UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Campus de Rio Claro

Legitimidades possíveis
para a formação matemática de professores de matemática

(Ou: *Assim falaram Zaratustras: uma tese para todos e para ninguém*)

JOÃO RICARDO VIOLA DOS SANTOS

Orientador: Romulo Campos Lins

Tese de Doutorado elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática Área de Ensino Aprendizagem de Matemática e seus Fundamentos Filosóficos Científicos, para obtenção do Título de Doutor em Educação Matemática.

Rio Claro (SP)
2012

370.71 Viola dos Santos, João Ricardo
S237l Legitimidades possíveis para a formação matemática de professores de matemática (ou: assim falaram Zaratustras: uma tese para todos e para ninguém). / João Ricardo Viola dos Santos. - Rio Claro : [s.n.], 2012
355 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Romulo Campos Lins

1. Professores – Formação. 2. Modelo dos campos semânticos. 3. História oral. 4. Movimentos de teorizações. I. Título.

Ficha Catalográfica elaborada pela STATI - Biblioteca da UNESP
Campus de Rio Claro/SP

JOÃO RICARDO VIOLA DOS SANTOS

Legitimidades possíveis **para a formação matemática de professores de matemática**

(Ou: *Assim falaram Zaratustras: uma tese para todos e para ninguém*)

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Campus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática.

Comissão Examinadora

Romulo Campos Lins (orientador)
Antonio Vicente Marafioti Garnica
Carlos Roberto Vianna
João Frederico da Costa Azevedo Meyer
Miriam Godoy Penteado

Resultado: Aprovado
Rio Claro – SP, 10 de abril de 2012.

Dedico esse trabalho a meus pais, por sempre acreditarem em mim; a minha irmã, por 'brigar' comigo e me fazer sorrir; e a minha *vida*, minha linda, gentil, delicada e amada Luzia.

Agradeço ao Romulo por me
oportunizar ampliar meus modos
legítimos de produzir significados.

Agradecimentos

Agradeço meus amigos Bruno e Kentyan por me ajudarem nos momentos em que mais precisei para sonhar com esse trabalho.

Agradeço a todos meus colegas e amigos da PGEM, entre alguns, Ana Paula, Anderson, Carlos Eduardo, Dea, Fernando, Gustavo, Inajara, Jamur, Juliana, Keyla, Luciano, Lucieli, Marco, Mirian, Rodrigo, Roger, Sinval, Washington.

Agradeço meus entrevistados pela atenção, disponibilidade e cuidado em construir as textualizações.

Agradeço a Regina por sempre me oportunizar conhecer palavras e estar ao meu lado nesta caminhada.

Agradeço ao Thiago e a Carla por serem meus amigos 'do para sempre' e também 'do todo dia'.

Agradeço aos meus amigos interlocutores 'Zé-Ruelas': Júlio e Sérgio, simplesmente por tudo.

Agradeço a todos meus colegas e amigos da Coordenadoria de Educação a Distância da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, em especial a Magda, Rafa, Sonia, Heloisa, Adriana, Larissa.

Agradeço aos membros do Sigma-t, em especial ao Carlos, Laus, Viviane, Edson pelas conversas valiosas e pelas boas risadas via skype.

Agradeço meus colegas e amigos do GEPEMA, por torcer e estarem comigo nessa batalha, em especial a Pâmela.

Agradeço a banca pelas oportunidades de reflexão, pelo cuidado na leitura e por fazerem parte desse processo de formação.

Agradeço a Heloisa e Maria Laura pelas leituras do trabalho, pela torcida e acolhida.

Agradeço minha prima Diamila pelas discussões e leituras dos contos que ficaram para uma próxima.

Agradeço a CAPES pela bolsa de estudo nos primeiros anos do doutorado.

Agradeço a todos que direta ou indiretamente participaram desse trabalho.

Resumo

O objetivo desse trabalho é o de buscar produzir *possíveis* legitimidades para a formação matemática de professores de matemática, em cursos de Licenciatura em Matemática. Por meio de uma abordagem qualitativa de pesquisa, tomando como fundamentações teórico-metodológicas o Modelo dos Campos Semânticos e a História Oral, foram realizados *movimentos de teorizações* a respeito da formação matemática de professores de matemática. Esses movimentos foram realizados nas textualizações de entrevistas realizadas com educadores matemáticos e matemáticos, e na produção de textos que apresentam considerações a respeito da problemática investigada. Um processo de teorização, tomado aqui como a intenção de produzir conhecimento por meio de um relato sistematizado de experiências, foi mobilizado para construir os movimentos e apresentar *possíveis* legitimidades. Nenhum dos textos e textualizações se constituem como os "verdadeiros" parâmetros para a estruturação da formação matemática nos cursos de Licenciatura. Cada um deles tenta produzir sentidos, olhares, espaços e possibilidades para possíveis transformações nos cursos.

Palavras chaves: Formação de Professores. Formação Matemática de Professores. Modelo dos Campos Semânticos. História Oral. Movimentos de Teorizações.

Abstract

The purpose of this work is to produce possible legitimacy to initial mathematical preparation of mathematics teachers. The Model of Semantic Fields and Oral History are the bases for the qualitative research. The movements of theorizing, i. e., the process to produce knowledge by systematized relates of experiences, were carried out by texts produced in interviews, with mathematics educators and mathematicians, and by texts produced with considerations about the problem investigated. No one of the texts itself constitute the "true" parameters to a structure of initial mathematical preparation of mathematics teachers. Each one tries to produce meanings, views, spaces and opportunities to possible changes in the courses.

Key words: Teacher Education. Mathematical Preparation of Teacher. Model of Semantic Fields. Oral History. Movements of Theorizing.

Sumário

Texto 1
Lugares, Ideias e Direções

, assim consegui pensar em outras coisas, escrever outros textos diferentes daqueles que lia e escutar outras ideias que eu mesmo repetia. Nesses movimentos pelos labirintos de minha investigação caminhei, me perdi, me encontrei, embora possa dizer que continuo perdido. Sufoquei, sofri, me angustiei; sorri, contemplei. Também fracassei, me entristeci, fugi, fugi muitas vezes, voltei. Em meio a uma multiplicidades de verbos e fases, estou aqui, em alinhavos de meus textos, em uma tentativa de escrever uma tese em Educação Matemática.

Este texto se constitui com propósito de demarcar uma direção para guiar o leitor em suas incursões pelos outros textos que apresentarei. Nele esboço ideias importantes para o trabalho e pontuo algumas características de como encaro o processo de produção de conhecimento. Falo de *lugares*, para explicitar minhas fundamentações teórico-metodológicas, de *ideias e direções* para apresentar meus propósitos, vontades, textos...

Perguntaram-me se esse texto seria uma introdução. Penso que não. Não conto sobre os textos que seguirão essa tese dizendo o que fiz em cada um deles, de maneira resumida para dar, aos possíveis leitores, uma ideia do trabalho. Penso que esse texto anuncia uma maneira de produção de conhecimento, uma que eu escolhi, ou mesmo uma a que fui escolhido. Ela me permitiu produzir algumas possíveis *legitimidades* para a formação matemática de professores de matemática. Nele também há algumas teses desse trabalho, talvez algumas teorizações centrais de todo o trabalho. Penso que esse texto responde a outra pergunta que acredito algum dia, alguém ainda fará: Como você fez, qual foi sua atitude, como imaginou a elaboração dos textos? Quais foram seus princípios, suas crenças, suas direções e fundamentações teórico-metodológicas? Para essas perguntas, uma resposta é esse texto.

Lugares

Os *lugares* de onde falo são os terrenos da Educação Matemática, que se constitui como uma área em construção, nos mais variados aspectos políticos, epistemológicos, sociais. Entretanto, uma área que me permite falar em lugares, pois há algumas fronteiras, caracterizações que me permitem diferenciá-la de outras áreas do conhecimento.

Uma situação (que acredito já foi de vários educadores matemáticos em formação ou em serviço) que vivi por diversas vezes é a de tentar explicar minha área de atuação. Várias pessoas me perguntaram qual era o meu trabalho, ou mesmo o que fazia da minha vida. A resposta que eu geralmente apresentava era de que fazia pós-graduação em Educação Matemática. Imediatamente as pessoas me olhavam com uma cara de desconfiadas e diziam: *deve ser muito difícil fazer Pós-Graduação em Matemática, pois se já na escola básica a matemática era difícil, imaginem na Pós-Graduação*. Dependendo da direção da conversa, me alongava tentando esclarecer que eu não fazia pós-graduação em Matemática, mas sim em Educação Matemática. Por diversas vezes ao final da conversa ainda sentia que as pessoas não entendiam muito bem como se caracterizava essa área de conhecimento científico. Nessas situações era comum as pessoas falarem: *ah, certo você trabalha com a parte de ensino e de aprendizagem da matemática*; outros ainda diziam: *acho que entendi, você estuda e trabalha mais com essas coisas da pedagogia, da didática, mas ligadas à matemática*. Muitas dessas conversas mostravam um olhar restrito para Educação Matemática apenas ligado ao ensino e aprendizagem, ou a ideia de Pedagogia mais Matemática.

Acredito que muitas dessas conversas podem ser imaginadas também em congressos de Educação Matemática, onde circulam professores, pesquisadores e estudantes de graduação e pós-graduação.

Ubiratan D'Ambrosio, no artigo "A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização", afirma que

> /.../ apenas a partir das três grandes revoluções – a Revolução Industrial (1767), a revolução Americana (1776) e a Revolução Francesa (1789) – que as preocupações com a educação matemática da juventude começam a tomar corpo (p.71, 2004).

Embora desde a antiguidade se tenha registros de preocupações com o ensino de matemática, ainda segundo D'Ambrosio,

> /.../ o passo mais importante no estabelecimento da educação matemática como uma disciplina é devida contribuição do eminente matemático alemão Felix Klein (1849-1925), que publicou em 1908, um livro seminal, Matemática Elementar de um Ponto de Vista Avançado (p. 71, 2004).

Nesses breves recortes noto que a Educação Matemática, enquanto área de conhecimento, ainda é muito nova comparada a outras áreas como a própria Matemática. Nesse sentido, muitas demarcações epistemológicas, políticas e sociais ainda estão em processos de implementação. Estes não são menos que difusos, complexos e de grandes impasses. Não é à toa, e isso já se caracteriza como uma exemplificação desse fato, que mesmo tendo clara a profissão do professor de matemática, ainda é preciso pesquisas que caracterizem a formação inicial desse profissional, tomando como referência sua prática em serviço. Para pensar a formação de um profissional é interessante primeiramente olhar para como é o seu dia a dia, quais suas demandas, necessidades, para, a partir disso, elaborar um curso. Entretanto, essa profissão ainda está extremamente relacionada com a formação de outro profissional, o matemático, que tem sua prática, suas demandas e seu dia a dia, totalmente diferentes dos do professor de matemática.

No artigo citado anteriormente, Antonio Miguel apresenta uma discussão sobre o processo de disciplinarização da prática social em educação matemática e inicia sua discussão assinalando que a educação matemática

> é uma prática social que não está ainda nem topologicamente diferenciada das demais no interior do espaço acadêmico, nem juridicamente estabelecida como campo profissional autônomo, nem, portanto, institucionalmente reconhecida como campo disciplinar (p. 81, 2004).

Nessa direção, Miguel caracteriza quais são os sujeitos que fazem parte da comunidade emergente de educação matemática, sendo eles,

> professores de matemática que não pesquisam suas práticas e que não vêem com bons olhos os pesquisadores acadêmicos em educação matemática; pesquisadores acadêmicos em matemática e em educação que participam da formação desses professores mas que não gostam muito de fazer isso e, se pudessem, não o fariam; de matemáticos que não pesquisam nem matemática e nem educação, mas que formam, a gosto ou contragosto, professores de matemática, mas que se acham impedidos e que desejariam fazer; pedagogos e psicólogos, por alguns considerados matematicamente incultos, mas que realizam pesquisas em educação matemática; matemáticos conteudistas de última hora, moralizadores, arrogantes e inflexíveis, que se imaginam

> salvadores da pátria e legítimos proprietários e defensores do nível de rigor da educação matemática da população; mas também por professores de matemática, pesquisadores em matemática, pesquisadores em educação matemática e outros profissionais que fazem e acreditam na educação matemática e tentam, de fato, levar a sério o que fazem (p. 89, 2004).

Seria mesmo ingênuo acreditar que uma prática social na qual convivem tantos profissionais de diferentes contextos de atuação, pudesse, em um tão curto espaço de tempo, constituir regulações e princípios norteadores de práticas que nela são mobilizadas. Ainda mais se tratando de uma prática social indissociável de outra, a educação, que traz todo um imaginário da sociedade como o caminho para a solução de o todos os problemas. Não soam estranhas e nem inabituais frases como: *Enquanto não melhorar a educação, esse país não tem jeito; O caminho para resolver os problemas do país, é a educação.* Penso que os terrenos, fronteiras, lugares da Educação Matemática se institucionalizam de maneira complexa e que talvez, não se ajustem aos critérios clássicos de demarcações de ciência ou campo de conhecimento científico. *Qual seria o objeto de estudo da Educação Matemática? Seria ela capaz de formular uma teoria?* Talvez, essas perguntas, mesmo que possíveis de serem feitas, não façam sentido tratando-se da Educação Matemática.

Em número temático da revista *Temas e Debates* publicado em 1991 o tema "O que é a Educação Matemática" foi discutido. Em um artigo dessa revista, João Bosco Pitombeira de Carvalho caracteriza Educação Matemática dizendo que "/.../ ela é o estudo de todos os fatores que influem, direta ou indiretamente, sobre os processos de ensino-aprendizagem em matemática e atuação sobre esses fatores (p. 18, 1991)".

Como o próprio autor assinala, essa é uma definição muito ampla para identificar algumas características da Educação Matemática, mas ele propõe a discussão de alguns fios condutores. Um primeiro seria a preocupação com o ensino-aprendizagem e um segundo seria o reconhecimento da individualidade, do valor e das especificidades da matemática.

Nessa discussão vejo uma clara identificação da Educação Matemática ligada às práticas educativas que envolvem a matemática e aos fatores que circunscrevem essas práticas. Ao fim do artigo, o autor declara que um problema básico da Educação Matemática no Brasil é a formação do professor.

> A formação do professor deve levar em conta que ele se move em uma trama complexa de relações humanas e sociais, de regulamentos e normas, de tradições. O simples domínio do conteúdo, adicionado algumas disciplinas

> didático-pedagógicas, simplesmente não prepara para enfrentar a realidade complexa da escola (p. 25, 1991).

Uma importante discussão sobre caracterizações para educação matemática é o artigo "O desenvolvimento da Educação Matemática como um campo acadêmico" de Jeremy Kilpatrick, que apresenta uma discussão sobre o primeiro centenário da Comissão Internacional sobre Instrução Matemática. Segundo Kilpatrick (2008) a "/.../ educação matemática não é, ela mesma, uma ciência, mas pelo menos algumas de suas pesquisas se encaixam em critérios das ciências sociais (p. 33-34, minha tradução)".

Para Kilpatrick a Educação Matemática está intimamente relacionada à Matemática, mas há diferenças entre o que é matemática para o matemático e para o educador matemático. Para o matemático ela é uma ciência que possibilita desenvolver teorias que podem ou não ser aplicadas. Para os educadores matemáticos ela é um meio pelo qual se pode educar os alunos da Educação Básica e do Ensino Superior. Matemática para os matemáticos é singular, enquanto para os educadores matemáticos é plural (KILPATRICK, 2008).

Para exemplificar as relações entre matemática e educação matemática, Kilpatrick afirma que ambas têm "/.../ uma relação sinergética, na qual uma não pode existir sem a outra (p. 36, minha tradução)". Um símbolo que para ele representa essas relações é o do conceito chinês de yin e yang:

Figura 1 - Símbolo do yin yang

Em meio a essas discussões, para mim, Educação Matemática é uma área de investigação que permite problematizar práticas de educação em aspectos epistemológicos, políticos, sociais, culturais. Geralmente nessas problematizações, práticas matemáticas estão envolvidas, mesmo que isso não seja regra. Em algumas problematizações é necessário focar outros aspectos que não estejam deliberadamente relacionados com a matemática para que se possa propiciar algumas compreensões. Em outras, o foco é totalmente relacionado à matemática, como é o caso das problematizações que envolvem o ensino e a aprendizagem de algum tópico matemático. É uma área que se constitui em diversos e diferentes diálogos com a filosofia, antropologia, sociologia, história, psicologia e, talvez, com qualquer outra área do conhecimento que educadores matemáticos possam e queriam dialogar. Para mim, ela não se caracteriza como multidisciplinar, interdisciplinar, ou mesmo, transdisciplinar. Ao contrário, ela é *a-disciplinar* (LINS, 2008).

Uma direção que busco para construir um projeto político de minha atuação profissional, tanto em práticas de investigação como de educação, é a de: *educar por meio da matemática*. Que tipos de problemas surgem quando mobilizo ações para buscar essa meta? Que outros modos legítimos de produzir significados posso elaborar? O que preciso entender, construir, lutar para que eu possa seguir essa direção e não apenas anunciá-la? Essa direção permite pensar em características e particularidades no que se refere a educar matematicamente os alunos da educação básica, a formar o profissional que forma os educadores matemáticos, a problematizar a formação inicial do educador matemático da educação básica.

Compartilho a ideia de se pensar em Educação Matemática ao invés de Ensino de Matemática para educar nossos alunos pela matemática. Qualquer caminho que se desdobre para completar essa frase, como por exemplo, *educar nossos alunos pela matemática para tomar as discussões matemáticas como um meio para construir cidadania e repertórios para que eles possam lidar com o mundo em que vivem, ou mesmo, educar nossos alunos pela matemática para construir uma postura crítica frente à realidade que eles vivem, ou, para construírem um mundo melhor e a construção de uma sociedade justa e igualitária*, não me cabe anunciar, pois esses já seriam caminhos constituintes de projetos políticos elaborados, estruturados e colocados por outros sem a participação dos alunos. Isso eu não quero fazer. É preciso construir em conjunto e depois pensar em estratégias e, por isso, não me cabe anunciar um propósito de educar nossos alunos pela matemática. Paro no *para* e, apenas em relação a um contexto em que atuo junto com meus pares anuncio metas e propósitos. Corroboro os escritos de Romulo Lins quando afirma que

> Na educação matemática que proponho, os conteúdos que vão aparecer na sala de aula só vão ser escolhidos depois que o projeto político for defendido, o que determina os objetivos desta educação. E vão estar presentes como material através do qual se propõe que os alunos tenham oportunidade de se apropriar de certos modos de produção de significados, entendidos como legítimos em relação ao projeto político e a cultura em que se apresenta (p. 547, 2008).

Nos *terrenos* da Educação Matemática são muitas as posturas teórico-metodológicas utilizadas na produção de conhecimento. Muitas delas já se assentam em princípios e processos de regulação estáveis, outras apenas se anunciam, outras já estão superadas. Um primeiro posicionamento teórico-metodológico que escolho, ou pelo qual fui escolhido, que demarca e fundamenta meu trabalho, é o *Modelo dos Campos Semânticos* (LINS e GIMENEZ; 1997; LINS, 1999, 2001, 2008) e a *História Oral* (GARNICA, 2005, 2007, 2008, 2010). Meus conceitos, posturas, atitudes em relação ao processo de investigação foram balizados por essas ideias. Constituo-me, pelo menos em parte, nessas fundamentações e produzo conhecimento enviesado, circunstanciado, intrincado em meio a essas direções.

Modelo dos Campos Semânticos

O Modelo dos Campos Semânticos (MCS) foi (e continua sendo) elaborado pelo professor e pesquisador Romulo Campos Lins, a partir de seu estudo de doutorado (LINS, 1992) em relação aos modos de produção de significados de alunos da educação básica para a álgebra escolar. Ao longo desses anos esse modelo vem sendo ampliado, sistematizado e utilizado em várias pesquisas em Educação Matemática[1].

O aspecto central do MCS, do qual todos os outros conceitos se derivam, é a caracterização de conhecimento. Lins (2001) apresenta três aspectos chaves para sua caracterização de conhecimento,

> /.../ *primeiro*, é que a pessoa deve acreditar em algo que constitui parte do conhecimento que produz, o que implica estar consciente dessa crença; *segundo*, a única maneira que podemos estar seguros e conscientes é se a pessoa declara (e aqui utilizo declara de maneira livre) significado em alguma forma de comunicação aceita por um interlocutor; e, *terceiro*, não é suficiente considerar o que a pessoa acredita e declara, pois diferentes justificações para uma mesma crença-afirmação corresponde a diferentes conhecimentos (p. 42).

Em meio a isso, o *conhecimento*, segundo o MCS, é "uma crença afirmação junto com uma justificação que me autoriza a produzir aquela enunciação (Lins, 1999, p 88)". Não é uma justificativa que dá sentido ou mesmo justifica a crença afirmação, como também não é uma justificativa que tem o papel de explicitar a crença afirmação,

[1] Silva (2003); Linardi (2006); Oliveira (2002, 2011); Julio (2008); Silva (2006), para citar algumas.

pensando de maneira separada da crença afirmação. A justificação é constituinte do conhecimento. Segundo Lins (2001) elas [as justificações]

> têm um duplo papel em relação ao conhecimento. Primeiro, elas estão relacionadas a conceder o direito de conhecer, e esta concessão é sempre feita na direção de um interlocutor para quem o conhecimento está sendo enunciado. Segundo, elas estão relacionadas à constituição de objetos (p. 42, minha tradução).

Ao conhecer, constituo ações enunciativas em uma direção que, acredito, o outro legitimaria, produzindo significados por acreditar que pertenço a algum espaço comunicativo. A justificação é a legitimidade de minha enunciação e o que me autoriza acreditar que pertenço a um espaço comunicativo. Como afirmam Lins e Gimenez,

> Todo conhecimento é produzido na direção do outro, o que quer dizer que o sujeito que o produz deve acreditar que alguém compartilha com ele aquela justificação (1997, p. 142).

Em princípio alguém pode considerar que essa caracterização de conhecimento estabelece um relativismo total, um *vale tudo*, no qual tudo pode ser caracterizado como conhecimento, pois se conhecimento é uma crença-afirmação junto com uma justificação, a todo momento posso me colocar a construir crenças afirmações apresentando justificações. Lins e Gimenez (1997) afirmam que essa ideia não é válida e apresentam dois argumentos para isso.

> Primeiro, porque não é tudo que pode ser dito, já que qualquer dada cultura aceita alguns, mas nunca todos os modos possíveis de produzir significados. [Segundo] o próprio processo de produzir significados estabelece limites “internos” (p. 143).

Os exemplos são vários e apresento dois que acredito exemplificar esses argumentos. Se eu declarar que voarei pelo céu de Campo Grande porque transformei meu esqueleto, por meio de contatos com extraterrestres, em uma máquina mecânica voadora, penso que grande parte de meus interlocutores não iria legitimar essa declaração. Eles até entenderiam essas frases. Talvez até me imaginariam voando. Porém não acreditariam que isso pudesse ocorrer. Essa crença-afirmação junto com essa justificação não é aceita, pelo menos em relação aos interlocutores com que compartilho. Se eu ficar repetindo isso para meus interlocutores, eles chegariam à conclusão que estou *louco* o que, segundo o MCS, nada mais é do que a pessoa que produz significados legítimos para alguns interlocutores, mas que muitos outros, ou a grande maioria, não legitimam. Esse seria um exemplo que mostra que não é qualquer modo de produzir significado que é aceito em uma determinada cultura. Um segundo exemplo seria em relação aos limites de produzir significados no interior de uma atividade. Lins e Gimenez (1997) afirmam que não é possível produzir significados para resolver a equação $3x + 100 = 10$, por meio da produção de significados legítimos na direção da metáfora da balança de dois pratos. Como é possível, pensando a equação como uma balança, retirar 100 kilos de cada membro da equação, se no segundo membro tenho apenas 10 kilos? Esses são dois exemplos que mostram que essa caracterização não cai no relativismo total.

Penso que essa caracterização apresenta possibilidades para sair de ideias que ainda se apresentam enraizadas, percebidas em pequenas *deixas*, nas falas de muitos educadores matemáticos (por mais que muitos afirmem que elas já estão superadas). Uma primeira é um *objetivismo*, pensado aqui como a ideia de que existe de fato a verdade e que queremos alcançá-la. *Se eu utilizar essas estratégias no momento certo e da maneira correta, tenho certeza que irei ensinar meus alunos equação do primeiro grau.* Uma segunda seria a de um *absolutismo*, pensado aqui como a ideia de que existe UM único significado para A matemática. *Função é a relação entre dois conjuntos...... Eu tenho sempre que começar pelas definições e os alunos precisam aprendê-las*. Uma terceira ideia é que essa caracterização apresenta possibilidades de olhar para o outro não o caracterizando pela falta. *Você não sabe isso; você não fez aquilo; infelizmente não posso considerar suas ideias, pois nelas faltam muitas considerações. Esse aluno errou essa questão pois faltou ele entender essa segunda frase no problema.* E os exemplos são muitos...

Outra problemática superada por essa caracterização de conhecimento é a de que "não se pode conhecer o que não é verdadeiro (LINS, 1999, p. 89)". A caracterização de conhecimento, por meio do MCS, coloca essa questão sob outro ponto de vista que nos possibilita sair de questionamentos sobre o que é verdadeiro ou como se pode dizer que algo é, ou não verdadeiro. Segundo Lins "a própria enunciação que faz [o conhecimento] existir garante que ele é verdadeiro para alguém [esse alguém tomado como ser cognitivo] (p. 89)".

Aventurando-me por essas considerações, quero destacar a ideia de legitimidades em meio a de justificação, pois neste trabalho se anuncia, pelo menos até agora, como movimentos de elaborações de legitimidades para a formação matemática do professor de matemática.

Um ponto chave, e já alinhavado nos parágrafos anteriores, é de que produzo conhecimento na direção de um interlocutor, o qual, acredito, legitimaria as coisas que eu digo. A legitimidade de minha crença-afirmação não é estabelecida por uma verdade (pelo que pode ou não ser dito), nem mesmo por critérios lógicos deduzidos axiomaticamente, nem por empíricos observados em determinadas situações. Minha legitimidade é estabelecida por acreditar que pertenço a algum espaço comunicativo (Lins, 1999). Colocar-me em movimentos de produção de legitimidades é constituir crenças-afirmações junto com justificações na direção de interlocutores que acredito autorizariam (legitimariam) essas produções. É compartilhar interlocutores e construir um espaço comunicativo no qual seria possível produzir outros modos legítimos de produção de significados para a formação matemática de professores.

