberano". Com esta declaração, Carroll não deixa escapar nenhum autor e declara que todos são "rivais" de Euclides, todos são inimigos que tentam usurpar-lhe o merecido posto de destaque que ocupava no ensino de geometria.

Outro peritexto que merece cuidado especial, nesse caso do *Euclides e Seus Rivais Modernos*, é o *nome do autor*. De acordo com a classificação defendida por Genette (2009) existem três maneiras diferentes de o autor "assinar" a obra: ou com o seu nome de registro civil; ou com um nome falso, emprestado ou inventado (categoria chamada de *pseudonimato*); ou quando o autor não assina, de forma alguma, sua obra (categoria nomeada de *anonimato*). O primeiro caso, que se crê ser o mais frequente, carece de um nome justo e, por isso, o autor forja a palavra *onimato*. Há, deste modo, três *possibilidades de escolha* dentre as quais o autor elege uma para se relacionar intimamente com sua obra.

O que proponho neste momento – e por isso a análise deste peritexto me parece tão importante – é uma pausa para pensarmos na dicotomia Charles Lutwidge Dodgson, nome de batismo, e Lewis Carroll, pseudônimo. A escolha de um pseudônimo lhe foi sugerida ao autor, em meados de 1855, por Edmund Yates, diretor da revista *The Comic Times* (que posteriormente passaria a se chamar *The Train: A First-Class Magazine*), na qual Carroll publicou poemas, paródias e breves relatos. A sugestão dada por Yates visava, afirma Wilson (2008), a evitar a confusão entre aqueles textos e suas publicações acadêmicas. A biografia de Carroll, assinada por Morton N. Cohen, trata dos esforços do autor para "separar" suas obras: os tratados de matemática eram assinados por seu nome de batismo, e os contos, livros de histórias, poemas etc, por seu pseudônimo. Não há referências sobre Carroll ter conseguido ou não manter esta dissociação por toda a sua vida, dado que os livros de Alice fizeram tanto sucesso que seu nome e seu pseudônimo acabaram se amalgamando, mas seu desejo em manter ambas as *personas* "descoladas" uma da outra é seguidamente comentado por seu biógrafo que, inclusive, mobiliza cartas que, assinadas por Carroll, tratam desse tema. A carta cujo excerto segue abaixo transcrito foi endereçada para seu editor em 3 de novembro de 1878:

> *Puss in Boots*[485] é uma bela pintura, mas não posso escrever para o Annuals. Estou ficando mais rígido, agora, com relação a estes pedidos, tendo tantos enviados a mim. É somente o *nome* que eles querem: pergunte ao próximo Editor que lhe mencionar este assunto o que ele pagaria mais – um artigo escrito por mim, sem que eu o assine – ou um artigo escrito pelo primeiro homem que ele encontrar na rua, mas assinado "Lewis Carroll"! Não tenho dúvidas de que o *nome* tem mais valor hoje em dia (CARROLL, 2007, p. 150).

Ele também pede para seu editor avisar ao Sr. A. Silver que "Lewis Carroll não faz nenhuma objeção ao uso das ilustrações de Tenniel[486] no papel-de-parede que ele propõe projetar" (CARROLL, 2007, p. 246) e entrar em contato com a senhora De la Rue, com quem já tinha se correspondido antes, sobre sua ideia de elaborar selos com as personagens dos livros de Alice (nesse caso ele acrescenta, ao final da carta, em relação a este pedido: "por favor, não lhe mencione meu nome verdadeiro, apenas lhe pergunte que resposta ela tem ao pedido do Sr. Carroll" (CARROLL, 2007, p. 247)).

Já para as crianças a quem escrevia, as cartas têm remetentes variados: ora aparecem assinadas com seu nome de batismo, ora com seu pseudônimo; ora o remetente coloca-se na carta, ora dirige-se a uma terceira pessoa: na carta escrita para Dolly Argles, em 28 de novembro de 1867, assinada por Charles L. Dodgson, lemos "Tenho um recado que um de meus amigos mandou para você. Trata-se de Mr. Lewis Carroll, que é um escritor meio esquisito, um pouco inclinado a escrever histórias sem pé nem cabeça" (CARROLL, 1997, p. 25); em outras tantas, como a enviada para Adelaine Paine em 8 de março de 1880, ele assina "seu afetuoso amigo, Lewis Carroll" (CARROLL, 1997, p. 69). Com relação ao teatro, alguns artigos e críticas, a troca de correspondência quando da montagem das aventuras de Alice para o palco e suas publicações defendendo a atuação infantil são, em sua maioria, assinadas por Lewis Carroll (FOULKES, 2005). Não dá para estabelecer, pois, ao certo, *quando* e *se em algum momento* Charles Lutwidge Dodgson passou a assinar mais vezes como Lewis Carroll, ou *quando* suas personalidades se fundiram ou *se* houve realmente esta fusão. O que se pode perceber é que, depois de sua morte, o pseudônimo eclipsou o nome de batismo e todos os livros que comprei dele até hoje (que não são todos os do mundo, obviamente, mas que revelam a tendência facilmente comprovada em qualquer *site* de

[485]*Puss in Boots* é um quadro do pintor Sir John Everett Millais (1829-1896).
[486]Refere-se às ilustrações feitas por John Tenniel para ambos os livros de Alice.

busca ou livrarias virtuais) vêm "assinados" por *Lewis Carroll*. "O que nos interessa como elemento paratextual, independente se possível de toda e qualquer consideração de motivo ou de procedimento, é o *efeito* que a presença de um pseudônimo produz sobre o leitor, ou de modo mais comum sobre o público" (GENETTE, 2009, p.48). Sendo assim, neste momento, tentemos compreender porque Carroll queria que *Euclides e Seus Rivais Modernos* fosse publicado com seu nome original. Penso que, além do motivo citado – o de separar suas obras matemáticas das de ficção – há uma outra resposta: este livro é a maturidade de todos os seus tantos panfletos e livros anteriores sobre o método de Euclides, formando com eles aquilo que Gattegno (1990) chama de "unidade da obra não-literária", cuja principal característica é "o tom polêmico" e que demonstra, por parte do autor, "um interesse assaz vivo, e sempre crítico, no pequeno mundo universitário no qual ele vivia e trabalhava" (GATTEGNO, 1990, p. 277).

Atualmente, fica claro que publicar os livros de Carroll com seu pseudônimo é uma opção editorial, certamente fundada no sucesso das aventuras de Alice, para comercializar todos os livros do mesmo autor, ainda que estes visassem, segundo o próprio autor, a públicos distintos e tivessem sido elaborados com objetivos distintos. A edição usada neste trabalho sobre o *Euclides e Seus Rivais Modernos* e na qual a tradaptação foi baseada é a da *Dover Phoenix Editions*, publicada em 2004. Ela traz no verso da folha de rosto a seguinte inscrição: "nova publicação inalterada da edição Dover de 1973, que era uma cópia da segunda edição publicada pela Macmillan[487], em Londres, em 1855". Esta edição de 1855 foi publicada quando Carroll ainda estava vivo, e assinada como *Charles Lutwidge Dodgson*, conforme se conclui da biografia escrita por Cohen. Hoje o livro não traz o nome de batismo do autor à capa, mas apenas na folha de rosto, *abaixo* do conhecido pseudônimo[488].

[487] Macmillan and Co. é o nome da editora que publicava, à época, os livros de Carroll, tanto seus tratados de matemática quanto seus romances e poemas. A editora pertencia a Alexander Macmillan.

[488] Foram também utilizadas como fontes de consulta para a tradução as edições facsimilares de 1879 (publicada pela Bibliolife a partir da cópia original disponível na Biblioteca Pública da Kansas City) e de 1885 (publicada pela Nabu Public Domain Reprints, aparentemente a partir de cópia particular, pertencente a Helen A. Merrill e adquirida pela proprietária em 1909). A Bibliolife e a Nabu são especializadas em distribuir cópias de obras originais, de domínio público, por solicitação. As cópias às quais nos referimos nesta nota de rodapé foram geradas em abril de 2011. Embora essas edições tenham sido intensivamente consultadas para a elaboração desta tese, a edição a partir da qual as discussões são feitas é a da Macmillan, de 2004 (cópia da edição de 1855), como citado no *corpus* do texto.

O mesmo acontece com o livro *An Elementary Treatise on Determinants with their Application to Simultaneous Linear Equations and Algebraical Geometry*[489] que, em 1867, foi publicado pela Macmillan com atribuição a *Charles L. Dodgson, M.A., student and mathematical lecturer of Christ Church, Oxford*, e hoje é vendido, também pela Dover, tendo na capa *Lewis Carroll* como nome do autor. Ao amalgamar nome e pseudônimo, creio, o tempo foi injusto com ambos, contrariando o desejo tão claramente expresso pelo autor. Em seu desejo de publicar este livro sobre determinantes, Carroll escreveu a Macmillan, em 11 de fevereiro de 1867:

> Tenho um livreto quase pronto que quero que publique para mim – *não* se trata, porém, de um livro que possa ser divulgado como sendo "do autor de *As Aventuras de Alice*" (...). Estará pronto para ser lançado em um mês ou pouco mais (...). Quanto ao preço, podemos estabelecê-lo mais adiante: na verdade, devo dizer que nenhum preço compensaria as inúmeras alterações que já fiz. Se o menciono agora é para que você possa começar a anunciá-lo assim que considerar oportuno (...). Que o livro tem uma forte demanda não há dúvida: que o *meu* livro atenda a essa demanda já não é tão certo – o que me encoraja é a opinião favorável do Sr. Spottiswoode[490] que é, acredito, *a* autoridade sobre o novo tópico dos determinantes, e que viu grande parte do livro (CARROLL, 2007, p. 49).

Neste livro em que Carroll organiza a teoria de modo a fazer o leitor perceber que o determinante é uma expressão algébrica associada a uma matriz quadrada e que os determinantes simplificam a resolução de sistemas de equações lineares, o autor rejeita as notações clássicas de Leibniz sobre o assunto e cunha símbolo e algumas palavras novos para acompanhar sua abordagem. Seu método de condensação é importante em pelo menos dois sentidos: simplifica bastante o cálculo de um determinante e aborda a possibilidade de relacionar um determinante ao conceito de função. Este livro "desbravou novos territórios, assinalou o ingresso de Charles no mundo da matemática profissional além dos limites de Oxford, que na época ficava bem atrás de Cambridge nas pesquisas nesse campo, e lhe garantiu um lugar na história da matemática" (COHEN, 1998, p. 305). Em sua edição de 1º de junho de 1868, o *Educational Times* publicou: "o trabalho representa um acréscimo válido aos tratados que possuímos na Álgebra moderna"[491].

---

[489] Este livro é uma versão ampliada do tratado *Condensation of Determinants, Being a New and Brief Method for Computing Their Arithmetical Values* escrito no ano anterior.

[490] William Spottiswoode foi membro e presidente da Royal Society. Por meio de Bartholomew Price, amigo de Carroll, tomou ciência do seu tratado sobre determinantes e interessou-se em lê-lo, pois não conhecia nenhum atalho para calculá-los algebricamente. "O fato de Spottiswoode, um dos eminentes matemáticos de sua época, levar a obra de Charles a sério é um grande louvor" (COHEN, 1998, p. 304).

[491] Esta crítica aparece numa nota, inserida por Cohen e Gandalfo, na edição que apresenta as cartas entre Carroll e seu editor (ver referências ao final deste "Diário").

O livro, avaliado pela *Pall Mall Gazette*, quando do seu lançamento, como uma obra que merecia a atenção dos matemáticos, não foi propriamente um *best-seller*: cerca de um mês depois da sua publicação, somente 33 exemplares tinham sido vendidos, mas sua venda continuou lenta e regularmente, tanto na Inglaterra quanto nos Estados Unidos, até esgotar-se em 1880.

> A literatura recente comprova que o tratado continua tendo valor mais de cem anos depois de ter sido escrito por Charles. Edward Wakeling[492] vê o livro como "um avanço importante, à época não reconhecido. O método de Dodgson é 'computadorizável'; não requer as tomadas de decisões intermediárias de praxe no cálculo; o procedimento é robusto". Francine Abeles[493] considera o trabalho de Charles sobre determinantes "importante. Comparado ao método comumente usado em sua época..., o método elaborado por Dodgson é um modelo de simplicidade computacional", observa, acrescentando que ele "entendia profundamente a noção de posto de um sistema linear. É possível que Dodgson tenha produzido a primeira prova impressa de... [um] teorema fundamental sobre posto...". Eugene Seneta[494] menciona "a sensacional contribuição de Dodgson para a álgebra linear e a teoria dos determinantes".
> Abeles também identifica uma conexão entre o trabalho de Charles sobre determinantes e os livros de *Alice* no que se refere às inversões e imagens especulares. "Os determinantes", escreve, "oferecem inúmeras oportunidades de explorar essas ideias. Menores complementares, matrizes adjuntas, transformações de linha e coluna permitiram o total aproveitamento de sua criatividade". Martin Gardner[495] salienta, ademais, que, "mesmo quando estava trabalhando, a cabeça de Carroll, como a do Cavaleiro Branco, parecia funcionar melhor ao enxergar as coisas ao contrário". Edward Wakeling escreve: "O método da condensação assemelha-se ao episódio do encolhimento de Alice após beber do frasco com a inscrição 'Beba-me'. Uma matriz constituída de vários números vai diminuindo gradualmente de tamanho até que sobra um único número: o determinante" (COHEN, 1998, p. 306).

De tudo isso, concluo que o livro sobre determinantes de Carroll, em sua origem "um tratado que reivindica para ele um merecido lugar entre os teóricos da matemática" (COHEN, 1998, p. 304) e que foi para seu autor "um marco importante, servindo para sedimentar sua reputação como matemático – reputação essa que ainda cresceria, nos anos seguintes, graças a seus esforços contínuos para assegurar um lugar para si na

---

[492] Edward Wakeling, um dos membros da Lewis Carroll Society, passou os anos de 1981 e 1982 em Christ Church, Oxford, estudando as obras de Carroll. Atualmente ele é uma das pessoas que possui uma das melhores coleções privadas dos trabalhos de Carroll e é responsável pela organização para publicação de vários livros de Carroll, como sua coleção de diários e os livros *Lewis Carroll's Games and Puzzles* e *Rediscovered Lewis Carroll Puzzles*.

