

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"Júlio de Mesquita Filho"

Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Câmpus de Rio Claro

ANA CAROLINA FAUSTINO

"COMO VOCÊ CHEGOU A ESSE RESULTADO?": O DIÁLOGO NAS
AULAS DE MATEMÁTICA DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL

Rio Claro - SP

2018

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"Júlio de Mesquita Filho"

Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Câmpus de Rio Claro

ANA CAROLINA FAUSTINO

"COMO VOCÊ CHEGOU A ESSE RESULTADO?": O DIÁLOGO NAS
AULAS DE MATEMÁTICA DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL

Tese de Doutorado apresentada a comissão
examinadora, como parte dos requisitos para
defesa e obtenção do título de Doutor em
Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Ole Skovsmose

Rio Claro - SP

2018

F268" Faustino, Ana Carolina
"Como você chegou a esse resultado?" : o diálogo nas aulas de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental / Ana Carolina Faustino. -- Rio Claro, 2018
232 p.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro
Orientador: Ole Skovsmose

1. Diálogo. 2. Ensino e aprendizagem. 3. Educação Matemática Crítica. 4. Educação Matemática. 5. Anos Iniciais. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

Ana Carolina Faustino

**"Como você chegou a esse resultado?": o diálogo nas aulas de
matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental**

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática, sob orientação do Prof. Dr. Ole Skovsmose

Comissão examinadora:

Prof. Dr. Ole Skovsmose - Orientador
Universidade de Aalborg - Dinamarca

Profa. Dra. Jackeline Rodrigues Mendes
FE/UNICAMP/Campinas (SP)

Prof. Dr. Patrícia Rosana Linardi
UNIFESP/Diadema (SP)

Profa. Dra. Raquel Milani
FURG/Santo Antônio da Patrulha (RS)

Prof(a). Dr(a). Roger Miarka
IGCE/UNESP/Rio Claro (SP)

Conceito: APROVADO.

Rio Claro/SP, 20 de dezembro de 2018.

Dedico à Maria Júlia, que não me deixa esquecer a criança que existe em mim.
Aos meus pais, Jandira e Francisco.

AGRADECIMENTOS

À minha mãe e ao meu pai que, com seu carinho, amor, dedicação e incentivo me ensinaram que sempre há algo novo a aprender. Às minhas irmãs e à minha sobrinha Maria Júlia, que tornavam cada volta para São Carlos especial e deixaram meus dias coloridos.

A toda a minha família querida, que sempre me acompanhou em todos os momentos da graduação, do mestrado e do doutorado, por torcerem e por vibrarem comigo a cada conquista!

Ao meu namorado e amigo Andrea Chironna, obrigada pelo amor e pela dedicação.

Meu especial agradecimento ao meu orientador, Ole Skovsmose, que, em cada reunião de orientação, me ensinou, por meio de sua atitude humilde e extremamente sábia, o que era diálogo. Por expressar em todos os momentos, uma postura ética, uma coerência entre seus escritos e suas atitudes, o que só fez minha admiração crescer. E, finalmente, por sempre acreditar em mim, ampliar meus horizontes futuros.

Ao professor Arthur Powell, pelo carinho, amizade e orientação durante o estágio de doutorado no exterior realizado na Rutgers University - Faculty of arts and sciences - Department of Urban Education, Newark , Estados Unidos.

Ao "grupo da padaria": Amanda Queiroz Moura, Célia Roncato, Daniela Alves Soares, Débora Vireira, Denival Biotto Filho, Denner Dias Barros, Guilherme Henrique Gomes, João Luiz Muzinatti, Raquel Milani, Renato Marcone. Meus irmãos de orientação que, com sua presença, tornaram esse caminho mais prazeroso e contribuíram imensamente para esta pesquisa com seus comentários e sugestões.

Aos participantes do Grupo Épura, em especial Ana Ferro, Eloísa Silva, Íria Bonfim Gaviolli, Matheus Pereira Scagion, Natalia Oliveira e Miriam Godoy Penteado, que enriqueceram minha pesquisa com suas sugestões.

Aos participantes do grupo de estudos sobre Paulo Freire coordenado por Régis Forner. Foi muito bom dialogar e aprender com vocês.

Ao João Pedro Antunes de Paulo, João Luiz Muzinatti e Denner Dias Barros por aceitarem o desafio de atuarem como personagens em uma dramatização do último capítulo desta tese.

Ao Gustavo Barbosa, Islenis Carolina Botello Cuvides e Ceres Maria Borelli pelos preciosos comentários e sugestões.

Aos amigos queridos, que vêm me acompanhando e compartilhando momentos especiais.

A Vanessa Cristina Giroto Nery, Lilian Maria de Medeiros, Juliana Franzi, Francisca de Lima Constantino, Elenir Regina Cavelani Basílio, Vanessa Gabassa, Danitza Diandeiras da Silva e Debora Monteiro Amaral pelas ricas interações que se iniciaram na graduação em Licenciatura em Pedagogia e que levarei para toda a vida. Nossos diálogos no centro acadêmico, no palquinho e, em geral, na UFSCar tinham em comum a indignação com a injustiça social e a luta por uma sociedade mais democrática. Tem sido muito bom sonhar e lutar com vocês!

À Karolyn Bruna Reis Henrique, Thalita Duarte, Vanessa Giroto, Vanessa Zulueta, Juliana Nonato, Bruna Carla Casali e Tatiane Carvalho, pelo suporte e pela amizade.

Aos queridos José Milton Lopes, Luiz Carlos Leal Júnior, Alexsandro Coelho, Miliam Ferreira, Bruno Leite, Juliana Martins, Egídio Rodrigues Martins e Francisca Maria da Cunha, pelo companheirismo, pelas discussões e pelo apoio durante o doutorado. Foi muito bom aprender e crescer junto com vocês nesses quatro anos.

A Silvia Cascardo, Cesar Cascardo, Ana Paula Garcia Franzon e Bruna Moustapha Corrêa, amigos que fiz durante o estágio de doutorado no exterior.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Unesp, por contribuírem para a minha formação como pesquisadora. À querida Inajara, secretária do Programa de Pós-Graduação, por sempre nos receber com tanto carinho.

Sou imensamente grata às professoras e à toda equipe da escola, que nos receberam com tanto carinho e confiança durante a realização desta pesquisa. Às crianças que, desde o primeiro

momento, nos abraçaram e com as quais aprendemos durante todo o percurso.

À banca examinadora: Patricia Linardi, Raquel Milani, Roger Miarka e Jackeline Rodrigues Mendes pelas ricas leituras e contribuições.

A Capes, por criar as condições para que eu pudesse desenvolver este trabalho durante quatro anos. O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

A Deus, por me propiciar a saúde necessária para ter sonhos e realizá-los.

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo compreender como as professoras e os estudantes colocam o diálogo em ação nas aulas de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, buscando, assim, identificar elementos que favorecem a construção de uma aula de matemática dialógica. A questão norteadora da pesquisa traduz-se por: "*De que modo o diálogo é colocado em ação nas aulas de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental?*". O referencial teórico para esta pesquisa se pautou nas perspectivas de diálogo de Paulo Freire, no campo da Educação, e de Helle Alrø e Ole Skovsmose, no campo da Educação Matemática. Centrada em uma abordagem qualitativa, esta pesquisa teve como contexto de produção dos dados duas salas de aula dos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública do interior de São Paulo, mais especificamente uma sala do terceiro ano e uma do quinto ano. Os participantes da pesquisa são as professoras em interação com os estudantes. A turma do terceiro ano era composta por 28 crianças entre oito e nove anos de idade. O quinto ano possuía 26 crianças entre nove e onze anos de idade. O critério inicial de escolha das professoras participantes da pesquisa foi a disponibilidade de ambas em discutir os textos e desenvolver as atividades na sala de aula, e, com este propósito, suas aulas foram acompanhadas durante um semestre, considerando-se também a disponibilidade da escola. Os dados foram produzidos com a utilização do diário de campo, de audiogravações e de videogravações dos diálogos estabelecidos durante as aulas de matemática, os quais auxiliaram na produção dos contos elaborados pela pesquisadora. Os resultados deste estudo trazem evidências da emergência de dois padrões de comunicação entre as professoras e os estudantes dos anos iniciais: o padrão "sanduíche" de comunicação e o diálogo. A forma como o ambiente de aprendizagem é organizado condiciona como a comunicação é colocada em ação. Um ensino e uma aprendizagem, centralizados na figura do professor, condicionam o surgimento do padrão "sanduíche" de comunicação. Considera-se que ambientes de aprendizagem mais abertos, como, por exemplo, ambientes de trabalho com projetos, podem favorecer a emergência do diálogo. A comunicação estabelecida entre os estudantes e as professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental pode ser caracterizada como dialógico por possuir aspectos como: *envolver investigações, apresentar argumentos, estar engajados, correr riscos, manter a igualdade*. Também há evidências da presença dos atos dialógicos: *estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar*. O diálogo pode favorecer a emergência de significados e ideias tornando-se fonte para o ensino e a aprendizagem de matemática; pode abrir espaço para que crianças se compreendam como seres humanos que produzem cultura e conhecimento, compartilhem diferentes perspectivas, apresentem argumentos para justificar suas perspectivas e cooperem entre si durante a aprendizagem da matemática.

Palavras-chave: Diálogo. Ensino e Aprendizagem. Educação Matemática Crítica. Educação Matemática. Anos Iniciais.

ABSTRACT

The research herein aims to understand how teachers and students put dialogue into action in the mathematics classes of the early years of Elementary School in order to identify elements that favor the construction of a dialogic mathematics class. The guiding question of the research is: "How is dialogue put into action in the mathematics classes of the early years of Elementary School?" The theoretical reference for this research is based on both Paulo Freire's dialogue perspectives in the field of Education and Helle Alrø and Ole Skovsmose's perspectives in the field of Mathematics Education. As it is focused on a qualitative approach, the research had two classrooms of the early years of the Elementary School of a public school in the countryside of Sao Paulo as the context for data production, more specifically a third-year group and a fifth-year group. The participants in the research are the teachers in interaction with the students. The third-year group consisted of 28 children who are between eight and nine years old. The fifth-year group had 26 children between nine and eleven years old. The first criterion in the choice of the teachers who participated in the research was their availability to discuss the texts and to develop the activities in the classroom. In this sense, also considering the availability of the school, their classes were observed during a whole semester. The data were collected by using a field diary as well as audio recordings and video recordings of the dialogues established during the mathematics classes, which assisted with the short stories produced by the researcher. The results of this study provide evidence of the emergence of two communication patterns between teachers and students of the early years of Elementary School: the "sandwich" pattern of communication and the dialogue. The way the learning environment is organized determines how the communication process will take place. The teaching and learning process which is focused on the teacher figure favors the emergence of the "sandwich" pattern of communication. We believe that more open learning environments, such as work environments based on projects, can favor the emergence of dialogue. The process of communication established between the students and the teachers of the early years of Elementary Education can be characterized as dialogic because it has aspects such as: involve investigations, present arguments, be engaged, take risks and maintain equity. There is also evidence of the presence of dialogic acts: *getting in contact, locating, identifying, advocating, thinking aloud, reformulating, challenging, and evaluating*. Dialogue can favor the emergence of meanings and ideas and it becomes a source for teaching and learning mathematics; it can also give room for children to perceive themselves as human beings who produce culture and knowledge, share different perspectives, present arguments to justify their perspectives and cooperate with each other during the learning process of mathematics.

Key words: Dialogue. Teaching and Learning. Critical Mathematics Education. Mathematics Education. Early Years.

RESUMEN

Esta investigación tiene como objetivo comprender cómo las profesoras y los estudiantes colocan el diálogo en acción en las clases de matemáticas de los años iniciales de Enseñanza Fundamental, buscando así identificar elementos que favorezcan la construcción de una clase de matemáticas dialógica. La pregunta guía de la investigación se traduce por: “¿de qué modo el diálogo es colocado en acción en las clases de matemáticas de los años iniciales de Enseñanza Fundamental? Como referencia teórica para esta investigación nos fijamos en las perspectivas del diálogo de Paulo Freire, en el campo de Educación, y de Helle Alrø y Ole Skovsmose, en el campo de la educación matemática. Centrada en un abordaje cualitativo, esta investigación tuvo como contexto de producción de los datos las clases de matemáticas de los años iniciales de Enseñanza Fundamental de una escuela pública del interior de Sao Paulo más específicamente, en un salón de tercer año y en otro de quinto año. Los participantes de la investigación son las profesoras en interacción con los estudiantes. La clase de tercer año era compuesta por 28 alumnos entre los 8 y 9 años de edad. El grupo de quinto año tenía 26 alumnos entre los 9 y los 11 años de edad. El criterio inicial para la selección de las profesoras participantes de la investigación fue la disponibilidad de ambas para la discusión y el desarrollo de actividades en el salón de clases, y con este propósito, sus aulas fueron acompañadas durante un semestre, considerándose también la disponibilidad de la escuela. Los datos fueron producidos con la utilización del diario de campo, audiograbaciones y videograbaciones de los diálogos establecidos durante las clases de matemáticas, los cuales auxiliaron en la producción de los cuentos elaborados por la investigadora. Los resultados de este estudio proporcionan evidencia de la emersión de dos patrones de comunicación entre las profesoras y los estudiantes de los años iniciales: el patrón “sándwich” de comunicación y el diálogo. La forma en que el ambiente de aprendizaje es organizado condiciona como el proceso de comunicación será colocado en acción. Un proceso de enseñanza y aprendizaje enfocado en la figura del profesor condiciona el surgimiento del patrón “sándwich” de comunicación. Consideramos que los ambientes de aprendizaje más abiertos, como por ejemplo, ambientes de trabajo con proyectos pueden favorecer la emersión del diálogo. El proceso de comunicación establecido entre los estudiantes y las profesoras de los años iniciales de Enseñanza Fundamental puede ser caracterizado como dialógico por poseer aspectos como: involucrar investigaciones, presentar argumentos, estar comprometidos, correr riesgos, mantener la igualdad. También hay evidencias de la presencia de los actos dialógicos: establecer contacto, percibir, reconocer, posicionarse, pensar alto, reformular, desafiar y evaluar. El diálogo puede favorecer la aparición de significados e ideas volviéndose fuentes para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática; puede abrir espacios para que los niños comprendan cómo los seres humanos que producen cultura y conocimiento, comparten diferentes perspectivas, presentando argumentos para justificar sus perspectivas y cooperando entre sí durante el proceso de aprendizaje de la matemática.

Palabras Clave: Diálogo. Enseñanza y Aprendizaje. Educación Matemática Crítica. Educación Matemática. Años Iniciales

"A exigência que Auschwitz não se repita é a primeira de todas para a educação. [...] Qualquer debate acerca de metas educacionais carece de significado e importância frente a essa meta: que Auschwitz não se repita".

(Theodor Adorno)

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	9
1.1 VIÇÕES DE MUNDO : o diálogo como compartilhamento de diferentes visões de mundo	11
1.2 O compartilhamento de visões de mundo na sala de aula	15
1.3 O diálogo como construção de novas visões de mundo	17
1.4 Estrutura da tese	19

PARTE 1: DIÁLOGO

2 Sócrates ou do diálogo	23
3 DIÁLOGO EM PAULO FREIRE: possibilidade de "dizer" e de pronunciar o mundo	40
3.1 Diálogo e educação.....	41
3.2 Diálogo e democracia	43
3.3 Diálogo e tolerância.....	45
3.4 Diálogo e seus elementos constitutivos	46
3.5 Diálogo e conhecimento	51
3.6 Diálogo e a criança	53
3.7 Paulo Freire e a Educação Matemática.....	56
3.8 Educação matemática: domesticação x libertação	59
4. DIÁLOGO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	66
4.1 Diálogo: um possível caminho para a aprendizagem crítica da matemática	70
4.2 Intencionalidade	75
4.3 Trabalho com projeto na perspectiva da Educação Matemática Crítica	77
4.4 Considerações	80

PARTE 2: DIÁLOGO, EPISTEMOLOGIA E METODOLOGIA

5 PERCURSOS DA PESQUISA.....	85
5.1 Procedimentos metodológicos	85
5.2 Metodologia	87
5.3 Cenário da pesquisa	88
5.3.1 Projeto Meio Ambiente e Matemática	89
5.4 Registro dos dados.....	91
5.4.1 Vídeos na produção de dados e a complexidade do diálogo	91
5.5 Análise dos vídeos e áudios e apresentação dos dados	96
5.5.1 Contos: a apresentação dos dados.....	97
5.5.2 Análise do áudio e vídeo	98

*PARTE 3: DIÁLOGO E CRIANÇA: de dentro da sala de aula de
matemática*

6 DIÁLOGO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: o diálogo no terceiro ano do ensino fundamental.....	106
6.1 Estimando comprimentos	109
6.2 Diálogo, conversa e suas especificidades	114
6.3 Diálogo nas aulas de matemática dos anos iniciais	118
6.4 Considerações finais	123
Referências	124
7 INTERAÇÃO ENTRE PROFESSOR E ESTUDANTE NAS AULAS DE MATEMÁTICA: o padrão "sanduíche" de comunicação.....	126
7.1 Depende do ângulo que você olha.....	128
7.2 Especificidades da interação na sala de aula.....	134
7.3 Análise dos dados.....	138
7.4 Considerações finais	144
Referências	146
8 DIÁLOGO ENTRE CRIANÇAS: investigando a presença dos atos dialógicos	148
8.1 Filmando o mundo: quanto eu gasto de água diariamente?.....	149
8.2 Diálogo	156
8.3 Atos dialógicos.....	160
8.4 Considerações finais	165
Referências	165
9 DIÁLOGO, EQUIDADE E DIVERSIDADE	166
9.1 O que é Equidade?.....	167
9.2 De mãos dadas com a matemática e com o meio ambiente.....	171
9.3 Equidade na sala de aula	175
Referências	178
10 DIALOGIC AND NON-DIALOGIC ACTS IN LEARNING MATHEMATICS	181
10.1 Dialogue and learning.....	183
10.2 Dialogic acts.....	184
10.3 Non-dialogic acts.....	186
10.4 First Episode: My Elbow is hurting!	187
10.5 Second Episode: He does not even know what he is talking about!	189
10.6 Summarising	193
References.....	195
CONCLUSÃO	197
Referências	213
REFERÊNCIAS	215

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 - O que você vê?	12
Figura 2 - Zooming-in e zooming-out.....	76
Figura 3 - Caminhos da pesquisa.....	85
Figura 4 - Projeto Meio Ambiente e Matemática	105
Figura 5 - Leitura Quem vai ficar com o Pêssego?.....	109
Figura 6- Estimando.....	114
Figura 7- Representação geométrica do ângulo.	129
Figura 8 - Quantidade de água que utilizo	149

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Resoluções que embasaram o diálogo.....	16
Quadro 2 - Trecho do conto Estimando Cumprimentos com destaque de um incidente crítico	99
Quadro 3 - Temas construídos a partir dos contos	102

1 INTRODUÇÃO

De que modo o diálogo se manifesta quando crianças e professores interagem nas aulas de matemática? Essa pergunta, que aguçava a minha curiosidade, interrogava minha prática pedagógica e que me tem acompanhado, resultou, entre outras coisas, do meu *background*.

Minha formação em licenciatura em Pedagogia na Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) possibilitou que eu compreendesse as fortes relações entre educação e sociedade e me aproximou de autores que, cientes dos processos de exclusão e inclusão, de libertação e domesticação que podem ter parte no processo educativo, acreditam, ainda assim, que a educação pode contribuir para a construção de uma sociedade mais justa e democrática. Foi durante este período que tive a oportunidade de entrar em contato com algumas das obras de Paulo Freire, cujas ideias realmente tinham consonância com a minha forma de compreender o mundo. Meu contato com a perspectiva freiriana cresceu, se reafirmou e continua iluminando as minhas reflexões.

Fui da graduação para a vívida e conflituosa sala de aula: comecei a lecionar como professora efetiva nos anos iniciais em escolas públicas do estado de São Paulo e, posteriormente, como professora efetiva da rede municipal de São Carlos; primeiramente na educação infantil e, em seguida, nos anos iniciais. Os estudantes alegravam meus dias, eu amava trabalhar com eles: elaborar livros com suas histórias, montar peças de teatro e nos aventurar com a matemática. A sala de aula era um ambiente de alegria e de desafio. Um desafio diário de manter a coerência entre um ideal de busca por uma sociedade mais justa e atuar na concretude da escola pública com uma prática pedagógica que também contribuísse para esse fim, inclusive nas aulas de matemática.

Desde pequena tive uma excelente relação com a disciplina de matemática e, no momento em que passei a ser professora, me dedicava a fazer com que meus estudantes também se apaixonassem por ela. Minha prática de sala de aula nesta disciplina foi me gerando indagações sobre o processo de ensinar e aprender.

A alfabetização, era claro, tinha seu lugar na construção de uma sociedade mais justa. Mas não era tão óbvio assim o papel da Educação Matemática nesta construção. Cursei, então, o mestrado em Educação na Linha de Educação Matemática na UFSCar, trabalho que resultou na dissertação "Elementos da Proposta Freiriana em Práticas Docentes de Professoras dos Anos Iniciais em um Ambiente de Resolução de Problemas Matemáticos". Durante a referida pesquisa, investigamos que elementos da proposta freiriana estavam presentes nas

práticas docentes de duas professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, em um ambiente de resolução de problemas matemáticos.

Os resultados deste estudo trazem alguns indícios da relação entre a comunicação estabelecida entre o professor e os estudantes e a aprendizagem dos conceitos matemáticos por parte das crianças. Essa relação de influências da comunicação e da aquisição de conhecimentos despertou o interesse em pesquisar com mais profundidade a relação entre o diálogo estabelecido por professores e estudantes e o seu impacto na aprendizagem dos conteúdos de matemática.

Durante esses dois anos de estudos, também criei um forte laço com uma perspectiva da Educação Matemática, a qual tinha como preocupação que a matemática contribuísse para a construção de uma sociedade mais justa e democrática, para a leitura e a escrita do mundo: a Educação Matemática Crítica. Esta pode ser compreendida em termos de preocupações em relação à Educação Matemática, as quais podem ser expressas por conceitos como matemacia e diálogo. Essa perspectiva crítica possibilitou-me refletir sobre o campo da Educação Matemática e seu significado.

Para mim, a matemática é uma atividade humana com temporalidade e historicidade. Ela está intimamente ligada com a educação e com a sociedade, e seu processo de ensino e aprendizagem também deve buscar caminhos para que essas conexões sejam estabelecidas na escola (GREER, 2009). A Educação Matemática não é neutra, ela é um ato político. Está situada em um período histórico, político e econômico. Todo conhecimento, inclusive o matemático, deve constituir-se em objeto da reflexão crítica.

Há uma incerteza em relação aos fins da Educação Matemática. Ela pode contribuir para a justiça social e o fortalecimento da democracia, mas também pode contribuir para a domesticação dos estudantes e o aprofundamento das desigualdades sociais (SKOVSMOSE, 2001). Assim, é essencial analisar de maneira crítica a forma como a Educação Matemática entra em ação nas salas de aulas das escolas.

Todas as crianças têm potencial e direito de aprender matemática. Esta pode contribuir para que os seres humanos possam interpretar o mundo e modificá-lo, para que os estudantes identifiquem situações de opressão e possam intervir (GUTSTEIN, 2006). Assim, a Educação Matemática pode ser mobilizada a fim de que os estudantes possam identificar problemas universais como, por exemplo, problemas ambientais, e possam atuar no sentido de encontrar possíveis caminhos para resolvê-los (D'AMBROSIO, 1998a, 2005a, 2017). Todas essas reflexões fizeram com que eu escolhesse a Educação Matemática como campo de estudo.

Quando terminei o mestrado, voltei à sala de aula por um ano. Concomitantemente,

atuei como formadora no Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), coordenado pela UFSCar/São Carlos. Todas as reflexões geradas nesse espaço de formação, juntamente com as que eu havia feito durante o mestrado, tiveram influência em minha prática. O diálogo com meus estudantes fortalecia-se. Assim, minha prática de sala de aula só fez aumentar os laços que eu tinha com as perspectivas dialógicas. O diálogo na sala de aula tornava-se, assim, uma possibilidade de interagir com meus estudantes de forma democrática, de aprender os conteúdos matemáticos a partir de uma relação que colaborasse para que todos os participantes do processo educativo aprendessem a argumentar, a ouvir, a aprender com as diferenças, a respeitar, a tolerar e a contribuir para que os outros também aprendessem.

A interação na sala de aula se concretizava em uma possibilidade para construir relações com os estudantes que contribuíssem para a construção de uma sociedade mais justa. Um professor pode comunicar-se com seus estudantes de forma autoritária e “enchê-los” de saber, de regras da matemática, dos algoritmos. Mas pode, também, dialogar para que leiam e escrevam o mundo com matemática. O diálogo tornou-se, assim, o objeto de estudo de meu projeto de pesquisa e, conseqüentemente, desta tese.

Em 2015, tive a grata surpresa de ingressar no doutorado em Educação Matemática na Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, sob orientação do professor Ole Skovsmose, um dos principais referenciais teóricos da Educação Matemática Crítica, que tem o diálogo como uma de suas preocupações fundamentais. No final de 2014, o resultado da seleção para o doutorado já havia sido publicado, e eu comecei a frequentar as reuniões de orientação em grupo com meu orientador: o grupo da padaria.¹ Neste período, eu ainda lecionava e minha prática gerava indagações que eu podia discutir com o grupo.

Na próxima seção, será abordada a perspectiva de diálogo com que cheguei ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, na Unesp.

1.1 O MUNDO DE CADA UM DE NÓS: o diálogo como compartilhamento de diferentes visões de mundo

Ingressei no doutorado com uma visão de diálogo perpassada pelas seguintes indagações: O que é diálogo? Qual a função do diálogo na sala de aula? Quando estou em diálogo com meus estudantes? Qual a função do diálogo nas aulas de matemática dos anos

¹ As reuniões de orientação eram realizadas em uma agradável padaria de Rio Claro, por isso o grupo ganhou esse nome.

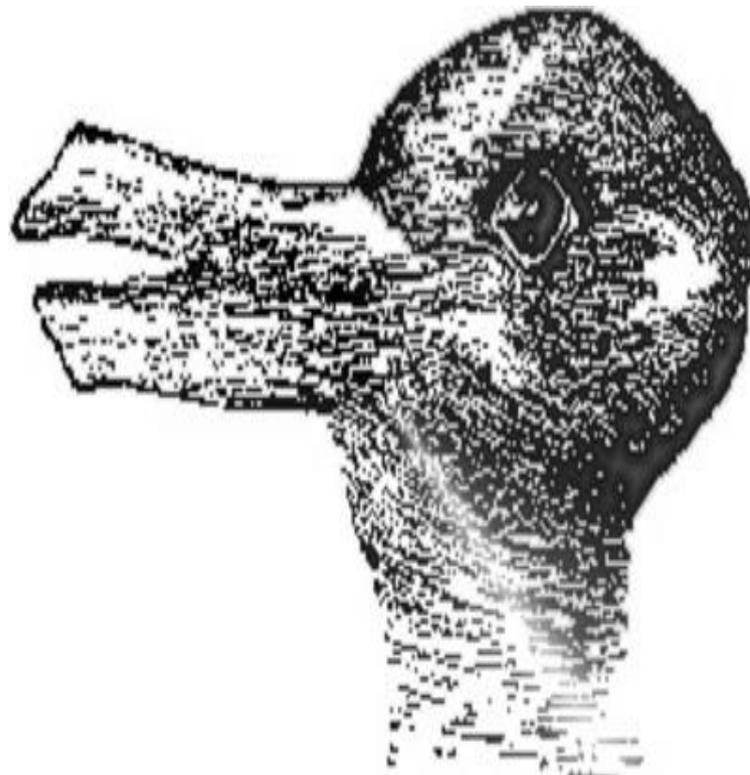
iniciais do Ensino Fundamental? Quais elementos contribuem para a construção de uma aula de matemática dialógica nos anos iniciais? De que maneira o professor pode interagir com as crianças para que elas passem a associar aprendizagem matemática e diálogo? Quais elementos contribuem para que as crianças compreendam a diferença entre a conversa e o diálogo? De que forma o professor pode contribuir para que as crianças relacionem aprendizagem matemática ao trabalho em grupo?

Buscando discorrer sobre alguns dos questionamentos mencionados, considera-se o diálogo como o compartilhamento de visões sobre o mundo. Assim, *dialogar é aprender*. Aprender a perspectiva de mundo que o outro tem sobre o objeto cognoscível.

A presença de mais de um ser humano buscando conhecer algo implica em singularidade de visões de mundo. Se, por exemplo, trinta e cinco crianças olharem para o mesmo objeto cognoscível, possivelmente serão obtidas trinta e cinco visões de mundo singulares sobre este objeto.

Nesse sentido, o diálogo se concretiza como possibilidade de compreender qual a visão de mundo que outro ser humano tem sobre o objeto que está sendo conhecido. Para elucidar esse argumento, convido o leitor a observar a figura abaixo e responder a seguinte indagação: O que você vê?

Figura 1- O que você vê?



Fonte: J. JASTROW (1900 In: FOUREZ,1995).

Algumas possíveis respostas seriam: "Eu vejo um pato" ou "Eu vejo o desenho de um pato". Outras possíveis respostas: "Vejo um coelho" ou "Vejo a ilustração de um coelho", "Vejo a representação de um coelho". Ou ainda se poderia obter como respostas: "Eu vejo um pato e um coelho" ou "Vejo a representação de um pato e de um coelho". O leitor poderia elencar outras possíveis respostas além destas. Essa figura condiciona a visão de um pato e de um coelho, porém esse condicionamento não determina que o observador veja necessariamente ambos.

A diferença de olhares não ocorre somente em figuras como essa, mas possivelmente com todas as coisas que se estuda. Cada ser humano olha para o objeto cognoscível a partir das lentes de suas experiências pessoais, as quais são singulares. Freire, em *Pedagogia do Oprimido* (2014a², p. 120), ressalta que "temos de estar convencidos de que a sua visão do mundo, que se manifesta nas várias formas de sua ação, reflete a sua situação no mundo, em que se constitui".

Minha visão de mundo, por exemplo, é perpassada pelo contexto histórico e cultural de 1983, ano em que nasci: Brasil, meu país; sexo feminino; aulas de ballet; aulas de piano; aluna da escola pública; aluna bolsista em escola particular; graduação em Pedagogia. Enquanto enumero minhas experiências, o leitor pode enumerar as suas e perceber quão importantes elas são para o modo como compreende o mundo.

A visão de mundo expressa o modo como cada ser humano compreende a realidade, e essa forma singular com que cada um lê o mundo está intimamente ligada ao *background*, às experiências que cada um vivenciou, e ao *foreground*, horizontes futuros de cada um. Considerar as visões de mundo dos estudantes é possibilitar que elas se tornem fontes de aprendizagem durante o diálogo. Na obra *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*, Alrø e Skovsmose (2004)³ ensinam que as perspectivas dos estudantes podem ser fontes de significados e de aprendizagem, ressaltando a importância de professores e estudantes compartilharem suas perspectivas. Segundo Alrø e Skovsmose (2004, p.29), "a perspectiva é decisiva das coisas que um indivíduo opta por ver, ouvir e compreender numa conversa, e se manifesta através do nosso uso da linguagem, nas coisas sobre as quais escolhemos conversar e na forma como entendemos uns aos outros" (tradução nossa).⁴

² Foi indicada aqui a data da publicação consultada. A publicação original desta obra data de 1968.

³ A publicação original desta obra é de 2002.

⁴ [...] the perspective is decisive of the things one chooses to see, to hear, and to understand in a conversation,

Os seres humanos entram em diálogo quando compartilham suas visões de mundo, buscam compreender a visão do outro, percebem diferenças entre essas visões, argumentam a favor de seu olhar, escutam a argumentação dos outros, modificam ou confirmam seus olhares iniciais. O diálogo nas salas de aula dos anos iniciais do Ensino Fundamental se justifica quando se auspicia uma educação que objetive a humanização e o desenvolvimento de competências democráticas. Para tanto, é essencial que as crianças vivenciem processos educativos humanizadores, democráticos e igualitários. Assim, um caminho para uma educação humanizadora é o diálogo (FREIRE, 1959). Os participantes de uma aula dialógica se encontram para compartilhar suas visões de mundo e, ao apresentar uma postura dialógica, colocam-se em *escuta ativa* (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, 2010) para compreender a visão de mundo do outro.

Para mim, nas aulas de matemática dos anos iniciais, o diálogo consiste no compartilhamento de diferentes visões em relação ao objeto a ser estudado. Tal objeto pode constituir-se de um problema matemático, da interpretação ou construção de um gráfico, dos procedimentos algoritmos, de jogos, da investigação matemática, entre outros. O diálogo se concretiza como possibilidade de compreender qual a visão de mundo que outro ser humano tem sobre o objeto matemático.

Ao longo de minha prática de sala de aula nos anos iniciais do Ensino Fundamental, percebi que, durante as aulas de matemática tradicionais, muitas vezes há uma postura de inaudição em relação às visões de mundo dos estudantes. Como já ensinava Freire (1967, p.97), "ditamos ideias. Não trocamos ideias. Discursamos aulas. Não debatemos ou discutimos temas. Trabalhamos sobre o educando. Não trabalhamos com ele". As aulas tradicionais de matemática vão ao mesmo sentido. A visão de mundo do professor contém a verdade matemática.

ESPERA.

ELAS MUITAS VEZES VÃO AO SENTIDO CONTRÁRIO DO QUE O PROFESSOR
NO SILÊNCIO DOS ESTUDANTES ENCLAUSTRAM-SE SUAS VISÕES DE MUNDO.

Aqueles que se atrevem a falar, geralmente, não expressam sua visão de mundo, mas repetem parte das falas dos professores. Esses são ouvidos apenas quando repetem tais falas, e essas enunciações de "papagaio" são interpretadas por alguns professores como o resultado da aprendizagem.

A comunicação é pautada na explicação dos conceitos matemáticos. As crianças

prestam atenção na explicação do professor e, em seguida, resolvem os exercícios em silêncio. O fazer matemático para elas está associado ao treino individual. Há ainda crianças que ouvem a explicação do professor e, no momento de realizar as atividades, não o fazem: passam a conversar, falam sobre outros assuntos que não a matemática, e ainda há aqueles que simplesmente se calam e se recusam a realizar as tarefas matemáticas.

1.2 O compartilhamento de visões de mundo na sala de aula

Durante o período em que lecionei em escolas públicas dos anos iniciais do Ensino Fundamental, eu busquei criar um ambiente em sala de aula em que as crianças tivessem oportunidades para perceber que o fazer matemático pode estar associado ao silêncio, mas também às vozes do diálogo em torno da matemática. A partir de minha interação com as crianças, era necessário que elas compreendessem que não precisavam ficar caladas, podiam se comunicar, mas esse comunicar não era sobre qualquer assunto. Podíamos dialogar sobre matemática, sobre o raciocínio matemático que estavam desenvolvendo, sobre as estratégias de resolução que estavam utilizando, sobre as dúvidas que tinham em relação ao fazer matemática.

Ao olhar para as produções matemáticas das crianças, eu pretendia compreender os caminhos que elas utilizaram, independentemente se o resultado estava "correto" ou "incorreto", de terem utilizado significados matemáticos ou não matemáticos. Pode-se considerar que, quando o professor aprende a visão de mundo da criança, ele potencializa suas intervenções. Isso não quer dizer que o professor deixava de corrigir as atividades das crianças, mas que a correção era compreendida como um processo em que as produções matemáticas são revisitadas para que este possa dialogar com as crianças sobre elas. Ao buscar compreender a visão de mundo dos estudantes, o professor ensina e aprende. Aprende o ponto de vista das crianças e, ao mesmo tempo, ensina, por meio do exemplo, a importância de ouvir de forma cuidadosa o caminho matemático que o outro percorreu, criando, assim, possibilidades para que o estudante aprenda a argumentar.

Em uma das aulas, pedi às crianças que fizessem como tarefa de casa a subtração 25 de 230 (230-25) e que, ao lado da resolução, registrassem por escrito os caminhos que utilizaram como se estivessem elaborando um texto para alguém que não sabia como fazer a conta. A segunda parte da tarefa consistia em uma pesquisa com uma das pessoas que moravam com elas. O familiar precisava resolver a subtração 230-25 e explicar para a criança

como fez e a criança deveria anotar. No dia seguinte, as crianças trouxeram consigo diferentes respostas conforme Quadro 1.

Quadro 1- Resoluções que embasaram o diálogo

(1) $230 - 25 = 205$	(2) $\begin{array}{r} 2\cancel{3}0 \\ -25 \\ \hline 205 \end{array}$	(3) $\begin{array}{r} 2\cancel{3}0 \\ -25 \\ \hline 205 \end{array}$	(4) $\begin{array}{r} 230 \\ -25 \\ \hline 205 \end{array}$ $25+5+200$
----------------------	--	--	--

Fonte: Elaborado pela autora

Diante dos resultados apresentados, houve um diálogo sobre a forma como as crianças e seus entrevistados haviam utilizado para resolver a subtração. Na resolução (1) foi utilizado o cálculo mental, sem "armar" a conta. Tanto na resolução (2) como na (3) foi utilizado o algoritmo da subtração. Foi utilizado o algoritmo da troca entre as ordens, em que se trocou uma dezena por 10 unidades e esta foi incorporada na ordem das unidades, possibilitando a subtração.

Na resolução (3), foi utilizado o algoritmo da compensação, anotando-se o (1) ao lado do 0, o que significa que 10 unidades foram "adicionadas" ao zero, que ocupava a ordem das unidades. Ao se fazer isso, mentalmente adicionou-se 1 dezena às duas dezenas do 25, possibilitando, então, realizar a subtração. Algumas delas não conheciam o método da subtração por compensação e explicitaram que não haviam entendido a explicação dos familiares. Sendo assim, uma das crianças que havia compreendido o algoritmo foi à lousa e, com o meu auxílio, explicou esta opção aos colegas da turma.

A resolução (4) foi explicitada por mim, depois de ressaltar que havia, ainda, outras formas possíveis de se resolver o exercício. Utilizei a decomposição do número 230, fazendo com que uma das parcelas fosse igual a 25 a fim de facilitar a subtração (risquei os valores iguais ao subtraendo). O que sobrou, eu "juntei" e resultou em 205.

Esta tarefa possibilitou que as crianças percebessem que havia diversos caminhos para resolver o mesmo exercício, ou seja, que poderiam escolher a forma mais adequada para utilizar. Além disso, foi possível que as crianças dialogassem sobre a matemática, estabelecessem relações entre as características do sistema de numeração decimal e a resolução do algoritmo da subtração. Ainda, perceberam que a visão de mundo delas sobre a

subtração não era "a única", "a verdadeira", mas "uma das" formas, ou "um dos" possíveis caminhos.

O engajamento das crianças foi se estabelecendo diariamente. Uns mais timidamente, outros se permitiram me fazer convites. Li com as crianças o texto "Tormento não tem idade" de Scliar (2002). Minha proposição era trabalhar com interpretação a partir de um texto presente no livro didático ao qual todos tinham fácil acesso. No texto, a personagem principal argumenta com sua mãe que não quer ir dormir na casa do amigo que a havia convidado. Terminada a leitura, uma das estudantes levantou a mão e disse: "Professora, eu não concordo com a personagem, eu adoro dormir na casa dos colegas. Acho que devemos fazer uma pesquisa na escola para ver se tem mais crianças que gostam de dormir fora de casa ou em casa." Então, eu aceitei o convite da estudante, e perguntei a eles como seria feita a pesquisa. Aqui não será descrito como se desenvolveu a pesquisa, pois o que merece destacar é que, naquele momento, eu sorri. As crianças estavam começando a se interessar em conhecer a visão de mundo dos outros estudantes e propondo utilizar a matemática para organizar e interpretar os dados.

Elas perceberam que podiam expressar suas visões de mundo até o ponto de me fazerem convites para aprender. Elas estavam se engajando no diálogo. Na sala de aula, *o diálogo se concretiza como possibilidade de compreender qual a visão de mundo que o outro possui em relação ao objeto de conhecimento, ao fazer matemático. Há também, a possibilidade de sairmos modificados das aulas, com novas visões de mundo.* Na próxima seção, será abordada a perspectiva de diálogo como construção de novas visões de mundo.

1.3 O diálogo como construção de novas visões de mundo

O compartilhamento de diferentes visões de mundo sobre o objeto de estudo pode propiciar a construção de novas visões sobre o objeto em questão. O diálogo pode ser compreendido, também, como possibilidade de construção destas novas visões de mundo, o que denota sua potencialidade no processo educativo ao se relacionar diretamente com a possibilidade de gerar aprendizagem. Aprender algo novo a partir de uma interação dialógica é um ponto comum nas teorizações de Freire e Shor (1986), Milani (2015), Bohm (1986) e Alrø e Skovsmose (2004, 2010).

A possibilidade de mudança alicerça-se no inacabamento do ser humano (FREIRE, 2014a) e na provisoriedade das verdades. Compreendendo-se como inacabado, o ser humano pode aprender ao longo de toda a sua vida. Ao se colocar em diálogo, ele argumenta para

compartilhar sua visão de mundo, defende-a, não para impô-la ao outro, mas sim para compartilhá-la, para torná-la passível de compreensão. Segundo Milani (2015, p.78), quando compartilho minha visão de mundo com o outro, vou para um lugar "novo para mim, pois estou indo a algum lugar conhecido para mim, mas com companhia diferente (já sei sobre esse novo lugar, mas nunca tinha ido com esse outro para lá)". A autora ressalta que, quando estamos em diálogo, revisitamos algo de forma diferente ao revisitá-lo com o outro.

A provisoriidade das verdades também se vincula à possibilidade de mudanças. Ao conceber *sua* visão de mundo como *uma das* possíveis visões de mundo e não como *a verdade absoluta*⁵, o ser humano toma uma postura aberta e não dogmática: aberta para ouvir, para escutar de forma ativa e mudar, rever, visitar sua visão de mundo e, possivelmente, modificá-la.

Portanto, o diálogo pode ser compreendido como o encontro e a construção de novas visões de mundo, o que denota sua potencialidade no processo educativo ao se relacionar, diretamente, com a possibilidade de gerar aprendizagem.

Todo o cenário exposto anteriormente contribuiu para que questionamentos convergissem para a seguinte questão norteadora: "*De que modo o diálogo é colocado em ação nas aulas de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental?*".

Assim, no intuito de responder à questão de pesquisa, tem-se como objetivo geral compreender como as professoras e os estudantes do Ensino Fundamental colocam o diálogo em ação na tentativa de identificar elementos que favorecem a construção de uma aula de matemática dialógica nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A partir deste objetivo geral, têm-se os seguintes objetivos específicos:

- identificar e descrever as interações discursivas que ocorrem durante as aulas de matemática das professoras participantes da pesquisa;
- investigar os possíveis padrões de comunicação presentes nas aulas de matemática dos anos iniciais;
- identificar e analisar as possíveis relações entre as interações discursivas realizadas entre professores e estudantes, e a compreensão dos conceitos matemáticos.

⁵ Tomar nossas visões de mundo como verdade absoluta é fazer de nossas conversações a possibilidade de **impô-las** ao outro. A postura de abertura aqui é substituída por uma postura de fechamento à visão de mundo do outro. A diferença entre as visões de mundo não é considerada como algo que qualifica a conversação pela possibilidade de aprender com o diferente. A diferença entre as visões de mundo faz com que os participantes desta conversação sectarizem-se em suas posições e se disponham a ouvir o outro apenas pela possibilidade de poder fazer com que o outro o ouça. Há uma disputa entre as visões de mundo. Saímos do âmbito do diálogo quando queremos catequizar o outro com nossa visão de mundo. Segundo Freire (2014a, p.109), o diálogo "não é também discussão guerreira, polêmica, entre sujeitos que não aspiram a comprometer-se com a pronúncia do mundo, nem a buscar a verdade, mas impor a sua".

O primeiro objetivo específico possibilitará descrever a forma como as interações entre professores e estudantes e entre os grupos de estudantes acontecem na sala de aula dos anos iniciais do Ensino Fundamental e, ainda, como tais relações entre professor e estudante são estabelecidas e as características presentes nestas interações.

O segundo permitirá identificar alguns aspectos específicos do processo de comunicação que tem crianças dos anos iniciais como participantes. O conjunto dessas características durante o processo de comunicação pode caracterizar um padrão de comunicação, possibilitando discutir, por exemplo, como se dá a relação professor-estudante em cada um deles.

O terceiro objetivo específico possibilitará estabelecer conexões entre os diferentes padrões de comunicação e as diferentes aprendizagens geradas nas aulas de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Ademais, podem ser tecidas relações entre o processo de comunicação e equidade, bem como com inequidade, expressos, por exemplo, por processos de microexclusão (FAUSTINO; MOURA; SILVA; MUZINATTI; SKOVSMOSE, 2017).

Espera-se que os resultados deste estudo contribuam para que novas práticas e metodologias que favorecem o diálogo nas aulas de matemática e a consequente aprendizagem dos conceitos nelas abordados sejam exploradas. Assim, a presente pesquisa busca contribuir de forma significativa para o campo referente ao ensino e à aprendizagem na disciplina em questão nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Isso será feito na medida em que se pretende compreender quais elementos favorecem a construção de uma aula de matemática dialógica.

1.4 Estrutura da tese

Buscando responder à questão de pesquisa, esta tese foi organizada em três partes. Durante a escrita tomou-se a liberdade de criar utilizando diferentes gêneros textuais, assim o leitor encontrará em cada uma das partes desta tese, especificidades. A *Parte 1: Diálogo* é composta por capítulos que se dedicam a discutir teoricamente o que é diálogo. A primeira seção intitulada "Sócrates ou do diálogo" é um diálogo fictício em que se busca situar a relevância da comunicação para o ensino e a aprendizagem desde a Antiguidade. Os personagens Sócrates, Lakatos, Galileu, Skovsmose e Carolina se encontram na eternidade para tecer comentários sobre as relações entre a dialética socrática e o conhecimento do objeto matemático. Assim, o leitor encontrará um texto dialogado em que cada um dos personagens

expressa sua compreensão em relação ao diálogo.

Na segunda seção desta parte, é abordado o conceito de diálogo na perspectiva da Educação, trazendo considerações sobre o diálogo na Pedagogia Crítica de Paulo Freire. Em seguida, é abordado o diálogo no campo da Educação Matemática, trazendo como principal referência a concepção de diálogo de Helle Alrø e Ole Skovsmose.

Na *Parte 2: Diálogo, epistemologia e metodologia*, são abordados os caminhos da pesquisa, a epistemologia, a perspectiva teórica, a metodologia e os métodos que possibilitaram desenvolver este trabalho e compreender o diálogo, neste objeto de estudo.

A *Parte 3: Diálogo e criança: de dentro da sala de aula de matemática* leva o leitor a um encontro com os estudantes do terceiro e do quinto ano do Ensino Fundamental e ao Projeto Meio Ambiente e Matemática. Essa parte da tese foi organizada em artigos, cada um deles é composto por um conto que busca trazer um quadro geral sobre o diálogo nas aulas de matemática das duas turmas, bem como a análise desses dados, os quais possibilitaram compreender como se davam essas interações. Em cada um dos artigos são retomados, de modos diversos, a metodologia utilizada, o referencial teórico e os principais conceitos da pesquisa a partir de um diferente enfoque. Assim, devido à opção em escrever em forma de artigos, o leitor encontrará trechos em que são retomados os conceitos principais como, por exemplo, diálogo e atos dialógicos. Conceitos centrais como esses aparecerão repetidas vezes na tese. Tal retomada não ocorrerá a partir de uma repetição rotineira, mas da ressignificação criativa de um mesmo conceito, a qual é necessária para a recontextualização de cada um dos artigos dentro da pesquisa.

O primeiro artigo, "Comunicação nas aulas de matemática: conexões entre interação assimétrica entre professor e estudante e o padrão sanduíche de comunicação", aborda a comunicação entre professora e estudantes do quinto ano. No segundo artigo "Diálogo e educação matemática: o dialogo no terceiro ano do Ensino Fundamental", são discutidas as características do diálogo, focalizando a interação entre professores e estudantes do terceiro ano.

No terceiro artigo, "Atos dialógicos na sala de aula", é investigada a presença dos atos dialógicos em uma interação com um grupo de estudantes do quinto ano. No quarto artigo, "Diálogo e equidade", é abordada a interação entre a professora e os estudantes do quinto ano, traçando uma relação entre a comunicação na sala e o conceito de equidade. O quinto artigo "*Dialogic and non-dialogic acts in learning mathematics*" é um artigo em inglês escrito em parceria com Ole Skovsmose, em que foi elaborado e descrito o conceito de atos não dialógicos na interação entre a professora e os estudantes e entre os grupos de estudantes dos

anos iniciais do Ensino Fundamental. Este artigo contribui para a reflexão sobre as potencialidades e as limitações do diálogo, trazendo ferramentas para que pesquisadores, professores e crianças possam co-construir relações dialógicas na sala de aula.

Finalmente, são apresentadas as considerações finais, em que se buscam traçar relações entre os temas abordados nos artigos. O texto se constitui em um diálogo fictício em que Carolina retorna à eternidade para encontrar seus interlocutores Sócrates, Lakatos, Galileu e Skovsmose. Estes se colocam numa postura indagadora e escutam ativamente o que Carolina tem a dizer sobre o que ela aprendeu sobre diálogo com as professoras e estudantes da escola, sobre as considerações que emergiram a partir dos dados produzidos na pesquisa e finalmente sobre como professores e crianças podem aprender juntos e construir relações dialógicas e democráticas.

PARTE 1: DIÁLOGO

2 SÓCRATES OU DO DIÁLOGO

2.1 Introdução

Este capítulo intitulado "Sócrates⁶ ou do diálogo" pretende discutir os conceitos de dialética e de objeto matemático na perspectiva platônica. Seu objetivo é evidenciar a importância da comunicação na construção do conhecimento matemático desde a Antiguidade. Para tanto, foi realizada uma revisão bibliográfica nos diálogos de Platão: Mênon, Banquete, Fedro, Fédon, Sofista, Político, A República, Timeu, Crítias, Êutifron e Apologia de Sócrates.

Para a redação, optou-se pela criação de um diálogo fictício que tem lugar na eternidade. Os personagens conversam sobre conceitos de diálogo, entre outros tirados das obras consultadas, e discutem como o conhecimento do objeto matemático pode ocorrer a partir dele.

Personagens do diálogo:

Sócrates, Lakatos, Galileu, Skovsmose e a autora

Preciso alargar meu passo. Nossa! Como estou atrasada! Olho apressadamente para o relógio, seguro mais fortemente meu *laptop* e começo a ensaiar uma corrida; subo cada vez mais. Já faz duas horas que estou a caminhar quando encontro Sócrates, Galileu e Lakatos. Que ótimo! Vamos conversar sobre o conceito de diálogo e sua importância para a educação matemática; vou escutar atentamente suas falas que vão me ajudar muito e esclarecer dúvidas...

Sócrates: Ó, Carolina! Tudo bem? Tens a face avermelhada! Deves estar cansada. Queres um copo de vinho?

Eu (Carolina): Olá, Sócrates! Olá, Lakatos! Olá, Galileu!

Galileu: Olá!

Lakatos: Olá, Carolina!

Carolina: Vinho? Para a ocasião, não! Eu gostaria de um pouco de água, por favor.

⁶ Segundo Barbosa (2009, p.36), com exceção dos Diálogos, Leis e República, os Diálogos platônicos recebem o nome do principal interlocutor de Sócrates ao abordar determinado assunto. Por exemplo, ao dialogar sobre a possibilidade de ensinar ou não a virtude, Sócrates tem Mênon como seu principal interlocutor e, como consequência, o diálogo foi denominado Mênon. Eutífron, Críton, Fédon, Crátilo, Teeteto são diálogos que seguem a mesma forma de nomeação. Foi utilizado o mesmo critério para designar o diálogo que escrevi. Sócrates é o nome do diálogo por ele ser meu principal interlocutor.

Galileu: Você? Água? Agora... Bem, senhorita, vou buscar!

Sócrates: Cara Carolina, foi uma longa subida até que chegastes à eternidade?

Carolina: Foi sim. Estou um pouco ofegante ainda; a subida até aqui é muito íngreme. Fazer este percurso livre do corpo e somente com a pureza da alma deve ser bem mais fácil! Bem, o importante é que consegui chegar. Estou feliz de estar aqui! Agora, se nosso encontro fosse no Hades, eu estaria temerosa...

Galileu: Com certeza! Mas que bom que você conseguiu! Sua água está aqui.

Carolina: Obrigada!

Sócrates: Cara amiga Carolina, estou muito agradecido pelo teu convite para conversarmos sobre *diálogo*. Creio que esta será uma oportunidade muito rica para todos nós. Platão me deu a oportunidade de tratar de diversos assuntos em seus diálogos. No Banquete, pude exaltar o amor; em Mênon, abordei a possibilidade de ensinar, ou não, a virtude; em a República, abordo a justiça, a educação e as formas de governo; no Laques, falamos sobre a coragem; no Sofista, traçamos um retrato dos sofistas. Outros assuntos relevantes foram tematizados em outros diálogos. Todavia, nunca tive a oportunidade de falar especificamente sobre diálogo. Pouco sei sobre o assunto, mas gosto da possibilidade de, juntos, examinarmos este tema. Sinto-me muito feliz com esse convite. Caros amigos Galileu e Lakatos, como vós vos sentis em relação à oportunidade de conversarmos sobre diálogo?

Galileu: Bem, tendo em vista meus escritos, creio que posso contribuir. No livro "Diálogo entre os dois princípios dos sistemas do mundo" também usei o diálogo para discorrer sobre as diferentes visões de mundo acerca dos sistemas geocêntrico e heliocêntrico.

Lakatos: Concordo! Pensando em minha tese, esta, após a minha vinda para a eternidade, se tornou o livro "A lógica do descobrimento matemático: provas e refutações". Eu também poderei colaborar. Em parte do livro, criei um diálogo imaginário.

Carolina: Excelente! Eu gostaria de conhecer a concepção de cada um de vocês sobre o conceito de diálogo. Com certeza, todos vocês têm muito a dizer sobre este conceito e sua relação com os modos de produção do conhecimento. A relação entre aprendizagem e comunicação nos remete à Antiguidade. A comunicação era uma fonte privilegiada para adquirir conhecimentos, ancorada na tradição de passá-los de uma geração para a outra com uso da oralidade que, antes da invenção da escrita, era uma forma de difundi-los. Esta prática relacionava diretamente a aprendizagem à comunicação.

Sócrates: Certamente. Desde o período em que eu na terra vivia.

Carolina: Quando li os diálogos socráticos escritos por Platão, percebi que, embora com estilos diferentes, a grande maioria de suas obras privilegiava o diálogo como gênero

textual. Não só Platão, mas outros filósofos socráticos também utilizaram o diálogo como gênero literário; tal escolha relaciona-se com as conversações filosóficas a que Sócrates se dedicava. Meu estudo de doutorado tem, como objeto de estudo, o diálogo, e logo pensei que Sócrates poderia contribuir imensamente para entendermos o conceito de diálogo na Antiguidade e de outras informações relevantes. Por isso fiz a vocês o convite para essa conversa que, aliás, me agrada muito. E fico surpresa de todos falarem português tão bem. A eternidade realmente fez bem a vocês.

Sócrates: Isto me agrada também!!! O que é esse objeto brilhante semelhante a um retângulo que está ao teu lado?

Carolina: Esta máquina é um *laptop*; vou usá-la para que meu orientador possa acompanhar nossa conversa e dialogar um pouco conosco.

Galileu: Onde seu orientador está nesse momento? Preso na máquina?

Carolina: Não! O que nós veremos é apenas a imagem dele. Neste momento ele está na universidade, onde há uma máquina igualzinha a essa. Através dela, ele consegue nos ver, ouvir, e nós também podemos ouvi-lo e ver sua imagem.

Sócrates: Por Zeus! Muito interessante!

Carolina: Conectei! A máquina está funcionando!

Skovsmose: Olá! Olá! Tudo bem com vocês?

Todos: Olá!

Carolina: Sócrates, Galileu e Lakatos, esse é meu orientador Ole Skovsmose. Ele também se dedica a estudar o diálogo e suas relações com a aprendizagem matemática.

Sócrates: Por Palamedes! Caro Skovsmose, teu estudo é muito interessante, um belo canto a Urânia. Eu sempre fui um grande apreciador da matemática e do diálogo.

Galileu: Seja bem-vindo à eternidade!

Lakatos: É um prazer receber alguém que também se dedica à matemática!

Carolina: Agora que todos foram apresentados e estão acomodados, podemos iniciar nossa conversa sobre diálogo?

Todos: Sim!

Carolina: Desde a Antiguidade, o diálogo é um tema recorrente no campo da Filosofia e da Educação. Você, Sócrates, é a prova viva disso! Viva não, me desculpe...

Sócrates: Não tem problema, sinto-me muito mais vivo na Eternidade, pois aqui posso contemplar as coisas como realmente são. Durante toda a minha vida, inclusive no momento de meu julgamento, sempre estive acompanhado da convicção de que após a morte eu me encontraria assim, "*primeiro, ao lado de outros Deuses, sábios e bons; e segundo, junto a*

homens que já morreram e que valem mais"⁷ do que os que habitam o mundo dos vivos.

Carolina: Você poderia falar um pouco sobre como ocorriam essas conversas filosóficas? O que elas objetivavam? Bem, podemos começar com você, Sócrates, que está à minha esquerda e seguir a ordem?

Sócrates: Pelo Cão! Excelente ideia. Esse era um costume na Grécia antiga; foi assim que fizemos no Banquete. Posso começar sim!

Lakatos: Será um prazer ouvi-lo.

Sócrates: Cara amiga, aprecio teu interesse e franqueza. Tu tens questões importantes. Eu não gostaria de utilizar o método expositivo e desenvolver minhas ideias sobre diálogo todas de uma vez. Agrada-me uma conversação interrogativa. Posso iniciar fazendo uma interrogação a ti? Concordas?

Carolina: Claro!

Sócrates: Na tua opinião, cara Carolina, o que seria um homem sábio?

Carolina: Um homem sábio seria aquele que possui conhecimentos sobre determinados assuntos e que, na posse deles, se dispõe a ensiná-los aos outros.

Sócrates: Esse sábio, que possui conhecimento sobre determinado assunto e julga poder ensiná-lo a outra pessoa, não duvida do que sabe. É a certeza de seu conhecimento que o torna sábio?

Carolina: Exatamente!

Sócrates: Essa certeza em seu saber faz com que o sábio não duvide de seu conhecimento. Em minhas andanças, tive a oportunidade de conversar com diversas pessoas que se diziam sábias por terem certeza de dominar um assunto. Mas, durante as conversas, eu percebia que elas não sabiam nada sobre o assunto que diziam saber. Na verdade, elas achavam possuir um conhecimento que não tinham. Não estavam conscientes de suas limitações. Não colocavam a dúvida em exercício, o que não as fazia sábias. Então, o que seria o sábio, Carolina? O sábio é aquele que sabe e sai por aí a ensinar? Ou o sábio é aquele que sabe que não sabe e sai por aí a aprender?

Carolina: O sábio seria aquele que duvida, que sabe que não sabe e, consciente de suas limitações, está aberto para aprender.

Sócrates: Como tu pensas ser a melhor forma de proceder quando queremos aprender algo?

⁷ PLATÃO. *Diálogos I: Mênon; Banquete; Fedro*. Tradução direta do grego: Jorge Paleikat. Notas marcadas com "n r" de João Cruz da Costa. Rio de Janeiro: Tecnoprint Gráfica Editora, 1971. (Edições de Ouro), p 70 (63 b-c).

Carolina: A leitura de livros é um excelente caminho. Possibilita-nos compreender o conhecimento produzido sobre determinado assunto. Transporta-nos para outros lugares e nos desperta para fazer novas perguntas.

Sócrates: Por Zeus! É evidente que a leitura de um livro é muito importante. Esse realmente parece um bom caminho. Ao ler um livro, realmente podemos elaborar novas questões e encontrar novos caminhos, mas esse é um processo solitário que depende de cada leitor. O livro não te faz perguntas a partir das noções que tu adquiriste depois da leitura. O autor do livro pode explicar a quem lê que não foi exatamente aquilo que ele quis dizer?

Carolina: Certamente não pode. A leitura aprofundada da obra de um autor ajudará na construção do conhecimento, mas será sempre o entendimento do leitor. No caso de dúvidas ou de perguntas, o livro não esclarece ou oferece resposta.

Sócrates: Como poderíamos, então, presentificar perguntas e respostas importantes para o processo de conhecer? Como saber que o entendimento do que o outro quis dizer está certo? Para eu compreender seus argumentos, cara Carolina, seria bom ouvi-los de sua própria boca, não é?

Carolina: Sem dúvida! Se temos a possibilidade de estar na presença do outro, penso que a melhor possibilidade seria ir ao encontro deste e conversar. Os argumentos do livro, se bem escritos, podem ser entendidos, mas no diálogo há a possibilidade de dar novas explicações se necessário; daí a vantagem.

Sócrates: O diálogo possibilita que examinemos a dois, ou mais, o que estamos dizendo. Uma afirmação não se torna verdadeira pelo simples fato de alguém dizê-la. Examinar o que é dito é essencial? "*Ou devemos deixar para lá e aceitá-lo assim mesmo (quer parta de nós próprios, quer dos outros), concordando que algo é assim mesmo só porque alguém afirma que é? Ou se deve examinar o quê quem fala está falando?*"⁸

Carolina: Devemos analisar o que está sendo dito, o conteúdo da fala. Isso é essencial!

Sócrates: Exatamente! Foi buscando conhecer a mim que me coloquei na presença do outro para dizer, para juntos buscarmos a sabedoria, não no isolamento, mas no dizer juntos. Estar com o outro em uma conversação permite que eu apresente meus argumentos, ouça os

⁸ PLATÃO. *Apologia de Sócrates precedido de Êutifron (Sobre a piedade) e seguido de Críton (Sobre o dever)*. Tradução do grego e notas: André Malta. Porto Alegre: L &PM, 2012, p.44.

⁹ Aqui Sócrates demonstra possuir uma memória eidética. Neste trecho, ele usa as mesmas palavras presentes na obra de Platão. Claro que essa memória deve ter a ver com a tradição oral da qual Sócrates faz parte. Assim, todo o seu trabalho está em um formato oral, oralidade que Platão buscou retratar em seus diálogos. Nas próximas vezes em que Sócrates demonstrar possuir excelente memória, o texto será colocado entre aspas indicando a utilização de citações literais.

argumentos do outro e ambos nos interroguemos, buscando conjuntamente chegar ao belo, ao bom.

Carolina: Veja Sócrates, tanto nos diálogos platônicos, como nesta ocasião, você salienta que pouco sabe, é humilde. Reconhece, ainda, as limitações do homem quando isolado e vai ao encontro de outro para aprender junto.

Skovsmose: Esses dois aspectos são extremamente importantes, pois, em um diálogo, evocamos pelo menos a presença de duas pessoas.

Carolina: Com certeza. Tanto a consciência da ignorância, como o estar junto a outro para aprender são aspectos presentes em sua concepção de construção do conhecimento. Este princípio humanista é herdado por nós.

Sócrates: Tu nos poderias exemplificar como a consciência de que pouco sabemos e o estar juntos presentes na dialética foram herdados por vós?

Carolina: O teórico Paulo Freire, por exemplo, desenvolve o conceito de diálogo em que humildade e o estar junto são essenciais. Porém, na perspectiva freiriana, estar junto não pode se restringir a um número pequeno de pessoas, mas deve ser possibilitado a todos os seres humanos. Tomo a liberdade de ler para vocês um trecho do livro "Educação como Prática da Liberdade"⁹, de Freire, no qual Francisco C. Weffort traça uma breve comparação entre a perspectiva freiriana e a maiêutica socrática:

No método de ensino [de Paulo Freire] seria possível, por exemplo, encontrar algo da maiêutica socrática, pois como em Sócrates a conquista do saber se realiza através do exercício livre das consciências. Contudo, será preciso reconhecer que a maiêutica tem aqui uma significação particular. Os participantes do diálogo no círculo de cultura não são uma minoria de aristocratas dedicada à especulação, mas homens do povo. Homens para os quais as palavras têm vida porque dizem respeito ao seu trabalho, à sua dor, à sua fome. Daí que esta maiêutica para as massas comprometa desde o início o educando, e também o educador, como homens concretos, e que não possa limitar-se jamais ao estrito aprendizado de técnicas ou de noções abstratas.¹⁰

Sócrates: Cara Carolina, poderias explicar o que seria a humildade?

Carolina: Perdoe-me, mas o conceito de humildade é cristão, posterior à cultura e ao período em que você estava no mundo dos vivos. A humildade se concretiza pela consciência de nos sabermos limitados, inacabados, cientes de que pouco sabemos.