Abordando a problemática de que diferentes justificações para uma mesma crença-afirmação estabelecem diferentes conhecimentos, apresento um exemplo do trabalho de mestrado de Viviane Oliveira.

> Consideramos que tanto um aluno por volta dos quatorze anos quanto um matemático, acreditam e afirmam que 2 x (-3) = (-3) x 2. Ao justificar sua crença afirmação o aluno poderia dizer ‘Se fizermos as contas, vamos ver que 2 x (-3) é igual a (-6) e que (-3) x 2 é igual a (-6); tanto 2 x (-3) como (-3) x 2 são igual a (-6). Por isso é que eu digo que 2 x (-3) = (-3) x 2.’ Já o matemático, talvez dissesse ‘Sabemos que 2 e (-3) são números inteiros. Como para o conjunto dos números inteiros, munidos das operações usuais da adição e da multiplicação, vale a propriedade comutativa da multiplicação, digo que 2 x (-3) = (-3) x 2’ (p. 24, 2002).

A crença afirmação tanto do matemático quanto do aluno são as mesmas. Entretanto, a justificação do aluno e do matemático são diferentes. Assim, os conhecimentos produzidos pelo aluno e pelo matemático são diferentes. Como explicitado anteriormente, conhecimento é uma crença-afirmação e uma justificação, as duas ideias juntas e constitutivas da caracterização de conhecimento.

Lins (1999) destaca que o conhecimento não se encontra nos livros, sítios da internet, ou qualquer outra mídia e afirma que

> /.../ dado que conhecimento é do domínio da enunciação, esclarece-se suficientemente que não há conhecimento em livros enquanto objetos, pois ali há apenas enunciados. É preciso a enunciação efetiva daqueles enunciados para que eles tomem parte na produção de conhecimentos. (p. 89).

Utilizei muitos conceitos sem tê-los definido. Começo essa empreitada por *significado*, outro conceito do MCS: significado é aquilo que o sujeito *pode e* *efetivamente* diz sobre um *objeto* no interior de uma atividade (LINS, 1999, 2001). Silva (2003) exemplifica

> /.../ "poder dizer", presente na formulação de significado, está intimamente relacionado à questão da legitimidade. Como conseqüência, dizer que o sujeito produziu significado é dizer que ele produziu ações enunciativas a respeito de um objeto no interior de uma atividade (p.21)

A produção de significado não se restringe apenas à fala e também engloba a escrita, os gestos. Um ponto importante a ser destacado é que o significado de algo não é produzido em relação ao que alguém poderia dizer em algum contexto ou mesmo em relação ao que alguém não disse. O sujeito produz significados em relação a algo que ele pode e efetivamente diz no interior de uma atividade.

Para esse algo que o sujeito produz significado, Lins elabora a ideia de *objeto*. Assim, objeto é "algo a respeito de que se pode dizer algo (2004, p. 114)". Dessa maneira, à medida que produzimos significados, constituímos objetos. Os alunos produzem significados e constituem objetos quando lidam com um problema. Quando me deparo com um livro produzo significado e constituo objetos. Vale lembrar que a produção de significados e a constituição de objetos não se dão de maneira separada. Muito pelo contrário, pois os objetos são constituídos à medida que produzo significados para eles. Segundo Lins,

> /.../ eu me constituo enquanto ser cognitivo através da produção de significados que realizo, ao mesmo tempo em que constituo objetos através destas enunciações (1999, p. 86)", ou seja, "é na produção de significados que se constituem objetos (1999, p. 88).

Um sujeito produz significados e constitui objetos em uma *direção* que acredita ser legítima. Essa *direção* à qual me coloco a falar é chamada por Lins de *interlocutor*. Segundo o autor,

> /.../ ao produzir significado, minha enunciação é feita na direção de um interlocutor que, acredito, diria o que estou dizendo com a justificação que estou produzindo. /.../ Toda produção de conhecimento é feita na direção de um interlocutor que, acredito, produziria a mesma enunciação com a mesma justificação (p. 88).

Esse interlocutor não corresponde a um ser biológico, mas sim a um ser cognitivo. Quando produzo significados constituindo objetos em uma direção, acredito que esses significados são legítimos, ou seja, que podem ser enunciados no interior de uma atividade e que meus interlocutores os aceitariam e legitimariam. Por exemplo, ao escrever essas palavras que formam frases e constroem parágrafos acredito que meus interlocutores (um tal José, mestrando em educação matemática que estuda formação matemática de professores, ou, um tal Antônio, doutorando em educação, que estuda dinâmicas de sala de aula, um tal Pedro, um tal...) aceitariam como legítimos, os significados que produzo e os objetos que constituo[2]. Quando falo em uma direção acredito que pertenço a um *espaço comunicativo*, ou seja, a uma atividade em que existe "compartilhamento de interlocutores (LINS, p.88)".

Essas ideias estão relacionadas a uma perspectiva de oferecer uma possibilidade de ler a atividade de alguém ou de lidar com algo. Não se busca uma permanência, uma essência, ou algo que foi dito por aquele sujeito. Busca-se uma possibilidade de interação e a constituição de espaços comunicativos.

Quando leio um livro, produzo significados e constituo objetos naquele momento, naquela situação. Leio acreditando que aquilo que "estou entendendo" seria o que o autor diria, coloco-me a compartilhar interlocutores que acredito que o autor compartilharia. Entretanto, posso pensar direções totalmente diferentes daquela que o autor pensou e isso para mim, na minha atividade de ler o livro, é legítimo.

Pontuando minha fala. O autor do livro que leio sou eu. Eu sou o autor de todos os livros que já li e de todos aqueles que ainda lerei. Mesmo que esteja escrito na capa o nome do autor (José da Silva), a data de publicação do livro (12/10/ 1971), os dizeres sobre direitos autorais que ele tem sobre sua obra, quando eu leio o livro, produzo significados e constituo objetos e me constituo como autor naquela atividade.

Assim, os livros, as definições matemáticas, as obras de arte, os sons das músicas que tocam no rádio, as propagandas nas fachadas dos prédios, são todos textos que, segundo Lins (1999), "/.../ são resíduos de enunciações para os quais eu produzo significado (p. 88)". Apenas existe texto quando temos autor. Não faz sentido, dentro do modelo, pensar em um texto sem pensar em um autor que lê o texto.

Nesse esforço de escrita linear de uma ideia, penso que alinhavei alguns de meus princípios teórico-metodológicos. Falar em conhecimento implica falar em interlocutor, o que me obriga a falar de produção de significado e assim por diante. Passo agora a

[2] Penso e acredito que aqui a ideia de interlocutor como ser cognitivo e não como um ser biológico fica explícito, pois José, Antônio, Pedro existem para mim apenas como ideias de possíveis sujeitos que um dia poderão ler minha tese. Eu não escrevo em relação ao Pedro, ao José, ao Antonío (seres biológicos), mas em relação a um José, a um Pedro, a um Antonio (seres cognitivos).

outras crenças-afirmações junto a justificações que regulam e constituem a produção desse trabalho.

História Oral

Ao lado (ou em cima, embaixo, no meio, misturado) do Modelo dos Campos Semânticos, outra fundamentação teórico-metodológica deste trabalho é a História Oral. Dentre os diversos vieses de se caracterizar história oral, pratico um modo particular que se fundamenta em trabalhos do Grupo de História Oral e Educação Matemática (GHOEM)[3]. Alongar-me-ei em algumas páginas para apresentar algumas características que me interessam nesse trabalho[4].

Pode parecer um pouco estranho (e pelo menos para mim não seria se não escrevesse esse parágrafo) um trabalho que não tem por objetivo estudar algum tema relacionado à história da educação matemática, tomar como fundamentação a história oral. Essa é, ainda, uma sensação recorrente de muitos que se limitam a pensar que para utilizar a metodologia de história oral é *necessariamente necessário* fazer pesquisa em história da educação matemática. Outro aspecto que também pode levar a essa sensação é que grande parte dos trabalhos do GHOEM, que utilizam história oral como metodologia, tem por objetivos estudar aspectos da história da educação matemática[5]. Entretanto, essa é apenas uma sensação, uma estranheza que se desmistifica ao se estudar características dessa postura teórico-metodológica de pesquisa qualitativa.

---

[3] Para mais informações sobre o GHOEM acesse o site www.ghoem.com

[4] Não é de meu interesse, neste trabalho, tecer considerações sobre pressupostos de como entender história ou mesmo praticar uma historiografia. Entretanto, apresento algumas ideias sobre práticas historiográficas do GHOEM que compartilho para dar uma direção, mesmo que primeira. Uma maneira de se pensar a história, é a ideia de que *precisamos estudar o passado para entender o presente e prever o futuro* (lembro-me de minha professora de História do Colégio, dizendo estas palavras). Este modo de pensar a história como progresso não é a perspectiva adotada. A ideia adotada é a de que: a partir do presente construo histórias. Este, significa, elabora, presentifica *um* passado, em meio a subjetividades e parcialidades naturais desse processo. *Um* passado, pois em *um* futuro pode-se construir outros. Não reconstruo, não resgato, nem mesmo me disponho a construir a história tendo como objetivo dizer como ela aconteceu. Segundo Garnica, Fernandes, Silva (2011) "*cabe ao historiador presentificar ausências, trazendo para uma discussão do presente, no presente e sobre o presente, toda uma sorte de descortinamentos criados a partir do diálogo com o passado. O passado é a ausência, o passado é a inexistência que nos assombra, o passado é uma criação do presente, ou de outro modo, o passado é o que dele se diz no presente. O passado é uma composição à qual, no presente, eu procuro atribuir significados para o presente*". Essas são algumas características que circunscrevem as práticas de pesquisa do GHOEM, nas quais acredito e das compartilho.

[5] Vale ressaltar que existem trabalhos que não têm essa intenção e que utilizam história oral como metodologia de pesquisa, como os de Souza (2006), Rolkouski (2006), Garnica (2005, 2008).

A história oral como método de pesquisa qualitativa em educação matemática se configura como uma possibilidade para realizar trabalhos no qual envolvem, intencionalmente, a produção de fontes por meio de entrevistas. Segundo Garnica (2010)

> /.../ um trabalho – em Educação Matemática ou em qualquer área que seja – produz irremediavelmente uma fonte histórica. A diferença é que os que usam a História Oral intencionalmente as produzem (p. 31).

Assim, posso produzir fontes históricas e investigar aspectos da formação matemática de professores de matemática, sem realizar um trabalho na área de história da educação matemática. Ainda segundo Garnica,

> /.../ a História Oral em Educação Matemática é um "método-em-trajetória" de natureza qualitativa, o qual pressupõe que um método configura-se dinamicamente, de forma processual, e não pode ser estabelecido *aprioristicamente*, sem que haja um objeto específico para ser investigado, uma vez que nas pesquisas de natureza qualitativa são os objetos que exigem procedimentos específicos para compreendê-los (p. 32, 2010).

A história oral é um método de pesquisa qualitativa em Educação Matemática, e não (apenas) um método de pesquisa qualitativa em Educação Matemática para realizar pesquisa em história da educação matemática. É um método sobre o qual cada trabalho realizado exercita possibilidades e regulações, testa seus limites e possibilitam outros caminhos para investigar aspectos da complexidade das instâncias da Educação Matemática. Como Garnica (2010) afirma

> /.../ cada pesquisa realizada no GHOEM serve – serviu e continua servindo – para uma análise metodológica que dá parâmetros para avaliar os sucessos e as limitações do método (p. 32).

Um fator significativo dessa metodologia são as textualizações. Os pesquisadores, por meio de entrevistas gravadas e/ou filmadas, elaboram textualizações que são apresentadas integralmente no corpo da tese. Entretanto, essas textualizações não se constituem como uma apresentação dos dados, para que depois o pesquisador teça suas análises, ou como um exercício analítico em si, mas são narrativas apresentadas frente à intenção de oportunizar acesso aos leitores e pesquisadores que possam tomá-las para outras pesquisas. As textualizações constituem-se como movimentos de análises, teorizações, construção de narrativas que possibilitam compreensões do tema pesquisado. Elas se constituem dessa maneira pois a ação de textualizar carrega em si vieses teóricos do pesquisador que se manifestam na escolha dos depoentes, na elaboração dos roteiros das entrevistas, nas dinâmicas que elas são realizadas. A postura qualitativa do pesquisador nesse processo se inscreve em seus desejos, crenças, concepções, subjetividades, ou seja, todo um amálgama político cultural que circunscreve sua prática de pesquisa, que se constitui em produzir narrativas de momentos de entrevistas, e também outras narrativas de análises, teorizações, alinhavos, sistematizações.

Textualizar se aproxima do movimento de escrever o que acredito que você escreveria, constituindo um texto que acredito que você diria que é seu. Assim, não busco apenas tirar os vícios de linguagem, reescrever as frases truncadas (que no momento de entrevista são naturais), reorganizar o texto de uma maneira que ele fique mais corrente, "palpável" para leituras. Coloco-me a escrever outro texto que é constituído a partir da gravação (áudio ou áudio-visual) e armazenamento em mídia, da entrevista realizada, como também de minhas lembranças daquele momento. Eu não escrevo as mesmas coisas que você disse, mesmo se utilizar as mesmas palavras. Coloco-me em um movimento de instituir palavras, plausivelmente, de uma maneira que acredito que você diria.

Não há pretensão de escrever o que *de fato* você falou. Para mim está claro que o que você disse morreu, não existe mais. O que tenho é apenas uma mídia que reproduz, por meio de um aparelho, falas de duas pessoas; uma que reconheço como sendo minha e outra, a sua. Acredito que quando escuto essa gravação, tenho algumas direções de como construir um texto da nossa conversa (entrevista).

Como já não tenho a esperança de escrever o que nós dois conversamos, me coloco em um movimento de produzir significados e constituir objetos que, acredito, você legitimaria. Insiro-me em um movimento de textualizar, produzir narrativas em um esforço conjunto entre pesquisador e entrevistado, cada um operando a cada momento. Como afirma Silva (2006),

> /.../ praticar a textualização em história oral é um exercício de amalgamar a ficção que o outro é à ficção que somos nós, ou seja, é uma tentativa de nós, pesquisadores, nos aproximarmos dos significados que o depoente produz para as suas *experiências* (p.423-424).

Nos *terrenos* da história oral, uma seara de grande importância é a das narrativas. Ao textualizar as entrevistas são constituídas narrativas e estas são a "matéria-prima dos que trabalham com História Oral (GARNICA, 2010)".

Em um trabalho recente, Souza, Guedes e Silva (2011) discutem os usos e possibilidades de análises de narrativas. Os autores abordam o tema mostrando como a narrativa era utilizada em rituais de tribos e etnias, e como esse modo de produzir conhecimento foi deixado de lado na modernidade, posto que esta buscou uma institucionalização do conhecimento histórico.

Silva (2006) citando Lyotard (1986) afirma que

> /.../ diferentemente do *discurso científico* caracterizado por enunciados denotativos, o *discurso narrativo* admite uma pluralidade de jogos de linguagem (enunciados denotativos, deônticos, interrogativos, avaliativos, etc.), cujas competências encontram-se misturadas umas às outras num tecido cerrado, o do relato, e ordenadas numa perspectiva de conjunto, que caracteriza este gênero de saber (409, 410).

Bolívar (2002) também contribui nessa direção afirmando que

> El ideal positivista fue establecer una distancia entre investigador y objeto investigado, correlacionando mayor despersonalización con incremento de objetividad. La investigación narrativa viene justo a negar dicho supuesto, pues los informantes hablan de ellos mismos, sin silenciar su subjetividad (p. 2).

Partindo do pressuposto que não existe uma verdade lógica, imutável, intrínseca a um objeto e que, são nas circunstâncias da linguagem, nas relações culturais, políticas, sociais que os significados são produzidos e são constituídos objetos na direção de um interlocutor que legitimaria esses modos de produção, as narrativas, constituídas em experiências idiossincráticas, num determinado momento e contexto cultural, permitem olhares singulares sobre a complexidade de um tema. Não narramos apenas os fatos que vivemos, nem mesmo relatamos nossas opiniões sobre algo. Quando narramos nos constituímos. Narrar é constituir-se nas possibilidades da experiência, nos labirintos da linguagem, nos posicionamentos frente aos desejos do outro.

Assim, as narrativas construídas a partir de momentos de entrevistas não se constituem presas a certas categorizações, tabelas, ou recortes que o pesquisador possa fazer. Ela é integral em seus detalhes e particularidades, idiossincrática no corpo do texto e se apresenta em direções para que outras narrativas possam ser elaboradas. Souza, Guedes e Silva (2011) apresentam uma direção legítima para essa argumentação, afirmando que

> Sobre o modo narrativo, Bruner (1997) afirma que este parte do princípio de que as ações humanas são únicas e irrepetíveis. Sua riqueza de matizes não pode, então, ser exibida em direções, categorias ou proposições abertas (p. 7).

Ainda sobre narrativa, Garnica (2011) assinala que ela

> expressa o que é possível dizer, num mundo onde esses ditos ressoam. As narrativas, registros da ação, permitem compreender algumas das crenças segundo as quais as pessoas agem. Permitem compreender que não há manutenção eterna nem alteração frequente: mostram que mantemos hábitos no esforço de rompê-los, que afirmamos querer romper hábitos para que possamos mantê-los. Ao fim e ao cabo, mostram que vivemos num mundo no qual esses discursos têm lugar e, de um modo ou outro, fazem sentido (p. 7).

A produção de conhecimento por meio de narrativas apresenta-se como uma possibilidade dado a complexidade do mundo de hoje. Os homens alinhavam alguns aspectos no momento em que eles se constituem por meio de narrativas. Ao se constituírem instauram lugares, ideias, direções.

Entendo por narrativas, seguindo a direção de Bolívar (2002)

> la cualidad estructurada de la experiencia entendida y vista como un relato; por otro (como enfoque de investigación), las pautas y formas de construir sentido, a partir de acciones temporales personales, por medio de la descripción y análisis de los datos biográficos (p.5).

A história oral, segundo alguns aspectos que apresentei, se constitui como uma fundamentação teórico-metodológica desse trabalho e chamamos atenção para essas três características que anunciamos anteriormente: a intenção de produzir fontes históricas, a elaboração de textualizações a partir de situações de entrevistas, que se caracterizam como narrativas; e a construção de outras narrativas. Esses são aspectos de meu interesse nesse trabalho e penso que agora posso apresentar minhas *ideias e direções*, visto que os lugares de onde falo, pelo menos por enquanto, estão delineados.

Ideias e Direções

Em meio a essas considerações expostas anteriormente, tenho o propósito de produzir possíveis legitimidades para a formação matemática de professores de matemática em cursos de Licenciatura em Matemática.

Ao me colocar a produzir possíveis legitimidades, construo crenças-afirmações junto com justificações na direção de um interlocutor que acredito compartilharia as coisas que falo. Nessa produção não quero dizer que os argumentos que construí são os *verdadeiros argumentos* que devem ser os balizadores da estrutura dos cursos de Licenciatura em Matemática, nem mesmo são os únicos para se pensar uma formação matemática na Licenciatura. As legitimidades, os modos legítimos de produzir significado desse trabalho são os que consegui elaborar nessa investigação. São alguns, e poderiam ser outros também.

Não estou analisando o que educadores matemáticos e matemáticos dizem, no sentido de apresentar um conjunto de categorias, construídas em um processo recursivo a partes de unidades, que apresentam um olhar sobre essas falas. Também não estou primeiramente me fundamentando em teorias para, a partir delas, analisar como se configura o que meus entrevistados dizem.

Estou produzindo textos que produzem possíveis legitimidades. Falo em direções nas quais parece ser plausível produzir discursos sobre a formação matemática de professores de matemática. Essa produção se faz a partir de alguns *movimentos de teorização* e estes constituem o trabalho.

Eu constituo meu mundo repetindo, copiando, plagiando todos os livros, artigos, teses e dissertações que li. Meu mundo real é tão ficcional quanto se queira, meu mundo ficcional é tão real quanto se possa imaginar. Minha experiência institui palavras e meus textos constituem lugares, ideias e direções para possíveis formações matemáticas de professores de matemática. Como disse o psicanalista Contardo Calligaris[6],

> /.../ nossa arte narrativa se confunde com nossa capacidade de viver. Nossa identidade é narrativa, ou seja, nossa experiência não descreve, não reflete, mas institui, cria os lugares de quem dança conosco e nosso lugar na dança.

[6] Palestra realizada nos Seminários Fronteiras do pensamento. Acesso em 27/02/2011. Disponível em http://www.youtube.com/watch?v=_pQMAjULcTc

Texto 2
Um curso de Licenciatura em Matemática teria as disciplinas de Matemática (Cálculo, Álgebra, entre outras), partindo sempre de problemas, fazendo relações com a matemática escolar

A primeira pergunta, Dona Lourdes, é que em muitos artigos, livros temos que o professor de matemática deve ter uma formação sólida em matemática. Como a senhora caracterizaria essa formação sólida? Ou seja, o que é para a senhora ter uma formação sólida em matemática?

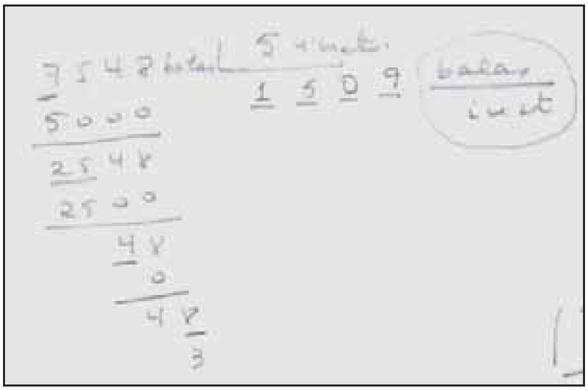
Para começar a responder a essa sua pergunta posso dar um exemplo? Vamos pegar um professor que trabalhou, com crianças de 5° ano, os processos de adicionar, subtrair, multiplicar e dividir, com números naturais e um pouquinho com números racionais. No entanto, foi difícil para a criança entender o processo de divisão da maneira como o professor ensinou. Por esse motivo, a grande queixa dos professores do 5º ano é que os alunos chegam até eles sem saber dividir. Mas se os alunos não sabem, que os professores parem quinze minutos e os ensinem. Não adianta se queixar, pois se eles vieram sem saber, vão continuar não sabendo, então a única alternativa seria ensinar. Mas como ensinar? Outro dia no GTERP – Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas - aconteceu uma coisa interessante. Um aluno da graduação veio até nós para saber sobre a Resolução de Problemas. No decorrer do encontro, eu pedi que ele fosse à lousa e disse o seguinte: *Uma empresa faz balas e doces. Pediram a essa empresa que desse balas para 5 instituições de crianças carentes. Deram 7548 balas para serem divididas entre 5 instituições, que podemos chamar de A, B, C, D, E. Pergunto: Quantas balas cada instituição ganharia?* Vamos dizer que você tivesse posto esse problema para as crianças que já soubessem dividir. Então o rapaz imediatamente e fez:

7548 | 5

Mas o que significa isso? Perguntei a ele. Você está dividindo um número por um número. Não. *Isso aqui são balas*, disse o aluno. Então escreva que são balas. Aqui o que são? São instituições.

7548 balas | 5 instituições

Não, mas a gente nunca faz divisão assim, disse o aluno. Então vamos fazer assim. Vamos dizer que você tivesse algum lugar amplo e jogasse essas balas todas no chão e que as crianças começassem a repartir as balar as para A, B, C, D, E, uma a uma, uma, uma, e, uma. Daí um mais espertinho vai dizer: *nossa, mas dando de uma em uma, quando vamos acabar?* Outro diz: *então dá 10 para cada um*. Dez, Dez, Dez, Dez, e, Dez. Em vez de cinco cada vez, tira cinquenta. Mas um outro que já sabe contar melhor, que é aluno do 5º ano diz: *você vai dar 100 para cada um: 100, 100, 100, 100, 100.* Você esta dando 500 balas em cada rodada. E pode dar mais? Pode. Tem 7000. Vamos dar 1000, 1000, 1000, 1000, 1000. Então eles fizeram assim. Eles iriam ver em milhares, em centenas, dezenas e unidades. No instante que eles dessem 1000 para cada, um ele já teria gasto 5000, pois com 2000 que sobraram não dá mais para dar milhar, então vão ficar ainda 2548 balas e você trabalha com a criança que já sabe contar quantas centenas tem-se aqui. Em cada milhar, quantas centenas temos? Vai perguntando e ele vai ver que ele pode dar 500 para cada um, 5 centenas. Gastou 2500, então sobraram 48 unidades. Logo, não dá para dar uma dezena para cada um. Então vai dar 0, 0, 0, 0 dezenas, sobraram 48 unidades. Dessas 48 unidades dá para dar quanto a cada instituição? Uma, duas, três, nove para cada um, pois 9x5=45 e sobraram ainda três balas. Deixe que a criança faça. Ela perceberia que, na hora que for fazer essa conta, vai ter unidade, dezena, centena e milhar. Então o maior número que se pode ter aqui nesse quociente é milhar e se der, para cada uma das instituições, um milhar gastaria 5 milhares e sobrariam 2548 balas, como se pode ver na ilustração abaixo.Outra dificuldade é discutir o zero intercalado.



Diante do resultado obtido pode-se perguntar, mas o que significa isso? 1509 é um número puro? Não, a resposta é *1509 balas por instituição*. Essa é uma grandeza mais do que extensiva, ela é intensiva. Então, pode-se trabalhar com medida, com ideias novas, com a operação da divisão. Não é preciso que no problema se mostre. Não precisa ser um problema complicado quando o conceito importante que se pretende construir é o da divisão. Será que é muito difícil, para um pedagogo, entender isso? Como diz o Pólya[1]: *pessoas que odeiam matemática passam para as crianças um ódio ainda maior por essa matéria*.

No fim do século XIX, começo do século XX, começou-se a falar sobre Educação Matemática e Felix Klein foi reconhecido como o “Pai da Educação Matemática”. Olhando para seu questionamento, a respeito da formação sólida que um professor de matemática deve ter em matemática, sou suspeita. Sou matemática por formação e somente nos últimos anos me dediquei exclusivamente à Educação Matemática. Assim, que discurso posso ter a esse respeito?