[493] Francine F. Abeles ensina na Kean University e é responsável pela publicação dos volumes *The Political Pamphlets and Letters of Charles Lutwidge Dodgson and Related Pieces: A Mathematical Approach*.

[494] Eugene Seneta é professor emérito da Universidade de Sidney. Sua área de pesquisa é a estatística e um dos seus artigos publicados tem por título *The "Inverse Probability" Controversy and Lewis Carroll.*

[495] Martin Gardner (1914-2010) foi um matemático americano que escreveu várias obras de divulgação científica. Entre elas, encontra-se a edição comentada das aventuras de Alice, da qual ele foi responsável pela introdução e pelas notas.

arena pública" (COHEN, 1998, p. 307) −, ficou tão associado ao seu pseudônimo que nem os estudos que hoje reconhecem sua importância dirigem-se à obra pelo nome de batismo do autor, como ele mesmo desejava que ocorresse; o que também acontece com o livro *Simbolic Logic, Part I*[496]. A "força" de um pseudônimo é capaz de mudar o destino de uma obra e sua percepção e de conferir um outro *status* a um texto.

Parece interessante também ressaltar que, ainda que Carroll quisesse associar seus trabalhos em matemática ao seu nome de batismo na esperança de conferir-lhes um tom mais "sério", ele mesmo se vale, em *Euclides e Seus Rivais Modernos*, das estruturas narrativas que se encontram em obras "assinadas" com seu pseudônimo.

> Não há provas de que ele entendesse muito de Cálculo. Mas ele levava a sério suas atividades de ensino. A maioria dos seus escritos matemáticos são livros-texto nos quais ele procurava apresentar o material em um modo ordenado e claro. Um dos melhores, *Euclides e Seus Rivais Modernos*, é um diálogo entre dois ríspidos fidalgos sobre qual é o livro certo para o ensino de geometria. O fantasma de Euclides e o espírito de um professor alemão, Herr Niemand, são invocados para ajudá-los a decidir. O livro transborda de trocadilhos, pilhérias e complicadas tabelas matemáticas, e cômputos, tudo embaralhado. É carregado de coisas divertidas para os excêntricos que, como eu, são fascinados pela matemática e pela época vitoriana (KIRK, 1962, p. 161).

O uso do humor, o *nonsense*, os trocadilhos etc em *Euclides e Seus Rivais Modernos* me fazem pensar que, diferentemente de Dr. Jekyll e Mr. Hyde, que existiam em separado, talvez a melhor opção a ser grafada na capa do livro seja aquela forma em que coexistem ambos os nomes: *Charles Lutwidge Dodgson / Lewis Carroll*.

Lejeune, citado por Genette, diz que "um autor só se torna autor em sua segunda publicação, quando seu nome pode figurar não só na frente de seu livro, mas também de uma lista de obras 'do mesmo autor'. Essa tirada é talvez injusta no caso de autores de obra única, como Montaigne[497], mas não deixa de ser verdade" (GENETTE, 2009, p. 46). Para o leitor, acostumado com o pseudônimo do escritor e tendo-o já conhecido e admirado por outras obras, reconhecê-lo na capa de um livro resulta em imediatas

[496] Publicada quando Carroll ainda estava vivo, esta edição mostra uma simbiose entre seu nome de batismo e seu pseudônimo: na capa aparece *L. Carroll*, nem somente a criatura, nem somente o criador, mas uma mistura de ambos, se considerarmos que ele se manteve um pouco "escondido" ao abreviar o próprio pseudônimo que inventara. As partes II e III de *Simbolic Logic* estavam sendo escritas por Carroll quando ele faleceu. Segundo sua biografia, os manuscritos foram queimados pela família do autor, junto com várias anotações e outros documentos.

[497] Michel Eyquem de Montaigne (1533-1592) foi um político, filósofo, escritor e cético francês, considerado o inventor do ensaio pessoal. Humanista e céptico, analisou, em suas obras – sendo "Ensaios" as mais conhecidas – as instituições, as opiniões e os costumes da época, debruçando-se sobre os dogmas vigentes e tomando a generalidade da humanidade como seu objeto de estudo.

.

associações. Charles Lutwidge Dodgson não entrou para a história da matemática, mas seu pseudônimo, mesmo que timidamente, o representa.

O último dos peritextos que integram minha lista (a de Genette é bem mais ampla) é o que diz respeito à *dedicatória*, recurso a partir do qual o leitor pode inferir características bastante pessoais do autor.

Qualquer que seja a dedicatória oficial, existe uma ambiguidade na sua destinação, pois ela sempre tem em vista pelo menos dois destinatários: o dedicatário – aquele que a recebe (pessoa, instituição, grupo de indivíduos etc) –, é claro, mas também o leitor, já que se trata de um ato público que o leitor é, de algum modo, chamado a testemunhar. O dedicatário, por sua vez, pode ser um dedicatário *privado* (uma pessoa, conhecida ou não do público, com quem o autor tem uma relação pessoal de amizade, familiar etc) ou um dedicatário *público* (uma pessoa mais ou menos conhecida do público com a qual o autor expressa uma relação de ordem pública, seja esta artística, intelectual, política etc) e, em ambos os casos, o leitor, ao ler a dedicatória a ele dirigida, consegue estabelecer algumas relações intelectuais ou privadas, reais ou simbólicas entre ele e o autor (GENETTE, 2009).

A dedicatória que encontrei em *Euclides e Seus Rivais Modernos* é, em seu arranjo, bastante simples: *Dedicado à memória de Euclides*. A dedicatória concisa, no entanto, traz à tona, mais uma vez, a comunhão de ideias de Carroll com o geômetra grego, seu gosto e respeito pela geometria euclidiana e seu empenho em ensiná-la e mantê-la no patamar em que até então permanecera – Euclides é seu *dedicatário público*. No prefácio, Carroll torna ainda mais nítido seu posicionamento intelectual com relação a Euclides quando afirma: “Pela grande causa que trago no coração – a defesa da obra de Euclides – estou contente em correr algum risco” (CARROLL, 2012, p. 6).

Ainda que tenhamos mobilizado apenas brevemente a obra de Genette, visando a compreender um ou outro paratexto do *Euclides e Seus Rivais Modernos*, pode-se compreender o quanto este autor nos permite olhar para o “entorno” do livro em seus diversos elementos (neste caso: título, nome do autor e dedicatória) que, se observados atentamente, dão pistas valiosas sobre a obra em si e sobre as relações que esta estabelece com o que há em sua volta. Além das outras pistas que o levantamento bibliográfico nos permitiu seguir, os paratextos parecem permitir afirmar *Euclides e Seus Rivais Modernos* como um “clássico”, já que “um clássico é uma obra que provoca incessantemente uma nuvem de discursos críticos sobre si, mas continuamente a repele para longe" (CALVINO, 2007, p. 12).

Para alguns pesquisadores, este livro de Carroll antecipa-se à axiomatização da geometria, realizada por Hilbert, sendo, portanto, uma obra de grande importância neste processo de organização:

> Contemporâneo de Venn[498] e De Morgan[499] na origem da matematização da lógica, Charles Lutwidge Dodgson, aliás Lewis Carroll, professor de matemática em Oxford, foi o autor de uma dezena de manuais de álgebra, geometria e, sobretudo, lógica. Antecipando a axiomatização da geometria realizada por Hilbert[500], empenhou-se sobretudo em organizar logicamente as proposições de Euclides, bem como em conhecer uma linguagem simbólica que lhe permitisse evitar, em matéria de álgebra e de lógica, as ambiguidades das línguas naturais. A essa visada correspondia sua preocupação em traduzir a silogística aristotélica em representações diagramáticas. Ele apresentou seus diagramas quadrados em *A lógica simbólica* paralelamente a um método inicial de resolução dos silogismos. Os tratados de história da lógica contemporânea ainda fazem referência à modernidade de seu procedimento. Ele mesmo qualificou esse manual ao qual, no fim de sua vida, dedicou toda sua energia, como "obra destinada a Deus".
> Seus contos *nonsense* verificaram-se de feição semelhante a seus tratados de matemática, chegando a lhes servir de modelo, uma vez que apresentou sua última obra de geometria, intitulada *Euclides e Seus Rivais Modernos*, sob a forma de um relato de ficção dialogado. Não devemos reduzir essa proposta pedagógica à mera intenção de entreter o leitor. A obra matemática de Lewis Carroll inscreve-se no movimento que levou a matematização da lógica à logicização da matemática impulsionada por Frege. O triunfo da ciência é contemporâneo do aperfeiçoamento de suas ferramentas, da elaboração de um método, de que participa a ênfase marcada sobre o que Lacan qualifica como "dialética materializada": "Ilustração e prova". Ernest Coumet[501] assinala que Carroll assimilou a lição de seus contemporâneos (MARRET, 2003, p. 12).

Escrever – entenda-se também "defender" – *Euclides e Seus Rivais Modernos* foi, para Carroll, uma tarefa das mais sérias, conforme se pode perceber pelo seu tom indignado na carta que enviou ao seu editor em 15 de dezembro de 1877: "Você viu que o *World* e o *Figaro* anunciaram que estou fazendo um 'Euclides burlesco'? (Sou exatamente a última pessoa no mundo que pensaria em desonrar tão grande

---

[498] John Venn (1834-1923) foi um matemático inglês que desenvolveu a lógica matemática de Boole, tendo estabelecido uma representação das intersecções e uniões de conjuntos através de diagramas que levam o seu nome.

[499]Augustus De Morgan (1806-1871) foi um matemático e lógico britânico. Formulou as Leis de De Morgan e contribuiu para tornar rigorosa a ideia da indução matemática. Um dos textos dos apêndices do livro de Carroll é de sua autoria.

[500]David Hilbert (1862-1943) foi um matemático alemão que contribuiu para a matemática em diversas áreas. O livro *Grundlagen der Geometrie* (*Fundamentos da Geometria*) foi publicado inicialmente em 1899, mas teve modificações e acréscimos nas numerosas edições posteriores. Nele, Hilbert apresenta um novo conjunto de axiomas para a geometria, muito maior que o sistema original de Euclides, recolhendo importantes desenvolvimentos realizados no século XIX e apresentando-os num sistema de inequívoco rigor formal.

[501]Ernest Coumet (1933-2003) foi um historiador das ciências e epistemólogo francês.

matemático!)" (CARROLL, 2007, p. 140). Contrários aos matemáticos que reconhecem a relevância deste livro de Carroll, aparentemente estes periódicos não compreenderam que o humor utilizado pelo autor objetivava um "rir amarelo"[502], sendo este tipo de riso o que mais caracteriza o *nonsense*, um riso diferente daquele descomprometido e ecoante que se dá quando da leitura de algo burlesco. O "riso amarelo" provocado por Carroll "nos faz sempre oscilar entre duas atitudes: o divertimento e a reflexão. E é a passagem da primeira à segunda destas atitudes que, na verdade, constitui o essencial do efeito buscado pelo autor" (GATTEGNO, 1990, p. 115) e que vai, em *Euclides e Seus Rivais Modernos*, possibilitar que o leitor chegue, via humor, à constatação dos erros contidos nos outros livros sobre geometria.

Os Inimigos Caem: O Triunfo de Euclides e de Shakespeare

Uma pergunta que deve ser colocada diz respeito aos motivos que levaram Carroll a escrever *Euclides e Seus Rivais Modernos* na forma de uma peça de teatro. Estas respostas parecem estar em sua biografia, quando Cohen (1998) cita um trecho de seu diário em que o autor esclarece que esta opção lhe permitiria tratar assuntos "densos" com alguma leveza e também serviria para, numa exposição dialogada, expor os argumentos dos "rivais" e do defensor de Euclides. A pergunta passa a ser, então: "sob que condições, a partir de quais experiências, Carroll escreveu *Euclides e Seus Rivais Modernos* como peça de teatro?".

A primeira pista remete à infância de Carroll, quando ele costumava escrever pequenas peças para bonecos, cujo intuito era entreter seus irmãos. A literatura especializada afirma inequivocamente o desejo manifesto do autor de escrever uma edição de Shakespeare para meninas e sua relação de aprovação ao teatro, contrária, muitas vezes, à opinião dos demais membros da igreja[503].

A ligação estreita entre Carroll e o teatro de sua época aparece detalhadamente descrita no livro *Lewis Carroll and the Victorian Stage: Theatricals in a Quite Life*, de Richard Foulkes. Para nós, aqui, interessam apenas as narrativas do autor que parecem,

[502] Jean Gattegno (1990), no capítulo "Les moyens de l'evasion: le comique", analisa a serviço de que o humor está presente nas obras de Carroll e, com isso, consegue classificar as reações que seus escritos suscitam no leitor em três tipos de riso: o riso franco, que ocorre quando o leitor reconhece algo que lhe é familiar (um cenário, uma canção etc), o riso que brota carregado de um pouco de agressividade (quando o leitor ri de alguma situação que possui nuances de violência, como a ordem da Rainha para decapitar Alice) e o "riso amarelo", chamado assim porque é um riso acompanhado de uma sensação de incômodo e suscetível de se transformar em inquietude. Este último é, para o autor, a base do *nonsense*.

[503] Estes exemplos aparecem comentados e referenciados no diário anterior.

de algum modo, ligar-se à produção de *Euclides e Seus Rivais Modernos*, mas talvez seja apropriado apresentar uma síntese da relação entre Carroll e o teatro, para que se compreenda que Carroll não era somente um *theatregoer*[504], mas alguém que realmente envolveu-se com esta forma de arte, muito antes – e continuou bem depois – da montagem das aventuras de Alice chegar à cena. "Sob qualquer parâmetro, Carroll foi um indivíduo notável e compareceu ao teatro mais de 400[505] vezes durante quarenta e dois anos" (FOULKES, 2005, p. 2) registrando, em seus diários e cartas, suas impressões deste período (1855-1897) em que o teatro britânico passava por um processo de expansão, rejuvenescimento e diversificação sem precedentes.

