



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**

Faculdade de Ciências e Tecnologia

LUIS AUGUSTO NUNES COELHO

**ACURÁCIA NA DETERMINAÇÃO DAS COORDENADAS  
DOS VÉRTICES DE IMÓVEIS URBANOS**

PRESIDENTE PRUDENTE  
2013



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**

Faculdade de Ciências e Tecnologia

LUIS AUGUSTO NUNES COELHO

**ACURÁCIA NA DETERMINAÇÃO DAS COORDENADAS  
DOS VÉRTICES DE IMÓVEIS URBANOS**

Dissertação apresentada no Programa De Pós-Graduação em Ciências Cartográficas da Universidade Estadual Paulista – Campus de Presidente Prudente, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciências Cartográficas.

**Orientador: João Carlos Chaves**

Presidente Prudente  
2013


C617a Coelho, Luis Augusto Nunes.  
Acurácia na determinação das coordenadas dos vértices de imóveis urbanos / Luis Augusto Nunes Coelho. - Presidente Prudente : [s.n], 2013  
176 f.

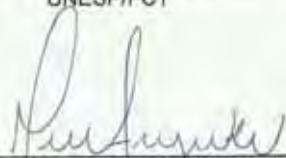
Orientador: João Carlos Chaves  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia  
Inclui bibliografia


1. Levantamento cadastral urbano. 2. Propagação de variância. 3. Sistema topográfico local. I. Chaves, João Carlos. II. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências e Tecnologia. III. Título.

BANCA EXAMINADORA

  
\_\_\_\_\_  
PROF. DR. JOAO CARLOS CHAVES  
ORIENTADOR

  
\_\_\_\_\_  
PROF. DR. AMILTON AMORIM  
UNESP/FCT

  
\_\_\_\_\_  
PROF. DR. LUIS AUGUSTO KOENIG VEIGA  
UFPR

  
\_\_\_\_\_  
LUIS AUGUSTO NUNES COELHO

PRESIDENTE PRUDENTE (SP), 27 DE AGOSTO DE 2013.

RESULTADO: APROVADO

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me guiado com saúde e força para seguir em frente na luta por meus ideais.

Ao Professor Dr. João Carlos Chaves, pela confiança e toda contribuição no desenvolvimento desta pesquisa.

Ao Professor Dr. Amilton Amorim que me aconselhou e me fez manter firme em um momento difícil da caminhada.

Aos Professores Paulo Camargo e Maurício Galo pela ajuda na programação das transformações entre os sistemas de coordenadas e no ajustamento da poligonal topográfica com base no Método dos Mínimos Quadrados (MMQ).

Aos membros da Santiago & Cintra, em especial André Fonzar, Felipe Foglia Martins, Rodrigo Eger e Victor Magalhães, pela ajuda com os equipamentos e *softwares*.

Aos meus amigos Carlos Henrique Maruno, Walter Gomes Junior e Edriano Alexandre pela ajuda com os levantamentos de campo.

Aos integrantes do LATOGEO, Thaís e Nemer, pela paciência devido aos inúmeros trabalhos práticos realizados.

A Paula Ferro, por ser compreensiva e paciente comigo durante todo o mestrado.

Ao meu pai Paulo Coelho, a minha mãe Sandra Sheyla, e aos meus irmãos Rafael e Paula, por terem me ajudado nessa caminhada.

A CAPES, por ter contribuído financeiramente para a realização desta pesquisa.

E em especial, a todas as noites mal dormidas que me fizeram refletir em relação às questões aqui tratadas.

## EPÍGRAFE

"Seja determinado, não tema  
sacrifício algum e supere  
todas as dificuldades para  
ganhar a vitória."  
--Mao Tse-Tung

## RESUMO

A inexistência de uma tolerância para o levantamento dos vértices de imóveis urbanos motiva o estudo de novas metodologias, e o aperfeiçoamento das existentes, não só na determinação da acurácia dos marcos geodésicos e dos pontos topográficos pertencentes à Rede de Referência Cadastral Municipal (RRCM), mas como dos próprios vértices de imóveis. Para ilustrar a problemática do levantamento cadastral urbano brasileiro, uma RRCM é implantada em Presidente Prudente – SP, onde a maioria dos marcos geodésicos se localizam no Campus da UNESP, onde a mesma não foi distribuída de forma uniforme no município. Três situações (Área Teste 1, 2 e 3) são investigadas. Como a Área Teste 1 é adjacente aos marcos geodésicos da RRCM localizados na UNESP, utiliza-se da estação total para determinar as coordenadas dos vértices dos imóveis. Portanto, as coordenadas no Sistema Cartesiano Geodésico dos marcos geodésicos são transformadas para o Sistema Geodésico, e posteriormente, para o Sistema Topográfico Local. Com base no método de poligonização, determinam-se os pontos topográficos, e apoiados nestes, as coordenadas dos vértices dos imóveis são estimadas. O método de irradiação quando comparado com o de interseção a vante, mostrou-se mais eficiente no posicionamento dos vértices dos imóveis. Nas Áreas Teste 2 e 3, o uso da estação total não é uma alternativa viável, em virtude da necessidade do profissional realizar transporte de coordenadas com relação a dois marcos desta rede, até a área de estudo, o que demandaria muito tempo de trabalho. O uso do GPS (*Global Positioning System*), com base no método *Real Time Kinematic* (RTK), permite que as coordenadas dos vértices dos imóveis sejam determinadas em um curto intervalo de tempo. Apesar desta vantagem, há limitações, como o multicaminho e a perda do sinal refletido do satélite ao receptor, condição não apresentada na Área Teste 2 (com exceção de dois vértices), mas contemplada na Área Teste 3. Nestas Áreas, o levantamento cadastral é conduzido com um rádio externo e as coordenadas dos vértices são pós-processadas. Na Área Teste 3, o marco geodésico mais próximo, encontra-se a 1,7 km dos vértices dos imóveis. A lei de propagação de variância-covariância é utilizada nas transformações entre os sistemas de coordenadas, nos processamentos dos dados GPS e da poligonal topográfica, assim como no método de interseção a vante e irradiação. Para o controle das observações do levantamento cadastral, utiliza-se do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) e da elipse dos erros.

**Palavras-Chave** – Levantamento Cadastral Urbano, RTK, Estação Total, Propagação de Variância, limites do imóvel, Sistema Topográfico Local.

## ABSTRACT

The lack of tolerance for the survey of urban property boundary coordinates motivates the study of new methods and improvement of existing, not only in determining the accuracy of the geodetic marks and the topographic points belonging to the Municipal Cadastral Reference Network (RRCM), but as the property boundary. To illustrate the problem of urban cadastral survey of Brazil, a RRCM was implanted in Presidente Prudente - SP, where most of the geodetic marks are located on the Campus of UNESP, where it was not uniformly distributed in the municipality. Three situations (Test Area 1, 2 and 3) are investigated. How the Test Area 1 is adjacent to the geodetic marks to the RRCM located at UNESP, shall be used the total station to determine the urban property boundary coordinates. Thus, the coordinates in the Geodetic Cartesian System of the geodetic marks are converted to Geodesic System, and later to the Local Topographic System(STL). Based on the traverse method, topographic points were determined, and these supported the urban property boundary coordinates are estimated. The radial method when compared with the intersection of the forward proved to be more efficient in positioning the urban property boundary. In Test Areas 1 and 2, the use of total station is not a viable alternative, because of the necessity of the professional performing transport of coordinates regarding two marks this network to the study area, which would require a lot of time working. The use of GPS (Global Positioning System) method based on Real Time Kinematic (RTK) allows the urban property boundary coordinates to be determined in a short period of time. Although this advantage, there are limitations, such as multipath and loss of the reflected signal from the satellite to the receiver, such condition does not appear in Test Area 2 (with the exception of two property boundary), but contemplated in Test Area 3. In these areas, the cadastral survey is conducted with an external radio and the boundary coordinates are post-processed. Area Test 3, the geodetic mark closest, lies 1.7 km from the property boundary. The law of propagation of variance-covariance is used in the transformations between coordinate systems, in the processing of the GPS data and topographic polygonal, as well as in the forward intersection and radial method. To control the observations of the cadastral survey, are utilized method of least squares (LSM) and the ellipse of errors.

**Keywords** – Cadastral Urban Survey, RTK, Total Station, Propagation of Variance, Property Boundary, Local Topographic System.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Primeiros indícios de Cadastro. ....	4
Figura 2 - Multifinalidade do Cadastro. ....	6
Figura 3 - Hierarquia de uma RRCM. ....	10
Figura 4 – Distribuição dos marcos de controle horizontal e permanentes em Canterbury. ....	11
Figura 5 – Identificação do marco. ....	12
Figura 6 - Sistema de Coordenadas Cartesianas Geodésicas e Sistema de Coordenadas Curvilíneas Geodésicas. ....	13
Figura 7 - Sistema Topográfico Local. ....	14
Figura 8 – Multicaminho do sinal ....	18
Figura 9 - Ausência de arborização e a altura da antena do receptor é maior que a edificação. ....	20
Figura 10 – Presença de arborização sobre o vértice do imóvel. ....	21
Figura 11 - Altura da antena do receptor é inferior à edificação. ....	21
Figura 12 – Dupla diferença. ....	24
Figura 13 - Posicionamento Relativo Estático. ....	25
Figura 14 - Método RTK de posicionamento. ....	26
Figura 15 - Poligonal aberta. ....	30
Figura 16 - Poligonal fechada. ....	30
Figura 17 - Poligonal enquadrada, de enlace ou apoiada. ....	31
Figura 18 - Método de posicionamento por irradiação. ....	32
Figura 19 – Método de posicionamento por interseção a vante. ....	33
Figura 20 – Acurácia na determinação das coordenadas dos imóveis. ....	35
Figura 21 – Vértice do imóvel irradiado com base na poligonal ajustada. ....	47
Figura 22 – Vértice determinado com base no método da interseção a vante. ....	50
Figura 23 - Elipse dos erros. ....	61

Figura 24 – Fluxograma da metodologia adotada. ....	63
Figura 25 – Distribuição geométrica dos vetores linhas de base e ajustamento do marco geodésico de precisão (SAT82).....	68
Figura 26 – Alternância de dois receptores GPS.....	70
Figura 27 – Distribuição geométrica dos vetores linhas de base no ajustamento dos marcos geodésicos de apoio imediato.....	72
Figura 28 – Acurácia das coordenadas dos marcos geodésicos de apoio imediato no sistema UTM. ....	73
Figura 29 – Acurácia das coordenadas curvilíneas geodésicas ( $\varphi$ e $\lambda$ ), obtidas com base na propagação de variância na transformação entre o Sistema Cartesiano Geodésico e o Sistema Geodésico. ....	74
Figura 30 – Acurácias das coordenadas ( $X_L$ e $Y_L$ ) obtidas com base na propagação de variância na transformação entre o Sistema Geodésico e o STL. ....	76
Figura 31 – estação total GPT 3007W.....	78
Figura 32 – Poligonal enquadrada da classe II PRC do tipo 2. ....	78
Figura 33 – Acurácias das coordenadas ( $X_L$ e $Y_L$ ) no STL, obtidas com base no ajustamento pelo MMQ realizado no <i>software</i> AJUSTA.....	82
Figura 34 – Representação da Área Teste 1, onde os vértices dos imóveis foram determinados. Produto vetorizado no TOPOEVN com base no Google Earth 2013.....	85
Figura 35– Acurácias planimétricas dos vértices dos imóveis obtidas com base no método de irradiação. ....	86
Figura 36 - Distância do centro do prisma à edificação. ....	87
Figura 37 – Acurácias planimétricas dos vértices dos imóveis obtidas com base no método de interseção a vante.....	89
Figura 38 - Acurácias planimétricas dos vértices dos imóveis obtidos com base no método de interseção a vante.....	89
Figura 39 – Discrepâncias de coordenadas resultantes da comparação entre o método da irradiação e interseção a vante.....	91
Figura 40 – R8 GNSS da marca Trimble, rádio externo Trimark 3, antena externa e coletora TSC2.....	93
Figura 41 – Área Teste 2. ....	94

Figura 42 – Acurácias planimétricas das coordenadas dos vértices de imóveis, determinadas com base no método RTK pós-processado aplicado na Área Teste 2.....	95
Figura 43 – Distância do centro do receptor à edificação. ....	96
Figura 44 – MDT gerado com base no levantamento RTK pós-processado aplicado na Área Teste 2. ....	97
Figura 45 – Área Teste 3. ....	98
Figura 46 – Acurácias planimétricas das coordenadas dos vértices 11 e 14, e do ponto 12, determinadas com base no método RTK pós-processado aplicado na Área Teste 3. ....	99
Figura 47 – MDT gerado com base no levantamento RTK pós-processado aplicado na Área Teste 3. ....	101

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Padrões de acurácias da Austrália, Canadá e Nova Zelândia. ....	7
Tabela 2 - Classificação de estações totais e suas respectivas precisões angulares e lineares. ....	28
Tabela 3 - Especificações sobre a determinação do marco geodésico de precisão (SAT82)...	66
Tabela 4 – Vetores linhas de base observados e os respectivos comprimentos aproximados..	67
Tabela 5 – Acurácias das coordenadas curvilíneas geodésicas das estações de referência.....	67
Tabela 6 – Coordenadas no sistema UTM em SIRGAS 2000 e as respectivas acurácias do marco geodésico de precisão. ....	68
Tabela 7 – Coordenadas no sistema UTM, homologadas pelo IBGE em SIRGAS 2000 e as respectivas acurácias.....	69
Tabela 8 - Especificações sobre a determinação dos marcos geodésicos de apoio imediato... ..	70
Tabela 9 – Especificações sobre o tempo de coleta e o comprimento dos vetores linhas de base. ....	71
Tabela 10 – Coordenadas UTM em SIRGAS 2000 e as respectivas acurácias dos marcos geodésicos de apoio imediato. ....	72
Tabela 11 – Erro nos componentes das elipses dos erros dos marcos geodésicos da RRCM..	73
Tabela 12 – Coordenadas curvilíneas geodésicas e as respectivas acurácias do marco geodésico de precisão e dos marcos geodésicos de apoio imediato, pertencentes à RRCM....	74
Tabela 13 – Coordenadas plano retangulares no STL e as respectivas acurácias dos marcos pertencentes à RRCM.....	75
Tabela 14 – Coordenadas curvilíneas geodésicas dos marcos pertencentes à RRCM. ....	77
Tabela 15 – Comparação entre as coordenadas plano retangulares no STL gerada nos softwares TOPOEVN e CONVERT2.....	77
Tabela 16 – Resultado das coordenadas ( $X_L$ e $Y_L$ ) no STL, dos ângulos, distâncias horizontais e azimutes calculados com base no <i>software</i> COMPENSAÇÃO. ....	79
Tabela 17 – Comparação entre as coordenadas ( $X_L$ e $Y_L$ ) no STL, calculadas no software ADJUST e COMPENSAÇÃO. ....	80
Tabela 18 – Coordenadas ( $X_L$ e $Y_L$ ) ajustadas no STL e as respectivas acurácias. ....	81
Tabela 19 – Ângulos e distâncias ajustados e as respectivas acurácias.....	82

Tabela 20 – Elipse dos erros com 95% de confiança relativa ao ajustamento das estações de referência pertencentes a poligonal topográfica. ....	83
Tabela 21 – Comparação entre as coordenadas ( $X_L$ e $Y_L$ ) no STL, calculadas no software ADJUST e no AJUSTA.....	83
Tabela 22 – Coordenadas ( $X_L$ e $Y_L$ ) no STL dos vértices irradiados, as respectivas acurácias e elipse dos erros, obtidos com base no método de irradiação.....	86
Tabela 23 – Contribuição da distância e do ângulo horizontal na acurácia do método de irradiação. ....	87
Tabela 24 – Coordenadas ( $X_L$ e $Y_L$ ) dos vértices visados no STL, as respectivas acurácias e elipse dos erros, obtidos com base no método de interseção a vante. ....	88
Tabela 25 – Discrepâncias de coordenadas resultantes da comparação entre o método da irradiação e interseção a vante, e as respectivas variâncias.....	90
Tabela 26 - Coordenadas no sistema UTM (N e E) em SIRGAS 2000 e as respectivas acurácias dos vértices determinadas na Área Teste 2.....	95
Tabela 27 – Fatores que exercem influências na qualidade do posicionamento por satélite nos vértices determinados da Área Teste 2. ....	96
Tabela 28 – Coordenadas no sistema UTM (E e N) em SIRGAS 2000 e as respectivas acurácias dos vértices 11 e 14, e do ponto 12.....	98
Tabela 29 - Fatores que exercem influências na qualidade do posicionamento por satélite nos vértices determinados da Área Teste 3. ....	100
Tabela 30 – Coordenadas geodésicas dos vértices dos imóveis e as respectivas acurácias obtidas com base na propagação de variância entre o Sistema Cartesiano Geodésico e o Sistema Geodésico.....	102
Tabela 31– Coordenadas ( $X_L$ e $Y_L$ ) no STL dos vértices dos imóveis e as respectivas acurácias obtidas com base na propagação de variância entre o Sistema Geodésico e o STL. ....	102

## **LISTA DE QUADROS**

Quadro 1 - Escolha do quadrante apropriado .....	62
--	----

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACT	Australian Capital Territory
C/A	Caarse/acquisition
DoD	Department of Defense
DD	Dupla Diferença de Fase
FIG	Federação Internacional de Geometras
GNSS	Global Navigation Satellite System
GPS	Sistema de Posicionamento Global
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
ICSM	Inter-Governmental Committee on Surveying and Mapping
IGS	International GPS Geodynamics Service
INCRA	Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária
IPTU	Imposto Predial Territorial Urbano
LINZ	Land Information New Zealand
L1	Portadora L1 de Sinais GPS
L2	Portadora L2 de Sinais GPS
MDT	Modelo Digital do Terreno
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
MVC	Matriz Variância-Covariância
NAVSTAR	NAVgation System With Time and Ranging
NBR	Norma Brasileira
NRCAN	Natural Resources Canada
PD	Pseudodistância
PDOP	Dilution of Precision
ppm	partes por milhão
RIBaC	Rede INCRA de Bases Comunitárias
RBMC	Rede Brasileira de Monitoramento Continuo
RRCM	Rede de Referência Cadastral Municipal
RTCM	Radio Technical Committee for Marine Service
RTK	Real Time Kinematic
RTN	Real Time Network
SCN	Sistema Cartográfico Nacional

SGB	Sistema Geodésico Brasileiro
STL	Sistema Topográfico Local
SIRGAS	Sistema de Referência Geodésico para a América do Sul
TBC	Trimble Business Center
UNESP	Universidade Estadual Paulista
USDA	United States Department of Agriculture
USDI	United States Department of the Interior
UTM	Universal transverse Mercator
UHF	<i>Ultra High Frequency</i>
WGS 84	World Geodetic System of 1984



## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1 Objetivos .....	2
1.1.1 Objetivo Geral .....	2
1.1.2 Objetivos Específicos .....	2
1.2 Estruturação do Trabalho.....	3
<b>2. CADASTRO.....</b>	<b>4</b>
2.1 A definição de Cadastro .....	4
2.2 Normatização vigente no Brasil e no exterior .....	6
2.3 O Sistema Geodésico Brasileiro .....	8
2.3.1 Rede de Referência Cadastral Municipal (RRCM) .....	9
2.3.2 Interligação do sistema de referência das redes geodésicas com o imóvel .....	12
2.3.3 Transformação do Sistema Geodésico para o Sistema Topográfico Local pela formulação da ABNT 14.166 .....	14
<b>3. O LEVANTAMENTO CADASTRAL .....</b>	<b>17</b>
3.1 Histórico dos métodos de levantamentos cadastrais.....	17
3.2 O sistema GPS e seu uso no levantamento cadastral.....	18
3.2.1 As observáveis GPS .....	21
3.2.2 Posicionamento Relativo .....	23
3.2.2.1 Método de Posicionamento Relativo Estático .....	25
3.2.2.2 Métodos de Posicionamento Relativo Cinemático em Tempo Real (RTK).....	26
3.3 O uso da estação total no levantamento cadastral .....	28
3.3.1 Método da poligonação .....	29
3.3.2 Método da irradiação .....	32
3.3.3 Método da interseção a vante .....	33

<b>4. PROPAGAÇÃO DOS ERROS NO LEVANTAMENTO CADASTRAL .....</b>	<b>34</b>
4.1 O conceito de acurácia.....	34
4.2 Lei de propagação de variância - covariância no levantamento cadastral.....	35
4.2.1 A propagação de variância aplicada na transformação das coordenadas cartesianas geodésicas para coordenadas curvilíneas geodésicas .....	39
4.2.2 A propagação de variância aplicada na transformação das coordenadas geodésicas para plano retangulares no Sistema Topográfico Local .....	40
4.2.3 A propagação de variância aplicada ao método de irradiação.....	47
4.2.4 A propagação de variância aplicada ao método de interseção a vante .....	50
4.3 O controle de qualidade no levantamento cadastral .....	52
4.3.1 Ajustamento pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) .....	52
4.3.1.1 Ajustamento da poligonal topográfica no plano.....	55
4.3.2 Teste de hipótese .....	60
4.3.3 Elipse dos erros.....	61
<b>5. DETERMINAÇÃO DA ACURÁCIA DOS MARCOS GEODÉSICOS, PONTOS TOPOGRÁFICOS E DOS VÉRTICES DE IMÓVEIS URBANOS .....</b>	<b>63</b>
5.1 Marco geodésico de precisão.....	65
5.1.1 Processamento e ajustamento do marco geodésico de precisão .....	66
5.2 Marcos geodésicos de apoio imediato .....	69
5.2.1 Processamento e ajustamento dos marcos geodésicos de apoio imediato .....	71
5.3 Propagação de variância na transformação entre os sistemas de coordenadas.....	73
5.3.1 Propagação de variância na transformação do Sistema Cartesiano Geodésico (X, Y e Z) para o Sistema Geodésico ( $\varphi$ e $\lambda$ ) .....	74
5.3.2 Propagação de variância na transformação do Sistema Geodésico para o Sistema Topográfico Local .....	75
5.4 Pontos topográficos .....	77
5.4.1 Ajustamento da poligonal topográfica com base no MMQ.....	80
5.5 Levantamento dos vértices de imóveis com estação total .....	84

5.5.1 Método da irradiação aplicado na Área Teste 1 .....	85
5.5.2 Método da interseção aplicado na Área Teste 1 .....	88
5.5.3 Comparação entre o método de irradiação e interseção a vante.....	90
5.6 Levantamento dos vértices de imóveis urbanos com GPS .....	92
5.6.1 Método RTK pós-processado, aplicado na Área Teste 2.....	93
5.6.2 Método RTK pós-processado, aplicado na Área Teste 3 .....	98
5.6.3 Transformação das coordenadas obtidas com base no RTK pós-processado para o Sistema Topográfico Local.....	101
<b>6. CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES .....</b>	<b>103</b>
6.1 Conclusões.....	103
6.2 Recomendações .....	104
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>106</b>

## **ANEXOS**



## 1. INTRODUÇÃO

Os levantamentos cadastrais vêm sendo estudados por especialistas do Cadastro, devido à inexistência de uma tolerância na determinação dos vértices dos imóveis urbanos. As coordenadas destes vértices são derivadas, na maioria das situações, de levantamentos com base no posicionamento por satélite, por métodos convencionais e fotogramétricos. Em cidades de pequeno e médio porte, o uso de métodos fotogramétricos não é frequente, em virtude do custo elevado, quando comparado com a receita do município, portanto, o cadastrador utiliza-se dos demais métodos.

Com a evolução tecnológica, o mercado disponibiliza novos equipamentos para atender as necessidades do consumidor. Estas tecnologias aceleram o processo de medição, como exemplo do emprego do posicionamento GNSS (*Global Navigation Satellite System*), em especial do GPS (*Global Positioning System*). Em consequência, a Norma Técnica de Georreferenciamento de Imóveis Rurais (INCRA, 2013) atualizou-se, especificando novas metodologias que atendem à tolerância de 50 cm estabelecida na determinação das coordenadas dos imóveis rurais.

Dentre os métodos de posicionamento GNSS, os métodos Estático e RTK são os mais utilizados nos levantamentos cadastrais urbanos. O RTK, ao contrário do Estático, possibilita medir inúmeros pontos em um curto intervalo de tempo, mas nem sempre é possível cumprir todas as tarefas de posicionamento, devido as eventuais perdas de sinais por obstruções que possam existir nos locais de interesse. Portanto, nestas situações, emprega-se métodos terrestres de medição angulares e lineares com estação total, e apoiados em uma rede de pontos com coordenadas conhecidas, materializados no município (Rede de Referência Cadastral Municipal - RRCM), determinam-se as coordenadas dos vértices de imóveis urbanos, o que caracteriza a Área Teste 1.

Dentro deste contexto, identificou-se um problema, que é estimar a acurácia relativa dos vértices de imóveis na ausência da RRCM na área de estudo (Área Teste 2 e 3). A Área Teste 2 apresenta situações diferentes da Área Teste 3, ou seja, sobre os vértices dos imóveis não existe arborização e a altura da antena do receptor é maior que a edificação que delimita cada imóvel. A Área Teste 3 trata especificamente dos problemas de multicaminho e perda de sinal refletido do satélite ao receptor.

O método RTK foi utilizado nas Áreas Teste 2 e 3, para a determinação das coordenadas dos vértices dos imóveis. Nestas áreas, utilizou-se de um rádio externo, possibilitando a comunicação do sinal do rádio entre os dois receptores.

A pesquisa adota as recomendações da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), dentre tais normas, destacam-se, “A Execução de Levantamentos Topográficos” (ABNT 13.133, 1994), “Implantação de Rede de Referência Cadastral” (ABNT 14.166, 1998) e “Execução de Levantamento Planimétrico e Cadastral de Imóvel Urbanizado com área até 25000m<sup>2</sup>, para fins de estudos, projetos e edificações” (ABNT 14.465, 2001). As outras recomendações são: “Recomendações para Levantamento Relativo Estático – GPS” (IBGE, 2008), do guia para levantamentos cadastrais da Austrália (ACT, 2012) – “*GNSS and Cadastral Surveys*” e do guia para levantamentos com base no RTK (NRCAN, 2012) – “*Guidelines for RTK/RTN GNSS Surveying in Canada*”. A adoção dos guias internacionais justifica-se pelo fato dos mesmos fornecerem especificações para o uso do RTK que podem ser utilizadas no cadastro urbano brasileiro.

Para o controle de qualidade realizado nesta pesquisa, utilizou-se do ajustamento com base no MMQ (Método dos Mínimos Quadrados) e da elipse dos erros.

Esta pesquisa apresenta alternativas para o levantamento cadastral urbano Brasileiro, com base em normas nacionais e internacionais, visando à estimação das acurácias das coordenadas dos vértices de imóveis urbanos, por meio da propagação dos erros.

## **1.1 Objetivos**

### **1.1.1 Objetivo Geral**

Determinar a acurácia dos vértices de imóveis urbanos com base no GPS, por meio do método RTK, e com a estação total, utilizando-se dos métodos de irradiação e interseção a vante, assim como dos marcos geodésicos e dos pontos topográficos pertencentes à Rede de Referência Cadastral Municipal (RRCM).

### **1.1.2 Objetivos Específicos**

- Implantar uma RRCM adjacente a Área Teste 1, em Presidente Prudente – SP, e testar a integração GPS e estação total no levantamento dos vértices de imóveis urbanos;

- Utilizar-se da RRCM implantada e com base no GPS, no método RTK, determinar as coordenadas dos vértices de imóveis das Áreas Teste 2 e 3.
- Aplicar a propagação de variância e covariância em todos os ajustamentos, transformações entre sistema de coordenadas e nos métodos de medições realizados com base no GPS e estação total; e,
- Realizar o controle de qualidade no levantamento cadastral.

## 1.2 Estruturação do Trabalho

O trabalho está estruturado em 6 capítulos. No primeiro, tem-se a introdução do tema abordado nesta pesquisa e os objetivos.

O segundo capítulo, “Cadastro”, aborda a definição de Cadastro e Imóvel, as leis vigentes no Brasil aplicáveis ao cadastro de imóveis urbanos e a importância da rede geodésica. Descreve-se o Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) e a integração do GPS e estação total no levantamento cadastral.

O terceiro capítulo, “Levantamento cadastral”, descreve os métodos de levantamentos cadastrais: Estático e RTK, com base no uso do GPS; e os métodos terrestres de medição: poligonação, interseção a vante e irradiação.

O quarto capítulo, “Propagação dos erros no levantamento cadastral”, apresenta os termos acurácia e precisão; especifica as formulações baseadas na propagação dos erros do Sistema de coordenada Cartesiano Geodésico para o Sistema Geodésico, e deste último, para o STL; e apresenta o controle de qualidade no levantamento cadastral.

O quinto capítulo, “Determinação da acurácia dos marcos geodésicos, pontos topográficos e dos vértices de imóveis urbanos”, descreve os experimentos e metodologias utilizadas nesta pesquisa, assim como o processamento dos dados e as análises.

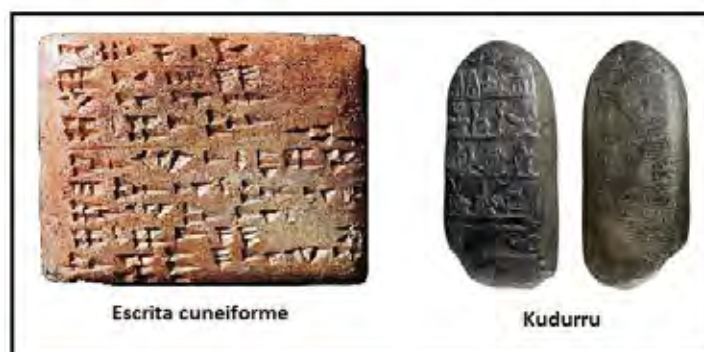
O último capítulo, “Conclusões e Recomendações”, descreve os resultados dos experimentos realizados e apresenta sugestões para futuros trabalhos. Em seguida, vêm as Referências Bibliográficas e os Anexos.

## 2. CADASTRO

Este capítulo aborda os seguintes tópicos: a definição e origem do termo Cadastro e imóvel, as normas vigente no Brasil e algumas do exterior que se enquadram à execução de levantamentos cadastrais, a importância da rede geodésica na determinação das coordenadas dos vértices de imóveis e a necessidade da transformação das coordenadas do Sistema Geodésico de Referência, com base no GPS, para o Sistema Topográfico Local, com base nos medidores terrestres de direções e distâncias.

### 2.1 A definição de Cadastro

A partir do momento em que o homem começou a cultivar a terra e depender dela para a própria sobrevivência, houve a necessidade de delimitar sua propriedade e registrar o seu direito. Desse princípio surgiu o *Kudurru* – “fronteira ou limite”, um documento de pedra usado para cadastrar o registro de propriedade (Figura 1).



**Figura 1** - Primeiros indícios de Cadastro.

Fonte: <<http://www.larshammaren.se/bildgal.htm>>. Acesso em: 22/07/2013.

Conforme a sociedade se erguia, crescia o número de informações a serem cadastradas. O termo Cadastro é de origem bizantina, denominada *cadastijón*, em grego *Katastikhon*, que significa registro, lista (EBERL<sup>1</sup>, 1982 *apud* CARNEIRO, 2003, p. 26).

Na Europa, o conceito de Cadastro é baseado no levantamento dos limites da parcela territorial (WILLIAMSON<sup>2</sup>, 1983, DALE & MCLAUGHLIN<sup>3</sup>, 1988 e MCLAUGHLIN & NICHOLS<sup>4</sup>, 1997 *apud* CARNEIRO, 2003, p. 23).

<sup>1</sup> EBERL, K. D. *Sistemas Cadastrales-Planeación, Proyectos, Procedimientos, Información, Aplicaciones, Administración*. México: Concepto S.A. 1982. 209p.

<sup>2</sup> WILLIAMSON, I. P. 1983. "*A modern cadastre for New South Wales*". Dissertação (PhD) - University of New South Wales - UNSW, Sydney.



O termo parcela refere-se a uma porção delimitada da superfície terrestre (FIG, 1995 *apud* CARNEIRO, 2003, p. 22). Território é uma porção delimitada da superfície terrestre que alguém exerce o direito de propriedade (FERREIRA, 1975), portanto, parcela territorial é uma porção delimitada da superfície terrestre que alguém tem o direito de propriedade sobre ela, ou seja, o registro.

O termo parcela territorial é muito utilizado na Europa e foi introduzido por Napoleão Bonaparte. O general francês influenciou os sistemas cadastrais de vários países europeus. No Brasil, utiliza-se do termo imóvel para caracterizar uma porção da superfície terrestre que tenha ou não um proprietário (título de domínio) (INCRA, 2013).

O imóvel urbano, na maioria das situações é formado por quatro vértices que se interligam por retas. Dois destes vértices representam a testada<sup>5</sup> do imóvel, e os outros dois, o fundo. Nesta pesquisa, o conceito de Cadastro designa em determinar apenas as acurácias das coordenadas dos vértices que definem a testada do imóvel.

No Brasil, o termo Cadastro é usado para caracterizar os registros de clientes ou de usuários realizados por organizações contendo informações referentes a pessoas físicas ou jurídicas (FERREIRA, 1975). Para se referir ao mesmo conceito de Cadastro de Williamson (1983), Dale & Mclaughlin (1988) e Mclaughlin & Nichols (1997) *apud* Carneiro (2003, p. 23), no Brasil, utiliza-se o termo cadastro técnico.

O cadastro técnico municipal brasileiro é de responsabilidade da prefeitura, e tem caráter estritamente fiscal. Com base em um levantamento topográfico, geodésico ou aerofotogramétrico o profissional determina o limite físico do imóvel e da edificação a ele pertencente, e a prefeitura utiliza-se destas informações para a arrecadação do Imposto Predial Urbano – IPTU.

No momento do levantamento, o profissional pressupõe-se o limite do imóvel a partir do que se vê. Este, é o limite físico, e na maioria das situações difere do legal que vincula-se a descrição geométrica do imóvel registrada no cartório. Ambos os limites apresentam uma maior probabilidade de se coincidirem, quando se faz o *as built* do loteamento, ou seja, o profissional demarca, medi, gera a descrição geométrica de cada imóvel e registra no cartório. Isto não acontece no Brasil, pois, quando se aprova um loteamento no

---

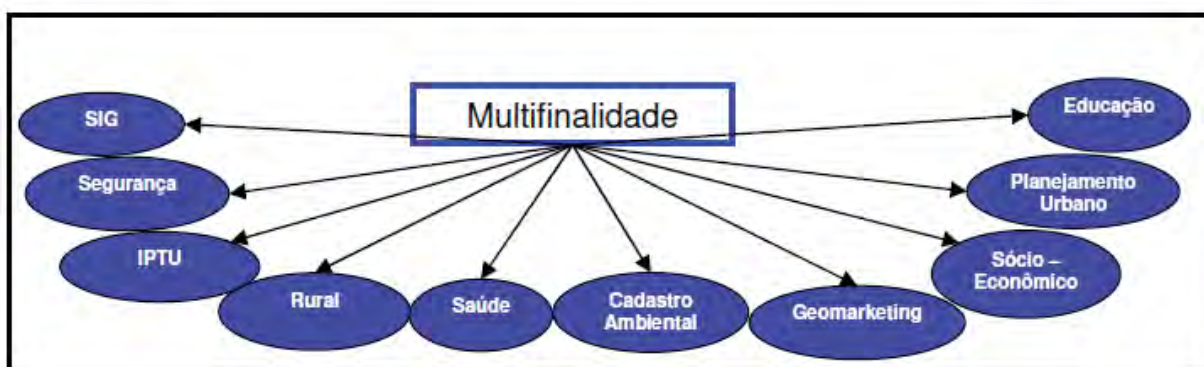
<sup>3</sup> DALE, P. F.; MCLAUGHLIN, J. D. *Land Information Management – An Introduction with Special Reference to Cadastral Problems in Third World Countries*. 1. Ed. New York: Oxford University Press, 1988. 300p.

<sup>4</sup> MCLAUGHLIN, J. D.; NICHOLS, S. E. *Parcel - Based Land Information Systems. Surveying and Mapping*, v.47, n.1 marc. 1997, p.11-29.

<sup>5</sup> Testada: Linha de divisa do imóvel que confronta com logradouro público, caracterizando o alinhamento predial (ABNT 14645-1, 2001, p.2).

cartório, automaticamente registram-se as descrições geométricas, em seguida o profissional demarca o loteamento e os muros são construídos. Portanto, a única alternativa de ter um Cadastro legal no Brasil, é retificar os levantamentos topográficos realizados com base nos limites físicos dos imóveis, assim, este limite se torna legal.

É importante salientar que ao adicionar ao conceito de Cadastro outras questões da sociedade como ambientais, sociais, da saúde e educação, este se torna uma ferramenta importante para o planejamento da sociedade devido ao caráter multifinalitário (Figura 2).



**Figura 2 - Multifinalidade do Cadastro.**

Fonte: Souza (2007, p. 18).

## 2.2 Normatização vigente no Brasil e no exterior

Vários países dispõem de Normas específicas para atividades que envolvem levantamentos cadastrais, estabelecendo métodos e tolerâncias exigíveis para a mensuração dos limites dos imóveis. No Brasil, o único documento que aponta diretrizes para a criação, implantação e manutenção do Cadastro Territorial Multifinalitário nos municípios é a Portaria Nº 511, disponível em 2009 no Diário Oficial da União, pelo Ministério das Cidades. É importante salientar que os profissionais não são obrigados a seguir esta Portaria, a não ser que esta condição esteja publicada em um processo licitatório.

Algumas normas brasileiras para fins de levantamentos topográficos e geodésicos são utilizadas por profissionais no levantamento cadastral, entre as quais, destacam-se a execução de Levantamentos Topográficos (ABNT 13.133, 1994), Implantação de Rede de Referência Cadastral Municipal (ABNT 14.166, 1998) e Execução de Levantamento Planimétrico e Cadastral de Imóvel Urbanizado com área até 25.000m<sup>2</sup>, para fins de estudos, projetos e edificações (ABNT 14.465, 2001). Os levantamentos geodésicos por posicionamento utilizando a tecnologia GNSS podem ser vistos nas Recomendações para Levantamento Relativo Estático – GPS (IBGE, 1998).

Como no Cadastro urbano não há uma tolerância definida, alguns estudos foram realizados com objetivo de defini-la, entre os quais podem citar-se: Brandão (2003, p. 82) e Myiashita (2008, p. 95) apresentaram o valor de 10 e 6 cm, respectivamente, resultantes do erro máximo de 5% permitido na área de um imóvel (BRASIL, 2002) e nas dimensões mínimas de um imóvel localizado em área urbana (BRASIL, 1979); Botelho (2003, p. 65) apresenta o valor de 7 cm, resultado da propagação de variância no método de irradiação para distâncias menores que 500 m; Rocha<sup>6</sup> (1994 *apud* Gama, 2012, p. 232) apresenta o valor de 10 cm como fruto da propagação dos erros ocasionados no processo de demarcação de loteamentos e parcelamentos de propriedades urbanas.

O valor de 10 cm apresentado por Rocha (1994 *apud* Gama, 2012, p. 232) e Brandão (2003, p. 82) é o mesmo estabelecido na Norma *Standards and Guidelines for Cadastral Surveys using Global Positioning System Methods* (USDA e USDI, 2001, p. 4)” dos Estados Unidos, e será utilizado nesta pesquisa como tolerância para os levantamentos realizados na seção 5. A Tabela 1 mostra alguns padrões de acurácia com 95% de confiança, especificados em fontes como: “*Rules for Cadastral Survey 2010* (LINZS65000, 2010, p. 9)” da Nova Zelândia; “*Standards and Practices for Control Surveys* (ICSM, 2007, part. A, p. 7)” da Austrália e “*Accuracy Standard for Legal Surveys* (NRCAN, 2008)” do Canadá.

**Tabela 1**– Padrões de acurácias da Austrália, Canadá e Nova Zelândia.

País	Padrões de acurácias em áreas urbanas
Austrália	$r_1 = 30(\text{dist} + 0,2)$
Canadá	$r_2 = 8(\text{dist} + 0,25)$
Nova Zelândia	$\sqrt{0,04^2 + (d \cdot 0,0001)^2}$ m

dist = distância relativa entre dois pontos arbitrários em Km.

$r_1$  em mm.

$r_2$  em cm.

d = distância relativa entre dois pontos arbitrários em m.

Como no Brasil não existe uma normatização específica relacionada aos métodos de levantamentos para o cadastro de imóveis urbanos, nesta pesquisa utilizou-se dos Guias de levantamentos cadastrais da Austrália e Canadá como especificações para o levantamento dos imóveis com base no método RTK:

- A Austrália publicou, em 29/10/2012, a versão número 10 do “*Guideline for GNSS and Cadastral Surveys*” que fornece especificações para o uso do RTK

<sup>6</sup> ROCHA, R. S. Proposta de Definição de uma projeção Cartográfica para Mapeamento Sistemático em Grande Escala para o Estado do Rio Grande do Sul. 1994. **Dissertação** (Mestrado em Ciências Geodésicas) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

no levantamento cadastral do país. Este material está disponível em <[http://www.actpla.act.gov.au/\\_\\_data/assets/pdf\\_file/0007/32002/20121029\\_Guideline\\_No.10\\_-\\_GNSS\\_and\\_Cadastral\\_Surveys.pdf](http://www.actpla.act.gov.au/__data/assets/pdf_file/0007/32002/20121029_Guideline_No.10_-_GNSS_and_Cadastral_Surveys.pdf)>;

- O Canadá publicou, em dezembro de 2012, a versão 1.0.7 do “*Guidelines for RTK/RTN GNSS Surveying In Canadá*” que fornece especificações para o uso dos métodos RTK e *Real Time Network* (RTN) no Canadá. Este material está disponível em <[http://www.nrcan.gc.ca/earth-sciences/sites/www.nrcan.gc.ca.earth-ciencias/files/files/pdf/rtk\\_userguide-eng.pdf](http://www.nrcan.gc.ca/earth-sciences/sites/www.nrcan.gc.ca.earth-ciencias/files/files/pdf/rtk_userguide-eng.pdf)>.

### 2.3 O Sistema Geodésico Brasileiro

Conforme o art. 10 da Portaria N° 511 de 2009 do Ministério das Cidades, tem-se: “O levantamento cadastral para a identificação geométrica das parcelas territoriais deve ser referenciado ao Sistema Geodésico Brasileiro (SGB)”.

Um sistema geodésico de referência corresponde a uma rede de pontos materializados no terreno por meio dos chamados marcos geodésicos, cujas coordenadas são homologadas por órgãos oficiais, obedecendo a rígidos padrões de qualidade<sup>7</sup>, associadas a um sistema de referência nacional. No Brasil, a Diretoria de Geodésia do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) é o órgão responsável pela determinação das redes geodésicas de referência nacional. O georreferenciamento a um único sistema de coordenadas garante o posicionamento do imóvel de forma inequívoca, única, conforme define o Princípio da Especialidade (Lei Federal 6.015), e também, possibilita um cadastro multifinalitário, como a integração de levantamentos realizados por diversos setores em uma prefeitura.

Em 25/02/2005, foi assinada a Resolução do Presidente do IBGE N° 1/2005<sup>8</sup> que estabelece o Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (SIRGAS 2000), em sua realização no ano de 2000, na época 2000.4, como novo sistema de referência geodésico para o Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) e para o Sistema Cartográfico Nacional (SCN).

Portanto, a determinação confiável dos limites do imóvel deve ser vinculada aos marcos geodésicos materializados no terreno, com base no sistema de referência nacional

<sup>7</sup> Informações sobre o processo de homologação dos marcos geodésicos podem ser adquiridas em: <[ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/pdf/homologacao\\_de\\_marcos.pdf](ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/pdf/homologacao_de_marcos.pdf)>.

<sup>8</sup> A Resolução N° 1/2005 do IBGE altera a caracterização do referencial geodésico brasileiro. Disponível em: <[ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/projeto\\_mudanca\\_referencial\\_geodesico/legislacao/rpr\\_01\\_25fev2005.pdf](ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/projeto_mudanca_referencial_geodesico/legislacao/rpr_01_25fev2005.pdf)>. Acessado em: 16/06/2013.

SIRGAS 2000. Assim, realizam-se as medições com base em levantamentos geodésicos ou topográficos (§ 1º, art. 13 da Portaria Nº 511), apoiados nestes marcos. As redes geodésicas que constitui o SGB<sup>9</sup> são:

- Rede Clássica: rede de marcos geodésicos cujas coordenadas foram determinadas por métodos astronômicos, com transporte de coordenadas com base em levantamentos geodésicos convencionais, como a triangulação e poligonação;
- Rede Nacional GNSS: rede de marcos da rede clássica cujas coordenadas foram determinadas com base nos métodos de posicionamento por satélite artificial do GNSS;
- Redes Estaduais: redes implantadas dentro dos padrões estabelecidos pelo IBGE e por ele homologadas;
- Rede Ativa: É construída por pontos nos quais são instalados equipamentos receptores de sinais de satélite do GNSS com rastreamento contínuo. Como exemplo, a Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC) e a Rede INCRA de Bases Comunitárias (RIBAC). Este tipo de rede é a mais recomendada, pois o profissional necessita ter apenas um receptor para determinar os pontos de interesse. Tanto o receptor da RBMC, quanto da RIBAC, servem como estação de referência para o georreferenciamento dos dados.

Dentre as redes geodésicas de referência pertencentes ao SGB, apenas a Rede Clássica não é mencionada na Norma Técnica para Georreferenciamento de Imóveis Rurais (INCRA, 2010, p. 29) para o uso no georreferenciamento de imóveis rurais.