Sócrates: Fico extremamente satisfeito em saber que a consciência da ignorância e o estar juntos, presentes na forma com que eu interagira com meus interlocutores, constituíram-

⁹ FREIRE, Paulo. *Educação como Prática da Liberdade*. 1967, p. 6.

se em aspectos fundantes de teorias da educação do vosso tempo. Gostaria de ressaltar que, no contexto histórico em que vivi, realmente não havia a possibilidade de uma educação para todos os seres humanos. Mas apenas para uma minoria de homens que pertencia à aristocracia.

Skovsmose: A democratização da educação e a possibilidade de ela contribuir para a construção de uma sociedade mais justa e democrática são fundamentais para mim nos dias atuais! Dito isto, vamos nos deter agora nas potencialidades do diálogo? Isso faz sentido para você, Sócrates?

Sócrates: Julgo ser um ótimo caminho. Pensar é dialogar com nossa própria alma. *"Há um discurso que a alma discorre consigo mesma acerca das coisas que examina. Digo-te isto como se não soubesse, pois esse é o modo que a alma se me apresenta quando pensa: não faz mais do que dialogar, pergunta e responde a si própria, tanto ao afirmar quanto ao negar. Mas quando chega a algo definido, seja devagar, seja de repente, lança-se sobre isso e afirma-o sem vacilar. É a isso que chamamos a sua opinião. De modo que, sem dúvida, chamo opinar a fazer um discurso e à opinião um discurso dito e dirigido não a outra pessoa, em voz alta, mas em silêncio a nós mesmos."*¹¹

Carolina: Então, o pensamento pode ser compreendido como um diálogo! Um diálogo interior. Excelente! E quanto ao diálogo que exterioriza nossas concepções e nossa forma de compreender o mundo?

Sócrates: Sim! Certamente. A primeira vantagem de expor nossas ideias em voz alta durante um diálogo é a possibilidade de convencer a nós mesmos sobre o que falamos, de esclarecer os argumentos que usamos para nós mesmos, de examinarmos possíveis contradições em nosso próprio discurso. Porém, as vantagens do diálogo não se esgotam aqui. As indagações podem ajudar a fazer com que o outro esclareça algum ponto que não entendeu; ele ainda pode apresentar refutações. Aqui, temos a segunda vantagem do diálogo. Por meio dele, o interlocutor pode tornar seus argumentos conhecidos, podendo com eles convencer aquele que os ouve. Refutações e indagações permitem que os interlocutores refinem seus argumentos e busquem a verdade.

Lakatos: Concordo! Concordo plenamente!

Carolina: Muito bem Sócrates. O diálogo possibilita, então, que os interlocutores analisem cuidadosamente os argumentos que apresentam.

Sócrates: Quando entro em diálogo com meus interlocutores, busco convencer-me de

¹⁰ FREIRE, 1967, p. 6.

¹¹ PLATÃO. *Teeteto*, 2010, p 287 (190a).

minha própria argumentação; ao mesmo tempo, busco explicitar minhas ideias e convencer o interlocutor, estando aberto a indagações e a refutações. O diálogo é um caminho, em que se ajusta o passo e a direção a cada passada. Ciente das vantagens de um diálogo, deveria eu escolher, ou não, essa forma de interação para buscar o conhecimento no campo da filosofia?

Carolina: Sim, deveria!

Sócrates: É o que parece. A conversação seria o melhor caminho para buscarmos o conhecimento. Todo tipo de conversação nos levaria ao que é belo, bom e justo?

Carolina: Não estou bem certa. Mas parece-me que sim!

Sócrates: Alguns homens entram em uma conversa para se distrair; outros, com o objetivo de adquirir conhecimento, ao passo que há os que a adentram apenas com o objetivo de destruir os argumentos do outro a partir de belas palavras. Quando nos envolvemos em uma conversação em que os interlocutores se rivalizam, em que o objetivo é convencer o outro sem ter como base a verdade, o belo e o justo, a conversa nos leva realmente ao conhecimento ou ao distanciamento da perfeição, do belo e do justo?

Carolina: Boa questão! É essencial pensarmos sobre que tipo de conversação é adequada quando objetivamos conhecer. Que tipo de espírito, de disposição, os interlocutores devem apresentar durante a conversa?

Sócrates: Pois bem! Veja se concorda comigo, cara amiga Carolina. Entrar em uma conversa com uma disposição erística não favorecerá a busca conjunta do conhecimento. Quando nos dirigimos a homens hábeis e disputadores, que gostam de brigas e de disputas, eu comentaria: "Dei a explicação que melhor me pareceu. Se te parece que não falo certo, debes tomar a palavra e convencer-me do contrário."¹² Já quando o diálogo for entre dois bons amigos, como nós, o tom da resposta deve ser "com maior doçura e mais de acordo com o espírito da conversão. O que caracteriza esse espírito, segundo penso, consiste, não em só dizer a verdade, mas fundamentar as respostas unicamente naquilo que o próprio interlocutor reconhece saber."¹³

Carolina: Concordo plenamente! A postura erística tem por objetivo primordial vencer a discussão, independentemente de os argumentos utilizados serem verdadeiros ou não. É necessário que aquilo que é enunciado pelos interlocutores se origine de seus saberes, de suas opiniões e não de artimanhas e argumentos dissimulados que foram articulados para vencer a discussão. Conhecer junto, em interação com outro ser humano, vai ao contrário

¹² PLATÃO. *Mênon*, p. 76, (75). 1971.

¹³ PLATÃO. *Diálogos: A República III*. Tradução: Leonel Vallandro. Rio de Janeiro: Tecnoprint Gráfica Editora, [19--]. (Edições de Ouro), p. 347 (VII.533 c-d).

desta postura, necessita de abertura para a mudança, e de ouvir o outro não para convencê-lo, mas para examinar seus argumentos. A postura erística não convive com o método dialético utilizado por você.

Sócrates: Sim! Para que os interlocutores ouçam de bom grado os argumentos de um e de outro buscando compreendê-lo, é importante que aceitem o convite para a discussão.

Skovsmose: Faz muito bom sentido que os participantes do diálogo sejam convidados, eles não podem ser forçados a dialogar. Gosto dessa postura de abertura, de convite para dialogar.

Todos: Certamente!

Sócrates: Geralmente, depois que todos assentissem participar, eu iniciava o diálogo partindo de um exemplo cotidiano, comum a todos os participantes, e estabelecia uma relação com o tema principal do diálogo, chegando a uma definição do assunto que estava sendo abordado. Desenvolvia os argumentos com base na definição que tomei e utilizava exemplos para elucidar meus argumentos. As indagações permitiam que eu mantivesse meu interlocutor no diálogo e expusesse se ele estava de acordo, ou não, com o decorrer da conversa. À utilização do diálogo, na filosofia, que objetivava chegar à essência das coisas, eu denominei *método dialético*.

Carolina: Você poderia me explicar melhor o que seria o método dialético?

Sócrates: Cara Carolina, eu explicarei. Quanto ao método da dialética, ele "é o único que procede, por meio da destruição das hipóteses, a caminho do autêntico princípio, a fim de tornar seguros os seus resultados." Além disso, ele "realmente arrasta aos poucos os olhos da alma da espécie de lodo bárbaro em que está atolada e eleva-os às alturas, utilizando como auxiliares para ajudá-los as artes que analisamos"¹⁴.

Skovsmose: Platão traz para seus textos escritos em forma de diálogo a ideia do processo do método dialético que se dava pela oralidade.

Sócrates: Exato!

Carolina: Veja se estou entendendo corretamente, Sócrates. O método dialético seria uma conversação oral, filosófica e interrogativa que objetiva chegar à essência das coisas?

Sócrates: Com certeza, cara amiga. Tu estás começando a entender, ou melhor, a te lembrares. O método dialético busca "em todos os casos, aprender, por processo científico relativo a cada objeto, a essência de cada um."¹⁵ Aquele que aprende com o método dialético tem a possibilidade de aprender a interrogar, a refletir sobre as interrogações, a construir

¹⁴ PLATÃO [19--], p. 347 (VII.533 c-d).

¹⁵ PLATÃO [19--], p. 346 (VII. 533b-c).

respostas, a explicitá-las a partir dos argumentos e justificá-los. A dialética possibilita que duas pessoas, ou mais, examinem juntas suas conjecturas.

Carolina: Compreendi! Mas ainda tenho uma dúvida que me inquieta. Todo diálogo entre duas ou mais pessoas que buscam conhecer algo consistiria na dialética? Deixe-me explicar melhor. Quais as especificidades que um diálogo deve ter para ser denominado *dialética socrática*?

Sócrates: Pois bem! Tuas interrogações encaminham-nos para chegarmos à essência da dialética, que é a arte do diálogo que nos possibilita caminharmos gradualmente do sensível para o inteligível, para o belo, para a verdade. Tal verdade está posta fora do mundo sensível que é mutável e nos possibilita experienciarmos a partir de nossos sentidos. A verdade encontra-se no mundo inteligível, em que as ideias são imutáveis. A dialética é o caminho por excelência para superar gradativamente a percepção sensível das coisas e ir em direção ao belo. Há dois elementos essenciais e que caracterizam a dialética, que são: a ironia e a maiêutica. Através da ironia, demonstro a meu interlocutor que nada sei; mostro a ele minha limitação. Diante da minha ignorância, ele coloca seus argumentos sobre o que julga ser a verdade sobre o tema que estamos abordando e, a partir deles, indica-se o erro do interlocutor. Já a maiêutica possibilita que, a partir das interrogações, o interlocutor tire de si mesmo a verdade procurada.

Carolina: Excelente! Está claro o que os diferencia. Mas ainda há algo que me preocupa. O interlocutor procura conhecer algo que ele ainda não sabe, não é? Como ele poderia, a partir da dialética, tirar esse conhecimento dele mesmo visto que ainda não o possui?

Sócrates: Vê se minhas ideias fazem sentido para ti! Antes de a alma estar aprisionada no corpo e estar fadada a perceber o mundo sensível, ela viveu no mundo das ideias, no qual contemplou a ciência perfeita, os objetos matemáticos perfeitos e todas as coisas como elas são em sua essência, em sua perfeição. Nossa percepção das coisas no mundo sensível é borrada, distorcida; é a percepção da cópia do conhecimento que está no mundo das ideias. Está claro? Acompanhas-me até aqui, Carolina?

Carolina: Sim!

Sócrates: *"A alma, é, pois, imortal; renasceu repetidas vezes na existência e contemplou todas as cousas existentes tanto na terra como no Hades e por isso não há nada que ela não conheça! Não é de espantar que ela seja capaz de evocar à memória a lembrança de objetos que viu anteriormente, e que se relacionam tanto com a virtude como com as outras cousas existentes. Toda a natureza, com efeito, é uma só, é um todo orgânico, e o*

*espírito já viu todas as cousas; logo, nada impede que ao nos lembrarmos de uma coisa – o que nós homens chamamos de "saber" - todas as outras cousas ocorram imediatamente e maquinalmente à nossa consciência. A nós compete unicamente nos esforçarmos e procurar sempre, sem descanso. Pois, sempre, toda investigação e ciência são apenas simples recordação."*¹⁶

Carolina: Tudo está claro! Sinto-me saindo da caverna e olhando para o sol! Faz muito sentido. Seu argumento foi esclarecedor! A percepção sensível não pode levar o ser humano ao conhecimento da verdade, das formas ideais. O conhecimento adquirido a partir dos nossos sentidos é mutável e pode conduzir aquele que aprende ao erro, ao engano. A verdade, as formas ideais, os objetos matemáticos não podem ser conhecidos apenas com a experiência empírica por não pertencerem ao mundo sensível e sim ao mundo inteligível. Quando o ser humano está preso às limitações das experiências propiciadas pelo corpo, pelas experiências empíricas, ele só experiencia a aparência das coisas e não a essência. A convivência com a essência é possibilitada quando a alma se desliga do corpo e no mundo inteligível conhece as ideias, a verdade e, podemos dizer, os objetos matemáticos. Na perspectiva filosófica platônica, a dialética possibilita que o ser humano movimente-se do sensível em direção ao inteligível a partir da lembrança, da reminiscência. A partir da dialética, traz-se à memória os conhecimentos que a alma possui.

Sócrates: Sim, tua compreensão está de acordo com o meu raciocínio.

Skovsmose: Os modos de produção do conhecimento, na filosofia platônica, já estavam intimamente ligados à interação e ao diálogo. Neste processo dialético, a lembrança, a reminiscência possuem papel central.

Carolina: Realmente! Ainda tenho uma curiosidade dirigida a você, Sócrates: você cobrava seus interlocutores pelos diálogos?

Sócrates: Não, por Zeus! De forma alguma! Não sou um sofista como Protágoras, Górgias, Trasímaco ou Hípias! Sempre me dediquei à filosofia e escolhi a interrogação para fazê-lo. Sempre estive e "*estou igualmente à disposição do rico e do pobre, para que me interroguem, ou, se preferirem ser interrogado para que ouçam o que digo*"¹⁷.

Skovsmose: Você dialogou com homens de diferentes classes sociais. No diálogo de Platão, intitulado Mênon, um dos seus interlocutores era o escravo de Mênon.

Sócrates: Perfeitamente, caro Skovsmose. Para mim, naquele diálogo, não era

¹⁶ PLATÃO, 1971, p.85 (81).

¹⁷ PLATÃO. *Defesa de Sócrates*. In: Os Pensadores II. São Paulo: Abril Cultural, 1972. (Os pensadores v.2), p. 24, (33b).

importante os bens que um homem possuía, nem se ele se dedicava à filosofia, ao cálculo. Eu queria interrogar alguém e, para isso, era necessário apenas que nós pudéssemos nos comunicar. O que eu e o escravo de Mênon precisávamos ter em comum para nos comunicar?

Carolina: Para se comunicar... é importante que dois seres humanos falem a mesma língua.

Sócrates: Certamente. Era importante apenas que o escravo de Mênon falasse a mesma língua que eu: o grego.

Skovsmose: *Mênon* é um diálogo muito famoso entre os educadores matemáticos por possuir uma passagem em que você utiliza o método interrogativo com o escravo e este aprende conhecimentos de geometria.

Carolina: Já que mencionamos o ensino da geometria, depois de termos cuidadosamente examinado no que consiste a dialética, gostaria de investigar como a dialética possibilita o conhecimento dos objetos matemáticos, e acho que o diálogo *Mênon* pode nos ajudar a elucidar a relação do método socrático com a produção do conhecimento matemático.

Sócrates: Ora, é possível tratar da relação entre dialética e matemática sem termos examinado com cuidado o que esta significa?

Carolina: Não. Você tem toda razão.

Skovsmose: Para mim, o caminho proposto por Sócrates funciona muito bem!

Sócrates: Vamos começar por "*aquela modesta ciência que distingue o um dos dois e do três. Refiro-me, em resumo, à ciência dos números e do cálculo.*"¹⁸ É ela, por excelência, que leva nossa alma para a verdade, para o que é essencial. A dedicação ao cálculo facilita "*a passagem da própria alma da mutabilidade à verdade e à essência.*"¹⁹ Ora, ela eleva a alma à verdade ou não?

Carolina: Hum! Ham! Sim! Atualmente, a ciência denominada *geometria* também faz parte da matemática, assim como a aritmética.

Sócrates: É excelente unir essas ciências purificadoras em uma só, já que ambas servem para elevar a alma à verdade. A matemática trataria também da estereometria?

Carolina: Sim, claro! Como poderia esquecer? No diálogo *Teeteto*, você trata do estudo das profundidades, inclusive da terceira dimensão, dos sólidos geométricos. Atualmente, a estereometria, ainda que não a chamemos mais assim, e sim por geometria espacial, faz parte do campo da geometria e, por consequência, no campo da matemática.

Sócrates: Sabemos, agora, que estas ciências compõem o que você hoje denomina

¹⁸ PLATÃO, [19--], p.328 (VII. 522 c-d).

¹⁹ PLATÃO, [19--], p. 334 (VII 525 c-d).

matemática. Ao elevar a alma do mundo sensível ao inteligível, a matemática forçosamente se torna uma ciência importante na formação, não é?

Skovsmose: Certamente!

Sócrates: "Além disso, segundo julgo, não seria fácil, encontrar muitas ciências que proporcionem maior esforço na sua aprendizagem e na sua prática."²⁰ Que achas?

Carolina: De fato! Eu concordo. No diálogo *A República*, você e Gláucón conversam sobre a importância da matemática na formação dos cidadãos, não é?

Sócrates: Exatamente! O cálculo e a aritmética são essenciais para uma boa formação do cidadão. "Com efeito, é forçoso que o guerreiro aprenda, por causa da tática, e o filósofo, para atingir a essência, emergindo do mundo da geração, sem o que jamais se tornará proficiente na arte de calcular."²¹ "Seria, portanto, conveniente [...] que se determinasse por lei este aprendizado e que se convencessem os cidadãos, que não participem dos postos governativos, a dedicarem-se ao cálculo e a aplicarem-se a ele, não superficialmente, mas até chegarem à contemplação da natureza dos números unicamente pelo pensamento."²²

Carolina: Certamente. Na atualidade, a matemática é de essencial importância na formação não só dos governantes, mas de todos.

Skovsmose: Sim! Eu gostaria de salientar que a relação entre matemática e democracia é aporética. A matemática pode contribuir tanto para a domesticação como também para que os cidadãos leiam o mundo de forma crítica.

Carolina: Hum! Tenho um questionamento em mente! A concepção de um mundo sensível e de um mundo inteligível teria implicações para o ensino e a aprendizagem da matemática?

Sócrates: Precisamos analisar este ponto com cuidado. Considero que vós tendes muito a me ensinar sobre este tema. O que pensais vós sobre isso? Gostaria de ouvir-vos.

Carolina: Posso tentar trazer algumas reflexões sobre o assunto. Bem, essa dualidade expressa por um mundo sensível e por um inteligível parece-me trazer implicações para o ensino e a aprendizagem da matemática. Os objetos matemáticos estão no mundo ideal; o que temos no mundo sensível é uma cópia imperfeita dos objetos matemáticos.

Sócrates: Pelos céus! Cara Carolina, concordo contigo. Tudo isso decorre do que eu disse anteriormente.

²⁰ PLATÃO, [19--], p. 335 (VII. 526 c).

²¹ PLATÃO, [19--], p. 333 (VII 525b).

Skovsmose: A presença dos objetos matemáticos no mundo inteligível pode trazer uma aparente relação entre matemática e neutralidade. As questões sociais, políticas e culturais fazem parte do mundo sensível e não influenciam a matemática. Tal relação entre matemática e neutralidade, eu denominei de *mãos limpas*.

Carolina: Skovsmose, você poderia explicar mais detalhadamente o que seria essa tese de *mãos limpas*?

Skovsmose: "A tese "de mãos limpas" é frequentemente baseada em um dualismo, que separa dois mundos: um empírico, que conhecemos por meio de nossas experiências sensíveis, e um mundo ideal, ao qual temos acesso apenas pela razão. Esse mundo platônico é governado pelas leis que requerem a razão para sua identificação e a matemática para sua expressão. Podemos usar nossos sentidos para investigar o mundo empírico, mas esses sentidos não têm a capacidade de aprender as leis (matemáticas) que governam o mundo platônico. O platonismo fornece o dualismo clássico com respeito à matemática. O realismo em matemática significa, de um ou outro modo, aceitar a existência de entidades, que são diferentes das entidades empíricas e que, ao mesmo tempo, são as entidades às quais a matemática se refere. [...] O dualismo enquadra-se na perspectiva "de mão limpa". Enquanto tratar com o mundo empírico traz um turbilhão de conflitos e de questões éticas, tratar com o mundo platônico move as investigações em águas calmas."²³ O que você pensa sobre isso Sócrates?

Sócrates: Pelo amor de Zeus! Eu não havia analisado minhas ideias deste ponto! Forçosamente, de minha concepção de mundo sensível e inteligível, decorre isto para a matemática. Concluída a tarefa de examinarmos o que seria a matemática, podemos nos deter agora na relação entre a dialética e o ensino da matemática. Vós concordais?

Carolina: Perfeito!

Skovsmose: Como foi ressaltado, a ciência da geometria agora faz parte da matemática. O diálogo *Mênon* nos possibilita compreender que os termos *diálogo* e *aprendizagem* estão relacionados desde a Antiguidade. Sócrates, neste diálogo, você utiliza a dialética para ensinar a geometria?

Sócrates: Sim! O tema principal do *Mênon* é se a virtude pode ou não ser ensinada. Porém, em certo momento do diálogo, discutimos como o conhecimento é adquirido e utilizado, como exemplo, a geometria. Os argumentos apresentados durante o diálogo tratam da relação

²² PLATÃO, [19--], p. 333 (VI. 525b-c).

²³ SKOVSMOSE, O. *Educação Crítica: Incerteza, Matemática, Responsabilidade*. Tradução: Maria Aparecida Viggiane Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007, p.105 e 106.

entre a dialética e a aprendizagem da geometria. Tal aprendizagem é compreendida a partir da teoria da reminiscência. Tenho como interlocutores *Mênon* e seu escravo. O diálogo com o segundo resulta em sua instrução na geometria. O escravo não passou por nenhuma educação que tratasse da geometria em toda a sua vida, mas ao dialogar comigo sobre a área dos quadrados, a proporcionalidade entre o lado do quadrado e o tamanho de sua área; ele diz claramente que era necessário dobrar o lado do quadrado. O escravo demonstrou instruir-se, lembrar-se de conhecimentos geométricos que sua alma já possuía. Se conhecimento é recordação, qual seria a melhor forma para chegar até ele?

Carolina: A dialética! Ela possibilitou que ele se lembrasse dos conhecimentos geométricos.

Sócrates: Exatamente! O escravo de *Mênon* lembrou-se dos conhecimentos que já possuía. O educar-se nada mais seria do que *lembrar-se*. Lembrar os conhecimentos que sua alma já possuía antes de estar enclausurada em seu corpo. Foi por meio do diálogo entre mim e o escravo que este se instruiu, que se educou em geometria. A partir do método dialético, o escravo tirou de si mesmo os conhecimentos de geometria. A dialética possibilita que o interlocutor vá lembrando-se dos conhecimentos. Concordas, Skovsmose?

Skovsmose: A partir das ideias apresentadas por você, podemos concluir que *"todos os tipos de conhecimento existiam antes dentro da pessoa, mas a pessoa esqueceu o que ele ou ela, de alguma forma, já sabe. O método correto de ensino é, por conseguinte, levar a pessoa a lembrar o que ele ou ela já sabe. Quando a maneira correta de ensinar é ajudar os alunos a se lembrar, nada parece mais natural do que perguntar. Esta é a principal inspiração do diálogo socrático: a tarefa do professor não é dizer algo para estudantes ou fornecer informações, mas fazer questões. No entanto, estas questões não têm a função de "checar" os conhecimentos dos estudantes, mas trazê-los de volta à sua memória[...]"*²⁴.

Sócrates: Falas brilhantemente, caro Skovsmose!

Carolina: Veja se compreendi as colocações que vocês dois fizeram. Há uma separação entre sujeito e objeto do conhecimento. Enquanto o sujeito habita o mundo sensível, os objetos matemáticos, o bom, o belo estão no mundo inteligível e apenas as almas podem conviver neste mundo. Por meio do diálogo, o escravo lembrou o que já sabia. Ele já possuía o conhecimento por tê-lo experienciado quando sua alma estava no mundo inteligível. Quando sua alma passou a viver no corpo que agora habita, esqueceu-se dos conhecimentos

²⁴ ALRØ, Helle.; SKOVSMOSE, Ole. *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004, p.114, (tradução nossa).

de geometria, que a partir do método interrogativo aplicado por Sócrates, foram trazidos de volta à sua memória. O conhecimento não foi construído, mas lembrado. Suas interrogações tiraram o escravo do esquecimento. A dialética socrática possibilita que os seres humanos caminhem em direção às formas ideais dos objetos matemáticos. Já está presente em seu modo de produção de conhecimento a importância dos questionamentos, da interrogação, que aqui pautam-se na possibilidade de lembrar-se. Porém, essa relação entre lembrança e questionamento restringem a resposta do escravo a algo que já é conhecido por nossas almas: uma verdade absoluta que está em um mundo inteligível. De qualquer forma, as interrogações são pontos cruciais no processo do conhecimento e já estavam presentes em seus diálogos. Isso é formidável....

Sócrates: É exatamente isso.

Carolina: Essas colocações são relevantes para mim, pois, em meu estudo de doutorado, abordo o diálogo e suas relações com a educação matemática na educação de crianças. Interesse-me muito pelo diálogo entre adultos e crianças, e entre estas somente também. Em algum de seus diálogos, há crianças?

Sócrates: Ora, no livro *A República*, me dedico também à educação das crianças, mas o faço dialogando com Gláucon, e não com uma criança. Deste diálogo, eu destaco: "*desde crianças que devem aplicar-se à ciência do cálculo, da geometria e a todos os estudos que hão-de preceder o da dialética*".²⁵ Contudo... Não! Não! Nos diálogos dos quais participo, há muitos espíritos jovens. Mas não há nenhuma criança como minha interlocutora... Tu...

Carolina: Desculpe interrompê-lo, Sócrates. Seus interlocutores tinham razão ao compará-lo a uma tremelga do mar²⁶. Você está me entorpecendo como entorpeceu a Mênon. Fico sem argumentos diante dos seus e começo a ouvir barulhos ensurdecedores.

Skovsmose: Mas eu também estou ouvindo!

Carolina: Ouvi novamente! Que barulho estridente é este?

Galileu: Esse foi o segundo gongo do sino celeste! Esse é o sinal de que a porta da eternidade está para se fechar para os visitantes. Vocês devem partir ao som do terceiro e último gongo.

Sócrates: Não acabamos ainda de examinar nosso tema com cuidado. Eu tenho mais comentários...

Galileu: Carolina, você precisa ir e levar consigo seu orientador, quer dizer, a máquina. Volte em outro momento para conversarmos mais.

²⁵ PLATÃO, [19--], p. 352 (VII, 536 d-e).

²⁶ Esta comparação está presente em Platão (1971 ou 2010), p.83, 80.

Lakatos: Você tomou Sócrates como seu interlocutor, mas eu e Galileu temos muito a dizer e esperamos você.

Carolina: Desculpe-me, Sócrates, eu tenho de ir. Ouvi o terceiro gongo!!! Preciso correr, espero poder encontrá-los novamente!

REFERÊNCIAS

ALRØ, H; SKOVSMOSE, O. *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004.

BARBOSA, Gustavo. *Platão e Aristóteles na Filosofia da Matemática*. 2009. 134 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)- Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2009.

FREIRE, P. *Educação como Prática da Liberdade*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1967.

PLATÃO. *Apologia de Sócrates precedido de Êutifron (Sobre a piedade) e seguido de Críton (Sobre o dever)*. Tradução do grego e notas: André Malta. Porto Alegre: L &PM, 2012.

PLATÃO. *Defesa de Sócrates*. In: Os Pensadores II. São Paulo: Abril Cultural, 1972. (Os pensadores v.2)

PLATÃO. *Diálogos: A República III*. Tradução: Leonel Vallandro. Rio de Janeiro: Tecnoprint Gráfica Editora, [19--]. (Edições de Ouro).

PLATÃO. *Diálogos I: Mênon; Banquete; Fedro*. Tradução direta do grego: Jorge Pailekat. Notas marcadas com “n.r” de João Cruz da Costa. Rio de Janeiro: Tecnoprint Gráfica Editora, 1971. (Edições de Ouro).

PLATÃO. *Diálogos II: Fédon; Sofista; Político*. Tradução direta do grego: Jorge Pailekat; João Cruz Costa. 1.ed. São Paulo: Editora Globo, 1995.

PLATÃO. *Diálogos V: O banquete; Mênon (ou da virtude); Timeu; Crítias*. Tradução, textos complementares e notas de Edson Bini. Bauru/SP: EDIPRO, 2010. (Clássicos Edipro).

PLATÃO. *Teeteto*. Tradução de Adriana Mauela Nogueira e Marcelo Boeri. 3. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2010.

SKOVSMOSE, O. *Educação Crítica: Incerteza, Matemática, Responsabilidade*. Tradução: Maria Aparecida Viggiane Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

3 DIÁLOGO EM PAULO FREIRE: POSSIBILIDADE DE "DIZER" E DE PRONUNCIAR O MUNDO

3.1 Introdução

Em *Pedagogia da Esperança: um reencontro com a Pedagogia do Oprimido*, Paulo Freire (2011a)²⁷ relata uma experiência que marcou profundamente sua vida. Ele atuava como advogado em um caso. Um dentista havia montado parte de seu consultório com um dinheiro de empréstimo que, no momento, não tinha mais como pagar. Freire representava o credor para quem o dentista devia e, como advogado, tinha a função de tomar as providências legais para que o pagamento fosse feito mesmo que com os bens do dentista. Este reconhecia que errara por ter sido demasiado otimista no período em que fez o empréstimo e que entendia que iam levar tudo que tinha, com exceção de sua filhinha. Freire escutava ativamente as explicações do dentista e então disse:

Creio que você, sua esposa, sua filhinha, sua sala de jantar, sua sala de visitas vão viver uns dias como se tivessem entre parêntese com relação aos vexames de seu débito. Só na próxima semana poderei ver o credor a quem devolverei a causa. Mais uma semana, possivelmente, ele levará para conseguir outro necessitado como eu para ser seu advogado. Isso lhes dará um pouco de ar, meso entre parênteses. Gostaria de lhe dizer também que, como você, encerro minha passagem pela carreira nem sequer iniciada. Obrigada (FREIRE, 2011a, p.24).

Essa foi uma das experiências que foi fundamental na decisão de Paulo Freire de abandonar a advocacia e de se assumir como educador. Enquanto Freire escutava o dentista, ele analisava criticamente a fala e o contexto em que ela se dava. Ele criticamente perguntava-se a favor de quem e contra quem seria sua atuação como advogado. Ele compreendia que sua atuação como advogado não era neutra. Freire traçava uma crítica em relação à situação em que vivia.

A partir desta análise crítica, Freire assumiu uma postura clara, uma postura política ao decidir não representar mais o credor. Uma postura política de não se adaptar aos fins da profissão e executar o que é esperado de um advogado. Ele assumia uma postura política de estar do lado dos oprimidos.

²⁷ A primeira edição de *Pedagogia da Esperança: um reencontro com a pedagogia do oprimido* teve sua primeira edição publicada em 1992.

Neste sentido, crítica significa analisar o contexto social e histórico em que se está inserido, os elementos que condicionam; significa indagar a favor de quem e contra quem estão os conceitos, as teorias utilizadas bem como as experiências vividas. Política significa a postura que se assume, que emerge da análise crítica e se concretiza em uma ação na prática. Assim, a postura política pode ser expressa pelo engajamento em movimentos sociais e pelos referenciais teóricos usados na pesquisas. Mas de que forma essa experiência de Paulo Freire se relaciona com a escolha por uma educação pautada no diálogo?

Freire desenvolveu uma concepção de educação libertadora que respeita e valoriza os conhecimentos dos estudantes, que reconhece que todo ser humano possui um conhecimento relativo, que concebe o estudante como alguém que produz conhecimento. Tal opção por uma educação libertadora exige uma relação com o estudante que não pode dar-se a partir do autoritarismo; ela acontece no diálogo. Optar por uma educação libertadora é também optar pelo diálogo.

Assim, esta seção tem por objetivo discutir o conceito de diálogo no campo da Educação, mais especificamente a partir da Pedagogia Crítica, desenvolvida por Paulo Freire (1921-1997).

3.1 Diálogo e educação

Meu pai teve um papel importante na minha busca. Afetivo, inteligente, aberto, jamais se negou em ouvir-nos em nossa curiosidade. Fazia, com minha mãe, um casal harmonioso, cuja unidade, não significava, contudo, a nivelção dela a ele nem a dele a ela. O testemunho que nos deram foi sempre o da compreensão, jamais o da intolerância. Católica ela, espírita ele, respeitavam-se em suas opções. Com eles aprendi, desde cedo, o diálogo. Nunca me senti temeroso ao perguntar e não me lembro de haver sido punido ou simplesmente advertido por discordar (FREIRE, 2013, p.62).

Desde a sua infância, primeiramente em Recife e depois em Jaboatão, o menino Paulo Reglus Neves Freire aprendia o diálogo que, mais tarde, o educador brasileiro Paulo Freire desenvolveria e ensinaria. A escuta cuidadosa e aberta, o amor e o respeito ao outro e às diferentes opiniões, a tolerância e a liberdade de questionar, de discordar e de perguntar são aspectos do diálogo que ele aprendeu com sua família e que constituiriam também o conceito desenvolvido por ele posteriormente.

O conceito de diálogo foi desenvolvido por Freire no âmbito de uma educação libertadora e problematizadora que objetiva a humanização e a construção de um mundo mais justo. Assim, tal perspectiva de educação está intrinsecamente relacionada com a concepção

de ser humano. Este é concebido como ser histórico que se sabe no mundo e com o mundo, pois é o único ser vivo capaz de refletir sobre sua presença nele. Neste sentido, ele é capaz de admirá-lo, de se distanciar dele para conhecê-lo e ainda é capaz de intervir, de transformá-lo e de refletir sobre esse processo.

O ser humano é capaz de refletir sobre sua forma de estar no mundo. Deste modo, ele não é um ser de adaptação, que faz parte de uma realidade imutável, em que o futuro já está dado, mas é capaz de criar cultura, de se comunicar, de pronunciar o mundo e modificá-lo.

A capacidade do indivíduo de intervir no mundo é condição fundamental para que ele seja considerado como sujeito histórico que, ao transformar seu entorno, também se insere no processo de construção histórica e na possibilidade de transformar esse mundo, com o qual ele interage. Ele reflete sobre essa interação e pode comunicar ao outro suas experiências, seus sentimentos sobre sua forma de estar sendo no mundo e, juntos, podem mover-se para a construção de um que seja mais justo. Para Freire (2014a, p.184-185), "o diálogo, como encontro dos homens para a 'pronúncia' do mundo, é uma condição fundamental para sua real humanização". Neste trecho, Freire enfatiza que o ser humano se humaniza através da comunicação, em especial quando esta toma a forma do diálogo; portanto, como o processo educativo também se insere nessa busca pela humanização, ele tem de ocorrer por meio de relações dialógicas entre os participantes do processo educativo.

Neste sentido, a educação libertadora está estritamente vinculada às possibilidades do ser humano de ser mais, o que a vincula à democracia e à participação, as quais encontram no diálogo um possível caminho para se concretizar.

Freire (1996, 2011b, 2014a) enfatiza que o processo educativo se sustenta na inconclusão do ser humano. Este tem consciência de seu inacabamento, de sua inconclusão, fato que o coloca em uma postura de abertura para o mundo, o faz mover-se para conhecer, questionar, perseguir sua curiosidade e se educar, processo que, para o autor, tem caráter permanente. O ser humano tem consciência de que possui conhecimento sobre alguns assuntos, algumas experiências e por outro lado, desconhece muitos outros assuntos. A consciência dessa incompletude faz com que ele busque saber mais, e tal busca ocorre durante toda a sua vida. Sempre haverá algo novo para aprender.

Seria impossível saber-se inacabado e não se abrir ao mundo e aos outros à procura de explicação, de respostas a múltiplas perguntas. O fechamento ao mundo e aos outros se torna transgressão ao impulso natural da incompletude. O sujeito que se abre ao mundo e aos outros inaugura com seu gesto a relação dialógica em que se confirma como inquietação e curiosidade, como inconclusão em permanente movimento na História

(FREIRE, 1996, p.136).

A consciência de que se possui um saber relativo faz com que se procure saber mais, e isso ocorre no encontro com o outro ser humano, que também possui um saber relativo. Dialogando sobre estes saberes, sobre as inquietações que possuem, sobre suas dúvidas e sua relação com o mundo, juntos, podem saber mais. O ser humano busca, assim, ser mais. Entretanto, tal busca não se dá no isolamento e, sim, na interação. Quando ele busca "ser mais" no isolamento, sua procura se degenera em "ter mais" e, conseqüentemente, em desumanização. Isso porque "ter mais" implica que alguém terá menos, gerando situações de opressão. Neste sentido, o "ser mais" se concretiza na coletividade, com os outros seres humanos, que também buscam ser mais.

O caráter coletivo desta busca faz do homem um ser da comunicação, a qual é fundamental no processo de humanização do homem e que perpassa toda a sua vida. Todo ser humano possui vocação para a humanização, que se dá na comunicação, caminho de crescimento, de libertação para todos. É no ato de se comunicar com o outro que o ser humano compartilha suas experiências, que explicita como estão se dando suas vivências no mundo. Ao mesmo tempo, tem a possibilidade de compreender os modos de ser do outro no mundo e ambos aprendem juntos, humanizando-se.

Em *Educação como prática de liberdade* (1965), Freire destaca a importância da integração, da participação e do autogoverno que se manifestam no diálogo. Segundo Freire (1967, p.39), "o homem, ser de relações e não só de contatos, não apenas está no mundo, mas com o mundo. Estar com o mundo resulta de sua abertura à realidade, que o faz ser o ente de relações que é". O ser humano consegue distanciar-se e perceber-se no mundo com um "eu" que se diferencia de um "não-eu" e, por isso, pode criar, interagir e comunicar-se. Deste modo, necessita de uma "educação que o colocasse em diálogo constante com o outro. Que o predispuesse a constantes revisões" (FREIRE, 1967, p.90).

Ciente de seu inacabamento e de sua constituição como sujeito histórico que se integra, participa, o ser humano encontra na interação com o outro uma possibilidade de comunicação e de aprendizagem. O diálogo torna-se uma viabilidade para seu permanente processo de se humanizar.

3.2 Diálogo e democracia

O processo de colonização do Brasil não propiciou um clima de participação e de

dialogicidade, mas de fechamento, de mutismo do povo e de antidiálogo, gerando uma inexperiência democrática. Nas palavras de Freire (1967, p.36), "em todo o nosso background cultural, inexistiam condições de experiência, de vivência da participação popular na coisa pública. Não havia povo". Em seu processo de crescimento, o povo brasileiro não aprendeu a dialogar, mas a ouvir, a obedecer, sem efetivamente participar. A metrópole dizia a palavra e a colônia a ouvia.

Em 1959, em sua tese *Educação e atualidade brasileira*, Freire discute a relação entre educação, democracia e diálogo como fruto da urgência de uma educação para a democracia. Para Freire (1959), a democracia não se restringe a uma forma de governo, mas a aspectos democráticos presentes em nossas vidas, nas relações diárias que são estabelecidas, inclusive nas escolas. Uma educação humanizadora não se faz no autoritarismo; pelo contrário, ela reclama a descentralização do poder na escola, da democratização das relações que são vivenciadas no ambiente escolar, da horizontalização na relação professor e estudante. Freire (1959, p.34) ressalta a importância de se endereçar o "agir educativo no sentido da democracia".

Participar de um processo educativo domesticador e autoritário propicia condições para que o estudante aprenda a seguir regras passivamente, se adapte e se acomode ao mundo, que é apresentado para ele de forma compartimentada. O estudante não é concebido como sujeito do processo educativo, mas apenas como instrumento, o que não propicia que ele participe e aprenda aspectos democráticos. Isso também não quer dizer que o processo educativo deve pautar-se no relativismo, no espontaneísmo, em que o professor deixa de exercer o seu papel de sujeito do processo. Nem no autoritarismo, nem na licenciosidade, mas, sim, na autoridade democrática embrionariamente ligada ao diálogo, que engaja professor e estudante como sujeitos do processo educativo.

Estudantes e professores aprendem democracia e o diálogo vivenciando e não apenas verbalizando o que sabem sobre eles. É no dia-a-dia da sala de aula que ambos aprendem a democracia por meio de uma postura dialógica. Assim, o diálogo não floresce em uma relação autoritária em que um faz comunicados e os outros os absorvem. O diálogo floresce no esforço diário de fazer uma escola mais democrática. Ele deve constituir as relações de todos os envolvidos no processo educativo como, por exemplo, nas interações do professor com os estudantes, da escola com as famílias, dos professores com a direção, dos estudantes com os estudantes.

A educação que se vincula a aspectos democráticos alicerça-se na participação: participação dos sujeitos no processo educativo, a qual não se dá em um processo educativo

monológico, mas, sim, em um processo educativo dialógico, onde cada um dos estudantes pode expressar sua visão de mundo, pode dizer a palavra, pode dialogar.

3.3 Diálogo e tolerância

O diferente pode ser alvo do ódio, que pode levar a situações de opressão, de redução do outro ao status de coisa, que pode levar à morte. A história ensina que o ódio ao diferente pode levar a caminhos devastadores, como no Nazismo e suas vítimas, por exemplo. Ao se adentrar o Memorial dos Judeus Mortos na Europa²⁸, em Berlim, na Alemanha, lê-se: "Aconteceu, portanto pode acontecer novamente: este é o cerne do que temos a dizer (Primo Levi, tradução nossa)"²⁹. Tais palavras alertam que se deve estar vigilante para que suas relações com o outro não esteja embasada no ódio, para que a sociedade não volte a viver momentos desumanizadores como os vivenciados no Nazismo.

Mas os dias atuais continuam impregnados de acontecimentos em que a diferença é encarada como negativa. O terrorismo crescente e desterritorializado busca justificar-se nas diferenças culturais e religiosas. Recentemente, discursos impregnados pela intolerância a grupos subrepresentados têm levado candidatos a se elegerem.³⁰ O ódio nos espreita nos dias atuais e a tolerância e o respeito tornam-se cada vez mais necessários para o fortalecimento da democracia, para o estabelecimento de relações respeitadas e dialógicas.

Freire (2013) destaca a importância da tolerância nas relações. Nas palavras do autor: "Falo da tolerância como virtude da convivência humana. Falo, por isso mesmo, da qualidade básica a ser forjada por nós e aprendida pela assunção de sua significação ética - a qualidade de conviver com o diferente. Com o diferente, não com o inferior." (FREIRE, 2013, p.1-2). Tolerar, nessa perspectiva, é uma virtude de conviver e aprender com a diferença. Em uma interação em que há tolerância, todos os participantes toleram-se mutuamente, respeitam suas diferenças. A tolerância não pode ser, de forma alguma, confundida com a atitude em que se atura o outro que, por ser diferente, é considerado inferior e, conseqüentemente, é tolerado por alguém que lhe é superior.

Tolerar é saber-se igual ao outro, possuidor dos mesmos direitos e deveres, é saber-se

²⁸ Memorial to the Murdered Jews of Europe

²⁹ "It happened, therefore it can happen again: this is the core of what we have to say" (Primo Levi).

³⁰ Discursos que expressavam intolerância e preconceito em relação aos imigrantes não impediram que Donald Trump se tornasse presidente dos Estados Unidos. Discursos que exaltam um torturador e que expressam intolerância por grupos subrepresentados como, por exemplo, as mulheres, não impediram que o candidato Jair Bolsonaro se tornasse presidente do Brasil.

em condição de igualdade com os outros seres humanos e respeitá-los em suas possibilidades de ser. Essa virtude torna-se essencial para o diálogo. É a partir de uma postura de tolerância, de respeito, que se ouve o outro e se compartilha sua visão de mundo. O ser humano só se abre para compartilhar no que acredita quando se está ciente de que o outro o respeitará. E só se abre para aprender novas coisas, em diálogo com o outro, quando há convicção de que se pode aprender com as diferenças. Cada estudante com as suas diferenças se constitui em um sujeito da aprendizagem. "O problema da dialogicidade tem que ver não só com a teoria do conhecimento, mas tem que ver com a postura democrática da presença do ser como sujeito do seu conhecimento, como sujeito da sua educação" (FREIRE, 2013, p.42).

Se, na sala de aula, o professor julga que o estudante é diferente dele, inferior, a educação terá o objetivo de "transformar" o estudante, modificá-lo, a partir da eliminação das diferenças entre ambos. Quanto mais o estudante se parecer com o professor, quanto mais reproduzir sua visão de mundo, mais eficiente seria a educação. Nesta perspectiva não há diálogo; há apenas comunicação em que se deposita, se impõe uma visão de mundo ao outro. O professor só se abre para o diálogo quando acredita que as diferenças entre ele e seus estudantes podem contribuir para o ensino e aprendizagem, quanto acredita que o estudante é também sujeito da aprendizagem.

3.4 Diálogo e seus elementos constitutivos

No livro *Pedagogia do oprimido* (2014a), Freire faz uma distinção entre a *educação bancária* e a *educação libertadora*, tendo como um dos critérios que as diferenciam o tipo de interação e comunicação estabelecidas entre professor e estudante na sala de aula, ou mesmo fora dela.

A educação bancária é caracterizada por uma relação verticalizada entre professor e estudante. O professor não se comunica, mas faz comunicados que são depositados nos estudantes. "O educador é o que diz a palavra; os educandos, os que a escutam docilmente". (FREIRE, 2014a, p.82). O professor, detentor do conhecimento, deposita o saber nos estudantes a partir da narração e da dissertação dos conteúdos. O estudante recebe os depósitos deste conhecimento de forma paciente e passiva. E quanto mais o estudante repete os depósitos que recebeu, mais eficiente torna-se a educação bancária.

Nesta perspectiva de educação, a educação tem como alicerce a visão de mundo do professor, o conhecimento que adquiriu e o qual doará aos estudantes. A superioridade do professor não permite que se dedique a escutar os estudantes, a conhecer seus saberes de

experiência, suas preferências, suas dúvidas e curiosidades, os caminhos que percorreram para chegar a um determinado resultado. O professor não tem como alicerce de sua prática conhecer o que o estudante sabe, pois, na educação bancária, ele já detém o conhecimento que deve ser transmitido, independentemente das especificidades da turma.

Em contrapartida, o estudante tem sua criatividade castrada, seu nível de ação é restringido a escutar, a repetir e a praticar os exercícios para demonstrar que os depósitos do professor foram feitos de forma eficiente. "Uma das características desta educação dissertadora é a 'sonoridade' da palavra e não sua força transformadora. Quatro vezes quatro, dezesseis; [...] que o educando fixa, memoriza, repete, sem perceber o que realmente significa quatro vezes quatro" (FREIRE, 2014a, p.80). Nesse processo, o estudante não é convidado a tomar distância epistemológica do objeto de conhecimento, de estudá-lo com rigorosidade exercendo sua criticidade, mas apenas a absorver, a repetir, a se domesticar.

A construção de uma relação dialógica inaugura-se na superação da verticalização da relação professor e estudante. Segundo Freire (2014a, p.95-96),

Em verdade, não seria possível a educação problematizadora, que rompe com os esquemas verticais característicos da educação bancária, realizar-se como prática da liberdade, sem superar a contradição entre o educador e os educandos. Como também não lhe seria possível fazê-lo fora do diálogo. É através deste que se opera a superação de que resulta um termo novo: Não mais educador do educando, não mais educando do educador, mas educador-educando com educando-educador. Desta maneira, o educador já não é o que apenas educa, mas o que, enquanto educa, é educado, em diálogo com o educando que, ao ser educado, também se educa. Ambos assim se tornam sujeitos do processo em que "argumentos de autoridade" já não valem.

A superação da verticalidade se faz no diálogo, na possibilidade de os envolvidos no processo educativo dialogarem sobre o objeto cognoscível para aprenderem juntos, de forma crítica. O professor deixa de assumir o papel de detentor do conhecimento. Desta maneira, o aluno deixa de incorporar passiva e pacientemente os conteúdos. O autoritarismo do professor já não tem espaço nesse tipo de relação, mas, sim, sua autoridade.

A argumentação em uma relação horizontal não é baseada em argumentos como "está correto, porque eu estou dizendo" ou "está errado, e ponto final", já que argumentos de poder perdem sua legitimidade e abrem espaço para que ambos, professores e estudantes, argumentem para aprenderem juntos. A força dos argumentos agora é intrínseca a eles, ou seja, relaciona-se com sua coerência. Na educação problematizadora, o professor não diz a palavra porque tem o poder, mas a diz para se comunicar com o estudante. A escuta ou a fala não são tarefas exclusivas de um dos sujeitos do processo educativo. Ambos participam do

processo; por isso professor e estudante podem dizer, podem escutar, podem dialogar.

O processo de conhecimento, numa perspectiva libertadora, implica na valorização dos saberes de experiência dos estudantes. A curiosidade ingênua dos estudantes é expressa nesses saberes. Este aspecto da obra freiriana enfatiza que todo ser humano é capaz de saber, possui um conhecimento relativo que pode contribuir para o ensino e a aprendizagem de todos os envolvidos no processo educativo.

Tanto professor quanto estudante passam a ser sujeitos do processo de ensino e aprendizagem. Portanto, o diálogo constitui-se de "*uma relação horizontal de A com B*" (FREIRE, 1967, p.107), de que "*resulta o crescente saber*" (FREIRE, 2014a, p.37, grifo do autor) do professor e do estudante. *Amor³¹ ao mundo e aos homens, humildade, esperança, fé e confiança entre os sujeitos e pensar verdadeiro* constituem-se em elementos fundamentais do diálogo.

O amor em uma interação dialógica expressa-se pelo respeito ao outro, pelo compromisso com ele, pela busca coletiva pelo conhecimento. Nas palavras do autor, "ama-se na medida em que se busca comunicação, integração a partir da comunicação com os demais" (FREIRE, 2011b, p.36). Quando, por exemplo, dois irmãos brigam, os dois se chateiam fortemente e, para expressar tal insatisfação, deixam de falar um com o outro. Assim, punem-se a si e ao outro também. E para expressar tal indignação com o outro, tentam romper o primeiro ato que expressa o amor: a comunicação. Para ambos, isso se torna um grande peso, pois o amor que sentem um pelo outro faz com que queiram comunicar-se, que queiram entrar em diálogo e compartilhar suas experiências.

Diálogo e humildade se conectam na medida em que não há saber absoluto nem ignorância absoluta, pois todo ser humano é capaz de reflexão e possui experiências no mundo concreto. Assim, tanto professores quanto estudantes sabem algo e podem aprender algo. A humildade se torna uma característica fundamental do diálogo, pois só aquele que é humilde e consciente de que sabe, mas que também ignora algo, pode colocar-se em movimento para aprender. Além disso, os estudantes possuem saberes e podem, através da comunicação, compartilhá-los com o educador e, juntos, podem buscar saber mais.

O professor não deve colocar-se em uma posição de superioridade, por se considerar possuidor do conhecimento, mas, sim, "na posição humilde daquele que comunica um saber relativo a outros que possuem outro saber relativo" (FREIRE, 2011b, p.36). A humildade do

³¹ Andersson e Wagner (2017) também traçam uma relação do diálogo com o amor.

professor possibilita que ele valorize os saberes dos estudantes e, enquanto ensina, também aprende. O professor não é aquele que tudo sabe e doa seu conhecimento aos estudantes que estão numa ignorância absoluta. Ao argumentarem, professores e estudantes devem ser humildes; seus argumentos não podem ser tomados como verdades absolutas, sacralizadas, que não podem ser questionadas, mas devem ser questionados, visitados e revisitados por todos. Assim, a comunicação requer humildade dos participantes no processo educativo.

Na concepção de Freire, a fé, elemento essencial do diálogo, se expressa pela convicção na possibilidade de o homem criar, transformar o mundo e ser mais. Acreditando no outro e em sua possibilidade de se humanizar é que se entra em diálogo.

A fé, o amor e a humildade são fundamentais para que se estabeleça uma relação de confiança entre os sujeitos, a qual se expressa pela pronúncia do mundo na coletividade. Os homens se encontram em uma relação de confiança que permite que cada um expresse a palavra verdadeira, aquela que coincide com os atos.

A esperança também é um elemento constitutivo do diálogo. No momento em que o ser humano se coloca num processo de busca, ele traz consigo esperança, pois não há busca na desesperança. A esperança se concretiza no desejo por uma sociedade mais humana, na luta por uma sociedade mais justa socialmente.

A etimologia da palavra esperança auxilia a compreender a relação que Freire estabelece entre ela e o diálogo. Vem do latim "spes", que significa confiança em algo positivo, e é confiando na possibilidade de mudança, na construção de um mundo mais justo, na capacidade de criar e de aprender de todas as crianças, assim como no estabelecimento de relações mais humanas que o ser humano se coloca em diálogo.

A derivação "spes" também deu origem a palavra esperar, porém Freire faz uma distinção entre esperança e esperar. A esperança não acontece na espera imobilizante, mas na esperança que se expressa por meio da práxis. Acredita-se na mudança, mas, para que tal mudança se concretize, o ser humano reflete e atua e não apenas espera que a mudança seja feita pelas mãos dos outros. Assim, ter esperança significa acreditar na possibilidade de transformação e de se inserir em tal processo.

Pensar verdadeiro é um pensar crítico que se alicerça na transformação, na admiração do mundo a partir de uma distância epistemológica, que afirma a temporalidade e a historicidade do próprio conhecimento. Em contrapartida, o pensar ingênuo é o da acomodação, da adaptação, que nega a temporalidade e a historicidade do conhecimento. No diálogo, todos são capazes de pensar certo e, para que todos os participantes do processo educativo se engajem em uma relação dialógica, o professor tem que acreditar na capacidade

dos estudantes de pensar certo.

Ao abordar profundamente o conceito de diálogo, Freire (2014a) faz uma distinção entre *palavra inautêntica e palavra verdadeira*. A palavra inautêntica é a palavra oca, esvaziada de significação, palavra que não encontra ressonância na atitude daquele que não a pronuncia, pois é desprovida de coerência e de comprometimento. Neste caso, palavra e atitude vão de encontro uma a outra. Desta forma, dizer uma palavra inautêntica não leva ao estabelecimento do diálogo e sim a uma conversação descomprometida.

A palavra verdadeira é dita com comprometimento, é o encontro dialético da reflexão e da ação e, neste sentido, é práxis. "Práxis que, sendo reflexão e ação verdadeiramente transformadora da realidade, é fonte de conhecimento reflexivo e criação" (FREIRE, 2014a, p.127).

Dizer a palavra verdadeira não pode ser ato restrito, mas um direito de todo o ser humano. "Se é dizendo a palavra com que, 'pronunciando' o mundo, os homens o transformam, o diálogo se impõe como caminho pelo qual os homens ganham significação enquanto homens" (FREIRE, 2014a, p.109).

O autor ainda ressalta que o diálogo inaugurado quando o professor pensa em relação ao conteúdo programático se inicia, assim, no momento em que este se questiona em relação ao que irá dialogar com os estudantes³². Esse questionamento do professor não pode levar em conta apenas o que o professor considera importante, não pode ser um depósito, uma imposição, denominada por Freire de *invasão cultural*. Quando um ser humano julga que possui uma cultura superior à do outro, ele tende a impô-la como a correta, a que carrega os valores adequados e, neste sentido, que é superior e deve ser ensinada ao outro. Este, objeto de depósito da cultura alheia, possui até então valores, perspectivas de mundo que são consideradas inferiores, e que não são consideradas durante o processo educativo.

A invasão cultural é a imposição de uma cultura à outra, a qual pode ser exercida pelo professor ou pelo pesquisador quando ele estende seu conhecimento aos estudantes, desconsiderando a cultura que possuem. Neste sentido, o educador progressista não estende seu conhecimento ao outro impondo-o, mas se comunica com o objetivo de conhecer e de aprender com o outro, com seus valores e seus saberes. A função do educador não é estender o seu conhecimento, mas comunicar-se.

O conteúdo programático em torno do qual irão dialogar deve possuir ligação embrionária com a situação de existência dos estudantes, com a situação concreta que eles

³² Skovsmose (2009) trata da contribuição do conceito de imaginação pedagógica em que, durante o processo de planejamento das aulas, o professor problematiza as possibilidades de interação com os estudantes.

vivenciam. Freire (2014a, p.120) ensina que "nosso papel não é falar ao povo sobre a nossa visão do mundo, ou tentar impô-la a ele, mas dialogar com ele sobre a sua e a nossa". Isto implica que, para dialogar sobre a visão de mundo de ambos, o professor deve, necessariamente, se dispor a valorizar e a escutar a visão de mundo dos estudantes, seu saber de experiência feito.

3.5 Diálogo e conhecimento

O que significa conhecer criticamente? Quando o estudante chega à escola, ele possui uma bagagem de experiências, de conhecimentos que são frutos de suas vivências. O estudante leva consigo tais saberes e é este *saber de experiência feito* (FREIRE, 1996; 2014a) que deve constituir-se no ponto de partida do ensino e de aprendizagem. O professor convida os estudantes a compartilharem seus saberes e, ao mesmo tempo, se dedica a escutá-los, a conhecer os saberes que os estudantes trazem para a escola. Segundo Freire (1996, p.123),

Respeitar a leitura de mundo do educando significa tomá-la como ponto de partida para a compreensão do papel da *curiosidade*, de modo geral, e da humana, de modo especial, como um dos impulsos fundantes da produção do conhecimento. É preciso que, ao respeitar a leitura de mundo do educando para ir mais além dela, o educador deixe claro que a curiosidade fundamental à inteligibilidade do mundo é histórica e se dá na história, se aperfeiçoa, muda qualitativamente, se faz metodicamente rigorosa. E a curiosidade assim metodicamente rigorisada faz achados cada vez mais exatos.

Freire enfatiza a importância do respeito aos saberes dos estudantes, o qual está intimamente ligado com a humildade. Sendo humilde, o estudante reconhece que não é o único que sabe, que possui um saber relativo e que, escutando, pode aprender. Sua fala não é a única a ser pronunciada, já que todos os participantes do diálogo têm direito a fala e, para que isto seja colocado em prática, ele pode e deve falar, mas, para que os outros falem, ele pode e deve escutar.

O respeito aos saberes dos estudantes, expresso pela sua valorização e escuta, exige a compreensão de que existem saberes diferentes que possuem recortes de classe e que se relacionam com o *background* de cada indivíduo. Tais saberes, justamente por serem diferentes, podem contribuir para o enriquecimento do ensino e da aprendizagem.

Ao dialogar com o estudante, o professor tem a possibilidade de conhecer os seus saberes de experiência feitos, de aprender com eles e de interagir para que tais saberes sejam o ponto de partida para a construção do conhecimento. Isso não quer dizer que o professor deve

restringir-se ao saber do estudante, mas sim que, por meio de uma relação dialógica, juntos possam, partindo dele, ir além. O autor enfatiza a existência de um saber dominante que também deve ser ensinado, mas seu ensino e aprendizagem têm que ser construídos a partir dos saberes que as crianças das diferentes classes sociais trazem de suas casas, possibilitando que os estudantes conectem diferentes tipos de conhecimento e reflitam criticamente sobre eles. Inspirado na perspectiva freiriana, Gutstein (2007) enfatiza a importância de conectar três formas de conhecimento: o conhecimento da comunidade, o conhecimento clássico e o conhecimento crítico³³. O conhecimento da comunidade envolve todo saber que o estudante traz consigo para a escola, sua forma de falar, de interpretar o mundo, o conhecimento sobre sua comunidade. Considera-se que o conhecimento da comunidade vai ao encontro do que Freire (1996, 2014a) denomina de *saber de experiência feito*.

Segundo Gutstein (2007), o conhecimento clássico envolve os saberes formais e escolares. Segundo o autor, este tipo de conhecimento é essencial para que os estudantes tenham as competências necessárias para suceder academicamente, consigam passar em testes que definem quem terá acesso a particulares recursos e oportunidades (como, por exemplo, os vestibulares) e tenham oportunidades de escolha de carreira. O autor destaca que esse conhecimento se relaciona com o que Freire e Macedo (2006) denominam de *conhecimento dominante*.

O conhecimento crítico se refere ao conhecimento sociopolítico, a questionamentos que indagam o porquê das coisas serem de uma determinada forma, que indaga sobre a favor de quem e contra quem um conhecimento está sendo produzido ou utilizado. É um conhecimento do contexto histórico, social e político do objeto de conhecimento. Os autores destacam que esse conhecimento se refere ao que Freire e Macedo (2006) denominam *ler o mundo*.

Gutstein (2007) ainda destaca que a separação entre os conhecimentos não é sempre tão clara; muitas vezes eles se sobrepõem e o conhecimento de comunidade que alguns estudantes têm podem ser, ao mesmo tempo, conhecimentos críticos. Considera-se que essa diferenciação que entre os três tipos de conhecimento ajuda a compreender que o processo de construção do conhecimento na perspectiva freiriana a partir da conexão entre os três. Partir dos conhecimentos de comunidade dos estudantes não significa se restringir a ele, mas torná-lo gradativamente um saber epistemológico a partir do questionamento de suas razões de ser.

Durante esse processo, a distância epistemológica do objeto de conhecimento torna-se

³³ No original lê-se community, classical, and critical knowledge.

essencial:

Quanto melhor me "aproximo" do objeto que procuro conhecer, ao dele me distanciar epistemologicamente, tanto mais eficazmente funciono como objeto cognoscente e melhor, por isso mesmo, me assumo como tal. O que quero dizer é que, como ser humano, não devo nem posso abdicar da possibilidade que veio sendo construída, social e historicamente, em nossa experiência existencial de, intervindo no mundo, intelegi-lo, e em consequência, comunicar o intelegido. A inteligência do mundo, tão aprendida quanto produzida e a comunicabilidade do intelegido são tarefas de sujeito, em cuja tarefa ele precisa e deve tornar-se cada vez mais crítico. (FREIRE, 2014b, p.33-34).

Neste sentido, o estudante reflete sobre a realidade e comunica, por meio do diálogo, sua compreensão do mundo, escuta ativamente as compreensões dos outros estudantes e, juntos, examinam o objeto do conhecimento, admirando-o. A partir de um distanciamento que não é geográfico, e sim epistemológico, os sujeitos do processo de aprendizagem se questionam sobre as razões de ser do conhecimento.

A distância epistemológica é um aspecto essencial para que novas reflexões e questionamentos emergjam. Professores e estudantes dialogam mediatizados pelo mundo, pela realidade, e, a partir do saber de experiência feito que o estudante possui, de sua posterior admiração crítica, é que a curiosidade ingênua deste vai fazendo-se curiosidade epistemológica e o saber de experiência feito vai se fazendo em saber epistemológico.

Portanto, pode-se dizer que, para Freire, o diálogo é uma relação horizontal entre professores e estudantes que se fundamenta na humildade, no amor, na confiança, na fé, no pensar verdadeiro. É por meio do diálogo na sala de aula que o professor valoriza os saberes do estudante e os toma como ponto de partida para o processo educativo. Nessa interação dialógica, estudantes e professor dialogam mediatizados pela realidade, caminham juntos para a construção de um conhecimento reflexivo.

3.6 Diálogo e a criança

Maria Júlia: Eu sei contar até cento e nove! Você sabe que número vem depois do cento e nove?

Carolina: Sim.

Maria Júlia: Qual?

Carolina: Depois do cento e nove vem o cento e dez.

Maria Júlia: Não é não!

Carolina: Por que você acha que não é o 110?

Maria Júlia: Porque se o cento e dez fosse depois do cento e nove, depois do quarenta e nove teríamos o quarenta e dez!

(Maria Júlia, 5 anos)³⁴.

As crianças são extremamente criativas, elas carregam consigo a curiosidade, elas duvidam e fazem perguntas surpreendentes. A visão que uma determinada sociedade tem em relação às crianças influencia diretamente a forma com que os adultos interagem com elas. Em *História social da criança e da família*, Ariès (1986)³⁵ ressalta que historicamente a concepção de criança adquiriu diferentes contornos. O trecho, a seguir, aborda a compreensão sobre a criança na Idade Média:

Le Grand Propriétaire de toutes choses trata das idades em seu livro VI. Aí, as idades correspondem aos planetas; em número de 7: A primeira idade é a infância que planta os dentes, e essa idade começa quando a criança nasce e dura até os sete anos, e nessa idade aquilo que nasce é chamado de enfant (criança), que quer dizer não falante, pois nessa idade a pessoa não pode falar bem nem formar perfeitamente suas palavras, pois ainda não tem seus dentes bem ordenados nem firmes, como dizem Isidoro e Constantino. (Ariès, 1986, p.36).

A palavra criança estava associada com aquele que não tem plena capacidade de se expressar, que depende do outro para fazê-lo e que, portanto, não precisa ser escutada ativamente. Segundo Abramowicz (2003, p. 16) "a história da criança e da infância sempre foi construída "sobre a criança" e não "com a criança", na medida em que ela não tem uma fala considerada como legítima na ordem discursiva e é sempre vista como infantil, infantilizada, destituída de razão".

As concepções que se tinha em relação às crianças influenciava em sua socialização e o início da escolarização formal. "O sentimento mais comumente expresso para justificar a necessidade de retardar a entrada para o colégio era a fraqueza, "a imbecilidade", ou a incapacidade dos pequeninos" (ARIÉS, 1981, p.176).

Neste sentido, faz-se essencial propor as seguintes questões: Qual a concepção de crianças abordada nesta tese? De que forma o referencial teórico adotado contribui para se pensar a criança e suas interações na sala de aula?

Freire desenvolveu o conceito de diálogo tendo como foco o urgente problema da alfabetização de adultos no Brasil. As relações entre o adulto e o mundo foram o alicerce para o processo de alfabetização desenvolvido pelo autor. Em 1963, Freire, juntamente com um grande número de educadores, colocou seu processo de alfabetização de adultos em ação.

