

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Campus de Rio Claro

PROJETO E CONSTRUÇÃO DE UM ELIPSÔMETRO
AUTOMATIZADO

Fabio Rodrigues Gatto

Orientador: Prof. Dr. Dario Antonio Donatti

Dissertação de Mestrado elaborada junto
ao Programa de Pós-Graduação em
Física - Área de Concentração em Física
Aplicada, para Obtenção do Título de
Mestre em Física.

Rio Claro (SP)

2008

621 Gatto, Fabio Rodrigues
G263p Projeto e construção de um elipsômetro
automatizado / Fabio Rodrigues Gatto. – Rio Claro :
[s.n.], 2007
163 f. : il., gráfs., tabs., fots.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual
Paulista,
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Dario Antonio Donatti

1. Física aplicada. 2. Elipsometria. 3. Ângulo de
Brewster. 4. Polarização. 5. Índice de refração. 6.
Filmes. I. Título.

Ficha Catalográfica elaborada pela STATI – Biblioteca da UNESP
Campus de Rio Claro/SP

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Dario Antonio Donatti (orientador)
Instituição: IGCE/ UNESP/ Rio Claro (SP)

Prof. Dr. Agnaldo Freschi
Instituição: IGCE/ UNESP/ Rio Claro (SP)

Prof. Dr. Ivan de Oliveira
Instituição: Centro Superior de Educação Tecnológica - CESET - UNICAMP

Fabio Rodrigues Gatto
- aluno -

Rio Claro, 26 de setembro de 2008.

Resultado: **APROVADO**

AGRADECIMENTOS

Ao grande amigo e Prof. Dr. Dario Antonio Donatti pela orientação e pelo apoio ao longo dessa jornada.

Aos Profs. Dr. Alberto Ibañez Ruiz, Dr. Dimas Roberto Vollet e Dr. Agnaldo Freschi, pelo apoio constante, pelas discussões acerca deste trabalho e pelos conselhos extremamente proveitosos.

Aos Profs. Do Instituto de Física Gleb Wataghin da UNICAMP, Dr. Jaime Frejlich Sochaczewsky e Dr. Lucila Helena Deliesposte Cescato, pelas discussões a respeito da técnica de medida do ângulo de Brewster e do método de Abeles, além do empréstimo das amostras de BK7 usada para calibrar o elipsômetro construído.

Ao Prof. Dr. Ervino Carlos Ziemath pelas discussões e empréstimo da amostra de BK7.

Aos técnicos de laboratório Geraldo Lima Sobrinho e Claudio Luiz Silva Bocaiúva, pelas inúmeras horas dedicadas ao projeto, montagem, e ajuste do elipsômetro.

Às secretarias do Departamento de Física da UNESP de Rio Claro, Maristela Carlos Rebusini e Rosana Angélica Gonçalves Pesce pela atenção.

Aos amigos de laboratório pela atenção e bom humor, Thiago Franchi Pereira da Silva, Andresa Deoclídia Soares Cortes, Wadley Calegario de Castro, Tatiani de Paula Pinotti Sabaris e Leiliane Cristina Cossolino e a todos os Professores de Física da UNESP de Rio Claro, responsáveis pela minha formação.

Às agências CAPES e CNPq, pelo suporte financeiro.

Dedico este trabalho em especial à minha família. Alicerce gerador da força que me impele às conquistas de uma vida digna. A vocês, meus amados pais, Francisco Rodrigues Gatto e Diva de Lima Rodrigues Gatto; e as minhas irmãs, Denise de Cássia Rodrigues Gatto, Deise Rodrigues Gatto, e Deonise Rodrigues Gatto; e a meus sobrinhos Isabely Gatto Malmagro, Leonardo Gatto Malmagro e Dener Gatto da Silva.

PUBLICAÇÕES RESULTANTES DESTE TRABALHO

Resumos em Congresso:

GATTO, F. R. ; DONATTI, D. A. ; VOLLET, D. R. ; RUIZ, A. I. . **Determinação do Estado de Polarização de uma Luz Refletida e suas Constantes Elipsométricas.** In: XXXI Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada, 2008, Águas de Lindóia. Anais do XXX Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada. São Paulo : SBF, 2008. v. 1. p. id354-1.

GATTO, F. R. ; DONATTI, D. A. ; VOLLET, D. R. ; RUIZ, A. I. ; CORTES, A. D. S. . **Determinação das Constantes Ópticas de Filmes Finos através de um Elipsômetro.** In: Workshop & School on Materials Science, promovido pela Université Claude Bernard (Lyon 1) e Universidade Estadual Paulista – Unesp, 2007, Bauru.

GATTO, F. R. ; DONATTI, D. A. ; VOLLET, D. R. ; RUIZ, A. I. ; CORTES, A. D. S. . **Determinação das Constantes Ópticas de Filmes Finos através de um Elipsômetro de Baixo Custo.** In: XXX Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada, 2007, São Lourenço. Anais do XXX Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada. São Paulo : SBF, 2007. v. 1. p. id398-3.

GATTO, F. R. ; DONATTI, D. A. ; VOLLET, D. R. ; RUIZ, A. I. . **Projeto e Construção de um Elipsômetro para medidas de espessura de filmes finos e ângulo de Brewster.** In: XXIX Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada, 2006, São Lourenço. Anais do XXIX Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada. São Paulo : Sociedade Brasileira de Física, 2006. v. XXIX.

SUMÁRIO

	Página
1. INTRODUÇÃO.....	01
2. O QUE É ELIPSOMETRIA.....	04
2.1 O Elipsômetro.....	06
3. POLARIZAÇÃO DA LUZ.....	09
3.1 Histórico.....	09
3.2 O que é Polarização.....	11
3.3 Tipos de Polarização.....	14
3.3.1 Polarização Linear.....	15
3.3.2 Polarização Circular.....	18
3.3.3 Polarização Elíptica.....	21
3.4 Parâmetros que Caracterizam a Elipse de Polarização.....	25
3.5 Os Parâmetros de Stokes e a Representação de Poincaré.....	31
3.6 Polarizadores.....	39
4. EQUAÇÕES DE FRESNEL E O ÂNGULO DE BREWSTER.....	46
4.1 Os Coeficientes de Fresnel.....	46
4.2 Representação do Índice de Refração Complexo.....	48
4.3 O Ângulo de Brewster.....	50
5. EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DA ELIPSOMETRIA.....	54
5.1 Sistema: Ambiente – Substrato.....	57

5.2	Sistema: Ambiente – Filme – Substrato.....	62
5.3	Os Coeficientes Complexos de Fresnel.....	68
5.4	Resolvendo a Equação Elipsométrica.....	72
5.5	Método das Interações.....	78
6.	PROJETO, CONSTRUÇÃO E DETALHES DO EQUIPAMENTO.....	81
6.1	Conjunto Mecânico do Elipsômetro.....	81
6.2	Conjunto Mecânico do Analisador.....	89
6.3	Motor de Passo.....	91
6.3.1	Tipos de Motores de Passo.....	92
6.3.2	O Motor de Passo do Elipsômetro.....	95
6.3.3	O Motor de Passo do Analisador.....	96
6.4	A Interface de Controle dos Motores.....	96
6.5	O Detector.....	100
6.6	O Amplificador.....	102
6.7	O Conversor Analógico Digital.....	102
6.8	Os Programas.....	104
7.	AQUISIÇÃO DE DADOS E RESULTADOS.....	107
7.1	Determinação do Ângulo de Brewster.....	107
7.1.1	O Alinhamento.....	109
7.1.2	Posicionamento Para Medir e Instalação dos Equipamentos.....	115
7.1.3	Ganho do Amplificador e Ajuste do Zero.....	116
7.1.4	Aquisição de Dados	116
7.2	Método de Abelès.....	121

7.3	Estudo da Polarização e Determinação dos Ângulos Elipsométricos.....	123
7.4	Alinhamento Entre os Eixos do Polarizador e do Analisador.....	127
7.5	Elipsometria Aplicada no Sistema: Ambiente – Substrato.....	129
7.6	O Programa de Cálculos Elipsométricos.....	133
7.7	Elipsometria Aplicada no Sistema: Ambiente – Filme – Substrato.....	135
8.	CONCLUSÃO.....	138
9.	REFERÊNCIAS.....	141
10.	ANEXOS.....	144
10.1	Anexo A – Peças Que Formam o Conjunto Mecânico do Elipsômetro	144
10.1.1	Fotos do Elipsômetro.....	149
10.2	Anexo B – Lista de Componentes Eletrônicos.....	151
10.2.1	Componentes Eletrônicos da Interface de Controle dos Motores de Passo	151
10.2.2	Componentes Eletrônicos do Conversor Analógico Digital.....	152

Resumo

Com a finalidade de possuir um equipamento para determinar o índice de refração de xerogéis e a espessura de filmes finos preparados em nosso laboratório por técnica sol-gel, optamos pela construção de um sistema capaz de determinar a intensidade de luz refletida por uma amostra em função do ângulo de incidência, com controle do estado de polarização da componente incidente e monitoramento da polarização da componente refletida. Dessa forma temos um equipamento capaz de determinar o ângulo de Brewster e assim o índice de refração da amostra em estudo. O equipamento também permite identificar o estado de polarização da luz refletida (luz linearmente, elipticamente e circularmente polarizada) para diversos ângulos de incidência, constituindo assim um Elipsômetro. O sistema é composto de um suporte de amostra e um braço suporte do detector de luz, com movimento de rotação síncrono na razão amostra detector de ϕ para 2ϕ . Todo o mecanismo de acionamento dos motores de passo e aquisição de dados é controlado através das portas paralelas de um computador. A aquisição de dados é feita através de um Conversor Analógico Digital. O software de controle dos motores e aquisição de dados foi desenvolvido em linguagem Basic em modo DOS.

Abstract

With the purpose of possessing an equipment to determine the index of xerogels refraction and the thickness of prepared fine films in our laboratory for technical sun-gel, we opted for the construction of a system capable to determine the light intensity contemplated by a sample in function of the incidence angle, with control of the state of polarization of the incident component and accompaniment of the polarization of the reflected component. In that way we have equipment capable to determine the angle of Brewster and like this the index of refraction of the sample in study. The equipment also allows identifying the state of polarization of the reflected light (it shines lineally, elliptical and circularly polarized) for several incidence angles, constituting like this an Ellipsometer. The system is composed of a sample support and an arm supports of the light detector, with synchronous rotation movement in the detecting of ϕ reason sample for 2ϕ . The whole mechanism of action of the step motors and acquisition of data is controlled through the parallel doors of a computer. The acquisition of data is made through an Analog-to-digital Converter. The software of control of the motors and acquisition of data was developed in language Basic in way DOS.

1. Introdução

Com a finalidade de se possuir um equipamento para determinar o índice de refração de xerogéis e a espessura de filmes preparados em nosso laboratório por técnica sol-gel [1], optamos por projetar e construir um sistema capaz de determinar a intensidade de luz refletida por uma amostra em função do ângulo de incidência, com controle do estado de polarização da componente incidente e monitoramento da polarização da componente refletida.

Dessa forma temos um equipamento capaz de determinar o ângulo de Brewster e assim o índice de refração da amostra em estudo. O equipamento também permite identificar o estado de polarização da luz refletida para diversos ângulos de incidência, constituindo assim um elipsômetro.

O projeto de construção deste elipsômetro envolveu toda a parte mecânica do sistema e também a parte de eletrônica, praticamente todos os equipamentos eletrônicos que fazem parte do elipsômetro tiveram que ser projetados e construídos, bem como todo o conjunto mecânico.

Esse projeto teve como princípio fundamental de trabalho encontrar soluções simples, eficazes e acessíveis, capaz de resolver os problemas encontrados da melhor forma possível tanto na parte eletrônica quanto principalmente na mecânica.

Toda a parte de programação envolvida na aquisição e tratamento dos dados experimentais também teve de ser desenvolvida, tornando dessa maneira o projeto complexo e demorado.

Esse projeto pode ser dividido em quatro partes, cada parte corresponde à aplicação de uma técnica de medida diferente e que ao final combinados formam o elipsômetro. São elas:

- (1) Tornar capaz neste equipamento de se utilizar o método do ângulo de Brewster e o método de Abelès.
- (2) Possibilitar ao equipamento estudar os estados de polarização da luz, e determinar todos os parâmetros necessários na identificação e caracterização de cada uma delas.
- (3) Aplicação da técnica elipsométrica para um sistema ambiente-substrato, envolvendo aquisição de dados e tratamento matemático das equações envolvidas para determinação das constantes ópticas do substrato.
- (4) Aplicação da técnica elipsométrica para um sistema ambiente-filme-substrato; envolvendo aquisição de dados e tratamento matemático das equações envolvidas para determinação das constantes ópticas do filme.

O capítulo 2 dá uma introdução à elipsometria e uma noção básica do que seja um elipsômetro.

Nos capítulos 3 e 4 são apresentadas as teorias envolvidas e necessárias ao projeto e aos programas de aquisição e tratamento de dados para as técnicas aplicadas.

O capítulo 5 traz a equação fundamental da elipsometria e sua aplicação para cada um dos dois sistemas estudados.

No capítulo 6 todo o conjunto mecânico e eletrônico que compõe o elipsômetro é descrito e detalhado.

No capítulo 7 temos uma análise da aquisição de dados experimentais, as apresentações dos fluxogramas dos programas desenvolvidos e os resultados encontrados.

O capítulo 8 trata das conclusões e sugestão de novos trabalhos.

Os anexos A e B trazem mais desenhos das peças que formam o elipsômetro e a lista de componentes eletrônicos usado na montagem do conversor analógico digital e da interface de controle dos motores de passo.

2. O Que é Elipsometria

Como definição grosseira, podemos dizer que a elipsometria é uma técnica para medir o estado de polarização da luz. Mais definidamente, podemos dizer que a elipsometria nos dá a informação de como um sistema óptico modifica um estado de polarização [2,3].

O princípio de funcionamento de um elipsômetro consiste em determinar a mudança do estado de polarização que um feixe luminoso sofre quando interage com a matéria.

O diagrama do arranjo operacional de um elipsômetro genérico é mostrado abaixo:

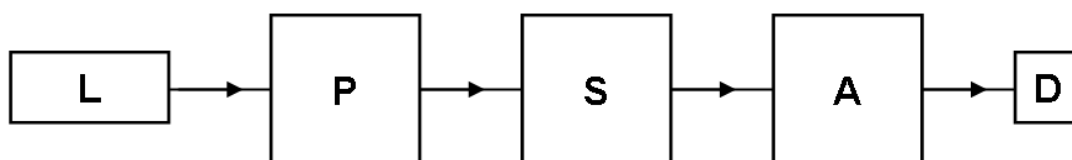


Figura 1. Diagrama geral operacional de um Elipsômetro.

Uma fonte (**L**) produz luz bem colimada e monocromática, que passa através de um polarizador (**P**), que nos dá o controle sobre o estado de polarização inicial que incidirá no sistema a ser estudo. A seguir o feixe de luz interage com o sistema estudado (**S**), sofrendo uma reflexão e uma mudança no seu estado de polarização. Então o feixe de luz passa através de um polarizador/analizador (**A**) e atinge o fotodetector (**D**).

Assumimos que a interação da luz com a matéria é linear e conserva a frequência.

A mudança do estado de polarização da luz na interação com a matéria ou com o sistema estudado, pode se dar por um dos seguintes processos ou combinação deles:

a) Reflexão (ou Refração): quando a luz é refletida – (ou refratada) na interface entre dois meios ópticos distintos com mudança no estado de polarização.

b) Transmissão: quando há uma mudança continua enquanto a luz atravessa um meio que apresenta anisotropia óptica (refrativa, de absorção ou ambas).

c) Espalhamento: quando uma onda luminosa atravessa meios com inhomogeneidade espacial no índice de refração, causada por centros de espalhamento como aerosol e emulsões. Aqui temos uma mudança significativa na colimação do feixe incidente, pois o espalhamento se dá numa larga faixa de ângulos sólidos.

Portanto, dependendo de qual dos modos de interação acima prevaleça na modificação do estado de polarização, teremos:

a) Elipsometria de superfície ou reflexão.

b) Elipsometria de transmissão (Polarimetria).

c) Elipsometria de espalhamento.

A elipsometria de reflexão é uma técnica importante no estudo de superfícies e filmes finos, desde o tempo de Drude [4]. Dentre as muitas aplicações da elipsometria de reflexão estão: medidas das propriedades ópticas dos materiais, e suas dependências com a frequência; os materiais podem estar na fase líquida ou sólida, podem ser isotrópicos ou anisotrópicos, e até filmes finos.

Podemos estudar os fenômenos de superfícies que envolvem o crescimento de filmes partindo de uma subcamada atômica (por oxidação [5], deposição, absorção ou difusão de impurezas ou remoção das mesmas); também podemos fazer medidas de fatores físicos que afetam as propriedades ópticas tais como campo elétrico e magnético, “stress” e temperatura.

A elipsometria de transmissão é importante como método analítico de físico-química [6]. Faz medidas em amostras (gás, líquido, sólido) da rotação óptica natural e dicroísmo circular, birrefringência linear e dicroísmo linear e mais comumente, birrefringência elíptica, anisotropia óptica induzida como fotoelasticidade, efeito Faraday, Kerr e Cotton–Monton, entre outros.

A elipsometria de espalhamento [7] tem largo uso: Aplicação industrial na medida da densidade e distribuição de tamanho ou partículas em soluções coloidais e aerossol: aplicações meteorológicas; temos também aplicações na astronomia.

O termo elipsômetro começou a ser usado por Alexandre Rothen [8] como instrumento óptico para medida de filmes por reflexão de luz polarizada.

2.1 O Elipsômetro

Como já vimos a elipsometria é uma técnica não destrutiva e que permite medir os parâmetros ópticos analisando a luz refletida pela amostra a ser estudada.

Os parâmetros ópticos são o índice de refração (n), o coeficiente de extinção (κ), e a espessura (d) de um filme fino depositado sobre um substrato, esses parâmetros e suas relações são explicados no capítulo 4.

A elipsometria é uma técnica de análise da qual se pode obter dados de alta precisão no índice de refração ($<10^{-3}$) e também se podem analisar substratos com múltiplos filmes delgados (25 a 1000 Å) [9]. A técnica pode ser usada manualmente ou totalmente automática como a do projeto em questão.

Os conceitos fundamentais da elipsometria são bastante simples e diretos. Porém, nós veremos que esta simplicidade aparente é enganosa [10].

O elipsômetro construído foi o do tipo *fotométrico* (“intensity-measuring instrument”) com analisador giratório e um arranjo simples (**PSA**) e relativamente insensível ao comprimento de onda utilizado [11], quando se faz a varredura [12].

O esquema do elipsômetro construído é mostrado abaixo:

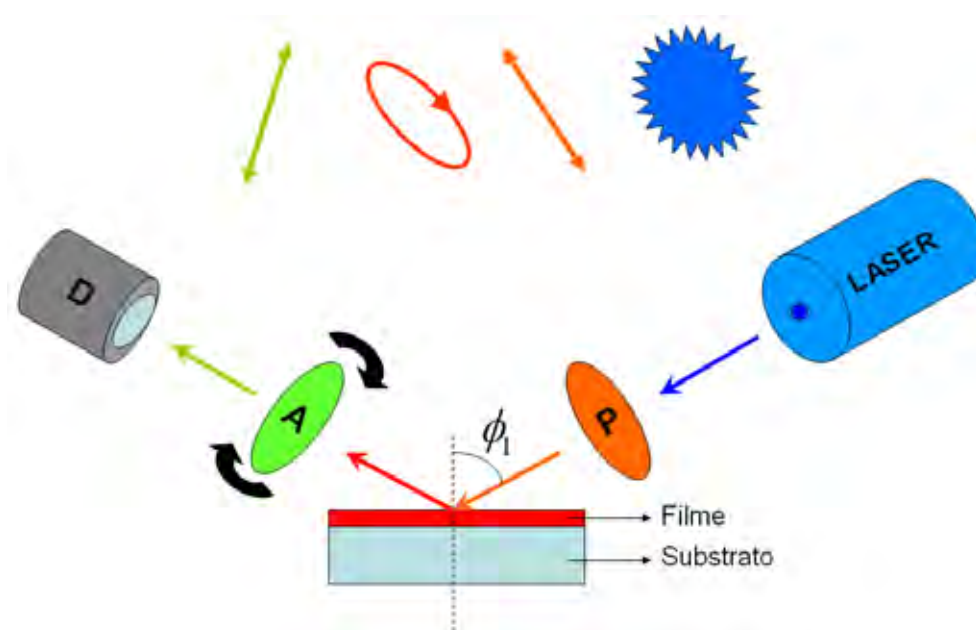


Figura 2. Esquema das partes principais do elipsométrico projetado e construído, onde ϕ_i representa o ângulo de incidência da luz polarizada na amostra (**S**), **P** o polarizador e **A** o analisador giratório.

No elipsômetro construído existem cinco fases distintas em uma medida:

- 1) Prover um estado de polarização inicial.
- 2) Interagi-lo com o sistema a ser medido (reflexão).
- 3) Medir o estado de polarização que emerge (varredura com o analisador).
- 4) Determinar as constantes elipsométricas que descrevem o estado de polarização (Ψ e Δ , inclinação e diferença de fase entre as componentes perpendicular e paralela que formam a elipse respectivamente).
- 5) Utilizar um programa auxiliar no computador para o calculo dos parâmetros ópticos da amostra analisada, tendo em vista que as equações elipsométricas são complexas.

O que precisamos então para um elipsômetro é transformar uma fonte de fótons em um gerador de estados de polarização. E a maneira disso ser feito é conhecermos muito bem os estados de polarização da luz, o que é apresentado no capítulo 3.

3. Polarização da Luz

3.1 Histórico

A primeira hipótese a respeito da natureza da luz foi proposta por Newton em 1675, e foi chamada de hipótese da emissão, hoje chamada de *óptica de raios* ou *óptica geométrica*. Ele admitiu que a luz fosse constituída de partículas muito pequenas, que seriam projetadas pelas fontes luminosas com grande velocidade. Essas partículas posteriormente foram chamadas de fótons. Elas teriam a propriedade de atravessar o vácuo, os meios transparentes, refletir-se na superfície dos corpos de acordo com as leis dos choques elásticos. Penetrando em nossos olhos, ao se chocarem com a retina, dariam à sensação de luz. Para explicar a diferença de cores, Newton admitiu que as partículas tivessem diferentes tamanhos e diferentes energias, podendo nos dar diferentes sensações.

Em 1690, Huygens publicou o seu “Tratado da Luz” no qual expunha a sua concepção a respeito da natureza da luz. Ele admitia que a luz fosse uma onda que se propagasse num meio que enchia todos os espaços interplanetários e intermoleculares. A teoria ondulatória chamou esse meio de éter.

Em 1704 Newton publicou uma obra intitulada “Ótica”, na qual, por meio da hipótese de emissão, provava os fenômenos óticos conhecidos até aquela época. (Leis da reflexão, da refração). A principal objeção que Newton opunha a teoria

ondulatória era a seguinte: É sabido que se uma onda encontrar um obstáculo em sua propagação, que ela deveria contornar esse obstáculo. Assim, procedem a ondas do mar, as ondas sonoras (pois se as sonoras não contornassem os obstáculos entre o som só caminharía em linha reta isto é, somente ouviríamos o som quando o nosso ouvido estivesse em linha reta com a fonte e não houvesse nenhum obstáculo entre os dois). E se a luz fosse uma onda, dizia Newton, não se propagaria em linha reta, ela deveria contornar os objetos que encontrasse. Newton ainda não tinha observado os fenômenos de difração da luz, ou seja, apesar de ser suficiente para descrever muitos fenômenos macroscópicos, como a reflexão e a refração da luz, essa teoria não era capaz de descrever muitos fenômenos importantes, como a difração e a interferência.

Entre 1815 e 1827 Fresnel demonstrou que a luz também contorna os obstáculos, produzindo o fenômeno chamado difração. Nesta época Fresnel firmou definitivamente a teoria ondulatória da luz, demonstrando os fenômenos novos que se descobriam, como a dupla refração, a polarização, a interferência, etc.

Foi apenas em 1864 que, através dos trabalhos de Maxwell, chegou-se à teoria que fornece o tratamento mais completo dos fenômenos ópticos dentro dos limites da óptica clássica. A teoria eletromagnética da luz, também chamada de *óptica eletromagnética*, classifica a luz como um fenômeno descrito pelos mesmos princípios que governam todos os tipos de radiação eletromagnética: as equações de Maxwell. A polarização é apenas um exemplo dos vários fenômenos que só podem ser compreendidos através da interpretação da luz como uma onda eletromagnética [13].

Inicialmente será abordado o conceito de polarização de acordo com a natureza eletromagnética da luz. Em seguida, será fornecido um tratamento matemático formal que permitirá o estabelecimento de representações adequadas aos estados de polarização de ondas eletromagnéticas usando os parâmetros de Stokes.

3.2 O que é Polarização?

O conceito de polarização só pode ser bem definido à luz da teoria eletromagnética [14,15]. Sabe-se que a luz que se propaga no espaço livre é uma onda transversal eletromagnética (TEM), esta predição segue das equações de Maxwell, isto é, os campos elétrico ($\vec{E}$) e magnético ($\vec{B}$) são ambos perpendiculares à direção de propagação (dada pelo vetor k) da onda em todos os instantes de tempo. Se considerarmos uma onda que se propaga na direção positiva do eixo z , os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ possuirão componentes apenas no plano perpendicular ao eixo z , isto é, no plano xy . A figura 1, abaixo, ilustra um caso especial de uma onda TEM onde o campo elétrico oscila apenas no eixo y e o campo magnético apenas no eixo x .

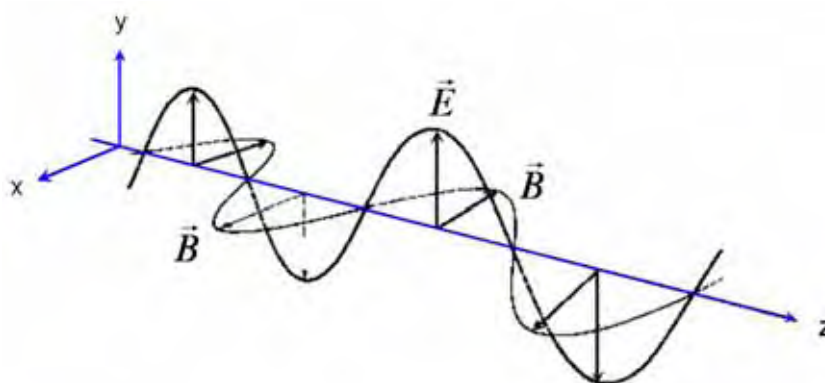


Figura 3. Onda eletromagnética se propagando na direção positiva do eixo z . O plano de polarização é definido como o plano contendo o vetor $\vec{E}$.

Suponha agora um observador posicionado no eixo z , olhando em sua direção positiva, observando o comportamento do vetor campo elétrico. A ponta da seta que representa o vetor irá, ao longo do tempo, oscilar continuamente no eixo y ; a *amplitude* e o *sentido* do campo irão variar com o tempo, mas a direção será sempre a do eixo y . O desenho traçado pela ponta do vetor campo elétrico em um plano transversal à direção de propagação é chamado de *polarização* da onda eletromagnética.

No caso da figura 3, a onda é dita *polarizada* na direção do eixo y . Repare que a direção da polarização é aquela correspondente ao campo elétrico, não ao campo magnético.

A polarização das ondas eletromagnéticas pode ser classificada em três categorias: *linear*, *circular* e *elíptica*.

Os nomes se referem à figura desenhada no plano perpendicular à direção de propagação. Se o vetor que descreve o campo elétrico em um ponto do espaço como uma função do tempo está sempre em uma mesma direção, a onda é dita *linearmente polarizada*. A onda TEM da figura 3 é um exemplo de onda linearmente polarizada. No entanto, o caso mais geral de onda polarizada é aquele em que a figura traçada pelo vetor campo elétrico é uma elipse, e por esse motivo chamamos a onda de *elípticamente polarizada*. Quando os eixos da elipse são iguais e a diferença de fase for 90° , a figura traçada pelo campo elétrico é uma circunferência e dizemos que a onda é *circularmente polarizada*. Tanto a polarização circular como a linear são simples casos especiais da polarização elíptica. A figura 4 ilustra os três tipos de polarização.

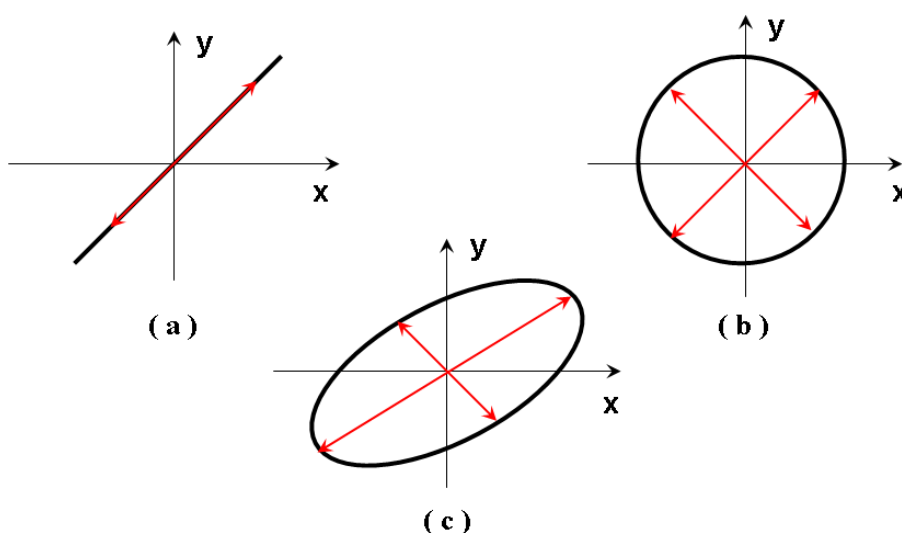


Figura 4 - Tipos de polarização: (a) Linear, (b) Circular e (c) Elíptica.

Para que uma onda eletromagnética seja polarizada, no entanto, não é necessário que ela seja uma onda harmônica, ou seja, que as flutuações dos campos elétrico e magnético sejam senoidais; basta que o vetor campo elétrico descreva um desenho como os da figura 4. Quando as variações são de fato harmônicas, no entanto, os radiadores elementares responsáveis pela geração da onda atuam em unissonância; esse é o caso dos elétrons em uma antena transmissora de rádio ou dos fótons na cavidade de um laser. Chamamos essas fontes de *coerentes* porque tem a mesma frequência e uma diferença de fase bem definida. Nas fontes comuns de luz, como uma lâmpada incandescente, os radiadores elementares, que são os átomos constituintes da fonte (como o filamento incandescente da lâmpada), atuam de forma independente. Por esse motivo, a luz emitida por essas fontes consiste em uma superposição de várias ondas de frequências e fases aleatórias. Chamamos esse tipo de radiação de *luz incoerente*. No caso de uma onda eletromagnética incoerente que se propaga na direção do eixo z , um observador posicionado nesse eixo irá observar um movimento totalmente aleatório do vetor campo elétrico. Por este motivo, essa luz é chamada de *não-polarizada*.

Também é possível interpretar a luz não-polarizada como a superposição de duas ondas polarizadas cujos planos de vibração são perpendiculares entre si, conforme a figura 5. Por exemplo, se decompusermos o campo elétrico, em todos os instantes de tempo, em suas componentes vertical e horizontal, obteremos duas ondas polarizadas (obviamente não harmônicas) de mesma intensidade nessas direções.

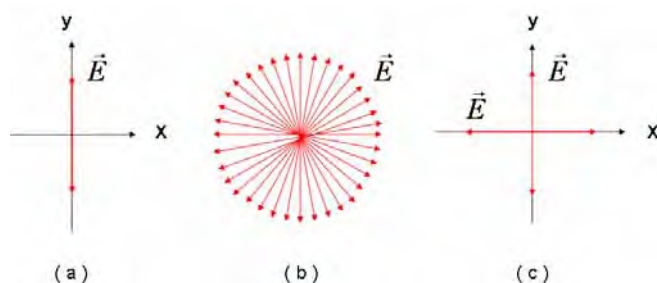


Figura 5. Onde: (a) Onda polarizada linearmente. (b) Uma onda não-polarizada, que pode ser considerada como uma superposição aleatória de muitas ondas polarizadas. (c) Forma equivalente de onda não polarizada como duas ondas polarizadas linearmente, perpendicularmente e com diferença de fase aleatória entre elas.

O meio termo entre luz polarizada e não-polarizada é chamado de *luz parcialmente polarizada*. A quantidade relativa de luz polarizada e não polarizada em uma mesma onda luminosa pode ser expressa através de um parâmetro chamado de *grau de polarização* (*DOP*, do inglês *Degree Of Polarization*), definido como a razão entre a intensidade de luz polarizada e a intensidade total de luz:

$$DOP = \frac{I_{\text{polarizada}}}{I_{\text{polarizada}} + I_{\text{não-polarizada}}} \quad (1)$$

Se a intensidade de uma luz parcialmente polarizada é analisada por um polarizador que é rodado 360° e as intensidades máxima e mínima obtidas durante a rotação são dadas por I_{max} e I_{min} , o grau de polarização é dado por:

$$DOP = \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}} \quad (2)$$

Se a luz estiver viajando no espaço livre, sua *DOP* permanecerá inalterada; caso contrário pode ser que sua *DOP* sofra grandes alterações. Existem muitas formas naturais, por exemplo, de luz não-polarizada tornar-se quase totalmente polarizada, como reflexões em uma superfície, espalhamento em um gás, ou até mesmo na presença de um forte campo magnético nas proximidades da fonte. Nas seções a seguir, considerar-se-á que a luz é totalmente polarizada, exceto seja dito o contrário. Serão estudados separadamente os casos de polarização linear, circular e elíptica.

3.3 Tipos de Polarização

O campo elétrico de uma onda TEM se propagando na direção positiva do eixo z pode ser escrito em função da amplitude e frequência em notação complexa como:

$$E(z, t) = E_0 e^{i(kz - \omega t)} \hat{k} \quad (3)$$

Onde E_0 representa a amplitude máxima para E se propagando na direção $+z$ e, ω é a frequência angular ($\omega = 2\pi f$), t é o tempo, e k é o número de onda ($k = 2\pi / \lambda$) e a magnitude do vetor de propagação, $k(k = (2\pi / \lambda)z)$. Tomando a parte real e incluindo uma diferença de fase na equação (3), temos:

$$E(z, t) = E_0 \cos(kz - \omega t + \delta) \hat{k} \quad (4)$$

O vetor E é a representação da superposição para as componentes, E_x e E_y que são ortogonais na direção de propagação $+z$ ($E_z = 0$):

$$E_x = E_{0x} \cos(kz - \omega t + \delta_x) \hat{i} \quad E_y = E_{0y} \cos(kz - \omega t + \delta_y) \hat{j} \quad (5)$$

Portanto E pode ser dado por:

$$\begin{aligned} E &= E_{0x}(z, t) \hat{i} + E_{0y}(z, t) \hat{j} \\ E &= E_{0x} \cos(kz - \omega t + \delta_x) \hat{i} + E_{0y} \cos(kz - \omega t + \delta_y) \hat{j} \end{aligned} \quad (6)$$

Na expressão acima, $\hat{i}$ e $\hat{j}$ são os vetores unitários nas direções x e y , e δ_x , δ_y são as fases relativas de cada componente à origem do sistema de coordenadas. E_{0x} e E_{0y} as amplitudes para as componentes (x, y) para o campo elétrico. As expressões para o campo magnético (B) serão omitidas, já que a polarização é definida como o movimento traçado pelo campo E .

O que vai definir o tipo de polarização (linear, circular ou elíptica) é o valor relativo das amplitudes E_x e E_y e das fases δ_x e δ_y . O formalismo matemático para descrever cada um dos tipos de polarização se encontra a seguir.

3.3.1 Polarização Linear

Considere, inicialmente, um caso bastante particular da equação (6) em que uma das componentes é sempre nula. Por exemplo:

$$E_{0y} = 0 \quad (7)$$

Nesse caso, o vetor campo elétrico iria parametrizar uma curva no plano xy ($z = 0$) de acordo com as seguintes equações:

$$\begin{aligned} E_x(t) &= E_{0x} \cos(\omega t + \delta_x) \\ E_y(t) &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

É evidente, através da observação das equações (8), que essa curva parametriza um segmento de reta no eixo x . A cada instante de tempo, o módulo do campo elétrico varia harmonicamente, mas sua direção é sempre a do eixo x ; chamamos esse caso de *polarização linear na direção x* . Outro caso muito semelhante seria obtido se a componente E_x fosse anulada; ele é chamado de *polarização linear na direção y* . Os dois casos são ilustrados na figura 6.

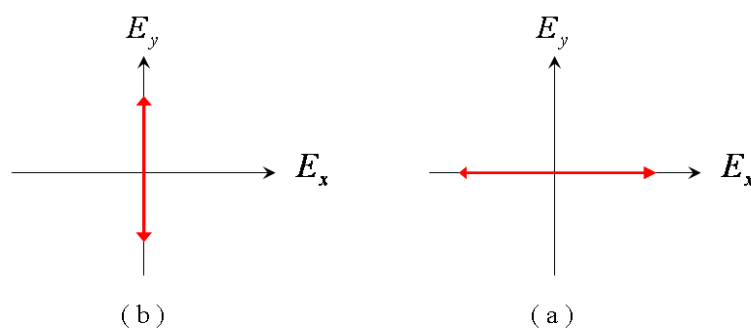


Figura 6. Polarização linear na direção (a) y e (b) x .

Considere agora um outro caso em que nenhum dos campos em x ou y é nulo, e as fases δ_x e δ_y em (6) possuem o mesmo valor. Ou seja:

$$\delta_x = \delta_y = \delta \quad (9)$$

Nessas condições, a figura desenhada pelo vetor campo elétrico no plano $z = 0$ pode ser parametrizada da seguinte forma:

$$\begin{aligned} E_x(t) &= E_{0x} \cos(\omega t + \delta) \\ E_y(t) &= E_{0y} \cos(\omega t + \delta) \end{aligned} \quad (10)$$

Note que, em todos os instantes de tempo, as duas componentes são proporcionais, isto é,

$$E_y(t) = \frac{E_{0y}}{E_{0x}} E_x(t) \quad (11)$$

Se as componentes em x e em y são sempre proporcionais, significa que o vetor $(E_x(t), E_y(t))$ parametriza uma *reta* que passa pela origem. O ângulo que a reta forma com o eixo x é:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{E_{0y}}{E_{0x}} \right) \quad (12)$$

Por esta razão esse tipo de polarização é chamado de *polarização linear na direção θ* . A figura 7 ilustra essa possibilidade.

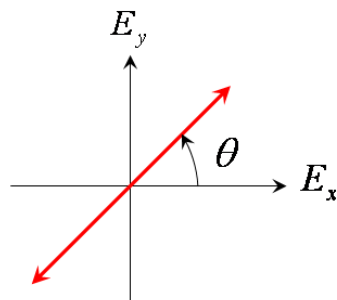


Figura 7. Polarização linear na direção θ .

Observe que um resultado semelhante poderia ser obtido se fosse escolhido $\delta_x = \delta_y + \pi$, pois somar uma fase de π radianos é o mesmo que inverter o sinal do cosseno. A única diferença estaria no valor do ângulo θ , que nesse caso seria negativo. Desta forma, chega-se à seguinte conclusão:

Uma onda eletromagnética é linearmente polarizada se o seu vetor campo elétrico possuir (a) apenas uma componente ou (b) duas componentes ortogonais em fase ou em oposição de fase.

Para se obter luz linearmente polarizada a partir de luz com outra polarização ou até mesmo de luz despolarizada, utiliza-se um instrumento chamado de *polarizador*. O polarizador ideal possui a propriedade de ser transparente à luz polarizada em uma certa direção, chamada *eixo de transmissão*, e totalmente opaco à luz polarizada na direção perpendicular. Por este motivo, se luz despolarizada incidir sobre um polarizador, apenas a componente polarizada na direção do eixo irá ser transmitida. A desvantagem de se gerar luz polarizada a partir de despolarizada desse modo é que metade da intensidade será perdida.

A polarização linear é muito comum na natureza. A luz azul do céu, por exemplo, é fortemente polarizada verticalmente, assim como a luz refletida no asfalto quente e seco de uma estrada em um dia de sol é polarizada na horizontal. Por essa razão, os óculos de sol polarizadores possuem seu eixo de transmissão na direção vertical, de forma a bloquear a componente horizontal de alta intensidade que poderia, por exemplo, ofuscar um motorista.

