

ESTIMAÇÃO DE METAS ESTRATÉGICAS POR MEIO DA ANÁLISE
POR ENVOLTÓRIA DE DADOS E MODELO DA BARGANHA DE
NASH: APLICAÇÃO NA ÁREA DE SAÚDE PÚBLICA.

MARCO AURÉLIO REIS DOS SANTOS

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia do
Campus de Guaratinguetá, Universidade
Estadual Paulista, para a obtenção do título de
Doutor em Engenharia Mecânica na área de
Gestão e Otimização.

Orientador: Prof. Dr. Fernando Augusto Silva Marins
Co-orientador: Prof. Dr. Valério Antônio Pamplona Salomon

Guaratinguetá

2014

S237e Santos, Marco Aurélio Reis dos
Estimação de metas estratégicas por meio de análise por envoltória de dados e modelo da Barganha de Nash : aplicação na área de saúde pública / Marco Aurélio Reis dos Santos.- Guaratinguetá, 2014
215 f.: il.
Bibliografia: f. 171-178

Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2014
Orientador: Prof. Dr. Fernando Augusto Silva Marins
Coorientador: Prof. Dr. Valério Antonio Pamplona Salomon

1. Saúde Pública 2. Eficiência Organizacional I. Título


CDU 614(043)

MARCO AURÉLIO REIS DOS SANTOS

ESTA TESE FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA”

PROGRAMA: ENGENHARIA MECÂNICA
ÁREA: GESTÃO E OTIMIZAÇÃO

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO


Prof. Dr. Edson Cocchieri Botelho
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. FERNANDO AUGUSTO SILVA MARINS
Orientador/UNESP


Prof. Dr. ANEIRSON FRANCISCO DA SILVA
UNESP-FEG


Prof. Dr. JOSÉ ROBERTO DALE LUCHE
UNESP-FEG


Prof. Dr. ANTONIO AUGUSTO CHAVES
UNIFESP


Prof.ª Dr.ª MISCHEL CARMEN NEYRA BELDERRAIN
ITA

Agosto de 2014

AGRADECIMENTOS

À Deus pela graça da vida, pois sem ele nada seria possível.

Aos meus pais *Adebaldo* e *Andrelina* pelo direcionamento da vida e total apoio aos meus projetos.

Aos amigos presentes nas horas mais difíceis e também nas alegres.

Aos meus mestres e doutores com seus preparos acadêmicos e sobre tudo vivencial em suas orientações.

À Secretaria de Saúde de Guaratinguetá em especial à Secretária de Saúde *Dra. Nádia Magalhães* por todo o apoio em disponibilizar as informações essenciais ao projeto e de permitir a execução da pesquisa de satisfação nas unidades básicas de saúde.

Em especial aos *Professores Valério Pamplona Salomon e Fernando Augusto Marins* pela motivação, apoio, amizade e total liberdade concedida durante a vossa orientação.

Em especial à *Sra. Maria Teresa Maia* da Seção de Graduação, primeira pessoa a me recepcionar na FEG-UNESP e sempre me atendendo com muita presteza, dedicação e vontade.

À *Sra. Margarida Correa Leite*, secretária do Departamento de Produção por sua prontidão e atenção.

Este trabalho contou com apoio da CAPES – através do Programa de Demanda Social (DS) e do Programa de Apoio à Pós-graduação (PROAP) da UNESP.

SANTOS, M. A. R. **Estimação de metas estratégicas por meio da Análise por Envoltória de Dados e Jogo da Barganha de Nash:** aplicação na área de saúde pública. 2014. 215 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2014.

RESUMO

Este trabalho abordou a estimação empírica de metas para os serviços de clínica geral nas UBS (Unidade Básica de Saúde) da cidade de Guaratinguetá no Estado de São Paulo. Foi desenvolvido um método para auxiliar os gestores de serviços públicos de saúde na identificação de oportunidades de melhoria nos serviços de Atendimento Básico à Saúde. Em uma primeira etapa, sob a orientação do sistema de gestão estratégica BSC (*Balanced Scorecard*) definiram-se os indicadores baseados nas suas quatro perspectivas refletindo a visão e a estratégia dos serviços de clínica geral. Na segunda etapa foram desenvolvidos modelos matemáticos da Análise por Envoltória de Dados (DEA - *Data Envelopment Analysis*) de modo a comparar a eficiência produtiva relativa dos serviços de clínica geral (*Decision Making Units* - DMUs), delimitando assim uma curva de máxima produtividade. Por fim, identificaram-se as alternativas de projeção das metas para os indicadores de desempenho, segundo um processo de negociação cuja solução foi definida pelo Modelo da Barganha de Nash. Tal abordagem proporciona a realização de um acordo entre as DMUs com a melhor relação de compromisso para as metas, além de identificar os *benchmarks* para cada DMU não eficiente. O método desenvolvido oferece elementos importantes para o alcance de metas de desempenho balanceadas para as DMUs. Os resultados foram interessantes, tanto do ponto de vista teórico como prático, e oferecem alternativas para a solução dos problemas identificados nos serviços de clínica geral das UBS. Pode-se constatar, também, a potencialidade do método desenvolvido para aplicações em diferentes organizações econômicas. Dentre as contribuições desta tese, pode-se destacar a solução de problemas relacionados com o efeito da incomensurabilidade comuns em abordagens multiobjetivo, além de propor procedimentos de adequação em modelos não-lineares que tornam prática a sua aplicação, garantindo o ótimo global.

PALAVRAS-CHAVE: Saúde Pública, Eficiência, Metas, *Balanced Scorecard*, Análise por Envoltória de Dados, Modelo da Barganha de Nash.

SANTOS, M. A. R. **The Estimation of Strategic Goals Through Data Envelopment Analysis and Nash Bargaining Game: An Application in Public Health.** 2014. 215 f. Thesis (Master's Degree in Mechanical Engineering) - Engineering College – Guaratinguetá campus, São Paulo State University, 2014.

ABSTRACT

This work focuses the empirical estimation of targets for internal medicine from UBS (Basic Health Unit) in Guaratinguetá city. It was proposed a method that can help Public Health service managers to identify problems and best practices in each Basic Health Units where people are attended. In the first step, under the guidance system of strategic management BSC it was defined performance indicators based on its four perspectives that translate the vision and the strategic of health service. In the second step, using the DEA method, it was compared technical efficiency of medical services in order to define the goals and identifier the medical services benchmark. Finally, it was identified alternatives projections of targets for performance indicators, according to a negotiation whose solution was defined by the Nash Bargaining Model. This approach provides the execution of an agreement between the DMUs with the best relationship of commitment among goals. From the point of view practical and theoretical, the results were promising and offer alternatives in order to solve the problems that were identified in Basic Health Units. It can show the potentiality of the method developed for applications in different economic organizations. Among the contributions of this thesis, it can highlight the solution of problems related to the effect of multiobjective approaches in common incommensurability, and to propose adequate procedures in nonlinear models that make its practical application, ensuring the optimal global.

KEYWORDS: Public Health, Balanced Scorecard, Data Envelopment Analysis, Nash Bargaining Game, Efficiency and Goals.

LISTAS DE FIGURAS

Figura 1-Relação de Itens publicados e Citações em cada ano para “Health Care e Hospital”	20
Figura 2- Relação de Itens publicados e Citações em cada ano para “ <i>Game Theory</i> ”	25
Figura 3-Etapas da pesquisa.	27
Figura 4-Fases da pesquisa.	29
Figura 5-Relação de itens publicados por ano e citações em cada ano envolvendo as palavras chaves <i>Nash Bargaining</i> e DEA.....	36
Figura 6-A estrutura do BSC	38
Figura 7-Estrutura do <i>Performance Prism</i> . Fonte: Adaptado de Neely, Adams e Crowe (2001).....	41
Figura 8-Fronteira eficiente de produção das DMUs.	44
Figura 9-Transformação pelas DMUs de entradas em saídas	45
Figura 10- Curva de um Processo de Produção.....	48
Figura 11-Solução de Nash para o Jogo de Barganha Cooperativo.	54
Figura 12- Etapas do método com o modelo JBN - DEA - BSC.	55
Figura 13-Etapas do método proposto para avaliar desempenho de unidades produtivas.	56
Figura 14-Equivalência do Mapa Estratégico com o Modelo <i>Network</i> DEA.	60
Figura 15-Fases do procedimento geral para avaliação de desempenho com o modelo JBN- DEA-BSC.	62
Figura 16-Projeções dos Alvos na Fronteira VRS.	98
Figura 17-Estrutura <i>Network</i> DEA.	99
Figura 18-Mapa estratégico parcial.	107
Figura 19-Mapa estratégico associado as medidas de desempenho.	108
Figura 20- <i>Network</i> DEA-BSC.	110
Figura 21 -Visão estratégica de uma unidade básica de saúde.	131
Figura 22-Mapa Estratégico parcial da clínica geral.	132

Figura 23-Mapa estratégico associado as medidas de desempenho da clínica geral.....	133
Figura 24-Modelo JBN-DEA-BSC para a os serviços de clínica geral.....	136
Figura 25-Correlação entre pontualidade e tempo de espera.....	137
Figura 26-Relação de <i>benchmarks</i> segundo o modelo Aditivo <i>Network</i> DEA BSC.....	156
Figura 27-Relação de <i>benchmarks</i> segundo o modelo JBN-DEA-BSC.....	159
Figura 28-Medidas de Eficiência.	160
Figura 29- Representação das fronteiras BCC e CCR.....	179
Figura 30- Alcance da fronteira de eficiência.....	180
Figura 31- Interpretação gráfica do modelo CCR orientado a <i>outputs</i>	184
Figura 32-Efeito da transformação linear sobre a fronteira de eficiência.	201
Figura 33-Função convexa e côncava.....	204
Figura 34-Conjunto convexo e côncavo.	205

LISTA DE TABELAS

Tabela 1-Dados ilustrativos	95
Tabela 2- Tabulação dos dados para a UBS A.	124
Tabela 3- Tabulação dos dados para a UBS B.....	124
Tabela 4- Tabulação dos dados para a UBS C.....	125
Tabela 5- Tabulação dos dados para a UBS D.	125
Tabela 6- Tabulação dos dados para a UBS E.....	126
Tabela 7-Conjunto de dados utilizados pelo modelo JBN-DEA BSC.	135
Tabela 8- Indicadores para cada Perspectiva na Estrutura BSC para os Serviços de Clínica Geral das UBS.	154
Tabela 9- As melhorias obtidas para os indicadores pelo Aditivo <i>Network</i> -DEA BSC.....	155
Tabela 10- As melhorias obtidas para os indicadores pelo Network DEA-GAME-BSC. ...	157
Tabela 11-Medidas de Eficiência.....	159
Tabela 12-Metas sugeridas pelo JBN-DEA-BSC.....	165
Tabela 13-Dados numéricos ilustrativos.....	200
Tabela 14- Tabela com os Gastos Brutos de cada Unidade Básica de Saúde (DMU).	215

LISTA DE QUADROS

Quadro 1-Equivalência do Mapa estratégico com o <i>Network</i> DEA.	59
Quadro 2 - Painel de Desempenho.	115
Quadro 3- Pesos e Classificação dos Indicadores da Perspectiva de Aprendizagem e Crescimento.	122
Quadro 4- Questões Associadas aos Indicadores da Perspectiva de Aprendizagem e Crescimento.	123
Quadro 5- Pesos e Classificação dos Indicadores da Perspectiva do Paciente.	127
Quadro 6- Quadro de objetivos, indicadores, metas e iniciativas para perspectiva do paciente e dos Processos Internos.	161
Quadro 7- Quadro de Objetivos, Indicadores, Metas e Iniciativas Sugeridas para a Perspectiva Aprendizagem e Crescimento.	162

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AHP	- <i>Analytic Hierarchy Process</i>
BCC	- Banker, Charnes, Cooper
BSC	- <i>Balanced Scorecard</i>
CCR	- Charnes, Cooper e Rhodes
CRS	- <i>Constant Returns to Scale</i>
DEA	- <i>Data Envelopment Analysis</i>
DMU	- <i>Decision Making Unit</i>
GEM	- <i>Generalized Efficiency Measure</i>
JBN	- Jogo da Barganha de Nash
PL	- Programação Linear
PO	- Pesquisa Operacional
SUS	- Sistema Único de Saúde
UBS	- Unidade Básica de Saúde
VRS	- <i>Variable Returns to Scale</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO DO PROBLEMA	14
1.2	OBJETIVOS E DELIMITAÇÕES DO TRABALHO.....	17
1.3	JUSTIFICATIVAS E CONTRIBUIÇÕES	19
1.4	CLASSIFICAÇÃO E ETAPAS DA PESQUISA.....	26
1.5	ESTRUTURA DO TRABALHO	29
2	REFERENCIAL TEÓRICO	31
2.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	31
2.2	BALANCED SCORECARD	38
2.3	A ANÁLISE POR ENVOLTÓRIA DE DADOS	43
2.4	TEORIA DOS JOGOS.....	48
2.5	MODELO DA BARGANHA DE NASH.....	50
3	MATERIAIS E MÉTODOS DE PESQUISA	55
3.1	PROCEDIMENTO GERAL PARA AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO COM O MODELO JBN-DEA-BSC	56
3.2	PROCEDIMENTO ADOTADO PARA A APLICAÇÃO E AVALIAÇÃO DO QUESTIONÁRIO	62
4	MODELOS PRELIMINARES E O MODELO JBN-DEA-BSC	66
4.1	MODELOS PRELIMINARES PROPOSTOS.....	66
4.2	MODELOS DA NETWORK DEA	98
4.3	ILUSTRAÇÃO DE COMO APLICAR O MODELO DEA-GAME-BSC.....	105
5	APLICAÇÃO DO MODELO JBN-DEA-BSC NA SAÚDE PÚBLICA	117
5.1	CONTEXTO DA SAÚDE PÚBLICA	117

5.2	APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA.....	118
5.3	APLICAÇÃO DO PROCEDIMENTO PARA AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO COM O MODELO JBN-DEA-BSC	119
6	CONCLUSÕES	167
6.1	VERIFICAÇÃO DOS OBJETIVOS E CONCLUSÕES.....	167
6.2	SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS	170
	REFERÊNCIAS	171
	APÊNDICE A – ANÁLISE POR ENVOLTÓRIA DE DADOS	179
	APÊNDICE B – CONCEITOS E RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO CONVEXA 204	
	APÊNDICE C – COEFICIENTE ALFA DE CRONBACH	212
	ANEXO A – TABELA DE DADOS	215

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DO PROBLEMA

Baseado na missão em que órgãos e instituições públicas federais, estaduais e municipais devem dar assistência à população, o SUS (Sistema Único de Saúde) integraliza, unifica e formaliza um conjunto de ações e serviços de saúde como dever do estado e direito de todo cidadão brasileiro conforme regulado pela Lei nº 8.080/1990. As políticas e diretrizes que regem SUS são baseadas no modelo da promoção, proteção e recuperação da saúde (Conselho Nacional de Secretários de Saúde, 2003).

O entendimento dos princípios básicos que orientam o SUS faz com que a Gestão Pública busque meios, processos, estruturas e métodos para alcançar os seus objetivos finais que são: manter e melhorar os padrões de atendimento no sistema público de saúde, de forma eficiente, eficaz e efetiva. (Conselho Nacional de Secretários de Saúde, 2003)

Sabe-se que melhorar e manter níveis adequados de atendimento de saúde à população se constitui em um grande desafio para Gestão Pública. A razão disto é que os principais usuários são oriundos das camadas mais carentes da população, que não tem alternativa para buscar atendimento particular de médicos e de hospitais. Além disto, os recursos que são destinados à Saúde Pública nunca são suficientes para atender à crescente demanda e assim devem ser bem aplicados.

O cenário em que o Sistema de Saúde se encontra é crítico. O Brasil atualmente tem cerca de 1,8 médicos por mil habitantes, que é um índice menor, por exemplo, do apresentado pela Argentina (3,2), Uruguai, (3,7), Portugal (3,9) e Espanha (4). Além da escassez de médicos, a distribuição destes profissionais nas regiões do Brasil é desigual, sendo que 22 estados possuem um número de médicos abaixo da média nacional. (<http://portalsaude.saude.gov.br/index.php/cidadao/acoes-e-programas/mais-medicos/mais-sobre-mais-medicos/5953-como-funciona-o-programa> acesso em 19/03/2014).

Neste contexto, esta tese de doutorado buscou aprimorar, para uso dos Gestores da área da Saúde, uma técnica bastante utilizada, não só em avaliações de desempenho de Saúde, mas também em diversas organizações produtivas de bens ou serviços, conhecida como Análise

por Envoltória de Dados (DEA - *Data Envelopment Analysis*) e proposta por Charnes, Cooper e Rhodes (1978).

Um dos principais propósitos dos modelos da DEA é a projeção das chamadas Unidades Tomadoras de Decisão (DMU - *Decision Making Unit*) sobre uma curva de máxima produtividade, denominada Fronteira de Eficiência. Esta Fronteira de Eficiência é constituída por valores de entrada (insumos ou *inputs*) e saídas (produtos, serviços ou *outputs*) que representam o melhor aproveitamento de insumos para se produzir produtos ou serviços.

As DMUs são entidades que usam os mesmos recursos para produzir os mesmos resultados em variadas quantidades. Uma DMU pode ser um grupo empresarial, uma empresa individual ou uma unidade administrativa. Pode ser do setor produtivo, de serviço ou até mesmo do setor público, podendo ou não visar lucro. Por exemplo, agências bancárias podem ser consideradas DMUs, pois são homogêneas, executam as mesmas tarefas, mas com certeza diferem-se relativamente e em níveis absolutos de atividades e resultados.

Assim, segundo Cooper, Seiford e Tone (2000), o método DEA fornece suporte ao tomador de decisão a respeito de valores alvos estabelecidos para os *inputs* e *outputs*. Os alvos indicam quais os valores de *inputs* (insumos ou recurso) e *outputs* (serviços ou produtos) que DMUs ineficientes devem atingir para que se tornem eficientes.

Esta tese de doutorado dá complementaridade a Dissertação de Mestrado do autor (SANTOS, 2010) em que foi abordada a eficiência do serviço primário nas UBS (Unidades Básicas de Saúde) na cidade de Guaratinguetá – SP. Nesse trabalho foi utilizado o *Balanced Scorecard* (BSC), proposto por Kaplan e Norton (1992), para identificar, na situação das UBS, as perspectivas: Financeira, do Cliente, dos Processos Internos e de Aprendizagem & Crescimento. Também foi aplicado o Método AHP (SAATY, 1977) para propor uma estrutura hierarquizada das perspectivas e indicadores dentro do conceito BSC, priorizando assim vários aspectos referentes aos padrões de desempenho do serviço.

Já nesta tese de doutorado foram incorporados os modelos de *Network* DEA (FARE; GROSSKOPF, 2000) e conceitos do Jogo da Barganha de Nash (NASH, 1950; 1953) para

estabelecer uma melhor relação de compromisso entre alvos projetados sob a fronteira de eficiência de modelos da DEA.

As opções disponibilizadas aos decisores, pelos novos modelos aqui propostos, foram exploradas por meio de testes experimentais com dados reais dos serviços de Clínica Geral (considerando que este é o serviço mais representativo do atendimento básico à saúde) das UBS da cidade de Guaratinguetá - SP. Os resultados obtidos foram muito interessantes e promissores.

Algumas questões de pesquisa foram levantadas com relação à abordagem adotada, que são respondidas no Capítulo 6, mais especificamente na Seção 6.1:

-A abordagem proposta é suficiente para descrever e apontar adequadamente soluções para a complexidade de problemas estratégicos em organizações do mundo real?

-O modelo proposto é capaz de consolidar metas em termos de eficácia conforme os objetivos estratégicos das organizações?

-O modelo proposto permitirá otimizar o uso dos recursos ao passo que se tenta aumentar tanto o nível de qualidade como o nível de produção de bens ou serviços (consolidação de metas em termos de eficiência)?

-O modelo proposto permitirá obter metas equilibradas (*balanced*)?

-É possível ainda apontar melhorias em organizações consideradas eficientes?

-Os modelos matemáticos desenvolvidos solucionam e superam as limitações impostas pelos métodos convencionais, como os propostos em Santos (2010), ou às situações em avaliações de desempenho de uma maneira geral?

Assim sendo, na sequência, passa-se a estabelecer o objetivo geral, os objetivos específicos e as delimitações do trabalho.

1.2 OBJETIVOS E DELIMITAÇÕES DO TRABALHO

O objetivo geral deste trabalho é propor um método robusto de estimação de metas na avaliação do desempenho para o atendimento básico no SUS utilizando um novo modelo JBN-DEA-BSC (Jogo da Baganha de Nash –*Data Envelopment Analysis-Balanced Scorecard*).

É importante ressaltar, que o conceito de robustez definida nesta tese está relacionado à equivalência de resultados obtidos frente à utilização de dados com dimensões diferentes de medidas, o que comumente não se observa nas abordagens tradicionais.

Os objetivos específicos incluem:

- Desenvolver um modelo da DEA orientado à função de arbitragem de Nash para avaliar serviços médicos em postos de saúde.
- Elaborar um Método de Medição de Desempenho de UBS com a orientação do Sistema de Gestão Estratégica BSC.
- Fazer aplicações do modelo JBN-DEA –BSC proposto com dados dos serviços de Clínica Geral de UBS da cidade de Guaratinguetá.
- Analisar os impactos das eficiências relativas obtidas, bem como verificar novas alternativas para melhorar a qualidade dos serviços de Clínica Geral oferecidos.
- Ilustrar a potencialidade do método desenvolvido em aplicações às mais diversas organizações.

O método aqui proposto leva em consideração a hipótese de que as projeções das metas se comportam segundo ao retorno variável de escala, ou seja, quanto maior a quantidade de recursos utilizados, menor será o rendimento ou a produtividade alcançada e que para maioria

das situações, os dados considerados estão sujeitos às conversões de medidas (ou transformações lineares).

O pressuposto de que a situação analisada (serviços de Clínica Geral) possui retorno variável de escala, se deve ao fato de que o aumento dos recursos aplicados ao serviço não implicará em um aumento proporcional na satisfação do paciente, mas sim, em um aumento menor, ou seja, dobrar a quantidade de recursos não implicará necessariamente que o percentual de pacientes satisfeitos dobrará.

Além do mais, o trabalho utilizou alguns dados relativos, além de outros absolutos, o que torna o pressuposto de retorno variável de escala mais adequado para a situação. (DYSON et al., 2001; EMROUZNEJAD; AMIN, 2009).

Para as situações que consideram retorno constante de escala, a aplicação do procedimento aqui proposto não é adequada, pois os resultados do modelo se tornarão variantes quanto às translações de dados. Assim, para os casos de retorno constante de escala, aconselha-se cautela e se assegurar que as conversões de medidas em que os dados estão sujeitos não admitam translações lineares.

Outra delimitação do trabalho é que o modelo proposto é aplicável às situações onde as melhorias ocorrem de forma sequencial e não simultânea, conforme uma sequência lógica de causa e efeito. Portanto, com base na abordagem *Network* DEA (FÄRE; GROSSKOPF, 1996; FARE; GROSSKOPF, 2000), um único modelo é obtido por meio da combinação de vários modelos DEA interconectados de forma a expressar as características dinâmicas de processos consecutivos de causa e efeito.

1.3 JUSTIFICATIVAS E CONTRIBUIÇÕES

Para que se possa estabelecer e melhorar padrões de qualidade no atendimento oferecido à população pelo sistema de saúde pública é importante que se proponha um método de avaliação contínuo do desempenho dos seus serviços.

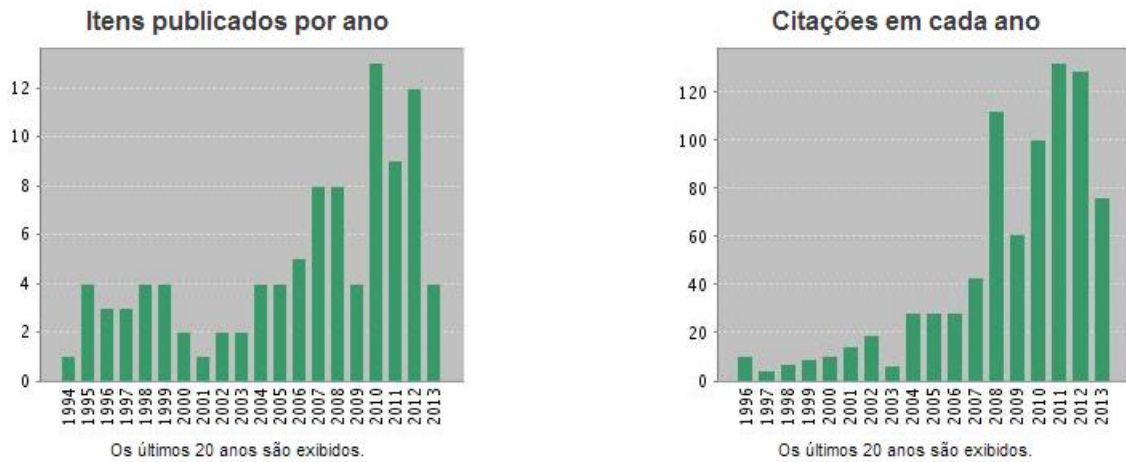
De fato, segundo Cook e Seiford (2009), desde o surgimento da DEA, excelentes aplicações nas avaliações de eficiência têm sido conduzidas em diversas situações, uma vez que o desempenho é um assunto de interesse para as organizações produtivas à medida que elas devem melhorar a sua produtividade.

Os exemplos de aplicações dos modelos da DEA se estendem em indústrias, escolas, universidades, cadeias de suprimentos, restaurantes, bancos e, sobretudo, em hospitais (COOK; SEIFORD, 2009). A DEA se mostra como um método bastante útil aos decisores, pois, além de avaliar o desempenho por meio do conceito de eficiência relativa, ela aponta quais, e de quanto, os níveis de serviços que devem ser melhorados e, assim, auxiliam os gestores a estabelecerem suas metas para os setores abordados.

Há vários trabalhos associados aos serviços de atendimento à saúde, como apontado por Santos (2010) e atualizado por esta pesquisa, conforme exposto adiante. Isto corrobora com o que foi comentado por Emrouznejad, Parker e Tavares (2008) de que as palavras chaves como “*Health Care e Hospital*” estão entre as mais populares dentro da literatura da DEA.

De fato, segundo a base de dados “*Isis Web of Knowledge*”, de 1994 até 2013, o número de trabalhos relacionados com as palavras chaves “*Health Care, Hospital e DEA*” já chega a 816 trabalhos, sendo 76 somente de Janeiro à Agosto de 2013, conforme ilustrado na Figura 1.

Figura 1-Relação de Itens publicados e Citações em cada ano para “Health Care e Hospital” .



Fonte: *Isis Web of Knowledge* (acesso em 08/08/2013).

Embora seja evidente a existência de muitos trabalhos focados no setor de saúde, Amado e Dyson (2009) afirmam que poucos estudos têm se centrado na avaliação de desempenho do atendimento primário à saúde.

Neste contexto, Santos (2010) propôs um modelo DEA-BSC-AHP para a avaliação de desempenho do atendimento básico baseado nos conceitos do BSC (*Balanced Scorecard*), que forneceu uma estrutura adequada para orientar os modelos da DEA, desenvolvidos na avaliação do Sistema de Saúde. Além disso, foi adotado o método AHP para propor uma estrutura hierarquizada das perspectivas e indicadores dentro do conceito BSC. Ocorre que várias limitações foram encontradas em Santos (2010) na avaliação do desempenho da Gestão Estratégica das UBS de Guaratinguetá – SP, tais como:

- Por se tratar de um sistema de saúde pública, Santos (2010) julgou conveniente para o Gestor orientar as suas unidades produtivas no sentido de maximizar os seus produtos (serviços), do que tentar reduzir os seus recursos, ou seja, desenvolveu-se um modelo orientado a *outputs*. Entretanto, constatou-se que, na prática, uma UBS avaliada como ineficaz pelos gestores foi considerada eficiente pelo modelo DEA-BSC-AHP aplicado, ou seja, utilizava da melhor forma possível os seus recursos, mas estes não eram suficientes para alcançar resultados satisfatórios e não havia evidências de oportunidades de melhoria para ela.

- Os alvos estimados não eram puramente empíricos, dependendo das prioridades fornecidas pelo AHP, ou seja, os resultados (alvos) estavam subordinados aos julgamentos dos gestores;

- O *ranking* dos escores de eficiência das DMUs era sensível às prioridades fornecidas pelo AHP, tornando a avaliação parcialmente subjetiva.

Para contornar estes problemas passou-se a explorar novas alternativas. Assim, a respeito aos modelos da DEA não apontar oportunidades de melhoria para unidades consideradas eficientes, porém ineficazes, caberia adotar um modelo sem orientação, ou seja, um modelo que buscasse estabelecer um acordo entre dois aspectos:

- Sob o ponto de vista de eliminar o consumo abusivo de *inputs* (insumos), o objetivo é maximizar a parcela que pode ser economizada (correspondente ao excesso).

- Sob o ponto de vista de eliminar as deficiências na produção de *outputs* (produtos de bens ou serviços), o objetivo é maximizar a parcela que pode ser acrescentada (correspondente às deficiências) aos níveis atuais de *outputs*.

Desta maneira, conforme já apontado em Santos, Marins e Salomon (2011), para um caso de gestão pública de saúde, onde não é usual cortar recursos que já são escassos, torna-se interessante negociar melhorias em unidades de atendimento de saúde ineficientes. Com isto é possível melhorar o nível de qualidade dos seus serviços, ao mesmo tempo em que se tenta cortar gastos excessivos para reaplicá-los em unidades eficientes, conforme uma demanda mínima de serviços exigida pela população. Ou seja, podem ser apontadas melhorias nos serviços oferecidos na população em unidades ineficazes, mesmo que ela seja considerada eficiente.

Neste contexto, podem ser adotados Modelos da DEA conhecidos como Modelos Aditivos (*Additive Models*) ou baseados em folgas (*Slack Based Measure*), propostos por Charnes *et al.* (1985), buscam combinar as duas orientações (*output* e *input*). Porém, devido à natureza conflitante entre as duas orientações, os modelos baseados em folgas precisam ser calibrados, por exemplo, por meio de atribuições de pesos ou coeficientes de importância relativa às parcelas a serem otimizadas.

Segundo Stewart (2010), na prática, a atribuição de pesos às parcelas correspondentes às folgas pode ser altamente sensível ao efeito denominado de incomensurabilidade. O problema da incomensurabilidade refere-se à influência tanto das unidades de medidas como da amplitude das escalas de valores das variáveis envolvidas no modelo. Ou seja, alvos constituídos de unidades de medidas com grandezas relativamente maiores e/ou amplitudes maiores do que outras acabam tendo maior prioridade do que os demais alvos.

Cooper, Park e Pastor (1999) propuseram utilizar o inverso das amplitudes de cada conjunto de dados associados aos *inputs* e *outputs* como uma forma de atribuir pesos às respectivas parcelas de folga no Modelo Aditivo. Assim, o processo de otimização se tornaria invariante às unidades de medidas e às amplitudes destas escalas de medidas. Entretanto, mesmo utilizando este tipo de critério na atribuição dos pesos, ainda assim os resultados correm o risco de indicar uma única orientação, não fornecendo uma boa relação de compromisso entre os alvos associados aos dados de *inputs* e *outputs*.

A alternativa encontrada nesta tese para superar o problema da incomensurabilidade foi utilizar a função arbitragem de Nash, conforme proposto para o Modelo do Jogo da Barganha Cooperativa (NASH, 1950; 1953), que se constitui em um dos modelos mais importantes da Teoria dos Jogos (FIANI, 2006). De fato, as propriedades inerentes à função arbitragem de Nash garantem que o resultado final de uma negociação entre jogadores (ou agentes) não seja influenciada nem pela escala de medida e nem pela amplitude das medidas, garantindo sempre que se chegue a um acordo bem equilibrado entre os jogadores.

O acordo considerado justo, bem equilibrado entre as partes, é assegurado pelo Modelo da Barganha que considera válida a Hipótese do Conhecimento Comum da Racionalidade entre os jogadores (FIANI, 2006). Sendo assim, com a utilização da função de arbitragem de Nash dispensa-se a inclusão de julgamentos de valor de especialistas do ramo de atividade, deixando que o próprio modelo presuma as prioridades, sem deixar de respeitar os resultados que se deseja alcançar.

De fato os resultados desejáveis são respeitados, pois o Modelo da Barganha prevê o resultado do comportamento de uma negociação que se inicie a partir de exigências mínimas

impostas por cada um dos jogadores. Estas exigências são denominadas de “ponto de desacordo”, que representa o *status quo* de um processo de negociação cooperativa. O ponto de desacordo, associado às exigências mínimas, são de fato o mínimo resultado desejável que se quer alcançar ou próximo dele, dependendo da viabilidade dos resultados.

Desta forma se torna mais prático para os especialistas estabelecer resultados mínimos desejáveis do que possuir uma boa noção de julgamentos de valores que traduza as reais necessidades do sistema avaliado. Mais detalhes a respeito dos modelos baseados em folga e dos modelos baseados no Modelo da Barganha de Nash serão fornecidos no Capítulo 2.

Em resumo, em Santos (2010), podem ser identificadas limitações na avaliação realizada em sistemas públicos de saúde e, aqui, novas fundamentações teóricas e modelos matemáticos são propostas não só para tratar estes problemas, mas também para contribuir, por meio do conhecimento gerado, como uma nova e promissora abordagem em aplicações práticas de modelos da DEA na estimação de Alvos e Medidas de Eficiência.

Assim esta tese revisa, e aprimora a avaliação realizada em Santos (2010), propondo um novo modelo JBN– DEA – BSC que é robusto e supera as limitações do método anterior. Acredita-se que este aprimoramento da técnica não só traga contribuições em aplicações para o setor de saúde como amplia a sua utilização para as mais diversas áreas do conhecimento.

Destaque-se que o estudo aqui apresentado inicialmente envolveu etapas de desenvolvimento de modelos preliminares para situações mais simples, de uso mais restrito, mas que, na sequência da pesquisa, serviram como base para conceber o modelo mais apropriado e realista com respeito ao objeto de estudo. Estes modelos preliminares já representam contribuições bastante promissoras e, após sua divulgação em evento científico, motivaram alguns autores a desenvolver outras aplicações práticas destes modelos preliminares no setor industrial brasileiro (SILVA; MARINS; SILVA, 2012).

Continuando a argumentação acerca da importância do novo modelo JBN-DEA-BSC aqui proposto, em Santos (2010) julgou-se apropriado utilizar o modelo DEA-BSC-AHP na avaliação do Sistema de Saúde, devido a três objetivos comuns que as organizações estão

tentando realizar e que o modelo propicia serem atingidos (EILAT; GOLANY; SHTUB, 2008):

1. Consecução estratégica de objetivos (ou consolidação de metas em termos de eficácia).
2. Otimizar o uso dos recursos na geração pretendida dos produtos ou serviços (consolidação de metas em termos de eficiência).
3. Obtenção de equilíbrio (equilíbrio de metas ou objetivos).

Conforme já foi apontado nas limitações encontradas em Santos (2010), e contrariando os argumentos de Eilat, Golant e Shtub (2008), o modelo DEA-BSC-AHP, desenvolvido naquela dissertação de mestrado, não contemplou de maneira efetiva estes três objetivos mencionados.

Para fazer frente a esta situação, nesta tese foi incorporada a abordagem sugerida por Amado, Santos e Marques (2012) que utiliza o BSC dentro de uma estrutura de modelos *Network-DEA*. Assim, sobretudo com o uso da função arbitragem de Nash integrada ao modelo *Network-DEA*, os três objetivos estratégicos mencionados por Eilat, Golant e Shtub (2008) ficam efetivamente atendidos.

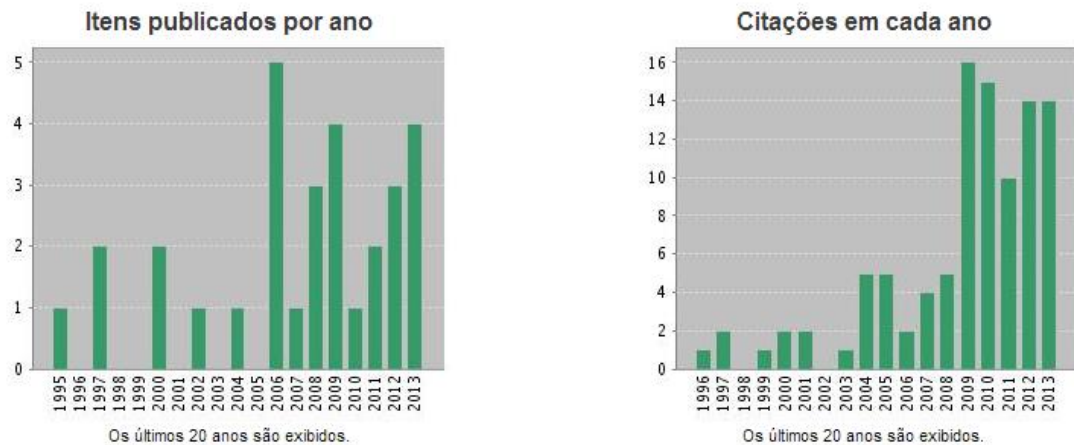
De fato, o modelo JBN-DEA-BSC proposto foca em um equilíbrio de metas para as medidas dentro da composição representativa e expressa em estágios da estrutura BSC, ou seja, processos interligados que representam a relação de causa e efeito de um conjunto de perspectivas com relação às demais. Como base da importância deste enfoque, podem ser citadas abordagens recentes de utilização dos Modelos da Barganha Cooperativa de Nash em conjunto com o método DEA, destacando-se como de interesse para esta tese:

- Wu, Liang e Yang (2009) propuseram uma melhoria na avaliação de desempenho num processo de barganha entre avaliação obtida pelo modelo DEA-CCR (Apêndice A) e a avaliação por meio da Eficiência Cruzada. (SEXTON; SILKMAN; HOGAN, 1986).
- Du *et al.* (2011) utilizaram a Teoria dos Jogos da Barganha no processo de avaliação de eficiência no modelo *Network-DEA* com dois estágios, onde a medida global de eficiência é obtida por meio de medidas parciais de eficiência barganhada em cada um dos dois estágios de uma unidade produtiva.

Neste trabalho, tanto os modelos preliminares como o modelo final propostos, diferentemente das abordagens citadas, não foca na medida de desempenho, mas nas projeções dos Alvos, pois se entendeu que é mais interessante apontar as oportunidades de melhoria de cada DMU do que simplesmente identificar o grau de ineficiência de cada DMU.

Nota-se, ainda, que apesar das vantagens já apontadas com relação à integração da Teoria dos Jogos aos modelos da DEA, relativamente são poucos os trabalhos disponíveis, sendo que nos últimos 20 anos foram encontrados apenas 30 trabalhos publicados, segundo a Base de Dados “*Isis Web of Knowledge*”. Entretanto o número de citações de artigos, que envolvem DEA e *Game Theory* como palavras chaves, já atingem 99 citações de 1996 até agosto de 2013, conforme ilustrado na Figura 2.

Figura 2- Relação de Itens publicados e Citações em cada ano para “*Game Theory*”.



Fonte: *Isis Web of Knowledge* (acesso em 18/08/2013).

A abordagem descrita nesta tese combina três métodos, DEA, BSC e Teoria dos Jogos, sendo que se pode justificar o uso de multimetodologia como sendo uma melhor maneira de capturar a complexidade dos problemas do mundo real, conforme Mingers e Brocklesby (1997). Segundo Amado, Santos e Marques (2012), a utilização de múltiplos modelos

interconectados em série, conforme os princípios ou conceitos de *Network* DEA, podem capturar melhor a dinâmica dos processos e subprocessos de produção.

O modelo aqui proposto é promissor e poderá servir de base na formulação de diretrizes de Avaliação, Planejamento e Controle da Gestão Pública de Saúde. E, por fim, embora este trabalho tenha tido como foco os serviços de atendimento de saúde como objeto de estudo, a extensão aqui proposta, da modelagem em DEA, representa uma contribuição importante para aumentar a flexibilidade das análises e torná-la mais prática, do ponto de vista do decisor.

1.4 CLASSIFICAÇÃO E ETAPAS DA PESQUISA

Conforme Gil (2002), com respeito a sua natureza, esta pesquisa se caracteriza como uma pesquisa aplicada, pois objetiva gerar conhecimentos para a aplicação na Gestão do Sistema de Saúde, envolvendo interesses locais (município de Guaratinguetá).

Quanto aos objetivos da pesquisa, ela pode ser classificada como normativa, pois visa o desenvolvimento de políticas, estratégias e ações para aperfeiçoar os resultados disponíveis de forma a encontrar uma solução ótima por meio da comparação de várias estratégias relativas a um problema específico (BERTRAND; FRANSOO, 2002).

Com respeito à abordagem adotada, esta pesquisa apresenta aspectos quantitativos, buscando traduzir em números as opiniões e informações a respeito dos diversos aspectos dos serviços de atendimento dos postos de saúde de Guaratinguetá, de maneira que se pudesse classificar e analisar os dados levantados com técnicas estatísticas convencionais.

Com relação aos procedimentos técnicos utilizados, a pesquisa envolveu etapas de *survey* e modelagem, tendo requerido o uso de técnicas padronizadas de coleta de dados: aplicação de questionário e observação sistemática. As variáveis dos modelos da DEA desenvolvidos foram obtidas a partir de pesquisa de satisfação dos pacientes nas Unidades Básicas de Saúde, de dados oriundos do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística e também da própria Secretaria de Saúde da cidade estudada. Foram também úteis modelos da Programação Não Linear (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

As etapas da aplicação do método proposto, com o modelo JBN-DEA-BSC estão resumidos a seguir, sendo detalhados no Capítulo 3.

Para esta nova abordagem, tomou-se o cuidado de ser mais meticoloso no tratamento dos dados utilizados em Santos (2010) que passaram por uma nova seleção. Desta maneira, por exemplo, valores numéricos relativos foram tratados com uma modelagem matemática mais adequada e indicada por (EMROUZNEJAD; AMIN, 2009).

Além do mais, para tornar a avaliação mais consistente, nesta tese, em especial, buscou-se selecionar apenas os dados para os serviços de Clínica Geral. Acredita-se que a Clínica Geral seja o serviço médico mais representativo da Atenção Básica de Saúde, pois a capacitação pessoal dos clínicos gerais consiste em uma formação geral e abrangente para atender as situações mais prevalentes na população (os problemas de saúde mais frequentes).

Em seguida, com base no grau de importância relativa das perspectivas e dos indicadores, utilizou-se o modelo DEA sob a orientação do sistema BSC para comparar os níveis de serviço de estruturas organizacionais e de desenvolvimento e motivação do capital humano associados com os recursos consumidos em cada especialidade médica em relação às especialidades médicas *benchmarks* (eficientes).

Na Figura 3, estão ilustradas as etapas da pesquisa desta tese.

Figura 3-Etapas da pesquisa.



Fonte: Do autor.

Conforme o que está ilustrado na Figura 3, as etapas da pesquisa foram:

1ª etapa - realização de uma pesquisa bibliográfica teórica preliminar, que foi aprofundada no decorrer do trabalho;

2ª etapa - realização de reuniões com a Secretaria da Saúde para a apresentação da proposta de avaliação e definição de detalhes do projeto como o que deveria ser realizado ou coletado para a avaliação do desempenho das UBS;

3ª etapa - uma vez definido o que era mais relevante para ser coletado, partiu-se para aplicações de questionários (pesquisa do tipo *survey*) nas UBS disponíveis no município de Guaratinguetá, além de obter outros dados relacionados com os gastos com despesas e número de funcionários fornecidos pela própria Secretaria da Saúde;

4ª etapa - definição das DMUs como sendo os serviços de Clínica Geral, muito embora, inicialmente, tenha sido definida e considerada como coerente pela Secretária de Saúde, e seus consultores diretos, a avaliação do atendimento básico de saúde por meio da comparação de três especialidades médicas (Clínica Geral, Pediatria e Ginecologia); que foram consideradas como atividades próximas em utilização de recursos, diferenciando-se apenas em níveis de serviços. Portanto, para esta tese, com o cuidado de ser mais minucioso com os requisitos de aplicação do modelo, só foram comparados os desempenhos dos serviços de Clínica Geral;

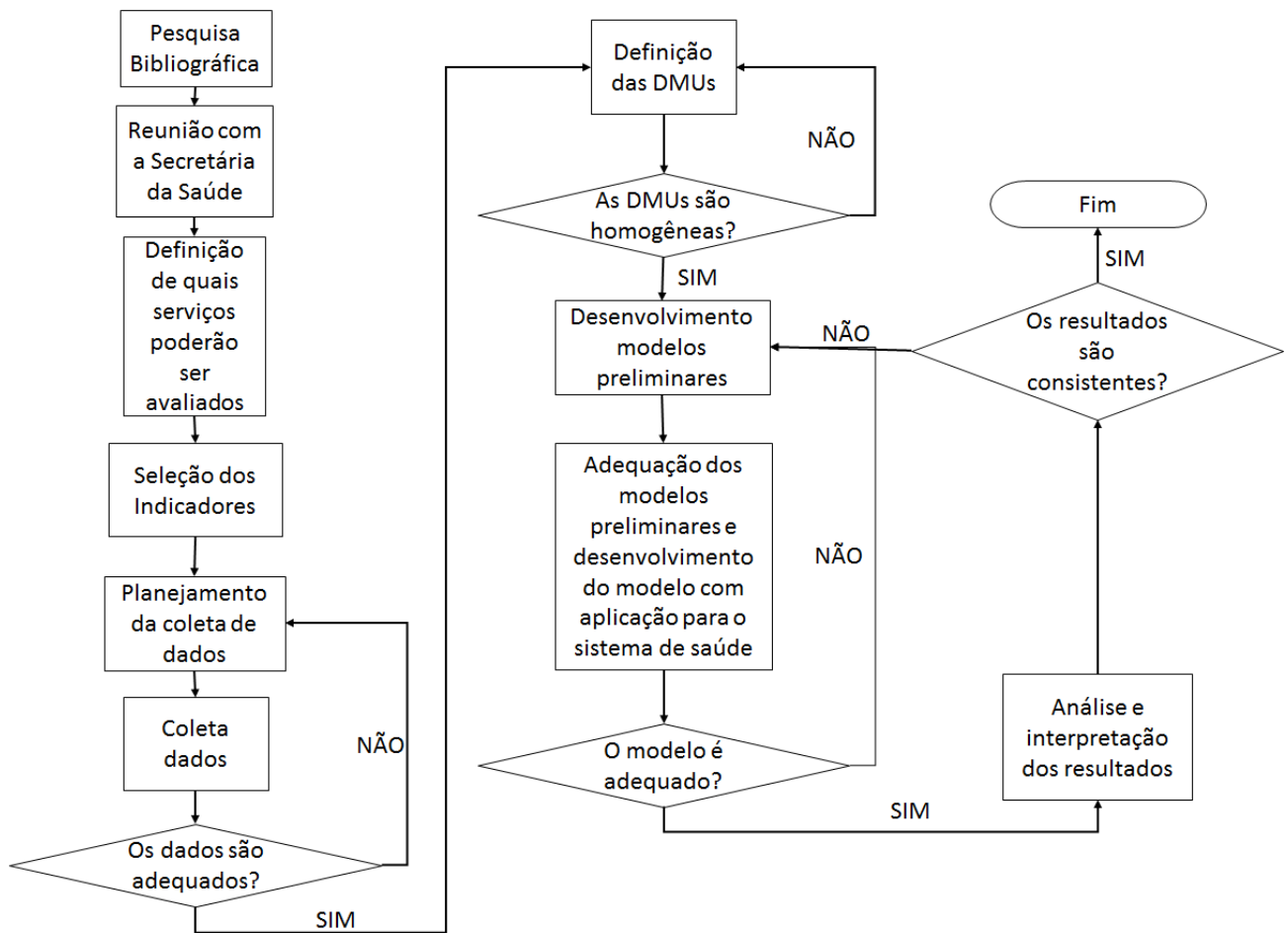
5ª etapa - foram formulados modelos preliminares antes de formular o modelo mais geral para aplicação na situação da saúde pública, visando assim, por etapas, superar as limitações matemáticas impostas dos métodos convencionais como os propostos em Santos (2010), ou às situações em avaliações de desempenho de uma maneira geral;

6ª etapa - foi desenvolvido o modelo final, aplicando-se aos dados de serviços de clínica-geral disponíveis;

7ª etapa - por fim, com os resultados obtidos por meio da aplicação do modelo final, foram feitas as análises e as interpretações dos resultados, evidenciando assim tanto as vantagens da abordagem adotada às potenciais outras aplicações de uma maneira geral, bem como as suas vantagens em relação a outras abordagens já desenvolvidas.

Todas estas sete etapas podem ser mais bem descritas (incluindo as decisões necessárias para a condução da pesquisa) por meio do fluxograma ilustrado na Figura 4 .

Figura 4-Fases da pesquisa.



Fonte: Do autor

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta tese está organizada em mais cinco capítulos, além deste introdutório, como segue:

Capítulo 2 - apresenta o Referencial Teórico que fundamentou o desenvolvimento dos modelos preliminares e final propostos.

Capítulo 3 - descreve os Materiais e Métodos de Pesquisa.

Capítulo 4 - mostra os Modelos preliminares desenvolvidos e o Modelo JBN-DEA-BSC

Capítulo 5 – descreve o Modelo –JBN-DEA-BSC aplicado na situação do sistema de saúde pública

Capítulo 6 - são apresentadas as conclusões bem como as sugestões para trabalhos futuros.

Na sequência são apresentadas as referências bibliográficas utilizadas e citadas no texto. Nos Apêndices A, B e C, estão, respectivamente, os conceitos básicos da DEA, da Otimização Convexa e do Alfa de Cronbach e, finalmente, no Anexo A estão os dados brutos relativos aos gastos nas UBS da cidade de Guaratinguetá – SP que foram utilizados na aplicação do modelo JBN-DEA-BSC.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo são apresentados os principais conceitos, definições e resultados que embasaram o desenvolvimento dos modelos preliminares e final desta tese. O conteúdo deste capítulo é complementado pelo que está disposto no Apêndice A. Procurou-se inserir os conceitos do ponto de vista de um sistema de saúde pública, que é o foco deste trabalho.

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Passa-se agora nesta seção a discutir alguns trabalhos recentes que utilizam a abordagem DEA e o modelo da Barganha de Nash.

Wu *et al.* (2009) utilizaram o modelo da Barganha de Nash para aprimorar o método de avaliação da eficiência cruzada para os modelos DEA CCR (Retorno Constante de Escala).

O Método de avaliação da eficiência cruzada é uma abordagem para melhorar a discriminação no *ranking* das DMU avaliadas. O método consiste em, utilizando o modelo dos multiplicadores, estimar as eficiências de cada DMU por meio dos pesos de importância relativa calculado segundo o ponto de vista de cada DMU avaliada. Assim se há n DMUs, para cada DMU têm-se n medidas de eficiências. A medida de eficiência cruzada para cada DMU seria a média aritmética simples destas n medidas de eficiência.

Wu *et al.* (2009) utilizaram a função arbitragem de Nash para negociar qual seria a melhor classificação de eficiência obtida entre as DMU (jogadores), partindo como ponto de desacordo da medida obtida pela abordagem convencional que é o modelo DEA CCR padrão e a abordagem obtida pela eficiência cruzada.

Um ponto negativo do trabalho de Wu *et al.* (2009) é que o modelo proposto por eles não é um modelo de Programação Não-Linear Convexa, o que acrescenta dificuldades para a sua resolução. Eles apresentam um caso em que aplicaram o método para selecionar projetos de Pesquisa & Desenvolvimento em um portfólio contendo cerca de trinta e sete projetos (considerados como DMUs).

Como o modelo de Wu *et al.* (2009) não é um modelo de Programação Não-Linear Convexa, os autores deveriam descrever pelo menos um algoritmo eficaz para solução deste modelo, o que não aconteceu. Um modelo equivalente na forma de um modelo de Programação Não-Linear Convexa poderia ser desenvolvido para situação tratada por Wu *et al.* (2009), conforme será apresentado no Capítulo 4, na Seção 4.1, que é uma das contribuições desta tese.

Outro trabalho interessante é o de Du *et al.* (2011) que propuseram utilizar a função arbitragem de Nash para negociar as medidas de eficiência dentro de dois estágios interligados em série em uma abordagem *Network* DEA. Neste caso, tem-se um caso bastante comum, em que os *outputs* do primeiro estágio são medidas intermediárias e que se tornam os *inputs* para o segundo estágio. Neste trabalho tem-se uma estrutura em série com dois estágios tal que cada processo compete para maximizar a sua eficiência, podendo-se utilizar o modelo da Barganha de Nash para se obter as duas medidas de eficiência de cada estágio.

No trabalho de Du *et al.* (2011), o modelo da Barganha de Nash é desenvolvido para a situação onde se considera retorno constante de escala e sua aplicação é demonstrada com dois grupos de dados provenientes de duas situações reais: a primeira para avaliar trinta bancos comerciais dos EUA e a segunda para avaliar vinte e quatro companhias de seguro tailandesas.

