



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

Câmpus São José do Rio Preto

Alex Marino Gonçalves de Almeida

**Elaboração de filtros *Wavelet* baseada em
conhecimento para distinção entre locutores
autênticos e inautênticos**

São José do Rio Preto

2022

Alex Marino Gonçalves de Almeida

Elaboração de filtros *Wavelet* baseada em conhecimento para distinção entre locutores autênticos e inautênticos

Tese apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ciência da Computação junto ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP), Câmpus de São José do Rio Preto - SP.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Capobianco Guido

São José do Rio Preto

2022

A447e

Almeida, Alex Marino Gonçalves de

Elaboração de Filtros Wavelet Baseada em Conhecimento para
Distinção entre Locutores Autênticos e Inautênticos / Alex Marino
Gonçalves de Almeida. -- São José do Rio Preto, 2022

75 p. : il., tabs.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp),
Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio
Preto

Orientador: Rodrigo Capobianco Guido

1. Filtros Wavelet. 2. Inteligência Artificial. 3. Verificação de
Locutores. 4. Ataques de regravação. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de
Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

Alex Marino Gonçalves de
Almeida

Elaboração de Filtros *Wavelet* Baseada em Conhecimentopara Distinção entre Locutores Autênticos e Inautênticos

Tese apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ciência da Computação, junto ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Câmpus de São José do Rio Preto.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Rodrigo Capobianco
Guido UNESP - Câmpus de São
José do Rio Preto - Orientador



Prof. Dr. Rodrigo Capobianco Guido
guido@ieee.org
<http://www.sjrp.unesp.br/~guido/>

Prof. Dr. Kelton Augusto Pontara da Costa
UNESP - Câmpus de Bauru

Prof. Dr. Aleardo Manacero Júnior
UNESP - Câmpus de São José do Rio Preto

Prof. Dr. Fernando Fernandes Paiva
USP - Instituto de Física de São Carlos

Prof. Dr. Everthon Silva Fonseca
IFSP - Instituto Federal São Paulo - Câmpus de Catanduva

São José do Rio Preto
2022

Quero dedicar este trabalho primeiramente a Deus e Nossa Senhora, muito obrigado por garantir minha saúde e perseverança. Dedico ainda à minha família, em especial minha esposa Tatiana e ao meu irmão José Aparecido. Não posso deixar de lembrar dos professores Pedro e Ismael que me influenciaram a trilhar este caminho.

Agradecimentos

Agradeço a Deus por absolutamente tudo, em especial por tornar possível os agradecimentos subsequentes.

Em escala humana não posso me eximir de agradecimento e amor à minha família pelo sacrifício que lhes fora imposto para que este fim fosse atingido.

Ao meu orientador é necessário agradecer a paciência, atenção e dedicação que tornaram possível este trabalho.

"Be curious, not judgmental."
(WHITMAN, 2007)

Resumo

Os sistemas para autenticação biométrica baseados em voz têm ganhado cada vez mais espaço. Entretanto, a possibilidade de falsificação dos sinais acústicos dos locutores, principalmente utilizando-se de regravações, tem sido um obstáculo para a maior usabilidade dos referidos mecanismos biométricos. Assim, este trabalho de doutorado apresenta uma inovação no sentido de detectar sinais de vozes regravados: a formulação de filtros *wavelet* dedicados para identificar os *replay attacks*, com base em conhecimento. A técnica proposta confere conhecimento aos filtros utilizando-se de casos-exemplo autênticos e inautênticos de sinais de voz, o que não possui precedentes na literatura. No bojo dos experimentos elaborados neste trabalho constam o desenvolvimento de filtros baseados em conhecimento abrangendo uma ampla gama de propriedades físicas dos sinais, destacando-se *skewness* e *kurtosis*, produzindo filtros de resposta ao impulso finita com suportes 6, 8, 12 e 16. Do conjunto de experimentos realizados, pode-se destacar o resultado em taxas de erros iguais (EER) igual a 1,96% para o filtro produzido com a propriedade física *skewness* e com suporte 12, equiparando-se, numa abordagem regular de decomposição tempo-frequência, ao melhor resultado obtido com a base pública ASVSpooF 2017 e demonstrando, assim, a efetividade da contribuição para o estado-da-arte.

Descritores: Filtros *Wavelet*. Inteligência Artificial. Verificação de Locutores. Ataque de Regravação.

Abstract

Speech authentication mechanisms have gained more and more space. Nevertheless, the possibility of spoofing speakers' acoustic signals, mainly by using subsequent recordings, has been an obstacle to the practical application of biometric devices. Thus, this PhD thesis presents an innovation in the sense of detecting replayed speech: wavelet filters, to identify replay attacks, specified based on knowledge. Particularly, knowledge is incorporated to those filters by using original and replayed speech samples, exhibiting no precedents in the literature. In the heart of the experiments elaborated in this one, there was the development of work based on covering a wide range of physical properties of the signals, highlighting *skewness* and *kurtosis*, producing finite impulse response filters with support-sizes 6, 8, 12 and 16. From the set of experiments, we can highlight the equal error rate (EER) of 1.96% for the filter produced with the physical property *skewness* and with support-size 12, matching the best result obtained with the public database ASVSpooF 2017, in an ordinary time-frequency decomposition, and demonstrating the effectiveness of the contribution to state-of-the-art.

Keywords: Wavelet Filter Banks. Artificial Intelligence. Speaker Verification. Replay Attacks.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Taxonomia - segregadas pelos domínios - da técnicas de extração de características físicas de sinais de áudio.	22
Figura 2 – Diagrama da sequência de passos envolvidos na elaboração dos filtros <i>wavelet</i> baseados em conhecimento.	32
Figura 3 – Processo de transformação do sinal de entrada S até o nível $j = \frac{\log_2 M}{2}$. . .	35
Figura 4 – observação dos sinais de voz concernentes às características físicas do sinal. . .	36
Figura 5 – o conjunto de $\{y\}$ sinais $\{Z\}$ transformados, oriundos dos sinais de exemplo de entrada, formarão equações de imposição de restrição de conhecimento.	37
Figura 6 – Etapa final de formulação dos coeficientes do filtro	37
Figura 7 – Processo de decomposição em nível médio $J = \log_2 M$ do exemplar de sinal, formando $y = 2^J$ sinais transformados $\{Z\}$ de comprimento $2^{\log_2 M - J}$	41
Figura 8 – Plotagem das propriedades físicas por faixa de frequência, de amostras Autênticas e Inautênticas do <i>Dataset</i> ASVSpooF 2017.	42
Figura 9 – Plotagem das propriedades físicas por faixa de frequência, de amostras Autênticas e Inautênticas do <i>Dataset</i> ASVSpooF 2019.	42
Figura 10 – Figuração do processo de formulação do limiar λ	44
Figura 11 – Diagrama esquemático da configuração experimental	46
Figura 12 – Desempenhos em Acurácia	48
Figura 13 – desempenhos dos resultados dos filtros em acurácia e precisão	50
Figura 14 – desempenhos dos resultados dos filtros em revocação e F_1 -score	51
Figura 15 – Comparação dos resultados em Acurácia segregados pelos suportes de filtros conforme o teste Nemenyi. As agrupamentos sem diferença significativa estão conectados ($\alpha = 0,05$).	52
Figura 16 – resposta em fase e magnitude de um conjunto de exemplares de filtros formulados com casos autênticos / ASV 2017 / <i>skewness</i>	52
Figura 17 – Desempenhos em EER	53
Figura 18 – comparação dos resultados em EER médios por configurações (<i>dataset</i> / propriedade física) conforme o teste Nemenyi. Os agrupamentos de filtros sem diferença significativa estão conectados ($\alpha = 0.05$)	54
Figura 19 – curvas EER - ASV 2017	54

Lista de tabelas

Tabela 1 – Sumário dos trabalhos ASVSpooof 2017 e 2019.	21
Tabela 2 – ASVSpooof 2019 & ASVSpooof 2017	38
Tabela 3 – Top 10 configurações de Filtros em Acurácia, ...	49
Tabela 4 – Melhores Filtros em Acurácia e respectivo ranqueamento pertinente ao suporte de filtro.	50
Tabela 5 – Melhores Resultados em TEC segregados por Suporte	53

Sumário

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Motivação	14
1.2	Objetivos Específicos	15
1.3	Organização do Trabalho	16
2	REFERENCIAL TEÓRICO	17
2.1	Reconhecimento de Locutores	17
2.1.1	Verificação de Locutores	18
2.2	Características Físicas dos Sinais de Voz	22
2.3	Transformada Discreta <i>Wavelet</i> na Análise de Sinais de Voz	29
3	ESTRATÉGIA PROPOSTA: FORMULAÇÃO DOS FILTROS <i>WAVELET</i> BASEADA EM CONHECIMENTO	32
3.1	Descrição Geral	32
3.2	Detalhando a Formulação dos Filtros: os coeficientes $\{q\}$	34
3.3	Detalhando a Formulação dos Filtros: decomposição dos sinais de voz visando conferir conhecimento	34
3.4	Detalhando a Formulação dos Filtros: caracterização do conhecimento por meio dos coeficientes $\{K\}$	36
3.5	Confecção Final do Filtro	37
3.6	<i>Datasets</i>	38
3.6.1	ASVSpooF 2017 V2.0	38
3.6.2	ASVSpooF 2019	38
3.7	Obtenção dos Filtros <i>Wavelet</i> Baseada em Conhecimento Utilizando Sinais dos <i>Datasets</i>	39
4	EXPERIMENTOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS	46
4.1	Aparato Experimental	46
4.2	Métricas de Avaliação	47
4.3	Filtros <i>Versus</i> Métricas Tradicionais de Classificação	48
4.4	Filtros <i>Versus</i> Métricas de Biometria	53
5	CONCLUSÕES E EXPERIMENTOS FUTUROS	56
	REFERÊNCIAS	58

APÊNDICES	66
APÊNDICE A – PUBLICAÇÕES DURANTE O PROGRAMA . . .	67
APÊNDICE B – EXEMPLAR DO COEFICIENTE q_0	68
APÊNDICE C – EXEMPLAR DO COEFICIENTE t_0	72

1 Introdução

Neste capítulo apresentam-se a motivação deste trabalho, os seus objetivos específicos e, por fim, a organização estrutural do texto.

1.1 Motivação

Entre as estratégias biométricas em uso, tais como aquelas baseadas em impressão digital e no reconhecimento facial, os sistemas de Verificação Automática de Locutores () têm se tornado essenciais no mundo real. Destinam-se, particularmente, a determinar se um sinal de voz pertence ou não a um locutor pré-registrado. Assim como qualquer outro sistema biométrico, os sistemas de estão sujeitos a diferentes tipos de ataques. Devido ao rápido desenvolvimento de técnicas de reprodução de fala, de conversão de voz (TODA; SARUWATARI; SHIKANO, 2001) e de síntese de voz (LEON et al., 2012), tem sido possível gerar falas sintéticas de suficiente qualidade para burlar sistemas .

Especificamente, as estratégias de falsificação de voz em uso incluem conversão de voz (WU; LI, 2014), síntese de voz (LEON et al., 2012), reprodução de voz e mímicas. O ataque por reprodução é o que mais ameaça a , uma vez que consiste na cópia fiel de vozes de usuários autênticos (WU et al., 2015), as quais são posteriormente reproduzidas em frente ao mecanismo autenticador. Para neutralizar tal ataque, contramedidas são necessárias.

Assim, a tornou-se uma área desafiadora no escopo da autenticação biométrica. Os desafios internacionais bienais ASVSpooF¹ têm concentrado publicações científicas no estado-da-arte na área. Os relatos concentram-se no desenvolvimento de *back-ends* que se empenham na investigação de classificadores que melhor distingam locutores autênticos dos inautênticos, tais como os trabalhos de Alzantot, Wang e Srivastava (2019), Zeinali et al. (2019) e Yang et al. (2019). Diferentemente, o desenvolvimento do *front-end* implica o empenho na determinação de características que melhor distingam locutores autênticos de inautênticos. No contexto do desenvolvimento do *front-end*, é possível encontrar trabalhos que focados no desenvolvimento de novos conjuntos de características baseados em combinações de características clássicas, tais como *Mel Frequency Cepstral Coefficients* (MFCC), *Linear Prediction Coefficients* (LPC), período de *pitch*, entre outras, como em Wang, Xiao e Zhu (2017) e Jelil et al. (2017). Tem-se, ainda, o caso de pesquisadores que traçaram o caminho de variações das características clássicas com emprego de técnicas de aprendizado profundo ou ainda com transferência de aprendizado, tais como os trabalhos Chang, Wu e Chen (2019), Chen et al. (2017) e Alzantot, Wang e Srivastava (2019).

¹ www.asvspoof.com

De fato, o avanço do estado-da-arte na área de tem se mostrado intrinsecamente ligado às técnicas de aprendizado profundo, implicando o desenvolvimento de aplicações de alto custo computacional que, muitas vezes, progridem numa proibitiva e insustentável maneira (THOMPSON et al., 2020). O problema do custo computacional das estratégias em uso ensejou o autor desta tese a trabalhar numa solução que resulta em menor custo de treinamento da solução, associado ao emprego de características físicas clássicas dos sinais produzidos pelos locutores. Assim, desenvolveu-se, de modo inovador, uma solução baseada na elaboração de um conjunto de filtros *wavelet* que incorporam “conhecimento”.

A Elaboração dos referidos filtros *wavelet* sustentou-se nos trabalhos Guido et al. (2008), Guido (2018) e Guido (2021). A tarefa de formulação dos filtros difere em essência dos seus antecessores no sentido que a especificação dos coeficientes não ocorre de forma direta, porque um novo conjunto de coeficientes de conhecimento é, desta vez, incorporado, conferindo conhecimento proveniente dos sinais-exemplo. A abordagem proposta, que é inédita na literatura, proporcionou resultado com *Equal Error Rate* (), que é a métrica tradicionalmente usada para mensurar o desempenho de sistemas , de 1,96%, confirmando sua eficiência e aplicabilidade.

1.2 Objetivos Específicos

O objetivo principal deste trabalho é, após uma etapa de estudo, desenvolver um conjunto de filtros *wavelet* baseado em conhecimento para detectar ataques de regravação em sistemas . Particularmente objetivou-se:

- com base nas técnicas de formulação de filtros *wavelet*, desenvolver uma estratégia baseada em conhecimento para que os filtros possam detectar padrões de modo “inteligente”;
- estudar características físicas dos exemplos de sinais autênticos e inautênticos para identificar fatores que possam auxiliar na incorporação de conhecimento estatístico aos filtros;
- testar uma ampla gama de configurações e de propriedades físicas para incorporar o referido conhecimento estatístico;
- formular e experimentar filtros *wavelet* de diferentes suportes, possibilitando análises que impliquem diferentes resoluções de tempo e frequência;
- avaliar os resultados considerando os *datasets* disponíveis.

1.3 Organização do Trabalho

Com a atenção voltada aos objetivos previamente detalhados, este trabalho segue organizado da seguinte maneira. No Capítulo 2 apresenta-se uma revisão em torno dos assuntos fundamentais deste trabalho, que são o reconhecimento de locutores, filtros *wavelet* e as características físicas de sinais de voz. Prosseguindo, no Capítulo 3 descreve-se a formulação proposta para os filtros baseados em conhecimento. Na sequência, no Capítulo 4 traz-se a descrição dos experimentos e das métricas de avaliação utilizadas, além dos resultados obtidos e da discussão em torno deles. Por fim, no Capítulo, 5 apresentam-se as conclusões deste trabalho e propostas para experimentos vindouros, as quais precedem as referências e os apêndices.

2 Referencial Teórico

Neste capítulo apresentam-se os conceitos necessários para compreensão do presente trabalho, com nível de profundidade adequado para o fim a que ele se propõe.

2.1 Reconhecimento de Locutores

O Reconhecimento de Locutores, às vezes referido como biometria de locutores, inclui a identificação, autenticação, classificação e, por extensão, segmentação, rastreamento e detecção de locutores. É um termo genérico usado para qualquer procedimento que envolve o conhecimento da identidade de uma pessoa a partir da sua voz. Relativo à tarefa de reconhecimento de locutores, muitos termos diferentes foram cunhados, alguns dos quais causaram grande confusão. Pesquisas envolvendo reconhecimento de fala já existem há muito tempo e, naturalmente, há muito desencontro quanto aos termos reconhecimento de fala e reconhecimento de locutores/falantes. Um termo que aumentou ainda mais essa divergência foi o reconhecimento de voz, o qual tem sido usado em alguns círculos em substituição ao termo reconhecimento de locutores. Embora seja conceitualmente um nome adequado para o assunto, é recomendado evitar o uso. O termo reconhecimento de voz foi erroneamente aplicado aos trabalhos de reconhecimento de fala e esses termos foram sinônimos por muito tempo. De fato, numa aplicação de reconhecimento de voz, não é a voz do indivíduo que está sendo reconhecida, mas sim o conteúdo da sua fala (BEIGI, 2011).

Além disso, há uma miríade de terminologias diferentes empregadas para se referir a este assunto, as quais incluem biometria de voz (BENESTY et al., 2008), fala biométrica (AKAIKE, 1974), identificação biométrica dos locutores (GONG, 2002), identificação do locutor (ABE, 2005), identificação de voz (BAHL et al., 1986) e assim por diante. Com exceção do termo biometria de fala, que também introduz a adição de uma base de conhecimento de fala à tarefa de reconhecimento de locutores, o restante não apresenta qualquer informação adicional.

Para evitar desencontros, foi proposto em Beigi (2011) o uso padrão da maioria dos termos populares e termos específicos para endereçar o assunto. Esses termos são o reconhecimento de locutores para toda a classe de problemas e, diferentemente, identificação de locutores, verificação de locutores, classificação de locutores, segmentação de locutores, rastreamento de locutores e detecção de locutores para os ramos específicos da disciplina.

Um sistema de reconhecimento de locutores modela características do trato vocal do indivíduo-alvo, podendo caracterizar-se por um modelo matemático do sistema fisiológico, reproduzindo a fala humana ou simplesmente um modelo estatístico de características decorrentes do trato vocal humano. Uma vez que um modelo é estabelecido e associado ao indivíduo, novas

instâncias de fala podem ser avaliadas para determinar a probabilidade de terem sido geradas pelo modelo de interesse em contraste com outros modelos observados. Essa é a metodologia subjacente a todas aplicações de reconhecimento de locutores (BEIGI, 2011).

A área de reconhecimento de locutores possui muitos ramos que estão direta ou indiretamente relacionados. Em geral, ela se manifesta de seis maneiras diferentes, podendo-se categorizar esses ramos em dois grupos: simples e compostos. Os ramos simples são independentes e, por outro lado, os compostos são os que utilizam uma ou mais das manifestações simples, possivelmente com técnicas adicionais. Os ramos simples do reconhecimento de locutores são:

1. Verificação de Locutores,
2. Identificação de Locutores,
3. Classificação de Locutores.

Diferentemente, os ramos compostos de reconhecimento de locutores são:

1. Segmentação de Locutores,
2. Detecção de Locutores,
3. Rastreamento de Locutores.

Atualmente, a verificação de locutores é o ramo mais popular devido à sua importância na segurança e controle de acesso, sendo, portanto, a aplicação de interesse neste trabalho.

2.1.1 Verificação de Locutores

Em aplicações genéricas de verificação de locutores, o indivíduo que está sendo verificado, isto é, autenticado, e que é conhecido como o locutor de teste, identifica-se, geralmente, por métodos não falados, tais como um nome de usuário ou um número. Por se tratar de termos não falados, tais etapas são baseadas em conteúdo. Na verdade, essas informações podem também ser fornecidas usando a fala, mas, neste caso, o sinal de fala não é usado diretamente para identificação. A identificação (ID) fornecida é usada para recuperar o modelo do indivíduo em um banco de dados. Esse modelo é chamado de modelo do locutor-alvo. Em seguida, o sinal de fala do locutor de teste é comparado com o modelo do locutor-alvo para verificá-lo.

Em analogia à verificação de um locutor, é interessante imaginar como avaliar o brilho de um objeto. É, de fato, difícil chegar a uma medida sem ter outra medida oposta ao brilho, o que seria o não-brilho ou então a obscurecidão. Pode-se ter um modelo de brilho e compará-lo, mas não seria razoável realizar qualquer julgamento quantitativo do brilho sem ter um modelo para obscurecidão. O mesmo é verdadeiro para verificação de locutor ou qualquer outro sistema de verificação. Para ser capaz de obter uma avaliação quantitativa da semelhança do locutor

de teste em relação ao locutor-alvo, é necessário saber como o locutor de teste é diferente de outros locutores. Em parte, isso se deve à natureza complexa da fala. É impossível que duas instâncias de fala sejam idênticas devido a muitas razões, incluindo o conteúdo da fala, os ruídos ambientes, o estado emocional do locutor, entre outros.

Para avaliar adequadamente a semelhança do locutor de teste para o locutor-alvo, existem várias abordagens. As duas principais concentram-se no contraste daquele locutor com um ou mais modelos concorrentes. O primeiro método usa um Modelo de Plano de Fundo ou um Modelo de Plano de Fundo Universal. Geralmente, é um modelo com base em dados de uma grande população. A ideia por trás disso é que, se o locutor de teste está mais próximo da população média do que do locutor-alvo, então é mais provável que ele não seja o locutor-alvo (HASAN; HANSEN, 2011).

O segundo método usa um modelo de coorte. Os membros da coorte do locutores-alvo são os locutores que se assemelham com o locutor-alvo. A filosofia por trás dessa abordagem é que se o locutor de teste que se situa mais próximo do locutor-alvo em comparação com a coorte, será então identificado com locutor alvo. Neste método, não há necessidade de envolver o restante da população. A comparação é feita entre o locutor alvo e sua coorte (FURUI, 1996).

Os trabalhos envolvendo verificação de locutores são, em geral, realizados com base nos dados dos desafios ASVSpooof 2017 e 2019, organizados para estudar a robustez das contramedidas criadas para distinguir locutores autênticos dos inautênticos. Os desafios reúnem, ao final, as melhores técnicas que produzem resultados efetivos, os quais são publicados na literatura especializada. Os métodos criados podem ser categorizados no que diz respeito ao foco principal e ao desenvolvimento de características que melhor segreguem locutores autênticos e inautênticos. Um exemplo é o trabalho de Wang, Xiao e Zhu (2017), no qual os autores obtiveram resultado relativo superior ao *baseline* CQCC+GMM da ordem de 37.39%. Para tal, exploraram o algoritmo de seleção de características *ReliefF*, no qual constam melhorias do algoritmo *Relief* originalmente proposto por Kira, Rendell et al. (1992). Os autores utilizaram características emocionais, CQCC, MFCC e *pitch* e, como classificadores, fizeram uso de SVM e GMM. No trabalho Font, Espín e Cano (2017) os autores propuseram uma abordagem que consiste na fusão em nível de pontuação de vários classificadores básicos usando regressão logística. Utilizaram como características CQCC, MFCC, LFCC, IMFCC, RFCC, LPCC e SCFC e como classificadores os GMMs. A melhor combinação obteve EER=10,52%.

No trabalho de Alluri et al. (2017), os autores consideram que quando os sinais de fala são reproduzidos, eles passam por vários canais em oposição à gravação original. Tal informação de canal é tipicamente incorporada, na forma de ruído, em bandas de baixas frequências. Assim, um método de processamento de sinais de voz de alta resolução de espectro temporal é necessário para extração robusta de características de tais regiões. A combinação de filtragem de frequência única (SFF) no *front-end* e GMM bidirecional como

back-end proporcionou $EER = 4.10\%$. No artigo Witkowski et al. (2017), os autores consideram anormalidades em sub-bandas de alta frequência devido à manipulação das gravações que passam por múltiplos canais analógicos e digitais. Para extração de características, utilizaram IMFCC, LPCC, LPCC como *front-end* e, como *back-end*, fizeram uso de GMM utilizando ainda o algoritmo *expectation-maximization*, obtendo como melhor resultado $ERR = 3.38\%$.

Quanto ao desenvolvimento e aprimoramento de classificadores, observa-se que os autores do artigo Cai et al. (2017) investigaram o efeito do aumento de dados combinados com extração de características profundas e classificadores de aprendizado profundo. Nesse *pipeline* de dados, valeram-se de um reverberador de som paramétrico e de um deslocador de fase, como características profundas, utilizando segmentos fixos do espectrograma como entradas para uma ResNET e, por fim, como classificador, utilizaram uma *full deep neural network* (FDNN) e uma BLSTM. Como melhor resultado, obtiveram um $EER = 3.52\%$. Em Chen et al. (2017), similarmente, os autores exploraram características tradicionais com *front-end*, tais como CQCC e MFCC e, como *back-end*, fizeram uso de GMMs, redes neurais residuais, redes neurais profundas e modelos de fusão. O melhor resultado foi obtido com a combinação da fusão de *scores* contemplando CQCC/GMM + MFCC/ResNet + CQCC/DNN com $EER = 2.76\%$.

No trabalho Ji et al. (2017), os autores utilizaram técnicas de *ensemble* que compreenderam extração de características baseadas em MFCC, PLP, CQQQ e seleção de características por PCA. Como classificador, implementaram um *ensemble* utilizando GMM e SVM combinados com *Random Forest* e Árvores de Decisão sucedidos por um esquema de fusão de *scores*. Obtiveram, como melhor resultado, um $EER = 1.8\%$. De modo análogo, no artigo (LI et al., 2019), os autores exploraram a integração de várias características, tais como MFCC, *filter banks*, CQCC e espectrogramas STFT como *front-end* combinados com um *framework* de aprendizado multitarefa como *back-end*, obtendo, como melhor resultado, $EER = 1.47\%$.

No trabalho Lai et al. (2019b), os autores exploraram características tradicionais, tais como CQCC e $\log\text{Spec}$ sem qualquer tipo de normalização. Criaram, ainda, um Mapa Unificado de Características baseadas no algoritmo descrito em Lai et al. (2019a). Como *back-end*, os autores fizeram uso de um modelo de Redes Neurais Profundas variante de redes *squeeze-excitation* e redes residuais. Como melhor resultado, obtiveram $EER = 0.129\%$. De forma distinta, no artigo Chang, Wu e Chen (2019), os autores implementaram um algoritmos de aprendizado por representação e transferência. Combinaram características oriundas do CQCC e do LPCC com um softmax como método de aprendizado por representação. Para transferência de aprendizado, eles usaram um perceptron multicamadas aplicando outra rede do mesmo tipo para ajuste fino. Como classificadores, eles utilizaram múltiplas SVMs, sendo que o melhor resultado obtido foi $EER = 8.44\%$.

Os autores do artigo (YANG et al., 2019) desenvolveram a característica Log-CQT, a Log mel espectrograma e as características chamadas de características em fase, todas utilizadas

em conjunto com Redes Neurais de Convoluções Multicamadas para produzir desempenho robusto para fins de verificação de locutores. O melhor resultado foi obtido com a combinação de *scores* e produziu $EER = 0.9\%$. Seguindo uma abordagem similar, os autores do artigo Gomez-Alanis et al. (2019) desenvolveram um extrator de características baseadas em Redes Convolucionais GRU-RNN combinadas com Redes Neurais Recorrentes. A nova arquitetura combina a capacidade das camadas convolucionais para extrair recursos discriminativos baseada em unidades recorrentes para dependências de longo prazo dos recursos profundos subsequentes, obtendo, como melhor resultado, o valor de $EER = 3.26\%$.

Finalmente, no artigo Chettri et al. (2019), os autores utilizaram Redes Neurais Profundas e modelos tradicionais de aprendizado de máquina, combinados num *ensemble* por meio de regressores logísticos. Implementaram, ainda, partições que garantem que diferentes tipos de ataque estejam presentes durante o treinamento. O modelo *ensemble* proposto superou os modelos únicos implementados e produziu, como melhor resultado, um valor de $EER = 5.98\%$.

Na Tabela 1 consta o sumário dos trabalhos supracitados e dos recursos utilizados no *front-end* e no *back-end*. Pode-se observar que os trabalhos privilegiam o aprimoramento e o desenvolvimento de características que possibilitem segregar usuários autênticos de inautênticos ou, diferentemente, abordam o desenvolvimento ou aprimoramento de classificadores. Em nenhum dos trabalhos mencionados, os quais constituem os que se destacam no estado-da-arte, abordagem tal qual este trabalho ou que se aproxime dele. Assim, o desenvolvimento de conjunto de filtros *wavelet* baseados em conhecimento para distinção de locutores autênticos e inautênticos torna este trabalho inovador em sua proposta.

Tabela 1 – Sumário dos trabalhos ASVSpooof 2017 e 2019.