³⁴ Durante minhas interações com as crianças me surpreendo com seu modo de olhar para o mundo. Maria Júlia é minha sobrinha e as interações que tenho com ela me transformam.

³⁵ A primeira edição brasileira desta obra é de 1972.

Angicos, cidade localizada no Rio Grande do Norte, foi palco dessa experiência que aliava o processo de leitura do mundo, de participação, à alfabetização. Freire e seus companheiros dispenderam grande tempo para investigar o universo vocabular dos estudantes, sua forma de falar, seus temas de interesse, criando um processo educativo que valorizasse as experiências que os adultos já possuíam. A palavra cultura, por exemplo, se constituiu em um tema gerador de extrema importância, pois, a partir dele, era possível dialogar sobre a possibilidade de se criar cultura e de os estudantes se reconhecerem como seus criadores (de cultura). Portanto o processo de alfabetização desenvolvido por Freire é resultado da práxis estabelecida por meio da relação dialética entre sua teorização vívida e a atuação no desenvolvimento de processos de alfabetização de adultos.

Tal especificidade da obra freiriana gerou alguns questionamentos sobre o desenvolvimento de um processo educativo dialógico na educação de crianças. No livro "Conversação libertária com Paulo Freire", Edson Passetti faz os seguintes questionamentos ao autor: "O seu método é eficiente tão-somente na educação de adultos ou é também na educação de crianças?" (PASSETTI, 1998, p.59). "Mas a dialogia ultrapassa a separação entre crianças e adultos?" (PASSETTI, 1998, p.60).

A esses questionamentos, Freire, respondendo a Passetti (1989, p.59-60), observa que:

O diálogo faz parte da natureza humana constituindo-se na história e socialmente. Eu não defendo a natureza humana antes da história, fora da história porque a natureza humana vem se constituindo na história há milênios. Então, uma das convicções que eu tenho é que em certos momentos da constituição histórico-social dessa natureza foi a necessidade da comunicação que começou a existir antes da própria consciência da comunicação.

Apesar de não se ter dedicado especificamente à educação de crianças, ao abordar o conceito de diálogo, Freire enfatiza que este é vocação humana e que faz parte do processo de humanização que perpassa a vida toda. Todos os seres humanos têm direito à comunicação e é ela quem potencializa sua aprendizagem. Portanto Paulo Freire desenvolve a tese de que o conceito de diálogo é um aspecto importante no processo educativo de todo ser humano, tanto de crianças como de adultos.

Neste sentido, concordando com o autor, pode-se afirmar que o diálogo também é um caminho para o processo educativo de crianças, as quais também criam, transformam, se comunicam e se humanizam. A criança é compreendida como um ser histórico que produz conhecimento e cultura nas interações que estabelecem.

O diálogo se constitui em um aspecto fundamental do processo de ensino e aprendizagem de crianças. Para investigar o diálogo entre crianças, é essencial relacioná-lo com a incerteza, expressa aqui a partir da seguinte indagação: As crianças colocam o diálogo em ação de forma diferente da dos adultos?

O diálogo entre adultos e crianças pode possuir diferenças. A criança olha para o mundo de um modo inusitado, ela questiona ideias e conceitos que para os adultos já estão naturalizados. Daí, é necessário investigar as especificidades que as interações dialógicas podem ter quando crianças interagem na sala de aula.

Diante deste cenário, emergem algumas questões pertinentes: Há diferença entre o diálogo estabelecido entre adultos e o diálogo estabelecido entre as crianças? Há especificidades no diálogo entre o professor e as crianças na sala de aula? Qual o papel do professor quando está dialogando com crianças? Como fazer com que as crianças se engajem no diálogo? A comunicação estabelecida entre as crianças na sala de aula possui as qualidades de um diálogo? Interações dialógicas entre crianças podem favorecer a emergência de conceitos? Sobre o que as crianças querem aprender? Qual a linguagem que elas utilizam?

Deste emaranhado de indagações, emerge a necessidade de investigar o conceito de diálogo a partir das salas de aula em que as crianças, juntamente com o professor, são os sujeitos da aprendizagem. É conveniente, assim, ter o ciclo I do Ensino Fundamental como região de inquérito para o conceito de diálogo.

Assim, faz-se necessário discutir o conceito de diálogo no contexto escolar dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que tem como público alvo estudantes que tem, em média, entre 6 e 11 anos de idade. É preciso revisitar o conceito de diálogo a partir do gosto das crianças, de sua maneira de se expressar, de seus temas de interesse, de sua curiosidade, de sua forma de interagir e estar no mundo, do jeito de estar sendo criança, da forma como os professores e as crianças colocam o diálogo em ação nas aulas de matemática.

3.7 Paulo Freire e a Educação Matemática

"Uma das grandes preocupações deveria ser essa: a de propor aos jovens, estudantes, alunos, homens do campo, que antes e ao mesmo tempo em que descobrem que 4 por 4 são 16, descobrem também que há uma forma matemática de estar no mundo", disse Paulo Freire em uma entrevista de 2008 com os educadores matemáticos Ubiratan D'Ambrosio e Maria do Carmo Domite.

O ensino mnemônico da tabuada, sem sua compreensão, que é depositado pelo

professor no estudante, não possibilita que ele compreenda a matemática como uma forma de estar no mundo, como uma ferramenta que possibilita que o ser humano interprete o mundo em que vive e que possa atuar para modificá-lo.

É essencial que estudante e professor dialoguem sobre a matemática e compreendam que ela faz parte da cultura, que é uma produção humana. Nesta perspectiva, esta deixa de ser concebida como um conjunto de técnicas abstratas que devem ser transmitidas para o estudante e decoradas por ele. Ao enfatizar que há uma forma matemática de estar no mundo, Freire (2008) salienta a importância que a matemática tem para que o ser humano interprete o mundo, reflita sobre sua ação no mundo e para que intervenha nele. Todo ser humano experimenta uma forma matemática de estar no mundo e, portanto, possui um saber relativo sobre a matemática que pode tornar-se ponto de partida para novas aprendizagens nesse campo de ensino.

Em seus diversos livros, Freire tem como foco principal a educação geral e trata com mais especificidade da alfabetização. Em alguns momentos de suas obras, ele faz referência à matemática, sem trazer, no entanto, uma reflexão sistemática sobre tal campo do ensino. Porém, a entrevista de Freire (2008) se constitui no primeiro momento em toda a sua vida em que Freire tem a Educação Matemática como foco, a partir da qual se debruça em especial sobre as conexões entre o ensino e a aprendizagem da matemática e sua perspectiva teórica.

Para Freire (2008), a matemática está presente na forma como o ser humano se relaciona com o mundo e com as outras pessoas. Ela constitui uma forma de vivenciar o mundo, de compreendê-lo e de interagir com o outro. Por exemplo, quando se pergunta a uma criança quantos anos ela tem, sua expressividade se dará a partir da matemática. Todo o tempo que ela vive no mundo é medido com a utilização da matemática. As casas da rua em que mora são identificadas por números, a mesada que ela ganha de seus pais ou a falta de dinheiro para as necessidades básicas são expressas em números nas rugas de suas testas. A matemática contribui para que o ser humano leia o mundo, interprete-o e intervenha nele.

Segundo Freire (2008), a alfabetização, que não se restringe à aprendizagem de técnicas, mas à leitura do mundo, contribui para a formação do cidadão, para sua visão crítica do mundo e para sua participação neste. Freire ressalta que o caráter político atribuído à alfabetização pode estar presente também na alfabetização matemática.

Essa é uma pergunta primeira. É a primeira vez que eu me defronto com essa pergunta e eu acho que ela tem sentido. Tem sentido como uma pergunta não apenas feita a mim, mas feita a nós todos. Confesso que na época eu não pensei nisso. Não iria eu agora mentir e dizer ah, já naqueles anos, há quarenta anos atrás, eu já vivia pensando nisso. Não, na verdade eu não

pensei nisso. Mas eu hoje entendo isso perfeitamente. Eu não tenho dúvida nenhuma da importância de qualquer esforço, que não deve inclusive ser um esforço exclusivo do matemático, professor de matemática, por exemplo, mas que deveria ser no meu entender um esforço do homem e da mulher, matemático ou físico ou carpinteiro, que é exatamente o esforço de nos reconhecer como corpos conscientes matematicizados (FREIRE, 2008 entrevista).

Freire destaca que, no Brasil, a matemática possui um caráter elitizado, já que sua aprendizagem aliada à compreensão é restrita a poucos privilegiados, da qual ele próprio não fez parte. A democratização do conhecimento matemático, que se expressa pela possibilidade de que não só gênios possam dedicar-se à matemática, mas sim todos os seres humanos, torna-se um aspecto *sine qua non* em uma educação problematizadora. É necessário abordar a matemática com a rigorosidade necessária, porém, de uma forma simples, que não se faz pelo simplismo, mas tendo como ponto de partida as formas de quantificar que os estudantes já trazem para a escola. A democratização do conhecimento matemático relaciona-se com a valorização dos saberes matemáticos que os estudantes possuem e que podem contribuir para que eles possam aprender cada vez mais.

A obra de Paulo Freire tem ressonância no campo da Educação Matemática. Diversos teóricos têm-se inspirado em sua epistemologia para refletir sobre o ensino e aprendizagem na sala de aula de matemática, na formação de professores de matemática, bem como no processo de pesquisar em Educação Matemática como Alrø e Skovsmose (2004, 2010); D'Ambrosio (1998b); Domite (1993); Forner (2005); Frankenstein (1987,1998); Frankenstein e Powell (1994); Gutstein (2006); Santos (2007) , e Skovsmose (2007).

O trabalho de Frankenstein (1987) inaugura o estabelecimento de conexões entre a matemática e a perspectiva epistemológica de Paulo Freire³⁶. Segundo a autora, o conhecimento matemático, muitas vezes considerado neutro, pode parecer, por vezes, não submeter-se à crítica. Em uma sociedade altamente tecnológica, faz-se necessário que todo conhecimento, inclusive o conhecimento matemático, seja objeto de reflexão. Reflexão que se inicia nas salas de aula dessa disciplina e está embasada por uma concepção de conhecimento. Frankenstein (1987, 1998) enfatiza que a epistemologia freiriana pode dar sustentação para que o ser humano reflita sobre a matemática em uma sociedade altamente tecnológica, podendo embasar práticas de sala de aula que objetivem um conhecimento crítico.

Na perspectiva freiriana não há conhecimento neutro. O simples fato de dizer que um

³⁶ Freire (2013) destaca que um entrelaçamento coerente entre sua perspectiva libertadora e a Educação Matemática tem sido desenvolvida por Marilyn Frankenstein.

conhecimento matemático é neutro já é, em si, um ato político que busca mascarar os interesses econômicos e sociais que podem reger a utilização desse conhecimento em nosso cotidiano. Frankenstein (1987, 1998) alerta para o fato de que é necessário que se pergunte a favor de quem e contra quem é utilizado o conhecimento matemático. A autora abre espaço para que a Educação Matemática, mesmo que timidamente, comece a molhar-se na perspectiva libertadora de Paulo Freire.

Na próxima seção, será abordada a influência da concepção de alfabetização libertadora no campo da Educação Matemática.

3.8 Educação matemática: domesticação x libertação

Paulo Freire (2014a) enfatiza que a educação bancária contribui para a domesticação dos estudantes e que a educação numa perspectiva progressista e libertadora possibilita o empoderamento dos estudantes, a identificação de situações de opressão e a construção de uma sociedade mais democrática.

Há, também, incerteza em relação aos fins da Educação Matemática, pois ela pode contribuir para processos de manutenção de situações de exclusão como pode favorecer a construção de uma sociedade mais justa e democrática (SKOVSMOSE, 2014). Esta complexidade do papel da Educação Matemática e a forma como ela é organizada têm ressonância nas teorizações e também nas práticas de sala de aula de matemática, em todos os seus níveis de ensino. A alfabetização, nos anos iniciais, pode ser organizada tanto para a *domesticação* como para a *libertação*.

A alfabetização matemática pode ser concebida como aquisição de técnicas matemáticas. Ensinada a partir de uma suposta neutralidade, a matemática contribui para a domesticação dos estudantes e a manutenção das relações de poder presentes na sociedade. Skovsmose (2007) enfatiza que, durante a escolarização, um estudante resolve, em média, 10000 exercícios que são elaborados no imperativo: "resolva", "calcule". Tal rotina de exercícios contribui para que o estudante desenvolva uma postura de obediência em relação à matemática. Este aspecto ainda é reforçado com a restrição da resposta dos exercícios a uma única opção. Assim, a matemática passa a operar como um argumento inabalável, como argumento último que traz certezas para as análises, o que é denominado de *Ideologia da Certeza* (SKOVSMOSE, 2007).

A experiência do estudante com esta disciplina não passa pela crítica. A ele não são oferecidas oportunidades para que possa refletir criticamente sobre a utilização da matemática

e sobre suas relações com o mundo em que vive. A alfabetização matemática, desta forma, contribui para uma postura de adaptação e de conformidade com as estruturas sociais. Os estudantes não são convidados a pensar criticamente sobre a utilização da matemática, sobre as questões éticas que envolvem sua utilização. Discutir a alfabetização matemática abrange a compreensão de como o ambiente de aprendizagem e as práticas desenvolvidas contribuem para a relação do estudante com esta ciência, para o desenvolvimento de suas identidades culturais e sociais, para a compreensão de suas relações com o mundo e com a forma de como interpretam seus *foregrounds*, suas expectativas futuras.

Durante a *8th International Mathematics Education and Society*, realizada em Portland, em 2015, Ubiratan D' Ambrosio enfatiza que a matemática está associada à ética do rigor, que se expressa nas práticas de sala de aula pelo ensino de conhecimentos matemáticos que capacitam os estudantes para produzirem horrores como, por exemplo, bombas mortais. Porém, nestas aulas, não há espaço para que os estudantes critiquem a própria matemática e sua utilização. Em outras palavras, o autor enfatiza que a matemática deve estar associada à ética humanitária, que se distancia da produção de tecnologias para a destruição dos seres humanos. Os conhecimentos matemáticos desenvolvidos na escola devem estar endereçados à sobrevivência digna de todos, criando possibilidades para que os estudantes identifiquem novas ameaças, criem novas ideias e enfrentem os novos problemas do mundo. D'Ambrosio (2005b) destaca, ainda, que o ensino da matemática deve objetivar a preservação da diversidade e a supressão das desigualdades discriminatórias.

Essa rede de preocupações está diretamente relacionada com a importância do aspecto social e político no campo da Educação Matemática, o que amplia o ensino e a aprendizagem para além de aspectos estritamente relacionados à aprendizagem de técnicas matemáticas e reivindica uma aprendizagem crítica associada ao *empowerment*. A dimensão política e social do ensino e aprendizagem da matemática tem sido enfatizada em perspectivas críticas da Educação Matemática, tanto internacionalmente em autores como Baber (2010); Frankenstein (1987, 1998); Gutstein (2006); Skovsmose (2007, 2014a, 2014b); Skovsmose; Greer (2012); Skovsmose; Valero (2012); Vithal (2003) como, nacionalmente, na etnomatemática na visão de D'Ambrósio (1998b, 2001, 2015); Domite (1993) e, mais recentemente, na Educação Matemática Crítica como em Biotto Filho (2015); Faustino et al (2017); Lima; Lima (2016); Marcone (2015); Milani (2015) e Silva (2016).³⁷

³⁷ Somam-se a estes, pesquisas de doutorado em andamento de Alves (em progresso) Barros (em progresso), Muzinatti (2009), Roncato (em progresso), Souza (em progresso), Carrijo (em progresso) sob a orientação de Ole Skovsmose a pesquisa de Moura (em progresso) sob a orientação de Miriam Godoy Penteado.

Freire (2014a) concebe a alfabetização como um ato político que, numa perspectiva progressista, está endereçada para a libertação. Da mesma forma, considera-se que a alfabetização matemática pode ter o mesmo status. No campo da Educação Matemática, os trabalhos desenvolvidos por Skovsmose (2004, 2007, 2010) e Gutstein (2006, 2007) trazem grandes contribuições para se pensar a alfabetização matemática numa perspectiva de libertação. A relação dialética entre a aquisição das habilidades e técnicas matemáticas e a compreensão do mundo com esse conhecimento é expressa por Skovsmose pelo conceito de *matemacia*.

No livro "*Reading and writing the World with Mathematics: toward a Pedagogy for a Social Justice*", de 2006, Eric Gutstein contribui para que se compreendam as dimensões política e social do ensino da matemática. Inspirado na perspectiva da educação libertadora, desenvolvida por Freire (2014a), o autor enfatiza que a Educação Matemática também pode contribuir para que os estudantes leiam o mundo e participem ativamente da transformação de situações de opressão.

Ler o mundo com matemática pode ser expresso pelo desenvolvimento de uma consciência sociopolítica, da interpretação de situações de opressão presentes em suas vidas e na de outras pessoas. Enquanto aprendem matemática, os estudantes compreendem melhor sua relação com o mundo, interpretam situações de desumanização, de opressão presentes na vida real. "O ponto é que a matemática se torna uma ferramenta analítica necessária e poderosa que os alunos usam para estudar sua existência sociopolítica. A matemática também se tornou um ponto de entrada em investigações mais profundas e mais questionamento"³⁸ (GUTSTEIN, 2006, p.70, tradução nossa). Em outras palavras, quando os estudantes leem o mundo com matemática, eles têm a possibilidade de fazer análises matemáticas que os ajudam a compreender aspectos sociais complexos de nossa sociedade.

Escrever o mundo com matemática significa que o ser humano pode, por meio de suas ações, transformar o mundo com a matemática. Os estudantes têm que aprender, mas têm que aprender também coisas além dela. Torna-se papel da Educação Matemática que o estudante compreenda que suas ações podem interferir no mundo, que ele é um ser humano que participa da história e não apenas se adapta a ele. Escrever o mundo com matemática se relaciona diretamente com a ação dos estudantes para transformá-lo, mesmo que de forma periférica (GUTSTEIN, 2006).

³⁸ "The point is that mathematics become a necessary and powerful analytical tool that students used to study their sociopolitical existence. Mathematics also became an entry point into deeper investigations and more question" (GUTSTEIN, 2006, p.70).

Gutstein (2006) desenvolveu sua concepção de matemática para a justiça social trabalhando principalmente com adolescentes, e não com crianças pequenas. Porém, sua profunda análise de uma educação matemática para a justiça social inspira a pensar a alfabetização matemática. O que pode significar ler o mundo com matemática quando os participantes do processo de ensino e aprendizagem são crianças? De que forma crianças podem envolver-se em ações para mudar o mundo com matemática?

A partir da Educação Matemática Crítica (SKOVSMOSE, 2007) e a Educação Matemática para a Justiça Social (GUTSTEIN, 2006), pode-se dizer que a alfabetização matemática abarca, de forma dialética, as dimensões técnica e política e objetiva a leitura e escrita do mundo com matemática. Nesta perspectiva, ela pode contribuir para o desenvolvimento da identidade social e cultural positiva dos estudantes e para a ampliação de seus horizontes futuros com matemática.

A próxima seção desta tese busca discutir o conceito de diálogo no campo da Educação Matemática e, em especial, na perspectiva da Educação Matemática Crítica.

REFERÊNCIAS

ABRAMOWICZ, A. *O direito das crianças à educação infantil*. Pro-Posições. v. 14, n. 3, 42, set./dez. 2003.

ALRØ H.; SKOVSMOSE, O. *Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática*. Tradução: Orlando Figueiredo. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004.

ALVES, D. S. *Sobre Sonhos e Empoderamento: reflexões e possibilidades para as aulas de matemática*. Tese (Doutorado) -Universidade Estadual de São Paulo, Rio Claro. Em andamento; ainda não publicada.

ARIÈS, P. *História social da criança e da família*. Rio de Janeiro: Editora Guanabara, 1986.

BABER, S. A. Mathematics from the perspective of critical sociology. In: ALRØ, H.; RAVN, O.; VALERO, P. (Eds.). *Critical Mathematics Education: past, present and future*. . Rotterdam: Sense Publishers, 2010.

BIOTTO FILHO, Denival. *Quem não sonhou em ser um jogador de futebol?: trabalho com projetos para reelaborar foregrounds*. 2015. 234 p. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2015. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/124075>>. Acesso em: 15 jan. 2016.

D'AMBROSIO, U. From Mathematics Education and Society to Mathematis Education and a

Sustainable Civilization: a threat, an appeal, and a proposal. 8th International Mathematics Education and Society. Portland, Oregon, USA, June 21-26, 2005b. Disponível em <http://www.mescommunity.info/> . Acesso em: 20 nov. 2017. Plenary talk.

D'AMBROSIO, U. Literacia e materacia: objetivos da educação matemática. *Pátio- Revista Pedagógica*, Porto Alegre, ano 1, n 3, nov/ 1997-jan. /1998b p.22-26.

DOMITE, M. C. *Problematização: um caminho a ser percorrido em Educação Matemática*. 1993. 309f. Tese (Doutorado)- Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 1993. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000072065&fd=y> . Acesso em: 9 mar.2017.

FAUSTINO, A. C. et al. Macroinclusion and microexclusion in mathematics education. In: CHRONAKI, A. (Ed.). *Mathematics education in the life and times of crisis: Proceedings of the Ninth International Mathematics Education and Society Conference*. Volos, Greece: MES9, 2017.

FORNER, R. *Paulo Freire e a Educação Matemática: reflexões sobre a formação do professor*. 2005. 193f. Dissertação (Mestrado em Educação)- PUC-Campinas, Campinas 2005. Disponível em http://www.bibliotecadigital.puc-campinas.edu.br/tde_arquivos/3/TDE-2010-10-01T125943Z-1619/Publico/Regis%20Forner.pdf Acesso em: 23 jun. 2016.

FRANKEISTEIN, M. Critical Mathematics Education: An Application of Paulo Freire's Epistemology. In: SHOR, I. (Ed.) *Freire for the classroom: A sourcebook for liberatory teaching*, New Hampshire: Boyton and Cook Publisher, 1987.

FRANKEISTEIN, M., Educação Matemática Crítica: uma aplicação da epistemologia de Paulo Freire. In: BICUDO, M. A. (Org.) *Educação Matemática*. 2 ed. São Paulo: Moraes, 1998.

FRANKEISTEIN, M.; POWELL, A. B. Toward liberatory mathematics Paulo Freire's epistemology and ethnomathematics. In: MCLAREN; LANKSHEAR (Eds.) *The politics of Liberation: Paths from Freire*. London: Routledge, 1994.

FREIRE, P. *Cartas a Cristina: reflexões sobre minha vida e minha práxis*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2013.

FREIRE, P. *Educação como prática da liberdade*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1967.

FREIRE, P. *Educação e atualidade brasileira*. Tese de concurso para a cadeira de História e Filosofia da Educação na Escola de Belas Artes de Pernambuco. Recife, 1959.

FREIRE, P. *Educação e mudança*. 2. ed. rev. e atual. São Paulo: Paz e Terra, 2011b.

FREIRE, P. Entrevista de Paulo Freire. In: *Oitavo Congresso Internacional de Educação Matemática*. 2008. Disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=245kJbsO4tE> Acesso em: 15 nov 2015.

FREIRE, P. *Extensão ou comunicação*. Tradução: Rosisca Darcy de Oliveira. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1997. (O Mundo, Hoje, v.24).

FREIRE, P. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários para prática pedagógica*. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, P. *Pedagogia da Esperança: um reencontro com a Pedagogia do Oprimido*. São Paulo: Paz e Terra, 2011a.

FREIRE, P. *Pedagogia do oprimido*. 58. ed. rev. e atual. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2014a.

FREIRE, P. *Pedagogia da Indignação: cartas pedagógicas e outros escritos*. Organização e participação Ana Maria de Araújo Freire.- 1. Ed. São Paulo: Paz e Terra, 2014b.

FREIRE, P. *Pedagogia da Tolerância*. Organização, apresentação e notas: Ana Maria Araújo Freire. 2. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2013.

FREIRE, P.; MACEDO, D. *Alfabetização: leitura do mundo, leitura da palavra*. 3. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2006.

GUTSTEIN, E. Connecting community, critical, and classical knowledge in teaching mathematics for social justice. In: *The Montana Mathematics Enthusiast*, ISSN 1551-3440, Monograph 1, The Montana Council of Teachers of Mathematics, p. 109-118, 2007.

GUTSTEIN, E. *Reading and writing the world with mathematics: toward a pedagogy for a social justice*. New York: Routledge, 2006.

LIMA, A. S.; LIMA, I. M. S. Os Conteúdos Matemáticos e as Realidades dos Alunos Camponeses: que articulações são realizadas pelos professores que atuam em escolas do campo? *Perspectivas da Educação Matemática – INMA/UFMS*. v. 9, n. 19, 2016. Disponível em: <http://seer.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/1370/1270>. Acesso em: 15 jan. 2017.

MARCONE, R. *Deficiencialismo: A invenção da deficiência pela normalidade*. 2015. 170 p. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2015. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/124073>>. Acesso em: 9 mar. 2017.

MILANI, R. *O processo de aprender a dialogar por futuros professores de matemática com seus alunos no estágio supervisionado*. 2015. 239 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática)- Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho (UNESP), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2015. Disponível em <http://base.repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/124074/000831615.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 10 jan. 2016.

MOURA, A. Q. *O processo do diálogo no ensino e na aprendizagem de matemática com estudantes surdos e ouvintes*. Tese (Doutorado) -Universidade Estadual de São Paulo, Rio Claro. Em andamento, ainda não publicada.

MUZINATTI, J. L. . *A "Verdade" Apaziguadora na Educação Matemática: como a argumentação de estudantes de classe média pode revelar sua visão acerca da injustiça social*. Tese (Doutorado) -Universidade Estadual de São Paulo, Rio Claro. Em andamento, ainda não

publicada.

PASSETTI, E. *Conversação Libertária com Paulo Freire*. São Paulo: Imaginário, 1998.

RONCATO, C. *Significado em Educação Matemática: encontros conceituais sinalizados aos estudantes universitários público-alvo da educação especial*. Tese (Doutorado) -Universidade Estadual de São Paulo, Rio Claro. Em andamento, ainda não publicada.

SANTOS, B. P. *Paulo Freire e Ubiratan D'Ambrosio: contribuições para a formação do professor de matemática no Brasil*. 2007. 444 p. Tese (Doutorado)- Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: <http://www2.fe.usp.br/~etnomat/teses/PauloFreireeUbiratanDAmbrosio.pdf>. Acesso em: 29 jun.2016.

SILVA, G. H. G. *Equidade no acesso e permanência no ensino superior: o papel da educação matemática frente às políticas de ações afirmativas para grupos sub-representados*. 2016. 359f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2016. Disponível em: <https://www.capes.gov.br/images/stories/download/pct/2017/Mencoes-Honrosas/Ensino-Guilherme-Henrique-Gomes-da-Silva.PDF> Acesso em:8 mar.2017.

SKOVSMOSE, O. *Educação Crítica: incerteza, matemática, responsabilidade*. Tradução: Maria Aparecida Vigiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

SKOVSMOSE, O. Researching possibilities. In: SETATI, M. et al. (Eds.). *Researching possibilities in mathematics, science and technology education*. New York: Nova Science Publishers, 2009.

SKOVSMOSE, O. GREER, B. *Opening the cage*. Rotterdam: Sense Publishers, 2012.

SOUZA, D. *A matemática em ação e o ensino de Cálculo: possibilidades no ensino superior por meio da Aprendizagem Baseada em Problemas*. Tese (Doutorado) -Universidade Estadual de São Paulo, Rio Claro. Em andamento, ainda não publicada.

VITHAL, R. *In Search of a Pedagogy of Conflict and Dialogue for Mathematics Education*. The Netherlands: Kluwer Academic Publisher, 2003.

4. DIÁLOGO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Este capítulo tem por objetivo discutir a relação entre a comunicação, o ensino e a aprendizagem da matemática. Desta forma, serão abordadas brevemente algumas pesquisas que discutem a comunicação e o diálogo. Em seguida, será abordado o que pode significar o conceito de diálogo no campo da Educação Matemática Crítica.

Nas aulas de matemática, a comunicação geralmente se restringe à apresentação dos conteúdos e, depois de realizados alguns exercícios, pauta-se na validação e na refutação das respostas aos exercícios propostos pelo professor. Porém, buscando alternativas para o ensino e aprendizagem da matemática, uma quantia crescente de pesquisas tem tomado a linguagem e a comunicação como principal objeto de estudo no âmbito nacional em estudos autores como os de Faustino (2016); Mendes (1995, 2001); Milani (2015); Nacarato (2012) e Silva (2014) e também no internacional como em Abdu et al. (2015); Alrø e Johnsen-Høines (2010); Alrø e Skovsmose (2004, 2010); Calder (2015); Díez-Palomar e Calibré Olivé (2015); Wagner, Herbel-Eisemann e Choppin (2012); Miller e Glover (2010), Kazak, Wegerif, Fujita (2015); Nelson e Slavit (2007); Vithal (2000).

Segundo Morgan et al. (2014), o enfoque das pesquisas em Educação Matemática sobre a linguagem relaciona-se com a valorização do contexto social no ensino e na aprendizagem desta área, bem como o desenvolvimento de abordagens críticas que enfatizam a importância dos aspectos sociais e políticos da educação e, por consequência, das interações que ocorrem na sala de aula.

Nos últimos três anos, *The International Journal on Mathematics Education (ZDM)* publicou duas edições especiais que abordam o tema comunicação na sala de aula. A primeira delas, "Language and Communication in Mathematics Education", de Morgan et al., em 2014, aborda a linguagem e a comunicação no contexto das pesquisas em Educação Matemática. A segunda, "Scaffolding and dialogic teaching in mathematics education", de Markar, Bakker e Ben-ziv, publicada em 2015, discute os conceitos de ensino dialógico e *scaffolding* (andaime) e sua utilização nas pesquisas em Educação Matemática, assim como suas relações com o ensino e a aprendizagem da matemática. Segundo Morgan et al. (2014, p.843),

[...] é evidente na literatura e na extensão da participação em grupos focados em linguagem e matemática em conferências como o Congresso Internacional de Educação Matemática, a Psicologia da Educação Matemática, o Congresso de Pesquisas Europeia em Educação Matemática e conferências especializadas. No entanto, não há um consenso sobre a melhor

forma de descrever esse papel (ou esses papéis), sobre quais práticas de linguagem devem ser encorajadas, ou mesmo sobre o que o termo linguagem engloba.³⁹ (tradução nossa).

Neste sentido, é possível dizer que a linguagem e a comunicação possuem visibilidade no campo da Educação Matemática, porém é essencial que os pesquisadores se dediquem a investigar os papéis delas no ensino e na aprendizagem desta disciplina.

A associação entre a utilização do diálogo e o conceito de *scaffolding* tem sido foco de inúmeras pesquisas na educação matemática como em: Abdu et al.(2015); Calder (2015); Díez-Palomar e Calibré Olivé (2015); Kazak et al. (2015); Markar, Bakker e Ben-ziv (2015); Zolkower, Sheryar, Pérez, (2015). *Scaffolding* é um método de suporte baseado na interação professor-estudante. Por exemplo, para atuar na zona de desenvolvimento proximal (VYGOTSKY, 1962), os professores podem utilizar o *scaffolding*, o qual é potencializado quando realizado por meio de uma relação pautada no diálogo. Assim, a partir de uma interação dialógica, o professor pode dar suporte à aprendizagem do estudante para que este consiga realizar uma atividade, um problema ou atingir um objetivo que aquele não conseguiria realizar sozinho e, quando conseguir fazê-lo com autonomia, o suporte do professor pode ser retirado.

Duas pesquisas que lidam com esse tópico têm como preocupação central o ensino da matemática no Ensino Fundamental. Devido a isso, este estudo tratará brevemente sobre elas. Por um lado, Markar, Bakker e Ben-Ziv (2015) têm como foco a educação de estudantes nos anos finais do Ensino Fundamental, em que as crianças têm entre nove e dez anos de idade. Eles investigam como o professor pode dar suporte ao desenvolvimento de normas e de práticas de argumentação nas aulas de matemática. Os autores argumentam que, ao final de nove meses de uma prática de sala de aula, baseada na associação da argumentação e de *scaffolding*, os estudantes adquirem autonomia no processo de argumentação nas aulas de matemática. Neste sentido, a perspectiva deles é perpassada pela importância de que a argumentação, neste nível de ensino, seja aprendida no dia-a-dia da sala de aula de matemática, espaço em que o papel do professor é essencial.

Por outro lado, Díez-Palomar e Calibré Olivé (2015) têm os anos iniciais como foco

³⁹ [...] is evident in the literature and in the extent of participation in groups focusing on language and mathematics at conferences including the International Congress on Mathematical Education, the Psychology of Mathematics Education, the Congress of European Research in Mathematics Education, and specialty conferences. However, there is not agreement about how best to describe this role (or these roles), about which language-related practices should be encouraged, or even about what the term language itself encompasses.

de seu trabalho. Investigam o desenvolvimento de atividades matemáticas sobre o conteúdo de números racionais em espaços dialógicos constituídos dentro de grupos interativos. Tais grupos são caracterizados pela organização da turma em grupos com estudantes heterogêneos e um adulto (professor ou tutor voluntário) que os estimula a dialogar, ou seja, é essencial que o nível de conhecimento matemático dos estudantes seja diferente para que eles possam abordar a atividade de diferentes formas e criar um espaço dialógico.

Os autores conectam *scaffolding* com a perspectiva de aprendizagem dialógica de Flecha (2008), que tem inspiração teórica no conceito de dialogicidade de Paulo Freire e no de ação comunicativa de Jurgen Habermas. Tendo como local de inquérito a Educação Matemática, Díez-Palomar e Calibré Olivé (2015) desenvolvem o conceito de "*Dialogic talk*", que são interações embasadas no desenvolvimento de argumentos que possuem justificáveis baseadas em objetos matemáticos e suas representações. Os autores enfatizam que o diálogo, durante as atividades de grupo interativo dos anos iniciais, possibilitou o desenvolvimento de situações de aprendizagem significativas que contribuem para a aprendizagem dos conceitos matemáticos. Podem emergir, ainda, ideias matematicamente não-válidas, o que evoca o papel do adulto como guia na interação de cada um dos grupos.

Alrø e Skovsmose (2004, 2010) desenvolveram uma concepção de diálogo que emergiu da interação entre adolescentes dinamarqueses e professores durante aulas de matemática. Os autores argumentam que um dos possíveis caminhos para o desenvolvimento de aspectos da Educação Matemática Crítica na sala de aula são investigações que propiciem uma aprendizagem crítica da matemática por meio de uma relação dialógica que abarca aspectos políticos e sociais da educação. O diálogo torna-se essencial para a formação do cidadão para que desenvolvam uma postura democrática e leiam o mundo com matemática.

Segundo Skovsmose (2001a, p.46):

As possibilidades de exercício dos deveres e direitos democráticos não estão apenas relacionadas às estruturas democráticas formais institucionalizadas, mas também a uma atitude democrática individualmente consolidada. Ações democráticas de nível macro devem ser antecipadas no nível micro. Isso quer dizer que não podemos esperar o desenvolvimento de uma atitude democrática se o sistema escolar não contiver atividades democráticas como principal elemento. Se queremos desenvolver uma atitude democrática pela educação matemática, os rituais dessa educação não podem conter aspectos fundamentalmente não democráticos. O diálogo entre professor e estudante tem um papel importante.

Diálogo e democracia tornam-se conceitos conectados: atitude democrática há de ser desenvolvida diariamente em um ambiente escolar democrático e dialógico. Segundo Gabassa

(2009, p.46-47), "[...] aprende-se a fazer diálogo dialogando e a fazer democracia, fazendo democracia. Os/as estudantes não vão aprender a participar se apenas falamos em participação. De fato tem-se de experimentá-la." Esta aprendizagem constante e processual do diálogo, destacada pela autora em uma perspectiva da Pedagogia Crítica, também se faz presente na perspectiva de ensino e aprendizagem dialógica da Educação Matemática Crítica. Aprende-se a dialogar fazendo-o diariamente nas interações escolares, inclusive as estabelecidas nas aulas de matemática.

Para Alrø e Skovsmose (2004, 2010), o diálogo constitui-se em um elemento fundamental no ensino e aprendizagem da matemática criando possibilidades para o desenvolvimento de uma aprendizagem crítica. Os autores destacam que o diálogo é uma conversação orientada para a aprendizagem, na qual podem ser identificadas algumas características especiais denominadas *atos dialógicos*, a ser abordado na seção seguinte. A perspectiva de ensino e aprendizagem dialógica desenvolvida pelos autores no âmbito da Educação Matemática Crítica tem inspirado diversas pesquisas.

Na África do Sul, Vithal (2000) desenvolve uma perspectiva pedagógica baseada no diálogo e no conflito, em que tais conceitos se relacionam de forma complementar. Na Dinamarca, Alrø e Johnsen-Høines (2010) trabalham a perspectiva dialógica na formação inicial de professores. No Brasil, Silva (2014) e Milani (2015) abordam o diálogo no processo de formação de professores. Brevemente serão abordadas as duas últimas pesquisas por terem sido desenvolvidas no Brasil.

Na tese de doutorado, inspirada na teoria de Bakhtin, Freire e Alrø e Skovsmose e denominada "O diálogo entre diferentes sujeitos que aprendem e ensinam Matemática no contexto escolar dos anos finais do Ensino Fundamental", SILVA (2014) investigou os limites e as possibilidades de criação de um ambiente capaz de potencializar as interações dialógicas e cooperativas em contexto de ensino e aprendizagem de matemática no nível de ensino mencionado. A autora sublinha potencialidades do diálogo nas aulas de matemática enfatizando que não só o diálogo pode contribuir com a aprendizagem dos conceitos matemáticos, mas que a aprendizagem matemática também pode favorecer o engajamento dos alunos nos diálogos. Segundo Silva (2014, p.317), "em interação, os estudantes que se apropriam conceitualmente de algum objeto matemático, se sentem fortalecidos a mediar a aprendizagem dos colegas e passam a participar mais ativamente do diálogo".

Há ainda investigações sobre diálogo na formação inicial e continuada dos professores de matemática. Milani (2015), inspirada na base teórica de Alrø e Skovsmose, discute o processo de aprender a dialogar de futuros professores de matemática em interação com os

estudantes durante o período em que desenvolvem o estágio supervisionado e enfatiza as potencialidades do diálogo neste processo formativo.

É importante salientar que as pesquisas de Silva (2014) e Milani (2015) abordam o conceito de diálogo no campo da Educação Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e na formação de professores de matemática, respectivamente.

Porém não há pesquisas que, inspiradas na perspectiva da Educação Matemática Crítica, abordam o enfoque dialógico nos anos iniciais, nível de ensino que é foco desta pesquisa. Busca-se, assim, (re)pensar a comunicação com base nas vivências entre professores e crianças na faixa etária de 7 a 11 anos, pautando-se nas especificidades da crianças e sua forma de interagir com o outro e o mundo.

Neste sentido, na próxima seção deste capítulo, será discutida a relação entre diálogo e ensino e aprendizagem da matemática na perspectiva da Educação Matemática Crítica.

4.1 Diálogo: um possível caminho para a aprendizagem crítica da matemática

Alrø e Skovsmose (2004, 2010) interessam-se pela interação que ocorre nas salas de aulas de matemática e pela forma como tais processos podem dar suporte para o ensino e a aprendizagem do conhecimento matemático. O livro *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*, foi publicado pelos autores em 2002 e possui uma versão traduzida de seus quatro primeiros capítulos para o português sob o título *Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática*. Este será a base da discussão apresentada nesta seção, sendo que será priorizado o primeiro deles por se tratar da versão completa.

O padrão "sanduíche" de comunicação, o jogo de perguntas e respostas e o diálogo são padrões de comunicação identificados pelos autores em aulas de matemática em que os professores interagem com estudantes em diferentes ambientes de aprendizagem.

Segundo Alrø e Skovsmose (2004), o padrão "sanduíche"⁴⁰ se caracteriza por uma interação iniciada pelo questionamento do professor, recheada pela resposta do estudante e finalizada com um *feedback* do professor. Como exemplo, tem-se a seguinte conversa: "Qual a diferença entre 432 e 125?" A isso, o estudante responde: "557", e o professor emite seu *feedback* : " Hum! Está incorreto!"

Neste tipo de interação, o estudante tem uma responsabilidade mínima com seu próprio processo de aprendizagem. É requisitado a ele apenas que emita uma resposta à

⁴⁰ Alrø e Johnsen-Jøines (2010) se referem a esse padrão de comunicação como Guess What the Teachers Thinks.

pergunta do professor sem elaborar justificativas e argumentos para defendê-la. Não é solicitado ao estudante que explicita o caminho percorrido para chegar ao resultado; ele não verbaliza suas ideias matemáticas. Quando o estudante dá uma resposta correta, passa-se a um novo questionamento; quando a resposta é incorreta, o professor geralmente faz novamente o questionamento acrescentando uma pequena pista para que o estudante chegue à resposta certa; em seguida, retoma a explicação, apresenta a resposta correta ou, ainda, repete a mesma pergunta para outro estudante.

Tal padrão de comunicação foi identificado pelos autores em um ambiente de aprendizagem no qual predominava uma forte tradição da matemática escolar, que basicamente segue os seguintes processos: (a) utilização do livro didático; (b) dissertação do professor sobre um tópico matemático; (c) resolução de exercícios feitos pelos estudantes sobre o tópico matemático; (d) correção dos exercícios pelo professor, atribuindo "certo" ou "errado"; e, finalmente (e) tarefa de casa (ALRO, SKOVSMOSE, 2004).

Nesse ambiente, as interações dos participantes do processo educativo sofrem a influência do absolutismo da sala de aula, que consiste na busca por uma verdade absoluta nas salas de aula de matemática: professores buscam, por meio de suas correções, suprimir os erros dos estudantes. A busca por uma verdade absoluta no campo da matemática nos acompanha desde a Antiguidade, como foi destacado no primeiro capítulo desta tese. Na perspectiva filosófica de Platão, buscava-se chegar à verdade, a qual era única e não era acessível ao homem por meio de sua vivência sensorial no mundo. A verdade pairava em um mundo ideal (ALRO, SKOVSMOSE, 2004). Durante o processo de correção, as respostas dos estudantes geralmente são classificadas como "certas" ou "erradas". Os erros dos estudantes são tratados de forma burocrática, pois erros de diferentes naturezas são tratados da mesma forma: "está errado". Não se busca discutir as diferentes causas dos erros ou o percurso que o estudante percorreu até ali.

A conversação avaliativa, presente no padrão "sanduíche" de comunicação, por ter como objetivo principal identificar os erros e acertos dos estudantes, obstaculiza o desenvolvimento de atividades investigativas nas aulas de matemática. Não há abertura para que os estudantes desenvolvam suas perspectivas e dialoguem sobre elas. Além disso, ela não favorece o desenvolvimento de uma reflexão crítica sobre o conhecimento matemático (ALRØ; JOHNSEN-HØINES, 2010).

Os autores argumentam que as formas de comunicação que são estabelecidas nas salas de aula são influenciadas pelo contexto de comunicação. Em aulas em que o contexto de comunicação é perpassado pela tradição da matemática escolar, não foi possível observar o

diálogo em ação.

No padrão *jogo-de-perguntas*, o estudante se orienta pela intenção que o professor tem em mente para compreender o objetivo geral da atividade. Apesar do estudante se envolver em um processo de investigação, as interações objetivam adivinhar o que o professor espera da atividade e dos estudantes no contexto em questão. Segundo Alrø e Skovsmose (2004), o jogo-de-perguntas pode, de certo modo, representar uma investigação, mas não um diálogo, pois, neste último, as perspectivas dos estudantes devem ser consideradas.

O diálogo emergiu a partir de um contexto em que os estudantes e o professor estavam realizando investigações de forma coletiva e cooperativa durante as aulas de matemática. Segundo Alrø e Skovsmose (2004, 2010), uma simples conversação não se constitui em um diálogo. Para ser um diálogo, uma conversação precisa ter certas qualidades, ser orientada para a aprendizagem e possuir três características principais: *fazer investigações, correr riscos e promover a igualdade*.

Os autores enfatizam que *fazer investigações* é engajar-se cooperativamente e coletivamente em direção a mais conhecimento, a novas compreensões e experiências que têm como guia a curiosidade. Para tanto, o estudante tem que estar envolvido em tal processo, ou seja, a investigação não pode ser uma imposição, mas sim um convite. Outro aspecto essencial para que haja um processo de investigação é a abertura, o que possibilita que diferentes caminhos possam ser trilhados e que não haja apenas uma resposta certa. Nesse processo de investigação, os estudantes dialogam sobre suas perspectivas que podem tornar-se linhas de investigação.

Correr riscos se refere à imprevisibilidade dos caminhos que o diálogo pode tomar na sala de aula. De um lado, tais riscos podem ser considerados negativos quando os estudantes ficam perdidos e ansiosos. Nestes momentos, o papel do professor é essencial, pois, a partir da interação, o professor pode ajudar os estudantes a se sentirem confiantes durante o processo de investigação e perceber até que ponto é possível desafiar o grupo de estudantes para que essa confiança seja mantida. Por outro lado, riscos também podem ser considerados positivos quando os estudantes se abrem para a possibilidade do surgimento de novas perspectivas. Os estudantes podem conduzir o processo de investigação de diferentes formas, o que faz com que eles ganhem autonomia no seu processo de aprendizagem.

Promover a igualdade é um aspecto fundamental do diálogo, que reclama a descentralização do processo de ensino e aprendizagem do papel do professor e superação da relação verticalizada entre os participantes do processo educativo. Professor e estudantes dialogam em situação de igualdade, pois as ideias matemáticas não são privilégio de poucos,

já que todos os participantes do diálogo as possuem e estas podem ser compartilhadas.

Nesta acepção de igualdade, as diferenças entre professor e estudante não são desconsideradas. Professor e estudantes não desempenham funções idênticas: o primeiro é responsável por planejar as aulas antecipadamente e organizar o ambiente de aprendizagem com intencionalidade, aspectos que diferenciam sua função daquela do estudante ao se colocar em situações de diálogo. Contudo, ambos – professor e estudantes - mesmo sendo diferentes, podem dialogar e participar como iguais, pois a força dos argumentos está em sua clareza e em sua relevância para o processo de investigação e não por ele ser emitido por determinada pessoa ou por alguém que ocupa uma posição mais poderosa (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004; SKOVSMOSE, 2007).

Assumir uma postura de igualdade não quer dizer que um indivíduo concorde plenamente com o outro que, durante o processo de interação, irá, cada vez mais, se nivelar ao outro. A diversidade de vivências, de perspectivas e de conhecimento torna-se fundamental para que os participantes do processo possam aprender um com o outro. "Diversity in knowledge, experience and interested can be seen as a challenge in dialogues. Thus, it is a dialogic competence to be able to contain diversity"⁴¹ (ALRØ; JOHNSEN-HØINES, 2010, p.14). Portanto, esta perspectiva dialógica pauta-se na igualdade na diversidade.

A partir da observação de processos investigativos nas salas de aula de matemática, os autores identificaram alguns elementos que constituem um diálogo durante um processo de investigação, denominados de *atos dialógicos*. Pode-se compreender o diálogo como "um processo de 'inter-ação' e vemos os atos dialógicos como eventos especiais nesse processo. Tais atos são representados pela linguagem (verbal e não-verbal) empregada no diálogo, e esses atos ajudam também a controlar, a manter e desenvolver o diálogo" (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p.135).

Em outras palavras, os atos dialógicos expressam algumas qualidades da comunicação nas aulas de matemática, eventos especiais que podem indicar a constituição de uma interação dialógica. Os atos dialógicos são *estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar*.⁴²

Estabelecer contato significa assumir uma postura de envolvimento, abertura para o processo de diálogo, postura de curiosidade em relação à perspectiva dos outros estudantes, às

⁴¹ A diversidade no conhecimento, na experiência e no interesse pode ser vista como um desafio nos diálogos. Assim, é uma competência dialógica poder conter a diversidade (ALRØ; JOHNSEN-HØINES, 2010, p.14, tradução nossa).

⁴² Em Alrø e Skovsmose (2004), tais atos aparecem como: getting in contact, locating, identifying, advocating, thinking aloud, reformulating, challenging e evaluating.

contribuições de todos os envolvidos no processo educativo numa relação permeada por respeito mútuo, responsabilidade e confiança. Neste ato dialógico, os corpos dos estudantes se preparam para iniciar o diálogo, eles se olham e se colocam em uma postura disponível para escutar. Além disso, o ato de estabelecer contato possibilita que os estudantes coloquem a intencionalidade na aprendizagem e que o professor perceba se a intencionalidade deles está voltada para a atividade. Questões investigativas e reformulações podem contribuir para que os estudantes mantenham o contato durante o processo de investigação. Quando o professor interage com o grupo de estudantes e utiliza o pronome "nós" para se referir às pessoas que estão participando do processo de investigação, ele se incluiu e demonstra que estão juntos nesse processo, postura que contribui para que o contato seja mantido durante o diálogo (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004).

Perceber consiste em vir a conhecer a perspectiva dos outros estudantes ou os caminhos possíveis para o processo de investigação que ainda não haviam sido percebidos. Compreende-se que sua perspectiva não é a única nem a verdadeira, mas uma das possíveis perspectivas. Além disso, este ato dialógico possibilita que termos e ideias matemáticas sejam percebidos.

Reconhecer consiste em examinar com atenção as perspectivas que foram percebidas. Analisar sua viabilidade permite que as ideias matemáticas possam ser especificadas. Todos os estudantes, bem como o professor, possuem ideias matemáticas e, quando elas são reconhecidas, podem configurar-se em fontes para a aprendizagem. Reconhecer tais ideias pode possibilitar que os estudantes caminhem em seu processo de aprendizagem de forma mais autônoma. Este ato também possibilita que o escopo das reflexões desenvolvidas durante o processo de investigação possa ser ampliado.

Posicionar-se significa desenvolver argumentos para justificar suas ideias para torná-las compreensíveis e desenvolver justificativas. Isso não quer dizer que o estudante deva apresentar suas ideias como verdade absoluta e inquestionável, mas que ele as compartilhe para torná-las examináveis. Ao mesmo tempo em que o estudante explicita seus argumentos, abre-se para compreender os argumentos dos outros. As justificações são o fundamento da crítica; só que esta não pode estar baseada apenas no juízo de valor. Desta forma, posicionar-se é um elemento essencial da atividade crítica.

Pensar alto traduz-se por tornar as reflexões públicas por meio da linguagem, que pode incluir atos verbais e não-verbais como, por exemplo, os gestos. É tornar público as reflexões e as ideias matemáticas. Neste ato, os estudantes verbalizam suas ideias. Além disso, pensar alto significa fazer críticas em público e coletivamente, tornando-se essencial

para o desenvolvimento de uma atividade que envolve crítica.

Reformular consiste em explicitar novamente uma ideia de forma reestruturada. Sumariamente, pode-se dizer que as ideias principais são mantidas, porém de forma reorganizada. Pode-se repetir o que já foi dito utilizando palavras ou tom de voz diferentes. Este ato possibilita o redirecionamento do processo educacional e a explicar intenções, contribuindo para que sejam estabelecidas intenções coletivas (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004).

Desafiar significa mudar o caminho do processo de investigação ou questionar perspectivas estabelecidas até o momento. O professor pode desafiar os estudantes a partir de um questionamento, buscando, por exemplo, que a investigação siga uma nova perspectiva ou caminho para o aprofundamento do conceito matemático que está sendo trabalhado. Porém é essencial que o professor se atente para que seu desafio leve os estudantes para uma perspectiva que eles podem seguir. Desafiar demais os estudantes pode obstruir a aprendizagem e fazer com que eles tirem a intencionalidade da atividade.

Avaliar pode ser traduzido pela análise individual ou coletiva que os estudantes e professores fazem de sua participação ou da participação do grupo no desenvolvimento da atividade. O processo de avaliação consiste na reflexão sobre o processo de investigação, que, por possuir um caráter coletivo, possibilita que surjam reflexões que não emergiriam a partir da investigação individual. Este ato possibilita que professores e estudantes relacionem a atividade com suas aspirações e expectativas (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004).

Os atos dialógicos são, ao mesmo tempo, eventos especiais que ocorrem em um diálogo e elementos essenciais da aprendizagem crítica. Assim, as qualidades de um diálogo podem dar suporte às qualidades da aprendizagem crítica da matemática.

Para que os atos mencionados sejam colocados em ação é essencial que os professores e estudantes se escutem ativamente. A *escuta ativa* envolve fazer questões, estabelecer contato não-verbal, buscar compreender o que os outros estão dizendo e não ouvir as palavras de forma passiva. Todos os participantes do processo educativo possuem a responsabilidade de escutar ativamente os outros, o que possibilitará que perspectivas sejam percebidas e que termos e ideias matemáticas sejam reconhecidos.

Considera-se que a perspectiva de ensino e aprendizagem dialógica desenvolvida por Alrø e Skovsmose (2004) pode contribuir para se refletir sobre a seguinte inquietação: Os atos dialógicos estão presentes nas interações entre professores e crianças?

4.2 Intencionalidade

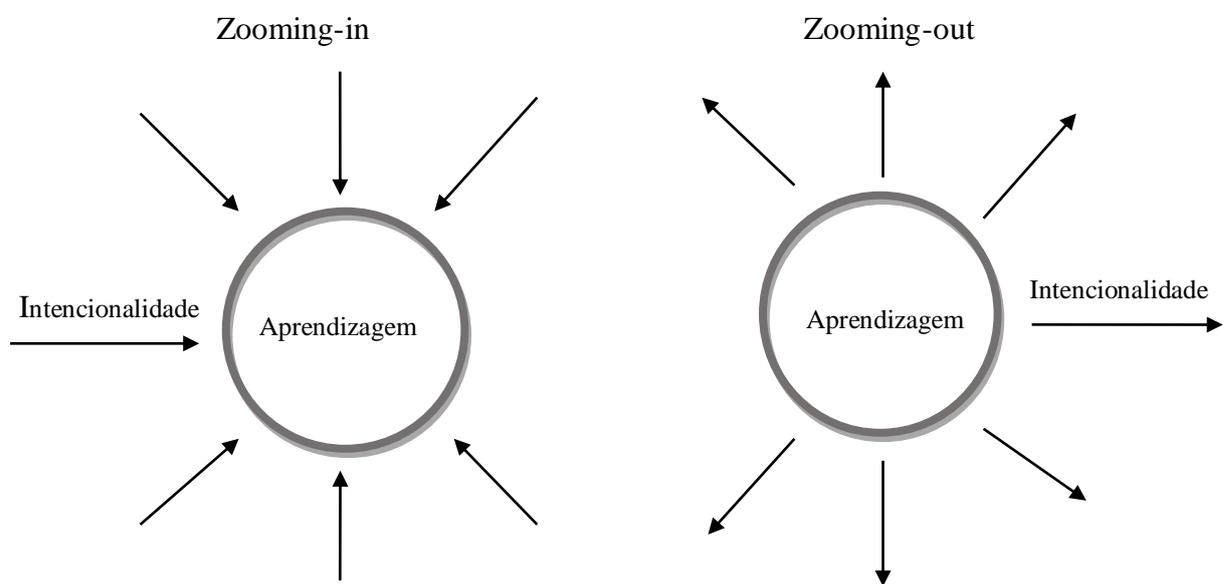
Para que os estudantes interajam de forma dialógica, o professor deve desenvolver uma postura investigativa e convidar os estudantes a dialogarem e estes aceitarem o convite. Há grupos de estudantes que aceitam o convite para a aprendizagem e se engajam no diálogo, porém há situações em que isso não ocorre.

O estudante desenvolve uma postura de aproximação ou *zooming-in* quando aceita o convite para o diálogo em uma sala de aula de matemática não rotineira, em que sua intenção esteja pousada na atividade e os participantes do processo educativo compartilhem suas perspectivas. Ele se envolve no processo dialógico com o objetivo de desenvolver a atividade proposta pelo professor na sala de aula. Desta forma, têm-se *intentions-in-learning*.

Quando a sala de aula é organizada de maneira em que as perspectivas, mesmo que não sendo verbalizadas, já estejam claras ou, ainda, quando os estudantes não estão preocupados com a investigação a ser desenvolvida, o *zooming-in* é suprimido.

Assim, o oposto também pode ocorrer. Alrø e Skovsmose (2004) também analisaram situações em que estudantes não se envolveram. Tais estudantes faziam parte de *grupos de resistência*, por não aceitarem o convite para a atividade e se colocarem em *zooming-outs*, ou seja, desenvolvendo uma postura de distanciamento. Suas intenções não estavam mais voltadas para a atividade; faziam outras coisas durante a aula que não a atividade proposta pelo professor e quase nunca participavam do diálogo. A Figura 2 exemplifica a direção da intencionalidade do estudante em relação à aprendizagem de forma *zooming-in* e *zooming-out*:

Figura 2- Zooming-in e zooming-out



Fonte: Elaborado pela autora.

Há alguns aspectos que podem fazer com que os estudantes coloquem sua intencionalidade em outras coisas que não a aprendizagem como, por exemplo, quando um clima de disputa e debate pode entrar em cena quando perspectivas não são reconhecidas. Um ambiente desfavorável pode ser criado, também, quando perspectivas são abandonadas mesmo antes de serem examinadas, fazendo com que os estudantes tirem suas intenções da aprendizagem. Investigações muito abertas também podem desafiar excessivamente os estudantes e fazer com que eles percam o interesse no processo investigativo.

Alguns estudantes utilizam a contextualização das atividades de investigação por ser considerada um elemento obstaculizador para manter as intenções na aprendizagem. Alguns dos estudantes que participaram das investigações nas aulas de matemática mencionaram que a contextualização possibilitou a criação de novos significados. Por outro lado, alguns deles destacaram que as investigações podem ser demasiado cansativas e utilizaram a ironia para se referir a elas.

Assim, considera-se que a perspectiva de ensino e aprendizagem dialógica presente na Educação Matemática Crítica pode iluminar a reflexão sobre o processo e os padrões de comunicação que podem emergir nas aulas de matemática em que os professores interagem com crianças.

4.3 Trabalho com projeto na perspectiva da Educação Matemática Crítica

Para Skovsmose (2005), a Educação Matemática Crítica (EMC) não se resume a um conjunto de metodologias que podem ser aplicadas, nem a um campo especial da Educação Matemática, mas pode ser compreendida como um conjunto de preocupações em relação à Educação Matemática expressa por conceitos como *matemacia*, *reflexão e diálogo*. O trabalho com projetos pode, no entanto, ser uma das possibilidades para que estas preocupações entrem em ação nas escolas.

Segundo Skovsmose (2001a), o trabalho com projetos pode configurar-se em uma das possibilidades no ensino superior, como também no nível secundário e primário, e possibilita que os estudantes façam investigações. Skovsmose (2014a) expressa sua concepção de trabalho com projetos em matemática a partir da noção de *cenários para investigação*. "Um cenário é preparado e apresentado para os alunos, e neste cenário os alunos estão trabalhando com o que acham relevante e desafiador. As paisagens possíveis podem naturalmente ser

discutidas com antecedência por estudantes e professores".⁴³ (SKOVSMOSE, 2014, p.41, tradução nossa). Neste sentido, trabalho com projetos em matemática é uma abordagem educacional que possibilita ao professor caminhar para ambientes de aprendizagem diferentes do paradigma do exercício e que convida o estudante para um *cenário de investigação*.

O trabalho com projetos em um *cenário para investigação* não é organizado em torno de atividades que possuem apenas uma resposta certa, mas diferentes tipos de soluções, que podem ser consideradas e discutidas. Outra premissa do trabalho com projetos nestes cenários é que os *estudantes participam ativamente* do processo de ensino e aprendizagem. Eles são convidados a investigar, a compartilhar suas perspectivas e não apenas a resolver uma sequência de exercícios, como ocorre no *paradigma do exercício*.

Neste sentido, o professor não é aquele que detém e transmite o conhecimento, mas um supervisor que se movimenta na sala de aula acompanhando o trabalho dos estudantes, que os desafia, que argumenta, tendo como base ideias matemáticas e cria condições para que os estudantes coloquem suas intenções na aprendizagem e se engajem no processo de diálogo. A aproximação do processo de aprendizagem com o processo de investigação, de pesquisa e a ampliação do escopo de reflexões também são características do trabalho com projetos.

Biotto Filho (2015) destaca que o trabalho com projetos pode ser colocado em ação de muitas formas, porém há algumas características essenciais em seu desenvolvimento. Projetos *possuem um tema, envolvem investigação, envolvem planejamento, geram produtos, privilegiam o trabalho em grupo*. Além disso, o trabalho com projeto é permeado pela presença de *imprevisibilidade* e de *possibilidades*. O autor ressalta que o trabalho com projetos pode ser organizado em duas fases essenciais: a *exploração do tema* e a *pesquisa em grupos* (BIOTTO FILHO, 2015).

Na fase de exploração do tema, os estudantes têm uma primeira aproximação ao tema do projeto e participam de diversas atividades desencadeadoras de reflexões iniciais sobre ele. A turma toda começa a perceber diferentes aspectos do que está sendo abordado. Na fase de trabalho em grupos, os estudantes são subdivididos e começam a discutir as questões relativas ao tema, que irão nortear o trabalho a ser desenvolvido, planejam e propõem ações específicas para o grupo ao qual pertencem e as colocam em prática buscando elaborar o produto final.

É importante salientar que o trabalho com projetos também possui limitações (BIOTTO FILHO, 2015, SKOVSMOSE, 2014). Skovsmose (2014a) destaca que esta

⁴³ "A scenario is prepared and presented for the students, and within this scenario the students are working with what they find relevant and challenging. Possible landscapes can naturally be discussed in advance by students and teachers" (SKOVSMOSE, 2014, p.41).

abordagem não serve como solução para todos os males da escola. Desta forma, o trabalho com projetos é compreendido como uma das possibilidades e não uma solução. Biotto Filho (2015) aponta a tensão existente entre o trabalho com projetos e a estrutura curricular escolar e enfatiza que essa relação pode entrar em ação de três formas. Na primeira, o trabalho com projetos ocorre sem nenhuma reflexão sobre o currículo escolar; na segunda, cria-se um espaço no currículo para trabalho com projetos que caminha de forma complementar às atividades tradicionais desenvolvidas; e uma terceira, em que há uma reestruturação do currículo para que o trabalho com projetos aconteça como, por exemplo, a reorganização do tempo, a estrutura física da escola e a cisão do conteúdo em disciplinas estanques. Diante das potencialidades e das limitações do trabalho com projetos, surge uma questão: De que forma acontece na escola um projeto que considera as preocupações da Educação Matemática Crítica?

O trabalho com projetos na Educação Matemática tem-se configurado como uma possibilidade de conectar o processo de ensino e aprendizagem da matemática com reflexões sobre equidade e justiça social (BIOTTO FILHO, 2008, 2015; GUTSTEIN, 2006).

Biotto Filho (2015) aborda, em sua pesquisa, o desenvolvimento do "Projeto Futebol" com crianças e adolescentes, em uma instituição social de semiabrigo. Na *fase de exploração do tema*, os envolvidos optaram por trabalhar sobre futebol. Os estudantes dialogaram sobre os motivos que os levavam ou não a gostar dessa modalidade de esporte e, em muitos argumentos, estava presente a associação de um futuro promissor com a profissão de jogador de futebol. Os participantes se envolveram com jogos que possibilitavam a imersão de questões relacionadas ao tema e tiveram conversas com pessoas que haviam atuado como jogadores de futebol ou que desenvolviam pesquisas relacionadas ao tema.

Na *fase pesquisa em grupos*, os estudantes foram divididos em três grupos, e cada um deles trilhou um caminho optando por seguir um tema, entre os quais estavam: futebol, profissões e futuro. O grupo que escolheu o tema futebol optou por produzir um vídeo intitulado "Jornal futebolista", que abordava, por meio de entrevistas, a situação de um jogador bem sucedido e a situação de um jogador que recebia um salário insuficiente para manter sua família e complementava a renda com um segundo emprego. Assim, os estudantes chegaram à conclusão de que a associação entre a profissão de jogador de futebol e uma vida bem sucedida existe, mas a maioria ganha baixos salários.

O segundo grupo, que abordou o tema profissões, fez uma pesquisa com todos os estudantes do período da manhã sobre a profissão que desejavam. Depois tabularam os dados e construíram gráficos e uma maquete sobre as profissões trazendo quais as vantagens e as

desvantagens de cada uma.

O terceiro grupo, que discutiu sobre futuro, traçou um planejamento sobre a profissão que cada uma das integrantes almejava e pesquisou o que era necessário para conseguir atingir o objetivo. Ao final do projeto, cada grupo fez uma apresentação do produto final. O trabalho de projetos desenvolvido por Biotto Filho (2015) criou possibilidades para que os estudantes utilizassem a matemática para compreender melhor o mundo em que vivem e pudessem interpretar suas perspectivas de futuro.