O modelo desenvolvido por Du *et al.* (2011) não está na forma de um Modelo de Programação Não-linear Convexa, mas eles propõem um algoritmo bem simples para resolver este problema. O algoritmo proposto por Du *et al.* (2011) consiste em se fixar um determinado valor pequeno para uma das variáveis correspondentes à medida de eficiência do primeiro estágio, tornando, assim, o modelo linear que, em seguida, é resolvido pelo Método Simplex (HILLIER; LIEBERMAN, 2013). Após esta etapa, incrementa-se de 0,0001 o valor da variável correspondente à medida de eficiência do primeiro estágio e se repete o processo até que a variável correspondente atinja o valor maior ou igual a um. A partir da população de soluções geradas por este procedimento, escolhe-se como a solução ótima aquela correspondente ao maior valor associado para a função objetivo. O procedimento proposto por

Du *et al.* (2011) encontrou excelentes aplicações para o sistema de avaliação de desempenho dos Centros de Saúde do Teerã (REZAAE; MOINI; ASGARI, 2012).

Este algoritmo (DU *et al.*, 2011) foi testado pelo autor desta tese e demonstrou não ser eficiente, pois para cada DMU, este procedimento, programado em VBA do Excel, demorava de 30 minutos a uma hora para obter a solução. A ideia aqui proposta foi a de aplicar a função logaritmo na função objetivo obtendo-se um modelo equivalente na forma convexa. Esta também é uma das contribuições desta tese em que propõe um procedimento para adaptar o modelo para uma forma convexa equivalente, o que se demonstrou eficiente e eficaz. Foi utilizado o método do Gradiente Reduzido Generalizado, incorporado no Solver do Excel®, e para situações descritas por Du *et al.* (2011) o tempo de resolução se reduziu a frações de segundos.

Rezaee, Moini e Makui (2012) desenvolveram uma nova abordagem para avaliar Usinas Termoelétricas Iranianas. No estudo, definiram-se duas categorias de *inputs*, operacionais e não operacionais, para medir o desempenho de vinte e quatro usinas termoelétricas iranianas, explorando assim duas medidas de eficiências separadas e combinadas em uma estrutura unificada. Estes autores argumentaram que o método DEA convencional é benevolente na hora de discriminar as DMU por classificação de eficiência, podendo os escores de eficiência não ser significativos, principalmente quando o número de DMUs não é suficientemente grande. Neste trabalho uma nova abordagem é apresentada com base na DEA e na Teoria dos Jogos da Barganha (NASH, 1950) para avaliar uma DMU adotando-se uma escala especial de medidas, combinando-se o Jogo da Barganha de Nash, como um modelo cooperativo, e os modelos de DEA convencionais.

Rezaee, Moini e Makui (2012) aplicaram a função arbitragem de Nash para obter a melhor relação de compromisso entre a classificação de eficiência, que considera os *inputs* não operacionais, e a classificação de eficiência que considera os *inputs* operacionais. O ponto de desacordo foi estimado a partir da abordagem de eficiência cruzada. Um ponto positivo desta pesquisa é que, para o modelo não linear desenvolvido, demonstrou-se que cada solução ótima local, obtida pelo modelo, também é uma solução ótima global.

Já Naini, Moini e Rezaee (2013) desenvolveram um modelo baseado no Jogo da Barganha de Nash para avaliar dois estágios em paralelo, com *inputs* compartilhados em uma abordagem *Network DEA*. A situação tratada consistiu de uma estrutura de processos em que os *outputs* do primeiro estágio se tornam *inputs* a serem compartilhados por dois estágios subsequentes em paralelo. A função de Nash neste caso é aplicada para negociar a eficiência nestes dois estágios que estão em paralelo e compartilham um mesmo conjunto de *inputs*. Esta abordagem foi aplicada a duas situações reais, uma para avaliar o desempenho de trinta e cinco agências bancárias e outra para avaliar vinte usinas de energia elétrica iranianas.

Wu *et al.* (2013) apresentaram uma abordagem DEA para redução justa e realocação de licenças de emissão de carbono. O modelo DEA desenvolvido baseou-se na ideia que, de acordo com seus níveis de eco eficiência e emissão atual das DMU, as DMUs (os países) competem entre si para obter uma menor quantidade de emissão de gases por meio da introdução de um jogo de barganha; por outro lado, uma autoridade centralizada pode melhorar a eficiência global realocando as licenças restantes de emissão. A abordagem foi aplicada sobre um conjunto de dados de emissões de gases de efeito estufa agrícolas dos quinze membros da União Europeia. Com a utilização da função arbitragem de Nash, os resultados mostraram que o mecanismo de redução e redistribuição é justo, beneficiando os países que trabalham na operação de escala ótima, enquanto pune aqueles que não conseguem operar na escala ótima.

Outro trabalho bastante interessante é o de Yang e Morita (2013) que focaram no estudo da melhoria dos sistemas bancários de sessenta e cinco bancos japoneses do ponto de vista de diferentes perspectivas (Acionistas, Clientes, Gestão e Empregado). Para cada perspectiva, há diferentes definições de *inputs* e *outputs* de acordo com os vários atributos do sistema bancário. Utilizou-se o DEA e o Modelo da Barganha de Nash nos dados disponíveis com o objetivo de atender a dois objetivos específicos: certificar que uma classificação do nível de ineficiência de um banco seja um Ótimo de Pareto (MARLER; ARORA, 2009), conforme as múltiplas perspectivas, o que pode evitar o descontentamento de algumas perspectivas; e melhorar os desempenhos dos bancos por meio da alteração de seus atributos, além de fornecer

vários esquemas de melhoria para os tomadores de decisão. Os resultados obtidos demonstraram que é possível chegar a uma solução equilibrada para as várias perspectivas.

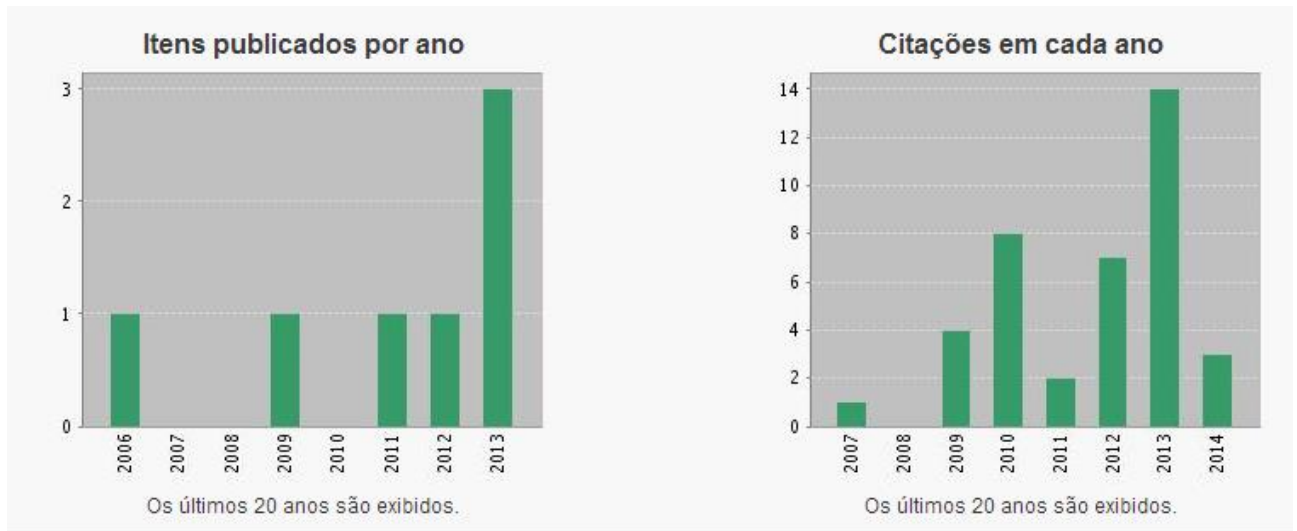
Um dos aspectos mais importante da pesquisa de Yang e Morita (2013), foi levado em consideração nesta tese, foi o fato de que, para diferentes perspectivas do BSC, há diferentes definições de *outputs* e *inputs*. Só que, diferentemente de Yang e Morita (2013), nesta tese, diferentes estágios dentro do esquema *Network* DEA passam a ter diferentes definições de *outputs* e *inputs*, sendo que para cada estágio há um processo de causa (*inputs*) e efeito (*outputs*). Portanto, nesta tese, relacionam-se pelo menos duas perspectivas do BSC, em cada estágio, para descrever uma relação de causa e efeito entre as perspectivas.

Assim, aproveitando a ideia de Amado, Santos e Marques (2012), em que ao integrar o conceito de BSC no esquema de *Network* DEA, ao invés de representar cada perspectiva como um estágio (ou processo), optou-se, aqui, em atribuir pelo menos duas perspectivas para cada estágio (processo), sendo que cada perspectiva estará presente em pelo menos dois estágios. Ressalte-se que esta é mais uma contribuição científica desta tese, pois o esquema *Network* DEA para a incorporação do conceito BSC explicita melhor a relação de causa e efeito entre as perspectivas do BSC do que aquela proposta por Amado, Santos e Marques (2012).

Dando continuidade a revisão bibliográfica sobre as abordagens que envolvem Problema da Barganha de Nash e DEA, cita-se, por fim, o trabalho de Wang e Li (2014) que fizeram uso da abordagem inicialmente proposta por Wu *et al.* (2009) para avaliar o desempenho de dezoito fornecedores com a finalidade de selecioná-los; isto é, utilizaram a função arbitragem de Nash para obter uma classificação de eficiência Pareto Ótima por meio da negociação entre a classificação obtida pelo Modelo DEA-CCR e o Modelo de Eficiência Cruzada.

De acordo com a base de dados da *Web of Science* (disponível em 09/04/2014), na Figura 5 estão os artigos publicados por ano e as citações em cada ano, envolvendo as palavras chaves *Nash Bargaining* e DEA.

Figura 5-Relação de itens publicados por ano e citações em cada ano envolvendo as palavras chaves *Nash Bargaining* e DEA.



Fonte: *Isis Web of Knowledge* (acesso em 09/04/2014).

Note-se que, de acordo com a Figura 5, o número de abordagens desenvolvidas que incorporam o Problema da Barganha de Nash e os modelos de DEA não é alto, mas o número de citações associadas evidenciam o interesse e a importância destas aplicações para comunidade científica.

Vale ressaltar que o foco desta tese é diferente das abordagens encontradas na literatura, e segue uma linha ainda pouco explorada, que é utilizar a DEA como um método para estimar Metas por meio dos Alvos.

O que é bastante comum é focar na melhoria dos escores de eficiência obtidos pelo método DEA, mas esta tese resgata uma linha de pensamento lançada por Cooper (2006) que relaciona a DEA com a *Goal Programming*. Para Cooper (2006, p.9) a DEA é um modelo promissor para estimar as Metas dentro de uma estrutura do BSC.

O *Goal Programming* ou programação por metas é uma extensão da programação linear cujos os modelos permitem estabelecer múltiplos objetivos por meio de metas desejáveis a serem alcançadas. O fundamento do *Goal Programming* consiste em minimizar os desvios

entre a meta a ser estimada e a meta desejável com base em uma prioridade pré-estabelecida pelos decisores (COOPER, 2006).

A abordagem mais recente encontrada nesta revisão bibliográfica, que envolve os conceitos de *Goal Programming* e DEA para estimação de Metas, foi adotada por Stewart (2010), que afirmou que os modelos DEA são altamente sensíveis ao efeito da incomensurabilidade. Deste fato surgiu a motivação de, nesta tese, aplicar a função arbitragem de Nash para as metas obtidas pelo modelo DEA, que é a maior contribuição científica deste trabalho, superando o problema da incomensurabilidade.

O problema da incomensurabilidade passa despercebido para a maioria dos pesquisadores uma vez que modelos da DEA para estimar Metas não são muito explorados. Esta tese resgata a abordagem de Medida de Eficiência Generalizada (*Generalized Efficiency Measure - GEM*), proposta por Cooper, Park e Pastor (1999), e demonstrou-se que a GEM, obtida sobre o pressuposto de retorno variável de escala, é invariante quanto às transformações lineares, o que supera o problema da incomensurabilidade.

Nota-se, pelas poucas publicações encontradas, que a GEM não é uma medida de eficiência comumente adotada, mas espera-se que os resultados aqui obtidos possam motivar um número maior de pesquisadores a utilizá-la como argumento para obter-se uma medida de desempenho robusta, no sentido que esta não sofra variações quanto às transformações lineares, eventualmente incidentes sobre os dados do problema.

Um trabalho interessante é o de Kozreff Filho e Milioni (2004), onde os autores propuseram um método para estimativa de metas por meio da DEA. O método se baseia numa fronteira de eficiência idealizada que tem a forma de um arco de circunferência. Uma importante observação é que estes autores consideraram dados escalonados, ou seja, o maior valor no conjunto de dados, para qualquer tipo de *input/output*, foi admitido como sendo igual a 1, uma vez que a forma da fronteira é sensível quanto às diversas dimensões de medidas. Observe-se que o método proposto nesta tese torna o modelo DEA invariante quanto às diversas dimensões de medidas.

2.2 BALANCED SCORECARD

O *Balanced Scorecard* (BSC), proposto por Kaplan e Norton (1992), é um sistema de gerenciamento estratégico orientado para ampliar a visão de sistemas de controle tradicionais, traçando perspectivas que se relacionam entre si, e possibilita visualizar, de forma global, os impactos que cada informação referente a uma determinada perspectiva oferece a outra.

O BSC se estrutura em quatro perspectivas, conforme ilustrado na Figura 6, associadas à área Financeira, do Cliente, dos Processos Internos e da Aprendizagem & Crescimento. Para cada perspectiva podem ser definidos objetivos, indicadores, metas e iniciativas. Esses indicadores são interligados pelos chamados Mapas Estratégicos (KAPLAN; NORTON, 2000) que permitem gerar um Plano de Ação adequado e balanceado para o atendimento das metas das quatro perspectivas consideradas.

As quatro perspectivas sugeridas pelo BSC abordam os seguintes aspectos:

- A Perspectiva Financeira trata das necessidades de satisfação dos acionistas e de geração de fluxo de caixa, procurando direcionar o melhor uso do capital para geração da receita minimizando os custos envolvidos. Segundo Pedro (2004), os indicadores financeiros em organizações sem fins lucrativos, como é o caso do setor público, podem ser vistos como facilitadores para o sucesso dos clientes, ou como limitações as quais a organização deve operar.

Figura 6-A estrutura do BSC



Fonte: Adaptado de Kaplan e Norton (1996)

- A Perspectiva dos Clientes (ou do Mercado) trata dos indicadores relacionados à principal fonte de receita de uma organização privada que é o cliente, por meio da análise da imagem, relacionamento, qualidade, função e prazo. Por meio da análise desta perspectiva tenta-se oferecer valor aos clientes de forma a garantir a obtenção de resultados financeiros. Já para o caso do setor público a perspectiva do cliente surge da Missão e não da captação de recursos financeiros, busca-se assim determinar por meio da avaliação dos seus indicadores qual a melhor forma de satisfazer a quem serve (cidadãos) de maneira a concretizar a sua Missão.
- A Perspectiva dos Processos Internos trata de indicadores que identificam processos internos que direcionam valor ao cliente. Estes indicadores devem apontar as oportunidades de melhoria das estruturas organizacionais internas para alcançar a excelência. Os processos escolhidos derivam normalmente dos objetivos e indicadores escolhidos na perspectiva cliente. Por exemplo, se quiser atuar de forma a melhorar a satisfação do paciente em sistemas de saúde pode ser útil identificar quanto tempo os clientes estão levando para serem atendidos.

- A Perspectiva de Aprendizagem e Crescimento trata dos indicadores relacionados com a qualificação da equipe, a adequada infraestrutura de trabalho e os aspectos motivacionais dos recursos humanos empregados. O êxito no aperfeiçoamento dos processos internos depende da habilidade e da motivação dos funcionários além das ferramentas utilizadas que dão suporte as suas atividades. Funcionários competentes, motivados e operando com ferramentas adequadas dentro de um clima organizacional que garanta padrões de qualidades de vida no trabalho são elementos que dão sustentabilidade a melhoria contínua em direção ao sucesso dos clientes, cidadãos no caso do setor público, ou a realização de sua Missão sem deixar de respeitar as restrições financeiras.

Segundo Pedro (2004, p.16), “As perspectivas do BSC estão todas interligadas, nenhuma pode ser vista de forma independente e a ordem é relevante. Mostram o desempenho e os resultados em toda a organização”. Sendo assim, o BSC mede o balanceamento destas quatro perspectivas.

Alguns conceitos importantes para o BSC são:

- Objetivos são os resultados mensuráveis que se pretende atingir.
- Indicadores servem para medir e monitorar (controlar) o cumprimento dos objetivos.
- Metas são os objetivos expressos em valores, ou seja, elas são os valores que se almeja obter dos indicadores em um determinado tempo.
- Iniciativa é o conjunto de ações necessárias para que se viabilize o alcance dos resultados na prática.

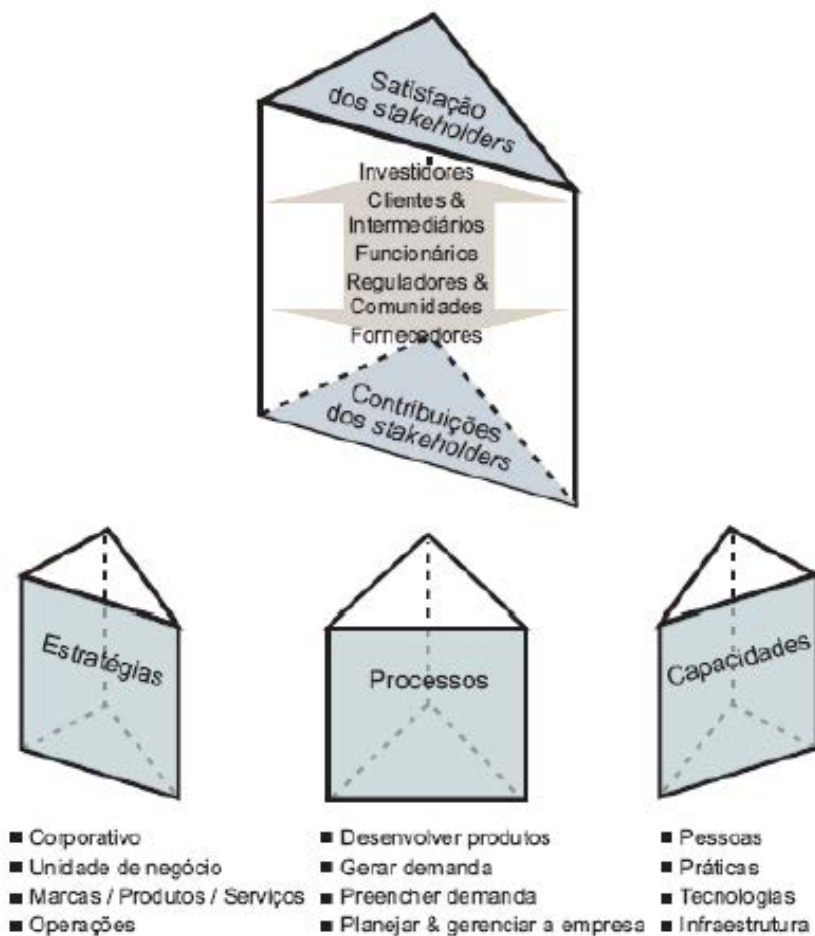
Outro conceito inovador, e que oferece uma estrutura conveniente para avaliar o desempenho estratégico, é o *Performance Prism*, conforme proposto por Adams e Neely (2000) e Neely, Adams e Crowe (2001).

O *Performance Prism*, como um sistema de avaliação da gestão organizacional de segunda geração, atua de duas formas: considera-se quais as necessidades dos *stakeholders* (partes interessadas: investidores, clientes, intermediários, empregados, fornecedores, agentes

reguladores e comunidade) e o que eles querem, e reciprocamente, o que a organização quer e necessita dos seus *stakeholders*.

O modelo do *Performance Prism* está estruturado conforme um desenho de um prisma (ver a Figura 7) cujas cinco faces mostram os critérios de avaliação de desempenho: satisfação dos *stakeholders*, estratégias, processos, capacidades e contribuições dos *stakeholders*.

Figura 7-Estrutura do *Performance Prism*. Fonte: Adaptado de Neely, Adams e Crowe (2001).



Fonte: Adaptado de Neely, Adams e Crowe (2001).

Conforme a Figura 7, tem-se que no topo e na parte inferior do prisma são apresentados, respectivamente, as perspectivas de satisfação dos *stakeholders* e de contribuições dos *stakeholders*. Já as três faces laterais representam as estratégias, os processos e as capacidades.

A disposição destas cinco perspectivas é em função da necessidade das organizações alcançarem o sucesso, o que só ocorre com a satisfação dos seus *stakeholders*. Assim sendo, para atender os *stakeholders* é preciso estabelecer boas estratégias, contudo, para pôr em prática as estratégias traçadas é necessário que a empresa possua processos adequados. Por sua vez, para a organização possuir processos adequados é preciso que haja capacidade para executar estes processos. E finalmente, a empresa deve estabelecer as contribuições que se espera dos seus *stakeholders* para que a organização seja bem sucedida.

Tanto o BSC como o *Performance Prism* são sistemas de gestão estratégica voltados para mensuração do desempenho organizacional, sendo que ambos possuem indicadores de natureza financeira e não-financeira.

Há uma convergência parcial entre o BSC e o *Performance Prism* pois, muito embora o BSC possua quatro perspectivas e o *Performance Prism* cinco, pode-se dizer que as perspectivas de processos internos e de aprendizagem e crescimento do BSC são semelhantes às facetas dos processos e das capacidades do *Performance Prism*.

A divergência basicamente entre os dois sistemas está no enfoque, enquanto no *Performance Prism* são levadas em consideração as necessidades e contribuições do *stakeholders*, o BSC tem foco nos acionistas (perspectiva do financeira) e nos clientes.

Outra principal divergência é quanto à definição da estratégia e dos indicadores: enquanto no BSC tem-se a estratégia pré-definida e formulada antes mesmo de projetar um conjunto de medidas de desempenho, no *Performance Prism* a estratégia da empresa é formulada por último, depois de serem definidos os indicadores. Dada esta condição, uma vez que certas políticas e diretrizes já são pré-definidas como estratégias pelo Ministério da Saúde, julgou-se mais conveniente para situação estudada, aplicar o BSC ao invés do *Performance Prism*.

2.3 A ANÁLISE POR ENVOLTÓRIA DE DADOS

Segundo Lins e Calôba (2006), a Análise por Envoltória de Dados (DEA – *Data Envelopment Analysis*) surgiu com a tese de Ph.D. de Edward Rhodes, sob a orientação de W.W. Cooper, que buscou desenvolver um método para comparar a eficiência de escolas públicas. Rhodes definiu cada escola como sendo uma unidade produtiva, ou Unidades Tomadoras de Decisão (DMU - *Decision Making Unit*), com as saídas (*outputs*) do sistema de ensino dadas por: escores aritméticos; melhoria de autoestima, medida em testes psicológicos e habilidade psicomotora. Estas saídas consumiam recursos (*inputs*) considerados como sendo: número de professores-hora e tempo gasto pela mãe em leituras com o filho.

O objetivo de Rhodes foi desenvolver um modelo para estimar a eficiência técnica sem recorrer ao arbítrio de pesos ou coeficientes de importância para cada variável (*input* ou *output*), e sem converter todas as variáveis em uma única base comparável como, por exemplo, valores econômicos. Deste modo surgiu o primeiro modelo clássico da DEA que ficou conhecido como modelo DEA-CCR em homenagem aos seus autores (CHARNES; COOPER; RHODES, 1978). Este modelo está descrito em detalhes no Apêndice A.

Banker, Charnes e Cooper (1984) propuseram alterações no modelo DEA-CCR para permitir considerar os retornos variáveis de escala. Este novo modelo ficou conhecido como modelo DEA-BCC, também em homenagem aos seus autores (BANKER; CHARNES; COOPER, 1984). Este modelo está descrito em detalhes no Apêndice A.

Debreu (1951) fez uma abordagem analítica rigorosa aplicada à medida da eficiência na produção. Sua definição para a eficiência técnica é que um vetor (*input-output*) é tecnicamente eficiente se e somente se:

- Nenhuma das variáveis *outputs* seja aumentada sem que algum outro *output* necessite ser reduzido ou algum *input* precise ser aumentado.

- Nenhuma das variáveis *inputs* pode ser reduzida sem que algum outro *input* seja aumentado ou algum *output* seja reduzido.

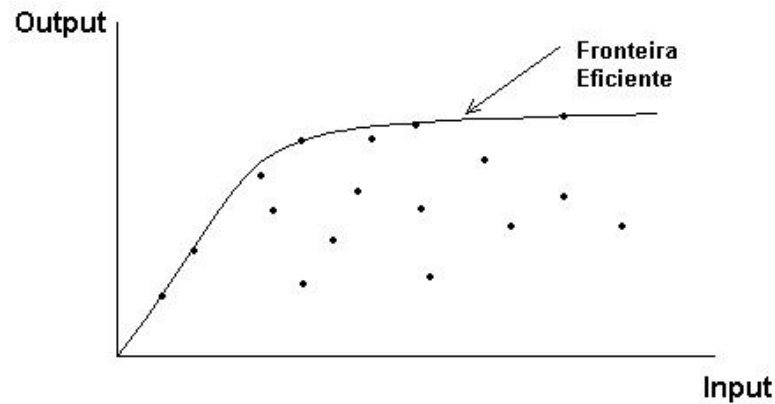
Charnes, Cooper e Rhodes (1978) ressaltaram que a eficiência é um conceito relativo, ou seja, a eficiência de 100% é atingida por uma unidade quando comparadas com outras unidades não demonstrar evidência de ineficiência no uso de *input* ou *output*. Em outras palavras, as DMUs que obtiverem os melhores desempenhos em relação aos demais serão consideradas eficientes, mas não quer dizer que necessariamente sejam eficientes em termos absolutos.

O conceito de eficiência técnica relativa permite diferenciar entre estados de produção eficientes e ineficientes, mas não admite medir o grau de eficiência, ou ineficiência de um vetor (formado por um conjunto de variáveis de *input* ou de *output*), ou identificar um vetor, ou uma combinação de vetores eficientes com os quais se pode comparar um vetor ineficiente.

A DEA baseia-se em modelos de Programação Matemática (de Programação Linear e Não-Linear) sendo, particularmente um procedimento não-paramétrico. A DEA tem o objetivo de avaliar comparativamente e, relativamente, as eficiências das DMUs, quando a presença de múltiplas entradas e múltiplas saídas torna difícil a comparação (MELLO *et al.*, 2005; VILELA, 2004). Usa-se falar eficiência relativa, pois as medições desse método baseiam-se na comparação relativa de unidades, ou centros de tomada de decisão, com outras consideradas como referências (*benchmarks*).

Casa Nova (2002), por sua vez, define DEA como sendo a construção de uma curva de eficiência (ou de máxima produtividade) considerando a relação ótima entre insumos e produtos. Essa curva pode ser definida como uma fronteira de eficiência. Assim, as DMUs comparadas que são eficientes estarão nessa curva enquanto as ineficientes se localizarão abaixo dela. A fronteira de eficiência (Figura 8) fornece os parâmetros para que uma DMU ineficiente se torne eficiente.

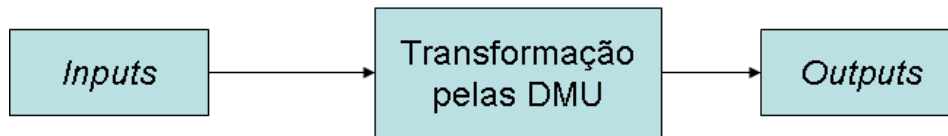
Figura 8-Fronteira eficiente de produção das DMUs.



Fonte: Adaptado de Casa Nova, (2002).

Usualmente as DMUs analisadas são caracterizadas por um vetor de múltiplas entradas (*inputs*) e saídas (*outputs*) conforme ilustrado na Figura 9.

Figura 9-Transformação pelas DMUs de entradas em saídas



Fonte: Adaptado de Thanassoulis (2003).

A necessidade de avaliar o Atendimento Básico de Saúde tem resultado no desenvolvimento de indicadores quantitativos e qualitativos de desempenho. No entanto, dependendo de quais são os indicadores examinados, pode-se chegar a diferentes conclusões. Além disso, embora o desempenho e as economias de escalas estejam muito relacionados, em geral têm sido examinados separadamente na literatura disponível. Nesse sentido, muitos trabalhos têm investigado dois importantes aspectos:

- O relacionamento entre as duas dimensões básicas de desempenho: eficiência e eficácia.
- O relacionamento entre desempenho e economias de escalas.

De acordo com Charnes, Cooper e Rhodes (1978) e Thanassoulis (2003), algumas vantagens da aplicação de DEA com relação a outros modelos são:

- Permitir trabalhar com modelos de múltiplas entradas e saídas com variadas unidades de medidas, Exemplos: \$, %, quantidade.
- As DMUs são comparadas diretamente com outra DMU ou com uma combinação delas.
- Considera a possibilidade de que DMUs *outliers* não representem apenas desvios em relação ao comportamento médio, mas possam ser possíveis *benchmarks*. Em suma, as características principais de DEA são (COOPER; SEIFORD; TONE, 2000):
- Difere dos métodos baseados em avaliações puramente econômicas.
- Estabelece índices de eficiência baseados em dados reais.
- Otimiza cada observação individual com o objetivo de determinar uma fronteira linear por partes (Modelo DEA-CCR).
- Não necessita que os insumos e produtos sejam transformados em uma única unidade de medida.
- Possibilita a identificação do nível de ineficiência de cada DMU.
- Permite a identificação de DMU eficientes que são referências (*benchmarks*) para aquelas que foram detectadas como ineficientes.

Sabe-se que o desempenho de um sistema está relacionado com a maneira pela qual ele executa, ou orienta as suas atividades, de forma a alcançar os seus objetivos. Se o sistema for eficaz e eficiente se diz que este teve um bom desempenho de suas funções, caso contrário, o sistema simplesmente não conduziu convenientemente os seus recursos a fim de conseguir um bom resultado ou uma boa forma de conceber seus produtos (COOPER; SEIFORD; TONE, 2000). Sendo assim, procura-se avaliar o desempenho de um sistema por meio da eficácia, produtividade e eficiência técnica. Estes conceitos podem ser definidos como:

- Eficácia Total - Considera apenas o que é produzido, sem levar em conta o nível em que os recursos são usados para produção.
- Produtividade - É a razão entre o que foi produzido (*outputs*) e o que foi gasto para produzir (*inputs*). Assim, a produtividade de uma DMU com um único *input* e um único *output* pode ser calculada por (1):

$$\text{Produtividade} = \text{Output} / \text{Input} \quad (1)$$

Como foi dito anteriormente, as DMUs analisadas são representadas vetorialmente, por apresentar múltiplas entradas e saídas, tornando o cálculo da produtividade complexo. Para realizar esse cálculo, segundo Cooper, Seiford e Tone (2002), pode-se utilizar um único *input* virtual e um único *output* virtual, obtidos como combinações lineares de todos os *inputs* e *outputs* relacionados a uma DMU, conforme (2):

$$\text{Produtividade} = \frac{u_1 \cdot y_1 + u_2 \cdot y_2 + u_3 \cdot y_3 \dots}{v_1 \cdot x_1 + v_2 \cdot x_2 + v_3 \cdot x_3 \dots} = O_k / I_k \quad (2)$$

sendo os valores de u as importâncias relativas dos *outputs*, y o valor do *output*, v a importância relativa do *input*, x o valor do *input*, O_k o *Output* virtual da DMU k e I_k o *Input* virtual da DMU k .

Pela própria definição de DEA, as unidades de *outputs* e *inputs* podem variar de DMU para DMU (COOPER; SEIFORD; TONE, 2000), assim, a atribuição das importâncias u_i e v_j passa a ser um dos maiores problemas para o cálculo da produtividade, por ser uma atividade bastante complexa.

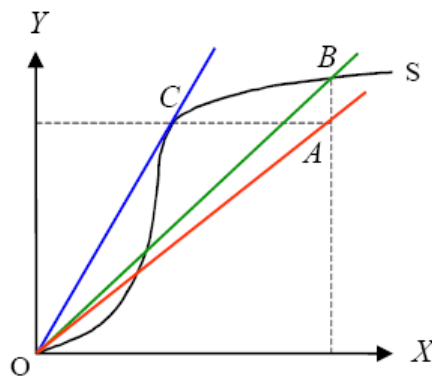
- Eficiência técnica - É um conceito relativo. Compara o que foi produzido, a partir dos recursos disponíveis, com o que foi produzido pela sua DMU concorrente mais eficiente, utilizando os mesmos recursos. Na eficiência técnica, diferente da eficiência total, o seu valor pode ser igual a 1 (ou 100%) devido a produtividade máxima não ser algo ideal. Caso a eficiência de uma DMU seja igual a 1, ela é considerada eficiente e caso seja menor que 1 ela é considerada ineficiente. Pode-se calcular eficiência por:

$$\text{Eficiência} = P/P_{max} \quad (3)$$

sendo P a produtividade real da DMU e P_{max} a produtividade máxima que pode ser alcançada por essa DMU, sendo que, para o caso da avaliação DEA, a produtividade máxima assume um valor igual a 1 (ou 100%). No cálculo da eficiência total, P_{max} é um valor ideal.

Na Figura 10 pode-se identificar a diferença entre os conceitos de eficiência e produtividade. A curva S representa a fronteira de eficiência, os pontos A , B e C representam as unidades produtivas, o eixo X os insumos e o eixo Y os produtos. Se os pontos estiverem localizados na curva S , diz-se que estas unidades são eficientes. Assim, pode-se observar que as unidades B e C são eficientes. No entanto, apenas a unidade C é mais produtiva, já que se for traçada uma reta da origem até o ponto correspondente verifica-se que esta reta tem maior coeficiente angular do que às associadas aos demais pontos.

Figura 10- Curva de um Processo de Produção.



Fonte: Mello *et al.* (2005)

2.4 TEORIA DOS JOGOS

A Teoria dos Jogos é o ramo da matemática aplicada que auxilia a entender teoricamente o processo de decisão de agentes racionais que interagem entre si de forma estratégica. Desta forma, a partir da compreensão lógica da situação em que os agentes estão envolvidos, modelos matemáticos podem ser desenvolvidos e aplicados adequadamente às circunstâncias específicas do caso estudado (FIANI, 2006).

Embora a Teoria dos Jogos utilize como fundamento a hipótese dos agentes envolvidos possuírem um elevado grau de racionalidade, o que nem sempre corresponde a um fato real,

ela é uma área do conhecimento com aplicação prática nas Ciências Econômicas, Políticas, Sociais e até mesmo nas Ciências Biológicas.

Isto se deve porque os modelos propostos na Teoria dos Jogos auxiliam os tomadores de decisão a enxergar estrategicamente de forma mais racional as situações, explorando as possibilidades de interação dos agentes que nem sempre correspondem à intuição. Portanto, mesmo que, na realidade, os agentes não possuam um elevado grau de racionalidade, os resultados dos modelos oferecem informações que auxiliam os tomadores de decisão a desenvolverem a capacidade de raciocinar e agirem estrategicamente na prática.

Levando em consideração que os indivíduos, tomadores de decisão, têm tanto uma racionalidade limitada, como uma capacidade limitada para processar informações pertinentes à tomada de decisão, dentro de um tempo hábil e satisfatório, os modelos matemáticos da Teoria dos Jogos se tornam uma grande ferramenta prática. Desta forma, tomadores de decisão podem se valer do apoio dela para expandir a sua análise da situação além das suas limitações de racionalidade, o que lhes permite processar um volume grande de informações de forma rápida e aplicável. (FIANI, 2006)

Em Teoria dos Jogos, as situações analisadas são descritas conforme as suas peculiaridades que influenciam no resultado do jogo. Pode-se definir um Jogo como uma situação de confronto entre agentes (Jogadores) apresentando uma solução óbvia ou não, envolvendo barganha ou não. Segundo Lins e Calôba (2006), os jogos, de uma maneira muito ampla, podem ser classificados como:

- Cooperativos ou Competitivos - envolvem situações competitivas entre os jogadores, ou seja, há relações estritamente conflitantes entre os jogadores, ao passo que os jogos cooperativos exibem problemas em que se pode combinar jogadas de grupos de jogadores denominadas Coalisões de forma a maximizar os seus resultados. O fato dos Jogadores formarem Coalisões se deve da possibilidade de se obter melhores resultados se agirem de forma cooperativa do que de forma isolada.

- Simultâneos ou Sequenciais - os jogadores realizam as suas jogadas simultaneamente, ou seja, ao mesmo tempo. Um exemplo desta situação são os leilões de blocos exploratórios de

petróleo e gás natural, em que as propostas são colocadas em uma urna e abertas simultaneamente. Jogos sequenciais envolvem jogadas sequenciais como, por exemplo, ocorre no Jogo de Xadrez, ou em certas situações de negociações onde propostas e contra propostas são feitas de forma sequencial.

- Jogos em uma ou em múltiplas etapas - jogos em uma etapa são aqueles que envolvem uma única Jogada, como os Jogos de Cara e Coroa em um lançamento de moeda. Já os jogos em múltiplas etapas envolvem várias jogadas, como exemplo pode-se citar o jogo de damas, xadrez ou gamão.

- Jogos de duas ou mais pessoas.

- Jogos com ou sem comunicação - aqueles em que admitem a verbalização entre os jogadores tanto na cooperação como até mesmo na competição (exemplo: o blefe). Jogos sem comunicação são aqueles em que os Jogadores estão perfeitamente isolados.

- Jogos com estratégias puras ou mistas - se o jogo admite apenas opções bem distintas de jogadas sem a possibilidade de combiná-las, diz-se que é um Jogo com estratégias puras Isto ocorre, por exemplo, no jogo do Papel, Pedra e Tesoura, cada jogador só possui três opções distintas de jogadas não podendo combiná-las. Há jogos que admitem estratégias mistas, ou seja, conhecidas as opções de jogadas, o jogador pode combiná-las da melhor forma que lhe convêm, obtendo-se assim novas opções de jogadas.

Os modelos DEA, combinados com a Teoria dos Jogos, serão formalizados neste trabalho de maneira a conduzir as decisões para atingir metas (Alvos) que podem perfeitamente ser acordadas pelos decisores, dentre um conjunto de alternativas. Estas alternativas de compromisso entre as Metas serão abordadas nas próximas seções tomando por base os modelos da Teoria dos Jogos sob a ótica de um processo de Otimização Multiobjetivo (MARLER; ARORA, 2009).

De forma a fazer uma inserção da Teoria dos Jogos no contexto de aplicação de modelos da DEA, apresenta-se a seguir o modelo da Barganha de Nash (NASH, 1950).

2.5 MODELO DA BARGANHA DE NASH

O Modelo do Jogo da Barganha de Nash (1950; 1953) pode ser classificado como um Jogo Cooperativo que admite estratégias mistas. Ele trata uma situação de negociação ou barganha entre jogadores racionais que:

- supostamente sem qualquer empatia entre si (ou de justiça ou de equidade), verbalizam as suas exigências mínimas de ganhos (*payoff*) no começo da negociação.
- tentam maximizar seus ganhos buscando combiná-las as estratégias de forma conjunta até chegar a um acordo justo de ganhos, por ambas as partes, que seja pelo menos maior do que as exigências de *payoffs* expostas no começo do Jogo.
- pressupõem que as negociações não continuarão infinitamente e que pelo menos há dois agentes que tenha a possibilidade de aumentar o seu estado de satisfação caso chegue a um acordo entre eles.
- caso os agentes não cheguem a um acordo entre eles, as exigências mínimas de ganho no começo da negociação são mantidas, sendo o vetor de *payoffs* para estas exigências denominado ponto de desacordo (*breakdown point* ou *disagreement point*).

Formalizando-se matematicamente a situação:

- Sejam n Jogadores, associados ao conjunto $N = \{1, 2, \dots, n\}$, e um vetor de *payoffs* representando os pagamentos (ou as recompensas) de cada Jogador, dado por (u_1, u_2, \dots, u_n) , e definido como um elemento no espaço Euclidiano R^n .
- Seja um conjunto S definido como um subconjunto factível de *payoffs*, representando o conjunto finito de estratégias cooperativas para ambos os jogadores.
- Seja um ponto d , chamado de ponto de desacordo, um elemento pertencente ao conjunto factível de *payoffs* e um limitante inferior para conjunto de estratégias cooperativas S .

A formulação sugerida por Nash (1953), para dois Jogadores, requer que o conjunto S seja convexo e compacto. Além disto, cada elemento do vetor *payoff* pertencente a S seja maior ou igual aos níveis de *payoffs* em que se encontram ambos os Jogadores, antes de estabelecerem um acordo (ponto de desacordo).

A solução proposta por Nash (1953), como resultado da negociação, é aquela encontrada pela função arbitragem $f(N, S, d)$:

$$f(N, S, d) = \text{Max}_{u \in S, u \geq d} \prod_{i=1}^n (u_i - d_i) \quad (4)$$

sendo u o vetor de *payoffs*, d o vetor de pontos de desacordo, u_i o *payoff* associado ao Jogador i e d_i o ponto de desacordo do Jogador i .

A solução proposta por Nash satisfaz quatro Axiomas: Ótimo de Pareto, Simetria, Independência e Invariância. Com a finalidade de ilustrar estes Axiomas, eles estão dispostos a seguir considerando-se dois Jogadores ($N=2$), com os seus respectivos *payoffs* u_1 e u_2 :

- Ótimo de Pareto - Considerando dois pontos u_1 e $u_2 \in S$, se $u_2 > u_1$, então $f(S, d) \neq u_1$. Na solução encontrada, nenhum dos jogadores pode aumentar o seu nível de *payoff* sem que do seu adversário diminua, ou seja, ambos os jogadores já alcançaram o máximo de benefício sem prejudicar o outro. Isto significa encontrar uma solução de *payoffs* em S que sejam justos para ambos.

- Simetria - Seja S um conjunto simétrico (isto é, $(u_1, u_2) \in S$ se e somente se $(u_2, u_1) \in S$) e $d_1 = d_2$. Seja f_1 a função de Nash com eixo das abcissas associado ao *payoff* u_1 e o das ordenadas associado ao *payoff* u_2 e seja f_2 a função de Nash com estes eixos invertidos. Então, $f_1(S, d) = f_2(S, d)$ o que garante a inclusão de todos os parâmetros relevantes para a barganha. Observe-se que ao se inverter o eixo que representa S , a solução deverá ser o par (u_2, u_1) , ou seja, uma solução equivalente à solução original.

- Independência das alternativas irrelevantes - se $T \subset S$ e $f(S, d) \in T$, então $f(T, d) = f(S, d)$. O axioma da independência indica que a solução não deve ser influenciada pela escolha de alternativas irrelevantes no processo de negociação.

- Invariância por transformações lineares - $\forall (S, d), a_i > 0 S' = \{s' / s'_i = a_i s_i + b_i \forall i \in N\}$ e $d'_i = a_i d_i + b_i, \forall i \in N \Rightarrow f(S', d') = a_i f(S, d) + b_i, \forall i \in N$. Tal axioma reflete a ideia de que a solução do jogo de barganha deve ser independente de qualquer escala de medida utilizada.

Ressalte-se que o último axioma torna interessante o argumento de utilização da função arbitragem de Nash em conjunto com modelos da DEA, uma vez que as projeções dos Alvos

no modelo Aditivo (ver Apêndice A) podem ser influenciadas pelas unidades de medida dos *inputs* e *outputs*. As demonstrações dos demais axiomas estão em Nash (1953, p.136).

Para exemplificar a dinâmica do Modelo de Nash, suponha-se que duas empresas estabelecem como o *status quo* de uma negociação o ponto $d(2; 4)$, conforme ilustrado na Figura 11 **Erro! Fonte de referência não encontrada.** Este ponto seria o Ponto de Desacordo, pois caso haja um desentendimento entre as empresas, elas voltariam a se comportar de forma não cooperativa e teriam como recompensa $u_1 = 2$ e $u_2 = 4$.

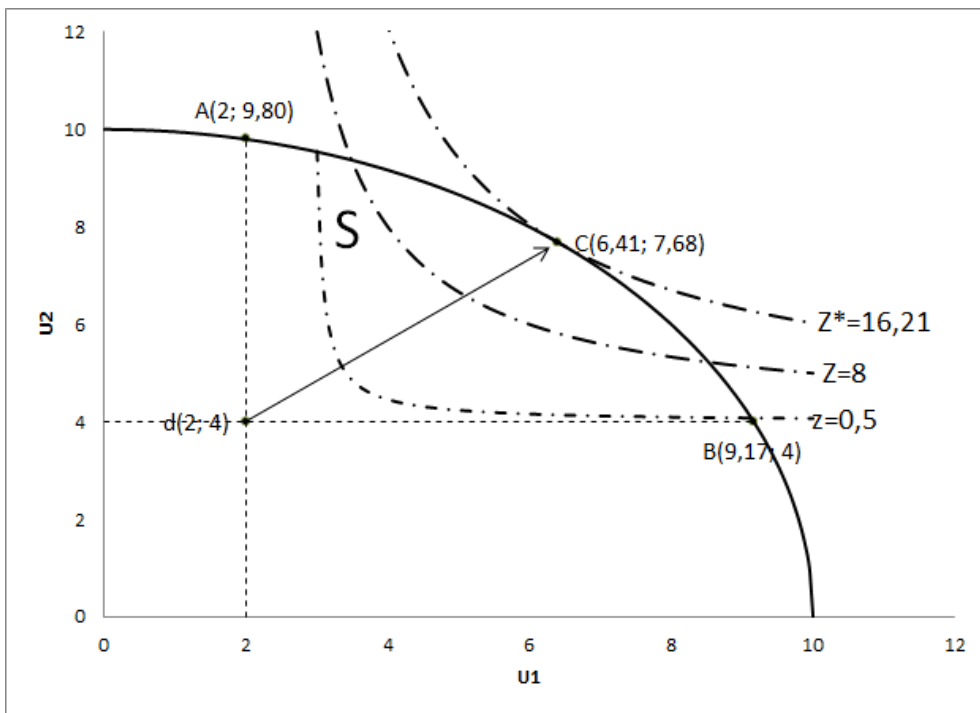
A curva que liga os pontos $A(2; 9,80)$ e $B(9; 17,4)$ e os segmentos de reta que ligam os pontos $A(2; 9,80)$ à $d(2,4)$ e $d(2,4)$ à $B(9;17,4)$ delimitam a região de barganha de estratégias cooperativas S (conjunto compacto e convexo). A curva que liga os pontos $A(2; 9,80)$ e $B(9;17,4)$ representa a Região de Barganha.

As isoquantas da função arbitragem $z = (u_1 - 2)(u_2 - 4)$ são as hipérbolas tracejadas na Figura 11, elas representam os resultados para os valores de $z = 0,5$, $z = 8$ e $z^* = 16,21$. Note-se que quanto maior o valor de z , mais a hipérbole tracejada se afasta do Ponto de Desacordo, sendo que, na solução ótima, tem-se $z^* = 16,21$ correspondente a tangente à curva que contém os pontos $A(2; 9,80)$, $B(9; 17,4)$ e $C(6,41; 7,68)$.

Percebe-se que, quando $z^* = 16,21$, a intersecção da hipérbole com curva que delimita o conjunto de estratégias cooperativas fornecerá o ponto $C(6,41; 7,68)$ conhecido como a solução de Nash, que é sempre único. Segundo Nash (1953), a solução C é considerada o acordo mais equilibrado entre os *payoffs* para ambas as partes.

No próximo capítulo descreve-se o método de pesquisa adotado.

Figura 11-Solução de Nash para o Jogo de Barganha Cooperativo.

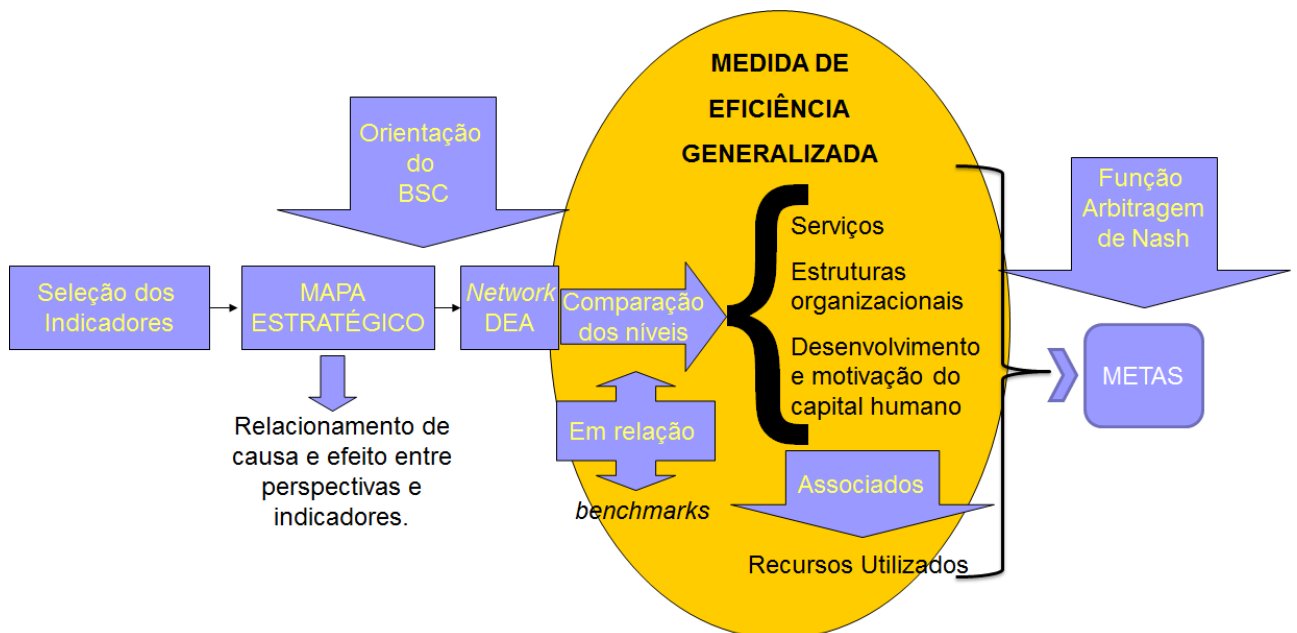


Fonte: Do autor.

3 MATERIAIS E MÉTODOS DE PESQUISA

As etapas da aplicação do método proposto, com modelo JBN-DEA - BSC, estão ilustradas de maneira simplificada na Figura 12.

Figura 12- Etapas do método com o modelo JBN - DEA - BSC.



Fonte: Do autor.

Após os dados terem sido obtidos e processados, houve uma seleção das variáveis mais adequadas para a modelagem da nova abordagem proposta. Dada às limitações matemáticas encontradas no método proposto por Santos (2010), conforme descrito na Seção 1.3, esta pesquisa de doutorado focou, basicamente, no aprimoramento do método de avaliação de desempenho, tomando como base novas propostas de modelos matemáticos em abordagens envolvendo a Teoria dos Jogos ao invés do método AHP.

As etapas da aplicação do método proposto (Modelo JBN-DEA-BSC) estão ilustradas de maneira simplificada na Figura 12. Para esta abordagem, os dados de Santos (2010) passaram por uma nova seleção; por exemplo, valores numéricos relativos foram tratados pelo

procedimento indicado por Emrouznejad e Amin (2009). Além do mais, para tornar a avaliação mais consistente, em especial buscou-se selecionar apenas os dados para os serviços de Clínica Geral. Acredita-se que a Clínica Geral seja o serviço médico mais representativo da Atenção Básica de Saúde, pois a capacitação pessoal dos clínicos gerais consiste em uma formação geral e abrangente para atender as situações mais prevalentes na população (os problemas de saúde mais frequentes).

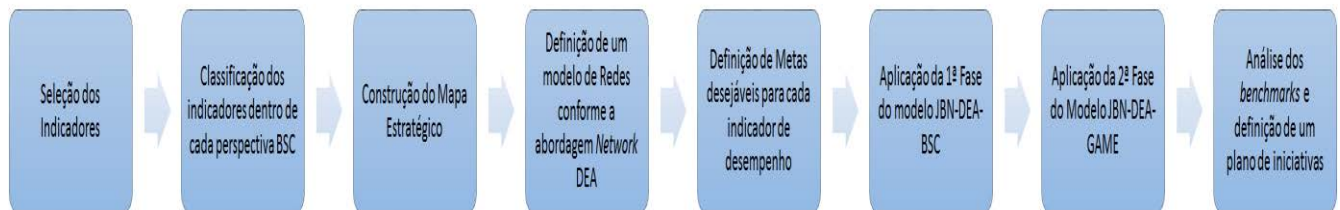
- Em seguida, com base no mapa estratégico onde as principais medidas desempenho são interligadas e conforme uma sequência de causa e efeito, a partir das perspectivas do BSC, utilizou-se o modelo de *Network* DEA, sob a orientação do sistema BSC, para comparar os níveis de serviço; de estruturas organizacionais e de desenvolvimento e motivação do capital humano associados com os recursos consumidos em cada serviço de Clínica Geral em relação aos serviços de Clínica Geral considerados *benchmarks* (eficientes).