Trabalho	Front-end	Back-end
(WANG; XIAO; ZHU, 2017)	CQCC, MFCC, Pitch	SVM, GMM
(LAVRENTYEVA et al., 2017)	Espectrograma + FFT, Transformada Q	CNN, RNN
(FONT; ESPÍN; CANO, 2017)	CQCC, MFCC, LFCC, IMFCC, RFCC, LPCC e SCFC	GMM
(ALLURI et al., 2017)	IMFCC, LPCC, LPCCres	GMM
(WITKOWSKI et al., 2017)	IMFCC, LPCC, LPCCres	GMM
(CAI et al., 2017)	Aumento de Dados + Espectrograma + resNET	FDNN, BLSTM
(CHEN et al., 2017)	CQCC e MFCC	ResNET, DNN
(JI et al., 2017)	MFCC, PLP, CQCC + PCA	Essemble (GMM, SVM, RF, DT)
(PATIL et al., 2017)	Energia Teager, Separação de Freq. Instantânea	GMM e SVM
(ALLURI; VUPPALA, 2019)	Cepstrais + Freq. Simples, Freq. Instantânea	GMM
(LI et al., 2019)	MFCC, FBanks, CQCC, Espectrogramas STFT	Aprendizado Multitarefa
(LAI et al., 2019b)	CQCC, logSpec	DNN, RNN + Squeeze-excitation
(DAS; YANG; LI, 2019)	Características Acústicas Long Range	GMM
(CHANG; WU; CHEN, 2019)	CQCC, LPCC + Aprendizado por Transferência	Ensemble MLP+SVM
(YANG et al., 2019)	log-CQT, Log mel Espectrograma + RNN + DNN	CNN
(GOMEZ-ALANIS et al., 2019)	Espectrograma + (CNN, RNN)	RNN
(CHETTRI et al., 2019)	Espectrogramas + DNN	Ensemble
(ZEINALI et al., 2019)	CQCC + Espectrograma	VGG conversacional

2.2 Características Físicas dos Sinais de Voz

Existe uma infinidade de abordagens para extrair características significativas de sinais de voz, tais como aquelas listadas na Figura 1. Essas técnicas diferem no domínio da operação, trazendo informações específicas que podem ser de interesse para determinadas aplicações. A

Tempo	Frequência	Outros
-Zero Cross -Amplitude -Ritmo	-Autoregressão -Fourrier -Brilho -Tonalidade -Croma -Contorno Espectral	-Espectrograma -Eigenspace -Espaço em fase -Ambiente acústico -Cepstral

Figura 1 – Taxonomia - segregadas pelos domínios - da técnicas de extração de características físicas de sinais de áudio.

taxonomia das estratégias usadas para extração de características neste trabalho baseiam-se nas descrições de Mitrović, Zeppelzauer e Breiteneder (2010). Particularmente com relação ao conjunto de características que podem ser extraídas no domínio temporal dos sinais acústicos, destacam-se as baseadas em *zero-crossings*, que registram o número de vozes que determinado sinal cruzou a amplitude zero em certo intervalo de tempo e têm recebido especial atenção nos algoritmos para processamento de voz (KEDEM, 1986) (LI; OGIHARA; LI, 2003) (GUIDO, 2016b), além das baseadas em amplitudes e em ritmos.

Características baseadas em amplitude extraem detalhes sobre o envelope temporal dos sinais, destacando-se:

- *Moving Picture Experts Group* () (15938, 2002): trata-se de uma abordagem de extração de características normalmente empregadas para caracterizar patologias de voz e que encontram também aplicação na análise musical. Os descritores de amplitude permitem distinguir sons com diferentes envelopes de sinal. Isso é realizado com base na coleta de energia, duração e variação de duração de segmentos de sinal com base em suas altas e baixas amplitudes por meio de um limite adaptativo. O contorno de onda de áudio MPEG-7 é calculado a partir de um contorno de onda com amostragem reduzida que é definido como os valores máximo e mínimo de uma função de janela de tempo sem sobreposição.
- *Shimmer*: reflete as variações ciclo a ciclo da amplitude do contorno da forma de onda do sinal. Esta característica é aplicada em estudos de patologias de voz, tais como em (KLINGHOLZ, 1987) e (KREIMAN; GERRATT, 2005) e para verificação dos locutores.
- Características baseadas em ritmo - representam um aspecto relevante da música e da fala, mas também podem ser significativas em sons ambientais. Caracterizam a organização estrutural de eventos sonoros ao longo do eixo do tempo, tais como: mudanças na energia, tom, timbre, entre outros. Dentre as características baseadas em ritmo, temos:

- Métrica de Pulso: trata-se de uma medida que usa autocorrelação de passa-bandas em longos períodos de tempo para determinar quão rítmico é um som em uma janela de cinco segundos (SCHEIRER; SLANEY, 1997). Seu cálculo é baseado na detecção de picos dos envelopes de saída em seis bandas de frequência e suas comparações posteriores, resultando um valor relativamente alto quando todas as sub-bandas apresentam um padrão regular.
- Clareza de pulso: é uma dimensão musical de alto nível que transmite o ritmo de um determinado trecho musical, os ouvintes podem perceber o rítmico subjacente ou pulsação métrica (LARTILLOT et al., 2008), podendo também ser adotada em processamento de voz.
- Periodicidade da banda: esta é uma medida da força das estruturas rítmicas ou repetitivas em sinais acústicos (LU; JIANG; ZHANG, 2001) e é definida dentro de uma banda de frequência, obtida como o valor médio ao longo de todos os quadros de sinal do pico máximo da sub-banda função da autocorrelação.

Diferentemente das características de cunho temporal, as que são expressas no domínio da frequência constituem o maior conjunto de características relatadas na literatura (MITROVIĆ; ZEPPELZAUER; BREITENEDER, 2010). Elas são geralmente obtidas a partir da Transformada de Fourier ou derivada de uma análise de autorregressão. Em termos gerais, as características físicas baseadas no domínio da frequência refletem as propriedades físicas do conteúdo espectral de um sinal. Além disso, essas características podem ser subdivididas da seguinte forma:

- Baseadas em auto regressão,
- Baseadas na Transformada de Fourier,
- Relacionadas ao brilho,
- Relacionadas à tonalidade,
- Relacionadas ao contorno espectral.

As características baseadas em autorregressão são derivadas da análise de predição linear de sinais, que geralmente captura predominâncias espectrais típicas de sinais de voz. As características espectrais mais comumente empregadas com base na autorregressão do sinal são:

- Coeficientes de Predição Linear ou *linear prediction coefficients* (α): representam um filtro tudo-polo que captura o envelope espectral de um sinal de fala, sendo amplamente utilizados para aplicações de codificação e reconhecimento de fala. Têm sido aplicados também na segmentação de áudio e recuperação de áudio de propósito geral (KHAN; AL-KHATIB; MOINUDDIN, 2004; VISHNUPRIYA; MEENAKSHI, 2018).

- Pares de Linhas Espectrais ou *line spectral pairs* (): são representações robustas dos parâmetros para quantização e interpolação. Eles podem ser calculados como as fases das raízes do palíndromo e dos polinômios antipalindrômicos que constituem a representação polinomial, que por sua vez representam o trato vocal quando a glote está fechada e aberta (ITAKURA, 1975). Devido à sua robustez intrínseca, eles têm sido amplamente aplicados em um conjunto diversificado de problemas de classificação tais como segmentação de locutor (SARKAR; SREENIVAS, 2005), reconhecimento de instrumento e em distinção de fala (CHEN; GUO; DAI, 2010).

As características baseadas na Transformada de Fourier são geralmente derivadas do espectrograma de sinal, obtido a partir de cálculo da Transformada de Fourier de Tempo Curto ou *Short Time Transform Fourier* (). Embora algumas das características pertencentes a esta categoria sejam calculadas a partir da análise do envelope do espectrograma, tais como a razão de energia de sub-banda, o fluxo espectral, a inclinação espectral e os picos espectrais, outras são obtidas a partir da fase. Seguem algumas propriedades físicas extraídas com a :

- Razão de energia de sub-banda: é definida como uma medida da energia do sinal normalizado ao longo de um conjunto predefinido de sub-bandas de frequência. Em um sentido amplo, descreve grosseiramente a distribuição de energia do sinal do espectro. Existem diferentes aproximações no que diz respeito ao número e às características das sub-bandas analisadas, por exemplo, escala de Mel, sub-bandas ad-hoc, entre outras. O uso na distinção de locutores pode ser encontrado em Lavrentyeva et al. (2020).
- Fluxo espectral: é definido como a norma de ordem 2 do vetor de diferença de amplitudes quadro a quadro. Descreve mudanças repentinas na distribuição de energia de frequência de sons (SCHEIRER; SLANEY, 1997), que pode ser aplicada para detecção de nota musical ou, de um modo mais geral, detecção de mudanças significativas na distribuição espectral acústica. Ele mede a rapidez com que o espectro de energia muda e pode ser usado para determinar o timbre de um sinal de áudio. Esta característica tem sido usado para discriminação de fala, conforme consta em Prabha et al. (2021).
- Picos espectrais: esta característica foi definida em Wang et al. (2003) como um conjunto de mapas de constelação que reúnem a maioria dos componentes relevantes dos *bins* de energia na representação do sinal de tempo-frequência. Esta característica tem sido utilizada no reconhecimento de voz, conforme consta em Le et al. (2019).
- Características de estéreo panorâmica do espectro: fornecem uma representação de frequência e tempo que permitem representar a panorâmica estéreo esquerda / direita de um sinal de áudio estéreo.

Características espectrais relacionadas ao brilho, diferentemente das anteriores, são peculiares. O brilho é um atributo que está intimamente relacionado ao equilíbrio da energia do

signal em termos das altas e baixas frequências. Neste sentido, diz-se que um som é brilhante quando tem mais conteúdo de frequência alta do que baixa. As características físicas relacionadas ao brilho mais relevantes encontradas na literatura são as seguintes:

- Centroide Espectral: faz referência ao centro de gravidade da energia espectral. Pode ser definido como o primeiro momento do espectro de magnitude do quadro de sinal (TZANETAKIS; COOK, 2002). O centroide espectral revela a frequência predominante do sinal e já foi utilizado para verificação de locutores em Kua et al. (2011).
- Centro espectral: é definido como a frequência média do espectro do sinal, onde as energias inferiores e superiores são equilibradas. Portanto, é uma medida próxima do centroide espectral.

Características espectrais relacionadas à tonalidade são, também, interessantes e distintas das mencionadas. A frequência fundamental é definida como a frequência mais baixa de um sinal de áudio estacionário harmônico, que por sua vez pode ser qualificado como som tonal. Nos sistemas acústicos, a tonalidade é um sistema que organiza as notas de uma escala musical de acordo com critérios musicais. Além disso, a tonalidade está relacionada à noção de harmonia, que descreve a estrutura dos sons que são principalmente constituídos por uma série de frequências harmonicamente relacionadas, ou seja, uma frequência fundamental e seus múltiplos. Tais frequências são características típicas dos sons dos instrumentos musicais e da fala. As características relacionadas à tonalidade ordinariamente empregadas são:

- Frequência fundamental: também conhecida como F_0 , trata-se do primeiro pico do espectro-temporal local normalizado da função de autocorrelação. Existem vários métodos na literatura para calcular F_0 , por exemplo, métodos baseados em autocorrelação, métodos baseados em espectros, métodos baseados em cepstrum e combinações dos anteriores. A frequência fundamental já foi utilizada para distinção de locutores em (MUCKENHIRN; DOSS; MARCELL, 2018);
- Histograma de tons: ao invés de usar um descritor local e muito específico, isto é, a frequência fundamental, o histograma de tons descreve de forma mais compacta o conteúdo de tonalidade de um sinal. Histograma de tons foi usado para classificação de gênero musical por (TZANETAKIS; COOK, 2002), uma vez que fornece uma perspectiva das notas ou frequências agregadas presentes em um sinal musical ao longo de um período determinado, tendo também sido utilizado em processamento de voz.
- Perfil de tons: este recurso é uma representação mais precisa da afinação musical e da natureza da fala, pois leva em consideração os efeitos de ajuste dos tons produzidos em instrumentos reais e também as representações de sons vozeados. Esta característica foi utilizada em distinção de locutores em Wu et al. (2017);

- *Jitter*: usado para quantificar as variações ciclo-a-ciclo da frequência fundamental (KLINGHOLZ, 1987), tratando-se da diferença média absoluta entre períodos consecutivos de fala (FARRÚS; HERNANDO; EJARQUE, 2007).

Características espectrais relacionadas ao croma, ortogonalmente aos descritores mencionados, possuem um sentido particular. O croma está relacionado à percepção do tom, no sentido de que é um complemento da altura do som. Dentro de um contexto musical, duas notas que são separadas em uma ou mais oitavas têm o mesmo croma, por exemplo as notas C4 e C7, produzindo então um efeito semelhante na percepção auditiva humana. As características de frequência relacionadas ao croma, que são basicamente calculadas a partir de abordagens físicas diretas, são:

- Cromograma: também conhecido como característica baseada em croma puro, que consiste na representação de energia baseada em espectro, levando em consideração as 12 classes de notas dentro de uma oitava, que correspondem às classes de tons em teoria musical (SHEPARD, 1964) e determinados casos da produção da fala. O cromograma pode ser calculado a partir de uma representação logarítmica, motivo pelo qual constitui uma representação muito compacta e adequada referentes aos sinais harmônicos seguindo uma abordagem perceptual.
- Normalizações estatísticas de distribuição de energia de croma: foram concebidas para correspondência de similaridade musical e de voz, tendo se mostrado robustas para variações de tempo e timbre (MÜLLER; KURTH; CLAUSEN, 2005). Foram utilizadas em reconhecimento de locutores em (SALEEMA; THAMPI, 2020).

Complementarmente, características relacionadas ao contorno do espectro são, de modo geral, as seguintes:

- Largura de banda: geralmente definida como a estatística de segunda ordem do espectro do sinal. Auxilia a discriminar sons tonais de sons semelhantes a ruídos (CLEMINS; JOHNSON, 2006). No entanto, usando apenas esta característica, é difícil distinguir sons tonais complexos, tais como música, sons instrumentais e particularidades dos sons da fala, de sons complexos semelhantes ao ruído. Pode ser definido sobre o espectro de potência ou em sua versão logarítmica e pode ser calculado em todo o espectro ou dentro de diferentes sub-bandas. A largura de banda espectral foi usada para verificação de locutores em (KAMINISHI et al., 2019).
- Dispersão espectral: medida intimamente relacionada à largura de banda espectral. A única diferença é que considera o centro espectral em vez do centroide espectral (SETHARES; MORRIS; SETHARES, 2005).

- Ponto de *rolloff* espectral: definido como o o ponto que contempla 95% da distribuição espectral de potência (SETHARES; MORRIS; SETHARES, 2005), pode ser considerado como uma medida da distorção do contorno espectral. Pode ser usado, por exemplo, para distinguir entre expressões a partir de sons de fala não expressos. Foi utilizado em classificação de locutores em (MOKGONYANE et al., 2019).
- Planaridade espectral: medida de uniformidade na distribuição de frequência da potência do espectro, podendo ser calculada como a razão entre as médias geométrica e aritmética de uma sub-banda equivalente ao espectro de áudio MPEG-7 descritor de planaridade. Esta característica permite a distinção entre sons semelhantes a ruídos e mais sons tonais. Foi utilizada na distinção de locutores em (SARANYA; PADMANABHAN; MURTHY, 2018).
- Fluxo espectral: é inversamente proporcional à planaridade espectral, sendo mais relevante em sub-bandas com conteúdo de frequência não uniforme. As medidas de sub-banda de fluxo espectral registram as proporções parciais dominantes em diferentes sub-bandas, podendo ser medidas acumulando-se as diferenças entre frequências adjacentes em uma sub-banda. Foi usada na distinção de locutores em (DIŞKEN; TÜFEKCI; ÇEVIK, 2017).
- Fator de crista espectral: em contraste com a medida de planaridade espectral, este fator registra os picos do espectro de potência, sendo também útil para a diferenciação de ruído, que tem menor fator de crista espectral, dos sons tonais, que têm maior fator de crista espectral. Pode ser calculado como a relação entre o ponto máximo e médio do espectro de potência dentro de uma sub-banda. Foi utilizado na distinção de locutores em (BHAVANA; DAS, 2019).
- Entropia: medida que descreve a uniformidade do espectro ou achatamento. Ela pode ser calculada seguindo diferentes abordagens tais como a entropia de Shannon ou sua generalização conhecida como entropia de Renyi. A Entropia tem sido usado para reconhecimento automático de fala (MISRA et al., 2004).
- Contraste espectral baseado em oitava: é definido como a diferença entre picos, que geralmente correspondem ao conteúdo harmônico na música ou na voz, e vales, nos quais são mais dominantes os não-harmônicos ou componentes de ruído. Os vales são medidos em sub-bandas por filtros de escala de oitava e usando um critério de vizinhança em seu cálculo (JIANG et al., 2002).
- Inclinação espectral: medida da inclinação da reta que se ajusta ao espectro de um sinal por meio de uma regressão linear simples, no sentido de minimização do erro quadrático médio, tendo sido usado para fins de classificação de locutores conforme consta em (SHUKLA; DANDAPAT; PRASANNA, 2011).

Interessantemente, características no domínio de imagem constituem uma abordagem baseada em um mapa bidimensional do sinal sob análise. Normalmente, uma das dimensões corresponde a uma visão de frequência do sinal, enquanto outro corresponde a uma visão do tempo (WALTERS, 2011). Particularmente, as imagens de espectrograma são características que compreendem um conjunto de técnicas para processamento de imagem e que visam obter representações de tempo-frequência de sinais acústicos. Têm se mostrado útil para o reconhecimento de eventos em sinais acústicos, conforme consta em Dennis (2014).

Adicionalmente, características baseadas em cepstrum são representações compactas do espectro e fornecem uma aproximação baseada na magnitude logarítmica. Têm sido amplamente usadas para identificação de locutores e reconhecimento de voz, mas também têm sido empregadas no contexto de recuperação de áudio. Especificamente, tem-se:

- Cepstrum complexo: é a transformação logarítmica inversa da transformada em fase de Fourier, tendo sido usado para determinação de tom de sinais de fala e identificação de sinais de instrumentos musicais.
- Coeficientes de predição linear de Cepstrum: são definidos como a transformada de Fourier inversa da magnitude logarítmica do complexo espectral de predição linear envelope (ATAL, 1974), fornecendo uma representação mais robusta e compacta especialmente útil para reconhecimento automático de fala e identificação de locutor (ADAMI; BARONE, 2001).

Características no domínio do autoespaço são geralmente obtidas a partir dos segmentos de som, que são pós-processados por algoritmos de redução de dimensionalidade para obter uma representação compacta da informação de sinais acústicos. Esta redução da dimensionalidade é normalmente realizada por meio de Análise de Componentes Principais ou Decomposição de Valor Singular, que é equivalente a uma projeção dos dados originais em um subespaço definido por seus *eigenvetores*, ou Análise de Componentes Independentes. Alguns dos domínios físicos de autoespaço mais relevantes de recursos encontrados na literatura são:

- Características de projeção: é uma combinação de dois descritores que são base de espectro de áudio e projeção de espectro de áudio, concebidas para recuperação e classificação de detalhes em sinais acústicos (KIM; MOREAU; SIKORA, 2004).
- Análise discriminante de distorção: é uma representação compacta invariante no tempo e robusta ao ruído de um sinal de áudio, que é baseada na aplicação de Análise de Componentes Principais, hierárquica de uma representação de tempo-frequência derivada a partir de uma transformada modulada complexa lapidada (BURGES; PLATT; JANA, 2002).

Finalmente, características baseadas no espaço de fase surgiram como uma resposta à abordagem linear geralmente empregada para modelar a fala. No entanto, os modelos lineares não consideram os efeitos não-lineares que ocorrem durante a produção da fala, constituindo assim uma simplificação da realidade. Por este motivo, as abordagens baseadas em dinâmica não-linear tentam preencher tal lacuna. Um primeiro exemplo são as características não lineares para reconhecimento de fala (LINDGREN; JOHNSON; POVINELLI, 2003). A ideia é que os espaços em fase reconstruídos comprovadamente recuperam toda a dinâmica do sistema de geração, estabelecendo que as características extraídas podem potencialmente conter mais informações diferentes do que uma representação espectral. Todas as características descritas foram estudadas e consideradas para a realização deste trabalho, sendo que as opções escolhidas em função do escopo do problema-alvo são aquelas mencionadas no Capítulo 3.

2.3 Transformada Discreta *Wavelet* na Análise de Sinais de Voz

A Transformada *Wavelet* surgiu há décadas como uma poderosa ferramenta de análise conjunta tempo-frequência e codificação de sinal, adequada para uso na complexa manipulação de sinais não-estacionários. Tem estado na vanguarda de muitos desenvolvimentos recentes em processamento de sinais biomédicos e biológicos, onde foi particularmente útil no estudo de vários sinais oriundos do ser humano. Métodos de análise tempo-frequência oferecem interpretações do sinal tanto no domínio do tempo quanto na frequência, permitindo que componentes locais, transitórios ou intermitentes sejam elucidados. Esses componentes são frequentemente obscurecidos por causa do cálculo da média que é inerente aos métodos apenas espectrais, tais como a Transformada Rápida de Fourier () (ADDISON; WALKER; GUIDO, 2009).

A Transformada Discreta *Wavelet* () é extremamente relevante em diversas áreas da ciência, conforme exemplificado em (CHEN et al., 2010), sendo a área de Processamento Digital de Sinais a mais notável. Toda a discussão em torno da também é válida para o Pacote da Transformada Discreta *Wavelet* (), que estende a decomposição realizada pela , possibilitando uma análise de tempo-frequência com maior resolução nas altas frequências.

O algoritmo de Mallat (MALLAT, 1989) é o método comumente utilizado para calcular a de um dado sinal de tempo discreto $S[\cdot]$ de comprimento N . O procedimento consiste em uma elementar multiplicação de matrizes, contemplando as convoluções necessárias do sinal sob análise ($s[\cdot]$) com os filtros passa-baixas e passa-altos, representados respectivamente por

$h[\cdot]$ e $g[\cdot]$, assim como o *downsampling* por dois (ADDISON, 2017), da seguinte forma:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & h_{M-1} & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ g_0 & g_1 & g_2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & h_{M-1} & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & h_0 & h_1 & h_2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & h_{M-1} & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & g_0 & g_1 & g_2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & h_{M-1} & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_2 & h_3 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & h_{M-1} & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & h_0 & h_1 \\ g_2 & g_3 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & h_{M-1} & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & g_0 & g_1 \end{bmatrix}}_{matriz A[\cdot][\cdot]} \times \begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \vdots \\ \vdots \\ s_{N-2} \\ s_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_0 \\ r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \vdots \\ \vdots \\ r_{N-2} \\ r_{N-1} \end{bmatrix}$$

Os filtros $h[\cdot]$ e $g[\cdot]$ formam o par de filtros de análise que possuem o mesmo tamanho (M), com os coeficientes dispostos na forma de uma Quadratura de Filtros Espelhados () (GUIDO, 2011), para obtenção do sinal transformado ($r[\cdot]$).

O processo de transformação se dá com a matriz $A[\cdot][\cdot]$, composta pelos filtros de análise, avançando do primeiro par de linhas até a última linha. É ainda necessário, para os pares de linhas subsequentes, um deslocamento à direita de duas posições em relação ao par de linhas anterior. Quando os coeficientes dos filtros ultrapassarem o comprimento da linha, eles são empurrados para trás no início da mesma linha e as posições restantes são definidas como zero. Depois de realizar os cálculos, a resultante corresponde à concatenação das $\frac{N}{2}$ amostras de índice par de $r[\cdot]$ com as $\frac{N}{2}$ de índices ímpares. Assim, tem-se $TDW_{(s[\cdot])} = \{r_0, r_2, r_4, \dots, r_{N-2}, r_1, r_3, r_5, \dots, r_{N-1}\}$, com o mesmo tamanho N do sinal original $s[\cdot]$. Tal procedimento correspondendo ao primeiro nível da $TDW_{(s[\cdot])}$, o qual pode ser continuado, admitindo os sinais transformados de tamanho $\frac{N}{2}$ como novos sinais de entrada. É, assim, possível reproduzir o procedimento de convolução dos filtros $h[\cdot]$ e $g[\cdot]$ que formaram a matriz $A[\cdot][\cdot]$ com os novos sinais transformados decompostos que, neste caso, formarão novos sinais de tamanho $\frac{N}{4}$. O processo pode ser repetido $\log_2 N$ vezes até que o sinal transformado tenha um único coeficiente (GUIDO, 2011).

Na literatura da área de processamento de voz, é frequente a existência de trabalhos cujos enfoques residem na extração artesanal de características com base em *wavelets*. Nesse sentido, os autores do artigo (PAVEZ; SILVA, 2012) propuseram um modelo de reconhecimento automático de locutores baseado em Coeficientes Cepstrais *Wavelet* para fins de análise conjunta tempo-frequência, por meio dos quais os autores obtiveram variação de precisão de 61,19% a 63,37%. No trabalho documentado em (YUAN; PUN; CHEN, 2015), os autores projetaram um esquema de marca d'água para sinais de voz centrado na técnica de extração MFCC baseada em wavelets para produzir características robustas que resistam a diversas formas de ataque.

No trabalho referenciado em (TURNER; JOSEPH, 2015), foi projetado um modelo de extração de características baseado em *wavelet-packets* e MFCC para autenticação de usuários,

mantendo taxas aceitáveis de erro. Similarmente, no artigo (PALO; MOHANTY, 2018), foi utilizada uma combinação de características baseada em *wavelets* para reconhecer a emoção do locutor autenticado, atingindo-se uma precisão de 90,55% em várias bases de dados, ou seja, *Berlin Database of Emotional Speech*, SAVEE e uma base própria. No artigo (SRISKANDARAJA et al., 2016), os autores investigaram o uso da técnica de decomposição de espalhamento hierárquico, que pode ser vista como uma generalização de todas as decomposições espectrais do tipo Q-constante, para implementar *front-ends* capazes de detectar locutores inautênticos. A transformada de espalhamento é uma decomposição espectral hierárquica de um sinal baseado em bancos de filtros *wavelet*, operador de módulo e média, o que produziu resultados superiores aos trabalhos do desafio ASVSpooof 2015.

Ainda na seara deste trabalho, particularmente no campo de sistemas não-lineares e construção de bancos de filtros, é possível relacionar trabalhos relevantes na literatura, tais como os predecessores desta tese (GUIDO et al., 2008) (GUIDO, 2018) (GUIDO, 2021). Neles, relatam-se avanços nas técnicas de construção de novos filtros *wavelet* otimizados para reconhecimento de padrões, particularmente nomeados de Transformada Discreta *Shapelet* - versões I, II e III, respectivamente. No primeiro trabalho, foram aproveitadas as propriedades relacionadas aos fractais, permitindo uma análise regular nos domínios de tempo e frequência. Além das possibilidade tradicionais de análise conjunta tempo-frequência, foi possível o reconhecimento de contornos em formas de onda pré-determinadas. Na segunda versão, a formulação baseada em fractais foi substituída por critérios de correlação, favorecendo a solução do sistema de equações não-lineares que produz os coeficientes dos filtros e permitindo uma interpretação simplificada do sinal transformado. As duas primeiras versões foram construídas com base em modificações sobre os filtros originalmente propostos por Ingrid Daubechies. A terceira versão, diferentemente, produziu uma nova transformada que apresenta uma vantagem quanto à análise conjunta tempo-frequência-formato: sua principal função *shapelet*, equivalente à função escala de qualquer regular, é quase simétrica. Essa propriedade, que se torna mais evidente à medida que o tamanho do suporte dos filtros aumenta, implica em respostas em fase quase-lineares do banco de filtros de análise.

Nos trabalhos mencionados, diferentemente da proposta aqui apresentada, a obtenção dos filtros *wavelet* ocorre de forma direta, ou seja, com a solução de um sistema não-linear, visando à correspondência com um ou mais formato(s) específico(s) de sinal. Contrariamente, os filtros *wavelet* projetados neste trabalho diferenciam-se pela forma indireta de construção, com base em dois sistemas possíveis e determinados de equações, sendo que um deles incorpora conhecimento estatístico oriundo dos sinais de entrada que representam a matéria de estudo, visando à correspondência dos padrões de interesse.

3 Estratégia Proposta: formulação dos filtros *wavelet* baseada em conhecimento

Neste capítulo, a estratégia elaborada para formulação dos filtros *wavelet* com base em conhecimento está plenamente descrita e ilustrada.

3.1 Descrição Geral

De forma preliminar e com o intuito de ilustrar a descrição da sequência de tarefas a serem executadas para a elaboração dos filtros *wavelet* baseados em conhecimento, visando à distinção de usuários autênticos dos inautênticos, executam-se os procedimentos observados na Figura 2, descritos em detalhes adiante.

