



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"



**Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Elétrica**

**Desenvolvimento de um modelo eletromecânico para  
diafragmas piezelétricos utilizados em sistemas de  
monitoramento de integridade estrutural**

**Everaldo Silva de Freitas**

**Tese de Doutorado**

Bauru – SP

2018



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**Desenvolvimento de um modelo eletromecânico para  
diafragmas piezelétricos utilizados em sistemas de  
monitoramento de integridade estrutural**

**Everaldo Silva de Freitas**

Tese apresentada ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia de Bauru (FEB) – UNESP, para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Fabrício Guimarães Baptista

Bauru – SP

2018

Freitas, Everaldo Silva de.

Desenvolvimento de um modelo eletromecânico para diafragmas piezelétricos utilizados em sistemas de monitoramento de integridade estrutural / Everaldo Silva de Freitas, 2018

75 f. : il.

Orientador: Fabrício Guimarães Baptista

Tese (Doutorado)- Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia, Bauru, 2018

1. Impedância. 2. Modelo. 3. Sistemas SHM.  
4. Transdutores Piezelétricos. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. II. Título.

**ATA DA DEFESA PÚBLICA DA TESE DE DOUTORADO DE EVERALDO SILVA DE FREITAS, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.**

Aos 23 dias do mês de julho do ano de 2018, às 14:00 horas, no(a) Anfiteatro da Seção Técnica de Pós-graduação da FEB, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. FABRICIO GUIMARÃES BAPTISTA - Orientador(a) do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, Prof. Dr. MARCELO NICOLETTI FRANCHIN do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Bauru, Prof. Dr. PAULO SERGIO DA SILVA do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Bauru, Prof. Dr. JOSÉ GUILHERME MAGALINI SANTOS DECANINI do(a) Câmpus de Presidente Epitácio / Instituto Federal de São Paulo - IFSP, Prof. Dr. MÁRIO ANDERSON DE OLIVEIRA do(a) Departamento de Eletro-eletrônica / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso - IFMT, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da TESE DE DOUTORADO de EVERALDO SILVA DE FREITAS, intitulada **DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO ELETROMECAÂNICO PARA DIAFRAGMAS PIEZELÉTRICOS UTILIZADOS EM SISTEMAS DE MONITORAMENTO DE INTEGRIDADE ESTRUTURAL**. Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: Aprovada. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

Prof. Dr. FABRICIO GUIMARÃES BAPTISTA

Prof. Dr. MARCELO NICOLETTI FRANCHIN

Prof. Dr. PAULO SERGIO DA SILVA

Prof. Dr. JOSÉ GUILHERME MAGALINI SANTOS DECANINI

Prof. Dr. MÁRIO ANDERSON DE OLIVEIRA

## **AGRADECIMENTOS**

*A Deus seja toda honra e toda a glória!!!*

*À minha família em especial minha esposa Clícia e meus filhos João Pedro e Arthur...*

*Aos meus pais Antônio e Lúcia...*

*Aos amigos do Laboratório de Transdutores e Aquisição de Dados - LTAD...*

*Ao meu orientador Dr. Fabrício Guimarães Baptista.*

*À comissão examinadora.*

*À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo – FAPESP, pelo auxílio financeiro (Processo 2015/02500-6) recebido nesta pesquisa.*

## RESUMO

Os diafragmas piezelétricos são componentes eletrônicos de baixo custo utilizados em diversas aplicações. Seu uso mais comum é como transdutor de áudio e, nesse tipo de aplicação, é mais comumente conhecido como *buzzer*. Nos últimos anos, a utilização desses componentes em estudos científicos avançados tem aumentado bastante, e uma das áreas que tem merecido destaque é a dos sistemas de Monitoramento de Integridade Estrutural – *Structural Health Monitoring* (SHM) – baseados na técnica da impedância eletromecânica (E/M). Esse tipo de aplicação tem recebido uma atenção especial por se basear no uso de transdutores piezelétricos pequenos e leves minimamente invasivos à estrutura monitorada. Portanto, tomando como base o crescente interesse por esses componentes, é proposto neste estudo um circuito eletromecânico equivalente básico que relacione as propriedades elétricas dos diafragmas piezelétricos com as propriedades mecânicas da estrutura monitorada por meio da impedância elétrica. Essa relação é baseada no efeito piezelétrico, que proporciona um acoplamento eletromecânico com a estrutura monitorada e, portanto, permite avaliar as condições mecânicas da estrutura a partir das propriedades elétricas do transdutor. A estrutura utilizada no estudo foi uma barra de alumínio com dimensões de 500 mm x 38,10 mm x 3,18 mm, tipicamente utilizada em laboratórios, e diafragmas com espessuras da ordem de uma fração de milímetro. Nessas condições, o modo de vibração principal pode ser considerado na direção longitudinal da estrutura para uma suposição unidimensional, de forma que o diafragma piezelétrico pode ser representado como um hexapolo com três portas, sendo uma porta elétrica e duas portas acústicas, solução esta comumente usada na literatura. As sensibilidades aos danos estruturais foram teoricamente analisadas em três diafragmas de diferentes tamanhos utilizando o circuito equivalente proposto. Essas sensibilidades foram comparadas com a de uma cerâmica piezelétrica convencional, que é o transdutor comumente utilizado no método da impedância E/M. Além disso, testes experimentais foram realizados em barras de alumínio para validação do circuito equivalente. Pode-se concluir que há correspondência entre os resultados teóricos e experimentais, pois as sensibilidades dos transdutores em ambas as análises foram próximas com poucas variações.

**Palavras-chave:** Diafragmas piezelétricos, SHM, circuito, impedância, sensibilidade.

## ABSTRACT

Piezoelectric diaphragms are inexpensive electronic components used in a variety of applications. Its most common use is as an audio transducer and, in this type of application, it is commonly known as "buzzer". In recent years, the use of these components in advanced scientific studies has increased significantly, and one of the areas that has received special mention is the Structural Health Monitoring (SHM) systems based on electromechanical impedance (EMI). This type of application has received special attention because it is based on the use of small and lightweight piezoelectric transducers minimally invasive to the monitored structure. Therefore, based on the growing interest in these components, a basic equivalent electromechanical circuit is proposed in this study that relates the electrical properties of the piezoelectric diaphragms to the mechanical properties of the monitored structure through the electrical impedance. This relationship is based on the piezoelectric effect, which provides an electromechanical coupling with the monitored structure and, therefore, allows to evaluate the mechanical conditions of the structure from the electrical properties of the transducer. The structure used in the study was an aluminum bar with dimensions of 500 mm x 38.10 mm x 3.18 mm, typically used in laboratories, and diaphragms with thicknesses of the order of a fraction of millimeter. Under these conditions, the main vibration mode can be considered in the longitudinal direction of the structure for a one-dimensional assumption, so that the piezoelectric diaphragm can be represented as a three-port hexapole, one electric port and two acoustic ports, which is a solution commonly used in the literature. Sensitivities to structural damage were theoretically analyzed in three diaphragms of different sizes using the proposed equivalent circuit. These sensitivities were compared with that of a conventional piezoelectric ceramic, which is the transducer commonly used in the EMI method. In addition, experimental tests were performed on aluminum bars for equivalent circuit validation. It can be concluded that there is a correspondence between the theoretical and experimental results, because the sensitivities of the transducers in both analyzes were close with few variations.

**Keywords:** Piezoelectric diaphragms, SHM, circuit, impedance, sensitivity.

## LISTA DE FIGURAS

|                                                                                                                                                                                  |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1: Esquemático do capacitor plano e respectivo sistema de coordenadas.....                                                                                                | 21 |
| Figura 2: Transdutor piezelétrico fixado em uma estrutura e sua representação como um modelo eletromecânico.....                                                                 | 25 |
| Figura 3. Transdutor fixado em uma estrutura e sua representação como um hexapolo .....                                                                                          | 27 |
| Figura 4: Um buzzer colado em uma estrutura e suas principais dimensões .....                                                                                                    | 28 |
| Figura 5. Representação do buzzer com direção do campo elétrico e deslocamento devido à diferença de potencial.....                                                              | 30 |
| Figura 6: Representação do diafragma como duas estruturas .....                                                                                                                  | 34 |
| Figura 7: Representação das características do elemento piezelétrico com direção do campo elétrico e deslocamento elétrico devido à diferença de potencial $U$ .....             | 42 |
| Figura 8: Um diafragma piezelétrico fixado a uma barra de metal fina e estreita (a) e sua representação como um hexapolo com uma porta elétrica e duas portas acústicas (b)..... | 45 |
| Figura 9. Representação detalhada de um diafragma piezelétrico ligado à estrutura monitorada .....                                                                               | 47 |
| Figura 10: Circuito equivalente do elemento piezelétrico representado como um hexapolo com duas portas acústicas e uma porta elétrica .....                                      | 48 |
| Figura 11. Detalhe da base de latão na propagação das ondas em cada porta acústica.....                                                                                          | 49 |
| Figura 12. Circuito equivalente completo do diafragma piezelétrico instalado na estrutura monitorada.....                                                                        | 49 |
| Figura 13: Cerâmica convencional de PZT e diafragmas piezelétricos instalados nas barras de alumínio.....                                                                        | 52 |
| Figura 14: Comparação das sensibilidades relativas teóricas da cerâmica convencional PZT e diafragmas piezelétricos .....                                                        | 56 |
| Figura 15: Sensibilidade a danos teórica do diafragma 7BB-20-6 em função da relação de impedância para diferentes frequências fixas.....                                         | 57 |
| Figura 16: Análise teórica do fator de transformação e reatância capacitiva (para 50 kHz) em função do diâmetro do elemento piezelétrico.....                                    | 58 |
| Figura 17: Sensibilidade relativa teórica dos transdutores para a barra de alumínio específica utilizada nos ensaios .....                                                       | 59 |

|                                                                                                                 |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 18: Parte real das assinaturas de impedância elétrica em baixa frequência obtidas experimentalmente..... | 61 |
| Figura 19: Parte real das assinaturas de impedância elétrica em alta frequência obtidas experimentalmente.....  | 61 |
| Figura 20: Comparação índices RMSD obtidos experimentalmente para os transdutores .....                         | 62 |

## **LISTA DE TABELAS**

|                                                                   |    |
|-------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1: Propriedades da Cerâmica Convencional T107-A4E-273..... | 53 |
| Tabela 2: Propriedades dos diafragmas piezelétricos.....          | 53 |

## LISTA DE SIGLAS E DEFINIÇÕES

|         |                                                                                       |
|---------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| CCDM    | <i>Correlation Coefficient Deviation Metric</i> – Desvio do coeficiente de correlação |
| DAQ     | <i>Data Acquisition</i> – Dispositivo de aquisição de dados                           |
| DFT     | <i>Discrete Fourier Transform</i> – Transformada de Fourier discreta                  |
| E/M     | Eletromecânica                                                                        |
| EMI     | <i>Electromechanical Impedance</i> - Impedância Eletromecânica                        |
| FEM     | <i>Finite Element Method</i> – Método dos Elementos Finitos                           |
| FRF     | <i>Frequency Response Function</i> - Função de Resposta em Frequência                 |
| LabVIEW | <i>Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench</i>                            |
| MFC     | <i>Macro Fiber Composite</i> – Compósito de Macro Fibra                               |
| NDE     | <i>Non-Destructive Evaluation</i> - Avaliação não destrutiva                          |
| NDT     | <i>Non-Destructive Testing</i> – Ensaio não destrutivo                                |
| PC      | <i>Personal Computer</i> – Computador pessoal                                         |
| PZT     | <i>Pb-lead Zirconate Titanate</i> – Titanato zirconato de chumbo                      |
| RMSD    | <i>Root Mean Square Deviation</i> – Desvio da raiz média quadrática                   |
| SHM     | <i>Structural Health Monitoring</i> – Monitoramento de integridade estrutural         |

## LISTA DE SÍMBOLOS

| Símbolo       | Descrição                                       | Unidade           |
|---------------|-------------------------------------------------|-------------------|
| $D$           | Deslocamento elétrico                           | C/m <sup>2</sup>  |
| $E$           | Campo Elétrico                                  | V/m               |
| $H$           | Campo Magnético                                 | A/m               |
| $R_s$         | Resistor Série                                  | $\Omega$          |
| $S$           | Tensor de deformação mecânica ( <i>strain</i> ) | Adimensional      |
| $T$           | Tensão mecânica ou stress                       | N/m               |
| $Z_e$         | Impedância elétrica do transdutor               | $\Omega$          |
| $Z_{in}$      | Impedância de entrada do DAQ                    | $\Omega$          |
| $Z_T$         | Impedância mecânica do transdutor PZT           | N.s m             |
| $Z_B$         | Impedância mecânica do latão                    | N.s m             |
| $Z_s$         | Impedância mecânica da estrutura                | N.s/m             |
| $\alpha$      | Coeficiente de expansão térmica                 | °C <sup>-1</sup>  |
| $c$           | Rigidez                                         | N/m <sup>2</sup>  |
| $d$           | Constante piezelétrica                          | m/V               |
| $\varepsilon$ | Permissividade dielétrica                       | F / m             |
| $f$           | Frequência                                      | Hz                |
| $k$           | Número de Onda                                  | rad/m             |
| $\theta$      | Temperatura                                     | °C                |
| $s$           | Constante de elasticidade ou <i>compliance</i>  | m <sup>2</sup> /N |
| $u$           | Diferença de Potencial                          | V                 |
| $\omega$      | Frequência angular                              | rad/s             |
| $\rho$        | Densidade de massa                              | Kg/m <sup>3</sup> |
| $x(t)$        | Sinal de excitação do transdutor                | V                 |
| $y(t)$        | Sinal de resposta do transdutor                 | V                 |

## PUBLICAÇÕES

### Artigos completos publicados em periódicos

FREITAS, E. S.; BAPTISTA, F. G.; BUDOYA, D. E.; CASTRO, B. A. *Equivalent circuit of piezoelectric diaphragms for impedance-based structural health monitoring applications*. **IEEE Sensors Journal**, v. 17, p. 5537-5546, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/JSEN.2017.2725946>>.

### Publicações de trabalhos relacionados à pesquisa

BUDOYA, D. E. et al. Analysis of Piezoelectric Diaphragms in Impedance-Based Damage Detection in Large Structures. In: 4<sup>th</sup> INTERNATIONAL ELECTRONIC CONFERENCE ON SENSORS AND APPLICATIONS, **Sciforum.net. Proceedings of 4th International Electronic Conference on Sensors and Applications**, v. 2, n. 3, p. 131, 2018. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.3390/ecsa-4-04896>>.

CAMPEIRO, L. M. et al. Análise da Influência de ruído em sistemas de SHM Baseados na Técnica da Impedância Eletromecânica. In: XIII SIMPÓSIO BRASILEIRO DE AUTOMAÇÃO INTELIGENTE, 1 a 4 out. 2017. Porto Alegre. **Anais...** Porto Alegre (RS), 2017. p. 745-750.

## SUMÁRIO

|                                                                                    |               |
|------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| <b>1 Introdução .....</b>                                                          | <b>15</b>     |
| 1.1 Objetivos.....                                                                 | 17            |
| 1.2 Justificativa e motivação.....                                                 | 18            |
| 1.3 Revisão bibliográfica .....                                                    | 19            |
| 1.3.1 Sistemas de SHM .....                                                        | 19            |
| 1.3.2 Materiais piezelétricos e fundamentos da piezeletricidade .....              | 21            |
| 1.3.3 Técnica da Impedância Eletromecânica (E/M) .....                             | 24            |
| 1.4 Organização do trabalho .....                                                  | 25            |
| <br><b>2 Modelo Eletromecânico do Diafragma Piezelétrico (<i>buzzer</i>) .....</b> | <br><b>27</b> |
| 2.1 Modelo unidimensional .....                                                    | 28            |
| 2.2 Modelagem das grandezas mecânicas .....                                        | 29            |
| 2.3 Modelagem das grandezas elétricas.....                                         | 41            |
| 2.4 Circuito eletromecânico equivalente .....                                      | 44            |
| <br><b>3 Materiais e métodos.....</b>                                              | <br><b>52</b> |
| 3.1 Metodologia para os testes experimentais .....                                 | 52            |
| 3.2 Metodologia de análise da sensibilidade por índices de dano .....              | 54            |
| 3.3 Metodologia de análise da sensibilidade ao dano .....                          | 55            |
| <br><b>4 Resultados e discussão.....</b>                                           | <br><b>56</b> |
| 4.1 Análise teórica da sensibilidade dos diafragmas ao dano.....                   | 56            |
| 4.2 Análise experimental da sensibilidade dos diafragmas ao dano.....              | 59            |
| <br><b>5 Considerações finais .....</b>                                            | <br><b>64</b> |
| <br><b>Referências .....</b>                                                       | <br><b>68</b> |

# 1 Introdução

Os diafragmas piezelétricos são componentes eletrônicos de baixo custo, simples, compactos e leves fabricados por várias empresas e amplamente utilizados em diversos dispositivos eletrônicos. Os diafragmas piezelétricos são os elementos principais de mecanismos para aplicações acústicas conhecidos informalmente como *buzzers*, amplamente utilizados em diversos aparelhos eletrônicos em que a aplicação principal é a produção de som.

Embora a principal aplicação tenha sido como gerador de som, nos últimos anos os *buzzers* também têm sido utilizados em estudos científicos para aplicações mais avançadas como a detecção de danos com base no método da impedância E/M e outras aplicações como em um microcompressor de gás. como elemento sensor em um medidor de pressão, como elementos ativos em aplicações de posicionamento acústico (*track pad*), para detecção de descargas parciais em transformadores de potência, no monitoramento do processo de retificação de peças e como pequenos atuadores. Uma das aplicações mais relatadas atualmente referem-se a utilização como transdutores piezelétricos em técnicas de detecção de danos para sistemas de Monitoramento de Integridade Estrutural ou *Structural Health Monitoring* - SHM (DUCHARNE et al., 2013; MOU, 2012; TINOCO; MARULANDA, 2015; LIANG; WANG, 2015; LE; GONSALEZ et al., 2015; MARCHI et al., 2015; LAMBERTI; CALIANO; SAVOIA, 2015; MARCHI et al., 2015; CASTRO et al., 2016; HEGAB, 2017).

No presente estudo, os diafragmas piezelétricos são analisados teoricamente utilizando um circuito eletromecânico equivalente proposto para aplicações de SHM com detecção de danos baseado no método de impedância eletromecânica (E/M). O campo de pesquisa em SHM é cientificamente e industrialmente relevante porque há muitas estruturas de engenharia que requerem monitoramento de sua integridade para detectar danos incipientes. Os sistemas SHM são capazes de detectar danos estruturais, como fissuras, corrosão e afrouxamento de conexões aparafusadas, entre outros, melhorando a segurança das pessoas que utilizam essas estruturas e reduzindo os custos de manutenção (FARRAR; WORDEN, 2007; FARRAR; WORDEN, 2013; BOLLER, 2013).

As estruturas que podem ser monitoradas são diversas, mas as principais são as infraestruturas civis (pontes, edifícios, estradas, plataformas petrolíferas e outros), as estruturas aeronáuticas e aeroespaciais (aviões, helicópteros, satélites, estações espaciais e outros) e as grandes estruturas marítimas (submarinos e navios). A motivação para o uso da técnica é científica e econômica. Científico porque monitorar e detectar danos estruturais está

relacionado a um elevado patamar de segurança. Econômico porque também envolve algo importante da indústria atual que é a economia com manutenção.

É desejável que a detecção de dano seja realizada por meio de técnicas não destrutivas, minimamente invasivas à estrutura monitorada. Essas técnicas são comumente conhecidas como avaliação não destrutiva, ou *Non-Destructive Evaluation* (NDE), e ensaios não destrutivos, ou *Non-Destructive Testing* (NDT) e podem ser utilizadas em uma grande variedade de estruturas (GIURGIUTIU, 2013; FOTI, 2015; DMITRIEV et al., 2015; RAO, 2016).

Existem vários métodos não destrutivos para detecção de danos estruturais, como os métodos baseados em sensores de fibra óptica, emissão acústica, corrente de Foucault e ondas de Lamb. Entre os vários métodos, o método da impedância E/M se destaca pela sua metodologia simples e pela utilização de transdutores piezelétricos pequenos e leves, causando mudanças mínimas nas propriedades mecânicas da estrutura monitorada, sendo minimamente invasivo (LI; PENG; MENG, 2014; ZHAO; BAO; AMJAD, 2015; ARJUN, 2015; TAN et al., 2016; TALAKOKULA et al., 2016; PEARSON, 2017; GIANNEO; CARBONI; GIGLIO, 2017; ALBAKRI; TARAZAGA, 2017; LIU et al., 2017).