A primeira peça que Carroll assistiu foi *Henrique VIII*, de Shakespeare, em 22 de junho de 1855, no Princess's Theatre. Sobre ela – mais especificamente sobre a cena em que a Rainha Catarina tem uma visão – escreveu em seu diário: "nunca gostei tanto assim de algo em minha vida" (CARROLL apud FOULKES, 2005, p. 138). Sua última ida ao teatro, em 20 de novembro de 1897, foi para ver *The Little Minister*, de J. M. Barrie, em cartaz no Haymarket Theatre. Sobre esta, anotou: "*The Little Minister* é uma peça que eu gostaria de rever outras vezes" (CARROLL apud FOULKES, 2005, p. 138). Neste ínterim, Carroll assistiu a peças de vários autores, como *The Maid and the Magpie* (de John W. Howard Payne), *Fausto* (de Goethe), *My Wife's Second Floor* (de John Maddison Morton), *Young and Handsome* (de J. R. Planché) e tantos outros. Sua atração pelo teatro era tão forte que, na única viagem que fez para fora da Grã-Bretanha, não deixou de frequentá-lo, a despeito do idioma quase incompreensível: ele e seu amigo, o pregador Henry Parry Liddon, viajaram para a Rússia e lá não deixaram de ir ao teatro, conforme se conclui das anotações que Carroll fez em seu diário de viagem:

> A atuação, inteiramente em russo, não estava ao nosso alcance, mas, traduzindo com aplicação o programa durante os intervalos, utilizando um dicionário de bolso, acabamos por ficar com uma razoável ideia do enredo. A primeira peça, a melhor, foi *Aladino e a Lâmpada Maravilhosa*, uma sátira (CARROLL, 2011, p. 46).

Todas estas idas ao teatro e as adaptações para o palco das aventuras de Alice[506] fizeram de Carroll um nome conhecido neste meio. Ele, por sua vez, não usou sua pena

---

[504] Termo em inglês que se refere à pessoa que vai habitualmente ao teatro.

[505] Foulkes (2005) cita, curiosamente, o livro *Charles Lutwidge Dodgson et la Vie Artistique Victorienne*, de Hugues Lebailly, no qual o autor relata que, com uma pesquisa minuciosa, concluiu que Carroll foi ao teatro 479 vezes e assistiu a 686 peças (àquela época, bilhetes duplos ou triplos eram comuns). A informação é dada, aqui, pelo seu tom pitoresco.

[506] *Alice no País das Maravilhas* e *Através do Espelho e o que Alice Encontrou Lá* foram montadas, pela primeira vez, em 1879 e 1882, respectivamente. Ambas foram produzidas por Kate Freiligrath-Kroeker.

somente em seus diários, mas também enviou cartas para *St. James's Gazette*, *Sunday Times*, *The Guildford Gazette Extraordinary* etc, algumas delas defendendo a presença das crianças nas montagens teatrais o que, por controvérsias da época, queriam abolir. Carroll sublinhou que não havia nenhum mal, aos olhos de Deus, em as crianças atuarem em peças "boas" e que o dinheiro que ganhavam era, muitas vezes, fundamental para que suas famílias se mantivessem, dada a pobreza que assolava a maioria delas (COHEN, 1998); no entanto, sugeriu que alguns cuidados fossem tomados: dentre outros, a necessidade de as meninas com menos de dezesseis anos e os meninos com menos de quatorze terem uma licença, anualmente renovável, para trabalhar no teatro, e a garantia de que permaneceriam nas escolas. "Seu interesse nas condições de trabalho dos jovens atores e atrizes e sua sensatez parecem ter influenciado a legislação aprovada em 1889" (FOULKES, 2005, p. 201). Outras cartas, às vezes dirigidas aos produtores, diretores ou atores conhecidos, tinham a intenção de sugerir mudanças na produção ou indicar alguma amiga conhecida para determinado papel (COHEN, 1998).

Desta sua produção, é curioso o artigo enviado por ele para a *The Guildford Gazzette Extraordinary*, publicado em 29 de dezembro de 1869. Abaixo do título "Abertura do Novo Teatro", aparece "do nosso correspondente especial Sr. Lewis Carroll", ressaltando o pseudônimo do autor. No corpo do artigo lê-se a citação "Se por acaso falo de maneira um pouco grosseira, perdoem-me"[507], de Shakespeare, que abre o longo texto de dezesseis páginas. Carroll fala sobre a inauguração do teatro, o que ele representa para a população, as instalações do prédio, a decoração, as *performances* assistidas etc (FOULKES, 2005).

Uma possível explicação para o fato de o pseudônimo de Carroll parecer estar mais "colado" à sua personalidade quando o assunto é teatro é oferecida por Gattegno (1990) que vê, nisso, a possibilidade de Carroll experienciar momentos de liberdade e fantasia, contrários aos seus dias e trabalhos mais sérios, frutos da educação com forte influência paterna, isto é, o teatro apresenta-lhe um ambiente "vivo" para o seu "outro eu". O teatro, apontado por Collingwood[508] como talvez um dos motivos que levou Carroll a não fazer seus votos para presbítero, suscitava no autor fortes emoções. Cito,

[507]Frase de *Henrique VIII*, Ato I, Cena IV.

[508] Não se sabe – nem se poderá saber – exatamente por que Carroll não se tornou presbítero. S. D. Collingwood, seu sobrinho e biógrafo, comenta que um dos motivos pode ter sido a estreita ligação de Carroll com o teatro, uma união vista com maus olhos pelo seu pai e por outros membros da igreja. (COHEN, 1998).

dentre vários exemplos do livro de Foulkes, uma anotação que Carroll fez em seu diário, em 3 de julho de 1857, sobre uma montagem de *A Tempestade* de Shakespeare:

> A joia da peça foi a incomparavelmente graciosa e bela Ariel, encenada pela Srta. Kate Terry. Sua atuação como uma ninfa marítima foi uma das coisas mais lindas que já vi, mas isso, e cada uma das minhas recordações (exceto o sonho da Rainha Catarina[509]) foram sobrepujados pela cena final, na qual Ariel é deixada sozinha, à deriva, no oceano profundo, observando o navio afastar-se. Esta é uma inovação em Shakespeare, mas uma que vale a pena, e a visão de um verdadeiro poeta (CARROLL apud FOULKES, 2005, p. 90).

Este é um apanhado resumido da relação entre o homem que escreveu *Euclides e Seus Rivais Modernos* e o teatro. Por que me pareceu importante falar disso? Simplesmente porque o livro sobre Euclides – além de representar a já citada maturidade das obras de Carroll, publicadas anteriormente, sobre geometria euclidiana – é, também, a maturidade de seus escritos em forma de peça de teatro. E, ao constatar isso, é que agora consigo responder àquela minha pergunta: “sob que condições, a partir de quais experiências, Carroll escreveu *Euclides e Seus Rivais Modernos* como peça de teatro?”.

De fato, a geometria euclidiana e o teatro acompanharam Carroll desde a infância e aparecem, com maior ou menor ênfase, em suas obras: a geometria, sob as orientações de Euclides, e o teatro, em sua grande parte, sob as de Shakespeare[510]. A opção por escrever *Euclides e Seus Rivais Modernos* em forma de teatro não foi somente impelida pela necessidade dos diálogos ou do humor, mas também porque Carroll dava, desde muito cedo, vazão às suas emoções e crenças através de textos teatrais – textos estes que, sem dúvida, estão impregnados de *nonsense* e causam, no leitor, aquele constrangido e desconcertado “riso amarelo”.

A primeira menção a Shakespeare nos escritos de Carroll aparece em *Useful and Instructive Poetry*, escrita por volta de 1845, quando ele tinha treze anos. Esta revista contém dezesseis poemas nas páginas à direita e ilustrações rudimentares nas páginas à esquerda. A última peça dessa coletânea é uma adaptação dos diálogos de *Henrique IV, Parte II*, um poema de Carroll intitulado *A Quotation from Shakespeare with Slight*

---

[509] Carroll refere-se aqui a uma das encenações de *Henrique VIII* que assistiu.

[510] No teatro, Carroll viu, de Shakespeare, montagens de *<u>As Alegres Comadres de Windsor</u>*, *Como Gostais*, *Conto de Inverno*, *Cymbeline*, *<u>Hamlet</u>*, *Henrique IV*, *<u>Henrique V</u>*, *Henrique VIII*, *Rei João*, *<u>O Rei Lear</u>*, *Macbeth*, *A Megera Domada*, *<u>O Mercador de Veneza</u>*, *Muito Barulho por Nada*, *<u>Noite de Reis</u>*, *Péricles*, *Ricardo II*, *Ricardo III*, *Romeu e Julieta*, *Sonho de uma Noite de Verão* e *<u>A Tempestade</u>* (FOULKES, 2005). Aquelas cujos títulos aparecem aqui sublinhados, e também *Antônio e Cleópatra*, têm frases citadas por Carroll em *Euclides e Seus Rivais Modernos* (tais citações aparecem indicadas nas notas de rodapé).

Improvements, uma paródia da cena no leito de morte do rei. Hal, o príncipe rebelde, sentado ao lado do pai que agoniza, pega a coroa e a experimenta, para ver como lhe cairia, pensando que seu pai já morrera; mas o rei acorda e, num terrível mal entendido, acusa o filho de desejar sua morte para, assim, ascender ao trono:

> P: Por que se acha a coroa na almofada,
> se do leito é comparsa tão molesto?
> Ó desordem brilhante, áurea ansiedade,
> que escancaras as portas do repouso
> para as noite insones!
> Dorme com ela,
> mas não tão bem, nem tão profundamente
> como quem põe na fronte um simples gorro
> e fica a ressonar...[511]

Neste momento, aparece a primeira interferência de Carroll. O rei desperta e o diálogo segue:

> R: Hal, não conheço
> o sentido da palavra que acabas de usar.
> P: Que palavra, meu senhor?
> R: A palavra a que me refiro é *biggin*[512].
> (CARROLL apud COHEN, 1998, p. 392)

A partir daí, Carroll reveste a "cena perturbadora" (COHEN, 1998, p. 391) com um verniz de humor: Hal explica que *biggin* é o tipo de touca que os camponeses utilizam para dormir, o rei agradece a explanação e o diálogo segue em torno do uso desta e de outras palavras. Ao final, o rei conclui que é impossível argumentar com seu filho (COHEN, 1998). Nesta primeira incursão de Carroll pelo mundo do teatro, percebemos que ele já explorava a linguagem e os múltiplos significados das palavras, o que parece ser o embrião das palavras que assumem o significado que seu interlocutor quer lhe atribuir (como no caso de Humpty Dumpty) e das palavras-mala, que anos depois darão origem, por exemplo, à palavra *discodal*, em *Euclides e Seus Rivais Modernos*, para referir-se às retas que não têm nenhum ponto em comum e são codirecionais. A pergunta do rei sobre o sentido de *biggin* parece muitas vezes ecoar nas perguntas que Minus faz a Niemand, sobre os livros dos "rivais": "Como você define linha reta?", ele pergunta, sobre o livro de Legendre[513]; "Mas qual significado atribuo à

[511] Estre trecho é citado na biografia de Carroll escrita por Cohen (1998, p. 391). A tradutora comenta que utilizou, para esta parte, a tradução de Carlos Alberto Nunes em *Teatro Completo de Shakespeare – Dramas Históricos*, publicado pela Ediouro. "P" marca as falas do príncipe e, "R", as do rei.
[512]*Biggin* aparece na tradução de Nunes como "gorro" ("como quem põe na fronte um simples gorro").
[513] Ato II, Cena II

expressão 'direções diferentes'?", pergunta sobre o livro de Wilson[514]; "A que distância de um ponto está o 'próximo' ponto?", pergunta sobre a definição do livro de Pierce[515]; "Uma *linha indeterminada*! O que afinal você quer dizer com isso?", pergunta sobre o livro de Morell[516] etc. Para o rei, assim como para diversos leitores, "é impossível raciocinar" se não se estabelece um compromisso com o multiuso que Carroll faz da linguagem – cada palavra pode apresentar vários significados, mas nenhum pode estar contaminado pelo erro ou conduzir a ideias falsas.

Os diálogos sempre mereceram redobrada atenção de Carroll. Foulkes (2005) cita que, na publicação de *The Rectory Umbrella*, em 1849 (Carroll tinha apenas dezessete anos), pode-se ver um desenho totalmente teatral: há seis pessoas "em cena" – cinco à mesa e um criado que se aproxima – e, na forma de balões, Carroll escreve os diálogos, apresentando as falas, ordenadas numericamente, para serem lidas. Vários outros desenhos de *The Rectory Umbrella* e *Mischmasch* representam cenas "completas" das quais se pode inferir uma ação dramática, não são apenas ilustrações dos textos. Foulkes (2005) aponta que estes desenhos têm ligação com as fotos que Carroll faria no futuro e que estas têm ligação com o teatro, pois Carroll foi pioneiro em fotografar amigos e crianças em cenas inventadas, compondo cenários e figurinos para as fotos. Os elementos do teatro – cenário, iluminação adequada, ambiente criativo e fantasioso (no sentido de a peça, no palco, ser uma "representação" da realidade) – acompanham Carroll desde as peças com marionetes, passam pela sua fotografia e chegam em profusão aos seus escritos, resultando nas situações amalucadas que conhecemos (FOULKES, 2005).

Shakespeare apareceria ainda muitas outras vezes nos escritos de Carroll. Na revista *Mischmasch*, publicada em 1855, ele insere os dois últimos dos quatro capítulos de uma história chamada *Wilhelm von Schmitz*[517], em cujo terceiro capítulo se lê:

> Um grupo tinha-se congregado na esquina para presenciar tão melancólica procissão passar e o Poeta se dispôs a lhes dirigir a palavra, intento para o qual já tinha nos lábios a introdução "Amigos, romanos, compatriotas!"

[514] Ato II, Cena VI, § 1
[515] Ato II, Cena VI, § 2
[516]Ato III, Cena I
[517] Segundo Cohen (1998), Carroll passou as férias de 1854 em Whitby, participando de um grupo de estudos em matemática liderado pelo professor Bartholomew Price (que depois apareceria representado pelo Morcego do primeiro livro de Alice). Em Whitby, Carroll encontrou um tempo para escrever e publicar na revista *Whitby Gazette* uma história de amor – e humor – sobre um jovem poeta inglês que passa brilhantina demais nos cabelos e sabão de menos nas mãos e que, para ser aceito na sociedade e conquistar o amor da garçonete Sukie, adota o nome de *Wilhelm von Schimtz* quando volta a Whitby.

