
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática

GREITON TOLEDO DE AZEVEDO

**PROCESSO FORMATIVO EM MATEMÁTICA:
INVENÇÕES ROBÓTICAS PARA O PARKINSON**

RIO CLARO (SP)

2022

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

GREITON TOLEDO DE AZEVEDO

**PROCESSO FORMATIVO EM MATEMÁTICA:
INVENÇÕES ROBÓTICAS PARA O PARKINSON**

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas - Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi

RIO CLARO (SP)

2022

A994p	Azevedo, Greiton Toledo de Processo formativo em Matemática: invenções robóticas para o Parkinson / Greiton Toledo de Azevedo. -- Rio Claro, 2022 213 p. : il., tabs., fotos, mapas Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro Orientador: Marcus Vinicius Maltempi 1. Formação em Matemática. 2. Tratamento de Parkinson. 3. Jogos digitais. 4. Robótica. 5. Pensamento Computacional. I. Título.
-------	--

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

GREITON TOLEDO DE AZEVEDO

**PROCESSO FORMATIVO EM MATEMÁTICA:
INVENÇÕES ROBÓTICAS PARA O PARKINSON**

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas - Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi (Orientador)
Universidade Estadual Paulista | UNESP: Rio Claro, SP.

Profa. Dra. Ann Berger Valente
Massachusetts Institute of Technology | MIT: Estados Unidos.

Profa. Dra. Gene Maria Vieira Lyra Silva
Universidade Federal de Goiás | UFG: Goiânia, GO.

Prof. Dr. Leo Burd
Massachusetts Institute of Technology | MIT: Estados Unidos.

Prof. Dr. Rodrigo Dalla Vecchia
Universidade Federal do Rio Grande do Sul | UFRGS: Porto Alegre, RS.

Resultado: **APROVADO**

Rio Claro, SP, 11 de julho de 2022.

Dedico este trabalho a todos os pacientes com a doença de Parkinson, em especial, aos idosos do Hospital Dia do Idoso. Aos sonhadores do Projeto Mattics que acreditaram neste trabalho e, por meio dele, contribuíram na trans(formação) de vidas, usando a Matemática e a Computação como ferramentas de impactos sociais.

Muito obrigado...

Ao fazer uma viagem no tempo, sinto o meu coração repleto de gratidão. A pesquisa de doutorado se conflui com minha história de vida acadêmica e profissional. Provavelmente, ela começou em 1994, quando tinha apenas quatro anos de idade, no jardim de infância. Sempre me vi apaixonado pela lógica, pelos números e pelas invenções criativas. O fascínio por criar foguetes de sucatas, construir engenhocas de baixo custo e até abrir eletrônicos para compreender o seu funcionamento interno me impulsionaram chegar até aqui. O tempo passou e não apagou o entusiasmo por essa região de descobertas. No entanto, reconheço que esse percurso, não neutro, reverbera-se à convergência do fazer ciência com invenções à vida. Ao tecer olhares para esta pesquisa, vejo que nada foi fácil. Este estudo só se tornou factível, pois tive ao meu lado instituições e pessoas inspiradoras, as quais quero agradecer nominalmente. Meus profundos e sinceros agradecimentos...

A **Deus** pelo dom da vida. Tua presença que me sustenta, tua verdade me ilumina e teus propósitos me fazem prosseguir. Entrego a Ti toda a honra e a toda vitória, pois sem Ti não teria chegado até aqui.

À minha **família** por todo amor e acolhida ao longo dessa jornada, em especial, nos momentos mais difíceis. Agradeço à minha mãe, *Ivete*, pelo seu modelo irretocável de luta, esforço e trabalho. Da vida, a senhora é sinônimo de amor. À minha avó, *Antônia*, mãe com açúcar, pela sabedoria e pela vibração de cada pequena conquista. À minha irmã, *Greitianne*, pela seriedade, afeto e lealdade. Eu as amo incondicionalmente. Ao meu pai, *Aguimar*, (*in memoriam*) – que partiu tão cedo desta jornada. Não tive chance de expressar a palavra “Pai”. Mas, creio que se mostra orgulhoso – noutro lado da vida.

Ao meu amigo e **orientador**, *Marcus Maltempi*, que não mediu esforços para sonhar o desenvolvimento desta pesquisa ao meu lado. Obrigado pelo cuidado, parceria, alegrias e ensinamentos. Foi uma honra ter compartilhado múltiplos saberes com o senhor. Feliz pela autonomia científica a mim concedida. O senhor é sinônimo de humanismo e profissionalismo!

À minha **professora** e mãe-pesquisadora, *Gene Lyra*. Tenho muito orgulho de aprender tanto contigo, desde a sua orientação na especialização e parcerias em projetos na UFG. Na última década, fortaleço ainda mais a minha profunda admiração pela senhora e pelo seu compromisso com a educação pública. Obrigado por compor a banca e trazer ricas contribuições à tese. A senhora é inspiradora!

Aos pesquisadores, *Leo Burd*, *Ann Valente* e *Rodrigo Dalla Vecchia*, que gentilmente se dispuseram a compor a **Comissão Examinadora** desta tese de doutorado. Ao *Leo Burd*, este trabalho foi enriquecido com suas assertivas contribuições e ricas reflexões na construção desta tese. É um privilégio tê-lo na banca, até porque o trabalho se fortalece a partir das suas contribuições advindas do Programa *Fellowship Creative Learning (Media Lab. MIT)*. À *Ann Valente*, obrigado por aceitar o

convite – a sua resposta me trouxe muita alegria e entusiasmo: que honra tê-la conosco! Ao *Rodrigo Vecchia*, o seu aceite me fez muito feliz, pois a sua presença enobrece este trabalho. Muito obrigado!

À suplência, *Ana Karina*, *Ana Paula R.*, *Ana Paula M.*, pelo aceite em participar deste trabalho. Grato!

Ao querido *Thalys*, a quem compartilho os sonhos e os propósitos da vida. Obrigado pela parceria, compreensão e pelo apoio nos diferentes momentos da produção desta tese de doutorado.

Ao **Instituto Federal Goiano** (IF-Goiano), em Ipameri (GO), meu local de trabalho, que me ofereceu espaço para o desenvolvimento desta pesquisa e por acreditar indistintamente nela. Dentre vários profissionais que tornaram esta pesquisa exequível, destaco os seguintes nomes: *Juliana Fernandes* (diretora do Câmpus), *Deivid do Nascimento* (Cientista da Computação) e *Maria Luiza* (Professora e Pesquisadora), que contribuíram para o desenvolvimento das atividades desta investigação no Mattics. Fui agraciado pelo afastamento no último ano de pesquisa, sob portaria/processo: 23732000021202018.

Ao **Hospital Dia do Idoso** (IF-Goiano), em Anápolis (GO), que é referência no tratamento da doença de Parkinson no país. Manifesto meus profundos agradecimentos a todos os profissionais e aos queridos pacientes que fizeram parte desta história. Agradeço à *Bruna Cândido*, profissional da Saúde e líder do grupo de pacientes, por acreditar no nosso trabalho e ter possibilitado a sua exequibilidade. Estendo meus agradecimentos, também, às profissionais *Raquel*, *Edna*, *Poliana* e *Graciele*, que contribuíram na execução de cada invenção nas sessões fisioterapêuticas com os pacientes no hospital.

Aos meus excelsos 40 estudantes do **Mattics**, que participaram do projeto e desta pesquisa. Obrigado pelo empenho, compromisso e pela dedicação em acreditar nesta proposta e solucionar junto comigo cada desafio. Vocês me inspiraram a ser um professor-pesquisador de matemática ainda mais feliz.

Aos meus irmãos Unespianos: *Manuella*, *Rogério*, *Kaoma* e *Jhonson*, vocês deixaram o caminho mais leve, mais divertido e acolhedor. Obrigado pela jornada, pelas reflexões e pelos bons cafés coletivos.

A todos os professores, colegas e funcionários do PPGEM ao longo desses últimos quatro anos.

Ao programa *Fellowship* do *Media Lab*. (MIT) e aos colaboradores da Rede de Aprendizagem Criativa.

Ao *Global Teacher Prize*, conhecido como “Nobel de Educação”, organizado pela *Varkey Foundation*, pelo reconhecimento do trabalho dentre 121 países, em tempos tão obscuros à educação.

Ao INPI pelo reconhecimento da Propriedade Intelectual do Ministério da Economia das invenções deste trabalho. Os prêmios nos encorajam a continuar com as nossas ideias no chão da escola pública.

Educação Pública? Presente! Ciência Brasileira? Presente!

Greiton Toledo de Azevedo



“Estamos sendo beneficiados”

[...] E vocês estão pondo em nós a bondade e o sacrifício que vocês estão fazendo não é brincadeira. Vocês deixaram a escola ou lar para estarem aqui conosco para fazer um movimento com os idosos [tratamento de sintomas da doença de Parkinson a partir de invenções científico-robóticas]. Então, por isso, nós só temos que lhes agradecer. Deixo um forte abraço e que isso [o Projeto e a Pesquisa] continue e não deixe acabar, porque estamos sendo beneficiados... [ao som de palmas – (de gratidão, lágrimas e emoção) com todos].

Sr. Iguatemi, Paciente do Hospital dia do idoso, Anápolis (GO).
Fala espontânea mobilizada no final da sessão de tratamento de Parkinson.



Cf.: Disponível em: <https://youtu.be/mAAIWnzIR4M>

RESUMO

Nesta pesquisa, buscamos compreender o processo de formação em Matemática de estudantes de Ensino Médio quando constroem jogos digitais e desenvolvem dispositivos robóticos associados, destinados ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson. Norteada pela metodologia qualitativa de pesquisa, a produção de dados foi realizada com estudantes do Ensino Médio no Instituto Federal Goiano (IF-Goiano) e no Hospital Dia do Idoso, em Anápolis (GO), nos anos de 2018 e 2019, e registrada por meio de vídeos, fotografias, notas de campo, programas computacionais e entrevistas. Tais dados foram analisados à luz dos pressupostos teóricos do Construcionismo e do Pensamento Computacional e organizados em cinco Episódios emergidos na temporalidade dos acontecimentos da pesquisa, os quais correspondem e tematizam as invenções científico-tecnológicas desenvolvidas ao Parkinson: Paraquedas-Robótico, Regador-Robótico, Vara-Robótica, Navegação-Robótica e Bikechair-Robótica. A partir do escrutínio realizado desses Episódios, obtivemos as duas Categorias de Análise, as quais corroboram a compreensão do processo de Formação em Matemática intrínseco ao Contexto Formativo em Matemática e Invenções Científico-tecnológicas ao Parkinson (C_1); e à Aprendizagem Criativa em Matemática, Capacidades e Impactos Sociais (C_2). Como resultado, o processo de formação em Matemática foi compreendido como potencial de transformação social, intelectual-científica e responsável dos estudantes que, por meio de suas invenções, buscaram contribuir com o tratamento de sintomas da doença de Parkinson. Os dados evidenciam um processo caracterizado pela dinamicidade não linear e orgânica de formação sobre o qual aponta para o rompimento da tríade de conteúdo-exemplo-exercício e das burocracias contraproducentes de sala de aula. Este processo se constitui pelo engajamento do estudante em sociedade por meio do fazer ciência com a Matemática integrada à Computação e remonta-se pela dialogicidade não hierarquizada como ponto nevrálgico à Formação em Matemática, destituindo a invisibilidade intelectual do estudante em propor soluções de impactos sociais. As invenções se mostram estruturadas idiossincraticamente no planejamento, imprevisibilidade e protagonismo científico dos estudantes, os quais fomentaram a exploração de problemas aberto-inéditos de Matemática *em-uso*, e descentralizadas à formalização excessiva do rigor de objetos matemáticos sem sentido.

Palavras-Chave: Formação Matemática. Robótica. Parkinson. Pensamento Computacional. Construcionismo.

ABSTRACT

In this research, we seek to understand the process of training in mathematics for students at High School when they build digital games and develop robotic devices for the treatment of the symptoms of Parkinson's disease. Guided by the qualitative methodology, the research is carried out within the scope of the Goiano Federal Institute (IF-Goiano), as the same research is being conducted at the Hospital Dia do Idoso, in Anápolis (GO). Data from 2018 and 2019 were produced using videos, slides (teasers), photographs, field notes, computer programs, questionnaires and interviews such as Mathematics and Hospital classrooms. The materials obtained were analyzed in light of the theoretical assumptions of Constructionism and Computational Thinking and consist of analytical-scanning of the five Episodes that emerged in the temporality of the research events. These episodes correspond and thematize the scientific-technological inventions developed at Parkinson's, namely: Parachute-Robotic, Watering Can-Robotic, Pole-Robotic, Navigation-Robotic and Bikechair-Robotic. From the scrutiny carried out on these Episodes, we obtained the two Categories of Analysis, which corroborate the understanding of the Mathematics Training process intrinsic to (C1) Formative Context in Mathematics and Scientific-Technological Inventions to Parkinson's; and (C2) Creative Learning in Mathematics, Capabilities and Social Impacts. As a result, the process of training in mathematics is understood as a potential for social, intellectual-scientific and responsible transformation of students, who through their inventions, seek to contribute to the treatment and well-being of patients affected by Parkinson's disease. The data shows a process characterized by the non-linear and organic dynamics of training, on which it points to the rupture of the content-example-exercise triad and the counterproductive classroom bureaucracies. This process consists of the student's engagement in society, through doing science with Mathematics integrated into Computing, and by confluence it is traced back to the non-hierarchical dialogicity, as a neuralgic point to Mathematics Training, removing the student's intellectual invisibility in proposing social impact solutions. The inventions are idiosyncratically structured in the conceptions of planning, unpredictability and student protagonism. The aforementioned encourages the exploration of open and unpublished problems of Mathematics in use and decentralizes the excessive formalization of the rigor of meaningless mathematical objects.

Keywords: Mathematical Formation. Robotics. Parkinson's. Computational Thinking. Constructionism.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1A – Jogo Paraquedas: diferentes etapas da produção dos eletrônicos	79
Figura 1B – Jogo Paraquedas: comportamento do Jato [Função definida: Exponencial]	82
Figura 1C – Simulação da trajetória dos Jatos (Dados da Pesquisa).	83
Figura 2A – Estudos das Curvas Exponenciais e Não Exponenciais* [$J'(x)$]	86
Figura 2B – Leiaute do Jogo Paraquedas e algoritmo do jato	87
Figura 2C – Desenvolvimento do dispositivo robótico guarda-chuva e sensores elétricos	88
Figura 3A – Sessões de fisioterapia: Invenções científico-tecnológicas ao Parkinson	91
Figura 4A – Jogo Pé de Café: diferentes etapas da produção do Jogo	96
Figura 5A – Construção das figuras vetorizadas à implementação do jogo no <i>Scratch</i>	99
Figura 5B – Jogo Pé de Café: Fases de crescimento do pé de café	99
Figura 6A – Fases de crescimento do pé de café (blocos gráficos)	101
Figura 7A – Função trigonométrica – Estudo do movimento da minhoca	104
Figura 7B – Linguagem e Simbologias – Código de programação e visualização gráfica	104
Figura 8A – Jogo Pé de Café: Etapas de construção dos dispositivos robóticos no Hospital	106
Figura 9A – Sessão de Fisioterapia: Uso do jogo Pé de Café no Hospital dia do Idoso	107
Figura 10A – Projeto Mattics: diferentes etapas da produção do Jogo Pegar Peixe	118
Figura 11A – Recorte: argumentação dos códigos da parábola com o uso do Micro: bit	117
Figura 11B – Recorte: Estudos feitos no Geogebra para descrever a trajetória do peixe	118
Figura 12A – Sessão de fisioterapia: jogo Pegar Peixe e Vara-Robótica	122
Figura 13A – Jogo Navegação e Timão-Robótico: diferentes etapas da produção do Jogo	128
Figura 14A – Jogo Navegação: Movimento do Pássaro no jogo (<i>design</i> gráfico)	132
Figura 15A – Jogo Navegação: Produção da construção do algoritmo do voo do pássaro	136
Figura 15B – Jogo Navegação: Produção coletiva da construção do algoritmo secundário	136
Figura 16A – Brainstorming – Finalização das produções	138
Figura 17A – Sessão de tratamento da doença de Parkinson [Timão-Robótico]	142
Figura 17B – Sessão de tratamento da doença de Parkinson [Timão-Robótico]	142
Figura 18A – Jogo Bikechair: diferentes etapas da produção dos eletrônicos	147
Figura 19A – Produção-argumentação da construção do objeto Arco-íris	150
Figura 19B – Jogo Bikechair: construção dos arcos Geogebra [Dom: domínio]	151
Figura 19C – Representações do arco-íris no Scratch	152
Figura 19D – Representações do arco-íris no Geogebra	152
Figura 20A – Etapas da Bike-robótica: eletricidade, engenhocas e finalizações	155
Figura 21A – Organização das invenções científico-tecnológicas ao Parkinson	157
Figura 21B – Sessões de fisioterapia: invenções (Bikechair e Bike-Robótica)	159

LISTA DE FLUXOGRAMAS, GRÁFICOS E INFOGRÁFICOS

Fluxograma 1 – Percurso de revisão bibliográfica [organização, fluxo e deferimento]	24
Fluxograma 2 – Percurso de pesquisa [organização, fluxo e resultados]	53
Gráfico 1 – Algumas características dos participantes da Pesquisa	56
Infográfico 1 – Criação, avaliação e aplicação das invenções científico-tecnológicas	60
Infográfico 2 – Parte da estrutura geral da pesquisa - Etapas formativas em Matemática	61
Fluxograma 3 – Percurso de investigação e análise de dados [regularidade/convergência]	68
Infográfico 3 – Organização dos Dados – Instrumentos utilizados	72
Infográfico 4 – Visão Geral dos Episódios Analíticos [Organização de dados] – E_n	73
Infográfico 5 – Categorias de Análise: Discussão-Resultados [Organização de dados] – C_n	75
Fluxograma 4 – Mobilização de ideias intuitivas à formalização de conceitos Matemáticos	162
Infograma 6 – Características do Contexto Formativo em Matemática de estudantes	163

LISTA DE QUADROS E TABELAS

Tabela 1 – Trabalhos deferidos na revisão de literatura da tese	25
Quadro 1 - Softwares e placas utilizadas na construção dos dispositivos robóticos	59
Quadro 2 – Por trás do jogo Paraquedas: ideias matemáticas e conceitos de programação	80
Quadro 3 – Por trás do jogo Pé de Café: conceitos matemáticos e computacionais	98
Quadro 4 – Pegar Peixe: alguns algoritmos [ideias mobilizadas – Peixe e nuvem]	114
Quadro 5 – Por trás do jogo Navegação: ideias matemáticas e conceitos de programação	129
Quadro 6 – Por trás da invenção <i>Bikechair</i> e <i>Bike-robótica</i>	148
Quadro 7 - Por trás da invenção <i>Bikechair</i> [Arco-íris]	149
Quadro 8 - Habilidades relativas à formação em matemática	168

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

SONHOS E INQUIETAÇÕES DE PESQUISA.....	18
1.1 GÊNESE DE PESQUISA.....	19
1.2 REVISÃO: PERCURSOS TRILHADOS E LUGARES DESCONHECIDOS	23
1.3 FORMAÇÃO EM MATEMÁTICA	26
1.4 DOENÇA DE PARKINSON: SINTOMAS E TRATAMENTO.....	28
1.5 INVENÇÕES CIENTÍFICO-TECNOLÓGICAS	30

CAPÍTULO 2

CORRENTES TEÓRICAS.....	32
2.1 CONSTRUCIONISMO	33
2.2 FORMAÇÃO EM MATEMÁTICA À LUZ DO CONSTRUCIONISMO.....	35
2.3 CONSTRUÇÃO DE CONHECIMENTO (MATEMÁTICO).....	38
2.4 DIMENSÕES CONSTRUCIONISTAS E VISÕES FILOSÓFICAS	40
2.5 PENSAMENTO COMPUTACIONAL	43
2.6 PENSAMENTO COMPUTACIONAL E CURRÍCULO DE MATEMÁTICA.....	45
2.7 LENTES TEÓRICAS QUE SE CONECTAM	47

CAPÍTULO 3

PERSCRUTAÇÕES E PERCURSO METODOLÓGICO.....	49
3.1 ABORDAGEM QUALITATIVA E ESTRUTURA DE PESQUISA.....	50
3.2 CONTEXTO DE PESQUISA: MATTICS E HOSPITAL DIA DO IDOSO.....	54
3.2.1 Cenários da Pesquisa.....	55
3.2.2 Participantes da Pesquisa	55
3.2.3 Colaboradores da Pesquisa.....	57
3.3 JOGOS DIGITAIS E DISPOSITIVOS ROBÓTICOS PARA O PARKINSON	59
3.4 DOENÇA DE PARKINSON: AVALIAÇÃO E APROVAÇÃO DAS INVENÇÕES.....	60
3.5 ETAPAS DE FORMAÇÃO EM MATEMÁTICA.....	61
3.5.1 Etapa 1: Tempestades de Ideias	62
3.5.2 Etapa 2: Protagonismo Científico	64
3.5.3 Etapa 3: Mão na Massa	66

3.5.4 Etapa 4: Intervenção no Hospital	66
3.6 ORGANIZAÇÃO DOS DADOS DA PESQUISA	70
3.6.1 Episódios Analíticos	72
3.6.2 Categorias de Análise.....	75
 CAPÍTULO 4	
APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE DADOS.....	76
E ₁ : Paraquedas e Paraquedas-Robótico	79
E ₂ : Pé de Café e Regador-Robótico	96
E ₃ : Pegar Peixe e Vara-Robótica.....	113
E ₄ : Navegação e Timão-Robótico	128
E ₅ : Bikechair e Bike-Robótica	147
 CAPÍTULO 5	
RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	161
CATEGORIA DE ANÁLISE (C ₁).....	163
CATEGORIA DE ANÁLISE (C ₂).....	167
 CAPÍTULO 6	
PONTO DE CHEGADA	172
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	173
ENCAMINHAMENTOS	179
 REFERÊNCIAS	185
 APÊNDICE A <i>PLAY LIST</i>	198
APÊNDICE B <i>DOCUMENTOS</i>	198
APÊNDICE C <i>MATTICS</i>	212

ESTRUTURA DA TESE

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

Problematizamos e situamos o ineditismo desta pesquisa de doutorado à área de Educação Matemática. Nessa perspectiva, anunciamos a natureza do Problema de investigação da tese e o seu Objetivo Geral. Trazemos a revisão bibliográfica e, por fim, discorremos sobre os aspectos embrionários teórico-filosóficos que correspondem e tematizam o processo de Formação em Matemática de Estudantes do Ensino Médio quando desenvolvem invenções científico-tecnológicas autorais e inéditas ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson.

CAPÍTULO 2 CORRENTES TEÓRICO-FILOSÓFICAS

Apresentamos e fundamentamos a sinergia Teórico-Filosófica estabelecida à tese. A visão teórica sobre o processo de Formação em Matemática se subsidia nas concepções preconizadas pelo Construcionismo. Tal constructo teórico, de forma harmônica, dialoga com os pressupostos do Pensamento Computacional mediante as produções intelectuais.

CAPÍTULO 3 PERCURSO METODOLÓGICO

Evidenciamos a abordagem metodológica e justificamos o seu percurso de investigação qualitativa. Mostramos como os estudantes do Ensino Médio – participantes desta pesquisa – foram selecionados e como foram definidos os colaboradores e os como os cenários foram construídos na temporalidade dos acontecimentos. Descrevemos os procedimentos técnicos articulados com a produção dos dados e expomos a forma como decidimos organizá-los e analisá-los. Em suma, destacamos os Episódios Analíticos (E_n) e as Categorias de Análise (C_n) da tese, as quais convergem para o objetivo central desta pesquisa de doutorado.

CAPÍTULO 4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE DADOS

Analizamos os dados da pesquisa mediante os pressupostos teóricos estabelecidos nesta tese. Esta seção se estrutura em partes descritivo-analíticas independentes e dialógicas, organizadas em cinco Episódios Analíticos (E_n), os quais se *com-fluem* com as invenções científico-tecnológicas ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson. Tais Episódios estão organizados da seguinte forma: *Paraquedas-Robótico*, *Regador-Robótico*, *Vara-Robótica*, *Navegação-Robótica* e *Bike-Robótica*. Todo capítulo é problematizado e contextualizado com instrumentos de pesquisa, à luz dos dados emergidos nesta investigação ao longo dos anos de produção. Focamos – predominantemente – na busca em responder o interrogado da pesquisa.

CAPÍTULO 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A partir do escrutínio realizado dos Episódios Analíticos E_n no capítulo anterior, em um fluxo contínuo e dinâmico de afunilamento e interpretação dos dados, obtivemos as Categorias de Análise C_n , a saber: (C_1) *Contexto Formativo em Matemática e Invenções Científico-tecnológicas ao Parkinson*; e (C_2) *Aprendizagem [Criativa] em Matemática, Capacidades e Impactos Sociais*. Tais Categorias afunilam e aprofundam os resultados obtidos nos E_n .

CAPÍTULO 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS E ENCAMINHAMENTOS

Tecemos considerações finais da tese à luz do objetivo geral e respondemos o problema de tese, tendo como base as lentes dos E_n e C_n . Por consequência, e mediante as inferências de pesquisa, propomos encaminhamentos aos futuros trabalhos de investigações circunscritos na Formação em Matemática e nas invenções científico-tecnológicas ao tratamento de Parkinson.

CAPÍTULO 1

SONHOS COLETIVOS INQUIETAÇÕES DE PESQUISA



Foto: registro feito no Hospital Dia do Idoso, em Anápolis (GO), com os estudantes, pacientes e colaboradores da pesquisa.
Fonte: Dados da Pesquisa.

1.1 GÊNESE DE PESQUISA

O sistema educacional ao redor do mundo flagrantemente transgride por suas diversas maneiras de fragmentar o tempo e espaço: “Peguem seus livros... resolvam 10 problemas no final do capítulo 18... triiim... o sinal tocou, fechem seus livros. [Agora, em outra perspectiva] imagine um executivo, um neurocirurgião ou um cientista que tivesse que trabalhar com a uma agenda tão fragmentada e [admoestada]” (PAPERT, 2008, p. 92). As palavras deste autor nos impulsionam a perscrutar os diferentes contextos formativos e organizações que tentam fragmentar a aprendizagem do estudante, deixando de lado o tempo e o espaço para se pensar e criar livremente, desenvolver invenções científicas e tecnológicas para além da sala de aula. Impulsionam-nos também a analisar e refletir criticamente sobre os *modus operandi* escolares que, por conseguinte, acabam rotulando estudantes engajados e intelectualmente criativos em pessoas incapazes de desenvolver algo especial ao mundo pela simples razão de não repetir o que outros reiteradamente reproduzem (RESNICK, 2017; D’AMBROSIO; LOPES, 2015).

Em sintonia com o rompimento da pedagogia do treinamento no contexto educacional (FREIRE, 2005; FREITAS, 2012) e, por consequência, motivados em transladar o foco das lentes que não mais se sustentam no sistema educacional do século 21, concatenamos esforços para pensar e articular a Formação em Matemática de estudantes do Ensino Médio (EM) amalgamada à invenção científico-tecnológica ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson. Ao descentralizar a fragmentação cronológica da Formação em Matemática conhecida histórico-culturalmente (FIORENTINI, 1995, FRANKENSTEIN, 2012; PAPERT, 2008; D’AMBROSIO; D’AMBROSIO, 2013; D’AMBROSIO; LOPES, 2015; AZEVEDO, 2017), movemo-nos em rotas que nos permitem vislumbrar a criticidade, emancipação intelectual, a invenção robótica, autonomia e o protagonismo dos estudantes ao tomar decisões e criar criativo e matematicamente para além dos ditames sistêmicos e curriculares.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira (LDB, 9.394/96) dialoga com essa concepção de que é possível promover caminhos formativos que estejam atentos à inovação científico-tecnológica e criativa da Educação Básica. Tal lei preconiza que se deve favorecer o pleno desenvolvimento do educando (art. 2) (BRASIL, 2018), o que inclui o domínio das tecnologias, o respeito à liberdade e o preparo para o exercício da cidadania. Embora não garanta seu uso e nem aponta estratégia de execução, a LDB (1996) se mostra aberta ao compasso das boas iniciativas educacionais ao Ensino Médio e outorga, conforme (art. 35, § 3º e 4º), o aprimoramento “do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o

desenvolvimento da autonomia intelectual e dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos relacionando a teoria com a prática de cada disciplina” (BRASIL, 2018, p. 24). A Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio (BNCC), instituída e orientada pela resolução CNE/CP nº 2, de 22 de dezembro de 2017, e o Plano Nacional de Desenvolvimento (PNE, 2014), a Lei n. 13.005, de 25 de junho de 2014, também apresentam, com fragilidades exequíveis, preocupação com o uso de tecnologias digitais (integrado a diferentes áreas do saber) à formação do estudante, visando o potencial humano e acadêmico.

Nesse sentido, entendemos que colocar essa Formação em Matemática à altura de seu tempo – no século 21 - pressupõe romper paradigmas e percursos sedimentados pela educação mundial (ONU, 2020). Apoiamos as invenções robóticas do aluno da Educação Básica de modo que a sua autonomia seja “como um processo contínuo de descobertas e transformações da própria [aprendizagem]. Igualmente necessária é a criatividade, entendida como a capacidade humana de inovar e estabelecer algo novo [para o mundo]” (BARBOSA, LOPES, 2020, p. 274). A ideia não é simplesmente desenvolver uma invenção tecnológica, enquanto se aprende Matemática, mas colocar o estudante como cientista e não como repetidor de informações, sendo capaz de beneficiar pessoas em sociedade. Uma Formação Matemática do EM que não se limite ao conhecimento científico-tecnológico, tampouco aos testes padronizados, possibilitando uma formação fragmentada – mas, sobretudo, que valorize uma formação humana, intelectualmente crítica e libertadora (FREIRE, 2005; D’AMBROSIO, 2009), corroborando o processo contínuo de descobertas em fazer ciência com a Matemática.

Concebemos que o contexto introdutório apresentado está repleto de pressupostos teórico-filosóficos e vivenciais do autor desta tese, os quais se confundem com a sua própria trajetória pessoal e profissional, enquanto professor de Matemática, que desenvolve trabalhos (e.g., Ensino Médio) e projetos de pesquisa, ensino e extensão, como o *Mattics*¹, e como pesquisador na área de Educação Matemática ao longo da última década. Pesquisas com foco no processo de aprendizagem criativa em Matemática, utilizando linguagem de programação, em escolas públicas, realizadas na Graduação em Matemática, Especialização em Educação Matemática e Mestrado pela Universidade Federal de Goiás (UFG). Ressaltamos também a breve experiência que tivemos em duas escolas, norte-americanas, *Nuvu School* e *Acera School*, as quais nos inspiraram a refletir criticamente sobre novas possibilidades de Formação em Matemática. Em 2017, por exemplo, começamos a nutrir e fomentar ideias de robótica para o tratamento de sintomas da doença de Parkinson no grupo *Lifelong Kindergarten* do

¹ Cf.: Disponível em: <https://youtu.be/Nn1zXGY14lY>.

Instituto de Tecnologia de *Massachusetts* (MIT) através do Prêmio *Creative Learning Challenge* (VALENTE; BURD, 2019). Nessa época, em especial, integramo-nos à Rede de Aprendizagem Criativa, a qual nos permitiu ampliar e potencializar nossas concepções quanto às invenções robóticas. Salientamos que o interesse do pesquisador pela doença de Parkinson se dá pelo contato de pacientes ao longo da sua história de vida, estudos, pesquisas e leituras.

A pesquisa de doutorado é fruto desta trajetória e, por consequência, constitui-se como uma ampliação da pesquisa de mestrado (AZEVEDO, 2017), a qual buscou relacionar a construção de conhecimento matemático de estudantes da 2ª fase do Ensino Fundamental a partir da produção de jogos digitais em um ambiente construcionista de aprendizagem. Diante deste contexto permeado de elementos histórico-acadêmicos, e num processo contínuo em conhecer e propor novos caminhos para a Formação em Matemática de estudantes do Ensino Médio que estejam em sintonia com a emancipação intelectual e engajamento científico-tecnológico ao tratamento da doença de Parkinson, delineamos o *problema diretriz* desta tese da seguinte forma: **Como se mostra o processo de Formação em Matemática de estudantes quando constroem jogos digitais e desenvolvem dispositivos robóticos destinados ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson?** A construção desse problema, que norteia a condução desta investigação, constituiu-se em um processo gradativo de amadurecimento, repleto de leituras e marcado permanentemente por reflexões teórico-práticas, combinando reformulações constantes entre avanços e retrocessos, de idas e vindas, e intercâmbios enriquecedores de experiências com pesquisadores, organizações e lugares.

Um dos pontos que redobramos o cuidado ao definir o problema de pesquisa é o nosso reconhecimento de que o processo de formação não é matizado apenas de uma só dimensão e nem se constitui de forma aligeirada. Por isso, compreendemos que a Formação em Matemática de estudantes se alicerça na dimensão intelectual ou cognitiva (raciocínio lógico, dedutivo, indutivo e intuitivo, pensamento computacional, geométrico, algébrico, etc.) e busca, simultaneamente, combinar idiossincraticamente outros fatores: emocionais, éticos, sociais e históricos (FIORENTINI; 1995; PAPERT, 2008; D'AMBROSIO; 2009; BRASIL, 2018). Por reconhecermos que o termo *Formação* é vasto em significados, o restringimos à Formação Acadêmica de Matemática do estudante do Ensino Médio, neste trabalho de tese. Tal *Formação* pressupõe o desenvolvimento de habilidades e competências necessárias para o exercício da cidadania e da intervenção intelectual em sociedade. Assumimos a Formação como um processo que visa à construção de conhecimentos matemáticos integrados às outras áreas científicas (e.g. Computação), em ambientes que oportunizem a aprendizagem e o desenvolvimento de saberes (curriculares; técnicos e tecnológicos). A natureza do interrogado

também emerge o vocábulo *Processo*, o qual reorienta nossos olhares intencionalmente para o percurso em movimento de Formação em Matemática do estudante, e não só o produto final.

Nessa perspectiva, e impulsionados por essa motivação em responder o interrogado, nosso *objetivo* é: **Compreender o processo de Formação em Matemática de estudantes quando constroem jogos digitais e desenvolvem dispositivos robóticos destinados ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson**. Tendo em vista o objetivo central de tese, a nossa visão não se limita à formação do estudante a partir do conteúdo em si ou ao treino para testes estandardizados, preconizados pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) (FREITAS, 2015). Vislumbramos novas possibilidades de Formação em Matemática que estejam em sintonia com as necessidades éticas e globais (ONU, 2020). Nesse sentido, desconsideramos o processo formativo em Matemática como algo cabal ou reduzido à apropriação encapsulada de teoremas e demonstrações de fórmulas hipotético-dedutivas em Matemática sem contexto e significado.

Ao buscar compreender este processo à luz do problema de pesquisa estamos, ao mesmo tempo, motivados em evidenciar e analisar como esse modo de formação acadêmica em Matemática se constitui, e mutuamente se conflui, na vida do estudante para além do currículo. Interessamo-nos em conhecer essa rota desconhecida de formação que implica, dentre várias atribuições de aprendizagem, em novos contextos, oportunidades e ampliadores de horizontes. Isso pressupõe identificar as dimensões que estão envoltas ao contexto desta formação e a forma como os estudantes se desenvolvem ao inventar soluções eletrônicas ao Parkinson. De modo confluyente, preocupamo-nos em caracterizar o processo de invenção de jogos digitais e dispositivos robóticos, em termos da produção de conhecimentos matemáticos integrados à Computação e como isso se reverbera e favorece para a formação do estudante.

O foco desta investigação, portanto, centra-se – prioritariamente – no processo de Formação em Matemática de estudantes quando desenvolvem soluções reais ao mundo e, como segundo plano, percorre transversalmente elementos que estão intimamente relacionados à dimensão do problema de tese: invenções de jogos digitais e dispositivos robóticos (de baixo custo e sustentáveis); e Tratamento de sintomas da doença de Parkinson. Diante disto, e tendo em vista o foco dado ao processo de Formação em Matemática de estudantes do Ensino Médio, não buscamos analisar o retardamento de Parkinson neste trabalho de doutorado. O tratamento desta doença será só indicado nos Episódios Analíticos (E_n) e nas Categorias de Análise (C_n) mediante as invenções científico-tecnológicas autorais desenvolvidas pelos participantes e colaboradores de investigação. A fim de situar esta pesquisa e sua relevância à área de Educação Matemática, evidenciamos a seção de revisão.

1.2 REVISÃO: PERCURSOS TRILHADOS E LUGARES DESCONHECIDOS

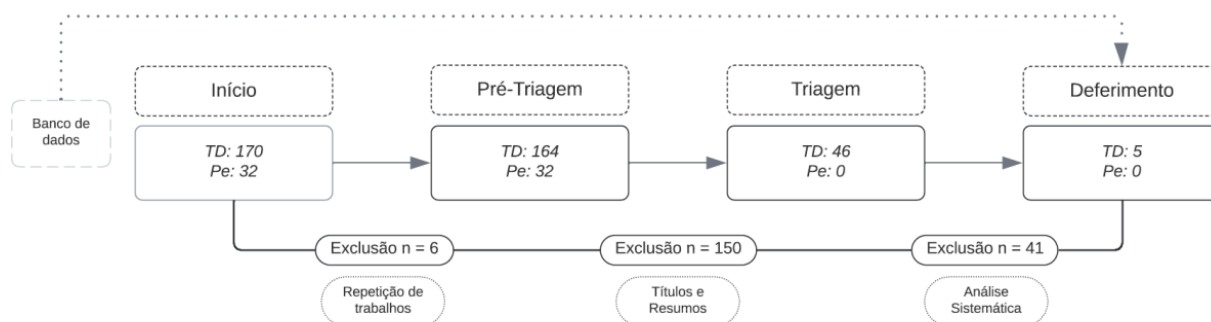
No início da pesquisa, à luz do objetivo da tese, fizemos um levantamento bibliográfico, considerando as publicações até o final de 2021, sem restrição de início, pois buscamos primar pela compreensão de estudos que se relacionam com a nossa investigação e, ao mesmo tempo, situar nosso trabalho à área de Educação Matemática. Pela especificidade do nosso objeto de estudo, ao longo da revisão literária, não encontramos trabalhos – no estado da arte do conhecimento – correspondentes ao processo de Formação em Matemática de estudantes do Ensino Médio quando desenvolvem invenções científico-tecnológicas (jogos digitais e dispositivos robóticos) inéditas e autorais, de baixo custo e sustentáveis, destinadas ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson. Com efeito, tendo em vista a delimitação da pergunta diretriz deste trabalho de tese, buscamos identificar trabalhos concluídos, que direta ou indiretamente, correspondessem e tematizassem à Formação em Matemática de Estudantes do Ensino Médio, utilizando as seguintes sentenças e operadores booleanos (*AND*, *OR*) nas bases indicadas abaixo: “*Formação em Matemática OR Matemática AND Jogos Digitais OR Robótica*”; “*Parkinson AND Matemática AND Robótica*”; “*Parkinson AND Matemática AND Jogos*”. Contemplamos trabalhos em três línguas, Português, Inglês e Espanhol, perfazendo traduções devidas das sentenças-chave definidas.

Utilizamos as plataformas de mapeamento, a saber: Catálogo de Dissertações e Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES); Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD); Portal Domínio Público (Teses de dissertações). Incluímos todos os periódicos indexados à área de Educação Matemática, listados pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), entre os quais se destacam: Boletim de Educação Matemática (Bolema); Educação Matemática em Revista; Zetetike; Acta Scientiae; Educação Matemática em Revista; Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática; *Journal of Mathematics Teacher Education*; *Research in Mathematics Education*; *Mathematics Education* (ZDM); *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*; *Matemática: Revista de Divulgação Matemática*.

Consideramos os seguintes critérios de elegibilidade (ou inclusão): concentração de pesquisas predominantemente à área de Educação Matemática, delimitado ao *corpus* do problema de pesquisa de tese; existência de trabalhos que versam sobre invenções robóticas ou produções de jogos no contexto da Matemática; e público restrito aos estudantes do Ensino Médio. Desta forma, a seleção dos trabalhos passou por um processo sucessivo de análise cuidadosa dos dados e por um critério coerente com a proposta narrativa desta pesquisa, sendo

estruturado em quatro principais etapas, a saber: *Início*: aplicação de palavras e operadores booleanos nas bases de dados selecionados; *Pré-Triagem*: leitura do título e resumo dos trabalhos relacionados; *Triagem*: leitura sistemática dos trabalhos selecionados na pré-triagem; e *Deferimento*: inclusão de trabalhos restritamente tematizados ao objeto de estudo.

Realçamos que, ao fazer o escrutínio dos trabalhos acadêmicos, Pré-Triagem e Triagem, eliminamos todas as pesquisas que não discorrem sobre a produção ou invenção do jogo digital com linguagem de programação. Tomamos o cuidado de considerar apenas trabalhos que discutem a invenção robótica no contexto da Matemática. Excluimos também investigações que focam na formação inicial ou continuada de professores. Recusamos, ainda, trabalhos retornados desta tese de doutorado publicados em diferentes periódicos. Por fim, rejeitamos pesquisas incompletas, ensaios, relatos de experiências, resumos, resenhas de livros, e repetições de trabalhos emergidos – simultaneamente – nas bases eletrônicas de mapeamento. Tal processo de seleção está representado no fluxograma², a seguir:



Fluxograma 1 – Percurso de revisão bibliográfica [organização, fluxo e deferimento] (Dados da Pesquisa).

Fonte: elaborado pelo autor.

A partir dos 164 trabalhos – teses e dissertações – obtidos na Pré-Triagem, fizemos um refinamento a partir da leitura de títulos e resumos e, como resultado, catalogamos 46 obras potenciais de estudo. Ao finalizar a análise sistemática, seguindo os critérios de elegibilidade, obtivemos cinco trabalhos, uma tese e quatro dissertações, os quais discutem a Formação em Matemática de estudantes de Ensino Médio com robótica ou programação de jogos digitais. Entretanto, não foram retornados trabalhos sobre invenções destinadas a problemas reais. Dentre os 159 trabalhos excluídos, de predominância qualitativa, 22% discutem a formação inicial ou continuada do professor de Matemática. Desproporcionalmente, 63% concentram-se no objeto de estudo de estudantes do Ensino Fundamental. Demais pesquisas, 15% focam em

² Inspiramo-nos em alguns tópicos da revisão sistemática (PRISMA, 2020) e primamos pela coerência e sintonia (não enrijecida) das especificidades desta pesquisa. Legenda: TD: Teses e Dissertações; Pe.: Periódicos.

outras áreas de conhecimentos, tais como: Computação ou Engenharia. Destacamos que os 32 periódicos foram excluídos por não atender quaisquer critérios de elegibilidade (ou inclusão) da revisão de literatura. Não foram retornados trabalhos sobre o Parkinson na região desta pesquisa (Ensino Médio). Porém, estudos correlacionados a este tópico – área médica - foram considerados na seção Parkinson. Os trabalhos deferidos podem ser visualizados a seguir:

Autor (Ano)	Títulos	Níveis	Abordagem
Barbosa (2016)	Rede de aprendizagem em robótica: uma perspectiva educativa de trabalho com jovens	Tese	Qualitativa
Furletti (2010)	Exploração de tópicos de Matemática em modelos robóticos com utilização do Slogo no ensino médio	Dissertação	Qualitativa
Oliveira (2017)	Robótica nas aulas de Matemática: uma perspectiva tecnológica associada ao ensino de funções	Dissertação	Qualitativa
Rodrigues (2020)	Modelagem Matemática da voz, trigonometria e robótica: atividades interativas	Dissertação	Qualitativa
Santos (2014)	D.O.M.: Um modelo de game pra a aprendizagem das funções quadráticas no ensino médio	Dissertação	Quali-Quantitativa

Tabela 1 – Trabalhos deferidos na revisão de literatura da tese (Dados da Pesquisa).

Fonte: elaborada pelo autor.

Constatamos a predominância nos trabalhos deferidos da perspectiva teórica do Construcionismo e norteados pela abordagem qualitativa de pesquisa. Os estudos de Barbosa (2016), Furletti (2010) e Oliveira (2017) direcionam olhares para o trabalho da robótica com a Matemática na medida em que corroboram aspectos de motivação e colaboração fomentados no contexto de formação em sala de aula. Tecem contribuições de “como” a robótica contribui à exploração de conteúdos matemáticos (e.g., funções). O trabalho de Santos (2014) mostra possibilidades de construção de jogo digital por meio de funções quadráticas. A pesquisa de Rodrigues (2020) estabelece relações contextuais entre sons e funções trigonométricas, utilizando dispositivos robóticos. Os dois últimos trabalhos reverberam contribuições sobre o uso da robótica como um mecanismo de construção lúdico-práticas nas aulas de Matemática. Ressaltamos que nenhum dos trabalhos aborda, simultaneamente, a construção de jogos e dispositivos robóticos. Em síntese, os cinco deferidos sinalizam avanços à Formação em Matemática de estudantes mediante ao desenvolvimento de eletrônicos para fins educacionais.

Apesar dos estudos já realizados, entendemos que revisão de literatura evidencia a escassez de pesquisas realizadas neste campo potencial de investigação. Baseados na revisão, e dada a especificidade da pergunta deste trabalho, observamos a lacuna na área da Educação Matemática em torno à Formação em Matemática de estudantes de Ensino Médio quando desenvolvem invenções científico-tecnológicas em prol da sociedade. Desta forma, inferimos que a natureza desta tese e as múltiplas especificidades que ela apresenta a torna inédita no

que se propõe a investigar e, concomitantemente, constitui-se relevante no sentido de evidenciar e tecer compreensões sobre novas possibilidades de Formação em Matemática.

1.3 FORMAÇÃO EM MATEMÁTICA

Reconhecendo que os estudantes são capazes de propor soluções com o saber científico, é importante que o processo de Formação em Matemática leve a sério o próprio trabalho intelectual dos estudantes do Ensino Médio de modo que eles possam ter a chance de se desenvolver como sujeitos em sociedade (D'AMBROSIO, 2009). Em meio a isso, a insubordinação aos *modus operandi* do sistema educacional subjaz à “crença e a esperança de construção de uma sociedade mais justa e digna para todos, em que a escola priorize a formação de cidadãos capazes de visualizar, [pensar], construir, intervir [e desenvolver criativamente propostas e invenções úteis] à sociedade” (BARBOSA; LOPES, 2020, p. 275).

A concepção é bem diferente daquela que se estrutura pela imposição de temas escolhidos pelo professor, livro didático, orientações governamentais, bem como pelo uso passivo da robótica mercadológica e sem significado. A plasticidade da invenção robótica com significado integrado à formação pode promover diversidade epistemológica do conhecimento e inovação, constituindo um ambiente no qual os alunos, na sua própria voz, podem materializar seus projetos com engajamento, expertise e responsabilidade científico-social (TURKLE; PAPERT, 1991). Desta forma, nesta pesquisa, colocamos a Formação em Matemática em um lugar de destaque quanto às invenções em prol das pessoas. Vislumbramos possibilidades do estudante do Ensino Médio, nas aulas de Matemática, ter a possibilidade de criar ideias lógicas e sistematizá-las a partir do pensar, saber e do fazer matematicamente, e.g.: comparar, medir, calcular, refutar contradições, traçar estratégias, particularizar-generalizar, conjecturar e propor soluções ao mundo (BRASIL, 2018).

Defendemos que os alunos do Ensino Médio são capazes de criar soluções, aprimorá-las, aprender conceitos abstratos de programação de computadores e desenvolver invenções criativas e responsáveis à sociedade. O universo das invenções na Educação Matemática é um caminho possível para se pensar os processos de Formação em Matemática do Ensino Médio tendo o aluno como pensador criativo (BARBOSA; LOPES, 2020). Não se pode medir e ensinar criatividade, pois isso descaracterizaria a essência de pensar, criar e inventar intelectualmente. Todavia, é possível estimulá-la nos mais diferentes contextos de aprendizagem, pois “todos os aprendizes nascem com a capacidade de serem criativos, mas sua criatividade não necessariamente se desenvolverá sozinha. Suas necessidades devem ser

nutridas, encorajadas e apoiadas” (RESNICK, 2017, p. 21). Nesse sentido, compreendemos que não é uma questão de ensinar criatividade nas aulas de Matemática, mas de incentivá-la e nutri-la a partir do processo de formação, sem deixar de lado a essência de criar livremente.

A Formação em Matemática pode ser vista como lugar para vivenciar experiências científico-tecnológicas, além de fomentar o desenvolvimento social, colaborativo e intelectual do aluno. Entendemos que a visão emancipatória do processo formativo “deve fazer com que as pessoas se sintam agentes de ação e mudança no mundo” (BLIKSTEIN, 2008, p. 853), permitindo que o estudante enfrente o novo e investigue possibilidades de soluções e, por conseguinte, desenvolva como forma de educar-se matematicamente para construir a paz e ações mais humanizadoras de consciência social, responsável e ética (D’AMBROSIO, 2013).

Esse entendimento não somente condena a pedagogia do treinamento (FREIRE, 2005), mas requer dos seus sujeitos, entre professores e estudantes, uma nova postura frente ao seu processo contínuo de Formação em Matemática. Exige de ambos uma postura engajada e responsavelmente crítica com a realidade, em vez de simplesmente executarem tarefas que não se justificam, sem haver planos de ação efetivos. Isso se instaura porque, “propor um tema predeterminado que pretende abordar um problema real de uma comunidade banaliza e contradiz o caráter dialógico do empreendimento educacional” (BLIKSTEIN, 2008, p. 840).

A nossa proposta de trans(formação) concebe que não é impor um currículo verticalizado sem levar em conta a realidade do estudante e seus interesses em escolher seus próprios caminhos e ferramentas. Mas, busca valorizar um *currículo vivo*, incentivando a proposta de temas geradores de discussão de modo a propor contribuição social por meio da Matemática e suas invenções computacionais. Em síntese, isso pressupõe fomentar uma proposta educadora que incorpora em suas diretrizes a interpretação e a reflexão de mundo do aluno, sua visão perscrutada da realidade, que busca conferir a seus sujeitos ferramentas para o exercício de autonomia e emancipação (D’AMBROSIO; D’AMBROSIO, 2013). Conhecida a visão embrionária sobre a Formação em Matemática com invenções ao Parkinson, avançamos à próxima seção, a fim de tecer compreensões sobre essa doença, seus sintomas e tratamento.

1.4 DOENÇA DE PARKINSON: SINTOMAS E TRATAMENTO

O Parkinson é uma doença de “[...] caráter crônico, [idiopático] e progressivo, que promove complicações motoras com prejuízo na coordenação global e limitações funcionais, que podem interferir de forma significativa na qualidade de vida particular ou geral do paciente” (SANTOS *et al*, 2017, p. 33). Sendo uma doença degenerativa, conforme Camargos *et al* (2004) e Gonçalves *et al* (2011), acomete um em cada mil sujeitos da população geral. A Doença de Parkinson (DP) foi reconhecida no início do século 19 pelo médico inglês James Parkinson, com o nome de “paralisia agitante” (STEIDL; ZIEGLER; FERREIRA, 2007; PARREIRA *et al.*, 2003). A doença de Parkinson afeta mais pessoas com idade superior ou igual a 60 anos e, na grande maioria dos casos, o sexo masculino representa uma razão de 2/3 de pacientes. Não há como medir fatores que determinam o motivo do desenvolvimento da doença. O que se sabe é que, ao longo do tempo, as células, que produzem dopamina do ser humano, morrem gradativamente e, para as pessoas com a DP, o ritmo da morte dessas células se mostra de forma mais expressiva e potencialmente acelerada (LIMONGI, 2001).

Consideram-se, na literatura da área da saúde, desde o ano de 1967, cinco estágios da doença de Parkinson (GOULART; PEREIRA, 2004; FERREIRA *et al.*, 2007; STEIDL; ZIEGLER; FERREIRA, 2007), as quais avaliam a condição clínica do paciente Parkinsoniano, numa escala crescente de incapacidades motoras, mentais e, inclusive, sociais. De forma concisa, os cinco estágios podem ser entendidos em: [Estágio 1] doença unilateral (leves alterações faciais, expressões e comportamentos, tais como: caminhadas, olhares, movimentos, gestos, etc.); [Estágio 2] doença bilateral (axial) - os tremores são mais visíveis e a rigidez muscular dos pacientes começam surgir nos dois lados do corpo do paciente); [Estágio 3] doença moderada; o paciente apresenta instabilidade postural e/ou motora, seus movimentos se tornam mais lentos e visivelmente imprecisos; no entanto, o paciente consegue viver de forma independente – sem grandes ajudas; [Estágio 4] doença grave - o paciente fica dependente de outra pessoa para realizar atividades simples do dia a dia; [Estágio 5] doença dependente – o paciente fica fadado à cama ou à cadeira de rodas – precisa de ajuda e de cuidados (SHENKMAN *et al.*, 2001 HAASE; MACHADO; OLIVEIRA, 2008).

Os principais sintomas motores são: tremor em repouso, rigidez muscular, bradicinesia, instabilidade postural e disfunções posturais (SANTANA *et al.*, 2015, p. 50). Embora a doença seja incurável (REIS, 2004), os sintomas podem ser retardados de modo a trazer qualidade de vida ao paciente. Boas combinações feitas entre medicamentos e sessões de fisioterapia são alternativas que podem minimizar os efeitos dos sintomas da doença de

Parkinson (CAMARGOS *et al*, 2004; GONÇALVES *et al*, 2011; SANTOS *et al*, 2017). E uma das atividades – em que se inserem as atividades desenvolvidas deste estudo de doutorado, embora não seja o foco principal dele – é a de desenvolver jogos digitais e dispositivos robóticos personalizados no sentido de auxiliar o tratamento de Parkinson com sessões fisioterapêuticas. Tais atividades buscam contribuir com a redução das limitações funcionais causadas pela rigidez, lentidão dos movimentos e alterações posturais, manutenção das amplitudes de gestos, falas e ações, prevenindo deformidades e reduzindo instabilidades.

Os jogos digitais associados aos dispositivos robóticos podem ainda estimular movimentos estratégicos dos pacientes, provocando sensações diversas e encorajando segmentos corporais de posição, reflexão e aceleração (SIN; LEE, 2013). Tais estímulos melhoram a propriocepção do paciente, exercendo estímulo aos músculos e dando mais coordenação motora, flexibilidade, resistência e força global e localmente do corpo (ARUIN; SHIRATORI, 2003). As atividades fisioterapêuticas com eletrônicos visam estimular os movimentos coordenados e posturais do paciente, além de estimular o raciocínio e motivação. Podem também estabelecer uma conexão entre um ambiente real e um ambiente virtual, proporcionando uma interação em tempo real e o estímulo de diversos movimentos corporais, promovendo melhora das capacidades biomotoras dos pacientes (SANTOS *et al*, 2017).

Cabe ressaltar que, embora os jogos digitais sejam basicamente recentes na literatura nacional e internacional para o tratamento de Parkinson (SANTOS 2017; STURKENBOOM *et al.*, 2008; MENDES *et al.*, 2012; GALNA *et al.*, 2014) a ausência da utilização deles ainda se justifica pelo fato de não serem necessariamente acessíveis – em especial, em hospitais públicos. Nessa perspectiva, vislumbramos a possibilidade das invenções científico-tecnológicas – não só de jogos digitais inéditos, como também dispositivos robóticos originais – sustentáveis e acessíveis se tornarem realidade, por meio do engajamento científico dos participantes e colaboradores da pesquisa, tendo a Matemática e Computação como bases fecundas para as sessões fisioterapêuticas ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson. A seguir, situamos o processo da invenção científico-tecnológica à Formação em Matemática.

1.5 INVENÇÕES CIENTÍFICO-TECNOLÓGICAS

Nossas motivações se voltam à construção de soluções a partir de invenções científico-tecnológicas em prol da sociedade, como a do tratamento de sintomas de Parkinson. Centramo-nos também no desenvolvimento do processo científico-criativo do estudante, entendido como atitude para gerar ideias, aprimorá-las e comunicá-las nas diferentes áreas do conhecimento. Dessa forma, a proposta de se construir jogos digitais e dispositivos de robótica, a partir da utilização de linguagem de programação, eletrônica e sucatas, no contexto de Formação Matemática, não é uma tarefa simples e nem trivial. Isso se deve porque pressupõe, no mínimo, não haver neutralidades, ações mais efetivas e integradoras, que requerem envolvimento intenso não só dos estudantes, mas também dos professores e diferentes profissionais como construtores de ideias e soluções, sendo agentes de mudanças.

Além disso, na medida em que os estudantes trabalham juntos em projetos, “produzem não apenas teias de conceitos, mas também desenvolvem habilidades – articulam ideias e criam coisas para resolver problemas e comunicar ideias” (RESNICK, 2017, p. 54, tradução nossa). Ainda, no processo de aprender programar um jogo digital associado ao dispositivo robótico, o estudante pode construir um senso mais elaborado da ciência, da Matemática, da arte em construir modelos intelectuais, sustentáveis e acessíveis à sociedade (PAPERT, 2008).

Olhamos para a exploração de materiais sustentáveis (recicláveis e baixo custo), aliada à programação de computadores, como instrumentos para a elaboração de modelos eletrônicos (jogos digitais e dispositivos robóticos) em benefício ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson de pacientes. Assim, a sucata passa a ser entendida nesse ambiente de Formação em Matemática, como peça fundamental para o desenvolvimento dos dispositivos robóticos. A exploração desses materiais recicláveis orientam os fundamentos da invenção na medida em que se organizam em um processo de possibilidades produção da robótica sustentável. Considerar esses materiais à invenção científico-tecnológica abre uma aproximação dialógica com a cultura *maker*, haja vista que esta cultura “*Faça Você Mesmo*” busca promover espaços mais acessíveis e ricos em materiais de sucatas, corroborando propostas de fabricação de protótipos computacionais e modelos criativos, sem perder de vista o currículo acadêmico, o protagonismo e a experimentação do aluno (DEWEY, 1916; PAPERT, 1986; 2008; MONTESSORI, 1965; BLIKSTEIN; VALENTE; MOURA; 2020).

Consideramos a cultura *maker* nas atividades de produção intelectual das invenções científico-tecnológicas ao Parkinson mediante a perspectiva “Mão na Massa”, buscando primar por caminhos acessíveis (fácil manuseio) que carregam elementos exequíveis e

coerentes desta pesquisa. Estudamos, ainda, comunidades que incentivam essa prática e apoiam o uso de linguagens de programação ou placas ou prototipagem eletrônica para desmistificar e democratizar o processo da invenção de artefatos robóticos, e.g.: *Code.org* (ONG - mantida pela Amazon, Microsoft, etc.); *Programaê* (Fundação Telefônica); *Greenfoot* (*University Of Kent*); *Kodu Game* (*Microsoft*), *Python* (*Guido Van Rossum*); *Arduino* (Baseado no *Processing* - *Casey Reas*); *Alice* (*Carnegie University*); *BBC Micro: bit* (*British Broadcasting Corporation*); *Comunidade Scratch* e *Makey Makey* (*Media Lab., MIT*). Destarte, optamos – à luz da coerência da nossa proposta³ - pela linguagem de programação suficientemente adequada aos processos de construção dos algoritmos de modo a não minar a criatividade do aluno com excesso de sintaxe, formalismos e procedimentos desnecessários.

Deste modo, as invenções científico-tecnológicas não são ferramentas de ensino, mas são matérias-primas de construção, desenvolvimento intelectual e se configuram como expressão pessoal do estudante. Para tanto, negamos o processo impositivo pedagógico e colocamos em suspensão a produção de eletrônicos (jogos e dispositivos robóticos) como fim em si mesmo, primando pela descentralização da assunção dos estudantes como copiadores de exercícios matemáticos na mesma proporção em que defendemos o protagonismo deles. Nesse sentido, ao olharmos para a narrativa de problematização desta pesquisa, suscitamos a sinergia **Teórico-Filosófica** estabelecida à tese. A visão teórica sobre o processo de Formação em Matemática se subsidia nas concepções do **Construcionismo**. Tal abordagem, de forma harmônica, dialoga com os pressupostos do **Pensamento Computacional** às invenções científico-tecnológicas (jogos digitais e dispositivos robóticos). Em sintonia com o exposto, avançamos para o Capítulo 2, a fim de tecer compreensões teóricas deste objeto de estudo.

³ Cf.: Capítulo metodológico de Pesquisa.



Fonte: Dados da Pesquisa.
Foto: acervo do autor.

CAPÍTULO 2

CORRENTES TEÓRICAS

2.1 CONSTRUCIONISMO

Por entendermos que a Formação em Matemática pode ser concebida como lugar para vivenciar experiências científico-tecnológicas e essas serem responsavelmente criativas, além de fomentar o desenvolvimento emancipatório do estudante em sociedade, apoiamo-nos nas concepções preconizadas pelo **Construcionismo**. Originado teórica e epistemologicamente por *Seymour Papert* (1980; 1986; 1991; 1993; 2008), o Construcionismo põe em suspensão o valor da instrução domesticada e nega a transmissão incólume de conhecimento (PAPERT, 1991; 1994; RESNICK 1991; 2017; VALENTE, 1993; 1999; MALTEMPI, 2000; 2012). Tal perspectiva teórica corrobora a ideia de que o estudante constrói o seu próprio conhecimento e o seu desenvolvimento cognitivo é empreendido como um processo ativo de construção das estruturas mentais, no qual o conhecimento não pode ser simplesmente transmitido de uma pessoa a outra ou vice-versa. Até porque, mesmo quando parece que estamos “transmitindo com sucesso informações, dizendo-as, se pudéssemos ver os processos cerebrais em funcionamento, observaríamos que nosso interlocutor está *reconstruindo* uma versão pessoal das informações que pensamos estar *transferindo*” (PAPERT, 2008, p. 137, grifos do autor).

De acordo com Lévy (1999, p. 79), nenhum conhecimento "pode ser depositado de maneira incólume na cabeça do estudante de forma a caracterizar uma transmissão direta". O conhecimento construído se conjuga através das vivências histórico-culturais do aluno e leva em conta as suas leituras, vivências e interpretações individuais de mundo “que podem ser corretas, ricas, perenes ou não dependendo especialmente do trabalho do professor ou do ambiente escolar” (MALTEMPI, 2012, p. 3). O conhecimento (re)construído cultural e historicamente pode ser aqui entendido como um resultado complexo cumulativo, que compreende os diferentes tempos de atualização, organização intelectual e difusão de necessidades sociais que não se constitui necessariamente pela soma das partes (FREIRE, 2005; PAPERT, 2008). A construção de conhecimento pelo indivíduo é compreendida como um “substrato de conhecimentos, de saberes, [pensares], fazeres e do comportamento resultante, compartilhado por um grupo, comunidade ou povo” (D'AMBROSIO, 2001, p.32).

Ao considerar o meio social e as vivências socioculturais dos sujeitos, o Construcionismo é constituído pelo trabalho desenvolvido por Seymour Papert durante alguns anos de estudo com Jean Piaget, em Genebra, em especial pelas pesquisas desenvolvidas. Apesar de ter recebido fortes influências de Piaget, no centro de Epistemologia Genética, Seymour Papert se inspira também nos trabalhos de Lev Vygotsky (BLIKSTEIN; VALENTE, 2020). A compreensão de conceitos, na abordagem construcionista, é entendida como

resultado das interações entre o aluno e os objetos do cotidiano [e contexto social] – “um processo de aprendizagem sem ser [necessariamente] ensinado” (BLIKSTEIN; VALENTE, 2020, p. 253, tradução nossa). Isto é, tal abordagem considera os comportamentos sócio-interacionais voltados à construção de conceitos pelos alunos, e não só a dicotomia objeto-aluno. Os conhecimentos científicos são desenvolvidos a partir de experiências entre objetos (digitais ou não) e sujeitos, que podem receber influências diretas das interações coletivas.