Assim, a técnica permite analisar as condições mecânicas da estrutura monitorada por meio da medição e análise da impedância elétrica do transdutor que é simples de medir. Nessa técnica, o transdutor piezelétrico é excitado e, ao mesmo tempo, obtém-se o sinal de resposta correspondente (WANG; SONG; ZHU, 2015; ZHANG et al., 2015)

Conforme reportado por Vieira Filho (2011), esses sinais podem ser processados mediante o uso da função de resposta em frequência (FRF) bem como via transformada de *Wavelet* para a detecção de dano estrutural.

O princípio básico do método da impedância E/M baseia-se no efeito piezelétrico. Um transdutor piezelétrico fixado na estrutura a ser monitorada opera simultaneamente como um sensor (efeito piezelétrico direto) e um atuador (efeito piezelétrico reverso), estabelecendo uma relação entre a impedância mecânica da estrutura e a impedância elétrica do transdutor. Portanto, excitando-se o transdutor em uma faixa de frequência apropriada e medindo-se a sua impedância elétrica (ou a admitância), é possível detectar variações na impedância mecânica da estrutura monitorada, causada por danos, por meio da análise das variações na impedância elétrica. Antigamente, a impedância elétrica era medida quase que exclusivamente com analisadores de impedância comerciais, que são caros, volumosos e possuem características desnecessárias para o método. Para superar essas desvantagens, novos sistemas de medição foram propostos na literatura (BAPTISTA; VIEIRA FILHO, 2009; ZHANG et al., 2015).

Tradicionalmente, os transdutores piezelétricos utilizados no método da impedância E/M são as cerâmicas de *Pb-lead Zirconate Titanate* (PZT) ou titanato zirconato de chumbo as quais são normalmente muito finas e podem ser cortadas em diferentes tamanhos e formas. Ambos os lados da cerâmica de PZT, também chamada de piezocerâmicas, são revestidos com uma fina película de metal que atuam como eletrodos (PARK et al., 2003; GIURGIUTIU, 2010; ANNAMDAS; RADHIKA, 2013).

As cerâmicas convencionais de PZT têm sido amplamente estudadas para aplicações em SHM e vários pesquisadores propuseram modelos analíticos unidimensionais, bidimensionais, tridimensionais e modelos numéricos com base no método dos elementos finitos, ou *finite element method* (FEM), para analisar as interações entre a pastilha de PZT e a estrutura monitorada. Outro transdutor comumente utilizado é o compósito de macro fibra, ou *macro fiber composite* (MFC), que tem a vantagem de ser flexível e permitir a sua instalação em estruturas com superfícies irregulares (LIANG; SUN; ROGERS, 1994; ZAGRAI; GIURGIUTIU, 2001; ANNAMDAS; SOH, 2008; BRUNNER et al., 2009; LIM; SOH, 2014; SHAHAB; ERTURK, 2017).

Recentemente, os diafragmas piezelétricos ganharam espaço em aplicações de SHM com base no método da impedância E/M e também em outros métodos (OOIJEVAAR et al., 2012; SOUZA; NOBREGA, 2012; OOIJEVAAR et al., 2012; SOUZA; NOBREGA, 2012; GONSALEZ et al., 2015; MARCHI et al., 2015).

Em um estudo recente, Freitas; Baptista (2016) realizaram uma análise experimental da viabilidade desses componentes em aplicações de SHM com base no método da impedância E/M. Os resultados desse estudo indicaram que é viável substituir as cerâmicas de PZT pelos diafragmas. Apesar dos resultados serem satisfatórios, faz-se necessário uma análise teórica dos diafragmas, pois ainda não foi relatada na literatura. Portanto, neste trabalho foi desenvolvido um modelo para diafragmas piezelétricos para analisar teoricamente a sensibilidade do transdutor, seu desempenho e confiabilidade nas aplicações de monitoramento de integridade estrutural.

## 1.1 Objetivos

O objetivo deste trabalho é propor um circuito equivalente básico para um diafragma piezelétrico em que se assume a sua vibração em uma única direção (unidimensional), com o propósito de relacionar sua impedância elétrica às propriedades mecânicas de uma estrutura a

ser monitorada. A finalidade principal é avaliar a sensibilidade do transdutor a danos estruturais. Para tanto, foi utilizado um diafragma piezelétrico comercial (*buzzer*), transdutor que atualmente vem sendo aplicado em sistemas de SHM com base na técnica da impedância eletromecânica.

Consiste em um estudo teórico que compreende o desenvolvimento de um modelo apropriado para o transdutor que leve em consideração as suas principais características. Com o circuito equivalente proposto, foram feitas análises teóricas das sensibilidades aos danos de três diafragmas de diferentes tamanhos, e foram comparadas com a sensibilidade de uma cerâmica de PZT comumente utilizada no método da impedância E/M.

O estudo envolveu, portanto, quatro tipos de transdutores, sendo três diafragmas de dimensões 12, 20 e 35 mm e uma cerâmica de PZT com recorte circular de aproximadamente 13 mm. Também foram realizados testes em barras de alumínio para validação experimental do circuito equivalente. Os resultados indicaram boa correspondência, pois as curvas de sensibilidade teóricas e experimentais apresentaram os mesmos comportamentos.

## **1.2 Justificativa e motivação**

Os materiais e transdutores piezelétricos são amplamente utilizados em uma grande variedade de dispositivos eletrônicos. As aplicações são diversas, desde a mais simples, tais como em microfones e alto-falantes piezelétricos utilizados em aparelhos portáteis, às mais sofisticadas, como em tomografia ultrassônica na medicina.

Nas últimas décadas, esses transdutores têm sido empregados na detecção de danos estruturais, principalmente por meio da técnica da impedância E/M. A técnica da impedância E/M tem sido bastante utilizada nas aplicações de detecção de danos estruturais em sistemas de monitoramento de integridade estrutural (SUN et al., 2013).

O interesse por sistemas de detecção de danos em estruturas tem crescido significativamente nos últimos anos. E a motivação é acadêmica e também de vários setores da indústria que buscam principalmente segurança, confiabilidade e a diminuição da parada das máquinas.

Um dos transdutores mais comuns nesse tipo de aplicação é a cerâmica de PZT, porém nos últimos tempos alguns estudos e análises experimentais têm comprovado ser viável substituir as cerâmicas por diafragmas piezelétricos de baixo custo (*buzzers*). Os resultados experimentais indicam que os diafragmas são capazes de detectar danos estruturais e tem

comportamento semelhante ao da cerâmica de PZT. Mas, embora os resultados indiquem que os diafragmas tenham desempenho semelhante às cerâmicas convencionas de PZT, esses componentes ainda carecem de uma análise mais criteriosa e caracterização apropriada. Isso leva em consideração que em praticamente todos os trabalhos recentemente consultados, o modelo eletromecânico utilizado para o diafragma se baseia no modelo desenvolvido para a cerâmica de PZT.

Assim, é de extrema importância que se desenvolva um modelo eletromecânico apropriado para o diafragma que contemple uma análise teórica mais sólida, abrangendo as principais características e comportamentos desse transdutor como, por exemplo, a sua base de latão e sua forma circular.

## **1.3 Revisão bibliográfica**

### **1.3.1 Sistemas de SHM**

Os sistemas SHM têm chamado a atenção da comunidade científica em virtude dos benefícios que pode proporcionar, principalmente quando se utilizam transdutores minimamente invasivos à estrutura monitorada, ou seja, quando estão associadas a técnicas de avaliação não destrutivas ou NDT (GIURGIUTIU, 2013).

Há um grande interesse da indústria aeronáutica e aeroespacial nesse assunto, uma vez que o peso e a dimensão dos componentes são fatores importantes e especialmente desejáveis em aeronaves.

Os benefícios são vários, mas pode-se destacar a redução de custos de manutenção, a estimativa da vida útil e, principalmente, o aumento da segurança das pessoas que utilizam ou trabalham com essas estruturas. E, de fato, ao se avaliar os benefícios que esse tipo de aplicação traz, logo nota-se o motivo do assunto ser tão relevante na área aeronáutica.

Os sistemas de SHM são importantes para várias áreas e não são restritos a aplicações da indústria aeronáutica e aeroespacial.

Nos últimos anos tem sido comum esse tipo de aplicação no monitoramento de estruturas que são consideradas críticas como pontes, barragens, oleodutos, turbinas eólicas, navios, plataformas de petróleo, máquinas de grande porte, entre outras. O objetivo principal é detectar danos, tais como fissuras, trincas, corrosão, fadiga e desgaste, preferencialmente

durante as condições normais de operação da estrutura, evitando que o seu funcionamento seja interrompido, o que pode gerar grandes prejuízos em alguns casos.

O monitoramento de integridade estrutural é caracterizado como um processo de detecção de dano. Pode-se definir dano como uma alteração adversa causada na estrutura, que afeta o seu desempenho presente ou futuro (INMAN et al., 2005; LI et al., 2016).

Entende-se também por dano qualquer alteração na estrutura que possa afetar o seu desempenho seja ele no seu funcionamento diário ou após algum tempo (futuro). Há um conceito implícito nessa definição que está relacionado à forma de identificação de dano, que é baseada na comparação entre dois estados da estrutura que são: com dano e sem danos.

As alterações que um dano causa na estrutura podem ser, por exemplo, na massa, rigidez, dissipação de energia, impedância mecânica e na sua seção transversal. Estas, por sua vez, alteram a resposta dinâmica da estrutura. A partir desses conceitos surgiram as técnicas baseadas na Função de Resposta em Frequência (FRF). Nessas técnicas, os dados para a avaliação da estrutura são coletados enquanto ela está em condição dinâmica por meio de excitação natural (vibração produzida pelo ambiente em condições normais de operação) ou forçada (introduzida de forma controlada por meio de atuadores como *shakers* e transdutores piezelétricos).

Existem muitos métodos para a detecção de danos em estruturas, tais como o de emissão acústica, correntes parasitas, ondas de Lamb, os métodos baseados em sensores de fibra óptica, e de vácuo comparativo (ROACH, 2009; RULLI; DOTTA; SILVA, 2013; ABDELRAHMAN; ELBATANOUNY; ZIEHL, 2014; LI; PENG; MENG, 2014; GORGIN et al., 2014; HAN; XU; CARPINTERI, 2015; ARJUN et al., 2015; ZHAO; BAO; AMJAD, 2015).

Não obstante, nos últimos anos uma das técnicas mais comuns em aplicações de detecção de dano em sistemas de SHM tem sido a da impedância E/M. Trata-se de uma técnica NDT baseada na FRF que tem metodologia simples, utiliza transdutores piezelétricos pequenos e leves, de baixo custo que são instalados na estrutura como adesivos, permitindo que seja monitorada uma vasta área com vários transdutores sem que as características da estrutura sejam significativamente alteradas (ANNAMDAS; SOH, 2010; MARTOWICZ; ROSIEK, 2013; ZHANG et al., 2015).

Esses transdutores podem funcionar como sensor e como atuador ao mesmo tempo, pois são utilizados tanto para excitar como para coletar dados relacionados com a impedância mecânica da estrutura monitorada. Ao fixar esses transdutores em algumas estruturas é possível detectar alterações nas propriedades mecânicas da estrutura, causadas por danos, simplesmente por meio da medição da impedância elétrica do transdutor. Isso é feito com base no efeito

piezelétrico que promove uma interação entre a propriedade mecânica da estrutura e a impedância elétrica do transdutor.

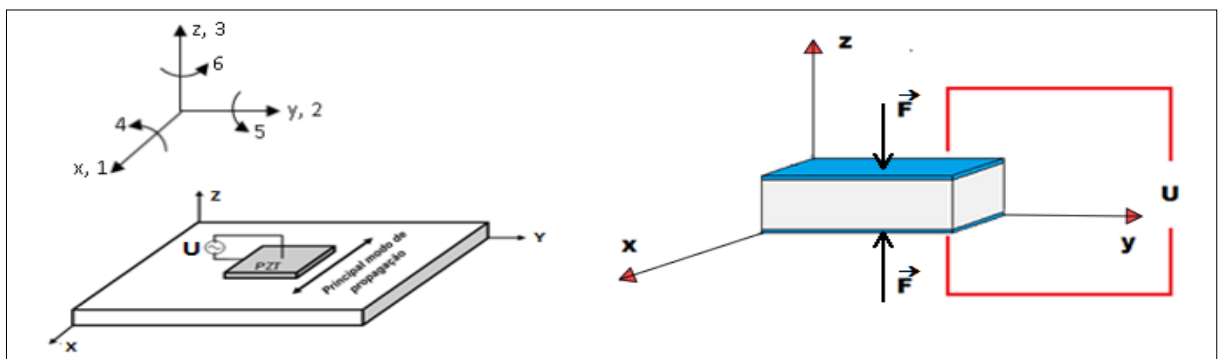
### 1.3.2 Materiais piezelétricos e fundamentos da piezeletricidade

Os materiais piezelétricos têm a propriedade de converter energia mecânica em energia elétrica, ou seja, o surgimento de um campo elétrico em um material submetido a uma distribuição de tensão mecânica (efeito piezelétrico direto) e energia elétrica em energia mecânica, quando uma tensão elétrica aplicada ao material piezelétrico produz uma deformação mecânica (efeito piezelétrico reverso).

Para analisar os efeitos da piezeletricidade em sua totalidade, seria necessário estudar a composição física dos materiais piezelétricos e cristalografia. Porém, neste trabalho, apresentam-se apenas as características básicas e propriedade necessárias para o entendimento da aplicação dos transdutores piezelétricos na detecção de danos estruturais. Considera-se apenas o efeito piezelétrico linear, válido para campos elétricos de pequena amplitude. Para mais detalhes, recomenda-se a leitura de Meitzler et al. (1988).

As relações constitutivas de um material piezelétrico podem ser determinadas a partir de um capacitor plano de placas paralelas, no qual são aplicadas uma força  $\vec{F}$  e uma diferença de potencial elétrico  $U$ . Se o dielétrico do capacitor é um material piezelétrico, ocorre uma interação entre as grandezas elétricas e mecânicas. E se a amplitude do campo elétrico imposto pela diferença de potencial é suficientemente baixa, o efeito piezelétrico que causa essa interação pode ser considerado linear. A Figura 1 demonstra o esquemático do capacitor plano de placas paralelas para determinação das relações constitutivas do material piezelétrico e o respectivo sistema de coordenadas indicativo do seu sentido de elongação e torção.

Figura 1: Esquemático do capacitor plano e respectivo sistema de coordenadas



Fonte: Elaborada pelo autor

Nesse modelo, as relações constitutivas são determinadas a partir da energia livre de Gibbs do material e, portanto, pode-se determinar o deslocamento elétrico e a deformação mecânica através das Equações (1) e (2) que estão escritas utilizando-se a notação de somatório de Einstein que consiste em omitir o símbolo de somatório e interpretar índices repetidos no mesmo termo como indicador desse somatório ((BUSCH-VISHNIAC, 1998; ROYER-DIEULESAINT, 2000). Essa é a forma de representação das propriedades físicas de cristais por meio de tensores apresentada em:

$$D_m = d_{m\beta}^{H,\theta} T_\beta + \varepsilon_{mk}^{T,H,\theta} E_k + m_{mk}^{T,\theta} H_k + p_m^{T,H} d\theta \quad (1)$$

$$S_\alpha = s_{\alpha\beta}^{E,H,\theta} T_\beta + d_{\alpha m}^{H,\theta} E_m + d_{\beta m}^{E,\theta} H_m + \alpha_\alpha^{E,H} d\theta \quad (2)$$

Nessas equações,  $d_{m\beta}$  e  $d_{\alpha m}$  são as constantes piezelétricas,  $m_{mk}$  são as constantes magnetodielétricas,  $p_m$  são as constantes piroelétricas,  $\alpha_\alpha$  são os coeficientes de expansão térmica,  $H_k$  e  $H_m$  são as componentes de campo magnético,  $\theta$  é a temperatura,  $S_\alpha$  é o tensor de deformação mecânica (*strain*),  $T_\beta$  é o tensor de tensão mecânica (*stress*),  $s_{\alpha\beta}$  é o tensor de elasticidade do material, também conhecido como tensor de *compliance*,  $E$  é o campo elétrico,  $D_m$  é o deslocamento elétrico e  $\varepsilon_{mk}$  é o tensor que representa as constantes de permissividade dielétrica do material. Os sobrescritos  $E$ ,  $H$ ,  $\theta$  e  $T$  indicam campo elétrico, campo magnético, temperatura e tensão mecânica constantes, respectivamente. Os índices  $\alpha$  e  $\beta$  estão relacionados com o tipo de deformação que ocorre no material.

Quando  $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ , há uma elongação do material na direção dos eixos  $x, y$  e  $z$  que estão associados com os índices 1, 2, e 3, respectivamente, conforme ilustrado no sistema de coordenadas da Figura 1. Por outro lado, se  $\alpha, \beta = 4, 5, 6$ , ocorre uma torção do material em torno de  $x, y$  e  $z$ , respectivamente. Considerando-se a simetria dos tensores, tem-se que  $\alpha, \beta = 1, 2, \dots, 6$  e  $m, k = 1, 2, 3$ .

Na detecção de danos estruturais e geração de energia, os efeitos térmicos e magnéticos são comumente desprezados e as Equações (1) e (2) podem ser simplificadas como em (3) e (4):

$$D_m = d_{m\beta} T_\beta + \varepsilon_{mk}^T E_k \quad (3)$$

$$S_\alpha = s_{\alpha\beta}^E T_\beta + d_{\alpha m} E_m \quad (4)$$

A Equação (3) representa o efeito piezelétrico direto (sensor), em que uma tensão mecânica  $T_\beta$  no material causa um deslocamento elétrico  $D_m$ . As componentes do tensor  $d_{m\beta}$  dessa equação relacionam o deslocamento elétrico na direção “ $m$ ” com a tensão mecânica na direção  $\beta$ . Já no efeito piezelétrico reverso (atuador) representado pela Equação (4), a aplicação de um campo elétrico  $E_m$  causa uma correspondente deformação mecânica  $S_\alpha$ . As componentes do tensor  $d_{\alpha m}$  dessa equação relacionam a deformação mecânica na direção  $\alpha$  com o campo elétrico na direção  $m$ . Portanto, em um material piezelétrico há, também, uma tensão elétrica gerada devido a uma tensão mecânica, e uma deformação devido a uma tensão elétrica aplicada, ou seja, há um acoplamento eletromecânico.

As cerâmicas de PZT têm a simetria dos cristais hexágonos da classe  $6mm$  (MEITZLER et al., 1988) e, portanto, utilizando-se essa simetria e considerando-se apenas a deformação longitudinal e transversal ( $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ ), as Equações (3) e (4) podem ser desenvolvidas como segue:

$$D_3 = d_{31}(T_1 + T_2) + d_{33}T_3 + \varepsilon_{33}^T E_3 \quad (5)$$

$$S_1 = S_{11}^E T_1 + S_{12}^E T_2 + S_{13}^E T_3 + d_{31} E_3 \quad (6)$$

$$S_2 = -S_{12}^E T_1 - S_{11}^E T_2 + S_{13}^E T_3 + d_{31} E_3 \quad (7)$$

$$S_3 = S_{12}^E (T_1 + T_2) + S_{33}^E T_3 + d_{33} E_3 \quad (8)$$

As Equações (5) a (8) definem as relações constitutivas básicas das cerâmicas de PZT. Várias soluções para esse sistema em termos da impedância elétrica do transdutor piezelétrico têm sido propostas baseando-se em modos de propagação bidimensional e tridimensional.

No entanto, se a espessura do transdutor é pequena, na ordem de frações de milímetro, a deformação na direção de sua espessura (eixo  $z$  da Figura 1) é pouco expressiva e, portanto, para uma suposição unidimensional, pode-se considerar apenas a deformação na direção do eixo  $x$  do material. Assim, o principal modo de propagação é na direção do eixo  $x$ , conforme indicado na Figura 1, e pode-se fazer  $S_2=S_3=T_2=T_3 = 0$  nas Equações (5) a (8). Logo, as equações piezelétricas para esse modo de propagação ficam:

$$D_3 = d_{31}T_1 + \varepsilon_{33}^T E_3 \quad (9)$$

$$S_1 = s_{11}^E T_1 + d_{31} E_3 \quad (10)$$

A partir das Equações (9) e (10), a impedância elétrica do transdutor pode ser determinada por (LIANG; SUN; ROGERS, 1994):

$$Z_E(\omega) = \frac{1}{j\omega\tau} \left( \varepsilon_{33}^T - \frac{Z_S(\omega)}{Z_S(\omega) + Z_P(\omega)} \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E} \right)^{-1} \quad (11)$$

Onde  $Z_E(\omega)$  é a impedância elétrica do transdutor,  $\tau$  é uma constante geométrica que depende do tamanho e da forma do transdutor,  $Z_S(\omega)$  é a impedância mecânica da estrutura,  $Z_P(\omega)$  é a impedância mecânica do transdutor e  $\omega$  é a frequência angular.