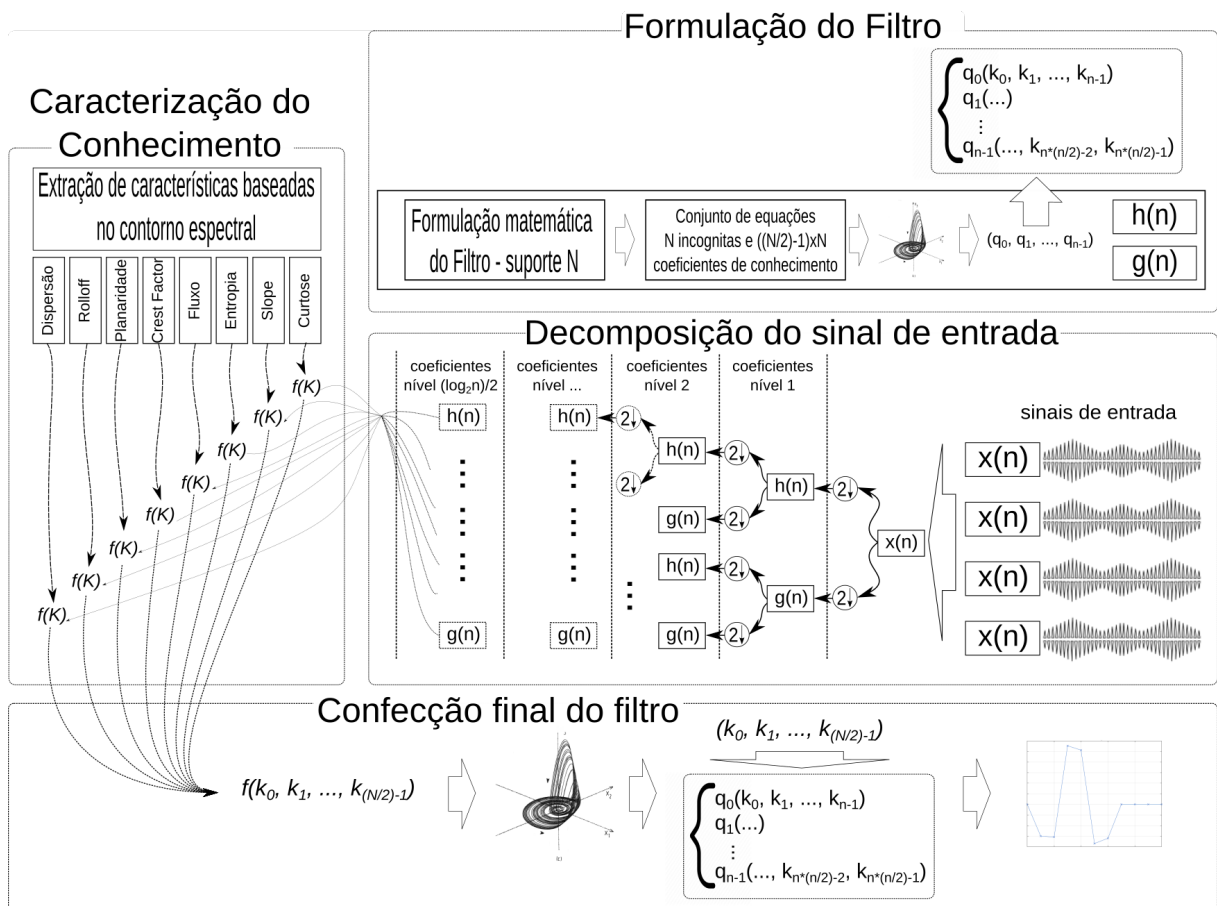


Figura 2 – Diagrama da sequência de passos envolvidos na elaboração dos filtros *wavelet* baseados em conhecimento.

Particularmente, a formulação dos filtros, os quais são de resposta ao impulso finita (FIR) (ADDISON, 2017) em função da maior possibilidade de controle da fase e da inexistência de riscos envolvendo estabilidade, contempla os passos iniciais do Algoritmo 1. Nele, estão de-

talhadas as operações necessárias para obtenção dos coeficientes em função do “conhecimento” estatístico incorporado com dados obtidos das bases utilizadas, conforme descrito na Seção 3.2. Especificamente, o passo 7 agrega a decomposição do sinal de entrada descrita na Seção 3.3, os passos 8 e 9 contemplam a etapa de observação de fenômenos físicos e formulação do conhecimentos, descritos na Seção 3.4 na qual consta o processo de elaboração das equações de restrição - neste caso “conhecimento” - que possibilitarão solucionar o sistema não linear de $N \times (N/2)$ coeficientes de conhecimento k e, por fim, os passos 10 e 11 detalhados na Seção 3.5 referem-se ao mecanismo de solução do sistema que conduz aos coeficientes q em função dos coeficientes k .

ALGORITMO 1: Obtenção dos filtros wavelet de análise, incorporando conhecimento

INÍCIO

PASSO 1: o filtro passa-altas ($q[\cdot]$) é especificado de tal forma que tenha energia unitária, preservando assim, no sinal transformado, a energia do sinal original:

$$\sum_{k=0}^{N-1} q_k^2 = 1 \quad . \quad (1)$$

PASSO 2: $\frac{N}{2}$ momentos nulos são impostos, tal como nas transformadas *wavelet* Symmlet (ADDISON, 2017):

$$\sum_{k=0}^{N-1} q_k \left(\frac{N}{2} + 1 + k \right)^b = 0 \quad (2)$$

de tal modo que $b = \{0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1\}$, implicando em um filtro com fase quase linear.

PASSO 3: $\frac{N}{2} - 1$ equações de restrição de classe, ou seja, de classificação:

$$\sum_{\substack{k=0 \\ j=0}}^{N-1} q_k K_j = 0 \quad (3)$$

em que K são os coeficientes de conhecimento. Estes coeficientes são função da base de dados a ser utilizada e, portanto, ainda são desconhecidos nesta etapa.

PASSO 4: As equações elaboradas nos passos 1, 2 e 3 são agrupadas, formando então um sistema não-linear de N equações e N incógnitas ($q_0, q_1, q_2, \dots, q_{N-1}$) referentes ao filtro, contando ainda $N \times (\frac{N}{2} - 1)$ incógnitas referentes aos coeficientes de conhecimento. O sistema não-linear originado do agrupamento dos passos 1, 2 e 3 pode ser solucionado com qualquer algoritmo numérico (BURDEN; FAIRES, 2011), resultando em coeficientes $q[n]$ que são, ainda, função dos coeficientes de conhecimento K , indefinidos até este ponto.

PASSO 5: Uma vez obtidos os coeficientes $q[n]$ em função dos coeficientes K , é necessário completar o par filtros de análise, usando a equação 3.7, obtendo assim o filtro passa-baixas $p[\cdot]$:

$$p_k = (-1)^{k+1} q_{N-k-1} \quad . \quad (4)$$

PASSO 6: Nesta etapa, aplicam-se os filtros $p[\cdot]$ e $q[\cdot]$ na decomposição de nível médio ($\frac{\log_2 M}{2}$) dos sinais-exemplo de tamanho M da base de dados escolhida, onde M é a maior potência de 2 centralizada no sinal sob análise. Ao término desta etapa, tem-se os coeficientes das sub-bandas de frequência $T \times 2^{-\left(\frac{\log_2 M}{2}\right)}$ Hz, sendo T a taxa de amostragem dos sinais-exemplo.

PASSO 7: Nesta etapa observam-se, experimentalmente, padrões nos sinais transformados do passo anterior, procurando encontrar aqueles com melhores condições de distinguir vozes autênticas das inautênticas e que sejam passíveis de formulação matemática.

PASSO 8: Para cada sinal de exemplo transformado, formula-se uma equação equivalente ao fenômeno observado no passo anterior, formando assim um novo sistema não-linear em função dos coeficientes de conhecimento K .

PASSO 9: Soluciona-se o sistema oriundo da etapa anterior, obtendo-se os $((N/2) - 1) \times N$ coeficientes $\{K\}$.

PASSO 10: Obtém-se, por substituição dos valores dos coeficientes $\{K\}$ nas funções $q[n]$ gerados no passo 5, os coeficientes numéricos dos filtros $p[\cdot]$ e $q[\cdot]$, os quais incorporam o conhecimento estatístico dos sinais-exemplo.

FIM

3.2 Detalhando a Formulação dos Filtros: os coeficientes $\{q\}$

De acordo com o Algoritmo 1, a formulação do filtro baseada em conhecimento implica em elementos estruturais da , que contemplam:

- um filtro passa-baixas meia-banda com resposta ao impulso finita () (STRANG; NGUYEN, 1996), $p[n]$, que tem uma resposta em frequência $P[\omega]$ de modo que $P[\omega = \pi] = 0$, e uma resposta de fase que não é necessariamente linear;
- um filtro espelho passa-altas correspondente, $q[n]$, definido como $q_k = p_{N-k-1}$;
- o suporte de filtro, N , tal que $N \geq 6$, deve ser sempre par;

Conforme mencionado ao longo do Algoritmo 1, $p[n]$ e $q[n]$ formam o par de filtros de análise, utilizado para transformar o sinal de entrada do domínio do tempo para o domínio tempo-frequência. As restrições acima descritas para $p[n]$, $q[n]$ e N permitem a obtenção de um Banco de Filtros de Perfeita Reconstrução ().

Para este trabalho, as restrições de ortogonalidade inerentes à Transformada Wavelet Symmlet, usada como base para o passo 2 do Algoritmo 1, são substituídas por restrições de classificação, por meio das quais será imposto conhecimento estatístico por meio de K coeficientes, tal que $K = N \times (\frac{N}{2} - 1)$. As restrições de ortogonalidade são desnecessárias para a abordagem descrita neste trabalho porque nenhuma transformação *wavelet* inversa será necessária. Consequentemente, os filtros a serem desenvolvidos correspondem apenas aos de *análise*. Tais condições promoverão a solução de um sistema não-linear que não produzirá diretamente os coeficientes de $q[\cdot]$, conforme o passo 4 do Algoritmo 1, mas sim coeficientes que são funções dos coeficientes de conhecimento K , que serão aplicados na etapa de decomposição do sinal.

Dadas as restrições, os passos de 1 a 5 do Algoritmo 1 contêm a sequência específica de etapas usadas para solucionar o problema com N incógnitas em função de $N \times (\frac{N}{2} - 1)$ coeficientes K em $q[n]$. A formulação do filtro corresponde a transformada *Symmlet* (ADDISON, 2017), exceto pela substituição da exigência de ortogonalidade que dá lugar ao conjunto de equações usadas na incorporação de conhecimento. Ainda referente às restrições especificadas, as mesmas permanecem aderentes ao algoritmo de Mallat, usado para transformar um sinal de entrada (GUIDO, 2015).

3.3 Detalhando a Formulação dos Filtros: decomposição dos sinais de voz visando conferir conhecimento

Uma vez obtidos os coeficientes q em função dos coeficientes de conhecimento K , oriundos da etapa anterior, faz-se necessário incorporar informações que possibilitarão, ao

término do processo, elaborar um filtro de *análise* capaz de reconhecer padrões autênticos ou inautênticos nos sinais de voz, com base em um conjunto prévio de exemplos de casos. Esse procedimento faz uso do algoritmo de Mallat. Particularmente, para computar a Transformada *Wavelet*, é necessário o uso de ambos os filtros de análise, $p[n]$ e $q[n]$, conforme mencionado no Capítulo anterior. No caso do procedimento utilizado neste trabalho, os filtros são funções dos coeficientes de conhecimento K , resultantes do produto de uma matriz A de dimensão $N \times N$, composta pelos filtros $p[n]$ e $q[n]$, com a matriz B de dimensão $N \times 1$ correspondente ao sinal de voz sob análise, no domínio do tempo. A matriz resultante $C = A \times B$ corresponderá ao sinal transformado no domínio tempo-frequência. O processo se dá conforme visualizado na Figura 3. (STRANG; NGUYEN, 1996).

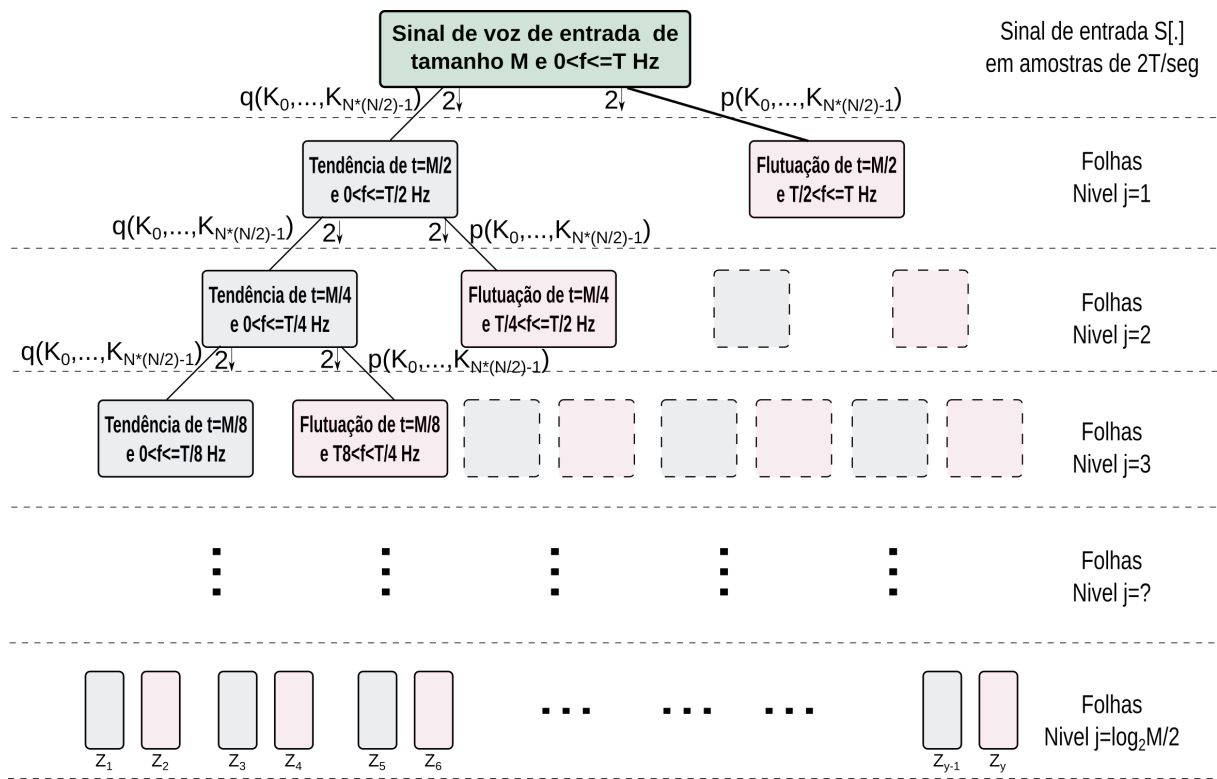


Figura 3 – Processo de transformação do sinal de entrada S até o nível $j = \frac{\log_2 M}{2}$

Ao término do processo de transformação, tem-se em mãos um conjunto de $y = 2^{\frac{\log_2 M}{2}}$ sinais $\{Z\}$ transformados, ainda em função dos coeficientes de conhecimento K . A decisão de decompor em nível médio deu-se porque é o nível adequado para extração de características que equilibram as resoluções de tempo e de frequência. Cada um desses conjuntos corresponde a uma faixa de frequência de $T \times 2^{-\left(\frac{\log_2 M}{2}\right)}$ Hz, que será utilizada na formulação das equações de conhecimento para cada uma das classes, isto é, sinais autênticos e inautênticos. Serão essas as equações de restrição que formarão um novo sistema não-linear, que comportará a solução dos coeficientes K . É necessário lembrar que, neste ponto, tem-se um conjunto de y sinais transformados Z e segregados em faixas de frequência $T \times 2^{-\left(\frac{\log_2 M}{2}\right)}$ Hz.

3.4 Detalhando a Formulação dos Filtros: caracterização do conhecimento por meio dos coeficientes $\{K\}$

Esta etapa é crucial para o bom êxito no processo de atribuição de conhecimento do conjunto de filtros. Na etapa anterior, para cada classe - locutores autênticos e inautênticos - exemplos de sinais de voz foram submetidos ao processo de transformação. Para cada exemplo de sinal, foi produzido um conjunto $\{y\}$ de sinais transformados $\{Z\}$, segregados por faixas de frequência. Este conjunto $\{y\}$ de sinais transformados será utilizado na entrada da formulação de equações de imposição de restrições do novo sistema não-linear

A formulação dessas equações ocorre após a avaliação de características físicas dos sinais, ou seja, esta etapa constará de duas tarefas:

1. observação de padrões concernentes às características físicas dos sinais de entrada, conforme a Figura 4;
2. observado um padrão comum, formulação das equações de restrição, conforme a Figura 5.

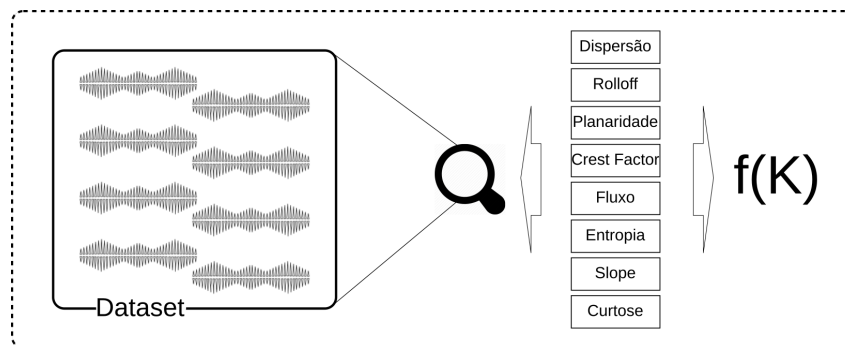


Figura 4 – observação dos sinais de voz concernentes às características físicas do sinal.

A etapa de observação de padrões ocorrerá de forma preliminar em relação às seguintes propriedades físicas do contorno do sinal:

- | | | |
|-------------------|-------------|-------------------|
| ▪ <i>Rolloff</i> | ▪ Centróide | ▪ <i>Slope</i> |
| ▪ <i>Skewness</i> | ▪ Dispersão | ▪ <i>Flatness</i> |
| ▪ <i>Kurtosis</i> | ▪ Fluxo | ▪ Entropia |

As propriedades físicas acima enumeradas constam de um conjunto de propriedades inicialmente consideradas e registradas no Capítulo anterior.

Admite-se, ainda, que a quantidade de exemplos de sinais observados levará a um banco de filtros final mais propício. A formulação das equações admite como entrada os y sinais $\{Z\}$ transformados obtidos na etapa prévia. As restrições articuladas em forma de equação serão impostas para a quantidade de sinais de exemplos utilizadas na decomposição, compondo para cada sinal de exemplo, uma equação de restrição de conhecimento.

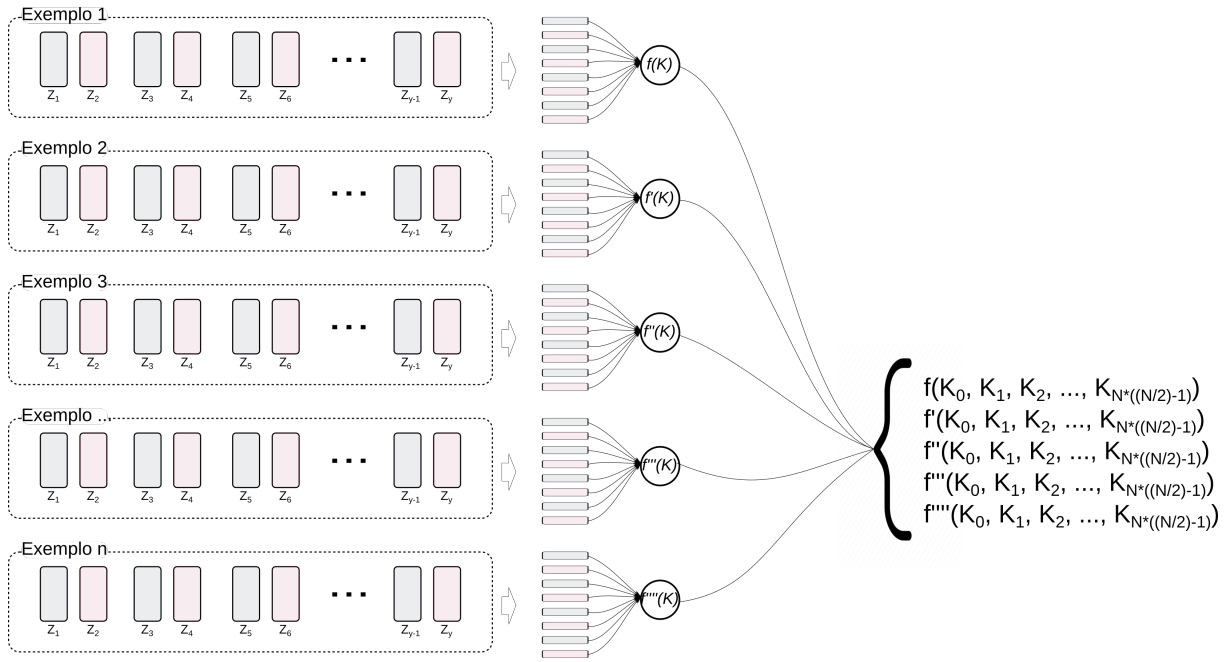


Figura 5 – o conjunto de $\{y\}$ sinais $\{Z\}$ transformados, oriundos dos sinais de exemplo de entrada, formarão equações de imposição de restrição de conhecimento.

3.5 Confeção Final do Filtro

O resultado da etapa de caracterização do conhecimento é um grupo de equações. Cada equação é o resultado da formulação inicial dos coeficientes de filtros de *análise* em função dos coeficientes $\{K\}$. A matéria-prima de conhecimento é o conjunto de sinais de exemplos das classes - locutores autênticos e inautênticos - submetidos ao processo de transformação em nível médio, produzindo então um conjunto $\{y\}$ de sinais transformados $\{Z\}$.

Uma vez formuladas as equações de restrição, é possível solucionar o novo sistema não-linear que resulta na solução dos $((N/2) - 1) \times N$ coeficientes $\{K\}$ especificados. Para finalmente produzir os N coeficientes de filtro $q[n]$, basta substituí-los no conjunto de N equações iniciais formuladas no Algoritmo 1. Ao término desta etapa, têm-se os filtros de *análise* para ambas as classes, conforme pode ser observado na Figura 6.

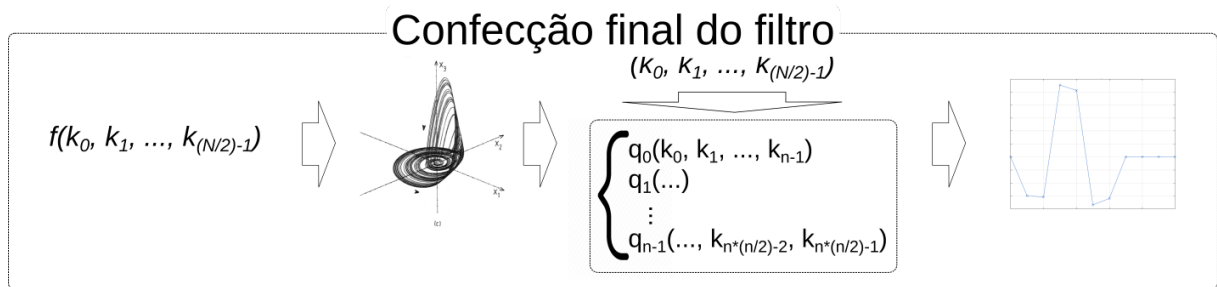


Figura 6 – Etapa final de formulação dos coeficientes do filtro

3.6 Datasets

Todos os experimentos neste trabalho foram realizados com as bases de dados ASVSpooof 2017 versão 2.0 (KINNUNEN et al., 2017a) (DELGADO et al., 2018) e ASVSpooof 2019 (YAMAGISHI et al., 2019). As descrições detalhadas desses conjuntos de dados constam na Tabela 2.

Tabela 2 – ASVSpooof 2019 & ASVSpooof 2017

Dataset	Subconjunto	Locutores	Autênticos	Inautênticos
ASV 2017	Desenvolvimento	10	1.507	1.507
	Treinamento	8	760	950
	Avaliação	24	1.298	12.008
ASV 2019 ()	Desenvolvimento	20	2.580	22.800
	Treinamento	20	2.548	22.296
ASV 2019 ()	Desenvolvimento	20	5.400	48.600
	Treinamento	20	5.400	24.300

Ambos os *Datasets* são particionados separadamente em três subconjuntos: um de treinamento, um de desenvolvimento e um de avaliação. O ASVSpooof 2017 contém apenas ataques por regravação (*replay attacks*). No ASVSpooof 2019, existem dois subconjuntos: Acesso Lógico (), que inclui SS e VC, e Acesso Físico (), que compreende apenas sinais de ataques por regravação. Nos experimentos realizados neste trabalho, apenas o conjunto de treinamento de foi utilizado.

3.6.1 ASVSpooof 2017 V2.0

O *Dataset* ASVSpooof 2017 foi criado como um subconjunto de gravações processadas do projeto *RedDots* (KINNUNEN et al., 2017b). O conjunto contém sinais de voz com resolução de 16 bits e taxa de amostragem de 16 kHz. Para o desafio que originou a base, os organizadores elaboraram três subconjuntos de dados - conjuntos de treinamento, desenvolvimento e avaliação. Os conjuntos de treinamento e desenvolvimento foram publicados com rótulos *spooof* e *genuine*.

3.6.2 ASVSpooof 2019

O subconjunto de considera ataques de falsificações executados em nível de microfone. Isso implica que os sinais autênticos e inautênticos propagam-se através do espaço físico antes da aquisição. Ataques de falsificação neste cenário são, portanto, referidos como ataques por regravação, em que uma gravação de uma tentativa de acesso autêntico é primeiramente capturada antes de ser reproduzida no microfone do sistema de Verificação Automática de Locutores (). O microfone é considerado fundamental no sistema . Não podendo ser contornados, os ataques por falsificação não podem ser injetados no sistema pós-sensor, como é o caso do cenário de (BUSCH, 2019).

O subconjunto de $\mathcal{D}$ é relevante não apenas para $\mathcal{D}$, mas também para o problema emergente de detecção de sinais de voz falsos, o que é enfrentado por uma série de aplicações, incluindo interação de voz e autenticação com objetos inteligentes, tais como locutores inteligentes e assistentes acionados por voz.

Os dados de treinamento e desenvolvimento foram criados totalizando 27 configurações acústicas diferentes. Eles compreendem uma combinação exaustiva de três tamanhos de sala (S), três níveis de reverberação (R) e três distâncias do locutor para o microfone (D_s). Existem nove configurações diferentes de gravação, compreendendo as três categorias de distâncias de gravação do atacante para o alto-falante (D_a) e as três categorias de qualidade dos locutores (Q). A Tabela 2 contém o número de locutores e o número de acessos autênticos e inautênticos de tentativas de gravação nos subconjuntos de treinamento e desenvolvimento. As tentativas de acesso em partições de dados de treinamento e desenvolvimento, tanto autênticas como inautênticas, foram geradas de acordo com mesmo conjunto de configurações acústicas e de gravação selecionadas aleatoriamente.

De maneira idêntica ao cenário de $\mathcal{D}$, o conjunto de avaliação é separado em termos de locutores. Existem cerca de 135 mil tentativas envolvendo tentativas de gravação de acessos autênticos e inautênticos. Os dados de avaliação, com cerca de 8.5 GB, são gerados da mesma maneira que o treinamento e o desenvolvimento, embora com configurações diferentes. Especificamente, o conjunto dos tamanhos das salas, níveis de reverberação, distâncias de microfone de alto-falante para o $\mathcal{D}$, gravações de atacantes para alto-falante, as distâncias e as qualidades dos alto-falantes, embora provenientes das mesmas categorias, são diferentes. Assim, embora as categorias sejam as mesmas e conhecidas *a priori*, as respostas ao impulso específicas usadas para simular tentativas autênticas e inautênticas de acesso são diferentes ou desconhecidas. Portanto, espera-se que um desempenho confiável obtido por contramedidas que, generalizadas para tais condições, não devam ser excessivamente ajustadas à configuração acústica específica e à gravação das configurações observadas nos dados de treinamento e desenvolvimento.

3.7 Obtenção dos Filtros *Wavelet* Baseada em Conhecimento Utilizando Sinais dos *Datasets*

Nesta seção, um exemplo hipotético está descrito visando facilitar a compreensão do procedimento proposto e descrito até então. Para construção dos filtros *wavelet* baseados em conhecimento, executa-se o Algoritmo 1 e, para melhor elucidar o processo, admite-se, aqui, a construção de um filtro de suporte $N = 6$.

A primeira parte da formulação do filtro passa-altas $q[\cdot]$ segue os passos de 2 a 6 contidos na descrição da subseção 3.2:

Passo 1: aplica-se a equação de energia unitária:

$$\text{equação 1: } q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 + q_5^2 = 1$$

Passo 2: $\frac{N}{2} = 3$ equações de momentos nulos são impostas:

$$\text{equação 2: } q_0 + q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 = 0$$

$$\text{equação 3: } -2 \times q_0 - q_1 + q_3 + 2 \times q_4 + 3 \times q_5 = 0$$

$$\text{equação 4: } 4 \times q_0 + q_1 + q_3 + 4 \times q_4 + 9 \times q_5 = 0$$

Passo 3: $\frac{N}{2} - 1 = 2$ equações de classificação são adicionadas:

$$\text{equação 5: } K_0 \times q_0 + K_1 \times q_1 + K_2 \times q_2 + K_3 \times q_3 + K_4 \times q_4 + K_5 \times q_5 = 0$$

$$\text{equação 6: } K_6 \times q_0 + K_7 \times q_1 + K_8 \times q_2 + K_9 \times q_3 + K_{10} \times q_4 + K_{11} \times q_5 = 0$$

Passo 4: Agrupam-se as N equações obtidas até este ponto, resolvendo o sistema resultante:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{equação 1: } q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 + q_5^2 = 1 \\ \text{equação 2: } q_0 + q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 = 0 \\ \text{equação 3: } -2 \times q_0 - q_1 + q_3 + 2 \times q_4 + 3 \times q_5 = 0 \\ \text{equação 4: } 4 \times q_0 + q_1 + q_3 + 4 \times q_4 + 9 \times q_5 = 0 \\ \text{equação 5: } K_0 \times q_0 + K_1 \times q_1 + K_2 \times q_2 + K_3 \times q_3 + K_4 \times q_4 + K_5 \times q_5 = 0 \\ \text{equação 6: } K_6 \times q_0 + K_7 \times q_1 + K_8 \times q_2 + K_9 \times q_3 + K_{10} \times q_4 + K_{11} \times q_5 = 0 \end{array} \right. \quad (5)$$

Ao término da resolução do sistema não-linear composto pelo conjunto de equações anteriores, são obtidas as soluções para os coeficientes $q[n]$. Um exemplo mais detalhado consta no Apêndice B.