Ao valer-se das propostas sociointeracionistas e das concepções do aprendizado piagetiano, Seymour Papert aprofunda as ideias construcionistas à formação – indo além da produção de um artefato-objeto a ser compartilhado *no-mundo*. Reforça que o aluno constrói o seu próprio conhecimento ao realizar ações potencialmente ativas para o desenvolvimento das estruturas cognitivas através da construção de ideias e artefatos. Quando os alunos estabelecem objetivos e constroem engajadamente ferramentas do seu próprio interesse de modo a atribuir significado às coisas, “mais liberdade de expressão experimentam, [e] mais fiel a sua própria constituição da expressão se torna” (BLIKSTEIN, 2008, p. 847, tradução nossa). À vista disso, o Construcionismo se diferencia da concepção do Construtivismo de Piaget no que se refere a como o estudante aprende ao estar inserido em um ambiente de aprendizagem (informatizado ou não) e, ao mesmo tempo, mostra alternativas filosófico-práticas à Formação em Matemática que se reduzem ao treino sem sentido e memorização de regras que não se justificam, pois busca privilegiar janelas abertas à curiosidade e à invenção. Distinguimos o Construcionismo do Construtivismo, uma vez que este último está ligado ao desenvolvimento cognitivo, enquanto aquele se preocupa com questões à formação do aluno.

O Construcionismo rompe a concepção de desenvolvimento cognitivo (estágios) e considera o desenvolvimento da formação, herdando elementos das abordagens psicológicas preconizadas tanto por Piaget quanto por Vygotsky. Portanto, as ideias construcionistas defendem a construção de conceitos científicos e se constituem pelo desenvolvimento pessoal do estudante ao interagir com o objeto (e.g., jogos digitais) e com fatores sociais que o circunscrevem cultural e historicamente. A formação deve ser um processo ativo, em que os estudantes colocam a mão na massa na produção de artefatos em vez de ficarem sentados passivamente ouvindo instruções. Contrário à mera instrução, o professor, sendo um mediador, auxilia o estudante a sistematizar ideias sobre o conhecimento científico e sobre os desafios propostos, contribuindo para o “processo de elaboração de relações conceituais [e construção de novos saberes]” (BLIKSTEIN; VALENTE, 2020, p. 256, tradução nossa).

Apesar da concepção de construir ativamente um artefato, o Construcionismo intensifica que “o conceito de construção ativa se torna mais rico, multifacetado e mais

profundo em suas implicações” (PAPERT, 1991, p. 1, tradução nossa). Desta forma, “seria particularmente oximorônico transmitir a ideia de Construcionismo por meio de uma definição já que, afinal, essa teoria não se resume a exigência de que tudo deve ser entendido quando se constrói alguma coisa” (PAPERT, 1991, p. 2, tradução nossa). Assim, não se pode atingir a formação pela autonomia reduzindo-a ao mero excesso de ensino ou redobrando as instruções verticalizadas – ruminando informações a serem memorizadas de forma exacerbada –, enquanto todo o restante se mostra inalterado. O estudante deve assumir uma posição não menos privilegiada no processo educacional e, por implicação, “ter uma participação mais questionadora e comprometida com o exercício da pesquisa e da construção de conhecimento [matemático ao longo do processo de formação]” (COX, 2003, p. 113-114).

2.2 FORMAÇÃO EM MATEMÁTICA À LUZ DO CONSTRUCIONISMO

O que torna a Matemática da Escola tão repugnante para os Brians, e chata para o Henrys, não é que ela seja difícil, mas por que é um ritual sem sentido, ditado por um currículo estabelecido que diz: "Hoje, por ser a décima quinta segunda-feira da quinta série, você tem que fazer essa soma, independentemente de quem você é ou do que você realmente deseja fazer; faça o que lhe mandam e faça da maneira como mandam!" (PAPERT, 1993, p. 54).

Não só para Brians e Henrys o processo de Formação em Matemática tem se tornado inócuo e desinteressante, pois se dissocia da realidade e se desvincula dos anseios intelectuais dos estudantes (PAPERT, 1993). No passado, eles poderiam se apropriar da ideia de estarem na escola em razão de acreditarem ser o passaporte de sucesso à vida, mesmo não gostando das coisas que a escola burocraticamente oferece (D’AMBROSIO, 2009). Atualmente, porém, na proporção em que os estudantes “rejeitam uma escola [seus mecanismos fragmentados e admoestados], que não está em sintonia com a vida contemporânea, eles tornam-se agentes ativos de pressão à mudança” (PAPERT, 2008, p. 21). Assim como qualquer organização, o processo de Formação em Matemática precisa estar à altura de seu tempo, incentivando a emancipação intelectual do estudante, quebrando rituais repetitivos e tarefas fragmentadas.

Cabe ressaltar que esse pensamento construcionista que coloca em suspensão a fragmentação do tempo e valoriza a emancipação intelectual do estudante não é de agora. Ao trabalhar com a linguagem de programação *Logo*, por exemplo, o grupo de pesquisadores liderados por Papert (1985), no final da década de 1960, buscou compreender a aprendizagem baseada na invenção tecnológica de artefatos, tendo como parâmetro a inversão da repetição

pela possibilidade em desenvolver o raciocínio. Na contramão de se limitar aos excessos de formalismos, a linguagem *logo* foi concebida como uma perspectiva filosófica e que não se limitou a incentivar uma geração de pessoas a criar programas, mas oportunizou cenários para pensar e discutir com tempo a construção de conhecimentos de forma ativa e processual.

A partir da filosofia da linguagem *Logo*, como um dos pressupostos das concepções embrionárias do Construcionismo (PAPERT, 1980; 1985; 1987; 1991; 2008; HAREL, 1990; 1991; HAREL, PAPERT; 1991; KAFAI, 1996; 2006; 1997; TURKLE; PAPERT, 1991; RESNICK, 1996; RESNICK, M. OCKO, 1991; ACKERMANN; 1991; FALBEL, 1991), resgatamos ideias essenciais para se pensar na construção dos dispositivos robóticos e jogos digitais à Formação em Matemática, haja vista que buscamos “[...] ajudar aos alunos como contextos fecundos para refletir e [construir intelectualmente] com tecnologias digitais” (PAPERT, 2008, p. 158). Ao desenvolver ideias para o tratamento de Parkinson, tendo como parâmetro a Computação e a Matemática, entendemos que o estudante assume uma postura ativa frente à sua formação em Matemática de modo a progredir em seu próprio ritmo.

O uso de linguagem de programação para a construção de dispositivos robóticos e jogos digitais, nas aulas de Matemática, por conseguinte, não seria mais o instrumento que pensa pelo aluno, nem um instrumento que fornece respostas prontas para ele, mas uma ferramenta com a qual o aluno expressa seus pensamentos e tem a possibilidade de construir o seu conhecimento ao criar novas coisas. Ao ensinar a máquina “pensar”, por exemplo, “o estudante embarca numa exploração sobre a maneira como ele próprio pensa. Pensar sobre modos de pensar faz que o estudante se torne um epistemólogo” (PAPERT, 1985, p. 35). Tendo como base o uso da programação, concebemos que os estudantes não precisam de um programa de exercícios e prática dizendo-lhes para fazer uma multiplicação, um gráfico ou até mesmo escrever um algoritmo lexicalmente irretocável. A ideia não é treinar os estudantes ou dar-lhes ordens para executar tarefas rotineiras; não é simplesmente ditar “[...] o que e como o aluno deve fazer artefatos de modo correto [aqui, robótica ou jogos com programação], mas provocar, incentivar e [apoiar] a imaginação [criação e a reflexão]” (PAPERT, 2008, p. 48).

O Construcionismo nos permite compreender que os alunos progridem também quando descobrem (exploram e constata) por si mesmos. No que diz respeito ao método por descoberta e à metáfora do “aprender a pescar”, as ideias construcionistas ressaltam os cuidados sobre pedir aos alunos que se “responsabilizem pela [sua] própria formação e que se [obriguem] em descobrir algo que pode não ter papel algum no entendimento das coisas pelas quais eles se preocupam, estão interessados ou curiosos” (PAPERT, 2008, p. 29). Isso não pressupõe, no entanto, sustentar o pensamento alegórico de que a Matemática se tornará mais

trivial e perderá seu rigor: muito pelo contrário: a Matemática poderá se tornar mais desafiadora assim como, alegoricamente, “[...] a experiência de esqui se torna mais instigante à medida que os [esquiadores] ocupam-se com problemas mais sérios, [haja vista que] o estágio mais *fácil* não é o que eles realmente desejam, [mas, sim, as altas montanhas que os motivam a superar cada vez mais seus limites]” (PAPERT, 2008, p. 58, grifo do autor).

Assim como os desafios podem estimular os esquiadores a descerem ladeiras não retilíneas e íngremes, os estudantes podem ser instigados a resolver problemas e enfrentar situações não necessariamente confortáveis e sempre previsíveis, mas que lhes atraiam, tendo a chance de desenvolver suas habilidades diante do desafio proposto para além da sala de aula. Com efeito, o saber e o fazer Matemática podem ser estimulados no processo de Formação em Matemática quando os estudantes se sentem capazes de criar coisas do seu próprio interesse. Nisto, o Construcionismo considera improvável que os alunos se envolvam em atividades nas quais as metas e os resultados são sempre definidos por outra pessoa. É preciso ir além das práticas típicas, pois “visa dar aos alunos mais controle sobre a localização e definição dos problemas nos quais trabalham” (RESNICK, 1991, p.51, tradução nossa).

Nesse entendimento, “[...] as ações educativas [formativas em Matemática] oscilam, portanto, num espectro amplo de possibilidades, de mais diretivas, com ênfase no que é fornecido pela instrução, para mais exploratórias [e desafiadoras], com o aluno assumindo mais autonomia como protagonista no processo de formação” (GUIMARÃES; DIAS, 2003, p. 37). É justamente isso que o Construcionismo adverte: precisamos desenvolver a *matética*, pois além do conhecimento científico, é também relevante que os estudantes “(...) possuam bons instrumentos de pesca – por isso precisamos de recursos – e saber onde existem águas férteis – motivo pelo qual precisamos desenvolver uma ampla gama de atividade [em Matemática] rica ou *micromundos*” (PAPERT, 2008, p. 135, grifos do autor). Ao propor contextos para que os estudantes se envolvam em atividades instigantes com a proposta emancipatória formativa, o Construcionismo corrobora “[...] o conhecimento específico de que [os estudantes] precisam; a educação organizada ou informal poderá ajudar mais se certificar-se de que eles estarão sendo apoiados: moral, psicológico e intelectualmente em seus esforços [de modo a progredir profissional e academicamente]” (PAPERT, 2008, p. 135).

2.3 CONSTRUÇÃO DE CONHECIMENTO (MATEMÁTICO)

O Construcionismo se opõe ao entendimento de que “para uma melhor construção de conhecimento [em especial, matemático] deve haver um aperfeiçoamento da instrução, sem, no entanto, colocar em dúvida o valor da instrução como tal. Isso seria tolo” (PAPERT, 1994, p. 124). Embora reconheça a instrução como técnica para desenvolver determinada habilidade, torna-se fecundo criar condições para que os alunos possam compreender o que estão fazendo. O que está sendo questionado é a aceitação de que o aprofundamento de um conhecimento específico ou sua consolidação como formação esteja necessariamente associado a ele próprio, ou nas palavras do autor: “[...] a única forma de melhorar o conhecimento de um estudante sobre o tópico X é ensinar sobre X” (PAPERT, 1994, p. 126).

A concepção não é abolir a abordagem instrucionista em si, colocando em descrédito, a todo custo, os procedimentos ordenadamente previsíveis e repetitivos, mas, é a de não se limitar a eles. Para o Construcionismo, os estudantes precisam desenvolver habilidades cada vez mais elaboradas, sem ficar presos em rituais massivos de mesmo nível. A ideia é a de “[...] incentivar os estudantes a se tornarem pensadores criativos, que possam expressar e comunicar suas ideias, desenvolver lógica e construir conhecimentos [computacionais e matemáticos], e não apenas consumi-los” (RESNICK, 2017, p. 60, tradução nossa). Nesse viés, autores construcionistas vêm discutindo – ao longo dos anos – a construção de conhecimento a partir da produção de artefatos, digitais ou não. Um deles é Valente (1999; 2005) que apresenta o ciclo de aprendizagem e, anos depois, amplia a sua ideia para a *espiral de aprendizagem*, estruturada pela sequência descrição-execução-reflexão-depuração. Na literatura da Educação Matemática, Rosa (2008) aponta que a construção de conhecimento matemático não segue rigorosamente etapas, sejam elas cíclicas ou espirais. Este autor propõe o *turbilhão de aprendizagem* que se estrutura em ações dinâmicas e não sequenciais: descrição/expressão; execução/compartilhada; reflexão/discussão; e depuração/compartilhada.

A *descrição-expressão* implica no processo do registro e argumentação do pensamento mobilizado no coletivo. A *depuração-compartilhada* considera o erro como aliado ao processo de aprendizagem. Cabe ressaltar que, na reflexão e análise do erro, o estudante tem a oportunidade de “coordenar e construir novos conhecimentos, contribuindo para que a aprendizagem cresça, pois a depuração leva a uma nova descrição [e reflexão/análise], diferente da anterior, e assim por diante” (MALTEMPI, 2005, p. 6). Assim, o processo de depuração compartilhada (*debugging*) considera “não só o ponto de chegada, nem somente o

ponto de partida, mas todas as etapas de construção [e compreensão], reconhecendo o erro como ingrediente indispensável do processo de formação” (AZEVEDO, 2017, p. 39).

A *execução-compartilhada* aponta a execução da ideia coletiva, com ou sem linguagem de programação. Há várias outras ferramentas de execução que auxiliam nesse processo, e.g.: lápis, papel e até simuladores, enquanto a *reflexão-discussão* está alicerçada no entendimento de que “[...] o debate de ideias subentende a própria reflexão [do aprendiz]” (ROSA, 2008, p. 128). Tal reflexão pode potencializar o pensamento do aluno, influenciando na construção de seu próprio conhecimento matemático. Em síntese, consideramos as ações do *turbilhão* ao produzir jogos e dispositivos robóticos, durante o processo de construção de conhecimento, porém, não reduzimos a nossa compreensão apenas a elas. Valorizamos também realidade do estudante, espaço, tempo e *insights* que os alunos mobilizam no social.

No que tange aos *insights*, à luz do Construcionismo, refletimos sobre dois tipos de pensamentos, abstrato e concreto, inerente à construção de conhecimento, conferindo um modo harmônico de pensamentos que permite evidenciar o que o estudante deseja expressar e comunicar ao mundo por meio de ambos os pensamentos. Isso aponta para “um senso mais rico daquilo que torna o pensamento concreto tão poderoso, [afinal] o conceito que mais necessita de uma formação mais abstrata seja o da própria concretude” (PAPERT, 2008, p. 133). Ao referir-se ao pensamento concreto sem denotação de reduzi-lo como menos importante, o Construcionismo nega a concepção transitória de estágios nivelados, como se o pensamento avançasse sempre da etapa n (concreto) para a etapa $n + 1$ (abstrato). O pensamento concreto não é visto como conotação sucessiva [unilateral] de trampolim para o abstrato ou vice-versa. Se assim fosse “(...) deixaria o abstrato [reflexão/análise/depuração] plantado imóvel como a forma derradeira de [conhecer/manipular]” (PAPERT, 2008, p. 140).

Na visão Construcionista, a supervalorização do abstrato “bloqueia o progresso de construção de significados, sob formas que se reforçam – simbioticamente – na prática e na teoria. A ênfase no conhecimento formal-abstrato é um impedimento direto à aprendizagem [do aluno]” (PAPERT, 2008, p. 142). Quando os alunos têm a oportunidade de criar coletivamente a construção de artefatos muitas ideias/abstrações lógicas e noções concreto-visuais podem ser, ao mesmo tempo, mobilizadas pelos meios nos quais os alunos se inserem. Assim, torna-se injustificável, mediante as lentes Construcionistas, reduzir construção de conhecimento matemático pela régua dos formalismos teóricos, como demonstrações de teoremas ou proposições sem conexões lógicas. Estabelecer relação entre os objetos concretos “física e mentalmente, em ambientes naturais ou se valendo de tecnologias de representação [com a Matemática], é um caminho possível e promissor, não é melhor nem pior do que

formalizar, aprender no nível mais abstrato” (PAPERT, 2008, p. 11). É apenas uma maneira de valorizar as múltiplas formas de pensar e expressar concreto e intelectualmente. Assim, ao construir artefatos, ambos os pensamentos podem ser mobilizados na construção de sentidos.

Isso se deve porque o pensamento concreto do aluno, ao construir um artefato público e ter a chance explicar sobre a sua construção e sobre o seu funcionamento, é um pilar da ação da mente, em que as abstrações operam para intensificar o concreto. Tal entendimento construcionista contraria a visão tradicional de que o progresso intelectual do aluno consiste unilateralmente em passar do concreto para o abstrato. Este concreto não precisa ser necessariamente tangível e transacional, e essa é uma característica singular proporcionada pelo computador. O concreto pensado é o conhecimento do objeto em múltiplas relações e dimensões, que por isso deixa de ser abstrato (MALTEMPI, 2022). Para o constructo teórico Construcionista, portanto, a lição que se tira não é que os estudantes se desenvolvam deixando para trás o mundo primitivo das operações concretas e saltando para o mundo iluminado das operações formais adultas (PAPERT, 1991). Em vez disso, os alunos “precisam ter a liberdade de concretizar seu mundo, envolvendo-se em pensamentos múltiplos [de significados e sentidos] e complexos com ele” (WILENSKY, 1991, p. 199, tradução nossa).

O pensamento abstrato (síntese/análise, conjecturas e abstração/generalização) e o pensamento concreto (visual, palpável/testado, exploratório) são processos da mente e podem ser externalizados e discutidos entre os alunos, no ambiente de formação, quando propõem invenções coletivas para determinada finalidade. Tal externalização parte do princípio de que a construção de conhecimento ocorre quando o aprendiz constrói algo com significado e, em especial, tem a oportunidade de refletir, depurar e comunicar suas invenções *com-mundo* em contextos férteis de aprendizagem. Tencionados por esse conjunto de ideias à construção de conhecimentos, avançamos à próxima seção a fim de conhecer as dimensões construcionistas e fundamentar nossas concepções teórico-filosóficas acerca do espaço/ambiente de formação.

2.4 DIMENSÕES CONSTRUCIONISTAS E VISÕES FILOSÓFICAS

A abordagem Construcionista preconiza a motivação pessoal dos sujeitos em encontrar problemas e buscar estratégias para resolvê-los, no ambiente de formação colaborativo. Porém, não é qualquer espaço colaborativo educacional que se legitima como um ambiente construcionista de formação. A concepção desse ambiente (físico e simbólico) se estrutura ao longo dos últimos 30 anos e centra em “cinco dimensões, que devem ser buscadas quando a criação de ambientes for baseada no Construcionismo” (PAPERT, 1986, p. 14). Denomina-se

pragmática uma das dimensões, a qual se refere à sensação que o aprendiz tem de aprender algo que pode ser utilizado de imediato, e não só em um futuro distante. O despertar para o desenvolvimento de algo próximo coloca o aprendiz em contato com novos conceitos. Ela significa “romper com as limitações de sala de aula, muitas vezes autoimpostas pelo sistema [burocrático escolar]” (ALMEIDA; FONSECA, 2000, p. 22), em que tudo que se aprende é para um amanhã imprevisível e inatingível. Em resumo, a dimensão *pragmática* preconiza a valorização das questões do amanhã no processo de formação, sem deixar as hoje de lado.

Assim como a própria palavra sugere, a formação deve estar *em sintonia* (dimensão *sintônica*) com os anseios não só do currículo e do sistema, mas interconectada com os interesses dos próprios estudantes. Os significados que os alunos atribuem às coisas devem ser levados em conta, visto que quando eles têm a liberdade de expor suas ideias no ambiente de formação, “sentem mais valorizados e abordam seu trabalho com um sentimento de atenção e interesse que falta à maioria das atividades escolares” (RESNICK; OCKO, 1991, p. 144, tradução nossa). Assim, é essencial que se valorize a “participação do aluno na escolha do problema que pretende desenvolver, fortalecendo assim a relação entre aprendiz-projeto [e contribuindo] para a conceitualização por parte do aluno” (DALLA VECHIA, 2012, p. 64).

A dimensão *sintática* visa romper com o conjunto demasiado de pré-requisitos nas tarefas mobilizadas no contexto escolar, de modo a não minar a criatividade, a pesquisa e a curiosidade do estudante. Os recursos precisam ser acessíveis e favorecer a compreensão de um determinado objeto de estudo, ajudando os alunos a desenvolver tarefas complexas e que exigem dedicação. Outrossim, devem possibilitar o “aprendiz acessar facilmente os elementos básicos que compõem o ambiente de modo a progredir na manipulação de elementos de acordo com a sua necessidade e desenvolvimento cognitivo” (MALTEMPI, 2012, p. 291).

Outra dimensão a ser considerada é a *semântica*. Tal dimensão corrobora a importância de o estudante manipular elementos no contexto de formação que carregam sentidos, em vez de formalismos sem significados. A respeito disso, ressaltamos a seguinte reflexão: “os alunos são capazes de memorizar fatos, a fim de reproduzir respostas que são todas iguais, mas quando são pedidos para aplicarem os mesmos conceitos para um problema do mundo real eles são incapazes de fazê-lo, afirmando que eles nunca aprenderam isso” (BARBOSA; LOPES, 2020, p. 271). Diante desse contexto, fazer com que os estudantes atribuam sentido à Matemática é um dos cerne dessa dimensão. Para tanto, defendemos com essa dimensão um contexto minimamente adequado de modo que os estudantes tenham tempo suficientemente hábil para atribuir sentido ao que desenvolvem. Nesta pesquisa, em vez de tentar minimizar ou fragmentar burocraticamente o tempo deles, torna-se relevante maximizar

o tempo criativo de invenção e engajamento no trabalho (com ou sem tecnologia). O foco não deve estar centrado em quais tecnologias os estudantes estão usando, mas no que eles estão fazendo com elas de modo a criar ideias, contextos e sentidos, indo além do utilitarismo.

Por fim, evidenciamos a dimensão *social*, a qual integra as atividades didático-pedagógicas e tecnológicas à realidade da própria experiência e vivência do aprendiz. Essa dimensão considera atributos culturais, imagéticos e históricos dos sujeitos. Ao prestigiar o lugar de fala e os desafios que se circunscrevem no ambiente de aprendizagem, os estudantes são reconhecidos como sujeitos histórico-culturais e a sua leitura de mundo é vista como ponto fulcral à Formação em Matemática. Na especificidade desta dimensão, dialogamos com alguns pontos da Matemática Crítica (FRANKENSTEIN, 1983) e Insubordinação Criativa na Educação Matemática (D'AMBROSIO; LOPES, 2015), quando problematizam possibilidades para que os alunos adquiram uma postura crítica e criativa em sua formação emancipatória.

O contexto da formação crítica (de ler e interpretar para além do número) e da insubordinação criativa (não sujeitar apenas as ordens maçantes do sistema burocrático de forma verticalizada), intrínseco à dimensão social, permite-nos refletir criticamente em um ambiente formativo (simbólico e físico) que favoreça situações para que os alunos aprendam e intervenham no mundo a partir do conhecimento em sociedade, usufruindo dos saberes matemáticos não como estáticos, cabais e neutros. Permite-nos ainda entender que ao produzir tecnologias para o Parkinson, o significado deve produzir ações e efeitos humanizadores, indo além do algoritmo ou da equação Matemática que se trabalha em sala de aula. Nesse sentido, ao tomarmos consciência sobre a importância de pensar em abordagens que promovam o trabalho de forma consciente em sociedade, o ambiente construcionista pode se constituir como um recurso diante da burocracia contraproducente à Formação em Matemática.

Com efeito, a dimensão social corrobora o incentivo de Formação em Matemática de modo que os estudantes se tornem sujeitos responsáveis e solidários, prestigiando o contexto pelo qual eles se identificam e se inspiram por meio de ações de respeito e olhar atento ao outro. Favorece contextos para que os alunos atinjam seu potencial, a sua autonomia e criatividade, permitindo-lhes “exercer uma cidadania que contribua para a paz humana e para o estabelecimento de uma ética da diversidade que vise ao respeito, à solidariedade e à cooperação com o outro [para além da sala de aula]” (D'AMBROSIO; LOPES, 2015, p.10).

Dessa forma, romper com as burocracias institucionalizadas, na visão Construcionista, pressupõe de algum modo o incentivo e o apoio da criatividade e criticidade na formação de Matemática como habilidade a ser desenvolvida pelo aluno, refletindo na reformulação das matrizes curriculares e do sistema, e não o contrário. Outra questão se trata de “o problema

não estar [necessariamente] nas próprias disciplinas, mas em como elas são apresentadas e ensinadas [em ambientes de formação]” (RESNICK, 2017, p. 143, tradução nossa). Com o olhar crítico ao currículo, a dimensão social está em consonância com um trabalho “mais adaptável, e flexível, no qual os professores usam sua autoridade para estabelecer acordos que não sejam autoritários e abandonam o papel de disciplinadores, criando, assim, um espaço produtivo, [dialógico, criativo] e democrático” (BLIKSTEIN, 2008, p. 854, tradução nossa).

Em suma, as cinco dimensões se integram ao propósito de fomentar um espaço gerador de sentido e de invenção intelectual que esteja coerente com a formação emancipatória. Baseadas na concepção de que o aluno não é uma tábua rasa, as dimensões visam favorecer a experiência integral do sujeito histórico, privilegiando a sua forma de atuar e intervir diretamente no mundo. Justificadas as dimensões construcionistas, as quais se constituem como pano de fundo para se organizar o ambiente de formação à pesquisa, avançamos à próxima seção para tecer compreensões acerca do Pensamento Computacional.

2.5 PENSAMENTO COMPUTACIONAL

Na particularidade desta pesquisa, focamos nossos olhares às invenções de jogos digitais e dispositivos robóticos ao tratamento de sintomas de Parkinson à luz do Pensamento Computacional (PC) em sintonia com a abordagem Construcionista. O PC se evidencia por Papert, na década de 1980, como possibilidade de forjar ideias intelectuais à construção de conhecimento em distintas áreas, entre as quais se inclui a Matemática. Suas visões embrionárias afirmavam como “integrar o Pensamento Computacional à vida cotidiana [e deveria criar oportunidades] para [ampliar] movimentos sociais de pessoas interessadas em Computação pessoal e em educação de qualidade” (PAPERT, 1980, p. 182, tradução nossa).

Um entendimento comum consiste na questão de pensar computacionalmente pressupõe o uso do computador, confundindo este pensamento com a manipulação de máquinas ou desenvolvimento de um programa de computador. O PC pode ser visto como um modo de forjar ideias como pensador intelectualmente inventivo (PAPERT, 1996). A autora Wing (2010, p. 1, tradução nossa) corrobora esse entendimento e situa o PC “na formulação de problemas e suas soluções para que elas sejam representadas de forma que possam ser efetivamente realizadas e aplicadas em situações reais”, desmistificando a ideia de que PC se limita à capacidade de manusear linguagem de programação e executar tarefas algorítmicas.

Embora haja várias definições do PC que atribuem significados próprios, há um consenso de que ele poderia vir a ser reconhecido como capacidade de gerar ideias e

transformá-las em um processo sistemático no qual se constrói soluções para problemas encaminhados, não necessariamente derivados da ciência da Computação, mas aplicáveis em qualquer domínio do conhecimento à sociedade (BARBA, 2016; WING, 2010; PAPERT, 1996; AZEVEDO; MALTEMPI, 2020, 2021, 2022). Em especial, o desenvolvimento do PC foi organizado em quatro principais elementos de modo a resolver problemas, a saber: *Decomposição*, *Reconhecimento de Padrões*, *Abstração* e *Algoritmo* (WING, 2011). A decomposição visa dividir um problema em partes menores a fim de encontrar soluções ao todo. O reconhecimento de padrões contribui na identificação de processos que se repetem lógico e ordenadamente. Tal reconhecimento de padrões pode ser encontrado no campo da Matemática através das leis de formação ou regularidades, como funções, sequências e séries aritméticas e geométricas, etc., bem como na área da Computação, por meio da construção de condicionais, funções recursivas e comandos de repetição (loops) de um determinado sistema.

A abstração é um processo de pensamento (concreto e abstrato) que identifica e extrai informações entendidas como essenciais do artefato ou ações de execução (e.g., sequências de algoritmos, sistema paralelo), favorecendo o pensar sobre tal artefato e ações. Situamos a abstração a partir da visão decorrente de Papert (2008), em harmonia com o Construcionismo, acerca do *pensar sobre o pensar*, possibilitado pelo confronto das ideias iniciais do aluno com o resultado obtido na execução de um programa (de jogo ou robô), que o leva a traçar novas estratégias para a solução buscada, favorecendo o aprofundamento da compreensão lógico-analítica de um determinado conhecimento. O “pensar com as máquinas [e o pensar sobre o pensar] contribui para que [o estudante, aqui, do Ensino Médio] se torne um epistemólogo; e que possa ter uma forma alternativa de pensar” (ALMEIDA, VALENTE, 2019, p. 2010).

O algoritmo pode ser compreendido como um conjunto de regras lógico-procedurais e analíticas que, definidamente construído, permite a solução de um problema em um número finito de etapas. Os quatro elementos podem ser identificados e mobilizados para resolver problemas ordinários ou complexos. Tomamos como exemplo trivial, aqui, a lavagem de roupa: [decomposição]: separar as roupas em conjuntos menores: coloridas e brancas; [reconhecimento de padrão] tipo ou modelo de roupa com características similares: malha, plumagem ou cor; [abstração] pensar, depurar e propor estratégias de lavagem; e [algoritmo] sequência finita: pegar roupa, separá-la e, depois, colocá-la na máquina de lavar, secá-la, etc.

Nesta pesquisa, entendemos que esses elementos não podem ser reduzidos ao ato simplista de resolver ou desenvolver novas coisas, mas possibilitar caminhos férteis de depuração e reflexão dos conhecimentos matemáticos mobilizados no contexto de Formação, os quais podem ser utilizados para criação de programas computacionais de modo que efetive

a compreensão do todo-parte e parte-todo de um processo de invenção continuamente crítico e criativo. A respeito disso, as ideias do PC se estruturam na concepção de que os alunos possam: coordenar e construir novos conhecimentos (PAPERT, 1996); desenvolver a lógica de programação – análise, abstração e depuração (WING, 2007; 2011; BARBA, 2016; DENNING, 2017); e propor ideias e soluções a problemas encaminhados em sociedade (AZEVEDO; MALTEMPI, 2018; 2019, 2020, 2021, 2022). Na particularidade da Formação em Matemática, no que tange às invenções científico-tecnológicas ao tratamento de sintomas de Parkinson, o trabalho com o PC não é o de se limitar ao código em si e seus derivados procedimentais (e.g., sintaxe, algoritmo). Pelo contrário, é o modo de aprimorar o encadeamento da lógica e desenvolver a concatenação de ideias para resolver problemas em prol das pessoas. Portanto, nossa visão do PC é justamente essa, de modo que todos possam se beneficiar dele, desde um cientista da Computação até um estudante de Ensino Médio.

2.6 PENSAMENTO COMPUTACIONAL E CURRÍCULO DE MATEMÁTICA

As ideias do Pensamento Computacional foram incorporadas ao currículo nos Estados Unidos e Reino Unido (ALMEIDA; VALENTE, 2015; VALENTE, 2016; BUCKINGHAM, 2007; UK DEPARTMENT FOR EDUCATION, 2014; USA NATIONAL RESEARCH COUNCIL, 2011). Desse modo, diferentes partes do mundo e múltiplos níveis acadêmicos estão revisitando seu currículo não só no Ensino Básico como também no Superior. O plano dispõe que “mais escolas, faculdades comunitárias e universidades – participem [e intensifiquem seu trabalho] sobre o tema do Pensamento Computacional” (WING, 2006, p. 2, tradução nossa). No Brasil, embora preconizado pela BNCC (BRASIL, 2018), o trabalho com o PC acontece isoladamente em escolas particulares e desenvolve-se mais timidamente em escolas públicas. Com ressalvas, a BNCC aponta, com fragilidades práticas, a concepção de que o aluno deva ser encorajado a forjar ideias e desenvolvê-las. No entanto, ressaltamos que é preciso ter cuidado com as inserções ao currículo de modo a não sobrecarregá-lo ainda mais.

O trabalho com o PC, na especificidade da Formação em Matemática, é entendido como oportunidade para que o aluno crie novas coisas com o conteúdo curricular em vez de navegar, copiar e colar dados com o computador. Outra questão a ser levada em conta se refere à formação no que diz respeito aos “[...] campos da Matemática (Números, Geometria e Probabilidade e estatística) podem contribuir para o desenvolvimento do Pensamento Computacional dos alunos” (BRASIL, 2018, p. 271), haja vista que eles têm a chance de não

só pensar na construção de um algoritmo (computacional ou não), mas têm, também, a oportunidade de compreendê-lo e transpô-lo a diferentes contextos e possibilidades, relacionando-o aos conhecimentos acadêmicos e técnicos com problemas reais. Com efeito, posicionamo-nos mediante as ideias preconizadas pela BNCC de que é oportuno que o aluno tenha a chance de trabalhar com o PC integrado os conteúdos matemáticos de modo a “propor e/ou [desenvolver] soluções (processos e produtos) envolvendo tecnologias, para identificar, analisar, modelar e solucionar problemas complexos em diversas áreas da vida cotidiana, explorando o raciocínio, o espírito de investigação e a criatividade” (BRASIL, 2018, p. 475).

Na literatura da Educação Matemática, entendemos ser necessário engajar os alunos a serem pensadores criativos e a desenvolver suas ideias e inovações com o currículo-vivo. Em vez disto, no entanto, “estamos focados em valorizar apenas um currículo nacional, no qual está presente há quase 200 anos” (D’AMBROSIO, 2014, p. 5, tradução nossa), exacerbando compulsoriamente o treinamento de conceitos e exercícios de modo que os estudantes reproduzam coisas que não mais se justificam no século 21. Defendemos um trabalho com o PC que não se limite ao currículo pautado na descontextualização, até porque visamos problematizar a Formação em Matemática à altura deste tempo, não de dois séculos passados.

Outro ponto de atenção, aqui, é que ter um bom desempenho escolar em termos de notas não garante necessariamente que os estudantes estarão preparados para os desafios que os esperam depois da formatura em suas vidas, tanto profissional quanto pessoal. Uma das questões é que os estudantes aprendem a resolver tipos específicos de exercícios, mas “são incapazes de se adaptar e improvisar em resposta a situações inesperadas que inevitavelmente surgem no mundo em rápida mudança de hoje” (RESNICK, 2017, p. 18, tradução nossa). Nesse sentido, concebemos que essas práticas intelectuais podem ser mais favoráveis à formação do que a cópia nas aulas de Matemática e “[...] experimentos ritualísticos da escola, pois pelo menos os aprendizes estarão engajados em uma atividade significativa e socialmente importante, sobre a qual eles concretamente se sentem responsáveis” (PAPERT, 2008, p. 38).

Para o desenvolvimento dessas atividades quanto às invenções científico-tecnológicas, evidenciamos as características do pensar computacionalmente, as quais se confluem ao saber e fazer matematicamente. Dentre elas, reverberam-se: formular problemas; representar hipóteses, modelar simulações; automatizar soluções através do pensamento lógico e algorítmico (abstrato e concreto); capacidade de identificar e avaliar possíveis e múltiplas formas de soluções; relacionar modelos complexos, e lidar com problemas abertos e imprevisíveis (PAPERT, 1987; STACEY, 2006; BARBA, 2016). Tais características inter-relacionam e apontam para a resolução de problemas reais e para o incentivo à tomada de

decisões. Nesse tocante, situamos o uso do PC na concepção de que os estudantes possam coordenar e construir saberes, desenvolver a lógica de programação na Matemática e Computação simultaneamente e propor soluções a problemas de forma pessoal e intelectual. Diante desse conjunto de ideias preconizadas pelo PC, na especificidade da invenção de artefatos tecnológicos ao tratamento de sintomas de Parkinson, avançamos à próxima seção a fim de articular os dois campos de fundamentação teórica à Formação em Matemática na tese.

2.7 LENTES TEÓRICAS QUE SE CONECTAM

A partir da lente teórica do Construcionismo intrínseca aos pressupostos do Pensamento Computacional, subsidiamos a Formação em Matemática de estudantes mediante as invenções científico-tecnológicas como possibilidade de construção de conhecimento científico e desenvolvimento social e acadêmico. Nesse processo de aprender a programar jogos digitais associados aos dispositivos robóticos para o Parkinson, o estudante pode adquirir um senso mais elaborado de Matemática e de Computação, pois ao construir modelos inéditos, tem a sua emancipação e intelectualidade estimuladas. Diante das abordagens teóricas, reorientamos nossas visões intencionais ao *Processo* Formativo em Matemática como algo dinâmico-inventivo, caracterizado pela originalidade e invenções autorais que não obedecem a uma lógica de transmissibilidade incólume de conhecimentos matemáticos.

Partimos do pressuposto de que é possível apoiar rotas diferentes e promover cenários de formação do estudante do Ensino Médio. Ao construir novos caminhos à Formação em Matemática através das ideias teóricas articuladas, posicionamo-nos que não se deve limitar a formação à dicotomia pergunta-resposta de Matemática, mas permitir formas diversas para que o estudante possa explorar problemas abertos ou construir modelos *em-uso*. O conhecimento torna-se “valorizado pelo próprio estudante por ser útil, por ser possível compartilhar com outras pessoas e por combinar com o estilo pessoal de cada indivíduo” (PAPERT, 2008, p. 173). As invenções são caminhos não previsíveis, haja vista que não há protótipos prontos, nem códigos de programação estruturados, tampouco circuitos a serem prontamente consumidos. Ancorados na visão Construcionista, assumimos que os estudantes podem desenvolver um conjunto de competências e conhecimentos *em-uso*, mesmo não tendo respostas prontas para cada desafio que se origina na imprevisibilidade de criação e aplicação.

Em conclusão, a plasticidade do Pensamento Computacional e do Construcionismo pode promover diversidade epistemológica do conhecimento matemático e inovação tecnológica de baixo custo e sustentável, fomentando a formação em Matemática com a qual

os estudantes, na sua própria voz, podem materializar seus projetos com expertise e humanidade. É dessa forma que fundamentamos o trabalho na Formação em Matemática de modo que os alunos criem caminhos autorais de sua própria aprendizagem e que suas escolhas sejam respeitadas por um trabalho que vise dar-lhes oportunidades de criatividade, inovação e autonomia com a Matemática e Computação. Imbuídos de ambas as correntes teóricas, que alicerçam nossos caminhos e ampliam nossos olhares, avançamos à próxima seção para conhecer os cenários, sujeitos e técnicas adotadas no percurso metodológico desta pesquisa.

CAPÍTULO 3

PERSCRUTAÇÕES DE PESQUISA
PERCURSO METODOLÓGICO

3.1 ABORDAGEM QUALITATIVA E ESTRUTURA DE PESQUISA

“A gente quer passar um rio a nado, e passa; mas vai dar na outra banda é num ponto muito mais embaixo, bem diverso do em que primeiro se pensou e o real não está no início nem no fim, ele se mostra pra gente é no meio da travessia [...]”. (ROSA, 2001)

Na mobilidade de sentido adotada por Guimarães Rosa empreende-se, dentro de determinadas semânticas, a abordagem metodológica como caminho real, que não se encerra no início e nem se esgota no fim, mas se constitui no meio da travessia, vislumbrando horizontes imprevisíveis e valorizando lugares desconhecidos. Nesse percurso, a significante “travessia” pode se mostrar na cadeia discursiva de sentidos, pelas perscrutações adotadas nas inquietações do pesquisador que, ao fazer caminhos, gera processos metonímicos, “[...] nunca tive certeza de coisa nenhuma” (ROSA, 2001, p. 391). São nas travessias que se demarcam as incertezas, constroem-se contextos imagéticos e personagens únicos, mantendo-se a coerência aos critérios estabelecidos, sem se reduzir o processo de pesquisa em verdades incontestáveis.

Dentro de parâmetros naturalísticos, o percurso metodológico se mostrou inquietante, combinando espaço e tempo, e se compôs na imprevisibilidade de cenários não lineares e acontecimentos não antevistos, visando atingir nosso objetivo de pesquisa: **Compreender o processo Formativo em Matemática de estudantes de Ensino Médio quando constroem jogos digitais e desenvolvem dispositivos robóticos destinados ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson**. Para isso, adotamos os pressupostos da *pesquisa qualitativa*, pois buscamos “[...] atingir aspectos humanos sem passar pelos crivos da mensuração, sem partir de métodos previamente definidos e, por conseguinte, sem ficar presos a quantificadores e aos cálculos recorrentes” (BICUDO, 2006, p. 107). Negamos a neutralidade do pesquisador durante todo processo investigativo, pois consideramos que há sempre um aspecto subjetivo a ser considerado (TRIVIÑOS, 2009; BOGDAN; BIKLEN, 1994). Nessa perspectiva, torna-se indissociável a convivência com a ideologia em nossa travessia de investigação, não obstante, é possível controlá-la crítico e intencionalmente de modo a fazer ciência (DEMO, 2011).

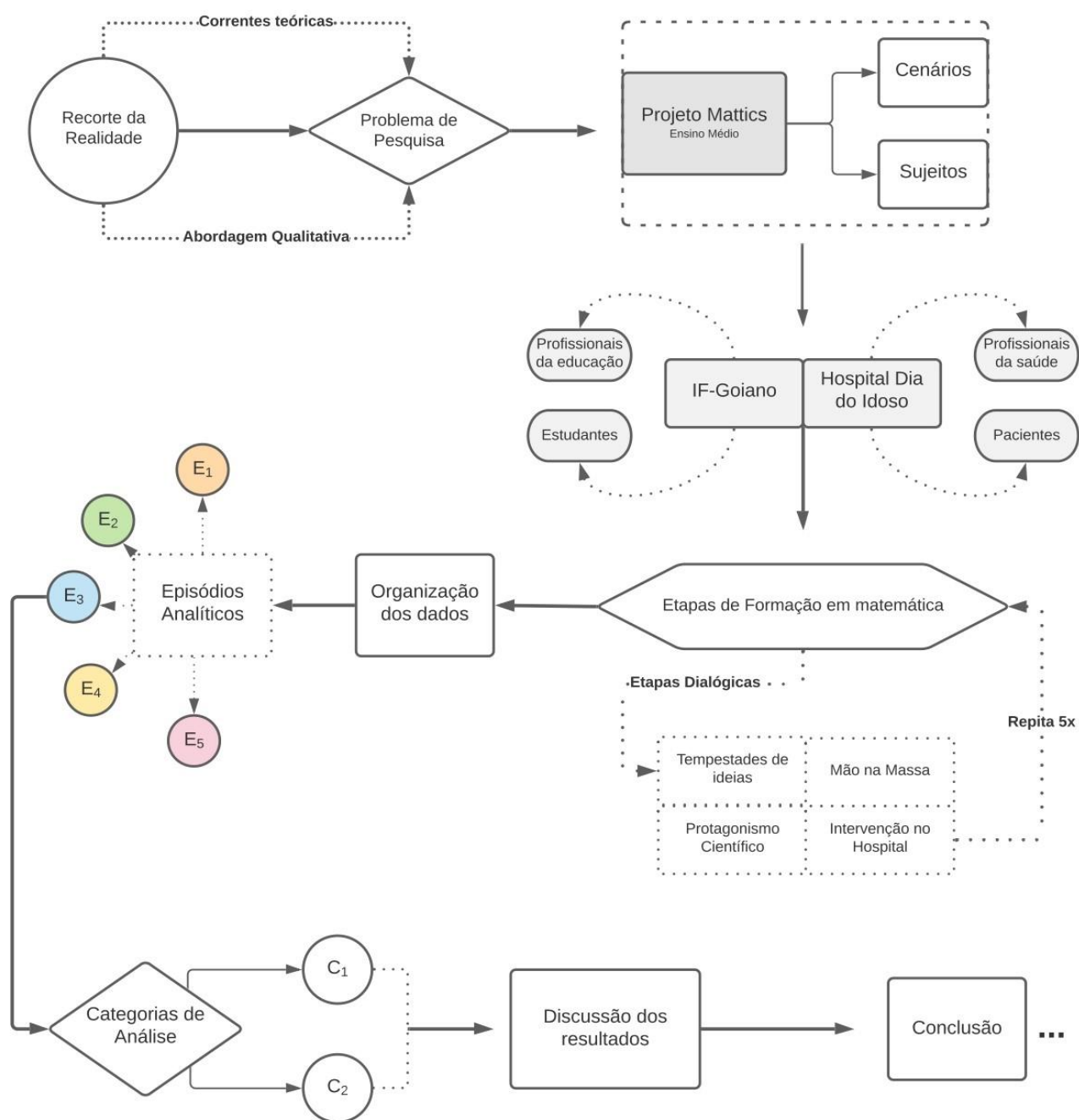
Ao iniciar o processo de pesquisa, cuidamos para "não correr o risco de se perder em um emaranhado universo de dados e não encontrar significados algum para eles" (ARAÚJO, BORBA, 2004, p. 29). Partimos do princípio de que todos os integrantes de pesquisa, o que inclui pesquisador, pesquisados e colaboradores são valorizados ao longo da investigação. O pesquisador se constitui participante ao mesmo tempo em que se faz sujeito da pesquisa, na medida em que exerce a sua ação e intervém diretamente na realidade investigada

(TRIVIÑOS, 2009). Neste sentido, conforme já justificado, no Capítulo 1, focamos na Formação em Matemática de estudantes do Ensino Médio à luz de um processo intrinsecamente *descritivo* e *analítico*. A natureza do interrogado – **Como se mostra o processo Formativo em Matemática de estudantes quando produzem jogos digitais e desenvolvem dispositivos robóticos destinados ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson?** – reorienta intencionalmente nosso olhar teórico-filosófico para o *Processo*, percurso em movimento, e não só para o produto final. A preocupação está com a “(...) compreensão da trajetória [Formativa] e seus significados” (GOLDENBERG, 2004, p.14) em termos da produção de conhecimento matemático integrado à computação a partir da especificidade do desenvolvimento de jogos digitais e dispositivos robóticos ao Parkinson.

Temos a consciência de responder pergunta estabelecida e não todos os elementos que a circunscrevem, haja vista que a pesquisa qualitativa se remonta em um processo impermanente, jamais esgotada, nem puramente restrita a uma situação definitiva sobre a qual não haveria mais nada a se investigar: observar, perscrutar e inferir (DEMO, 2011). Desta forma, por reconhecermos que esta pesquisa, a qual não se desvencilha de sua complexidade realística, contraditória e singular, buscamos “[...] dar sentido e interpretar os fenômenos do estudo em termos de significados [de Formação em Matemática]” (DENZIN e LINCOLN, 2000, p. 3). Para interpretar holisticamente o fenômeno de Formação, consideramos os “[...] comportamentos naturais [dos participantes de pesquisa e colaboradores] em suas [intrínsecas relações] de conversa, escuta, trabalho [invenção] e estudo, pressupondo um grande envolvimento do pesquisador na situação [investigada]” (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 107). Além disso, entendemos que ao interagir com aproximações e distanciamentos estratégicos em relação ao objeto de estudo, é factível obter novas compreensões sobre ele, as quais poderiam passar despercebidas aos olhos do pesquisador (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

A especificidade desta investigação carrega alguns elementos imanes da pesquisa participante, pois existe a figura de participação do pesquisador e dos pesquisados de modo a estabelecer relações com o objeto investigado, consistindo-se na identificação, reflexão-ação e compreensão do objeto de estudo (THIOLLENT, 1988). No entanto, não enquadrámos esta pesquisa como exigência, teórico-metodológica, rígida a essa abordagem, pois buscamos, antes de tudo, manter “coerência, consistência e qualidade da investigação do trabalho a ser desenvolvido, [tendo] uma atitude cuidadosa, organizada [e processual] do objeto de estudo [...]” (FIORENTINI, 2006, p.76). Os métodos que delineiam a estrutura metodológica da tese estão em consonância com objetivo, problema e *design* oriundo da pesquisa, considerando a pertinência da descrição e justificativa dos procedimentos adotados de forma fidedigna.

A respeito disso, nossas visões se centram frente aos acontecimentos de investigação, mantendo coerência entre o entrelaçamento da corrente teórica definida e campo de análise dos dados obtidos. Um desses cuidados foi o de fazer uma revisão sistematizada das concepções teóricas que nortearam nossa trajetória sobre o processo Formativo em Matemática. Em particular, durante o percurso metodológico de pesquisa, partimos do princípio de que a Formação pode ser caracterizada como um processo não enrijecido e contínuo, que visa privilegiar a exploração, a criatividade e cientificidade para o desenvolvimento do próprio estudante, focando no seu protagonismo. Tomamos este cuidado, pois buscamos ser cautelosos quanto à dinamicidade na transitoriedade dos fatos emergidos nesta investigação. Nesse sentido, para que o desenvolvimento desta pesquisa se tornasse exequível, precisamos percorrer caminhos inusitados, criar novos espaços de Formação em Matemática do Ensino Médio e estabelecer diferentes parcerias, pessoal e institucional, visando responder o interrogado desta tese. Nessa perspectiva, a fim de visualizar a estrutura geral da metodologia, seus procedimentos e suas ações, apresentamos o fluxograma a seguir.



Fluxograma 2 – Percurso de pesquisa [organização, fluxo e resultados] (Dados da Pesquisa).

Fonte: elaborado pelo autor.

Conforme o Fluxograma 2, o percurso de pesquisa se constituiu pela seguinte estrutura: Recorte da realidade - Problema de pesquisa - Expansão do Mattics [Ensino Médio] - Etapas de Formação em Matemática - Organização e Análise dos dados - Episódios Analíticos e Categorias de Análise - Discussão dos Resultados e Conclusão. Tal percurso se apresentou dinâmico e autoral em sua totalidade. Ele foi (re)construído e aprimorado ao longo da travessia ao fazer pesquisa. A partir do recorte da realidade, buscamos definir o problema

de tese sobre o qual se constituiu por meio de um processo sucessivo de amadurecimento e revisão teórico-filosófica, permanentemente, ao longo do tempo de investigação. Com efeito, centramos, inicialmente, na construção do Projeto Mattics para o Ensino Médio do Instituto Federal Goiano (IF-Goiano) e na organização das atividades para o Hospital (Dia) do Idoso.

De modo mais específico, no início de 2018, a expansão do Mattics se constituiu em duas etapas complementares. Na primeira, resgatamos a experiência pedagógica realizada no Mattics com os alunos do Ensino Fundamental (AZEVEDO, 2017) e aprofundamos os estudos científicos para o desenvolvimento desta pesquisa com alunos do Ensino Médio. Na segunda etapa, construímos (concretamente) o Lab. Mattics no IF-Goiano junto à pesquisa e estabelecemos parceria com o Hospital Dia do Idoso. As parcerias firmadas entre instituições e os diferentes profissionais foram fatores essenciais à concretização desta investigação. Diante disso, para conhecermos esse contexto de investigação, avançamos à próxima seção.

3.2 CONTEXTO DE PESQUISA: MATTICS E HOSPITAL DIA DO IDOSO

Parte desta pesquisa foi realizada no âmbito do Projeto Mattics com a participação de 40 alunos do Ensino Médio do IF-Goiano, em Ipameri (GO), e com visitas mensais ao Hospital Dia do Idoso, em Anápolis (GO). As atividades desta pesquisa aconteceram no contra turno das aulas dos referidos estudantes e foram organizadas em 35 encontros, de 3 horas cada, distribuídos ao longo de dois semestres, nos anos de 2018 e 2019, no IF-Goiano. Tais atividades foram pensadas e organizadas pelo professor-pesquisador e receberam contribuições de diferentes profissionais. No final de cada mês, os estudantes participaram das sessões fisioterapêuticas no Hospital para o tratamento de Parkinson. Desde 2018, 30 jogos digitais e 10 dispositivos robóticos foram desenvolvidos pelos alunos com a mediação do professor, com sugestões de profissionais da área da Saúde e Computação. Dentre essas invenções, delimitamos e focamos, neste trabalho de tese, **cinco jogos digitais e cinco dispositivos robóticos**. Isso se justifica pelo fato desse conjunto ter sido criado, aprovado e aplicado, exclusivamente, para o tratamento de sintomas da doença de Parkinson.

3.2.1 Cenários da Pesquisa

Há dois principais cenários de pesquisa. O primeiro deles é o Instituto Federal Goiano (IF-Goiano), que é uma escola pública e atende 250 alunos do EM, em Ipameri, no interior de Goiás (GO). Tal município foi fundado no ano de 1870 e conta com, aproximadamente, 25.000 habitantes (IBGE, 2019). Nesse cenário, organizamos e desenvolvemos as atividades do Mattics com os participantes da pesquisa. Os materiais pedagógicos e metodológicos deste projeto foram dispostos de modo que pudessem ser acessados sem pré-requisito e que também oferecessem um escopo de desenvolvimento da criatividade, comunicação e invenção pela Matemática, Computação e conhecimentos da área da Engenharia para a área da Saúde.

O segundo cenário da pesquisa se estrutura no Hospital Dia do Idoso, que é referência nacional no que diz respeito ao atendimento especializado e técnico ao idoso e, em especial, ao tratamento da doença de Parkinson, em Anápolis (GO). Destacamos que esse município foi fundado no ano de 1907 e, atualmente, conta com quase *400 mil habitantes* (IBGE, 2019). Salientamos que a distância entre hospital e escola é de, aproximadamente, *200 km*. No final de cada mês, percorremos mais de *400 km* de ida e volta de estrada. Em termos operacionais, partíamos do IF-Goiano com toda equipe e equipamentos de trabalho às 5h da manhã e chegávamos ao hospital às 8h da manhã às sessões de tratamento da doença. Ao concluí-las com os profissionais e pacientes acometidos, retornávamos ao IF-Goiano no mesmo dia.

3.2.2 Participantes da Pesquisa

Adotamos dois critérios para a escolha dos 40 participantes desta pesquisa. Pela alta e significativa demanda de estudantes que se inscreveram na seleção, optamos pelo sorteio entre os inscritos. O segundo critério foi uma entrevista com cada aluno sorteado, na qual procuramos saber do estudante: disponibilidade, autorização dos responsáveis e compromisso com as atividades acadêmicas (projeto e pesquisa) a serem realizadas. Todos os estudantes sorteados atenderam os critérios estabelecidos e, por consequência, tornaram-se participantes desta pesquisa, sendo 55% do sexo feminino e 45% do sexo masculino. Realçamos que a entrevista não considerou, intencionalmente, o desempenho acadêmico de Matemática do estudante. Esses critérios se justificam, pois buscamos ter uma amostra fidedigna da realidade escolar (alunos que têm ou não dificuldade em Matemática) (FIORENTINI, LORENZATO, 2009). Para conhecer melhor o perfil dos participantes desta pesquisa, segue o Gráfico 1.

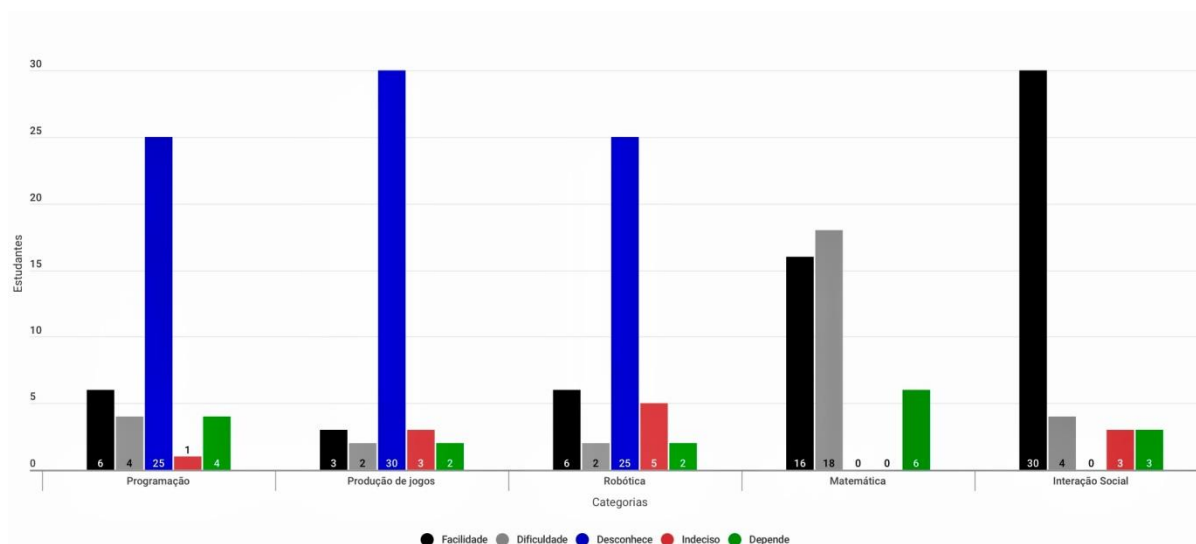


Gráfico 1 – Características dos participantes da Pesquisa (Dados da Pesquisa).
Fonte: elaborado pelo autor.

Antes do desenvolvimento das atividades de pesquisa, obtivemos características dos participantes através do questionário e entrevistas, conforme Gráfico 1. Identificamos que a maioria deles nunca trabalhou com programação de computador. Para cada quatro estudantes, três deles nunca tiveram contato com a construção de jogo digital. Constatamos que mais de 60% desconheciam o trabalho com robótica na escola. Inferimos que a maior parte dos alunos trabalharia com a programação de jogos digitais e com a construção de dispositivos robóticos pela primeira vez. Apesar de 75% dos participantes se mostrarem capazes de interagir socialmente, a confiança da aprendizagem de Matemática não se sustentou na mesma proporção. Houve uma divisão quase equilibrada entre os alunos que tinham dificuldade em Matemática e os que se sentiam mais seguros em razão de suas experiências com ela. Analisamos, também, que muitos alunos não gostavam necessariamente de Matemática, mas se sentiam motivados em participar da pesquisa por terem a chance de criar artefatos científico-tecnológicos para ajudar pessoas (em especial, parkinsonianos). Convém assinalar, aqui, que os estudantes que não gostavam de Matemática estavam no mesmo grupo dos que não se sentiam confiantes ou seguros com ela. A recíproca dessa análise também é verdadeira.

De acordo com os diagnósticos obtidos, identificamos que 36 dos participantes da pesquisa (90%) estudariam pela primeira vez os conteúdos matemáticos, os quais foram previamente organizados para serem explorados durante as construções dos programas computacionais que pudessem servir de base às invenções eletrônicas que visam auxiliar na minimização dos comprometimentos decorrente da doença de Parkinson. Este momento da pesquisa teve início no segundo semestre de 2018 e se estendeu para o ano de 2019, cujos participantes foram 25 alunos do 2º ano, quatro alunos do 3º ano e 11 alunos do 1º ano do

Ensino Médio (EM). Ressaltamos que a série escolar dos alunos está indicada conforme o ano do seu ingresso no Mattics e na Pesquisa. As idades dos participantes variaram entre 13 e 17 anos. Conforme os relatórios socioeconômicos do IF-Goiano, 87% dos participantes desta pesquisa são de baixa renda. A maior parte desses estudantes é oriunda de famílias carentes e mais de 60% deles receberam bolsas para manter seus estudos na própria instituição.

Todos os participantes e colaboradores desta investigação receberam os termos de consentimento, anuência e autorização. Ressaltamos que todos manifestaram interesse em participar sem o anonimato de suas identidades. Destacamos também que o trabalho da pesquisa de doutorado foi **aprovado** no **Comitê de Ética (CEP) da Unesp**, campus de Rio Claro (SP), cujo CAAE é 95768318.2.0000.5466 e parecer designado pelo código 3.243.517.

3.2.3 Colaboradores da Pesquisa

No início de 2018, fizemos algumas reuniões de planejamentos com os profissionais do Hospital Dia do Idoso. Contamos com a aprovação e apoio da diretora Edna Moura do referido hospital para a implementação e desenvolvimento das atividades desta pesquisa ao longo dos anos. Salientamos, também, que tivemos apoio da equipe de profissionais da saúde [médicos, enfermeiras, fisioterapeutas e fonoaudiólogas] e da equipe pedagógica [professores e pesquisadores] e da informática [técnico de informática e administrativo] do IF-Goiano. A contribuição desses profissionais foi imprescindível para o desenvolvimento desta pesquisa.

Os pacientes que participaram indiretamente desta pesquisa são goianos e a idade média deles era de 65 anos. Como não seria possível atender toda a demanda do hospital e também pelo escopo desta pesquisa, foi disponibilizado pelo hospital um grupo de 18 pacientes da profissional Bruna Cândido⁴ [Fonoaudióloga] para participar desta pesquisa. O grupo apresentava os cinco níveis de estágio da doença de Parkinson. Ao longo de nosso estudo, esses pacientes se mostraram entusiasmados, assíduos e comprometidos com as sessões de Parkinson. Uma informação importante, a qual requer destaque diz respeito ao fato de que muitos pacientes expressavam o seu envolvimento mais intenso com o tratamento após o início das atividades que conduzimos no hospital, conforme Relato da Dra. Bruna. Os pacientes, Sr. Iguatemi e Sra. Valentina, por exemplo, sempre relatavam para todos os participantes do Projeto: “[...] contamos os dias para que as sessões com os eletrônicos para o tratamento aconteçam junto vocês [...] vocês fazem falta e demoram vir”.

⁴ Cf.: Disponível em: <https://youtu.be/avPJsTOdbec>.

CENÁRIO DE PESQUISA

“[...] Sempre uma alegria tê-los aqui equipe do IF-Goiano em nossa unidade [Hospital Dia do Idoso]. Utilizam do conhecimento matemático e da tecnologia para auxiliar na saúde de nossos pacientes. De uma forma séria e muito criativa, os pacientes estão sendo beneficiados. Ajuda nos movimentos, equilíbrio, postura e no retardamento (...)”.

Raquel Vieira, profissional da saúde e colaboradora do projeto.
Hospital Dia do Idoso, Anápolis (GO).

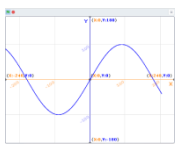
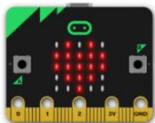
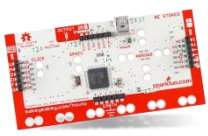
Fonte: Dados da Pesquisa
Foto: Acervo do Autor (Mattics)



3.3 JOGOS DIGITAIS E DISPOSITIVOS ROBÓTICOS PARA O PARKINSON

Os jogos digitais e os dispositivos robóticos associados, em conjunto, são as invenções científico-tecnológicas, que se destinam à doença de Parkinson. À produção dessas invenções (eletrônicos), selecionamos os seguintes recursos midiáticos e materiais: [software] *Scratch*, *Matlab*, *Geogebra*; [Placas Robóticas] *Makey-Makey*, *BBC: Micro-Bit* e *Arduino*; [eletrônica] servomotores, fios de cobre, pilhas, baterias, *leds*, etc.; [Papeleria] objetos recicláveis (papelão, plástico, metais, etc.), [Sucatas] roda e guidão de bicicleta, guarda-chuva, paletes, etc. Segue o Quadro 1 com a descrição e dados dos principais recursos midiáticos utilizados:

Quadro 1 Softwares e placas utilizadas na construção dos dispositivos robóticos

Ferramenta	Descrição
	O SCRATCH é um ambiente de programação baseado em blocos que se encaixam. É possível expressar o pensamento e ideias na forma de comandos. Cf.: https://scratch.mit.edu/
	O BBC: MICRO-BIT é concebido como um microcomputador. Sendo uma placa robótica, seus sensores detectam luz, movimentos, temperatura e até magnetismo. Cf.: https://microbit.org/
	O MAKEY-MAKEY é uma placa robótica que possibilita desenvolver controles e dispositivos específicos que podem ser conectados a softwares, como o Scratch. Cf.: https://makeymakey.com/
	O GEOGEBRA pode ser considerado uma plataforma de construção de applets e programação de objetos de Matemática, que integra Geometria e Álgebra. Cf.: https://www.geogebra.org/
	O ARDUINO é uma placa que permite fabricar eletrônicos e aplicativos. Favorece a construção de tecnologias, que interagem com o mundo físico. Cf.: https://www.arduino.cc/
	MATLAB é uma plataforma de programação e Computação numérica. Ajuda a analisar o comportamento gráfico, desenvolver algoritmos e criar modelos. Cf.: https://www.mathworks.com/products/matlab.html

Fonte: elaborado pelo autor.