3.3.2 Polarização Circular

Considere agora, na equação (6), o seguinte caso particular:

$$E_{0x} = E_{0y} = E_0 \quad (13a)$$

$$\delta_x = \delta_y + \frac{\pi}{2} \quad (13b)$$

Desta forma, obtêm-se as seguintes equações paramétricas para o plano do observador ($z = 0$) :

$$E_x(t) = E_0 \cos(\omega t + \delta_x) \quad (14a)$$

$$E_y(t) = E_0 \cos\left(\omega t + \delta_x - \frac{\pi}{2}\right) \quad (14b)$$

Desenvolvendo $E_y(t)$, temos:

$$E_y(t) = E_0 \cos\left(\omega t + \delta_x - \frac{\pi}{2}\right) = E_0 \left[\cos(\omega t) \cos\left(\delta_x - \frac{\pi}{2}\right) - \sin(\omega t) \sin\left(\delta_x - \frac{\pi}{2}\right) \right]$$

$$\cos\left(\delta_x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin(\delta_x)$$

$$\sin\left(\delta_x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos(\delta_x)$$

$$E_0 \cos\left(\omega t + \delta_x - \frac{\pi}{2}\right) = E_0 [\cos(\omega t) \sin(\delta_x) + \sin(\omega t) \cos(\delta_x)]$$

$$E_0 \cos\left(\omega t + \delta_x - \frac{\pi}{2}\right) = E_0 \sin(\omega t + \delta_x)$$

Portanto as equações (14a) e (14b) se tornam:

$$E_x(t) = E_0 \cos(\omega t + \delta_x) \quad (15a)$$

$$E_y(t) = E_0 \sin(\omega t + \delta_x) \quad (15b)$$

Reescrevendo essas equações paramétricas em coordenadas polares, chega-se ao seguinte resultado:

$$E(t) = \sqrt{E_{0x}(t)^2 + E_{0y}(t)^2}$$

$$E(t) = \sqrt{E_0^2 [\cos^2(\omega t + \delta_x) + \sin^2(\omega t + \delta_x)]}$$

$$E(t) = E_0 \quad (16)$$

$$\begin{aligned}
\psi(t) &= \tan^{-1} \left(\frac{E_y(t)}{E_x(t)} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{E_0 \cos(\omega t + \delta_x)}{E_0 \sin(\omega t + \delta_x)} \right) \\
\psi(t) &= \tan^{-1}(\tan(\omega t + \delta_x)) \\
\psi(t) &= \omega t + \delta_x
\end{aligned} \tag{17}$$

Isto é: o módulo do vetor campo elétrico permanece constante ao longo do tempo, mas o ângulo que ele forma com o eixo x varia linearmente com o tempo. Essa é justamente a equação paramétrica de uma circunferência, em que a ponta do vetor campo elétrico gira periodicamente no sentido *horário* com frequência angular ω . Por esta razão, dizemos que a onda eletromagnética apresenta uma *polarização circular à direita*.

Fazendo agora uma pequena alteração em (13):

$$E_{0x} = E_{0y} = E_0 \tag{18a}$$

$$\delta_x = \delta_y - \frac{\pi}{2} \tag{18b}$$

O mesmo desenvolvimento realizado anteriormente pode ser feito para este caso, para obter as seguintes equações paramétricas em coordenadas polares:

$$E(t) = E_0 \tag{19}$$

$$\psi(t) = -\omega t + \delta_x \tag{20}$$

Ou seja, chega-se a outra equação paramétrica de uma circunferência, com a diferença de que nesse momento o vetor campo elétrico gira no sentido *anti-horário*. Por este motivo, este caso é chamado de *polarização circular à esquerda*. A figura 8 ilustra as duas situações.

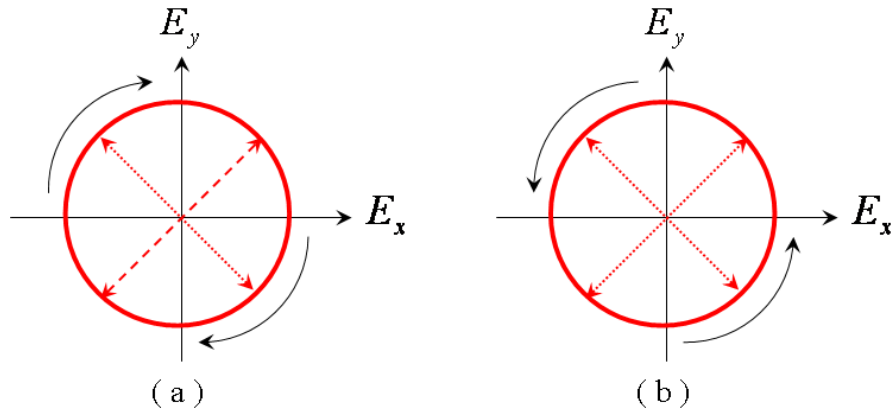


Figura 8. Polarização circular (a) à direita e (b) à esquerda.

Lembre-se que o observador está posicionado no eixo z e olhando em seu sentido positivo¹. Pode-se, desta forma, chegar à seguinte conclusão:

Uma onda eletromagnética é circularmente polarizada se o seu vetor campo elétrico possuir componentes ortogonais de mesma amplitude e diferença de fase de $+\pi/2$ (polarização circular à direita) ou $-\pi/2$ (polarização circular à esquerda).

3.3.3 Polarização Elíptica

A polarização elíptica abrange todas as outras configurações das amplitudes E_x e E_y das fases δ_x e δ_y . Isso quer dizer que o caso geral de ondas polarizadas corresponde a polarizações elípticas. Para mostrar que, de fato, o vetor campo elétrico descreve elipses nessas condições, é preciso escrever as equações paramétricas para o caso geral. Seja:

$$\delta_x = \delta_y + \delta \quad (21)$$

Assim:

$$E_x(t) = E_{0x} \cos(\omega t + \delta_x) \quad (22a)$$

¹ Alguns autores estabelecem as orientações esquerda e direita a partir do ponto de vista de um observador que olha no sentido negativo no eixo z e, por isso, os nomes aparecem invertidos.

$$E_y(t) = E_{0y} \cos(\omega t + \delta_x + \delta) \quad (22b)$$

então podemos escrever:

$$\begin{aligned} (E_y/E_{0y}) &= \cos(\omega t + \delta_x) \cos(\delta) + \sin(\omega t + \delta_x) \sin(\delta) \\ (E_y/E_{0y}) &= (E_x/E_{0x}) \cos(\delta) + \sin(\omega t + \delta_x) \sin(\delta) \end{aligned} \quad (23)$$

Usando a identidade trigonométrica:

$$\begin{aligned} \cos^2(\omega t + \delta_x) + \sin^2(\omega t + \delta_x) &= 1 \\ \sin(\omega t + \delta_x) &= [1 - (E_x/E_{0x})^2]^{1/2} \end{aligned} \quad (24)$$

Fazendo-se a substituição e elevando-se ao quadrado para arrumar a equação, chega-se ao seguinte resultado:

$$\begin{aligned} (E_y/E_{0y}) - (E_x/E_{0x}) \cos(\delta) &= [1 - (E_x/E_{0x})^2]^{1/2} \sin(\delta) \\ \left(\frac{E_y}{E_{0y}} \right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 \cos^2(\delta) + \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 \sin^2(\delta) - 2 \left(\frac{E_y}{E_{0y}} \right) \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right) \cos(\delta) &= \sin^2(\delta) \\ \left(\frac{E_y}{E_{0y}} \right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 - 2 \left(\frac{E_y}{E_{0y}} \right) \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right) \cos(\delta) - \sin^2(\delta) &= 0 \end{aligned} \quad (25)$$

$$\delta = \delta_x - \delta_y \quad (26)$$

Verifica-se que a equação (25) é a de uma cônica, neste caso específico, uma elipse, *a elipse de polarização*.

A figura 9 ilustra a situação geral de polarização elíptica. O sentido de rotação da elipse dependerá da diferença de fase δ . Se $0 \leq \delta \leq \pi$, o vetor campo elétrico irá rodar no sentido anti-horário, e a elipse é chamada de *elipse esquerda*. Se $-\pi \leq \delta \leq 0$, o vetor campo elétrico irá rodar no sentido horário, e a elipse é denominada *elipse direita*. É importante reafirmar que essas orientações partem do princípio que o observador está posicionado no eixo z e voltado para seu sentido positivo.

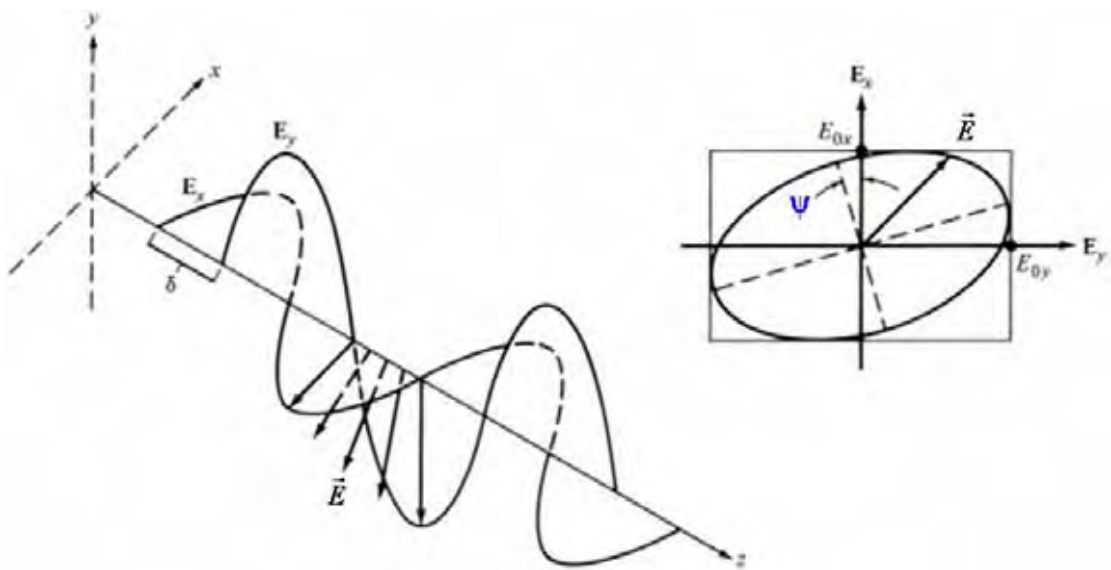


Figura 9. Polarização elíptica. Na situação ilustrada na figura, o vetor campo elétrico roda no sentido anti-horário (elipse esquerda). Fonte: Keiser, G. "Optical Fiber Communications". McGraw-Hill, 2000.

Quando o ângulo δ é da forma:

$$\delta = \frac{\pi}{2} + m\pi \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (27)$$

Os eixos da elipse coincidem com os eixos x e y . Por exemplo, para $\delta = \pi/2$ obtemos a equação:

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 = 1 \quad (28)$$

Essa é a equação de uma elipse mais simples de ser reconhecida. Note que, se $E_{0x} = E_{0y} = E_0$, chega-se à expressão:

$$E_x^2 + E_y^2 = E_0^2 \quad (29)$$

Que é a equação de uma circunferência. Isso mostra claramente que a polarização circular é um caso especial da polarização elíptica.

Quando o ângulo δ é da forma:

$$\delta = m\pi \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (30)$$

Por exemplo, para $\delta = 0$ a equação (25) se reduz a:

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\cos(0) = \sin(0)$$

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right) = 0 \quad (31)$$

Essa expressão é um quadrado perfeito, e pode ser fatorada como:

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}} - \frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad E_y = \frac{E_{0y}}{E_{0x}} E_x \quad (32)$$

Esta é a equação de uma reta. Isso mostra que a polarização linear também é um caso especial da polarização elíptica [16].

3.4 Parâmetros que Caracterizam a Elipse de Polarização

A elipse pode ser inscrita dentro de um retângulo cujos lados são paralelos aos eixos das coordenadas x e y [17], com os comprimentos $2E_{0x}$ e $2E_{0y}$ conforme indica a Figura 10.

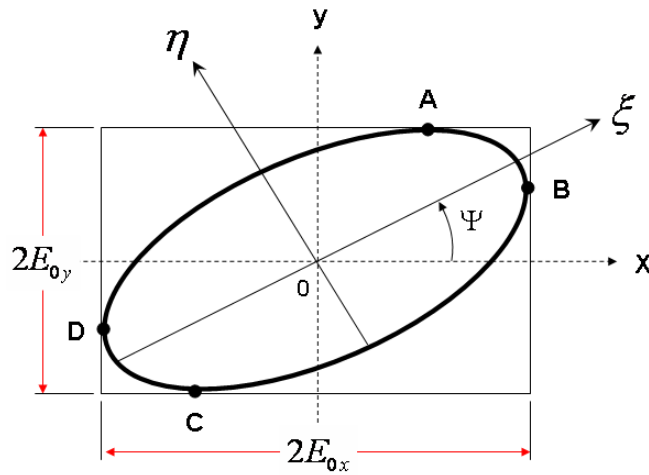


Figura 10. Elipse de polarização, com o eixo inclinado.

Podemos determinar os pontos onde a elipse toca os lados do retângulo. Por conveniência nós escrevemos E_x e E_y substituindo por x e y ; E_{0x} e E_{0y} por a e b , respectivamente. Então a equação (25) fica

$$a^2 y^2 - (2abx \cos \delta) y + b^2 (x^2 - a^2 \sin^2 \delta) = 0 \quad (33)$$

A solução para esta equação quadrática é:

$$y = \frac{bx \cos \delta}{a} \pm \frac{b \sin \delta}{a} (a^2 - x^2)^{1/2} \quad (34)$$

No ponto de mínimo onde a elipse toca o retângulo à inclinação é $dy/dx = y' = 0$. Calculando a derivada em (34) e fazendo $y' = dy/dx = 0$, encontramos os seguintes valores para x

$$x = \pm a \cos \delta \quad (35)$$

Substituindo (35) em (34), os valores correspondentes para y , são

$$y = \pm b \quad (36)$$

Similarmente se consideramos agora $y' = \infty$ na equação (34), os pontos da elipse que tocam o retângulo são

$$x = \pm a \quad (37)$$

$$y = \pm b \cos \delta \quad (38)$$

A elipse tangencia os lados do retângulo nos pontos A, B, C e D como mostrado na figura 10, e suas coordenadas em termos de E_{0x} e E_{0y} são dadas por

$$\begin{aligned} \text{A:} & \quad +E_{0x} \cos \delta, +E_{0y} \\ \text{B:} & \quad +E_{0x}, E_{0y} \cos \delta \\ \text{C:} & \quad -E_{0x} \cos \delta, -E_{0y} \\ \text{D:} & \quad -E_{0x}, -E_{0y} \cos \delta \end{aligned} \quad (39)$$

Analisando novamente o conjunto de equações (22) e a figura 11, notamos que geralmente os eixos da elipse não estão nas direções $0x$ e $0y$. Sendo 0ξ e 0η as novas direções para os eixos da elipse e ψ ($0 \leq \psi \leq \pi$) o ângulo de inclinação entre o eixo maior 0ξ e a direção $0x$.

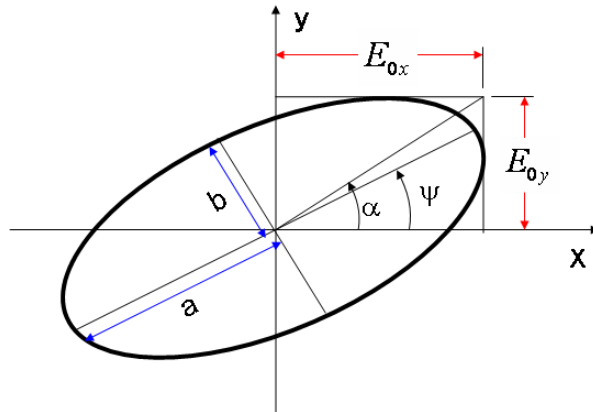


Figura 11. Elipse de polarização.

Então as componentes E_ξ e E_η estão relacionadas com E_x e E_y por:

$$E_\xi = E_x \cos(\psi) + E_y \sin(\psi) \quad (40)$$

$$E_\eta = -E_\xi \sin(\psi) + E_y \cos(\psi)$$

onde:

$$\begin{aligned} \frac{E_x}{E_{0x}} &= \cos(\tau + \delta_x) \\ \frac{E_y}{E_{0y}} &= \cos(\tau + \delta_y) \\ \delta &= \delta_x - \delta_y \\ \tau &= \omega t - kz \end{aligned} \quad (41)$$

$$E_z = 0$$

Se $2a$ e $2b$ ($a \geq b$) são os comprimentos dos eixos maior e menor da elipse (Fig. 11), então a equação para a elipse descrita em 0ξ , 0η é:

$$E_\xi = a \cos(\tau + \delta_0) \quad (42)$$

$$E_\eta = \pm b \sin(\tau + \delta_0)$$

Existem dois sinais diferentes para as duas possibilidades de sentido do o vetor campo elétrico descrever a elipse. Para determinar a e b iguala-se as equações (40) e (42) e usa-se a (41):

$$\begin{aligned}
 a(\cos \tau \cos \delta_0 - \sin \tau \sin \delta_0) &= E_{0x}[\cos \tau \cos \delta_x - \sin \tau \sin \delta_x] \cos(\psi) \\
 &\quad + E_{0y}[\cos \tau \cos \delta_y - \sin \tau \sin \delta_y] \sin(\psi) \\
 \pm b(\sin \tau \cos \delta_0 + \cos \tau \sin \delta_0) &= -E_{0x}[\cos \tau \cos \delta_x - \sin \tau \sin \delta_x] \sin(\psi) \\
 &\quad + E_{0y}[\cos \tau \cos \delta_y - \sin \tau \sin \delta_y] \cos(\psi)
 \end{aligned} \tag{43}$$

em seguida se iguala os coeficientes para $\cos \tau$ e $\sin \tau$ nas equações:

$$a \cos \delta_0 = E_{0x} \cos \delta_x \cos(\psi) + E_{0y} \cos \delta_y \sin(\psi) \tag{44a}$$

$$a \sin \delta_0 = E_{0x} \sin \delta_x \cos(\psi) + E_{0y} \sin \delta_y \sin(\psi) \tag{44b}$$

$$\pm b \cos \delta_0 = E_{0x} \sin \delta_x \sin(\psi) - E_{0y} \sin \delta_y \cos(\psi) \tag{45a}$$

$$\pm b \sin \delta_0 = -E_{0x} \cos \delta_x \sin(\psi) + E_{0y} \cos \delta_y \cos(\psi) \tag{45b}$$

Elevando-se ao quadrado e somando (44a) e (44b) e usando (26), então obtemos:

$$a^2 = E_{0x}^2 \cos^2(\psi) + E_{0y}^2 \sin^2(\psi) + 2E_{0x}E_{0y} \cos(\psi) \sin(\psi) \cos(\delta) \tag{46}$$

e de forma similar com (45a) e (45b)

$$b^2 = E_{0x}^2 \sin^2(\psi) + E_{0y}^2 \cos^2(\psi) - 2E_{0x}E_{0y} \cos(\psi) \sin(\psi) \cos(\delta) \tag{47}$$

Conseqüentemente:

$$a^2 + b^2 = E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \tag{48}$$

Em seguida se multiplicarmos (44a) por (45a), (44b) e (45b), somando teremos:

$$\pm ab = E_{0x} E_{0y} \sin(\delta) \quad (49)$$

ou

$$\delta = \arcsin\left(\frac{\pm ab}{E_{0x} E_{0y}}\right) \quad (50)$$

Se dividirmos (45a) por (44a) e (45b) por (44b), obtemos:

$$\begin{aligned} \pm \frac{b}{a} &= \frac{E_{0x} \sin \delta_x \sin(\psi) - E_{0y} \sin \delta_y \cos(\psi)}{E_{0x} \cos \delta_x \cos(\psi) + E_{0y} \cos \delta_y \sin(\psi)} \\ \pm \frac{b}{a} &= \frac{-E_{0x} \cos \delta_x \sin(\psi) + E_{0y} \cos \delta_y \cos(\psi)}{E_{0x} \sin \delta_x \cos(\psi) + E_{0y} \sin \delta_y \sin(\psi)} \end{aligned} \quad (51)$$

Esta relação fornece a seguinte equação para ψ (inclinação da elipse):

$$(E_{0x}^2 - E_{0y}^2) \sin(2\psi) = 2E_{0x} E_{0y} \cos(\delta) \cos(2\psi) \quad (52)$$

ou

$$\tan(2\psi) = \frac{2E_{0x} E_{0y}}{(E_{0x}^2 - E_{0y}^2)} \cos(\delta) \quad (53)$$

Introduzindo um ângulo auxiliar α ($0 \leq \alpha \leq \pi/2$), conforme mostrado na Figura 11.

$$\tan(\alpha) = \frac{E_{0y}}{E_{0x}} \quad (54)$$

A equação precedente se torna:

$$\tan(2\psi) = \frac{2E_{0x}E_{0y}}{(E_{0x}^2 - E_{0y}^2)} \cos(\delta) = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \cos(\delta) \quad (55)$$

Aplicando-se a relação trigonométrica entre $\tan 2\alpha$ e $\tan \alpha$, tem-se:

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2 \frac{E_{0x}}{E_{0y}}}{1 - \frac{E_{0x}^2}{E_{0y}^2}} \Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{2 E_{0x} E_{0y}}{(E_{0x}^2 - E_{0y}^2)} \quad (56)$$

Substituindo (56) na segunda equação de (55), obtém-se:

$$\tan(2\psi) = (\tan \alpha) \cos(\delta) \quad (57)$$

Podemos ver que quando $\delta = 0$ ou π o ângulo de inclinação ou rotação é

$$\psi = \pm \alpha \quad (58)$$

Para $\delta = \pi/2$ ou $3\pi/2$ nos temos $\psi = 0$, portanto o ângulo de rotação é zero.

Admitindo χ ($-\pi/4 \leq \chi \leq \pi/4$) ser outro ângulo auxiliar, tal que:

$$\tan \chi = \pm \frac{b}{a} \quad (59)$$

onde, “ χ ” está relacionado à excentricidade da elipse de polarização, podendo assumir sinal diferente de acordo com a posição em que a elipse esta inscrita. Podemos ver que para a luz linearmente polarizada $b = 0$, então $\chi = 0$. Similarmente, para a luz circularmente polarizada $b = a$, então $\chi = \pm \pi/4$.

Agora de (48) e (49) podemos ter:

$$\pm \frac{2ab}{(a^2 + b^2)} = \frac{2E_{0x}E_{0y}}{(E_{0x}^2 + E_{0y}^2)} \sin(\delta) = -\sin(2\alpha) \sin(\delta) \quad (60)$$

Da trigonometria tem-se a seguinte relação:

$$\sin 2\chi = \frac{2 \tan \chi}{1 + \tan^2 \chi} = \frac{2 \frac{b}{a}}{1 + \frac{b^2}{a^2}} \Rightarrow \sin 2\chi = \frac{2ab}{(a^2 + b^2)} \quad (61)$$

Da relação apresentada em (60) e de (61), obtemos:

$$\sin(2\chi) = -(\sin 2\alpha) \sin(\delta) \quad (62)$$

Dessa maneira, foram estabelecidas relações muito importantes que caracterizam a elipse de polarização.

3.5 Os Parâmetros de Stokes e Representação de Poincaré

Em 1852, Sir George Gabriel Stokes (1819 – 1903) descobriu que a polarização da luz era um comportamento que poderia ser representado em termos de observáveis. Descobriu também que alguns estados de polarização da luz eram descritos por quatros quantidades mensuráveis conhecidas como parâmetros de Stokes para a polarização.

Os parâmetros de Stokes (S_0 , S_1 , S_2 , S_3) permitem representar univocamente o estado de polarização de um sinal e têm o seguinte significado em termos da potência óptica do sinal: S_0 é a potência óptica total (polarizada e despolarizada); S_1 é a diferença entre a potência óptica que passa por um polarizador linear horizontal e por um polarizador linear vertical; S_2 é diferença entre a potência óptica que passa por um polarizador linear colocado segundo um ângulo de $+45^\circ$ e por um polarizador linear colocado segundo um ângulo de -45° e S_3 é a

diferença entre a potência óptica que passa por um polarizador circular direito e por um polarizador circular esquerdo.

Para obter os parâmetros de Stokes [18] para um feixe ótico basta considerar um par de ondas planas ortogonais, não necessariamente monocromáticas, que são representadas pelas equações:

$$E_x(t) = E_{0x} \exp[i(\omega t + \delta_x)] = \varepsilon_{0x} \exp(i\omega t) \quad (63)$$

$$E_y(t) = E_{0y} \exp[i(\omega t + \delta_y)] = \varepsilon_{0y} \exp(i\omega t) \quad (64)$$

onde

$$\varepsilon_{0x} = E_{0x} \exp(i\omega t) \quad (65)$$

$$\varepsilon_{0y} = E_{0y} \exp(i\omega t) \quad (66)$$

são as amplitudes complexas. Os parâmetros de Stokes para a onda plana são obtidos das fórmulas:

$$S_0 = E_x E_x^* + E_y E_y^* \quad (67a)$$

$$S_1 = E_x E_x^* - E_y E_y^* \quad (67b)$$

$$S_2 = E_x E_y^* + E_y E_x^* \quad (67c)$$

$$S_3 = i(E_x E_y^* - E_y E_x^*) \quad (67d)$$

Substituindo as equações (65) e (66) em (67), temos

$$S_0 = E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \quad (68a)$$

$$S_1 = E_{0x}^2 - E_{0y}^2 \quad (68b)$$

$$S_2 = 2E_{0x}E_{0y} \cos \delta \quad (68c)$$

$$S_3 = 2E_{0x}E_{0y} \sin \delta \quad (68d)$$

Estes são os parâmetros de Stokes obtidos formalmente para a elipse de polarização.

Como exemplos da representação de luz polarizada em termos dos parâmetros de Stokes, vamos considerar (1) luz linearmente polarizada horizontal e vertical, (2) luz polarizada linearmente a $+45^\circ$ e -45° , e (3) luz circularmente polarizada a direita e a esquerda.

1.0) Luz Linearmente Polarizada Horizontalmente (LHP) “Linear Horizontal Polarized Light”.

Para este caso $E_{0y} = 0$, Então, de (68) temos:

$$\begin{aligned} S_0 &= E_{0x}^2 \\ S_1 &= E_{0x}^2 \\ S_2 &= 0 \\ S_3 &= 0 \end{aligned} \quad (69)$$

1.1) Luz Linearmente Polarizada Verticalmente (LVP) “Linear Vertical Polarized Light”.

Para este caso $E_{0x} = 0$, de (68) temos:

$$\begin{aligned} S_0 &= E_{0y}^2 \\ S_1 &= -E_{0y}^2 \\ S_2 &= 0 \\ S_3 &= 0 \end{aligned} \quad (70)$$

2.0) Luz Linearmente Polarizada + 45 ($L + 45$) “Linear $L + 45$ Light”.

As condições para se obter $L + 45$, são $E_{0x} = E_{0y} = E_0$ e $\delta = 0^0$. Usando essas condições e as definições para os parâmetros de Stokes (68), temos:

$$\begin{aligned} S_0 &= 2E_0^2 \\ S_1 &= 0 \\ S_2 &= 2E_0^2 \\ S_3 &= 0 \end{aligned} \tag{71}$$

2.1) Luz Linearmente Polarizada - 45 ($L - 45$) “Linear $L + 45$ Light”.

As condições para as amplitudes são as mesmas de $L + 45$, mas a diferença de fase é igual a $\delta = 180^0$. Então nós vemos que os parâmetros de Stokes (68) são:

$$\begin{aligned} S_0 &= 2E_0^2 \\ S_1 &= 0 \\ S_2 &= -2E_0^2 \\ S_3 &= 0 \end{aligned} \tag{72}$$

3.0) Luz Circularmente Polarizada a Direita (RCP) - “Right Circularly Polarized Light”.

As condições para se obter luz RCP são $E_{0x} = E_{0y} = E_0$ e $\delta = 90^0$. Então os parâmetros de Stokes (68) são:

$$\begin{aligned} S_0 &= 2E_0^2 \\ S_1 &= 0 \\ S_2 &= 0 \\ S_3 &= 2E_0^2 \end{aligned} \tag{73}$$

3.1) Luz Circularmente Polarizada a Esquerda (LCP) - “Left Circularly Polarized Light”.

Para luz LCP as amplitudes são iguais, mas a diferença de fase entre as componentes ortogonais transversais é $\delta = 270^\circ$. Os parâmetros de Stokes (68) são:

$$\begin{aligned} S_0 &= 2E_0^2 \\ S_1 &= 0 \\ S_2 &= 0 \\ S_3 &= -2E_0^2 \end{aligned} \tag{74}$$

Finalmente, os parâmetros de Stokes para luz elipticamente polarizada, são dados por (68).

Estes parâmetros não são independentes, todos dependem da defasagem ψ e da razão $\tan \alpha = E_{0y}/E_{0x}$, a partir de (25) é possível mostrar que eles estão relacionados da seguinte maneira:

$$S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \tag{75}$$

Os parâmetros de Stokes possuem a vantagem de representar intensidades, isto é, quantidades fisicamente mensuráveis, e por isso é possível representar também a luz não-polarizada. Observe que o parâmetro S_0 representa a intensidade total do sinal de luz, isto é, a soma das intensidades das componentes polarizada e não-polarizada, os demais termos (S_1 a S_3) não possuem componente não-polarizada. Isso ocorre pelo fato da luz não-polarizada ser uma superposição de componentes polarizadas de mesma intensidade em eixos ortogonais. Por se tratarem de subtrações dessas intensidades, a componente não-polarizada de cada um dos parâmetros é cancelada.

Agora, dividindo todos os termos de (75) por S_0^2 , obtemos:

$$\frac{S_1^2}{S_0^2} + \frac{S_2^2}{S_0^2} + \frac{S_3^2}{S_0^2} = \frac{I_{polarizada}^2}{S_0^2} = \left(\frac{I_{polarizada}}{I_{polarizada} + I_{n\tilde{a}o-polarizada}} \right)^2$$

$$S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = DOP^2 \quad (76)$$

Onde cada $S_i = \frac{S_i}{S_0}$ é chamado de *parâmetro de Stokes normalizado* e o termo DOP é o grau de polarização da luz definido em (1). É possível, agora, escrever os parâmetros de Stokes (68) em função dos ângulos χ e ψ :

$$\begin{aligned} S_0 &= 1 \\ S_1 &= s_0 \cos 2\chi \cos 2\psi \\ S_2 &= s_0 \cos 2\chi \sin 2\psi \\ S_3 &= s_0 \sin 2\chi \end{aligned} \quad (77)$$

A análise das equações (77) sugere uma representação esférica para os estados de polarização, em que cada estado de polarização da luz é associado a um ponto da superfície de uma esfera de raio DOP . Como o grau de polarização pode variar entre 0 (luz não-polarizada) e 1 (luz polarizada), pode ser afirmado que *todas as possíveis combinações podem ser representadas no interior do volume de uma esfera de raio 1 centrada na origem*.

Para a luz não-polarizada, a partir de (77), tem-se que:

$$S_1 + S_2 + S_3 = 0 \quad (78)$$

Isto é: a luz não-polarizada é representada por um ponto na origem do sistema de coordenadas esféricas introduzido por (77).

Para a luz polarizada, as equações (77) podem ser reescritas como: O espaço geométrico dos pontos (S_1, S_2, S_3) para todas as combinações dos ângulos c e d é uma superfície esférica de raio 1, correspondendo à borda do volume esférico definido em (77). Ela é chamada de *Esfera de Poincaré*.

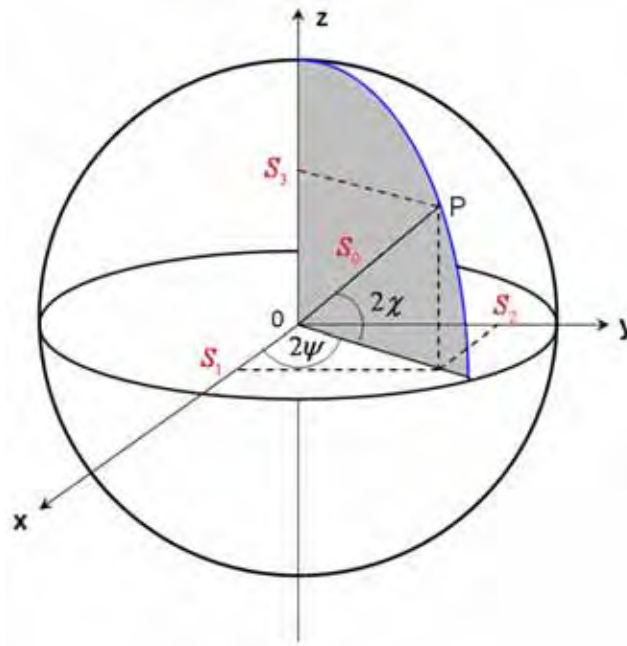


Figura 12. Esfera de Poincaré. A figura mostra um estado de polarização na superfície da esfera, representado pelo ponto P , e suas coordenadas esféricas 2χ e 2ψ .

A importância da esfera de Poincaré está na correspondência biunívoca que existe entre cada ponto em seu interior e cada estado de polarização. Ou seja: todos os estados de polarização estão representados na esfera de Poincaré, e cada ponto da esfera corresponde a um estado de polarização distinto.

Encontra-se a seguir uma associação entre cada tipo de polarização (linear, circular e elíptica) e cada região da esfera.

A. Estados de Polarização Linear

Das expressões (30), (32) e (77), conclui-se que os estados de polarização linear correspondem ao conjunto de pontos dado por:

$$\begin{aligned} S_1 &= \cos 2\chi \\ S_2 &= \pm \sin 2\chi \\ S_3 &= 0 \end{aligned} \tag{79}$$

Onde o ângulo χ varia de 0 a $\pi/2$. Esse conjunto de equações corresponde ao conjunto de todos os pontos da esfera cujo ângulo de elevação é nulo, ou seja, ao *equador* da esfera de Poincaré.

B. Estados de Polarização Circular e Elíptica

A partir de (27) e (29), obtém-se o conjunto de pontos correspondentes aos estados de polarização circular:

$$\begin{aligned} S_1 &= 0 \\ S_2 &= 0 \\ S_3 &= \pm 1 \end{aligned} \tag{80}$$

Isto é, aos dois pontos onde a esfera intercepta o eixo S_3 (vertical), chamados de *pólos* da esfera. Ao pólo norte associa-se o estado de polarização circular à esquerda ($\delta = \pi/2$), e ao pólo sul o estado de polarização circular à direita ($\delta = 3\pi/2$).

Os estados de polarização elíptica correspondem a todos os demais pontos da esfera. Quanto mais próximo dos pólos maior a sua elipticidade, e quanto mais próximo da linha do equador, menor sua elipticidade. Estados de polarização de mesma elipticidade se encontram nos paralelos da esfera.

A esfera de Poincaré é um meio muito útil de se observar as transformações de polarização que um sinal de luz sofre ao ser transmitido através de um dispositivo que altere seu estado de polarização.

3.6 Polarizadores

Muitos cristais naturais, quando cortados apropriadamente, absorvem e transmitem luz de maneira que depende da polarização da luz [19]. Estes cristais podem ser usados para se ter luz linearmente polarizada. Em 1938, E. H. Land inventou uma película polarizadora, depois comercializada, denominada *Polaróide*.

Este material contém moléculas de hidrocarbonetos de cadeia longa, alinhadas, no processo de fabricação, quando a película é esticada numa direção. Estas cadeias tornam-se condutoras nas frequências óticas, quando a película é mergulhada numa solução que contem iodo. Quando a luz incide com seu vetor campo elétrico paralelo às cadeias, as correntes elétricas que se estabelecem nas cadeias absorvem a energia da luz. Se o campo elétrico for perpendicular às cadeias, a luz será transmitida.

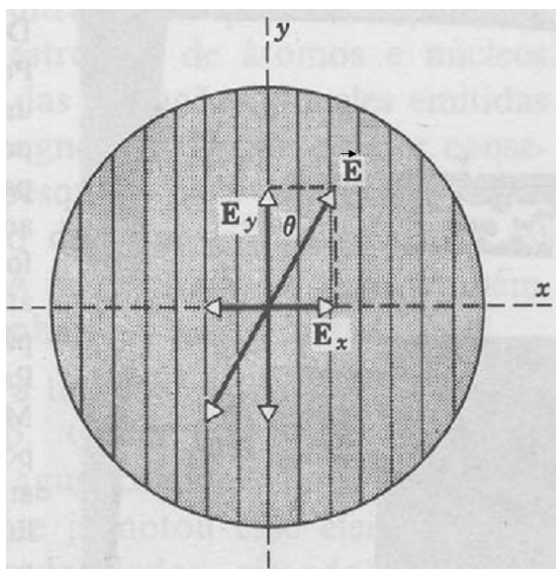


Figura 13. Visão da ação de uma lâmina polarizadora. Uma onda polarizada linearmente com inclinação θ , incide sobre a lâmina. A componente em y de $\vec{E}$ é transmitida e a componente em x é absorvida.

Na figura 13 o polarizador está no plano da pagina e a direção de propagação aponta para fora dela (z). O vetor $\vec{E}$ mostra o Campo elétrico da onda incidente. Duas componentes vetoriais E_x (de intensidade $E \sin \theta$) e E_y (de intensidade $E \cos \theta$) podem substituir $\vec{E}$, um paralelo à direção de polarização e outro perpendicular a ela. Apenas a componente E_y é transmitida; a componente E_x é absorvida.

Quando a luz não-polarizada incide em um polarizador ideal, a intensidade da luz polarizada transmitida através da lâmina tem a metade da intensidade incidente, independente da orientação da lâmina.

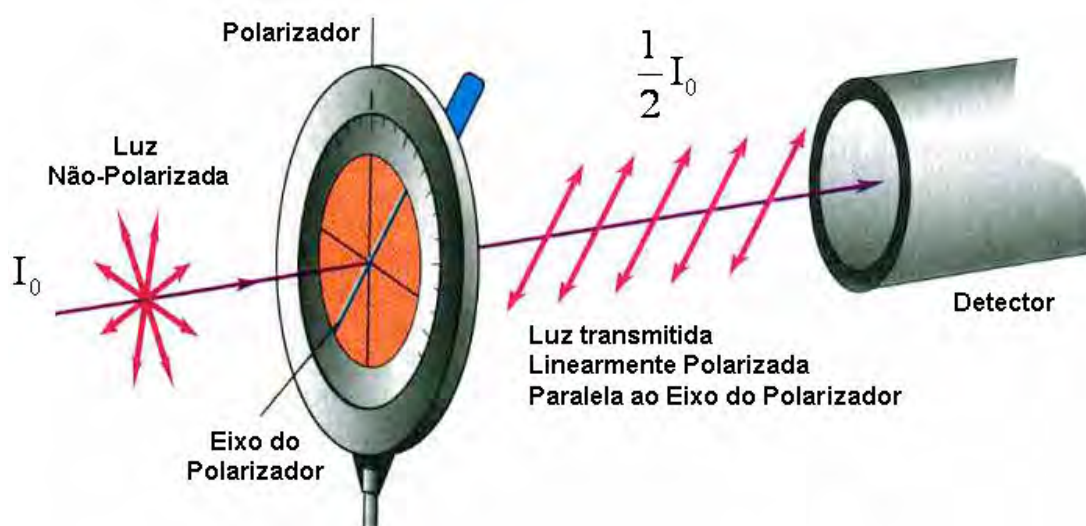


Figura 14. Luz não-polarizada é polarizada linearmente e sua intensidade é reduzida pela metade, após atravessar uma lamina polarizadora.

Podemos chegar a essa conclusão a partir da Figura 14, em que uma onda polarizada em uma direção arbitrária incide em uma lâmina polarizadora. Uma vez que a intensidade da luz é proporcional ao quadrado do campo elétrico [20]. A componente transmitida E_y ($= E \cos \theta$) é então proporcional a intensidade $E_y^2 = E^2 \cos^2 \theta$. Se a luz incidente é não-polarizada, calculamos a intensidade total transmitida com esta expressão, pela média de todas as possíveis orientações de

polarização para a luz no plano em que ela incide – isto é, sobre todos os valores possíveis de θ . O valor médio de $\cos^2 \theta$ é $1/2$, então, concluímos que metade da luz incidente é transmitida.

Devido à reflexão e à absorção parcial da luz ao longo da direção de polarização, as lâminas polarizadoras reais podem transmitir apenas 40% da intensidade incidente.