Passo 5: completa-se o par filtros de *análise* pela especificação do filtro passa-baixas $p[\cdot]$ complementar:

$$p_k = (-1)^{k+1} q_{N-k-1}$$

Passo 6: conforme ilustrado na Figura 7, decompõem-se os sinais-exemplo adotados com o uso dos filtros recém criados. Torna-se, neste ponto, necessário atribuir conhecimento aos filtros, sendo que, neste exemplo, a formulação de cada filtro foi conduzida fornecendo 10 sinais de entrada para atribuição de conhecimento para cada conjunto de vozes autênticas e inautênticas.

Especificamente para este exemplo, no processo de transformação dos sinais de exemplo, a transformação ocorreu em nível médio $j = \frac{\log_2 M}{2}$. Devido ao elevado número de componentes de

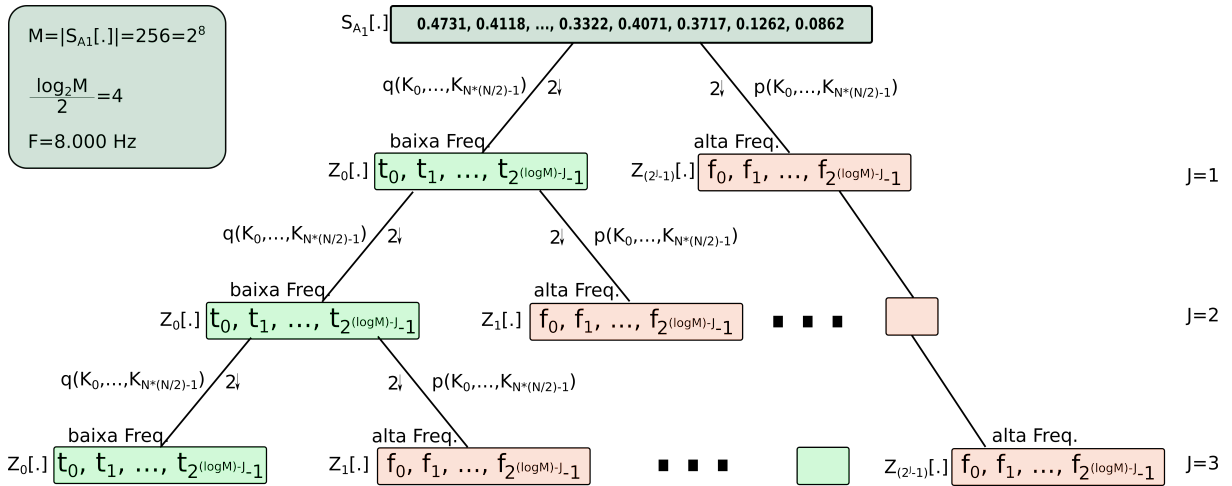


Figura 7 – Processo de decomposição em nível médio $J = \log_2 M$ do exemplar de sinal, formando $y = 2^J$ sinais transformados $\{Z\}$ de comprimento $2^{\log_2 M - J}$.

cada sinal de entrada em ambos os *datasets*, decidiu-se normalizar os sinais de entrada para um comprimento de 32. Para este propósito foi empregado o conceito de energia de acordo com o método A_3 , conforme descrito em (GUIDO, 2016a). A redução do comprimento do sinal atende ao propósito de reduzir a complexidade da resolução do segundo sistema não-linear, ou seja, diminuir a quantidade de termos em cada sinal transformado $\{Z\}$. Finalizada a decomposição dos sinais de entrada, neste caso dois sinais, obtêm-se um conjunto y sinais transformados $\{Z\}$ em nível médio. Cada conjunto de sinais Z não será uma série de escalares mas sim função dos coeficientes $\{k\}$. No Apêndice C consta um exemplar de coeficiente t_0 , chamado tendência do sinal transformado.

Passo 7: Observam-se os fenômenos físicos com propriedade de distinção das classes. De modo, a investigar características dos sinais autênticos e inautênticos com capacidade de promover restrições de classes, que serão impostas matematicamente no segundo sistema não-linear, recorre-se à avaliação visual da plotagem do conjunto de sinais de cada um dos *datasets*. A plotagem foi produzida com a Transformada de Tempo Curto de Fourier com 1024 pontos e, para cada conjunto de componentes das sub-bandas de frequências, computaram-se as seguintes propriedade físicas:

- *Rolloff*
- *Skewness*
- *Kurtosis*
- Centroeide
- Dispersão
- Fluxo
- *Slope*
- *Flatness*
- Entropia

De todo o conjunto de plotagens, considerando as propriedades físicas verificadas, constatou-se que as propriedades *skewness* e *kurtosis* figuram como as mais as promissoras para se captar a distinção entre amostras autênticas e inautênticas. Para o *dataset* ASVSpooof 2017, pode-se observar na Figura 8 as plotagens das propriedades físicas *skewness*, *kurtosis* e entropia. Da propriedade física entropia, conforme observada nas Figuras 8c e 9c, não foi possível verificar

visualmente peculiaridade que possibilitasse a distinção entre amostras autênticas e inautênticas. Assim como as demais propriedades listadas neste trabalho, exceto *skewness* e *kurtosis*, as plotagens não produziram características visuais que proporcionassem elaboração expressões de imposição de restrições de classes.

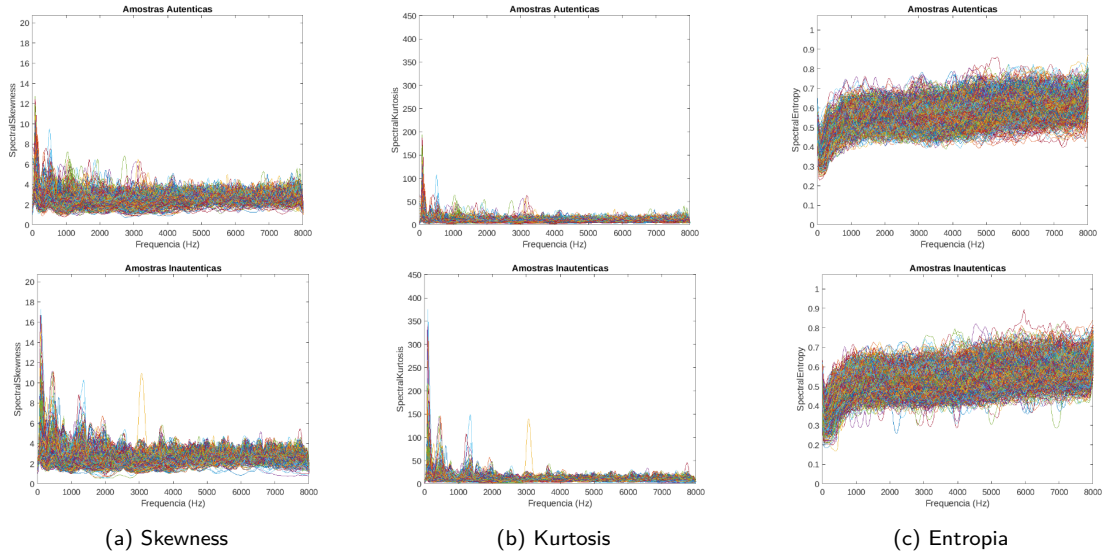


Figura 8 – Plotagem das propriedades físicas por faixa de frequência, de amostras Autênticas e Inautênticas do *Dataset* ASVSpooof 2017.

Ainda considerando o *dataset* ASVSpooof 2017, é possível notar na Figura 8a, nas baixas frequências, ou seja, as inferiores a 1.000 Hz, que as amostras autênticas distinguem-se com uma diferença no pico em *skewness*, pouco superior a 12, inferior ao pico referente às amostras inautênticas que é próximo de 16. Na Figura 8b é possível observar o mesmo fenômeno no qual o pico em *kurtosis* para as amostras autênticas não superam 200 e o pico para amostras inautênticas superam 350.

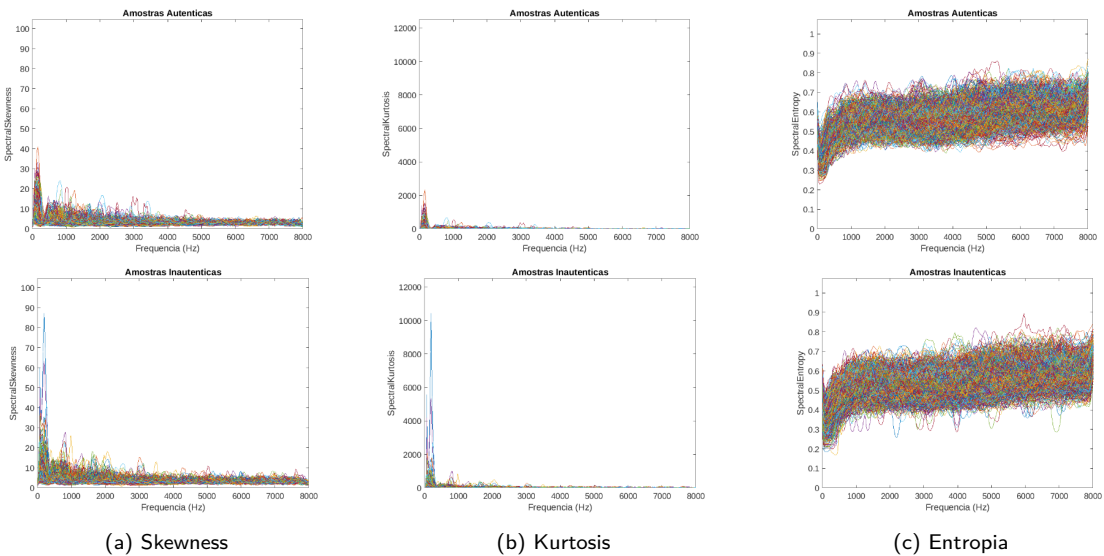


Figura 9 – Plotagem das propriedades físicas por faixa de frequência, de amostras Autênticas e Inautênticas do *Dataset* ASVSpooof 2019.

Referente ao *dataset* ASVSpooof 2019, ao observar a Figura 9, é possível notar o mesmo comportamento, nos quais, nas baixas frequências, para amostras autênticas o pico aproxima-se de 40 em *skewness* enquanto para amostras inautênticas eles superam 40 e aproximam-se de 80, conforme a Figura 9a. Na Figura 9b, o pico para amostras autênticas situa-se próximo a 2.000 em *kurtosis*, enquanto para amostras inautênticas ele aproxima-se de 10.000.

Assim, os comportamentos em *skewness* e *kurtosis* em baixas frequências apresentaram-se como os melhores indicativo para distinção de amostras autênticas e inautênticas, ainda que nas plotagens, que representam as curvas de todos as amostras, pode-se notar que poucas amostras figuram na lacuna entre os picos de amostras autênticas e inautênticas.

Passo 8: constitui a caracterização do conhecimento. Com intuito de formular uma expressão matemática que caracterize a distinção das amostras autênticas das inautênticas, foram admitidas, dadas as semelhanças na avaliação visual dos dois *datasets*, duas hipóteses:

1. *skewness*

- a) locutores inautênticos: computando o limiar λ em *skewness* médio das sub-bandas de alta frequência, somando-se o desvio padrão, admitem-se como sinais inautênticos aqueles cujo *skewness* das sub-bandas de baixas frequência sejam superiores ao limiar λ .
- b) locutores autênticos: admitem-se sinais autênticos aqueles cujo *skewness* das sub-bandas de baixas frequência sejam iguais ou inferiores ao limiar λ .

2. *kurtosis*

- a) locutores inautênticos: computando o limiar λ em *kurtosis* médio das sub-bandas de altas frequências, somando-se duas vezes o desvio padrão, admitem-se como sinais inautênticos aqueles cuja *kurtosis* das sub-bandas de baixas frequências sejam superiores ao limiar λ .
- b) locutores autênticos: admitem-se sinais autênticos aqueles cuja *kurtosis* das sub-bandas de baixas frequências sejam iguais ou inferiores ao limiar λ .

O cômputo das propriedades físicas pode ser observado na Figura 10, que utiliza a propriedade física *skewness* para cada um dos $\{y\}$ que representam os componentes de sinais transformados Z , para cada sub-banda de frequências do processo de decomposição com a Transformada *Wavelet-Packet* Discreta em nível médio. A formulação do limiar λ dá-se pelo cômputo das propriedades físicas de cada componente $Z_i[\cdot]$ das sub-bandas de frequências superiores a 1.000 Hz. Dados os cômputos das propriedades físicas $f(Z[\cdot])$, calcula-se então a média μ_{AF} e o desvio padrão σ_{AF} . Os respectivos cálculos podem ser observados nas Equações 6 e 7, para

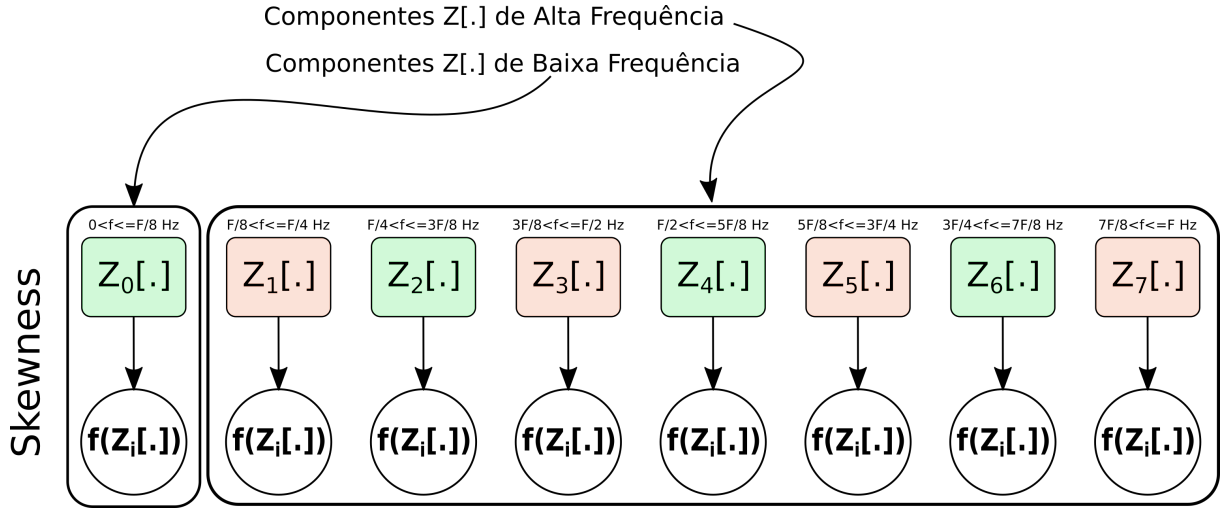


Figura 10 – Figuração do processo de formulação do limiar λ .

o limiar λ_{kur} em *kurtosis* na Equação 8 e para o limiar λ_{skw} em *skewness* na Equação 9.

$$\mu_{AF} = \frac{\sum_{i=1}^{2^{(\log_2 M - J)} - 1} f(Z_i[.])}{2^{(\log_2 M - J)} - 1} \quad (6)$$

$$\sigma_{AF} = \frac{\sum_{i=1}^{2^{(\log_2 M - J)} - 1} (f(Z_i[.]) - \mu)^2}{2^{(\log_2 M - J)} - 1} \quad (7)$$

$$\lambda_{kur} = \mu_{AF} + 2 \times \sigma_{AF} \quad (8)$$

$$\lambda_{skw} = \mu_{AF} + \sigma_{AF} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \text{Autênticos} & f(Z_0[.]) \leq \lambda; \\ \text{Inautênticos} & f(Z_0[.]) > \lambda. \end{cases} \quad (10)$$

A formulação do segundo Sistema não Linear ocorre com o agrupamento das expressões listadas na Equação 10. Para cada sinal de entrada que passa pelo processo de decomposição utilizando-se os filtros q em função de k , formula-se uma equação de caracterização do conhecimento, ou seja, o número de sinais de entrada implica o número de equações que comporão o segundo Sistema não Linear e, enfim, solucionarão os coeficientes k .

Passo 9: obtenção dos $N \times (\frac{N}{2} - 1)$ coeficientes de conhecimento K . Com o agrupamento das equações de caracterização de conhecimento é, enfim, possível solucionar o segundo sistema não-linear. Após a solução do mesmo, obtêm-se os $N \times (\frac{N}{2} - 1)$ coeficientes de conhecimento k .

Passo 10: obtenção dos filtros baseados em conhecimento. Uma vez obtidos os $N \times (\frac{N}{2} - 1)$ coeficientes de conhecimento k , é necessário substituir cada um deles nas funções $q(k_0, k_1, \dots, k_{N \times (\frac{N}{2} - 1) - 1})$. A simples solução por substituição dos coeficientes k produz os N coeficientes escalares q_i dos filtros baseados em conhecimento.

Desse modo, conclui-se o processo de obtenção dos filtros *wavelet* propostos. No próximo capítulo são, consequentemente, descritos os resultados dos experimentos realizados.

4 Experimentos e Análise dos Resultados

Com o intuito de melhor descrever os resultados, testes e resultados estão descritos neste capítulo. Particularmente, na seção 4.3 consta a discussão quanto ao potencial dos filtros pertinentes à classificação, ou seja, a performance destes no que tange às métricas tradicionais de acurácia, precisão, revocação e $F1$ -score). Na seção 4.4, traz-se a discussão para o campo de desempenho relativo às métricas de sistemas biométricos, ou seja, , que é uma das métricas de avaliação dos desafios *ASVSpooF*.

4.1 Aparato Experimental

No intuito de melhor elucidar sua compreensão, a configuração geral dos experimentos pode ser observada na Figura 11.

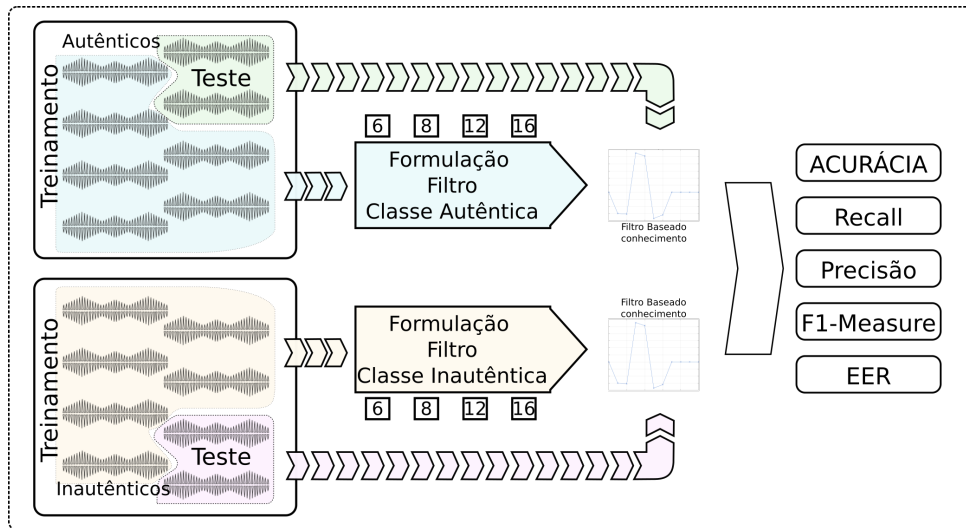


Figura 11 – Diagrama esquemático da configuração experimental

A execução dos experimentos contempla todas as etapas descritas no Capítulo 3, concernentes à formulação dos filtros. Para cada conjunto de experimentos, foram formulados filtros para distinção dos locutores autênticos e inautênticos no sentido de caracterizar problemas unários de classificação. Pertinente ao número de sinais-exemplo utilizados para caracterização de conhecimento, o limite foi de 10. Com relação ao tamanho de suporte dos filtros, os valores 6, 8, 12 e 16 foram testados. A limitação dos suportes de filtros e do número de sinais-exemplo utilizados deu-se em função da incapacidade computacional em solucionar os sistemas não-lineares oriundos do passo 5 do Algoritmo 1, detalhado no Capítulo anterior. Ainda assim, foi possível se aproximar do indicativo de suporte 18, conforme registrado em (ALMEIDA; RECCO; GUIDO, 2021).

O processo de formulação dos filtros foi repetido 20 vezes, ou seja, para cada combinação de classe - locutores autênticos e inautênticos, *datasets* (ASVSpooF 2017 e 2019), propriedade física (*skewness* e *kurtosis*) e suporte (6, 8, 12 e 16) produziram-se 20 filtros, os quais sofreram variação de 10 sinais-exemplo exclusivos para cada filtro formulado. Portanto, no total foram formulados 640 filtros. Com a formulação de 20 filtros para cada combinação, foi possível efetuar testes de diferenças críticas relevantes. Para cada uma das configurações de filtros foi empregado o teste de Friedman corrigido (JAPKOWICZ; SHAH, 2011). A escolha do método de Friedman deveu-se ao cenário de múltiplos filtros em mais de um domínio. Nesse caso, é possível uma diferença estatisticamente significativa no desempenho, aplicando o teste *post-hoc* de Nemeniy.

4.2 Métricas de Avaliação

A preocupação referente ao desempenho dos algoritmos de classificação unária é relevante, tanto no que diz respeito às instâncias da classe em si quanto em relação às instâncias de outras classes dos dados de treinamento. O propósito é o de medir o desempenho geral do classificador com ênfase nas instâncias de cada classe individual em oposição a uma medição abrangente resultante da precisão ou taxa de erro. Isso exige relatar as estatísticas de todas as classes de interesse (JAPKOWICZ; SHAH, 2011):

- Precisão

$$PRE = \frac{VP}{VP + FP}$$

- Revocação

$$REV = \frac{VP}{VP + FN}$$

- Acurácia

$$ACC = \frac{VP + VN}{VP + VN + FP + FN}$$

- F_1 -score

$$F_1 = \frac{VP}{VP + \frac{1}{2} \times (FP + FN)} \quad ,$$

onde VP, VN, FP e FN representam o número de verdadeiros positivos, verdadeiros negativos, falsos positivos e falsos negativos, respectivamente. De modo geral, para avaliar o quão específico e preciso é um sistema biométrico, ou seja, para medir a sua acurácia, é necessário contabilizar erros de autenticação que se resumem em falsa aceitação e falsa rejeição. Aplicando uma pontuação variável para as pontuações de similaridade, calculam-se as taxas de falsa aceitação e falsa rejeição. Dados $P_{fa}(\theta)$ e P_{miss} , que os são alarmes falsos e as falsas rejeições, sob *threshold* 0, definem-se:

$$P_{fa}(\theta) = \frac{\#\{\text{total de falsos acessos} > 0\}}{\#\{\text{total de acessos}\}}$$

e

$$P_{miss}(\theta) = \frac{\#\{\text{total de acessos rejeitados} \leq 0\}}{\#\{\text{total de rejeições}\}},$$

admitindo que $P_{ta}(\theta)$ e $P_{miss}(\theta)$ são funções crescentes e decrescentes em θ , respectivamente. O θ corresponde ao cruzamento das curvas em θ , ou seja, no ponto no qual as taxas coincidem.

4.3 Filtros *Versus* Métricas Tradicionais de Classificação

A discussão dos resultados, pertinentes às performances das configurações de filtros, inicia-se com a verificação do modo que as classes de sinais-exemplo, *datasets* e propriedades físicas influenciaram os resultados dos experimentos, conforme a Figura 12. Com relação

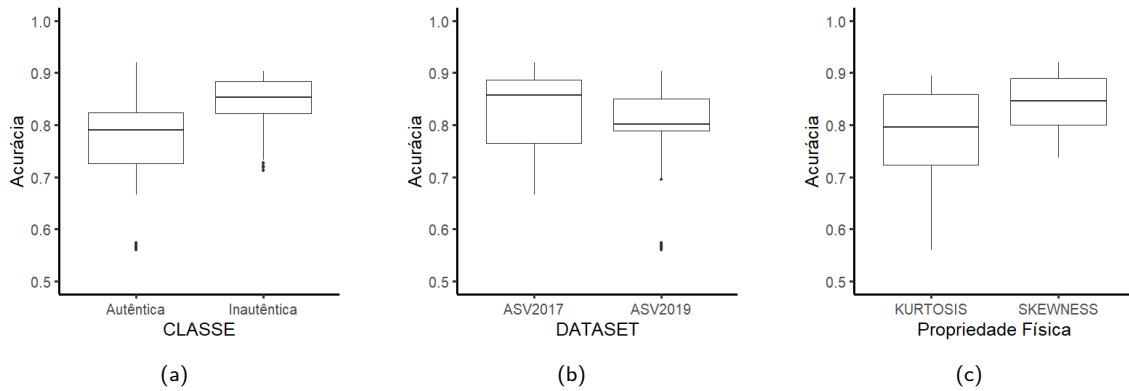


Figura 12 – Desempenhos em Acurácia

à influência da classe, conforme a Figura 12a, é possível observar o comportamento dos experimentos em termos de acurácia e com filtros configurados com sinais-exemplo autênticos e inautênticos. A notoriedade do melhor desempenho dos filtros configurados com casos inautênticos evidencia-se ao observar a acurácia de 0,8203 referente ao primeiro quartil destes, que coincide com o terceiro quartil dos experimentos configurados com casos autênticos, registrando acurácia de 0,8257. Tal constatação implica que 75% dos melhores resultados obtidos com casos inautênticos equiparam-se aos 25% dos melhores resultados obtidos com casos autênticos. Embora o melhor resultado tenha se apresentado com acurácia 0,9200 para filtros obtidos com casos autênticos ante 0,9034 para o melhor filtro obtido a partir de um caso inautêntico, a distribuição é um bom indicativo para prevalência dos resultados obtidos com filtros de casos inautênticos.

No que concerne a discussão sobre o desempenho dos experimentos para os *datasets*, ao observar a Figura 12b, é possível notar que a linha mediana dos experimentos realizados com o ASVSpooof 2017 superam o terceiro quartil dos experimentos realizados com o ASVSpooof 2019, fato que implica na prevalência dos experimentos realizados com o ASVSpooof 2017, dado que 50% dos melhores resultados obtidos com ASVSpooof 2017 superam mais de 75% dos resultados obtidos com ASVSpooof 2019.

Sobre a influência da propriedade física, ao observar a Figura 12c é possível notar que a linha mediana dos experimentos realizados com a propriedade física *skewness* situa-se em altura pouco inferior ao terceiro quartil da caixa dos experimentos realizados com a propriedade física *kurtosis*, denotando um leve prevalência dos experimentos realizados com *skewness*.

Neste momento, é factível eleger como configuração de filtro de sucesso aquela formulada com sinais-exemplo inautênticos, com a propriedade física *skewness* e realizadas sobre o *dataset* ASVSpooof 2017, que está presente em 3 das 10 melhores configurações. Esse destaque é corroborado com os dados contidos na Tabela 3, na qual pode-se observar que a configuração ASVSpooof 2017/*skewness*/inautênticos está presente em 4 das 10 melhores configurações. Especificamente, o *dataset* ASVSpooof 2017 está presente em 8 configurações, a propriedade *skewness* em 7 configurações e a classe inautêntica em 7.

Tabela 3 – Top 10 configurações de Filtros em Acurácia,

	Dataset	Propriedade	Classe	Suporte	Acurácia
1	ASV2017	SKEWNESS	Autêntico	12	0,9200
2	ASV2019	SKEWNESS	Inautêntico	16	0,9034
3	ASV2017	SKEWNESS	Autêntico	8	0,8969
4	ASV2017	SKEWNESS	Inautêntico	6	0,8965
5	ASV2017	KURTOSIS	Inautêntico	16	0,8957
6	ASV2017	SKEWNESS	Autêntico	6	0,8941
7	ASV2017	SKEWNESS	Inautêntico	8	0,8933
8	ASV2017	SKEWNESS	Inautêntico	12	0,8915
9	ASV2017	KURTOSIS	Inautêntico	6	0,8785
10	ASV2019	KURTOSIS	Inautêntico	8	0,8700

Uma vez analisadas as influências das classes, propriedades físicas e *datasets*, é então preponderante avaliar o quão determinantes são os suportes de filtros diante dos resultados. Numa primeira vista ao observado na Tabela 4, é possível notar dois conjuntos de filtros configurados, com a propriedade física *skewness*, formulados com amostras **autênticas** e **inautênticas** oriundas do *dataset* ASVSpooof 2017, resultaram acurácia (considerando os suportes de filtro) próxima a 0,9, especificamente 0,9200 e 0,8965 para casos autênticos e inautênticos, respectivamente. Ainda é possível observar, na configuração **inautênticos**/*skewness*/ASVSpooof 2019, desempenho similar aos supracitados, aferindo acurácia 0,9034. No entanto, seu par formulado com casos **autênticos** não reproduziu performance similar (próxima a 0,9 em acurácia). Neste ponto, é possível observar um primeiro indicativo de que as configurações dos filtros com a propriedade física *skewness* formuladas com amostras de casos **autênticos** e **inautênticos** aplicadas ao *dataset* ASVSpooof 2017 produziram melhores resultados no que concerne à acurácia.