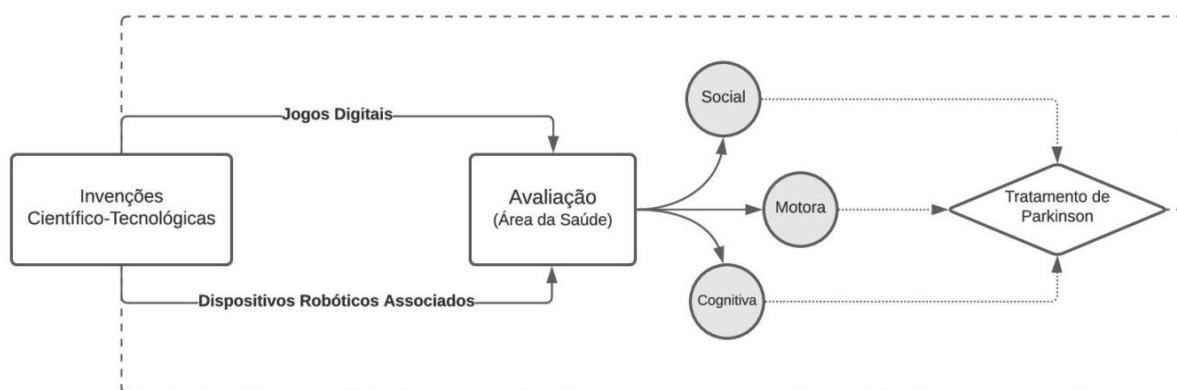
O Quadro 1 apresenta os principais *aplicativos* e *hardware* analisados e explorados na produção dos jogos digitais associados aos dispositivos robóticos ao longo desta pesquisa. Para a

escolha desses eletrônicos, priorizamos a adoção de aplicativos acessíveis e de fácil manuseio de modo que não minasse a capacidade do aluno em desenvolver ideias e soluções a problemas encaminhados. Buscamos também ter uma linguagem de programação dinâmica e mais intuitiva de modo que não recaísse em armadilhas técnicas ou syntaxes desnecessárias.

Decidimos, ainda, fazer uso de placas com o caráter mais acessível e versátil, permitindo a conexão entre os condutores de corrente elétrica e materiais de suporte, prestigiando a construção de circuitos elétricos com o uso de alumínio, placas, cobre, baterias, dentre outros materiais. Os eletrônicos foram pensados no sentido de serem explorados pelo estudante na posição de cientista no ambiente de aprendizagem construcionista e não na concepção de reproduzidor de ideias mecânicas ou de repetidor de modelos de prototipagens. Valorizamos as produções com o uso de eletrônicos, materiais de baixo custo e sustentáveis no ambiente de formação. Por entender os desafios da escola pública, consideramos esses critérios imprescindíveis para a criação dos produtos robóticos ao tratamento de Parkinson.

3.4 AVALIAÇÃO E APROVAÇÃO DAS INVENÇÕES CIENTÍFICO-TECNOLÓGICAS

Para que essas atividades da pesquisa ocorressem nas sessões de Parkinson no hospital, desenvolvemos cada invenção científico-tecnológica no IF-Goiano, no primeiro momento, a partir de recomendações dos profissionais da saúde. No segundo momento, cada uma das invenções foi avaliada por eles nas dimensões social, motora e cognitiva. Somente após aprovadas por essa equipe especializada, os eletrônicos foram (e continuam sendo) utilizados pelos pacientes. É possível visualizar essa organização no Infograma 1:



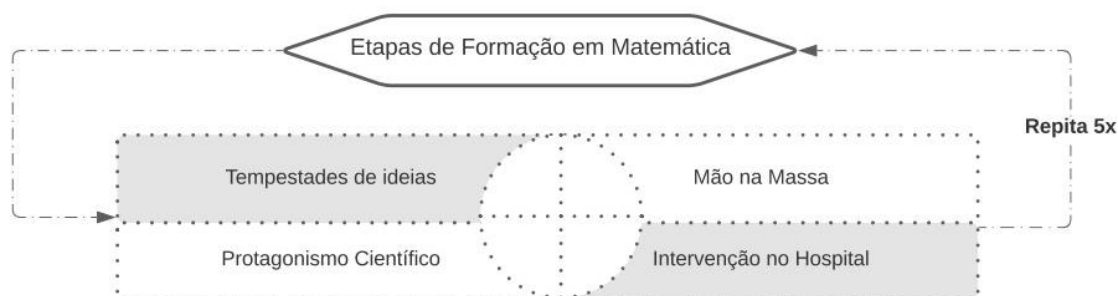
Infográfico 1 – Criação, avaliação e aplicação das invenções científico-tecnológicas (Dados da Pesquisa).
Fonte: elaborado pelo autor.

Tendo-se em vista os fatores da doença de Parkinson associados à degeneração das capacidades motoras, mentais e sociais, conforme o Infograma 1, os dispositivos robóticos e

jogos digitais produzidos na pesquisa foram (e são) usados na interação com os pacientes, que são encorajados a mexer, dançar, pular, concentrar, analisar eventos e refutar informações não condizentes com o objetivo de cada jogo. Em decorrência disso, as oficinas desenvolvidas com o uso desses eletrônicos no hospital buscam indicar o potencial à redução e controle da lentidão de movimentos a partir de gestos físicos incorporados por profissionais da área da saúde. Em particular, os eletrônicos desenvolvidos têm múltiplos níveis de dificuldades para que a equipe clínica possa personalizá-los aos movimentos e habilidades de cada paciente.

3.5 ETAPAS DE FORMAÇÃO EM MATEMÁTICA

Após a definição dos cenários e sujeitos de pesquisa, intensificamos o planejamento e a organização das etapas dialógicas de formação em Matemática a partir da produção de jogos digitais e dispositivos de robótica ao Parkinson, baseando-nos nas concepções teóricas da pesquisa. Um dos principais critérios de organização consistiu em planejar a formação em Matemática dos estudantes do Ensino Médio com *Propósito* significativo de aprendizagem, proporcionando que tivessem um olhar curioso e responsavelmente investigativo, e não simplesmente focassem na eletrônica ou criassem artefatos com conteúdos curriculares. Buscamos ter uma postura ética e responsavelmente processual de aprendizagem, estimulando-os a resolver desafios reais circunscritos, tendo como base o conhecimento matemático e a invenção de soluções nos espaços de formação. Nesse viés, tendo em vista o amadurecimento do processo investigativo ao longo dos semestres, as ações didáticas são estruturadas em quatro etapas formativas: *Tempestades de ideias*; *Protagonismo Científico*; *Mão na Massa*; e *Intervenção no Hospital*. Tais etapas podem ser contemplas, a seguir:



Infográfico 2 – Parte da estrutura geral da pesquisa - Etapas formativas em Matemática (Dados da Pesquisa)
Fonte: elaborado pelo autor.

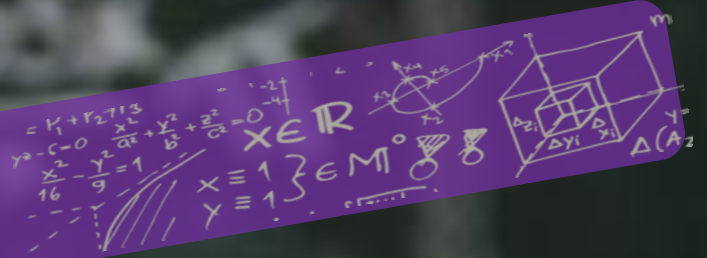
Assinalamos que os dados desta pesquisa foram produzidos e coletados ao longo do desenvolvimento das quatro etapas formativas em Matemática, conforme o Infográfico 2. Foram desenvolvidas cinco invenções científico-tecnológicas independentes (jogos e

dispositivos robóticos associados) para o tratamento de Parkinson, resultando em cinco repetições dessas etapas formativas. De forma geral, a etapa *Tempestades de Ideias* retrata o momento inicial: esboçar as ideias iniciais das invenções e, por conseguinte, estabelecer estratégias para tirá-las do papel. A segunda etapa, o *Protagonismo Científico*, refere-se à construção dos jogos, tendo os conhecimentos computacionais e matemáticos como matérias-primas. A terceira etapa *Mão na Massa* foca na construção dos dispositivos robóticos associados a elementos da Engenharia, Computação, Matemática e Medicina. A quarta etapa, *Intervenção no Hospital*, evidencia o trabalho da equipe do Projeto no Hospital Dia do Idoso, tendo as invenções científico-tecnológicas avaliadas e aprovadas pela área da saúde/médica. Salientamos que tais etapas sugerem caminhos, não os obrigam, pois na construção de um jogo digital, por exemplo, a última etapa pode se transformar na primeira (do hospital à escola), a terceira conversar com a segunda (rever as ideias primárias e corrigi-las), etc. Por isso, a ordem sucessiva das etapas é rompida, dando espaço à invenção e à formação dialógica. Reservamos subseções para conhecer melhor cada uma dessas etapas.

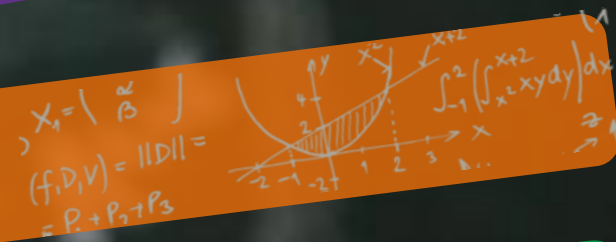
3.5.1 Etapa 1: Tempestades de Ideias

Tempestades de ideias é primeira etapa na qual recebemos as orientações dos profissionais da área da saúde sobre os modelos de jogos digitais e dispositivos robóticos que precisam ser desenvolvidos para o tratamento de sintomas da doença de Parkinson. Para a construção do eletrônico, inicialmente, os estudantes são incentivados a pensar e a esboçar possíveis objetos que vão caracterizar a invenção. Nesse momento, o professor-pesquisador planeja e promove discussões com seus alunos sobre os possíveis conhecimentos matemáticos que podem ser utilizados na construção de programas computacionais do eletrônico, valorizando os esboços propostos pelos estudantes. Isto é, desde o início do processo, existe a figura do papel do professor-pesquisador como mediador de aprendizagem o qual encoraja os estudantes a pensar e construir o conhecimento matemático junto a ele a partir da produção de programas computacionais auxiliares, como, por exemplo, construção de um modelo computacional que simula a trajetória de funções trigonométricas em termos algébricos (e.g., regularidade, generalização) e geométricos (e.g., comportamento gráfico) e computacionais (e.g., algoritmos, códigos). Tais programas servem como base para auxiliar na construção de programas mais elaborados que os alunos desejam desenvolver ao longo do processo de invenção. Tal processo é permeado por questões norteadoras, e não respostas-prontas, com as quais buscamos auxiliar o aluno a *investigar, compreender e construir* o objeto do eletrônico.

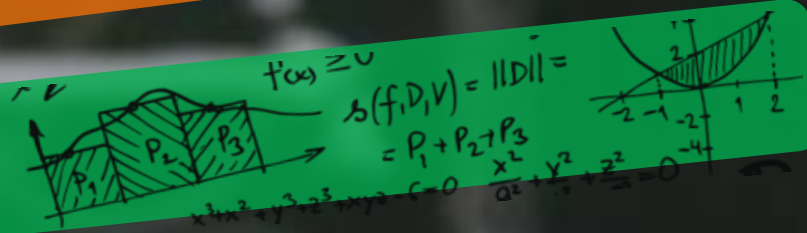
ETAPA 1 | TEMPESTADES DE IDEIAS



ETAPA 2 | PROTAGONISMO CIENTÍFICO



ETAPA 3 | MÃO NA MASSA



ETAPA 4 | INTERVENÇÃO NO HOSPITAL



Ao valorizar as aptidões dos alunos (desenho gráfico, programação, eletricidade, robótica, etc.), nesta etapa, o ambiente de formação é (re)organizado em equipes de trabalho de forma estratégica para que todos possam aprender, criar e compartilhar colaborativamente. Encorajamos, ainda, os grupos de alunos a estabelecerem relações entre os objetos dos jogos e dispositivos robóticos (e.g., personagens, cenários, estrutura algorítmica, sincronismos, placas e sucatas). Os estudantes junto ao professor-pesquisador finalizam o planejamento da invenção e decidem, em conjunto, os principais conhecimentos que precisam ser utilizados por trás de cada construção dos códigos do eletrônico. Todas as ideias iniciais são registradas nos cadernos de memórias dos alunos e salvas nos programas de computador utilizados. Por fim, após três encontros de “Tempestades de Ideias”, em média, de 3h cada, os objetos do jogo, códigos, leiautes e possíveis programas, estão prontos para serem tirados do papel.

3.5.2 Etapa 2: Protagonismo Científico

Na etapa Protagonismo Científico, os estudantes constroem os programas autorais do jogo digital que decidiram desenvolver, tendo como base as ações realizadas na etapa anterior. Olhamos para esta etapa como processo ativo de aprendizagem do aluno. É uma etapa em que os grupos de estudantes desenvolvem e compartilham construções específicas da invenção, na fase inicial e final. Pensam sobre a lógica de funcionamento dos algoritmos, testam ideias de Matemática envolvidas – compartilham hipóteses, descobertas e estratégias para os demais grupos e, colaborativamente, corrigem erros e impasses que surgem ao longo do caminho. Ainda, recebem contribuições matemáticas e computacionais para aprimorar o funcionamento do jogo digital, tendo o professor-pesquisador como mediador de conflitos e de aprendizagem.

Focamos, aqui, na construção do jogo nas plataformas *Geogebra*, *Scratch* e *Matlab*, analisando os parâmetros algébricos e interpretando as regularidades geométricas e trigonométricas (comportamentos dos objetos), além dos elementos da Computação: funções (recursivas, propositivas e paralelas), condicionais, laços de repetição, variável, etc. Assim, o Protagonismo Científico se fortalece nos momentos de resolução de problemas quanto aos algoritmos, durante o momento de reflexão e argumentação Matemática, valorizando a comunicação (verbal e não verbal) e ideias do aluno. O cerne desta etapa busca reposicionar o estudante na condição de cientista, incentivando-o a testar caminhos e a explorar o conhecimento para desenvolver invenções ao Parkinson. Em suma, esta etapa se constitui pelo ineditismo e imprevisibilidade, até porque as respostas não estão na rede ou no final do livro.



Tempestades de 1d3145



Protagonismo Científico

3.5.3 Etapa 3: Mão na Massa

Na etapa *Mão na Massa*, os alunos constroem o dispositivo robótico de baixo custo associado ao jogo digital, que foi planejado e desenvolvido nas etapas anteriores. Para a ideação e construção desse dispositivo robótico são utilizadas placas robóticas *Arduino*, *BBC: micro-bit* e *Makey-Makey*, e materiais de sucatas (recicláveis ou sustentáveis). Nesta etapa, os alunos aprendem a trabalhar: circuitos elétricos; construir suportes com canos, parafusos e madeiras; montar protótipos; explorar materiais diversos; e manipular voltagens, condutores de eletricidade e sensores. Os principais materiais de baixo custo utilizados são: papelão, elástico, parafusos, plástico, fio de cobre, papel alumínio, sensores, pilhas, retalhos de tecidos, tinta, cano, botões, pedaços de madeira (em especial, paletes), cabo de vassoura, garrafas pet, rodas e guidão de bicicletas, guarda-chuva, massinhas, suporte de microfone, cordas, peças de ventilador, buzina, dentre outros. Os encontros desta etapa aconteceram, além do IF-Goiano, em outros espaços de trabalho e criação (e.g., laboratórios, serralheria, casa). É uma etapa em que os alunos também corrigem falhas sistêmicas (depuração), bem como criam soluções para os imprevistos ou *bugs* que surgem na conexão entre o jogo digital e o dispositivo robótico.

Há integração contínua entre as etapas formativas para o bom desenvolvimento do dispositivo robótico. O trabalho aqui é o de contribuir para que os alunos se tornem mais responsáveis na forma de encarar e resolver problemas reais com o conhecimento matemático e computacional. Em média, diferente das primeiras etapas, a *Mão na Massa* acontece ao longo de três semanas sequenciais. Tivemos encontros extras para aprimorar ideias específicas do trabalho em grupos, indo além dos encontros semanais previstos. Após a finalização da invenção científico-tecnológica, incluindo as simulações e aplicações com voluntários, a equipe de profissionais e os estudantes se preparam à próxima etapa (Hospital).

3.5.4 Etapa 4: Intervenção no Hospital

A última etapa do processo Formativo em Matemática é a Intervenção no Hospital. Esta etapa constitui-se como uma aliança entre educação e saúde, privilegiando um espaço de formação significativa, empatia e solidariedade, nos quais alunos, pacientes e profissionais da saúde se beneficiam das construções tecnológicas e científicas produzidas no IF-Goiano ao longo do mês ou bimestre. Nesta etapa, o professor-pesquisador e os alunos verificam todas as partes do jogo e do dispositivo associado e, junto com os profissionais da saúde, checam toda a estrutura (social, cognitiva e motora) que esses eletrônicos podem oportunizar aos pacientes.

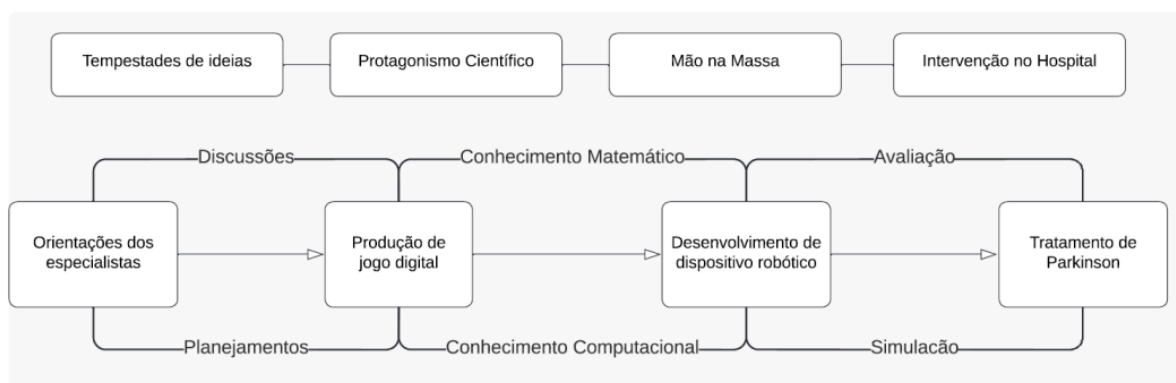


Mão na Massa



Intervenção
no Hospital

Só após receber as avaliações necessárias e aprovação da área clínica do hospital é que as invenções científico-tecnológicas são utilizadas no Hospital. Os alunos e professor-pesquisador ajudam os profissionais do Hospital na organização do espaço, montando os eletrônicos em uma sala personalizada. Após os ajustes, as sessões de fisioterapia acontecem e se mostram como uma forma de incentivo para os movimentos coordenados e assistidos, além de contribuir para o bem-estar dos pacientes. Os alunos e colaboradores da pesquisa participam também, nesse encontro, das sessões fisioterapêuticas com os pacientes. A etapa Intervenção no Hospital diz respeito não apenas ao conteúdo curricular e de robótica – mas, especialmente, busca valorizar aspectos essenciais à formação em Matemática do estudante – na qual a competência humana, a solidariedade e o cuidado com o outro em sociedade são compreendidas como aspectos necessários (não suficientes). Neste sentido, embora desafiadoras, as quatro etapas formativas em Matemática, que se confluem dialogicamente, mostram-se como práticas metodológicas, que se alimentam da perspectiva para projetar uma formação em Matemática que preconize a possibilidade de valorizar a competência humana. Em síntese, a condensação dessas etapas pode ser visualizada no Fluxograma, a seguir:



Fluxograma 3 – Síntese das etapas formativas [Produção das invenções] (Dados da Pesquisa).
Fonte: elaborado pelo autor.

O Fluxograma 3 evidencia a síntese do processo de desenvolvimento dos jogos digitais e dispositivos robóticos ao Parkinson. Em termos operacionais da pesquisa, por meio das quatro etapas Formativas em Matemática, foram desenvolvidas cinco invenções científico-tecnológicas as quais seguiram a seguinte ordem de construção: *Pegar-Peixe e Vara-Robótica*; *Pé de Café e Regador-Robótico*; *Navegação e Timão-Robótico*, *Paraquedas e Paraquedas-Robótico*; e *Bikechair e Bike-Robótica*. Cada invenção levou, em média, 2-3 meses de ideação, produção e avaliação-intervenção. O nome dessas invenções científico-tecnológicas é proveniente da escolha feita pelos estudantes ao longo do desenvolvimento da investigação. Tais invenções são discutidas e analisadas nas próximas seções (3.6.1 - 2).

Ressaltamos que o desenvolvimento de uma determinada invenção científico-tecnológica não se constituiu necessariamente como base limitante (pré-requisito) para se pensar e construir uma invenção subsequente, até porque, o processo de cada invenção, que se mostra independente, originou-se em sua própria dinamicidade de trabalho e especificidade de conhecimentos curriculares mobilizados. O que de fato ocorreu é que, nesse processo contínuo de invenção, algumas ideias e algoritmos de programas dos jogos já estudados eram novamente revistos e explorados, impelindo oportunidades para que os estudantes refletissem sobre eles novamente em novos contextos de produção. Isso se deve porque, alguns dos programas desenvolvidos dos jogos se assimilavam em termos da linguagem de programação (e.g., variáveis), bem como na reiteração da utilização das placas robóticas (e.g., *micro: bit*).

Um aspecto importante dessas construções inventivas é que, além de considerar todas as orientações específicas dos especialistas da área médica para o tratamento de sintomas de Parkinson, no que tange aos fatores de reabilitação e retardamento do avanço da doença, a estrutura (nome e leiaute) das invenções também se caracterizou pela valorização das preferências que os pacientes tinham sobre determinadas questões da vida. Por exemplo, a proposta do *Pegar Peixe* nasce da necessidade de estimular a coordenação motora, a concentração e raciocínio dos pacientes (sentado ou em pé) ao longo das sessões de Parkinson, buscando, ao mesmo tempo, valorizar a preferência deles pelo pescado. Isso também se nota na produção do jogo *Pé de Café*, haja vista que os participantes da pesquisa também decidiram valorizar o gosto dos pacientes idosos pelo café e seu processo de colheita. Salientamos que há um compromisso não só técnico em termos de invenção ao Parkinson, há também um cuidado responsável dos estudantes de criar jogos e dispositivos robóticos que incentivassem ainda mais o tratamento de Parkinson desses pacientes por meio da motivação.

De forma estratégica, evidenciamos as etapas formativas – na seção de análise – de maneira articulada e integrada. Isto é, apresentamos a tempestade de ideias (Ideação/Brainstorming), Protagonismo Científico e Mão na Massa (a produção dos jogos conectada ao dispositivo robótico) e a Intervenção no Hospital de forma problematizada, dialógica e coerente aos acontecimentos de pesquisa, tomando cuidado para não reduzir o processo Formativo em Matemática em momentos isolados ou em “caixinhas de produção”.

Para finalizar esta seção, entendemos que as etapas formativas, as quais evidenciam o processo das invenções, podem trazer novos olhares à formação de Matemática, implicando no reconhecimento das contribuições advindas pelo estudante. Apresentada as etapas formativas, avançamos à próxima seção para conhecer a organização dos dados da pesquisa.

3.6 ORGANIZAÇÃO DOS DADOS DA PESQUISA

Os dados desta pesquisa foram produzidos e organizados ao longo do desenvolvimento das quatro etapas formativas em Matemática. Buscamos analisar os dados na temporalidade dos acontecimentos da investigação, zelando pela fidedignidade dos fatos. Chamamos o processo de produção de cada invenção-científico de Episódios Analíticos (E_n). A partir deles, obtivemos as Categorias de Análise (C_n) desta pesquisa e, por conseguinte, os resultados da investigação, tendo como norte a pergunta diretriz desta tese. Destacamos que, como estamos tratando de um processo imprevisível de acontecimentos, os instrumentos de produção de dados foram definidos pela necessidade do contexto e, portanto, não se constituíram de maneira enrijecida, arbitrária ou isolada. Para registro dos dados (verbal e não verbal), percebemos a importância de utilizar diversos instrumentos, como *diário de campo do pesquisador*, *entrevistas*, *fotografias* e *filmagens* (argumentações, gestos, diálogos, depoimentos, sentimentos e aprendizagem) dos alunos e suas criações científico-tecnológicas (jogo digital e dispositivo associado) durante todo o processo de Formação em Matemática.

Os encontros, no IF-Goiano e Hospital, foram filmados (aproximadamente, 90h) com câmeras estrategicamente posicionadas em locais do espaço de modo a captar os ocorridos da investigação, focando no cenário de pesquisa. A filmagem se constituiu como um instrumento potencial e flexível para a coleta de dados, uma vez que, ao combinar diferentes linguagens, oral e visual, possibilitou capturas valiosas dos comportamentos complexos e singulares dos participantes de pesquisa. Na literatura de metodologia, a filmagem permite que os pesquisadores reanalisem contínua e reiteradamente os dados originados, evidenciando ação-por-ação e possibilitando novas compreensões sobre o objeto de estudo (FIORENTINI; LORENZATO, 2009). Destacamos que essa estrutura de filmagem se tornou factível pelo fato de termos um ambiente criado para o desenvolvimento exclusivo das atividades de investigação e, simultaneamente, contarmos com a colaboração da equipe desta pesquisa tanto no IF-Goiano quanto no Hospital. Também, ao longo desses encontros, coletamos dados dos estudantes quanto aos suas dificuldades e potencialidades no que tange ao conhecimento de Matemática integrado à Computação. Para que isso fosse possível, no final de cada invenção eletrônica, os participantes da pesquisa expressavam e arguiam, explícita ou implicitamente, sobre o processo de construção à turma, relatando os desafios ocorridos e os avanços obtidos.

Descrevemos, ainda, os acontecimentos deste estudo no caderno de campo do professor-pesquisador em relação aos principais tópicos convergentes ao objetivo central de

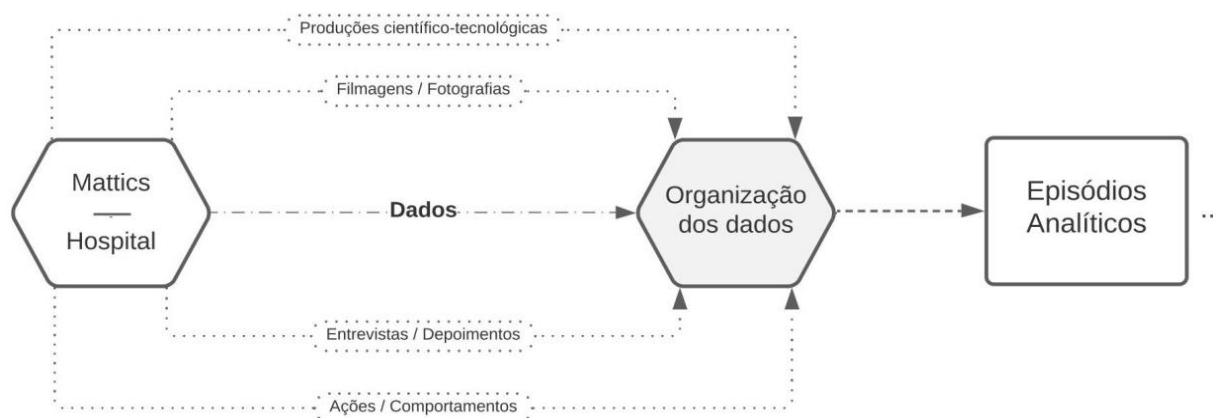
pesquisa, dando mais contexto e significado aos dados a serem inter cruzados e analisados. Tais cadernos constituem-se como fontes valiosas para o complemento de análise das informações (ALVES-MAZZOTI, FLICK, 1998). Também incluímos os programas dos jogos e dos dispositivos robóticos desenvolvidos pelos participantes da pesquisa no material de análise. Consideramos não só o produto resultante dos programas computacionais, como também o seu processo de reconstrução. Isso se justifica pelo fato de obtermos os rastros do desenvolvimento dos códigos e algoritmos dos estudantes, uma vez que eles foram estimulados a produzir coletivamente, a compartilhar e a registrar os impasses nos cadernos de memória. Tais cadernos são rascunhos de ideias iniciais e intermediárias de cada invenção.

Além desses registros, programas e interações realizadas ao longo do tempo, fizemos uma entrevista aberta, que chamamos de depoimento, ao longo do processo de investigação, com os estudantes, a fim de conhecer as suas percepções e aprofundar a compreensão do objeto de estudo. Estes depoimentos foram registrados no caderno de campo e/ou curtas, de acordo com a preferência de cada estudante, e estão apresentados no decorrer dos E_n . Os referidos depoimentos complementam os dados da investigação no que se refere à produção dos dispositivos robóticos e dos jogos na transitoriedade dos acontecimentos da pesquisa.

Tomamos o cuidado de encontrar significados entre os dados e evitar informações reiteradas. Para tanto, a partir da pré-análise de todo material, filtramos e focamos somente nas partes que convergissem para o objetivo desta investigação. Organizamos e sistematizamos a compreensão do Processo de Formação em Matemática por meio de descrições, tabulações e interpretações-analíticas dos dados emergidos. Isto é, buscamos encontrar sintonia entre eles e apresenta-los de forma contextualizada. A combinação desses múltiplos registros, na abordagem qualitativa, pode também ser entendida como *Triangulação dos Dados da Pesquisa*, que é "[...] um método que adiciona rigor, abrangência, complexidade e profundidade a pesquisa" (DENZIN; LINCOLN, 2000, p. 5). Esse método não é entendido como “uma estratégia de validação, mas uma alternativa para a validação e a credibilidade dos dados” (FLICK, 1998, p. 230), que foi nos permitindo, continuamente, identificar e inferir resultados durante o processo de descrição-análise dos dados da pesquisa.

A credibilidade dos dados da investigação é compreendida como a plausibilidade, entre pesquisados e pesquisador, interpretações e análises feitas em relação aos dados obtidos por meio de instrumentos combinados (triangulação) de um mesmo fenômeno (ALVES-MAZZOTI, 1998; LINCOLN; GUBA, 1985; ARAÚJO; BORBA, 204). Em termos práticos, para compreender a região deste estudo, combinamos instrumentos (e.g., depoimentos e filmagem) de modo analisar o mesmo objeto investigado por múltiplos pontos de vista,

considerando as convergências e descartando as divergências das informações. Os instrumentos auxiliaram no registro das observações e nos permitiram “[...] fazer descrições de pessoas e cenários, descrever episódios ou retratar diálogos [...]” (FIORENTINI; LORENZATO, 2009 p. 118-119). Desse modo confluyente, disponibilizamos, na sequência, um infográfico que sintetiza o processo de análise desta investigação:



Infográfico 3 – Organização dos Dados – Instrumentos utilizados (Dados da Pesquisa)

Fonte: elaborado pelo autor.

Conforme o Infográfico 3, ao organizar os dados da pesquisa, centramos na construção dos Episódios Analíticos (E_n). Tal construção envolveu “[...] a procura de evidências, [contextos, características], padrões e descoberta dos aspectos importantes” (BOGDAN, BIKLEN, 1994, p. 205) quanto à Formação em Matemática de estudantes quando produzem jogos e dispositivos robóticos ao Parkinson. Na subseção a seguir, discorreremos sobre os E_n :

3.6.1 Episódios Analíticos

Expomos que foram obtidos cinco Episódios Analíticos (E_n) os quais chamamos de E_1 , E_2 , E_3 , E_4 e E_5 . Em conjunto, eles representam todos os dados produzidos e organizados na pesquisa. Cada um deles recebeu o mesmo nome correspondente de sua respectiva invenção científico-tecnológica (jogo digital e dispositivo robótico associado), que foram estruturadas na seguinte ordem: *Paraquedas e Paraquedas-robótico* (E_1); *Pé de Café e Regador-Robótico* (E_2); *Pegar Peixe e Vara-Robótica* (E_3); *Navegação e Timão-robótico* (E_4); e *Bikechair e Bike-robótica* (E_5). Optamos por apresentá-los em ordem diferente de sua criação para estabelecer mais proximidade entre os elementos de cada invenção: conteúdos de Matemática, programas de computador (algoritmos, leiautes e códigos), materiais (sucatas), contextos específicos ao tratamento de sintomas de Parkinson do paciente, dentre outros. Assim, essa reorganização

não é só didática, é também estratégica, haja vista que a partir do conjunto de intercessão dos elementos obtidos dos Episódios buscamos formar as *Categorias de Análise* (C_n), tendo como norte o objetivo da tese. Apresentamos, a seguir, um Infograma com a síntese desses E_n .



Infográfico 4 – Visão Geral dos Episódios Analíticos [Organização de dados] – E_n (Dados da Pesquisa)
Fonte: elaborado pelo autor.

O *Infográfico 4* sintetiza a estrutura geral dos Episódios, evidenciando os principais conhecimentos matemáticos e computacionais, e materiais [de sucatas e recicláveis] utilizados na construção das cinco invenções científico-tecnológicas. Esses conhecimentos matemáticos, os quais se integram aos elementos computacionais, emergiram ao longo do percurso de pesquisa e foram tabulados estrategicamente nos quadros correspondentes a cada E_n . A título de exemplo, alguns eletrônicos careceram de funções trigonométricas conectadas às funções de recursividade, enquanto outros necessitaram de inequações com laços de repetição, variáveis e condicionais. Porém, esclarecemos que não temos a intenção de fazer o escrutínio de todos os conhecimentos matemáticos mobilizados, visto que isso comprometeria o foco à Formação. Outro fator é que, embora as invenções sejam independentes, buscamos correlacioná-las de acordo com os elementos que se reiteraram ao longo do processo de invenção dos eletrônicos.

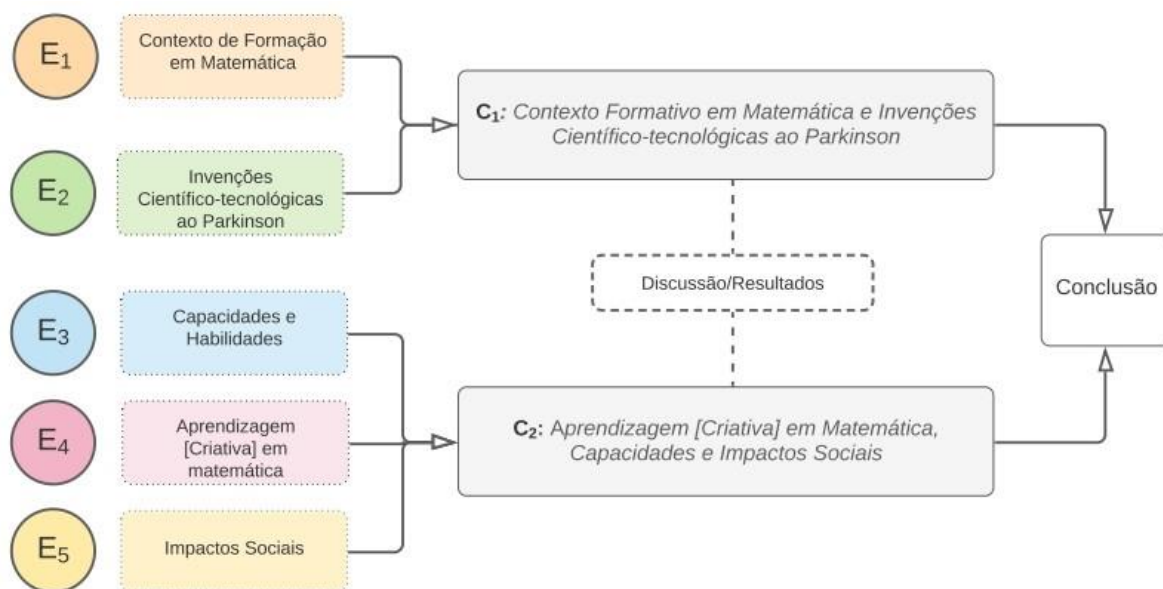
Observamos que o processo Formativo em Matemática de estudantes se estrutura, e mutuamente se converge, em cinco dimensões, a saber: *Contexto de Formação em*

Matemática; Invenções Científico-tecnológicas ao tratamento de Parkinson; Capacidades (ou Habilidades); Aprendizagem [Criativa] em Matemática; e Impactos Sociais, as quais foram distribuídas em dois grupos (sinalizados por dois retângulos, no Infograma 4), representando as duas Categorias de Análise, discutidas na próxima seção (3.6.2). Essas dimensões foram obtidas em um fluxo contínuo e dinâmico de interpretação e agrupamento dos dados, à luz das correntes teórico-filosóficas que embasam esta pesquisa. Elas permeiam e derivam dos E_n da pesquisa, estando presentes em cada um deles. No entanto, decidimos analisá-las em episódios distintos, priorizando a dimensão que mais se destacava, evitando assim repetições desnecessárias em todos os episódios. No E_1 , por exemplo, centramos mais no Contexto de Formação em Matemática pelo fato dos dados convergirem naturalmente para essa dimensão.

Em síntese, para a apresentação e análise dos E_n , trazemos recortes das discussões ocorridas nos encontros, utilizando dos símbolos [] para identificar trecho que se refira à transcrição de fala dos participantes. Ainda, utilizamos os símbolos () para supressão dos diálogos e contextualização das falas, gravadas ao longo da pesquisa (Escola e Hospital). As ilustrações foram organizadas em letras e números (e.g., A1 e A2), sendo que a letra identifica o conjunto de imagens que se refere a um determinado contexto e o número associado sinaliza a parte desse contexto. Todo material de análise dos E_n foi contextualizado com vídeos (sinalizados por links e QR CODE), quadros e tabelas, fotografias e depoimentos dos participantes (por meio das entrevistas) e narrações dos colaboradores da pesquisa. Conhecida a estrutura dos E_n , avançamos à próxima seção a fim de conhecer as C_n obtidas na tese.

3.6.2 Categorias de Análise

A partir da análise exaustiva dos dados E_n , foram obtidas duas Categorias de Análise (C_n) na Pesquisa, as quais são chamadas de *Contexto Formativo em Matemática e Invenções Científico-tecnológicas ao Parkinson* (C_1); e *Aprendizagem [Criativa] em Matemática, Capacidades e Impactos Sociais* (C_2). Tais categorias podem ser visualizadas, a seguir:

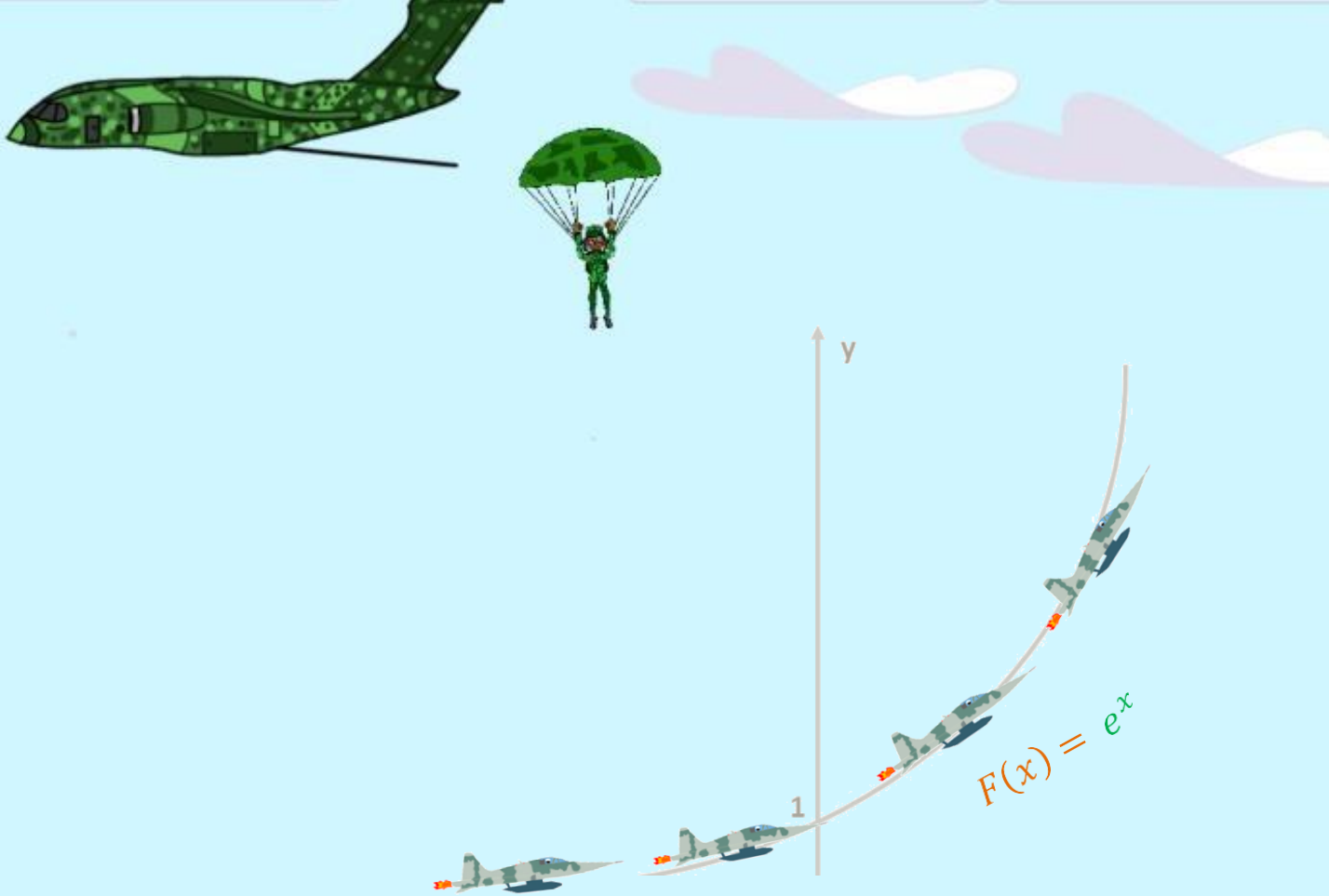


Infográfico 5 – Categorias de Análise: Discussão-Resultados [Organização de dados] – C_n (Dados da Pesquisa)
Fonte: elaborado pelo autor.

A construção das C_n se constitui como processo “[...] de organização de transcrições que foram sendo acumulados, com o objetivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais” (BOGDAN, BIKLEN, 1994, p. 205). Processo esse que afunila e aprofunda os resultados dos E_n , permitindo-nos compreender o processo formativo em matemático de estudantes quando produzem jogos digitais e desenvolvem invenções robóticas para o tratamento de sintomas da doença de Parkinson. As C_n focam nos elementos centrais do processo Formação em Matemática na pesquisa, a saber: contexto, capacidades, invenções científico-tecnológicas, tratamento de sintomas da doença de Parkinson, aprendizagem [criativa] de Matemática, e impactos [relevâncias] sociais, por meio dos quais evidenciamos respostas ao problema de pesquisa da tese de doutorado, o qual norteou todo o percurso desta investigação. Conhecida a estrutura das C_n , avançamos para o Capítulo de Análise da tese.

CAPÍTULO 4

APRESENTAÇÃO E
ANÁLISE DE DADOS



E_1 : Paraquedas

Cf.: Jogo Disponível em: <https://scratch.mit.edu/projects/355691732/fullscreen/>





Um GUARDA-CHUVA de sucata se transforma em Paraquedas-Robótico para o Parkinson

“[...] criamos vários programas que envolvem Matemática e programação. O mais importante é o uso de materiais de custo baixo para criar nossos jogos e os nossos controles [**Tempestades de ideias e Mão na Massa**]. Com toda essa parte lógica dos nossos dispositivos, nós utilizamos isso em favor do tratamento da doença de Parkinson [...] Levamos nossos projetos para o Hospital do Idoso e lá realizamos várias atividades com os idosos. Por trás desses jogos, há várias funções, como: exponencial, trigonométrica (senóide, cossenoide), entre outras. [...] [**Protagonismo Científico**] O objetivo do jogo Paraquedas é basicamente fazer com que o personagem caia no navio (...) em uma posição aleatória no eixo x por um tempo de 2 minutos. [...] Nós discutimos sobre as funções e sobre como ela pode atuar dentro do jogo [Paraquedas-Robótico] (...) sobre qual personagem pode seguir essa função. Por exemplo, nós utilizamos os jatos de fundo para fazer o movimento da função exponencial, usamos a função cossenoide para mover as moedas - atravessando de um lado para o outro na tela... [Esta invenção científico-tecnológica] tem ajudado no tratamento, porque ela incentiva os movimentos coordenados e movimentos verticais... do paciente [**Intervenção no Hospital**]”.

Caio Victor | Participante da Pesquisa.

[Entrevista (depoimento) – Processo de Formação em Matemática].

Foto: Caio conecta o a placa Micro-Bit no guarda-chuva de sucata (Paraquedas).



Cf.: Disponível em: https://youtu.be/n9FfyZj_h0g.

E₁: Paraquedas e Paraquedas-Robótico

O jogo Paraquedas associado ao dispositivo *Paraquedas-Robótico* é uma das invenções científico-tecnológicas dos participantes desta pesquisa para atender às sessões de fisioterapia de Parkinson no Hospital do Idoso, à luz das recomendações da equipe de profissionais da área da saúde (colaboradores de pesquisa). Tal invenção, que simula o salto convencional de um paraquedista a partir de um avião para a aterrissagem, busca encorajar o equilíbrio, movimentos verticais, diagonais e horizontais, a postura correta da coluna e a força dos pacientes parkinsonianos, visando à redução dos tremores. As produções se constituíram em três principais fases: ideação; *brainstorming*; e depuração, conforme Ilustração 1A.

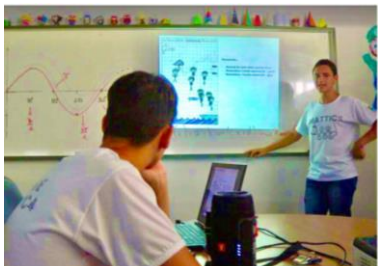
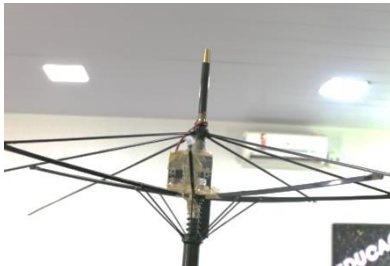
[Ideação] Construção do jogo Matemática e programação	[Brainstorming] Paraquedas-robótico Materiais de baixo custo	[Depuração] Aprimoramentos Simulações, testes e correções
		

Ilustração 1A: Jogo Paraquedas: diferentes etapas da produção dos eletrônicos (dados da pesquisa).
Fonte: elaborada pelo autor.

A primeira imagem, mais à esquerda da Ilustração 1A, exemplifica a construção dos algoritmos e programas do jogo Paraquedas. Nessa etapa, o professor-pesquisador e seus alunos trabalharam com a construção de conhecimento matemático e computacional. A imagem central mostra, em fase de construção, o dispositivo Paraquedas-Robótico o qual é constituído por sucatas de guarda-chuva, condutores, acessórios e placas BBC: *micro-bit*. Evidencia-se na última imagem, à direita, os ajustes finais do jogo e seu dispositivo robótico associado, que foram cuidadosamente testados e simulados antes de serem avaliados pela equipe do hospital. O propósito de se construir o eletrônico Paraquedas-Robótico se remontou em um processo de estudo, interação com diferentes profissionais e se organizou na perspectiva de invenção autoral, tendo a Matemática, engenharia e Computação como peças combinadas à Formação em Matemática. A respeito disso, tabulamos, conforme Quadro 1, os conhecimentos de Matemática integrados à Computação mobilizados no jogo Paraquedas:

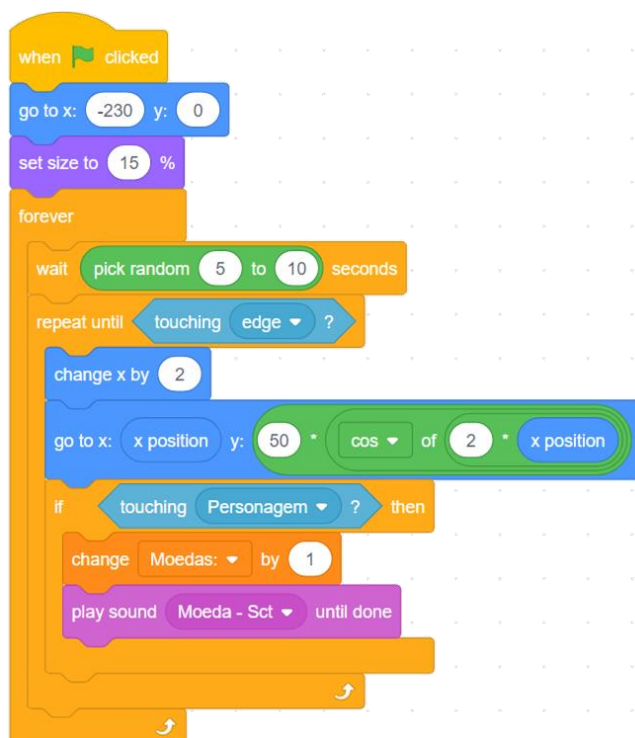
Quadro 2 - Por trás do jogo Paraquedas: ideias Matemáticas e conceitos de programação

Leiaute e algoritmos

Matemática e Programação



O palco [frame] é baseado no **plano cartesiano** de dimensões (x, y) : $-240 \leq x \leq 240$ e $180 \leq y \leq 180$. São apresentadas variáveis: tempo, moedas e pontos. As nuvens carregam ideias de deslocamento, velocidade e taxas de variação. A moeda corta o palco em trajetórias (ondas) cossenoidais $S(x) = a + b \cdot \cos(c \cdot x + d)$. Os jatos desenharam trajetórias exponenciais os quais são impressos pela **função exponencial** $J(x) = \alpha \cdot e^{k \cdot x} + b$. As ações do avião, paraquedista e navio baseiam-se em **sistemas lineares** e de **transformações geométricas**, entre os quais se destacam: Rotação, Escala, Reflexão e Translação. Os algoritmos do paraquedista se conectam ao dispositivo robótico.



O programa ao lado é parte do movimento da moeda no jogo paraquedas, iniciado por um controle que faz o personagem surgir e desaparecer em um sistema constante e aleatório. Usa o sistema de coordenadas (x, y) , integrado aos comandos de repetição [repetir até; sempre] e condicionais [Se... então].

Utiliza-se números aleatórios [random selection $5 \leq t \leq 10$, sendo t tempo dado em s . Também utiliza ideias e conceitos algébricos e geométricos tendo como parâmetro a **Função Cossenoidal** $[M(x) = a + b \cdot \cos(c \cdot x + d)]$ M : moeda, referindo-se ao movimento das moedas em ondas cossenoidais, tendo o deslocamento parametrizado em (a, b, c, d) . Articula ideias Matemáticas com programação e robótica, baseadas na lógica e operacionalidade.

O grupo de estudantes faz também o uso de **sistema de paralelismo** de modo a sincronizar múltiplos blocos de programação. Neste recorte, visualizamos o bloco sobre cossenoides em **variáveis Z**, $[a = d = 0; b = 50 \text{ e } c = 2]$, o qual se parametriza pela função trigonométrica $M [M(x) = (50 \cos(2 \cdot x))]$

<pre> when I start as a clone go to x: 0 y: 100 show set Paraquedas to 0 repeat until y position = -200 change y by -1 </pre>		Implementando parte de um dos algoritmos do Paraquedista, o programa ao lado foi projetado para ser conectado ao dispositivo robótico guarda-chuva, composto por placas <i>BBC micro-bit</i>, <i>Arduino</i> e <i>Makey-Makey</i>, e condutores elétricos, como fita de cobre e papel de alumínio, alimentados por baterias.
<pre> when tilted left repeat until not tilted left ? change x by -2 </pre>		O programa é iniciado a partir de um clone gerado, obtido por um subprograma recursivo, ou seja, que chama a si mesmo, até a sua resolução. O paraquedista tem início na coordenada $(x = 0, y = 100)$, mantendo-se x estático enquanto a ordenada y varia até -200, quando o programa é encerrado.
<pre> when tilted right repeat until not tilted right ? change x by 2 </pre>		Faz uso do operador lógico <i>not</i>, que inverte a condição verdade. Neste caso, por exemplo, quando o paciente mover o paraquedas-robótico à direita (o sensor da placa <i>BBC: micro-bit</i> conectado nele) receberá “não vire à esquerda”. Com efeito, o paraquedista [no jogo] inclinará à direita também. Se receber “não vire à direita”, o personagem se inclinará à esquerda. Faz uso do comando de repetição <i>repeat until</i>, que executa até a condição testada se torne verdadeira.

[Por trás do dispositivo robótico: servomotores, acessórios e placas utilizadas nos *paraquedas-robóticos*]



Fonte: elaborado pelo autor.

Conforme o Quadro 1, podemos observar os principais tópicos matemáticos e computacionais que emergiram durante a produção do jogo Paraquedas e seu dispositivo robótico. Ao enfatizarmos a formação Matemática, torna-se necessário discorrer e analisar como as invenções foram desenvolvidas pelos estudantes e como eles lidaram com problemas abertos ao buscar alternativas para solucioná-los junto ao professor-pesquisador e aos colaboradores de pesquisa. Para tanto, um dos contextos que se evidencia ocorre quando os estudantes se engajam na criação do leiaute e dos códigos que estão por trás dos eletrônicos. Como recorte, investigamos a criação dos algoritmos dos jatos em termos dos conhecimentos matemáticos e computacionais, entre os quais se ressaltam: repetições, condicionais e funções exponenciais naturais, do tipo $J(x) = a \cdot e^{k \cdot x} + b$; $\forall a, b \in R, e > 0, e \neq 1, e: \text{base}$.



Ilustração 1B: Jogo Paraquedas: comportamento do Jato [Função definida: Exponencial] (Dados da pesquisa).

Fonte: elaborada pelo autor.

Caio Os grupos sugerem o desenvolvimento de um jogo, tipo Paraquedas... Esboçamos os movimentos do paraquedista [Mostra] Mas, não sabemos o movimento para os jatos... [Tempo de discussão – Simulações e Rascunhos]

Professor Uma sugestão é pensarmos uma trajetória exponencial do tipo: $f(x) = a \cdot e^{k \cdot x}$ para os jatinhos... Vamos investigá-la juntos? Qual é o modelo dessa curva? Pode se assemelhar à trajetória de um jato? O que vocês acham? [Discussão] Outra coisa legal... O que acontece quando o parâmetro a é variado [controle deslizante, Geogebra]...? [Tempo de conjecturas e discussão entre os grupos]

Guímel Opa! É uma boa curva de representação para o jato. Gostamos. O valor de a não pode ser zero, né? Se não vai anular a função e daí não tem jatos [risos]...

Professor Muito bom... Não pode ser zero [...] Antes de construirmos o algoritmo no *Scratch*, vamos pensar mais um pouco... Como podemos fazer o jato sair de diferentes alturas? Dá para adicionar por um número $|b|$ na função? [Professor auxilia a construção da função no *software*]. Agora, vamos pensar essas coisas em grupos e depois disso compartilhamos o que cada parâmetro significa... Um desafio para gente: Vamos investigar como seria a “cara” da função no palco do jogo [par ordenado]? [Organização da sala em grupos de trabalho].

Camila [Depois da discussão em grupos] Tínhamos um problema sem respostas [Percurso do jato]. Estudamos muitas ideias de modo que o jato atravessasse o palco. Examinamos os movimentos dele e as suas proporções de estágios de avanço na tela. Decidimos começar na posição $x < -220$ e $y > 0$. Os valores de x representam o percurso horizontal do jato e os valores de y a altura dele, sendo $y = 0$ o nível do mar. Outro grupo pensou diferente?

Caio [...] analisamos o percurso das exponenciais [família de funções exponenciais] e descobrimos, com o auxílio do professor, que um bom movimento que se assemelha ao que a gente deseja é o percurso da função exponencial do tipo $J(x) = e^{k \cdot x}$ [para $\forall e > 0, e \neq 1$]. Era até então uma função desconhecida. Mas, aos poucos, fomos nos familiarizando com ela. Ela atendeu ao nosso propósito do que estamos buscando para o jato...

O recorte inicial permite-nos visualizar o início do processo da escolha de um objeto do jogo digital a ser desenvolvido colaborativamente. Em particular, observamos a ilustração e o diálogo do jato, como se confere no seguinte excerto: “[...] Os grupos sugerem o desenvolvimento de um jogo, tipo Paraquedas... não sabemos o movimento para os jatos”. O contexto se demarca pela orientação do docente, que auxilia o grupo a pensar na função

exponencial a partir de questões norteadoras, entre as quais se evidenciam “Qual é o modelo dessa curva? Pode se assemelhar a trajetória de um jato? [...] O que acontece quando o parâmetro a é [alterado]?”. Ponderamos que tais questões buscam estimular reflexões-discussões iniciais do objeto de estudo do jogo em termos do comportamento da função. Isso pressupõe modos pelos quais os estudantes reflitam sobre o objeto de estudo e, por consequência, estabeleçam significados do que explora em sala de aula. Nisto, o que se percebe aqui, inicialmente, é a valorização da escolha do objeto do jogo pelo estudante e, como consequência, o trabalho deste estudante junto ao professor, o qual auxilia no processo de pensar sobre o funcionamento por trás do jato em termos dos conhecimentos matemáticos.

O recorte do diálogo mostra a discussão *em-uso* do conteúdo entre alunos e professor. A função exponencial, que não se encerra em si mesma, é utilizada como base para estabelecer a trajetória do jato no jogo. Ao perscrutar os excertos: [Camila] “(...) tínhamos um problema sem respostas [e] estudamos [diferentes] ideias de modo que o jato atravessasse o palco [...] examinamos os movimentos dele e as suas proporções”; e [Caio] “analisamos o percurso [e] descobrimos... $J(x) = e^{k \cdot x}$ ”, compreendemos que a produção de eletrônicos não se limita ao par pergunta-resposta do conhecimento matemático, mas valoriza múltiplos caminhos, não necessariamente previsíveis, para que os estudantes construam modelos matemáticos *em-uso*, quando desenvolvem ideias e estratégias para solucioná-los engajadamente. O conhecimento “torna-se valorizado pelo próprio aluno por ser útil, por ser possível compartilhar com outras pessoas e por combinar com o estilo pessoal de cada indivíduo” (PAPERT, 2008, p. 173). Abaixo podemos visualizar (de forma editada) algumas funções dos jatos no plano cartesiano.

Leiaute e trajetórias dos jatos: curvas exponenciais $J(x) = a \cdot e^{k \cdot x} + b$, sendo $k = 0.01$ e $b = 0$, $a \in \mathbb{R}$

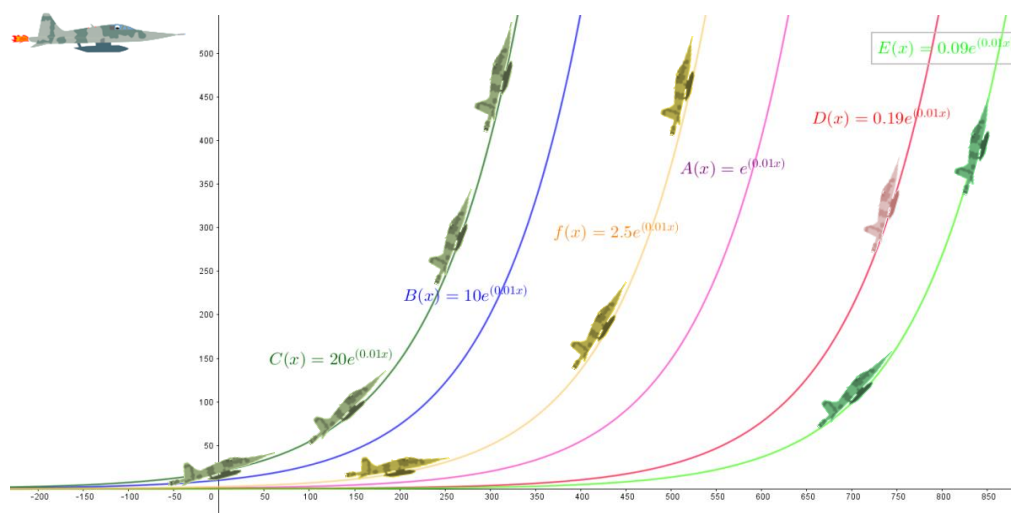


Ilustração 1C: Simulação da trajetória dos Jatos (Dados da Pesquisa)
Fonte: elaborada pelo autor.

- Camila** Caio, observo que seu grupo explorou as funções exponenciais com bases positivas. Por quê? A base $[e]$ não pode ser negativa? Muda o trajeto?
- Caio** [Fica pensativo] Hum..., vamos pensar [Pausa] Há três casos para os valores de base neperiana e (funções exponenciais) [(i) $e > 1$ e $e \neq 1$; (ii) $0 < e < 1$]; e (funções similares às exponenciais) [(iii) $e < 0$] [explana os casos e contextos à turma], conforme a orientação do professor. Por fim, constatamos que o melhor caso seria a base $e > 1$, pelo fato de fazer com que os jatos cresçam e tenham trajetórias sempre crescentes. Isso fez sentido para o jogo!
- Guímel** [Tempo depois] (...) Não só a base, investigamos os parâmetros $[a, b]$ da função exponencial, na verdade, quebramos a cabeça para escolher valores que permitissem a trajetória do jato passar na tela (...). No nosso código de programação [em especial, a função $J(x) = a \cdot e^{k \cdot x} + b$], exploramos diferentes valores de a , b e k para descrever a melhor trajetória do jato dentro da tela do jogo [mostra os diferentes valores testados, analisados e debatidos].
- Caio** Criamos e apagamos o código várias vezes... [sucessão de pensamentos] [e] definimos os parâmetros $a = 20$ e $b = 0$ e o produto do expoente por $k = 0,01$ com muito esforço [argumenta sobre as falhas e faz testes junto à turma]. Isso para deixar os jatos e seus percursos dentro da tela, respeitando suas dimensões (x, y) . Ao simularmos os valores, notamos que se os valores de a aumentam, então a curva ficaria mais próxima ao eixo y . Isso resultaria um voo do jato quase verticalizado e isso não daria certo aqui [arguições]
- Professor** [...] Gostei das ideias e dos valores. Não havia pensado neles... Há outros que satisfaçam também a condição estabelecida por vocês? [dimensão do palco].
- Victor** Acho que sim, professor. Estamos pensando nesses valores... Vamos projetá-los no código de programação aliados às funções recursivas... [Engajamos] para desenhar as funções no jogo, vimos que o valor de $a = 0$ não geraria a função exponencial [condição de existência], porque o produto vai anular a própria função, daí não tem curva, não é? [Discussão sobre os cálculos entre os grupos]. Também se $x = 0$ não vai formar curva exponencial, porque todo número real elevado a zero é igual a 1 [$f(x) = a \cdot e^{k \cdot x} \leftrightarrow f(0) = a \cdot e^{k \cdot 0} = f(0) = a \cdot e^0 = a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$]. [reta horizontal paralela ao eixo x gerada].

Ao abordar as ideias da função exponencial *em-uso* a partir de problemas imprevisíveis [construir modelos matemáticos para alçar voo com o jato], há espaço à experimentação, troca de ideias e depurações, como se nota: [Caio]: “vamos *pensar*”. Neste contexto de Formação em Matemática, o conhecimento sobre a função exponencial não é simplesmente empilhado como tijolos e, numa direção contrária, ele se remonta em um processo de “(...) aprendizagem *em-uso* [dos conteúdos curriculares pela produção de jogos] [e] libera os alunos para aprender de uma forma pessoal (PAPERT, 2008, p. 71). Isso, por sua vez, libera os professores para oferecer aos seus alunos algo mais autônomo, a partir de problemas [abertos]” (PAPERT, 2008, p. 71), que visam interromper a lógica ternária *definição-exemplo-exercícios* de Matemática, dando mais sentido ao conhecimento de Matemática pela participação ativa.