> quando, pensando melhor, avaliou-a inaplicável na ocasião presente (CARROLL, 1998, p. 129-130).

A frase entre aspas é uma das falas de *Júlio César*, de Shakespeare, pronunciada por Marco Antônio quando este começa seu discurso no funeral de César (Ato III, Cena II). A mesma fala é citada outra vez em *A Caça ao Turpente* (Capítulo II – O Discurso do Campainha), quando o Campainha, vendo que a tripulação estava desanimada ao aportar em terras nas quais não se via um só sinal do Turpente, tenta motivar seus companheiros:

> "Friends, Romans, and countrymen, lend me your ears!"
> (They were all of them fond of quotations:
> So they drank to his health, and they gave him three cheers,
> While he served out additional rations.)[518]
> (CARROLL, 1984, p. 40)

A segunda frase do verso – "Adoravam todos eles uma citação" – engloba, sem dúvida, o autor deste poema. Em *Euclides e Seus Rivais Modernos*, Carroll usa – se não deixamos nenhuma escapar por falta de conhecimento ou atenção – trinta e uma citações literárias[519]: cinco de Horácio, três de John Milton, duas de Dickens, duas de Percy Bysshe Shelley, uma de Matthew Prior, duas de George Gordon (também conhecido como Lord Byron), uma de Robert Southey, uma de William Wordsworth, uma do poeta romano Juvenal, uma de John Selden, uma de Samuel Taylor Coleridge e *onze* de Shakespeare!

Entre citar ou não citar, Carroll ficou com a primeira opção: em *Three Sunsets and Other Poems*[520] há o poema *Puck Lost and Found*, cujo personagem principal é o duende de *Sonho de Uma Noite de Verão* e, em *Melancholetta*[521], poema sobre uma moça que suspira, chora e se lamenta, e cujo irmão tenta várias artimanhas para livrá-la desta melancolia (dentre elas, uma ida ao teatro para ver *Rei João*). No mesmo livro deste

---

518 Cito aqui o verso original porque a tradução de Alvaro A. Antunes, para manter a rima e a métrica, sacrifica os "countrymen" da fala de Marco Antônio. Beatriz Viégas-Faria, em *William Shakespeare – Obras Escolhidas* (LP&M, 2008), traduziu-a como "Amigos, romanos, compatriotas, emprestem-me os seus ouvidos!". Curiosamente, Carroll também cita uma frase de *Henrique IV, Parte II* (Ato V, Cena III) no Prefácio deste livro, para justificar sob quais condições a mente humana "produz" as palavras-mala (a frase em questão é *Under wich king, Bezonian? Speak or die!* traduzida por Alvaro A. Antunes como *Sob qual rei, vagabundo? Fala ou morre!*).

519 Não estamos contando, aqui, as referências feitas a canções, histórias populares ou livros e artigos sobre matemática. Todas as trinta e uma citações apontadas aqui aparecem nas notas de rodapé da tradaptação.

520 Segundo Cohen (1998), Carroll pretendia publicar um livro com os poemas "sérios" que tinha escrito ao longo da vida. Ele estava planejando *Three Sunsets and Other Poems*, inclusive trocando correspondências sobre as ilustrações com E. Gertrude Thomson quando faleceu. O livro foi publicado postumamente em 1898.

521 Este poema aparece, pela primeira vez, em *Mischmasch*, com 19 estrofes e, posteriormente, em *Phantasmagoria*, com 13.

poema está aquele que dá nome à edição, *Phantasmagoria*, em cujo Canto IV o Fantasma, utilizando outra frase da peça *Júlio César* – a que aparece entre aspas –, fala para o dono da casa que deveria assombrar:

> Shakespeare I think it is who treats
> Of Ghosts, in days of old,
> Who "gibbered in the Roman streets",
> Dressed, if you recollect, in sheets –
> They must have found it cold[522].
> (CARROLL, 2005, p. 365)

Mas, se a relação de Carroll com a literatura do teatro fosse tão somente de citações, seria difícil compreender como ele havia passado de "frases soltas" à elaboração de *Euclides e Seus Rivais Modernos*, uma "peça" tão extensa e completa. Foulkes (2005) mostra que, entre as peças escritas para o teatro de bonecos e a obra em defesa de Euclides, Carroll fez algumas incursões – nem todas de sucesso – como autor de teatro. Em 1866 ele escreveu a peça *Morning Clouds*, um drama doméstico e, com intenções de vê-la profissionalmente nos palcos, apresentou-a a Tom Taylor e a Ellen Terry[523], mas a peça não saiu do papel pois, segundo eles, era impraticável (COHEN, 1998). Para apresentações privadas, hábito comum à época, ele escreveu, em 1856, uma ópera para marionetes (*La Guida di Bragia*) e duas peças, a pedido de suas amigas Beatrice e Ethel Hatch[524], uma em novembro de 1871 e outra em fevereiro de 1873: os prólogos[525] destas peças mantêm o estilo carrolliano, pois são divertidos, diferentes dos que comumente se faziam e possuem várias referências a objetos reais e uma menção ao nome de Shakespeare (FOULKES, 2005).

Os debates em forma dramática, recheados de ironia e humor, foram também utilizados por Carroll em outros – e muitos, segundo Foulkes (2005) – panfletos críticos escritos para contestar o que se passava em Oxford. O *The New Belfry of Christ Church, Oxford - A Monography by D.C.L*[526], com vinte e quatro páginas, foi publicado em 1872 e tornou-se uma leitura obrigatória em Oxford, chegando a cinco impressões (COHEN,

[522] *É Shakespeare quem, creio, fala / Dos fantasmas que em dias passados / Vagavam por Roma, a assustá-la / Vestindo lençóis e mais nada / Deviam sentir frio os coitados!* (tradução nossa)

[523] Tom Taylor era um renomado dramaturgo que Carroll conheceu por meio de Alexander Munro, escultor e amigo de ambos. Taylor apresentou Carroll aos Terry, uma famosa família de atores da qual ele se tornaria amigo e a qual prestigiaria muitas vezes no palco. Todos eles (Taylor, Munro e vários membros da família Terry) foram diversas vezes fotografados por Carroll.

[524] Beatrice, Evelyn, Ethel e Wilfred Hatch, crianças de quem Carroll tornou-se amigo, eram filhos de Dr. Edwin, Vice-Diretor do St. Mary Hall.

[525] Os três prólogos estão disponíveis em *The Complete Stories and Poems of Lewis Carroll* (ver referência ao final deste "Diário").

[526] *O Novo Campanário de Christ Church, Oxford – Uma Monografia de D.C.L*

1998). Nele, Carroll ridiculariza a construção de um campanário de madeira em formato de cubo que, segundo ele, parecia uma caixa de chá, e sugere aos seus leitores que não o olhem em outra hora que não seja a meia-noite, pois poderão assustar-se. Cito abaixo parte da penúltima cena (XI), na qual se vê outra referência a Shakespeare:

> Sobem as cortinas, revelando o Deão, Cônegos e Estudantes sentados à volta de uma mesa, na qual o Arquiteto louco, fantasticamente vestido e usando uma touca com sinos, está colocando um bloco quadrado.
> DEÃO (*como Hamlet*): Parece-me que vejo uma torre para o sino!
> CÔNEGOS (*olhando selvagemente em todas as direções*): Onde, meu bom senhor?
> DEÃO: Na minha mente. (*ouvem-se batidas*) Quem é? (...)
> Entra o GRANDE SINO, disfarçado de cogumelo.
> (CARROLL apud FOULKES, 2005, p. 52)

No ano seguinte, Carroll valeu-se outra vez da estrutura teatral para criticar as reformas arquitetônicas de Oxford. A publicação *The Vision of the Three T's – A Threnody*[527] vinha assinada "pelo autor de *The New Belfry*" (COHEN, 1998), mostrando que Carroll desconfiava ter atingido uma fiel parcela dos que frequentavam a universidade. Nesta trenodia, um *Piscator* (*Pescador*, em latim) e um *Venator* (*Caçador*, em latim) chegam ao pátio de Oxford e elogiam seu céspede bem aparado e seu lago maravilhosamente claro mas, já na primeira cena, horrorizam-se com três pontos da arquitetura:

> VEN: Deixa-me perguntar-te algo referente a este pátio. Tudo o que vemos é de mesma Antiguidade? Sendo breve, pensas que esses altos passadiços abobadados, aquela escavação no parapeito e aquela caixa de madeira de prístina beleza pertencem ao antigo desenho do edifício, ou homens de nossos tristes dias desfiguraram abjetamente o lugar?
> PISC: Não há dúvida quanto à sua novidade, de sua triste novidade, amado discípulo. Estive aqui há poucos anos e não vi nada disso.
> (CARROLL, 2002b, p. 146)

A partir daí, passam por eles vários Catedráticos com os quais conversam, tentando entender aquelas modificações. Algumas respostas são, sem dúvida, *nonsênsicas*: um refere-se à Caixa de Chá dizendo que "a evolução categórica do Abstrato, considerada ideologicamente, tem que desembocar forçosamente na paralelepipedação do concreto" (CARROLL, 2002b, p. 150); outro diz que Oxford se tornará um centro militar e que será preciso um Túnel, motivo pelo qual a universidade "doou este pátio para a Estação de Trem, para que as tropas pudessem ir e vir. Por este Túnel" (CARROLL, 2002b, p. 155); um tutor responde-lhes que a Trincheira é tão bela

[527] *A Visão dos Três T's – Uma Trenodia*. Os três T's referem-se à *Caixa de Chá* (*Tea-Chest*, o campanário), à *Trincheira* (*Trench*, criada com a remoção de parte da marquise do telhado para mostrar melhor o novo campanário) e ao *Túnel* (*Tunnel*, a nova entrada da catedral) (COHEN, 1998).

quanto "uma árvore é mais formosa quando o machado do guarda florestal podou seus ramos, ou uma fila de dentes nacarados guardados por lábios de rubi são ainda mais atraentes quando um é perdido" (CARROLL, 2002b, p. 159); e assim por diante. As contestações de Carroll foram lidas e respeitadas: em 29 de maio de 1873, um contribuinte do *Oxford Undergraduate's Journal* publicou que "enquanto os amantes da beleza arquitetônica encontram uma boa justificativa para sua ira indignada, o público diverte-se com os folhetos que o Sr. Dodgson publica continuamente sobre essas abomináveis monstruosidades" (COHEN, 1998, p. 454).

Os textos que apresentei até agora foram escritos antes de *Euclides e Seus Rivais Modernos*, de modo que, creio, não se pode negar que Carroll aventurou-se várias vezes a escrever na forma teatral e, em muitas delas, apoiou-se nas frases de Shakespeare – como fez por onze vezes no manifesto em favor de Euclides. Minhas citações param por aqui, respeitando este percurso temporal que fiz nos escritos de Carroll, desde as obras da sua infância até seu livro de defesa a Euclides. Ainda que suas referências e citações a Shakespeare sigam em outros escritos, a partir de 1879 (ano de publicação do livro que analisamos), elas deixam de ter importância para iluminar o processo criativo desta publicação, ainda que sigam destacando a estreita ligação de Carroll com os textos do bardo e com sua admiração pelo teatro.

Temos, ainda, outra ligação entre Shakespeare e *Euclides e Seus Rivais Modernos* que não pode passar despercebida: os fantasmas têm voz, e o que eles dizem – longe de serem apenas imitações do vento e ruídos assustadores – pode mudar a vida das personagens[528]: Carroll põe Minus, o professor que analisará os livros dos "rivais", em diálogo com o fantasma do próprio Euclides e com o fantasma de um professor alemão, Herr Niemand, que, como fantasma, goza da prerrogativa fantástica e fantasmagórica de tornar-se personagens diferentes ao longo do texto, inclusive personificando alguns dos autores criticados para servi-los como advogado de defesa. Herr Niemand não apenas leu todos os livros, mas pode transmutar-se em todos os autores enquanto participa das discussões[529].

---

[528] O exemplo mais conhecido é o fantasma de Hamlet, mas também há fantasmas em outras peças que Carroll assistiu e referenciou, como *A Tempestade*, *Ricardo III* e *Júlio César*.

[529] Niemand significa "ninguém", em alemão, e é significativo, pois, que esse ninguém possa ser todos. A brincadeira entre "ninguém" e "alguém", deve-se registrar, é comum em jogos lógicos: "Ninguém chegou antes de João, que chegou na frente. Então Ninguém venceu a corrida".

Como a personagem de *Phantasmagoria* que reclama das suas condições de trabalho (assombrar as casas), o fantasma de Euclides conta para Minus que não é fácil manter um bom contato com os vivos:

> A raça humana é por demais estranhamente preconceituosa. Não há nada a que o homem se oponha mais enfaticamente do que a ser conduzido por fantasmas de um lugar a outro. Eu não posso dizer que eles são consistentes quanto a este assunto: estão sempre nos "erguendo" ou "derrubando", pobres fantasmas – nós não podemos nem mesmo assombrar um sótão sem ter a paróquia em nossos calcanhares, empenhada para que batamos em retirada. Se *eu* arriscasse mover um único garotinho – erguê-lo pelo cabelo até a altura de duas ou três casas, e colocá-lo de volta, são e salvo, no jardim de um vizinho – lhe dou minha palavra: isso seria o assunto da cidade pelo próximo mês! (CARROLL, 2012, p. 41).

Se Euclides vence os "rivais" no *conteúdo*, a linguagem teatral, com seus diálogos e marcações cênicas que reforçam as reações emocionais das personagens, o auxilia neste desafio em sua *forma*. Carroll, ao escrever este livro, toma emprestadas suas experiências com o teatro, chamando Shakespeare e seus fantasmas para uma acirrada discussão intelectual.