-Por fim, utilizou-se a função arbitragem de Nash para projetar níveis de medidas de desempenho sobre a fronteira de eficiência de forma a estabelecer uma adequada estimativa para as metas acordadas, expressando assim melhor o conceito de balanceado (*Balanced*).

3.1 PROCEDIMENTO GERAL PARA AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO COM O MODELO JBN-DEA-BSC

As etapas da aplicação do modelo JBN – DEA – BSC estão ilustradas de maneira simplificada na Figura 13.

Figura 13-Etapas do método proposto para avaliar desempenho de unidades produtivas.



Fonte: Do autor.

Etapa 1 – Seleção dos Indicadores

A primeira etapa da abordagem está em identificar e selecionar os Indicadores Chaves de Desempenho (*Key Performance Indicators* - KPIs) que são as medidas mais relevantes para medir o nível de desempenho e sucesso de uma organização ou de um determinado processo. Os KPIs devem permitir o acompanhamento daquilo que está sendo executado, para que o tomador de decisão possa gerenciar de forma adequada seus recursos, permitindo assim que os objetivos sejam alcançados. A identificação destes KPIs pode seguir às orientações já apontadas na Seção 2.2 (KAPLAN; NORTON, 1992), e que serão retomadas na seção 5.3.1 (TAJRA, 2007).

É recomendada uma seleção reduzida de indicadores de tal forma que os gestores foquem apenas na estratégia; ou seja, é necessário que se mantenha o foco na visão estratégica e, para isto, o gestor não pode se perder na diversidade de indicadores possíveis (AZEVEDO; COSTA, 2001). Por outro lado, uma quantidade reduzida de medidas de desempenho a serem consideradas garantiria o aumento do poder de discriminação da medida de eficiência no momento da aplicação do modelo JBN-DEA-BSC. Nesta seleção de indicadores, por exemplo, pode-se tomar o cuidado de selecionar ao menos uma medida desempenho dentre aquelas com o grau muito acentuado de correlação (DYSON *et al.*, 2001).

Etapa 2- Classificação dos indicadores dentro de cada perspectiva BSC

A segunda etapa consiste em classificar os indicadores de desempenho em Perspectivas, conforme, por exemplo, a Financeira, do Cliente, da Aprendizagem & Crescimento e Processos Internos, formando assim um dos pilares para o processo de estruturação do BSC.

A partir da identificação das perspectivas, definem-se os objetivos estratégicos da organização.

Etapa 3 – Construção do mapa estratégico

Assim, com base na identificação das perspectivas e definição dos objetivos estratégicos, passa-se na terceira etapa a desenhar um mapa estratégico, pelo qual os objetivos estratégicos são interconectados em uma rede que retrata as relações de causa e efeito. O mapa estratégico é o principal pilar para a construção do BSC (KAPLAN; NORTON, 2000), podendo ser considerado como uma forma de explicitar uma transformação intangível em resultados tangíveis por meio de uma sequência lógica de processos de causa e efeito.

Assim, o mapa estratégico mostra como converter os vários ativos disponíveis em resultados almejados. Tendo-se em mãos uma representação gráfica do mapa estratégico, na quarta etapa, associa-se os objetivos estratégicos com os KPIs, formando uma nova representação gráfica pela qual são relacionadas as medidas de desempenho no mapa estratégico, conforme ilustrado na Figura 14.

Etapa 4-Definição de um modelo de redes conforme a abordagem *Network DEA*

A partir do mapa estratégico, constrói-se o modelo de redes correspondente à abordagem *Network DEA*, fazendo-se a equivalência de conceitos, conforme estabelecido no Quadro 1 e ilustrado na Figura 14.

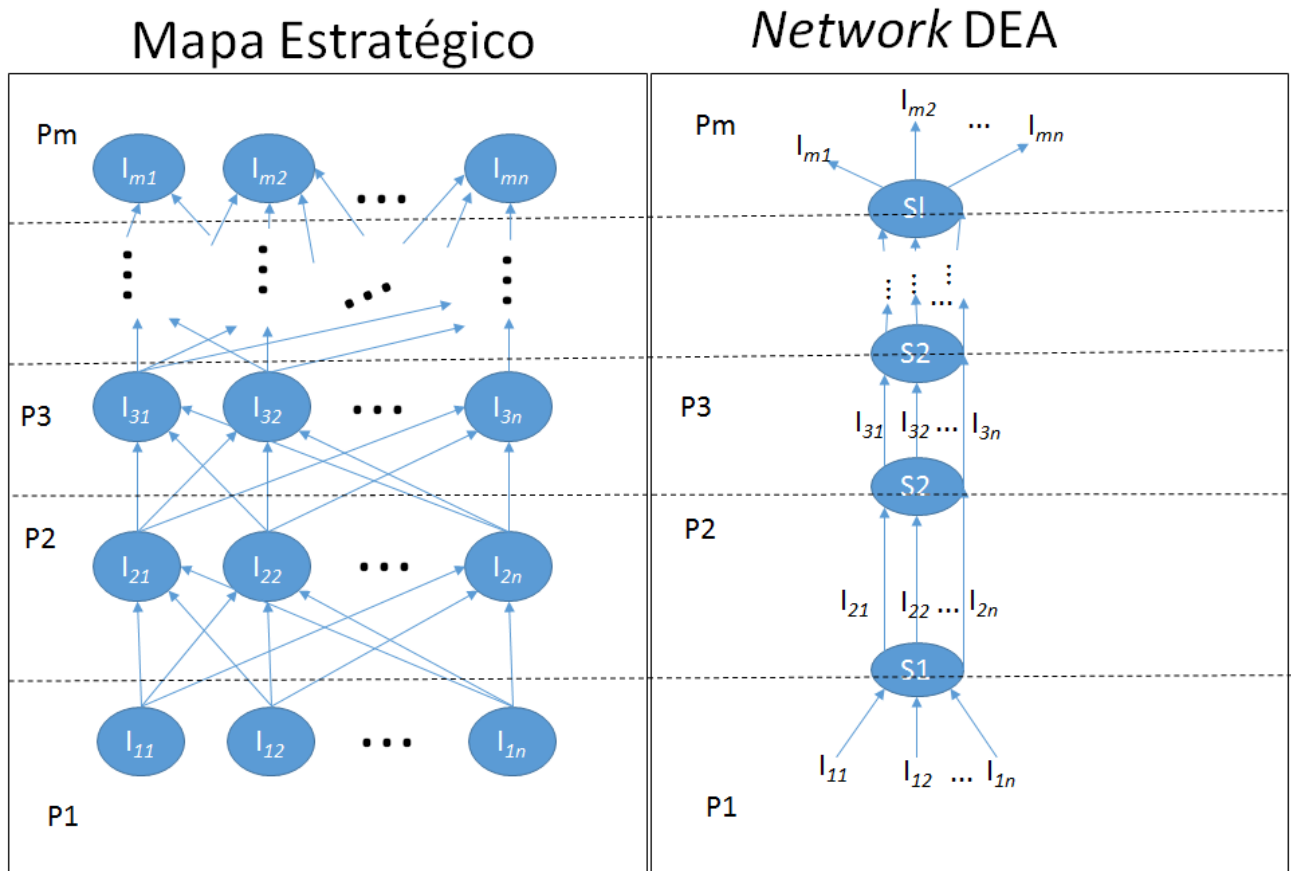
Quadro 1-Equivalência do Mapa estratégico com o *Network* DEA.

Mapa estratégico	<i>Network</i> DEA
Os indicadores são representados pelos nós ou vértices.	Os indicadores são representados pelos arcos ou arestas.
As relações de causa e efeito entre os indicadores são representados pelos arcos ou arestas.	O processo (estágio) de causa e efeito entre os indicadores são representados pelos nós ou vértices.

Na Figura 14, a notação adotada foi a seguinte:

- I_{ij} representa o j -ésimo indicador da i -ésima perspectiva;
- P_i representa a i -ésima perspectiva do BSC;
- S_l representa o l -ésimo estágio ou processo do *Network* DEA.

Figura 14-Equivalência do Mapa Estratégico com o Modelo *Network* DEA.



Fonte: Do autor.

Ressalta-se aqui um aspecto inovador desta tese em relação à proposta de Amado, Santos e Marques (2012) para o DEA-BSC: entende-se que as relações de causa e efeito formam um processo de transformação de objetivos estratégicos específicos em outros de níveis superiores, definindo-se assim os estágios na estruturação do *Network* DEA, enquanto, no trabalho de Amado, Santos e Marques (2012), cada perspectiva é representada como um estágio na estruturação do *Network* DEA.

A principal vantagem da estruturação aqui proposta em relação àquela de Amado, Santos e Marques (2012) é que se explicita melhor a relação de causa e efeito, dando assim um resultado mais adequado para se estimar as metas associadas aos KPIs.

Etapa 5 – Definição de metas desejáveis para cada indicador de desempenho

Na quinta etapa desta pesquisa, os tomadores de decisão devem ser consultados para definir quais são as metas desejáveis para cada indicador de desempenho. Se os valores das metas são iguais aos níveis de *inputs/outputs* que estão sob análise, pode-se ir direto a sétima etapa do procedimento.

Etapa 6 – Aplicação da 1ª fase do modelo JBN – DEA -BSC

Na sexta etapa constrói-se a primeira fase do modelo JBN-DEA-BSC, conforme as orientações que serão fundamentadas na Seção 4.3.

Etapa 7 – Aplicação da 2ª fase do modelo JBN – DEA –BSC

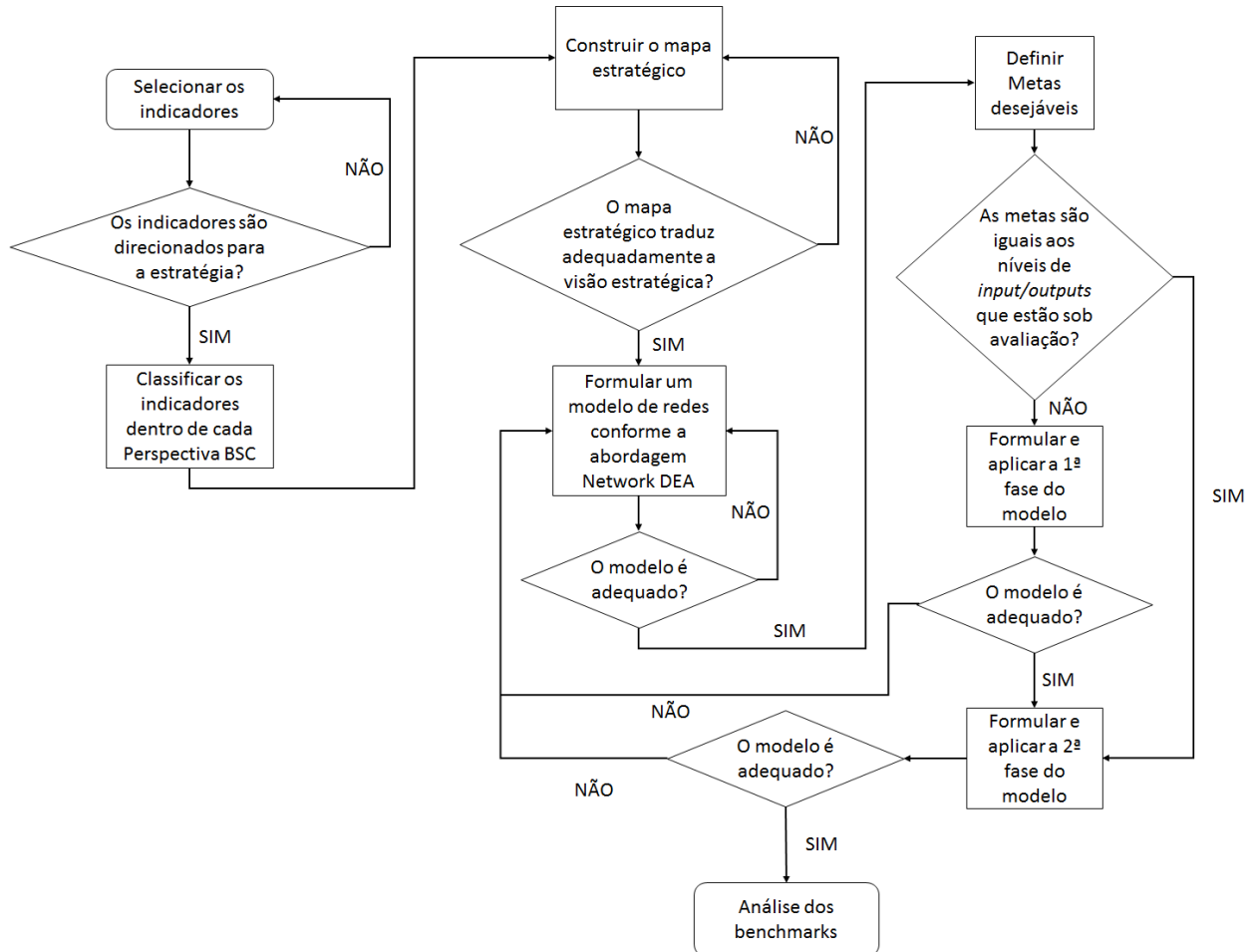
Na sétima etapa constrói-se a segunda fase do modelo JBN-DEA-BSC, conforme as orientações que serão fundamentadas na Seção 4.3.

Etapa 8 – Análise dos *benchmarks* e definição de um plano de iniciativas

Na última etapa da análise de desempenho BSC, a partir dos resultados indicados pelo modelo JBN-DEA-BSC, formula-se os planos de ações com base nas estratégias apontadas pelos *benchmarks* e por fim montam-se os quadros de desempenho para cada uma das perspectivas, relacionando os objetivos, indicadores, metas (Alvos da DEA) e iniciativas.

Todas as 8 etapas do procedimento podem ser melhor descritas conforme o fluxograma ilustrado na Figura 15.

Figura 15-Fases do procedimento geral para avaliação de desempenho com o modelo JBN-DEA-BSC.



Do autor.

3.2 PROCEDIMENTO ADOTADO PARA A APLICAÇÃO E AVALIAÇÃO DO QUESTIONÁRIO

Um dos objetivos específicos deste trabalho foi desenvolver os objetivos estratégicos e sugerir medidas para orientar os funcionários, os enfermeiros e os médicos no seu aprendizado e crescimento organizacional. Sendo assim, buscou-se avaliar por meio de um questionário, indicadores referentes à qualidade de vida no trabalho.

No entanto, um questionário deve ser devidamente elaborado para que se reproduza de forma confiável a realidade, e é esta a proposta da utilização do coeficiente alfa de Cronbach (CRONBACH, 1951), expressar, por meio de um fator, o grau de confiabilidade das respostas decorrentes de um questionário.

Segundo Cortina (1993), o coeficiente alfa de Cronbach é uma das ferramentas estatísticas mais importantes e difundidas em pesquisas envolvendo a construção de testes e sua aplicação. Uma revisão no *Social Sciences Citations Index*, para publicações entre 1966 e 1990, revelou que o artigo de Cronbach (1951) foi citado aproximadamente 60 vezes por ano em um total de 278 jornais diferentes. Em vista disto ele foi adotado nesta pesquisa e detalhes estão no Apêndice C.

Independentemente do tipo de pesquisa adotado, a base filosófica está normalmente fundamentada na visão de que a realidade é construída por indivíduos que interagem com seu mundo social (MERRIAN, 1998). Seguindo este raciocínio, a utilização de estudos empíricos é fundamental na construção da realidade.

Leontitsis e Pagge (2007) afirmam que estudos empíricos de um extenso grupo de disciplinas adotam o uso de questionários com o objetivo de compilar informações quantitativas de uma amostra populacional.

Segundo Parasuraman (1991), um questionário é tão somente um conjunto de questões feito para gerar os dados necessários para se atingir os objetivos do projeto. Embora o mesmo autor afirme que nem todos os projetos de pesquisa utilizam essa forma de instrumento de coleta de dados, o questionário é muito importante na pesquisa científica, especialmente nas ciências sociais. Um questionário devidamente elaborado deve levar em consideração dois aspectos muito importantes: sua validade e sua confiabilidade.

A validade de um instrumento de medição é a característica de maior importância para avaliar sua efetividade. Diz-se que um instrumento é válido quando mede o que se deseja. Para ser válido, o instrumento deve ser confiável. Em outras palavras, a validade pode ser considerada como o grau no qual os escores de um teste estão relacionados com algum critério

externo do mesmo teste. Esses critérios podem ser os escores obtidos em outro teste, definições de conceitos ou formulação de objetivos (RICHARDSON, 1989).

Hayes (1998) definiu a confiabilidade como o grau em que o resultado medido reflete o resultado verdadeiro, ou seja, quanto uma medida está livre da variância dos erros aleatórios. Segundo Richardson (1989), se um investigador não conhece a validade e a confiabilidade de seus dados, podem surgir muitas dúvidas acerca dos resultados obtidos e das conclusões extraídas.

Existem três formas básicas de se medir a confiabilidade e todas buscam determinar a proporção da variância em uma escala. Fundamentalmente, correlacionam-se os escores obtidos através de uma escala com os resultados da reprodução: teste re-teste, sensibilidade à mudança (também considerada como parte da validade) e consistência interna, que necessita da aplicação de um instrumento (BLACKER; ENDICOTT, 2002).

Christmann e Van Aelst (2006) consideram a situação onde se mede a confiabilidade para um conjunto de itens (questões) num teste:

$$Y_j = T_j + \varepsilon_j, \text{ para } j = 1, \dots, k. \quad (5)$$

sendo Y_j é a pontuação que o respondente j atribuiu à questão, T_j a pontuação verdadeira (não observável) da questão e ε_j o erro (que é independente da pontuação verdadeira) associado.

Assim, a pontuação total da questão, considerando k respondentes é:

$$Y = Y_1 + \dots + Y_k \quad (6)$$

A pontuação verdadeira da questão (não observável) é:

$$T = T_1 + \dots + T_k \quad (7)$$

A confiabilidade ou consistência r da questão é definida como a razão entre as variâncias dos escores verdadeiros e do total observado:

$$r = \frac{Var(T)}{Var(Y)} \quad (8)$$

Como $Var(T)$ não pode ser calculada diretamente, tornou-se necessário o desenvolvimento de ferramentas para estimar a confiabilidade r . O alfa de Cronbach é muitas vezes referido como o principal estimador de confiabilidade, o mesmo não é o único.

O estimador de confiabilidade a ser utilizado depende dos fatores particulares geradores de erros que o pesquisador busca identificar (CRONBACH *et al.*, 1972). Esta é a essência da teoria da generalização (CRONBACH *et al.*, 1972), que é provavelmente a mais amplamente aceita formulação de confiabilidade, onde a ideia básica é que aspectos de testes ou escalas, como itens, sujeitos ou avaliadores, são amostrados a partir de um domínio pré-definido (CORTINA, 1993).

Segundo Cortina (1993), a variância do teste ou da escala pode ser dividida em uma variância atribuível a cada um dos aspectos citados anteriormente (itens, sujeitos, avaliadores, etc.) e suas interações. O estimador de confiabilidade que é utilizado depende da fonte de variância que o pesquisador considera relevante. A respeito desse assunto, o mesmo autor argumentou que se os fatores de erro associados com a passagem do tempo são de interesse, então o teste-reteste ou a administração múltipla de testes paralelos podem ser utilizados. Afirma, ainda, o mesmo autor, que se fatores de erro associados ao uso de diferentes itens são de interesse, então o estimador de consistência, como o alfa de Cronbach (que leva em consideração a variância atribuída aos sujeitos e a variância atribuída à interação entre sujeitos e itens), ou simples administrações de testes paralelos podem ser utilizados.

No próximo capítulo estão desenvolvidos os modelos preliminares e o modelo JBN-DEA-BSC, bem como é apresentada uma aplicação a título de ilustração do uso do procedimento.

4 MODELOS PRELIMINARES E O MODELO JBN-DEA-BSC

4.1 MODELOS PRELIMINARES PROPOSTOS

Conforme já comentado anteriormente (ver Seção 1.3), o modelo Aditivo da DEA (ver Apêndice A) não garante a melhor relação de compromisso entre os Alvos para cada conjunto de *input* e *output*. Tal limitação será superada com o uso do Modelo da Barganha de Nash de acordo com o desenvolvimento teórico adiante descrito.

Antes de apresentar o Modelo da Barganha de Nash no processo de Avaliação de Desempenho, cabe aqui apresentar mais alguns resultados de Modelos Aditivos que serão úteis para o desenvolvimento de modelos preliminares desta tese:

- Para os casos em que se pretende estimar alvos baseados em níveis ideais de *inputs* e de *outputs* especificados pelas DMU.
- Quando se utiliza dados de valores numéricos relativos como *input* e/ou *output*.

Assim, na sequência, suponha-se que uma DMU tenha como meta alcançar níveis de *inputs* iguais a $d_{x_{io}}$ e níveis de *outputs* iguais a $d_{y_{io}}$. Estes níveis podem não ser viáveis ou podem não ser eficientes. Thanassoulis e Dyson (1992) propuseram uma abordagem em um processo de avaliação em duas fases:

- Fase 1 - estimar níveis de *inputs* e *outputs* viáveis mais próximos possíveis das metas, respectivamente, $d_{x_{io}}$ e $d_{y_{io}}$. Ver modelo (9) - (12) adiante formulado.
- Fase 2 - estimar níveis de *inputs* e *outputs* eficientes a partir dos níveis viáveis estimados na primeira fase. Ver modelo (13) - (16) adiante formulado.

A seguir são descritos os índices, parâmetros, variáveis e restrições do modelo (9) - (12):

Índices

- i Específica qual o tipo de *input*, $i = \{1, 2, \dots, r\}$;
 j Específica qual o tipo de *output*, $j = \{1, 2, \dots, m\}$;
 k Específica qual o tipo de DMU, $k = \{1, 2, \dots, n\}$.

Parâmetros

- n Número total de DMUs avaliadas;
 r Número total de *inputs* avaliados em cada DMU;
 m Número total de *outputs* avaliados em cada DMU;
 x_{ik} i -ésimo *input* da DMU k ;
 y_{jk} j -ésimo *output* da DMU k ;
 x_{io} i -ésimo *input* da DMU o ;
 y_{jo} j -ésimo *output* da DMU o ;
 $d_{x_{io}}$ i -ésima meta desejável para o *input* i da DMU o ;
 $d_{y_{jo}}$ j -ésima meta desejável para o *output* j da DMU o ;
 w_i^- i -ésimo peso do desvio para menos em relação a meta desejável do *input* i ;
 w_i^+ i -ésimo peso do desvio para mais em relação a meta desejável do *input* i ;
 w_j^- j -ésimo peso do desvio para menos em relação a meta desejável do *output* j ;
 w_j^+ j -ésimo peso do desvio para mais em relação a meta desejável do *output* j .

Variáveis de decisão

- λ_k Peso de importância relativa da DMU k ;

Variáveis auxiliares

- ψ_i^- Variável de desvio para menos em relação a meta desejável do *input* i ;
 ψ_i^+ Variável de desvio para mais em relação a meta desejável do *input* i ;
 ε_j^- Variável de desvio para menos em relação a meta desejável do *output* j ;
 ε_j^+ Variável de desvio para mais em relação a meta desejável do *output* j .

$$\text{Min } \sum_{i=1}^r w_i^- \psi_i^- + \sum_{i=1}^r w_i^+ \psi_i^+ + \sum_{j=1}^m w_j^- \varepsilon_j^- + \sum_{j=1}^m w_j^+ \varepsilon_j^+ \quad (9)$$

sujeito a:

$$\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k + \psi_i^- - \psi_i^+ = d_{x_{io}}, \quad \forall i; \quad (10)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k + \varepsilon_j^- - \varepsilon_j^+ = d_{y_{jo}}, \quad \forall j; \quad (11)$$

$$\lambda_k \geq 0, \quad \forall k; \psi_i^- \geq 0, \quad \forall i; \psi_i^+ \geq 0, \quad \forall i; \varepsilon_j^- \geq 0, \quad \forall j; \varepsilon_j^+ \geq 0, \quad \forall j. \quad (12)$$

Observe-se que a função objetivo (9) minimiza as parcelas de desvios para menos e para mais em relação as metas pretendidas para os conjuntos de *output/input*, restrição (10) estabelece a condição para estimar a meta do *input i* de forma mais próxima possível do desejável; a restrição (11) estabelece a condição para estimar a meta do *output j* de forma mais próxima possível do desejável e a restrição (12) são as condições de não-negatividade para as variáveis de decisão.

Para este Modelo Aditivo da DEA, caso o avaliador pressuponha retornos variáveis de escala, a restrição $\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$ deve ser adicionada no modelo. Os pesos (w_i) associados aos desvios (ψ_i) e (ε_j) representam os julgamentos de valor dos especialistas conhecedores do ramo de atividades e características das DMUs. Sendo assim, os pesos (w_i) refletem respectivamente as preferências de melhoria dos níveis de *output* e *input*.

O produto das variáveis de desvios ($\psi_i^- \cdot \psi_i^+ = 0, \forall i$ e $\varepsilon_j^- \cdot \varepsilon_j^+ = 0, \forall j$) deve ser igual a zero. Contudo, tal propriedade é satisfeita nos modelos lineares dispensando-se, assim, o acréscimo desta condição no conjunto de restrições do modelo (9)-(12) (SILVA; MARINS, 2014).

Pode-se também utilizar, conforme sugerido por Cooper, Park e Pastor (1999), o inverso das amplitudes ($R_i^- = \text{Max}(x_{ik}) - \text{Min}(x_{ik}); R_j^+ = \text{Max}(y_{jk}) - \text{Min}(y_{jk})$), para tornar o processo de

maximização da função objetivo independente das unidades de medidas dos *inputs* e *outputs*. Desta forma, o peso dos *inputs* passa a ser $w_i^- = w_i^+ = 1/R_i^-$ e o peso dos *outputs* passa a ser $w_j^+ = w_j^- = 1/R_j^+$.

Entretanto, este modelo não garante a melhor relação de compromisso entre os desvios para cada conjunto de *inputs* e *outputs*. Tal limitação será superada com o uso da função arbitragem de Nash conforme já comentado.

Por meio das expressões de (13) - (16), apresenta-se o modelo correspondente à segunda fase do processo de avaliação para a obtenção de DMUs eficientes para os *inputs* e *outputs*, sendo que são denotados com (*) os valores ótimos das variáveis encontradas pela resolução do modelo da primeira fase (9) - (12).

Os índices, os parâmetros e as variáveis de decisão relacionados ao modelo da segunda fase, (13) - (16), são análogos aos descritos no modelo correspondente a primeira fase a menos de duas exceções:

- Os valores obtidos para as variáveis de desvios na primeira fase ($\psi_i^-, \psi_i^+, \varepsilon_j^-, \varepsilon_j^+$) se tornam parâmetros para o modelo da segunda fase;
- São adicionadas novas variáveis de decisão correspondente às folgas.

As variáveis de decisão correspondente às folgas do modelo (13) - (16) são apresentadas a seguir:

Variáveis de decisão

s_i^- Parcela correspondente a redução do *input* i ;

s_j^+ Parcela correspondente ao aumento do *output* j .

$$\text{Max } \sum_{i=1}^r s_i^- + \sum_{j=1}^m s_j^+ \quad (13)$$

sujeito a:

$$\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k + s_i^- = d_{x_{io}} - \psi_i^- + \psi_i^+, \quad \forall i; \quad (14)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k - s_j^+ = d_{y_{jo}} - \varepsilon_j^- + \varepsilon_j^+, \quad \forall j; \quad (15)$$

$$\lambda_k \geq 0, \quad \forall k; s_i^- \geq 0, \quad \forall i; s_j^+ \geq 0, \quad \forall j. \quad (16)$$

Observe-se que a função objetivo (13) maximiza as parcelas correspondente a redução dos *inputs* e o aumento dos *outputs*, a restrição (14) estabelece a condição para estimar o nível adequado de *input* i ao desempenho eficiente; a restrição (15) estabelece a condição para estimar o nível adequado de *output* j ao desempenho eficiente e a restrição (16) são as condições de não-negatividade para as variáveis de decisão. Para este Modelo Aditivo, caso o avaliador pressuponha retornos variáveis de escala, a restrição $\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$ deve ser adicionada no modelo.

Esta abordagem em duas fases também foi utilizada no trabalho de Thanassoulis, Boussofiane e Dyson (1995) ao explorarem as metas de qualidade (os Alvos do DEA) para os serviços de assistência pré-natal.

Finalmente, pode-se formular o Modelo Aditivo (adaptado de Emrouznejad e Amin, 2009), quando há presença de valores numéricos relativos (dados compostos por uma razão entre dois elementos que caracterizam determinados tipos de *inputs* e/ou *outputs*), além dos valores numéricos absolutos.

A seguir são descritos os conjuntos, índices, parâmetros, variáveis e restrições para o modelo aditivo (17) - (23):

Conjuntos

P Conjunto dos *inputs* relativos;

Q Conjunto dos *outputs* relativos.

Índices

i Específica qual o tipo de *input*, $i = \{1, 2, \dots, r\}$;

- j Específica qual o tipo de *output*, $j = \{1, 2, \dots, m\}$;
 k Específica qual o tipo de DMU, $k = \{1, 2, \dots, n\}$.

Parâmetros

- n Número total de DMUs avaliadas;
 r Número total de *inputs* avaliados em cada DMU;
 m Número total de *outputs* avaliados em cada DMU;
 w_i^- i -ésimo peso associado a folga s_i^- ;
 w_j^+ j -ésimo peso associado a folga s_j^+ ;
 x_{ik} i -ésimo *input* da DMU k ;
 y_{jk} j -ésimo *output* da DMU k ;
 $\overline{x_{ik}}$ i -ésimo numerador do *input* relativo da DMU k ;
 $\underline{x_{ik}}$ i -ésimo denominador do *input* relativo da DMU k ;
 $\overline{y_{jk}}$ j -ésimo numerador do *output* da DMU k ;
 $\underline{y_{jk}}$ j -ésimo denominador do *output* da DMU k .
 x_{io} i -ésimo *input* da DMU o ;
 y_{jo} j -ésimo *output* da DMU o ;
 $\overline{y_{jo}}$ j -ésimo numerador do *output* da DMU o ;
 $\underline{y_{jo}}$ j -ésimo denominador do *output* da DMU o .

Variáveis de decisão

- λ_k Peso de importância relativa da DMU k ;
 s_i^- Parcela correspondente a redução do *input* i ;
 s_j^+ Parcela correspondente ao aumento do *output* j .

$$\text{Max} \sum_{i=1}^r w_i^- s_i^- + \sum_{j=1}^m w_j^+ s_j^+ \quad (17)$$

sujeito a:

$$\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k + s_i^- = x_{io}, \quad \forall i \in P; \quad (18)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k - s_j^+ = y_{j0}, \quad \forall j \in Q; \quad (19)$$

$$\sum_{k=1}^n \bar{x}_{ik} \lambda_k - (x_{io} - s_i^-) \sum_{k=1}^n \underline{x}_{ik} \lambda_k = 0, \quad \forall i \in P; \quad (20)$$

$$\sum_{k=1}^n \bar{y}_{jk} \lambda_k - (y_{j0} + s_j^+) \sum_{k=1}^n \underline{y}_{jk} \lambda_k = 0, \quad \forall j \in Q; \quad (21)$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1; \quad (22)$$

$$\lambda_k \geq 0, \quad \forall k; s_i^- \geq 0, \quad \forall i; s_j^+ \geq 0, \quad \forall j. \quad (23)$$

$$\text{Note que: } \frac{\sum_{k=1}^n \bar{x}_{ik} \lambda_k}{\sum_{k=1}^n \underline{x}_{ik} \lambda_k} + s_i^- = \frac{\bar{x}_{io}}{\underline{x}_{io}} \quad \text{e} \quad \frac{\sum_{k=1}^n \bar{y}_{jk} \lambda_k}{\sum_{k=1}^n \underline{y}_{jk} \lambda_k} - s_j^+ = \frac{\bar{y}_{j0}}{\underline{y}_{j0}} \quad (24)$$

Com

$$x_{ik} = \frac{\bar{x}_{ik}}{\underline{x}_{ik}}, \quad \forall i \in P; \quad (25)$$

$$y_{jk} = \frac{\bar{y}_{jk}}{\underline{y}_{jk}}, \quad \forall j \in Q. \quad (26)$$

Observe-se que a função objetivo (17) novamente maximiza as parcelas, correspondente a redução dos *inputs* e o aumento dos *outputs*, multiplicadas pelos seus respectivos pesos, a restrição (18) estabelece a condição para estimar o nível adequado de *input* absoluto i ao desempenho eficiente; a restrição (19) estabelece a estimar o nível adequado de *output* absoluto j ao desempenho eficiente; a restrição (20) estabelece a condição para estimar o nível adequado de *input* relativo i ao desempenho eficiente; a restrição (21) estabelece a condição para estimar o nível adequado de *input* relativo i ao desempenho

eficiente; a restrição (22) estabelece a condição de convexidade para o conjunto de possibilidades de produção e as restrições (23) são as condições de não-negatividade.

Note-se, ainda, que este modelo é uma das contribuições desta tese e foi utilizado na aplicação no Sistema de Saúde descrita no próximo capítulo. Ele pode ser reformulado como sendo um modelo de Programação Linear (PL) usando (27) - (33), sendo esta outra contribuição desta tese.

Os conjuntos, os índices, os parâmetros, as variáveis de decisão e as restrições relacionadas ao modelo (27) - (33) são análogos aos descritos no modelo anterior, exceto pelo acréscimo de variáveis auxiliares:

Variáveis auxiliares

δ_i^- Variável de folga correspondente ao valor de $s_i^- \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k$;

δ_j^+ Variável de folga correspondente ao valor de $s_j^+ \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k$.

$$\text{Max} \sum_{i \in P} w_i^- s_i^- + \sum_{j \in Q} w_j^+ s_j^+ + \sum_{i \in P} w_i^- \delta_i^- + \sum_{j \in Q} w_j^+ \delta_j^+ \quad (27)$$

sujeito a:

$$\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k + s_i^- = x_{i0}, \quad \forall i \notin P; \quad (28)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k - s_j^+ = y_{j0}, \quad \forall j, j \notin Q; \quad (29)$$

$$\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k - x_{i0} \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k + \delta_i^- = 0, \quad \forall i \in P; \quad (30)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k - y_{j0} \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k - \delta_j^+ = 0, \quad \forall j \in Q; \quad (31)$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1; \quad (32)$$

$$\lambda_k \geq 0, \quad \forall k, s_i^- \geq 0, \quad \forall i \notin P; s_j^+ \geq 0, \quad \forall j \notin Q; \delta_i^- \geq 0, \quad \forall i \in P; \delta_j^+ \geq 0, \quad \forall j \in Q. \quad (33)$$

Note-se que :

$$\frac{\sum_{k=1}^n \bar{x}_{ik} \lambda_k}{\sum_{k=1}^n \underline{x}_{ik} \lambda_k} + s_i^- = \frac{\bar{x}_{io}}{\underline{x}_{io}}, \frac{\sum_{k=1}^n \bar{y}_{jk} \lambda_k}{\sum_{k=1}^n \underline{y}_{jk} \lambda_k} - s_j^+ = \frac{\bar{y}_{jo}}{\underline{y}_{jo}}, \delta_i^- = s_i^- \sum_{k=1}^n \underline{x}_{ik} \lambda_k \text{ e } \delta_j^+ = s_j^+ \sum_{k=1}^n \underline{y}_{jk} \lambda_k \quad (34)$$

Com
$$x_{ik} = \frac{\bar{x}_{ik}}{\underline{x}_{ik}}, \forall i \in P; \quad (35)$$

$$y_{jk} = \frac{\bar{y}_{jk}}{\underline{y}_{jk}}, \forall j \in Q. \quad (36)$$

Com estes resultados é possível apresentar a formulação de modelos DEA baseada no modelo da Barganha de Nash, sendo os jogadores (ou agentes) os *outputs* e os *inputs* considerados no modelo. Com estes modelos avalia-se o desempenho de DMUs a partir de níveis mínimos de *outputs* e máximos de *inputs* prometidos (ou exigidos) por ambos agentes, antes de chegarem a um acordo cooperativo, que garantam níveis máximos de *outputs* e mínimos de *inputs*.

Os níveis mínimos de *outputs* e os níveis máximos de *inputs*, que irão definir os pontos de desacordo (*breakdown point*), não necessariamente precisam ser os níveis atuais, mas podem ser superiores aos *outputs* atuais e inferiores aos *inputs* atuais, desde que pertençam ao conjunto de possibilidades de produção (ou estratégias factíveis).

Desta forma, podem-se estabelecer projeções de alvos que satisfaçam as condições mínimas que garantam a eficácia da DMU, desde que estas condições estejam dentro de um conjunto de estratégias factíveis. Caso contrário, o modelo não possuirá solução viável.

Pela solução proposta por Nash, para o acordo entre as projeções dos alvos, substitui-se a função objetivo (511) do Modelo Aditivo, apresentado no Apêndice A, pela função arbitragem de Nash no modelo formulado por (511) - (514) também disponível no Apêndice A, resultando no modelo JBN-DEA:

$$\text{Max } z = \prod_{i=1}^r \left[d_{x_{io}} - \hat{x}_{io} \right] \cdot \prod_{j=1}^m \left[\hat{y}_{jo} - d_{y_{jo}} \right] \quad (37)$$

sujeito a:

$$d_{y_{jo}} \leq \hat{y}_{jo}, \quad \forall j; \quad (38)$$

$$d_{x_{io}} \geq \hat{x}_{io}, \quad \forall i; \quad (39)$$

$$x_{io} - s_i^- = \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k = \hat{x}_{io}, \quad \forall i; \quad (40)$$

$$y_{jo} + s_j^+ = \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k = \hat{y}_{jo}, \quad \forall j; \quad (41)$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1; \quad (42)$$

$$\lambda_k \geq 0, \quad \forall k; s_i^- \geq 0, \quad \forall i; s_j^+ \geq 0, \quad \forall j. \quad (43)$$

sendo $d_{x_{io}}$ o ponto de desacordo associado ao *input* i , $d_{y_{jo}}$ o ponto de desacordo associado ao *output* j , \hat{x}_{io} a meta estimada para *input* i e \hat{y}_{jo} a meta estimada para *output* j que são parâmetros para este modelo. As demais definições de índices, parâmetros, variáveis e restrições são análogas aos modelos anteriores.

Segundo Nash (1953), para que a solução obtida pela função arbitragem satisfaça as quatro propriedades já citadas na Seção 2.5 (Ótimo de Pareto, simetria, independência das alternativas irrelevantes e invariância por transformações lineares), o conjunto de estratégias viáveis tem que ser um conjunto convexo. No Apêndice B estão várias definições e resultados importantes relacionados à Teoria da Otimização Convexa (LUENBERGER; YE, 2008) que foram utilizadas nas demonstrações da sequência do texto.

A quarta propriedade citada por Nash (1953), invariância por transformações lineares, é assegurada apenas nos modelos DEA BCC (Retorno Variável de Escala), descrito no Apêndice A, e é uma consequência direta do Teorema 2, formulado pelo autor desta Tese e apresentado no Apêndice A, página 197.

Similarmente aos modelos convencionais da DEA, as variáveis duais irão representar respectivamente os coeficientes de importância relativa (pesos) de cada variável *input* e *output*, bem como a condição de convexidade imposta estará associado ao fator de escala v^* (variável dual) para o caso do modelo DEA BCC. Observe-se que os valores das variáveis duais podem ser obtidos por meio dos relatórios de análise de sensibilidade fornecidos tanto pelo *software* Solver do Excel® como pelo CPLEX / GAMS - *General Algebraic Modeling System*, que podem ser utilizados na solução dos modelos aqui desenvolvidos.

Pelo que está no Apêndice B, pode-se afirmar que uma solução que representa um máximo local, também é um máximo global. Desta forma, é correto afirmar que os problemas de otimização convexa sempre garantem uma solução ótima global o que os tornam mais fáceis de lidar computacionalmente.

Uma constatação importante neste ponto é que se pode formular um modelo de Otimização Convexa, dado por (44) – (54), que é equivalente ao modelo JBN-DEA,

considerando-se $a_i = \ln \left[d_{x_{i0}} - \hat{x}_{i0} \right] = \ln(\omega_i^-)$ e $b_j = \ln \left[\hat{y}_{j0} - d_{y_{j0}} \right] = \ln(\omega_j^+)$.

A seguir são descritos os índices, parâmetros, variáveis e restrições do (44) – (54):

Índices

- i Específica qual o tipo de *input*, $i = \{1, 2, \dots, r\}$;
- j Específica qual o tipo de *output*, $j = \{1, 2, \dots, m\}$;
- k Específica qual o tipo de DMU, $k = \{1, 2, \dots, n\}$.

Parâmetros

- n Número total de DMUs avaliadas;
- r Número total de *inputs* avaliados em cada DMU;
- m Número total de *outputs* avaliados em cada DMU;
- x_{ik} i -ésimo *input* da k -ésima DMU ;
- y_{jk} j -ésimo *output* da k -ésima DMU k ;
- x_{i0} i -ésimo *input* da DMU que está sob avaliação;
- y_{j0} j -ésimo *output* da DMU que está sob avaliação;

- $d_{x_{io}}$ i -ésima ponto de desacordo para o *input* i da DMU o ;
- $d_{y_{jo}}$ j -ésima ponto de desacordo para o *output* j da DMU o ;
- M *Big M*;

Variáveis de decisão

- λ_k Peso de importância relativa da DMU k ;
- s_i^- Parcela correspondente a redução do *input* i relação ao estado atual;
- s_j^+ Parcela correspondente ao aumento do *output* j em relação ao estado atual.

Variáveis auxiliares

- ω_j^+ Parcela correspondente ao aumento do *output* j em relação ao ponto de desacordo;
- ω_i^- Parcela correspondente a redução do *input* i em relação ao ponto de desacordo;
- a_i Variável associado ao valor do logaritmo neperiano da parcela correspondente à redução do *input* i em relação ao ponto de desacordo;
- b_j Variável associado ao valor do logaritmo neperiano da parcela correspondente ao aumento do *output* j em relação ao ponto de desacordo.

$$\text{Max } \ln(z) = \sum_{j=1}^m b_j + \sum_{i=1}^r a_i \quad (44)$$

sujeito a:

$$s_j^+ - \omega_j^+ = d_{y_{jo}} - y_{jo}, \quad \forall j; \quad (45)$$

$$\omega_i^- + s_i^- = d_{x_{io}} - x_{io}, \quad \forall i; \quad (46)$$

$$\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k + s_i^- = x_{io}, \quad \forall i; \quad (47)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k - s_j^+ = y_{jo}, \quad \forall j; \quad (48)$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1; \quad (49)$$

$$e^{b_j - \omega_j^+} \leq e^{-M}, \quad \forall j; \quad (50)$$

$$e^{a_i - \omega_i^-} \leq e^{-M}, \quad \forall i; \quad (51)$$

$$b_j \geq -M, \quad \forall j; \quad (52)$$

$$a_i \geq -M, \quad \forall i; \quad (53)$$

$$\lambda_k \geq 0, \quad \forall k; s_j^+ \geq 0, \quad \forall j; s_i^- \geq 0, \quad \forall i; \omega_j^+ \geq 0, \quad \forall j; \omega_i^- \geq 0, \quad \forall i. \quad (54)$$

sendo o valor do parâmetro M (*big M*) suficientemente grande de forma que o valor de e^{-M} tenda a zero.

Note-se que a função objetivo (44) maximiza o valor do logaritmo da função (44), a restrição (45) estabelece a condição para que a variável ω_j^+ seja igual a parcela correspondente ao aumento do *output j* em relação ao ponto de desacordo; a restrição (46) estabelece a condição para que a variável ω_i^- seja igual a parcela correspondente a redução do *input i* em relação ao ponto de desacordo; estabelece a condição para estimar o nível adequado de *input* relativo i ao desempenho eficiente; a restrição (47) estabelece a condição para estimar o nível adequado de *input* relativo i ao desempenho eficiente; a restrição (48) estabelece a condição para estimar o nível adequado de *output* relativo j ao desempenho eficiente; a restrição (49) estabelece a condição de convexidade para o conjunto de possibilidades de produção; a restrição (50) estabelece a condição para que a variável a variável b_j seja igual ao valor do logaritmo neperiano da parcela correspondente ao aumento do *output j* em relação ao ponto

de desacordo; a restrição (51) estabelece a condição para que a variável a_i seja igual a o valor do logaritmo neperiano da parcela correspondente a redução do *input* i em relação ao ponto de desacordo; e as restrições (54) são as condições de não-negatividade para as variáveis.

Observe-se que o modelo (44) - (54) pode apresentar solução inviável, caso o ponto de desacordo não esteja dentro do conjunto de possibilidades de produção. Para garantir que o ponto de desacordo pertença ao conjunto de possibilidades de produção, sugere-se a resolução deste modelo (44) - (54) em duas fases, sendo esta mais uma contribuição desta tese:

- Fase 1 - Tem como objetivo minimizar os desvios em relação aos pontos de desacordo desejáveis. Propõe-se utilizar novamente a função arbitragem de Nash como argumento para se mantida uma boa relação de compromisso entre os valores de desvios em relação ao ponto de desacordo desejável.

Os índices, parâmetros, variáveis e restrições para o modelo (55) – (63) são análogos aos dos modelos anteriores, exceto para os seguintes parâmetros, variáveis e restrições:

Parâmetros

R_i^- Amplitude dos dados de *input* i ;

R_j^+ Amplitude dos dados de *output* j .

Variáveis auxiliares

ψ_i^- Variável de desvio para menos em relação ao ponto do desacordo desejável para o *input* i ;

ψ_i^+ Variável de desvio para mais em relação ao ponto de desacordo desejável para o *input* i ;

ε_j^- Variável de desvio para menos em relação ao ponto de desacordo desejável para o *output* j ;

ε_j^+ Variável de desvio para mais em relação ao ponto de desacordo desejável para o *output* j .

$$\text{Max } z_1 = \prod_{i=1}^r [R_i^- - (\psi_i^- + \psi_i^+)] \prod_{j=1}^m [R_j^+ - (\varepsilon_j^- + \varepsilon_j^+)] \quad (55)$$

sujeito a:

$$\psi_i^- + \psi_i^+ \leq R_i^-, \quad \forall i; \quad (56)$$

$$\varepsilon_j^- + \varepsilon_j^+ \leq R_j^+, \quad \forall j; \quad (57)$$

$$\psi_i^- \cdot \psi_i^+ = 0, \quad \forall i; \quad (58)$$

$$\varepsilon_j^- \cdot \varepsilon_j^+ = 0, \quad \forall j; \quad (59)$$

$$\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k + \psi_i^- - \psi_i^+ = d_{x_{io}}, \quad \forall i; \quad (60)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k + \varepsilon_j^- - \varepsilon_j^+ = d_{y_{jo}}, \quad \forall j; \quad (61)$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1; \quad (62)$$

$$\lambda_k \geq 0, \quad \forall k; \varepsilon_j^- \geq 0, \quad \forall j; \varepsilon_j^+ \geq 0, \quad \forall j; \psi_i^- \geq 0, \quad \forall i; \psi_i^+ \geq 0, \quad \forall i. \quad (63)$$

sendo $R_i^- = \text{Max}(x_{ik}) - \text{Min}(x_{ik})$ e o $R_j^+ = \text{Max}(y_{jk}) - \text{Min}(y_{jk})$ as amplitudes, respectivamente, para os *inputs* e os *outputs* e são parâmetros para este modelo.

Observe-se que a função objetivo (55) maximiza o produtório das diferenças entre as amplitudes de cada conjunto de dados em relação aos respectivos desvios, com esta função objetivo obtêm-se a minimização das variáveis de desvios por meio da função arbitragem de Nash, argumento este que garantem a melhor relação de compromisso, a restrição (56) estabelece a condição para qualquer variável de desvio para menos ou para mais em relação ao ponto de desacordo desejável para o *input* i seja menor ou igual que a amplitude dos dados de *input* i ; a restrição (57) estabelece a condição para que qualquer variável de desvio, para

menos ou para mais em relação ao ponto de desacordo desejável para o *input* i , seja menor ou igual que a amplitude dos dados de *outputs* j ; as restrições (56) e (57) vêm do fato de que os valores dos alvos, que podem ser assumidos pelo modelo, devem estar entre o maior e o menor valor observado de cada conjunto de *input/output* observado. Tal fato é uma implicação da condição de convexidade imposta pela restrição (62). Continuando a descrição das restrições, a restrição (58) estabelece que o produto das variáveis de desvio, para menos ou para mais em relação ao ponto de desacordo desejável para o *input* i , seja igual a zero; a restrição (59) estabelece que o produto das variáveis de desvio, para menos ou para mais em relação ao ponto de desacordo desejável para o *output* j , seja igual a zero e a restrição (60) estabelece a condição para estimar o ponto de desacordo para o *input* i de forma mais próxima possível do desejável; a restrição (61) estabelece a condição para estimar o ponto de desacordo para o *output* j de forma mais próxima possível do desejável.

Para que o modelo (55) – (63) continue sendo viável, sabe-se que os pontos de desacordos desejáveis devem satisfazer:

$$\min(x_{ik}) \leq d_{x_{io}} \leq \max(x_{ik}), \quad \forall i; \quad (64)$$

$$\min(y_{jk}) \leq d_{y_{jo}} \leq \max(y_{jk}), \quad \forall j. \quad (65)$$

Observa-se que a necessidade de imposição das restrições (58) e (59), que garante a condição de que o produto dos desvios deva ser igual a zero (SILVA; MARINS, 2014), torna o conjunto de soluções viáveis não convexo. Mas um modelo equivalente, dado por (66) - (76), pode ser formulado conforme se segue. Os índices, parâmetros, variáveis e restrições para modelo (66) - (76) são análogos aos dos modelos anteriores, exceto para as variáveis auxiliares:

Variáveis auxiliares

ψ_i Variável de desvio para menos ou para mais em relação ao ponto do desacordo desejável para o *input* i ;

ε_j Variável de desvio para menos ou para mais em relação ao ponto de desacordo desejável para o *output j*;

h_i Variável associado ao valor de $|\psi_i|$;

g_j Variável associado ao valor de $|\delta_j|$.

$$\text{Max } z_1 = \prod_{i=1}^r [R_i^- - h_i] \prod_j^m [R_j^+ - g_j] \quad (66)$$

sujeito a:

$$h_i \leq R_i^-, \quad \forall i; \quad (67)$$

$$g_j \leq R_j^+, \quad \forall j; \quad (68)$$

$$-\psi_i \leq h_i, \quad \forall i; \quad (69)$$

$$\psi_i \leq h_i, \quad \forall i; \quad (70)$$

$$\varepsilon_j \leq g_j, \quad \forall j; \quad (71)$$

$$-\varepsilon_j \leq g_j, \quad \forall j; \quad (72)$$

$$\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k + \psi_i = d_{x_{io}}, \quad \forall i; \quad (73)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k + \varepsilon_j = d_{y_{jo}}, \quad \forall j; \quad (74)$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1; \quad (75)$$

$$\lambda_k \geq 0, \quad \forall k. \quad (76)$$

Note-se que o modelo (66) à (76) apresenta um conjunto convexo de soluções viáveis, conforme pode ser demonstrado utilizando-se a fundamentação teórica sobre os conceitos e os resultados da otimização convexa no Apêndice B.

Observe-se que a função objetivo (66) é similar a função (55), as restrições (69) e (70) estabelecem que qualquer h_i seja igual a $|\psi_i|$ e as restrições (71) e (72) estabelecem que qualquer g_j seja igual a $|\delta_j|$. Assim, um modelo equivalente ao (66) – (76), na forma de um problema de um problema de Otimização Convexa, pode ser expresso de acordo com as expressões (77) - (91). Os índices, parâmetros, variáveis e restrições para o modelo (77) - (91) são os mesmos dos modelos anteriores, exceto para as variáveis auxiliares:

Variáveis auxiliares

- τ_i Variável que representa a diferença entre a amplitude R_i^- e a variável de desvio para menos ou para mais em relação ao ponto do desacordo desejável para o *input* i ;
- ρ_j Variável que representa a diferença entre a amplitude R_j^+ e a variável desvio para menos ou para mais em relação ao ponto de desacordo desejável para o *output* j ;
- α_i Variável associado ao valor de $\ln \tau_i$;
- β_j Variável associado ao valor de $\ln \rho_j$.

$$\text{Max } \ln(z_1) = \sum_{j=1}^m \beta_j + \sum_{i=1}^r \alpha_i \quad (77)$$

sujeito a:

$$h_i + \tau_i = R_i^-, \quad \forall i; \quad (78)$$

$$g_j + \rho_j = R_j^+, \quad \forall j; \quad (79)$$

$$-\psi_i \leq h_i, \quad \forall i; \quad (80)$$

$$\psi_i \leq h_i, \quad \forall i; \quad (81)$$

$$\varepsilon_j \leq g_j, \quad \forall j; \quad (82)$$

$$-\varepsilon_j \leq g_j, \quad \forall j; \quad (83)$$

$$\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k + \psi_i = d_{x_{io}}, \quad \forall i; \quad (84)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k + \varepsilon_j = d_{y_{jo}}, \quad \forall j; \quad (85)$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1; \quad (86)$$

$$e^{\beta_j - \rho_j} \leq e^{-M}, \quad \forall j; \quad (87)$$

$$e^{\alpha_i - \tau_i} \leq e^{-M}, \quad \forall i; \quad (88)$$

$$\beta_j \geq -M, \quad \forall j; \quad (89)$$

$$\alpha_i \geq -M, \quad \forall i; \quad (90)$$

$$\lambda_k \geq 0, \quad \forall k; \rho_j \geq 0, \quad \forall j; \tau_i \geq 0, \quad \forall i. \quad (91)$$

Observe-se que a função objetivo (77) maximiza o logaritmo da função (66), as restrições em (87) garantem que qualquer variável α_i seja igual a $\ln \tau_i$; e as restrições em (87) garantem que qualquer variável β_j seja igual a $\ln \rho_j$.

