UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Câmpus de Ilha Solteira - SP

Herbert Eduardo Soto Pereyra

DETECÇÃO ROBUSTA DE FALHAS ATRAVÉS DE FILTROS $\mathscr{H}_\infty$: IMPLEMENTAÇÃO PRÁTICA EM UM HELICÓPTERO 3-DOF DE BANCADA E EM UM SERVOSISTEMA

Ilha Solteira - SP
Agosto de 2013

Herbert Eduardo Soto Pereyra

DETECÇÃO ROBUSTA DE FALHAS ATRAVÉS DE FILTROS $\mathscr{H}_\infty$: IMPLEMENTAÇÃO PRÁTICA EM UM HELICÓPTERO 3-DOF DE BANCADA E EM UM SERVOSISTEMA

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Câmpus de Ilha Solteira - UNESP como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.
Especialidade: Automação.

Prof. Dr. Edvaldo Assunção
Orientador
Prof Dr. Emerson Ravazzi Pires da Silva
Co-orientador

Ilha Solteira - SP
Agosto de 2013

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação
Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP - Ilha Solteira.

Soto Pereyra, Herbert Eduardo.
S718d Detecção robusta de falhas através de filtros H 'infinito' : implementação prática em um helicóptero 3-DOF de bancada e em um servosistema / Herbert Eduardo Soto Pereyra. – Ilha Solteira : [s.n.], 2013
72 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2013

Orientador: Edvaldo Assunção
Coorientador: Emerson Ravazzi Pires da Silva
Inclui bibliografia

1. Filtro H 'infinito'. 2. Localização de falhas (Engenharia). 3. Detecção de falhas. 4. Incertezas politópicas. 5. Desigualdades matriciais lineares (LMIs).

unesp UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Detecção Robusta de Falhas Através de Filtros Hoo: Implementação Prática em um Helicóptero 3-DOF de Bancada e em um Servosistema

AUTOR: HERBERT EDUARDO SOTO PEREYRA
ORIENTADOR: Prof. Dr. EDVALDO ASSUNÇÃO
CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. EMERSON RAVAZZI PIRES DA SILVA

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica , Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. EDVALDO ASSUNÇÃO
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. MARCELO CARVALHO M TEIXEIRA
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Cristiano Quevedo Andrea
Prof. Dr. CRISTIANO QUEVEDO ANDREA
Centro de Ciências Exatas e Tecnologia / Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Data da realização: 23 de agosto de 2013.

A minha familia, Alexandra, Miriam, Adolfo, Corina,
Katia e Lucho.

AGRADECIMENTOS

Meus agradecimentos a todos os familiares, amigos, professores e funcionários da FEIS-UNESP, que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho. Em especial, dedico meus agradecimentos:

- Ao Prof. Dr. Edvaldo Assunção, por todo ensinamento, incentivo, confiança e orientação.
- Ao Prof. Dr. Emerson Ravazzi Pires da Silva pela co-orientação e todo o ensinamento.
- Aos meus amigos e colegas do laboratório pela amizade e colaboração ao longo do trabalho.
- Á FAPESP 2011/17610-0 (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) e ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) pela oportunidade e apoio financeiro.
- Ao Prof. Dr. Rubén Romero cuja ajuda foi fundamental para a realização deste objetivo.
- Finalmente à minha família que, ainda longe, sempre foi a minha principal fonte de estímulo para a superação.

“Every day we learn more

and understand less.”

Albert Einstein

RESUMO

Neste trabalho foi aplicado um método para detecção de falhas utilizando-se filtros $\mathscr{H}_\infty$, no helicóptero de bancada 3-DOF e no servomotor *Shake table II*, equipamentos da Quanser®. Para o helicóptero foram impostos dois tipos de falhas. No primeiro caso, foi projetado um filtro $\mathscr{H}_\infty$ para a detecção de falha no motor traseiro da aeronave. No segundo caso, foi projetado um filtro $\mathscr{H}_\infty$ para a detecção de falhas no sensor do ângulo de viagem, considera-se ainda que o modelo do helicóptero possui uma incerteza do tipo politópica. Nos dois casos, o helicóptero também está sujeito a uma perturbação exógena. Para o servomotor *Shake table II* foi projetado um filtro $\mathscr{H}_\infty$ para a detecção de falha no atuador. A metodologia se mostra eficiente na prática para os tipos de falhas impostas.

Palavras-chave: Filtro $\mathscr{H}_\infty$. Detecção de falhas. Incertezas politópicas. Desigualdades matriciais lineares (LMIs).

ABSTRACT

In this work, it was implemented a method for fault detection via $\mathscr{H}_\infty$ filters in a 3-DOF helicopter model and a servomotor *Shake table II*, facilities from Quanser®. For the helicopter were imposed two types of faults. In the first case, an $\mathscr{H}_\infty$ filter was designed for the fault detection in the back motor of the aircraft. In the second case, an $\mathscr{H}_\infty$ filter was designed for the fault detection in the sensor travel angle, also considering that the helicopter model has a polytopic uncertainty. In both cases, the helicopter is also subjected to an exogenous disturbance. For the servomotor *Shake table II* an $\mathscr{H}_\infty$ filter was designed for the fault detection in the actuator. The methodology was efficient for these faults imposed.

Keywords: $\mathscr{H}_\infty$ filter. Fault detection. Polytopic uncertainties. Linear matrix inequalities (LMIs).

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Esquema do filtro como estimador. 18

Figura 2 Esquema do filtro para detecção de falhas. 22

Figura 3 Índice $J_{th}(t)$ e $J_r(t)$ com e sem falha. 27

Figura 4 Helicóptero do Laboratório de Pesquisa em Controle - UNESP/FEIS/DEE. . 29

Figura 5 Helicóptero a malha fechada. 30

Figura 6 *Shake table II* do Laboratório de Pesquisa em Controle - UNESP/FEIS/DEE. 35

Figura 7 *Shake table II* a malha fechada. 37

Figura 8 Sinal de elevação desejado (referência). 40

Figura 9 Sinal de viagem desejado (referência). 40

Figura 10 Sinais desejados (ε_d, ρ_d, λ_d) e medidos no helicóptero (ε_{med}, ρ_{med}, λ_{med}). . . 41

Figura 11 Sinais desejados (ε_{med}, ρ_{med}, λ_{med}) e simulados com o modelo linear do helicóptero
(ε_{cal}, ρ_{cal}, λ_{cal}). 41

Figura 12 Sinal de controle u_c medido no helicóptero de bancada. 42

Figura 13 Sinal de controle u_c com falha em 25 s medido no helicóptero de bancada. . 42

Figura 14 Medidas dos sinais com falha no motor traseiro em 25 s, com perturbação máxima. 43

Figura 15 Medidas dos sinais com falha no motor traseiro em 25 s com perturbação menor. 43

Figura 16 Simulação dos sinais com falha no motor traseiro em 25 s. 44

Figura 17 Sinal de perturbação máxima. 44

Figura 18 Sinais medidos no helicóptero de bancada. 45

Figura 19 Sinais simulados com o modelo linear do helicóptero. 45

Figura 20 Sinal de posição desejado 1Hz 46

Figura 21 Sinal de posição desejado 2Hz 46
Figura 22 Sinal desejado $p_d(t)$ e medido na bancada $p(t)$. 47
Figura 23 Sinal desejado $p_d(t)$ e simulados com o modelo linear do servomotor $p(t)$. . 47
Figura 24 Sinal de controle u_c medido na bancada do *Shake table II*. 48
Figura 25 Sinal de controle u_c simulado com o modelo linear do servomotor. 48
Figura 26 Sinal de controle u_c, medido na bancada do *Shake table II*. 49
Figura 27 Sinal de controle u_c, medido na bancada do *Shake table II*. 49
Figura 28 Falha do motor traseiro em tempo 25 s, helicóptero de bancada. 52
Figura 29 Falha do motor traseiro em tempo 25 s, simulação com o modelo linear do helicóptero. 52
Figura 30 Falha do motor traseiro em tempo 37 s, helicóptero de bancada. 53
Figura 31 Falha do motor traseiro em tempo 37 s, simulação com o modelo linear do helicóptero. 53
Figura 32 Falha do motor traseiro em tempo 0 s, helicóptero de bancada. 54
Figura 33 Falha do motor traseiro em tempo 0 s, simulação com o modelo linear do helicóptero. 54
Figura 34 Falha do motor traseiro em tempo 5 s, helicóptero de bancada. 55
Figura 35 Falha do motor traseiro em tempo 5 s, simulação com o modelo linear do helicóptero. 55
Figura 36 Falha do motor traseiro em tempo 12 s, helicóptero de bancada. 56
Figura 37 Falha do motor traseiro em tempo 12 s, simulação com o modelo linear do helicóptero. 56
Figura 38 Falha do sensor de viagem em tempo 12 s, helicóptero de bancada. 59
Figura 39 Falha do sensor de viagem em tempo 24 s, helicóptero de bancada. 59
Figura 40 Falha do sensor de viagem em tempo 24 s, helicóptero de bancada. 60
Figura 41 Falha em tempo 10 s, *Shake table II*. 61
Figura 42 Falha em tempo 20 s, *Shake table II*. 62
Figura 43 Falha em tempo 7 s, *Shake table II*. 62

Figura 44 Diagramas dos máximos valores singulares do Shake table II. 63

Figura 45 Falha em tempo 10 s, 1 Hz *Shake table II*. 64

Figura 46 Falha em tempo 10 s, 2 Hz *Shake table II*. 64

Figura 47 Diagramas dos máximos valores singulares com novo filtro para o *Shake table II*. 66

Figura 48 Esquema de detecção e localização de falha. 67

Figura 49 Esquema para calcular J_{th} e J_r para o modelo (64) do heliçoptero, falha no motor traseiro. 71

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Parâmetros do helicóptero.

Tabela 2 Parâmetros servosistema *Shake table II*.

LISTA DE ABREVIAÇÕES E SIGLAS

LMIs	Linear Matrix Inequalities
BRL	Bounded Real Lemma
DDF	Detecção e Diagnóstico de Falhas

LISTA DE SÍMBOLOS

$u(t)$	Entrada de referência externa no domínio do tempo
$u_c(t)$	Sinal de controle no domínio do tempo
H	Filtro $\mathscr{H}_\infty$
G	Modelo linear da planta
$w(t)$	Entrada exógena
$y(t)$	Sinal de saída medido
$z_F(t)$	Sinal de estimação
$f(t)$	Sinal de falha do modelo da planta
$\|\|.\|\|_\infty$	norma $\mathscr{H}_\infty$
$M(s)$	Modelo de referência
$\|\|.\|\|_{RMS,T}$	Média quadrática adaptativa com período T
w_{rm}	Cota superior da $\|\|.\|\|_{RMS,T}$ da entrada exógena da planta
ε	*elevation*
λ	*travel*
ρ	*pitch*
μ	parâmetro de relaxamento do lema de Finsler

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 16

2 PROJETO DE FILTRO $\mathscr{H}_\infty$ ROBUSTO 18

2.1 Projeto do Filtro $\mathscr{H}_\infty$ como Estimador 18

2.2 Projeto do Filtro $\mathscr{H}_\infty$ para detecção de falhas 21

3 AVALIAÇÃO DO RESÍDUO 26

3.1 Nível de decisão de ocorrência de falha (*threshold*) 26

4 MODELOS MATEMÁTICOS DOS EQUIPAMENTOS UTILIZADOS 28

4.1 Modelo dinâmico do helicóptero 28

4.1.1 Modelo a malha aberta do helicóptero 28

4.1.2 Modelo de malha fechada do helicóptero 30

4.1.3 Modelo do helicóptero para detecção de falhas 32

4.2 Modelo dinâmico do servosistema *Shake table II* 35

4.2.1 Modelo a malha aberta do servosistema *Shake table II* 35

4.2.2 Modelo de malha fechada do servosistema *Shake table II* 37

4.2.3 Modelo do *Shake table II* para detecção de falhas 38

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES 40

5.1 Gráficos dos sinais do helicóptero 40

5.2 Gráficos dos sinais do servosistema *Shake table II* 46

5.3 Implementação prática de falha no motor traseiro no helicóptero de bancada 50

5.4 Implementação prática de falha do sensor de viagem no helicóptero de bancada 57

5.5 Implementação prática de falha do atuador no *shake table II* 60

5.6 Análise na frequência do *Shake table II* e comentários das aplicações 62

6 CONCLUSÕES 68

REFERÊNCIAS 69

APÊNDICE A - ESQUEMA DE DETECÇÃO DE FALHAS 71

ÍNDICE REMISSIVO 72

1 INTRODUÇÃO

Em geral, um processo dinâmico pode sofrer falhas. Tais falhas podem fazer com que o sistema, por exemplo, pare de funcionar em sua totalidade, tenha um comportamento não desejado, ou até mesmo, tais falhas não sejam perceptíveis ao operador. Em sistemas que possuem funções estratégicas isso pode ser muito grave. Por isso, dependendo da natureza do problema, é desejável encontrar a falha no momento de sua ocorrência para que se tome uma decisão o mais rápido possível. Se estas falhas não forem detectadas rapidamente, elas podem causar, por exemplo, paradas em linhas de produção de uma indústria, podem provocar acidentes envolvendo vidas humanas, entre outras. No entanto, sistemas com grande desenvolvimento tecnológico já possuem um processo de Detecção e Diagnóstico de Falhas (DDF), também chamado de análise de falhas. Essa metodologia consiste em três fases (GERTLER, 1998):

- **Detecção de falhas** – Indicação da presença de falha(s) e o instante de detecção.
- **Isolamento de falha** - Determinação da localização da(s) falha(s).
- **Identificação de falhas** - Determinação do tamanho e tipo da(s) falha(s).

No entanto, todos os métodos têm que passar pelo primeiro passo, que é a detecção de falhas. Para a detecção de falhas existem muitas técnicas já desenvolvidas e consagradas na literatura como, por exemplo, a redundância de equipamentos, na qual utilizam-se elementos de *hardware* diferentes para medir uma mesma variável física como os sensores e os atuadores. Com esses, toma-se decisões segundo a consistência das medidas, porém, o problema deste método é o custo e a necessidade de um maior espaço para a sua implementação. O uso dessa abordagem tem se restringido a sistemas de segurança crítica (MUÑOZ, 1996) . Outra abordagem utilizada é o diagnóstico de falhas baseado em modelos, que emprega um modelo que descreve o comportamento do sistema, isto é, todo sistema físico é modelado e com algumas medidas das variáveis do processo encontra-se falhas por comparações. A literatura apresenta muitas classes de estratégias para tratar a detecção de falhas por modelo baseadas em observadores/filtros (CHEN; PATTON, 1999; DOUGLAS; SPEYER, 1995; JIANG; ZHOU, 2005; PUIG et al., 2006), sendo que grande parte destes estrategias são abordadas para entradas desconhecidas e apresentam boas características para falhas abruptas, mas no geral, há grandes dificuldades em se abordar problemas com incertezas paramétricas no modelo. Outras abordagens importantes são as relações de paridade (PLOIX; ADROT, 2006; WILLSKY, 1976). A idéia básica dos métodos baseados em relações de paridade é prover uma verificação da

consistência (paridade) das medidas do sistema monitorado e o esperado. Outras técnicas relativamente novas para abordar o problema de detecção de falhas são o uso de rede neurais e lógica fuzzy (D'ANGELO; COSTA JR, 2001; RIGATOS; ZHANG, 2009).

Neste trabalho aborda-se a detecção de falhas, incluindo incertezas paramétricas e perturbações exógenas, especificamente via filtros $\mathscr{H}_\infty$ multiobjetivo (KIM; WATKINS, 2010). A diferença desta técnica de outras é que consegue-se eliminar as falsas falhas, que na prática podem ser expressadas por perturbações exógenas e/ou incertezas paramétricas do modelo da planta à analisar. Mostra-se uma aplicação prática no helicóptero de bancada 3-DOF e no servomotor *Shake table II* (QUANSER, 2002).

Os capítulos deste trabalho se apresentam da seguinte forma:

Capítulo 1: Apresenta uma breve revisão bibliográfica e aspectos gerais concernentes à detecção de falhas;

Capítulo 2: É feita uma descrição do filtro $\mathscr{H}_\infty$ como estimador de estados e é apresentado o método de detecção de falhas mediante a teoria de filtro $\mathscr{H}_\infty$;

Capítulo 3: É mostrada a cota superior do resíduo sem falhas (*threshold*);

Capítulo 4: É apresentado o modelo linear do Helicóptero 3-DOF de bancada e do servomotor *Shake table II* da Quanser® (QUANSER, 2002), para a aplicação da técnica de detecção de falhas;

Capítulo 5: São exibidos os resultados obtidos através de implementações práticas;

Capítulo 6: São mostradas as conclusões.

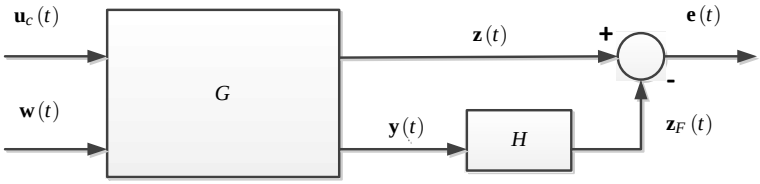
Notações: Ao longo do trabalho, letras maiúsculas denotam matrizes o funções no domínio de laplace, letras minúsculas em negrito denotam vetores e minúsculas sem negrito denotam escalares. I e 0 representam, respectivamente, matrizes identidade e matrizes nulas com suas dimensões apropriadas. As matrizes que não estiverem explicitamente definidas, assume-se que possuam dimensões apropriadas. O símbolo $(*)$ indica o termo transposto de uma matriz.

2 PROJETO DE FILTRO $\mathscr{H}_\infty$ ROBUSTO

2.1 Projeto do Filtro $\mathscr{H}_\infty$ como Estimador

A Figura 1 mostra o esquema de um sistema com filtro, sendo que G representa a planta, H o filtro, $\mathbf{w}(t)$ o distúrbio exógeno, $\mathbf{u}_c(t)$ a entrada de controle do sistema, $\mathbf{z}(t)$ o sinal a ser estimado, $\mathbf{z}_F(t)$ o sinal estimado, $\mathbf{y}(t)$ a saída do sistema e $\mathbf{e}(t)$ o erro de estimação.

Figura 1: Esquema do filtro como estimador.



Fonte: Adaptado de Kim e Watkins (2010)

Então, se for possível inserir a entrada de controle $\mathbf{u}_c(t)$ como parte da dinâmica da planta, como nos casos onde o sinal de controle $\mathbf{u}_c(t)$ torna-se uma realimentação dos estados, nesse caso, o sistema pode ser representado como em (1):

$$G = \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B_w\mathbf{w}(t), \\ \mathbf{y}(t) = C\mathbf{x}(t) + D_w\mathbf{w}(t), \\ \mathbf{z}(t) = L\mathbf{x}(t), \end{cases} \tag{1}$$

sendo que $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ representa os estados do sistema, $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^p$, $w(t) \in \mathbb{R}^m$ e $\mathbf{z}(t) \in \mathbb{R}^q$. As matrizes A, B_w, C, D_w e L representam a dinâmica do sistema e são de dimensões apropriadas.

A ideia básica do projeto de filtro como estimador é encontrar uma função "H" que faça com que o erro de estimação $\mathbf{e}(t) \to 0$ com rapidez adequada. Porém, os sistemas estão sujeitos a perturbações exógenas $\mathbf{w}(t)$, que mudam a saída $\mathbf{e}(t)$. Para este tipo de problema, existe a possibilidade de utilizar a norma $\mathscr{H}_\infty$, que serve para mensurar o máximo desvio possível do sinal de saída no domínio da frequência em respeito a uma entrada, e pode ser dada por:

$$||E_w(s)||_\infty = \sup_{\omega}(\delta_{\max}(E_w(jw)), \tag{2}$$

sendo $\delta_{\max}$ o máximo valor singular de $E_w(jw)$.

Na Figura 1 tem-se a entrada de pertubação exógena $\mathbf{w}(t)$, o objetivo agora é procurar

minimizar a sua influência na saída $\mathbf{e}(t)$ por meio da minimização da norma $\mathscr{H}_\infty$. Para isso, modela-se o filtro H da seguinte forma (KIM; WATKINS, 2010):

$$H = \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_F(t) = A_F \mathbf{x}_F(t) + B_F \mathbf{y}(t), \\ \mathbf{z}_F(t) = L_F \mathbf{x}_F(t), \end{cases} \tag{3}$$

sendo $\mathbf{x}_F(t) \in \mathbb{R}^k$ os estados do filtro com $(k \leq n)$, $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^p$; ainda, $A_F \in \mathbb{R}^{k\times k}$, $B_F \in \mathbb{R}^{k\times p}$ e $L_F \in \mathbb{R}^{q\times k}$ são as matrizes do filtro, e quando $(k = n)$ o filtro é denominado de ordem completa. Logo, de (1) e (3), chega-se em:

$$\dot{\mathbf{x}}_{cl}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}_F(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\mathbf{x}(t) + B_w \mathbf{w}(t) \\ A_F \mathbf{x}_F(t) + B_F \mathbf{y}(t) \end{bmatrix}, \tag{4}$$

$$\begin{gathered} \dot{\mathbf{x}}_{cl}(t) = A_{cl}\mathbf{x}_{cl}(t) + B_{cl}\mathbf{w}(t), \\ \mathbf{e}(t) = \mathbf{z}_{cl}(t) = \mathbf{z}(t) - \mathbf{z}_F(t) = L_{cl}\mathbf{x}_{cl}(t), \end{gathered} \tag{5}$$

sendo:

$$\mathbf{x}_{cl}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{x}_F(t) \end{bmatrix}, A_{cl} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ B_F C & A_F \end{bmatrix}, B_{cl} = \begin{bmatrix} B_w \\ B_F D_w \end{bmatrix}, L_{cl} = \begin{bmatrix} L & -L_F \end{bmatrix}. \tag{6}$$

Da equações (5) e (6) pode-se escrever a seguinte função de transferência do sistema com o filtro, considerando $\mathbf{w}(t)$ a entrada e $\mathbf{e}(t)$ a saída:

$$T_{ew}(s) = L_{cl}(sI - A_{cl})^{-1} B_{cl}. \tag{7}$$

Para encontrar o filtro utiliza-se o BRL (Bounded Real Lemma) (GAHINET; APKARIAN, 1994):

$$\begin{bmatrix} PA_{cl} + A_{cl}^T P & PB_{cl} & L_{cl}^T \\ B_{cl}^T P & -\gamma I & 0 \\ L_{cl} & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \tag{8}$$

sendo: $||T_{ew}(s)||_\infty < \gamma$, $P = P^T > 0$.