Sonho de uma Noite (que os Outros) Verão: um Cenário Onírico de Discussões sobre Geometria

No roteiro da peça, ainda que Herr Niemand tente, todos os quatorze autores por ele representados sucumbem à arguição de Minus[530] e à organização de Euclides. A discussão toda se passa em uma noite quando, fatigado do exaustivo trabalho de corrigir provas, com seu cabelo "despenteado, de tanto seus dedos passarem por entre os fios, e como no segundo Corolário do Livro I de Euclides, 32, [suas] madeixas parecem uma auréola" (CARROLL, 2012, p. 26), Minus adormece sobre uma pilha de provas e, em sonho, recebe a visita de Euclides. Este lhe faz, de chofre, uma pergunta tão filosoficamente ampla quanto aquela que a Lagarta faz à Alice: "O que é que você exige de um Manual de Geometria?" (CARROLL, 2012, p. 31). Observem que Euclides não se apresenta a Minus, não diz boa noite, não lhe pergunta como vai ou o que ele está fazendo e, quando Minus lhe chama a atenção, ele lhe responde: "nunca fui um homem de muitas palavras" (CARROLL, 2012, p. 32), uma declaração conveniente a um dos

[530] "Minus" e "Carroll", nesta parte do texto, praticamente se equivalem. Não vejo, a partir deste ponto, Minus somente como um personagem literário a ser analisado e comentado, mas principalmente como a voz de Carroll no seu desejo de fazer-se ouvir e de defender Euclides. Por isso, em várias partes do texto, o leitor pode entender "Minus fala", "Minus defende" etc como "Carroll fala", "Carroll defende" etc e vice-versa.

pontos que Carroll quer defender ao longo do texto – nada há de superficial no Manual de Euclides, não há palavras ou trechos sobressalentes.

Minus não conseguiria responder à pergunta de Euclides em um cochilo, em uma “dormidinha” rápida: ele precisa de tempo para analisar os quatorze livros dos “rivais” e, por isso, o sonho dura toda uma noite – a peça inteira –, até quando o galo canta e o dia raia (CARROLL, 2012). O *sonho* é um elemento narrativo importante e bastante recorrente no *nonsense*, pois

> o sonho é verdadeiramente o produto, a criação (no sentido subjetivo ou objetivo) de um universo pessoal que tem sentido somente para quem o criou. No limite, ele se tingirá de loucura para os que não entrarão nele. A sabedoria popular o exprime claramente quando dizemos a um interlocutor: “Você está sonhando!” não é mais do que uma maneira educada de fazê-lo entender que está louco. Deste modo, aquele que sonha projeta em seu sonho as ideias que estão no fundo de sua consciência, as hipóteses que ele constrói a partir de premissas fantasiosas e segundo um mundo de raciocínio que não é aquele do mundo desperto; é quase inevitável que o resultado destas elocubrações pareça, às vezes, demência àqueles que vêm a conhecê-lo. De sonhador a louco há somente um pequeno e fácil passo a dar para aqueles que não sonham (GATTEGNO, 1990, p. 91)[531].

O sonho não é somente fundamental como opção estilística de Carroll, mas como cenário para que, nas palavras de Gattegno, Minus possa fazer suas escolhas, conduzir seus argumentos, seguir sua própria lógica, ser sarcástico, usar metáforas e, até mesmo, encontrar outros fantasmas que passam pelo palco. Este “grande e longo sonho” é, na duração de uma noite, o universo que encapsula Minus e lhe dá autoridade e condições para analisar as modificações – a omissão de certas proposições, a inserção de outras e a substituição de provas existentes por outras novas – que, ainda que constatadas, não resultariam no abandono do manual de Euclides, pois conforme seu fantasma mesmo declara, isso tudo “um professor poderia fazer, desde que a sequência lógica permanecesse completa” e “outras provas sempre podem ser dadas, passando a integrar o sistema como ‘provas alternativas’ ” (CARROLL, 2012, p. 37). As duas únicas modificações nos livros dos “rivais”[532] que, caso encontradas, seriam prerrogativas para que pudessem ocupar o lugar de Euclides são a organização de

[531] O sonho, pelas (im)possibilidades que abre aos personagens, ajusta-se bem às narrativas *nonsênsicas*: ambas as aventuras de Alice se passam durante um sonho; em *A Caça ao Turpente*, é somente num sonho que o Conselheiro vê o monstrengo, pois ele nunca aparece ao longo do poema; nas aventuras de Sílvia e Bruno, os personagens do mundo real encontram os do imaginário quando estão dormindo ou em vigília; em *Através do Espelho e o que Alice Encontrou Lá* há um paradoxo circular bastante comentado: Alice sonha com o Rei Vemelho, que está sonhando com Alice, que está sonhando com o Rei Vermelho, que está sonhando com Alice, e assim por diante.

[532] Retomo aqui os autores cujos livros são analisados por Carroll: Legendre, Cooley, Cuthbertson, Henrici, Wilson, Pierce, Willock, Chauvenet, Loomis, Morell, Reynolds, Wright, o Programa da Associação para a Melhoria do Ensino de Geometria e o Programa-Manual de Wilson.

problemas e teoremas – entenda-se aqui a mudança na ordem dos conteúdos expostos[533] – e o modo como tratam o tema das paralelas.

Um dos pontos principais do texto elaborado por Carroll, segundo essa nossa leitura, é que qualquer um dos rivais, na sua proposta de substituir Euclides como manual para o ensino da geometria, deveria ser lógica e adequadamente organizado para os alunos *iniciantes*. Não cabe aqui discutirmos se *Os Elementos* eram ou não adequados – esta discussão já foi feita anteriormente e foram expostos alguns motivos que, segundo nossas considerações, faziam Carroll pensar que sim –, mas entender por que os livros dos “rivais” são inadequados para ensinar geometria àqueles que nada, ou pouco, sabiam dela. Sigamos na companhia do fantasma de Euclides que, antes mesmo de apresentar Minus a Herr Niemand, descreve o panorama vigente dos livros da época:

> Os modernos livros de Geometria frequentemente são muito elogiados por sua brevidade, mas essa brevidade ocorre porque são omitidos elos na cadeia das demonstrações, o que é perigoso. Algumas das provas modernas, que à primeira vista parecem ser mais curtas do que as minhas, são, na verdade, mais longas quando completamente explicitadas (CARROLL, 2012, p. 64-65).

Com relação ao tema das paralelas, o que se discute é o teste prático dado por Euclides em seu axioma que permite verificar que duas retas finitas se encontrarão quando prolongadas se, ao serem intersectadas por uma transversal, fazem com esta dois ângulos internos do mesmo lado que, juntos, somam menos que dois retos. O Axioma de Playfair[534], adotado por muitos dos “rivais”, não fornece, segundo o fantasma de Euclides, um teste para verificar se duas retas são paralelas, pois baseia-se apenas na *observação* delas, sem oferecer uma possibilidade matemática para verificar se elas se aproximam ou não:

> Se precisamos de uma concepção clara sobre a relação geométrica das duas retas, em cuja interseção “futura” somos solicitados a acreditar, qual cenário, você acha, é mais adequado para nos dar uma tal concepção: duas retas finitas, ambas intersectadas por uma transversal, ambas satisfazendo uma relação angular conhecida com aquela transversal e também entre si; ou duas retas “que sabemos serem paralelas”, isto é, duas retas de cujas relações geométricas nada sabemos, até onde nosso campo de visão alcança, mas podemos dizer apenas que, na remota região do infinito, elas não se encontram? (CARROLL, 2012, p. 59).

[533]Em várias tabelas (Apêndice IV), Carroll comparou o livro de Euclides com cada um dos outros, mostrando quais teoremas e corolários tinham correspondentes nos livros dos “rivais” e quais foram suprimidos; alguns comentários sobre pontos faltantes também aparecem nos diálogos do texto e, por sua fácil identificação e clareza, esta é uma característica que não detalharemos neste “Diário”. Vamos nos deter mais no assunto das paralelas e nos erros conceituais que os “rivais modernos” apresentam.

[534] O Axioma de Playfair é a contrapositiva do de Euclides: *Por um ponto dado fora de uma reta dada é possível traçar somente uma reta paralela à primeira*.

Os demais testes apresentados se perdem em definições, classificações e diagramas que o estudante não consegue “nem definir, nem construir, nem testar” (CARROLL, 2012, p. 117).

> O método infinitesimal, tão graciosamente empregado por M. Legendre, é inadequado para iniciantes; o método das transversais e o método por retas em revolução ainda não foram apresentados de forma lógica; o método de equidistâncias é demasiadamente incômodo; e o método da direção é, simplesmente, como um castelo de areia – se esfacela onde quer que você o toque! (CARROLL, 2012, p. 202).

O livro de Legendre é considerado “refinado” mas “menos belo”[535], pois não atende às necessidades de um iniciante. No livro de Euclides, “linha [reta] é comprimento sem largura” (EUCLIDES, 2009, p. 97), enquanto que Legendre define a linha reta como “a menor distância de um ponto a outro”, ou seja, define-a baseada em sua *magnitude*, noção que Euclides não mobiliza em todo o Primeiro Livro. Minus diz que “o comprimento de uma linha é um assunto assaz difícil para um iniciante; além disso, não é necessário que ele o considere, pelo menos nos estudos iniciais de Geometria” (CARROLL, 2012, p. 73) e que suas provas contêm uma série infinita de triângulos e uma série infinita de ângulos cujos valores decrescem até serem menores do que qualquer ângulo indicado e cujas magnitudes, assim, simplesmente desaparecem. O livro merece, apesar de tudo, um elogio da personagem: “seu lindo tratado, como um todo, é admiravelmente adequado para alunos avançados” (CARROLL, 2012, p. 73).

O livro de Cooley apresenta “a solenidade verbal de uma lógica vazia”[536] (CARROLL, 2012, p. 76). Com o intuito de ser um livro mais resumido e direto, ele apresenta os elementos da geometria plana em apenas 36 proposições que abrangem, segundo o autor em seu prefácio, quase que totalmente as 173 proposições contidas nos seis primeiros livros de Euclides; além desta dilaceração – que para Minus obviamente compromete o encadeamento lógico dos conteúdos –, o autor também omite os problemas, defendendo que a ciência da Geometria sustenta-se totalmente nos teoremas. O método das transversais contido no livro esfacela-se facilmente pois, enunciado como “retas são ditas paralelas quando elas são igualmente inclinadas com relação à mesma reta, ou quando fazem, do mesmo lado, ângulos iguais” (CARROLL, 2012, p. 78), não oferece nenhum método de comprovação. A afirmação de Euclides é na ordem

[535] *Fine by degrees, and beautifully less* (*Quanto mais refinada, menos bela*) é a epígrafe que Carroll usa para introduzi-lo no texto.
[536] Esta é a epígrafe com a qual Carroll abre o Ato III, Cena III: *the verbal solemnity of a hollow logic*.

contrária: “caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça os ângulos alternos iguais entre si, as retas serão paralelas entre si” (EUCLIDES, 2009, p. 119), isto é, de começo já temos a transversal dada, e a partir daí classificamos o par de retas como sendo formado por paralelas ou não. Cooley sugere começarmos pelas retas: se as retas de um par são paralelas – mas como saber que são? –, então há uma transversal que a intersecta, uma transversal com a qual as retas fazem, do mesmo lado, ângulos iguais – *uma* transversal, mas *qual* transversal? E *por onde* ela passa? Minus questiona seu oponente: “Não podemos desenhar uma transversal ao acaso e dizer ‘*esta* é uma que faz ângulos iguais com o par de retas’, podemos?” (CARROLL, 2012, p. 78) e este assunto é encerrado.

Henrici, outro “rival” analisado, toma bem mais tempo de Minus, que classifica o livro como uma *olla podrida*[537], “pois o conteúdo parece estar irremediavelmente misturado. A maioria dos axiomas e todos os teoremas estão sem numeração e, como não há índice, é óbvia a dificuldade de encontrá-los quando se deseja” (CARROLL, 2012, p. 103). Além disso, seguindo as tendências “modernas” da época, o livro começa com algumas páginas de considerações gerais e assuntos como Tempo e Força, Cinética e Cinemática, Química e Biologia “atravessam a seção numa esplêndida, mas obscura, procissão” (CARROLL, 2012, p. 97), deixando o aluno “suficientemente esmagado pelo espetáculo do que há por conhecer” (CARROLL, 2012, p. 97).

Este “rival” contém vários erros conceituais e outros relativos ao encadeamento do raciocínio lógico que não são poupados por Minus, além de definições *distintas* para a mesma coisa, como as definições de *reta*, lidas por Niemand: “a fronteira de uma superfície ou parte de uma superfície é chamada *reta* ou *curva*” (CARROLL, 2012, p. 86) e, também, “se suspendemos um peso por um barbante, o barbante fica esticado, e dizemos que ele está reto” (CARROLL, 2012, p. 89). O diálogo que se segue exemplificará, mais uma vez, a incompreensível escolha de termos de Henrici para a definição de *reta* e *curva*. Niemand ainda tenta salvar seu livro, mas Minus não o poupa:

> *Nie*. (...) A primeira definição que consigo encontrar é a de *curva*. Ele diz “um ponto pode ser movido e, assim, ele descreverá um caminho. Este caminho do ponto em movimento é chamado curva”.
> *Min*. Certamente ele não quer dizer que um ponto nunca possa se mover *em linha reta*, certo? Imagino que queira dizer que há dois tipos de curvas, as

[537] Um típico prato espanhol feito com carnes e legumes variados (que também pode ser chamado de “puchero” ou “cocido”). Em Portugal e no Brasil, o prato (ou uma variação dele) é chamado “cozido”.