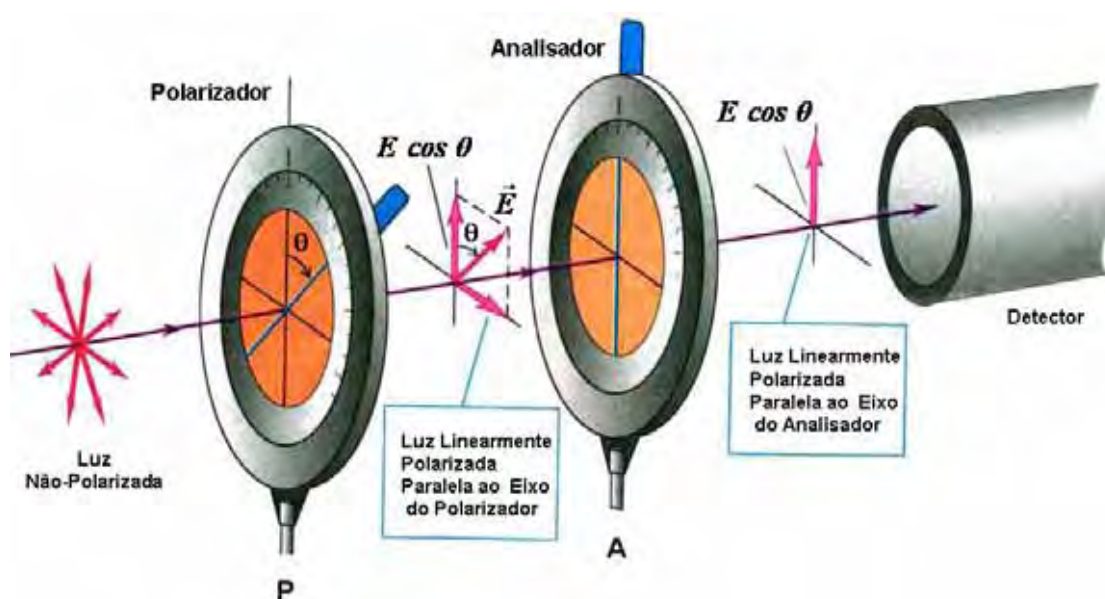


Figura 15. Duas películas polarizadoras com eixos de transmissão fazendo um ângulo θ um com o outro. Pela segunda película (analisador) somente é transmitida a componente $E \cos \theta$.

Seja agora, o caso de se colocar uma segunda lâmina polarizadora **A** (normalmente chamada assim, quando usada em forma de analisador), conforme indicado na Figura 15. Se **A** é girada em torno de eixo de propagação, existem duas possíveis posições em que a intensidade da luz transmitida tende a zero; estas são as posições em que as direções de polarização de **P** e **A** são perpendiculares.

Se a amplitude da luz incidente polarizada em **A** é E , a amplitude da luz que emerge é $E \cos \theta$, onde θ é o ângulo entre as direções de **P** e **A**. Obtemos, portanto, que a intensidade transmitida I varia com θ de acordo com a expressão

$$I = I_0 \cos^2 \theta \quad (81)$$

Onde, I_0 é o valor máximo da intensidade transmitida e ocorre quando as direções dos eixos de polarização de **P** e **A** estão paralelas.

A Equação (81) é chamada Lei de Malus, foi descoberta por Etienne Louis Malus (1775-1812) experimentalmente em 1809.

4. Equações de Fresnel e o Ângulo de Brewster

4.1 Os Coeficientes de Fresnel

Vamos considerar uma interface plana entre dois meios homogêneos, semi-infinitos e opticamente isotrópicos (figura 16). Pode-se então decompor um feixe de luz arbitrariamente polarizado em duas componentes [16].

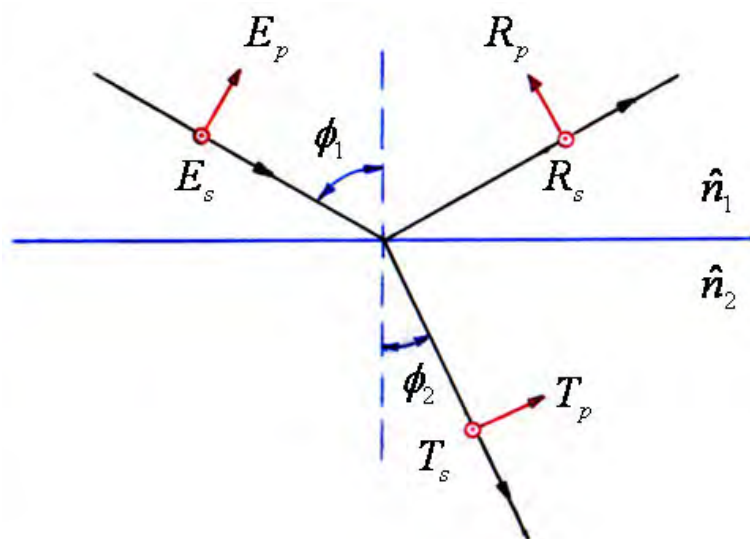


Figura 16. Reflexão e Refração – incidência oblíqua. Os pontos indicam as componentes perpendiculares ao plano da página e as setas indicam as componentes polarizadas paralelas ao plano da página.

Na figura $\vec{E}_p$ e $\vec{E}_s$ são os vetores do Campo Elétrico do feixe incidente na direção paralela (p) com o plano de incidência (plano do papel) e na direção perpendicular (s) com o plano de incidência. Esta notação é devido as palavra de origem alemã para paralela (p = parallel) e perpendicular (s = senkrecht), respectivamente. Correspondentemente, as componentes para o campo refletido e refratado (transmitido) são R_p e R_s e T_p e T_s .

As componentes para o campo elétrico refletido e refratado podem ser expressas em função do campo elétrico incidente; isto foi feito por Fresnel em 1823. Mais recentemente no século XIX elas foram refeitas por Maxwell nas equações da eletrodinâmica. Consequentemente, elas representaram mais um importante passo para a aceitação da teoria de Maxwell.

As relações para a interface acima, são derivadas das equações de Maxwell e das relações constitutivas do meio [21]. A partir do texto de Born e Wolf [16], para a interface ar-dielétrico, as equações de Fresnel, para a reflexão são:

$$\frac{R_p}{E_p} = \frac{\hat{n}_2 \cos \phi_1 - \hat{n}_1 \cos \phi_2}{\hat{n}_2 \cos \phi_1 + \hat{n}_1 \cos \phi_2} = r_{12}^p \quad (82)$$

$$\frac{R_s}{E_s} = \frac{\hat{n}_1 \cos \phi_1 - \hat{n}_2 \cos \phi_2}{\hat{n}_1 \cos \phi_1 + \hat{n}_2 \cos \phi_2} = r_{12}^s \quad (83)$$

e para a transmissão:

$$\frac{T_p}{E_p} = \frac{2\hat{n}_1 \cos \phi_1}{\hat{n}_2 \cos \phi_1 + \hat{n}_1 \cos \phi_2} = t^p \quad (84)$$

$$\frac{T_s}{E_s} = \frac{2\hat{n}_1 \cos \phi_1}{\hat{n}_1 \cos \phi_1 + \hat{n}_2 \cos \phi_2} = t^s \quad (85)$$

onde (E_p, E_s) , (R_p, R_s) e (T_p, T_s) representam as componentes de amplitude complexas do vetor campo elétrico para as ondas incidente, refletida e transmitida, respectivamente. $\hat{n}_1$ e $\hat{n}_2$ são os índices de refração complexos ($\hat{n} = n(1 - i\kappa)$) para os dois meios e ϕ_1 e ϕ_2 são os ângulos de incidência e refração na interface. (r^p e r^s) e (t^p e t^s) são os coeficientes complexos de Fresnel de reflexão e transmissão para a interface.

As equações (82) e (83), podem ser escritas em função somente dos ângulos de incidência e do ângulo de refração. Usando a lei de Snell – Descartes para a reflexão,

$$\hat{n}_1 \sin \phi_1 = \hat{n}_2 \sin \phi_2 \quad (86)$$

e a identidade trigonométrica,

$$\sin^2 \phi_2 + \cos^2 \phi_2 = 1 \quad (87)$$

fazendo a substituição em (86), temos:

$$\begin{aligned} \sin^2 \phi_2 &= (\hat{n}_1 / \hat{n}_2)^2 \sin^2 \phi_1 & \sin^2 \phi_2 &= 1 - \cos^2 \phi_2 \\ \cos \phi_2 &= \sqrt{1 - (\hat{n}_1 / \hat{n}_2)^2 \sin^2 \phi_1} \end{aligned} \quad (88)$$

A consideração deste caso conduz a três leis óticas bem conhecidas: a lei de Snell, a lei da refração e a lei de Brewster, que rege a polarização por reflexão.

Portanto para alcançar, determinados objetivos é mais conveniente ter os coeficientes de Fresnel na segunda forma:

$$r_{12}^p = \frac{\tan(\phi_1 - \phi_2)}{\tan(\phi_1 + \phi_2)} \quad (89)$$

$$r_{12}^s = \frac{-\sin(\phi_1 - \phi_2)}{\sin(\phi_1 + \phi_2)} \quad (90)$$

$$t_{12}^p = \frac{2 \sin \phi_2 \cos \phi_1}{\sin(\phi_1 + \phi_2) \cos(\phi_1 - \phi_2)} \quad (91)$$

$$t_{12}^s = \frac{2 \sin \phi_2 \cos \phi_1}{\sin(\phi_1 + \phi_2)} \quad (92)$$

O que realmente se mede não são os campos $\vec{E}$ refletido e transmitido, porém os fluxos médios de energia, por unidade de área, o refletido e o transmitido. Estes são dados pelo vetor de Poynting e são denominados *intensidades das ondas*, de forma que o vetor de Poynting se dirige no sentido da propagação, com módulo

$$S = \frac{n}{\mu_0 c} E^2 \quad (93)$$

onde n é o índice de refração, c e μ_0 são a velocidade da luz e a permeabilidade do vácuo. De acordo com a Eq. (6), para polarização circular ($\delta = \pm \pi/2$ e $E_p = E_s = E_0$)

$$E^2 = E_p^2 \sin^2 \omega t + E_s^2 \cos^2 \omega t = E_0^2 \quad (94)$$

S é constante no tempo. Para polarização linear ($\delta = 0, \pi$)

$$E^2 = (E_p^2 + E_s^2) \cos^2 \omega t \quad (95)$$

S varia entre zero e um máximo no dobro da freqüência da onda. Naturalmente, E^2 será sempre positivo. A dependência temporal em altas freqüências não é, todavia, mensurável e assim o que é de maior interesse é a media temporal de E^2 . Como a média sobre um período de $\cos^2(\omega t - \delta)$ é $1/2$, para qualquer polarização

$$\bar{E}^2 = \frac{1}{2}(E_p^2 + E_s^2) \quad (96)$$

De acordo com as Eqs. (93) e (96), em cada meio o vetor de Poynting é dado por:

$$\bar{S} = \frac{1}{2} \frac{n}{\mu_0 c} (E_p^2 + E_s^2) \quad (97)$$

As relações entre as intensidades podem ser obtidas em termos dos coeficientes de Fresnel, tratando cada direção de polarização separadamente. Definimos a reflectância $\mathbf{R}_n$ e a transmitância $\mathbf{T}_n$, como a componente dos respectivos vetores de Poynting, tomados em média sobre o tempo, normal a interface, em relação a componente normal do vetor de Poyntig incidente, portanto temos:

$$\mathbf{R}_s = (r_{12}^s)^2 \quad \mathbf{T}_s = \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} (t_{12}^s)^2 \quad (98)$$

$$\mathbf{R}_p = (r_{12}^p)^2 \quad \mathbf{T}_p = \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} (t_{12}^p)^2 \quad (99)$$

Com os coeficientes de Fresnel dados pelas Equações (89 à 92), a reflectância e a transmitância das Equações (98) e (99) satisfazem

$$\mathbf{R}_n + \mathbf{T}_n = 1 \quad (100)$$

Para qualquer par de meios não-condutores. Esta é uma expressão da conservação da energia na interface. Conforme a Eq. (97) vemos que as intensidades associadas as componentes p e s se adicionam simplesmente,

$$\bar{S} = \bar{S}_p + \bar{S}_s \quad (101)$$

não importando a diferença de fase entre as componentes p e s , isto é, independentemente do grau de polarização elíptica. Dessa forma, a Eq. (100) vale separadamente, para cada componente da polarização e também para as intensidades totais.

4.2 Representação do Índice de Refração Complexo

A onda eletromagnética ao incidir em um meio permite que os elétrons pertencentes aos átomos do meio oscilem na frequência da onda. Isto retarda a onda de tal forma que sua velocidade u no meio seja diferente à velocidade c no vácuo. O índice de refração do meio é uma medida desta mudança de velocidade ($n = c / u$). Além disso, quando as ondas são de alta frequência, os elétrons podem ser excitados a estados superiores de energia, absorvendo, portanto a radiação. Assim, também se pode medir a absorção característica do meio.

Define-se o índice de refração complexo como

$$\hat{n} = n(1 - i\kappa) \quad (102)$$

onde κ é o coeficiente de extinção, e relaciona-se com o coeficiente de absorção por:

$$\alpha = \frac{4\pi\kappa}{\lambda} \quad (103)$$

onde λ é o comprimento de onda da luz. Para incidência oblíqua num condutor (meio absorvente), é mais conveniente escrever $\hat{n} = n(1 + i\kappa)$, portanto temos:

$$\hat{n}_2 \cos \phi_2 = \mu_2 + i\nu_2 \quad (104)$$

onde μ_2 e v_2 são reais. Podemos facilmente expressar μ_2 e v_2 em termos do ângulo de incidência e das constantes que caracterizam as propriedades ópticas para o primeiro e segundo meio [22]. Substituindo a equação (104) em (88), temos:

$$\begin{aligned}\hat{n}_2 \cos \phi_2 &= \mu_2 + i v_2 & \cos \phi_2 &= \sqrt{1 - (\hat{n}_1 / \hat{n}_2)^2 \sin^2 \phi_1} \\ \hat{n}_2 \sqrt{1 - (\hat{n}_1 / \hat{n}_2)^2 \sin^2 \phi_1} &= \mu_2 + i v_2 & \rightarrow & \sqrt{\hat{n}_2^2 - \hat{n}_1^2 \sin^2 \phi} = \mu_2 + i v_2 \\ (\mu_2 + i v_2)^2 &= \hat{n}_2^2 - \hat{n}_1^2 \sin^2 \phi\end{aligned}\tag{105}$$

Considerando o meio 1 como sendo não absorvente ($\kappa_1 = 0$), e substituindo o índice de refração complexo por ($\hat{n}_2 = n_2(1 + i\kappa_2)$):

$$\mu_2^2 - v_2^2 + i2\mu_2 v_2 = n_2^2(1 - \kappa_2^2) - n_1^2 \sin^2 \phi + i2n_2^2 \kappa_2\tag{106}$$

Igualando as partes reais e imaginárias da equação acima, obtemos

$$\begin{aligned}\mu_2^2 - v_2^2 &= n_2^2(1 - \kappa_2^2) - n_1^2 \sin^2 \phi \\ \mu_2 v_2 &= n_2^2 \kappa_2\end{aligned}\tag{107}$$

As soluções para μ_2 e v_2 são, em regra, versões generalizadas de n e κ , que dependem do ângulo de incidência ϕ_1 .

$$2\mu_2^2 = n_2^2(1 - \kappa_2^2) - n_1^2 \sin^2 \phi + \sqrt{[n_2^2(1 - \kappa_2^2) - n_1^2 \sin^2 \phi]^2 + 4n_2^4 \kappa_2^2}\tag{108}$$

$$2v_2^2 = -[n_2^2(1 - \kappa_2^2) - n_1^2 \sin^2 \phi] + \sqrt{[n_2^2(1 - \kappa_2^2) - n_1^2 \sin^2 \phi]^2 + 4n_2^4 \kappa_2^2}\tag{109}$$

Quando $\phi_1 = 0$, temos que $\mu_2 = n_2$ e $v_2 = \kappa_2$. Podemos definir um índice de refração real $N_2(\phi_1)$,

$$N_2 = \sqrt{\mu_2^2 + n_1^2 \sin^2 \phi_1} \quad (110)$$

que dá a velocidade de fase como c/N_2 . Partindo da Eq. (86), vemos que N_2 satisfaz uma versão real da lei de Snell,

$$N_2 \sin \phi_2 = n_1 \sin \phi_1 \quad (111)$$

$$N_2 \cos \phi_2 = \mu_2$$

Qualquer destas equações pode ser usada para encontrar o ângulo ϕ_2 real. Apesar de N_2 não ser a parte real de $\hat{n}_2$, $N_2 \cos \phi_2$ é a parte real de $\hat{n}_2 \cos \phi_2$. Com isto, temos a solução completa para o caso complexo. Os resultados são uma generalização razoavelmente simples do caso real e a aplicação a qualquer problema particular faz-se diretamente. As Equações (108) e (109) são, entretanto, tão complicadas que, em geral, pouco mais se pode dizer a respeito da propagação num meio condutor com incidência oblíqua.

4.3 O Ângulo de Brewster

Em 1809, Malus descobriu que a luz poderia ser parcialmente ou completamente polarizada por reflexão. Qualquer um que tenha observado a reflexão do Sol na água, usando óculos escuros feitos com material polarizante, terá, provavelmente, percebido este efeito, que será explicado no final.

A figura 17 mostra um raio não-polarizado incidindo em uma superfície de vidro. Os vetores $\vec{E}$ são representados através de duas componentes, uma delas perpendicular (**s**) ao plano de incidência (o plano da figura) e a outra paralela (**p**) a

este plano. Na média, para luz incidente completamente não-polarizada, estas duas componentes têm a mesma amplitude.

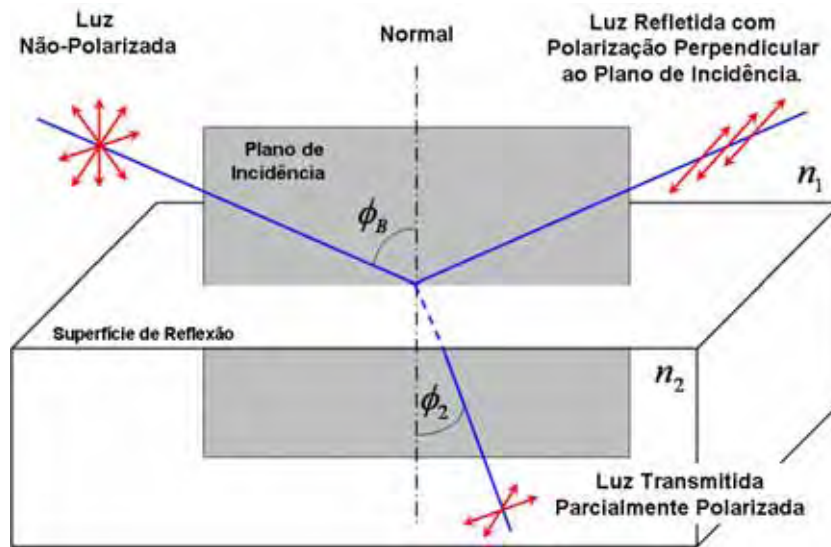


Figura 17. Para certo ângulo de incidência ϕ_B , a luz refletida é completamente polarizada. A luz refratada é parcialmente polarizada.

Para o vidro ou outros materiais dielétricos, pode existir um caso de reflectância nula? As Equações (89) e (90) mostram que pode.

Se $\phi_1 = \phi_2$, então $\tan(\phi_1 - \phi_2) = 0 = \sin(\phi_2 - \phi_1)$ e não há onda refletida. Infelizmente, isso só poderá ocorrer se $n_1 = n_2$, isto é, se os dois meios forem opticamente indistinguíveis.

Se por outro lado, $\phi_1 + \phi_2 = \pi/2$, então $\tan(\phi_1 - \phi_2) = 0 = \sin(\phi_2 - \phi_1)$ será infinita e a amplitude da onda refletida p polarizada será novamente nula. Neste caso, os meios são opticamente distinguíveis.

Como a polarização s , $\vec{E}$, perpendicular ao plano de incidência, é parcialmente refletida, a luz não polarizada, que incide segundo um ângulo que satisfaz $\phi_1 + \phi_2 = \pi/2$, será polarizada por reflexão. A lei de Snell-Descartes,

$$n_1 \sin \phi_1 = n_2 \sin \phi_2 \quad (112)$$

proporciona um meio de determinar o valor de ϕ_1 ($\phi_1 = \phi_B$). Usando $\phi_2 = \pi/2 - \phi_1$ na lei de Snell, obtemos

$$n_1 \sin \phi_B = n_2 \sin \left(\frac{\pi}{2} - \phi_B \right)$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{2} - \phi_B \right) = \sin \left(\frac{\pi}{2} \right) \cos \phi_B - \cos \left(\frac{\pi}{2} \right) \sin \phi_B = \cos \phi_B$$

$$n_1 \sin \phi_B = n_2 \cos \phi_B$$

$$\tan \phi_B = \frac{n_2}{n_1} \quad (113)$$

A quantidade ϕ_B é conhecida como Ângulo de Brewster (também conhecido como ângulo de polarização); a relação entre este e os índices de refração, como são dados na Eq. (113), é conhecido como Lei de Brewster. A polarização no ângulo de Brewster consiste em uma maneira prática de produzir radiação polarizada, apesar de não ser a mais comum. Na Figura 18, estão representados graficamente os valores de R_s e R_p para todos os valores de ϕ_1 com $n_1 = 1$, $n_2 = 2,0$ como na interface de ar-vidro. O ângulo de Brewster é $\phi_B = 64.4^\circ$ neste caso.

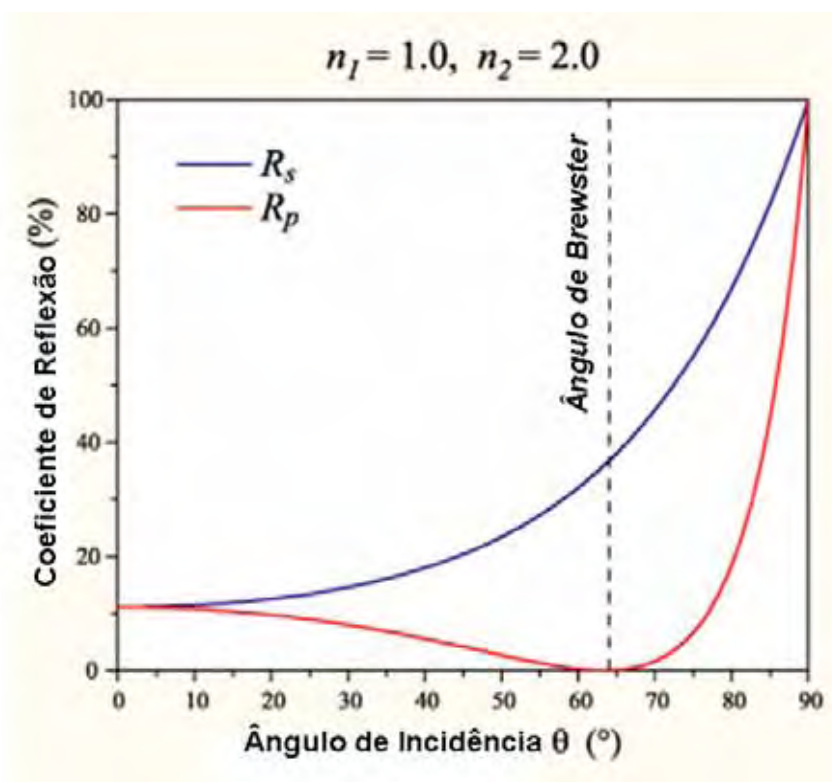


Figura 18. Gráfico para o Ângulo de Brewster.

A reflectância geralmente menor para a luz p polarizada explica a utilidade dos óculos de sol Polaróide. Como a maioria das superfícies refletoras que se encontram ao ar livre são horizontais, o plano de incidência da maior parte da luz refletida que atinge nossos olhos é vertical. Supondo que nossa cabeça esteja geralmente levantada, as lentes polarizantes são orientadas de forma a passar luz com vetor $\vec{E}$ no plano vertical e a eliminar a outra componente s mais intensamente refletida.

5. A Equação Fundamental da Elipsometria

A elipsometria pode ser convenientemente dividida em duas partes. A primeira é a que envolve a técnica de medida dos ângulos elipsométricos Ψ e Δ . A segunda é a teoria requerida para relacionar os parâmetros ópticos de um filme com os valores de Ψ e Δ . Nós começaremos a resolver a equação fundamental da elipsometria, ou seja, relativo à Ψ e Δ para n , κ e d .

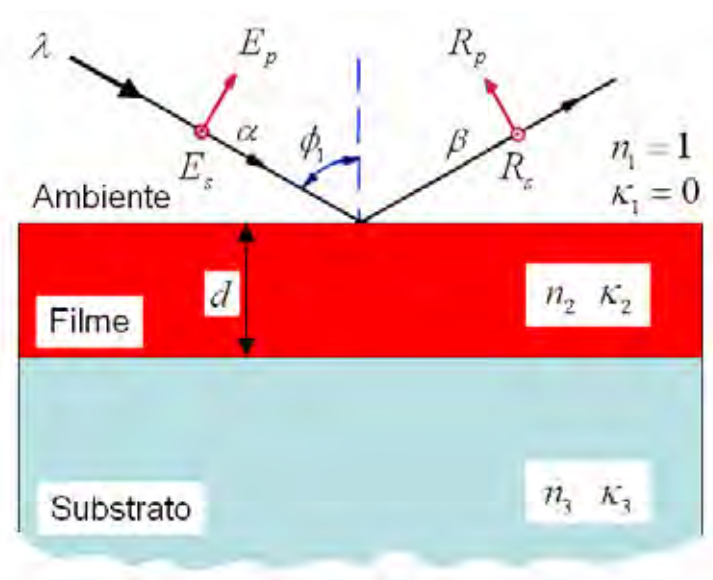


Figura 19. Incidência e reflexão de uma luz polarizada na superfície de um filme fino de espessura d , com índice de refração igual a n_f e coeficiente de extinção igual a κ_f .

Na figura 19 E_p e E_s são os campos elétricos incidente paralelo (p) e perpendicular (s) ao plano de incidência, da mesma forma que R_p e R_s são as suas componentes refletidas respectivamente.

Para o campo elétrico incidente podemos escrever:

$$E_p = E_{0p} e^{i\alpha_p} \quad (114a)$$

$$E_s = E_{0s} e^{i\alpha_s} \quad (114b)$$

e da mesma forma para o campo elétrico refletido, temos

$$R_p = R_{0p} e^{i\beta_p} \quad (115a)$$

$$R_s = R_{0s} e^{i\beta_s} \quad (115b)$$

Em (114) e (115) o fator $\omega t - \kappa z$ foi suprimido. As medidas mostram que $R_{p,s}$ é relacionado diretamente a $E_{p,s}$, e, em geral, o campo elétrico incidente se atenuará e sofre uma diferença de fase. Para descrever este comportamento nós introduzimos os coeficientes de reflexão complexos, ρ_p e ρ_s ,

$$R_p = \rho_p E_p \quad (116a)$$

$$R_s = \rho_s E_s \quad (116b)$$

ou, em geral,

$$\rho_m = \frac{R_m}{E_m} \quad m = p, s \quad (117)$$

Substituindo (114) e (115) em (117), temos:

$$\rho_m = \left(\frac{R_{0m}}{R_{0m}} \right) e^{i(\beta_m - \alpha_m)} \quad m = p, s \quad (118)$$

Através da equação (118), nós podemos definir um coeficiente de reflexão normalizado ρ ,

$$\rho = \frac{\rho_p}{\rho_s} = \left(\frac{R_{0p} / E_{0p}}{R_{0s} / E_{0s}} \right) e^{i(\beta - \alpha)} \quad (119)$$

onde $\alpha = \alpha_p - \alpha_s$ e $\beta = \beta_p - \beta_s$. As quantidades β e α descrevem as fases antes e depois da reflexão respectivamente. Tradicionalmente, os fatores em (119) são escritos em termos da tangente do ângulo Ψ ,

$$\Psi = \frac{R_{0p} / E_{0p}}{R_{0s} / E_{0s}} \quad (120a)$$

e a diferença de fase pelo ângulo Δ ,

$$\Delta = \beta - \alpha = (\beta_p - \beta_s) - (\alpha_p - \alpha_s) \quad (120b)$$

Usando a equação (120) podemos expressar (119) como

$$\rho = \tan \Psi e^{i\Delta} \quad (121)$$

Assim, a elipsometria envolve a relação entre as amplitudes que é dado pela $\tan \Psi$ e a diferença na mudança de fase Δ . Os valores de Ψ e Δ dependem das constantes ópticas do filme fino e do substrato, do comprimento de onda de luz, do ângulo de incidência e da espessura do filme. Com estes fatores em mente podemos expressamos (121) agora como:

$$\rho = \tan \Psi e^{i\Delta} = f(n, \kappa, d) \quad (122)$$

A equação (122) é chamada de “equação fundamental da elipsometria”, ela representa o problema básico que é medir Ψ e Δ e relacionar isto para $f(n, \kappa, d)$. Na próxima seção vamos desenvolver essa equação de acordo com o tipo de sistema medido.

5.1 Sistema: Ambiente – Substrato

As equações de Fresnel para os coeficientes de reflexão r^p e r^s entre dois meios isotrópicos (Capítulo 4) podem ser escritas como:

$$r^p = \frac{\hat{n}_2 \cos \phi_1 - \hat{n}_1 \cos \phi_2}{\hat{n}_2 \cos \phi_1 + \hat{n}_1 \cos \phi_2} \quad (82)$$

$$r^s = \frac{\hat{n}_1 \cos \phi_1 - \hat{n}_2 \cos \phi_2}{\hat{n}_1 \cos \phi_1 + \hat{n}_2 \cos \phi_2} \quad (83)$$

O coeficiente de reflexão complexo ρ é definido por

$$\rho = \frac{r^p}{r^s} \quad (123)$$

Substituindo (82) e (83) em (123) e dividindo o numerador e o denominador por $\hat{n}_1$, temos.

$$\rho = \frac{\hat{n}_2 \cos \phi_1 - \hat{n}_1 \cos \phi_2}{\hat{n}_2 \cos \phi_1 + \hat{n}_1 \cos \phi_2} \frac{\hat{n}_1 \cos \phi_1 + \hat{n}_2 \cos \phi_2}{\hat{n}_1 \cos \phi_1 - \hat{n}_2 \cos \phi_2} \left(\frac{1/\hat{n}_1}{1/\hat{n}_1} \right)$$

$$\rho = \frac{x \cos \phi_1 - \cos \phi_2}{x \cos \phi_1 + \cos \phi_2} \frac{\cos \phi_1 + x \cos \phi_2}{\cos \phi_1 - x \cos \phi_2} \quad (124)$$

onde $x = \hat{n}_2 / \hat{n}_1$. O ângulo de refração ϕ_2 pode ser eliminado da equação (124) usando a lei de Snell, que pode ser escrita como

$$\sin \phi_2 = \frac{\sin \phi_1}{x} \quad (125)$$

usando a propriedade trigonométrica

$$\cos \phi_2 = (1 - \sin^2 \phi_2)^{1/2} \quad \rightarrow \quad \cos \phi_2 = \frac{1}{x} \sqrt{x^2 - \sin^2 \phi_1} \quad (126)$$

assim (124) pode ser escrita como

$$\rho = \frac{x^2 \cos \phi_1 - \sqrt{x^2 - \sin^2 \phi_1}}{x^2 \cos \phi_1 + \sqrt{x^2 - \sin^2 \phi_1}} \frac{\cos \phi_1 + \sqrt{x^2 - \sin^2 \phi_1}}{\cos \phi_1 - \sqrt{x^2 - \sin^2 \phi_1}} \quad (127)$$

temos agora dois conjuntos

$$a = \cos \phi_1 \quad \text{e} \quad b = \sqrt{x^2 - \sin^2 \phi_1} \quad (128)$$

assim (127) torna-se

$$\rho = \frac{U + V}{U - V} \quad (129)$$

onde

$$U = a^2 x^2 - b^2 \quad (130)$$

$$V = ab(x^2 - 1) \quad (131)$$

Ajustando a função $f = U/V$, nós resolvemos (130) e (131) para x^2 e encontramos:

$$x^2 = \sin^2 \phi_1 \left[1 + \frac{\tan^2 \phi_1}{f^2} \right] \quad (132)$$

A equação (129) resolvida em função de ρ é

$$f = \frac{1+\rho}{1-\rho} \quad (133)$$

Finalmente, de (125) e (133) nós podemos ver então que (132) torna-se:

$$\frac{\hat{n}_2}{\hat{n}_1} = \sin \phi_1 \left[1 + \left(\frac{1-\rho}{1+\rho} \right)^2 \tan^2 \phi_1 \right]^{1/2} \quad (134)$$

que mostra a relação entre $\hat{n}_2$, $\hat{n}_1$ e ρ . Outra forma diferente para (134) pode ser escrita se substituirmos $\tan \phi_1$ por $(\sin \phi_1 / \cos \phi_1)$ e usando um pouco de álgebra temos:

$$\frac{\hat{n}_2}{\hat{n}_1} = \tan \phi_1 \left[1 - \frac{4\rho}{(1+\rho)^2} \sin^2 \phi_1 \right]^{1/2} \quad (135)$$

A eliminação do ângulo de refração ϕ_2 é vantajosa para o ponto de vista computacional porque é mais fácil avaliar as equações (134) e (135) em termos de ρ , em lugar de um ângulo complexo.

Podemos usar a equação (135) para determinar o índice de refração complexo de um material para um ângulo de incidência específico. Lembrando que Ψ e Δ são respectivamente a inclinação e a diferença de fase de uma luz polarizada refletida pela superfície do material em estudo.

Utilizando-se a fórmula de Euler, o coeficiente de reflexão complexo ρ pode ser escrito como:

$$\rho = \tan \Psi e^{\Delta} \quad \rightarrow \quad e^{\Delta} = \cos \Delta + i \sin \Delta$$

$$\rho = \rho_R + i\rho_I \quad (136)$$

onde ρ_R e ρ_I , são dados por:

$$\rho_R = \tan \Psi \cos \Delta \quad (137a)$$

$$\rho_I = \tan \Psi \sin \Delta \quad (137b)$$

Se substituirmos (136) em (135) e agruparmos os termos em partes real e imaginária, ficaríamos com :

$$\hat{n}_2^2 = \frac{(CE + DF) - i(CF - DE)}{E^2 + F^2} \quad (138a)$$

$$\hat{n}_2^2 = A - iB \quad (138b)$$

Onde

$$A = \frac{CE + DF}{E^2 + F^2} \quad (139a)$$

$$B = \frac{CF - DE}{E^2 + F^2} \quad (139b)$$

e

$$C = ((\rho_R + 1)^2 - \rho_I^2 - 4\rho_R \sin^2 \phi_1) \tan^2 \phi_1 \quad (140a)$$

$$D = (1 + \rho_R - 2 \sin^2 \phi_1) 2\rho_I \tan^2 \phi_1 \quad (140b)$$

$$E = (\rho_R + 1)^2 - \rho_I^2 \quad (140c)$$

$$F = 2\rho_I(1 + \rho_R) \quad (140d)$$

Recordando que $\hat{n}_2$ é complexo e definido em termos do índice de refração real n e o coeficiente de extinção κ como

$$\hat{n}_2 = n(1 - i\kappa) \quad (141)$$

Podemos agora escrever os termos n e κ em função de A e B , substituindo a equação (141) em (138b):

$$\hat{n}_2^2 = n^2(1 - i\kappa)^2 = A - iB \quad (142)$$

Desenvolvendo (142) e separando a parte real e a imaginária, temos:

$$A = n^2 - n^2\kappa^2 \quad (143a)$$

$$B = 2n^2\kappa \quad (143b)$$

Substituindo (143b) em (143a), isso conduz a uma equação quadrática para n_2 :

$$n^4 - An^2 - \frac{B^2}{4} = 0 \quad (144)$$

onde a solução é

$$n^2 = \frac{A + \sqrt{A^2 + B^2}}{2} \quad (145)$$

e para κ (143b),

$$\kappa = \frac{B}{A \pm \sqrt{A^2 + B^2}} \quad (146)$$

Para um índice de refração real, B é igual a zero, então as equações (145) e (146) se tornam:

$$n^2 = A \quad (147)$$

$$\kappa = 0 \quad (148)$$

5.2 Sistema: Ambiente – Filme – Substrato

Vamos considerar agora um caso específico para $f(n, \kappa, d)$, onde um filme fino é depositado em um substrato, esse sistema é chamado de sistema ambiente – filme – substrato (AFS), esse sistema é mostrado na figura 20. Para proceder com o problema é necessário determinar a relação entre a troca de fase entre cada dos feixes adjacentes dentro da espessura do filme ($\hat{n}_2$). Na figura abaixo é mostrado a geometria para a diferença de caminho entre dois feixes adjacentes.

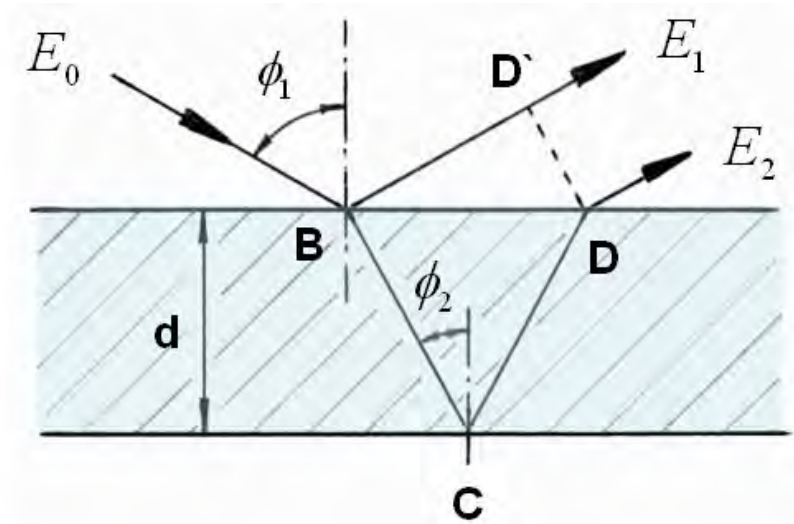


Figura 20. Geometria dos caminhos ópticos diferentes entre dois feixes adjacentes após uma incidência oblíqua e uma reflexão nas superfícies de um filme fino.

Na figura 20 os comprimentos do caminho entre os dois feixes adjacentes são BD' e $BC + CD$, respectivamente. A diferença do caminho óptico Δl ou diferença de fase é $\Delta\phi = k\Delta l$, então,

$$\Delta\phi = k[\hat{n}_2(BC + CD) - BD'] \quad (149)$$

onde $k = 2\pi / \lambda$ e λ é o comprimento de onda da luz incidente. Então podemos escrever:

$$BC = CD = \frac{d}{\cos\phi_2} \quad (150a)$$

$$BD' = BD \sin\phi_1 = \hat{n}_2(BD) \sin\phi_2 \quad (150b)$$

$$BD = \frac{2d}{\cos\phi_2} \sin\phi_2 \quad (150c)$$

Substituindo (150) em (149), temos:

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= k \left[\hat{n}_2 \left(\frac{d}{\cos\phi_2} + \frac{d}{\cos\phi_2} \right) - \hat{n}_2 \frac{2d}{\cos\phi_2} \sin\phi_2 \sin\phi_2 \right] \\ \Delta\phi &= k \left[\hat{n}_2 \frac{2d}{\cos\phi_2} (1 - \sin^2\phi_2) \right] \quad \rightarrow \quad \Delta\phi = k \left[\hat{n}_2 \frac{2d}{\cos\phi_2} \cos^2\phi_2 \right] \\ \Delta\phi &= k \left[\hat{n}_2 \frac{2d}{\cos\phi_2} \cos^2\phi_2 \right] \quad \rightarrow \quad \Delta\phi = k [2d\hat{n}_2 \cos\phi_2] \\ \Delta\phi &= \frac{4\pi\hat{n}_2 d}{\lambda} \cos\phi_2 \quad (151) \end{aligned}$$

Se $\Delta\phi = 2\pi$, então há interferência construtiva entre os feixes adjacentes, isto é, as ondas estão em fase uma com a outra. Semelhantemente $\Delta\phi = \pi$, há interferência destrutiva, assim as ondas estão completamente fora de fase.