### **2.3.1 Rede de Referência Cadastral Municipal (RRCM)**

Apesar do aumento da disponibilidade destes pontos da rede geodésica nos últimos anos, a mesma ainda não atende em todo Brasil às necessidades de georreferenciamento dos imóveis urbanos. Isto acontece principalmente em cidades de médio

---

<sup>9</sup> Mais informações sobre as redes geodésicas que constituem o SGB estão disponíveis em: <[ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/rel\\_sad69.pdf](ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/rel_sad69.pdf)>.

e pequeno porte, e em consequência deve-se implantar uma RRCM referenciada ao SGB e que sirva de apoio ao levantamento do imóvel.

Segundo a ABNT 14166 (1998, p. 5), uma RRCM é constituída por marcos implantados no terreno, cujas coordenadas estão relacionadas a um referencial adotado no país. O poder público necessita dessa rede para dar suporte a todos os serviços que se destinem a projetos, cadastros ou implantação e gerenciamento de obras. A ABNT 14166 (1998, p. 10) apresenta as estruturas de forma hierárquica, decrescente, que para o presente trabalho será discutido o caso planimétrico (Figura 3):

- Marco geodésico de precisão: obtido com base no transporte de coordenadas dos marcos geodésicos pertencentes ao SGB (ABNT 14166:1998, p. 3). Nesta pesquisa, o marco geodésico de precisão foi transportado com base nos marcos da rede ativa do SGB, como exemplo, da RBMC;
- Marco geodésico de apoio imediato: obtido com base no transporte de coordenadas do marco geodésico de precisão (ABNT 14166, 1998, p. 3);
- Pontos topográficos: pontos de coordenadas planimétricas implantados e materializados no terreno, determinados por poligonal topográfica (ABNT 14166, 1998, p. 4);



Figura 3 - Hierarquia de uma RRCM.

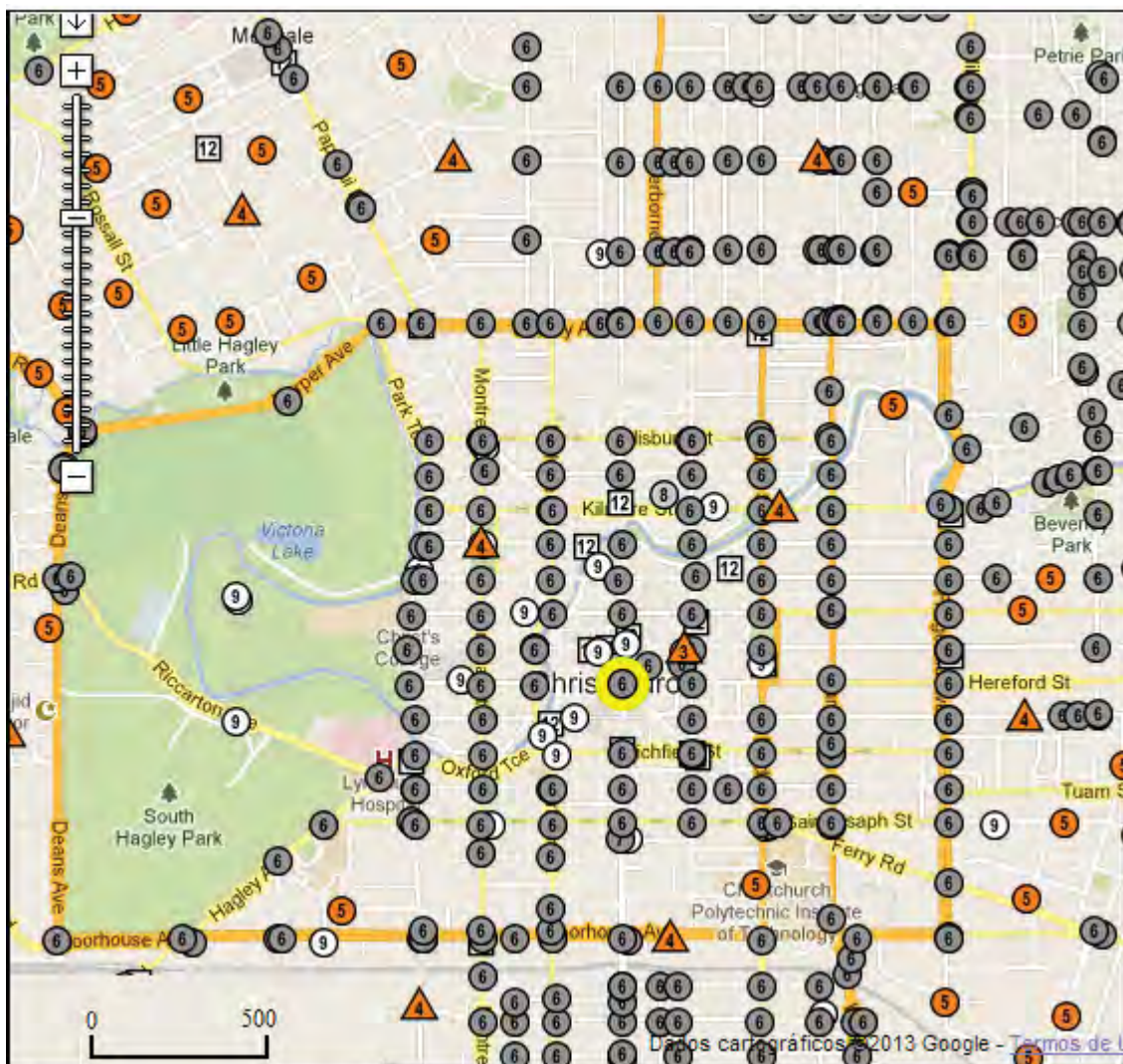
Para a implantação de uma RRCM com base no marco geodésico de precisão, o profissional deve fazer o transporte de coordenadas com referência no mínimo a dois marcos que fazem parte das redes ativas do SGB. É importante que o marco geodésico de precisão seja materializado em um local que não apresente obstruções para o rastreamento dos sinais GNSS, longe de construções e árvores. O período de rastreamento pode variar entre 30 minutos a 6 horas,

conforme o comprimento da linha de base. Estas especificações estão presentes nas Recomendações para Levantamento Relativo Estático – GPS (IBGE, 2008, p. 11).

A rede de referência cadastral deve ser planejada e bem distribuída no município. Botelho (2003) demonstra a necessidade de implantar pontos de referência no local da área de estudo, e com base na estação total, aplica-se o método de irradiação para determinar os imóveis. ABNT 14645 (2001, p. 3) determina a implantação mínima de dois pontos, devido ao cálculo do azimute, quando se utiliza dos métodos convencionais. Assunto que será tratado na seção 3.2.

Gama (2008, p. 14) apresenta como problemática para o cadastro urbano, a dificuldade de se encontrar locais abertos, livre de arborização, principalmente em aglomerados urbanos.

A Figura 4 mostra um exemplo da RRCM implantada em Canterbury, localizada no Sul da Nova Zelândia.



**Figura 4** – Distribuição dos marcos de controle horizontal e permanentes em Canterbury.

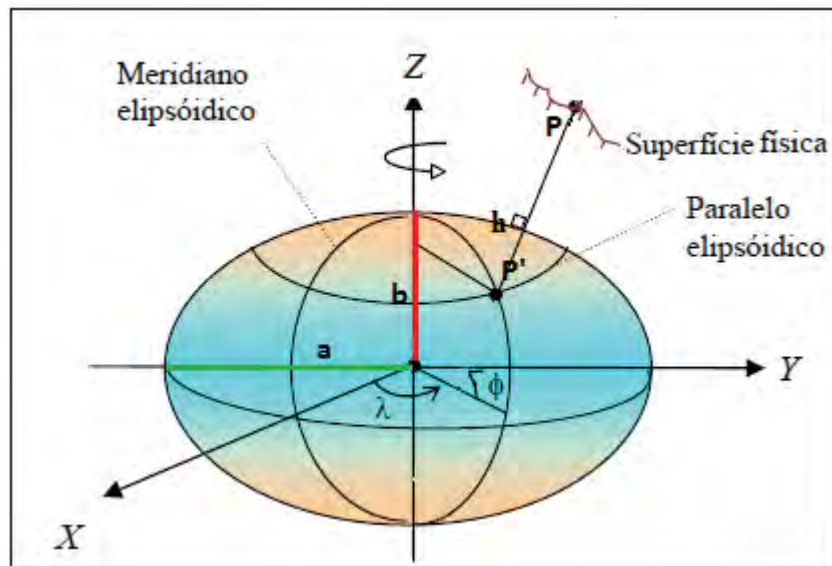
Fonte: <<http://apps.linz.govt.nz/gdb/?mode=gmap>>. Acesso em 22/07/2013.





Desta forma, é importante a compatibilização de coordenadas em um mesmo sistema de referência, pois os pontos determinados com o GPS fazem referência ao Sistema de Coordenadas Cartesiano Geocêntrico (*World Geodetic System - WGS84*), ou seja, a origem está localizada no centro do elipsoide de referência (*Geodetic Reference System - GRS80*), na interseção do semi-eixo maior ( $a$ ) com o semi-eixo menor ( $b$ ). Os ângulos e distâncias são medidos em campo com referência ao plano topográfico local.

Manualmente, os *softwares* de processamento de dados GPS aplicam a transformação entre os Sistemas de coordenadas e disponibilizam para o usuário as coordenadas no sistema de projeção UTM ( $E$ ,  $N$  e  $h$ ), curvilíneas geodésicas ( $\phi$ ,  $\lambda$  e  $h$ ) e cartesianas geodésicas ( $X$ ,  $Y$  e  $Z$ ) de cada ponto coletado. A Figura 6 apresenta o Sistema de Coordenadas Cartesianas Geodésicas e o Sistema de Coordenadas Curvilíneas Geodésicas.



**Figura 6** - Sistema de Coordenadas Cartesianas Geodésicas e Sistema de Coordenadas Curvilíneas Geodésicas.

A ABNT 14.166 (1998, p. 8) normatiza que a RRCM pode ter suas coordenadas plano-retangulares ( $X_L$  e  $Y_L$ ) representadas nos Sistemas Transverso de Mercator (UTM – RTM – LTM) ou Topográfico Local. Portanto, uma alternativa para a integração entre GPS e estação total é transformar as coordenadas obtidas com base no GPS para o STL. A ABNT 14.166 (1998, p. 15) apresenta a formulação para esta transformação.

Nesta pesquisa, as coordenadas geodésicas ( $\phi$  e  $\lambda$ ), latitude e longitude, dos marcos geodésicos pertencentes à RRCM, referenciados ao SIRGAS 2000, foram transformadas em plano retangulares ( $X_L$  e  $Y_L$ ), com base na formulação da ABNT 14.166 (1998, p. 15). Assim, implantou-se um STL, cuja origem é a intersecção do plano horizontal com a vertical de um ponto de coordenadas geodésicas conhecidas com referência ao centro do elipsoide GRS80 (Figura 7).

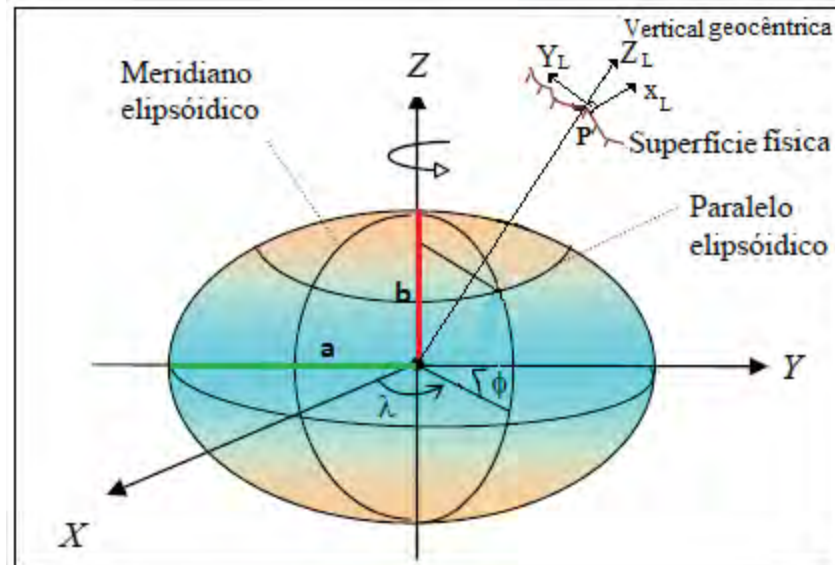


Figura 7 - Sistema Topográfico Local.

Tratando-se de levantamentos topográficos de pequenas extensões, tendo sua dimensão máxima limitada a aproximadamente 70 km a partir da origem do STL, considerou-se o efeito da curvatura terrestre desprezível, para que o erro relativo não ultrapasse. 1:50.000 nesta dimensão, e adicionou-se as constantes 150.000 m e 250.000 m na abscissa (X) e ordenada (Y), respectivamente, com o objetivo de evitar valores negativos nos demais pontos da área de abrangência do sistema (ABNT 14.166, 1998, p. 5 e 7).

### 2.3.3 Transformação do Sistema Geodésico para o Sistema Topográfico Local pela formulação da ABNT 14.166

O formulário a ser adotado nesta pesquisa, para a transformação de coordenadas geodésicas ( $\varphi$  e  $\lambda$ ) para plano-retangulares ( $X_L$  e  $Y_L$ ), é demonstrado a seguir, e pode ser visto na ABNT 14.166 (1998, p. 15). Na aplicação das fórmulas, consideram-se a latitude geodésica ( $\varphi$ ) negativa no hemisfério sul e a longitude geodésica ( $\lambda$ ) positiva para oeste:

- $X_L$  é a coordenada da abscissa de P no STL e  $Y_L$  é a coordenada da ordenada de P no STL:

$$X_L = 150.000 + x_p \quad (1)$$

$$Y_L = 250.000 + y_p \quad (2)$$

- $\Delta\lambda$  é a diferença entre  $\lambda_p$  de um dado ponto a ser transformado e  $\lambda_0$  (origem);

- $\Delta\varphi$  é a diferença entre  $\varphi_p$  de um dado ponto a ser transformado e  $\varphi_0$ (origem); e
- “a” é o semi-eixo maior do elipsoide de referência (GRS 80 – SIRGAS 2000) / (a = 6.378.137,00 m);

- f é o achatamento do elipsoide de referência:

$$f = \frac{1}{298.257222101} \quad (3)$$

- "e" é a primeira excentricidade do elipsoide de referência:

$$e = \sqrt{[f (2 - f)]} \quad (4)$$

- $N_p$  é o raio de curvatura da seção primeiro vertical ao plano meridiano do elipsoide de referência em P:

$$N_p = \frac{a}{\sqrt{[(1 - e^2 \text{sen}^2 \varphi_p)]}} \quad (5)$$

- $N_o$  é o raio de curvatura da seção primeiro vertical ao plano meridiano do elipsoide de referência em  $P_0$  (origem do sistema):

$$N_o = \frac{a}{\sqrt{[(1 - e^2 \text{sen}^2 \varphi_o)]}} \quad (6)$$

- $M_p$  é o raio de curvatura da seção meridiana do elipsoide de referência em P:

$$M_p = \frac{a(1-e^2)}{[(1 - e^2 \text{sen}^2 \varphi_p)^{3/2}]} \quad (7)$$

- $M_o$  é o raio de curvatura da seção meridiana do elipsoide de referência em  $P_o$  (origem do sistema):

$$M_o = \frac{a(1-e^2)}{[(1 - e^2 \text{sen}^2 \varphi_o)^{3/2}]} \quad (8)$$

- $R_o$  é o raio médio de curvatura:

$$R_o = \sqrt{(M_o N_o)} \quad (9)$$

•  $H_t$  é a altitude ortométrica média do terreno ou altitude do plano topográfico e pode ser calculada com base na ondulação geoidal ( $n$ ) e na altura geométrica ( $h$ ), com base na equação vista em Monico (2008, p. 144):

$$H = h - n \quad (10)$$

•  $c$  é o fator de elevação:

$$c = \frac{R_o + H_t}{R_o} \quad (11)$$

Assim, obtém-se  $x_p$  e  $y_p$ :

$$x_p = -\Delta\lambda_1 \cos\varphi_p N_p \text{arc}1'' c \quad (12)$$

$$y_p = \frac{1}{B} [\Delta\varphi_1 + Cx_p^2 + F(\Delta\varphi_1)^2 + E(\Delta\varphi_1)x_p^2 + ECx_p^4] c \quad (13)$$

onde:

$$B = \frac{1}{(M_o \text{arc}1'')} \quad (14)$$

$$C = \frac{\tan\varphi_o}{(2M_o N_o \text{arc}1'')} \quad (15)$$

$$F = \frac{3e^2 \sin\varphi_o \cos\varphi_o \text{arc}1''}{2(1 - e^2 \sin^2\varphi_o)} \quad (16)$$

$$E = \frac{1 + 3\tan\varphi_o}{6N_o^2} \quad (17)$$

$$\Delta\lambda_1 = \Delta\lambda'' [1 - 3,9173 \cdot 10^{-12} (\Delta\lambda'')^2] \quad (18)$$

$$\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi'' [1 - 3,9173 \cdot 10^{-12} (\Delta\varphi'')^2] \quad (19)$$

### 3. O LEVANTAMENTO CADASTRAL

Este capítulo aborda o histórico dos métodos de medição aplicados aos levantamentos cadastrais, indo desde os métodos topográficos utilizados na antiguidade até o surgimento do Sistema de Posicionamento Global (GPS). Também aborda as metodologias utilizadas nesta pesquisa, com base na estação total e no GPS, para a determinação das coordenadas dos marcos geodésicos da RRCM e dos vértices de imóveis urbanos.

#### 3.1 Histórico dos métodos de levantamentos cadastrais

Os primeiros registros sobre levantamentos cadastrais iniciaram-se com a divisão do Egito em imóveis, em 1400 a.C. para fins tributários, ou seja, pela cobrança de impostos. Os imóveis eram demarcadas todo ano por agrimensores, pois a cheia do Rio Nilo desfazia a demarcação. Utilizavam-se cordas como ferramentas pelos agrimensores para as medições naquela época. Devido ao grande número de medições realizadas às margens do rio, os pesquisadores gregos tornaram os pioneiros da Ciência Geométrica (CARNEIRO, 2003, p. 26-27).

O aperfeiçoamento dos instrumentos topográficos foi concebido graças ao engenheiro suíço Henrique Wild, o geodesta italiano Ignazio Porro (1801 - 1875) e o alemão Carl Zeiss (1816 – 1888) (ESPARTEL, 1975, p. 4-5).

O primeiro método de levantamento topográfico a ser utilizado foi da interseção a ré, conhecido como problema de Pothot (GAMA, 2008, p. 27). Este método requer que a estação total ou o teodolito seja instalado no ponto a ser determinado. Portanto, não é muito utilizado nos levantamentos cadastrais, pois as pessoas delimitam suas propriedades com muros, impossibilitando a ocupação do instrumento no ponto em que se queira determinar.

Com o desenvolvimento da geometria e dos instrumentos topográficos, outras metodologias foram criadas, como por exemplo, a triangulação que engloba o método de interseção a vante, e a poligonação.

Segundo o IBGE<sup>11</sup>, em 1944, foi medida a primeira base geodésica brasileira nas proximidades de Goiânia. Iniciava-se o estabelecimento do SGB em sua componente planimétrica, com base no método da triangulação e densificado pelo método de poligonação.

---

<sup>11</sup> Sistema Geodésico Brasileiro: Rede Planimétrica. IBGE online, 2013. Apresenta as informações sobre a rede planimétrica do Sistema Geodésico Brasileiro. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/planimetria.shtm>>. Acesso em: 08 jul. 2013.

Tais métodos, denominados de "clássicos", foram aplicados até meados da década de 90 e os equipamentos utilizados eram os teodolitos e medidores eletrônicos de distâncias.

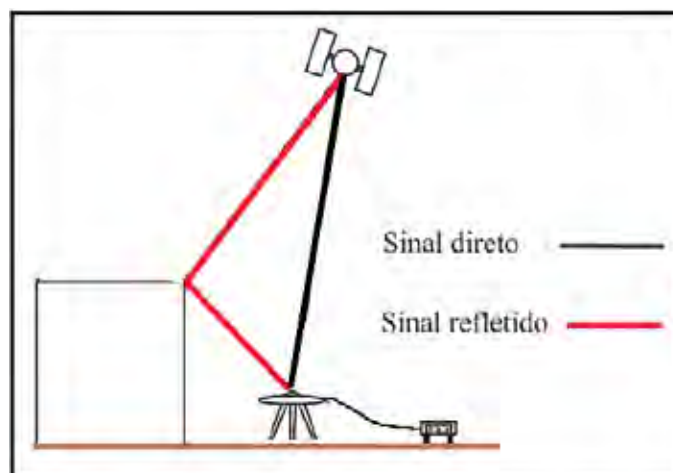
Segundo Seeber<sup>12</sup> (2003 *apud* Gama 2008, p. 28), somente a partir de 1983 o uso do posicionamento por satélite foi utilizado em medições geodésicas. Este sistema é visto como uma alternativa para a realização de levantamentos sobre a superfície terrestre, principalmente na determinação da rede geodésica que serve de apoio ao levantamento dos imóveis.

### 3.2 O sistema GPS e seu uso no levantamento cadastral

O GPS é um sistema de navegação por satélite criado pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos – DoD (*Department of Defense*), a princípio desenvolvido exclusivamente para fins militares e com acesso restrito. A concepção deste sistema permite que um usuário, em qualquer local da superfície terrestre, tenha a sua disposição no mínimo quatro satélites para serem rastreados (MONICO, 2008, p. 31 e 32).

Uma vantagem desta tecnologia, quando comparada aos métodos convencionais, é que não há a necessidade de inter-visibilidade entre as estações. Portanto, o GPS é muito utilizado na implantação da RRCM, pois, proporciona uma maior rapidez e facilidade na densificação dos marcos geodésicos, quando comparado com as técnicas convencionais.

Apesar das vantagens, o GPS apresenta limitações, como a perda e o multicaminho do sinal refletido do satélite ao receptor, causado pelas edificações, árvores, torres, pontes, entre outros (Figura 8). Com a presença de tais obstruções, utiliza-se deste instrumento integrado com os métodos convencionais.



**Figura 8** – Multicaminho do sinal  
Fonte: adaptado de (MONICO, 2008).

<sup>12</sup> SEEBER, G. **Satellite geodesy: foundations, methods and applications**. Berlin: Walter de Gruyter, 1993. 356p

Em levantamentos cadastrais, é eficiente coletar o maior número de informações em um menor tempo, uma vez que o número de detalhes é muito grande. Portanto, países como a Austrália, Estados Unidos e Canadá realizaram testes em relação ao uso de métodos GPS rápidos de medição, como o *Stop-and-go* e o RTK, para a aplicação em levantamentos cadastrais.

No método *Stop-and-go*, a ideia básica é que primeiro o receptor se mantém estático até resolver a ambiguidade (ver equação 22), para em um segundo momento ocupar as estações de interesse por um curto intervalo de tempo, sem perder a sintonia com os satélites.

Gama (2008) testou este método em área urbana, em um local livre de arborizações e edificações. O comprimento das linhas de base foram inferiores a 300 metros, com tempo de ocupação de 5 a 7 minutos. Apesar de ter concluído o experimento, onde se obteve desvios-padrão inferiores a 1 centímetro das coordenadas dos pontos determinados, o tempo de ocupação utilizado torna-se economicamente inviável para um levantamento cadastral onde muitos pontos são coletados.

O uso do método RTK para o cadastro urbano é discutido em referências como Pinto (2000), Beppler (2007), Uradzinski (2011) e Lee, Park & Tcha (2012), em razão da rapidez na coleta dos pontos de interesse e pela resolução da ambiguidade em tempo real com o receptor em movimento (ver seção 3.2.2.2)

Sobre esta ótica, nesta pesquisa, utilizou-se de três situações distintas para a determinação dos imóveis urbanos:

- Na primeira, o levantamento cadastral da Área Teste 1 dispõe de uma RRCM determinada com base na integração GPS e estação total, em que os marcos geodésicos de apoio imediato (ver seção 2.3.1) estão situados a uma distância inferior a 200 metros dos imóveis a serem mensuradas com a estação total. Neste caso, testou-se a integração do GPS com a estação total;
- Na segunda, a Área Teste 2 localiza-se a uma distância aproximada de 1,7 km dos marcos da RRCM citada acima, e apresenta as condições mostradas na Figura 9. Neste caso, testou-se uma situação onde não existe marcos geodésicos implantados na área de trabalho, portanto, utiliza-se da RRCM existente, e com o auxílio de um par de GPS determinam-se os imóveis. É importante salientar que apesar do método RTK ser utilizado em comprimentos de linhas de base inferiores a 1,2 km (ver detalhes na seção

3.2.2.2), para este experimento, utilizou-se de um rádio externo com maior potência para uma melhor comunicação entre os receptores utilizados como base e *rover*;

- Na terceira, a Área teste 3 localiza-se a uma distância aproximada de 444 m da RRCM citada acima, e apresenta as condições mostradas nas Figuras 10 e 11.

Na Área Teste 2, sobre os vértices dos imóveis não existe arborização, e a altura da antena do receptor é maior que as edificações que delimitam os imóveis (Figura 9). A Área Teste 3 apresenta uma situação onde há arborização (Figura 10), e outras duas situações em que a altura da antena do receptor é inferior às edificações (Figura 11). Utilizou-se das figuras a seguir, apenas para ilustrar as situações que serão encontradas em cada Área Teste.



**Figura 9** - Ausência de arborização e a altura da antena do receptor é maior que a edificação.





**Figura 10** – Presença de arborização sobre o vértice do imóvel.



**Figura 11** - Altura da antena do receptor é inferior à edificação.

### 3.2.1 As observáveis GPS

Os satélites do Sistema GPS transmitem sinais com informações de navegação e identificação que são decodificados pelos receptores. Estas informações são moduladas em frequências, como a L1 e L2. A frequência L1 é transmitida a 1575,42 MHz e contém dois códigos modulados, o código de aquisição livre (*C/A code*), modulado a 1,023MHz, e o código (P), modulado a 10,23 MHz. A L2 é transmitida a 1227,60 MHz e contém apenas o código P (MONICO, 2008, p. 184).

Em ambas as portadoras, também são moduladas as mensagens de navegação. O código P é criptografado e reservado para o uso militar norte americano e/ou usuários autorizados. O código C/A é disponível para o uso civil. Os receptores são classificados conforme os tipos de códigos que proporcionam na coleta dos dados de interesse, ou seja, receptores de uma (L1) ou duas frequências (L1 e L2) (MONICO, 2008, p. 184).

As observáveis básicas transmitidas pelos satélites do sistema GPS que permitem determinar a posição, velocidade e tempo são classificadas em pseudodistância e fase de batimento da onda portadora.

A pseudodistância corresponde à distância entre a antena do satélite no instante de transmissão do sinal e a antena do receptor GPS, no instante de recepção do sinal. Ela é obtida com base na correlação do código e equivale ao produto da velocidade da luz pelo intervalo do tempo de deslocamento do sinal. A denominação pseudodistância é utilizada na literatura devido ao não sincronismo entre os osciladores do satélite e receptor. A expressão da pseudodistância (PD) entre o satélite (S) e a antena do receptor (R), considerando os efeitos da atmosfera, pode ser vista em Leick (1995):

$$PD_R^S = \rho_R^S + c(dt_R - dt^S) + I_R^S + T_R^S \quad (20)$$

onde:

$c$  é a velocidade da luz no vácuo;

$dt_R$  e  $dt^S$  são erros dos osciladores do receptor e do satélite em relação ao tempo GPS, respectivamente;

$I_R^S$  são erros sistemáticos associados à refração ionosférica; e,

$T_R^S$  são os erros sistemáticos relacionados à refração troposférica.

onde:

$\rho_R^S$  representa a distância entre o satélite S ( $X_S, Y_S, Z_S$ ) e a antena do receptor R ( $X_R, Y_R, Z_R$ ), expressa por:

$$\rho_R^S = \sqrt{(X^S - X_R)^2 + (Y^S - Y_R)^2 + (Z^S - Z_R)^2} \quad (21)$$

A medida da fase da onda portadora é realizada com base na diferença entre a fase gerada pelo satélite no instante de transmissão do sinal e sua réplica gerada pelo receptor, no

instante de recepção do sinal. O receptor conta as ondas de rádio, mas no início da contagem, não se tem a informação sobre a distância do satélite, em comprimentos de onda. Assim, resta a determinação de um número efetivo de comprimentos de onda para determinar esta incógnita, denominada ambiguidade. O processo de estimação da validação das ambiguidades GPS é comumente denominado na literatura de resolução ou fixação das ambiguidades.

A fase da onda portadora é capaz de conduzir a um posicionamento relativo com precisão que pode variar de milímetros até alguns centímetros. A equação básica para a medida desta fase, em unidades de comprimento, encontra-se em Wells et al. (1999):

$$\varphi_R^S = \rho_R^S + c(dt_R - dt^S) + \lambda N_R^S - I_R^S + T_R^S \quad (22)$$

onde:

$\rho_R^S$ ,  $I_R^S$ ,  $T_R^S$ ,  $c$ ,  $dt_R$ ,  $dt^S$  foram descritos na equação (20);

$\lambda$  é o comprimento de onda;

$N_R^S$  é a ambiguidade (número de ciclos inteiros).

Observa-se que na equação da pseudodistância o efeito da ionosfera  $I_R^S$  é aditivo, enquanto para a fase da onda portadora é subtrativo. A ionosfera afeta as duas observáveis GPS (MONICO, 2008, p. 189). Os efeitos de primeira ordem da refração ionosférica podem ser minimizados no posicionamento relativo estático, quando se dispõe da observável (L1) para a coleta de dados com linhas de base inferiores a 20 km, ou, quando se utiliza das observáveis (L1 e L2) para a coleta de dados com linhas de base maiores que 20 km. Nesta pesquisa, o efeito de primeira ordem foi tratado na implantação do marco geodésico de precisão que será apresentado no capítulo 5.

### 3.2.2 Posicionamento Relativo

O conceito fundamental do posicionamento relativo consiste no rastreamento simultâneo de dois ou mais receptores, para dois satélites comuns. Com base neste posicionamento são atribuídos vários métodos, como por exemplo, o método estático e o cinemático em tempo real (MONICO, 2008, p. 331).

Com o advento das redes ativas de monitoramento, dispondo de apenas um receptor, o usuário efetua o posicionamento relativo ao acessar os dados de uma ou mais estações da RBMC.

Segundo Monico (2008, p. 333), a observável adotada no posicionamento relativo estático (ver seção 3.2.2.1) é a dupla diferença (DD) da fase de batimento da onda portadora, muito embora possa também se utilizar a DD da pseudodistância, ou ambas. A pseudodistância é utilizada para estimar o erro do oscilador do receptor ou calcular o instante aproximado de transmissão do sinal pelo satélite. Nesta pesquisa, utilizou-se desta combinação de observáveis no processamento dos marcos geodésicos de precisão e apoio imediato, com base no *software Trimble Business Center (TBC)* (ver capítulo 5).

A dupla diferença consiste em duas estações observar dois satélites em um mesmo instante ( $t$ ) de tempo (MONICO, 2008, p. 268) (Figura 12).

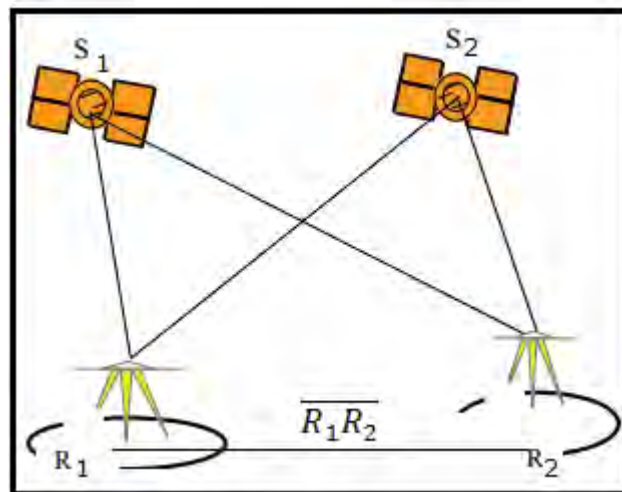


Figura 12 – Dupla diferença.

Fonte: Adpatado de (MONICO, 2008, p. 268).

O vetor  $\overline{R_1R_2}$  pode ser determinado com base nas equações das pseudodistâncias ( $PD_{R_1}^{S_1S_2}$  e  $PD_{R_2}^{S_1S_2}$ ) observadas por cada receptor, onde a pseudodistância resultante do vetor  $\overline{R_1R_2}$  é  $PD_{R_1R_2}^{S_1S_2}$ . A equação (23) permite o cálculo de  $PD_{R_1R_2}^{S_1S_2}$ . Cada elemento representado a seguir, está descrito na equação (20) e pode ser visto em Monico (2008, p. 268):

$$\begin{aligned}
 PD_{R_1}^{S_1S_2} &= \rho_{R_1}^{S_1} - \rho_{R_1}^{S_2} + c(dt^{S_1} - dt_{R_1}) - c(dt^{S_2} - dt_{R_1}) \\
 PD_{R_2}^{S_1S_2} &= \rho_{R_2}^{S_1} - \rho_{R_2}^{S_2} + c(dt^{S_1} - dt_{R_2}) - c(dt^{S_2} - dt_{R_2}) \\
 PD_{R_1R_2}^{S_1S_2} &= \rho_{R_1}^{S_1} - \rho_{R_2}^{S_1} - \rho_{R_1}^{S_2} + \rho_{R_2}^{S_2}
 \end{aligned} \tag{23}$$

Os erros dos osciladores dos satélites ( $dt^{S_1}$  e  $dt^{S_2}$ ) foram eliminados, assim como os erros dos osciladores dos receptores ( $dt_{R_1}$  e  $dt_{R_2}$ ).

O vetor  $\overline{R_1R_2}$  também pode ser determinado com base nas equações das diferenças de fase (equação 22), considerando dois receptores e dois satélites, na dupla diferença de fase, em unidades de comprimento, resultando, conforme Wells et al. (1999), na seguintes expressão:

$$\varphi_{R1,R2}^{S1,S2} = \nabla\Delta\rho_R^S + \lambda\nabla\Delta N_R^S - \nabla\Delta I_R^S + \nabla\Delta T_R^S \quad (24)$$

onde:

$\rho_R^S$ ,  $I_R^S$ ,  $T_R^S$ ,  $c$ ,  $dt_R$ ,  $dt^S$  foram descritos na equação (20);

$\lambda$  e  $N_R^S$  foram descritos na equação (22); e

$\nabla\Delta$  é a diferença entre duas simples diferença de fase.

Nota-se que na equação (24) os erros dos osciladores dos receptores e dos satélites foram eliminados.

### 3.2.2.1 Método de Posicionamento Relativo Estático

Segundo Monico (2008, p. 333), o princípio do método de posicionamento relativo estático se baseia em um receptor (base) que se mantém fixo coletando os dados, enquanto o outro receptor móvel (*rover*) percorre as estações de interesse. O tempo de ocupação do *rover* deve ser superior a 20 minutos para que seja resolvida a ambiguidade dos vetores linhas de base (Figura 13).

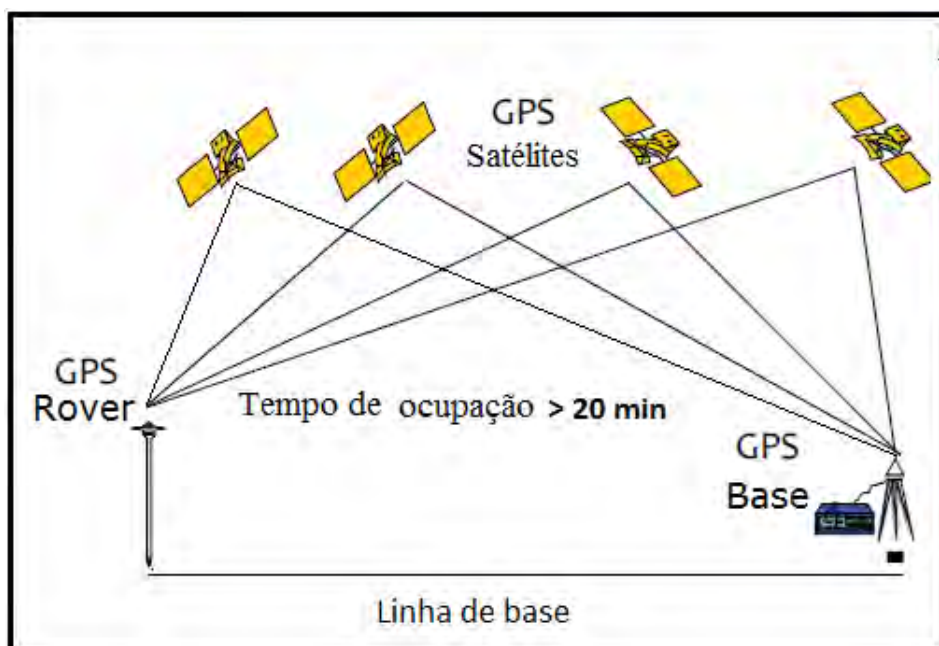


Figura 13 - Posicionamento Relativo Estático.

O posicionamento relativo estático foi utilizado nesta pesquisa para determinar as coordenadas dos marcos geodésicos pertencentes à RRCM (ver capítulo 5).

Para minimizar os erros dos osciladores dos satélites presentes no posicionamento, pode-se utilizar das efemérides precisas produzidas pelo *International Service GNSS* (IGS). Esta contém as coordenadas dos satélites com uma precisão de 5 cm e correções dos osciladores dos satélites em 0,1 ns no instante do posicionamento e são disponibilizadas 13 dias depois da coleta dos dados em campo (MONICO, 2008, p. 181).

### 3.2.2.2 Métodos de Posicionamento Relativo Cinemático em Tempo Real (RTK)

Por meio de uma conexão de rádio ou celular entre a estação de referência e o receptor móvel é possível transmitir as correções *Radio Technical Committee for Maritime Service* (RTCM) da fase da portadora e da pseudodistância. Isto permite que as estações móveis calculem suas posições relativas (USDA & USDI, 2001) (Figura 14). Segundo Ramos (2007), o posicionamento relativo cinemático em tempo real (RTK) é alcançado com base na fixação inicial da ambiguidade, em tempo real, com o receptor em movimento, onde a operação é inicializada. Esta é uma vantagem do método, quando comparado ao uso da estação total. O receptor GPS pode se deslocar com o operador e até perder o sinal refletido do satélite, mas em segundos, a ambiguidade é resoluciona e o levantamento cadastral pode ser realizado.

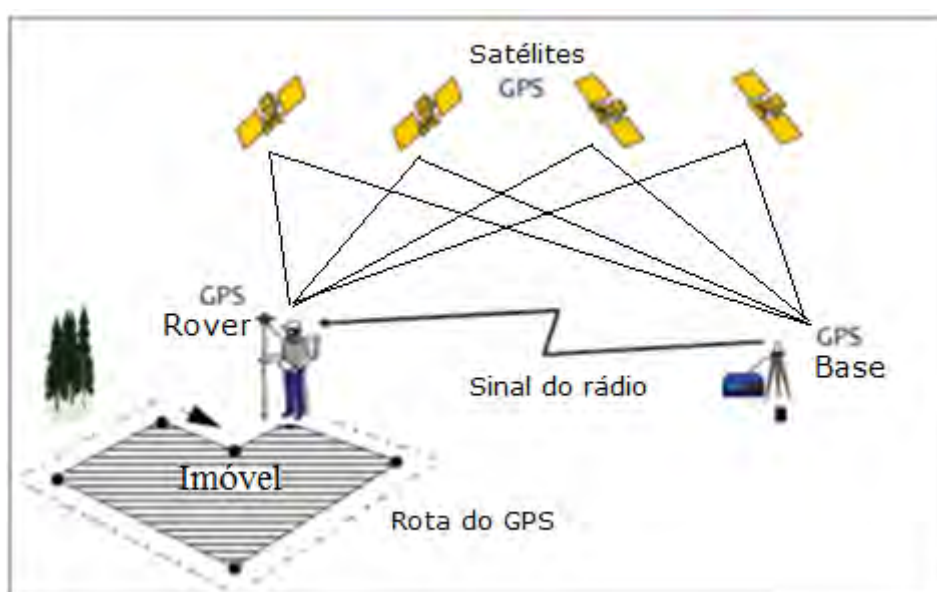


Figura 14 - Método RTK de posicionamento.

O método exige a disponibilidade de pelo menos uma estação de referência com as coordenadas conhecidas e inseridas como referência no receptor GNSS e um rádio transmissor, interno ou externo. A estação gera e transmite as correções diferenciais para as estações móveis que usam os dados para determinar precisamente suas posições (PRADO & KRUGUER, 2001, p. 30). As correções são baseadas no conhecimento da estação de referência, na posição dos satélites e na correção do erro do relógio do receptor utilizado como base. Os efeitos da refração atmosférica não são considerados, em virtude do curto comprimento das linhas de base que são limitadas pelo sinal de comunicação entre os receptores. Neste método, emprega-se a fase da onda portadora para determinar o posicionamento (MONICO, 2008, p. 345).

Se no momento do levantamento de campo o profissional optar por não inserir as coordenadas de referência no receptor que se mantém estático (base), no pós-processamento efetua-se a inserção.

Ao utilizar de um rádio modem externo, o método possibilita operar em linhas de base de até 10 km, devido ao alcance maior nas faixas de frequência UHF (*Ultra High Frequency*) (HOFMANN-ELLENHOF, LICHTENEGGER, COLLINS, 2001). A latência é definida como o momento em que a estação base envia o sinal e este é recebido pelo *rover*, sendo uma baixa latência da rede um fator essencial para um rápido fluxo de dados (AFONSO, 2006, p. 11).

Segundo Hofmann-Wellenhof, Lichtenegger, Collins (2001), neste método pode-se considerar um decréscimo da sua precisão em função do aumento da linha de base a uma taxa de 1 cm a cada km, em razão da latência do sinal. Fernandes et al. (2012) comprovou este experimento comparando o método RTK com o método estático a uma linha de base de 1,2 e 2 km. Não foi possível uma maior distância devido ao alcance do sinal do rádio interno dos receptores. O resultado de ambos os processamentos foram milimétricos, o que mostra a eficiência do método RTK para a implantação de pontos de apoio ao levantamento.

Algumas referências discutem o uso do RTK aplicado aos levantamentos cadastrais urbanos. Pinto (2000) estudou as potencialidades da tecnologia na locação de loteamentos. Com base neste método, Beppler (2007) gerou um mapa na escala 1:2000 com tolerância de 60 cm para a Classe A do Produto de Exatidão Cartográfica (PEC), comprovando a viabilidade do método em cadastros urbanos. Uradzinski (2011) testou o método em diferentes condições nas áreas urbanas, mas seus experimentos foram limitados a uma linha de base inferior a 1,2 km devido à falta de comunicação entre os dois rádios internos dos receptores. Lee, Park e Tcha (2012) utilizou-se do método RTK em rede para o

levantamento de imóveis na Coreia, no qual concluiu que o método requer menos recursos humanos quando comparado com os métodos tradicionais de levantamento cadastral, como o uso da estação total.

Segundo Beppler (2007), o Cadastro Técnico Multifinalitário (CTM) necessita de uma técnica de atualização rápida em virtude da quantidade de informações a serem levantadas e da necessidade de uma atualização constante. Por esse motivo, cada vez mais, o uso do RTK vem sendo utilizado em levantamentos cadastrais.

### 3.3 O uso da estação total no levantamento cadastral

A estação total acopla em um único equipamento o teodolito, um distanciômetro, um microprocessador e uma memória interna para armazenar o grande número de informações coletadas em campo.

A ABNT 14.166 (1998, p. 7) classifica as estações totais de acordo com suas respectivas precisões angulares e lineares (Tabela 2) e orienta o cadastrador, especificando a classe do equipamento que se deve utilizar para a implantação de uma poligonal topográfica.

**Tabela 2** - Classificação de estações totais e suas respectivas precisões angulares e lineares.

<b>Classes de estações totais</b>	<b>Precisão angular</b>	<b>Precisão linear</b>
1 – precisão baixa	$\leq \pm 30''$	$\pm (5 \text{ mm} + 10 \text{ ppm} \cdot D)$
2 – precisão média	$\leq \pm 07''$	$\pm (5 \text{ mm} + 5 \text{ ppm} \cdot D)$
3 – precisão alta	$\leq \pm 02''$	$\pm (3 \text{ mm} + 3 \text{ ppm} \cdot D)$

D = Distância medida em km.

Nota: ppm – parte por milhão ( $10^{-6}$ ).

Fonte: ABNT 13.133 (1994, p. 7).

Ao se tratar de medições terrestres a serem aplicadas em um levantamento cadastral urbano, nesta pesquisa, são apresentados os métodos de interseção a vante, poligonação e irradiação. As especificações das normas ABNT 13.1333 (1994), ABNT 14.166 (1998) e ABNT 14.645-1 (20001) serão utilizadas como referência para o levantamento com base no uso da estação total.



O método de poligonização será utilizado para determinar os pontos topográficos, georreferenciadores dos vértices de imóveis urbanos. Para o cálculo dos desvios-padrão destes pontos, ajusta-se a poligonal topográfica por meio do MMQ.

Com base no método de irradiação e interseção a vante serão determinadas as coordenadas dos vértices de imóveis e a propagação de variância dos pontos topográficos será realizada com o objetivo de determinar as variâncias destas coordenadas. Nesta pesquisa, estes métodos terrestres de medições foram tratados no caso bidimensional, ou seja, planimétrico.