Quando eu falo de um conhecimento sólido, não estou dizendo que ele precise dominar Geometria Diferencial ou Álgebra Multilinear[2], mas seria bom se ele aprendesse um “pouquinho” de Cálculo Diferencial Integral, porque, na hora em que se está falando dos números, especialmente na hora de falar sobre os racionais, em que momento o professor foi levado a perceber a diferença entre frações e razões?

Ao pretender trabalhar com números, desde os naturais até os complexos, na escolaridade básica do professor, o que é que se exige dele?

[1] George Polya foi um matemático húngaro (1887 – 1985). Escreveu o livro A arte de resolver problemas que é conhecido em todo mundo. É considerado um dos precursores dessa metodologia para o ensino de matemática.
[2] Tomadas como Áreas da Matemática.

Trabalham-se os naturais, apresentam-se suas propriedades estruturais e nelas são destacadas as operações de adição e multiplicação sempre válidas. A subtração, numa primeira fase, é apresentada se o minuendo for maior ou igual ao subtraendo e a divisão somente se o dividendo for múltiplo do divisor.

Para tornar a subtração sempre válida é preciso que se defina o negativo de um número. Dessa forma amplia-se o conjunto numérico *N,dos naturais,* para o conjunto numérico *Z,* dos números inteiros. Para tornar a divisão sempre válida passa-se para o conjunto *Q* dos números racionais e a reta numérica fica densa, desde que entre dois racionais sempre existe uma infinidade de racionais.

Ao longo de sua escolaridade, os alunos devem aprender sobre o conjunto numérico dos irracionais (*I*) que, juntamente com os racionais, definem o conjunto dos números reais, $Q \cup I = R$, o que torna a reta numérica completa.

Num lance mais avançado os alunos devem trabalhar o conjunto dos números complexos, *C*. E os professores de matemática como se comportam diante da necessidade de trabalhar $N \subset Z \subset Q$...

Assim, acredito que, definindo aritmética como o ramo da matemática que trabalha sobre números, relacionando-os, diferenciando operações e estabelecendo propriedades sobre eles, fazendo aplicações, é muito importante que os professores de matemática tenham em sua formação inicial e continuada, um forte domínio do padrão de conteúdos: números e operações, de modo a permitir que seus alunos entendam como são definidas essas operações e como as técnicas operatórias, correspondentes a elas, variam de conjunto para conjunto.

Eu acho que isso é ter uma formação sólida em matemática, trabalhando matematicamente. O professor precisa entender o que esta fazendo. Precisa não só saber, não só ter destreza nas técnicas operatórias, precisa saber justificar o que faz e mostrar a seus alunos a beleza existente na matemática.

Para uma disciplina de um programa de Pós-Graduação, pediram-me que trabalhasse sobre dificuldades encontradas por professores de matemática em suas salas de aula. Tópicos regulares do currículo de matemática ao longo do desenvolvimento da matemática no Ensino Básico como, por exemplo, divisibilidade, diferentes personalidades do número racional, fatoração numérica e algébrica, trigonometria, noções de matemática discreta e suas aplicações e mais outras.

Então, considero que ter uma formação sólida em matemática é importante para o professor de matemática, tanto para ele como professor quanto para seu aluno que, como co-construtor de seu próprio conhecimento, sob a guia e direção de um professor bem formado, aprecie o novo conhecimento matemático que está sendo construído, em novos conceitos e novos conteúdos.

O que nos interessa é ensinar, aprender, avaliar matemática, através da resolução de problemas. Esse, através, sendo entendido ao longo da resolução de um problema. Há três maneiras de ver a Resolução de Problemas: **sobre:** é o Polya, é teorizar sobre Resolução de Problemas; **para:** é ensinar matemática para depois resolver problemas. (essa é a forma mais usual, é como você e eu aprendemos). O professor ensina, dá uma definição, dá um exemplo, quando muito um contra exemplo, define propriedades depois pede para aplicar esse conhecimento construído pelo professor de um problema; **através**: ensinar matemática enquanto você está resolvendo um problema, ao longo da resolução, através da resolução.

Dona Lourdes, vamos supor que a senhora seja escalada para contratar um professor que tenha essa formação sólida em matemática. Que características a senhora buscaria nesse profissional?

"Segundo Van de Walle (2001), professores de matemática verdadeiramente eficientes, devem envolver, em seu trabalho, quatro componentes básicos: (1) a valorização da disciplina Matemática em si mesma – o que significa "fazer matemática"; (2) a compreensão de como os estudantes aprendem e constroem idéias; (3) a habilidade em planejar e selecionar tarefas de modo que os estudantes aprendam matemática num ambiente de resolução de problemas; (4) a habilidade em integrar a avaliação ao processo para aumentar a aprendizagem e aprimorar, no dia-a-dia, o ensino"[3].

Que características então deve ter um professor que possui essa formação sólida em matemática?

Que saiba trabalhar com resolução de problemas. Eu não posso admitir que um professor tenha uma formação sólida e não saiba trabalhar com resolução de problemas.

---

[3] Citação do artigo *Ensinando Matemática na aula através da resolução de problemas* de autoria de Norma S. G. Allevato e Lourdes R. Onuchic, publicado no Boletim GEPEM nº 55, Jul-Dez, 2009, p. 139.

Há com frequencia professores que se sentem tentados a dizer as respostas para os alunos.

Durante a década de 80 do século XX, muitos recursos em resolução de problemas foram desenvolvidos, visando ao trabalho de sala de aula, na forma de coleções de problemas, listas de estratégias, sugestões de atividades e orientações para avaliar o desempenho em resolução de problemas. Muito desse material passou a ajudar os professores a fazer da resolução de problemas o ponto central de seu trabalho.

Entretanto, devido à discordância entre as diferentes concepções que pessoas e grupos tinham sobre o significado de resolução de problemas, o trabalho da década de 80 não chegou a bom termo.

Schroeder e Lester (1989)[4] apresentam três caminhos diferentes de abordar resolução de problemas que ajudam a refletir sobre essas diferenças: teorizar sobre resolução de problemas; ensinar a resolver problemas; e ensinar matemática através da resolução de problemas. O professor que ensina sobre resolução de problemas procura ressaltar o modelo de Pólya ou alguma variação dele. Ao ensinar para resolver problemas, o professor se concentra na maneira como a matemática é ensinada e o quê dela pode ser aplicado na resolução de problemas rotineiros e não rotineiros. Nessa visão, a proposta essencial para aprender matemática era a de ser capaz de usá-la. Acabando a década de 80 com todas essas recomendações de ação, os pesquisadores passaram a questionar o ensino e o efeito de estratégias e modelos, e a discutir as perspectivas didático-pedagógicas da resolução de problemas. Ela passa a ser pensada como uma metodologia de ensino, como um ponto de partida e um meio de se ensinar matemática.

"O Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é diferente daquele em que regras de "como fazer" são privilegiadas. Ele "reflete uma tendência de reação a caracterizações passadas como um conjunto de fatos, domínio de procedimentos algorítmicos ou um conhecimento a ser obtido por rotina ou por exercício mental (ONUCHIC, 1999, p. 203).

Trata-se de um trabalho onde um problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem, e a construção do conhecimento far-se-á através de sua resolução. Professor e alunos, juntos, desenvolvem esse trabalho e a aprendizagem se realiza de

---

[4] SCHOOEDER, T. L.; LESTER, J. F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A.P. (eds).New Directions for Elementary School Mathematics. Reston, VA: NCTM, 1989. p. 31-42.

modo colaborativo em sala de aula (ALLEVATO, ONUCHIC, 2007; ONUCHIC; ALLEVATO, 2005)[5]".

"Não há formas rígidas para colocar em prática essa metodologia (SHIMIZU, 2003; KRULIK; RUDNICK, 2005; ONUCHIC; ALLEVATO, 2005; VAN DE WALLE; LOVIN, 2006). Uma nossa proposta atual consiste em organizar as atividades seguindo as seguintes etapas:

1) Preparação do problema - Selecionar um problema visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não tenha ainda sido trabalhado em sala de aula

2) Leitura individual - Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.

3) Leitura em conjunto - Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.

> - Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo-lhes o problema.
>
> - Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.

4) Resolução do problema - De posse do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, num trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da "matemática nova" que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.

5) Observar e incentivar – Nessa etapa o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de idéias entre eles.

---

[5] (ALLEVATO, ONUCHIC, 2009, p. 139)

> - O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.

6) Registro das resoluções na lousa – Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.

7) Plenária – Para esta etapa são convidados todos os alunos para discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.

8) Busca do consenso – Após serem sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.

9) Formalização do conteúdo – Neste momento, denominado "formalização", o professor registra na lousa uma apresentação "formal" – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto"[6].

Dona Lourdes, que matemática os professores de matemática da educação básica precisam saber?

---

[6] ALLEVATO, ONUCHIC (2009, p. 140-141)

Eles precisam saber muito bem a matemática que eles vão ensinar. E como é que eles devem saber isso? Esse como é na Licenciatura. Agora, dizer que eles não precisam nada do que aprenderam de novo de matemática avançada, é estúpido. Porque eu preciso do Cálculo para falar da sequências, preciso saber se é um corpo, se é um anel, se é um ideal, na Álgebra. Preciso entender porque aquelas propriedades que eu uso devem ser válidas sempre, quando aquelas propriedades são demonstráveis e como são demonstradas, preciso até saber um pouco de topologia, sem dar essa palavra.

A Licenciatura deveria fazer, na formação inicial do professores uma coisa que é diferente do que se faz no bacharelado. Ela teria que fazer ligação de cada disciplina da graduação com aquilo que o futuro professor vai ensinar na escola básica. A Licenciatura precisa dar capacidade de pensar e chegar a entender o que você não havia entendido antes.

Dona Lourdes, na licenciatura em Matemática, os licenciandos cursam disciplinas como Cálculo Diferencial Integral, Geometria, Álgebra Linear, Estruturas Algébricas, Análise Real, entre outras, para terem uma formação matemática. Quais são as justificativas para esses cursos comporem a grade curricular do futuro professor de matemática que atuará na Educação Básica?

Às vezes, o aluno apenas decora o que foi "ensinado" e não consegue ver ligação entre a matemática universitária e a matemática escolar, do Ensino Básico, que ele deverá trabalhar. Por exemplo, em Estruturas Algébricas que justificativas dar-se-ia para que elas serem trabalhadas na Licenciatura? Você pega o professor que vai falar sobre funções e ele não sabe que o conceito de função é o mesmo para todos os seus diferentes tipos, não sabe que dependendo de onde a variável se encontra, teríamos ora funções polinomiais, ora funções modulares, ora exponenciais ou logarítmicas, ou integráveis... Por que e para que eu aprendo polinômios? Porque as funções polinomiais são de melhor ajuste, porque elas têm todas as boas características, é limitada, tem limite, é diferenciável, contínua e integrável em todos os pontos.

O que defendo é que se deve trabalhar, na graduação, a matemática avançada embora na Licenciatura em especial, o professor fosse um educador capaz de fazer a ligação de sua disciplina com ideias existentes na educação básica. Isso tornaria mais fácil aos estudantes da Licenciatura, futuros professores do Ensino Fundamental e Médio, justificar inúmeras situações vividas em sala de aula.

Disciplinas como Álgebra Linear, Cálculo Diferencial e Integral, Estruturas Algébricas, eu as acho fundamentais. Se acompanhar na história encontra assim. Até bem pouco tempo atrás para se fazer matemática, tinha-se que se conhecer Aritmética, trabalhar com números, depois a associaram à Geometria. Aritmética evoluiu para a Álgebra. A Álgebra ligada a Geometria levou à criação da Geometria Analítica. A partir dessas áreas integrou-se ao Cálculo, que está mantendo até como Matemática Avançada. Com a tecnologia entrando começou-se a mostrar algo recente para nós, pois nos formamos dentro da matemática contínua, que é altamente demonstrativa, e que existe o conhecimento acumulativo. Essa é a matemática dos conjuntos contínuos. Hoje se fala bastante da Matemática Discreta como a Matemática do nosso tempo.

O ramo da Matemática conhecido como Matemática Discreta tem crescido rapidamente em proeminência nas últimas décadas. Esse crescimento é devido à grande parte as muitas aplicações de seus princípios em negócios e suas ligações com as ciências computacionais. Os teoremas e as estratégias de resoluções de problemas centrais da matemática discreta combinadas com o crescimento do poder computacional dos computadores têm aberto novas áreas de investigação e de aplicação. Entretanto, os cidadãos e também muitos professores de matemática nunca ouviram falar em matemática discreta.

A matemática contínua é bem ligada a situações cujo objetivo principal é a medida de uma quantidade. Nas situações de matemática discreta o foco esta em determinar uma conta. Embora, se possa colocar os dois ramos da matemática (continua e discreta) em competição face a face, a realidade mostra que as duas abordagens se complementam nas aplicações do mundo real.

Portanto, considero uma falha na Licenciatura não abordarem o trabalho com Matemática Discreta, uma vez que análise combinatória, estatística, probabilidade, contagem, teoria dos grafos, jogos envolvem situações problemas da vida real.

Esse trabalho deveria ser feito não só na universidade, mas em todos os níveis de escolaridade.

Dona Lourdes, vou ler para senhora um texto aqui: Vou apresentar um exemplo de um cara que, seguramente, não sabia nada de estruturas algébricas, de análise com épsilons e deltas, não sabia nada de conjuntos. Quando digo nada, quero dizer que ele seria reprovado em qualquer primeira prova de teoria dos conjuntos, qualquer primeira prova de estruturas, qualquer primeira prova de calculo. Entretanto, ele era um excelente resolvedor de problemas, excelente formulador de problemas, hábil e *fluente em aplicações da Matemática em várias áreas e com certo domínio da Matemática. Eu falo do Euler. O que a senhora acha disso? Como você justifica essa formação sólida e essas disciplinas de conteúdo matemático nas licenciaturas?*

Euler existiu antes de fazer todas essas sistematizações. Se ele soubesse, tudo poderia ser diferente. Assim não dá. Ele conseguiu fazer essas coisas porque ele é um dos 5% diferentes da população. Agora, tem-se a tecnologia a dispor de todos e digo que muitas vezes ela não me serve. Quando eu preciso fazer uma coisa mais elaborada peço a um aluno para me ajudar e, por isso, não me preocupo em adquirir ter esse conhecimento. Mas seria bom se eu soubesse trabalhar com a tecnologia. Então se Euler não sabia alguma coisa, deve-se pensar na época dele, ver o que ele fez, a que ele se dedicou, em que área ele trabalhava.

A ideia aqui, Dona Lourdes, é fazer um contraponto para colocar em suspensão a formação matemática que se tem hoje. Porque assim, como se diz: Euler era um excelente resolvedor de problemas, que é uma primeira qualidade para ser um bom professor, um excelente formulador.

Veja ele era um excelente formulador de problemas. Ele sabia descobrir e criar problemas. Agora você vê que para a formação de professores, é preciso que se tenha uma formação matemática acadêmica.

O professor precisa saber o porquê das ideias introdutórias do Cálculo quando vai ensinar o conjunto dos números reais. Esse conjunto que é dado pelos números racionais e irracionais.

Você deve ter percebido que determinados conceitos de Teoria dos Números têm relações com a matemática escolar se os professores tiverem aprendido em um curso bem estruturado na faculdade. Por exemplo, logaritmos no Ensino Médio, como função inversa da função exponencial, é diferente do que se aprende na graduação quando o logaritmo é trabalhado como uma integral. Esse tipo de formação seria trabalhada com os professores, acredito, deveria ser diferente.

Dona Lourdes, eu vou colocar duas afirmações para senhora, uma do Felix Klein, de 1908, e outra da Anne Watson, de 2008. Ele fala assim:

> *[...] Por muito tempo [...] os homens da universidade preocuparam-se exclusivamente com as suas ciências, sem considerarem as necessidades das escolas, nem mesmo se preocupando em estabelecer uma conexão com a Matemática escolar. Qual foi o resultado desta prática? O jovem universitário se encontrava, no início, confrontado com problemas que não*

> *sugeriam, de maneira nenhuma, as coisas com as quais ele tinha se ocupado na escola. Naturalmente, ele esquecia estas coisas rápida e completamente. Quando, ao fim de seus estudos, ele se tornava um professor, encontrava-se repentinamente na posição de ter que ensinar a tradicional matemática elementar da antiga e pedante maneira; e, uma vez que ele praticamente não era capaz, sem ajuda, de distinguir qualquer conexão entre esta tarefa e sua Matemática universitária, logo se acomodava ao que a tradição honrava, e seus estudos universitários permaneciam apenas uma lembrança mais ou menos agradável, que não tinha nenhuma influência sobre seu ensinar.*

Isso é o Felix Klein em 1908. Depois temos a Anne Watson, 2008, que ela vai dizer Matemática escolar como um tipo especial da matemática acadêmica. Ela afirma...

> *Eu afirmo que a matemática escolar não é, e talvez nunca será, um subconjunto da reconhecida matemática acadêmica, pois ela tem diferentes justificativas, autoridades, formas de raciocínio, atividades centrais, propósitos e conceitos unificadores e, necessariamente que os recortes da atividade matemática se dão em diferentes maneiras daquelas da matemática acadêmica. Daí ela vai dizer:*
> *Eu entendo a* ***matemática acadêmica*** *por atividades que avançam o conhecimento matemático: as formas de engajamento, tipos de questões, padrões de argumentos que são aceitos como contribuinte para o cânone convencional da matemática pura e aplicada.*
> *Por* ***matemática escolar****, eu entendo as formas de engajamento na matemática em contextos formais de ensino para o iniciante, incluindo os graduandos, ou por aqueles que não se vêem como iniciantes, mas que tem a matemática impelida sobre eles.*

O que a senhora me diz sobre essas duas afirmações?

A Afirmação da Anne Watson foi feita 100 anos depois da do Klein, então eu não posso comparar as duas coisas dizendo que esse falou menos e aquele falou mais. Felix Klein foi o primeiro que enfrentou banca de concurso, defendendo o ensino que os professores deveriam fazer. Nós não teremos bons investigadores, pesquisadores enquanto nós não fizermos os professores abrirem a cabeça dos alunos, já prevendo que a coisa ia crescer. Ele já dizia, como ele fala, na introdução do livro. Ele fala da aritmética, do cálculo com números naturais, uma extensão, a preocupação com as propriedades dos inteiros, números complexos, álgebra e análise. Então que vejo, é que para a época dele, 1908, ele foi um revolucionário que falava sobre o que os professores precisavam saber dizendo: *Não vou lhes dar receitas, vocês vão usar suas cabeças para sentir como devem trabalhar com seus alunos.* A outra colocação é de 2008. Sua cabeça é totalmente diferente.

A intenção disso, Dona Lourdes, é explicitar uma possível diferença entre o que a gente estuda na universidade e o contexto escolar. Coloco essas duas afirmações para poder conversar sobre essa diferença. Anne Watson afirma que a matemática escolar não é, e talvez nunca será, um subconjunto da reconhecida matemática acadêmica. Ela diz porque ela tem diferentes justificativas, autoridades, formas de raciocínio, atividades centrais, propósitos e conceitos unificadores e, necessariamente que os recortes da atividade matemática se dão em diferentes maneiras daquelas da matemática acadêmica. Na matemática escolar uma atividade é a de resolver problemas, problemas ligados ao cotidiano e, na matemática acadêmica, o objetivo é produzir conhecimento matemático.

De fato, para o professor em sala de aula, o objetivo da matemática acadêmica não é o de produzir conhecimento matemático. Na Lei de Diretrizes e Bases[7] isso fica muito bem colocado. O curso de graduação em matemática apresenta duas vertentes: Bacharelado e a Licenciatura. O Bacharelado tem por função formar aqueles que deverão criar uma matemática nova. Já os egressos da Licenciatura, deverão ser professores da Educação Básica. Acredito que esses professores em formação não devem saber menos matemática do que o bacharel mas, como uma população diferente de estudantes, devem trabalhá-la de outra forma. Eles precisam trabalhá-la em um nível que vá formá-los professores, uma vez que estes se apresentarão como um guia condutor do conhecimento do aluno.

Para mim, matemática escolar e matemática acadêmica não são coisas diferentes e o que diferencia é a forma de trabalhá-la. Quando, na sala de aula, desde o pré até o terceiro ano do Ensino Médio, é trabalhada a matemática escolar e o produto final é o mesmo, a aprendizagem dos alunos. Todos devem aprender números, começando com os naturais ampliando esses conjuntos numéricos até chegar, no terceiro ano do Ensino Médio, aos números complexos. Com a Álgebra e a Geometria, acontece a mesma coisa. Assim, para cada disciplina, os propósitos são os mesmos.

Vejo que, na faculdade, é que aprendo a ler cientificamente, a ser reflexivo e, portanto, pesquisador. Na faculdade, vejo de uma maneira mais madura as coisas que deverão ser trabalhadas nas bases. Ela me dá um amadurecimento... Deveria dar. Entretanto, a mim me parece que nos faltam respeito, cultura, conhecimento, autoestima. Deveríamos pensar, sou professor e tenho orgulho de ser professor. Acredito, que muitas vezes, isso nos falta.

[7] Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura, 2002

Assim, um professor que vai dar Cálculo na Licenciatura e ensina esse tópico da mesma maneira que trabalha com o aluno da engenharia está errando. Da mesma forma, se o professor de matemática for para uma aula de oitava série “ensinar” equações do segundo grau e trabalhar apenas no nível de técnicas operatórias necessárias para levar adiante esse tópico erra também, pois falta com respeito daqueles alunos melhor preparados, para enfrentar a construção desse tema. Isso ocorre com uma certa frequencia em sala de aulas em nossas escolas.

Dona Lourdes, vamos para outro lado da pesquisa, a Inglaterra. Na Inglaterra, para ser professor, você precisa ter uma graduação (em qualquer área). É interessante, Dona Lourdes, que você entra no site e tem algumas chamadas: se você é um Economista, por exemplo, e quer ser professor de Matemática, olhe sua chance. Você faz um ano de um curso (Postgraduate Certification in Education, PGCE) e com isso você está apto a ser professor de matemática. Com isso, aparentemente, eles não têm problemas com esse tipo de formação (que não chega a ser o famoso 3 + 1). Até mesmo o Romulo conversou com uma amiga dele e ela disse: como assim a gente não tem problemas?! A gente tem sim. Mas aparentemente não é tão problemático quanto aqui. Por que essa formação lá funciona? Ou, aparentemente, funciona? O que a senhora pensa sobre isso?

Isso funcionaria, mas nossa realidade é outra. Por exemplo, outro dia alguém me disse que estava passando na frente de um colégio em São Paulo e havia alguém na esquina dizendo: Q*uer dar aula de matemática? Quer dar aula de matemática? na rua.* Há uma grande escassez de professor de matemática. Nossa realidade é estúpida, porque nem maus professores de matemática nós temos. Para física e matemática não há professores. Também outro dia estive com uma criança que me disse: *agora já é o quarto professor de matemática que a gente está tendo neste ano, sai um entra outro.* Os professores não aguentam os alunos e pedem, com frequencia, um atestado médico para tratamento. Saem esses professores de matemática e, na falta de outro, colocam o de história, de geografia, de artes, qualquer um para tapar o vazio da sala de aula, pois a criança não pode ficar sem aula. Então não se ensina.

Nesse modelo de formação na Inglaterra, acho que se a pessoa está capacitada, ela pode dar aula. Não vejo problema. Eu acho que para a profissão de professor é nocivo, porque não vale a recíproca: *um professor de matemática trabalhar em Economia*. Além disso, é humilhante para um professor de matemática aceitar e trabalhar com outro profissional que não tem formação matemática. Então é diferente, porque nós, como já disse, o licenciado é diferente do bacharel, mas em meu ponto de vista, o licenciado tem objetivos até mais fortes do que o bacharel, porque ele precisa além de dominar as disciplinas da graduação, ele deve saber, de uma maneira diferenciada, a parte pedagógica, porque ele responde a duas perguntas: o que devo ensinar? E, como devo ensinar?

Dona Lourdes, para fechar, se a senhora fosse uma ministra da educação ou se tivesse a oportunidade de montar uma estrutura de um curso de matemática, como seria ela? Qual seria, na sua opinião, a formação matemática do futuro professor de matemática?

Daria todas as disciplinas da graduação, mas comum enfoque de um formador de professores de matemática, relacionando, sempre que possível, todas àquelas que são trabalhadas durante a escolaridade básica. Isso eu digo porque, como já disse, o professor deve saber como fazer os alunos construírem os conceitos, conteúdos e técnicas operatórias constituintes de um programa escolar. Para isso, é preciso que ele não só saiba desenvolver essa matemática, mas que saiba, com firmeza, justificar o que faz. Para isso ele deve se apoiar no quê de matemática ele "aprendeu" na graduação para, com garantias, justificar os passos dados. A partir disso, ele poderia responder à pergunta dos alunos: *Professor, para que eu preciso saber disso?*

Partiria sempre de problemas. Seria uma estrutura colocando todas as disciplinas a partir de tipificações de problemas.

Acredito que um curso estruturado dessa forma seria uma revolução que espero e desejo que seja feito há muito tempo.

Este texto foi elaborado a partir de uma entrevista realizada com Dona Lourdes.

Lourdes de la Rosa Onuchic possui graduação em Bacharelado e Licenciatura em Matemática pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras

(1954), mestrado em Matemática pela Escola de Engenharia de São Carlos-USP (1971) e doutorado em Matemática pelo Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos-USP (1978). Nos últimos anos tem se dedicado ao trabalho de pesquisa em Educação Matemática atuando no programa de Pos Graduação de Educação Matemática da Unesp de Rio Claro. Grande parte de seus trabalhos são na de Resolução de Problemas. É líder do GETERP (Grupo de Estudos e Trabalhos em Resolução de Problemas). Faz parte do Grupo de Trabalho do Ensino Superior da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

Texto 3
Eu acho que o curso de Licenciatura teria essas disciplinas com uma discussão da História da Matemática e muitas aplicações

Eu não tenho me envolvido muito com o ensino da Matemática nos níveis Fundamental e Médio. Minha formação inicial foi em Engenharia Civil. Talvez por isso sempre me interessei muito pelas aplicações da Matemática. Quando fui fazer meu doutoramento na Universidade de New York, tive a sorte de ir para um lugar onde se fazia muita Matemática Aplicada. Isso se devia ao matemático alemão Richard Courant, que pertenceu, até a década de 1930, a um dos departamentos de matemática mais famosos da Alemanha, na universidade de Göttingen. Na década de 1930, Courant emigrou para os Estados Unidos e começou a estimular a vinda de matemáticos da Alemanha para lá, principalmente motivado pelas perseguições nazistas a cientistas de origem judaica. Contratado pela Universidade de New York ele criou o Institute of Mathematical Sciences (hoje chamado Courant Institute of Mathematical Sciences, em sua honra). Ele tinha uma orientação muito grande para as aplicações da matemática. No meu doutoramento, no final da década de 50, tive como professores muitos matemáticos alemães. Como eu já tinha estudado engenharia e gostava muito de aplicações de matemática, eu estava no lugar correto.