Continuando a solução do modelo JBN-DEA, dado por (44) – (54), tem-se a Fase 2 descrita a seguir.

- Fase 2 - Utiliza-se a solução deste último modelo (valores ótimos de ψ_i^* e ε_j^*) como parâmetros para o modelo formulado em (92) - (102):

$$\text{Max } \ln(z_2) = \sum_{j=1}^m b_j + \sum_{i=1}^r a_i \quad (92)$$

sujeito a:

$$s_j^+ - \omega_j^+ = d_{y_{j0}} + \varepsilon_j^* - y_{j0}, \quad \forall j; \quad (93)$$

$$\omega_i^- - s_i^- = d_{x_{i0}} + \psi_i^* - x_{i0}, \quad \forall i; \quad (94)$$

$$\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k + s_i^- = x_{i0}, \quad \forall i; \quad (95)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k - s_j^+ = y_{j0}, \quad \forall j; \quad (96)$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1; \quad (97)$$

$$e^{b_j - \omega_j^+} \leq e^{-M}, \quad \forall j; \quad (98)$$

$$e^{a_i - \omega_i^-} \leq e^{-M}, \quad \forall i; \quad (99)$$

$$b_j \geq -M, \quad \forall j; \quad (100)$$

$$a_i \geq -M, \quad \forall i; \quad (101)$$

$$\lambda_k \geq 0, \quad \forall k; s_j^+ \geq 0, \quad \forall j; s_i^- \geq 0, \quad \forall i; \omega_j^+ \geq 0, \quad \forall j; \omega_i^- \geq 0, \quad \forall i. \quad (102)$$

Note-se que, a função objetivo (92) é similar a função objetivo (44), considerando agora que os parâmetros relacionados ao ponto de desacordo é estimado com a ajuda do modelo da

primeira fase, a restrição (93) estabelece a condição para que a variável ω_j^+ seja igual a parcela correspondente ao aumento do *output* j em relação ao ponto de desacordo e a restrição (94) estabelece a condição para que a variável ω_i^- seja igual a parcela correspondente a redução do *input* i em relação ao ponto de desacordo.

Observe-se, ainda, que para os casos em que $y_{jo} = d_{y_{jo}}$ e $d_{x_{io}} = x_{io}$, pode-se simplificar este último modelo obtendo a formulação dada por:

$$\text{Max } \ln(z) = \sum_{j=1}^m \ln(s_j^+ + e^{-M}) + \sum_{i=1}^r \ln(s_i^- + e^{-M}) \quad (103)$$

sujeito a:

$$\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k + s_i^- = x_{io}, \quad \forall i; \quad (104)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k - s_j^+ = y_{jo}, \quad \forall j; \quad (105)$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1; \quad (106)$$

$$\lambda_k \geq 0, \quad \forall k; s_j^+ \geq 0, \quad \forall j; s_i^- \geq 0, \quad \forall i. \quad (107)$$

O problema Dual (o modelo dos multiplicadores) deste último modelo pode ser expresso por (108) - (112), sendo os índices, parâmetros e variáveis análogos aos dos modelos anteriores, exceto para o se segue:

Variáveis de decisão

- v_i Peso de importância relativa para o *input* i ;
- u_j Peso de importância relativa para o *output* j ;
- v^* Fator de escala.

$$\begin{aligned} \text{Min } & \sum_{j=1}^m \ln(s_j^+ + e^{-M}) + \sum_{i=1}^r \ln(s_i^- + e^{-M}) - \sum_{j=1}^m u_j y_{j0} + \sum_{i=1}^r v_i x_{i0} + v^* \\ & - \sum_{j=1}^m \frac{s_j^+}{(s_j^+ + e^{-M})} - \sum_{i=1}^r \frac{s_i^-}{(s_i^- + e^{-M})} \end{aligned} \quad (108)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^m u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} - v^* \leq 0, \quad \forall k; \quad (109)$$

$$u_j \geq \frac{1}{s_j^+ + e^{-M}}, \quad \forall j; \quad (110)$$

$$v_i \geq \frac{1}{s_i^- + e^{-M}}, \quad \forall i; \quad (111)$$

$$v^* \text{ livre}; \quad s_j^+ \geq 0, \quad \forall j; \quad s_i^- \geq 0; \quad \forall i. \quad (112)$$

Observe-se que a restrição (109) estabelece a condição para que o valor da medida de eficiência seja menor ou igual a um; a restrição (110) estabelece a condição para que o peso de importância relativa do *output* j seja igual ao inverso da folga s_j^+ ; a restrição (111) estabelece a condição para que o peso de importância relativa do *input* i seja igual ao inverso da folga s_i^- e a expressão (112) representa o domínio das variáveis.

Destaque-se que este modelo dual não é de Otimização Convexa, apresentando, portanto, dificuldades na sua resolução devido à existência de mínimos locais. Por meio do modelo dos multiplicadores, pode-se definir a Eficiência como sendo:

$$E_0 = \left(\frac{\sum_{j=1}^m u_j y_{j0}}{\sum_{i=1}^r v_i x_{i0} + v^*} \right) = \left[\sum_{j=1}^m \frac{y_{j0}}{(s_j^+ + e^{-M})} \right] / \left[\sum_{i=1}^r \frac{x_{i0}}{(s_i^- + e^{-M})} + v^* \right] \quad (113)$$

Entretanto, observe-se que esta medida de eficiência é sensível às transformações lineares. Para tratar este problema aconselha-se utilizar a Medida de Eficiência Generalizada (*Generalized Efficiency Measure - GEM*), proposta por (COOPER; PARK; PASTOR, 1999):

$$\Gamma = 1 - \frac{1}{r+m} \left(\sum_{i=1}^r \frac{s_i^-}{[\max(x_{ik}) - \min(x_{ik})]} + \sum_{j=1}^m \frac{s_j^+}{[\max(y_{jk}) - \min(y_{jk})]} \right) \quad (114)$$

Caso o modelo considere dados relativos (dados obtidos por meio da razão entre um numerador e um denominador), sabe-se que são válidas as expressões (115) - (118), e as definições dos índices, conjuntos, parâmetros e variáveis são análogas às dos modelos anteriores.

$$x_{io} - \frac{\sum_{k=1}^n \overline{x_{ik}} \lambda_k}{\sum_{k=1}^n \underline{x_{ik}} \lambda_k} = \frac{x_{io} \sum_{k=1}^n \underline{x_{ik}} \lambda_k - \sum_{k=1}^n \overline{x_{ik}} \lambda_k}{\sum_{k=1}^n \underline{x_{ik}} \lambda_k} = s_i^-, \quad \forall i \in P; \quad (115)$$

$$\frac{\sum_{k=1}^n \overline{y_{jk}} \lambda_k}{\sum_{k=1}^n \underline{y_{jk}} \lambda_k} - y_{jo} = \frac{\sum_{k=1}^n \overline{y_{jk}} \lambda_k - y_{jo} \sum_{k=1}^n \underline{y_{jk}} \lambda_k}{\sum_{k=1}^n \underline{y_{jk}} \lambda_k} = s_j^+, \quad \forall j \in Q; \quad (116)$$

$$x_{io} \sum_{k=1}^n \underline{x_{ik}} \lambda_k - \sum_{k=1}^n \overline{x_{ik}} \lambda_k = s_i^- \sum_{k=1}^n \underline{x_{ik}} \lambda_k = \delta_i^-, \quad \forall i \in P; \quad (117)$$

$$\sum_{k=1}^n \overline{y_{jk}} \lambda_k - y_{jo} \sum_{k=1}^n \underline{y_{jk}} \lambda_k = s_j^+ \sum_{k=1}^n \underline{y_{jk}} \lambda_k = \delta_j^+, \quad \forall j \in Q. \quad (118)$$

Pode-se verificar que um conjunto de soluções que satisfaz as seguintes restrições:

$$\sum_{k=1}^n \underline{x_{ik}} \lambda_k + s_i^- = x_{io}, \quad \forall i \notin P; \quad (119)$$

$$\sum_{k=1}^n \underline{y_{jk}} \lambda_k - s_j^+ = y_{jo}, \quad \forall j \notin Q; \quad (120)$$

$$\sum_{k=1}^n \overline{x_{ik} \lambda_k} - x_{io} \sum_{k=1}^n \overline{x_{ik} \lambda_{k_i}^-} + s_i^- \sum_{k=1}^n \overline{x_{ik} \lambda_{k_i}^-} = 0, \quad \forall i \in P; \quad (121)$$

$$\sum_{k=1}^n \overline{y_{jk} \lambda_k} - y_{jo} \sum_{k=1}^n \overline{y_{jk} \lambda_k} - s_j^+ y_{jo} \sum_{k=1}^n \overline{y_{jk} \lambda_k} = 0, \quad \forall j \in Q; \quad (122)$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1; \quad (123)$$

$$\lambda_k \geq 0, \quad \forall k; s_j^+ \geq 0, \quad \forall j; s_i^- \geq 0, \quad \forall i. \quad (124)$$

Este conjunto de soluções também satisfaz:

$$\frac{\sum_{k=1}^n \overline{x_{ik} \lambda_k} + s_i^-}{\sqrt{(m+r) \prod_{i \in P} \left(\sum_{k=1}^n \overline{x_{ik} \lambda_k} \right) \cdot \prod_{j \in Q} \left(\sum_{k=1}^n \overline{y_{jk} \lambda_k} \right)}} = \frac{x_{io}}{\sqrt{(m+r) \prod_{i \in P} \left(\sum_{k=1}^n \overline{x_{ik} \lambda_k} \right) \cdot \prod_{j \in Q} \left(\sum_{k=1}^n \overline{y_{jk} \lambda_k} \right)}}, \quad \forall i \notin P; \quad (125)$$

$$\frac{\sum_{k=1}^n \overline{y_{jk} \lambda_k} - s_j^+}{\sqrt{(m+r) \prod_{i \in P} \left(\sum_{k=1}^n \overline{x_{ik} \lambda_k} \right) \cdot \prod_{j \in Q} \left(\sum_{k=1}^n \overline{y_{jk} \lambda_k} \right)}} = \frac{y_{jo}}{\sqrt{(m+r) \prod_{i \in P} \left(\sum_{k=1}^n \overline{x_{ik} \lambda_k} \right) \cdot \prod_{j \in Q} \left(\sum_{k=1}^n \overline{y_{jk} \lambda_k} \right)}}, \quad \forall j \notin Q; \quad (126)$$

$$\frac{\sum_{k=1}^n \overline{x_{ik} \lambda_k} - x_{io} \sum_{k=1}^n \overline{x_{ik} \lambda_{k_i}^-} + s_i^- \sum_{k=1}^n \overline{x_{ik} \lambda_{k_i}^-}}{\sqrt{(m+r) \prod_{i \in P} \left(\sum_{k=1}^n \overline{x_{ik} \lambda_{k_i}^-} \right) \cdot \prod_{j \in Q} \left(\sum_{k=1}^n \overline{y_{jk} \lambda_{k_i}^-} \right)}} = 0, \quad \forall i \in P; \quad (127)$$

$$\frac{\sum_{k=1}^n \overline{y_{jk} \lambda_k} - y_{jo} \sum_{k=1}^n \overline{y_{jk} \lambda_k} - s_j^+ y_{jo} \sum_{k=1}^n \overline{y_{jk} \lambda_k}}{\sqrt{(m+r) \prod_{i \in P} \left(\sum_{k=1}^n \overline{x_{ik} \lambda_k} \right) \cdot \prod_{j \in Q} \left(\sum_{k=1}^n \overline{y_{jk} \lambda_k} \right)}} = 0, \quad \forall j \in Q; \quad (128)$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{\lambda_k}{\sqrt{(m+r) \prod_{i \in P} \left(\sum_{k=1}^n \overline{x_{ik} \lambda_k} \right) \cdot \prod_{j \in Q} \left(\sum_{k=1}^n \overline{y_{jk} \lambda_k} \right)}} = \frac{1}{\sqrt{(m+r) \prod_{i \in P} \left(\sum_{k=1}^n \overline{x_{ik} \lambda_k} \right) \cdot \prod_{j \in Q} \left(\sum_{k=1}^n \overline{y_{jk} \lambda_k} \right)}}; \quad (129)$$

$$\lambda_k \geq 0, \forall k; s_j^+ \geq 0, \forall j; s_i^- \geq 0, \forall i. \quad (130)$$

Observe-se que a função objetivo z é equivalente a:

$$z = \prod_{j \in Q} s_j^+ \cdot \prod_{i \in P} s_i^- \cdot \prod_{j \notin Q} s_j^+ \cdot \prod_{i \notin Q} s_i^- = \frac{\prod_{j \in Q} \delta_j^+ \cdot \prod_{i \in P} \delta_i^- \cdot \prod_{j \notin Q} s_j^+ \cdot \prod_{i \notin Q} s_i^-}{\left[\prod_{i \in P} \left(\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k^- \right) \cdot \prod_{j \in Q} \left(\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^- \right) \right]^{(m+r)}} \quad (131)$$

Definindo como p número de *inputs* relativos em cada DMU e q o número de *outputs* relativos, pode-se formular o seguinte modelo:

$$\max z = \prod_{j \in Q} s_j^+ \cdot \prod_{i \in P} s_i^- \cdot \prod_{j \notin Q} s_j^+ \cdot \prod_{i \notin Q} s_i^- \quad (132)$$

sujeito a:

$$\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k + s_i^- = x_{io}, \quad \forall i \notin P; \quad (133)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k - s_j^+ = y_{jo}, \quad \forall j \notin Q; \quad (134)$$

$$\sum_{k=1}^n \overline{x_{ik}} \lambda_k - x_{io} \sum_{k=1}^n \overline{x_{ik}} \lambda_{ki}^- + s_i^- \sum_{k=1}^n \overline{x_{ik}} \lambda_{ki}^- = 0, \quad \forall i \in P; \quad (135)$$

$$\sum_{k=1}^n \overline{y_{jk}} \lambda_k - y_{jo} \sum_{k=1}^n \overline{y_{jk}} \lambda_k - s_j^+ y_{jo} \sum_{k=1}^n \overline{y_{jk}} \lambda_k = 0, \quad \forall j \in Q; \quad (136)$$

$$\lambda_k \geq 0, \forall k; s_j^+ \geq 0, \forall j; s_i^- \geq 0, \forall i. \quad (137)$$

Note-se que o conjunto de soluções para este modelo não é um conjunto convexo. Considerem-se as seguintes transformações de variáveis:

$$\frac{\lambda_k}{\sqrt{(m+r) \prod_{i \in P} \left(\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \right) \cdot \prod_{j \in Q} \left(\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \right)}} = \mu_k, \quad \forall k; \quad (138)$$

$$\frac{1}{\sqrt{(m+r) \prod_{i \in P} \left(\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \right) \cdot \prod_{j \in Q} \left(\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \right)}} = \varphi; \quad (139)$$

$$\frac{s_j^+}{\sqrt{(m+r) \prod_{i \in P} \left(\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \right) \cdot \prod_{j \in Q} \left(\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \right)}} = v_j^+, \quad \forall j \in Q; \quad (140)$$

$$\frac{s_i^-}{\sqrt{(m+r) \prod_{i \in P} \left(\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \right) \cdot \prod_{j \in Q} \left(\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \right)}} = v_i^-, \quad \forall i \notin P; \quad (141)$$

$$\frac{\delta_j^+}{\sqrt{(m+r) \prod_{i \in P} \left(\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \right) \cdot \prod_{j \in Q} \left(\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \right)}} = v_j^+, \quad \forall j \in Q; \quad (142)$$

$$\frac{\delta_i^-}{\sqrt{(m+r) \prod_{i \in P} \left(\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \right) \cdot \prod_{j \in Q} \left(\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \right)}} = v_i^-, \quad \forall i \in P. \quad (143)$$

Com as transformações de (138) – (143), pode-se formular um modelo equivalente ao modelo (132) – (137), dado pelas expressões (144) – (151), os índices, parâmetros e restrições são análogos aos dos modelos anteriores, exceto para:

Conjuntos

P Conjunto dos *inputs* relativos;

Q Conjunto dos *outputs* relativos.

Parâmetros

p Número total de *inputs* relativos avaliados em cada DMU;

q Número total de *outputs* relativos avaliados em cada DMU;

x_{ik} i -ésimo *input* da k -ésima DMU;

y_{jk} j -ésimo *output* da k -ésima DMU;

x_{io} i -ésimo *input* da DMU que está sob avaliação;

y_{jo}	j -ésimo <i>output</i> da DMU que está sob avaliação;
$\overline{x_{ik}}$	i -ésimo numerador do <i>input</i> relativo da k -ésima DMU;
$\underline{x_{ik}}$	i -ésimo denominador do <i>input</i> relativo da k -ésima DMU;
$\overline{y_{jk}}$	j -ésimo numerador do <i>output</i> da k -ésima DMU;
$\underline{y_{jk}}$	j -ésimo denominador do <i>output</i> da k -ésima DMU;
$\overline{x_{io}}$	i -ésimo numerador do <i>input</i> relativo da DMU que está sob avaliação;
$\underline{x_{io}}$	i -ésimo denominador do <i>input</i> relativo da DMU que está sob avaliação;
$\overline{y_{jo}}$	j -ésimo numerador do <i>output</i> da DMU que está sob avaliação;
$\underline{y_{jo}}$	j -ésimo denominador do <i>output</i> da DMU que está sob avaliação.

$$\max z = \prod_{j=1}^m s_j^+ \cdot \prod_{i=1}^r s_i^- = \varphi^{[(m+r)-(p+q)]} \cdot \prod_{i \in P} \left(\sum_{k=1}^n \overline{x_{ik}} \mu_k \right) \cdot \prod_{j \in Q} \left(\sum_{k=1}^n \underline{y_{jk}} \mu_k \right) \cdot \prod_{j=1}^m v_j^+ \cdot \prod_{i=1}^r v_i^- \quad (144)$$

sujeito a:

$$\sum_{k=1}^n \overline{x_{ik}} \mu_k + v_i^- = \varphi x_{io}, \quad \forall i \notin P; \quad (145)$$

$$\sum_{k=1}^n \underline{y_{jk}} \mu_k - v_j^+ = \varphi y_{jo}, \quad \forall j \notin Q; \quad (146)$$

$$\sum_{k=1}^n \overline{x_{ik}} \mu_k - x_{io} \sum_{k=1}^n \underline{x_{ik}} \mu_k + v_i^- = 0, \quad \forall i \in P; \quad (147)$$

$$\sum_{k=1}^n \underline{y_{jk}} \mu_k - y_{jo} \sum_{k=1}^n \overline{y_{jk}} \mu_k - v_j^+ = 0, \quad \forall j \in Q; \quad (148)$$

$$\sum_{k=1}^n \mu_k = \varphi; \quad (149)$$

$$\varphi^{[(m+r)-(p+q)]} \prod_{i \in P} \left(\sum_{k=1}^n x_{ik} \mu_k \right) \cdot \prod_{j \in Q} \left(\sum_{k=1}^n y_{jk} \mu_k \right) = 1; \quad (150)$$

$$\mu_k \geq 0, \quad \forall k; \quad v_j^+ \geq 0, \quad \forall j; \quad v_i^- \geq 0, \quad \forall i. \quad (151)$$

Observe-se que a restrição (150) estabelece a condição para que as equivalências entre as variáveis originais e as substituídas sejam satisfeitas. Note-se ainda que as restrições (133)

à (136), cada uma multiplicada pelo fator $\frac{1}{\sqrt{(m+r) \prod_{i \in P} \left(\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \right) \cdot \prod_{j \in Q} \left(\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \right)}}$, são equivalentes às

expressões de (145) à (149). Pode-se mostrar que o modelo (144) - (151) é equivalente ao modelo de Otimização Convexa expresso em (152) - (166), sendo os índices, conjuntos, parâmetros, variáveis e restrições análogos aos dos modelos anteriores, exceto por:

Variáveis auxiliares

- γ_i Variável que representa o $\ln \sum_{k=1}^n x_{ik} \mu_k$;
- v_j Variável que representa o $\ln \sum_{k=1}^n y_{jk} \mu_k$;
- κ Variável associada ao valor de $\ln \varphi$.

$$\text{Max } \ln(z) = [(m+r)-(p+q)]\kappa + \sum_{i \in P} \gamma_i + \sum_{j \in Q} v_j + \sum_{j=1}^m b_j + \sum_{i=1}^r a_i \quad (152)$$

sujeito a:

$$\sum_{k=1}^n x_{ik} \mu_k + v_i^- = \varphi \cdot x_{io}, \quad \forall i \notin P; \quad (153)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} \mu_k - v_j^+ = \varphi \cdot y_{jo}, \quad \forall j \notin Q; \quad (154)$$

$$\sum_{k=1}^n \overline{x_{ik}} \mu_k - x_{io} \sum_{k=1}^n \overline{x_{ik}} \mu_k^- + v_i^- = 0, \quad \forall i \in P; \quad (155)$$

$$\sum_{k=1}^n \overline{y_{jk}} \mu_k - y_{jo} \sum_{k=1}^n \overline{y_{jk}} \mu_k - v_j^+ = 0, \quad \forall j \in Q; \quad (156)$$

$$\sum_{k=1}^n \mu_k = \varphi; \quad (157)$$

$$[(m+r)-(p+q)]\kappa + \sum_{i \in P} \gamma_i + \sum_{j \in Q} v_j = 0; \quad (158)$$

$$e^\kappa \leq \varphi; \quad (159)$$

$$e^{v_j} \leq \sum_{k=1}^n \overline{y_{jk}} \mu_k, \quad \forall j \in Q; \quad (160)$$

$$e^{\gamma_i} \leq \sum_{k=1}^n \overline{x_{ik}} \mu_k, \quad \forall i \in P; \quad (161)$$

$$e^{b_j - s_j^+} \leq e^{-M}, \quad \forall j; \quad (162)$$

$$e^{a_i - s_i^-} \leq e^{-M}, \quad \forall i; \quad (163)$$

$$b_j \geq -M, \quad \forall j; \quad (164)$$

$$a_i \geq -M, \quad \forall i; \quad (165)$$

$$\mu_k \geq 0, \quad \forall k; v_j^+ \geq 0, \quad \forall j; v_i^- \geq 0, \quad \forall i. \quad (166)$$

Observe-se que a restrição (159) estabelece a condição para garantir que a variável κ seja igual ao valor de $\ln \varphi$; a restrição (160) estabelece a condição para garantir que a variável v_j seja igual ao valor de $\ln \sum_{k=1}^n \overline{y_{jk}} \mu_k$ e a restrição (161) estabelece a condição

para garantir que a variável γ_i seja igual ao valor de $\ln \sum_{k=1}^n x_{ik} \mu_k$. As demais restrições são similares às dos modelos anteriores.

Com a finalidade de ilustrar este procedimento de resolução do modelo JBN-DEA, passa-se a apresentar um exemplo cujos dados estão na Tabela 1 e na Figura 16, onde X são os *inputs* e Y são os *outputs*.

Tabela 1-Dados ilustrativos

DMU	X	Y
A	16	4
B	14	3
C	12	3
D	3	3
E	4	2
F	3	1

Para efeito de comparação, aplica-se, inicialmente, o Modelo Aditivo da DEA, formulado por (167) – (171), para a DMU B , obtendo-se:

$$\text{Max } \frac{s^-}{(16-3)} + \frac{s^+}{(4-1)} \quad (167)$$

sujeito a:

$$16\lambda_A + 14\lambda_B + 12\lambda_C + 3\lambda_D + 4\lambda_E + 3\lambda_F + s^- = 14, \quad (168)$$

$$4\lambda_A + 3\lambda_B + 3\lambda_C + 3\lambda_D + 2\lambda_E + \lambda_F - s^+ = 3, \quad (169)$$

$$\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C + \lambda_D + \lambda_E + \lambda_F = 1, \quad (170)$$

$$\lambda_k \geq 0 \quad \forall k, s^- \geq 0, s^+ \geq 0. \quad (171)$$

Resolvendo-se este modelo, para a DMU B , por intermédio de algum software (por exemplo, Solver do Excel®) tem-se que sua solução implica na redução do *input* X de 14 para

3, mantendo-se o nível do *output* em 3 (Ver o ponto D ilustrado na Figura 16), e além disto identifica-se a DMU D como sendo seu *benchmark*.

Percebe-se, assim, que embora o critério de Cooper *et al.* (1999) torne o Modelo Aditivo DEA invariável em relação às unidades de medida e suas amplitudes, ele não fornece uma projeção sobre a fronteira de eficiência que represente uma boa relação de compromisso entre economizar insumos e melhorar a produção de produtos de bens ou serviços. Para conseguir melhorar também a variável *output*, há a alternativa (pode ser considerada outra contribuição da tese) de se utilizar agora o critério MaxMin, sendo que a função objetivo maximiza o menor valor das folgas:

$$\text{Max } z \quad (172)$$

sujeito a:

$$16\lambda_A + 14\lambda_B + 12\lambda_C + 3\lambda_D + 4\lambda_E + 3\lambda_F + s^- = 14, \quad (173)$$

$$4\lambda_A + 3\lambda_B + 3\lambda_C + 3\lambda_D + 2\lambda_E + \lambda_F - s^+ = 3, \quad (174)$$

$$\frac{s^-}{(16-3)} \geq z, \quad (175)$$

$$\frac{s^+}{(4-1)} \geq z, \quad (176)$$

$$\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C + \lambda_D + \lambda_E + \lambda_F = 1, \quad (177)$$

$$\lambda_k \geq 0, \forall k; s^- \geq 0, s^+ \geq 0. \quad (178)$$

Com esta nova abordagem MaxMin, consegue-se uma redução dos insumos (*inputs*) de 14 para 11,25 (Ver o ponto T2 ilustrado na Figura 16), e um aumento de 3 para 3,63 dos produtos (*outputs*) (Ver o ponto T2 ilustrado na Figura 16), para a DMU B. Isto representa um

decréscimo de 25% da máxima redução que se pode obter do valor dos insumos (*input*) e um acréscimo de 75% do máximo aumento que se pode obter para o nível de produtos (*output*). Mesmo assim, esta abordagem MaxMin ainda não oferece a melhor relação de compromisso entre melhorar os *outputs* e melhorar os *inputs*.

Passa-se agora a aplicar o modelo JBN-DEA, dado pela formulação (103) - (107), para o mesmo problema, para fins de comparação de resultados:

$$\text{Max } z = \ln(s^- + e^{-M}) + \ln(s^+ + e^{-M}) \quad (179)$$

sujeito a:

$$16\lambda_A + 14\lambda_B + 12\lambda_C + 3\lambda_D + 4\lambda_E + 3\lambda_F + s^- = 14, \quad (180)$$

$$4\lambda_A + 3\lambda_B + 3\lambda_C + 3\lambda_D + 2\lambda_E + \lambda_F - s^+ = 3, \quad (181)$$

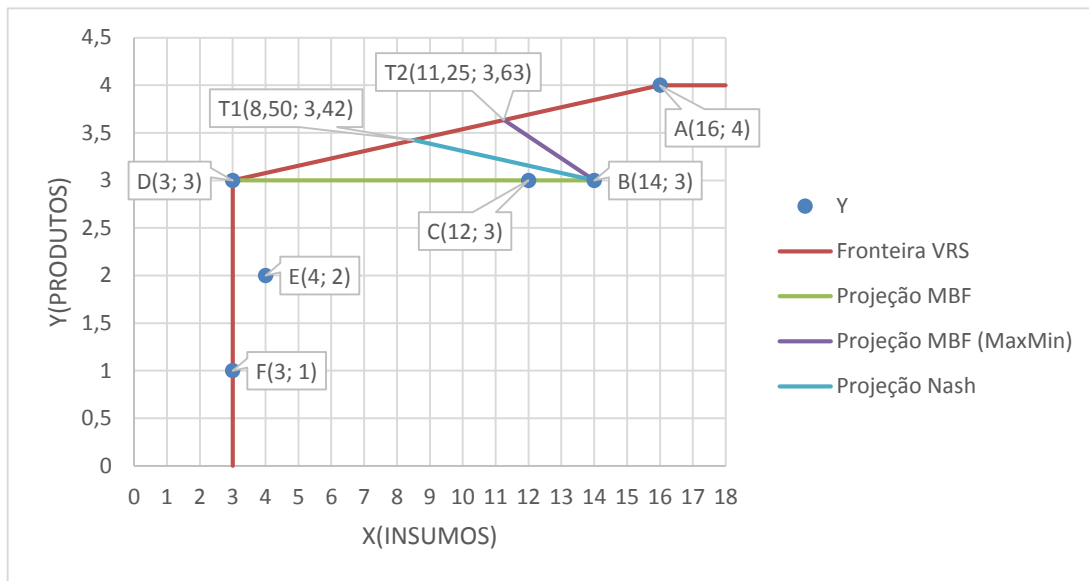
$$\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C + \lambda_D + \lambda_E + \lambda_F = 1, \quad (182)$$

$$\lambda_k \geq 0 \quad \forall k, s^- \geq 0, s^+ \geq 0. \quad (183)$$

Resolvendo-se este último modelo (por exemplo, usando o Solver do Excel®), tem-se uma redução do valor do insumo (*input*) de 14 para 8,50 (Ver o ponto *T1* ilustrado na Figura 16.), e um aumento do nível do produto (*output*) de 3 para 3,42 (Ver o ponto *T1* ilustrado na Figura 16). Isto corresponde a um decréscimo de 50% da máxima redução para os insumos (*input*) e um acréscimo de 50% para o máximo aumento dos produtos (*outputs*). Estes resultados superam o procedimento MaxMin, e servem como ilustração de que a função de Nash sempre representará a melhor relação de compromisso entre as duas orientações: *input* e *output*.

Para uma melhor visualização dos resultados citados, as três abordagens estão representadas na Figura 16.

Figura 16-Projeções dos Alvos na Fronteira VRS.



Fonte: Do autor.

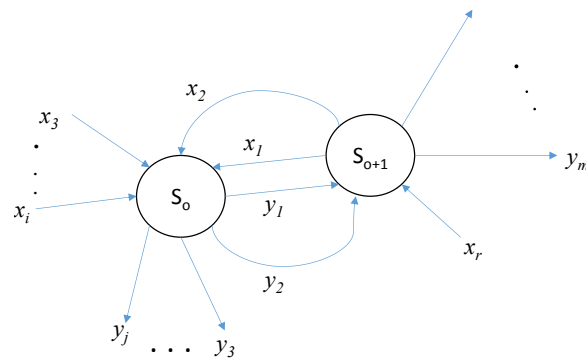
Na Figura 16, os pontos *A*, *B*, *C*, *D* e *E* representam os níveis de *inputs* e *outputs* para as DMUs *A*, *B*, *C*, *D* e *E*, os pontos *T1* e *T2* são respectivamente os Alvos indicados pelos modelos (179) - (183) e (172) - (178), a curva delimitada pelos pontos *F*, *D* e *A* é a Fronteira de eficiência VRS, os segmentos de reta delimitados pelos pontos *B* e *T1*, *B* e *T2*, e *B* e *D* são respectivamente a orientação das projeções dos alvos obtidos pelos modelos formulados em (179) - (183), (172) - (178) e (167) - (171).

4.2 MODELOS DA NETWORK DEA

Outra área que foi bastante útil no desenvolvimento dos modelos desta tese foi a da abordagem de avaliação de desempenho pelos modelos da *Network* DEA; que foi desenvolvida por Färe e Grosskopf (1996; 2000) baseando-se no conceito de que uma DMU é composta por conjunto de subatividades ou subtecnologias interligadas em múltiplos estágios de produção e inseridas dentro de uma “caixa preta” (*black box*). Esta abordagem permite avaliar mais detalhadamente o funcionamento interno dos processos produtivos e organizacionais, o que leva a uma melhor compreensão destes.

De fato, a estrutura do modelo *Network* DEA permite examinar uma sequência tecnológica onde uma decisão em um estágio influencia no estágio subsequente. Assim, *outputs* intermediários se tornam *inputs* em um estágio subsequente. A Figura 17 ilustra o modelo de redes da abordagem *Network* DEA.

Figura 17-Estrutura *Network* DEA.



Fonte: Do autor.

Na Figura 17 cada nó representa um estágio que é uma sub-DMU, os arcos ou arestas representam o conjunto de *outputs* e *inputs*, sejam eles intermediários ou não, segundo a seguinte orientação:

- Se o arco x_i ou y_j sai do nó S_o , então as restrições serão do tipo:

$$y_{jo} \leq \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S_o}, \quad \forall j \in S_o \text{ e } \forall S_o; \quad x_{io} \leq \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k^{S_o}, \quad \forall i \in S_o \text{ e } \forall S_o. \quad (184)$$

- Se o arco x_i ou y_j entra no nó S_o , então as restrições serão do tipo:

$$y_{jo} \geq \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S_o}, \quad \forall j \in S_o \text{ e } \forall S_o; \quad x_{io} \geq \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k^{S_o}, \quad \forall i \in S_o \text{ e } \forall S_o. \quad (185)$$

- Todo o arco x_i que sai do nó S_o é um *output* intermediário indesejável da sub-DMU S_o . Observe-se que o desejável é que quanto menor for o valor do *input*, melhor será o resultado esperado para x_i .
- Todo o arco y_j que entra no nó S_o é um *input* intermediário indesejável da sub-DMU S_o . Observe-se que o desejável é que quanto maior for o valor do *output*, melhor será o resultado esperado para y_j .
- Todo o arco x_i que entra no nó S_o é um *input* desejável (seja intermediário ou não) da sub-DMU S_o . Observe-se que quanto menor for o valor do *input* é melhor.
- Todo o arco y_j que sai do nó S_o é um *output* desejável (seja intermediário ou não) da sub-DMU S_o . Observe-se que quanto maior for o valor do *output* é melhor.

Os índices, parâmetros e variáveis assumidas na abordagem *Network* DEA são similares aos adotados nos modelos anteriores, exceto para:

Índices

o Especifica qual tipo de estágio.

Conjuntos

S_o Conjunto dos estágios.

Assim, seguindo estas orientações pode-se formular um modelo Aditivo *Network* DEA, dado por (186) – (193), conforme a estrutura esquematizada na Figura 17, cabendo ressaltar que este modelo é uma das contribuições desta tese:

$$\text{Max} \sum_{i=1}^r w_i^- s_i^- + \sum_{j=1}^m w_j^+ s_j^+ \quad (186)$$

sujeito a:

$$x_{io} = \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k^{S_o} + s_i^-, \quad \forall i \in S_o \text{ e } \forall S_o; \quad (187)$$

$$\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k^{S_o} \leq x_{io}, \quad \forall i \in S_o \text{ e } \forall S_o; \quad (188)$$

$$x_{io} \leq \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k^{S_{o+1}}, \quad \forall i \in S_{o+1} \text{ e } \forall S_{o+1}; \quad (189)$$

$$y_{jo} = \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S_o} - s_j^+, \quad \forall j \in S_o \text{ e } \forall S_o; \quad (190)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S_o} \geq y_{jo}, \quad \forall j \in S_o \text{ e } \forall S_o; \quad (191)$$

$$y_{jo} \geq \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S_{o+1}}, \quad \forall j \in S_{o+1} \text{ e } \forall S_{o+1}; \quad (192)$$

$$\lambda_k \geq 0, \quad \forall k; \quad s_i^- \geq 0, \quad \forall i; \quad s_j^+ \geq 0, \quad \forall j. \quad (193)$$

Para este Modelo Aditivo *Network* DEA, caso o avaliador pressuponha retornos variáveis de escala, a restrição $\sum_{k=1}^n \lambda_k^{S_o} = 1$ deve ser adicionada. Para que o Modelo *Network* DEA Aditivo se torne dinâmico, isto é, para que de fato o resultado de um estágio influencie diretamente em um estágio subsequente, pode-se combinar, por exemplo, as restrições (188) e (189) e as restrições (191) e (192), gerando o modelo formulado por (194) - (199):

$$\text{Max} \sum_{i=1}^r w_i^- s_i^- + \sum_{j=1}^m w_j^+ s_j^+ \quad (194)$$

sujeito a:

$$x_{io} = \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k^{S_o} + s_i^-, \quad \forall i \in S_o \text{ e } \forall S_o; \quad (195)$$

$$\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k^{S_o} \leq \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k^{S_{o+1}}, \quad \forall i \in (S_o \cap S_{o+1}), \forall S_o \text{ e } \forall S_{o+1}; \quad (196)$$

$$y_{jo} = \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S_o} - s_j^+, \quad \forall j \in S_o \text{ e } \forall S_o; \quad (197)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S_o} \geq \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S_{o+1}}, \quad \forall j \in (S_o \cap S_{o+1}), \forall S_o \text{ e } \forall S_{o+1}; \quad (198)$$

$$\lambda_k^{S_o} \geq 0, \quad \forall k \text{ e } \forall S_o; s_i^- \geq 0, \forall i; s_j^+ \geq 0, \forall j. \quad (199)$$

Para este Modelo Aditivo *Network* DEA dinâmico, caso o avaliador pressuponha retornos variáveis de escala, a restrição $\sum_{K=1}^n \lambda_k^S = 1$ deve ser adicionada. Note-se que a expressão (196) é o resultado da soma de (188) com (189), e a expressão (198) é o resultado da soma de (191) com a (192).

O fato deste modelo (194) - (199) ser dinâmico permite representar um comportamento onde o efeito da política a ser adotada em cada estágio é o de transformar o estado atual em um estado associado ao início do estágio seguinte. Tal efeito permite a identificação de melhorias até mesmo em estágios eficientes, uma vez que as ações tomadas nos estágios anteriores modificariam as condições de partida para a otimização dos estágios subsequentes.

Assim, por exemplo, poderá haver uma transformação de um estado atual que já se encontra na fronteira de eficiência para outro estado, que se encontra na mesma região da fronteira de eficiência, devido às novas condições estabelecidas pelas políticas adotadas em estágios anteriores.

Caso deseja-se utilizar a Função Arbitragem de Nash na otimização das medidas de desempenho das DMUs, basta aplicar dois modelos (1ª e 2ª Fase) na sequência, sendo que:

- Fase 1 – estima os níveis de *inputs* e *outputs* viáveis mais próximos possíveis, respectivamente, de $d_{x_{io}}$ e $d_{y_{jo}}$ que são as metas desejáveis ou o ponto de desacordo. Os

parâmetros, índices, conjuntos, variáveis e restrições da formulação (200) - (216) são similares aos definidos nos modelos anteriores:

$$\text{Max } \ln(z_1) = \sum_{j=1}^m \beta_j + \sum_{i=1}^r \alpha_i \quad (200)$$

sujeito a:

$$h_i + \tau_i = R_i^-, \quad \forall i; \quad (201)$$

$$g_j + \rho_j = R_j^+, \quad \forall j; \quad (202)$$

$$-\psi_i \leq h_i, \quad \forall i; \quad (203)$$

$$\psi_i \leq h_i, \quad \forall i; \quad (204)$$

$$\varepsilon_j \leq g_j, \quad \forall j; \quad (205)$$

$$-\varepsilon_j \leq g_j, \quad \forall j; \quad (206)$$

$$d_{x_{io}} = \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k^{S_o} + \psi_i, \quad \forall i \in S_o \text{ e } \forall S_o; \quad (207)$$

$$\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k^{S_o} \leq \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k^{S_{o+1}}, \quad \forall i \in (S_o \cap S_{o+1}), \forall S_o \text{ e } \forall S_{o+1}; \quad (208)$$

$$d_{y_{jo}} = \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S_o} + \varepsilon_j, \quad \forall j \in S_o \text{ e } \forall S_o; \quad (209)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S_o} \geq \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S_{o+1}}, \quad \forall j \in (S_o \cap S_{o+1}), \forall S_o \text{ e } \forall S_{o+1}; \quad (210)$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k^{S_o} = 1, \quad \forall S_o; \quad (211)$$

$$e^{\beta_j - \rho_j} \leq e^{-M}, \quad \forall j; \quad (212)$$

$$e^{\alpha_i - \tau_i} \leq e^{-M}, \quad \forall i; \quad (213)$$

$$\alpha_i \geq -M, \quad \forall i; \quad (214)$$

$$\beta_j \geq -M, \quad \forall j; \quad (215)$$

$$\lambda_k^{S_o} \geq 0, \quad \forall k \text{ e } \forall S_o; s_i^- \geq 0, \quad \forall i; s_j^+ \geq 0, \quad \forall j. \quad (216)$$

- Fase 2 – estima os níveis de *inputs* e *outputs* eficientes a partir dos níveis viáveis (ponto de desacordo) estimados na primeira fase, conforme modelo formulado por (217) - (229). Novamente, os índices, parâmetros, variáveis, e restrições para este modelo são similares aos definidos nos modelos anteriores.

$$\text{Max } \ln(z_2) = \sum_{j=1}^m b_j + \sum_{i=1}^r a_i \quad (217)$$

sujeito a:

$$s_j^+ - \omega_j^+ = d_{y_{jo}} + \varepsilon_j^* - y_{jo}, \quad \forall j; \quad (218)$$

$$\omega_i^- + s_i^- = d_{x_{io}} + \psi_i^* - x_{io}, \quad \forall i; \quad (219)$$

$$x_{io} = \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k^{S_o} + s_i^-, \quad \forall i \in S_o \text{ e } \forall S_o; \quad (220)$$

$$\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k^{S_o} \leq \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k^{S_{o+1}}, \quad \forall i \in (S_o \cap S_{o+1}), \forall S_o \text{ e } \forall S_{o+1}; \quad (221)$$

$$y_{jo} = \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S_o} - s_j^+, \quad \forall j \in S_o \text{ e } \forall S_o; \quad (222)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S_o} \geq \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S_{o+1}}, \quad \forall j \in (S_o \cap S_{o+1}), \forall S_o \text{ e } \forall S_{o+1}; \quad (223)$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k^{S_o} = 1, \quad \forall S_o; \quad (224)$$

$$e^{b_j - \omega_j^+} \leq e^{-M}, \quad \forall j; \quad (225)$$

$$e^{a_i - \omega_i^-} \leq e^{-M}, \quad \forall i; \quad (226)$$

$$a_i \geq -M, \quad \forall i; \quad (227)$$

$$b_j \geq -M, \quad \forall j; \quad (228)$$

$$\lambda_k^{S_o} \geq 0, \quad \forall k \text{ e } \forall S_o; s_i^- \geq 0, \quad \forall i; s_j^+ \geq 0 \quad \forall j. \quad (229)$$

Para formular o modelo JBN-DEA-BSC não há uma forma pré-definida, pois depende do desenho do mapa estratégico. Portanto na seção seguinte, passa-se a descrever, por meio de um exemplo hipotético, as orientações das etapas do modelo JBN-DEA-BSC. Isto será apresentado na sua forma mais completa nas Seções 5.3.1 e 5.3.2 com a aplicação na saúde pública.

4.3 ILUSTRAÇÃO DE COMO APLICAR O MODELO JBN-DEA-BSC

Para ilustrar a aplicação, suponha-se uma situação hipotética com n organizações produtivas. Considerando que as etapas um e dois do procedimento geral de aplicação do modelo esquematizado na Figura 13, da seção 3.1 já foram completadas e que os principais indicadores de desempenho selecionados e classificados nas duas primeiras etapas foram:

Perspectiva Financeira: Investimento ([\\$]) e Lucro Operacional ([\\$]).

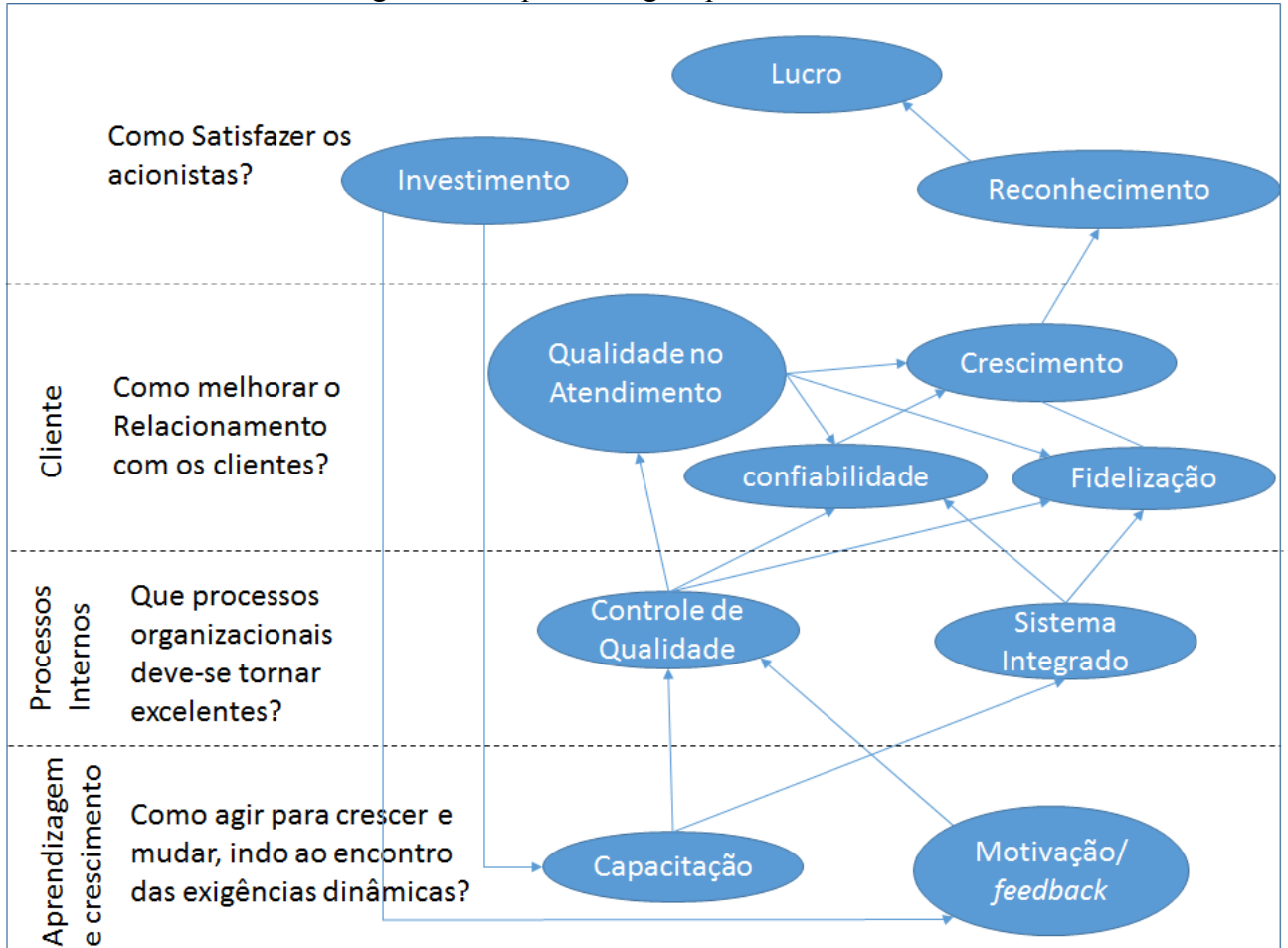
Perspectiva do Cliente: nº de reclamações no Serviço de Atendimento ao Cliente (SAC); nº de operações realizadas e nº de clientes reincidentes.

Processos Internos: nº de defeituosos.

Aprendizagem e Crescimento: nº de funcionários que aumentaram o grau de instrução e o nº de funcionários satisfeitos com o trabalho.

A partir dos KPIs, os gestores podem começar a desenhar o mapa estratégico (3ª etapa do modelo, esquematizada na Figura 13, da seção 3.1, que é uma ferramenta cuja estrutura auxilia os gestores a ilustrar como cada parte da organização contribui para o sucesso do negócio por meio de uma série de relações de causa efeito. Por exemplo, por meio de reuniões, discussões entre gestores, pode-se definir o mapa estratégico conforme ilustrado na Figura 18.

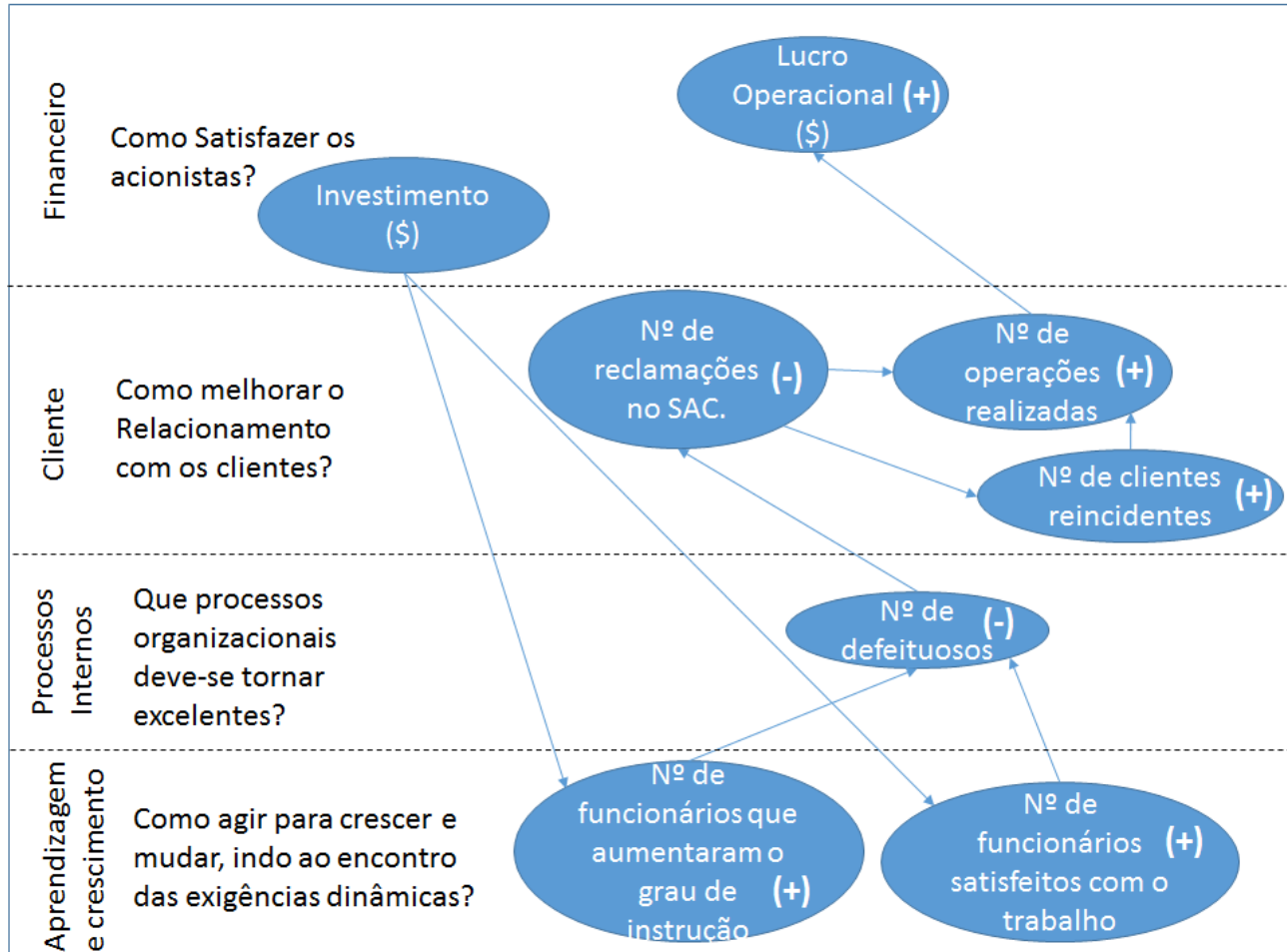
Figura 18-Mapa estratégico parcial.



Fonte: Do autor.

Uma vez que esteja esquematizado o mapa estratégico, pode-se redesenhá-lo agora associando as medidas de desempenho com cada objetivo do mapa estratégico convencional. Por exemplo, pode-se redefinir o mapa estratégico com as medidas de desempenho associadas conforme ilustrado na Figura 19.

Figura 19-Mapa estratégico associado as medidas de desempenho.



Fonte: Do autor.