A equação (151) pode ser expressa em termos do ângulo de incidência ϕ_1 . Com o auxílio da lei de Snell (86), podemos escrever:

$$\Delta\phi = \frac{4\pi d}{\lambda} (\hat{n}_2^2 - \hat{n}_1^2 \sin^2 \phi_1)^{1/2} \quad (152)$$

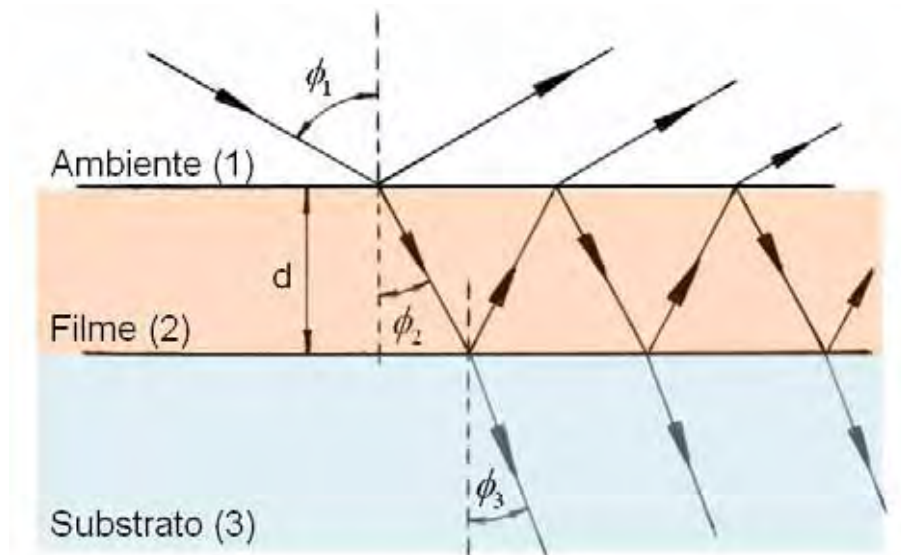


Figura 21. Reflexões e transmissão múltiplas de um raio incidente, para um sistema ambiente (1) – filme (2) – substrato (3). A espessura do filme é d , ϕ_1 é o ângulo de incidência para o meio ambiente, e ϕ_2 e ϕ_3 são os ângulos de refração no filme e no substrato respectivamente.

Temos que somar agora todas as contribuições dos feixes refletidos na interface filme substrato, como mostra a figura 21. Para o momento nós ignoramos as polarizações s e p ; elas serão resolvidas separadamente depois. Se o campo incidente é escrito como E_0 , então vemos que os quatro primeiros feixes são:

$$\begin{aligned}
E_1 &= r_{12} E_0 \\
E_2 &= t_{12} t_{21} r_{23} e^{-i\Delta\phi} E_0 \\
E_3 &= t_{12} t_{21} r_{21}^2 r_{23}^2 e^{-i2\Delta\phi} E_0 \\
E_4 &= t_{12} t_{21} r_{21}^2 r_{23}^2 e^{-i3\Delta\phi} E_0
\end{aligned} \tag{153}$$

assim o campo total E é:

$$E = r_{12} E_0 + t_{12} t_{21} r_{23} e^{-i\Delta\phi} E_0 + t_{12} t_{21} r_{21}^2 r_{23}^2 e^{-i2\Delta\phi} E_0 + t_{12} t_{21} r_{21}^2 r_{23}^2 e^{-i3\Delta\phi} E_0 \tag{154}$$

Podemos escrever todas as condições dos feixes depois do primeiro termo $E_1 = r_{12} E_0$ para $N-1$ como:

$$t_{12} t_{21} r_{23} e^{-i\Delta\phi} \left[1 + r_{21} r_{23} e^{-i\Delta\phi} + r_{21}^2 r_{23}^2 e^{-i2\Delta\phi} + \dots + r_{21}^N r_{23}^N e^{-iN\Delta\phi} \right] \tag{155}$$

As condições dentro dos parênteses podem ser escritas como:

$$S = 1 + x + x^2 + \dots + x^N \tag{156}$$

onde

$$x = r_{21} r_{23} e^{-i\Delta\phi} \tag{157}$$

A equação (156) é uma soma geométrica. A solução é obtida multiplicando-se (156) por x ,

$$xS = x + x^2 + x^3 \dots + x^{N+1} \tag{158}$$

então, subtraindo (158) em (156) podemos obter:

$$S = \frac{1 - x^{N+1}}{1 - x} \quad (159)$$

O fator x sempre é menos que 1, de forma que para um número infinito de feixes $N \rightarrow \infty$, o valor limitando de S em (159) é

$$S = \frac{1}{1 - x} \quad (160)$$

então vemos que (154) se torna:

$$R = r_{12} + \frac{t_{12}t_{21}r_{23}e^{-i\Delta\phi}}{1 - r_{21}r_{23}e^{-i\Delta\phi}} \quad (161)$$

ou

$$R = \frac{r_{12} + r_{23}e^{-i\Delta\phi}}{1 - r_{12}r_{23}e^{-i\Delta\phi}} \quad (162)$$

onde $R = E/E_0$ e também podemos usar as relações de Stokes $r_{21} = -r_{12}$ e $t_{12}t_{21} = 1 - r_{12}^2$.

Observe que as relações de Stokes são extremamente importantes, porque eles não só nos permitem a determinar os sinais corretos entre os coeficientes, mas também nos permitem expressar R em termos de r_{12} e r_{23} , que são os coeficientes de reflexão de Fresnel para a interface ambiente-filme (1-2), interface filme-substrato (2-3), respectivamente.

A equação (162) é válida quando a onda incidente é linearmente polarizada nas direções paralela (p) ou perpendicular (s) ao plano de incidência. Assim, nós podemos escrever “Coeficientes de Reflexão total de Fresnel - (R)” para as polarizações adicionando p e s :

$$R_p = \frac{r_{12}^p + r_{23}^p e^{-i\Delta\phi}}{1 - r_{12}^p r_{23}^p e^{-i\Delta\phi}} \quad (163)$$

$$R_s = \frac{r_{12}^s + r_{23}^s e^{-i\Delta\phi}}{1 - r_{12}^s r_{23}^s e^{-i\Delta\phi}} \quad (164)$$

O retardamento de fase $\Delta\phi$ é igual para as polarizações p e s , e dado por (152). Os coeficientes de reflexão de Fresnel para as interfaces 1-2 e 2-3, para as polarizações p e s são respectivamente:

$$r_{12}^p = \frac{\hat{n}_2 \cos \phi_1 - \hat{n}_1 \cos \phi_2}{\hat{n}_2 \cos \phi_1 + \hat{n}_1 \cos \phi_2} \quad (165)$$

$$r_{23}^p = \frac{\hat{n}_3 \cos \phi_2 - \hat{n}_2 \cos \phi_3}{\hat{n}_3 \cos \phi_2 + \hat{n}_2 \cos \phi_3} \quad (166)$$

$$r_{12}^s = \frac{\hat{n}_1 \cos \phi_1 - \hat{n}_2 \cos \phi_2}{\hat{n}_1 \cos \phi_1 + \hat{n}_2 \cos \phi_2} \quad (167)$$

$$r_{23}^s = \frac{\hat{n}_2 \cos \phi_2 - \hat{n}_3 \cos \phi_3}{\hat{n}_2 \cos \phi_2 + \hat{n}_3 \cos \phi_3} \quad (168)$$

Para obtermos a equação fundamental da elipsometria, temos que introduzir ρ , que é a relação de R_p e R_s , isto é basta dividir (163) por (164), então nós temos:

$$\rho = \frac{R_p}{R_s} = \tan \Psi e^{i\Delta} = \frac{r_{12}^p + r_{23}^p e^{-i\Delta\phi}}{1 + r_{12}^p r_{23}^p e^{-i\Delta\phi}} \frac{1 + r_{12}^s r_{23}^s e^{-i\Delta\phi}}{r_{12}^s + r_{23}^s e^{-i\Delta\phi}} \quad (169)$$

A equação (169) é a equação fundamental de ellipsometry. Podemos ver agora que a função $f(n_1, n_2, n_3, d, \phi_1, \lambda)$ dada pela equação (170) é muito complicada.

Na realidade a função relaciona os ângulos elipsométricos medidos Ψ e Δ para as propriedades ópticas de um sistema de três fases, isto é, índices de refração (complexos) do ambiente ($\hat{n}_1$), do filme ($\hat{n}_2$), do substrato ($\hat{n}_3$) e a espessura do filme (d) para um determinado comprimento de onda (λ) do feixe de luz que incide sobre o sistema por um ângulo de incidência dado por (ϕ_1). Assim, a equação elipsométrica é uma função verdadeiramente complicada e pode ser escrita simbolicamente como:

$$\rho = \tan \Psi e^{i\Delta} = f(\hat{n}_1, \hat{n}_2, \hat{n}_3, d, \phi_1, \lambda) \quad (170)$$

5.3 Coeficientes Complexos de Fresnel

Uma inspeção na equação (170) mostra que ρ explicitamente em geral depende dos índices de refração complexos do filme e do substrato. O material do substrato usado em nosso laboratório, para deposição dos filmes apresenta um valor muito baixo para o coeficiente de extinção, sendo necessária apenas uma correção no valor da parte real como mostrado na equação (110) do Capítulo 4, portanto podemos escrever os coeficientes complexos de Fresnel considerando apenas o filme como absorvente e o substrato transparente [14].

Abaixo são descritos as etapas para os cálculos dos coeficientes complexos de Fresnel para esse sistema ambiente-filme-substrato:

a) Determinação de μ_2 e ν_2

Os valores de μ_2 e ν_2 são obtidos a partir de (104), $\hat{n}_2 \cos \phi_2 = \mu_2 + i\nu_2$, e calculados pelo conjunto de equações (108) e (109).

$$\mu_2 = \left[\frac{1}{2} \left(n_2^2 (1 - \kappa_2^2) - n_1^2 \sin^2 \phi_1 + \sqrt{[n_2^2 (1 - \kappa_2^2) - n_1^2 \sin^2 \phi_1]^2 + 4n_2^4 \kappa_2^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (171)$$

$$v_2 = \left[\frac{1}{2} \left(-[n_2^2(1-\kappa_2^2) - n_1^2 \sin^2 \phi_1] + \sqrt{[n_2^2(1-\kappa_2^2) - n_1^2 \sin^2 \phi_1]^2 + 4n_2^4 \kappa_2^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (172)$$

b) Determinação de N_3 e ϕ_3

Aplicando-se a lei de Snell para o sistema, temos

$$n_1 \sin \phi_1 = \hat{n}_2 \sin \phi_2 = \hat{n}_3 \sin \phi_3 \quad (173)$$

Vamos determinar um índice de refração real N_3 para $\hat{n}_3$, levando em conta somente a parte real, conforme as equações (104), (108) e (110):

$$\hat{n}_3 \cos \phi_3 = \mu_3 + i\nu_3 \quad (174)$$

onde μ_3 , através de (108) é dado por:

$$\mu_3 = \left[\frac{1}{2} \left(n_3^2(1-\kappa_3^2) - n_1^2 \sin^2 \phi_1 + \sqrt{[n_3^2(1-\kappa_3^2) - n_1^2 \sin^2 \phi_1]^2 + 4n_3^4 \kappa_3^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (175)$$

Usando a equação (110), podemos calcular N_3 ,

$$N_3 = \sqrt{\mu_3^2 + n_1^2 \sin^2 \phi_1} \quad (176)$$

e pela equação (173), o ângulo ϕ_3 .

$$\phi_3 = \arcsin \left(\frac{n_1 \sin \phi_1}{N_3} \right) \quad (177)$$

c) Determinação de r_{12}^P

De acordo com (104), (171) e (172), a equação (165) para a refração paralela ao plano de incidência ficara da seguinte forma:

$$r_{12}^P = \rho_{12}^P e^{i\phi_{12}^P} \quad (178)$$

onde a amplitude ρ_{12}^P é dado por:

$$(\rho_{12}^P)^2 = \frac{[n_2^2(1-\kappa_2^2)\cos\phi_1 - n_1\mu_2]^2 + [2n_2^2\kappa_2\cos\phi_1 - n_1v_2]^2}{[n_2^2(1-\kappa_2^2)\cos\phi_1 + n_1\mu_2]^2 + [2n_2^2\kappa_2\cos\phi_1 + n_1v_2]^2} \quad (179)$$

e a mudança de fase ϕ_{12}^P é determinada pela seguinte equação:

$$\tan \phi_{12}^P = 2n_1n_2^2 \cos \phi_1 \frac{2\kappa_2\mu_2 - (1-\kappa_2^2)v_2}{n_2^4(1+\kappa_2^2)^2 \cos^2 \phi_1 - n_1^2(\mu_2^2 + v_2^2)} \quad (180)$$

d) Determinação de r_{23}^P

De maneira análoga, a equação (166) para a refração na segunda interface ficara da seguinte forma,

$$r_{23}^P = \rho_{23}^P e^{i\phi_{23}^P} \quad (181)$$

com amplitude ρ_{23}^P ,

$$(\rho_{23}^P)^2 = \frac{[n_2^2(1-\kappa_2^2)\cos\phi_3 - N_3\mu_2]^2 + [2n_2^2\kappa_2\cos\phi_3 - N_3v_2]^2}{[n_2^2(1-\kappa_2^2)\cos\phi_3 + N_3\mu_2]^2 + [2n_2^2\kappa_2\cos\phi_3 + N_3v_2]^2} \quad (182)$$

e mudança de fase ϕ_{23}^P igual á:

$$\tan \phi_{23}^P = 2N_3n_2^2 \cos \phi_3 \frac{2\kappa_2\mu_2 - (1-\kappa_2^2)v_2}{n_2^4(1+\kappa_2^2)^2 \cos^2 \phi_3 - N_3^2(\mu_2^2 + v_2^2)} \quad (183)$$

e) Determinação de r_{12}^s

De acordo com (104), (171) e (172) a equação (167) para a refração perpendicular ao plano de incidência se transforma em,

$$r_{12}^s = \rho_{12}^s e^{i\phi_{12}^s} \quad (184)$$

com amplitude ρ_{12}^s ,

$$(\rho_{12}^s)^2 = \frac{(n_1 \cos \phi_1 - \mu_2)^2 + v_2^2}{(n_1 \cos \phi_1 + \mu_2)^2 + v_2^2} \quad (185)$$

e mudança de fase ϕ_{12}^s igual á:

$$\tan \phi_{12}^s = \frac{2v_2 n_1 \cos \phi_1}{\mu_2^2 + v_2^2 - n_1^2 \cos^2 \phi_1} \quad (186)$$

f) Determinação de r_{23}^s

De maneira análoga, a equação (168) para a refração na segunda interface ficara da seguinte forma,

$$r_{23}^s = \rho_{23}^s e^{i\phi_{23}^s} \quad (187)$$

com amplitude ρ_{12}^s ,

$$(\rho_{23}^s)^2 = \frac{(N_3 \cos \phi_3 - \mu_2)^2 + v_2^2}{(N_3 \cos \phi_3 + \mu_2)^2 + v_2^2} \quad (188)$$

e mudança de fase ϕ_{23}^s igual á:

$$\tan \phi_{23}^s = \frac{2v_2 N_3 \cos \phi_3}{\mu_2^2 + v_2^2 - N_3^2 \cos^2 \phi_3} \quad (189)$$

5.4 Resolvendo a Equação Elipsométrica

Para o momento vamos considerar que os índices de refração complexos dos meios ambiente, do filme e do substrato são conhecidos, e a quantidade que interessa determinar é a espessura do filme. A espessura do filme (d) pode ser achada da seguinte maneira. Vamos escrever (163) e (164) como

$$R_p = \frac{a + bX}{1 + abX} \quad (190)$$

$$R_s = \frac{c + gX}{1 + cgX} \quad (191)$$

onde a , b , c e g são os coeficientes complexos encontrados nas equações (178), (181), (184) e (187), respectivamente, e

$$X = e^{-i\Delta\phi} \quad (192)$$

De (169) nós temos então

$$\rho = \frac{(a + bX)(1 + cgX)}{(1 + abX)(c + gX)} \quad (193)$$

onde

$$(a, b) = (r_{12}^p, r_{23}^p) \quad (194a)$$

$$(c, g) = (r_{12}^s, r_{23}^s) \quad (194b)$$

$$\rho = \tan \Psi e^{i\Delta} = \tan \Psi (\cos \Delta + i \sin \Delta) = \rho_R + i \rho_I \quad (195)$$

Efetutando-se a multiplicação em (193), nós achamos então

$$\rho = \frac{A + BX + CX^2}{D + EX + FX^2} \quad (196)$$

onde

$$A = r_{12}^p \quad (197a)$$

$$B = r_{23}^p + r_{12}^p r_{12}^s r_{23}^s \quad (197b)$$

$$C = r_{23}^p r_{12}^s r_{23}^s \quad (197c)$$

$$D = r_{12}^s \quad (197d)$$

$$E = r_{23}^s + r_{12}^p r_{23}^p r_{12}^s \quad (197e)$$

$$F = r_{12}^p r_{23}^p r_{12}^s \quad (197f)$$

A equação (196) pode agora ser escrita como uma equação do segundo grau, onde todos os termos são números complexos

$$a_2 X^2 + a_1 X + a_0 = 0 \quad (198)$$

onde

$$a_2 = \rho F - C \quad (199a)$$

$$a_1 = \rho E - B \quad (199b)$$

$$a_0 = \rho D - A \quad (199c)$$

As duas soluções para (198) são

$$X_1 = \frac{-a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_2a_0}}{2a_2} \quad (200a)$$

$$X_1 = \frac{-a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_2a_0}}{2a_2} \quad (200b)$$

Assim, nós encontramos uma solução formal para o problema. Para resolver X_1 e X_2 basta substituir os valores de a_2 , a_1 e a_0 em (200). O resultado é um número complexo

$$X_{1,2} = U \pm iV \quad (201)$$

Recordando que $X_{1,2}$ é

$$X = e^{-i\Delta\phi} \quad \rightarrow \quad \Delta\phi = \frac{4\pi d}{\lambda} (\hat{n}_2^2 - n_1^2 \sin^2 \phi_1)^{1/2}$$

$$X_{1,2} = \exp \left(\frac{-i4\pi d [\hat{n}_2^2 - n_1^2 \sin^2 \phi_1]^{1/2}}{\lambda} \right) \quad (202)$$

Substituindo (202) em (201), temos

$$X_{1,2} = \exp \left(\frac{-i4\pi d [\hat{n}_2^2 - n_1^2 \sin^2 \phi_1]^{1/2}}{\lambda} \right) = U \pm iV \quad (203)$$

Além disso, podemos reescrever (152), fixando um valor D ,

$$D = \frac{\lambda}{2} [\hat{n}_2^2 - n_1^2 \sin^2 \phi_1]^{-\frac{1}{2}} \quad (204)$$

assim,

$$X_{1,2} = \exp\left[-i2\pi\left(\frac{d}{D}\right)\right] \quad (205)$$

A raiz quadrada em (200) deve ser primeiro convertida para forma Cartesiana [23]. Assim precisamos somente de uma interação para o lado direito de (203). Agora de acordo com as formas Cartesianas no numerador e no denominador, podemos escrever:

$$X_{1,2} = \exp\left[-i2\pi\left(\frac{d}{D}\right)\right] = \frac{m+in}{o+ip}$$

$$X_{1,2} = \frac{(mo+pn)+i(no-mp)}{o^2+p^2} = U+iV \quad (206)$$

Nós podemos expressar o número complexo $U+iV$ em coordenadas polares e escrever (206) como

$$X_{1,2} = U+iV = A \exp[-i\alpha] \quad \rightarrow \quad X_{1,2} = \exp\left[-i2\pi\left(\frac{d}{D}\right)\right]$$

$$\exp\left[-i2\pi\left(\frac{d}{D}\right)\right] = U+iV = A \exp[-i\alpha] \quad (207)$$

onde A e α são quantidades reais, então temos

$$A = \sqrt{U^2 + V^2} \quad (208)$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{-V}{U}\right) \quad (209)$$

Finalmente, aplicando o logaritmo natural de ambos os lados de (207) e multiplicando por i , obtém-se

$$-i2\pi\left(\frac{d}{D}\right) = \ln A - i\alpha \quad \rightarrow \quad 2\pi\left(\frac{d}{D}\right) = \alpha - i \ln A$$

assim

$$d = \frac{D}{2\pi} [\alpha + i \ln A] \quad (210)$$

onde

$$D = \frac{\lambda}{2} \left[\hat{n}_2^2 - n_1^2 \sin^2 \phi_1 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (204)$$

Se $\hat{n}_2$ é real, então (210) pode ser calculado usando um intervalo de valores de $d=0$ até $d=D$, assim o valor correto é encontrado. Também podemos observar que se $\hat{n}_2$ é real, não há nenhuma parte imaginária porque d deve ser real.

Se $\hat{n}_2$ é complexo como em nosso caso, substituímos (204) em (210) e elevamos ao quadrado,

$$d^2 = \left(\frac{\lambda}{4\pi} \right)^2 \frac{\left[\alpha^2 - (\ln A)^2 + i2\alpha \ln A \right]}{\left[\hat{n}_2^2 - n_1^2 \sin^2 \phi_1 \right]} \quad (211)$$

Desenvolvendo $\hat{n}_2^2$, temos

$$\begin{aligned} \hat{n}_2 &= n_2(1 - i\kappa_2) \quad \rightarrow \quad \hat{n}_2^2 = n_2^2 - n_2^2 \kappa_2^2 - i2n_2^2 \kappa_2 \\ \hat{n}_2^2 &= K_{RF} - iK_{IF} \end{aligned} \quad (212)$$

onde

$$K_{RF} = n_2^2 - n_2^2 \kappa_2^2 \quad (213a)$$

$$K_{IF} = 2n_2^2 \kappa_2 \quad (213b)$$

Substituindo (212) em (211), encontramos

$$d^2 [K_{RF} - n_1^2 \sin^2 \phi_1 - iK_{IF}] = \left(\frac{\lambda}{4\pi} \right)^2 [\alpha^2 - (\ln A)^2 + i2\alpha \ln A] \quad (214)$$

onde

$$D_1 = K_{RF} - n_1^2 \sin^2 \phi_1 \quad (215a)$$

$$D_2 = \frac{\lambda}{4\pi} \quad (215b)$$

$$D_3 = \alpha^2 - (\ln A)^2 \quad (215c)$$

$$D_4 = 2\alpha \ln A \quad (215d)$$

O resultado (214) é então separado em duas partes, real e imaginário. Quando isto é feito encontramos

$$d_R = D_2 \sqrt{\frac{D_3}{D_1}} \quad (216)$$

$$d_I = D_2 \sqrt{\frac{D_4}{K_{IF}}} \quad (217)$$

Se n_2 e κ_2 são conhecidos, então a equação (216) pode ser usada para encontrar a solução (d_R). O resultado pode ser então conferido (d_I) usando a equação (217). Porém, se os valores de d e as constantes ópticas n_2 e κ_2 do filme

não são conhecidas, ambas as equações podem ser usadas através de um processo de interações até que se alcancem os valores exatos para d , n_2 e κ_2 assim as equações serão satisfeitas.

Está claro que este processo necessita de um computador, sendo uma tarefa tediosa e demorada até mesmo para escrever o programa para avaliar as equações elipsométricas apresentadas.

5.5 Método das Interações

Em nosso equipamento as constantes ópticas de um filme fino depositado sobre um substrato podem ser determinadas através das técnicas indicadas abaixo, conforme mostra a tabela 1.

Constantes Ópticas	Técnica Utilizada
n_3 (substrato)	Ângulo de Brewster
$n_3 - \kappa_3$ (substrato)	Elipsometria (sistema: ambiente-substrato)
n_2 (filme)	Método de Abelès
κ_2 (filme)	Interações (eq. fundamental da elipsometria)
d (filme)	Elipsometria (sistema: ambiente-filme-substrato)

Tabela 1. Técnicas utilizadas em nosso equipamento para determinação das constantes ópticas de um filme fino depositado sobre um substrato.

A fim de tornar os cálculos mais simples, precisos e rápidos optamos por aplicar a técnica elipsométrica no mesmo filme e no mesmo ponto, porem em dois ângulos de incidência distintos (ϕ e ϕ'), com isso encontramos duas equações diferentes para d_R e d'_R , conforme mostra a equação abaixo

$$d'_R = D_2 \sqrt{\frac{D'_3}{D'_1}} \quad (218)$$

onde

$$D'_1 = K_{RF} - n_1^2 \sin^2 \phi' \quad (219a)$$

$$D'_3 = \alpha'^2 - (\ln A')^2 \quad (219b)$$

Para que o computador possa efetuar os cálculos para as duas equações fundamentais da elipsometria, precisamos de todos os valores envolvidos, ou seja, dos ângulos elipsométricos Ψ , Δ , Ψ' e Δ' ; dos ângulos de incidência ϕ e ϕ' ; das constantes ópticas do filme e do substrato n_2 , κ_2 , n_3 e κ_3 que são os índices de refração e os coeficientes de extinção respectivamente; bem como do comprimento de onda da luz λ , que é o mesmo para as duas medidas.

Como pode ser observado pela tabela 1, o coeficiente de extinção do filme (κ_2) não é determinado por nenhuma técnica de medida. Para encontrar esse valor foi desenvolvida uma sub-rotina no programa de cálculos que faz interações nesse valor ate que as equações (216) e (218), se tornem iguais, conforme é mostrado abaixo.

$$\kappa_2 = \{0.0001, 0.0002, 0.0003, 0.0004, \dots, \kappa_2\} \quad (220)$$

$$d_R = D_2 \sqrt{\frac{D_3}{D_1}} \quad \rightarrow \quad d'_R = D_2 \sqrt{\frac{D'_3}{D'_1}} \quad \rightarrow \quad \frac{D_3}{D_1} = \frac{D'_3}{D'_1}$$

$$F_1 = F_2 \quad (221)$$

onde

$$F_1 = \frac{D_3}{D_1} \quad (222a)$$

$$F_2 = \frac{D'_3}{D'_1} \quad (222b)$$

No momento em que o programa encontra o valor correto para o coeficiente de extinção do filme (κ_2) a igualdade em (221) é satisfeita. Então através de uma das duas equações (216) ou (218) o valor da espessura do filme (d) é finalmente calculado.

6. Projeto, Construção e Detalhes do Equipamento.

Neste capítulo será detalhado todas as peças mecânicas e equipamentos eletrônicos que foram montados e fazem parte do projeto de construção do elipsômetro.

6.1 Conjunto Mecânico do Elipsômetro

Uma das finalidades do sistema é medir a intensidade da luz refletida em função do ângulo de incidência (determinação do ângulo de Brewster, Capítulo 3), para esse sistema de varredura se faz necessário um mecanismo conhecido como “sistema $\phi \times 2\phi$ ” onde o ângulo de incidência é variado e o detector (D) é mantido na direção da luz refletida, conforme é mostrado na figura 22.

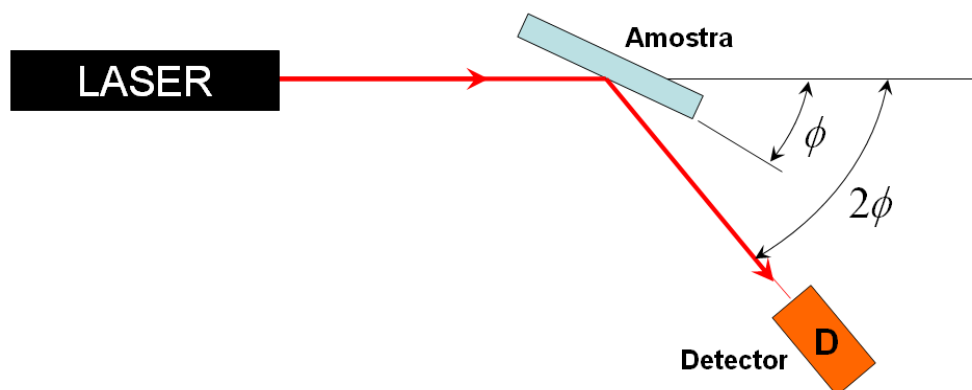


Figura 22. Sistema $\phi \times 2\phi$.

Esse sistema é controlado por um motor de passo, acoplado a um mecanismo de redução, capaz de reduzir o passo do motor no equipamento na relação de 50:1 aproximadamente, ou seja, são necessárias 50 voltas do eixo do motor para que a coroa complete apenas uma volta completa. A figura 23 mostra esse mecanismo de redução conhecido como “Coroa e Parafuso Sem Fim”.

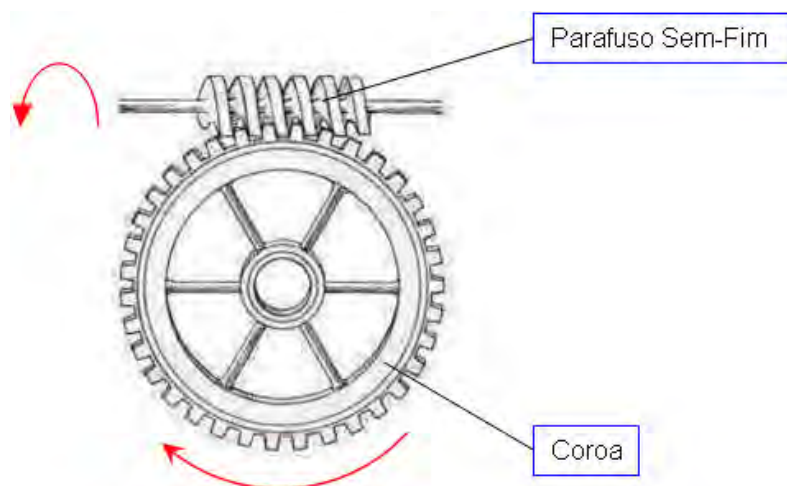


Figura 23. Parafuso Sem-Fim e Coroa.

Devido ao alto valor financeiro para se construir um mecanismo de redução como este, que demanda pessoal qualificado e também requer máquinas precisas, optamos por encontrar no mercado um mecanismo semelhante e de baixo custo, onde juntamente com as engrenagens também fosse possível aproveitar a carcaça do conjunto.

O mecanismo que mais se adaptou e conseqüentemente correspondeu às exigências do projeto para o equipamento, foi o conjunto mecânico do motor de um Limpador de Pára-Brisa, da marca Bosch geralmente usado em caminhões Mercedes-Benz, conforme ilustra a figura 24.

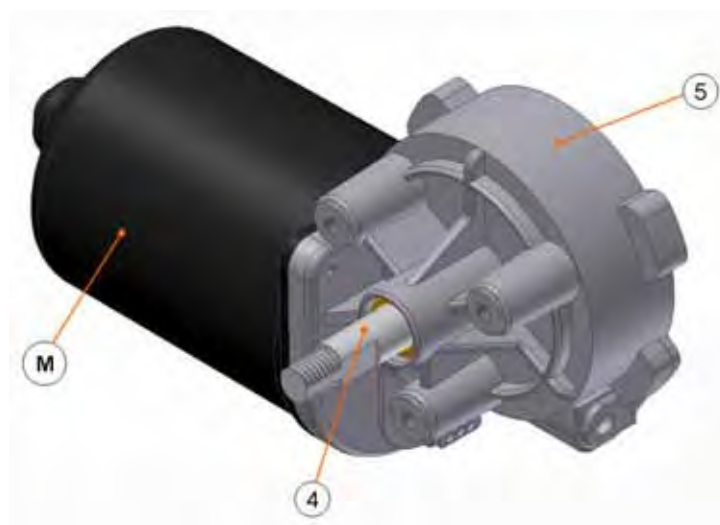


Figura 24. Conjunto do motor elétrico do Limpador de Pára-Brisa. Onde: **M** é o motor e seu eixo forma o Parafuso Sem-Fim, **4** é o eixo da coroa, e o item **5** a carcaça do conjunto mecânico.

O modelo de limpador de pára-brisa adotado no projeto foi o BOSCH, DHP 24 Volts, suas dimensões aproximadas podem ser vistas na figura 25, foram utilizados na construção do elipsômetro dois conjuntos desse mesmo modelo.

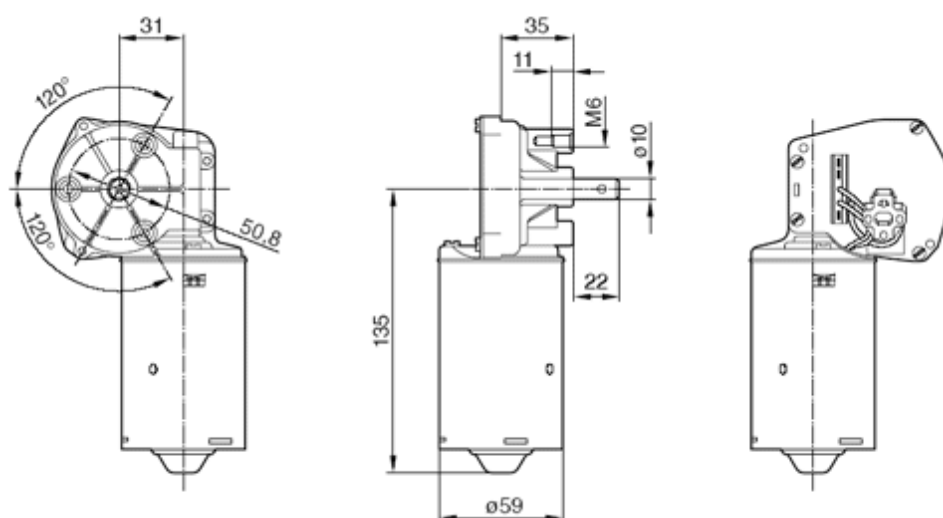


Figura 25. Dimensões do Limpador de Para-Brisa BOSCH, modelo DHP de 24V. As dimensões estão em milímetros (mm). Fonte: catalogo Bosch.

O motor elétrico (**M**) foi retirado de ambos os conjuntos, já que o acionamento do elipsômetro é todo feito por motores de passo. A fim de garantir uma maior precisão mecânica e um perfeito alinhamento entre os eixos do motor (parafuso sem-fim) e da coroa, algumas peças nesses conjuntos tiveram que ser refeitas.

No desenho número 1 da figura 26, pode ser visto um conjunto (item **5**) do Parafuso Sem-Fim e a Coroa no limpador já sem o motor elétrico. Foram usinadas novas Buchas de bronze (item **3**) para o eixo da Coroa (item **4**). O eixo do motor elétrico foi cortado de tamanho e no centro foi feito um furo para o acoplamento do motor de passo com o Parafuso (item **1**). O rolamento no parafuso (item **2**) foi trocado e substituído por um da marca HCH modelo 6000 tipo 2RS.

Na construção do conjunto mecânico capaz de desenvolver o sistema de varredura $\phi \times 2\phi$, foi necessário acoplar duas carcaças de limpador de forma oposta conforme é mostrado na figura 27.

Nas figuras 27 e 28, é possível observar a posição oposta dos dois motores de passo, onde a designação **A** se refere ao motor da *amostra* e **B** se refere ao motor do *braço* do sistema, onde é instalado o detector de luz.

O conjunto mecânico completo que forma o elipsômetro é mostrado na figura 28, onde são representadas as peças que compõe o mesmo, bem como o esquema de encaixe e montagem.

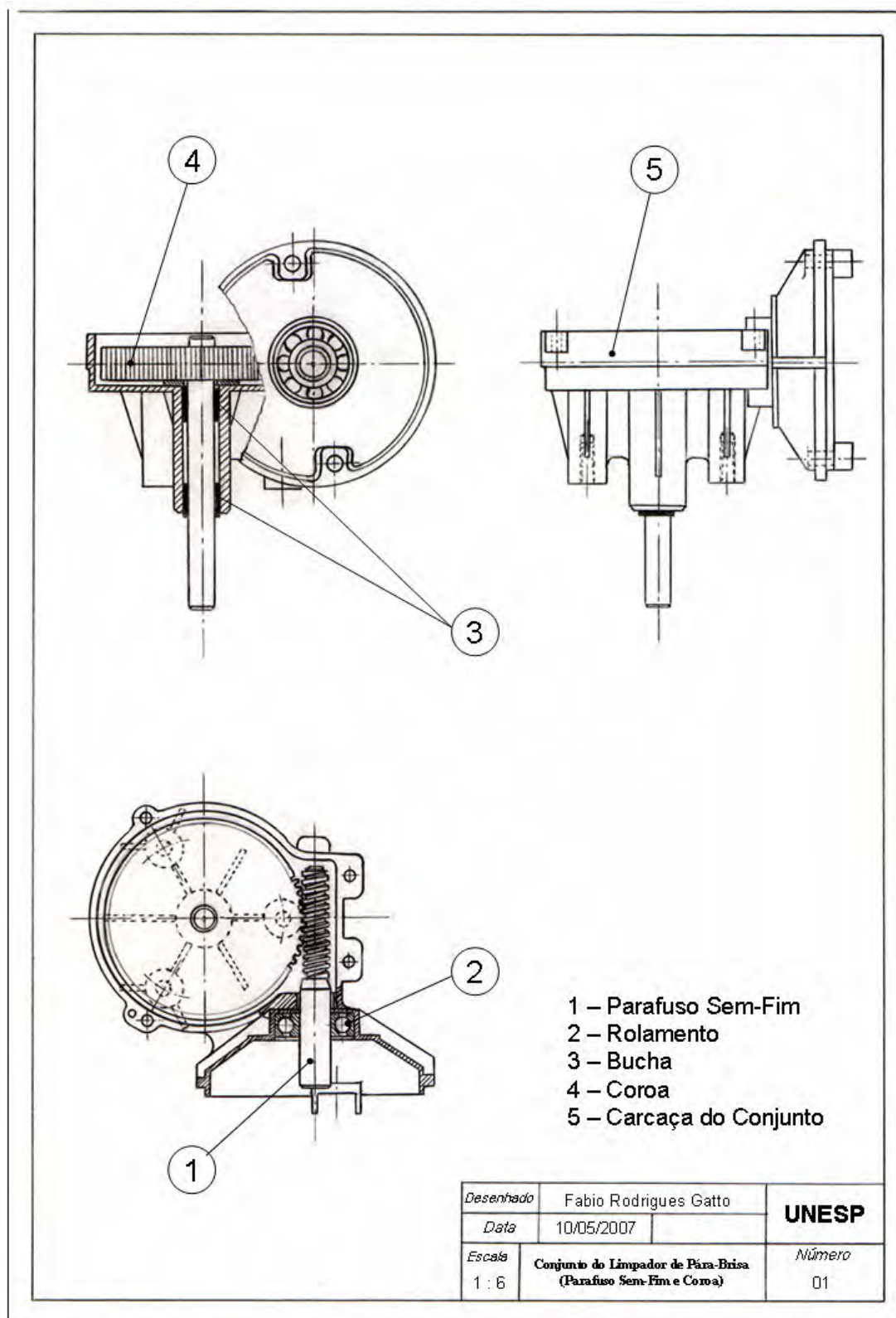


Figura 26. Conjunto Mecânico do Parafuso Sem-Fim e Coroa.