Depois que voltei para o Brasil, fui o primeiro professor de matemática da Universidade de Brasília (UnB) que em 1962 estava sendo criada por Darcy Ribeiro. Nesse ano, eu estava no Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) no Rio de Janeiro. Contactado por Mauricio Matos Peixoto e Leite Lopes, que então era responsável pela implantação dos cursos de Física na UnB, fui estimulado a ir a Brasília conversar com Darcy sobre a Matemática na UnB. Encontrei o Darcy Ribeiro numa sala do Ministério da Educação na Esplanada dos Ministérios, onde estava temporariamente a reitoria da UnB. Minha impressão de Darcy foi marcante... Ele foi uns dos grandes intelectuais brasileiros, tinha uma visão de universidade muito diferente da época, que ainda tinha uma tradição de catedrático e assistente. Às vezes um bom cientista, matemático, não podia fazer uma carreira dentro da universidade da época, porque tinha um catedrático, proprietário da cadeira para a vida toda. O Darcy, em 62, criou uma universidade em outros padrões, na qual não tinha catedrático. É um modelo de universidade como hoje. Eu acho que a reforma de 1967 foi na direção da concepção da Universidade de Brasília de 1962. Infelizmente, o projeto de UnB não durou muito, pois com o golpe militar de 64 e a universidade foi muito visada. A UnB foi uma universidade criada no governo de João Goulart com um pessoal de esquerda como o próprio Darcy Ribeiro. Uns dos mais proeminentes professores, na área de arquitetura, quando eu estive lá, era Oscar Niemeyer. Daí, em 1965, ganhei uma bolsa do Guggenheim, fui para os Estados Unidos e fiquei lá até 1971. Depois voltei novamente para a Universidade de Brasília.

Talvez, por minha formação no curso de graduação em Engenharia e posterior pós-graduação com bastante exposição as aplicações de matemática, eu sempre olhei a matemática como uma área na qual é muito importante suas inter-relações com outras áreas do conhecimento humano, as outras ciências como Física, Biologia, Química, etc.. Você olha meu livro de equações diferenciais aplicadas e lá tem um monte de aplicações à mecânica, e outras ciências. Eu acho que isso dá mais vida ao ensino e motiva mais os estudantes. A pesquisa em matemática é infinita. Você lê um artigo e pode-se perguntar: *e se eu modificar essa hipótese aqui, o que acontece?* Então começa um desenvolvimento da matemática que não é muito salutar, que é o daquela matemática que generaliza por generalizar, para tirar algumas hipóteses, demonstrar mais alguma coisa. Eu acho que não seja por ai. Eu acho que quando você pega um problema e diz: *essa equação resolve o problema de uma membrana vibrante ou de uma placa*, isso dá muita vida para a matemática. Eu tenho me envolvido muito no ensino da matemática visando sua inter-relação com as outras áreas. Em nível universitário isso é muito importante. Eu sempre batalho em nível de departamento por isso, até porque muitos dizem: *essa aplicação deixa para lá, deixa para o departamento de física*. Eu acho que não. Eu acho que no curso de matemática é preciso dar aplicações, mostrar a riqueza da matemática, misturar a estrutura matemática com suas aplicações. Claro que tem um limite também, pois não vai *ad infinitum*. Eu acho importante que o professor no curso da licenciatura seja exposto a essa matemática com relações com outras áreas.

Professor Djairo, do que estudamos, principalmente para a minha tese, lemos que em muitos artigos, livros, que o professor de matemática deve ter uma formação sólida em matemática. Como você caracterizaria essa formação sólida? Ou seja, o que é para você ter uma formação sólida em matemática, pensando no professor que vai atuar no Ensino Fundamental e Médio?

Olha, eu acho que uma das principais áreas nesse nível é a Geometria. Eu acho que ela é muito rica porque tem uma visualização. Para o menino que está no Ensino Fundamental, tem muito mais apelo você traçar uma figura, discutir propriedades do triângulo, do que discutir uma equação. É claro que a equação é extremamente importante para ele resolver os problemas, mas eu acho que, nesse nível, eu daria muita ênfase à parte de Geometria e à Algébrica que vem junto, mas sempre com apelo à visualização. Mas, como eu digo, eu não tenho muita experiência!

Você falou em uma formação sólida, e eu acho essencial, muito mais importante do que a pedagogia. Tem havido muito debate entre conteúdo, didática e pedagogia. Claro que didática é importante, mas eu acho mais importante que o professor tenha uma formação sólida, que seja seguro no que está falando. Agora, não pode ser antipático quando fala. O problema é que quando a gente conversa com uma pessoa de uma certa idade e essa lhe pergunta: *O que você faz?* e respondemos: *Eu sou matemático*, a pessoa diz: *Ah, de matemática eu nunca gostei, eu nunca entendi*. Eu acho que isso é, em muito, uma conseqüência do ensino. Os professores não têm um conhecimento muito firme e às vezes querem impressionar os alunos e, com isso, criam certa antipatia pela matemática. Eu acho que esse é um problema muito sério do ensino, e nessa parte básica, deficiência do professor. O que eu entendo por didática e pedagogia é simpatia. O professor tem que ser simpático. Claro que ele tem que cobrar dos alunos, mas ele não pode ser um chato. Se isso não acontece o aluno associa a matemática à chatice, por causa do professor. Nesse sentido, é que eu acho muito importante que o professor tenha uma formação muito sólida.

Quando o senhor fala em formação sólida seria em Geometria ou também em outras áreas?

Seria em Geometria e toda essa parte algébrica. É muito importante, pois muita parte dos problemas de Geometria nos leva para a Álgebra, para problemas de Álgebra. Então tem que estar acoplado. Agora, o apelo geométrico é muito bom, você dá o apelo geométrico e, depois, uma equação bem associada: perfeito.

O senhor acha que num curso de licenciatura, trabalhando essas duas grandes áreas, o futuro professor teria uma formação sólida em matemática?

O que poderia ser mais? É claro que tem a trigonometria, que é uma ferramenta extremamente importante para você resolver problemas e tudo. Eu acho que isso é importante. Tem uma coisa que eu gosto muito, a história da matemática. Mas não uma história de boatos. Por exemplo, pode-se falar em Arquimedes e perguntar: *O que Arquimedes fez?* A ênfase não está no fato de ele ter saído nu gritando "Eureka, Eureka!" [risos]. Pode-se até falar disso para chamar atenção, mas deve-se fazer um pouco das coisas que ele fez, o Método, por exemplo. Eu creio que a história é uma coisa interessante, pois é suave: você mostra que existiram pessoas no passado que trabalharam esses problemas. E ai você explica os problemas. Eu acho que associar muito o ensino com história é bom e que se o professor soubesse bastante história, em relação ao que um fulano fez, não à sua vida particular, seria interessante. Por exemplo, pega o Método, um dos trabalhos do Arquimedes, e vê ali o que ele fez. Tem umas coisas bacanas. Então você pode misturar isso no ensino e assim prender o aluno, porque há muitas coisas interessantes feitas por matemáticos do passado que às vezes despertam interesse. Por exemplo, eu estudei o meu Fundamental no interior do Ceará e não era um grande colégio. Mas o que eu agradeço muito é que lá em casa tinha uns livros do Malba Tahan. Então, antes dos meus 14 anos, eu já tinha lido *O Homem que Calculava*, a *Matemática Pitoresca*. São essas coisas que tornam a matemática agradável e que deveriam ser misturadas, e que o professor deveria saber para poder estimular o aluno nessa direção. Porque eu acho que não é só saber, não é só ter uma formação sólida em matemática, mas é saber transmitir com simpatia. Para que os alunos não digam: *agora é aula de matemática do fulano de tal, que chatice!*. Isso é o fim da picada. Com isso, quando você fala *agora é aula do professor de matemática*, você está matando qualquer interesse que a pessoa tenha.

Caminhando um pouco nessa direção do que o senhor está falando, vamos imaginar que seja escalado para contratar um professor que tenha essa formação sólida em matemática, que características você vai buscar nesse profissional? Que características tem um professor que possui essa formação sólida em matemática, pensando sempre que ele vai atuar no ensino fundamental e no ensino médio?

Você tem que ver a formação dele, onde ele estudou, que coisas estudou e se você fizer uma entrevista, colocar alguns pontos para ver o que ele pensa. Por exemplo, como você começaria um curso com os alunos do Ensino Fundamental? Porque o conhecimento dele você olha em seu histórico. Ele estudou na Universidade *X*, com tais disciplinas, mas você tem que conversar um pouco para ver o que ele pensa dessas coisas, inclusive dessas coisas que a gente está conversando. Isso é o que eu pensaria. Não sei se sua pergunta é nesse sentido.

Professor, a pergunta é no sentido de tentar pensar como é que se construiria essa formação sólida que, pelo o que o senhor está me dizendo, seria um bom conhecimento de Geometria e Álgebra e um bom conhecimento de história da matemática, no sentido de conhecer os métodos, os pensamentos. Pensando em termos de formação de professor o senhor acha que essas coisas dariam conta dele ter uma formação solida em matemática?

Eu tenho a impressão que sim. As coisas de Aritmética você supõe que ele já tem, no nível de Geometria, Álgebra, resoluções de equações, problemas da Geometria, coisas desse tipo.

Mas, por exemplo, o senhor pensaria em um curso de variáveis complexas?

Eu estou pensando no Ensino Fundamental.

Mas pensando no Ensino Fundamental e Médio, o que senhor pensaria?

Daí, pensando no Médio, você deveria ter mais coisas. Eu diria que seria importante um curso de Cálculo Diferencial e Integral. Eu acho que ele tem que ter essa preparação.

Que justificativa o senhor daria? Como a gente poderia justificar um curso de Cálculo Diferencial Integral na Licenciatura em Matemática para formar o professor da Educação Básica?

Bom, isso é uma boa pergunta. O que me passa é que tem muitas aplicações. Você pega o Cálculo Diferencial, você tem toda essa coisa de comprimento de curvas, uma boa relação com coisas geométricas também. A mesma coisa no Cálculo Integral, com o problema de cálculo de áreas e tudo isso. Ele também teria que ver algumas aplicações, eu acho que é importante alguma aplicação no sentido de não exigir muita sofisticação de formação. Por exemplo, você pode explicar muito bem uma questão de um crescimento populacional com uma equação, que é uma coisa que tem muito mais apelo. Eu acho que é importante. Eu não sei se hoje em dia no Ensino Médio eles têm Cálculo Diferencial. Antigamente tinha.

Hoje aparece apenas na Universidade. Não se chega a ver no Ensino Médio, professor.

Mas eu acho que não faz mal que o professor do Ensino Médio saiba um pouco mais. Porque acontece também uma coisa interessante. Você pode ter uma situação em que o professor seja simpático com seus alunos e que esses alunos sejam muito talentosos. O professor pode estimulá-los a irem mais adiante. Como ele pode estimular? Ele pode perguntar: *Vocês já viram isso aqui? Então, veja, isso aqui é uma derivada. Veja nesse problema, como está aparecendo um logaritmo...*. Se ele sabe um pouco mais... mas também não precisa fazer um curso de Equações Diferenciais Parciais, mas acho que a Análise, nesse nível de Cálculo, ele tem que saber. É essencial que ele saiba isso, e também acho que dá uma certa confiança a ele. Em suma, o professor tem que sentir que ele sabe mais que os alunos. Ele não precisa dizer, mas ele tem que ter certa firmeza, e essa firmeza é uma cultura que ele tem. Então eu não vejo mal. Eu nunca pensei nisso também – você está me pegando meio que de surpresa para pensar o que seria o elenco de disciplinas para o professor do Ensino do Fundamental –, mas eu acho que tem que ter mais matemática do que aquela que ele ensina. Uma justificativa que eu daria para isso seria pela segurança e pela possibilidade de, eventualmente, ele ter uma interação com alunos. É muito importante isso. Eu acho que eu estou sendo muito idealista com isso porque o professor, em geral, tem um salário baixo, está sobrecarregado de aulas, não tem um lazer, não tem tempo para conversar com os alunos em um outro período fora da aula. Talvez isso seja um pouco de idealismo, mas eu acho que daria a ele mais segurança e, eventualmente, ele poderia ajudar mais os alunos.

Se a gente pensasse em qual matemática seria a do professor de matemática. Seria essa que o senhor está elencando: Álgebra, Geometria, Análise, História da Matemática?

Exatamente. Seria toda a matéria que ele vai ensinar e mais coisas que dêem uma formação a ele. O aluno poderia perguntar para o professor: *Por que eu estou estudando logaritmo?* Ele precisa ter uma segurança. Ele pode dizer que vai ter alguns problemas assim, assim... Não precisa ensinar isso para os alunos, mas ele sabe onde os problemas vão aparecer. Às vezes umas palavras que ele diga podem ajudar muito a formação intelectual do aluno. Não se pode restringir toda a formação do professor apenas ao que ele vai ensinar. Eu acho que tem que ter uma cultura maior. Isso eu incluiria tranquilamente: todo Cálculo e a Análise Real que está junto com o Cálculo. A Análise Complexa eu não sei se seria tão importante... eu não sei como é hoje o elenco de disciplinas na Licenciatura.

Basicamente é assim, professor. Temos Cálculo, Álgebra Linear, Estruturas Algébricas, Análise real, Geometria, alguns cursos têm Teoria dos Números, outros têm disciplinas de matemática aplicada, mas, mais ou menos, todos os cursos têm essas disciplinas.

Eu diria que, para fazer um elenco de disciplinas para as Licenciaturas, estas que você falou são mais que suficientes. Eu acho que com essas coisas o professor tem uma boa formação. Inclusive, por exemplo, quando você falou em Teoria dos Números, é uma disciplina que é uma beleza para se misturar com história. Tem o Fermat, muitos problemas interessantes. Da parte de Análise nós já falamos. A parte de Álgebra Linear também é fácil. Então seria esse elenco para a formação do professor da educação básica. Ele precisa saber o que vai ensinar, mas também saber um pouco mais. Eu acho que esse “um pouco mais” seriam essas disciplinas. Acho que elas já dão uma boa formação.

Professor Djairo, na licenciatura em Matemática, os licenciandos cursam disciplinas como Cálculo Diferencial Integral, Geometria, Álgebra Linear, Estruturas Algébricas, Análise Real, entre outras, para terem uma formação matemática. Quais são as justificativas para esses cursos comporem a grade curricular do futuro professor de matemática que atuará na Educação Básica?

É claro que para o professor do Ensino Médio eu acho extremamente importante essas coisas. No Ensino Fundamental talvez não, nem tanto, porque também a matemática que ele ensina é de outro nível.

E o Senhor faria uma diferenciação, da formação do Ensino Médio e do Fundamental? Porque no nosso sistema é um só...

Eu acho que não dá para diferenciar muito.

Pegando a Análise, como o senhor justificaria?

Bom, você tem o Cálculo. O Cálculo, no fundo, é uma Análise. A Análise 'rigorisa' um pouco mais, pois na Análise, por exemplo, para definir número real, a coisa fica um pouco mais sofisticada. Então a análise 'rigorisa' muito mais...

Pegando um exemplo dos números inteiros, professor. O futuro professor aprende a construção dos números inteiros na graduação, mas ele nunca vai chegar a fazer algum tipo daquela discussão com os alunos na educação básica. Mesmo assim o senhor acha interessante ele ter essa formação?

Eu acho interessante ele ter essa formação por aquilo que te falei: para que ele se sinta bem e não tenha medo de uma pergunta. Porque você pode imaginar o seguinte, por exemplo: se o professor deixar aberto o diálogo com os alunos, eles podem fazer perguntas que o professor fique embaraçado se não souber. Perguntas como "Por quê? Por que é assim? Por que não é? Para que serve?". Para essas perguntas o professor tem que estar bem preparado. Eu acho que um conhecimento um pouco mais sólido dá mais segurança a eles e eu acho que essas disciplinas ajudam. O Cálculo muito mais, porque na Análise já tem uma preocupação muito grande com o rigor, com as demonstrações e tudo. A Análise é uma coisa que pode ser um pouco, digamos, pesada, e eu tenho a impressão que ele não vai utilizar, que é pouco provável que tenha necessidade de utilizar, por exemplo, cortes de Dedekind ou coisas desse tipo. Eu acho que isto tem uma sofisticação bem maior. Basta ver que até por volta 1870 ninguém sabia essas coisas e se fazia uma excelente matemática, quantas coisas não foram feitas antes disso? [risos]. De modo que eu acho que a gente não deve exagerar demais. Eu ficaria no Cálculo apenas, que já seria suficiente.

Agora, outra coisa é o seguinte e é bom não esquecer: o jovem, quando termina o Ensino Médio e vai para a universidade, às vezes não sabe o que quer. Eu digo por mim, que terminei o Ensino Médio e fui fazer Engenharia porque gostava de matemática. Depois que fiz o curso, fui um bom aluno, eu não queria trabalhar com Engenharia, não queria fazer construções de casas e todas essas coisas, não era muito minha vocação. Então, o que acontece também é o seguinte: eu acho que quando o jovem termina o ensino médio, vamos dizer que ele pense em fazer matemática e entra na Licenciatura. Às vezes, depois de uns anos, ele descobre que não quer ser professor de Ensino Médio, que gostou de muito de matemática e quer prosseguir. Então eu acho que se a gente pensar nesse contexto, um curso de matemática de Licenciatura que contém as disciplinas que você mencionou, que não são nada demais, abre também uma porta para ele optar. Ele pode chegar e dizer *Olha, agora que eu estou terminando o curso, acho que quero fazer um mestrado, porque quero prosseguir e fazer matemática*. Então, se ele não está em muita desvantagem com o pessoal do bacharelado, ele pode entrar no mestrado e fazer aquilo que quer. Eu acho que a gente tem que pensar nesse aspecto, pois muitas vezes quando o aluno escolhe fazer Licenciatura em Matemática ele, por vezes, nem sabe como sua carreira vai evoluir. Ele pode entrar em uma Licenciatura e, eventualmente, se desviar para um mestrado e doutorado e ser um pesquisador em matemática. Então, pensando desse modo, eu acho que é bom também a gente não penalizar o aluno de Licenciatura com uma formação muito inferior à do bacharelado. Eu acho que não seria justo. Eu tenho essa ideia de que quando o jovem decide o que ele quer fazer ele não está sabendo. Recentemente, apenas como um exemplo, minha neta, que estudou na Escola Americana de Campinas e foi uma aluna muito boa, ganhou uma bolsa para fazer a graduação na Universidade da Pensilvânia, na Filadélfia. Assim, fui deixá-la lá. Quando eu olhei o chefe do departamento vi que era o Jerry Kazdan, um antigo colega de New York. Fui falar com ele, apresentar minha neta, ele perguntou para ela: *Você já decidiu o que vai fazer?* Ela disse: *Não*. Ele disse: *Ótimo, você tem que entrar na universidade, ver as disciplinas, depois decidir*. Nos Estados Unidos eles têm o que chamam de *two years college*, dois anos em que você faz uma série de coisas e depois opta para onde vai.

O senhor acha que no Brasil isso seria uma estrutura interessante?

Eu acho que seria, porque se você pensar bem, o jovem não sabe o que um engenheiro, um advogado, fazem, por exemplo. É claro que ele tem uma ideia, mas eu acho que você precisa entrar mais profundamente nas coisas daquelas áreas para você saber. Você precisa estudar mais física, mais matemática, mais biologia, para compreender. E com isso, você olha o que gostou. Eu acho que é importante, talvez, não colocar a formação do Licenciado em um nível muito inferior ao do bacharel, por conta desse contexto, de que ele pode não saber exatamente o que ele quer na vida. Com isso, você dá para ele uma possibilidade de seguir em frente. Se ele optar por ensinar no Ensino Médio e Fundamental, o fato dele saber mais não prejudica.

Professor, eu vou apresentar um exemplo de um cara que, seguramente, não sabia nada de estruturas algébricas, de análise com épsilons e deltas, não sabia nada de conjuntos. Quando digo nada, quero dizer que ele seria reprovado em qualquer primeira prova de teoria dos conjuntos, qualquer primeira prova de estruturas, qualquer primeira prova de cálculo. Entretanto, ele era um excelente resolvedor de problemas, excelente formulador de problemas, hábil e fluente em aplicações da Matemática a várias áreas e com domínio certo da Matemática. Eu falo do Euler. O que você acha disso? Como você justifica essa formação sólida e essas disciplinas de conteúdo matemático nas licenciaturas, tomando esse exemplo emblemático?

Eu acho que o Euler foi um caso excepcional. Se você acompanha sua história, ele teve possibilidades de estudar no começo com Bernoulli; depois, bem jovem, ele foi para São Petersburgo, estimulado por Daniel Bernoulli. Assim, ele tinha contato com competentes matemáticos da época. É claro que a matemática, na época de Euler, não tinha se desenvolvido tanto assim. Ele foi um das pessoas que mais desenvolveram e criaram matemática. Tem uma história interessante que o fulano diz que aqui tem as poligonais de Euler, não sei o quê de Euler, tem outra coisa que é do Euler, isso, aquilo, do Euler. Daí você chega uma hora e fala: *Vamos parar com isso porque senão vai chegar uma hora que você vai ter que trocar o nome de Matemática para 'Eulermática', por conta da quantidade de coisas que ele produziu* [risos]. Ele é excepcional. Claro que a matemática que ele sabia ele utilizou para resolver diversos problemas. E não sendo suficiente ele criou nova matemática. Caso excepcional!

A ideia aqui, professor, é colocar uma possibilidade de pensar em pessoas que tenham características dele, tais como: ser excelente resolvedor de problemas, elaborador de problemas e que tenha essa possibilidade de aplicação da matemática, como o senhor está dizendo. Também é ressaltar que na época dele não tinha nada dessas coisas, até *porque ele não viveu nessa nossa época. A ideia é colocar esse contraponto para a gente pensar na formação que a gente tem hoje. O senhor acha que daria conta?*

Eu acho que não sei. O que significa ser resolvedor de problemas? Você, para resolver um problema básico, precisaria de geometria. Problema de geometria você resolve, problema de Álgebra, Teoria dos Números, você resolve tudo. Agora, é claro que isso não vai em contradição com o fato de você saber mais matemática. Eu não estou entendendo muito...

Esse é um exemplo que o Romulo utiliza muito, professor, no sentido de pensar que essa formação matemática que a gente tem na Licenciatura é uma formação e oferece algumas coisas. Talvez, poderia se pensar em uma outra formação que colocaria essas questões de resolver problemas, formulador de problemas, habilidade em aplicações da matemática, para pensar na formação do professor da educação básica.

Exatamente. O que eu falei sobre a necessidade dessas disciplinas... é claro que, no interior delas, têm problemas, tem resolução de problemas. Eu acho que uma coisa não está em contradição com a outra não. Pelo contrário. Eu acho que é muito bom você ter desafios quando ensina uma determinada disciplina e que tenha problemas ali. Eu acho que isso faz parte do ensino.

Essa discussão é no sentido de pensar, professor, que poderiam ser outras disciplinas, como no exemplo emblemático do Euler: ele não teve contato com essas disciplinas que falamos.

Ah sei. Bom, no começo eu comecei falando em aplicações. Mas eu também acho que durante o próprio ensino dessas disciplinas deve ter aplicações. Você vê o que falei do livro de equações diferenciais aplicadas que escrevi. Tem bastante Análise no livro. Equações e aplicações, curvas de perseguição, o problema da braquistócrona (que volta ao Euler, novamente). Então, dentro dessas coisas têm bastante problemas. Eu acho que têm aplicações e acho que isso motiva, como falei no começo. Eu acho que motiva muito bem a matemática. Eu vejo que se o professor puder dar aplicações, quando ele estuda a parábola, por exemplo, o problema da corda... Por exemplo, em curva de perseguição: o cachorro vai correndo aqui e o coelho vai correndo lá, então qual curva o cachorro vai fazer para pegar o coelho? Os alunos ficam excitados com esse tipo de coisa. Eu acho que se o professor tem uma formação, ele pode e deve lecionar esse tipo de coisa. Eu acho que é importante e que não se deve ficar somente na formalização, não.

Professor, eu vou fazer duas afirmações e é engraçado por conta do ano. Uma é de 1908 e a outra é de 2008, que vai explicitar um pouco desse contexto da matemática acadêmica e a matemática escolar. A primeira é do Felix Klein de 1908 do livro Matemática elementar de um ponto de vista avançado:

> *[...] Por muito tempo [...] os homens da universidade preocuparam-se exclusivamente com as suas ciências, sem considerarem as necessidades das escolas, nem mesmo se preocupando em estabelecer uma conexão com a Matemática escolar. Qual foi o resultado desta prática? O jovem universitário se encontrava, no início, confrontado com problemas que não sugeriam, de maneira nenhuma, as coisas com as quais ele tinha se ocupado na escola. Naturalmente, ele esquecia estas coisas rápida e completamente. Quando, ao fim de seus estudos, ele se tornava um professor, encontrava-se repentinamente na posição de ter que ensinar a tradicional matemática elementar da antiga e pedante maneira; e, uma vez que ele praticamente não era capaz, sem ajuda, de distinguir qualquer conexão entre esta tarefa e sua Matemática universitária, logo se acomodava ao que a tradição honrava, e seus estudos universitários permaneciam apenas uma lembrança mais ou menos agradável, que não tinha nenhuma influência sobre seu ensinar.*

Esse é o Felix Klein escrevendo em 1908, explicitando essa situação. Dai temos a Anne Watson, uma educadora matemática inglesa que escreve um artigo chamado Matemática escolar como um tipo especial da matemática acadêmica. Então ela diz assim:

> *Eu afirmo que a matemática escolar não é, e talvez nunca será, um subconjunto da reconhecida matemática acadêmica, pois ela tem diferentes justificativas, autoridades, formas de raciocínio, atividades centrais, propósitos e conceitos unificadores e, necessariamente que os recortes da atividade matemática se dão em diferentes maneiras daquelas da matemática acadêmica. Eu entendo a* ***matemática acadêmica*** *por atividades que avançam o conhecimento matemático: as formas de engajamento, tipos de questões, padrões de argumentos que são aceitos como contribuinte para o cânone convencional da matemática pura e aplicada. Por* ***matemática escolar****, eu entendo as formas de engajamento na matemática em contextos formais de ensino para o iniciante, incluindo os graduandos, ou por aqueles que não se vêem como iniciantes, mas que tem a matemática impelida sobre eles.*

A ideia aqui é mostrar esses dois contextos para gente conversar um pouco da matemática acadêmica e escolar e também as possibilidades de diferenças.