Ao migrar a discussão para o desempenho dos filtros, tendo como referência as configurações de suporte dos mesmos, tem-se como melhor resultado o filtro de suporte 12 com acurácia 0,9200. No entanto, sob a ótica de um ranqueamento elementar, nota-se que os filtros de suporte 16 e 8 igualam-se e, na sequência, tem-se o filtro de suporte 12, seguido pelo filtro de suporte 6 com o pior desempenho. Numa primeira vista da discussão em torno do

Tabela 4 – Melhores Filtros em Acurácia e respectivo ranqueamento pertinente ao suporte de filtro.

Classe	Dataset	Propriedade	Suporte			
			06	08	12	16
Autêntico	ASV2017	KURTOSIS	(4) 0,7000	(2) 0,7534	(3) 0,7407	(1) 0,8008
Autêntico	ASV2017	SKEWNESS	(3) 0,8941	(2) 0,8969	(1) 0,9200	(4) 0,8330
Autêntico	ASV2019	KURTOSIS	(3) 0,5740	(4) 0,4994	(1) 0,8003	(2) 0,7091
Autêntico	ASV2019	SKEWNESS	(3) 0,7931	(1) 0,8091	(4) 0,7447	(2) 0,7932
Inautênticos	ASV2017	KURTOSIS	(2) 0,8915	(4) 0,7566	(3) 0,8082	(1) 0,8957
Inautênticos	ASV2017	SKEWNESS	(1) 0,8965	(2) 0,8933	(3) 0,8785	(4) 0,8429
Inautênticos	ASV2019	KURTOSIS	(4) 0,8042	(1) 0,8700	(2) 0,8608	(3) 0,8297
Inautênticos	ASV2019	SKEWNESS	(4) 0,7903	(2) 0,8519	(3) 0,8400	(1) 0,9034
			(3,00)	(2,25)	(2,50)	(2,25)

efeito do suporte, a observação dos melhores resultados é um pouco sólida. No entanto, ela traz consigo uma constatação inicial de inconstância do efeito do suporte.

Ao conduzir a discussão considerando a distribuição dos resultados, conforme visualizado na Figura 13a, é possível notar, quanto à acurácia, que os resultados medianos, para todos os suportes, encontram-se na faixa mais estreita entre o primeiro e terceiro quartil dos resultados dos experimentos realizados com suporte 16, com acurácia de 0,7823 e 0,8591, denotando que o resultado normal situa-se nessa faixa independentemente do suporte. Referente aos melhores resultados, situados entre os terceiros e quartos quartis, esbarra-se em acurácia próxima a 0,900, nas quais os experimentos com suporte 12 e 16 chegam a exceder a faixa de 0,9000, reforçando o indício de que o suporte influencia brandamente o resultado.

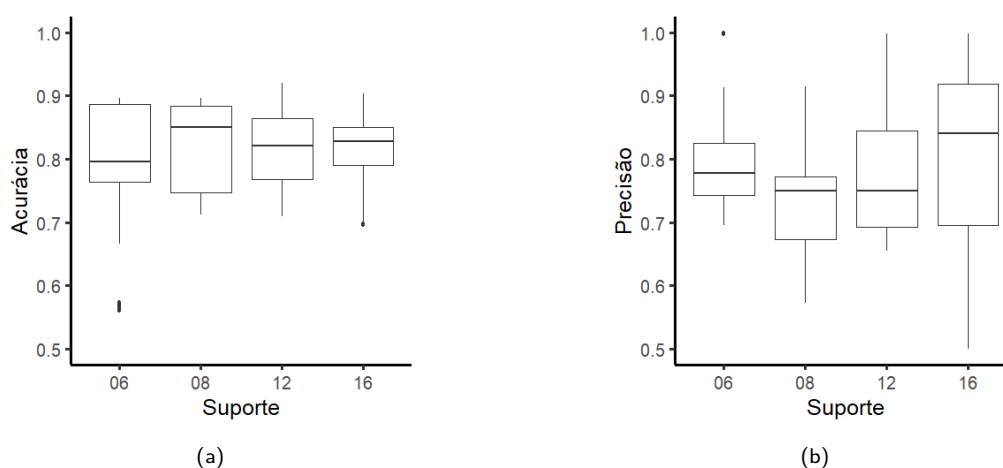


Figura 13 – desempenhos dos resultados dos filtros em acurácia e precisão

Sobre a Precisão, conforme visualizado na Figura 13b, é possível observar a mediana 0,8432 dos resultados obtidos com experimentos realizados utilizando filtros de suporte 16 sendo superior aos terceiros quartis dos experimentos realizados com demais suportes. Pode-se, ainda, observar que os experimentos realizados com suportes de filtro 12 e 16 atingiram precisão de 1,0000. O mesmo valor foi alcançado com filtro de suporte 6, no entanto corresponde a um *outlier*. Adicionalmente, é importante ressaltar que apesar do resultado mediano dos experimentos com suporte 16 destacarem-se diante de seus pares, a distribuição dos resultados

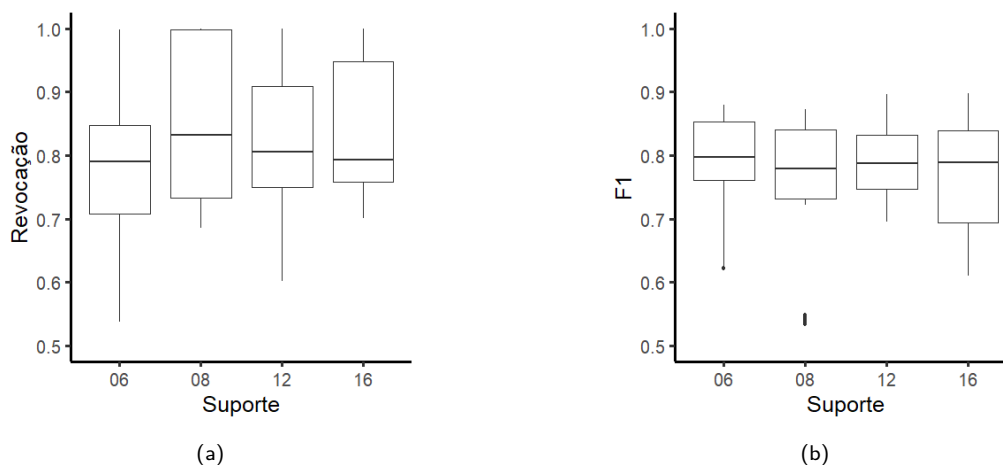


Figura 14 – desempenhos dos resultados dos filtros em revocação e F_1 -score

é menos estável dada a distância entre o primeiro e terceiro quartis, implicando em maior instabilidade.

Relativo à revocação ou sensibilidade, pode-se notar na Figura 14a que o desempenho dos experimentos com filtros de suporte 8 formam uma mediana de 0,8325 que é superior aos demais, entretanto situa-se na área de distribuição entre os primeiros e terceiros quartis dos experimentos realizados com os demais filtros. Ainda é possível observar que experimentos envolvendo os suportes 6, 8, 12 e 16 atingiram performance em sensibilidade à perfeição. Mesmo com os experimentos com filtro de suporte 8 apresentando melhor mediana, observa-se que eles apresentam maior variação entre o primeiro e terceiro quartis, implicando maior instabilidade.

Com relação à métrica F_1 score, com auxílio da Figura 14b é possível notar desempenhos em mediana muito próximos entre si, com os valores 0,7956, 0,7510, 0,7632 e 0,7701 respectivamente para experimentos com filtros de suporte 6, 8, 12 e 16, denotando que o efeito do suporte dos filtros não influencia de forma consistente os resultados dos experimentos.

Na Figura 15, é possível notar que existe diferença significativa entre os experimentos realizados com filtro de suporte 16 e filtros de suportes 6 e 8, que por sua vez não apresentam diferença significativa entre si. Com relação aos experimentos realizados com filtros de suporte 12, estes não apresentam diferença significativa em relação aos filtros de suporte 6 e 16. Dessa forma, pode-se afirmar que os experimentos realizados com filtros de suporte 16 produziram melhores resultados em relação aos filtros de menor suporte (6 e 8) e não apresentam diferença significativa em relação aos filtros de suporte 12. Tal afirmação encontra reforço quando remetemos-nos à Tabela 4, constatando-se que os melhores resultados ocorrem com experimentos baseados em filtro de suporte 16, com diferença significativa em relação aos filtros de suporte 8 e 12.

Mesmo com os melhores resultados ocorrendo para os filtros de suporte 16, é pouco sustentável afirmar que o tamanho do suporte de filtro influenciou fortemente o conjunto global destes experimentos. No intuito de investigar esta singularidade, recorre-se às respostas em fase

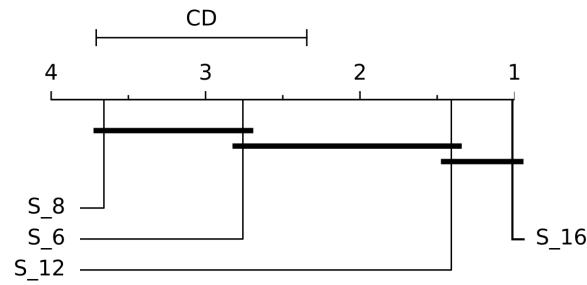


Figura 15 – Comparação dos resultados em Acurácia segregados pelos suportes de filtros conforme o teste Nemenyi. As agrupamentos sem diferença significativa estão conectados ($\alpha = 0,05$).

e magnitude do conjunto de filtros que pode ser visualizado na Figura 16. Pode-se observar na Figura 16a respostas em fase e magnitude comportadas, isto é, quanto à magnitude e à fase, as curvas são suaves e sem sinuosidades; no entanto conforme aumenta-se o tamanho do suporte, conforme as Figuras 16b, 16c e 16d, as respostas em fase e magnitude demonstram-se menos comportadas. Admite-se, em função deste achado, a hipótese de que, durante a formulação dos filtros, a solução do duplo sistema não-linear ensejou um fenômeno que provocou a instabilidade das respostas de tal ordem, a qual influenciou a instabilidade dos resultados em termo do suporte dos filtros.

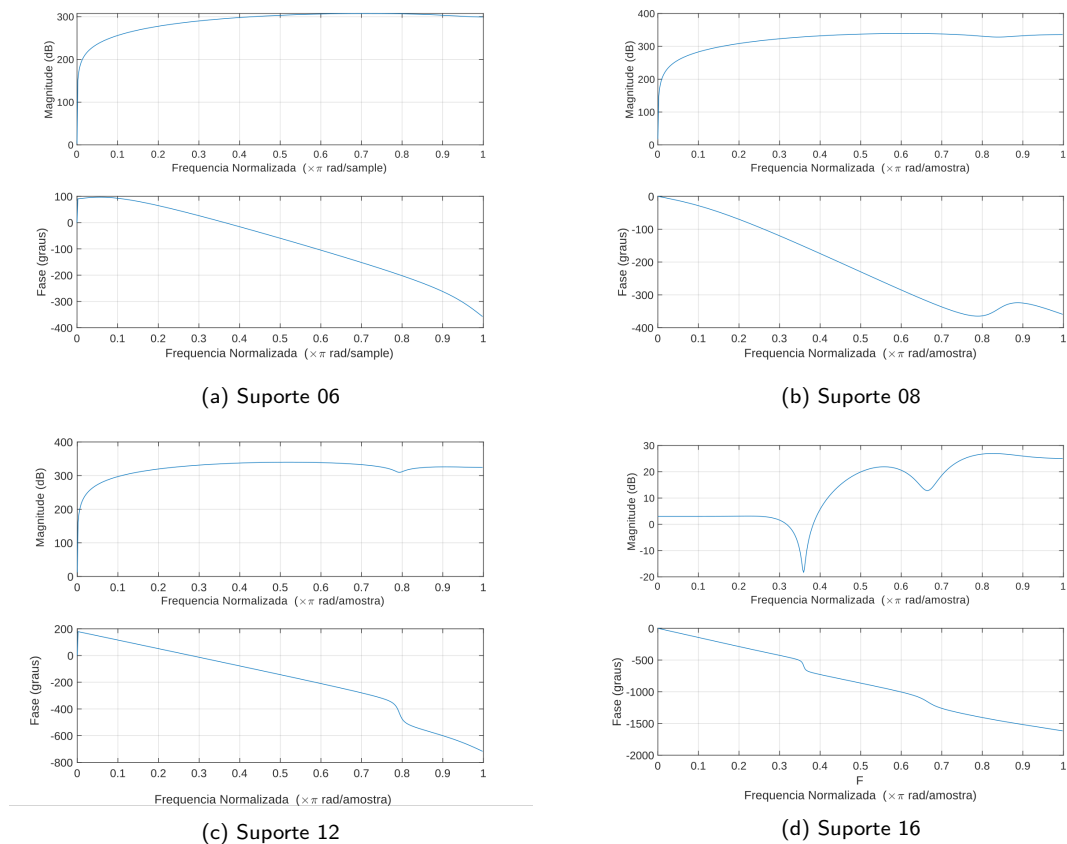


Figura 16 – resposta em fase e magnitude de um conjunto de exemplares de filtros formulados com casos autênticos / ASV 2017 / *skewness*

4.4 Filtros *Versus* Métricas de Biometria

Da visualização da Figura 17, pode-se observar o comportamento geral dos experimentos segregados por *dataset*. A respeito dos experimentos realizados sobre o *dataset* ASVSpooof 2017, na Figura 17a nota-se que os experimentos com filtros de todos suportes superaram o *baseline* do desafio ASVSpooof 2017. Em particular, observa-se evidente destaque dos experimentos realizados com filtros de suporte 12, cujos melhores resultados figuram entre o primeiro e segundo quartis num limiar muito próximo ao do *baseline*, implicando que quase 50% dos melhores resultados ultrapassam o *baseline* em . É possível ainda destacar os excelentes resultados alcançados com os filtros *skewness* aplicados ao ASVSpooof 2017, pois para todos os suportes foram obtidos resultados melhores que o *baseline* e, especificamente com o filtro de suporte 12, chegou-se muito próximo ao melhor resultado do desafio ASVSpooof 2017 registrado em Patil et al. (2017), conforme pode ser observado na Tabela 5.

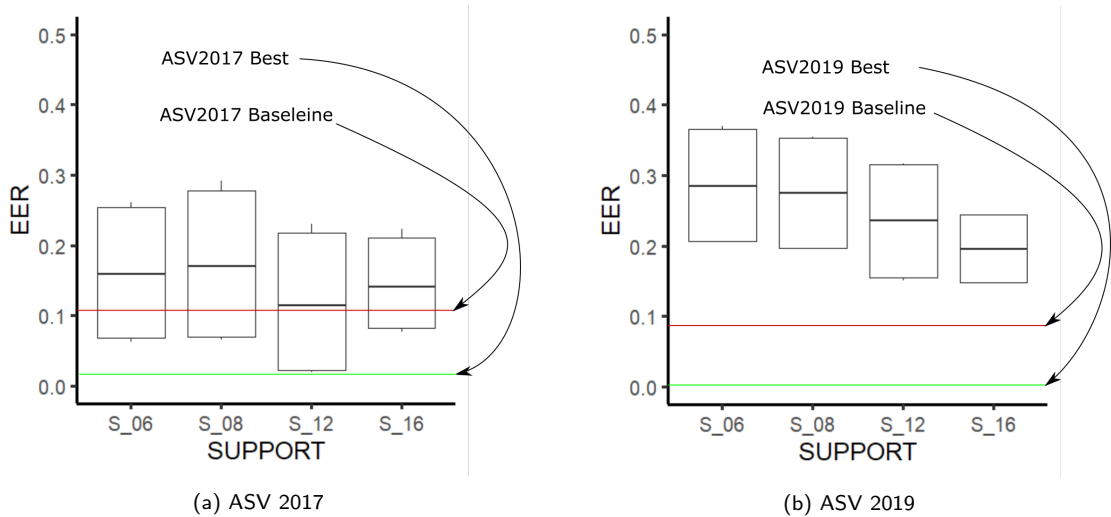


Figura 17 – Desempenhos em EER

Tabela 5 – Melhores Resultados em TEC segregados por Suporte

DATASET	PHYSICAL	S_06	S_08	S_12	S_16
ASV2017	KURTOSIS	24.51	26.69	20.41	19.23
ASV2017	SKEWNESS	6.24	6.51	1.96	7.67
ASV2019	KURTOSIS	36.29	35.22	31.38	24.16
ASV2019	SKEWNESS	20.48	19.51	15.09	14.66
ASV2017	CQCC+GMM ²			11,02	
ASV2017	VESA-IFCC+MFCC+GMM (PATIL et al., 2017)			1,47	
ASV2019	CQCC+GMM ³			9,87	
ASV2019	LFCC+GMM ⁴			11,96	
ASV2019	Multi-Task & Multi Learning (LI et al., 2019)			0,00	

Os bons resultados obtidos com experimentos realizados não se reproduziram com o *dataset* ASVSpooof 2019. Pode-se observar na Figura 17b que nenhuma configuração de filtro, independentemente do suporte, alcançou o *baseline* do desafio ASVSpooof 2019. Cabe destacar

neste ponto que os experimentos baseados na propriedade física *skewness* aplicados ao *dataset* ASVSpooof 2017 produziram melhor distinção entre usuários autênticos e inautênticos.

A afirmação supracitada é reforçada ao observar a Figura 18, na qual são notáveis os quatro filtros melhores ranqueados, que respondem à configuração *skewness* sobre o *dataset* ASVSpooof 2017. Nota-se, ainda, que não existe diferença significativa entre tais configurações. É importante também mencionar o fato de que a configuração melhor ranqueada não se distingue de forma significativa entre as seis melhores ranqueadas. Destaca-se, complementarmente, que as configurações de filtros com propriedade *skewness* figuram entre as melhores, enquanto as configurações de filtro em *kurtosis* apresentam o pior desempenho.

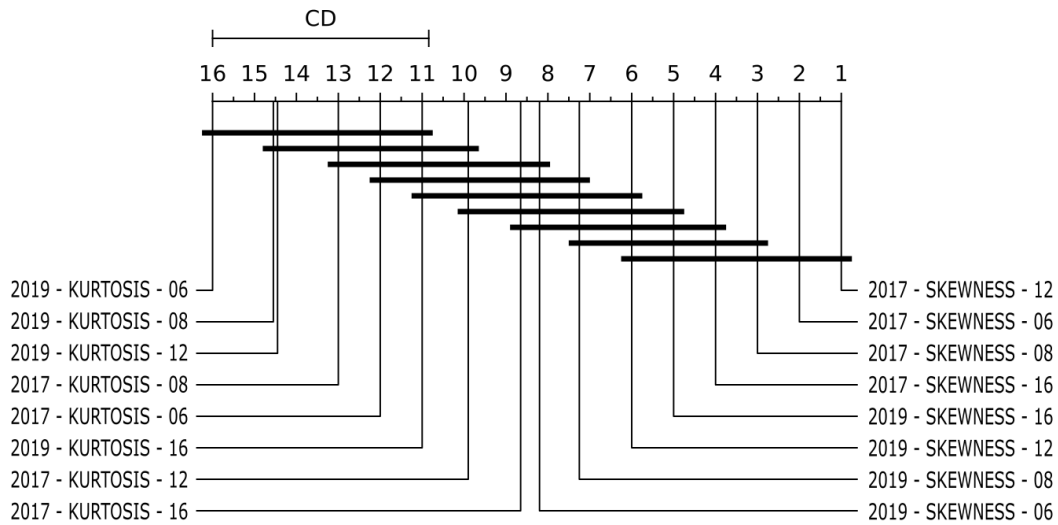


Figura 18 – comparação dos resultados em EER médios por configurações (*dataset* / propriedade física) conforme o teste Nemenyi. Os agrupamentos de filtros sem diferença significativa estão conectados ($\alpha = 0.05$)

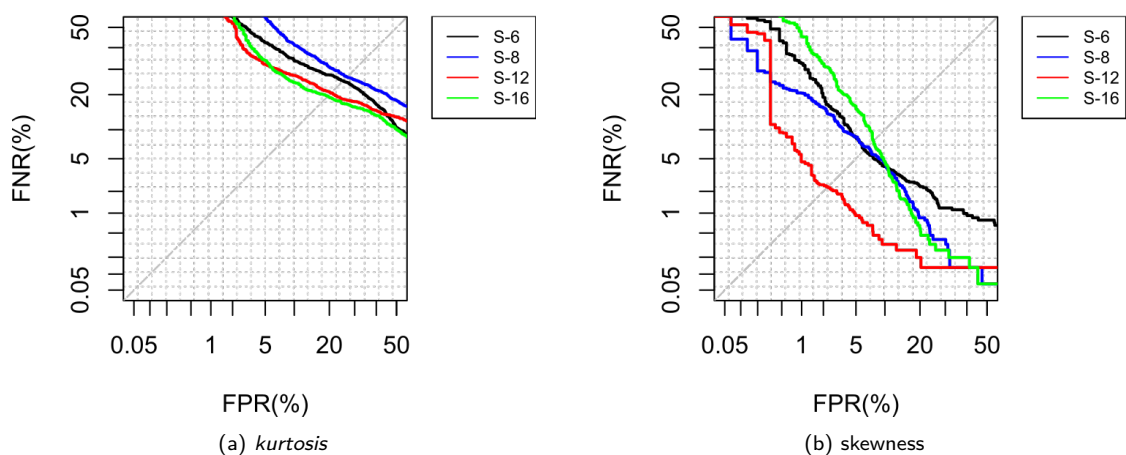


Figura 19 – curvas EER - ASV 2017

Por fim, quanto às curvas de (MARTIN et al., 1997), pode-se observar na Figura 19 o desempenho dos melhores resultados para cada configuração de filtros, sendo *kurtosis* na Figura 19a e *skewness* na Figura 19b, em ambos os casos para o *dataset* ASVSpooof 2017. A constatação da superioridade em performance das curvas referentes aos suportes 6, 8, 12 e

16 relacionados com os experimentos em *skewness* versus aqueles em *kurtosis*. A pior curva em *skewness*, do filtro de suporte 16, supera em 11 pontos percentuais a melhor curva em *kurtosis* com o mesmo suporte de filtro, reforçando assim a melhor adequação dos experimentos realizados com as configurações em *skewness*.

Uma vez expostos e discutidos os resultados obtidos, o próximo Capítulo é dedicado ao conjunto de conclusões e à visão de futuro na área em questão.

5 Conclusões e Experimentos Futuros

Neste trabalho, foi apresentada a elaboração de filtros *wavelet* baseada em conhecimento para fins de distinção entre locutores autênticos e inautênticos no âmbito dos sistema de verificação de locutores. Essencialmente, a contribuição inovadora deste trabalho concentra-se na estratégia geral de formulação de filtros *wavelet*, de modo a impregná-los de conhecimento estatístico, oriundo de casos-exemplo de treinamento.

Quanto à aplicabilidade do algoritmo proposto, investigou-se a efetividade dos filtros para o fim em questão, tendo sido possível delinear, no que concerne a adequação dos experimentos aos *datasets*, que os melhores resultados foram obtidos com a base ASVSpooof 2017. Pertinente à melhor propriedade física, foi possível notar que os filtros configurados com base em *skewness* sobressaíram em relação àqueles elaborados com base na propriedade *kurtosis*. Por fim, com relação ao suporte de filtro, não foi possível destacar diferença estatística significativa, no entanto os experimentos com suportes 12 e 16 figuraram entre os melhores.

Ainda pertinente às configurações dos filtros, obteve-se, com o filtro configurado com a propriedade *skewness* e suporte 12, aplicado ao *dataset* ASVSpooof 2017, um resultado em EER=1,96 %, o qual se aproximou do melhor resultado obtido no desafio ASVSpooof 2017, avizinando-se do estado da arte. Complementarmente, destaca-se que o custo computacional para o uso da abordagem proposta, embora não analisado formalmente nesta tese, é essencialmente aquele inerente ao cômputo da TDW com base no Algoritmo de Mallat e, portanto, convidativo para ser utilizado sem maiores óbices em equipamentos computacionais modestos, ao contrário das abordagens existentes no estado-da-arte que requerem, ao menos na etapa de treinamento, o *fine tuning* de DNNs com dezenas de camadas e milhares de neurônios artificiais. Nesse sentido, pode-se destacar mais uma contribuição do presente trabalho: a possibilidade de maior compreensão do funcionamento da abordagem proposta, o que não ocorre com as abordagens atuais do estado-da-arte, pois, uma vez baseada em estruturas complexas como as referidas, degrada-se a possibilidade explicabilidade. Assim, é possível, inclusive, notar que os filtros *wavelet* criados também inserem-se no escopo da *explainable artificial intelligence* (XAI), campo bastante explorado atualmente.

De posse de tais achados, é possível afirmar que, para a finalidade para a qual elaboraram-se os filtros neste trabalho, cumpriu-se o propósito, principalmente em relação ao *dataset* ASVSpooof 2017, confirmando-se assim a aplicabilidade da abordagem proposta. Além disso, ainda que para apenas um dos *datasets*, a abordagem tenha se mostrado plenamente efetiva, entende-se que a efetividade dos filtros deve-se principalmente à adequação da formulação das restrições de classes, nas quais as configurações com a propriedade *skewness* se mostraram perfeitamente adequadas. Outro fator que entende-se ser determinante é o número de sinais-

exemplo usados na solução do segundo sistema não-linear, os quais que não fizeram parte do escopo deste projeto, sendo tema investigatório para trabalhos futuros.

No que concerne ao efeito do suporte do filtro, apresentaram-se intrigantes resultados, pois, mesmo os filtros com suporte 16 destacando-se estatisticamente dos filtros de suporte 6 e 8, não houve elementos suficientes para afirmar que o efeito do tamanho do suporte é efetivo neste conjunto de experimentos. Ainda no que concerne ao suporte, suspeita-se que a solução do primeiro sistema não-linear, onde se atribuíram os coeficientes de conhecimento k , sem a possibilidade de ajuste de erro, pode ter propagado imprecisões para o procedimento posterior. Tal suspeita também constitui um tema para investigações futuras.

Por fim, os resultados implicam a originalidade da abordagem proposta, a qual encontra efetividade à sua proposição de distinção de locutores autênticos e inautênticos, contribuindo para as áreas de processamento digital de sinais (PDS) e de biometria. Acredita-se que, nos anos vindouros, a estratégia aqui elaborada possa ser aproveitada de modo a, cada vez mais, auxiliar no co-crescimento das áreas de PDS e sistemas inteligentes, incorporando naquela, conceitos desta.

Referências

- 15938, I. *Information technology—Multimedia content description interface, Part 4: Audio*. [S.l.]: International Organization for Standardization Geneva, Switzerland, 2002.
- ABE, S. *Support vector machines for pattern classification*. [S.l.]: Springer, 2005. v. 2.
- ADAMI, A. G.; BARONE, D. A. C. A speaker identification system using a model of artificial neural networks for an elevator application. *Information Sciences*, Elsevier, v. 138, n. 1-4, p. 1–5, 2001.
- ADDISON, P. S. *The illustrated wavelet transform handbook: introductory theory and applications in science, engineering, medicine and finance*. [S.l.]: CRC press, 2017.
- ADDISON, P. S.; WALKER, J.; GUIDO, R. C. Time–frequency analysis of biosignals. *IEEE engineering in medicine and biology magazine*, IEEE, v. 28, n. 5, p. 14–29, 2009.
- AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. *IEEE transactions on automatic control*, IEEE, v. 19, n. 6, p. 716–723, 1974.
- ALLURI, K. R.; ACHANTA, S.; KADIRI, S. R.; GANGASHETTY, S. V.; VUPPALA, A. K. Sff anti-spoof: liit-h submission for automatic speaker verification spoofing and countermeasures challenge 2017. In: *Interspeech*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 107–111.
- ALLURI, K. R.; VUPPALA, A. K. liit-h spoofing countermeasures for automatic speaker verification spoofing and countermeasures challenge 2019. In: *INTERSPEECH*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 1043–1047.
- ALMEIDA, A. M. G. de; RECCO, C. H.; GUIDO, R. C. Use of paraconsistent feature engineering to support the long term feature choice for speaker verification. In: *The International FLAIRS Conference Proceedings*. [S.l.: s.n.], 2021. v. 34, n. 1.
- ALZANTOT, M.; WANG, Z.; SRIVASTAVA, M. B. Deep residual neural networks for audio spoofing detection. *arXiv preprint arXiv:1907.00501*, 2019.
- ATAL, B. S. Effectiveness of linear prediction characteristics of the speech wave for automatic speaker identification and verification. *the Journal of the Acoustical Society of America*, Acoustical Society of America, v. 55, n. 6, p. 1304–1312, 1974.
- BAHL, L.; BROWN, P.; SOUZA, P. D.; MERCER, R. Maximum mutual information estimation of hidden markov model parameters for speech recognition. In: IEEE. *ICASSP'86. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. [S.l.], 1986. v. 11, p. 49–52.
- BEIGI, H. Speaker recognition. In: *Fundamentals of Speaker Recognition*. [S.l.]: Springer, 2011. p. 543–559.
- BENESTY, J.; SONDHI, M. M.; HUANG, Y. et al. *Springer handbook of speech processing*. [S.l.]: Springer, 2008. v. 1.

BHAVANA, V.; DAS, P. K. Speaker verification using simple temporal features and pitch synchronous cepstral coefficients. *arXiv preprint arXiv:1908.05553*, 2019.

BURDEN, R. L.; FAIRES, J. D. *Numerical analysis*. [S.l.]: Cengage Learning, 2011.