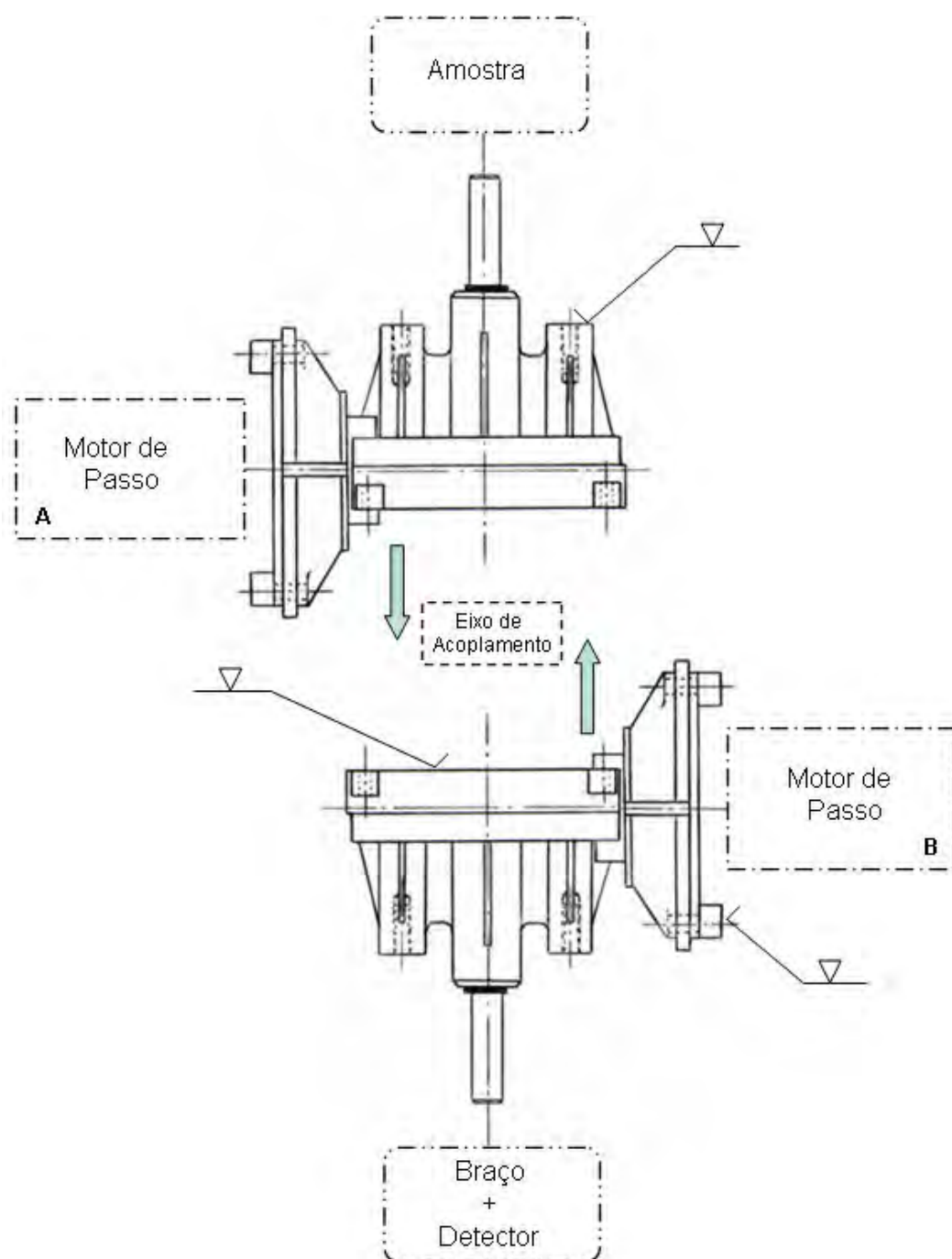


Figura 27. Esquema de acoplamento entre dois Conjuntos de Limpadores. O símbolo ∇ significa que as superfícies de ambos os conjuntos foram fresadas de modo a permitir um encaixe perfeito.

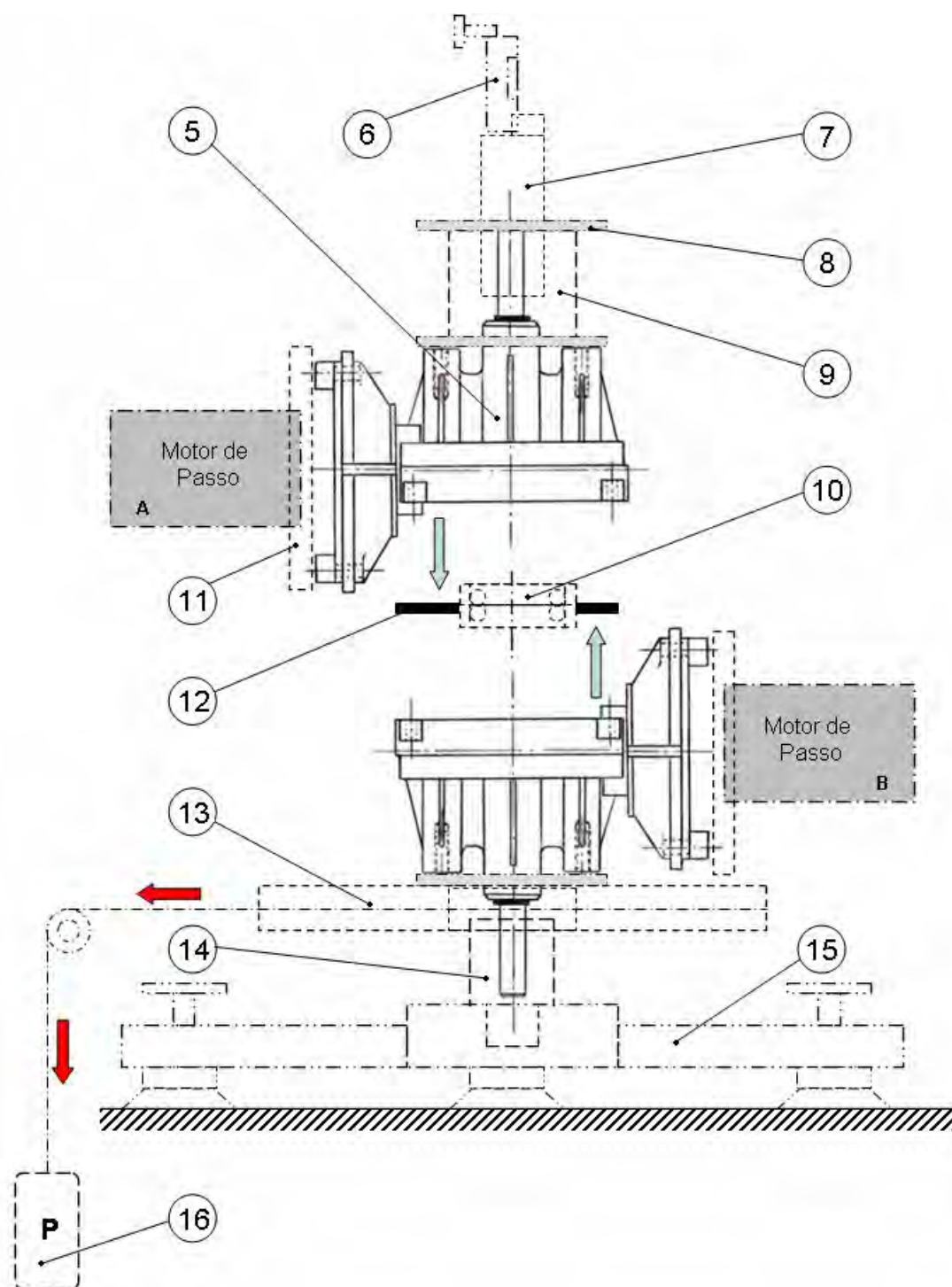


Figura 28. Conjunto Mecânico Completo do Elipsômetro.

Os itens que fazem parte desse conjunto mecânico completo e que formam o elipsômetro são descritos a seguir:

5. Conjunto Mecânico do Limpador de Pára-Brisa – carcaça onde se encontra o sistema de redução (parafuso sem-fim e a coroa).
6. Porta Amostra – propicia um ajuste fino ao alinhamento da amostra, seu funcionamento será detalhado no capítulo 7.
7. Tarugo de Suporte do Porta Amostra – torneado em latão, é fixado sob pressão no eixo da coroa, além de alongar o eixo serve também para apoio e encaixe ao porta amostra.
8. Arruela de Fixação – para fixar o braço no corpo do limpador, foram utilizadas três arruelas de diâmetro interno de uma polegada e meia, e sua furação obedeceu às dimensões e o formato da parte inferior da carcaça, onde se encontra os furos com rosca para fixação dos parafusos.
9. Braço do Elipsômetro – serve de suporte para prender o detector de intensidade da luz que é refletida pela amostra, e também para o analisador (polarizador giratório), na aquisição de dados para os cálculos elipsométricos.
10. Bucha de Acoplamento - para um alinhamento de boa precisão entre os eixos das coroas, foi usinada uma bucha e em seu interior encaixado dois rolamentos de HD (Hard disk drive), de maneira a permitir o movimento independente entre a amostra e o braço com o detector.
11. Disco de Fixação do Motor de Passo – feito de celeron, prende o motor de passo ao qual esta acoplado o parafuso sem-fim no corpo do limpador de pára-brisa.

12. Guarnição – feita com a própria tampa de um dos limpadores, possui um furo bem largo no meio para permitir o giro da bucha de acoplamento.
13. Disco do Contrapeso – feito de material plástico tem um sulco no meio de sua espessura onde é enrolado um fio e na outra ponta é preso um peso (**P**) como pode ser visto na figura 45. Sua finalidade é explicada no capítulo 7.
14. Tarugo de Suporte do Elipsômetro – prende todo o conjunto mecânico a uma base ajustável, de maneira que quando o motor de passo **B** gira todo o conjunto roda.
15. Base Ajustável – fixada na mesa onde esta o laser, prende o conjunto mecânico do elipsômetro, possui ajustes de altura regulável nas três bases para um perfeito alinhamento de altura com o feixe do laser.
16. Contrapeso – tarugo sextavado de latão, com aproximadamente 0,5 kg, a finalidade de seu uso é explicado no capítulo 7.

No Anexo **A**, estão representados em forma de desenho técnico todas as principais peças que formam o conjunto mecânico do elipsômetro.

6.2 Conjunto Mecânico do Analisador

A determinação na diferença de fase que a luz incidente polarizada sofre ao ser refletida pela superfície da amostra em estudo é feita com o uso de um Analisador, que nada mais é do que polarizador giratório.

O conjunto mecânico que forma o analisador giratório é mostrado no desenho numero 7 da figura 29.

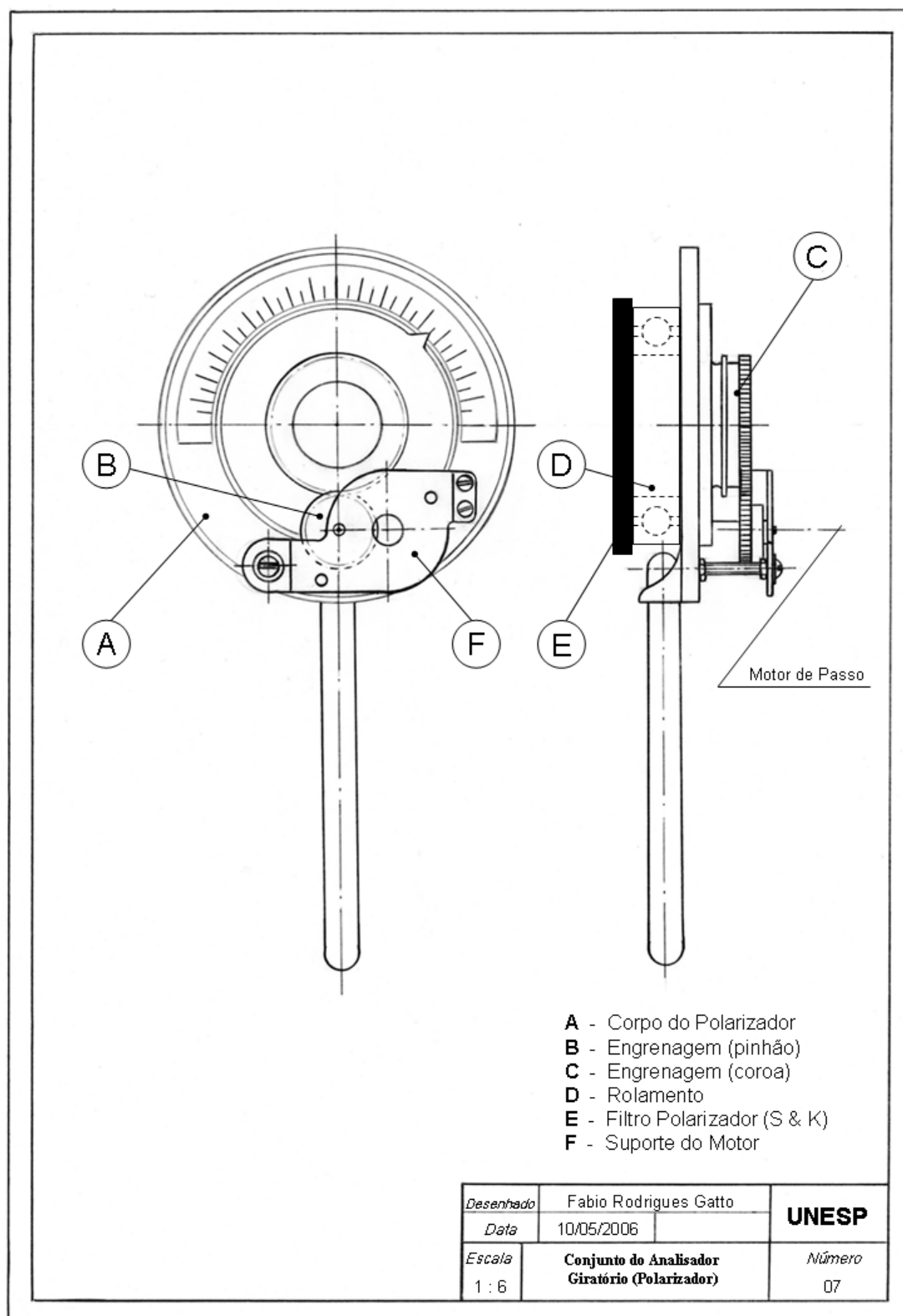


Figura 29. Conjunto Mecânico do Analisador Giratório (Polarizador).

O corpo do polarizador (item **A**) usado é da marca PHYWE modelo 08610.00. O conjunto de engrenagens (itens **B** e **C**) possui uma relação de aproximadamente 25:1 em relação ao motor de passo, ou seja, para cada 25 voltas do motor de passo o eixo de polarização completa somente uma, a transmissão de movimento pode ser vista através da figura 30. A fixação entre esse motor de passo e as engrenagens se dá através de um suporte parafusado no corpo do polarizador (item **F**).

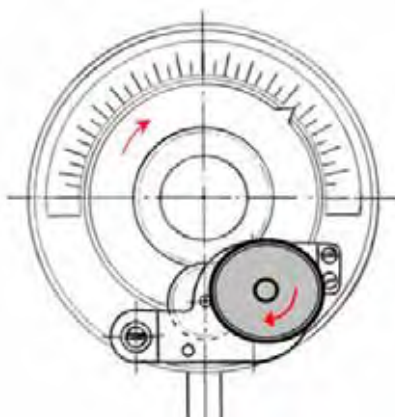


Figura 30. Relação de transmissão das engrenagens do analisador.

A fim de tornar o movimento de rotação do analisador mais preciso e suave, foi instalado um rolamento (item **D**) da marca SOL modelo gpz 6208zz. O filtro polarizador (item **E**) acoplado no rolamento é da marca S&K (49 mm).

6.3 Motor de Passo

O motor de passo é um transdutor que converte energia elétrica em movimento controlado através de pulsos, o que possibilita o deslocamento por passo, onde passo é o menor deslocamento angular [24]. O motor de passo consiste num motor DC que apresenta as seguintes características de desempenho:

1. Rotação em ambas as direções,
2. Variações incrementais de precisão angular,

3. Repetição de movimentos bastante exatos,
4. Um torque de sustentação à velocidade zero, e
5. Possibilidade de controle digital.

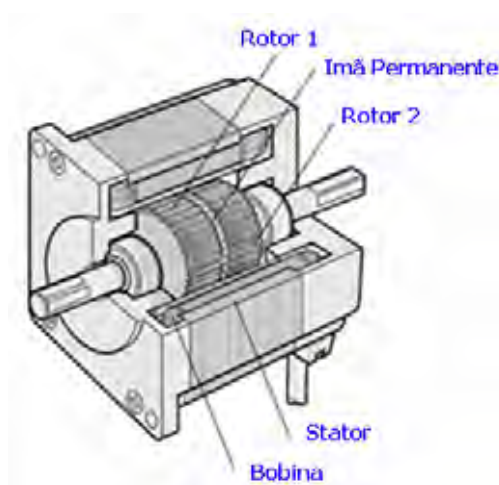


Figura 31. Motor de Passo Híbrido e seus respectivos componentes.

Na figura 31, são mostradas as partes que compõem um motor de passo. Sem dúvida nenhuma a característica mais importante do motor, é o número de graus por passo que está vinculado com o número de passos por volta. Geralmente os motores de passo podem ser fabricados com 12, 24, 72, 144 e 200 passos por revolução, que resultam em incrementos de 30, 15, 5, 2.5, 2 e 1.8 graus respectivamente.

6.3.1 Tipos de Motores de passo

Os motores de passo podem ser:

- a) Relutância Variável = Apresenta um rotor com muitas polaridades construídas a partir de ferro doce, apresenta também um estator

laminado. Por não possuir imã, quando energizado apresenta torque estático nulo. Tendo assim baixa inércia de rotor não pode ser utilizado como carga inercial grande.

- b) Imã Permanente = Apresenta um rotor de material alnico ou ferrite e é magnetizado radialmente devido a isto o torque estático não é nulo.
- c) Híbridos = É uma mistura dos dois anteriores e apresenta rotor e estator multidentados. O rotor é de imã permanente e magnetizado axialmente. Apresenta grande precisão (3%), boa relação torque/tamanho e ângulos pequenos (0,9 e 1,8 graus). Para que o rotor avance um passo é necessário para que a polaridade magnética de um dente do estator se alinhe com a polaridade magnética oposta de um dente do rotor.

Os motores de passo podem ser *bipolares*, que requerem duas fontes de alimentação ou uma fonte de alimentação de polaridade comutável, ou *unipolar*, que requerem apenas uma fonte de alimentação. Em ambos os casos as fontes utilizadas são de tensão contínua e requerem um circuito digital que produza as seqüências para produzir a rotação do motor.

Existem dois tipos básicos de movimentos o de passo inteiro e o de meio passo, tanto para o motor bipolar como para o unipolar. A energização de uma e somente uma bobina de cada vez produz um pequeno deslocamento no rotor. Este deslocamento ocorre simplesmente pelo fato de o rotor ser magneticamente ativo e a energização das bobinas criar um campo magnético intenso que atua no sentido de se alinhar com as pás do rotor. Assim, polarizando de forma adequada as bobinas, podemos movimentar o rotor somente entre as bobinas (passo inteiro), ou entre as bobinas e alinhadas com as mesmas.

Na figura 32 são apresentados esses movimentos.

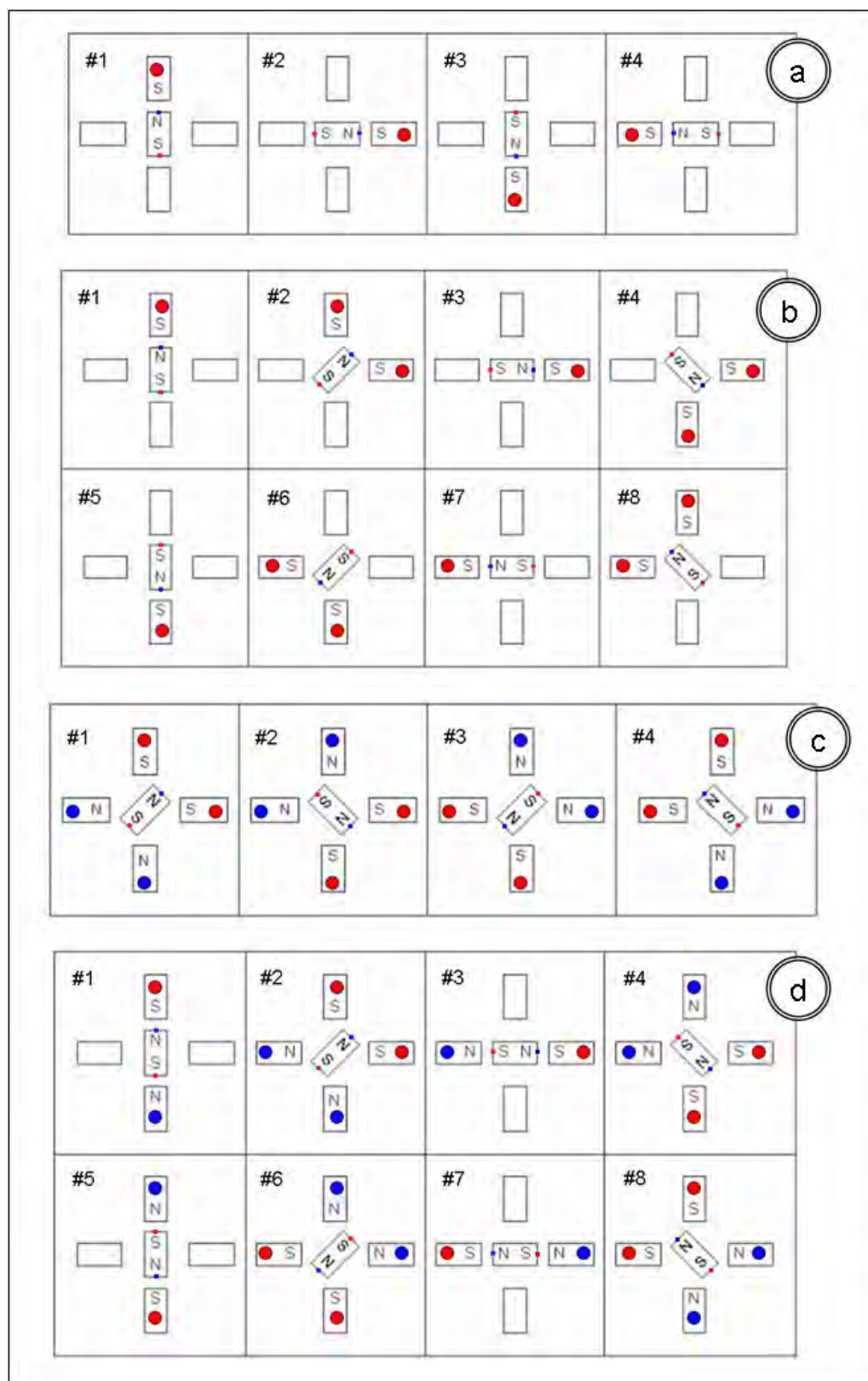


Figura 32. Movimentos dos Motores de Passo.

De acordo com a figura 32, para o movimentos do motores temos:

- a) Motor de passo Unipolar com passo inteiro.
- b) Motor de passo Unipolar com meio passo.
- c) Motor Bipolar com passo inteiro.
- d) Motor Bipolar com meio passo.

6.3.2 O Motor de Passo do Elipsômetro

Os dois motores de passo utilizados no elipsômetro são da marca Minebea, modelo 17PM – H103-P2 com passo angular de 1,8 graus e erro de mais ou menos 5% no passo, não acumulativo. Seu desenho e dimensões podem ser vistas na figura 33.

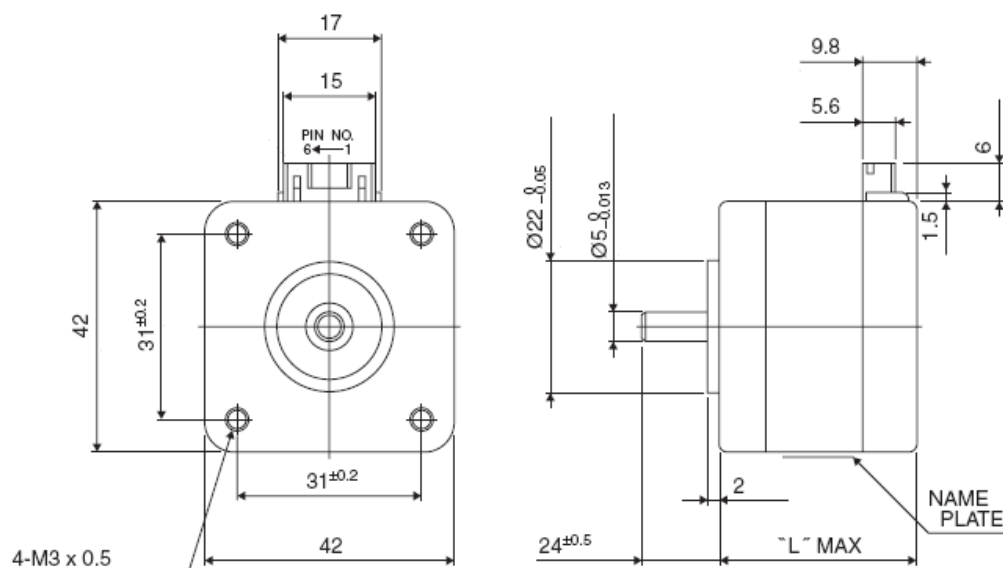


Figura 33. Desenho do motor de passo modelo 17PM – H103, onde L é igual a 42 mm. Fonte: Catálogo de motores da Minebea Co., LTD.

6.3.3 O Motor de Passo do Analisador

Para o analisador giratório (figura 30) foi usado um motor de passo da marca Mitsumi, modelo M35SP – 8P com passo angular de 7,5 graus. Seu desenho e dimensões podem ser vistas na figura 34.

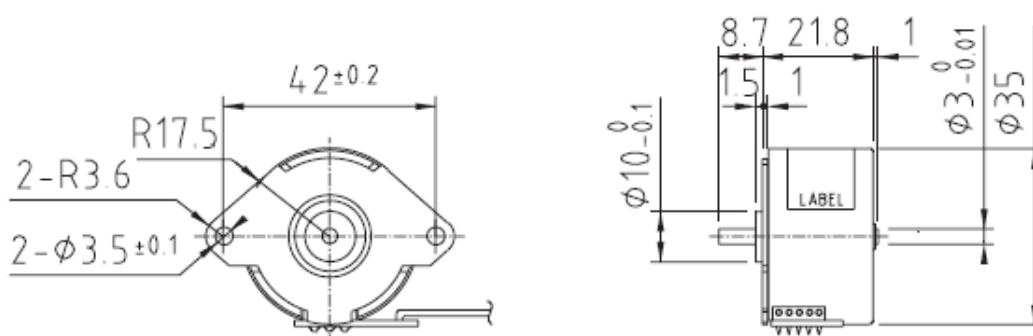


Figura 34. Desenho do motor de passo modelo M35SP-8P. Fonte: Catálogo de motores da Mitsumi.

Estes motores foram retirados de impressoras sem uso, pertencente ao laboratório de pesquisa.

6.4 A Interface de Controle dos Motores de Passo

Para que um motor de passo funcione, é necessário que sua alimentação seja feita de forma seqüencial e repetida. Não basta apenas ligar os fios do motor de passo a uma fonte de energia e sim ligá-los a um circuito que execute a seqüência de pulsos requerida pelo motor. Esta periodicidade é proporcionada por circuitos eletrônicos que controlam o número de pulsos e a cadência com que estes pulsos são aplicados controlando dessa maneira a posição e a velocidade do motor, respectivamente [25].

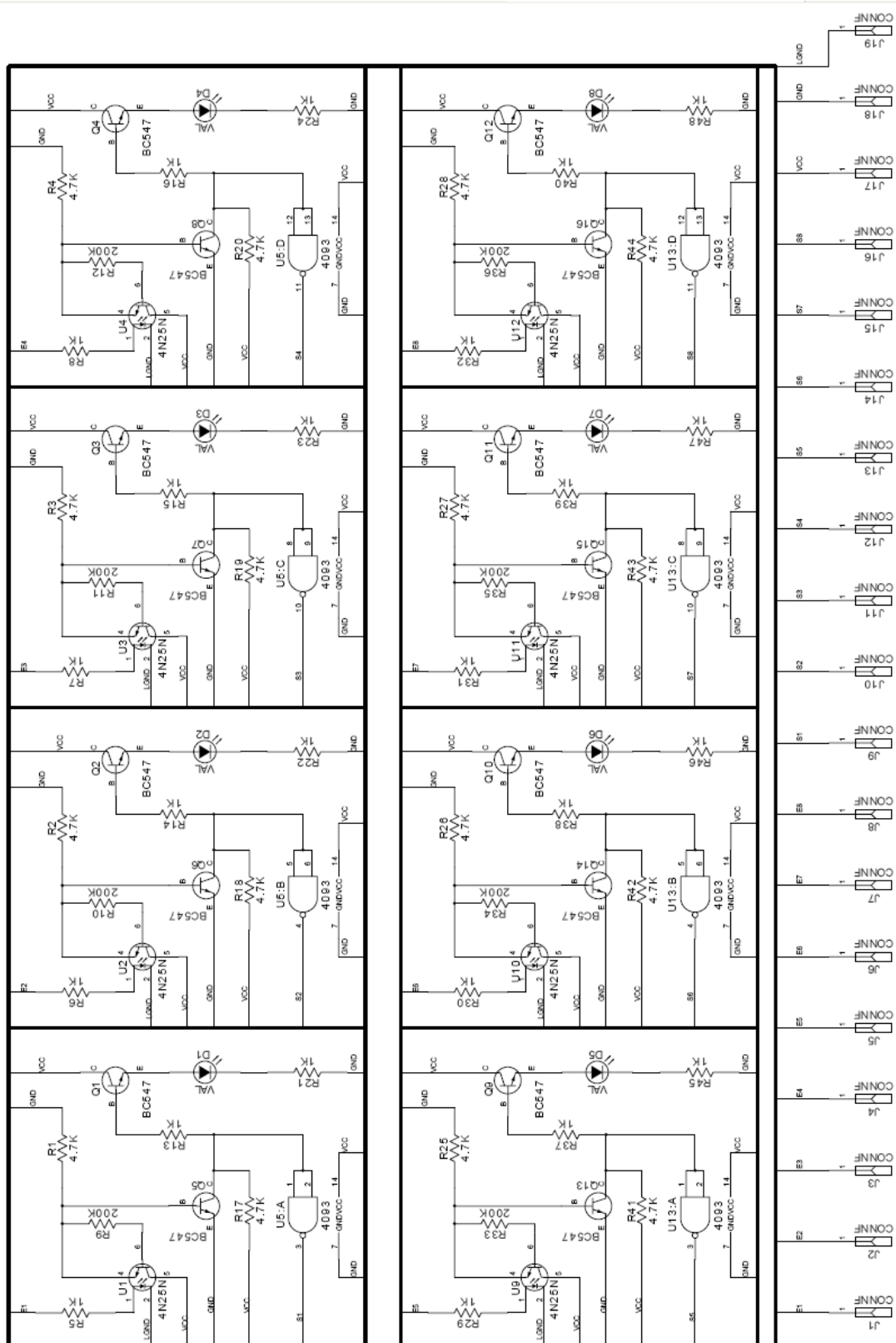


Figura 35. Circuito Eletrônico do Controlador.

A interface entre o computador e os motores de passo utilizada no elipsômetro, é feita através de circuitos eletrônicos baseados nos isoladores ópticos 4N25 e em transistores BC547, Tip 120 e no NAND Schmitt Trigger CD4093. O esquema desse circuito eletrônico é mostrado na figura 35.

No Anexo **B**, se encontra a lista completa dos componentes eletrônicos deste controlador.

Para alimentar o circuito e os motores de passo, foi utilizada uma Fonte de PC do tipo AT de 200 W. Na caixa da fonte foi instalado um interruptor do tipo liga-desliga. Todo o circuito e os motores são alimentados com 5 V.

O circuito dos motores foi dividido em duas partes, um para cada motor de passo do elipsômetro e instalados dentro de caixas de fontes. A conexão entre os controles e os motores se dá através de conectores do tipo RJ-45, usados com frequência para ligação de computadores e rede de internet, com isso um dos motores do elipsômetro pode ser conectado ou desconectado para a ligação do motor de passo do analisador.

Neste conjunto também foi instalado um conector do tipo DB-25 fêmea, pois todo o sistema de controle e movimento dos motores de passo, ou seja, posicionamento da amostra e/ou detector, posicionamento do analisador giratório é efetuado através da porta paralela **278** de um computador Pentium 100 Mhz.

De acordo com o desenho de número 08 da figura 36, a conexão denominada 278 – B, controla o motor de passo que movimenta o braço do elipsômetro, já a conexão 278 – A / B, controla o motor de passo da amostra ou o motor do analisador.

Como a tensão que alimenta o motor de passo do analisador é de 12 V, e a tensão dos motores do elipsômetro são de 5 V, foi instalado uma chave para efetuar a trocar da voltagem e um led que indica quando o analisador esta ligado a 12 V.

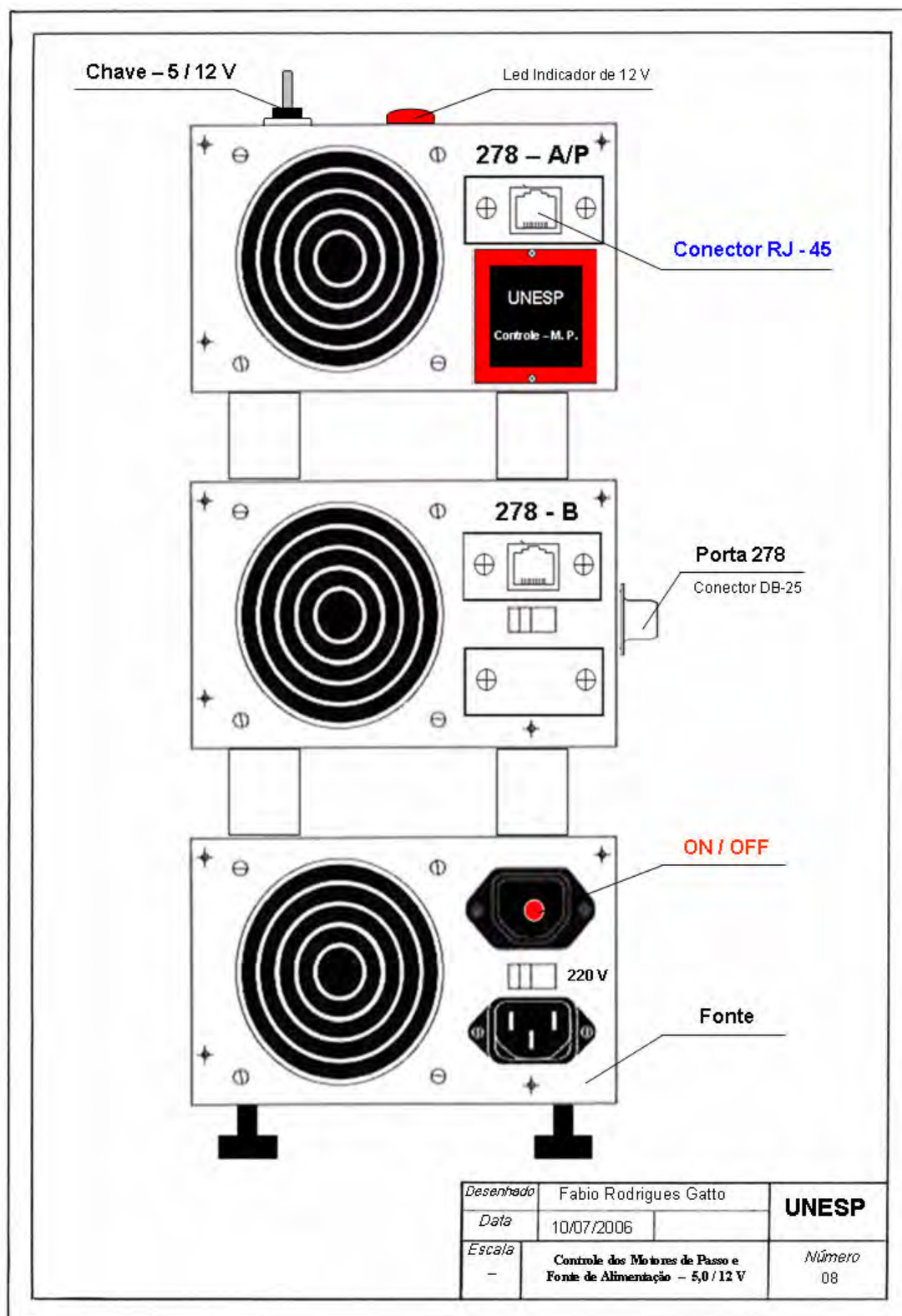


Figura 36. Interface de Controle dos Motores de Passo e Fonte de Alimentação.

6.5 O Detector

A luz polarizada que é refletida pela superfície da amostra, é estudada através da análise da intensidade de luz que atinge o detector, ou seja, o fotodiodo.

Em resumo, podemos dizer então que um fotodiodo é um dispositivo que converte a luz recebida em uma determinada quantidade de corrente elétrica. O fotodiodo é um diodo de junção construído de forma especial, de modo a possibilitar a utilização da luz como fator determinante no controle da corrente elétrica. É um dispositivo de junção pn semicondutor cuja região de operação é limitada pela região de polarização reversa e caracteriza-se por ser sensível à luz. A aplicação de luz à junção resultará em uma transferência de energia das ondas luminosas incidentes (na forma de fótons) para a estrutura atômica, resultando em um aumento do número de portadores minoritários e um aumento do nível da corrente reversa. A corrente reversa e o fluxo luminoso variam quase que linearmente, ou seja, um aumento na intensidade luminosa resultará em um aumento semelhante na corrente reversa [26,27].

Podemos admitir que a corrente reversa seja essencialmente nula na ausência de luz incidente. Como os tempos de subida e de queda (parâmetros de mudança de estado) são da ordem de nanossegundos, o dispositivo pode ser usado na aplicação de contagem ou comutação de alta velocidade.

Existem duas maneiras de operar um fotodiodo. Ele pode funcionar como uma célula fotovoltaica (a incidência de luz gera tensão) ou como uma célula fotocondutiva (a incidência de luz gera corrente).

O detector (**G**) usado no elipsômetro é da PHYWE modelo 08734, nele foi desenvolvido um sistema de ajuste e instalação rápida para que a luz refletida incida bem no meio do detector, conforme mostrado no desenho de número 09 da figura 37.

Afim de não saturar o detector a corrente que o atravessa durante os experimentos nunca pode ser maior do que 100 mA.

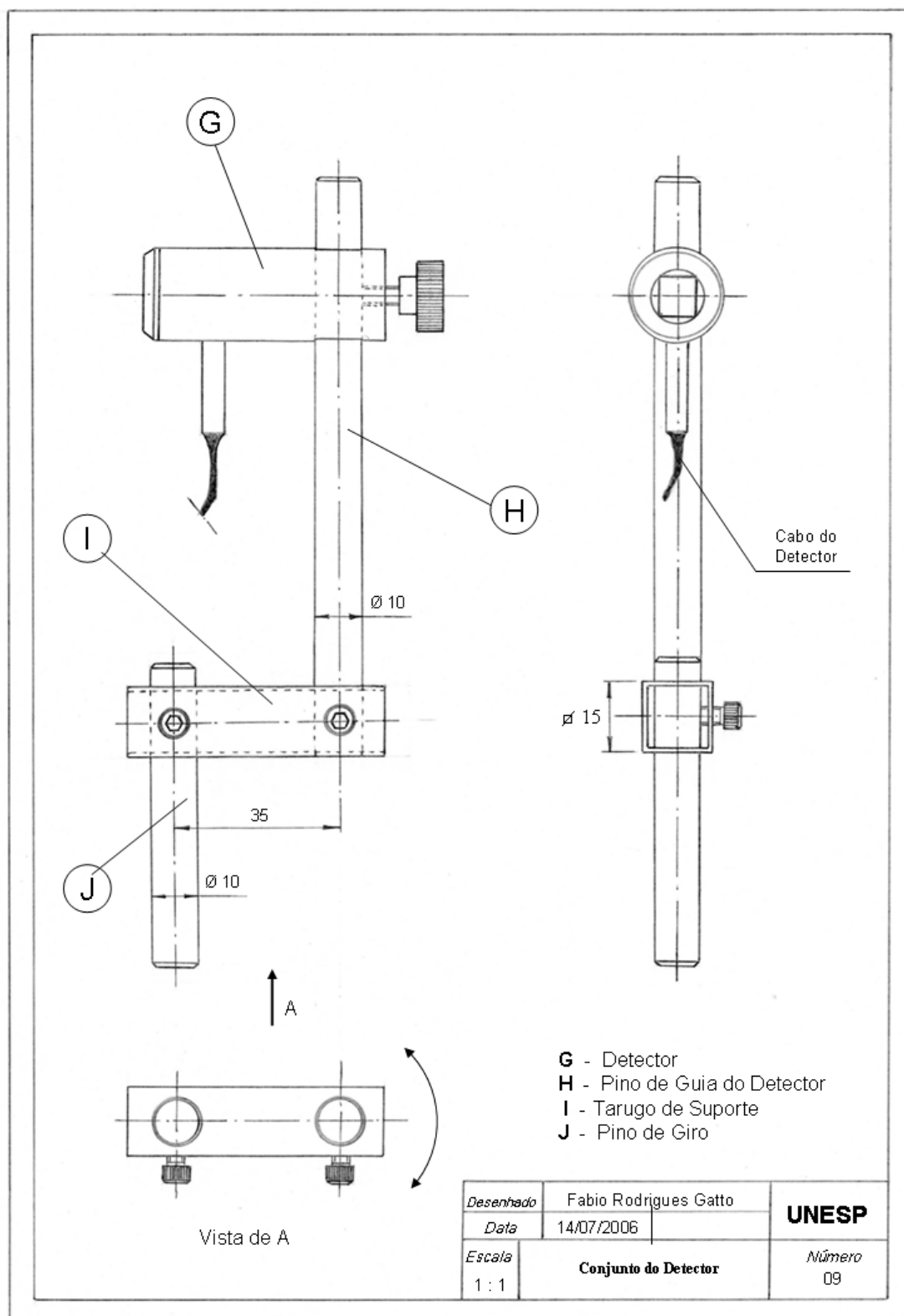


Figura 37. Conjunto do Detector de Luz.