As potencialidades do trabalho com projetos também são destacadas por Gutstein (2006). Este se configura como uma possibilidade de criar oportunidades para que os estudantes *leiam e escrevam o mundo com matemática*. O autor aborda *real-world projects*, que desenvolveu objetivando que seus estudantes tivessem a possibilidade de analisar, com a matemática, situações de opressão presentes em suas próprias vidas e na vida de outras pessoas. No projeto "*The cost of the B-2 Bomber -Where do our Tax Dollars Go?*", os estudantes trabalharam com os dados do Departamento de Defesa dos Estados Unidos e investigaram o gasto do governo com bombardeios. Em seguida, traçaram uma comparação entre os gastos de um bombardeio e os custos para manter um estudante na universidade durante os quatro anos de graduação. Ao final do projeto, os estudantes concluíram que o gasto com apenas um bombardeio era suficiente para manter 250 estudantes com bolsa de graduação durante 70 anos. Este projeto propiciou que os adolescentes estadunidenses tivessem oportunidades para compreender o mundo e, ao mesmo tempo, aprender matemática.

4.4 Considerações

Durante as aulas de matemática, a comunicação pode ser estabelecida de diferentes formas, gerando aprendizagens com qualidades distintas. Professores e estudantes podem colocar-se em situação de igualdade, ou não, e diferentes tipos de padrões de comunicação podem ser colocados em ação. O padrão "sanduíche" de comunicação e o jogo-de-perguntas exigem um nível mínimo de responsabilidades dos estudantes durante o processo de ensino e aprendizagem e mantêm a centralidade no papel do professor.

Um processo de ensino e aprendizagem que esteja associado à emancipação, à autonomia dos estudantes e à aprendizagem crítica da matemática tem de buscar alternativas de comunicação e o diálogo se concretiza como uma alternativa na perspectiva da Educação Matemática Crítica.

Desta forma, esta perspectiva traz grande inspiração para se pensar o processo de

diálogo entre crianças e professores: Que padrões de comunicação são colocados em ação quando crianças interagem entre si e com o professor nas aulas de matemática? Os atos dialógicos, que foram desenvolvidos com base na interação entre adolescentes, também estão presentes nas interações entre crianças? Existiriam outros atos dialógicos nas interações entre as crianças? Quais os motivos que podem levar as crianças a se engajarem no diálogo e a manterem suas intenções na aprendizagem? Que motivos contribuem para que as intenções das crianças deixem a aprendizagem?

REFERÊNCIAS

ABDU, R.; SCHWARZ, B.; MAVRIKIS, M. Whole-class scaffolding for learning to solve mathematics problems together in a computer-supported environment. *ZDM Mathematics Education*, v. 47, n.7, p. 1047-1338, nov. 2015. ISSN: 1863-9690 (Print) 1863-9704 (Online).

ALRØ, H.; JOHNSEN-HØINES, M. Critical dialogue in mathematics education. In: ALRØ, H.; RAVN, O.; VALERO, P. (Eds.). *Critical Mathematics Education: past, present and future*. Rotterdam: Sense Publishers, 2010.

ALRØ H.; SKOVSMOSE, O. *Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática*. Tradução: Orlando Figueiredo. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004.

BAKKER, A.; SMIT, J.; WEGERIF, R. Scaffolding and dialogic teaching in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, v. 47, n.7, p. 1047-1338, nov. 2015. ISSN: 1863-9690 (Print) 1863-9704 (Online). Disponível em: <http://link.springer.com/journal/11858/47/7/page/1> Acesso em: 10 jan. 2016.

BIOTTO FILHO, D. O desenvolvimento da matemática no trabalho com projetos. 2008. 100 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2008. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/91069>>. Acesso em: 15 jan. 2016.

BIOTTO FILHO, D. Quem não sonhou em ser um jogador de futebol?: trabalho com projetos para reelaborar foregrounds. 2015. 234 p. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2015. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/124075>>. Acesso em 15 jan. 2016.

CALDER, N. Student wonderings: scaffolding student understanding within student-centred inquiry learning. In: BAKKER, A; SMIT, J. WEGERIF, R. Scaffolding and dialogic teaching in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, v. 47, n.7, p.1229-1312, 2015.

DÍEZ-PALOMAR, J.; CALIBRÉ OLIVE, J. Using dialogic talking to teach mathematics: the case of interactive groups. In: BAKKER, A; SMIT, J. WEGERIF, R. Scaffolding and dialogic teaching in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, v. 47, n.7, p.1229-1312,

2015.

FAUSTINO, A. C. Diálogo e Educação Matemática: o processo de dialogar no terceiro ano do ensino fundamental. *Perspectivas da Educação Matemática*- INMA/UFMS, v.9, n.21, Seção Temática, 2016. Disponível em: <http://seer.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2139/2275> Acesso em: 7 jan.2017.

FLECHA, R. *Sharing words: Theory and practice of dialogic learning*. Lanham: Rowman & Littlefield, 2000.

GABASSA, V. *Comunidades de aprendizagem: a construção da dialogicidade na sala de aula*. 2009. 245p. Tese (Doutorado)- Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2009. Disponível em: <http://utopiadream.info/ca/wp-content/uploads/2012/04/TeseVG.pdf> . Acesso em: 5 jan. 2015.

GUTSTEIN, E. *Reading and writing the world with mathematics: toward a pedagogy for a social justice*. New York: Routledge, 2006.

KAZAK, S. WEGERIF, R. FUJITA, T. Combining scaffolding fr content and scaffolding for dialogue to support conceptual breakthroughs in understanding probability. *ZDM Mathematics Education*, v. 47, n.7, p.1229-1312, 2015.

MAKAR, K.; BAKKER, A.; BEN-ZIV, D. Scaffolding norms of argumentation-based inquiry in a primary mathematics classroom. In: BAKKER, A; SMIT, J. WEGERIF, R. Scaffolding and dialogic teaching in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, v.47, n.7, p.1229-1312, 2015.

MENDES, J. R. *Descompassos na interação professor-aluno na aula de Matemática em contexto indígena*. 1995. 67 f. Dissertação (Mestrado em Linguística Aplicada) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/269525> Acesso em: 15 set.2017

MENDES, J. R. *Ler, Escrever e Contar: práticas de numeramento-letramento dos Kaiabi no contexto de formação de professores índios no Parque Indígena do Xingu*. 2001. 233f. Tese (Doutorado em Linguística Aplicada)- Instituto de Estudos da Linguagem, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, 2001.

MILANI, R. *O processo de aprender a dialogar por futuros professores de matemática com seus alunos no estágio supervisionado*. 2015. 239 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática)- Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho (UNESP), Rio Claro, 2015. Disponível em <http://base.repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/124074/000831615.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 10 jan. 2016.

MILLER, D.; GLOVER, D. Presentation or mediation: Is there a need for “interactive whiteboard technology proficient” teachers in secondary mathematics? *Technology, Pedagogy and Education*, v. 19, n.2 , 253-259. jul. 2010.

MORGAN, C. et al. Language and Communication in Mathematics Education. *ZDM Mathematics Education*, v. 46, n.6, p.843-976, 2014. (Print) 1863-9704 (Online). Disponível

em <http://link.springer.com/journal/11858/47/7>. Acesso em: 10 jan. 2016.

NACARATO, A. M. A comunicação oral nas aulas de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. *Revista Eletrônica de Educação*. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, no. 1, p.9 -26, mai. 2012. Disponível em <http://www.reveduc.ufscar.br>. Acesso em: 6 jun. 2016.

NELSON, T. H; SLAVIT, D. Collaborative inquiry among science and mathematics teachers in the USA: Professional learning experiences through crossgrade. *Crossdiscipline dialogue. Journal of In- Service Education*, v.33, n.1, 23-39, 2007.

SILVA, E. B. *O diálogo entre diferentes sujeitos que aprendem e ensinam matemática no contexto escolar dos anos finais do ensino fundamental*. 2014. 340 f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Brasília (UnB), Brasília, 2014. Disponível em <http://repositorio.unb.br/handle/10482/16403> Acesso em: 10 jan. 2016.

SKOVSMOSE, O. *Critique as Uncertainty*. Charlotte, NC: Information Age Publishing, 2014a.

SKOVSMOSE, O. *Educação Crítica: incerteza, matemática, responsabilidade*. Tradução: Maria Aparecida Viggiane Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

SKOVSMOSE, O. *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. Campinas, SP: Papirus, 2001.

VITHAL, R. *In Search of a Pedagogy of Conflict and Dialogue for Mathematics Education*. The Netherlands: Kluwer Academic Publisher, 2003.

VYGOTSKY, L. *Thought and language*. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press, 1962.

WAGNER, D.; HERBEL-EISEMANN, B.; CHOPPIN, J. Inherent connections between discourse and equity in mathematics classrooms. In D. Wagner; B. Herbel-Eisemann, B., J. Choppin; D. Pimm (Eds.). *Equity in discourse for mathematics education*. London: Springer. 2012.

ZOLKOWER, B. SHERYAR, S. PÉREZ, S. Teacher guidance of algebraic formula building: functional grammatical analysis of a whole-class conversation. In: In: BAKKER, A; SMIT, J. WEGERIF, R. Scaffolding and dialogic teaching in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, v. 47, n.7, p.1229-1312, 2015.

PARTE 2:

DIÁLOGO, EPISTEMOLOGIA E METODOLOGIA

5 PERCURSOS DA PESQUISA

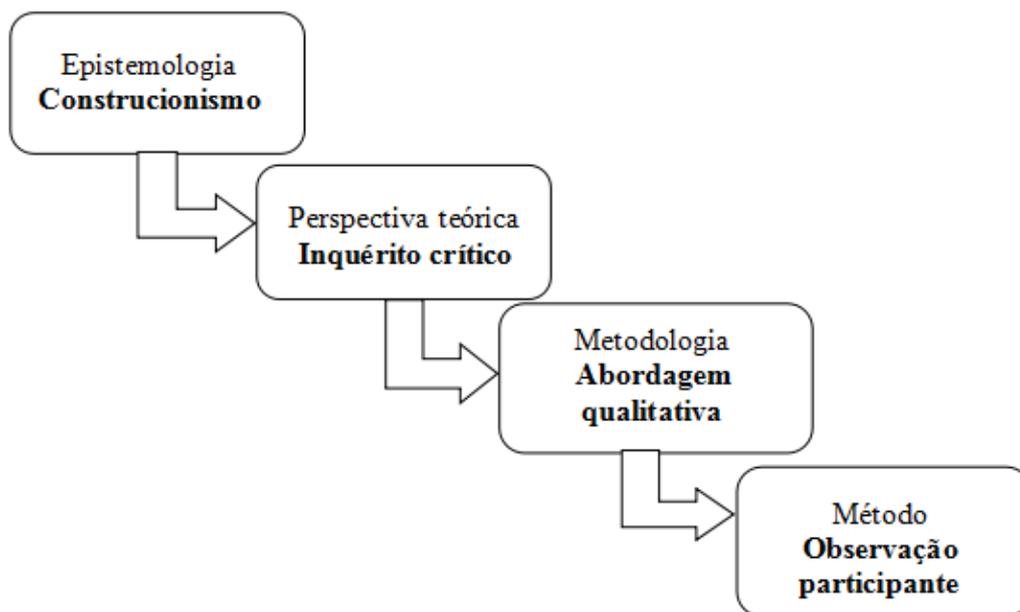
5.1 Procedimentos metodológicos

Este estudo buscou investigar o processo de comunicação nas aulas de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental focando nos possíveis padrões de comunicação que emergem nestas aulas e nas características presentes em interações dialógicas. A questão norteadora traduz-se por: *De que maneira o diálogo é colocado em ação nas aulas de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental?* Intentando responder a questão de pesquisa, foram delineados os caminhos desta investigação.

O processo de pesquisar não é neutro. É perpassado por escolhas que expressam explicitamente ou implicitamente a concepção do pesquisador sobre a produção do conhecimento e sobre o processo de ensino e de aprendizagem, bem como sobre suas próprias relações como ser humano no mundo em que vive. Neste sentido, é primordial que haja uma ressonância entre a concepção de conhecimento, a perspectiva teórica e os caminhos trilhados durante a pesquisa (ARAÚJO; BORBA, 2004; CROTTY, 1998; LINCOLN; GUBA, 1985).

Nesta seção, busca-se evidenciar as escolhas e justificá-las, abordando os caminhos da pesquisa: a epistemologia, a perspectiva teórica, a metodologia e os métodos utilizados. A Figura 3 explicita, sumariamente, tais caminhos.

Figura 3- Caminhos da pesquisa



Fonte: Elaborado pela autora

Segundo Crotty (1998, p.3, tradução nossa), epistemologia é "a teoria do conhecimento embutida na perspectiva teórica e na metodologia."⁴⁴ Em outras palavras, a forma como se concebe o processo de conhecer, de obter conhecimento, pode ser compreendida de diferentes formas e influencia diretamente a metodologia da pesquisa e a produção dos dados.

Considera-se, nesta pesquisa, que o conhecimento é construído socialmente nas interações humanas e que possui historicidade e temporalidade. Tal perspectiva de produção do conhecimento é denominada por Crotty (1998) de *Construcionismo*, segundo o qual "todo conhecimento e, portanto, toda realidade significativa como tal, é contingente às práticas humanas, construídas dentro e fora da interação entre os seres humanos e seu mundo, e desenvolvidas e transmitidas dentro de um contexto essencialmente social"⁴⁵ (CROTTY, 1998, p.42, tradução nossa). A premissa básica do construcionismo é que o significado e o conhecimento são construídos. Tal processo se dá na interação do ser humano, em um determinado contexto e um tempo histórico.

Por sua vez, a perspectiva teórica é "a postura filosófica que informa a metodologia e, portanto, fornece um contexto para o processo e fundamenta sua lógica e critérios"⁴⁶ (CROTTY, 1998, p.3, tradução nossa). Em consonância com a epistemologia do construcionismo, esta pesquisa baseia-se na perspectiva teórica do *inquérito crítico*⁴⁷, que tem como uma de suas influências Paulo Freire (2014). Atualmente, a perspectiva teórica do inquérito crítico pode ser compreendida da seguinte forma:

- todo pensamento é fundamentalmente mediado por relações de poder que são de natureza social e historicamente constituídas;
- fatos nunca podem ser isolados a partir do domínio dos valores ou removidos de uma inscrição ideológica;
- a relação entre conceito e objeto não é estável e é muitas vezes mediada pelas relações sociais de produção e consumo capitalista;
- a linguagem é central para a definição da subjetividade, ou seja, a consciência tanto consciente como inconsciente;
- certos grupos em qualquer sociedade são privilegiados em relação a outros, constituindo uma opressão que é mais forte quando subordinados aceitam seu status social como natural, necessário ou inevitável;

⁴⁴ [...] the theory of knowledge embedded in the theoretical perspective and thereby in the methodology (CROTTY, 1998, p.3).

⁴⁵ [...] "all knowledge, and therefore all meaningful reality as such, is contingent upon human practices, being constructed in and out of interaction between human beings and their world, and developed and transmitted within an essentially social context" (CROTTY, 1998, p.42).

⁴⁶ [...] the philosophical stance informing the methodology and thus providing a context for the process and grounding its logic and criteria.

⁴⁷ No inglês lê-se: Critical Inquiry.

- a opressão tem muitas faces e a preocupação com apenas uma forma de opressão às custas de outras pode ser contraproducente por causa das conexões entre elas;
- as práticas de pesquisa mainstream são geralmente implicadas, embora, com frequência, inconscientemente na reprodução de sistemas de classe, raça e opressão de gênero (CROTTY, 1998, p.157-158, tradução nossa).⁴⁸

Estes aspectos influenciam na forma como o pesquisador olha para as interações na sala de aula e as interpreta. Segundo Crotty (1998), na perspectiva do inquérito crítico, o pesquisador olha uma situação em termos de conflito e de opressão. Move-se para a mudança. Fazer pesquisa em Educação Matemática, inspirando-se na perspectiva do inquérito crítico, relaciona-se, de certa forma, com algumas das preocupações da Educação Matemática Crítica e com aspectos sociais e políticos da Educação Matemática. Neste sentido, esta pesquisa tem como objeto de estudo o diálogo, que será discutido buscando identificar possíveis tensões: padrões de comunicação que podem estar relacionados com equidade e justiça social, mas também padrões de comunicação que podem estar relacionados com autoritarismo e inequidade.

Além disso, a possibilidade de mudança trazida no inquérito crítico relaciona-se com a possibilidade de investigar aquilo que não é, mas poderia ser (SKOVSMOSE; BORBA, 2004), colaborando, dessa forma, para o olhar sobre o que acontece na sala de aula, para as interações entre professores e estudantes, buscando vislumbrar possibilidades que contribuam para a construção de relações democráticas nas salas de aula de matemática.

5.2 Metodologia

Esta seção tem como objetivo apresentar e discutir a metodologia e os métodos utilizados para compreender como o diálogo é colocado em ação nas aulas de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental. A metodologia utilizada caracteriza-se como uma

⁴⁸ • that all thought is fundamentally mediated by power relations that are social in nature and historically constituted;

- that facts can never be isolated from the domain of values or removed from ideological inscription;
- that the relationship between concept and object, and between signifier and signified, is never stable and is often mediated by the social relations of capitalist production and consumption;
- that language is central to the formation of subjectivity, that is, both conscious and unconscious awareness;
- that certain groups in any society are privileged over others, constituting an oppression that is most forceful when subordinates accept their social status as natural, necessary or inevitable;
- that oppression has many faces and concern for only one form of oppression at the expense of others can be counterproductive because of the connections between them;
- that mainstream research practices are generally implicated albeit often unwittingly, in the reproduction of systems of class, race and gender oppression.

investigação qualitativa, que busca a interpretação e a compreensão do fenômeno estudado (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Nesta perspectiva, o pesquisador é o principal instrumento da investigação. Prima-se pela compreensão dos significados e pela forma como os participantes da pesquisa interagem e se compreendem nesta interação. De acordo com Borba e Araújo (2013, p. 25), "pesquisas realizadas segundo uma abordagem qualitativa nos fornecem informações mais descritivas, que primam pelos significados dados às ações". Valoriza-se, assim, a observação dos participantes da pesquisa, suas interações e o contexto no qual elas ocorrem.

Buscando uma imersão no ambiente da sala de aula de matemática dos anos iniciais, foi utilizado o método da observação participante. Ela possibilita que a produção do conhecimento sobre o diálogo emergja a partir das vivências do grupo de crianças e da professora na sala de aula de matemática. As minúcias da interação, os gestos, os silêncios e o contexto podem ser observados e experienciados.

5.3 Cenário da pesquisa

Skovsmose e Borba (2004, p.210, tradução nossa) enfatizam que "não há 'dados' sem uma interpretação. O importante, então, é tornar-se o mais explícito possível sobre a perspectiva e a subjetividade do observador, a fim de se produzir uma "narrativa" sobre o que aconteceu."⁴⁹ Neste sentido, como se busca investigar o processo de comunicação na sala de aula em consonância com uma perspectiva crítica, torna-se essencial apresentar e discutir como se configurou o contexto de produção dos dados⁵⁰ e a postura do pesquisador. Tal contexto constituiu-se de duas salas de aula dos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública do interior de São Paulo, mais especificamente, uma sala do terceiro ano e uma do quinto ano. Os participantes da pesquisa são as professoras em interação com os estudantes. A turma do terceiro ano era composta por 28 crianças entre oito e nove anos de idade. O quinto ano possuía 26 crianças entre nove e onze anos de idade.

O critério inicial de escolha das professoras participantes da pesquisa foi a disponibilidade em discutir os textos e desenvolver as atividades na sala de aula. Estas duas

⁴⁹ There is no 'data' without an interpretation. The important thing, then, is to become as explicit as possible about the perspective and subjectivity of the observer in order to produce a 'narrative' about what has taken place.

⁵⁰ A presença da pesquisadora no ambiente escolar, e mais especificamente na sala de aula, "intervém na realidade e seleciona um recorte dela" (POWELL, 2015, p.15). Portanto, foi utilizado o termo "produção de dados" ao invés de "coleta de dados".

professoras tiveram suas aulas acompanhadas durante um semestre, de acordo com a disponibilidade delas e da escola.

A produção de dados desta pesquisa foi desenvolvida no âmbito de uma parceria entre escola e universidade realizada pelo Núcleo de Ensino da Matemática da Unesp, câmpus Rio Claro. Participaram desta parceria as professoras do quinto e do terceiro ano, a professora da sala de recursos, a pesquisadora que desenvolve a pesquisa em questão, a bolsista e a professora coordenadora do Núcleo de Ensino da Unesp, câmpus Rio Claro.

Durante os momentos da produção de dados, as atividades foram desenvolvidas pelas professoras titulares da sala. A pesquisadora estava presente acompanhando o processo de elaboração e de desenvolvimento das atividades e, quando solicitado, auxiliava os estudantes; contudo suas interações não eram foco do enquadramento da câmera de vídeo. As audiografações foram feitas nos grupos em que a professora da sala estava atuando ou nos grupos em que apenas os estudantes estavam interagindo. Os gravadores utilizados para capturar o áudio foram situados no centro do agrupamento de carteiras, enquanto os estudantes estavam trabalhando em grupo. Quando as turmas foram colocadas em filas e os estudantes trabalharam individualmente em alguns momentos, o gravador ficou em uma carteira situada no centro da sala e em outros, na mesa da professora.

As professoras, em parceria com a pesquisadora, elaboraram o projeto "Meio Ambiente e Matemática" e ambas as turmas participaram dele. Na próxima seção, será abordada a elaboração e o desenvolvimento deste projeto.

5.3.1 Projeto Meio Ambiente e Matemática

A produção de dados, na escola, foi constituída de duas fases: (1) planejamento do projeto e (2) desenvolvimento do projeto. Na primeira delas, foi discutido com as professoras o referencial teórico sobre diálogo, baseado na leitura dos textos presentes em Alrø e Skovsmose (2010) e, elaborado, em conjunto, o projeto Meio Ambiente e Matemática. Estes encontros ocorreram durante a Hora de Trabalho Pedagógico Coletivo (HTPC), às terças feiras, e contaram com a participação das professoras do terceiro e do quinto ano, da professora da sala de recursos que trabalha em conjunto com as professoras das duas turmas, da pesquisadora, da bolsista e da coordenadora do Programa de Núcleo de Ensino (NE) da Unesp.

O processo de negociação entre pesquisadores e professores é fundamental na pesquisa crítica. A pesquisa não é feita *sobre* os professores, mas *com* os professores, aspecto que

expressa uma das qualidades da pesquisa (SKOVSMOSE; BORBA, 2004). O trabalho em conjunto de pesquisadores e professores pode contribuir para a criação de alternativas e mudanças na sala de aula. Neste sentido, a cooperação torna-se um dos aspectos da qualidade da *pesquisa crítica* (SKOVSMOSE; BORBA, 2004; PENTEADO; SKOVSMOSE, 2014).

Durante os encontros, foram discutidos os conceitos de *cenários para investigação* e de *diálogo* na perspectiva da Educação Matemática Crítica, além de abordar questões que emergiram durante o desenvolvimento deste projeto. Para delinear o seu tema, as professoras sugeriram o conteúdo de "grandezas e medidas", juntamente com o tema transversal "Meio Ambiente", dando origem ao "Projeto Meio Ambiente e Matemática". Estabeleceu-se que tal projeto seria desenvolvido com as crianças, durante duas horas semanais, ao longo de um semestre.

Na segunda etapa, o projeto Meio Ambiente e Matemática foi realizado pelas professoras do terceiro e do quinto ano, em suas respectivas turmas. Apesar de o projeto ter o mesmo título para os estudantes do terceiro e do quinto ano, é essencial destacar que cada professora o desenvolveu em sua classe de acordo com as características e os interesses de sua turma e que, ao final do semestre, os estudantes das duas classes se reuniram para compartilhar as produções.

A realização do projeto foi constituída de dois momentos: o primeiro, com a exploração do tema e o segundo, com a pesquisa em grupos. Segundo Biotto Filho (2015), na fase de exploração do tema, os estudantes têm uma primeira aproximação com o tópico abordado no projeto e participam de diversas atividades desencadeadoras de reflexões iniciais sobre ele. A turma toda começa a perceber, então, diferentes aspectos do conteúdo em questão. Assim, nesta fase, foram realizadas diferentes atividades coletivas para que os estudantes abordassem a temática *meio ambiente e matemática*. No primeiro encontro do projeto, os estudantes discutiram em pequenos grupos quais questões relacionadas com meio ambiente e matemática eles gostariam de aprender e sobre quais tinham curiosidade. Isto possibilitou que as crianças participassem do delineamento do projeto e que este adquirisse as características da turma. As crianças do terceiro ano, por exemplo, levantaram questões relacionadas com os animais e a reciclagem, enquanto que os estudantes do quinto ano se mostraram preocupados com a utilização da água.

Na fase de trabalho em grupos, os estudantes são subdivididos e começam a discutir as questões relativas ao tema que irão nortear o trabalho que irão desenvolver. Desta forma, planejam e propõem ações específicas para o grupo ao qual pertencem e as colocam em prática buscando elaborar o produto final (BIOTTO FILHO, 2015). Assim, nesta fase, os

estudantes do quinto ano trabalharam em pequenos grupos para produzirem vídeos que abordavam questões ambientais sob as lentes da matemática. Cada grupo tinha a autonomia para escolher os caminhos que pretendiam seguir e, portanto, cada um deles produziu um vídeo como produto final.

No terceiro ano, por exemplo, os estudantes trabalharam em pequenos grupos na construção de uma casinha com materiais recicláveis que possibilitasse que eles entrassem e brincassem dentro dela durante os intervalos das aulas. Assim, todos os grupos realizaram tarefas relacionadas à mesma casinha, a qual se constituiu no produto final desta turma.

No último dia do projeto, as duas turmas foram reunidas em uma sala para apresentarem suas produções: a turma do quinto ano apresentou quatro vídeos e a turma do terceiro ano mostrou a casinha.

5.4 Registro dos dados

Os dados foram registrados com a utilização do diário de campo, de audiograções e de videograções dos diálogos estabelecidos durante as aulas de matemática, os quais auxiliaram na produção dos contos elaborados pela pesquisadora.

O diário é o conjunto de anotações que a pesquisadora realizou a partir do acompanhamento das aulas da professora participante da pesquisa. As anotações são referentes a ideias, sentimentos e percepções em relação à comunicação estabelecida entre professor e estudantes, entre os estudantes e também sobre os elementos do diálogo presentes nessas interações. Além disso, de forma complementar, fazem parte do *corpus* da análise as interações verbais entre professores e estudantes que foram gravadas com o consentimento dos participantes e, posteriormente, transcritas. De posse de tal material, foi possível descrever o processo de comunicação da professora participante durante as aulas de matemática na tentativa de compreender como o diálogo foi colocado em ação nas aulas em questão.

5.4.1 Vídeos na produção de dados e a complexidade do diálogo

Esta seção tem o objetivo de discutir a utilização do vídeo na produção dos dados. A gravação em vídeo foi um dos recursos utilizados para o registro dos dados e sua escolha está diretamente relacionada ao diálogo, objeto de estudo desta investigação. Buscando-se

focalizar nesta questão, serão abordadas algumas potencialidades e limites da utilização do vídeo na produção de dados em pesquisas na área da Educação Matemática, além de discutidas algumas das especificidades da utilização do vídeo quando a investigação se centra no diálogo.

O vídeo tem sido um recurso utilizado com frequência na produção de dados em pesquisas qualitativas na Educação Matemática (BORBA, 2004; POWELL, 2015; POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004). Esta ferramenta possibilita capturar o áudio, as imagens e também o contexto da sala de aula. Permite, ainda, que comportamentos verbais e não verbais sejam captados. Dessa forma, a utilização de vídeos como recurso para a produção de dados passou a ser cada vez mais utilizado em pesquisas sociais que têm como foco a sala de aula (POWELL, 2015; POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004).

Em "*Métodos de Pesquisa em Educação Matemática: usando escrita, vídeo e internet*", Powell (2015) discute questões metodológicas e éticas da utilização do vídeo em pesquisas em Educação Matemática e aponta algumas potencialidades e limites desta ferramenta. Entre as potencialidades, está a possibilidade do registro de interações complexas momento a momento. Em contraste com uma foto que permite capturar uma imagem que contenha o gesto de um estudante, o vídeo pode capturar a sequência desencadeadora de um movimento. Pode também ser revisitado pelo pesquisador quantas vezes forem necessárias e, ainda, possibilita que a análise de dados seja feita conjuntamente por diferentes observadores (POWELL, 2015).

Há, no entanto, limitações, já que, durante o momento da gravação, o pesquisador faz uma seleção do que será captado. Assim, no momento em que o pesquisador seleciona o quadro que será gravado pela câmera, ele também seleciona um outro quadro que será perdido na gravação.

Powell (2015) enfatiza as potencialidades do vídeo para a produção de dados que buscam investigar o desenvolvimento de ideias matemáticas dos estudantes. Esta ferramenta permite "registrar não só os momentos de contra-argumentações, mas diversos momentos de adesão, que podem ser notados por silêncios ou por expressões, quando o outro fala ou quando um sujeito reconstrói seu discurso com base na hipótese do outro" (POWELL, 2015, p.28). Assim, concordando com o autor, destaca-se que é acrescida uma relevância na utilização do vídeo em pesquisas que têm como fundamentação a *epistemologia dialógica* e o processo de comunicação como objeto de pesquisa. O termo *epistemologia dialógica* é utilizado por Alrø e Skovsmose (2004) para designar concepções de aprendizagem e formas de obter conhecimento que estejam alicerçados no diálogo. Como exemplo de *epistemologia*

dialógica, tem-se Vygotsky (1998), na área da psicologia; Freire (2014), no campo da Educação, e Alrø e Skovsmose (2004), na Educação Matemática.⁵¹

Alrø e Skovsmose (2004, 2010) utilizaram o vídeo durante a produção dos dados em salas de aula de matemática na Dinamarca. Apesar de os autores não terem como objetivo discutir profundamente questões metodológicas relativas à produção e à análise dos dados, suas ricas descrições de comportamentos verbais e não verbais, bem como a conceptualização dos atos dialógicos, contribuem para que seja possível refletir sobre a relação entre a utilização do vídeo na produção de dados em pesquisas que investigam o processo de comunicação nas aulas de matemática.

Segundo Alrø e Skovsmose (2004, 2010), o diálogo pode entrar em ação quando alguns atos com características especiais tomam parte na interação. São eles: *estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar*⁵². Estes atos envolvem interações verbais e não-verbais e entram em ação de forma complexa.

Por exemplo, o ato *pensar alto* significa expressar em voz alta, tornar público sentimentos, perspectivas, raciocínios e estratégias utilizadas (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, 2010). Durante este ato, a verbalização de uma ideia matemática pode ser explicitada por uma argumentação que se apoia na construção de um desenho feito pelo estudante, ou por gestos que contribuem para que a ideia geral seja compreendida. Segundo Alrø e Skovsmose (2004), diagramas têm um papel fundamental na comunicação de ideias. Assim, o estudante pode apontar para aspectos em uma ilustração que são essenciais para a compreensão de sua argumentação ou, ainda, que podem desenvolver a argumentação a partir de um diagrama.

O ato de *estabelecer contato* é uma preparação para o diálogo, que envolve "*estar presente, prestar atenção ao outro*" (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, p.106, grifo do autor), prestar atenção nos argumentos que estão sendo apresentados em uma relação de respeito mútuo, responsabilidade e confiança. Tal ato pode envolver interações verbais expressas, por exemplo, em forma de *Tag questions*, utilizadas pelos estudantes para obterem confirmações para as suas respostas. Porém, em alguns casos, *estabelecer contato* pode envolver apenas interações não verbais. Os estudantes podem olhar-se, permanecer por algum tempo em silêncio, esperando que alguém comece a falar. Esta complexidade dos atos dialógicos só

⁵¹ Em epistemologias dialógicas, o processo de aprendizagem se dá na interação entre os sujeitos de aprendizagem, enquanto que na epistemologia monológica o processo de aprendizagem focaliza o indivíduo e seu desenvolvimento psicológico. Para uma diferenciação entre epistemologia monológica e epistemologia dialógica ver Alrø e Skovsmose (2004).

⁵² Em Alrø e Skovsmose (2004), tais atos aparecem como: getting in contact, locating, identifying, advocating, thinking aloud, reformulating, challenging e evaluating.

pode ser capturada quando se presta atenção nos gestos e no ambiente em que eles ocorrem. A complexidade da identificação dos atos dialógicos, durante a comunicação nas salas de aula de matemática, requer a utilização do vídeo.

Durante o processo de diálogo, os estudantes podem ter alguns motivos para se engajarem e manterem sua intencionalidade voltada para a aprendizagem. Da mesma forma, eles podem, também, ter motivos para que sua intencionalidade deixe a aprendizagem. Para que os dados produzidos permitam investigar os motivos dos estudantes para se engajar ou não no diálogo, é essencial que se tenha uma rica descrição, momento a momento, da interação na sala de aula.

Nos dados produzidos nesta pesquisa, presentes no conto "Estimando cumprimentos", de autoria da pesquisadora, um dos estudantes tem sua perspectiva desconsiderada pelas outras crianças do grupo e, em seguida, levanta-se e vai em direção a um grupo que discutia uma perspectiva parecida com a que ele havia proposto. Neste sentido, é essencial que os deslocamentos dos estudantes sejam registrados, pois suas interações são compostas por diferentes aspectos que devem ser considerados. O vídeo pode, desta forma, contribuir para que os deslocamentos dos estudantes na sala de aula, suas expressões, gestos, tons de fala sejam captados para que melhor se possa compreender seus motivos.

Com o objetivo de compreender as interações que ocorrem na sala de aula, Alrø e Skovsmose (2004) também se dedicaram a analisar o processo de comunicação nos grupos que não aceitam o convite do professor para a investigação. Tais grupos foram chamados por eles de *grupos de resistência*⁵³ e seus comportamentos foram descritos como: surpreendente, humorístico, sexual, bizarro e amoral. No geral, os estudantes pertencentes a estes grupos faziam comentários irônicos e conversavam sobre outros assuntos que não a matemática. Para elucidar como as interações entravam em ação nestes grupos, foram feitas descrições minuciosas das ações dos estudantes: "Martin tem um punhado de chaves na mão que ele chacoalha pra lá e pra cá. O clack-clack-clack contínuo das chaves contra o topo da mesa fornece o ritmo de fundo para o que vem a seguir."⁵⁴ (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, p.139, tradução nossa).

Os vídeos captados no grupo de resistência também foram utilizados para que os pesquisadores junto com os estudantes pudessem refletir, no futuro, sobre as experiências que haviam sido vivenciadas, como fica evidente no seguinte trecho:

⁵³ No original lê-se *resistance group*.

⁵⁴ Martin has a bunch of keys in his hand that he swings around. The continuous clack-clack-clack of the keys against the top of the table provides the background rhythm for the following.

Após ter estudado as transcrições do grupo de resistência por um longo período de tempo, decidimos perguntar-lhes como foi a experiência do curso. Assim, mais de meio ano depois, organizamos uma entrevista com o grupo que incluiu assistir ao vídeo do trecho em questão⁵⁵ (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, p.151, tradução nossa).

Deste modo, pesquisadores e estudantes, que possuíam diferentes perspectivas, puderam assistir juntos aos vídeos que haviam sido produzidos no ano anterior e conversar sobre eles. Os autores destacam que o fato de assistir aos vídeos em um período relativamente distante do momento em que a experiência foi vivenciada permitiu que os estudantes tecessem comentários com distância crítica e refletissem sobre suas próprias interações. Neste sentido, destacam-se a potencialidade do vídeo em pesquisas em sala de aula (, bem como) e a possibilidade de retornar aos dados coletivamente, corroborando o que foi apontado por Powell (2015).

Em outro trecho também se pode observar uma rica descrição dos movimentos dos estudantes, a qual nos parece ter sido possibilitada pela utilização do vídeo, bem como destacar que a câmera pode ser um instrumento que estes grupos utilizam para tirar a concentração dos outros estudantes da sala de aula: "Robert também ajusta a câmera e faz caras. Os meninos não estão apenas prestando atenção à câmera, eles também comentam sobre Linda: "Olha pra ela. Espinhas na testa!"⁵⁶ (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, p.139, tradução nossa). Os autores enfatizam que prestar atenção em coisas inusitadas, que não estão relacionadas com o proposto pelo professor, é uma característica do comportamento do grupo de resistência.

É essencial destacar que não se quer eliminar as limitações da utilização do vídeo quando se tem o diálogo como objeto de estudo. Apesar de o vídeo ser uma ferramenta extremamente importante para captar o som, a imagem e o contexto da sala de aula, em alguns momentos, ele pode não ser suficiente para capturar o som de todos os diálogos. "O microfone do gravador de áudio foi colocado no professor, e o som do vídeo não estava bom o suficiente para se capturar o diálogo entre Alice e Deborah."⁵⁷ (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, p. 61, tradução nossa). Os autores utilizaram outros recursos para a produção de dados

⁵⁵ After having studied the transcripts from the resistance group for a long period of time, we decide to ask them how they have experienced the course. So more than half a year later we arrange an interview with the group including watching the video of the present excerpt.

⁵⁶ Robert also tunes in on the camera and makes faces. The boys are not only paying attention to the camera, they also comment on Linda: "Take a look at her. Pimples on her forehead!"

⁵⁷ "The microphone of the audiotape was placed on the teacher, and the video sound was not good enough to

combinados ao vídeo, o que permite a triangulação deles. Durante o desenvolvimento desta pesquisa, também se buscou utilizar outros instrumentos como, por exemplo, o gravador de áudio. Este instrumento possibilitou capturar além do áudio com o vídeo da classe toda ou de um único grupo, também o áudio separadamente em cada grupo. Desta forma, quando os estudantes estavam divididos em grupo, optou-se por colocar um gravador de áudio em cada grupo e uma câmera que possibilitava a gravação em vídeo.

Cientes da interferência humana na edição das imagens durante o processo de gravação do vídeo, optou-se por capturar o quadro em que as interações estavam ocorrendo. A câmera não ficou parada em um pedestal, mas nas mãos da bolsista do núcleo de ensino ou da pesquisadora, que a direcionavam para o local em que a interação estava ocorrendo.

Outra potencialidade do gravador de áudio, nesta pesquisa, está relacionada ao estabelecimento de uma relação de confiança com as professoras. No início da pesquisa, foi utilizado apenas o gravador de áudio para que as professoras gradualmente fossem se sentindo à vontade com a presença da pesquisadora na sala de aula e, quando tal relação de confiança foi estabelecida, foi introduzida a utilização do vídeo. Tanto a utilização do gravador de áudio, bem como a de vídeo foi discutida com as professoras nas reuniões de planejamento das atividades.

Os autores enfatizam que tudo o que se torna público em um diálogo, seja a partir dos gestos ou das interações verbais, constitui a parte observável da interação. Porém há sentimentos que podem ser vivenciados durante o diálogo que podem não ser percebidos pelo tom da voz e pelo gestual. Um estudante pode, por exemplo, desenvolver uma estratégia de resolução ou desenvolver uma perspectiva que, por algum motivo, decida não compartilhar com os demais. Neste sentido, corroborando com o que dizem os autores, destaca-se que há aspectos do diálogo que não são observáveis e que não podem ser capturados nem mesmo com a utilização da gravação de vídeo.

Nesta pesquisa, os áudios e os vídeos são dados que não se tornaram públicos, mas que tiveram papel fundamental na elaboração de contos presentes nela. Assim, na próxima seção, será discutida a apresentação dos dados em forma de contos.

5.5 Análise dos vídeos e áudios e apresentação dos dados

A forma como os dados são apresentados nessa pesquisa foi-se delineando a partir dos

seguintes objetivos, inicialmente propostos:

- identificar e descrever as interações discursivas que ocorrem durante as aulas de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental;
- investigar os padrões de comunicação presentes nas aulas de matemática;
- identificar e discutir os elementos presentes em interações dialógicas;
- identificar e analisar as possíveis relações entre interações e a compreensão dos conceitos matemáticos.

Em consonância com tais objetivos, foi necessário fazer um tratamento dos dados e estruturar sua apresentação buscando elucidar como ocorrem os processos de comunicação na sala de aula e possibilitando que atos dialógicos pudessem ser identificados.

5.5.1 Contos: a apresentação dos dados

No livro "*How to do things with words*", de 1962, o filósofo John Austin traz contribuições fundamentais para o campo da linguagem. Ele enfatiza que, ao se realizar uma enunciação, se fala e se faz algo em termos de palavras mas também se faz algo em termos de ações. Nessa perspectiva, a linguagem não é uma representação da realidade. "Para o autor, a linguagem não se resume a uma voz que faz descrições da realidade, ela envolve algo a mais. Analisemos o seguinte exemplo: "Aceito esta mulher como minha legítima esposa" - do modo que é proferido no decurso de uma cerimônia de casamentos" (AUSTIN, 1990, p.24). Falar se expressa pela fala e pela ação de assumir um compromisso matrimonial com outra pessoa. Fazer uma enunciação deste tipo "não é descrever o ato que estaria praticando ao dizer o que disse, nem declarar que o estou praticando: é fazê-lo" (AUSTIN, 1990, p.24).

Neste sentido, a restrição da apresentação dos dados na transcrição do áudio vai ao encontro apenas de uma perspectiva de linguagem como representação da realidade. Portanto, concordando com Austin (1990), a comunicação envolve também ações, e considera-se que apenas as transcrições não abarcavam a complexidade da linguagem, das interações na sala de aula.

Assim, restava ainda uma questão: "Como explicitar a riqueza da comunicação verbal e não-verbal apenas com a transcrição resultante da audiogravação e videogravação das aulas?" As transcrições foram importantes e necessárias, mas ainda era preciso uma descrição do diálogo que fosse, de certa forma, mais rica em detalhes. Era necessária uma apresentação dos dados que abarcasse também ações. Optou-se por escrever "contos", os quais

possibilitariam que gestos, ambiente da sala de aula e diálogo estivessem presentes de forma mais vívida. Ao abordar as qualidades de um conto literário, Tchékhev (2011, p.10) enfatiza que "o autor deve chamar a atenção para pequenos detalhes, agrupando-os de tal maneira que o leitor, fechando os olhos, possa 'ver' todo o quadro". Neste sentido, o conto vem ao encontro dos objetivos propostos e foi o gênero literário utilizado na apresentação dos dados.

Durante a experiência de escrita, buscou-se descrever gestos, ação, movimento, mudança, expressões dos estudantes e das professoras que foram considerados como importantes no processo de comunicação. Assim, não foi feita referência à cor de olhos, ao tamanho do nariz, mas sim à interação, à forma de interagir e ainda aos gestos e aos comportamentos que são observáveis. Por exemplo, ao se referir a uma estudante, pode-se descrever que "realizava rapidamente as tarefas e resolveu tudo corretamente"; pode-se descrever seus comportamentos e não atribuir um adjetivo a um estudante como "inteligente". Ao falar de um estudante, pode-se observar que suas bochechas estão coradas, mas não descrever que ele está envergonhado. "Seus estados psicológicos não devem ser descritos pelo autor, e sim deduzidos pelo leitor a partir de suas ações" (TCHÉKHOV, 2011, p.10).

As falas foram todas transcritas da audiogravação e aparecem sempre depois da identificação do estudante ou da professora que as enunciou. Esse recurso possibilita que o leitor e a pesquisadora localizem o diálogo e os participantes da pesquisa com mais facilidade. Assim, buscou-se fazer uma análise do áudio e do vídeo que possibilitasse a estruturação dos contos. Na próxima seção, será discutida a análise do áudio e do vídeo e a escrita dos contos.

5.5.2 Análise do áudio e vídeo

Powell, Francisco e Maher, (2004, p. n.p.) destacam sete etapas importantes na análise dos dados produzidos a partir de videogravações: "Observar atentamente os dados do vídeo. 2. Descrever os dados do vídeo. 3. Identificar eventos críticos 4. Transcrever 5. Codificar 6. Construir o enredo 7. Compor a narrativa." Estas etapas descritas pelos autores foram fonte de inspiração para realizar a análise dos dados desta pesquisa.

As gravações em áudio e em vídeo foram ouvidas e vistas diversas vezes, momentos em que a pesquisadora teve um quadro do que havia sido captado pelo vídeo. Isso possibilitou imersão nos dados. Além disso, foram feitas anotações que possibilitaram a familiarização com os dados e uma descrição do contexto. Essas anotações foram essenciais na produção dos contos, pois elas permitiam ter uma ideia geral das duas horas de videogravação, possibilitando que a pesquisadora trouxesse para cada conto aspectos sobre o quadro geral da

sala de aula.

Os vídeos foram vistos novamente, buscando-se identificar *eventos críticos*, que são expressos por mudanças conceituais ou eventos que contribuem para a compreensão do objeto da pesquisa, para que hipóteses sejam confirmadas ou refutadas (POWELL, 2015, POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004). No contexto desta pesquisa, os incidentes críticos são constituídos por eventos que permitem a identificação de padrões de comunicação, de atos dialógicos, bem como de mudanças conceituais por parte dos estudantes nos momentos de interação.

A identificação dos incidentes críticos possibilitou a seleção dos trechos que posteriormente foram transcritos. Primeiramente, foi feita a transcrição apenas do áudio, focalizando-se nos discursos dos estudantes e da professora. Esta foi feita com rigorosidade e o único tipo de modificação feita se refere à correção gramatical. A transcrição do áudio foi sucedida pela observação das imagens do vídeo e de seu registro, priorizando-se a descrição de aspectos gestuais que compunham a interação. Nesta etapa, a pesquisadora também utilizou as anotações presentes no diário de campo. Depois da identificação e da transcrição destes incidentes, os contos foram elaborados pela pesquisadora, buscando dar uma ideia geral do contexto da sala de aula.

Na sequência, há um trecho do conto "Estimando Comprimentos" e nele foi identificado, em texto destacado de colorido, um incidente crítico em que os estudantes interagem entre si e no qual estão presentes algumas características de uma interação dialógica (Quadro 2).

Quadro 2- Trecho do conto Estimando Comprimentos com destaque de um incidente crítico

Os olhos dos estudantes fitavam a professora enquanto ela lia, em voz alta, o livro "Quem vai ficar com o Pêssego?" Ouvia-se apenas a voz desta que era acompanhada pela projeção das páginas do livro no projetor. Finda a leitura, estudantes e professora conversaram sobre o livro e destacaram o critério que cada um dos animais havia escolhido para servir como base para a decisão de quem iria ficar com o pêssego. No momento seguinte, cadeiras e carteiras abandonaram a posição das fileiras verticais e agrupavam-se. A pedido da professora, os estudantes deslocavam-se para comporem seis pequenos grupos compostos por quatro integrantes. Ouvia-se a voz dos estudantes e o arrastar das carteiras.

Pintas marrons alternavam-se com o amarelo, quatro longas patas, um corpo

robusto e um pescoço grande e elegante. A figura de um filhote de girafa confeccionada em papel pardo e em papel cartão desfilou na sala de aula do terceiro ano até ser fixada na parede da frente, um pouco acima da lousa. A professora explicou para as crianças que essa figura fora confeccionada com base no tamanho real de um filhote de girafa e, em seguida, entregou para cada grupo uma folha sulfite com a atividade.

Em grupos, os estudantes deveriam estimar o comprimento da altura da figura da girafa e, depois de chegarem a uma resposta que representasse o grupo, deveriam explicitar por escrito como tinham chegado a tal estimativa. Em um dos cantos da sala, Katerine, Daiane, Marcos e Felipe, integrantes do "grupo 1", começaram estimando que a girafa possuía "vinte"; logo chamaram a professora para compartilhar com ela o resultado a que haviam chegado. Esta questionou sobre a unidade de medida a que se referia o número vinte. Os estudantes disseram que eram vinte metros, e a professora destacou que, na folha, não estava anotada essa unidade de medida, que eles precisavam falar sobre isso e anotar. Logo ao lado estavam João, Letícia, Luan e a Isis que eram integrantes do "grupo 2". Para Luan, a girafa media "três metros" enquanto que, para os outros três integrantes, o tamanho era de, aproximadamente, dois metros. Eles haviam chegado a essas conclusões partindo de uma comparação estabelecida entre a medida de um metro, já conhecido por eles, e o tamanho da figura da girafa.

João: –Ele está falando que são três metros e nós três estamos falando que são dois metros.

Letícia: –Um metro e meio, Isis.

Luan: –Um metro e....

Isis: –Dois metros.

Luan: –Um metro. Um metro e noventa e nove centímetros.

Estudante: –Você quer dois?

Letícia: –Melhor um. Porque... Olha...

Isis: –Olha o tamanho da professora. Olha a altura dela e olha a altura da girafa. Parece que a girafa tem um metro a mais. Ela tem um metro a mais.

De repente, Luan se levantou e foi em direção a outro grupo que estava comparando a altura da professora Fernanda com o tamanho da girafa. Os outros

estudantes do grupo se olharam por alguns instantes e deram continuidade à atividade. João acompanhava as falas de Letícia e de Isis; olhava para elas e, em certos momentos, movimentava a cabeça para cima e para baixo.

Letícia: –Então são dois metros, Isis. Coloca. – falou aumentando o tom de voz.

Isis: –Professora, nós três estamos falando que são dois metros e o Luan está falando três metros. Nós ganhamos.

Professora: –Cadê o Luan?

Isis: –Está lá perguntando um negócio para a professora Fernanda.

Letícia: –Professora, três metros é o tamanho da girafa adulta e não o tamanho da girafa criança, quando nasce.

Isis: –Acabei de colocar. – disse depois de anotar a estimativa na folha da atividade.

Professora: –Estimativa dois. – pronunciou ao ler o resultado da estimativa na folha da atividade e, em seguida, leu o questionamento que dava sequência à atividade. – Como você chegou a essa conclusão?

Isis: – Como assim?

Professora: – Por que vocês acham que são dois metros? Olha ali para a girafa. Por que será que deu dois?

Letícia: –Porque passa de um metro.

Professora: –Por que é maior que um metro?

Luan: –Meu cotovelo está doendo.

Letícia: –Dois metros, professora. Tem que ser maior.

Isis: –Ele queria colocar três metros; nós ganhamos.

Luan: –Professora, o meu cotovelo está doendo. Professora, professora, o meu cotovelo está doendo. Sabe por quê? Porque eu fui fazer uma manobra... Não é, professora? Então, eu caí do meu skate, bati o cotovelo na parede.

Professora: –Vocês colocaram dois metros. – disse apontando para a resposta na folha. Como vocês chegaram a dois? Por que vocês colocaram dois? Porque é maior que um. Vocês falaram isso. O que mais? Como chegaram a dois?

Letícia: –Por... que é maior do...que... do... que um metro. – falou a estudante ditando a resposta para Isis registrar na folha da atividade.

Luan: –Quatro minutos já. – falou olhando para o visor do gravador.

Isis: –Porque é maior do que um metro.

Todos os grupos haviam chegado a uma estimativa para o comprimento da altura da figura da girafa. Era chegado o momento de compartilhar com toda a turma. A professora se deslocou até a lateral esquerda da lousa para anotar as estimativas de cada um dos grupos. O primeiro grupo deixou as cadeiras e se posicionou na frente da sala. Ouviam-se várias vozes discutindo a quem caberia a tarefa de ler, mas, atendendo ao pedido da professora: "Agora é para escutar", os estudantes silenciaram e o "grupo 1" iniciou:

O conto "Estimando comprimentos" foi composto por dois incidentes críticos que estão presentes em sua versão completa e será apresentado na PARTE 3, desta tese.

Foram elaborados cinco contos, os quais receberam os seguintes títulos: (1) Estimando comprimentos; (2) Filmando o mundo; (3) Depende do Ângulo que você olha; (4) De mãos limpas; (5) De mãos dadas com a matemática e o meio ambiente.

De posse dos contos, realizaram-se diversas leituras, alguns tópicos relevantes foram se destacando e temas foram construídos. Assim, a partir dos contos realizou-se a construção inicial de quatro temas (Quadro 3).

Quadro 3: Temas construídos a partir dos contos

1. Padrões de comunicação presentes nas aulas de matemática dos anos iniciais;
2. Padrões de comunicação e sua relação com a organização de diferentes ambientes de aprendizagem;
3. Qualidades do diálogo;
4. Diálogo e equidade

No primeiro tema, denominado *Padrões de comunicação presentes nas aulas de matemática dos anos iniciais*, são discutidas diferentes formas de comunicação: a primeira delas, o padrão "sanduíche", e a segunda, o diálogo.

O segundo tema construído, intitulado *Padrões de comunicação e sua relação com a organização de diferentes ambientes de aprendizagem*, possibilitou abordar como diferentes formas de comunicação podem estar associadas à forma como o ambiente de aprendizagem é organizado. O terceiro tema, *Qualidades do diálogo*, surgiu a partir da emergência de aspectos

presentes na interação entre as crianças, que permitem caracterizá-las, segundo a literatura, como dialógicas, como, por exemplo, a presença dos atos dialógicos.

O quarto tema, *Diálogo e equidade*, aborda a relação entre professor e estudantes durante o processo de interação nas aulas de matemática. Na parte III desta tese serão apresentados os contos e a análise.

REFERÊNCIAS

ALRØ H.; SKOVSMOSE, O. *Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática*. Tradução: Orlando Figueiredo. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004.

ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo Pesquisas Coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). In: *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

AUSTIN, J. L. *How to Do Things with Words*. Oxford: Oxford University Press, 1962.

AUSTIN, J. L. *Quando dizer é fazer*. Tradução: Danilo Marcondes de Souza Filho. Porto Alegre: Artes Médicas, 1990.

BIOTTO FILHO, Denival. *Quem não sonhou em ser um jogador de futebol?: trabalho com projetos para reelaborar foregrounds*. 2015. 234 p. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2015. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/124075>>. Acesso em: 15 jan. 2016.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. C. Pesquisa qualitativa em educação matemática. In: Reunião Anual da ANPEd, 27., 2004, Caxambu. *Anais...* Caxambu: ANPEd, 21-24, nov. 2001, p. 1-18. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/borba-minicurso_a-pesquisa-qualitativa-em-em.pdf>.

BORBA, M.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.) *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

CROTTY, M. *The foundations of social research: meaning and perspective in the research process*. London, Thousand Oaks: Sage Publications, 1998.

FREIRE, P. *Pedagogia do Oprimido*. 58. ed. rev. e atual. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2014b.

GOLDENBERG, M. *A Arte de Pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais*. Rio de Janeiro: Record, 1997.

LINCOLN, Y.; GUBA, E. *Naturalistic Inquiry*. 7. ed. Londres: Sage Publications. Lisboa – Portugal: Edições 7, 1985.

PENTEADO, M. G.; SKOVSMOSE, O. How to Drag with a Worm-Out Mouse? Searching for Social Justice through Collaboration. In: Skovsmose, O. *Critique as uncertainty*. Charlotte, North Carolina, USA: Information Age Publishing, 2014

POWELL, A. B. (Org.) *Métodos de Pesquisa em Educação Matemática: usando escrita, vídeo e internet*. Campinas: Mercado de Letras, 2015. (Coleção Educação Matemática).

POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento das ideias matemáticas e do raciocínio de estudantes. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, v.17, n 21, p. 81-140, maio 2004.

SKOVSMOSE, O.; BORBA, M. Research methodology and Critical Mathematical Education. In: VALERO, P. and ZEVENBERGEN, R. (Eds.) *Researching the sociopolitical dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004.

VYGOTSKY, L. S. *Pensamento e Linguagem*. Rio de Janeiro: Martins Fontes, 1998.

PARTE 3:

DIÁLOGO E CRIANÇA: DE DENTRO DA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA

Figura 4- Projeto Meio Ambiente e Matemática

Fonte: Arquivo pessoal

6 DIÁLOGO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: O DIÁLOGO NO TERCEIRO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

DIALOGUE AND MATEHMATICS EDUCATION: the dialogue in the third year of Elementary School

Ana Carolina Faustino⁵⁸

RESUMO

Este artigo tem como objetivo principal refletir sobre processos de comunicação em aulas de matemática discutindo aspectos que podem favorecer a aprendizagem dos estudantes. A produção dos dados foi desenvolvida em sala de terceiro ano do Ensino Fundamental, em escola pública urbana, no interior de São Paulo. O *corpus* de análise e de interpretação constituiu-se de: diário de campo, audiogravações, videogravações dos diálogos e contos produzidos pela pesquisadora. Os resultados evidenciam que interações estabelecidas entre estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental e professora podem ser caracterizadas como dialógicas por possuírem elementos considerados importantes pela literatura como: envolver investigações, apresentar argumentos, estar engajados, correr riscos e manter igualdade. Além disso, tais interações podem favorecer a emergência de significados e ideias, tornando-se fonte para o ensino e a aprendizagem de matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Diálogo, Argumentação, Anos Iniciais, Educação Matemática.

ABSTRACT

This article aims to reflect on communication processes in math classes by discussing aspects that can promote students' learning. Data collection was carried out in a third-year classroom of Primary School at an urban public school in the countryside of Sao Paulo. The corpus of the analysis and interpretation consisted of: a field diary, audio recordings, video recordings of the dialogues and accounts produced by the researcher. The results show that interactions established between students and the teacher in the early years of Primary School can be characterized as dialogic interactions since they present elements such as: involve investigations, present arguments, be engaged, take risks and maintain equality. Furthermore, such interactions can promote the emergence of meanings and ideas thus becoming a source for the teaching and learning of mathematics.

KEYWORDS: Dialogue, Argumentation, Early Years, Mathematics Education.

Introdução

Este artigo faz parte de uma pesquisa cujo objetivo é o de investigar como professoras dos anos iniciais colocam o diálogo em ação nas aulas de matemática. Em especial, busca-se refletir sobre a comunicação estabelecida entre estudantes nas aulas de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, abordando aspectos que podem favorecer a aprendizagem.

Primeiramente este artigo aborda a metodologia utilizada, o contexto de produção dos dados trazendo o conto "Estimando comprimentos" que busca ilustrar como a professora e os estudantes do terceiro ano do Ensino Fundamental colocaram a comunicação em ação em uma

⁵⁸ Uma versão deste artigo foi publicada na revista Perspectivas da Educação Matemática. Ver Faustino (2016).

aula de matemática. Em seguida, são elucidados alguns aspectos essenciais do diálogo; para tanto, é abordada a diferença entre uma conversação e um diálogo. E, finalmente, são discutidas duas afirmações que emergiram dos dados produzidos: 1) a comunicação entre as crianças do Ensino Fundamental pode conter as qualidades de um diálogo; 2) o diálogo entre a professora e os estudantes pode possibilitar a emergência de significados matemáticos.

A metodologia utilizada caracteriza-se como uma investigação qualitativa, que busca a interpretação e a compreensão do fenômeno estudado (BOGDAN; BIKLEN, 1994). A produção dos dados⁵⁹ foi desenvolvida em um terceiro ano do Ensino Fundamental em uma escola pública urbana localizada no interior de São Paulo-SP, durante o segundo semestre de 2015. Neste período, foram realizados encontros semanais, com a duração de duas horas para o desenvolvimento do Projeto Meio Ambiente e Matemática. No início do desenvolvimento do projeto, os estudantes do terceiro ano discutiram questões de interesse da turma que estavam relacionadas com o tema do projeto; tais questões auxiliaram a professora e a pesquisadora na elaboração das atividades de investigação que foram desenvolvidas ao longo de todo o semestre.

Neste artigo, discute-se um dos encontros em que o diálogo entre os estudantes e a professora se deu a partir de uma atividade que envolvia estimativas. A turma do terceiro ano era composta por vinte e oito crianças entre oito e nove anos, porém, no dia da atividade discutida, estavam presentes vinte e quatro estudantes; a professora da sala regular, a professora de educação especial, a pesquisadora, uma bolsista do Programa Núcleos de Ensino (NE) da Unesp, sendo que as duas primeiras são respectivamente identificadas como professora e co-professora. O conteúdo desenvolvido foi o de *grandezas e medidas*, juntamente com o tema transversal *Meio Ambiente*, ambos escolhidos pela professora durante as reuniões com a pesquisadora. Neste dia, as crianças estavam trabalhando com estimativas do comprimento da altura de animais.

O *corpus* de análise e de interpretação constituiu-se do diário de campo, de audiogravações e de videogravações dos diálogos estabelecidos durante as aulas de matemática bem como de contos produzidos pela pesquisadora.

O diário é o conjunto de anotações que a pesquisadora realizou a partir do acompanhamento das aulas da professora participante da pesquisa. As anotações são referentes a ideias, sentimentos e percepções em relação à comunicação estabelecida entre

⁵⁹ Reconhecemos que a presença da pesquisadora no ambiente escolar e mais especificamente na sala de aula "intervém na realidade e seleciona um recorte dela" (POWELL, 2015, p.15), portanto, utilizamos o termo "produção de dados" ao invés de "coleta de dados".

professor e estudantes, entre os pares de estudantes e também dos elementos do diálogo, presentes nessas interações. Além disso, de forma complementar, constituem-se do *corpus* da análise as interações verbais entre professores e estudantes que foram gravadas com o consentimento dos participantes e, posteriormente, transcritas. Isto possibilitou descrever o processo de comunicação durante as aulas de matemática da professora participante na tentativa de compreender como o diálogo é colocado em ação durante as aulas da disciplina em questão.

Feito isto, restava ainda uma questão: "Como explicitar a riqueza da comunicação verbal e não-verbal apenas com a transcrição resultante da audiogravação e videogravação das aulas?" As transcrições foram importantes e necessárias, mas ainda era preciso uma descrição do diálogo que fosse, de certa forma, mais rica em detalhes. Optou-se por escrever "contos", que possibilitassem que gestos, ambiente da sala de aula e diálogo estivessem presentes de forma mais vívida. Ao abordar as qualidades de um conto literário, Tchékhev (2011, p.10) enfatiza que "o autor deve chamar a atenção para pequenos detalhes, agrupando-os de tal maneira que o leitor, fechando os olhos, possa 'ver' todo o quadro". Neste sentido, o conto vem ao encontro dos objetivos propostos e foi o gênero literário utilizado na produção dos dados.

Durante a experiência de escrita, buscou-se descrever gestos, ação, movimento, mudança, expressões dos estudantes e das professoras que foram considerados como importantes no processo de comunicação; assim, não foi feita referência à cor de olhos, ao tamanho do nariz, mas sim à interação, à forma de interagir e ainda aos gestos e aos comportamentos que são observáveis. Por exemplo, ao se referir a uma estudante, pode-se descrever que "realizava rapidamente as tarefas e resolveu tudo corretamente"; pode-se descrever seus comportamentos e não atribuir um adjetivo a um estudante como "inteligente". Ao falar de um estudante, pode-se observar que suas bochechas estão coradas, mas não descrever que ele está envergonhado. "Seus estados psicológicos não devem ser descritos pelo autor, e sim deduzidos pelo leitor a partir de suas ações." (TCHÉKHOV, 2011, p.10).

As falas foram todas transcritas da audiogravação e aparecem sempre depois da identificação do estudante ou da professora que as enunciou. Esse recurso possibilita que o leitor e a pesquisadora localizem o diálogo e os participantes da pesquisa com mais facilidade. Neste artigo, é analisado o conto "Estimando cumprimentos".

6.1 Estimando comprimentos

Os olhos dos estudantes fitavam a professora enquanto ela lia, em voz alta, o livro “Quem vai ficar com o Pêssego?” Ouvia-se apenas a voz desta que era acompanhada pela projeção das páginas do livro no projetor. Finda a leitura, estudantes e professora conversaram sobre o livro e destacaram o critério que cada um dos animais havia escolhido para servir como base para a decisão de quem iria ficar com o pêssego.

No momento seguinte, cadeiras e carteiras abandonaram a posição das fileiras verticais e agrupavam-se. A pedido da professora, os para estudantes deslocavam comporem seis pequenos grupos compostos por quatro integrantes. Ouvia-se a voz dos estudantes e o arrastar das carteiras.

Pintas marrons alternavam-se com o amarelo, quatro longas patas, um corpo robusto e um pescoço grande e elegante. A figura de um filhote de girafa confeccionada em papel pardo e em papel cartão desfilou na sala de aula do terceiro ano até ser fixada na parede da frente, um pouco acima da lousa. A professora explicou para as crianças que essa figura fora confeccionada com base no tamanho real de um filhote de girafa e, em seguida, entregou para cada grupo uma folha sulfite com a atividade.

Em grupos, os estudantes deveriam estimar o comprimento da altura da figura da girafa e, depois de chegarem a uma resposta que representasse o grupo, deveriam explicitar por escrito como tinham chegado a tal estimativa.

“Quem vai ficar com o pêssego?
A girafa alta, esticando ainda mais o seu pescoço disse:
“Que tal se o **mais alto** de nós
ficasse com o pêssego?”
(AH-HAE; HYE WON, 2010, n.p.)

Figura 5- Leitura Quem vai ficar com o pêssego?