Percebemos que as ideias *em-uso* de Matemática ocorrem quando os alunos têm a chance de questionar e investigar resultados, criar ideias e testá-las colaborativamente ao desenvolver suas invenções eletrônicas, como observamos nas transcrições: [Camila] “a base

e não pode ser negativa? Por quê? [Questionamento]”; [Caio] “[análise] três casos (...) (i) $e > 1$ e $e \neq 1$; (ii) $0 < e < 1$; (iii) $e < 0$; [Caio] “[hipótese] se a base $e > 1$ ”, então...; [Guímel] “investigamos os parâmetros a e b [investigação], (...) quebramos a cabeça para obter $J(x) = a \cdot e^{k \cdot x} + b$ [depuração]”. Nessas observações, identificamos características específicas do saber e fazer matematicamente ao contexto de Formação em Matemática, entre as quais se emergem: questionar e analisar estratégias, conceitos e ideias, construir hipóteses e, quando necessário, saber refutá-las mediante as depurações-compartilhadas realizadas dos resultados. Identificamos que, ao trabalhar com problemas *em-uso*, descentralizando o foco de exercícios matemáticos fechados e colocando em suspensão a mera repetição da programação (sem contexto), os alunos podem ter a chance de pensar e argumentar sobre o problema em questão e, por conseguinte, desenvolver múltiplos caminhos não antevistos para solucioná-lo.

Ponderamos que tais características se confluem com ideias do PC por meio do “[...] processo de pensamento, que envolve a formulação de problemas e suas soluções para que elas sejam representadas de forma que possam ser efetivamente realizadas e aplicadas em situações reais [aqui, destinadas ao Parkinson]” (WING, 2010, p. 1, tradução nossa). Ao analisar os recortes subsequentes, [Caio] “[...] criamos e apagamos o código várias vezes... [Por fim] definimos $a = 20$ e $b = 0$ $k = 0,01$ [sucessão de pensamentos]”; [Guímel] “valores a, b e k [descrevem] a melhor trajetória do jato”; [Vitor] “vamos projetá-los... [negação] não gera curva exponencial $[f(x) = a \cdot e^{k \cdot x} \leftrightarrow f(0) = a \cdot e^{k \cdot 0} = f(0) = a \cdot e^0 = a \cdot 1 = 1 \cdot a = a]$ ”, entendemos que a formulação e projeção de problemas, bem como as suas respectivas argumentações, buscam conferir aos alunos oportunidades para lidar com o erro, a frustração, desenhar estratégias e gerar soluções a partir do manejo de ideias e cálculos de Matemática.

Embora tenham obtido a melhor trajetória que descrevesse ou desenhasse o percurso do jato, os alunos precisaram promover ideias, pensamentos e reflexões, as quais se associam ao domínio do PC, haja vista que “a análise do pensamento (pensar sobre o pensar) e de como ele difere dos outros, bem como a prática na análise de problemas podem resultar num novo grau de sofisticação intelectual, que sirva a um determinado problema” (PAPERT, 1980, p. 45). “O *pensar com* [invenções eletrônicas] e o *pensar sobre o próprio pensar*, contribui para que [o aprendiz] se torne um epistemólogo; e que possa ter uma forma alternativa e distinta de pensar” (ALMEIDA; VALENTE, 2019, p. 2010, grifos dos autores), abrindo janelas à compreensão, criação e interação de modelos em processos sucessivos lógicos do próprio pensamento. Refletimos que o *pensar sobre o pensar* não basta simplesmente pensar isolado e arbitrariamente sobre um determinado fenômeno, como se as questões fossem desconexas e as

estratégias sem propósitos. Para *pensar sobre o pensar* é necessário que o aluno compreenda o processo e “embarque em numa exploração sobre a forma como ele próprio pensa, [aprimorando ideias e obtendo resultados à luz de suas depurações]” (PAPERT, 1985, p. 35).

Os alunos não ficam subordinados à competência intelectual do docente. Isso porque, o professor-pesquisador, que se posiciona como mediador de aprendizagem, também se enxerga como aprendiz ao avançar com seu aluno, conforme excerto: [Professor] “Não havia pensado [nisso]”. Neste sentido, a concepção não é a de centrar tudo no professor, mas, de acordo com Resnick (2017), refere-se a promover caminhos para que os estudantes se tornem mais criativos e autônomos, ao longo de seu processo de formação, ajudando-os na “maneira como compartilham, [refletem, desenvolvem] e colaboram [uns com outros em sala de aula], [e] fornecendo-lhes as melhores ferramentas, suportes e oportunidades para isso” (RESNICK, 2017, p. 99, tradução nossa). Ao tomarmos a consciência sobre abordagens que promovam a parceria professor-aluno e aluno-aluno aliada ao currículo de Matemática, nestes dados, vislumbramos um possível contexto formativo em Matemática como novo caminho diante da burocracia educacional e da reprodução sem sentido (D’AMBROSIO, 2009; D’AMBROSIO; D’AMBROSIO, 2015), as quais podem ser visualizadas nas ilustrações e fragmentos, a seguir.

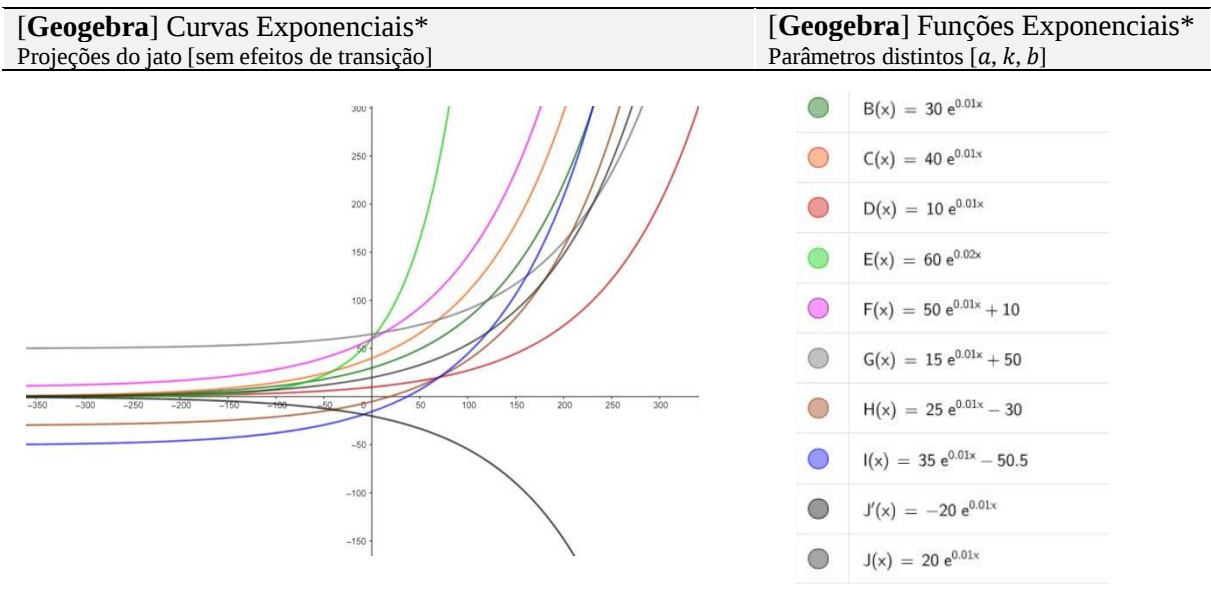


Ilustração 2A: Estudos das Curvas Exponenciais e Não Exponenciais* [$J'(x)$] (Dados da Pesquisa).
Fonte: elaborada pelo autor.

Professor Tendo em vista as trajetórias dos jatos, podemos formalizar algumas ideias... [Questões norteadoras: Quais características que se evidenciam nas funções jatos $J(x)$], que diferem das demais? E seus intervalos em R ?] [Investigação]. O que pensaram para modelar essa função ao código? [discussões e testes].

João G. Além do x no expoente, tem a questão dos intervalos e parâmetros. Nosso incrível modelo [sensação de orgulho] $J(x) = a \cdot e^{k \cdot x} + b$. Neste intervalo, desenhos crescentes [$e > 0$ e $e \neq 1$]. Para valores de e entre 0 e 1 [$0 < e < 1$], nos registros, decrescem... Jatos para o mar [risos]. Descartamos as bases não positivas [$e \leq 0$] de funções que se parecem exponenciais.

Professor [...] Modelamos os comportamentos [trajetórias] dos jatos a partir das funções exponenciais, descobrindo e respeitando as suas condições [prop.]. Curioso é que se tivermos duas funções j e j' com características de exponenciais do tipo $j(x) = -j'(x)$, a função j' sofrerá uma reflexão em relação ao eixo x . [...] Agora, vamos inventar [aprimorar] o código da $J(x)$ juntos (...) [Discussão].

Curva exponencial [Leiaute no Scratch]

$j(x) = a \cdot e^{k \cdot x} + b$, sendo $a = 20$ e $b \in R$

Linguagem de Programação Scratch

$[20 * e^{0.01 * (x * position)}]$, $b = 0$, $a = 20$, $k = 0.01$

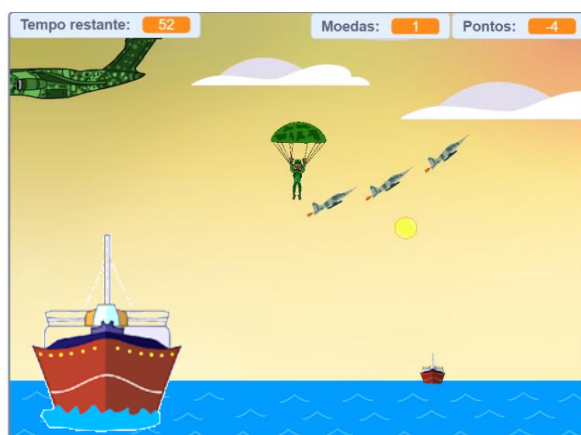


Ilustração 2B: Leiaute do Jogo Paraquedas e algoritmo do jato (Dados da Pesquisa).

Fonte: elaborada pelo autor.

De acordo com as Ilustrações 2 (A e B) e fragmentos correspondentes, notamos que a lógica formativa em Matemática se inverte ao longo do processo de aprendizagem. Ao perscrutar os recortes: [Caio] “[criamos] função jato $J(x) = a \cdot e^{k \cdot x} + b$ [sendo $e > 0$ e $e \neq 1$]”; [João G.] “Jatos para o mar [$e < 0$, não exponencial]... descartamos!” e [Professor] “podemos formalizar algumas ideias [a partir dela] (...) O que pensaram para modelar essa função ao código [função exponencial]?”, entendemos que, em vez de se limitar à formalização excessiva de termos matemáticos, o contexto valoriza a *investigação-compreensão* e, por extensão, a formalização de conceitos por meio de questões norteadoras. Tais inversões se fundam no sentido de oportunizar mais “críticidade relativa a percepções, pensamentos e decisões do aluno [do conteúdo]” (D'AMBROSIO; LOPES, 2015, p.7), não se restringindo à abordagem metodológica e avaliativa da pedagogia do treinamento. Podemos notar que essa investigação-compreensão permanece na discussão dos demais objetos do jogo.

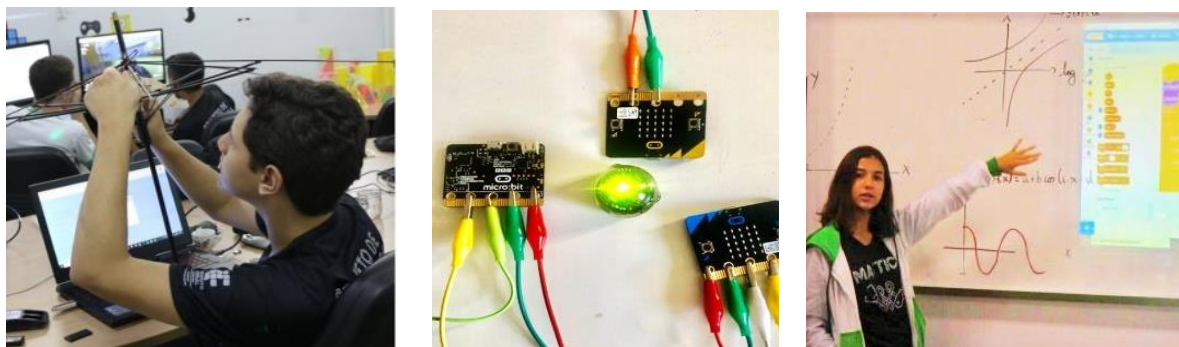


Ilustração 2C: Conexão da placa Micro-bit no Guarda-Chuva de sucata (Dados da Pesquisa).

Fonte: elaborada pelo autor.

Eduardo Pensamos nas condicionais e *loops* para “rodar” as funções no programa. Os jatos entrarão de forma aleatória e não colidirão entre si. Nosso grupo pensou [explana] $\{x: -220 \text{ y} = 0 > \text{set y to } [20 * e^{0.01} * (x.\text{position})]; b = 0; a = 20, k = 0.01\}$ [...] Precisamos conectar isso ao sensor para ajudar nos movimentos... O grupo de vocês pensou alguma coisa [diferente]?

Karolainy Ótimo! Eduardo, o código faz sentido. Usamos um algoritmo similar para a moeda. Investigamos o modelo trigonométrico e seus parâmetros no jogo [mostra: no programa e quadro: $f(x) = a + b.\cos(c.x + d); M: \text{moeda}$]

João P. A moeda deu trabalho [risos] para nosso grupo. Com a análise dos parâmetros, conseguimos obter: $a = d = 0; b = 50 \text{ e } c = 2$. Por meio dos códigos de programação e da função $[M(x) = (50\cos(2.x))]$, visualizamos o trajeto da moeda no palco (...) Tivemos segurança em criar e resolver esse problema.

Stella [Tempo] Rascunhamos algumas ideias [discussão]. Ao tentar despistar dos jatos [com o dispositivo robótico] e pegar as moedas, os pacientes precisarão se concentrar e mover os braços. Eles vão ter que fazer o paraquedista pousar no navio, a partir de movimentos sincronizados e estratégicos... [Porém], estamos desenvolvendo o código para ele para saltar aleatoriamente (...). Mexemos no sensor de captura de movimentos com *micro-bit* do paraquedista.

Caio Usaremos as placas (*micro-bit*) conectadas ao guarda-chuva de sucatas. Daí, os sensores captarão os movimentos dos pacientes com ele... [Discussão entre os grupos] Precisamos alinhar o sensor e ajustar os códigos de programação...

Professor Vamos conectar a placa ao guarda-chuva e construir o algoritmo disso [Tempo] O programa pode iniciar a partir de um clone gerado [obtido por um subprograma recursivo, ou seja, que chama a si mesmo], até a sua resolução [exploração]. O algoritmo funciona... Onde o nosso paraquedista pode iniciar?

Caio [Discussão e simulação] Acho que o paraquedista pode iniciar na coordenada $(x = 0, y = 100)$ [mantendo-se x estático enquanto a ordenada y varia até -200 , quando o programa é encerrado]... Falta conectar o giro do paraquedista [i.e, movimento alinhado do paraquedista ao guarda-chuva, direita e esquerda].

Professor [Discussão do operador de lógica] Os comandos de relação e lógica podem auxiliar aqui [...] se o paciente mover o paraquedista-robótico à direita (o sensor da placa BBC: *micro-bit* conectado nele) receberá “não vire à esquerda”. Com efeito, o paraquedista [no jogo] inclinará à direita também. Se receber “não vire à direita”, o personagem se inclinará à esquerda. Vamos testar isso? (...).

Karolainy Acho que o algoritmo do guarda-chuva está bugado... [Problema técnico] Ah,

agora, está girando [ideia de ângulo]... Foi! É só alterar o valor dele [ângulo]... Mas, vamos girar mais um pouco à direita [mostra a rotação do sensor micro-bit]. Ficou melhor [...] Precisamos tomar cuidado com isso, pois o movimento é essencial. O guarda-chuva precisa ficar adequado e sincronizado [...].

Victor Isso mesmo! É preciso deixar o paraquedas funcionando certinho... Tem que tirar as pontas... Podemos colocar borrachinhas aqui... [Discussão] Para os pacientes que não puderem ficar de pé, podemos criar um sistema elétrico de captação para eles. O que acham? Usamos a *placa Makey* e os fios de cobre para passar a eletricidade. Captaremos os movimentos pelos pés...

Os excertos [Eduardo] “Pensamos nas condicionais e *loops* para “rodar” as funções (...) os jatos entrarão $\{x:-220 \ y=0 \ > \ set \ y \ to \ [20 * e^{0.01 * (x. \ position)}]; \ b=0; \ a=20, \ k=0.01\}$ ”; [Karolayne] “[esse] código faz sentido [para mim] (...) usamos um algoritmo similar para a moeda [usando a função: $f(x) = a + b \cdot \cos(c \cdot x + d)$] (...)”; e [João P.] Com a análise dos parâmetros, obtivemos: $[M(x) = (50 \cos(2 \cdot x))]$ ”, evidenciam a maneira como os alunos trabalham com o conteúdo no processo de formação. Tais recortes mostram como os alunos refutam, articulam ou (re)consideram estratégias durante a construção do jato (elemento principal) e da moeda (elemento secundário) no jogo. Consideramos o trabalho de *descrição-expressão* pelos alunos favorável à compreensão. A formalização de ideias Matemáticas constitui-se como campo dinâmico de troca e expertises democráticas, refletindo impossibilidades às estruturas pedagógicas uniformes, as quais submetem obrigatoriamente a definição de objetos matemáticos isolados como ponto de partida à aprendizagem, como se os alunos carecessem estar sempre encapsulados a um conjunto de regras excessivas para avançar em um determinado assunto. A respeito disso, reconhecemos que esse contexto de invenção e Formação em Matemática requer, no mínimo, um trabalho “mais adaptável, [dinâmico] e flexível, no qual os professores usam sua autoridade para estabelecer acordos que não sejam autoritários e abandonam o papel de disciplinadores, criando, assim, um espaço produtivo, [dialógico, criativo] e democrático” (BLIKSTEIN, 2008, p. 854, tradução nossa).

Em consonância com o Construcionismo, a democratização de ideias e a valorização de expertises do aluno e da mediação do professor tecem oportunidades para que os ambos tenham qualidade formativa, cognitivamente exigente e permeada por experiências enriquecedoras (HAREL, PAPERT; 1991). Ao desenhar possibilidades de invenções, como expressaram a [Stella] “rascunhamos algumas ideias” e o [João P.] “Tivemos segurança em criar e resolver esse problema”, os alunos atribuem sentidos às coisas e, por inferência, atribuem novos olhares às invenções ao Parkinson junto à equipe do projeto. Tal forma de propor invenção ou diferentes maneiras de pensar ao grupo se configura como processo de autonomia, no qual o sentimento de confiança do aluno, que lhe é próprio, está presente ao

longo da sua atuação, responsável e independente. Entendemos que não basta identificar a raiz de um problema, é preciso compreendê-lo e desenhar estratégias para resolvê-lo no contexto de formação, atuando emancipadamente na sociedade [de modo] a transformar uma situação específica em sala de aula (BARBOSA; LOPES, 2020). Assim, a visão emancipatória do contexto de formação pode ser interpretada como “fazer com que os alunos se sintam agentes de ação e mudança no mundo” (BLIKSTEIN, 2008, p. 853), permitindo-lhes descobrir possibilidades com a autonomia e intervenção intelectualmente engajada.

Ao desenvolver códigos de programação, integrados aos demais componentes do jogo, placas e sensores, os alunos se postam contra a passividade e assumem a posição de inventores, buscando construir soluções específicas ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson, como se identifica nas discussões: [Stella] “[...] os pacientes precisarão concentrar e mover os braços [e] (...) a partir de movimentos sincronizados e estratégicos [e] sensor de captura de movimentos” [invenção]; [Caio] “Precisamos alinhar o sensor e ajustar os códigos de programação... Falta conectar o giro do paraquedas (direita e esquerda); [Professor] se o paciente mover o paraquedas-robótico à direita (sensor do guarda-chuva) receberá ‘não vire à esquerda... Se receber “não vire à direita”, o personagem se inclinará à esquerda. Vamos testar isso? [descrição do código de programação]”; [Karolayne] “Vamos precisar girar mais um pouco à direita”; e [Vitor] “Para os pacientes que não puderem ficar em pé, podemos criar um sistema elétrico de captação pelos pés...”. A partir desses recortes, ponderamos dois pontos que sombreassem neste contexto de Formação em Matemática. O primeiro deles diz respeito à assunção de responsabilidade de ambos os sujeitos, professor e estudantes, que trabalham coletivamente para resolver o problema de conexão entre o dispositivo robótico (Guarda-chuva) e o código do Paraquedista. O segundo fator se refere a um espaço que não se limite ao conteúdo propriamente dito de matemática, haja vista que os alunos conectam a Matemática com a Computação, integrando o encadeamento da lógica e a concatenação de ideias entre distintas áreas do conhecimento para um mesmo fim de invenção (PAPERT, 1996; 2008).

Entretanto, para que essa conexão entre conhecimentos ocorra, ponderamos que se torna necessário criar e nutrir um espaço motivador que não se prenda somente ao currículo e nem reduza o processo de invenção a uma sequência de passos predefinidos. Pelo contrário é preciso que haja a abertura para novos elementos nas aulas de matemática e que “[...] o estudante tenha tempo suficiente para se relacionar com a tarefa [de invenção robótica, aqui, no caso o Guarda-chuva com os códigos de programação da placa Micro-bit] e, assim, executá-la, tendo a participação ativa do professor como problematizador e mediador do processo de aprendizagem” (MALTEMPI, 2008, p. 25). Outro aspecto que nos chama a

atenção nesse engajamento concerne ao não abandono das dificuldades que ocorrem durante a conexão do jogo com o dispositivo robótico, como podemos observar no excerto: [Karolayne] “Acho que o algoritmo do guarda-chuva está bugado [Problema técnico] agora, está girando”. O ato de “girar” pressupõe caminhos pelos quais a estudante buscou criar de modo a corrigir o problema do ângulo de rotação, sem esperar necessariamente instruções de “como fazer” isso.

Nesta especificidade, o processo de analisar o erro e buscar estratégias para corrigi-lo, mesmo no final do processo de construção do eletrônico, aponta para a autonomia do aluno. Nesse prisma, à luz do Construcionismo, para que os estudantes possam despojar-se da postura de meros ouvintes para assumirem a participação comprometida com sua aprendizagem é essencial que o contexto favoreça situações de confiança e que promova contextos desencadeadores de reflexão-discussão e depuração-compartilhada. Após a finalização dos testes dos algoritmos e das conexões entre os dispositivos robóticos, em um processo contínuo de análise-simulações, a invenção se destinou às sessões de Parkinson, auxiliando os profissionais da saúde, no hospital, como se destaca a seguir, na Ilustração 3A.

Pegadas e Pisadas Sensoriais	Paraquedas Apoiado	Paraquedas Livre/Autônomo
		
[motor] Movimentos sincronizados; Estímulo aos membros inferiores; Equilíbrio dependente (apoio) e coluna. Incentivo à marcha, força e pisadas. [cognitivo] Raciocínio e concentração. [social] Empenho e dedicação coletiva.	[motor] Movimentos coordenados; Estímulo aos membros superiores; Equilíbrio dependente (apoio) e força. Incentivo à postura correta da coluna. [Cognitivo] Concentração e raciocínio. [social] Autocuidado e interação mútua.	[motor] Movimentos espontâneos Estímulo aos membros superiores; Equilíbrio independente (sem ajuda). Incentivo à coordenação mãos/braços. [Cognitivo] Concentração e raciocínio. [social] Motivação coletiva.

Ilustração 3A – Sessões de fisioterapia: Invenções científico-tecnológicas ao Parkinson (Dados da Pesquisa).

Fonte: elaborada pelo autor.

A primeira imagem à esquerda, de acordo com a Ilustração 3A, exemplifica um paciente sentado, sendo auxiliado pelos profissionais quanto ao seu tratamento. Salientamos que o jogo foi adaptado para que também captasse, além das ações corporais dos braços e coluna, os movimentos dos pés daqueles que não conseguissem ficar em pé em razão do avanço da doença. Na segunda imagem, observamos outro paciente na sessão de fisioterapia de Parkinson, tendo a ajuda de um dos estudantes quanto aos movimentos sincronizados e

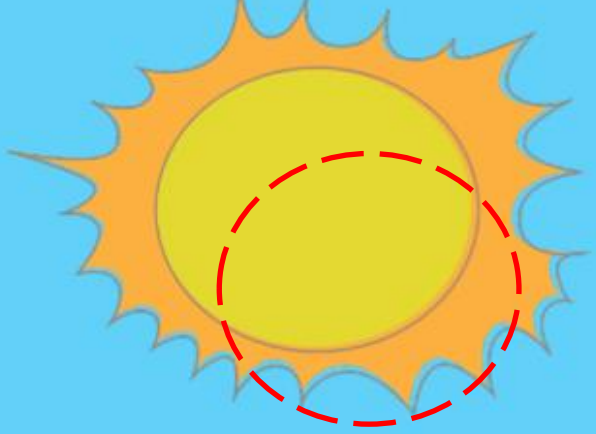
coordenados. É importante esclarecer que os estudantes auxiliavam os profissionais quando autorizados não só na instrução de saber como jogar o jogo, como também no apoio que os pacientes precisavam ter de modo a ter um bom desempenho inicial. Ressaltamos, ainda, que, nesta etapa, os pacientes foram incentivados a usar e a manter a coluna ereta e também ter uma marcha firme com os pés. Na última imagem, é possível visualizar o desenvolvimento independente do paciente no desenvolvimento sincronizado do eletrônico na sessão de retardamento. Em síntese, o jogo Paraquedas e o dispositivo Paraquedas-Robótico associado, que integram as demais criações desta pesquisa, têm servido como base para estimular habilidades motoras, cognitivas dos acometidos, além dos aspectos sociais. Convém enfatizar que, conforme a área especialista do Hospital, as intervenções fisioterápicas devem ser acompanhadas e trabalhadas em longo prazo. Os eletrônicos desenvolvidos, como o Paraquedas e Paraquedas-Robótico, buscam estimular momentos de marcha, coluna, braços, pescoço e pernas dos pacientes. Tais estímulos, conforme Morris (2006) e Nieuwboer *et al.* (2007), visam estabelecer a prevenção a atrofia muscular e interromper a inabilidade de ações.

Por um lado, à luz da literatura específica ao Parkinson, os movimentos estratégicos mobilizados pelos jogos e dispositivos, além dos aspectos sócio-motivacionais, podem provocar um aumento de liberação da dopamina, haja vista que eles se originam pelo processo das características ambientais, o que pode resultar no encorajamento do paciente a participar das sessões, deixando-o, por conseguinte, mais motivado frente ao seu tratamento (GALNA *et al.*, 2014). Por outro lado, de acordo com os excertos à luz das dimensões construcionistas, concebemos que o trabalho voltado para o tratamento de Parkinson valoriza novos caminhos para se pensar a formação em Matemática de jovens que sejam socialmente engajados com o conhecimento curricular. Uma formação que visa formar sujeitos capazes de propor contribuições ao mundo em vez de repetir fórmulas sem finalidade. Por fim, avaliamos que a compreensão deste contexto se torna coerente quando também consideramos os significados e os processos atribuídos pelos sujeitos de pesquisa por meio de suas expectativas e motivações.

Neste sentido, concordamos com D'Ambrosio (2009) que reforça a necessidade de respeitar e valorizar o conhecimento dos estudantes sem deixar de lado a realidade que os circunscreve. E, por essa razão, finalizamos este episódio, com foco no objetivo estabelecido nesta tese, com os depoimentos dos estudantes, de um profissional da saúde e um paciente, que participaram dos encontros no Hospital, utilizando o Paraquedas Robótico e demais invenções. Tais recortes buscam trazer mais contexto aos movimentos das sessões fisioterápicas: [Stella] “Paraquedas-Robótico foi um desafio grande... Eu me desafiei e me senti pertencente ao meio... senti capaz de fazer tudo aqui... isso marca a gente, sabe? E esse

jogo [Paraquedas] e esse dispositivo robótico são úteis e ajudam os lindos pacientes”; e [João G.] “Os idosos e profissionais acreditam muito no nosso trabalho e no nosso engajamento científico (...) é uma experiência à vida”; [Felipe Vaz] “aprender pela construção de códigos não foi uma tarefa fácil, mas foi satisfatório de mais aprender, a criar e ajudar os pacientes... Toda pequena conquista era parâmetro de motivação às próximas invenções...; [Gabriela] “Ver a reação dos idosos, quando jogam e se sentem bem, é algo maravilhoso”; (Saúde) [Raquel] “De uma forma séria, os pacientes estão sendo beneficiados”. Ajuda nos movimentos, equilíbrio, postura e no retardamento”; e (paciente) [Dona Vicentina] “*É bom* fazer todas as atividades com esses profissionais e jovens [alunos]. [Por exemplo] o Paraquedas [robótico] ajuda nos movimentos sincronizados...”. Conforme depoimentos específicos, a Intervenção dos participantes da pesquisa no Hospital diz respeito não apenas o conteúdo curricular– mas, especialmente, protagoniza questões essenciais ao respeito à vida – na qual a competência humana é colocada como um ingrediente indispensável da formação.

Percebemos que o campo da solidariedade e comprometimento com o bem-estar do idoso e de si é um mecanismo para se promover contextos formativos intrinsecamente responsáveis. Na produção do Paraquedas-Robótico, os alunos se sentiram responsáveis e se desafiaram ao trabalhar com os conteúdos curriculares de Matemática, mesmo não recebendo “recompensas” por meio de notas. Isso parece se justificar pelo fato de o uso desses eletrônicos (Paraquedas e Paraquedas Robóticos) não se limitar apenas a “aprender conteúdos de Matemática” (e.g.: funções exponenciais, trigonométricas; equações; etc.), mas usá-los para estabelecer relações com a sociedade de modo a intervir positiva e cientificamente nela. Isso emerge nos dados quando os conhecimentos matemáticos mobilizados são explorados como uma finalidade, com propósito (não só prática), e socialmente útil para o bem-comum das pessoas. Os alunos passam a vê-lo não como um corpo estático e determinado de regras mecanizadas (como parâmetros, funções exponenciais, etc.). Em vez disso, eles veem um conhecimento construído por seres humanos, o qual pode servir como veículo para erradicar o modelo alienante [do conteúdo em si mesmo] (D’AMBROSIO, 2009). Diante do exposto, avançamos ao E₂ a fim de conhecer mais sobre este processo de Formação em Matemática.

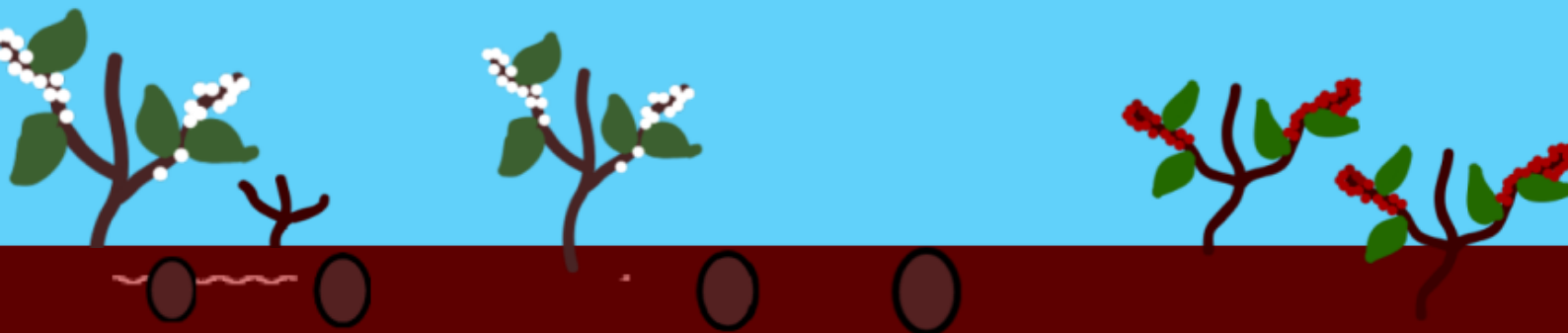


$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$



E₂: Pé de Café

Cf.: Jogo Disponível em: <https://scratch.mit.edu/projects/302294966/fullscreen/>





Pensar fora da caixa: por que não? Pé de Café e Regador Robótico

[Este tipo de formação] é inovador para mim. Nós conseguimos construir e **aplicar o conhecimento matemático** que aprendemos dentro da sala de aula em jogos. E esses jogos e dispositivos robóticos não são para diversão. Eles são inventados e usados no Hospital Dia do Idoso, que fica em Anápolis. Ajudamos no tratamento contra a doença de Parkinson. Para mim, **a maior dificuldade foi realmente pensar fora da caixinha**, pois desde sempre... Desde quando nós começamos a ser alfabetizados, nós aprendemos o conteúdo meio que sem finalidade [sem propósito]. Aprendemos, infelizmente, só para passar de ano ou para conseguir uma nota. Aqui não [processo de formação], **valoriza a sua criatividade, o que você pensa, a sua opinião...** Você consegue se expressar melhor [comunicar ideias]. **Não é o caminho mais fácil**, eu sei, é claro. Afinal, você pensar fora da caixinha é um processo meio doloroso, mas é muito gratificante. Afinal, quando você consegue [desenvolver ideias, pensar e inventar coisas úteis] e ver o resultado [aplicado no hospital]. E receber todo aquele carinho daqueles senhorzinhos... [Pausas... suspiros] É muito gratificante.

Carolina Vaz | Participante da Pesquisa.

Entrevista (depoimento) – Processo de Formação em Matemática.

Foto: Carol discorre sobre a formação vivenciada na pesquisa (jogo Pé de Café).



Cf.: Disponível em: <https://youtu.be/ZozS-Jf4OUg>.

E₂: Pé de Café e Regador-Robótico

O jogo Pé de Café associado ao dispositivo de robótica Regador é uma das invenções do grupo de alunos como forma de atender às sessões de fisioterapia do Hospital do Idoso. Tais eletrônicos buscam incentivar movimentos específicos e estratégicos coordenados, dando a mesma ideia do movimento de quando se rega uma planta com água, usando um regador convencional. Para que essa invenção científico-tecnológica fosse possível de realização, os grupos de alunos foram estimulados a mobilizar ideias de Matemática e aprender conceitos específicos, entre os quais se destacaram: função seno, (in)equação, programação e robótica. A ilustração, a seguir, sintetiza as principais fases de construção dessa invenção ao Parkinson:

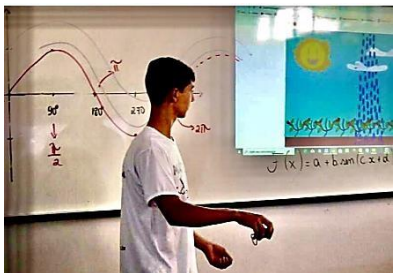
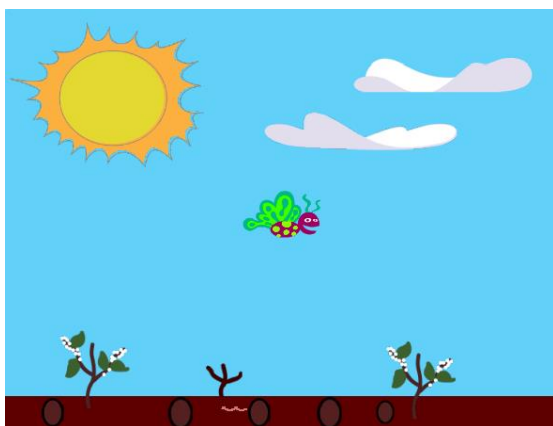
Ideação (Ideias Matemáticas)	Brainstorming (Construção do Regador)	Depurações (Simulações e Decisão final)
		

Ilustração 4A – *Jogo Pé de Café*: diferentes etapas da produção do Jogo - Função trigonométrica senoidal, regador-sensitivo e teste-análise-depuração do jogo em grupo (Dados da Pesquisa).

Na Figura 4A, da esquerda à direita, o aluno João Guilherme mobiliza ideias de Matemática, programação e robótica, durante a produção inicial do jogo e seus desdobramentos. Ele exemplifica a trajetória da minhoca em razão do comportamento da função senóide $[f(x) = a + b \cdot \text{sen}(x \cdot c + d)]$, incluindo as suas transformações geométricas (translações, rotações e reflexões), associando a elementos da programação gráfica: laço de repetição, condicionais, operadores lógicos e relacionais. Na imagem central, evidenciamos o dispositivo de robótica, um regador de baixo custo, composto por uma placa *BBC: micro-bit*, circuito elétrico, tinta, garrafa de plástico, além de materiais de papelaria. Na última imagem, observamos a aluna Joyce fazendo a simulação do jogo Pé de Café, em sala de aula. A proposta de criar esse regador, conectado ao jogo, voltou-se a estimular movimentos sincronizados e coordenados das mãos e braços dos pacientes, tendo em vista os fatores da doença de Parkinson associados à degeneração das capacidades motoras. A seguir, evidenciamos a tabela com os tópicos matemáticos e computacionais usados nessa invenção:

**[PALCO]**

O jogo é baseado no **Plano Cartesiano**.

Duas **dimensões**:

$$\text{Eixo } X: -240 \leq x \leq 240$$

$$\text{Eixo } Y: -180 \leq y \leq 180$$

Para localizar qualquer personagem do jogo no cenário, utilizam-se as coordenadas cartesianas.

Ponto Borboleta $Y_c = 110$, $X_c = 9 \rightarrow P(9, 110)$

[MINHOCA]

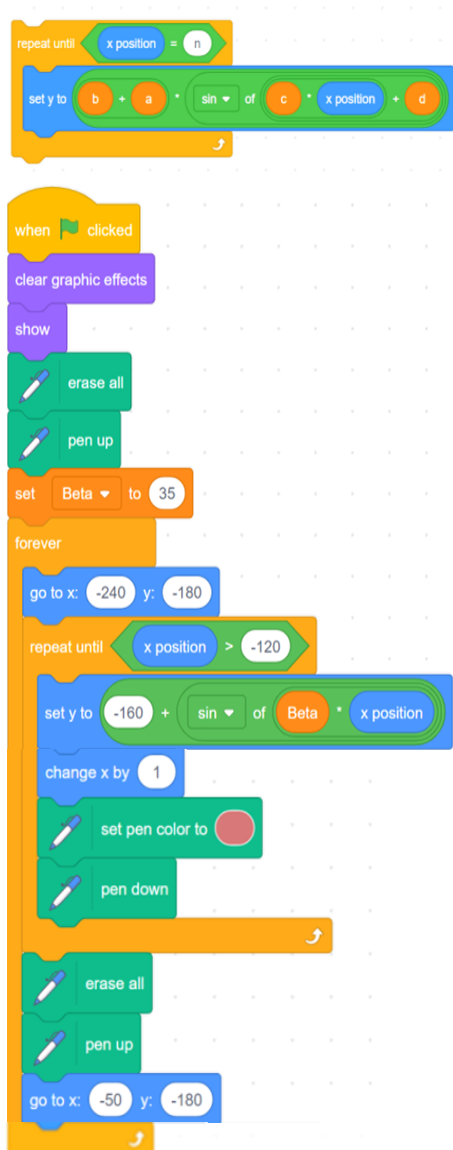
Destaca-se no recorte do programa o conteúdo curricular da **função trigonométrica senoidal** $g(x) = \text{sen}(x)$. No caso mais geral, explora-se a função $f(x) = b + a \cdot \text{sen}(c \cdot x + d)$, com $x \in \mathbb{R}$, nos quais a, b, c e d são coeficientes.

O parâmetro **a** no gráfico da função determina a translação vertical e o parâmetro **b** promove a dilatação (ou compressão) vertical do gráfico. O efeito do parâmetro **c** no gráfico da função altera o período da função, comprimindo ou expandindo o gráfico na horizontal, enquanto o parâmetro **d** promove a **translação** horizontal do gráfico.

Tais valores constituem-se tanto no campo matemático quanto no da Computação como variáveis e, portanto, são passíveis de serem explorados, testados e armazenados. A função é explorada no sentido de descrever a trajetória de uma minhoca no jogo, baseando-se em uma oscilação repetitiva, suave e contínua. Na lei de formação, observamos a mobilização de conceitos específicos, a saber: **amplitude e regularidade**.

Notamos na função canônica, $f(x) = \text{sen}(x)$ a ideia de uma função f limitada (**imagem**) $-1 \leq f(x) \leq 1$, além do período 2π . Em termos de programação gráfica, y recebe a função **senoidal** [$y = -160 + \text{sen}(\beta * \text{posição } x)$], sendo β (*beta*) variável real [declarada].

A trajetória da minhoca (início $x = -240$) descrita pela função senoidal repetirá até a posição de $x > -120$ [**inequação do 1º grau** ou **operador relacional**], envolvido com o **laço de repetição indefinido**.



[REGADOR]

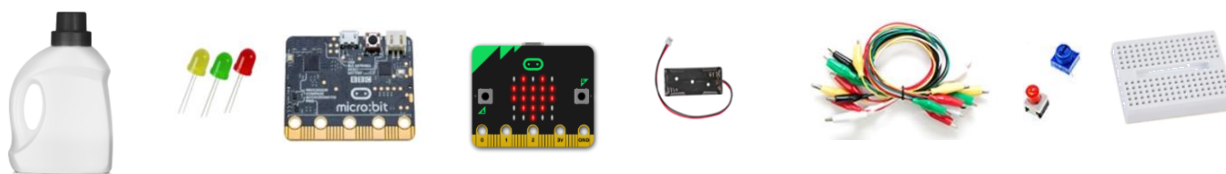
O código da placa robótica Micro-bit associado ao Scratch estrutura-se em uma **sequência** ordenada, que carrega passos lógicos e relacionais em um sistema de **paralelismo** da Computação.

Os dois algoritmos interligam-se para um mesmo fim: dar vida ao movimento do regador pelo BBC: micro-bit aliado à programação Scratch, tendo como base sensores que conectam software e hardware. O controle (sinalizado pela bandeira verde) indica o comando “start”.

A **interação (looping: sempre e repita)** envolve os valores angulares associados à posição de x , em uma perspectiva intuitiva de **coordenadas polares** $P = (r, \theta)$, em que r é o deslocamento de P , que é gerado pelo movimento produzido do regador com o sensor da placa embutido, e o θ é o ângulo tomado. Cada ponto polar representa a distância associada à angulação mobilizada pelo sensor. O comando envolve a ideia de inclinação (**ângulo**) associada à operação de divisão por 3 (redução de velocidade).

Em termos de programação também temos a presença de **sentenças falsas ou verdadeiras**. A ideia primitiva aqui é o chamado dado booleano (ou lógico), que assume dois valores. Há a presença de **operador lógico: NÃO, ou NOT**, que recebe como entrada um valor, o inverte. Toda a programação é associada aos códigos periféricos (parte física) da placa do Micro: bit. Os alunos desenvolvem sistemas de conexão e circuitos compatíveis a cada algoritmo.

Placas embutidas ao Regador: Micro: bit's + acessórios



Fonte: elaborado pelo autor.

Os conhecimentos mobilizados, conforme o Quadro 3, foram explorados e definidos ao longo do processo de invenção. Não foram colocados de forma aleatória e verticalizada pelo sistema educacional – do tipo: hoje, nós precisamos estudar função trigonométrica. Pelo contrário, após receber a indicação de um possível jogo da área médica, que simulasse um movimento similar ao regador de plantas, Pé de Café, professor-pesquisador e os estudantes

começaram coletivamente a trabalhar na manipulação de funções e construção de programas que pudessem representar tal invenção em um ambiente permeado de incertezas, diálogo e investigação-exploração. Isto é, desde o início do processo, foram trabalhadas partes menores dos programas, relacionando os conhecimentos matemáticos aos computacionais. Na medida do tempo, demais partes foram sendo aprimoradas. Um exemplo inicial desse processo pode ser visualizado na construção do programa “*Crescimento do Pé de Café*” (*design gráfico*), o qual sintetiza ideias relacionadas à álgebra booleana e operadores lógicos, variáveis e funções.

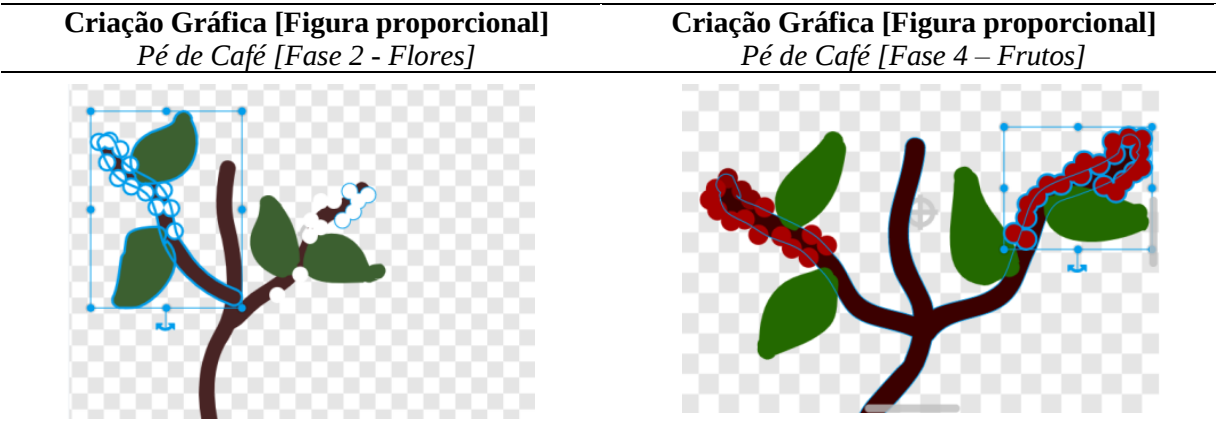


Ilustração 5A: Construção das figuras vetorizadas [personagens] à implementação do jogo no *Scratch*

FASE 1 <i>Semente</i>	FASE 2 <i>Galho</i>	FASE 3 <i>Flores</i>	FASE 4 <i>Fruto</i>
			
$0 \leq CC \leq 50$ [CC ≥ 0 AND CC ≤ 50]	$50 < CC \leq 100$ [CC > 50 AND CC ≤ 100]	$100 < CC \leq 200$ [CC > 100 AND CC ≤ 200]	$200 < CC \leq 500$ [CC > 200 AND CC ≤ 500]

Ilustração 5B: Jogo Pé de Café: Fases de crescimento do Pé de Café – produção aliada aos conceitos matemáticos, programação e robótica – Código: Crescimento de Café (CC) [intervalos] (Dados da Pesquisa).
Fonte: elaborado pelo autor.

- Joyce** Estamos criando um esboço gráfico das quatro etapas do crescimento do Pé de Café. Dividimos as partes para entender o processo da evolução do cafeeiro. O nosso jogo [ideias iniciais do grupo] deve estimular os movimentos das mãos e concentração do paciente ao regar as sementes de café ao decorrer do jogo [sentidos sincronizados – horizontais e verticais].
- Amanda** A ideia aqui é a de movimentar o regador e molhar o Pé de Café de tal modo que, em cada fase, ele possa crescer e oferecer bons frutos. Por trás do nosso jogo [compartilha os algoritmos à turma] (...) trabalhamos com o professor a

ideia de conjunto [booleana algébrico (*AND*, *OR*)] para fazer funcionar as transições da imagem do Pé de Café, que o João vai mostrar para gente (...).

João G. (...) etapas de crescimento do cafeeiro: a semente, o broto, a árvore florida e a árvore com os frutos. Usamos os operadores [lógicos] para fazê-los funcionar como havíamos planejado em grupo. Deu trabalho. Contamos com a ajuda do professor e dividimos as funções por partes. Também dividimos os intervalos de crescimento do Pé de Café [CC]. Pegamos a ideia de fazer o café e desmembramos as suas partes até chegar nesse algoritmo, que precisávamos (...) [mostra fragmento do algoritmo à turma].

Nas ilustrações 5 (A e B), da esquerda à direita, apresentam-se as fases de crescimento do Pé de Café, tendo como base a reflexão-discussão da construção dos elementos do jogo pelos alunos. Na argumentação, a aluna Joyce enfatiza que a evolução do Pé de Café se constitui em quatro etapas menores e complementares, associando-se aos elementos da Matemática inerentes à Computação. À luz das ideias do PC, Wing (2010; 2011), percebemos que quando há um problema complexo a ser explorado e desenvolvido pelos alunos, ocorrem novas possibilidades para a compreensão do objeto de estudo pela decomposição das partes do jogo, contribuindo para visão particular-geral das ideias dos algoritmos geradas no coletivo. Tal etapa, de quebrar as partes da estrutura do jogo digital, é caracterizada pela decomposição nos quais os desafios maiores são divididos em partes menores e vice-versa. O contexto motor para produção de significados é favorecido pelo engajamento dos estudantes, que discutem e argumentam sobre suas próprias construções eletrônicas de forma coletiva.

A busca pela compreensão da visão geral do funcionamento do jogo é orientada pelo professor, que assume a posição de parceiro da aprendizagem do aluno, ajudando-o a superar os desafios encaminhados, a buscar estratégias particulares e a sistematizar ideias específicas mobilizadas, como se nota na fala do aluno João G: “(...) contamos com a ajuda do professor e dividimos as funções por partes (...)”. Torna-se fundamental que o professor medie “processos e produtos de desenvolvimento para criar oportunidades de reflexão e para desenvolver a consciência do aluno quanto aos conceitos e [estratégias que são inventados]” (BLIKSTEIN; VALENTE, 2020, p. 255, tradução nossa). Nesse excerto, a atribuição de sentidos dada pelo aluno, a partir da divisão do algoritmo, é uma oportunidade de coordenar e construir novos conhecimentos, contribuindo para a compreensão e, por extensão, à aprendizagem, pois a depuração [análise, abstração e correção do erro da parte-todo do algoritmo] leva a uma nova descrição-reflexão e entendimento, diferente da anterior, e assim por diante (BARBA, 2016), favorecendo o pensamento lógico-racional (AZEVEDO, 2017).

Essa técnica de dividir o problema em partes menores configura-se como oportunidade de aprendizagem e é característica do PC (WING, 2011), mostrando-se

indissociável ao contexto de argumentação e problematização-significado pelo aluno, que carrega ideias da lógica de programação, representações do processamento sistemático e até mesmo da depuração do próprio programa. Isso pode ser observado no contexto, a seguir.

Trabalho Coletivo

Protagonismo, discussões e invenções

Testes e Circuitos (periféricos e regador)

Conexões: BBC: micro-bit e Makey Makey



Crescimento do Pé de Café

Fragmento do algoritmo e ideias Booleanas

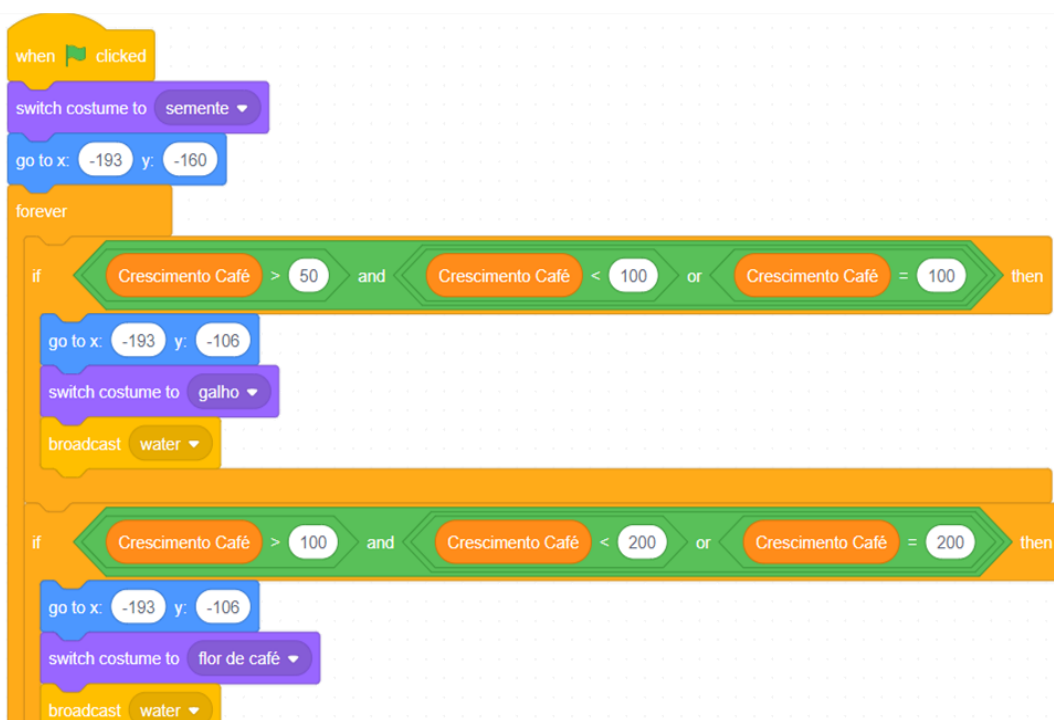


Ilustração 6A: Fases de crescimento do Pé de Café (blocos gráficos) – Discussão dos conceitos booleanos algébricos e operadores lógicos, inequações e variáveis – Testes iniciais do Regador (Dados da Pesquisa).

Carol A ideia é a de fazer a transição das fases do crescimento do Pé de Café. Quando a semente receber uma quantidade x de água, ela deve se transformar em galho. Com mais água fornecida pelo regador, o galho deve gerar flores e, por fim, na última fase, frutos. O algoritmo da transição está com problema, estamos tentando encontrar a solução da passagem dessa fase para essa outra.

Professor Que tal explorarmos as ideias da álgebra booleana de negação [operador not] para a transição funcionar, interligando o regador que vocês criaram? Podemos pensar sobre as sentenças verdadeiras e falsas (...) [Discussão-explicação de conceitos booleanos] (...) [os alunos criam coletivamente seus algoritmos] (...)

O que acontece quando unimos operandos pelos operadores *AND* e *OR*?

Professor Vamos investigar? [turbilhão de ideias]. [Depois de um tempo] Vamos verificar se é possível fazer a mudança de fase? [Investigam hipóteses dos conceitos booleanos e dos operadores lógicos e testam valores para os intervalos numéricos definidos – de forma exploratória e conjunta (...)].

Alexandre No início, não estava dando certo só com o operador “ou” [união] no sistema maior de paralelismo, então tentamos apenas com o operador “e” [interseção], mas também não deu certo, professor. Por fim, decidimos unir as ideias [e, ou, not] e acrescentar também a ideia do operador relacional de igualdade [=], e deu certo todo o conjunto nas variáveis [crescimento de café ao regador].

Amanda [Apresenta e discute parte do algoritmo aos colegas] Quebramos a cabeça para relacionar esses operadores. (...). Pensamos assim: Se o crescimento de café for maior que 100 e menor ou igual a 200 [$100 < x \leq 200$], [Computação: *If CC > 100 and <= 200, então galho*, onde CC: crescimento do Pé de Café], o galho vai virar a flor de café. Então, é assim, para cada quantidade de água recebida, que é nosso intervalo dos valores da abscissa x, o Pé de Café se desenvolve em fases específicas de acordo com os intervalos numéricos definidos na estrutura do algoritmo [discussão].

João G (...) Para o regador, ficou assim: *Quando inclinada para frente >> Espere até que [não inclinado para frente] >> mude [watering para false], limpe a tela, esconda*. O sistema aqui vai esperar até que não esteja virada para frente. Invertemos a resposta de lógica estrutural: se sim, não. Se não, sim. Acho que o algoritmo vai funcionar. Vamos testar inicialmente na placa *Makey Makey* [com setas] para captação dos movimentos sensoriais do regador? Que tal?

Em vez de definição-exemplo-exercícios, as ações de aprendizagem mobilizadas entre os alunos buscaram, conforme excertos anteriores, valorizar a compreensão-invenção-resultados quanto ao conteúdo da álgebra booleana, em especial, intercessão e união de eventos (in)dependentes. A ideia, aqui, não foi focar no conteúdo em si, mas oportunizar um processo formativo significativo que não se reduz a atividades fechadas a serem meramente consumidas pelos alunos (PAPERT, 2008; RESNICK, 2017). Nesse sentido, buscamos oportunizar, tendo como base as características do saber e fazer matematicamente integrado ao PC, um contexto no qual os alunos possam: desenvolver e comunicar ideias; lidar com o imprevisto; trabalhar com a análise-síntese, propor soluções para um problema encaminhado e estabelecer relações conceituais entre os campos de Matemática e Computação (WING, 2011; PAPERT, 2008). Tencionados por essa visão, a hierarquia procedimental conteúdo-exemplo-exercícios é rompida nessa concepção, dando lugar à inquietação ao desafio, à exploração e, por fim, à *depuração-compartilhada* a partir da experimentação ativa do aluno, na qual o processo de aprendizagem passa a ser tão fundamental quanto o seu produto final.

A discussão não é verticalizada do professor ao aluno, mas antes parte da experimentação entre professor-aluno, conforme excerto “(...) que tal experimentarmos (...) vamos investigar? (...) [Testam valores]...”. Os sujeitos trabalham conjuntamente para um o

mesmo fim e, ao mesmo tempo, buscam soluções de problemas encaminhados pela necessidade gerada do meio. Isso pode ser observado na proposta do grupo dos participantes em construir um algoritmo para o crescimento do café, a saber: “(...) não estava dando certo só com o operador “ou” (...) Por fim, acrescentar também a ideia do operador relacional de igualdade [=], e deu certo.”, a qual corrobora um processo não pragmático e nem linear de etapas, mas que se conjuga a partir de idas e vindas permeadas pela depuração de ideias e detecção de erros sistemáticos (BARBA, 2016). A “[...] questão a ser levantada a respeito do programa não é se ele está certo ou errado, mas se ele é executável” (PAPERT, 1985, p. 40). Assim, a proposta do aluno ter a chance de construir o algoritmo a partir do erro-depuração constitui-se um cenário fértil de reflexão e compreensão de conceitos computacionais e matemáticos, até porque analisar e tentar fazer do seu modo é muito diferente de repetir o que está pronto ou até mesmo substituir algum valor numérico ou algébrico no que já está feito.

O grupo relaciona conceitos algébricos booleanos e computacionais, operadores lógicos [and, or, not] e relacionais [$>$, $<$, $=$] na construção coletiva-engajado do algoritmo do crescimento do Pé de Café. Percebemos isso na argumentação-discussão da aluna Amanda à turma: “Quebramos a cabeça para relacionar esses operadores. Para cada intervalo numérico, o Pé de Café cresce. Pensamos assim: Se o crescimento de café for maior que 100 e menor ou igual a 200 *{If CC > 100 and <= 200, então galho}*”. Há uma discussão do sistema de códigos (ou sistema de símbolos e representações), mobilizada pela aluna em questão à turma, a qual passa pelo planejamento de ideias e estabelecimento de estratégia para fazer o algoritmo funcionar. Entendemos que esse processamento sistemático da informação em grupo, que não se reduz ao mecanismo unilateral de receita de bolo do professor ao aluno, abre possibilidades para o estudante desenvolver ideias e inventar coisas úteis em sala de aula e, por conseguinte, lidar com situações-problema imprevisíveis quando engajam coletivamente (BARBA, 2016).

Abre, também, possibilidades para a sistematização de conceitos específicos e para a criação de teorias provisórias de Matemática por meio da abstração de ideias e de conceitos curriculares, caracterizando uma aprendizagem não encapsulada de códigos, mecanização de procedimentos e formalismos de programação e Matemática. Entrevemos isso na mobilização da construção do algoritmo da minhoca – quando os alunos discutem o seu movimento senoidal, carregando conceitos da trigonometria, transformações e regularidades. Tais construções e discussões podem ser notadas nas ilustrações 7 (A/B) e excertos subsequentes:

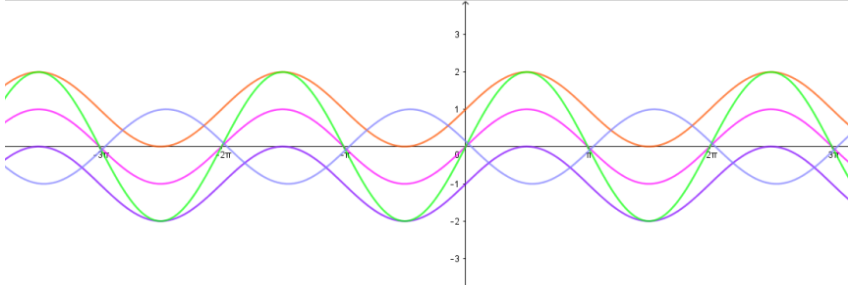
Linguagem e simbologia Software Geogebra	Visualização gráfica no Geogebra Funções Senoidais (padrões e regularidades)
► Janela de Álgebra ● $f(x) = \text{sen}(x)$ ● $g(x) = 1 + \text{sen}(x)$ ● $h(x) = -1 + \text{sen}(x)$ ● $A(x) = 2 \text{sen}(x)$ ● $B(x) = \text{sen}(x + 3)$	

Ilustração 7A - Função trigonométrica: *Geogebra* e *Scratch* - Estudo da trajetória da minhoca (Dados da Pesquisa)
Fonte: elaborada pelo autor.

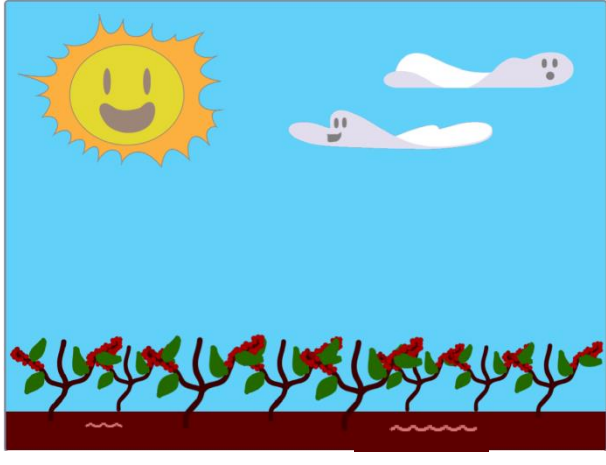
Linguagem e simbologia Software Scratch 3.0	Visualização gráfica no Jogo Pé de Café Estrutura algorítmica da minhoca – Modelo Senoidal
	

Ilustração 7B – Linguagem e Simbologias – Código de programação e visualização gráfica da minhoca no jogo [parte inferior da tela – ondulações na terra] (Dados da Pesquisa).
Fonte: elaborada pelo autor.

- Professor** [construção dos controles deslizantes (a, b, c, d) no software Geogebra]. O que acontece se adicionarmos um valor positivo ou negativo na função $f(x) = \text{sen}(x)$? Tente formular (explorar, definir e analisar) duas funções com valores distintos para o a [$f(x) = a \pm \text{sen}(x)$, sendo a o coeficiente] [Reconhecimento de padrão e comportamento da função Senóide].
- Amanda** Que massa! Ele fica do mesmo jeito, só sobe ou desce. Definimos para três funções escolhidas: $A(x) = 0 + \text{sen}(x)$, $B(x) = 2 + \text{sen}(x)$, e $C(x) = 2 - \text{sen}(x)$. Constatamos que as funções não alteram o período. Isso nos ajudará a pensar no algoritmo para a minhoca do jogo e suas ondulações em posições verticalizadas diferentes. Ela pode aparecer em posições diferentes.
- Professor** (...) podemos transladar a função verticalmente quando se soma ou subtrai o valor dela por uma constante, certo? [Burburinhos] Que tal pensarmos, agora, como poderíamos fazer essa função dilatar e esticar? Afinal, a minhoca pode ter características de movimentos diferentes [Discussão]...

João G Pensei que quando multiplicasse a função ela ficaria de outra forma, mas, faz sentido ficar assim... [dilatada verticalmente no mesmo ponto em x]. (...)

Fernanda Adicionamos e multiplicamos diversos valores na função e no seu argumento [ângulo]. Constatamos que ela deforma – dilata, estica e até contrai. Estamos fazendo isso também com o algoritmo no Scratch e Micro-bit. Ela vai precisar repetir [padrão] isso, então é o laço de repetição com a função envolvida (...). A minhoca apareceu na tela em um lugar não estratégico. Precisamos somar -160 na função da minhoca, porque ela ficará na terra e pelas dimensões em y, o valor mínimo é 180 [explica a lógica de funcionamento do algoritmo].