### 3.3.1 Método da poligonização

Segundo Fonte e Vicente (2007, p. 60), uma poligonal é formada por um conjunto de segmentos contíguos de retas que formam uma linha poligonal, dos quais são medidas as extensões dos lados e as amplitudes dos ângulos por eles formados. Realizam-se as medições dos ângulos com base nas técnicas de reiteração<sup>13</sup> e repetição<sup>14</sup>. Estes podem ser externos ou internos, depende do operador.

Para que o levantamento cadastral seja georreferenciado ao sistema de referência adotado no Brasil (SIRGAS 2000), o operador deve apoiar-se a pontos de referências pertencentes à rede geodésica brasileira e desenvolver a poligonal de interesse. Segundo Jordan<sup>15</sup> (1981 *apud* Zocolotii Filho 2005, p. 10), as poligonais são classificadas em três tipos:

- aberta: são conhecidas somente as coordenadas dos pontos de partida (A1 e A2). Não é possível verificar os erros de fechamento angular e linear (Figura 15).

---

<sup>13</sup> Método de reiteração de direções: destinado a minimizar o erro de graduação do limbo horizontal. Efetua-se um conjunto de leituras conjugadas para as direções de interesse, com um intervalo de reiteração ( $180/n$ , onde “n” é o número de leituras conjugadas).

<sup>14</sup> Método de repetição: destinado a minimizar o erro de graduação do limbo horizontal. Com base em visadas sucessivas nos alinhamentos a vante e a ré de um determinado ponto ou estação, onde se fixa o ângulo horizontal lido, tomando-o como partida para a medida seguinte.

<sup>15</sup> JORDAN, W. **Tratado General de Topografia**. 1.ed. Barcelona: Editorial Gustavo Gili, S. A, 1981.

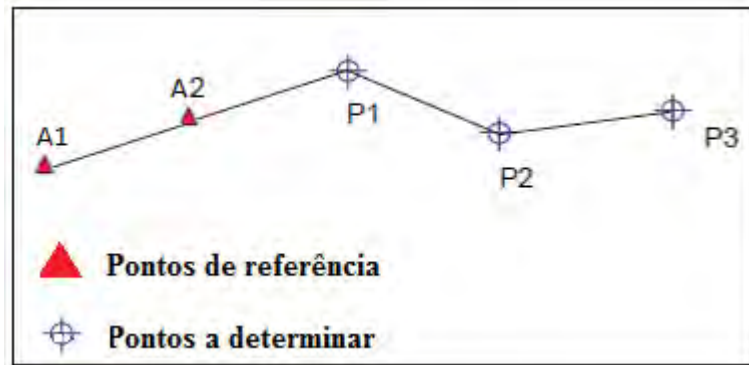


Figura 15 - Poligonal aberta.

- fechada: É conhecido o ângulo de orientação ( $\alpha$ ) e as coordenadas dos pontos (A1 e A2), o que permite calcular o azimute de partida e verificar os erros de fechamento linear e angular. É muito utilizada no levantamento cadastral urbano quando se pretende determinar as coordenadas dos imóveis de uma quadra específica (Figura 16).

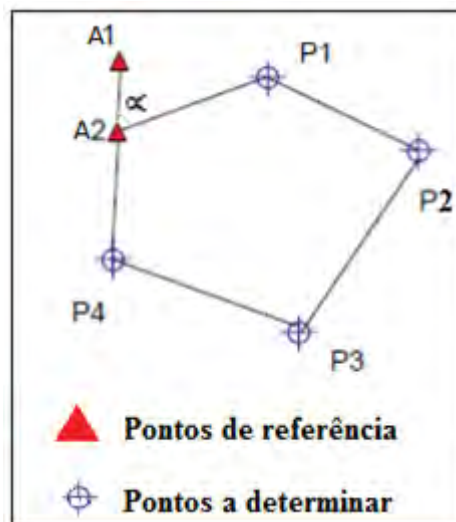
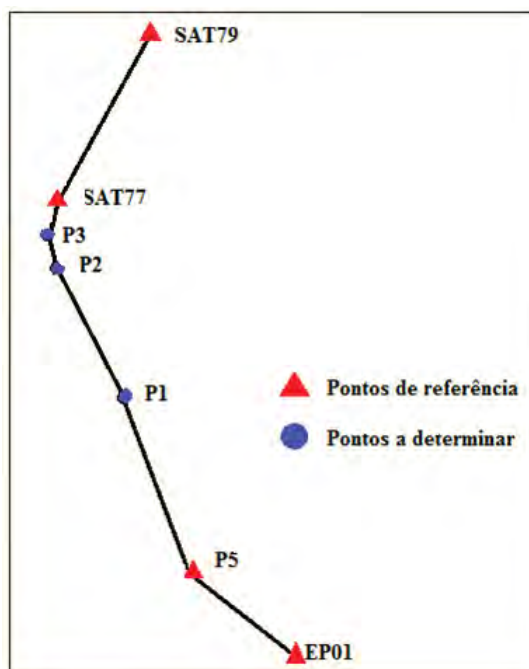


Figura 16 - Poligonal fechada

- enquadrada, de enlace ou apoiada: são conhecidas as coordenadas dos pontos de partida (EP01 e P5) e chegada (SAT77 e SAT79). Esta poligonal permite a verificação do erro de fechamento linear e angular. É bastante utilizada em caminhamentos longitudinais, quando se quer medir uma grande quantidade de imóveis em um levantamento cadastral. A Figura 17 é um exemplo desse tipo de poligonal utilizada na Área Teste 1 desta pesquisa (ver capítulo 5).



**Figura 17** - Poligonal enquadrada, de enlace ou apoiada.

A Figura 17 ilustra uma poligonal enquadrada, especificada na ABNT 13.133 (1994, p. 18), como: “Classe II PRC - Poligonal auxiliar da rede de referência cadastral municipal destinada à determinação dos pontos referenciadores de quadras ou de glebas”. A poligonal é do Tipo 2 – “Apoiada e fechada em direções e pontos distintos com desenvolvimento curvo”.

Em respeito ao atendimento das técnicas de observações angulares e lineares, as quais devem ser realizadas conforme preconiza a ABNT 13.133 (1994, p. 18), na seção 5.3.1.1:

As medidas angulares devem ser realizadas com observações recíprocas (vante e ré), através de duas séries de leituras conjugadas direta e inversa, com Teodolito classe 2 da ABNT 13.133 (1994) e/ou estação total de média precisão, ou melhor.

As observações lineares podem ser realizadas com estação total (classe 2) ou trena metálica, devidamente aferida.

Os critérios de aceitação e rejeição desta poligonal foram realizados na seção 5.4, conforme o procedimento mostrado a seguir:

- Determinação da orientação da poligonal;
- Cálculo do erro de fechamento angular;
- Cálculo da tolerância angular;
- Distribuição do erro de fechamento angular;
- Cálculo dos azimutes;

- Cálculo das coordenadas parciais (X e Y);
- Cálculo do erro de fechamento linear;
- Cálculo da tolerância linear;
- Cálculo das coordenadas definitivas (X e Y).

Além dos cálculos executados de acordo com a sequência estabelecida, aplicou-se o ajustamento da poligonal pelo MMQ, cujo assunto será tratado no capítulo 4.

### 3.3.2 Método da irradiação

A irradiação é um processo utilizado em levantamentos cadastrais para determinar as coordenadas dos vértices de imóveis com base nas medições de ângulos e distâncias (Figura 18). Segundo a ABNT 14.645-1 (2001, p. 4), o detalhamento planialtimétrico e cadastral do imóvel deve ser realizado com base nos vértices da poligonal topográfica, junto com o uso do processo de irradiação.

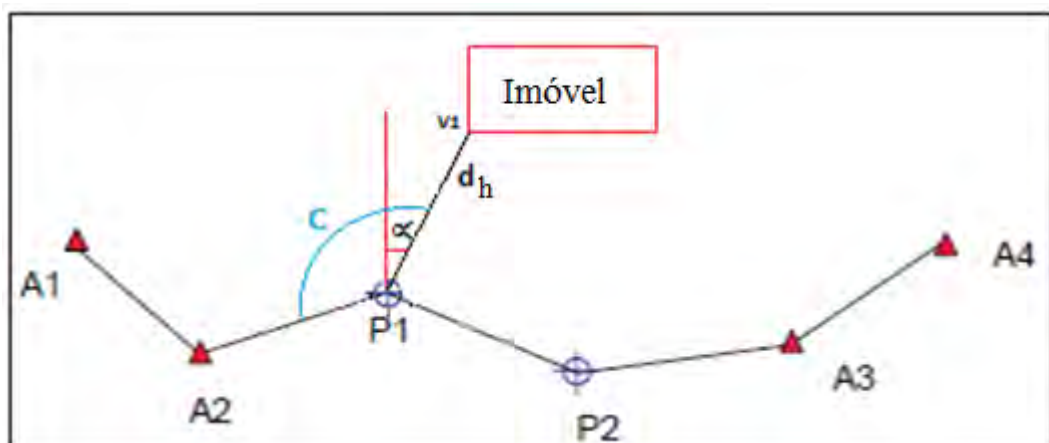


Figura 18 - Método de posicionamento por irradiação.

Neste método, com base na estação  $P_1$  com coordenadas conhecidas (Figura 18), faz-se irradiação, e tendo o azimute ( $\alpha$ ) de  $P_1$  ao vértice do imóvel, a distância horizontal ( $d_h$ ) determinada e a coordenada da estação  $P_1$ , obtém-se as coordenadas (X e Y) do vértice do imóvel irradiado:

$$X_{v1} = X_{p1} + d_h \text{sen}(\alpha) \quad (25)$$

$$Y_{v1} = Y_{p1} + d_h \text{cos}(\alpha) \quad (26)$$

### 3.3.3 Método da interseção a vante

Segundo a ABNT 14.645-1 (2001, p. 4), o método da interseção a vante é recomendado no levantamento cadastral quando os pontos a serem visados não podem ser determinados com base no método de irradiação. Assim, com base em duas ou mais amarrações nos vértices da poligonal topográfica, pode-se determinar os imóveis.

No Brasil, uma grande problemática para o cadastro urbano é a delimitação do imóvel por um muro de concreto, na qual impede a visada dos vértices localizados no fundo do imóvel com base no uso de equipamentos como teodolito e estação total. Quando se trata da testada do imóvel, as texturas e as cores dos muros especificam as divisas e são importantes referências para o cadastrador.

No método de interseção a vante, as coordenadas do ponto I são obtidas com base em dois pontos de coordenadas conhecidas. Isso é possível quando se tem os ângulos internos  $\beta$  e  $\alpha$ , como mostra a Figura 19.

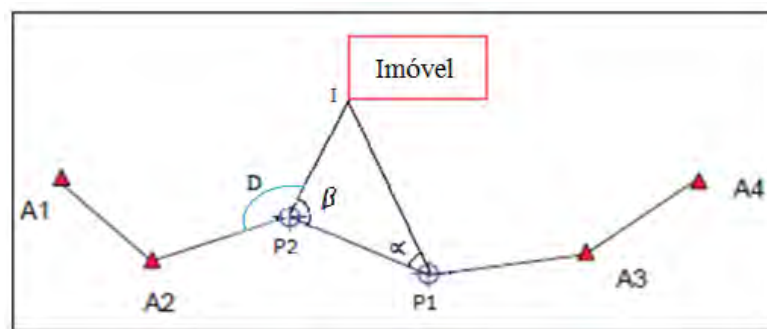


Figura 19 – Método de posicionamento por interseção a vante.

Segundo Habler & Wachsmuth (1984), as coordenadas aproximadas  $X_I$  e  $Y_I$  são calculadas conforme a formulação matemática especificada nas equações (27) e (28).

$$X_I = \left( \frac{X_{P2} \tan \beta + X_{P1} \tan \alpha + (Y_{P2} - Y_{P1}) \tan \alpha \tan \beta}{\tan \alpha + \tan \beta} \right) \quad (27)$$

$$Y_I = \left( \frac{Y_{P2} \tan \beta + Y_{P1} \tan \alpha + (X_{P2} - X_{P1}) \tan \alpha \tan \beta}{\tan \alpha + \tan \beta} \right) \quad (28)$$

Onde:

$X_I$  e  $Y_I$  são as coordenadas do ponto I;

$$\beta = A_2 P_2 P_1 - D; \text{ e} \quad (29)$$

$$\alpha = P_2 P_1 I \quad (30)$$

## 4. PROPAGAÇÃO DOS ERROS NO LEVANTAMENTO CADASTRAL

Neste capítulo, apresenta-se a propagação dos erros nas transformações entre sistemas de coordenadas e para os métodos de irradiação e interseção a vante. O modelo estocástico dos Métodos dos Mínimos Quadrados será utilizado para o ajustamento da RRCM, com base no uso do GPS, assim como da poligonal topográfica, utilizando-se da estação total. Para o controle de qualidade dos erros propagados no levantamento cadastral fez-se o uso do teste Qui Quadrado e da elipse dos erros.

### 4.1 O conceito de acurácia

Qualquer medida esta sujeita aos mais variados tipos de erros, sejam eles aleatórios, sistemáticos ou grosseiros. O erro grosseiro, em geral, pode ser eliminado quando detectado. Os erros aleatórios podem ser minimizados com a redundância de observações por meio da repetição de medidas. Os sistemáticos não dependem somente do observador, como do instrumento e fatores ambientais, e podem ser modelados (WOLF & GHILANI, 1997, p. 3).

Como consequência dos erros sistemáticos e aleatórios, a grandeza verdadeira das medidas nunca é conhecida, portanto, o valor verdadeiro de uma grandeza é um valor abstrato, e os desvios-padrão desta medida são indicadores de qualidade.

Monico et al. (2009, p. 470) apresentam segundos os seguintes autores, a definição de acurácia e precisão:

- a) Mikhail & Ackerman (1976, p. 64) apresentam acurácia como sendo o grau de proximidade de uma estimativa com seu parâmetro (ou valor verdadeiro), enquanto precisão expressa o grau de consistência da grandeza medida com sua média. Eles afirmam que a precisão pode ser definida como o grau de conformidade entre as séries de observações da mesma variável aleatória, e que a dispersão da distribuição entre as observações é um indicador de precisão (MIKHAIL & ACKERMAN, 1976, p. 44).
- b) Andrade (2003, p. 114-117) também apresenta o conceito de precisão e acurácia, esse último utilizado como sinônimo de exatidão. Os conceitos são apresentados como exemplos clássicos de tiro ao alvo, bastante

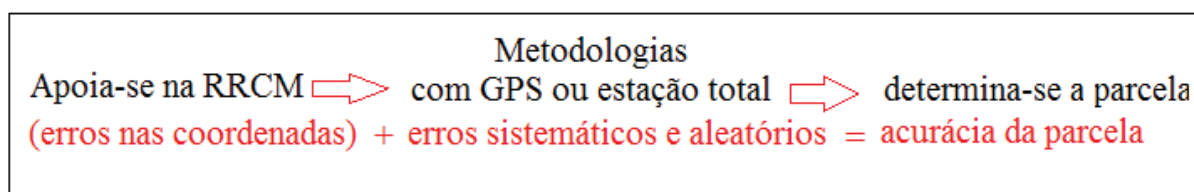
utilizados. Este autor associa acurácia apenas aos erros sistemáticos e precisão com a dispersão das medidas, ou seja, aos erros aleatórios.

- c) Gemael (1994, p. 63) apresenta o conceito de precisão e acurácia conforme as interpretações de Mikhail & Ackerman (1976): precisão está vinculada apenas aos efeitos aleatórios ao passo que a acurácia vincula-se com os efeitos sistemáticos e aleatórios (tendência e sua dispersão).

Segundo Monico et al. (2009), não há a necessidade de dizer análise de acurácia e precisão. Dizer análise de acurácia é o suficiente, uma vez que engloba tanto analisar os erros sistemáticos quanto aleatórios. Conforme as interpretações de Monico et al. (2009) citadas acima, em um levantamento cadastral onde os erros sistemáticos e aleatórios são tratados ao longo de todo processo de medição, faz-se uma análise de acurácia.

Outra questão importante que relaciona o uso do termo é a própria definição do Princípio da Vizinhaça pela ABNT 13.133 (1994, p. 4), em que cada ponto novo determinado deve ser “amarrado” ou relacionado a outro, com exatidão inferior ao ponto que serviu de base a sua determinação, ou seja, adota-se um valor de referência como grandeza para quantificar outro valor que será determinado em um processo de medição. A incerteza ou erro de um ponto, em relação a outro, refere-se ao termo acurácia (SOLER, HAN & SMITH, 2012, p. 120).

O termo acurácia será utilizado neste trabalho para referir aos erros sistemáticos e aleatórios propagados a partir de 2 estações da RBMC até os vértices dos imóveis urbanos, com base no Princípio da Vizinhaça. Estes erros são derivados das coordenadas da RRCM e das metodologias aplicadas com o GPS e a estação total.



**Figura 20** – Acurácia na determinação das coordenadas dos imóveis.

#### **4.2 Lei de propagação de variância - covariância no levantamento cadastral**

Wolf & Ghilani (1997, p. 3) definem “erro” como a diferença entre o valor observado e o valor verdadeiro. A ABNT 13.133 (1994, p. 1), ao tratar dos erros na topografia, prescreve que:

deve-se selecionar métodos, processos e instrumentos para a obtenção de resultados compatíveis com a destinação do levantamento, assegurando que a propagação de erros não exceda os limites de segurança inerentes a destinação destas medidas para os levantamentos.

Portanto, nesta pesquisa, na determinação da RRCM, alguns cuidados foram tomados, para que os erros sistemáticos fossem matematicamente tratados:

- centralizar a bolha niveladora dos receptores quando for utilizá-los para a determinação dos pontos de interesse;
- deve-se processar a frequência L2, se o comprimento da linha de base for superior a 20 km, para que os erros decorrentes da ionosfera sejam eliminados (ver seção 3.2.2);
- utilizar-se do processamento das efemérides precisas para minimizar os erros do posicionamento do satélite (ver seção 3.2.2); e,
- sempre analisar o número de satélite no momento da coleta dos pontos (ver seção 3.2), e se o posicionamento for em tempo real, ficar atento com PDOP<sup>16</sup>.

Em relação ao uso da estação total, é necessário modelar os erros sistemáticos e minimizar os erros aleatórios com base na repetição de medidas, pois, estes são propagadas para os vértices dos imóveis. Alguns cuidados devem ser tomados, tais como:

- centralizar a bolha niveladora do equipamento;
- definir o equipamento de medição que atenda à determinada especificação;
- aferir o instrumento em laboratório;
- cálculo da correção atmosférica, uma vez que a velocidade de propagação do sinal do raio infravermelho não é constante e depende da temperatura e humidade do ar. As estações totais mais modernas processam automaticamente esta correção quando introduzida na memória do aparelho;
- visadas com base em leituras conjugadas e reiterações (ver nota de rodapé nº13); e,
- uso do dispositivo de centragem forçada<sup>17</sup> no método de poligonação.

---

<sup>16</sup> *Positioning Dilution of Precision* (PDOP) está relacionado com a geometria dos satélites. Quanto menor o valor observado, melhor a qualidade do posicionamento.

<sup>17</sup> O método da poligonação com centragem forçada requer certos cuidados para que durante o procedimento de medição a base nivelante permaneça centrada e nivelada, mesmo depois da troca entre o sistema de prisma, acoplado ao adaptador base-prisma, e a alidade do equipamento de medição.



A propagação dos erros para os vértices dos imóveis pode ser preestabelecida a priori, na fase de planejamento pela lei de propagação de variância - covariância. Assim, determinam-se as variáveis envolvidas em cada processo, com base no desvio-padrão das especificações dos instrumentos de medição, no método a ser aplicado e na variância dos pontos de partida.

A demonstração da lei de propagação de variância - covariância é de importância para este trabalho uma vez que serve para a derivação das operações realizadas nas próximas seções. Segundo Gemael (1994, p. 44) considerando os vetores aleatórios X e Y, ligados por um modelo linear:

$${}_m Y_1 = {}_m G_n \cdot {}_n X_1 + {}_m C_1 \quad (31)$$

onde:

- ${}_m Y_1$  = vetor das quantidades calculadas;
- ${}_m G_n$  = matriz dos coeficientes;
- ${}_n X_1$  = vetor das medidas (observações), com média  $\mu_x$  e MVC  $\Sigma_Y$ ; e,
- ${}_m C_1$  = vetor composto de constantes.

Aplicando-se a esperança ( $E\{ \}$ ) em ambos os membros da equação (31), obtém-se a matriz variância-covariância (MVC) de Y ( $\Sigma_Y$ ):

$$\Sigma_Y = E\{(Y - U_Y)(Y - U_Y)^T\}, \quad (32)$$

da equação (32), tem-se que:

$$U_Y = E\{Y\} = E\{GX + C\}$$

$$U_Y = GE\{X\} + C \quad (33)$$

$$U_Y = GU_X + C \quad (34)$$

Substituindo-se Y e  $U_Y$  por seus valores dados em (31) e (34), tem-se:

$$\Sigma_Y = E\{(GX + C - GU_X - C)(GX + C - GU_X - C)^T\}$$

$$\Sigma_Y = G\Sigma_X G^T \quad (35)$$

A linearização é efetuada desenvolvendo a função em série de Taylor:

$$y = f(x) \quad (36)$$

e com o desenvolvimento em série de Taylor, conduz ao valor aproximado de y:

$$y = f(x_0) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0} (x - x_0) + \frac{1}{2!} \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{x_0} (x - x_0)^2 + \dots \quad (37)$$

Desprezando o termo de ordem superior à primeira, tem-se:

$$y = f(x_0) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0} (x - x_0) \quad (38)$$

$$y = f(x_0) + d\Delta x \quad (39)$$

Considerando um caso geral, em forma matricial:

$$Y = F(x) \quad (40)$$

A expansão em série de Taylor, leva a:

$$Y = F(x_0) + \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{x_0} (x - x_0) + \frac{1}{2!} \left. \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right|_{x_0} (x - x_0)^2 + \dots \quad (41)$$

Desprezando o termo de ordem superior à primeira, tem-se:

$$Y = F(x_0) + \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{x_0} (x - x_0) \quad (42)$$

$$Y = F(x_0) + D\Delta x \quad (43)$$

onde:

$$D = \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{x_0} \quad (44)$$

Procedimento análogo ao anterior conduz:

$$\Sigma_Y = D\Sigma_X \cdot D^T \quad (45)$$

Nesta pesquisa, utiliza-se da lei de propagação de variância - covariância para o método de irradiação e interseção a vante, e nas transformações entre os sistemas de referência para a integração GPS e estação total. A problemática desta transformação é que alguns *softwares* de processamento de dados GPS não dispõe, no relatório de ajustamento dos dados, as acurácias da latitude ( $\varphi$ ) e longitude ( $\lambda$ ) dos pontos ajustados. Estas incertezas são necessárias na propagação de variância entre o Sistema Geodésico ( $\varphi$  e  $\lambda$ ) e o STL (X e Y). Uma alternativa é fazer a propagação na transformação de coordenadas do Sistema Cartesiano

Geodésico (X, Y e Z) para o Sistema Geodésico ( $\varphi$  e  $\lambda$ ), pois, o relatório dos *softwares* comerciais fornecem as coordenadas cartesianas geodésicas e as respectivas acurácias. Obtidos os  $\sigma_\varphi$  e  $\sigma_\lambda$ , pode-se transformar as coordenadas do Sistema Geodésico ( $\varphi$  e  $\lambda$ ) para o STL ( $X_L$  e  $Y_L$ ).

#### 4.2.1 A propagação de variância aplicada na transformação das coordenadas cartesianas geodésicas para coordenadas curvilíneas geodésicas

A fórmula que expressa a propagação de variância para este caso é mostrada na seguinte equação:

$$\sum \varphi, \lambda, h = D \sum X, Y, Z \cdot D^T \quad (46)$$

onde:

$D$ : é a matriz Jacobiana das derivadas parciais da transformação de coordenadas cartesianas em geodésicas; e,

$D^T$ : é a matriz Jacobiana transposta.

Segundo Aguiar, Camargo & Galo (2002), como o desenvolvimento das derivadas do modelo matemático utilizado na transformação das coordenadas cartesianas em geodésicas é complexo, uma alternativa mais simples é utilizar-se da propagação de variância inversa. Logo, isola-se na equação (47) a MVC das coordenadas geodésicas ( $\sum \varphi, \lambda, h$ ), multiplicam-se os dois membros da equação por  $D^{-1}$ , e novamente, multiplica-se por  $D^{T^{-1}}$ , obtendo-se a equação (48):

$$\sum X, Y, Z = D \sum \varphi, \lambda, h \cdot D^T \quad (47)$$

$$D^{-1} \sum X, Y, Z \cdot D^{T^{-1}} = D^{-1} \cdot D \sum \varphi, \lambda, h \cdot D^T \cdot D^{T^{-1}}$$

$$\sum \varphi, \lambda, h = D^{-1} \sum X, Y, Z \cdot D^{T^{-1}} \quad (48)$$

A matriz Jacobiana  $D$  apresenta as derivadas parciais em relação à latitude, longitude e altura geométrica, respectivamente, presentes na propagação de variância da transformação das coordenadas curvilíneas geodésicas para as coordenadas cartesianas geodésicas:

$$D = \begin{bmatrix} -(M+h)\sin\varphi\cos\lambda & -(N+h)\cos\varphi\sin\lambda & \cos\varphi\cos\lambda \\ -(M+h)\sin\varphi\sin\lambda & (N+h)\cos\varphi\cos\lambda & \cos\varphi\sin\lambda \\ (M+h)\cos\varphi & 0 & \sin\varphi \end{bmatrix} \quad (49)$$

onde:

$D^{-1}$ : é a matriz Jacobiana inversa das derivadas parciais da transformação de coordenadas geodésicas em cartesianas geodésicas; e,

$D^{T^{-1}}$ : é a inversa da matriz Jacobiana transposta.

A MVC das coordenadas cartesianas geodésicas  $\Sigma X, Y, Z$  é mostrada na seguinte equação, cujas covariâncias são nulas, pois, consideraram-se as observações não correlacionadas:

$$\Sigma X, Y, Z = \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_Y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_Z^2 \end{bmatrix} \quad (50)$$

As acurácias da latitude e longitude presentes na diagonal principal da MVC ( $\Sigma_{\phi\lambda,h}$ ), resultante da propagação de variância, podem ser transformadas de radianos para metros, com base nas seguintes equações:

$$\sigma_\varphi(\text{m}) = M\sigma_{d\varphi} \quad (51)$$

$$\sigma_\lambda(\text{m}) = \sigma_{d\lambda}N\cos\varphi \quad (52)$$

onde:

$\sigma_\varphi$  = Acurácia da latitude em metros;

$\sigma_\lambda$  = Acurácia da longitude em metros;

$\sigma_{d\varphi}$  = Acurácia da latitude em radianos;

$\sigma_{d\lambda}$  = Acurácia da longitude em radianos;

M = raio de curvatura da seção meridiana; e,

N = raio de curvatura da seção primeiro vertical.

#### 4.2.2 A propagação de variância aplicada na transformação das coordenadas geodésicas para plano retangulares no Sistema Topográfico Local

##### 1) Propagação de variância de C

A propagação de variância no cálculo de C é obtida por:

$$\Sigma C = D \Sigma \varphi_o \cdot D^T \quad (53)$$

onde:

D = matriz Jacobiana;

$D^T$  = matriz Jacobiana transposta;

$\Sigma C$  = MVC de C; e,

$\Sigma \varphi_o$  = MVC da latitude do ponto origem.

Os elementos da matriz D são obtidos com base nas derivadas parciais da equação (15) em relação à  $\varphi_o$ , obtendo-se:

$$D = \left[ \frac{dC}{d\varphi_o} \right] = \frac{-(e^2 \sin^2 \varphi_o - 1)(-2e^2 \cos(2\varphi_o)) + ((e^2 - 1) \sec^2 \varphi_o) + e^2}{2(e^2 - 1)a^2 \cdot \text{arc}1''} \quad (54)$$

O elemento da matriz  $\Sigma \varphi_o$  representa a variância da latitude do ponto origem, mas  $\varphi_o$  deve ser transformado em radianos, com base na equação (51):

$$\Sigma \varphi_o = \left[ \sigma_{\varphi_o}^2 \right] \quad (55)$$

## 2) Propagação de variância de B

A propagação de variância no cálculo de B é obtida por:

$$\Sigma B = D \Sigma \varphi_o \cdot D^T \quad (56)$$

onde  $\Sigma B$  é a MVC de B. Os elementos da matriz D são obtidos com base nas derivadas parciais da equação (14) em relação à  $\varphi_o$ , obtendo-se:

$$D = \left[ \frac{dB}{d\varphi_o} \right] = \frac{3e^2 \sin \varphi_o \cos \varphi_o \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_o}}{ae^2 \cdot \text{arc}1'' - (a \cdot \text{arc}1'')} \quad (57)$$

## 3) Propagação de variância de F

A propagação de variância no cálculo de F é obtida por:

$$\Sigma F = D \Sigma \varphi_o D^T \quad (58)$$

onde  $\Sigma F$  é a MVC de F. Os elementos da matriz D são obtidos com base nas derivadas parciais da equação (16) em relação à  $\varphi_o$ , obtendo-se:

$$D = \left[ \frac{dF}{d\varphi_o} \right] = \frac{3e^2 \cdot \text{arc1}''((e^2 - 2)\cos(2\varphi_o) - e^2)}{4(e^2 \sin^2 \varphi_o - 1)^2} \quad (59)$$

#### 4) Propagação de variância de E

A propagação de variância no cálculo de E é obtida por:

$$\Sigma E = D \Sigma \varphi_o \cdot D^T \quad (60)$$

onde  $\Sigma E$  é a MVC de E. Os elementos da matriz D são obtidos com base nas derivadas parciais da equação (17) em relação à  $\varphi_o$ , obtendo-se:

$$D = \left[ \frac{dE}{d\varphi_o} \right] = \frac{3\sec^2 \varphi_o - e^2(6\sin^2 \varphi_o + \sin(2\varphi_o) + 3\tan^2 \varphi_o)}{6a^2} \quad (61)$$

#### 5) Propagação de variância de j

A propagação de variância no cálculo de j é obtida por:

$$\Sigma j = D \Sigma \varphi_o D^T \quad (62)$$

onde  $\Sigma j$  é a MVC de j. Os elementos da matriz D são obtidos com base nas derivadas parciais da equação (11) em relação à  $\varphi_o$ , obtendo-se:

$$D = \left[ \frac{dj}{d\varphi_o} \right] = \frac{-2e^2 H_t \sin \varphi_o \cos \varphi_o}{\sqrt{a^2 - (e^2 a^2)}} \quad (63)$$

#### 6) Propagação de variância de $\Delta\varphi_1$

A Equação utilizada no cálculo de  $\Delta\varphi_1$  é dada por:

$$\Delta\varphi_1 = (\varphi_p'' - \varphi_o'')(1 - 3,9173 \cdot 10^{-12}(\varphi_p'' - \varphi_o'')^2) \quad (64)$$

A propagação de variância no cálculo de  $\Delta\varphi_1$  é obtida por:

$$\sum \Delta\varphi_1 = G \sum \varphi_o'', \varphi_p'' \cdot G^T \quad (65)$$

onde:

$\sum \Delta\varphi_1$  = a MVC de  $\Delta\varphi_1$ ;

G = matriz dos coeficientes que representa um modelo linear; e,

$\sum \varphi_o'', \varphi_p''$  = MVC da latitude do ponto origem e da latitude de um ponto escolhido.

Os elementos da matriz G são obtidos com base nas derivadas parciais da equação (64) em relação a  $\varphi_o''$  e  $\varphi_p''$ , obtendo-se:

$$G = \begin{bmatrix} \frac{d\Delta\varphi_1}{d\varphi_o''} & \frac{d\Delta\varphi_1}{d\varphi_p''} \end{bmatrix} \quad (66)$$

onde:

$$\frac{d\Delta\varphi_1}{d\varphi_o''} = (1,17519 \cdot 10^{-11}(\varphi_o'' - \varphi_p'')^2) - 1 \quad (67)$$

$$\frac{d\Delta\varphi_1}{d\varphi_p''} = 1 - (1,17519 \cdot 10^{-11}(\varphi_o'' - \varphi_p'')^2) \quad (68)$$

O elemento da matriz  $\sum \varphi_o'', \varphi_p''$  representa a variância da latitude do ponto origem e do ponto escolhido em segundos de arco, portanto, tem-se:

$$\sum \varphi_o'', \varphi_p'' = \begin{bmatrix} \sigma_{\varphi_o''}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\varphi_p''}^2 \end{bmatrix} \quad (69)$$

onde:

$$\sigma_{\varphi_o''} = \frac{3600\sigma_{\varphi_o}}{111111} \quad (70)$$

$$\sigma_{\varphi_p''} = \frac{3600\sigma_{\varphi_p}}{111111} \quad (71)$$

## 7) Propagação de variância de $\Delta\lambda_1$

A Equação utilizada no cálculo de  $\Delta\lambda_1$  é dada por:

$$\Delta\lambda_1 = (\lambda_p'' - \lambda_o'')(1 - 3,9173 \cdot 10^{-12}(\lambda_p'' - \lambda_o'')^2) \quad (72)$$

A propagação de variância no cálculo de  $\Delta\varphi_1$  é obtida por:

$$\Sigma \Delta\lambda_1 = G \Sigma \lambda_o'', \lambda_p'' \cdot G^T \quad (73)$$

onde:

$\Sigma \Delta\lambda_1 =$  MVC de  $\Delta\lambda_1$ ;

$G =$  matriz dos coeficientes que representa um modelo linear; e,

$\Sigma \lambda_o'', \lambda_p'' =$  MVC da longitude do ponto origem e da longitude de um ponto escolhido.

Os elementos da matriz  $G$  são obtidos com base nas derivadas parciais da equação (72) em relação a  $\lambda_o''$  e  $\lambda_p''$ , obtendo-se:

$$G = \begin{bmatrix} \frac{d\Delta\lambda_1}{d\lambda_o''} & \frac{d\Delta\lambda_1}{d\lambda_p''} \end{bmatrix} \quad (74)$$

onde:

$$\frac{d\Delta\lambda_1}{d\lambda_o''} = (1,17519 \cdot 10^{-11}(\lambda_o'' - \lambda_p'')^2) - 1 \quad (75)$$

$$\frac{d\Delta\lambda_1}{d\lambda_p''} = 1 - (1,17519 \cdot 10^{-11}(\lambda_o'' - \lambda_p'')^2) \quad (76)$$

Os elementos da matriz  $\Sigma \lambda_o'', \lambda_p''$  representam a variância da longitude do ponto origem e do ponto escolhido em segundos de arco.

$$\Sigma \lambda_o'', \lambda_p'' = \begin{bmatrix} \sigma\lambda_o''^2 & 0 \\ 0 & \sigma\lambda_p''^2 \end{bmatrix} \quad (77)$$

## 8) Propagação de variância de $x_p$

A Equação utilizada no cálculo da coordenada  $x_p$  de um ponto é dada por:

$$x_p = \frac{-\Delta\lambda_1 \cos\varphi_p a \cdot \text{arc}1''}{(1 - e^2 \text{sen}^2\varphi_p)^{1/2}} \quad (78)$$



A propagação de variância no cálculo de  $x_p$  é obtida por:

$$\Sigma x_p = D \Sigma \varphi_p, \Delta\lambda_1, j \cdot D^T \quad (79)$$

onde:

$\Sigma x_p = \text{MVC de } x_p; e,$

$\Sigma \varphi_p, \Delta\lambda_1, j = \text{MVC da latitude do ponto escolhido, de } \Delta\lambda_1 \text{ e } j.$

Os elementos da matriz D são obtidos com base nas derivadas parciais da equação (78) em relação à  $\varphi_p, \Delta\lambda_1$  e  $j$ , obtendo-se:

$$D = \begin{bmatrix} \frac{dx_p}{d\varphi_p} & \frac{dx_p}{d\Delta\lambda_1} & \frac{dx_p}{dj} \end{bmatrix} \quad (80)$$

onde:

$$\frac{dx_p}{d\varphi_p} = - \frac{a(e^2 - 1) \text{arc1}'' j \Delta\lambda_1 \text{sen} \varphi_p}{(1 - e^2 \text{sen}^2 \varphi_p)^{\frac{3}{2}}} \quad (81)$$

$$\frac{dx_p}{d\Delta\lambda_1} = - \frac{a \cdot \text{arc1}'' j \cos \varphi_p}{(1 - e^2 \text{sen}^2 \varphi_p)^{\frac{1}{2}}} \quad (82)$$

$$\frac{dx_p}{dj} = - \frac{a \cdot \text{arc1}'' \Delta\lambda_1 \cos \varphi_p}{(1 - e^2 \text{sen}^2 \varphi_p)^{\frac{1}{2}}} \quad (83)$$

Os elementos da matriz  $\Sigma \varphi_p, \Delta\lambda_1, j$  representam a variância de  $\varphi_p, \Delta\lambda_1$  e  $j$  respectivamente:

$$\Sigma \varphi_p, \Delta\lambda_1, j = \begin{bmatrix} \sigma\varphi_p^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma\Delta\lambda_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma j^2 \end{bmatrix} \quad (84)$$

### 9) Propagação de variância de $y_p$

A Equação utilizada no cálculo da coordenada  $y_p$  de um ponto é dada por:

$$y_p = \frac{j}{B} [\Delta\varphi_1 + Cx_p^2 + F(\Delta\varphi_1)^2 + E\Delta\varphi_1 x_p^2 + ECx_p^4] \quad (85)$$

A propagação de variância no cálculo de  $y_P$  é obtida por:

$$\sum y_P = D \sum x_P, E, C, F, B, j, \Delta\varphi_1 \cdot D^T \quad (86)$$

onde:

$\sum y_P = \text{MVC de } x_P; e$

$\sum x_P, E, C, F, B, j, \Delta\varphi_1 = \text{MVC da coordenada } x_P, \text{ de } E, C, F, B, j \text{ e } \Delta\varphi_1,$   
respectivamente.

Os elementos da matriz D são obtidos com base nas derivadas parciais da equação (85) em relação a  $x_P, E, C, F, B, j, \Delta\varphi_1$ , obtendo-se:

$$D = \left[ \begin{array}{ccccccc} \frac{dy_P}{dx_P} & \frac{dy_P}{dE} & \frac{dy_P}{dC} & \frac{dy_P}{dF} & \frac{dy_P}{dB} & \frac{dy_P}{dj} & \frac{dy_P}{d\Delta\varphi_1} \end{array} \right] \quad (87)$$

onde:

$$\frac{dy_P}{dx_P} = \frac{2jx_P(2ECx_P^2 + C + E\Delta\varphi_1)}{B} \quad (88)$$

$$\frac{dy_P}{dE} = \frac{jx_P^2(Cx_P^2 + \Delta\varphi_1)}{B} \quad (89)$$

$$\frac{dy_P}{dC} = \frac{j(Ex_P^4 + x_P^2)}{B} \quad (90)$$

$$\frac{dy_P}{dD} = \frac{j(\Delta\varphi_1)^2}{B} \quad (91)$$

$$\frac{dy_P}{dB} = -\frac{j(C(Ex_P^4 + x_P^2) + (\Delta\varphi_1(F\Delta\varphi_1 + Ex_P^2 + 1)))}{B^2} \quad (92)$$

$$\frac{dy_P}{dc} = \frac{(CEx_P^4) + (Cx_P^2) + (F\Delta\varphi_1^2) + (Ex_P^2\Delta\varphi_1) + \Delta\varphi_1}{B} \quad (93)$$

$$\frac{dy_P}{d\Delta\varphi_1} = \frac{j(2F\Delta\varphi_1 + Ex_P^2 + 1)}{B} \quad (94)$$

Os elementos da matriz  $\sum x_P, E, C, F, B, j, \Delta\varphi_1$  representam na diagonal a variância de  $x_P, E, C, F, B, j$  e  $\Delta\varphi_1$  respectivamente:

$$\Sigma_{x_P, E, C, F, B, j, \Delta\varphi_1} \left[ \begin{array}{ccccccc} \sigma_{x_P}^2 & & & & & & \\ & \sigma_E^2 & & & & & \\ & & \sigma_C^2 & & & & \\ & & & \sigma_F^2 & & & \\ & & & & \sigma_B^2 & & \\ & & & & & \sigma_j^2 & \\ & & & & & & \sigma_{\Delta\varphi_1}^2 \end{array} \right] \quad (95)$$

**4.2.3 A propagação de variância aplicada ao método de irradiação**

A formulação matemática para o cálculo das coordenadas (X<sub>v1</sub> e Y<sub>v1</sub>) do vértice do imóvel pode ser visto nas equações (25) e (26). A Figura 21 ilustra o método de irradiação.

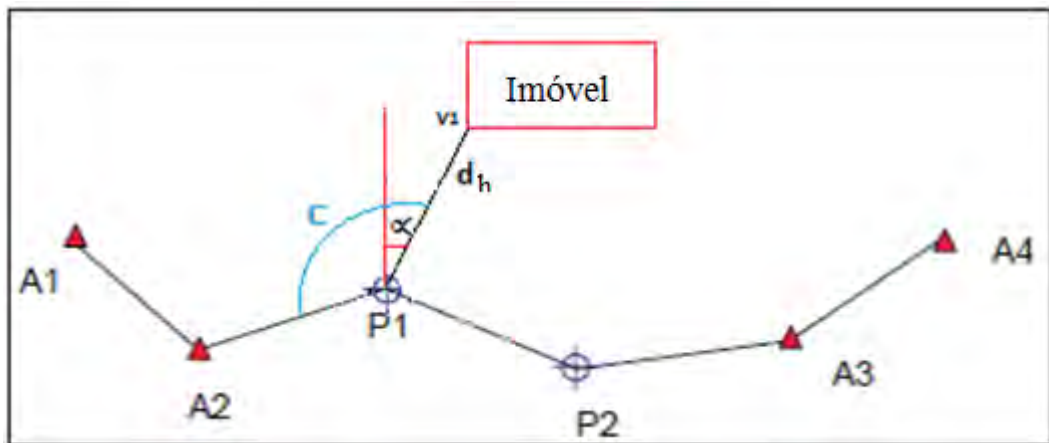


Figura 21 – Vértice do imóvel irradiado com base na poligonal ajustada.

O erro obtido na determinação do ponto P<sub>1</sub> é a sua variância, e deve ser propagada para o vértice V<sub>1</sub> quando o imóvel é irradiado. Isto permite que o vértice (V<sub>1</sub>) tenha as suas acurácias determinadas. Calcula-se a MVC das coordenadas X<sub>v1</sub> e Y<sub>v1</sub>, com base na seguinte equação:

$$\Sigma X_{V_1}, Y_{V_1} = D \Sigma d_h, \alpha, X_{p1}, Y_{p1} \cdot D^T \quad (96)$$

onde:

$$D = \begin{bmatrix} \frac{\partial X_{V_1}}{\partial d_h} & \frac{\partial X_{V_1}}{\partial \alpha} & \frac{\partial X_{V_1}}{\partial X_{P_1}} & \frac{\partial X_{V_1}}{\partial Y_{P_1}} \\ \frac{\partial Y_{V_1}}{\partial d_h} & \frac{\partial Y_{V_1}}{\partial \alpha} & \frac{\partial Y_{V_1}}{\partial X_{P_1}} & \frac{\partial Y_{V_1}}{\partial Y_{P_1}} \end{bmatrix} \quad (97)$$

As derivadas das matrizes D e D<sup>T</sup> são:

$$D = \begin{bmatrix} \text{sen } d_h & d_h \cos \alpha & 1 & 0 \\ \cos \alpha & -d_h \text{sen } \alpha & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (98)$$

e

$$D^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial X_{V1}}{\partial d_h} & \frac{\partial Y_{V1}}{\partial d_h} \\ \frac{\partial X_{V1}}{\partial \alpha} & \frac{\partial Y_{V1}}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial X_{P1}}{\partial X_{P1}} & \frac{\partial Y_{P1}}{\partial X_{P1}} \\ \frac{\partial X_{V1}}{\partial Y_{P1}} & \frac{\partial Y_{V1}}{\partial Y_{P1}} \end{bmatrix}, \quad (99)$$

respectivamente.

Obtém-se a matriz diagonal que contém a variância de cada observação:

$$\Sigma_{d_h, \alpha, X_{P1}, Y_{P1}} = \begin{bmatrix} \sigma_{d_h}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\alpha}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{X_{P1}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{Y_{P1}}^2 \end{bmatrix} \quad (100)$$

$\sigma_{X_{P1}}$  e  $\sigma_{Y_{P1}}$  = acurácia de  $P_1$  em X e Y;

$\sigma_{\alpha}$  = desvio-padrão do azimute; e,

$\sigma_{d_h}$  = desvio-padrão linear da estação total.