De acordo com a Equação (11), qualquer variação na impedância mecânica  $Z_S(\omega)$  da estrutura causada por algum dano, tal como trincas e corrosões, implica em uma variação correspondente na impedância elétrica  $Z_E(\omega)$  do transdutor. Portanto, um dano estrutural pode ser detectado por meio da análise da variação da impedância elétrica do transdutor em uma faixa de frequência apropriada.

### 1.3.3 Técnica da Impedância Eletromecânica (E/M)

O princípio da técnica é baseado no efeito piezelétrico, que proporciona um acoplamento eletromecânico com a estrutura monitorada e, portanto, permite avaliar as condições mecânicas da estrutura a partir das propriedades elétricas do transdutor. (CAWLEY, 1984; STEPINSKI; UHL; STASZEWSKI, 2013).

O transdutor tanto excita como coleta os dados relacionados com a impedância mecânica da estrutura monitorada, permitindo detectar danos em estágio inicial.

Para esse tipo de aplicação, o transdutor mais comum é a cerâmica convencional de PZT que é produzida em poucos países com as características adequadas para a técnica, o que torna sua aquisição muito difícil. As cerâmicas de PZT são fornecidas em pequenas placas delgadas ou em recortes em formato de discos.

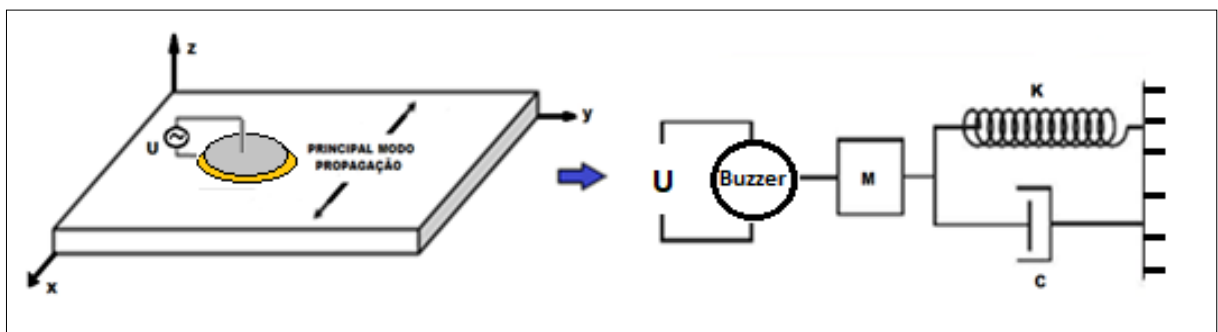
Uma cerâmica típica de PZT no tamanho padrão para ser utilizada na técnica da impedância é cotada em cerca de US\$ 90,00 e o custo pode ser bem maior se for acrescido de taxa de importação, custo de envio e demais impostos. Portanto, a alternativa é a utilização de

transdutores mais acessíveis, e os diafragmas piezelétricos comerciais atendem aos quesitos porque podem ser encontrados facilmente em lojas de componentes eletrônicos a um custo que varia entre R\$ 0,05 e R\$ 10,00.

Para utilização de transdutores piezelétricos na técnica da impedância eletromecânica, eles são fixados na estrutura e esse sistema pode ser representado por um modelo eletromecânico, como ilustrado na Figura 2. Nessa modelagem, a cerâmica de PZT e a estrutura são representadas por um sistema equivalente do tipo massa-mola com um grau de liberdade (LIANG; SUN; ROGERS, 1994).

A cerâmica de PZT fixada em uma estrutura é excitada por uma tensão alternada  $U$  em uma faixa de frequência apropriada. No modelo eletromecânico equivalente do tipo massa-mola,  $k$  é a constante da mola,  $C$  é o coeficiente de amortecimento e  $M$  é a massa.

Figura 2: Transdutor piezelétrico fixado em uma estrutura e sua representação como um modelo eletromecânico



Fonte: Elaborada pelo autor

## 1.4 Organização do trabalho

Este trabalho está organizado quatro capítulos. O capítulo 1 relaciona a introdução estudo, objetivos, justificativa e motivação, seguido de uma revisão bibliográfica dos sistemas SHM, materiais piezelétricos, fundamentos da piezeletricidade e técnica da impedância eletromecânica.

O Capítulo 2 intitulado modelo eletromecânico apresenta como o modelo do diafragma piezelétrico é desenvolvido até a obtenção do circuito eletromecânico equivalente básico, considerando uma suposição de vibração unidimensional.

O Capítulo 3 traz os materiais e métodos, contemplando a análise da sensibilidade do diafragma ao dano e índices de dano.

Já o Capítulo 4 apresenta os resultados teóricos da sensibilidade e resultados experimentais.

As considerações finais trazem as perspectivas para trabalhos futuros e referências bibliográficas utilizadas.

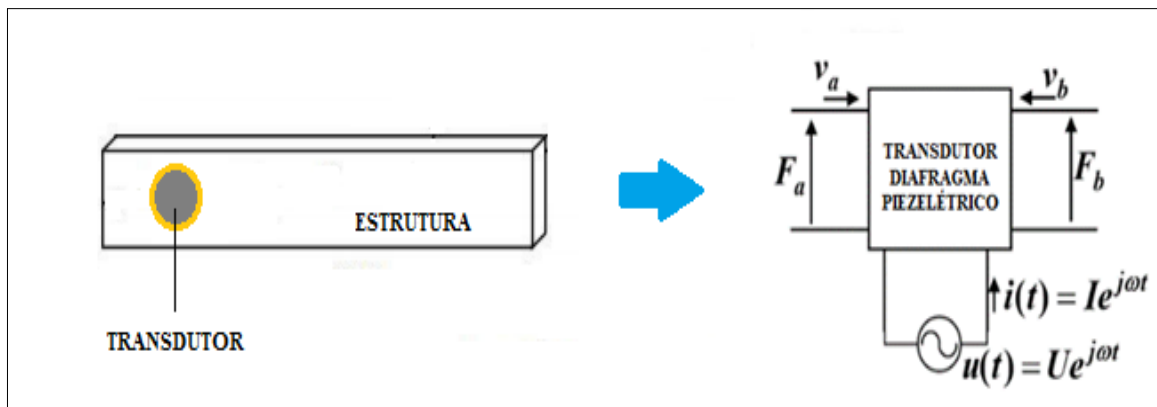
## 2 Modelo Eletromecânico do Diafragma Piezelétrico (*buzzer*)

A modelagem se baseia na estrutura mostrada na Figura 3 com diafragma piezelétrico muito fino com espessura da ordem de uma fração de milímetro fixado em uma barra metálica fina e estreita.

Nestas condições, o modo de vibração principal pode ser considerado na direção longitudinal da estrutura para uma suposição unidimensional.

Assim, o diafragma piezelétrico pode ser representado como um hexapolo com três portas: uma porta elétrica e duas portas acústicas, que é uma solução comumente usada na literatura (ZHANG et al., 2015):

Figura 3. Transdutor fixado em uma estrutura e sua representação como um hexapolo



Fonte: Elaborada pelo autor

As considerações para a validade da suposição unidimensional são:

- a) a estrutura monitorada é uma barra simples, estreita e fina e o transdutor tem uma espessura na ordem da fração de um milímetro;
- b) a estrutura é metálica e o efeito de amortecimento pode ser desprezado;
- c) o diafragma é excitado a uma frequência suficientemente baixa, abaixo de 1 MHz, de modo que a vibração para a sua espessura pode ser desprezada (KAMAS; TEKKALMAZ, 2016);
- d) a amplitude do sinal de excitação é baixa para que o efeito piezelétrico possa ser considerado aproximadamente linear (MEITZLER et al., 1988);
- e) os efeitos da camada adesiva e do filme metálico (eletrodo superior) não foram levados em consideração uma vez que são muito finos.

## 2.1 Modelo unidimensional

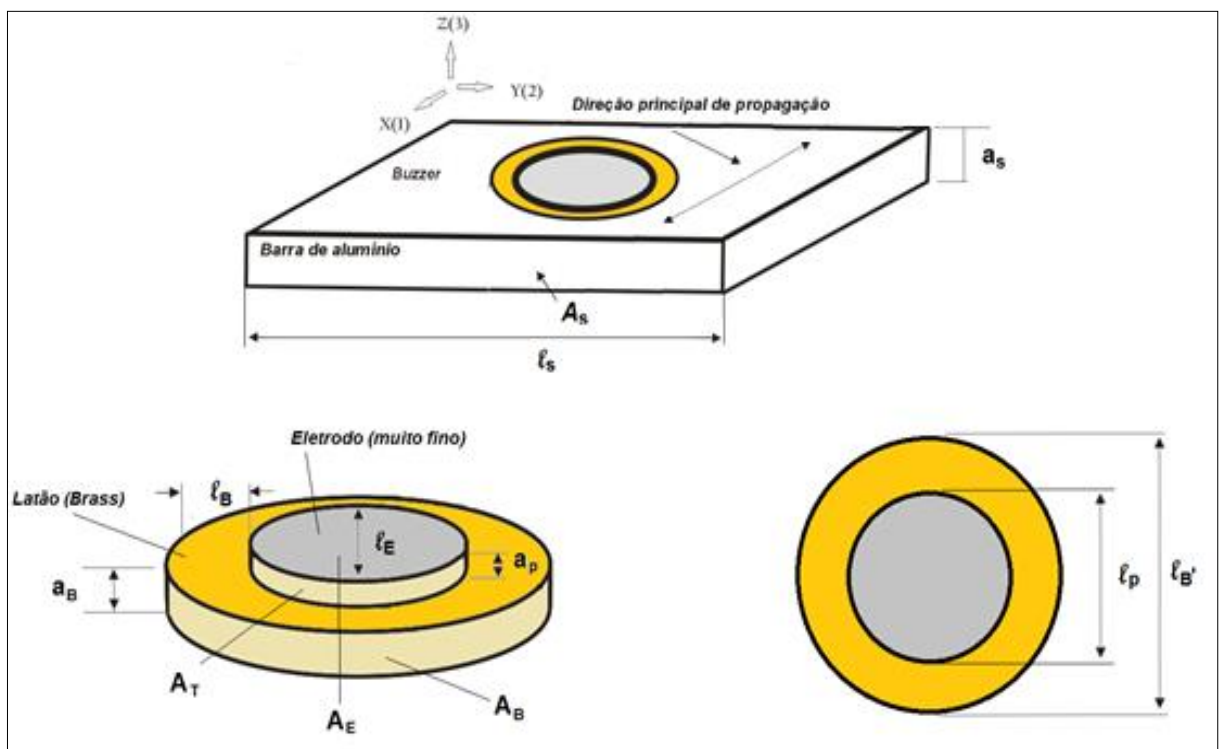
A modelagem aqui desenvolvida tem o objetivo de obter o circuito equivalente que possa representar o comportamento do diafragma acoplado à estrutura a ser monitorada. Para isso, a modelagem foi dividida em três etapas, sendo uma para determinar as grandezas mecânicas, forças ( $F_a$  e  $F_b$ ) e velocidades ( $v_a$  e  $v_b$ ), outra para determinar as grandezas elétricas, tensão ( $U$ ) e corrente ( $I$ ), e a etapa para desenvolvimento do circuito equivalente.

Assim, tomando como base a modelagem apresentada para a cerâmica de PZT no Capítulo 1, o diafragma piezelétrico de baixo custo (*buzzer*) fixado na estrutura é representado pelo sistema equivalente do tipo massa-mola com um grau de liberdade, conforme foi ilustrado na Figura 2.

Sabe-se que para material de PZT, as relações básicas são dadas pelas Equações de (5) a (8) e que para um modelo unidimensional (1D), pode ser considerado  $T_2 = T_3 = S_2 = 0$ . Obtém-se, assim, as Equações (9) e (10) já apresentadas e por meio das quais a impedância elétrica do transdutor pode ser determinada.

Uma ilustração detalhada de um diafragma piezelétrico fixado em uma estrutura considerando-se o modo de vibração unidimensional é apresentada na Figura 4.

Figura 4: Um *buzzer* colado em uma estrutura e suas principais dimensões



Fonte: Elaborada pelo autor

Na Figura 4 são apresentados os seguintes parâmetros:

- a)  $\ell_E$  - diâmetro dos eletrodos
- b)  $A_E$  - área dos eletrodos
- c)  $a_S$  - espessura da barra
- d)  $A_S$  - área da seção transversal da barra (sentido longitudinal)
- e)  $\ell_S$  - largura da barra
- f)  $a_B$  - espessura da base de latão
- g)  $A_B$  - área da seção transversal do latão
- h)  $\ell_B$  - distância entre a borda da base de latão e a borda no material piezelétrico
- i)  $\ell_B'$  - diâmetro total do latão
- j)  $a_P$  - espessura do material piezelétrico
- k)  $A_T$  - área da seção transversal do elemento piezelétrico
- l)  $\ell_P$  - diâmetro do material piezelétrico

## 2.2 Modelagem das grandezas mecânicas

Para determinar as grandezas mecânicas e relaciona-las às grandezas elétricas a fim de obter o circuito equivalente, faz-se necessário desenvolver as equações piezelétricas para o modo de vibração na direção longitudinal da estrutura.

As Equações (9) e (10) relatadas no Capítulo 1 definem as relações constitutivas de um material piezelétrico para esse modo de propagação.

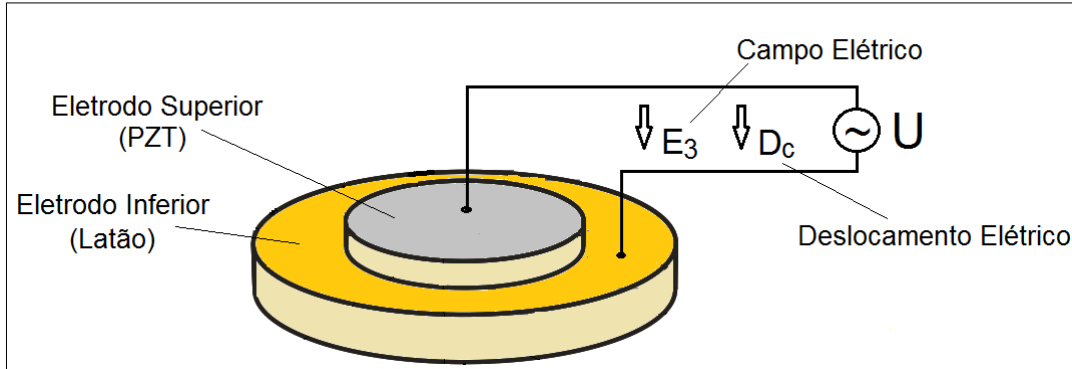
As relações constitutivas de um material piezelétrico podem ser determinadas a partir de um capacitor plano de placas paralelas.

Se o dielétrico do capacitor é um material piezelétrico, quando se aplica uma diferença de potencial elétrico  $U$  corre uma interação entre as suas grandezas elétricas e mecânicas.

Essa fonte de tensão  $U$  implica no surgimento de um campo elétrico ( $E_3$ ) e, conseqüentemente, no deslocamento elétrico ( $D_C$ ), como representado na Figura 5.

Se a amplitude do campo elétrico imposto pela diferença de potencial é suficientemente baixa, o efeito piezelétrico que causa essa interação pode ser considerado linear.

Figura 5. Representação do *buzzer* com direção do campo elétrico e deslocamento devido à diferença de potencial



Fonte: Elaborada pelo autor

Assim, conforme relatado por Baptista (2010) a fonte de tensão elétrica faz com que apareça uma densidade de carga  $\rho_e$  nos eletrodos e através da equação de Poisson pode-se escrever:

$$\frac{\partial D_c}{\partial z} = \rho_e \quad (12)$$

Sendo  $\rho_e$  a densidade de carga, resulta em uma corrente elétrica:

$$I_c(t) = I_c e^{j\omega t} \quad (13)$$

Se a corrente é uniforme em toda a área dos eletrodos, então pode se escrever:

$$\frac{\partial D_c}{\partial t} = J(t) = \frac{I_c e^{j\omega t}}{A_E} \quad (14)$$

onde  $J(t)$  é a densidade de corrente.

A Equação (10) que representa o efeito piezelétrico reverso, pode ser reescrita da seguinte forma:

$$s_{11} T_1 = S_1 - d_{31} E_3$$

Isolando a tensão  $T_1$  teremos:

$$T_1 = \frac{S_1}{s_{11}} - \frac{d_{31}}{s_{11}} E_3 \quad (15)$$

A deformação mecânica ( $S_1$ ) pode ser obtida como:

$$S_1 = \frac{\partial u_x}{\partial x}$$

e sendo  $u_x$  o deslocamento na direção  $x$ .

Logo, a Equação (15) fica:

$$T_1 = \frac{1}{s_{11}} \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{d_{31}}{s_{11}} E_3 \quad (16)$$

Sabe-se que  $D_C = \epsilon_{33} E_3$ , e portanto isolando o termo  $E_3$  temos:

$$E_3 = \frac{D_C}{\epsilon_{33}} \quad (17)$$

Logo, a Equação (16) pode ser reescrita como:

$$T_1 = \frac{1}{s_{11}} \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{d_{31}}{s_{11} \epsilon_{33}} D_C \quad (18)$$

Diferenciando a Equação (18) em relação ao tempo, obtém-se:

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{1}{s_{11}} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u_x}{\partial t} \right) - \frac{d_{31}}{s_{11} \epsilon_{33}} \frac{\partial D_C}{\partial t} \quad (19)$$

Sabendo que  $\frac{\partial u_x}{\partial t}$  é velocidade, pode-se escrever:

$$v = \frac{\partial u_x}{\partial t} \quad (20)$$

Então:

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{1}{s_{11}} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{d_{31}}{s_{11}\epsilon_{33}} \frac{\partial D_c}{\partial t} \quad (21)$$

Lembrando que:

$$\frac{\partial D_c}{\partial t} = J(t) = \frac{I_c e^{j\omega t}}{A_E},$$

A Equação (21) fica:

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{1}{s_{11}} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{d_{31}}{s_{11}\epsilon_{33}} \frac{I_c e^{j\omega t}}{A_E} \quad (22)$$

A equação de movimento é dada por:

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} = \rho_T \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \quad (23)$$

sendo que  $\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}$  é a aceleração e  $\rho_T$  é a densidade de massa do material piezelétrico. Da mesma forma, diferenciando a Equação (23) em relação ao tempo, obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T_1}{\partial t} \right) = \rho_T \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial u_x}{\partial t} \right)$$

Lembrando que a velocidade  $v = \frac{\partial u_x}{\partial t}$  e substituindo na Equação (22), obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{s_{11}} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{d_{31}}{s_{11}\epsilon_{33}} \frac{I_c e^{j\omega t}}{A_E} \right) = \rho_T \frac{\partial^2}{\partial t^2} v$$

A derivada do termo  $\frac{d_{31}}{s_{11}\epsilon_{33}} \frac{I_c e^{j\omega t}}{A_E}$  da equação é igual a zero, logo:

$$\frac{1}{s_{11}} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \rho_T \frac{\partial^2}{\partial t^2} v \quad (24)$$

A solução geral da Equação (24) é a soma de duas ondas se propagando em direções opostas. Em regime estacionário, tem-se:

$$v(x) = (m e^{-j k_p x} + n e^{j k_p x}) e^{j \omega t} = (v_m + v_n) e^{j \omega t} \quad (25)$$

Sendo  $m$  e  $n$  constantes e  $k_p$  o número de onda dado por:

$$k_p = \frac{\omega}{V} \quad (26)$$

Sendo  $V$  a velocidade de propagação dada por:

$$V = \frac{1}{\sqrt{s_{11} \rho_T}} \quad (27)$$

Substituindo a velocidade  $v(t)$  dada na Equação (25) na Equação (22), obtém-se:

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{1}{s_{11}} \frac{\partial (m e^{-j k_p x} + n e^{j k_p x}) e^{j \omega t}}{\partial x} - \frac{d_{31}}{s_{11} \epsilon_{33}} \frac{I_c e^{j \omega t}}{A_E}$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{1}{s_{11}} (-j k_p m e^{-j k_p x} + j k_p n e^{j k_p x}) e^{j \omega t} - \frac{d_{31}}{s_{11} \epsilon_{33}} \frac{I_c e^{j \omega t}}{A_E}$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{-j k_p}{s_{11}} (m e^{-j k_p x} - n e^{j k_p x}) e^{j \omega t} - \frac{d_{31}}{s_{11} \epsilon_{33}} \frac{I_c e^{j \omega t}}{A_E}$$

Integrando em relação ao tempo:

$$T_1 = \int \left( \frac{\partial T_1}{\partial t} \right) dt = \frac{-j k_p (m e^{-j k_p x} - n e^{j k_p x})}{s_{11}} \int e^{j \omega t} dt - \frac{d_{31}}{s_{11} \epsilon_{33}} \frac{I_c}{A_E} \int e^{j \omega t} dt$$

$$T_1 = \frac{-j k_p (m e^{-j k_p x} - n e^{j k_p x})}{s_{11} j \omega} e^{j \omega t} - \frac{d_{31}}{s_{11} \epsilon_{33}} \frac{I_c}{A_E j \omega} e^{j \omega t}$$

Simplificando  $j$  e  $-j$  tem-se:

$$T_1 = \frac{-k_p (m e^{-j k_p x} - n e^{j k_p x})}{\omega s_{11}} e^{j\omega t} - \frac{d_{31}}{j\omega s_{11} \epsilon_{33}} \frac{I_c}{A_E} e^{j\omega t} \quad (28)$$

A impedância característica (Acústica) do transdutor é dada por:

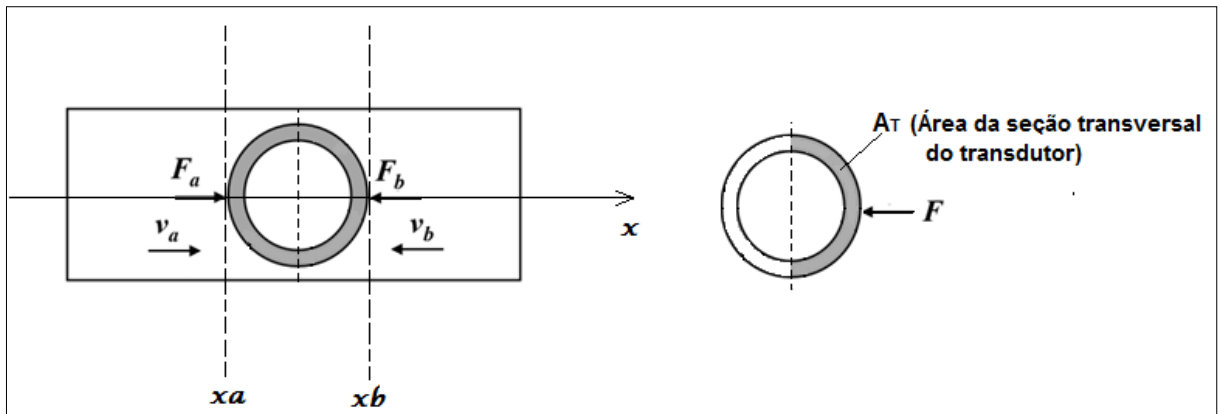
$$Z_T^A = \frac{k_p}{\omega s_{11}} \quad (29)$$

Substituindo (29) em (28) tem-se:

$$T_1 = -Z_T^A (m e^{-j k_p x} - n e^{j k_p x}) e^{j\omega t} - \frac{d_{31}}{j\omega s_{11} \epsilon_{33}} \frac{I_c}{A_E} e^{j\omega t} \quad (30)$$

Para uma análise unidimensional, o diafragma piezelétrico pode ser dividido em duas partes, como ilustrado na Figura 6, que é uma solução semelhante a uma análise reportada na literatura (GOMES, 2011).

Figura 6: Representação do diafragma como duas estruturas



Fonte: Elaborada pelo autor

De acordo com a Figura 6, sobre cada parte incidem ondas com velocidades  $v_a$  e  $v_b$  e que resultam nas forças  $F_a$  e  $F_b$ , respectivamente. Como uma aproximação, cada força age sobre a área lateral  $A_T$  do elemento piezelétrico com coordenadas  $x_a$  e  $x_b$ . Como a tensão mecânica ( $T_1$ ) corresponde a uma tração por unidade de área em cada lado do elemento piezelétrico, as forças podem ser determinadas como:

$$F_a = -A_T T_1(x_a) \quad (31)$$

$$F_b = -A_T T_1(x_b) \quad (32)$$

Desenvolvendo as Equações (31) e (32)

$$F_a = -A_T \left[ -Z_T^A (m e^{-j k_p x_a} - n e^{j k_p x_a}) e^{j\omega t} - \frac{d_{31}}{j\omega s_{11} \varepsilon_{33}} \frac{I_c}{A_E} e^{j\omega t} \right]$$

$$F_a = A_T Z_T^A (m e^{-j k_p x_a} - n e^{j k_p x_a}) e^{j\omega t} + \frac{d_{31}}{j\omega s_{11} \varepsilon_{33}} \frac{A_T}{A_E} I_c e^{j\omega t}$$

$$F_b = -A_T \left[ -Z_T^A (m e^{-j k_p x_b} - n e^{j k_p x_b}) e^{j\omega t} - \frac{d_{31}}{j\omega s_{11} \varepsilon_{33}} \frac{I_c}{A_E} e^{j\omega t} \right]$$

$$F_b = A_T Z_T^A (m e^{-j k_p x_b} - n e^{j k_p x_b}) e^{j\omega t} + \frac{d_{31}}{j\omega s_{11} \varepsilon_{33}} \frac{A_T}{A_E} I_c e^{j\omega t}$$

A impedância mecânica do elemento piezelétrico é dada por:

$$Z_T = A_T Z_T^A \quad (33)$$

Logo as forças  $F_a$  e  $F_b$  podem ser escritos da seguinte forma:

$$F_a = Z_T (m e^{-j k_p x_a} - n e^{j k_p x_a}) e^{j\omega t} + \frac{d_{31}}{j\omega s_{11} \varepsilon_{33}} \frac{A_T}{A_E} I_c e^{j\omega t} \quad (34)$$

$$F_b = Z_T (m e^{-j k_p x_b} - n e^{j k_p x_b}) e^{j\omega t} + \frac{d_{31}}{j\omega s_{11} \varepsilon_{33}} \frac{A_T}{A_E} I_c e^{j\omega t} \quad (35)$$

A partir da Equação (25), as velocidades nas faces do transdutor são dadas por:

$$v_a = v(x_a) = (m e^{-j k_p x_a} + n e^{j k_p x_a}) e^{j\omega t} \quad (36)$$

$$v_b = -v(x_b) = (-m e^{-j k_p x_b} - n e^{j k_p x_b}) e^{j\omega t} \quad (37)$$

Multiplicando a Equação (36) por  $e^{j k_p x_b}$  tem-se:

$$v_a e^{j k_p x_b} = (m e^{-j k_p x_a} e^{j k_p x_b} + n e^{j k_p x_a} e^{j k_p x_b}) e^{j \omega t}$$

$$v_a e^{j k_p x_b} = (m e^{j k_p (x_b - x_a)} + n e^{j k_p (x_a + x_b)}) e^{j \omega t} \quad (38)$$

Multiplicando a Equação (37) por  $e^{j k_p x_a}$

$$v_b e^{j k_p x_a} = (-m e^{-j k_p x_b} e^{j k_p x_a} - n e^{j k_p x_b} e^{j k_p x_a}) e^{j \omega t}$$

$$v_b e^{j k_p x_a} = (-m e^{-j k_p (x_b - x_a)} - n e^{j k_p (x_a + x_b)}) e^{j \omega t} \quad (39)$$

Somando a Equação (38) com a Equação (39):

$$v_a e^{j k_p x_b} + v_b e^{j k_p x_a} = [m e^{j k_p (x_b - x_a)} - m e^{-j k_p (x_b - x_a)} + n e^{j k_p (x_a + x_b)} - n e^{j k_p (x_a + x_b)}] e^{j \omega t}$$

Simplificando o termo da constante  $n$ , tem-se:

$$v_a e^{j k_p x_b} + v_b e^{j k_p x_a} = m [e^{j k_p (x_b - x_a)} - e^{-j k_p (x_b - x_a)}] e^{j \omega t}$$

Isolando a constante  $m$  obtém-se:

$$m = \frac{v_a e^{j k_p x_b} + v_b e^{j k_p x_a}}{[e^{j k_p (x_b - x_a)} - e^{-j k_p (x_b - x_a)}] e^{j \omega t}}$$

Considerando a relação de Euler tem-se:

$$2j \operatorname{sen}(\theta) = e^{j\theta} - e^{-j\theta}$$

Portanto, a constante  $m$  pode ser escrita da seguinte maneira:

$$m = \frac{v_a e^{j k_p x_b} + v_b e^{j k_p x_a}}{2j \operatorname{sen}(k_p (x_b - x_a)) e^{j \omega t}}$$

Contudo,  $x_b - x_a = l_p$  é o diâmetro do elemento piezelétrico, como pode ser observado nas Figuras 4 e 6. Desta forma,

$$m = \frac{v_a e^{j k_p x_b} + v_b e^{j k_p x_a}}{2j \sin(k_p l_p) e^{j \omega t}} \quad (40)$$

Multiplicando a Equação (36) por  $e^{-j k_p x_b}$  tem-se:

$$\begin{aligned} v_a e^{-j k_p x_b} &= (m e^{-j k_p x_a} e^{-j k_p x_b} + n e^{j k_p x_a} e^{-j k_p x_b}) e^{j \omega t} \\ v_a e^{-j k_p x_b} &= (m e^{-j k_p (x_a + x_b)} + n e^{-j k_p (x_b - x_a)}) e^{j \omega t} \end{aligned} \quad (41)$$

Multiplicando a Equação (37) por  $e^{-j k_p x_a}$  tem-se:

$$\begin{aligned} v_b e^{-j k_p x_a} &= (-m e^{-j k_p x_b} e^{-j k_p x_a} - n e^{j k_p x_b} e^{-j k_p x_a}) e^{j \omega t} \\ v_b e^{-j k_p x_a} &= (-m e^{-j k_p (x_a + x_b)} - n e^{j k_p (x_b - x_a)}) e^{j \omega t} \end{aligned} \quad (42)$$

Somando a Equação (41) com a Equação (42) tem-se:

$$v_a e^{-j k_p x_b} + v_b e^{-j k_p x_a} = [m e^{-j k_p (x_a + x_b)} - m e^{-j k_p (x_a + x_b)} + n e^{-j k_p (x_b - x_a)} - n e^{j k_p (x_b - x_a)}] e^{j \omega t}$$

Simplificando o termo da constante  $m$  tem-se:

$$v_a e^{-j k_p x_b} + v_b e^{-j k_p x_a} = n [e^{-j k_p (x_b - x_a)} - e^{j k_p (x_b - x_a)}] e^{j \omega t}$$

Isolando a constante  $n$  tem-se:

$$n = \frac{v_a e^{-j k_p x_b} + v_b e^{-j k_p x_a}}{[e^{-j k_p (x_b - x_a)} - e^{j k_p (x_b - x_a)}] e^{j \omega t}} = - \frac{v_a e^{-j k_p x_b} + v_b e^{-j k_p x_a}}{[e^{j k_p (x_b - x_a)} - e^{-j k_p (x_b - x_a)}] e^{j \omega t}}$$

Considerando-se a relação de Euler:

$$2j \operatorname{sen}(\theta) = e^{j\theta} - e^{-j\theta}$$

e que  $x_b - x_a = l_p$  (diâmetro do material piezelétrico), obtém-se:

$$n = -\frac{v_a e^{-jk_p x_b} + v_b e^{-jk_p x_a}}{2j \operatorname{sen}(k_p l_p) e^{j\omega t}} \quad (43)$$

Substituindo as Equações (40) e (43) na Equação (34), obtém-se:

$$F_a = Z_T \left( \frac{v_a e^{jk_p x_b} + v_b e^{jk_p x_a}}{2j \operatorname{sen}(k_p l_p) e^{j\omega t}} e^{-jk_p x_a} + \frac{v_a e^{-jk_p x_b} + v_b e^{-jk_p x_a}}{2j \operatorname{sen}(k_p l_p) e^{j\omega t}} e^{jk_p x_a} \right) e^{j\omega t} + \frac{d_{31}}{j\omega s_{11} \epsilon_{33}} \frac{A_T}{A_E} I_c e^{j\omega t}$$

Simplificando o termo  $e^{j\omega t}$ , obtém-se:

$$F_a = Z_T \left( \frac{v_a e^{jk_p (x_b - x_a)} + v_b}{2j \operatorname{sen}(k_p l_p)} + \frac{v_a e^{-jk_p (x_b - x_a)} + v_b}{2j \operatorname{sen}(k_p l_p)} \right) + \frac{d_{31}}{j\omega s_{11} \epsilon_{33}} \frac{A_T}{A_E} I_c e^{j\omega t}$$

Novamente, como  $x_b - x_a = l_p$ , e simplificando:

$$F_a = Z_T \left( \frac{v_a (e^{jk_p l_p} + e^{-jk_p l_p})}{2j \operatorname{sen}(k_p l_p)} + \frac{2v_b}{2j \operatorname{sen}(k_p l_p)} \right) + \frac{d_{31}}{j\omega s_{11} \epsilon_{33}} \frac{A_T}{A_E} I_c e^{j\omega t}$$

Simplificando-se o número 2 que multiplica termos no numerador e denominador e utilizando-se a relação de Euler:

$$2 \cos(\theta) = e^{j\theta} + e^{-j\theta}$$

A equação pode ser reescrita como:

$$F_a = Z_T \left( \frac{v_a 2 \cos(k_p l_p)}{2j \operatorname{sen}(k_p l_p)} + \frac{v_b}{j \operatorname{sen}(k_p l_p)} \right) + \frac{d_{31}}{j\omega s_{11} \epsilon_{33}} \frac{A_T}{A_E} I_c e^{j\omega t}$$

Simplificando o número 2 que multiplica termos no numerador e denominador e sabendo-se que:

$$\frac{1}{\operatorname{tg}(\theta)} = \frac{\cos(\theta)}{\operatorname{sen}(\theta)}$$

Obtém-se:

$$F_a = Z_T \left( \frac{v_a}{j \operatorname{tg}(k_p l_p)} + \frac{v_b}{j \operatorname{sen}(k_p l_p)} \right) + \frac{d_{31}}{j \omega s_{11} \varepsilon_{33}} \frac{A_T}{A_E} I_c e^{j \omega t} \quad (44)$$

Similarmente, substituindo as Equações (40) e (43) na Equação (35), obtém-se:

$$F_b = Z_T \left( \frac{v_a e^{j k_p x_b} + v_b e^{j k_p x_a}}{2 j \operatorname{sen}(k_p l_p) e^{j \omega t}} e^{-j k_p x_b} + \frac{v_a e^{-j k_p x_b} + v_b e^{-j k_p x_a}}{2 j \operatorname{sen}(k_p l_p) e^{j \omega t}} e^{j k_p x_b} \right) e^{j \omega t} + \frac{d_{31}}{j \omega s_{11} \varepsilon_{33}} \frac{A_T}{A_E} I_c e^{j \omega t}$$

Simplificando o termo  $e^{j \omega t}$ , obtém-se:

$$F_b = Z_T \left( \frac{v_a + v_b e^{-j k_p (x_b - x_a)}}{2 j \operatorname{sen}(k_p l_p)} + \frac{v_a + v_b e^{j k_p (x_b - x_a)}}{2 j \operatorname{sen}(k_p l_p)} \right) + \frac{d_{31}}{j \omega s_{11} \varepsilon_{33}} \frac{A_T}{A_E} I_c e^{j \omega t}$$

Novamente, sabendo-se que  $x_b - x_a = l_p$  e  $2 \cos(\theta) = e^{j \theta} + e^{-j \theta}$ , obtém-se:

$$F_b = Z_T \left( \frac{2 \cos(k_p l_p) v_b}{2 j \operatorname{sen}(k_p l_p)} + \frac{2 v_a}{2 j \operatorname{sen}(k_p l_p)} \right) + \frac{d_{31}}{j \omega s_{11} \varepsilon_{33}} \frac{A_T}{A_E} I_c e^{j \omega t}$$

Simplificando o número 2 que multiplica termos no numerador e denominador e sabendo que:

$$\frac{1}{\operatorname{tg}(\theta)} = \frac{\cos(\theta)}{\operatorname{sen}(\theta)}$$

obtém-se:

$$F_b = Z_T \left( \frac{v_a}{j \operatorname{sen}(k_p l_p)} + \frac{v_b}{j \operatorname{tg}(k_p l_p)} \right) + \frac{d_{31}}{j \omega s_{11} \varepsilon_{33}} \frac{A_T}{A_E} I_c e^{j \omega t} \quad (45)$$

Como a área lateral do elemento piezelétrico é dada por:

$$A_T = \frac{\pi l_p a_p}{2}$$

E a capacitância do material é dada por:

$$C_0 = \varepsilon_{33} \frac{A_E}{a_p}$$

Pode-se fazer:

$$\frac{A_T}{j\omega \varepsilon_{33} A_E} I_c e^{j\omega t} = \frac{\pi l_p a_p}{2 j\omega \varepsilon_{33} A_E} I_c e^{j\omega t} = \frac{\pi l_p}{2} \frac{1}{j\omega C_0} I_c e^{j\omega t}$$

Além disso,

$$\frac{1}{j\omega C_0} I_c e^{j\omega t} = U e^{j\omega t} = u(t)$$

Logo,

$$\frac{A_T}{j\omega \varepsilon_{33} A_E} I_c e^{j\omega t} = \frac{\pi l_p}{2} u(t)$$

sendo  $u(t)$  o sinal de excitação do transdutor. Logo, as Equações (44) e (45) podem ser reescritas como:

$$F_a = Z_T \left( \frac{v_a}{j \operatorname{tg}(k_p l_p)} + \frac{v_b}{j \operatorname{sen}(k_p l_p)} \right) + \frac{\pi l_p}{2} \frac{d_{31}}{s_{11}} u(t) \quad (46)$$

$$F_b = Z_T \left( \frac{v_a}{j \operatorname{sen}(k_p l_p)} + \frac{v_b}{j \operatorname{tg}(k_p l_p)} \right) + \frac{\pi l_p}{2} \frac{d_{31}}{s_{11}} u(t) \quad (47)$$

Considerando-se a identidade trigonométrica:  $\frac{1}{\text{tg}(\theta)} = \frac{1}{\text{sen}(\theta)} - \text{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right)$ , as Equações (46) e (47) podem ser reescritas e, portanto, representam as forças que agem sobre a área lateral do transdutor:

$$F_a = -j \frac{Z_T}{\text{sen}(k_p l_p)} (v_a + v_b) + j Z_T \text{tg}\left(\frac{k_p l_p}{2}\right) v_a + \frac{\pi l_p}{2} \frac{d_{31}}{s_{11}} u(t) \quad (48)$$

$$F_b = -j \frac{Z_T}{\text{sen}(k_p l_p)} (v_a + v_b) + j Z_T \text{tg}\left(\frac{k_p l_p}{2}\right) v_b + \frac{\pi l_p}{2} \frac{d_{31}}{s_{11}} u(t) \quad (49)$$

## 2.3 Modelagem das grandezas elétricas

Após obter as equações das grandezas mecânicas, desenvolve-se a modelagem com o objetivo de obter as grandezas elétricas  $U$  e  $I$  que são utilizadas no circuito equivalente. Para isso inicia-se a modelagem desenvolvendo a Equação (9) que representa o efeito piezelétrico direto. A equação pode ser reescrita da seguinte forma:

$$D_3 = \frac{d_{31}}{s_{11}} S_1 + \varepsilon_{33} E_3$$

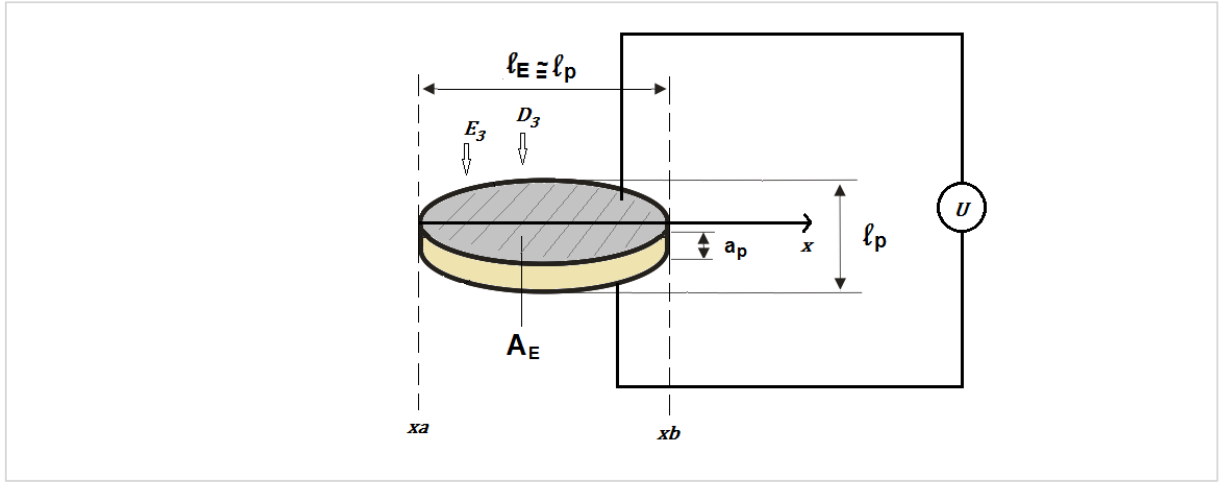
$$D_3 = \frac{d_{31}}{s_{11}} \frac{\partial u_x}{\partial x} + \varepsilon_{33} E_3 \quad (50)$$

A carga elétrica ( $Q$ ) pode ser obtida integrando-se o deslocamento elétrico ( $D_3$ ) na Equação (50) com relação a área dos eletrodos ( $A_E$ ):

$$Q = \int_{A_E} D_3 ds \quad (51)$$

Como uma aproximação, o eletrodo (filme metálico) pode ser considerado com diâmetro igual ao diâmetro do elemento piezelétrico,  $l_E \cong l_p$ , entre as coordenadas  $x_a$  e  $x_b$ , como representado na Figura 7.