Fonte: arquivo pessoal

Em um dos cantos da sala, Katerine⁶⁰, Daiane, Marcos e Felipe, integrantes do "grupo 1", começaram estimando que a girafa possuía "vinte"; logo chamaram a professora para compartilhar com ela o resultado a que haviam chegado. Esta questionou sobre a unidade de medida a que se referia o número vinte. Os estudantes disseram que eram vinte metros, e a professora destacou que, na folha, não estava anotada essa unidade de medida, que eles precisavam falar sobre isso e anotar.

Logo ao lado estavam João, Letícia, Luan e a Isis que eram integrantes do "grupo 2". Para Luan, a girafa media "três metros" enquanto que, para os outros três integrantes, o tamanho era de, aproximadamente, dois metros. Eles haviam chegando a essas conclusões partindo de uma comparação estabelecida entre a medida de um metro, já conhecido por eles, e o tamanho da figura da girafa.

João: –Ele está falando que são três metros e nós três estamos falando que são dois metros.

Letícia: –Um metro e meio, Isis.

Luan: –Um metro e....

Isis: –Dois metros.

Luan: –Um metro. Um metro e noventa e nove centímetros.

Estudante: –Você quer dois?

Letícia: –Melhor um. Porque... Olha...

Isis: –Olha o tamanho da professora. Olha a altura dela e olha a altura da girafa.

Parece que a girafa tem um metro a mais. Ela tem um metro a mais.

De repente, Luan se levantou e foi em direção a outro grupo que estava comparando a altura da professora Fernanda com o tamanho da girafa. Os outros estudantes do grupo se olharam por alguns instantes e deram continuidade à atividade. João acompanhava as falas de Letícia e de Isis; olhava para elas e, em certos momentos, movimentava a cabeça para cima e para baixo.

Letícia: –Então são dois metros, Isis. Coloca. - falou aumentando o tom de voz.

Isis: –Professora, nós três estamos falando que são dois metros e o Luan está falando três metros. Nós ganhamos.

Professora: –Cadê o Luan?

⁶⁰ Todos os nomes utilizados no conto são pseudônimos.

Isis: –Está lá perguntando um negócio para a professora Fernanda.

Letícia: –Professora, três metros é o tamanho da girafa adulta e não o tamanho da girafa criança, quando nasce.

Isis: –Acabei de colocar- disse depois de anotar a estimativa na folha da atividade.

Professora: –Estimativa dois- pronunciou ao ler o resultado da estimativa na folha da atividade e, em seguida, leu o questionamento que dava sequência à atividade- Como você chegou a essa conclusão?

Isis: –Como assim?

Professora: –Por que vocês acham que são dois metros? Olha ali para a girafa. Por que será que deu dois?

Letícia: –Porque passa de um metro.

Professora: –Por que é maior que um metro?

Luan: –Meu cotovelo está doendo.

Letícia: –Dois metros, professora. Tem que ser maior.

Isis: –Ele queria colocar três metros; nós ganhamos.

Luan: –Professora, o meu cotovelo está doendo. Professora, professora, o meu cotovelo está doendo. Sabe por quê? Porque eu fui fazer uma manobra... Não é, professora? Então, eu caí do meu skate, bati o cotovelo na parede.

Professora: –Vocês colocaram dois metros- disse apontando para a resposta na folha. Como vocês chegaram a dois? Por que vocês colocaram dois? Porque é maior que um. Vocês falaram isso. O que mais? Como chegaram a dois?

Letícia: –Por... que é maior do...que... do... que um metro- falou a estudante ditando a resposta para Isis registrar na folha da atividade.

Luan: –Quatro minutos já- falou olhando para o visor do gravador.

Isis: –Porque é maior do que um metro.

Todos os grupos haviam chegado a uma estimativa para o comprimento da altura da figura da girafa. Era chegado o momento de compartilhar com toda a turma. A professora se deslocou até a lateral esquerda da lousa para anotar as estimativas de cada um dos grupos.

O primeiro grupo deixou as cadeiras e se posicionou na frente da sala. Ouviam-se várias vozes discutindo a quem caberia a tarefa de ler, mas, atendendo ao pedido da professora: "Agora é para escutar", os estudantes silenciaram e o "grupo 1" iniciou:

Katerine: –Dez metros.

Professora: –Elas acham que a girafa tem dez metros.- com uma giz, registrou a estimativa na lousa e, em seguida, prosseguiu- Como vocês chegaram a essa conclusão?

Katerine: –Nós olhamos para a girafa e pensamos que ela tem dez metros.

Professora: –Ok. "Grupo 2".

Isis: –Ele vai ler. Está bem?

Professora: –Está ótimo.

João: –Dois metros de altura.

Professora: –Então são dois metros?

Letícia: –Sim.

Professora: –Muito bem, João. A girafa tem dois metros na opinião deles. Como vocês chegaram a essa conclusão?

João: –Porque é maior que um metro.

Professora: –Chegaram a essa conclusão porque eles têm a noção de quanto é um metro; sabem de cabeça mais ou menos quanto é um metro. Perceberam que a figura da girafa tem mais que um metro; por isso, colocaram dois metros. Agora, "grupo 3".

Karen, Gustavo, Caio, Hugo e Rafael, integrantes do "grupo 3", silenciosamente caminharam até a frente da sala e compartilharam a estimativa com o restante da turma.

Estudante: –Nós fomos discutindo; vimos que eram dois metros e dez...

Professora: –Ele colocou dois metros e dez.- comentou anotando o resultado estimado na lousa – É dez o quê?

Estudante: –Centímetros.

Professora: –Muito bem! Como vocês chegaram a essa conclusão?

Karen: –Nós conversamos e escrevemos num papelzinho. Cada criança falou um resul... um tamanho. Chegamos a dois tamanhos quase diferentes.

Estudante: –E marcamos no papelzinho.

Karen: –E marcamos no papelzinho. Nós votamos. Então eu falei que tem dois metros e dez e, dois metros. Todo mundo votou em dois metros e dez e só um votou em dois metros. Então nós colocamos dois metros e dez.

Professora: –Muito bem.

Vagarosamente os estudantes foram retornando para suas cadeiras. A professora pediu aos integrantes do quarto grupo que se dirigissem até a frente da sala. Simone, Pedro, Bruno e Bárbara desfilaram pela sala e posicionaram-se um ao lado do outro.

Estudante: –Dois metros.

Professora: –Como vocês chegaram a essa conclusão?

Todos os estudantes do grupo ficaram em silêncio; os olhos deles iam de um para o outro. Simone esboçava um pequeno sorriso. A professora esperou alguns segundos e pediu que Simone fizesse a leitura em voz alta.

Simone: –Nós medimos uma moça que tem 1,74. – disse rindo. – O nome dela é Fernanda. – falando e rindo ao mesmo tempo. – É só. – finalizou contendo o riso.

Professora: –Ninguém entendeu.

Estudante: –Nem eu. – confirmando a fala da professora.

Estudante: –Nem eu. – reafirmando.

Professora: –Explica, Pedro. Por que vocês colocaram dois metros?

Pedro: –Eu?

Professora: –É! Por que vocês colocaram dois metros?

Pedro: –Nós medimos o tamanho dela. - disse apontando para a co-professora. – Nós pensamos... e colocamos.

Professora: –Pensaram em quê?

Pedro: –Olhamos a Fernanda e depois medimos a girafa.

Simone: –Olhamos a Fernanda e medimos o tamanho da girafa.

Professora: –A Fernanda tem 1,74. Sobrou muito, bastante, pouco?

Pedro: –Pouco.

Professora: –Então, acharam que dava dois?

Pedro: –Sim. Colocamos dois metros.

Professora: –Próximo grupo, então. O “grupo 5”.

Helena, Gabriel, Paulo e Patrícia compunham o quinto grupo. Eles já estavam sentados próximos à lousa; então, levantaram-se e apresentaram a estimativa do grupo.

Helena: –Bom, nós colocamos um metro e noventa.

Professora: –Um metro e noventa. Muito bom! Como vocês chegaram a esta conclusão?

Helena: –Pensamos o tamanho de uma girafa filhote. Não poderia dar muito.

Estudante: –Helena, Helena. Fala do metro da Fernanda.

Helena: –Comparamos o tamanho da Fernanda e aumentamos alguns centímetros.

Professora: –Muito bom.

Finalmente, havia chegado a vez de Diogo, Caio, Fabiano, Joana e Nataly, integrantes do "grupo 6". A pedido da professora, eles foram até a frente e compartilharam a estimativa do grupo com os outros estudantes.

Estudante: –Dois metros e nove.

Professora: –Nove o quê?

Estudante: –Nove centímetros.

Estudante: –Olhamos o tamanho da Fernanda também e aumentamos. Chegamos a essa conclusão.

Todos os grupos haviam compartilhado suas estimativas, e a professora as anotou na lousa. E agora, qual estimativa se aproximava mais do resultado exato?

A professora ressaltou que, depois de estimar, seria necessário medir o tamanho da figura da girafa.

Na aula seguinte, ela traria, para cada grupo, um barbante que teria o mesmo comprimento da altura da girafa para que eles tivessem a possibilidade de medir. Qual era o tamanho exato do comprimento da altura da figura da girafa? Esta pergunta não foi respondida. As crianças foram para casa com essas perguntas em seus bolsos.

6.2 Diálogo, conversa e suas especificidades

O diálogo possui algumas especificidades que o diferencia de uma conversa. Tal distinção ganha importância quando se considera que o diálogo faz parte no processo de

Figura 6- Estimando



Fonte: Arquivo pessoal

ensino e aprendizagem na sala de aula. Desta forma, diversos autores têm-se dedicado a elucidar tal distinção (ALEXANDER, 2005; ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, 2010; FREIRE 2002).

Segundo Freire (2002, p.169), "dialogar não é um perguntar a esmo – um perguntar por perguntar, um responder por responder, um contentar-se por tocar a periferia, apenas, do objeto de nossa curiosidade, ou um que fazer sem programa." Em outras palavras, o autor destaca que um questionamento é elaborado para que professor e estudantes caminhem juntos em direção à curiosidade, a uma análise crítica e profunda dos problemas. O diálogo possui uma finalidade, um tema desafiador e distancia-se de uma conversa sem programação, descomprometida. O objetivo do diálogo é aprender sobre o objeto do conhecimento, processo no qual professor e estudantes devem estar engajados.

A superação da contradição educador-educando é condição essencial para uma relação dialógica em que ambos se tornam sujeitos do processo de ensino e aprendizagem e em que argumentos baseados em autoridade não possuem validade (FREIRE, 2014). O diálogo emerge numa relação horizontal entre professor e estudantes, a partir da superação de relações assimétricas dentro da sala de aula. O professor deixa de ser o detentor do conhecimento, que narra e disserta os conteúdos que são ouvidos e absorvidos passivamente pelo estudante. Ambos, professor e estudante, se tornam sujeitos do conhecimento. Argumentos de poder não são legitimados dentro de uma relação dialógica; a igualdade entre aqueles que argumentam é essencial.

Alexander (2005) desenvolveu o conceito de ensino dialógico inspirado na concepção de diálogo de Bakhtin, tendo como região de inquérito o processo de ensino e aprendizagem que tem lugar na sala de aula. Assim, com base neste contexto, o autor traz alguns elementos que ajudam a delinear a diferença entre conversa e diálogo.

Onde o ponto final da conversa pode não estar claro no início, num diálogo de sala de aula, pelo menos para o professor geralmente está. Onde a conversação frequentemente consiste de uma sequência de trocas de duas partes desatreladas enquanto os participantes falam com ou por cima um do outro (embora possa ser muito diferente) o diálogo em sala de aula busca explicitamente tornar a atenção e o compromisso obrigatórios e também conectar as trocas em uma sequência com significado⁶¹. (ALEXANDER, 2005, p.8, tradução nossa).

⁶¹ Where the end point of conversation may not be clear at the outset, in classroom dialogue, for the teacher at least, it usually is. Where conversation often consist of a sequence of unchained two-part exchanges as participants talk at or past each other (though it can be very different) classroom dialogue explicitly seeks to makes attention and engagement mandatory and to chain exchanges into a meaningful sequence (ALEXANDER, 2005, p.8).

Em outras palavras, o diálogo requer que seus participantes se engajem em um processo de compartilhamento de ideias que esteja pautado em um tópico específico durante uma sequência significativa. Deste modo, requer a atenção dos envolvidos na atividade que desenvolvem.

Segundo Alrø e Skovsmose (2004, 2010), uma simples conversa não se constitui em um diálogo. Para ser um diálogo, uma conversa precisa ter certas qualidades, ser orientada para a aprendizagem e possuir três características principais: *envolver investigações, correr riscos e promover a igualdade*. Os autores enfatizam que *fazer investigações* é engajar-se cooperativamente e coletivamente em direção a mais conhecimento, a novas compreensões e a experiências que têm como guia a curiosidade. Assim, fazer uma investigação, ou um inquérito, expressa que o diálogo está conectado ao processo de conhecimento. Segundo Skovsmose (2007, p. 230),

Sugerimos *fazer um inquérito* como um elemento do diálogo para enfatizar que os processos epistêmicos estão envolvidos. Imagine que alguém afirme: – Eu tive um diálogo com alguns dos meus vizinhos em uma festa. – Do que vocês falaram?, pode-se perguntar. – Nada em particular, foi mais um entretenimento. Contudo, como escolhemos usar a palavra, não devemos pensar nessa conversação como um bom exemplo de diálogo.

Desta forma, um dos elementos que diferencia uma conversação de um diálogo é sua conexão com os processos epistêmicos, expressão que o autor utiliza para enfatizar que o diálogo está direcionado para a aprendizagem. Por outro lado, uma conversa descomprometida pode abordar diferentes assuntos sem profundidade. Para tanto, o estudante tem que estar envolvido em tal processo, ou seja, a investigação não pode ser uma imposição, mas sim um convite. Outro aspecto essencial para que haja um processo de investigação é a "abertura" da tarefa. Esta possibilita que diferentes caminhos possam ser trilhados e que não haja apenas uma resposta certa. Nesse processo de investigação, os estudantes dialogam sobre suas perspectivas que podem tornar-se linhas de investigação.

Correr riscos se refere à imprevisibilidade dos caminhos que o diálogo pode tomar na sala de aula. Tais riscos podem ser considerados negativos quando os estudantes ficam perdidos e ansiosos. Nestes momentos, o papel do professor é essencial, pois, a partir da interação, ele pode ajudar os estudantes a se sentirem confiantes durante o processo de investigação e perceber até que ponto é possível desafiar o grupo para que essa confiança seja mantida. Por outro lado, riscos também podem ser considerados positivos quando os

estudantes se abrem para a possibilidade do surgimento de novas perspectivas. Eles podem conduzir o processo de investigação de diferentes formas, o que faz com que ganhem autonomia no seu processo de aprendizagem.

Promover a igualdade é um aspecto fundamental do diálogo, que requer a descentralização do processo de ensino e aprendizagem do papel do professor e a superação da relação verticalizada entre os participantes do processo educativo. Professor e estudantes dialogam em situação de igualdade. Mesmo o professor tendo um papel diferente daquele dos estudantes, visto que ele é o responsável por planejar as aulas antecipadamente e organizar o ambiente de aprendizagem com intencionalidade, aspectos que diferenciam sua função daquela dos estudantes, ao se colocarem em situações de diálogo, ambos - professores e estudantes - podem tomar posição como iguais, podem dialogar. A força dos argumentos está em sua clareza e em sua relevância para o processo de investigação e não por ele ser emitido por determinada pessoa ou por alguém que ocupa uma posição mais poderosa (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, SKOVSMOSE, 2007). Igualdade aqui pode ser expressa pela possibilidade de todos os participantes do diálogo serem capazes de compartilhar ideias matemáticas e terem seus argumentos legitimados apenas pelo seu conteúdo e coerência.

Para que exista um diálogo, a comunicação deve estar orientada para a aprendizagem e requer engajamento do estudante dentro de uma sequência significativa de troca. Já uma conversa pode constituir-se em uma troca de informações, descontraída, que pode perpassar vários assuntos de forma superficial. A argumentação é um elemento importante na discussão; como mencionado anteriormente, argumentos de poder não fazem parte de uma relação dialógica.

A argumentação é um dos critérios que Díez-Palomar e Calibré Olive (2015) utilizam para descrever os diferentes tipos de interação que podem ocorrer na sala de aula de matemática. Os autores citados destacam que a interação entre os estudantes pode ser classificada como troca de informação, interação-não-dialógica, interação dialógica ⁶².

Na interação caracterizada como troca de informação, os estudantes não oferecem qualquer tipo de argumentação para justificar suas respostas. Por exemplo, se os estudantes estão interagindo para classificar em grupo figuras geométricas, e se um dos estudantes diz: "Este é um quadrado.", enquanto outro estudante, sobre a mesma figura geométrica, afirma: "É um triângulo.", porém nenhum deles traz argumentos para fundamentar sua perspectiva, ou

⁶² No original, lê-se respectivamente: exchange of information, non-dialogic-interaction e dialogic interaction Troca de informação, interação-não-dialógica, interação dialógica. (DÍEZ-PALOMAR; CALIBRÉ OLIVE, 2015).

seja, quando não se apresenta qualquer tipo de justificativa, há uma troca de informações.

Interação não-dialógica é caracterizada por uma argumentação que tem como base a posição que uma pessoa ocupa. Por exemplo, uma pessoa pode dizer: "Esta figura geométrica é um quadrado" e, em seguida, "Porque eu estou afirmando" (DÍEZ-PALOMAR; CALIBRÉ OLIVE, 2015). O argumento não é válido por ter uma justificativa coerente, mas porque, quem fala, ocupa uma posição mais poderosa naquele grupo e se utiliza de argumentos de poder. Em outras palavras, neste tipo de interação, não há igualdade entre as pessoas que interagem.

A interação dialógica é caracterizada pela apresentação de argumentos válidos que podem ser verificados durante o diálogo. O estudante pode, por exemplo, argumentar: "Esta figura é um quadrado por possuir quatro lados iguais e quatro ângulos iguais." Juntos, os estudantes podem medir os lados da figura geométrica o que iria ao encontro do argumento; portanto, seria uma interação dialógica.

A partir do que foi exposto até aqui, pode-se dizer que uma conversa possui um caráter descomprometido, constituindo-se em uma troca de informação não significativa entre seus participantes e que, geralmente, aborda diferentes assuntos de uma forma superficial, muitas vezes buscando passar o tempo, o divertimento ou obter uma informação. Porém, para ser um diálogo, a comunicação deve estar orientada para a aprendizagem, deve envolver investigação tendo um tema desafiador que pode ser investigado de forma profunda, ou seja, *envolve investigações*. Os estudantes devem estar engajados no diálogo; devem dedicar sua atenção a este, compartilhando suas respostas e trazendo argumentos válidos para justificá-las. Tal interação ocorre em situação de igualdade, e argumentos baseados em poder não tomam parte neste processo. Por possuir um caráter imprevisível, o diálogo também envolve correr riscos.

6.3 Diálogo nas aulas de matemática dos anos iniciais

A análise dos dados produzidos neste estudo traz evidências de que a comunicação estabelecida entre as crianças e a professora, durante as aulas de matemática, pode ser caracterizada como um diálogo, por possuir aspectos como 1) *envolver investigações*; 2) *apresentar argumentos*; 3) *estar engajados*; 4) *correr riscos*; 5) *manter igualdade*.

1) *Envolver investigações*: podem ser citadas algumas falas do conto que evidenciam envolvimento de investigações como a de Letícia, ao argumentar que: "*Porque passa de um metro*"; a de Helena, quando explica: "*Comparamos o tamanho da Fernanda e aumentamos alguns centímetros*" ou a de João: "*Porque é maior que um metro*". As falas dos três

estudantes trazem indícios de que o diálogo nas aulas de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental pode potencializar a emergência de significados e de ideias matemáticas, pois, buscando estimar a altura da figura da girafa, os estudantes estabeleceram comparações com medidas padrão como, por exemplo, o metro, e comparações com a altura da co-professora.

A comunicação estabelecida em todos os grupos envolveu investigação, pois estava direcionada para a aprendizagem. As crianças interagiram durante sequências significativas buscando, em grupos, aprender algo novo. A interação não se resumia a uma conversa descomprometida, mas se constituía em um diálogo sobre a estimativa da girafa, ou seja, um diálogo que visava à aprendizagem a partir de um tópico desafiador.

2) *Apresentar argumentos*: os estudantes do grupo 2 utilizaram comparações para realizar estimativas; sabiam aproximadamente quanto media um metro e consideravam que a figura da girafa era maior que esta medida; a interação pautou-se em descobrir quão maior que um metro era a figura da girafa. Assim, os estudantes estavam argumentando e se pautando em ideias matemáticas de comparação para chegar à estimativa. Apresentar argumentos possibilita que os estudantes fundamentem suas respostas, compartilhem significados e ideias matemáticas entre si e com a professora.

Letícia, Isis e João concordaram que a girafa media um metro a mais; assim, teria, como medida total, dois metros. Luan apresentou sua perspectiva ressaltando que a girafa tinha mais de um metro e noventa e nove centímetros; portanto, somando com o um metro inicial, a girafa teria três metros. Diante da diversidade de perspectivas, João se manteve em silêncio enquanto Letícia, Isis e Luan começaram a defender suas perspectivas. Isis observou: "*Olha o tamanho da professora. Olha a altura dela e olha a altura da girafa. Parece que a girafa tem um metro a mais. Ela tem um metro a mais*". Letícia utiliza a comparação entre o tamanho da professora e o tamanho da figura; ela pensa alto e defende sua perspectiva trazendo novos elementos. Desta forma, pode-se dizer que os estudantes compartilharam suas respostas e apresentaram justificativas pautadas em ideias matemáticas compatíveis com sua idade, ultrapassando, assim, uma mera troca de informações e se engajando no diálogo. Eles dialogavam sobre um tema desafiador, e tal troca era feita dentro de uma sequência significativa.

3) *Estar engajados*: os estudantes de todos os grupos aceitaram o convite da professora para estimar o comprimento da altura da girafa e começaram a interagir. Eles se mantiveram abordando o tema da atividade durante uma sequência significativa e colocaram sua intencionalidade na aprendizagem. Estar engajados era um aspecto constituinte da

interação entre a professora e os estudantes.

Por outro lado, é essencial analisar o seguinte aspecto: diante da argumentação de Letícia, o estudante Luan se levantou e se dirigiu a outro grupo. Ao perceber que sua perspectiva não seria a selecionada, o estudante deixou o grupo e, por um momento, foi acompanhar a discussão em outro grupo. Em outras palavras, a *intencionalidade* do estudante começou a deixar a atividade, aspecto denominado por Alrø e Skovsmose (2004) de *zooming-out*. Isso aconteceu porque o estudante percebeu que sua perspectiva não seria seguida pelo grupo. A fala de Luan: "*Quatro minutos já*", pronunciada no momento em que estava olhando o gravador, e um trecho anterior: "*Professora o meu cotovelo esta doendo. Professora, professora, o meu cotovelo esta doendo; sabe por quê? Porque eu fui fazer uma manobra... Não é, professora? Então, eu caí do meu skate, bati o cotovelo na parede.*" também exemplificam que o estudante passou a abordar outros assuntos, que não a atividade, reforçando sua intencionalidade de tê-la deixado.

Este aspecto se relaciona com a complexidade de manter toda a turma engajada no diálogo. Assim, apesar de todos terem aceitado o convite da professora e terem se engajado no diálogo, inclusive o estudante Luan, durante as interações entre a professora e os estudantes, podem surgir alguns motivos para que a intencionalidade dos estudantes deixe a aprendizagem. E tal aspecto se configura em um desafio diário no processo de dialogar nas salas de aula dos anos iniciais.

Depois que Luan deixou o grupo, Letícia aumentou o tom de voz e se dirigiu a Isis para que ela registrasse a estimativa na folha da atividade, como explicitado na seguinte fala: "*Então são dois metros, Isis. Coloca*". Os estudantes deste grupo não conseguiram produzir algo novo a partir de suas perspectivas e nem chegaram a um acordo de qual alternativa seria mais plausível a partir da argumentação. Isis disse: "*Professora, nós três estamos falando que são dois metros e o Luan está falando três metros. Nós ganhamos.*" Em outro momento da interação, ela emitiu a frase: "*Ele queria colocar três metros; nós ganhamos*".

A estudante utiliza a palavra *ganhamos* para explicitar que, entre as duas perspectivas apresentadas no grupo, uma delas havia sido vencedora por ter sido selecionada para ser registrada na folha da atividade. Pode-se dizer que as crianças, em alguns momentos da interação, associam a perspectiva que seria seguida como uma perspectiva ganhadora e a que não seria seguida como a perspectiva perdedora. Segundo Bohm (1996), o diálogo não tem como objetivo o de ganhar. Todo mundo ganha se não houver vencedores. Aquele que dialoga tem que estar aberto para que suas perspectivas sejam questionadas pelos outros integrantes do grupo. Deste modo, o objetivo do diálogo é compartilhar opiniões, ouvir uns aos outros e

suspender opiniões; assim, juntos, todos podem olhar para elas compartilhando significados e caminhar em diferentes direções, criando algo novo que faz parte de uma reflexão coletiva. Neste sentido, pode-se dizer que as crianças, em alguns momentos da interação, podem ter dificuldades em suspender as perspectivas e criar significados juntos, o que as leva a um impasse sobre qual perspectiva deve ser seguida criando um clima de competição, no qual há uma perspectiva vencedora, e as restantes são todas consideradas perdedoras.

4) *Correr riscos*: um aspecto característico da interação da professora e os estudantes foi a abertura para que riscos pudessem existir. Esta abriu espaço para que as crianças pudessem investigar, criando um ambiente em que estas tivessem a possibilidade de interagir entre si e, neste espaço, a imprevisibilidade pudesse entrar em ação. A professora não controla os diálogos estabelecidos entre as crianças, e, neste sentido, o diálogo pode significar correr riscos, pois os estudantes podem interagir de diferentes maneiras e seguir diferentes perspectivas que a professora não consegue prever de antemão.

Por exemplo, na interação do grupo 2, a comunicação ocorre predominantemente entre as crianças buscando fazer a estimativa; a professora interagiu com outro grupo quando foi chamada pelos estudantes devido à dificuldade que eles estavam encontrando em seguir uma perspectiva. Tal impasse está relacionado com a complexidade da imprevisibilidade do diálogo. Não obstante, este aspecto também trouxe possibilidades, pois os estudantes estimaram a altura do comprimento da girafa de diferentes maneiras, utilizando diferentes parâmetros de comparação que enriqueceram o momento de compartilhar as ideias com toda a turma. Neste sentido, pode-se dizer que correr riscos pode ser expresso em termos de imprevisibilidade do que pode ocorrer em sala de aula colocando o professor em uma *zona de risco* (PENTEADO, 2001), pois ele não tem controle da forma como as crianças irão colocar o diálogo em ação como também pode estar relacionado com a possibilidade de criar, de emergência de novas perspectivas, aceção que pode ser sintetizada por *correr-riscos-para-criar* (FREIRE; GUIMARÃES, 2011). Portanto, correr riscos possui duas facetas que estão relacionadas com a complexidade da imprevisibilidade. Primeiramente, pode significar um desafio para a professora, e, ao mesmo tempo, pode ser uma possibilidade das crianças criarem, de aprenderem sobre o objeto do conhecimento de forma crítica.

5) *Manter igualdade*: durante a interação do "grupo 3", os estudantes compartilharam suas hipóteses sobre a estimativa do comprimento da altura da girafa, porém não desenvolveram argumentos para justificá-las como em:

Estudante: Nós fomos discutindo; vimos que eram dois metros e dez...

- Professora: Ele colocou dois metros e dez.- comentou anotando o resultado estimado na lousa- E dez o quê?
- Estudante: Centímetros.
- Professora: Muito bem! Como vocês chegaram a essa conclusão?
- Karen: Nós conversamos e escrevemos num papelzinho. Cada criança falou um resul... um tamanho. Chegamos a dois tamanhos quase diferentes.
- Estudante: E marcamos no papelzinho.
- Karen: E marcamos no papelzinho. Nós votamos. Então eu falei que tem dois metros e dez e, dois metros. Todo mundo votou em dois metros e dez e só um votou em dois metros. Então nós colocamos dois metros e dez.

Para os estudantes, era suficiente votar nas alternativas que haviam sido elencadas, e a resposta que recebeu o maior número de votos foi selecionada para representar o grupo. Considera-se que, para eles, a ideia de igualdade se relacionava com uma votação em que o voto de cada um dos integrantes possuía o mesmo valor, o que eles parecem considerar como um processo justo e democrático.

Alguns aspectos da interação trazem indícios de que a professora e os estudantes mantiveram igualdade durante a interação. A correção das atividades como certas ou erradas não se constitui como objetivo central da interação, mas sim o compartilhamento de ideias matemáticas. Não há um papel predominante da professora durante as interações. Esta criou um ambiente de aprendizagem em que as crianças estão organizadas em pequenos grupos e podem interagir umas com as outras; todas as crianças têm a possibilidade de se expressar e são convidadas a compartilhar suas ideias.

Aqui, igualdade se expressa pela possibilidade de todas as crianças possuírem ideias matemáticas. A professora interagiu com as crianças buscando que elas apresentassem argumentos que fundamentassem suas respostas, aspectos presentes em falas como: "*Por que vocês acham que são dois metros? Olha ali para a girafa. Por que será que deu dois?*". Ou ainda em: "*Por que é maior que um metro?*". Assim, evidencia-se que a professora pretendia compreender a forma como os estudantes estavam construindo a estimativa e não dar um feedback se a resposta estava certa ou errada. Além disso, a professora, em nenhum momento, utilizou argumentos de poder para validar alguma das respostas. Neste sentido, pode-se dizer que os estudantes e a professora dialogaram em situação de igualdade, pois todos podiam compartilhar suas ideias matemáticas e argumentar sobre elas. Os participantes do diálogo não usaram suas posições mais ou menos poderosas como artifício para validar argumentos. A legitimidade dos argumentos estava neles próprios; nem as crianças nem a professora, em algum momento da interação, utilizaram argumentos de poder.

Durante o momento em que os grupos compartilharam suas estimativas com a turma, a professora interagiu com as crianças elaborando questionamentos, como: "*Muito bem! Como vocês chegaram a essa conclusão?*", os quais possibilitaram que os estudantes elaborassem e apresentassem argumentos para as estimativas.

O processo de comunicação, estabelecido entre os estudantes e a professora, pode ser caracterizado como dialógico por possuir aspectos como: *envolver investigações, apresentar argumentos, estar engajados, correr riscos, manter igualdade*. Além disso, tais interações podem favorecer a emergência de significados e ideias tornando-se fonte para o ensino e para a aprendizagem de matemática.

6.4 Considerações finais

Os resultados deste artigo trazem evidências de que as interações estabelecidas entre os estudantes dos anos iniciais e a professora podem dar-se dialogicamente por possuírem elementos considerados importantes pela literatura, tais como *envolver investigações, apresentar argumentos, estar engajados, correr riscos e manter igualdade*. Os resultados deste estudo indicam que interações dialógicas podem favorecer a emergência de significados e ideias, tornando-se fonte para o ensino e a aprendizagem da matemática.

Alrø e Skovsmose (2004; 2010) enfatizam que as qualidades do diálogo podem dar suporte às qualidades da aprendizagem da matemática o que demonstra a importância que os processos de comunicação podem ter nas salas de aula de matemática, mais especificamente quando estes possuem características que permitem qualificá-los como dialógicos. Assim, no intuito de compreender se a comunicação entre as crianças do Ensino Fundamental pode conter as qualidades de um diálogo e possibilitar a emergência de significados matemáticos, este artigo se concentra em analisar a interação entre crianças e uma professora do terceiro ano dos anos iniciais.

Nas análises feitas, há exemplos de que, nas aulas de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, o professor tem um papel essencial na organização do ambiente de aprendizagem. Ele prepara o ambiente da sala de aula criando possibilidades para que as crianças possam interagir e compartilhar suas ideias a partir de atividades que envolvam conhecimento matemático. A forma de interação do professor com as crianças mostra-se fundamental para que estas se comuniquem com o objetivo de aprender algo novo e se envolvam em uma investigação a partir de uma interação dialógica, apresentando argumentos para suas respostas, superando, desta maneira, a troca de informação.

No exemplo ilustrado em "Estimando cumprimentos", os estudantes aceitaram o convite da professora e estavam engajados no diálogo com os outros compartilhando suas respostas e apresentando justificativas para elas. A análise dos dados produzidos neste estudo traz indícios de que este aspecto pode configurar-se em um desafio no processo de dialogar, pois, mesmo que todos os estudantes estejam com suas intenções na aprendizagem, é possível que surjam novos motivos, para que, pelo menos em alguns momentos, a intenção de um ou de outro estudante deixe a atividade. Quando a resposta de um estudante não é a selecionada pelo grupo, o estudante pode experimentar sensações negativas, e sua intencionalidade pode deixar a atividade.

Os estudantes que participaram deste estudo apresentaram argumentos relacionados com comparações para fundamentar as estimativas. Nesse processo, interagiram mantendo a igualdade. A professora criou um ambiente propício para que os estudantes compartilhassem suas respostas entre si e estes o fizeram sem utilizar argumentos de poder.

Correr riscos também foi um dos aspectos presentes na interação, pois o diálogo entre os estudantes de cada grupo tomou caminhos imprevisíveis, pois os grupos colocaram o diálogo em ação de diferentes formas para estimar o comprimento da altura da girafa. Neste sentido, os riscos trouxeram novas possibilidades.

REFERÊNCIAS

ALEXANDER, R. *Culture, dialogue and learning: notes on an emerging pedagogy*. University of Cambridge, UK, 2005. Disponível em: <http://lpuae.pbworks.com/w/file/fetch/47478116/Dialogic%20teaching.pdf>. Acesso em: 20 maio 2016.

ALRØ H.; SKOVSMOSE, O. *Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática*. Tradução de Orlando Figueiredo. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora, 1994.

BOHM, D. *On Dialogue*. London: Routledge, 1996.

BRASIL. Secretaria da Educação Básica. Diretoria de Apoio a Gestão Educacional. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Grandezas e Medidas. Caderno 6. Brasília, MEC, SEB, 2014.

DÍEZ-PALOMAR, J.; CALIBRÉ OLIVE, J. Using dialogic talking to teach mathematics: the case of interactive groups. In: BAKKER, A; SMIT, J. WEGERIF, R. Scaffolding and dialogic

teaching in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, v. 47, n.7, p.1229-1312, 2015.

FREIRE, P. *Ação cultural para a liberdade e outros escritos*. 10. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2002. (O mundo, Hoje, v.10).

FREIRE, P. *Pedagogia do Oprimido*. 58. ed. rev. e atual. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2014b.

FREIRE, P.; GUIMARÃES, S. *Educar com a mídia: novos diálogos sobre educação*. São Paulo: Paz e Terra, 2011.

MENDES, J. R. *Descompassos na interação professor-aluno na aula de Matemática em contexto indígena*. 1995. 67 f. Dissertação (Mestrado em Linguística Aplicada) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/269525>. Acesso em: 15 set.2017.

PENTEADO, M. G. *Computer-based learning environments: risks and uncertainties for teacher*. *Ways of Knowing Journal*, Brighton, v. 1, n. 2, p. 23-35, 2001.

POWELL, A. B. (Org.) *Métodos de pesquisa em educação matemática: usando escrita, vídeo e internet*. Campinas: Mercado de Letras, 2015 (Coleção Educação Matemática).

SKOVSMOSE, O. *Educação Crítica: incerteza, matemática, responsabilidade*. Tradução: Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

TCHÉKHOV, A. *A dama do cachorrinho e outras histórias*. Tradução: Maria Aparecida Botelho Pereira Soares, 2011 (Coleção L&PM POCKET; v. 749).

YOON AH-HAE; YANG HYEWON. *Quem vai ficar com o pêssego?* São Paulo: Callis, 2010. (Coleção TanTan).

7 INTERAÇÃO ENTRE PROFESSOR E ESTUDANTE NAS AULAS DE MATEMÁTICA: O PADRÃO "SANDUÍCHE" DE COMUNICAÇÃO

TEACHER-STUDENT INTERACTION IN MATHEMATICS CLASSROOM: the "sandwich" pattern of communication

Ana Carolina Faustino

RESUMO

Este artigo tem como objetivo discutir as diferentes formas que a interação entre professor e estudante pode acontecer nas aulas de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para tanto, são traçadas algumas conexões entre a forma como é organizado o ambiente de aprendizagem e a interação entre professor e estudante. A metodologia segue uma abordagem qualitativa e envolve o acompanhamento das aulas de matemática de uma turma do quinto ano do Ensino Fundamental. Neste artigo, é analisada uma destas aulas em que a professora abordou o conteúdo de ângulos, retas e semirretas. Os resultados evidenciam uma relação vertical entre professor e estudante, em que o processo de ensino e aprendizagem é centralizado na figura do professor o que favorece a emergência de padrão "sanduíche" de comunicação, caracterizado pela sequência da pergunta do professor, resposta do estudante e avaliação do professor. Considera-se que a identificação do padrão "sanduíche" de comunicação na aula de matemática e as reflexões sobre como essa interação podem possibilitar que professores e estudantes se movam em ambientes de aprendizagem mais abertos como, por exemplo, ambientes de trabalhos com projetos, em que os estudantes tenham um papel ativo, e que podem favorecer a emergência do diálogo.

Palavras-chave: Interação. Padrão "sanduíche" de comunicação. Relação professor-estudante. Educação Matemática. Anos Iniciais.

ABSTRACT

This article aims to discuss the interaction between teacher and student in Math classes of the early years of Primary School. In order to achieve such an aim, some connections were set out between the organization of the learning environment and the interaction between teacher and student. The methodology adopts a qualitative approach and involves the observation of the Math classes of a fifth-grade group of Primary School. In the article herein, we analyze one of these classes in which the teacher approached the content of angles, straight lines and semi-straight lines. This class was audio recorded and notes were taken on the researcher's field diary. The recordings were listened to several times, which led to the identification of critical events that were transcribed and analyzed. The results presented in this article show that a vertical relationship between teacher and student, in which the teaching and learning process is centralized in the teacher's figure, favors the emergence of the sandwich pattern of communication, which is characterized by the sequence: teacher's question, student's response and teacher's assessment. Understanding the "sandwich" pattern of communication in Math classes and the reflections that take place might enable researchers, teachers and students to seek alternatives for the construction of more open learning environments, such as project work environments, in which students have a more active role and the emergence of dialogue

is favored.

Keywords: Interaction. Sandwich Pattern of Communication. Teacher-Student Relationship. Mathematical Education. Elementary School.

Introdução

Diferentes padrões de interação podem surgir durante as aulas de matemática. A interação pode ser constituída democraticamente e dialogicamente quando professor e estudantes interagem em uma relação permeada pela equidade: professores e estudantes interagem e desenvolvem argumentos que ganham força a partir da coerência interna dos argumentos apresentados, e não baseado na posição mais ou menos poderosa que aqueles ocupam no ambiente da sala de aula (SKOVSMOSE, 2007). Esse tipo de interação abre caminhos para aprender matemática por meio de um processo dialógico, possibilitando que as crianças o façam de forma crítica e desenvolvam competências para viver em uma sociedade democrática (ALRØ, SKOVSMOSE, 2004; 2010).

O diálogo, porém, é um padrão de interação que envolve certa complexidade e, muitas vezes, nas aulas de matemática, professores e estudantes podem interagir de outras formas. O processo de interação pode, assim, estar associado a uma relação vertical entre eles em que cada um tem um papel muito bem definido no processo de ensino e aprendizagem. Uma das possibilidades é que a interação tome as características do padrão "sanduíche" de comunicação (ALRØ, SKOVSMOSE, 2004; 2010). Nesse padrão, o professor faz perguntas, os estudantes respondem e o professor avalia as respostas.

A análise dos processos de interação que emergem nas aulas de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental pode auxiliar a compreender diferentes formas de comunicação e sua relação com a aprendizagem. Este artigo pretende discutir o processo de interação entre professor e estudantes de um quinto ano do Ensino Fundamental buscando discorrer sobre as seguintes indagações: Que padrão de interação foi colocado em ação na aula de matemática? Quais as relações entre o padrão de interação que emergiu e a forma como o ambiente de aprendizagem foi organizado? Que tipo de interação pode emergir numa sala de aula de matemática em que professor e estudante participam de uma relação assimétrica? Como a professora e os estudantes interagem no ambiente de aprendizagem do paradigma do exercício?

Para tanto, será abordada a metodologia utilizada e serão apresentados os dados no conto: "Depende do ângulo que você olha". Em seguida, será feita a análise dos dados.

Esse artigo é parte de uma pesquisa de doutorado, mais abrangente, que objetiva

compreender de que forma o diálogo é colocado em ação nas aulas de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental. A metodologia utilizada nesta pesquisa teve uma abordagem qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1994). A produção dos dados foi realizada em um quinto ano do Ensino Fundamental e os participantes da pesquisa foram os estudantes desta sala em interação com a professora. Foram acompanhadas duas horas semanais das aulas de matemática ao longo de um semestre. Na maioria das aulas, a professora desenvolveu atividades em um ambiente de trabalho com projeto e buscou diariamente construir relações democráticas com seus estudantes. Durante a maior parte do tempo, a interação caminhou em direção ao estabelecimento de relações dialógicas em que os estudantes pudessem expressar suas perspectivas, como pode ser observado nos outros artigos desta tese.

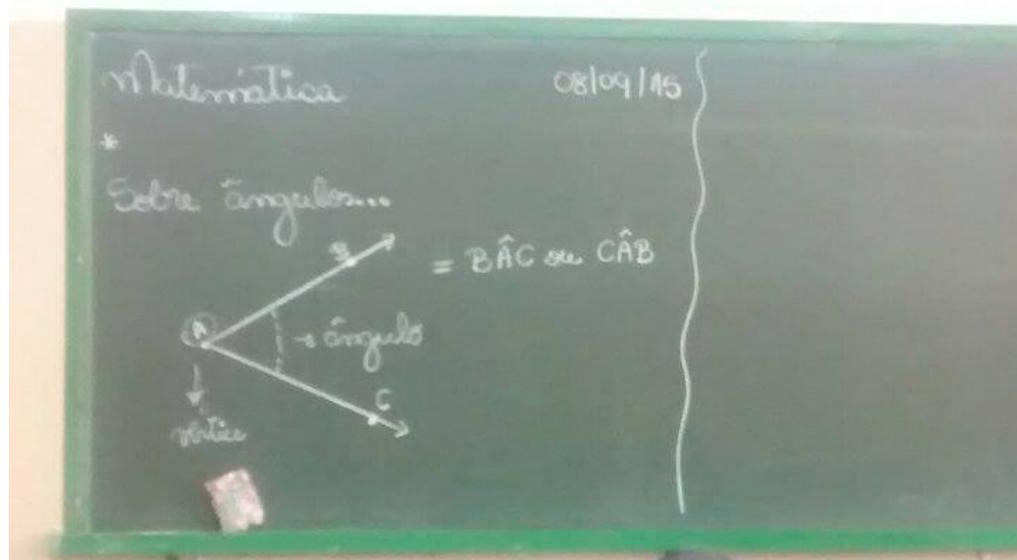
Porém, neste artigo, será analisada uma das aulas em que a professora optou por trabalhar alguns conteúdos que considerava que estavam atrasados: ângulos, reta e semirreta.

Esta aula foi registrada com áudio e anotações no diário de campo da pesquisadora. Os áudios foram ouvidos diversas vezes e, a partir deles, foram identificados eventos críticos (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004; POWELL; QUINTANEIRO DA SILVA, 2015) que foram transcritos e constituíram a base para a escrita do conto: "Depende do ângulo que você olha", apresentado a seguir.

7.1 Depende do ângulo que você olha

Os movimentos cuidadosos da professora, de posse de um giz branco na mão, desenhavam gradualmente na lousa, com a utilização da sua “superrégua”, forma como ela gostava de chamar. A feitura da ilustração mesclava-se com o diálogo que ela estabelecia com os estudantes.

Figura 7- Representação geométrica do ângulo



Fonte: Arquivo pessoal

Professora: – O que temos aqui? – indagou, apontando para a ilustração no quadro.

Estudantes: –Uma semirreta.– responderam em uníssono.

Professora: –Uma semirreta AB, não é? Como eu sei que é uma semirreta e não uma reta e não um segmento de reta?

Estudante: –Porque ela tem uma seta.

Professora: –Porque tem uma seta e ela começa aqui oh. Se fosse uma reta, como ela seria mesmo?

Matheus⁶³: –Só o A e B.

Estudante: –Não. – respondeu prontamente outro estudante.

Professora: –Se ela fosse uma reta, como ela seria? – questionou novamente a professora, pergunta a qual ela mesma respondeu. – Ela teria uma continuidade. E o segmento como seria?

Estudante: –Não, teria uma seta. – respondeu olhando atentamente para o desenho na lousa.

Professora: –Pararia aqui. É só o intervalo, lembram? Então, o intervalo é o segmento, a reta

⁶³ Todos os nomes utilizados no conto são pseudônimos. A palavra *estudante* é utilizada quando não foi possível identificá-lo. O termo *estudantes* é utilizado quando mais de um ou todos respondem ao mesmo tempo. Neste dia, somente a pesquisadora estava presente na sala de aula do quinto ano; a bolsista que a auxiliava com a filmagem acompanhou as atividades do projeto Meio ambiente e Matemática em outra turma; por isso a aula foi gravada apenas em áudio. Isso dificultou a identificação de alguns dos estudantes, que foi acrescida pela organização da classe em fileiras e não em grupos como nas outras aulas áudio e vídeo gravadas durante o projeto.

tem continuidade, passa pelos pontos. E a semirreta começa no ponto, continua e você tem outro ponto aqui. Essa, então, é a semirreta AB. Vou traçar outra.

A professora deu continuidade ao desenho que estava na lousa. Os estudantes aguardaram em silêncio, que foi apenas interrompido pela dúvida de uma das estudantes:

Brenda: –É para copiar, professora? – indagou para ter certeza de como deveria proceder.

Professora: –Com certeza!

A professora repetiu os mesmos questionamentos para a outra semirreta \overrightarrow{AC} e, em seguida, deu continuidade à explicação. Matheus, um dos estudantes, dirigia seu olhar atento para a professora. Ele não se perdia em conversas enquanto a professora falava, mas se mantinha quieto e seguia cada uma das palavras e gestos da professora. Na grande maioria das aulas, ele rapidamente resolvia todos os exercícios que eram propostos e tinha boas notas em matemática. Desta vez não era diferente; ele fitava-a quando, de átimo, ela se dirigiu a ele:

Professora: –Matheus, quando eu tenho duas semirretas que partem do mesmo ponto, no caso aqui, o ponto A, eu tenho a formação do que mesmo?

Neste momento, todos os estudantes, incluindo o próprio Matheus, ficaram em silêncio. Depois de exatamente 4 segundos, a professora retomou a fala:

Professora: –Vou falar de novo. Quando eu tenho duas semirretas que partem do mesmo ponto, ou seja, elas têm um ponto em comum, eu tenho a formação do quê?

Estudantes: –Ângulo.

Professora: –Do ângulo! Lembram que nós vimos? Qual é o nome dessa parte aqui, do ponto onde começam as duas semirretas?

Estudantes: –Vértice.

Professora: –Vértice, não é? Vértice A. Esse é o lado AB do ângulo, e esse é o lado AC. Como eu represento isso aqui mesmo?

Estudante: –ABC

Professora: –Ahn?

Estudantes: –BAC ou CAB.

Professora: –E só? Não precisa fazer mais nada?

Estudante: –Tem que colocar pauzinho.

Professora: –Isso. Aqui está o vértice, o ponto de encontro entre eles. Isso ficou claro para

vocês na última aula? Todo mundo entendeu isso?

Estudantes: –Sim.

Professora: –Se eu tenho duas semirretas que têm um ponto em comum de partida, então eu tenho, aqui, a formação de um...

Est. e prof.: –Ângulo- completaram a frase juntos.

Professora: – Professora, mas que coisa chata isso! Por que eu preciso saber de ângulo? Eu vou utilizar ângulo na minha vida?

Estudantes: –Sim.

Professora: –Vocês acham que sim. E você?

Estudante: –Não sei.

Professora: –Você acha que estou ensinando por quê? Vou usar onde?

Estudante: –No sexto ano.

Professora: –Mas na vida? Eu irei usar ângulo na vida para quê?

Estudante: –Para calcular.

Professora: –Calcular o quê?

Estudante: –Calcular medida.

Professora: –Medida do quê?

Estudante: –De espaço.

Professora: –De espaço. Os objetos têm ângulos? Eles formam ângulos?

Estudante: –Sim

Professora: –Sim?

Estudantes: –Sim.

Professora: –Vamos lá, então. Se vocês acham que os objetos têm ângulos, nós podemos levar o que estamos aprendendo aqui para a vida da gente. Com nosso corpo podemos formar ângulos?

A professora exemplificou a formação de ângulos com seu próprio corpo, formou ângulos com seus dedos; assim foi iniciada a aula no quinto ano, naquela tarde. Os estudantes escutaram com muita atenção a explicação que a professora lhes dirigia. Mas o que está explicado, aprendido está?

O momento seguinte da aula foi dedicado a responder afirmativamente esta questão a

partir da realização de exercícios que prescindiam da compreensão da explicação dada anteriormente. Entrava em cena o livro texto. A professora ressaltou que, nos livros, os estudantes poderiam ter outra oportunidade de ver ângulos em objetos do dia-a-dia. Atendendo ao pedido da professora, dois estudantes se levantaram, dirigiram-se à prateleira e auxiliaram a professora a entregar os livros aos colegas.

Os livros foram abertos na página 138. Todos se debruçaram sobre o tópico "Representação de Ângulo". A professora perguntou quem gostaria de fazer a leitura e Matheus prontamente a fez; todos o acompanharam em silêncio. A explicação escrita pelo autor do livro didático ganhava vida na sala.

Novamente a explicação da professora tomou conta do ambiente. A explanação se baseava no exercício do livro. Os estudantes deveriam escrever uma lista de cinco objetos ou de situações do cotidiano em que eles identificariam ângulos. No item seguinte, eles deveriam utilizar a régua para desenhar tais objetos no caderno e destacariam os ângulos e as semirretas. Finda a explicação, a professora pediu que os estudantes fizessem a atividade e levassem para ela dar visto, ressaltando que, depois, eles passariam para os tipos de ângulos. Em seguida, sentou-se frente à mesa, fixou os olhos nos papéis que a cobriam e permaneceu entretida com eles sem dizer uma palavra.

Os olhos da professora soerguiam-se dos papéis toda vez que um dos estudantes se aproximava de sua mesa buscando resposta para a dúvida que o fez levantar de seu lugar. Vários estudantes se dirigiram à professora, porém tal movimento foi feito de forma que se levantasse da cadeira um de cada vez para se dirigir a ela.

Em tom baixo, os estudantes explicitavam a dúvida que era escutada atentamente. A professora respondia sempre a todas as questões com presteza e tranquilidade, de tal maneira que até parecia ser essa uma de suas primeiras atribuições. Ela dedicava-se a dar exemplos, utilizava objetos da sala de aula, como o grampeador, e utilizava sua abertura para mostrar as diferentes possibilidades de abertura dos ângulos e sua classificação. A explicação da professora se metamorfoseava. Ela buscava explicar de diferentes formas. Finda a dúvida, os estudantes retornavam à execução dos exercícios em suas carteiras e a professora pousava seu olhar novamente sobre o papel. Seus olhos elevavam-se novamente diante da presença de outra criança ao seu lado.

Decorridos cinquenta minutos, a professora anunciou que os estudantes iriam fazer uma brincadeira:

Professora: —Cada um de vocês selecionou, desenhou e demarcou ângulos. Mas vocês já

ouviram uma frase assim: "Acho que aquela menina tem o nariz grande". – E alguém responde: "Depende do ângulo que você olha". Vocês já ouviram essa frase?

Estudantes: –Sim.

Professora: –Ou ainda: "Eu acho que o governo da presidente Dilma é ruim." – Então, alguém diz: "Depende do ângulo que você olha". – Por que ele está dizendo isso? Porque depende do jeito. Depende do ângulo que você olha; depende de onde você está olhando para o objeto, para uma situação ou uma pessoa. Um de vocês trouxe o desenho do armário aqui para mim com alguns ângulos marcados e eu consegui identificar outros. Quando olhamos um objeto, principalmente se ele tem largura, altura e profundidade, que não é uma figura plana, temos a possibilidade de ver diferentes ângulos. É por isso que as pessoas dizem que é preciso enxergar a vida por vários ângulos: "para ver coisas diferentes".

A professora orientou os estudantes sobre como realizariam a atividade e, em seguida, os estudantes fizeram um rodízio de cadernos e tentaram encontrar e marcar no desenho do colega, a lápis colorido, um ângulo que ainda não havia sido identificado. Todos os estudantes se dedicaram a encontrar novos ângulos e, quando surgiam dúvidas, se dirigiam, ora aos colegas, ora à professora. Passados cinco minutos, a turma toda havia encontrado novos ângulos. A professora conferiu oralmente se todos haviam conseguido e seguiu a explicação do livro, passando para a página seguinte, a qual abordava os tipos de ângulos: *reto, agudo e obtuso*.

O estudante escolhido para leitor do dia leu a explicação presente no livro. Tal leitura era complementada pela explicação da professora, ações que se intercalavam com a cópia no caderno das definições de ângulo reto, agudo e obtuso que estavam presentes no livro. O grampeador e o compasso foram utilizados pela professora para exemplificar para a turma as diferentes possibilidades de abertura dos ângulos e suas classificações. Outros objetos da sala de aula também foram tomados como exemplos.

Uma brincadeira deu continuidade à aula.

Dentre o trio de palavras "abertinho", "fechadinho" e "certinho", a professora escolhia uma para ser identificada. E, dentre o trio obtuso, agudo e reto, os estudantes falavam a palavra correspondente.

Para cada fala da professora, havia uma resposta imediata dada por todos os estudantes da turma..

Professora: –Certinho. – pronunciou de forma ritmada.

Estudantes: –Reto. – responderam com entusiasmo na voz.

Professora: —Abertinho.

Estudantes: —Obtuso

Professora: —Fechadinho.

Estudantes: —Agudo.

As seis palavras foram pronunciadas até se obter uma cadência; as palavras ganharam ritmo.

Para trazer mais exemplos de ângulos agudos, retos e obtusos, a professora utilizou um outro livro didático, que relaciona os ângulos com a abertura dos ponteiros do relógio. O exercício foi escrito na lousa, e os estudantes o copiaram no caderno. A professora retornou para sua mesa enquanto os estudantes se dedicaram a realizar o exercício. Novamente, a professora sentou-se. Dobrou-se e desdobrou-se em novas explicações, atendendo aos questionamentos dos estudantes. Um som estridente pode ser escutado de longe: era o sinal do intervalo, interrompendo a atividade; estudantes e professora se dirigiram para fora da sala.

7.2 Especificidades da interação na sala de aula

A sala de aula de matemática pode constituir-se em um ambiente em que os estudantes desenvolvam ideias matemáticas, argumentem a favor delas, compartilhem suas perspectivas com outros estudantes, reconheçam as perspectivas deles como fonte de aprendizagem e conheçam outras formas de abordar uma atividade de diferentes formas.

Tais oportunidades são criadas (ou não) pela forma como o professor organiza o ambiente de aprendizagem (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, 2010; HERBEL-EISENMANN; CIRILLO; SKOWRONSKY, 2009). Os tipos de questões elaboradas pelo professor, o tempo que ele espera em silêncio para depois fazer uma pergunta, o tempo que ele espera depois que o estudante responde a uma pergunta são aspectos que exemplificam para os estudantes a forma como eles podem interagir na sala de aula (HERBEL-EISENMANN; CIRILLO; SKOWRONSKY, 2009).

Há padrões de interação que possibilitam que os estudantes mostrem sua forma de pensar e a esclareçam enquanto outros tipos impedem que os estudantes o façam (HERBEL-EISENMANN; LYNN BREYFOGLE, 2005). Desta forma, faz-se necessário refletir sobre tais padrões e suas especificidades nas salas de aula de matemática.

Diversos autores têm identificado padrões de comunicação na sala de aula (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, 2010; BRUM, 2006; CADZEN, 1998; MEHAN, 1979). No campo da

educação geral, Mehan (1979) identificou que a interação entre professores e crianças nas salas de aula de escolas primárias⁶⁴ dos Estados Unidos possuía algumas características: a interação era iniciada pelo professor com uma pergunta (*Initiation*), o estudante respondia (*Response*) e o professor avaliava (*Evaluation*). A presença destas características em uma interação foi denominada por ela de *initiation-response-evaluation* (IRE) que, na literatura brasileira, muitas vezes, é mencionada como Iniciação-Resposta-Avaliação (IRA).

Mehan (1979) destaca que a terceira parte da sequência, em que o professor avalia a resposta do estudante, parece ser uma especificidade da interação na sala de aula. A autora utiliza dois exemplos hipotéticos para explicitar a diferença entre a interação do dia-a-dia e a interação de sala de aula. Enquanto, na sala de aula, seria feita uma pergunta do professor: "Que horas são, Denise?"; resposta do estudante: "Duas e meia" e avaliação do professor: "Muito bom, Denise"⁶⁵ (Mehan, 1987, p.194, tradução nossa), em um conversa cotidiana, a autora ressalta que a terceira parte da sequência não seria uma avaliação, mas sim: "Obrigada Denise"⁶⁶. A autora enfatiza que o terceiro componente da sequência na sala de aula, ao se constituir de uma avaliação, se relaciona à responsabilidade do professor ao ato de avaliar.

Outra especificidade destacada por Mehan (1979) é que, em uma conversação do dia-a-dia, quando se faz uma pergunta para alguém, geralmente se quer obter uma informação que ainda não se conhece. Por exemplo, quando se pergunta: "Que horas são?" em uma interação do cotidiano, comumente se desconhece a resposta. No entanto, na interação de sala de aula, quando o professor faz uma indagação, ele já conhece de antemão a resposta.

Cadzen (1988) também identificou esse padrão na interação na escola primária e na educação infantil em escolas dos Estados Unidos. Durante o início das aulas, era solicitado que as crianças compartilhassem experiências que elas haviam vivenciado; este momento da aula era denominado *sharing-time*. "1. O professor iniciava a sequência chamando uma criança para compartilhar. 2. A criança nominada responde contando uma narrativa. 3. O professor comenta a narrativa antes de chamar a próxima criança"⁶⁷ (CADZEN, 1998, p.29, tradução nossa). A autora enfatiza que essas três partes da sequência fazem parte do padrão de interação *initiation-response-evaluation* (IRE), padrão que, segundo ela, é o mais frequente nas interações entre professores e estudantes em todos os níveis de ensino. Neste caso, a iniciação do professor não se dá a partir de uma pergunta fechada que tem uma resposta

⁶⁴ No original lê-se *elementary school*.

⁶⁵ "What time is it, Denise?"[...] "Two thirty" [...] "Very good, Denise." (Mehan, 1987, p.194).

⁶⁶ "Thank you, Denise." (Mehan, 1987, p.194).

⁶⁷ 1. The teacher initiates the sequence by calling on a child to share.

2. The nominated child responds by telling a narrative.

específica. A pergunta do professor busca que alguém compartilhe uma experiência e, neste caso, a criança tem a possibilidade de escolher o tópico que irá compartilhar com o restante da turma.

Brum (2006) investigou a interação entre professores e estudantes nas aulas de matemática em uma quarta e uma quinta série⁶⁸ de uma escola brasileira e identificou algumas sequências interativas em que estava presente o padrão Iniciação-Resposta-Avaliação (IRA).

A pergunta elaborada pelo professor, a resposta do estudante e o feedback do professor foram aspectos que também foram encontrados por Alrø e Skovsmose (2004, 2010) na interação entre professores e estudantes nas aulas de matemática na Dinamarca, que foi denominada por eles de *padrão "sanduíche" de comunicação*, pois estudantes possuem responsabilidade mínima com seu processo de aprendizagem por precisarem apenas dar respostas curtas que recheiam a pergunta e o *feedback* do professor como, por exemplo, nos anos iniciais do Ensino Fundamental:

Professor: Qual é o antecessor de 25?

Estudante: 24

Professor: Certo!

Os professores fazem questões para obter uma informação específica que eles já conhecem de antemão. As perguntas não objetivam conhecer as relações que os estudantes estão estabelecendo entre os números e qual sua compreensão sobre um antecessor. É suficiente que ele responda a questão e, se estiver certo, pode-se passar para a seguinte. O foco do estudante está em identificar, nas explicações dos professores, as respostas certas para as perguntas que podem ser feitas posteriormente; sua preocupação está em dar as respostas certas.

Ao seguir a visão de mundo do professor, durante a interação no padrão "sanduíche" de comunicação, os estudantes possuem um repertório limitado de respostas que podem ser expressas por:

resposta em forma de pergunta: "Dá 4?"

descarte imediato das próprias respostas: "Dá 4? Não."

alegações de desconhecimento de respostas: "Nunca ouvi falar nisso!"

solicitações de ajuda: "Você poderia explicar de novo?"

adivinhações: "4, não, 5, ah não, 8!"

repetições de respostas: "O meu resultado é o mesmo do Pedro!"

3. The teacher comments on the narrative before calling on the next child (CADZEN, 1998, p.29).

⁶⁸ Atualmente corresponde aos anos iniciais do Ensino Fundamental.

silêncio!
distração com outras ocupações. (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p.28).

Neste fragmento, é possível perceber que as respostas dos estudantes, feitas em forma de perguntas, buscam exatamente pela aprovação, pela avaliação do professor, pois o critério de verdade não está na argumentação, nem na cuidadosa examinação das ideias matemáticas, mas na avaliação do professor que seguirá imediatamente à resposta do estudante.

Os autores ainda destacam que a busca por uma verdade absoluta na sala de aula de matemática tem feito com que a correção de erros tenha um papel central durante as aulas. Buscando uma verdade absoluta, o professor tenta eliminar os erros dos estudantes o que faz com que palavras como "certo" e "errado" estejam presentes neste padrão de interação. Quando solicitado a crianças pequenas que interpretem ou brinquem de aula de matemática, elas imediatamente fazem uma expressão mais sisuda, escrevem alguns símbolos e dizem para o outro: "Está certo" ou "Está errado". A correção de erros e a busca por sua eliminação têm papel central na interação nas aulas de matemática (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, 2010). Assim, a interação na sala de aula possui algumas especificidades que geralmente não são encontradas nas interações cotidianas como, por exemplo, a utilização constante de expressões como "está certo" e "está errado".

Durante a correção, os estudantes são colocados em face com o *absolutismo de sala de aula* (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, 2010), em que todos seus erros são corrigidos de forma burocrática sem buscar compreender os caminhos que eles percorreram. Os erros são abordados de maneira homogênea, mesmo que tenham origens diferentes: a razão do erro pode estar na utilização do algoritmo, em seu resultado, na sequência de ações realizadas durante uma atividade, na interpretação do texto, ou na execução de tarefas que não estão na programação (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, 2010).

Erros de diferentes tipos são tratados da mesma forma e a interação entre professor e estudante não possibilita que estes entrem em contato com os argumentos que fundamentam determinada correção. "O professor, o livro-texto, o livro de respostas fazem parte de uma autoridade única, que esconde a natureza das razões das correções" (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p.25). A correção de erros ainda é reforçada pela *ideologia da Certeza* (SKOVSMOSE, 2005) em que os exercícios de matemática possuem apenas uma única resposta certa.

A existência do padrão "sanduíche" de comunicação, ou IRE (IRA), em que, de forma sumária, o professor, como fonte de conhecimento e que elabora pergunta; o estudante, que responde tentando demonstrar que entendeu, e o professor, que avalia, foi um padrão

encontrado em diferentes países. Assim, este padrão de interação está presente nas salas de aulas em diferentes culturas. É essencial que professores reflitam sobre os padrões de interações que emergem durante suas aulas e discutam tais normas de interação com seus estudantes para terem possibilidade de se moverem para outros padrões de comunicação que abram espaço a fim de que os estudantes possam participar ativamente das aulas.

7.3 Análise dos dados

Dos dados apresentados neste artigo, três características principais emergem: (1) presença de algumas características do paradigma do exercício; (2) comunicação baseada no padrão "sanduíche" de comunicação e (3) utilização de músicas durante o processo de comunicação.

O conto "Depende do ângulo que você olha" evidencia que a aula de matemática foi organizada em torno da explicação da professora, da presença do livro texto e em uma relação assimétrica entre os sujeitos do processo de ensino e aprendizagem, aspectos que estão presentes em aulas tradicionais de matemática e compõem um ambiente de aprendizagem caracterizado como *paradigma do exercício* (SKOVSMOSE, 2000). Neste sentido, a centralização da aula na voz da professora está relacionada com a imposição de uma forma escolar tradicional de desenvolver as atividades nas aulas de matemática. "Ao olhar para essas práticas vemos sua força impositiva desde a formulação do currículo até a organização da sala de aula" (BRUN, 2006, p.126).