Onde  $\sigma_{d_h}$  é o desvio-padrão linear da estação total GPT 3007W utilizada nesta pesquisa (ver capítulo 5), de  $2 \text{ mm} + 2 \text{ ppm}$  (partes por milhão)  $\cdot d_h$ , que se enquadra na classe 3 da ABNT 13.1333 (1994, p. 7), e “ $d_h$ ” é a distância horizontal de  $P_1$  a  $V_1$  em metros. O calculo é mostrado na seguinte equação, segundo Wolf & Ghilani (1997):

$$\sigma_{d_h} = \left( \frac{2}{1000} \right) + \left( d_h \frac{2}{1000000} \right) \quad (101)$$

Como o desvio-padrão do azimute ( $\sigma_{\alpha}$ ) não é conhecido, efetua-se o cálculo da propagação de variância para obter a sua magnitude, com base na seguinte equação:

$$\alpha = \left[ \text{tg}^{-1} \left( \frac{X_{A2} - X_{P1}}{Y_{A2} - Y_{P1}} \right) \right] + C - 360 \quad (102)$$

A MVC do azimute ( $\Sigma \alpha$ ) é calculada com base na seguinte equação:

$$\Sigma \alpha = D \Sigma X_{A2}, Y_{A2}, X_{P1}, Y_{P1}, C \cdot D^T \quad (103)$$

onde:

$$D = \begin{bmatrix} \frac{\partial \alpha}{\partial X_{A2}} & \frac{\partial \alpha}{\partial Y_{A2}} & \frac{\partial \alpha}{\partial X_{P1}} & \frac{\partial \alpha}{\partial Y_{P1}} & \frac{\partial \alpha}{\partial C} \end{bmatrix} \quad (104)$$

e

$$D^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial \alpha}{\partial X_{A2}} \\ \frac{\partial \alpha}{\partial Y_{A2}} \\ \frac{\partial \alpha}{\partial X_{P1}} \\ \frac{\partial \alpha}{\partial Y_{P1}} \\ \frac{\partial \alpha}{\partial C} \end{bmatrix} \quad (105)$$

As respectivas derivadas são mostradas a seguir:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial X_{A2}} = \frac{(Y_{A2} - Y_{P1})}{(Y_{A2} - Y_{P1})^2 + (X_{A2} - X_{P1})^2} \quad (106)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial Y_{A2}} = \frac{(X_{P1} - X_{A2})}{(Y_{A2} - Y_{P1})^2 + (X_{A2} - X_{P1})^2} \quad (107)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial X_{P1}} = \frac{(Y_{P1} - Y_{A2})}{(Y_{A2} - Y_{P1})^2 + (X_{A2} - X_{P1})^2} \quad (108)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial Y_{P1}} = \frac{(X_{A2} - X_{P1})}{(Y_{A2} - Y_{P1})^2 + (X_{A2} - X_{P1})^2} \quad (109)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial C} = 1 \quad (110)$$

Obtém-se a matriz diagonal que contém a variância de cada observação:

$$\Sigma X_{A2}, Y_{A2}, X_{P1}, Y_{P1}, C = \begin{bmatrix} \sigma_{X_{A2}}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{Y_{A2}}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{X_{P1}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{Y_{P1}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_C^2 \end{bmatrix} \quad (111)$$

$\sigma_{X_{A2}}$  e  $\sigma_{Y_{A2}}$  = acurácia de  $A_2$  em X e Y;

$\sigma_{X_{P1}}$  e  $\sigma_{Y_{P1}}$  = acurácia de  $P_1$  em X e Y; e,

$\sigma_C$  = desvio-padrão angular da estação total, em radianos.

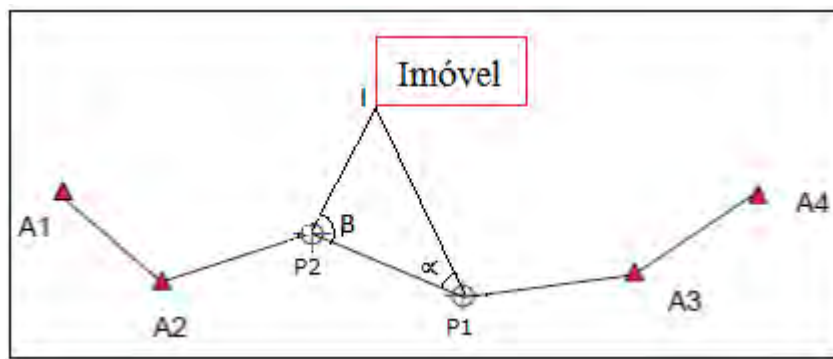
Após ter calculado a MVC do azimute ( $\Sigma \alpha$ ), substitui-se o valor do desvio-padrão do azimute ( $\sigma_\alpha$ ) na equação (100) e calcula-se o erro propagado para o vértice do imóvel ( $X_{v1}$  e  $Y_{v1}$ ).

A resultante planimétrica é calculada com base na seguinte equação:

$$\sigma_{\text{plan}} = \sqrt{\sigma_{X_{V1}}^2 + \sigma_{Y_{V1}}^2} \quad (112)$$

#### 4.2.4 A propagação de variância aplicada ao método de interseção a vante

A formulação matemática para o cálculo das coordenadas ( $X_{v1}$  e  $Y_{v1}$ ) do vértice do imóvel pode ser visto nas equações (27) e (28). A Figura 22 ilustra o método de interseção a vante.



**Figura 22** – Vértice determinado com base no método da interseção a vante.

Calcula-se a MVC das coordenadas ( $X_I$  e  $Y_I$ ) com base na seguinte equação:

$$\Sigma X_I, Y_I = D \Sigma \alpha, \beta, X_{P1}, X_{P2}, Y_{P1}, Y_{P2} \cdot D^T \quad (113)$$

onde:

$$D = \begin{bmatrix} \frac{\partial X_I}{\partial \alpha} & \frac{\partial X_I}{\partial B} & \frac{\partial X_I}{\partial X_{P1}} & \frac{\partial X_I}{\partial X_{P2}} & \frac{\partial X_I}{\partial Y_{P1}} & \frac{\partial X_I}{\partial Y_{P2}} \\ \frac{\partial Y_I}{\partial \alpha} & \frac{\partial Y_I}{\partial B} & \frac{\partial Y_I}{\partial X_{P1}} & \frac{\partial Y_I}{\partial X_{P2}} & \frac{\partial Y_I}{\partial Y_{P1}} & \frac{\partial Y_I}{\partial Y_{P2}} \end{bmatrix} \quad (114)$$

$$D^t = \begin{bmatrix} \frac{\partial X_I}{\partial \alpha} & \frac{\partial Y_I}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial X_I}{\partial B} & \frac{\partial Y_I}{\partial B} \\ \frac{\partial X_I}{\partial X_{P1}} & \frac{\partial Y_I}{\partial X_{P1}} \\ \frac{\partial X_I}{\partial X_{P2}} & \frac{\partial Y_I}{\partial X_{P2}} \\ \frac{\partial X_I}{\partial Y_{P1}} & \frac{\partial Y_I}{\partial Y_{P1}} \\ \frac{\partial X_I}{\partial Y_{P2}} & \frac{\partial Y_I}{\partial Y_{P2}} \end{bmatrix} \quad (115)$$

As respectivas derivadas são mostradas a seguir:

$$\frac{dX_I}{d\alpha} = [(\text{sen}\beta \cdot \text{cosec}^2(\beta + \alpha)\text{sin}\beta)(y_{p2} - y_{p1})] + \text{cos}\beta(x_{p1} - x_{p2}) \quad (116)$$

$$\frac{dX_I}{d\beta} = \text{sen}\alpha \cdot \text{cosec}^2(\beta + \alpha) \left[ ((y_{p2} - y_{p1})\text{sen}\alpha) + \text{cos}\alpha(X_{p2} - X_{p1}) \right] \quad (117)$$

$$\frac{dX_I}{dX_{P1}} = \text{coss}\beta \cdot \text{sen}\alpha \cdot \text{cosec}(\beta + \alpha) \quad (118)$$

$$\frac{dX_I}{dX_{P2}} = \text{sen}\beta \cdot \text{cos}\alpha \cdot \text{cosec}(\beta + \alpha) \quad (119)$$

$$\frac{dX_I}{dY_{P1}} = \text{sen}\beta \cdot \text{sen}\alpha (-\text{cosec}(\beta + \alpha)) \quad (120)$$

$$\frac{dX_I}{dY_{P2}} = \text{sen}\beta \cdot \text{sen}\alpha \cdot \text{cos}(\beta + \alpha) \quad (121)$$

$$\frac{dY_I}{d\alpha} = (\text{sen}\beta \cdot \text{cosec}^2(\beta + \alpha)) \left( (x_{p1} - x_{p2}) \text{sen}\beta \right) + \text{cos}\beta(y_{p1} - y_{p2}) \quad (122)$$

$$\frac{dY_I}{d\beta} = \text{sen}\alpha \cdot \text{cosec}^2(\beta + \alpha) \left[ ((x_{p1} - x_{p2})\text{sen}\alpha) + \text{cos}\alpha(y_{p2} - y_{p1}) \right] \quad (123)$$

$$\frac{dY_I}{dX_{P1}} = \text{cos}\beta \cdot \text{sen}\alpha \cdot \text{cosec}(\beta + \alpha) \quad (124)$$

$$\frac{dY_I}{dX_{P2}} = \text{sen}\beta \cdot \text{cos}\alpha \cdot \text{cosec}(\beta + \alpha) \quad (125)$$

$$\frac{dY_I}{dY_{P1}} = \text{sen}\beta \cdot \text{sen}\alpha \cdot \text{cos}(\beta + \alpha) \quad (126)$$

$$\frac{dYI}{dY_{P2}} = \text{sen}\beta \cdot \text{sen}\alpha(-\cos(\beta + \alpha)) \quad (127)$$

Obtém-se a matriz diagonal que contém a variância de cada observação:

$$\Sigma_{\alpha, \beta, X_{P1}, X_{P2}, Y_{P1}, Y_{P2}} = \begin{bmatrix} \sigma_{\alpha}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\beta}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{X_{P1}}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{X_{P2}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{Y_{P1}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{Y_{P2}}^2 \end{bmatrix} \quad (128)$$

$\sigma_{\alpha}$  = desvio-padrão do ângulo  $\alpha$ ;

$\sigma_{\beta}$  = desvio-padrão do ângulo  $\beta$ ;

$\sigma_{X_{P2}}$  e  $\sigma_{Y_{P2}}$  = acurácia de  $P_2$  em X e Y; e,

$\sigma_{X_{P1}}$  e  $\sigma_{Y_{P1}}$  = acurácia de  $P_1$  em X e Y.

É importante salientar que uma alternativa para verificar se o cálculo da propagação de variância para a interseção a vante está correto, é colocar o valor do ângulo  $\alpha$  igual a  $\beta$  e as mesmas acurácias para as coordenadas  $X_{P1}$ ,  $Y_{P1}$ ,  $X_{P2}$ ,  $Y_{P2}$  (ver Figura 22). O resultado da propagação são acurácias iguais para as coordenadas (X e Y) do vértice do imóvel determinado.

### 4.3 O controle de qualidade no levantamento cadastral

Para o controle de qualidade realizado nesta pesquisa, descreve-se, a seguir, o ajustamento com base no MMQ, o teste de hipóteses e a elipse dos erros com 95% de confiabilidade.

#### 4.3.1 Ajustamento pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ)

No ajustamento com base no MMQ é necessário que o número de observações ( $n$ ) seja maior que o número de incógnitas ( $u$ ). O modelo matemático do método paramétrico é dado por Gemael (1994, p. 117-120):

$$L_a = F(X_a) \quad (129)$$



onde:

- $L_a$  = vetor das observações ajustadas ( $n \times 1$ );
- $X_a$  = vetor dos parâmetros ajustados ( $u \times 1$ ); e,
- $F$  = função que relaciona  $L_a$  e  $X_a$ , podendo ser linear ou não.

Nos casos em que a função  $F(X_a)$  do modelo é não linear é necessário uma linearização.

- O modelo linearizado é dado por:

$$AX + L = V \quad (130)$$

$$L = L_0 - L_b \quad (131)$$

onde:

- $V$  = vetor dos resíduos;
- $A$  = matriz das derivadas parciais;
- $L_0$  = vetor dos parâmetros aproximados; e,
- $L_b$  = vetor dos valores observados.

- Equações Normais

$$N = A^t P A \quad (132)$$

$$U = A^t P L \quad (133)$$

onde:

- $N$  = matriz dos coeficientes das equações normais ( $u \times u$ ); e,
- $U$  = vetor dos termos independentes ( $u \times 1$ ).

- Matriz Peso

$$P = \frac{\sigma_0^2}{\Sigma L_b} \quad (134)$$

onde

$P$  = matriz dos pesos;

$\sigma_0^2$  = variância a priori; e,

$\sum_{Lb}$  = variância de cada observação.

- Vetor dos parâmetros e observações ajustadas

Admitindo que  $N$  não é singular, a solução é dada pelo vetor:

$$X = -N^{-1}U \quad (135)$$

As componentes do vetor  $X$  convertem os parâmetros aproximados  $X_o$  em ajustados  $X_a$ :

$$X_a = X_o + X \quad (136)$$

onde:

$X_a$  = vetor dos parâmetros ajustados ( $u \times 1$ )

$X_o$  = vetor dos parâmetros aproximados ( $u \times 1$ ); e,

$X$  = vetor das correções aos parâmetros ( $u \times 1$ ).

Com a obtenção do vetor das correções aos parâmetros ( $X$ ), pode-se determinar o vetor dos resíduos  $V$  e calcular o vetor das observações ajustadas ( $L_a$ ):

$$V = AX + L$$

$$L_a = L_b + V \quad (137)$$

- MVC dos parâmetros e das observações ajustadas

Para estimar a precisão dos parâmetros ajustados  $X_a$  e das observações ajustadas  $L_a$  é necessário determinar a MVC de  $X_a$  e  $L_a$ . Portanto, calcula-se primeiramente a variância posteriori ( $\hat{\sigma}_0^2$ ):

$$\hat{\sigma}_0^2 = \left( \frac{V^T P V}{n-u} \right) \quad (138)$$

onde  $(n - u)$  é o grau de liberdade. Assim, determina-se  $\sum_{X_a}$  e  $\sum_{L_a}$ :

$$\sum_{X_a} = \hat{\sigma}_0^2 N^{-1} \quad (139)$$

$$\sum L_a = \hat{\sigma}_0^2 AN^{-1}A^t \quad (140)$$

- Iterações

Como nesta pesquisa o modelo de ajustamento empregado não é linear, é necessário sua linearização. Em decorrência da aproximação introduzida na linearização do modelo, uma fase de testes e iterações ao final do ajustamento é requerida. A adoção de valores iniciais aproximados introduzem erros no ajustamento, então surge à necessidade de iterações (CAMARGO, 2000, p. 75).

Em resumo, o vetor  $X_a$  obtido será utilizado como novo valor aproximado para os parâmetros. Com base neste, o vetor  $L$  e a matriz  $A$  serão numericamente reavaliados e o novo vetor de correções  $X$  será calculado e aplicado na equação que fornece os valores ajustados  $X_a$ , que pode ser novamente utilizado como valor aproximado melhorado. O critério de parada é relacionado ao vetor das correções aos parâmetros aproximados ( $X$ ), conforme a equação (138). Após, pode-se calcular a MVC dos parâmetros ajustados ( $X_a$ ) (CAMARGO, 2000, p. 76):

$$|X| < \varepsilon \quad (141)$$

onde  $\varepsilon$  é o valor escolhido para cada problema específico, como exemplo, 0.001 metros.

Em consequência da iteração, as componentes do vetor  $X$  diminuem aproximando-se de zero, a forma quadrática  $V^T P V$  e o vetor dos resíduos  $V$  tende a se estabilizar e a MVC dos parâmetros ( $X_a$ ) tende se a estabilizar.

#### 4.3.1.1 Ajustamento da poligonal topográfica no plano

No ajustamento de uma poligonal topográfica que tem como referência o plano, as observações como distâncias horizontais, ângulos e posições (injunções posicionais) proporcionam equações que são utilizadas no vetor dos parâmetros aproximados  $L_o$ .

Segundo Camargo (2000, p. 92), considerando  $L_a = F(X_a)$ , pode-se expressar a equação de distância para cada parâmetro aproximado:

$$S_{ij}^a = [(X_j^a - X_i^a)^2 + (Y_j^a - Y_i^a)^2]^{1/2} \quad (142)$$

A equação de ângulo é resultante da diferença entre duas direções ou da diferença entre dois azimutes para cada parâmetro aproximado:

$$\alpha_{jik}^a = Az_{jk}^a - Az_{ij}^a \quad (143)$$

Para as equações das injunções posicionais, as coordenadas X e Y das estações de referência são utilizadas como injunções para o ajustamento da poligonal topográfica. Quando se conhece a posição (X, Y) e a acurácia de cada estação e pretende-se transferir estas incertezas para todo o ajustamento, utiliza-se de uma injunção relativa no modelo. Ao contrário, se o ponto for considerado fixo (injunção absoluta), não se considera a acurácia em X e Y. Em consequência, a solução obtida, apesar de ser mais atraente, por apresentar valores numéricos de dispersão menores, não representa a realidade, pois contrariam a lei de propagação dos erros (ver seção 4.2). Já as injunções relativas transferem suas incertezas aos parâmetros e, por isso, apresentam valores de dispersão maiores, porém, mais realísticos (MARINI, 2002 p. 69).

Segundo Camargo (2000, p. 93-98), a matriz A é obtida por meio das derivadas parciais de cada equação de observação em relação aos parâmetros ajustados:

- Derivadas parciais em relação à equação da distância linearizada:

$$\frac{\partial S_{ij}^a}{\partial X_i^a} |_{X^o} = \frac{X_i^o - X_j^o}{S_{ij}^o} \quad (144)$$

$$\frac{\partial S_{ij}^a}{\partial Y_i^a} |_{X^o} = \frac{Y_i^o - Y_j^o}{S_{ij}^o} \quad (145)$$

$$\frac{\partial S_{ij}^a}{\partial X_j^a} |_{X^o} = \frac{X_j^o - X_i^o}{S_{ij}^o} \quad (146)$$

$$\frac{\partial S_{ij}^a}{\partial Y_j^a} |_{X^o} = \frac{Y_j^o - Y_i^o}{S_{ij}^o} \quad (147)$$

- Derivadas parciais em relação à equação linearizada do ângulo:

$$\frac{\partial \alpha_{jik}^a}{\partial X_i^a} |_{X^o} = \frac{Y_i^o - Y_k^o}{S_{ik}^{o^2}} - \frac{Y_i^o - Y_j^o}{S_{ij}^{o^2}} \quad (148)$$

$$\frac{\partial \alpha_{jik}^a}{\partial Y_i^a} |_{X^o} = \frac{X_k^o - X_i^o}{S_{ik}^{o^2}} - \frac{X_j^o - X_i^o}{S_{ij}^{o^2}} \quad (149)$$

$$\frac{\partial \alpha_{jik}^a}{\partial X_k^a} |_{X^o} = \frac{Y_k^o - Y_i^o}{S_{ik}^{o2}} \quad (150)$$

$$\frac{\partial \alpha_{jik}^a}{\partial Y_k^a} |_{X^o} = \frac{X_i^o - X_k^o}{S_{ik}^{o2}} \quad (151)$$

$$\frac{\partial \alpha_{jik}^a}{\partial X_j^a} |_{X^o} = \frac{Y_j^o - Y_i^o}{S_{ij}^{o2}} \quad (152)$$

$$\frac{\partial \alpha_{jik}^a}{\partial Y_j^a} |_{X^o} = \frac{X_i^o - X_j^o}{S_{ij}^{o2}} \quad (153)$$

- Derivadas parciais em relação à injeção posicional

Acrescenta-se em cada linha da matriz A o valor 1 (unitário), correspondente a derivada parcial das coordenadas X e Y de cada estação de referência (CAMARGO, 2000, p. 84).

O vetor  $L_b$  deve conter as observações coletadas em campo, como ângulos, distâncias horizontais e as coordenadas X e Y das estações de referência que serão utilizadas como injeções no ajustamento. Assim, calcula-se o vetor L.

A matriz dos pesos (P) deve ser diagonal, e para sua montagem é necessário o conhecimento das precisões com que foram obtidas as observações dos ângulos e distâncias horizontais. Portanto, para um medidor eletrônico de distância, segundo Wolf & Ghilani (1997), o desvio-padrão é especificado pela seguinte equação, onde  $D_h$  é a distância horizontal observada:

$$\sigma_D = a_{mm} + b10^{-6} \cdot D_h \quad (154)$$

Segundo Amorim (2005), para o cálculo do desvio-padrão linear médio ( $\sigma_{D_m}$ ), obtido com base em duas distâncias horizontais observadas ( $D_{h1}$  e  $D_{h2}$ ), onde  $\sigma_{D_{h1}}$  e  $\sigma_{D_{h2}}$  são os desvios-padrão das respectivas distâncias horizontais calculadas pela equação (152), aplica-se a seguinte equação:

$$\sigma_{D_{hm}} = \frac{\sigma_{D_{h1}} + \sigma_{D_{h2}}}{\sqrt{2}} \quad (155)$$

Para o cálculo do desvio-padrão angular médio ( $\sigma_{\alpha_m}$ ) calculado com base em uma leitura conjugada (ver rodapé nº13), aplica-se a seguinte equação:

$$\sigma_{\alpha_m} = \frac{\sigma_{PD_r} + \sigma_{PI_r}}{\sqrt{2}} \quad (156)$$

onde:

$\sigma_{PD_r}$  = Desvio-padrão angular resultante de duas direções observadas na posição direta (PD); e,

$\sigma_{PI_r}$  = desvio-padrão angular resultante de duas direções observadas na posição inversa (PI).

Como  $\sigma_{PD_r}$  e  $\sigma_{PI_r}$  não são conhecidos, efetua-se o cálculo da propagação de variância para obter suas magnitudes, com base nas seguintes equações:

$$PD_r = PD_{vante} - PD_{ré} \quad (157)$$

$$PI_r = PI_{vante} - PI_{ré} + 360 \quad (158)$$

onde:

$PD_{vante}$  = Ângulo visado na vante, observado na posição direta;

$PD_{ré}$  = ângulo visado na ré, observado na posição direta;

$PI_{vante}$  = ângulo visado na vante, observado na posição inversa; e,

$PI_{ré}$  = ângulo visado na ré, observado na posição inversa.

A MVC de  $PD_r$  e  $PI_r$  é calculada com base na seguinte equação:

$$\sum PD_r, PI_r = G \sum PD_2, PD_1, PI_2, PI_1 \cdot G^T \quad (159)$$

onde:

$$G = \begin{bmatrix} \frac{\partial PD_r}{\partial PD_2} & \frac{\partial PD_r}{\partial PD_1} & \frac{\partial PD_r}{\partial PI_2} & \frac{\partial PD_r}{\partial PI_1} \\ \frac{\partial PI_r}{\partial PD_2} & \frac{\partial PI_r}{\partial PD_1} & \frac{\partial PI_r}{\partial PI_2} & \frac{\partial PI_r}{\partial PI_1} \end{bmatrix} \quad (160)$$

e

$$G^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial PD_r}{\partial PD_2} & \frac{\partial PI_r}{\partial PD_2} \\ \frac{\partial PD_r}{\partial PD_1} & \frac{\partial PI_r}{\partial PD_1} \\ \frac{\partial PD_r}{\partial PI_2} & \frac{\partial PI_r}{\partial PI_2} \\ \frac{\partial PD_r}{\partial PI_1} & \frac{\partial PI_r}{\partial PI_1} \end{bmatrix} \quad (161)$$

As respectivas derivadas são mostradas a seguir:

$$\frac{\partial PD_r}{\partial PD_2} = 1 \quad (162)$$

$$\frac{\partial PD_r}{\partial PD_1} = -1 \quad (163)$$

$$\frac{\partial PD_r}{\partial PI_2} = 0 \quad (164)$$

$$\frac{\partial PD_r}{\partial PI_1} = 0 \quad (165)$$

$$\frac{\partial PI_r}{\partial PD_2} = 0 \quad (166)$$

$$\frac{\partial PI_r}{\partial PD_1} = 0 \quad (167)$$

$$\frac{\partial PI_r}{\partial PI_2} = 1 \quad (168)$$

$$\frac{\partial PI_r}{\partial PI_1} = -1 \quad (169)$$

Os elementos da matriz diagonal possuem variâncias iguais para  $PD_2$ ,  $PD_1$ ,  $PI_2$ ,  $PI_1$  (equação 171). Como o desvio-padrão das estações totais são especificados pelo fabricante em segundos de arco ( $\sigma''_\alpha$ ), é necessário transformar para radianos ( $\sigma_{\alpha_{rad}}$ ), aplicando a seguinte equação:

$$\sigma_{\alpha_{rad}} = \frac{\sigma''_\alpha \pi}{648000} \quad (170)$$

Assim, obtém-se a matriz diagonal, considerando que os elementos são estatisticamente independentes:

$$\Sigma_{PD_2, PD_1, PI_2, PI_1} = \begin{bmatrix} \sigma_{PD_2_{rad}}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{PD_1_{rad}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{PI_2_{rad}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{PI_1_{rad}}^2 \end{bmatrix} \quad (171)$$

### 4.3.2 Teste de hipótese

O Teste Global verifica a compatibilidade da variância de referência posteriori ( $\hat{\sigma}_0^2$ ) com a variância de referencia a priori ( $\sigma_0^2$ ). Portanto, comparam-se os valores de ambas as variâncias, considerando que  $V^T PV$  tem distribuição Qui-quadrado com  $(n - u)$  graus de. A variância posteriori é calculada com base na seguinte equação (GEMAEL, 1994, p. 301).

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T PV}{n - u} \quad (172)$$

O teste Qui-Quadrado pode ser visto em Gemael (1994, p. 301), onde se testa a hipótese básica:

$$H_0 : E = \hat{\sigma}_0^2 = \sigma_0^2 \quad (173)$$

contra a hipótese alternativa:

$$H_1 = \sigma_0^2 \neq \hat{\sigma}_0^2 \quad (174)$$

Para a validação de uma das hipóteses, compara-se o valor calculado ( $\chi_c^2$ ) que tem distribuição Qui-quadrado com  $n - u$  (graus de liberdade):

$$\chi_c^2 = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} (n - u), \quad (175)$$

com os valores teóricos da distribuição Qui-quadrado ( $\chi_{gl, \alpha/2}^2$ ) e ( $\chi_{gl, 1-\alpha/2}^2$ ). A hipótese básica não é rejeitada, ao nível de significância  $\alpha$ , no teste estatístico bilateral, se:

$$\chi_{gl, \alpha/2}^2 < \chi_c^2 < \chi_{gl, 1-\alpha/2}^2 \quad (176)$$

Caso o valor da estatística esteja fora do intervalo de confiança, a hipótese básica é rejeitada, ou seja, a hipótese alternativa é aceita. Sendo a hipótese básica rejeitada, o ajustamento apresenta problemas e as possíveis causas devem ser investigadas. De acordo com Gemael (1994, p. 302):

- a) presença de erros grosseiros de pequena magnitude nas observações (*outliers*);
- b) o modelo determinístico (matriz projeto) usado no ajustamento está incorreto;
- c) o modelo estocástico (matriz covariância) para as observações está incorreto;
- d) sistema mal condicionado;



- e) erro no modelo matemático;
- f) erros de cálculo; e
- g) problemas de linearização.

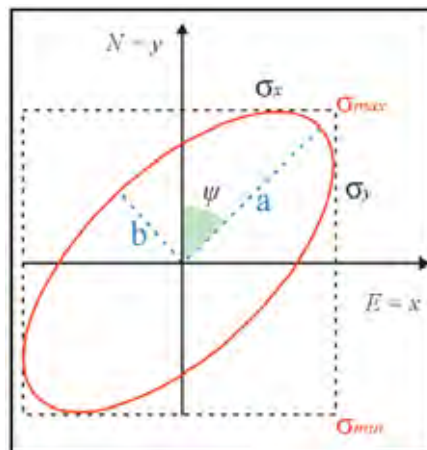
### 4.3.3 Elipse dos erros

Segundo Gemael (1994, p. 227), a MVC fornece na diagonal principal os valores de variância ( $\sigma_x^2$  e  $\sigma_y^2$ ), e fora da diagonal, os valores de covariância ( $\sigma_{yx}$  e  $\sigma_{xy}$ ):

$$\text{MVC} = \sum X, Y = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_y^2 \end{bmatrix} \quad (177)$$

Desta forma, após o ajustamento da RRCM e da poligonal topográfica, obtém-se a MVC das estações ajustadas e utiliza-se da representação geométrica com base na elipse dos erros para analisar a posição estimada de cada estação em uma região compreendida dentro de uma elipse padrão com 95% de confiabilidade, como é o caso desta pesquisa (Figura 23).

Segundo (GEMAEL, 1994), a interpretação geométrica da elipse de erro padrão pode ser entendida como a que apresenta uma probabilidade de 39,4% em que a posição estimada para um ponto esteja dentro da elipse centrada. Para uma probabilidade de 95%, basta multiplicar os semi-eixos máximo (a) e mínimo (b) por um fator de 2,45.



**Figura 23** - Elipse dos erros

Fonte: Adaptado de (WOLF & GHILANI, 1997, p. 359).

A elipse dos erros apresenta a direção máxima e a direção mínima de erros, expressas em valores numéricos e fornece o desvio-padrão das direções x e y. A formulação matemática pode ser vista em Wolf & Ghilani (1997, p. 363):

$$a = \sqrt{\max \sigma_x^2} \quad (178)$$

$$b = \sqrt{\max \sigma_y^2} \quad (179)$$

$\psi$  = ângulo crítico

onde:

$$\max \sigma_x^2 = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}{2} + \frac{M}{2} \quad (180)$$

$$\max \sigma_y^2 = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}{2} - \frac{M}{2} \quad (181)$$

$$M = \sqrt{(4(\sigma_{xy})^2 + (\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2)} \quad (182)$$

A rotação da elipse ou ângulo crítico é dada pela equação a seguir, levando em consideração que o quadrante de  $2\psi$  é determinado de acordo com o sinal algébrico do numerador e do denominador (Quadro 1):

$$\text{Tg } 2\psi = \frac{2\sigma_{xy}}{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)} \quad (183)$$

**Quadro 1** - Escolha do quadrante apropriado

Numerador	Denominador	Quadrante
+	+	1
+	-	2
-	-	3
-	+	4

O tamanho das elipses é uma maneira de mensurar o grau de confiança em relação à posição das coordenadas ajustadas, pois elipses menores apresentam pequenas incertezas em x e y, ao contrário das elipses maiores.

## 5. DETERMINAÇÃO DA ACURÁCIA DOS MARCOS GEODÉSICOS, PONTOS TOPOGRÁFICOS E DOS VÉRTICES DE IMÓVEIS URBANOS

O desenvolvimento deste capítulo segue o fluxograma apresentado na Figura 24.

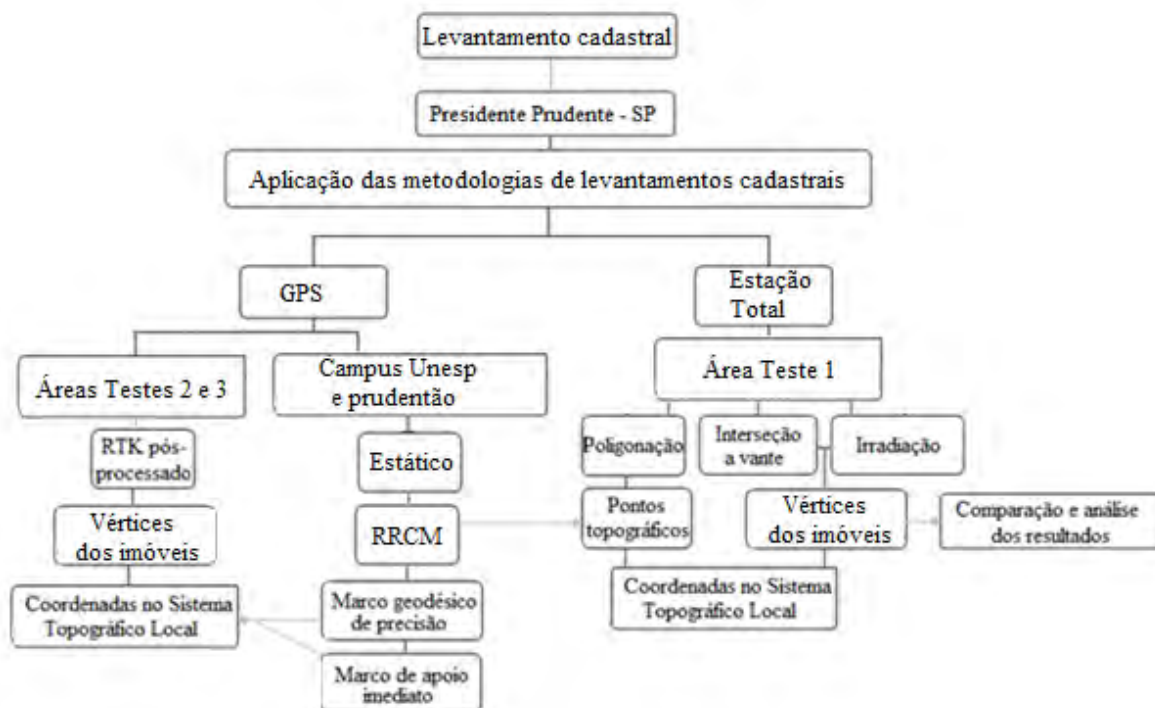


Figura 24 – Fluxograma da metodologia adotada.

Inicialmente, realizou-se o posicionamento relativo estático com o GPS, para implantar as coordenadas do marco geodésico de precisão (SAT82) em frente ao estádio Prudentão, com base em duas estações da RBMC (ROSA e ILHA). As observações foram processadas e ajustadas no *software* TBC<sup>18</sup> e a variância de ambas as estações foram propagadas para o marco implantado.

Com base no SAT82, determinaram-se as coordenadas dos marcos geodésicos de apoio imediato (SAT77, SAT79, EP01 e P5) localizados no Campus da UNESP em Presidente Prudente. As observações foram processadas e ajustadas no *software* TBC e as variâncias das coordenadas no sistema UTM (E e N) do SAT82 foram propagadas para os marcos geodésicos de apoio imediato.

Apoiados nestes marcos, utilizou-se da estação total para o levantamento de uma poligonal enquadrada para a determinação dos pontos topográficos (P1, P2 e P3). As

<sup>18</sup> O TBC versão 2.8 é um *software* comercial da empresa Trimble. É importante salientar que esta versão do *software* não realiza a propagação de variância no processamento GPS, quando se considera a injunção relativa ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\sigma_h$ ) no MMQ, de apenas uma estação de referência. O Departamento de Cartografia da UNESP de Presidente Prudente possui licença para o uso do *software*.

coordenadas destes pontos foram calculadas no *software* COMPENSA<sup>19</sup>, com base na compensação angular e linear da poligonal, e foram comparadas com as do *software* ADJUST<sup>20</sup>.

Com base no MMQ, a poligonal foi ajustada, e a acurácia dos pontos topográficos foram determinadas. As coordenadas resultantes do ajustamento no *software* AJUSTA<sup>21</sup> foram comparadas com as do *software* ADJUST.

Utilizou-se dos métodos de irradiação e interseção a vante para determinar as coordenadas dos vértices dos imóveis na Área Teste 1, com base nos *softwares* IRRADIA<sup>22</sup> e INTERSEÇÃO\_VANTE<sup>23</sup>. Os resultados foram analisados e comparados.

Com o auxílio do GPS, realizou-se o levantamento dos imóveis nas Áreas Teste 2 e 3, com base no método RTK pós-processado. Os processamentos dos dados foram realizados no *software* Topcon Tools<sup>24</sup> e as variâncias das coordenadas planas retangulares UTM (E e N) da estação de referência SAT77 foram propagadas para os vértices dos imóveis.

As coordenadas dos marcos geodésicos pertencentes à RRCM (EP01, P5, SAT77, SAT79 e SAT82), como a dos imóveis determinados com base no uso do GPS, foram transformadas do Sistema Cartesiano Geodésico para o Sistema Geodésico no *software* CONVERT1<sup>25</sup>, e, posteriormente, para o STL, no *software* CONVERT2<sup>26</sup>, cuja origem é o marco SAT82. Em todas as transformações foram realizadas as propagações de variâncias. As coordenadas resultantes do STL foram comparadas com as geradas no *software* TOPOEVN<sup>27</sup>.

O controle de qualidade utilizado na realização do levantamento cadastral para os métodos de levantamento com base no GPS e na estação total obedeceu ao nível de confiança de 95%.

A seguir, verifica-se uma descrição de cada etapa realizada nesta pesquisa, assim como os resultados e as análises dos experimentos realizados.

---

<sup>19</sup> O COMPENSA foi desenvolvido nesta pesquisa no *software* Excel, com base na formulação do Anexo 4B.

<sup>20</sup> O ADJUST versão 6.0.1 é um *software* de distribuição gratuita, desenvolvido por Wolf e Ghilani (1997).

<sup>21</sup> O AJUSTA foi desenvolvido nesta pesquisa no *software* SCILAB, de distribuição gratuita, com base na formulação da seção 4.3.1.1.

<sup>22</sup> O IRRADIA foi desenvolvido nesta pesquisa no Excel, com base na formulação da seção 4.2.3.

<sup>23</sup> O INTERSEÇÃO\_VANTE foi desenvolvido nesta pesquisa no Excel, com base na formulação da seção 4.2.4.

<sup>24</sup> O Topcon Tools versão 8.2 é um *software* comercial da empresa Topcon. É importante salientar que esta versão do *software* realiza a propagação de variância no processamento GPS, quando se considera a injeção relativa ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\sigma_h$ ) no MMQ, de apenas uma estação de referência. O Departamento de Cartografia da UNESP de Presidente Prudente possui licença para o uso do *software*.

<sup>25</sup> O CONVERT1 foi desenvolvido nesta pesquisa no SCILAB, com base na formulação da seção 4.2.1.

<sup>26</sup> O CONVERT2 foi desenvolvido nesta pesquisa no SCILAB, com base na formulação da seção 4.2.2.

<sup>27</sup> O TOPOEVN versão 6.3.7.5 é um *software* comercial da empresa Métrica, utilizado nesta pesquisa para a transformação de coordenadas do Sistema Geodésico para o STL. Este *software*, não realiza a propagação de variância na transformação entre os Sistemas. O número da licença individual é 20.143.

## 5.1 Marco geodésico de precisão

As coordenadas geodésicas do marco origem (SAT92582), contidas no Banco de Dados Geodésicos do IBGE, denominada nesta pesquisa por SAT82, foram determinadas com base nas estações ROSA e ILHA, localizadas em Rosana - SP e Ilha Solteira - SP, respectivamente, ambas pertencentes à RBMC. O SAT82 localiza-se na frente do estádio Prudentão, na Praça Nícola Mandredini, em Presidente Prudente – SP.

É importante salientar, que apesar da área de estudo estar localizada em Presidente Prudente - SP, não foi utilizada a estação PPTE da RBMC, porque esta pesquisa contribui com os municípios brasileiros que não possuem uma estação da RBMC, ou melhor, uma estação da rede geodésica de referência.

O SAT92582 foi homologado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) em 15/05/1996, no sistema de referência SAD69, com base no posicionamento por satélite (GPS), e em 23/11/2004, suas coordenadas foram recalculadas no referencial SIRGAS 2000 na época 2000.4, e serão utilizadas nesta pesquisa para possíveis comparações com os valores que serão obtidos no transporte de coordenadas resultantes das duas estações da RBMC.

As estações escolhidas poderiam ser e uma rede estadual, privada ou da RIBAC (ver seção 2.3), mas optou-se pela RBMC, por serem estações pertencentes à rede nacional.

Desta forma, as coordenadas geodésicas do SAT82 foram determinadas com base no posicionamento relativo estático, cujas especificações do levantamento são mostradas na Tabela 3. O tempo de rastreamento foi proporcional ao comprimento dos vetores linhas de base entre as estações que serviram de referência (ILHA e ROSA) e o marco coletado. Estas informações estão disponíveis nas Especificações para Levantamento Relativo Estático – GPS (ver cap.2).

**Tabela 3** - Especificações sobre a determinação do marco geodésico de precisão (SAT82).

	<b>Especificações</b>
<b>ID do ponto:</b>	SAT82
<b>Dia da coleta:</b>	29/10/2012
<b>Tipo do receptor:</b>	<i>Hiper Lite</i>
<b>Altura da antena medida:</b>	0,12 metros
<b>Método de medição da altura da antena:</b>	Distância vertical do ponto observado até a base de montagem da antena
<b>Tempo de rastreamento:</b>	4 horas
<b>Taxa de gravação:</b>	15 segundos
<b>Máscara de elevação:</b>	15°
<b>Frequência do receptor:</b>	L1 e L2

Segundo o manual<sup>28</sup> do operador do *Hiper lite*, a acurácia do receptor para o posicionamento relativo estático tem precisão horizontal de 3 mm + 1 ppm · (comprimento do vetor linha de base) e vertical de 5 mm + 1.4 ppm · (comprimento do vetor linha de base) ao utilizar as combinações lineares das frequências L1 e L2.

### 5.1.1 Processamento e ajustamento do marco geodésico de precisão

Os cálculos de processamento e ajustamento das observações GPS foram executados no *software* TBC, onde utilizou-se das frequências L1 e L2, pois o comprimento dos vetores linhas de base são superiores a 20 km. Assim, com a portadora L2 elimina-se o erro proveniente da ionosfera. Esta recomendação está em literaturas como Leick (1995) e Monico (2008).

Optou-se pelo processamento por linhas de base independente no formato radial, onde cada vetor linha de base (estação – ponto coletado) é processado individualmente e não se processa o vetor ILHA-ROSA (ver Figura 25). A Tabela 4 mostra os dois vetores linhas de base observados e os respectivos comprimentos.

<sup>28</sup> O manual do operador em português está disponível para *download* no endereço eletrônico: <[http://www.gpsul.com.br/docs/manuais/GPS/HiPer/HiPer\\_Port.pdf](http://www.gpsul.com.br/docs/manuais/GPS/HiPer/HiPer_Port.pdf)>. A TOPCON é a fabricante do receptor, e o site oficial que pode ser acessado em: <<http://www.Topconpositioning.com>>, não disponibiliza o manual para download.

**Tabela 4** – Vetores linhas de base observados e os respectivos comprimentos aproximados.

Vetores linhas de base	Comprimento aproximado em km
ILHA – SAT82	185
ROSA – SAT82	165

As coordenadas curvilíneas geodésicas ( $\varphi$ ,  $\lambda$  e  $h$ ) e as respectivas acurácias das estações ILHA e ROSA foram injuncionados de forma relativa no TBC, conforme mostra a Tabela 5. Estas informações foram obtidas no memorial descritivo de cada estação, disponível no site do IBGE. O objetivo é propagar os erros resultantes destas estações para todo levantamento cadastral.

**Tabela 5** – Acurácias das coordenadas curvilíneas geodésicas das estações de referência.

ID do ponto	Latitude ( $\varphi$ )	$\sigma_{\varphi}$ (m)	Longitude ( $\lambda$ )	$\sigma_{\lambda}$ (m)	$\sigma_h$ (m)
ILHA	-20°25'40,02"	0,001	-51°20'36,18"	0,001	0,005
ROSA	-22°31'23,89"	0,001	-52°57'07,51"	0,001	0,006

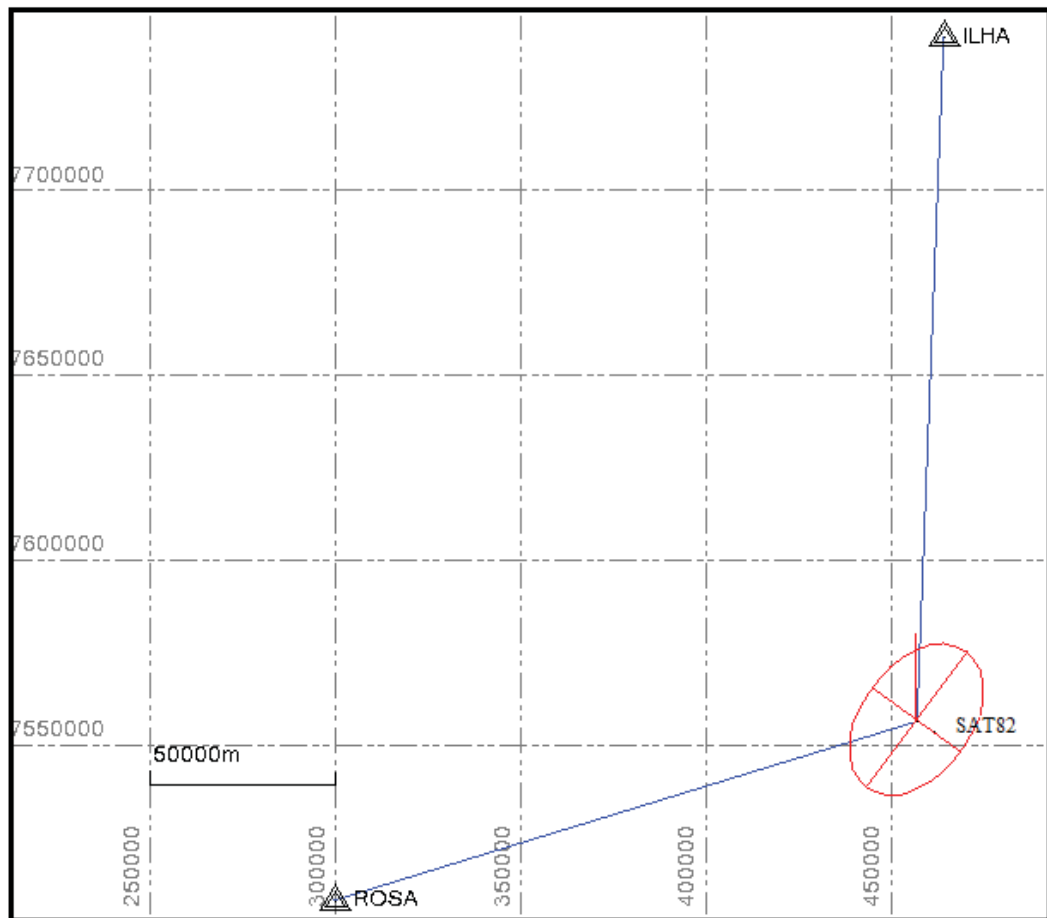
Fonte: Memorial descritivo do IBGE.