Figura 7: Representação das características do elemento piezelétrico com direção do campo elétrico e deslocamento elétrico devido à diferença de potencial  $U$



Fonte: Elaborada pelo autor

Assim,

$$Q = \int_{A_E} \left( \frac{d_{31}}{s_{11}} \frac{\partial u_x}{\partial x} + \varepsilon_{33} E_3 \right) ds$$

Para um modelo 1D e de acordo com a Figura 7, pode-se fazer a seguinte aproximação:

$$Q \cong \varepsilon_{33} E_3 A_E + \frac{d_{31}}{s_{11}} \frac{\pi l_p}{2} \int_{x_a}^{x_b} \frac{\partial u_x}{\partial x} dx$$

$$Q \cong \varepsilon_{33} E_3 A_E + \frac{d_{31}}{s_{11}} \frac{\pi l_p}{2} [u(x_b) - u(x_a)] \quad (52)$$

Como o elemento piezelétrico é muito fino, o campo elétrico ( $E_3$ ) pode ser considerado uniforme em seu interior, logo:

$$E_3 = \frac{U e^{j\omega t}}{a_p} \quad (53)$$

Substituindo a Equação (53) na Equação (52) tem-se:

$$Q \cong \varepsilon_{33} \frac{U e^{j\omega t}}{a_p} A_E + \frac{d_{31}}{s_{11}} \frac{\pi l_p}{2} [u(x_b) - u(x_a)] \quad (54)$$

A corrente total ( $I_T$ ) é obtida fazendo-se:

$$I_T = \frac{dQ}{dt}$$

$$I_T = \frac{d}{dt} \left( \varepsilon_{33} \frac{U e^{j\omega t}}{a_p} A_E + \frac{d_{31}}{s_{11}} \frac{\pi l_p}{2} [u(x_b) - u(x_a)] \right)$$

$$I_T = j\omega \frac{\varepsilon_{33} A_E}{a_p} U e^{j\omega t} + \frac{d_{31}}{s_{11}} \frac{\pi l_p}{2} \left[ \frac{d u(x_b)}{dt} - \frac{d u(x_a)}{dt} \right]$$

Considerando que:

$$C_0 = \frac{\varepsilon_{33} A_E}{a_p}$$

$$\frac{du(x_a)}{dt} = v_a \text{ (velocidade)}$$

$$\frac{du(x_b)}{dt} = -v_b \text{ (velocidade no sentido contrário ao eixo } x)$$

Então, a corrente elétrica do modelo será dada pela equação a seguir:

$$I_T = j\omega C_0 U e^{j\omega t} - \frac{d_{31}}{s_{11}} \frac{\pi l_p}{2} (v_a + v_b)$$

Ou:

$$i_T(t) = j\omega C_0 u(t) - \frac{d_{31}}{s_{11}} \frac{\pi l_p}{2} (v_a + v_b) \quad (55)$$

Isolando a tensão elétrica  $u(t)$  na Equação (55), obtém-se:

$$u(t) = \frac{1}{j\omega C_0} i_T(t) + \frac{1}{j\omega C_0} \frac{d_{31}}{s_{11}} \frac{\pi l_p}{2} (v_a + v_b) \quad (56)$$

A tensão elétrica  $u(t)$  dada pela Equação (56) é resultante da combinação do efeito piezelétrico do transdutor e sua reatância capacitiva. Portanto, outra relação possível considerando apenas a reatância capacitiva do transdutor é dada por:

$$U e^{j\omega t} = \frac{1}{j\omega C_0} I_c e^{j\omega t}$$

Ou:

$$u(t) = \frac{1}{j\omega C_0} i_c(t) \quad (57)$$

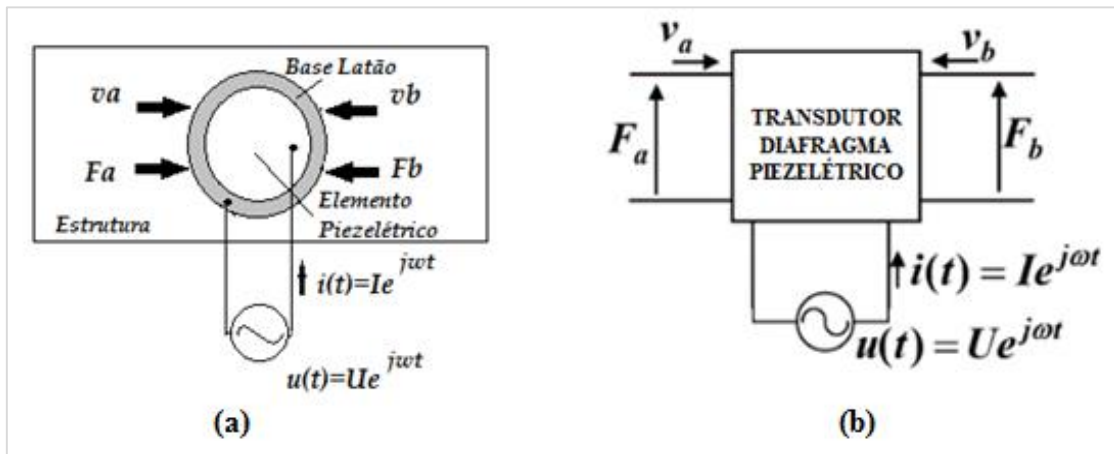
Com base nas deduções apresentadas nesta seção, especialmente as Equações (48), (49), (56) e (57), pode-se obter um circuito eletromecânico equivalente para o diafragma piezelétrico, o que permite analisar a sua sensibilidade ao dano estrutural. O circuito eletromecânico é desenvolvido na próxima seção.

## 2.4 Circuito eletromecânico equivalente

As cerâmicas de PZT convencionais foram amplamente estudadas para aplicações em SHM e vários pesquisadores propuseram modelos analíticos unidimensionais, bidimensionais, tridimensionais e modelos numéricos com base no método dos elementos finitos (FEM) para analisar as interações entre a pastilha de PZT e a estrutura monitorada. Modelos analíticos também foram propostos para diafragmas piezelétricos, como modelos derivados da teoria clássica de placas laminadas, com base no princípio de Hamilton e no método de Rayleigh-Ritz e dividindo o diafragma em duas partes, que é semelhante ao método utilizado neste trabalho e apresentado na Seção 2.1 para analisar as interações elétricas e mecânicas no diafragma (LIANG SUN; ROGERS, 1994; DESHPANDE; SAGGERE, 2007; GOMES, 2011; ZUO FENG; ZHOU, 2013; LIM; SOH, 2014; WANG et al., 2016; LIM; SOH, 2014; HU; LIANG; WANG, 2017).

Esses modelos propostos visam obter o comportamento de vibração exato do diafragma e determinar as suas frequências de ressonância. No presente estudo é proposto um circuito eletromecânico básico, baseado na consideração unidimensional apresentada na Seção 2.1, que é específico para aplicações em SHM baseadas no método da impedância E/M, que tem como objetivo relacionar a impedância elétrica do diafragma piezelétrico com a impedância mecânica da estrutura monitorada. Com base nas Equações (48), (49), (56) e (57) desenvolvidas na Seção 2.1, as interações entre as propriedades mecânicas da estrutura e as propriedades elétricas do diafragma podem ser representadas de acordo com o arranjo ilustrado na Figura 8 (a), o qual, por sua vez, pode ser representado por um hexapolo com duas portas acústicas e uma porta elétrica, como indicado na Figura 8 (b).

Figura 8: Um diafragma piezelétrico fixado a uma barra de metal fina e estreita (a) e sua representação como um hexapolo com uma porta elétrica e duas portas acústicas (b)



Fonte: Elaborada pelo autor

De acordo com a Figura 8 (a), é fixado à estrutura monitorada um diafragma piezelétrico, constituído por um elemento piezelétrico circular revestido com uma película metálica fina (eletrodo superior) montada numa placa de latão circular (eletrodo inferior). Existem vários métodos de instalação de transdutores piezelétricos na estrutura monitorada (SILVEIRA; CAMPEIRO; BAPTISTA, 2017).

Neste estudo, considera-se o método de instalação convencional, em que a placa de latão é fixada diretamente à estrutura monitorada usando um adesivo de alta rigidez, como cianoacrilato ou cola epóxi.

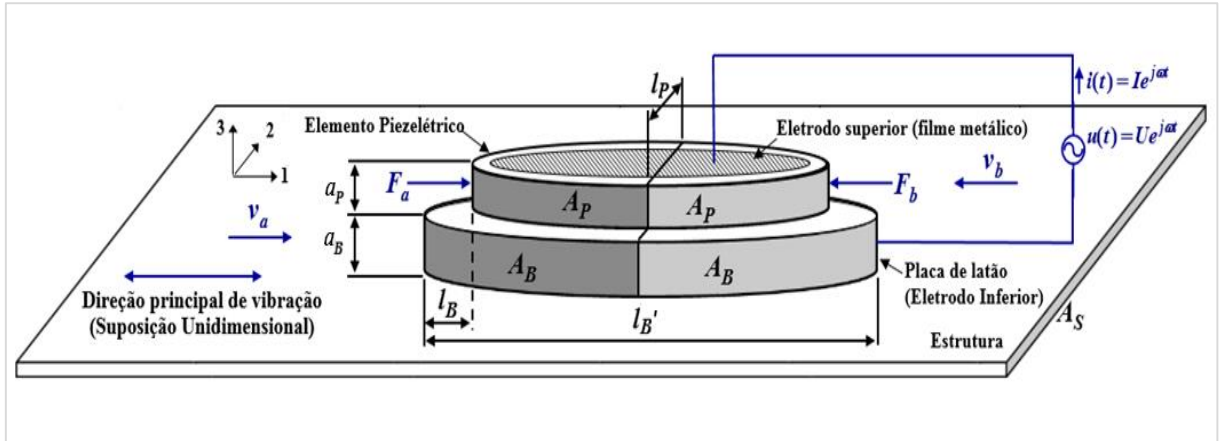
Considera-se que a estrutura monitorada é uma barra metálica fina e estreita, que é a estrutura tipicamente utilizada em laboratórios. Além disso, o diafragma é muito fino com espessura da ordem de uma fração de milímetro.

Nessas condições, o modo de vibração principal pode ser considerado na direção longitudinal da estrutura para uma suposição unidimensional, como a considerada na seção anterior. Assim, o diafragma piezelétrico pode ser representado como um hexapolo, como mostrado na Figura 8 (b), com três portas: uma porta elétrica e duas portas acústicas, que é uma solução comumente usada na literatura (ZHANG; LU; PENG, 2015; DONGA et al., 2017; BAPTISTA; VIEIRA FILHO, 2010).

Conforme ilustrado na Figura 8 (a), ao excitar o diafragma com uma tensão alternada  $u(t)$  com amplitude  $U$  e frequência angular  $\omega$ , resulta uma corrente  $i(t)$  com uma amplitude  $I$ , duas forças em cada entrada acústica,  $F_a$  e  $F_b$ , e, respectivamente, duas ondas propagando-se com as velocidades  $v_a$  e  $v_b$  na estrutura. A relação entre essas grandezas mecânicas e grandezas elétricas foram desenvolvidas na Seção 2.1, tendo como base o efeito piezelétrico linear e uma suposição de vibração unidimensional.

É importante lembrar que essa suposição unidimensional é apropriada somente se as considerações relatadas no Capítulo 2 forem satisfeitas. Portanto, o circuito equivalente proposto aqui não leva em consideração o comportamento exato de vibração do diafragma e da estrutura. O objetivo do circuito equivalente proposto é especificamente relacionar a impedância elétrica do diafragma com a impedância mecânica da estrutura e, assim, avaliar a sensibilidade a danos estruturais. Para aplicações que não satisfaçam as condições acima ou quando o comportamento exato de vibração é necessário, um modelo apropriado baseado em soluções mais precisas deve ser derivado (HU; LIANG; WANG, 2017, GOMES, 2011, DESHPANDE; SAGGERE, 2007). Uma representação mais detalhada do diafragma piezelétrico instalado na estrutura é mostrada na Figura 9.

Figura 9. Representação detalhada de um diafragma piezelétrico ligado à estrutura monitorada



Fonte: Elaborada pelo autor

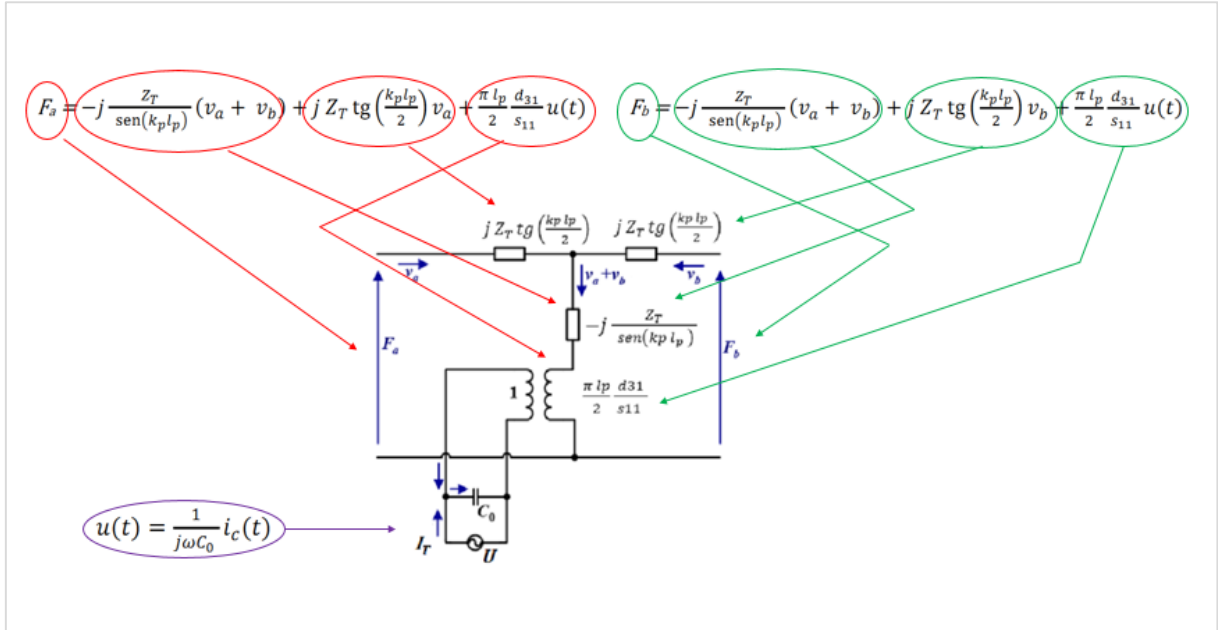
Como indicado na Figura 9, o transdutor foi dividido em duas estruturas, solução semelhante à proposta por Gomez (2011), resultando em duas portas acústicas, em que o elemento piezelétrico consiste em um disco cerâmico de PZT com diâmetro  $l_p$  e espessura  $a_p$ , montado sobre uma placa de bronze circular com diâmetro  $l_B'$  e espessura  $a_B$ .

Cada parte do elemento piezelétrico e a placa de latão são semicírculos com área lateral  $A_T$  e  $A_B$ , respectivamente. A borda da placa de latão que excede o elemento piezelétrico tem comprimento  $l_B$ . O transdutor está fixado à estrutura monitorada, a qual tem uma área de seção transversal  $A_s$ .

Na análise da Seção 2.1, foram obtidas as equações que relacionam as grandezas mecânicas e as grandezas elétricas de um diafragma piezelétrico fixado na estrutura a ser monitorada. Essa análise é semelhante a apresentada em um estudo anterior, tendo sido aperfeiçoada para os diafragmas piezelétricos considerados no estudo atual, os quais, diferentemente dos transdutores convencionais, são circulares e apresentam uma base metálica (BAPTISTA; VIEIRA FILHO, 2010).

As Equações (48), (49) e (56) relacionam as grandezas mecânicas das portas acústicas com as grandezas elétricas da porta elétrica do disco piezelétrico. Portanto, a partir dessas equações, pode-se representar o elemento piezelétrico do diafragma por um circuito equivalente, como mostrado na Figura 10.

Figura 10: Circuito equivalente do elemento piezelétrico representado como um hexapolo com duas portas acústicas e uma porta elétrica



Fonte: Elaborada pelo autor

Aplicando-se as leis de Kirchhoff no circuito da Figura 10 e relacionando-as com as Equações (48), (49) e (56), obtém-se as seguintes impedâncias complexas:

$$Z_{P1} = jZ_T \operatorname{tg} \left( \frac{k_P l_P}{2} \right) \quad (58)$$

$$Z_{P2} = -j \frac{Z_T}{\operatorname{sen}(k_P l_P)} \quad (59)$$

De acordo com o circuito equivalente, o elemento piezelétrico é essencialmente um capacitor com capacitância  $C_0$  e o transformador eletromecânico com razão de transformação igual a 1:  $\pi l_P d_{31} / 2 s_{11}$  representa o efeito piezelétrico, permitindo a interação entre as grandezas elétricas do primário e as grandezas mecânicas do secundário. No entanto, esse circuito ainda não inclui os efeitos do disco de latão e da estrutura monitorada.

O efeito da base de latão entre o elemento piezelétrico e a estrutura monitorada com comprimento  $l_B$ , como detalhado na Figura 11, na propagação das ondas, pode ser modelado com um circuito similar (exceto pela ausência do transformador eletromecânico e da porta elétrica) em cascata em cada porta acústica, que é semelhante a uma solução proposta por



$$Z_{B1} = jZ_B \operatorname{tg}\left(\frac{k_B l_B}{2}\right) \quad (60)$$

$$Z_{B2} = -j \frac{Z_B}{\operatorname{sen}(k_B l_B)} \quad (61)$$

sendo que  $l_B$  é o comprimento da borda de latão entre o elemento piezelétrico e a estrutura monitorada, como mostrado nas Figuras 9 e 11 e  $k_B$  é o número de onda dado por:

$$k_B = \omega \sqrt{s_B \rho_B} \quad (62)$$

sendo que  $s_B$  e  $\rho_B$  são a constante de elasticidade e a densidade de massa do latão, respectivamente.

Novamente, para um disco de latão pequeno e desconsiderando o efeito de amortecimento, a sua impedância mecânica  $Z_B$  é aproximadamente calculada como:

$$Z_B \cong A_B \sqrt{\frac{\rho_B}{s_B}} \quad (63)$$

sendo que  $A_B = \frac{\pi l_B}{2} a_B$  é a área lateral do semicírculo da placa de latão para cada porta acústica, como mostrado nas Figuras 4 e 9.