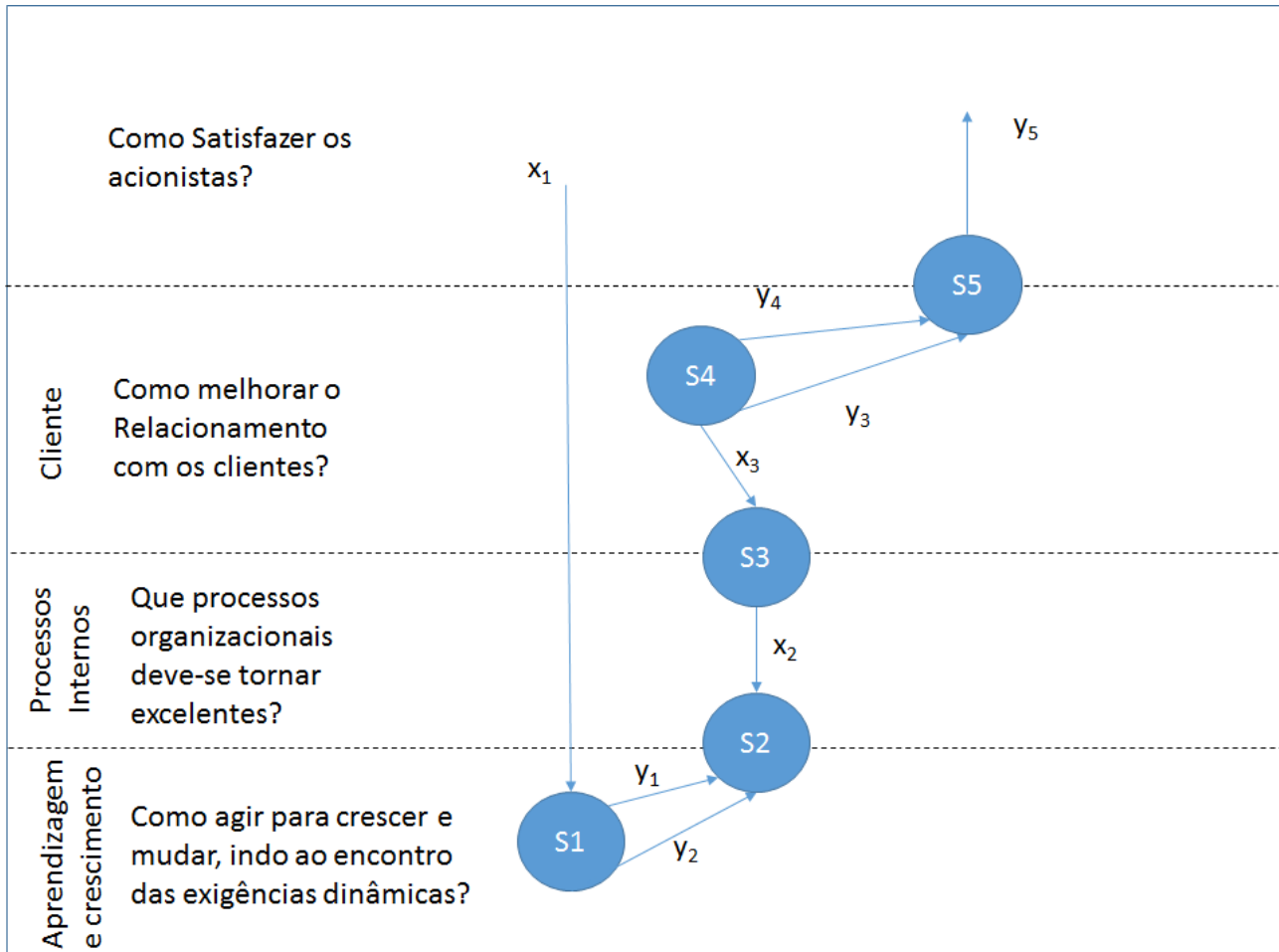
Note-se que, na Figura 19, os indicadores que se deseja aumentar são indicados com o sinal de (+) e os indicadores que se deseja reduzir são indicados com o sinal (-). Assim, para construir um modelo de redes, segundo a abordagem *Network* DEA, passa-se adotar a notação x_i para as medidas de desempenho que se deseja reduzir e y_i para as medidas de desempenho que se deseja aumentar. Podem-se definir os seguintes parâmetros para o modelo:

$-x_{1k}$ é o valor gasto com investimento ([\\$]) pela organização k (DMU);

- x_{2k} é o número de defeituosos da organização k (DMU);
- x_{3k} é o número de reclamações no SAC recebidas pela organização k (DMU);
- y_{1k} é o número de funcionários que aumentaram o grau de instrução na organização k (DMU);
- y_{2k} é o número de funcionários satisfeitos com trabalho na organização k (DMU);
- y_{3k} é o número de operações realizadas na organização k (DMU);
- y_{4k} é o número de clientes reincidentes na organização k (DMU);
- y_{5k} é o valor do lucro operacional na organização k (DMU).

Por fim, seguindo a equivalência de conceitos apontadas no Quadro 1, página 59, constrói-se o modelo de redes, segundo a abordagem *Network* DEA, conforme ilustrado na Figura 20.

Figura 20- Network DEA-BSC.



Fonte: Do autor.

Note-se que, de acordo com a Figura 20, o sentido (ou incidência) dos arcos nos nós devem sempre seguir a seguinte regra:

- Para estágios predecessores, se o arco é do tipo x , então o arco entra no nó; se o arco é do tipo y , então o arco sai do nó;
- Para estágios sucessores, se o arco é do tipo x , então o arco sai do nó; se o arco é do tipo y , então o arco entra no nó.

Uma vez concluída a definição do modelo de Redes, conforme a quarta etapa de aplicação do modelo esquematizada Figura 13, na etapa posterior (quinta etapa da Figura 13) define-se quais são as metas desejáveis para cada medida de desempenho.

Na sexta etapa do procedimento esquematizado na Figura 13 da Seção 3.1), constrói-se o modelo dado por (230) – (251) para 1ª fase, conforme a orientação do modelo expresso em (200) - (216) na página 103:

$$\text{Max } \ln(z_1) = \sum_{j=1}^m \beta_j + \sum_{i=1}^r \alpha_i \quad (230)$$

sujeito a:

$$h_i + \tau_i = R_i^-, \quad \forall i; \quad (231)$$

$$g_j + \rho_j = R_j^+, \quad \forall j; \quad (232)$$

$$-\psi_i \leq h_i, \quad \forall i; \quad (233)$$

$$\psi_i \leq h_i, \quad \forall i; \quad (234)$$

$$\varepsilon_j \leq g_j, \quad \forall j; \quad (235)$$

$$-\varepsilon_j \leq g_j, \quad \forall j; \quad (236)$$

$$d_{x_{1o}} = \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k^{S1} + \psi_1; \quad (237)$$

$$d_{y_{jo}} = \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S1} + \varepsilon_j, \quad \forall j = \{1, 2\}; \quad (238)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S1} \geq \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S2}, \quad \forall j = \{1, 2\}; \quad (239)$$

$$d_{x_{2o}} = \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k^{S2} + \psi_2; \quad (240)$$

$$\sum_{k=1}^n x_{2k} \lambda_k^{S2} \leq \sum_{k=1}^n x_{2k} \lambda_k^{S3}; \quad (241)$$

$$d_{x_{3o}} = \sum_{k=1}^n x_{3k} \lambda_k^{S3} + \psi_3; \quad (242)$$

$$\sum_{k=1}^n x_{3k} \lambda_k^{S3} \leq \sum_{k=1}^n x_{3k} \lambda_k^{S4}; \quad (243)$$

$$d_{y_{jo}} = \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S4} + \varepsilon_j, \quad \forall j = \{3, 4\}; \quad (244)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S4} \geq \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S5}, \quad \forall j = \{1, 2\}; \quad (245)$$

$$d_{y_{5o}} = \sum_{k=1}^n y_{5k} \lambda_k^{S5} + \varepsilon_5; \quad (246)$$

$$e^{\beta_j - \rho_j} \leq e^{-M}, \quad \forall j; \quad (247)$$

$$e^{\alpha_i - \tau_i} \leq e^{-M}, \quad \forall i; \quad (248)$$

$$\alpha_i \geq -M, \quad \forall i; \quad (249)$$

$$\beta_j \geq -M, \quad \forall j; \quad (250)$$

$$\lambda_k^{S_o} \geq 0, \quad \forall k \in \forall S_o. \quad (251)$$

Na primeira fase estimam-se os valores viáveis mais próximos possível das metas desejáveis definidas na quinta etapa do esquema da Figura 13 (Seção 3.1).

Com a sétima etapa do procedimento geral de aplicação do JBN-DEA-BSC esquematizado na Figura 13, constrói-se o modelo para a 2ª. fase, conforme as expressões (252) - (269):

$$\text{Max } \ln(z_2) = \sum_{j=1}^m b_j + \sum_{i=1}^r a_i \quad (252)$$

sujeito a:

$$s_j^+ - \omega_j^+ = d_{y_{j_o}} + \varepsilon_j^* - y_{j_o}, \quad \forall j; \quad (253)$$

$$\omega_i^- + s_i^- = d_{x_{i_o}} + \psi_i^* - x_{i_o}, \quad \forall i; \quad (254)$$

$$x_{1_o} = \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k^{S1} + s_1^-; \quad (255)$$

$$y_{j_o} = \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S1} - s_j^+, \quad \forall j = \{1, 2\}; \quad (256)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S1} \geq \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S2}, \quad \forall j = \{1, 2\}; \quad (257)$$

$$x_{2_o} = \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k^{S2} + s_2^-; \quad (258)$$

$$\sum_{k=1}^n x_{2k} \lambda_k^{S2} \leq \sum_{k=1}^n x_{2k} \lambda_k^{S3}; \quad (259)$$

$$x_{3_o} = \sum_{k=1}^n x_{3k} \lambda_k^{S3} + s_3^-; \quad (260)$$

$$\sum_{k=1}^n x_{3k} \lambda_k^{S3} \leq \sum_{k=1}^n x_{3k} \lambda_k^{S4}; \quad (261)$$

$$y_{jo} = \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S4} - s_j^+, \quad \forall j = \{3, 4\}; \quad (262)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S4} \geq \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k^{S5}, \quad \forall j = \{1, 2\}; \quad (263)$$

$$y_{5o} = \sum_{k=1}^n y_{5k} \lambda_k^{S5} - s_5^+; \quad (264)$$

$$e^{b_j - \omega_j^+} \leq e^{-M}, \quad \forall j; \quad (265)$$

$$e^{a_i - \omega_i^-} \leq e^{-M}, \quad \forall i; \quad (266)$$

$$a_i \geq -M, \quad \forall i; \quad (267)$$

$$b_j \geq -M, \quad \forall j; \quad (268)$$

$$\lambda_k^{S_o} \geq 0, \quad \forall k \in S_o; s_i^- \geq 0, \quad \forall i; s_j^+ \geq 0, \quad \forall j. \quad (269)$$

A partir dos resultados obtidos na segunda fase do modelo expresso por (252) - (269), passa-se construir o Painel de Desempenho (Quadro 2) com as perspectivas, objetivos estratégicos, os indicadores, as metas (que são os alvos estimados pelo modelo JBN-DEA-BSC) e as ações recomendadas.

As ações compõem um plano de iniciativas que pode ser formulado com base na análise das estratégias adotadas pelas DMUs *benchmarks*.

Quadro 2 - Painel de Desempenho.

Perspectivas	Mapa estratégico	Objetivos Estratégicos	Indicadores	Metas	Ações
Financeira	Lucro Investimento	Crescimento no negócio	Lucro Operacional ([\$]) Valor investido([\$])	Alvos (DEA)	Formulado por meio das estratégias identificadas pelos <i>benchmarks</i> .
Clientes	Qualidade no atendimento Crescimento	Satisfação do cliente Fidelização do Cliente Participação no mercado	Nº de reclamações no SAC. Nº de clientes reincidentes. Crescimento do negócio (Nº de operações realizadas)	Alvos (DEA)	Formulado por meio das estratégias identificadas pelos <i>benchmarks</i> .
Processos Internos	Controle de Qualidade Sistema Integrado	Melhorar a qualidade dos processos. Padronização dos processos	Nº de defeituosos.		Formulado por meio das estratégias identificadas pelos <i>benchmarks</i> .
Aprendizagem e Crescimento	Capacitação Motivação/ <i>feedback</i>	Treinamento de funcionários. Qualidade de vida no trabalho.	Nº de funcionários que aumentaram o seu grau de instrução. Nº de funcionários satisfeitos com o trabalho.		Formulado por meio das estratégias identificadas pelos <i>benchmarks</i> .

Na sequência, no Capítulo 5, passa-se a descrever detalhadamente a aplicação do modelo JBN- DEA-BSC para um problema de saúde pública.

5 APLICAÇÃO DO MODELO JBN-DEA-BSC NA SAÚDE PÚBLICA

5.1 CONTEXTO DA SAÚDE PÚBLICA

No Brasil considera-se o município como o principal responsável pela saúde de sua população na qual o gestor municipal assina um termo de compromisso para assumir integralmente as ações e serviços de seu território, no entanto a gestão federal da saúde por meio do Ministério da Saúde formula políticas nacionais de saúde, mas não realiza as ações.

Assim, os municípios possuem secretarias específicas para gestão de saúde na qual formulam suas próprias políticas de saúde em parceria com as aplicações das políticas nacionais e estaduais de saúde além de coordenar e planejar o SUS em nível municipal, respeitando a normatização federal e o planejamento estadual.

O governo municipal pode estabelecer parcerias com outros municípios para garantir o atendimento pleno da sua população, para procedimentos de complexidade que estejam acima daqueles que pode oferecer.

Embora o gestor municipal aplique recursos próprios, o que deve ser pelo menos 15% de suas receitas, o governo federal é considerado o principal financiador da rede pública de saúde sendo que os gastos da União devem ser iguais ao do ano anterior, corrigidos pela variação nominal do PIB (Produto Interno Bruto) conforme estabelecido pela Emenda Constitucional nº 29. Já os Estados devem garantir 12% de suas receitas para o financiamento à saúde.

Os Estados, Distrito Federal e municípios são obrigados a criarem Fundos de Saúde e Conselhos de Saúde conforme a Emenda Constitucional nº 29. Os Fundos de Saúde são responsáveis em receber os recursos locais e os transferidos pela União. Os Conselhos de Saúde são responsáveis por acompanhar os gastos e fiscalizar as aplicações.

Os Conselhos de Saúde são instâncias colegiadas (membros têm poderes iguais) e têm uma função deliberativa, ou seja, são fóruns que garantem a participação da população na fiscalização e formulação de estratégias da aplicação pública dos recursos de saúde. Eles são

formados por representantes dos usuários do SUS, dos prestadores de serviços, dos gestores e profissionais da saúde.

5.2 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

A crescente demanda pelos serviços de saúde é peculiar e não é acompanhada na mesma proporção com a oferta de profissionais de saúde disponíveis no mercado, fazendo com que o sistema de saúde opere quase sempre acima da capacidade. Frente a isto o Governo Federal iniciou em 2013 o programa “Mais Médicos”, que busca recrutar tanto médicos estrangeiros bem como dar incentivos, prioritariamente, para que médicos brasileiros trabalhem em cidades e regiões mais necessitadas e com pouca oferta de médicos.

Portanto, os problemas relativos ao desequilíbrio entre a oferta e a demanda aos serviços de saúde se torna uma das principais razões que encarecem os gastos no Sistema de Saúde de uma maneira geral.

Esta medida do Governo, o programa “Mais Médicos”, possui um caráter emergencial e que apesar dos esforços do Ministério da Saúde em investir cerca de R\$ 15 bilhões até 2014 em infraestrutura dos hospitais e unidades de saúde por si só não garantirão a manutenção de um sistema eficaz no longo prazo.

Sabe-se ainda que destes R\$ 15 bilhões, cerca de 2,8 bilhões foram destinados a obras em 16 mil UBS (Unidades Básicas de Saúde) e para compra em de equipamentos para 5 mil unidades; R\$ 3,2 bilhões para obras em 818 hospitais e aquisição de equipamentos para 2,5 mil hospitais; além de R\$ 1,4 bilhão para obras em 877 Unidades de Pronto atendimento. Tais investimentos só irão ser efetivos se a Gestão do Sistema de Saúde souber aproveitar da melhor forma possível os recursos disponíveis.

Assim, o principal desafio da gestão pública de saúde é maximizar os benefícios oferecidos pelos serviços de saúde à sociedade ao mesmo tempo em que se tenta superar a escassez de recursos. Faz-se necessária a busca constante de estratégias que tornem o sistema eficiente e eficaz. Práticas mais eficientes em serviços de saúde é que de fato poderão garantir a sustentabilidade do serviço no longo prazo. A proposta deste trabalho é propor uma

ferramenta que pode auxiliar os decisores a fazer um uso racional dos recursos aplicados aos serviços de saúde.

Na estratégia de atendimento, para cada tipo de enfermidade há um local de referência para o serviço e que o SUS considera a atenção básica (postos de saúde, equipes da Saúde da Família, etc.) como a entrada ideal do cidadão na rede de saúde. É neste nível que se tenta resolver 80% dos problemas de saúde, enquanto que os demais níveis que correspondem aos Centros de Especialidades (nível secundário) e aos hospitais de referência (nível terciário) representam apenas 15% e 5% respectivamente dos problemas de saúde.

Desta forma, um dos focos desse trabalho foi avaliar as eficiências dos serviços de clínica geral das UBS – Unidades Básicas de Saúde de Guaratinguetá - SP. Ressalte-se, novamente, que este trabalho é uma continuidade de Santos (2010) e para esta tese os esforços ficaram concentrados no aprimoramento matemático do método de avaliação. O esforço para o desenvolvimento dos métodos matemáticos se justifica pela complexidade dos modelos matemáticos que envolvem tópicos avançados de Pesquisa Operacional (HILLIER; LIEBERMAN, 2013) e as demonstrações de teoremas.

Guaratinguetá conta com cinco UBS ao todo que oferecem vários tipos de atendimento, incluindo clínica geral, pediatria e ginecologia, entre outras. As UBS são: AME, Centro de Saúde, COHAB, Engenheiro Neiva e Parque São Francisco. Por uma questão de confidencialidade quando da divulgação dos resultados, elas não serão identificadas neste trabalho.

5.3 APLICAÇÃO DO PROCEDIMENTO PARA AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO COM O MODELO JBN-DEA-BSC

5.3.1 Obtenção dos dados para o Modelo JBN-DEA-BSC aplicado ao Sistema de Saúde Pública de Guaratinguetá – SP

Inicialmente, foi realizada uma breve apresentação do Plano de Pesquisa para profissionais da Secretaria de Saúde do município de Guaratinguetá, tendo sido apresentados nesta reunião inicial, os conceitos dos métodos que estariam envolvidos na pesquisa.

Subsequentes reuniões objetivaram a identificação dos recursos (*inputs*) e dos produtos ou serviços (*output*) e a definição dos serviços de clínica geral das UBS como DMU conforme a etapa 1 do procedimento geral para avaliação de desempenho já descrito na Seção 3.1 (página 56) que será melhor detalhado mais adiante. Também foram definidos quais seriam os posicionamentos destas variáveis em cada uma das dimensões de importância (perspectivas do BSC), dentro do Sistema de Saúde, conforme a Etapa 2 do procedimento geral para avaliação descrita mais adiante.

Desde o início da pesquisa houve a preocupação com o desenvolvimento de modelos matemáticos preliminares que visavam superar as limitações que métodos convencionais, como os propostos em Santos (2010), impunham à situação estudada, ou às potenciais situações em avaliações de desempenho de uma maneira geral.

Ou seja, estes modelos preliminares foram desenvolvidos de uma forma geral, sem compromisso com a situação da área de saúde que se pretendia avaliar, para que fossem desenvolvidos os fundamentos teóricos desta inovadora proposta. Posteriormente foi feito o desenvolvimento do modelo em sua versão final para ser testado com os dados disponíveis do problema das UBS da cidade de Guaratinguetá - SP, mas que também pode ser adotado em outras áreas.

Etapa 1-Seleção dos indicadores

Para identificar os indicadores a serem considerados nas perspectivas do BSC, buscou-se responder às seguintes questões, fundamentadas em Tajra (2007).

-Quanto à qualidade, quais os atributos os pacientes estão requerendo?

-Quanto à funcionalidade do sistema, quais as características de atendimento que o paciente deseja ter?

-Quais são os recursos em utilizados clínica geral?

-Quanto à infraestrutura, quais os aspectos em termos de pessoas, sistemas e procedimentos são exigidos pelos servidores de saúde para garantir a qualidade de vida no

trabalho e desta forma garantir o desenvolvimento dos demais aspectos abordados nas questões anteriores?

As respostas para estas perguntas foram obtidas a partir de visitas às UBSs, das discussões com especialistas da Secretaria de Saúde e resultaram na composição dos indicadores considerados na pesquisa.

Na fase seguinte, foram feitos levantamentos de dados nas UBSs, sobretudo para a obtenção de informações referentes às perspectivas de satisfação do paciente, de aprendizagem e crescimento (da equipe de servidores dedicados ao atendimento básico à saúde) e demais aspectos organizacionais das DMUs.

Após obter os dados de campo e terem acrescidos com outros fornecidos pela Secretaria de Saúde, fez-se o tratamento destes dados (correlações, estimativas dos parâmetros estatísticos, média e variância). Além disto foi realizado uma filtragem dos dados, ou seja, uma seleção de variáveis adequadas para escolha dos métodos (DEA, BSC e Teoria dos Jogos) a serem usados em alternativa àqueles adotados em Santos (2010).

Os indicadores referentes à perspectiva de Aprendizagem e Crescimento, para o modelo JBN-DEA-BSC proposto, foram sintetizados em um único indicador referente à Qualidade de Vida no Trabalho dos Funcionários e Médicos.

Para tanto foram elaboradas dezoito questões subdivididas em seis dimensões num Questionário: Compensação Justa e Adequada, Condições de Trabalho, Uso e Desenvolvimento de Capacidades, de Integração Social na Organização, Equilíbrio do Trabalho com a Vida Familiar e com o Lazer, de Relevância da Imagem do SUS.

O Questionário seguiu uma estrutura do tipo *survey*, com questões fechadas e dentro de uma escala Likert de cinco pontos com seus respectivos pesos. Ele foi aplicado na equipe de médicos e demais servidores das UBS, conforme apresentado no Quadro 3.

Os pesos foram convenientemente ajustados dentro de uma escala Likert, variando de acordo com o grau crescente de satisfação da equipe de médicos e demais funcionários de saúde, partindo-se assim do valor 1 ao valor 5.

Quadro 3- Pesos e Classificação dos Indicadores da Perspectiva de Aprendizagem e Crescimento.

Pesos	Classificação
1	Insatisfeito
2	Pouco insatisfeito
3	Pouco satisfeito
4	Satisfeito
5	Muito Satisfeito

Os pesos foram convenientemente ajustados dentro de uma escala Likert, variando de acordo com o grau crescente de satisfação da equipe de médicos e demais funcionários de saúde, partindo-se assim do valor 1 ao valor 5.

Conforme ilustrado no Quadro 3, as possibilidades de classificação dos Indicadores da Perspectiva de Aprendizado & Crescimento pelo funcionário quanto ao item avaliado foram:

- Insatisfeito representando de 0 a 19% de satisfação.
- Pouco Insatisfeito representando de 20% a 39% de satisfação.
- Pouco satisfeito representando de 40 a 59% de satisfação.
- Satisfeito representando de 60 a 79% de satisfação.
- Muito Satisfeito representando de 80 a 100% de satisfação.

A formulação do indicador para Perspectiva de Aprendizagem e Crescimento baseou-se em Rodrigues, Freitas e Schmorantz (2002) que utilizaram a concepção de Walton (1973) para a determinação do nível de Qualidade de Vida no Trabalho. O indicador da Perspectiva de Aprendizagem e Crescimento foi adaptado de uma categoria de Qualidade de Vida no Trabalho de Walton (1973) para o caso do sistema de saúde. Para cada dimensão avaliada há um conjunto de questões associadas, conforme Quadro 4.

Assim, foi possível tabular os dados e chegar a alguns resultados utilizando-se a escala Likert como estabelecido no Quadro 4 para cada classificação dos Indicadores. Para avaliar

se os resultados obtidos eram confiáveis, dando maior robustez ao estudo, decidiu-se realizar a aplicação do coeficiente alfa de Cronbach (ver Apêndice C).

Dispondo-se os resultados obtidos em uma tabela, onde as linhas representavam os respondentes de cada UBS e as colunas os itens do questionário, puderam ser determinados os parâmetros para este cálculo. Alguns profissionais não responderam algumas questões, mas tal omissão de informação não influenciou o cálculo das variâncias, e assim, o valor de alfa de Cronbach também não foi tendencioso. A proposta foi calcular o valor do alfa de Cronbach considerando cada UBS separadamente e, também, considerando todas as UBS ao mesmo tempo.

Quadro 4- Questões Associadas aos Indicadores da Perspectiva de Aprendizagem e Crescimento.

Indicadores	Questões
Compensação Justa e Adequada	Qual a percepção do salário em relação aos demais colegas? Há valorização e reconhecimento pelas atividades realizadas por parte da gestão? Qual a satisfação quanto aos benefícios proporcionados?
Condições de Trabalho	Quanto às condições físicas de trabalho são adequadas e suficientes? Os equipamentos de trabalho são adequados e suficientes? Quanta a autonomia no desenvolvimento das tarefas?
Uso e Desenvolvimento de Capacidades & Oportunidades de Crescimento e	Quanto ao aprimoramento do conhecimento e das informações realizadas? Quanto à realização dos treinamentos relacionados às diversas tarefas existentes na área de saúde? Quanto à perspectiva de carreira? Quanto aos incentivos ao crescimento, desenvolvimento e aperfeiçoamento pessoal (estudos e cursos)? Qual a satisfação quanto ao realcionamento entre todos os níveis hierárquicos na organização(colegas, chefes, supervisores)?
Integração social na organização	Quanto a inexistência de preconceitos? Quanto a cooperação e entre colegas de trabalho? Quanto ao respeito à privacidade pessoal? Quanto a liberdade para expressar opiniões, idéias e sugestões? Quanto não haver distinção ao tratamento entre colegas e supervisores?
Equilíbrio do Trabalho com espaço total de vida	Quanto em relação ao tempo dedicado à família, ao lazer e à participação na comunidade?
Relevância	Percepção quanto a imagem do Sistema de Saúde?

Como ilustração dos cálculos efetuados, a Tabela 2 apresenta a tabulação dos dados para a UBS A. Por exemplo, para a UBS A, tem-se o valor das variâncias para cada item (σ_i^2) na linha “VAR” e a variância da soma das respostas de cada profissional (σ_i^2) é 129,59.

Tabela 2- Tabulação dos dados para a UBS A.

		ITEM																		SOMA
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
UBS A	1	4	4	-	2	-	4	2	5	4	4	5	-	-	4	5	4		4	51
	2	3	3	1	3	1	3	3	1	1	1	4	3	4	4	3	4	4	3	49
	3	2	3	1	4	1	2	3	2	3	5	5	4	4	4	3	4	4	1	55
	4	1	1	1	3	4	4	1	2	1	1	2	1	4	3	1	1	1	1	33
	5	4	4	4	4	4	4	3	-	4	3	4	4	4	4	4	4	4	2	64
	6	4	4	-	5	5	5	3	4	5	1	4	4	4	4	5	4	4	4	69
	7	1	-	3	4	2	3	3	2	4	3	2	5	4	4	4	4	4	4	56
	8	3	3	3	5	5	3	3	1	1	1	4	4	4	4	4	4	1	3	56
	9	4	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	74
	10	2	3	4	4	3	4	1	1	1	1	4	4	2	4	4	4	4	1	51
	11	2	4	4	4	2	2	4	4	2	4	4	4	2	4	2	4	4	2	58
	12	1	4	1	4	4	5	4	5	3	1	5	5	4	5	4	5	4	1	65
	13	3	1	3	4	3	1	-	-	1	1	2	1	2	4	3	4	4	2	39
VAR	1,42	1,48	2,22	0,64	1,97	1,42	1,06	2,56	2,26	2,4	1,19	1,72	0,82	0,17	1,27	0,81	1,36	1,6	26,37	

Assim, pode-se calcular o valor do alfa de Cronbach para UBS A:

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[\frac{\sigma_r^2 - \sum_{i=1}^k \sigma_i^2}{\sigma_r^2} \right] = \frac{18}{18-1} \left[\frac{129,59 - 26,37}{26,37} \right] = 0,84 \quad (270)$$

Tabela 3- Tabulação dos dados para a UBS B.

		ITEM																		SOMA
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
UBS B	1	3	2	3	4	4	4	4	4	2	1	3	4	4	4	2	4	1	1	54
	2	2	1	3	2	2	2	4	1	1	1	1	4	4	4	1	4	2	1	40
	3	2	1	2	1	3	3	-	3	3	3	-	3	4	4	4	2	1	1	40
	4	4	1	1	4	3	1	3	2	1	3	3	5	5	4	3	4	1	4	52
	5	4	1	4	4	4	4	4	4	1	3	3	5	5	5	4	4	1	4	64
	6	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	5	4	1	4	1	1	52

7	3	4	2	4	3	5	4	1	1	3	4	4	4	4	5	4	5	3	63
VAR	0,67	1,48	0,95	1,48	0,48	1,81	0,27	1,62	0,9	0,95	0,97	0,67	0,29	0,14	2,48	0,57	2,24	2,14	20,09

Assim, pode-se calcular o valor do alfa de Cronbach para UBS B:

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[\frac{\sigma_r^2 - \sum_{i=1}^k \sigma_i^2}{\sigma_r^2} \right] = \frac{18}{18-1} \left[\frac{92,81 - 20,09}{92,81} \right] = 0,83 \quad (271)$$

Tabela 4- Tabulação dos dados para a UBS C.

		ITEM																		SOMA
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
UBS C	1	3	1	1	1	3	1	3	3	1	1	3	3	3	3	3	3	5	1	42
	2	1	1	3	4	3	4	2	4	2	1	4	4	2	4	4	4	4	2	53
	3	1	3	1	2	2	3	4	3	1	2	3		2	3	2	4	3	2	41
	VAR	1,33	1,33	1,33	2,33	0,33	2,33	1	0,33	0,33	0,33	0,33	0,5	0,33	0,33	1	0,33	1	0,33	15,17

Assim, pode-se calcular o valor do alfa de Cronbach para UBS C:

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[\frac{\sigma_r^2 - \sum_{i=1}^k \sigma_i^2}{\sigma_r^2} \right] = \frac{18}{18-1} \left[\frac{44,33 - 15,17}{44,33} \right] = 0,70 \quad (272)$$

Tabela 5- Tabulação dos dados para a UBS D.

		ITEM																		SOMA
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
UBS D	1	3	2	3	1	1	3	4	4	3	4	4	4	3	4	4	4	3	1	55
	2	2	4	3	4	5	5	5	5	1	3	4	3	4	4	4	3	3	3	65
	3	4	2	3	1	1	3	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	3	1	57
	4	1	1	3	3	1	1	3	1	1	1	1	3	3	3	1	1	3	1	32
	5	2	4	4	4	3	4	4	4	5	4	3	2	4	4	4	3	2	2	62
	6	1	3	3	4	4	4	3	1	1	1	4	4	3	2	4	3	1	3	49
	7	3	4	3	1	3	4	3	3	3	4	3	4	3	4	4	3	1	3	56
	VAR	1,24	1,48	0,14	2,29	2,62	1,62	0,57	2,48	2,62	2	1,24	0,62	0,24	0,62	1,29	1	0,9	1	23,95

Assim, pode-se calcular o valor do alfa de Cronbach para UBS D:

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[\frac{\sigma_r^2 - \sum_{i=1}^k \sigma_i^2}{\sigma_r^2} \right] = \frac{18}{18-1} \left[\frac{117,90 - 23,95}{117,90} \right] = 0,84 \quad (273)$$

Tabela 6- Tabulação dos dados para a UBS E.

		ITEM																		SOMA
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
UBS E	1	3	4	3	3	-	4	2	4	3	2	3	3	3	4	1	2	2	4	50
	2	3	4	3	3	1	4	3	4	4	1	4	1	4	4	4	3	4	4	58
	3	1	3	3	1	1	2	3	4	3	2	4	4	4	4	4	2	2	1	48
	4	1	1	3	1	1	2	1	2	1	1	2	4	4	2	3	2	1	2	34
	5	1	1	1	3	1	3	1	1	2	2	3	5	1	4	3	2	1	5	40
	6	4	4	1	1	1	4	1	1	1	1	4	4	5	4	4	4	4	4	52
	7	4	3	1	1	1	4	2	3	3	1	4	3	3	3	3	2	4	2	47
VAR	1,95	1,81	1,14	1,14	0	0,9	0,81	1,9	1,29	0,29	0,62	1,62	1,62	0,62	1,14	0,62	1,95	2,14	21,57	

Assim, pode-se calcular o valor do alfa de Cronbach para UBS E:

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[\frac{\sigma_r^2 - \sum_{i=1}^k \sigma_i^2}{\sigma_r^2} \right] = \frac{18}{18-1} \left[\frac{62,33 - 21,57}{62,33} \right] = 0,84 \quad (274)$$

Além disto, como parâmetro principal para a avaliação da confiabilidade do questionário, calculou-se o valor do alfa de Cronbach considerando-se todas as Unidades Básicas de Saúde como um único grupo, obtendo-se:

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[\frac{\sigma_r^2 - \sum_{i=1}^k \sigma_i^2}{\sigma_r^2} \right] = \frac{18}{18-1} \left[\frac{104,4 - 21,13}{104,44} \right] = 0,80 \quad (275)$$

A consistência interna das respostas obtidas através da aplicação de um questionário nas UBS de Guaratinguetá revelou que tal instrumento de medição apresentou alta confiabilidade. De fato, o alfa de Cronbach ficou dentro do intervalo de mínimo aceitável (0,70) e do máximo aceitável (0,90), conforme citado por Streiner (2003). O valor de alfa de Cronbach para todas as UBS em conjunto foi de 0,80, também atendendo este critério.

O indicador sobre “nível de satisfação dos servidores da saúde” foi obtido por meio do quociente entre o número de respostas com nível de opinião Satisfeito ou Muito Satisfeito pelo total de respostas obtidas pela pesquisa em cada UBS.

Para avaliar a Perspectiva do Paciente, por meio de formulários, os pacientes foram indagados, após serem atendidos, sobre o seu nível de satisfação a respeito do atendimento administrativo e médico numa escala Likert (conforme ilustrado no Quadro 5).

Quadro 5- Pesos e Classificação dos Indicadores da Perspectiva do Paciente.

Pesos	Classificação
1	Péssimo
2	Razoável
3	Bom
4	Muito Bom
5	Ótimo

Além disso, os pacientes informaram dados referentes ao número de medicamentos prescritos pelo médico e, destes, qual o número de medicamentos disponíveis ou fornecidos pela respectiva UBS. Esta informação se constituiu em um dos indicadores para Perspectiva Processos Internos. No total, cento e oitenta e oito (188) pacientes participaram da pesquisa de opinião.

Como no formulário aplicado aos Pacientes só havia duas perguntas utilizando a escala Likert, o alfa do Cronbach não pode ser aplicado neste formulário. Novamente os pesos foram convenientemente ajustados dentro de uma escala Likert, variando de acordo com o grau crescente de satisfação do paciente, partindo-se assim do valor 1 ao valor 5.

Os níveis de satisfação dos pacientes quanto ao atendimento médico e administrativo foram associados à classificação pela escala Likert, conforme Quadro 5, sendo:

- Péssimo representando de 0 a 49% de satisfação.
- Razoável representando de 50% a 69% de satisfação.
- Bom representando de 70 a 89% de satisfação.

- Muito Bom representando de 90 a 99% de satisfação.
- Ótimo representando de 100% de satisfação.

Para o cálculo do indicador “satisfação quanto ao serviço médico”, foi considerado o quociente entre o número de pacientes com nível de satisfação de Bom, Muito Bom ou Ótimo (tanto para o atendimento médico como administrativo) pelo número de pacientes atendidos no intervalo de horário de consulta avaliado.

Para estimar o tempo de espera e o tempo de atendimento de cada paciente, foram registrados os horários de chegadas de cada paciente às UBS e os respectivos horários de atendimento. Segundo o SUS, o paciente tem o direito de ser consultado pelo médico durante ao menos 15 minutos, assim foi considerado que o tempo médio da consulta como sendo pelo menos 15 minutos. Também foi avaliada a pontualidade do médico, por meio do tempo de atraso de cada médico. Para a estimação deste atraso foram registrados os horários das consultas dos médicos, bem como os tempos respectivos de chegadas destes para realização da consulta.

Constatou-se que havia uma forte correlação linear positiva entre os tempos médios de atraso dos médicos e os tempos médios de espera do paciente para cada especialidade médica, sendo o coeficiente de correlação dado por 0,854. Sendo assim, o indicador “tempo de atraso” foi descartado do modelo DEA, considerando apenas o indicador “tempo de espera” para a Perspectiva dos Processos Internos.

Segundo a Secretaria Municipal de Saúde de Guaratinguetá foi estabelecida uma tolerância de trinta minutos para o atraso do médico e também para os pacientes. Porém, o paciente tem direito a marcar consultas com antecedência de forma que o tempo de espera para o atendimento não ultrapasse trinta minutos.

O indicador “fornecimento ou disponibilidade de medicamentos” foi calculado por meio do quociente entre o número de remédios receitados e o número de medicamentos disponíveis nas UBS para cada paciente, formando um índice que varia de 0 a 1. Além disso, a média deste último indicador representa o indicador “fornecimento de medicamentos”.

Os indicadores “Tempo de Atendimento”, “Tempo de Espera e Fornecimento de Medicamentos” fazem parte da perspectiva dos Processos Internos; e o indicador “Satisfação quanto ao Atendimento Médico” faz parte da Perspectiva do Paciente.

A Secretaria de Saúde forneceu os dados brutos com as despesas operacionais totais de cada UBS que foram rateadas proporcionalmente entre elas, de acordo com número de funcionários e médicos em cada especialidade médica.

Assim, para a Perspectiva Financeira, foi considerado o indicador “despesas de cada serviço de Clínica Geral nas UBS por funcionário”, que é calculado pelo quociente entre a despesa de cada serviço de clínica geral e o número de funcionários e enfermeiros disponíveis para dar assistência direta ou indiretamente à consulta médica.

Com estas informações foi possível construir o modelo JBN-DEA-BSC aplicado ao sistema de saúde de Guaratinguetá – SP conforme as etapas 3, 4, 5, 6 7 e 8 do procedimento geral para avaliação do desempenho conforme esquematizado na Figura 13.

Etapa 2 – Classificação dos indicadores dentro de cada perspectiva BSC

A partir de informações de desempenho de especialidades médicas nas UBS como, por exemplo, a clínica geral, os gestores ligados à Saúde Pública podem se basear em uma estrutura BSC para definir uma estratégia eficaz que melhore o atendimento primário dos postos de saúde.

Fazendo uma analogia com as perspectivas sugeridas por Kaplan e Norton (2000) com o Sistema de Saúde analisado, as quatro perspectivas podem ser definidas como, da área financeira, do paciente, dos processos internos e da aprendizagem & crescimento sendo que:

- A Perspectiva Financeira trata diretamente os recursos que dão sustentabilidade para o desempenho dos serviços médicos nas UBS. Os indicadores para esta perspectiva poderiam estar relacionados com as verbas, com as reduções de custos, com a estratégia de investimentos, com o incremento e utilização de ativos, entre outros.

- A Perspectiva do Paciente está diretamente ligada à satisfação do paciente, ou seja, está vinculada com a qualidade dos serviços; o relacionamento dos funcionários, dos enfermeiros e dos médicos com o paciente e, também, está relacionado com a imagem e reputação do Sistema de Saúde em geral.
- Para a Perspectiva dos Processos Internos organizacionais os Gestores poderiam identificar os processos e serviços mais críticos para se atingir os objetivos (necessidades do paciente), depois de formular objetivos e medidas para as perspectivas anteriores.
- Na Perspectiva de Aprendizagem & Crescimento poderiam ser desenvolvidos objetivos e medidas para orientar o funcionário, o enfermeiro e o médico no seu aprendizado e crescimento organizacional, oferecendo uma infraestrutura para a consecução dos objetivos estabelecidos nas outras três perspectivas. Essa perspectiva pode conter indicadores que estejam relacionados com a satisfação dos funcionários, enfermeiros e médicos; com a retenção de funcionários e médicos; com a produtividade dos funcionários e médicos, com a motivação e, também, com os recursos alocados ao sistema de informação disponibilizado para funcionários (para uma melhor organização do trabalho, por exemplo) e pacientes (para a marcação de consulta pela Internet, por exemplo).

As quatro perspectivas podem ser ilustradas conforme a Figura 21.

Com estas informações foi possível construir o modelo JBN-DEA-BSC aplicado ao sistema de saúde de Guaratinguetá – SP conforme as etapas 3, 4, 5, 6 7 e 8 do procedimento geral para avaliação do desempenho conforme esquematizado na Figura 21.

Figura 21 -Visão estratégica de uma unidade básica de saúde.



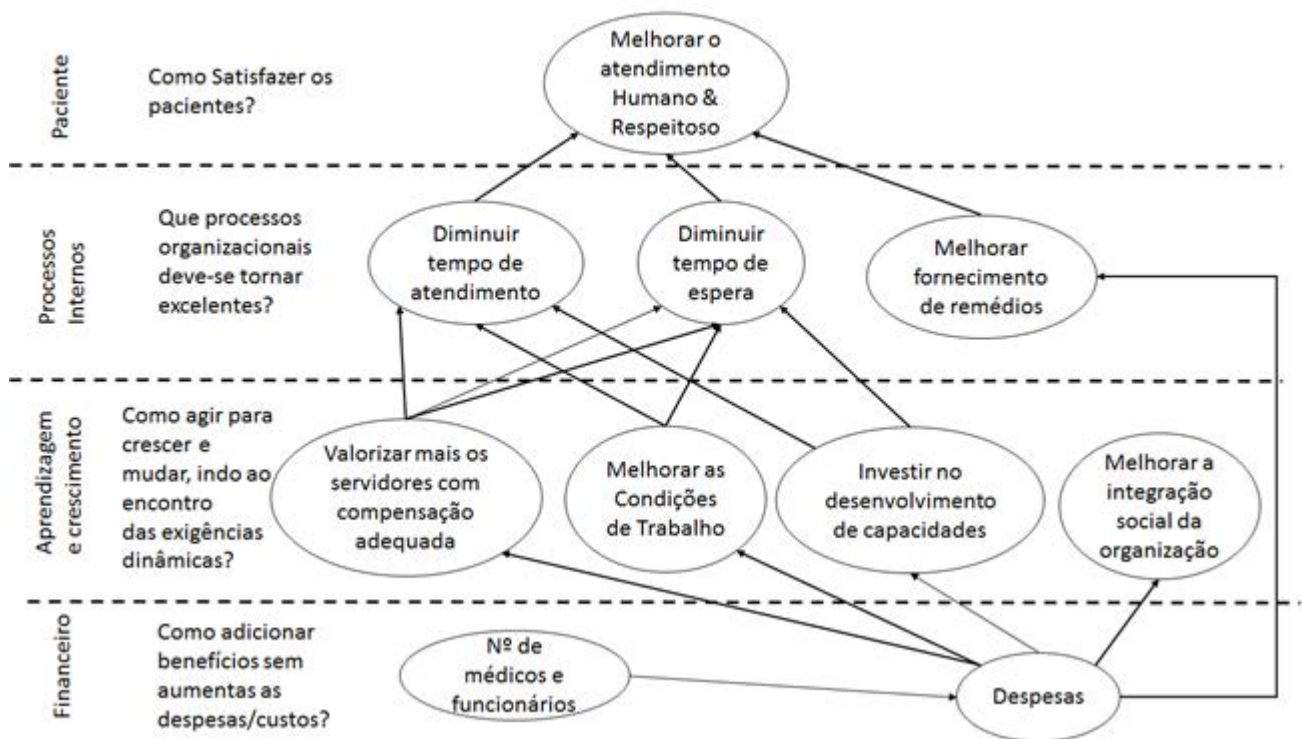
Fonte: Do autor.

Etapa 3 - Construção do Mapa Estratégico

Considerando que o conceito BSC oferece uma estrutura adequada para descrever a visão estratégica de uma organização por meio do Mapa Estratégico, procurou-se desde o princípio desta pesquisa integrá-lo com modelos da DEA.

A seguir é ilustrado o desenho preliminar do mapa estratégico para avaliação dos serviços de clínica-clínica geral.

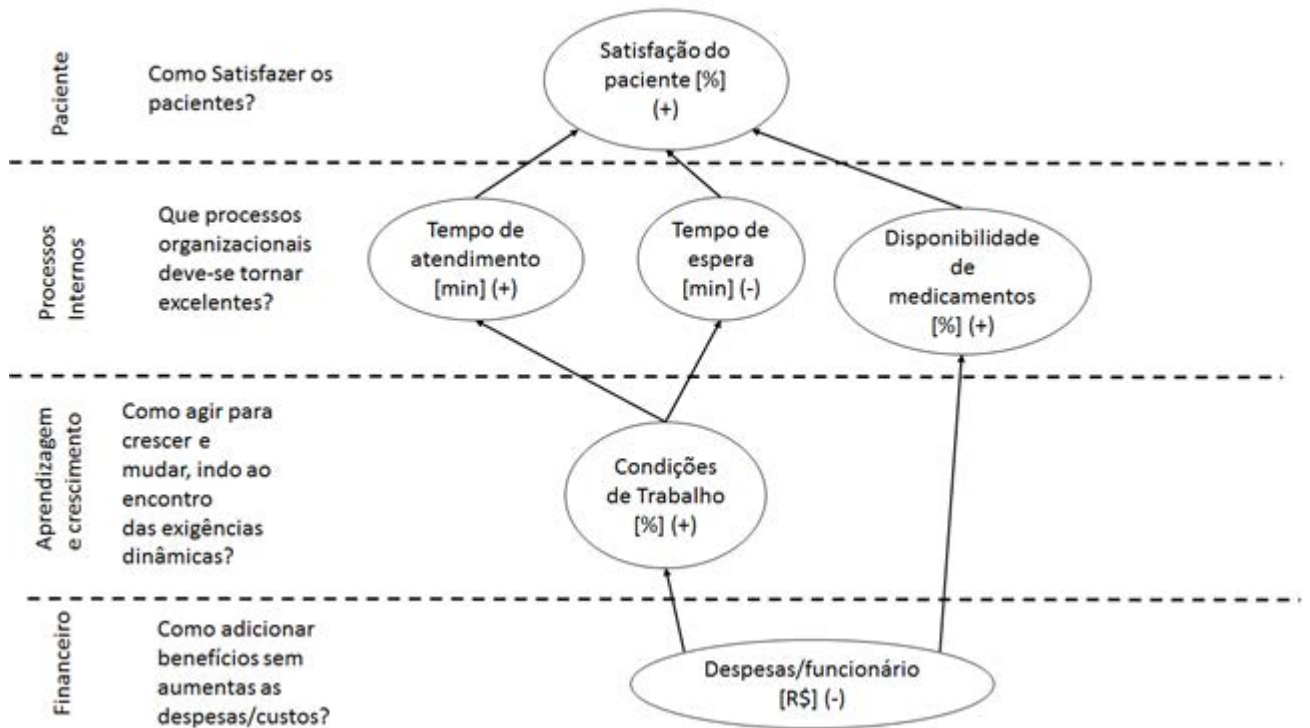
Figura 22-Mapa Estratégico parcial da clínica geral.



Fonte: Do autor

Em seguida, na Figura 23 o Mapa estratégico foi reestruturado de forma a associar as medidas de desempenho com cada objetivo do mapa estratégico esquematizado na Figura 22.

Figura 23-Mapa estratégico associado as medidas de desempenho da clínica geral.



Fonte: Do autor.

Note-se que, na Figura 23, os indicadores que se deseja aumentar são indicados com o sinal de (+) e os indicadores que se deseja reduzir são indicados com o sinal (-).

Vale ressaltar que a quantidade de indicadores é reduzida, sendo que, por exemplo, o indicador condições de trabalho acabe contemplando os objetivos tais como oferecer uma compensação justa, investir no desenvolvimento de capacidades, melhorar a integração social além de claramente melhorar as condições de trabalho em termos de infraestrutura adequada.

Esta seleção reduzida de indicadores busca manter foco na visão estratégica, evitando assim que o gestor se perca na diversidade de indicadores (AZEVEDO; COSTA, 2001).

Etapa 4 -Definição de um Modelo de Redes conforme a abordagem *Network* DEA.

Segundo Amado, Santos e Marques (2012) as características intrínsecas dos modelos da DEA propiciam a sua utilização como uma das melhores opções para expressar a natureza do desempenho das organizações do ponto de vista multidimensional.

A abordagem *Network* DEA, proposta por Färe e Grosskopf (2000), tem características para descrever de forma apropriada e dinâmica as transformações dos processos e subprocessos dentro do serviço de atendimento básico de saúde. Com tal abordagem busca-se fornecer uma informação útil que possa traduzir adequadamente a visão estratégica, expressando as oportunidades de melhoria em termos de metas.

Em suma, o *Network* DEA é estruturado em diversos submodelos da DEA interconectados que explicitam uma sequência de relações de causa e efeito entre conjuntos de KPIs. Esta é a essência do *Balanced Scorecard*, ou seja, formular um mapeamento estratégico que permita às lideranças apontar para as respectivas equipes de trabalho como cada dimensão organizacional contribui para o sucesso da organização.

Sob a orientação do esquema de perguntas fundamentadas em Tajra (2007), podem-se obter os KPIs a partir dos parâmetros definidos a seguir, que constituem o conjunto de *inputs* e *outputs* para a formulação dos modelos da DEA:

- $\overline{y_{1k}^{P1}}$ número de pacientes atendidos pelo serviço de clínica geral k que consideram o atendimento da recepção e do médico como pelo menos “bom”;
- y_{1k}^{P1} número de pacientes atendidos pelo serviço de clínica geral k ;
- y_{1k}^{P1} fração de pacientes satisfeitos pelo serviço de clínica geral k ;
- y_{2k}^{P2} tempo médio de atendimento (horas) do médico pelo serviço de clínica geral k ;
- $\overline{y_{3k}^{P2}}$ número de medicamentos disponíveis na UBS dos receitados pelo serviço de clínica geral k ;
- y_{3k}^{P2} número de medicamentos receitados pelo serviço de clínica geral k ;

- y_{3k}^{P2} fração de medicamentos disponíveis pelo serviço de clínica geral k ;
- $\overline{y_{4k}^{P3}}$ número de respostas de funcionários do serviço de clínica geral k que responderam estarem “pelo menos satisfeitos” nas 18 questões levantadas;
- $\underline{y_{4k}^{P3}}$ número total de respostas de funcionários do serviço de clínica geral k ;
- y_{4k}^{P3} nível de satisfação dos funcionários do serviço de clínica geral k quanto às condições no trabalho (qualidade de vida no trabalho);
- $\overline{x_{1k}^{P4}}$ valor monetário de despesa com o serviço de clínica geral k ;
- $\underline{x_{1k}^{P4}}$ número de funcionários disponíveis para o serviço de clínica geral k ;
- x_{1k}^{P4} despesas por funcionário para o serviço de clínica geral k ;
- x_{2k}^{P2} tempo médio de espera do paciente para o atendimento do serviço de clínica geral k .

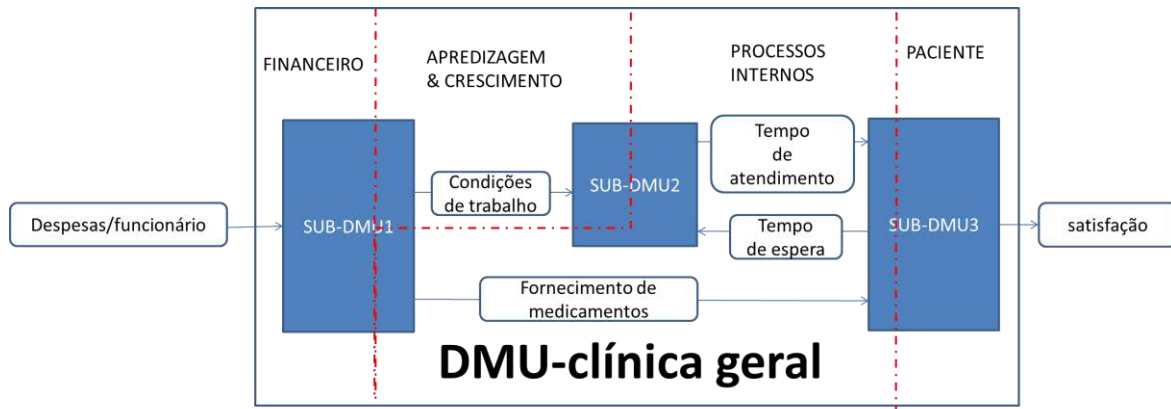
Os índices $P1$, $P2$, $P3$ e $P4$ representam, respectivamente, as perspectivas do Paciente, dos Processos Internos, de Aprendizagem & Crescimento e por fim o Financeiro. No total foram comparados oito serviços de atendimento de Clínica Geral, totalizando oito DMUs, conforme os dados na Tabela 7.