#### a) Processamento e ajustamento com efemérides precisas

As efemérides precisas foram obtidas no site do *International Service GNSS* (IGS)<sup>29</sup> e utilizadas no processamento do marco geodésico de precisão (SAT82).

A Figura 25 mostra a distribuição geométrica dos vetores linhas de base e o ajustamento do SAT82 no TBC, e a respectiva elipse dos erros. O ajustamento foi aprovado no teste Qui Quadrado a um nível de significância de 95%.

<sup>29</sup>Site do IGS que disponibiliza as efemérides precisas <[http://igs.cb.jpl.nasa.gov/components/prods\\_cb.html](http://igs.cb.jpl.nasa.gov/components/prods_cb.html)>.



**Figura 25** – Distribuição geométrica dos vetores linhas de base e ajustamento do marco geodésico de precisão (SAT82).

Fonte: *Software TBC*.

As coordenadas no sistema UTM (E, N e h) em SIRGAS 2000, na época 2000.4, e as respectivas acurácias resultantes do processamento e ajustamento no TBC utilizando-se das efemérides precisas, estão na Tabela 6. O relatório do ajustamento consta no ANEXO 1 – Ajustamento do marco geodésico de precisão.

**Tabela 6** – Coordenadas no sistema UTM em SIRGAS 2000 e as respectivas acurácias do marco geodésico de precisão.

ID do ponto	E (m)	N (m)	h (m)	$\sigma_E$ (m)	$\sigma_N$ (m)	$\sigma_h$ (m)
ILHA	464178,025	7741141,411	375,038	0,001	0,001	0,005
SAT82	456995,395	7556347,606	465,973	0,004	0,004	0,017
ROSA	299223,778	7507938,289	299,692	0,001	0,001	0,006

Fonte: *Software TBC*.

As acurácias das coordenadas (E e N) do SAT82 têm magnitudes iguais a 4 mm. A altura geométrica apresenta a menor acurácia (17 mm). Com base na elipse dos erros, o SAT82 tem 95% de probabilidade de ter sua posição estimada dentro de uma elipse centrada com semi-eixo maior ( $a = 6$  mm) e semi-eixo menor ( $b = 4$  mm).



## b) Comparação das coordenadas processadas no TBC com as coordenadas homologadas pelo IBGE

A Tabela 7 apresenta as coordenadas do SAT82, obtidas do Banco de Dados do IBGE, e as coordenadas do SAT82 da RRCM, ambas no sistema UTM (E, N e h), referenciadas ao SIRGAS 2000. As coordenadas do SAT82 foram processadas com as injunções relativas (ILHA e ROSA), utilizando-se das efemérides precisas.

**Tabela 7** – Coordenadas no sistema UTM, homologadas pelo IBGE em SIRGAS 2000 e as respectivas acurácias.

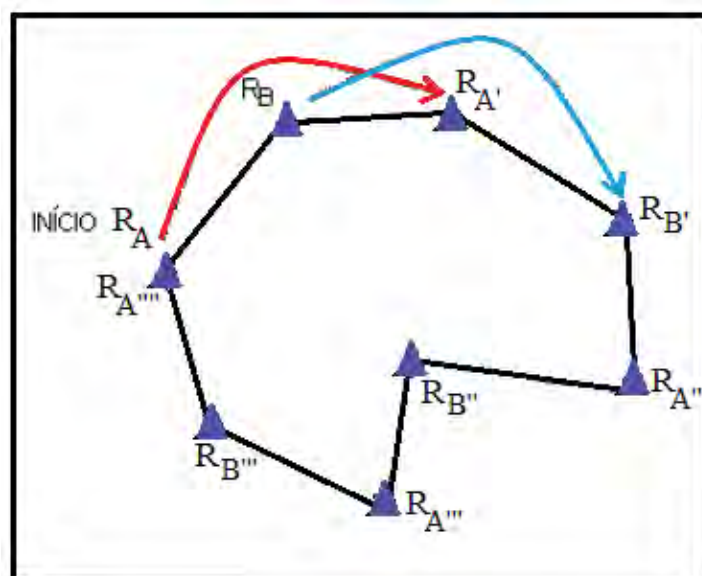
ID do ponto	N (m)	E (m)	h (m)	$\sigma_E$ (m)	$\sigma_N$ (m)	$\sigma_h$ (m)
IBGE-SAT82	7556347,606	456995,396	466,000	0,003	0,002	0,005
RRCM-SAT82	7556347,606	456995,395	465,973	0,004	0,004	0,017

Fonte: <[http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/bdgpesq\\_googlemaps.php#tabela\\_dados](http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/bdgpesq_googlemaps.php#tabela_dados)>.

As coordenadas resultantes do processamento utilizando-se efemérides precisas (SAT82 da RRCM) quando comparadas com as homologadas pelo IBGE, não apresentou discrepâncias na coordenada N. Já para E e h, as discrepâncias foram de 1 e 27 mm, respectivamente.

## 5.2 Marcos geodésicos de apoio imediato

Os marcos geodésicos de apoio imediato pertencentes à RRCM situam-se nas dependências do Campus da UNESP de Presidente Prudente. Para a obtenção de suas coordenadas elaborou-se a alternância de dois receptores GPS ( $R_A$  e  $R_B$ ), conforme mostra a Figura 26.



**Figura 26** – Alternância de dois receptores GPS.

Fonte: Adaptado de (SILVA, BOTELHO & CARVALHO, 2003).

Esta metodologia foi utilizada para determinar os marcos geodésicos de apoio imediato, com a vantagem de que não necessita de um receptor (base) estático durante todo o levantamento da RRCM. Assim, dois receptores são utilizados e se deslocam alternando suas posições para determinar os marcos pertencentes à RRCM.

As coordenadas geodésicas dos pontos coletados foram determinadas com base no posicionamento relativo estático, cujas especificações do levantamento são mostradas na Tabela 8.

**Tabela 8** - Especificações sobre a determinação dos marcos geodésicos de apoio imediato.

	<b>Especificações</b>
<b>Dia da coleta:</b>	30/10/2012
<b>Tipo dos receptores:</b>	<i>Hiper Lite</i>
<b>Método de medição da altura da antena:</b>	Distância vertical do ponto observado até a base de montagem da antena.
<b>Taxa de gravação:</b>	15 segundos
<b>Máscara de elevação:</b>	15°
<b>Frequência do receptor:</b>	L1 e L2

Segundo o manual do operador do *Hiper lite*, a acurácia do receptor para o posicionamento relativo estático tem precisão horizontal de 5 mm + 1,5 ppm · (comprimento do vetor linha de base) e vertical de 6 mm + 1,5 ppm · (comprimento do vetor linha de base) ao utilizar apenas a frequência L1.

### 5.2.1 Processamento e ajustamento dos marcos geodésicos de apoio imediato

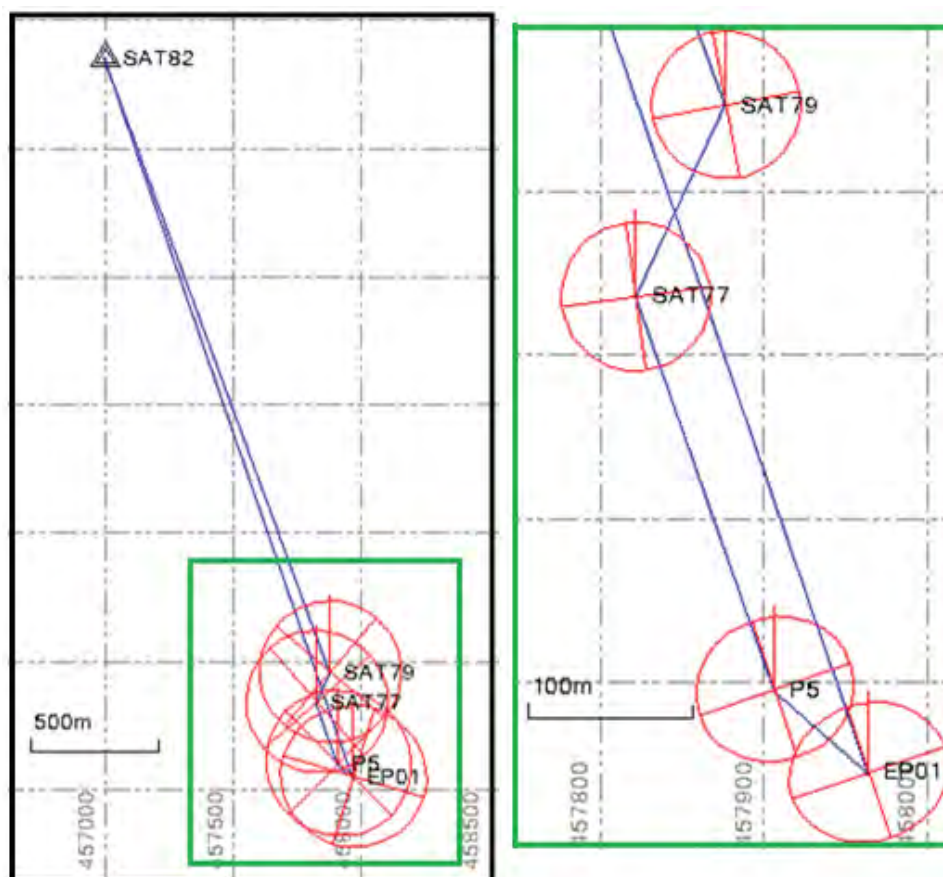
Os cálculos de processamento e ajustamento das observações foram executados no *software* TBC, onde utilizou-se apenas da frequência L1, pois o comprimento dos vetores linhas de base são inferiores a 20 km. As informações sobre o tempo de rastreo e o comprimento dos vetores linhas de base estão especificadas na Tabela 9.

**Tabela 9** – Especificações sobre o tempo de coleta e o comprimento dos vetores linhas de base.

<b>ID</b>	<b>Duração da coleta (minutos)</b>	<b>Comprimento do vetor linha de base (m)</b>
SAT77 - SAT79	30	129,099
SAT79 - SAT82	30	2553,534
SAT82 - EP01	30	2967,113
EP01 - P5	30	76,257
P5 - SAT77	30	255,212

As coordenadas no sistema UTM (E, N e h) do marco geodésico de precisão (SAT 82) e as respectivas acurácias resultantes do processamento (ver Tabela 7), foram injuncionados de forma relativa no TBC, onde foram processadas com efemérides precisas. O objetivo foi propagar a variância das coordenadas da estação para os marcos geodésicos de apoio imediato pertencentes à RRCM.

A Figura 27 mostra a distribuição geométrica dos vetores linhas de base e o ajustamento dos marcos geodésicos de apoio imediato resultantes do processamento no TBC e as respectivas elipses dos erros. O ajustamento foi aprovado no teste Qui Quadrado a um nível de significância de 95%.



**Figura 27** – Distribuição geométrica dos vetores linhas de base no ajustamento dos marcos geodésicos de apoio imediato.

Fonte: *Software TBC*.

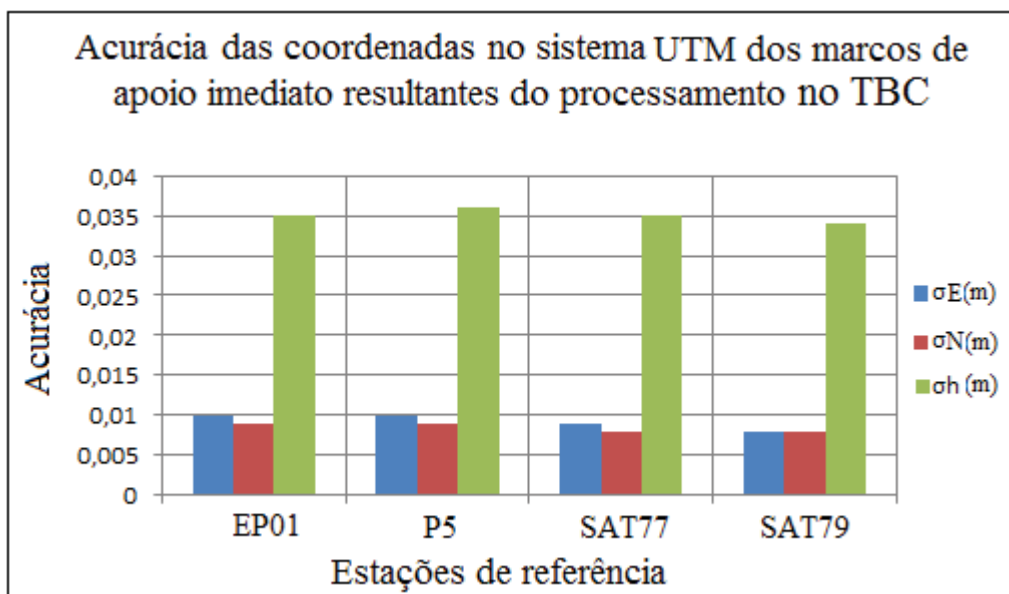
As coordenadas no sistema UTM (E, N e h) dos marcos geodésicos de apoio imediato, no referencial SIRGAS 2000 e as respectivas acurácias resultantes do ajustamento no TBC, utilizando-se efemérides precisas, estão na Tabela 10. O relatório do ajustamento consta no ANEXO 2 – Ajustamento dos marcos geodésicos de apoio imediato.

**Tabela 10** – Coordenadas UTM em SIRGAS 2000 e as respectivas acurácias dos marcos geodésicos de apoio imediato.

ID do ponto	E (m)	N (m)	h (m)	$\sigma_E$ (m)	$\sigma_N$ (m)	$\sigma_h$ (m)
EP01	457963,926	7553544,203	436,738	0,010	0,009	0,035
P5	457906,511	7553594,345	435,551	0,010	0,009	0,036
SAT77	457821,729	7553834,958	427,667	0,009	0,008	0,035
SAT79	457876,355	7553951,876	425,618	0,008	0,008	0,034
SAT82	456995,395	7556347,606	465,973	0,004	0,004	0,017

Fonte: *Software TBC*.

A Figura 28 mostra a acurácia das coordenadas (E, N e h) apresentadas na Tabela 10.



**Figura 28** – Acurácia das coordenadas dos marcos geodésicos de apoio imediato no sistema UTM.

A acurácia da coordenada E varia de 8 (SAT79) a 10 milímetros (EP01 e P5). Já para a coordenada N varia de 8 (SAT77 e SAT79) a 9 milímetros (EP01 e P5). Em relação à altura geométrica (h), há uma variação de 34 (P5) a 36 milímetros (SAT79). Apesar do cuidado com os erros sistemáticos que foram modelados matematicamente nesta pesquisa, analisou-se que o erro na altura geométrica (h) ocorreu, pois, no *software* TBC não selecionou-se o modelo da antena dos receptores.

A Tabela 11 apresenta o erro nos componentes das elipses dos erros para os marcos geodésicos de apoio imediato, resultantes do processamento no TBC.

**Tabela 11** – Erro nos componentes das elipses dos erros dos marcos geodésicos da RRCM.

ID do ponto	Semi-eixo maior (m)	Semi-eixo menor (m)	Ângulo crítico
EP01	0,012	0,011	71°
P5	0,012	0,011	71°
SAT77	0,011	0,011	82°
SAT79	0,010	0,010	79°

### 5.3 Propagação de variância na transformação entre os sistemas de coordenadas

O conteúdo a seguir, trata-se da transformação das coordenadas do Sistema Cartesiano Geodésico (X, Y e Z) para o Sistema Geodésico ( $\varphi$  e  $\lambda$ ) do marco geodésico de precisão e dos marcos geodésicos de apoio imediato, cujas coordenadas resultantes encontram-se na Tabela (10). Posteriormente, realizou-se a transformação das coordenadas geodésicas em plano retangulares, para o STL. O objetivo destas transformações foi interligar

o sistema de coordenadas resultantes do GPS com os ângulos e distâncias observados na estação total (ver seção 2.3.2).

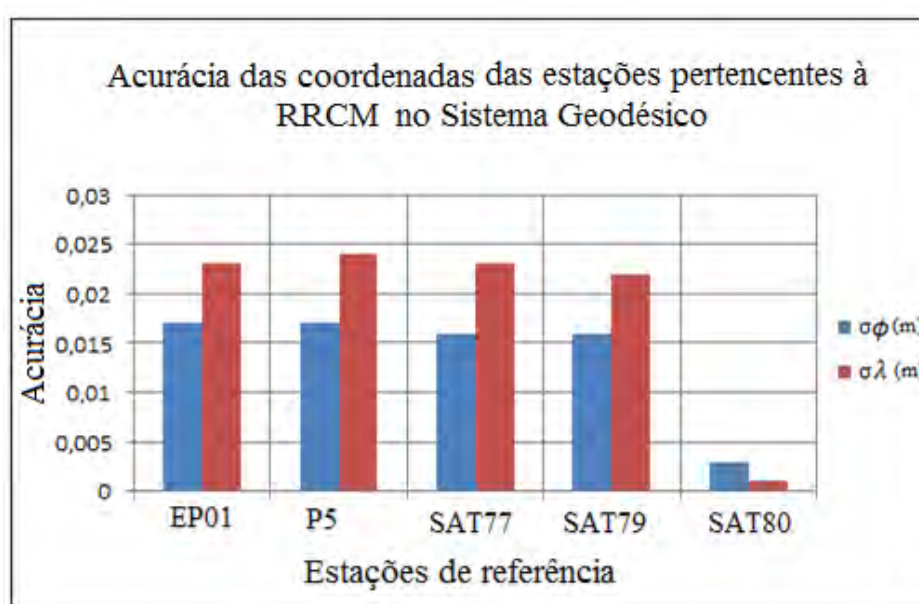
### 5.3.1 Propagação de variância na transformação do Sistema Cartesiano Geodésico (X, Y e Z) para o Sistema Geodésico ( $\varphi$ e $\lambda$ )

Para a propagação de variância entre o Sistema Cartesiano Geodésico e o Sistema Geodésico, desenvolveu-se o *software* CONVERT1. A Tabela 12 apresenta as coordenadas curvilíneas geodésicas e as respectivas acurácias em metros, como resultado da propagação de variância na transformação entre os sistemas de coordenadas do marco geodésico de precisão e dos marcos geodésicos de apoio imediato, pertencentes à RRCM.

**Tabela 12** – Coordenadas curvilíneas geodésicas e as respectivas acurácias do marco geodésico de precisão e dos marcos geodésicos de apoio imediato, pertencentes à RRCM.

ID DO PONTO	LATITUDE ( $\varphi$ )	LONGITUDE ( $\lambda$ )	$\sigma_{\varphi}$ (m)	$\sigma_{\lambda}$ (m)
EP01	-22°07'21,43573"	-51°24'27,33444"	0,017	0,023
P5	-22°07'19,79996"	-51°24'29,33387"	0,017	0,024
SAT77	-22°07'11,96707"	-51°24'32,27066"	0,016	0,023
SAT79	-22°07'08,16930"	-51°24'30,35299"	0,016	0,022
SAT82	-22°05'50,17491"	-51°25'00,87382"	0,003	0,001

A Figura 29 mostra as acurácias das coordenadas curvilíneas geodésicas ( $\varphi$  e  $\lambda$ ) apresentadas na Tabela 12.



**Figura 29** – Acurácia das coordenadas curvilíneas geodésicas ( $\varphi$  e  $\lambda$ ), obtidas com base na propagação de variância na transformação entre o Sistema Cartesiano Geodésico e o Sistema Geodésico.

Os marcos geodésicos apresentam acurácias variando de 0,3 a 1,7 cm para a latitude ( $\varphi$ ), sendo o menor valor para o SAT82 e o maior valor para o EP01 e P5, ambos de igual magnitude. Já, para a longitude ( $\lambda$ ) varia de 0,1 a 2,4 cm, sendo o menor valor para o SAT82 e o maior valor para o P5.

### 5.3.2 Propagação de variância na transformação do Sistema Geodésico para o Sistema Topográfico Local

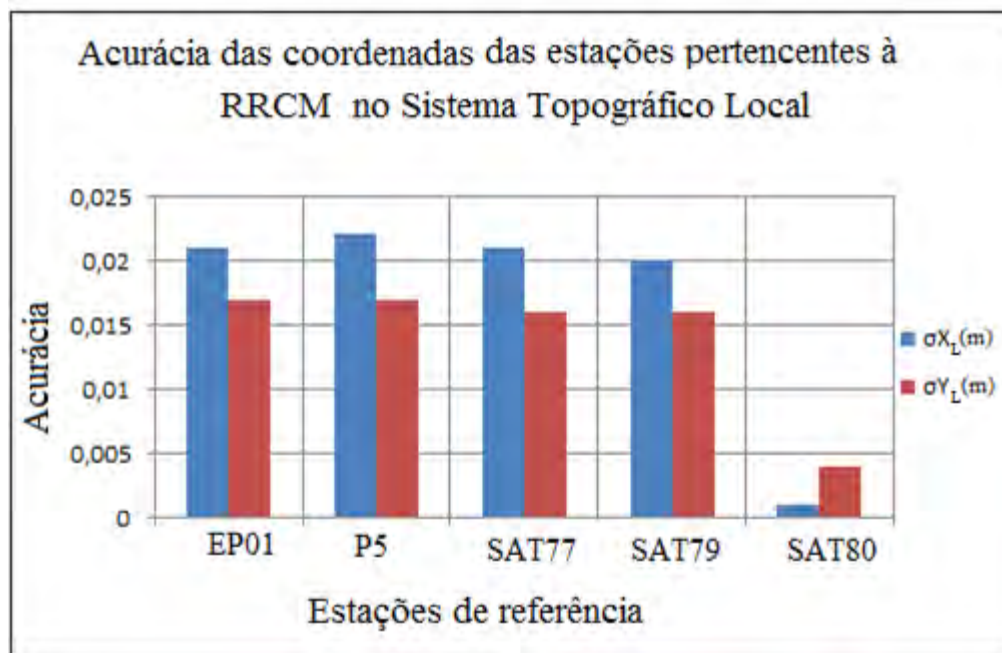
Após ter obtido as variâncias dos marcos pertencentes à RRCM, resultantes da propagação de variância da transformação entre o Sistema Cartesiano Geodésico para o Sistema Geodésico, realizou-se a transformação das coordenadas curvilíneas geodésicas ( $\varphi$  e  $\lambda$ ) para o STL, representado pelas coordenadas plano retangulares ( $X_L$  e  $Y_L$ ), com base na formulação da ABNT 14.166 (1994, p. 15) (ver seção 2.3.3).

Para a propagação de variância entre os sistemas desenvolveu-se o *software* CONVERT2. A Tabela 13 apresenta as coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ) no STL e as respectivas acurácias em metros, como resultado da propagação de variância na transformação entre os sistemas de coordenadas dos marcos pertencentes à RBMC.

**Tabela 13** – Coordenadas plano retangulares no STL e as respectivas acurácias dos marcos pertencentes à RRCM.

ID do ponto	$X_L$ (m)	$Y_L$ (m)	$\sigma_{X_L}$ (m)	$\sigma_{Y_L}$ (m)
EP01	150961,28017	247192,69624	0,021	0,017
P5	150903,97692	247243,01764	0,022	0,017
SAT77	150819,8172	247483,97013	0,021	0,016
SAT79	150874,78752	247600,79051	0,020	0,016
SAT82	150000,0000	250000,0000	0,001	0,004

A Figura 30 mostra as acurácias das coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ) apresentadas na Tabela 13.



**Figura 30** – Acurácias das coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ) obtidas com base na propagação de variância na transformação entre o Sistema Geodésico e o STL.

Os marcos pertencentes à RRCM apresentam uma variação na acurácia de 0,1 a 2,2 cm em  $X_L$ , sendo o menor valor para o SAT82 e o maior valor para o P5. Já em  $Y_L$  varia de 0,4 a 1,7 cm, sendo o menor valor para o SAT82 e o maior valor para o P5 e EP01, ambos de igual magnitude.

O SAT82 foi considerado a origem do STL, apresentando as menores incertezas, tanto em  $X_L$  como em  $Y_L$ . As monografias do marco geodésico de precisão e dos marcos geodésicos de apoio imediato estão no ANEXO 3 – Monografia dos marcos.

### c) Comparação da transformação de coordenadas do Sistema Geodésico para o Sistema Topográfico Local gerada com base no CONVERT2 e no TOPOEVN

Com o objetivo de verificar se a transformação de coordenadas do Sistema Geodésico para o STL realizada nesse trabalho com base no *software* CONVERT2 foi efetuada corretamente, utilizou-se do *software* TOPOEVN para uma comparação.

As coordenadas curvilíneas geodésicas ( $\varphi, \lambda, e$  e  $h$ ) dos marcos pertencentes à RRCM obtidas da Tabela 12 foram inseridas no TOPOEVN, como mostra a Tabela 14.



**Tabela 14** – Coordenadas curvilíneas geodésicas dos marcos pertencentes à RRCM.

Estação	Latitude ( $\varphi$ )	Longitude ( $\lambda$ )	Altitude (m)
EP01	22°07'21.435730"	51°24'27.334430"	436,739
P5	22°07'19.799960"	51°24'29.333870"	435,552
SAT77	22°07'11.967070"	51°24'32.270660"	427,668
SAT79	22°07'08.169300"	51°24'30.352990"	425,618
SAT82	22°05'50.174910"	51°25'00.873820"	465,973

Estabeleceu-se o SAT82 como origem do STL, portanto, as respectivas coordenadas no sistema geodésico ( $\varphi$  e  $\lambda$ ) em SIRGAS 2000 e no STL ( $X_L=150000$ ,  $Y_L=250000$ ) foram introduzidas no *software*. O resultado da transformação entre os sistemas de coordenadas gerados nos *softwares* TOPOEVN e CONVERT2 foram comparados na Tabela 15.

**Tabela 15** – Comparação entre as coordenadas plano retangulares no STL gerada nos softwares TOPOEVN e CONVERT2.

Estação	TOPOEVN		CONVERT2		DIFERENÇAS	
	$X_L$ (m)	$Y_L$ (m)	$X_L$ (m)	$Y_L$ (m)	$\Delta X_L$ (m)	$\Delta Y_L$ (m)
EP01	150961,2802	247192,6968	150961,2802	247192,6962	0,0000	0,00056
P5	150903,9767	247243,0182	150903,9769	247243,0176	-0,0002	0,00056
SAT77	150819,817	247483,9706	150819,817	247483,9701	-0,0002	0,00047
SAT79	150874,7873	247600,791	150874,788	247600,7905	-0,00022	0,00049
SAT82	150000	250000	150000	250000	0	0

As diferenças na coordenada  $X_L$  dos pontos calculados apresentam variações de 0 a 0,22 mm, sendo o maior valor para o SAT79 e o menor para o EP01. Já, em relação a  $Y_L$ , as diferenças variam de 0,47 a 0,56 mm, sendo o maior valor para o EP01 e P5, ambos de igual magnitude, e o menor valor para o SAT77. Portanto, a transformação de coordenadas realizada no *software* CONVERT2 está correta, pois os resultados são compatíveis com os do *software* TOPOEVN.

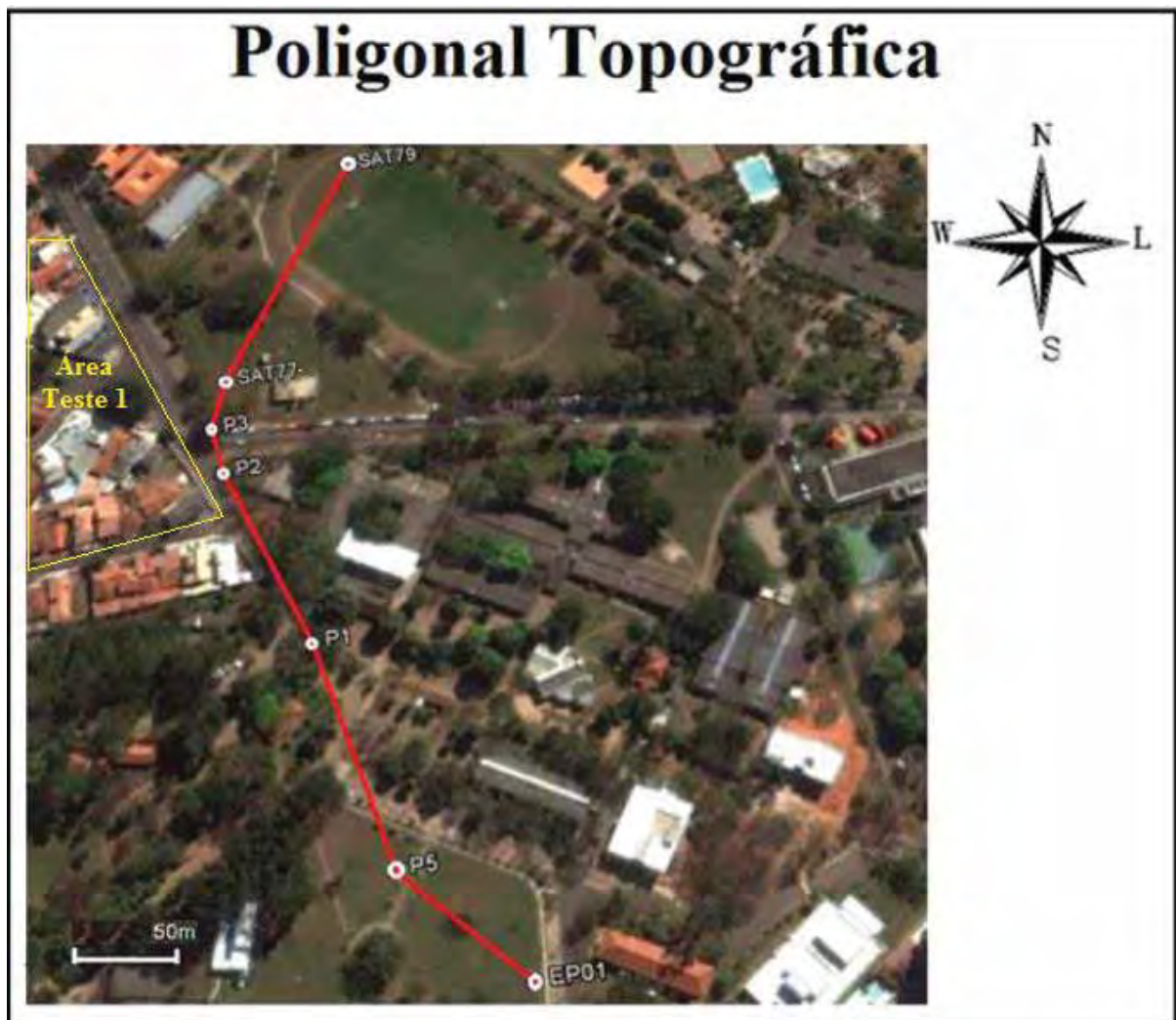
#### 5.4 Pontos topográficos

Realizou-se o levantamento de uma poligonal enquadrada, da classe II PRC do tipo 2 (ver seção 3.3.1), com base na estação total GPT 3007W da marca Topcon (Figura 31), com precisão angular de 7" e linear de 2 mm + 2 ppm ·  $D_h$  (modo de leitura fina) e um conjunto de dois prismas refletores posicionados sobre os tripés.



**Figura 31** – estação total GPT 3007W.

Esta poligonal foi estabelecida para transportar as coordenadas que estão no STL, dos vértices EP01, P5, SAT77 e SAT79 para os pontos topográficos P1, P2 e P3 localizados na Área Teste 1 (Figura 32).



**Figura 32** – Poligonal enquadrada da classe II PRC do tipo 2.  
Fonte: Google Earth (2013).

Os ângulos e distâncias horizontais foram medidos com base no método de reiteração (ver rodapé nº 13), com duas leituras conjugadas em atendimento às especificações da ABNT 13.133 (1994, p. 18) e com centragem forçada (ver rodapé nº 18).

Em cada distância horizontal observada, aplicou-se uma correção de -0,045 metros, pré-determinada no processo de calibração da distância medida pela estação total GPT 3007W. Neste teste, foram utilizadas as estações GTS-105N e GTS-229W, ambas da Topcon, de desvio-padrão linear 2 mm + 2 ppm e 3 mm + 3 ppm, respectivamente, para o modo de leitura fina.

Utilizou-se de dois dispositivos de centragem forçada, onde fixou-se em um dispositivo o prisma e no outro a alternância de cada estação total. A mesma distância foi observada por cada uma das três estações, apresentando a diferença de 4,5 cm nas observações derivadas da estação GPT 3007W. A planilha de campo com as distâncias horizontais já compensadas está no ANEXO 4A – PLANILHA DE CAMPO DA POLIGONAL TOPOGRÁFICA.

A correção atmosférica  $K_a$  (42,23 ppm) foi calculada com base na pressão atmosférica (690 mmHg) e na temperatura (35°C) aferidas em campo no momento do levantamento topográfico. A correção  $K_a$  e a constante aditiva do prisma (-30 mm) foram configuradas na estação total para a correção automática das distâncias horizontais observadas em campo e calculadas no Anexo 4B - Cálculo da poligonal topográfica com base no *software* COMPENSAÇÃO.

Os cálculos dos azimutes, das coordenadas dos pontos topográficos, as compensações angulares e lineares e as respectivas tolerâncias da poligonal foram realizados no *software* COMPENSAÇÃO e estão no ANEXO 4B. A Tabela 16 mostra os resultados das coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ) no STL, os ângulos, distâncias horizontais e azimutes calculados.

**Tabela 16** – Resultado das coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ) no STL, dos ângulos, distâncias horizontais e azimutes calculados com base no *software* COMPENSAÇÃO.

Ré	Estação	Vante	Ângulo	Distância horizontal (m)	Azimute	$X_L$ (m)	$Y_L$ (m)
	EP01	P5	-	-	311°17'17.8"	150903,976	247243,017
EP01	P5	P1	208°32'51,4"	110,924	339°50'9.31"	150865,735	247347,138
	P5	P1	173°25'06.7"	98,025	333°15'16"	150821,617	247434,672
	P1	P2	190°04'44"	24,3325	343°20'0.06"	150814,637	247457,982
	P2	P3	207°56'26.7"	26,5005	11°16'26.8"	150819,817	247483,970
	P3	SAT77	193°55'31.5"	129,116	25°11'58.3"	150874,787	247600,790

Após o cálculo dos erros angular ( $e_a = 11,27''$ ) e linear ( $e_x = 0,011$  e  $e_y = 0,010$  m) referente à poligonal topográfica, verificou-se que ambos atendem às tolerâncias angular ( $T_a = 2'39,15''$ ) e linear ( $T_p = 0,213$  m), calculadas conforme a formulação da ABNT 13.133 (1994, p. 19-22).

Com o objetivo de verificar se o cálculo da poligonal topográfica realizado no Excel foi efetuado corretamente, utilizou-se do *software* ADJUST para uma comparação.

Os cálculos dos azimutes, das coordenadas dos pontos topográficos, as compensações angulares e lineares e as respectivas tolerâncias da poligonal, realizados com base no ADJUST estão no ANEXO 4C – Cálculo da poligonal topográfica com base no *software* ADJUST. A Tabela 17 mostra as coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ) no STL, compensadas dos erros angular ( $e_a = 11''$ ) e linear ( $e_x = 0,004$  e  $e_y = 0,013$  m) obtidas do ADJUST, comparadas com as coordenadas calculadas no COMPENSAÇÃO.

**Tabela 17** – Comparação entre as coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ) no STL, calculadas no software ADJUST e COMPENSAÇÃO.

Estação	ADJUST		COMPENSAÇÃO		DISCREPÂNCIAS	
	$X_L$ (m)	$Y_L$ (m)	$X_L$ (m)	$Y_L$ (m)	$\Delta X_L$ (m)	$\Delta Y_L$ (m)
P1	150865,7315	247347,1392	150865,7355	247347,1388	-0,004	0,0004
P2	150821,6157	247434,6727	150821,6171	247434,6726	-0,001	0,00001
P3	150814,6367	247457,9820	150814,6374	247457,9820	-0,0007	-0,00003

As diferenças em  $X_L$  dos pontos calculados apresentam variações de 0,7 a 4 mm, sendo o maior valor para o P1 e o menor para o P3. Já em relação a  $Y_L$ , as diferenças variam de 0,01 a 0,4 mm, sendo o maior valor para o P1 e o menor valor para o P2. Portanto, a formulação utilizada no *software* COMPENSAÇÃO está correta, pois os resultados são compatíveis com os do ADJUST.

#### 5.4.1 Ajustamento da poligonal topográfica com base no MMQ

As observações como ângulos, distâncias horizontais e as coordenadas das estações pertencentes a poligonal topográfica foram ajustadas com base no MMQ. O objetivo é de determinar as acurácias das coordenadas dos pontos topográficos (P1, P2 e P3) que servem de apoio ao levantamento dos imóveis, assim como as variâncias dos ângulos e distâncias observados.

Portanto, desenvolveu-se o *software* AJUSTA. No ajustamento, optou-se pela injeção relativa, e considerou-se a acurácia das coordenadas das estações de referência

(EP01, P5, SAT77 e SAT79), e o desvio-padrão dos ângulos e distâncias horizontais observados pela estação total (ver ANEXO 4A). É importante salientar, que no ajustamento desenvolvido com base no AJUSTA, as coordenadas das estações de referência (EP01, P5, SAT77 e SAT79) também são ajustadas e novas acurácias são obtidas.

No ajustamento, há um total de 19 observações (n): 6 distâncias horizontais, 5 ângulos e 8 coordenadas ( $X_{ep}$ ,  $Y_{ep}$ ,  $X_{p5}$ ,  $Y_{p5}$ ,  $X_{sat77}$ ,  $Y_{sat77}$ ,  $X_{sat79}$ ,  $Y_{sat79}$ ). São 14 parâmetros (u) a estimar: número de pontos da poligonal multiplicado por 2, ou seja, pelas coordenadas X e Y. Assim, o número de graus de liberdade do sistema de equações se totaliza em 5, ou seja,  $(n - u) = 19 - 14$ .

O ajustamento passou no teste de hipótese com 95% de confiança, onde o  $\chi^2_c$  calculado (0.96) foi comparado em um teste bilateral, sendo maior que o  $\chi^2_{5,0.05/2}$  tabelado (0.83) e menor que o  $\chi^2_{1-0.05/2}$  tabelado (12.83).

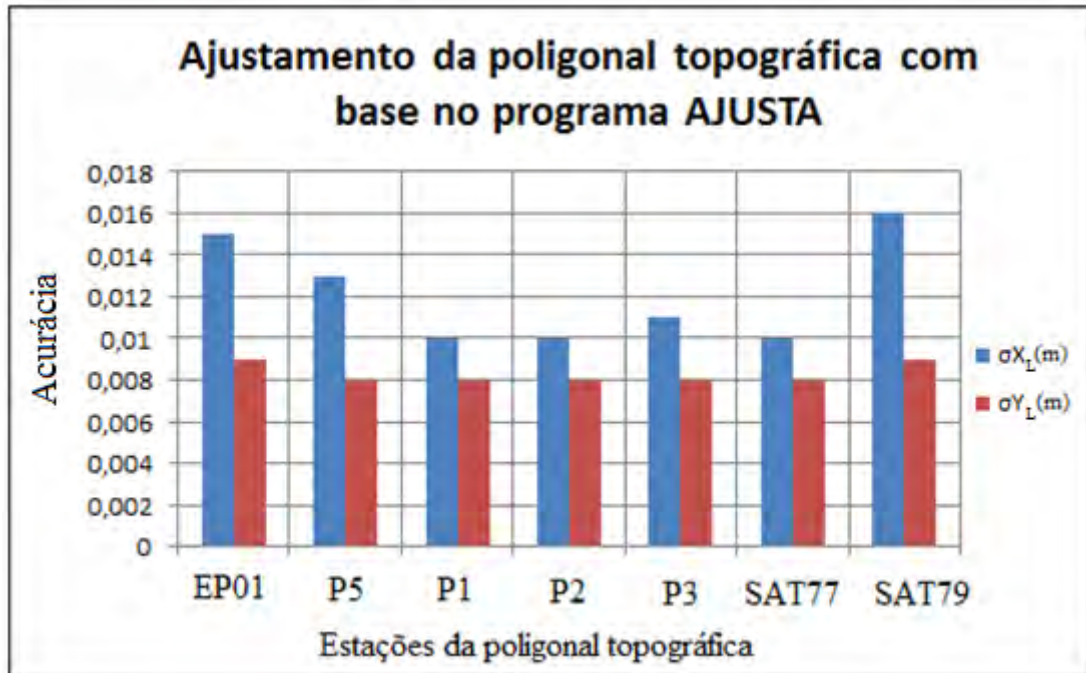
A variância posteriori calculada foi de 0.18 e para a priori foi definido como valor unitário. Foram necessárias duas iterações para que os elementos do vetor  $|X|$  fossem menores que o critério de parada (0,001 metros).

Na Tabela 18, encontram-se os valores das coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ) no STL, obtidas no ajustamento das estações com base no MMQ e as respectivas acurácias. O resultado do ajustamento com base no AJUSTA está no ANEXO 4D – Ajustamento (MMQ) da poligonal topográfica com base no AJUSTA.

**Tabela 18** – Coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ) ajustadas no STL e as respectivas acurácias.

Estação	$X_L$ (m)	$Y_L$ (m)	$\sigma_{xL}$	$\sigma_{yL}$
EP01	150961.2894	247192.6920	0.015	0.009
P5	150903.9760	247243.0123	0.013	0.008
P1	150865,7374	247347,1369	0,010	0,008
P2	150821,6175	247434,6717	0,010	0,008
P3	150814,6378	247457,9816	0,011	0,008
SAT77	150819.8179	247483.9709	0.010	0.008
SAT79	150874.7925	247600.7986	0.016	0.009

A Figura 33 mostra as acurácias das coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ) no STL, apresentadas na Tabela 18.



**Figura 33** – Acurácias das coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ) no STL, obtidas com base no ajustamento pelo MMQ realizado no *software* AJUSTA.

As estações ajustadas apresentam uma variação na acurácia de 1 a 1,6 cm na coordenada  $X_L$ , sendo os valores de P1, P2 e SAT77 de iguais magnitudes (1 cm). O maior valor para a coordenada  $X_L$  se encontra na estação SAT79 (1,6 cm). Já, para a coordenada  $Y_L$ , há uma variação de 8 a 9 mm, sendo os valores de P5, P1, P2, P3 e SAT77 de iguais magnitudes (8 mm), e o maior valor apresenta-se nas estações EP01 e SAT79, ambos de iguais magnitudes (0,9 cm).

Na Tabela 19, encontram-se os ângulos e distâncias horizontais obtidos no ajustamento com base no MMQ e as respectivas acurácias.

**Tabela 19** – Ângulos e distâncias ajustados e as respectivas acurácias.

Ré	Estação	Vante	Ângulo	$\sigma''_{\alpha}$	Distância horizontal (m)	$\sigma_{dh}$ (m)
EP01	P5	-	-		76,2689	0.0013
EP01	P5	P1	208°32'51,4"	6.63	110,9239	0.0013
P5	P1	P2	173°25'06.75"	6.72	98,0249	0.0013
P1	P2	P3	190°04'44"	6.73	24,3324	0.0013
P2	P3	SAT77	207°56'26.7"	6.73	26,5004	0.0013
P3	SAT77	SAT79	193°55'31.5"	6.71	129,1159	0.0014

No resultado do ajustamento, os ângulos observados apresentam acurácias de magnitude 6.63 a 6.73 segundos de arco. As distâncias variam de 0.0013 a 0.0014 metros.

Cabe salientar que não se esperava como resultado do ajustamento, acurácias inferiores a 1,1 cm para as coordenadas dos pontos topográficos (P1, P2 e P3). Estes foram ajustados com injunções relativas dos pontos de controle (EP01, P5, SAT77 e SAT79), e na matriz peso foram consideradas as variâncias dos ângulos e distâncias horizontais observados com base na estação total.

Após a realização do ajustamento, utilizou-se do conceito da elipse dos erros. Com base na MVC dos parâmetros estimados, obtêm-se respectivamente, o semi-eixo maior (a) e menor (b), ao nível de significância de 95%, conforme a Tabela 20.

**Tabela 20** – Elipse dos erros com 95% de confiança relativa ao ajustamento das estações de referência pertencentes a poligonal topográfica.

<b>Pontos topográficos</b>	<b>Semi-eixo maior (a) (m)</b>	<b>Semi-eixo Menor (b) (m)</b>
EP01	0.015	0.009
P5	0.013	0.008
P1	0.010	0.008
P2	0.010	0.008
P3	0.011	0.008
SAT77	0.010	0.008
SAT79	0.016	0.009

As estações EP01 e SAT79 localizadas na extremidade da poligonal apresentam as maiores magnitudes (1,5 e 1,6 cm respectivamente) para o semi-eixo maior da elipse dos erros. Em relação ao semi-eixo menor, as estações EP01 e o SAT79 apresentam a mesma magnitude (9 mm) e as demais estações se concentram em 8 mm.

Com o objetivo de verificar se o ajustamento obtido do AJUSTA foi realizado corretamente, os ângulos, distâncias horizontais e coordenadas compensadas foram inseridas no *software* ADJUST resultando no arquivo de saída disponível no ANEXO 4E – Ajustamento (MMQ) da poligonal topográfica com base no ADJUST. A Tabela 21 apresenta as coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ) no STL, calculadas com base no ajustamento realizado no *Software* ADJUST e comparadas com as coordenadas calculadas obtidas do AJUSTA.

**Tabela 21** – Comparação entre as coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ) no STL, calculadas no software ADJUST e no AJUSTA.