A impedância elétrica do diafragma piezelétrico pode ser obtida calculando-se a impedância equivalente dos terminais da tensão de excitação do circuito na Figura 12, como segue:

$$Z_D(\omega) = \frac{1}{j\omega C_0} \parallel \left\{ \left( \frac{2 s_{11}^E}{\pi l_P d_{31}} \right)^2 \left[ Z_{p2} + \frac{1}{2} \left( Z_{p1} + Z_{B1} + \frac{Z_{B2}(Z_{B1} + Z_S)}{Z_{B1} + Z_{B2} + Z_S} \right) \right] \right\} \quad (64)$$

sendo que o símbolo  $\parallel$  indica uma associação paralela.

De acordo com a Equação (64), há uma relação entre a impedância elétrica ( $Z_D(\omega)$ ) do diafragma piezelétrico e a impedância mecânica ( $Z_S$ ) da estrutura monitorada. Portanto, medindo-se e analisando-se a impedância elétrica é possível detectar variações na impedância mecânica da estrutura causadas por danos como rachaduras, corrosão, afrouxamento de

conexões aparafusadas, entre outros. Para estruturas metálicas estreitas e finas, o efeito de amortecimento pode ser desconsiderado e a impedância mecânica ( $Z_S$ ) é aproximadamente dada por:

$$Z_S \cong A_S \sqrt{\frac{\rho_S}{s_S}} \quad (65)$$

sendo que  $s_S$  e  $\rho_S$  são a constante de elasticidade e a densidade de massa da estrutura monitorada, respectivamente, e  $A_S$  é a área da seção transversal ortogonal à direção longitudinal da estrutura, como mostrado na Figura 9.

Como mencionado anteriormente, este trabalho tem como objetivo analisar teoricamente a viabilidade de diafragmas piezelétricos para detecção de danos com base no método da impedância E/M, comparando-se os resultados com os obtidos a partir de transdutores feitos com cerâmicas de PZT convencionais. Portanto, é preciso obter a impedância elétrica de um disco de cerâmica de PZT fixado diretamente na estrutura (sem o disco de latão). Isso pode ser conseguido sem considerar as impedâncias do disco de latão no circuito da Figura 12 ou, de forma equivalente, fazendo-se  $Z_{B1} = 0$  e  $Z_{B2} \rightarrow \infty$  na Equação (64). Assim, obtém-se:

$$Z_C(\omega) = \frac{1}{j\omega C_0} \parallel \left[ \left( \frac{2 s_{11}^E}{\pi l_P d_{31}} \right)^2 \left( Z_{p2} + \frac{Z_{p1} + Z_S}{2} \right) \right] \quad (66)$$

sendo que  $Z_C(\omega)$  é a impedância elétrica de um disco cerâmico de PZT convencional com diâmetro  $l_P$ .

As Equações (64) e (66) permitem avaliar e comparar teoricamente a sensibilidade de diafragmas piezelétricos e cerâmicas de PZT convencionais para a detecção de danos estruturais. Os materiais e métodos utilizados para o cálculo das sensibilidades teóricas bem como para os ensaios experimentais são apresentados na próxima seção.

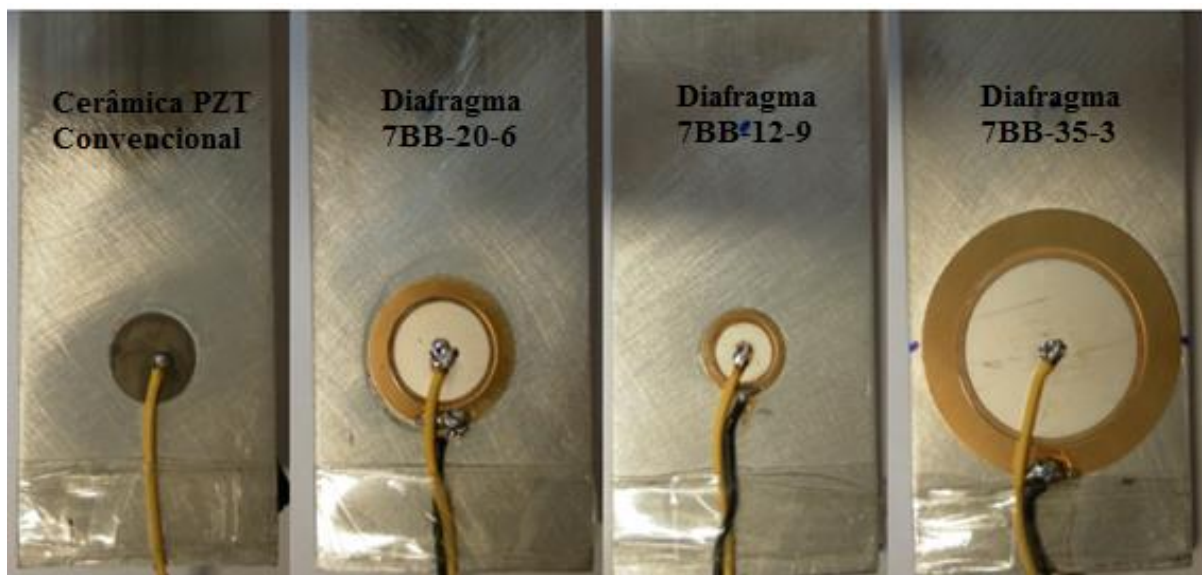
### 3 Materiais e métodos

#### 3.1 Metodologia para os testes experimentais

Testes experimentais foram realizados em barras de alumínio com dimensões de 500 mm x 38,10 mm x 3,18 mm. Essas barras são finas e estreitas e, portanto, são apropriadas para a avaliação do circuito equivalente proposto no Capítulo 2 com base em um modelo unidimensional, bem como a avaliação da sensibilidade dos diafragmas piezelétricos a danos estruturais e a comparação dos resultados com as cerâmicas convencionais de PZT.

Como cerâmica convencional PZT foi utilizado o modelo T107-A4E-273, fabricada pela Piezo Systems, Inc. (Woburn, MA, EUA), e três diafragmas piezelétricos de tamanhos diferentes, modelos 7BB-12-9, 7BB-20-6 e 7BB-35-3 fabricados pela Murata Electronics North America, Inc. (Smyrna, GA, EUA), foram fixados a uma distância de 20 mm (considerando o centro de cada transdutor) da extremidade de cada barra usando cola de cianoacrilato. Os transdutores instalados nas barras de alumínio são mostrados na Figura 13.

Figura 13: Cerâmica convencional de PZT e diafragmas piezelétricos instalados nas barras de alumínio



Fonte: Elaborada pelo autor

As dimensões e propriedades da cerâmica convencional de PZT e dos diafragmas piezelétricos são apresentadas nas Tabelas 1 e 2, respectivamente (MURATA, 2008; PIEZO SYSTEMS, 2018)

Tabela 1: Propriedades da Cerâmica Convencional T107-A4E-273

|                                                                  |       |
|------------------------------------------------------------------|-------|
| Diâmetro $l_p$ (mm)                                              | 12.7  |
| Espessura $a_p$ (mm)                                             | 0.191 |
| Constante Piezelétrica $d_{31}$ ( $10^{-12}$ m/V)                | -190  |
| Conformidade Elástica $s_{11}^E$ ( $10^{-12}$ m <sup>2</sup> /N) | 15.2  |
| Capacitância $C_0$ (nF)                                          | 10.6  |
| Densidade de massa $\rho_p$ ( $10^3$ Kg/m <sup>3</sup> )         | 7.8   |

Fonte: Adaptado de Piezo Systems (2018)

Tabela 2: Propriedades dos diafragmas piezelétricos

| Número da peça                                                    | <b>7BB-12-9</b> | <b>7BB-20-6</b> | <b>7BB-35-3</b> |
|-------------------------------------------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Diâmetro da base de latão $l_{B'}$ (mm)                           | 12.0            | 20.0            | 35.0            |
| Espessura da base de latão $a_B$ (mm)                             | 0.10            | 0.20            | 0.30            |
| Densidade de massa do latão $\rho_B$ ( $10^3$ Kg/m <sup>3</sup> ) | 8.5             | 8.5             | 8.5             |
| Conformidade do latão $s_B$ ( $10^{-12}$ m <sup>2</sup> /N)       | 9.1             | 9.1             | 9.1             |
| Diâmetro disco de cerâmica $l_p$ (mm)                             | 9.0             | 14.0            | 25.0            |
| Espessura disco de cerâmica $a_p$ (mm)                            | 0.12            | 0.22            | 0.23            |
| Densidade de massa cerâmica $\rho_p$ ( $10^3$ Kg/m <sup>3</sup> ) | 7.8             | 7.8             | 7.8             |
| Constante Piezelétrica $d_{31}$ ( $10^{-12}$ m/V)                 | -207            | -207            | -207            |
| Conformidade Elástica $s_{11}^E$ ( $10^{-12}$ m <sup>2</sup> /N)  | 15.8            | 15.8            | 15.8            |
| Capacitância $C_0$ (nF)                                           | 8.0             | 10.0            | 30.0            |

Fonte: Adaptado de Murata Manufacturing (2008)

Os danos estruturais foram induzidos nas barras adicionando-se uma massa metálica (porca de aço de 4 mm x 2 mm e 1 g) a uma distância de 100 mm dos transdutores. A adição de massa altera a impedância mecânica da estrutura e pode ser relacionada a danos. Esse procedimento tem a vantagem de não causar danos permanentes nas amostras.

As assinaturas de impedância elétrica dos transdutores foram obtidas utilizando-se o sistema de medição proposto em Baptista; Vieira Filho (2009), usando um Dispositivo de

Aquisição de Dados (DAQ) NI-USB-6361 da National Instruments e um computador pessoal (PC) executando o software LabVIEW.

O sistema foi configurado para excitar os transdutores com um sinal *chirp* com 1 V de amplitude. O sinal *chirp* faz uma varredura desde uma frequência inicial de baixo valor até uma frequência final de valor mais alto, ou vice-versa. Trata-se de um sinal senoidal cuja frequência varia no tempo.

Os sinais foram amostrados com uma taxa de 2 MS/s (amostras/segundo) e as assinaturas de impedância foram obtidas em uma faixa de frequência de 0 a 500 kHz com um passo de frequência de 2 Hz. Todas as medições foram efetuadas a uma temperatura de aproximadamente 25 °C controlada por um aparelho de ar condicionado e com as barras de alumínio apoiadas sobre blocos de borracha para evitar os efeitos de vibrações externas.

### 3.2 Metodologia de análise da sensibilidade por índices de dano

A detecção de dano estrutural é realizada comparando-se duas curvas (ou assinaturas) de impedância elétrica do transdutor em uma faixa de frequência apropriada, sendo que uma delas é obtida quando a estrutura está em um estado considerado íntegro. Essa comparação é feita por meio de índices de dano e pode-se utilizar a parte real, a parte imaginária ou o valor absoluto da impedância elétrica. A parte real das assinaturas de impedância é normalmente utilizada por ser mais sensível a danos ou alterações na integridade da estrutura.

Os índices mais utilizados são o desvio da raiz média quadrática, ou *root mean square deviation* (RMSD), e a métrica do desvio do coeficiente de correlação, ou *correlation coefficient deviation metric* (CCDM). Nesse estudo foi utilizado o índice RMSD que é baseado na norma Euclidiana e é dado por (FARRAR; WORDEN, 2013):

$$RMSD = \sum_{k=\omega_I}^{\omega_F} \sqrt{\frac{[Z_{E,D}(k) - Z_{E,H}(k)]^2}{Z_{E,H}^2(k)}} \quad (67)$$

sendo  $Z_{E,H}(k)$  e  $Z_{E,D}(k)$  as assinaturas de impedância elétrica (parte real, parte imaginária ou valor absoluto) obtidas para a estrutura íntegra (*H - healthy*) e após um possível dano (*D - damaged*), respectivamente, ambas obtidas na frequência  $k$  que varia de  $\omega_I$  (frequência inicial) a  $\omega_F$  (frequência final).

Portanto, a técnica da impedância E/M permite que a condição da estrutura seja avaliada de uma forma simples comparando-se duas assinaturas de impedância elétrica em uma faixa de

frequência apropriada por meio de índices de dano, sendo que uma das assinaturas é obtida para a estrutura considerada íntegra e utilizada como referência (*baseline*).

O índice RMSD foi utilizado para avaliar experimentalmente a sensibilidade dos diafragmas piezelétricos e da cerâmica convencional de PZT e comparar os resultados experimentais com as sensibilidades teóricas obtidas utilizando-se os circuitos equivalentes de cada transdutor. Os resultados são apresentados e discutidos na próxima seção.

### 3.3 Metodologia de análise da sensibilidade ao dano

O princípio básico de detecção de danos com base no método da impedância E/M é obter as assinaturas de impedância elétrica do transdutor piezelétrico em uma faixa de frequência apropriada e analisar as variações nessas assinaturas causadas pelas variações na impedância mecânica da estrutura monitorada devido ao dano. Com base nesse princípio e de acordo com a Equação (64), a sensibilidade do diafragma piezelétrico ao dano estrutural pode ser avaliada pela análise da variação correspondente em sua impedância elétrica  $Z_D(\omega)$  devido à variação da impedância mecânica da estrutura monitorada  $Z_S$ .

Portanto, do ponto de vista elétrico, a sensibilidade ao dano estrutural pode ser teoricamente avaliada pela derivada parcial da função  $Z_D(\omega)$  em relação à variável  $Z_S$ , como segue:

$$\eta_D(\omega) = \left| \frac{\partial |Z_D(\omega)|}{\partial Z_S} \right| \quad (68)$$

sendo que  $\eta_D(\omega)$  é a sensibilidade do diafragma piezelétrico ao dano estrutural.

Do mesmo modo, a sensibilidade ao dano estrutural de uma cerâmica de PZT convencional é dada por:

$$\eta_C(\omega) = \left| \frac{\partial |Z_C(\omega)|}{\partial Z_S} \right| \quad (69)$$

sendo que  $\eta_C(\omega)$  é a sensibilidade ao dano da cerâmica de PZT convencional e  $Z_C(\omega)$  é a sua impedância elétrica dada pela Equação (66).

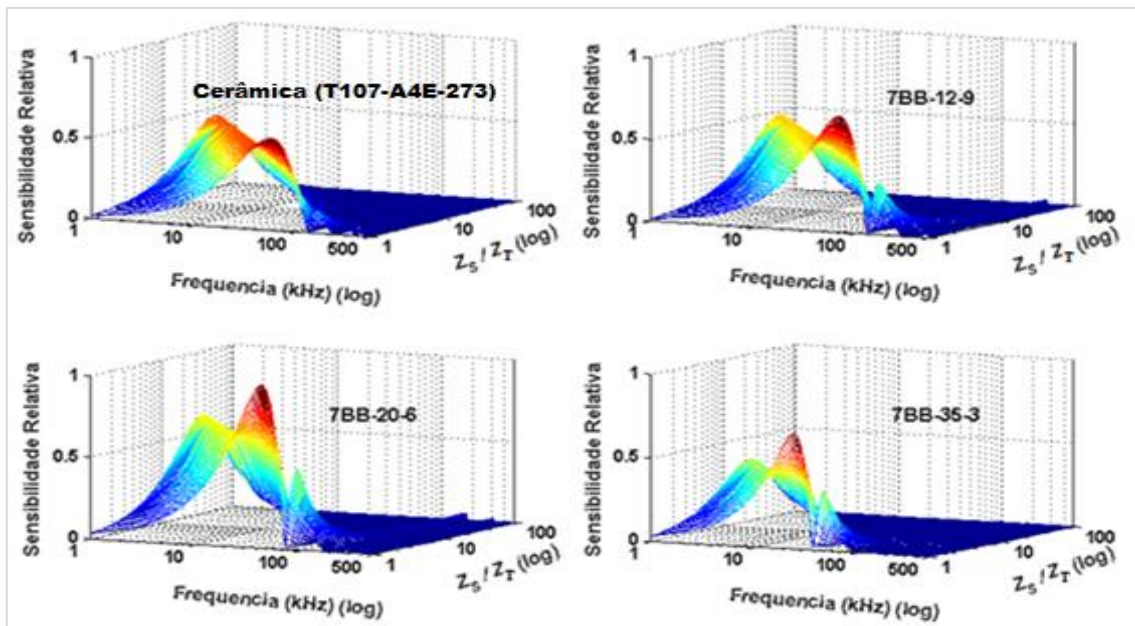
## 4 Resultados e discussão

### 4.1 Análise teórica da sensibilidade dos diafragmas ao dano

Como mencionado no Capítulo 3, três modelos de diafragma piezelétrico foram considerados neste estudo, 7BB-12-9, 7BB-20-6 e 7BB-35-3, fabricados pela Murata Electronics North America, Inc. (Smyrna, GA, EUA), com um diâmetro da placa de latão de 12, 20 e 35 mm, respectivamente. Também foi utilizada uma cerâmica de PZT convencional circular, modelo T107-A4E-273, fabricado pela Piezo Systems, Inc. (Woburn, MA, EUA).

Os resultados obtidos com a cerâmica convencional foram utilizados como referência e comparados com os resultados obtidos para os diafragmas piezelétricos. Para a estimação teórica da sensibilidade, foram utilizadas as dimensões e propriedades dos diafragmas fabricados pela Murata Electronics North America e da cerâmica convencional fabricada pela Piezo Systems mostradas nas Tabelas 1 e 2 do Capítulo 3. Assim, substituindo-se as dimensões e as propriedades dos dois tipos de transdutores nas equações de suas impedâncias elétricas dadas pelas Equações (64) e (66), as sensibilidades ao dano estrutural podem ser avaliadas e comparadas usando as Equações (68) e (69). Na Figura 14 são apresentadas as sensibilidades relativas teóricas obtidas seguindo esse procedimento.

Figura 14: Comparação das sensibilidades relativas teóricas da cerâmica convencional PZT e diafragmas piezelétricos

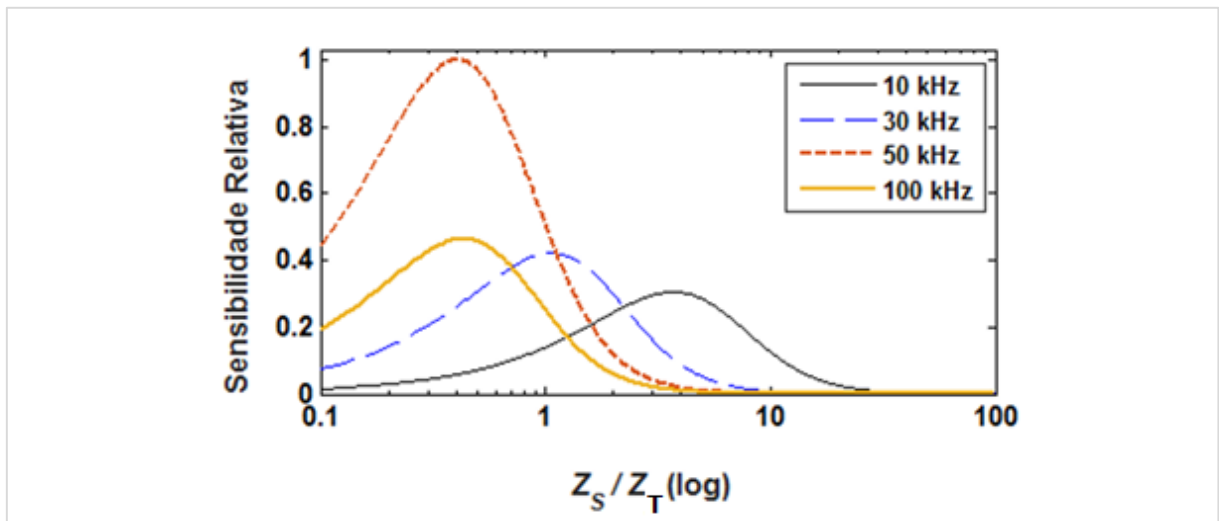


Fonte: Elaborada pelo autor

Na Figura 14, as sensibilidades são traçadas como uma função da frequência e da impedância mecânica da estrutura monitorada ( $Z_S$ ), que está normalizada em relação à impedância mecânica do transdutor ( $Z_T$ ), ou seja, utiliza-se a razão  $Z_S/Z_T$ . Além disso, as sensibilidades foram normalizadas assumindo-se o maior valor como 1, que foi obtido pelo diafragma de 20 mm (7BB-20-6).