Tabela 7-Conjunto de dados utilizados pelo modelo JBN-DEA BSC.

DMU	$\overline{y_1^{P1}}$	$\underline{y_1^{P1}}$	y_1^{P1}	y_2^{P2}	x_2^{P2}	$\overline{y_3^{P2}}$	$\underline{y_3^{P2}}$	y_3^{P2}	$\overline{y_4^{P3}}$	$\underline{y_4^{P3}}$	y_4^{P3}	$\overline{x_1^{P4}}$	$\underline{x_1^{P4}}$	x_1^{P4}
D1	1	11	9,09%	13,36	2,86	5	9	55,56%	26	51	50,98%	R\$ 735,05	16	45,94
D2	1	9	11,11%	15,11	2,84	9	12	75,00%	26	51	50,98%	R\$ 735,05	16	45,94
D3	3	9	33,33%	7,18	1,23	20	20	100,00%	12	53	22,64%	R\$ 1.055,08	15	70,34
D4	3	14	21,43%	4,50	0,65	5	22	22,73%	128	224	57,14%	R\$ 516,74	40	12,92
D5	4	10	40,00%	7,75	1,94	15	18	83,33%	128	224	57,14%	R\$ 516,74	40	12,92
D6	1	9	11,11%	3,33	1,33	1	2	50,00%	9	124	7,26%	R\$ 581,10	13	44,70
D7	7	24	29,17%	7,04	2,27	16	39	41,03%	9	124	7,26%	R\$ 581,10	13	44,70
D8	9	18	50,00%	5,50	1,83	11	18	61,11%	9	124	7,26%	R\$ 581,10	13	44,70

A Figura 24 ilustra o esquema de abordagem *Network* DEA segundo um Mapa Estratégico proposto para situação, que interliga as medidas de desempenho de cada perspectiva de acordo com uma sequência lógica de causa e efeito.

Figura 24-Modelo JBN-DEA-BSC para a os serviços de clínica geral.

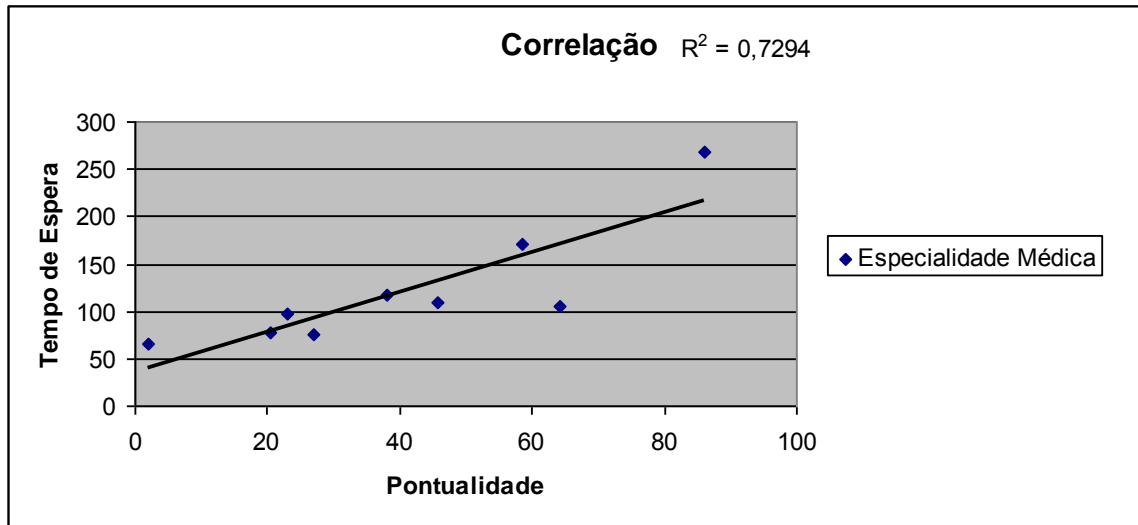


Fonte: Do autor.

Na Figura 24, nota-se que o serviço de Clínica Geral nas UBS foi dividido em três subprocessos ou estágios:

- O primeiro estágio transforma os Gastos com o serviço (Despesas/funcionário) em condições de trabalho e disponibilidade de medicamentos para os pacientes.
- O segundo estágio do modelo pressupõe que uma melhoria na qualidade de vida no trabalho dos funcionários (condições de trabalho) proporcionará uma melhoria no atendimento mais respeitoso com o paciente. Isto impactaria num maior tempo de atendimento para cada paciente por parte dos médicos e no compromisso destes médicos acerca da pontualidade quanto ao horário da consulta. Sabe-se que a pontualidade dos médicos reduziria o tempo de espera do paciente, uma vez que se constatou uma forte correlação linear positiva entre o tempo médio de atraso dos médicos e o tempo de espera do paciente (Figura 25).
- Por fim, no terceiro estágio, a redução do tempo de espera do paciente (que por vezes chega a esperar até três horas para ser consultado), e um aumento tanto na disponibilidade de medicamentos, como no tempo de atendimento (que por vezes é atendido em menos de um minuto), resultaria no aumento de pacientes satisfeitos com o atendimento oferecido pelas UBS.

Figura 25-Correlação entre pontualidade e tempo de espera.



Fonte: Do autor.

Pelas análises estatísticas feitas neste estudo, pode-se afirmar que 72,94% da variação do tempo médio de espera do paciente são explicados pela reta de regressão, cuja variável independente é o atraso médio dos médicos (Figura 25).

O seguinte teste de hipótese (COSTA NETO, 2002) foi realizado para avaliar se de fato há correlação positiva entre a variável independente “pontualidade” e a variável dependente “tempo de espera”:

$H_0: \rho = 0$; (Não há correlação)

$H_1: \rho > 0$. (Há correlação positiva)

Critério de decisão é rejeitar H_0 , se o *p-valor* for menor que 5%.

Verifica-se que o *p-valor* calculado é de 0,169%, sendo assim, há uma forte evidência estatística que há correlação linear positiva entre o tempo médio de atraso do médico e o tempo médio de espera do paciente.

Fica evidente a existência de *trade-off* ou uma relação de conflito entre os objetivos de cada medida de desempenho. Ou seja, não se pode otimizar plenamente todos os indicadores de desempenho.

Modelos sob orientação a *output* não foram adotados neste problema, pois conforme já justificado no Capítulo 1, entende-se que o corte de gastos em dimensões não eficientes pode gerar um excedente de recursos disponíveis que pode ser reaplicado em dimensões eficientes, porém ineficazes e não efetivos.

Portanto, fica claro o desafio da modelagem matemática que é otimizar objetivos conflitantes e proporcionar a melhor relação de compromisso entre estes objetivos o que expressaria melhor a ideia de “Balanceamento” entre as perspectivas e seus indicadores, dentro do conceito BSC.

Etapa 5 – Definição de Metas desejáveis para cada indicador de desempenho

A definição das metas desejáveis diz respeito ao nível de serviço que no mínimo deve ser alcançado para garantir e manter padrões satisfatórios de qualidade nas UBS.

Com a finalidade de testar as características do modelo JBN-DEA-BSC, inicialmente foi adotado como metas os níveis de *inputs/outputs* que estão sob avaliação. Comparou-se os resultados obtidos pelo modelo JBN-DEA-BSC com o modelo Aditivo *Network* DEA com a finalidade de avaliar as vantagens da nova proposta em relação à abordagem tradicional.

Logo em seguida é que foram de fato definidas as metas desejáveis para cada indicador de desempenho. As metas definidas na etapa 5 são melhor discutidas mais adiante na Seção 5.3.3, que diz respeito a eficácia dos serviços de clínica geral.

Antes de aplicar o modelo JBN-DEA-BSC foi formulado e aplicado o modelo Aditivo *Network* DEA BSC para fins de comparação.

A seguir estão as formulações de modelos matemáticos para uma abordagem baseada em folgas, ou modelo Aditivo *Network* DEA BSC, para o problema em questão, ressalta-se que os índices, parâmetros, variáveis e restrições são similares aos modelos anteriormente apresentados:

$$\max \sum_{j=1}^4 w_j^+ s_j^+ + \sum_{i=1}^2 w_i^+ s_i^- \quad (276)$$

sujeito a:

(estágio 1)

$$y_{4o}^{P3} = \frac{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \lambda_k^{S1}}{\sum_{k=1}^8 \underline{y_{4k}^{P3}} \lambda_k^{S1}} - s_4^+; \quad (277)$$

$$y_{3o}^{P2} = \frac{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{jk}^{P2}} \lambda_k^{S1}}{\sum_{k=1}^8 \underline{y_{jk}^{P2}} \lambda_k^{S1}} - s_3^+; \quad (278)$$

$$x_{1o}^{P4} = \frac{\sum_{k=1}^8 \overline{x_{1k}^{P4}} \lambda_k^{S1}}{\sum_{k=1}^8 \underline{x_{1k}^{P4}} \lambda_k^{S1}} + s_1^-; \quad (279)$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k^{S1} = 1; \quad (280)$$

$$\lambda_k^{S1} \geq 0, \quad \forall k; \quad (281)$$

(estágio 2)

$$y_{2o}^{P2} = \sum_{k=1}^8 \overline{y_{2k}^{P2}} \lambda_k^{S2} - s_2^+; \quad (282)$$

$$x_{2o}^{P2} = \sum_{k=1}^8 \underline{x_{2k}^{P2}} \lambda_k^{S2} + s_2^-; \quad (283)$$

$$\frac{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \lambda_k^{S1}}{\sum_{k=1}^8 \underline{y_{4k}^{P3}} \lambda_k^{S1}} \geq \frac{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \lambda_k^{S2}}{\sum_{k=1}^8 \underline{y_{4k}^{P3}} \lambda_k^{S2}}; \quad (284)$$

$$\sum_{k=1}^8 \lambda_k^{S2} = 1; \quad (285)$$

$$\lambda_k^{S2} \geq 0, \quad \forall k; \quad (286)$$

(estágio 3)

$$y_{1o}^{P1} = \frac{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{1k}^{P1}} \lambda_k^{S3}}{\sum_{k=1}^8 \underline{y_{1k}^{P1}} \lambda_k^{S3}} - s_1^+; \quad (287)$$

$$\frac{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \lambda_k^{S1}}{\sum_{k=1}^8 \underline{y_{3k}^{P2}} \lambda_k^{S1}} \geq \frac{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \lambda_k^{S3}}{\sum_{k=1}^8 \underline{y_{3k}^{P2}} \lambda_k^{S3}}; \quad (288)$$

$$\sum_{k=1}^8 \overline{y_{2k}^{P2}} \lambda_k^{S2} \geq \sum_{k=1}^8 \underline{y_{2k}^{P2}} \lambda_k^{S3}; \quad (289)$$

$$\sum_{k=1}^8 \overline{x_{2k}^{P2}} \lambda_k^{S2} \leq \sum_{k=1}^8 \underline{x_{2k}^{P2}} \lambda_k^{S3}; \quad (290)$$

$$\sum_{k=1}^8 \lambda_k^{S3} = 1; \quad (291)$$

$$\lambda_k^{S3} \geq 0, \quad \forall k; \quad (292)$$

$$s_j^+ \geq 0, \quad \forall j; \quad (293)$$

$$s_i^- \geq 0, \quad \forall i. \quad (294)$$

Observe-se que, no modelo Aditivo *Network* DEA BSC, os índices *S1*, *S2* e *S3* representam, respectivamente, o primeiro, o segundo e o terceiro estágio. Conforme (277), (278) e (279); têm-se que os *benchmarks* identificados no estágio 1 são referências para melhorar respectivamente os indicadores y_{4o}^{P3} , y_{3o}^{P2} e x_{1o}^{P4} . De acordo com (282) e (283), os *benchmarks* identificados no estágio 2 são referências para melhorar respectivamente os indicadores y_{2o}^{P2} e x_{1o}^{P4} . Já os *benchmarks* identificados no estágio 3 são referências para melhorar o indicador y_{1o}^{P1} , conforme (287).

Os pesos w_j e w_i foram calculados a partir da abordagem de Cooper, Park e Pastor (1999) que utilizaram o inverso das amplitudes ($R_i^- = \text{Max}(x_{ik}) - \text{Min}(x_{ik})$; $R_j^+ = \text{Max}(y_{jk}) - \text{Min}(y_{jk})$) para tornar o processo de maximização da função objetivo independente das unidades de medidas dos *inputs* e *outputs*.

O modelo anterior pode ser reformulado para uma forma linear, dada por (213) – (230):

$$\max w_1^+ \delta_1^+ + w_2^+ s_2^+ + w_2^- s_2^- + w_1^- \delta_1^- + \sum_{j=3}^4 w_j \delta_j^+ \quad (295)$$

sujeito a:

(estágio 1)

$$\sum_{k=1}^8 \overline{y_{jk}^{P3}} \lambda_k^{S1} - y_{40}^{P3} \sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \lambda_k^{S1} - \delta_4^+ = 0; \quad (296)$$

$$\sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \lambda_k^{S1} - y_{30}^{P2} \sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \lambda_k^{S1} - \delta_3^+ = 0; \quad (297)$$

$$\sum_{k=1}^8 \overline{x_{1k}^{P4}} \lambda_k^{S1} - x_{10}^{P4} \sum_{k=1}^8 \overline{x_{1k}^{P4}} \lambda_k^{S1} + \delta_1^- = 0; \quad (298)$$

$$\sum_{k=1}^8 \lambda_k^{S1} = 1; \quad (299)$$

$$\lambda_k^{S1} \geq 0, \quad \forall k; \quad (300)$$

(estágio 2)

$$y_{20}^{P2} = \sum_{k=1}^8 \overline{y_{2k}^{P2}} \lambda_k^{S2} - s_2^+; \quad (301)$$

$$x_{20}^{P2} = \sum_{k=1}^8 \overline{x_{2k}^{P2}} \lambda_k^{S2} + s_2^-; \quad (302)$$

$$\sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \lambda_k^{S2} - y_{40}^{P3} \sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \lambda_k^{S2} \leq \delta_4^+; \quad (303)$$

$$\lambda_k^{S2} \geq 0, \quad \forall k; \quad (304)$$

(estágio 3)

$$\sum_{k=1}^8 \overline{y_{1k}^{P1}} \lambda_k^{S3} - y_{10}^{P1} \sum_{k=1}^8 \overline{y_{1k}^{P1}} \lambda_k^{S3} - \delta_1^+ = 0; \quad (305)$$

$$\sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \lambda_k^{S3} - y_{30}^{P2} \sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \lambda_k^{S3} \leq \delta_3^+; \quad (306)$$

$$\sum_{k=1}^8 \overline{y_{2k}^{P2}} \lambda_k^{S2} \geq \sum_{k=1}^8 \overline{y_{2k}^{P2}} \lambda_k^{S3}; \quad (307)$$

$$\sum_{k=1}^8 \overline{x_{2k}^{P2}} \lambda_k^{S2} \leq \sum_{k=1}^8 \overline{x_{2k}^{P2}} \lambda_k^{S3}; \quad (308)$$

$$\sum_{k=1}^8 \lambda_k^{S3} = 1; \quad (309)$$

$$\lambda_k^{S3} \geq 0, \quad \forall k; \quad (310)$$

$$s_2^+ \geq 0; \quad (311)$$

$$\delta_j^+ \geq 0, \quad j = \{1, 3, 4\}; \quad (312)$$

$$s_2^- \geq 0; \delta_1^- \geq 0. \quad (313)$$

Conforme justificado no Capítulo 1, página 19, a abordagem por meio de modelos baseados por folga não oferecem uma boa relação de compromisso entre as metas acordadas para os indicadores do BSC. Isto será ilustrado adiante.

Etapa 6 – Aplicação da 1ª fase do modelo JBN-DEA-BSC

Primeiro, para o procedimento adotado nesta pesquisa, empregou-se na etapa 5, os níveis de *inputs/outputs* que estão sob avaliação como metas desejáveis. Sendo assim, pode-se pular a etapa 6 do procedimento geral de avaliação e aplicar a 2ª fase do modelo JBN-DEA-BSC conforme o fluxograma ilustrado na Figura 13.

á em um segundo momento, foram redefinidas as metas desejáveis conforme os critérios de eficácia dos serviços de clínica geral e só assim foi aplicado a 1ª fase do modelo JBN-DEA-BSC que serão melhor discutidos na Seção 5.3.3 que diz respeito a eficácia dos serviços de clínica geral.

Passa-se, agora, a apresentar a formulação do Modelo JBN-DEA-BSC, dado por (231) – (249), com a substituição da função objetivo convencional do Modelo Aditivo DEA (que é a maximização do somatório das folgas ponderadas pelos seus respectivos pesos) pela função de arbitragem de Nash:

$$\max z = \prod_{j=1}^4 s_j^+ \cdot \prod_{i=1}^2 s_i^- \quad (314)$$

sujeito a:

(estágio 1)

$$y_{4o}^{P3} = \frac{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \lambda_k^{S1}}{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \lambda_k^{S1}} - s_4^+; \quad (315)$$

$$y_{3o}^{P2} = \frac{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \lambda_k^{S1}}{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \lambda_k^{S1}} - s_3^+; \quad (316)$$

$$x_{1o}^{P4} = \frac{\sum_{k=1}^8 \overline{x_{1k}^{P4}} \lambda_k^{S1}}{\sum_{k=1}^8 \overline{x_{1k}^{P4}} \lambda_k^{S1}} + s_1^-; \quad (317)$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k^{S1} = 1; \quad (318)$$

$$\lambda_k^{S1} \geq 0, \quad \forall k; \quad (319)$$

(estágio 2)

$$y_{2o}^{P2} = \sum_{k=1}^8 \overline{y_{2k}^{P2}} \lambda_k^{S2} - s_2^+; \quad (320)$$

$$x_{2o}^{P2} = \sum_{k=1}^8 \overline{x_{2k}^{P2}} \lambda_k^{S2} + s_2^-; \quad (321)$$

$$\frac{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \lambda_k^{S1}}{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \lambda_k^{S1}} \geq \frac{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \lambda_k^{S2}}{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \lambda_k^{S2}}; \quad (322)$$

$$\sum_{k=1}^8 \lambda_k^{S2} = 1; \quad (323)$$

$$\lambda_k^{S2} \geq 0, \quad \forall k; \quad (324)$$

(estágio 3)

$$y_{1o}^{P1} = \frac{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{1k}^{P1}} \lambda_k^{S3}}{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{1k}^{P1}} \lambda_k^{S3}} - s_1^+; \quad (325)$$

$$\frac{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2} \lambda_k^{S1}}}{\sum_{k=1}^8 \underline{y_{3k}^{P2} \lambda_k^{S1}}} \geq \frac{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2} \lambda_k^{S3}}}{\sum_{k=1}^8 \underline{y_{3k}^{P2} \lambda_k^{S3}}}; \quad (326)$$

$$\sum_{k=1}^8 \overline{y_{2k}^{P2} \lambda_k^{S2}} \geq \sum_{k=1}^8 \underline{y_{2k}^{P2} \lambda_k^{S3}}; \quad (327)$$

$$\sum_{k=1}^8 \underline{x_{2k}^{P2} \lambda_k^{S2}} \leq \sum_{k=1}^8 \underline{x_{2k}^{P2} \lambda_k^{S3}}; \quad (328)$$

$$\sum_{k=1}^8 \lambda_k^{S3} = 1; \quad (329)$$

$$\lambda_k^{S3} \geq 0, \quad \forall k; \quad (330)$$

$$s_j^+ \geq 0, \quad \forall j; \quad (331)$$

$$s_i^- \geq 0, \quad \forall i. \quad (332)$$

Porém o conjunto solução deste último modelo não é um conjunto convexo, mas, com as expressões (333) - (340), a seguir apresentadas, aplicadas às variáveis de decisão, pode-se obter um modelo equivalente formulado por (341) - (360):

$$\frac{\lambda_k^{Sl}}{\sqrt[6]{\left(\sum_{k=1}^8 \underline{y_{1k}^{P1} \lambda_k^{S3}}\right) \left(\sum_{k=1}^8 \underline{y_{3k}^{P2} \lambda_k^{S1}}\right) \left(\sum_{k=1}^8 \underline{y_{4k}^{P3} \lambda_k^{S1}}\right) \left(\sum_{k=1}^8 \underline{x_{1k}^{P4} \lambda_k^{S1}}\right)}} = \mu_k^{Sl} \quad \forall k \text{ e } \forall Sl; \quad (333)$$

$$\frac{1}{\sqrt[6]{\left(\sum_{k=1}^8 \underline{y_{1k}^{P1} \lambda_k^{S3}}\right) \left(\sum_{k=1}^8 \underline{y_{3k}^{P2} \lambda_k^{S1}}\right) \left(\sum_{k=1}^8 \underline{y_{4k}^{P3} \lambda_k^{S1}}\right) \left(\sum_{k=1}^8 \underline{x_{1k}^{P4} \lambda_k^{S1}}\right)}} = \varphi; \quad (334)$$

$$\frac{s_2^+}{\sqrt[6]{\left(\sum_{k=1}^8 \underline{y_{1k}^{P1} \lambda_k^{S3}}\right) \left(\sum_{k=1}^8 \underline{y_{3k}^{P2} \lambda_k^{S1}}\right) \left(\sum_{k=1}^8 \underline{y_{4k}^{P3} \lambda_k^{S1}}\right) \left(\sum_{k=1}^8 \underline{x_{1k}^{P4} \lambda_k^{S1}}\right)}} = \nu_2^+; \quad (335)$$

$$\frac{s_1^+ \sum_{k=1}^8 \underline{y_{1k}^{P1} \lambda_k^{S3}}}{\sqrt[6]{\left(\sum_{k=1}^8 \underline{y_{1k}^{P1} \lambda_k^{S3}}\right) \left(\sum_{k=1}^8 \underline{y_{3k}^{P2} \lambda_k^{S1}}\right) \left(\sum_{k=1}^8 \underline{y_{4k}^{P3} \lambda_k^{S1}}\right) \left(\sum_{k=1}^8 \underline{x_{1k}^{P4} \lambda_k^{S1}}\right)}} = \nu_1^+; \quad (336)$$

$$\frac{s_3^+ \sum_{k=1}^8 y_{3k}^{P2} \lambda_k^{S1}}{\sqrt[6]{\left(\sum_{k=1}^8 y_{1k}^{P1} \lambda_k^{S3}\right) \left(\sum_{k=1}^8 y_{3k}^{P2} \lambda_k^{S1}\right) \left(\sum_{k=1}^8 y_{4k}^{P3} \lambda_k^{S1}\right) \left(\sum_{k=1}^8 x_{1k}^{P4} \lambda_k^{S1}\right)}} = v_1^+; \quad (337)$$

$$\frac{s_4^+ \sum_{k=1}^8 y_{4k}^{P3} \lambda_k^{S1}}{\sqrt[6]{\left(\sum_{k=1}^8 y_{1k}^{P1} \lambda_k^{S3}\right) \left(\sum_{k=1}^8 y_{3k}^{P2} \lambda_k^{S1}\right) \left(\sum_{k=1}^8 y_{4k}^{P3} \lambda_k^{S1}\right) \left(\sum_{k=1}^8 x_{1k}^{P4} \lambda_k^{S1}\right)}} = v_4^+; \quad (338)$$

$$\frac{s_1^- \sum_{k=1}^8 x_{1k}^{P4} \lambda_k^{S1}}{\sqrt[6]{\left(\sum_{k=1}^8 y_{1k}^{P1} \lambda_k^{S3}\right) \left(\sum_{k=1}^8 y_{3k}^{P2} \lambda_k^{S1}\right) \left(\sum_{k=1}^8 y_{4k}^{P3} \lambda_k^{S1}\right) \left(\sum_{k=1}^8 x_{1k}^{P4} \lambda_k^{S1}\right)}} = v_1^-; \quad (339)$$

$$\frac{s_2^-}{\sqrt[6]{\left(\sum_{k=1}^8 y_{1k}^{P1} \lambda_k^{S3}\right) \left(\sum_{k=1}^8 y_{3k}^{P2} \lambda_k^{S1}\right) \left(\sum_{k=1}^8 y_{4k}^{P3} \lambda_k^{S1}\right) \left(\sum_{k=1}^8 x_{1k}^{P4} \lambda_k^{S1}\right)}} = v_2^-. \quad (340)$$

$$\max z = \varphi^2 \left(\sum_{k=1}^8 y_{1k}^{P1} \mu_k^{S3} \right) \left(\sum_{k=1}^8 y_{3k}^{P2} \mu_k^{S1} \right) \left(\sum_{k=1}^8 y_{4k}^{P3} \mu_k^{S1} \right) \left(\sum_{k=1}^8 x_{1k}^{P4} \mu_k^{S1} \right) \prod_{j=1}^4 v_j^+ \cdot \prod_{i=1}^2 v_i^- \quad (341)$$

sujeito a:

(estágio 1)

$$\sum_{k=1}^8 y_{jk}^{P3} \mu_k^{S1} - y_{40}^{P3} \sum_{k=1}^8 y_{4k}^{P3} \mu_k^{S1} - v_4^+ = 0; \quad (342)$$

$$\sum_{k=1}^8 y_{3k}^{P2} \mu_k^{S1} - y_{30}^{P2} \sum_{k=1}^8 y_{3k}^{P2} \mu_k^{S1} - v_3^+ = 0; \quad (343)$$

$$\sum_{k=1}^8 x_{1k}^{P4} \mu_k^{S1} - x_{10}^{P4} \sum_{k=1}^8 x_{1k}^{P4} \mu_k^{S1} + v_1^- = 0; \quad (344)$$

$$\sum_{k=1}^8 \mu_k^{S1} = \varphi; \quad (345)$$

$$\mu_k^{S1} \geq 0, \quad \forall k; \quad (346)$$

(estágio 2)

$$y_{2o}^{P2} \varphi = \sum_{k=1}^8 y_{2k}^{P2} \mu_k^{S2} - v_2^+; \quad (347)$$

$$x_{2o}^{P2} \varphi = \sum_{k=1}^8 x_{2k}^{P2} \mu_k^{S2} + v_2^-; \quad (348)$$

$$\sum_{k=1}^n \overline{y_{4k}^{P3}} \mu_k^{S2} - y_{4o}^{P3} \sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \mu_k^{S2} \leq v_4^+; \quad (349)$$

$$\sum_{k=1}^8 v_k^{S2} = \varphi; \quad (350)$$

$$\mu_k^{S2} \geq 0, \quad \forall k; \quad (351)$$

(estágio 3)

$$\sum_{k=1}^8 \overline{y_{1k}^{P1}} \mu_k^{S3} - y_{1o}^{P1} \sum_{k=1}^8 \overline{y_{1k}^{P1}} \mu_k^{S3} - v_1^+ = 0; \quad (352)$$

$$\sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \mu_k^{S3} - y_{3o}^{P2} \sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \mu_k^{S3} \leq v_3^+; \quad (353)$$

$$\sum_{k=1}^8 y_{2k}^{P2} \mu_k^{S2} \geq \sum_{k=1}^8 y_{2k}^{P2} \mu_k^{S3}; \quad (354)$$

$$\sum_{k=1}^8 x_{2k}^{P2} \mu_k^{S2} \leq \sum_{k=1}^8 x_{2k}^{P2} \mu_k^{S3}; \quad (355)$$

$$\sum_{k=1}^8 \mu_k^{S3} = \varphi; \quad (356)$$

$$\mu_k^{S3} \geq 0, \quad \forall k; \quad (357)$$

$$\varphi^2 \left(\sum_{k=1}^8 \overline{y_{1k}^{P1}} \mu_k^{S3} \right) \left(\sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \mu_k^{S1} \right) \left(\sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \mu_k^{S1} \right) \left(\sum_{k=1}^8 \overline{x_{1k}^{P4}} \mu_k^{S1} \right) = 1; \quad (358)$$

$$v_j^+ \geq 0, \quad \forall j; \quad (359)$$

$$v_i^- \geq 0, \quad \forall i. \quad (360)$$

Pode-se mostrar que o modelo (341) - (360) é equivalente ao modelo formulado em (361) - (387), que é um modelo de Otimização Convexa. Para este modelo, os índices, parâmetros e variáveis e restrições são análogos aos modelos já apresentados anteriormente.

$$\max \ln(z) = 2\kappa + v_1 + v_3 + v_4 + \gamma_1 + \sum_{j=1}^4 b_j + \sum_{i=1}^2 a_i \quad (361)$$

sujeito a:

(estágio 1)

$$\sum_{k=1}^8 \overline{y_{jk}^{P3}} \mu_k^{S1} - y_{40}^{P3} \sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \mu_k^{S1} - \nu_4^+ = 0; \quad (362)$$

$$\sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \mu_k^{S1} - y_{30}^{P2} \sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \mu_k^{S1} - \nu_3^+ = 0; \quad (363)$$

$$\sum_{k=1}^8 \overline{x_{1k}^{P4}} \mu_k^{S1} - x_{10}^{P4} \sum_{k=1}^8 \overline{x_{1k}^{P4}} \mu_k^{S1} + \nu_1^- = 0; \quad (364)$$

$$\sum_{k=1}^8 \mu_k^{S1} = \varphi; \quad (365)$$

$$\mu_k^{S1} \geq 0, \quad \forall k; \quad (366)$$

(estágio 2)

$$y_{20}^{P2} \varphi = \sum_{k=1}^8 y_{2k}^{P2} \mu_k^{S2} - \nu_2^+; \quad (367)$$

$$x_{20}^{P2} \varphi = \sum_{k=1}^8 x_{2k}^{P2} \mu_k^{S2} + \nu_2^-; \quad (368)$$

$$\sum_{k=1}^n \overline{y_{4k}^{P3}} \mu_k^{S2} - y_{40}^{P3} \sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \mu_k^{S2} \leq \nu_4^+; \quad (369)$$

$$\sum_{k=1}^8 \nu_k^{S2} = \varphi; \quad (370)$$

$$\mu_k^{S2} \geq 0, \quad \forall k; \quad (371)$$

(estágio 3)

$$\sum_{k=1}^8 \overline{y_{1k}^{P1}} \mu_k^{S3} - y_{10}^{P1} \sum_{k=1}^8 \overline{y_{1k}^{P1}} \mu_k^{S3} - \nu_1^+ = 0; \quad (372)$$

$$\sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \mu_k^{S3} - y_{30}^{P2} \sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \mu_k^{S3} \leq \nu_3^+; \quad (373)$$

$$\sum_{k=1}^8 y_{2k}^{P2} \mu_k^{S2} \geq \sum_{k=1}^8 y_{2k}^{P2} \mu_k^{S3}; \quad (374)$$

$$\sum_{k=1}^8 x_{2k}^{P2} \mu_k^{S2} \leq \sum_{k=1}^8 x_{2k}^{P2} \mu_k^{S3}; \quad (375)$$

$$\sum_{k=1}^8 \mu_k^{S3} = \varphi; \quad (376)$$

$$\mu_k^{S3} \geq 0, \quad \forall k; \quad (377)$$

$$2\kappa + v_1 + v_3 + v_4 + \gamma_1 = 0; \quad (378)$$

$$e^\kappa \leq \phi; \quad (379)$$

$$e^1 \leq \sum_{k=1}^8 \overline{y_{1k}^{P1}} \mu_k^{S3}; \quad (380)$$

$$e^3 \leq \sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \mu_k^{S1}; \quad (381)$$

$$e^4 \leq \sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \mu_k^{S1}; \quad (382)$$

$$e^\gamma \leq \sum_{k=1}^8 \overline{x_{1k}^{P4}} \mu_k^{S1}; \quad (383)$$

$$e^b_j \leq v_j^+ + e^{-M}, \quad \forall j; \quad (384)$$

$$e^a_i \leq v_i^- + e^{-M}, \quad \forall i; \quad (385)$$

$$v_j^+ \geq 0, \quad \forall j; \quad (386)$$

$$v_i^- \geq 0, \quad \forall i. \quad (387)$$

Como a proposta do modelo da Barganha de Nash parte do pressuposto que há um “ponto de desacordo”, conforme já explanado na fundamentação teórica, sugere-se a resolução do modelo em duas fases:

- A primeira fase, conforme modelo dado por (388) - (416), estima qual é o ponto de desacordo viável mais próximo dos valores desejáveis para as medidas de desempenho:

$$\max \ln(z) = 2\kappa + v_1 + v_3 + v_4 + \gamma_1 + \sum_{j=1}^4 \beta_j + \sum_{i=1}^2 \alpha_i \quad (388)$$

sujeito a:

(estágio 1)

$$\sum_{k=1}^8 \overline{y_{jk}^{P3}} \mu_k^{S1} - d_{y_{4o}} \sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \mu_k^{S1} + \varepsilon_4 = 0; \quad (389)$$

$$\sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \mu_k^{S1} - d_{y_{3o}} \sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \mu_k^{S1} + \varepsilon_3 = 0; \quad (390)$$

$$\sum_{k=1}^8 \overline{x_{1k}^{P4}} \mu_k^{S1} - d_{x_{1o}} \sum_{k=1}^8 \overline{x_{1k}^{P4}} \mu_k^{S1} + \psi_1 = 0; \quad (391)$$

$$\sum_{k=1}^8 \mu_k^{S1} = \varphi; \quad (392)$$

$$\mu_k^{S1} \geq 0, \quad \forall k; \quad (393)$$

(estágio 2)

$$\varphi d_{y_{2o}} = \sum_{k=1}^8 y_{2k}^{P2} \mu_k^{S2} + \varepsilon_2; \quad (394)$$

$$\varphi d_{x_{2o}} = \sum_{k=1}^8 x_{2k}^{P2} \mu_k^{S2} + \psi_2; \quad (395)$$

$$\sum_{k=1}^n \overline{y_{4k}^{P3}} \mu_k^{S2} - d_{y_{4o}} \sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \mu_k^{S2} \leq -\varepsilon_4; \quad (396)$$

$$\sum_{k=1}^8 \nu_k^{S2} = \varphi; \quad (397)$$

$$\mu_k^{S2} \geq 0, \quad \forall k; \quad (398)$$

(estágio 3)

$$\sum_{k=1}^8 \overline{y_{1k}^{P1}} \mu_k^{S3} - d_{y_{1o}} \sum_{k=1}^8 \overline{y_{1k}^{P1}} \mu_k^{S3} + \varepsilon_1 = 0; \quad (399)$$

$$\sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \mu_k^{S3} - d_{y_{3o}} \sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \mu_k^{S3} \leq -\varepsilon_3; \quad (400)$$

$$\sum_{k=1}^8 y_{2k}^{P2} \mu_k^{S2} \geq \sum_{k=1}^8 y_{2k}^{P2} \mu_k^{S3}; \quad (401)$$

$$\sum_{k=1}^8 x_{2k}^{P2} \mu_k^{S2} \leq \sum_{k=1}^8 x_{2k}^{P2} \mu_k^{S3}; \quad (402)$$

$$\sum_{k=1}^8 \mu_k^{S3} = \varphi; \quad (403)$$

$$\mu_k^{S3} \geq 0, \quad \forall k; \quad (404)$$

$$2\kappa + \nu_1 + \nu_3 + \nu_4 + \gamma_1 = 0; \quad (405)$$

$$e^\kappa \leq \phi; \quad (406)$$

$$e^1 \leq \sum_{k=1}^8 \underline{y_{1k}^{P1}} \mu_k^{S3}; \quad (407)$$

$$e^3 \leq \sum_{k=1}^8 \underline{y_{3k}^{P2}} \mu_k^{S1}; \quad (408)$$

$$e^4 \leq \sum_{k=1}^8 \underline{y_{4k}^{P3}} \mu_k^{S1}; \quad (409)$$

$$e^1 \leq \sum_{k=1}^8 \underline{x_{1k}^{P4}} \mu_k^{S1}; \quad (410)$$

$$e^{\beta_j} \leq R_j^+ - g_j + e^{-M}, \forall j; \quad (411)$$

$$e^{\alpha_i} \leq R_i^- - h_i + e^{-M}, \forall i; \quad (412)$$

$$-\psi_i \leq h_i, \forall i; \quad (413)$$

$$\psi_i \leq h_i, \forall i; \quad (414)$$

$$\varepsilon_j \leq g_j, \forall j; \quad (415)$$

$$-\varepsilon_j \leq g_j, \forall j. \quad (416)$$

sendo $R_i^{+-} = \text{Max}(x_{ik}) - \text{Min}(x_{ik})$ e o $R_j^- = \text{Max}(y_{jk}) - \text{Min}(y_{jk})$ as respectivas amplitudes para os *inputs* e os *outputs* e o parâmetro M suficientemente grande.

Para que este modelo continue viável, sabe-se que (devido à condição de convexidade) os pontos de desacordos desejáveis devem satisfazer:

$$\min(x_{ik}) \leq d_{x_{io}} \leq \max(x_{ik}), \forall i; \quad (417)$$

$$\min(y_{jk}) \leq d_{y_{jo}} \leq \max(y_{jk}), \forall j. \quad (418)$$

Etapa 7 – Aplicação da 2ª fase do modelo JBN-DEA-BSC

A segunda fase, conforme modelo dado por (419)-(445), maximiza as parcelas de aumento e de economia para as medidas de desempenho (a partir do ponto de desacordo) e estabelece uma solução ótima que expressa a melhor relação de compromisso entre as metas acordadas entre os decisores. Utiliza-se os valores ótimos de $\psi_2^{+*}, \psi_2^{-*}, \delta_2^{+*}, \delta_2^{-*}, \lambda_k^{S1*} = \mu_k^{S1*} / \varphi^*$ e $\lambda_k^{S3*} = \mu_k^{S3*} / \varphi^*$, obtidos na primeira fase, como parâmetros para o modelo da segunda fase:

$$\max \ln(z) = 2\kappa + \nu_1 + \nu_3 + \nu_4 + \gamma_1 + \sum_{j=1}^4 b_j + \sum_{i=1}^2 a_i \quad (419)$$

sujeito a:

(estágio 1)

$$\sum_{k=1}^8 \overline{y_{jk}^{P3}} \mu_k^{S1} - \left(\frac{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \lambda_k^{S1*}}{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \lambda_k^{S1*}} \right) \sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \mu_k^{S1} - \nu_4^+ = 0; \quad (420)$$

$$\sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \mu_k^{S1} - \left(\frac{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \lambda_k^{S1*}}{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \lambda_k^{S1*}} \right) \sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \mu_k^{S1} - \nu_3^+ = 0; \quad (421)$$

$$\sum_{k=1}^8 \overline{x_{1k}^{P4}} \mu_k^{S1} - \left(\frac{\sum_{k=1}^8 \overline{x_{1k}^{P4}} \lambda_k^{S1*}}{\sum_{k=1}^8 \overline{x_{1k}^{P4}} \lambda_k^{S1*}} \right) \sum_{k=1}^8 \overline{x_{1k}^{P4}} \mu_k^{S1} + \nu_1^- = 0; \quad (422)$$

$$\sum_{k=1}^8 \mu_k^{S1} = \varphi; \quad (423)$$

$$\mu_k^{S1} \geq 0, \quad \forall k; \quad (424)$$

(estágio 2)

$$d_{y_{2o}} \varphi = \sum_{k=1}^8 \overline{y_{2k}^{P2}} \mu_k^{S2} - \nu_2^+ + \varepsilon_2^*; \quad (425)$$

$$d_{x_{2o}} \varphi = \sum_{k=1}^8 \overline{x_{2k}^{P2}} \mu_k^{S2} + \nu_2^- + \psi_2^*; \quad (426)$$

$$\sum_{k=1}^n \overline{y_{4k}^{P3}} \mu_k^{S2} - \left(\frac{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \lambda_k^{S1*}}{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \lambda_k^{S1*}} \right) \sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \mu_k^{S2} \leq \nu_4^+; \quad (427)$$

$$\sum_{k=1}^8 \nu_k^{S2} = \varphi; \quad (428)$$

$$\mu_k^{S2} \geq 0, \quad \forall k; \quad (429)$$

(estágio 3)

$$\sum_{k=1}^8 \overline{y_{1k}^{P1}} \mu_k^{S3} - \left(\frac{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{1k}^{P1}} \lambda_k^{S3*}}{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{1k}^{P1}} \lambda_k^{S3*}} \right) \sum_{k=1}^8 \overline{y_{1k}^{P1}} \mu_k^{S3} - \nu_1^+ = 0; \quad (430)$$

$$\sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \mu_k^{S3} - \left(\frac{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \lambda_k^{S1*}}{\sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \lambda_k^{S1*}} \right) \sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \mu_k^{S3} \leq \nu_3^+; \quad (431)$$

$$\sum_{k=1}^8 \overline{y_{2k}^{P2}} \mu_k^{S2} \geq \sum_{k=1}^8 \overline{y_{2k}^{P2}} \mu_k^{S3}; \quad (432)$$

$$\sum_{k=1}^8 \overline{x_{2k}^{P2}} \mu_k^{S2} \leq \sum_{k=1}^8 \overline{x_{2k}^{P2}} \mu_k^{S3}; \quad (433)$$

$$\sum_{k=1}^8 \mu_k^{S3} = \varphi; \quad (434)$$

$$\mu_k^{S3} \geq 0, \quad \forall k; \quad (435)$$

$$2\kappa + \nu_1 + \nu_3 + \nu_4 + \gamma_1 = 0; \quad (436)$$

$$e^\kappa \leq \phi; \quad (437)$$

$$e^1 \leq \sum_{k=1}^8 \overline{y_{1k}^{P1}} \mu_k^{S3}; \quad (438)$$

$$e^3 \leq \sum_{k=1}^8 \overline{y_{3k}^{P2}} \mu_k^{S1}; \quad (439)$$

$$e^4 \leq \sum_{k=1}^8 \overline{y_{4k}^{P3}} \mu_k^{S1}; \quad (440)$$

$$e^{\gamma} \leq \sum_{k=1}^8 x_{1k}^{P4} \mu_k^{S1}, \quad (441)$$

$$e^b_j \leq v_j^+ + e^{-M}, \forall j; \quad (442)$$

$$e^a_i \leq v_i^- + e^{-M}, \forall j; \quad (443)$$

$$v_j^+ \geq 0, \forall j; \quad (444)$$

$$v_i^- \geq 0, \forall i. \quad (445)$$

Com base em Cooper e Pastor (1995), foram utilizadas as Medidas de Eficiência Generalizada (GEM - *Generalized Efficiency Measure*) para medir tanto o desempenho global do sistema como o desempenho de cada uma das perspectivas. Assim, têm-se:

- A eficiência Global para os serviços de Clínica Geral pode ser obtida por:

$$\Gamma = \Gamma_{P1} + \Gamma_{P2} + \Gamma_{P3} + \Gamma_{P4} - 3 \quad (446)$$

- A eficiência da Perspectiva do Paciente pode ser obtida por:

$$\Gamma_{P1} = 1 - w_1^+ s_1^+ \quad (447)$$

- A eficiência da Perspectiva dos Processos Internos pode ser obtida por:

$$\Gamma_{P2} = 1 - w_2^- s_2^- + w_2^+ s_2^+ + w_3^+ s_3^+ \quad (448)$$

- A eficiência da Perspectiva de Aprendizagem & Crescimento pode ser obtida por:

$$\Gamma_{P3} = 1 - w_4^+ s_4^+ \quad (449)$$

- A eficiência da Perspectiva Financeira pode ser obtida por:

$$\Gamma_{P3} = 1 - w_4^+ s_4^+ \quad (450)$$

$$\text{sendo } s_i^- = \hat{x}_{io} - x_{io}; \quad \forall i; \quad (451)$$

$$s_j^- = \hat{y}_{jo} - y_{jo} \quad \forall j. \quad (452)$$

5.3.2 Resultados obtidos

Conforme já citado anteriormente, foram consideradas as DMUs como sendo os serviços de Clínica Geral oferecidos por cada uma das UBS. Mas dois fatores contribuíram para que se coletassem dados em apenas oito DMU ao invés de nove (contemplando os serviços de Clínica Geral oferecido pelas cinco UBS disponíveis). Entre esses fatores pode-se citar:

- Falta dos médicos nos horários previstos para suas consultas - caso ocorrido para as consultas da clínica geral na UBS C.

- Estabelecimento do número máximo de pacientes que cada médico pode atender por dia - o que ocasionava maior tempo dedicado para coleta de dados (mais de um dia) em uma única DMU. Isto comprometeu a coleta dos demais dentro do período concedido para a realização da pesquisa (maior tempo dedicado na coleta de dados nas UBS A e UBS E).

Na Tabela 8, a título de ilustração, são apresentados os indicadores dos serviços de Clínica Geral para as UBS.

Tabela 8- Indicadores para cada Perspectiva na Estrutura BSC para os Serviços de Clínica Geral das UBS.

DMU	Satisfação	Tempo de Atendimento (min)	Tempo de espera (horas)	Fornecimento dos Medicamentos	Condições de Trabalho	Despesas /funcionário
D1	9,09%	13,36	2,86	55,56%	50,98%	45,94
D2	11,11%	15,11	2,84	75,00%	50,98%	45,94
D3	33,33%	7,18	1,23	100,00%	22,64%	70,34
D4	21,43%	4,50	0,65	22,73%	57,14%	12,92
D5	40,00%	7,75	1,94	83,33%	57,14%	12,92
D6	11,11%	3,33	1,33	50,00%	7,26%	44,70
D7	29,17%	7,04	2,27	41,03%	7,26%	44,70
D8	50,00%	5,50	1,83	61,11%	7,26%	44,70

Na Tabela 9, a título de ilustração, mostram-se os acréscimos e decréscimos (valores com sinal negativo) percentuais para as projeções das metas obtidas pelo modelo Aditivo *Network* DEA BSC, conforme (295) - (313).

Note-se (ver destaque em negrito na Tabela 9) que somente para o serviço de Clínica Geral *D6* que houve um apontamento de melhoria com relação ao tempo de atendimento, cujo aumento percentual indicado como meta é de 65%.

Tabela 9- As melhorias obtidas para os indicadores pelo Network Aditivo DEA BSC.

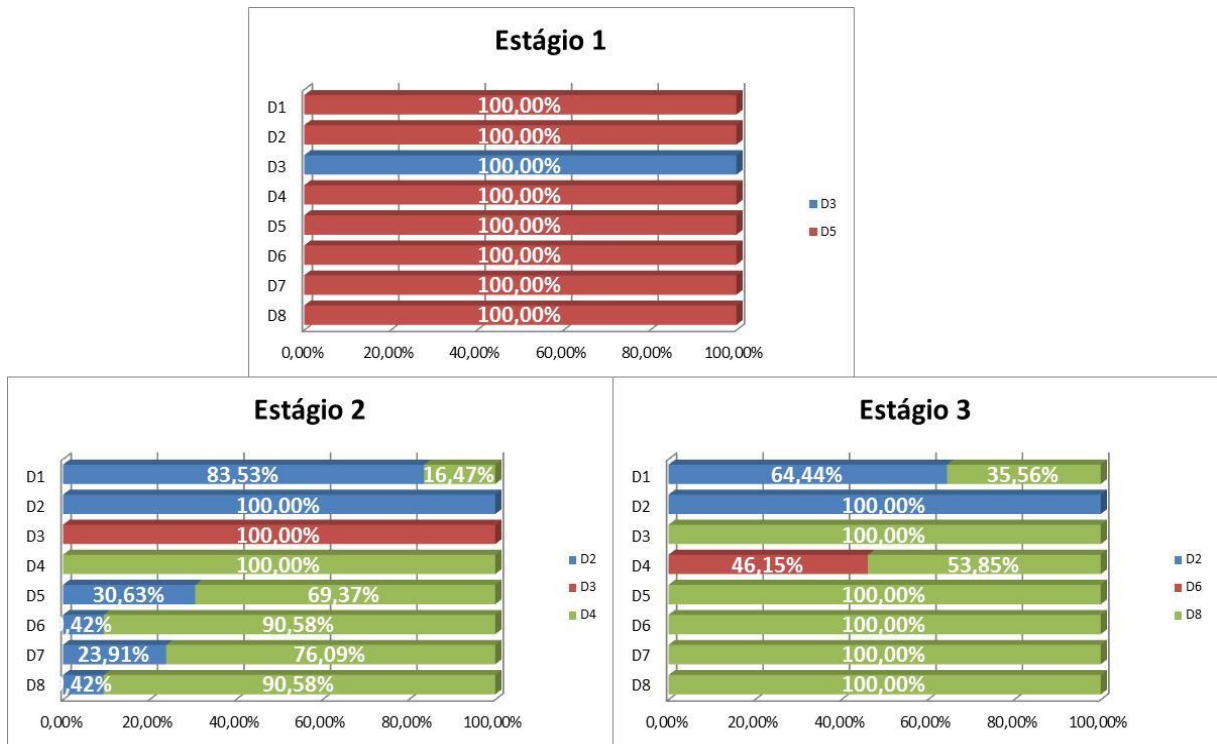
DMU	Satisfação	Tempo de Atendimento	Tempo de espera	Fornecimento dos Medicamentos	Condições de Trabalho	Despesas /funcionário
D1	246,65%	0,00%	-13,28%	50,00%	12,09%	-71,88%
D2	0,00%	0,00%	0,00%	11,11%	12,09%	-71,88%
D3	50,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
D4	78,89%	0,00%	0,00%	266,67%	0,00%	0,00%
D5	25,00%	0,00%	-31,87%	0,00%	0,00%	0,00%
D6	350,00%	65,00%	-35,39%	66,67%	687,30%	-71,10%
D7	71,43%	0,00%	-48,28%	103,13%	687,30%	-71,10%
D8	0,00%	0,00%	-53,09%	36,36%	687,30%	-71,10%

Etapa 8-Análise dos *benchmarks* e definição de um plano de iniciativas.

Na Figura 26 são mostrados os *Benchmarks* para cada um dos estágios, segundo indicado pelo modelo Aditivo *Network* DEA BSC. Estes valores de *Benchmarks* correspondem exatamente aos valores de λ_k^{S1} , λ_k^{S2} e λ_k^{S3} do modelo dado por (295) - (313). Segundo a ótica da Teoria dos Jogos, a combinação linear das melhores práticas (*Benchmark*) constituiria o conjunto de estratégias puras e mistas.

As estratégias a serem adotadas para reduzir as despesas por funcionário, “melhore-se a satisfação dos funcionários quanto às condições de trabalho” e “aumente-se a disponibilidade de medicamentos fornecidos pela UBS”, estão associadas ao conjunto de *benchmarks* (*D3* e *D5*) indicados pelo estágio 1.

Figura 26-Relação de *benchmarks* segundo o modelo Aditivo *Network* DEA BSC.



Fonte: Do autor.

As políticas ou decisões que devem ser tomadas para aumentar o tempo médio de atendimento do serviço médico, mas diminuindo o tempo médio de espera do paciente, estão associadas ao conjunto de *benchmarks* (*D2*, *D3* e *D4*) no estágio 2.

Por fim, as condutas de atendimento humano e respeitoso que conduzirão ao aumento de pacientes satisfeitos com o serviço estão associadas ao conjunto de *benchmarks* (*D2*, *D6* e *D8*) situados na fronteira de eficiência do envoltório convexo correspondente ao terceiro e último estágio do processo.

Note-se na Figura 26, que, no estágio 3, o serviço de Clínica Geral *D6* é indicado como *benchmark* para o serviço de Clínica Geral *D4*, ou seja, *D6* é eficiente. Entretanto, mesmo que *D6* seja considerado eficiente, o seu estado de satisfação para a Perspectiva do Paciente pode ser melhorado conforme indicado na Tabela 9.

Isto se deve pela característica dinâmica do modelo *Network* DEA, em que as políticas de melhoria apontadas nos estágios anteriores (Estágios 1 e 2) modificariam as condições existentes no estado atual do estágio 3. Assim, ainda é possível melhorar o estado de satisfação do Paciente neste último estágio. Portanto, o novo estado de Satisfação do Paciente para o Serviço médico *D6* seria aquela indicada pela estratégia pura apontada no serviço de Clínica Geral *D8*, ou seja, sendo, a DMU *D8* é *Benchmark* para a DMU *D6*.

Como já comentado anteriormente, os modelos baseados em folga não oferecem uma boa relação de compromisso para as projeções das metas na fronteira de eficiência. Para tratar esta situação, passa-se a apresentar os resultados obtidos por meio do modelo JBN-DEA-BSC, sendo que o ponto de desacordo são os estados atuais em que se encontram os indicadores de desempenho.

Na Tabela 10, mostram-se os acréscimos e decréscimos (valores com sinal negativo) percentuais para as projeções das metas obtidas pelo modelo JBN-DEA-BSC, formulado por (361) -(387).

Tabela 10- As melhorias obtidas para os indicadores pelo JBN- DEA -BSC.