No diálogo anterior, os alunos exploram as ideias de transformação geométrica (como translação e regularidade) a partir da função senoidal $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(x \cdot c + d)$. O conteúdo não parte da resposta dada pelo professor, mas do questionamento de ideias e levantamento de hipóteses a serem confrontadas, como se nota na fala: “O que acontece se adicionarmos (...)” [e: resposta] “(...) A gente definiu para três funções escolhidas: $A(x) = 0 + \text{sen}(x)$, $B(x) = 2 + \text{sen}(x)$, e $C(x) = 2 - \text{sen}(x)$ (...) constatamos que as funções”. Os alunos surpreendem-se também pelo resultado não esperado: “(...) pensei que quando multiplicasse a função ela ficaria de outra forma, mas faz sentido ficar assim”. Nesse contexto, notamos que a construção de teorias provisórias Matemáticas no coletivo, mediante a um resultado inesperado, constitui-se como forma de ocasionar níveis de abstrações-reflexivas, que vai desde o pensamento ordinário (sobre um possível resultado), até a abstração-reflexiva quando se propõe novas estratégias para superar o erro (PAPERT, 2008).

Além disso, a construção de um algoritmo consiste em um processo sucessivo de abstração que compreende mecanismos lógicos e sequenciais (WING, 2011; PAPERT, 1994; 2008). Ao projetar o algoritmo da minhoca no jogo, por natureza, o estudante precisou desenvolver ideias gerais e específicas, entre os quais se emergiram: (i) trajetória da minhoca - lei de formação senoidal (função trigonométrica); (ii) sincronização de tempo e espaço; (iii) transformações geométricas - dilatações, translações e compreensões; (iv) regulação dos parâmetros negativos – os porquês da posição da minhoca; (v) conexão sequencial do algoritmo paralelo com demais comandos programáveis do jogo; etc. Concebemos que o processo de abstrair quando se constrói algoritmos específicos, embora relacionados, proporciona a reflexão das etapas sequenciais de entrada, execução e saída. Tal abstração permite ao aprendiz “[...] produzir algum conhecimento da sua ação ou do artefato construído [e] admite a projeção daquilo que é extraído de um nível mais baixo para um nível cognitivo mais elevado ou reorganizado em termos de conhecimento prévio” (VALENTE, 1999, p. 14).

Um dos conhecimentos prévios utilizados na construção do algoritmo da aluna é a translação da minhoca – da soma negativa $[-160]$ por questões lógicas do jogo: “A minhoca apareceu na tela em um lugar não estratégico [ação consequente, somaremos] -160 na função da minhoca, porque ela ficará na terra e pelas dimensões de y , o valor mínimo é -180 ”. A aluna Joyce analisa os dados de entrada do algoritmo e, por consequência, percebe que o resultado final não corresponde com seu pensamento inicial. Ao rever o processo, a aluna propõe novas ideias e constrói alternativas para a solução do problema encaminhado a partir do resultado não esperado. Esse contexto de depuração-compartilhada diz respeito a estratégias de pensamento que se constituem na formulação de um problema e na busca de respostas satisfatórias para ele, constituindo-se no ato de pensar (concreto-abstrato) como um pensador e não reproduzidor passivo (MALTEMPI, 2012; AZEVEDO, 2017; RESNICK, 2017).

A depuração-compartilhada do movimento da minhoca em termos do algoritmo possibilitou ao grupo de alunos a buscar por mais informações que lhes faltavam e, esse processo, permitiu pensar sobre novas ideias a partir do pensar já realizado, i.e., pensar-sobre-o-pensar (PAPERT, 2008). Nessa busca, conceitos são processados e novos conhecimentos podem ser construídos pelo estudante ao procurar novas estratégias para aprimorar o que já se conhece. Esse processo de construção de algoritmo é vinculado às etapas de testagem, ajustes, construção e funcionamento do regador robótico, que também acontece no Hospital, antes mesmo das sessões ao tratamento de Parkinson, como se nota na Ilustração 8A.



Ilustração 8A – *Jogo Pé de Café*: Etapas de construção dos jogos e dispositivos robóticos no Hospital – Testagem das voltagens e mecanismos de funcionamento às sessões de Parkinson (Dados da Pesquisa).

Antes das sessões de fisioterapia, os alunos continuaram a mobilizar ideias não só Matemáticas ou computacionais. Quando fizeram as testagens no hospital com os profissionais da área médica, compartilharam também conceitos de física, como: circuitos elétricos, sistemas paralelos ou em série, aceleração e velocidade, deslocamento, trabalho e peso. Isto é, o Pé de Café e seu dispositivo associado foram testados e as velocidades ajustadas, a fim de que evitasse contratempos e garantisse a segurança de todos. A

responsabilidade foi vinculada aos profissionais da área médica e à equipe do projeto. Depois de todos os equipamentos terem sido avaliados e devidamente aprovados pela área da saúde: carga elétrica, peso do equipamento e manutenção do espaço, as invenções tecnológicas, Pé de Café e Regador-Robótico, foram utilizadas nas sessões de tratamento de Parkinson.

Manipulação e Sincronismo (Sessão de Fisioterapia)	Concentração e auxílio Médico (Sessão de Fisioterapia)	Movimento duplo coordenado (Sessão de Fisioterapia)
		

Ilustração 9A – Sessão de Fisioterapia: Uso do jogo Pé de Café no Hospital dia do Idoso (Dados da Pesquisa).
Fonte: elaborada pelo autor.

Conforme a Figura 9A, observamos a sessão de tratamento com o Jogo Pé de Café e o seu dispositivo robótico associado Regador-Robótico. Salientamos que ideia por trás do Pé de Café não é só molhar as sementes de café e fazê-las germinar, vai além disso, volta-se, ainda, a estimular a concentração e os movimentos coordenados do corpo dos pacientes, tendo o auxílio dos profissionais da saúde. O Pé de Café associado ao seu dispositivo robótico buscou estimular movimentos estratégicos dos pacientes, provocando sensações diversas e impulsionando ações corporais de posição, reflexão e aceleração. Conforme literatura, tais estímulos visam melhorar a propriocepção do paciente, a amplitude de movimentos (motricidade) quanto à abdução, flexão e extensão de membros, exercendo estímulo aos músculos e dando mais coordenação motora, flexibilidade e resistência (SIN; LEE, 2013; ARUIN; SHIRATORI, 2003). Dessa forma, muito além de estimular o estudo de conteúdos específicos curriculares para criar modelos computacionais (e.g., Pé de Café), os dados nos permitem visualizar que esse contexto favorece o trabalho coletivo do aluno de tal modo que ele desenvolva propostas com o conhecimento matemático para um fim útil em sociedade.

Os dados desta seção sugerem que é necessário o estudante não só aprender o conteúdo (e.g., conjuntos booleanos, funções trigonométricas, equações, etc.) no contexto de formação Matemática, mas aplicá-lo com propósito legítimo e criativo de modo a trazer contribuições efetivas à sociedade por meio do conhecimento acadêmico, técnico e tecnológico. A respeito disso, ressaltamos a fala da Hanna sobre esta invenção quanto à sua formação em Matemática: “É gratificante saber que do Pé de Café, que foi criado por nós, mudou de forma positiva a

minha visão sobre a “terrível Matemática” (sensação de alívio). Esta experiência acrescentou muito na minha vida e me ensinou como é relevante usar a Matemática para ajudar o nosso semelhante”. De modo similar, a estudante Kamilla relata após a experiência do jogo Pé de Café no Hospital: “Confesso que não me sentia apta para criar códigos e nem trabalhar com geometria... Onde estou? Aqui! (sensação de orgulho)... O Regador foi um dos dispositivos [vide ilustração 8A] que mais me senti motivada em criar e trabalhar com os idosos em cada sessão... Nada foi fácil, mas tudo valeu a pena!”. Amanda também relata: “não é só a parte numérica e álgebra do jogo, tem a parte dos desenhos e projeções proporcionais (e.g., do pé de café)... [Hospital] Outra coisa muito importante para nós... é o bem que fazemos e bem que recebemos de volta. Isso é algo impagável. Levo tudo isso comigo”. Os recortes evidenciados apontam à motivação não necessariamente voltada para o conteúdo de Matemática em si, mas o que se pode fazer por meio dele. Tais expressões vão ao encontro das ideias subjacentes ao Construcionismo, que preconiza a importância de o estudante aprender um conteúdo com significado e sentir-se responsável e valorizado pelo que desenvolve no contexto de formação.

Para finalizar, na especificidade deste episódio da tese, chamamos a atenção para o *design gráfico* da invenção Pé de Café. De acordo com excertos e recortes dos depoimentos, o processo desta invenção, nas aulas de matemática, intensificou um trabalho voltado também para os aspectos técnico-artísticos, haja vista que os estudantes buscaram desenvolver, de acordo com suas aptidões, esboços dos objetos do jogo em movimento (álgebra booleana), bem como expressaram suas ideias de projetos gráfico-computacionais. Salientamos que esses desenhos se constituíram por meio das estratégias parte-todo e todo-parte dos programas computacionais desenvolvidos coletivamente, entre os quais destacamos: o crescimento do pé de café e o movimento da minhoca. Outro fator que se evidencia ao longo das discussões desta Formação em Matemática são relações estabelecidas entre os objetos esboçados e objetos proporcionais. Isto é, há uma matemática implícita ao desenvolver desenhos proporcionais de modo a manter o aspecto adequado do jogo. É um movimento em que os estudantes trabalham com figuras computacionais, mantendo as características do desenho (transformações geométricas) e dos códigos de programação que há por trás de cada um deles.

Essa conjectura nos propiciou perceber que o processo de formação fomenta as diferentes linguagens de representação, como a do *design gráfico*. Isso se tornou possível, haja vista que os alunos com mais familiaridades com os desenhos, ajudavam os que tinham menos experiências com esse processo de criação. Conhecido o processo de invenção do Pé de Café e seu dispositivo robótico, passando pelas distintas etapas formativas, com foco no objetivo, avançamos para o E₃ a fim de perscrutar mais sobre este processo de Formação.



[...] Não é sobre a construção de jogos digitais apenas, é sobre o que há por trás [dessa construção]. O jogo tem um contexto [...] Para escolhermos um jogo [e.g., Pé de Café e Regador-Robótico associado], nós discutimos e debatemos sobre ele. Trazemos um problema da sociedade para dentro da sala de aula. É gerar ideias para compreender o funcionamento de cada coisa ali envolvida. Exploramos o nosso raciocínio lógico, identificamos problemas reais e buscamos resolvê-los para o tratamento de Parkinson. Para mim, matemática é pensar, questionar e é saber de onde surgiu cada coisa ali envolvida, até mesmo de onde surgiu cada fórmula utilizada nos algoritmos. A ideia é compreender, não decorar coisas... É saber de onde surgiu, por exemplo, compreender algébrico e geometricamente cada fórmula e saber aplicá-la em diferentes contextos [...] Não é um trabalho individual. É um trabalho em equipe.

Joyce | Participante da Pesquisa.

Entrevista (depoimento) – Processo de Formação em Matemática.
Foto: Joyce fala sobre o processo de Formação em Matemática - Pé de Café



Cf.: Disponível em: <https://youtu.be/htarvbKZbYA>



Experiências enriquecedoras

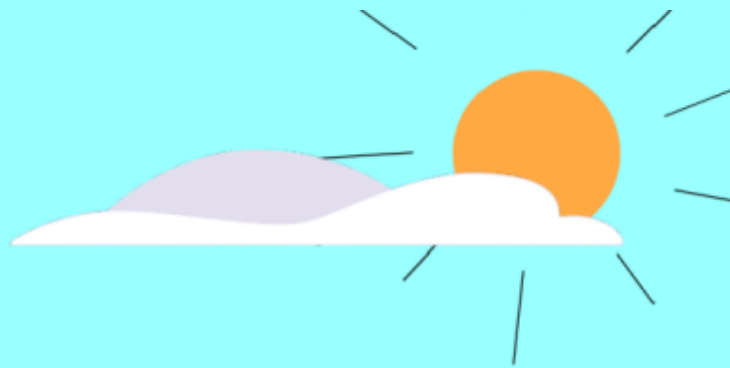
Invenções: Pé de Café e Regador Robótico

[Este tipo de processo formativo], para mim, tem sido uma experiência valiosa e que tem gerado em mim um interesse pela área de exatas - por envolver várias invenções lógicas com os conteúdos de Matemática. São experiências enriquecedoras. E como eu estou tendo essa vivência hoje, eu me vejo no futuro fazendo uma faculdade de exatas. [Este tipo de formação] traz para gente a sensação de que você está ajudando o próximo e, isso, para mim, não tem nada melhor do que você inventar jogos e dispositivos robóticos com Matemática para o tratamento de idosos com Parkinson. Esses idosos e profissionais acreditam muito no nosso trabalho e no nosso engajamento científico. **É uma experiência à vida, não só para mim, mas para todo o grupo** [projeto/pesquisa].

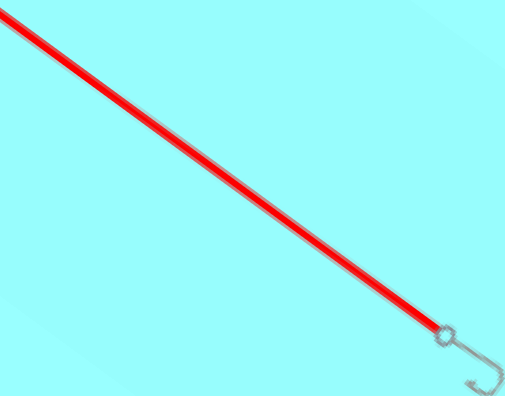
João Guilherme | Participante da Pesquisa.

Entrevista (depoimento) – Processo de Formação em Matemática.
Foto: João Guilherme expressa sua experiência no final da invenção do Pé de Café.





E₃: PEGAR PEIXE



Cf.: Jogo Disponível em: <https://scratch.mit.edu/projects/294527235/>





AS SOLUÇÕES FORAM CONSTRUÍDAS

Invenções: Pegar Peixe e Vara Robótica

No início, começamos com ideias mais simples até conceitos mais elaborados para a construção do jogo Pegar Peixe. O jogo consiste em estimular os movimentos das mãos e posturas dos pacientes. Quando a gente começou a fazer a programação, a pensar na construção dos algoritmos, até mesmo com a parte de robótica, aprendemos na prática os conhecimentos de Matemática. [...] quando tínhamos um problema [do Jogo Pegar Peixe] para resolver, a gente estudava, investigava, conjecturava as diferentes possibilidades de resolução. **Buscamos solucionar aquilo que era encaminhado para gente.** No Hospital, por exemplo, pegávamos ideias de tipos de jogos e robôs que deveriam ser feitos para ajudar no tratamento específico de sintomas dos pacientes [orientações dos profissionais da saúde]. No nosso ambiente [IF-Goiano], pensamentos juntos, lado a lado com o professor. E criávamos estratégias para construir nossos eletrônicos. **Nem sempre era fácil fazer isso e não havia respostas para nada.** Isso nos desafiava. Tudo tinha que ser criado [...] Os erros nos ajudavam a avançar. Um exemplo disto é a parábola do jogo Pegar Peixe. O código foi escrito de forma equivocada [conceitualmente] [e, por consequência] os comportamentos dos peixes não funcionavam, o que impedia o desenvolvimento do jogo. Isso nos permitiu parar para pensar, dialogar e tentar entender [depurar] o erro e, assim, corrigi-lo [...] Nunca vou esquecer esse projeto. É uma formação que vai valer para vida inteira.

André Dias | Participante da Pesquisa.

[Entrevista (depoimento) – Processo de Formação em Matemática]

Foto: André descreve o processo de construção do jogo - Pegar Peixe.



Cf.: Disponível em: <https://youtu.be/ugfAZehduOo>

E₃: Pegar Peixe e Vara-Robótica

O jogo Pegar Peixe e o dispositivo associado Vara-Robótica foram construídos pelo grupo de alunos como forma de valorizar a prática usual de movimentos coordenados dos pacientes com Parkinson do Hospital. O grupo explorou conhecimentos matemáticos e de programação para aprimorar suas invenções robóticas. Tal construção constituiu-se em três principais fases, a saber: Registros e Esboços, *Brainstorming* e Ideações – Aprimoramentos.

Registros e Esboços Ideias Matemáticas do jogo	Brainstorming Programação e robótica	Ideações (jogo e Vara-robótica) Simulações, testes e decisões finais
		

Ilustração 10A – Projeto Mattics: diferentes etapas da produção do Jogo Pegar Peixe (Dados da Pesquisa).
Fonte: elaborada pelo autor.

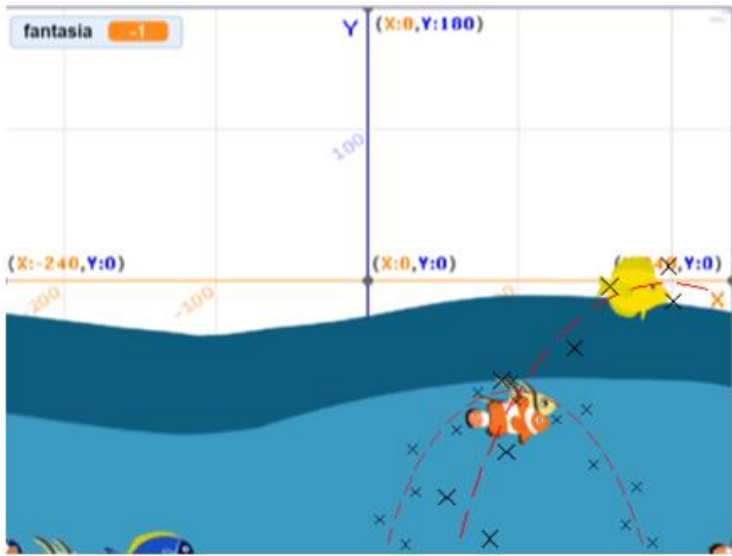
Conforme a Ilustração 10A, a imagem à esquerda exemplifica os registros e o esboço inicial das ideias mobilizadas pelo grupo de forma exploratória com a mediação pedagógica do professor. Houve planejamento e tomadas de decisão em conjunto, valorizando estratégias e ideias coletivas. Nessa fase, o objetivo e os objetos (e.g., cenários, fases, etc.) do jogo foram definidos. Os alunos discutiram e estabeleceram a estrutura do jogo à sessão de fisioterapia dos pacientes, destacando as ideias iniciais envolvidas por trás de cada personagem, como as dos algoritmos e dos conceitos matemáticos. Uma das ideias que destacamos, nesta produção, como caso particular, durante a Formação em Matemática, é a do movimento do peixe em forma de parábola “Função do 2º Grau” com a concavidade voltada para baixo (coeficiente angular negativo: $f(x) = ax^2 + bx + c$, sendo $a < 0$ e $a \neq 0$; fornece ponto de máximo).

A trajetória do peixe em forma de parábola é aprimorada pelos alunos na segunda fase. A partir da elaboração do algoritmo da função do segundo grau no plano cartesiano, novas ideias apareceram e foram testadas e inter-relacionadas com outros personagens. A última imagem, à direita, mostra a primeira tela do jogo pré-finalizado. Nesta fase, os alunos desenvolveram outras ideias específicas e globais para o funcionamento do Pegar Peixe de maneira colaborativa com todos os participantes da pesquisa. O grupo recebeu contribuições de outros grupos. Discutiram ideias explícitas e implícitas de Matemática, corrigiram erros de

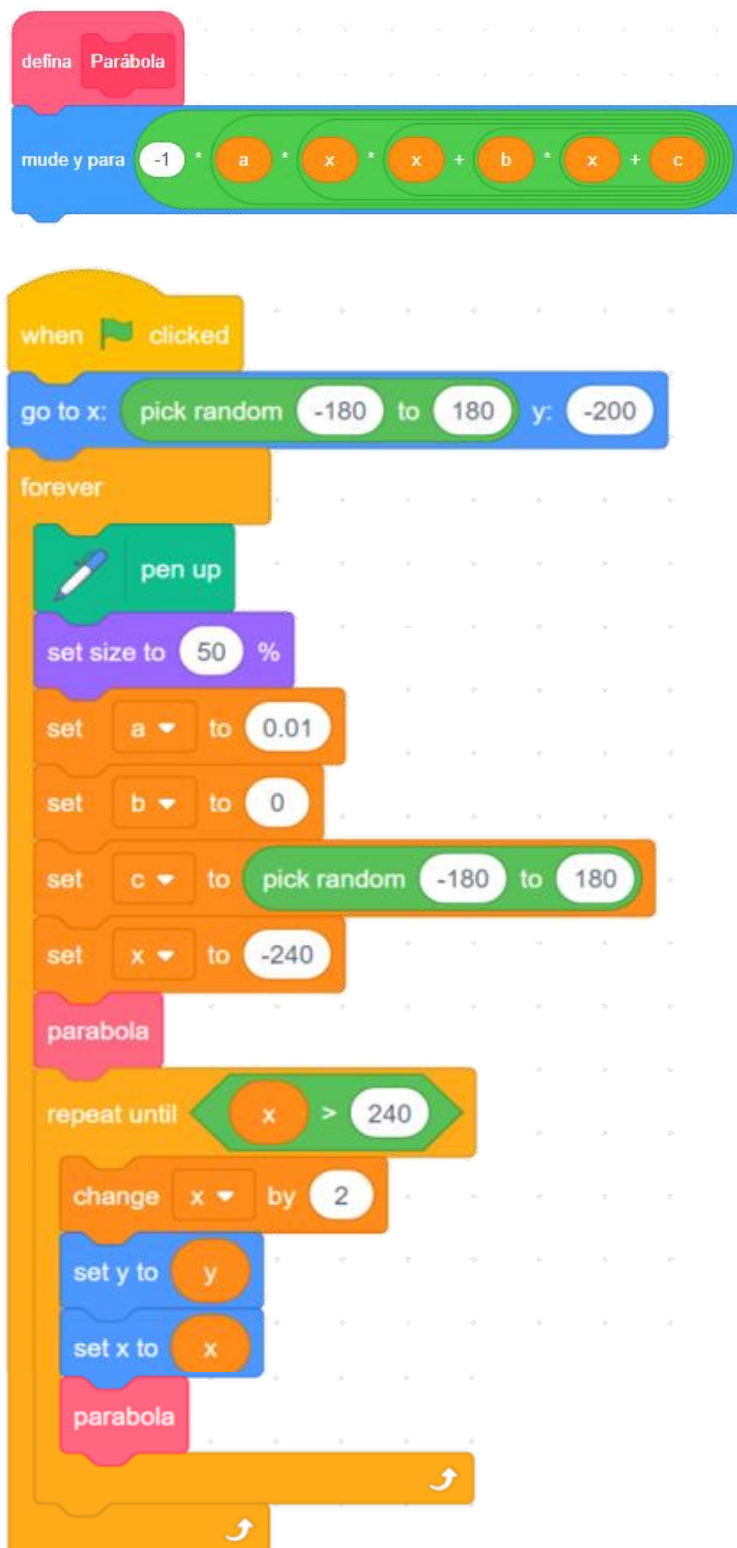
sincronismos e *bugs* dos algoritmos e do leiaute do jogo a partir de distintas contribuições.

As três etapas apontam para um espaço de Formação em Matemática a partir do movimento de troca de ideias e depurações, além de investigação e um processo ativo de aprendizagem quanto aos conceitos de Matemática (funções quadráticas e equações algébricas) e as ideias de programação. Identificamos as principais ideias de Matemática e programação mobilizadas pelos alunos durante a construção dos algoritmos do peixe e nuvem, saber: [na Matemática] plano cartesiano, dimensões, coordenadas cartesianas, função, variável, porcentagem, números aleatórios, intervalos, in(equação) linear, intervalos, proporção, variáveis dependentes ou independentes, inequação, equação diofantina, etc.; [na programação] operadores lógicos, paralelismo, argumentos condicionais, variáveis globais, loops, controles e clones. O Quadro 4 mostra as ideias dos objetos (peixe e nuvem) do jogo.

Quadro 4 – Pegar Peixe: alguns algoritmos [ideias mobilizadas – Peixe e nuvem]

Layout e programação em Scratch	Matemática e Programação
	[PALCO] O jogo é baseado no Plano Cartesiano. Duas dimensões: <i>Eixo X:</i> $-240 \leq x \leq 240$ <i>Eixo Y:</i> $-180 \leq y \leq 180$ Para localizar qualquer personagem do jogo no cenário (frame), utilizam-se as coordenadas cartesianas. Por trás de cada personagem há um conjunto de algoritmos que sustenta todo funcionamento do jogo. Na tela, observamos a variável (fantasia), o mar e os peixes que descrevem a trajetória em forma de parábola.

Fonte: Elaborado pelo autor.

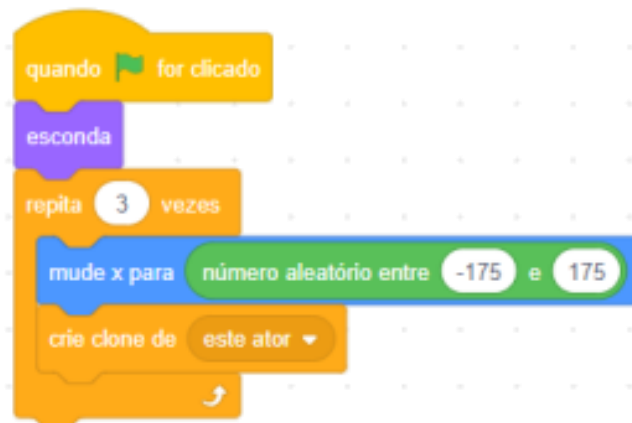


Destacamos nesse algoritmo o conteúdo da **função do 2º grau** $y = -ax^2 + bx + c$, onde $a \neq 0$ e $a < 0$. Em particular, como o coeficiente angular é negativo, a trajetória da parábola se apresenta com a concavidade voltada para baixo e, portanto, neste caso, valoriza-se o ponto de máximo. O valor de $b = 0$, que garante, neste caso, o ponto de máximo como ponto tangente ao eixo y. [$F(x) = 0.001x^2 - 240$].

O valor de c é *condicionado* à altura do palco, variando o y de -180 a 180 . Explora-se também o conceito intuitivo de **variável** para além da concepção da “variação de valores”. O conceito de variável é estendido como um valor que pode ser armazenado. O algoritmo também lança mão do conteúdo de **porcentagem**, referindo-se ao tamanho do peixe que é reduzido pela metade (50%) ao iniciar o jogo.

Há também o conceito de **números aleatórios** compreendidos em **intervalos numéricos**, como $-260 \leq x \leq 230$ e $-180 \leq y \leq 180$ relacionando as dimensões do palco do jogo. Mais do que isso, no final, articulado com comandos de *interação* e *laço de repetição*, apresenta-se a **inequação algébrica**: $x > 240$. A *estrutura* do [*repita até que* $x > 240$] é um controle que, a cada vez que o laço for executado, somará 2 a x . Desta forma, quando x atingir valor superior a $x = 240$ o laço finalizará.

Os valores recebidos, tanto pelo x quanto pelo y , dado pelo trajeto final, emitirão os pontos da curva da parábola no plano cartesiano [**função polinomial quadrática** ou **função do segundo grau**], que representa diretamente os movimentos do peixe na tela do jogo com $a < 0$ (concavidade da parábola voltada para baixo).



O comando da nuvem demonstra o funcionamento do movimento (esquerdo-direita e direito-esquerda) e da velocidade. O valor atribuído a x é aleatório, compreendendo-se em **intervalo limitado superior e inferiormente** $[-175 \leq x \leq 175]$. Explora-se o comando clone, a fim de evitar a repetição de personagens desnecessários.

Quando o clone é acionado, a *estrutura de paralelismo* [na programação] se estabelece. Ele percebe o uso de números aleatórios e a **equação linear** definida $[(200 - y) \% = tamanho]$ para o tamanho da nuvem. Se o valor de y sorteado, por exemplo, no comando anterior, for igual a 50. Logo, o tamanho da nuvem, que aparecerá no palco do jogo, será de: $(200 - 50)\% = 150\%$.

Isso significa dizer que a nuvem aumentará 1,5 vezes do seu tamanho original [**proporção**]. O comando de *aleatoriedade* aliado a esta equação definida em **porcentagem** permite formar nuvens de diferentes tamanhos. Mais do que isso, assim que começa o *loop*, mostra-se nova equação: $+ [(200 - posição y - 10)/30] a x$

É uma **equação Diofantina** condicionada a uma série de **variáveis** que determina a velocidade da nuvem. Se o valor sorteado de $y = 100$, por exemplo, então, teremos $[(200 - 100 - 10)/30] a x = 90/30 a x$, isso significa dizer que o x mudará para o valor 3. Em termos de funcionamento, a nuvem terá velocidade menor do que se tivesse, por exemplo, um resultado 10 a x .

Utiliza-se também o **inequação do 1 grau** $[posição x > 250]$ aliada ao *comando condicional*. Assim que a nuvem atingir o valor ≥ 250 , então, o comando será satisfeito, fazendo a nuvem retornar à posição - 250 a x .

De acordo com o Quadro 4, os conhecimentos do Jogo Pegar Peixe foram trabalhados de forma interdisciplinar. Os alunos basearam suas ideias a partir de pesquisas e atividades exploratórias mobilizadas em sala de aula. Eles exploraram novas estratégias e formalizaram conceitos matemáticos. Os conteúdos, no entanto, não se mostraram em primeiro plano no desenvolvimento das atividades ao longo da pesquisa. As ações de investigação e discussões coletivas das características do saber e fazer matematicamente ocuparam o primeiro plano de aprendizagem nos encontros. Observamos que algumas ações se reiteram nesse processo de construção de programas, tais como: investigar a estrutura de programação e ideias envolvidas de Matemáticas, argumentar o funcionamento desta estrutura; simular diferentes resultados; formular hipótese de descoberta; e descobrir valores estratégicos. No sentido de compreender melhor tais afirmações no que diz respeito às reicidências, ações exploratórias e produções de investigação, evidenciamos as ilustrações 11 (A e B) e os diálogos correspondentes sobre a construção dos algoritmos da parábola [$f(x) = ax^2 + bx + c, x \neq 0, a < 0, b = 0$].

[Dispositivo Robótico] Vara-Robótica com Micro: bit integrado ao jogo Pegar Peixe



Ilustração 11A – Recorte: argumentação dos códigos da parábola com o uso do *Micro: bit* (Dados da Pesquisa).
Fonte: elaborada pelo autor.

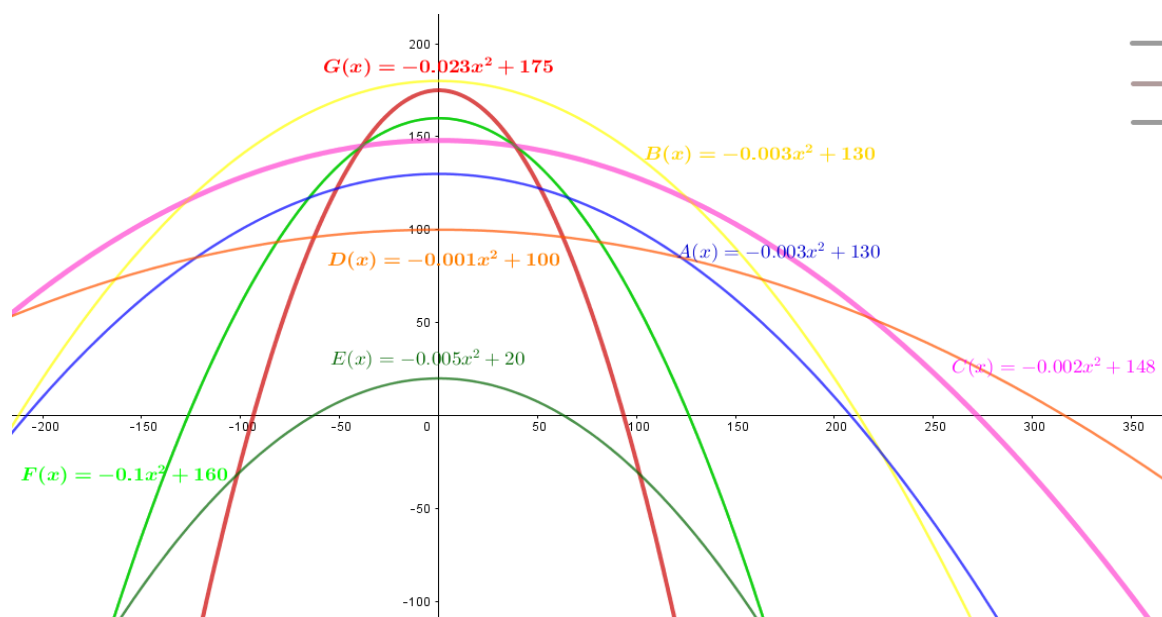


Ilustração 11B – Recorte: Estudos feitos no Geogebra para descrever a trajetória do peixe (Dados da Pesquisa).
Fonte: elaborada pelo autor.

André O nosso grupo propôs fazer o Jogo Pega Peixe. Simulamos o movimento das mãos amarrado à estrutura cartesiana do palco a partir da construção de algoritmos [explica os algoritmos] e verificamos os valores de modo a incentivar movimentos adequados à postura do paciente. Estamos criando o algoritmo da vara de pescar ligada à placa micro-bit. O paciente vai manipular a vara e será incentivado a pegar os peixes com ela com o auxílio (...).

André Para o movimento do peixe, usamos a ideia da parábola [mostra a curva]. Precisamos pensar na estrutura da função (...) exploramos os comandos operatórios e relacionais. Isso não foi direto, precisamos testar valores pensar em novas formas de comandos [Placa micro-bit com a vara de pescar].

Guilherme Estudamos o algoritmo da parábola [equação do 2º grau] pela lei de formação [$y = -ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$]. Declaramos as variáveis x e escrevemos $x.x$ para representar o x^2 , junto ao professor. O problema maior é que precisamos analisar, como: o movimento, a altura e, também, a concavidade da função.

Fernanda O coeficiente $[a]$ ficou pequeno [grandeza menor] e negativo. Por quê? E se a gente aumenta-lo? [Silêncio na sala: entreolhares, reflexões e rascunhos].

Laiane É porque o primeiro item [coeficiente angular], se ele for positivo, a concavidade da parábola vai ser pra cima. Se negativo, a parábola será voltada para baixo. Queremos que ela faça assim [mostra a ideia à turma].

André Isso mesmo. Se fosse um valor maior [o movimento do peixe, que é uma parábola], ultrapassaria as dimensões do palco. O valor negativo é porque a concavidade é para baixo. Este ponto aqui é a altura máxima

Joyce (...) o valor de c [coeficiente c da função quadrática] que vocês colocaram está entre -180 e 180 por causa do eixo y . (...)

André Isso mesmo, a altura definida por nós do grupo é de -180 e 180 [$-180 \leq y \leq 180$; dimensão palco].

Professor E se o coeficiente b for zero [$b = 0$]. O que será que acontece com a parábola em relação ao eixo y ? [Turma: levantamento de hipóteses - burburinhos].

Joyce (...) Por exemplo, se $c = 175$ e $b = 0$, temos este ponto de máximo [mostra], se $c = -30$ e $b \neq 0$ temos outro ponto de máximo [mostra] [referindo-se ao ponto de máximo da parábola no eixo y].

André Vimos que [Scratch] o peixe toca apenas no y e seu valor é sempre máximo...

Joyce Programamos o micro-bit na vara de pescar e foi trabalhoso criar o algoritmo dele, mas ele servirá de apoio no tratamento [movimentos coordenados].

A transcrição – “(...) simulamos o movimento das mãos amarrado à estrutura cartesiana do palco a partir da construção de algoritmos [explica os algoritmos] e verificamos os valores (...)”, – evidencia a relação de ideias geradas pelos alunos quanto à construção do jogo Pegar Peixe, relacionando conteúdos específicos com as ideias de programação. A ideia aqui não é a de unir simplesmente termos de áreas correlatas isoladamente. Pelo contrário, a essência, que se apresenta, neste caso da pesquisa, está na forma de conduzir o processo de testar ideias, simular e verificar valores, para forjar ideias (PAPERT, 2008; RESNICK, 2017).

Há um contexto de argumentação ativa, que se sustenta mediante ao processo de procura, de erros e dificuldades superadas ao longo do trabalho, como se destaca nos excertos: “Para o movimento do peixe, usamos a ideia da parábola [mostra a curva]” [e] “Precisamos pensar na estrutura da função” [e] “exploramos os comandos operatórios e relacionais”. Observamos o processo de busca para construção do algoritmo relacionado à compreensão do funcionamento do peixe. Esse processo de compreensão, porém, não se apresenta trivial e nem linear de passos pré-definidos, passa, ao contrário, por idas e vindas, que é sinalizado pela fala: “Isso não foi direto, precisamos testar valores e pensar em [novos] comandos”.

O processo não é conhecido a priori e nem dado de forma verticalizada pelo professor, há um processo de engajamento, que demanda concentração, análise e busca permanente de interpretação e compreensão. Um dos aspectos que se destaca neste recorte é o movimento do peixe para a formação da parábola, relacionando o conteúdo explícito de função com ideias de programação. No entanto, o conteúdo mobilizado não é um fim em si. Isso é observado na fala do aluno Guilherme: “(...) discutimos o algoritmo da parábola [$y = -ax^2 + bx + c, a \neq 0$], declaramos as variáveis x e escrevemos $x.x$ para representar o x^2 ” [e] “o problema maior é que precisamos analisar algumas coisas, como: o movimento, a altura e também a concavidade”. A realidade formativa aqui não é o de concentrar esforços no conteúdo matemático, nem no algoritmo e nem na robótica, mas é o modo de desenvolver o encadeamento da lógica [movimento da parábola], da formulação de estratégias [tamanho e

altura do peixe] e concatenação de ideias da mais simples até a mais elaborada [trajetória do peixe pelas dimensões do palco e vara de pescar]. Logo, o processo de aprendizagem em Matemática estrutura-se pela mobilização de ideias, valorizando a compreensão de significados matemáticos à formalização de termos geométricos e algébricos relacionados.

A discussão e o questionamento na língua falada, que se relacionam com a linguagem Matemática e a linguagem de programação, são percebidas nos diálogos espontâneos entre as falas dos alunos, Fernanda e Laiane. Os excertos – [Fernanda] “O coeficiente [a] ficou pequeno [grandeza menor] e negativo. Por quê? E se a gente aumenta-lo?” [e] [Laiane] “É porque o primeiro item [coeficiente angular], se ele for positivo, a concavidade da parábola” – demonstram relação processual de análise conjunta dos coeficientes em relação aos termos algébricos e geométricos. A concavidade da parábola é observada e analisada pelas projeções feitas e simulações de valores realizados no programa, verificando a altura do peixe sobre a qual está diretamente compreendida nas dimensões cartesianas do palco em relação ao *eixo y*.

Essa discussão, que parte da construção realizada pelo grupo de estudantes em sala de aula, constitui-se como uma “[...] oportunidade de aprender e usar a Matemática através de um modo não [demasiadamente] formalizado” (PAPERT, 1994, p. 22). São ideias intuitivas que partem de uma linguagem não necessariamente teórica para um pensamento algorítmico mais formal (DENNING, 2017; BARBA, 2016; PAPERT, 2008; WING, 2011), referindo-se especialmente ao uso de sequência lógica intuitiva e ordenada de etapas de modo a desenvolver a solução do problema encaminhado, como no caso da trajetória do peixe.

O termo, independente da função do segundo grau, torna-se ponto de discussão entre os alunos, relacionando a altura do peixe [ponto de máximo da parábola] e a altura máxima do palco [$y = 180$] do jogo. A aluna Joyce destaca que o “(...) valor de c [termo independente c] que vocês colocaram [os alunos] está compreendido entre -180 e 180 por causa do eixo y . (...)”. O “por causa” vai ao encontro de deixar a parábola dentro do palco, garantindo a visualização completa do movimento do peixe. Percebemos a relação de diferentes conceitos ao produzir um simples movimento de um personagem no jogo. Uma relação de discussão à compreensão de conceitos matemáticos e, em especial, do funcionamento do algoritmo. A construção do algoritmo da parábola pela discussão entre os alunos, à luz do construcionismo, mostra-se como forma de desenvolvimento conceitual e analítico, como fonte para expressar ideias pelo sentido e pela compreensão, caminhando no sentido contrário da mera instrução de programar um computador ou de fazer um programa puramente procedimental, como, por exemplo, listas de exercício (PAPERT, 2008). A ideia é construir um programa para além do campo curricular, dando mais significado ao que se constrói e à razão que se desenvolve.

Além disso, a partir desse diálogo entre alunos, pelo processo de construção do algoritmo, o professor apresenta uma questão sobre a nulidade do coeficiente b da função. Em resposta ao questionamento, a aluna Joyce apresenta duas hipóteses para os valores de c e b , como forma de analisar e exemplificar as duas possíveis situações: “se $c = 175$ e $b = 0$, temos este ponto de máximo [mostra o movimento do peixe no palco], se $c = -30$ e $b \neq 0$ ” [temos este outro caso]. Mais do que uma síntese-análise do comportamento do peixe no jogo em relação à função do segundo grau, o contexto de aprendizagem se constitui pelas reflexões e argumentações dos alunos que vão sendo aprimoradas e compreendidas em conjunto. Tal contexto de aprendizagem se fortalece pela investigação dos valores dos coeficientes da função quadrática, os quais são testados e analisados mediante aos pontos de tangência ao *eixo y*. Cabe ressaltar, aqui, que esse ponto de tangência do peixe é originado quando ele atravessa ou toca no *eixo y* [termo independente c da função quadrática, que pode ou não ser o ponto de máximo] e, também, o $b = 0$ o qual garante a altura máxima do peixe no gráfico.

Este caso específico de aprendizagem em Matemática quanto à função quadrática se mostra inverso do trinômio *conceito – exemplo – exercícios*, o qual enfatiza basicamente uma ordem linear de ações, indo da definição da função até a resolução de exercícios com o uso do discriminante ou *Bhaskara*. Esse contexto, que se mostra diferente da tradição sedimentada (D’AMBROSIO, 2001; 2009), aponta para um processo de aprendizagem em Matemática em que as respostas nem sempre estão prontas e as técnicas ou estratégias bem definidas em sala de aula. É um espaço que busca dar espaço à curiosidade, à lógica e a compreensão pela depuração, fomentando oportunidades para que os alunos criem soluções.

O que se percebe aqui é que, a partir da construção do algoritmo, à luz da compreensão $y = c$ para $x = 0$, ponto de máximo no *eixo y*, a problematização do conteúdo matemático que se interconecta com outras áreas de conhecimento, como a da programação, indicando o processo da aprendizagem de Matemática pelo forjar de ideias, que vai impulsionando mais ideias e reflexões conjuntas e, ao impulsioná-las, criam-se novos outros contextos de debate, interpretações e soluções. Situação essa que: vai além de conceitos encapsulados; constrói-se à medida que ocorrem os processos de transformação das atividades práticas; e ganha forma e atribui significado ao contexto de criação (RESNICK, 2017; PAPERT, 1980). No final da discussão entre os alunos, Joyce mostra a programação e o funcionamento do BBC: *micro-bit*, reforçando o processo de construção: “Programamos o *micro-bit* na vara de pescar e foi trabalhoso criar o algoritmo dele, mas ele servirá de apoio no tratamento pela forma de incentivo aos movimentos coordenados, ao raciocínio do jogo e também a postura...”. Percebemos, mais uma vez, que a aprendizagem de Matemática pela

invenção do jogo e Vara-Robótica não se limita ao conteúdo curricular de Matemática. A aprendizagem se mostra interrelacionada com outros campos de saberes para o Parkinson.

Em termos procedimentais, os eletrônicos foram desenvolvidos a partir do uso dos conceitos matemáticos e computacionais para o hospital, buscando contribuir para o equilíbrio e coordenação motora dos pacientes, os quais foram (e são) acompanhados pelos profissionais da área da saúde. O uso do Pegar Peixe e da Vara Robótica constituíram-se em três etapas de execução no Hospital, as quais podem ser visualizadas na Ilustração abaixo:

Organização e pré-atividades Parte robótica e mecanismo	Movimentos coordenados Manipulação da Vara de Pescar	Acompanhamentos sistemáticos Posturas e Equilíbrio
		

Ilustração 12A: Sessão de fisioterapia: jogo Pegar Peixe e Vara-Robótica (dados da pesquisa).
Fonte: elaborada pelo autor.

Na Ilustração 12A, a etapa 1, os alunos André e Guilherme representam a organização das atividades e a montagem dos equipamentos no hospital. As etapas 2 e 3 mostram a organização processual das atividades do Jogo Pegar Peixe e a Vara-Robótica ao lado dos alunos, professor-pesquisador e profissionais da saúde (enfermeira). Nas duas últimas etapas, observamos as atividades para o tratamento de Parkinson sendo feitos, como: rodar o tronco nas posições sentadas e em pé, inclinação do corpo, exercícios com mudanças de direção e em várias estratégias coordenadas. São atividades que, conforme depoimento⁵ coletado da fonoaudióloga e participante do Projeto, Bruna Cândido, o jogo Pegar Peixe, tem auxiliado no “desenvolvimento do raciocínio e atenção dos pacientes acometidos [quanto ao] movimento, agilidade e equilíbrio”. Ainda, o uso deste jogo tem sido usado como “um tratamento, incentivando a postura ereta do paciente na forma de fisgar o peixe”, ressalta Raquel Vieira, fisioterapeuta do hospital e integrante do Mattics. O paciente⁶ Adão Ferreira, por exemplo, destaca que as atividades desenvolvidas com o Pegar Peixe “ajudam a mexer e a usar a mente (...). É um dos meus jogos favoritos [destaca]”. A construção e aplicação desta invenção

5 Cf. Disponível em: <https://youtu.be/gMLNvsLB2ts>.

6 Cf. Disponível em: <https://youtu.be/T6tiuF1fQJ8>.

científico-tecnológica também reforça que não há apenas acompanhamento isolado e sistemático pelos profissionais da saúde, haja vista que há uma integração entre alunos-pacientes, alunos-colaboradores e alunos-profissionais, os quais interagem mutuamente.

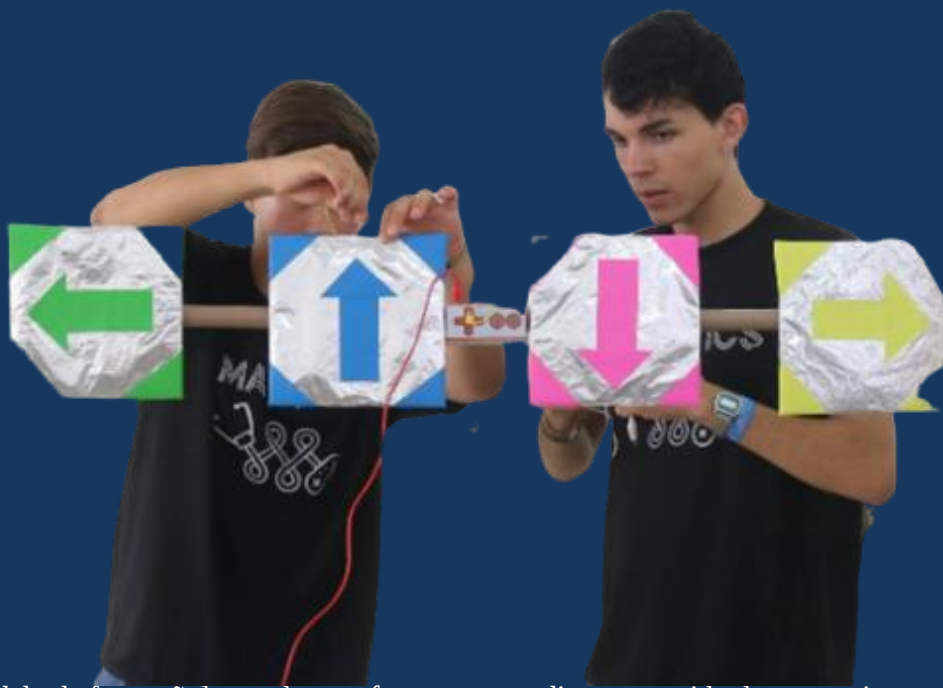
De acordo com os dados desta seção, verificamos que, durante a construção do Pegar Peixe, não é um conteúdo (aqui, em especial, equação do 2º grau) maçante (sem significado) e repetitivo que se centraliza ao longo desse percurso Formativo em Matemática. Pelo contrário, é o padrão de reincidência das ações que se intensifica de modo a estimular a investigação e a construção de estratégias autênticas pelos estudantes, favorecendo a resolução de problemas abertos por meio dos acontecimentos. Há um padrão de comportamento dos participantes desta pesquisa que se revela constante e ávido ao engajamento de soluções com finalidade ao Parkinson. Não é o conteúdo à ação, mas é ação-inventiva para a produção de significados do conhecimento. Observamos que o foco intencional dado à experimentação do estudante tece o desbotamento da ideia estereotipada de que a sala de aula tem que ter todas as respostas cabais. Desse modo, os dados do Pegar Peixe apontam a centralidade do protagonismo de criadores e não repetidores. Por isso, ponderamos que a “educação [como] a mais elevada marca de aprendizagem de não ter imitadores, mas a de inspirar outros a irem além” (PAPERT, 2008, p. 82). Tendo em vista os dados apresentados e discutidos, avançamos para o E₄ desta investigação de tese.



Sessão de tratamento de Parkinson: Pegar Peixe e Vara Robótica

Cf.: Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1SDRqkoXjGDE-FOZBTtRbrHTr0pjOqvjI/view?usp=sharing>

Formação Matemática: O que os dados dizem?



[Na voz do aluno: esse modelo de formação] vem de uma forma vanguardista no sentido de proporcionar o aspecto educacional. Muito além de copiar um quadro e de aprender fórmulas Matemáticas, e tentar implementar tudo aquilo em um monte de listas de exercícios, a gente utiliza o artifício da Matemática como método de desenvolvimento tecnológico. Apesar de tudo e parecer que torna a Matemática mais simples, acredito que é muito pelo contrário. **Esse processo [formativo] torna a Matemática muito mais desafiadora**, porque você está criando e desenvolvendo algo com aquilo. Não é meramente você decorar uma fórmula ou saber alguma coisa a respeito de uma teoria, é implementar aquilo na prática - o que faz o conhecimento realmente valer a pena. Neste contexto, existe uma troca entre a gente, professor e aluno. Não é aquela coisa engessada, que o professor explica e o aluno escreve. Não! É um momento de debate interessante e de desenvolvimento desta tecnologia. De pegar e aplicar através dos nossos *software*, desenvolver a parte do *hardware* (físico) para realmente efetivar essa tecnologia e levá-la para o hospital - tratamento dos idosos. Ou seja, a gente tem um propósito. Temos algo a ser trabalhado. Isso torna a Matemática no âmbito extremamente mais relevante, fugindo (e muito) desta prática conteudista do nosso sistema acadêmico. A visita no hospital, que para mim, é a mais bela de todas. Essa parte é a que mais me marcou como ser humano. Muito além de se levar essa tecnologia para o hospital e auxiliar os idosos no processo de melhoramento e da capacidade motora - nessa luta contra o Parkinson - nós estamos sendo muito beneficiados. [Essa formação] nos proporcionou o engrandecimento pessoal, que acho que dificilmente outras práticas acadêmicas conseguiriam desenvolver em nós. Nesse contato com os idosos, nós aprendemos a valorizar muito mais o ideal de ser humano. Nós conseguimos aprender muito mais além do que meramente uma escola proporciona em seus livros didáticos e com suas institucionalizações acadêmicas ou coisas do gênero. Nós aprendemos realmente na prática - efetivando o conhecimento nosso - algo maravilhoso e grandioso, que é a capacidade de fazer o bem para o outro.

Guilherme Dias | Participante da Pesquisa

Entrevista (depoimento) – Processo de Formação em Matemática.

Foto: Guilherme discorre sobre seu processo de Formação em Matemática (no final da pesquisa).



PONTOS

1

TEMPO

101



E₄: Navegação

Cf.: Jogo Disponível em: <https://scratch.mit.edu/projects/355692294/fullscreen/>.





Uma RODA DE BIKE se transforma em Timão-Robótica para o Parkinson

“Comecei a trabalhar em alguns jogos - utilizando tudo o que a gente aprende no projeto - que envolve Matemática, invenções criativas e materiais de custo baixo para a criação dos eletrônicos [Tempestades de ideias] [...] o jogo da navegação utiliza um Timão como controle, utiliza também um sensor micro-bit para captar os movimentos de rotação [Mão na Massa]. Com esse timão, a gente consegue controlar um navio e tem alguns objetivos dentro do jogo. Para a criação dos jogos, utilizamos ideias de Matemática, como: funções, equações, inequações, estrutura de condição, laços de repetição, entre outros no projeto Mattics [Protagonismo Científico], além de desenvolver essas invenções, a gente utiliza para o benefício de outras pessoas. Levamos estes jogos para o hospital do Idoso para ajudar no tratamento do Parkinson, que beneficia dezenas de idosos, ajudando no retardamento de [sintomas] da doença [Intervenção no Hospital].”

Eduardo Brandão | Participante da Pesquisa.

Entrevista (depoimento) – Processo de Formação em Matemática

Foto: Eduardo explicando a estrutura da invenção robótica com roda da bicicleta



Cf.: Disponível em: <https://youtu.be/15gEq8NC16s>

E₄: Navegação e Timão-Robótico

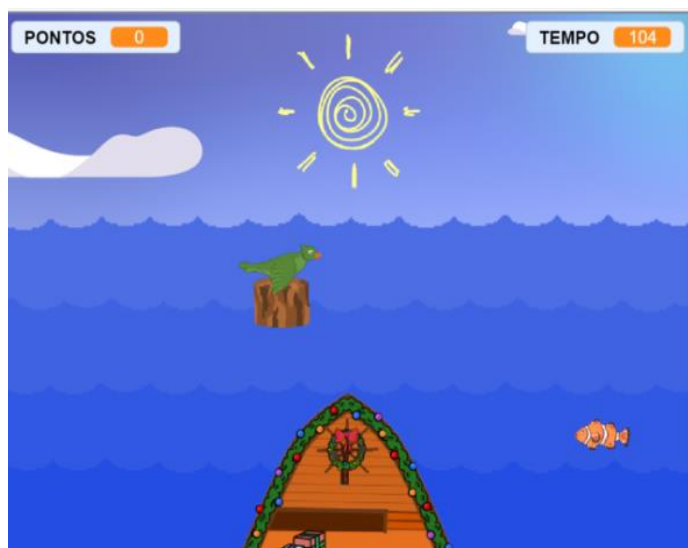
Apresentamos e analisamos, neste episódio da tese, o processo de construção do Jogo Navegação e seu dispositivo Robótico (Timão), que alia ideias de programação e Matemática, em especial, Funções Logarítmicas. A fim de explicitar melhor esse contexto formativo em Matemática, destacamos abaixo as três principais etapas de aprendizagem destas invenções.

Tempestades de ideias (Matemática e programação)	Timão-robótico visto de frente (Materiais de baixo custo)	Aprimoramentos (Organização e Decisão)
		

Ilustração 13A: Jogo Navegação e Timão-Robótico: diferentes etapas da produção do Jogo (dados da pesquisa).
Fonte: elaboradora pelo autor.

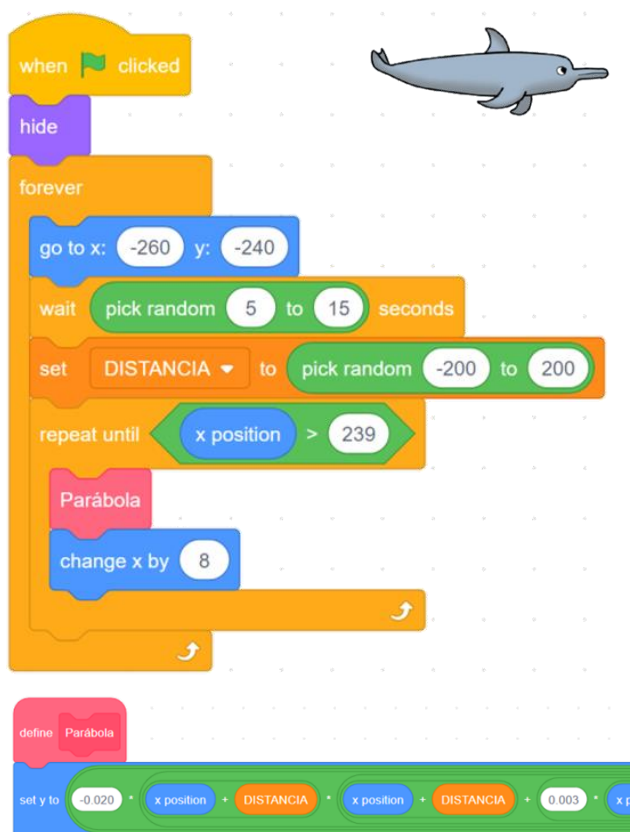
A primeira imagem, mais à esquerda da Ilustração 13A, exemplifica a argumentação-expressão e reflexão-discussão compartilhada, entre os estudantes, que debatem e desenvolvem ideias para o jogo Navegação, explorando os conhecimentos de Matemática (logaritmos), robótica e programação. Na imagem central, observamos o dispositivo robótico de baixo custo (Timão), que foi desenvolvido pelos alunos e colaboradores, utilizando placa *micro-bit*, paletes e uma roda de bicicleta. Por fim, a imagem à direita ilustra a organização final dos materiais que serão levados para o Hospital e que serão utilizados nas sessões de Parkinson com os pacientes. Por trás do jogo Navegação e o Timão-Robótico, há ideias de Matemática e Computação, que se relacionam mutuamente, como se observa no Quadro 5:

Quadro 5 – Por trás do Jogo Navegação: Ideias de Matemática e Programação



O palco [frame] é baseado no plano cartesiano de dimensões (x,y) : $-240 \leq x \leq 240$ e $180 \leq y \leq 180$. Há também a presença de variáveis declaráveis, entre as quais se destacam: Pontos e Tempo. As nuvens carregam ideias de deslocamento, velocidade e ampliação/redução, que ganham vida através dos algoritmos construídos pelos alunos, usando ideias de Matemática e programação, como: (in)equações e porcentagem, laços de repetição, condicionais, controles e sensores.

Há um leme de navio no centro inferior. Este personagem sinaliza os movimentos conectados ao *Micro: bit*, que é o sensor de movimentos do Timão do jogo, formado pela roda de bicicleta e pelos paletes.



O programa é parte do movimento do golfinho no jogo, iniciado por um controle que faz o personagem aparecer e desaparecer em circuito constante e aleatório. Usa-se o sistema de localização (x,y) integrado com comandos de repetição [loop] e condicionais [repita até]. Faz uso de conceitos de inequação [posição $x > 239$], referindo-se à posição do golfinho, no intervalo de confiança definido aleatoriamente $[-200 < x < 200]$ do jogo, tendo como deslocamento o formato de parábolas com parâmetros $[a, b \text{ e } c]$ distintos.

O grupo de alunos faz uso de sistema de paralelismo de modo a sincronizar a estrutura com o formato de parábola [parte do algoritmo] com concavidade voltada para baixo $a < 0$ $[-0,020 * (x + d) * (x + d) + 0,003 * (x + c)]$, sendo $c: -180 < c < 180$, $b = 0$ e $a = -0,020$, x : variável, d : distância. Ideias Matemáticas são articuladas com programação gráfica, baseadas no encadeamento da lógica e operacionalidade.

Fonte: elaborado pelo autor.

No Quadro 5, visualizamos as ideias de Matemática e programação trabalhadas para a construção dos programas do jogo Navegação. A produção desses algoritmos se baseou em uma visão não isolada do conhecimento. À medida que os estudantes se engajaram nessa produção, relacionaram conceitos já estudados e buscaram desenvolver teias conceituais de Matemática e Computação de maneira articulada, como se observa nas discussões a seguir:

Eduardo Esboçamos o jogo Navegação (Tempestade de ideias)... Pode ser um bom jogo para estimular os movimentos dos pacientes. Além do timão, rascunhamos e esboçamos alguns elementos desse jogo no papel, como: golfinhos, araras, (...) Não sabemos qual tipo de função [nós] podemos trabalhar para o golfinho...

Professor Vocês podem associar ao movimento da função do 2º grau... Serve de base?

Camila É mesmo, faz sentido esse movimento parabólico... Igual do código do peixe, né? Não fiz associação. O coeficiente é negativo [$a < 0$] [Exploração]

Professor [Discussão com a turma] Uma possibilidade de código pode ser $-(a)x * x + b * x + c$, [...] quais devem ser os valores de a e b para satisfazer as dimensões deste palco? O valor de a é negativo. E b ? Há outro jeito de fazer?

Caio Nosso grupo chegou a esse resultado [respectivamente, a e b] $[-0,020 * (x) * (x) + 0,003 * (x)]$, mas a trajetória ainda não condiz com a tela do jogo. O que precisamos fazer? (...) Alguém sugere algo [melhorar]?

Eduardo Fizemos de outro jeito semelhante, usando um parâmetro específico para captar o movimento de parábola, mas precisamos rever o problema, pois as coordenadas precisam ser outras... [Explica o funcionamento do código] (...).

Professor [Tempo] Eduardo, o que acontece se adicionarmos uma distância (d) na variável x da função? [Discussão] [Reflexão] O comando *controle* pode indicar o surgimento e desaparecimento do golfinho [...] Podemos incluir o laço de repetição e condicionais para resolver o problema das coordenadas?

Eduardo [outro encontro] O código pode ser escrito dessa forma... Trabalhamos em cima deste problema... Os valores obtidos são esses $a < 0$ $[-0,020 * (x + d) * (x + d) + 0,003 * (x + c)]$, sendo $c: -180 < c < 180$, $b = 0$ e $a = -0,020$, x : variável, d : distância... Podemos pensar no laço de repetição...

Kamilla Boa ideia! Vejam que o intervalo aleatório de $[-200 < x < 200]$ do golfinho, tendo como deslocamento o formato de parábolas com parâmetros $[a, b \text{ e } c]$. Quanto ao palco, o valor de x tem de ser -260 e $y = -240$... Fora do palco, certo? Brincamos com os valores [dois comandos distintos].

Professor Acabamos de rascunhar [Scratch] [Controle {vá para $x - 260$ e $y - 240$, espere (número aleatório) de 5 a 15..., distância (número aleatório entre -200 e 200). Repita 1 {espere até que $x > (-180, 180)$ }... Quando o golfinho pode sair? O código está inacabado... Vamos melhorá-lo isso com tempo [...].

Mariane Depois do nosso tempo de discussão com o grupo, vimos que a trajetória do polvo não precisa ser parabólica igual do golfinho. O polvo vai vir de trás para frente, ficando cada vez maior, dando a ideia de crescimento... [Transformação geométrica – translação e escala]. Foi difícil pensar chegar nesse resultado...

Na discussão inicial da produção do jogo Navegação, percebemos dois fatores que se evidenciam no processo de Formação em Matemática quando desenvolvem algoritmos para o funcionamento do jogo. O primeiro deles é a *resolução de problemas pela associação de um problema auxiliar ou similar* já resolvido em outro momento, como se nota nos diálogos: [Professor] “Função do 2º grau... Serve de base?”, [Camila] “Igual do código do peixe, né? Não fiz associação. O coeficiente é negativo [$a < 0$]” e [Eduardo] “Trabalhamos em cima deste problema... Os valores obtidos são esses $a < 0$ [$-0,020 * (x + d) * (x + d) + 0,003 * (x + c)$], sendo $c: -180 < c < 180$, $b = 0$ e $a = -0,020$ ”. Tais excertos apontam para a relação entre as produções computacionais já realizadas não como reprodução ou cópia de si mesmas, mas como base de referência para aprimorar novas questões ocorridas e, a partir delas, avançar à resolução de novos problemas que se emergem no contexto de Matemática.

O algoritmo do Golfinho foi inspirado no código do Peixe, fazendo associação da primeira invenção desenvolvida – (E₃). Diante disso, entendemos que não se trata é instruir os alunos a seguir passos pré-determinados para resolver problemas, mas de promover espaços para que os alunos associem **problemas similares** já resolvidos em sala de aula, levando em conta os aspectos de interpretação, análise-síntese e **estabelecimentos de estratégias que confluem entre si**. Isto é, conforme o Construcionismo, “não é usar a regra que resolve o problema; é preciso pensar sobre o problema que promove a aprendizagem (...) e a capacidade de lidar com problemas semelhantes [em especial, de Matemática]” (PAPERT, 2008, p. 91).