Esta forma de organização da aula de matemática influencia o processo de interação que é colocado em ação e a forma como os estudantes aprenderam matemática. Freire (2014) enfatiza que uma premissa do diálogo é a superação de uma relação verticalizada entre professor e estudante, a qual não emergiu nos dados presentes nesta aula do quinto ano.

Os dados deste artigo evidenciam, ainda, que a professora desempenha o papel de detentora do conhecimento, elabora perguntas diretivas e avalia as respostas. Já os estudantes são aqueles que devem aprender a visão de mundo da professora para dar as respostas certas. Durante todo o processo de comunicação, a professora teve um papel predominante. Ela elaborou questionamentos baseados na explicação que havia feito anteriormente e os estudantes buscaram identificar as respostas corretas para interagir com ela e responder as perguntas acertadamente. A professora avaliou as respostas dos estudantes, dando sequência na comunicação como no exemplo:

- Professora: O que temos aqui? – indagou, apontando para a ilustração no quadro.
- Estudantes: Uma semirreta. - responderam em uníssono.
- Professora: Uma semirreta AB, não é? Como eu sei que é uma semirreta e não uma reta ou um segmento de reta?

Neste trecho, é possível perceber a existência de uma sequência bem estabelecida: (1) pergunta da professora, (2) resposta do estudante e (3) *feedback* da professora (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, 2010; CADZEN, 1998; MEHAN, 1979). A presença destes três elementos, nessa ordem, durante o processo de comunicação entre professora e estudantes, é caracterizada como *padrão "sanduíche" de comunicação* (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, 2010). O professor faz perguntas e avalia as respostas dos estudantes, processo no qual estes possuem responsabilidade mínima com sua própria aprendizagem. Nos momentos em que se expressam, eles geralmente repetem trechos das explicações que a professora deu anteriormente. O estudante busca seguir a perspectiva da professora e dizer o que ela espera. Assim, eles formulam respostas curtas que, via de regra, se restringem a apenas uma palavra ou a um pequeno conjunto delas. Os estudantes não desenvolvem argumentos para justificar suas respostas, pois a validade delas está em coincidirem com o que foi dito anteriormente pela professora que representa uma autoridade na sala de aula.

Durante a interação coletiva entre a professora e os estudantes, há apenas um questionamento elaborado por parte destes, o qual foi formulado por Brenda: "É para copiar, professora?". A pergunta não se realiza em torno do conhecimento matemático, mas sobre a forma de proceder durante aula. Assim, os estudantes só iniciaram uma interação para tirar dúvidas sobre a forma de proceder durante a aula e não há espaço para que os estudantes realizem experimentações, compartilhem suas perspectivas, coloquem-nas em ação e façam questionamentos sobre o conhecimento matemático.

Analisando detidamente a interação, nota-se que a professora elaborou uma pergunta sobre o conteúdo, eles deram uma resposta que estava correta, a professora avaliou-a e, em seguida, repetiu a resposta dos estudantes. As palavras "certo" e "errado", que aparecem em correções explícitas, não foram utilizadas por ela em seu feedback.

A professora fez correções implícitas e, para sinalizar que a resposta está correta, ela utilizou o recurso da repetição. Assim, quando a resposta está correta, ela repete-a. Entretanto, apesar de apresentar uma resposta correta, os estudantes não deram a resposta que a professora esperava, ou seja, a resposta estava correta, mas incompleta. Então a professora repetiu a resposta dos estudantes "Uma semirreta..." e completou-a com "AB." E, em seguida, fez uma nova pergunta. Segundo Alrø e Skovsmose (2010, p. 27), uma das características do

padrão "sanduíche" de comunicação é que "o professor já conhece as respostas para suas questões de antemão e espera que os estudantes adivinhem o que ele tem em mente", aspecto também observado na interação entre a professora e os estudantes.

Esse aspecto também fica evidente quando a professora questiona: "Como eu sei que é uma semirreta e não uma reta ou um segmento de reta?", os estudantes respondem: "Porque ela tem uma seta." A professora avalia a resposta dos estudantes, repete parte dela e complementa-a: "Porque tem uma seta e começa aqui, oh". Portanto, quando os estudantes emitem uma resposta correta, mas não exatamente aquela esperada pela professora, ela utiliza o recurso da repetição para indicar que eles responderam corretamente e o da complementação, evidenciando que ela já tinha uma resposta em mente, mais completa em relação àquela dada pelos estudantes.

Alrø e Skovsmose (2004, 2010) destacam que nem sempre o padrão "sanduíche" de comunicação ocorre de forma simples a partir de uma pergunta do professor, a resposta do estudante e o feedback. Assim, esse padrão, quando colocado em ação pela professora, pode ser mais complexo como no seguinte trecho:

- Professora: Porque tem uma seta e começa aqui, oh. Se fosse uma reta como ela seria mesmo?
 Matheus: Só o A e B.
 Estudante: Não. - respondeu prontamente outro estudante.
 Professora: Se ela fosse uma reta, como ela seria? - questionou novamente a professora- pergunta a qual ela mesma respondeu. - Ela teria uma continuidade. E o segmento como seria?

Diante da resposta incorreta do estudante, a professora não fez uma correção explícita dizendo que estava incorreto, mas aguardou em silêncio e outro estudante imediatamente disse: "Não", explicitando que a resposta dada anteriormente estava incorreta. Não foram criadas oportunidades para que o estudante Matheus apresentasse justificativas para sua resposta. Da mesma forma, o outro estudante também não apresentou argumentos que justificasse a avaliação que ele fez; ele se restringiu a apenas dizer "Não".

Em seguida, a professora repetiu exatamente a pergunta que já havia feito e ela mesma apresentou a resposta. Pode-se dizer que a repetição na íntegra da questão ocorreu porque, apesar de um estudante ter respondido erroneamente o questionamento, a professora considerava que outro estudante sabia a resposta correta e poderia respondê-la. Ou seja, a pergunta elaborada por ela estava adequada, não era necessário trazer outra informação ou reformular a questão. Em outro momento da interação, o padrão "sanduíche" de comunicação

foi colocado em ação da seguinte forma:

- Professora: Matheus, quando eu tenho duas semirretas que partem do mesmo ponto, no caso aqui o ponto A, eu tenho a formação do quê, mesmo?
- Neste momento, todos estudantes, incluindo o próprio Matheus, ficaram em silêncio. Depois de, exatamente quatro segundos a professora retomou a fala:
- Professora: Vou falar de novo. Quando eu tenho duas semirretas que partem do mesmo ponto, ou seja, elas têm um ponto em comum, tenho a formação do quê?
- Estudantes: Ângulo.
- Professora: Do ângulo! Lembram que nós vimos? Qual é o nome dessa parte aqui, do ponto onde começam as duas semirretas?

A professora fez um questionamento para um estudante específico. Este permaneceu em silêncio, juntamente com todos os outros estudantes. O silêncio do estudante Matheus pode ser interpretado como um desconhecimento da resposta. O silêncio do restante da turma pode ter ocorrido porque a professora havia direcionado a questão especificamente para um estudante, nomeando-o antes da questão. Como a pergunta não atingiu seu objetivo de obter uma informação, a pergunta é repetida com uma pequena reformulação sem nomear individualmente um estudante específico para respondê-la.

A professora assinala que vai falar novamente e repete parte do questionamento adicionando a seguinte parte: "ou seja, elas têm um ponto em comum" que traz uma informação que não havia aparecido na primeira formulação da questão. Na sequência, vários estudantes respondem juntos: "Ângulo". Portanto, neste trecho se encontram: (1) pergunta da professora; (2) silêncio dos estudantes; (3) reelaboração da pergunta feita pela professora; (4) resposta dos estudantes; (5) *feedback* da professora.

Pode-se observar ainda que, quando a pergunta é feita pela segunda vez, os estudantes respondem, a professora avalia e repete a resposta dos estudantes por considerá-la correta. Portanto, quando os estudantes emitem uma resposta correta que vai ao encontro do que a professora esperava, ela utiliza apenas o recurso da repetição.

É importante destacar que, diante do questionamento, o silêncio dos estudantes durou exatos quatro segundos, como foi observado pela pesquisadora no momento da transcrição. Assim, pode-se dizer que o tempo de resposta dos estudantes é extremamente curto. Diante de uma espera menor que 5 segundos, a professora reformula seu questionamento, tentando acrescentar uma "dica" que possibilite que os estudantes respondam e não fiquem novamente em silêncio. A professora busca preencher os silêncios presentes na interação entre

professores e estudantes; neste sentido, pode-se dizer que esses silêncios são interpretados por ambos durante o processo de interação e se constituem em parte importante da aula.⁶⁹

Mendes (1995, p.59) enfatiza que é essencial refletir sobre o silêncio presente nas interações entre professores e estudantes:

É necessário então que haja a desnaturalização quanto à questão do tempo de silêncio. Esse ponto conduz a uma reflexão sobre a nossa atuação como professores de professores índios. Estamos dando o tempo de silêncio necessário? O professor, de modo geral, já carrega consigo a atitude de não esperar pela resposta do aluno e acaba sempre respondendo por ele, fato mais evidente no contexto indígena, onde pudemos observar que o silêncio apontado não significava necessariamente que o aluno não sabia a resposta. Precisamos aprender a dar esse tempo ao aluno.

Considera-se que a ampliação do tempo de silêncio depois de uma pergunta da professora pode demonstrar que ela está escutando ativamente os estudantes, que estes possuem tempo para responder, para refletir sobre suas perspectivas e elaborar argumentos. Além disso, os estudantes também podem aprender durante a interação que é importante esperar em silêncio depois de fazerem uma pergunta aos próprios colegas.

Nos trechos discutidos até aqui, as reflexões possibilitadas durante a aula se referem a aspectos estritamente matemáticos, porém, posteriormente, a professora tenta estabelecer uma relação entre o conteúdo matemático que está sendo trabalhado e a vida dos estudantes. Mas, para estabelecer tal conexão, a professora faz a si própria uma pergunta, simulando o questionamento de um estudante:

Professora:	Professora, mas que coisa chata isso! Por que eu preciso saber de ângulo? Eu vou utilizar ângulo na minha vida?
Estudantes:	Sim.
Professora:	Você acha que sim, e você?
Estudante:	Não sei.
Professora:	Você acha que estou ensinando por quê? Vou usar onde?
Estudante:	No sexto ano.
Professora:	Mas na vida? Eu irei usar ângulo na vida para quê?
Estudante:	Para calcular
.	
Professora:	Calcular o quê?
Estudante:	Calcular medida.

⁶⁹ Mendes (1995) identificou a existência de descompassos na interação entre professores não-índios e estudantes Guaranis referentes a diferenças de estrutura de participação nas aulas que estão relacionados com o tempo de silêncio entre pergunta e resposta e ainda, durante as repostas. O silêncio presente nas interações era interpretado de diferentes maneiras nas culturas do professor e dos estudantes. Em alguns momentos, o professor interpretou o silêncio dos estudantes como desconhecimento da resposta, ou finalização dela. Porém, em alguns momentos, os estudantes ficavam em silêncio durante suas argumentações, não porque haviam finalizado, mas porque estavam refletindo.

Professora: Medida do quê?
 Estudante: De espaço.
 Professora: Os objetos têm ângulos? Eles formam ângulos?

Mesmo a professora tendo a essencial preocupação de relacionar a matemática com a vida dos estudantes, nota-se que a comunicação continua pautada no *padrão "sanduíche" de comunicação*. Os estudantes continuam dando respostas breves, que visam apenas completar o raciocínio da professora. Eles não desenvolvem argumentos para justificar suas respostas e se restringem a responder apenas: "Sim", "Não sei", "Para calcular", "Calcular medida" e "De espaço". No segundo caso, quando o estudante responde: "Não sei", ele utiliza uma *alegação de desconhecimento de resposta* (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010).

Como ressaltado por Alrø e Skovsmose (2010), silêncio, alegações de desconhecimento de respostas que compõem o repertório de resposta dos estudantes, quando interagem em um padrão "sanduíche" de comunicação, também emergiram a partir dos dados desta pesquisa.

Quando é questionado onde será usado o que os estudantes estão aprendendo, a resposta é: "No sexto ano". Para o estudante, o conhecimento sobre ângulos estaria relacionado com a continuidade dos estudos no ano seguinte, com a aquisição de conhecimentos que funcionam como pré-requisito para os que seriam aprendidos posteriormente. Nenhuma relação com a utilização da matemática para a leitura do mundo é mencionada pelo estudante. Segundo Skovsmose (2014a, p.86, tradução nossa) "muitos estudantes reconhecem a importância da matemática para a continuidade dos estudos, mas muitas vezes é difícil para eles apontar exemplos específicos dessa relevância".⁷⁰ Assim, o autor utiliza o termo *Delta syndrome* para se referir ao fenômeno de os estudantes não encontram conexões entre as atividades de sala de aula e as situações da vida real. Pode-se dizer que esta síndrome está presente na resposta "no sexto ano", apresentada pelos estudantes.

Em seguida, a professora tenta novamente estabelecer a relação entre o conhecimento matemático e a vida perguntando: "Mas na vida? Eu irei usar ângulo na vida por quê?". Para isso, a professora estabelece uma relação entre os ângulos e o corpo humano, que possibilita que ela crie uma conexão entre o que vinham discutindo até o momento e o exercício proposto no livro didático. O padrão "sanduíche" de comunicação prioriza a visão de mundo do professor como a válida em sala de aula e não cria espaço para que os estudantes

⁷⁰ Many students acknowledge the relevance of mathematics for doing further studies, but often it is difficult to point out specific examples of this relevance.

compartilhem suas experiências e as relacione com o que está sendo ensinado. Neste sentido, considera-se que tal padrão de comunicação contribui para aprofundar o sentimento de falta de vinculação entre a vida e a matemática. Para que outros tipos de reflexão emergjam na sala de aula de matemática, é essencial que professores e estudantes interajam de forma dialógica.

7.4 Considerações finais

A partir dos dados apresentados neste artigo, argumentou-se que fatores externos-pressão para cumprir o currículo- e fatores internos – forma como o ambiente de aprendizagem é organizado-, podem contribuir para a emersão do padrão "sanduíche" de comunicação.

Durante o desenvolvimento do projeto Meio Ambiente e Matemática, a professora buscou construir relações dialógicas com seus estudantes⁷¹. Porém, nos dados apresentados neste artigo, ela quis retomar alguns conteúdos que, segundo ela, estavam atrasados. Desta forma, pode-se dizer que fatores externos a sala de aula, como a pressão para cumprir os conteúdos estabelecidos no currículo, principalmente no fim do semestre, em que as avaliações externas estão se aproximando, pode fazer com que professores se sintam pressionados a retornar para o paradigma do exercício.

A presença do livro didático, a explicação do professor e a relação assimétrica entre professor e o estudante criam um ambiente de aprendizagem que favorece a emersão do padrão "*sanduíche*" de comunicação. Nesse cenário, há um papel predominante da professora durante a interação; uma responsabilidade mínima dos estudantes com seu processo de aprendizagem; o professor faz perguntas e avalia; o estudante busca a resposta certa. Portanto, a forma como é organizado o ambiente de aprendizagem influencia a interação entre professor e estudante nas aulas de matemática. Por isso, algumas regras, mesmo que de forma implícita, são aprendidas pelas crianças e fazem parte do repertório de interação da professora tais como:

- a professora faz perguntas para os estudantes, que buscam obter respostas específicas que ela já sabe;
- quando a professora não obtém resposta para sua pergunta, ela a refaz trazendo uma nova informação que facilite a resposta do estudante;

⁷¹ Os outros artigos presentes nesta tese trazem interações entre as professoras e os estudantes que podem ser caracterizadas como dialógicas.

- quando o estudante dá uma resposta certa, a professora a repete;
- quando o estudante dá uma resposta certa, mas que não é a que a professora estava esperando, ela repete a resposta do estudante e acrescenta o que faltou;
- professores buscam preencher os silêncios dos estudantes, pois, em geral, os interpretam como desconhecimento da resposta;
- a professora faz perguntas para ela mesma e as responde buscando elucidar melhor seus argumentos

É possível perceber, também, aspectos que se repetem na forma dos estudantes interagirem:

- os estudantes escutam a fala do professor e buscam identificar possíveis respostas para responder corretamente os questionamentos da professora;
- os estudantes fazem perguntas sobre como devem proceder durante a atividade; dificilmente suas questões abordam o conhecimento matemático.

Observou-se que, diante das perguntas das professoras, os estudantes respondem com frases curtas, sem desenvolver argumentos para justificá-las ou permanecem em silêncio.

Já a professora não faz correções explícitas, utilizando palavras como "certo" e "errado"; estas são feitas de forma implícita e permeiam toda a interação entre a professora e os estudantes.

Destaca-se, ainda, a importância do ambiente de aprendizagem em que as crianças possam: expressar sua perspectiva, podendo estas serem diferentes das apresentadas pela professora; elaborar questionamentos não apenas em relação à forma de proceder, mas sobretudo em relação ao conhecimento matemático; olhar para o objeto de aprendizagem de um ângulo diferente daquele da professora. Assim, para que professores e estudantes possam mover-se para outros tipos de interação, diferentes do padrão "sanduíche" de comunicação, é necessário que as regras de interação na sala de aula se tornem explícitas para ambos (HERBEL-EISENMANN, B.; CIRILLO, M.; SKOWRONSKY, K. 2009).

Refletindo sobre elas, o professor terá mais possibilidades de criar ambiente de aprendizagem que favoreça a emergência de uma interação dialógica, abra espaço para que os estudantes façam investigações matemáticas e desenvolvam argumentos matemáticos. Herbel-Eisenmann, Cirillo e Skowronsky (2009) enfatizam que, quando tais regras se tornam explícitas para os estudantes, eles aprendem a interagir de variados modos em diferentes ambientes de aprendizagem tanto na realização de trabalhos em grupos e individuais quanto no cumprimento de tarefas de casa. Considera-se que a explicitação das regras de interação

também pode facilitar que professores e estudantes se movam do paradigma do exercício para os cenários para investigação.

A forma como o ambiente de aprendizagem é organizado condiciona como o processo de interação será colocado em ação por professores e estudantes. Um processo de ensino e aprendizagem centralizado na figura do professor condiciona o surgimento do padrão "sanduíche" de comunicação. Este padrão de comunicação mantém o professor na zona de conforto e isso faz com que ele se sinta seguro durante as aulas de matemática. Tal segurança é expressa pela possibilidade do professor guiar o estudante passo a passo pelo conhecimento matemático que ele julga necessário ser ensinado. As perguntas são direcionadas e o professor guia o estudante para cada específica relação que ele considera que o estudante deve aprender. Porém, esse padrão de comunicação não é suficiente para que os estudantes construam o conhecimento de matemática de forma crítica. O conhecimento crítico requer que professores e estudantes reflitam criticamente sobre o conhecimento; que não sigam apenas a visão do professor, mas que possam também criar e estabelecer suas próprias conjecturas matemáticas, que interajam de forma mais aberta e movam-se para outros padrões de comunicação em que abram espaço para a criação e não apenas para a reprodução. Considera-se que ambientes de aprendizagem mais abertos como, por exemplo, ambientes de trabalhos com projetos em que os estudantes tenham um papel ativo, podem favorecer a emergência do diálogo.

REFERÊNCIAS

ALRØ H.; SKOVSMOSE, O. *Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática*. Tradução: Orlando Figueiredo. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora, 1994.

BRUM, E. D. *Produção discursiva na aula de matemática: uma interpretação sociointeracionista*. 2006. 126 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade São Francisco, Itatiba, 2006. Disponível em: <http://livros01.livrosgratis.com.br/cp018512.pdf> Acesso em: 15 set.2017.

CADZEN, C. B. *Classroom Discourse: the language of teaching and learning*. Portsmouth, N.H.: Heinemann Books, 1988.

FAUSTINO, A. C. Diálogo e Educação Matemática: o processo de dialogar no terceiro ano do ensino fundamental. *Perspectivas da Educação Matemática – INMA/UFMS*, v.9, n..21,

Seção Temática, 2016. Disponível em: http://seer.ufms.br/index.php/_pedmat/article/view/2139/2275. Acesso em: 7 jan.2017.

FREIRE, P. *Pedagogia do Oprimido*. 58. ed. rev. e atual. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2014.

HERBEL-EISEMANN, B. A.; LYNN BREYFOGLE, M. Questioning our patterns of questions. In: *National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)*. Mathematics Teaching in the Middle School, local, v.10, n. 9, maio, p. 484-89, 2005. Disponível em: http://www.svmimac.org/images/SVMIPD.091312.Questioning_our_Patterns.pdf. Acesso em: 15 maio 2018.

HERBEL-EISENMANN, B.; CIRILLO, M.; SKOWRONSKI, K. Why discourse deserves our attention! In: FLORIO, A. (Ed.). *Mathematics for every student: Responding to diversity*, Grades 9-12 (p. 103-115). Reston, VA: NCTM, 2009.

MEHAN, H. *Learning Lessons*. Cambridge, Mass: Harvard University Press, 1979.

MENDES, J. R. *Descompassos na interação professor-aluno na aula de Matemática em contexto indígena*. 1995. 67 f. Dissertação (Mestrado em Linguística Aplicada) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/269525> Acesso em: 15 set.2017.

POWELL, A. B.; QUINTANEIRO DA SILVA, W. O vídeo na pesquisa qualitativa em educação matemática: Investigando pensamentos matemáticos de alunos. In: POWELL, A. B. (Ed.). *Métodos de pesquisa em educação matemática - Usando escrita, vídeo e internet*. Campinas: Mercado de Letras, 2015.

POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento das ideias matemáticas e do raciocínio de estudantes. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, v.17, n 21, p. 81-140, maio 2004.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. *Bolema*, Rio Claro, v.13, n. 14., p. 66-91, 2000. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10635/7022> Acesso em: 15 nov.2017.

_____. *Educação crítica: incerteza, matemática e responsabilidade*. Tradução: Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

_____. *Foregrounds: Opaque stories about learning*. Rotterdam: The Netherlands Sense Publishers, 2014c.

_____. *Travelling through education: Uncertainty, mathematics, responsibility*. Rotterdam: Sense Publishers, 2005.

8 DIÁLOGO ENTRE CRIANÇAS: INVESTIGANDO A PRESENÇA DOS ATOS DIALÓGICOS

Ana Carolina Faustino

RESUMO

Este artigo é parte de uma pesquisa de doutorado que pretende investigar como o diálogo é colocado em ação nas aulas de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Neste artigo tem como objetivo discutir as qualidades da interação entre um grupo de estudantes na aula de matemática, investigando a presença dos atos dialógicos nas interações entre as crianças. A produção dos dados foi realizada em uma turma do quinto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do interior de São Paulo. As interações na sala de aula foram registradas em áudio e vídeo, e complementadas com as anotações em diário de campo. A partir dos dados, foram identificados eventos críticos que foram transcritos e constituíram a base para a elaboração de contos. Neste artigo, foi analisado o conto "Filmando o Mundo: quanto eu gasto de água diariamente?" Os resultados evidenciam que, durante a interação dos estudantes, estavam presentes todos os atos dialógicos: estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar, o que permite caracterizar a interação entre os estudantes como dialógica. O diálogo possibilitou que os estudantes negociassem significados matemáticos, compartilhassem diferentes perspectivas e tomassem decisões possibilitando que eles participassem ativamente da construção do conhecimento.

Palavras-chave: Diálogo. Atos Dialógicos. Anos Iniciais. Educação Matemática Crítica. Educação Matemática.

ABSTRACT

This article is part of a PhD research that seeks to investigate how dialogue is put into action in math classes in the early years of Elementary School. In this article, we seek to discuss the interaction qualities between students in the mathematics class investigating the presence of the dialogical acts. The data was produced in a fifth year group of Elementary School in a public school in the interior of São Paulo. Interactions in the classroom were recorded in audio and video, and supplemented with field journal annotations. From the data were identified critical events that were transcribed and constituted the basis for the development of short stories. In this article we will analyze the story "Filming the World: how much do I waste water every day?". The results show that all the dialogic acts were present during the interaction of students: getting in contact, locating, identifying, advocating, thinking aloud, reformulating, challenging and evaluating, which allows to characterize the interaction between the students as dialogical. The dialogue enabled students to negotiation mathematical meanings, share different perspectives, make decisions, problem their relationships with the environment, and understand each other as human beings who produce culture and knowledge.

KEYWORDS: Dialogue. Dialogic acts. Elementary School. Critical Mathematics Education.

Introdução

Neste artigo, pretende-se discutir as qualidades da interação entre um grupo de estudantes na aula de matemática, investigando a presença dos atos dialógicos. Primeiramente serão abordados aspectos metodológicos da pesquisa; em seguida, será apresentado o conto "Filmando o Mundo: quanto eu gasto de água diariamente?", que ilustra algumas partes do desenvolvimento do Projeto Meio Ambiente e Matemática. Posteriormente, serão discutidos aspectos teóricos da concepção de diálogo de Alrø e Skovsmose (2004, 2010), abordando as características de cada um dos atos dialógicos. E, finalmente, será abordada a presença dos atos dialógicos na interação entre Fas crianças do quinto ano do Ensino Fundamental.

A produção dos dados foi realizada em uma turma do quinto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do interior de São Paulo. Tal turma era composta por 26 estudantes e, durante um semestre, participou do Projeto Meio Ambiente e Matemática. Durante o projeto, os estudantes do quinto ano trabalharam em pequenos grupos em tarefas investigativas que abordavam, de forma conectada, questões ambientais e os conteúdos do eixo de grandezas e medidas. Os grupos de estudantes tinham como objetivo produzir vídeos que abordassem questões ambientais a partir de uma leitura e escrita de mundo com matemática. Ao final do projeto, foi realizada uma mostra de vídeo estudantil, apresentada aos estudantes do terceiro ano, turma que também participava do projeto.

8.1 Filmando o mundo: quanto eu gasto de água diariamente?

Dia da mostra de vídeo estudantil! A sala nunca estivera tão lotada naquele ano: as carteiras não desempenhavam seu papel diário; agrupadas no fundo da sala, serviam de assento para os estudantes do quinto ano. Nas cadeiras estavam sentados os estudantes da turma do terceiro ano que estavam presentes para assistir à mostra de vídeo. Havia três professoras que estavam de pé; havia, ainda, dois adultos, que iriam avaliar os vídeos, sentados no fundo da sala; um deles era familiar, pois já tinha vindo à escola para participar do projeto Meio Ambiente e Matemática; o outro nunca havia se colocado diante dos olhos dos estudantes. Era chegado o momento de o vídeo produzido pelos grupos ser visto por todos.

Até este momento chegar, Carla e seus colegas tinham trabalhado muito em equipe tanto na escola como em casa. Durante um mês, na sala de aula, os estudantes tiveram três horas semanais para planejar os vídeos. Folhas de sulfite, de cartolina, papel cartão e papel pardo foram disponibilizados para que eles pudessem utilizá-los. Certo dia, eles tentaram calcular quantos litros de água a família de Luan, que era composta por seis pessoas, gastaria com a utilização da água da descarga do banheiro:

Figura 8- Quantidade de água que utilizo



Fonte: Arquivo pessoal.

Júlia: –Se cada vez que uma pessoa for dar a descarga...vai gastar seis litros, em cada descarga.

Carla: –Se a pessoa tipo assim é, for ao banheiro três vezes.

Júlia: –Às vezes, eu vou cinco. – risos tomaram conta do grupo, inclusive de Júlia. Esta cessou o riso quando disse- Ah! Tanto faz, filha...

Carla: –Três vezes, por exemplo. Vamos ver num dia normal. Três vezes...é....

Denis: –Três vezes oito?

Júlia: –Então, mas....

Carla: –Não. Por que três vezes oito?

Júlia: –Se aqui são seis litros por cada descarga?

Denis: –Seis litros.

Júlia: –Seis litros.

Denis: –Por cada.

Enquanto falava, Denis balançou a mão apontando para Júlia, e ela balançou a cabeça para cima e para baixo afirmativamente. Em seguida, prosseguiu:

Júlia: –A pessoa vai ao banheiro três vezes. Então, como você vai fazer?

Denis: –Três vezes seis.

Carla: –Então, por que você falou oito?

Denis: –Porque eu pensei que ela tinha falado oito litros.

Júlia: –Então, aí vai fazer a conta que é... três vezes seis dá dezoito.

Carla: –Deu dezoito litros.

Júlia: –Aí vai fazer.....

Carla: –Dezoito vezes seis. Pedro, são seis vezes, não é?

Júlia: –Ele nem sabe do que ele está falando. –disse a estudante rindo e levando a mão a boca.

Carla: –Seis pessoas na sua casa?

Pedro não emitiu palavra. Com a mão que segurava o lápis colocado na frente da boca, balançou a cabeça de cima para baixo, confirmando que eram seis pessoas.

Carla: –Então seis vezes dezoito. Que dá quanto?

Júlia se levantou e ficou em pé atrás de Pedro de modo que ela pudesse ver como ele estava registrando.

Luiza: –Seis, sete, oito, nove, dez, onze, doze- disse enquanto olhava para a folha e ia contando em seus dedos e anotando.

Denis: –Três v

ezes seis. Não é, Mar...?

Carla: –Oi?

Denis: –Três vezes seis. E ainda tem essa conta?

Carla, que estava sentada na carteira encostada de frente para a de Denis, levantou-se e andou até ficar ao seu lado; olhou para a folha de atividade e apontou para a conta:

Carla: –Três vezes seis dá dezoito. Dezoito vezes quantos?

Denis: –Seis.

Carla retornou ao seu lugar e Denis continuou a atividade.

Complementando as atividades em sala de aula, Carla, Júlia, Denis, Luiza e Pedro haviam se reunido durante o final de semana na casa de Júlia. Eles fizeram cálculos,

coleccionaram incertezas, tomaram decisões, elaboraram cenas, escolheram os personagens, figurinos, roteiro, criaram as falas, filmaram. Com roteiro e celular em mãos, os estudantes gravaram as cinco cenas que haviam elaborado na sala de aula. O cenário de cada uma delas eram os diferentes espaços da casa: banheiro, cozinha, lavanderia e calçada. Com o vídeo finalizado, era chegada a hora da edição. O grupo utilizou o aplicativo Kinemaster, que eles já conheciam, para realizá-la e, em seguida, salvaram o vídeo em um *pendrive*. Estava tudo pronto para a mostra de vídeo estudantil!

Antes do grupo de Carla, outros se apresentaram. O primeiro vídeo foi projetado; os presentes estavam assistindo a cenas sobre "Desperdício de água na escola". O segundo os levou a cenas sobre "Produção de lixo" e o terceiro grupo agora estava na frente para apresentar seu vídeo.

Professora: —Vamos lá! Conta um pouquinho, então, como nasceu a ideia do desenvolvimento do vídeo.

Brenda: —Bom, a gente começou a pensar que, se a gente fizesse um vídeo sobre desperdício e economia, ficaria bom e bem explicado para vocês entenderem nosso vídeo.

Professora: —E como surgiu a ideia de fazer um vídeo que é tutorial? Explica um pouco que a gente não sabe muito bem o que é isso.

Brenda: —É que, com o tutorial, a gente explica como fazer algo, inspira na verdade, em como fazer algo.

A voz de Brenda se extinguiu, as luzes da sala se apagaram e as palavras "Tutorial: como reutilizar água" surgiram na tela. Logo, foram substituídas pelos termos "desperdiçador" x "economizador", seguidas por cenas de uma estudante escovando os dentes com a torneira fechada e por outra escovando os dentes com a torneira aberta. Outra cena tomou conta da tela, e, ao final, uma imagem sintetizou os dados e comparou os gastos do "economizador" com os gastos do "desperdiçador". Durante a escovação de dentes, o "desperdiçador" gastou 6 litros em 1min e 9s, e o "economizador" gastou 1,5 litros em 1min e 1s. Lavando a louça, o "desperdiçador" utilizou 7,5 litros de água em 31s, e o "economizador" gastou 2 litros em 30 segundos.

Ouviram-se diversas palmas. Sorrisos nos lábios acompanharam os estudantes no percurso da lousa até seus lugares. Os estudantes do próximo grupo caminharam em fila e, um ao lado do outro, se colocaram de frente para a classe.

Carla estava com suas costas tocando a lousa; passava vagarosamente uma mão na outra e, juntamente com os colegas de grupo, olhava para frente; era a vez de seu grupo.

A palavra "Banho" surgiu no projetor; este era o título da cena 1, em que uma das personagens abria a porta do banheiro, entrava, fechava a porta e começava a cantarolar. A câmera focalizara a porta do banheiro fechada e ouvia-se a voz da personagem cantando uma música enquanto tomava banho. Apareceram os dizeres "Dez minutos depois" e, em seguida, a personagem saía do banheiro e apareceram os dizeres: "Ela demorou dez minutos para tomar banho". A cena 1 foi encerrada e Carla apareceu explicando: "Em um minuto, o chuveiro gasta nove litros, em dez minutos vai gastar noventa litros".

A cena 2, intitulada "Calçada", passava-se na área externa da casa e foi iniciada quando Ryan estava na garagem de sua casa olhando por entre as grades do portão para a calçada e falou: "A calçada está suja; eu vou lavá-la". Então, ele abriu o portão, saiu, pegou uma mangueira alaranjada e começou a lavar a calçada. Naquele momento, o outro personagem apareceu no canto da imagem e fez um barulho que imitava o som de um telefone tocando: "Trilim, trilim, trilim, trilim". Ryan levou a mão até a orelha e disse:

_ Alô!

_ Alô, quem fala?

_ É o Ryan.

_ Como é que você está, Ryan?

_ Estou bem!

_ Você está gastando muita água quando você lava a sua calçada?

_ Não.

_ É bom mesmo porque a água do mundo está acabando. Temos que economizar muita água para que, em 2070, nós tenhamos água para beber e viver.

_ Obrigada, só isso que eu queria lhe falar.

_ Está bom! Tchau.

A cena foi finalizada; novamente a imagem de Carla apareceu e explicou: "Nesses quinze minutos que eles lavaram a calçada, eles gastaram duzentos e setenta e nove litros de água."

Na cena 3, nomeada de "Lavar roupa", Júlia estava na lavanderia de sua casa, pegava um pouco de roupa suja, colocava na máquina de lavar, adicionava um pouco de amaciante, fechava a máquina e dizia: "Hoje eu vou lavar essas roupas". Então, a estudante repetia todo o procedimento e dizia: "Hoje também terei que lavar essas roupas de novo". Esta imagem foi seguida pelo aparecimento de Carla que disse: "Uma máquina gasta cento e vinte litros de água. Se a Júlia lavar todos os dias, dará oitocentos e quarenta litros por semana". Esta cena é seguida por mais uma; os créditos subiram pela tela, e o vídeo foi finalizado. Palmas tomaram

conta do ambiente e trouxeram até a frente os dois professores responsáveis por avaliar os vídeos, Miriam Godoy Penteadó e Ole Skovsmose.

Miriam: –Só lembrando. Eu sou a Miriam lá da Unesp, o professor Ole...

Skovsmose: – Da Dinamarca.

Miriam: –É um pouco difícil de entender. Ele é da Dinamarca; então, o português dele...

Skovsmose: – É diferente.

Miriam: – É diferente. Então, ele vai falar um pouco mais devagar para vocês entenderem.

Skovsmose: – Você repete.

Miriam balançou a cabeça e disse que faria as repetições que fossem necessárias para a compreensão de todos; ressaltou que seriam pontuados aspectos relevantes de cada um dos vídeos. Em seguida, Ole levantou a mão:

Skovsmose: – E nós falamos no geral, parabéns com esses vídeos, bem interessante, bem importante. Parabéns!

Chegara o momento de falar sobre cada um dos grupos. Ole disse que queria ver os estudantes de cada grupo enquanto falavam. A professora pediu que cada um ficasse em pé para que todos soubessem quem eram eles.

O contraste entre as cores foi o ponto alto no vídeo produzido pelo primeiro grupo. Medalhas douradas deixaram as mãos dos professores para encontrar o peito inflado dos estudantes. Elas eram acompanhadas de certificados pela apresentação do vídeo e também pela participação de cada um deles no projeto como um todo. Não havia ali primeiro, segundo ou terceiro lugar. Todos os estudantes ganharam exatamente a mesma medalha e iguais certificados.

O segundo grupo estava em pé, seus ouvidos encontravam os elogios pela utilização da câmera. Ela não havia ficado parada em uma posição durante o vídeo, mas movimentava-se e tomou diferentes perspectivas. Crianças se movimentaram, seus pescoços se enfeitaram com as medalhas, e o terceiro grupo já estava em pé quando os comentários começaram.

Miriam: –Bom! Super legal a ideia de fazer um vídeo tutorial, o estilo que foi dado para o vídeo deles. E até explicou o que é um vídeo tutorial. E a ideia de reutilização da água, bem educativo. Teve o som. Não é? Muito interessante o som da água caindo.

Skovsmose: – Eu gosto deste elemento! Às vezes, o som é um pouco confuso, mas nesse vídeo não! Nós começamos ouvindo a água, continuamos ouvindo a água. - os movimentos dos braços do dinamarquês acompanhavam sua fala; com as mãos descendo e subindo, ele

imitava o movimento da água a que se referia - Ouvimos a água na primeira pessoa. Na segunda pessoa, não ouvimos a água. O som de vocês é muito profissional. Parabéns!

Miriam: —Percebe-se que o desperdício ficou evidente no uso do som; significava o quanto de água tinha ali. No primeiro, o som apareceu inclusive no desperdício; no segundo, havia o silêncio. Embora tivesse ficado bem no finalzinho, foi destacada a questão da matemática. Uma faixa logo no final, que passou rápido, mas eu percebi que vocês fizeram cálculos para mostrar o quanto se gastava ou não. Nós gostamos bastante. Parabéns!

O grupo recebeu as medalhas com sorrisos, e os integrantes do quarto grupo foram chamados.

Professora: —E agora o último, mas não menos importante, o grupo da Carla.

Carla levantou-se, encostou uma de suas mãos na carteira e cruzou a outra em cima; seus olhos fitavam Miriam. Pedro ajustava a camiseta e procurava com os olhos os outros integrantes do grupo. Denis dava pequenos pulinhos de um pé para o outro; estes, pouco a pouco, foram cessando. Júlia apoiou as duas mãos na carteira, e Luiza estava totalmente ereta, com os braços ao lado do corpo olhando para Miriam e Ole.

Miriam: —Vocês falaram do desperdício e, do ponto de vista técnico, foi também muito legal. O cuidado que vocês tiveram com as tomadas, com as cenas. Após cada uma das cenas, entrava a Carla falando, usando a matemática, falando o quanto havia sido... O argumento matemático para mostrar que havia um gasto... A expressão dela era muito engraçada e expressava: "Ai, meu Deus!". Foi muito interessante. Foi bem criativo, o movimento de câmera muito bom. Nós achamos que estava bem legal a forma como vocês fizeram. Outra coisa que vocês fizeram, que também outro grupo fez, foi a tomada da face de cada um. Acho que dois grupos fizeram isso, e o olhar de vocês foi bem significativo. Houve originalidade da posição da câmera no caso de vocês, que a colocaram atrás da torneira. Vocês lembram? São coisas que chamaram nossa atenção. Parabéns pelo vídeo!

Skovsmose: —Eu gosto deste vídeo porque temos uma pessoa que faz um comentário, um cenário, um comentário, um cenário. Isso é bem avançado. Eu gosto desse movimento entre ouvir o áudio e o filme, e o comentário entre as cenas.

Miriam: —Vocês entenderam que havia uma cena; depois, um comentário da Carla. Foi tudo muito bem cuidado. Parabéns!

Finda a entrega das medalhas, a professora dedicou algumas palavras ao projeto; o dinamarquês levantou a mão até a altura de sua própria cabeça. A professora passou a palavra a ele:

Skovsmose: – Eu tenho só um comentário. Mais uma vez, parabéns pelos vídeos! Eu gosto muito deles. Se vocês fizerem um novo projeto, com novos vídeos, podem me chamar porque eu gostarei de assistir. Profissionalismo! Parabéns!

Estudantes se abraçaram. Já era dezembro; o sexto ano já ensaiava novidades. Carla abraçou Skovsmose. Cada um continuou filmando, com seus olhares, suas experiências.

8.2 Diálogo

A aprendizagem dialógica tem sido foco de estudo de diversos autores. No campo da Educação, Paulo Freire (2014) desenvolveu o conceito de diálogo baseado principalmente em suas experiências com a educação de adultos. No campo da Educação Matemática, Alrø e Skovsmose (2004, 2010) desenvolveram tal conceito baseados na educação de adolescentes. Inspirados nas perspectivas destes autores, buscou-se compreender como crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental se comunicam nas aulas de matemática e se estas interações possuem as qualidades de um diálogo. Buscando atingir tal objetivo, este estudo será pautado no conceito de diálogo desenvolvido por Alrø e Skovsmose (2004, 2010), na perspectiva da Educação Matemática Crítica.

Para Skovsmose (2005), a Educação Matemática Crítica (EMC) não se resume a um conjunto de metodologias que podem ser aplicadas a um campo especial da Educação Matemática, mas pode ser compreendida como um conjunto de preocupações em relação à Educação Matemática expressas por uma rede de conceitos como, por exemplo, matemacia, reflexão e diálogo.⁷² Este artigo será dedicado apenas ao conceito de diálogo, pois, pretende-se abordar as qualidades do diálogo, presentes nas interações entre as crianças.

Na abordagem da Educação Matemática Crítica, o diálogo tem um papel fundamental, por se constituir em um processo de interação que pode contribuir para que a aprendizagem matemática ocorra em um ambiente democrático e favoreça a formação de cidadãos que contribuam para a construção de uma sociedade mais justa. Esse padrão de comunicação agrega algumas qualidades à interação, que podem influenciar as qualidades da aprendizagem. A aprendizagem dialógica contribui para que os estudantes participem ativamente de seu processo de aprendizagem. Em outras palavras, as qualidades da interação dialógica podem dar sustentação à aprendizagem crítica nas aulas de matemática.

⁷² Esta rede de conceitos não se restringe aos apresentados aqui. Cenários para investigação, *foregrounds*, equidade, justiça social, ler e escrever o mundo com matemática, incerteza, matemática em ação também são preocupações da EMC. Ver mais em SKOVSMOSE (2010, 2011).

Alrø e Skovsmose (2004, 2010) delinearão uma concepção de diálogo baseados em dados reais de salas de aula de matemática dinamarquesas. Analisando a interação entre adolescentes e professores, os autores perceberam que havia alguns eventos especiais que estavam presentes nas interações e que permitiam caracterizá-las como dialógicas. Tais atos foram denominados de *atos dialógicos*.

Os autores enfatizam que podem ocorrer diversos atos de fala em uma interação que podem ou não ser dialógicos. Para se constituírem em atos dialógicos, eles devem ter aspectos qualitativos que tragam qualidades para a interação e para o processo de aprendizagem. Atos dialógicos são "atos da fala com características especiais" (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p.134). São eles: *estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar*.

Estabelecer contato é o ato em que os estudantes entram numa sintonia para iniciar o diálogo. Este ato pode ser expresso pela atenção que um estudante dedica ao outro. Porém, apesar de se constituir num fator essencial para o início da interação, este ato também é essencial para que os estudantes se mantenham dialogando a partir da manutenção do contato. Escutar ativamente os outros estudantes durante a interação é um aspecto que demonstra que o contato está sendo estabelecido. Os estudantes podem utilizar afirmações que são finalizadas por pequenas questões, denominadas *tag questions*. Por exemplo: "Essa figura geométrica é equidistante e equilátera, não é?" Assim, apesar de fazer uma afirmação, termina-se com uma pergunta que busca por uma confirmação. Questões como esta possibilitam que o contato seja mantido durante o diálogo. Complementações de falas entre os estudantes também são indicativas de que um estudante está escutando ativamente o outro e buscando compreendê-lo, que estão trabalhando juntos e prestando atenção um no outro e, em consequência, mantendo o contato. Este ato ainda inclui o estabelecimento de uma relação permeada pelo respeito mútuo, confiança e responsabilidade (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, 2010).

Perceber é compreender a perspectiva do outro em relação à tarefa e compartilhar sua própria perspectiva com os demais. É examinar cuidadosamente cada uma delas, as contribuições que elas podem trazer para o processo de investigação e pode envolver questões-o-que-acontece-se. Numa interação dialógica, uma perspectiva não é compartilhada como uma verdade absoluta, mas como uma possibilidade, pois, a partir de uma mesma tarefa, podem surgir diversas perspectivas. Assim, é essencial que os participantes do diálogo tenham uma postura aberta e curiosa para perceber as diversas perspectivas. Questões abertas podem favorecer que um estudante perceba a perspectiva do outro e que o grupo a examine

em conjunto. Compartilhar uma perspectiva em relação a uma tarefa pode significar que raciocínios matemáticos têm que ser verbalizados. Alguns estudantes podem ter um pouco de dificuldade em fazê-lo e, neste caso, a presença do professor pode contribuir para que perspectivas sejam percebidas. O professor pode interagir com os estudantes auxiliando-os a compartilhar e a esclarecer perspectivas. Os autores enfatizam que, durante o processo de investigação, perspectivas podem não serem percebidas. Mesmo uma perspectiva sendo relevante, estudantes podem descartá-la antes mesmo de examiná-la. Quando o professor está interagindo com os estudantes, ele também pode contribuir para que as perspectivas sejam examinadas, mesmo quando parecerem irrelevantes. O descarte de uma perspectiva, sem examinação, pode configurar-se em um motivo para que as intenções dos estudantes deixem a aprendizagem.

Reconhecer envolve a identificação de termos e de ideias matemáticas e a explicação destes para que todos os compreendam. Esse ato envolve questões-por-quê que são formuladas de forma aberta e investigativa, buscando argumentos, explicações que permitam que as ideias matemáticas ou perspectivas sejam compreendidas. Os autores enfatizam que há questões-por-quê não investigativas que possuem um caráter fechado, pois geralmente buscam por uma resposta que o professor já conhece. Elas geralmente são utilizadas em aulas de matemáticas tradicionais para controlar o comportamento dos estudantes ou para verificar se o estudante aprendeu um conteúdo. Portanto, o ato de reconhecer está associado a questões-por-quê investigativas, que buscam por justificações para as ideias matemáticas dos estudantes, para compreendê-las melhor.

Posicionar-se pode ser compreendido pela apresentação de justificativas e de argumentos em favor de uma posição. Este ato está diretamente relacionado com o processo de argumentação que pode contribuir para que as perspectivas sejam examinadas, esclarecidas e se tornem compartilhadas, podendo ser descartadas ou seguidas por um grupo. Defender uma posição engloba o desenvolvimento de uma linha de argumentação, que fundamente uma perspectiva. A defesa tem, como objetivo, explicar, tirar dúvidas, justificar esclarecendo o quanto possível para que o grupo possa seguir tal perspectiva ou não. Porém posicionar-se também requer uma postura de abertura de críticas à sua posição, trazendo possibilidades de que o grupo identifique possíveis incoerências ou inadequações à tarefa. *Posicionar-se* torna-se, assim, um ponto crucial para o processo de investigação. Este ato também está intimamente relacionado com o ato de pensar alto.

Pensar alto significa explicitar em voz alta ou, por meio de gestos, sentimentos, pensamentos e ideias matemáticas. Desenhos, diagramas, tabelas, inclusive o computador,

podem ser recursos utilizados para que as ideias sejam expressas durante o diálogo. A premissa deste ato é tornar público os caminhos percorridos e as ideias matemáticas.

Reformular significa utilizar outras palavras ou outro tom para dizer algo. Os autores enfatizam que esse ato pode também ser expresso pela palavra *parafrasear*. Os estudantes podem, por exemplo, dizer uma frase, e um outro participante do diálogo pode repeti-la mantendo seu sentido original, mas utilizando suas próprias palavras para ver se ele compreendeu o que foi dito. Isso possibilita que o grupo crie um entendimento comum, tire dúvidas e reflita sobre suas compreensões sobre as perspectivas. Com esse mesmo objetivo, pode-se utilizar também questões de conferência. Este ato é essencial para que os estudantes e o professor possam compreender-se mutuamente. Os autores destacam que o ato de reformular pode auxiliar o professor a esclarecer as perspectivas dos estudantes. O professor pode interagir com os estudantes repetindo os aspectos centrais de suas falas para tornar mais claro o que foi dito, ou ainda, fazer questões de conferência. Os estudantes também podem usar este ato para compreender a perspectiva do professor.

Desafiar pode ser expresso pela proposição de uma nova direção no processo de investigação, de sugerir outra forma de olhar para a tarefa ou para perspectivas que estão sendo trilhadas durante o processo de investigação. O professor pode, por exemplo, desafiar os estudantes propondo a utilização de um algoritmo, e tal desafio deve ser estar adequado à compreensão dos estudantes. O reexame de perspectivas é um aspecto fundamental desse ato, pois possibilita que os estudantes reflitam juntos sobre algo que aparentemente já estava consolidado e, a partir desse reexame, podem tomar outras direções ou, ainda, fortalecer os argumentos que embasavam a perspectiva anterior. Questões hipotéticas do tipo o-que-acontece-se podem ser utilizadas para desafiar os estudantes a abordar a tarefa de outra perspectiva. Estes desafios podem gerar mudança de direção no processo de investigação, o que é denominado por Alrø e Skovsmose (2004, 2010) de *ponto de inflexão*.

O professor pode, por exemplo, *desafiar* os estudantes propondo a utilização de um algoritmo. Este deve atentar-se para que o desafio esteja adequado à compreensão dos estudantes, buscando fazer propostas que contribuam para que eles mantenham suas intenções na aprendizagem e continuem cooperando. Os autores destacam que os estudantes também podem ser autores de desafios. Eles podem desafiar seus professores a tomarem novos caminhos.

Avaliar consiste em refletir sobre o processo de investigação e sobre o que os participantes do grupo aprenderam. Durante o diálogo, os participantes podem apresentar diferentes perspectivas sobre a tarefa; assim, este ato se torna fundamental para que os

participantes avaliem as perspectivas e analisem se elas coincidem ou não e encontrem um ponto comum para ser seguido. Este ato envolve crítica e *feedback* construtivo que podem ser feitos pelo grupo conjuntamente; por terceiros, como no caso do professor, ou ainda pelo próprio estudante que se autoavalia.

A presença destes oito atos em uma interação possibilita que ela seja caracterizada como dialógica. Alrø e Skovsmose (2004, 2010) destacam que não há uma ordem específica para os atos dialógicos aparecerem em uma interação. Eles podem manifestar-se em diferentes combinações, inclusive de forma simultânea; assim, a separação dos atos foi realizada pelos autores para facilitar sua compreensão e estudo.

Há algumas diferenças entre o trabalho de Alrø e Skovsmose (2004, 2010) e o deste estudo. Os autores desenvolveram sua concepção de atos dialógicos baseados em interações entre adolescentes em um contexto dinamarquês. Buscou-se investigar tais atos no contexto das salas de aula de matemática brasileiras. Buscou-se também discutir se tais atos estão presentes nas interações de crianças e se há outros atos presentes em tais interações que não aparecem na literatura. Na próxima seção, será analisada a presença de tais atos na interação de estudantes do quinto ano do Ensino Fundamental.

8.3 Atos dialógicos

Nesta seção, serão analisados alguns trechos de interação entre os estudantes, buscando identificar a presença dos *atos dialógicos* (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, 2010). O projeto Meio Ambiente e Matemática criou espaço para que o diálogo entrasse em ação, como se pode ver em um dos trechos em que os estudantes trabalham em grupo (p. 147 deste estudo):

- Júlia: –Se cada vez que uma pessoa for dar a descarga... vai gastar seis litros, em cada descarga.
 Carla: –Se a pessoa tipo assim é, ir no banheiro três vezes.
 Júlia: –Às vezes eu vou cinco.- risos tomaram conta do grupo, inclusive de Júlia. Esta cessou o riso quando disse – Ah! Tanto faz, filha....
 Carla: –Três vezes, por exemplo. Vamos ver num dia normal. Três vezes...é....
 Denis: –Três vezes oito?
 Júlia: –Então, mas....
 Carla: –Não. Por que três vezes oito?
 Júlia: –Se aqui são seis litros por cada descarga?
 Denis: –Seis litros

Júlia: —Seis litros....

Denis: —Por cada.

Enquanto falava, Denis balançou a mão apontando para Júlia e ela balançou a cabeça para cima e para baixo afirmativamente.

No trecho apresentado, pode-se perceber a presença de alguns atos dialógicos como, por exemplo, *estabelecer contato*, *perceber*, *reconhecer*, *pensar alto*, *avaliar* e *desafiar*. Todos os estudantes do grupo *estabeleceram contato*. Eles estavam com suas atenções voltadas à aprendizagem e, a partir de seu comportamento verbal e não-verbal, é possível dizer que eles estavam prestando atenção uns nos outros. Por exemplo, eles escutam-se ativamente tentando compreender a perspectiva que os outros integrantes do grupo traziam, interagem com respeito mútuo e confiança. Os estudantes ainda fizeram complementações nas falas um dos outros.

Júlia demonstra *perceber* ao compartilhar com o grupo a forma como estava abordando a atividade. Ela explicita sua perspectiva com o raciocínio hipotético: "*Se cada vez que uma pessoa for dar a descarga vai gastar seis litros, em cada descarga.*" A estudante está percebendo a situação e como esta pode ser inicialmente abordada. Carla também percebe quando diz: "*Se a pessoa tipo assim é, ir no banheiro três vezes.*"

Júlia apresentou uma perspectiva diferente da hipótese trazida por Carla, quanto à quantidade de vezes que uma pessoa vai ao banheiro. Ela utilizou sua experiência e explicitou: "*Às vezes eu vou cinco*". Diante de sua colocação os outros estudantes do grupo começaram a rir, Júlia interpretou que sua colocação não deveria ser levada em consideração e, de imediato, recusou sua própria colocação dizendo: "*Aí tanto faz, filha*". Os estudantes não examinaram sua perspectiva. Segundo Alrø e Skovsmose (2010, p. 109) "[...] no desenrolar de um processo de cooperação investigativa, podem surgir perspectivas relevantes e interessantes que são ignoradas ou deixadas de lado. Elas *não são percebidas*." (grifo do autor).⁷³

É importante salientar que Júlia estava trazendo um dado da realidade, baseado em sua experiência, que poderia contribuir para a discussão, caso fosse percebida. Os estudantes poderiam discutir, por exemplo, que a quantidade de vezes que uma pessoa vai ao banheiro varia de uma para a outra; algumas vão apenas três vezes e outras, cinco vezes e, então, calcular uma média entre as possibilidades.

Carla deu continuidade ao diálogo: "*Três vezes, por exemplo. Vamos ver num dia normal.*" Ela repete sua perspectiva como uma das possíveis e demonstra isso quando utiliza a palavra, por exemplo. Além disso, a expressão *num dia normal*, utilizada pela estudante,

indica que a pessoa vai ao banheiro três vezes quando não há condições adversas. Em seguida, Carla expressa o raciocínio matemático envolvido com sua hipótese anterior pela expressão "*Três vezes...é...*". Denis *reconhece* na perspectiva de Carla um algoritmo matemático, que ele complementa: "*Três vezes oito?*".

Essa complementação que um faz ao raciocínio do outro indica que eles estão prestando atenção ao que o colega está dizendo; estão escutando o outro para compreender o caminho que ele está seguindo e estão tentando cooperar. Assim, essa complementação entre Júlia e Denis indica que eles estavam mantendo contato. Portanto, os estudantes estabeleceram contato quando entraram em sintonia no início do diálogo e o mantiveram ao longo dele, prestando atenção um ao outro, e fazendo complementações às falas e aos questionamentos.

Pode-se dizer ainda que Denis apresenta sua colocação em forma de pergunta, o que pode demonstrar que ele identifica uma ideia matemática e tenta expressá-la com incerteza. Isso pode acontecer por duas razões: ele pode não ter certeza de sua colocação, porém pode também expressar que ele não apresenta suas ideias como algo absoluto, mas como algo que pode ser examinado em conjunto pelo grupo de estudantes.

No trecho: "*Então, mas... Não*", Carla avalia a colocação de Denis e, em seguida, o *desafia* a reconsiderar sua perspectiva por meio do questionamento: "*Por que três vezes oito?*". Ela faz uma questão-por-quê, que abre espaço para que o estudante apresente justificativas pelas quais ele considera viável realizar a multiplicação do três pelo oito. Júlia posiciona-se demonstrando concordar com Carla e traz um argumento matemático em forma de questionamento que direciona o olhar de Denis para o dado numérico referente à quantidade de água que se gasta cada vez que se dá a descarga: "*Se aqui são seis litros por cada descarga?*" Denis pensa alto: "Seis litros". Júlia continua estabelecendo contato com ele repetindo "*Seis litros*"; o estudante continua pensando alto: "*Por cada*". O trecho seguinte (p. 147 desta pesquisa) mostra a continuidade do diálogo, como segue:

- | | |
|--------|--|
| Júlia: | —A pessoa vai no banheiro três vezes. Então como você vai fazer? |
| Denis: | —Três vezes seis. |
| Carla: | —Então porque você falou oito? |
| Denis: | —Porque eu pensei que ela tinha falado oito litros. |
| Júlia: | —Então, ai vai fazer a conta que é.. três vezes seis dá dezoito. |

⁷³ Itálico presente no original

- Carla: –Deu dezoito litros.
 Júlia: –Aí vai fazer...
 Carla: –Dezoito vezes seis. Pedro, são seis vezes, não é? Seis pessoas na sua casa?
 Pedro não emitiu palavra. Com a mão que segurava o lápis colocado na frente da boca balançou a cabeça de cima para baixo, confirmando que eram seis pessoas.
 Carla: –Então seis vezes dezoito. Que dá quanto?

A interação segue com Júlia fazendo uma questão de conferência: "*A pessoa vai no banheiro três vezes. Então como você vai fazer?*". Ela contribui que o estudante consiga reconhecer os números envolvidos; Denis verbaliza o algoritmo utilizando as informações referentes à quantidade de pessoas presentes na casa de Pedro e o número de litros que seria em uma descarga.

Júlia faz outra questão-por-quê procurando justificativas para a primeira colocação de Denis "*Então por que você falou oito?*". Tais questões auxiliam os estudantes a darem explicações e estão vinculadas com o ato de *reconhecer*. O estudante explicitou que havia ouvido de forma equivocada. Júlia e Carla seguem fazendo complementações em suas falas, o que demonstra que estão mantendo contato e trabalhando em um caminho comum, como pode ser percebido nesta sequência em que Carla retoma o caminho percorrido: "*Deu dezoito litros*". Júlia complementa: "*Aí vai fazer...*" e Carla continua a frase de Júlia.

Em seguida, faz um questionamento a Pedro: "*Dezoito vezes seis. Pedro são seis vezes, não é?*". Júlia faz um comentário negativo sobre a participação de Pedro: "Ele nem sabe do que ele está falando." Carla não deixa de estabelecer contato com Pedro e continua o questionamento: "*Seis pessoas na sua casa?*". Pedro respondeu o questionamento feito a ele sem utilizar palavras, manteve sua intenção na aprendizagem e concluiu a tarefa. Ele participou do diálogo apenas com ações demonstrando estabelecer contato.⁷⁴

O próximo trecho da interação dos estudantes, como consta na p. 147 deste estudo, também traz evidências da presença dos atos de reformular e de avaliar:

- Júlia se levantou e ficou em pé atrás de Pedro de modo que ela pudesse ver como ele estava registrando.
 Luiza: –Seis, sete, oito, nove dez, onze, doze- disse enquanto olhava para a folha e ia contando em seus dedos e anotando.

⁷⁴ Um dos elementos que pode ter condicionado sua postura talvez tenha sido a gravação com a câmera de vídeo. O gesto de colocar a mão na frente da boca pode estar associado com um sentimento de desconforto. Em outros dias em que participou do projeto o estudante tinha poucas interações verbais, mas as fazia. Todos os momentos em que a professora se dirigia a ele respondia utilizando comportamentos verbais e não-verbais.

Denis: –Três vezes seis. Não é Mar...?

Carla: –Oi?

Denis: –Três vezes seis e ainda tem essa conta?

Carla, que estava sentada na carteira que estava encostada de frente para a carteira de Denis, levantou-se e andou até ficar do seu lado, olhou para a folha de atividade e apontou para a conta:

Carla: –Três vezes seis dá dezoito. Dezoito vezes quantos?

Denis: –Seis

Carla retornou ao seu lugar e Denis continuou a atividade.

Denis: Seis vezes oito vai dar quarenta e oito. Não é ...ssora.?

A professora que estava observando o grupo neste momento assentiu com a cabeça e ele continuou. Esta parte não está na sequência

Luiza pensa alto: "*Seis, sete, oito, nove dez, onze, doze*" a estudante estava contando de seis em seis, seguindo a tabuada do seis; os dedos a auxiliavam nesse processo. Considera-se que a estudante pensa alto não para tornar seu pensamento público para os outros estudantes; ela não olhava para nenhum deles e sim para sua folha de atividade. Essa atitude de pensar alto pode ser interpretada como um recurso que a auxilia no processo de resolução, assim como contar nos dedos.

Denis formula uma *tag question*: "*Três vezes seis. Não é, Mar...?*", que não é compreendido por Carla que questiona: "*Oi?*". Denis reformula sua questão esclarecendo o caminho que está percorrendo. Ele repete as palavras-chave do que havia dito anteriormente e ressalta que haveria um novo passo a ser dado: "*Três vezes seis e ainda tem essa conta?*". Para visualizar a conta que Denis estava se referindo, Carla se deslocou até a posição que possibilitava que os dois olhassem para o papel. A estudante já havia resolvido a atividade, mas, em momento nenhum, ela dá as respostas para o outro estudante. Ela faz perguntas que possibilitam que ele reflita sobre o algoritmo: "*Três vezes seis dá dezoito. Dezoito vezes quantos?*" Esta atitude da estudante demonstra que eles estão cooperando e apreendendo juntos. Carla elabora sua pergunta trazendo um dado que ainda não estava descrito na folha do estudante e que permite que ele avance na resolução. Denis responde que um dos produtos seria o "*Seis*" e Carla, que concorda, retorna para seu lugar e o deixa terminar. Carla dá apoio a Denis, o que pode ser caracterizado como uma forma de *avaliar*, pois ela acompanha-o dando suporte.

Denis fez uma *tag question* para a professora e esta avaliou que o estudante estava trabalhando na tarefa de maneira adequada e deu seu *feedback* apenas com o gesto da cabeça.

8.4 Considerações finais

Os dados presentes neste artigo trazem evidências da presença dos atos dialógicos como descritos por Alrø e Skovsmose (2004, 2010), o que caracteriza a interação dos estudantes como dialógica. Neste sentido, podemos dizer que o diálogo pode ser colocado em ação pelos estudantes do quinto ano do Ensino Fundamental durante as aulas de matemática, e que tal padrão de comunicação pode abrir espaço para que crianças cooperem entre si, compartilhem diferentes perspectivas em relação à tarefa, apresentem argumentos para justificar suas perspectivas durante o processo de aprendizagem da matemática e aprendam os conceitos matemáticos de forma significativa. O diálogo, aliado à produção dos vídeos, contribuiu para que os estudantes utilizassem a matemática para interpretar e problematizar suas relações com o meio ambiente e se compreenderem como seres humanos que produzem cultura e conhecimento.

REFERÊNCIAS

- ALRØ H.; SKOVSMOSE, O. *Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática*. Tradução: Orlando Figueiredo. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.
- ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004.
- FREIRE, P. *Pedagogia do Oprimido*. 58. ed. rev. e atual. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2014b.
- SKOVSMOSE, O. Critical Mathematics Education: In terms of concerns. In: BRARATH, S. et al. *The first sourcebook on Nordic Research in Mathematics Education*. Norway, Sweden, Iceland, Denmark and contributions from Finland, 2010.

9 DIÁLOGO, EQUIDADE E DIVERSIDADE

DIALOGUE, EQUITY AND DIVERSITY

Ana Carolina Faustino

RESUMO

Este artigo pretende discutir e conceitualizar em que sentido equidade e diálogo se conectam. Em outras palavras, pretende-se abordar o conceito de equidade e as possíveis implicações para interação entre professor e estudantes na sala de aula de matemática, bem como para iluminar nossa concepção sobre diálogo. Os dados analisados neste estudo foram produzidos em uma turma de quinto ano do Ensino Fundamental em uma escola pública do interior de São Paulo. Os participantes da pesquisa são a professora e os estudantes selecionados em interação durante o desenvolvimento do Projeto Matemática e Meio Ambiente. Neste artigo serão analisados os dados de um dos encontros em que os estudantes assistiram a um vídeo sobre o Rio Tietê e, em seguida, discutiram relações entre a poluição do rio e a matemática. Os resultados indicam que, para promover a equidade entre professor e estudante, é necessário que sejam valorizados e incentivados o respeito ao outro, a escuta ativa e o deslocamento epistemológico.