6.6 O Amplificador

O nível de corrente gerada pela luz incidente sobre um fotodiodo não é suficiente para que ele possa ser usado em um controle direto, sendo necessário para isto que haja um estágio de amplificação.

O Amplificador usado no elipsômetro é da marca PHYWE, modelo 13626.93, seu painel de controle é mostrado na figura 38.

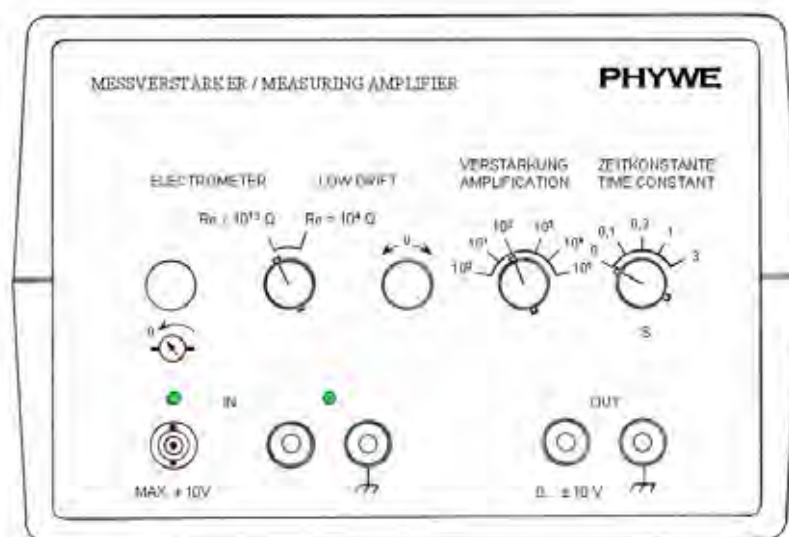


Figura 38. Amplificador Universal da PHYWE.

6.7 O Conversor Analógico Digital

Interfaces são utilizadas para comunicação entre dois sistemas que possuem diferentes ambientes. Um computador digital processa apenas dados digitais (sinais discretos). Entretanto, os ambientes externos ao computador possuem sinais geralmente no formato analógico (sinais contínuos).

Para que as informações coletadas sejam inseridas no computador então é necessário um tipo de interface que transforme os sinais analógicos em dados

digitais a serem processados. Da mesma forma, para o computador interagir com o sistema externo, é necessário transformar os dados digitais em sinais analógicos compatíveis [28,29].

A conversão de um sinal analógico em um sinal digital é feita pelo dispositivo denominado *conversor analógico-digital* ou Conversor A/D [30,31]. A aquisição de dados do elipsômetro é feita através de um conversor analógico-digital de 8 bits, baseado no componente ADC0808.

Esse componente é um conversor AD de 8 bits [32], que possui 8 canais analógicos de entrada, o que significa que ele é capaz de converter até 8 sinais analógicos, cada um deles entre 0 V e 5 V, gerando, na saída, um valor digital de 8 bits, entre 0 e 255 (2^8-1), proporcional à tensão de um dos sinais de entrada. O tempo em que a conversão é efetuada é de 100 ms, o que exige certa estabilidade do sinal sendo convertido (sinais com variações de tensão muito rápidas podem não ser convertidos com precisão). Para cada canal de entrada do conversor AD, existe um endereço para acesso, como se fosse de uma posição de memória externa.

A escrita de um valor qualquer nesse endereço dispara a conversão. A leitura desse endereço fornece o valor digital obtido pela conversão. A conclusão da conversão é indicada por um sinal digital gerado pelo conversor (sinal EOC – “end of conversion”).

Sensores podem se acoplados à entrada analógica do conversor, por exemplo: sensor de temperatura (PTC, NTC, termopar), sensor de força (strain gage), sensores de posição (potenciômetro), no caso do elipsômetro a intensidade do sinal da luz polarizada refletida. Circuitos auxiliares (amplificador, filtro passa-baixa, sample/hold) garantem a conformação do sinal proveniente do sensor para a aquisição.

No Anexo **B**, se encontra a lista completa dos componentes eletrônicos deste controlador.

Na figura 39 é mostrado o esquema eletrônico da interface de aquisição e controle de dados. Neste conversor também foi instalado um conector do tipo DB-25 fêmea, pois todo o sistema de aquisição de dados é realizado através da porta paralela **378** do mesmo computador Pentium 100 Mhz, que controla os motores de passo.

No desenho de numero 10 da figura 40, é mostrado a caixa que foi construída para alojar o circuito eletrônico do conversor analógico-digital. A aquisição de dados é feito pelos canais **1** e **4** como pode ser visto.

6.8 Os Programas

As interfaces são controladas e programadas via software, o controle dos motores e aquisição de dados foi desenvolvido em nosso laboratório em linguagem Basic em modo Dos.

Foram desenvolvidos 4 programas para o elipsômetro, conforme mostra a tabela 2, abaixo.

PROGRAMA	FUNÇÃO
Ângulo de Brewster	Posicionamento e Aquisição de Dados
Elipsometria	Posicionamento e Aquisição de Dados
Estudo dos Estados de Polarização	Tratamento de Dados e Determinação dos ângulos Elipsométricos
Equações Elipsométricas	Determinação de n_3 e κ_3 (substrato) Determinação de κ_2 e d (filmes)

Tabela 2 – Programas e Funções para o Elipsômetro.

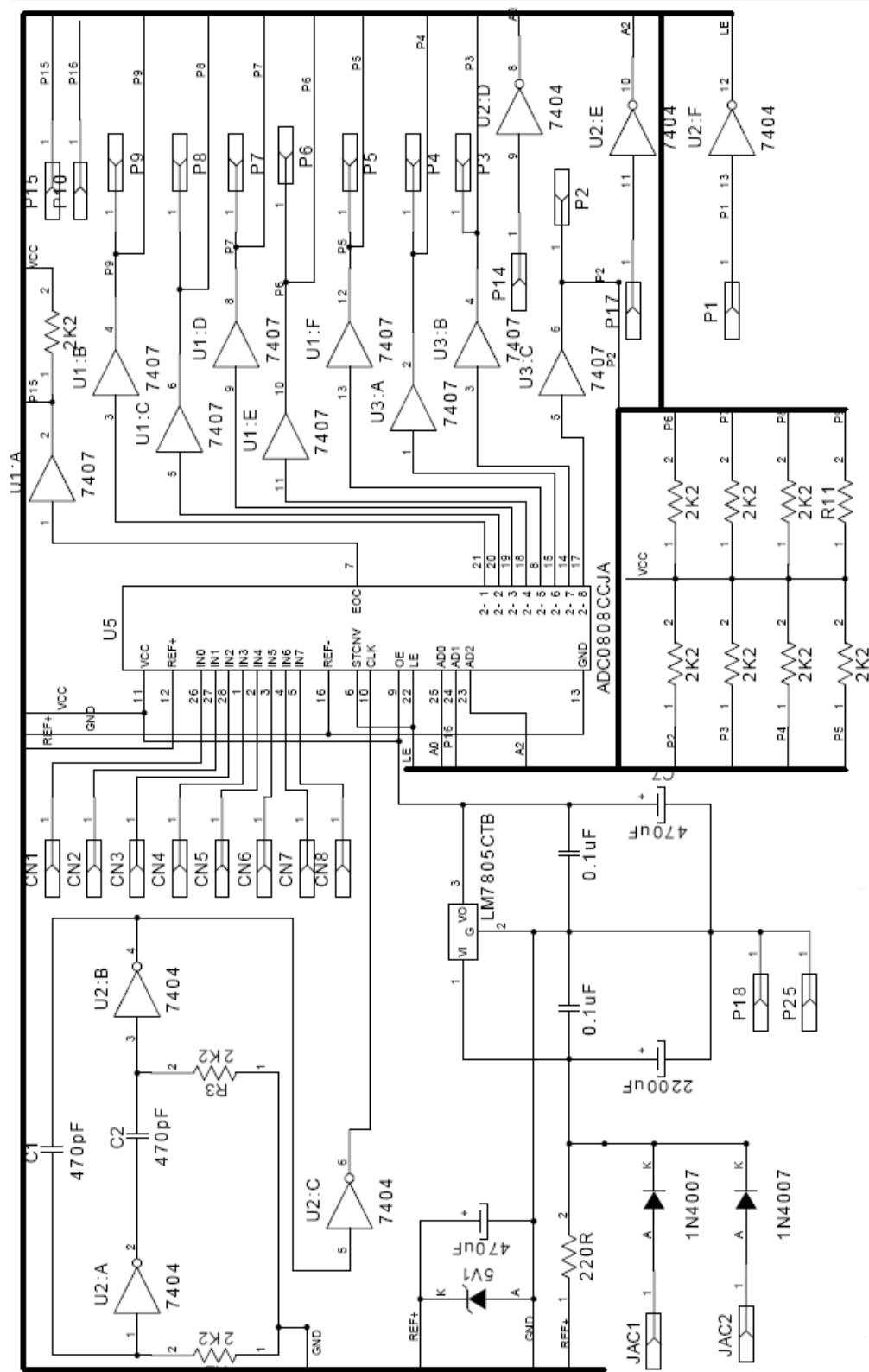


Figura 39. Esquema eletrônico da Interface de Aquisição de Dados.

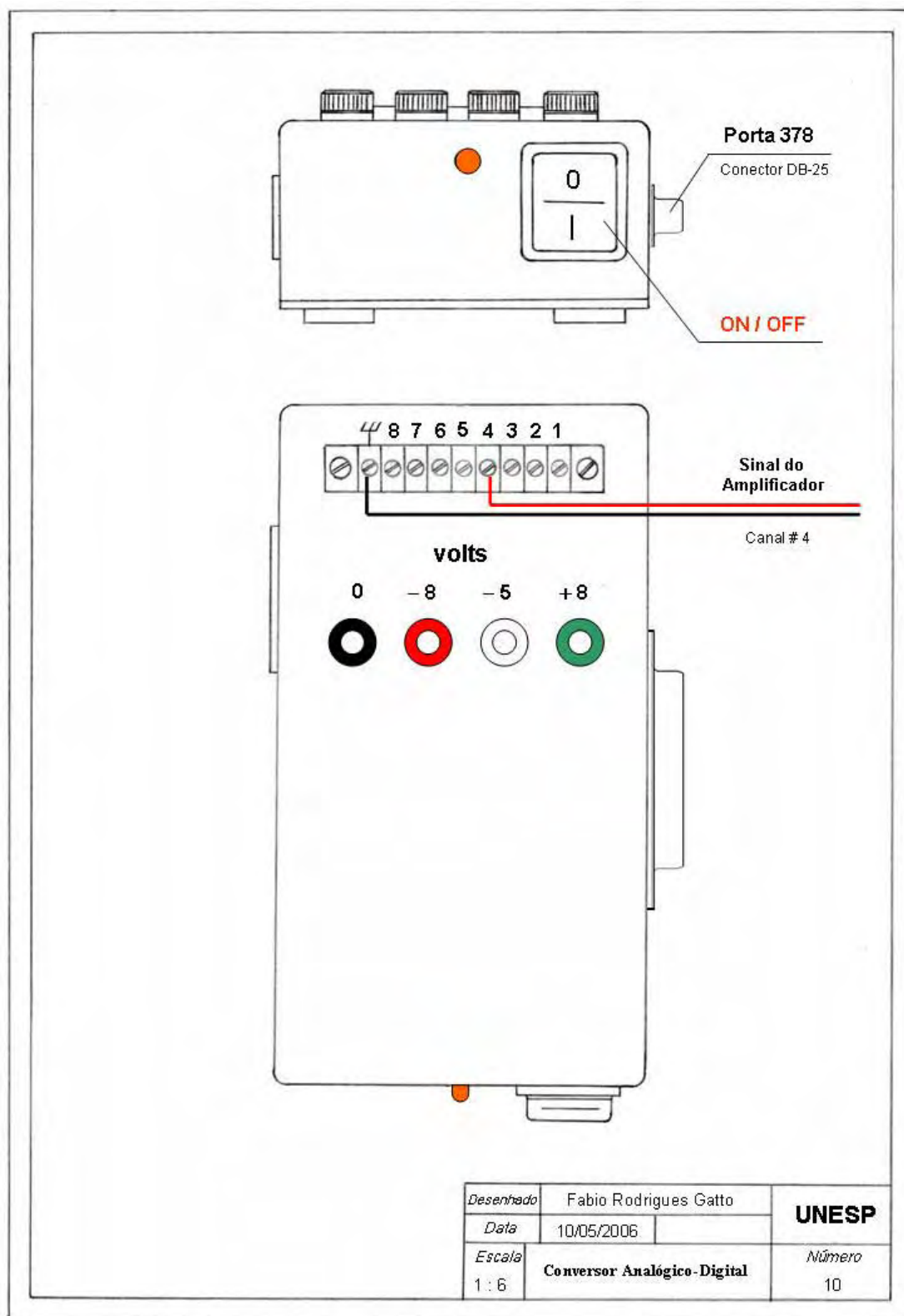


Figura 40. Conversor Analógico Digital

7. Aquisição de Dados e Resultados.

Esse capítulo tem como finalidade descrever todas as etapas dos processos de aquisição de dados tanto para determinar o ângulo de Brewster quanto para os cálculos elipsométricos e, em seguida apresentar os resultados experimentais obtidos.

7.1 Determinação do Ângulo de Brewster

Como já foi dito no capítulo anterior, uma das finalidades desse sistema é medir a intensidade da luz refletida em função do ângulo de incidência, estando o feixe incidente linearmente polarizado na direção perpendicular (p) ao plano de incidência. Através da medição do ângulo de mínima intensidade refletida, obtém-se, respectivamente o “ângulo de Brewster”, com o uso da equação (113).

O sistema $\phi \times 2\phi$ que foi projetado e montado serve para variar o ângulo de incidência, mantendo o detector na direção da luz refletida [33]. A amostra é presa no centro enquanto o detector é fixado no braço. Ao girar a amostra de ϕ o braço gira 2ϕ mantendo o detector na direção da luz refletida, conforme é mostrado na figura 41.

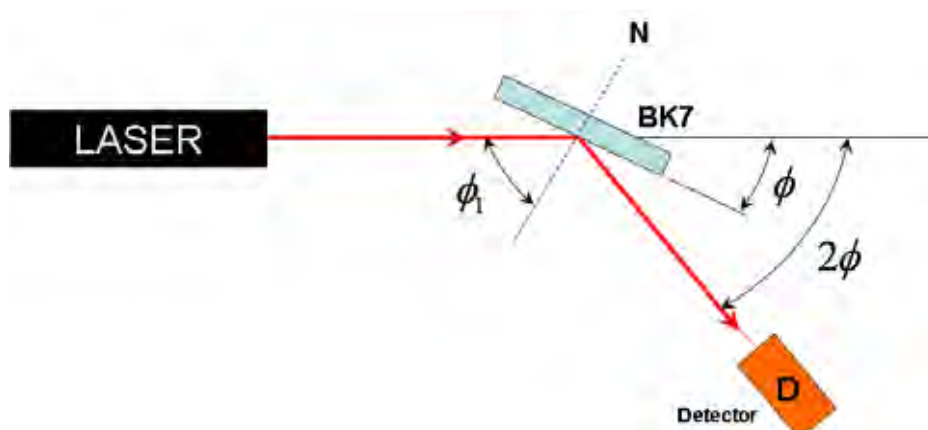


Figura 41. Sistema de varredura $\phi \times 2\phi$ para determinação do ângulo de Brewster para uma amostra de vidro (BK7). Onde ϕ_1 é o ângulo de incidência.

A amostra escolhida como forma de calibração inicial e para avaliar o funcionamento do equipamento na determinação do ângulo de Brewster, foi o vidro óptico BK7, produzido pela Schott Optical Glass. Este vidro foi escolhido por contar com uma grande quantidade de informações tabeladas [34] sobre seus índices de refração em função de diversos comprimentos de onda.

Os valores tabelados foram ajustados usando a relação de Cauchy [13]:

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} \quad (223)$$

De acordo com a relação de Cauchy, o valor tabelado para o índice de refração do BK7, mostrado na figura 42 para o comprimento de onda ($\lambda = 612,0 \text{ nm}$) é de 1,5158.

Pelo fluxograma da figura 43 pode-se acompanhar a seqüência lógica de eventos que ocorrem no “Programa Ângulo de Brewster” (Anexo C). Esse fluxograma apresenta todas as etapas a se seguir, até a obtenção dos dados finais para o cálculo do índice de refração da amostra em estudo.

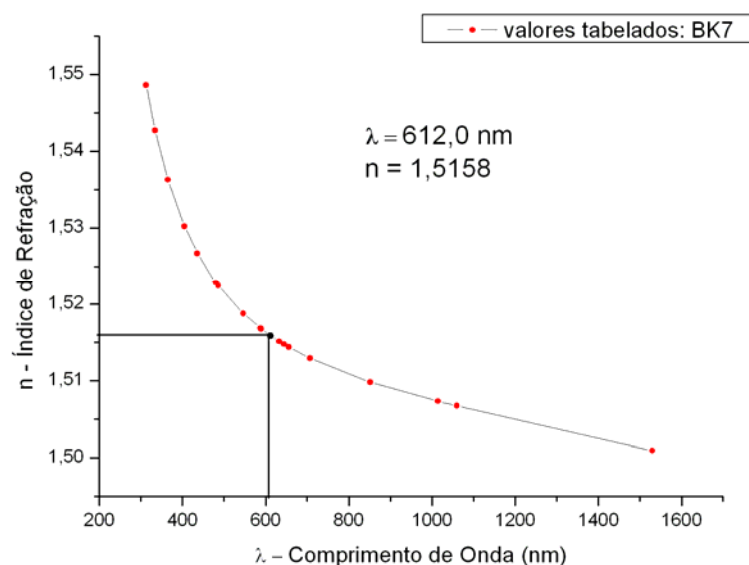


Figura 42. Curva do índice de refração em função do comprimento de onda para o vidro BK7.

A seguir será detalhada cada uma das sub-rotinas do programa até a determinação final do índice de refração da amostra.

7.1.1 O Alinhamento

Antes de se iniciar a rotina de alinhamento é fundamental que o sistema esteja exatamente alinhado com o feixe do laser, ou seja, o laser deve incidir exatamente no centro do furo do obturado ($\varnothing = 1,0 \text{ mm}$) passando pelo centro do eixo de rotação e no final do braço passar pelo furo de centro do pino de alinhamento, conforme é ilustrado na figura 44.

Em seguida esse sistema é rodado em 180° , e o feixe do laser deve passar pelo centro dos furos e tocar no mesmo ponto do anteparo. Após esse alinhamento todo o sistema incluído o laser foi fixado na mesa.

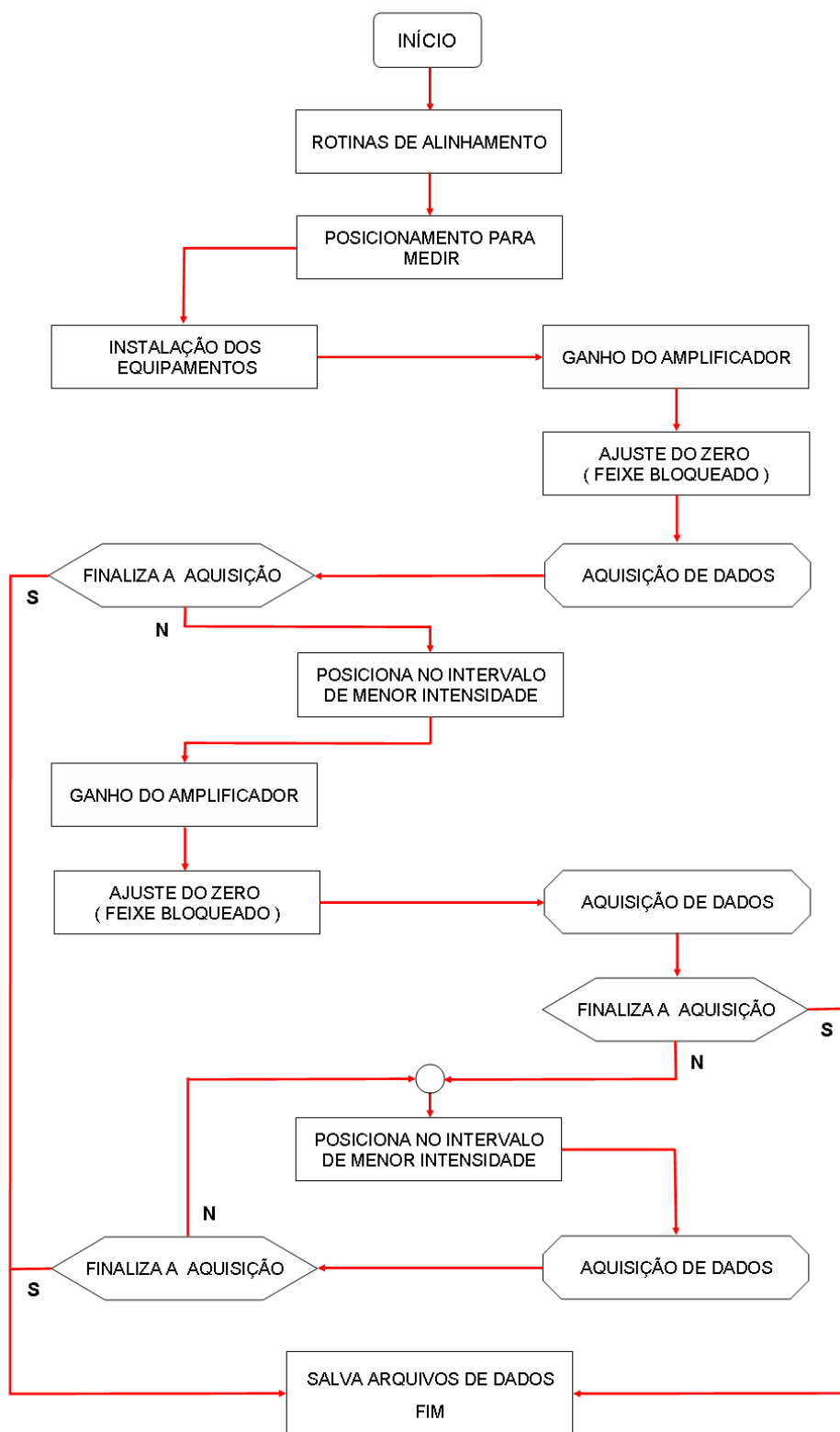


Figura 43. Fluxograma do Programa de determinação do Ângulo de Brewster.

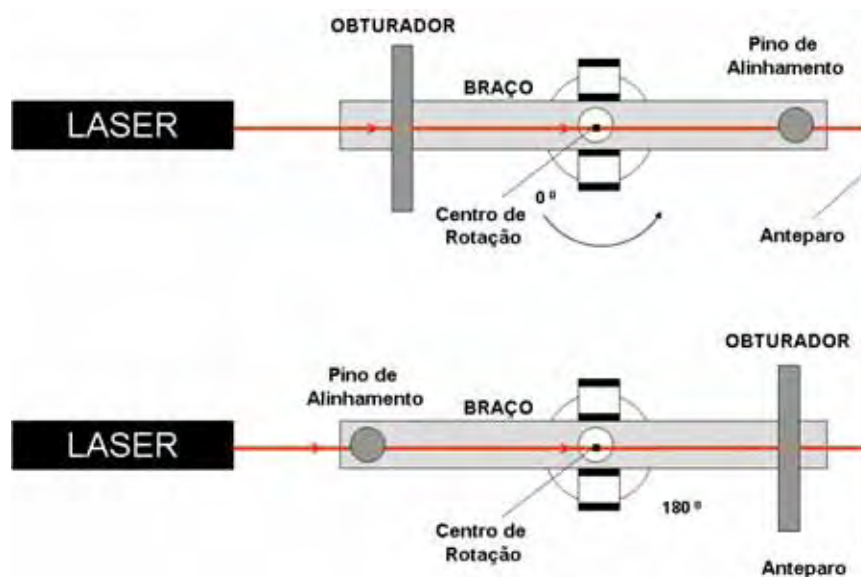


Figura 44. Alinhamento entre o Laser e o Sistema.

O peso do braço com o detector e o obturador, acabou gerando um momento de inércia, toda vez que o motor avançava um passo o braço tendia a balançar, fazendo a ponta do feixe do laser caminhar sobre o detector. Esse balanço gerava ruído no sinal e também se corria o risco de provocar uma folga no avanço do passo seguinte.

Para contornar esse problema foi instalado um disco na parte de baixo do sistema (figura 28, item 13), esse disco possui um sulco no meio por onde um fio é preso e enrolado algumas voltas. Na outra ponta foi fixado um peso (figura 28, item 16), dessa maneira o braço do elipsômetro passou a ter uma força radial constante agindo sobre o mesmo no sentido anti-horário e o balanço foi eliminado, o esquema desse arranjo pode ser visto na figura 45. O eixo do porta amostra não apresenta esse problema porque além das buchas do eixo da coroa deslizarem justas e sem folga, é necessária uma certa força para a rotação do eixo o que elimina qualquer inércia da amostra durante as paradas na aquisição de dados.

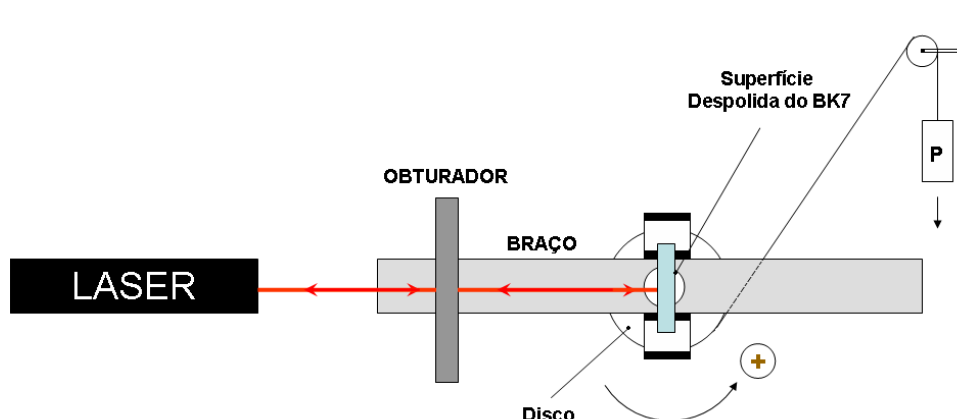


Figura 45. Sistema de atuação do disco e do peso sobre o braço do elipsômetro.

A folga entre os dentes das engrenagens mostrada na figura 46, conhecida pelo termo em inglês “backlash” é eliminada rodando o sistema de aquisição somente em uma direção. Nas rotinas de alinhamento onde é preciso fazer a inversão de direção, a solução encontrada foi aumentar o numero de passo e depois descontar. No elipsômetro cada passo do motor corresponde a uma variação de 0.036734° no ângulo de incidência, partindo de $\phi_1 = 0$ até $\phi_1 = 180^\circ$, são necessários 4900 passos do motor para se completar esse deslocamento.

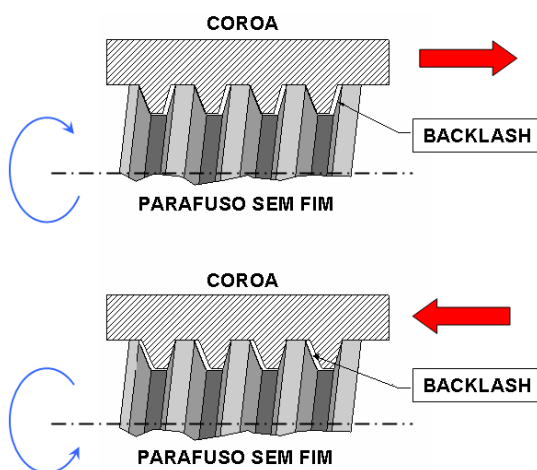


Figura 46. Folga entre os dentes das engrenagens causada pela inversão no sentido de rotação do parafuso.

Se depois desse deslocamento angular o motor parar e inverter a rotação, o sistema permaneceria imóvel por alguns passos até que a folga mude de direção no dente, porém, se o sistema se deslocar 50 passos a mais, para, e retornar mais 50, isso garante que as aquisições de dados iniciais sobre a intensidade do sinal após a parada não sejam constantes. Portanto, no deslocamento do elipsômetro é sempre acrescido 50 passos e depois esse valor é descontado.

Somente depois de o sistema estar exatamente alinhado com o laser é que se pode dar início ao programa e a sub-rotina de alinhamento. Essa sub-rotina de alinhamento serve para ajustar o ângulo de incidência normal ($\phi_1 = 0$). No nosso sistema o ajuste do ângulo de incidência normal é realizado com o auxílio da reflexão da luz na própria amostra.

O braço do elipsômetro é o primeiro a ser alinhado e com a ajuda do obturador que tem um furo circular de aproximadamente 1,0 mm de diâmetro, ele é girado de passo em passo no sentido horário até que o furo fique exatamente no centro do laser, como é mostrado na figura 47.

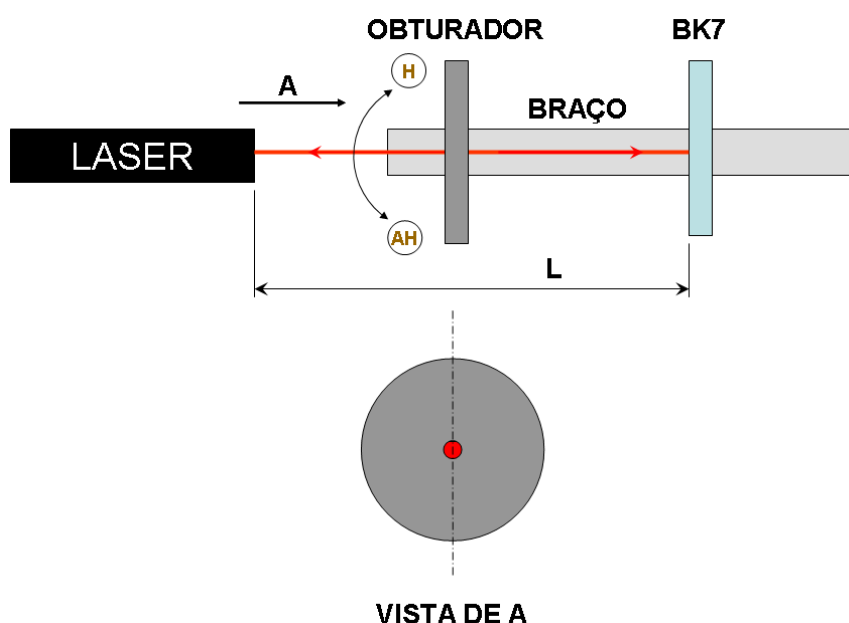


Figura 47. Alinhamento do braço com o laser, feito no sentido horário. A distância **L** entre o laser e a superfície de reflexão da amostra é de 1300 mm aproximadamente.

Em seguida novamente de passo em passo no sentido anti-horário, e contando com a reflexão do feixe de laser à amostra é alinhada. A figura 48, mostra como é feito esse alinhamento. O feixe que é refletido na superfície da amostra volta para dentro do laser, onde é novamente refletido e toca o obturador, dessa maneira o ajuste é feito até que a reflexão do fundo do laser fique exatamente no centro do furo do obturador. O problema é que nem sempre esse alinhamento casa com a variação angular dos passos, portanto para aumentar a exatidão desse alinhamento, existe um ajuste fino no porta amostra, capaz de uma precisão de meio passo em nosso sistema o que corresponde a aproximadamente 0.018367° .

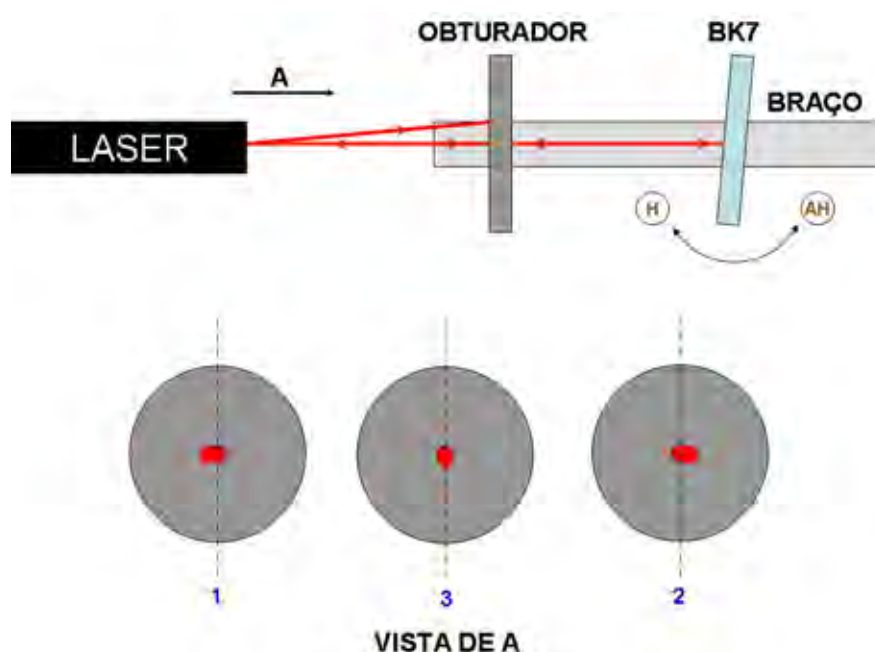


Figura 48. Alinhamento da Amostra com o laser, feito no sentido anti-horário.

O uso desse ajuste fino instalado no porta amostra se deve ao fato de que nem sempre de passo em passo o laser fica exatamente no centro do furo. No desenho 1 da figura 48 ilustrada essa situação, onde o avanço de mais um passo não alinha o feixe com o furo (desenho 2), já com o uso desse ajuste o feixe é alinhado exatamente no furo (desenho 3). Feito o ajuste fino, a amostra é novamente desalinhada e de passo em passo na direção anti-horário é novamente checado se o alinhamento está exato.

7.1.2 Posicionamento Para Medir e Instalação dos Equipamentos

Com o sistema alinhado ($\phi_1 = 0$), o elipsômetro posiciona-se para começar a medir. Antes de se iniciar a aquisição de dados são instalados: o polarizador (**P**) a $\phi_1 = 0$ (polarização perpendicular ao plano de incidência); o filtro (**F**) que elimina a luz de fundo do laser, que ao refletir na amostra provoca um sinal de intensidade constante, prejudicando a aquisição de dados em torno do ângulo de Brewster onde a valor da intensidade refletida é quase nula; o detector (**D**) e a caixa de proteção (**C**) que protege o detector contra a luz externa. A figura 49 ilustra esses equipamentos.

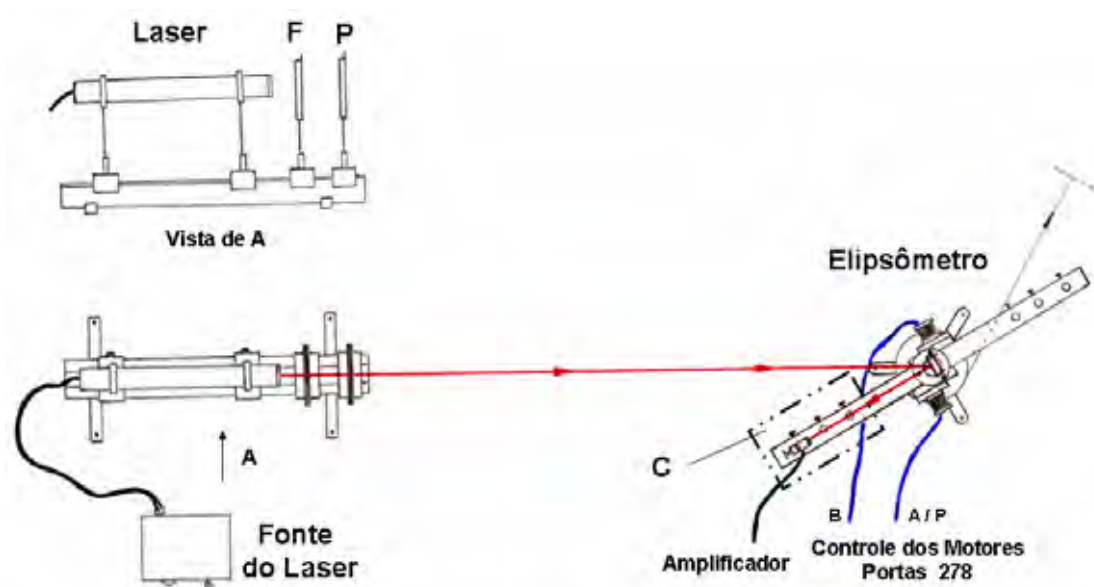


Figura 49. Elipsômetro e equipamentos que são instalados para se medir o ângulo de Brewster. Onde: **F** é o filtro; **P** é o polarizador; e **C** representa a caixa de proteção.

A caixa foi construída com cantoneiras de alumínio e papel cartão tornando-a leve e resistente, seu interior é totalmente preto a fim de evitar qualquer tipo de reflexão do feixe do laser que ao atravessar um furo central da caixa chega até o detector.

7.1.3 Ganho do Amplificador e Ajuste do Zero

A entrada máxima de tensão no amplificador para que o sinal não seja saturado é de aproximadamente 100 mV e a saída é regulada com ajuda do multímetro para que jamais ultrapasse os 5,0 V, evitando dessa maneira que o conversor analógico digital queime. A constante de tempo utilizada no amplificador para aquisição de dados no experimento do ângulo de Brewster foi de 0.1 s.

Com o ganho do amplificador já regulado, o feixe do laser é bloqueado e o amplificador é ajustado, para que o programa colete o valor aproximado de zero da intensidade e desconte esse valor de cada medida feita a seguir, dessa maneira qualquer tipo de luz externa é descontado das medidas da intensidade da luz polarizada refletida pelo feixe de laser.

7.1.4 Aquisição de Dados

O equipamento construído efetua uma varredura no ângulo de incidência entre $\phi_1 = 75.3061^\circ$ até $\phi_1 = 33.9796^\circ$, com uma variação no passo angular da ordem de 0.036734° . A cada passo do motor são feitas 10000 medidas para a intensidade, as 5000 primeiras são descartadas por causa da instabilidade do sinal, a média final é calculada com as outras 5000 medidas. No final da medição os arquivos são salvos com a extensão “XXX.DAT”, para cada curva levantada e o sistema retorna para $\phi_1 = 0$.

Para agilizar a medição, a primeira curva de reflectância levantada entre a intensidade da luz refletida, sobre função do ângulo de incidência é feita em intervalos de 0.91835° , o que corresponde a intervalos de 25 passos para a realização de cada medida. Essa primeira curva pode ser vista no gráfico da figura 50.

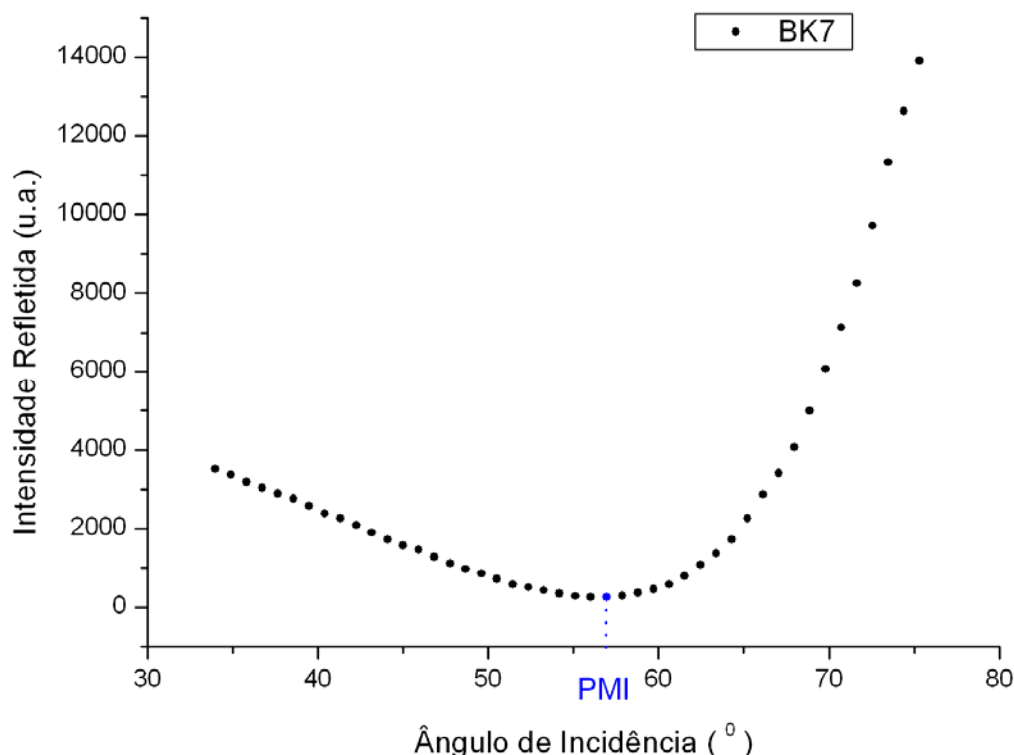


Figura 50. Curva da intensidade refletida em função do ângulo de incidência para o vidro BK7. Medidas realizadas com um laser He-Ne ($\lambda = 612,0 \text{ nm}$) e ganho do amplificador da ordem de 10^2 . O valor do ângulo no ponto **PMI** (ponto de menor incidência) foi de 56.9388° .