Estação	ADJUST		AJUSTA		DIFERENÇAS	
	$X_L(m)$	$Y_L(m)$	$X_L(m)$	$Y_L(m)$	$\Delta X_L(m)$	$\Delta Y_L(m)$
P1	150865,7338	247347,1358	150865,7374	247347,1369	-0,003	0,001
P2	150821,6160	247434,6717	150821,6175	247434,6717	-0,001	0
P3	150814,6364	247457,9816	150814,6378	247457,9816	-0,001	0

As discrepâncias na coordenada  $X_L$  variam de 1 a 3 mm, sendo o maior valor para o P1 e o menor para P2 e P3, ambas de iguais magnitudes. Para a coordenada  $Y_L$ , apenas há discrepâncias para P1 (1 mm).

### **5.5 Levantamento dos vértices de imóveis com estação total**

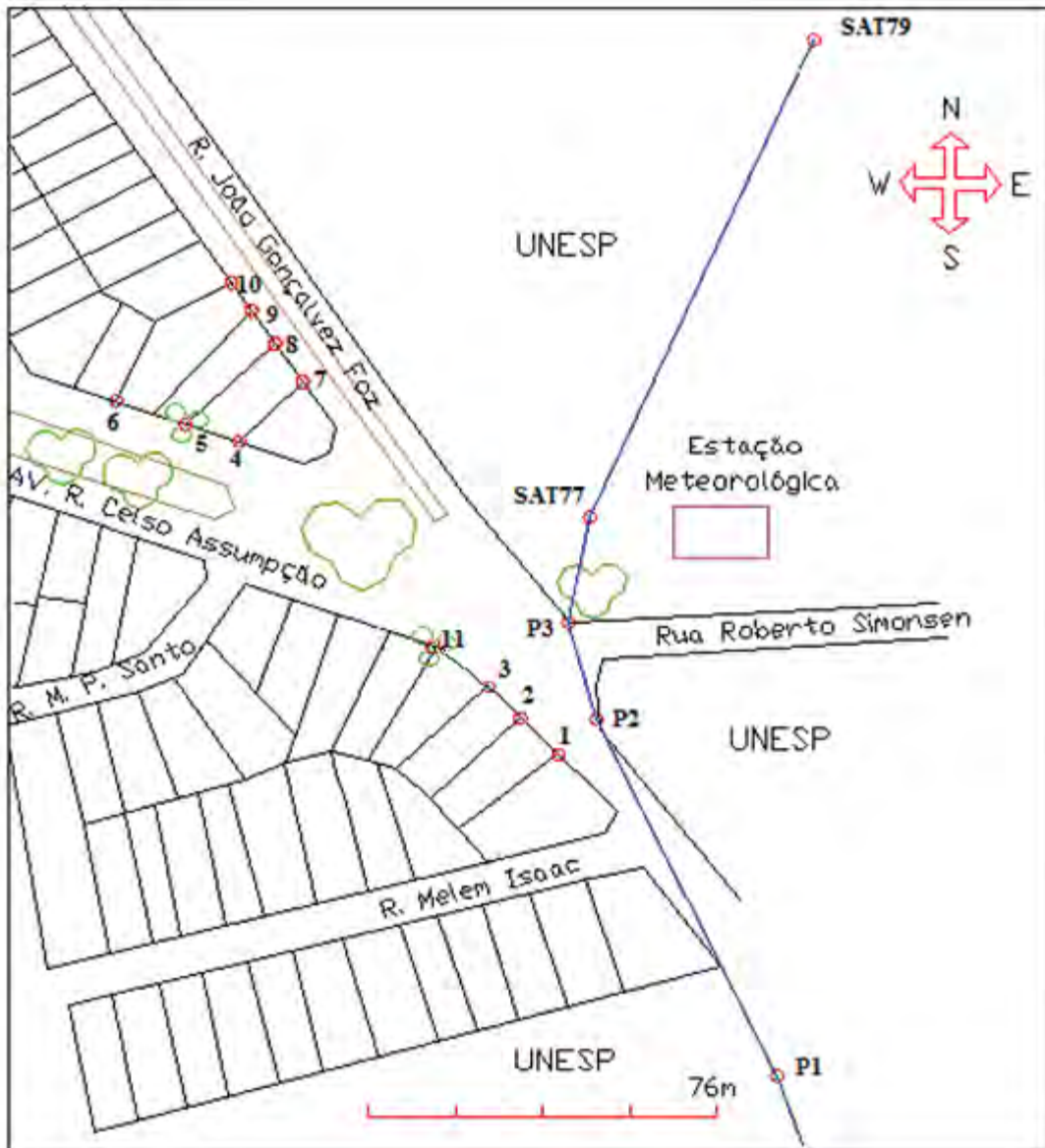
O levantamento topográfico foi conduzido com uma estação total GPT 3007W da Topcon, cujas especificações foram definidas na seção 5.4, e um prisma refletor acoplado a um bastão com nível de bolha.

A justificativa para a adoção da Área Teste 1 (Figura 34) é aproveitar os marcos geodésicos de apoio imediato que estão situados a uma distância horizontal inferior a 200 metros dos imóveis a serem mensurados com a estação total. Neste caso, testou-se a integração do GPS com a estação total, e os métodos de interseção a vante e irradiação foram comparados.

Foram medidos 11 vértices de imóveis com base no método de irradiação e interseção a vante, conforme especifica a ABNT 14.645-1 (2001, p. 4) e as coordenadas obtidas foram comparadas.

A planilha de campo que consta as informações dos ângulos e distâncias horizontais dos vértices determinados está no ANEXO 4A – Planilha de campo da poligonal topográfica.





**Figura 34** – Representação da Área Teste 1, onde os vértices dos imóveis foram determinados. Produto vetorizado no TOPOEVN com base no Google Earth 2013.

### 5.5.1 Método da irradiação aplicado na Área Teste 1

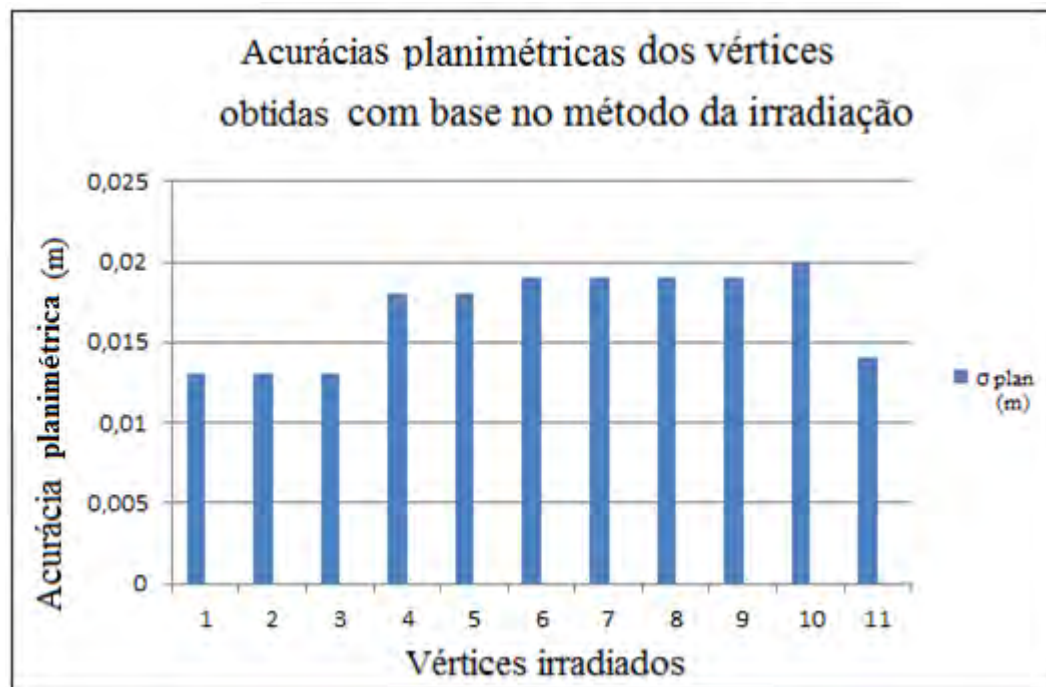
As estações P2 e P3 foram utilizadas como referência para este levantamento. Os vértices dos imóveis (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 e 11) foram irradiados e as respectivas coordenadas no STL foram obtidas com base no *software* IRRADIAÇÃO. As acurácias (ver Tabela 18) das coordenadas das estações P2 (0,01 m e 0,008 m) e P3 (0,011 m e 0,008 m), assim como os desvios-padrão linear ( $2 \text{ mm} + 2 \text{ ppm} \cdot D_h$ ) e angular ( $7''$ ) da estação total foram propagados para os vértices dos imóveis irradiados. A Tabela 22 apresenta as coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ) no STL, as respectivas acurácias e a elipse dos erros com 95% de

confiança, obtidas por meio da propagação dos erros com base no método de irradiação, apresentados na seção 4.2.3.

**Tabela 22** – Coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ) no STL dos vértices irradiados, as respectivas acurácias e elipse dos erros, obtidos com base no método de irradiação.

		Coordenadas no STL					Elipse dos Erros		
Estação	Vértice irradiado	$X_L$ (m)	$Y_L$ (m)	$\sigma_{xL}$ (m)	$\sigma_{yL}$ (m)	$\sigma_{plan}$ (m)	$a$ (m)	$b$ (m)	T Crítico
P2	1	150812,315	247425,865	0,010	0,008	0,013	0,024	0,019	16'42.19"
	2	150803,992	247434,015	0,010	0,008	0,013	0,024	0,019	180°18'52.6"
	3	150796,028	247441,815	0,010	0,008	0,013	0,025	0,020	46'40.95"
	4	150734,129	247502,281	0,014	0,012	0,018	0,040	0,023	39°47'46.86"
	5	150721,096	247506,623	0,014	0,012	0,018	0,040	0,023	37°39'19.2"
	6	150704,345	247512,208	0,015	0,012	0,019	0,041	0,022	31°11'10,62"
	7	150749,885	247517,100	0,014	0,012	0,019	0,040	0,023	38°22'53,9"
	8	150743,180	247526,431	0,015	0,012	0,019	0,041	0,023	36°26'2,49"
	9	150737,351	247534,543	0,015	0,012	0,019	0,042	0,022	33°21'55,63"
	10	150732,454	247541,359	0,016	0,012	0,020	0,043	0,022	29°46'32,88"
P3	11	150782,592	247452,360	0,011	0,009	0,014	0,027	0,022	180°13'30.9"

A Figura 35 mostra as acurácias planimétricas ( $\sigma_{plan}$ ) dos vértices irradiados, apresentadas na Tabela 22.



**Figura 35**– Acurácias planimétricas dos vértices dos imóveis obtidas com base no método de irradiação.

As acurácias planimétricas ( $\sigma_{plan}$ ) dos vértices irradiados são inferiores a 2 cm, mas deve-se considerar a distância (*offset*) de 9 cm do prumo ótico que coincide com o centro do prisma até a edificação que delimita o limite físico do imóvel (Figura 36). Portanto, a acurácia planimétrica resultante é de 11 cm, não condizente à tolerância máxima de 10 cm estabelecida nas pesquisas relacionadas ao cadastro urbano brasileiro (ver seção 2.2).

Uma alternativa para solucionar este problema é utilizar-se de estações totais que fazem medições sem prismas.



Figura 36 - Distância do centro do prisma à edificação.

Para uma análise mais detalhada do método de irradiação, elaborou-se a Tabela 23.

**Tabela 23** – Contribuição da distância e do ângulo horizontal na acurácia do método de irradiação.

Estação	Tipo	Ponto visado	AHD	$D_h$	$\sigma_{XL}$ (m)	$\sigma_{YL}$ (m)
P2	Ré	P1	00°00'00"	-	-	-
	Irradiação	1	73°19'03.06"	12,81	0,010	0,008
	Irradiação	2	114°36'54.37"	17,637	0,010	0,008
	Irradiação	3	132°20'41.22"	26,567	0,010	0,008
	Irradiação	4	154°26'36.62"	110,568	0,014	0,012
	Irradiação	5	152°20'38.71"	123,617	0,014	0,012
	Irradiação	6	150°13'15.84"	140,585	0,015	0,012
	Irradiação	7	165°43'7.05"	109,269	0,014	0,012
	Irradiação	8	166°13'31.61"	120,714	0,015	0,012
	Irradiação	9	166°35'37.99"	130,671	0,015	0,012
P3	Ré	P2	00°00'00"	-	-	-
	Irradiação	11	96°41'46.80"	26,269	0,011	0,009

O aumento a distância horizontal ( $D_h$ ) do vértice irradiado a estação de referência, como exemplo, P2 para 3 (26,56 m) e P2 para 4 (110,56 m), piora a acurácia em

$X_L$  (1 para 1,4 cm) e em  $Y_L$  (0,8 para 1,2 cm). Já para o ângulo de visada (AHD), a acurácia das coordenadas de cada vértice irradiado possuem uma contribuição de menor magnitude quando comparada com a contribuição da distância. Como exemplo, conforme aumentam os ângulos  $P_1P_21$ ,  $P_1P_22$  e  $P_1P_23$ , a acurácia das coordenadas dos vértices 1, 2 e 3 não sofrem modificações.

O ponto 11 é menos acurado que os pontos 1, 2 e 3, pois foi irradiado da estação de referência P3 que possui uma acurácia (ver Tabela 18) superior em  $X_L$  (0,011 m), quando comparado à estação P2 (0,010 m).

### 5.5.2 Método da interseção aplicado na Área Teste 1

As estações P2, P3 e SAT77 foram utilizadas como referência para este levantamento (Figura 34). Os vértices dos imóveis foram visados sem o auxílio do prisma, e, com base nas dimensões angulares, as coordenadas no STL foram calculadas no *software* INTERSEÇÃO\_VANTE (ver seção 3.3.3).

As acurácias das coordenadas das estações P2, P3 e SAT77 (ver Tabela 18), assim como os erros linear e angular da estação total foram propagadas para dos vértices dos imóveis. A Tabela 24 apresenta as coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ) dos vértices visados no STL, as respectivas acurácias e a elipse dos erros com 95% de confiança, obtidas por meio da propagação dos erros com base no método de interseção a vante (ver seção 4.2.4).

**Tabela 24** – Coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ) dos vértices visados no STL, as respectivas acurácias e elipse dos erros, obtidos com base no método de interseção a vante.

Estações	Vértice visado	Coordenadas no STL					Elipse dos Erros		
		$X_L$ (m)	$Y_L$ (m)	$\sigma_{xL}$ (m)	$\sigma_{yL}$ (m)	$\sigma_{plan}$ (m)	$a$ (m)	$b$ (m)	T Crítico
P2 e P3	1	150812,312	247425,864	0,01	0,01	0,02	0,05	0,02	44°56'41,4"
	2	150803,992	247434,018	0,01	0,01	0,02	0,03	0,03	44°33'53,91"
	3	150796,024	247441,813	0,01	0,01	0,02	0,03	0,02	51°00'47,63"
	4	150734,150	247502,265	0,06	0,06	0,08	0,16	0,12	39°27'42,19"
	5	150721,124	247506,609	0,07	0,06	0,09	0,18	0,14	36°30'16,01"
	6	150704,387	247512,188	0,08	0,07	0,11	0,21	0,17	31°10'3,08"
	7	150749,864	247517,119	0,06	0,06	0,09	0,18	0,11	43°29'24,48"
	8	150743,149	247526,461	0,07	0,07	0,10	0,20	0,13	43°28'40,82"
	9	150737,386	247534,509	0,08	0,08	0,11	0,23	0,15	43°30'23,79"
	10	150732,407	247541,407	0,09	0,08	0,12	0,24	0,17	43°34'2,49"
P3 e SAT77	11	150782,569	247452,345	0,04	0,04	0,05	0,09	0,08	44°53'13,74"

A Figura 37 mostra as acurácias planimétricas ( $\sigma_{plan}$ ) das coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ), apresentadas na Tabela 24.

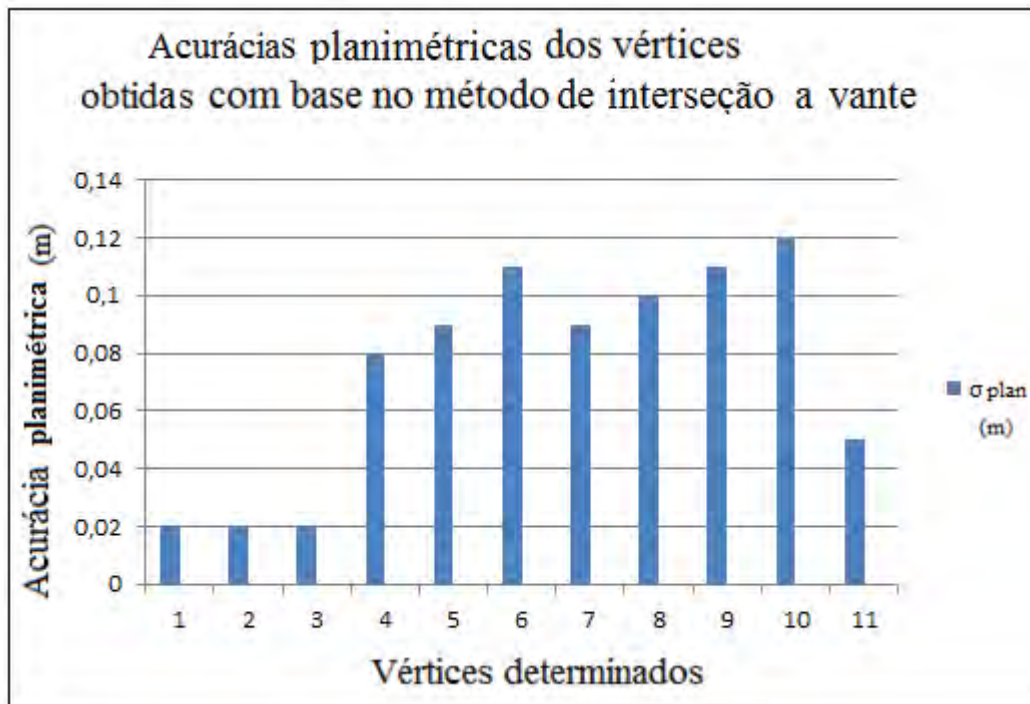


Figura 37 – Acurácias planimétricas dos vértices dos imóveis obtidas com base no método de interseção a vante.

As acurácias planimétricas das coordenadas do vértices determinados com base no método de interseção são inferiores a 12 cm. Os vértices 6, 9 e 10 não são condizentes à tolerância máxima de 10 cm estabelecida nas pesquisas relacionadas ao cadastro urbano brasileiro, devido à geometria dos triângulos formados (Figura 38).



Figura 38 - Acurácias planimétricas dos vértices dos imóveis obtidas com base no método de interseção a vante.

Conforme a Figura 4 (ver seção 2.3.2), os pontos topográficos ou geodésicos são comumente materializados próximos aos vértices de cada quadra. Quando se pretende

determinar as coordenadas dos vértices de imóveis localizados no extremo de cada quadra, ao utilizar do método de interseção a vante, implica-se na formação dos triângulos geométricos da Figura 38. Isto é um problema que deve ser considerado no levantamento cadastral urbano, mesmo quando utiliza-se do método de irradiação sem o uso do prisma, devido à reflexão do laser.

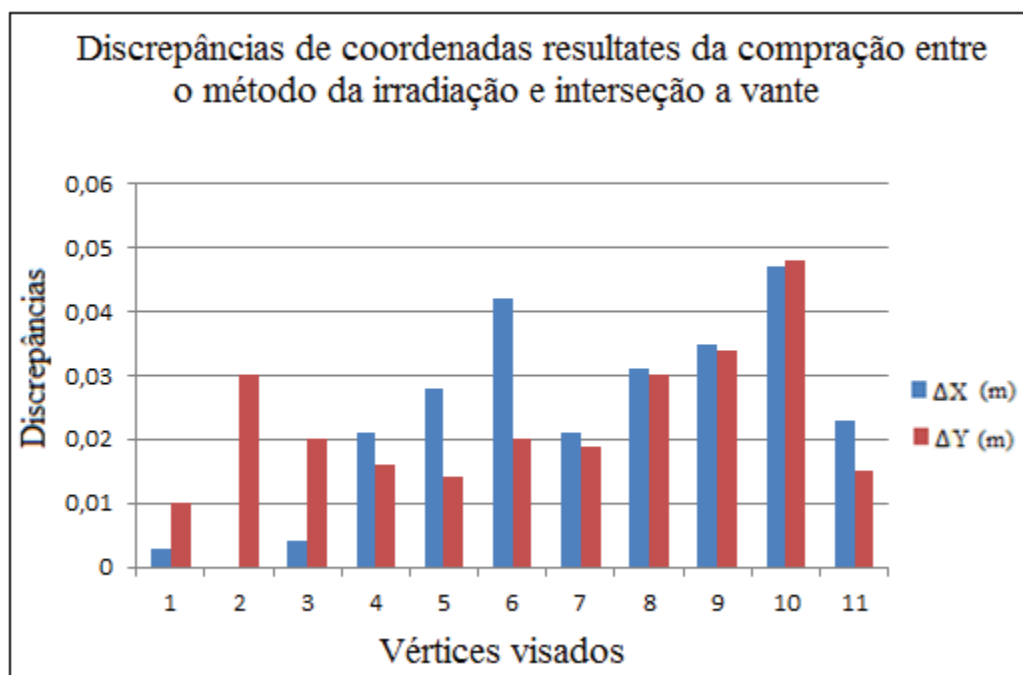
### 5.5.3 Comparação entre o método de irradiação e interseção a vante

Com base nas coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ) no STL obtidas do método de irradiação e interseção a vante, calculou-se as discrepâncias de coordenadas e as respectivas variâncias na Tabela 25.

**Tabela 25** – Discrepâncias de coordenadas resultantes da comparação entre o método da irradiação e interseção a vante, e as respectivas variâncias.

VÉRTICES	DISCREPÂNCIAS DE COORDENADAS			
	$\Delta X_L$ (m)	$\Delta Y_L$ (m)	$\sigma_{\Delta X_L}$ (m)	$\sigma_{\Delta Y_L}$ (m)
1	0,003	0,01	0.014	0.013
2	0	0,03	0.014	0.013
3	0,004	0,02	0.014	0.013
4	0,021	0,016	0.062	0.061
5	0,028	0,014	0.071	0.061
6	0,042	0,02	0.081	0.071
7	0,021	0,019	0.062	0.061
8	0,031	0,03	0.072	0.071
9	0,035	0,034	0.081	0.081
10	0,047	0,048	0.091	0.081
11	0,023	0,015	0.041	0.041

A Figura 39 mostra as discrepâncias de coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ), apresentadas na Tabela 25.



**Figura 39** – Discrepâncias de coordenadas resultantes da comparação entre o método da irradiação e interseção a vante.

Os vértices visados em ambos os métodos apresentam discrepâncias variando de 0 a 4,7 cm na coordenada  $X_L$ , sendo o vértice 2 o único que não apresentou discrepâncias. O maior valor para a coordenada  $X_L$  se encontra no vértice 10. A coordenada  $Y_L$  apresenta as discrepâncias variando de 1 a 4,8 cm, sendo o valor do vértice 1 a menor magnitude e o maior valor apresenta-se no vértice 10.

No levantamento cadastral realizado na Área Teste 1, o método de irradiação mostrou-se mais eficiente na determinação das coordenadas dos vértices, quando comparados com o método de interseção a vante.

As coordenadas dos vértices dos imóveis obtidas com base no método de irradiação, considerando-se o *offset* de 9 cm, apresentaram-se mais acuradas (inferiores a 11 cm) que a do método de interseção a vante (inferiores a 12 cm). Outra vantagem apresentada no método de irradiação que é benéfica ao levantamento cadastral, é a rapidez com que este é realizado, uma vez que a estação total ocupa-se apenas uma estação de referência, ao contrário do método de interseção a vante que necessita de duas ocupações.

Apesar destas vantagens, tem situações no levantamento cadastral urbano em que o vértice visado não pode ser ocupado pelo prisma, assim utiliza-se do método de interseção a vante ou do método de irradiação sem o uso do prisma.

## 5.6 Levantamento dos vértices de imóveis urbanos com GPS

Em Presidente Prudente - SP, realizou-se o levantamento cadastral das Áreas Teste 2 e 3 com base no GPS, onde utilizou-se do método RTK pós-processado. Este se restringe a certos comprimentos de linhas de base, pois, depende da comunicação dos rádios internos dos receptores, como exemplo, os experimentos realizados em Uradzinski (2011) limitaram-se a linhas de base com comprimentos inferiores a 1,2 km.

Com base nesta ótica, utilizou-se de um rádio externo, e na Área Teste 2, realizou-se o levantamento cadastral com comprimentos de linhas de base inferiores a 1,7 km. Nesta área, sobre os vértices dos imóveis não existe arborização, e a altura da antena do receptor é maior que as edificações (Figura 9).

Já Área Teste 3, sobre os vértices dos imóveis existe uma situação onde há arborização e outras situações em que a altura do receptor é inferior às edificações. A área está localizada a aproximadamente 444 m da estação utilizada como referência (SAT77).

Para o levantamento cadastral das duas Áreas Testes, esta pesquisa seguiu as recomendações do “Guia de levantamento cadastral e *GNSS*” da Austrália (ACT, 2012, p. 3-5) e do “Guia para levantamentos RTK/RTN *GNSS* no Canadá” (NRCAN, 2012, p. 19), na qual continham as seguintes especificações para o uso do RTK em levantamentos cadastrais urbanos:

- taxa de coleta de 1 segundo;
- o tempo mínimo de permanência na determinação dos vértices de imóveis é de 15 segundos e caso haja problemas de multicaminho do sinal deve-se estender o tempo de coleta;
- máscara de elevação de 10 a 15 graus; e,
- os pontos de interesse devem ser coletados quando a solução da ambiguidade for fixada, o número de satélite for maior que 5 e o PDOP for inferior a 6.

Com o experimentos realizados nas Áreas Teste 2 e 3, com base nos “Guias” internacionais citados, esta pesquisa visa contribuir com o levantamento cadastral urbano quando se utiliza-se do método RTK-pós processado.

Os levantamentos das Áreas Teste foram conduzidos com dois receptores R8 GNSS da marca Trimble, com acurácia de  $10 \text{ mm} + 1 \text{ ppm} \cdot D_h$  na horizontal e  $20 \text{ mm} + 1 \text{ ppm} \cdot D$  na vertical, ambas no modo cinemático.



Conectou-se ao receptor base, o rádio externo Trimark 3, de 25 W de potência, para fornecer as correções ao *rover*, com base em uma antena externa (Figura 40). Os pontos foram armazenados na coletora TSC2, e posteriormente foram pós-processados no *software* Topcon Tools.



**Figura 40** – R8 GNSS da marca Trimble, rádio externo Trimark 3, antena externa e coletora TSC2.

Na configuração do par de receptores, apenas as frequências GPS L1, CA e L2 foram utilizadas, devido a uma falta de atualização do *Firmware* do equipamento que impedia de habilitar as frequências L2C, L2P e L5.

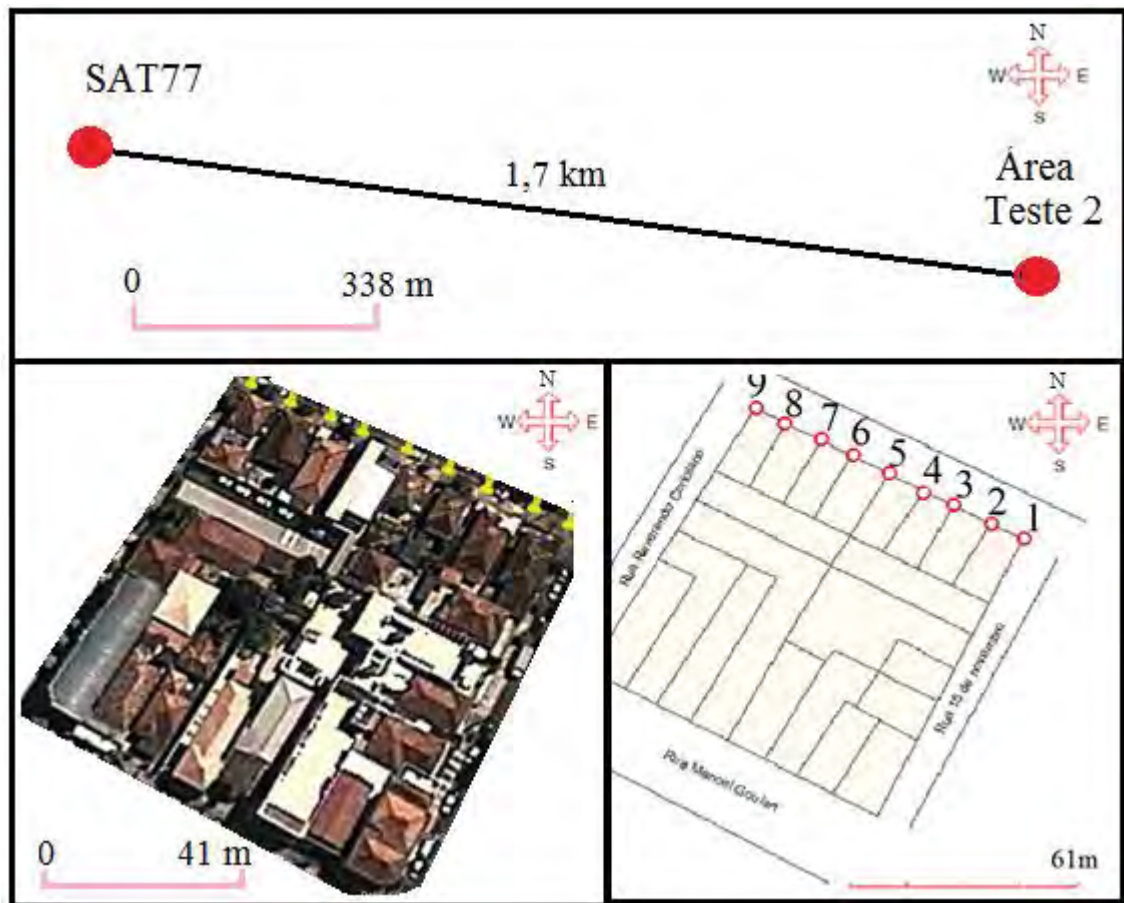
O marco geodésico de apoio imediato utilizado como base para o levantamento cadastral foi o SAT77. As coordenadas UTM (E e N) em SIRGAS 2000 e as respectivas acurácias foram obtidas da Tabela 10.

Após o processamento dos dados, as coordenadas (E e N) no sistema UTM foram convertidas para o STL ( $X_L$  e  $Y_L$ ), com base no marco origem SAT82, cujas coordenadas do mesmo, podem ser vistas na seção 5.3.2

### 5.6.1 Método RTK pós-processado, aplicado na Área Teste 2

Área Teste 2 é uma quadra localizada no centro de Presidente Prudente - SP, onde foram medidos nove vértices de imóveis com base na estação de referência SAT77 (Figura

41). Nesta quadra, a altura da antena do receptor utilizada, é mais alta que a edificação, (ver Figura 9) e não há arborização sobre os vértices dos imóveis.



**Figura 41** – Área Teste 2.  
Fonte: Google Earth 2013.

O levantamento de campo foi realizado em 01/04/2013, e os dados GPS obtidos foram pós-processados no *software* Topcon Tools, onde utilizou-se como injeção relativa as acurácias (0,009 e 0,008 m) das coordenadas (E e N), respectivamente, do SAT 77, obtidas da Tabela 10.

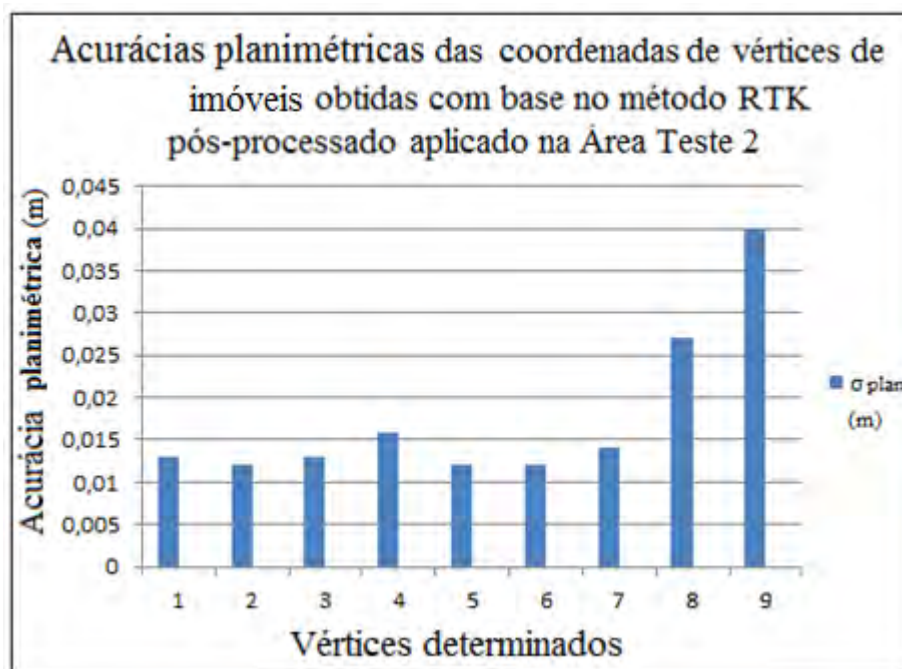
As coordenadas no sistema UTM (E e N), em SIRGAS 2000, e as respectivas acurácias provindos do processamento RTK no Topcon Tools estão na Tabela 26. O relatório do processamento consta no ANEXO 5 – Levantamento dos vértices de imóveis com base no RTK pós-processado.

**Tabela 26** - Coordenadas no sistema UTM (N e E) em SIRGAS 2000 e as respectivas acurácias dos vértices determinadas na Área Teste 2.

Vértice	N (m)	E (m)	$\sigma_N$ (m)	$\sigma_E$ (m)	$\sigma_{plan}$ (m)
1	7553564,313	459483,744	0,009	0,010	0,013
2	7553572,296	459477,096	0,008	0,009	0,012
3	7553573,367	459464,802	0,009	0,010	0,013
4	7553578,668	459455,799	0,010	0,012	0,016
5	7553584,130	459445,575	0,009	0,008	0,012
6	7553589,379	459434,671	0,008	0,009	0,012
7	7553593,408	459426,002	0,010	0,010	0,014
8	7553596,559	459415,827	0,018	0,020	0,027
9	7553604,026	459403,211	0,029	0,028	0,040

Fonte: Software Topcon Tools.

A Figura 42 mostra as acurácias planimétricas ( $\sigma_{plan}$ ) das coordenadas (E e N) apresentadas na Tabela 26.



**Figura 42** – Acurácias planimétricas das coordenadas dos vértices de imóveis, determinadas com base no método RTK pós-processado aplicado na Área Teste 2.

As acurácias planimétricas determinadas são inferiores a 4 cm mas deve-se considerar a distância (*offset*) de 9 cm do centro do receptor até a edificação que delimita o limite físico do imóvel (Figura 36). Portanto, a acurácia planimétrica resultante é de 13 cm, não condizente à tolerância máxima de 10 cm estabelecida nas pesquisas relacionadas ao cadastro urbano brasileiro (ver seção 2.2).



**Figura 43** – Distância do centro do receptor à edificação.

A Tabela 27 contém alguns fatores que exercem influências na qualidade do posicionamento por satélite, como o PDOP, número de satélites observados, comprimento da linha de base, tipo de solução obtida, a duração do tempo de coleta e a intensidade de sintonia do sinal do rádio.

**Tabela 27** – Fatores que exercem influências na qualidade do posicionamento por satélite nos vértices determinados da Área Teste 2.

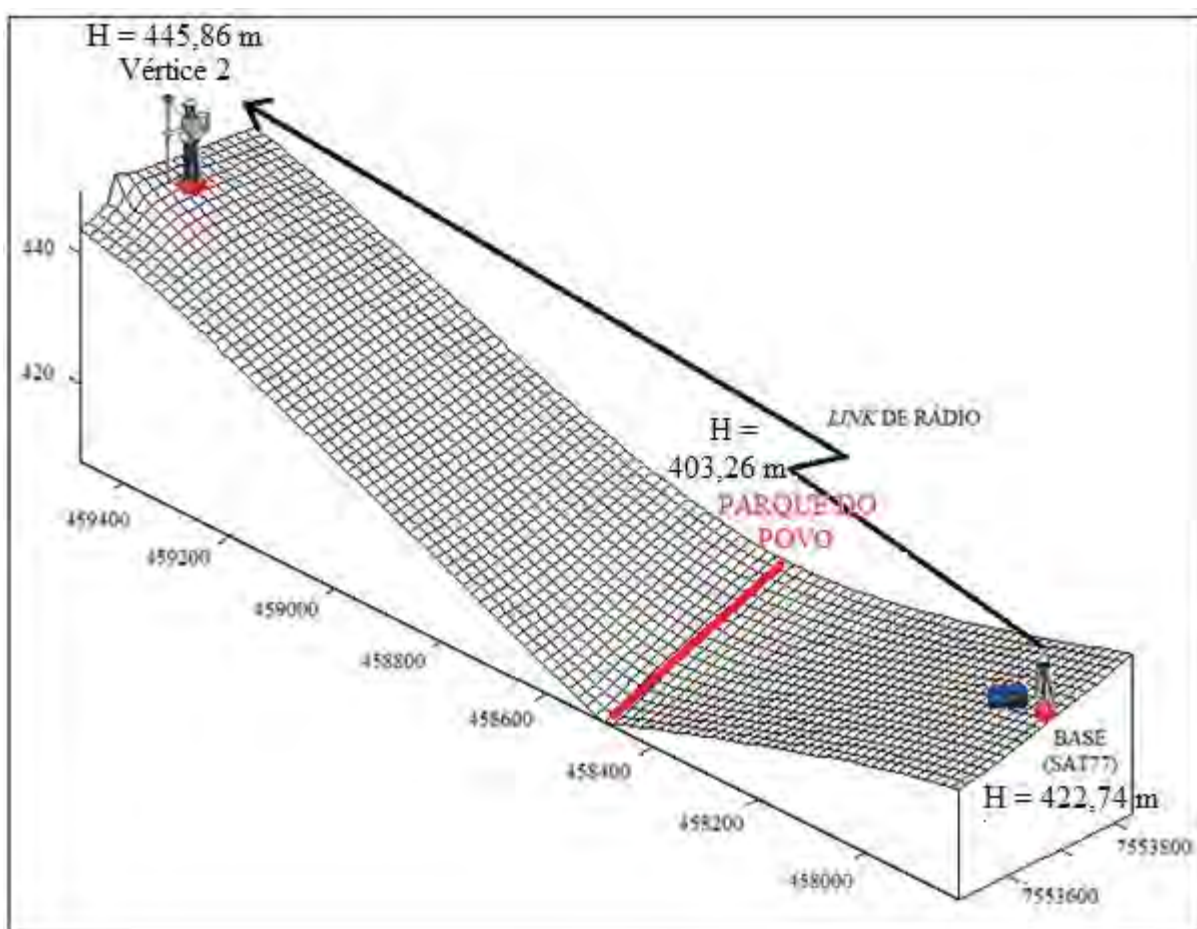
Vértice	PDOP	Nº de Satélites	Comprimento da linha de base	Solução	Duração em segundos	Intensidade de sintonia %
1	3,94	6	1684,703	Fixada	15	100
2	4,045	6	1676,916	Fixada	15	100
3	3,153	7	1664,550	Fixada	15	100
4	5,00	7	1654,826	Fixada	15	100
5	3,086	6	1643,886	Fixada	15	100
6	3,343	7	1632,308	Fixada	15	100
7	4,001	6	1623,120	Fixada	15	100
8	2,761	6	1612,588	Fixada	15	100
9	3,665	7	1599,054	Fixada	15	100

Ao analisar a Tabela 27, nota-se que a solução da ambiguidade foi fixada na determinação de todos os vértices em uma linha de base de aproximadamente 1,7 km com o número mínimo de 6 satélites e PDOP inferior a 6, como especificados nos guias de levantamento cadastral Australiano e Canadense.

Os vértices 8 e 9 são os menos acurados (2,7 e 4 cm respectivamente) devido ao multicaminho do sinal do satélite refletido ao receptor. Como a casa localizada no imóvel estava em reforma, os vértices foram obstruídos com tábuas. Não optou-se por um maior

tempo de coleta como especificam os Guias internacionais, uma vez que estas acurácias (2,7 e 4 cm ) atendem a tolerância de 10 cm.

Para verificar o relevo da Área Teste 2, as coordenadas (E, N e H) no sistema UTM da estação de referência e dos vértices dos imóveis foram projetadas em um Modelo Digital do Terreno (MDT) desenvolvido no *software* Surfer 11<sup>30</sup> (Figura 44). Utilizou-se das coordenadas do PARQUE DO POVO (ver ANEXO 5) para melhor representar o MDT. Para o cálculo das altitudes ortométricas (H) mostradas no ANEXO 5, utilizou-se da equação (10).



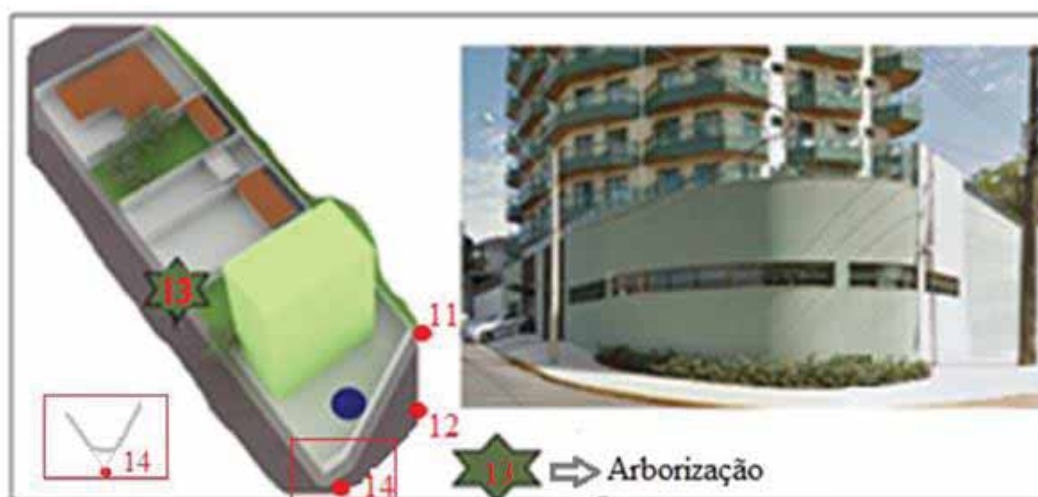
**Figura 44** – MDT gerado com base no levantamento RTK pós-processado aplicado na Área Teste 2.  
Fonte: *Software* Surfer 11

A menor altitude ortométrica da área de estudo é a do ponto PARQUE DO POVO com 403,26 m. A estação de referência SAT77 possui 422,74 m de altitude (H) estando a 13,86 m abaixo do vértice 2 (445,86 m). Com uma linha de base aproximada de 1,7 km, a conexão do *link* de rádio foi mantida durante todo o levantamento.

<sup>30</sup> O Surfer versão 11 é um *software* comercial, mas sua versão demonstrativa está disponível em <<http://www.goldensoftware.com/demo-downloads>>. Acesso em: 23/03/2013.

### 5.6.2 Método RTK pós-processado, aplicado na Área Teste 3

A Área Teste 3 é uma quadra localizada em Presidente Prudente - SP, a aproximadamente 444 m da estação de referência SAT77. Com base nesta estação foram medidos os vértices (11, 13 e 14) de um imóvel, e o ponto 12 no meio da calçada (Figura 45). A altura da antena do receptor utilizada é menor que a edificação, e sobre o vértice 13, encontra-se arborização.



**Figura 45** – Área Teste 3.

Fonte: *Software Google SketchUp 8.0.*

Os dados GPS obtidos em campo foram pós-processados no *software* Topcon Tools e as coordenadas (E e N) da estação SAT77 no sistema de referência SIRGAS 2000 e as respectivas acurácias (0,009 e 0,008m) obtidas da Tabela 10, foram propagadas para os vértices (11, 13 e 14) e para o ponto 12.

Não foi possível armazenar os dados do vértice 13 localizado embaixo da arborização, devido à perda de sinal entre o satélite e o receptor, o que já era esperado nesta pesquisa.

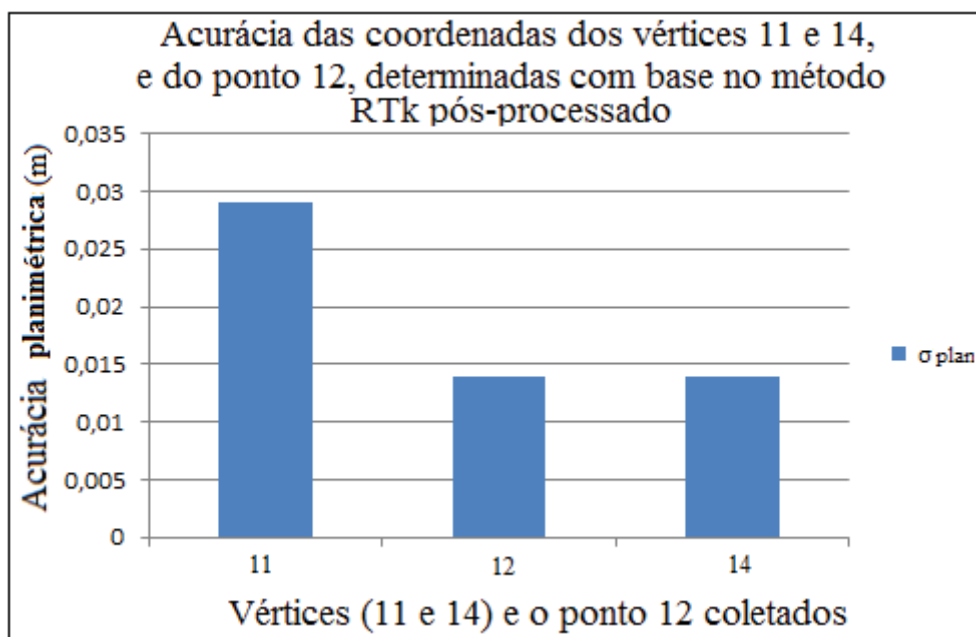
As coordenadas no sistema UTM (E e N), em SIRGAS 2000, e as respectivas acurácias provindos do processamento RTK no Topcon Tools dos vértices 11 e 14, e do ponto 12, estão na Tabela 28. O relatório do processamento consta no ANEXO 5.