BURGES, C. J.; PLATT, J. C.; JANA, S. Extracting noise-robust features from audio data. In: IEEE. *2002 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. [S.l.], 2002. v. 1, p. 1–1021.

BUSCH, C. Standards for biometric presentation attack detection. In: *Handbook of Biometric Anti-Spoofing*. [S.l.]: Springer, 2019. p. 503–514.

CAI, W.; CAI, D.; LIU, W.; LI, G.; LI, M. Countermeasures for automatic speaker verification replay spoofing attack: On data augmentation, feature representation, classification and fusion. In: *Interspeech*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 17–21.

CHANG, S.-Y.; WU, K.-C.; CHEN, C.-P. Transfer-representation learning for detecting spoofing attacks with converted and synthesized speech in automatic speaker verification system. In: *INTERSPEECH*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 1063–1067.

CHEN, L.-W.; GUO, W.; DAI, L.-R. Speaker verification against synthetic speech. In: IEEE. *2010 7th International Symposium on Chinese Spoken Language Processing*. [S.l.], 2010. p. 309–312.

CHEN, S.-H.; GUIDO, R. C.; TRUONG, T.-K.; CHANG, Y. Improved voice activity detection algorithm using wavelet and support vector machine. *Computer Speech & Language*, Elsevier, v. 24, n. 3, p. 531–543, 2010.

CHEN, Z.; XIE, Z.; ZHANG, W.; XU, X. Resnet and model fusion for automatic spoofing detection. In: *Interspeech*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 102–106.

CHETTRI, B.; STOLLER, D.; MORFI, V.; RAMÍREZ, M. A. M.; BENETOS, E.; STURM, B. L. Ensemble models for spoofing detection in automatic speaker verification. *arXiv preprint arXiv:1904.04589*, 2019.

CLEMIN, P. J.; JOHNSON, M. T. Generalized perceptual linear prediction features for animal vocalization analysis. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Acoustical Society of America, v. 120, n. 1, p. 527–534, 2006.

DAS, R. K.; YANG, J.; LI, H. Long range acoustic features for spoofed speech detection. In: *Interspeech*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 1058–1062.

DELGADO, H.; TODISCO, M.; SAHIDULLAH, M.; EVANS, N.; KINNUNEN, T.; LEE, K. A.; YAMAGISHI, J. Asvspoof 2017 version 2.0: meta-data analysis and baseline enhancements. In: *Odyssey 2018-The Speaker and Language Recognition Workshop*. [S.l.: s.n.], 2018.

DENNIS, J. W. Sound event recognition in unstructured environments using spectrogram image processing. *Nanyang Technological University, Singapore*, 2014.

DIŞKEN, G.; TÜFEKCI, Z.; ÇEVİK, U. A robust polynomial regression-based voice activity detector for speaker verification. *EURASIP Journal on Audio, Speech, and Music Processing*, SpringerOpen, v. 2017, n. 1, p. 1–16, 2017.

FARRÚS, M.; HERNANDO, J.; EJARQUE, P. Jitter and shimmer measurements for speaker recognition. In: *Eighth annual conference of the international speech communication association*. [S.l.: s.n.], 2007.

FONT, R.; ESPÍN, J. M.; CANO, M. J. Experimental analysis of features for replay attack detection-results on the asvspoof 2017 challenge. In: *Interspeech*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 7–11.

FURUI, S. An overview of speaker recognition technology. *Automatic speech and speaker recognition*, Springer, p. 31–56, 1996.

GOMEZ-ALANIS, A.; PEINADO, A. M.; GONZALEZ, J. A.; GOMEZ, A. M. A light convolutional gru-rnn deep feature extractor for asv spoofing detection. In: *Proc. Interspeech*. [S.l.: s.n.], 2019. v. 2019, p. 1068–1072.

GONG, Y. Noise-robust open-set speaker recognition using noise-dependent gaussian mixture classifier. In: IEEE. *2002 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. [S.l.], 2002. v. 1, p. 1–133.

GUIDO, R. C. A note on a practical relationship between filter coefficients and scaling and wavelet functions of discrete wavelet transforms. *Applied Mathematics Letters*, Elsevier, v. 24, n. 7, p. 1257–1259, 2011.

GUIDO, R. C. Practical and useful tips on discrete wavelet transforms [sp tips & tricks]. *IEEE Signal Processing Magazine*, IEEE, v. 32, n. 3, p. 162–166, 2015.

GUIDO, R. C. A tutorial on signal energy and its applications. *Neurocomputing*, Elsevier, v. 179, p. 264–282, 2016.

GUIDO, R. C. Zcr-aided neurocomputing: a study with applications. *Knowledge-based Systems*, Elsevier, v. 105, p. 248–269, 2016.

GUIDO, R. C. Fusing time, frequency and shape-related information: Introduction to the discrete shapelet transform's second generation (dst-ii). *Information Fusion*, Elsevier, v. 41, p. 9–15, 2018.

GUIDO, R. C. Nearly symmetric orthogonal wavelets for time-frequency-shape joint analysis: Introducing the discrete shapelet transform's third generation (dst-iii) for nonlinear signal analysis. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Elsevier, v. 97, p. 105685, 2021.

GUIDO, R. C.; BARBON, S.; VIEIRA, L. S.; SANCHEZ, F. L.; MACIEL, C. D.; PEREIRA, J. C.; SCALASSARA, P. R.; FONSECA, E. S. Introduction to the discrete shapelet transform and a new paradigm: Joint time-frequency-shape analysis. In: IEEE. *2008 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)*. [S.l.], 2008. p. 2893–2896.

HASAN, T.; HANSEN, J. H. A study on universal background model training in speaker verification. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, IEEE, v. 19, n. 7, p. 1890–1899, 2011.

ITAKURA, F. Line spectrum representation of linear predictor coefficients of speech signals. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Acoustical Society of America, v. 57, n. S1, p. S35–S35, 1975.

JAPKOWICZ, N.; SHAH, M. *Evaluating learning algorithms: a classification perspective*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2011.

JELIL, S.; DAS, R. K.; PRASANNA, S. M.; SINHA, R. Spoof detection using source, instantaneous frequency and cepstral features. In: *Interspeech*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 22–26.

JI, Z.; LI, Z.-Y.; LI, P.; AN, M.; GAO, S.; WU, D.; ZHAO, F. Ensemble learning for counter-measure of audio replay spoofing attack in asvspoof2017. In: *Interspeech*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 87–91.

JIANG, D.-N.; LU, L.; ZHANG, H.-J.; TAO, J.-H.; CAI, L.-H. Music type classification by spectral contrast feature. In: *IEEE. Proceedings. IEEE International Conference on Multimedia and Expo*. [S.l.], 2002. v. 1, p. 113–116.

KAMINISHI, R.; MIYAMOTO, H.; SHIOTA, S.; KIYA, H. Investigation on blind bandwidth extension with a non-linear function and its evaluation of x-vector-based speaker verification. In: *INTER_SPEECH*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 4055–4059.

KEDEM, B. Spectral analysis and discrimination by zero-crossings. *Proceedings of the IEEE*, IEEE, v. 74, n. 11, p. 1477–1493, 1986.

KHAN, M. K. S.; AL-KHATIB, W. G.; MOINUDDIN, M. Automatic classification of speech and music using neural networks. In: *Proceedings of the 2nd ACM international workshop on Multimedia databases*. [S.l.: s.n.], 2004. p. 94–99.

KIM, H.-G.; MOREAU, N.; SIKORA, T. Audio classification based on mpeg-7 spectral basis representations. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, IEEE, v. 14, n. 5, p. 716–725, 2004.

KINNUNEN, T.; SAHIDULLAH, M.; DELGADO, H.; TODISCO, M.; EVANS, N.; YAMAGISHI, J.; LEE, K. A. The asvspoof 2017 challenge: Assessing the limits of replay spoofing attack detection. ISCA (the International Speech Communication Association), 2017.

KINNUNEN, T.; SAHIDULLAH, M.; FALCONE, M.; COSTANTINI, L.; HAUTAMÄKI, R. G.; THOMSEN, D.; SARKAR, A.; TAN, Z.-H.; DELGADO, H.; TODISCO, M. et al. Reddotts replayed: A new replay spoofing attack corpus for text-dependent speaker verification research. In: *IEEE. 2017 IEEE International conference on acoustics, speech and signal processing (ICASSP)*. [S.l.], 2017. p. 5395–5399.

KIRA, K.; RENDELL, L. A. et al. The feature selection problem: Traditional methods and a new algorithm. In: *Aai*. [S.l.: s.n.], 1992. v. 2, n. 1992a, p. 129–134.

KLINGHOLZ, F. The measurement of the signal-to-noise ratio (snr) in continuous speech. *Speech Communication*, Elsevier, v. 6, n. 1, p. 15–26, 1987.

KREIMAN, J.; GERRATT, B. R. Perception of aperiodicity in pathological voice. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Acoustical Society of America, v. 117, n. 4, p. 2201–2211, 2005.

KUA, J. M. K.; AMBIKAI RAJAH, E.; EPPS, J.; TOGNERI, R. Speaker verification using sparse representation classification. In: *IEEE. 2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*. [S.l.], 2011. p. 4548–4551.

- LAI, C.-I.; ABAD, A.; RICHMOND, K.; YAMAGISHI, J.; DEHAK, N.; KING, S. Attentive filtering networks for audio replay attack detection. In: IEEE. *ICASSP 2019-2019 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*. [S.l.], 2019. p. 6316–6320.
- LAI, C.-I.; CHEN, N.; VILLALBA, J.; DEHAK, N. Assert: Anti-spoofing with squeeze-excitation and residual networks. *arXiv preprint arXiv:1904.01120*, 2019.
- LARTILLOT, O.; EEROLA, T.; TOIVIAINEN, P.; FORNARI, J. Multi-feature modeling of pulse clarity: Design, validation and optimization. In: CITESEER. *ISMIR*. [S.l.], 2008. p. 521–526.
- LAVRENTYIEVA, G.; NOVOSELOV, S.; MALYKH, E.; KOZLOV, A.; KUDASHEV, O.; SHCHEMELININ, V. Audio replay attack detection with deep learning frameworks. In: *Interspeech*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 82–86.
- LAVRENTYIEVA, G.; VOLKOVA, M.; AVDEEVA, A.; NOVOSELOV, S.; GORLANOV, A.; ANDZUKAEV, T.; IVANOV, A.; KOZLOV, A. Blind speech signal quality estimation for speaker verification systems. *Proc. Interspeech 2020*, p. 1535–1539, 2020.
- LE, T.-S. D.; AN, J.; HUANG, Y.; VO, Q.; BOONRUANGKAN, J.; TRAN, T.; KIM, S.-W.; SUN, G.; KIM, Y.-J. Ultrasensitive anti-interference voice recognition by bio-inspired skin-attachable self-cleaning acoustic sensors. *ACS nano*, ACS Publications, v. 13, n. 11, p. 13293–13303, 2019.
- LEON, P. L. D.; PUCHER, M.; YAMAGISHI, J.; HERNAEZ, I.; SARATXAGA, I. Evaluation of speaker verification security and detection of hmm-based synthetic speech. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, IEEE, v. 20, n. 8, p. 2280–2290, 2012.
- LI, R.; ZHAO, M.; LI, Z.; LI, L.; HONG, Q. Anti-spoofing speaker verification system with multi-feature integration and multi-task learning. In: *Interspeech*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 1048–1052.
- LI, T.; OGIHARA, M.; LI, Q. A comparative study on content-based music genre classification. In: *Proceedings of the 26th annual international ACM SIGIR conference on Research and development in informaion retrieval*. [S.l.: s.n.], 2003. p. 282–289.
- LINDGREN, A. C.; JOHNSON, M. T.; POVINELLI, R. J. Speech recognition using reconstructed phase space features. In: IEEE. *2003 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2003. Proceedings.(ICASSP'03)*. [S.l.], 2003. v. 1, p. I–60.
- LU, L.; JIANG, H.; ZHANG, H. A robust audio classification and segmentation method. In: *Proceedings of the ninth ACM international conference on Multimedia*. [S.l.: s.n.], 2001. p. 203–211.
- MALLAT, S. G. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, IEEE, v. 11, n. 7, p. 674–693, 1989.
- MARTIN, A.; DODDINGTON, G.; KAMM, T.; ORDOWSKI, M.; PRZYBOCKI, M. *The DET curve in assessment of detection task performance*. [S.l.], 1997.
- MISRA, H.; IKBAL, S.; BOURLARD, H.; HERMANISKY, H. Spectral entropy based feature for robust asr. In: IEEE. *2004 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. [S.l.], 2004. v. 1, p. I–193.

MITROVIĆ, D.; ZEPPELZAUER, M.; BREITENEDER, C. Features for content-based audio retrieval. In: *Advances in computers*. [S.l.]: Elsevier, 2010. v. 78, p. 71–150.

MOKGONYANE, T. B.; SEFARA, T. J.; MODIPA, T. I.; MOGALE, M. M.; MANAMELA, M. J.; MANAMELA, P. J. Automatic speaker recognition system based on machine learning algorithms. In: IEEE. *2019 Southern African Universities Power Engineering Conference/Robotics and Mechatronics/Pattern Recognition Association of South Africa (SAUPEC/RobMech/PRASA)*. [S.l.], 2019. p. 141–146.

MUCKENHIRN, H.; DOSS, M. M.; MARCELL, S. Towards directly modeling raw speech signal for speaker verification using cnns. In: IEEE. *2018 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*. [S.l.], 2018. p. 4884–4888.

MÜLLER, M.; KURTH, F.; CLAUSEN, M. Audio matching via chroma-based statistical features. In: *ISMIR*. [S.l.: s.n.], 2005. v. 2005, p. 6.

PALO, H. K.; MOHANTY, M. N. Wavelet based feature combination for recognition of emotions. *Ain shams engineering journal*, Elsevier, v. 9, n. 4, p. 1799–1806, 2018.

PATIL, H. A.; KAMBLE, M. R.; PATEL, T. B.; SONI, M. H. Novel variable length teager energy separation based instantaneous frequency features for replay detection. In: *INTERSPEECH*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 12–16.

PAVEZ, E.; SILVA, J. F. Analysis and design of wavelet-packet cepstral coefficients for automatic speech recognition. *Speech Communication*, Elsevier, v. 54, n. 6, p. 814–835, 2012.

PRABHA, C.; KAUR, S.; GUPTA, M.; AL-TURJMAN, F. Optimised features for speaker identification using daubechies wavelet based variance spectral flux. 2021.

SALEEMA, A.; THAMPI, S. M. Speaker identification approach for the post-pandemic era of internet of things. *Advances in Computing and Network Communications*, Springer, v. 1, p. 573, 2020.

SARANYA, M.; PADMANABHAN, R.; MURTHY, H. A. Replay attack detection in speaker verification using non-voiced segments and decision level feature switching. In: IEEE. *2018 International Conference on Signal Processing and Communications (SPCOM)*. [S.l.], 2018. p. 332–336.

SARKAR, A.; SREENIVAS, T. Dynamic programming based segmentation approach to Isf matrix reconstruction. In: *Ninth European Conference on Speech Communication and Technology*. [S.l.: s.n.], 2005.

SCHEIRER, E.; SLANEY, M. Construction and evaluation of a robust multifeature speech/music discriminator. In: IEEE. *1997 IEEE international conference on acoustics, speech, and signal processing*. [S.l.], 1997. v. 2, p. 1331–1334.

SETHARES, W. A.; MORRIS, R. D.; SETHARES, J. C. Beat tracking of musical performances using low-level audio features. *IEEE Transactions on speech and audio processing*, IEEE, v. 13, n. 2, p. 275–285, 2005.

SHEPARD, R. N. Circularity in judgments of relative pitch. *The journal of the acoustical society of America*, Acoustical Society of America, v. 36, n. 12, p. 2346–2353, 1964.

- SHUKLA, S.; DANDAPAT, S.; PRASANNA, S. Spectral slope based analysis and classification of stressed speech. *International Journal of Speech Technology*, Springer, v. 14, n. 3, p. 245, 2011.
- SRISKANDARAJA, K.; SETHU, V.; AMBIKAIRAJAH, E.; LI, H. Front-end for antispoofing countermeasures in speaker verification: Scattering spectral decomposition. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, IEEE, v. 11, n. 4, p. 632–643, 2016.
- STRANG, G.; NGUYEN, T. *Wavelets and filter banks*. [S.l.]: SIAM, 1996.
- THOMPSON, N. C.; GREENEWALD, K.; LEE, K.; MANSO, G. F. The computational limits of deep learning. *arXiv preprint arXiv:2007.05558*, 2020.
- TODA, T.; SARUWATARI, H.; SHIKANO, K. Voice conversion algorithm based on gaussian mixture model with dynamic frequency warping of straight spectrum. In: IEEE. *2001 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Proceedings (Cat. No. 01CH37221)*. [S.l.], 2001. v. 2, p. 841–844.
- TURNER, C.; JOSEPH, A. A wavelet packet and mel-frequency cepstral coefficients-based feature extraction method for speaker identification. *Procedia Computer Science*, Elsevier, v. 61, p. 416–421, 2015.
- TZANETAKIS, G.; COOK, P. Musical genre classification of audio signals. *IEEE Transactions on speech and audio processing*, IEEE, v. 10, n. 5, p. 293–302, 2002.
- VISHNUPRIYA, S.; MEENAKSHI, K. Automatic music genre classification using convolution neural network. In: IEEE. *2018 International Conference on Computer Communication and Informatics (ICCCI)*. [S.l.], 2018. p. 1–4.
- WALTERS, T. C. *Auditory-based processing of communication sounds*. Tese (Doutorado) — University of Cambridge, 2011.
- WANG, A. et al. An industrial strength audio search algorithm. In: CITESEER. *Ismir*. [S.l.], 2003. v. 2003, p. 7–13.
- WANG, X.; XIAO, Y.; ZHU, X. Feature selection based on cqccs for automatic speaker verification spoofing. In: *Interspeech*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 32–36.
- WHITMAN, W. *Notebooks and Unpublished Prose Manuscripts*. [S.l.]: NYU Press, 2007. v. 5.
- WITKOWSKI, M.; KACPRZAK, S.; ZELASKO, P.; KOWALCZYK, K.; GALKA, J. Audio replay attack detection using high-frequency features. In: *Interspeech*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 27–31.
- WU, Z.; EVANS, N.; KINNUNEN, T.; YAMAGISHI, J.; ALEGRE, F.; LI, H. Spoofing and countermeasures for speaker verification: A survey. *speech communication*, Elsevier, v. 66, p. 130–153, 2015.
- WU, Z.; LI, H. Voice conversion versus speaker verification: an overview. *APSIPA Transactions on Signal and Information Processing*, Cambridge University Press, v. 3, 2014.
- WU, Z.; YAMAGISHI, J.; KINNUNEN, T.; HANILÇI, C.; SAHIDULLAH, M.; SIZOV, A.; EVANS, N.; TODISCO, M.; DELGADO, H. Asvspoof: the automatic speaker verification spoofing and countermeasures challenge. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, IEEE, v. 11, n. 4, p. 588–604, 2017.

YAMAGISHI, J.; TODISCO, M.; SAHIDULLAH, M. et al. *Asvspoof 2019: Automatic speaker verification spoofing and countermeasures challenge evaluation plan*. [S.l.], 2019.

YANG, Y.; WANG, H.; DINKEL, H.; CHEN, Z.; WANG, S.; QIAN, Y.; YU, K. The sjtu robust anti-spoofing system for the asvspoof 2019 challenge. In: *Interspeech*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 1038–1042.

YUAN, X.-C.; PUN, C.-M.; CHEN, C. P. Robust mel-frequency cepstral coefficients feature detection and dual-tree complex wavelet transform for digital audio watermarking. *Information Sciences*, Elsevier, v. 298, p. 159–179, 2015.

ZEINALI, H.; STAFYLAKIS, T.; ATHANASOPOULOU, G.; ROHDIN, J.; GKINIS, I.; BURGET, L.; ČERNOCKÝ, J. et al. Detecting spoofing attacks using vgg and sincnet: but-omilia submission to asvspoof 2019 challenge. *arXiv preprint arXiv:1907.12908*, 2019.

Apêndices

APÊNDICE A – Publicações durante o programa

1. TRABALHO PUBLICADO: de Almeida, A. M. G., Recco, C. H., & Guido, R. C. (2021, April). Use of paraconsistent feature engineering to support the long term feature choice for speaker verification. In The International FLAIRS Conference Proceedings (Vol. 34).
2. TRABALHO PUBLICADO: de Almeida, A. M., & Guido, R. C. (2021, November). Knowledge-Based Wavelet Filters Prominently Detect Spoofed Speech. In 2021 IEEE International Symposium on Multimedia (IEEE ISM 2021) (pp. 35-38).
3. TRABALHO SUBMETIDO, EM REVISÃO: de Almeida, A. M., & Guido, R. C. Replay Attacks on Speaker Verification Systems Can Be Detected by Means of a Novel Knowledge-Based Wavelet Filter. *Pattern Recognition*, (2022).