> "curvas curvadas" e as "curvas retas" – como os Irlandeses dizem "tay-tay" e "coffee-tay"[538]. Mas, se é assim, ele trata "retas" e "curvas" como sinônimos.
> *Nie*. Dei uma olhada um pouco mais à frente e encontrei uma descrição de "linha" que parece limitar-se a indicar as linhas *curvas*. Ele diz: "a ideia de linha pode ser obtida ao considerar-se um fio curvado em qualquer forma, abstraindo dele toda a sua espessura".
> *Min*. Então uma "linha" *deve* ser curvada, embora uma "curva" não precise ser desta forma? Seu cliente tem indiscutivelmente *um* mérito: grande originalidade de estilo!
> *Nie*. Aqui está outra definição de "curva" que talvez lhe agrade mais: "Uma curva é *uma extensão de mão-única que tem pontos como elementos*".
> (CARROLL, 2012, p. 87-88)

E, se em algumas partes *sobram* palavras, parece que em outras elas *faltam*. Quando o autor diz que, se dois planos têm dois pontos *A* e *B* em comum, eles precisam, necessariamente, ter mais pontos em comum pois, uma vez que os planos são ilimitados, um ponto que se movesse por *A* ou por *B* cortaria o outro plano neste ponto (o que provaria que os planos se intersectam), ele se esquece de ressaltar que os dois planos têm que ser *distintos.* Quando ele diz "se duas retas são, cada uma, perpendicular a uma terceira, elas são paralelas entre si" (CARROLL, 2012, p. 102), esquece-se de dizer que as retas em questão devem ser *não-coincidentes*. Estes e outros "descuidos" de Henrici são belos presentes para Carroll que, tendo tido um cuidado todo especial com o significado das palavras ao longo dos seus escritos, sabe bem usá-las para apontar as falhas desse "rival". Já o caso das paralelas ocorre com uma explanação confusa – que, além disso, Minus mostra ser *incompleta* – sobre raios com "cabeças" e "rabos" (semirretas, na verdade). Para verificar a existência de paralelas, deve-se rotacionar estes raios e ver se eles intersectam ou não uma reta dada, cujas análises de Minus fazem Niemand se perder nas ideias de Cooley e ouvir, como sentença final: "Nunca encontrei qualquer coisa mais desesperançadamente ilógica" (CARROLL, 2012, p. 96).

O método das equidistâncias de Cuthbertson, classificado anteriormente por Minus como "demasiadamente incômodo", não é refutado por erro de encadeamento ou de definições, mas por requerer, do estudante, uma gama maior de conhecimentos. Este "rival" segue, para verificar que duas retas dadas são paralelas, a seguinte ordem: (1) prova que a distância mais curta entre dois pontos é uma linha reta; (2) prova que, de todas as linhas retas desenhadas de um ponto até outra linha reta, a perpendicular é a menor; (3) deduz, então, que a perpendicular é o caminho mais curto entre um ponto e

[538] O autor faz uma "brincadeira" com a maneira como os falantes da língua inglesa, não-ingleses, pronunciam o idioma – neste caso, a brincadeira é com a pronúncia dos irlandeses. "Tay-tay" refere-se a "tea-tea" (chá-chá) e "coffee-tay" a "coffee-tea", uma forma até certo ponto engraçada que os irlandeses antigos utilizavam para se referirem ao café, chamando-o de "chá de café".

uma linha reta; (4) define distância entre pontos e distância de um ponto a uma reta como o menor caminho entre eles; (5) reorganiza tudo na afirmação "a distância entre um ponto e uma linha reta é o comprimento da perpendicular que, do ponto dado, cai sobre ela"; (6) introduz o axioma "se uma reta é desenhada no mesmo plano que outra, ela não pode, com relação a esta outra, primeiro afastar-se e depois aproximar-se dela, tampouco pode primeiro aproximar-se e depois afastar-se dela"; (7) apresenta o lema "através de um ponto dado que não pertence a uma reta dada, uma e somente uma reta pode ser desenhada no mesmo plano que a anterior, de modo que nunca a encontre. Os pontos em uma dessas retas são todos, também, equidistantes da outra"; e, por fim, (8) introduz a definição de paralelas de Euclides, dizendo que "é naturalmente óbvio que as retas paralelas são equidistantes e que retas equidistantes são paralelas". Um longo percurso que faz a arte de sua organização ficar tão próxima e, ainda assim, tão distante[539] do equivalente resultado apresentado por Euclides... Minus abandona também esta obra, apesar de reconhecê-la clara e bem escrita, justificando: "a novidade principal do livro é a introdução do princípio de 'equidistância', o que não me parece uma característica desejável num livro destinado a iniciantes. Por outro lado, este manual nada mais é do que uma versão um pouco modificada do livro de Euclides" (CARROLL, 2012, p. 85).

O tratamento das paralelas envolvendo "direção" é um caso mais delicado e engloba três "rivais": Wilson, Pierce e Willock.

No início da análise da obra de Wilson, Niemand pede a Minus que seja cauteloso em suas críticas, pois esta já havia sido adotada em várias escolas. Coincidentemente ou não, este é o maior capítulo de *Euclides e Seus Rivais Modernos*, o que me leva a crer que Carroll debruçou-se com mais interesse e mais detalhadamente sobre o livro de Wilson, destacando tudo o que achava de errado nele para jogá-lo em descrédito. A reta é definida como "uma linha que tem a *mesma* direção em todas as partes do seu comprimento. Ela tem, também, direção oposta. Uma linha reta pode ser concebida como gerada por um ponto que se move sempre na *mesma* direção" (CARROLL, 2012, p. 113). Depois disso, Wilson tenta convencer Minus de que retas paralelas são aquelas que, sem ter nenhum ponto em comum, têm a *mesma* direção – outra vez a discussão se desdobrará na busca das palavras adequadas que ajudarão o

[539]*Thou art so near, and yet so far* é a epígrafe que Carroll utiliza para apresentar este livro, no Ato II, Cena IV.

iniciante a formar o raciocínio certo. Minus nega que a expressão "mesma direção" possa ser usada para duas retas disjuntas, sendo esta aplicável somente para retas *coincidentes,* apresentando os seguintes argumentos:

> *Min*. Eu preferiria dizer que as retas disjuntas têm direções "colaterais" (ou "correspondentes" ou "distintas") a usar a expressão "a mesma direção" novamente. É naturalmente verdade que direções "colaterais" produzem os mesmos resultados que direções "iguais" no que concerne aos ângulos formados com uma transversal, mas isto me parece ser um teorema, não um axioma.
> *Nie*. Você diz que a relação *não* lhe parece ser idêntica. Eu gostaria de saber *onde* você acredita perceber qualquer diferença?
> *Min*. Tentarei fazer-me mais claro com uma ilustração.
> Imagine que eu e vários colegas estejamos caminhando ao longo de um trilho de trem que nos levará a um lugar que desejamos visitar. Alguns se divertem caminhando sobre um dos trilhos, alguns sobre o outro, e outros vagueiam pelo mesmo caminho, indo para lá e para cá. Como todos rumamos para o mesmo lugar, podemos dizer, falando grosseiramente, que *todos* estamos nos movendo na "mesma direção" − falando de forma muito grosseira, realmente. Nossa linguagem será mais exata se excluirmos os que vagueiam e dissermos que apenas aqueles que estão caminhando sobre os trilhos estão se movendo. Mas me parece que nossa afirmação se torna ainda mais acurada se nos referirmos apenas àqueles que caminham sobre um único trilho.
> Como uma segunda ilustração, imagine duas forças agindo sobre certo corpo, e pense-as como sendo iguais em intensidade, mas com direções opostas. Se elas estiverem agindo ao longo da mesma reta, sabemos que elas se neutralizam e que o corpo permanece em repouso. Mas se uma for deslocada um pouquinho para um lado, então estarão atuando ao longo de retas paralelas e, por isso, embora ainda iguais em intensidade e (de acordo com a teoria da "direção") com direções opostas, elas não se neutralizam mais, mas formam uma "dupla".
> Como uma terceira ilustração, tome dois pontos de um certo plano. Podemos, primeiro, desenhar uma reta que os contenha e fazê-los se mover ao longo dela: eles sem dúvida estão, então, se movendo "na mesma direção". Podemos, em segundo lugar, desenhar, pelos pontos, duas retas que se encontram ou que virão a se encontrar se prolongadas, e movimentá-los sobre estas retas: eles estão, então, sem dúvida, se movendo em "direções diferentes". Podemos, em terceiro lugar, desenhar, pelos pontos, duas retas paralelas e movimentá-los ao longo delas. Seguramente esta é uma nova relação de movimento, não absolutamente idêntica a nenhuma das duas anteriores, certo? Mas, se esta nova relação não for absolutamente idêntica àquela chamada de "na mesma direção", ela deve pertencer à mesma classe chamada "direções diferentes" (CARROLL, 2012, p. 119-120).

A discussão recomeça por outro lado e Minus e Niemand concordam em dividir todos os pares de retas não-coincidentes em duas classes: as que se intersectam e as que são disjuntas. Niemand, defendendo Wilson, pergunta a Minus se ele admite que retas que se intersectam têm direções diferentes, ao que ele responde positivamente, mas acrescenta que disso não é possível concluir que retas disjuntas têm a mesma direção.

> *Min.* Por que não posso dizer que retas que se intersectam têm *um* tipo de "direções diferentes" e que retas disjuntas têm *outro*?
> *Nie*. Mas você o *diz*?

> *Min*. Certamente não. Não há evidência, até o momento, de uma coisa ou outra.
> (CARROLL, 2012, p. 122)

Parece covardia ou implicância de Minus, mas é aí que reside a questão: Wilson não consegue *provar* o que afirma e, como um "castelo de areia", o método da direção se desmancha quando Minus o "toca". Como se não bastasse isso, o livro já adotado por muitas escolas apresenta erros graves, capazes de assustar até mesmo o fantasma de Euclides. Cito alguns como exemplos: o corolário 1 – "se duas retas não paralelas são intersectadas por uma terceira, os ângulos alternos não serão iguais e os ângulos internos do mesmo lado da reta de interseção não serão suplementares" – torna-se falso se tomarmos duas retas não paralelas que sejam *coincidentes*; a afirmação "se um círculo tem um ponto dentro de outro círculo, as circunferências se intersectarão" é inexata, pois as circunferências poderiam ser concêntricas; é pedido que se "encontre um ponto igualmente distante de três retas dadas", o que é impossível de se fazer sem deixar claro que as retas em questão não são paralelas etc. Wilson, devido aos "abundantes exemplos de imprecisão lógica e o uso de linguagem inadequada (...), *não tem condições* ser adotado como *o* manual para o ensino e para os exames" (CARROLL, 2012, p. 144).

Chega a vez de Pierce, autor que se esforça por ser breve e acaba sendo obscuro[540]. Sua definição "a *direção de uma reta* em qualquer parte é a direção entre o ponto desta parte e o ponto seguinte" não resiste à arguta pergunta de Minus sobre *a que* distância de um ponto deve estar o próximo para satisfazer esta definição. Sua resposta – "numa distância infinitamente pequena, naturalmente. Você encontrará o assunto amplamente discutido em qualquer trabalho de Cálculo Infinitesimal" (CARROLL, 2012, p. 146) – é tudo o que o representante de Euclides precisa ouvir para sentenciá-lo: é um manual útil para um aluno avançado, mas inadequado às necessidades de um iniciante.

O livro de Willock, em cujo prefácio o autor já admite ter algumas falhas[541], introduz uma definição nova – *diretriz* é o termo associado a *retas infinitas* – mas incorre no mesmo e fatal erro do livro de Wilson: o autor não consegue demonstrar a

[540] Carroll apresenta este livro no Ato II, Cena VI, com a epígrafe *dum brevis esse laboro, obscurus fio*, de Horácio.
[541] *This work (...) no doubt, has its faults* é uma frase do próprio Willock, usada por Carroll como epígrafe para apresentar este livro no Ato II, Cena VI, § 3.

existência de retas discodais[542] para validar seus teoremas de números 8 (os ângulos de intersecção de uma transversal com duas diretrizes discodais são iguais) e 10 (se uma transversal intersecta duas diretrizes e faz, com elas, ângulos de intersecção iguais, as diretrizes são discodais), dentre outros; quando não consegue provar a existência de uma classe de retas que contenham estas características, suas afirmações não passam de adivinhações e quimeras. Fora o tratamento pela direção – que, neste ponto, já desabou –, Minus ainda faz fortes críticas com relação à organização do livro de Willock, cujo primeiro capítulo, com algumas figuras bem complicadas, é sobre este assunto, e cuja teoria das tangentes depende do movimento das retas e do desaparecimento de cordas: "tudo bastante desalentador para um iniciante" (CARROLL, 2012, p. 152).

> *Min*. Depois vem um capítulo de problemas e *então*, quando seu aluno tiver logrado êxito em dominar 34 páginas do seu livro, e tiver razoavelmente se familiarizado com tangentes, segmentos, diâmetros, ângulos reentrantes, "formas ovais", "formas semi-convexas e semi-côncavas", você finalmente o confronta com o mais abstruso e terrível teorema: o Euclides I 4! (CARROLL, 2012, p. 152).

Minus classifica Willock como o livro com a pior organização dentre os que analisou até o momento e, abandonando-o, parte para "os outros rivais modernos" – o Ato III desse espetáculo carrolliano. O que caracteriza este novo Ato é que os demais autores (Chauvenet, Loomis, Morell, Reynolds, Wright, o Manual da Associação para a Melhoria do Ensino de Geometria e o Programa-Manual de Wilson) adotam o tratamento de Euclides para o estudo das paralelas. Minus sabe (na verdade, *Carroll sabe*) que, devido a isso, "nenhum pequeno ponto de diferença pode justificar o abandono de nosso velho amigo em favor de qualquer Rival Moderno" (CARROLL, 2012, p. 156), mas faz questão de mostrar que estes livros não merecem ocupar o lugar de Euclides, mesmo tratando o assunto tal qual ele faz. É interessante ressaltar aqui a epígrafe escolhida – de uma obra de Shakespeare, mais uma vez – para este capítulo: *But mice, and rats, and such small deer / Have been Tom's food for seven long year*[543]. *Small deer* (cuja tradução literal é "pequeno veado" ou "pequeno animal") é expressão que indica algo quase inútil, que não vale a pena perder tempo perseguindo, o que

[542]Esta palavra-mala já apareceu em outras partes do diário anterior e da tradaptação; Carroll a usa para referir-se às retas que não têm nenhum ponto em comum (*dis* é a primeira sílaba de *disjuntas*) e são codirecionais (de onde vêm o prefixo *cod* e o plural *ais*).

[543] Esta citação é uma fala de *Rei Lear* (Ato III, Cena IV), de Shakespeare. Na tradução de Millôr Fernandes e Beatriz Viégas-Faria (*William Shakespeare* – obras escolhidas, Porto Alegre: L&PM, 2008), ela é dita pelo personagem Edgar como "Mas só ratos, camundongos / E mais bichinhos assim / Foram a comida de Tom / Por sete anos sem fim". Aparentemente, a última palavra da frase deveria ser (pelo menos segundo as normas do inglês contemporâneo) "years", no plural, mas no original registra-se "year", no singular.