Palavras-chave: Diálogo. Equidade. Diversidade. Educação Matemática. Anos Iniciais.

ABSTRACT

This article intends to discuss and conceptualize in what sense equity and dialogue connect. In other words, we intend to address the concept of equity and the possible implications for interaction between teacher and students in the mathematics classroom, as well as to illuminate our conception about dialogue. The data analyzed in this study were produced in a fifth year class of elementary school in a public school in the interior of São Paulo. The research participants are the teacher and students selected in interaction during the development of the Mathematics and Environment Project. In this article we will analyze data from one of the meetings in which the students watched a video about the Tietê River and then discussed relations between river pollution and mathematics. The results indicate that, in order to promote teacher-student equity, respect for the other, active listening and epistemological dislocation need to be valued and encouraged.

Keywords: Dialogue. Equity. Diversity. Mathematics Education. Elementary School.

Introdução

A escola é um lugar de encontros em que as crianças estabelecem interações com pessoas que trazem consigo diferentes experiências, valores, formas de falar e de compreender o mundo. Crianças aprendem interagindo com o professor, com seus colegas e com o objeto de conhecimento. Assim, a participação dos estudantes nas práticas de sala de aula de matemática é essencial para a aprendizagem deste componente curricular. Considera-se importante refletir sobre a participação dos estudantes e as oportunidades de interação que

são oferecidas a eles nas aulas de matemática, visto que a criação de oportunidades para que todos participem pode contribuir para construir equidade nesses espaços. Tal reflexão leva a formular as seguintes indagações: De que forma professor e estudantes podem construir um ambiente de aprendizagem pautado na equidade? Como o professor pode criar oportunidades e dar suporte para que todos os estudantes se engajem no processo de dialogar? Ao longo deste artigo, serão problematizadas tais questões com base em interações entre professores e estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Este trabalho deriva de uma pesquisa de doutorado mais ampla que, pautada em uma perspectiva teórica do inquérito crítico (CROTTY, 1988), tem como objetivo investigar de que forma professores e estudantes se engajam no diálogo nas aulas de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental. O estudo também buscou identificar os elementos que favorecem a construção de uma aula dialógica. A produção dos dados foi realizada durante um semestre, em que foi desenvolvido o Projeto Meio Ambiente e Matemática em turmas de terceiro e quinto ano do Ensino Fundamental.

Este artigo, especificamente, tem como objetivo discutir em que sentido equidade e diálogo se conectam e como conceitualizar tal conexão. Em outras palavras, pretende-se abordar o conceito de equidade e as possíveis implicações para interação entre professor e estudante na sala de aula de matemática, bem como iluminar a concepção sobre diálogo. Para tanto, serão apresentados os dados produzidos em um encontro do projeto na turma do quinto ano. Esta aula foi registrada com áudio e vídeo; depois, eventos críticos (POWELL; QUINTANEIRO DA SILVA, 2015, POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004) foram identificados e as transcrições foram realizadas. A partir dessas transcrições, foi produzido o conto "De mãos dadas com a matemática e meio ambiente", que compõe a primeira seção deste artigo. Na segunda seção, será discutido o conceito de equidade. Finalmente, na terceira seção, serão traçadas as relações entre o conceito de equidade e a interação em uma sala de aula de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

9.1 O que é Equidade?

A sociedade brasileira tem uma história e um presente marcado por inequidade e injustiça social. Estas também estão presentes nas salas de aula, que funcionam como microsociedades. Diversos educadores têm destacado a importância do ensino contribuir para a construção de uma sociedade mais justa e democrática (GUTSTEIN, 2006; FREIRE, 2014; SKOVSMOSE, 2007).

Dois termos têm sido evocados quando se aborda a construção de uma sociedade mais justa: igualdade e equidade. Ambos têm sido utilizados para se referir à necessidade de propiciar os mesmos direitos para todos os seres humanos. Em ambas as acepções, objetiva-se proporcionar condições para que todas as pessoas independentemente de gênero, raça, classe social, religião tenham acesso aos mesmos direitos. Porém alguns teóricos, tais como: Dime (2008); Red e Oppong (2005); Secada, Fennema e Adjian (1995), têm enfatizado a diferença entre os dois termos e contribuído para compreender suas consequências para a Educação Matemática e as práticas presentes na sala de aula de matemática (FRANKESTEIN, 2005; LADSON-BILLINGS, 2009).

Igualdade e equidade se diferenciam quando se aborda a forma como os caminhos e as condições que as pessoas ou diferentes grupos têm acesso para atingir tais direitos. Igualdade pode ser expressa por iguais condições para todas as pessoas. Nesta acepção, argumenta-se que, se todos possuem as mesmas condições, então, todos poderão ter acesso aos mesmos direitos. Assim, igualdade estaria relacionada com homogeneidade.

Segundo Dime (2008), quando se utiliza tal noção de igualdade, sugere-se que, se oferecido igual acesso para recursos, mesmas oportunidades de aprendizagem, professores qualificados e igual suporte para todos os estudantes, independente de suas diferenças, todos têm as mesmas chances de acessar seus direitos e alcançar seus objetivos. Como consequência, crianças com diferentes backgrounds, provenientes de diferentes grupos sociais e com diferentes necessidades, teriam as mesmas condições. Imaginemos um estudante cego em uma sala de aula regular. Se forem oferecidas a ele as mesmas condições dadas aos outros estudantes, ele seria prejudicado, pois a forma como o conhecimento na escola é geralmente ensinado prioriza a função viso-espacial. Neste sentido, este estudante precisa de um suporte diferente para que ele tenha as mesmas condições dos outros estudantes. Portanto, caso haja iguais condições, elas não garantem as mesmas oportunidades de aprendizagem e os mesmos resultados de aprendizagem.

Ladson-Billings (2009) argumenta que, quando se utiliza o termo *igualdade* para discutir oportunidades de aprendizagem, não se endereça a história dos diferentes grupos culturais e de que forma as estruturas da sociedade têm influenciado as oportunidades que são oferecidas para grupos representantes da cultura dominante e não-dominante. A autora ressalta a importância do reconhecimento e da valorização das diferenças⁷⁵ ao abordar

⁷⁵ Aubert et al (2006) traz um exemplo que elucida a relevância do reconhecimento e valorização da diversidade nas escolas. Segundo os autores a heterogeneidade das turmas é um critério determinante na seleção dos estudantes da universidade de Harvard. "Elas não buscaram tal heterogeneidade (cultural, linguística, social e

questões referentes a possibilidades de todos os estudantes sucederem academicamente, ou seja, terem condições de alcançarem os mesmos resultados.

O termo *equidade* abarca o reconhecimento das inequidades presentes em nossa sociedade, das diferenças entre os grupos sociais, os diferentes backgrounds e também os diferentes conhecimentos com que os estudantes chegam à escola. Reconhece, assim, que diferentes condições precisam ser propiciadas para que diferentes grupos tenham acesso ao mesmo direito. Buscar por equidade significa criar condições para que todos os estudantes alcancem excelentes resultados.

Segundo Dime (2008), equidade em Educação Matemática pode ser expressa por possibilitar que os estudantes aprendam a matemática dominante e dar suporte para que eles a utilizem para interpretar e para confrontar situações de inequidade.

A suposta neutralidade da matemática faz com que ela, geralmente, seja percebida como uma disciplina que não está vinculada com a construção de relações mais equinâneas. Porém a matemática e as práticas estabelecidas nas salas de aula não são neutras. Elas são políticas e trazem consigo ideologias e relações de poder (FRANKESTEIN, 2005). Neste sentido, as seguintes questões emergem: De que forma a equidade pode contribuir para que todos os estudantes aprendam matemática? De que forma a matemática pode contribuir para que o ambiente da sala de aula seja equinâneo? Como construir relações na sala de aula que estejam permeadas pela equidade?

Alguns educadores matemáticos como Frankestein (2005) e Gutstein (2006) enfatizam a importância de a matemática contribuir para a identificação de inequidades. Frankestein (2005) argumenta que o desenvolvimento de uma consciência socioeconômica deve constituir o currículo quando se almeja transformar as inequidades presentes em sala de aula. Segundo ela, o currículo ensinado nas escolas prioriza uma visão particular da história e desconsidera a história de classes. Como consequência, a aplicação do conhecimento matemático ensinado na escola vincula-se a uma suposta neutralidade e naturalidade que legitimam um particular arranjo da sociedade e obscurecem a estrutura de classes, o que contribui para a manutenção das inequidades em nossa sociedade.

Neste sentido, é essencial utilizar a matemática para que os estudantes compreendam as inequidades e as estruturas de classe presentes na sociedade. Buscando trabalhar consciência de classe, durante suas aulas, para estudantes adultos nos Estados Unidos, Frankestein (2005) desenvolveu um currículo que envolvia atividades empoderadoras,

econômica) somente por questões de justiça social, mas também porque sua experiência mostra que por meio dessa heterogeneidade se aprende muito mais"(p.190).

desafiava concepções sobre como se aprende matemática, propiciavam reflexões sobre que tipo de conhecimento matemático é válido e sobre análise de dados estatísticos que contribuem para a compreensão das estruturas de classe e de inequidades presentes na sociedade.

Gutstein (2006) tem desenvolvido projetos na sala de aula de matemática que contribuem para que os estudantes leiam e escrevam o mundo com matemática. Ler o mundo com matemática significa utilizá-la para interpretar e identificar situações de inequidade e de opressão em nossa sociedade. Escrever o mundo pode ser expresso pela atuação dos estudantes para transformar tais situações. Desta forma, ler e escrever o mundo com a matemática se constituem em um dos possíveis caminhos em direção à equidade.

Equidade também tem sido relacionada com a interação entre estudantes na sala de aula de matemática (BOALER, 2008; KISTY, 1995; MOSCCOVICH, 2013). Moschovich (2013) e Kisty (1995) têm investigado o processo de interação em salas de aula em que há estudantes que têm o inglês como a primeira língua estudando junto com estudantes que têm o inglês como a segunda língua, o que são denominadas *multilingual classroom*.

Boaler (2008) usa o termo *equidade relacional*⁷⁶ para designar interações em que os estudantes de diferentes grupos, gênero, classe social e com diferentes habilidades tratam uns aos outros com respeito e responsabilidade. Segundo o autor, "equidade relacional envolve: 1. respeito pelas ideias de outras pessoas, levando a relações intelectuais positivas; 2. compromisso com a aprendizagem dos outros; e 3. métodos de aprendizagem de comunicação e suporte" (BOALER, 2008, p.14)⁷⁷. O autor enfatiza que os estudantes expressaram que, para ter um bom desempenho em matemática, é preciso: "fazer boas perguntas; reformular problemas; explicar bem; ser lógico; justificar o trabalho; considerar respostas; e usar manipulativos" (BOALER, 2008, p.185, tradução nossa)⁷⁸. Neste sentido, o desempenho em matemática está relacionado também com as interações que são estabelecidas entre professores e estudantes e entre grupos de estudantes.

Alrø e Skovsmose (2004, 2010) relacionam os conceitos de diálogo e de equidade. Os autores destacam que o diálogo possui três características essenciais no contexto da sala de aula, que são expressas por *fazer investigação, manter igualdade e correr riscos*. A igualdade é um aspecto fundamental de uma interação dialógica. Os autores delimitam e explicitam qual

⁷⁶ No original lê-se: relational equity

⁷⁷ respect for other people's ideas, leading to positive intellectual relations; 2. commitment to the learning of others; and 3. learned methods of communication and support

⁷⁸ asking good questions; rephrasing problems; explaining well; being logical; justifying work; considering answers; and using manipulatives (BOALER, 2008, p.185).

a acepção de igualdade que eles estão utilizando:

É importante fazer a distinção entre igualdade e uniformidade. Assim, Jill Adler (2001a, p. 187) usa o termo equidade “para contemplar diversidade e diferença não através da uniformidade, mas sim da justiça”. Usamos o termo igualdade para designar o que Adler chama de equidade. Consequentemente, promover a igualdade não significa negar as diversidades e as diferenças. Ser igualitário significa saber lidar com a diversidade e a diferença, e a chave para isso é a justiça. Justiça não tem a ver somente com aspectos emocionais, ela também se refere a forma como se lida com o conteúdo do diálogo. Por isso, promover a igualdade em um diálogo entre professores e alunos inclui lidar com as diversidades e as diferenças (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 131).

Neste fragmento, os autores trazem importantes aspectos do conceito de equidade, como a justiça e a diversidade. Neste sentido, a acepção usada por eles distancia-se de uma igualdade uniformizante e caminha para a equidade. Em Skovsmose (2009a) e Faustino e Skovsmose (na seção 10, desta tese) é utilizada a expressão construir equidade como uma qualidade essencial do diálogo.

9.2 De mãos dadas com a matemática e com o meio ambiente

A água cristalina é abraçada pelo verde da Mata Atlântica. Um quati mata sua sede, o cardume de guarus e aranhas d’água dançam na nascente do Rio Tietê, localizada em Salesópolis, cidade do interior paulista que dista 96 quilômetros da capital São Paulo.

Os olhos da professora e dos estudantes do quinto ano fitavam essas imagens. Durante 48 minutos, as crianças assistiram atentas ao documentário "O Trajeto do Rio Tietê". Enfileiradas, sentadas sobre os ísquios, o peso não se distribuía igualmente entre os dois lados do corpo: cada um pendia para o lado para desviar o olhar da nuca do colega que estava imediatamente na cadeira da frente. Buscava-se enxergar o data-show posicionado à frente da sala de aula. Finda a exibição do vídeo, a atenção dos estudantes abandonou o data-show e pousou na professora que, com tranquilidade, com firmeza e com sonoridade na voz, se dirigiu aos estudantes e pediu que formassem um círculo para conversarem sobre o vídeo.

Os estudantes assentiram e começaram a deslocar as carteiras. O som de cadeiras e carteiras sendo arrastadas tomou conta do ambiente. Em alguns momentos, esse som se misturava às vozes do grupo. Todos os estudantes estavam empenhados em encontrar seu lugar no círculo. Decorrido um minuto e meio, todos estavam em seus lugares, e o círculo estava formado. Seus olhares começaram a se encontrar; os traços dos rostos de cada criança

tornavam-se nítidos como que pintados pelas pinceladas dos olhares dos colegas. As faces e os gestos tornavam-se visíveis. Já não se olhava mais para a nuca do colega da carteira da frente.

Professora: –Todos bem alocados?- e, diante do sinal afirmativo dos estudantes, continuou. – Bom, eu fiz algumas anotações daquilo que eu achei importante. Espero que cada um de vocês tenha anotado, seja no papel, seja na cabeça, aquilo que considerou importante, aquilo que gostou, que achou diferente ou que chocou, que você não esperava que fosse desse jeito. Depois, eu falo um pouco das minhas anotações: quero começar com vocês. Quem tem alguma colocação inicial para fazer sobre o documentário, sobre o que nós já havíamos conversado em geografia e sobre o que vocês viram hoje?

No momento seguinte, Brenda e Matheus levantaram a mão ao mesmo tempo. A mão da Brenda foi avistada primeiro pela professora que, imediatamente, se dirigiu a ela, e lhe deu a palavra:

Brenda: –Eu coloquei várias coisas aqui - falou após passear os olhos pelas diversas anotações do caderno.

Professora: –Está bem. Comece falando uma; nós discutimos, e alguém aponta mais alguma coisa. Vamos lá?

Brenda: –Água com fosfato!

Professora: –Por que você anotou isso?

Brenda: –Porque eu achei importante, estava tudo poluído – explicitou, buscando compartilhar suas impressões.

Professora: –Aham! Você viu que a moça do vídeo fez a medida? Primeiro era uma água com várias partes de oxigênio; havia bastante oxigênio na água. Depois, mais para frente um pouco, já não tinha tanto oxigênio; havia mais fosfato. Ela ressalta que o motivo dessas ocorrências é o depósito do lixo doméstico. Há no rio incidência de depósito de lixo usado pelo homem. Nessa parte em que a Bia anotou, ela fala algo em *ppm*, partes por milhão. *Ppm* é uma unidade de medida?

Estudantes: –Sim. – respondeu em coro a grande maioria.

Professora: –Sim? – com um ar questionador e provocativo para os estudantes repensarem.

Estudantes: –Sim. – novamente responderam em uníssono.

Professora: –É? – insiste ainda de forma interrogativa.

Matheus: –Sim.

Professora: —Por que você acha que partes por milhão é uma unidade de medida?

Matheus: —Por causa da palavra *partes*.

Professora: —Ah! Partes por milhão. Milhão é número?

Estudantes: —É.

Professora: —É. Provavelmente *ppm*. Sim, é uma unidade de medida. É a forma como se medem partículas em algum sólido. No caso ali, específico, no rio, na água do rio. Alguém anotou mais alguma outra coisa? Depois eu volto aí, Brenda.

Matheus: —Eu anotei, professora, que muitos animais que ficaram lá perto ou que beberam a água do rio ficaram doentes; por exemplo, o passarinho que perdeu a visão. —destacou, em tom brando e seguro.

A aluna Leda também assinalou que, quando o ser humano polui a água, ele não só prejudica os animais mas também a ele mesmo.

Somaram-se a este exemplos trazidos pela professora e pela Brenda, em que uma capivara e um jacaré foram resgatados da parte poluída do Rio Tietê. Tal constatação possibilitou que a professora abordasse a relação entre o aumento da população e o aumento da poluição às margens do rio Tietê, localizadas na grande São Paulo assim como a relação entre a diminuição da população e a presença de água limpa nas margens do rio Tietê, localizadas na foz e na nascente. A professora continuou incentivando os estudantes a falarem sobre suas anotações antes que ela colocasse as dela, explicitando que queria ouvir quem ainda não tivesse falado.

Havia, ali, estudantes que, por diversas vezes, tomavam a iniciativa de falar. Havia outros que o fizeram apenas uma vez ou outra. Havia aqueles que falavam pouco: quase sempre silenciosos, colocavam-se apenas quando a professora solicitava especificamente que o fizessem. Havia, ainda, aqueles que permaneciam calados mesmo compreendendo que podiam falar. Dentro de si, cada um, individualmente, compreendia o motivo que o levava a ficar em silêncio mesmo tendo a capacidade de se expressar.

O estudante ressaltou que, mesmo o ser humano sabendo que prejudicava a si e aos animais, ele continuava poluindo talvez por pensar que a sua atitude não teria impacto no meio ambiente.

Fernando: —É "apenas uma latinha"— exemplificava como se fosse um homem que cogitava a possibilidade de jogar uma lata no rio.

Professora: —É só uma latinha! Se eu pensar assim, se você pensar assim, ele também, ele

também, ele também... E se toda a cidade de São Paulo, praticamente, pensar assim, o que vai acontecer?

Estudante: —Irá ficar tudo poluído.

Professora: —Vai começar a acumular um monte de latinhas. Cada vez mais latinhas. E se cada habitante jogar uma latinha? Suponha que São Paulo tenha cerca de quarenta milhões de habitantes. Se cada habitante jogar uma latinha, quantas latinhas serão no rio?

Estudantes: —Quarenta milhões.

Professora: —Quarenta milhões de latinhas. É muita latinha! Não é? Mas nem todo mundo joga. Mas se um milhão jogar, não será um milhão de latinhas?

Estudantes: —Sim.

Professora: —Já é muito para um rio. Eu acho que o que o Fernando diz é verdade. A pessoa acha que é só uma latinha, é só um saco de lixo. Então ela se prejudica e prejudica não só a si, mas a outros também, como os animais. Em decorrência da ação de quem? Da natureza?

Estudantes: —Não

Brenda: —Do homem.

Fernando: —Dos habitantes.

Professora: —Do homem?

Fernando: —Dos habitantes.

Professora: —O homem é culpado por isso?

Brenda: —Não! As pessoas, os seres humanos são culpados.

Professora: —O ser humano é culpado?

Brenda: —É.

Professora: —Você é o quê?

Brenda: —Ser humano.

Os pontos que a professora havia esboçado no papel foram compartilhados com os estudantes. Isto somente no momento em que os estudantes haviam tirado, do caderno e de suas lembranças, os destaques sobre o documentário.

Litros, quilômetros, metros, *ppm*: essas foram as diferentes unidades de medida que apareceram durante o documentário e que compunham os destaques da professora.

Professora: —Na nascente, mais especificamente, do lençol subterrâneo de água, emergem mais ou menos três mil e cem litros de água por hora. Três mil e cem litros de água!

Estudantes: –Muita água – pontuaram alguns.

Professora: –Muita quanto? Quantas garrafas PETs de água?

Professora: –Cada garrafa PET...

Estudante: –Tem dois litros.

Professora: –Dois litros. Vamos pensar na garrafa PET de dois litros. Por hora, emergem, lá na nascente, três mil e cem litros. Quantas PETs mais ou menos?

Brenda: –Mil e cinquenta.

Do litro passou-se às outras unidades de medida. Todas as colocações da professora foram feitas e novamente ela perguntou se mais alguém gostaria de colocar o que lhe havia chamado atenção. Todos permaneceram calados sinalizando o final da roda de conversa. O diálogo daquela aula findara e os estudantes levavam consigo novos questionamentos que não se restringiam apenas a matemática da sala de aula, mas que poderiam ecoar quando uma torneira fosse aberta ou no momento de descartar o palito de sorvete.

9.3 Equidade na sala de aula

Os dados apresentados no conto trazem indícios de que a professora cria um ambiente para que todos os estudantes tenham a possibilidade de compartilhar seus sentimentos, suas visões sobre o vídeo e as relações que eles estabeleceram com seus conhecimentos. Os estudantes estão sentados em círculo, de maneira que podem olhar para todos os outros estudantes e *estabelecer contato*. Desta forma, a atenção dos estudantes pode ser dirigida a qualquer um dos que compõem o círculo e não fica restrita apenas à professora e aos que se sentam ao seu lado. A professora não inicia trazendo seus apontamentos ou trazendo uma explicação sobre o conteúdo, mas cria oportunidades para que os estudantes possam expressar- se primeiro, como é explicitado no seguinte fragmento:

Bom, eu fiz algumas anotações daquilo que eu achei importante. Espero que cada um de vocês tenha anotado, seja no papel, seja na cabeça, aquilo que considerou importante, aquilo que gostou, que achou diferente ou que chocou, que você não esperava que fosse desse jeito. Depois, eu falo um pouco das minhas anotações: *quero começar com vocês*. Quem tem alguma colocação inicial para fazer sobre o documentário, sobre o que nós já havíamos conversado em geografia e sobre o que vocês viram hoje?(grifo nosso).

Neste trecho, fica destacado que a professora não usa de sua posição docente para

impor sua visão. Tal perspectiva está presente na utilização da expressão: "*quero começar com vocês*". Ela quer escutar o que os estudantes têm a dizer, o que abre espaço para que mais de uma visão seja compartilhada na sala de aula. "A educação dialógica não é apenas um caminho, mas dois caminhos. O objetivo não é apenas alcançar a resposta correta, mas também ser capaz de ver as coisas a partir de múltiplas perspectivas"⁷⁹ (BAKKER; SMIT; WEGERIF, 2015, p.1058, tradução nossa). Assim, a ação da professora pode ser interpretada como dialógica, pois respeita, valoriza o conhecimento dos estudantes e os incentiva a compartilharem tal saber. Eles não precisam ouvir a visão dela primeiro para poder falar; eles podem expressar-se a partir do que eles já sabem.

Com sua atitude, a professora demonstra que dialogar não é só compartilhar a visão de mundo que ela possui, mas é também saber esperar, é abrir espaço para que os outros possam compartilhar suas perspectivas, é demonstrar respeito pela perspectiva dos outros, é aprender com o outro escutando-o ativamente. Segundo Helle Alrø e Ole Skovsmose (2004, 2010), escuta ativa envolve dar suporte não-verbal (direcionar o olhar; orientação corporal expressa, por exemplo, pela orientação dos ombros para aquele que está se expressando) a quem escuta, enquanto se busca compreender sua perspectiva.

It is called 'ativa' because the listener has a very definitive responsibility. He does not passively absorb the words which are spoken to him. He actively tries to grasp the facts and the feelings in what he hears and he tries, by his listening, to help the speaker work out his own problems"⁸⁰ (ROGERS; FARSON, 1969, p.481 In: ALRØ, SKOVSMOSE, 2004, tradução nossa).

Potanto, a adjetivação ativa à palavra escuta, significa que aquele que escuta tem responsabilidade durante a interação. Ele busca compreender a visão de mundo que o outro está a expressar. A escuta ativa abre espaço para que as diferenças entre as visões de mundo emergem na sala de aula. Os diferentes *backgrounds* dos estudantes potencializam que diferentes visões de mundo sobre o objeto de conhecimento sejam compartilhadas.

Segundo Skovsmose (2019b) a diversidade é um aspecto da condição humana e está presente nos variados ambientes da sociedade. O autor destaca a importância da escola ao criar cenários de investigação inclusivos que abram espaço para o encontro entre os

⁷⁹ Dialogic education is not just one way but two way. The aim is not just to reach the correct answer but also to be able to see things from multiples perspectives (BAKKER; SMIT; WEGERIF., 2015, p.1058).

⁸⁰ It is called 'active' because the listener has a very definitive responsibility. He does not passively absorb the words which are spoken to him. He actively tries to grasp the facts and the feelings in what he hears and he tries, by his listening, to help the speaker work out his own problems" (ROGERS, FARSON, 1969, p.481 In: ALRØ, SKOVSMOSE, 2004).

diferentes. Concordando com o autor, destaca-se que a diversidade é uma realidade na sala de aula que passa a ser compreendida como um aspecto que contribui para a riqueza do diálogo e, conseqüentemente, da aprendizagem. É escutando ativamente os estudantes que a diversidade, que, muitas vezes, fica muda em uma epistemologia monológica, passa a falar em uma epistemologia dialógica. A diversidade presente nos saberes que os estudantes trazem para a sala de aula de matemática enriquece a aprendizagem. Escutar ativamente essas diferentes perspectivas dos estudantes também cria possibilidade para que os conhecimentos que os estudantes trazem sejam conectados com os conhecimentos dominantes.

Logo após o convite da professora para que os estudantes compartilhem suas perspectivas, a estudante Brenda destaca que ela fez diversas anotações. Neste sentido, ela poderia falar sobre diferentes tópicos "Eu coloquei várias coisas aqui" - falou após passear os olhos pelo seu registro. Neste excerto, a estudante Brenda demonstra confiança e vontade de compartilhar suas diversas anotações; a professora destaca que a estudante deve escolher uma delas para discorrer e, em seguida, outra pessoa teria a oportunidade de falar: "Está bem. Comece falando uma; nós discutimos, e alguém aponta mais alguma coisa. Vamos lá?" Assim, a professora valoriza a contribuição da estudante, mas destaca que é importante que os outros estudantes também tenham oportunidade de compartilhar suas ideias. Nesta interação, a estudante Brenda aprende que, apesar de ela ter muitas observações a dizer, ela também tem que escutar ativamente. A forma de interagir da professora possibilita que os estudantes percebam que tanto ação de falar como de escutar ativamente são partes essenciais no processo de aprendizagem. Neste sentido, considera-se que esse modo de interagir da professora cria espaço para que todos os estudantes tenham oportunidade de se expressar e é uma tentativa de evitar que a discussão fique monopolizada por apenas um estudante.

Considera-se também que criar oportunidades para que todos os estudantes possam expressar-se é um aspecto essencial quando se relaciona diálogo e equidade. Há estudantes como, por exemplo, Brenda, que tem mais iniciativa para compartilhar suas perspectivas. Cabe ao professor incentivar tais estudantes a continuarem se expressando mas também escutar ativamente. Por outro lado, é essencial que o professor incentive aqueles que não se expressaram ainda, que o façam, criando assim oportunidades equânimes de participação e de engajamento no processo de dialogar.

Considerações finais

A diversidade é uma condição humana e está presente na sociedade e também nas

salas de aula. O professor pode agir de diversas formas diante da diversidade, por exemplo, ignorando-a e tentando deixar cada vez mais os estudantes parecidos consigo mesmos, com seus valores e sua visão de mundo. Porém, quando se tem a equidade como um objetivo, como uma ambição humana, torna-se necessário que a diversidade seja reconhecida e valorizada. O diálogo é um caminho para, partindo-se da equidade, atingir equidade. Considera-se que, quando professores e estudantes interagem na sala de aula, construir equidade por meio do diálogo envolve:

- reconhecer que todos os estudantes possuem um conhecimento e são capazes de produzir conhecimento matemático; eles não precisam primeiro ouvir a professora, fazer uma longa explicação para poder falar; eles já sabem algo que pode ser compartilhado;

- reconhecer as diferenças entre os estudantes bem como as diferenças entre a professora e os estudantes;

- reconhecer a diferença como aspecto enriquecedor do diálogo e do processo de aprendizagem visto que, a partir dela, podem surgir novas perspectivas em relação ao objeto de aprendizagem;

- respeitar e valorizar o conhecimento dos estudantes, incentivando-os a compartilhá-lo, a compreender as perspectivas dos outros estudantes e a do professor como fontes de conhecimento;

- reconhecer a diferença como aspecto enriquecedor do diálogo e do processo de aprendizagem visto que, a partir dela, podem surgir novas perspectivas em relação ao objeto de aprendizagem;

- escutar ativamente a perspectiva de todos os participantes do diálogo;

- criar oportunidade para que todos os participantes do diálogo interajam expressando suas perspectivas e interajam escutando ativamente; este aspecto envolve o incentivo para aqueles que não se expressaram o façam.

REFERÊNCIAS

ALRØ H.; SKOVSMOSE, O. *Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática*. Tradução: Orlando Figueiredo. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004.

AUBERT. A. et al. *Aprendizagem dialógica na sociedade da informação*. São Carlos:

EdUFSCar, UFSCar, 2016.

BAKKER, A.; SMIT, J.; WEGERIF, R. Scaffolding and dialogic teaching in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, v. 47, n.7, p. 1047-1338, nov. 2015. ISSN: 1863-9690 (Print) 1863-9704 (Online). Disponível em: <http://link.springer.com/journal/11858/47/7/page/1>. Acesso em: 10 jan. 2016.

BOALER, J. Promoting relational equity and high mathematics achievement through an innovative mixed-ability approach. *British Educational Research Journal*, v.34, n.2, p.167-194, DOI: 10.1080/01411920701532145, 2008. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1080/01411920701532145>. Acesso em: 23 ago.2017.

CROTTY, M. *The foundations of social research: meaning and perspective in the research process*. Londres, Thousand Oaks: Sage Publications, 1998.

DIVERSITY in Mathematics Education Center for Learning and Teaching (DiME). Culture, race, power, and mathematics education. In: Lester, F. (Ed.). *The second handbook of research on mathematics teaching and learning*, v. 1, p. 405–433. Charlotte, NC: Information Age, 2007.

FREIRE, P. *Pedagogia do Oprimido*. 58. ed. rev. e atual. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2014b.

GUTSTEIN, E. Reading and writing the world with mathematics: toward a pedagogy for a social justice. New York: Routledge, 2006.

HERZIG, A. H. Goals for achieving diversity in mathematics classroom. *Mathematics Teacher*, v.99, n.4, p. 253-259, nov 2005. Disponível em: <https://eric.ed.gov/?id=EJ749657> Acesso em: 23 ago. 2017

LADSON-BILLINGS. *The dreamkeepers: successful teachers of African American Children*. São Francisco: Jossey-Bass. 1994.

SECADA, W. G; FENNEMA, E.; ADAJAIN, L. B. (Eds.) *New directions for equity in mathematics education*. Nova Iorque: Cambridge University Press, 1995.

SILVA, G. H. G. da. *Equidade no acesso e permanência no ensino superior: o papel da educação matemática frente às políticas de ações afirmativas para grupos sub-representados*. 2016. 359 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas - Rio Claro, 2016 Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/144591>>. Acesso em: 8 mar. 2017.

SKOVSMOSE, O. Dialogue, landscapes and critique. In: Kennedy, N.; Marchall, E. (Eds.). *Dialogical inquiry in mathematics teaching and learning: A philosophical approach*. Berlin: LIT Publishers, 2009a.

SKOVSMOSE, O. *Educação crítica: incerteza, matemática e responsabilidade*. Tradução: Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

SKOVSMOSE, O. Inclusions, meetings and landscapes. In: KNIGGE M.; KOLLOSCH, D.; MARCONE, R.; PENTEADO, M. G.; SKOVSMOSE, O. (Eds.). *Inclusive mathematics*

education state-of-the-art: Research from Brazil and Germany. New York Heidelberg Dordrecht London: Springer, (2019b).

SKOVSMOSE, O. Inclusive landscapes of investigation. In: *Proceedings of the Ninth International Mathematics Education and Society Conference*. Volos, Greece: MES10, (2019c).

10 DIALOGIC AND NON-DIALOGIC ACTS IN LEARNING MATHEMATICS

Ana Carolina Faustino

Ole Skovsmose

ABSTRACT

Dialogue has been characterised as a communicative pattern that supports critical learning in education as well as in mathematics education. Seeking to analyse this relationship, we investigated the interaction between teachers and students. During the interaction in the classrooms, we identified a variety of dialogic acts; however, it was also possible to identify acts that obstructed the dialogue. In this article, we define and characterise non-dialogical acts and their connection with the students' participation in mathematical activities. The data production took place in two classes, a Third Grade and a Fifth Grade of São Paulo State public school. During one semester, the teachers of the two classes developed the project *The Environment and Mathematics*. As part of the research, the classes were audio and video recorded. This was complemented with field notes. Based on the data, we identified some critical events, which were transcribed and analysed. By non-dialogic acts, we mean acts that obstruct the dialogue or turn it into another pattern of communication. We argue that an understanding of both dialogic acts and non-dialogic acts can provide a better interpretation of how communicative processes take place in mathematics classrooms and help teachers and students to establish more profound dialogical relationships.

Keywords: Dialogue. Dialogic acts. Non-dialogic acts. Mathematics education. Critical mathematics education.

RESUMO

O diálogo tem sido caracterizado como um padrão de comunicação que dá suporte para a aprendizagem crítica na educação, como na Educação Matemática. Buscando analisar essa relação, foi investigada a interação entre professores e estudantes. Durante essa interação na sala de aula, foi identificada uma variedade de atos dialógicos, no entanto também foi possível identificar alguns atos que obstruem o diálogo. Neste artigo, foram definidos e caracterizados atos não-dialógicos e sua conexão com a participação dos estudantes nas aulas de matemática. A produção de dados foi realizada em duas turmas, um terceiro e um quinto ano de uma escola pública do interior de São Paulo. Durante um semestre, as professoras das duas turmas desenvolveram o projeto Meio Ambiente e Matemática. Como parte da pesquisa, as aulas foram registradas com áudio e vídeo e notas no diário de campo da pesquisadora. A partir dos dados, foram identificados eventos críticos, que foram transcritos e analisados. Por atos não dialógicos, foram denominados os atos que obstruem o diálogo ou o degeneram em outros padrões de comunicação. Considera-se que compreender ambos, atos dialógicos e atos não-dialógicos, pode fornecer uma melhor interpretação de como o processo de comunicação ocorre na sala de aula de matemática e contribui para que professores e estudantes estabeleçam relações dialógicas mais profundas.

Palavras-chave: Diálogo. Atos dialógicos. Atos não-dialógicos. Educação Matemática. Educação Matemática Crítica.

Introduction

Connections between communicative processes and the learning of mathematics have been explored since antiquity. Plato's dialogue *Meno* captures the communication between Socrates and the slave of Meno, who comes to understand some mathematical properties. Recently, several authors (BAKKER; SMIT; WEGERIF, 2015; FLECHA, 2008; HUNTER et al., 2018; MILANI, 2015; MORGAN 2014; VITHAL, 2003) have investigated the relationships between learning and dialogue.

Dialogue has been characterised as a communicative pattern that may support critical learning (FREIRE, 1972), also in mathematics (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004). However, there are few investigations of acts that obstruct dialogue. Andersson and Wagner (2017) highlight that the interaction in the mathematics classroom can be interpreted in terms of love and bullying. According to the authors, the communication "can open or close space for the other and that this impacts students' experiences of love, bullying, and separateness" (ANDERSSON; WAGNER, 2017, p. 391). This work emphasises the importance of investigating processes of interaction with critical lenses, taking into account both their potentialities and their limitations.

Located within critical mathematics education, Vithal (2003) points out that schools are part of society in which crises and conflicts are present (this could, for instance, be due to apartheid period in Africa or to the refugees crises in Europe). Teachers and students are part of this society. Thus, conflicts also emerge in school interactions, both between teachers and students as well as among students. The dialectical relationship between dialogue and conflict becomes a fundamental aspect when one seeks to understand interactions in the classroom.

Alrø and Skovsmose (2004) discuss the concept of dialogue. They point out that during a dialogue a diversity of dialogic acts may occur. Their identification of dialogic acts took place with reference to episodes in a mathematics classroom. They also emphasise that dialogue is a fragile process, which easily can degenerate into other patterns of communication.

We want here to build on the notion of dialogic act as developed by Alrø and Skovsmose (2004) and elaborate on the notion of non-dialogic act. Therefore, this article aims at understanding and conceptualising non-dialogical acts and their relationships with students' participation in mathematical activities. Our identification of non-dialogic acts will also refer to episodes in mathematics classrooms. However, we are not going to claim that such acts

only occur in mathematics. Quite the contrary, we find that the identified acts might be observed in any conversation.

We find that communication between teachers and students, and among students, has great potential for learning processes, especially when the interaction is dialogic. However, any dialogic process is fragile. It can turn into other patterns of communication and generate processes of microexclusion (see FAUSTINO et al., 2017). Non-dialogic acts might disengage students and have a negative impact on students' learning. We believe that an understanding of both dialogic and non-dialogic acts can provide a better interpretation of how communicative processes take place in mathematics classrooms and help teachers and students to establish more profound dialogical relationships.

In the following Section 2, we present the concept of dialogue and its main characteristics when related to learning. In Section 3, we discuss more specific ways of characterising dialogue, and we outline different dialogic acts. In Section 4, we turn our attention towards the obstruction of dialogic processes and to non-dialogic acts. In Section 5 and Section 6, we present two episodes that illustrate the presence of non-dialogical acts. Finally, in Section 7, we summarise the identified non-dialogic acts and make some more overall comments about analysing communicative processes.

By completing this analysis, we will have reached a new theoretical basis for analysing interactive processes that constitute learning of mathematics. We will be able to point out communicative acts that might support dialogic processes, as well as acts that might obstruct them. We find that any process of communication is composed of many such acts. We should not think of any such process as being "pure" dialogical, but as a constant tension between dialogic and non-dialogic features.

10.1 Dialogue and learning

Many attempts have been made in order to characterise dialogue. One is found in Alrø and Skovsmose (2004), who highlight three features of a dialogue: making an investigation; running a risk, and maintaining equality. We are going to base our analysis on this characterisation, although we are going to make some modifications in terminology.

Highlighting the feature of *investigation* serves the purpose of putting aside some of the many ways the notion of dialogue can be used, such as: "The dialog between Russia and the USA includes tensions" and "The dialogue in the film Godfather is well written". By

highlighting "investigation", the notion of dialogue becomes related more directly to an educational context.

Next, it is highlighted that dialogue includes running a risk. This way the unpredictable nature of a dialogue becomes identified. One cannot expect a dialogue to follow any pre-established pattern. Instead, the content of a dialogue and its argumentative structures define the course of the dialogue. During a dialogic process, teachers take risks by creating opportunities for students to find their own route through a mathematical investigation. Simultaneously, students take risks by sharing their preliminary ideas with other students. The very notion of risk includes some negative connotations, suggesting that one should try to avoid running the risk. However, risks related to dialogue also include new, unexpected and potentially fruitful opportunities. Therefore, we prefer to highlight that the course of a dialogue is *unpredictable*.

Finally, it is highlighted that dialogue means maintaining equality. We prefer, however, to talk about *equity*, as this notion has been developed to include many more aspects than the classic philosophic interpretation of equality. In the contexts of the classroom, students and teachers are in different positions of power, for instance with respect to responsibility, obligations, and knowledge. In addition, we can find differences with respect to age, gender, race, social class, language background, special educational needs, and sexual orientation. Such differences can also impact on the power structures in teachers-students interactions. Still it is possible to talk about a dialogue between teachers and students, if these differences in positions do not define the course of the communication. This is the idea of highlighting the feature of equity and the relevance of teachers and student constructing equity in the mathematics classroom (see SKOVSMOSE, in print).

Such an approach to characterising dialogue, however, has some limitations. Thus the notions that are used – investigation, unpredictability and equity – are just as complex as the very notion of dialogue. Therefore, it becomes important to try to be more specific in characterising a dialogue itself.

10.2 Dialogic acts

The need for specification brings Alrø and Skovsmose (2004) to make a further attempt in characterising dialogue. This attempt is based on the conception of *dialogic acts*, a conception that can be related to the notion of *speech act*, which has been elaborated by John Searle (1969).

When we consider Searle's characteristics of a speech act, one might come to think of such acts as being individual. Speech acts are performed by the speaker, who might make a warning, give a promise, or make a joke. Dialogic acts can be seen as not individual but as collective acts. They can be seen as forms of *inter-acts*.

In the interaction between teachers and students, and amongst students, Alrø and Skovsmose (2004) identify eight dialogic acts, namely: getting in contact, locating, identifying, advocating, thinking aloud, reformulating, challenging, and evaluating.

Getting in contact refers to the act of preparing the ground for a dialogue: participants need to pay attention to each other. This act is also important during the dialogical process where, for instance, students complete and supplement the statements made by others, and this way shows that they are actively listening and paying attention to what is said. *Locating* means expressing perspectives on how to approach a particular issue. Different perspectives may be presented, and locating refers, for instance, to the initial approach of finding out what could be done for completing a certain mathematical task. *Identifying* includes a further clarification. It could, for instance, involve the identification of mathematical ideas or notions that could be used for completing the task. *Advocating* means presenting arguments to defend a perspective. With reference to mathematics, one can think of advocating as processes of proving a mathematical statement.

Thinking aloud can be understood as making public ideas that emerge during an investigative process. Much thinking aloud takes place in front of the blackboard or in front of the computer screen, where one can point, show, and illustrate what one is trying to say. *Reformulating* means restating something in a different way, using different words, another tone of voice. For instance, if a student points out that there seems to be a connection between two variables, another student may say: "Ah, you think they are proportional." *Challenging* means asking questions that allow the other to change perspective. The question: "Do you really think it is possible to do the calculations this way?" might lead to a change of strategy. *Evaluating* includes reflection on the investigative process, on the perspectives presented, and on the form of the collaboration in the group.

Based on the characterisation of dialogic acts, one can reach the following definition: *A dialogue is a communicative process that includes several of the described dialogic acts.* This means that the definition of dialogue can be related to phenomena that can be observed, namely dialogic acts.

Alrø and Skovsmose (2004, p. 130) also point out that dialogic acts are fragile and that it is possible to observe "that such acts switch into other patterns of communication that can

hardly be labelled dialogic". This observation makes us consider acts that obstruct dialogue, and in brief, we refer to such acts as non-dialogic.

10.3 Non-dialogic acts

In order to identify non-dialogic acts, we could turn our attention to contexts with a strong hierarchical order like the military. In fact, the very school mathematics tradition is characterised by a strong hierarchical order with respect to the definition of which tasks to be learners are to solve and how they are to solve them (For a discussion of the school mathematics tradition, see PENTEADO; SKOVSMOSE, 2015). We have no doubt that within the communicative pattern of this tradition we could identify a range of non-dialogic acts. However, our aim is not simply to identify non-dialogic acts, but to do so in contexts that might be dialogical. In the following Section 5 and 6, such acts will be illustrated.

The data we analyse were produced during the doctoral research of the first author. The data production took place in two mathematics classes, a Third Grade and a Fifth Grade, in a public school in the São Paulo State. During one semester, the teachers of the two classes developed the project *The Environment and Mathematics (Meio Ambiente e Matemática)*. As part of the research, the classes were audio and video recorded. In addition, field notes complemented the data production.

During the analysis, we studied the audio and video several times and identified critical events. In general, such events are defined in terms of significant changes that contribute to a new understanding of the research issue; in particular assumed hypotheses may be confirmed or refuted (POWELL; QUINTANEIRO da SILVA, 2015; POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004). In the context of this article, critical incidents are constituted by events that allow the identification of particular communicative patterns. Once such events were identified, they became transcribed and analysed. During this process, we identified a diversity of dialogical acts, both in the interactions between teachers and students and among students. However, we also found some acts that did not fit the characteristics of being dialogic. Apparently, a dialogic process can degenerate into other communicative patterns. This generation we related to the occurrence of some acts that interrupted the dialogue. We call these acts non-dialogic, and in the following two sections, we present examples of such acts.

Naturally, one could try to identify non-dialogic acts by "reversing" the dialogic acts as referred to previously. Thus, the dialogic act "getting in contact" could bring us to describe

the non-dialogic act of "confronting". However, we will use a different strategy for identifying non-dialogic acts. We will refer to *episodes*, which include many dialogic acts, and in this sense can be characterised as dialogue. Within these episodes, however, we will identify particular apparently non-dialogical acts.

10.4 First Episode: My Elbow is hurting!

As part of the project *The Environment and Mathematics*, the Third Grade students were presented with the task of estimating the height of a baby giraffe made in real size out of cardboard. The giraffe was leaning against the wall in the front of the classroom. The students were divided in groups, and the group composed of João, Letícia, Luan and Isis engaged in the following conversation (all names are pseudonyms). Two teachers were involved "Teacher", the regular classroom teacher, and "Teacher Fernanda", the special education teacher. Luan estimated the height of the baby giraffe to be three meters tall:

Luan: Teacher Fernanda is tall. She is more than one meter tall and the giraffe is taller than her. So, I think it must be three meters tall.

But João made an objection, which he addressed to the teacher:

João: He is saying it is three meters tall and the three of us are saying it is two meters tall.

However, Letícia seemed to disagree with João:

Letícia: One meter and a half ...

Luan: One meter and...

Isis: Two meters.

Luan: One meter. One meter and ninety-nine centimetres.

Suddenly, Luan got up and went to another group that was also comparing the teacher's height with the height of the giraffe. Based on the conversation, it is not clear why Luan left the group. It could be that he felt the others ignored his suggestion of comparing the giraffe with the teacher. Letícia, Isis and João looked at one other, and then continued the conversation:

Isis: Look at the Teacher's height. Look at her height and look at the height of the giraffe. The giraffe seems to be one meter taller. It is one meter taller.

Letícia: Then it is two meters, Isis. Right it down!

Letícia talked in a loud, almost commanding voice. Isis did as she was told, and then she addressed the teacher.

Isis: Teacher, the three of us are saying that the giraffe is two meters tall and Luan is saying it is three meters. So, we won.

The teacher came to the group.

Teacher: Where is Luan?

Isis: He is there asking something to teacher Fernanda.

Isis made this remark as an aside to another group. Letícia then recapitulated Luan's initial suggestion that the giraffe was three meters:

Letícia: Teacher, three meters is the height of an adult giraffe, and not the height of a baby giraffe when it is born.

Isis had made a note of the two meters on the group's working sheet. The teacher took a look at Isis's note and asked her to justify the answer.

Teacher: Why do you think it is two meters tall? Look at the giraffe there. Where did you get the number from?

Letícia: Because it is higher than a meter.

Teacher: Why is it higher than a meter?

Luan had returned from the other group and was sitting with his shoulder turned towards the group looking downwards. Then he complained:

Luan: My elbow is hurting!

The teacher and the students ignored this comment, but Luan insisted:

Luan: Teacher, my elbow is hurting. Teacher, teacher, my elbow is hurting. Do you know why? Because I tried a skateboarding manoeuvre. Right, teacher? So I fell off my skateboard, banged my elbow on the wall.

The teacher also ignored his comment. She did not look at Luan, but concentrated on estimating the height of the giraffe.

Teacher: Why did you say two meters? Because it is taller than one. You said that. What else? How did you get to two?

Initially, the group did not try to find out what Luan had in mind. At first, he suggested that the baby giraffe was three meters tall, then he changed to 1.99 meter. But why he made these different estimation was not clarified. Luan then moved to another group that was discussing an approach that might be similar to his. However, as soon as Luan left his group, it seemed that they assumed his idea of comparing the teacher's height with the giraffe's.

When Luan returned to the group, he tried to interact with the teacher although concerning a quite different issue: "My elbow is hurting!" But she did not respond to him. In this case, we identify the non-dialogic act of *ignoring*. In fact, we can observe various acts of ignoring during this whole episode. At first Luan was engaged in the conversation, but left as he might have felt ignored. When he returned, he apparently ignored what they were talking about, and talked about his elbow. This remark, in turn, was ignored by the teacher. That the teacher did so can be interpreted as an attempt to maintain the ongoing dialogue. However, naturally, the teacher could have paid attention to Luan's comments in order to try to bring him back into the conversation.

One may ignore a person by not paying attention to what he or she is saying. Ignoring can also take a direct physical form, when, for instance, one turns the back towards a person. Ignoring can clearly be expressed through the body language, as Luan did when he returned.

We can think of misunderstanding as a non-dialogic act; however, misunderstanding is always a possibility, also in the most intensive dialogue. We are not tempted to consider misunderstanding in general to be a non-dialogic act. Rather, what we have in mind is deliberate forms of misunderstanding, which we for short refer to as *distortions*. A distortion could concern a particular statement, as when Isis told the teacher that Luan says that the height was three meters. Sure, Luan had said three meters, but he had also said that it was 1.99 meters.

We have mentioned *confronting* as a possible non-dialogic act. We can see several forms of confronting in this episode. One case is when Luan leaves the group, it is a way of expressing that he is unsatisfied with the others. He could have tried to formulate his opinion, but he simply leaves. When he returns, he confronts the group by raising a quite different issue.

Humour and irony can create positive and constructive aspects of a dialogue, but irony can also interrupt a dialogue. In fact, several of the dialogic acts we have referred to as, for instance, reformulating can become non-dialogic by being ironic. We might be dealing with an ironic reformation when Isis highlights for the teacher that they estimated the heights of the giraffe to be two meters while Luan found it to be three meters. We cannot make any claim about what Isis in fact had as motive for stating this, but we become aware of the format of one more non-dialogic act, namely *ridiculing*.

10.5 Second Episode: He does not even know what he is talking about!

During the project *Environment and Mathematics*, the Fifth Grade undertook investigations concerning the use of the water in the city, in the school, and in their houses. One day, the groups were discussing the amount of water used for household activities such as washing dishes, brushing teeth, and toilet flushing. The students were provided with information about the amount of water used each time a toilet was flushed, being 6 litres. Other data, such as the number of people in their families and the number of times each person uses the toilet per day the students had to identify themselves.

The group consisting of Júlia, Carla, Denis and Pedro (all names are pseudonyms) were trying to calculate how much their families spent flushing the toilet:

Júlia: If every time someone flushes the toilet they spend six litres of water each time.

Carla: If a person goes to the toilet like... let's say three times.

Júlia: Sometimes I go to the toilet five times a day.

Everybody burst into laughter, also Júlia herself. Then she stopped and added:

Júlia: Oh! That does not matter!

Then Carla suggested they should make a decision, so they could move on:

Carla: Three times, for example. Let us consider three times as being a day's average ...

Denis: Is it three times eight?

Clearly enough, the number of times a person flushes the toilet has to be multiplied by the number of litres used in a flush.

Júlia: Yeah, but...

Carla: No. Why do we multiply three by eight?

Júlia: If we have six litres of water for each flush?

Denis: Six litres of water ...

Júlia: Six litres.

Denis: On each toilet flush

While Denis was talking, he waved his hands and pointed to Júlia, who nodded. Apparently, Denis had remembered wrong: the amount of water in a flush was not eight but six litres. This corrections being made, some calculations could be completed.

Júlia: A person goes to the toilet three times. So, how are you going to do it?

Denis: Three times six.

Júlia: So why did you say eight?

Denis: Because I thought she said eight litres.

Júlia: So, you are going to calculate that ... three times six is eighteen.

Carla: The result is eighteen litres.

Then Carla turned and looked at Pedro, who had been quiet during the whole conversation.

Carla: Eighteen times six. Pedro, it is six times, isn't it? Are there six people in your house?

Júlia: He does not even know what he is talking about!

Júlia was laughing and put her hand to her mouth. Pedro did not say a word. With his hand holding the pencil in front of his mouth, he nodded confirming that they were six people in his family.

Carla: So, six times eighteen, which is?

We can identify several dialogic acts in this episode, but we can also note that Pedro remained quiet. At a certain moment, Carla addressed him directly: "Eighteen times six. Pedro..." One could think of Carla's question as an invitation for Pedro to enter the dialogue. It opened a space for him. Naturally, Carla's question could also include an attack, which Júlia turned explicit: "He does not even know what he is talking about!" By this comment Júlia disqualified Pedro completely. She talked negatively about Pedro, and did so in his presence. Pedro just took it in. He was subjected to the non-dialogic act, of *disqualifying*.

Disqualifying can influence the students' (dis)engagement in the dialogue, how they interpret their participation in mathematical activities, and how they understand themselves as a human being capable (or not) of producing mathematical knowledge. Herbel-Eisenmann, Cirillo and Skowroinsk (2009, p. 107) state, "We often evaluate students on the basis of what they say or what they write. Our judgments can have massive consequences for our students from their self-confidence in their ability to learn to the decision whether they get promoted to the next grade". Evaluations expressed during an interaction, both in the teacher-student relationship and amongst the students themselves, can affect the students' perception of themselves and the way they become perceived by others. We have emphasised that evaluation can contribute to a dialogue; thus we operate explicitly with the dialogic act of evaluating. However, as we have just seen, evaluating can mean disqualifying, which does not contribute to a dialogue.

Aiming at engaging all students in a dialogue, we consider it important that teachers talk with students about the ways evaluations and feedback can be made. In this way, participants in a dialogue gradually learn that evaluations can be made in a constructive and respectful way, and contribute to the co-construction of a dialogical interaction where all students feel safe to share their views and mathematical conjectures as well as their doubts. In

an investigative approach, where interaction is based on dialogue and cooperation, it is essential that students learn to make evaluations without disqualifying.

During the process, Pedro was not only disqualified, he was excluded, and we think of *excluding* as a non-dialogic act. We have already identified ignoring as a non-dialogic act. However, we see excluding is being different. While an ignored person becomes moved to the periphery of attention, an excluded person can be put in the centre. Thus by Carla's question, Pedro was moved to the centre of attention, he was not any longer ignored. He could then have been included, but was instead disqualified and excluded by Júlia's remark: "He does not even know what he is talking about!"

In another context, we have addressed different forms of microexclusions (see FAUSTINO et al., 2018) which we can consider non-dialogic acts. One form of such exclusions, we have referred to as *stigmatising*, and in the present context, we interpret it as a non-dialogic act. The episodes we have referred to here, do not illustrate this format of a non-dialogic act, but it is not difficult to imagine that Pedro could become stigmatised. In general, we find that stigmatising is an act of labelling a person, as for instance being one who "knows nothing". When such a label becomes applied, the person loses status. It might not appear relevant to listen to what the person is saying. Dialogue assumes equity, while stigmatising establishes hierarchies.

Non-dialogic acts can have a strong impact on a student's (dis)engagement in a dialogue. When students gradually decrease their participation in mathematical activities, they get fewer opportunities for formulating their strategies for solving a proposed activities; in this sense, the students can be harmed. However, this disengagement does not only affect the students who disengage, but the whole group, as the group loses in diversity of strategies and mathematical conjectures, that might contribute to the learning of all the students.

So far in pointing out non-dialogic acts, we have concentrated on episodes from the work of a group. Had we concentrated on episodes where the teacher makes presentation, we might not have found much space for dialogue. The teacher's presentations play important roles in most classrooms, and we agree that such explanation can be important, even though they hardly can be described as dialogical. Thus we have to be aware of a non-dialogic act, which in fact is common in the school contexts, and which we will refer to as *lecturing*. Lecturing, however, need not be an act of the teacher. In any conversation, we can experience moments, where one person assumes the scene, and dominates the discussion by insisting on presented and maintaining his or her opinion. This phenomenon we will also refer to as *lecturing*.

10.6 Summarising

We have referred to the dialogic acts of *getting in contact*, *locating*, *identifying*, *advocating*, *reformulating*, *challenging*, and *evaluating*. We have now identified eight non-dialogic acts namely *ignoring*, *distorting*, *confronting*, *ridiculing*, *disqualifying*, *excluding*, *stigmatising*, and *lecturing*.

We have characterised the acts through one word. Naturally, both dialogic and non-dialogic acts are complex phenomena, which include many elements. Any such acts express positions with respect to power. For instance, one can think of advocating as an act where the power of the argument plays the principal role, while in the act of lecturing the position of people plays the defining role. Thus, while dialogical acts are based on equity, inclusion, valorisation and respect for differences and construction of a positive cultural identity, non-dialogic acts are related to inequality, exclusion, discrimination, establishment of hierarchy based on stereotypes. When unpacking what is included in dialogic and non-dialogic acts, one needs to address issues of power, authority and position.

Let us now summarise the characteristics of the eight non-dialogic acts. *Ignoring* means disregarding, for instance, a comment or a perspective of another. This act can be expressed by, for instance, turning one's back towards a person. Ignoring can clearly be expressed through body language. *Distorting* can be established through a reformulation, which in fact could be a dialogic act. However, a distortion leaves out, by purpose, an essential part of the argument being reformulated. In addition, distortion could take the form of making a caricature of what has been said. The caricature can be with respect to the content of what is said, but it could also be with respect to how things are said. One could, for instance, through a reformulation make fun of a dialect.

Confronting is a most common way of obstructing a dialogue and the aim of the learning. A confrontation could take the forms of a direct negation of what has just been said, without presenting attempts of justification. One could also confront a person by talking about something different, and this way indicate that what has been said is without significance. *Ridiculing* can be brutal. While distorting and simplifying first of all concerns the content of a conversation, ridiculing might concern the person participating in the conversation. We have highlighted equity as a particular feature of dialogue. We mentioned that during a dialogue, equity could become constructed (and also maintained). Through non-dialogic acts, equity could become crumbled, as for instance through ridiculing.

Disqualifying means making comments that devalue the perspective of a person. The disqualifying means, for instance, pointing out that the person does not have sufficient knowledge for stating something about the issue in question. Non-dialogic acts like ridiculing or disqualifying can turn into *excluding*. We make a distinction between ignoring and exclusion. While ignoring refers to some moments in a conversation – one ignores a comment made by the person or a perspective advocated by the person – exclusion is of a more profound nature. Exclusion takes place, not during moments, but during periods of time. *Stigmatising* can serve as legitimisation for an exclusion. A stigmatisation can take place with reference to gender, race, religion, sexual orientation, special educational needs, home language and social class. Like exclusion, stigmatisation can come to operate across many different contexts and during longer periods. Stigmatising is a profound way of negating equity.

Lecturing can be interpreted directly, as referring to a teacher's presentation in a classroom; it can also be understood metaphorically as referring to a situation, where a person during a conversation maintains the word for elaborating particular points of view without considering the actual relevance for the present discussion. Lecturing makes defining part of the school mathematics tradition. It may serve praiseworthy functions. Still, lecturing is a non-dialogic act. It establishes predictability.

When taken together, the 16 communicative acts, being dialogic or non-dialogic, provide a basis for analysing any form of communication. The eight dialogic acts might appear adequate, when we analyse an interaction that in general fits the characteristics of being a dialogue. However, a straightforward and ongoing dialogue is seldom observed. More common is to observe conversations that at times take the form of a dialogue, but at other times turns non-dialogic. Such fluctuation is common in classroom settings. In order to analyse them, it is important to have available not only conceptions of dialogic-acts, but also of non-dialogic acts.

The identification of both dialogic and non-dialogic acts makes us aware that an apparent dialogic act might obstruct a dialogue, as for instance when a reformulation turns ironic. Simultaneously, we should be aware that a non-dialogic act might serve the continuation of a dialogue, as for instance when the teacher tries to ignore a student, who in fact tries to obstruct an otherwise dialogic interaction.

Dialogue provides one of the possible and rich routes for learning mathematics, and learning to dialogue is a daily process of construction. Teachers and students learn to engage in dialogue. Even though there are a variety of dialogic acts in an interaction between students,

they often intact using both dialogic and non-dialogical acts. In this way, we consider that by being aware of the format of both dialogic and non-dialogic acts, researchers and teachers can contribute to the construction of more profound dialogic relationships in the mathematics classroom, with the aim of improving the quality of teaching and learning interactions.

Maybe one should not to pay too much attention to how we have classified the 16 acts as being either dialogic or non-dialogic. We have to do with communicative acts that occur in complex processes of interaction. Being aware of such acts helps us to analyse more profoundly such process, and this bring us to recognise the fragility of dialogue. The identification of non-dialogical acts contributes not only to denouncing their presence in mathematical classrooms, but principally to creating possibilities for being transformed.

Acknowledgements

We want to thank Amanda Queiroz Moura, Celia Regina Roncato, Daniela Alves Soares, Debora Vieira de Souza, Denner Dias Barros, João Luiz Muzinatti, Miriam Godoy Penteadó, Peter Gates, for their helpful comments and suggestions.

REFERENCES

- ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004
- ANDERSSON, A.; WAGNER, D. Love and bullying in mathematical conversations. In: CHRONAKI, A. (Ed.). *Mathematics education in the life and times of crisis: Proceedings of the Ninth International Mathematics Education and Society Conference*. Volos, Greece: MES9, 2017.
- BAKKER, A.; SMIT, J.; WEGERIF, R. Scaffolding and dialogic teaching in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, v. 47, n.7, p. 1047-1338, nov. 2015. ISSN: 1863-9690 (Print) 1863-9704 (Online). Disponível em: <http://link.springer.com/journal/11858/47/7/page/1> Acesso em: 10 jan. 2016.
- FAUSTINO, A. C. Diálogo e Educação Matemática: o processo de dialogar no terceiro ano do ensino fundamental. *Perspectivas da Educação Matemática – INMA/UFMS*, v.9, n.21, Seção Temática, 2016. Disponível em: <http://seer.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2139/2275> Acesso em: 7 jan.2017.
- FAUSTINO, A.C. et al. Macroinclusão e microexclusão no contexto educacional. *Revista Eletrônica de Educação*, v. 12, n. 3, p. 898-911, set./dez. 2018, ISSN 1982-7199 | DOI: <http://dx.doi.org/10.14244/198271992212>. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/2212/744> Acesso em: 8 nov. 2018.

FAUSTINO, A. C. et al. Macroinclusion and microexclusion in mathematics education, In: CHRONAKI, A. (Ed.). *Mathematics education in the life and times of crisis: Proceedings of the Ninth International Mathematics Education and Society Conference*. Volos, Greece: MES9, 2017.

FAUSTINO, A.C. et al. Microexclusions in inclusive mathematics education. In: KNIGGE M.; KOLLOSCH, D.; MARCONE, R.; PENTEADO, M. G.; SKOVSMOSE, O. (Eds.). *Inclusive mathematics education state-of-the-art: Research from Brazil and Germany*. New York: Heidelberg Dordrecht. London: Springer, 2019.

FLECHA, R. *Sharing words: Theory and practice of dialogic learning*. Lanham: Rowman & Littlefield, 2000.

FREIRE, P. *Pedagogy of the oppressed*. Hamondsworth: Penguin Books, 1972.

HERBEL-EISENMANN, B.; CIRILLO, M.; SKOWRONSKI, K. Why discourse deserves our attention! In: FLORIO, A. (Ed.). *Mathematics for every student: Responding to diversity*, Grades, v. 9, n.12 , p. 103-115. Reston, VA: NCTM, 2009.

HUNTER, R. et al. *Mathematical Discourse that Breaks Barriers and Creates Space for Marginalized Learners*. Rotterdam: Sense Publishers, 2018.

MILANI, R. *O processo de aprender a dialogar por futuros professores de matemática com seus alunos no estágio supervisionado*. 2015. 239 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática)- Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho (UNESP), Instituto de Geociências e Ciências Exatas,, Rio Claro, 2015. Disponível em <http://base.repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/124074/000831615.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 10 jan. 2016.

MORGAN, C. et al. Language and Communication in Mathematics Education. *ZDM Mathematics Education*, v. 46, n.6, p.843-976, 2014. (Print) 1863-9704 (Online). Disponível em: <http://link.springer.com/journal/11858/47/7>. Acesso em: 10 jan. 2016.

POWELL, A. B.; QUINTANEIRO DA SILVA, W. O vídeo na pesquisa qualitativa em educação matemática: Investigando pensamentos matemáticos de alunos. In: POWELL, A. B. (Ed.). *Métodos de pesquisa em educação matemática - Usando escrita, vídeo e internet*. Campinas: Mercado de Letras, 2015.

POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento das ideias matemáticas e do raciocínio de estudantes. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, v.17, n 21, p. 81-140, maio 2004.

SEARLE, J. *Speech acts*. Cambridge: Cambridge University Press, 1969.