Eu acho que, no caso dela, entendo o seguinte: você tem uma matemática que todo o ser humano precisa, e seria a aritmética. Seria, por exemplo, você ir ao supermercado e entregar uma nota de 10 e a atendente, para devolver uma nota de 5, não precisar de uma calculadora. Tem uma matemática que todo ser humano precisa. Eu diria que ela é muito ligada à aritmética, muito ligada à visualização. Mas essa matemática é muito rudimentar. Tem uma matemática, ainda no nível de utilização, que seria dada no Ensino Fundamental e Médio, que as pessoas aprendem e eventualmente podem aplicar quando trabalham em bancos ou em computação e alguma coisa ela vai aplicar: é uma matemática mais sofisticada. Agora, o que ela está falando é o que é que faz um pesquisador em matemática. Aí é outra coisa, um outro universo. Você está entrando em um contexto em que você trabalha em uma determinada área de matemática. Um pesquisador em matemática tem que acompanhar como as coisas começaram, a evolução, e quais são os problemas relevantes de uma determinada área. Eventualmente com inter-relacionamento com outras áreas paralelas. Isso acontece muito na parte de Análise e Equações Diferenciais, você tem muito influxo de aplicações. Eu não sei que matemático falou que entre a matemática e as aplicações existe uma ponte em que deve haver tráfego nas duas direções. Eu acho muito bonito porque significa que o que você recebe da aplicação motiva muito a pesquisa, e depois, quando esses resultados são produzidos, eles voltam para serem aplicados.

Nisso eu vejo uma diferença clara. Eu não espero que um professor do Ensino Médio, até mesmo professores universitários, sejam pesquisadores. Na universidade tem muitos professores que não se dedicam à parte de pesquisa, até mesmo porque tem uma necessidade muito grande de formação de pessoal e, assim, você precisa ter professores para os cursos de Engenharia. Você não espera que mesmo os professores que vão ensinar aquela matemática, o Cálculo, Equações Diferenciais Parciais, Variáveis Complexas, Métodos de Matemática para Física, sejam pesquisadores. Também tem a vocação da pessoa, porque tem gente que gosta de ensinar, mas que não tem vocação de ser um pesquisador. Então eu diria que ela está chamando atenção para universos diferentes.

E se a gente pensasse, professor, por exemplo, na matemática universitária (Cálculo, Estruturas Algébricas, Análise Real) e a matemática escolar?

Isso a gente estava pensando há pouco. É claro que, na parte do ensino, na sala de aula, o professor não vai fazer cortes de Dedekind. Mas em sua cabeça, em sua formação, ele deve ter uma cultura maior do que a que ele está falando. Eu acho que isso é importante. A cultura dele não pode ser somente o que ele está vendo na sala de aula de matemática. Ele tem que ter uma cultura maior e também saber o que ele deve ensinar, e isso não vai atrapalhar.

Mas pensando em termos matemáticos, formas de raciocínios, estruturas matemáticas. O senhor vê diferenças entre essas duas coisas?

Não vejo muito, não. Eu acho mesmo que quando o professor dá o curso de Geometria para o pessoal do Ensino Médio ele precisa ser cuidadoso com o rigor. Ele não pode ficar chutando as coisas. Nesse sentido, ele tem que transmitir que a matemática tem um certo rigor. Isso ele tem que saber. Ele não pode 'fazer de conta'. É preferível que ele entre na sala de aula e diga que isso aqui se demonstra, mas que ele não vai fazer, ao invés de fazer um 'faz de conta'. Eu acho que se ele tem cultura, tem mais segurança. Eu não vejo muita diferença entre essa formação e as discussões que ele faz na educação básica. Agora, o que ela falou é muito diferente, completamente diferente. Inclusive você vê, na própria universidade, pessoas que estão em universos diferentes do ponto de vista do trabalho. Agora, o que o Klein falou, eu não sei se eu entendi bem, mas a impressão que eu tenho é que a pessoa estudou um negócio e não se sabe para quê.

Eu vejo, professor, que ele coloca que existem dois mundos e que há poucas relações entre eles. Então você faz educação básica, Ensino Fundamental e Médio, e depois você entra no curso de matemática que é um outro universo. Hoje já está mais relacionado. Depois, quando você acaba esse curso de graduação, você volta para ensinar a matemática na escola e se vê perdido. Como o Klein coloca aqui: "o jovem universitário se encontrava no início confrontado com problemas que não sugeriam de maneira nenhuma as coisas com as quais ele havia confrontado na escola e naturalmente ele se esquecia rápido e completamente. E quando ele terminava a graduação ele se voltava para dar aula e ele se encontrava repentinamente na posição de ter que ensinar a tradicional matemática da tradicional e pedante maneira e uma vez que ele não era capaz sem ajuda de distinguir qualquer conexão entre essa tarefa e a matemática acadêmica".

Eu acho que ele pode muito bem, uma vez que fez a universidade, trazer um influxo para o Ensino Médio. Não é que ele vai ensinar essas coisas, mas que ele vai ter atitude. Se levar a coisa do Klein ao pé da letra, então você não precisaria de mais que um ano para formar o professor. Porque se ele fez o Ensino Médio e depois diz: quero ser professor do Ensino Médio. Mas ele já estudou tudo, já sabe tudo, então em um ano você o treina um pouquinho e já o joga como professor. Isso para mim não faz sentido.

Novamente: eu acho importante que ele saiba um pouco mais para que tenha segurança e como possibilidade para a própria carreira dele. Para mim seria um absurdo, pois se ele só vai ensinar essas coisas do Ensino Fundamental e Médio, para que ele vai estudar Cálculo Integral? Se ele não vai ensinar Cálculo Integral, para que ele vai estudar? Então ensina para ele progressão aritmética... mas ele já sabe progressão aritmética. Então, não há necessidade de se estudar mais [risos].

Professor, na Inglaterra, para ser professor, você precisa ter uma graduação em qualquer área (esse 'qualquer área' é meio entre aspas porque precisa ter uma graduação em uma área que tenha alguma afinidade com a matemática), depois fazer um ano de um curso (Postgraduate Certification in Education, PGCE) e com isso você está apto a ser professor de matemática. Por exemplo, uma pessoa fez engenharia e depois quer dar aulas de matemática. Então ela faz um ano desse curso e está apta para dar aulas de matemática. Nesse curso, a discussão basicamente é de prática de sala de aula. Eles têm discussões dentro da escola, mais da metade do curso eles passam na escola, trabalham com discussões de estratégias para ensinar os conteúdos, como utilizar tecnologias. Com isso, aparentemente, lá não há problemas com esse tipo de formação (que não chega a ser o famoso 3 + 1), eles não têm problemas com a estrutura de formação de professores de matemática. Lógico que algumas pessoas não concordam, mas se você pensar no todo, grande parte concorda com essa estrutura. É diferente do que a gente vê aqui no Brasil, que tem toda uma discussão. Até a década de 90 eram três anos de matemática e mais um de pedagogia. Hoje a gente já tem uma formação que discute questões de sala de aula, da prática do professor, desde o primeiro ano. Temos também uma carga maior para os estágios e as práticas pedagógicas. Então tem essa questão. Nossa ideia é tentar pensar: por que essa formação, lá, funciona? Ou, aparentemente, funciona nesse sentido? O que o senhor pensa sobre isso? Como o senhor olharia essa estrutura de formação de professores? Exemplificando mais: pode ter um cara que fez o curso de Administração. Em um curso de Administração deve ter um pouco de Cálculo, talvez Estatística. Depois ele fez esse curso de Pós Graduação em Educação e vai dar aula. Nesse sistema pode acontecer do cara não ter essa formação sólida como o senhor está colocando. Nunca passou pela sua cabeça o que seria um supremo, ou mesmo cortes de Dedekind, por exemplo.

Eu vejo isso da seguinte maneira. Por exemplo, um médico que se forme nos Estados Unidos e vem para o Brasil. Ele não pode exercer a medicina aqui. Mas em alguns casos, não sei se em medicina, tem a questão do reconhecimento de diploma. Então isso significa o quê? Você analisa o histórico dele, em alguns casos, obriga que ele faça algumas disciplinas para ter o equivalente ao nosso diploma. Então eu vejo uma situação muito análoga. Suponha que você tenha um engenheiro e ele quer ensinar no Ensino Médio. Então ele poderia ter um reconhecimento do diploma que daria a ele uma possibilidade de ensinar. Então uma universidade olharia o currículo dele. Que matemática ele estudou? Essa, essa, essa. Faltou isso. Eventualmente, ele terá um reconhecimento, uma autorização para ensinar, se completar sua formação. Eu acho que isso seria possível. Teria um critério básico para aceitar. Por exemplo, se requer atualmente, no Brasil, na Licenciatura, um curso de pedagogia e ele não tem. Então teria que fazer para ficar em pé de igualdade. Se a formação matemática dele é considerada equivalente, tudo bem. Então tem que ver o que está faltando e deixar a possibilidade de ele fazer isso. Eu não vejo mal nenhum nisso. Novamente, talvez fosse bom para o próprio país ter mais possibilidades de empregos e até, eventualmente, que uma pessoa que não está feliz com aquilo que está fazendo tivesse a chance de mudar.

Vamos dar um exemplo em relação a um curso de Economia, professor. Nesse curso você discute Teorias Econômicas, Macroeconomia, Econometria, entre outras disciplinas. Então você tem uma parte de matemática bem pesada, mas você não chega a estudar Análise, Variáveis Complexas, Estruturas Algébricas. Pensando em um cara que estudou Economia, fez esses dois anos (de Pós-Graduação em Educação), ele está apto para dar aula e aparentemente não tem grandes problemas com essa estrutura de formação. O que eu estou querendo fazer é um contraponto com essas tentativas de pensar como seria essa matemática da licenciatura como a gente está pensando.

Aqui já complicaria um pouco, porque se você quer fazer a equivalência, ao cara que é formado em Economia possivelmente faltaria Análise. Eu acho que complicaria por conta do que você está querendo na formação do professor. O que você achou ser necessário para ter essas matérias? Eu acho que complicaria mais do ponto de vista formal.

O senhor acha que essa cara daria conta de ser professor?

Se ele é uma pessoa que estudou todas essas coisas que você falou, ele seria um professor com uma outra coloração. É uma pergunta e uma situação um pouco complicada.

O senhor acha que, em termos do profissional que se formou em uma universidade como a Unicamp, com profissionais reconhecidos, com uma série de questões, um ensino de qualidade. Vamos dizer que esse cara resolva dar aula agora por algum motivo qualquer. Vamos dizer que ele faça dois anos de Pós- Graduação em educação no instituto de educação e discuta práticas pedagógicas, relação professor alunos, todas essas questões. Em termos de possibilidades para esse cara o senhor não vê problemas?

Essa é uma situação difícil, por que se você está querendo a formação do bacharel, desse modo então você estaria com um indivíduo diferente. Talvez ele pudesse ser um bom professor. Agora eu não sei como essa coisa ficaria formalmente. Não sei. Essa é uma pergunta um pouco complicada, eu não teria uma opinião muito firme sobre isso. É interessante porque, como você diz, essa pessoa já tem uma maturidade. Fez uma matemática básica e tem uma maturidade em aplicações da matemática em uma determinada área. Então talvez ele fosse um bom professor. Agora, haveria um problema formal do reconhecimento, se você vai formalizar a formação do professor de Fundamental e Médio, você vai fazer isso com esse elenco, como você iria justificar que uma pessoa não tivesse aquilo, do ponto de vista formal? É uma situação. Aparentemente a gente está lidando com duas esferas: uma questão formal e outra da formação do professor. Um dos meus professores de matemática (naquela época não tinha muitos professores no Ensino Médio) era um médico. Péssimo professor! [risos]. É difícil, porque você pode não ter nenhuma garantia de que ele vai ter sucesso.

Lá no sistema inglês, professor, tem uma outra estrutura, sendo que grande parte da população fez uma educação de qualidade. Talvez isso garanta que ele possa se dar bem em sala de aula. Os futuros professores fazem um ano de curso quando é primário e dois anos quando é secundário. Isso tudo passa por um processo de avaliação e varia de acordo com a demanda. Esses dois anos de discussão são em relação à matemática escolar. Não tem nada de discussão de Análise Real, Estruturas Algébricas. Eles discutem questões da sala de aula, sendo que ficam mais da metade do curso na escola junto com os professores, trabalhando com eles em dinâmicas de sala de aula.

Então é quase o que a gente estava conversando no começo: ele mostraria um elenco de disciplinas que ele fez e em dois anos ele completa.

Professor, para a gente tentar fechar, uma pergunta que eu acho que vai englobar tudo. Como seria para o senhor a estrutura de um curso de licenciatura, em relação à formação matemática do futuro professor de matemática? Qual seria, na sua opinião, a formação matemática do futuro professor de matemática? Imaginando que o senhor pudesse estruturar um curso de Licenciatura, como o senhor pensaria?

Eu acho que a gente já conversou sobre isso: seriam essas disciplinas todas que, eu acho, seriam essenciais. Não é que elas seriam a matéria que seria ofertada pelo professor em sala de aula (na educação básica). É claro que toda a matéria que ele vai trabalhar em sala de aula ele precisa saber. Mas precisa ter estudado um pouco mais. Eu acho que daria a ele mais segurança. Eu acho que esse elenco de disciplinas seria mais que suficiente para ele. Seriam essas mesmas disciplinas tradicionais que seriam úteis para o ensino dele. História da matemática eu acho que é importante, se bem que uma boa parte da história da matemática seria oferecida dentro de cada disciplina. Ao invés de ser uma disciplina isolada, ela deveria ser fragmentada nos cursos que ele tem. Se você vai dar um curso de Cálculo, na formação do professor, então deve ter bastante de história do Euler, Leibniz. Mesma coisa com Teoria dos Números: poderia ter Fermat, Goldbach. Eu acho que tudo isso pode ser espalhado e, assim, faz mais sentido. Eu acho que isso é importante. Eu acho que é importante também olhar essa parte de didática, de que se fala muito. Eu acho que se pode conversar, mas eu acho que não se deve esquecer que isso é muito da própria natureza da pessoa. Tem gente que não tem jeito. Você pode dar três anos de didática que a pessoa será um péssimo professor. Mas eu acho que não faz mal você ter uma disciplina na qual você possa dar algumas dicas. Antigamente você tinha muito professor que começava a escrever e que não saía da frente. Ele estava escrevendo a equação e não saía da frente. Então, esse tipo de coisa, tem uma série de conselhos que vale a pena serem dados. Acho que a didática deve ser enfatizada. Agora, o conteúdo é realmente imprescindível. Eu acho que as disciplinas que devem ser dadas são essas. Eu sempre tenho essa atitude: misturar algum tipo de aplicação em cada coisa que se faz, e também um pouco de história. Isso daria uma formação sólida, dá uma riqueza também, o ensino torna-se mais leve se você toma essa atitude. Mas para isso você tem que preparar o professor nessas disciplinas de formação.

Mas esse é um problema complexo. Infelizmente eu não posso te ajudar muito porque nos últimos anos eu só tenho me envolvido com a pós-graduação, com programas de doutorado. Faz muitos anos que eu não me meto no ensino em nível de bacharelado e licenciatura.

Mas, nossa ideia é essa mesmo, professor, um olhar de um pesquisador em matemática que produz matemática. Para tentar olhar para essas questões que conversamos, desse lugar.

Eu acho que a ênfase é essa: o curso de Licenciatura deve preparar o professor para dar aquela matéria e que ele saiba um pouco mais. Ter uma ideia da evolução dessas áreas da Geometria, Álgebra. Que ele tenha uma ideia um pouco mais daquilo para que isso dê mais segurança a ele. Eu acho que isso é importante para o ensino dele, e também importante no aspecto que o jovem não sabe muito bem o que quer quando escolhe o curso. Eu acho que a gente estaria ajudando na sua carreira se tiver essa possibilidade. Daria também aos professores de ensino médio um nível melhor porque a pessoa saberia um pouco mais, seria uma pessoa de outro nível. Eu acho isso importante. E também esses aspectos que nós conversamos. Saber a importância da matemática com as outras ciências, a evolução da matemática com o tempo e as contribuições das pessoas daria um certo entusiasmo pela ciência. Essa é uma preocupação nossa: a matemática não é algo isolado, estanque, ela é uma coisa do espírito humano.

Essa ideia da ponte eu acho espetacular, nas duas direções. Isso é realmente muito importante.

O texto apresentado é uma textualização da entrevista realizada com Djairo Guedes de Figueiredo.

Djairo Guedes de Figueiredo possui graduação em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (1956), mestrado (1958) e doutorado (1961) em Matemática pelo Courant Institute Of Mathematical Sciences NYU. Atualmente é professor titular da Universidade Estadual de Campinas. Dentre os prêmios que recebeu estão os Telesio-Galilei Academy of Sciences Gold Medal - Great Britain (2011) e Grã Cruz da Ordem do Mérito Científico (1995). É pesquisador produtividade do CNPq 1A. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Análise, atuando principalmente nos seguintes temas: métodos variacionais, equações semi-lineares, equações diferenciais parciais, equações semi-lineares elípticas.

Texto 4

Eu acho que é importante estudar matemática acadêmica, mas de uma outra maneira. Eu penso que para ser professor de matemática é preciso saber outras coisas além da matemática

Gostaria de começar por uma questão ligada àquele artigo que você escreveu com o Viana e com o Plínio[1]*. Em muitos textos lemos que o professor de matemática deve ter uma formação sólida em matemática. Pergunto: como você caracterizaria essa formação sólida? Ou seja, o que é para você, pensando na formação básica do professor, ter uma formação sólida em matemática?*

Acho que a pergunta que você faz depende muito de para quem você está fazendo. Eu entrei na faculdade de Filosofia na década de 1960 e apenas depois foram criados os Institutos de Matemática. Minha formação é antiga, porque os professores eram aqueles bem tradicionais, lá no Rio Grande do Sul. Eram considerados os marcos do curso de Licenciatura e até de Bacharelado em Matemática. Minha primeira imagem foi essa: *tenho que saber matemática como esses caras sabem*. Eu tinha um professor, por exemplo, que, como professor, todo mundo sabia que ele era um caos. Ele chegava, dizia boa tarde, ia para o quadro e escrevia inteirinho e, quando chegava ao fim, ele esperava, imaginava que todos tivessem terminado de copiar e então apagava tudo. A gente corria para conseguir acompanhar. Não se entendia uma vírgula, naquele momento, do que ele estava apresentando, porque naquela correria era só copiar, copiar. Não tinha um livro, não existia um livro. Então, depois a gente passava a limpo aquilo e estudava. A gente entendia sozinho todo aquele material que nos era cuspido lá nas aulas, essa é que era a verdade. Quase todas as aulas eram dessa forma, todas as disciplinas de matemática eram assim. Então, essa foi a imagem que nos passaram, você

---

[1] MOREIRA, P. C.; CURY, H. N.; VIANNA, C. R. Por que Análise Real na Licenciatura? **Zetetiké**. V.13, n. 23, p.11-39, 2005.

entende? Então, o que é ser professor de matemática? É o cara que sabe tudo isso que estão me mostrando. Quando eu terminei a licenciatura, comecei a lecionar em cursos de licenciatura, já no ano seguinte. Depois lecionei em PREMEM e depois tive uma experiência muito interessante que foi a o ciclo básico da UFRGS. Em todos esses momentos se entendia que o aluno de matemática tinha que saber matemática. Por exemplo, Álgebra Linear, eu nunca tinha aprendido, porque no meu curso, como era esse curso antigo, não tinha Álgebra Linear. Eu fui chamada para dar aula nessa Universidade sobre essa disciplina, porque o professor tinha ficado doente e eu tinha que substituí-lo. Então eu aprendi Álgebra Linear, com o livro do Hoffmann Kunze, fazendo os exercícios do livro, sozinha. É claro que eu aprendi muito mais do que se eu tivesse tido aula simplesmente. Então eu construí essa imagem e, por mais que eu leia, discuta, por mais que se passem os anos, que eu veja novas realidades, eu não consigo, lá no fundo, apagar essa idéia de que o professor de matemática tenha que saber matemática. Não necessariamente ele tem que saber aquilo que, vamos supor, meu professor apresentava. Mas eu penso que o professor de matemática, se faz uma cadeira de Cálculo, tem que ter condições, não digo naquela disciplina, mas no final do curso, de explicar as coisas que ele aprendeu. Explicar, mesmo que com auxílio, pois não estou querendo que o cara decore. Mas ele tem que ter condições de explicar o que são os conceitos principais daquele conteúdo, daquela disciplina, tem que saber fazer os exercícios básicos, os exercícios-padrão. Por exemplo, tem que saber reconhecer gráficos de funções.

Para exemplificar isto, estamos trabalhando em uma pesquisa com um artigo em que os autores apresentam um conjunto de gráficos e perguntam para o aluno de Licenciatura quais são funções. Ou seja, o cara fez o Ensino Médio, teria que saber funções. Além disso, fez o curso de Licenciatura, já teve Cálculo, já viu função, já fez Álgebra e, porém, ele olha pra aquilo e erra 50% daquele exercício. Ele não consegue decidir se é ou não é uma função. Se ele for estudar por leis ou por tabelas, ele não consegue decidir. Então, o que ficou da definição do conceito de função? Não ficou quase nada. Eu acho que o professor de matemática tem que ter claro esse conceito. Talvez, por conta dessa formação bastante rígida que tive, com pessoas muito gabaritadas... pois esses professores que citei foram alguns dos primeiros que estudaram naquele primeiro curso de Licenciatura em Matemática na USP, em 1934. Eles fizeram esse curso, estudavam por aqueles livros italianos. É aquela gente que teve formação inicial no Brasil. Em minha opinião, existe um grupo ainda de pessoas que foram formadas mais ou menos com essas idéias. Essas pessoas continuam com essas idéias sobre o que o professor tem que saber quando ele termina a licenciatura. Penso que existem idéias, conceitos, que são fundamentais e que o professor não pode sair de um curso de licenciatura sem saber.

Para falar desses conceitos, acho que a gente tem que pensar assim, e aí vamos para outra ponta. O que nós consideramos que um aluno que faz Ensino Fundamental e Ensino Médio - não necessariamente que vai para Universidade, mas um aluno que faça essa formação básica, não interessa sua profissão - precisa entender de matemática para a vida que levamos hoje? Partindo dessa idéia, eu penso: quais são os conteúdos que acho que esse cara tem que saber? É claro que tem que saber porcentagem, regra de três, juros, relações, dependência, independência. Ele tem que entender relações que, no fim das contas, vão ser funções. Eu acho que essas idéias perpassam qualquer coisa que eles forem fazer na vida. Perpassam áreas da Biologia, Economia, Engenharia, Direito, Sociologia e até Antropologia. Se você não pensa em carreira universitária, pensas em profissões como bancário, atendente de loja, vendedor, enfim, várias profissões. O que essas pessoas precisam saber para viver e viver no mundo de hoje, no mundo das novas tecnologias? Quantas e quantas vezes, atualmente, qualquer um de nós vai a uma loja e a pessoa que nos atende não sabe fazer, minimamente, uma conta de somar ou subtrair? Ela precisa puxar uma calculadora. Eu acho que desde a formação básica lá das séries iniciais, o aluno tem que ser preparado para ter essa noção. Não estou querendo que ele me faça uma conta de quatro dígitos. Não. Eu quero que ele tenha idéia do que ele está fazendo. Eu, por exemplo, num primeiro momento, não saberia te dizer todos os conceitos que seriam fundamentais. Mas eu pegaria séries iniciais e diria: *bom para séries iniciais eu acho que isso é fundamental, quer dizer, o aluno tem que começar com isso*. Depois ele vai para o Ensino Fundamental e algumas ideias são importantes. No Ensino Médio, eu já acho que muito menos ideias são importantes, porque o que se ensina de matemática (teoricamente falando do Brasil de uma maneira geral, em livros dos autores mais conhecidos) eu não vejo muita necessidade.

Eu acho que o professor, na formação inicial, deveria conhecer a razão pela qual ele ensina esses conteúdos e deveria dominá-los. Dominá-los no sentido antigo da palavra, ou seja, realmente saber o que é como é que se trabalha com esse conceito e, quando questionado, responder: “isso aqui é ou não função, é por tal motivo. Eu garanto que é”. Acho que tem coisas mínimas que o cara realmente tem que saber.

Em relação à razão pela qual os conteúdos são ensinados, pegando o exemplo de função, posso perguntar: por que se aprende função? O professor, formado em Licenciatura em Matemática, tem que ter uma idéia clara desse conceito, ele tem que saber em que áreas esse conceito aparece, entender que ele aparece em várias áreas, em várias situações do mundo real, em várias outras áreas da matemática. Entender que ele é fundamental, entender um pouco de história, pois até pouco tempo a gente acreditava poderia fazer toda a matemática em cima de funções. Ele tem que ter essa idéia e, ao mesmo tempo, ele tem que saber. Se eu perguntar a ele: qual é a definição? E ele não diz. Agora você vai me dizer, não faz mal? Não faz mal, porque ele vai ensinar o aluno a fazer gráfico, ele vai ensinar a fazer uma tabelinha, afinal ele só vai trabalhar com função linear. Não, eu não concordo. Quero dizer, eu não consigo conceber isso, mas tenho certeza que muita gente consegue e acha que não tem problema. Eu tenho uma formação que é essa que estou dizendo e por isso eu acho que tenho essas ideias sobre a formação do professor de matemática.

Helena, vamos imaginar que você é escalada para contratar um professor que tem essa formação sólida, por alguma razão. Que característica você buscaria nesse profissional?