Carroll demonstra na própria composição destes capítulos: todos eles são curtos e bastante diretos se comparados aos anteriores, dando a impressão que, além de os livros serem *small deers*, as próprias modificações que sugerem também o são.

Não há muito que comentar sobre os livros de Chauvenet e Loomis. Para o primeiro, Minus, depois de sugerir apenas que algumas das "novas" proposições que o autor apresenta sejam interpoladas como exercícios ao livro de Euclides, declara que não tem "outros comentários a fazer sobre este livro, que parece bem e claramente redigido" (CARROLL, 2012, p. 159); sobre o segundo, cujas proposições aparecem quase na mesma ordem que as de Euclides, diz que também não tem muitas críticas negativas a fazer, mas que o livro não passa de um "Euclides modernizado, adotando o axioma de Playfair e omitindo as diagonais de Euclides II" (CARROLL, 2012, p. 160).

O próximo "rival", Morell, era membro de uma organização que inspecionava as escolas, a serviço de Sua Majestade. Dado o abandono do livro de Euclides em diversos países e as observações do governo francês sobre a educação vitoriana (que já discutimos), o livro deste autor tinha por nome "Euclides Simplificado, Compilado dos Mais Importantes Estudos Franceses, Aprovado pela Universidade de Paris pelo Ministério Público de Instrução". Voltando-se à pompa do título e ao cargo ocupado por seu autor, Carroll indaga: "Quem vigia os vigilantes? Quem inspeciona os inspetores?"[544], pois julga que Morell, na condição de alguém que tentava regulamentar e melhorar a educação vigente, não poderia apresentar um livro com tantas falhas, deveria seu livro também ter sido supervisionado por outra pessoa.

A primeira falha aparece logo na definição de reta – uma "linha indeterminada, a menor entre quaisquer dois de seus pontos" – que é avaliada como afirmação sem sentido, pois o autor não explica o que entende por "indeterminada" e, ainda, permite ao leitor pensar que uma curva é mais facilmente "determinada" que uma reta. Ainda sobre retas, Morell define que "uma linha quebrada é uma linha composta de linhas retas", mas uma linha reta *também* é composta por partes retas. Além disso, o autor diz que "a figura formada por duas retas que se cruzam é chamada ângulo", sendo que anteriormente havia definido "figura" *apenas* como "o nome dado a volumes, superfícies e retas" (e, obviamente, "ângulo" não se encaixa em nenhuma destas três classificações). Há outras muitas afirmações equivocadas deste "inspetor" que, segundo a "inspeção" de Minus, deveriam ser alteradas em seu livro: "duas retas perpendiculares

[544]*Quis custodiet ipsos custodes? Quis inspiciet ipsos inspectores?* é a epígrafe que Carroll usa para apresentar este livro no Ato III, Cena I, § 4.

à mesma reta são paralelas" (Minus indica que é preciso ressaltar que estas retas são *distintas*), "a base de um triângulo isósceles é o lado desigual" (se a definição fosse realmente esta, Minus adverte que um triângulo equilátero deixaria de integrar a classe dos isósceles) etc.

Na fila de "rivais", chega a vez de Reynolds. Seu livro também é salpicado de *small deers* tais como assumir, sem nenhuma prova, que "paralelas são equidistantes uma da outra". Entretanto, os erros mais graves que Minus aponta são que "as definições e axiomas estão espalhados pelo livro ao invés de estarem juntos, no começo, e não há índice algum, de forma que o leitor somente chega a eles por acaso" (CARROLL, 2012, p. 172) e que os teoremas de Euclides II estão provados algebricamente, o que lhe parece ser "uma mudança para pior, principalmente porque conduz ao difícil tema das magnitudes incomensuráveis" (CARROLL, 2012, p. 173). Dos primeiros dois livros de Euclides, Reynolds abandona um total de quinze proposições, de modo que sua obra, assim organizada, parece, para os iniciantes, "uma loucura, embora tenha lá seu método"[545]. Mais um inimigo derrotado...

Wright chega à cena já com um pouco de descrédito, uma vez que ele mesmo assume, no prefácio do seu livro, que, inquestionavelmente, há defeitos de execução[546] em sua obra. No entanto, contrariando esta declaração de humildade, "reivindica crédito por ter mais axiomas do que Euclides, a quem ele culpa por ter demonstrado 'muita coisa óbvia' " (CARROLL, 2012, p. 174).

Todos estes autores – Chauvenet, Loomis, Morell, Reynolds, Wright – e suas obras têm, para Minus, mérito bastante questionável. Entre pequenas modificações e alguns erros sérios, ele encerra esta cena declarando sua conclusão: "com relação a estes cinco autores, posso dizer que, para mim, eles não parecem trazer nenhuma novidade desejável que possa ser facilmente introduzida numa edição corrigida de Euclides" (CARROLL, 2012, p. 177). Niemand não consegue contestar essa afirmação.

A última cena deste ato trata dos dois inimigos mais "fortes" de Euclides: o Manual da Associação para a Melhoria do Ensino de Geometria e o Programa-Manual de Wilson, ambos livros de 1878, indicados fortemente pela AIGT para substituir *Os Elementos*. Para analisá-los, Minus diz que gostaria de conversar com algum membro da AIGT, ao que Niemand responde, utilizando uma artimanha literária bem conhecida

[545] *Though this be madness, yet there's method in't* é a epígrafe que Carroll usa para apresentar este livro no Ato III, Cena I, § 5.

[546] *Defects of execution unquestionably exist* é a epígrafe que Carroll usa para apresentar este livro no Ato III, Cena I, § 6.

para os leitores de Carroll: o uso do pronome *ninguém* para nomear *alguém* cujo nome é *Ninguém*.

> *Nie*. Você não precisaria ir longe para buscar um. *Eu* sou um membro do Comitê.
> *Min*. (*atônito*) Você! Um professor alemão! Nenhum membro com tal característica está incluso na lista final do Comitê, um amigo mostrou-me outro dia a lista.
> *Nie*. A lista final? Bem, pergunte a seu amigo se, desde a composição da lista, nenhuma adição foi feita; ele lhe dirá "Ninguém foi adicionado".
> *Min*. Exatamente.
> *Nie*. Você não entende. *Ninguém* – *Niemand* – não percebe?
> *Min*. O que? Você quer dizer...
> *Nie*. (*solenemente*) Sim, meu amigo. Adicionaram-*me* nela!
> (CARROLL, 2012, p. 177-178)

Ao assumir-se como membro do Comitê, Niemand adota uma nova identidade e passa a se chamar *Nostradamus*, nome que Minus não deixa de comentar: Nostradamus, do latim, pode significar *nós damos o remédio de um charlatão*. A cena deixa bem clara a crítica de Carroll (Calvino afirma que o nome de uma personagem amalgama-se a seus atos) e a observação sagaz de Minus que, já nesta ressalva, desqualifica o manual da AIGT.

O primeiro erro aparece já na definição de reta: "uma reta é tal que qualquer parte, onde quer que seja colocada, ficará totalmente sobre qualquer outra parte, quando suas extremidades são colocadas naquela outra parte", o que é apontado por Euclides como um axioma, pois é uma *propriedade* da reta[547], e não sua *essência*. Nostradamus tenta justificar-se: "Bem, você percebe que havia muitos de nós organizando este Manual e ele acabou um pouco misturado: não sabemos bem quais são as definições e quais são os axiomas" (CARROLL, 2012, p. 181). *Nos numerus sumus*[548]: tantas mãos e tantas penas resultando em tanta confusão.

Há erros por todos os lados, muitos deles devido ao uso inadequado das palavras, um campo em que Carroll passeia sem dificuldades. Quando, por exemplo, o manual define *ângulo plano* como aquilo que está contido ou é formado por duas retas desenhadas *a partir* do mesmo ponto, Minus pergunta como se chamaria aquilo contido ou feito por duas retas desenhadas *para* um mesmo ponto: "Um ângulo, indubitavelmente", responde Nostradamus, dando-se conta de toda uma classe de ângulos que a definição do manual omitira. "Quando uma reta encontra outra reta e faz

[547] *E linha reta é a que está posta por igual com os pontos sobre si mesma* (EUCLIDES, 2009, p. 97).
[548] Do Livro I, Epístola II das *Epístolas* de Horácio vem essa epígrafe que Carroll usa no Ato II, Cena II, §1, criticando os membros da AIGT que, em sua opinião, apesar da quantidade, não fizeram um trabalho relevantemente bom.

com esta os ângulos adjacentes iguais, cada um dos ângulos é chamado *ângulo reto*", outra definição inadequada: Minus desenha um segmento reto *AC*, marcando *B* em algum ponto entre os extremos, o que origina duas retas (*AB* e *BC*) cujos ângulos adjacentes são rasos, e não retos; o livro define que "todos os outros triângulos são chamados de triângulos acutângulos" duas páginas *antes* de provar que não é possível haver um triângulo com dois ângulos retos, e prova o teorema "retas paralelas com projeções iguais sobre outra reta são iguais" sem considerar que, se as retas fizerem ângulos retos com outra reta, suas projeções serão iguais (ambas valendo zero), independentemente de serem iguais ou não. Por estes e outros enfrentamentos, Nostradamus descontrola-se e exclama: "Não diga mais nada! Minha cabeça está rodando!" (CARROLL, 2012, p. 186).

O fato de os teoremas das primeiras 26 proposições de Euclides aparecerem em outra ordem – primeiro estão dispostos os três relativos a retas e, depois, todos os outros, relativos aos triângulos – é o único ponto que agrada a Minus neste manual, o que de pouco vale se comparado às modificações com resultados desastrosos, como a separação dos teoremas dos seus recíprocos. Sua declaração final, antes de abandoná-lo, rebaixa-o de *um novo manual* de para *um livro sobre* geometria.

Imaginamos Minus já bastante exausto. Com grande conhecimento de Euclides e raciocínio bastante apurado, ele derrubou doze "rivais" e mais o manual da AIGT (que, por si só, representa um grupo de vários outros "rivais"). Antes que o dia amanheça, antes que Minus desperte, porém, há mais uma última batalha: o Programa-Manual de J. M. Wilson, um dos membros fundadores da AIGT. A discussão é rápida, pois Minus já derrubara vários argumentos dos livros anteriores cujas questões reaparecem neste e, além disso, ele mostra que praticamente todo o conteúdo organizado por Wilson aparece tal e qual em *Os Elementos*, apenas em outra ordem. Apesar da grave "lacuna comum dos sistemas que substituem o axioma de Euclides pelo de Playfair[549]" (CARROLL, 2012, p. 192), Minus destaca no livro um ponto positivo: a teoria relativa à *direção* foi totalmente ignorada; isto, no entanto, não o salva da retaliação, como se pode ver pela sentença final que recebe do defensor de Euclides:

> Recordando algumas das proposições de Euclides I e II e incluindo alguns dos corolários, conseguimos 73 proposições ao todo: 57 teoremas e 16 problemas. Destas 73, este Manual omite 14 (10 teoremas e 4 problemas), prova 43 (32 teoremas e 11 problemas) usando métodos quase idênticos aos

[549] Como já apontado nas análises de outros livros, a substituição do axioma de Euclides pelo de Playfair não oferece meios para comprovar que as retas consideradas por Euclides encontrar-se-ão se prolongadas.

> de Euclides, oferece para 10 delas (9 teoremas e 1 problema) provas novas, contra as quais registrei meu protesto (...); e, finalmente, são oferecidas 6 provas novas que, creio, bem podem ser introduzidas como alternativas àquelas de Euclides.
> Em tudo isto, e em todos os assuntos previamente discutidos, não consigo ver uma mínima partícula sequer de razão para abandonar Euclides (CARROLL, 2012, p. 199).

O Programa-Manual de Wilson poderia ser, no máximo, considerado uma adição valiosa à literatura sobre Geometria caso, segundo Minus, restituísse os problemas (que são também teoremas) aos seus devidos lugares e mantivesse a numeração de Euclides, interpolando novas proposições onde fosse possível. Fora isso, não merecia sequer ser considerado.

Abandonam-se todos os livros dos "rivais", vai-se o fantasma... Niemand silencia-se: "Nada mais temos a dizer"[550] (CARROLL, 2012, p. 200), declara depois de suas vãs tentativas em defender os quatorze livros que tencionavam substituir Euclides. E desaparece. A noite escura dá lugar ao alvorecer. Em cena, "Minos com o sono agitado, tendo caído para a frente sobre a mesa, sua testa descansando sobre o tinteiro. Em sua direção entra Euclides na ponta dos pés, seguido pelos fantasmas de Arquimedes, Pitágoras, Aristóteles, Platão etc" (CARROLL, 2012, p. 201), geômetras representantes da geometria "eterna" e "imutável" organizada por Euclides em seu livro. Minus, que nunca duvidou de que "os velhos amigos são os melhores"[551], lhes relata suas análises e, dentre outras falas, diz a Euclides que, em dias de industrialização, construções, estradas de ferro etc, alguns de seus "rivais" modernos estão descontentes com a maquinaria escassa que Euclides lhes põe à disposição: apenas régua não graduada e compasso parecem poucas ferramentas para se construir o estudo da geometria em livros que tentavam abordar situações e problemas "modernos".

Passo a passo, item a item, livro a livro, Minus relata suas batalhas, mostrando as falhas de cada autor, umas mais graves, outras nem tanto. Quando o dia está para raiar – hora em que "todos os fantasmas respeitáveis devem ir para casa" (CARROLL, 2012, p. 213) –, Carroll mostra-se um pouco mais maleável, ao assumir, num pronunciamento de Euclides:

---

[550] Niemand, é claro, usa a primeira pessoa do plural, pois representa mais de um "rival".
[551] Epígrafe utilizada por Carroll para apresentar o Ato IV, obviamente aludindo à obra de Euclides e ao tempo que esta foi considerada para o ensino de geometria: *Os Elementos* eram os antigos e melhores amigos dos estudantes.