SKOVSMOSE, O. Dialogue, landscapes and critique. In: KENNEDY, N.; MARCHALL, E. (Eds.), *Dialogical inquiry in mathematics teaching and learning: A philosophical approach*. Berlin: LIT Publishers, 2009a.

SKOVSMOSE, O.; PENTEADO, M. G. Mathematics education and democracy: An open

landscape of tensions, uncertainties, and challenges. In: ENGLISH, L. D.; KIRSHNER, D. (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education*. Third Edition. New York, NY: Routledge, 2015.

VITHAL, R. *In Search of a Pedagogy of Conflict and Dialogue for Mathematics Education*. The Netherlands: Kluwer Academic Publisher, 2003.

CONCLUSÃO

Carolina: Olá Sócrates! É um prazer poder voltar à eternidade para dialogar com você. Nosso último encontro, foi muito construtivo. Sou muito grata pela oportunidade.

Sócrates: Ó Carolina! Também gostei de dialogar contigo, e nossos caros amigos Lakatos, Galileu e Skovsmose! Nosso encontro fez-me lembrar do tempo em que eu estava vivo e caminhava pela Ágora.

Carolina: Ágora. Fui a Grécia e caminhar pela Ágora foi muito inspirador.

Sócrates: Tu tiveste uma fantástica experiência então. Mas deixemos o passado, agora estamos na Eternidade. Ao adentrar esse portão, estamos em contato com a Verdade. Bem hoje, podemos sentar aqui nos portões da Eternidade?

Carolina: Aqui está ótimo. É um lugar belo e inspirador.

Sócrates: Hoje tu aceitarias um pouco de vinho? Tu me acompanhas?

Carolina: Sim. Hoje eu aceito!

Sócrates: Tu tiveste uma longa jornada até aqui. O que tu tens aprendido nesse percurso sobre diálogo?

Carolina: Desde nosso primeiro encontro, eu tenho pesquisado o processo de interação entre professores e estudantes durante as aulas de matemática. O principal objetivo da minha investigação é compreender como as professoras e os estudantes do Ensino Fundamental colocam o diálogo em ação na tentativa de identificar elementos que favorecem a construção de uma aula de matemática dialógica nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Sócrates: Então, se tu vens perseguindo este objetivo nestes últimos quatro anos, possivelmente tu chegastes à verdade sobre o que é o diálogo. Tu concordas?

Carolina: Bem. Não sei se cheguei a uma verdade sobre o que é diálogo, mas trago na minha tese considerações importantes sobre o diálogo nos anos iniciais, discutindo o modo como crianças e professores se engajam nesse processo e como os padrões de comunicação que emergem na sala de aula podem influenciar como ocorre a aprendizagem da matemática. Primeiramente, vim até você para aprender sobre o conceito de diálogo e, depois disso, fui a uma escola dos anos iniciais do Ensino Fundamental para também aprender com os professores e os estudantes, como ocorre a interação nas aulas de matemática. Acompanhei durante um semestre o desenvolvimento do Projeto Meio Ambiente e Matemática na sala de duas professoras, uma que ministrava aula no terceiro ano e a outra, no quinto ano. Esse movimento de ir até a sala de aula possibilitou que eu compreendesse como cada professora e seus estudantes interagem e colocam o diálogo em ação. Tudo isto eu registrei na minha tese.

Carolina: Hum...Tudo bem! Caso a conexão melhore, tentamos novamente.

Sócrates: Concordo com meu amigo Galileu! Vamos iniciar. Como eu dizia não entendo a necessidade de escrever, se podemos, por meio da oralidade, ter acesso ao conhecimento que precisamos.

Lakatos: Sócrates, infelizmente muitas pessoas não têm uma memória eidética como a sua e, atualmente, é necessário registrar nossas ideias por escrito. Isto possibilita que uma grande quantidade de pessoas tenha acesso à discussão presente no texto escrito em diferentes partes do mundo. Eu mesmo registrei minhas ideias e, depois de minha morte, muitas pessoas tiveram acesso a minha tese.

Galileu: O mesmo ocorreu com meu livro!

Carolina: Sim! Em minha tese, eu problematizo o conceito de diálogo a partir das interações entre professores e estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Sócrates: Cara Carolina, quais seriam as idades das crianças que estão neste nível de ensino?

Carolina: Elas têm, em média, entre 6 e 10 anos de idade.

Sócrates: A maioria dos meus interlocutores nos diálogos era homens, jovens e adultos.

Galileu: Os meus eram adultos! Simplício, Salviati e Sagredo eram personagens homens e adultos que foram criados por mim para representar as diferentes visões entre os sistemas ptolomaico e copernicano que se faziam presentes na sociedade da época em que vivi.

Lakatos: Nos diálogos que criei, um professor dialoga com seus alunos chamados, por exemplo, de Alfa, Beta, Gama, Delta, Épsilon, Zeta, Eta, Ômega, Kapa, Teta, Épsilon, Sigma, etc. Esses personagens eram todos fictícios, frutos de minha criação. Mas gosto da ideia de os estudantes reais, que povoam as salas de aula, poderem dialogar sobre suas ideias matemáticas.

Carolina: Paulo Freire também estudou o conceito de diálogo, mas com adultos camponeses, e Helle Alrø e Ole Skovsmose⁸³ abordaram tal conceito a partir da interação entre adolescentes nas salas de aula de matemática de escolas na Dinamarca.

Lakatos: Interessante!

Carolina: Na minha tese, problematizo o conceito de diálogo pensando em crianças, a partir das interações delas durante as aulas de matemática. Os dados apresentados trazem

⁸³ ALRØ; SKOVSMOSE, 2004.

indícios de que o processo de dialogar pode ocorrer numa sala de aula com crianças. Professores e estudantes podem estabelecer interações dialógicas para aprender matemática.

Galileu: Excelente!!!

Lakatos: Porque é importante para as crianças aprenderem matemática por meio do diálogo?

Carolina: A educação é política.⁸⁴ Assim, a forma como o professor interage com os estudantes na sala de aula também o é. Aprender a dialogar e aprender matemática de forma dialógica são ações conectadas com a promoção e a manutenção dos princípios democráticos em nossa sociedade. Quando a criança aprende matemática em uma interação dialógica, ela também aprende a respeitar os outros estudantes e as perspectivas que são diferentes da sua; aprende que as perspectivas dos outros estudantes podem ser fontes de aprendizagem. O estudante aprende a ouvir de forma ativa, desenvolve argumentos para justificar suas perspectivas e aprende a compartilhar, de forma oral, as estratégias matemáticas que está utilizando. O estudante ainda aprende a reconsiderar sua perspectiva, a pensar criticamente sobre o conhecimento matemático desenvolvendo uma postura crítica em relação ao conhecimento. Os estudantes aprendem a trabalhar em grupo, a ajudar um ao outro e a se engajar e resolver colaborativamente as atividades. Sendo assim, a partir de uma interação dialógica, as crianças aprendem não só matemática, mas aprendem a interagir de forma democrática.

Lakatos: Certamente é interessante esta conexão entre diálogo e democracia. Gosto desta ideia. Gostaria de saber como crianças de 6 a 10 anos podem aprender a dialogar.

Carolina: A sala de aula funciona como uma microssociedade em que estudantes e professores com diferentes backgrounds se encontram com a finalidade de aprender. A aprendizagem do diálogo se dá no próprio processo de dialogar na sala de aula. Professor e estudantes aprendem a cada dia como interagir de uma forma mais dialógica e durante esse processo se humanizam.

Sócrates: Estou aqui a pensar! Tu afirmaste que as crianças e o professor podem dialogar. Poderias me explicar melhor como tu chegaste a esta conclusão? O que significa

⁸⁴ O caráter político da educação tem sido enfatizado tanto no campo da Educação (FREIRE, 1994), como no campo da Educação Matemática (VALERO; SKOVSMOSE, 1999, SKOVSMOSE, 2001a, 2001b, 2014, 2011, SKOVSMOSE; GREER, 2012). Paulo Freire demonstra uma incerteza em relação aos fins da educação, visto que esta pode contribuir para a domesticação dos estudantes ou para sua libertação. A incerteza em relação ao fins da Educação Matemática também está presente nas teorizações de Skovsmose (2011, 2014a, 2014b, 2014c). O autor ressalta que a educação matemática pode potencializar os estudantes ou despotencializá-los.

diálogo quando a interação se dá com crianças?

Carolina: Durante as interações entre estudantes e professores, na sala de aula de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, foi possível identificar dois padrões de comunicação: o padrão "sanduíche" de comunicação⁸⁵ e o diálogo.

Sócrates: Cara Carolina, o que vem a ser o padrão "sanduíche" de comunicação?

Carolina: O padrão "sanduíche" de comunicação é caracterizado pela presença da pergunta do professor, resposta do estudante e avaliação do professor que é emitida por meio de um *feedback*. Neste tipo de interação, o professor tem um papel centralizador e predominante. O estudante tem responsabilidade mínima com seu processo de aprendizagem, pois eles precisam apenas da explicação do professor sobre a resposta a ser dada. Interagindo por meio deste padrão, professor e estudante não criam um ambiente favorável para o desenvolvimento de reflexões críticas em relação ao conhecimento matemático. Há apenas o compartilhamento da visão de mundo do professor que deve ser aprendida e repetida pelo estudante. Este padrão de comunicação não favorece a construção do conhecimento matemático a partir dos saberes que os estudantes trazem consigo para escola.

Galileu: Carolina poderia nos dar um exemplo?

Carolina: Sim! Irei ler um exemplo de minha tese presente no conto *Depende do ângulo que você olha*. Deixe me ver aqui, encontrei:

Professora:	O que temos aqui? – indagou, apontando para a ilustração no quadro.
Estudantes:	Uma semirreta. - responderam em uníssono.
Professora:	Uma semirreta AB, não é? Como eu sei que é uma semirreta e não uma reta ou um segmento de reta?

Galileu: Compreendi! Há a pergunta do professor, resposta do estudante e avaliação do professor.

Carolina: Exato! Observe que a questão do professor é fechada e busca por uma resposta específica que ele já tem em mente; desta forma, cabe ao estudante adivinhar que resposta é essa. Neste trecho, também é possível perceber que, no momento de dar o *feedback*, a professora não utiliza termos como certo e errado, mas, quando a resposta do estudante está correta, ela repete o que este disse. Isso demonstra que a professora estava tentando interagir de uma forma mais aberta com o estudante, porém usando um padrão de comunicação que se

⁸⁵ ALRØ; SKOVSMOSE, 2004.

pauta na concepção do professor como aquele que compartilha sua visão de mundo e o estudante, aquele que deve aprendê-la sem ter seus conhecimentos de experiência considerados.

Sócrates: Desculpe, cara Carolina, eu não prestei atenção nesta última parte. Eu estava dando um pouco mais de vinho para Lakatos. Por favor, tu poderias repetir o que estavas dizendo?

Carolina: Sim. O padrão "sanduíche" de comunicação não contribui para que o processo de ensino e aprendizagem tenha como ponto de partida os saberes dos educandos, pois este padrão de comunicação tem como ponto de partida apenas a visão do professor, que deve ser aprendida e repetida pelos estudantes.

Lakatos: Quais foram as condições em que esse padrão de comunicação emergiu?

Carolina: No final do semestre, a professora do quinto ano me explicou que estava com o conteúdo de matemática atrasado e que, apesar de ser dia de desenvolvermos o projeto, ela gostaria de trabalhar o conteúdo de ângulos, e eu concordei. Os estudantes não foram colocados em grupo neste dia, mas ficaram sentados em fileiras. A professora se colocou na frente da sala, fez um desenho na lousa e foi interagindo com os estudantes baseando-se na explicação que ela já havia feito para eles na aula de matemática do dia anterior. A professora fazia uma pergunta, um ou mais estudantes respondiam e ela dava um *feedback*. Em seguida, a professora distribuiu o livro texto e os estudantes fizeram exercícios sobre ângulos. Quando a professora interage com os estudantes pelo padrão "sanduíche" de comunicação, ela tem a sensação de que está levando as crianças, passo a passo, pelo conteúdo matemático. Esse padrão de comunicação vai ao encontro da sistematização e da pressão para cumprir o currículo. Independente de os estudantes terem aprendido o conteúdo, o professor fez a explicação sobre ele e, assim, este é dado como ensinado. Os estudantes fazem, então, o exercício do livro, a correção é feita e o professor está livre para seguir para o próximo conteúdo do currículo. Os dados presentes nesta parte da tese trazem indícios de que a forma como o professor organiza a sala de aula condiciona o padrão de comunicação que irá emergir. Organizar a aula em torno do livro texto, colocar os estudantes sentados em fileira e centralizar a interação no papel do professor condiciona a emergência do padrão "sanduíche" de comunicação.

Lakatos: Mas, Carolina, você está se esquecendo do seu vinho. Vamos brindar!! Saúde!!

Carolina: Saúde!!!

Sócrates: Saúde!

Galileu: Saúde! Gosto muito dos seus argumentos, Carolina. Para mim é fundamental que se possa refletir criticamente sobre o conhecimento já estabelecido e não só repeti-lo.

Sócrates: Cara Carolina, tu vês que, no padrão "sanduíche" de comunicação, o professor explica o conhecimento para os estudantes, perdendo, assim, a grande oportunidade de conhecer o que os estudantes consideram saber. Em meus diálogos, eu primava por primeiro escutar, buscava compreender o que meus interlocutores sabiam.

Carolina: Concordo!!! Escutar ativamente os estudantes é um aspecto fundamental do diálogo. É essencial que o professor, que tem um grande conhecimento sobre o tópico abordado, utilize esse conhecimento que possui sobre o assunto, para escutar os estudantes ativamente e encontre uma forma de interagir que contribuirá para o estudante refletir criticamente sobre o objeto de conhecimento. Durante a escuta ativa, o professor faz um deslocamento epistemológico para compreender a visão de mundo do estudante. São criadas as condições necessárias para que o conhecimento do estudante seja o ponto de partida do processo de ensino e aprendizagem. A escuta ativa⁸⁶ e o deslocamento epistemológico para compreender o estudante não se realizam em uma relação vertical em que o professor sabe tudo e a criança nada sabe.

Sócrates: Sim! Eu sabia que pouco sabia e, por isso, durante minhas andanças na Ágora, buscava dialogar para saber mais e entender o que os outros sabiam.

Carolina: Exatamente! Reconhecer nossa incompletude faz com que nos movimentemos em direção a mais conhecimento. Paulo Freire⁸⁷ destacou que o processo de diálogo só ocorre quando a relação vertical entre professores e estudantes é superada. O professor deixa de ser aquele que apenas ensina e o estudante deixa de ser aquele que apenas aprende. O professor passa a aprender enquanto ensina e o estudante, a ensinar enquanto aprende. A escuta ativa, bem como o deslocamento do professor para compreender a visão de mundo do estudante, podem contribuir para a superação da relação vertical entre professor e estudante.

Sócrates: Carolina, a interação que possui as características do padrão "sanduíche" de comunicação difere do diálogo. Tu tens, então, duas questões essenciais a responder. Primeiro, o que é diálogo? E, segundo, em que contexto houve diálogo?

Carolina: Será um prazer compartilhar o que entendo por diálogo com vocês! O diálogo acontece quando os participantes do processo de ensino e aprendizagem compartilham suas visões de mundo sobre o objeto de conhecimento. Neste caso, é a

⁸⁶ ALRØ; SKOVSMOSE, 2004.

⁸⁷ FREIRE, 2014.

matemática. Para compreender a visão de mundo do estudante, o professor busca construir uma interação horizontal, na qual ele escuta e se desloca epistemologicamente para fazê-lo. No diálogo, diferentes estudantes compartilham diferentes visões de mundo e, a partir desta troca, novas visões de mundo em relação ao objeto cognoscente podem emergir. A construção de novas visões de mundo é resultado da discussão coletiva, e ela se concretiza na aprendizagem dos estudantes.

Galileu: Gosto muito dessa compreensão do diálogo como compartilhamento e construção de novas visões de mundo. É essencial que o ser humano tenha conhecimento de diferentes visões sobre o objeto de conhecimento. Mesmo que a maioria das pessoas acreditasse no sistema geocêntrico, em que o Sol está a girar em volta da Terra, há outros que, como Nicolau Copérnico e eu, acreditávamos em um sistema heliocêntrico, em que a Terra gira em torno do Sol. A existência de diferentes visões de mundo e seu compartilhamento é extremamente importante para a construção do conhecimento. Carolina, é pensando em minhas experiências que gostaria de compartilhar com você uma inquietação.

Carolina: Sim. Todas as inquietações são bem-vindas.

Galileu: Quando apresentei minhas ideias sobre o sistema heliocêntrico, que eram contrárias à visão de mundo que a maioria das pessoas tinha, minha obra "Diálogo sobre os Dois Máximos Sistemas do Mundo Ptolomaico e Copernicano" foi proibida. Eu havia utilizado argumentos que estavam baseados em cálculos matemáticos e observações astronômicas, por meio de telescópio, para defender minhas ideias sobre a Terra girar em torno do Sol. Mas, argumentos de poder, que só tinham força por virem de pessoas que representavam autoridade na época, foram utilizados para desacreditar dos argumentos epistemológicos que eu estava a apresentar. Para as autoridades, minha visão de mundo não deveria ser compartilhada, mas reprimida. Para refutar minha visão de mundo, a Inquisição⁸⁸ me condenou. A intolerância, como sempre ocorria, governou todo o processo. Eu lutei contra o dogmatismo, mas, para sobreviver, tive que negar totalmente minha visão de mundo. Assim, gostaria de saber como podem professores e estudantes compartilharem suas visões de mundo na sala de aula?

Carolina: Galileu, essa é uma excelente questão e me ajuda a continuar explicitando o que entendo por diálogo. Para que diferentes visões de mundo possam ser compartilhadas

⁸⁸ A Inquisição romana foi fundada em 1552 pelo papa Paulo III e tinha como objetivo garantir que os cânones da Igreja Católica fossem seguidos. Com esse intuito, a Inquisição romana condenava livros e pessoas que apresentavam argumentos que eram contrários a posição da Igreja. Em 1600, Giordano Bruno, que também se inspirava no sistema copernicano foi queimado vivo sobre ordem da Inquisição romana. Para ver mais sobre a atuação da Inquisição Romana em relação ao desenvolvimento do sistema copernicano consultar

entre professores e estudantes, os quais buscam aprender de forma cooperativa, três características são essenciais: construir equidade, correr riscos e fazer investigação⁸⁹. A primeira delas, construir equidade, significa que, mesmo professor e estudantes sendo diferentes, eles podem dialogar em uma relação horizontal na medida em que a força de seus argumentos não está baseada em uma posição mais ou menos poderosa que eles ocupam na sala de aula, mas nos próprios argumentos que são utilizados.⁹⁰ Tanto as crianças como os professores podem apresentar argumentos relevantes e coerentes para justificarem suas visões de mundo. É importante que esta relação de equidade seja promovida na sala de aula, e o professor tem um papel fundamental na sua promoção. Isso pode ser observado em minha tese no conto: "De mãos dadas com a matemática e o meio ambiente", em que a professora do quinto ano buscou criar condições para que todos os estudantes se expressassem antes dela apresentar seu ponto de vista. Ao mesmo tempo, a professora tentou interagir com eles, incentivando aqueles que ainda não haviam apresentado suas perspectivas a fazê-lo. Então, durante a interação, o professor pode contribuir para que os estudantes que não tiveram a oportunidade de se expressar o façam. O professor pode também interagir com eles buscando que todos tenham a oportunidade de compartilhar suas visões de mundo e apresentar argumentos para elas.

Galileu: Concordo com você, Carolina. A força dos argumentos deve estar em sua coerência. O que você quer dizer com fazer investigações e correr riscos?

Carolina: Realizar uma investigação significa engajar-se em um processo colaborativo de busca, de caminhar em direção a mais conhecimento. O processo de investigação não pode ser imposto, mas se concretiza por um convite do professor para que os estudantes adentrem em um cenário para investigação. Quando os estudantes aceitam o convite do professor, eles passam a ser guiados pela sua curiosidade, que se expressa na construção das perspectivas que são elaboradas sobre o objeto de conhecimento e compartilhadas. Correr riscos se refere à imprevisibilidade das diferentes visões de mundo que podem emergir na sala de aula, dos variados caminhos que o diálogo pode tomar e das diferentes respostas que podem surgir durante o processo de investigação. O professor cria um ambiente em que ele preparou a investigação tendo uma intencionalidade, mas ele está aberto para os diferentes rumos que o diálogo entre eles e os estudantes podem levá-los. Um estudante pode tomar um caminho, durante o processo de investigação, que não havia sido pensado anteriormente pelo professor.

(MARICONDA, 2000).

⁸⁹ ALRØ; SKOVSMOSE, 2004.

⁹⁰ SKOVSMOSE, 2007.

Neste sentido, correm-se riscos. Porém, correr riscos significa, ao mesmo tempo, imprevisibilidade e novas possibilidades. Possibilidades de que novas visões de mundo sejam construídas a partir do diálogo entre estudantes e professores.

Galileu: Você encontrou alguma especificidade no diálogo entre as crianças em relação ao compartilhamento e a construção de novas visões de mundo?

Carolina: Uma especificidade do diálogo entre os grupos de crianças é a escolha da perspectiva que o grupo seguirá. Assim, depois que todos compartilharam suas perspectivas, defenderam-nas utilizando argumentos matemáticos; é necessário decidir a que representará o grupo. Ela pode ser uma nova perspectiva que surgiu a partir das apresentadas no grupo, ou ainda, pode ser uma das que um dos estudantes apresentou. Os estudantes dos anos iniciais estão aprendendo a dialogar e fazer a escolha da perspectiva que representará o grupo que faz parte desse processo e pode, em alguns momentos, ser um desafio para eles. Nos dados apresentados no conto "Estimando cumprimentos", os diferentes grupos criaram diferentes estratégias para selecionar a perspectiva a ser seguida. Em um dos grupos, foi possível perceber que estudantes podem associar cada uma das perspectivas compartilhadas ao estudante que a apresentou e a escolha de uma delas para representar o grupo ser interpretada que esta ganhou e que as outras perderam. Neste sentido, consideramos importante que o professor interaja com os estudantes para que estes compreendam que a perspectiva selecionada é o resultado do trabalho em grupo e que todas as outras apresentadas no grupo são resultado do trabalho cooperativo. Assim ninguém ganha ou perde.

Galileu: Interessante! Realmente pode ser difícil escolher entre diferentes perspectivas, mas esse é um processo muito rico. Como foi realizada a escolha no outro grupo?

Carolina: Para fazer a seleção da perspectiva, outro grupo decidiu fazer uma votação da estimativa da altura da girafa. Apesar de a votação ser uma prática relacionada com princípios democráticos, consideramos que ele fez com que os estudantes continuassem o diálogo; ela se constitui em uma forma de resolver o problema da escolha das perspectivas. É importante que o professor e os estudantes dos anos iniciais discutam as formas como elas estão sendo selecionadas em cada grupo e que o professor interaja com os estudantes contribuindo para que eles construam a escolhida tendo como base a coerência dos argumentos com que ela se relaciona. Essa interação possibilita que as crianças aprendam a escolher a perspectiva de forma mais dialógica e associá-la com um processo de cooperação e de construção coletiva, desvinculando, assim, do caráter individual e competitivo de "ganhar" e de "perder".

Sócrates: Amiga Carolina, gosto muito do que tu vens destacando sobre o conceito de diálogo. Minha primeira pergunta foi respondida. Mas a segunda ainda permanece intocada. De que modo tu identificaste o diálogo entre as crianças?

Carolina: Além das características que mencionei anteriormente, Alrø e Skovsmose⁹¹ destacam que, durante o diálogo, podem ser identificados alguns atos de fala com características especiais. Tais atos foram denominados *atos dialógicos* como, por exemplo, estabelecer contato, identificar, reformular, pensar alto, desafiar, avaliar. A presença de uma variedade desses atos em uma interação entre professor e estudante na sala de aula possibilita caracterizar a interação como dialógica.

Lakatos: Mas, pelo que você disse, Alrø e Skovsmose identificaram a presença destes atos nas aulas de matemática, a qual tinha, como público alvo, adolescentes e não crianças. Certo?

Carolina: Exatamente! Depois de ter acompanhado por um semestre a interação entre professores e estudantes, foi possível identificar a presença de uma variedade de atos dialógicos na interação entre as professoras e as crianças do terceiro e do quinto ano. Os atos dialógicos estavam presentes.

Sócrates: Cara amiga Carolina, o que seria cada um dos atos dialógicos que tu mencionaste anteriormente? Tu poderias usar alguns exemplos para elucidá-los?

Lakatos: Os exemplos sobre atos dialógicos também me agradam e me trazem uma inquietação. Carolina, você leu minha obra "A lógica do descobrimento matemático: provas e refutações"?

Carolina: Sim.

Lakatos: Você conseguiu identificar atos dialógicos na interação entre os personagens presentes em minha obra? Talvez possa mencionar alguns trechos e exemplificar alguns dos atos dialógicos.

Carolina: Deixe-me ler um trecho de sua obra, Lakatos. Veja aqui. Depois de o professor discutir a proposta da atividade e compartilhar uma perspectiva em relação a ela, os estudantes interagem da seguinte forma:

ALUNO ALFA: Tenho alguma dúvida. Percebo que essa experiência pode ser feita para um cubo ou para um tetraedro, mas como posso saber se poderá ser feita por *qualquer* poliedro? Por exemplo, o senhor está seguro de que *qualquer poliedro, depois de retiramos uma de suas faces, pode ser esticado planamente no quadro-negro?* Tenho minhas dúvidas quanto ao primeiro passo.

⁹¹ ALRØ; SKOVSMOSE, 2004.

ALUNO BETA: O senhor está seguro de que *ao triangular o mapa teremos sempre uma nova face para uma nova aresta?* Tenho dúvidas quando ao segundo passo.⁹²

Neste trecho, podemos perceber a presença dos atos: reconhecer e pensar alto. Os estudantes Alfa e Beta reconheceram a perspectiva do professor examinando cuidadosamente e, então, eles colocam em ação o ato dialógico: pensar alto. Eles dizem em voz alta quais são suas dúvidas em relação à perspectiva do professor e fazem questões que abrem espaço para o professor justificá-la.

Lakatos: Compreendi!

Carolina: Em um outro trecho do diálogo, temos a seguinte interação:

LAMBDA: Mas deixem voltar a segunda possibilidade: quando não encontramos qualquer contra-exemplo local para os lemas suspeitos.

SIGMA: Isto é, quando refutações não ocorrem à análise de prova! Que aconteceria então?⁹³

Neste trecho, o estudante Lambda destaca um ponto que ele considera que eles devem discutir; ele posiciona-se. Posicionar-se significa criar uma linha de argumentação que demonstra a forma como o estudante está abordando a tarefa e, neste caso, chamando a atenção dos outros estudantes para um aspecto específico. Então, o estudante Sigma demonstra estabelecer contato e reformular quando diz: "Isto é, quando refutações não ocorrem à análise de prova!". Estabelecer contato é um ato dialógico; é expresso por uma preparação para o diálogo e também por prestar atenção ao outro, o que pode ser explicitado pela complementação de frases. Quando Sigma diz "Isto é", ele demonstra que estava escutando ativamente o outro estudante e estabelecendo contato, ou seja, prestando atenção no que o outro estudante dizia. Em seguida, Sigma diz: "[...] quando refutações não ocorrem à análise de prova!" e reformula o que foi dito por Lambda, ao dizer de outra forma o que este havia explicitado. Assim, ele repetiu de forma ligeiramente diferente o que o outro estudante havia dito. Essa repetição, com a utilização de palavras diferentes, possibilita que Sigma explicita o que está compreendendo e, ainda, demonstra que ambos compartilham a mesma perspectiva. Ao fazer o questionamento "Que aconteceria então?", Sigma cria espaço para que o outro estudante apresente justificativas e novas ideias matemáticas possam ser reconhecidas.

⁹² LAKATOS, 1978, p.23, grifo do autor.

⁹³ LAKATOS, 1978, p.71., grifo do autor.

Lakatos: Fico satisfeito em saber que a forma dialógica empregada por mim no processo de escrita inclui os atos dialógicos. Carolina, como tais atos aparecem no diálogo com as crianças e os estudantes reais de sua pesquisa?

Galileu: Sim. Interesse-me também por saber como eles contribuíram para a aprendizagem dos estudantes.

Carolina: Diversos atos dialógicos estavam presentes nas interações entre as professoras e as crianças e entre os grupos destas. Estabelecer contato consiste em uma preparação para o diálogo em que os estudantes prestam atenção um no outro, olham-se, começam a ficar em silêncio demonstrando que estão prontos para se engajar no diálogo. Para as crianças, este ato é muito importante, pois, a partir dele, todos se preparam para falar sobre o objeto de conhecimento matemático e gradualmente aprendem que o assunto a ser abordado diz respeito à investigação. Os assuntos que não se relacionam com a investigação, são abandonados durante o ato de estabelecer contato. O que os move agora é uma curiosidade em torno do objeto de aprendizagem que será compartilhada no diálogo. O ato de estabelecer tem grande destaque no início do diálogo, mas, ao mesmo tempo, perpassa todo o processo. Ele é essencial para a manutenção do diálogo e pode emergir, por exemplo, quando um estudante complementa a fala do outro, demonstrando que está a escutar ativamente. Estabelecer contato emerge ainda quando um estudante utiliza *tag questions* para finalizar suas frases criando condições para que outro participante dê continuidade ao diálogo. No conto "Filmando o mundo", as crianças utilizaram as *tag questions* para buscar por apoio dos outros estudantes ou da professora para as suas perspectivas. O ato de reformular possibilita que a professora utilize a linguagem matemática formal e ajude o estudante a se apropriar dela. Ao repetir o que o estudante diz de uma forma diferente, o professor pode estabelecer conexões entre os termos que a criança está utilizando, que são provenientes do seu saber de experiência feito, com os termos da linguagem matemática. Destaca-se, assim, as conexões entre os termos e explicita-se seus significados no contexto em que estão sendo utilizados. Desta forma, é possibilitado à criança compreender as conexões entre sua forma de se expressar e a linguagem matemática, possibilitando que a criança incorpore em seu vocabulário a linguagem matemática. Este ato ainda cria oportunidades para que o professor ou as crianças verifiquem se compreenderam o que o outro realmente queria dizer.

Lakatos: Em que contexto emergiu o diálogo?

Carolina: Como disse anteriormente, durante a interação entre as professoras e os estudantes, e entre os grupos de estudantes, encontramos diversos atos dialógicos, possibilitando a identificação de interações dialógicas. No entanto também identificamos

alguns atos que não contribuem para promover o diálogo, que o fecham ou que o degeneram em outros padrões de comunicação. Estes atos são denominados *atos não-dialógicos*.

Sócrates: Cara Carolina, tu poderias exemplificar tais atos não-dialógicos?

Carolina: Sim. Vejam os dados presentes no conto "Filmando o mundo: quanto eu gasto de água diariamente?".

Carla: Dezoito vezes seis. Pedro, são seis vezes, não é?

Júlia: Ele, nem sabe do que ele está falando – disse a estudante, rindo e levando a mão à boca.

Carla: Seis pessoas na sua casa?

Pedro não emitiu palavra. Com a mão que segurava o lápis colocada na frente da boca, balançou a cabeça de cima para baixo, confirmando que eram seis pessoas.

Carla: Então seis vezes dezoito... que dá quanto?

No momento do diálogo algumas das crianças compunham sua interação a partir de atos dialógicos e atos não-dialógicos. Por exemplo, por meio de uma questão, Carla convida Pedro para explicitar o número de pessoas que havia em sua casa. A estudante Júlia não esperou o estudante responder e interagiu de forma a desqualificá-lo quando disse: "Ele, nem sabe do que ele está falando". Este ato dialógico é denominado desqualificar e envolve comentários negativos em relação a outro estudante que enfatiza, por exemplo, a falta de capacidade do colega em contribuir para o diálogo devido à sua falta de conhecimento. Este ato pode prejudicar o engajamento do estudante no diálogo, a construção de uma identidade cultural positiva e o modo que ele se compreende como ser humano capaz (ou não) de produzir conhecimento matemático. Os atos dialógicos e não-dialógicos se tornam uma importante ferramenta para que professores e pesquisadores analisem a interação entre estudantes na sala de aula de matemática e identifiquem se as interações que, mesmo sendo dialógicas, têm alguns componentes de poder. Ao identificar atos não-dialógicos, o professor pode contribuir para que os estudantes reflitam sobre seus atos e, gradativamente, aprendam a interagir com base no respeito e equidade.

Lakatos: Carolina, qual a contribuição da sua pesquisa para o campo de estudo? O que sua pesquisa acrescenta?

Carolina: Os dados da minha pesquisa trazem indícios da presença dos atos dialógicos entre os estudantes durante as aulas de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental. A criança é concebida, assim, como um ser dialógico que produz conhecimento nas relações que estabelece com o mundo e com os outros. Quando o professor organiza o ambiente de modo a favorecer a emersão do diálogo, ele valoriza o fazer matemático do estudante. A aula

deixa de ser centralizada na explicação do professor, do adulto e torna-se focalizada no fazer matemático da criança, em sua forma inusitada de se relacionar com o objeto cognoscente. Isso não quer dizer que o professor abandonará todas as explicações, mas que partirá do fazer matemático dos estudantes e, ao se deslocar epistemologicamente para compreendê-lo, poderá criar situações ricas de compartilhamento e negociação de significados com a classe toda. Durante este processo, o professor pode encontrar aspectos que podem ser ampliados e sistematizados podendo, assim, trabalhar conjuntamente os conhecimentos que os estudantes trazem para escola e os conhecimentos acadêmicos. Deste modo, no momento em que o professor realizar a construção de um conceito com base no fazer matemático dos estudantes e perceber que a explicitação de um conceito ou de uma generalização pode ser realizada, ele o fará sem coisificar o estudante, pois a lógica vertical entre professores e estudantes, característica do padrão "sanduíche" de comunicação, foi quebrada ao partir das visões matemáticas das crianças. Assim, a aula de matemática dialógica tem como base o fazer matemático das crianças e o compartilhamento de suas visões de mundo matemáticas. No diálogo, a criança aprende matemática nas relações que estabelece na sala de aula e, durante o diálogo, também aprende a respeitar e a valorizar a diversidade. Assim, o diálogo pode contribuir para que as crianças aprendam matemática e desenvolvam uma postura democrática na sala de aula. O diálogo ainda cria possibilidades para as crianças interpretarem o contexto social em que estão inseridas e começar a agir para sua transformação. A pesquisa ainda possibilitou a identificação dos oito atos dialógicos juntamente com os oito atos não-dialógicos, os quais se constituem em uma importante ferramenta para que pesquisadores, estudantes e professores co-constroam uma aula de matemática dialógica.

Sócrates: Por Zeus! O vinho acabou!

Carolina: Hum! Bem! Tenho a sensação de que consegui explicitar tudo que queria dizer até aqui e também pude refletir sobre as indagações que vocês três me fizeram. Talvez, amanhã eu tenha novas idéias para problematizar e considerações para compartilhar, mas hoje estou feliz e saio daqui com um grande sorriso no rosto por dialogar com vocês.

Sócrates: Cara Carolina, tenho apenas um último comentário. Considero que a interação que estabelecemos aqui, tanto no nosso primeiro encontro como neste, está permeada de atos dialógicos. Tu concorda?

Carolina: Sim, Sócrates! Muito obrigada! Nossa interação é extremamente rica em atos dialógicos. Nós estabelecemos contato quando nos sentamos nos portões da Eternidade prestando atenção uns aos outros e nos engajamos no diálogo para aprendermos sobre um tópico específico. Identificamos diferentes abordagens sobre o processo de dialogar com

homens, jovens e adultos, na Grécia Antiga, com mulheres e homens, principalmente camponeses, no final do século XX e diálogo com crianças atualmente. Eu pensei alto tornando público o que venho aprendendo sobre diálogo. Galileu me desafiou com uma excelente questão sobre relações de poder e de diálogo. E tanto o nosso primeiro diálogo, que ocorreu na primeira vez que vim até a Eternidade, como este segundo se constituíram em interação que me modificaram. Obrigada a cada um de vocês!

Sócrates: Nós três estamos muito felizes de dialogar contigo e....

Lakatos: ...e volte a eternidade.

Galileu: Você é muito bem-vinda. Tem sido um prazer compartilhar visões de mundo com você!

REFERÊNCIAS

- ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004
- FREIRE, P. *Pedagogia do Oprimido*. 58. ed. rev. e atual. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2014b.
- LAKATOS, I. *A lógica do descobrimento matemático: provas e refutações*. Rio de Janeiro: Zahar, 1978.
- MARICONDA, P. R. O diálogo de Galileu e sua condenação. *Cad. Hist. Fil. Ci.*, Campinas, Série 3, v. 10, n. 1, p. 77-160, jan.-jun. 2000.
- MILANI, R. *O processo de aprender a dialogar por futuros professores de matemática com seus alunos no estágio supervisionado*. 2015. 239 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática)- Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho (UNESP), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2015. Disponível em <http://base.repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/124074/000831615.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 10 jan. 2016.
- PLATÃO. *Diálogos I: Mênon; Banquete; Fedro*. Tradução direta do grego: Jorge Paleikat. Notas marcadas com “n.r” de João Cruz da Costa. Rio de Janeiro: Tecnoprint Gráfica Editora, 1971. (Edições de Ouro).
- SKOVSMOSE, O. *Educação Crítica: Incerteza, Matemática, Responsabilidade*. Tradução: Maria Aparecida Viggiane Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.
- SKOVSMOSE, O. *An Invitation to Critical Mathematics Education*. Rotterdam, Netherlands: Sense Publisher, 2011b.
- SKOVSMOSE, O. *Critique as Uncertainty*. Charlotte, NC: Information Age Publishing, 2014a.

SKOVSMOSE, O. *Foregrounds: Opaque stories about learning*. Rotterdam: Sense Publisher, 2014c.

SKOVSMOSE, O. *Um convite à Educação Matemática Crítica*. Tradução: Orlando Andrade Figueiredo. Campinas: Papirus, 2014b.

SKOVSMOSE, O.; GREER, B. *Opening the cage*. Rotterdam: Sense Publishers, 2012.

SKOVSMOSE, O; VALERO, P. *Breaking Political Neutrality: The critical engagement of mathematics education with democracy*. Local: Roskilde: Univ. Centre, 1999.

REFERÊNCIAS

- ABDU, R.; SCHWARZ, B.; MAVRIKIS, M. Whole-class scaffolding for learning to solve mathematics problems together in a computer-supported environment. *ZDM Mathematics Education*, v. 47, n.7, p. 1047-1338, nov. 2015. ISSN: 1863-9690 (Print) 1863-9704 (Online).
- ABRAMOWICZ, A. *O direito das crianças à educação infantil*. Pro-Posições. v. 14, n. 3 , 42, set./dez. 2003.
- ALEXANDER, R. *Culture, dialogue and learning: notes on an emerging pedagogy*. University of Cambridge, UK, 2005. Disponível em: <http://lpuae.pbworks.com/w/file/fetch/47478116/Dialogic%20teaching.pdf>. Acesso em: 20 maio 2016.
- ALRØ, H.; JOHNSEN-HØINES, M. Critical dialogue in mathematics education. In: ALRØ, H.; RAVN, O.; VALERO, P. (Eds.). *Critical Mathematics Education: past, present and future*. Rotterdam: Sense Publishers, 2010.
- ALRØ H.; SKOVSMOSE, O. *Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática*. Tradução: Orlando Figueiredo. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.
- ALRØ, H; SKOVSMOSE, O. *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004.
- ALVES, D. S. *Sobre Sonhos e Empoderamento: reflexões e possibilidades para as aulas de matemática*. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de São Paulo, Rio Claro. Em andamento; ainda não publicada.
- ANDERSSON, A.; WAGNER, D. Love and bullying in mathematical conversations. In: CHRONAKI, A. (Ed.). *Mathematics education in the life and times of crisis: Proceedings of the Ninth International Mathematics Education and Society Conference*. Volos, Greece: MES9, 2017.
- ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo Pesquisas Coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.
- ARIÈS, P. *História social da criança e da família*. Rio de Janeiro: Editora Guanabara, 1986
- AUBERT. A. et al. *Aprendizagem dialógica na sociedade da informação*. São Carlos: EdUFSCar, UFSCar, 2016.
- AUSTIN, J. L. *How to Do Things with Words*. Oxford: Oxford University Press, 1962.
- AUSTIN, J. L. *Quando dizer é fazer*. Tradução: Danilo Marcondes de Souza Filho. Porto Alegre: Artes Médicas, 1990.
- BABER, S. A. Mathematics from the perspective of critical sociology. In: ALRØ, H.; RAVN, O.; VALERO, P. (Eds.). *Critical Mathematics Education: past, present and future*. Rotterdam: Sense Publishers, 2010.

BAKKER, A.; SMIT, J.; WEGERIF, R. Scaffolding and dialogic teaching in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, v. 47, n.7, p. 1047-1338, nov. 2015. ISSN: 1863-9690 (Print) 1863-9704 (Online). Disponível em: <http://link.springer.com/journal/11858/47/7/page/1> Acesso em: 10 jan. 2016.

BARBOSA, G. *Platão e Aristóteles na Filosofia da Matemática*. 2009. 134 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)- Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009.

BIOTTO FILHO, D. *O desenvolvimento da matemacia no trabalho com projetos*. 2008. 100f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2008. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/91069>>. Acesso em: 15 jan. 2016.

BIOTTO FILHO, D. *Quem não sonhou em ser um jogador de futebol?: trabalho com projetos para reelaborar foregrounds*. 2015. 234 p. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2015. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/124075>>. Acesso em: 15 jan. 2016.

BOALER, J. Promoting relational equity and high mathematics achievement through an innovative mixed-ability approach. *British Educational Research Journal*, v.34, n.2, p.167-194, DOI: 10.1080/01411920701532145, 2008. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1080/01411920701532145>. Acesso em: 23 ago.2017.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora, 1994.

BOHM, D. *On Dialogue*. London: Routledge, 1996.

BORBA, M. C. Pesquisa qualitativa em educação matemática. In: Reunião Anual da ANPED, 27., 2004, Caxambu. *Anais...* Caxambu: ANPED, 21-24 nov., 2001, p. 1-18. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/borba-minicurso_a-pesquisa-qualitativa-em-em.pdf>. Acesso em: 23 ago.2017.

BORBA, M.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.) *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

BRASIL. Secretaria da Educação Básica. Diretoria de Apoio a Gestão Educacional. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Grandezas e Medidas. Caderno 6. Brasília, MEC, SEB, 2014.

BRUM, E. D. *Produção discursiva na aula de matemática: uma interpretação sociointeracionista*. 2006. 126 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade São Francisco, Itatiba, 2006. Disponível em: <http://livros01.livrosgratis.com.br/cp018512.pdf> Acesso em: 15 set.2017.

CADZEN, C. B. *Classroom Discourse: the language of teaching and learning*. Portsmouth, N.H.: Heinemann Books, 1988.

CALDER, N. Student wonderings: scaffolding student understanding within student-centred

inquiry learning. In: BAKKER, A; SMIT, J. WEGERIF, R. Scaffolding and dialogic teaching in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, v. 47, n.7, p.1229-1312, 2015.

CROTTY, M. *The foundations of social research: meaning and perspective in the research process*. Thousand Oaks: Sage Publications, 1998.

D'AMBROSIO, U. Ethnomathematics and the pursuit of peace and social justice. *Educação Temática Digital - ETD - Campinas, SP* v.19 n.3 p. 653-666 jul./set. 2017. Disponível em <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/etd/article/view/8648367> Acesso em: 12 out. 2017.

D'AMBROSIO, U. *From Mathematics Education and Society to Mathematis Education and a Sustainable Civilization: a threat, an appeal, and a proposal*. 8th International Mathematics Education and Society. Portland, Oregon, USA, June 21-26, 2005b. Disponível em <http://www.mescommunity.info/> Acesso em: 20 nov. 2017. Plenary talk.

D'AMBROSIO, U. Literacia e materacia: objetivos da educação matemática. *Pátio- Revista Pedagógica*, Porto Alegre, ano 1, n 3, nov/ 1997-jan. /1998bp.22-26.

D'AMBROSIO, U. Mathematics and peace: our responsibilities. *ZDM*, v. 30, n. 3, p. 67- 73, 1998a.

D' AMBROSIO, U. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99-120, jan./abr., 2005a.

DÍEZ-PALOMAR, J.; CALIBRÉ OLIVE, J. Using dialogic talking to teach mathematics: the case of interactive groups. In: BAKKER, A; SMIT, J. WEGERIF, R. Scaffolding and dialogic teaching in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, v. 47, n.7, p.1229-1312, 2015.

Diversity in Mathematics Education Center for Learning and Teaching (DiME). Culture, race, power, and mathematics education. In F. Lester (Ed.). *The second handbook of research on mathematics teaching and learning* (p. 405–433). Charlotte, NC: Information Age, 2007.

DOMITE, M. C. *Problematização: um caminho a ser percorrido em Educação Matemática*. 1993. 309 f. Tese (Doutorado)- Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 1993. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000072065&fd=y> . Acesso em: 9 mar.2017.

FAUSTINO, A. C. Diálogo e Educação Matemática: o processo de dialogar no terceiro ano do ensino fundamental. *Perspectivas da Educação Matemática – INMA/UFMS – v.9, n.21 – Seção Temática – Ano 2016*. Disponível em: <http://seer.ufms.br/index.php /pedmat/article/view/2139/2275> Acesso em: 7 jan.2017.

FAUSTINO, A.C. et al. Macroinclusão e microexclusão no contexto educacional. *Revista Eletrônica de Educação*, v. 12, n. 3, p. 898-911, set./dez. 2018, ISSN 1982-7199 | DOI: <http://dx.doi.org/10.14244/198271992212>. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/2212/744> Acesso em: 8 nov. 2018.

FAUSTINO, A. C. et al. Macroinclusion and microexclusion in mathematics education, In:

CHRONAKI, A. (Ed.). *Mathematics education in the life and times of crisis: Proceedings of the Ninth International Mathematics Education and Society Conference*. Volos, Greece: MES9, 2017.

FAUSTINO, A.C. et al. Microexclusions in inclusive mathematics education. In: KNIGGE M.; KOLLOSCH, D.; MARCONE, R.; PENTEADO, M. G.; SKOVSMOSE, O. (Eds.). *Inclusive mathematics education state-of-the-art: Research from Brazil and Germany*. New York: Heidelberg Dordrecht. London: Springer, 2019.

FLECHA, R. *Sharing words: Theory and practice of dialogic learning*. Lanham: Rowman & Littlefield, 2000.

FORNER, R. *Paulo Freire e a Educação Matemática: reflexões sobre a formação do professor*. 2005. 193f. Dissertação (Mestrado em Educação)- PUC-Campinas, Campinas 2005. Disponível em http://www.bibliotecadigital.puc-campinas.edu.br/tde_arquivos/3/TDE-2010-10-01T125943Z-1619/Publico/Regis%20Forner.pdf Acesso em: 23 jun. 2016.

FOUREZ, G. *A construção das ciências: introdução à filosofia e a ética das ciências*. São Paulo: Editora da Universidade Estadual Paulista, 1995. (Biblioteca básica).

FRANKEISTEIN, M. Critical Mathematics Education: An Application of Paulo Freire's Epistemology. In: SHOR, I. (Ed.) *Freire for the classroom: A sourcebook for liberatory teaching*, New Hampshire: Boyton and Cook Publisher, 1987.

FRANKEISTEIN, M., Educação Matemática Crítica: uma aplicação da epistemologia de Paulo Freire. In: BICUDO, M. A. (Org.) *Educação Matemática*. 2 ed. São Paulo: Moraes, 1998.

FRANKEISTEIN, M.; POWELL, A. B. Toward liberatory mathematics Paulo Freire's epistemology and ethnomathematics. In: MCLAREN; LANKSHEAR (Eds.) *The politics of Liberation: Paths from Freire*. London: Routledge, 1994.

FREIRE, P. *Ação cultural para a liberdade e outros escritos*. 10. ed. Rio de Janeiro. Paz e Terra, 2002. (O mundo, Hoje, v.10).

FREIRE, P. *Cartas a Cristina: reflexões sobre minha vida e minha práxis*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2013..

FREIRE, P. *Educação como Prática da Liberdade*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1967.

FREIRE, P. *Educação e atualidade brasileira*. Tese de concurso para a cadeira de História e Filosofia da Educação na Escola de Belas Artes de Pernambuco. Recife, 1959.

FREIRE, P. *Educação e mudança*. 2. ed. rev. e atual. São Paulo: Paz e Terra, 2011b.

FREIRE, P. Entrevista de Paulo Freire. In: Oitavo Congresso Internacional de Educação Matemática. 2008. Disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=245kJbsO4tE> Acesso em: 15 nov 2015.

FREIRE, P. *Extensão ou comunicação*. Tradução: Rosisca Darcy de Oliveira. Rio de Janeiro,

Paz e Terra, 1997. (O Mundo, Hoje, v.24)

FREIRE, P. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários para prática pedagógica*. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, P. *Pedagogia da Esperança: um reencontro com a Pedagogia do Oprimido*. São Paulo: Paz e Terra, 2011.

FREIRE, P. *Pedagogia da Indignação: cartas pedagógicas e outros escritos*. Organização e participação Ana Maria de Araújo Freire.- 1. Ed. São Paulo: Paz e Terra, 2014b.

FREIRE, P. *Pedagogia da Tolerância*. Organização, apresentação e notas: Ana Maria Araújo Freire. 2. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2013.

FREIRE, P. *Pedagogia do oprimido*. 58. ed. rev. e atual. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2014a.

FREIRE, P. *Pedagogy of the oppressed*. Hamondsworth: Penguin Books, 1972.

FREIRE, P.; GUIMARÃES, S. *Educar com a mídia: novos diálogos sobre educação*. São Paulo: Paz e Terra, 2011.

FREIRE, P.; MACEDO, D. *Alfabetização: leitura do mundo, leitura da palavra*. 3. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2006.

GABASSA, V. *Comunidades de aprendizagem: a construção da dialogicidade na sala de aula*. 2009. 245p. Tese (Doutorado)- Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2009. Disponível em: <http://utopiadream.info/ca/wp-content/uploads/2012/04/TeseVG.pdf> . Acesso em: 5 jan. 2015.

GOLDENBERG, M. *A Arte de Pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais*. Rio de Janeiro: Record, 1997.

GREER, B. What is Mathematics Education For? In: ERNEST, P. GREER, B. SRIRAMAN, B. (Eds.). *Critical Issues in Mathematics Education*. Charlotte, NC: Information Age Publishing, 2009.

GUTSTEIN, E. Connecting community, critical, and classical knowledge in teaching mathematics for social justice. In: *The Montana Mathematics Enthusiast*, ISSN 1551-3440, Monograph 1, The Montana Council of Teachers of Mathematics, p. 109-118, 2007.

GUTSTEIN, E. *Reading and writing the world with mathematics: toward a pedagogy for a social justice*. New York: Routledge, 2006.

HERBEL-EISEMANN, B. A.; LYNN BREYFOGLE, M. Questioning our patterns of questions. In: *National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)*. Mathematics Teaching in the Middle School, v.10, n. 9, maio, p. 484-89, 2005. Disponível em: http://www.svmimac.org/images/SVMIPD.091312.Questioning_our_Patterns.pdf . Acesso em: 15 maio 2018.

HERBEL-EISENMANN, B.; CIRILLO, M.; SKOWRONSKI, K. Why discourse deserves our attention! In: FLORIO, A. (Ed.). *Mathematics for every student: Responding to diversity, Grades*, v. 9, n.12, p. 103-115, Reston, VA: NCTM, 2009.

HERZIG, A. H. Goals for achieving diversity in mathematics classroom. *Mathematics Teacher*, v.99, n.4, p. 253-259, nov 2005. Disponível em: <https://eric.ed.gov/?id=EJ749657> Acesso em: 23 ago. 2017

HUNTER, R. et al. *Mathematical Discourse that Breaks Barriers and Creates Space for Marginalized Learners*. Rotterdam: Sense Publishers, 2018.

KAZAK, S. WEGERIF, R. FUJITA, T. Combining scaffolding for content and scaffolding for dialogue to support conceptual breakthroughs in understanding probability. In: BAKKER, A; SMIT, J. WEGERIF, R. Scaffolding and dialogic teaching in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, v. 47, n.7, p.1229-1312, 2015.

LADSON-BILLINGS. *The dreamkeepers: successful teachers of African American Children*. São Francisco: Jossey-Bass. 1994.

LAKATOS, I. *A lógica do descobrimento matemático: provas e refutações*. Rio de Janeiro: Zahar, 1978.

LIMA, A. S.; LIMA, I. M. S. Os Conteúdos Matemáticos e as Realidades dos Alunos Camponeses: que articulações são realizadas pelos professores que atuam em escolas do campo? *Perspectivas da Educação Matemática – INMA/UFMS – v. 9, n. 19, 2016*. Disponível em: <http://seer.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/1370/1270>. Acesso em: 15 jan. 2017.

LINCOLN, Y.; GUBA, E. *Naturalistic Inquiry*. 7. ed. Londres: Sage Publications. Lisboa: Portugal : Edições 7, 1985.

MAKAR, K.; BAKKER, A.; BEN-ZIV, D. Scaffolding norms of argumentation-based inquiry in a primary mathematics classroom. In: BAKKER, A; SMIT, J. WEGERIF, R. Scaffolding and dialogic teaching in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, v. 47, n.7, p.1229-1312, 2015.

MARCONE, R. *Deficiencialismo: A invenção da deficiência pela normalidade*. 2015. 170 p. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2015. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/124073>>. Acesso em: 9 mar. 2017.

MARICONDA, P. R. O diálogo de Galileu e sua condenação. *Cad. Hist. Fil. Ci.*, Campinas, Série 3, v. 10, n. 1, p. 77-160, jan.-jun. 2000.

MEHAN, H. *Learning Lessons*. Cambridge, Mass: Harvard University Press, 1979.

MENDES, J. R. *Descompassos na interação professor-aluno na aula de Matemática em contexto indígena*. 1995. 67 f. Dissertação (Mestrado em Linguística Aplicada) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/269525> Acesso em: 15 set.2017.

MENDES, J. R. *Ler, Escrever e Contar: práticas de numeramento-letramento dos Kaiabi no contexto de formação de professores índios no Parque Indígena do Xingu*. 2001. 233f. Tese (Doutorado em Linguística Aplicada)- Instituto de Estudos da Linguagem, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, 2001.

MILANI, R. *O processo de aprender a dialogar por futuros professores de matemática com seus alunos no estágio supervisionado*. 2015. 239 p. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2015. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/124074>>. Acesso em: 8 mar. 2017.

MILLER, D.; GLOVER, D. Presentation or mediation: Is there a need for “interactive whiteboard technology proficient” teachers in secondary mathematics? *Technology, Pedagogy and Education*, v. 19, n.2 , 253-259. jul. 2010.

MORA, J. F. *Dicionário de filosofia*. Tradução: Roberto Leal Ferreira; Álvaro Cabral. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

MORGAN, C. et al. Language and Communication in Mathematics Education. *ZDM Mathematics Education*, v. 46, n.6, p.843-976, 2014. (Print) 1863-9704 (Online). Disponível em: <http://link.springer.com/journal/11858/47/7>. Acesso em: 10 jan. 2016.

MOURA, A. Q. *O processo do diálogo no ensino e na aprendizagem de matemática com estudantes surdos e ouvintes*. Tese (Doutorado) -Universidade Estadual de São Paulo, Rio Claro. Em andamento, ainda não publicada.

MUZINATTI, J. L. . *A "Verdade" Apaziguadora na Educação Matemática: como a argumentação de estudantes de classe média pode revelar sua visão acerca da injustiça social*. Tese (Doutorado) -Universidade Estadual de São Paulo, Rio Claro. Em andamento, ainda não publicada.

NACARATO, A. M. A comunicação oral nas aulas de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. *Revista Eletrônica de Educação*. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, no. 1, p.9 -26, mai. 2012. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br>. Acesso em: 6 jun. 2016.

NELSON, T. H; SLAVIT, D. Collaborative inquiry among science and mathematics teachers in the USA: Professional learning experiences through crossgrade. *Crossdiscipline dialogue. Journal of In- Service Education*, v.33, n.1, 23-39, 2007.

PASSETTI, E. *Conversação Libertária com Paulo Freire*. São Paulo: Imaginário, 1998.

PENTEADO, M. G. Computer-based learning environments: risks and uncertainties for teacher. *Ways of Knowing Journal*, Brighton, v. 1, n. 2, p. 23-35, 2001.

PENTEADO, M. G.; SKOVSMOSE, O. How to Drag with a Worm-Out Mouse? Searching for Social Justice through Collaboration. In: Skovsmose, O. *Critique as uncertainty*. Charlotte, North Carolina, USA: Information Age Publishing, 2014

PLATÃO. *Apologia de Sócrates precedido de Êutifron (Sobre a piedade) e seguido de Críton (Sobre o dever)*. Tradução do grego e notas: André Malta. Porto Alegre: L &PM, 2012.

PLATÃO. *Defesa de Sócrates*. In: Os Pensadores II. São Paulo: Abril Cultural, 1972. (Os pensadores v.2)

PLATÃO. *Diálogos: A República III*. Tradução: Leonel Vallandro. Rio de Janeiro: Tecnoprint Gráfica Editora, [19--]. (Edições de Ouro).

PLATÃO. *Diálogos I: Mênon; Banquete; Fedro*. Tradução direta do grego: Jorge Pailekat. Notas marcadas com “n r” de João Cruz da Costa. Rio de Janeiro: Tecnoprint Gráfica Editora, 1971. (Edições de Ouro).

PLATÃO. *Diálogos II: Fédon; Sofista; Político*. Tradução direta do grego: Jorge Pailekat; João Cruz Costa. 1.ed. São Paulo: Editora Globo, 1995.

PLATÃO. *Diálogos V: O banquete; Mênon (ou da virtude); Timeu; Crítias*. Tradução, textos complementares e notas de Edson Bini. Bauru/SP: EDIPRO, 2010. (Clássicos Edipro).

PLATÃO. *Teeteto*. Tradução: Adriana Mauela Nogueira e Marcelo Boeri. 3. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2010.

POWELL, A. B. (Org.) *Métodos de Pesquisa em Educação Matemática: usando escrita, vídeo e internet*. Campinas: Mercado de Letras, 2015. (Coleção Educação Matemática)

POWELL, A. B.; QUINTANEIRO DA SILVA, W. O vídeo na pesquisa qualitativa em educação matemática: Investigando pensamentos matemáticos de alunos. In: POWELL, A. B. (Ed.). *Métodos de pesquisa em educação matemática - Usando escrita, vídeo e internet*. Campinas: Mercado de Letras, 2015.

POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento das ideias matemáticas e do raciocínio de estudantes. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, v.17, n 21, p. 81-140, maio 2004.

RONCATO, C. *Significado em Educação Matemática: encontros conceituais sinalizados aos estudantes universitários público-alvo da educação especial*. Tese (Doutorado) -Universidade Estadual de São Paulo, Rio Claro. Em andamento, ainda não publicada.

SANTOS, B. P. *Paulo Freire e Ubiratan D'Ambrosio: contribuições para a formação do professor de matemática no Brasil*. 2007. 444 p. Tese (Doutorado)- Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: <http://www2.fe.usp.br/~etnomat/teses/PauloFreireeUbiratanDAmbrosio.pdf>. Acesso em: 29 jun.2016.

SCLIAR, M. *Tormento não tem idade*. O imaginário do cotidiano. São Paulo: Global, 2002.

SEARLE, J.. *Speech acts*. Cambridge: Cambridge University Press, 1969.

SILVA, E. B. *O diálogo entre diferentes sujeitos que aprendem e ensinam matemática no contexto escolar dos anos finais do ensino fundamental*. 2014. 340 f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Brasília (UnB), Brasília, 2014. Disponível em <http://repositorio.unb.br/handle/10482/16403> Acesso em: 10 jan. 2016.

SILVA, G. H. G. *Equidade no acesso e permanência no ensino superior: o papel da educação matemática frente às políticas de ações afirmativas para grupos sub-representados*. 2016. 359 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2016. Disponível em: <https://www.capes.gov.br/images/stories/download/pct/2017/Mencoes-Honrosas/Ensino-Guilherme-Henrique-Gomes-da-Silva.PDF>. Acesso em: 8 mar. 2017.

SKOVSMOSE, O. *An Invitation to Critical Mathematics Education*. Rotterdam: Sense Publisher, 2011b.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. *Bolema*, Rio Claro, v.13, n. 14., p. 66-91, 2000. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10635/7022> Acesso em: 15 nov.2017.

SKOVSMOSE, O. Critical Mathematics Education: In terms of concerns. In: BRARATH, S. et al. *The first sourcebook on Nordic Research in Mathematics Education: Norway, Sweden, Iceland, Denmark and contributions from Finland*, 2010.

SKOVSMOSE, O. *Critique as Uncertainty*. Charlotte, NC: Information Age Publishing, 2014a.

SKOVSMOSE, O. Dialogue, landscapes and critique. In: Kennedy, N.; Marchall, E. (Eds.). *Dialogical inquiry in mathematics teaching and learning: A philosophical approach*. Berlin: LIT Publishers. (2009a)

SKOVSMOSE, O. *Educação Crítica: Incerteza, Matemática, Responsabilidade*. Tradução: Maria Aparecida Viggiane Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

SKOVSMOSE, O. *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. Campinas, SP: Papirus, 2001a.

SKOVSMOSE, O. *Foregrounds: Opaque stories about learning*. Rotterdam: Sense Publisher, 2014c.

SKOVSMOSE, O. Inclusions, meetings and landscapes. In: KNIGGE M.; KOLLOSCHE, D.; MARCONE, R.; PENTEADO, M. G.; SKOVSMOSE, O. (Eds.). *Inclusive mathematics education state-of-the-art: Research from Brazil and Germany*. New York Heidelberg Dordrecht London: Springer, (2019b).

SKOVSMOSE, O. *Inclusive landscapes of investigation*. In: Proceedings of the Ninth International Mathematics Education and Society Conference. Volos, Greece: MES10, (2019c).

SKOVSMOSE, O. Researching possibilities. In: SETATI, M. et al. (Eds.). *Researching possibilities in mathematics, science and technology education*. New York: Nova Science Publishers, 2009.

SKOVSMOSE, O. *Travelling through education: Uncertainty, mathematics, responsibility*. Rotterdam: Sense Publishers, 2005.

SKOVSMOSE, O. *Um convite à Educação Matemática Crítica*. Tradução: Orlando Andrade Figueiredo. Campinas: Papirus, 2014b.

SKOVSMOSE, O.; BORBA, M. Research methodology and Critical Mathematical Education. In: VALERO, P. and ZEVENBERGEN, R. (Eds.) *Researching the sociopolitical dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004.

SKOVSMOSE, O.; GREER, B. *Opening the cage*. Rotterdam: Sense Publishers, 2012.

SKOVSMOSE, O.; PENTEADO, M. G. Mathematics education and democracy: An open landscape of tensions, uncertainties, and challenges. In: ENGLISH, L. D.; KIRSHNER, D. (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education*. Third Edition. New York, NY: Routledge, 2015.

SKOVSMOSE, O.; VALERO, P. *Breaking Political Neutrality: The critical engagement of mathematics education with democracy*. Local: Roskilde Univ. Centre, 1999.

SOUZA, D. *A matemática em ação e o ensino de Cálculo: possibilidades no ensino superior por meio da Aprendizagem Baseada em Problemas*. Tese (Doutorado) -Universidade Estadual de São Paulo, Rio Claro. Em andamento, ainda não publicada.

TCHÉKHOV, A. *A dama do cachorrinho e outras histórias*. Tradução: Maria Aparecida Botelho Pereira Soares, 2011 (Coleção L&PM POCKET; v. 749).

VITHAL, R. *In Search of a Pedagogy of Conflict and Dialogue for Mathematics Education*. The Netherlands: Kluwer Academic Publisher, 2003.

VYGOTSKY, L. S. *Pensamento e Linguagem*. Rio de Janeiro: Martins Fontes, 1998.

VYGOTSKY, L. *Thought and language*. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press, 1962.

WAGNER, D.; HERBEL-EISEMANN, B.; CHOPPIN, J. Inherent connections between discourse and equity in mathematics classrooms. In D. Wagner; B. Herbel-Eisemann, B., J. Choppin; D. Pimm (Eds.). *Equity in discourse for mathematics education*. London: Springer. 2012, (p. 1-13).

YOON AH-HAE; YANG HYEWON. *Quem vai ficar com o pêssego?* São Paulo: Callis, 2010 (Coleção TanTan).

ZOLKOWER, B. SHERYAR, S. PÉREZ, S. Teacher guidance of algebraic formula building: functional grammatical analysis of a whole-class conversation. In: BAKKER, A; SMIT, J. WEGERIF, R. Scaffolding and dialogic teaching in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, v. 47, n.7, p.1229-1312, 2015.