Claro que eu me prepararia antes, não seria como agora, que estou conversando contigo e você está me perguntando quais são os conteúdos e eu estou insistindo em função. Também falei em porcentagem, mas poderia ter falado outras cosias, geometria, por exemplo, tem várias coisas que eu não deveria deixar de lado. Mas então, eu prepararia um teste, ou uma conversa com essa pessoa para que ela me dissesse algumas coisas, para que ele me contasse, me exemplificasse, para que ele me mostrasse até onde aquilo é usado, me desse a idéia de que realmente ele sabe aquelas coisas básicas. E depois, para contratar um professor para Educação Básica, eu não deixaria de lado outro aspecto que eu acho fundamental: a capacidade desse professor de ser professor. Porque para a formação sólida sobre a qual a gente fala em matemática, eu coloco alguns assuntos que acho interessantes, mas a formação sólida de um professor de matemática exige alguma coisa a mais.

Eu sou do tempo em que a gente não tinha, necessariamente, professor de matemática. Não tínhamos licenciados em matemática, porque naquela época não existia em número suficiente. Então, eu tinha professor de matemática que era Engenheiro, eu tinha professor de Biologia que era médico, e assim por diante. Eu tive ótimos professores Engenheiros, Médicos e tive péssimos professores licenciados em matemática, ou seja, não era pelo conteúdo em si, porque naquela época o conteúdo era muito padronizado pelo Ministério da Educação. Todo mundo sabia o que tinha lecionar. Usávamos aquele livro do Bezerra, chamado Bezarrão, e todo mundo sabia o tinha que ser utilizado no Ensino Médio, então todos os professores iam dar aula segundo aquele livro, ele tinha que saber o que estava ali. Se você tivesse feito Engenharia é obvio que saberia aquilo; se tivesse feito matemática, obvio que ele saberia aquilo. O conteúdo ele sabia, não era esse o problema. O problema era como ele se relacionava com a turma, como ele conseguia dar aula a ponto das pessoas adorarem a aula, ou odiarem a aula. Então essa parte eu acho fundamental e isso eu tenho as minhas dúvidas se "se aprende na escola". Para mim, essa seria uma característica, mesmo pensando na formação matemática. O cara me mostra que tem uma boa formação matemática, mas vejo que ele - por algum indício, ou porque eu peço uma prova didática, ou porque ele vai dar uma aula, ou porque eu faço uma observação dele em sala de aula, ou alguma coisa assim - não tem condições de trabalhar com jovens. Ele pode ter uma ótima formação matemática, mas ele não vai me servir para aquele posto.

Helena, se eu me candidatasse e dissesse que tinha feito Cálculo um, dois, três e quatro, Álgebra Linear, Estruturas Algébricas, Variáveis Complexas, Análise Real. Isso me daria condições para ter essa formação sólida?

Não, de jeito nenhum, porque você sabe que a pessoa pode ter feito todas essas disciplinas que você me disse e passar medianamente, ou passar até por métodos escusos. Então, não é o currículo que o cara me traz, ou até as notas dele, eu quero saber dele.

Se eu tenho alguma indicação, como estou te dizendo, não vai ser pela nota. Mas, se eu não conheço e a pessoa vai se candidatar, eu vou fazer uma entrevista, ou um teste. Bom, mas se eu conheço, por exemplo, se lembro dele como aluno, eu já tenho então uma idéia dessa formação sólida. Então isso aqui já está contando.

Poderia ou não ser esta formação sólida em relação às disciplinas que eu te aponto?

A sim, poderia não ser. Eu não concordo de maneira alguma (e isso é uma coisa sobre a qual eu até hoje debato, embora seja voto vencido em qualquer discussão) com a sequência das disciplinas que são elaboradas, que são criadas para um curso de Licenciatura em Matemática, você entende? Eu não concordo e nunca concordei que um aluno da Licenciatura tenha que fazer um Cálculo junto com o aluno da Engenharia, mas todo mundo me convence, em faculdade particular e até em faculdade pública, que é antieconômico e, por isso, tenho que colocar na mesma sala. Eu não concordo, porque acho que o engenheiro precisa da ferramenta e o professor de matemática precisa do Cálculo de uma outra forma. Ele precisa entender as coisas do Cálculo. Quanto ao engenheiro, vamos pensar em derivada... vamos pensar que, para algum trabalho que o engenheiro faça ou para outras disciplinas do curso dele (e isso era sempre cobrado pelo pessoal do curso da Engenharia), ele precise sair derivando maravilhosamente, saber todas as regras. Agora, o que é derivada? Ele sabe aplicar as regras. Então, se o engenheiro precisa aplicar as regras e não precisa do conceito, tudo bem. Mas quanto ao professor de matemática, eu quero que ele saiba o conceito, claro que também gostaria que ele soubesse aplicar as regras e tudo, mas quero que ele saiba o conceito. Porque ele só pode ensinar alguém, se souber do que está falando. Ele precisa entender para poder ensinar, essa é minha impressão.

Em minha experiência, a que contei a você, com Álgebra Linear, eu fui dar uma disciplina que eu nunca tinha visto na vida. Tive que estudar sozinha. Eu aprendi muito mais Álgebra Linear do que outros colegas que tiveram. Eu aprendi Álgebra Linear porque, quando eu parava em um certo ponto, eu tinha que entender aquilo ali, porque se eu não entendesse não conseguia dar minha aula. Então, por esse motivo, eu fiquei com uma boa base dos conceitos de Álgebra Linear.

O que da Álgebra Linear eu preciso para o Ensino Fundamental e Médio? Bom, vamos pensar um pouquinho, vamos relembrar os tópicos, mas veja bem: eu não concordo que, na Licenciatura, as disciplinas de Cálculo, de Álgebra Linear, de Estruturas Algébricas fiquem estanques. Em minha opinião, nós teríamos que ter a capacidade de criar disciplinas novas que fossem aceitas pela comunidade e nas quais os conceitos matemáticos (esses tais considerados básicos para a matemática da vida, para a matemática das outras ciências) fossem apresentados no sentido daquela espiral, de modo que se revisitasse esses conteúdos várias vezes e sobre vários olhares, entende? Eu acho que, com essa transformação, essas disciplinas estariam na Licenciatura. Acho que se a gente conseguisse, em algum momento, criar um curso em que as disciplinas fossem construídas a partir de um conceito gerador, vou dar esse nome, eles estariam na Licenciatura. Vamos pegar, por exemplo, espaço vetorial. Adianta você pegar aquela disciplina de Álgebra Linear e, ao chegar num certo momento, definir o que é espaço vetorial: *espaço vetorial é tal e tal coisa*? Você acha que o professor, formado na Licenciatura, que tiver feito naquele momento os exercícios adequados que envolviam a definição de espaço vetorial vai entender que esse conceito vai estar presente em outras disciplinas que ele fizer? Eu tenho sérias dúvidas. Será que ele vai entender onde isso vai aparecer no Ensino Fundamental e Ensino Médio? Mais sérias dúvidas ainda. Então, a minha utopia, vamos dizer assim, seria um curso em que conceitos básicos pudessem ser revisitados por todas as áreas da matemática, que eles pudessem ser construídos por várias áreas da matemática.

Helena, na licenciatura em Matemática, os licenciandos cursam disciplinas como Cálculo Diferencial Integral, Geometria, Álgebra Linear, Estruturas Algébricas, Análise Real, entre outras. Quais são as justificativas para esses cursos comporem a grade curricular do futuro professor de matemática que atuará na Educação Básica?

Vamos pegar o Cálculo Diferencial Integral, por exemplo, e eu vou dar uma primeira resposta que é até meio cínica. Eu diria: em primeiro lugar: a tradição. Até um determinado momento, existia uma listinha, que era essa. A diferença estava em Estruturas Algébricas sobre a qual não se falava, mas existia uma listinha – um parecer - que dizia o que deveria ser dado em um curso de Licenciatura. Vou considerar a primeira mudança que fizemos no curso da PUCRS (o curso da PUCRS de Porto Alegre foi o primeiro, juntamente com o da UFRGS. Eles foram criados no mesmo ano, 1942, e foram os únicos cursos de licenciatura por muitos anos). Na década de 1970, com aquela criação das licenciaturas curtas, ocorreram reformulações, mas aquele parecer era o guia do que tinha que ter. O cara até poderia fazer a licenciatura curta, mas quando chegava na habilitação em matemática era aquilo ali. Era uma tradição. Quando houve a possibilidade de cair fora desse parecer (o ano eu não sei te dizer), quando foi possível ter uma autonomia para criar disciplinas novas, os professores não sabiam criar disciplinas. Não sabiam, porque eles foram criados assim, eles foram formados assim. Quando eu digo os professores estou me incluindo, porque eu passei por umas três reformulações curriculares na PUCRS, entende? Mesmo tendo essa utopia que eu falo, ninguém ia concordar, quem é que vai lecionar uma coisa dessas? Quem é que vai concordar? Porque não é possível, pois, depois, se o aluno sair daqui e for para uma outra faculdade? Como é que ele vai entrar? Bom, daí há *"n"* justificativas para não desmanchar o currículo.

Parece que a primeira idéia é a tradição. Tradição essa que vem de onde? Esse parecer que estou falando é o que governava o ensino de matemática no Brasil naquela época. Porque quando se fala no curso da UFRGS, que foi o primeiro, para o qual vieram aqueles italianos dar aulas, fala-se também em caras que davam uma matemática que hoje, eu acho, não entenderia, se eu fosse pegar aquele material, mesmo que eu entendesse Italiano, não entenderia. Era uma matemática com uma linguagem diferente, naquele momento a matemática havia recém passado por aquela crise das estruturas, pelas mudanças, pela teoria dos conjuntos. Eu apenas conheci teoria dos conjuntos no meu último ano de graduação, em 1969. Para te dizer como a tradição ainda era forte, foi em uma disciplina de fundamentos (que, na verdade, era algo que envolvia um pouco de Educação Matemática, uma disciplina em que a gente aprendia o que ia lecionar na Educação Básica), apenas naquele momento, que tive conhecimento de algo chamado teoria dos conjuntos e, no ano seguinte, estava dando aula num ginásio, ensinando teoria dos conjuntos daquela maneira boba, fazendo bolinhas e colocando florzinhas. Hoje eu digo "aquela maneira boba", mas naquela época tinha que ser daquele jeito. Você está falando com uma pessoa que fazia isso, não é tão antigo. Existe muita tradição ainda.

Helena você apresentou uma primeira justificativa, a da tradição. Mas e se pensássemos em uma justificativa conceitual?

Não podendo realizar essa utopia que seria a construção de um currículo que perpassasse os nomes das disciplinas, um currículo dos conceitos geradores, vamos pegar o Cálculo. Eu trabalhei muitos anos com Cálculo. Qual a justificativa para os professores de matemática trabalharem com Cálculo Diferencial Integral em seu currículo de formação? Bom, observemos quais ideias básicas estão ali e são importantes. Geralmente, se coloca funções dentro do Cálculo, até os livros começam assim, porque tem que fazer uma revisão. Então eu acho que funções têm que ter, tem que ser trabalhado. Bom, mas qual é a visão do Cálculo? A Visão do Cálculo não é a mesma da Álgebra. Quando eu estudo função em Álgebra, trabalho com conceitos como função injetora, função sobrejetora, função bijetora, função inversa, as propriedades, estruturas, etc. É uma outra ideia. Acho que o professor de matemática tem que ter essas ideias, só que ele teria que explicitar as diferenças, teria que entender que está falando de função. Não sei se você já teve essa experiência como professor, mas na minha vida profissional, não sei quantas vezes eu ouvi um aluno dizer assim: *Professora, a senhora está falando da função do Cálculo ou da função da Álgebra?*. Então, o que nós estamos fazemos de errado? Esse nós sobre o qual estou falando, são os professores de matemática que lecionam o Cálculo e Álgebra. Eu, por exemplo, lecionei as duas disciplinas na minha vida, em momentos diferentes. O que estamos fazendo de errado que temos passado para o aluno a ideia de que existem uma função do Cálculo e uma função da Álgebra? É função. Algumas pessoas se dão conta e outras não. Acho, então, que função é um conceito fundamental. Limite é um conceito fundamental. E você pode me dizer: *ah você está fazendo quase que a sequência de um livro didático*. Sei que não preciso fazer essa seqüência e que eu posso trabalhar com limite em um outro momento, mas eu lembrei da sequência e considero que o conceito de limite é um conceito fundamental. O conceito de continuidade, ele também é fundamental. Tá, eu penso em fundamental, porque logo eu começo a pensar na Física, na Astronomia. Começo a lembrar de outras áreas nas quais eu sei que vou precisar saber se uma variável é contínua ou não é contínua. Entende? No mundo atual, em que trabalhamos demais com imagem, em que o computador está aí para clicar, acessar, acho fundamental que a parte de representações das funções seja muito bem entendida e explorada. Todas as possibilidades de representar, passar de uma para a outra representação, até aquela coisa da conversão, que é mais importante que o tratamento, do Duval. Se um aluno se "apossou" de um conceito realmente, então ele consegue fazer a conversão. Eu acredito que isso seja verdade. O cara que sabe ir e voltar está conseguindo navegar por esses diferentes registros de representação. No Cálculo, eu vejo isso. Vejo algumas coisas como perfumaria, sinceramente. Por exemplo, regra de L'Hospital. Eu sei que ele vai precisar depois, ele vai precisar de mil e uma justificativas que me deram a vida inteira. Eu acho que é perfumaria. Será que, se o cara tiver uma boa formação, será que se ele entender bem o conceito de função, de limite, de derivada, ele não vai conseguir, sozinho, entender aquilo? Há algumas coisas que eu descartaria no Cálculo, mas função não. A função tem que ser trabalhada com todas as suas representações e fazendo toda essa relação com Álgebra para não dizerem que é uma coisa diferente ... o conceito de limite, continuidade, derivada, integral. Integral eu também acho importante, mas não para fazer a integral de não sei qual função. O que precisa saber é o conceito de integral, para entender de onde veio. Gosto muito de lembrar da parte histórica, de onde veio, porque antes não era trabalhado, porque depois passou a ser, qual a aplicação disso na Física, porque representa um determinado fenômeno, fazer ligação com disciplinas que o aluno, no Ensino Médio, irá trabalhar.

Geometria teria que ser dada com muito mais recursos de softwares (do tipo Cabri) de modo que o aluno pudesse trabalhar, montar figuras, puxar e ver o que acontece, ver quais propriedades se conservam. Essas coisas seriam importantes. Quanto às fórmulas, elas são dadas em cursinhos, em reguas, de brinde.

Você discutiria o processo axiomático da Geometria Euclidiana? Você acha que seria interessante?

Eu não estou com o livro do João Lucas Barbosa na cabeça, mas tenho uma idéia do livro dele. Mas, se fosse para discutir um livro de Geometria que pudesse fazer uma formação dessas, eu citaria o do Moise e Downs, mesmo achando ainda que tem muita demonstração, tem mais demonstração do que eu gostaria que tivesse, mas ele tem mais apelo à visualização, imaginação.

E se pegássemos Análise Real, Helena?

Pois é. O que é que sobra de Análise depois do curso? Sobre a tradição da qual falei, existia, também, a tradição da disciplina de Análise. Em uma época qualquer, havia Análise 1 e Análise 2, depois, em alguns cursos, já largaram a Análise 2 e ficaram apenas com Análise 1, Análise na reta, Análise real, sei lá o nome que se dá. Alguns cursos tiraram Análise. Que justificativa houve para tirar? Não para colocar, porque para colocar, para mim, houve a tradição. Que justificativa houve para tirar a Análise? Como ela foi tirada, simplesmente, e o cara continua sendo formado? Daí, volta a minha pergunta: O que sobra de Análise no final de um curso de Licenciatura? Do meu curso, em 1969, não lembro nada. Eu lembro do curso de especialização em Análise, daí sim lembro de alguma coisa: compacto, convexo. Lembro que nós fizemos todas as demonstrações e tudo aquilo que, no Cálculo, a gente ia trabalhando rapidamente (a estrutura dos números reais, suas propriedades), na Análise era debulhado. Era essa a palavra que a gente utilizava, a gente debulhava todas aquelas propriedades, demonstrava tudo aquilo. Isso é o que me restou da Análise. Eu não acho que isso seja uma justificativa, mas é aquilo que eu disse há pouco, o que me sobrou dela foi pouquíssima coisa. Sobraram ideias que me permitem pegar um texto e dizer que isso está certo e isso está errado. Eu acho que a função da Análise é para dar uma base, para fundamentar aquilo que, no Cálculo, você estudou corrido. É mais ou menos isso.

Helena, eu vou apresentar um exemplo de um cara que, seguramente, não sabia nada de Estruturas Algébricas, de Análise com épsilons e deltas, não sabia nada de conjuntos. Quando digo nada, quero dizer que ele seria reprovado em qualquer primeira prova de Teoria dos Conjuntos, qualquer primeira prova de Estruturas, qualquer primeira prova de Cálculo. Entretanto, ele era um excelente resolvedor e formulador de problemas, hábil e fluente em aplicações da Matemática a várias áreas e com domínio da Matemática. Eu falo do Euler. O que você acha disso? Como você justifica essa formação sólida e essas disciplinas de conteúdo matemático nas Licenciaturas?

Vê bem, você disse: "eu falo do Euler", e aí eu te pergunto: em que época o Euler viveu? O que era necessário saber de matemática naquela época? Vê bem, você me disse que ele seria reprovado em qualquer primeira prova de Teoria de Conjuntos, qualquer primeira prova de Estruturas. Mas é claro que ele sabia, ele tinha capacidade de entender qualquer coisa disso, porque ele era hábil e fluente em aplicar a matemática em várias áreas, ele não precisava saber nada de estruturas, por quê? A estrutura nem existia ainda, entende? Claro que ele era hábil e fluente, ele sabia muito mais. Claro que ele seria reprovado nessas coisas atuais, vamos chamar de atuais. Ele seria reprovado se dessem uma prova para ele, mas se dessem, por exemplo, uma teoria simplificada desse conteúdo e depois dessem uma prova, ele seria um hábil e fluente resolvedor daquele problema.

Helena, nosso ponto é o seguinte: O Euler resolve esse problema, ele é hábil em formular problema, é fluente em áreas que resolvem aquilo, e até mesmo como o Romulo estava pesquisando, ele era muito afetivo, conversava muito com as pessoas. O que disso aqui (Estrutura, Álgebra, Análise) ele precisaria para ser um professor de matemática?

Nessa situação que você descreve aqui, o que importa é a capacidade da pessoa trabalhar com o que ela sabe, e Euler sabia muito mais do que qualquer formado que tenha essas disciplinas aqui. Matematicamente ele sabia muito mais, porque ele tinha convicção das coisas que ele sabia. Eu acho, e isso não sei o porquê (eu não entendo da parte histórica). Talvez você possa me dizer, mas eu acho que algumas coisas, em relação à matemática, que o Euler conhecia hoje são ultrapassadas. Talvez até o Euler, na sua época, acreditasse em alguma definição, em algum conceito, em algum teorema, alguma coisa que depois foi ultrapassada por outras teorias que entraram na jogada. O que ele sabia de matemática, era infinitamente superior do que se sabe, porque ele tinha, além dos conhecimentos da sua época, essa tal habilidade de formular e resolver problemas. Aí entra aquela outra parte sobre a qual eu estava dizendo.

Ser hábil é entender e traduzir para sua própria linguagem um assunto dado a ele. Na minha dissertação de mestrado, eu ainda acreditava que a pessoa tivesse que escrever de uma certa forma para que eu considerasse aquilo correto, então eu criei naquela minha classificação uma categoria que era a dos erros de linguagem. Bom, agora eu te diria assim: *eu não gosto, eu não continuo gostando de erros de linguagem*. Eu não gosto, continuo não gostando e digo a meus alunos que o professor de matemática não pode dar um mau exemplo, porque aquilo ali poderá criar um obstáculo para o aluno depois. Agora, quantas vezes em um rabisco que estamos fazendo, de uma conta qualquer, não fazemos esse tipo de coisa? Eu não tenho mais essa idéia de que preciso ser rígida na linguagem, eu posso ter uma linguagem minha, pois se eu tiver que apresentar para a comunidade eu terei que traduzir. É a mesma coisa nessa nossa conversa, estou usando termos que não são canônicos, mas se eu fosse escrever um artigo não seria com essas palavras que estou usando aqui. Assim eu consigo me expressar mais facilmente, mais rapidamente, e se eu tivesse usando uma outra linguagem aqui, mais cuidada, demandaria mais uns dias.

Helena, eu vou fazer duas afirmações, uma é de 1908 do Felix Klein e outra é de 2008 de um artigo da Anne Watson. Ele diz assim (daquele livro Matemática Elementar de um ponto de vista avançado),

> *[...] Por muito tempo [...] os homens da universidade preocuparam-se exclusivamente com as suas ciências, sem considerarem as necessidades das escolas, nem mesmo se preocupando em estabelecer uma conexão com a Matemática escolar. Qual foi o resultado desta prática? O jovem universitário se encontrava, no início, confrontado com problemas que não sugeriam, de maneira nenhuma, as coisas com as quais ele tinha se ocupado na escola. Ele*

> *chegava na Universidade e naturalmente, ele esquecia estas coisas rápida e completamente. Quando, ao fim de seus estudos, ele se tornava um professor, encontrava-se repentinamente na posição de ter que ensinar a tradicional matemática elementar da antiga e pedante maneira; e, uma vez que ele praticamente não era capaz, sem ajuda, de distinguir qualquer conexão entre esta tarefa e sua Matemática universitária, logo se acomodava ao que a tradição honrava, e seus estudos universitários permaneciam apenas uma lembrança mais ou menos agradável, que não tinha nenhuma influência sobre seu ensinar.*

A Anne Watson, uma pesquisadora de Londres, publicou um artigo na For the Learning of Mathematics, que vem de um congresso do ICMI, aquele que foi realizado na Itália em 2008. Ela discute uma idéia da matemática escolar como um tipo especial da matemática acadêmica. Ela afirma que

> *a matemática escolar não é, e talvez nunca será, um subconjunto da reconhecida matemática acadêmica, pois ela tem diferentes justificativas, autoridades, formas de raciocínio, atividades centrais, propósitos e conceitos unificadores e, necessariamente que os recortes da atividade matemática se dão em diferentes maneiras daquelas da matemática acadêmica.*
>
> *Daí ela diz, eu entendo a* ***matemática acadêmica*** *por atividades que avançam o conhecimento matemático: as formas de engajamento, tipos de questões, padrões de argumentos que são aceitos como contribuinte para o cânone convencional da matemática pura e aplicada.*
>
> *Por* ***matemática escolar****, ela entende as formas de engajamento na matemática em contextos formais de ensino para o iniciante, incluindo os graduandos, ou por aqueles que não se vêem como iniciantes, mas que tem a matemática impelida sobre eles.*

É um artigo bem legal, pois quando ela mandou para a revista For the Learning, os pareceristas ou aceitaram completamente ou negaram completamente. Nesse contexto o editor pediu a várias pessoas para escrever um parecer sobre o artigo e depois ela escreveu um parecer também. A idéia é pensar como é que você enxerga isso, se for pensar, na matemática acadêmica e na matemática escolar.

Quando você começou a ler, disse assim: ah Felix Klein. E eu vou dizer de novo, não interessa se foi em 1908, mas o que ele está dizendo, eu tive na minha formação de 1968, certo? Porque eu lecionei um ano em Ensino Fundamental, que naquela época chamava-se Ginásio, e, no ano seguinte, já entrei para essa faculdade para lecionar duas disciplinas que eu nunca tinha tido: Álgebra Linear e Estatística para a Pedagogia. Bom, então como eu tinha que continuar a trabalhar com a matemática supostamente universitária, tudo aquilo que eu tinha recém terminado de estudar, eu tive que reavivar, você entende? Depois continuei em outras disciplinas, em outras faculdades, daí entrei na PUCRS, na UFRGS, e toda essa matemática que eu tinha acabado de receber, eu estava reproduzindo. Desse modo nunca mais tive contato com a Escola Básica, a não ser com meus alunos. Nunca mais entrei em sala de aula da Escola Básica, eu tenho o que eles me dizem e eu os tenho como produto da Escola Básica.

Quando meus alunos de Cálculo entravam em aula, eles tinham acabado de sair do Ensino Médio e era como se eu tivesse (naquele primeiro, segundo mês de aula) uma sala do Ensino Médio, com todos os barulhos e todas as coisas com as quais eles estavam acostumados, até que eles caíssem na realidade e se dessem conta que estavam na universidade. Então, eu tinha essa experiência porque sempre lecionei para calouros, sempre, e sempre ouvi da experiência dos meus alunos de Licenciatura que faziam seus estágios, ou que já eram professores do curso, ou, ainda, os alunos do mestrado que são professores e que me relatam, por meio de suas pesquisas, a sala de aula da Educação Básica.

Bom, voltando a essa frase da Anne Watson, ela diz que "matemática escolar não é, e talvez nunca será, um subconjunto da reconhecida matemática acadêmica". Bom, eu não tenho ideia, não li esse artigo. Quero te dizer que eu não tenho idéia sobre esses debates que você contou, do que houve sobre esse artigo dela, mas eu já não concordaria completamente com essa afirmativa inicial. Ela diz que entende a matemática acadêmica como atividades que avançam o conhecimento matemático. Então ela está falando da matemática acadêmica como a matemática do pesquisador em matemática (porque avança no conhecimento matemático), mas quando eu falo da matemática acadêmica, falo nessas disciplinas. Quando você leu essa frase do Klein e eu comentei que continuei inserida na matemática acadêmica porque logo em seguida comecei a trabalhar na universidade, estava falando de outra coisa. Eu nunca fui uma pesquisadora de matemática, quer dizer, eu nunca desenvolvi, fiz avançar o conhecimento matemático. Então, se isso é verdade, não posso dizer que as disciplinas que lecionei (da sua lista ou qualquer outra) tenham sido da matemática acadêmica.

Mas pensando nas formas de engajamento, Helena, a gente poderia pensar em algumas disciplinas como essas, nos tipos de questões, nos padrões de argumentos, em como se estrutura o conteúdo. Como ela diz, os padrões de argumento são aceitos como cânones tradicionais da matemática. Eu não sei bem o que ela quer dizer com esses padrões de argumentos, mas vamos pensar em um curso de Álgebra Linear no sentido de como se estrutura. A maneira de estruturar um certo conteúdo na Matemática acadêmica é um pouco diferente do modo como eu o estruturaria na Educação Básica. Se eu fosse discutir funções no curso de Álgebra Linear eu estruturaria de uma maneira diferente da que iria estruturar na Educação Básica. É isso o que ela ressalta aqui.