> Deixem-me carregar comigo a esperança de que os convenci da importância, se não da necessidade, de manter minha ordem, minha numeração e o meu método de tratamento de retas, ângulos, ângulos retos e (mais especificamente) paralelas. Deixem estes intocáveis e observarei com grande contentamento outras mudanças serem feitas: minhas provas serem condensadas e aperfeiçoadas, provas alternativas serem acrescentadas às minhas e novos problemas e teoremas serem interpolados.
> No que diz respeito a esses assuntos, meu manual pode ser aperfeiçoado ilimitadamente (CARROLL, 2012, p. 213).

Esta fala justifica algumas das publicações de Carroll, já citadas neste texto, nas quais ele fazia pequenas modificações na obra de Euclides. Não significa, então, que não pudessem ser feitas alterações em *Os Elementos*, mas que o tratamento das paralelas e a numeração – os dois pontos mais defendidos por Carroll ao longo de todo o livro – deveriam ser mantidos tal qual elaborados por Euclides. Quando a batalha (e o sonho que a possibilitou) acaba, “Minos acorda com um sobressalto e encaminha-se para a cama” (CARROLL, 2012, p. 213). Exausto, ele pretende dormir. Seu criador, por sua vez, tinha ainda mais trabalho: à peça seguem-se quatro apêndices, sendo dois extratos de artigos sobre geometria elementar, os quais Carroll cita para reforçar seu ponto de vista sobre o uso do livro de Euclides. Tanto o primeiro, de autoria de Todhunter, publicado no livro *O Conflito de Estudos e Outros Ensaios de Assuntos Ligados à Educação*, quanto o segundo, de autoria de De Morgan, publicado no *Athenæum* de 18 de julho de 1868, merecem análises detalhadas – no entanto, assim como Minus, eu preciso descansar... Disponibilizada a tradução, essa tarefa final, um arremate, ficará para outros leitores, segundo o tempo disponível e o interesse de cada um.

A cortina se fecha ao final do Ato IV. Carroll larga a pena ao acabar o Apêndice IV. *Euclides e Seus Rivais Modernos* poderia, então, ser divulgado e lido...

Em 18 de dezembro de 1877 Carroll escreveu ao seu editor, sobre *Euclides e Seus Rivais Modernos* (cuja primeira edição, lembremos, só sairia em 1879), comentando sua demora em acabar o livro: “[ele] não estará pronto, receio, até próximo da Páscoa. Não estou nem um pouquinho satisfeito com ele ainda: o assunto é muito complicado e é preciso pensar muito” (CARROLL, 2007, p. 141). Todo o trabalho, tempo e pensamentos empregados na sua concepção, parecem ter valido a pena. Em abril de 1879, o *Handbook* publicou a excelente crítica abaixo:

> *Euclides e Seus Rivais Modernos* de Charles L. Dodgson, M.A, Estudante Sênior e Professor de Matemática da Christ Church, Oxford, é um notável exemplo de um argumento sério apresentado em estilo divertido, concebido

> para provar que, para a geometria elementar, um Euclides revisto é melhor do que qualquer substituto moderno proposto. A forma é dramática: Minus e Rhadamanthus, com a ocasional ajuda do próprio Euclides e Niemand, colocam à prova doze (ou, em alguns aspectos, quase vinte) inimigos euclidianos, de modo bem divertido, com engraçados e conclusivos embaraços de todos os tipos... Este é o mais elaborado trabalho matemático de Dodgson e, ao mesmo tempo, um marco para a literatura[552].

Um livro, como qualquer produção artística feita com determinada intenção, abre-se a infinitas interpretações e (re)leituras. No transcorrer dessa pesquisa, dediquei-me a aproximar-me deste livro de Carroll, tentando conhecê-lo profundamente, desvendá-lo, compreender seu lugar no mundo e dentre os demais textos deste autor: o que registrei neste longo diário foram minhas impressões que, certamente, poderão ser confirmadas ou questionadas por outros leitores. Mas diga-se em meu favor que tenho sido visitado pelo fantasma de Carroll: nos encontramos e discutimos essas minhas considerações sobre o *Euclides e Seus Rivais Modernos*. Quando perguntei a ele suas impressões sobre seu livro hoje, visto que, com o passar do tempo, *Os Elementos* foi mesmo abandonado como livro-texto, ele voltou-se para a porta por onde entrou o fantasma de Calvino, que nos disse:

> Para que se escreve um romance? Para quem se escreve uma poesia? Para pessoas que leram determinados outros romances, determinadas outras poesias. Um livro é escrito para que possa ser posto ao lado de outros livros, para que entre numa prateleira hipotética e, ao entrar nela, de alguma forma a modifique, expulse dali outros volumes ou os faça retroceder para a segunda fileira, reclame que se coloquem na primeira fileira outros livros (CALVINO, 2009, p. 190).

E assim ficamos, nós três, em silêncio, reorganizando minha estante.

Fim deste Diário

Referências bibliográficas

ALMEIDA, Maria da Conceição de. Prefácio - Um Alpendre Lilás para a Educação. *In*: FARIAS, Carlos Aldemir. **Alfabetos da Alma:** Histórias da Tradição na Escola. Porto Alegre: Sulina, 2006.

[552] Esta crítica aparece na forma de nota de rodapé, inserida por Morton N. Cohen e Anita Gandolfo no livro sobre as cartas de Carroll e seu editor (ver bibliografia ao final deste "Diário"), à página 141.

ÁVILA, Myriam. **Rima e Solução:** a Poesia Nonsense de Lewis Carroll e Edward Lear**.** São Paulo: Annablume, 1996.

BICUDO, Irineu. Prefácio e introdução. *In:* EUCLIDES. **Os Elementos.** Tradução de Irineu Bicudo. São Paulo: UNESP, 2009.

BRITO, Arlete de Jesus. **Geometrias Não-Euclidianas:** um Estudo Histórico-Pedagógico. Dissertação de Mestrado. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 1995.

CALVINO, Italo. **Por Que Ler os Clássicos.** Tradução de Nilson Moulin. São Paulo: Companhia das Letras, 2007.

CALVINO, Ítalo. **Seis Propostas para o Próximo Milênio.** Tradução de Ivo Barroso. São Paulo: Companhia das Letras, 2010.

CALVINO, Ítalo. **Assunto Encerrado:** Discursos Sobre Literatura e Sociedade. Tradução de Roberta Barni. São Paulo: Companhia das Letras, 2009.

CAMBI, Franco. **História da Pedagogia**. Tradução de Álvaro Lorencini. São Paulo: UNESP, 1999.

CARROLL, Lewis. **A Caça ao Turpente.** Tradução de Alvaro A. Antunes. Além Paraíba: Interior Edições, 1984.

CARROLL, Lewis. **Diário de uma Viagem à Rússia em 1867**. Tradução de Paula Reis. Alfragide: Editorial Teorema, 2011.

CARROLL, Lewis. **Alice:** Edição Comentada. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2002a.

CARROLL, Lewis. Cartas. *In*: COHEN, Morton N; GANDOLFO, Anita. (Org) **Lewis Carroll and the House of Macmillan**.Nova York: Cambridge University Press, 2007.

CARROLL, Lewis. **Cartas às Suas Amiguinhas.** Tradução de Newton Paulo Teixeira dos Santos. Rio de Janeiro: Sette Letras, 1997.

CARROLL, Lewis. **El Paraguas de la Rectoría / Cajón de Sastre.** Barcelona: Parsifal Ediciones, 1998.

CARROLL, Lewis. **Euclides e Seus Rivais Modernos.** Tradução de Rafael Montoito. Bauru: Universidade Estadual Paulista, 2012 (obra não publicada).

CARROLL, Lewis. **Matemática Demente**. Barcelona: Tusquets Editores, 2002b.

CARROLL, Lewis. **The Complete Stories and Poems of Lewis Carroll.** New Lanark: Geddes & Grosset, 2005.

CARROLL, Lewis. **The Game of Logica**. Madri: Alianza editorial S.A, 1980.

CARROLL, Lewis. **Uma História Embrulhada**. Tradução de Luiz Arthur Paghani. Campinas: Papirus, 1992.

COHEN, Morton N. **Lewis Carroll – uma Biografia**. São Paulo: Record, 1998.

COUTINHO, Lázaro: **Matemática e Mistério em Baker Street.** Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2004.

CHASTENET, Jaques. **A Vida Quotidiana em Inglaterra no Começo da Era Vitoriana (1837 – 1851).** Tradução de Elisa Lopes Ribeiro. Lisboa: Livros do Brasil, [s/d].

DESCARTES, René. **Discurso do Método**. Tradução de Paulo Neves. Porto Alegre: LP&M, 2005.

DESCARTES, René. **La Géométrie**. Paris: A. Hermann Librairie Scientifique, 1836. Disponível em <www.gutenberg.org>. Acesso em: 17/04/2012

DESCARTES, René. **Meditações Metafísicas**. São Paulo: Nova Cultural, 1998. **Vol. II.**

EUCLIDES. **Elementos de Euclides dos Seis Primeiros Livros, do Undécimo e Duodécimo da Versão Latina de Frederico Commandino**, **Addicionados e Ilustrados por Roberto Simson**. Coimbra: Imprensa da Universidade, 1855.

EUCLIDES. **Os Elementos.** Tradução de Irineu Bicudo. São Paulo: UNESP, 2009.

FERRAIOLO, Fiorella. **Matemática Kantiana e Percepção da Realidade.** Dissertação de Mestrado. Marília: Universidade Estadual Paulista, 1996.

FLORES, Élio Chaves; VASCONCELOS, Íris Helena Guedes de. **A Era Vitoriana:** a Duração de um Reinado. São Paulo: FTD, 2000.

FOULKES, Richard. **Lewis Carroll and the Victorian Stage:** Theatricals in a Quiet Life. Hampshire: Ashgate, 2005.

GASCA, Ana Millán. **Euclides:** la Fuerza del Razonamiento Matemático. Madri: Nivola, 2007.

GATTEGNO, Jean. **L'Univers de Lewis Carroll**. Paris: José Corti, 1990.

GENETTE, Gérard. **Paratextos Editoriais.** Tradução de Álvaro Faleiros. Cotia: Ateliê Editorial, 2009.

HEATH, Thomas. **Thirteen Books of Euclid's Elements.** Volume 1. New York: Dover, 1956.

HOWSAM, Leslie; STRAY, Christopher; JENKINS, Alice et al. What the Victorians Learned: Perspectives on Nineteenth-Century Schoolbooks.*In*: **Journal of Victorian Culture.** V. 12, n. 2. Dez/2007.

HOWSON, Geoffrey. Mathematics, Society, and Curricula in Nineteenth-Century England.*In*: **The International Journal for the History of Mathematics Education**. Volume 5. Número 1. 2010.

HUME, David. **Investigação Sobre o Entendimento Humano**. São Paulo: Abril Cultural, 1984.

JAEGER, Werner. **Paideia:** a Formação do Homem Grego. Tradução de Artur M. Parreira. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2010.

KIRK, Daniel F. A Day in Dodgsonland.*In*: **Colby Quarterly.** Série 6.Volume 4.1962. Disponível em <http://digitalcommons.colby.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1722&context=cq&sei-redir=1#search="A+Day+in+Dodgsonland">. Acesso em: 09/03/2011.

KANT, Immanuel. **Crítica da Razão Pura**. São Paulo: Nova Cultural, 1987.

KOYRÉ, Alexandre. **Considerações Sobre Descartes**. Lisboa: Editorial Presença, 1963.

LEITE, Sebastião Uchoa. **Crítica Clandestina.** Rio de Janeiro: Livraria Taurus Editora, 1986.

LESAGE, Pierre. A Pedagogia nas Escolas Mútuas do Século XIX. *In:* BASTOS, Maria Helena C.; FARIA FILHO, Luciano Mendes de (Orgs). **A Escola Elementar no Século XIX:** O Método Monitoral/Mútuo. Passo Fundo: Ediupf, 1999.

LEVI, Beppo. **Lendo Euclides:** a Matemática e a Geometria Sob um Olhar Renovador. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2008.

LLOYD, G. E. R. Ciência e Matemática. *In*: FINLEY, M. I. **O Legado da Grécia:** uma Nova Avaliação (Org). Tradução de Yvette Vieira Pinto de Almeida. Brasília: UNB, 1998

MARRET, Sophie. Lacan Sobre Lewis Carroll. *In*: MILLER, Jacques-Alain (Org). **Ornicar:** de Jaques Lacan a Lewis Carroll. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2003.

MIORIM, Maria Ângela: **Introdução à História da Educação Matemática.** São Paulo: Atual, 1998.

MLODINOW, Leonard: **A Janela de Euclides.** Tradução de Enézio de Almeida. São Paulo: Geração Editorial, 2005.

MORAIS, Flávia Costa. **Literatura Vitoriana e Educação Moralizante.** Campinas: Alínea, 2004.

PALMER, Richard E. **Hermenêutica.** Tradução de Maria Luísa Ribeiro Ferreira. Lisboa: Edições 70, 1969.

PLATÃO. **A República.** Tradução de Pietro Nassetti. São Paulo: Martin Claret, 2011.

PRICE, Michael H. **Mathematics for the Multitude?** A History of the Mathematical Association. Leicester: The Mathematical Association, 1994.

REALE, Giovanni; ANTISERI, Dario. **História da Filosofia**: de Spinoza a Kant. Vol. 4. Tradução de Ivo Storniolo. São Paulo: Paulus, 2004.

ROSENFIELD, Denis Lerrer. Prefácio – Vida e Obra. *In*: DESCARTES, René. **Discurso do Método**. Tradução de Paulo Neves. Porto Alegre: LP&M, 2009.

SÁNCHEZ-RODRIGO, Carlos Miguel. Prólogo. *In*: CARROLL, Lewis. **El Paraguas de la Rectória / Cajón de Sastre.** Barcelona: Parsifal Ediciones, 1998.

SCHUBRING, Gert. **Análise Histórica de Livros de Matemática:** Notas de Aula. Tradução de Maria Laura Magalhães Gomes. Campinas: Autores Associados, 2003.

WILSON, Robin. **Lewis Carroll en el País de los Números:** Su Fantástica Vida Matemática. Madri: Turner, 2009.