A cerâmica convencional e os três modelos de diafragma apresentam comportamento semelhante. A sensibilidade ao dano é maior nas baixas frequências e tende a diminuir com o aumento da frequência, especialmente se a impedância mecânica da estrutura é grande em comparação com a impedância mecânica do transdutor, ou seja, relação de impedância  $Z_S/Z_T$  elevada. O efeito da relação de impedâncias sobre a sensibilidade ao dano estrutural pode ser melhor analisado na Figura 15, na qual são apresentadas as sensibilidades do diafragma 7BB-20-6 em função da razão de impedâncias obtidas para diferentes frequências fixas (10 kHz, 30 kHz, 50 kHz e 100 kHz). Os resultados obtidos são semelhantes para os outros modelos de diafragma e a cerâmica convencional.

Figura 15: Sensibilidade a danos teórica do diafragma 7BB-20-6 em função da relação de impedância para diferentes frequências fixas



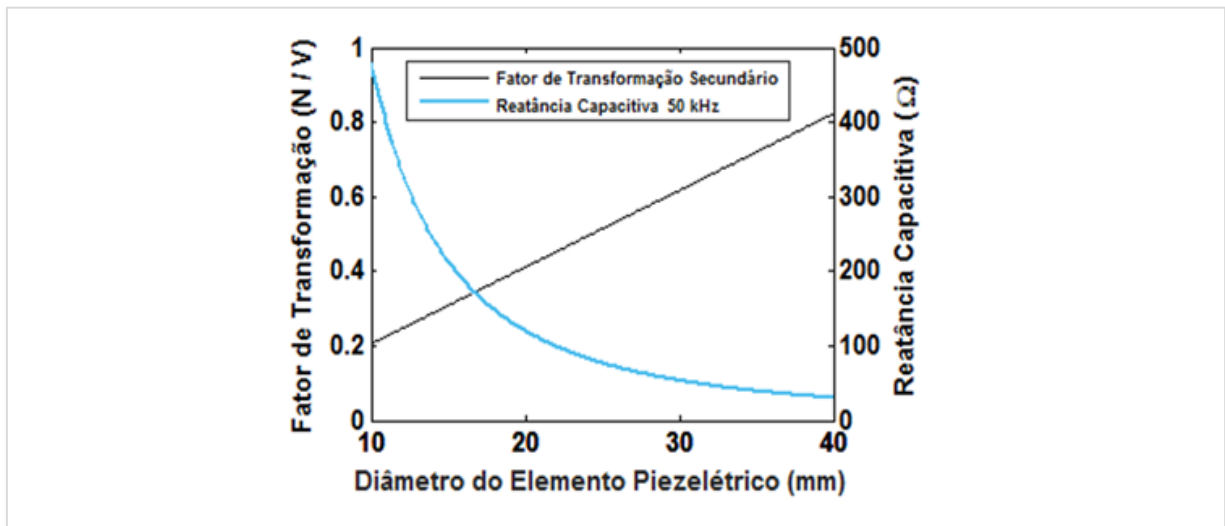
Fonte: Elaborada pelo autor

Conforme se observa na Figura 15, para cada frequência na qual o transdutor é excitado existe um valor ótimo para a relação de impedâncias que proporciona uma sensibilidade elevada. Independentemente da frequência, a sensibilidade tende a diminuir para uma razão de impedância muito pequena ou muito grande, como também é observado nas sensibilidades mostradas na Figura 14.

Outro parâmetro que afeta a sensibilidade ao dano é o transformador eletromecânico equivalente, nos circuitos das Figuras 10 e 12. Uma relação de transformação próxima de 1 permite uma relação bidirecional efetiva entre as grandezas elétricas do transdutor e as grandezas mecânicas da estrutura monitorada, isto é, uma melhor relação entre a impedância elétrica do transdutor e a impedância mecânica da estrutura, o que é desejável para a detecção de danos estruturais.

O fator de transformação no secundário ( $\pi l_p d_{31} / 2s_{11}$  [N/V]) é diretamente proporcional ao diâmetro do elemento piezelétrico ( $l_p$ ) do diafragma. Portanto, a taxa de transformação aumenta à medida que o diâmetro do elemento piezelétrico aumenta, como mostrado na Figura 16.

Figura 16: Análise teórica do fator de transformação e reatância capacitiva (para 50 kHz) em função do diâmetro do elemento piezelétrico



Fonte: Elaborada pelo autor

De acordo com a Figura 16, o fator de transformação aumenta de aproximadamente 0,2 N/V para aproximadamente 0,8 N/V à medida que o diâmetro do elemento piezelétrico aumenta de 10 mm para 40 mm, o que é desejável. Por outro lado, o aumento do diâmetro do elemento piezoelétrico também aumenta a capacitância do transdutor e, conseqüentemente, a sua reatância diminui, o que é indesejável. Como exemplo, a variação da reatância capacitiva em relação ao diâmetro para uma frequência de 50 kHz também é mostrada na Figura 16.

Para a mesma variação de diâmetro do caso anterior, a reatância capacitiva diminui de aproximadamente 480 Ω para aproximadamente 30 Ω, e uma baixa reatância capacitiva afeta a sensibilidade do transdutor a danos estruturais. Como pode ser visto no circuito da Figura 12 e

na Equação (64), a impedância elétrica do transdutor consiste em uma reatância capacitiva em paralelo com o transformador eletromecânico. Consequentemente, uma reatância capacitiva baixa reduz a variação na impedância elétrica do transdutor ( $Z_D(\omega)$ ) devido à variação na impedância mecânica da estrutura ( $Z_S$ ) causada por dano.

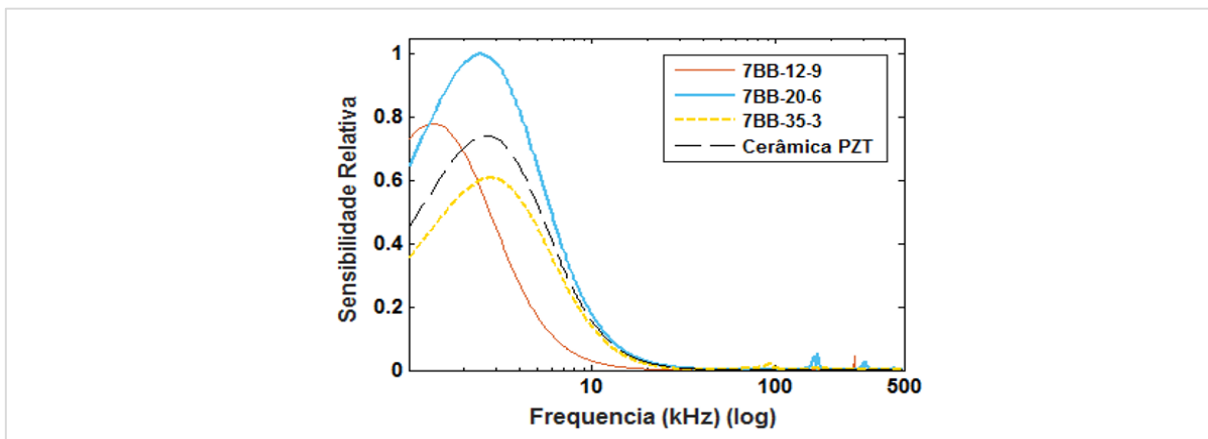
Para analisar a efetividade do circuito equivalente proposto, foi realizada uma verificação experimental básica utilizando-se barras de alumínio mencionada no Capítulo 3. Os resultados são apresentados na próxima seção.

## 4.2 Análise experimental da sensibilidade dos diafragmas ao dano

Antes de analisar os resultados experimentais, as sensibilidades teóricas dos transdutores devem ser avaliadas especificamente para a barra de alumínio utilizada nos experimentos. Considerando-se as dimensões da barra mencionadas no capítulo anterior, sua impedância mecânica aproximada ( $Z_S$ ) pode ser calculada usando a Equação (65) e as propriedades do alumínio, que tem a densidade de massa  $\rho_s = 2,7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  e elasticidade  $s_s = 14,5 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$ .

Conhecendo-se a impedância mecânica da estrutura, a sensibilidade ao dano de cada transdutor pode ser obtida a partir das sensibilidades gerais mostradas na Figura 14, considerando-se as relações de impedância ( $Z_S/Z_T$ ) específicas para cada transdutor. As sensibilidades relativas dos transdutores para a barra de alumínio são representadas na Figura 17.

Figura 17: Sensibilidade relativa teórica dos transdutores para a barra de alumínio específica utilizada nos ensaios



Fonte: Elaborada pelo autor

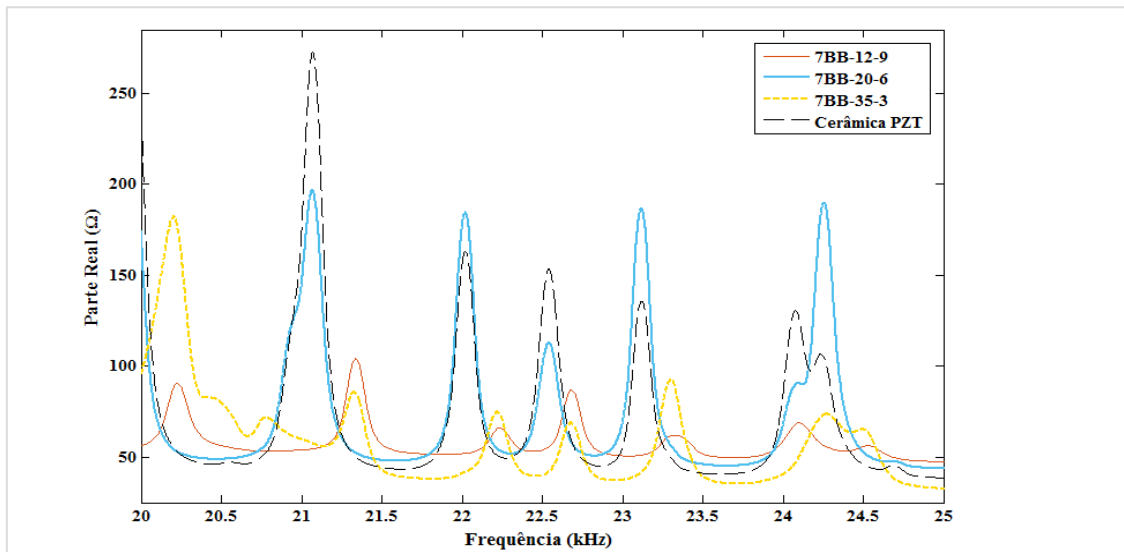
Conforme visto na Figura 17, a sensibilidade dos transdutores ao dano é elevada nas baixas frequências e tende a diminuir significativamente para altas frequências. Em geral, o diafragma 7BB-20-6 (20 mm de diâmetro externo) exibe a maior sensibilidade, seguido pela cerâmica convencional de PZT, que tem a segunda sensibilidade mais alta e é semelhante em tamanho a esse diafragma. O diafragma 7BB-12-9, que é o menor transdutor analisado (12 mm de diâmetro externo), tem a menor sensibilidade em praticamente toda a faixa de frequência.

Embora o diafragma 7BB-35-3 seja o maior transdutor analisado (35 mm de diâmetro externo), sua sensibilidade ao dano é menor do que o diafragma 7BB-20-6 e a cerâmica convencional. Esse resultado é consistente com a análise mostrada na Figura 16 que compara o fator de transformação do secundário do transformador eletromecânico do circuito equivalente com a reatância capacitiva do transdutor em relação ao diâmetro do elemento piezelétrico. Embora o diafragma 7BB-35-3 tenha um elevado fator de transformação, a sua reatância capacitiva é baixa em comparação com outros transdutores.

Além disso, a relação de impedância mecânica ( $Z_S/Z_T$ ) também afeta a sensibilidade, como discutido anteriormente. Para altas frequências acima de 40 kHz, a sensibilidade relativa é significativamente baixa para todos os transdutores, exceto para os diafragmas 7BB-20-6 e 7BB-12-9 que possuem maior sensibilidade para algumas bandas de frequência.

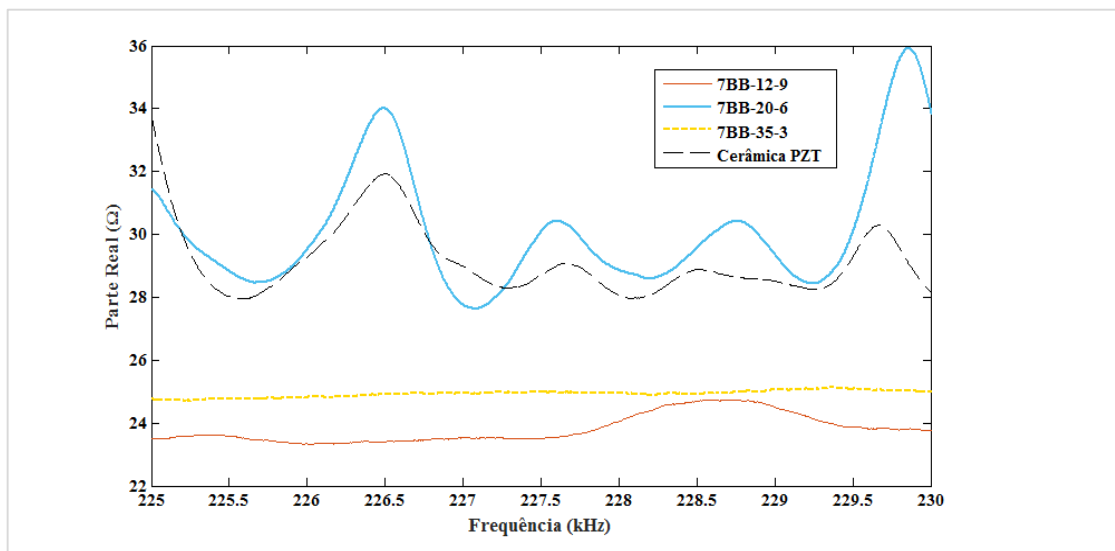
As assinaturas de impedância elétrica experimental dos transdutores estão relacionadas com suas sensibilidades teóricas para danos. Como exemplo, na Figura 18 mostra-se uma comparação entre a parte real das impedâncias dos transdutores em uma faixa de baixa frequência de 20-25 kHz e na Figura 19 são apresentadas as mesmas assinaturas em uma faixa de alta frequência de 225 - 230 kHz.

Figura 18: Parte real das assinaturas de impedância elétrica em baixa frequência obtidas experimentalmente



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 19: Parte real das assinaturas de impedância elétrica em alta frequência obtidas experimentalmente



Fonte: Elaborada pelo autor

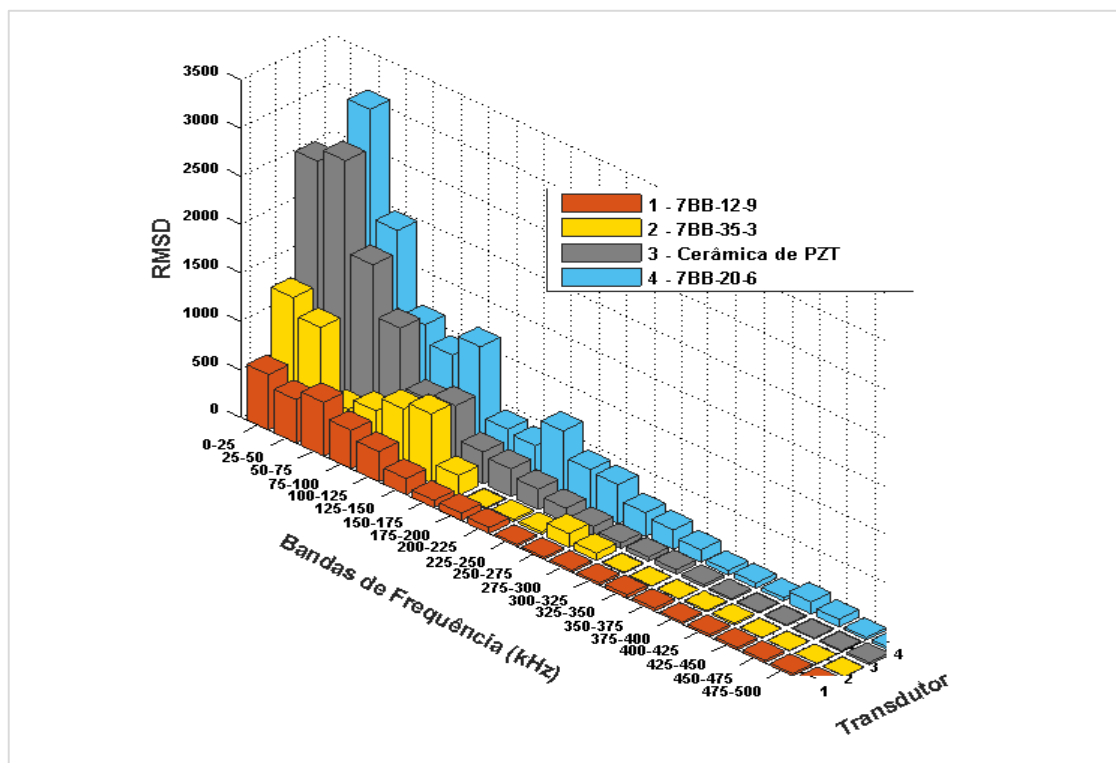
Para as assinaturas em baixas frequências mostradas na Figura 18, a cerâmica convencional e o diafragma 7BB-20-6 apresentam assinaturas de impedância semelhantes e com picos de ressonância mais acentuados em comparação com as assinaturas dos outros diafragmas.

Como é bem conhecido no método da impedância E/M, os picos de ressonância mais acentuados indicam, geralmente, uma maior sensibilidade aos danos. Por conseguinte, esses resultados são consistentes com as sensibilidades teóricas mostradas na Figura 17. Para frequências elevadas, o diafragma 7BB-20-6 tem, no geral, uma assinatura de impedância com picos de ressonância mais acentuados, e os diafragmas 7BB-12-9 e 7BB-35-3 têm assinaturas com picos muito pequenos, como mostrado na Figura 19.

Esses resultados são também consistentes com as sensibilidades teóricas. Um procedimento mais formal para avaliar experimentalmente a sensibilidade dos transdutores é por meio do cálculo do índice RMSD, que indica a variação nas assinaturas de impedância devido a danos estruturais. Esse índice foi calculado utilizando-se a Equação (67) e o dano foi induzido nas barras de alumínio por adição de massa, de acordo com o procedimento descrito no Capítulo 3.

Adicionalmente, o índice RMSD foi calculado em sub-bandas com largura de 25 kHz para permitir uma comparação com as sensibilidades teóricas em toda a faixa de frequência. Os resultados são mostrados na Figura 20.

Figura 20: Comparação dos índices RMSD obtidos experimentalmente para os transdutores



Fonte: Elaborada pelo autor

Semelhantemente às sensibilidades teóricas, os índices de RMSD obtidos para os transdutores mostrados na Figura 20 exibem valores elevados em bandas de baixa frequência e tendem a diminuir significativamente em bandas de alta frequência, embora essa diminuição não seja demasiadamente abrupta como observada nas sensibilidades teóricas. Em geral, o diafragma 7BB-20-6 tem a sensibilidade mais elevada e o diafragma 7BB-12-9 tem a menor sensibilidade a danos. A cerâmica convencional de PZT tem a segunda maior sensibilidade a danos, seguida pelo diafragma 7BB-35-3.

Esses resultados estão consistentes com as sensibilidades teóricas mostradas na Figura 17. Contudo, as sensibilidades teóricas elevadas apresentadas pelos diafragmas 7BB-20-6 e 7BB-12-9 em algumas sub-bandas de alta frequência não foram observadas experimentalmente nos índices RMSD. Portanto, apesar de algumas discrepâncias, os resultados experimentais têm uma boa correlação com os resultados teóricos, indicando que o circuito equivalente proposto e a avaliação de sensibilidade são adequados para as suposições experimentais consideradas neste estudo.

Vale a pena frisar que podem ser levantadas algumas hipóteses para a ocorrência dessas discrepâncias. E uma delas é a de que o modelo foi desenvolvido adotando-se algumas aproximações para o formato do transdutor que convencionalmente tem forma quadrada, e no caso aqui estudado tem forma circular.

Talvez, na construção do modelo pudessem ser utilizadas coordenadas esféricas para contemplar essa forma circular. Outra hipótese é que as discrepâncias poderiam ser menores caso fossem feitas suposições de vibração bidimensional e tridimensional para que os resultados fossem mais completos. Todas essas hipóteses ainda precisam ser investigadas e foram colocadas como sugestões para trabalhos futuros.