Então, ao minimizar γ consegue-se minimizar $||T_{ew}(s)||_\infty$ que é o objetivo do projeto do filtro. Agora, a meta é ampliar o projeto do filtro para uma planta que apresenta incertezas do tipo politópicas em seu modelo. Para isso, considere a desigualdade (9).

$$\begin{bmatrix} P(\alpha)A_{cl}(\alpha)+A_{cl}(\alpha)^T P(\alpha) & P(\alpha)B_{cl}(\alpha) & L_{cl}(\alpha)^T \\ B_{cl}(\alpha)^T P(\alpha) & -\gamma I & 0 \\ L_{cl}(\alpha) & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \tag{9}$$

sendo que:

$$\begin{bmatrix} A(\alpha) & B(\alpha) \\ C(\alpha) & D(\alpha) \\ L(\alpha) & P(\alpha) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \\ L_i & P_i \end{bmatrix}, \tag{10}$$

$$||T_{ew}(s)||_\infty < \gamma, P_i = P_i^T > 0, \tag{11}$$

$$\alpha \equiv \left\{ (\alpha_1, ..., \alpha_n) : \sum_{i=1}^{N} \alpha_i = 1, \ \ \alpha_i \geq 0 \right\}, \tag{12}$$

sendo que N representa o número de vértices do politopo da planta e neste caso γ é chamado de custo garantido $\mathscr{H}_\infty$. Note que, não é possível resolver a desigualdade (9) mediante um *solver* padrão de LMIs, pois existem elementos não lineares na desigualdade. Uma maneira de conseguir desacoplar algums elementos é utilizando o lema de Finsler, onde é acresentado o parâmetro de relaxação $(\mu > 0)$ (TUAN; APKARIAN; NGUYEN, 2000). Este lema é largamente utilizado em muitas aplicações de controle ou análise de estabilidade baseadas em LMIs. As principais finalidades são a eliminação de variáveis, a desassociação de matrizes ou a redução do número de LMIs em projeto de controladores. Realizando uma partição de variáveis adequadas e uma transformação de congruência em (9), então chega-se na seguinte equação em forma de LMI (13), (KIM; WATKINS, 2010):

$$\begin{bmatrix} -(V_{11}+V_{11}^T) & -(S_2^T+\widetilde{S}_1^T) & V_{11}^T A_i + \widetilde{B}_F C_i + \hat{P}_{1,i} & \widetilde{A}_F + \hat{P}_{3,i}^T & V_{11}^T B_i + \widetilde{B}_F D_i & 0 & V_{11}^T & \widetilde{S}_1^T \\ * & -(S_1+S_1^T) & S_2 A_i + \hat{B}_F C_i + \hat{P}_{3,i} & \hat{A}_F + \hat{P}_{2,i}^T & S_2 B_i + \hat{B}_F D_i & 0 & S_2 & S_1^T \\ * & * & -\mu \hat{P}_{1,i} & -\mu \hat{P}_{3,i}^T & 0 & L_i^T & 0 & 0 \\ * & * & * & -\mu \hat{P}_{2,i} & 0 & -\hat{L}_F^T & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\frac{1}{\mu}\hat{P}_{1,i} & -\frac{1}{\mu}\hat{P}_{3,i}^T \\ * & * & * & * & * & * & * & -\frac{1}{\mu}\hat{P}_{2,i} \end{bmatrix} < 0 \tag{13}$$

para $\quad (i = 1, 2, ..., N)$

sendo:

$$\hat{P}_i = \begin{bmatrix} \hat{P}_{1,i} & \hat{P}_{3,i}^T \\ \hat{P}_{3,i} & \hat{P}_{2,i} \end{bmatrix} > 0. \tag{14}$$

Assim, o filtro é obtido resolvendo o problema de otimização com a minimização de γ sujeito as equações (13) e (14).

Teorema 1. *(HORN; JOHNSON, 2012)Toda matriz complexa A pode ser decomposta da seguinte forma: $A = U^* E U$, sendo U uma matriz unitária $(U^* U = U U^* = I)$ e E é uma matriz*

triangular superior, U^* é a transposta conjugada de U (U^T é a transposta da matriz U), este tipo de decomposição é chamada da decomposição de Schur.

As matrizes A_F, B_F e L_F são calculadas com (15)-(18):

(i) Calcule $\widetilde{V}_{21}$ e V_{22} mediante o método de decomposição de Schur:

$$S_1 = \widetilde{V}_{21}^T V_{22}^{-T} \widetilde{V}_{21}. \tag{15}$$

(ii) Calcule A_F, B_F e L_F:

$$A_F = \widetilde{V}_{21}^{-T} \hat{A}_F \widetilde{V}_{21}^{-1} V_{22}. \tag{16}$$

$$B_F = \widetilde{V}_{21}^{-T} \hat{B}_F. \tag{17}$$

$$L_F = \hat{L}_F \widetilde{V}_{21}^{-1} V_{22}. \tag{18}$$

Para obter a decomposição (15) usamos o comando *schur* no Matlab®. A seguir, mostra-se o projeto do filtro útil para detecção de falhas.

2.2 Projeto do Filtro $\mathscr{H}_\infty$ para detecção de falhas

Para o projeto de detecção de falhas considera-se a planta com a seguinte equação de estados com incertezas do tipo politópicas:

$$G = \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A(\alpha)\mathbf{x}(t) + B_u(\alpha)\mathbf{u}(t) + B_f(\alpha)\mathbf{f}(t) + B_w(\alpha)\mathbf{w}(t), \\ \mathbf{y}(t) = C(\alpha)\mathbf{x}(t) + D_u(\alpha)\mathbf{u}(t) + D_f(\alpha)\mathbf{f}(t) + D_w(\alpha)\mathbf{w}(t), \end{cases} \tag{19}$$

sendo $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ os estados do sistema, $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^p$ a saída do sistema, $\mathbf{w}(t) \in \mathbb{R}^m$ a perturbação exógena, $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^q$ a entrada de referência externa e $\mathbf{f}(t) \in \mathbb{R}^r$ as falhas. Aqui, as falhas no atuador e nos componentes do helicóptero são modeladas na matriz B_f e as falhas no sensor na matriz D_f, respectivamente. Para a formulação do método de detecção de falhas, as três características (20)-(22) devem ser atendidas (KIM; WATKINS, 2010):

1) Estabilidade robusta:

$$\begin{aligned} &P(\alpha) = P(\alpha)^T > 0, \\ &A(\alpha)^T P(\alpha) + P(\alpha)A(\alpha) < 0. \end{aligned} \tag{20}$$

2) O seguinte par de matrizes deve atender a condição de detectabilidade:

$$(C(\alpha), A(\alpha)). \tag{21}$$

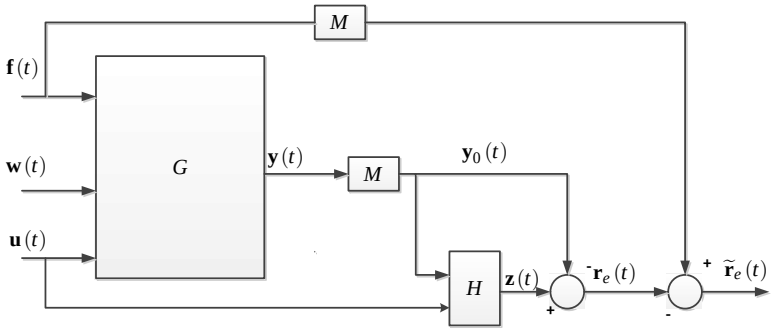
3) A seguinte matriz deve ser de posto completo em linhas para todo o espectro de frequên-

cia em w_f:

$$\begin{bmatrix} A(\alpha) - jw_f I & B_w(\alpha) \\ C(\alpha) & D_w(\alpha) \end{bmatrix}. \tag{22}$$

Uma vez atendida as condições (20)-(22), o método de detecção de falhas pode ser atendido. A Figura 2 exibe o diagrama de blocos de detecção de falhas.

Figura 2: Esquema do filtro para detecção de falhas.



Fonte: Adaptado de Kim e Watkins (2010)

Observação 1. *O esquema do filtro para detecção de falhas, Figura 2, não é um esquema físico, é só um esquema matemático das relações que têm os sinais envolvidos no equacionamento do projeto do filtro $\mathscr{H}_\infty$ para detecção de falhas. Isto é porque na prática para a detecção de falhas não é realizável uma malha com o sinal de falha (f) do modelo de estudo. É por isso que a detecção de falhas é avaliada com o sinal (r_e) da saída do filtro, e o filtro precisa apenas dos sinais disponíveis para medição: (y) e a entrada de referência externa (u).*

O bloco G representa o modelo linear da planta (19), a saída $\mathbf{y}(t)$ corresponde à soma das componentes de saída $\mathbf{y}_f(t)$, $\mathbf{y}_w(t)$ e $\mathbf{y}_u(t)$, sendo que, cada uma destas componentes representam as saídas quando se tem uma entrada por vez, ou seja, $\mathbf{f}(t)$, $\mathbf{w}(t)$ e $\mathbf{u}(t)$ respectivamente. Além disso, deve-se considerar a saída pela componente da posição inicial $\mathbf{y}_i(t)$, logo, $\mathbf{y}(t) = \mathbf{y}_w(t) + \mathbf{y}_f(t) + \mathbf{y}_u(t) + \mathbf{y}_i(t)$ (CHEN, 1999). $\mathbf{y}_i(t)$ vai ser utilizado na análise do *threshold*. Para facilitar, no equacionamento do projeto do filtro para a detecção de falhas não serão consideradas as incertezas politópicas, no entanto, elas serão adicionadas no final das demonstrações. Considere:

$$Y(s) = G_{yw}W(s) + G_{yu}U(s) + G_{yf}F(s), \tag{23}$$

sendo

$$G_{yw} \equiv \begin{bmatrix} A & B_w \\ C & D_w \end{bmatrix}, \; G_{yu} \equiv \begin{bmatrix} A & B_u \\ C & D_u \end{bmatrix}, G_{yf} \equiv \begin{bmatrix} A & B_f \\ C & D_f \end{bmatrix}. \tag{24}$$

Na Figura 2, a função $M(s)$ é denominada modelo de referência (FRISK, 2001), e é utilizada para estabelecer um intervalo de frequência que deseja-se encontrar as falhas. Logo, tem-se:

$$\begin{gathered} G_{y_0 w}(s) = M(s)\, G_{yw}(s)\,,\ G_{y_0 u}(s) = M(s)\, G_{yu}(s)\,, \\ G_{y_0 f}(s) = M(s)\, G_{yf}(s)\,,\ y_0(s) = M(s)\, y(s)\,. \end{gathered} \tag{25}$$

A forma do filtro a ser calculado é:

$$H = \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_F(t) = A_F \mathbf{x}_F(t) + B_F \begin{bmatrix} \mathbf{y}_0(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{z}_F(t) = L_F \mathbf{x}_F(t) + H_F \begin{bmatrix} \mathbf{y}_0(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix}. \end{cases} \tag{26}$$

Agora, para que $\mathbf{r}_e(t)$ seja sensível ao sinal de falha $\mathbf{f}(t)$ e rejeite os sinais ($\mathbf{u}(t)$ e $\mathbf{w}(t)$), vamos a projetar um filtro com (27) e (28), (CASAVOLA; FAMULARO; FRANZÈ, 2005):

$$min\left\{\alpha_w \gamma_w + \alpha_u \gamma_u + \alpha_f \gamma_f\right\} \tag{27}$$

$$||R_{ew}(s)||_\infty < \gamma_w,\ \ ||R_{eu}(s)||_\infty < \gamma_u,\ \ ||\widetilde{R}_{ef}(s)||_\infty < \gamma_f. \tag{28}$$

sendo que:

$$\begin{gathered} R_{ew}(s) = (H(s) \begin{bmatrix} G_{y_0 w}(s) \\ 0 \end{bmatrix} - G_{y_0 w}(s)), \\ R_{eu}(s) = (H(s) \begin{bmatrix} G_{y_0 u}(s) \\ I \end{bmatrix} - G_{y_0 u}(s)), \\ \widetilde{R}_{ef}(s) = M(s) - R_{ef}(s)\,, \\ \widetilde{R}_{ef}(s) = M(s) - (H(s) \begin{bmatrix} G_{y_0 f}(s) \\ 0 \end{bmatrix} - G_{y_0 f}(s)). \end{gathered} \tag{29}$$

O objetivo é minimizar $||R_{ew}(s)||_\infty$ e $||R_{eu}(s)||_\infty$ com a ideia de rejeitar ($u(t)$ e $w(t)$) e minimizar $||\widetilde{R}_{ef}||_\infty$ com a ideia de deixar passar a sinal de falha $f(t)$ (RANK, 1998), ou seja ($R_{ef}(s) \to M(s)$), com valores (pesos) de α_w, α_u e α_f pré-escolhidos para priorizar na otimização.

Observação 2. *O problema é quando o sinal de falha $f(t)$ e o sinal de entrada externa $u(t)$ estão sintonizados na mesma frequência. Então não é possível rejeitar um e deixar passar o outro (CASAVOLA; FAMULARO; FRANZÈ, 2005). Quando acontece que estes dois sinais se sobrepõem, o problema de detecção de falhas através de filtragem torna-se um problema de limiares.*

Logo, para equacionar o problema de minimização com características multiobjetivas na forma de LMIs utiliza-se o mesmo procedimento feito para chegar à equação (13). Transformar-se todas as funções de transferências na forma de espaço de estados. Para o modelo de referência $M(s) \equiv \begin{bmatrix} A_m & B_m \\ C_m & D_m \end{bmatrix}$ e considerando as incertezas politópicas na planta, após algumas manipulações, chega-se nas seguintes desigualdades (30)-(34),(KIM; WATKINS, 2010):

$$\begin{bmatrix} -(V_{11}+V_{11}^T) & -(S_2^T+\widetilde{S}_1^T) & V_{11}^T\widetilde{A}_i+\widetilde{B}_F\widetilde{C}_i+\hat{P}_{1,i} & \widetilde{A}_F+\hat{P}_{3,i}^T & V_{11}^T\widetilde{B}_{wi} & 0 & V_{11}^T & \widetilde{S}_1^T \\ * & -(S_1+S_1^T) & S_2\widetilde{A}_i+\hat{B}_F\widetilde{C}_i+\hat{P}_{3,i} & \hat{A}_F+\hat{P}_{2,i}^T & S_2\widetilde{B}_{wi} & 0 & S_2 & S_1^T \\ * & * & -\mu\hat{P}_{1,i}^T & -\mu\hat{P}_{3,i}^T & 0 & \widetilde{L}_F^T & 0 & 0 \\ * & * & * & -\mu\hat{P}_{2,i} & 0 & -\hat{L}_F^T & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma_w I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma_w I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\frac{1}{\mu}\hat{P}_{1,i} & -\frac{1}{\mu}\hat{P}_{3,i}^T \\ * & * & * & * & * & * & * & -\frac{1}{\mu}\hat{P}_{2,i} \end{bmatrix} < 0, \tag{30}$$

$$\begin{bmatrix} -(V_{11}+V_{11}^T) & -(S_2^T+\widetilde{S}_1^T) & V_{11}^T\widetilde{A}_i+\widetilde{B}_F\widetilde{C}_i+\hat{P}_{1,i} & \widetilde{A}_F+\hat{P}_{3,i}^T & V_{11}^T\widetilde{B}_{fi} & 0 & V_{11}^T & \widetilde{S}_1^T \\ * & -(S_1+S_1^T) & S_2\widetilde{A}_i+\hat{B}_F\widetilde{C}_i+\hat{P}_{3,i} & \hat{A}_F+\hat{P}_{2,i}^T & S_2\widetilde{B}_{fi} & 0 & S_2 & S_1^T \\ * & * & -\mu\hat{P}_{1,i}^T & -\mu\hat{P}_{3,i}^T & 0 & \widetilde{L}_F^T & 0 & 0 \\ * & * & * & -\mu\hat{P}_{2,i} & 0 & -\hat{L}_F^T & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma_f I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma_f I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\frac{1}{\mu}\hat{P}_{1,i} & -\frac{1}{\mu}\hat{P}_{3,i}^T \\ * & * & * & * & * & * & * & -\frac{1}{\mu}\hat{P}_{2,i} \end{bmatrix} < 0, \tag{31}$$

$$\begin{bmatrix} -(V_{11}+V_{11}^T) & -(S_2^T+\widetilde{S}_1^T) & V_{11}^T\widetilde{A}_i+\widetilde{B}_F\widetilde{C}_i+\hat{P}_{1,i} & \widetilde{A}_F+\hat{P}_{3,i}^T & V_{11}^T\widetilde{B}_{ui}+\widetilde{B}_F\begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} & 0 & V_{11}^T & \widetilde{S}_1^T \\ * & -(S_1+S_1^T) & S_2\widetilde{A}_i+\hat{B}_F\widetilde{C}_i+\hat{P}_{3,i} & \hat{A}_F+\hat{P}_{2,i}^T & S_2\widetilde{B}_{ui}+\hat{B}_F\begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} & 0 & S_2 & S_1^T \\ * & * & -\mu\hat{P}_{1,i}^T & -\mu\hat{P}_{3,i}^T & 0 & \widetilde{L}_F^T & 0 & 0 \\ * & * & * & -\mu\hat{P}_{2,i} & 0 & -\hat{L}_F^T & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma_u I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma_u I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\frac{1}{\mu}\hat{P}_{1,i} & -\frac{1}{\mu}\hat{P}_{3,i}^T \\ * & * & * & * & * & * & * & -\frac{1}{\mu}\hat{P}_{2,i} \end{bmatrix} < 0, \tag{32}$$

$$(i = 1, 2, ..., N), \tag{33}$$

$$\hat{P}_i = \begin{bmatrix} \hat{P}_{1,i} & \hat{P}_{3,i}^T \\ \hat{P}_{3,i} & \hat{P}_{2,i} \end{bmatrix} > 0. \tag{34}$$

Logo, o filtro é encontrado resolvendo o problema de otimização com a minimização de $\left\{\alpha_w\gamma_w + \alpha_u\gamma_u + \alpha_f\gamma_f\right\}$ sujeito as equações (30), (31), (32), (33) e (34). Para o filtro de detecção de falhas mostrado nesta seção com o modelo de referência, a ordem completa do filtro é: n_F(ordem do filtro) = n(ordem da planta)+$2n_w$ (duas vezes a ordem do modelo de referência), sendo H_F encontrado de maneira direita nas equações que projetam o filtro e A_F, B_F e L_F são calculados da seguinte forma (KIM; WATKINS, 2010):

(i) Calcule $\widetilde{V}_{21}$ e V_{22} mediante o método de decomposição de Schur:

$$S_1 = \widetilde{V}_{21}^T V_{22}^{-T} \widetilde{V}_{21}. \tag{35}$$

(ii) Calcule A_F, B_F e L_F:

$$A_F = \widetilde{V}_{21}^{-T} \hat{A}_F \widetilde{V}_{21}^{-1} V_{22}. \tag{36}$$

$$B_F = \widetilde{V}_{21}^{-T} \hat{B}_F. \tag{37}$$

$$L_F = \hat{L}_F \widetilde{V}_{21}^{-1} V_{22}. \tag{38}$$

3 AVALIAÇÃO DO RESÍDUO

3.1 Nível de decisão de ocorrência de falha (*threshold*)

A cota superior do resíduo que constata a ocorrrência de falha é conhecida como *threshold* e é muito importante para avaliar o resíduo. Neste trabalho utiliza-se o *threshold* adaptativo, logo, para o cálculo do resíduo (FRANK; DING, 1997):

$$J_r(t) = ||\mathbf{r}_e(t)||_{RMS,T} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t-T}^{t} \mathbf{r}_e(\tau)' \mathbf{r}_e(\tau)\, d\tau}. \tag{39}$$

$J_r(t)$ é uma média do resíduo sendo T um período que deve ser pequeno em comparação com o tempo total de amostragem mas maior que o tempo entre amostras do resíduo e o *threshold* será:

$$J_{th}(t) \equiv \sup_{\mathbf{f}(t)=0} ||\mathbf{r}_e(t)||_{RMS,T}. \tag{40}$$