APÊNDICE B – Exemplar do coeficiente q_0

$$\begin{aligned}
 q_0 = & (((K_0^2 \times K_7^2 + K_1^2 \times K_6^2 + 9 \times K_2^2 \times K_6^2 + 9 \times K_0^2 \times K_8^2 + 9 \times K_0^2 \times K_9^2 + 36 \times K_2^2 \times K_7^2 + \\
 & 36 \times K_1^2 \times K_8^2 + 9 \times K_3^2 \times K_6^2 + K_0^2 \times K_{10}^2 + 64 \times K_1^2 \times K_9^2 + 64 \times K_3^2 \times K_7^2 + K_4^2 \times K_6^2 + 9 \times K_1^2 \times K_{10}^2 + \\
 & 36 \times K_2^2 \times K_9^2 + 9 \times K_4^2 \times K_7^2 + 36 \times K_3^2 \times K_8^2 + 9 \times K_2^2 \times K_{10}^2 + 9 \times K_4^2 \times K_8^2 + K_3^2 \times K_{10}^2 + K_4^2 \times K_9^2 - \\
 & 12 \times K_0 \times K_2 \times K_7^2 - 6 \times K_1 \times K_2 \times K_6^2 - 36 \times K_0 \times K_1 \times K_8^2 - 48 \times K_0 \times K_1 \times K_9^2 + 16 \times K_0 \times K_3 \times \\
 & K_7^2 + 6 \times K_1 \times K_3 \times K_6^2 - 6 \times K_0 \times K_1 \times K_{10}^2 + 36 \times K_0 \times K_2 \times K_9^2 - 6 \times K_0 \times K_4 \times K_7^2 - 2 \times K_1 \times \\
 & K_4 \times K_6^2 - 18 \times K_2 \times K_3 \times K_6^2 + 36 \times K_0 \times K_3 \times K_8^2 + 6 \times K_0 \times K_2 \times K_{10}^2 - 96 \times K_1 \times K_2 \times K_9^2 - 96 \times \\
 & K_2 \times K_3 \times K_7^2 + 6 \times K_2 \times K_4 \times K_6^2 - 18 \times K_0 \times K_4 \times K_8^2 - 72 \times K_1 \times K_3 \times K_8^2 - 18 \times K_1 \times K_2 \times K_{10}^2 - \\
 & 2 \times K_0 \times K_3 \times K_{10}^2 - 6 \times K_0 \times K_4 \times K_9^2 + 36 \times K_2 \times K_4 \times K_7^2 + 36 \times K_1 \times K_4 \times K_8^2 - 6 \times K_3 \times K_4 \times \\
 & K_6^2 + 6 \times K_1 \times K_3 \times K_{10}^2 + 16 \times K_1 \times K_4 \times K_9^2 - 48 \times K_3 \times K_4 \times K_7^2 - 36 \times K_2^2 \times K_6 \times K_7 - 6 \times K_2 \times \\
 & K_3 \times K_{10}^2 - 12 \times K_2 \times K_4 \times K_9^2 - 6 \times K_0^2 \times K_7 \times K_8 - 12 \times K_1^2 \times K_6 \times K_8 + 6 \times K_0^2 \times K_7 \times K_9 + 16 \times \\
 & K_1^2 \times K_6 \times K_9 - 36 \times K_3 \times K_4 \times K_8^2 - 48 \times K_3^2 \times K_6 \times K_7 - 2 \times K_0^2 \times K_7 \times K_{10} - 6 \times K_1^2 \times K_6 \times K_{10} + \\
 & 36 \times K_2^2 \times K_6 \times K_9 - 18 \times K_0^2 \times K_8 \times K_9 - 6 \times K_4^2 \times K_6 \times K_7 + 36 \times K_3^2 \times K_6 \times K_8 - 18 \times K_2^2 \times K_6 \times \\
 & K_{10} - 72 \times K_2^2 \times K_7 \times K_9 + 6 \times K_0^2 \times K_8 \times K_{10} - 96 \times K_1^2 \times K_8 \times K_9 - 96 \times K_3^2 \times K_7 \times K_8 + 6 \times K_4^2 \times \\
 & K_6 \times K_8 - 6 \times K_0^2 \times K_9 \times K_{10} + 36 \times K_2^2 \times K_7 \times K_{10} + 36 \times K_1^2 \times K_8 \times K_{10} - 6 \times K_3^2 \times K_6 \times K_{10} - \\
 & 2 \times K_4^2 \times K_6 \times K_9 - 18 \times K_4^2 \times K_7 \times K_8 - 48 \times K_1^2 \times K_9 \times K_{10} + 16 \times K_3^2 \times K_7 \times K_{10} + 6 \times K_4^2 \times K_7 \times \\
 & K_9 - 36 \times K_2^2 \times K_9 \times K_{10} - 12 \times K_3^2 \times K_8 \times K_{10} - 6 \times K_4^2 \times K_8 \times K_9 - 2 \times K_0 \times K_1 \times K_6 \times K_7 + 6 \times \\
 & K_0 \times K_2 \times K_6 \times K_7 + 6 \times K_0 \times K_1 \times K_6 \times K_8 - 6 \times K_0 \times K_1 \times K_6 \times K_9 + 12 \times K_1 \times K_2 \times K_6 \times K_7 + \\
 & 12 \times K_0 \times K_1 \times K_7 \times K_8 - 18 \times K_0 \times K_2 \times K_6 \times K_8 - 6 \times K_0 \times K_3 \times K_6 \times K_7 + 2 \times K_0 \times K_1 \times K_6 \times \\
 & K_{10} - 16 \times K_0 \times K_1 \times K_7 \times K_9 + 18 \times K_0 \times K_2 \times K_6 \times K_9 + 36 \times K_0 \times K_2 \times K_7 \times K_8 + 2 \times K_0 \times K_4 \times \\
 & K_6 \times K_7 + 36 \times K_1 \times K_2 \times K_6 \times K_8 - 16 \times K_1 \times K_3 \times K_6 \times K_7 + 18 \times K_0 \times K_3 \times K_6 \times K_8 + 6 \times K_0 \times \\
 & K_1 \times K_7 \times K_{10} - 6 \times K_0 \times K_2 \times K_6 \times K_{10} - 24 \times K_0 \times K_2 \times K_7 \times K_9 - 60 \times K_1 \times K_2 \times K_6 \times K_9 + \\
 & 84 \times K_0 \times K_1 \times K_8 \times K_9 - 18 \times K_0 \times K_3 \times K_6 \times K_9 - 72 \times K_1 \times K_2 \times K_7 \times K_8 + 6 \times K_1 \times K_4 \times K_6 \times \\
 & K_7 + 84 \times K_2 \times K_3 \times K_6 \times K_7 - 60 \times K_0 \times K_3 \times K_7 \times K_8 - 6 \times K_0 \times K_4 \times K_6 \times K_8 - 24 \times K_1 \times K_3 \times \\
 & K_6 \times K_8 + 6 \times K_0 \times K_2 \times K_7 \times K_{10} + 24 \times K_1 \times K_2 \times K_6 \times K_{10} + 96 \times K_1 \times K_2 \times K_7 \times K_9 - 30 \times K_0 \times \\
 & K_1 \times K_8 \times K_{10} - 36 \times K_0 \times K_2 \times K_8 \times K_9 + 6 \times K_0 \times K_3 \times K_6 \times K_{10} + 48 \times K_0 \times K_3 \times K_7 \times K_9 + 6 \times \\
 & K_0 \times K_4 \times K_6 \times K_9 + 48 \times K_1 \times K_3 \times K_6 \times K_9 - 30 \times K_2 \times K_4 \times K_6 \times K_7 + 24 \times K_0 \times K_4 \times K_7 \times K_8 + \\
 & 96 \times K_1 \times K_3 \times K_7 \times K_8 + 6 \times K_1 \times K_4 \times K_6 \times K_8 - 36 \times K_2 \times K_3 \times K_6 \times K_8 + 34 \times K_0 \times K_1 \times K_9 \times \\
 & K_{10} - 36 \times K_1 \times K_2 \times K_7 \times K_{10} + 18 \times K_0 \times K_2 \times K_8 \times K_{10} - 14 \times K_0 \times K_3 \times K_7 \times K_{10} - 2 \times K_0 \times \\
 & K_4 \times K_6 \times K_{10} - 20 \times K_0 \times K_4 \times K_7 \times K_9 + 72 \times K_1 \times K_2 \times K_8 \times K_9 - 20 \times K_1 \times K_3 \times K_6 \times K_{10} - \\
 & 128 \times K_1 \times K_3 \times K_7 \times K_9 - 14 \times K_1 \times K_4 \times K_6 \times K_9 - 36 \times K_2 \times K_3 \times K_6 \times K_9 - 36 \times K_0 \times K_3 \times \\
 & K_8 \times K_9 - 36 \times K_1 \times K_4 \times K_7 \times K_8 + 72 \times K_2 \times K_3 \times K_7 \times K_8 + 18 \times K_2 \times K_4 \times K_6 \times K_8 + 34 \times K_3 \times \\
 & K_4 \times K_6 \times K_7 - 30 \times K_0 \times K_2 \times K_9 \times K_{10} + 6 \times K_0 \times K_4 \times K_7 \times K_{10} - 36 \times K_1 \times K_2 \times K_8 \times K_{10} + \\
 & 48 \times K_1 \times K_3 \times K_7 \times K_{10} + 6 \times K_1 \times K_4 \times K_6 \times K_{10} + 48 \times K_1 \times K_4 \times K_7 \times K_9 + 24 \times K_2 \times K_3 \times K_6 \times \\
 & K_{10} + 96 \times K_2 \times K_3 \times K_7 \times K_9 + 6 \times K_2 \times K_4 \times K_6 \times K_9 + 6 \times K_0 \times K_3 \times K_8 \times K_{10} + 24 \times K_0 \times K_4 \times \\
 & K_8 \times K_9 + 96 \times K_1 \times K_3 \times K_8 \times K_9 - 36 \times K_2 \times K_4 \times K_7 \times K_8 + 84 \times K_1 \times K_2 \times K_9 \times K_{10} - 30 \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& K_3 \times K_4 \times K_6 \times K_8 + 6 \times K_0 \times K_3 \times K_9 \times K_{10} - 18 \times K_1 \times K_4 \times K_7 \times K_{10} - 60 \times K_2 \times K_3 \times K_7 \times \\
& K_{10} - 6 \times K_2 \times K_4 \times K_6 \times K_{10} - 24 \times K_2 \times K_4 \times K_7 \times K_9 - 6 \times K_0 \times K_4 \times K_8 \times K_{10} - 24 \times K_1 \times K_3 \times \\
& K_8 \times K_{10} - 60 \times K_1 \times K_4 \times K_8 \times K_9 - 72 \times K_2 \times K_3 \times K_8 \times K_9 + 6 \times K_3 \times K_4 \times K_6 \times K_9 + 84 \times K_3 \times \\
& K_4 \times K_7 \times K_8 + 2 \times K_0 \times K_4 \times K_9 \times K_{10} - 16 \times K_1 \times K_3 \times K_9 \times K_{10} + 18 \times K_2 \times K_4 \times K_7 \times K_{10} + \\
& 18 \times K_1 \times K_4 \times K_8 \times K_{10} + 36 \times K_2 \times K_3 \times K_8 \times K_{10} + 36 \times K_2 \times K_4 \times K_8 \times K_9 + 2 \times K_3 \times K_4 \times K_6 \times \\
& K_{10} - 16 \times K_3 \times K_4 \times K_7 \times K_9 - 6 \times K_1 \times K_4 \times K_9 \times K_{10} + 12 \times K_2 \times K_3 \times K_9 \times K_{10} - 18 \times K_2 \times \\
& K_4 \times K_8 \times K_{10} - 6 \times K_3 \times K_4 \times K_7 \times K_{10} + 12 \times K_3 \times K_4 \times K_8 \times K_9 + 6 \times K_2 \times K_4 \times K_9 \times K_{10} + 6 \times \\
& K_3 \times K_4 \times K_8 \times K_{10} - 2 \times K_3 \times K_4 \times K_9 \times K_{10}) / (2 \times (10 \times K_0^2 \times K_7^2 + 10 \times K_1^2 \times K_6^2 + 55 \times K_2^2 \times K_6^2 + \\
& 55 \times K_0^2 \times K_8^2 + 45 \times K_0^2 \times K_9^2 + 181 \times K_2^2 \times K_7^2 + 181 \times K_1^2 \times K_8^2 + 45 \times K_3^2 \times K_6^2 + 55 \times K_0^2 \times K_{10}^2 + \\
& 199 \times K_1^2 \times K_9^2 + 199 \times K_3^2 \times K_7^2 + 55 \times K_4^2 \times K_6^2 + 10 \times K_0^2 \times K_{11}^2 + 234 \times K_1^2 \times K_{10}^2 + 136 \times K_2^2 \times K_9^2 + \\
& 10 \times K_5^2 \times K_6^2 + 234 \times K_4^2 \times K_7^2 + 136 \times K_3^2 \times K_8^2 + 55 \times K_1^2 \times K_{11}^2 + 199 \times K_2^2 \times K_{10}^2 + 55 \times K_5^2 \times K_7^2 + \\
& 199 \times K_4^2 \times K_8^2 + 45 \times K_2^2 \times K_{11}^2 + 181 \times K_3^2 \times K_{10}^2 + 181 \times K_4^2 \times K_9^2 + 45 \times K_5^2 \times K_8^2 + 55 \times K_5^2 \times K_9^2 + \\
& 55 \times K_3^2 \times K_{11}^2 + 10 \times K_5^2 \times K_{10}^2 + 10 \times K_4^2 \times K_{11}^2 - 81 \times K_0 \times K_2 \times K_7^2 - 45 \times K_1 \times K_2 \times K_6^2 - 198 \times \\
& K_0 \times K_1 \times K_8^2 - 174 \times K_0 \times K_1 \times K_9^2 + 43 \times K_0 \times K_3 \times K_7^2 + 15 \times K_1 \times K_3 \times K_6^2 - 213 \times K_0 \times K_1 \times \\
& K_{10}^2 + 48 \times K_0 \times K_2 \times K_9^2 + 57 \times K_0 \times K_4 \times K_7^2 + 25 \times K_1 \times K_4 \times K_6^2 - 60 \times K_2 \times K_3 \times K_6^2 + 88 \times K_0 \times \\
& K_3 \times K_8^2 - 45 \times K_0 \times K_1 \times K_{11}^2 + 18 \times K_0 \times K_2 \times K_{10}^2 - 39 \times K_0 \times K_5 \times K_7^2 - 216 \times K_1 \times K_2 \times K_9^2 - \\
& 15 \times K_1 \times K_5 \times K_6^2 - 276 \times K_2 \times K_3 \times K_7^2 - 30 \times K_2 \times K_4 \times K_6^2 + 66 \times K_0 \times K_4 \times K_8^2 - 192 \times K_1 \times \\
& K_3 \times K_8^2 + 15 \times K_0 \times K_2 \times K_{11}^2 - 183 \times K_1 \times K_2 \times K_{10}^2 + 25 \times K_2 \times K_5 \times K_6^2 + 124 \times K_0 \times K_3 \times K_{10}^2 + \\
& 102 \times K_0 \times K_4 \times K_9^2 - 66 \times K_0 \times K_5 \times K_8^2 - 129 \times K_2 \times K_4 \times K_7^2 - 74 \times K_1 \times K_4 \times K_8^2 - 60 \times K_3 \times \\
& K_4 \times K_6^2 - 66 \times K_0 \times K_5 \times K_9^2 - 60 \times K_1 \times K_2 \times K_{11}^2 + 124 \times K_2 \times K_5 \times K_7^2 + 25 \times K_0 \times K_3 \times K_{11}^2 - \\
& 129 \times K_1 \times K_3 \times K_{10}^2 - 74 \times K_1 \times K_4 \times K_9^2 + 102 \times K_1 \times K_5 \times K_8^2 + 15 \times K_3 \times K_5 \times K_6^2 - 183 \times K_3 \times \\
& K_4 \times K_7^2 - 39 \times K_0 \times K_5 \times K_{10}^2 + 66 \times K_1 \times K_5 \times K_9^2 - 198 \times K_2^2 \times K_6 \times K_7 - 15 \times K_0 \times K_4 \times K_{11}^2 - \\
& 30 \times K_1 \times K_3 \times K_{11}^2 - 276 \times K_2 \times K_3 \times K_{10}^2 - 192 \times K_2 \times K_4 \times K_9^2 + 18 \times K_3 \times K_5 \times K_7^2 - 45 \times K_4 \times \\
& K_5 \times K_6^2 - 45 \times K_0^2 \times K_7 \times K_8 - 81 \times K_1^2 \times K_6 \times K_8 + 57 \times K_1 \times K_5 \times K_{10}^2 + 88 \times K_2 \times K_5 \times K_9^2 + \\
& 15 \times K_0^2 \times K_7 \times K_9 + 43 \times K_1^2 \times K_6 \times K_9 - 216 \times K_3 \times K_4 \times K_8^2 + 25 \times K_1 \times K_4 \times K_{11}^2 - 60 \times K_2 \times \\
& K_3 \times K_{11}^2 - 213 \times K_4 \times K_5 \times K_7^2 - 174 \times K_3^2 \times K_6 \times K_7 + 48 \times K_3 \times K_5 \times K_8^2 + 43 \times K_2 \times K_5 \times K_{10}^2 + \\
& 25 \times K_0^2 \times K_7 \times K_{10} + 57 \times K_1^2 \times K_6 \times K_{10} + 88 \times K_2^2 \times K_6 \times K_9 + 15 \times K_2 \times K_4 \times K_{11}^2 - 60 \times K_0^2 \times \\
& K_8 \times K_9 - 213 \times K_4^2 \times K_6 \times K_7 - 174 \times K_4 \times K_5 \times K_8^2 + 48 \times K_3^2 \times K_6 \times K_8 - 15 \times K_0^2 \times K_7 \times K_{11} - \\
& 39 \times K_1^2 \times K_6 \times K_{11} + 66 \times K_2^2 \times K_6 \times K_{10} - 192 \times K_2^2 \times K_7 \times K_9 - 45 \times K_5^2 \times K_6 \times K_7 - 81 \times K_3 \times \\
& K_5 \times K_{10}^2 - 198 \times K_4 \times K_5 \times K_9^2 - 30 \times K_0^2 \times K_8 \times K_{10} - 276 \times K_1^2 \times K_8 \times K_9 - 45 \times K_3 \times K_4 \times K_{11}^2 - \\
& 216 \times K_3^2 \times K_7 \times K_8 + 18 \times K_4^2 \times K_6 \times K_8 - 60 \times K_0^2 \times K_9 \times K_{10} - 66 \times K_2^2 \times K_6 \times K_{11} - 74 \times K_2^2 \times \\
& K_7 \times K_{10} + 25 \times K_0^2 \times K_8 \times K_{11} - 129 \times K_1^2 \times K_8 \times K_{10} + 102 \times K_3^2 \times K_6 \times K_{10} + 124 \times K_4^2 \times K_6 \times \\
& K_9 + 15 \times K_5^2 \times K_6 \times K_8 - 183 \times K_4^2 \times K_7 \times K_8 + 15 \times K_0^2 \times K_9 \times K_{11} - 183 \times K_1^2 \times K_9 \times K_{10} + 102 \times \\
& K_2^2 \times K_7 \times K_{11} + 25 \times K_5^2 \times K_6 \times K_9 + 124 \times K_1^2 \times K_8 \times K_{11} - 66 \times K_3^2 \times K_6 \times K_{11} - 74 \times K_3^2 \times K_7 \times \\
& K_{10} - 129 \times K_4^2 \times K_7 \times K_9 - 60 \times K_5^2 \times K_7 \times K_8 - 45 \times K_0^2 \times K_{10} \times K_{11} + 18 \times K_1^2 \times K_9 \times K_{11} - 216 \times \\
& K_2^2 \times K_9 \times K_{10} - 15 \times K_5^2 \times K_6 \times K_{10} - 30 \times K_5^2 \times K_7 \times K_9 + 66 \times K_3^2 \times K_7 \times K_{11} - 39 \times K_4^2 \times K_6 \times \\
& K_{11} - 192 \times K_3^2 \times K_8 \times K_{10} - 276 \times K_4^2 \times K_8 \times K_9 - 213 \times K_1^2 \times K_{10} \times K_{11} + 48 \times K_2^2 \times K_9 \times K_{11} + \\
& 25 \times K_5^2 \times K_7 \times K_{10} + 57 \times K_4^2 \times K_7 \times K_{11} - 60 \times K_5^2 \times K_8 \times K_9 + 88 \times K_3^2 \times K_8 \times K_{11} - 174 \times K_2^2 \times \\
& K_{10} \times K_{11} + 15 \times K_5^2 \times K_8 \times K_{10} + 43 \times K_4^2 \times K_8 \times K_{11} - 45 \times K_5^2 \times K_9 \times K_{10} - 198 \times K_3^2 \times K_{10} \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& K_{11} - 81 \times K_4^2 \times K_9 \times K_{11} - 20 \times K_0 \times K_1 \times K_6 \times K_7 + 45 \times K_0 \times K_2 \times K_6 \times K_7 + 45 \times K_0 \times K_1 \times \\
& K_6 \times K_8 - 15 \times K_0 \times K_1 \times K_6 \times K_9 + 81 \times K_1 \times K_2 \times K_6 \times K_7 + 81 \times K_0 \times K_1 \times K_7 \times K_8 - 110 \times K_0 \times \\
& K_2 \times K_6 \times K_8 - 15 \times K_0 \times K_3 \times K_6 \times K_7 - 25 \times K_0 \times K_1 \times K_6 \times K_{10} - 43 \times K_0 \times K_1 \times K_7 \times K_9 + 60 \times \\
& K_0 \times K_2 \times K_6 \times K_9 + 198 \times K_0 \times K_2 \times K_7 \times K_8 - 25 \times K_0 \times K_4 \times K_6 \times K_7 + 198 \times K_1 \times K_2 \times K_6 \times \\
& K_8 - 43 \times K_1 \times K_3 \times K_6 \times K_7 + 60 \times K_0 \times K_3 \times K_6 \times K_8 + 15 \times K_0 \times K_1 \times K_6 \times K_{11} - 57 \times K_0 \times K_1 \times \\
& K_7 \times K_{10} + 30 \times K_0 \times K_2 \times K_6 \times K_{10} - 72 \times K_0 \times K_2 \times K_7 \times K_9 + 15 \times K_0 \times K_5 \times K_6 \times K_7 - 180 \times \\
& K_1 \times K_2 \times K_6 \times K_9 + 252 \times K_0 \times K_1 \times K_8 \times K_9 - 90 \times K_0 \times K_3 \times K_6 \times K_9 - 362 \times K_1 \times K_2 \times K_7 \times \\
& K_8 - 57 \times K_1 \times K_4 \times K_6 \times K_7 + 252 \times K_2 \times K_3 \times K_6 \times K_7 - 180 \times K_0 \times K_3 \times K_7 \times K_8 + 30 \times K_0 \times \\
& K_4 \times K_6 \times K_8 - 72 \times K_1 \times K_3 \times K_6 \times K_8 + 39 \times K_0 \times K_1 \times K_7 \times K_{11} - 25 \times K_0 \times K_2 \times K_6 \times K_{11} - \\
& 27 \times K_0 \times K_2 \times K_7 \times K_{10} - 108 \times K_1 \times K_2 \times K_6 \times K_{10} + 276 \times K_1 \times K_2 \times K_7 \times K_9 + 39 \times K_1 \times K_5 \times \\
& K_6 \times K_7 + 135 \times K_0 \times K_1 \times K_8 \times K_{10} - 88 \times K_0 \times K_2 \times K_8 \times K_9 + 60 \times K_0 \times K_3 \times K_6 \times K_{10} + 174 \times \\
& K_0 \times K_3 \times K_7 \times K_9 + 60 \times K_0 \times K_4 \times K_6 \times K_9 - 25 \times K_0 \times K_5 \times K_6 \times K_8 + 174 \times K_1 \times K_3 \times K_6 \times K_9 + \\
& 135 \times K_2 \times K_4 \times K_6 \times K_7 - 108 \times K_0 \times K_4 \times K_7 \times K_8 + 276 \times K_1 \times K_3 \times K_7 \times K_8 - 27 \times K_1 \times K_4 \times \\
& K_6 \times K_8 - 88 \times K_2 \times K_3 \times K_6 \times K_8 + 187 \times K_0 \times K_1 \times K_9 \times K_{10} + 18 \times K_0 \times K_2 \times K_7 \times K_{11} - 15 \times \\
& K_0 \times K_5 \times K_6 \times K_9 + 99 \times K_1 \times K_2 \times K_6 \times K_{11} + 129 \times K_1 \times K_2 \times K_7 \times K_{10} - 117 \times K_2 \times K_5 \times K_6 \times \\
& K_7 - 117 \times K_0 \times K_1 \times K_8 \times K_{11} - 66 \times K_0 \times K_2 \times K_8 \times K_{10} - 15 \times K_0 \times K_3 \times K_6 \times K_{11} - 77 \times K_0 \times \\
& K_3 \times K_7 \times K_{10} - 110 \times K_0 \times K_4 \times K_6 \times K_{10} - 110 \times K_0 \times K_4 \times K_7 \times K_9 + 99 \times K_0 \times K_5 \times K_7 \times K_8 + \\
& 192 \times K_1 \times K_2 \times K_8 \times K_9 - 110 \times K_1 \times K_3 \times K_6 \times K_{10} - 398 \times K_1 \times K_3 \times K_7 \times K_9 - 77 \times K_1 \times K_4 \times \\
& K_6 \times K_9 + 18 \times K_1 \times K_5 \times K_6 \times K_8 - 48 \times K_2 \times K_3 \times K_6 \times K_9 - 48 \times K_0 \times K_3 \times K_8 \times K_9 + 129 \times K_1 \times \\
& K_4 \times K_7 \times K_8 + 192 \times K_2 \times K_3 \times K_7 \times K_8 - 66 \times K_2 \times K_4 \times K_6 \times K_8 + 187 \times K_3 \times K_4 \times K_6 \times K_7 - \\
& 33 \times K_0 \times K_1 \times K_9 \times K_{11} + 60 \times K_0 \times K_2 \times K_9 \times K_{10} + 45 \times K_0 \times K_5 \times K_6 \times K_{10} + 21 \times K_0 \times K_5 \times \\
& K_7 \times K_9 - 124 \times K_1 \times K_2 \times K_7 \times K_{11} + 12 \times K_1 \times K_5 \times K_6 \times K_9 + 66 \times K_0 \times K_2 \times K_8 \times K_{11} + 12 \times \\
& K_0 \times K_3 \times K_7 \times K_{11} + 45 \times K_0 \times K_4 \times K_6 \times K_{11} + 213 \times K_0 \times K_4 \times K_7 \times K_{10} + 74 \times K_1 \times K_2 \times K_8 \times \\
& K_{10} + 21 \times K_1 \times K_3 \times K_6 \times K_{11} + 183 \times K_1 \times K_3 \times K_7 \times K_{10} + 213 \times K_1 \times K_4 \times K_6 \times K_{10} + 183 \times \\
& K_1 \times K_4 \times K_7 \times K_9 - 124 \times K_1 \times K_5 \times K_7 \times K_8 - 48 \times K_2 \times K_3 \times K_6 \times K_{10} + 216 \times K_2 \times K_3 \times K_7 \times \\
& K_9 - 12 \times K_2 \times K_4 \times K_6 \times K_9 + 66 \times K_2 \times K_5 \times K_6 \times K_8 - 33 \times K_3 \times K_5 \times K_6 \times K_7 - 12 \times K_0 \times K_3 \times \\
& K_8 \times K_{10} - 48 \times K_0 \times K_4 \times K_8 \times K_9 + 216 \times K_1 \times K_3 \times K_8 \times K_9 + 74 \times K_2 \times K_4 \times K_7 \times K_8 + 186 \times \\
& K_0 \times K_1 \times K_{10} \times K_{11} - 56 \times K_0 \times K_2 \times K_9 \times K_{11} - 20 \times K_0 \times K_5 \times K_6 \times K_{11} - 102 \times K_0 \times K_5 \times K_7 \times \\
& K_{10} + 84 \times K_1 \times K_2 \times K_9 \times K_{10} - 84 \times K_1 \times K_5 \times K_6 \times K_{10} - 18 \times K_1 \times K_5 \times K_7 \times K_9 + 4 \times K_2 \times K_5 \times \\
& K_6 \times K_9 + 60 \times K_3 \times K_4 \times K_6 \times K_8 - 102 \times K_0 \times K_3 \times K_9 \times K_{10} - 84 \times K_0 \times K_4 \times K_7 \times K_{11} + 52 \times \\
& K_0 \times K_5 \times K_8 \times K_9 - 102 \times K_1 \times K_2 \times K_8 \times K_{11} - 18 \times K_1 \times K_3 \times K_7 \times K_{11} - 102 \times K_1 \times K_4 \times K_6 \times \\
& K_{11} - 468 \times K_1 \times K_4 \times K_7 \times K_{10} + 52 \times K_2 \times K_3 \times K_6 \times K_{11} - 60 \times K_2 \times K_3 \times K_7 \times K_{10} - 18 \times K_2 \times \\
& K_4 \times K_6 \times K_{10} - 24 \times K_2 \times K_4 \times K_7 \times K_9 - 102 \times K_2 \times K_5 \times K_7 \times K_8 + 186 \times K_4 \times K_5 \times K_6 \times K_7 + \\
& 4 \times K_0 \times K_3 \times K_8 \times K_{11} - 18 \times K_0 \times K_4 \times K_8 \times K_{10} - 24 \times K_1 \times K_3 \times K_8 \times K_{10} - 60 \times K_1 \times K_4 \times K_8 \times \\
& K_9 - 272 \times K_2 \times K_3 \times K_8 \times K_9 - 102 \times K_3 \times K_4 \times K_6 \times K_9 - 56 \times K_3 \times K_5 \times K_6 \times K_8 - 33 \times K_0 \times \\
& K_2 \times K_{10} \times K_{11} + 45 \times K_0 \times K_5 \times K_7 \times K_{11} + 60 \times K_1 \times K_2 \times K_9 \times K_{11} + 45 \times K_1 \times K_5 \times K_6 \times K_{11} + \\
& 213 \times K_1 \times K_5 \times K_7 \times K_{10} + 12 \times K_2 \times K_5 \times K_6 \times K_{10} - 12 \times K_2 \times K_5 \times K_7 \times K_9 + 84 \times K_3 \times K_4 \times \\
& K_7 \times K_8 + 66 \times K_0 \times K_3 \times K_9 \times K_{11} - 124 \times K_0 \times K_4 \times K_9 \times K_{10} + 21 \times K_0 \times K_5 \times K_8 \times K_{10} + 74 \times \\
& K_1 \times K_3 \times K_9 \times K_{10} + 213 \times K_1 \times K_4 \times K_7 \times K_{11} - 48 \times K_1 \times K_5 \times K_8 \times K_9 - 48 \times K_2 \times K_3 \times K_7 \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& K_{11} + 21 \times K_2 \times K_4 \times K_6 \times K_{11} + 183 \times K_2 \times K_4 \times K_7 \times K_{10} + 66 \times K_3 \times K_5 \times K_6 \times K_9 + 12 \times K_0 \times \\
& K_4 \times K_8 \times K_{11} - 12 \times K_1 \times K_3 \times K_8 \times K_{11} + 183 \times K_1 \times K_4 \times K_8 \times K_{10} + 216 \times K_2 \times K_3 \times K_8 \times K_{10} + \\
& 216 \times K_2 \times K_4 \times K_8 \times K_9 - 124 \times K_3 \times K_4 \times K_6 \times K_{10} + 74 \times K_3 \times K_4 \times K_7 \times K_9 + 60 \times K_3 \times K_5 \times \\
& K_7 \times K_8 - 33 \times K_4 \times K_5 \times K_6 \times K_8 + 99 \times K_0 \times K_5 \times K_9 \times K_{10} + 187 \times K_1 \times K_2 \times K_{10} \times K_{11} - 110 \times \\
& K_1 \times K_5 \times K_7 \times K_{11} - 15 \times K_2 \times K_5 \times K_6 \times K_{11} - 77 \times K_2 \times K_5 \times K_7 \times K_{10} - 117 \times K_0 \times K_3 \times K_{10} \times \\
& K_{11} + 18 \times K_0 \times K_4 \times K_9 \times K_{11} - 15 \times K_0 \times K_5 \times K_8 \times K_{11} - 66 \times K_1 \times K_3 \times K_9 \times K_{11} + 129 \times K_1 \times \\
& K_4 \times K_9 \times K_{10} - 110 \times K_1 \times K_5 \times K_8 \times K_{10} + 192 \times K_2 \times K_3 \times K_9 \times K_{10} - 110 \times K_2 \times K_4 \times K_7 \times \\
& K_{11} - 48 \times K_2 \times K_5 \times K_8 \times K_9 + 18 \times K_3 \times K_5 \times K_6 \times K_{10} - 66 \times K_3 \times K_5 \times K_7 \times K_9 - 117 \times K_4 \times \\
& K_5 \times K_6 \times K_9 - 77 \times K_1 \times K_4 \times K_8 \times K_{11} - 48 \times K_2 \times K_3 \times K_8 \times K_{11} - 398 \times K_2 \times K_4 \times K_8 \times K_{10} + \\
& 99 \times K_3 \times K_4 \times K_6 \times K_{11} + 129 \times K_3 \times K_4 \times K_7 \times K_{10} + 187 \times K_4 \times K_5 \times K_7 \times K_8 - 25 \times K_0 \times K_5 \times \\
& K_9 \times K_{11} - 108 \times K_1 \times K_5 \times K_9 \times K_{10} + 60 \times K_2 \times K_5 \times K_7 \times K_{11} + 192 \times K_3 \times K_4 \times K_8 \times K_9 + 39 \times \\
& K_0 \times K_4 \times K_{10} \times K_{11} + 135 \times K_1 \times K_3 \times K_{10} \times K_{11} - 27 \times K_1 \times K_4 \times K_9 \times K_{11} + 60 \times K_1 \times K_5 \times K_8 \times \\
& K_{11} - 88 \times K_2 \times K_3 \times K_9 \times K_{11} + 276 \times K_2 \times K_4 \times K_9 \times K_{10} + 174 \times K_2 \times K_5 \times K_8 \times K_{10} - 25 \times K_3 \times \\
& K_5 \times K_6 \times K_{11} - 27 \times K_3 \times K_5 \times K_7 \times K_{10} + 39 \times K_4 \times K_5 \times K_6 \times K_{10} + 135 \times K_4 \times K_5 \times K_7 \times K_9 + \\
& 174 \times K_2 \times K_4 \times K_8 \times K_{11} - 108 \times K_3 \times K_4 \times K_7 \times K_{11} - 88 \times K_3 \times K_5 \times K_8 \times K_9 + 15 \times K_0 \times K_5 \times \\
& K_{10} \times K_{11} + 30 \times K_1 \times K_5 \times K_9 \times K_{11} - 180 \times K_2 \times K_5 \times K_9 \times K_{10} + 276 \times K_3 \times K_4 \times K_8 \times K_{10} - \\
& 57 \times K_1 \times K_4 \times K_{10} \times K_{11} + 252 \times K_2 \times K_3 \times K_{10} \times K_{11} - 72 \times K_2 \times K_4 \times K_9 \times K_{11} - 90 \times K_2 \times K_5 \times \\
& K_8 \times K_{11} + 30 \times K_3 \times K_5 \times K_7 \times K_{11} + 15 \times K_4 \times K_5 \times K_6 \times K_{11} - 57 \times K_4 \times K_5 \times K_7 \times K_{10} - 362 \times \\
& K_3 \times K_4 \times K_9 \times K_{10} - 72 \times K_3 \times K_5 \times K_8 \times K_{10} + 252 \times K_4 \times K_5 \times K_8 \times K_9 - 25 \times K_1 \times K_5 \times K_{10} \times \\
& K_{11} + 60 \times K_2 \times K_5 \times K_9 \times K_{11} - 180 \times K_3 \times K_4 \times K_8 \times K_{11} - 43 \times K_2 \times K_4 \times K_{10} \times K_{11} + 198 \times K_3 \times \\
& K_5 \times K_9 \times K_{10} - 25 \times K_4 \times K_5 \times K_7 \times K_{11} + 198 \times K_3 \times K_4 \times K_9 \times K_{11} + 60 \times K_3 \times K_5 \times K_8 \times K_{11} - \\
& 43 \times K_4 \times K_5 \times K_8 \times K_{10} - 15 \times K_2 \times K_5 \times K_{10} \times K_{11} - 110 \times K_3 \times K_5 \times K_9 \times K_{11} + 81 \times K_4 \times K_5 \times \\
& K_9 \times K_{10} + 81 \times K_3 \times K_4 \times K_{10} \times K_{11} - 15 \times K_4 \times K_5 \times K_8 \times K_{11} + 45 \times K_3 \times K_5 \times K_{10} \times K_{11} + 45 \times \\
& K_4 \times K_5 \times K_9 \times K_{11} - 20 \times K_4 \times K_5 \times K_{10} \times K_{11}))^{(1/2)} \times (K_2 \times K_7 - K_1 \times K_8 + 3 \times K_1 \times K_9 - 3 \times \\
& K_3 \times K_7 - 3 \times K_1 \times K_{10} - 6 \times K_2 \times K_9 + 3 \times K_4 \times K_7 + 6 \times K_3 \times K_8 + K_1 \times K_{11} + 8 \times K_2 \times K_{10} - K_5 \times \\
& K_7 - 8 \times K_4 \times K_8 - 3 \times K_2 \times K_{11} - 6 \times K_3 \times K_{10} + 6 \times K_4 \times K_9 + 3 \times K_5 \times K_8 - 3 \times K_5 \times K_9 + 3 \times K_3 \times \\
& K_{11} + K_5 \times K_{10} - K_4 \times K_{11})) / (K_0 \times K_7 - K_1 \times K_6 + 3 \times K_2 \times K_6 - 3 \times K_0 \times K_8 + 3 \times K_0 \times K_9 - 6 \times \\
& K_2 \times K_7 + 6 \times K_1 \times K_8 - 3 \times K_3 \times K_6 - K_0 \times K_{10} - 8 \times K_1 \times K_9 + 8 \times K_3 \times K_7 + K_4 \times K_6 + 3 \times K_1 \times \\
& K_{10} + 6 \times K_2 \times K_9 - 3 \times K_4 \times K_7 - 6 \times K_3 \times K_8 - 3 \times K_2 \times K_{10} + 3 \times K_4 \times K_8 + K_3 \times K_{10} - K_4 \times K_9)
\end{aligned}$$