O programa determina automaticamente o ponto PMI (ponto de menor intensidade), e redireciona o sistema angularmente para fazer uma nova aquisição de dados com maior precisão entre 100 pontos ao redor do ponto PMI em intervalos de 0.036734° . Como a intensidade em torno do ângulo de Brewster é menor, novamente o ganho do amplificador é regulado e o zero é ajustado da mesma maneira.

O sistema levanta a segunda curva de reflectância e determina o novo ponto PMI, novamente é feito o redirecionamento angular e uma terceira aquisição de dados de dados é processada, porém com apenas 60 pontos ao redor desse novo valor para o PMI. Como essas novas medidas estão sendo realizadas ao redor do ângulo de Brewster não existe necessidade de regular e ajustar o zero do amplificador novamente.

O programa de aquisição de dados para a determinação do ângulo de Brewster, possibilita ainda que a qualquer momento possa haver uma pausa durante as medidas ou a aquisição ser finalizada ao termino de cada levantamento das curvas de reflectância.

Geralmente são feitas cinco curvas de aquisição de dados, para cada amostra sendo as duas primeiras descartadas para o calculo. Para se determinar o ângulo de Brewster com maior precisão ainda, é realizado com a ajuda de um programa de tratamento de dados (Origin), um simples ajuste polinomial com as médias das medidas experimentais que o programa salva ao final do levantamento de cada curva.

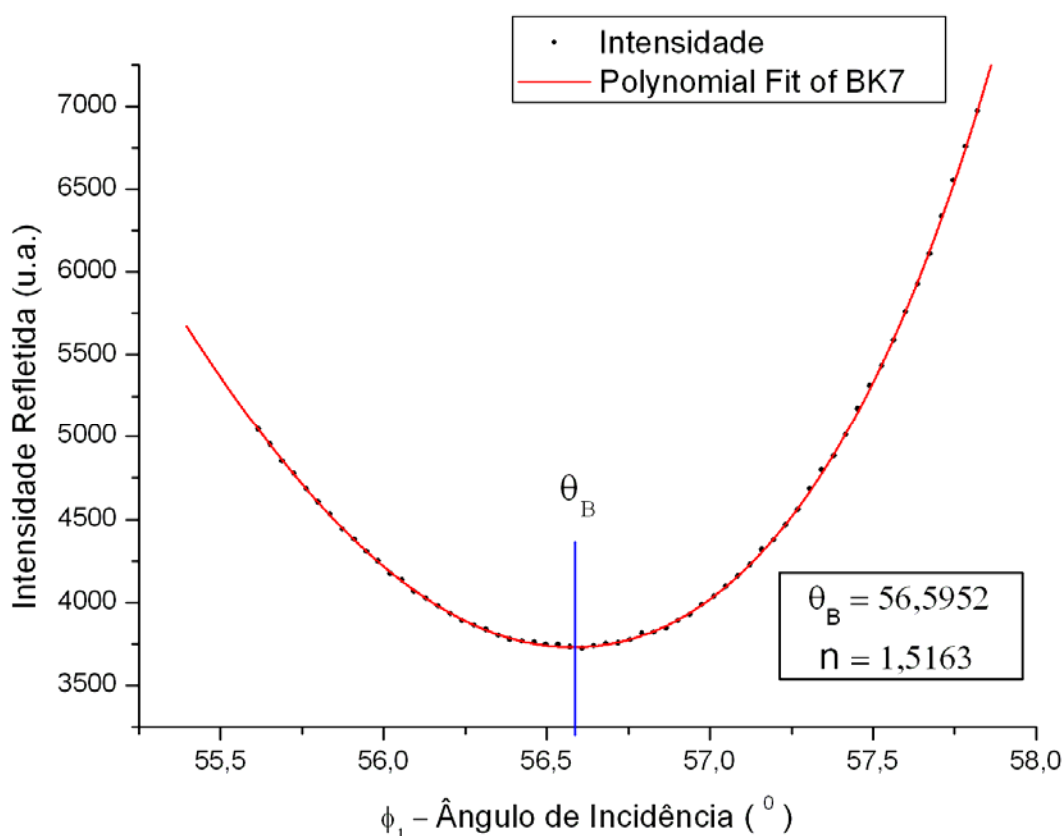


Figura 51. Curva da intensidade refletida em função do ângulo de incidência (média das 3 últimas curvas). Medidas realizadas com o laser He-Ne ($\lambda = 612,0 \text{ nm}$) e ganho do amplificador da ordem de 10^4 . A tangente do ângulo de Brewster ($\theta_B = 56,5952^\circ$) corresponde ao valor de 1,5163 para o índice de refração do BK7.

A figura 51 mostra a média dos três últimos dados experimentais para as curvas de reflectância e o ajuste feito por um polinômio de grau 6 com 1000 pontos para esse intervalo. Com a determinação do ângulo de Brewster (menor intensidade refletida no gráfico), o índice de refração da amostra é calculado pela equação (113).

O erro na precisão do ajuste fino do porta amostra para o ângulo de incidência normal ($\phi_i = 0$), é de aproximadamente 0.02° (meio passo do motor) o que produz um mesmo erro de 0.02° no ângulo de Brewster, ao qual corresponde a um erro no índice de refração para vidros da ordem de 0.001.

A realização de inúmeras medidas para essa mesma amostra de BK7, sempre revelou um desvio médio de 0,002 no índice de refração.

Para a curva da figura 51, o valor do ângulo de Brewster encontrado foi de $\theta_B = 56.5952^\circ$ e o índice de refração calculado para esse ângulo foi de 1,5163, o valor tabelado para o índice de refração do BK7 para esse comprimento de onda ($\lambda = 612,0 \text{ nm}$) é igual a 1,5158, portanto podemos concluir que o valor medido está exatamente dentro da incerteza da medição.

A falta de um amplificador lock-in e de um chopper colocado na trajetória do feixe do laser, obriga-nos a efetuar as medições totalmente no escuro, bem como as duas regulagens e os ajustes do zero obrigatório no amplificador para cada amostra, o que torna há tarefa um pouco cansativa, levando se em média cerca de 3h para um conjunto com 5 curvas da intensidade refletida.

A figura 52 mostra o arranjo experimental dos equipamentos utilizados na aquisição de dados par a determinação do ângulo de Brewster.

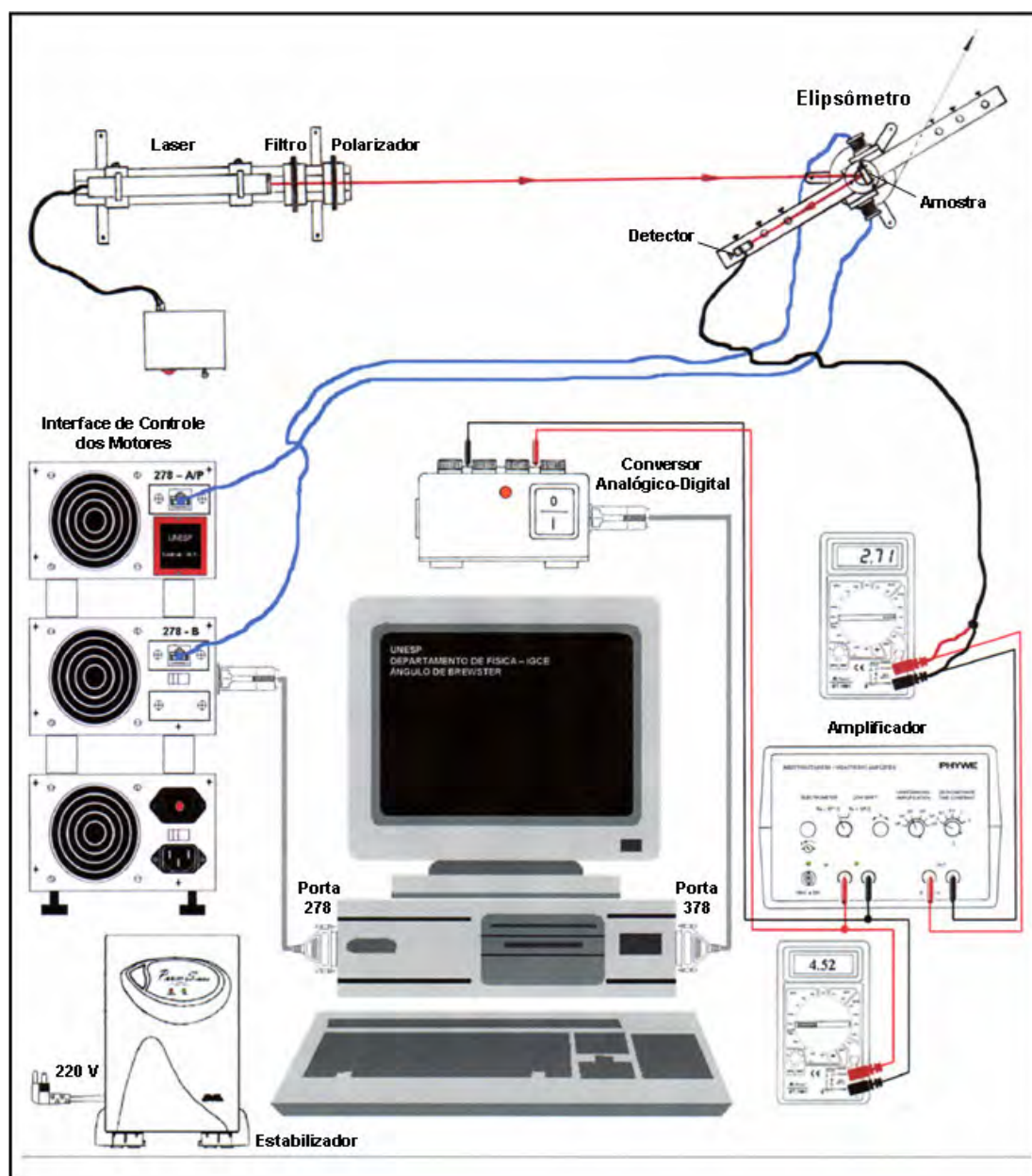


Figura 52. Arranjo experimental dos Equipamentos e do Elipsômetro.

7.2 Método de Abelès

Para o caso de filmes finos esse método consiste em determinar o valor do ângulo onde às intensidades da luz refletida pelo substrato e para o sistema filme mais substrato se igualam. A tangente deste respectivo ângulo fornece diretamente a medida do índice de refração do filme imerso no ar [35].

Em Primeiro lugar é determinado o ângulo de Brewster do substrato e seu índice de refração é calculado, posteriormente são levantadas as curvas de reflexão para o sistema filme mais substrato (figura 53), a média dessas curvas é equiparada com a do substrato então é determinado o ângulo onde essas curvas se cruzam. Com a equação (113), o índice de refração do filme calculado.

Para algumas espessuras de filmes, chamadas de espessuras críticas [33, 36], ocorrem interferência destrutiva entre as reflexões no filme, próximo ao ângulo de Brewster. Isto resulta num tangenciamento das curvas de refletividade das amostras com filme e do substrato puro dificultando, ou mesmo impossibilitando, a determinação do ângulo de cruzamento. Para evitar este problema, e diminuir a incerteza da medição é necessário escolher as espessuras dos filmes longe destas espessuras críticas, obtendo-se assim um cruzamento entre as curvas o mais ortogonal possível [33, 36].

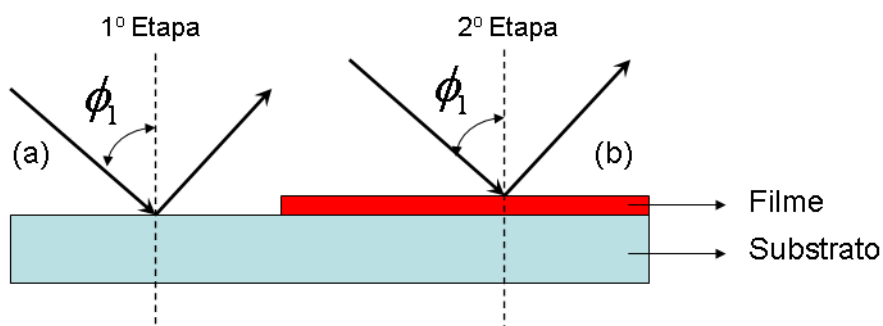


Figura 53. Esquema da aplicação do Método de Abelès.

O gráfico da figura 54 mostra as curvas obtidas para o substrato (lamina de vidro) e para um filme de rodamina A166C10 ².

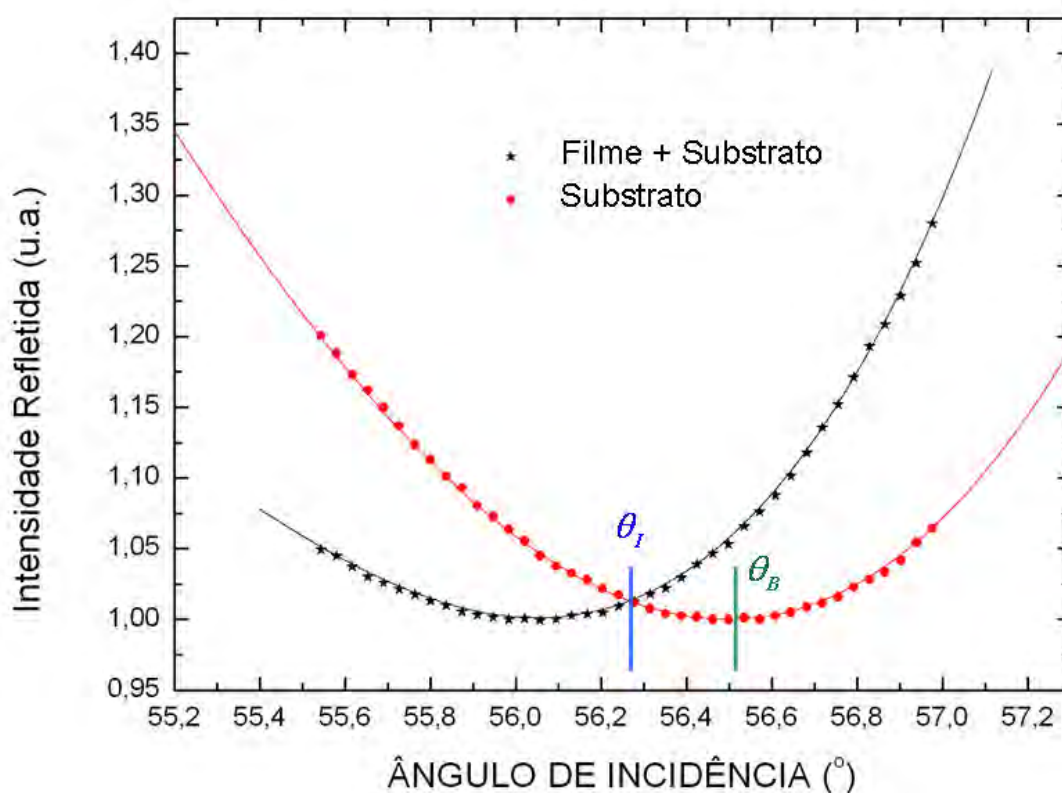


Figura 54. Gráfico para o Método de Abelés. Onde, θ_B é o ângulo de Brewster para o substrato e θ_I , o ângulo onde a curva do substrato cruza com a curva do filme mais o substrato para a amostra A166C10.

Na tabela 3 estão os valores calculados através das curvas do gráfico da figura 54 e da equação (113), para o filme, usando o comprimento de onda $\lambda = 612,0 \text{ nm}$.

² Designação usada no Laboratório de Novos Matérias da UNESP de Rio Claro (LNM – UNESP - RC), para controle das amostras produzidas.

Amostra	Método	Ângulo		Índice de Refração
		θ_B	θ_I	$n_{2,3} = \tan \theta_{I,B}$
A166C10				
SUBSTRATO	Brewster	56.503^0	-	$n_3 = 1.511$
FILME	Abelès	-	$\theta_B = 56.266^0$	$n_2 = 1.497$

Tabela 3. Valore obtidos pelo Método de Abelés, para o filme A166C10.

7.3 Estudo da Polarização e Determinação dos Ângulos Elipsométricos

O segundo programa desenvolvido foi à adaptação do elipsômetro em um sistema polarimétrico, capaz de medir o estado de polarização de uma luz e calcular os valore dos ângulos elipsométricos (Ψ e Δ).

A versatilidade do sistema permite que os seus componentes sejam facilmente substituídos de acordo com a necessidade exigida pela aplicação á qual ele se propõe.

O procedimento utilizado para este estudo de polarização consiste em fazer uma luz atravessar um polarizador linear, em seguida essa mesma luz incidi sobre um analisador (polarizador) que pode girado em torno de seu eixo, finalmente a luz atingi um detector óptico conforme é ilustrado na figura 55.

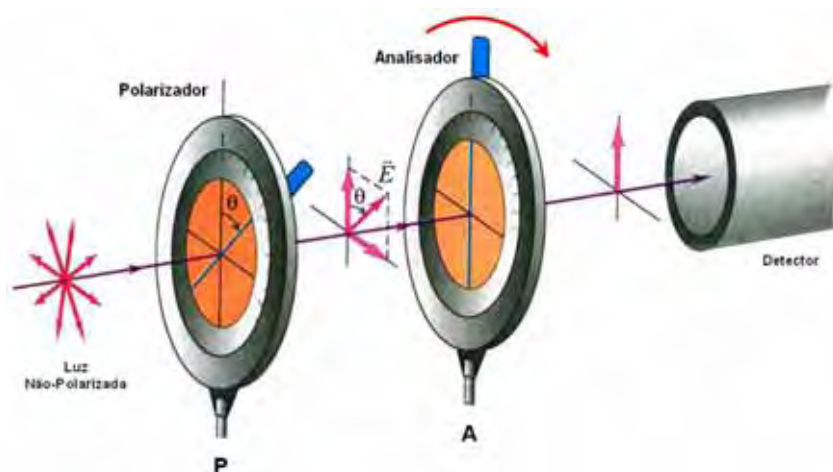


Figura 55. Esquema de montagem para estudar os estados de polarização.

Após um giro de $\theta = 360^\circ$ o detector terá registrado valores para a intensidade [37]. No equipamento construído o analisador giratório (figura 29), executa 1210 aquisições (1210 pontos) para cada volta completa do analisador, já que o mesmo possui uma variação angular de $\Delta\theta = 0.2975^\circ$ por passo do motor.

Em cada um desses 1210 pontos são feitas 500 medidas para a intensidade correspondente e o programa registra na tela do monitor e em um banco de dados a média dessas intensidades em função do ângulo de varredura do analisador.

Com base nesses pontos experimentais coletados uma sub-rotina dentro do programa ajusta uma função que melhor encaixa nesses pontos e através de uma serie de cálculos dentro dessa nova função ajustada o ângulo de inclinação e a diferença de fase entre os eixos ortogonais para essa luz em estudo são determinados.

Usando a equação (224) desenvolvida pelo método de Stokes para encontrar os parâmetros de Stokes podemos determinar se um feixe de luz óptico é não polarizado, parcialmente polarizado ou completamente polarizado [38]. Se for completamente polarizado, então nós temos que determinar se é elipticamente polarizado, linearmente polarizado ou circularmente polarizado.

$$I(\theta, \varphi) = \frac{1}{2} [S_0 + S_1 \cos(2\theta) + S_2 \cos(\varphi) \sin(2\theta) - S_3 \sin(\varphi) \sin(2\theta)] \quad (224)$$

Onde θ é o ângulo de rotação do analisador e φ a diferença de fase do retardador. O retardador é uma lamina que provoca uma diferença de fase conhecida entre os eixos de polarização ao ser atravessado pelo feixe de luz em estudo. Quando não existe nenhuma lamina de retardo consideramos $\varphi = 0^\circ$, ou $\varphi = 90^\circ$, para quando a lamina for do tido um quarto de onda ($\lambda/4$). De acordo com a equação (224), as intensidades que representam essas situações respectivamente, são então

$$I(\theta, 0^0) = \frac{1}{2} [S_0 + S_1 \cos(2\theta) + S_2 \sin(2\theta)] \quad (225)$$

$$I(\theta, 90^0) = \frac{1}{2} [S_0 + S_1 \cos(2\theta) - S_3 \sin(2\theta)] \quad (226)$$

onde S_0 , S_1 , S_2 e S_3 são os parâmetros de Stokes apresentados no capítulo 3, seção 3.5. Na configuração de nosso equipamento não usamos nenhuma lamina de retardo, portanto se substituirmos as equações (68a), (68b), (68c) e (68c) em (225), teremos:

$$I(\theta) = E_{0x}^2 \cos(\theta) + E_{0y}^2 \sin(\theta) + E_{0x} E_{0y} \sin(2\theta) \cos(2\delta) \quad (227)$$

Onde δ é a diferença de fase. Quando usamos Δ estamos nos referindo à diferença de fase que ocorreu antes e depois do feixe ser refletido pela amostra. Como em nosso sistema incidimos luz linearmente polarizada à 45^0 ($\delta = 0^0$), temos que $\delta = \Delta$.

Analisando a equação (225), podemos ver que em nosso sistema de estudo da polarização jamais conseguiremos determinar o sentido de rotação da luz polarizada, porque o parâmetro de Stokes S_3 é sempre igual a zero, pois não usamos a lamina de $\lambda / 4$.

A equação (227) é usada pelo programa para fitar os pontos experimentais e determinar através dos cálculos apresentados no capítulo 3 os ângulos elipsométricos. A figura 56 ilustra as etapas de aquisição e ajuste da função.

No final do ajuste e dos cálculos dos ângulos elipsométricos o programa possibilita que a medida seja refeita novamente caso tenha acontecido algum problema durante a coleta de dados ou para simples conferencia dos resultados.

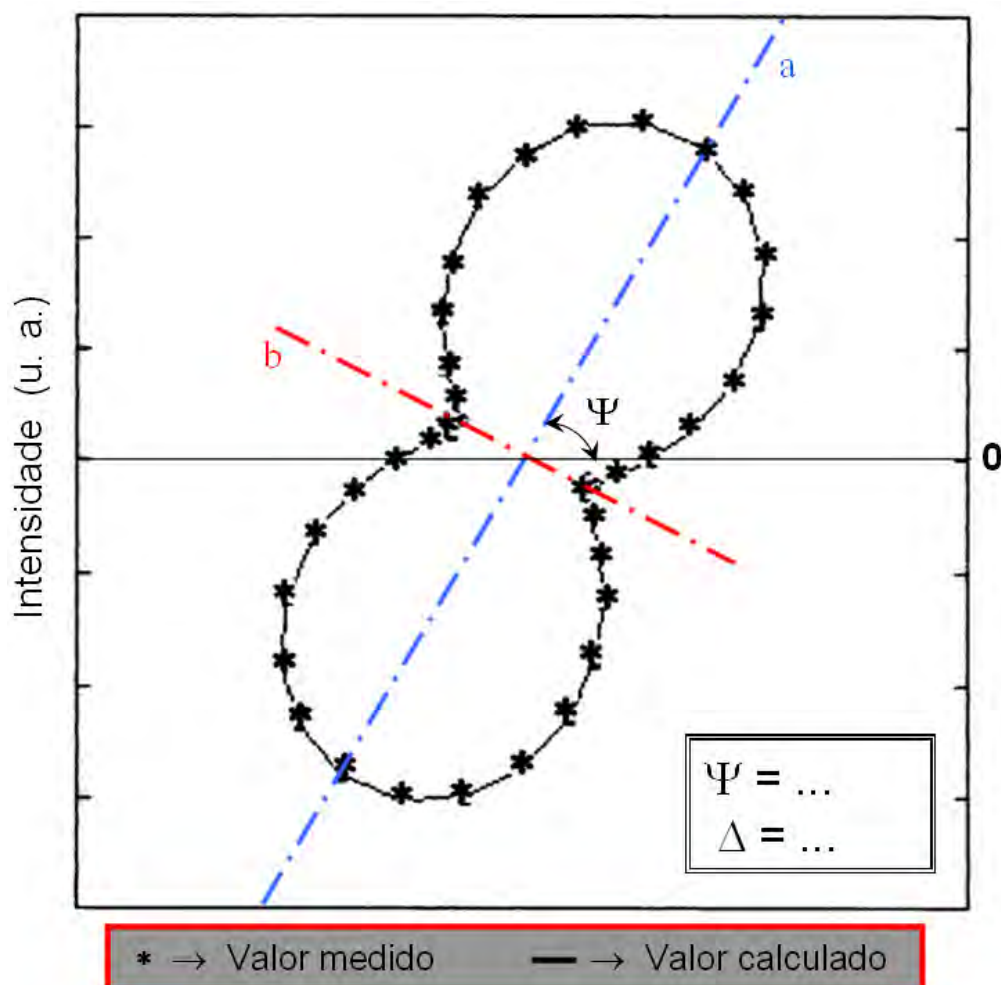


Figura 56. Distribuição das intensidades em coordenadas polares. Onde (*) representa as intensidades medidas e (—) é a intensidade calculada pela equação de ajuste (227).

Em primeiro lugar foi testado o sistema de ajuste da função e os cálculo dos ângulos elipsométricos, vários dados teóricos foram gerado no computador simulando aquisições e seus resultados conferidos após o ajuste da função. A figura 57 mostra uma dessas simulações de ajuste e cálculo para uma polarização elíptica com inclinação de $\Psi = 24.10^0$ e diferença de fase igual à $\delta = 35.0^0$.

O comprimento de onda utilizado no elipsômetro para todas as medidas foi de $\lambda = 612,0 \text{ nm}$.



Figura 57. Aspecto da tela do programa de ajuste da função aos pontos experimentais e dos cálculos dos ângulos elipsométricos (Ψ e δ). Nessas primeiras simulações os dados gerados para o ajuste eram teóricos a fim de se conferir a exatidão dos mesmos e corrigir eventuais erros nas formulas.

O programa também efetua e exibe o calculo do desvio médio quadrático (DMQ) dos dados experimentais em relação à função ajustada e também exibe na tela o número de interações feitas até se conseguir o melhor ajuste possível, ou seja, quando o valor de DQM não sofre mais alteração.

7.4 Alinhamento dos Eixos Ópticos Entre o Polarizador e Analisador

Antes de se iniciarem os testes com aquisição de dados experimentais os eixos ópticos do polarizador e do analisador tiveram que ser rigorosamente alinhados.

A figura 58 mostra o diagrama esquemático da montagem utilizada para o alinhamento entre estes eixos. Mantendo-se o ângulo do polarizador (P) fixo em 45° , através de outra sub-rotina o ângulo do analisador (θ) foi ajustado pelo valor máximo e mínimo da intensidade.

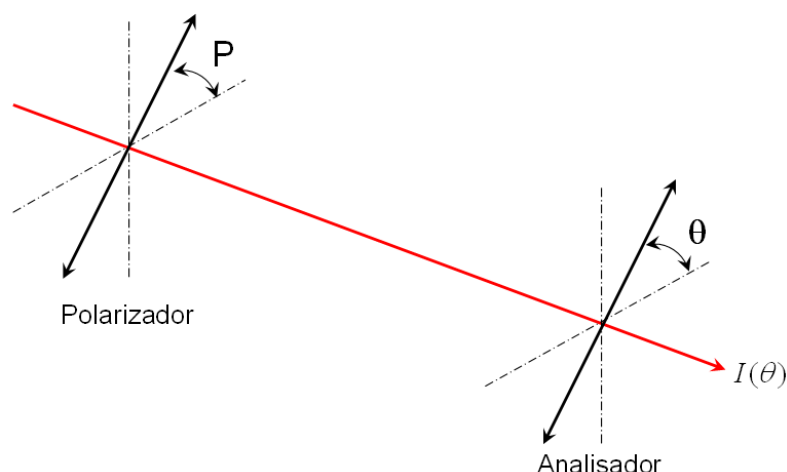


Figura 58. Diagrama esquemático da montagem experimental utilizada para determinar o alinhamento entre os eixos óptico do polarizador e analisador.

Esse ângulo de alinhamento ($\theta = 45^\circ$) para o analisador foi gravado pelo programa através do bit de controle da rotação do motor. Dessa maneira o analisador sempre estará alinhado com o polarizador desde que o ângulo P do polarizador seja mantido fixo na mesma posição do alinhamento.

Em seguida a esse alinhamento entre os eixos, foram realizadas inúmeras aquisições de dados, para todos os tipos de polarização da luz e os valores calculados pela função de ajuste conferido. A figura 59 exhibe uma dessas aquisições e ajuste de função para uma luz linearmente polarizada à 45° . O alinhamento entre os eixos do polarizador e analisador também foram aferidos através da reflexão de um feixe de luz laser por uma amostra, e seus ângulos de inclinação conferidos para cada quadrante.



Figura 59. Aspecto da tela do programa de aquisição de dados e juste da função para os pontos experimentais para uma luz linearmente polarizada à 45° , como mostra os valores dos ângulos elipsométricos ($\Psi = 45.005^\circ$ e $\delta = 0.088^\circ$).

Na figura 59, a e b representam os eixos maiores e menores da elipse de polarização, respectivamente. aX e aY são os campos elétricos na direção E_{0x} e E_{0y} , respectivamente.

7.5 Elipsometria Aplicada no Sistema Ambiente-Substrato

O programa de estudo da polarização foi adicionado a esse novo programa chamado de elipsometria como uma sub-rotina. As rotinas de alinhamento para o Braço do Elipsômetro e para a Amostra em estudo são as mesmas usadas para se medir o ângulo de Brewster. A única diferença é que o programa pergunta qual ângulo de incidência ($\phi_i = ?$) que será executada a medida.

Para nossas medidas os ângulos de incidência escolhidos foram $\phi_1 = 70^\circ$ e $\phi'_1 = 65^\circ$.

Ao posicionar-se no ângulo de incidência escolhido, o polarizador, o filtro, o analisador e o detector são instalados no conjunto do elipsômetro e o ângulo de varredura do analisador ($\theta = 45^\circ$) é ajustado pelo bit do motor, a figura 60 mostra o diagrama esquemático e simplificado dessa montagem experimental para a aplicação da técnica elipsométrica.

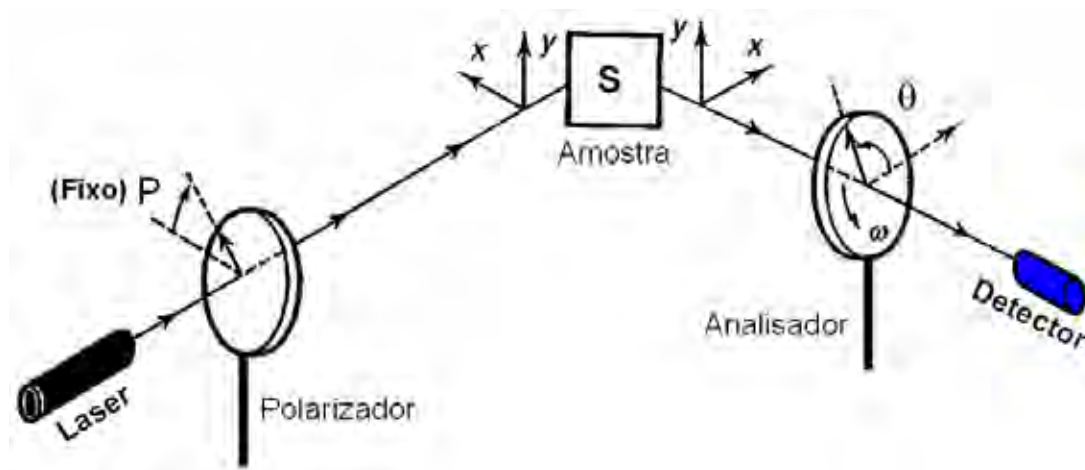


Figura 60. Diagrama esquemático simplificado da montagem experimental utilizada para aplicação da técnica elipsométrica.

Com o ângulo do analisador devidamente alinhado com o eixo óptico do polarizador, o ganho do amplificador e o ajuste do zero são realizados da mesma maneira descrita no programa do ângulo de Brewster, então o programa roda o analisador uma volta completa para certificar que a intensidade máxima não ultrapasse os 5 V, o que poderia acarretar na queima do conversor analógico digital e da porta paralela do computador.

Em seguida é realizada a aquisição de dados ($\theta = 0^\circ$ até $\theta = 360^\circ$) e a elipse de polarização é desenhada na tela, onde a função é ajustada e os ângulos elipsométricos determinados, conforme o fluxograma da figura 61 mostra.

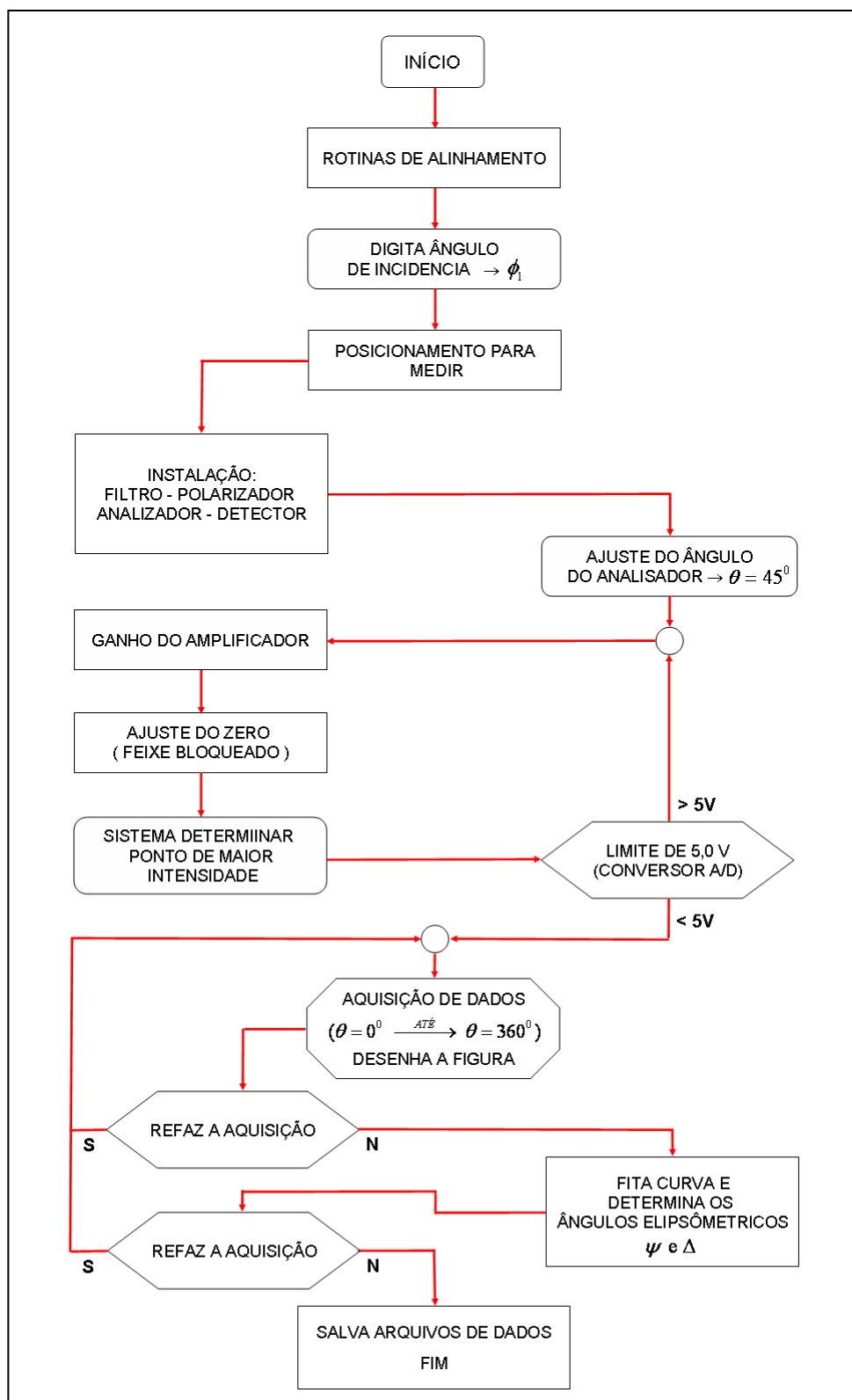


Figura 61. Fluxograma do programa para aplicação da técnica Elipsométrica.

Os dados dos pontos experimentais são salvos pelo programa com a extensão “.**EXX**”, onde o XX representa o ângulo de incidência escolhido. Os dados da curva ajusta pelos pontos experimentais, e os valores das constantes elipsométricas são salvos com a extensão “.**FXX**” novamente XX representa o ângulo de incidência.

A amostra escolhida para aplicação da técnica elipsométrica no sistema ambiente-substrato foi o vidro óptico BK7, a figura 62 exibe um dos inúmeros resultados dessa aquisição.

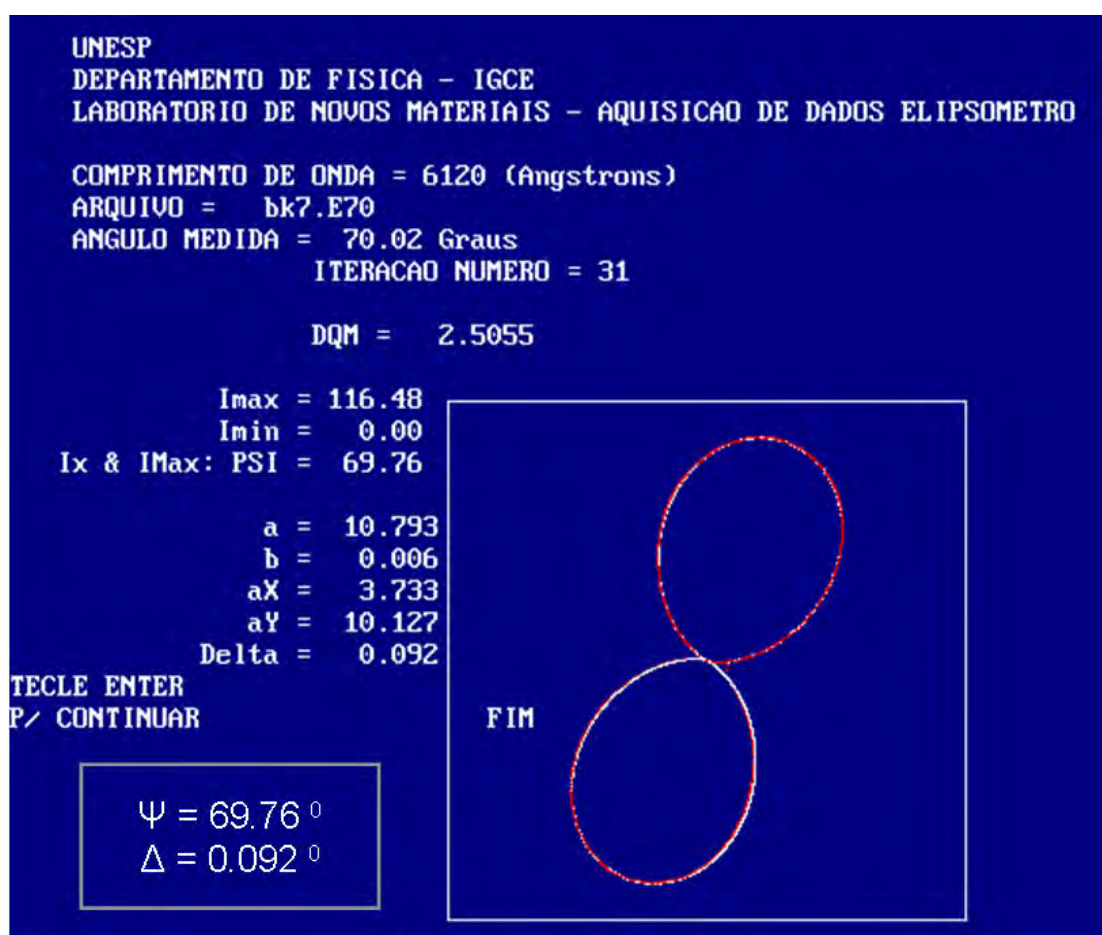


Figura 62. Aspecto da tela do programa de aquisição de dados para aplicação da técnica elipsométrica. O ângulo de incidência escolhido foi $\phi_i = 70^\circ$ e os valores dos ângulos elipsométricos são $\Psi = 69.76^\circ$ e $\Delta = 0.092^\circ$.