O $J_{th}(t)$ (40) é uma cota superior do $J_r(t)$ sem falhas, ou seja o máximo do $J_r(t)$ quando não se tem nenhuma falha. Então para um sistema sem falhas ($\mathbf{f}(t) = 0$):

$$R_e(s) = R_{eu}(s)U(s) + R_{ew}(s)W(s). \tag{41}$$

Assim, considera-se uma cota superior para o J_r como *threshold* (J_{th}) e calcula-se através do teorema de Parseval (BOYD; BARRATT, 1991):

$$\begin{gathered} ||\mathbf{r}_e(t)||_{RMS,T} \leq ||R_{eu}(s)||_\infty ||\mathbf{u}(t)||_{RMS,T} + ||R_{ew}(s)||_\infty ||\mathbf{w}(t)||_{RMS,T}, \\ J_{thi}(t) = \gamma_u ||\mathbf{u}(t)||_{RMS,T} + \gamma_w ||\mathbf{w}(t)||_{RMS,T}. \end{gathered} \tag{42}$$

O sinal $\mathbf{w}(t)$ representa um sinal exógeno e não mensurável. Considera-se uma cota superior $||\mathbf{w}(t)||_{RMS,T} \leq w_{rm}$:

$$J_{th1}(t) = \gamma_u ||\mathbf{u}(t)||_{RMS,T} + \gamma_w w_{rm}. \tag{43}$$

Por ser uma análise do *threshold* no domínio do tempo, o sinal $||\mathbf{r}_e(t)||_{RMS,T}$ tem uma influência da posição inicial, no começo, que depois torna-se zero. Para considerar no *threshold*

e não apresentar um falso alarme no início da dinâmica, tem-se $\mathbf{y}_i(t)$ como a saída de *zero-input*:

$$R_{e0}(s) = H(s)\begin{bmatrix} Y_i(s) \\ 0 \end{bmatrix} - Y_i(s). \tag{44}$$

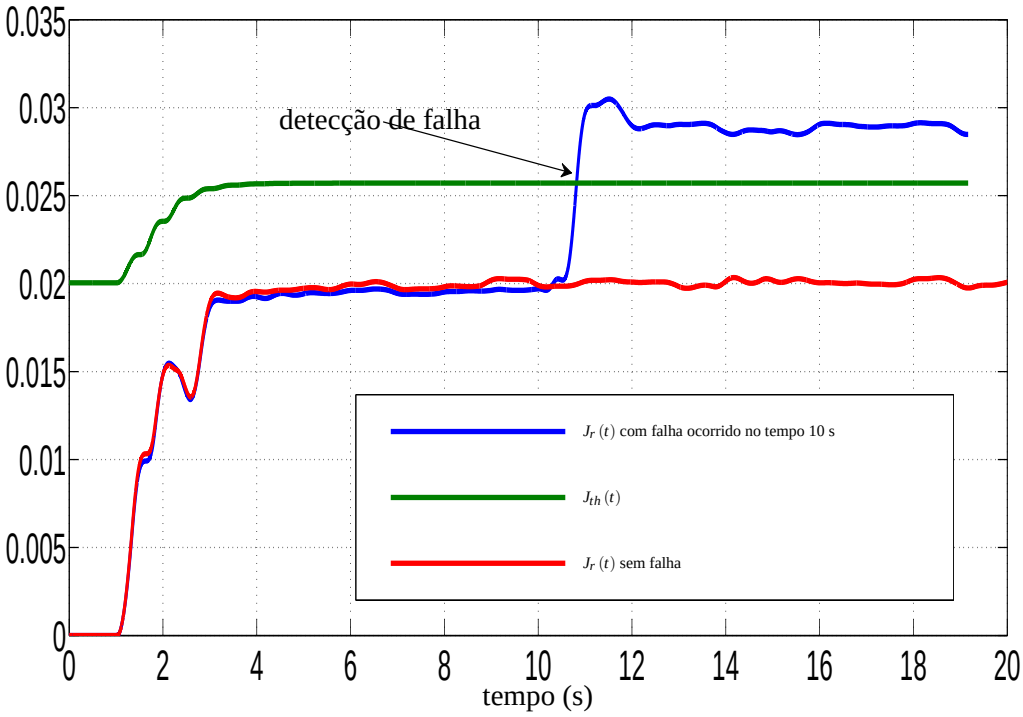
Então, considerando a influência da posição inicial, o *threshold* se torna:

$$J_{th} = \gamma_u ||\mathbf{u}(t)||_{RMS,T} + \gamma_w w_{rm} + ||\mathbf{r}_{e0}(t)||_{RMS,T}. \tag{45}$$

sendo que $\mathbf{y}_i(t)$ é calculado sobre o modelo linear. Este *threshold* $J_{th}(t)$ sempre é maior que o $J_r(t)$ quando analisa-se sobre o modelo linear, mas para aplicações práticas pode ser que os estados medidos tenham uma diferença considerável com as simuladas com o modelo linear e então pode ter casos onde o $J_{th}(t)$ não seja superior ao $J_r(t)$ em todo o domínio do tempo devido a modelagem ou controle ruim.

Na Figura 3 mostramos os índices $J_r(t)$ e $J_{th}(t)$ tomados de uma planta experimental para ilustração. A curva vermelha representa o índice $J_r(t)$ tomado quando a planta não tem falha e a curva azul representa o índice $J_r(t)$ tomado quando a planta sofre uma falha no tempo 10 s.

Figura 3: Índice $J_{th}(t)$ e $J_r(t)$ com e sem falha.



Fonte: Elaboração do autor

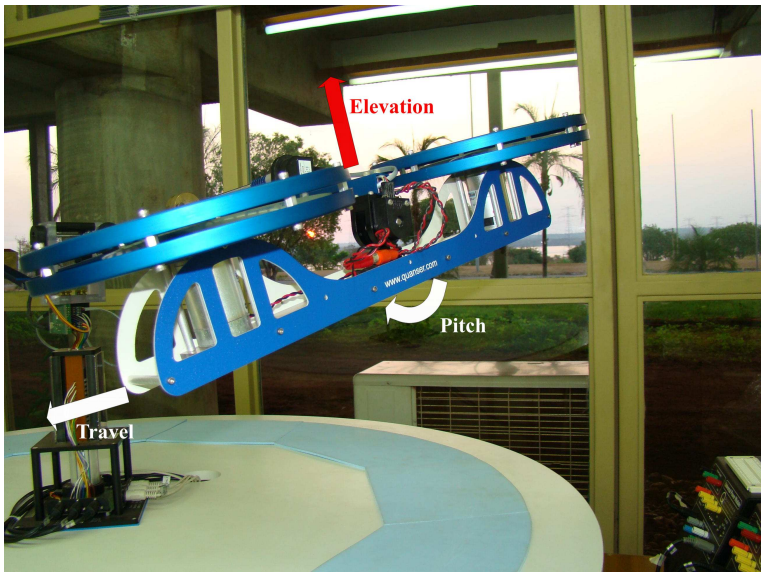
4 MODELOS MATEMÁTICOS DOS EQUIPAMENTOS UTILIZADOS

4.1 Modelo dinâmico do helicóptero

4.1.1 Modelo a malha aberta do helicóptero

Para a implementação do método de detecção de falhas tem-se como planta o helicóptero 3-DOF de bancada da Quanser® (QUANSER, 2002). O mesmo está montado sobre uma estrutura com três graus de liberdade da seguinte forma: dois motores DC (*Direct Current*) estão montados nas extremidades de uma haste retangular e acionam duas hélices propulsoras. Os eixos dos motores são paralelos entre si, sendo o vetor de empuxo normal em relação à haste. A haste do helicóptero está suspensa por uma junta na extremidade de um braço e está livre para inclinação em torno do seu centro. O braço é conectado por uma junta 2-DOF e é livre para inclinar e guinar. Na extremidade oposta do braço existe um contrapeso que torna a massa efetiva leve o suficiente para viabilizar que os motores levantem o helicóptero. Uma voltagem maior aplicada no motor dianteiro (v_f) causa uma inclinação positiva enquanto que uma voltagem maior no motor traseiro (v_b) causa uma inclinação negativa (ângulo *pitch* (ρ)). Uma voltagem positiva nos dois motores causa uma elevação de todo o corpo (ângulo de *elevation* (ε) do braço). Se o corpo inclina, o vetor impulsão resulta no deslocamento do corpo (ângulo de *travel* (λ) do braço). Para conseguir o controle desta estrutura tem-se sensores de posição (*encoders*) nos três ângulos (*elevation* (ε), *travel* (λ) e *pitch* (ρ)) e dois motores como atuadores. Para o controle por realimentação de estados precisa-se, além das posições angulares, as suas respectivas derivadas, isto é, as velocidades angulares. Para a obtenção das velocidades angulares utiliza-se filtros derivativos no ambiente *Simulink*®, onde os sinais dos *enconders* são lidos e transmitidos mediante uma placa de interface de dados. Desta forma, consegue-se os valores das variáveis de estado em um ambiente computacional para calcular os sinais de controle e transmitir para os módulos de UPM (*Universal Power Module*), que transformam os dados dos sinais de controle da placa e converte-os em sinais adequados para os servomotores de corrente direta.

Figura 4: Helicóptero do Laboratório de Pesquisa em Controle - UNESP/FEIS/DEE.



Fonte: Adaptado de Buzachero et al. (2012)

O modelo linear do helicóptero fornecido pelo fabricante é o seguinte (QUANSER, 2002):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}_c(t), \tag{46}$$

sendo:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{(L_w m_w - 2L_a m_f)g}{m_w L_w^2 + 2m_f L_h^2 + 2m_f L_a^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{47}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{L_a K_f}{2m_f L_a^2 + m_w L_w^2} & \frac{L_a K_f}{2m_f L_a^2 + m_w L_w^2} \\ \frac{1}{2}\frac{K_f}{m_f L_h} & -\frac{1}{2}\frac{K_f}{m_f L_h} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{48}$$

Sendo que as variáveis de estado são definidas por $\mathbf{x}(t) = \left[\varepsilon,\ \rho,\ \lambda,\ \dot{\varepsilon},\ \dot{\rho},\ \dot{\lambda}\right]^T$ e o sinal de controle por $\mathbf{u}_c(t) = \left[v_f \ \ v_b\right]^T$. Os parâmetros do helicóptero são exibidos na Tabela 1.

Tabela 1: Parâmetros do helicóptero.

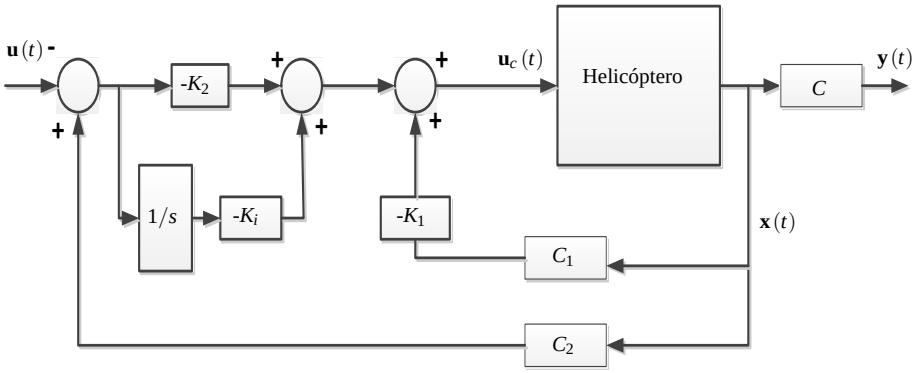
Constante da força de propulsão da hélice	k_f	$0,1188$
Massa do corpo do helicóptero (kg)	m_h	$1,15$
Massa do contra-peso (kg)	m_w	$1,87$
Massa do conjunto da hélice dianteira (kg)	m_f	$m_h/2$
Massa do conjunto da hélice traseira (kg)	m_b	$m_h/2$
Distância: eixo de pitch - cada motor (m)	l_h	$7 \times 0,0254$
Distância: eixo de elev. - helicóptero (m)	l_a	$26 \times 0,0254$
Distância: eixo de elev. - contra-peso (m)	l_w	$18,5 \times 0,0254$
Constante gravitacional (m/s^2)	g	$9,81$
Momento de inércia sobre o eixo de elevação (kgm^2)	J_e	$0,91$
Massa da peças do conjunto de massa ativa (kg)	m	$0,154$

Fonte: Adaptado de Quanser (2002)

4.1.2 Modelo de malha fechada do helicóptero

O fabricante apresenta o projeto para seguir uma referência externa ($\mathbf{u}$=$[\varepsilon_d \;\; \lambda_d]^T$) com um servosistema de tipo 1, como visto na Figura 5.

Figura 5: Helicóptero a malha fechada.



Fonte: Adaptado de Quanser (2002)

Neste caso tem-se:

$$\mathbf{x}_{uc} = \begin{bmatrix} \varepsilon - \varepsilon_d & \rho & \lambda - \lambda_d & \dot{\varepsilon} & \dot{\rho} & \dot{\lambda} & \int(\varepsilon - \varepsilon_d) & \int(\lambda - \lambda_d) \end{bmatrix}^T. \tag{49}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{50}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{51}$$

$$K=\begin{bmatrix} K_{1,1} & K_{1,2} & K_{1,3} & K_{1,4} & K_{1,5} & K_{1,6} & K_{1,7} & K_{1,8} \\ K_{2,1} & K_{2,2} & K_{2,3} & K_{2,4} & K_{2,5} & K_{2,6} & K_{2,7} & K_{2,8} \end{bmatrix}, \tag{52}$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} K_{1,2} & K_{1,4} & K_{1,5} & K_{1,6} \\ K_{2,2} & K_{2,4} & K_{2,5} & K_{2,6} \end{bmatrix}, \tag{53}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} K_{1,1} & K_{1,3} \\ K_{2,1} & K_{2,3} \end{bmatrix}, \tag{54}$$

$$K_I = \begin{bmatrix} K_{1,7} & K_{1,8} \\ K_{2,7} & K_{2,8} \end{bmatrix}. \tag{55}$$

Sendo que o sinal de controle é dado por:

$$\mathbf{u}_c(t) = -K\mathbf{x}_{uc}(t). \tag{56}$$

Logo, o sistema em malha fechada em forma de espaço de estados é dado por:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A_n\mathbf{x}(t) + B_u\mathbf{u}(t), \tag{57}$$

sendo $\mathbf{x}(t)$ as variáveis de estados $\begin{bmatrix} \varepsilon & \rho & \lambda & \dot{\varepsilon} & \dot{\rho} & \dot{\lambda} & \int(\varepsilon-\varepsilon_d) & \int(\lambda-\lambda_d) \end{bmatrix}^T$ e $\mathbf{u}(t)$ o sinal de entrada externa $[\varepsilon_d \;\; \lambda_d]^T$. As matrizes A_n e B_u são definidas como:

$$A_n = \begin{bmatrix} A - BK_1C_1 - BK_2C_2 & -BK_I \\ C_2 & 0 \end{bmatrix}, \tag{58}$$

$$B_u = \begin{bmatrix} BK_2 \\ -I \end{bmatrix}. \tag{59}$$

O helicóptero 3-DOF possui um sistema, denominado de massa ativa, para criar artificialmente perturbações na planta. O sistema é representado por uma massa (m) que se move na parte do braço do helicóptero de comprimento L_a. Na planta para não considerar a perturbação de (m), a mesma deve ficar no centro de L_a, onde as equações do helicóptero foram modeladas. Mas, se a massa estiver em movimento ela mudará o torque e será considerado como uma perturbação exógena na planta. O modelo em espaço de estados com a perturbação pode ser representado da seguinte forma:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A_n\mathbf{x}(t) + B_u\mathbf{u}(t) + B_w w(t), \tag{60}$$

sendo que $w(t)$ é a distância entre a massa ativa (m) e o centro de (L_a), B_w é dado por (MANESCO et al., 2012):

$$B_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{mg}{J_e} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{61}$$

4.1.3 Modelo do helicóptero para detecção de falhas

Agora, apresenta-se os dois modelos para o estudo dos filtros $\mathscr{H}_\infty$ como detectores de falhas. No primeiro modelo considera-se uma falha no motor traseiro do helicóptero, que pode ser interpretado como a quebra parcial de um rolamento, consequentemente isso gera um aumento na tensão de controle do motor traseiro v_b para superar a novo atrito do helicóptero. Logo, ao modelo sem falhas deve-se acrescentar o sinal de falha $f(t) = \Delta v_b(t)$.

A falha muda o sinal de controle $\mathbf{u}_c(t)$ para $\begin{bmatrix} v_{f0} & v_{b0} + \Delta v_b \end{bmatrix}^T$, então, o modelo linear com Δv_b e com o sinal de falha se torna:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A_n \mathbf{x}(t) + B_u \mathbf{u}(t) + B_w w(t) + B_f f(t), \tag{62}$$

sendo:

$$B_f = \begin{bmatrix} B \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{63}$$

Na aplicação das equações para encontrar o filtro $\mathscr{H}_\infty$, necessita-se da saída do sistema $\mathbf{y}$ que atenda às condições (20), (21) e (22), este sinal $\mathbf{y}$ representado por $C\mathbf{x}(t)$, que corresponde á entrada do filtro (deve passar pelo modelo de referência), não pode ser qualquer, deve ser um sinal que mostre a falha para ser encontrada. Assim, o primeiro modelo proposto para a detecção de falhas via filtro $\mathscr{H}_\infty$ é:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= A_n \mathbf{x}(t) + B_u \mathbf{u}(t) + B_w w(t) + B_f f(t), \\ y(t) &= C\mathbf{x}(t), \end{aligned} \tag{64}$$

escolhendo C como:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & -26,4252 & 22,9956 & 0 & -9,5374 & 32,1986 & 0 & 2,0000 \end{bmatrix}. \tag{65}$$

A escolha do C foi feita com a ideia que seja sensível ao sinal de falha do primeiro modelo como a diferença das linhas do controlador do fabricante (QUANSER, 2002).

$$K = \begin{bmatrix} 37,6707 & 13,2126 & -11,4978 & 20,9542 & 4,7687 & -16,0993 & 10,0000 & -1,0000 \\ 37,6707 & -13,2126 & 11,4978 & 20,9542 & -4,7687 & 16,0993 & 10,0000 & 1,0000 \end{bmatrix} \tag{66}$$

Assim, os resultados obtidos são os seguintes:

$$A_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -6,46 & 0 & 0 & -3,59 & 0 & 0 & -1,71 & 0 \\ 0 & -15,35 & 13,36 & 0 & -5,54 & 18,70 & 0 & 1,162 \\ 0 & -1,23 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{67}$$

$$B_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 6,4643 & 0 \\ 0 & -13,3604 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1,6601 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{68}$$

$$B_f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,0858 \\ -0,5810 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{69}$$

Agora, o objetivo é obter o segundo modelo. Considere que o aumento na tensão v_b do modelo (64) agora é uma incerteza paramétrica no sistema, ou seja, o mesmo modelo matemático de aumento da tensão v_b é considerado uma incerteza do modelo, mas não mais como uma falha. Isso pode ser interpretado como uma elevação de carga no motor traseiro do helicóptero (o

helicóptero pode levar peso na parte do motor traseiro), através do aumento na tensão v_b. Esse aumento de carga é próprio do sistema e aqui será considerado como uma incerteza paramétrica no modelo. Então, considera-se uma incerteza do tipo politópica no modelo para o intervalo de carga no motor traseiro, sendo que a tensão v_{b0} é considerada para o helicóptero sem carga no motor traseiro, para o caso em estudo, pode ser aumentada em até $1/0,7$ na máxima carga possível. Essa diferença Δv_b máxima vai ser considerada como um sinal de falha para o primeiro modelo (64), e será mostrado na seção de resultados. Para o segundo modelo (70), além da incerteza politópica na planta, considera-se também falha no sensor de viagem. Agora, calcula-se o vértice da incerteza politópica considerando a máxima carga possível no motor traseiro, que para o caso em questão é quando $v_b = v_{b0}/0,7$. Neste caso, a matriz $B = [B_1\ B_2]$ da equação (78), se transforma em $B = [B_1\ 0,7B_2]$, e é substituída na equação (58) e (59) de onde se obtém A_{n2} e B_{u2}. A modelagem da falha do sensor é feita na matriz D_f da equação (19), logo, o segundo modelo de análise de falhas se torna:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= A_n(\alpha)\mathbf{x}(t) + B_u(\alpha)\mathbf{u}(t) + B_w w(t), \\ \mathbf{y}(t) &= C\mathbf{x}(t) + D_f f(t), \end{aligned} \tag{70}$$

sendo $(A_n(\alpha), B_u(\alpha))$ a combinação convexa dos 2 vértices (A_{n1}, B_{u1}) e (A_{n2}, B_{u2}) com A_{n1}=A_n (da equação (67)) e B_{u1}=B_u (da equação (68)), ainda

$$A_{n2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -5,49 & -0,34 & 0,29 & -3,05 & -0,12 & 0,41 & -1,45 & 0,02 \\ -6,56 & -13,05 & 11,35 & -3,65 & -4,71 & 15,90 & -1,74 & 0,98 \\ 0 & -1,23 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{71}$$

$$B_{u2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 5,4947 & -0,2960 \\ 6,5660 & -11,3563 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \tag{72}$$

para B_w considere o mesmo valor apresentado na equação (68). Para o segundo modelo considera-

se:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{73}$$

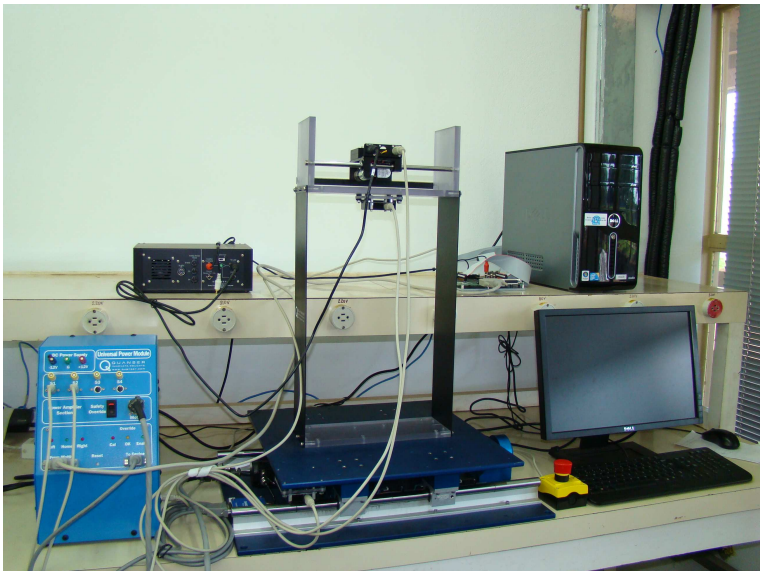
$$D_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{74}$$

4.2 Modelo dinâmico do servosistema *Shake table II*

4.2.1 Modelo a malha aberta do servosistema *Shake table II*

O servosistema é mostrado na Figura 6, no qual a placa metálica de cima é movimentada por um motor DC trifásico de 400 W sem escovas. Onde a placa pode mover-se 7,62 cm para cada lado obtendo-se um total de 15,24 cm de viagem de lado a lado. O motor contém um *encoder* para medir a posição da placa com uma resolução de $3,1\mu m$, além do *econder* também é montado na placa um acelerômetro analógico para medir a aceleração de maneira direta.