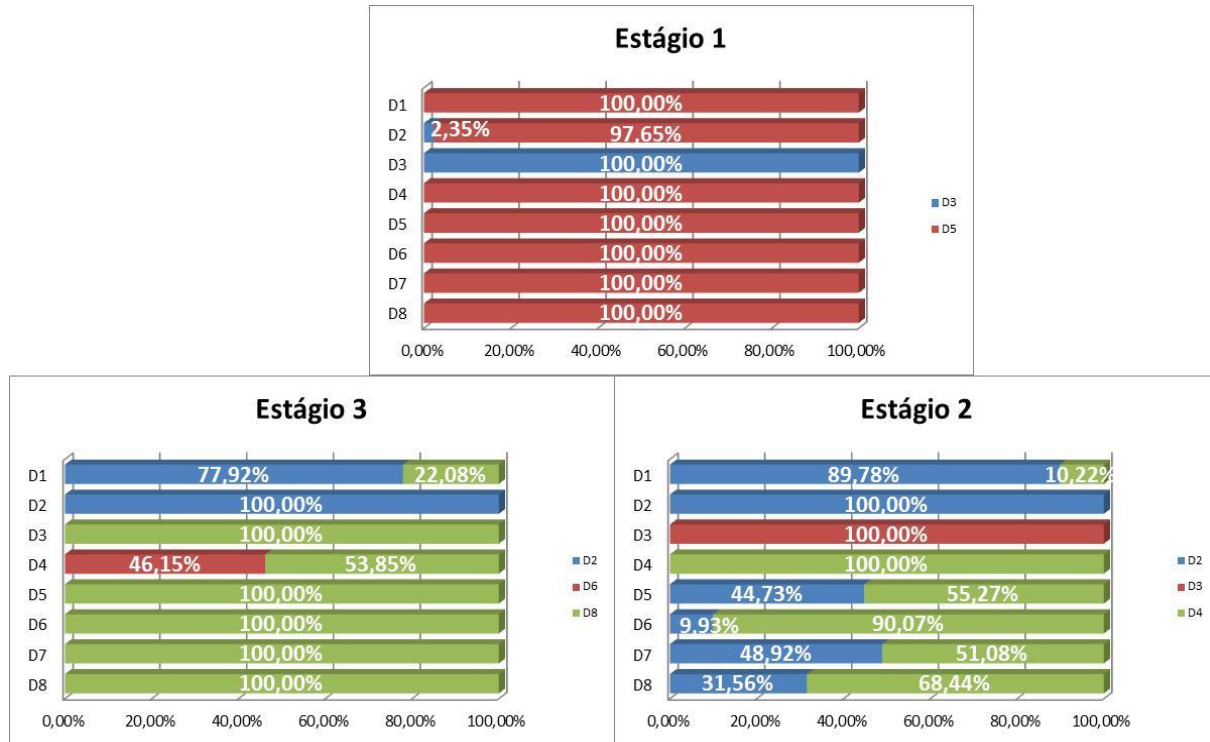
DMU	Satisfação	Tempo de Atendimento	Tempo de espera	Fornecimento dos Medicamentos	Condições de Trabalho	Despesas /funcionário
D1	176,94%	4,96%	-8,50%	50,00%	12,09%	-71,88%
D2	0,00%	0,00%	0,00%	11,69%	11,70%	-70,76%
D3	50,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
D4	78,89%	0,00%	0,00%	266,67%	0,00%	0,00%
D5	25,00%	19,31%	-15,93%	0,00%	0,00%	0,00%
D6	350,00%	66,60%	-34,56%	66,67%	687,30%	-71,10%
D7	71,43%	37,72%	-24,14%	103,13%	687,30%	-71,10%
D8	0,00%	42,70%	-26,54%	36,36%	687,30%	-71,10%

Note-se que, conforme destacado na Tabela 9, que somente para o serviço de Clínica Geral *D6* é que houve um apontamento de melhoria com relação ao tempo de atendimento, cujo aumento percentual indicado como meta era de 65%. Adicionalmente, na Tabela 10, consegue-se identificar melhorias que aumentem o tempo de atendimento, não só para o serviço de Clínica Geral *D6*, mas também para os serviços *D1*, *D5*, *D7* e *D8*.

Comparando-se os valores da Tabela 9 com os da Tabela 10, nota-se que uma nova relação de compromisso foi estabelecida entre as metas, ou seja, um novo acordo foi estabelecido entre os *trade-offs*. As mudanças nas metas obtidas pelo modelo da Barganha em relação ao modelo baseado em folgas são:

- Para o serviço médico *D1*, aumentou-se em 4,96% a meta do tempo médio de atendimento, com aumento da meta do tempo médio de espera em 4,78% e consequentemente uma redução para meta do percentual de pacientes satisfeitos em 69,71%.
- Para o serviço médico *D2*, aumentou-se em 0,58% a meta para o percentual de medicamentos disponíveis na UBS, com aumento da meta dos Gastos com Despesas por Funcionário em 1,12%. Como parte dos gastos com as despesas é empregado para o fornecimento de medicamentos, a meta para o nível de satisfação dos funcionários quanto às condições de trabalho se reduziria em 0,38%.
- Para o serviço médico *D5*, aumentou-se em 19,31% a meta do tempo médio de atendimento, com aumento da meta do tempo médio de espera em 15,93%.
- Para o serviço médico *D6*, aumentou-se em 1,60% a meta do tempo médio de atendimento, com aumento da meta do tempo médio de espera em 0,83%;
- Para o serviço médico *D7*, aumentou-se em 37,72% a meta do tempo médio de atendimento, com aumento da meta do tempo médio de espera em 24,14%;
- Para o serviço médico *D8*, aumentou-se em 42,70% a meta do tempo médio de atendimento, com aumento da meta do tempo médio de espera em 26,54%.

Para que estas novas metas sejam alcançadas, as estratégias puras e mistas a serem adotadas devem seguir uma nova combinação de *benchmarks*, conforme ilustrado na **Erro! Fonte de referência não encontrada.**

Figura 27-Relação de *benchmarks* segundo o modelo JBN-DEA-BSC.

Fonte: Do autor.

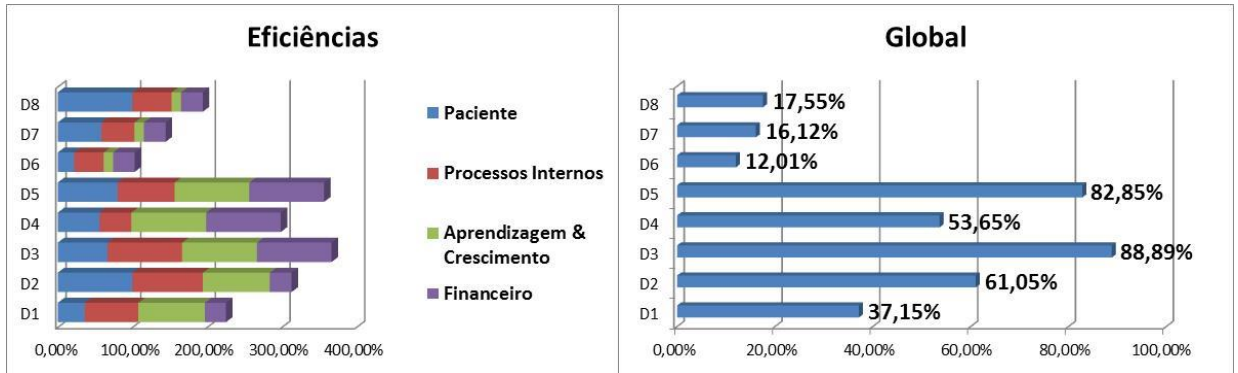
As Medidas de Eficiência Generalizada - GEM para cada Perspectiva, bem como para as Eficiências Globais estão na Tabela 11.

Tabela 11-Medidas de Eficiência.

DMU	Perspectivas				
	Paciente	Processos Internos	Aprendizagem & Crescimento	Financeiro	Global
D1	36,11%	71,78%	89,22%	28,12%	37,15%
D2	100,00%	94,48%	89,52%	29,24%	61,05%
D3	66,67%	100,00%	100,00%	100,00%	88,89%
D4	55,90%	42,86%	100,00%	100,00%	53,65%
D5	80,00%	76,66%	100,00%	100,00%	82,85%
D6	22,22%	39,27%	12,70%	28,90%	12,01%
D7	58,33%	44,51%	12,70%	28,90%	16,12%
D8	100,00%	52,64%	12,70%	28,90%	17,55%

De forma ilustrativa, na Figura 27 são mostradas as medidas de eficiências.

Figura 28-Medidas de Eficiência.



Fonte: Do autor.

O BSC é um instrumento de gestão que se estrutura em perspectivas, que avaliam o desempenho, orientam, esclarecem ou traduzem uma visão estratégica. Assim, fazendo um paralelo com o BSC, seria interessante que fossem estabelecidos objetivos, indicadores e metas para os serviços de Clínica Geral das UBS, como aqueles fornecidos no Quadro 6.

Este procedimento permite a identificação de algumas iniciativas baseadas em algumas ações aplicadas na DMU *benchmark*. A razão disto é que a DMU *benchmark* possui a melhor forma de emprego dos recursos disponíveis, dentro dos serviços de Clínica Geral analisadas, que podem colaborar com a melhoria dos serviços de atendimento.

Traçados os objetivos e dispendo-se de indicadores, uma ideia interessante, para os gestores, seria identificar como cada serviço de Clínica Geral deveria se basear nos seus respectivos *benchmarks* para alcançar as metas estabelecidas a partir do modelo JBN-DEA-BSC. Para exemplificar essa possibilidade, pode-se formular a seguinte questão: A causa dos pacientes estarem insatisfeitos é que o tempo de espera do atendimento é grande e a disponibilidade de remédios é pequena?

Quadro 6- Quadro de objetivos, indicadores, metas e iniciativas para perspectiva do paciente e dos Processos Internos.

Objetivos	Indicadores	Metas	Iniciativas sugeridas
Melhorar o atendimento Humano & Respeitoso	Atendimento administrativo e médico	Alvos (DEA)	Melhorar o relacionamento entre funcionários e paciente
			Melhorar o relacionamento entre médicos e paciente
Diminuir o tempo de espera para o atendimento	Tempo médio de espera em minutos	Alvos (DEA)	Conscientizar os médicos acerca da pontualidade.
			Aumentar a agilidade do atendimento administrativo
Melhorar o fornecimento de remédios	Fornecimento	Alvos (DEA)	Aumentar o número de remédios disponíveis.

Voltando ao problema analisado, durante a pesquisa de satisfação notou-se que os pacientes estavam insatisfeitos devido aos seguintes fatores:

- Em certos casos, os médicos faltavam, deixando os pacientes esperando por várias horas pela consulta e por fim não compareciam.
- Com a falta da devida atenção no atendimento inicial.
- Pela falta de agilidade no atendimento administrativo para marcar a consulta.
- Com o mau atendimento do médico.
- A grande maioria dos médicos não era pontual nas consultas.

Com a proposta das medidas para a Perspectiva do Paciente do BSC, pode-se tornar claro os objetivos que podem ser formulados em outras perspectivas. Como exemplo, no caso da Perspectiva da Aprendizagem & Crescimento, poderiam ser feitos investimentos para aumentar a capacidade do sistema de informação, para aumentar a agilidade do atendimento administrativo e em programas de conscientização dos funcionários e médicos, além de se analisar aspectos relacionados com a motivação destes.

Quadro 7- Quadro de Objetivos, Indicadores, Metas e Iniciativas Sugeridas para a Perspectiva Aprendizagem e Crescimento.

Objetivos	Indicador	Metas	Iniciativas sugeridas
Valorizar mais os servidores de saúde com uma compensação adequada	Condições de Trabalho	Alvo (DEA)	Reconhecer a realização de um bom trabalho
			Proporcionar uma Compensação Justa e Adequada
			Obter equilíbrio na valorização entre os funcionários
Melhorar as Condições de Trabalho			Proporcionar ferramentas adequadas para uma boa execução do Trabalho.
			Garantir tanto treinamentos como sistemas de informação adequados.
			Melhorar o esclarecimento quanto o que é esperado de cada funcionário.
			Aumentar a qualidade do apoio administrativo para realização das atividades.
			Promover a participação das pessoas nos processos decisórios
			Manter os Treinamentos.
Investir no desenvolvimento de Capacidades			Incentivar constantemente ao uso da criatividade e iniciativa.
			Incentivar o desenvolvimento e o aperfeiçoamento pessoal.
Melhorar a integração Social da Organização			Combater a existência de preconceitos
			Incentivar a cooperação entre colegas de Trabalho
	Combater a distinção entre colegas e supervisores		
	Melhorar ou assegurar a liberdade de expressão de ideias e opiniões entre os servidores.		

Da mesma forma que foi feita na Perspectiva do Paciente, pode-se formular a seguinte questão: por que os servidores estão insatisfeitos, é em razão dos sistemas informatizados não serem adequados, os procedimentos não estarem alinhados às diretrizes globais do sistema, há baixa satisfação quanto às lideranças, ao ambiente de trabalho e às expectativas em relação ao trabalho?

Durante a pesquisa de satisfação notou-se que a insatisfação e a baixa produtividade dos servidores, além da pouca retenção dos médicos nas UBS, estavam relacionadas aos seguintes fatores:

- Em certos casos, a sobrecarga da demanda de pacientes no atendimento inicial (atendimento administrativo) gerava estresse nos atendentes.

- A insatisfação dos pacientes provocada pela falta dos médicos era extravasada nos atendentes e enfermeiros que, por vezes, não tinham justificativas para a ausência do médico.

- O sistema de marcação de consultas é informatizado, no entanto, por vezes, a Intranet ficava lenta, ou se desconectava, comprometendo a agilidade no atendimento administrativo para marcar a consulta.

- A falta de reconhecimento do trabalho e o baixo envolvimento dos subordinados nas decisões afetavam o comprometimento dos servidores com os objetivos traçados pelos supervisores e demais gestores.

- O comprometimento do médico com consultas particulares fora das UBS implicava no seu baixo empenho no atendimento na UBS.

- As faltas e atrasos dos médicos são mais frequentes em UBS localizados em bairros mais afastados.

- O baixo esclarecimento do que se espera dos funcionários afetava o bom desempenho de suas funções que, por vezes, se desviam das diretrizes traçadas.

Continuando a explorar o potencial dos modelos JBN-DEA-BSC, para a Perspectiva Financeira poderia ser formulada a seguinte questão: quais são os gastos que poderiam ser diminuídos sem prejudicar a qualidade dos atendimentos? De fato, a Perspectiva Financeira infere de quanto é a limitação econômica para as condições que o sistema de saúde deve

operar. Os aspectos de eficiência e eficácia do sistema são discutidos na seção seguinte e permitirão responder esta questão.

5.3.3 A Eficácia nos Serviços de Clínica Geral

A eficácia de um sistema está relacionada com os resultados que esperam serem atingidos para que o sistema desempenhe bem as suas funções. Uma unidade produtiva eficiente não significa necessariamente que seja eficaz, ou seja, dados os recursos disponíveis e utilizando-se estes da melhor forma possível não significa essencialmente que se atingirão bons resultados (COOPER; SEIFORD; TONE, 2000).

Uma DMU que não seja eficaz, mas que é eficiente, obrigatoriamente para alcançar resultados satisfatórios deve investir em mais recursos. Esta conclusão é reforçada por Marinho (2003), para quem é conveniente analisar as eficiências do serviço de saúde sem deixar de verificar a eficácia destes, sugerindo que no curto prazo se elimine as ineficiências e no longo prazo se invista mais recursos.

Conforme já comentado anteriormente, o paciente tem o direito de permanecer no máximo trinta minutos na fila para ser consultado pelo médico. No entanto, observou-se que na prática (Tabela 8) os tempos médios de espera foram maiores que trinta minutos, sendo que o menor tempo médio observado foi de 39,07 minutos (0,65 horas).

Devido à convexidade da Fronteira de Eficiência, não foi possível estimar empiricamente, por meio do modelo JBN-DEA-BSC, valores com tempo médio de espera menores que 39,07 minutos. A razão disto é porque no conjunto de estratégias puras e mistas não se identificou nenhum serviço *benchmark* com tempo médio inferior a 39,07 minutos. Sendo assim, a título de experiência, foi estipulada uma meta desejável de 40 minutos como parâmetro para estimar o ponto de desacordo utilizando-se a primeira fase do modelo JBN-DEA-BSC.

Para o tempo de atendimento, segundo o que determina o SUS, o paciente tem o direito de ser atendido durante pelo menos quinze minutos. Observando-se a Tabela 8, nota-se que somente o serviço de Clínica Geral D2 apresentou um tempo médio de atendimento superior

a quinze minutos. Sendo assim, sugere-se, como parâmetro da primeira fase do modelo JBN-DEA-BSC, que as DMU, exceto a D2, tenham como ponto de desacordo desejável para o tempo de atendimento o valor de quinze minutos.

Para os demais indicadores considerados no problema foram escolhidos como desejáveis os próprios valores de medidas de desempenho observados para se estimar o ponto de desacordo. A utilização destes valores de parâmetros, como ponto de desacordo na primeira e segunda fases do modelo JBN-DEA-BSC, conduziram ao mesmo resultado para as metas dos indicadores obtidos na seção anterior (Tabela 10, página 157) e que estão mostradas na Tabela 12.

Tabela 12-Metas sugeridas pelo JBN-DEA-BSC.

DMU	Satisfação	Tempo de Atendimento (min)	Tempo de espera (horas)	Fornecimento dos Medicamentos	Condições de Trabalho	Despesas /funcionário
D1	25,18%	14,03	2,62	83,33%	57,14%	R\$ 5,17
D2	11,11%	15,11	2,84	83,77%	56,95%	R\$ 5,37
D3	50,00%	7,18	1,23	100,00%	22,64%	R\$ 28,14
D4	38,33%	4,50	0,65	83,33%	57,14%	R\$ 5,17
D5	50,00%	9,25	1,63	83,33%	57,14%	R\$ 5,17
D6	50,00%	5,55	0,87	83,33%	57,14%	R\$ 5,17
D7	50,00%	9,69	1,72	83,33%	57,14%	R\$ 5,17
D8	50,00%	7,85	1,34	83,33%	57,14%	R\$ 5,17

Como conclusão, as metas sugeridas pelo modelo JBN-DEA-BSC não tornam, necessariamente, eficazes os serviços de Clínica Geral, porque os valores obtidos para os tempos médios de espera foram maiores que trinta minutos (uma média de 1,61 horas, o que é muito alto) e para maioria dos serviços de Clínica Geral a meta no aumento do tempo de atendimento não chega em quinze minutos.

Portanto, o que torna complexa esta avaliação é como os aspectos “tempo de espera” e o “tempo de atendimento”, que estão relacionados com o comportamental dos médicos, estão limitados pelos recursos aplicados. Uma pergunta relevante que poderia ser sugerida aos gestores seria: quanto dos recursos aplicados no Sistema é necessário para estabelecer

condições (de liderança, de ambiente de trabalho, de expectativas, etc.) que incentivem um maior comprometimento e empenho dos médicos?

Como já dito, as DMU que forem consideradas eficientes, mas não são eficazes, neste caso, deve-se investir no longo prazo nos seus recursos, com o objetivo de tornarem estas DMU eficazes.

Os investimentos podem ser provenientes do corte de desperdícios com despesas por funcionário e, como foi apontado pelo modelo JBN-DEA-BSC, pode-se chegar a uma economia de 80% daquilo do que já é gasto, por exemplo, em contas de água, luz e telefone (ver ANEXO A). Por exemplo, para aumentar os recursos disponíveis pode-se aumentar o número de médicos, o que, por vezes, implica até mesmo no aumento do número de salas disponíveis para consulta, número de atendentes e sistemas de informação mais adequados, com a finalidade de atingir bons resultados.

6 CONCLUSÕES

6.1 VERIFICAÇÃO DOS OBJETIVOS E CONCLUSÕES

Nesta tese foi proposto um método de avaliação de desempenho do atendimento básico no SUS, mas especificamente para os Serviços de Clínica Geral, utilizando a combinação do modelo *Network* DEA e o modelo do Jogo da Barganha de Nash, a partir de dados fornecidos e coletados dos serviços de clínica geral dos postos de saúde de Guaratinguetá-SP.

Pode-se afirmar que todos os objetivos (geral e específicos) foram atingidos, pois:

- Foi desenvolvido um modelo da DEA orientado à função arbitragem de Nash para avaliar os serviços de Clínica Geral em UBS do município de Guaratinguetá;
- A aplicação do modelo proposto demonstra ser um Método de Medição de Desempenho adequado para as UBS uma vez que com a incorporação de conceitos do BSC foi possível estabelecer uma visão estratégica para os serviços de clínica geral, podendo assim apontar apropriadamente soluções para complexidade de problemas estratégicos usualmente evidenciados;
- Por meio dos serviços médicos apontados como *benchmarks* pelo modelo, foi possível analisar os impactos das eficiências relativas obtidas, bem como verificar novas alternativas para melhorar os serviços de clínica geral das UBS por meio de uma formulação de um plano de ações;
- De forma ilustrativa, foi demonstrada a potencialidade do método desenvolvido em aplicações às mais diversas organizações;
- O modelo proposto permite otimizar o uso dos recursos disponíveis para consolidação de metas em termos de eficiência;
- Verificou-se que o modelo formulado aqui permite apontar melhorias mesmo que estas organizações sejam consideradas eficientes em alguns subprocessos de causa e efeito, uma vez que as políticas adotadas em estágios anteriores modificam as condições dinâmicas em estágios posteriores;

- Como vantagem em relação às abordagens que incorporam o conceito BSC dentro da DEA, como, por exemplo, o trabalho de Amado, Santos e Marques (2012), a abordagem proposta de estruturação por esta tese além de explicitar melhor relação de causa e efeito entre as medidas de desempenho, estima as Metas associadas a cada um dos indicadores do BSC. Note-se que esta informação é perdida nas abordagens desenvolvidas por outros pesquisadores que também integraram o DEA e o BSC;

- Finalmente, a abordagem proposta por esta tese resolve e supera a limitação do efeito da incomensurabilidade em modelos do DEA (STEWART, 2010), além de estimar metas acordadas de forma mais equilibrada por meio do modelo do Jogo da Barganha de Nash (NASH, 1953) expressando assim melhor o conceito de soluções balanceadas (*Balanced*)

Como conclusões da tese, têm-se:

- Os modelos *Network* DEA e o do Jogo da Barganha de Nash foram integrados sob a orientação do Sistema de Gestão Estratégica BSC (*Balanced Scorecard*), fornecendo uma estrutura apropriada para avaliação do Sistema de Saúde e permitindo estabelecer uma visão estratégica dos serviços de Clínica Geral, contribuindo com sugestões e alternativas de melhoria.

- Este trabalho mostrou a utilização do Modelo JBN-DEA-BSC para estimar de forma empírica as metas para os serviços de Clínica Geral, oferecidos pelas Unidades Básicas de Saúde da cidade de Guaratinguetá-SP. Verificou-se que a abordagem DEA, em conjunto com o problema da Barganha de Nash e sob a orientação da estrutura BSC, são apropriadas para essa avaliação e geram resultados que são úteis para a gestão dos serviços de Clínica Geral das UBS.

- Por meio da abordagem proposta nesta tese, pode-se obter um *ranking* de eficiência das DMUs consideradas. Com este *ranking* haverá uma maior facilidade para a tomada de decisão por parte dos gestores (Secretarias de Saúde), quanto às medidas a serem tomadas para uma distribuição melhor dos recursos. Assim, será possível tornar eficientes as DMU não eficientes, melhorando o desempenho geral das DMUs, por meio da eliminação de desperdícios e investimentos no longo prazo.

- Quanto ao conjunto de serviços de Clínica Geral, analisados pelo modelo desenvolvido, ressalte-se que os resultados obtidos são, de certa forma, baseados nos *inputs* e *outputs* selecionados. As metas obtidas pelo procedimento proposto refletem o grau de ineficiência que, no Modelo JBN-DEA-BSC, está fundamentado na comparação entre as DMUs e no conceito de equilíbrio, obtido por meio da premissa da busca pelo melhor acordo para o atendimento de objetivos conflitantes.
- Observe-se que cabe aos gestores adotar as metas estimadas pelo modelo JBN-DEA-BSC como um referencial, podendo estas metas ser melhoradas se houver uma inovação de processo ou de tecnologia, isto é, usar estratégias inovadoras além daquelas apontadas pelas DMU *benchmarks*. Por exemplo, para os dados utilizados nesta tese não foi possível identificar nenhuma DMU *benchmark* com o tempo médio de espera do paciente inferior ou igual a 30 minutos, mas isto não significa que, por meio de uma prática de gestão inovadora, futuramente não se possa alcançar tal meta.
- Cada DMU precisa ser analisada dentro de sua realidade ou contexto organizacional, portanto, mesmo as perspectivas que atingiram 100% de eficiência relativa podem não ter o desempenho desejado pela organização conforme discutido anteriormente. Esta nova ferramenta de gestão, aqui descrita, proporcionará aos tomadores de decisão uma alternativa nova para o planejamento e controle das políticas, não só para o sistema de saúde, mas como também para outras aplicações em diversos setores da economia, à medida que a proposta ajuda a estabelecer uma visão estratégica do sistema.
- Embora os modelos propostos nesta tese tenham sido testados apenas com os dados reais dos serviços de Clínica Geral da cidade de Guaratinguetá, é possível estender tal abordagem a diversas outras situações e setores da economia. Como exposto na seção seguinte, pretende-se explorar as potenciais aplicações dos modelos propostos em outros tipos de problemas.

6.2 SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Fundamentalmente, espera-se estender as aplicações desta abordagem de pesquisa para diversos setores da economia (privado ou público) e obter uma melhor base de comparação das características, vantagens ou desvantagens do procedimento proposto.

Outra linha de pesquisa em potencial é incorporar aos modelos propostos nesta tese a capacidade de avaliar o sistema sob a ocorrência de incerteza, por exemplo, adotando conceitos da Lógica *Fuzzy* para obter as medidas de desempenho associadas à satisfação do paciente, o tempo de atendimento, o tempo de espera, o percentual disponível de medicamentos na UBS, entre outros indicadores.

Outras linhas de pesquisa futuras que podem ser visualizadas são:

- Na abordagem de modelos de Programação Multiobjetivo sobre a ótica da Teoria dos Jogos, a função arbitragem de Nash poderia ser aplicada em conjunto com os tradicionais modelos de *Goal Programming*, ou, como um bom argumento para otimizar as variáveis de resposta em modelos formulados a partir de técnicas de Planejamento de Experimentos (*Design of Experiments*) disponíveis em Montgomery (2005), ou ainda nos Modelos de Markowitz (MARKOWITZ, 1952) para negociar retorno e risco em carteiras de investimentos.
- Para problemas de Programação Multiobjetivo que envolvam variáveis discretas, talvez possam ser integradas conceitos da Teoria de *Matching* (ROTH; SOTOMAYOR, 1992), sendo que cada objetivo possa possuir uma lista de preferências (cada objetivo há o seu critério). Por exemplo, em Planejamento de Experimentos, pode haver fatores com uma sequência de preferência de níveis para serem ajustados e determinada lista de preferências atribuídas aos resultados das variáveis respostas. Explorar os melhores ajustes para o sistema estudado, neste caso sob uma situação hipotética de Mercados de *Matching* pode ser uma boa alternativa de estudo e trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS

ADAMS, C.; NEELY, A. The performance prism to boost M&A success. **Measuring Business Excellence**, v. 4, n. 3, p. 19–23, 2000.

ALI, A. I.; SEIFORD, L. M. Translation invariance in Data Envelopment Analysis. **Operations Research Letters**, v. 9, n. November, p. 403–405, 1990.

AMADO, C. A F.; DYSON, R. G. Exploring the use of DEA for formative evaluation in primary diabetes care: An application to compare English practices. **Journal of the Operational Research Society**, v. 60, n. 11, p. 1469–1482, 4 fev. 2009.

AMADO, C. A. F.; SANTOS, S. P.; MARQUES, P. M. Integrating the Data Envelopment Analysis and the Balanced Scorecard approaches for enhanced performance assessment. **Omega**, v. 40, n. 3, p. 390–403, jun. 2012.

AZEVEDO, M. C. DE; COSTA, H. G. Método para avaliação da postura estratégica. **Caderno de Pesquisas em Administração**, v. 8, n. 2, p. 1–18, 2001.

BANKER, R. D.; CHARNES, A.; COOPER, W. W. Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. **Management Science**, v. 30, n. 9, p. 1078–1092, 1984.

BERTRAND, J. W. M.; FRANSOO, J. C. Operations management research methodologies using quantitative modeling. **International Journal of Operations & Production Management**, v. 22, n. 2, p. 241–264, 2002.

BLACKER, D.; ENDICOTT, J. Psychometric properties: concepts of reliability and validity. In: **Handbook of psychiatric measures**. Washington: [s.n.]. p. 7–14.

BLAND, J. M.; ALTMAN, D. G. Cronbach's alpha. **British Medical Journal**, p. 314–572, 1997.

CASA NOVA, S. P. . . **Utilização da análise por envoltória de dados (DEA) na análise de demonstrações contábeis. 2002. Tese (Doutorado em Ciências Contábeis) - Universidade de São Paulo, São Paulo. 2002.** [s.l.] Universidade de São Paulo, 2002.

CHARNES, A. et al. Foundations of Data Envelopment Analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions. **Journal of Econometrics**, v. 30, p. 91–107, 1985.

CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. Measuring the efficiency of decision making units. **European Journal of Operational Research**, v. 2, n. 6, p. 429–444, nov. 1978.

CHARNES, A.; COOPER, W., W. **Management Models and Industrial Applications of Linear Programming.** New York.: Wiley, 1961.

CHRISTMANN, A.; VAN AELST, S. Robust estimation of Cronbach's alpha. **Journal of Multivariate Analysis**, v. 97, n. 7, p. 1660–1674, ago. 2006.

COOPER, W. W. Origins , Uses of , and Relations Between Goal Programming and Data Envelopment Analysis. **Journal of Multi-criteria Decision Analysis**, v. 133, n. 2005, p. 3–11, 2006.

COOPER, W. W.; PARK, K. S. A. M.; PASTOR, J. T. RAM : A Range Adjusted Measure of Inefficiency for Use with Additive Models , and Relations to Other Models and Measures in DEA. **Journal of Productivity Analysis**, v. 42, n. 11, p. 5–42, 1999.

COOPER, W. W.; SEIFORD, L. M.; TONE, K. **Data Envelopment Analysis : a comprehensive text with models, applications, references and DEA and DEA - solver software.** Norwell, Massachusetts: Kluwer Academic Publisher, 2000.

CORTINA, J. M. What is coefficient alpha? An examination of theory and applications. **Journal of Applied Psychology**, v. 78, n. 1, p. 98–104, 1993.

COSTA NETO, P. L. DE O. **Estatística.** 2. ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda., 2002. p. 266

CRONBACH, L. J. Coefficient alpha and the internal structure of tests. **Psychometrika**, v. 16, n. 3, p. 297–334, 1951.

CRONBACH, L. J. et al. The dependability of behavioral measurements: Theory for generalizability of scores and profiles. 1972.

DEBREU, G. The coefficient of resource utilization. **Econometrica**, v. 19, p. 273–292, 1951.

DU, J. et al. A bargaining game model for measuring performance of two-stage network structures. **European Journal of Operational Research**, v. 210, n. 2, p. 390–397, abr. 2011.

DYSON, R. G. et al. Pitfalls and protocols in DEA. **European Journal of Operational Research**, v. 132, n. 2, p. 245–259, 2001.

EILAT, H.; GOLANY, B.; SHTUB, A. R&D project evaluation: An integrated DEA and balanced scorecard approach. **Omega**, v. 36, n. 5, p. 895–912, out. 2008.

EMROUZNEJAD, A.; AMIN, G. R. DEA models for ratio data: Convexity consideration. **Applied Mathematical Modelling**, v. 33, n. 1, p. 486–498, jan. 2009.

EMROUZNEJAD, A.; PARKER, B. R.; TAVARES, G. Evaluation of research in efficiency and productivity : A survey and analysis of the first 30 years of scholarly literature in DEA. **Socio-Economic Planning Sciences**, v. 42, p. 151–157, 2008.

FARE, R.; GROSSKOPF, S. Network DEA. **Socio-Economic Planning Sciences**, v. 34, p. 35–49, 2000.

FÄRE, R.; GROSSKOPF, S. Productivity and intermediate products: A frontier approach. **Economics Letters**, v. 50, n. 1, p. 65–70, 1996.

FERREIRA, C. M. C.; GOMES, A. P. **Introdução à Análise Envolvória de Dados—Teoria, Modelos e Aplicações**. 1. ed. [s.l.] Editora UFV, 2009.

FIANI, R. **Teoria dos Jogos**. 2. ed. [s.l.] Editora Campus, 2006.

GEOFFRION, A. M. Duality in Nonlinear Programming: A Simplified Applications-Oriented Development. **SIAM Review**, v. 13, n. 1, p. 1–37, 1971.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

HAYES, B. E. **Measuring Customer Satisfaction: Survey design, use, and statistical analysis methods**. Wisconsin: ASQC Quality Press, 1998.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introduction to Operations Research**. 9. ed. [s.l.] McGraw-Hill, 2013. p. 1005

KAPLAN, R. S.; NORTON, D. P. T. The Balanced Scorecard: measures that drive performance. **Harvard Business Review**, v. 70, n. 1, p. 71–79, 1992.

KAPLAN, R. S.; NORTON, D. P. Having Trouble with Your Strategy? Then Map It. **Harvard Business Review**, v. 78, n. 5, p. 167–176, 2000.

KARUSH, W. **Minima of Functions of Several Variables with Inequalities as Side Conditions**. [s.l.] University of Chicago, 1939.

KOZYREFF FILHO, E.; MILIONI, A. Z. Um método para estimativa de metas DEA. **Produção**, v. 14, n. 2, p. 70–81, 2004.

KRUS, D. J.; HELMSTADTER, G. C. The problem of negative reliabilities. **Educational and Psychological Measurement**, v. 53, p. 643–650, 1993.

KUHN, H. W.; TUCKER, A. W. **Nonlinear Programming**. (J. Neyman, Ed.) Proceedings of the Second Berkeley Symposium. **Anais...Berkeley**: University of California Press, 1951

LEONTITSIS, A.; PAGGE, J. A simulation approach on Cronbach's alpha statistical significance. **Mathematics and Computers in Simulation**, v. 73, n. 5, p. 336–340, jan. 2007.

LINS, M. P. E.; CALÔBA, G. M. **Programação Linear com Aplicações em Teoria dos Jogos e Avaliação de Desempenho (Data Envelopment Analysis)**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

LUENBERGER, D. G.; YE, Y. **Linear and Nonlinear Programming**. 3. ed. [s.l.] Springer Science, 2008. p. 546

MARINHO, A. Avaliação da Eficiência Técnica nos Serviços de Saúde nos Municípios do Estado do Rio de Janeiro. **Revista Brasileira de Economia**, v. 57, n. 2, p. 515–534, 2003.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952.

MARLER, T.; ARORA, J. S. **Multi-Objective**. Saarbrücken: VDM Verlag Dr. Müller Arktengesellschaft & Co. KG, 2009. p. 192

MELLO, J. C. C. B. S. et al. **CURSO DE ANÁLISE DE ENVOLTÓRIA DE DADOSXXXVII** Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. **Anais...** Gramado: 2005

MERRIAN, S. B. **Qualitative Research and Case Study Applications in Education**. San Francisco: Jossey-Bass Publishers, 1998.

MINGERS, J.; BROCKLESBY, J. Multimethodology: Towards a Framework for Mixing Methodologies. **Omega**, v. 25, n. 5, p. 489–509, 1997.

MONTGOMERY, D. C. **Design and Analysis of Experiments**. 6. ed. [s.l.] John Wiley & Sons, 2005. p. 643

NAINI, S. G. J.; MOINI, A.; REZAEI, M. J. Nash bargaining game model for two parallel stages process evaluation with shared inputs. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 67, n. 1-4, p. 475–484, 19 set. 2013.

NASH, J. Two-Person Cooperative Games. **Econometrica**, v. 21, n. 1, p. 128–140, 1953.

NASH, J. F. J. The Bargaining Problem. **Econometrica**, v. 18, n. 2, p. 155–162, 1950.
 NEELY, A.; ADAMS, C.; CROWE, P. The performance prism in practice. **Measuring Business Excellence**, v. 5, n. 2, p. 6–12, 2001.

PARASURAMAN, A. **Marketing research**Addison Wesley Publishing Company, , 1991.
 PEDRO, J. M. O Balanced Scorecard (BSC) no Sector Público , Informação e Informática. **Informação e Informática**, v. 28, p. 14–23, 2004.

REZAEI, M. J.; MOINI, A.; ASGARI, F. H.-A. Unified Performance Evaluation of Health Centers with Integrated Model of Data Envelopment Analysis and Bargaining Game. **Journal of Medical Systems**, v. 36, p. 3805–3815, 2012.

REZAEI, M. J.; MOINI, A.; MAKUI, A. Operational and non-operational performance evaluation of thermal power plants in Iran: A game theory approach. **Energy**, v. 38, n. 1, p. 96–103, fev. 2012.

RICHARDSON, R. J. **Pesquisa Social, Métodos e Técnicas**. 2. ed. São Paulo: Ed. Atlas, 1989.

RODRIGUES, C. M. C.; FREITAS, A. N.; SCHMORANTZ, S. P. **Qualidade de Vida no Trabalho na COINBRA S/A: Um Levantamento do Nível de Satisfação dos Funcionários**. In: **XXII Encontro Nacional de Engenharia de Produção, Anais da Associação Brasileira de Engenharia**. Anais...Curitiba: Associação Brasileira de Engenharia de Produção , 2002

ROGERS, W. M.; SCHMITT, N.; MULLINS, M. E. Correction for Unreliability of Multifactor Measures: Comparison of Alpha and Parallel Forms Approaches. **Organizational Research Methods**, v. 5, n. 2, p. 184–199, 1 abr. 2002.

ROTH, A. E.; SOTOMAYOR, M. A. O. **Two-Sided Matching: A Study in Game-Theoretic Modeling and Analysis**. [s.l.] Cambridge University Press, 1992. p. 280

SAATY, T. Scaling Method for Priorities in Hierarchical Structures. **Journal of Mathematical Psychology**, v. 281, n. 15, p. 234–281, 1977.

SANTOS, M. A. R. **Avaliação de desempenho da saúde pública com aplicação de métodos de auxílio à tomada de decisão e de gestão estratégica.** [s.l.] Universidade Estadual Paulista, 2010.

SANTOS, M. A. R.; MARINS, F. A. S.; SALOMON, V. A. P. **A Utilização da Função Arbitragem de Nash nos Modelos DEA CCR: Uma abordagem na orientação combinada input/output sob a ótica da Teoria dos Jogos de Barganha.** .XLIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. **Anais...**2011

SEXTON, T. R.; SILKMAN, R. H.; HOGAN, A. J. Data envelopment analysis: Critique and extensions. In: SILKMAN, R. H. (Ed.). **Measuring Efficiency: An Assessment of Data Envelopment Analysis.** 32. ed. San Francisco: Jossey-Bass Publishers, 1986. p. 73–105.

SILVA, A. F. DA; MARINS, F. A. S. Revisão da literatura sobre modelos de Programação por Metas determinística e sob incerteza. **Produção**, 2014.

SILVA, A. F. DA; MARINS, F. A. S.; SILVA, A. S. B. DA. **Modelo DEA CCR utilizando a função arbitragem de Nash aplicados em problemas do setor industrial brasileiro: uma abordagem combinada input/output com ênfase na Teoria dos Jogos.**XIX SIMPEP. **Anais...**2012

STEWART, T. J. Goal directed benchmarking for organizational efficiency. **Omega**, v. 38, n. 6, p. 534–539, 2010.

STREINER, D. L. Being inconsistent about consistency: when coefficient alpha does and doesn't matter. **Journal of Personality Assessment**, v. 80, p. 217–222, 2003.

TAJRA, S. F. **Gestão Estratégica na Saúde.** 2. ed. São Paulo: Iátria, 2007.

THANASSOULIS, E. **Introduction to the theory and application of data envelopment analysis: a foundation text with integrated software.** Birmingham: Kluwer Academic Publisher, 2003. p. 312

THANASSOULIS, E.; BOUSSOFIANE, A.; DYSON, R. G. Exploring output quality targets in provision of perinatal care in England using data envelopment analysis. **European Journal of Operational Research**, v. 80, p. 588–607, 1995.

THANASSOULIS, E.; DYSON, R. G. Estimating preferred target input-output levels using data envelopment analysis. **European Journal of Operational Research**, v. 56, n. 1, p. 80–97, jan. 1992.

VILELA, D. L. **Utilização do método Análise Envoltório de Dados Para Avaliação do Desempenho Econômico de Corporativas de Crédito**. [s.l.] Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2004.

WALTON, R. Quality of working life: what is it? **Slow Management Review**. USA, v.15, n.1, p. 11-21, 1973.

WANG, M.; LI, Y. Supplier evaluation based on Nash bargaining game model. **Expert Systems with Applications**, v. 41, n. 9, p. 4181–4185, 2014.

WU, H. et al. A DEA-based approach for fair reduction and reallocation of emission permits. **Mathematical and Computer Modelling**, v. 58, n. 5-6, p. 1095–1101, set. 2013.

WU, J.; LIANG, L.; YANG, F. Determination of the weights for the ultimate cross efficiency using Shapley value in coop

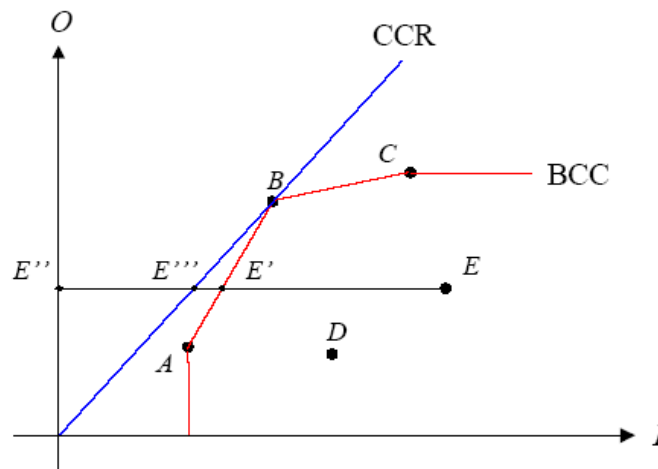
YANG, X.; MORITA, H. Efficiency improvement from multiple perspectives: An application to Japanese banking industry. **Omega**, v. 41, n. 3, p. 501–509, jun. 2013.

APÊNDICE A – ANÁLISE POR ENVOLTÓRIA DE DADOS

A Análise por Envoltória de Dados (*Data Envelopment Analysis – DEA*) calcula a eficiência relativa de um conjunto de Unidades Tomadoras de Decisão (*Decision Making Units – DMUs*) a partir de uma fronteira de eficiência a ser obtida para o conjunto de DMU estudadas.

Assim, a principal diferença entre os modelos matemáticos da DEA é em relação ao formato da fronteira e ao tipo de retorno de escalas consideradas. Os principais tipos de modelos do DEA são o CCR (CHARNES *et al.*, 1978) e o BCC (BANKER *et al.* 1984) os quais serão tratados adiante. Estes dois modelos estão exemplificados na Figura 29.

Figura 29- Representação das fronteiras BCC e CCR.



Fonte: Mello *et al.* (2005).

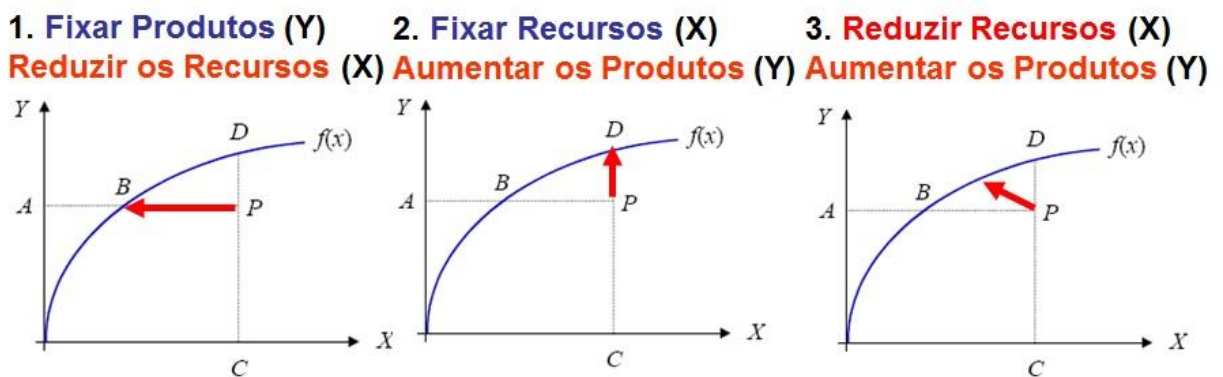
Pode-se nos modelos DEA adotar três abordagens:

- orientada aos insumos (*inputs*), com o objetivo de minimizar o uso de recursos tal que o nível dos *outputs* ou produtos não se reduza.
- orientada aos produtos (*outputs*), com objetivo de maximizar os produtos obtidos sem alterar o nível atual dos *inputs*.

- combinação das orientações anteriores, reduzindo-se os recursos (*inputs*) e aumentando os produtos (*outputs*).

Existem três formas básicas de uma DMU não eficiente tornar-se eficiente, como pode ser visto na Figura 30 X e Y são, respectivamente, o insumo e o produto, e a seta aponta como melhorar a eficiência da DMU P indo ao encontro da curva de eficiência $f(x)$.

Figura 30- Alcance da fronteira de eficiência.



Fonte: Adaptado de Mello *et al.* (2005)

Modelo DEA CCR

No modelo DEA CCR a análise é feita adotando-se uma superfície de fronteira linear por partes e com retornos constantes de escala (*Constant Returns to Scale – CRS*), ou seja, considera-se que a relação entre a variação de produtos e insumos é constante (ver a Figura 29).

A DEA, geralmente, utiliza-se de modelos de Programação Linear para obtenção de medidas de eficiência. A abordagem orientada para produto pode assumir a forma fracionária dada pela proporção entre a soma ponderada dos indicadores de saída (produtos) com a soma ponderada dos indicadores de entrada (insumos), no qual os pesos são calculados para cada DMU analisada. Segundo Charnes, Cooper e Rhodes (1978), este modelo segue a formulação dada pelas expressões de (453) a (455).

Para o modelo (453) – (455), as definições dos índices, parâmetros, variáveis e restrições para este modelo são definidas a seguir:

Índices

- i Específica qual o tipo de *input*;
 j Específica qual o tipo de *output*;
 k Específica qual o tipo de DMU;

Parâmetros

- n Número total de DMUs avaliadas;
 r Número total de *inputs* avaliados em cada DMU;
 m Número total de *outputs* avaliados em cada DMU;
 x_{ik} i -ésimo *input* da k -ésima DMU;
 y_{jk} j -ésimo *output* da k -ésima DMU;
 x_{i0} i -ésimo *input* da DMU que está sob avaliação;
 y_{j0} j -ésimo *output* da que está sob avaliação.

Variáveis de decisão

- v_i Peso de importância relativa para o *input* i ;
 u_j Peso de importância relativa para o *output* j ;
 h_o Coeficiente de utilização de recursos.

$$\text{Min } h_0 = \left(\frac{\sum_{i=1}^r v_i x_{i0}}{\sum_{j=1}^m u_j y_{j0}} \right) \quad (453)$$

sujeito a:

$$\frac{\sum_{i=1}^r v_i x_{ik}}{\sum_{j=1}^m u_j y_{jk}} \geq 1, \quad \forall k; \quad (454)$$

$$u_j \geq 0, \forall j; v_i \geq 0, \forall i. \quad (455)$$

sendo E_o a eficiência relativa para cada DMU observada; x_{ik} os valores dos insumos (*inputs*) para cada DMU observada; y_{jk} as quantidades observadas de cada um dos produtos obtidos por aqueles insumos; todos os produtos e insumos são assumidos como tendo valores positivos; as restrições no modelo evidenciam que uma DMU não pode obter uma taxa de eficiência que exceda 100%.

Observe-se que o conjunto de restrições expresso em (454) estabelecem as condições para que o valor da medida de eficiência seja menor ou igual a um e a expressão (455) estabelecem as condições de não negatividade para as variáveis de decisão.

O modelo DEA CCR, formulado em (453) – (459), é orientado a *outputs*, na forma fracionária. Este modelo de Programação Fracionária pode ser adequado a uma forma linear comum, possibilitando-se assim utilizar os métodos convencionais de Programação Linear (PL): considere-se $h_0 = 1/E_0$. A definição dos índices, parâmetros e variáveis para este modelo são análogos ao modelo anterior.

$$\text{Min } h_0 = \sum_{i=1}^r v_i x_{i0} \quad (456)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^m u_j y_{j0} = 1; \quad (457)$$

$$\sum_{j=1}^m u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} \leq 0, \forall k; \quad (458)$$

$$u_j \geq 0, \forall j; v_i \geq 0, \forall i. \quad (459)$$

A definição dos índices, parâmetros e variáveis para este modelo são análogos ao modelo anterior. Este modelo é conhecido como sendo o Modelo dos Multiplicadores, com orientação a *outputs*, isto vem do fato da eficiência ser atingida com o aumento de produtos. Isso é melhor visualizado no dual deste modelo e conhecido como Modelo do Envelope. Para o Modelo do

Envelope expresso em (460) – (463), a definição dos índices, parâmetros e variáveis são análogos aos modelos anteriores apresentados, exceto para as seguintes variáveis de decisão:

Variáveis de decisão

λ_k Peso de importância relativa da DMU k .

$$\text{Max } h_0 \quad (460)$$

sujeito a:

$$x_{io} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \geq 0, \quad \forall i; \quad (461)$$

$$-h_0 y_{j0} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \geq 0, \quad \forall j; \quad (462)$$

$$\lambda_k \geq 0, \quad \forall k. \quad (463)$$

sendo h_0 o coeficiente de utilização dos recursos, $E_0 = 1/h_0$ e λ_k é a contribuição da DMU k na formação do alvo da DMU₀ (que é a DMU sob análise).

Variáveis de decisão

λ_k Peso de importância relativa da DMU k .

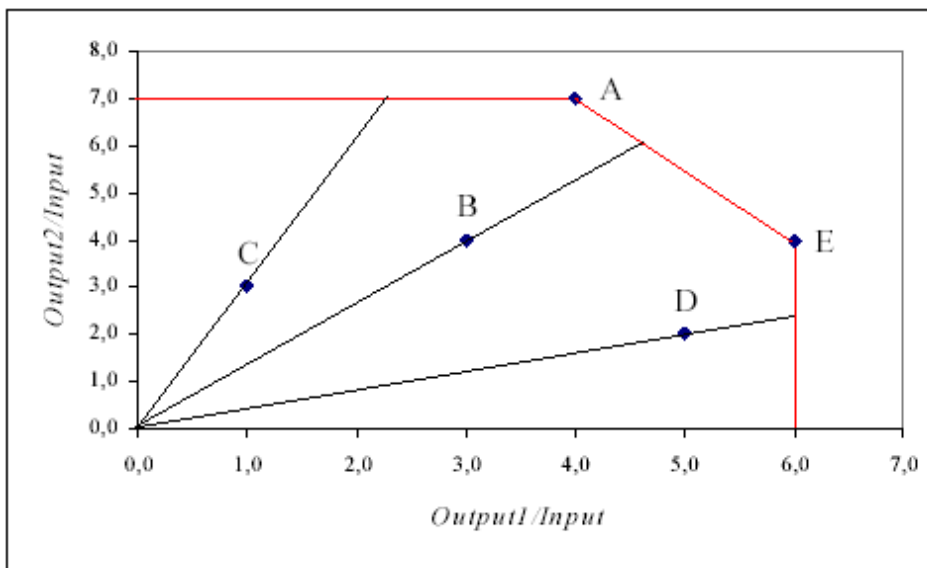
Observe-se que o conjunto de restrições expresso em (461) estabelecem as condições para estimar o nível adequado de *input* i ao desempenho eficiente e o conjunto de restrições expresso em (462) são as condições para estimar o nível adequado de *output* j ao desempenho eficiente.

A função objetivo do dual representa a eficiência, que é o valor que deve ser multiplicado por todos os *outputs* de forma a se obter valores que coloquem a DMU₀ na fronteira eficiente (ou seja, provoca acréscimo no valor dos *outputs*). O primeiro conjunto de restrições (461) garante que o aumento nos *outputs* não aumente o nível atual dos *inputs* da DMU. O segundo grupo (462) de restrições garante que esse aumento em cada um dos *outputs* não ultrapasse a fronteira definida pelas DMU eficientes.

Por serem duais, estes dois últimos modelos têm o mesmo valor para a função objetivo. O alvo é definido como a coordenada de valores de *outputs* que as unidades ineficientes passariam a ter ao atingir a fronteira eficiente, este conceito é ilustrado adiante com um exemplo (Mello *et al.*, 2005).

Na Figura 31, a título de ilustração, está uma representação gráfica de um problema orientado a *output*, com cinco DMUs, 2 *outputs* e 1 *input*. O eixo horizontal representa o primeiro *output* dividido pelo *input*, enquanto que o eixo vertical representa o segundo *output* dividido pelo *input*.

Figura 31- Interpretação gráfica do modelo CCR orientado a *outputs*.



Fonte: Adaptado de Mello *et al.* (2005)

Na Figura 31 mostra-se uma curva de nível da fronteira eficiente para o *input* igual a 100%. As retas que ligam as DMU ineficientes à origem permitem encontrar os alvos dessas DMU, que são os pontos onde as retas interceptam a fronteira. Por exemplo, para a DMU B, o alvo encontra-se no segmento de reta determinado pelas DMU A e E, que são assim os seus *benchmarks*. No entanto, o alvo é mais próximo da DMU A do que da DMU E. Portanto, a DMU A é um *benchmark* importante para a DMU B.