O segundo fator que nos chama atenção, neste recorte, é a *valorização das ideias dos alunos como ponto inicial de discussão-depuração do conhecimento matemático*. Ou seja, as ideias do jogo Navegação e os elementos que dele preservam como o golfinho, não é algo que nasce do professor, mas, do grupo de estudantes. A partir do esboço do aluno, as discussões, em termos matemáticos e computacionais, começam a ganhar força e significados pelo coletivo. Observamos atentamente isso nos excertos: [Kamilla] “Boa ideia! Vejam que o intervalo aleatório de [$-200 < x < 200$] do jogo, tendo como deslocamento o formato de parábolas com parâmetros [a, b e c]”. O contexto está mais próximo ao “brincar” com os valores das funções, no sentido de estudar e compreender os seus comportamentos cartesianos (x, y), do que necessariamente trabalhar com regras para executar o plano linearmente pronto.

Os dados mostram um processo que considera as múltiplas formas de resolver um mesmo problema envolto à produção do algoritmo do jogo, conforme podemos verificar nos seguintes excertos entre docente e Eduardo, respectivamente, “Há outro jeito de fazer? [resolver o problema da parábola]” e “Fizemos de outro jeito semelhante, usando um parâmetro específico para captar o movimento de parábola” [outro tipo de resolução do

problema]. Na especificidade deste contexto, percebemos que há também uma procura de conexão de ideias à construção de códigos diferentes para se pensar na resolução de funcionamento de um mesmo objeto, promovendo múltiplos olhares de reflexão sobre ele. Favorecer a “*Interconexidade do conhecimento*” sugere uma teoria para o fato de alguns conhecimentos serem tão facilmente adquiridos sem ensino deliberado” (PAPERT, 2008, p. 106, grifos nossos). Essa situação sugere um modo de pensar ou valorizar a formação do estudante com conexões estabelecidas entre o conhecimento matemático e computacional de modo a facilitar a compreensão do conteúdo pelo ciclo *discussão-construção-discussão*.

É uma situação particular que aponta à dimensão sintônica do Construcionismo, com o valor de familiaridade, de manejar a linguagem de programação e trazer sentido entre os programas correlacionados. Porém, para que isso fosse exequível no contexto de sala de aula, ponderemos um aspecto imprescindível na produção dos algoritmos dos jogos digitais: o tempo. Ao olharmos para os excertos [Professor] “O código está inacabado... Vamos melhorá-lo isso com tempo [...]” e “Depois do nosso tempo de discussão com o grupo, vimos que a trajetória do polvo [personagem] não precisa ser parabólica”, interpretamos que é importante o estudante ter um tempo hábil para pensar e, por conseguinte, ter o seu ritmo respeitado. Por isso, refletimos que “Dar-se tempo” para tal produção requer criar condições minimamente favoráveis para que os estudantes se organizem de acordo com seu ritmo de aprendizagem. O Construcionismo corrobora essa concepção: “**dar-se tempo a si mesmo** é um princípio absurdamente óbvio, igualmente do domínio da heurística e da matemática” (PAPERT, 2008, p. 92, grifos nossos). Outro ponto que nos chama a atenção, neste processo de formação, é a relação estabelecida entre os algoritmos e os conhecimentos matemáticos e a discussão-reflexão e a as ideias compartilhadas, como se observa no código do pássaro:

Leiaute e estrutura de movimento do pássaro no jogo: trajetória vinculada à curva logarítmica

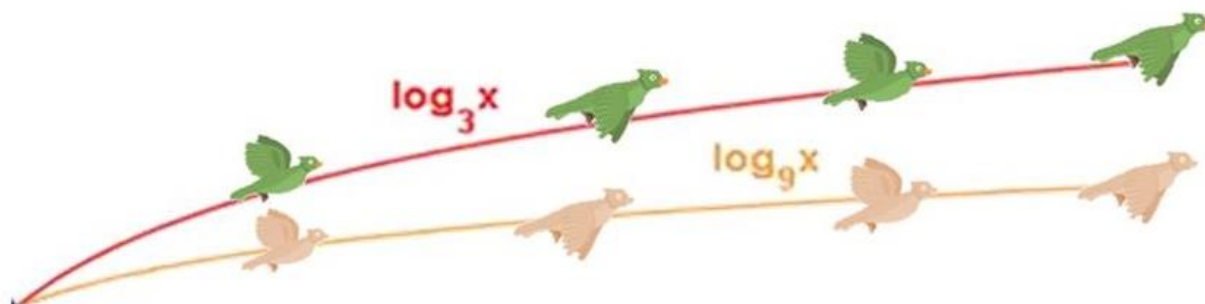


Ilustração 14A: Jogo *Navegação*: Movimento do Pássaro no jogo (*design* gráfico).
Fonte: elaborada pelo autor.

Eduardo Ao pensar em vários caminhos com o meu grupo, percebemos que a trajetória descrita pela função exponencial não atenderia ao nosso projeto. O pássaro extrapolaria as dimensões do palco [mostra o movimento] (...) Com a ajuda do professor, começamos a rascunhar o movimento do pássaro [no quadro branco e software: *Geogebra e Scratch*] e criar ideias com a *função logarítmica*...

Caio Como você mostrou aí no gráfico [Eduardo]... O movimento do pássaro se espelha igualmente a uma linha imaginária [assíntota], não é isso?

Eduardo (...) Bem legal isso, né? Há simetria! Vimos também que, na trajetória do pássaro, a função logarítmica cresce lentamente, enquanto a função exponencial é bem rápida. Testamos valores e visualizamos diferentes resultados ao desenvolver o código [Mostra no *Scratch* as funções e suas inversas respectivas $f(x) = 3^x$ e $g(x) = \log_3 x$; $h(x) = 9^x$ e $y(x) = \log_9 x$; etc.].

Professor Excelente! Graficamente, a função logarítmica é representada de forma simétrica em relação à bissetriz dos quadrantes I e III. Testamos valores para $x > 0$. Certo? Outra questão importante é analisarmos em conjunto: a curva do pássaro não toca o eixo y, mas corta o eixo x no ponto de abscissa igual a 1? Por quê? [discussão-reflexão sobre $y = \log_a 1 = 0$, para quaisquer valores de a].

Eduardo Pensei que não conseguiríamos fazer o pássaro aparecer na tela inicial do jogo quando saltasse do navio em movimento, [mas] conseguimos! Então, criamos os movimentos do pássaro e alinhamos com os valores da base para dar mais propósito ao jogo e estimular movimentos do jogador [paciente]. Depois de verificar essas ideias, vimos que era necessário usar só valores maiores que 1 para base [$a > 1$], porque a curva tinha que crescer [$x_1 < x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 < \log_a x_2$].

Líria Então, se for positivo os valores da base, temos a garantia disso? [crescente]

Caio Não, precisa ser maior que 1 [$a > 1$], se estiver entre 0 e 1, não vai dar certo, porque se $a = \frac{1}{2}$, a curva decresce [mostra movimentos do pássaro na tela]

Líria Caracas! Finalmente, consegui entender isso! Sentindo-me até bem com isso!

À luz do excerto, observamos que os alunos comunicam articuladamente ideias quando programam o movimento do pássaro, privilegiando conexões entre ideias Matemática e lógica de programação. Ao analisar a fala do estudante Eduardo, “[pensamos] em vários caminhos [e] começamos a rascunhar [e a] criar ideias com a função logarítmica”, entendemos que o foco não se limita ao conteúdo isolado de Matemática, mas na forma como os alunos o relacionam ao inventar personagens e criar seus movimentos por meio de algoritmos. Tal compreensão se reforça no questionamento (constatação gráfica) da função logarítmica pelo aluno Caio, “[...] o movimento do pássaro se espelha igualmente a uma linha imaginária [assíntota], não é isso?!”. Tais alunos propõem ideias, descrevem teorias provisórias e constataam significados múltiplos ao buscar compreender o comportamento do voo do pássaro pela descrição logarítmica. O processo de produção se baseia na *discussão-reflexão* ao definir o funcionamento do algoritmo em grupo. É um processo “de aprendizagem no qual tanto os alunos como o professor interpretam o seu meio, levantam hipóteses, analisam contextos e constroem junto-engajadamente ideias e o conhecimento mobilizado” (AZEVEDO; MALTEMPI, 2019, p.103).

Neste caso, à luz do Construcionismo, o conhecimento não é transferido aos alunos pelo professor, mas mobilizado no coletivo e se fortalece pela busca não linear de significados entre professor-aluno e aluno-aluno (PAPERT, 2008). A busca pelo significado de conceitos matemáticos durante a produção do algoritmo do pássaro é um processo dinâmico de conexões de ideias, não necessariamente previsível e controlado. O caminho favorece a compreensão do conteúdo de Matemática pela discussão-compartilhada e produção reflexiva, pois busca “(...) incentivar os sujeitos [a desenvolver a]: curiosidade sobre ciência, capacidade de se envolver; tenacidade para pensar grande; [construir soluções]; ter persistência para fazer e resolver coisas úteis e relevantes [à sociedade]” (RESNICK, 2017, p.51-52, tradução nossa).

Embora o pássaro não tenha um papel diretamente ligado aos movimentos coordenados do corpo do paciente de Parkinson pelo Timão-Robótico, o grupo buscou criá-lo a fim de estimular a concentração, a visão e o raciocínio do jogador, como se observa nos seguintes discursos: “Pensei que não conseguiríamos fazer o pássaro aparecer na tela inicial (...) conseguimos!” e “(...) criamos os movimentos do pássaro e alinhamos com os valores da base da função [logarítmica] para dar mais propósito ao jogo e estimular a movimentos [específicos] do jogador”. Inferimos, nesse recorte, que há finalidade maior de aprendizagem, que alia o conhecimento curricular de Matemática com a produção de eletrônicos ao tratamento de sintomas específicos da doença de Parkinson, valorizando a posição do aluno enquanto pesquisador dentro de sala em vez de reprodutor, dando mais sentido à Matemática.

Mais do que mobilizar contexto ao ensino de Matemática, percebemos que a sensação de incapacidade, quando o aluno é incentivado a argumentar e compreender o conteúdo e a lógica de programação, é deixada de lado e se transforma em motivação, como podemos constatar na discussão entre Caio e Líria ao dialogar sobre o crescimento e decrescimento do pássaro mediante as estruturas da função logarítmica, respectivamente: “(...) se estiver entre 0 e 1, não vai dar certo, porque se $a = \frac{1}{2}$, a curva decresce”, [e] “(...) Caracas! Finalmente, consegui entender isso! Sentindo-me até bem com isso!”. Entendemos que o problema não está na Matemática em si mesma, mas na forma como ela é explorada em sala de aula, sem sentido, razão pela qual “(...) muitos alunos ficam desanimados: a mensagem é de que a Matemática e a ciência não são para eles: Não precisa ser assim. O problema não está nas próprias disciplinas, mas em como elas são apresentadas e ensinadas” (RESNICK, 2017, p. 143, tradução nossa).

Há uma tentativa de incluir os alunos no processo de produção de significado, no qual o conhecimento não é submetido ao processo linear de definição-exemplo-exercícios, antes, porém, os alunos debatem, buscam respostas e medeiam processos de significados matemáticos quando articulam conceitos de Matemática não necessariamente formais. Tal

interpretação se estrutura na afirmação do aluno Eduardo: “alinhamos com os valores da base para dar mais propósito ao jogo e estimular movimentos (...) valores maiores que 1 para base [$a > 1$], porque a curva tinha que crescer [$x_1 < x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 < \log_a x_2$]”. Ao longo do processo de interpretação e construção de significados matemáticos, não se exclui uma base não formalizada Matemática, mas a apreende como um fator importante no processo de construção de conhecimento e formação pela interação entre os estudantes (RESNICK, 2017). E é justamente essa ideia que serve como alicerce “para a Matemática formal, [sem] interrupção para uma melhor aprendizagem” (PAPERT, 2008, P. 30), na qual o processo Formação em Matemática se constitui no discurso informal de conceitos e ideias coletivas.

A análise desse recorte se centra no discurso dos sujeitos, que combina a língua falada e a Matemática, os diálogos espontâneos entre os participantes, e parte do princípio de que as ideias informais se constituem como uma “[...] oportunidade de aprender e usar a Matemática através de um modo não [necessariamente] formalizado” (PAPERT, 2008, p. 22). Os diferentes discursos se caracterizam como engrenagens que se alimentam e se mostram interdependentes à compreensão de ideias Matemáticas a partir de produção compartilhada. Assim, reconhecemos que a construção de eletrônicos não deve se limitar ao formalismo matemático, mas oportunizar ao estudante pensar e ter um olhar amplo e problematizado (D’AMBROSIO; LOPES, 2015). Ponderamos que essa produção não consiste em um treinamento do conteúdo Logarítmico, mas como uma situação intencional para que o aluno desenvolva o seu potencial argumentativo por meio das interações mútuas que ocorrem.

A importância de “o estudante manipular elementos que carregam significados e que fazem sentido para ele, em vez de formalismos e símbolos” (MALTEMPI, 2005, p. 268) refere-se à dimensão semântica dos conceitos matemáticos (BLIKSTEIN; VALENTE, 2020). Nisto, compreendemos que o processo formativo do estudante em Matemática, em termos dessa dimensão, não pode ser reduzido ao formalismo da robótica e da programação de jogos digitais, mas deve privilegiar o seu conhecimento prévio de modo a incentivá-lo a construir significados e estabelecer conexões de conhecimento mediante as múltiplas linguagens e simbologias. Um exemplo disso, que trazemos, nesse recorte, é a conexão mobilizada mútua e colaborativamente pelos alunos quanto à linguagem de Matemática e programação gráfica.

Engajamento coletivo: debate e ideias
Algoritmo da função logarítmica

Função Logarítmica: simulação-testes e análise-comparação
Simbologia: $f(x) = a \pm b * \log_c (d * x)$, sendo $a, b, c, d \in R$



- $f(x) = \log_2(x)$
- $g(x) = \log_3(x)$
- $h(x) = \log_4(x)$
- $p(x) = \log_5(x)$
- $q(x) = \log_2(x) - 2$
- $r(x) = 3 \log_2(x) + 2$
- $s(x) = \log_3(x)$
- $t(x) = \log_3(x)$
- $f_1(x) = 4 \log_1(4x)$
- $g_1(x) = \log_2(x) + 3$
- $h_1(x) = \log_2(x) - 3$
- $p_1(x) = \log_3(2x)$
- $q_1(x) = -2 + \log_2(x)$
- $r_1(x) = 5 \log_3(x) - 3$
- $s_1(x) = \log_3(x) - 5$

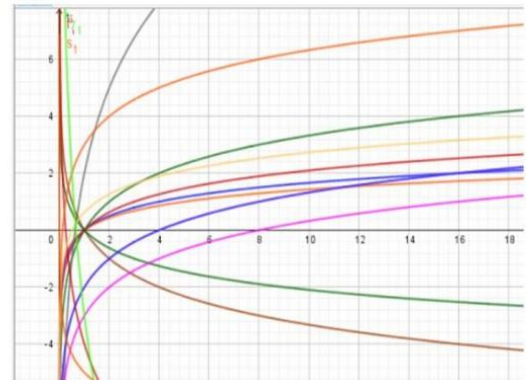


Ilustração 15A: Jogo *Navegação*: Produção coletiva da construção do algoritmo do voo do pássaro [Funções Logarítmicas – comportamento dos voos dos pássaros] (*design gráfico*) (Dados da Pesquisa).
Fonte: Elaborada pelo autor.

Linguagem Scratch e registros (notas dos alunos): programação e Matemática (função logarítmica)

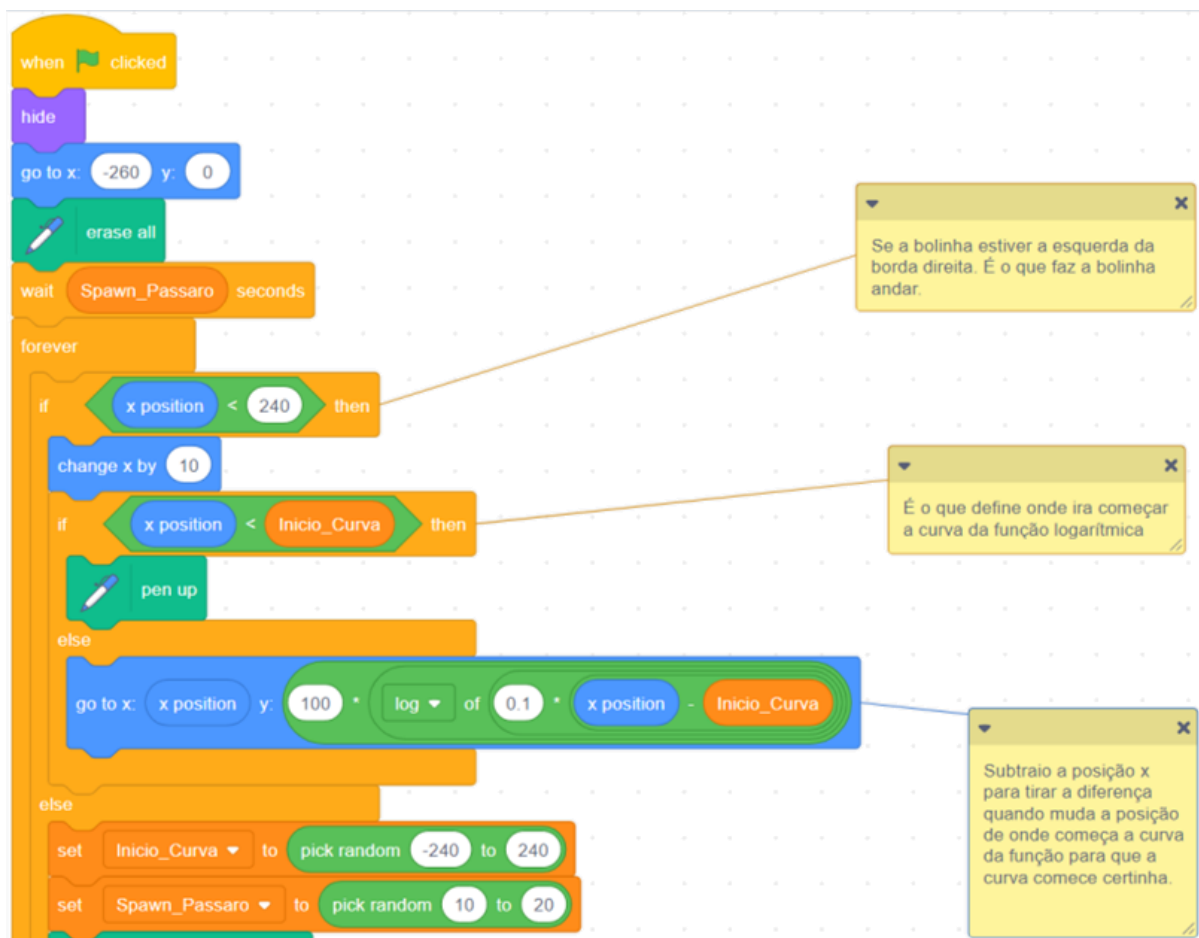


Ilustração 15B: Jogo *Navegação*: Produção coletiva da construção do algoritmo do voo do pássaro (*design gráfico*) – Lembretes (cor amarela) descritos e sinalizados pelos autores do jogo *Navegação* (Dados da Pesquisa).
Fonte: elaborada pelo autor.

Na Ilustração 15B, observamos o *Timão-Robótico2*⁷ (aprimoramentos) e a produção dos algoritmos pelos alunos. Ao desenvolver os algoritmos de programação da Navegação, os alunos propuseram modelos matemáticos, como o dos movimentos do pássaro. Eles também sistematizaram ideias algébricas a partir do comportamento da função logarítmica e, por conseguinte, mobilizaram diferentes linguagens em suas discussões, entre as quais se destacam: oralidade, escrita, gráfica e programação. Esse contexto de Formação em Matemática pela produção de invenções científico-tecnológicas, que nega a passividade e propõe o protagonismo do estudante em sala de aula, aponta para a superação de “paradigmas previamente determinados [no contexto de formação]” (D’AMBROSIO, LOPES, 2015, p. 8).

Mudar trajetórias nos permite a percepção de novos caminhos pedagógicos de maneira a mergulhar em espaços que estejam abertos para a autonomia do aluno e para a sua capacidade de inventar. Essa mudança que busca valorizar o potencial criativo e autonomia intelectual do aluno em sala significa, metaforicamente, sair da gaiola metodológica, o que é um ato de subversão responsável formativo (D’AMBROSIO; D’AMBROSIO, 2013). Em vez de restringir o potencial criativo dos alunos, reduzindo suas aptdiões e interesses a decoreba, o trabalho concentrou esforços para ajudar os alunos a descobrirem maneiras curiosas para aprender, comunicar ideias e a desenvolver planos de ação [como processo não linear], indo além do currículo. Um dos recortes, que nos chama a atenção na pesquisa, nesta etapa de análise, é o diálogo mobilizado entre os alunos na criação dos programas do Timão-robótico.

7 Cf. disponível em: https://youtu.be/guJvjc_Xzvg



Ilustração 16A: Brainstorming – Finalização das produções (ideias Matemáticas e de programação).

Fonte: elaborada pelo autor.

Aderson Ao explorar a *translação e dilatação da curva logarítmica*, entendemos o seu comportamento a partir da manipulação dos parâmetros. Usamos inequação do 1º grau [*posição $x < 240$*] com acréscimo de 10 a x para cada movimento dado pela curva do pássaro. Olhando assim, parece até fácil [risos]. Esse movimento logarítmico do pássaro sairá perto do leme e será captado pelo timão [mostra]. Sincronizamos o timão com o leme do navio... [Explica o algoritmo do leme].

Caio Quebramos a cabeça [risos] nesse algoritmo, mas tivemos tempo para divertir, pesquisar e trocar figurinhas uns com outros [alunos e profissionais] sobre essa invenção [timão], usando paletes velhos e uma roda de bicicleta para capturar os movimentos dos pacientes [...] movimento é semicircular para coluna deles.

Daniela [...] O nosso desafio maior foi o de conectar todos os algoritmos ao nosso dispositivo robótico aos movimentos rotacionais das mãos dos pacientes. Avançamos e retrocedemos várias vezes na construção de protótipos... Mas, agora, estamos ansiosos para usar tudo que criamos nesse tempo para ajuda-los [os pacientes]. É incrível aplicar isso à sessão de terapia de Parkinson (...)

Na Ilustração 16A, à luz do diálogo, verificamos que o processo criativo de aprendizagem percorre os desafios de pensar, inventar e compartilhar, como se denotam nas expressões dos estudantes, Aderson e Caio: “olhando assim, parece até fácil” [e] “quebramos a cabeça [...] tivemos tempo para divertir, pesquisar e trocar figurinhas uns com outros”. Não se nega a motivação ou o prazer de fazer aquilo com a Matemática em sala de aula, mesmo quando há desafios constantes, caminhos imprevisíveis e situações-problema sem respostas ao longo do percurso de criação de objetos tecnológicos. Isto é, “quando os alunos têm mais

opções e controle, eles podem desenvolver seus interesses e paixões, e o aprendizado se torna mais pessoal, criativo, motivador e significativo” (RESNICK, 2017, p. 78, tradução nossa).

Os discentes imergem em processos de aprendizagem não previsíveis com os quais investigam problemas abertos e, por meio deles, mobilizam conhecimentos matemáticos e computacionais, buscando e propondo possíveis soluções para uma finalidade maior. Perscrutamos que o conteúdo matemático não se mostra ilhado e nem se fragmenta em departamentos estanques. Pelo contrário, os alunos exploram ideias de programação e Matemática de forma integrada como: laços de repetição e ideias condicionais relacionados às estruturas algébricas [funções e equações], plotação geométrica [tabelas, gráficos e curvas diversas], aprendem novas ideias, habilidades e estratégias enquanto trabalham em projetos pessoais significativos nos campos científico e social. Por isso, concordamos com o autor que à medida que “[...] os alunos constroem coisas no mundo, eles constroem novas ideias em suas cabeças, o que os motiva a construir coisas novas no mundo, e assim por diante, de uma maneira nunca vista, em espiral de aprendizagem” (RESNICK, 2017, p. 38, tradução nossa).

O processo criativo de Matemática em sala de aula é, portanto, percebido como a capacidade de construir o novo de forma útil para o outro, bem como para si mesmo. Nesse sentido, compreendemos que o processo criativo de aprendizagem em Matemática, a partir da produção jogo Navegação e do dispositivo Timão-Robótico, à luz das ideias do Construcionismo mostra-se caracterizado pela imaginação e originalidade de ideias coletivas. Outrossim, apresenta-se pela discussão-argumentação e produção de artefatos curiosos, que não obedecem a uma lógica únivoca e obrigatória de passos prefixados e repetitivos.

$$f(x) = k \cdot e^{ax}$$

$k \cdot e$

(e)

Cabo de vassoura
[suporte: volante]

Sensores + fios
[captação de movimento]

Roda de bike
[Timão do navio]

Paletes + parafusos
[base do Timão]

No que se refere à construção de ideias Matemáticas como um processo não linear de etapas, evidenciamos a fala da estudante Daniela, que nos ajuda a entender esse contexto: “(...) avançamos e retrocedemos várias vezes na construção de protótipos (...) para a sessão de fisioterapia de Parkinson”. Não há uma sequência necessariamente de única mão e absolutista, na verdade, o processo de produzir criativamente nas aulas de Matemática é uma proposta que impulsiona diferentes experiências de idas e vindas de ações “mão na massa”, pautando-se pela insubordinação ao treino do conteúdo e da aprendizagem sem sentido e atrevendo-se a atribuir significados ao conhecimento matemático pela invenção de eletrônicos aos pacientes.

Compreendemos esse processo como uma insubordinação criativa quanto à produção do jogo Navegação e do dispositivo Robótico-Timão, diante dos processos meramente burocráticos da Educação Básica e atrevemo-nos “(...) a criar e ousar nas práticas exitosas como um desejo de promover uma aprendizagem na qual os estudantes atribuam significados ao conhecimento matemático” (D’AMBROSIO; LOPES, 2015, p. 2). Nessa perspectiva de produção pelo protagonismo dos estudantes, o processo Formativo em Matemática é entendido como uma construção intelectualmente coletiva e socialmente engajada, que não nega os conteúdos curriculares de Matemática no ambiente de formação e se mostra pela contextualidade e problematização dos conhecimentos, favorecendo experiências orgânicas.

Desta forma, o processo de construção de programas aos eletrônicos evidencia explicitamente as características do saber e fazer Matemática, entre as quais se destacam: propor ideias e soluções (PAPERT, 2008), compreender e explorar conhecimentos integrados em contextos reais e inusitados de aprendizagem (VALENTE, 2016); reconhecer erros matemáticos e de programação e robótica e saber depurá-los a partir de diferentes estratégias (PAPERT, 2008); desenvolver ferramentas a problemas reais (D’AMBROSIO; LOPES, 2015); lidar com imprevistos e questões inusitadas (RESNICK, 2017); e usar modelos matemáticos para promover o bem-comum em sociedade, usando materiais de baixo custo.

Ao explorar modelos matemáticos, estabelecer novas relações do conteúdo e desenvolver projetos de interesse pessoal, os alunos têm a oportunidade de mobilizar conhecimentos prévios e construir conhecimentos algébricos e geométricos específicos, em sala de aula. Nesse sentido, “[...] o processo de se tornar um pensador Criativo “com C maiúsculo” é em si um processo interativo” (RESNICK, 2017, p. 5, tradução nossa), que conjuga elementos de formação. Por isso, acreditamos que há um equívoco comum de que a melhor maneira de incentivar a criatividade dos alunos é “(...) apenas sair do caminho e deixá-los serem criativos. Embora seja certamente verdade que os alunos são naturalmente curiosos, eles precisam de apoio para desenvolver suas capacidades criativas e alcançar seu

potencial criativo total” (RESNICK, 2017, p. 167, tradução nossa) e poder usar a sua capacidade de produzir conhecimentos e inventar coisas úteis e científico-tecnológicas a favor da sociedade. Os dados desta pesquisa, neste episódio, permitem-nos constatar que os contextos e as situações-problema, de aprendizagem em Matemática de insubordinação criativa ao *status quo*, buscaram valorizar a compreensão-invenção-resultados de Matemática ao Parkinson. Podemos observar o uso dessas invenções no tratamento dessa doença a seguir:

SESSÃO 1: Tratamento de Parkinson

Movimentos coordenados circulares e estratégicos orientados por profissionais da área da saúde



Ilustração 17A: Sessão de tratamento da doença de Parkinson [Timão-Robótico] (Dados da Pesquisa).

SESSÃO 2: Tratamento de Parkinson

Contribuições dos alunos na preparação dos equipamentos e instrução dos jogos e do dispositivo-robótico



Ilustração 17B: Sessão de tratamento da doença de Parkinson [Timão-Robótico] (Dados da Pesquisa).

Fonte: elaborada pelo autor.



Cf.: Disponível em: <https://youtu.be/S3gMzEhlzIo>

Nas Ilustrações 17 (A e B), apreciamos o jogo digital Navegação e o dispositivo Timão-Robótico sendo mediados pelos profissionais da área da saúde, tendo o apoio dos alunos, na sessão de tratamento de sintomas da doença de Parkinson. O uso dessas invenções científico-tecnológicas visa contribuir para o tratamento de reabilitação de movimentos estratégicos dos pacientes idosos, ajudando-os na movimentação estratégica das mãos e incentivando-os a ter a postura adequada da coluna. Em consonância com Moreira *et al.*, 2007, essas invenções buscam possibilitar a redução de tremores simétricos e rigidez, estímulos esses que podem melhorar a qualidade de vida dos pacientes. Para o Sr. Iguatemi, paciente presente na Figura 14A, “os jogos dessa moçada inteligente é incrível. Gosto de todos, não só porque ajuda na nossa recuperação, mas também por estar aqui com eles”.

Nesse sentido, à luz do objetivo desta tese, entendemos que o conhecimento científico, mobilizado nas aulas de Matemática e nas sessões de fisioterapia ao tratamento de Parkinson, organiza-se em um espaço formativo para promover o bem-social aos pacientes e alunos, contribuindo para “reflexões necessárias [e para a realização] do objetivo maior da Educação, que é o preparo humano para participar na criação de um mundo melhor” (D’AMBROSIO; D’AMBROSIO, 2013, p. 10). De acordo com os dados, concebemos que as ações no Hospital buscam também oferecer experiências mais responsáveis e atuais aos alunos, possibilitando a constituição de uma [formação em Matemática] pautada em princípios éticos e solidários.

Por não haver neutralidade em nenhuma ação humana, inferimos que, ao desenvolver e aplicar a invenção Navegação e Timão-Robótico, de forma responsável com os profissionais no Hospital, os alunos se inspiram também a: ser solidários; lidar com as frustrações, medo e egoísmo; enfim vencer os desafios da vida. Tais questões podem ser visualizadas nas falas dos alunos, Eduardo, Líria e Amanda, respectivamente: [Eduardo] nossas invenções ajudam pessoas e nos ajudam também; [Líria] “[...] é uma superação estar aqui e contribuir com os pacientes. Este jogo e tantos outros que construímos [ao longo da pesquisa] são legados que deixamos para a vida... Nunca gostei muito de Matemática e, agora, me sinto capaz e mais atuante... Isso é significativo... Sem palavras!”; e [Amanda] “[A invenção eletrônica] estimulou a nossa capacidade intelectual e o nosso potencial criativo nas aulas de Matemática [...] Aprendemos não só construir coisas com pouco recurso, mas, sim, aprendemos também a ajudar o próximo (...)”. Entendemos que levar em conta essas impressões dos alunos também seja relevante para compreendermos melhor este processo de Formação em Matemática quando se produzem jogos e dispositivos robóticos ao Parkinson. De posse desses dados (contexto), avançamos para o último Episódio da Análise da tese – E₅.

E₅: Bikechair

Cf.: Jogo Disponível em: <https://scratch.mit.edu/projects/491104270/fullscreen/>





Por trás da Formação Matemática Bikechair e bike-robótica

Quando eu entrei no IF-Goiano, eu conheci este modelo de formação. No início, eu indaguei: isso envolve muita atenção, concentração e Matemática. [Ao longo do processo], eu vi que era realmente aquilo que eu pensava. Quando a gente fez a primeira visita no Hospital, mexeu muito comigo. Isso porque, eu penso que oportunidade de você testar a sua invenção [jogos e dispositivos robóticos desenvolvidos nas aulas de Matemática] com os idosos e ver a reação deles, quando jogam e se sentem bem, foi algo maravilhoso e não dá para explicar muito não... É uma sensação única que certamente levarei para o resto da vida. Acredito que isso se deva ao fato de ter criado eletrônicos que possam ajudar pessoas com o Parkinson. [Então] **eu posso dizer: ainda jovem, eu tive a oportunidade de mudar alguma realidade para melhor.**

Gabriela | Participante da Pesquisa.

Entrevista (depoimento) – Processo de Formação em Matemática.

Foto: Gabriela descrevendo o seu processo ao longo da pesquisa (Jogo Bike).



Cf.: Disponível em: <https://youtu.be/djXyicTfOis>.

E₅: Bikechair e Bike-Robótica

O jogo *Bikechair* associado ao dispositivo *Bike-robótica* é uma das invenções dos estudantes para atender às sessões de fisioterapia de Parkinson no Hospital Dia do Idoso, tendo por base as orientações do time de profissionais da área da saúde. Tal invenção científico-tecnológica, que simula a pilotagem de uma bicicleta, busca encorajar o equilíbrio, a marcha, reflexos automáticos e força dos pacientes parkinsonianos, estimulando os aspectos motor-posturais adequados e as habilidades cognitivo-psíquicas. Assim como as demais produções desta pesquisa, essa invenção científico-tecnológica se constituiu ao longo de três principais fases, a saber: ideação, *Brainstorms* e depuração, conforme Ilustração 18A.



Ilustração 18A: Jogo *Bikechair*: diferentes etapas da produção dos eletrônicos (dados da pesquisa).

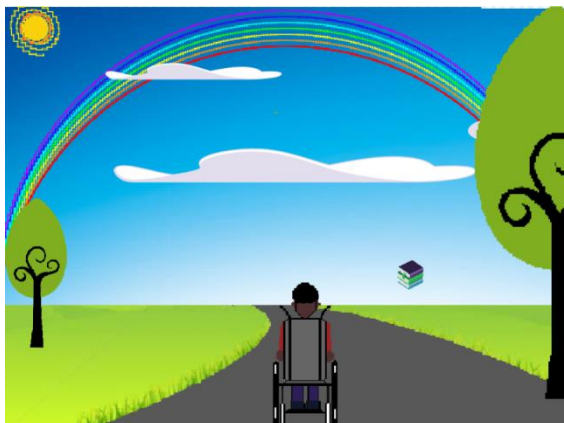
Fonte: elaborada pelo autor.

Na ideação os alunos investigaram e desenharam ideias Matemáticas e computacionais, que foram mobilizadas durante a invenção do jogo *Bikechair*. Lançaram mão de estratégias, rascunhos e comunicaram ideias uns com os outros de modo a definir os melhores objetos, cenários e programas do jogo, avançando junto com as mediações didático-pedagógicas do professor-pesquisador. A imagem central, que compõe a etapa *Brainstorming*, retrata a invenção inacabada do dispositivo robótico guidão da *bike*, parte integrante do dispositivo robótico, ainda em processo de construção. Já a fase de depuração, imagem à direita, evidencia a conexão entre jogo e dispositivo robótico. Nessa etapa, os estudantes ajustaram parâmetros matemáticos e corrigiram falhas de programas e do circuito elétrico *Bikechair*. Aprimoraram códigos e simularam orientações dos movimentos sensoriais de modo a atender às especificidades das sessões fisioterapêuticas do tratamento de Parkinson. Para conhecer melhor as ideias por trás desta invenção, sistematizamos os quadros abaixo.

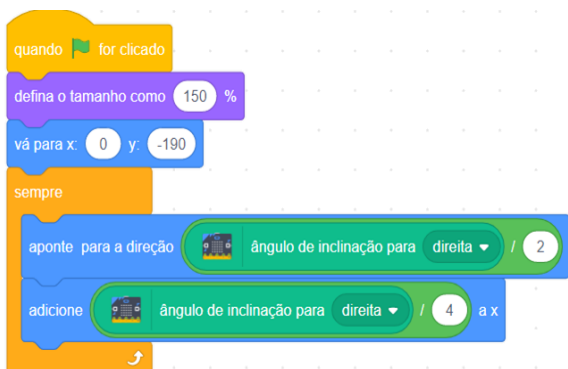
Quadro 6 – Por trás da invenção *Bikechair* e *Bike-robótica*: ideias Matemáticas e conceitos de programação

Leitura e algoritmos

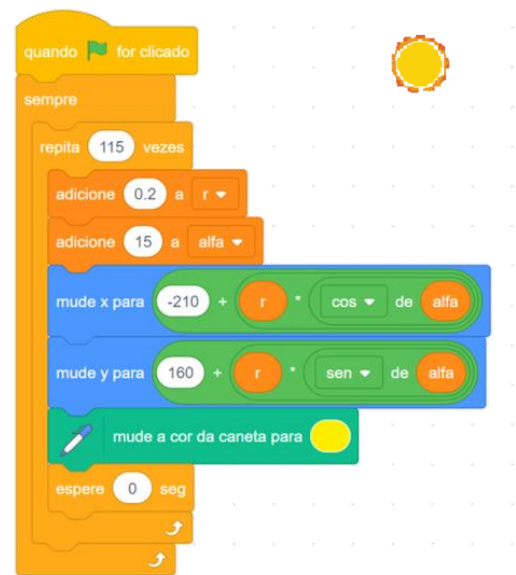
Matemática e Programação



O palco é baseado no **plano cartesiano** de dimensões (x, y) : $-240 \leq x \leq 240$ e $180 \leq y \leq 180$. As nuvens carregam ideias de deslocamento, velocidade e taxas de variação. O sol é formado por equações no sistema de coordenadas polares. Os livros em movimentos levam ideias de porcentagem, convergência, (in)equação do 1º grau. As árvores movimentam em escalas recursivas, baseadas nos conceitos de matrizes e transformações geométricas, como: rotação; escala; reflexão; e translação. Os programas da *Bikechair* se conectam ao dispositivo robótico por meio de placas e sensores *BBB: Micro-bit*.



Recorte do programa da *Bikechair* que vincula a programação e placa sensorial *BBB: Micro-bit* via *Bluetooth*. O programa se inicia pelo comando controle [quando for clicado]. O objeto é ampliado 150% e se reposiciona cartesianamente em $x = 0$ e $y = -190$, posição inferior da tela. Ao sincronizar placa e código, o comando faz a captura de movimentos e aceleração (acelerômetro) da *Bikechair*. O *Micro: bit* faz a leitura do campo magnético (magnetômetro) quando em uso.



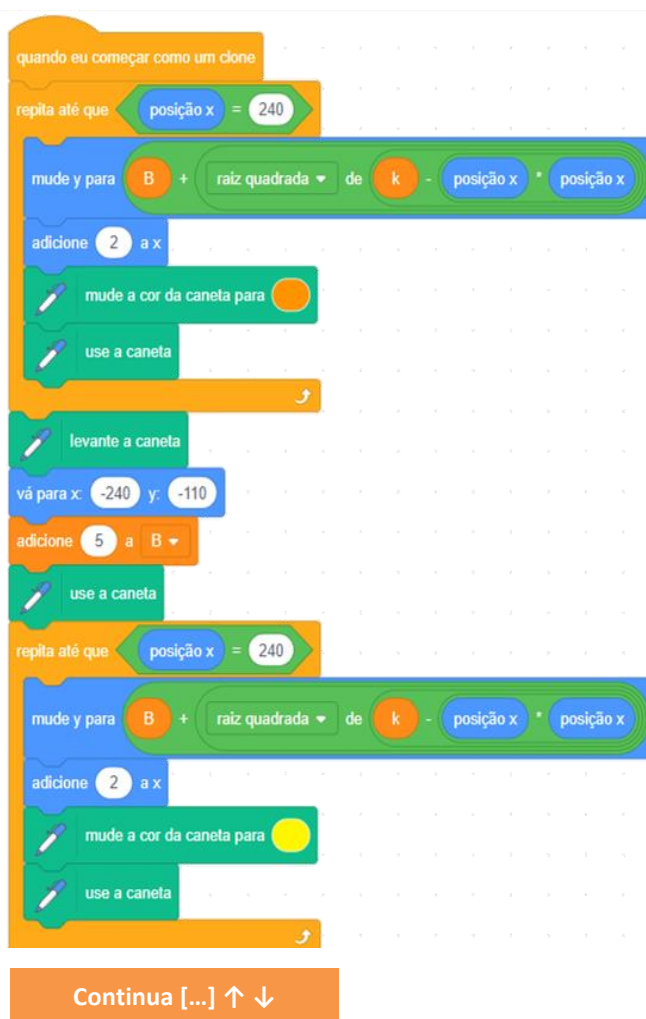
O programa projeta a construção, em movimento, do sol no formato de caracol em termos de coordenadas polares (r, α) . Quando esse programa é pressionado, o código aciona os comandos de repetição, tendo como parâmetro a variáveis r (0.2) e α (15), respectivamente raio e ângulo. O sistema estabelece a relação de coordenadas cartesianas e polares $P(x, y) \rightarrow P(r, \alpha)$. Ao transformar as coordenadas cartesianas (i) $x^2 = r^2 \cdot (\cos \alpha)^2$ e (ii) $y^2 = r^2 \cdot (\sin \alpha)^2$ [somando i e ii e utilizando a relação fundamental da trigonometria $(\cos \alpha)^2 + (\sin \alpha)^2 = 1$], obtém-se a equação reduzida (canônica) da circunferência $(x + 0)^2 + (y + 0)^2 = 1$, a qual se estrutura por campo polar de coordenadas polares [durante a execução do programa]. O código de programação carrega ideias das equações polares, sendo $x = -210 + r \cdot \cos \alpha$ [movimento em x] e $y = 160 + r \cdot \sin \alpha$ [movimento em y]. Assim que o giro do primeiro arco é construído, o código volta a se repetir ordenado e sequencialmente, formando o sol.

Placas e acessórios utilizados na conexão jogo [*Bikechair*] e dispositivo robótico [*Bike-robótica*]



Fonte: elaborado pelo autor.

Quadro 7 - Por trás da invenção *Bikechair* [Arco-íris]: ideias Matemáticas e conceitos de programação



Os programas ao lado, que funcionam em conjunto e paralelamente, integram parte do arco-íris [objeto do jogo]. É iniciado por um controle que faz o objeto surgir na posição $x = -240$ e desaparecer em um sistema de repetição equacionado em $x = 240$. Faz uso de **Funções Raízes**, cujos gráficos são semicírculos. O gráfico $y = |\sqrt{r^2 - x^2}|$ é o semicírculo superior de centro na origem e raio (r). Consideramos r^2 igual a k e, por estratégia, $k = 60000$ [à luz das dimensões da tela].

Utilizamos na construção dos arcos do arco-íris ideias de **módulo**: $\sqrt{a^2} = |a|$; $|x|^2 = |x^2| = x^2$, $\forall a, b \text{ e } x \in \mathbf{R}$ [quaisquer números *reais* $a, b \text{ e } x$]. O código de programação que descreve a função do semicírculo é dado por $\ll \text{mude y para } \sqrt{r^2 - (x)^2} \gg$. O algoritmo se baseia nas ideias da **Equação da Circunferência** $[x^2 + y^2 = r^2]$ e se estrutura pela função do semicírculo $y^2 = r^2 - x^2 \leftrightarrow \sqrt{y^2} = \sqrt{r^2 - x^2} \leftrightarrow |y| = \sqrt{r^2 - x^2} \leftrightarrow y \pm \sqrt{r^2 - x^2} \leftrightarrow f(x) = \pm \sqrt{k - x^2}$, sendo $k - x^2 \geq 0$.

O parâmetro B determina a posição vertical da função $f(x)$. Tal valor varia de $-100 \leq B \leq -70$. Cada novo arco translada verticalmente **5** unidades a mais em relação ao arco imediatamente inferior $f(x) = B + \sqrt{k - x^2}$, cujo domínio $\{x \in \mathbf{R} \mid -\sqrt{k} \leq x \leq \sqrt{k}\}$. A variável B projeta um conjunto de números inteiros, modelado na **Progressão Aritmética (PA)** de razão **5** unidades [sequência aritmética crescente]: $B_1 = -100$; $B_2 = -95$; $B_3 = -90$ (...) e $B_7 = -70$. Cada valor de B corresponde a uma única posição y da função da semicircunferência. Tal comando se repete sete vezes de modo a formar os arcos do arco-íris, da cor vermelha à violeta.

Fonte: Elaborado pelo autor.

De acordo com os Quadros 5 e 6, verificamos os programas computacionais e ideias Matemáticas mobilizadas e desenvolvidas pelos alunos, com a mediação do professor-pesquisador e colaboradores, durante as invenções do jogo *Bikechair* e dispositivo *robótico-bike*. Para compreendermos melhor essas invenções científico-tecnológicas, evidenciamos, em forma de recorte, a construção e o desenvolvimento do objeto arco-íris do jogo. Na primeira etapa, os estudantes foram encorajados a projetar, modelar e esboçar uma superfície dos arcos de um arco-íris, na forma de arcos concêntricos, conservando as propriedades da equação reduzida $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$ da circunferência, como se nota na Ilustração 19A:

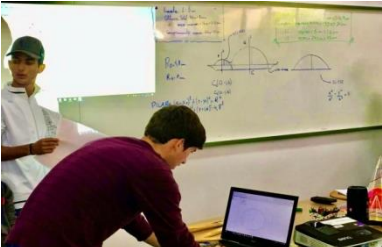
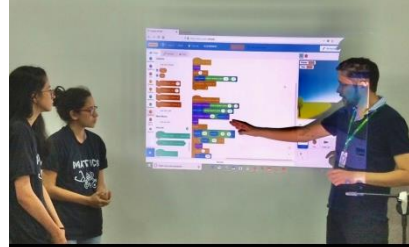
[Produção-argumentação]	[Invenção de objetos]	[Tempestade de ideias]
<i>Equação da Circunferência</i>	<i>Argumentando e criando objetos do jogo</i>	<i>Construção coletiva de códigos de programação</i>
		

Ilustração 19A: Produção-argumentação da construção do objeto Arco-íris (dados da pesquisa).
Fonte: elaborada pelo autor.

Amanda [...] Como ficou decidido entre os grupos, já começamos a rascunhar os objetos do nosso maravilhoso jogo da Bike. O grupo está pensando na cadeira sofisticada para todos os pacientes, inclusive, os de cadeira de rodas [...] readaptamos os códigos similares ao jogo da Navegação, mudando as coordenadas no programa [fazendo referência de códigos já desenvolvidos na E₄] e também colocamos o laço de repetição [repita sempre]... Pensamos também na ideia das árvores se mexendo de trás para frente, dando a ideia de crescimento [apresentação do esboço à turma e discussão entre grupos] [...].

Caio [...] precisamos colocar mais adrenalina no jogo, porque não está ainda interessante... [pensa nos objetos] Rascunhamos [outro grupo] um modelo de *time* [e.g., variável]... Pode ser um fenômeno em movimento... Pode ser um vento, um carro, ou um arco-íris passando na tela. Precisa ser um desenho em forma de movimento, tem que ter o algoritmo para sustentar essa trajetória... Mas, tem curva matemática para isso? [Discussão e simulação de hipóteses]

Kamilla Arco íris será legal... Podemos representar o tempo, formando os sete arcos...

Professor [...] Como queremos um arco-íris, como podemos escrever um “pedaço” dessa curva usando essa equação da circunferência [$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$]? [construção e discussão coletiva a partir da construção algébrica e geométrica do teorema de Pitágoras de forma exploratória no Geogebra*...]. O Centro da Circunferência pode ser C(0,0). Poderia ser outro C? Vamos alterar o valor para ver o que acontece? [Tempo] O comprimento da circunferência é diretamente proporcional ao raio R? [conjecturas] Quando o valor do raio muda o comprimento da circunferência altera também? [...] Que tamanho de *r* podemos ter para fazer o arco íris passar na tela do jogo?

Gustavo [Tempo] Mudou o raio... Tudo se altera aqui... podemos então dizer que a equação da circunferência de centro na origem C(0,0) [$(x - x_0)^2 +$

$(y - y_0)^2 = r^2]$ nos dá arcos que podem ser utilizados na criação do objeto. O programa não estava executando [mostra o algoritmo] Precisamos criar um algoritmo em função de uma variável, e não de duas $[x, y]$. E se usarmos função para superar esse problema das variáveis? [hipótese]. Precisamos incluir o laço de repetição para gerar os movimentos dos arcos...

Professor Que tal pensarmos na construção do arco-íris utilizando as ideias da “semi-equação da circunferência” [em termos de programação], deixando tudo em função de x ? Podemos gerar uma função. Já ouviram falar da função raiz?

Anderson Como seria o modelo dela? [problematização] Estamos rascunhando o código a partir da equação da circunferência e unindo com *loop* $x = 240$. Nosso grupo tentou gerar o movimento circular superior do arco, mas ele não roda e nem compila. Estamos analisando os parâmetros e nas linhas aqui [do código].

Caio [Discussão entre grupos] Pegamos a equação da circunferência e isolamos a variável y $[y = \pm \sqrt{r^2 - x^2} \leftrightarrow f(x) = \pm \sqrt{r^2 - x^2}]$. Como não queremos a circunferência completa, tiramos a parte de baixo dela $[\sqrt{r^2 - x^2}]$. Veja o algoritmo... veja o seu comportamento em movimento... Massa, né? Mantemos só o lado positivo $[(+) \sqrt{r^2 - x^2}]$, igual ao arco-íris. Curioso isso: é função?

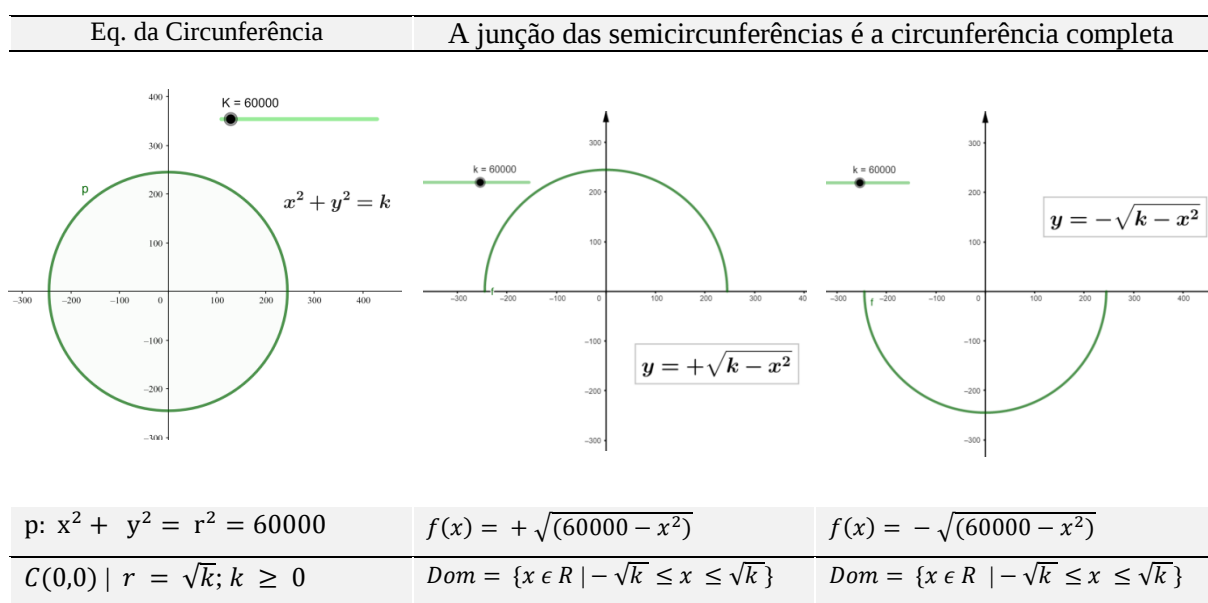


Ilustração 19B: Jogo Bikechair: construção dos arcos Geogebra [Dom: domínio] (dados da pesquisa).

Fonte: Elaborada pelo autor.

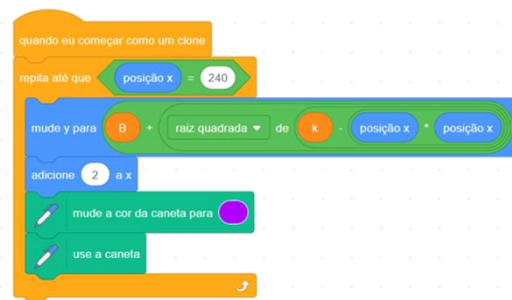
Caio Penso que se excluirmos a parte de baixo da circunferência; vai ser função e estará certa [bem definida]... Veja isso aqui: há uma ligação de um em um no arco da semicircunferência... [discussão da definição de função] (...) [Def. de $f(x)$: cada ponto x de um conjunto A (domínio) associa um ponto $f(x)$ de um conjunto B (contradomínio); em símbolos: $f: A \rightarrow B$ e $x \rightarrow f(x)$].

Líria [Construção do código] Agora, sim! Com essa função, colocamos tudo em função da variável x , o código executa no *Scratch*... Massa! Vamos criar, aqui!

Caio [tempo de discussão] Quando variamos o valor do raio $[k]$ podemos formar várias circunferências concêntricas [de mesmo centro]... Podemos utilizar essa ideia para fazer os 7 arcos? [burburinhos e exploração no Geogebra].

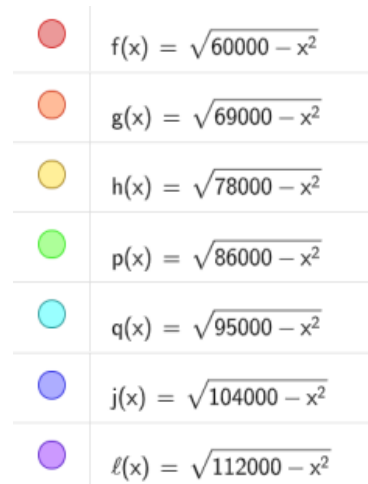
Gabriella Legal! Nosso grupo não pensou em alterar o raio... Aliás, custamos fazer os

[Scratch] Arco-íris: Curvas [não concêntricas] Arco-íris sendo formado [com efeitos de transição]	[Scratch] Funções raízes [transladadas] Algoritmo de um arco [curvas não concêntricas]
--	---



Parte do programa que termina a 7ª semicircunferência do arco de cor lilás [sendo formado] em termos de programação [B = 30; $f_7(\mathbf{x}) = 30 + \sqrt{k - \mathbf{x}^2}$].

[Geogebra] Semicircunferências concêntricas Arco-íris formado [sem efeitos de transição]	[Geogebra] Funções raízes Raios diferentes [curvas concêntricas]
--	--



152

programa não executa [e] precisamos incluir o laço de repetição [decisão]” - compreendemos que a capacidade de gerar ideias se fundamenta pelas ações idiossincráticas dos sujeitos, os quais refutam informações, desenham possibilidades, investigam caminhos e buscam propor soluções. Tendo as capacidades de criar e argumentar como habilidades disruptivas ao *status quo* da reprodução de saber e da fragmentação curricular, os alunos se postam contra a linearização do conteúdo e assumem a posição de comunicadores de ideias, mesmo que essas sejam específicas da área do conhecimento matemático (D'AMBROSIO; LOPES, 2015). A mobilização de habilidades de Matemática durante a invenção dos códigos de programação do jogo, constitui-se pelo orgânico-argumentativo entre participantes, alunos e professor, os quais interpretam contextos e engajam ativamente à construção de conceitos e significados.

Ao lidar com as incertezas e o inesperado durante as invenções, em sala de aula, como se observam nos recorte-fragmentos “[...] estamos rascunhando o código... [tentamos] gerar o movimento circular superior do arco, mas ele não roda e nem compila”, “[...] fizemos o rascunho e isolamos o y ... $[y = \pm \sqrt{r^2 - x^2} \leftrightarrow f(x) = \pm \sqrt{r^2 - x^2}]$ ” e “[...] Qual modelo? [incerteza]”, perscruta-se um contexto no qual os alunos rabiscam estratégias, comunicam procedimentos matemáticos e (re)avaliam as suas conclusões (erros, impasses ou dúvidas) uns com outros. Tais procedimentos podem estimular o “desenvolvimento do pensamento algébrico [do estudante], tendo em vista as demandas para identificar a relação de dependência entre duas grandezas em contextos significativos e comunicá-la por meio de [in]equações e [funções Matemáticas]” (BRASIL, 2018, p. 527), explorando diferentes estratégias algébricas. Isso não pressupõe, no entanto, sustentar o pensamento alegórico de que a Matemática se tornará mais trivial ou perderá seu rigor durante a produção de programas específicos do jogo. Pelo contrário: a Matemática poderá se tornar ainda mais desafiadora, assim como, alegoricamente, “[...] a experiência de esqui se torna mais instigante à medida que os [esquiadores] ocupam-se com problemas mais sérios, [haja vista que] o estágio mais fácil não é o que eles realmente desejam, [mas, sim, as altas montanhas que os motivam a superar cada vez mais seus limites]” (PAPERT, 2008, p. 58, grifo do autor).

Os alunos também se intrigam voluntariamente para compreender o conteúdo matemático “Curioso isso: é função?”. Nisto, o Construcionismo adverte, é essencial que os alunos estejam interessados e preocupados em compreender. É perigoso um discurso duplo “pedir aos alunos que se responsabilizem pela própria aprendizagem [ou desenvolvimento de habilidades] e, ao mesmo tempo, mandá-los *descobrir* algo que pode não ter papel algum de entendimento das coisas pelas quais se estão curiosas” (PAPERT, 2008, p. 29, grifos do autor). A expressão “ligar de 1 em 1 [no arco]” equivale intuitivamente a ideia de função raiz

[g de ϕ em β é uma relação que associa a cada elemento $x \in \phi$ a um único elemento $y \in \lambda$]. Há uma Matemática intuitiva, aqui, sendo mobilizada, não menos rica, apenas diferente “daquela Matemática fria dos livros; [e isso] significa dizer que fazer Matemática [durante a produção do código de uma invenção tecnológica] exige esforço e compromisso” (PAPERT, 2008, p. 56). Há também a infindável busca para dominar a técnica, manejar novas rotas e lidar com problemas abertos, ao mesmo compasso que estimula a produção de saberes específicos, a qual é entendida, nesse contexto, por não haver neutralidade em quaisquer ações da vida, como um processo não transmitido, mas “metabolizado, [depurado, pensado], assimilado conjuntamente com todas as outras experiências diretas no mundo” (PAPERT, 2008, p. 24).

Ao trabalhar com conteúdos específicos curriculares na produção de programas, os alunos relacionam saberes sobre funções, equações e algoritmos, como notamos em: “gerar o movimento circular do arco... não compila, mas estamos [explorando] os parâmetros e nas linhas aqui [do programa]”. A busca por estabelecer o modelo do código e da execução, a qual se conecta com demais componentes (cenários e objetos do jogo), como “analisar o funcionamento do código e parâmetros”, abre possibilidades para um conjunto de habilidades a ser mobilizado entre os participantes, tais como: identificar erros ou *bugs* e criar estratégias para solucioná-los; relacionar representações das linguagens entre Matemática e Computação; conjecturar hipóteses; comunicar e interpretar matematicamente. Tais habilidades podem oportunizar aos alunos a capacidade de produzir conhecimento quando expressam sentidos, integram significados e revelam interpretações semânticas aos signos (objetos matemáticos), que são explorados e resolvidos durante as invenções (RESNICK, 2017; PAPERT, 2008).

A capacidade de resolver problemas se manifesta durante o impasse da obtenção da função raiz a partir da circunferência, promovendo o intercâmbio entre as representações semânticas das linguagens - Matemática, computacional, oral e escrita –, como se emerge nos fragmentos: “positivo $[(+) \sqrt{r^2 - x^2}]$ ”; “porque se a gente colocar em função de x , o código executa no *Scratch* [*repita* $\langle x = 240 \rangle \rightarrow y = B + \text{sqrt}(k - x.x)$]” [e] “Veja o algoritmo [Computação/álgebra] e o seu comportamento em movimento [Geometria]?”. Esse contexto configura-se como processo sucessivo de experimentação em grupo no qual se intensifica pela “forma como [os sujeitos] compartilham, [pensam, rascunham, visualizam] e colaboram, tendo ferramentas e oportunidades para o [desenvolvimento de habilidades]” (RESNICK, 2017, p. 99, tradução nossa). O entendimento aqui não é simplesmente dominar as técnicas de Matemática ou resolver problemas com o uso de equações, funções e códigos, em diferentes linguagens [verbal, não verbal e híbrida], mas saber trabalhar colaborativamente em grupo.

Isso se deve, pois essa habilidade se alinha às necessidades globais, em que “quase todos os segmentos sociais exigem esforço colaborativo, e as questões culturais mais importantes exigem ação coletiva [à resolução de problemas]” (RESNICK, 2017, p. 92, tradução nossa).

Quanto ao cotejo do trabalho colaborativo e resolução de problema, centramos olhares à argumentação, raciocínio e comunicação dos sujeitos quando desenvolvem o modelo de funcionamento do código do arco-íris. Nos fragmentos, “[formamos] várias semicircunferências concêntricas $[f(x) = \sqrt{60000 - x^2}, g(x) = \sqrt{69000 - x^2}, \dots]$ ” e “[criamos] os arcos [translados] $[f_1(x) = \sqrt{k - x^2}; f_2(x) = 5 + \sqrt{k - x^2}]$ ”, há dois raciocínios originados pelos alunos durante a invenção do objeto do jogo. O primeiro versa sobre os arcos concêntricos, enquanto o segundo acerca da translação de arcos. Durante o processo de representação de modelos matemáticos e computacionais, os discentes raciocinam, articulam e buscam formular conjecturas para o funcionamento do algoritmo do jogo. O foco para o desenvolvimento de habilidades Matemáticas, portanto, não se limita ao conteúdo em si, mas à maneira como o aluno se desenvolve, participa e socializa pela resolução de problemas.

Desta forma, ao utilizar os “conceitos de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou Matemática [e computacional] (BRASIL, 2018, p. 535), é importante refletir sobre os modos da habilidade de “aprender a aprender [em] um ambiente [fértil que estimule] a realização de experimentos, contato visual, tátil, [perceptível, estimulante] e [rico em] materiais” (FIORENTINI, 1995, p.7). Em sintonia com este autor, concordamos que as habilidades de invenção e compreensão pelo conteúdo de Matemática, que unem as linguagens de representação, ao desenvolver jogos e robótica, “não se enclausurem na perspectiva do papel do aluno *"copiar, colar, reter e devolver"* nas provas do mesmo modo que as recebeu” (Idem, 1995, p.7, grifos do autor). Um dos exemplos desse caso, que caminha contra a maré da repetição e reprodução de conceitos e ideias sem sentido, revela-se durante a criação da (*Bike-robótica*) conectada ao *Bikechair*.



Ilustração 20A: Etapas da Bike-robótica: eletricidade, engenhocas e finalizações (Dados da Pesquisa).
Fonte: elaborada pelo autor.

- André** Já mexemos no circuito simples aqui [sistema eletrodinâmico: pilha (gerador), fios condutores e receptores]... A condução da eletricidade [com o auxílio da placa] sai do polo positivo e vai para negativo. O ponto final será o guidão da bike [receptor]. Acho que podemos usar a energia mesmo do PC [fonte do computador], porque haja pilha [risos] para sustentar todas as sessões...
- Professor** [Discussão] Não há só um caminho para a passagem da corrente elétrica [tensão de referência 3 v]. O circuito não é série, é paralelo [discussão sobre a distribuição da tensão proporcional] [...] Aqui é um sistema em paralelo; se os cabos jacerem [tipo de fio] falharem, os demais vão funcionar [independentes].
- Deivid** Uma coisa importante é o excesso de fios e a montagem do equipamento. Isso pode minar a forma de movimento do paciente no hospital. Não é? [...]. Podemos criar o programa aqui para o movimento disso [álgebra booleana]. [Deivid, não é aluno, é um cientista da Computação e colaborador do projeto/pesquisa].
- Yara** [Outra semana] Tivemos um tempo para pensar e consideramos a ideia do grupo... O makey não vai ser útil. Tem muitos fios, né? Vimos que o papel alumínio, fios de cobre [potenciais condutores de energia], junto às mãos do paciente, pode impedir o movimento da bike. [...] Uma ideia é abandonar a placa Makey e usar o *micro: bit*. Agora, pensar na pilotagem dos pacientes...
- Amanda** [Tempo] O nosso grupo pensou em utilizar a placa Micro:bit, daí captamos os movimentos dos pacientes, suas mãos e o percurso do corpo ao mexer no guidão. A ideia é só coloca-lo [*micro:bit*] no guidão, tendo um suporte para a base. É só construir os algoritmos da bike para ligar o *software* ao *hardware*. [sugestão acolhida pelos grupos de alunos... Produção coletiva do algoritmo]. O guidão precisa ficar proporcional às dimensões do objeto do jogo [...].