Figura 6: *Shake table II* do Laboratório de Pesquisa em Controle - UNESP/FEIS/DEE.



Fonte: Adaptado de Quanser (2002)

O modelo linear do servomotor fornecido pelo fabricante é o seguinte (QUANSER, 2002):

$$\ddot{p}(t) = i_m(t)/k_f, \tag{75}$$

sendo $p(t)$ a posição da placa metálica, $i_m(t)$ a corrente do motor e k_f um parâmetro do motor que é dado da seguente forma (76):

$$k_f = m_t p_b / k_t, \tag{76}$$

sendo:

$$m_t = m_p + m_l, \quad m_l + m_p < m_{t_{max}}. \tag{77}$$

Os parâmetros do servosistema são exibidos na Tabela 2.

Tabela 2: Parâmetros servosistema *Shake table II*.

Resistência de armadura do motor (ohm)	r_m	$2,94$
Constante de torque de corrente do motor (N.m/A)	k_t	$0,360$
Constante *back-emf* do motor (V/(rad/s))	k_m	$0,2034$
ball-screw pitch (m/rev)	p_b	$0,0127$
Massa da placa metálica (carga básica) (Kg)	m_p	$7,74$
Máxima massa total (carga máxima) (Kg)	$m_{t_{max}}$	15
Massa do *shake table II* (Kg)	m_s	$27,2$
Massa adicional máxima permitida (Kg)	$m_{l_{max}}$	$7,72$

Fonte: Adaptado de Quanser (2002)

Um modelo linear do servosistema em espaço de estados é o seguinte:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + Bu_c(t), \tag{78}$$

sendo:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{79}$$

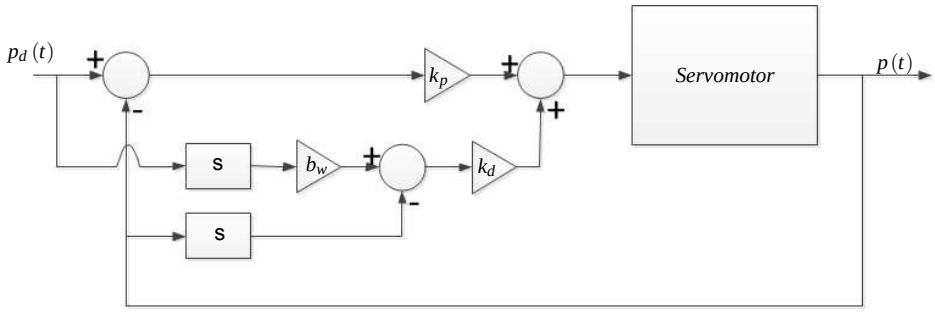
$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/k_f \end{bmatrix}, \tag{80}$$

e as variáveis de estado são definidas por $\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} p(t) & \dot{p}(t) \end{bmatrix}^T$ e o sinal de controle por $u_c(t) = i_m(t)$.

4.2.2 Modelo de malha fechada do servosistema *Shake table II*

Na Figura 7 mostra-se o esquema de controle para entradas de referencias tipo seno, (QUANSER, 2002).

Figura 7: *Shake table II* a malha fechada.



Fonte: Adaptado de Quanser (2002)

Neste caso tem-se:

$$\mathbf{x}_d(t) = [x_{d1}(t) \;\; x_{d2}(t)]^T = [p_d(t) \;\; b_w \dot{p}_d(t)]^T . \tag{81}$$

Este formato de colocar a entrada de referência foi feito para ter um modelo em espaços de estados para os dois tipos de controladores que mostraremos os resultados no Capítulo 5.

Supondo:

$$\mathbf{x}_{uc} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d , \tag{82}$$

$$K = [k_p \;\; k_d] . \tag{83}$$

O sinal de controle é dado por:

$$u_c(t) = -K\mathbf{x}_{uc}. \tag{84}$$

Temos dois tipos de sinais de controle u_c, uma para o caso que b_w é 1 e outro quando é 0.

$$u_c(t) = -k_p(p(t) - p_d(t)) - k_d(\dot{p}(t) - \dot{p}_d(t)) \;\; para \;\; b_w = 1, \tag{85}$$

$$u_c(t) = -k_p(p(t) - p_d(t)) - k_d\dot{p}(t) \;\; para \;\; b_w = 0, \tag{86}$$

Observação 3. *Para $b_w = 1$ a lei de controle é conhecida como PD (proporcional derivativo) e quando $b_w = 0$ é conhecido como PV (proporcional com retroação de velocidade), (OGATA, 1997).*

Logo, o sistema em malha fechada em forma de espaço de estados é dado por:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A_n \mathbf{x}(t) + B_u \mathbf{u}(t), \tag{87}$$

sendo $\mathbf{x}(t)$ as variáveis de estados $[p(t) \quad \dot{p}(t)]^T$ e $\mathbf{u}(t) = \mathbf{x}_d(t)$, o sinal de entrada externa de referência. As matrizes A_n e B_u são definidas como:

$$A_n = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_p/k_f & -k_d/k_f \end{bmatrix}, \tag{88}$$

$$B_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_p/k_f & k_d/k_f \end{bmatrix}. \tag{89}$$

4.2.3 Modelo do *Shake table II* para detecção de falhas

Agora, apresentamos um modelo para o estudo do filtro $\mathscr{H}_\infty$ como detector de falha no *Shake table II*. Para isso consideramos que deseja-se detectar a falha no motor, similar à modelada no *helicóptero*, onde esta falha é interpretada como uma mudança do sinal de controle em relação à operação normal. Logo, ao modelo sem falhas deve-se acrescentar o sinal de falha $f(t) = \Delta i_m(t)$ no modelo nominal sem falha. Então, o modelo linear proposto para a detecção de falha do motor é dado por:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A_n \mathbf{x}(t) + B_u \mathbf{u}(t) + B_w w(t) + B_f f(t), \tag{90}$$

sendo:

$$B_f = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{91}$$

Neste modelo considera-se ruído nos dois estados:

$$B_w = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{92}$$

Na aplicação das equações para encontrar o filtro $\mathscr{H}_\infty$, necessita-se da saída do sistema $y(t)$ que atenda às condições (20), (21) e (22). Além disso para ter sucesso na detecção necessita-se que este sinal de entrada do filtro seja sensível (que tenha uma diferença notória com a saída

sem falha) ao tipo de falha que deseja-se detectar. Por isso para este modelo escolhemos como saída da planta e entrada do filtro o sinal de controle, e também considera-se ruido na medição da saída, assim o sistema é dado por:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= A_n\mathbf{x}(t) + B_u\mathbf{u}(t) + B_w w(t) + B_f f(t), \\ y(t) &= C\mathbf{x}(t) + D_u\mathbf{u}(t) + D_w w(t), \end{aligned} \tag{93}$$

sendo:

$$C = \begin{bmatrix} -k_p & -k_d \end{bmatrix}, \tag{94}$$

$$D_u = \begin{bmatrix} k_p & k_d \end{bmatrix}, \tag{95}$$

$$D_w = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}. \tag{96}$$

Para encontrar os valores numéricos das matrizes da equação (93), substitui-se os valores apresentados até agora e ainda considera-se o valor do ganho K projetado pelo fabricante do *Shake table II* (QUANSER, 2002). Todas as contas realizadas para o *Shake table II* foram com uma carga adicional à placa metálica m_p, está carga adicional foi o *AMD-I* da *Quanser*® que tem uma massa m_p de $1,6$ kg:

$$K = \begin{bmatrix} 2926,782 & 46,581 \end{bmatrix}. \tag{97}$$

Assim, os resultados obtidos são os seguintes:

$$A_n = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -8882,644 & -141,372 \end{bmatrix}, \quad B_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 8882,644 & 141,372 \end{bmatrix}, \tag{98}$$

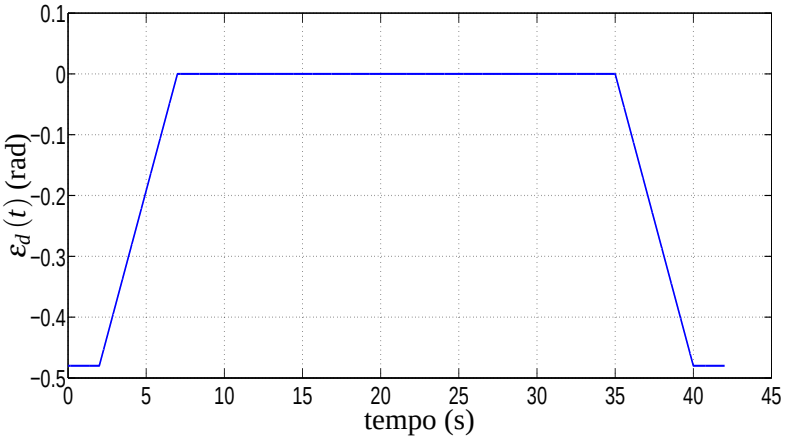
$$C = \begin{bmatrix} -8882,644 & -141,372 \end{bmatrix}, \quad D_u = \begin{bmatrix} 8882,644 & 141,372 \end{bmatrix}. \tag{99}$$

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 Gráficos dos sinais do helicóptero

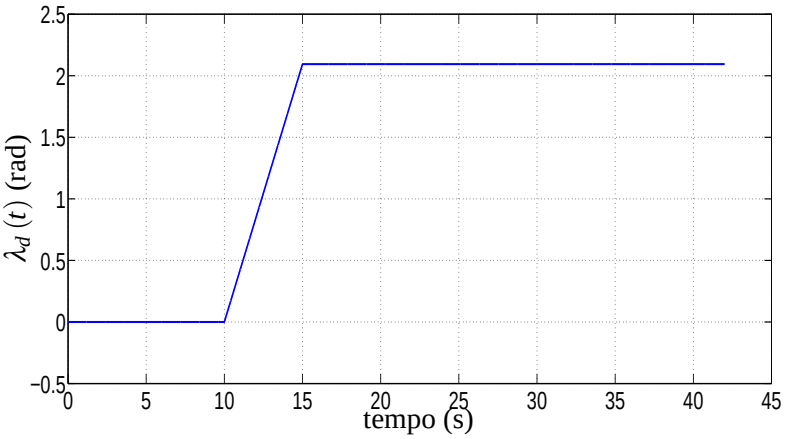
Em todos os casos de estudos do helicóptero para detecção de falhas usamos como entrada externa de referência u, os sinais mostradas nas Figuras 8 e 9:

Figura 8: Sinal de elevação desejado (referência).



Fonte: Elaboração do autor

Figura 9: Sinal de viagem desejado (referência).

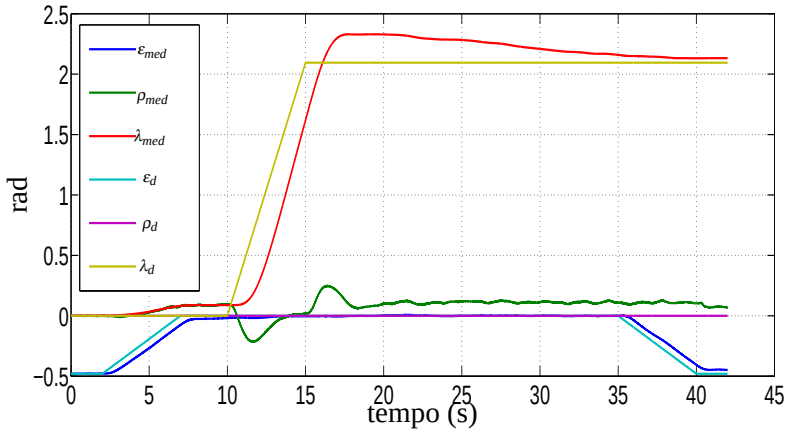


Fonte: Elaboração do autor

Os outros sinais de estados desejados são zero, não dependem do u.

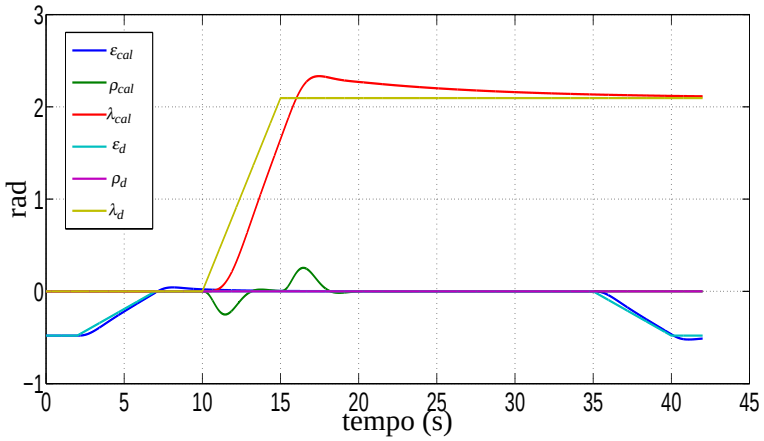
Sinais sem falhas medidos no helicóptero de bancada, Figura 10 e simuladas com o modelo linear do helicóptero, Figura 11.

Figura 10: Sinais desejados (ε_d, ρ_d, λ_d) e medidos no helicóptero (ε_{med}, ρ_{med}, λ_{med}).



Fonte: Elaboração do autor

Figura 11: Sinais desejados (ε_{med}, ρ_{med}, λ_{med}) e simulados com o modelo linear do helicóptero (ε_{cal}, ρ_{cal}, λ_{cal}).

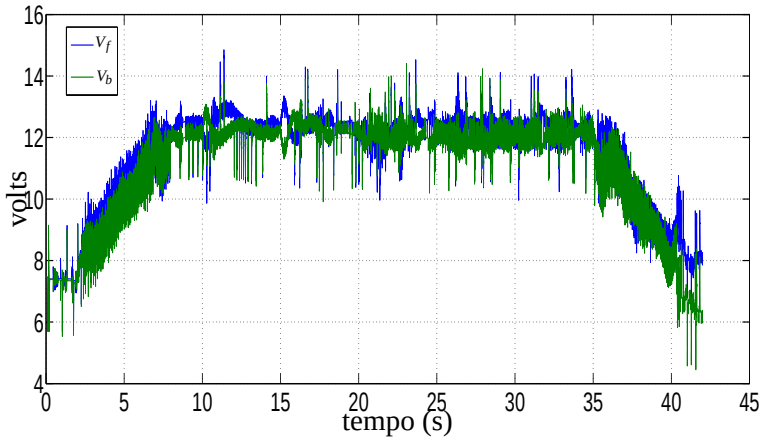


Fonte: Elaboração do autor

As Figuras 10 e 11 apresentam resultados parecidos, isto quer disser que o modelo linear do helicóptero da confiabilidade para o projeto de controladores e demais aplicações.

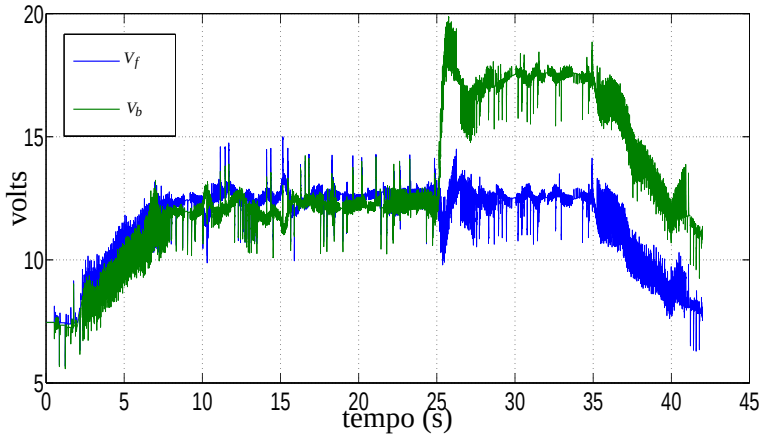
Sinais de controle do helicóptero sem falhas medidos no helicóptero de bancada, Figura 12 e com falha no motor traseiro (simulação de perda de potência com chave de fator 0,7 em tempo igual 25 s) medidos no helicóptero de bancada, Figura 13.

Figura 12: Sinal de controle u_c medido no helicóptero de bancada.



Fonte: Elaboração do autor

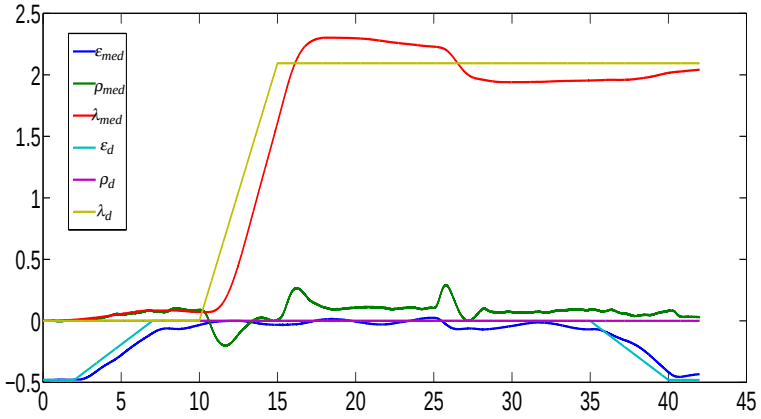
Figura 13: Sinal de controle u_c com falha em 25 s medido no helicóptero de bancada.



Fonte: Elaboração do autor

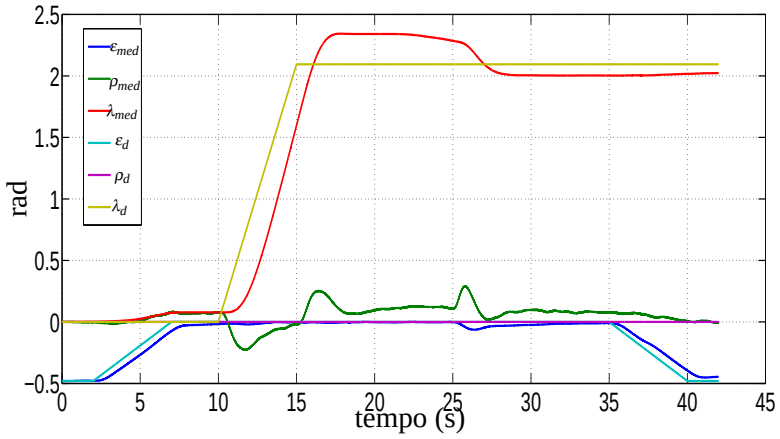
Sinais do helicóptero com falha no motor traseiro (simulação de perda de potência com chave de fator 0.7, em tempo igual a 25 s) e com perturbação máxima, Figura 17, medidos no helicóptero de bancada, Figura 14, e outro voo com uma perturbação menor, medido no helicóptero de bancada, Figura 15.

Figura 14: Medidas dos sinais com falha no motor traseiro em 25 s, com perturbação máxima.



Fonte: Elaboração do autor

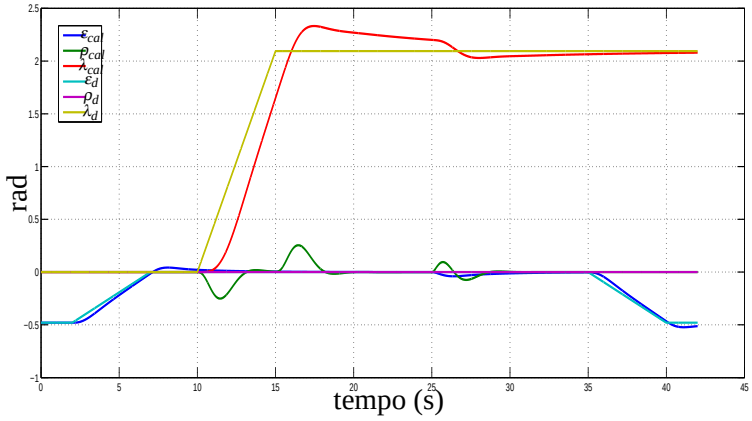
Figura 15: Medidas dos sinais com falha no motor traseiro em 25 s com perturbação menor.