7.6 O Programa de Cálculos Elipsométricos

Os valores dos ângulos elipsométricos (Ψ e Δ), do ângulo de incidência (ϕ_i) e do comprimento de onda ($\lambda = 612,0 \text{ nm}$) são gravados pelo programa de aquisição, e posteriormente lidos por outro programa que realiza os cálculos elipsométricos.

Na figura 63 é apresentado o fluxograma do programa para cálculos elipsométricos, para o caso da técnica ser somente aplicada para um sistema ambiente-substrato, o programa calcula o índice de refração do substrato (n_3) e o coeficiente de extinção (κ_3).

Na tabela 4 são apresentados os valores calculados para o índice de refração e do coeficiente de extinção do BK7, pelas técnicas do ângulo de Brewster e da elipsometria. Os resultados podem ser comparados com o valor tabelado do BK7 para esse mesmo comprimento de onda.

Técnica de Medida	Índice de Refração n_3	Coeficiente de Extinção κ_3
Ângulo de Brewster	1.5163	—
Elipsometria	1.5147	0.030
Valor Tabelado BK7 ($\lambda = 612,0 \text{ nm}$)	1.5158	—

Tabela 4. Valores calculados por diferentes técnicas para o n_3 e κ_3 do vidro óptico BK7.

Em geral são feitas três aquisições de dados e as médias de Ψ e Δ , são salvas pelo programa, a fim de se conferir a estabilidade do programa de aquisição.

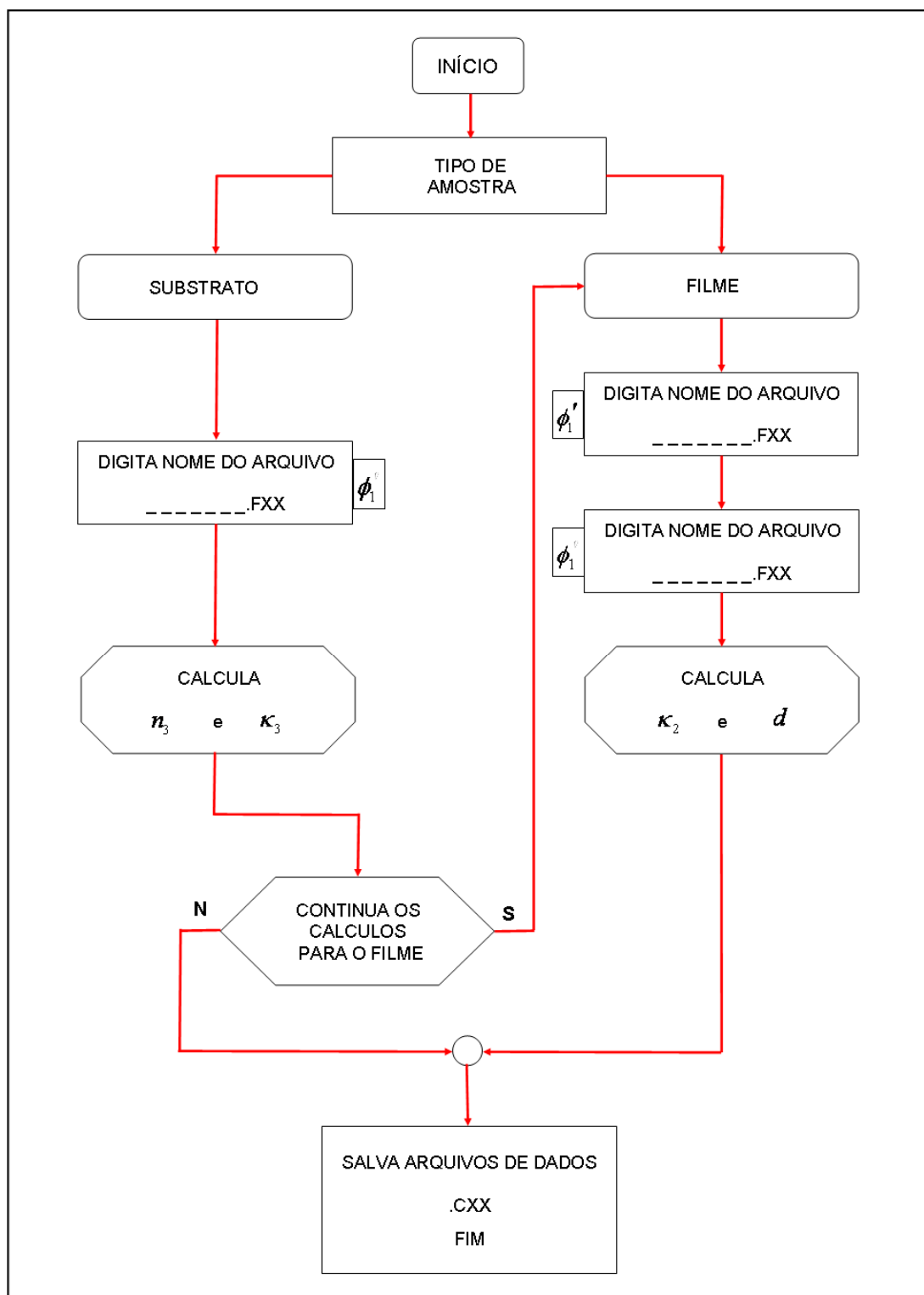


Figura 63. Fluxograma do programa de cálculos Elipsométricos.

7.7 Elipsometria Aplicada no Sistema Ambiente-filme-Substrato

O substrato (lamina de vidro) do filme A166C10 foi submetido à técnica elipsométrica para que os valores do índice de refração (n_3) e do coeficiente de extinção (κ_3) fossem determinados. O resultado do índice de refração do substrato (n_3) foi comparado com o obtido pelo método do ângulo de Brewster. Com o valor do índice de refração do filme (n_2) determinado pelo método de Abelès (n_3) a técnica elipsométrica foi finalmente aplicada no filme.

Os ângulos de incidência escolhidos foram $\phi_1 = 70^\circ$ e $\phi'_1 = 65^\circ$, para o comprimento de onda $\lambda = 612,0 \text{ nm}$.

Os dados foram calculados no mesmo programa de calculo, com a diferença que após o calculo das constantes ópticas para o substrato o programa prossegue e pede o nome dos dois arquivos de dados referentes a cada ângulo de incidência, em seguida determina os valores do coeficiente de extinção (κ_2) e a espessura do filme (d).

Ao final dos cálculos, o programa de cálculos elipsométricos salva todos os dados com a extensão “.CXX”, onde XX representa o ângulo de incidência ϕ_1 .

Na tabela 5 estão representados estes valores bem como as técnicas de medida utilizada. A espessura desse filme também foi determinada através de um equipamento Taylor Hobson Precision [29], dessa maneira os valores puderam ser comparados.

Os resultados encontrados na aplicação da técnica elipsométrica para um sistema: ambiente – substrato, apresentaram o mesmo intervalo de erro encontrado na aplicação da técnica do Ângulo de Brewster para a determinação do índice de refração do vidro óptico BK7 (0.002), conforme pode ser visto na tabela 4.

Técnica de Medida	SUBSTRATO (lamina de vidro)		FILME A166C10		
	n_3	κ_3	n_2	κ_2	d
Ângulo de Brewster	1.511	–	–	–	–
Método de Abelés	–	–	1.497	–	–
Elipsometria (amb/subst)	1.514	0.010	–	–	–
Elipsometria (amb/film/subst)	–	–	–	0.060	452 nm
Taylor Hobson Precision	–	–	–	–	430 nm – 450 nm

Tabela 5. Valores determinados por diferentes técnicas de medida para o filme A166C10.

O programa que efetua a serie de cálculos da equação fundamental da elipsometria para o sistema: ambiente – substrato foi conferido com o auxilio dos dados de Vedam, Knausenberger e Lukes [42], os resultados para o índice de refração (n) e o coeficiente de extinção (κ) de um substrato de silício são mostrados na tabela 6.

Técnica Elipsométrica para o sistema: ambiente - substrato			
Ψ (°)	Δ (°)	n	κ
11.763	179.038	4.050	0.028

Tabela 6. Calculo dos valores dos ângulos elipsométricos Ψ e Δ , para um substrato de silício. Onde, $\phi_i = 70^\circ$ (ângulo de incidência) e $\lambda = 546,1$ nm .

A redução no passo angular do Analisador ($\Delta\theta = 0.2975^\circ$) tornara a rotina de alinhamento dos eixos ópticos entre o polarizador e o analisador mais precisa.

Para a aplicação da técnica elipsométrica no sistema: ambiente – filme – substrato, para a determinação do valor da espessura (d) se faz necessário um

maior número de caracterização de filmes, tendo em vista a ampla variedade de filmes e espessuras produzidas pelo laboratório.

Uma das maiores limitações dos filmes para o método de Abelès [35] é o efeito da absorção. Quando ocorre absorção, o ponto de cruzamento entre as curvas do substrato com o filme e do substrato puro, deve depender da espessura do filme. Em geral quanto maior a absorção, maior o erro.

Um método prático para verificar se a absorção esta influenciando as medidas do índice de refração foi descrito Cordeiro, Souza e Cescato [33].

O método consiste em realizar medidas em filmes com espessuras diferentes. Se, ao reduzirmos a espessura do filme, o ponto de cruzamento se mantiver, pode-se considerar que a absorção não esta influenciando as medidas. Caso contrario é necessário reduzir ainda mais a espessura do filme ate que isto aconteça, desde que a espessura seja suficiente para garantir a homogeneidade do filme [43]. Em média filmes da ordem de 100 Å , já podem ser medidos pelo método de Abelés [44].

Em espessuras inadequadas ocorre interferência destrutiva, que dificulta e, as vezes, até impossibilita a determinação do ângulo de cruzamento entre as curvas de refletância do filme e do substrato.

A qualidade óptica das superfícies utilizadas, assim como sua rugosidade, não são grandes fontes de erro para este método uma vez que apenas a superfície na área do feixe laser é utilizada. O efeito da rugosidade é gerar um cone de espalhamento na luz refletida pela amostra. Este efeito pode ser minimizado coletando-se toda a luz espalhada no detector. Além disso, para filmes muito finos, a rugosidade do filme segue geralmente a rugosidade do substrato, produzindo assim distribuições angulares de espalhamento muito similares.

8. Conclusões

As dificuldades encontradas durante o projeto e na montagem do conjunto mecânico do elipsômetro tomaram muito tempo, pois o equipamento requer uma precisão e um sincronismo muito grande para efetuar o sistema de varredura $\phi \times 2\phi$.

A falta de um projeto piloto detalhado para inspiração e análise atrasou e motivou ainda mais a construção do equipamento. Por essa razão é que neste trabalho se encontram uma descrição minuciosa da mecânica e eletrônica envolvida na construção. Esperamos desta maneira despertar novas idéias e alternativas para projetos futuros.

A busca por elementos alternativos de baixo custo e o reaproveitamento de peças é gratificante quando olhamos para os resultados finais encontrados.

Para os resultados encontrados na determinação do ângulo de Brewster, o ajuste fino do porta amostra no alinhamento foi fundamental, já que nenhuma das inúmeras medidas do índice de refração do vidro BK7 apresentou desvio maior do que 0,002.

As próximas etapas para o projeto na determinação do ângulo de Brewster prevêem a obtenção de um amplificador lock-in e de um chopper, com isso as medidas se tornariam mais rápidas, precisas e menos cansativas. O

desenvolvimento futuro de uma sub-rotina vai possibilitar que o próprio programa faça o ajuste da curva pela médias dos pontos experimentais obtidos e em seguida calcule o índice de refração, dessa maneira não será mais necessário um programa adicional para tratamento de dados.

Para um estudo mais completo dos estados de polarização a aquisição de uma lamina (retardo) de " $\lambda/4$ " para o comprimento de onda do laser utilizado, vai permitir identificar qual o sentido de rotação da luz polarizada (equação (224)). O desenvolvimento de um novo programa a partir da sub-rotina que estuda os estados de polarização pode propiciar a exploração da técnica de Polarimetria [14].

A troca dos polarizadores do tipo filme (polaróide) por polarizadores do tipo Gran (cristal), aumentaria a razão de extinção e conseqüentemente os resultados no estudo dos estados de polarização [37].

O uso da lamina de " $\lambda/4$ " também pode ser aplicada a técnica elipsométrica, neste caso poderíamos construir outro elipsômetro conhecido como "elipsômetro de Zero" (null ou compensating instrument). A determinação dos ângulos elipsométricos (Ψ e Δ) se dá de maneira diferente, através da leitura dos ângulos do polarizador (P), do compensador (C) e do analisador (A) [39,40]. O elipsômetro que optamos por construir [41] é conhecido como "elipsômetro fotométrico" (intensity-measuring instrument).

Conforme foi descrito no capítulo 7, existem certas limitações para a aplicação do método de Abèles, uma possível saída para a determinação do índice de refração do filme, seria adicionar uma sub-rotina ao programa de cálculo elipsométrico, dessa maneira ao invés de usar as duas equações reais (Eq. (216)) para cada ângulo de incidência, teríamos que usar as quatro equações (Eq. (214), ou seja, duas reais e duas imaginárias. Dessa forma o programa também iria fazer interações nos valores dos índices de refração e no coeficiente de extinção até que a igualdade entre essas equações fosse encontrada.

Esse método de cálculo já é aplicado em alguns programas vendidos junto com elipsômetros comerciais. O único inconveniente é o procedimento problemático de calcular o índice de refração do filme substituindo vários valores na equação elipsométrica [45].

Outra possibilidade é efetuar as medidas usando dois comprimentos de ondas diferentes, para isso teríamos que fazer algumas adaptações no projeto original do elipsômetro.

Outra futura mudança no projeto do elipsômetro seria escrever todos os programas em linguagem LabVIEW (acrônimo para *Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench*) que é uma linguagem de programação gráfica originária da National Instruments ou uma outra linguagem gráfica, porém de baixo custo financeiro o que tornará o projeto mais atrativo ainda. Os principais campos de aplicação do LabVIEW são a realização de medições e a automação. A programação é feita de acordo com o modelo de fluxo de dados, o que oferece a esta linguagem vantagens para a aquisição de dados e para a sua manipulação. A utilização desse tipo de linguagem pode tornar a interface de controle do elipsômetro mais amigável e dinâmica.

9. Referências

- [1] A. D. S. Côrtes, “Síntese de filmes híbridos Si/PMMA-DR1 a partir do Processo Sol-Gel e caracterização”. Tese de Mestrado; Departamento de Física da UNESP de Rio Claro, 2007.
- [2] A. J. Damião, “Construção de um Elipsômetro Fotométrico Automático”; Tese de Mestrado; Inst. de Física Gleb Wataghin - UNICAMP (1982).
- [3] R.M.A. Azzam; N.M. Bashara, “Ellipsometry and Polarized Light”, 2nd ed., Elsevier: Amsterdam, 1987.
- [4] P. Drude, Ann. d. Phys. Chem. 36 (1889) 532, 865.1.
- [5] P. S. Hauge; F. H. Dill; IBM J. Res. Dev (Nov. 73) 472.
- [6] A. Weissberg; B. W. Rossiter; “Physical Methods of Chemistry” (Willey, N.Y., 1972) Vol. I, Parte III C.
- [7] M. C. Van der Hulst; “Scattering of Light by Small Particles” (Willey, N.Y., 1957) pag. 44.
- [8] A. Rothen, Rev. Sci. Inst. 16, p. 26, 1945.
- [9] W. C. Mariano, “Elipsometria”, Relatório da Disciplina: Medidas de Caracterização para Microeletrônica, FEEC/UNICAMP, 1994.
- [10] E. Collett, “Polarized Light: Fundamentals and Applications, Marcel Dekker Inc. 1993.
- [11] D. E. Aspnes, App. Opt. 14 (May 75) 1131.
- [12] D. E. Aspnes; Phy. Rev. Lett. 28; n° 3 (Jan 72) 168.

- [13] G. R. Fowles, "Introduction to Modern Optics". Cap. 2, pp. 28-33, 1975.
- [14] G. P. Temporão, "Um Polarímetro de Baixo Custo", Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Elétrica, PUC – RJ 2003.
- [15] B. E. A. Saleh; M. C. Teich, "Fundamentals of Photonics". New York: Wiley-Interscience, 1991, pp. 193-234.
- [16] Max Born; Emil Wolf, "Principles of Optics". (Pergamom Press Ltd, London, 1970), Cap. 1, pg. 24.
- [17] N. S. O. Andrade; A. N. de C. S. Rosa; P. C. de C. Faria, "A elipsometria e os parâmetros do vetor de Stokes". Anais XIII Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, Florianópolis, Brasil, 21-26 abril 2007, INPE, p. 4767-4774.
- [18] Referência 10, Cap. 4, pg. 33.
- [19] D. Halliday; R. Resnick "Física". 4ª ed., Vol 4, Cap 44, pg. 127, 1984.
- [20] P. A. Tipler, "Física". 3ª ed., Vol 4, Cap 32, 2001.
- [21] J. R. Reitz, Milford, Frederick J. Milford; Robert W. Christy, "Fundamentos da Teoria Eletromagnética". 8ª ed., 1982.
- [22] Referência 16, Cap. 13, pg. 628.
- [23] Referência 10, Cap. 25. pg. 542.
- [24] O. S. Lobosco; J. L. P. da C. Dias, "Seleção e Aplicação de Motores de Elétricos". Makron Books. 1988.
- [25] H. Taub, "Circuitos Digitais e Microprocessadores"; McGraw-Hill; 1984.
- [26] A. P. Malvino, "Eletrônica", Vol. 1 e 2. 4ª ed., Makron Books, 1997.
- [27] A. D. Helfrick, W. D. COOPER, "Instrumentação Eletrônica Moderna e Técnicas de medição". Rio de Janeiro: 1994.
- [28] E. M. Kanazawa; W. S. Lacerda, "Desenvolvimento de uma Interface de Aquisição e Controle de Dados", INFOCOMP: Revista de Ciência da Computação. Lavras, MG: Universidade Federal de Lavras. Departamento de Ciência da Computação, v.1, n.1, 1999.
- [29] C. Sica, "Sistemas Automáticos com Microcontroladores 8031/8051", Editora Novatec, 2006.
- [30] R. V. Ribas; A. F. Souza, N. Santos, "Um Sistema de Aquisição de Dados de Baixo Custo para o Laboratório Didático". Revista Brasileira de Ensino de Física vol. 20, no. 3, Setembro, 1998.

[31] D. F. Souza; J. Sartori; Bell, M. J. V. Bell; L. A. O. Nunes, "Aquisição de Dados e Aplicações Simples Usando a Porta Paralela do PC". Revista Brasileira de Ensino de Física vol. 20, no. 4, Setembro, 1998.

[32] ADC0808/ADC0809 8-bit uP Compatible A/D Converters with 8-Channer Multiplexer. National Semicondutor. Disponível em: <<http://www.national.com>>, acesso em 15/04/2004.

[33] C. M. B. Cordeiro, D. R. Souza, L. Cescato, "Sistema Automatizado para Medição do Índice de Refração de Substratos e Filmes Dielétricos". Revista Brasileira de Física Aplicada e Instrumentação, vol. 14, no. 3, Setembro, 1999.

[34] Ohara Optical Glass, mini catalog, 35 (1977).

[35] F. Abelès, "Methods for determining optical parameters of thin films" in Progress in Optics vol. II, second edition, North Holland 1968.

[36] A. R. Reising, "Alternative to Ellipsometry for Characterizing Transparent Planar Thin Films", Optical Engineering, Vol. 20, n.1, 111-114 (1981).

[37] R. E. Góes; L. G. B. Becker; P. E. Martins; C. A. Lima; R. Falate; M. Muller; H. J. Kalinowski; J. L. Fabris, "Desenvolvimento e Caracterização de um Sistema Automatizado para Polarimetria". Revista Brasileira de Física Aplicada e Instrumentação, vol. 15, no. 1, Dezembro, 2002.

[38] Referência 10, Cap. 6, pg. 114.

[39] W. E. J. Neal; S. J. Petraitis, "An Ellipsometer for Student Experiments". Eur. J. Phys. 2 (1981) 69-74.

[40] Referência 3, Cap. 3, pg. 166.

[41] Y. F. Chao; W. Lee, C. S. Hung; J. J. Lin, "A three-intensity technique for polarizer-sample-analyser photometric ellipsometry and polarimetry". J. Phys. D: Appl. Phys. **31** (1998) 1968-1974.

[42] K. Vedam; W. Knausenberger; F. Lukes, "Ellipsometric Method for the Determination of All the Optical Parameters of the System of an Isotropic Nonabsorbing Film on an Isotropic Absorbing Substrate. Optical Constants of Silicon". J. Opt. Soc. Am. Vol. 39, Number 1, 1969.

[43] I. Awai; J. Ikenoue, "Effect of film transmission layers on the Abèles method", Applied Optics, Vol.23, 11, 1890-1896 (1984).

[44] O. S. Heavens; "Optical Properties of Thin Solid Films", Dover, 3a edição (1965), Canada 1991.

[45] Y. Yoriome, "Method for numerical inversion of the ellipsometry equation for transparent films", J. Opt. Soc. Am. Vol. 73, No. 7. 1983.

10. ANEXOS

10.1 Anexo A - Peças Que Formam o Conjunto Mecânico do Elipsômetro

A seguir são apresentados os desenhos das principais peças que formam o conjunto mecânico do elipsômetro. Os itens que fazem parte desse conjunto são:

17. Tarugo de Suporte do Porta Amostra

18. Arruela de Fixação

19. Braço do Elipsômetro

20. Bucha de Acoplamento

21. Disco de Fixação do Motor de Passo

22. Guarnição

14. Tarugo de Suporte do Elipsômetro

15. Base Ajustável

17. Pino Guia Para o Alinhamento.

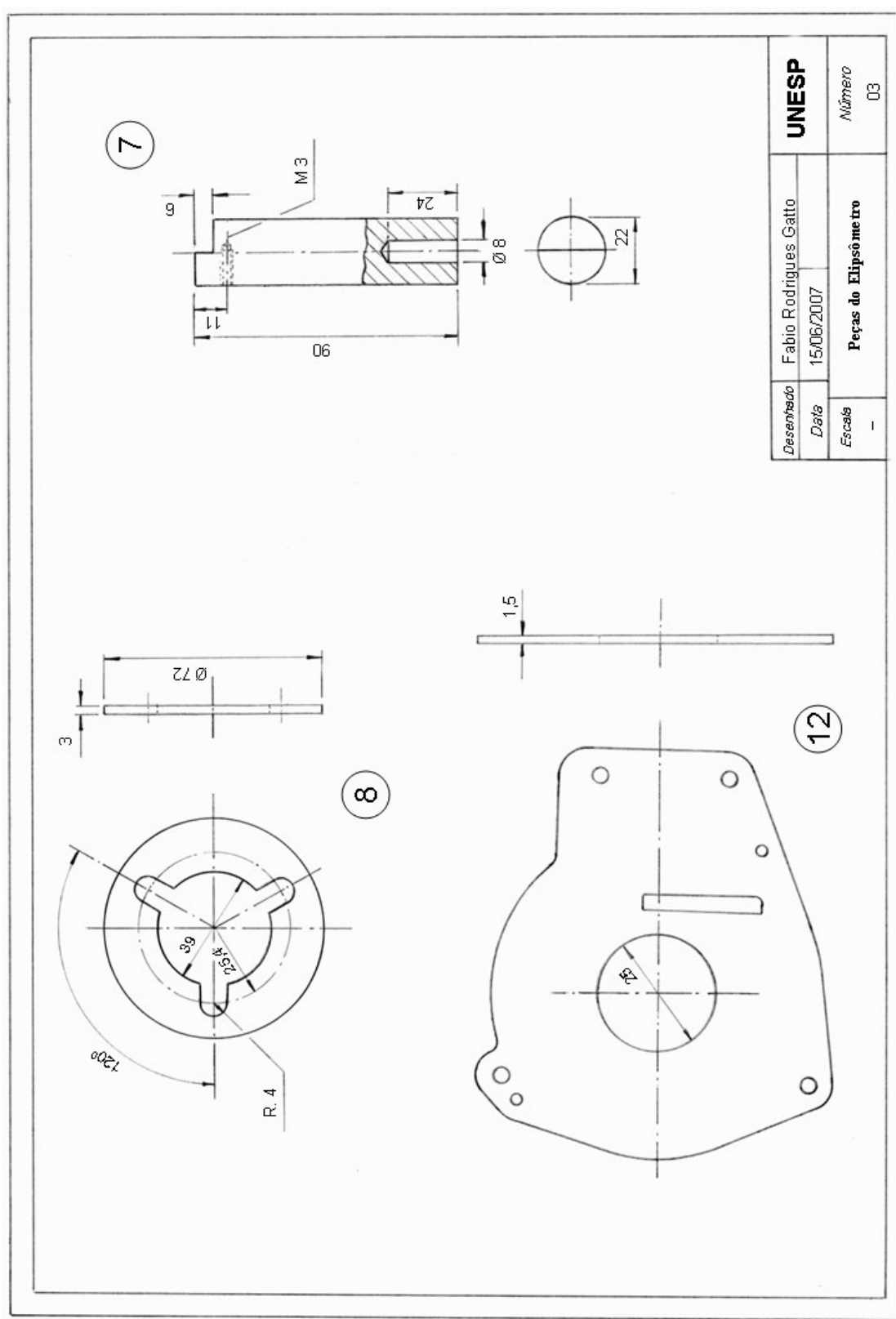


Figura 64. Peças mecânicas do Elipsômetro.

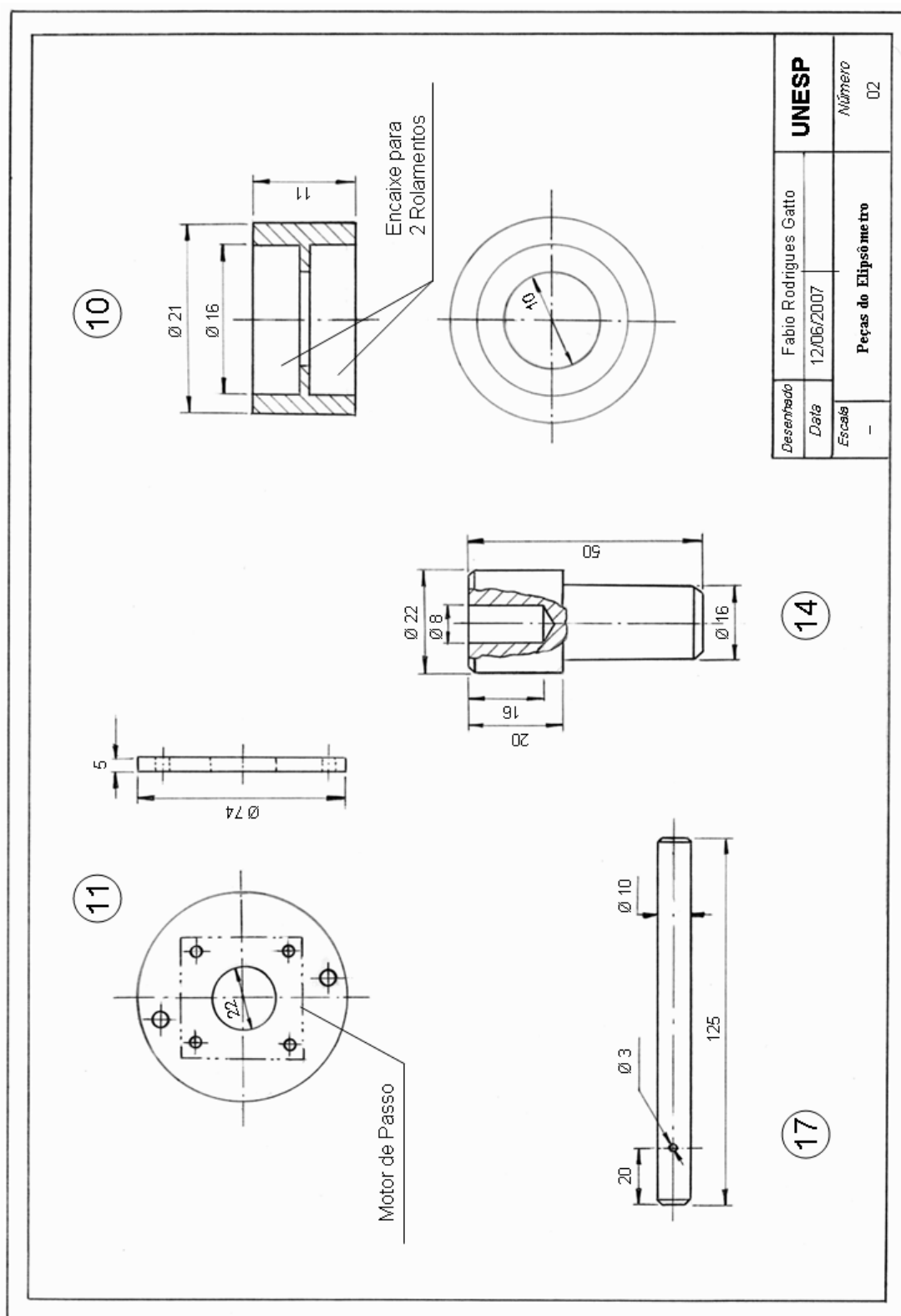


Figura 65. Peças mecânicas do Elipsômetro.

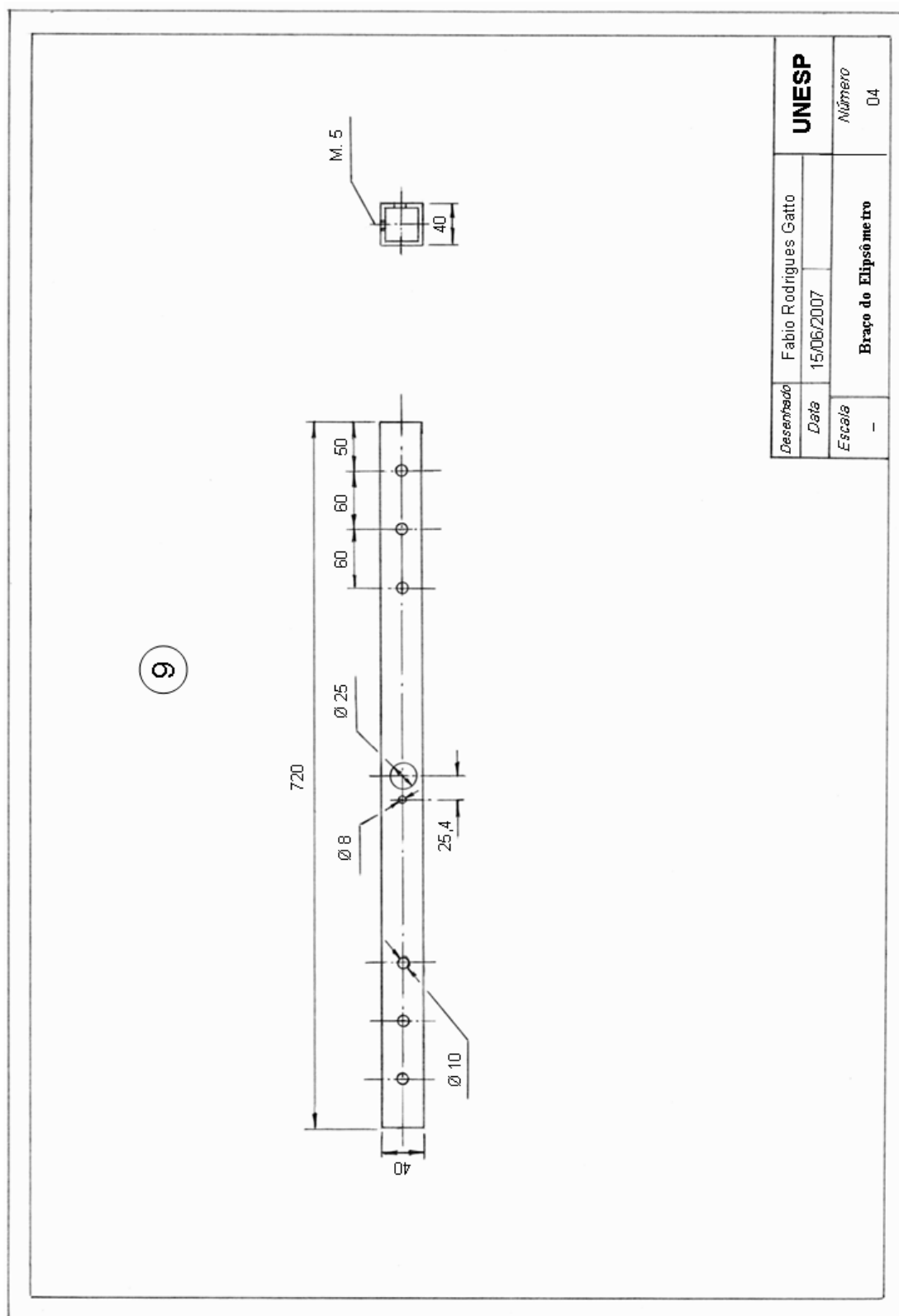


Figura 66. Braço do Elipsômetro.

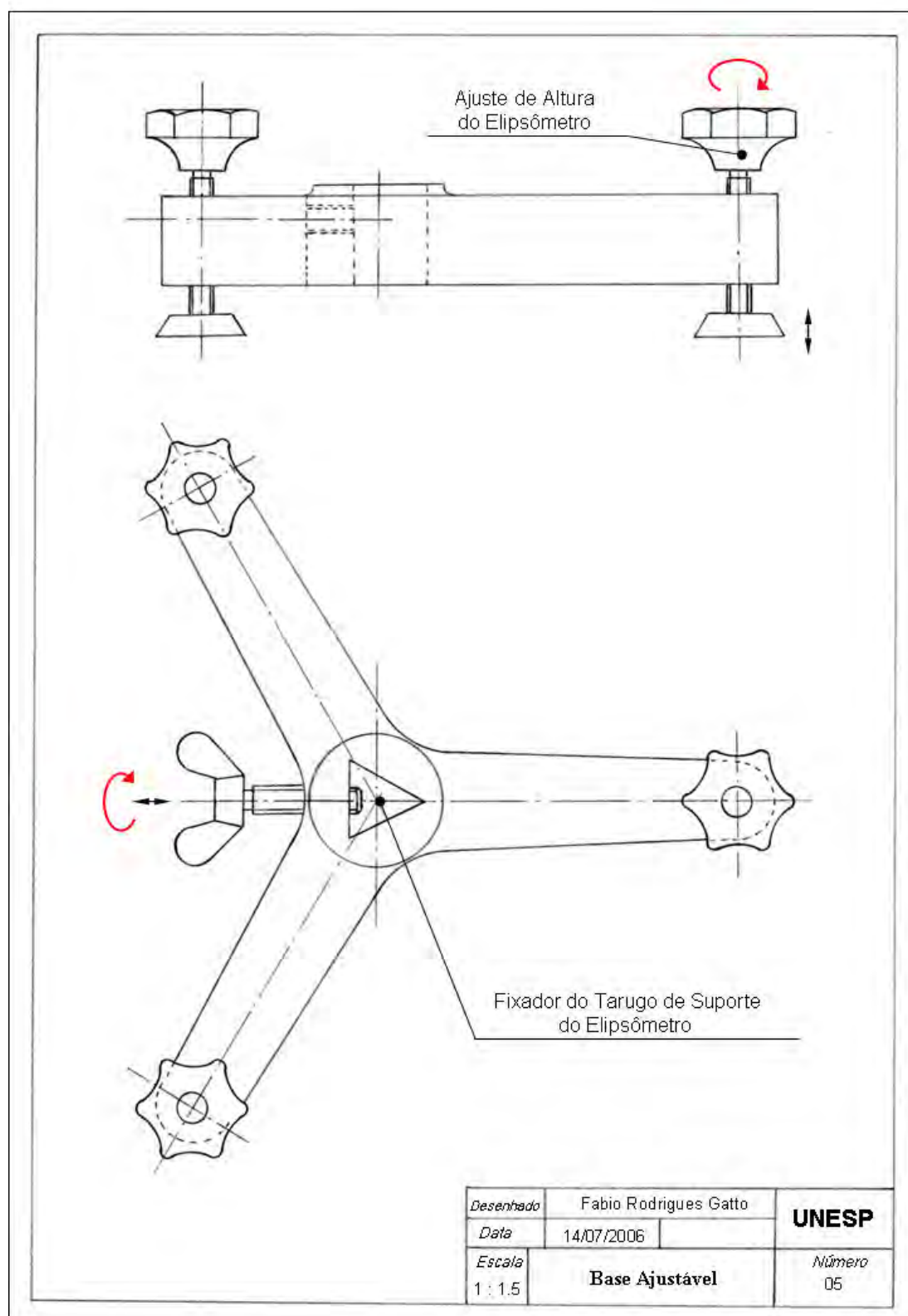


Figura 67. Base Ajustável do Elipsômetro.

10.1.1 Fotos do Elipsômetro



Figura 68. Vista frontal do equipamento, onde é possível ver logo à frente em cima da CPU o conversor analógico digital, do lado direito se encontra o amplificador de sinal do detector e do lado esquerdo os controles dos motores de passo.



Figura 69. Vista oposta do equipamento, onde se pode identificar o detector instalado no braço do elipsômetro. Mais abaixo se encontra os motores acoplados ao sistema de redução.

10.2 Anexo B - Lista de Componentes Eletrônicos

10.2.1 Componentes Eletrônicos da Interface de Controle dos Motores de Passo

Fonte: 5 V / 12 V / 5 A (TIP120)

Ref. Designator	Pattern	Type	Value
D1, D2, D3, D4, D5, D6, D6, D7, e D8	LED 1000	LED	VAL
E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8	TESTPOINT	CONNF	-
GND	TESTPOINT	CONNF	-
J1, J2, J3, J4, J5, J6, J7, J7, J8, J9, J10, J11, J12, J13, J14, J15, J16, J17, J18, J19	-	CONNF	-
LGND	TESTPOINT	CONNF	-
Q1, Q2, Q2, Q4, Q5, Q6, Q7, Q8, Q9, Q10, Q11, Q12, Q13, Q14, Q15, Q16	BC547	BC547	VAL
R1, R2, R3, R4, R17, R18, R19, R20, R25, R26, R27, R28, R41, R42, R43, R44	RES1/8	RES1/8	4.7K
R5, R6, R7, R8, R13, R14, R15, R16, R21, R22, R23, R24, R29, R30, R31, R32, R37, R38, R39, R40, R45, R46, R47, R48	RES1/8	RES1/8	1K
R9, R10, R11, R12, R33, R34, R35, R36	RES1/8	RES1/8	200K
S1, S2, S3, S4, S5, S6, S7, S8	TESTPOINT	CONNF	-
U1, U2, U3, U4, U6, U7, U8, U9	DIP6	4N25N	-
U5, U10	DIP14	4093	-
VCC	TESTPOINT	CONNF	-

10.2.2 Componentes Eletrônicos do Conversor Analógico Digital

Fonte: 12 V / 5 A (TIP120)

Ref. Designator	Pattern	Type	Value
AC1, AC2	TESTPOINT	CONNF	-
C1, C2, C3, C7	CAP200	CAPCER	470PF
C4, C5	CAP200	CAPCER	0.1UF
C6	CAPELE300	CAPELE	2200UF
CN1, CN2, CN3, CN4, CN5, CN6, CN7, CN8	TESTPOINT	CONNF	-
D1	DIODO	ZENER	5V1
D2, D3	DIODO	1N4007	VAL
JAC1, JAC2	-	CONNF	-
P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, P14, P15, P16, P17, P18, P25	TESTPOINT	CONNF	-
R1, R2, R3, R5, R6, R7, R8, R9, R10, R11, R12,	RES1/8	R1/8	2K2
R4	RES1/8	R1/8	220R
U1	DIP14	7407	-