De acordo com a ilustração 20A e excertos correspondentes, a invenção coletiva do dispositivo *bike-robótica*, que se integra ao jogo *Bikechair*, envolve e mobiliza diferentes conhecimentos e saberes, como Matemática, engenharia, Computação e física. Os fragmentos “[exploramos] no circuito simples aqui (...)”; “[penso] que podemos usar a energia mesmo do PC [fonte do computador], porque haja pilha [risos]”; “O circuito não é série, é paralelo”; e “excesso de fios e a montagem do equipamento [podem] minar a forma de movimento do paciente” apontam para um coletivo-orgânico de invenção e colaboração. Compreendemos que as relações dos pesquisados se retroalimentam por lideranças colaborativas as quais residem em responsabilidades não necessariamente hierárquicas e se firmam pela assunção mútua [dos voluntários: professores, alunos e colaboradores], os quais “aprendem, [raciocinam, dialogam], produzem conhecimentos, [pensam] e ensinam [mutuamente]” (FIORENTINI, 1995, p. 63).

Em vez de apenas executar ditames do currículo de tópicos matemáticos ou se ater à repetição de técnicas irretocáveis e manipulação sem significado de ferramentas tecnológicas, as quais estão iminentemente fadadas ao desuso em sociedade, os estudantes mobilizam conhecimentos às suas próprias invenções e têm tempo para pensar sobre elas. Tem espaço para (re)elaborar, aprimorar e, por conseguinte, valorizar ou abortar caminhos que não se justificam mais na construção de ideias antes definidas, como se nota nos excertos

contextualizados: “Tivemos um tempo (...) consideramos as ideias do grupo”; “Uma ideia é abandonar a placa *Makey* e usar a *Micro*”; e “pensar na pilotagem dos pacientes”. Tal contexto aponta para a habilidade de aprender a adaptar as mudanças, de ter disposição para aprender, aprender novas formas de aprender, aguçar a capacidade de inventar (RESNICK, 2017; BLIKSTEIN; VALENTE, 2020). Concordamos que não é simplesmente ditar “o que e como o estudante deve fazer artefatos de modo correto [aqui, robótica e jogos digitais], mas provocar, incentivar [e apoiar] a imaginação, [e a reflexão do estudante]” (PAPERT, 2008, p. 48).

Perscrutamos olhares para os excertos “[...] o nosso grupo pensou em utilizar a placa micro: bit, daí captamos os movimentos dos pacientes, suas mãos e o percurso do corpo ao mexer no guidão” e “[...] o guidão precisa ficar proporcional às dimensões do objeto do jogo”, há um conjunto de conhecimentos sendo mobilizado e pensado em favor do outro, em sociedade. Compreendemos que a forma de produzir o conhecimento e integrá-lo a diferentes áreas para a invenção de ideias e soluções ao tratamento de Parkinson abre possibilidades para pensar uma formação intelectual. Um contexto que não se limite ao conhecimento científico ou tecnológico ou ao desenvolvimento de habilidades, tampouco se reduza a uma formação fragmentada; mas, sobretudo, apoie uma formação humana, criativa e libertadora à sociedade (D’AMBROSIO, D’AMBROSIO; 2013; FREIRE, 1981; 2005). Para compreender melhor esse contexto, em forma de recortes sucessivos, evidenciamos a utilização do dispositivo *bike-robótica* interligada ao *Bikechair* com os pacientes no hospital.

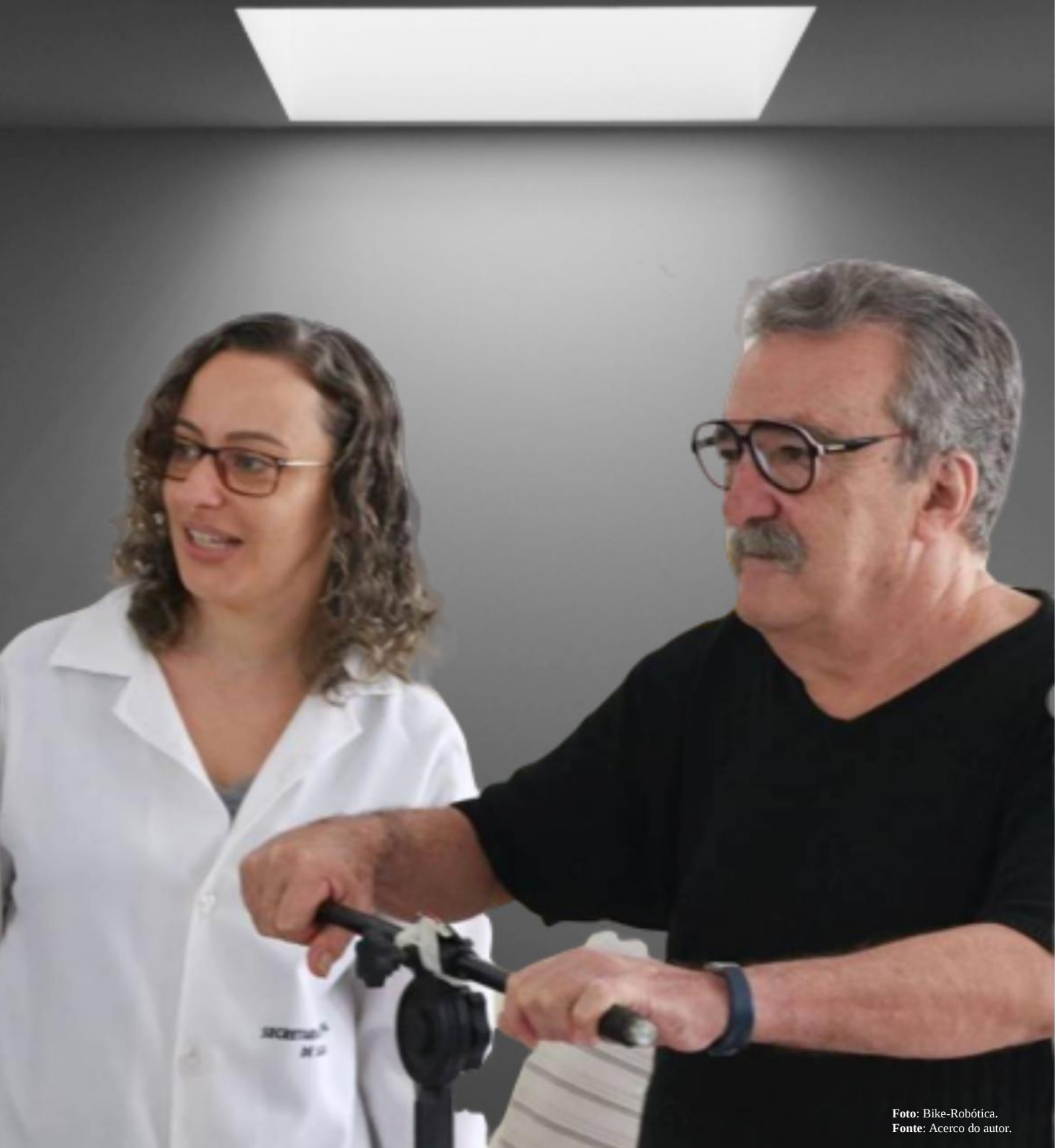
Organização e ajustes finais (Calibragem da Bike robótica)	Avaliação da Bike (Área da Saúde)	Orientações Preliminares (Condução do dispositivo)	Operacionalização (Movimento copiloto)
			

Ilustração 21A – Organização das invenções científico-tecnológicas ao tratamento de Parkinson no Hospital
Fonte: elaborada pelo autor.

Bike

Dispositivo robótico

Tratamento de sintomas da doença de Parkinson



Jogabilidade e robótica (Projeção na parede)	Sessão fisioterapêutica (Orientações)	Sessão fisioterapêutica (Apoio e encorajamento)
		
Motor Superior	Movimentos sincronizados	Estímulo aos membros superiores [braços e mãos];
Motor Inferior	Equilíbrio dependente (apoio)	Incentivo à marcha, coluna – Estímulos ao uso da força e pisadas.
Cognição	Raciocínio e Percepção	Concentração - Reflexão (lateralidade) aos movimentos do jogo.
Atitudinais	Empenho, Interação e Motivação.	Dedicação colaborativa e coletiva ao tratamento da doença.

Ilustração 21B – Sessões de fisioterapia: invenções (Bikechair e Bike-Robótica) desenvolvidas pelos participantes da pesquisa – destinado ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson. (Dados da Pesquisa).
Fonte: elaborada pelo autor.

As invenções científico-tecnológicas de baixo custo produzidas, *Bikechair* e *Bike-Robótica*, conforme as ilustrações 21 (A e B), constituem-se como base para estimular habilidades motoras e cognitivas dos acometidos, além de encorajar o paciente a participar das sessões fisioterapêuticas. Tais invenções estabelecem conexão entre um ambiente real e virtual, que proporciona interações em tempo real e estimula movimentos corporais similares ao andar de bicicleta. Um desafio responsável que favorece o raciocínio, a concentração e a coordenação do paciente de modo a cumprir os desafios propostos, promovendo a mobilidade das capacidades biomotoras dos pacientes (SANTOS et al., 2017). Os movimentos estratégicos e simétricos exigidos pelo *Bikechair* e pela *Bike-Robótica* buscaram (e buscam) estimular a coluna ereta, bem-estar e as boas pisadas dos pacientes com Parkinson (GALNA et al., 2014).

Para finalizar essa parte da seção de análise E₅, como o olhar específico ao objetivo estabelecido desta tese, reverberamos que lançar novas possibilidades à Formação em Matemática implica, antes de tudo, ouvir os alunos e entender os seus anseios; afinal, “[...] não se muda a cara da escola por um ato de vontade de um governante” (FREIRE, 1991, p. 35). Para tanto, sobrelevamos, em forma de recorte, depoimentos dos estudantes quanto à sua formação frente às habilidades mobilizadas, transformando pulsões centradas em si mesmas em pulsões mais colaborativas e construtivas, as quais favorecem as relações humanas mais generosas, saudáveis e sensíveis ao mundo: “[Essa formação] nos proporcionou o engrandecimento pessoal, que acho que dificilmente outras práticas acadêmicas conseguiriam desenvolver em nós. Aprendemos realmente na prática – efetivando o conhecimento nosso –

algo maravilhoso e grandioso, que é a *capacidade de fazer o bem para o outro*” (Guilherme Dias – vide vídeo); “[...] Produzimos juntos [coletivamente]. Isso nos ajuda a tornar uma pessoa melhor” (Daniella); “[...] Aprendemos a valorizar muito mais o ideal de ser humano; é uma experiência à vida, para o grupo” (Victor Manuel); Essa experiência me permitiu parar para pensar, dialogar e tentar explorar e entender [depurar] o erro e, assim, corrigi-lo [...] Nunca vou esquecer esse projeto. “É uma formação que vai valer para vida inteira” (João Marcos); Sempre quis integrar esse processo de aprendizagem... Não tem explicação... É nobre! Tudo faz sentido... Tudo se conecta! Estou indo para engenharia e levarei de tudo isso comigo... (Camila Vaz); “(...) Não só pelo fato de gostar muito de games, mas pelo aprendi e compartilhei por trás deles... Desenvolvemos habilidades para a vida... é tão diferente da sala de aula comum” (Guímel); e “Exige bastante e é uma responsabilidade imensa, mas é incrível todo o percurso é relevante não só para nós, mas para todos que acreditaram nisso tudo” (Sandy). Tais experiências (hospital-escola), que visam o desenvolvimento de habilidades voltadas à vida são questões fundantes aos alunos, pois buscam “incentivar a Formação em Matemática de estudantes mais éticos e solidários, [desconsiderando] o ensino [problematizado] de conceitos já elaborados e construídos, [prestigiando], o contexto no qual seu aluno está inserido e [sente bem e útil no que faz]” (D’AMBROSIO; LOPES, 2015, p.4).

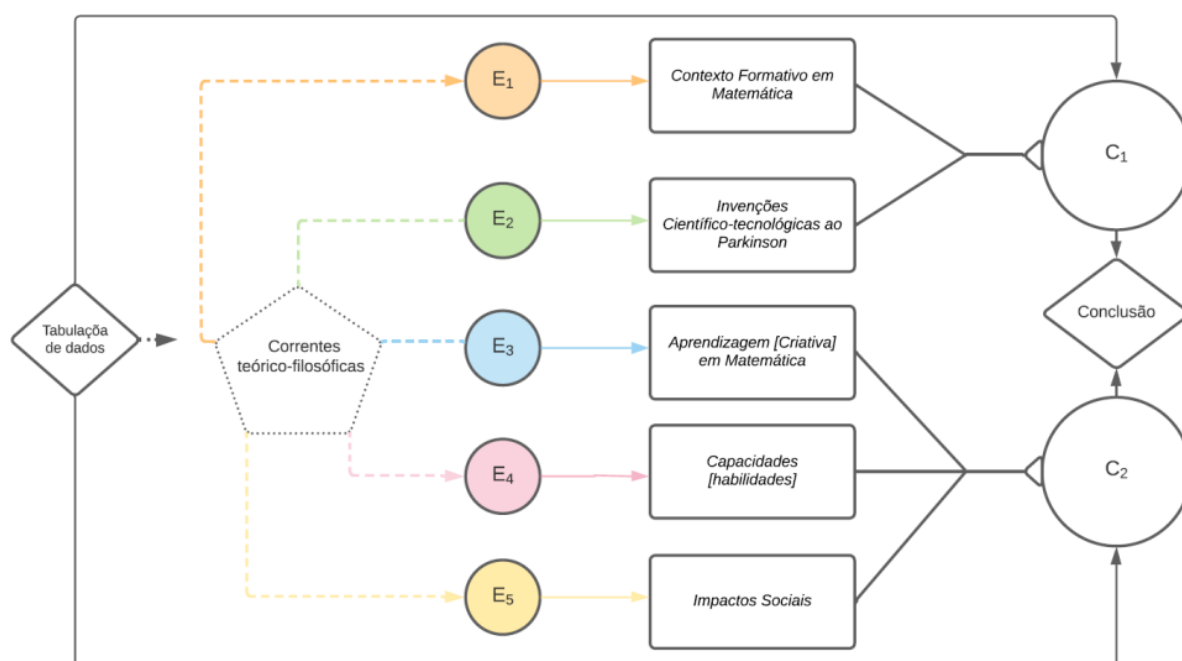
Diante dos dados apresentados, ponderamos para que os estudantes atinjam seu potencial intelectual e de engajamento solidário em sociedade é importante que oportunidades sejam ofertadas para que eles “exerçam uma cidadania que contribua para a paz humana e para o estabelecimento de uma ética da diversidade que vise ao respeito, à solidariedade e à cooperação com o outro.” (D’AMBROSIO; LOPES, 2015, p.10). Ao concluir este capítulo da pesquisa, reiteramos as cinco principais dimensões que aparecem, e mutuamente se reforçam, transversalmente, em cada um dos E_n , a saber: **Contexto de Formação em Matemática** (ambientes: Mattics e Hospital Dia do Idoso); **Invenções Científico-Tecnológicas** (jogos Digitais e dispositivos robóticos); **Aprendizagem [Criativa] em Matemática**; **Capacidades** (habilidades/competências) e **Impacto/Relevância Social** (Parkinson e uso de materiais recicláveis e sustentáveis). Embora sejam dialógicas e não sequenciais, as dimensões convergem naturalmente para o objetivo desta pesquisa uma vez que possibilitam a compreensão do *processo de Formação em Matemática de estudantes quando produzem jogos digitais e dispositivos robóticos ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson*. Diante do exposto, avançamos ao próximo capítulo, a fim de perscrutar tais dimensões que se (re)organizam nas C_n da Pesquisa e, por fim, obter os resultados da presente tese.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS E DISCUSSÕES

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados discutidos a seguir são interpretações e relações desenvolvidas pelo pesquisador, autor desta tese, a partir do conjunto de dados apresentados e analisados nas seções anteriores. Com olhares centrados nos Episódios Analíticos (E_n) – (E_1) *Paraquedas e Paraquedas-robótico*; (E_2) *Pé de Café e Regador-Robótico*; (E_3) *Pegar Peixe e Vara-Robótica*; (E_4) *Navegação e Timão-robótico*; e (E_5) *Bikechair e Bike-robótica* – **os dados da pesquisa nos permitiram perscrutar e compreender** o processo de Formação em Matemática de estudantes quando produzem jogos digitais e desenvolvem invenções robóticas para o tratamento de sintomas da doença de Parkinson. A compreensão desse modo original e específico de formação em Matemática do Ensino Médio tornou-se possível mediante ao percurso constituído ao longo desta pesquisa (*Tabulação de Dados* → *Correntes Teóricas* → *Episódios Analíticos* (E_n) → *Categorias de Análise* (C_1 , C_2), ↔ *Resultado/Discussão* → *Conclusão*), conforme fluxograma abaixo (vide mais detalhe na seção metodológica).



Fluxograma 4 – Percurso de investigação e análise de dados [regularidade/convergência] (Dados da Pesquisa)
Fonte: elaborado pelo autor.

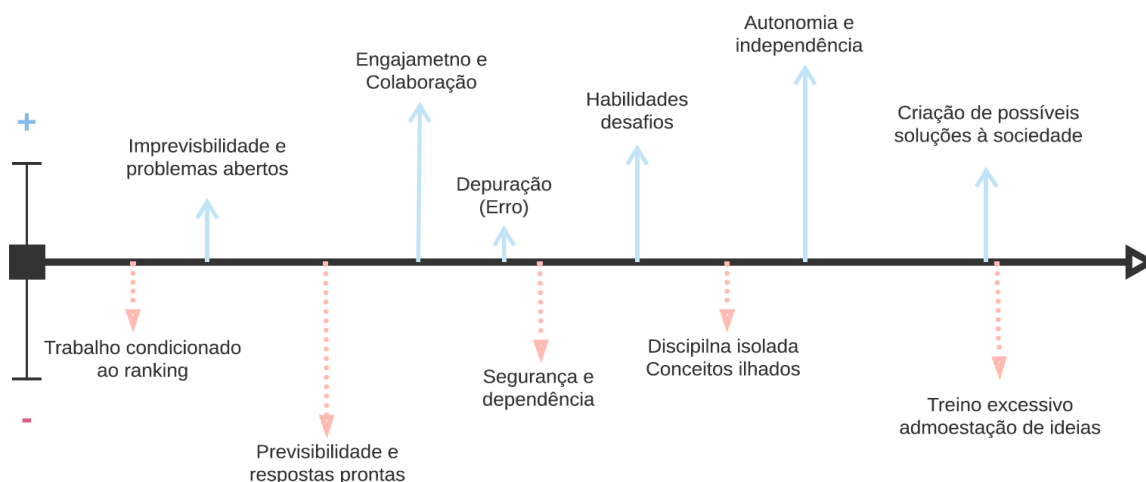
Os E_n de pesquisa se basearam nas correntes teórico-filosóficas do Construcionismo e Pensamento Computacional. Ressaltamos que todos os episódios contribuíram para as cinco dimensões emergidas. No infográfico, porém, sinalizamos a correspondência mais intensa entre o episódio e a dimensão referida. A partir desses E_n , em um fluxo contínuo e dinâmico de afunilamento e interpretação dos dados, obtivemos as Categorias de Análise: (C_1) *Contexto*

Formativo em Matemática e Invenções Científico-tecnológicas ao Parkinson; e (C₂) Aprendizagem [Criativa] em Matemática, Capacidades e Impactos Sociais, as quais foram constituídas pelos elementos fundantes e emergidos das E_n - Contextos, Invenções (jogos e dispositivos robóticos), Criatividade, Capacidades, tratamento de sintomas de Parkinson e Impactos Sociais - ambas as categorias se complementam e se estruturam dialogicamente.

CATEGORIA DE ANÁLISE (C₁)

Contexto Formativo em Matemática e Invenções Científico-tecnológicas ao Parkinson

O contexto de Formação em Matemática considera os elementos do ambiente (escola e hospital) e o processo (não só o produto) das interações de ensino e aprendizagem entre os sujeitos e colaboradores desta pesquisa. Tendo em vista a participação dos distintos profissionais e a criação de ambientes de aprendizagem para estimular o engajamento dos alunos como inventores, **o contexto aponta para o enfraquecimento da admoestação** de ideias, ao passo que favorece espaços às experimentações científicas, que visam beneficiar pessoas com Parkinson. **Os dados da pesquisa evidenciam as características** do contexto de formação em Matemática de estudantes quando criam invenções científico-tecnológicas na escola e aplicam suas invenções no hospital, como podemos notar no Infograma 6, a seguir:



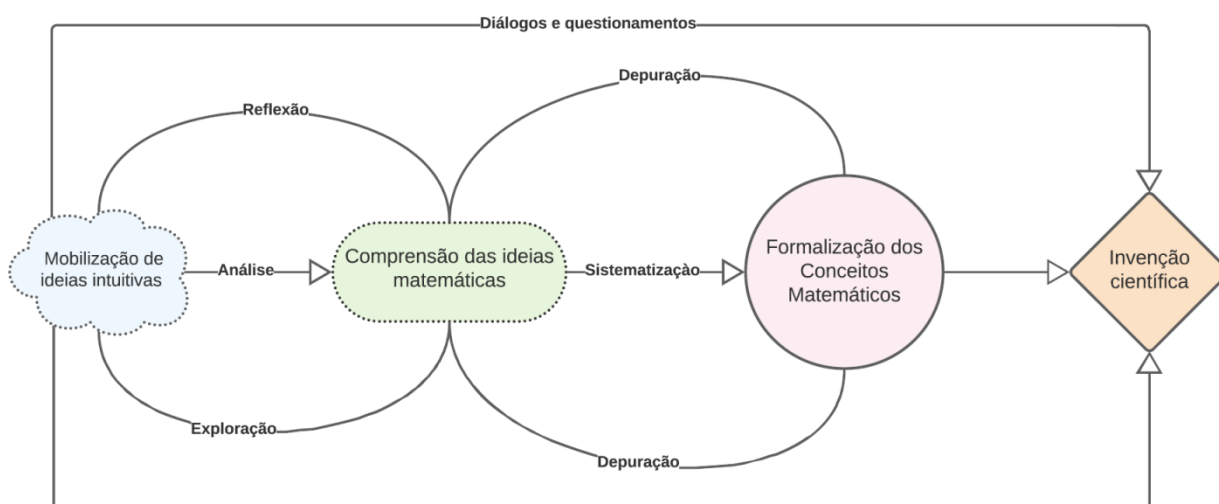
Infograma 6 – Características do Contexto Formativo em Matemática de estudantes quando criam invenções científico-tecnológicas ao tratamento de Parkinson (Dados da Pesquisa)

Fonte: elaborado pelo autor.

Constatamos que, a partir dos dados apresentados nas seções anteriores, à medida que os alunos desenvolvem invenções e soluções científico-tecnológicas, **algumas características** se remontam em perspectivas potenciais de **fortalecimento ao contexto de**

formação em Matemática, tais como: independência formativa; imprevisibilidade de respostas cabais; aprendizagem centrada à compreensão-investigação; conexão entre distintas áreas (interdisciplinaridade); responsabilidade e colaboração mútua. **O contexto direciona** para o trabalho consonante as questões abertas, que buscam incentivar o aluno a: *trabalhar com problemas inéditos e autorais; lidar com a imprevisibilidade; depurar estratégias para solucionar problemas; e desenvolver a lógica da programação e Matemática*. **O contexto suspende** a mera repetição de conceitos preconizados pelo treino sucessivo de exercícios do tipo: faça isso 10 vezes e depois repita isso mais 4 vezes até decorar todas as regras (...).

Compreendemos, à luz dos dados interpretados, que **o contexto formativo**, o qual intercambia Matemática e Computação, **não se centra** no algoritmo ou na invenção tecnológica. Isso deve até porque a essência deste trabalho não se volta ao ambiente de programação que se utiliza ou que se faz uso, tampouco o programa ou materiais personalizados que se têm, mas é o que realmente se faz com esses artefatos de modo a impactar positivamente realidades, a exemplo, beneficiar a vida de portadores da doença de Parkinson. Por não haver neutralidades nessas construções científico-tecnológicas, observamos que o processo Formativo em Matemática não se limita à fala do professor-pesquisador, cuja **formalização de conceitos matemáticos se estrutura por campos de diálogos e questionamentos** contínuos entre sujeitos. **A formalização conceitual é vista como consequência da compreensão**, e não como pré-requisito (compulsório) para que o estudante progrida em seu conhecimento matemático. O processo dessa formalização quanto aos conceitos matemáticos pode ser observado no Fluxograma 5 a seguir:



Fluxograma 5 – Mobilização de ideias intuitivas à formalização de conceitos Matemáticos (Dados da Pesquisa)
Fonte: elaborado pelo autor.

Conforme Fluxograma 5, **não há uma estrutura homogênea** da definição à compreensão dos conceitos matemáticos durante a produção dos eletrônicos. A lógica é justamente inversa: mobilizam-se inicialmente as ideias intuitivas Matemáticas, atribuindo significados (compreensão), descartando falsas teorias e ressignificando interpretações, para defini-las, tendo o professor-pesquisador como mediador. Embora não seja uma ordem absolutista, a inversão tende a refletir diretamente na forma como se constrói o conhecimento matemático em sala de aula, visto que os alunos têm a oportunidade de problematizar, errar, investigar e formalizar o conceito matemático, em vez de recebê-lo mastigado pelo professor.

O contexto formativo desconhece uma rota previsível de acertos e erros, haja vista que não há protótipos robóticos cabais, nem códigos de programação ou circuitos elétricos a serem prontamente consumidos na escola e aplicados nas sessões fisioterapêuticas do hospital. Em contraste a esse consumismo e tencionados por caminhos promissores à formação Matemática e pela descentralização de percursos instrutivos, **o contexto formativo é marcado** pela incerteza de soluções eletrônicas em que os sujeitos se reconhecem como inventores e tratam de problemas reais que não se limitam à unicidade de objetivo. Em razão desse reconhecimento, e ao focar na capacidade de gerar ideias com Matemática e Computação, **o contexto preconiza** o *imprevisível-intencional*, com o qual nutre e apoia a criatividade e autonomia dos sujeitos. Assim, reconhecemos que, ao desenvolver tecnologias e ideias com a Matemática, o aluno pode se perceber como agente ativo de trans(formação).

Para além do contexto de formação em Matemática, **as E_n nos permitem compreender que as invenções científico-tecnológicas ao Parkinson**, as quais incluem a produção de jogos digitais e o desenvolvimento de dispositivos robóticos, à luz das concepções teórico-filosóficas do Construcionismo e PC, **remontam-se em um processo permanente de depuração-compreensão** das ações. Esse processo carrega características inerentes do PC: *algoritmo*, *decomposição*, *abstração* e *reconhecimento de padrões*, as quais se conjugam como formas de pensamento e estratégias que são atribuídas pelos próprios estudantes quando desenvolvem ideias às sessões fisioterapêuticas aos sintomas da doença de Parkinson, tendo como base os conhecimentos matemáticos e computacionais, combinados aos elementos da área da saúde.

As invenções se estruturam como peças preponderantes à Formação em Matemática, pois abrem espaço para o *erro*, *argumentação* e *logicidade de pensamentos*, favorecendo a compreensão de conceitos como uma rede coesa de significados. Ao mobilizar a exploração das características do PC ao longo da produção de cenários e personagens dos jogos digitais, além da construção robótica, utilizando sucatas e peças eletrônicas, **os sujeitos concatenam** esforços coletivos para compreender *parte-todo* e *todo-parte* de um circuito e funcionamento

de um algoritmo, perfazendo análise e conjecturas das ideias computacionais. **Constroem logicamente leis de formação** referentes às funções Matemáticas e **desenvolvem modelagem Matemática** a partir de equações, as quais se aliam às ideias operatórias, condicionais, relacionais e recursivas da Computação (estruturas e reconhecimento de padrões).

Durante o processo de invenções robóticas ao Parkinson, **as características Abstração e Decomposição se potencializam**, explícita e implicitamente, na análise de comportamento (dilatação, compressão, etc.) das funções Matemáticas desenvolvidas em linguagem de programação e na compreensão analítica dos movimentos plotados em *software* diversos de Matemática. Isso ocorre porque essas características do PC não se dissociam dos processos de argumentação, reflexão e estratégias definidos pelos próprios alunos. **Tais processos inventivos sinalizam** um contexto em que os componentes matemáticos são explorados semântico-sintonicamente ao longo do desenvolvimento das invenções científico-tecnológicas. Ao dividir um problema em partes e buscar entender seu funcionamento global, **os alunos experimentaram o trânsito de pensamento geral-específico** e vice-versa, além de trabalharem com a lógica dos operadores enquanto articulavam conhecimentos científicos e tecnológicos para o funcionamento do jogo vinculado às peças de sucatas dos eletrônicos.

Inerente à formação Matemática, **o processo de invenção dos eletrônicos favorece o entrelaçamento entre os campos geométricos e algébricos** durante as ideações, rascunhos e desenhos dos elementos (cenários, personagens, etc.) dos jogos, os quais foram conectados aos seus dispositivos robóticos correspondentes (circuitos elétricos, materiais reciclados, etc.). Dentre esses campos, evidenciamos: *Funções Trigonométricas* e seus gráficos (senoidal, cossenoidal, etc.); *Funções Polinomiais* e seus movimentos lineares, parabólicos, etc. (peixe, golfinho, *bike*, etc.); *Inequações* (1º e 2º graus) e os argumentos condicionais; *Conjuntos Numéricos* e *Álgebra Booleana* como pano de fundo ao sincronismo dos objetos (como pé de café, passagens de nuvens, etc.); *Coordenadas Polares* para a descrição de movimentos circulares, como o do elemento sol (mudanças das coordenadas cartesianas); *Transformações Geométricas* (rotação, translação, escala e reflexão.); *Geometria Analítica* que tem origem através dos movimentos euclidianos dos objetos no plano cartesiano (x, y); *Equações* (lineares, diofantinas, circunferência, etc.), que servem como engrenagens para o desempenho e manutenção dos elementos primários e secundários dos jogos (e.g., arco-íris); além de sistemas lineares (regressão e parametrização), que sustentam dos *scripts* (objetos) dos jogos digitais.

Ao perfurar essas *bolhas* de conhecimento dentro da própria Matemática, integrando-as e conectando-as a outros campos do conhecimento como a Computação, **o conteúdo curricular de Matemática sofre ruptura e amplia o seu significado em contato com outras áreas.**

Neste contato direto, o modelo (bolha) “hoje é Geometria” e amanhã é “Álgebra” se desbota, dando uma visão mais nítida da Matemática do Ensino Médio como um conhecimento não limitado a si. Por consequência, ao comungar diferentes conhecimentos matemáticos na produção ativa de eletrônicos em sala de aula, a **invenção científico-tecnológica se localiza no conjunto de intersecção entre conhecimentos disruptivos** (além da fronteira curricular) e **autonomia**. A autonomia, aqui, visa à emancipação do aluno da inteligência do professor-pesquisador. Portanto, o **que se nota é a libertação ou independência do aluno** da explicação do professor. Isso porque, ao dosar e encontrar equilíbrio entre o que se produz e se aplica, com diferentes saberes (empíricos, técnicos e tecnológicos) e experiências acadêmicas, o aluno embarca na exploração própria de sentidos e originalidade com a Matemática e Computação, tendo a chance de *explorar o que se tem para se obter o que ainda não existe em sociedade*.

CATEGORIA DE ANÁLISE (C₂)

Aprendizagem [Criativa] em Matemática, Capacidades e Impactos Sociais

O **processo de aprendizagem Matemática que suspende a transmissão de informação incólume é caracterizado** pela construção ativa de conhecimentos científicos e é originado pela dinamicidade da compreensão, reflexão e depuração dos algoritmos dos jogos digitais e dispositivos robóticos. Isso ocorre porque, nesse contexto de formação, entendemos que cada estudante faz a (re)construção pessoal do seu próprio conhecimento matemático, perfazendo a leitura de mundo a partir de suas experiências em sociedade. Por não haver neutralidade em nenhuma ação mundana, a aprendizagem se estrutura como uma ação permanente de interação permeada por significados e sentidos que se atualizam conjuntamente à construção de jogos e dispositivos robóticos, os quais são criados e aprimorados colaborativamente. Sob os filtros do *Construcionismo*, **a aprendizagem em Matemática é favorecida pelo protagonismo dos sujeitos que colocam a mão na massa** à invenção de coisas úteis à sociedade em vez de ficarem passivamente ruminando informações.

A **aprendizagem criativa em Matemática**, portanto, nesse modelo de formação em Matemática, **é concebida como processo dinâmico-inventivo** de tarefas de intenções e invenções práticas, caracterizadas pela imaginação e originalidade de ideias, que não obedecem necessariamente a uma lógica fixa de ações a serem executadas. **O processo centra o desenvolvimento cognitivo**, o qual se conecta aos aspectos sociais do aluno. Essa centralidade estabelece pontes entre a criticidade e a reflexão dos termos matemáticos *em-uso*,

impulsionando aspectos de significações e (re)construções mentais pelo aluno no coletivo. Assim, as ações dos alunos empreenderam-se em um processo de aprendizagem intuitivo, investigativo e exploratório, dando mais significado e contexto à aprendizagem Matemática.

Com elo à aprendizagem, à luz dos E_n, **as habilidades Matemáticas identificadas durante** a invenção de eletrônicos podem ser reorganizadas em três Dimensões (D_i)⁸: *Técnica* (Saber Fazer); *Conhecimento* (Saber Conhecer); e *Comportamento* (Saber Ser). Ao serem categorizadas, percebemos que **as habilidades**, as quais versam sobre conceito, procedimento e atitudes, **constituem-se idiossincraticamente pelas ações dos pesquisados** e se mostram *dialógicas* e não *hierarquizadas*. Tais habilidades emergidas podem ser observadas, a seguir.

Quadro 8 Habilidades relativas à formação em Matemática mediante a invenção científico-tecnológica

D _i	Habilidades Matemáticas evidenciadas na produção de dispositivos robóticos
Técnica	Desenhar possibilidades, construir caminhos e hipóteses de programas computacionais. Trabalhar com problemas abertos e desenvolver ou refutar estratégias para solucioná-los. Resolver problemas e aprender a desenvolver ideias e invenções científico-tecnológicas. Criar dispositivos tecnológicos e saber argumentar sobre o funcionamento que há por trás deles. Realizar cálculos complexos e aplicá-los a sistemas computacionais ou invenções (jogos e robôs).
Conhecimento	Compreender cálculos complexos e desenvolver ideias com proposições algébricas e geométricas. Interpretar e comunicar conhecimentos científicos e tecnológicos de Matemática e Computação Relacionar áreas interdisciplinares do conhecimento (Engenharias, Matemática, Medicina). Comunicar significados semânticos dos signos matemáticos à invenção científica e computacional. Desenvolver a capacidade de argumentar e os pensamentos lógico, indutivo e intuitivo matemático; Estabelecer hipóteses de investigações científicas a partir de múltiplas linguagens. Generalizar ou Particularizar fenômenos matemáticos e computacionais Reconhecer padrões e regularidades de fenômenos matemáticos, computacionais e tecnológicos.
Comportamento	Saber trabalhar coletivo e colaborativamente. Saber ouvir, ser empático, compreender o outro e a si. Respeitar o tempo de cada indivíduo, reconhecendo suas limitações e potencialidades. Aprender a adaptar as mudanças e ter disposição para aprender com no sistema dialógico e criativo. Pensar no outro e desenvolver invenções que tornem um mundo mais saudável, colaborativo e justo.

Fonte: Elaborado pelo autor.

As habilidades relativas ao desenvolvimento de eletrônicos, em consonância com o Quadro 8, são consequências de um processo sucessivo de formação ativa, o qual preconiza o desenvolvimento do *Conhecer*, *Fazer* e *Ser* (CFS) do próprio estudante ao ter a sua participação conferida e a sua autonomia respeitada e estimulada (D'AMBROSIO, 2009; PAPERT, 2008). Há um equilíbrio entre o *fazer* e o *conhecer* Matemática que não envolve

⁸ Aqui, inspiramo-nos no Relatório da UNESCO - *Report to UNESCO of the Internacional Commission on Education for the Twenty-first Century*. Disponível em: <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000109590>.

somente identificar e resolver uma equação, algoritmo ou uma função, mas, além disso, envolve compreendê-la e, a partir dela, desenvolver modelos e invenções científico-tecnológicas conjuntas que possam beneficiar outras pessoas em sociedade. Há ainda **um processo que destitui a invisibilidade do sujeito e valoriza as suas habilidades** do “*existir*” e “*ser*”, respeitando o modo pelo qual o estudante sente, age e se motiva em um ambiente permeado de desafios e incertezas ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson.

Ao promover um contexto favorável ao diálogo e liberdade de expressão coletiva de conteúdos matemáticos, deixando de lado rituais cabais e formalizações excessivas, os estudantes se orientam pela perspectiva de “[...] aprender novas habilidades, assimilar novos conceitos, avaliar novas situações, lidar com o inesperado. Isso será cada vez mais verdadeiro no futuro: as habilidades para aprender” (PAPERT, 2008, p. 13), coisas que se mostram úteis à sociedade. *As hierarquias entre professor e aluno, e demais colaboradores, não necessariamente são anuladas*, mas potencialmente organizadas de modo que cada um deles, em sua respectiva função e lugar de colaboração, possa compreender a realidade e fazer contribuições reais ao tratamento de Parkinson com o uso de ferramentas robóticas.

Ao analisar o contexto mediante ao favorecimento do diálogo, os rituais cabal-lineares e de formalização excessiva se desbotam ao longo do processo da Formação dos sujeitos. As cinco invenções científico-tecnológicas evidenciam uma atuação constante e ávida dos estudantes mesmo quando alguns conteúdos não se mostram facilmente assimilados, na primeira vez em que são trabalhados. A construção do significado destes não parte de um sentido unívoco do professor-estudantes, mas da cadeia discursiva instaurada entre os participantes que fazem parte desse meio de formação. Dessa maneira, percebemos que os estudantes se orientam pela perspectiva de “[...] usar e desenvolver habilidades coletivas e assimilar novos conceitos, avaliar novas situações, lidar com o inesperado [e aprender a aprender, em um processo contínuo]” (PAPERT, 2008, p. 13). Diante das E_n , ponderamos que *as hierarquias entre professor e estudantes, e demais colaboradores da pesquisa, não são necessariamente anuladas*, mas potencialmente reorganizadas de modo que cada um deles, em sua respectiva função e lugar de colaboração, pudesse compreender a realidade conferida e trazer contribuições efetivas por meio da sua atuação como partícipe.

O desenvolvimento de habilidades Matemáticas não é uma sentença final ou definitiva nas aulas de Matemática, tampouco generalizada para todos os casos. Na verdade, ela se firma na temporalidade dos acontecimentos das ações que ocorrem e se preconizam na forma de: interpretar e comunicar conhecimentos e significados; construir métodos e rabiscar hipóteses; aprender a adaptar as mudanças; desenvolver a capacidade de argumentar; e desenhar e criar

jogos e dispositivos tecnológicos. **O desenvolvimento de habilidades se alicerça** no incentivo permanente do protagonismo e da liberdade de expressão e criatividade de cada estudante, reconhecendo seus potenciais, medos, anseios, aspirações e limites em cada tarefa realizada.

Conforme os E_n , as *habilidades Matemáticas* desenvolvidas e mobilizadas durante as invenções científico-tecnológicas tangenciam algumas das competências (conjunto de habilidades) preconizadas na BNCC (BRASIL, 2018). Dentre elas, destacamos: “[...] utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para *interpretar, construir modelos e resolver problemas* em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções” (BRASIL, 2018, p. 535, grifos nossos), “compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (*algébrico, geométrico, estatístico, computacional* etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas” (BRASIL, 2018, p. 538, grifos nossos); e “[...] *Sentir-se seguro da própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções*” (BRASIL, 2018, p. 223, grifo nosso).

Os E_n mostram que o desenvolvimento dessas competências se remonta como espécie simbiótica de interdependência entre os sujeitos, não como uma dependência centrada no professor e nem somente no aluno. Ambos constroem estratégias mútuas e desenvolvem ou mobilizam habilidades e competências, que são impelidas pela necessidade do meio de invenção. Elas se demarcam como consequência do processo de invenção e não como ponto final a ser perseguido desordenado e compulsoriamente em sala. Dessa forma, o foco das ações inventivas nas aulas de Matemática ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson não está limitado ao desenvolvimento de capacidades em Matemática, sinalizados pelos documentos oficiais de Educação *X* ou *Y*, mas se volta para os **impactos ou relevâncias sociais**.

Entendemos que o processo de Formação em Matemática se estrutura pela emancipação de ideias, consciência coletiva, desenvolvimento de capacidades e construções de conhecimentos que visam **impactos sociais**, como invenções processuais e contínuas ao tratamento de idosos com Parkinson. Para além do impacto social quanto ao uso de materiais de baixo custo, que **privilegia aspectos de reciclagem e da consciência ambiental nos moldes de uma sociedade mais sustentável**, esta pesquisa aponta para questões **inerentes à saúde de idosos com Parkinson**. Isso se deve porque o processo formativo em Matemática, dentre outras atribuições de aprendizagem, tem um objetivo final prático e socialmente relevante: os dispositivos científico-tecnológicos foram (e são) usados para o *Parkinson*.

Nesse sentido, os dados indicam para uma **formação híbrida**, que esteja atenta ao compromisso do desenvolvimento de habilidades e competências Matemáticas voltadas para a responsabilidade ética, crítica e criativa do conhecimento científico e tecnológico, visando um mundo mais solidário e intelectual. Os E_n também trazem respostas promissoras (embora não absolutas) para a formação de Matemática em sociedade que visam beneficiar não somente a si, mas ao outro também. Nesse viés, empreendemos que se trata de uma iniciativa que se amalgama pelas ideias defendidas pela *Organização Mundial da Saúde*, que objetiva incentivar o envelhecimento saudável do Idoso, trazendo contribuições à qualidade de vida deles. Essa iniciativa recebe o nome “*Envelhecimento Ativo*”, que busca incentivar espaços para o desenvolvimento físico, motivacional e o bem-estar da saúde mental dos idosos. Portanto, à luz do referencial teórico, essa **formação Matemática estabelece pontes com questões emergentes em sociedade, que conecta saberes com outras áreas, e não só com diretrizes educacionais. Os dados sugerem a (des)construção da concepção de um mesmo modo de ser aluno para todas as realidades e tempos**, até porque o desenvolvimento de habilidades ou aprendizagem em Matemática se diferencia em várias visões filosófico-teóricas.

Para finalizar a discussão das C_n , embora não sejam o foco desta pesquisa, as invenções científico-tecnológicas buscaram contribuir no tratamento de sintomas no que diz respeito aos *aspectos motores, cognitivos e sociais*^{9,10}. As invenções dos jogos e dispositivos robóticos desta pesquisa, ao longo dos últimos anos de tratamento, foram (e têm sido) utilizadas nas sessões de tratamento de Parkinson, visando à qualidade de vida dos pacientes e possibilitando a redução do progresso dos sintomas da doença, como: tremor, rigidez muscular, tom reduzido de voz, ficar de pé e até andar, expressões faciais, falta de coordenação ou equilíbrio e ausência de força, além dos aspectos motivacionais (interesse, engajamento, etc.). Embora haja evidência na melhora da qualidade de vida dos pacientes quanto ao tratamento, aliado à medicação e a sessões terapêuticas, o contexto desta pesquisa abre possibilidades para futuras investigações científicas sobre as inovações Matemática e Parkinson. O trabalho com os pacientes portadores de Parkinson continuará nos próximos anos e nossos olhares se voltarão com mais atenção para essa região de investigação.

⁹ Cf.: Disponível em: <https://bitly.com/WOeaPU>.

¹⁰ Cf.: Disponível em: <https://globoplay.globo.com/v/9855473/>.

CAPÍTULO 6

PONTO DE CHEGADA

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao resgatar a pergunta diretriz desta pesquisa de doutorado à luz dos dados ($E_n - C_n$) analisados – **Como se mostra o processo de formação em Matemática de estudantes quando constroem jogos digitais e desenvolvem invenções robóticas destinadas ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson?** – obtivemos os seguintes resultados:

O processo de Formação em Matemática se mostra não linear e avesso a etapas cíclicas da tríade *conteúdo-exemplo-exercício*. Ele se caracteriza, e mutuamente se reforça, pela dinamicidade das *reflexões-discussões* mobilizadas no coletivo e se demarca na compreensão, invenção e aplicação dos conhecimentos a problemas reais em sociedade. Neste processo formativo, conforme as C_n , a formalização do conhecimento de Matemática integrado à Computação é empreendida como consequência da compreensão, e não o contrário. Esse processo, que não recai em etapas enrijecidas, configura-se em encaminhamentos prévios de ideias e conhecimentos científicos a serem pensados, depurados e resolvidos em grupo, favorecendo um movimento de formação atuante, problematizado e contextual. Tal processo formativo, portanto, **mostra-se distante da mecanização e repetição desenfreada** de procedimentos e definições. Em vez de simplesmente consumir conteúdos que se encerrem em si mesmos, os dados revelam um processo centrado na resolução de problemas de modo a propor soluções socialmente relevantes ao Parkinson.

O processo de formação em Matemática é visto como potencial de transformação social, intelectual-científica e responsável dos estudantes que, por meio de suas invenções, buscaram contribuir com o tratamento de sintomas da doença de Parkinson. Este processo constitui-se pelo engajamento do estudante em sociedade por meio do fazer ciência com a Matemática integrada à Computação e remonta-se pela dialogicidade não hierarquizada como ponto nevrálgico à Formação em Matemática, destituindo a invisibilidade intelectual do estudante em propor soluções de impactos sociais. Desta forma, **compreendemos que o processo de Formação em Matemática** de estudantes quando produzem jogos digitais e desenvolvem dispositivos robóticos ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson se reverbera pela fluidez e dinamicidade idiossincrática das ações, que se pautam nas concepções de invenções do protagonismo dos participantes de pesquisa. O desenvolvimento processual dessas invenções interdisciplinares, cinco jogos digitais e cinco dispositivos robóticos associados, consistiu-se mediante o planejamento, imprevisibilidade-intencional e protagonismo científico dos estudantes. Tal desenvolvimento se mostrou descentralizado à

formalização excessiva do rigor de objetos matemáticos e computacionais sem significado, estruturando-se por meio da formulação de soluções a problemas de Matemática *em-uso*.

De acordo com os E_n e C_n , o **processo formativo em Matemática corrobora** elementos inerentes ao processo humano, dentre os quais se destacam: curiosidade, inquietação, sentimentos, argumentação, logicidade, erros e depurações, além do senso de solidariedade e responsabilidade social. E esses elementos estão interligados e impulsionados pelo mesmo fenômeno de formação e, por meio de processos de experimentação, os alunos deixaram a posição de receptores de informações e repetidores de conteúdos para assumir o lugar de pesquisadores de Matemática, privilegiando aspectos do pensamento lógico e das ações científicas e exploratórias. Essa assunção, considerando as limitações da escola pública brasileira, **provoca práticas de insubordinação** às tarefas mecânicas computacionais e matemáticas e detém o foco exclusivo e excessivo aos testes escalonáveis (standardizados). Mesmo abrindo novas possibilidades de espaços insubordinados ao ensino e à aprendizagem em Matemática, o **processo de formação não se blindava inteiramente da contradição sistêmica** de avaliação, pois se mostra imerso às ordens minimalistas dos quantificadores de mensuração, como se esse fosse um método de comprovação eficaz da educação de qualidade.

Para além do *status quo*, considerando o escrutínio dos dados à luz da teoria sobre eles, o **modelo de formação em Matemática favorece** oportunidades para que os estudantes interpretem e visualizem situações reais de Matemática, tomem decisões e saibam lidar com imprevistos na mesma proporção que se impõem como desenvolvedores de possíveis soluções a problemas legítimos a partir da Matemática e Computação a favor da sociedade. Com lentes centradas nas produções científico-tecnológicas, **inferimos que o processo de invenção** de jogos digitais e dispositivos robóticos, destinados preponderantemente ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson, estimulou o questionamento crítico e a sistematização de conhecimentos científicos *teórico-aplicados*. Tal **processo não se isenta** da valorização contínua da criação de estratégias provisórias de Matemática, caracterizando uma formação acadêmica não encapsulada em códigos ou reduzida burocraticamente em formalidades de programação e Matemática. **Há um propósito autêntico** de pensar e criar com a Matemática.

A respeito disso, **os dados nos permitem entender** que, ao trabalhar com os conteúdos curriculares de Matemática de forma intuitiva à formalização, na produção de eletrônicos, preconizando o incentivo constante do protagonismo e autonomia, **os estudantes desenvolvem** a capacidade de expressar e argumentar matematicamente e criar significados para o que produzem. A construção desses significados se mostrou não só na relação entre estudantes e máquinas ao executar e depurar ideias nos programas computacionais, mas na

relação entre profissionais (colaboradores) e professor-pesquisador. Levando em consideração essas relações, percebemos um fator importante no processo destas construções inventivas e transitório-processuais. Esse fator se constituiu pelo diálogo e pela *análise-síntese* contínua entre sujeitos ali envolvidos. As considerações eram múltiplas e se consolidavam em grupos de estudantes, os quais apresentavam o funcionamento por trás dos algoritmos desenvolvidos e a partir dessas ideias geradas e depuradas colaborativamente, avançavam no conhecimento.

À luz da fundamentação Construcionista, constatamos dois tipos de *síntese-análise* neste processo formativo em matemática. O primeiro deles é a relação estabelecida entre estudante e os eletrônicos, a qual espelha uma resposta fiel e imediata do que se produziu em termos de códigos e algoritmos dos programas (referente à linguagem de programação), haja vista que a máquina, no caso, os programas dos jogos digitais e os dispositivos robóticos, só executa aquilo que foi projetado nela. O segundo tipo de *síntese-análise* se estrutura pelas discussões de subjetividade na relação contínua e significativa entre as pessoas do processo de Formação, usufruindo de diferentes linguagens (verbal, não verbal e híbrida) na construção de contextos. O significado atribuído pelo estudante, a partir do movimento coletivo de construção de um eletrônico e pensar em novas possibilidades para ajudar pessoas, como pacientes com Parkinson, constitui-se pela dinamicidade do processo, sem necessariamente submergir em passos pré-estipulados, inflexíveis e isolados na Formação em Matemática.

A Formação em Matemática se estrutura pelo desenvolvimento de capacidades Matemáticas que se conectam intrinsecamente à Computação, por meio da produção de jogos digitais e dispositivos robóticos ao Parkinson. Ela *vai da passividade ao protagonismo, do silêncio à interação; do controle compulsório de fala à dinâmica de criação coletiva; do bloqueio de aprendizagem à sensação de capacidade; da certeza à dúvida; do acerto ao erro; do lugar de passividade à posição de pesquisador.* **Outro resultado sobre essa formação é a quebra dos estigmas** do pensar, fazer e aprender Matemática. Isso decorre da produção de invenções, a qual abre possibilidades para o desenvolvimento intelectual em Matemática não como um carimbo para o Ensino Superior ou ingresso ao mercado de trabalho, mas para uma formação ativa, consciente, responsável e engajadamente científica no mundo global.

Os E_n e C_n corroboram, ainda, um significado próprio que os estudantes atribuem quando veem sentido no que fazem e “o quê” e “para que” produzem com a Matemática em uma sociedade. **Há uma disjunção** preponderante e não comensurável entre o que se faz com sentido e o que se faz apenas para satisfazer ditames burocráticos no sistema de educação. Mesmo diante de cálculos avançados, variáveis indefinidas e respostas não inexistentes ao longo da pesquisa, a motivação e a aprendizagem dos estudantes se mantiveram. Isso

demonstra uma correlação entre a aprendizagem Matemática e o engajamento ativo do saber e fazer matemático com sentido, e não estático e fechado. **Tal relação aponta** à motivação imbricada nas ações voluntárias dos estudantes, os quais criam sem necessariamente serem recompensados por notas ou punidos drástico e severamente por elas. A existência da intencionalidade dessas ações se configura numa ligação direta com o grau de pertencimento e responsabilidade que os sujeitos atribuíram durante as etapas de desenvolvimento da pesquisa.

Os **E_n** e **C_n** **apontam** que – durante a invenção de eletrônicos (jogos e dispositivos robóticos) e aplicação direta contra o Parkinson ao longo dos dois anos de trabalho de invenção – esforço, erros e conquistas, mediante aos depoimentos coletados e excertos registrados, os alunos aprendem Matemática para além da sua série escolar e veem sentido no que fazem, mesmo quando trabalham com o rigor científico e com abstrações complexas matemáticas e computacionais. A repulsa e a sensação de incapacidade perdem força nesse processo ativo de participação na medida em que o nível de compreensão e aprendizagem em Matemática do estudante na Educação Básica não é medido na *régua de acertos ou erros*, mas obtida na capacidade de expressar, criar e intervir intelectualmente no mundo. Ao alcançar este último viés, esta **pesquisa toca em uma ferida dolorida** do processo de Formação em Matemática, o qual historicamente é conhecido, como repetição de fórmulas e memorização de procedimentos de coisas sem propósito na sala de aula. Nesse tocante, os dados direcionam a possibilidade do firmamento do diálogo entre *Sociedade e Cientificidade*, dando mais sentido para o que se faz com o currículo de Matemática do Ensino Médio.

Ponderamos que, embora haja uma aderência dos estudantes por esse processo de Formação em Matemática, mediante aos dados, em especial aos depoimentos, a grande parte deles, numa razão de três para quatro, acreditam ser um trabalho de uma exigência maior, pois envolve ações de intelectualidade, cientificidade e responsabilidade de invenção. Outro dado que nos chama a atenção é que a Matemática do Ensino Médio passa a ter sentido e significado para os estudantes que têm dificuldade e não gostam dessa área do conhecimento. Esses participantes se mostraram sentir mais capazes de aprender Matemática e criar por meio dela com entusiasmo, motivação e engajamento constante, sem que isso recaísse em recompensas numéricas ou na migração de preferência às exatas. Ou seja, há uma mudança do comportamento do estudante com a Matemática não na dimensão “identificação” necessariamente, mas a sua percepção de aprendê-la e intervir na sociedade junto a ela. Percebemos, ainda, que os estudantes que já se identificavam com a área de exatas mantiveram suas escolhas com um olhar mais certo: “quero isso para minha vida”. Esta análise não se voltou a de saber se é melhor ou pior, mas a de corroborar a existência de

outras possibilidades de Formação em Matemática, nas quais se valoriza o sentido do que se pensa, propõe e se cria com a Matemática interligada intimamente à vida.

O processo de formação não se limita à dicotomia teoria-prática uma vez que a relevância social se constitui como um ingrediente fundante do processo de aprendizagem em Matemática. Há um propósito formativo bem definido à relevância social a partir da originalidade de invenções mediante a integração da Matemática e Computação. Há uma motivação extrínseca envolvida em não somente ver a aplicação de um conteúdo em si em sala da aula, mas de desenvolver algo por meio dele. Nisto, esta pesquisa revela, em termos exequíveis, a possibilidade do trabalho *maker-matemática*, relacionando o currículo de Matemática com a construção de protótipos de baixo custo e sustentáveis à relevância social. A respeito disso, os dados apresentam um tipo de Formação que privilegia aptidões dos estudantes por meio de invenções autorais e acessíveis. Paralelamente a isso, esta investigação traz contribuições possíveis para se pensar a Formação em Matemática não como lugar para fazer exercícios o que se reduza ao utilitarismo, mas como espaço para nutrir capacidades inerentes à emancipação, fomentando contextos favoráveis à criação de soluções. Logo, os resultados balizados pelos C_n sugerem contribuições no sentido de pensar em novos modos de Formação e romper com a lógica da formação histórico-socialmente reiterada no século 19.

Além disso, ao longo da descrição e análise dos E_n , é possível perceber a produção de jogos digitais e dispositivos robóticos não só como estratégia de ensino e aprendizagem à Formação em Matemática do estudante, mas como forma de estimular a autonomia deles. Embora não fosse o objeto de estudo desta tese, é importante esclarecer que essas produções eletrônicas, segundo os profissionais da área clínica do hospital, estimulam o raciocínio e os movimentos coordenados específicos dos pacientes, ajudando-os na própria reabilitação. Neste tocante, observamos que, muito além de aprender Matemática, esta pesquisa aponta para uma formação articulada dos alunos com diferentes profissionais com os quais buscam auxiliar na invenção de soluções de forma interrelacionada ao Parkinson. Em particular, Bruna Pereira, profissional da saúde, afirma que “[...] as sessões de tratamento não só ajudam os pacientes a trabalhar com a parte de postura e equilíbrio, é também o contato deles com os estudantes. É uma interação rica, entre saúde e educação. Todos se beneficiam mutuamente”.

Diante disso, a participação do estudante, desde a escolha do jogo até o seu uso no hospital, é um dos grandes benefícios à sua Formação em Matemática, pois é um contexto sobre o qual lhe proporciona uma intensa integração, olhar menos restrito ao conteúdo programado, além de favorecer o respeito e as trocas de saberes mútuos entre diferentes sujeitos e contextos. Nisto, concebemos um modelo formativo que sugere a preocupação

coerente com o futuro menos centrado em si e mais no outro. Por fim, reconhecendo que o processo de Formação em Matemática é interminável e, incontestavelmente, marcado por desafios de natureza diversa, os resultados expostos nos C_n nos ajudam a ampliar e fomentar novas possibilidades à Formação em Matemática do estudante na área de Educação Matemática. Diante do exposto, finalizamos o percurso de investigação desta tese com uma mensagem de um provérbio africano, que nos inspira a pensar e desenvolver futuras pesquisas à formação mediante a invenção que esteja em sintonia e em coerência com as demandas educacionais, a saber: ***“Aquele que toca o tambor não sabe até onde o seu som irá ecoar, mas ele irá ecoar”***. Nós, que somos professores e pesquisadores, tocamos a todo tempo este tambor nos mais peculiares contextos. O som não é neutro e pode servir para mudanças intelectualmente substanciais no sistema educacional brasileiro e inspirar a tantos outros.

PONDERAÇÕES E ENCAMINHAMENTOS

Sem a ambição de esgotar o tema, torna-se fecundo refletir na construção de propostas formativas em Matemática que se insubordinem ao currículo excessivo e desatualizado. Para tanto, lançamos olhares atentos à criação e manutenção de políticas públicas educacionais que tenham um plano de execução (objetivo, metas, metodologia, etc.) de modo a valorizar o processo de cientificidade, pesquisa e invenção no contexto de sala de aula de Matemática do Ensino Médio. Para isso, é oportuno articular propostas governamentais que caminhem na contramão de reduzir exclusivamente o potencial intelectual do estudante ou de uma comunidade escolar pelas métricas que preconizam a reprodução sem sentido em escalas. Os “parâmetros de sucesso” precisam ser repensados pelas universidades, escolas e comunidades simbioticamente de modo a compreender primeiro o que se entende por uma Formação em Matemática significativa, para depois saber se podemos sempre reduzi-la à régua graduada. Diante disso, ponderamos que não se coloca criatividade, invenção, emancipação intelectual, inovação e engajamento científico dentro de um teste estandardizado. Por isso, embora os testes sejam utilizados na conjectura atual não devem ser o único caminho a ser seguido.

Outro encaminhamento, que fazemos, reside no fato de refletir sobre o trabalho com as tecnologias digitais, em especial, jogos digitais e dispositivos robóticos, no contexto escolar. As ações mobilizadas nesta pesquisa sugerem um trabalho mais voltado para a simulação de eventos, exploração de conceitos e produção de programas tecnológicos de modo a privilegiar a investigação e construção de conhecimento matemático pelo estudante, e não a partir da transmissibilidade incólume de informações reiteradas pelos ditames curriculares. É fundamental que o professor de Matemática tenha formação na área para desenvolver projetos dessa natureza. Não é deixar o aluno fazer o que quiser dentro da sala com os eletrônicos, mas é incentivá-lo a pensar e criar por meio deles através dos conhecimentos matemáticos integrados à Computação. Para isso, o professor precisa dominar não só conhecimentos matemáticos e computacionais, necessita ainda ter disposição para aprender junto com seu aluno, posto que a produção de jogos digitais e dispositivos robóticos em sala de aula do Ensino Médio requer de ambos, estudantes e professor, mais criatividade, comprometimento e corresponsabilidades constantes em desenvolver soluções inéditas a problemas à sociedade.

Ponderamos também que o trabalho, aqui, não é construir jogos ou dispositivos robóticos como fim em si nem reduzir os esforços pedagógicos na competição entre crianças e jovens na escola. Pelo contrário, o desenvolvimento de eletrônicos aliados ao currículo pode

ter um propósito intelectualmente engajado, como o de incentivar o espírito de colaboração e a relevância social. Entendemos que o cerne da questão não está em ganhar ou perder, lutando ou se esforçando a todo custo para desqualificar o adversário da arena de competição. Diferentemente disso, é o de estimular uma geração de jovens que sejam criativos, respeitosos e que, em comunidades, possam desenvolver coisas úteis ao mundo. A respeito disso, questionamo-nos: em vez de uma supervalorização da competição, por que não colaboração? Por que não projetos que incentivem a ciência e a invenção? Tais questionamentos se fundam na visão do Mattics: Na educação ninguém perde; todos podem ganhar mutuamente.

Nesse sentido, compreendemos ser importante desenvolver projetos de impacto que valorizem a colaboração, e não só a competição. A ideia não é a de abolir os processos de competição, até porque eles se mostram intrínseco e extrinsecamente aos aspectos do *capitalismo*, o que aponta para um desafio intransponível para este momento. Mas, é a de incentivar permanentemente propostas para que o estudante seja valorizado no que se refere a sua proposição de soluções ao mundo. Um encaminhamento, portanto, seria o de valorizar os aspectos das experiências acadêmicas dos estudantes como inventores ao Ensino Superior, e não só o quanto eles memorizam de um conteúdo para assumir uma cadeira na Universidade.

Outro encaminhamento, em parceria com Instituto Nacional da Propriedade Intelectual Industrial (INPI), do Ministério da Economia, é o de fomentar práticas didático-tecnológicas que incentivem a produção intelectual do estudante. Um ambiente de formação que preconize o direito do autor¹¹ e incentive o desenvolvimento do empreendedorismo científico e social em sala de aula. Além disso, não defendemos os passos-futuros do nosso trabalho e pesquisas de que a organização de ensino à Formação em Matemática quando se produzem jogos digitais e dispositivos robóticos ao tratamento da doença de Parkinson, baseadas nas concepções teóricas adotadas, seja a melhor. Reforçamos que ela potencializa o incentivo ao espírito de investigação e criatividade do aluno em sala de aula, tornando-o capaz de pensar e propor soluções meticulosamente desenvolvidas ao tratamento motor, cognitivo e social-motivacional dos pacientes com Parkinson. Não precisa ser um ensino de Matemática que focalize no Parkinson apenas, mas que tenha olhares atentos às demandas sociais, tecnológicas e socialmente relevantes. Aqui é o Parkinson, mas esta pesquisa pode inspirar muitas outras a trabalhar com outros temas tão importantes, como, por exemplo, cadeirantes, *Alzheimer*, dentre tantas outras que carecem de atenção. Desse modo, nutrimos possibilidades para que esta pesquisa possa despertar novos interesses e de mais pesquisadores.

¹¹ Cf.: Disponível em: <https://soundcloud.com/abpicast/matematica-em-prol-do-tratamento-de-sintomas-de-parkinson>.