Fonte: Elaboração do autor

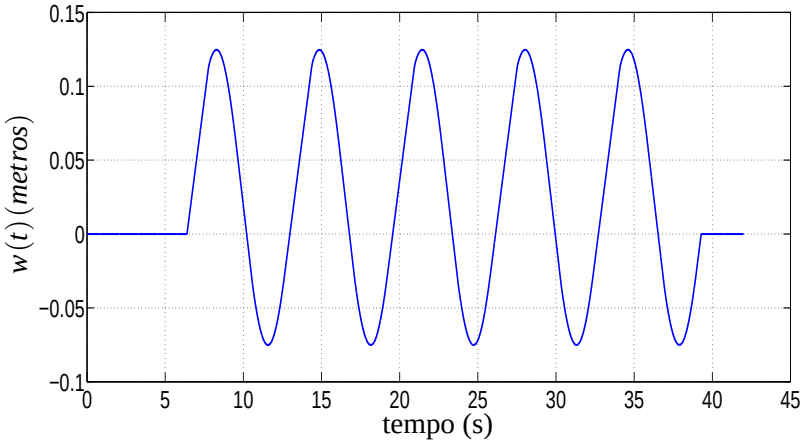
Sinais do helicóptero com falha no motor traseiro (simulação de perda de potência com chave de fator 0.7, em tempo igual 25 s) sobre o modelo linear, Figura 16, e o sinal de perturbação máxima representada pela posição da massa ativa $w(t)$ em relação ao centro do braço, Figura 17.

Figura 16: Simulação dos sinais com falha no motor traseiro em 25 s.



Fonte: Elaboração do autor

Figura 17: Sinal de perturbação máxima.

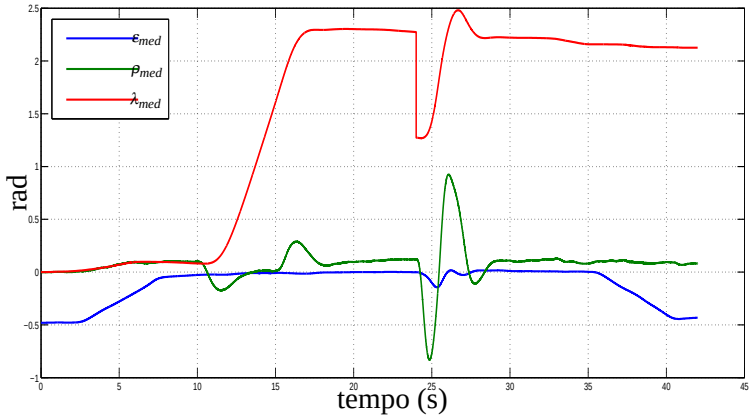


Fonte: Elaboração do autor

O sinal $w(t)$, Figura 17, representa a perturbação máxima (porque $w(t)$ é gerada e medível no helicóptero, pois é um equipamento completo de teste para pesquisa) sobre onde têm-se que calcular o *threshold*, mas para a detecção de falhas pode-se escolher os sinas com perturbação máxima ou com perturbações menores, já que a perturbação é um sinal exógeno , e poderá não estar em todos os voos.

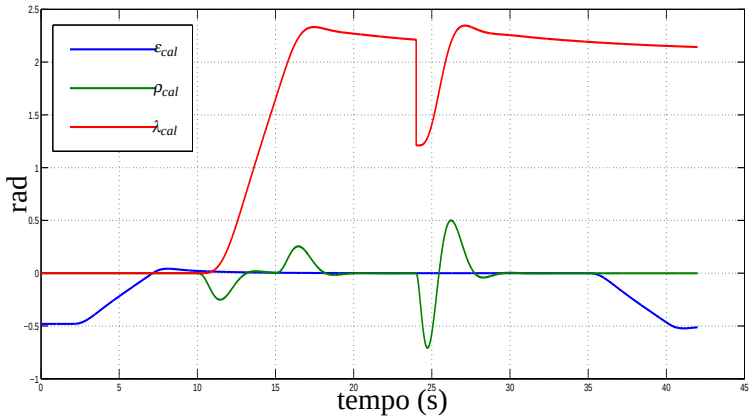
Sinais do helicóptero com falha do sensor de viagem (simulação de descalibração súbita com a subtração de 1 radiano em tempo 24 s de voo) , Figura 18, e no modelo linear , Figura 19.

Figura 18: Sinais medidos no helicóptero de bancada.



Fonte: Elaboração do autor

Figura 19: Sinais simulados com o modelo linear do helicóptero.

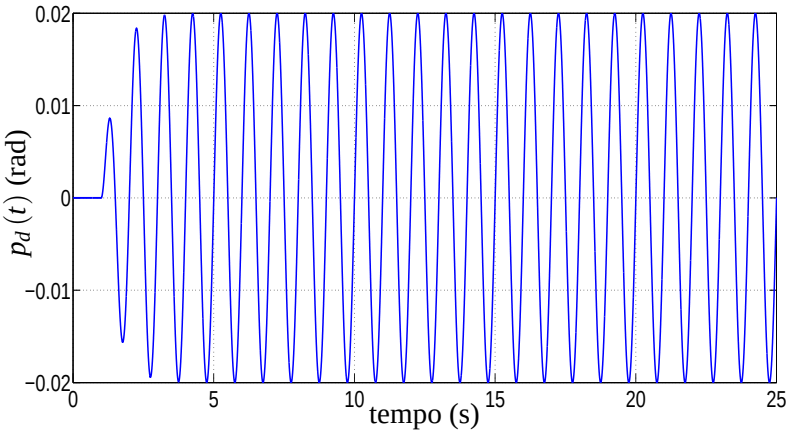


Fonte: Elaboração do autor

5.2 Gráficos dos sinais do servosistema *Shake table II*

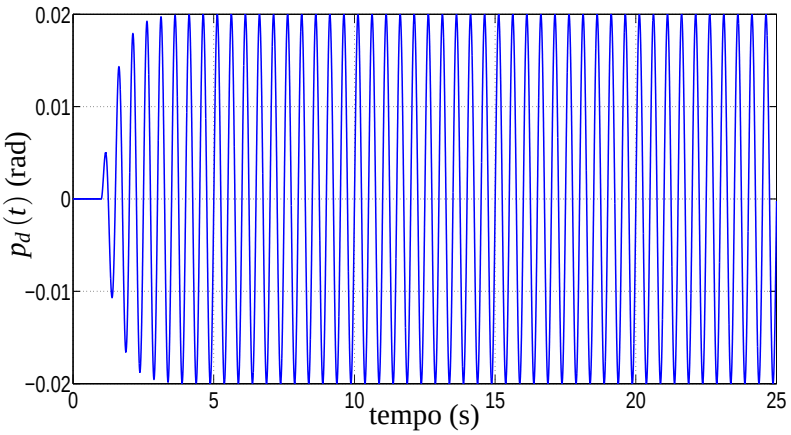
No estudo do servosistema *Shake Table II* para detecção de falhas usaremos dois tipos de entradas de referência, a função seno de amplitude 2cm com frequência 1Hz e 2Hz, os sinais são mostradas nas Figuras 20 e 21:

Figura 20: Sinal de posição desejado 1Hz



Fonte: Elaboração do autor

Figura 21: Sinal de posição desejado 2Hz

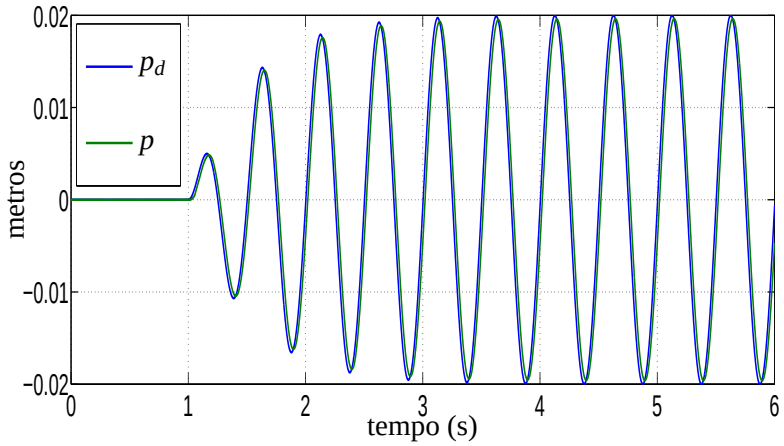


Fonte: Elaboração do autor

Como é mostrado nas Figuras 20 e 21, para evitar mudanças abruptas no arranque do motor, a entrada de referência real possui uma espera de 1 s e depois é multiplicada por uma função rampa que demora 2 s até chegar à unidade. Por isso que o sinal seno entra em regime permanente a partir do terceiro segundo.

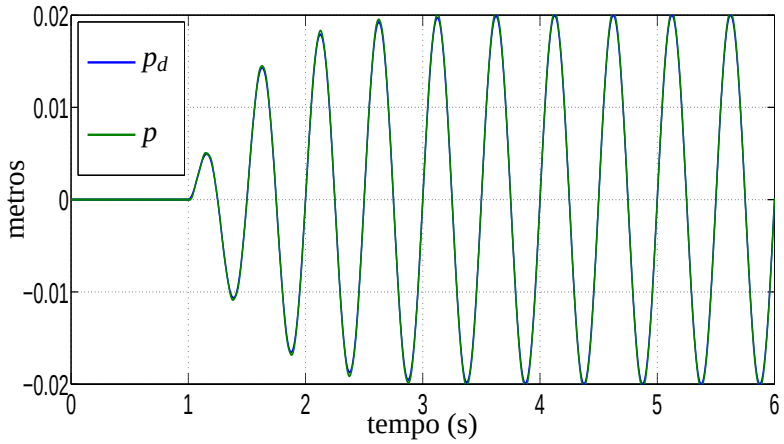
Na Figura 22 mostra-se os sinais do *Shake table II* sem ocorrência de falha medidos experimentalmente na bancada. Na Figura 23 mostra-se os sinais simuladas com o modelo linear do servomotor (75).

Figura 22: Sinal desejado $p_d(t)$ e medido na bancada $p(t)$.



Fonte: Elaboração do autor

Figura 23: Sinal desejado $p_d(t)$ e simulados com o modelo linear do servomotor $p(t)$.

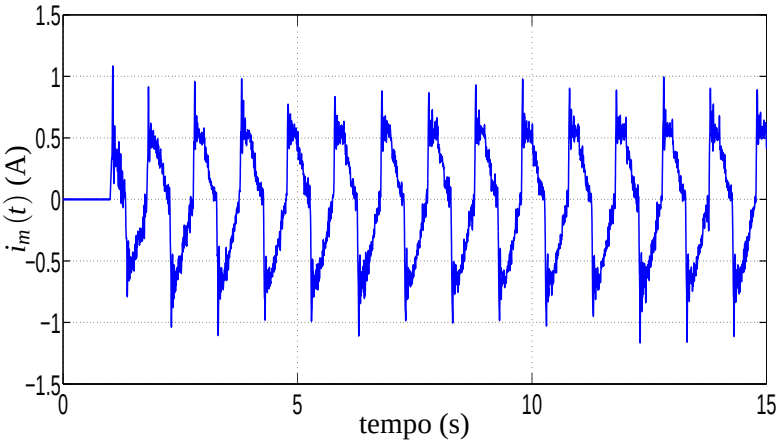


Fonte: Elaboração do autor

Nota-se na Figura 22 que entre o sinal desejado $p_d(t)$ e o sinal medido $p(t)$ existe um pequeno atraso, sendo que isso no ocorre na simulação mostrada na Figura 23. Estes sinais são para o caso de 2 Hz de frequência e com $b_w = 0$.

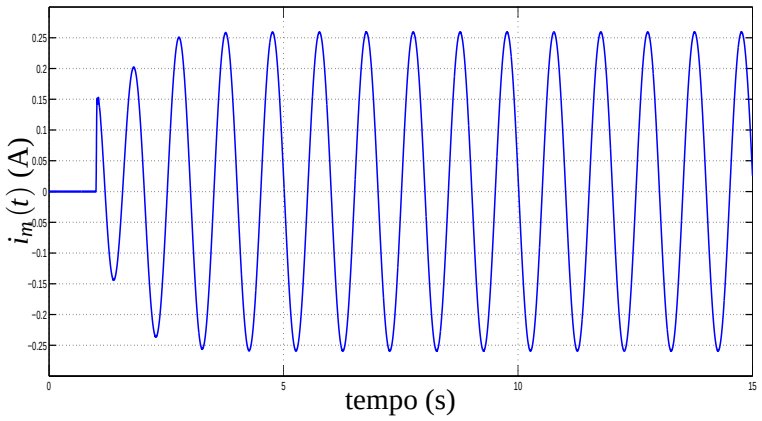
Na Figura 24 mostra-se o sinal de controle do *Shake table II* sem ocorrência de falha medidos na bancada para entrada de referência de 1 Hz. Na Figura 25 mostra-se o sinal de controle simulada com o modelo linear do servomotor.

Figura 24: Sinal de controle u_c medido na bancada do *Shake table II*.



Fonte: Elaboração do autor

Figura 25: Sinal de controle u_c simulado com o modelo linear do servomotor.

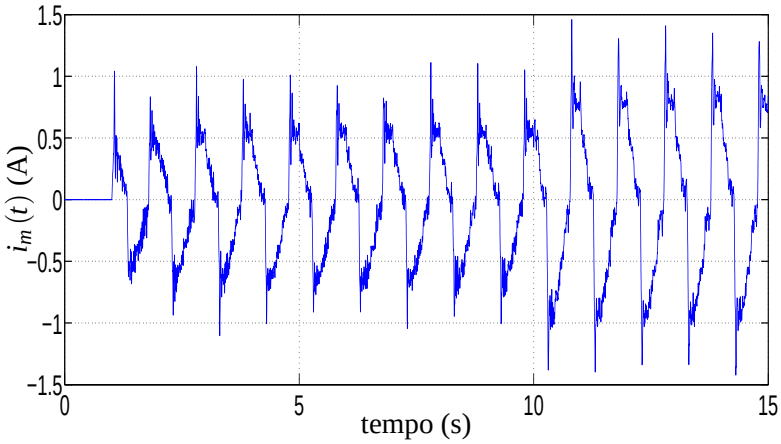


Fonte: Elaboração do autor

O sinal de controle medido é maior em amplitude que o simulados, nesse caso foram considerados sinais para $b_w = 0$, porque sendo que o sinal de controle depende da diferença da posição medida e a desejada, esta é nula para a simulação, Figura 23 e diferente de zero para o medido , Figura 22, além disso temos que incluir a componente da velocidade que também são diferentes. Notar também a não linearidade para o sinal de controle.

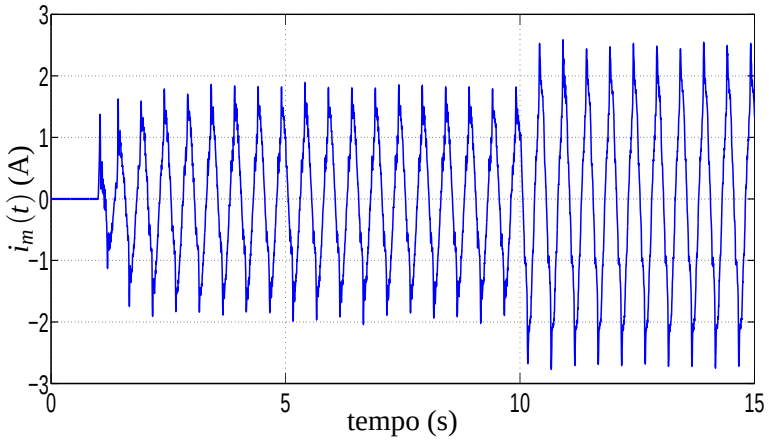
Na Figura 26 é mostrado o sinal de controle do *Shake table II* com falha (chave de fator 0,7, em tempo igual 10 s) medidos na bancada, para entrada de 1 Hz. O sinal de controle do *Shake table II* com falha (chave de fator 0,7, em tempo igual 10 s) medidos na bancada, para entrada de 2 Hz é mostrado na Figura 27.

Figura 26: Sinal de controle u_c, medido na bancada do *Shake table II*.



Fonte: Elaboração do autor

Figura 27: Sinal de controle u_c, medido na bancada do *Shake table II*.



Fonte: Elaboração do autor

A chave gera um aumento na tensão de controle com um fator de 1/0,7 mas mantendo o mesmo padrão de sinal, sinais para $b_w = 0$. O sinal de controle é maior para entrada de referência em 2 Hz que para 1 Hz porque a exigência ao motor também é maior em 2 Hz que em 1 Hz.

5.3 Implementação prática de falha no motor traseiro no helicóptero de bancada

Para o modelo da equação (64), projeta-se o filtro $\mathscr{H}_\infty$ com (30)-(38), $\mu = 7$, $M(s) = \frac{20}{s+2}$ (sinal de falha em frequências baixas) e $\alpha_u = 40, \alpha_w = 1, \alpha_f = 200$, os seguintes resultados foram obtidos:

$$A_F = \left[\begin{array}{ccccc} -3,0168 & -1,2249 & -1,7415 & -3,2270 & -11,3190 \\ 7,0397 & 4,9679 & -9,8406 & 3,4445 & 16,5620 \\ -3,5877 & -3,4171 & 5,1944 & -2,4335 & -7,3721 \\ 4,0157 & 3,4811 & -4,8631 & 1,7748 & 9,6162 \\ 13,6021 & 11,1103 & -19,4656 & 6,7418 & 30,8852 \\ 0,5700 & 0,5002 & -0,9805 & -0,0568 & 1,2434 \\ -0,0006 & 0,0007 & 0,0003 & 0,0010 & 0,0046 \\ -0,0044 & -0,0045 & 0,0068 & -0,0031 & -0,0158 \\ -0,0316 & -0,0360 & 0,0510 & -0,0255 & -0,1323 \\ -0,3232 & -0,3743 & 0,5250 & -0,2671 & -1,3834 \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{ccccc} -6,4877 & 0,1527 & 0,0422 & -13,6182 & -687,1117 \\ 4,6931 & -0,1928 & 0,6667 & 70,7697 & 3487,9 \\ -2,1952 & 0,1106 & -0,3780 & -38,1833 & -1872,4 \\ 3,3044 & -0,1493 & 0,3850 & 39,6396 & 1949,7 \\ 8,4291 & -0,1926 & 1,2015 & 131,6308 & 6508,0 \\ 0,1053 & 0,0036 & 0,0540 & 5,5093 & 273,7792 \\ 0,0006 & 0,0694 & 0,2997 & -4,7018 & 0,7280 \\ -0,0036 & 0,2377 & -0,2702 & -1,7081 & -2,2768 \\ -0,0283 & 1,3299 & -0,1907 & -3,7945 & -18,3565 \\ -0,2930 & -0,0157 & -0,0256 & -3,8366 & -193,6609 \end{array}\right], \quad (100)$$

$$B_F = \left[\begin{array}{ccc} 199,9914 & 0,4306 & -17246 \\ -1899,8 & -0,1488 & -9710,5 \\ 1035,6 & 0,3588 & 4730,9 \\ -1052,3 & -0,2656 & -2353,3 \\ -3535,9 & 0,1553 & -2125,2 \\ -152,0116 & 0,1172 & -378,3287 \\ -0,0694 & -8,8146 & 2,0737 \\ 1,2125 & -0,9910 & 1,0998 \\ 8,9678 & 6,2110 & 7,6241 \\ 92,6628 & -0,1176 & 70,6650 \end{array}\right], \quad (101)$$

$$L_F = \begin{bmatrix} -0,0731 & -0,0821 & 0,1276 & -0,0620 & -0,2583 \\ & & -0,0552 & 0,0018 & -0,0080 & -0,9673 & -47,7501 \end{bmatrix}, \quad (102)$$

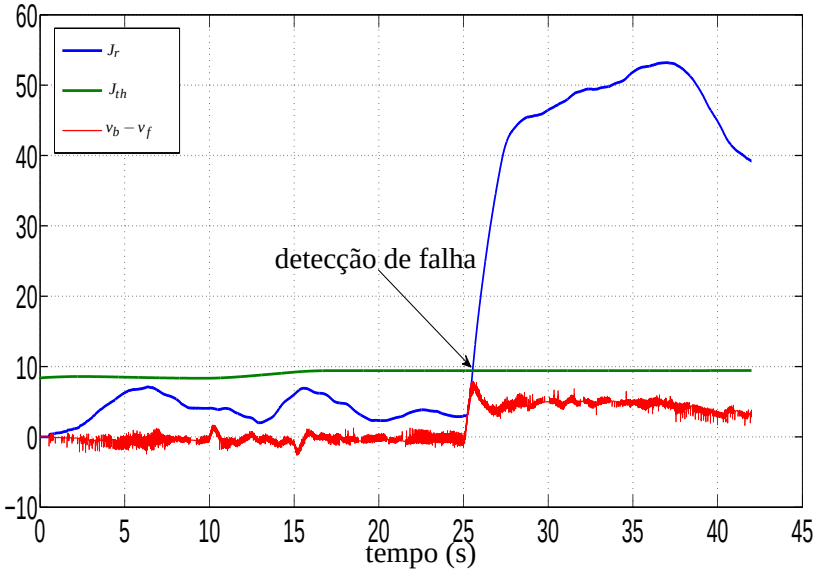
$$H_F = \begin{bmatrix} 26,6214 & 0,0006 & 0,0299 \end{bmatrix}, \quad (103)$$

$$\lambda_u = 0,5114, \quad \lambda_f = 0,4872, \quad \lambda_w = 5,9590. \quad (104)$$

Agora o J_r (39) e J_{th} (45) são calculados ON-LINE, mas w_{rm} é um valor calculado previamente para máxima perturbação possível, $w(t)$, e escolhemos, $w_{rm} = 1,4$ (é um valor acima do $||w(t)||_{RMS,T}$). O sistema está pronto para a detecção de falha externa de motor traseiro, porém, não será gerada uma falha externa, a falha será gerada no *Simulink*, através da inserção de uma chave temporizada conectada a um amplificador com ganho de $0,7$ e diretamente ligado na tensão de atuação do motor traseiro, provocando o fator de $1/0,7$ de aumento da tensão v_b. A ideia é comparar com o segundo modelo (70), onde esse valor de aumento de tensão v_b é considerado como incerteza do modelo.