**Tabela 28** – Coordenadas no sistema UTM (E e N) em SIRGAS 2000 e as respectivas acurácias dos vértices 11 e 14, e do ponto 12.

Nome	N (m)	E (m)	$\sigma_N$ (m)	$\sigma_E$ (m)	$\sigma_{plan}$ (m)
Vértice 11	7553572,208	458133,839	0,013	0,026	0,029
Ponto 12	7553571,303	458138,646	0,010	0,010	0,014
Vértice 14	7553553,136	458163,866	0,009	0,011	0,014

Fonte: *Software Topcon Tools.*

A Figura 46 mostra as acurácias planimétricas ( $\sigma_{plan}$ ) das coordenadas (E e N) apresentadas na Tabela 28.



**Figura 46** – Acurácias planimétricas das coordenadas dos vértices 11 e 14, e do ponto 12, determinadas com base no método RTK pós-processado aplicado na Área Teste 3.

As acurácias planimétricas dos vértices 11 e 14 são de 1,4 e 2,9 cm respectivamente, e a do ponto 12 é 1,4 cm. O vértice 14 e o ponto 12 apresentaram a mesma acurácia, pois a antena do receptor não foi posicionada encostada à edificação, assim, reduziu-se o multicaminho do sinal do satélite ao receptor.

As acurácias planimétricas são inferiores a 2,9 cm, mas deve-se considerar a distância (*offset*) de 9 cm do centro do receptor até a edificação que delimita o limite físico do imóvel (Figura 36). Portanto, a acurácia planimétrica resultante é de 11,9 cm, não condizente à tolerância máxima de 10 cm estabelecida nas pesquisas relacionadas ao cadastro urbano brasileiro (ver seção 2.2).

A Tabela 29 contém alguns fatores que exercem influências na qualidade do posicionamento por satélite, como o PDOP, número de satélites observados, comprimento da linha de base, tipo de solução obtida, a duração do tempo de coleta e a intensidade de sintonia do sinal do rádio.

**Tabela 29** - Fatores que exercem influências na qualidade do posicionamento por satélite nos vértices determinados da Área Teste 3.

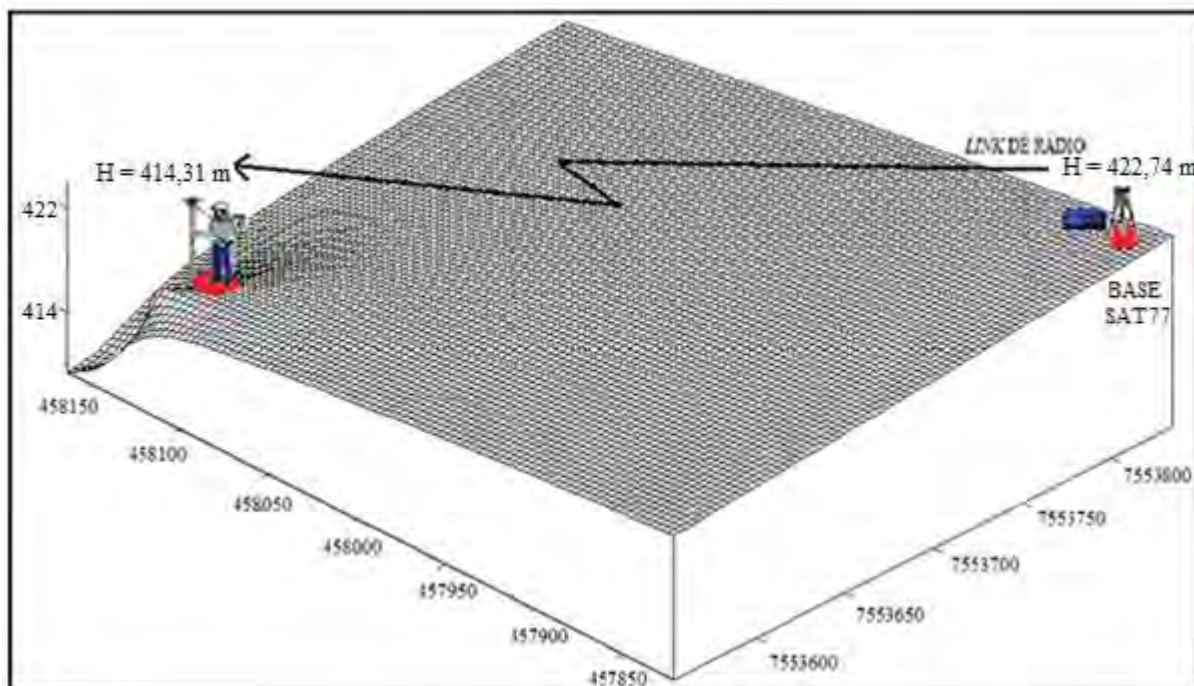
Nome	PDOP	Nº de Satélites	Comprimento da linha de base	Solução	Duração em segundos	Intensidade de sintonia %
Vértice 11	3,690	5	408,166	Fixada	180	100
Ponto 12	3,736	5	412,435	Fixada	15	100
Vértice 14	4,561	5	443,596	Fixada	180	100

Ao analisar a Tabela 29, nota-se que a solução da ambiguidade foi fixada na determinação de todos os pontos coletados em uma linha de base de aproximadamente 444 m com o número mínimo de 5 satélites. Apesar do baixo número de satélites, o PDOP foi inferior a 6 e o tempo de coleta de 3 minutos para os vértices 11 e 14 se justifica pela presença do multicaminho do sinal. O tempo de coleta de 15 segundos foi suficiente para que as coordenadas do ponto 12 fossem satisfatórias.

Em situações que não se podem determinar os vértices dos imóveis, utiliza-se de dois pontos geodésicos como referência. É necessário transformar as coordenadas destes pontos para o STL, e com base na estação total, irradiam-se os imóveis. Outra alternativa é utilizar de um bastão em que a altura da antena chega a 5 metros.

Para verificar o relevo da Área Teste 3, as coordenadas (E, N e H) no sistema UTM da estação de referência e dos vértices dos imóveis foram projetadas em um MDT desenvolvido no *Software Surfer 11* (Figura 47). Para o cálculo das alturas ortométricas (H) mostradas no ANEXO 5, utilizou-se da equação (10).





**Figura 47** – MDT gerado com base no levantamento RTK pós-processado aplicado na Área Teste 3.

A altitude ortométrica mais baixa da quadra em estudo é a do vértice 14 com 414,318 m, localizada a 8,4 m abaixo da estação de referência SAT77 ( $H=422,74$  m). Com uma linha de base aproximada de 444 m, a conexão do *link* de rádio foi mantida durante todo o levantamento.

### 5.6.3 Transformação das coordenadas obtidas com base no RTK pós-processado para o Sistema Topográfico Local

O relatório de processamento dos dados gerados no *software* Topcon Tools fornece as coordenadas geodésicas dos pontos processados, mas não especifica a acurácia da latitude ( $\varphi$ ) e longitude ( $\lambda$ ). Portanto, realizou-se a propagação de variância entre o Sistema Cartesiano Geodésico (X, Y e Z) e o Sistema Geodésico para todos os vértices determinados com base no posicionamento por satélite (Tabela 30) (ver seção 5.3.1).

**Tabela 30** – Coordenadas geodésicas dos vértices dos imóveis e as respectivas acurácias obtidas com base na propagação de variância entre o Sistema Cartesiano Geodésico e o Sistema Geodésico.

Vértice	LATITUDE ( $\varphi$ )	LONGITUDE ( $\lambda$ )	$\sigma_{\varphi}$ (m)	$\sigma_{\lambda}$ (m)
1	22°07'20,91172"S	51°23'34,28199"W	0,002	0,008
2	22°07'20,65153"S	51°23'34,51332"W	0,009	0,006
3	22°07'20,61567"S	51°23'34,94238"W	0,012	0,008
4	22°07'20,44252"S	51°23'35,25612"W	0,008	0,014
5	22°07'20,26401"S	51°23'35,61251"W	0,011	0,006
6	22°07'20,09239"S	51°23'35,99265"W	0,009	0,006
7	22°07'19,96062"S	51°23'36,29491"W	0,003	0,009
8	22°07'19,85728"S	51°23'36,64980"W	0,020	0,030
9	22°07'19,61338"S	51°23'37,08950"W	0,024	0,053
11	22°07'20,53972"S	51°24'21,40085"W	0,014	0,028
14	22°07'21,16260"S	51°24'20,35451"W	0,004	0,01

Em seguida, realizou-se a transformação do Sistema Geodésico para o STL (ver seção 5.3.2). A Tabela 31 apresenta as coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ) dos vértices dos imóveis e as respectivas acurácias, resultante da propagação de variância na transformação entre os dois sistemas de coordenadas.

**Tabela 31**– Coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ) no STL dos vértices dos imóveis e as respectivas acurácias obtidas com base na propagação de variância entre o Sistema Geodésico e o STL.

Vértice	$X_L$ (m)	$Y_L$ (m)	$\sigma_{X_L}$ (m)	$\sigma_{Y_L}$ (m)	$\sigma_{plan}$ (m)
1	152481.828	247208.652	0,007	0,003	0.008
2	152475.199	247216.657	0,005	0,009	0.010
3	152462.902	247217.76	0,007	0,012	0.014
4	152453.910	247223.090	0,013	0,008	0.015
5	152443.696	247228.582	0,005	0,011	0.012
6	152432.802	247233.863	0,005	0,009	0.010
7	152424.139	247237.918	0,008	0,004	0.009
8	152413.968	247241.098	0,027	0,020	0.034
9	152401.367	247248.603	0,049	0,024	0.055
11	151131.344	247220.250	0,026	0,014	0.030
14	151161.332	247201.088	0,009	0,004	0.010

As acurácias planimétricas das coordenadas dos vértices dos imóveis determinadas com base na propagação de variância entre o Sistema Geodésico e o STL são inferiores a 5,5 cm, mas deve-se considerar a distância (*offset*) de 9 cm do centro do receptor até a edificação que delimita o limite físico do imóvel (Figura 36). Portanto, a acurácia planimétrica resultante é de 14,5 cm, não condizente à tolerância máxima de 10 cm estabelecida nas pesquisas relacionadas ao cadastro urbano brasileiro (ver seção 2.2).

## 6. CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES

### 6.1 Conclusões

A rede de referência cadastral deve ser criteriosamente planejada e bem distribuída no município, para que os métodos de levantamentos (topográficos e geodésicos) sejam escolhidos com rigor.

A acurácia das coordenadas no sistema UTM (E e N) do marco geodésico de precisão (Tabela 6) e dos marcos geodésicos de apoio imediato (Tabela 10), processadas no *software* TBC com efemérides precisas, com base no Posicionamento Relativo Estático, foi de 0,4 e 1 cm respectivamente.

Na transformação das coordenadas do marco geodésico de precisão e dos marcos geodésicos de apoio imediato, do Sistema Cartesiano Geodésico para o Sistema Geodésico, com base no *software* CONVERT1, as acurácias foram inferiores a 2,4 cm (Tabela 12).

Na transformação das coordenadas do marco geodésico de precisão e dos marcos geodésicos de apoio imediato, do Sistema Geodésico para o STL com base no *software* CONVERT2, as acurácias foram inferiores a 2,2 cm (Tabela 13).

A poligonal topográfica enquadrada determinada com base no uso da estação total, aplicando-se o método de poligonação com centragem forçada, apresentou-se o erro angular de 11,27", e o de fechamento linear planimétrico de 1,5 cm, quando calculadas no *software* COMPENSAÇÃO.

No ajustamento da poligonal com base no MMQ realizado pelo *software* AJUSTA, os marcos geodésicos de apoio imediatos foram reajustados e apresentaram acurácias inferiores a 1,6 cm (Tabela 18).

Na determinação das coordenadas dos vértices dos imóveis urbanos com base no método de irradiação, realizado no *software* IRRADIAÇÃO, as coordenadas apresentaram acurácias planimétricas inferiores a 2 cm (Tabela 22), mas ao considerar o *offset* de 9 cm, a acurácia resultante foi de 11 cm. Já para o método de interseção a vante, realizado no *software* INTERSECAO\_VANTE, as acurácias planimétricas foram inferiores a 12 cm.

As coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ) no STL dos vértices determinados com base no método de irradiação foram comparadas com as obtidas no método de interseção a vante. As discrepâncias foram de no máximo 4,8 cm (Tabela 25).

Cabe salientar que além de obter coordenadas mais acuradas do que o método de interseção a vante, o método de irradiação mostrou-se mais eficiente, uma vez que a estação

total ocupa-se apenas uma estação de referência, ao contrário do método de interseção a vante que necessita de duas ocupações. Apesar destas vantagens, tem situações no levantamento cadastral urbano em que o vértice visado não pode ser ocupado pelo prisma, assim utiliza-se do método de interseção a vante.

Utilizou-se do *software* Topcon Tools no processamento das coordenadas dos 11 vértices de imóveis determinados com base no uso do GPS, aplicando-se o método RTK pós-processado. Na Área Teste 2, as coordenadas no sistema UTM (E e N) apresentaram acurácias planimétricas inferiores a 4 cm (Tabela 26), em um tempo de coleta de 15 segundos para cada vértice determinado, mas ao considerar o *offset* de 9 cm, a acurácia resultante foi de 13 cm. Na Área Teste 3 foram medidos 2 vértices e as acurácias resultantes foram inferiores a 2,9 cm (Tabela 28), em um tempo de coleta de 3 minutos, mas ao considerar o *offset* de 9 cm, a acurácia resultante foi de 11,9 cm.

Na transformação das coordenadas dos vértices dos imóveis obtidas com base no uso do GPS, aplicando-se o método RTK, do Sistema Cartesiano Geodésico para o Sistema Geodésico e posteriormente para o STL, com base nos *softwares* CONVERT1 e CONVERT2, as acurácias resultante no STL foram inferiores a 5,5 cm (Tabela 31), mas ao considerar o *offset* de 9 cm, a acurácia resultante foi de 14,5 cm.

Com esta pesquisa, conclui-se que as acurácias dos vértices de imóveis, resultantes do método RTK, dependem do tempo de coleta, do multicaminho e perda do sinal refletido do satélite ao receptor. Portanto, não se pode determinar uma tolerância pra o levantamento cadastral urbano, baseada neste método.

Deve-se utilizar o método RTK na materialização da RRCM, e apoiado nesta rede de pontos, com base no método de irradiação e interseção a vante, determinam-se os imóveis.

Nesta pesquisa, como o valor de 10 cm estabelecido nas pesquisas sobre o cadastro urbano, não atende aos métodos de irradiação e interseção a vante, quando se utiliza-se da propagação de variância-covariância, sugere-se o valor de 12 cm como tolerância na determinação das coordenadas dos vértices de imóveis urbanos.

## 6.2 Recomendações

Tendo em vista a RRCM e os vértices dos imóveis urbanos, recomenda-se:

- analisar a acurácia planialtimétrica dos marcos geodésicos, pontos topográficos, assim como dos vértices de imóveis urbanos;

- sempre que possível utilizar bastão superior a dimensão da edificação ao aplicar o método RTK;
- determinar a acurácia das coordenadas dos vértices limites de imóveis urbanos com base no método de irradiação, sem o uso do prisma e da RRCM com o método RTK. Ao medir os vértices localizados no fundo dos imóveis, utilizar-se de medições indiretas, com base na interseção de retas ou da trena.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AFONSO, A. J. G. **Implementação de uma Rede de Estações de Referência GPS para o Posicionamento em Tempo Real**. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia Geográfica e Geoinformática) – Universidade de Lisboa, Lisboa.

AGUIAR, C. R.; CAMARGO, P. O.; GALO, M. Transformação de Coordenadas e *Datum* com Propagação de Covariâncias, Simpósio Brasileiro de Geomática. Presidente Prudente, Brasil, 9-13 junho de 2002. **Anais eletrônicos**. Disponível em: <[http://docs.fct.unesp.br/departamentos/cartografia/eventos/2002\\_I\\_SBG/htm/artigos/pdf/A\\_050.pdf](http://docs.fct.unesp.br/departamentos/cartografia/eventos/2002_I_SBG/htm/artigos/pdf/A_050.pdf)>. Acessado em: 17 jul. 2012.

AMORIM, G. P. **Curso: Formulação continuada em georreferenciamento aplicado ao cadastro rural. Módulo 7- Ajustamento de observações**. Centro federal de Educação Tecnológica do Espírito Santo, 2005.

ANDRADE, J. B. **Fotogrametria**. 2.ed. Curitiba: SBEE, 2003. 274p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Execução de Levantamento Topográfico**. NBR 13133. Rio de Janeiro, 1994.

\_\_\_\_\_. **Rede de Referência Cadastral Municipal**. NBR 14166. Rio de Janeiro, 1998.

\_\_\_\_\_. **Execução de Levantamento Planimétrico e Cadastral de Imóvel Urbanizado com área até 25000m<sup>2</sup>, para fins de estudos, projetos e edificações**. NBR 14645 – parte 1. Rio de Janeiro, 2001.

AUSTRALIAN CAPITAL TERRITORY. *GNSS and Cadastral Surveys*: ACT 2012. V.10. Canberra, Australian, Oct. 2012.

BEPPLER, M. **Atualização de bases cadastrais, em áreas de ocupações irregulares, a partir de imagens de alta resolução espacial**. 2007. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

BOTELHO, F. J. L. **Métodos de Racionalização Construtiva para posicionamento preciso de edificações prediais**. 2003. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas e Tecnologia de Geoinformação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

BRANDÃO, A. C. **O princípio da vizinhança geodésica no levantamento cadastral de parcelas Territoriais**. 2003. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção). Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, Florianópolis.

BRASIL. Lei 6.766, de 19 de dezembro de 1979. Dispõe sobre o Parcelamento do Solo Urbano.

\_\_\_\_\_. Lei 10.406, de 10 de janeiro de 2002. Institui o Novo Código Civil, em vigor a partir de 10/01/2003.

CAMARGO, P. O. Ajustamento de Observações. Notas de aulas do Curso de Graduação em Engenharia Cartográfica, FCT/UNESP, Campus de Presidente Prudente, 2000.

CARNEIRO, A. F. T. **Cadastro Imobiliário e Registro de Imóveis**. 1. Ed. Porto Alegre: Editora Sérgio Antônio Fabris, 2003. 272p.

ESPARTEL, L. **Curso de Topografia**. 4. ed. Porto Alegre: Editora Globo, 1975. 655p.

FERNANDES, R. E. F. et al. AVALIAÇÃO DA ACURÁCIA EM LEVANTAMENTOS CINEMÁTICOS EM TEMPO REAL APLICANDO A TÉCNICA RTK. In: Simpósio Brasileiro de Geomática 2012, Presidente Prudente, Brasil, 26-28 jul. 2012. **Anais eletrônicos**. Disponível em: <[http://docs.fct.unesp.br/departamentos/cartografia/eventos/2012\\_III\\_SBG/artigos/A123.pdf](http://docs.fct.unesp.br/departamentos/cartografia/eventos/2012_III_SBG/artigos/A123.pdf)>. Acessado em: 30 abr. 2012.

FERREIRA, A. B. H. Novo dicionário da língua portuguesa. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1975, p.335

FONTE, C. M. P.; VICENTE, M.A.F. **Textos de Apoio de Topografia**. Departamento de Matemática Faculdade de Ciências e Tecnologia Universidade de Coimbra, 2007.

GAMA, L. F. **Experimentos e análises metodológicas do desempenho de estruturas geodésicas planimétricas implantadas com GPS e Estação Total: Aplicações em Levantamentos Cadastrais Urbanos**. 2008. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

GAMA, L. F. Implantação e Análise de Estruturas Geodésicas Planimétricas Obtidas por GPS e Estação Total: Aplicações em Levantamentos Cadastrais Urbanos. **Revista Brasileira de Cartografia**, N<sup>o</sup>. 64/2, p. 227-247, marc. 2012.

GEMAEL, C. **Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas**. Curitiba: Ed. UFPR, 1994. 319p.

HÄBLER, J.; WACHSMUTH. **Vermessungs beruf**. 1984.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; COLLINS, J. **GPS: Theory and Practice**. 3. ed. Springer Wien, 2001. 389

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Recomendações Para Levantamentos Relativos Estáticos – GPS**: IBGE 2008. Rio de Janeiro, Abr. 2008.

INSTITUTO NACIONAL DE COLONIZAÇÃO E REFORMA AGRÁRIA. **Norma Técnica Para Georreferenciamento De Imóveis Rurais**: INCRA 2010. 2.ed. Fev. 2010.

INSTITUTO NACIONAL DE COLONIZAÇÃO E REFORMA AGRÁRIA. **Norma Técnica Para Georreferenciamento De Imóveis Rurais**: INCRA 2013. 3.ed. 2013.

INTERNATIONAL FEDERATION OF SURVEYORS. **The FIG Statement on the cadastre**. Canberra: Australian Government Publishing Service, 1995, FIG Bureau, v. 3, 1995. 22p.

INTER-GOVERNMENTAL COMMITTEE ON SURVEYING AND MAPPING. **Standards and Practices for Control Surveys (SP1):** ICSM 2007. v.1.7. Canberra, Austrália, Sept. 2007. Disponível em: <<http://www.icsm.gov.au/icsm/publications/sp1/sp1v1-7.pdf>>. Acessado em: 12 jul. 2012.

KRUEGER, C. P. **Investigações sobre aplicações de alta precisão do GPS no âmbito marinho.** 1996. 267 f. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

LAND INFORMATION NEW ZEALAND. **Rules for Cadastral Survey 2010:** LINZ65000. Wellington, New Zealand, May. 2010.

LEE, J.; PARK, B.; TCHA, D. *Using Network-RTK for Cadastral Reform in Republic of Korea.* In: FIG Congress 2012, Roma, Itália, 6-10 Abril 2012. **Anais eletrônicos.** Disponível em: <[http://www.fig.net/pub/fig2012/papers/ts09h/TS09H\\_lee\\_park\\_et\\_al\\_5719.pdf](http://www.fig.net/pub/fig2012/papers/ts09h/TS09H_lee_park_et_al_5719.pdf)>. Acessado em: 10 jul. 2012.

LEICK, A. **GPS: Satellite surveying.** 2.ed. New York: J.Wiley, 1995. 560p.

MARINI, M. C. **Integração da Rede GPS ITESP ao Sistema Geodésico Brasileiro.** 2002. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.

MERCHANT, D. C. Spatial Accuracy Standards for Large Scale Line Maps. In: Technical Papers of the American Congress on Surveying and Mapping (1), 1982. **Anais.**

MIKAIL, E. M.; ACKERMANN, F. **Observations and least squares.** New York: A Dun-Donnelley Publisher, 1976.

MIYASHITA, P. M. **Avaliação de uma metodologia de baixo custo para o cadastro de propriedades em áreas de expansão e vazios urbanos.** 2008. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista de Presidente Prudente.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo GNSS:** Descrição, Fundamentos e Aplicações. 2.ed. São Paulo: Editora UNESP, 2008. 476p.

MONICO, J. F. G.; PÓZ, A. P. D.; GALO, M.; SANTOS, M. C.; OLIVEIRA, L. C. Acurácia e precisão: revendo os conceitos de forma acurada. **Boletim de Ciências Geodésicas,** Curitiba, v. 15, p. 469-483, jul. 2009.

NATURAL RESOURCES CANADA. **Accuracy Standard for Legal Surveys:** NRCAN 2008. Canada. Disponível em: <<http://clss.nrcan.gc.ca/standards-normes/e4-v1-eng.asp>>. Acessado em: 17 jun. 2013.

NATURAL RESOURCES CANADA. **Guidelines for RTK/RTN GNSS Surveying in Canada:** NRCAN 2012. V.1.0.7. Canada, Dec. 2012.



PINTO, J. R. M. **Potencialidade Do Uso do GPS Em Obras De Engenharia**. 2000. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.

PRADO, A.; KRUEGER C. P. Análise da acurácia nos posicionamentos diferenciais aplicando as técnicas DGPS e RTK. **Revista brasileira de Cartografia**, N° 55/1, jul. 2001.

RAMOS, A. M. **Aplicação, investigação e análise da metodologia de reduções batimétricas através do método GPS diferencial preciso**. 2007. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

SILVA, D. C.; BOTELHO, F. J. L.; CARVALHO, P. R. C. Ajustamento de Poligonais Levantadas com GPS. In: XXI Congresso Brasileiro de Cartografia, 2003, Belo Horizonte. **Anais**. 2003.

SOLER, T.; HAN, J. Y.; SMITH, D. “Rigorous estimation of local accuracies”. **Journal of Surveying Engineering** May. 2012.

SOUZA, G. H. B. **OTIMIZAÇÃO DE PROCESSOS SEMI-AUTOMÁTICOS DE DETECÇÃO DE ALTERAÇÕES APLICADOS AO CADASTRO IMOBILIÁRIO**. 2007. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) – Universidade Estadual Paulista - UNESP, Presidente Prudente.

TOMMASELLI, A. M. G.; MONICO, J. F. G.; CAMARGO, P. O. Análise da Exatidão Cartográfica da Carta Imagem São Paulo. In: 5°, Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, 1988, Natal. **Anais**. 1998.

URADZINSKI, M. Range Analysis os RTK Base Station in Urban Environment. In FIG Working Week 2011, Marrakech, Morocco, 18-22 May 2011. Anais eletrônicos. Disponível em: <[http://www.fig.net/pub/fig2011/papers/ts06g/ts06g\\_uradzinski\\_5017.pdf](http://www.fig.net/pub/fig2011/papers/ts06g/ts06g_uradzinski_5017.pdf)> Acessado em: 12 abril 2013.

USDA FOREST SERVICE & USDI BUREAU OF LAND MANAGEMENT. **Standards and Guidelines for Cadastral Surveying Using Global Positioning System Methods**: USDA & USDI 2001. V. 1.0. Washington, United Estates, 2001.

WELLS, D. E.; BECK, N.; DELIKARAOGLOU, D.; KLEUSBERG, A.; KRAKIWSKY, E. J.; LACHAPELLE, G.; LANGLEY, R. B.; NAKIBOGLU, M.; SCHWARZ, K. P.; TRANQUILLA, J. M.; VANÍCEK, P. **Guide to GPS Positioning**. Department of Geodesy and Geomatics Engineering Lecture Note No. 58. University of New Brunswick, New Brunswick, Canada, 1999. 291p.

WOLF, P. R.; GHILANI, C. D. **Adjustment computations: statistics and least squares in surveying and GIS**. 3ed. New York: John Wiley & Sons Inc., 1997. 562p.

ZOCOLLOTII FILHO, C. A. **Utilização de técnicas de poligonação de precisão para o monitoramento de pontos localizados em galerias de inspeção**: Estudo de caso da U.H de Salto Caxias. 2005. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba.



## **ANEXO 1 – Ajustamento do marco geodésico de precisão**

<b>Informações do Projeto</b>	<b>Sistema de coordenadas</b>
Nome: Implantação do SAT82	Nome: UTM
Tamanho:	Datum: SIRGAS 2000
Modificado:	Zona: 22 South (51W)
Fuso horário:	Geóide:
Número de Referência:	Datum vertical:
Descrição:	

## Configurações de ajuste

### Configuração dos Erros

#### Visualização da covariância

##### Horizontal:

Erro linear propagado [E]: EUA

Termo constante [C]: 0,000 m

Escalar em erro linear [S]: 1,960

##### Tridimensional

Erro linear propagado [E]: EUA

Termo constante [C]: 0,000 m

Escalar em erro linear [S]: 1,960

## Estatísticas do Ajustamento

Número de iterações para ajuste bem-sucedido: 2

Fator de referência de rede: 1,13

Teste de Qui Quadrado (95%): Passado

Nível de Confiança: 95%

Graus de Liberdade: 1

### Estatísticas do vetor pós-processado

Fator de referência: 1,13

Número da redundância: 0,75

Um escalar a priori: 1,00

## Desvio-padrão dos Pontos de controle

Pontos	Tipo	$\sigma_E$ (m)	$\sigma_N$ (m)	$\sigma_h$ (m)
ILHA	Global	0,001	0,001	0,005
ROSA	Global	0,001	0,001	0,006

## Coordenadas geodésicas ajustadas

ID do ponto	Latitude ( $\phi$ )	Longitude ( $\lambda$ )	Altura - h (m)	$\sigma_h$ (m)
ILHA	-20°25'40,02521"	-51°20'36,18520"	375,038	0,005
SAT82	-22°05'50,17491"	-51°25'00,87382"	465,973	0,017
ROSA	-22°31'23,89340"	-52°57'07,51850"	299,692	0,006

## Coordenadas no sistema UTM ajustadas

Pontos	E (m)	N (m)	$\sigma_E$ (m)	$\sigma_N$ (m)
ILHA	464178,025	7741141,411	-	-
SAT82	456995,395	7556347,606	0,004	0,004
ROSA	299223,778	7507938,289	-	-

## Coordenadas cartesianas geodésicas ajustadas

Pontos	X (m)	$\sigma_X$ (m)	Y (m)	$\sigma_Y$ (m)	Z (m)	$\sigma_Z$ (m)
ILHA	3735306,336	0,003	-4669666,378	0,004	-2212269,480	0,002
SAT82	3687557,361	0,011	-4622120,391	0,012	-2384571,348	0,007
ROSA	3551520,485	0,003	-4704836,111	0,004	-2428155,732	0,002

## Erro nas componentes de elipses

Ponto	semi-eixo maior (a) (Metro)	semi-eixo menor (b) (Metro)	Azimute
SAT82	0,006	0,004	36°

## Observações GPS ajustadas

### Parâmetros de transformação

Rotação de azimute:

-0,015 seg (95%)    0,004 seg

Fator de escala:

0,99999999 (95%) 0,00000003

ID de observação		Observação	Erro a posteriori	Residual	Padronizado Residual
ILHA --> SAT82 (PV1)	<b>Az.</b>	182°21'03"	0,003 seg	0,000 seg	1,000
	<b>ΔAlt.</b>	90,935 m	0,017 m	-0,007 m	-1,000
	<b>Dist. elips.</b>	185003,784 m	0,005 m	0,001 m	1,593
ROSA --> SAT82 (PV3)	<b>Az.</b>	73°41'07"	0,003 seg	0,000 seg	-0,999
	<b>ΔAlt.</b>	166,281 m	0,017 m	0,007 m	1,000
	<b>Dist. elips.</b>	165062,847 m	0,005 m	0,001 m	0,795

## Termos da covariância

A partir do ponto	Para o ponto		Componentes	Erro a posteriori	Precisão horizontal (Razão)	Precisão 3D (Razão)
SAT82	ILHA	<b>Az.</b>	2°22'39"	0,004 seg	1 : 43170891	1 : 43149751
		<b>ΔAlt.</b>	-90,935 m	0,017 m		
		<b>ΔElev.</b>	?	?		
		<b>Dist. elips.</b>	185003,782 m	0,004 m		
SAT82	ROSA	<b>Az.</b>	253°06'09"	0,005 seg	1 : 39939100	1 : 39923112
		<b>ΔAlt.</b>	-166,281 m	0,017 m		
		<b>ΔElev.</b>	?	?		
		<b>Dist. elips.</b>	165062,845 m	0,004 m		

Data:20/11/2012 11:18:22

Projeto:

Trimble Business Center

**ANEXO 2 – Ajustamento dos marcos geodésicos de apoio imediato**



Informações do Projeto	Sistema de coordenadas
Nome: Dissertação de mestrado	Nome: UTM
Tamanho:	Datum: SIRGAS 2000
Modificado:	Zona: 22 South (51W)
Fuso horário:	Geóide:
Número de Referência:	Datum vertical:
Descrição:	

## Configurações de ajuste

Erro linear propagado [E]: EUA  
 Termo constante [C]: 0,000 m  
 Escalar em erro linear [S]: 1,960  
 Erro linear propagado [E]: EUA  
 Termo constante [C]: 0,000 m  
 Escalar em erro linear [S]: 1,960

## Estatísticas do Ajustamento

Número de iterações para ajuste bem-sucedido: 2  
 Fator de referência de rede: 1,00  
 Teste de Qui Quadrado (95%): Passado  
 Nível de Confiança: 95%  
 Graus de Liberdade: 3

## Estatísticas do vetor pós-processado

Fator de referência: 1,00  
 Número da redundância: 3,00  
 Um escalar a priori: 0,98

## Desvio-padrão dos Pontos de controle

Ponto	Tipo	$\sigma_E$ (m)	$\sigma_N$ (m)	$\sigma_h$ (m)
<u>SAT82</u>	Global	0,004	0,004	0,017

## Coordenadas geodésicas ajustadas

Pontos	Latitude $\phi$	Longitude $\lambda$	Altura-h (m)	$\sigma_h$ (m)
EP01	-22°07'21,43573"	-51°24'27,33444"	436,738	0,035
P5	-22°07'19,79996"	-51°24'29,33387"	435,551	0,036
SAT77	-22°07'11,96707"	-51°24'32,27066"	427,667	0,035
SAT79	-22°07'08,16930"	-51°24'30,35299"	425,618	0,034
SAT82	-22°05'50,17491"	-51°25'00,87382"	465,973	0,017

## Coordenadas no sistema UTM ajustadas

Pontos	E (m)	N (m)	$\sigma_E$ (m)	$\sigma_N$ (m)
EP01	457963,926	7553544,203	0,010	0,009
P5	457906,511	7553594,345	0,010	0,009
SAT77	457821,729	7553834,958	0,009	0,008
SAT79	457876,355	7553951,876	0,008	0,008
SAT82	456995,395	7556347,606	0,004	0,004

## Coordenadas cartesianas geodésicas ajustadas

Pontos	X (m)	$\sigma_X$ (m)	Y (m)	$\sigma_Y$ (m)	Z (m)	$\sigma_Z$ (m)
EP01	3687632,898	0,021	-4620673,696	0,027	-2387161,182	0,016
P5	3687599,241	0,022	-4620723,393	0,027	-2387114,121	0,016
SAT77	3687585,491	0,021	-4620841,105	0,026	-2386887,941	0,015
SAT79	3687654,705	0,021	-4620839,719	0,025	-2386778,944	0,015
SAT82	3687557,361	0,011	-4622120,391	0,012	-2384571,348	0,007

## Erro nas componentes de elipses

<b>Pontos</b>	<b>semi-eixo maior (a) (Metro)</b>	<b>semi-eixo menor (b) (Metro)</b>	<b>Azimute</b>
EP01	0,012	0,011	71°
P5	0,012	0,011	71°
SAT77	0,011	0,011	82°
SAT79	0,010	0,010	79°

## Observações GPS ajustadas

ID de observação		Observação	Erro a posteriori	Residual	Padronizado Residual
<u>EP01 --&gt; P5 (PV3)</u>	<b>Az.</b>	311°17'05"	6,353 seg	-1,139 seg	-1,711
	<b>ΔAlt.</b>	-1,187 m	0,007 m	-0,001 m	-1,482
	<b>Dist. elips.</b>	76,257 m	0,003 m	0,000 m	-0,691
<u>SAT79 --&gt; SAT77 (PV2)</u>	<b>Az.</b>	205°11'47"	3,005 seg	-0,180 seg	-0,751
	<b>ΔAlt.</b>	2,050 m	0,006 m	0,001 m	1,365
	<b>Dist. elips.</b>	129,098 m	0,002 m	0,000 m	-1,699
<u>SAT82 --&gt; SAT79 (PV1)</u>	<b>Az.</b>	159°58'03"	0,230 seg	-0,037 seg	-1,579
	<b>ΔAlt.</b>	-40,355 m	0,008 m	0,001 m	1,095
	<b>Dist. elips.</b>	2553,534 m	0,003 m	0,000 m	-0,870
<u>SAT77 --&gt; P5 (PV5)</u>	<b>Az.</b>	160°44'38"	4,487 seg	-2,012 seg	-1,082
	<b>ΔAlt.</b>	7,884 m	0,013 m	0,004 m	0,427
	<b>Dist. elips.</b>	255,209 m	0,005 m	-0,003 m	-0,531
<u>SAT82 --&gt; EP01 (PV4)</u>	<b>Az.</b>	161°05'52"	0,425 seg	0,123 seg	0,106
	<b>ΔAlt.</b>	-29,235 m	0,012 m	-0,003 m	-0,103
	<b>Dist. elips.</b>	2967,114 m	0,003 m	0,001 m	0,621

## Termos da covariância

A partir do ponto	Para o ponto		Componentes	Erro a posteriori	Precisão horizontal (Razão)	Precisão 3D (Razão)
<u>P5</u>	<u>EP01</u>	<b>Az.</b>	131°17'06"	6,361 seg	1 : 27427	1 : 27332
		<b>ΔAlt.</b>	1,187 m	0,007 m		
		<b>ΔElev.</b>	?	?		
		<b>Dist. elips.</b>	76,257 m	0,003 m		
<u>SAT77</u>	<u>P5</u>	<b>Az.</b>	160°44'38"	4,484 seg	1 : 52925	1 : 51555
		<b>ΔAlt.</b>	7,884 m	0,013 m		
		<b>ΔElev.</b>	?	?		
		<b>Dist. elips.</b>	255,209 m	0,005 m		
<u>SAT77</u>	<u>SAT79</u>	<b>Az.</b>	25°11'48"	3,005 seg	1 : 69296	1 : 69468
		<b>ΔAlt.</b>	-2,050 m	0,006 m		
		<b>ΔElev.</b>	?	?		
		<b>Dist. elips.</b>	129,098 m	0,002 m		
<u>SAT82</u>	<u>EP01</u>	<b>Az.</b>	161°05'52"	0,425 seg	1 : 895584	1 : 892358
		<b>ΔAlt.</b>	-29,235 m	0,012 m		
		<b>ΔElev.</b>	?	?		
		<b>Dist. elips.</b>	2967,114 m	0,003 m		
<u>SAT82</u>	<u>SAT79</u>	<b>Az.</b>	159°58'03"	0,230 seg	1 : 932433	1 : 949783
		<b>ΔAlt.</b>	-40,355 m	0,008 m		
		<b>ΔElev.</b>	?	?		
		<b>Dist. elips.</b>	2553,534 m	0,003 m		

## **ANEXO 3 – Monografia dos marcos**

<b>Estação: SAT 92582</b>	<b>Município:</b> Presidente Prudente
	<b>Estado –</b> São Paulo
	<b>Implantação:</b> 29/10/2012

Acurácia das coordenadas (m)		Coordenadas Geodésicas em SIRGAS 2000	Coordenadas Plano retangulares no Sistema Topográfico Local (m)
Geodésicas	Plano retangulares		
$\sigma_X = 0,003$ $\sigma_Y = 0,001$	$\sigma_X = 0,001$ $\sigma_Y = 0,004$	$\varphi = 22^\circ 05' 50,17491'' S$ $\lambda = 51^\circ 25' 00,87382'' W$ $h = 465,973 \text{ m}$	$X = 150000,0000$ $Y = 250000,0000$

**Localização:** Este marco situa-se na praça Nécola Mandredini, rotatória da avenida Presidente Juscelino Kubitschek com a avenida Antônio Assis de Carvalho.

**Descrição do vértice:** Trata-se de um marco com um tronco quadrangular de concreto, pintado na coloração laranja, medindo no topo 0,25 x 0,25 m e 1,45 m de altura. Em seu topo está fixado um dispositivo de centragem forçada. Em sua base tem uma chapa de identificação estampada: SAT-92582-1995.



<b>Estação: EP01</b> <b>Marco inter-visível: P5</b>	<b>Município:</b> Presidente Prudente
	<b>Estado –</b> São Paulo
	<b>Implantação:</b> 30/10/2012

Acurácia das coordenadas (m)	Coordenadas Geodésicas em SIRGAS 2000	Coordenadas Plano retangulares no Sistema Topográfico Local (m)		
	Geodésicas	Plano retangulares	$\sigma_x = 0,017$ $\sigma_y = 0,023$	$\varphi = 22^{\circ}07'21,43573''$ S $\lambda = 51^{\circ}24'27,33444''$ W $h = 436,738$ m

**Localização:** Este marco situa-se nas dependências da UNESP de Presidente Prudente, a 65 m a sudeste do Departamento de Cartografia.

**Descrição:** Trata-se de um marco com um tronco hexangular de concreto, pintado na coloração laranja, de 1,47 m de altura. Em seu topo está fixado um dispositivo de centragem forçada.





<b>Estação P5</b> <b>Marco inter-visível: EP01</b>	<b>Município:</b> Presidente Prudente
	<b>Estado –</b> São Paulo
	<b>Implantação:</b> 30/10/2012

Acurácia das coordenadas (m)		Coordenadas Geodésicas em SIRGAS 2000	Coordenadas Plano retangulares no Sistema Topográfico Local (m)
Geodésicas	Plano retangulares		
$\sigma_X = 0,017$ $\sigma_Y = 0,024$	$\sigma_X = 0,022$ $\sigma_Y = 0,017$	$\varphi = 22^\circ 07' 19,79996''$ S $\lambda = 51^\circ 24' 29,33387''$ W h = 435,551 m	$X = 150903,97692$ $Y = 247243,01764$

**Localização:** Este marco situa-se nas dependências da UNESP de Presidente Prudente, a 30 m a sudoeste do Departamento de Cartografia.

**Descrição:** O marco é um tronco piramidal de concreto, na coloração amarela, mede no seu topo 0,10 x 0,10 m e 0,20 m de altura. Em seu topo está fixado um parafuso.



<b>Estação:</b> SAT92577	
<b>Marco inter-visível:</b> SAT92579	
<b>Município:</b> Presidente Prudente	
<b>Estado</b> – São Paulo	
<b>Implantação:</b> 30/10/2012	

Acurácia das coordenadas (m)		Coordenadas Geodésicas em SIRGAS 2000	Coordenadas Plano retangulares no Sistema Topográfico Local (m)
Geodésicas	Plano retangulares		
$\sigma_X = 0,016$ $\sigma_Y = 0,023$	$\sigma_X = 0,021$ $\sigma_Y = 0,016$	$\varphi = 22^{\circ}07'11,96707''$ S $\lambda = 51^{\circ}24'32,27066''$ W h = 427,667 m	X = 150819,8172 Y = 247483,97013

**Localização:** Este marco situa-se nas dependências da UNESP de Presidente Prudente, a 30 m a oeste da área de coleta de dados da estação meteorológica. A estação localiza-se no prolongamento da Rua Roberto Simonsen com a Rua João Gonçalves Foz.

**Descrição:** O marco é um tronco piramidal de concreto, na coloração laranja, mede no seu topo 0,18 x 0,18 m e 0,26 m de altura. Em seu topo está fixada uma chapa de metal do IBGE estampada: SAT-92577-1995.



<b>Estação:</b> SAT92579		<b>Município:</b> Presidente Prudente - SP
<b>Marco inter-visível:</b> SAT92577		<b>Estado –</b> São Paulo
		<b>Implantação:</b> 30/10/2012

Acurácia das coordenadas (m)		Coordenadas Geodésicas em SIRGAS 2000	Coordenadas Plano retangulares no Sistema Topográfico Local (m)
Geodésicas	Plano retangulares		
$\sigma_X = 0,016$ $\sigma_Y = 0,022$	$\sigma_X = 0,020$ $\sigma_Y = 0,016$	$\phi = 22^\circ 07' 08,16930''$ S $\lambda = 51^\circ 24' 30,35299''$ W h = 425,618 m	X = 150874,78752 Y = 247600,79051

**Localização:** Este marco situa-se nas dependências da UNESP de Presidente Prudente, atrás do gol do campo de futebol, localizado entre a Rua Uchoa Filho e a Rua Roberto Simonsen.

**Descrição:** O marco é um tronco piramidal de concreto, na coloração laranja, mede no seu topo 0,18 x 0,18 m e 0,25 m de altura. Em seu topo está fixada uma chapa de metal do IBGE estampada: SAT-92579-1995.