Esta análise geométrica pode ser feita algebricamente pelo cálculo dos valores dos λ que aparecem na formulação das expressões de (461) a (462). Se $\lambda = 0$, significa que a DMU correspondente não é *benchmark* para a DMU em análise. Quanto maior for o λ , maior a importância da DMU correspondente como referência para a DMU ineficiente.

Há outro conceito a ser definido que é a folga, que no caso de modelos orientados a *output* representa a quantidade que ainda é possível aumentar uma saída sem que a eficiência calculada pelo modelo de PL seja alterada. Assim sendo, se certa DMU* possuir eficiência igual a 1 e folga diferente de zero e as demais DMUs eficientes tiverem folgas iguais a zero, pode-se dizer que DMU* não é Pareto Eficiente (COOPER; SEIFORD; TONE, 2000).

Para o modelo DEA CCR orientado aos *inputs*, tem-se em (464) – (466) a seguinte formulação de Programação Fracionária. Cabe ressaltar aqui que as definições dos índices, parâmetros, variáveis e restrições para este modelo são análogas aos modelos anteriores apresentados.

$$\text{Max } h_0 = \left(\frac{\sum_{j=1}^m u_j y_{j0}}{\sum_{i=1}^r v_i x_{i0}} \right) \quad (464)$$

sujeito a:

$$\frac{\sum_{j=1}^m u_j y_{j0}}{\sum_{i=1}^r v_i x_{i0}} \leq 1, \quad \forall k; \quad (465)$$

$$u_j \geq 0 \quad \forall j; \quad v_i \geq 0 \quad \forall i. \quad (466)$$

As expressões de (467) a (470) representam este modelo linearizado: considere $h_0 = E_0$

$$\text{Max } h_0 = \sum_{j=1}^m u_j y_{j0} \quad (467)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^m u_j y_{j0} = 1; \quad (468)$$

$$\sum_{j=1}^m u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} \leq 0, \quad \forall k; \quad (469)$$

$$u_j \geq 0, \quad \forall j; \quad v_i \geq 0, \quad \forall i. \quad (470)$$

A definição dos índices, parâmetros, variáveis e restrições para este modelo são análogos aos modelos anteriores apresentados.

O dual deste modelo também é um modelo do envelope e permite a identificação dos alvos para os *inputs* e *outputs* e esta expresso em (471) – (474). Novamente, a definição dos índices, parâmetros, variáveis e restrições para este modelo são análogos aos modelos anteriores.

$$\text{Min } h_0 \quad (471)$$

sujeito a:

$$h_0 x_{i0} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \geq 0, \quad \forall i; \quad (472)$$

$$-y_{j0} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \geq 0, \quad \forall j; \quad (473)$$

$$\lambda_k \geq 0, \quad \forall k. \quad (474)$$

Modelo DEA-BCC

O modelo DEA BCC, proposto por Banker, Charnes e Cooper (1984), considera retornos variáveis de escala, isto é, substitui o axioma da proporcionalidade entre *inputs* e *outputs* pelo axioma da convexidade; esse modelo também é conhecido como Modelo DEA VRS (*Variable Returns to Scale*):

$$\text{Max } h_0 \quad (475)$$

sujeito a:

$$x_{i0} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \geq 0, \quad \forall i; \quad (476)$$

$$-h_0 y_{j0} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \geq 0, \quad \forall j; \quad (477)$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1; \quad (478)$$

$$\lambda_k \geq 0, \quad \forall k. \quad (479)$$

Ao obrigar que a fronteira seja convexa pelo acréscimo da restrição $\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$, o modelo DEA BCC permite que as DMUs, que operam com baixos valores de *inputs*, tenham retornos crescentes de escala e as que operam com altos valores tenham retornos decrescentes de escala. Os as demais restrições, índices, parâmetros e variáveis para este modelo são análogos aos modelos anteriores.

O dual deste último modelo também é um modelo dos multiplicadores orientado aos *outputs*:

$$\text{Min } h_0 = \sum_{i=1}^r v_i x_{i0} + v^* \quad (480)$$

sujeito a :

$$\sum_{j=1}^m u_j y_{j0} = 1; \quad (481)$$

$$\sum_{j=1}^m u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} - v^* \leq 0, \quad \forall k; \quad (482)$$

$$u_j \geq 0, \quad \forall j; \quad v_i \geq 0, \quad \forall i; \quad v^* \text{ livre.} \quad (483)$$

sendo v^* a variável dual associada à condição $\sum_{K=1}^n \lambda_K = 1$ que e interpretada como sendo um fator de escala, as demais definições de índices, parâmetros, variáveis e restrições são análogos aos demais modelos apresentados.

Para situação em que modelo é orientado aos *inputs*, tem-se um modelo do envelope expresso em (484) – (488). Comenta-se outra vez que para este modelo, as definições de índices, parâmetros, variáveis e restrições são análogas aos demais modelos apresentados.

$$\text{Min } h_0 \quad (484)$$

sujeito a:

$$h_0 x_{i0} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \geq 0, \quad \forall i; \quad (485)$$

$$-y_{j0} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \geq 0, \quad \forall j; \quad (486)$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1; \quad (487)$$

$$\lambda_k \geq 0, \quad \forall k. \quad (488)$$

O modelo Dual deste último modelo, que é um modelo dos multiplicadores, pode ser formulado por:

$$\text{Max } h_0 = \sum_{j=1}^m u_j y_{j0} + u^* \quad (489)$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^r v_i x_{i0} = 1; \quad (490)$$

$$\sum_{j=1}^m u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} + u^* \leq 0, \quad \forall k; \quad (491)$$

$$u_j \geq 0 \quad \forall j, \quad v_i \geq 0 \quad \forall i, \quad u^* \text{ livre.} \quad (492)$$

sendo u^* a variável dual associada à condição $\sum_{K=1}^n \lambda_K = 1$ que é interpretada como sendo um fator de escala, as demais definições de índices, parâmetros, variáveis e restrições são análogos aos demais modelos apresentados.

Observe-se que há situações relatadas na literatura (EMROUZNEJAD; AMIN, 2009) que, ao invés de dados numéricos absolutos para os *inputs* e *outputs*, foram utilizados dados representando uma razão de proporcionalidade entre valores numéricos absolutos, como é o caso de porcentagens, índices ou taxas. Por exemplo, na base de dados disponíveis para serviços de saúde, os indicadores de desempenho estão, geralmente, na forma de dados

numéricos relativos tais como: porcentagem do PIB correspondente às despesas, número de altas no hospital por 100.000 habitantes, número de dias perdidos devido a doença por funcionário, índice de mortalidade, taxa de infecção hospitalar, entre outros.

Segundo Hollingsworth e Smith (2003), os modelos DEA CCR não são adequados para avaliar o desempenho quando se utiliza dados relativos ao invés de dados absolutos. Estes autores sugerem utilizar os modelos DEA BCC para estes casos. Já Dyson *et al.* (2001), alertam que não se deve utilizar uma mistura de dados absolutos e dados relativos nos modelos clássicos da DEA BCC.

Thanassoulis, Boussofiane e Dyson (1995), ao explorar as metas de qualidade (ou alvos da DEA) para os serviços de assistência pré-natal, utilizaram em sua avaliação a taxa de mortalidade infantil como KPI (*Key Performance Indicator*) em conjunto com medidas absolutas. Eles tomaram o cuidado de colocar no denominador (*inputs*) o número de bebês com risco de morte e no numerador (*outputs*) o número de bebês sobreviventes.

Já Emrouznejad e Amin (2009) afirmam que a forma mais correta de se avaliar dados numéricos relativos como *outputs* ou *inputs* seria considerar o conjunto de possibilidades de produção como sendo uma combinação linear convexa da parcela do numerador que está associada aos dados relativos dividida pela combinação linear convexa da parcela do denominador que está associada aos dados relativos.

Emrouznejad e Amin (2009) propuseram o um modelo do envelope orientado aos *inputs*, conforme (493) – (502), que leva em consideração a combinação de valores de dados absolutos e relativos, superando as limitações indicadas por Dyson *et al.* (2001). A seguir são descritos os conjuntos, índices, parâmetros, variáveis para o modelo e (493) – (502):

Conjuntos

- P Conjunto dos *inputs* relativos;
 Q Conjunto dos *outputs* relativos.

Índices

- i Específica qual o tipo de *input*;
 j Específica qual o tipo de *output*;

k Específica qual o tipo de DMU;

Parâmetros

n Número total de DMUs avaliadas;

r Número total de *inputs* avaliados em cada DMU;

m Número total de *outputs* avaliados em cada DMU;

x_{ik} i -ésimo *input* da k -ésima DMU;

y_{jk} j -ésimo *output* da k -ésima DMU k ;

x_{io} i -ésimo *input* da k -ésima DMU o ;

y_{jo} j -ésimo *output* da DMU que está sob avaliação;

$\overline{x_{ik}}$ i -ésimo numerador do *input* relativo da k -ésima DMU;

$\underline{x_{ik}}$ i -ésimo denominador do *input* relativo da k -ésima DMU;

$\overline{y_{jk}}$ j -ésimo numerador do *output* da k -ésima DMU;

$\underline{y_{jk}}$ j -ésimo denominador do *output* da k -ésima DMU;

$\overline{x_{io}}$ i -ésimo numerador do *input* relativo da DMU que está sob avaliação;

$\underline{x_{io}}$ i -ésimo denominador do *input* relativo da DMU que está sob avaliação;

$\overline{y_{jo}}$ j -ésimo numerador do *output* da DMU que está sob avaliação;

$\underline{y_{jo}}$ j -ésimo denominador do *output* da DMU que está sob avaliação.

Variáveis de decisão

λ_k Peso de importância relativa da DMU k .

$$\text{Min } h_0 \tag{493}$$

sujeito a:

$$h_0 x_{io} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \geq 0, \quad \forall i \notin P; \tag{494}$$

$$-y_{j0} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \geq 0, \forall j \notin Q; \quad (495)$$

$$\sum_{k=1}^n \bar{x}_{ik} \lambda_k - h_0 x_{io} \sum_{k=1}^n \underline{x}_{pk} \lambda_k \leq 0, \forall i \in P; \quad (496)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k - y_{j0} \sum_{k=1}^n \underline{y}_{jk} \lambda_k \geq 0, \forall j \in Q; \quad (497)$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1; \quad (498)$$

$$\lambda_k \geq 0, \forall k. \quad (499)$$

$$\text{com} \quad \frac{\sum_{k=1}^n \bar{x}_{ik} \lambda_k}{\sum_{k=1}^n \underline{x}_{ik} \lambda_k} \leq h_0 \frac{\bar{x}_{io}}{\underline{x}_{io}}, \forall i \in P \text{ e } \frac{\sum_{k=1}^n \bar{y}_{jk} \lambda_k}{\sum_{k=1}^n \underline{y}_{jk} \lambda_k} \geq \frac{\bar{y}_{j0}}{\underline{y}_{j0}}, \forall j \in Q; \quad (500)$$

$$x_{ik} = \frac{\bar{x}_{ik}}{\underline{x}_{ik}}, \forall i \in P \text{ e } \forall k. \quad (501)$$

$$y_{jk} = \frac{\bar{y}_{jk}}{\underline{y}_{jk}}, \forall j \in Q \text{ e } \forall k. \quad (502)$$

sendo $x_{ik}, i \in P$, o valor numérico relativo do *input* i da DMU k , $\bar{x}_{ik}, i \in P$, o valor numérico absoluto correspondente a parte do numerador do *input* i da DMU k , $\underline{x}_{ik}, i \in P$, o valor numérico absoluto correspondente a parte do denominador do *input* i da DMU k , $y_{jk}, j \in Q$, o valor numérico relativo do *output* j da DMU k , $\bar{y}_{jk}, j \in Q$, o valor numérico absoluto correspondente a parte do numerador do *output* j da DMU k , $\underline{y}_{jk}, j \in Q$, é o valor numérico absoluto correspondente a parte do denominador do *output* j da DMU k .

Observe-se que a restrição (494) estabelece a condição para estimar o nível adequado de *input* absoluto i ao desempenho eficiente; a restrição (495) estabelece a condição para estimar o nível adequado de *output* absoluto j ao desempenho eficiente; a restrição (496) estabelece a condição para estimar o nível adequado de *input* relativo i ao desempenho eficiente; a restrição (497) estabelece a condição para estimar o nível adequado de *output* relativo j ao desempenho

eficiente; a restrição (498) estabelece a condição de convexidade para o conjunto de possibilidades de produção; e, por fim, as restrições em (499) são as condições de não negatividade para as variáveis de decisão.

Para esta situação em que o modelo envelope orientado para *output*, a formulação é mostrada em (503) — (510). As definições de índices, parâmetros, variáveis e restrições são análogas às dos modelos anteriores.

$$\text{Max } h_0 \quad (503)$$

Sujeito a:

$$x_{io} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \geq 0, \quad \forall i \notin P; \quad (504)$$

$$-h_0 y_{j0} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \geq 0, \quad \forall j \notin Q; \quad (505)$$

$$\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k - x_{io} \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \leq 0, \quad \forall i \in P; \quad (506)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k - h_0 y_{j0} \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \geq 0, \quad \forall j \in Q; \quad (507)$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1; \quad (508)$$

$$\lambda_k \geq 0, \quad \forall k. \quad (509)$$

com

$$\frac{\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k}{\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k} \leq \frac{x_{io}}{x_{io}}, \quad \forall i \in P \text{ e } \forall k; \quad \frac{\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k}{\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k} \geq h_0 \frac{y_{j0}}{y_{j0}}, \quad \forall j \in Q \text{ e } \forall k. \quad (510)$$

Modelos Aditivos DEA

Os modelos da DEA já apresentados requerem que o avaliador escolha entre utilizar uma das duas abordagens distintas: orientado aos *outputs* ou aos *inputs*. Charnes *et al.* (1985) combinou ambas as orientações em um único modelo chamado de Modelo Aditivo DEA.

A formulação do Modelo Aditivo DEA é bem próxima a dos modelos de Programação por Metas (GP - *Goal Programming*), propostos por Charnes e Cooper (1961). A diferença entre GP e DEA é que enquanto o GP tenta prever o desempenho futuro (*ex-ante facto*), minimizando os desvios as metas, a DEA avalia o desempenho passado (*ex-post facto*), maximizando os desvios unilaterais dos atuais níveis de *outputs* e *inputs*, obtendo-se os alvos em ambas as orientações (COOPER, 2006).

O Modelo Aditivo DEA permite que se incluam julgamentos de valor por especialistas, por meio de pesos (w_l) associados às folgas, neste caso busca-se atribuir importância diferenciada na avaliação dos *inputs* e *outputs* (FERREIRA; GOMES, 2009):

$$\text{Max } \sum_{i=1}^r w_i^- s_i^- + \sum_{j=1}^m w_j^+ s_j^+ \quad (511)$$

sujeito a:

$$x_{io} - s_i^- = \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k = \hat{x}_{io}, \quad \forall i; \quad (512)$$

$$y_{jo} + s_j^+ = \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k = \hat{y}_{jo}, \quad \forall j; \quad (513)$$

$$\lambda_k \geq 0, \quad \forall k; s_i^- \geq 0, \quad \forall i; s_j^+ \geq 0, \quad \forall j. \quad (514)$$

sendo s_i^- a folga associada ao *input* i ; s_j^+ a folga associada ao *output* j ; w_i^- o peso associado a importância relativa do *input* i ; w_j^+ o peso associado a importância relativa do *output* j ; \hat{x}_{io} o alvo associado ao *input* i da DMU_o; \hat{y}_{jo} o alvo associado ao *output* j da DMU_o que é a DMU

sob análise. Para demais definições dos índices, parâmetros, variáveis e restrições, considere-se análogo aos demais modelos anteriormente apresentados.

Para este modelo Aditivo DEA, caso o avaliador queira incorporar o efeito de retorno variável de escala, a restrição $\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$ deve ser adicionada.

O modelo Dual (modelo dos multiplicadores) associado é:

$$\text{Min } -\sum_{j=1}^m u_j y_{jo} + \sum_{i=1}^r v_i x_{io} \quad (515)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^m u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} \leq 0, \quad \forall k; \quad (516)$$

$$u_j \geq w_j^+, \quad \forall j; \quad v_i \geq w_i^-, \quad \forall i. \quad (517)$$

As definições dos índices, parâmetros, variáveis e restrições para este modelo são análogas a modelos anteriormente apresentados.

Novamente, caso o avaliador queira incorporar o efeito de retorno variável de escala, a variável v^* deve ser adicionada:

$$\text{Min } -\sum_{j=1}^m u_j y_{jo} + \sum_{i=1}^r v_i x_{io} + v^* \quad (518)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^m u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} - v^* \leq 0, \quad \forall k; \quad (519)$$

$$u_j \geq w_j^+, \quad \forall j; \quad v_i \geq w_i^-, \quad \forall i; \quad v^* \text{ livre.} \quad (520)$$

As definições dos índices, parâmetros, variáveis e restrições para este modelo são análogas a modelos anteriormente apresentados.

Teorema 1 (ALI; SEIFORD, 1990) Um modelo aditivo que leva em consideração a restrição $\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$ em sua formulação é invariante às translações.

Com base neste resultado, modelos tais como expresso de (511) - (514), com acréscimo da restrição $\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$, não terão as suas soluções afetadas quando constantes arbitrárias forem adicionadas aos valores de *inputs* e/ou *outputs* observados. Isto significa que as variáveis que satisfazem

$$x_{io} = \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k + s_i^-, \quad \forall i; \quad (521)$$

$$y_{jo} = \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k - s_j^+, \quad \forall j; \quad (522)$$

também satisfazem

$$(x_{io} + d_i) = \sum_{k=1}^n (x_{ik} + d_i) \lambda_k + s_i^-, \quad \forall i; \quad (523)$$

$$(y_{jo} + c_j) = \sum_{k=1}^n (y_{jk} + c_j) \lambda_k - s_j^+, \quad \forall j; \quad (524)$$

Prova:

Isto ocorre, pois $\sum_{k=1}^n (x_{ik} + d_i) \lambda_k = \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k + d_i$ e $\sum_{k=1}^n (y_{jk} + c_j) \lambda_k = \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k + c_j$ quando

$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$. Assim as constantes d_i e c_j em ambos os lados da igualdade se cancelam.

Similarmente, têm-se:

$$s_i^- = x_{io} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k = (x_{io} + d_i) - \sum_{k=1}^n (x_{ik} + d_i) \lambda_k, \quad \forall i; \quad (525)$$

$$s_j^+ = \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k - y_{jo} = \sum_{k=1}^n (y_{jk} + c_j) \lambda_k - (y_{jo} + c_j), \quad \forall j; \quad (526)$$

Desta forma, devido a validade de $\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$, tem-se que:

$$\sum_{i=1}^r w_i^- s_i^- = \sum_{i=1}^r w_i^- \left(x_{io} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \right) = \sum_{i=1}^r w_i^- \left[(x_{io} + d_i) - \sum_{k=1}^n (x_{ik} + d_i) \lambda_k \right] e \quad (527)$$

$$\sum_{j=1}^m w_j^+ s_j^+ = \sum_{j=1}^m w_j^+ \left(\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k - y_{jo} \right) = \sum_{j=1}^m w_j^+ \left[\sum_{k=1}^n (y_{jk} + c_j) \lambda_k - (y_{jo} + c_j) \right]. \quad (528)$$

Com estas expressões, prova-se que o valor da função objetivo permanece inalterado, finalizando esta demonstração.

A partir deste Teorema, modelos Aditivos DEA que incorporam a restrição de convexidade passaram a ser considerados como uma solução pronta para os problemas com valores nulos ou negativos em modelos da DEA, como é o caso de variáveis como, por exemplo, a taxa de inflação.

Cooper *et al.* (1999) propuseram utilizar o inverso das amplitudes, calculadas por (529) e (530), para tornar o processo de maximização da função objetivo independente das unidades de medidas dos *inputs* e *outputs*, com:

$$R_i^- = \text{Max}(x_{ik}) - \text{Min}(x_{ik}) \quad (529)$$

$$R_j^+ = \text{Max}(y_{jk}) - \text{Min}(y_{jk}) \quad (530)$$

Desta forma, o peso dos *inputs* passa a ser $w_i^- = 1/R_i^-$ e o peso dos *outputs* $w_j^+ = 1/R_j^+$.

Outro resultado interessante, que pode ser considerada uma contribuição desta tese, está expresso no Teorema 2.

Teorema 2 (Formulado pelo autor desta tese) Um modelo aditivo que, além de considerar a restrição $\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$ em sua formulação, utiliza $w_i^- = I/R_i^-$ e $w_j^+ = I/R_j^+$ em (511) é invariável quanto às transformações lineares.

Com base neste resultado, modelos tais, como (511) - (514), que, além do acréscimo da restrição $\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$, utiliza $w_i^- = I/R_i^-$ e $w_j^+ = I/R_j^+$ em (511), não terão as suas soluções afetadas se os valores de *inputs* e/ou *outputs* forem multiplicados por um fator arbitrário e somados a constantes arbitrárias.

Isto significa que as variáveis que satisfazem

$$x_{io} = \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k + s_i^-, \quad \forall i; \quad (531)$$

$$y_{jo} = \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k - s_j^+, \quad \forall j; \quad (532)$$

também satisfazem

$$(b_i x_{io} + d_i) = \sum_{k=1}^n (b_i x_{ik} + d_i) \lambda_k + b_i s_i^-, \quad \forall i; \quad (533)$$

$$(a_j y_{jo} + c_j) = \sum_{k=1}^n (a_j y_{jk} + c_j) \lambda_k - a_j s_j^+, \quad \forall j; \quad (534)$$

sendo $b_i s_i^- = s_i^{-'}$ e $a_j s_j^+ = s_j^{+'}$

Prova:

Isto ocorre, pois $\sum_{k=1}^n (b_i x_{ik} + d_i) \lambda_k = b_i \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k + d_i$ e $\sum_{k=1}^n (a_j y_{jk} + c_j) \lambda_k = a_j \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k + c_j$

quando $\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$. Assim as constantes d_i e c_j em ambos os lados da igualdade se cancelam.

Similarmente:

$$b_i s_i^- = b_i \left(x_{io} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \right) = (b_i x_{io} + d_i) - \sum_{k=1}^n (b_i x_{ik} + d_i) \lambda_k, \quad \forall i; \quad (535)$$

$$a_j s_j^+ = \left(\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k - y_{jo} \right) = \sum_{k=1}^n (a_j y_{jk} + c_j) \lambda_k - (a_j y_{jo} + c_j), \quad \forall j; \quad (536)$$

Utilizando-se as definições dos inversos da amplitude, dadas por (529) e (530), tem-se que:

$$b_i R_i^- = b_i [\max(x_{ik}) - \min(x_{ik})] = [b_i \max(x_{ik}) + d_i] - [b_i \min(x_{ik}) + d_i] = R_i^- \quad (537)$$

$$a_j R_j^+ = a_j [\max(y_{jk}) - \min(y_{jk})] = [a_j \max(y_{jk}) + c_j] - [a_j \min(y_{jk}) + c_j] = R_j^+ \quad (538)$$

Desta forma, devido a condição $\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$, tem-se que:

$$\sum_{i=1}^r w_i^- s_i^- = \sum_{i=1}^r \frac{s_i^-}{R_i^-} = \sum_{i=1}^r \frac{b_i s_i^-}{b_i R_i^-} = \sum_{i=1}^r \frac{s_i^-}{R_i^-} \quad (539)$$

$$\sum_{j=1}^m w_j^+ s_j^+ = \sum_{j=1}^m \frac{s_j^+}{R_j^+} = \sum_{j=1}^m \frac{a_j s_j^+}{a_j R_j^+} = \sum_{j=1}^m \frac{s_j^+}{R_j^+} \quad (540)$$

Com (539) e (540) fica provado que o valor da função objetivo permanece inalterado com as transformações lineares e, como consequência, o Teorema 2 está demonstrado.

Como consequência direta do Teorema 2, pode-se assegurar que, com a aplicação da Função Arbitragem de Nash na função objetivo, a solução para as projeções das metas é invariante quanto às transformações lineares, superando assim o efeito da incomensurabilidade.

Cooper e Pastor (1995) propuseram utilizar, ao invés de Eficiência, a Medida de Eficiência Generalizada (GEM - *Generalized Efficiency Measure*) nos modelos DEA:

$$\Gamma = 1 - \left(\sum_{i=1}^r w_i^- s_i^- + \sum_{j=1}^m w_j^+ s_j^+ \right) \quad (541)$$

Segundo Cooper *et al.* (1999), se a GEM for do tipo

$$\Gamma = 1 - \frac{1}{r+m} \left(\sum_{i=1}^r \frac{s_i^-}{[\max(x_{ik}) - \min(x_{ik})]} + \sum_{j=1}^m \frac{s_j^+}{[\max(y_{jk}) - \min(y_{jk})]} \right) \quad (542)$$

então ela satisfará as propriedades:

- $0 \leq \Gamma \leq 1$.

- $\Gamma = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow \text{DMU}_0 \text{ é completamente eficiente} \\ 0 \Leftrightarrow \text{DMU}_0 \text{ é completamente ineficiente} \end{cases}$

- Γ é invariante às transformações lineares se a condição de convexidade for considerada.

Assim, pode ser formulado o seguinte modelo:

$$\text{Min } \Gamma = 1 - \frac{1}{r+m} \left(\sum_{i=1}^r \frac{s_i^-}{[\max(x_{ik}) - \min(x_{ik})]} + \sum_{j=1}^m \frac{s_j^+}{[\max(y_{jk}) - \min(y_{jk})]} \right) \quad (543)$$

sujeito a:

$$x_{io} - s_i^- = \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k = \hat{x}_{io}, \quad \forall i; \quad (544)$$

$$y_{jo} + s_j^+ = \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k = \hat{y}_{jo}, \quad \forall j; \quad (545)$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1; \quad (546)$$

$$\lambda_k \geq 0, \forall k. \quad (547)$$

Este modelo (543) – (544), além de proporcionar uma medida de eficiência que é invariante às transformações lineares, também apresenta projeções de alvos que são invariantes às transformações lineares.

Isto é relevante, pois possuir uma medida de eficiência e uma projeção sobre a fronteira invariante quanto às transformações lineares torna o modelo aplicável a várias situações práticas. Como exemplo do uso disto, sabe-se que as conversões de escala de medidas são efetuadas por transformações lineares, que é o que ocorre com informações sobre variáveis como Temperatura, que pode ser medida em Graus Celsius, Kelvin ou em Fahrenheit.

Nos modelos DEA CCR, onde não há a suposição de retorno variável de escala, pode-se ter uma inversão no escore de eficiência se, por exemplo, uma unidade de medida sofrer uma conversão de escala de medida por meio de uma transformação linear. Para ilustrar esta situação, considere os dados numéricos apresentados na Tabela 13.

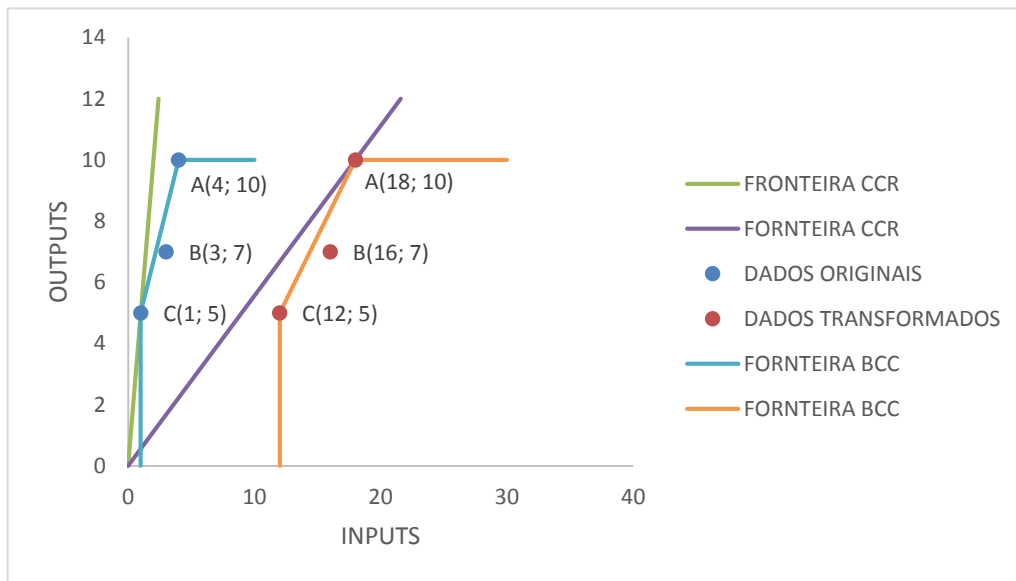
Tabela 13-Dados numéricos ilustrativos.

DMU	X	Y	Eficiência CCR	X'=2X+10	Y	Eficiência CCR
A	4	10	50,00%	18	10	100,00%
B	3	7	46,67%	16	7	78,75%
C	1	5	100,00%	12	5	75,00%

Na Tabela 13, os valores de X representam os dados originais de *inputs*, Y são os dados de *outputs* e cada linha representa uma DMU. No modelo DEA CCR, o ranking de eficiências, em ordem decrescente de desempenho será C , A e B .

Se houver uma transformação linear dos *inputs* de maneira que os novos valores sejam, por exemplo, $X'=2X+10$, tem-se uma inversão neste *ranking* de eficiências, que passará a ser A , B e C . Esta situação está ilustrada na Figura 32.

Figura 32-Efeito da transformação linear sobre a fronteira de eficiência.



Fonte: Do autor.

Observando-se a Figura 32, pode-se perceber como a fronteira de eficiência, do modelo DEA CCR, se desloca com a transformação linear. Entretanto, se for aplicado um modelo DEA BCC, a fronteira de eficiência se torna invariável quanto às transformações lineares nos dados de *inputs*. Com a abordagem proposta por Cooper, Park e Pastor (1999) e o modelo (543) - (547), obtêm-se os valores das GEMs 100%, 86,67% e 100%, respectivamente, para as DMUs *A*, *B* e *C*, em ambas as situações.

Entretanto, mesmo utilizando a técnica proposta por Cooper, Park e Pastor (1999) com relação à atribuição de pesos à função objetivo, de modo a tornar o modelo invariante em relação às unidades de medidas e às amplitudes dos valores associados aos *inputs* e aos *outputs*, este modelo corre risco de apresentar uma única orientação conforme já ressaltado na Seção 2.5, página 50.

Na situação com os dados da Tabela 13, nota-se, também, que a projeção dos alvos para DMU *B*, com o uso da condição de convexidade, é equivalente ao modelo DEA BCC orientado aos *inputs*. Na sequência, apresenta-se o modelo baseado no critério MaxMin, como o

primeiro modelo preliminar proposto nesta tese no Capítulo 4, página 96, para evitar as situações em que os resultados fiquem restritos a uma única orientação (*input* ou *output*):

$$\text{Max Min}(w_i^- s_i^-; w_j^+ s_j^+) \quad (548)$$

sujeito a:

$$x_{io} - s_i^- = \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k = \hat{x}_{io}, \quad \forall i; \quad (549)$$

$$y_{jo} + s_j^+ = \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k = \hat{y}_{jo}, \quad \forall j; \quad (550)$$

$$\lambda_k \geq 0, \quad \forall k; s_i^- \geq 0, \quad \forall i; s_j^+ \geq 0, \quad \forall j. \quad (551)$$

Este modelo não é linear, mas pode ser linearizado:

$$\text{Max } z \quad (552)$$

sujeito a:

$$x_{io} - s_i^- = \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k = \hat{x}_{io}, \quad \forall i; \quad (553)$$

$$y_{jo} + s_j^+ = \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k = \hat{y}_{jo}, \quad \forall j; \quad (554)$$

$$w_i^- s_i^- \geq z, \quad \forall i; \quad (555)$$

$$w_j^+ s_j^+ \geq z, \quad \forall j; \quad (556)$$

$$\lambda_k \geq 0, \quad \forall k; s_i^- \geq 0, \quad \forall i; s_j^+ \geq 0, \quad \forall j. \quad (557)$$

Para este modelo, caso o avaliador considere retornos variáveis de escala, a restrição $\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$ deve ser adicionada no modelo. As definições dos índices, parâmetros, variáveis e restrições são similares aos modelos anteriores.

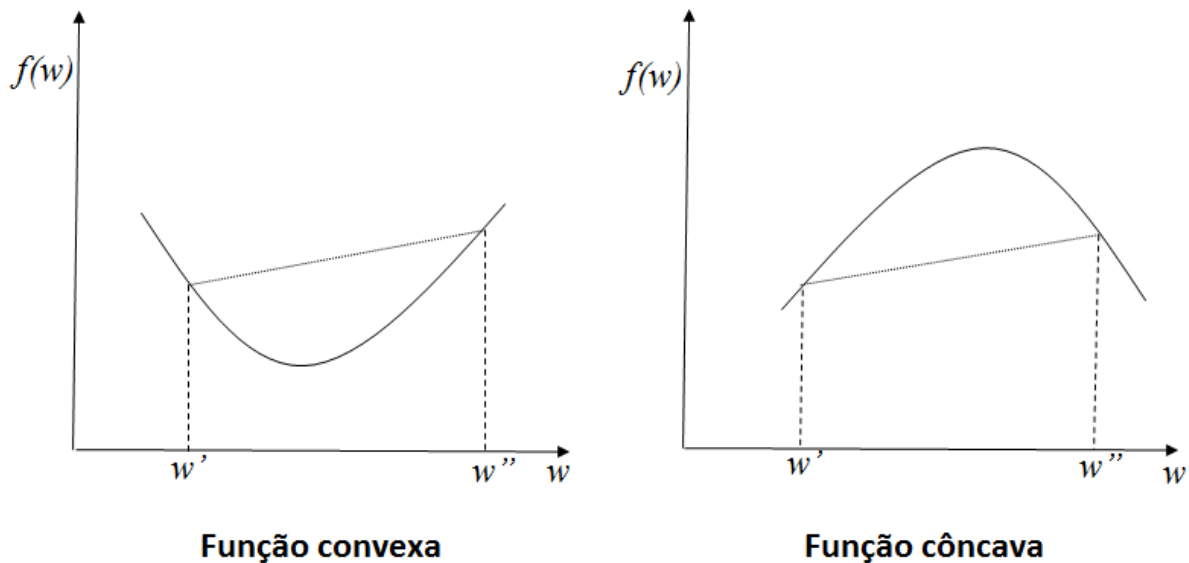
APÊNDICE B – CONCEITOS E RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO CONVEXA

Definição 1: Toda função linear $f_l(w): w \in R$ é considerada tanto convexa como côncava.

Definição 2: Uma função f é considerada convexa se todo $w', w'' \in R$ e todo número real t tal que $0 \leq t \leq 1$, a condição $f[tw'+(1-t)w''] \leq tf(w') + (1-t)f(w'')$ é satisfeita.

Assim, uma função é considerada convexa se qualquer segmento de reta que liga dois pontos arbitrários sobre a função estiver sempre acima da superfície que representa a própria função, caso contrário ela é côncava. A Figura 33 **Erro! Fonte de referência não encontrada.** ilustra estas definições.

Figura 33-Função convexa e côncava.

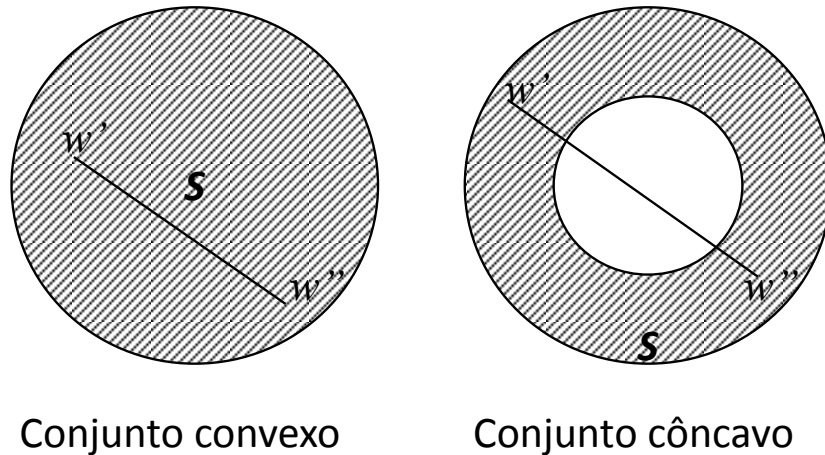


Do autor.

Definição 3: Um conjunto S em R^n (espaço Euclidiano de dimensão n) é dito ser convexo se para todo $w', w'' \in S$ e todo número real t , $0 \leq t \leq 1$, o ponto $tw'+(1-t)w'' \in S$.

Assim, se qualquer segmento de reta que liga dois pontos arbitrários pertencentes ao conjunto S estiver totalmente contido em S , então S é um conjunto convexo, caso contrário ele é côncavo. A Figura 34 ilustra estas definições.

Figura 34-Conjunto convexo e côncavo.



Fonte; Do autor.

Proposição 1: Conjuntos convexo em R^n seguem a seguintes relações:

- i) Se S é um conjunto convexo e β é um número real, o conjunto $\beta S = \{w : w = \beta s, s \in S\}$ é convexo.
- ii) Se S e C são conjuntos convexos, então o conjunto $S + C = \{w : w = s + c, s \in S, c \in C\}$ é convexo.
- iii) A intersecção de qualquer coleção de elementos de conjuntos convexo forma um conjunto convexo.

Teorema 3: Para todo conjunto viável S representado por um conjunto de inequações na forma $g_i(w) \leq 0 : w \in S$; se as funções g_i são convexas, então S um conjunto convexo.

Prova. Assumindo w' e $w'' \in S$, para qualquer número real $t \in [0,1]$ as seguintes relações podem ser satisfeitas:

- i) Se as funções g_l são convexas e as restrições $g_l(w') \leq 0$ e $g_l(w'') \leq 0$ são satisfeitas, então as restrições $tg_l(w') + (1-t)g_l(w'') \leq 0$ também são satisfeitas.
- ii) Se as funções g_l são convexas e as restrições $tg_l(w') + (1-t)g_l(w'') \leq 0$ são satisfeitas, então é correto afirmar, baseado na definição 2, que as restrições $g_l[tw' + (1-t)w''] \leq 0$ também são satisfeitas.

Teorema 4: Para todo conjunto S representado pelo conjunto de equações na forma $h_l(w) = 0: w \in S$; se as funções h_l são lineares, então S é um conjunto convexo.

Prova. Assumindo que as equações $h_l(w) = 0: w \in S$ são representadas pela matriz $AW = 0: A \in R, W'$ e $W'' \in S$, para um número real $t \in [0,1]$, então $A[tW' + (1-t)W''] = tAW' + (1-t)AW'' = 0$.

Corolário 1. Para todo conjunto viável S representado pelas restrições nas respectivas formas $g_l(w) \leq 0$ ou $g_l(w) \geq 0: w \in S$ e $h_l(w) = 0: w \in S$; se as funções g_l e h_l são lineares, então S é um conjunto convexo. Isto significa que todo conjunto viável S representado por um conjunto de equações e inequações lineares é um conjunto convexo.

Corolário 2. Denote S representado por todas as restrições expressos no modelo de (37) à (43). Sendo S a região viável de $(\lambda_1, \dots, \lambda_n, s_1^-, \dots, s_r^-, s_1^+, \dots, s_m^+)$, então é correto afirmar que de acordo com as propriedades fundamentais que S é um conjunto convexo.

Corolário 3. Devido a condição de convexidade (42), no modelo expresso de (37) à (43), então $\forall (S, \vec{d}), a_l > 0 S' = \{s' / s_l' = a_l s_l + b_l \forall l \in N = r+m\}$ e $d_l = a_l d_l + b_l \forall i \in N \Rightarrow f(S', d') = a f(S, d) + b_l, \forall l \in N = r+m$. Isto significa que a solução ótima do modelo JBN-

DEA proposto é invariante quanto as transformações lineares. Esta propriedade do modelo garante que o resultado seja independente da escala de medida utilizada.

Corolário 4. De acordo com o Teorema da Barganha de Nash (1953), se S é um conjunto convexo, então modelo expresso por (37) - (43), ver na página 74, oferece uma única solução ótima que satisfaz as quatro propriedades proposta pelo Jogo da Barganha de Nash.

Teorema 5. Todo conjunto S representado pelo conjunto de inequações (558) e (559) forma um conjunto convexo.

$$y_{jo} \leq \frac{\sum_{k=1}^n \overline{y_{jk}} \lambda_k}{\sum_{k=1}^n \underline{y_{jk}} \lambda_k} \quad \forall j; \quad (558)$$

$$x_{io} \geq \frac{\sum_{k=1}^n \overline{x_{ik}} \lambda_k}{\sum_{k=1}^n \underline{x_{ik}} \lambda_k} \quad \forall i. \quad (559)$$

Prova.

Admitindo aleatoriamente que λ'_k e $\lambda''_k \in S$, tem-se que:

$$y_{jo} \leq \frac{\sum_{k=1}^n \overline{y_{jk}} \lambda'_k}{\sum_{k=1}^n \underline{y_{jk}} \lambda'_k} \quad \forall j \text{ e} \quad (560)$$

$$y_{jo} \leq \frac{\sum_{k=1}^n \overline{y_{jk}} \lambda''_k}{\sum_{k=1}^n \underline{y_{jk}} \lambda''_k} \quad \forall j. \quad (561)$$

Para qualquer $t \in [0,1]$, tem-se que:

$$y_{jo} t \sum_{k=1}^n \overline{y_{jk} \lambda'_k} \leq t \sum_{k=1}^n \overline{y_{jk} \lambda'_k} \quad \forall j \text{ e} \quad (562)$$

$$y_{jo} (1-t) \sum_{k=1}^n \overline{y_{jk} \lambda''_k} \leq (1-t) \sum_{k=1}^n \overline{y_{jk} \lambda''_k} \quad \forall j. \quad (563)$$

Então, somando-se (562) com (563) tem-se:

$$y_{jo} \sum_{k=1}^n \overline{y_{jk} [t \lambda'_k + (1-t) \lambda''_k]} \leq \sum_{k=1}^n \overline{y_{jk} [t \lambda'_k + (1-t) \lambda''_k]} \quad \forall j; \quad (564)$$

Consequentemente têm-se:

$$y_{jo} \leq \frac{\sum_{k=1}^n \overline{y_{jk} [t \lambda'_k + (1-t) \lambda''_k]}}{\sum_{k=1}^n \overline{y_{jk} [t \lambda'_k + (1-t) \lambda''_k]}} \quad \forall j; \quad (565)$$

Similarmente pode-se provar que:

$$x_{io} \geq \frac{\sum_{k=1}^n \overline{x_{ik} [t \lambda'_k + (1-t) \lambda''_k]}}{\sum_{k=1}^n \overline{x_{ik} [t \lambda'_k + (1-t) \lambda''_k]}} \quad \forall i. \quad (566)$$

Pode-se comprovar que a função objetivo (37) uma função que não é convexa e nem côncava, pois qualquer segmento de reta que liga dois pontos aleatórios sobre a superfície representa a função pode estar tanto abaixo como acima desta superfície.

Observe-se que o modelo (37) - (43), por não ser um problema de otimização convexa, pode apresentar dificuldades para sua resolução. Segundo Hilier e Lieberman (2013), a otimização convexa está associada a um modelo da forma:

$$\text{Max} \quad f(X) \quad (567)$$

sujeito a:

$$g_i(X) \leq b_i, \quad \forall i; \quad (568)$$

$$g_i(X) \leq b_i, \quad \forall i;$$

$$h_k(X) = b_k, \quad \forall k; \quad (569)$$

$$x_j \geq 0, \quad \forall j. \quad (570)$$

sendo $f(X)$ uma função côncava, cada $g_i(X)$ uma função convexa e cada $h_k(X)$ uma função linear.

O Dual deste último modelo é conhecido como o problema Dual de Frank Wolfe (GEOFFRION, 1971):

$$\begin{aligned} \text{Min}_{x, \lambda} f(X) - \left\{ \sum_i \lambda_i [g_i(X) - b_i] + \sum_k \mu_k [h_k(X) - b_k] \right. \\ \left. + X \left[\nabla f(X) - \sum_i \lambda_i \nabla g_i(X) + \sum_k \mu_k \nabla h_k(X) \right] \right\} \end{aligned} \quad (571)$$

Sujeito a:

$$\nabla f(X) \leq \sum_i \lambda_i \nabla g_i(X) + \sum_k \mu_k \nabla h_k(X); \quad (572)$$

$$\lambda_i \geq 0, \quad \forall i \text{ e } \mu_k \text{ livre, } \quad \forall k. \quad (573)$$

Observe-se que o problema Dual pode ser de difícil resolução, porque sua função objetivo não é convexa e, geralmente, suas restrições não são lineares. Entretanto, o modelo Dual de Wolfe pode ser resolvido por meio das condições de KKT - Karush-Kuhn-Tucker (KARUSH, 1939; KUHN; TUCKER, 1951), sendo λ e μ conhecidos como Multiplicadores de Lagrange:

$$\nabla f(X^*) - \sum_i \lambda_i \nabla g_i(X^*) - \sum_k \mu_k \nabla h_k(X^*) \leq 0, \quad (574)$$

$$X^* \left[\nabla f(X^*) - \sum_i \lambda_i \nabla g_i(X^*) - \sum_k \mu_k \nabla h_k(X^*) \right] = 0, \quad (575)$$

$$g_i(X^*) - b_i \leq 0 \quad \forall i, \quad (576)$$

$$\lambda_i [g_i(X^*) - b_i] = 0 \quad \forall i, \quad (577)$$

$$h_k(X^*) - b_k = 0 \quad \forall k, \quad (578)$$

$$\mu_k [h_k(X^*) - b_k] = 0 \quad \forall k, \quad (579)$$

$$x_j \geq 0 \quad \forall j, \quad \lambda_i \geq 0 \quad \forall i \text{ e } \mu_k \text{ livre } \quad \forall k. \quad (580)$$

Note-se que as condições (576) e (578) representam respectivamente as restrições (568) e (569) do modelo (Primal) dado por (567) – (570), já a condição (574) expressa as restrições do modelo Dual.

Por meio das condições de KKT, pode-se demonstrar que a Teoria da Dualidade desenvolvida para Programação Não-linear em casos de otimização convexa é similar à Teoria da Dualidade da Programação Linear (HILLIER; LIEBERMAN, 2013). Há dois teoremas importantes que estão apresentados a seguir.

Teorema 6 (Condições de Folgas Complementares - CFC). Considere X^* , λ^* e μ^* , soluções viáveis para os problemas Primal e Dual, então X^* , λ^* e μ^* são soluções ótimas para seus problemas se e somente se:

$$X^* \left[\nabla f(X^*) - \sum_i \lambda_i^* \nabla g_i(X^*) - \sum_k \mu_k^* \nabla h_k(X^*) \right] + \sum_i \lambda_i^* [g_i(X^*) - b_i] + \sum_k \mu_k^* [h_k(X^*) - b_k] = 0 \quad (581)$$

A demonstração da validade das CFC é feita combinando-se linearmente as condições KKT (575), (577) e (579).

Teorema 7 (Dualidade Forte). Se o Primal e o Dual possuem soluções viáveis, então ambos os problemas possuem soluções ótimas de tal forma que os valores ótimos para ambas funções objetivo sejam iguais.

Prova:

Pelas CFC e (581) pode-se afirmar que

$$f(X^*) = f(X^*) - \left\{ \sum_i \lambda_i^* [g_i(X^*) - b_i] + \sum_k \mu_k^* [h_k(X^*) - b_k] + S^* \right\} = f(X^*) - 0 \quad (582)$$

sendo

$$S^* = X^* \left[\nabla f(X^*) - \sum_i \lambda_i^* \nabla g_i(X^*) - \sum_k \mu_k^* \nabla h_k(X^*) \right] = 0 \quad (583)$$

No caso especial em que o problema Primal é um problema de PL, o problema Dual associado é um problema de minimização restrita. Os valores ótimos das variáveis λ_i^* e μ_j^* (Multiplicadores de Lagrange) para o problema Dual podem ser interpretados como preços-sombra (*shadow prices*) das restrições associadas; isto é, elas representam a taxa de aumento na função objetivo para aumentos do valor da constante do lado direito (RHS – *Right Hand Side*) da restrição correspondente.

APÊNDICE C – COEFICIENTE ALFA DE CRONBACH

O coeficiente alfa foi descrito em 1951 por Lee J. Cronbach (CRONBACH, 1951). É um índice utilizado para medir a confiabilidade ou consistência interna de uma escala, ou seja, para avaliar a magnitude em que os itens de um instrumento estão correlacionados (CORTINA, 1993).

O coeficiente alfa de Cronbach é calculado pela média dos valores das correlações entre os itens que fazem parte de um instrumento de medição (STREINER, 2003). Também se pode conceituar este coeficiente como sendo a medida pela qual algum constructo, conceito ou fator medido, está presente em cada item. Geralmente um grupo de itens que explora um fator comum mostra um elevado valor de alfa de Cronbach (ROGERS; SCHMITT; MULLINS, 2002).

Para ilustrar como se pode estimar este coeficiente, considere-se X (matriz $n \times k$) que corresponde às respostas quantificadas de um questionário. Cada linha de X representa um respondente e cada coluna representa uma questão, sendo que as respostas (quantificadas) podem estar em qualquer escala (LEONTITSIS e PAGGE, 2007):

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[\frac{\sigma_{\tau}^2 - \sum_{i=1}^k \sigma_i^2}{\sigma_{\tau}^2} \right] \quad (584)$$

sendo σ_i^2 a variância de cada coluna de X , ou seja, é a variância relacionada à cada questão de X , e σ_{τ}^2 é a variância da soma de cada linha de X , ou seja, é a variância da soma das respostas de cada entrevistado.

Também deve ser observado que k deve ser maior do que 1, para que não haja zero no denominador, e n deve ser maior do que 1 para que não haja zero no denominador no cálculo do σ_i^2 e do σ_{τ}^2 . Na equação (584), k é um fator de correção. Se há consistência nas respostas quantificadas, então σ_{τ}^2 será relativamente grande, fazendo com que α tenda a 1. Por outro

lado, respostas randômicas farão com que σ_r^2 seja comparável com a soma das variâncias individuais (σ_i^2), fazendo com que α tenda a zero.

De acordo com Christmann e Van Aelst (2006), o coeficiente alfa de Cronbach também pode ser calculado levando-se em consideração as covariâncias entre os itens do questionário:

$$\alpha = \frac{p}{p-1} \left[\frac{\sum \sum_{j \neq k} \sigma_{jk}}{\sum \sum_{j,k} \sigma_{jk}} \right] \quad (585)$$

Interpretação do Coeficiente Alfa de Cronbach

O coeficiente alfa de Cronbach é uma propriedade inerente do padrão de resposta da população estudada, não uma característica da escala por si só; ou seja, o valor de alfa sofre mudanças segundo a população na qual se aplica a escala (STREINER, 2003).

O valor mínimo aceitável para este coeficiente é 0,70; sendo que abaixo desse valor a consistência interna da escala utilizada é considerada baixa. Em contrapartida, o valor máximo esperado é 0,90; sendo que, se o coeficiente estiver acima deste valor, pode-se considerar que há redundância ou duplicação, ou seja, vários itens estão medindo exatamente o mesmo elemento de um constructo. Neste caso, os itens redundantes devem ser eliminados. Usualmente, são preferidos valores de alfa entre 0,80 e 0,90 (STREINER, 2003).

É importante saber que o valor deste coeficiente é afetado pelo número de itens que compõem uma escala. À medida que se aumenta o número de itens, aumenta-se a variância, que é colocada no numerador da expressão de cálculo do coeficiente, de tal forma que se obtém um valor superestimado da consistência da escala (KRUS; HELMSTADTER, 1993).

Da mesma maneira, deve-se considerar que o valor do alfa de Cronbach pode ser superestimado caso não seja considerado o tamanho da amostra, isto é quanto maior o número de indivíduos que preenchem uma escala, maior é a variância esperada (BLAND; ALTMAN, 1997).

Finalmente, para fins de ilustração, pode-se citar o exemplo de Cortina (1993), onde se propõe a comparação do coeficiente de 0,80 para escalas construídas de três e dez itens. Para a escala de três itens, a média da correlação entre os itens é 0,57, enquanto que para a escala de dez itens, tal valor vale apenas 0,28.

Observe-se que o coeficiente desconsidera o tamanho do teste, assim ele não deve ser a única forma de avaliar a adequabilidade de uma escala, isto é, o nível de confiabilidade que é adequado depende da decisão que é realizada com a escala.

ANEXO A – Tabela de Dados

Tabela 14- Tabela com os Gastos Brutos de cada Unidade Básica de Saúde (DMU).

DMU	Telefone [R\$]	Água [R\$]	Energia [R\$]
A	3.005,47	553,32	1.395,00
E	1.310,49	114,73	371,56
C	781,13	61,66	36,93
B	737,57	-	739,11
D	679,49	22,95	985,69