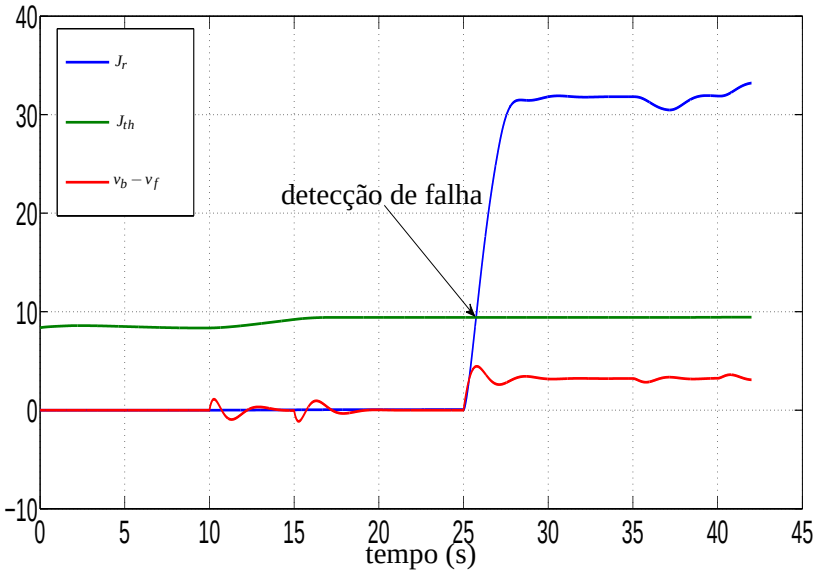
A seguir, mostra-se os índices J_r e J_{th} (para o cálculo dos índices ver apêndice A) do helicóptero com falha no motor traseiro (simulação de perda de potência com chave de fator 0,7, em tempo igual a 25 s), no helicóptero de bancada, Figura 28, e no modelo linear, Figura 29.

Figura 28: Falha do motor traseiro em tempo 25 s, helicóptero de bancada.



Fonte: Elaboração do autor

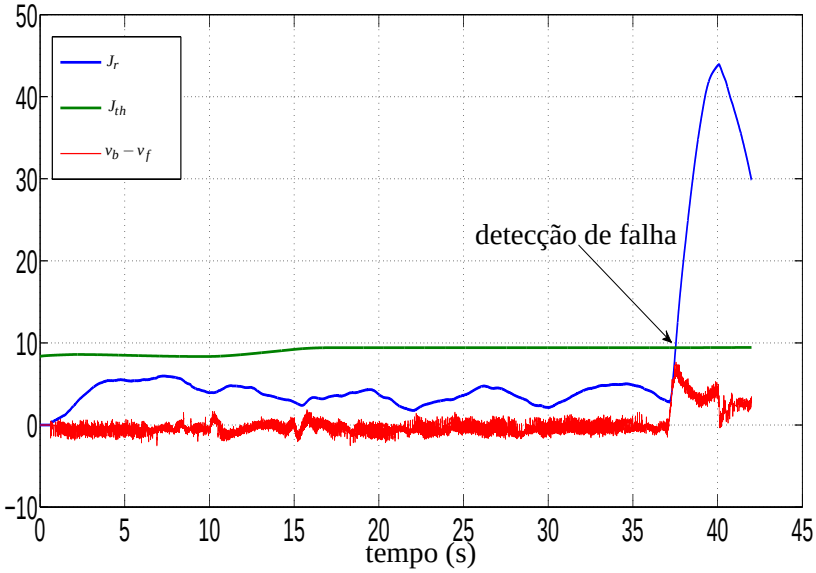
Figura 29: Falha do motor traseiro em tempo 25 s, simulação com o modelo linear do helicóptero.



Fonte: Elaboração do autor

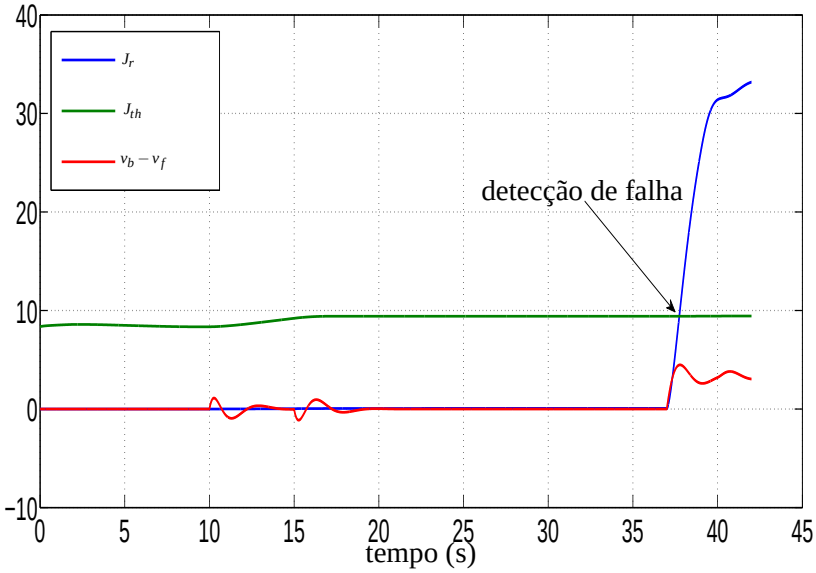
A seguir, mostra-se os índices J_r e J_{th} do helicóptero com falha no motor traseiro (simulação de perda de potência com chave de fator 0,7, em tempo igual a 37 s), no helicóptero de bancada com a máxima perturbação possível gerada pela massa ativa $w(t)$, Figura 30, e no modelo linear, Figura 31.

Figura 30: Falha do motor traseiro em tempo 37 s, helicóptero de bancada.



Fonte: Elaboração do autor

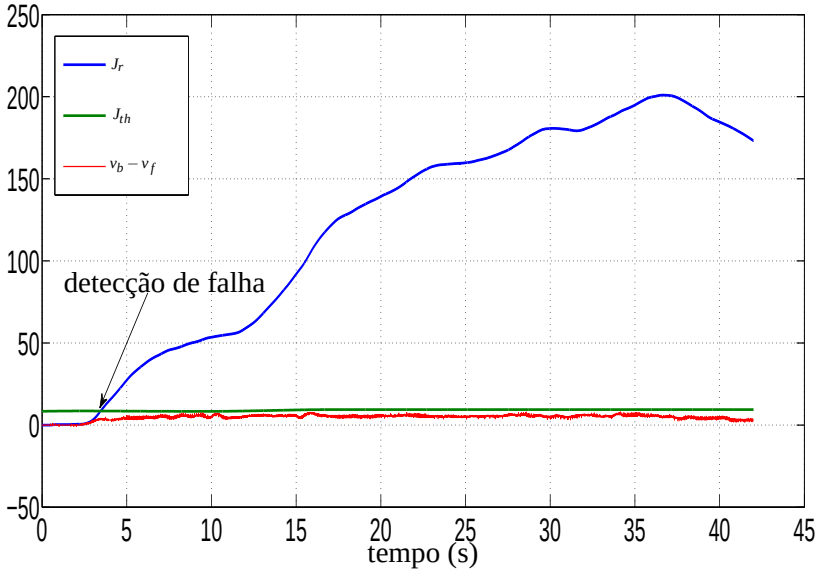
Figura 31: Falha do motor traseiro em tempo 37 s, simulação com o modelo linear do helicóptero.



Fonte: Elaboração do autor

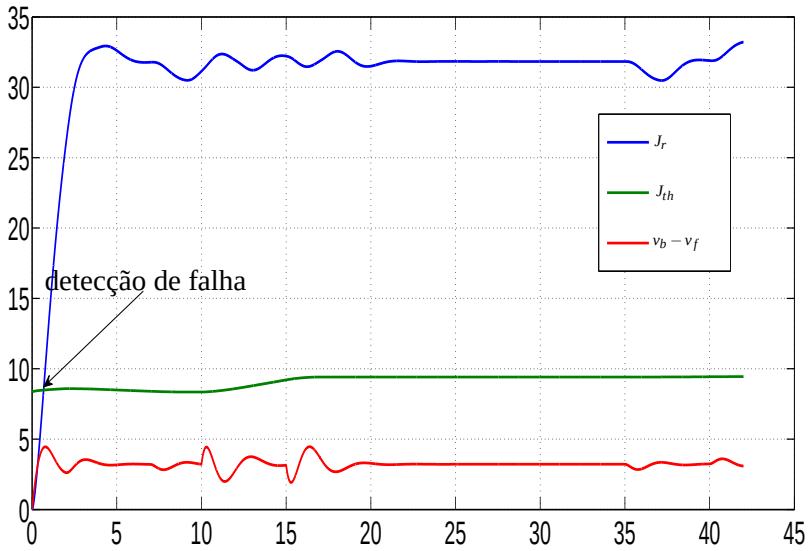
A seguir, mostra-se os índices J_r e J_{th} do helicóptero com falha no motor traseiro (simulação de perda de potência com chave de fator 0,7, em tempo igual 0 seg), no helicóptero de bancada com a máxima perturbação possível gerada pela massa ativa $w(t)$, Figura 32, e no modelo linear, Figura 33.

Figura 32: Falha do motor traseiro em tempo 0 s, helicóptero de bancada.



Fonte: Elaboração do autor

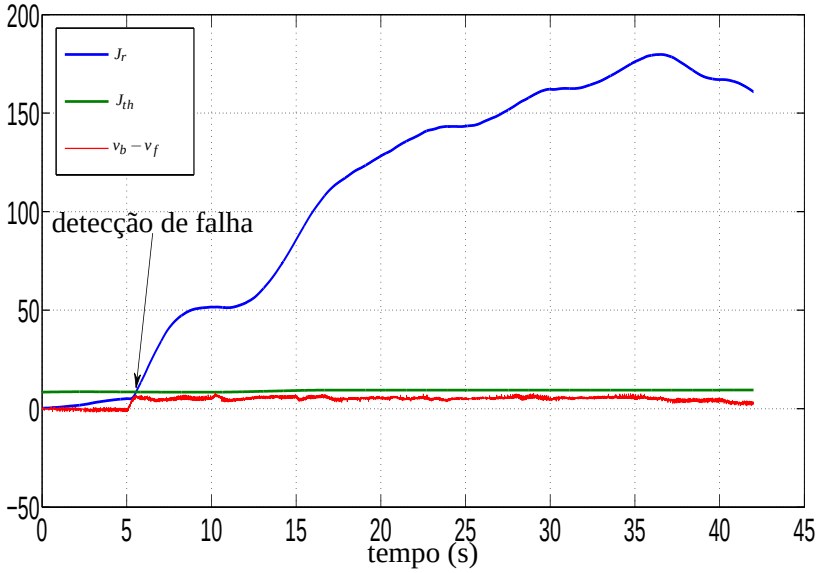
Figura 33: Falha do motor traseiro em tempo 0 s, simulação com o modelo linear do helicóptero.



Fonte: Elaboração do autor

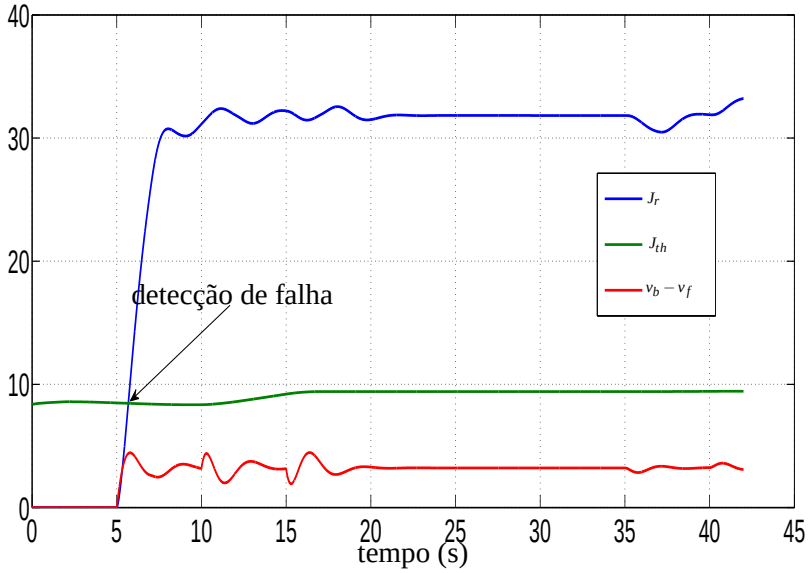
A seguir, mostra-se os índices J_r e J_{th} do helicóptero com falha no motor traseiro (simulação de perda de potência com chave de fator 0,7, em tempo igual a 5 s, no helicóptero de bancada com a máxima perturbação possível gerada pela massa ativa $w(t)$, Figura 34, e no modelo linear, Figura (35.

Figura 34: Falha do motor traseiro em tempo 5 s, helicóptero de bancada.



Fonte: Elaboração do autor

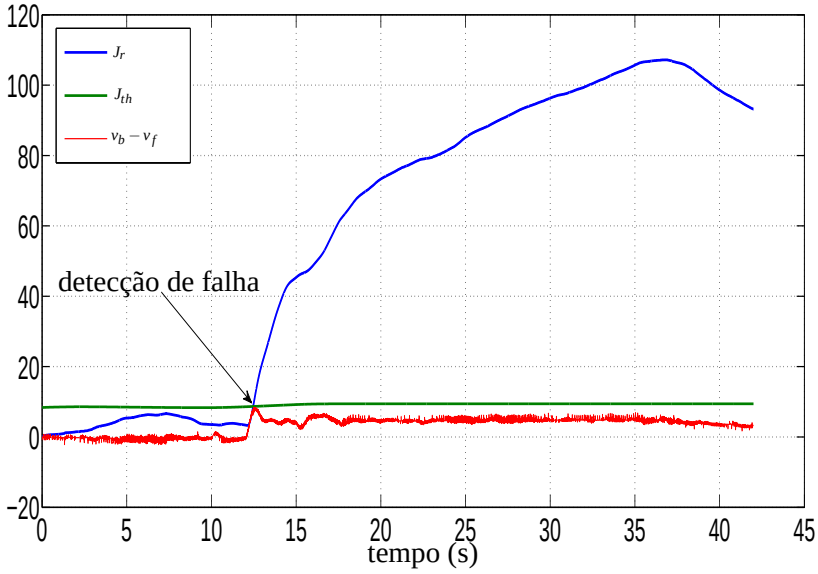
Figura 35: Falha do motor traseiro em tempo 5 s, simulação com o modelo linear do helicóptero.



Fonte: Elaboração do autor

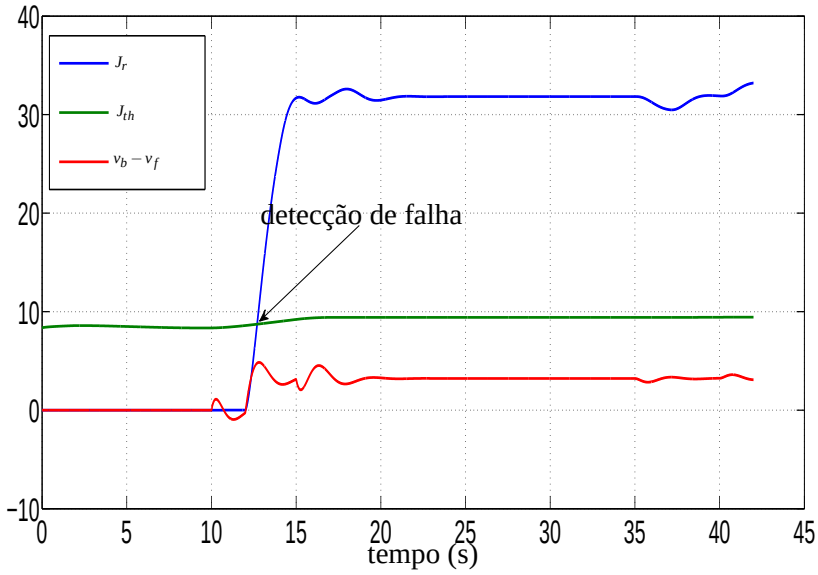
A seguir, mostra-se os índices J_r e J_{th} do helicóptero com falha no motor traseiro (simulação de perda de potência com chave de fator 0,7, em tempo igual a 12 s), no helicóptero de bancada, Figura 36, e no modelo linear, Figura 37.

Figura 36: Falha do motor traseiro em tempo 12 s, helicóptero de bancada.



Fonte: Elaboração do autor

Figura 37: Falha do motor traseiro em tempo 12 s, simulação com o modelo linear do helicóptero.



Fonte: Elaboração do autor

A detecção de falhas é sinalizada quando o J_r ultrapassa o J_{th}. Observe que a falha do motor traseiro foi detectada para o instante 0 seg (o helicóptero começa o voo com falha), Figura 32, tempo 5 s (falha na decolagem), Figura 34, tempo 12 s (falha na viagem), Figura 36, 25 s (falha na espera a aterrissagem), Figura 28, e 37 s (falha na aterrisagem), Figura 30. Todas as falhas foram detectadas em aproximadamente 1 s, menos quando o helicóptero começa o voo com falha, que é detectada em aproximadamente 3,6 s.

5.4 Implementação prática de falha do sensor de viagem no helicóptero de bancada

Para o segundo modelo (70), projeta-se o filtro $\mathscr{H}_\infty$ com (30)-(38), $\mu = 7$, $W(s) = \begin{bmatrix} \frac{2}{s+2} & 0 \\ 0 & \frac{2}{s+2} \end{bmatrix}$ e $\alpha_u = \alpha_w = \alpha_f = 1$, os seguintes resultados foram obtidos:

$$A_F = \left[\begin{array}{cccccc}
0,7227 & 0,7635 & 5,4486 & -1,0278 & -11,0263 & -4,1552 \\
0,2515 & -1,5678 & 0,4211 & 1,6951 & -0,1749 & -17,8960 \\
-0,5052 & 0,3724 & -0,9130 & -0,3070 & 0,4940 & 7,9339 \\
0,5298 & 0,8232 & 2,2597 & 2,4342 & -0,8149 & -0,4315 \\
0,1606 & 0,2375 & 0,7986 & 0,0508 & -1,0850 & -0,0606 \\
-0,7354 & -0,4434 & -1,1610 & -1,9009 & -0,0401 & 0,2948 \\
-0,4901 & 0,8021 & 1,8000 & 0,2512 & -0,0528 & 9,4729 \\
-0,1581 & 0,0960 & 0,2269 & -0,3683 & -0,2213 & 2,2822 \\
0,0075 & -0,9562 & -2,0413 & 0,1516 & 1,1212 & -8,5481 \\
-1,2206 & -2,1782 & -5,3668 & -3,3457 & 2,2891 & -3,2852 \\
-1,3145 & -1,1429 & -3,4152 & -3,9356 & 0,8842 & 4,9457 \\
0,4373 & -0,5726 & -0,8625 & 1,6424 & 0,9777 & -9,6944
\end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{cccccc}
21,7070 & 28,9096 & -24,8571 & 908,7167 & 53,3418 & 59,7328 \\
14,2726 & -2,3135 & -46,8857 & -111,0808 & 53,0747 & -148,7671 \\
-13,1376 & -2,4684 & 26,0354 & -20,2465 & -41,5327 & 77,1633 \\
-0,5576 & 12,1806 & -18,9097 & 376,9338 & 61,5421 & -27,5901 \\
0,6042 & 3,2588 & -2,3441 & 110,9444 & 8,3878 & 5,5747 \\
-6,8144 & -11,9606 & 17,6857 & -300,0323 & -57,2814 & 27,3413 \\
-20,9097 & -0,1358 & 24,1003 & 137,0475 & -38,2837 & 98,4837 \\
-5,0422 & -0,7419 & 6,9716 & 18,5486 & -16,2198 & 29,2950 \\
14,9501 & -6,4906 & -16,7936 & -309,9509 & 17,3628 & -93,9413 \\
5,2208 & -26,4979 & 18,3464 & -834,5038 & -85,5848 & -29,0707 \\
-11,1314 & -21,0712 & 36,1050 & -562,8358 & -111,3996 & 75,4749 \\
18,4189 & 0,6165 & -28,5960 & -112,8342 & 52,7754 & -122,8306
\end{array}\right], \quad (105)$$

$$B_F = \begin{bmatrix} -0,1566 & -1,3202 & -1,0993 & -0,2706 \\ 0,9374 & -0,6271 & 0,1817 & 0,1409 \\ -0,4559 & 0,6279 & -0,1984 & 0,6366 \\ -0,4169 & -0,5238 & -0,2835 & 0,0647 \\ -0,1266 & -0,1142 & -0,0063 & -0,1053 \\ 0,1581 & 0,6573 & -0,0080 & -0,1535 \\ -0,7661 & 0,6571 & 0,2206 & -0,0683 \\ -0,1666 & 0,2008 & 0,0161 & 0,0246 \\ 0,8255 & -0,3269 & 0,0007 & -0,0360 \\ 1,0559 & 0,7319 & 0,0004 & -0,0076 \\ 0,2633 & 1,1530 & -0,0014 & -0,0292 \\ 0,7117 & -0,7074 & 0,0156 & -0,0090 \end{bmatrix}, \tag{106}$$