Tudo bem. Minha discordância com a frase inicial da autora estava relacionada com seu entendimento de que a matemática acadêmica é aquilo que faz avançar o conhecimento matemático. Para mim, isso seria muito forte, de modo que eu não conseguiria aceitar nenhuma das coisas feitas no curso de Licenciatura como sendo avanço no conhecimento matemático. E nem em um curso de Bacharelado. Lá o cara só tem um pouco mais de matemática, mas ele vai ser pesquisador só se continuar, se fizer um mestrado, um doutorado. Somente se ele continuar pesquisando matemática pura, a tal de matemática acadêmica, ele vai avançar no conhecimento. Porque o fato dele fazer o Bacharelado não me permite ver avanço de conhecimento.

Vamos pegar os números reais, pegar a ideia do Plínio, Helena. Ele mostra como são diferentes os modos de se apresentar os números naturais em um curso de Licenciatura e na matemática escolar.

Entendo que a maneira de estruturar é diferente, que a maneira de apresentar é diferente, que os exemplos vão ser diferentes, que as aplicações vão ser diferentes, sei lá, entendo que um monte de coisas vai ser diferente, mas eu acho que há uma interseção. É o número inteiro. Quer dizer, você não pode, só porque está na matemática escolar, ensinando números inteiros ou construindo e planejando uma aula sobre números inteiros, esquecer que ainda se trata de números inteiros. O que vou trabalhar com meus alunos? Como vou introduzir esse conceito? Que materiais instrucionais vou utilizar? Que exercícios vou fazer? Que aplicações? Enfim, vamos supor que eu pense coisas assim para planejar minhas aulas sobre números inteiros para a matemática escolar, mas, mesmo assim, estou falando de números inteiros. Para conseguir as coisas que eu vou dizer, estruturar, planejar seja lá o que for, tenho que ter entendido, a priori, o que é um número inteiro.

Mesmo se eu pensá-los como classe de equivalências ou imaginá-los por meio de estruturas algébricas, vou construir os números naturais e depois os inteiros?

Eu acho que sim. Eu acho que você vai precisar.

Como você justificaria isso Helena? É um sentimento? É uma sensação?

Não. Não é um sentimento, uma sensação, como é que eu vou te dizer... são palavras não acadêmicas para nossa discussão. Vou contar um caso. Já ocorreram situações com alunos da Licenciatura, por exemplo, planejando suas aulas, fazendo TCC, aluno do mestrado planejando suas pesquisas, em que ele bola alguma coisa (um exercício a ser trabalhado com um aluno ou uma correção) e eu, ao pôr o olho naquilo, digo: “espera um pouquinho, mas isso aqui não é verdade. Tu te lembras o que são os números inteiros, te lembras quando a gente fez a construção?”. Entende? E então o aluno fala: “ah, quer dizer que aquilo tinha relação com isso?”. Tinha. Então eu acho que o licenciando deve passar por essa matemática que atualmente é aceita pela comunidade acadêmica, pelos conceitos que são aceitos na comunidade acadêmica. Hoje a gente tem um determinado corpo de conhecimento que é aceito pela comunidade matemática acadêmica. As crianças no mundo inteiro têm a disciplina de matemática em culturas diferentes, às vezes com abordagens diferentes, mas de uma maneira geral essas crianças precisam, em algum momento, de sua aprendizagem, elas precisam saber alguma coisa de números inteiros. Os professores que forem planejar as suas aulas, eles têm que saber do que estão falando, mesmo que eles não falem. Entende? É uma coisa assim. Uma coisa que ficou na minha formação, e isso eu considero que foi a melhor coisa que ficou (independente se eu construí isso com a ajuda dos meus professores ou se eu construí isso porque tive que me virar muitas vezes sozinha) é que eu tenho um olhar para identificar o erro. Quando a pessoa me diz, me apresenta uma coisa, eu leio aquilo e torço o nariz, pois eu posso não saber definir aquele conceito que está embutido ali, eu posso nem saber a conta que ali está proposta, mas eu tenho esse *feeling* de entender onde está o furo. Por isso, na minha vida pessoal, gosto muito de psicanálise, de romance policial e matemática. Porque nessas três coisas a gente tem que entender o fundo, tem que ir até o fundo, não adianta ficar na superfície. Tem aquela imagem que diz assim: *você tem que remexer no fundo do lago para que venham todas as sujeira para cima, depois que vier a sujeira tu recolhe o que tu quiser e deixa o lago serenar*.

Nem todo o fundo da matemática escolar é a matemática acadêmica. Tem aquela coisa de perfumaria sobre a qual te falei. Eu acho que tem perfumaria, mas acho que há coisas que não são perfumaria. Eu acho que há coisas que são fundamentais e destas coisas fundamentais ao professor, ao licenciado em matemática, uma é conhecer o fundo, conhecer a base. As outras coisas, ele pode até, se precisar, aprender sozinho, ler, desconfiar. Mas há coisas que ele tem que entender. Essa é a minha posição.

Helena, na Inglaterra, para ser professor você precisa ter uma graduação (em qualquer área). É engraçado porque você entra em qualquer site da Universidade e eles falam assim: Você tem uma graduação e agora gostaria de ser professor? Venha fazer um PGCE. Esse é o slogan. Esse PGCE (Postgraduate Certification in Education) é um curso de dois ou um ano e você está apto para ser professor de matemática. Se você quiser ser professor primário, qualquer curso de graduação serve.
Você faz um ano de curso (PGCE) e com isso você está apto a ser professor de matemática. Se você for para o secundário, precisa estudar matemática ou algum outro curso que tenha disciplinas parecidas. Lá, aparentemente, eles não têm problemas com esse tipo de formação (que não chega a ser o famoso 3 + 1). Por que essa formação funciona lá? Ou, aparentemente, funciona? O que a senhora pensa sobre isso? Nas discussões no Brasil, as discussões seguem o caminho inverso de tentar colocar os alunos em contato com a escola já nos primeiros anos da graduação.

Bom, eu não conheço esse sistema, mas vou dizer alguma coisa. Uma ex-orientanda minha terminou a dissertação e foi morar no EUA, em um subúrbio de Nova York. Ela me manda, de vez em quando, as coisas que as filhas aprendem, para eu dar uma olhada. As filhas dela, uma no Ensino Fundamental e outra no Ensino Médio, se saem muito bem lá, mesmo entrando sem saber Inglês, mesmo com aquela dificuldade inicial das crianças, etc. Porque quando ela me mostrou as provinhas das meninas, ela disse: “professora Helena, veja que coisa impressionante”. Ela era professora, uma boa professora de uma boa escola de Porto Alegre, ela falava “olha que coisa impressionante” sobre as bobagens que perguntavam. Lá só havia coisas do tipo fazer continha, aplicar uma fórmulazinha. Não tinha nada de criativo, nada de problemas. Geometria era tudo na base da fórmula, dar as medidas e calcular a área.

Então um colega meu dizia que, nos EUA, a formação era muito fraca e na Europa era muito forte, mas quando chegavam na Universidade, quando tinham que entrar na Universidade, nos EUA (onde só os melhores vão para as melhores Universidades), os alunos tinham que se esforçar tanto para se manter nas melhores universidades que se equiparavam àqueles europeus que tinham entrado na Universidade e que tinham aquela boa formação.

Então, eu acho que, talvez, na Inglaterra, a formação básica em matemática seja uma formação que já contemple, esses conteúdos que o aluno tem que saber. Lembrando aqui a história do Klein, quando o cara ia para escola o que acontecia? Ele esquecia os seus estudos e voltava à tradicional matemática elementar da antiga e pedante maneira. Me parece que, e isso é apenas suposição, que lá eles conservam certas coisas que tem que ser dadas, que tem que ser estudadas; não pode dar mais ou menos ou deixar de dar um pedaço por conta de uma greve ocorrida. A formação é muito forte. Assim, aquele professor que não teve essas disciplinas não teria problemas, pois, talvez, ele não precise mesmo, o que ele vai fazer é repetir a formação que ele teve, que foi forte.

Esses cursos, Helena, são muito interessantes. Eles têm uma relação muito forte com escola, trabalhando sempre com atividades inovadoras, claro que pela estrutura que eles têm. São cursos nos quais, em um ano, discutem muitas coisas ligadas à Educação Matemática.

Sim, daí o cara, com essa discussão toda, vai se preparar para ser um bom professor, um bom didata. Isso porque ele não precisa se preparar para ser um matemático, já que a formação de matemática básica, ele já fez forte.

Helena, vamos pensar em um cara que fez História. Um bom curso de História e aí resolve ser professor de matemática e faz esse PGCE. Você acha que ele poderia ser um professor de matemática?

Se ele teve essa formação básica forte lá nos anos iniciais, antes de fazer o tal curso de História, vamos dizer. Se ele teve, até certo momento, uma boa formação matemática e depois ele fez o curso de história, quando ele voltar para essa escola para ser professor de matemática, a base que ele teve pode ser suficiente.

Quando você pensa, Helena, esse curso de matemática, esse modelo do Ensino Fundamental e Ensino Médio de lá, pensando em um parecido, porque eu não sei se é[...]

Eu até sei que é, porque recebo alguns livros de alunos da Alemanha , eu tenho uma idéia do que é. Eles estão muito mais rígidos, muito mais tradicionais do que os nossos. Com um conteúdo muito mais aprofundado, os exemplos de problemas exigem muito mais conhecimentos dos alunos.

E aqui, Helena, pensando nessa formação deles, se o cara tem uma formação no Ensino Fundamental e Ensino Médio e resolve ser professor. Vamos pensar nesse contexto de lá, trazendo para cá. Primeiro eu dei um exemplo de um professor de História que fez um curso de História e resolve ser professor de matemática e teve essa formação. Vamos imaginar, radicalizando um pouco, e pensar num cara que fez o Ensino

Fundamental e Ensino Médio e agora resolve ser um professor de matemática. O que você acha? Ele poderia fazer o PGCE?

Eu não sou contra. Eu não sou contra, mas vê bem, João, nessa situação que você está me colocando, de que vai aprofundar, conhecer melhor, mas a situação que eu conheço vagamente é a do ensino na Alemanha e desse contraponto que é o ensino dos EUA sobre o qual essa minha ex-aluna, que me manda o material fraquinho, etc. Nessa situação, eu não sou contra que alguém faça o Ensino Fundamental e Médio e resolva ser professor de matemática, por que eu seria contra, se ele vai ser um bom professor? Por que ele não poderia ser um bom professor? Ele poderia. Agora eu acho que para nós, brasileiros, chegarmos a esse ponto falta muito e, além disso, também é diferente. Vamos pensar assim, pega o mesmo exemplo de história. Eu conheço algumas pessoas formadas em História. Pega um cara que se formou em Historia e daí, por algum motivo, ele resolve ser professor de matemática. A formação que ele teve no Brasil em Ensino Fundamental e Ensino Médio não vai lhe permitir trabalhar com alunos de Ensino Fundamental e Ensino Médio de uma forma que não crie conflitos. Eu acho que a formação dele não permite que ele seja um professor de matemática.

Mesmo, vamos imaginar, que ele tenha passado por uma escola muito boa, que tenha ido muito bem, que tenha tido discussões muito boas, que tenha tido professores muito bons?

É ... O colégio em que fiz o curso científico foi tão forte que, quando eu fui dar aula, era em cima dessas disciplinas do curso científico que eu me apoiava. Não me apoiava naquilo que eu tinha aprendido lá na Licenciatura. Mas aí eu faço a velha exclamação: “nunca me fizeram a ponte, nunca ninguém me explicou qual era a ponte entre o Cálculo, a Álgebra Linear, as Estruturas Algébricas, e o que tinha que lecionar!”. Então, como eu fazia? Eu voltava para a aula e esquecia aquilo que eu tinha estudado e me apoiava na minha matemática do científico para ensinar aqueles conteúdos do científico. Mas como eu trabalhei apenas um ano e depois fui para o Ensino Universitário, eu tinha que sempre me renovar na parte da matemática universitária.

Helena, se a gente pudesse voltar na sua época. Se você fizesse esse PGCE, você acha que poderia dar aula?

Naquela época, com aquela formação, tendo feito o científico e depois esse PGCE? Foi exatamente o aconteceu comigo, foi exatamente isso. Eu tive aquele cheiro de disciplinas de Psicologia e de Didática e caí numa sala de aula de terceira série ginasial, como se chamava naquela época, para trabalhar álgebra. O que eu fiz? Eu me baseava no livro e no que eu me lembrava do que tive em meu tempo. Quer dizer, minha formação, essa tal aqui da Licenciatura, eu tinha esquecido.

Agora, por que eu acho que foi importante? Porque meu curso de Licenciatura serviu para eu abrir a cabeça. Ou seja, eu sei onde é que estão os furos. Eu sei onde procurar a base disso, daquilo. Eu sei, se eu precisar. E hoje, com esses 40 anos de experiência, se eu fosse dar aula na Educação Básica, eu acho que eu não ia simplesmente pegar o livrinho e me lembrar lá do meu Ensino Fundamental, que eu já nem me lembro mais, eu não ia fazer isso. Eu ia procurar todos esses conhecimentos da Educação Matemática que eu debato. Como aprender? Como ensinar? Como isso? Como aquilo? Para planejar as aulas, como eu faço com meus alunos, meus orientandos, quando eu os ajudo a planejar suas experiências.

Helena, vamos imaginar que você é nomeada a elaborar um curso de licenciatura, você vai elaborar, pode pensar o seu lá. Como é que seria a estrutura de um curso de licenciatura, em relação à formação matemática do futuro professor de matemática?

Pois é, eu acho que já respondi isso em toda nossa conversa, mas eu vou fazer uma síntese. Eu já disse que, na minha opinião, a estrutura de um curso de Licenciatura para o professor que vai lecionar na Educação Básica brasileira atual englobaria um conteúdo (não interessa se dividido ou não dividido, seria a matemática vista de maneira espiral, meio na ideia de Bruner). Revisitaria conteúdos sob vários olhares, escolheria, debateria de alguma forma (não sei como) quais conteúdos seriam os geradores da discussão e do currículo e, em cima deles, estruturaria essa base matemática. Ao lado dessa base matemática (ao lado e não separado), uma base com uma discussão didática que não é feita no Brasil. Voltando ao exemplo de função, como é que se ensina funções, quais são as coisas importantes? Quais são os passos? Que recursos? Que obstáculos? Que erros surgem? Ou seja, o que é isso, ensinar funções? Quando é que se discute isso? Não se discute. Você dá funções na disciplina de Cálculo e, depois, nas disciplinas de estágio, o aluno planeja uma aula sobre função pegando um livro didático desses mais conhecidos e mostra para seu orientador de estágio. Ele diz se está bom ou não e o aluno vai para a escola fazer sua aula. O que eu penso não é isso. Se os temas estruturadores, se um dos conceitos estruturadores é função, então isso vai ser revisitado no Cálculo, na Álgebra, na Geometria, sei lá onde, em todas as disciplinas isso vai ser revisitado, inclusive na Didática. Tem que olhar de um jeito ou de outro como o conceito será apresentado. Agora vamos, didaticamente, estudar o assunto funções. Isso não é a separação do 3 + 1, de maneira nenhuma, não é fazer um bloco das disciplinas matemática e um bloco das disciplinas pedagógicas, não. É fazer um bloco de conteúdos que, ao mesmo tempo em que você vai fazendo essa espiral, vai dando elementos para discutir como, didaticamente, isso tem que ser apresentado. E, no meio disso, vão entrar os recursos tecnológicos, os materiais instrucionais, a avaliação, enfim. Eu só quero fechar dizendo assim. A minha formação é uma colcha de retalho. Acho que as minhas idéias, em alguns momentos, são conflitantes, apesar de saber que todo ser humano é conflitante em suas crenças e concepções. Eu acho que as minhas idéias, às vezes, são conflitantes pela minha história de vida, de como eu cheguei no curso de matemática e de como eu saí para a educação. Tenho visões de muitos lados, ingressei em muitos cursos acadêmicos – só concluí o de matemática -, quando começo a dar exemplo de uma área, me lembro de outra coisa, porque estou sempre misturando as várias coisas. Eu não tenho uma fé cega na matemática, minha fé é em outras coisas. A minha fé é na formação de uma pessoa que pense e, com essa capacidade de pensar, consiga ser mais feliz. Seja para ensinar matemática, história, física ou geografia. Claro que eu gosto de matemática, me distraio com matemática. Acho que, muitas vezes na minha vida, em muitos momentos de tristeza, de problemas, eu pegava problemas de matemática, pegava meu livro de matemática. Coisa que hoje, por exemplo, eu não faço mais. Se eu tiver um problema ou se eu estiver triste e quiser me distrair, vou pegar um livro policial. Eu gosto de matemática, continuo gostando e continuo com essa crença de que eu não gosto de ver coisas erradas. Acho que essa é a razão pela qual eu gosto de trabalhar com análise de erros. Porque eu gosto, porque fui formada em uma época em que as coisas deveriam ser aprendidas corretamente e, então, eu fiquei com essa crença [risos].

Helena, muito obrigado pela entrevista.

Eu que agradeço a confiança de vocês.

O texto apresentado é uma textualização da entrevista realizada com Helena Noronha Cury.

Helena Noronha Cury possui graduação (Licenciatura e Bacharelado) em Matemática, mestrado (1985) e doutorado (1995) em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul. É professora adjunta do Centro Universitário Franciscano, onde exerce atividades no Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática. Tem se dedicado, nos últimos anos, a pesquisa sobre análise de erros tanto de alunos quanto de professores da Educação Básica e do Ensino Superior. É bolsista de produtividade em pesquisa do CNPq.

Texto 5

Para uma *outra* formação matemática na Licenciatura

> *[...] Por muito tempo [...] os homens da universidade preocuparam-se exclusivamente com as suas ciências, sem considerarem as necessidades das escolas, nem mesmo se preocupando em estabelecer uma conexão com a Matemática escolar. Qual foi o resultado desta prática? O jovem universitário se encontrava, no início, confrontado com problemas que não sugeriam, de maneira nenhuma, as coisas com as quais ele tinha se ocupado na escola. Naturalmente, ele esquecia estas coisas rápida e completamente. Quando, ao fim de seus estudos, ele se tornava um professor, encontrava-se repentinamente na posição de ter que ensinar a tradicional matemática elementar, da antiga e pedante maneira; e, uma vez que ele praticamente não era capaz, sem ajuda, de distinguir qualquer conexão entre esta tarefa e sua Matemática universitária, logo se acomodava ao que a tradição honrava, e seus estudos universitários permaneciam apenas uma lembrança, mais ou menos agradável, que não tinha nenhuma influência sobre seu ensinar.*

Se eu dissesse que essa fala foi retirada de um livro lançado este ano, poucas pessoas iriam me questionar. Acredito que muitos concordariam que ela exemplifica uma problemática atual dos cursos de Licenciatura em Matemática, pois há, ainda, uma distância muito grande entre o que neles é estudado e a prática profissional dos professores de matemática.

Entretanto, esse livro foi lançado em 1908, com título de *Matemática Elementar de um ponto de Vista Avançado*, escrito por Felix Klein.

Entre outras considerações, Klein indica uma falta de conexão entre a matemática que os jovens universitários encontram em seus cursos de Licenciaturas e a matemática que eles estudaram durante a escola básica. Além disso, ele alerta para uma possível consequência desse fato: quando os futuros professores voltarem para atuarem na escola básica, irão ministrar suas aulas tomando como referência suas lembranças como alunos e que o curso de Licenciatura em Matemática ficaria esquecido e pouco contribuiria para sua formação. Essa constatação indica, ainda, a construção de um ciclo vicioso para o trabalho de professores de matemática nas escolas que oferecem poucas possibilidades de transformações.

Diante das afirmações de Klein em 1908, mas ainda atuais nos cursos de Licenciaturas e nas pautas atuais de pesquisas em Educação Matemática (em específico na área de formação de professores), meu objetivo com esse texto é esboçar argumentos que explicitem alguns problemas dos cursos de Licenciaturas em Matemática em relação à formação matemática do professor, apresentar considerações sobre possibilidades de superação desses problemas tomando como fio condutor a ideia de relacionar as disciplinas de matemática acadêmica com a matemática escolar[1]. Como consequência dessa discussão, apontarei a importância do trabalho em conjunto entre educadores matemáticos e matemáticos na elaboração de outras disciplinas para a Licenciatura.

Meu intuito com esse texto é produzir uma possível *legitimidade* para a formação matemática de professores de matemática, construída a partir de um diálogo com algumas pesquisas em educação matemática e algumas ideias de formadores de professores que circunscrevem e sustentam essa possibilidade de pensar uma *outra* formação matemática na Licenciatura.

De problemas para a construção de uma ideia

Nos primeiros semestres de grande parte dos cursos de graduação um problema frequente é que os alunos ingressantes têm muitas dificuldades na matemática básica, relativa ao Ensino Fundamental e Médio. Talvez pela pouca importância que deram à escola, pelas dinâmicas das aulas que priorizam memorização e exercícios algorítmicos, pela falta de relação entre a matemática da sala de aula com a do seu dia a dia. O fato, é que muitos alunos conhecem e dominam muito pouco sobre ideias e conceitos matemáticos.

O que sobra muitas vezes de matemática para os alunos que concluem o Ensino Médio são algumas fórmulas decoradas, procedimentos passo a passo e poucas estratégias matemáticas para resolverem problemas. Muitos alunos resolvem equações, mas não as tomam como ferramentas para utilizar em alguma situação; outros resolvem uma regra de três, mas pouco conseguem pensar por meio de grandezas proporcionais.

---

[1] Estou considerando como Matemática Acadêmica as disciplinas como Cálculo Diferencial Integral, Geometria, Estruturas Algébricas, Álgebra Linear, Análise Real, Teoria dos Números, Espaços Métricos, Análise Complexa, entre outras, que são comumente trabalhadas nos cursos de Licenciatura. Por Matemática Escolar considero as temáticas que são trabalhadas na Educação Básica, tais como Geometria e Aritmética Elementar, equações de primeiro e segundo grau, funções, trigonometria, entre outras. Em outros textos farei discussões mais aprofundadas sobre essa diferenciação.

O desenvolvimento dos pensamentos algébrico, geométrico, probabilístico, proporcional, é temática ainda distante de grande parte das escolas, e, em geral, a sala de aula de matemática ainda é marcada apenas por números, contas e algumas letras que aparecem do nada.

Em um artigo, André *et al.* (2010) apresenta parte de uma pesquisa realizada com professores formadores de cursos de Licenciatura a respeito dos desafios que encontram nos cursos de formação inicial e as estratégias que elaboram frente às demandas do trabalho docente. Os professores formadores relatam que os alunos chegam à universidade tendo com o conhecimento uma relação utilitarista e com pouco domínio de conteúdos básicos da escola. Segundo os autores muitas de suas dificuldades estão relacionadas à leitura e escrita de textos, sendo estas questões básicas da escola básica (ANDRÉ *et al.*, p. 132). Esses argumentos corroboram as considerações apresentadas e apresentam um olhar específico em relação a cursos de Licenciatura.

Em relação às Licenciaturas em Matemática a situação não é diferente e mesmo os alunos tendo escolhido matemática como curso de graduação, iniciam-se nele com várias dificuldades de conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental e Médio. Acredito que muitos deles estudavam com dedicação, faziam suas tarefas e tinham intenção de aprender aquilo que seus professores ensinavam. Neste caso, vejo que uma possível explicação seria a de que os professores desses alunos tematizavam apenas regras, macetes, e muitas vezes, por terem uma quantidade absurda de conteúdos para serem cumpridos durante o ano escolar, realizavam um trabalho superficial, sem muitos aprofundamentos. Penso que esses alunos chegam aos cursos de matemática acreditando que eles sabem e dominam toda a matemática do Ensino Fundamental e Médio. Porém, quando a eles são pedidas definições, ideias e justificativas de alguns procedimentos, as respostas não aparecem. Por outro lado, penso que muitos alunos vivenciaram uma realidade absurda em que não só faltavam bons professores de matemática, como também professores de matemática, e que muitas vezes em suas vidas escolares, tiveram aulas de matemática com professores de outras áreas como, por exemplo, Geografia, Biologia... Nesse contexto a baixa qualidade de ensino, a falta de professores e a pouca estruturação das escolas, não oferecem oportunidades e condições para os alunos aprenderem (ou pelo menos tentarem aprender) matemática durante a Educação Básica.

Os cursos de Licenciatura em Matemática, para lidar com essa situação, têm disciplinas como Fundamentos de Matemática, ou Fundamentos da Matemática Elementar para oferecer possibilidades para os alunos aprenderem temáticas da matemática básica. Entretanto, em muitos casos a carga horária dessas disciplinas é pequena e não oferece tempo suficiente para uma problematização mais aprofundada. Outro problema é que em muitas Licenciaturas as disciplinas de matemática acadêmica aparecem já nos primeiros semestres e, para dar conta dessa demanda, grande parte dos alunos foca nelas seus estudos. Com o grande número de disciplinas nos semestres, as discussões sobre a matemática básica, muitas vezes, são deixadas de lado e muitas dificuldades não apenas são meramente discutidas, como também ficam *escondidas* no decorrer do curso. Essa situação é muito comum nos cursos de licenciatura, visto que os alunos tematizam "novas" ideias (como limites, derivadas, espaços vetoriais...) e muitas vezes, as "antigas", ainda ficam nebulosas em seus repertórios.

Outra caracterização dos cursos de Licenciatura em Matemática, que a meu ver se constitui como uma dificuldade para formar professores, é que em grande parte dos cursos (para não dizer a grande maioria) os professores que ministram as disciplinas da matemática acadêmica, pouco estabelecem relações entre os conceitos e ideias que são discutidos nestas disciplinas, com as temáticas da matemática escolar. Eles acreditam que as disciplinas de fundamentos têm essa função e que em suas disciplinas o foco é a matemática acadêmica: definições, demonstrações, discussões sofisticadas...