## 5 Considerações finais

Neste estudo, um modelo eletromecânico para o diafragma piezelétrico foi desenvolvido e também foi validado por meio de análises experimentais. O circuito equivalente proposto foi verificado com testes básicos em barras de alumínio e os resultados experimentais foram consistentes com os resultados teóricos, apesar de algumas discrepâncias.

Em relação a cada resultado obtido, conclui-se que, na análise das sensibilidades teóricas, a cerâmica convencional e os três modelos de diafragma apresentaram comportamento semelhante, pois as curvas demonstraram que a sensibilidade ao dano é maior nas baixas frequências e tende a diminuir com o aumento da frequência.

Além disso, pode-se observar que esse comportamento se acentua caso a impedância mecânica da estrutura seja muito maior quando comparada com a impedância mecânica do transdutor, ou seja, relação de impedância  $Z_S/Z_T$  elevada.

Como a relação de impedância é um fator que influencia na sensibilidade, foi feita uma análise mais detalhada desse efeito na qual foram apresentadas as sensibilidades do diafragma 7BB-20-6 em função da razão de impedâncias  $Z_S/Z_T$  obtidas para diferentes frequências fixas.

O que pode se observar é que existe um valor ótimo (sensibilidade elevada) para cada frequência na qual o transdutor é excitado e que, independentemente dessa frequência, a sensibilidade diminui para razões de impedância muito pequenas ou muito grandes.

Outro parâmetro que afeta a sensibilidade ao dano é o transformador eletromecânico equivalente, pois o fator de transformação no secundário é diretamente proporcional ao diâmetro do elemento piezelétrico do diafragma. Aqui pode-se observar dois comportamentos distintos, relacionados ao aumento do diâmetro do elemento piezelétrico. O primeiro é benéfico porque o aumento do diâmetro causa um aumento proporcional da taxa de transformação, o que proporciona boa sensibilidade. O segundo não é benéfico, pois o aumento do diâmetro do elemento piezelétrico também aumenta a capacitância do transdutor e, conseqüentemente, a sua reatância diminui. Uma reatância capacitiva baixa reduz a variação na impedância elétrica do transdutor devido à variação na impedância mecânica da estrutura causada por dano.

A validação do circuito equivalente por meio de análise experimental foi precedida pela análise teórica da sensibilidade de cada transdutor especificamente para a barra utilizada nos ensaios. Essa análise permitiu observar o comportamento individual de cada transdutor e também características comuns entre eles.

Das características comuns, pode-se destacar a sensibilidade elevada nas baixas frequências e significativamente baixa para altas frequências. Para as altas frequências acima de 40 kHz, os diafragmas 7BB-20-6 e 7BB-12-9 apresentaram maior sensibilidade para algumas bandas de frequência, e nos outros transdutores (diafragma 7BB-35-3 e a cerâmica de PZT) a sensibilidade relativa foi significativamente baixa.

Individualmente, podem ser destacados o diafragma 7BB-20-6 (20 mm de diâmetro externo) que apresentou maior sensibilidade, seguido pela cerâmica convencional de PZT, que tem a segunda sensibilidade mais alta. Essa proximidade de resultados pode ser explicada pelo tamanho do elemento ativo desses dois transdutores que são semelhantes. O diafragma 7BB-12-9, que é o menor transdutor analisado (12 mm de diâmetro externo), apresentou a menor sensibilidade em praticamente toda a faixa de frequência. Um comportamento que se mostrou consistente com as outras análises teóricas realizadas foi a do diafragma 7BB-35-3 (maior transdutor analisado).

A sensibilidade desse diafragma é menor do que a do diafragma 7BB-20-6 e da cerâmica convencional, e esse resultado é consistente com a análise do fator de transformação, pois embora tenha um elevado fator de transformação, a sua reatância capacitiva é baixa em comparação com os outros transdutores.

Após analisar os resultados teóricos, faz-se importante compará-los a resultados experimentais, e por isso foi feita uma análise experimental com todos os transdutores. As assinaturas de impedância elétrica experimental se mostraram compatíveis com as sensibilidades teóricas, pois em baixas frequências pode-se observar que a cerâmica convencional e o diafragma 7BB-20-6 apresentaram assinaturas de impedância semelhantes e com picos de ressonância mais acentuados em comparação com as assinaturas dos outros diafragmas (indicação de uma maior sensibilidade aos danos).

Para frequências mais elevadas, o diafragma 7BB-20-6 apresentou uma assinatura de impedância com picos de ressonância mais acentuados, e os diafragmas 7BB-12-9 e 7BB-35-3 mostraram assinaturas com picos menos acentuados.

Os resultados experimentais se mostraram interessantes, mas para avaliar as assinaturas de impedância elétrica existem procedimentos mais formais como é o caso dos índices de dano (RMSD e CCDM).

Neste estudo foi realizado o cálculo do índice RMSD das assinaturas de impedância, e o que se pode observar é que, semelhantemente às sensibilidades teóricas, os índices apresentaram valores elevados em bandas de baixa frequência e valores menos elevados em alta frequência. O comportamento dos índices só não é fiel ao observado nas sensibilidades

teóricas, porque se observa claramente que a diminuição não é demasiadamente abrupta como observada nas sensibilidades teóricas.

Apesar dessas pequenas discrepâncias, pode-se concluir que os resultados experimentais têm uma boa correlação com os resultados teóricos e que, embora o circuito proposto se baseie em uma suposição de vibração unidimensional e só seja adequado para estruturas metálicas estreitas, os resultados apresentados são importantes porque permitem uma comparação analítica entre os diafragmas e as cerâmicas convencionais, além de analisar o efeito do diâmetro do transdutor sobre a sensibilidade a danos. O custo também é um fator importante, pois ao optar por diafragmas piezelétricos tem-se um valor muito mais baixo em relação às cerâmicas.

Por fim, conclui-se que, embora os diafragmas piezelétricos tenham um disco de latão adicional na sua construção, os resultados apresentados neste estudo indicam que a sua sensibilidade aos danos não é afetada quando comparada com cerâmicas convencionais de PZT de dimensões semelhantes, pelo menos nas condições experimentais e suposições unidimensionais consideradas neste estudo.

## **Sugestão para trabalhos futuros**

São sugestões para trabalhos futuros:

- a) realizar testes experimentais do modelo em estruturas de tamanhos diversos;
- b) realizar análise experimental com o modelo em estruturas que não sejam constituídas de alumínio;
- c) desenvolver um modelo eletromecânico apropriado para aplicações eficazes em grandes estruturas;
- d) desenvolver um modelo considerando uma suposição de vibração bidimensional e tridimensional;
- e) considerar uma solução que utilize coordenadas esféricas para levar em conta a forma circular do transdutor.

## Referências

ABDELRAHMAN, M.; ELBATANOUNY, M. K.; ZIEHL, P. H. Acoustic emission based damage assessment method for prestressed concrete structures: Modified index of damage. **Engineering Structures**, v. 60, p. 258–264, 2014.

ALBAKRI, M. I.; TARAZAGA, P. A. Electromechanical impedance–based damage characterization using spectral element method. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures.**, v. 28, n. 1, p. 63–77, 2017.

ANNAMDAS, V. G. M.; RADHIKA, M. A. Electromechanical impedance of piezoelectric transducers for monitoring metallic and non-metallic structures: a review of wired, wireless and energy-harvesting methods. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures.**, v. 24, p. 1021–1042, 2013.

ANNAMDAS, V. G. M.; SOH, C. K. Three-dimensional electromechanical impedance model for multiple piezoceramic transducers-structure interaction. **Journal of Aerospace Engineering**, v. 21, n.1, p. 35-44, 2008.

ANNAMDAS, V.G.M.; SOH, C.K. Application of electromechanical impedance technique for engineering structures: review and future issues. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 21, p. 41-59, 2010.

ARJUN, V. et al. Optimisation of pulsed eddy current probe for detection of sub-surface defects in stainless steel plates. **Sensors and Actuators A: Physical.**, v. 226, p. 69–75, 2015.

BAPTISTA, F. G. Uma contribuição aos sistemas de monitoramento de integridade estrutural baseados na impedância eletromecânica. **Tese de Doutorado**, Ilha Solteira, 2010.

BAPTISTA, F. G.; VIEIRA FILHO, J. A new impedance measurement system for PZT-based structural health monitoring **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement.**, v. 58, p. 3602–3608, 2009.

BAPTISTA, F. G.; VIEIRA FILHO, J. Transducer loading effect on the performance of PZT-based SHM systems. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control**, v. 57, p. 933–941, 2010.

BOLLER, C. Structural health monitoring – its association and use, *in*: **New Trends in Structural Health Monitoring, CISM International Centre for Mechanical Sciences**, v. 542, W. Ostachowicz and J. A. Güemes, Ed. Italy: Springer Vienna, p. 1-79, 2013.

BRUNNER, A. J. et al. Piezoelectric fiber composites as sensor elements for structural health monitoring and adaptive material systems, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures.**, v. 20, p. 1045–1055, 2009.

BUSCH-VISHNIAC, I. J. Electromechanical sensors and actuators: mechanical engineering series. Berlin: **Springer**, p. 341, 1998.

CASTRO, B. A. et al. Partial discharge monitoring in power transformers using low-cost piezoelectric sensors. **Sensors**, v. 16, p. 1266, 2016.

CAWLEY, P. The impedance method of non-destructive inspection. **NDT International**, v. 17, n. 2, p. 59-65, 1984.

DESHPANDE, M.; SAGGERE, L. An analytical model and working equations for static deflections of a circular multi-layered diaphragm-type piezoelectric actuator. **Sensors and Actuators A: Physical.**, v. 136, p. 673–689, 2007.

DMITRIEV, S. F. et al. Non-destructive testing of the metal-insulator-metal using miniature eddy current transducers. In: **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Proceedings...** IOP Publishing, v. 71, 012065, p. 1-7, 2015.

DONGA, X. et al. A new equivalent circuit for piezoelectrics with three losses and external loads. **Sensors and Actuators A: Physical**. v. 256, p. 77–83, 2017.

DUCHARNE, B. et al. Nonlinear technique for energy exchange optimization in piezoelectric actuators. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 28, n. 8, p. 3941-3948, Ago. 2013.

FARRAR, C. R.; WORDEN, K. An introduction to structural health monitoring. **Philosophical Transactions of the Royal Society A**, v.365, p. 303–315, 2007.

FARRAR, C. R.; WORDEN, K. Structural health monitoring: A machine learning perspective, **John Wiley & Sons, Ltd.** Chichester, United Kingdom, 2013.

FOTI, D. Non-destructive techniques and monitoring for the evolutive damage detection of an ancient masonry structure. **Key Engineering Materials**, v. 628, p. 168-177, 2015.

FREITAS, E. S.; BAPTISTA, F.G. Experimental analysis of the feasibility of low-cost piezoelectric diaphragms in impedance-based SHM applications **Sensors and Actuators A: Physical.**, v. 238, p. 220–228, 2016.

GIANNEO, A.; CARBONI, M.; GIGLIO, M. Feasibility study of a multi-parameter probability of detection formulation for a Lamb waves–based structural health monitoring approach to light alloy aeronautical plates. **Structural Health Monitoring**, v. 16, p. 225–249, 2017.

GIURGIUTIU, V. Embedded NDT with piezoelectric wafer active sensors. In: O. Günes, Y. Akkaya (Eds.), **Nondestructive Testing of Materials and Structures**, RILEM Bookseries, vol. 6, Springer, Netherlands, p. 987–992, 2013.

GIURGIUTIU, V. Piezoelectric wafer active sensors for structural health monitoring: state of the art and future directions. In: **Proceedings of Conference of Pressure Vessels and Piping Division**, Bellevue, Washington, USA, p. 1115–1121, 2010.

GOMES, L.T. Effect of damping and relaxed clamping on a new vibration theory of piezoelectric diaphragms. **Sensors and Actuators A: Physical.**, v. 169, p. 12–17, 2011.

GONSALEZ, C. G. et al. Structural damage detection in an aeronautical panel using analysis of variance. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 52-53, p. 206-216, Feb. 2015.

GORGIN, R. et al. Damage size characterization algorithm for active structural health monitoring using the A0 mode of Lamb waves. **Smart Materials and Structures**, v. 23, n. 3, p. 035015.1- 035015.9, 2014.

HAN, Q.; XU, J.; CARPINTERI, A. Localization of acoustic emission sources in structural health monitoring of masonry bridge. **Structural Control and Health Monitoring**, v. 22, p. 314- 329, 2015.

HU, Y.; LIANG, X.; WANG, W. A theoretical solution of resonant circular diaphragm-type piezoactuators with added mass loads. **Sensors and Actuators A: Physical.**, v. 258, p. 74–87, 2017.

INMAN, D. J.; FARRAR, C. R.; LOPES JR., V.; STEFFEN JR., V. Damage Prognosis: For Aero-space, Civil and Mechanical Systems. **John Wiley & Sons, Ltd.** Chichester, 2005.

KAMAS, T.; TEKKALMAZ, M. SHM of thick structures via E/M impedance of embedded PWAS for weight loss defects. In: **Proceedings of the 8th European workshop on structural health monitoring**, Bilbao, Spain, 5–8 July, 2016.

LAMBERTI, N. et al. a track-pad device based on a piezoelectric bimorph. **Sensors and Actuators A: Physical.**, v. 222, p. 130–139, 2015.

LE, S.; HEGAB, H. Investigation of a multistage micro gas compressor cascaded in series for increase pressure rise. **Sensors and Actuators A: Physical.**, v. 256, p. 66–76, 2017.

LI, F.; PENG, H.; MENG, G. Quantitative damage image construction in plate structures using a circular PZT array and Lamb waves. **Sensors and Actuators A: Physical.**, v. 214, p. 66–73, 2014.

LI, H-N. et al. State-of-the-art in structural health monitoring of large and complex civil infra-structures. **Journal of Civil Structural Health Monitoring**, v. 6, n.1, p. 3–16, Fev. 2016.

LIANG, C.; SUN, F. P.; ROGERS, C.A. Coupled electro-mechanical analysis of adaptive material systems-determination of the actuator power consumption and system energy transfer. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures.**, v. 5, p. 12–20, 1994.

LIANG, R.; WANG, Q. High sensitivity piezoelectric sensors using flexible PZT thick-film for shock tube pressure testing. **Sensors and Actuators A: Physical.**, v. 235, p. 317–327, 2015.

LIM, Y. Y.; SOH, C. K. Towards more accurate numerical modeling of impedance based high frequency harmonic vibration. **Smart Materials and Structures.**, v. 23, p. 035017, 2014.

LIU, P. et al. Concrete damage diagnosis using electromechanical impedance technique. **Construction and Building Materials**, v. 136, p. 450–455, 2017.

MARCHI, M. et al. Grinding process monitoring based on electromechanical impedance measurements. **Measurement Science and Technology.**, v. 26, p. 045601, 2015.

MARTOWICZ, A.; ROSIEK, M. Electromechanical impedance method. In: T. Stepinski, T. Uhl, W. Staszewski (Eds.), *Advanced Structural Damage Detection: From Theory to Engineering Applications*, **John Wiley & Sons**, Chichester, United Kingdom, p. 141-176, 2013.

MEITZLER, A. H. et al. IEEE standard on piezoelectricity: an American national standard. New York: IEEE-ANSI, (Std, 176), 66p., 1988.

MOU, S.-C. Analytical design of the optimal driving location for a novel ultrasonic actuator by zone-energy method. **Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology**, v. 4, n. 20, p. 3937- 3942, Oct. 2012.

MURATA, Manufacturing, *Piezoelectric Ceramics ("PIEZOTITE") Sensors*, Catalog No. P19E-9, 2008.

OOJEVAAR, T. H. et al. Vibration based damage identification in a composite t-beam utilising low cost integrated actuators and sensors. In **Sixth European Workshop on Structural Health Monitoring**, Dresden, Germany, p. 232-239, 2012.

PARK, G. et al. Overview of piezoelectric impedance-based health monitoring and path forward. **The Shock and Vibration Digest**, v. 35, n. 6, p. 451-463, nov. 2003.

PEARSON, M. R. et al. Improved acoustic emission source location during fatigue and impact events in metallic and composite structures. **Structural Health Monitoring.**, v. 16, n. 4, p. 382-399, 2017.

PIEZO SYSTEMS, Inc. Piezoceramic Properties [Online], 2018. Disponível em: <http://www.piezo.com/prodsheet3disk5A.html>. Acesso em: 15 jul. 2018.

RAO, B. C. Non-destructive testing and damage detection in aerospace materials and material technologies, in: N.E. Prasad, R.H. Wanhill (Eds.), **Aerospace Materials and Material Technologies**, vol. 2, part II, Springer, Singapore, p. 209–228, 2016.

ROACH, D. Real time crack detection using mountable comparative vacuum monitoring sensors, **Smart Structures and Systems**, v. 5 p. 317-328, 2009.

ROYER, D.; DIEULESAINT, E. Elastic waves in solids I: free and guided propagation. Berlin: **Springer**, 2000a. v. 1, 374 p.

RULLI, R. P.; DOTTA, F.; DA SILVA, P. A. Flight tests performed by EMBRAER with SHM systems. **Key Engineering Materials**, v. 558, p. 305-313, 2013.

SHAHAB, S.; ERTURK, A. Coupling of experimentally validated electroelastic dynamics and mixing rules formulation for macro-fiber composite piezoelectric structures. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures.**, v. 28, n. 12, p. 1575-1588, 2017.

SILVEIRA, R. Z.; CAMPEIRO, L. M.; BAPTISTA, F. G. Performance of three transducer mounting methods in impedance-based structural health monitoring applications. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures.**, v. 28, n. 17, p. 2349-2362, 2017.

SOUZA, P. R.; NOBREGA, E. G. O. A fault location method using Lamb waves and discrete wavelet transform. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 34, n. 4, p. 515-524, Dec. 2012.

STEPINSKI, T.; UHL, T.; STASZEWSKI, W. Electromechanical impedance method. Advanced Structural Damage Detection: From Theory to Engineering Applications, Ch6, **John Wiley & Sons, Ltd**, Chichester, 2013.

SUN, Z. et al. A methodological review of piezoelectric based acoustic wave generation and detection techniques for structural health monitoring. **International Journal of Aerospace Engineering**, v. 2013, ID 928627, 22 p., 2013.

TALAKOKULA, V. et al. Diagnosis of carbonation induced corrosion initiation and progression in reinforced concrete structures using piezo-impedance transducers. **Sensors and Actuators A: Physical.**, v. 242, p. 79–91, 2016.

TAN, C. H. et al. Fiber Bragg grating based sensing system: Early corrosion detection for structural health monitoring. **Sensors and Actuators A: Physical.**, v. 246, p. 123–128, 2016.

TINOCO, H. A.; MARULANDA, D. J. Damage identification in active plates with indices based on gaussian confidence ellipses obtained of the electromechanical admittance. **Journal of Nondestructive Evaluation.**, v. 34, n. 28, p. 1–16, 2015.

VIEIRA FILHO J.; BAPTISTA, F. G.; INMAN, D. J. Time-domain analysis of piezoelectric impedance-based structural health monitoring using multilevel wavelet decomposition. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 25, p. 1550-1558, 2011.

WANG, D.; SONG, H.; ZHU, H. Electromechanical impedance analysis on piezoelectric smart beam with a crack based on spectral element method. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2015, Article ID 713501, p. 1-13, 2015.

WANG, D. et al. A two-dimensional electromechanical impedance model and experimental verification of a PZT transducer. In: **2016 Symposium on Piezoelectricity, Acoustic waves, and Device Applications**, Oct. 21-24, Xi'an, Shaanxi, China, 2016, pp. 261-264, 2016.

ZAGRAI A. N.; GIURGIUTIU, V. Electro-mechanical impedance method for crack detection in thin plates. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 12, n. 10, p. 709-718, out. 2001.

ZHANG, Y. X. et al. EMI-based damage identification for beam structures. **Advanced Materials Research**, v. 1081, p. 358-362, 2015.

ZHANG, Y.; LU, T.; PENG, Y. Three-port equivalent circuit of multi-layer piezoelectric stack. **Sensors and Actuators A: Physical.**, v. 236, p. 92–97, 2015.

ZHAO, J.; BAO, T. AMJAD, U. Optical fiber sensing of small cracks in isotropic homogeneous materials. **Sensors and Actuators A: Physical.**, v. 225, p. 133–138, 2015.

ZUO, C.; FENG, X.; ZHOU, J. A three-dimensional model of the effective electromechanical impedance for an embedded PZT transducer. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2013, p. 218026, 2013.