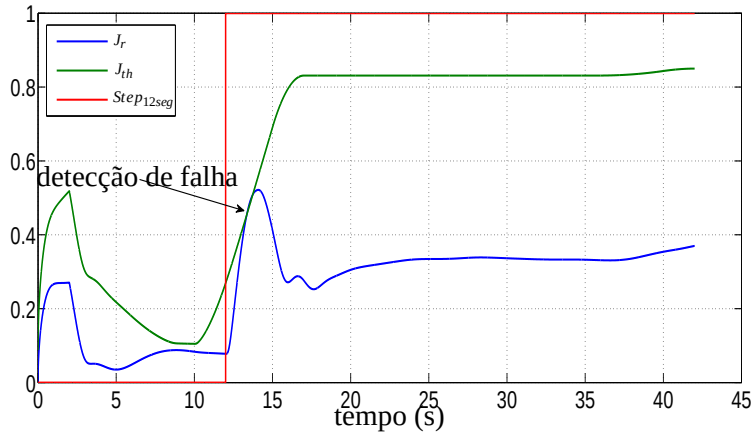
$$L_F = \begin{bmatrix} 0,3894 & -0,4321 & 0,1437 & 0,1898 & 0,6461 & -0,8829 & 2,2360 & 1,2872 & -8,6690 & 0,7592 & 3,2860 & 11,5495 \\ 0,1422 & 0,4346 & -0,5190 & 0,8834 & 0,3428 & -3,3435 & 1,9539 & -0,6019 & 5,8275 & 0,9646 & 0,1217 & -5,3010 \end{bmatrix}, \tag{107}$$

$$H_F = \begin{bmatrix} 2,0285 & -0,0964 & 0,0010 & 0,1042 \\ 0,1064 & 1,8937 & -0,0411 & 0,0737 \end{bmatrix}. \tag{108}$$

$$\lambda_u = 0,3493, \quad \lambda_f = 0,3269, \quad \lambda_w = 0,2944. \tag{109}$$

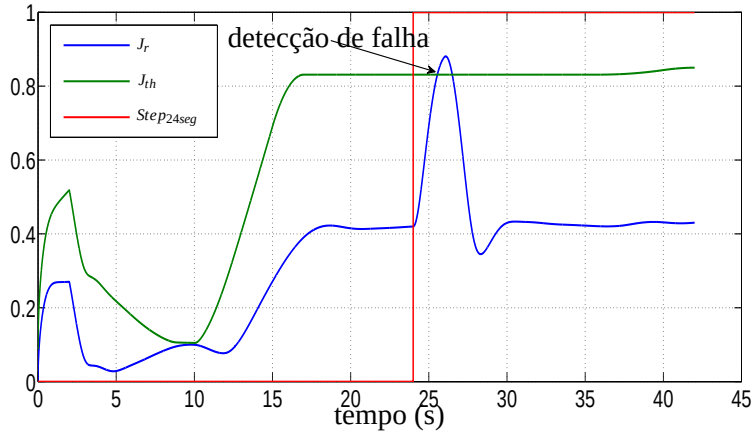
Neste modelo para detecção de falha de sensor de viagem foi considerado (w_{rm}=0,3). A seguir, mostra-se os índices J_r e J_{th} do helicóptero quando começa o voo sem carga no motor traseiro, vértice 1 (A_{n1},B_{u1}) do politopo, com falha de sensor de viagem (simulação de descalibração abrupta com a subtração de 1 radiano em tempo 12 s de voo), no helicóptero de bancada, Figura 38 e a mesma falha em tempo 24 s quando o helicóptero começa o voo com carga máxima, vértice 2 (A_{n2},B_{u2}) do politopo, Figura 39.

Figura 38: Falha do sensor de viagem em tempo 12 s, helicóptero de bancada.



Fonte: Elaboração do autor

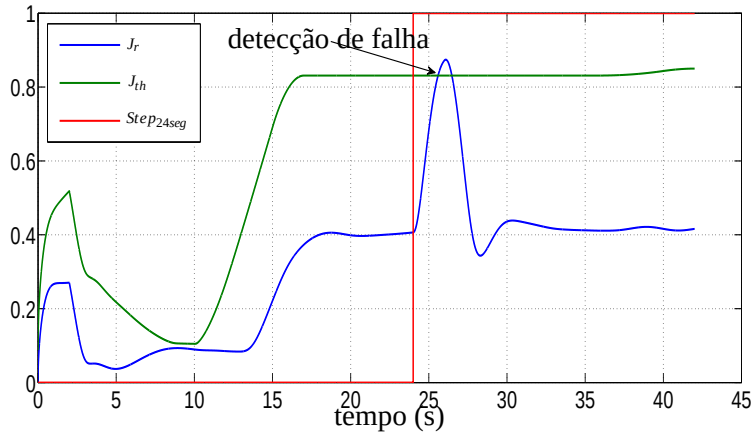
Figura 39: Falha do sensor de viagem em tempo 24 s, helicóptero de bancada.



Fonte: Elaboração do autor

A seguir, mostra-se os índices J_r e J_{th} do helicóptero quando começa o voo sem carga no motor traseiro, vértice 1 (A_{n1},B_{u1}) do politopo, com falha de sensor de viagem (simulação de descalibração súbita com a subtração de 1 radiano em tempo 24 s de voo), no helicóptero de bancada, além da falha abrupta do sensor de viagem, foi mudado do vértice 1 do politopo para o vértice 2 do politopo em tempo 12 s, Figura 40, isso quer dizer o equivalente à falha do motor traseiro em tempo 12 s do modelo (64), é interessante perceber também que na Figura 39 é o equivalente a começar o voo com falha (falha em tempo 0 s) do modelo (64) (para detecção de falha no motor traseiro).

Figura 40: Falha do sensor de viagem em tempo 24 s, helicóptero de bancada.



Fonte: Elaboração do autor

5.5 Implementação prática de falha do atuador no *shake table II*

Para o modelo da equação (93), calcula-se o filtro $\mathscr{H}_\infty$ com (30)-(38), $\mu = 7$, $M(s) = \frac{2}{s+2}$ e $\alpha_u = 1, \alpha_w = 1, \alpha_f = 1$, os seguintes resultados foram obtidos:

$$A_F = \begin{bmatrix} 587 & 6,2 & -280,5 & 225,0 \\ 4732,2 & -1538,7 & -2237,1 & 1630,9 \\ 3233,0 & -56,2 & -1535 & 1221,3 \\ -1393,6 & -42,2 & 663,3 & -537,0 \end{bmatrix}, \tag{110}$$

$$B_F = \begin{bmatrix} 11,2926 & 50,8288 & 0,8040 \\ 219,1099 & 497,9312 & 7,8995 \\ 69,1348 & 283,4008 & 4,5192 \\ -24,4820 & -118,7369 & -1,8354 \end{bmatrix}, \tag{111}$$

$$L_F = \begin{bmatrix} 20,9882 & 1,8280 & -3,8779 & -6,5630 \end{bmatrix}, \tag{112}$$

$$H_F = \begin{bmatrix} 0,7169 & 0,0139 & 0,0945 \end{bmatrix}, \tag{113}$$

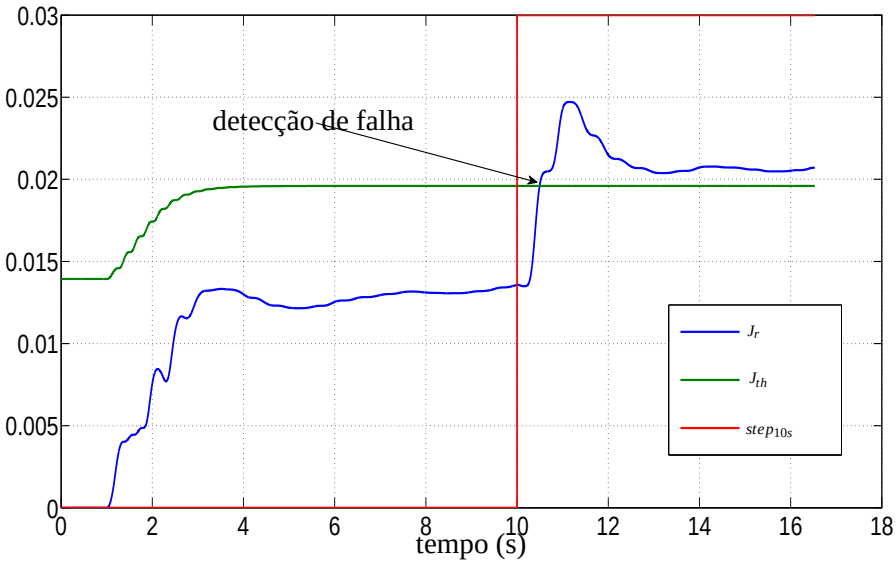
$$\lambda_u = 0,4008, \quad \lambda_f = 0,9337, \quad \lambda_w = 0,4008. \tag{114}$$

O J_r (39) e J_{th} (45) são calculados ON-LINE, mas w_{rm} é um valor calculado previamente para máxima perturbação possível, $w(t)$, neste caso representa o ruído dos sensores, não é

gerado como no helicóptero, e escolhemos, $w_{rm} = 0,035$. A falha será gerada no simulink, através da inserção de uma chave temporizada conectada a um amplificador com ganho de $0,7$ ou $0,5$ diretamente ligada ao sinal do atuador, provocando o fator de $1/0,7$ ou $1/0,5$ de aumento da corrente $i_m(t)$.

Na Figura 41 mostra-se os índices J_r e J_{th} do *Shake table II* com falha (chave de fator 0,7) em tempo igual a 10 s, entrada em 2Hz e $b_w = 0$.

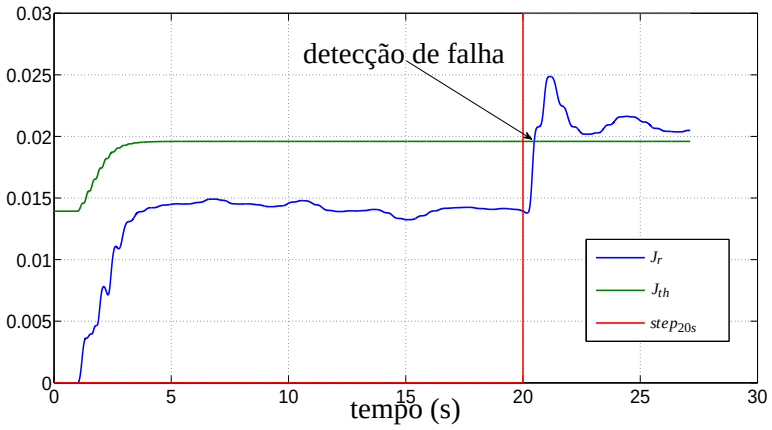
Figura 41: Falha em tempo 10 s, *Shake table II*.



Fonte: Elaboração do autor

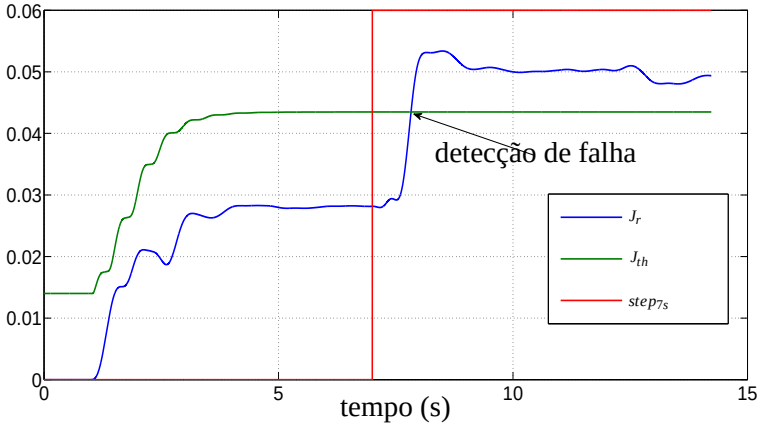
A seguir, mostra-se os índices J_r e J_{th} do *Shake table II* com falha (chave de fator 0,7) em tempo igual a 20 s, entrada em 2Hz e $b_w = 0$, Figura (42) e também com falha (chave de fator 0,5) em tempo igual a 7 s, entrada em 1Hz e $b_w = 1$, Figura 43.

Figura 42: Falha em tempo 20 s, *Shake table II*.



Fonte: Elaboração do autor

Figura 43: Falha em tempo 7 s, *Shake table II*.

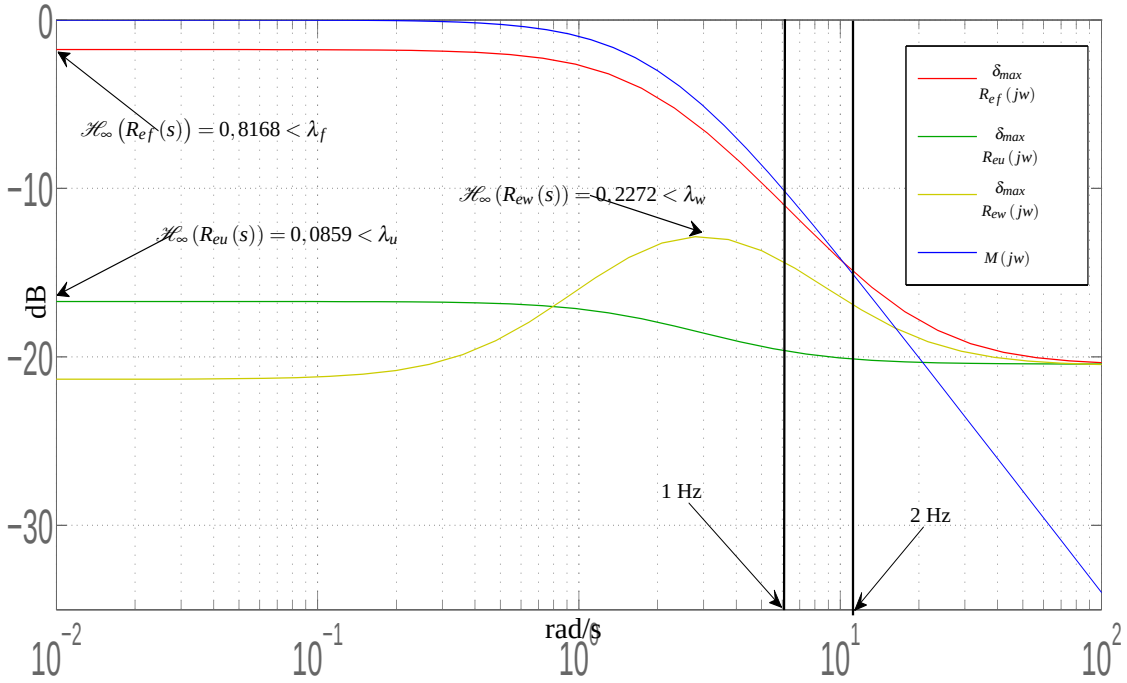


Fonte: Elaboração do autor

5.6 Análise na frequência do *Shake table II* e comentários das aplicações

Considerando o sistema completo, incluindo o filtro, como mostrado na Figura 2, e sendo a saída o sinal $r_e(t)$ apresenta-se os gráficos dos máximos valores singulares das funções $R_{ew}(s)$, $R_{eu}(s)$, $R_{ef}(s)$ (29) para o *Shake table II* na Figura 44:

Figura 44: Diagramas dos máximos valores singulares do Shake table II.

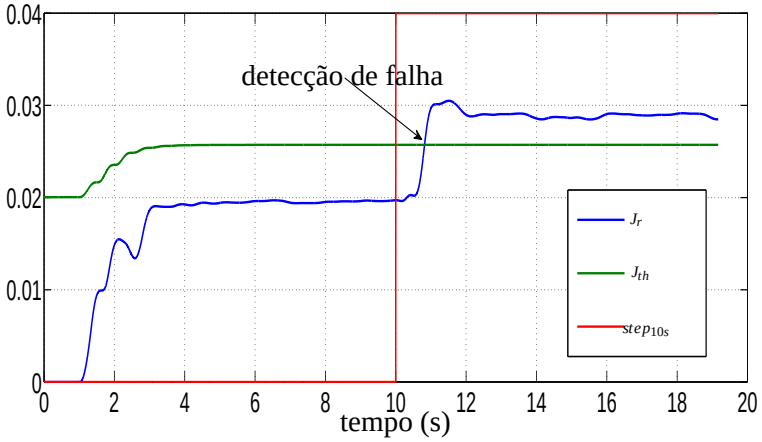


Fonte: Elaboração do autor

Para a análise da Figura 44, primeiramente deve-se ter em consideração que em muitos sistemas o sinal de referência e o sinal de falha estão sintonizados (a energia dos sinais estão concentradas na mesma frequência fundamental) (CASAVOLA; FAMULARO; FRANZÈ, 2005). Isto é fácil de entender para um sistema linear, onde a entrada do sistema, a saída e demais sinais tem o mesmo padrão, ou seja para uma entrada senoidal a saída também seria uma senoide. No entanto no caso de sistemas reais por causa das não linearidades, ruído, etc, estes sinais não são puros como se mostra nas Figuras 24 e 25, onde o sinal medido têm presença de outras frequência mas em menor quantia. Sendo o sinal de falha uma mudança linear do sinal de controle é de esperar que este esteja sintonizado com o sinal de entrada ao sistema. Isto é importante para fazer uma análise da Figura 44 de uma maneira mais simples somente levando em consideração as frequências de 1 Hz e 2 Hz.

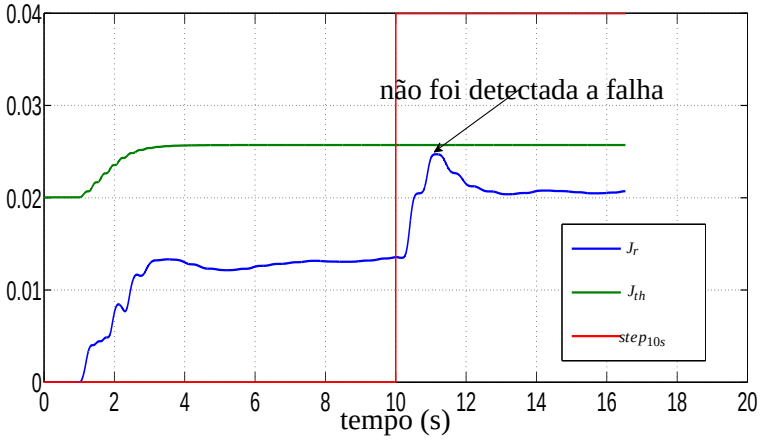
Para esta análise considera-se o problema: falha de tipo chave de 0,7 conetada ao sinal de controle em 10 s, com $b_w = 0$, com um sinal de referência na mesma amplitude 2 cm com apenas diferença na frequência, em um caso 1 Hz e no outro 2 Hz. Neste caso diferentemente da Seção 5.5 o J_{th} (threshold) será maior pois considera-se $w_{rm} = 0,05$. Então ao colocar o filtro de detecção de falhas calculado na Secção 5.5 obtemos a Figura 45 para a entrada seno em 1 Hz e a Figura 46 para 2Hz.

Figura 45: Falha em tempo 10 s, 1 Hz *Shake table II*.



Fonte: Elaboração do autor

Figura 46: Falha em tempo 10 s, 2 Hz *Shake table II*.



Fonte: Elaboração do autor

Mais adiante será discutido o motivo de no ser detectado a falha Figura 46. A Figura 44 apresenta curvas (máximo valor singular das funções de transferência), as quais mostram informações da magnitude do sinal em relação a frequência, isto é que enquanto a curva tenha maiores magnitudes, o sinal passa com maior facilidade, isto pode ser interpretado como um ganho variável com a frequência (em regime permanente), então na Figura 44 percebemos que o ganho na frequência 1Hz e 2Hz é maior para o sinal de falha $f(t)$ (curva vermelho) que para o sinal de entrada de referência $u(t)$ (curva verde) e o sinal de ruido $w(t)$ (curva amarela), isto é desejável porque a ideia é que o resíduo $r_e(t)$ seja sensível ao sinal de falha e insensível (rejeite) ao sinal de entrada e ruído.

Observação 4. *Para uma análise simples da relação dos gráficos de detecção de falhas no tempo e o diagrama de valores singulares considera-se que o sinal de entrada de referência* $u(t)$

e o sinal de falha $f(t)$ estão sintonizados na mesma frequência e ainda o ruído $w(t)$ é pequeno em comparação com $u(t)$ e $f(t)$. O resíduo $R_e(s) = R_{eu}(s)U(s) + R_{ef}(s)F(s) + R_{ew}(s)W(s)$ com o qual calcula-se o J_r, nestas funções $R_e(s)$ nem sempre um aumento da magnitude de $\delta_{max}\left(R_{ef}(Jw)\right)$ implica em um aumento na magnitude do sinal $r_e(t)$, por exemplo para o caso de sinais tipo seno, estas funções são completamente aditivas se apresentarem a mesma fase e são ao contrário subtrativas se tem fases defasadas em $180°$. Por isso para garantir que um aumento da magnitude de $\delta_{max}\left(R_{ef}(Jw)\right)$ implica um aumento no J_r, as funções $R_{eu}(s)U(s)$ e $R_{ef}(s)F(s)$ não deveriam estar muito desfasadas. Levantou-se o diagrama de fase e verificou-se que a desfasagem das funções $R_{eu}(s)U(s)$ e $R_{ef}(s)F(s)$ para 1Hz e 2Hz são pequenas e parecidas. Então conclui-se que uma maior magnitude das funções de transferência do sistema (planta+filtro), Figura 44, implica que o J_r seja mais alto. O ruído que tem frequência desconhecida é considerado pequeno para a análise.