**ANEXO 4A – Planilha de campo da poligonal topográfica**

Reiteração 1	Estação	Ponto	Ângulo HD	Distância (m)	PD = $PD_2 - D_1$	PI = $\frac{PI_2 - PI_1}{360}$	Distância média 1 (m)		Média Angular 1
							Ré <sub>1</sub>	Vante <sub>1</sub>	
0° 0' 00"	P5 Altura = 1,13 m	Ré	PD <sub>1</sub> = 0°00'00"	76,269	208°32'51"	208°32'56"	76,269	Vante <sub>1</sub>	Ângulo médio - Média Horiz. 1 ( $\leq 7''$ )  208°32'53.7" - 208°32'53.5" = 0,25"
		Ep01 Altura = 0,18m	PI <sub>1</sub> = 179°59'23"	76,269	Média Horiz. 1 208°32'53.5"	208°32'59"	110,923	110,923	
		Vante	PD <sub>2</sub> = 208°32'51"	110,923					
		P1 Altura = 1,53m	PI <sub>2</sub> = 28°32'19"	110,923	Desvio-padrão		Linear ( $\sigma_{D_1}$ ) (m)		
		Angular ( $\sigma''_{\alpha_1}$ )		$(9,89 + 9,89)/\sqrt{2} = 13,98$		Ré <sub>1</sub>	Vante <sub>1</sub>		
								$(0,0042)/\sqrt{2} = 0,0029$	$(0,0044)/\sqrt{2} = 0,0031$
Reiteração 2	Estação	Ponto	Ângulo HD	Distância (m)	PD = $PD_2 - PD_1$	PI = $\frac{PI_2 - PI_1}{360}$	Distância média 2 (m)		Média Angular 2
							Ré <sub>2</sub>	Vante <sub>2</sub>	
60° 0' 00"	P5 Altura = 1,13 m	Ré	PD <sub>1</sub> = 60°00'00"	76,269	208°32'49"	208°32'59"	76,269	Vante <sub>2</sub>	Ângulo médio - Média Horiz. 2 ( $\leq 7''$ )  208°32'53.7" - 208°32'54" = -0,3"
		Ep01 Altura = 0,18m	PI <sub>1</sub> = 239°59'23"	76,269	Média Horiz. 2 208°32'54"	208°32'59"	110,923	110,923	
		Vante	PD <sub>2</sub> = 268°32'49"	110,923					
		P1 Altura = 1,53m	PI <sub>2</sub> = 88°32'22"	110,923	Desvio-padrão		Linear ( $\sigma_{D_2}$ ) (m)		
		Angular ( $\sigma''_{\alpha_2}$ )		$(9,89 + 9,89)/\sqrt{2} = 13,98$		Ré <sub>2</sub>	Vante <sub>2</sub>		
								$(0,0042)/\sqrt{2} = 0,0029$	$(0,0044)/\sqrt{2} = 0,0031$

Estação	Ponto	Distância média (m)		Ângulo médio	Desvio padrão			
		Ré	Vante		Angular <sub>med</sub> ( $\sigma''_{\alpha_{med}}$ )	Linear <sub>med</sub> ( $\sigma_{D_{med}}$ ) (m)		
P5 Altura = 1,13m	Ré			208°32'53,7"	$\frac{(\sigma_{\alpha_1} + \sigma_{\alpha_2})}{\sqrt{2}} = 19,78$	$\frac{(\sigma_{D_1} + \sigma_{D_2})}{\sqrt{2}} = 0,0041$	Linear <sub>med</sub> ( $\sigma_{D_{med}}$ ) (m)	
	Ep01 Altura = 0,18m	76,269					Ré	Vante
	Vante							
	P1 Altura = 1,53m	110,923						

Reiteração 1	Estação	Ponto	Ângulo HD	Distância (m)	PD = PD <sub>2</sub> - PD <sub>1</sub>	PI = PI <sub>2</sub> - PI <sub>1</sub> + 360	Distância média 1 (m)		Média Angular 1	
0° 0' 00"	P1 Altura = 1,56 m	Ré	PD <sub>1</sub> = 0°00'00"	110,924	PD <sub>2</sub> - PD <sub>1</sub>	PI <sub>2</sub> - PI <sub>1</sub> + 360	Ré <sub>1</sub>	Vante <sub>1</sub>	Ângulo médio - Média Horiz. 1 (≤ 7")  173°25'09" - 173°25'10,5" = -1,5"	
		P5 Altura = 1,10m	PI <sub>1</sub> = 179°59'37"	110,924	173°25'15"	173°25'6"	110,924	98,025		
		Vante	PD <sub>2</sub> = 173°25'15"	98,025	Média Horiz. 1 173°25'10,5"	Desvio-padrão				
		P 2 Altura = 1,57m	PI <sub>2</sub> = 353°24'43"	98,025	Angular (σ <sub>α1</sub> ) (9,89 + 9,89)/√2 = 13,98	Linear (σ <sub>D1</sub> ) (m) Ré <sub>1</sub> (0,0044)/√2 = 0,0031	Vante <sub>1</sub> (0,0044)/√2 = 0,0029			
Reiteração 2	Estação	Ponto	Ângulo HD	Distância (m)	PD = PD <sub>2</sub> - PD <sub>1</sub>	PI = PI <sub>2</sub> - PI <sub>1</sub> + 360	Distância média 2 (m)		Média Angular 2	
60° 0' 00"	P1 Altura = 1,56 m	Ré	PD <sub>1</sub> = 60°00'00"	110,924	PD <sub>2</sub> - PD <sub>1</sub>	PI <sub>2</sub> - PI <sub>1</sub> + 360	Ré <sub>2</sub>	Vante <sub>2</sub>	Ângulo médio - Média Horiz. 2 (≤ 7")  173°25'09" - 173°25'7,5" = 1,5"	
		P5 Altura = 1,10m	PI <sub>1</sub> = 239°59'41"	110,924	173°25'13"	173°25'2"	110,924	98,025		
		Vante	PD <sub>2</sub> = 233°25'13"	98,025	Média Horiz. 2 173°25'7,5"	Desvio-padrão				
		P 2 Altura = 1,57m	PI <sub>2</sub> = 53°24'43"	98,025	Angular (σ <sub>α2</sub> ) (9,89 + 9,89)/√2 = 13,98	Linear (σ <sub>D2</sub> ) (m) Ré <sub>2</sub> (0,0044)/√2 = 0,0031	Vante <sub>2</sub> (0,0044)/√2 = 0,0029			

Estação	Ponto	Distância média (m)	Ângulo médio	Desvio padrão		
P1 Altura = 1,56 m	Ré	Ré	173°25'09"	Angular <sub>med</sub> (σ <sub>α<sub>med</sub></sub> )	Linear <sub>med</sub> (σ <sub>D<sub>med</sub></sub> ) (m)	
	P5 Altura = 1,10m	110,924		Ré	Vante	Vante
	Vante	Vante				
	P2 Altura = 1,57m	98,025				

Reiteração 1	Estação	Ponto	Ângulo HD	Distância (m)	PD = PD <sub>2</sub> - PD <sub>1</sub>	PI = PI <sub>2</sub> - PI <sub>1</sub> + 360	Distância média 1 (m)		Média Angular 1
							Ré <sub>1</sub>	Vante <sub>1</sub>	
0° 0' 00"	P2 Altura = 1,62 m	Ré	PD <sub>1</sub> = 0°00'00"	98,025	190°04'42"	190°04'45"	98,025	24,330	190°04'46.25" - 190°04'43.5" = 2.75
		P1 Altura = 1,53m	PI <sub>1</sub> = 180°09'30"	98,025					
		Vante	PD <sub>2</sub> = 190°04'42"	24,330	98,025				
		P3 Altura = 1,52m	PI <sub>2</sub> = 10°14'15"	24,330	24,330				
<b>Desvio-padrão</b>				Angular (σ" α <sub>1</sub> )		Linear (σ <sub>D<sub>1</sub></sub> ) (m)			
				(9,89 + 9,89)/√2 = 13,98		(0,0044)/√2 = 0,0029		(0,0040)/√2 = 0,0028	
60° 0' 00"	P2 Altura = 1,62 m	Ré	PD <sub>1</sub> = 60°00'00"	98,025	190°04'43"	190°04'55"	98,025	24,330	190°04'46.25" - 190°04'49" = -2.75"
		P1 Altura = 1,53m	PI <sub>1</sub> = 239°59'26"	98,025					
		Vante	PD <sub>2</sub> = 250°04'43"	24,330	98,025				
		P3 Altura = 1,52m	PI <sub>2</sub> = 70°04'21"	24,330	24,330				
<b>Desvio-padrão</b>				Angular (σ" α <sub>2</sub> )		Linear (σ <sub>D<sub>2</sub></sub> ) (m)			
				(9,89 + 9,89)/√2 = 13,98		(0,0044)/√2 = 0,0029		(0,0040)/√2 = 0,0028	

Estação	Ponto	Distância média (m)	Ângulo médio	Desvio padrão	
				Ré	Vante
P2 Altura = 1,62 m	Ré	98,025	190°04'46.25"	(σ <sub>D<sub>1</sub></sub> + σ <sub>D<sub>2</sub></sub> ) / √2 = 0,0041	(σ <sub>D<sub>1</sub></sub> + σ <sub>D<sub>2</sub></sub> ) / √2 = 0,0039
	P1 Altura = 1,53m	98,025			
	Vante	24,330	19,78	0,0041	0,0039
	P3 Altura = 1,52m	24,330	19,78	0,0041	0,0039
<b>Desvio padrão</b>				Angular <sub>med</sub> (σ" α <sub>med</sub> )	
				(σ <sub>α<sub>1</sub></sub> + σ <sub>α<sub>2</sub></sub> ) / √2 = 19,78	
				Linear <sub>med</sub> (σ <sub>D<sub>med</sub></sub> ) (m)	
				(σ <sub>D<sub>1</sub></sub> + σ <sub>D<sub>2</sub></sub> ) / √2 = 0,0041	

Reiteração 1	Estação	Ponto	Ângulo HD	Distância (m)	PD = PD <sub>2</sub> - PD <sub>1</sub>	PI = PI <sub>2</sub> - PI <sub>1</sub> + 360	Distância média 1 (m)		Média Angular 1
							Ré <sub>1</sub>	Vante <sub>1</sub>	
0° 0' 00"	P3 Altura = 1,55 m	Ré	PD <sub>1</sub> = 0°00'00"	24,335	207°56'32"	207°56'24"	24,335	26,500	207°56'29" - 207°56'28" = 1"
		P2 Altura = 1,48m	PI <sub>1</sub> = 179°59'42"	24,335					
		Vante	PD <sub>2</sub> = 207°56'32"	26,500	Média Horiz. 1 207°56'28"				
		SAT77 Altura = 1,36m	PI <sub>2</sub> = 27°56'06"	26,500	Desvio-padrão Angular (σ <sub>α<sub>1</sub></sub> ) (9,89 + 9,89)/√2 = 13,98				
60° 0' 00"	P3 Altura = 1,55 m	Ré	PD <sub>1</sub> = 60°00'00"	24,335	207°56'27"	207°56'33"	24,335	26,500	207°56'29" - 207°56'30" = 2"
		P2 Altura = 1,48m	PI <sub>1</sub> = 239°59'42"	24,335					
		Vante	PD <sub>2</sub> = 267°56'27"	26,500	Média Horiz. 2 207°56'30"				
		SAT77 Altura = 1,36m	PI <sub>2</sub> = 87°56'15"	26,500	Desvio-padrão Angular (σ <sub>α<sub>2</sub></sub> ) (9,89 + 9,89)/√2 = 13,98				

Estação	Ponto	Distância média (m)	Ângulo médio	Desvio padrão	
				Angular <sub>med</sub> (σ <sub>α<sub>med</sub></sub> )	Linear <sub>med</sub> (σ <sub>D<sub>med</sub></sub> ) (m)
P3 Altura = 1,55 m	Ré	Ré	207°56'29"	$\frac{(\sigma_{\alpha_1} + \sigma_{\alpha_2})}{\sqrt{2}} = 19,78$	$\frac{(\sigma_{D_1} + \sigma_{D_2})}{\sqrt{2}} = 0,0039$
	P2 Altura = 1,48m	24,335			
	Vante	Vante			
	SAT77 Altura = 1,36m	26,500			



Reiteração 1	Estação	Ponto	Ângulo HD	Distância (m)	PD = PD <sub>2</sub> - PD <sub>1</sub>	PI = $\frac{PI_2 - PI_1}{360}$	Distância média 1 (m)		Média Angular 1
							Ré <sub>1</sub>	Vante <sub>1</sub>	
0° 0' 00"	SAT77 Altura = 1,39 m	Ré	PD <sub>1</sub> = 0°00'00"	26,500	193°55'34"	193°55'39"	26,500	129,116	193°55'33.75" - 193°55'36.5" = -2.75"
		P3 Altura = 1,51m	PI <sub>1</sub> = 179°59'00"	26,500					
		Vante	PD <sub>2</sub> = 193°55'34"	129,116	Média Horiz. 1 193°55'36.5"				
		SAT79 Altura = 1,12m	PI <sub>2</sub> = 13°54'39"	129,116	Desvio-padrão Angular ( $\sigma''_{\alpha_1}$ ) $(0,021 + 0,021)/\sqrt{2} = 0,030$				
60° 0' 00"	SAT77 Altura = 1,39 m	Ré	PD <sub>1</sub> = 60°00'00"	26,500	193°55'28"	193°55'34"	26,500	129,116	193°55'33.75" - 193°55'31" = 2,75"
		P3 Altura = 1,51m	PI <sub>1</sub> = 239°59'22"	26,500					
		Vante	PD <sub>2</sub> = 253°55'34"	129,116	Média Horiz. 2 193°55'31"				
		SAT79 Altura = 1,12m	PI <sub>2</sub> = 73°55'05"	129,116	Desvio-padrão Angular ( $\sigma''_{\alpha_2}$ ) $(0,021 + 0,021)/\sqrt{2} = 0,030$				

Estação	Ponto	Distância média (m)	Ângulo médio	Desvio padrão	
				Ré	Vante
SAT77 Altura = 1,39 m	Ré	26,501	193°55'33.75"	$\frac{(\sigma_{\alpha_1} + \sigma_{\alpha_2})}{\sqrt{2}} = 19,78$	$\frac{(\sigma_{D_1} + \sigma_{D_2})}{\sqrt{2}} = 0,0043$
	P3 Altura = 1,51m	Vante			
	Vante	129,116	Angular <sub>med</sub> ( $\sigma''_{\alpha_{med}}$ ) $\frac{(\sigma_{\alpha_1} + \sigma_{\alpha_2})}{\sqrt{2}} = 19,78$	Linear <sub>med</sub> ( $\sigma_{D_{med}}$ ) (m) Ré $\frac{(\sigma_{D_1} + \sigma_{D_2})}{\sqrt{2}} = 0,0041$	
	SAT79 Altura = 1,12m	129,116			

- **Planilha de campo dos vértices visados com base no método de irradiação**

Estação	X (m)	Y (m)	
P2	150821,6	247434,7	
Tipo	Nome	AHD	DH (m)
Ré	P1	00°00'00"	
V. Visado	1	73°19'03.06"	12,81
V. Visado	2	114°36'54.37"	17,637
V. Visado	3	132°20'41.22"	26,567
V. Visado	4	154°26'36.62"	110,568
V. Visado	5	152°20'38.71"	123,617
V. Visado	6	150°13'15.84"	140,585
V. Visado	7	165°43'7.05"	109,269
V. Visado	8	166°13'31.61"	120,714
V. Visado	9	166°35'37.99"	130,671
V. Visado	10	166°51'45.62"	139,04

Estação	X (m)	Y (m)	
P3	150814,636	247457,9815	
Tipo	Nome	AHD	DH (m)
Ré	P2	00°00'00"	
V. Visado	11	96°41'46.80"	26,269

- **Planilha de campo dos vértices visados com base no método de interseção a vante**

Estação	X (m)	Y (m)
P2	150821,6	247434,7
Tipo	Nome	AHD
Ré	P1	00°00'00"
V. Visado	1	73°18'56.56"
V. Visado	2	114°36'55"
V. Visado	3	132°20'38.86"
V. Visado	4	154°26'44.94"
V. Visado	5	152°20'46.01"
V. Visado	6	150°13'24.44"
V. Visado	7	165°43'0.85"
V. Visado	8	166°13'24.21"
V. Visado	9	166°35'31.19"
V. Visado	10	166°51'37.52"

Estação	X (m)	Y (m)
P3	150814,636	247457,9815
Tipo	Nome	AHD
Ré	P2	00°00'00"
V. Visado	1	20°48'24.56"
V. Visado	2	40°37'10"
V. Visado	3	65°41'11.85"
V. Visado	4	135°29'18.88"
V. Visado	5	134°08'38.11"
V. Visado	6	132°51'04.38"
V. Visado	7	149°03'55.40"
V. Visado	8	150°26'17.05"
V. Visado	9	151°23'59.35"
V. Visado	10	152°04'58.27"
V. Visado	11	96°41'49.1"

Estação	X (m)	Y (m)
SAT77	150819,8172	247483,97013
Tipo	Nome	AHD
Ré	P3	00°00'00"
V. Visado	11	38°23'33.36"

## ANEXO 4B – Cálculo da poligonal topográfica com base no *software* compensação

Quando a distância medida entre dois pontos é obtida com base em um distanciômetro eletrônico é necessária a correção atmosférica, uma vez que a velocidade da onda eletromagnética (raio infravermelho) não é constante e depende da temperatura e pressão do ar. As estações totais mais modernas processam automaticamente esta correção ( $K_a$ ) quando introduzida na memória do aparelho os valores da temperatura e pressão. Como exemplo, a seguinte equação permite calcular a correção atmosférica para a estação total GPT 3007W da Topcon:

$$k_a = \left\{ 279.66 - \frac{106.033 \times P}{273.15 + t} \right\} \quad (1)$$

Onde:

$K_a$ : Valor de Correção Atmosférica;

$P$ : Pressão Atmosférica Ambiente (mmHg);

$t$ : Temperatura Atmosférica Ambiente °C.

A distância corrigida ( $L$ ) é calculada com base na distância ( $l$ ) medida antes da correção atmosférica:

$$L = l \times (1 + k_a) \quad (2)$$

A constante  $K_a = 42.3$  ppm foi obtida com base na pressão atmosférica de 690 mmHg e na temperatura de 35°C, ambas coletadas em campo no instante do levantamento cadastral (31/10/2012 às 14 horas) e introduzidas na estação total para o cálculo automático das distâncias. Outra observação introduzida no equipamento foi a constante aditiva do prisma (-30 mm), utilizada no cálculo de cada distância observada.

A Tabela 1 apresenta os ângulos e distâncias calculados para a poligonal topográfica com base nas reiterações apresentadas na planilha de campo. Estas informações constam no ANEXO 4A.

**Tabela 1** – Ângulos e distâncias cálculos com base nas reiterações da planilha de campo.

Ré	Estação	Vante	Ângulo	Distância (m)
EP01	P5	P1	208°32'53,7"	110,924
P5	P1	P2	173°25'09"	98,025
P1	P2	P3	190°04'46.25"	24,3325
P2	P3	SAT77	207°56'29"	26,5005
P3	SAT77	SAT79	193°55'33.75"	129,116

As coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ) no STL, dos marcos geodésicos de apoio imediato pertencentes à RRCM estão na Tabela 2.

**Tabela 2** – Coordenadas ( $X_L$  e  $Y_L$ ) no STL dos marcos pertencente à RRCM.

ID do ponto	$X_L$ (m)	$Y_L$ (m)
EP01	150961,28017	247192,69624
P5	150903,97692	247243,01764
SAT77	150819,8172	247483,97013
SAT79	150874,78752	247600,79051
SAT82	150000,0000	250000,0000

Com base nas observações da Tabela 1 e 2, realiza-se uma sequência de cálculos para a compensação da poligonal topográfica.

**1) Cálculo do azimute de partida (EP01 para P5):**

$$Az_{EP01,P5} = \text{tg}^{-1} ((X_{P5}-X_{EP01})/(Y_{P5}-Y_{EP01}))$$

$$Az_{EP01,P5} = -48^{\circ}42'42.2'' + 360^{\circ} = 311^{\circ}17'17.8''$$

$X_{P5}$  é a coordenada x do ponto P5;

$X_{EP01}$  é a coordenada x do ponto Ep01;

$Y_{P5}$  é a coordenada y do ponto P5;

$Y_{EP01}$  é a coordenada y do ponto Ep01;

**2) Cálculo do azimute de chegada (SAT77 para SAT79):**

$$Az_{SAT77,SAT79} = \text{tg}^{-1} ((X_{SAT79}-X_{SAT77})/(Y_{SAT79}-Y_{SAT77}))$$

$$Az_{SAT77,SAT79} = 25^{\circ}11'58.3''$$

$X_{SAT77}$  é a coordenada x do ponto SAT77;

$X_{SAT79}$  é a coordenada x do ponto SAT79;

$Y_{SAT77}$  é a coordenada y do ponto SAT77;

$Y_{SAT79}$  é a coordenada y do ponto  $SAT_{79}$ ;

### 3) Cálculo dos azimutes das direções:

$$AZ_{P_5P_1} = AZ_{E_{p01}P_5} + D_1 - 180^\circ$$

$D_1$  é o ângulo  $E_{p01}P_5P_1$ ;

$$AZ_{P_5P_1} = 339^\circ 50' 11.5''$$

$$AZ_{P_1P_2} = AZ_{P_5P_1} + D_2 - 180^\circ$$

$D_2$  é o ângulo  $P_5P_1P_2$ ;

$$AZ_{P_1P_2} = 333^\circ 15' 20.5''$$

$$AZ_{P_2P_3} = AZ_{P_1P_2} + D_3 - 180^\circ$$

$D_3$  é o ângulo  $P_1P_2P_3$ ;

$$AZ_{P_2P_3} = 343^\circ 20' 6.83''$$

$$AZ_{P_3SAT77} = AZ_{P_2P_3} + D_4 - 180^\circ$$

$D_4$  é o ângulo  $P_2P_3SAT_{77}$ ;

$$AZ_{P_3SAT77} = 371^\circ 16' 35.8'' - 360^\circ = 11^\circ 16' 35.82''$$

$$AZ_{SAT77SAT79}^C = AZ_{P_3SAT77} + D_5 - 180^\circ$$

$D_5$  é o ângulo  $P_3SAT_{77}SAT_{79}$ ;

$$AZ_{SAT77SAT79}^C = 25^\circ 12' 9.57''$$

### 4) Cálculo do erro de fechamento angular:

$$e_a = AZ_{SAT77SAT79}^C - AZ_{SAT77,SAT79} = 11,27''$$

O erro angular é positivo, portanto deve-se subtraí-lo em cada ângulo da poligonal topográfica.

### 5) Cálculo da correção angular:

$$C_a = e_a / n$$

$$C_a = 2,25''$$

$n = 5$  (número de ângulos medidos à direita (HD));

Os ângulos foram corrigidos e os novos azimutes foram calculados com base no azimute de partida (Tabela 3).

Tabela 3 - Ângulos e azimutes corrigidos.

Estação	Ponto Visado	Ângulo (HD)	Azimute
-	P5	-	311°17'17.8"
P5	P1	208°32'51,4"	339°50'9.31"
P1	P2	173°25'6.75"	333°15'16.0"
P2	P3	190°04'44"	343°20'0.06"
P3	SAT77	207°56'26.7"	11°16'26.8"
SAT77	SAT79	193°55'31.5"	25°11'58.3"

Nota se que o azimute corrigido ( $Az_{SAT77SAT79}^C$ ) é igual ao azimute de chegada ( $Az_{SAT77,SAT79}$ ).

## 6) Cálculo das coordenadas parciais (Cp)

Com todos os ângulos corrigidos e os azimutes calculados efetua-se o cálculo das coordenadas parciais dos pontos:

$$X_{P5} = 150903,97692 \text{ m}$$

$$Y_{P5} = 247243,01764 \text{ m}$$

$$Cp_{xP1} = d_{P5P1} * \text{sen} (Az_{P5P1}) = -38,23658576 \text{ m}$$

$$Cp_{yP1} = d_{P5P1} * \text{cos} (Az_{P5P1}) = 104,125392 \text{ m}$$

$$Cp_{xP2} = d_{P1P2} * \text{sen} (Az_{P1P2}) = -44,11408436 \text{ m}$$

$$Cp_{yP2} = d_{P1P2} * \text{cos} (Az_{P1P2}) = 87,5376958 \text{ m}$$

$$Cp_{xP3} = d_{P2P3} * \text{sen} (Az_{P2P3}) = -6,978633432 \text{ m}$$

$$Cp_{yP3} = d_{P2P3} * \text{cos} (Az_{P2P3}) = 23,31028167 \text{ m}$$

$$Cp_{xSAT77} = d_{P3SAT77} * \text{sen} (Az_{P3SAT77}) = 5,180928357 \text{ m}$$

$$Cp_{ySAT77} = d_{P3SAT77} * \text{cos} (Az_{P3SAT77}) = 25,98912237 \text{ m}$$

$$\sum Cp_x = -84,14837519 \text{ m}$$

$$\sum Cp_y = 240,962492 \text{ m}$$

$$X_{SAT77}^C = -84,14837519 + X_{P5} = 150819,82854 \text{ m}$$

$$Y_{SAT77}^C = 240,962492 + Y_{P5} = 247483,98013 \text{ m}$$

### 7) Cálculo do erro de fechamento linear em X e Y ( $e_x$ e $e_y$ ) e planimétrico ( $e_p$ ):

$$e_x = X_{SAT77}^C - X_{SAT77} = 0,01134 \text{ m}$$

$$e_y = Y_{SAT77}^C - Y_{SAT77} = 0,010 \text{ m}$$

$$e_p = \sqrt{e_x^2 + e_y^2} = 0,015 \text{ m}$$

O erro de fechamento linear planimétrico é de 1,5 cm. Portanto, com base no cálculo do perímetro ( $\sum d$ ) da poligonal topográfica, verifica-se qual será o erro planimétrico em 1 km.

$$(\sum d) = d_{P5P1} + d_{P1P2} + d_{P2P3} + d_{P3SAT77} = 259,782 \text{ m}$$

$$E_L = \frac{e_p}{\sum d} = \frac{0,015}{259,782} = 0,00005774 \text{ m, ou seja, em 1000 m o erro linear é de 5,7}$$

cm. Na forma de fração ou escala representa-se por  $\frac{1}{17318}$ .

### 8) Cálculo da tolerância angular e linear

A seguir, apresentam-se as expressões que permitem o cálculo das tolerâncias angular e linear aceitáveis para a poligonal topográfica. Os coeficientes (a, b, c, d) utilizados nas formulações estão relacionados a uma poligonal da classe II PRC, do tipo 2, cuja precisão é adequada para regiões mais desenvolvidas. As formulações das tolerâncias angular e linear e as especificações dos coeficientes estão na ABNT 13.133 (1994, p. 21-22).

- Tolerância para o erro de fechamento angular:

$$T_\alpha \leq a + b * \sqrt{N}$$

$$T_\alpha \leq 2'39,15''$$

b: coeficiente que expressa a tolerância para medição dos ângulos da poligonal:

$$b = 60''$$



a: erro médio em azimute aceitável

$$a = 0,4''$$

N: número de vértices da poligonal, incluindo de partida e de chegada.

$$N = 7$$

- Tolerância para o erro de fechamento linear:

$$T_p \leq c + d * (\sqrt{L})$$

$$T_p \leq 0,213 \text{ m}$$

d: coeficiente que expressa a tolerância para o fechamento linear em m / km de desenvolvimento da poligonal:

$$d = 0,30 \text{ m}$$

c: erro médio de posição para os pontos de apoio de ordem superior:

$$c = 0,06 \text{ m}$$

L: perímetro da poligonal em Km:

$$L = (\sum d) = d_{P_5P_1} + d_{P_1P_2} + d_{P_2P_3} + d_{P_3SAT77} = 259,782 \text{ m}$$

$$L = 0,259782 \text{ km}$$

Portanto, conclui-se que as tolerâncias angular ( $T_\alpha$ ) e linear ( $T_p$ ) admitidas para a poligonal topográfica são de  $2'39,15''$  e 0,213 metros, respectivamente. Como o erro angular ( $e_\alpha$ ) foi de  $11,27''$  e o linear ( $e_p$ ) de 0,015 metros, ambos os erros atendem às tolerâncias calculadas.

## 9) Cálculo das coordenadas parciais corrigidas (Cpc)

$$C_{pcX_{P1}} = (d_{P_5P_1} * e_Y / \sum d) = -38,24143 \text{ m}$$

$$C_{pcY_{P1}} = (d_{P_5P_1} * e_X / \sum d) = 104,12112 \text{ m}$$

$$C_{pcX_{P2}} = (d_{P_1P_2} * e_Y / \sum d) = -44,11837 \text{ m}$$

$$C_{pcY_{P2}} = (d_{P_1P_2} * e_X / \sum d) = 87,53392 \text{ m}$$

$$C_{pcX_{P3}} = (d_{P_2P_3} * e_Y / \sum d) = -6,97970 \text{ m}$$

$$Cpcy_{P3} = (d_{P2P3} * e_Y / \sum d) = 23,30934 \text{ m}$$

$$Cpcx_{SAT77} = (d_{P3SAT77} * e_Y / \sum d) = 5,17977 \text{ m}$$

$$Cpcy_{SAT77} = (d_{P3SAT77} * e_Y / \sum d) = 25,98810 \text{ m}$$

#### 10) Cálculo das coordenadas plano retangulares no STL (X e Y)

$$X_{P1} = X_{P5} + Cpcx_{P1} = 150865,73549 \text{ m}$$

$$Y_{P1} = Y_{P5} + Cpcy_{P1} = 247347,13876 \text{ m}$$

$$X_{P2} = X_{P1} + Cpcx_{P2} = 150821,61712 \text{ m}$$

$$Y_{P2} = Y_{P1} + Cpcy_{P2} = 247434,67268 \text{ m}$$

$$X_{P3} = X_{P2} + Cpcx_{P3} = 150814,63743 \text{ m}$$

$$Y_{P3} = Y_{P2} + Cpcy_{P3} = 247457,98203 \text{ m}$$

$$X_{SAT77} = X_{P3} + Cpcx_{SAT77} = 150819,81720 \text{ m}$$

$$Y_{SAT77} = Y_{P3} + Cpcy_{SAT77} = 247483,97013 \text{ m}$$

**ANEXO 4C – Cálculo da poligonal topográfica com base no  
*software* adjust**

Título: Compensação da poligonal topográfica no software ADJUST

Sumário dos ângulos

Estação	Ângulo	Ângulo Adjacente
EP01	0° 0' 0.0"	359°59'58.1"
P5	208°32'53.7"	208°32'51.8"
P1	173°25' 9.0"	173°25'07.1"
P2	190° 4'46.3"	190°04'44.4"
P3	207°56'29.0"	207°56'27.1"
SAT77	193°55'33.8"	193°55'31.9"

Erro angular (seg): 11"

Desbalanceado

Curso	Comprimento	Azimute	X	Y
EP01-P5	76.2690	311°17'15.9"	-57.30892	50.32542
P5-P1	110.9240	339°50'07.8"	-38.23737	104.12511
P1-P2	98.0250	333°15'14.9"	-44.11458	87.53745
P2-P3	24.3325	343°19'59.3"	-6.97872	23.31026
P3-SAT77	26.5005	11°16'26.4"	5.18088	25.98913
Soma =	336.0510		-141.45870	291.28737

$$e_x = -141.45870 - (-141.46300) = 0.004 \text{ m}$$

$$e_y = 291.28737 - (291.27390) = 0.013 \text{ m}$$

Distribuído			Coordenadas	
X	Y	Ponto	X <sub>L</sub>	Y <sub>L</sub>
-57.30989	50.32237	EP01	150,961.2802	247,192.6962
-38.23879	104.12066	P5	150,903.9703	247,243.0186
-44.11583	87.53352	P1	150,865.7315	247,347.1392
-6.97903	23.30928	P2	150,821.6157	247,434.6727
5.18054	25.98807	P3	150,814.6367	247,457.9820
		SAT77	150,819.8172	247,483.9701

Erro de fechamento linear  $e_p = 0.014 \text{ m}$

Precisão Relativa = 1/23800

Observações Ajustadas

Curso	Distância	Azimute	Ponto	Ângulo
EP01-P5	76.2677	311°17'07.98"	EP01	359°59'50.18"
P5-P1	110.9203	339°50'02.44"	P5	208°32'54.46"
P1-P2	98.0221	333°15'08.82"	P1	173°25'06.38"
P2-P3	24.3317	343°19'54.38"	P2	190°04'45.56"
P3-SAT77	26.4994	11°16'25.44"	P3	207°56'31.06"
			SAT77	193°55'31.88"

**ANEXO 4D – Ajustamento (MMQ) da poligonal topográfica  
com base no AJUSTA**

Estações

de controle	$X_L$	$Y_L$	$S_x$	$S_y$
EP	150,961.2801	247,192.6962	0.02100	0.01700
P5	150,903.9769	247,243.0176	0.02200	0.01700
SAT77	150,819.8172	247,483.9701	0.02100	0.01600
SAT79	150,874.7875	247,600.7905	0.02000	0.01600

Estações ajustadas

Estação	$X_L$	$Y_L$	$\sigma_{XL}$	$\sigma_{YL}$	$\sigma_u$	v	T
EP	150961.2894	247192.6920	0.015	0.009	0.015	0.009	57°
P5	150903.9760	247243.0123	0.013	0.008	0.013	0.008	30°
P1	150865.7374	247347.1369	0.010	0.008	0.010	0.008	100°
P2	150821.6175	247434.6717	0.010	0.008	0.010	0.008	98°
P3	150814.6378	247457.9816	0.011	0.008	0.011	0.008	90°
SAT77	150819.8179	247483.9709	0.010	0.008	0.010	0.008	74°
SAT79	150874.7925	247600.7986	0.016	0.009	0.016	0.009	34°

Ângulos ajustados

Estação Re	Estação Ocupada	Estação vante	Ângulo Decimal	V"	$\sigma$ "
EP	P5	P1	208°32'51.4	0.347	6.63
P5	P1	P2	173° 25'06.7"	-0.224	6.72
P1	P2	P3	190° 04'44"	0.035	6.73
P2	P3	SAT77	207° 56'26.7"	0.163	6.73
P3	SAT77	SAT79	193° 55'31.5"	0.473	6.71

Distancias ajustados

Estação Ocupada	Estação Observada	Distância	V	$\sigma$ (m)
EP	P5	76.2689	-0.00036	0.00137
P5	P1	110.9239	-0.00054	0.00136
P1	P2	98.0249	-0.00054	0.00136
P2	P3	24.3324	-0.00049	0.00130
P3	SAT77	26.5004	-0.00050	0.00136
SAT77	SAT79	129.1159	-0.00054	0.00143

\*\*\*\*\*

Estatisticas

\*\*\*\*\*

Iterações: 2

Critério das iterações  $|X| < 0.001$

Observações (n = 19) = 5 ângulos, 6 distâncias + 8 equações de inunções

Parâmetros (u=14) = 7 pontos \* 2 (x,y)

Rudundância de observações = 5

Variância posteriori: 0.18

Variância priori: 1

X<sup>2</sup> valor amostral: 0.96

X<sup>2</sup> menor (alfa/2) valor tabelado: 0.83

X<sup>2</sup> maior (1-alfa/2) valor tabelado: 12.83

Passou no teste X<sup>2</sup>

O ajustamento convergiu



**ANEXO 4E – Ajustamento (MMQ) da poligonal topográfica  
com base no ADJUST**

Observação: (Number of Unknown Stations - 7) – Serão ajustadas 7 estações, portanto, consideram-se como desconhecidas.

Poligonal: 4 PT CONTROLE

Number of Control Stations - 4

Number of Unknown Stations - 7

Number of Distance observations - 6

Number of Angle observations - 5

Number of Azimuth observations - 0

\*\*\*\*\*

Initial approximations for unknown stations

\*\*\*\*\*

Station	X <sub>L</sub>	Y <sub>L</sub>
P1	150,865.7355	247,347.1388
P2	150,821.6171	247,434.6726
P3	150,814.6374	247,457.9820

Control Stations

Station	X <sub>L</sub>	Y <sub>L</sub>	S <sub>x<sub>L</sub></sub>	S <sub>y<sub>L</sub></sub>
EP	150,961.2801	247,192.6962	0.02100	0.01700
P5	150,903.9769	247,243.0176	0.02200	0.01700
SAT77	150,819.8172	247,483.9701	0.02100	0.01600
SAT79	150,874.7875	247,600.7905	0.02000	0.01600

\*\*\*\*\*

Distance Observations

\*\*\*\*\*

Station	Station	Distance	S
Occupied	Sighted		
EP	P5	76.2690	0.0041
P5	P1	110.9240	0.0041
P1	P2	98.0250	0.0041
P2	P3	24.3325	0.0039
P3	SAT77	26.5005	0.0041
SAT77	SAT79	129.116	0.0043

Angle Observations

\*\*\*\*\*

Station Backsighted	Station Occupied	Station Foresighted	Angle	S''
EP	P5	P1	208°32'51.40"	19,78
P5	P1	P2	173°25'06.75"	19,78
P1	P2	P3	190°04'44.00"	19,78
P2	P3	SAT77	207°56'26.70"	19,78
P3	SAT77	SAT79	193°55'31.50"	19,78

\*\*\*\*\*

Adjusted stations

\*\*\*\*\*

Station	X <sub>L</sub>	Y <sub>L</sub>	S <sub>x</sub>	S <sub>y</sub>	Standard error ellipse computed		
					S <sub>u</sub>	S <sub>v</sub>	t
EP	150,961.2853	247,192.6886	0.015	0.009	0.016	0.008	57 73.74°
P5	150,903.9748	247,243.0121	0.013	0.008	0.013	0.008	30 85.99°
SAT77	150,819.8162	247,483.9709	0.010	0.009	0.012	0.008	74 71.77°
SAT79	150,874.7854	247,600.8013	0.016	0.008	0.016	0.008	34 87.65°
P1	150,865.7338	247,347.1358	0.010	0.008	0.010	0.008	100 34.57°
P2	150,821.6160	247,434.6717	0.010	0.009	0.011	0.008	98 36.95°
P3	150,814.6364	247,457.9816	0.011	0.009	0.011	0.008	90 84.54

\*\*\*\*\*

Adjusted Distance Observations

\*\*\*\*\*

Station Occupied	Station Sighted	Distance	V	S
EP	P5	76.2690	-0.00032	0.00139
P5	P1	110.9240	-0.00049	0.00138
P1	P2	98.0250	-0.00048	0.00138
P2	P3	24.3325	-0.00045	0.00131
P3	SAT77	26.5005	-0.00046	0.00138
SAT77	SAT79	129.1160	-0.00049	0.00145

\*\*\*\*\*

Adjusted Angle Observations

\*\*\*\*\*

Station Backsighted	Station Occupied	Station Foresighted	Angle	V	S"
EP	P5	P1	208°32'51.43"	0.649"	6.582
P5	P1	P2	173°25'06.81"	1.699"	6.600
P1	P2	P3	190°04'44.10"	3.240"	6.417
P2	P3	SAT77	207°56'26.80"	3.389"	6.372
P3	SAT77	SAT79	193°55'31.59"	2.841"	6.389

\*\*\*\*\*

Adjustment Statistics

\*\*\*\*\*

Iterations = 2

Redundancies = 5

Reference Variance ( $S^2$ ) = 0.18

Passed  $X^2$  test at 95.0% significance level!

$X^2$  lower value = 0.83

$X^2$  upper value = 12.83

A priori value of 1 used for reference variance  
in computations of statistics.

Convergence!

**ANEXO 5 – Levantamento dos vértices de imóveis com base  
no RTK pós-processado**

Nome do projeto: Guto  
 Dia e hora da criação: 05/04/2013 14:43:53  
 Criado por: Luis Augusto  
 Unidade linear: Meters  
 Unidade angular: DMS  
 Projeção: UTMSouth-Zone\_22 : 54W to 48W  
 Datum: SIRGAS 2000

## AJUSTAMENTO

Nível de confiança: 95 %  
 Número de pontos ajustados: 13  
 Número de pontos de controle: 1  
 Número de vetores: 13  
 Número de vetores rejeitados: 0

COORDENADAS NO SISTEMA (UTM)						
Nome	N (m)	E (m)	h (m)	$\sigma_N$ (m)	$\sigma_E$ (m)	$\sigma_{plan}$ (m)
SAT77	7553834,958	457821,729	427,667	0,009	0,008	0,012
1	7553564,313	459483,744	440,607	0,009	0,010	0,014
2	7553572,296	459477,096	445,881	0,008	0,009	0,012
3	7553573,367	459464,802	440,061	0,009	0,010	0,014
4	7553578,668	459455,799	439,904	0,010	0,012	0,016
5	7553584,130	459445,575	440,941	0,009	0,008	0,012
6	7553589,379	459434,671	441,066	0,008	0,009	0,012
7	7553593,408	459426,002	439,854	0,010	0,010	0,013
8	7553596,559	459415,827	440,192	0,018	0,020	0,027
9	7553604,026	459403,211	445,024	0,029	0,028	0,040
Parque do povo	7553508,619	458497,411	403,266	0,274	0,717	0,768
11	7553572,208	458133,839	428,263	0,013	0,026	0,029
12	7553571,303	458138,646	420,958	0,010	0,010	0,014
14	7553553,136	458163,866	419,238	0,009	0,011	0,014

COORDENADAS CURVILÍNEAS GEODÉSICAS					
Nome	Latitude $\varphi$	Longitude $\lambda$	h (m)	n (m) (ondulação geoidal)	H (m)
SAT77	-22°07'11,96707"	-51°24'32,27066"	427,667	-4,92	422,747
1	22°07'20,91172"S	51°23'34,28199"W	440,607	-4,94	440,602
2	22°07'20,65153"S	51°23'34,51332"W	445,881	-4,94	445,876
3	22°07'20,61567"S	51°23'34,94238"W	440,061	-4,94	440,056
4	22°07'20,44252"S	51°23'35,25612"W	439,904	-4,94	439,899
5	22°07'20,26401"S	51°23'35,61251"W	440,941	-4,94	440,936
6	22°07'20,09239"S	51°23'35,99265"W	441,066	-4,94	441,061
7	22°07'19,96062"S	51°23'36,29491"W	439,854	-4,94	439,849
8	22°07'19,85728"S	51°23'36,64980"W	440,192	-4,94	440,187
9	22°07'19,61338"S	51°23'37,08950"W	445,024	-4,94	445,019
Parque do povo	22°07'22,63923"S	51°24'08,71596"W	403,266	-4,93	403,261
11	22°07'20,53972"S	51°24'21,40085"W	428,263	-4,92	423,343
12	22°07'20,56955"S	51°24'21,23315"W	420,958	-4,92	416,038
14	22°07'21,16260"S	51°24'20,35451"W	419,238	-4,92	414,318

COORDENADAS CARTESIANAS GEODÉSICAS						
Nome	X (m)	Y (m)	Z (m)	$\sigma_x$ (m)	$\sigma_y$ (m)	$\sigma_z$ (m)
1	3688827,263	-4619732,607	-2387147,706	0,007	0,016	0,002
2	3688827,011	-4619742,918	-2387142,278	0,006	0,007	0,010
3	3688814,297	-4619746,702	-2387139,064	0,007	0,016	0,012
4	3688808,431	-4619753,767	-2387134,071	0,015	0,014	0,008
5	3688802,338	-4619762,507	-2387129,374	0,007	0,006	0,014
6	3688795,137	-4619770,950	-2387124,531	0,006	0,007	0,010
7	3688788,619	-4619776,671	-2387120,320	0,009	0,011	0,003
8	3688781,612	-4619784,197	-2387117,502	0,032	0,034	0,020
9	3688776,320	-4619797,767	-2387112,371	0,047	0,074	0,023
Parque do povo	3688021,926	-4620305,682	-2387182,871	0,675	0,306	0,221
11	3687767,256	-4620569,412	-2387132,365	0,041	0,021	0,014
12	3687771,648	-4620567,210	-2387133,770	0,012	0,013	0,007
14	3687780,140	-4620537,480	-2387146,170	0,013	0,009	0,004

<b>Linhas de base</b>	<b>Comprimento da linha de base</b>	<b>Solução</b>	<b>PDOP</b>	<b>Duração (segundos)</b>	<b>N° Satélites</b>
sat77-1	1684,703	Fixed	3,940	15	6
sat77-2	1676,916	Fixed	4,045	15	6
sat77-3	1664,550	Fixed	3,153	15	7
sat77-4	1654,826	Fixed	5,000	15	7
sat77-5	1643,886	Fixed	3,086	15	6
sat77-6	1632,308	Fixed	3,343	15	7
sat77-7	1623,120	Fixed	4,001	15	6
sat77-8	1612,588	Fixed	2,761	15	6
sat77-9	1599,054	Fixed	3,665	15	7
Parque do povo	751,157	Fixed	2,792	15	7
sat77-11	408,166	Fixed	3,690	180	5
sat77-12	412,435	Fixed	3,736	15	5
sat77-14	443,596	Fixed	4,561	180	5

<b>Name</b>	<b>dN (m)</b>	<b>dE (m)</b>	<b>dHt (m)</b>	<b>North RMS (m)</b>	<b>East RMS (m)</b>	<b>CorrXY</b>	<b>CorrXZ</b>	<b>CorrYZ</b>
sat77-1	-270,64	1662,0	12,088	0,004	0,005	-0,9806	-0,8972	0,9233
sat77-2	-262,66	1655,3	17,362	0,003	0,005	-0,4853	-0,1469	-0,7936
sat77-3	-261,59	1643,0	11,542	0,004	0,005	-0,9923	-0,9641	0,9783
sat77-4	-256,29	1634,0	11,386	0,005	0,008	-0,7185	-0,5883	0,5171
sat77-5	-250,82	1623,8	12,422	0,005	0,003	-0,4289	0,7827	0,2265
sat77-6	-245,57	1612,9	12,547	0,003	0,005	0,3363	-0,2193	-0,3087
sat77-7	-241,55	1604,2	11,335	0,005	0,003	-0,8990	-0,1934	0,2909
sat77-8	-238,39	1594,0	11,673	0,008	0,009	-0,7255	-0,5301	0,4864
sat77-9	-230,93	1581,4	16,505	0,028	0,026	-0,8236	-0,3630	0,4964
sat77-Parque do povo	-326,33	675,6	-25,253	0,274	0,717	0,9990	0,9992	0,9997
sat77-11	-262,75	312,11	-0,499	0,010	0,025	-0,6847	-0,7450	0,5872
sat77-12	-263,65	316,91	0,973	0,005	0,005	-0,8408	-0,6314	0,5746
sat77-14	-281,82	342,13	-10,975	0,004	0,005	-0,7976	-0,6956	0,7041