O que mudaríamos na pesquisa e o que faríamos de diferente? Provavelmente não faríamos os cronogramas para o Hospital antes das invenções-científico-tecnológicas ficarem prontas. Tivemos muitos contratempos científicos, o que é natural no desenvolvimento de ideias e criação de coisas que não existem ainda. Buscaremos ter um ônibus fixo para o projeto e suas ações, haja vista que tivemos muitas frustrações e surpresas inesperadas quanto a isso. O trabalho no hospital é algo sério e as ações não podem ser frustradas ou interrompidas por questões financeiras ou burocráticas. Na semana em que visitaríamos o hospital, por exemplo, o transporte concedido por outra instituição pública desmarcava e, por consequência, ficávamos de mãos atadas. Basicamente, o projeto foi bancado pelo dinheiro do próprio professor-pesquisador e, por isso, mesmo diante de tantos “nãos” o trabalho continuará unindo forças com distintas instituições que apoiam a nossa causa. Lutaremos para conseguir bolsas e materiais para o desenvolvimento das invenções. Durante a pesquisa de doutorado, não tivemos apoio de nenhum edital de financiamento ou bolsa. Tivemos o reconhecimento internacional **Global Teacher Prize**¹² (finalista) pela trajetória do professor-pesquisador. Recebemos ainda o **Prêmio**¹³ **Nacional de Propriedade Intelectual** pelo INPI do Ministério da Economia em duas categorias: Tecnologia e Geral (Educador de PI do Ano).

Embora não seja o objetivo da nossa iniciativa, as ações didático-pedagógicas e científicas atravessam as questões relacionadas à interseccionalidade, pois cultivamos e incentivamos o respeito mútuo entre todos os participantes quanto às questões relacionadas à étnica, à religião e o respeito à diversidade. A nossa abordagem busca incentivar a prática da diversidade e da inclusão, além de enfraquecer estereótipos do tipo de que mulheres não podem trabalhar com Matemática e invenções científico-tecnológicas nas aulas. Em nossa proposta educacional, os alunos (homens e mulheres) constroem jogos digitais e desenvolvem dispositivos robóticos de baixo custo (e recicláveis) em prol do tratamento de Parkinson.

Temos constantemente divulgado a nossa iniciativa e seus resultados em revistas e eventos científicos voltados à comunidade escolar, por meio de textos e cursos. Também, temos participado de editais de prêmios, cujo destaque leva a reportagens e entrevistas veiculadas em diferentes fóruns, alguns de grande audiência. Sendo assim, por meio de textos científicos, vídeos, palestras e reportagens temos buscado influenciar pessoas e projetos a trabalhar via educação de qualidade os diversos problemas sociais. Além disso, pretendemos estabelecer parcerias com prefeituras, governos e instituições públicas, privadas e organizações filantrópicas de centros de pesquisas das universidades do país a fim de

¹² Cf. Disponível em: <https://www.globalteacherprize.org/person?id=15032>

¹³ Cf. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=MqaManLywOM>

construir centros de formação para professores de Matemática. A ideia metodológica é a de reunir forças com diferentes setores e colocar como ponto emergencial de pauta o ensino de Matemática, que prestigie a invenção, a criatividade a autonomia e a construção de materiais científico-tecnológicos para problemas encaminhados em sociedade. Pretendemos continuar em nossa própria comunidade goiana e aos poucos estender os princípios de impacto do nosso projeto (pedagógico e científico) para mais escolas, cidades e estados, mostrando que é possível alcançar bons resultados com um trabalho sério, socialmente engajado e responsável.

Ao longo desta pesquisa, os estudantes receberam prêmios, medalhas nacionais, publicaram artigos científicos por meio das invenções desenvolvidas. Tais resultados nos impulsionam a continuar o trabalho. Não pelos prêmios em si, mas pelo favorecimento de sujeitos que se tornaram capazes de criar artefatos e modificar a sua realidade através deles. Este trabalho aponta caminhos para se formar uma geração de cientistas nas aulas de Matemáticas, em vez de copiadores de informações e repetidores. Os egressos da pesquisa, que hoje cursam licenciaturas, Medicina, Engenharia, Direito, entre outras áreas e/ou cursos, em instituições públicas, foram formados no sentido de serem sujeitos capazes de propor soluções ao mundo por meio do conhecimento científico e tecnológico. Um dos nossos egressos, André Dias¹⁴, e.g., que cursa, atualmente, Engenharia Mecânica na Universidade Federal de Uberlândia (UFU), está desenvolvendo, junto à sua equipe, uma cadeira de rodas de baixo custo à população. Nessa perspectiva, lançamos sementes a partir desta pesquisa para que existam mais contextos formativos de Matemática que estimulem a nova geração de jovens que sejam capazes de interpretar, visualizar, pensar e construir um mundo melhor.

Para o futuro, continuaremos a encorajar esse tipo de formação em Matemática a milhares de estudantes a partir do estado de Goiás de modo que eles possam impactar positivamente as suas realidades por meio da educação, ciência, empreendedorismo, política, dentro outras esferas. Mesmo sabendo que os 40 participantes desta pesquisa não estarão mais diretamente envolvidos conosco na sala de aula, expressamos nosso profundo reconhecimento aos excelsos alunos do Ensino Médio do IF-Goiano, Ipameri - GO, edição 2018/19, pela dedicação, responsabilidade e engajamento contínuo: *Aderson Martins; Alexandre Cardoso; André Dias; Amanda Rodrigues; Caio Victor, Camila Silva; Carolina Ferreira; Felipe Martins; Ana Carolina; Fernanda de Faria; Guilherme Perfeito; Gustavo Gomes; Hanna Danielle; Helena Fernandes; João Guilherme; Joyce Cardoso; Kamilla Araújo; Laiane de Souza; Yara Duarte; Camila Vaz; Eduardo Brandão; Felipe Vaz Lima; Daniella Martins;*

¹⁴ Cf. Disponível em: <https://youtu.be/bN2eI-jqfpU>.

Gabriela Leite; Geraldo de Oliveira; João Paulo; Guímel de Almeida; José Guilherme; Karolainy; Liria Geovana; Maria Fernanda; Mariane Bernardes; Matheus David; Nicole Corrêa; Stella Alves; Rhana R.; Túlio Castro; Victor Emanuel; João Marcos; e Sandy Pereira Lima. Aos pacientes do Hospital Dia do Idoso, Anápolis - GO, vocês são inspiradores. Enquanto pesquisador, não me esquecerei desse tempo que me trans(formou).

Educação Pública? Presente!

Ciência Brasileira? Presente!



Fim? Até a próxima!



Palavras finais: [Pacientes] | Hospital Dia do Idoso | Último encontro antes da Pandemia Covid 19
Cf.: Disponível em https://www.instagram.com/tv/CUNLt0iAEDk/?utm_source=ig_web_copy_link

REFERÊNCIAS

- ACKERMANN, E. From decontextualized to situated knowledge: revisiting Piaget's water-level experiment. In: Harel, I. & Papert, S. (Eds.) **Constructionism**. New Jersey, Ablex Publishing Corporation. p. 269-294, 1991.
- ALMEIDA, F. J; FONSECA J, F. M. **Projetos e ambientes inovadores**. Brasília: Ministério da Educação / Secretaria de Educação à Distância, 2000.
- ALMEIDA, M. E. B.; VALENTE, J. A. Integração currículo e tecnologias e a produção de narrativas digitais. Currículo sem Fronteiras, [S.l], v. 12, n. 3, p. 57-82, 2012. Disponível em: < <http://www.curriculosemfronteiras.org/vol12iss3articles/almeida-valente.pdf> >. Acesso em: 26 jun. 2021.
- ALVES-MAZZOTI, A. J. O método nas Ciências Sociais. In: ALVES-MAZZOTI, AL. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas Ciências Naturais e Sociais: Pesquisa Qualitativa e Quantitativa**. São Paulo: Editora Pioneira, 1998.
- ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. **Construindo Pesquisas Coletivamente em Educação Matemática**. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática, Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
- ARUIN, A; SHIRATORI T. Anticipatory postural adjustments while sitting: The effects of different leg supports. Springer, Chicago, v. 151, n. 1, p.46-53, 2003. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s00221-003-1456-y>. Acesso em: 10 de fev. 2019.
- AZEVEDO, G. T. **Construção de conhecimento matemático a partir da produção de jogos digitais em um ambiente construcionista de aprendizagem**: possibilidades e desafios. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística. Universidade Federal de Goiás. Goiânia, 2017.
- AZEVEDO, G. T; MACHADO, J. P. R; LYRA-SILVA, G. M. V. Processo de construção de conhecimento matemático: algoritmos e jogos digitais. Em Teia - Revista de Educação Matemática E Tecnológica Iberoamericana, v. 11, p. 1-23, 2020. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/242010/pdf> Acesso em 15 mai. 2022.
- AZEVEDO, G. T; MALTEMPI, M. V.; POWELL, A. Contexto Formativo de Invenção Robótico-Matemática: Pensamento Computacional e Matemática Crítica. **Bolema** [online]. 2022, vol.36, n.72, pp.214-238. Disponível: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v36n72a10>. Acesso em 17 out. 2022.
- AZEVEDO, G. T., MALTEMPI, M. V.; LYRA-SILVA, G. G. M. V. Processo formativo do aluno em Matemática: jogos digitais e tratamento de Parkinson. **Zetetike**, 26(3), 2018. <https://doi.org/10.20396/zet.v26i3.8651962>. Acesso em 10 abr. 2019.
- AZEVEDO, G. T; MALTEMPI, M. V. Invenções robóticas para o Tratamento de Parkinson: pensamento computacional e formação Matemática. **Bolema** [online]. 2021, vol. 35, n.69, pp.63-88. abril, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n69a04>. Acesso em 10 out. 2021.

AZEVEDO, G. T.; MALTEMPI, M. V. Processo Formativo em Matemática e Robótica: Construcionismo, Pensamento Computacional e Aprendizagem Criativa. **Tecnologias, Sociedade e Conhecimento**, v. 7, p. 85-227, 2020. Disponível em: <https://econtents.bc.unicamp.br/inpec/index.php/tsc/article/view/14857>. Acesso em 25 abr. 2021.

AZEVEDO, G. T.; MALTEMPI, M. V. Produções criativas de matrizes e de transformações geométricas com metodologias ativas. **BoEM**, Joinville, v.7, n.13, p. 100-119, jul/ago2019. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5965/2357724X07132019100>. Acesso em 11 mai. 2020.

AZEVEDO, G. T.; MALTEMPI, M. V.; LYRA, G. M. V (2019). Computational thinking and Active Learning in Mathematics as a contribution to the treatment of Parkinson's disease. In: **Science and mathematics education in the 21st century**, 2019, Braga. Braga: Universidade do Minho, p. 75-76.

AZEVEDO, G. T.; MALTEMPI, M. V.; LYRA, G. M. V.; RIBEIRO, J. P. M. Produção de games nas aulas de Matemática: por que não? **Acta Scientiae**, Canoas, v. 20, p. 950-966, set./out. 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v20iss5id4152>. Acesso em 15 nov. 2020.

AZEVEDO, G. T.; MALTEMPI, M. V.; LYRA, G. M. V.; RIBEIRO, J. P. M (2020). Aprendizagem Matemática e tecnologias digitais: invenções robóticas para o tratamento de Parkinson. **Paradigma**, Maracay, v. 1, p. 81-101, 2020. Disponível em: <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/818/844>. Acesso em 10 abr. 2021.

AZEVEDO, G; MALTEMPI, M.V. Processo de Aprendizagem de Matemática à luz das Metodologias Ativas e do Pensamento Computacional. **Ciência & Educação (ONLINE)**, v. 26, p. 1-18, 2020. < <https://www.scielo.br/pdf/ciedu/v26/1516-7313-ciedu-26-e20061.pdf> >. Acesso em 10 fev. 2021.

BARBA, L. **Computacional Thinking**: I do not think it means what you think it means. 2016. Disponível em: < <https://lorenabarba.com/blog/computational-thinking-i-do-not-think-it-means-what-you-think-it-means/> >. Acesso em: 02 mai. 2018.

BARBOSA, F. C. **Rede de Aprendizagem Robótica**: uma perspectiva educativa de trabalho com jovens. Uberlândia: UFU, 2016. Tese (Doutorado em Educação), Programa de Pós-Graduação em Educação pela Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2016.

BARBOSA, J. G; LOPES, C., E. Insubordinação criativa como parte do legado científico de Beatriz Silva. **Revista Brasileira de Pesquisa (Auto)Biográfica**, Salvador, v. 05, n. 13, p. 261-276, jan./abr. 2020. Disponível em: <https://revistas.uneb.br/index.php/rbpab/article/view/7468/pdf>. Acesso em: 10 jul. 2020.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa Segundo a Abordagem Fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. São Paulo: Autêntica, 2006. p. 100-118.

BLIKSTEIN P. Travels in Troy with Freire: Technology as an agent for emancipation. In: NOGUERA P.; TORRES C. A. (ed.). **Social justice education for teachers: Paulo Freire and the possible dream**. Rotterdam: Sense, 2008. p. 205–244.

BLIKSTEIN, P., VALENTE, J., MOURA, E. M. Educação Maker: onde está o currículo? **Revista e-Curriculum**, São Paulo, v. 18, n.2, p. 523-544. abr./jun.2020. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/curriculum/article/view/48127/32229>. Acesso em: 13 abr. 2020.

BOGDAN, R; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Lisboa: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: < <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#medio/a-area-de-matematica-e-suas-tecnologias> >. Acesso em: 14 jan. 2021.

BRASIL, Lei n. 13.005, de 25 de junho de 2014. Plano Nacional de Educação (PNE), 2014. Disponível: Disponível em: <https://pne.mec.gov.br/18-planos-subnacionais-de-educacao/543-plano-nacional-de-educacao-lei-n-13-005-2014>> Acesso em: 26 de julho de 2020.

BRASIL, Lei n. 9.394/96, de 20 de dezembro de 1996. **Lei de diretrizes e bases da educação nacional**. Brasília: Senado Federal, 2ª ed., 2018. Disponível: < https://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/544283/lei_de_diretrizes_e_bases_2ed.pdf > Acesso em: 10 de junho de 2020.

BUCKINGHAM, D. **Beyond Technology**: Children's learning in the age of digital culture. Cambridge, UK: Polity Press, 2007.

CAMARGOS, A. C. R; CÓPIO, F. C. Q.; SOUZA, T. R. R.; GOULART, F. O impacto da doença de Parkinson na qualidade de vida: uma revisão de literatura. **Rev. Bras Fisioter**, v. 8, n. 3, p. 267-72, 2004.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática**: Campinas, SP: Papirus, ed.17, 2009.

D'AMBRÓSIO, U. **EtnoMatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. (2015). Insubordinação Criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. **Revista Bolema**, Rio Claro (SP), v. 29, n. 51, p. 1-17.

D'AMBROSIO, U; D'AMBROSIO, B. S. (2013). The role of ethnomathematics in curricular leadership in mathematics education. **Journal of Mathematics Education at Teachers College**, New York/NY, v.4, n. 1, p.10-16.

DALLA VECCHIA, R. **A modelagem Matemática e a realidade do mundo cibernético**. Rio Claro: UNESP, 2012. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

DE PAULA, B. H. VALENTE, J. A. Jogos digitais e educação: uma possibilidade de mudança da abordagem pedagógica no ensino formal. **Revista Iberoamericana de Educação**, Estados ibero-americanos, v. 70, n. 1, p. 9-28, jan. 2016.

DEMO. **Educar pela pesquisa**. 9. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2011.

DENNING, P. J. Remaining Trouble Spots with Computational Thinking. **Communications of the ACM**, New York, v. 60, n. 6, p. 33-39, 2017. Disponível em: <http://denninginstitute.com/pjd/PUBS/CACMcols/cacm-trouble-ct.pdf>. Acesso em: 13 de fev. 2018.

DENZIN, N. K; LINCOLN, Y. S. Introduction: The Discipline and Practice of Qualitative Research. In: DENZIN, N. K; LINCOLN, Y. S. **Handbook of Qualitative Research**. 2nd ed. London: Sage, 2000. p. 1-28.

DEWEY, J. **Democracy and education**. New York: The Free Press, 1916. Disponível em: <<https://www.gutenberg.org/files/852/852.txt>>. Acesso em: 03 de nov. de 2021.

FALBEL, A. The computer as a convivial tool. In: Harel, I. & Papert, S. (Eds.) **Constructionism**. New Jersey, Ablex Publishing Corporation. p.29-37, 1991.

FERREIRA, F. PRADO, A; CIELO, A. C. BUSANELLO, A. R. A relação da postura corporal com a prosódia na doença de Parkinson: estudo de caso. *Rev CEFAC*, São Paulo, v. 9, n. 3, 319-29, jul./set., 2007. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rcefac/a/ncQdXR7YgLw4qghMJL5FxCt/?format=pdf&lang=pt>>. Acesso em: 02 de fev. 2020.

FIORENTINI, D. A. Alguns Modos de Ver e Conceber o Ensino da Matemática no Brasil.. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 3, n.2, p. 1-36, 1995.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 2ed. Campinas: Autores Associados, 240 p., 2009.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Org. BORBA, M. C. ARAÚJO, L. J. 2. Ed. – Belo Horizonte: Autêntica, p. 49-75, 2006

FLICK, U. **Uma introdução à pesquisa qualitativa**. Thousand Oaks, Londres, Nova Delhi: Sábio, 1998.

FRANKENSTEIN, M. **Critical mathematics education**: An application of Paulo Freire's epistemology. *Journal of Education*, 164, 315–339, 1983.

FRANKENSTEIN, M. Beyond math content and process: Proposals for underlying aspects of social justice education. In A. A. Wager & D. W. Stinson (Eds.), **Teaching mathematics for social justice**: Conversations with mathematics educators (pp. 49–62). USA: NCTM, National Council of Mathematics Teachers, 2012.

FREIRE, P. (1981). **Pedagogia do Oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra.

FREIRE, P. (2005). **Pedagogia da autonomia** – saberes necessários à prática educativa. 31. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra.

FREIRE, P. **A Educação na Cidade**. São Paulo: Cortez, 1991.

FREITAS, L. C. **Base Nacional (Mercadológica) Comum**. Blog do Freitas. 2015. Disponível em: <https://avaliacaoeducacional.com/2015/07/20/base-nacional-mercadologica-comum/>. Acesso em: 06 jan. 2020.

FREITAS, L. C. Os reformadores empresariais da Educação: da desmoralização do magistério à destruição do sistema público de educação. Revista **Educação & Sociedade**. Cadernos Cedes. Campinas, v. 33, n. 119, p. 379-404, abr.-jun. 2012.

FURLETTI, S. **Exploração de tópicos de Matemática em modelos robóticos com utilização do Slogno no ensino médio**. Belo Horizonte: PUCMG, 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Programa da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010. Acesso em: 06 jan. 2020.

GALNA, B.; JACKSON, D.; BARRY, G.; MHIRIPIRI, D.; MADELINE, B.; OLIVIER, P.; ROCHESTER, L. **Retraining function in people with Parkinson's disease using the Microsoft kinect: game design and pilot testing**. New York. J Neuroeng Rehabil, 2014. Disponível em: [https://www.physiotherapyjournal.com/article/S0031-9406\(12\)00051-X/fulltext](https://www.physiotherapyjournal.com/article/S0031-9406(12)00051-X/fulltext). Acesso em: 10 de nov. 2018.

GOLDENBERG, M. **A arte de Pesquisar**: Como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.

GONÇALVES, G. B; LEITE; M. A. A.; PEREIRA, J. S. Influência das distintas modalidades de reabilitação sobre as disfunções motoras decorrentes da Doença de Parkinson. **Revista Brasileira de Neurologia**, Juiz de Fora, MG., v. 47, n. 2, p. 22-30, 2011.

GOULART, F; PEREIRA, L. X. Uso de escalas para avaliação da doença de Parkinson em fisioterapia. **Rev. Fisioterapia e Pesquisa**, n. 1, v. 2, p. 49-56, 2004.

GUIMARÃES, A. M.; DIAS, R. Ambientes de aprendizagem: reengenharia da sala de aula. In: COSCARELLI, C. V. (Org.). **Novas tecnologias, novos textos, novas formas de pensar**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, p. 23-42, 2003.

HAASE, D. C. B. V.; MACHADO, D. C.; OLIVEIRA, J. G. D. Atuação da Fisioterapia no paciente com doença de Parkinson. **Revista Fisioterapia em Movimento**, v. 21, n. 1, p. 79-85, 2008.

HAREL, I. Children as software designers: a constructionist approach for learning mathematics. **Journal of Mathematical Behavior**, 9: 3-93, 1990.

HAREL, I. **Children designers**: interdisciplinary constructions for learning and knowing mathematics in a computer-rich school. Norwood - NJ, Ablex Publishing Corporation. 434p. 1991.

HAREL, I; PAPERT, S. Software design as a learning environment. In: Harel, I. & Papert, S. (Eds.) **Constructionism**. New Jersey, Ablex Publishing Corporation. p.41-84, 1991.

KAFI, Y. B. Playing and making games for learning: Instructionist and Constructionist perspectives for Game Studies. **Games and Culture**, v. 1, n. 1, p. 36-40, 2006.

KAFAI, Y.B. Learning design by making games: children's development of design strategies in the creation of a complex computational artifact. In: KAFAI, Y.B. & RESNICK, M. (Eds.) **Constructionism in practice: designing, thinking and learning in a digital world**. New Jersey, LEA. p.71-96, 1996.

KAFAI, Y.B. Designing software for learning Logo. **Computers in the Schools**, New York, 14(1/2): 71-81, 1997.

KOEPP M. J.; GUNN, R. N.; LAWRENCE, A. D.; CUNNINGHAM, V. J.; DAGHER, A.; JONES, T.; BROOKS, D. J.; BENCH, C. J.; GRASBY, P. M. Evidence for striatal dopamine release during a video game. **Nature**, [s.l.], v. 393, n 6682, p. 266-268, 1998.

LÉVY, P. **Cibercultura**. Rio de Janeiro: Editora 34, 1999.

LINCOLN, Y. S.; GUBA, E.G. **Naturalistic Inquiry**. Califórnia: Sage Publications, Inc., 1985.

LIMONGI, J. C. P. **Conhecendo melhor a Doença de Parkinson** – uma abordagem multidisciplinar com orientações práticas para o dia-a-dia. São Paulo: Plexius, 2001.

MALTEMPI, M. V. Prefácio. In: CONSTANTINO, E.; JAVARONI, S. L. (Org.). **Pensamento computacional: pesquisas, práticas e concepções**. 2022 (no prelo).

MALTEMPI, M. V. Construcionismo: pano de fundo para pesquisas em informática aplicada à Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; Borba, M. C.. (Org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2012, p. 287-307.

MALTEMPI, M. V. Novas tecnologias e construção de conhecimento: reflexões e perspectivas. In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5, 2005, Porto. Actas do V CIBEM. Porto: Associação de Professores de Matemática.

MALTEMPI, M. V. Internet. In: FREIRE, F. M. P.; PRADO, M. E. B. B. **O computador em sala de aula: articulando saberes**. Campinas: UNICAMP/NIED, 2000. p. 229-263.

MENDES, F. A. S; POMPEU, J.E.; LOBO, K. G. S.; OLIVEIRA, T. P.; ZOMIGNANI, A. P.; PIEMONTE, M. E. P. Motor learning, retention and transfer after virtual-reality-based training in Parkinson's disease - effect of motor and cognitive demands of games: a longitudinal, controlled clinical study. **Physiotherapy**. Amsterdam, Holland. v. 98, n. 3, p. 217-220, 2012. Disponível em: 10.1016/j.physio.2012.06.001. Acesso em: 03 de dez. 2008.

MIRELMAN, A. MAIDAN, I.; HERMAN, T.; DEUTSCH, J. E.; GILADI, N.; HAUSDORFF, J. M. **Virtual Reality for Gait Training: Can It Induce Motor Learning to Enhance Complex Walking and Reduce Fall Risk in Patients with Parkinson's Disease?** Medical Sciences. A Biol. Sci. Med. Sci, Cidade, v. 66, n. 2, p. 1-7. 2011.

MOREIRA, C. S.; MARTINS, K. F. C.; Neri, V. C.; ARAÚJO, P. G (2007). Doença de Parkinson: como diagnosticar e tratar. **Revista Científica da Faculdade de Medicina de Campos**, v. 2, n. 2, p. 19-29.

MORRIS, M. E. Locomotor Training in People With Parkinson Disease. **Journal of the American Physical Therapy Association**. 2006. Disponível em: <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/17012646/>. Acesso em: 17 de fev. 2021.

MONTESSORI, M. **Spontaneous activity in education**. New York: Schocken Books, 1965

NAKAMURA, J.; CSIKSZENTMIHALYI, M. Creativity in later life. In: SAWYER, R. K. (Org.), Creativity and development. New York: **Oxford University Press**, 2003. p. 186-216.

NIEUWBOER, G.; KWAKKEL; ROCHESTER, L; WEGEN E; Cue training in the home improves mobility in Parkinson's disease: the RESCUE trial. **J Neurol Neurosurg Psychiatr** 2007, 78: 134-40.

OLIVEIRA, A. D. **Robótica nas aulas de Matemática**: uma perspectiva tecnológica associada ao ensino de funções. Campina Grande: UEPB, 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Programa da Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.

ORGANIZAÇÃO PARA COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OECD). **Global Competency for an Inclusive World**. Paris: OECD, 2016. Disponível em: <https://www.oecd.org/education/>. Acesso em: 23 mar. 2017

ORGANIZAÇÃO PARA COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). **Mathematics performance (PISA) OCDE**, 2020. Disponível em: < <https://data.oecd.org/pisa/mathematics-performance-pisa.htm> > Acesso em: 26 jan. 2020.

ONU. **Assembleia Geral das Nações Unidas**. Educação de Qualidade. 2020. Disponível em: <https://brasil.un.org/>. Acesso em: 18 jun. 2020.

PAPERT, S. **Instrucionismo versus Construcionismo**. In: PAPERT, S. A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PAPERT, S. **A critique of technocentrism in thinking about the school of the future**. MIT – Epistemology and Learning Group. Cambridge – MA. 18p. (conferência: Children in an Information Age: Opportunities for Creativity, Innovation & New Activities, 1990.

PAPERT, S. **A máquina das Crianças**: repensando a escola na era informática. Porto Alegre: Artes Médicas, 2008. Publicado originalmente sob o título de: **The children's machine**: rethinking school in the age of the computer. New York, Basic Books. 1993.

PAPERT, S. An exploration in th espace of mathematics educations. **Internaticional Journal of Computers for Mathematical Learning**, p. 95-123, 1996.

PAPERT, S. Computer criticism vs. technocentric thinking. **Educational Researcher**, Washington, 16: 22-30, 1987.

PAPERT, S. Constructionism: a new opportunity for elementary science education. Massachusetts Institute of Technology, The Epistemology and Learning Group. National Science Foundation, 1986.

PAPERT, S. **Logo: computadores e Educação**. São Paulo: Brasiliense, 1985.

PAPERT, S. **Mindstorms - Children, Computers and Powerful Ideas**. New York: Basic Books, Inc., 1980.

PAPERT, S. Situating Constructionism. RESNICK In I. Harel e S. Papert (Ed.), **Constructionism**. Norwood, NJ: Ablex Publishing, p. 1-12, 1991.

PAPERT, S.; HAREL, I. **Constructionism: research reports and essays, 1985-1990**. Norwood: Ablex Pub. Corp, 1991.

PARREIRA, V. F., GUEDES, L.; QUINTÃO, D.; SILVEIRA, E.; TOMICH, G.. Padrão respiratório em pacientes portadores da doença de Parkinson e em idosos assintomáticos. **Acta Fisiátrica**, v. 10, n. 2, p. 61-66, 2003. Disponível em: <https://www.revistas.usp.br/actafisiatrica/article/view/102442/100759>> Acesso em: 02 de mar. de 2021.

REIS, T. **Doença de Parkinson**. Porto Alegre: Pallotti, 2004.

RESNICK, M. **Lifelong Kindergarten: cultivating Creativity through projects, passion, peers and play**. 1. ed. Cambridge, Ma: MIT Press, 2017.

RESNICK, M. Toward a practice of “constructional design” In: Schauble, L. & Glaser, R. (Eds.) **Innovations in learning: new environments for education**. New Jersey, LEA. p.161-174, 1996.

RESNICK, M. Xylophones, hamsters, and fireworks: the role of diversity in constructionist activities. In: Harel, I. & Papert, S. (Eds.) **Constructionism**. New Jersey, Ablex Publishing Corporation. p.151-158, 1991.

RESNICK, M. **Vamos ensinar as crianças a programar**. 2012. Disponível em: https://www.ted.com/talks/mitch_resnick_let_s_teach_kids_to_code?language=pt. Acesso em: 11 nov. 2019.

RESNICK, M. OCKO, S. LEGO/Logo: learning through and about design In: Harel, I. & Papert, S. (Eds.) **Constructionism**. New Jersey, Ablex Publishing Corporation. p.141-150, 1991.

RODRIGUES, M. M. **Modelagem Matemática da voz, trigonometria e robótica: atividades interativas**. Uberlândia: UFU, 2020. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Programa da Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2020.

ROSA, J. G. ‘Grande Sertão: Veredas’. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2001.

ROSA, M. **A Construção de identidades on-line por meio do Role Playing Game: relações com ensino e aprendizagem Matemática em um curso a distância**. Rio Claro: UNESP. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

SANTANA, C. M. F.; LINS, O. G.; SANGUINETTI, D. C. M.; SILVA, F. P. S.; ANGELA, T. D. A.; CARIOLANO, M. G. W.; CAMERA, S. B.; SILVA, J. P. A. Efeitos do tratamento com realidade virtual não imersiva na qualidade de vida de indivíduos com Parkinson.

Revista Brasileira Geriatria. Rio de Janeiro, v. 18, n. 1, p. 49-58, 2015. Disponível em: < <https://www.scielo.br/pdf/rbgg/v18n1/1809-9823-rbgg-18-01-00049.pdf> >. Acesso: 10 de nov. de 2018.

SANTOS, W. S. **D.O.M.**: Um modelo de game pra a aprendizagem das funções quadráticas no ensino médio. Salvador: SENAI, 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu da Faculdade Tecnologia SENAI CIMATEC, Salvador, 2014.

SANTOS, L. R.; SOUSA, L. R.; LOPES, C. R.; DIONÍSIO, J.; FENELON, S. B.; HALLAL, C. Z. Game terapia na doença de Parkinson: influência da adição de carga e diferentes níveis de dificuldade sobre a amplitude de movimento de abdução de ombro. **Revista Ciência e Movimento**, Cidade, v. 25, n. 4, p. 32-38, 2017. Disponível em: <https://portalrevistas.ucb.br/index.php/RBCM/article/view/6892/pdf> . Acesso em: 10 de jan. de 2019.

SHENKMAN M. L.; CLARK K.; XIE T.; KUCHIBHATLA M.; SHINBERG M.; RAY L.; Spinal movement and performance of standing reach task in participants with and without Parkinson disease. **Phys Ther**, vol. 81, p. 1400-1411, 2001.

SIN, H.H.; LEE, G.C. Additional Virtual Reality Training Using Xbox Kinect in Stroke Survivors with Hemiplegia. **American Journal of Physical Medicine e Rehabilitation**., Cidade, v. 92, n. 10, p. 871-880, 2013. Disponível em: <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/24051993/> . Acesso em: jan. de 2019.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da Pesquisa-ação**. 4. ed. São Paulo: Cortez, 1988.

STACEY, K. What Is Mathematical Thinking and Why Is It important? 2006. Disponível em: https://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/apec2007/paper_pdf/Kaye%20Stacey.pdf >. Acesso em: 20 de fev. de 2022.

STEIDL, E. M. S.; ZIEGLER, J. R.; FERREIRA, V. F. Doença de Parkinson: **Revisão Bibliográfica**. Disc. Scientia. Série: Ciências da Saúde, Santa Maria, v. 8, n. 1, p. 115-129, 2007. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/disciplinarumS/article/view/921> >. Acesso em: 01 de fev. 2021.

STURKENBOOM, I. THIJSEN, M.; ELSACKER, J. G.; JANSEN, I.; MAASDAM, A.; SCHULTEN, M.; VIJVER-VISSER, D.; STEULTJENS, E.; BLOEM, B.; MUNNEKE, M. **Guidelines for Occupational Therapy in Parkinson's Disease Rehabilitation**. Nijmegen: The Netherlands/Miami, 2008.

SYLVESTER, J.J.. On the Relation between the Minor Determinants of Linearly Equivalent Quadratic Functions. In: BAKER, H. F. 1904. **The Collected Mathematical Papers of James Joseph Sylvester**. Cambridge: University Press, 1904. v. 1. p. 241-250.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em Ciências Sociais**: a pesquisa qualitativa em Educação. 18. reimp. São Paulo: Atlas, 2009.

TURKLE, S.; PAPERT, 1991, S. **Epistemological Pluralism and the Revaluation of the Concrete**. 992, pp. 3-33; Constructionism, I. Harel & S. Papert, Ed. (Ablex Publishing Corporation, 1991), pp.161-191; and SIGNS: Journal of Women in Culture and Society, 1991, Vol. 16.

UK DEPARTMENT FOR EDUCATION. **The national curriculum for England to be taught in all local-authority-maintained schools**. London, 2014. Disponível em: <https://www.gov.uk/government/collections/national-curriculum> > Acesso em: 12 de abr. 2021.

USA NATIONAL RESEARCH COUNCIL. **Report of a Workshop of Pedagogical Aspects of Computational Thinking**. Washington, D.C.: The National Academies Press. 2011. Disponível em: < <https://nap.nationalacademies.org/read/13170/chapter/1> >. Acesso em: 01 de mar. 2020.

VALENTE, A. B.; BURD, L. Creative Learning Challenge Brazil: A Constructionism approach to educational leadership development. **Tecnologias, Sociedade e conhecimento**, v. 6, n. 2, p. 9-29, dez. 2019. Disponível em: <https://econtents.bc.unicamp.br/inpec/index.php/tsc/article/view/14504/9516>

VALENTE, J. A. **O computador na Sociedade do Conhecimento**. Campinas: UNICAMP/NIED, 1999.

VALENTE, J. A. **Computadores e Conhecimento**: repensando a educação. Campinas: Gráfica Central da UNICAMP, 1993.

VALENTE J. A.; BLIKSTEIN P. Maker education: Where is the knowledge construction? *Constructivist Foundations* 14(3): 252–262, 2019. Disponível em: <https://constructivist.info/14/3/252>. Acesso: 23 de dez. 2019

VALENTE, J. A. **A espiral da espiral de aprendizagem**: o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação. Campinas, UNICAMP. Tese (Livre docência em Educação Matemática), Instituto de Artes, Universidade Estadual de Campinas, 2005.

VALENTE, J. A. Integração do Pensamento Computacional no Currículo da Educação Básica: diferentes estratégias usadas e questões de formação de professores e avaliação do Aluno. **Revista e-Curriculum**, São Paulo, v.14, n.03, p. 864 – 897 jul./set, 2016. Disponível em: < <http://educa.fcc.org.br/pdf/curriculum/v14n3/1809-3876-curriculum-14-03-00864.pdf> >. Acesso em: 02 de fev. 2020.

WILENSKY, U. Abstract Meditations on the Concrete and Concrete Implications for Mathematics Education. In: Harel, I. & Papert, S. (Eds.) **Constructionism**. New Jersey, Ablex Publishing Corporation. p.193-203, 1991.

WING, J. **Computational Thinking**. Carnegie Mellon University. 2007. Disponível em: http://www.cs.cmu.edu/afs/cs/usr/wing/www/Computational_Thinking.pdf. Acesso em: 02 nov. 2018.

WING, J. Computational Thinking. **Communications of the ACM**, v. 49, p. 33-35, 2006.
WING, J. M. **Computational Thinking Benefits Society**. Social Issues in Computing, 2014.
Disponível em: < <http://socialissues.cs.toronto.edu/2014/01/computational-thinking/> >.
Acesso em: 04/04/2019.

WING, J. M. **Computational Thinking**: What and Why? 2010. Disponível em: pdf
<http://www.cs.cmu.edu/~CompThink/resources/TheLinkWing.pdf>. Acesso em: 20 dez. 2019.

WING, J. M. Research Notebook: Computational Thinking: what and why. **TheLink**, 2011.
Disponível em: < <https://www.cs.cmu.edu/link/research-notebook-computational-thinking-what-and-why> >. Acesso em: 28 jul. 2021.

APÊNDICE A

PLAY LIST



PLAY LIST

VÍDEOS / DEPOIMENTOS / BASTIDORES DE PESQUISA



Cf.: Disponível em: https://youtube.com/playlist?list=PLit9Jc-HtK_f2Ov2Ld3PTL_0-p3D7cPfO

APÊNDICE B
DOCUMENTOS DE PESQUISA

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE ENSINO
CAMPUS AVANÇADO IPAMERI

CARTA CONVITE (PROJETO MATTICS)

É um imenso prazer convidá-lo(a) para participar do **projeto MATTICS - Matemática e as suas Tecnologias da Informação e Comunicação**. Por meio deste projeto você desenvolverá games e dispositivos de robótica a partir de metodologias ativas de aprendizagem

O **MATTICS** contemplará atividades pedagógicas que valorizem o raciocínio lógico-dedutivo, o pensamento computacional e a criatividade durante todo processo de construção. O projeto se organiza a partir de atividades exploratórias, investigativas e lúdicas, dialogando com outras áreas do conhecimento. Prestigiara as características do fazer matematicamente, tais como: conjecturar, analisar, comparar, medir, calcular, generalizar, particularizar, entre outros.

O projeto vai além do currículo vigente do Ensino Médio, mas como é permeado de desafios, pesquisas e curiosidades. Assim, acreditamos que você participará de maneira prazerosa e estimulante. Ao longo das atividades que serão desenvolvidas você será convidado(a) a pensar, resolver situações-problema, trocar ideias com os colegas, trabalhar coletivo e colaborativamente, observar ao seu redor, argumentar e fazer contribuições à sociedade.

O **Projeto MATTICS é gratuito** e será desenvolvido no **Instituto Federal Goiano**, Campus avançado Ipameri em parceria com a Rede de Aprendizagem Criativa do Brasil, com previsão de início dos encontros a partir _____, às _____, a partir das _____.

Como seu professor de Matemática e pesquisador em Educação Matemática, eu gostaria muito que, com o consentimento dos seus pais/responsáveis, você aceitasse este convite com entusiasmo e dedicação, participando ativamente de todas as atividades propostas.

TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA PARTICIPAÇÃO DO ESTUDANTE NO PROJETO MATTICS

Eu, _____, autorizo a participação do(a) minha/meu filho(a) _____, no projeto de Matemática (MATTICS). Permito o uso do nome e da imagem para finalidades legítimas pedagógicas, tais como veiculações que envolvam a imagem na televisão ou em qualquer outro tipo de transmissão, reprodução fotográfica ou publicação de trabalhos científicos. Afirmando que fui devidamente informado(a) e esclarecido(a) sobre os objetivos e os procedimentos das atividades.

Assinatura do responsável do estudante

Professor Responsável: Greiton Toledo de Azevedo
E-mail: greiton.azevedo@ifgoiano.edu.br



**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**

Termo de Assentimento Livre e Esclarecido – TALE

Conselho Nacional de Saúde, Resolução 466/2012/Resolução 510/2016

Caro aluno (a), _____, você está sendo convidado a participar como voluntário de uma pesquisa de doutorado, intitulada **Processo Formativo em Matemática: invenções robóticas e tratamento de Parkinson**, que se realizará no projeto **Mattics**, do Instituto Federal Goiano, Ipameri GO, sob a responsabilidade do professor e pesquisador *Greiton Toledo de Azevedo*. Por meio deste projeto, você desenvolverá games e dispositivos de robótica a partir de metodologias ativas de aprendizagem. O **MATTICS** contemplará atividades pedagógicas que valorizem o raciocínio lógico-dedutivo, o pensamento computacional e a criatividade durante todo processo de construção. O projeto se organiza a partir de atividades exploratórias, investigativas e lúdicas, dialogando com outras áreas do conhecimento. Prestigiaremos as características do fazer matematicamente, tais como: conjecturar, analisar, comparar, medir, calcular, generalizar, particularizar, entre outros.

A pesquisa será realizada no campus avançado Ipameri, nas segundas-feiras das 14h às 16h30, no laboratório de *games*, que conta com materiais de eletrônica, computadores, etc. Cada encontro terá, em média, a duração de duas horas e trinta minutos, ocorrendo um intervalo de quinze minutos para o lanche (oferecido pelo pesquisador). Haverá ainda uma visita mensal ao Hospital do Idoso. A pesquisa é gratuita e será realizada no cenário do Projeto Mattics e no Hospital do Idoso e a sua participação não será remunerada. Se porventura decidir participar desta pesquisa, você terá toda autonomia para desistir dela a qualquer momento, sem nenhuma forma de penalização ou danos. Ressaltamos que, além de estar em contato com novas tecnologias digitais, esta pesquisa pretende contribuir com o processo de sua aprendizagem em matemática.

Durante os encontros analisaremos as ações dos alunos por meio das atividades pedagógicas desenvolvidas, registros no diário de campo (de cada aluno), fotografias e filmagens, diários de campo (dos professores/pesquisadores) envolvidos e, possivelmente, entrevistas gravadas. Salientamos que os dados coletados serão mantidos em sigilo, utilizados somente para a realização desta pesquisa. Seus pais (ou responsáveis) autorizaram você a participar desta pesquisa, caso você deseje. Você não precisa se identificar e está livre para participar ou não. Caso inicialmente você deseje participar, posteriormente você também está livre para, a qualquer momento, deixar de participar da pesquisa. O responsável por você também poderá retirar o consentimento ou interromper a sua participação a qualquer momento.

Temos ciência que a pesquisa aqui proposta, ao envolver seres humanos, foi submetida ao Comitê de Ética e Pesquisa da mesma universidade (CEP/UNESP) de modo a garantir um trabalho ético e com **MÍNIMOS RISCOS** possíveis aos sujeitos participantes, obedecendo às normas e diretrizes estabelecidas e garantido-lhes respeito e contribuições. Os riscos mínimos dizem respeito ao trabalho a ser realizado nas atividades de matemática, como: corte com tesoura, leves queimaduras com cola quente, possíveis e sutis choques (menos de cinco volts) com leds e placas de prototipagem. Daremos todo suporte ao aluno e a sua família caso haja algum cometimento de risco citado. Embora sejam riscos leves e mínimos, caso ainda se faça necessário, pensando em algo grave, encaminharemos ao aluno ao profissional da saúde no IF-Goiano, local em que se realiza a pesquisa. Todas as informações por você fornecidas e os resultados obtidos serão mantidos em sigilo, e estes últimos só serão utilizados para divulgação em reuniões e revistas científicas. Você será informado de todos os resultados obtidos, independentemente do fato de estes poderem mudar seu consentimento em participar da pesquisa. Você não terá quaisquer benefícios ou direitos financeiros sobre os eventuais resultados decorrentes da pesquisa.

TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA PARTICIPAÇÃO DO ESTUDANTE NA PESQUISA

Eu, _____, RG _____ aceito participar da pesquisa de doutorado, que será realizado nas dependências do IF-Goiano, Campus Ipameri, e no Hospital do Idoso, em Anápolis. Afirmando que fui devidamente informado (a) e esclarecido (a) sobre os objetivos e os procedimentos das atividades de pesquisa. Se você autorizar, seu nome e imagem poderão ser divulgados em trabalhos científicos (artigos) e/ou de divulgação científica ou, caso prefira, ficarão sob sigilo. No caso de aceitar fazer parte deste estudo, assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma delas é sua e a outra é do pesquisador responsável.

Quanto ao uso do meu nome e imagem, faço a opção de:

() Autorizo o uso de meu nome e imagem () Quero manter sigilo de minha identidade

Assinatura do estudante

Greiton Toledo de Azevedo
- Professor/Pesquisador Responsável -



**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE

Conselho Nacional de Saúde, Resolução 466/2012/Resolução 510/2016

O menor sob sua responsabilidade foi convidado (a) para participar como voluntária (o) de uma pesquisa de doutorado, intitulada **Processo Formativo em Matemática: invenções robóticas e tratamento de Parkinson**, que se realizará no Instituto Federal Goiano, campus avançado Ipameri, sob a responsabilidade do professor e pesquisador *Greiton Toledo de Azevedo*. Esta pesquisa tem por objeto principal **compreender o processo de formação em matemática de estudantes quando constroem jogos digitais e desenvolvem dispositivos robóticos destinados ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson**. A pesquisa será realizada no cenário do Projeto Mattics e o menor sob sua responsabilidade não será remunerado. Se porventura decidir autorizar a participação dele (a) nesta pesquisa, o aluno terá toda autonomia para desistir dela a qualquer momento, sem nenhuma forma de penalização ou danos. Ressaltamos que, além de estar em contato com novas tecnologias digitais, esta pesquisa pretende também contribuir para a aprendizagem do aluno para além do currículo, colaborando com uma formação mais significativa à sociedade.

A pesquisa será realizada no campus avançado Ipameri, nas segundas-feiras das 14h às 16h30, no laboratório de *games*, que conta com materiais de eletrônica, computadores, etc. Cada encontro terá, em média, a duração de duas horas e trinta minutos, ocorrendo um intervalo de quinze minutos para o lanche (oferecido pelo pesquisador). Durante os encontros analisaremos as ações dos alunos por meio das atividades pedagógicas desenvolvidas, registros no diário de campo (de cada aluno), fotografias e filmagens, diários de campo envolvidos e, possivelmente, entrevistas gravadas. Salientamos que os dados coletados serão mantidos em sigilo, utilizados somente para a realização desta pesquisa. Se você autorizar, o nome e imagem do aluno poderão ser divulgados em trabalhos científicos (artigos) e/ou de divulgação científica ou, caso prefira, ficarão sob sigilo. No caso de aceitar fazer parte deste estudo, assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma delas é sua e a outra é do pesquisador responsável.

Prof. Me. Greiton Toledo de Azevedo
- pesquisador -

Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi
- orientador -

Temos ciência que a pesquisa aqui proposta, ao envolver seres humanos, foi submetida ao Comitê de Ética e Pesquisa da mesma universidade (CEP/UNESP) de modo a garantir um trabalho ético e com **MÍNIMOS RISCOS** possíveis aos sujeitos participantes, obedecendo às normas e diretrizes estabelecidas e garantido-lhes respeito e contribuições. Os riscos mínimos dizem respeito ao trabalho a ser realizado nas atividades de matemática, como: corte com tesoura, leves queimaduras com cola quente, possíveis e sutis choques (menos de cinco volts) com leds e placas de prototipagem. Daremos todo suporte ao aluno e a sua família caso haja algum cometimento de risco citado. Embora sejam riscos leves e mínimos, caso ainda se faça necessário, pensando em algo grave, encaminharemos ao aluno ao profissional da saúde no IF-Goiano, local em que se realiza a pesquisa.

TERMO DE PARTICIPAÇÃO EM PESQUISA

Eu, _____,
RG/CPF/Matrícula nº _____ autorizo o aluno
_____ a participar da pesquisa de doutorado intitulada

- **Processo Formativo em Matemática: invenções robóticas e tratamento de Parkinson.** Fui devidamente informada (o) e esclarecida (o) pelo pesquisador Greiton Toledo de Azevedo sobre a pesquisa e os procedimentos nela envolvidos. Foi-me garantido que posso retirar meu consentimento a qualquer momento, sem que isso leve a qualquer penalidade.

Quanto ao uso do meu e imagem do referido aluno, faço a opção de:

(☐) Autorizo o uso de meu nome e imagem (☐) Quero manter sigilo de minha identidade

Local e data: _____

Assinatura do Responsável: _____



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE

Conselho Nacional de Saúde, Resolução 466/2012/Resolução 510/2016

Convidamos você a participar como voluntária (o) de uma pesquisa de doutorado, intitulada **Processo Formativo em Matemática: invenções robóticas e tratamento de Parkinson**, que se realizará no Instituto Federal Goiano, campus avançado Ipameri, e no Hospital do Idoso, sob a responsabilidade do pesquisador *Greiton Toledo de Azevedo*. Esta pesquisa tem por objeto principal **compreender o processo de formação em matemática de estudantes quando constroem jogos digitais e desenvolvem dispositivos robóticos destinados ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson**. A pesquisa será realizada no cenário do Projeto Mattics e no Hospital do Idoso e a sua participação não será remunerada. Se porventura decidir participar desta pesquisa, você terá toda autonomia para desistir dela a qualquer momento, sem nenhuma forma de penalização ou danos. Ressaltamos que, além de estar em contato com novas tecnologias digitais, esta pesquisa pretende contribuir com o bem-estar do paciente acometido com Parkinson.

A pesquisa será realizada no Hospital do Idoso, uma vez por mês, _____. Cada encontro terá, em média, a duração de duas horas, ocorrendo um intervalo de quinze minutos para o lanche (oferecido pelo pesquisador). Os diferentes materiais de robótica e jogos digitais, articulados com as ideias matemática e movimentos que privilegiem as características da aprendizagem criativa e do pensamento computacional produzidos, serão utilizados nas sessões de fisioterapia para o tratamento da doença de Parkinson no Hospital do Idoso em Anápolis. Serão realizados cinco encontros no hospital, sendo em média uma visita mensal ao hospital. Norteados por ideias construcionistas e por metodologias ativas de aprendizagem, serão desenvolvidas oficinas com esses materiais produzidos no projeto, que poderão auxiliar na redução e controle da lentidão de movimentos e tremores a partir de gestos destes pacientes. Os jogos produzidos pelos alunos terão múltiplos níveis de dificuldade para que a equipe clínica possa personalizá-los aos movimentos/habilidades específicas a cada portador da doença e utilizá-los em sessões de fisioterapia. Ao longo do projeto, o jogo digital e dispositivos de robótica não serão usados de forma independente e isolado no contexto escolar, serão explorados em espaços específicos, no qual

se mobilizam pela interação dos alunos e pacientes, contando com o apoio de diferentes profissionais voluntários, entre médicos, enfermeiros, fonoaudiólogos, professores, técnicos em enfermagem, programadores, fisioterapeutas e matemáticos. Espera-se que tais sessões de fisioterapias se constituam como uma forma de incentivar movimentos coordenados e contribuir para o bem-estar do paciente. Se você autorizar, seu nome e imagem poderão ser divulgados em trabalhos científicos (artigos) e/ou de divulgação científica ou, caso prefira, ficarão sob sigilo. No caso de aceitar fazer parte deste estudo, assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma delas é sua e a outra é do pesquisador responsável.

Temos ciência que a pesquisa aqui proposta, ao envolver seres humanos, foi submetida ao Comitê de Ética e Pesquisa da mesma universidade (CEP/UNESP) de modo a garantir um trabalho ético e com **MÍNIMOS RISCOS** possíveis aos sujeitos participantes, obedecendo às normas e diretrizes estabelecidas e garantido-lhes respeito e contribuições. Os riscos mínimos dizem respeito ao trabalho a ser realizado nas atividades de matemática, como: corte com tesoura, leves queimaduras com cola quente, possíveis e sutis choques (menos de cinco volts) com leds e placas de prototipagem. Daremos todo suporte ao aluno e a sua família caso haja algum cometimento de risco citado. Embora sejam riscos leves e mínimos, caso ainda se faça necessário, pensando em algo grave, encaminharemos ao aluno ao profissional da saúde no Instituto Federal Goiano, local em que se realiza a pesquisa.

TERMO DE PARTICIPAÇÃO EM PESQUISA

Eu, _____, RG/CPF/Matrícula n° _____ abaixo assinado, concordo em participar do estudo **Processo Formativo em Matemática: invenções robóticas e tratamento de Parkinson**. Fui devidamente informada (o) e esclarecida (o) pelo pesquisador Greiton Toledo de Azevedo sobre a pesquisa e os procedimentos nela envolvidos. Foi-me garantido que posso retirar meu consentimento a qualquer momento, sem que isso leve a qualquer penalidade.

Quanto ao uso do meu nome e imagem, faço a opção de:

(☐) Autorizo o uso de meu nome e imagem (☐) Quero manter sigilo de minha identidade

Local e data: _____

Assinatura do Participante da Pesquisa: _____

Prof. Me. Greiton Toledo de Azevedo
- pesquisador -

Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi
- orientador -



**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**

TERMO DE ANUÊNCIA PARA COLETA DE DADOS

Prezada Profa. Dra. Juliana Cristina da Costa Fernandes
Diretora do Instituto Federal Goiano, campus Ipameri

Solicito a autorização institucional para realização da pesquisa - **Processo Formativo em Matemática: invenções robóticas e tratamento de Parkinson** - do Programa de Pós- Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (Unesp), a ser realizada nas dependências do Instituto Federal Goiano, campus avançado Ipameri, pelo pesquisador responsável Me. Greiton Toledo de Azevedo sob a orientação do Prof. Dr. Marcus Vinícius Maltempi. Esta pesquisa tem por principal objeto **compreender o processo de formação em matemática de estudantes quando constroem jogos digitais e desenvolvem dispositivos robóticos destinados ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson**. Ressaltamos que, além de estar em contato com novas tecnologias digitais, esta pesquisa pretende também contribuir com a aprendizagem do aluno para além do currículo, colaborando com uma formação mais significativa.

Pretende-se implementar e desenvolver um Projeto de Matemática, Mattics, com os alunos dos Cursos de Redes de Computadores e Comércio Integrados ao Ensino Médio, no contraturno escolar. A partir deste projeto, durante um semestre, sendo prorrogado por mais um semestre, por meio das atividades didático-tecnológicas desenvolvidas, coletaremos as informações necessárias à pesquisa. Utilizaremos os seguintes instrumentos de coleta: filmagens, entrevistas, diário de bordo e materiais produzidos, como: dispositivos de robótica e jogos digitais.

Os dados coletados serão mantidos em absoluto sigilo de acordo com a Resolução do Conselho Nacional de Saúde (CNS) Nº 466 que trata da Pesquisa envolvendo Seres Humanos. Estes dados serão apenas utilizados para a realização desta pesquisa. Aceito as responsabilidades pela condução científica do projeto, considerando a relevância social da pesquisa, o que garante a igual consideração de todos os interesses envolvidos.

Temos ciência que a pesquisa aqui proposta, ao envolver seres humanos, foi submetida ao Comitê de Ética e Pesquisa da mesma universidade (CEP/UNESP) de modo a garantir um trabalho ético e com mínimos riscos possíveis aos sujeitos participantes, obedecendo às normas e diretrizes estabelecidas e garantido-lhes respeito e contribuições. Na certeza de contarmos com a colaboração e empenho dessa direção, agradecemos antecipadamente à disposição e atenção. No caso de aceitar a implementação deste estudo no IF-Goiano, Campus Avançado Ipameri, assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma delas é sua e a outra é do pesquisador.

Ipameri, _____ de _____ de ____.

Me. Greiton Toledo de Azevedo

- Pesquisador -

Dr. Marcus Vinícius Maltempi

- Orientador -

() Concordo com a solicitação

() Não concordo com a solicitação

Prof.^a Dra. Juliana Cristina da Costa Fernandes
Diretora do Instituto Federal Goiano
Campus Avançado Ipameri



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

TERMO DE ANUÊNCIA PARA COLETA DE DADOS

Prezada Edna José Lemes de Moura
Gestora do Hospital do Idoso

Solicito a autorização institucional para realização de parte da pesquisa - **Processo Formativo em Matemática: invenções robóticas e tratamento de Parkinson** - do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (Unesp), nas dependências do Hospital do Idoso, pelo pesquisador responsável Me. Greiton Toledo de Azevedo sob a orientação do Prof. Dr. Marcus Vinícius Maltempi. Esta pesquisa tem por principal objetivo compreender o processo de formação em matemática de estudantes quando constroem jogos digitais e desenvolvem dispositivos robóticos destinados ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson.

Serão realizados em média cinco encontros no hospital, sendo uma visita mensal no segundo semestre. Serão desenvolvidas oficinas, junto aos profissionais da área da saúde, em forma de fisioterapias, que poderão auxiliar na redução e controle da lentidão de movimentos e tremores a partir de gestos dos pacientes. Tendo em vista os fatores da doença de Parkinson quanto a degeneração das capacidades motoras e mentais, os jogos digitais e dispositivos de robótica produzidos pelos alunos do Ensino Médio do Instituto Federal Goiano, serão usados como forma de interação com os pacientes, que serão encorajados a fazer movimentos, como: mexer, dançar (quando possível), fazer gestos padronizados, analisar, concentrar, etc.

As oficinas, a serem feitas com o uso destes jogos e dispositivos de robótica, poderão indicar potencial para a redução e controle da lentidão de movimentos e tremores a partir de gestos físicos incorporados por profissionais da área. Aliados a esses dispositivos eletrônicos, os sensores, vinculados ao dispositivos eletrônicos, farão a leitura do corpo do paciente, que interagem e movimentam seus corpos de acordo com a proposta de interação da atividade. Tais movimentos se constituem como possibilidades de ações importantes para o tratamento da doença, pois podem ativar a concentração do paciente, incentivar movimentos coordenados e estratégicos, desenvolver o raciocínio, além de contribuir para o desenvolvimento cognitivo, social e motivacional.

Os dados coletados serão mantidos em sigilo de acordo com a Resolução do Conselho Nacional de Saúde (CNS) Nº 466 que trata da Pesquisa envolvendo seres humanos. Estes dados serão apenas utilizados para a realização desta pesquisa. Aceito as responsabilidades pela condução científica do projeto, considerando a relevância social da pesquisa, o que garante a igual consideração de todos os interesses envolvidos. Temos ciência que a pesquisa proposta, ao envolver seres humanos, foi submetida ao Comitê de Ética e Pesquisa da mesma universidade (CEP/UNESP) de modo a garantir um trabalho ético e com mínimos riscos possíveis aos sujeitos participantes, obedecendo às normas e diretrizes estabelecidas e garantido-lhes respeito e contribuições. Na certeza de contarmos com a colaboração e empenho dessa direção, agradecemos antecipadamente a disposição e atenção. No caso de aceitar a implementação desta pesquisa no hospital, assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma delas é sua e a outra é do pesquisador.

Anápolis, ____ de ____ de ____.

Me. Greiton Toledo de Azevedo

- Pesquisador -

Dr. Marcus Vinícius Maltempi

- Orientador -

() Concordo com a solicitação

() Não concordo com a solicitação

Edna José Lemes de Moura
Gestora do Hospital do Idoso



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

TERMO DE PARTICIPAÇÃO EM PESQUISA

Convidamos você a participar como **voluntária(o)** de uma pesquisa de doutorado que se realizará no Instituto Federal Goiano e Hospital do Idoso, sob a responsabilidade do professor e pesquisador *Greiton Toledo de Azevedo*. Esta pesquisa tem por objeto principal **compreender o processo de formação em matemática de estudantes quando constroem jogos digitais e desenvolvem dispositivos robóticos destinados ao tratamento de sintomas da doença de Parkinson**.

A pesquisa será realizada no Hospital do Idoso e a sua participação não será remunerada. Se porventura decidir participar desta pesquisa, você terá toda autonomia para desistir dela a qualquer momento, sem nenhuma forma de penalização ou danos. Serão realizados em média cinco encontros no hospital, sendo uma visita mensal no segundo semestre de 2018. Serão desenvolvidas oficinas, junto aos profissionais da área da saúde, em forma de fisioterapias, que poderão auxiliar na redução e controle da lentidão de movimentos e tremores.

Os encontros serão nas _____. Cada encontro terá, em média, duração de duas horas, tendo um intervalo de quinze minutos para o lanche (oferecido pelo pesquisador). As oficinas a serem feitas com o uso destes jogos no hospital poderão indicar potencial à redução e controle da lentidão de movimentos e tremores a partir de gestos físicos incorporados por profissionais da área e pesquisadores.

As ações a serem realizadas com o uso dos dispositivos de robótica e jogos específicos produzidos poderão se constituir como possibilidades de ações importantes ao tratamento da doença. Estes movimentos podem ativar a concentração do paciente, incentivar movimentos coordenados, além de contribuir para o desenvolvimento cognitivo, social e motivacional. Durante os encontros analisaremos as ações por meio das atividades desenvolvidas e da participação dos pacientes nas sessões de fisioterapias, registros no diário de campo, fotografias e filmagens, diários de campo e, possivelmente, entrevistas gravadas. Salientamos que os dados coletados serão mantidos em sigilo, utilizados somente para a realização desta pesquisa.

Se você autorizar, seu nome e imagem poderão ser divulgados em trabalhos científicos (artigos) e/ou de divulgação científica ou, caso prefira, ficarão sob sigilo. No caso de aceitar fazer parte deste estudo, assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma delas é sua e a outra é do pesquisador responsável. Temos ciência que a pesquisa aqui proposta, ao envolver seres humanos, foi submetida ao Comitê de Ética e Pesquisa da mesma universidade (CEP/UNESP) de modo a garantir um trabalho ético e com mínimos riscos possíveis aos sujeitos participantes, obedecendo às normas e diretrizes estabelecidas e lhes garantido respeito.

TERMO DE PARTICIPAÇÃO EM PESQUISA

Eu, _____, RG/CPF/Matrícula nº _____ abaixo assinado, concordo em participar do estudo **Processo Formativo em Matemática: invenções robóticas e tratamento de Parkinson**. Fui devidamente informada(o) e esclarecida(o) pelo pesquisador Greiton Toledo de Azevedo sobre a pesquisa e os procedimentos nela envolvidos. Foi-me garantido que posso retirar meu consentimento a qualquer momento, sem que isso leve a qualquer penalidade.

Quanto ao uso do meu nome e imagem, faço a opção de:

() Autorizo o uso de meu nome e imagem () Quero manter sigilo de minha identidade

Local e data: _____

Nome e assinatura do participante: _____

Prof. Me. Greiton Toledo de Azevedo
- pesquisador -

Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi
- orientador -

APÊNDICE C

LOGO

LOGO MATTICS

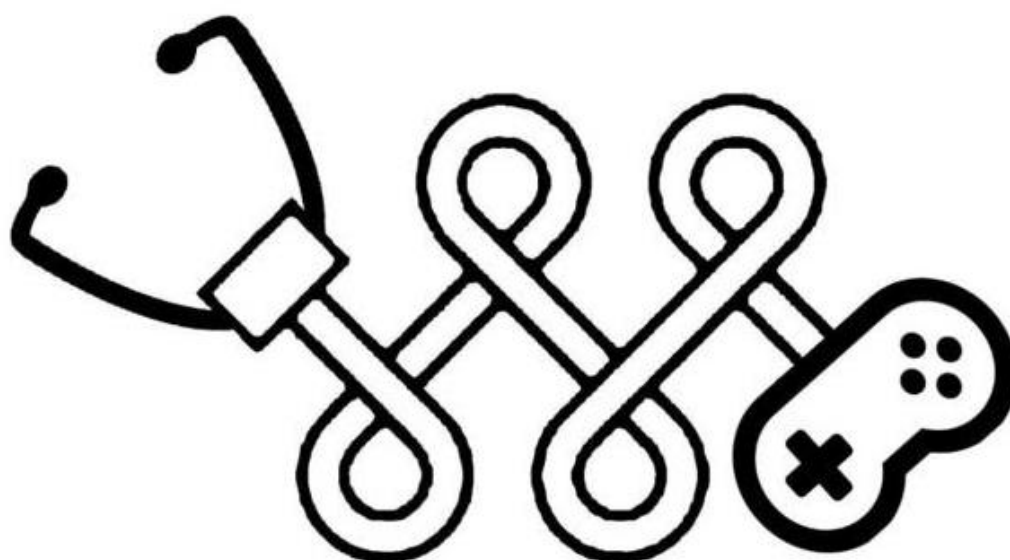


Foto: Logo do Mattics Ensino Médio (Produção - Pesquisa)

Autor: Guilherme Dias (Participante do Projeto e da Pesquisa)

Técnica: Produção artística gráfica desenvolvida no ano de 2018.

Legenda: A logo do Mattics contempla, basicamente, três elementos, a saber: a letra M (curva), o instrumento estetoscópio e um controle de vídeo game. A M simboliza a primeira letra inicial do nome Mattics, o controle retrata as invenções científico-tecnológicas (jogos digitais e dispositivos robóticos) do projeto/pesquisa nos anos de 2018 e 2019 e, por fim, o estetoscópio representa a área da saúde, em especial, o tratamento da doença de Parkinson. O estetoscópio e controle se unem ao mesmo propósito, sendo interligados pela mesma linha M.