APÊNDICE C – Exemplar do coeficiente t_0

$$\begin{aligned}
 t_0 = & -(2^{1/2}) \times ((K_0 \times K_7 - K_1 \times K_6 + 3 \times K_2 \times K_6 - 3 \times K_0 \times K_8 + 3 \times K_0 \times K_9 - 6 \times K_2 \times \\
 & K_7 + 6 \times K_1 \times K_8 - 3 \times K_3 \times K_6 - K_0 \times K_{10} - 8 \times K_1 \times K_9 + 8 \times K_3 \times K_7 + K_4 \times K_6 + 3 \times K_1 \times K_{10} + \\
 & 6 \times K_2 \times K_9 - 3 \times K_4 \times K_7 - 6 \times K_3 \times K_8 - 3 \times K_2 \times K_{10} + 3 \times K_4 \times K_8 + K_3 \times K_{10} - K_4 \times K_9)^2 / (10 \times \\
 & K_0^2 \times K_7^2 - 45 \times K_0^2 \times K_7 \times K_8 + 15 \times K_0^2 \times K_7 \times K_9 + 25 \times K_0^2 \times K_7 \times K_{10} - 15 \times K_0^2 \times K_7 \times K_{11} + \\
 & 55 \times K_0^2 \times K_8^2 - 60 \times K_0^2 \times K_8 \times K_9 - 30 \times K_0^2 \times K_8 \times K_{10} + 25 \times K_0^2 \times K_8 \times K_{11} + 45 \times K_0^2 \times K_9^2 - 60 \times \\
 & K_0^2 \times K_9 \times K_{10} + 15 \times K_0^2 \times K_9 \times K_{11} + 55 \times K_0^2 \times K_{10}^2 - 45 \times K_0^2 \times K_{10} \times K_{11} + 10 \times K_0^2 \times K_{11}^2 - 20 \times \\
 & K_0 \times K_1 \times K_6 \times K_7 + 45 \times K_0 \times K_1 \times K_6 \times K_8 - 15 \times K_0 \times K_1 \times K_6 \times K_9 - 25 \times K_0 \times K_1 \times K_6 \times K_{10} + \\
 & 15 \times K_0 \times K_1 \times K_6 \times K_{11} + 81 \times K_0 \times K_1 \times K_7 \times K_8 - 43 \times K_0 \times K_1 \times K_7 \times K_9 - 57 \times K_0 \times K_1 \times K_7 \times \\
 & K_{10} + 39 \times K_0 \times K_1 \times K_7 \times K_{11} - 198 \times K_0 \times K_1 \times K_8^2 + 252 \times K_0 \times K_1 \times K_8 \times K_9 + 135 \times K_0 \times K_1 \times \\
 & K_8 \times K_{10} - 117 \times K_0 \times K_1 \times K_8 \times K_{11} - 174 \times K_0 \times K_1 \times K_9^2 + 187 \times K_0 \times K_1 \times K_9 \times K_{10} - 33 \times K_0 \times \\
 & K_1 \times K_9 \times K_{11} - 213 \times K_0 \times K_1 \times K_{10}^2 + 186 \times K_0 \times K_1 \times K_{10} \times K_{11} - 45 \times K_0 \times K_1 \times K_{11}^2 + 45 \times K_0 \times \\
 & K_2 \times K_6 \times K_7 - 110 \times K_0 \times K_2 \times K_6 \times K_8 + 60 \times K_0 \times K_2 \times K_6 \times K_9 + 30 \times K_0 \times K_2 \times K_6 \times K_{10} - 25 \times \\
 & K_0 \times K_2 \times K_6 \times K_{11} - 81 \times K_0 \times K_2 \times K_7^2 + 198 \times K_0 \times K_2 \times K_7 \times K_8 - 72 \times K_0 \times K_2 \times K_7 \times K_9 - \\
 & 27 \times K_0 \times K_2 \times K_7 \times K_{10} + 18 \times K_0 \times K_2 \times K_7 \times K_{11} - 88 \times K_0 \times K_2 \times K_8 \times K_9 - 66 \times K_0 \times K_2 \times K_8 \times \\
 & K_{10} + 66 \times K_0 \times K_2 \times K_8 \times K_{11} + 48 \times K_0 \times K_2 \times K_9^2 + 60 \times K_0 \times K_2 \times K_9 \times K_{10} - 56 \times K_0 \times K_2 \times \\
 & K_9 \times K_{11} + 18 \times K_0 \times K_2 \times K_{10}^2 - 33 \times K_0 \times K_2 \times K_{10} \times K_{11} + 15 \times K_0 \times K_2 \times K_{11}^2 - 15 \times K_0 \times K_3 \times \\
 & K_6 \times K_7 + 60 \times K_0 \times K_3 \times K_6 \times K_8 - 90 \times K_0 \times K_3 \times K_6 \times K_9 + 60 \times K_0 \times K_3 \times K_6 \times K_{10} - 15 \times K_0 \times \\
 & K_3 \times K_6 \times K_{11} + 43 \times K_0 \times K_3 \times K_7^2 - 180 \times K_0 \times K_3 \times K_7 \times K_8 + 174 \times K_0 \times K_3 \times K_7 \times K_9 - 77 \times \\
 & K_0 \times K_3 \times K_7 \times K_{10} + 12 \times K_0 \times K_3 \times K_7 \times K_{11} + 88 \times K_0 \times K_3 \times K_8^2 - 48 \times K_0 \times K_3 \times K_8 \times K_9 - 12 \times \\
 & K_0 \times K_3 \times K_8 \times K_{10} + 4 \times K_0 \times K_3 \times K_8 \times K_{11} - 102 \times K_0 \times K_3 \times K_9 \times K_{10} + 66 \times K_0 \times K_3 \times K_9 \times \\
 & K_{11} + 124 \times K_0 \times K_3 \times K_{10}^2 - 117 \times K_0 \times K_3 \times K_{10} \times K_{11} + 25 \times K_0 \times K_3 \times K_{11}^2 - 25 \times K_0 \times K_4 \times K_6 \times \\
 & K_7 + 30 \times K_0 \times K_4 \times K_6 \times K_8 + 60 \times K_0 \times K_4 \times K_6 \times K_9 - 110 \times K_0 \times K_4 \times K_6 \times K_{10} + 45 \times K_0 \times K_4 \times \\
 & K_6 \times K_{11} + 57 \times K_0 \times K_4 \times K_7^2 - 108 \times K_0 \times K_4 \times K_7 \times K_8 - 110 \times K_0 \times K_4 \times K_7 \times K_9 + 213 \times K_0 \times \\
 & K_4 \times K_7 \times K_{10} - 84 \times K_0 \times K_4 \times K_7 \times K_{11} + 66 \times K_0 \times K_4 \times K_8^2 - 48 \times K_0 \times K_4 \times K_8 \times K_9 - 18 \times K_0 \times \\
 & K_4 \times K_8 \times K_{10} + 12 \times K_0 \times K_4 \times K_8 \times K_{11} + 102 \times K_0 \times K_4 \times K_9^2 - 124 \times K_0 \times K_4 \times K_9 \times K_{10} + 18 \times \\
 & K_0 \times K_4 \times K_9 \times K_{11} + 39 \times K_0 \times K_4 \times K_{10} \times K_{11} - 15 \times K_0 \times K_4 \times K_{11}^2 + 15 \times K_0 \times K_5 \times K_6 \times K_7 - \\
 & 25 \times K_0 \times K_5 \times K_6 \times K_8 - 15 \times K_0 \times K_5 \times K_6 \times K_9 + 45 \times K_0 \times K_5 \times K_6 \times K_{10} - 20 \times K_0 \times K_5 \times K_6 \times \\
 & K_{11} - 39 \times K_0 \times K_5 \times K_7^2 + 99 \times K_0 \times K_5 \times K_7 \times K_8 + 21 \times K_0 \times K_5 \times K_7 \times K_9 - 102 \times K_0 \times K_5 \times \\
 & K_7 \times K_{10} + 45 \times K_0 \times K_5 \times K_7 \times K_{11} - 66 \times K_0 \times K_5 \times K_8^2 + 52 \times K_0 \times K_5 \times K_8 \times K_9 + 21 \times K_0 \times K_5 \times \\
 & K_8 \times K_{10} - 15 \times K_0 \times K_5 \times K_8 \times K_{11} - 66 \times K_0 \times K_5 \times K_9^2 + 99 \times K_0 \times K_5 \times K_9 \times K_{10} - 25 \times K_0 \times \\
 & K_5 \times K_9 \times K_{11} - 39 \times K_0 \times K_5 \times K_{10}^2 + 15 \times K_0 \times K_5 \times K_{10} \times K_{11} + 10 \times K_1^2 \times K_6^2 - 81 \times K_1^2 \times K_6 \times \\
 & K_8 + 43 \times K_1^2 \times K_6 \times K_9 + 57 \times K_1^2 \times K_6 \times K_{10} - 39 \times K_1^2 \times K_6 \times K_{11} + 181 \times K_1^2 \times K_8^2 - 276 \times K_1^2 \times \\
 & K_8 \times K_9 - 129 \times K_1^2 \times K_8 \times K_{10} + 124 \times K_1^2 \times K_8 \times K_{11} + 199 \times K_1^2 \times K_9^2 - 183 \times K_1^2 \times K_9 \times K_{10} + \\
 & 18 \times K_1^2 \times K_9 \times K_{11} + 234 \times K_1^2 \times K_{10}^2 - 213 \times K_1^2 \times K_{10} \times K_{11} + 55 \times K_1^2 \times K_{11}^2 - 45 \times K_1 \times K_2 \times K_6^2 + \\
 & 81 \times K_1 \times K_2 \times K_6 \times K_7 + 198 \times K_1 \times K_2 \times K_6 \times K_8 - 180 \times K_1 \times K_2 \times K_6 \times K_9 - 108 \times K_1 \times K_2 \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& K_6 \times K_{10} + 99 \times K_1 \times K_2 \times K_6 \times K_{11} - 362 \times K_1 \times K_2 \times K_7 \times K_8 + 276 \times K_1 \times K_2 \times K_7 \times K_9 + 129 \times \\
& K_1 \times K_2 \times K_7 \times K_{10} - 124 \times K_1 \times K_2 \times K_7 \times K_{11} + 192 \times K_1 \times K_2 \times K_8 \times K_9 + 74 \times K_1 \times K_2 \times K_8 \times \\
& K_{10} - 102 \times K_1 \times K_2 \times K_8 \times K_{11} - 216 \times K_1 \times K_2 \times K_9^2 + 84 \times K_1 \times K_2 \times K_9 \times K_{10} + 60 \times K_1 \times K_2 \times \\
& K_9 \times K_{11} - 183 \times K_1 \times K_2 \times K_{10}^2 + 187 \times K_1 \times K_2 \times K_{10} \times K_{11} - 60 \times K_1 \times K_2 \times K_{11}^2 + 15 \times K_1 \times K_3 \times \\
& K_6^2 - 43 \times K_1 \times K_3 \times K_6 \times K_7 - 72 \times K_1 \times K_3 \times K_6 \times K_8 + 174 \times K_1 \times K_3 \times K_6 \times K_9 - 110 \times K_1 \times \\
& K_3 \times K_6 \times K_{10} + 21 \times K_1 \times K_3 \times K_6 \times K_{11} + 276 \times K_1 \times K_3 \times K_7 \times K_8 - 398 \times K_1 \times K_3 \times K_7 \times K_9 + \\
& 183 \times K_1 \times K_3 \times K_7 \times K_{10} - 18 \times K_1 \times K_3 \times K_7 \times K_{11} - 192 \times K_1 \times K_3 \times K_8^2 + 216 \times K_1 \times K_3 \times K_8 \times \\
& K_9 - 24 \times K_1 \times K_3 \times K_8 \times K_{10} - 12 \times K_1 \times K_3 \times K_8 \times K_{11} + 74 \times K_1 \times K_3 \times K_9 \times K_{10} - 66 \times K_1 \times \\
& K_3 \times K_9 \times K_{11} - 129 \times K_1 \times K_3 \times K_{10}^2 + 135 \times K_1 \times K_3 \times K_{10} \times K_{11} - 30 \times K_1 \times K_3 \times K_{11}^2 + 25 \times K_1 \times \\
& K_4 \times K_6^2 - 57 \times K_1 \times K_4 \times K_6 \times K_7 - 27 \times K_1 \times K_4 \times K_6 \times K_8 - 77 \times K_1 \times K_4 \times K_6 \times K_9 + 213 \times K_1 \times \\
& K_4 \times K_6 \times K_{10} - 102 \times K_1 \times K_4 \times K_6 \times K_{11} + 129 \times K_1 \times K_4 \times K_7 \times K_8 + 183 \times K_1 \times K_4 \times K_7 \times K_9 - \\
& 468 \times K_1 \times K_4 \times K_7 \times K_{10} + 213 \times K_1 \times K_4 \times K_7 \times K_{11} - 74 \times K_1 \times K_4 \times K_8^2 - 60 \times K_1 \times K_4 \times K_8 \times \\
& K_9 + 183 \times K_1 \times K_4 \times K_8 \times K_{10} - 77 \times K_1 \times K_4 \times K_8 \times K_{11} - 74 \times K_1 \times K_4 \times K_9^2 + 129 \times K_1 \times K_4 \times \\
& K_9 \times K_{10} - 27 \times K_1 \times K_4 \times K_9 \times K_{11} - 57 \times K_1 \times K_4 \times K_{10} \times K_{11} + 25 \times K_1 \times K_4 \times K_{11}^2 - 15 \times K_1 \times \\
& K_5 \times K_6^2 + 39 \times K_1 \times K_5 \times K_6 \times K_7 + 18 \times K_1 \times K_5 \times K_6 \times K_8 + 12 \times K_1 \times K_5 \times K_6 \times K_9 - 84 \times K_1 \times \\
& K_5 \times K_6 \times K_{10} + 45 \times K_1 \times K_5 \times K_6 \times K_{11} - 124 \times K_1 \times K_5 \times K_7 \times K_8 - 18 \times K_1 \times K_5 \times K_7 \times K_9 + \\
& 213 \times K_1 \times K_5 \times K_7 \times K_{10} - 110 \times K_1 \times K_5 \times K_7 \times K_{11} + 102 \times K_1 \times K_5 \times K_8^2 - 48 \times K_1 \times K_5 \times K_8 \times \\
& K_9 - 110 \times K_1 \times K_5 \times K_8 \times K_{10} + 60 \times K_1 \times K_5 \times K_8 \times K_{11} + 66 \times K_1 \times K_5 \times K_9^2 - 108 \times K_1 \times K_5 \times \\
& K_9 \times K_{10} + 30 \times K_1 \times K_5 \times K_9 \times K_{11} + 57 \times K_1 \times K_5 \times K_{10}^2 - 25 \times K_1 \times K_5 \times K_{10} \times K_{11} + 55 \times K_2^2 \times \\
& K_6^2 - 198 \times K_2^2 \times K_6 \times K_7 + 88 \times K_2^2 \times K_6 \times K_9 + 66 \times K_2^2 \times K_6 \times K_{10} - 66 \times K_2^2 \times K_6 \times K_{11} + 181 \times \\
& K_2^2 \times K_7^2 - 192 \times K_2^2 \times K_7 \times K_9 - 74 \times K_2^2 \times K_7 \times K_{10} + 102 \times K_2^2 \times K_7 \times K_{11} + 136 \times K_2^2 \times K_9^2 - 216 \times \\
& K_2^2 \times K_9 \times K_{10} + 48 \times K_2^2 \times K_9 \times K_{11} + 199 \times K_2^2 \times K_{10}^2 - 174 \times K_2^2 \times K_{10} \times K_{11} + 45 \times K_2^2 \times K_{11}^2 - \\
& 60 \times K_2 \times K_3 \times K_6^2 + 252 \times K_2 \times K_3 \times K_6 \times K_7 - 88 \times K_2 \times K_3 \times K_6 \times K_8 - 48 \times K_2 \times K_3 \times K_6 \times K_9 - \\
& 48 \times K_2 \times K_3 \times K_6 \times K_{10} + 52 \times K_2 \times K_3 \times K_6 \times K_{11} - 276 \times K_2 \times K_3 \times K_7^2 + 192 \times K_2 \times K_3 \times K_7 \times \\
& K_8 + 216 \times K_2 \times K_3 \times K_7 \times K_9 - 60 \times K_2 \times K_3 \times K_7 \times K_{10} - 48 \times K_2 \times K_3 \times K_7 \times K_{11} - 272 \times K_2 \times \\
& K_3 \times K_8 \times K_9 + 216 \times K_2 \times K_3 \times K_8 \times K_{10} - 48 \times K_2 \times K_3 \times K_8 \times K_{11} + 192 \times K_2 \times K_3 \times K_9 \times K_{10} - \\
& 88 \times K_2 \times K_3 \times K_9 \times K_{11} - 276 \times K_2 \times K_3 \times K_{10}^2 + 252 \times K_2 \times K_3 \times K_{10} \times K_{11} - 60 \times K_2 \times K_3 \times K_{11}^2 - \\
& 30 \times K_2 \times K_4 \times K_6^2 + 135 \times K_2 \times K_4 \times K_6 \times K_7 - 66 \times K_2 \times K_4 \times K_6 \times K_8 - 12 \times K_2 \times K_4 \times K_6 \times K_9 - \\
& 18 \times K_2 \times K_4 \times K_6 \times K_{10} + 21 \times K_2 \times K_4 \times K_6 \times K_{11} - 129 \times K_2 \times K_4 \times K_7^2 + 74 \times K_2 \times K_4 \times K_7 \times \\
& K_8 - 24 \times K_2 \times K_4 \times K_7 \times K_9 + 183 \times K_2 \times K_4 \times K_7 \times K_{10} - 110 \times K_2 \times K_4 \times K_7 \times K_{11} + 216 \times K_2 \times \\
& K_4 \times K_8 \times K_9 - 398 \times K_2 \times K_4 \times K_8 \times K_{10} + 174 \times K_2 \times K_4 \times K_8 \times K_{11} - 192 \times K_2 \times K_4 \times K_9^2 + 276 \times \\
& K_2 \times K_4 \times K_9 \times K_{10} - 72 \times K_2 \times K_4 \times K_9 \times K_{11} - 43 \times K_2 \times K_4 \times K_{10} \times K_{11} + 15 \times K_2 \times K_4 \times K_{11}^2 + \\
& 25 \times K_2 \times K_5 \times K_6^2 - 117 \times K_2 \times K_5 \times K_6 \times K_7 + 66 \times K_2 \times K_5 \times K_6 \times K_8 + 4 \times K_2 \times K_5 \times K_6 \times K_9 + \\
& 12 \times K_2 \times K_5 \times K_6 \times K_{10} - 15 \times K_2 \times K_5 \times K_6 \times K_{11} + 124 \times K_2 \times K_5 \times K_7^2 - 102 \times K_2 \times K_5 \times K_7 \times \\
& K_8 - 12 \times K_2 \times K_5 \times K_7 \times K_9 - 77 \times K_2 \times K_5 \times K_7 \times K_{10} + 60 \times K_2 \times K_5 \times K_7 \times K_{11} - 48 \times K_2 \times \\
& K_5 \times K_8 \times K_9 + 174 \times K_2 \times K_5 \times K_8 \times K_{10} - 90 \times K_2 \times K_5 \times K_8 \times K_{11} + 88 \times K_2 \times K_5 \times K_9^2 - 180 \times \\
& K_2 \times K_5 \times K_9 \times K_{10} + 60 \times K_2 \times K_5 \times K_9 \times K_{11} + 43 \times K_2 \times K_5 \times K_{10}^2 - 15 \times K_2 \times K_5 \times K_{10} \times K_{11} + \\
& 45 \times K_3^2 \times K_6^2 - 174 \times K_3^2 \times K_6 \times K_7 + 48 \times K_3^2 \times K_6 \times K_8 + 102 \times K_3^2 \times K_6 \times K_{10} - 66 \times K_3^2 \times K_6 \times \\
& K_{11} + 199 \times K_3^2 \times K_7^2 - 216 \times K_3^2 \times K_7 \times K_8 - 74 \times K_3^2 \times K_7 \times K_{10} + 66 \times K_3^2 \times K_7 \times K_{11} + 136 \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& K_3^2 \times K_8^2 - 192 \times K_3^2 \times K_8 \times K_{10} + 88 \times K_3^2 \times K_8 \times K_{11} + 181 \times K_3^2 \times K_{10}^2 - 198 \times K_3^2 \times K_{10} \times K_{11} + \\
& 55 \times K_3^2 \times K_{11}^2 - 60 \times K_3 \times K_4 \times K_6^2 + 187 \times K_3 \times K_4 \times K_6 \times K_7 + 60 \times K_3 \times K_4 \times K_6 \times K_8 - 102 \times \\
& K_3 \times K_4 \times K_6 \times K_9 - 124 \times K_3 \times K_4 \times K_6 \times K_{10} + 99 \times K_3 \times K_4 \times K_6 \times K_{11} - 183 \times K_3 \times K_4 \times K_7^2 + \\
& 84 \times K_3 \times K_4 \times K_7 \times K_8 + 74 \times K_3 \times K_4 \times K_7 \times K_9 + 129 \times K_3 \times K_4 \times K_7 \times K_{10} - 108 \times K_3 \times K_4 \times \\
& K_7 \times K_{11} - 216 \times K_3 \times K_4 \times K_8^2 + 192 \times K_3 \times K_4 \times K_8 \times K_9 + 276 \times K_3 \times K_4 \times K_8 \times K_{10} - 180 \times \\
& K_3 \times K_4 \times K_8 \times K_{11} - 362 \times K_3 \times K_4 \times K_9 \times K_{10} + 198 \times K_3 \times K_4 \times K_9 \times K_{11} + 81 \times K_3 \times K_4 \times K_{10} \times \\
& K_{11} - 45 \times K_3 \times K_4 \times K_{11}^2 + 15 \times K_3 \times K_5 \times K_6^2 - 33 \times K_3 \times K_5 \times K_6 \times K_7 - 56 \times K_3 \times K_5 \times K_6 \times K_8 + \\
& 66 \times K_3 \times K_5 \times K_6 \times K_9 + 18 \times K_3 \times K_5 \times K_6 \times K_{10} - 25 \times K_3 \times K_5 \times K_6 \times K_{11} + 18 \times K_3 \times K_5 \times K_7^2 + \\
& 60 \times K_3 \times K_5 \times K_7 \times K_8 - 66 \times K_3 \times K_5 \times K_7 \times K_9 - 27 \times K_3 \times K_5 \times K_7 \times K_{10} + 30 \times K_3 \times K_5 \times K_7 \times \\
& K_{11} + 48 \times K_3 \times K_5 \times K_8^2 - 88 \times K_3 \times K_5 \times K_8 \times K_9 - 72 \times K_3 \times K_5 \times K_8 \times K_{10} + 60 \times K_3 \times K_5 \times K_8 \times \\
& K_{11} + 198 \times K_3 \times K_5 \times K_9 \times K_{10} - 110 \times K_3 \times K_5 \times K_9 \times K_{11} - 81 \times K_3 \times K_5 \times K_{10}^2 + 45 \times K_3 \times K_5 \times \\
& K_{10} \times K_{11} + 55 \times K_4^2 \times K_6^2 - 213 \times K_4^2 \times K_6 \times K_7 + 18 \times K_4^2 \times K_6 \times K_8 + 124 \times K_4^2 \times K_6 \times K_9 - 39 \times \\
& K_4^2 \times K_6 \times K_{11} + 234 \times K_4^2 \times K_7^2 - 183 \times K_4^2 \times K_7 \times K_8 - 129 \times K_4^2 \times K_7 \times K_9 + 57 \times K_4^2 \times K_7 \times K_{11} + \\
& 199 \times K_4^2 \times K_8^2 - 276 \times K_4^2 \times K_8 \times K_9 + 43 \times K_4^2 \times K_8 \times K_{11} + 181 \times K_4^2 \times K_9^2 - 81 \times K_4^2 \times K_9 \times K_{11} + \\
& 10 \times K_4^2 \times K_{11}^2 - 45 \times K_4 \times K_5 \times K_6^2 + 186 \times K_4 \times K_5 \times K_6 \times K_7 - 33 \times K_4 \times K_5 \times K_6 \times K_8 - 117 \times \\
& K_4 \times K_5 \times K_6 \times K_9 + 39 \times K_4 \times K_5 \times K_6 \times K_{10} + 15 \times K_4 \times K_5 \times K_6 \times K_{11} - 213 \times K_4 \times K_5 \times K_7^2 + \\
& 187 \times K_4 \times K_5 \times K_7 \times K_8 + 135 \times K_4 \times K_5 \times K_7 \times K_9 - 57 \times K_4 \times K_5 \times K_7 \times K_{10} - 25 \times K_4 \times K_5 \times \\
& K_7 \times K_{11} - 174 \times K_4 \times K_5 \times K_8^2 + 252 \times K_4 \times K_5 \times K_8 \times K_9 - 43 \times K_4 \times K_5 \times K_8 \times K_{10} - 15 \times K_4 \times \\
& K_5 \times K_8 \times K_{11} - 198 \times K_4 \times K_5 \times K_9^2 + 81 \times K_4 \times K_5 \times K_9 \times K_{10} + 45 \times K_4 \times K_5 \times K_9 \times K_{11} - 20 \times \\
& K_4 \times K_5 \times K_{10} \times K_{11} + 10 \times K_5^2 \times K_6^2 - 45 \times K_5^2 \times K_6 \times K_7 + 15 \times K_5^2 \times K_6 \times K_8 + 25 \times K_5^2 \times K_6 \times \\
& K_9 - 15 \times K_5^2 \times K_6 \times K_{10} + 55 \times K_5^2 \times K_7^2 - 60 \times K_5^2 \times K_7 \times K_8 - 30 \times K_5^2 \times K_7 \times K_9 + 25 \times K_5^2 \times K_7 \times \\
& K_{10} + 45 \times K_5^2 \times K_8^2 - 60 \times K_5^2 \times K_8 \times K_9 + 15 \times K_5^2 \times K_8 \times K_{10} + 55 \times K_5^2 \times K_9^2 - 45 \times K_5^2 \times K_9 \times \\
& K_{10} + 10 \times K_5^2 \times K_{10}^2)) (1/2) \times (58983023963166576 \times K_0 \times K_7 - 58983023963166576 \times K_1 \times K_6 + \\
& 122024717629312128 \times K_2 \times K_6 - 122024717629312128 \times K_0 \times K_8 + 12176009108936928 \times K_0 \times \\
& K_9 - 243179037121221853 \times K_2 \times K_7 + 243179037121221853 \times K_1 \times K_8 - 12176009108936928 \times \\
& K_3 \times K_6 + 105790038817396224 \times K_0 \times K_{10} - 139706871731999799 \times K_1 \times K_9 + 139706871731999799 \times \\
& K_3 \times K_7 - 105790038817396224 \times K_4 \times K_6 - 54924354260187600 \times K_0 \times K_{11} - 155208248083833081 \times \\
& K_1 \times K_{10} + 238827046434209838 \times K_2 \times K_9 + 54924354260187600 \times K_5 \times K_6 + 155208248083833081 \times \\
& K_4 \times K_7 - 238827046434209838 \times K_3 \times K_8 + 110719106657777603 \times K_1 \times K_{11} - 115061532530092904 \times \\
& K_2 \times K_{10} - 110719106657777603 \times K_5 \times K_7 + 115061532530092904 \times K_4 \times K_8 - 2611194412207209 \times \\
& K_2 \times K_{11} + 218533697919314958 \times K_3 \times K_{10} - 218533697919314958 \times K_4 \times K_9 + 2611194412207209 \times \\
& K_5 \times K_8 + 107237514108167991 \times K_5 \times K_9 - 107237514108167991 \times K_3 \times K_{11} - 54053956122785197 \times \\
& K_5 \times K_{10} + 54053956122785197 \times K_4 \times K_{11})) / (36028797018963968 \times (K_0 \times K_7 - K_1 \times \\
& K_6 + 3 \times K_2 \times K_6 - 3 \times K_0 \times K_8 + 3 \times K_0 \times K_9 - 6 \times K_2 \times K_7 + 6 \times K_1 \times K_8 - 3 \times K_3 \times \\
& K_6 - K_0 \times K_{10} - 8 \times K_1 \times K_9 + 8 \times K_3 \times K_7 + K_4 \times K_6 + 3 \times K_1 \times K_{10} + 6 \times K_2 \times K_9 - \\
& 3 \times K_4 \times K_7 - 6 \times K_3 \times K_8 - 3 \times K_2 \times K_{10} + 3 \times K_4 \times K_8 + K_3 \times K_{10} - K_4 \times K_9))
\end{aligned}$$