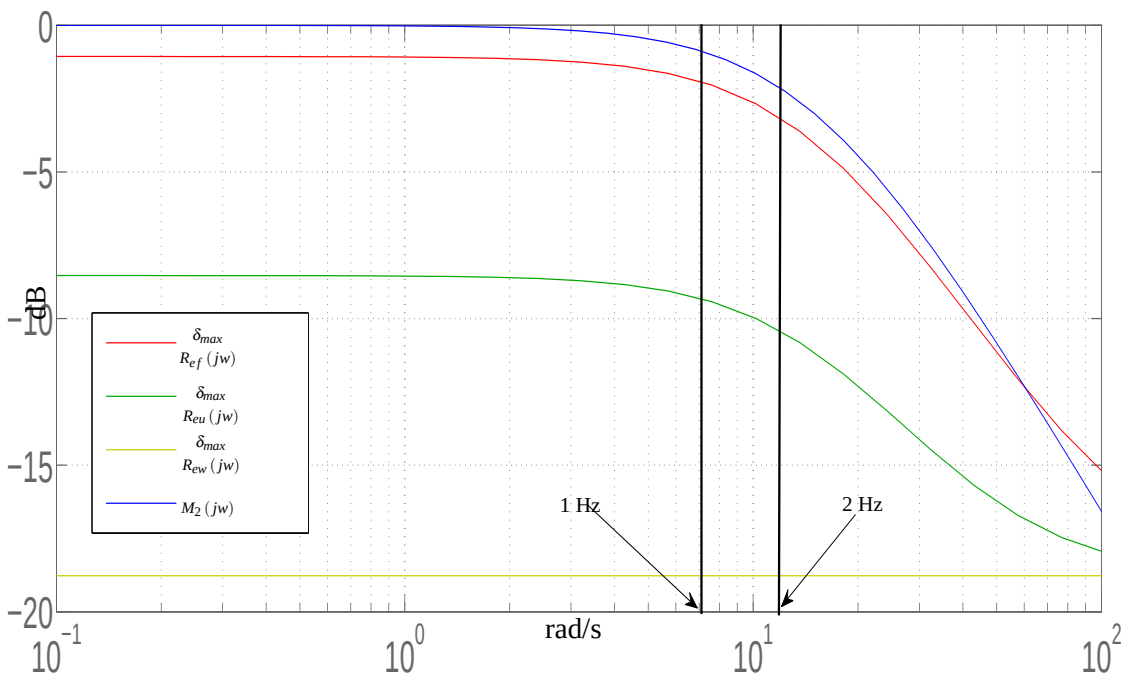
Na Figura 44 nota-se que o ganho do sistema (planta+filtro) para o sinal de falha $f(t)$ é maior em 1Hz que para 2 Hz, isto é o filtro é mais sensível ao sinal de falha em 1 Hz do que 2Hz, como mostrado nas Figuras 45 e 46, no qual para 1 Hz foi detectada a falha e para 2 Hz não foi detectada a falha. A sensibilidade da falha não só depende do ganho do sistema (planta + filtro) para o sinal de falha, mas também da magnitude do sinal de falha. Por exemplo se o ganho é alto mas o sinal de falha é pequeno em magnitude ao multiplicar-se pode ainda ficar pequeno para ultrapassar o *threshold* proposto no problema. Tem-se que comentar que como o sinal de falha $f(t)$ depende da chave conetada ao sinal de controle e este é maior para 2 Hz que para 1 Hz como mostrou-se nas Figuras 26 e 27. É de esperar-se um sinal de falha maior para a entrada em 2 Hz que para um 1 Hz, mas ainda assim o ganho do sistema compensa e supera isto fazendo que o sistema seja mais sensível para falhas em 1 Hz que em 2Hz.

Nas Figuras 45 e 46 nota-se que a diferença aproximada do fator J_r sem falha em relação ao J_r com falha é de 0,06 para 2 Hz e de 0,08 para 1Hz, mostrando como é mais sensível o J_r ao sinal de falha em 1 Hz que em 2 Hz. Mas também nota-se que o J_r quando o sistema não tem falha tem maior magnitude para a entrada em 1 Hz que para a entrada em 2Hz. Quando o sistema não tem falha o sinal de falha é zero ($f(t) = 0$). O J_r é uma média adaptativa do resíduo $r_e(t)$ que em ausência de falha depende exclusivamente do sinal de entrada de referência $u(t)$ e do sinal de ruído $w(t)$ (considera-se ruído pequeno). Na Figura 44 nota-se que para 1 Hz o ganho do sistema (planta+filtro) para a entrada de referência $u(t)$ é maior que para 2 Hz, é por isso que o J_r é maior em 1 Hz que em 2Hz.

Da equação (29) conclui-se que ao minimizar $||M(s) - R_{ef}(s)||_\infty$ fazemos que $R_{ef}(s) \to M(s)$. No projeto do filtro para detecção de falhas do *Shake table II* foi usado $M(s) = \frac{2}{s+2}$, esta função decresce rapidamente a partir de 2 rad/s como é mostrado na Figura 44. Então é de esperar-se que ao utilizar este $M(s)$, o $R_{ef}(s)$ diminui a partir de 2 rad/s de frequência, mas as avaliações para a detecção de falhas foram feitas para sinais de falhas sintonizadas

em $1Hz \rightarrow 2\pi$ rad/s e $2Hz \rightarrow 2(2\pi)$ rad/s, é por isso que é importante saber o intervalo de frequência onde deseja-se detectar as falhas para colocar um $M(s)$ adequado. O $M(s)$ define a faixa de frequência onde desejamos a maior sensibilidade para o passo do sinal de falha $f(t)$, $(2(2\pi) \cong 12.5664)$. Calcula-se o filtro mudando $M(s) = \frac{2}{s+2}$ (falhas até 2 radianos de frequência) para $M_2(s) = \frac{15}{s+15}$ (falhas até 15 radianos de frequência) e representa-se graficamente os máximos valores singulares, como feito na Figura 44, com o novo filtro mostrado na Figura 47.

Figura 47: Diagramas dos máximos valores singulares com novo filtro para o *Shake table II*.



Fonte: Elaboração do autor

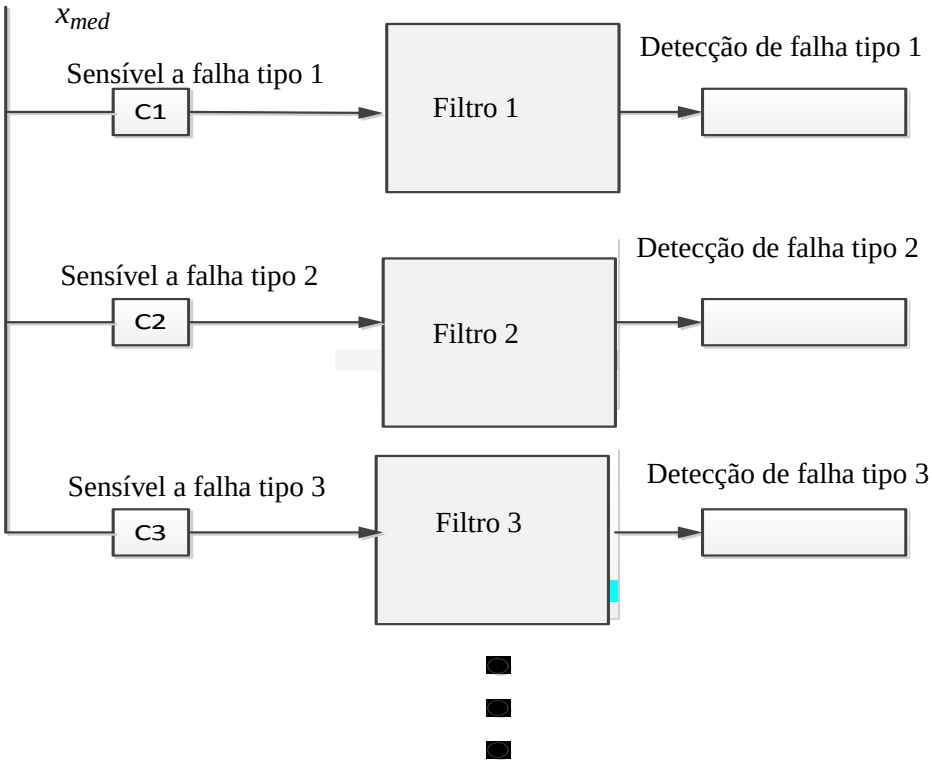
Como observa-se na Figura 47 o $R_{ef}(s)$ não decai tão abruptamente para frequências superiores a 2 rad/s como na Figura 44, isto é devido ao novo $M_2(s)$. Também percebe-se que os ganhos do sinal de falha $f(t)$ é maior para o novo projeto com $M_2(s)$ que quando usa-se $M(s)$ nas frequências analizadas. Também percebe-se que o $R_{eu}(s)$ obtido com $M_2(s)$ é maior para as frequências de análise. Todo esta análise não foi feita com a ideia de projetar novos filtros, mas sim com a ideia de mostrar algumas relações dos sinais envolvidos. Devido ao mal condicionamento do novo filtro $\mathscr{H}_\infty$ não foi realizado a implementação pratica.

Observação 5. *Quando o filtro possui autovalores muito grandes em magnitude, pode ser que estes gerem números muitos grandes para ser tratados pelo sistema computacional utilizado, nesse caso deve colocar-se restrições nos autovalores dos filtros gerando sub-ótimos e assim conseguir a implementação prática.*

Na aplicação do helicóptero de bancada 3-DOF, na detecção de falha do sensor de viagem, Figura 38-40, parece que a falha desaparece em pouco tempo, porém a falha permanece. Isto é porque a ação do controlador corrige o sistema levando-o para a posição de referência, com isso o sinal de *travel* com falha é compensado. Ao ser compensado, o sinal de falha e o J_r volta a valores típicos de sistema sem falha ($f(t) \to 0$), porém o cruzamento anterior de J_r por J_{th} foi armazenado no sistema de sinalização de falhas e isso não é retirado mais.

As escolhas dos valores de entrada ao filtro (y: saída medida) não pode ser qualquer uma, deve ser um sinal onde se aprecie a falha ou seja tenha um comportamento diferenciado com o sinal medido sem falha. Nos cálculos foi complicado escolher um y, sinal de entrada ao filtro, representado por Cx_{med}, que seja sensível a múltiplas tipos de falhas. O que é mais simples é escolher um y que seja sensível a uma tipo de falha (como na detecção de falha do sensor de viagem do helicóptero onde o filtro é insensível as mudanças de tensão de controle). Da dificuldade da detecção de múltiplos tipos de falhas com um filtro e a maior facilidade de filtros que sejam sensíveis a um tipo de falha só, chegamos a propor um esquema de detecção e localização de falhas para este caso de estudo, Figura 48.

Figura 48: Esquema de detecção e localização de falha.



Fonte: Elaboração do autor

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi implementado um método de detecção de falhas que atua em problemas dinâmicos com incertezas paramétricas e perturbações no modelo. O método consegue evitar os alarmes falsos de falhas por incertezas ou perturbações, ao contrário dos métodos clássicos com observadores, onde uma mudança súbita na dinâmica pode ser interpretada como uma falha. Contudo, o custo da técnica necessita de um aumento do conhecimento analítico da planta, pois necessita-se de dados para a aplicação do filtro (modelagem das incertezas, falhas e perturbações). Porém, o problema é atenuado com o conhecimento, modelagem e obtenção dos valores que representam as incertezas, perturbações possíveis e nas escolhas das variáveis sensíveis ao tipo de falhas que deseja-se detectar. Este método pode ser usado também para detectar e isolar ao mesmo tempo, como se mostra no exemplo do helicóptero de bancada 3-DOF, assim consegue diferençar uma falha de outra com um banco de filtros cada um sensível a um tipo de falha. Como trabalhos futuros de pesquisa deseja-se melhorar a sensibilidade dos filtros usando filtros chaveados, procurar relaxar as LMIs, procurar LMIs no domínio da frequência (exemplo: desfasagem minimo) para melhorar desempenhos no tempo (exemplo: o índice J_r). Estudo de métodos de controle robusto e de controladores para melhorar índices de desempenho. Influença dos controladores na dinâmica da planta com respeito à detecção de falhas.

REFERÊNCIAS

BOYD, S. P.; BARRATT, C. H. *Linear controller design:* limits of performance. Upper Saddle, River: Prentice-Hall, 1991. ISBN 0-13-538687-X.

BUZACHERO, L. F. S.; ASSUNÇÃO, E.; TEIXEIRA, M. C. M.; SILVA, E. R. P. da. New techniques for optimizing the norm of robust controllers of polytopic uncertain linear systems. In: SERRA, G. L. de O. (Ed.). *Frontiers in advanced control systems*. New York: InTech, 2012. cap. 4. ISBN 9789535106777.

CASAVOLA, A.; FAMULARO, D.; FRANZÈ, G. A robust deconvolution scheme for fault detection and isolation of uncertain linear systems: an LMI approach. *Automatica*, Greenburgh, v. 41, n. 8, p. 1463–1472, 2005. ISSN 0005-1098.

CHEN, C. *Linear system theory and design*. 3. ed. New York: Oxford University Press, 1999. 352 p. (Oxford Series in Electrical and Computer Engineering). ISBN 0195117778.
CHEN, J.; PATTON, R. J. *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*. Norwell: Kluwer Academic, 1999. ISBN 0792384113.

D'ANGELO, M.; COSTA JR, P. P. Detection of shorted turns in the field winding of turbogenerators using the neural network MLP. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS, 2001, Tucson. *Proceedings* . . . Piscataway: IEEE, 2001. v. 3, p. 1930–1935. ISBN 0780370872.

DOUGLAS, R. K.; SPEYER, J. Robust fault detection filter design. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 1995, Seattle. *Proceedings* . . . Piscataway: IEEE, 1995. v. 1, p. 91–96. ISBN 0780324455.

FRANK, P.; DING, X. Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems. *Journal of Process Control*, London, v. 7, n. 6, p. 403–424, 1997. ISSN 0959-1524.

FRISK, E. *Residual generation for fault Ddiagnosis*. Tese (Doutorado) — Linkoping University, Sweden, 2001.

GAHINET, P.; APKARIAN, P. A linear matrix inequality approach to H-infinity control. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Chichester, v. 4, p. 421–448, 1994. ISSN 1049-8923.

GERTLER, J. *Fault detection and diagnosis in engineering systems*. New York: Marcel Dekker, 1998. ISBN 9780824794279.

HORN, R. A.; JOHNSON, C. R. *Matrix analysiss*. Cambridge: Cambridge University Press, 2012. ISBN 0521548233

JIANG, C.; ZHOU, D. Fault detection and identification for uncertain linear time-delay systems. *Computers Chemical Engineering*, Kidlington, v. 30, n. 2, p. 228–242, 2005. ISSN 0098-1354.

KIM, Y.-M.; WATKINS, J. M. Robust and reduced order H-infinity filtering via LMI approach and its application to fault detection. In: ZHANG, W. (Ed.). *Fault detection*. New York: InTech, 2010. cap. 20. ISBN 9789533070377.

MANESCO, R. M.; SILVA, J. H. P.; MOREIRA, M. R.; BUZACHERO, L. F. S.; DA SILVA, E. R. P.; ASSUNÇÃO, E.; TEIXEIRA, M. C. M.; GALVÃO, R. K. H. Estabilidade robusta H_∞ de sistemas lineares: uma implementação em um helicoptero 3-dof de bancada. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA – CBA, 19, Campina Grande. *Anais* . . . Campinas: SBA, 2012. v. 1, p. 37–43. ISBN 9788580010695.

MUÑOZ, A. *Aplicacion de tecnicas de redes neuronales artificiales al diagnostico de procesos industriales*. Tese (Doutorado) — Escuela Tecnica Superior de Ingenieros Industriales (ICAI), Universidad Pontificia Comillas, 1996.

OGATA, K. *Modern control engineering*. 3. ed. Upper Saddle River: Prentice, 1997. ISBN 0132273071.

PLOIX, S.; ADROT, O. Parity relations for linear uncertain dynamic systems. *Automatica*, Greenburgh, v. 42, n. 9, p. 1553–1562, 2006. ISSN 0005-1098.

PUIG, V.; STANCU, A.; ESCOBET, T.; NEJJARI, F.; QUEVEDO, J.; PATTON, R. Passive robust fault detection using interval observers: application to the DAMADICS benchmark problem. *Control Engineering Practice*, Kidlington, v. 14, n. 6, p. 621–633, 2006. ISSN 0967-0661.

QUANSER. *3-DOF Helicopter Reference Manual*. Markham, 2002. Disponível em: <http://www.quanser.com/english/html/products/fs_product_challenge.asp?lang_code= english&pcat_code=exp–spe&prod_code=S1–3dofheli&tmpl=1>. Acesso em: 15 jan. 2013.

RANK, M. R. *Robust and optimal control: robust sampled data* H_2 *and fault detection and isolation*. Tese (Doutorado) —Technical University of Denmark, Lyngby, 1998.

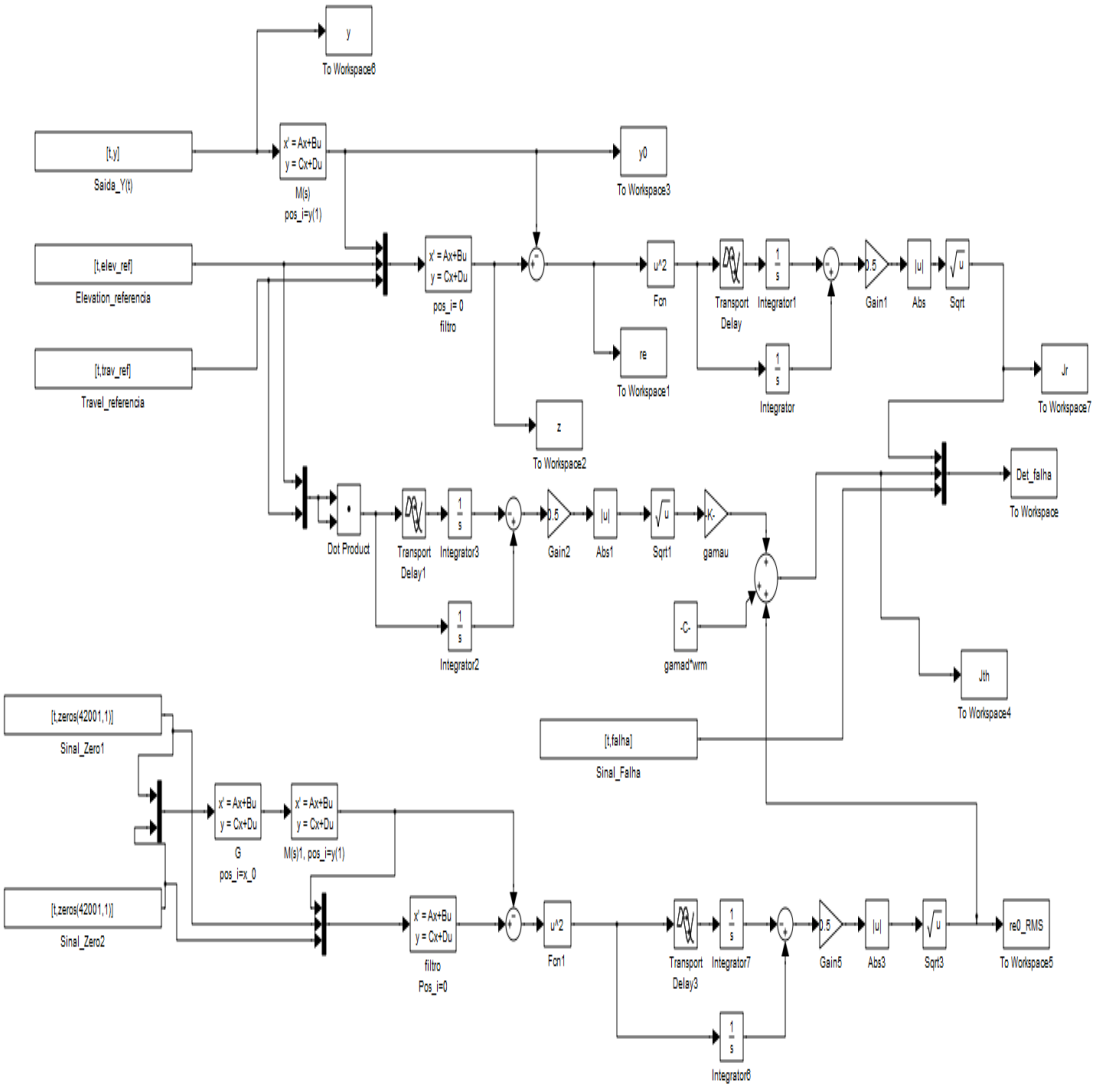
RIGATOS, G.; ZHANG, Q. Fuzzy model validation using the local statistical approach. *Fuzzy Sets and Systems*, Amsterdam, v. 160, n. 7, p. 882–904, 2009. ISSN 0165-0114.

TUAN, H.; APKARIAN, P.; NGUYEN, T. Robust and reduced-order filtering: new characterizations and methods. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 2000, Chicago. *Proceedings* . . . Piscataway: IEEE, 2000. v. 2, p. 1327–1331. ISBN 0780355199.

WILLSKY, A. S. A survey of design methods for failure detection in dynamic systems. *Automatica*, Greenburgh, v. 12, n. 6, p. 601–611, 1976. ISSN 0005-1098.

APÊNDICE A - ESQUEMA DE DETECÇÃO DE FALHAS

Figura 49: Esquema para calcular J_{th} e J_r para o modelo (64) do heliçoptero, falha no motor traseiro.



Fonte: Elaboração do autor

ÍNDICE REMISSIVO

computador, 17, 26
paralelo, 26
usuário, 26, 27
comum, 27