As razões são inúmeras e se constituem desde crenças de professores que acham absurdo alunos do curso de matemática não dominarem a matemática básica, até aqueles que acreditam que se os alunos conhecerem a matemática acadêmica, por consequência, aprenderão a matemática básica. Uma suspeita desse cenário (que não costuma ser muito discutida) é que muitos professores que ministram essas disciplinas nunca pisaram, como professores, em salas de aula de matemática da Educação Básica. Muitos fizeram um bacharelado, mestrado e doutorado em matemática, e logo depois entraram na universidade como professores. O *curioso* é que grande parte da vida acadêmica desses professores foi construída em contextos em que o objetivo era o de fazer pesquisa em matemática. Porém, quando fecham esse ciclo atuam como formadores de professores de matemática para a Educação Básica. Grande parte dos professores formadores forma profissionais para atuar em um contexto no qual eles nunca vivenciaram. Vejo que esse cenário se caracteriza como uma dificuldade para a formação de professores de matemática, visto que é pelo menos desejável que o formador de uma área conheça e tenha experiência sobre a prática profissional do profissional que ele está formando.

Outro problema, nessa mesma direção, é que no interior dos cursos de Licenciatura em Matemática há poucas conexões entre as disciplinas da matemática acadêmica. Muito raramente um professor que ministra Álgebra Linear conversa com o professor de Cálculo Diferencial Integral para, juntos, discutirem algum problema que, para sua resolução, necessite de ideias das duas disciplinas. Os alunos aprendem conceitos, definições, ideias e procedimentos, mas pouco conseguem identificar relações entre eles ao longo do curso. Por um lado, a dinâmica dos cursos de Licenciatura estruturados por meio de disciplinas inviabilizam o trabalho em conjunto.

Por outro (e penso que este é o argumento que sustenta esse contexto), há uma cultura de formação, muitas vezes implícita, que organiza e direciona essa formação desconexa, isolada e fragmentária dos licenciandos.

Apontados esses problemas em relação aos cursos de Licenciatura em Matemática tendo como foco a formação matemática do futuro professor, penso que um caminho a ser trilhado seria o de relacionar as discussões matemáticas das disciplinas de matemática acadêmica com discussões matemáticas das temáticas da matemática escolar. Ao mesmo tempo em que os licenciandos aprenderiam novos conceitos, também poderiam reconstruir ideias, conceitos e procedimentos matemáticos da Educação Básica. Ao mesmo tempo em que eles se debruçariam sobre processos axiomáticos, abstratos da matemática acadêmica, poderiam (re)construir seus conhecimentos em relação aos conceitos menos rigorosos, com mais apelo a relações físicas e "concretas", da matemática escolar. O olhar para a matemática, nessa perspectiva, seria abrangente, tomando a matemática acadêmica e escolar como um todo, como também explicitando suas relações e especificidades. A ideia de se discutir os fundamentos da matemática elementar, como uma disciplina do curso, seria deixada de lado, pois em todas seriam debatidas ideias da matemática elementar, bem como conteúdos da matemática acadêmica.

Essa ideia não dispensaria o estudo aprofundado de temáticas da matemática acadêmica e nem mesmo negligenciaria o aprofundamento de discussões rigorosas sobre os fundamentos da matemática escolar. Pelo contrário, ela aumentaria o escopo de abrangência dessas discussões e as aproximaria muito mais da prática profissional do professor de matemática da Educação Básica. Desde muito tempo se sabe que a matemática elementar se constrói e sustenta nas ideias fundamentais da matemática acadêmica e não há como pensar de outra maneira. A intenção é ampliar o que já tem.

Penso que as **não** relações entre a matemática acadêmica e matemática escolar nas disciplinas de formação matemática se constituem como uma perspectiva instaurada nos cursos de Licenciaturas, pois, de certa maneira, é *intuitivo, natural, simples de compreender* que os licenciandos precisam se dedicar e estudar os verdadeiros fundamentos da matemática para que a partir deles, e por conseqüência, possam dominar os conteúdos da matemática escolar. Esse é um argumento naturalizado que, em muitos casos, nem sequer é lembrado para uma possível discussão. Ele não se sustenta na prática sobre a qual já nos alertava Felix Klein há mais de cem anos...

As relações entre a matemática acadêmica e a matemática escolar não se dão de maneira natural, pois elas são estudadas em contextos diferentes, com objetivos distintos. Uma situação é o aluno estudar matemática no Ensino Fundamental e Médio com um professor que fala de matemática para uma sala em que poucos serão professores de matemática. Outro contexto é o professor universitário falar de matemática para uma sala em que todos serão professores de matemática. Assim, é necessário que os professores formadores façam as relações e discutam, a partir das ideias que os licenciandos têm da matemática escolar, as temáticas da matemática acadêmica.

As Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Licenciatura em Matemática, publicada no ano de 2002, apresentam os conteúdos comuns a todos os cursos de Licenciatura em Matemática, sendo eles "Cálculo Diferencial e Integral; Álgebra Linear; Fundamentos de Análise; Fundamentos de Álgebra; Fundamentos de Geometria; Geometria Analítica" (2002; p. 6).

Por meio desse documento temos as disciplinas de formação matemática como um ponto de partida para re-estruturar os cursos de Licenciatura tendo como foco o estabelecimento de relações entre essas disciplinas e a matemática escolar. Também é claro no texto das Diretrizes que "a parte comum deva ainda incluir conteúdos matemáticos presentes na educação básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise (2002, p. 6)". Dessa maneira, há um indicativo explícito de que as disciplinas da matemática acadêmica devem, primeiramente, compor a grade curricular do professor de matemática e que ao longo do curso é importante incluir conteúdos matemáticos da Educação Básica. Esse aspecto fortalece o argumento de que há uma necessidade na formação do professor, discussões da matemática acadêmica, da matemática escolar, e discussões que relacionam a matemática acadêmica e a matemática escolar.

Dentre os princípios orientadores para o curso de Licenciatura em Matemática, contidos na proposta de Diretrizes para a Formação de professores da Educação Básica de 2000[2], tem-se o da coerência e relação entre a formação oferecida e a prática esperada de um professor (PIRES, 2002). Dessa maneira, estruturar disciplinas de formação matemática na Licenciatura fazendo relações com temáticas da matemática escolar se faz necessário, visto que a partir dessas tematizações, o futuro professor poderá vivenciar em seu curso de formação inicial discussões que poderá realizar em sua prática profissional.

Em 2002, a Sociedade Brasileira de Educação Matemática elaborou um documento, *Subsídios para a Discussão de Propostas para cursos de Licenciatura em Matemática: uma contribuição da Sociedade Brasileira de Educação Matemática*, com

---

[2] BRASIL. Parecer CNE/CP 9/2001, de 17 de janeiro de 2002. Estabelece as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Diário Oficial da União, Poder Executivo, Brasília, DF, 18 jan. 2002b. Seção 1, p. 31.

intuito de contribuir para estruturação das licenciaturas em Matemática no país frente à publicação das Diretrizes e Parâmetros para os cursos de Licenciatura e Bacharelado publicada pelo MEC, também em 2002. Em relação ao perfil do professor de matemática, esse documento apresenta as seguintes considerações:

> /.../ conceber a matemática como um corpo de conhecimento rigoroso, formal e dedutivo, mas também como uma atividade humana; estimular a interação entre três componentes básicos da matemática: o formal, o algorítmico e o intuitivo; estimular seus alunos para que busquem alcançar uma ampla e diversificada compreensão do conhecimento matemático e para vincular a matemática com outras áreas do conhecimento (p. 8).

Além de reforçar a ideia de que o professor precisa ter uma sólida formação matemática na Licenciatura, esse documento expressa a ideia de uma formação sólida relacionada com o trabalho profissional do professor. Tomando como exemplo a Geometria Analítica, é possível que um professor explore as interações entre o formal, o algorítmico e o intuitivo nas discussões que envolvem essa disciplina, mas se ele não relacioná-las com temáticas da educação básica, muito provavelmente não terá repertórios para, sozinho, fazer discussões dessa natureza com seus alunos. Assim, não somente é necessário que os licenciandos transitem entre as disciplinas e temática da matemática acadêmica, como também façam conexões e (re)construções da matemática escolar.

As disciplinas de formação matemática são consideradas nesse documento como *conhecimentos substantivos do futuro professor* que

> /.../ devem ser selecionados e abordados de forma a possibilitar ao professor em formação, conhecimento amplo, consistente e articulado da matemática, colocando em destaque aspectos de sua construção histórica, suas aplicações em outras áreas, os principais métodos utilizados por matemáticos ao longo dos tempos, os desafios atuais dessa área de conhecimento e as pesquisas matemáticas em desenvolvimento (p. 14-15).

Ainda segundo o documento, os conteúdos da Educação Básica

> /.../ precisam ser trabalhados em seus aspectos epistemológicos e históricos e tratados de modo articulado com os demais conteúdos matemáticos e educacionais que integrarão a formação (p. 15).

Há uma necessidade de reestruturar os cursos de Licenciaturas em Matemática, a luz dos problemas apresentados. Um caminho é a proposta de uma *outra* formação matemática na Licenciatura que possa integrar a matemática acadêmica com a matemática escolar. Esse é um grande desafio, mas que se apresenta como possível no horizonte de possibilidades.

Alguns pesquisadores argumentam em favor dessa uma outra formação e sustentam suas posições. Onuchic (2012), por exemplo, afirma que um dos papéis da Licenciatura seria o de

> /.../ fazer ligação de cada disciplina da graduação com aquilo que o futuro professor vai ensinar na escola básica. A Licenciatura precisa dar capacidade de pensar e chegar a entender o que você não havia entendido antes (p.36).

Nessa direção, mesmo que o Licenciando ainda permaneça com dificuldades relativas da matemática elementar nos primeiros semestres da Licenciatura, com um trabalho que relacione as discussões da matemática acadêmica com a matemática escolar, ele poderia, ao longo do curso, compreender o que não havia compreendido e amadurecer seu conhecimento matemático.

No livro, *Formação Matemática de Professores*[3], publicado em 2001 pelo Conselho de Ciências Matemáticas dos Estados Unidos, há algumas recomendações gerais para estruturar os cursos de formação inicial de professores de matemática. Em relação à primeira categoria de recomendações, "Instrução e Currículo de Matemática para futuros professores", há indicações que corroboram a perspectiva de uma outra formação matemática.

1) Futuros professores precisam de cursos de matemática que desenvolvam uma profunda compreensão da matemática que vão ensinar;
2) Embora a qualidade da formação matemática seja mais importante do que a quantidade, segue uma recomendação da quantidade de cursos de matemática para os futuros professores;
   - futuros professores de matemática do ensino elementar deveriam ter pelo menos 9 horas semestrais sobre ideias fundamentais da matemática escolar elementar;
   - futuros professores de matemática do ensino fundamental deveriam ter, pelo menos, 21 horas semestrais de matemática, o que inclui, pelo menos, 12 horas semestrais sobre ideias fundamentais da matemática escolar apropriada para este nível de ensino;
   - futuros professores de matemática do ensino médio deveriam ter uma formação equivalente a um graduado em matemática, que inclui 6 horas de curso conectando sua matemática dos cursos de graduação com a matemática do Ensino Médio.
3) Cursos sobre as ideias fundamentais da matemática escolar deveriam focar-se em um profundo desenvolvimento das ideias matemática básicas. Todos os cursos direcionados para futuros professores deveriam desenvolver um raciocínio cuidadoso e um "senso comum" matemático na análise de relações conceituais e na resolução de problemas;
4) Juntamente com a construção do conhecimento matemático, os cursos de matemática para futuros professores deveriam desenvolver formas de pensar matematicamente, demonstrando flexibilidade, estilos interativos de ensino;

Conference Board of the Mathematical Sciences (CBMS). The Mathematical Education of Teachers. Providence RI and Washington DC: American Mathematical Society and Mathematical Association of America (2001).

> 5) A Formação de professores deve ser reconhecida como uma importante parte da missão dos departamentos de matemática nas instituições que formam professores. Mais matemáticos deveriam tornar-se profundamente envolvidos com o ensino de matemática na educação básica (CBMS, 2001, p. 7-8, minha tradução).

Segundo esse documento, há também a necessidade de abordar os conteúdos da matemática escolar em suas particularidades e complexidades, fazendo discussões profundas sobre as ideias matemáticas essenciais que circunscrevem o contexto da Educação Básica. Essa necessidade deve ser trabalhada nos cursos de formação matemática na Licenciatura.

Não há dúvidas sobre a importância da matemática acadêmica na formação do professor de matemática pois em grande parte ela oferece aos licenciandos os verdadeiros fundamentos da matemática escolar, a segurança para justificar procedimentos e resoluções de problemas, uma cultura maior para o professor lidar com seus alunos, possibilidades de discussões mais sofisticadas com alguns de seus futuros alunos, confiança e firmeza nas discussões matemáticas (LAZARI, 2012; ONUCHIC, 2012; CURY, 2012; FIGUEIREDO, 2012). Conhecendo a matemática acadêmica os professores estariam preparados para responder perguntas feitas com frequência por alunos como: *Por que aprendemos isso professor? Qual a relação dessas coisas que aprendemos esse ano com aquelas outras que aprendemos ano passado? Existe alguma aplicação para esse monte de coisa que a gente aprende em matemática, professor?*

Lazari (2012) afirma que o futuro professor precisa saber como fazer uma Geometria; fazer um curso de Análise Real com uma boa discussão das ideias básicas; conhecer os fatos básicos das Estruturas Algébricas; as ideias fundamentais do Cálculo, para construir uma formação matemática sólida. O professor não necessita ter um conhecimento amplo da matemática, mas conhecer as ideias fundamentais. Segundo o autor

> /.../ não é tanto a quantidade de conhecimento, mas as ideias básicas da matemática, como ela é feita. É importante que ele veja isso de dentro e que não seja uma coisa estranha a ele. Eu acho que seria importante e fundamental (2012, p.153).

Nessas considerações, as ideias básicas e importantes para os futuros professores de matemática são discutidas nas principais disciplinas que atualmente temos nos cursos de Licenciatura. Isso corrobora meus argumentos no sentido de realinhar os cursos, ou seja, estabelecer relações entre a matemática acadêmica e a matemática escolar, para almejar uma melhor formação matemática do professor de matemática. Cury (2012) corrobora esses argumentos afirmando que

> /.../ o licenciando deve passar por essa matemática que atualmente é aceita pela comunidade acadêmica, pelos conceitos que são aceitos na comunidade acadêmica. Hoje a gente tem um determinado corpo de conhecimento que é aceito pela comunidade matemática acadêmica. /.../ Os professores que forem planejar as suas aulas têm que saber do que estão falando, mesmo que eles não falem (p.78).

Onuchic (2012) afirma que o professor precisa aprender disciplinas como Cálculo Diferencial Integral, Estruturas Algébricas, Topologia, por exemplo, porque essas disciplinas fundamentam o seu trabalho na Educação Básica. Em suas palavras

> Porque eu preciso do Cálculo para falar da sequências, preciso saber se é um corpo, se é um anel, se é um ideal, na Álgebra. Preciso entender porque aquelas propriedades que eu uso devem ser válidas sempre, quando aquelas propriedades são demonstráveis, e como são demonstradas, preciso até saber um pouco de topologia, sem dar essa palavra (p.36).

Não é de se estranhar que muitos licenciandos não vêem o conjunto dos números inteiros como podendo constituir uma estrutura de anel, ou seja, uma temática do 6º ano do Ensino Fundamental relacionada com um conteúdo da disciplina de Estruturas Algébricas. Esse é apenas um exemplo das inúmeras temáticas da matemática escolar que são fundamentadas pela matemática acadêmica.

Dois *germes* de abordagens para implementações dessa ideia

A implementação dessa perspectiva não é tarefa fácil, visto que há uma tradição muito bem estabelecida e enraizada nas Licenciaturas. Um conjunto de disciplinas da matemática do matemático (LINS, 2004) para o professor conhecer o que de fato é matemática e, em seguida, cursos de didática para oferecer a eles um modo de transmitir os conteúdos aos alunos, ainda estão muito presentes nos cursos de formação inicial, muitas vezes de maneira implícita. Mesmo as estruturas curriculares dos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil estando sob os Parâmetros e Diretrizes de 2002 - que inclui 400 horas de prática de ensino durante os semestres do curso e as 400 horas de estágio supervisionado para os alunos - mais de 50% das cargas horárias dos cursos são dedicadas às disciplinas da matemática acadêmica.

Entretanto, há algumas direções para pensar em possíveis implementações, mesmo sem uma completa sistematização. Apresento dois *germes* de implementações, duas estratégias para pensar essa uma *outra* formação matemática na Licenciatura.

Os livros didáticos como fio condutor

A formação (matemática) de professores poderia ser estruturada tomando como fio condutor o trabalho com livros didáticos de matemática do Ensino Fundamental e Médio. Nesse trabalho os formadores poderiam realizar discussões nas quais relações entre a matemática acadêmica e a matemática escolar estivessem presentes, como também discussões que envolvessem propostas didáticas, metodologias, recursos didáticos, presentes nos livros, fazendo disso grande parte da formação de professores de matemática. Essa ideia é de Saviani (2009) que a apresenta da seguinte maneira

> Um caminho prático e objetivo para verificar a montagem e modo de operar dos currículos escolares é partir dos livros didáticos, o que permitiria tomá-los como ponto de partida para a reformulação dos cursos de Pedagogia e dos demais cursos de Licenciatura (p. 151)

Esse modo de formar professores não se reduziria à utilização de livros didáticos atuais, mas também a livros utilizados em outras épocas. Com isso, essa estratégia possibilitaria uma discussão das mudanças curriculares ocorridas na Educação Básica, os motivos de abandono ou manutenção de alguns conteúdos, quais temas tinham mais ou menos destaque no currículo. Os licenciandos poderiam realizar investigações a respeito dos tipos de tarefas que os livros apresentavam, se elas eram mais exercícios procedimentais, problemas de matemática pura, problemas com aplicações, problemas abertos. O livro didático como fio condutor da formação (matemática) dos futuros professores ofereceria uma oportunidade ímpar de discussões da matemática, ao lado de uma formação da matemática acadêmica, indispensável na formação do professor, como também uma formação pedagógica que seria construída ao longo das discussões. Saviani (2009) destaca essa possibilidade afirmando que

> /.../ os alunos dos cursos de licenciatura atingiriam, por meio da análise dos livros didáticos das áreas respectivas, uma compreensão agora sintética (com plena consciência das relações implicadas) e não mais apenas sincrética (sem consciência clara de suas relações) da relação entre forma e conteúdo no processo de ensino-aprendizagem (p. 152)

O processo de formação de professores que muitas vezes é fragmentado entre conteúdo e formas de ensino seria constituído de maneira integrada, com discussões matemáticas e pedagógicas dos conteúdos.

Outro aspecto que envolveria essa estratégia seria uma discussão histórica dos conteúdos matemáticos e das perspectivas históricas de ensino da matemática, envolvendo estudos dos desenvolvimentos histórico-espistemológicos de alguns conteúdos, as diferenças de notações, significações e maneiras de se apresentá-lo; as metodologias de ensino de cada época, os recursos didáticos que eram utilizados, as atitudes dos professores em relação ao ensino de matemática, os fins e propósitos da escola em geral e da aula de matemática. Figueiredo (2012) corrobora com essa discussão quando afirma que as disciplinas de formação matemática poderiam misturar "/.../ um pouco de história. Isso daria uma formação sólida, dá uma riqueza também, o ensino torna-se mais leve se você toma essa atitude (p.61)".

Um exemplo disso seria um estudo histórico das ideias do Cálculo Diferencial Integral, considerando que, em determinado momento, temas dessa área estiveram presentes nos currículos da Educação Básica e que atualmente não estão. Quais foram os motivos dessa mudança? Diante das demandas do mundo contemporâneo, quais as consequências (ou não) desse fato? Essas seriam algumas questões relacionadas à história do ensino de matemática, mas com implicações para o presente.

Outra investigação seria em relação ao desenvolvimento das ideias do Cálculo ao longo do tempo, como os conceitos foram emergindo frente às necessidades e como eles foram sistematizados. A partir desse estudo, os licenciandos poderiam aos poucos construir um senso histórico do desenvolvimento da matemática e construir relações entre conceitos em diferentes momentos históricos como também em diferentes sistematizações. Em quais aspectos o desenvolvimento histórico dessa temática se relaciona com as temáticas abordadas no Ensino Fundamental e Médio? Quais outros modos de tematizar conteúdos como área, tangente, função esse estudo pode oportunizar? Ou seja, tomando como fio condutor os livros didáticos ao lado de estudos da história da matemática e da história do ensino de matemática seria possível outra configuração da formação de professores sob o propósito de estruturar uma formação matemática em que as discussões da matemática acadêmica e da matemática escolar, estivessem presentes e relacionadas.

Ainda é necessário pensar uma organização sistematizada de todas essas ideias e propor uma periodização específica para as Licenciaturas, mas elas apontam um caminho que me parece promissor.

A formação matemática estruturada a partir de temas geradores.

Outra proposta para estruturar os cursos de formação de professores de matemática sob a ótica de uma *outra* formação matemática é a apresentada no trabalho de Cury (2012) no qual a autora propõe as disciplinas de maneira que conceitos básicos seriam revisitados e construídos por várias áreas da matemática. Segundo a pesquisadora

> /.../ nós teríamos que ter a capacidade de criar disciplinas novas que fossem aceitas pela comunidade e nas quais os conceitos matemáticos (esses tais considerados básicos para a matemática da vida, para a matemática das outras

> ciências) fossem apresentados no sentido daquela espiral, de modo que se revisitasse esses conteúdos várias vezes e sobre vários olhares (p.68).

Nessa direção, se um tema gerador fosse função, por exemplo, seriam discutidas temáticas sobre funções no Cálculo Diferencial Integral, nas Estruturas Algébricas, em como é abordado no Ensino Médio, em relação às principais dificuldades dos alunos ao estudá-la, aos erros que eles cometem, às estratégias didáticas que podem ser utilizadas para o trabalho do professor em sala de aula, a quais recursos tecnológicos podem ser utilizados para trabalhar esse tema, ou seja, nos diversos aspectos que o circunscrevem (CURY, 2012).

A partir dessa discussão as disciplinas não seriam mais disciplinas matemáticas que fazem relações com a matemática escolar, ou disciplinas pedagógicas que buscam relações com a matemática acadêmica. Na Licenciatura existiriam disciplinas nas quais discussões matemáticas, pedagógicas, da utilização de softwares, do uso de materiais manipulativos, das pesquisas em educação matemática, seriam mobilizadas. Disciplinas que oferecessem oportunidades para uma formação que levasse em consideração as demandas da prática profissional do professor, ao lado de uma formação da matemática acadêmica.

Alguns conceitos para escolha dos temas geradores poderiam estar relacionados aos desenvolvimentos do pensamento aritmético, algébrico, geométrico, proporcional, probabilístico, funcional, trigonométrico, perpassando todas as séries nas quais eles são estudados no Ensino Fundamental e Médio, como também nas diferentes disciplinas da Licenciatura.

Um primeiro passo para implementar essa estratégia seria a definição dos temas geradores, sendo que esse trabalho precisaria levar em consideração a abrangência dos temas e a diversidade de problematizações que poderiam ser realizadas em torno deles. Funções, sólidos geométricos, equação fundamental da trigonometria, limite, algumas estruturas básicas da matemática (como grupo, por exemplo), seriam candidatos a se tornarem temas geradores. Um segundo passo seria a pesquisa de diferentes materiais (no âmbito pedagógico, matemático, histórico) para o trabalho com esses temas. Um terceiro passo seria estabelecer uma periodização como também alguns parâmetros para o trabalho dos temas durante a formação do futuro professor de matemática. Penso que esse seria um trabalho complexo, pois vai contra uma cultura muito bem instalada nas Licenciaturas. Outro aspecto dessa dificuldade seria o pouco, ou quase nenhum, preparo dos professores para elaborar esses parâmetros e iniciar o trabalho.

Talvez uma alternativa para essa proposta de formação matemática na Licenciatura fosse a elaboração de cursos de extensão em formação continuada de professores. De menor duração, com menos professores e realizados por apenas alguns formadores, esses cursos poderiam abrir caminhos para a construção dessa uma *outra* formação matemática na Licenciatura.

Esses são dois *germes* de abordagens para implementações desse modo de pensar a formação matemática de professores de matemática, com a intenção de relacionar a matemática acadêmica com a matemática escolar "Os livros didáticos como fio condutor e A formação matemática estruturada a partir de temas geradores". Apenas algumas ideias dessas abordagens foram apresentadas e por isso as denominamos como *germes*, ideias embrionárias, com poucos detalhes práticos e operacionais. Entretanto, elas anunciam outras maneiras de pensar a formação matemática na Licenciatura.

Um alinhavo fundamental

Por meio das considerações tecidas e dos exemplos apresentados, penso que há uma direção para (re)estruturar os cursos de Licenciatura em Matemática. Não há dúvidas que é preciso estudar as disciplinas da Matemática, como Cálculo Diferencial Integral, Estruturas Algébricas, Álgebra Linear, Análise Real, Teoria dos Números... , como também não há dúvidas de que é preciso estudar profundamente a matemática da educação básica. Dessa maneira, um caminho seria estudar de maneira relacionada essas duas temáticas construindo uma Licenciatura onde essa uma *outra* formação matemática na Licenciatura fosse implementada. Dois caminhos foram apresentados e, mesmo necessitando de estudos e sistematizações, se constituem como possíveis de ser implementados.

Essa (re)estruturação dos cursos de Licenciatura apresenta um desafio para os formadores de professores que atuam nos cursos: agrupar educadores matemáticos e matemáticos em um trabalho colaborativo para elaborar ementas e disciplinas para as Licenciaturas (ideia já presente na quinta recomendação do livro do CBMS). Seria interessante um matemático dialogar com um educador matemático no intuito de estruturar um curso de Análise Real para professores de matemática que tematizasse questões da Educação Básica, bem como em curso para discutir Álgebra Elementar. Quais discussões nessas disciplinas seriam interessantes para formar matematicamente o futuro professor de matemática? Quais considerações das temáticas de Análise Real e Álgebra Elementar seriam imprescindíveis para a prática profissional do futuro professor? Esses seriam alguns questionamentos para nortear esse trabalho. Segundo o CBMS (2001) os

> Cursos sobre as ideias fundamentais da matemática escolar deveriam ser elaborados por matemáticos que têm um sério interesse na formação de professores. A estruturação desses cursos deveria ser coordenada com o corpo docente de educação matemática (p. 7, minha tradução).

Na direção de estruturar a formação matemática por meio dos livros didáticos, educadores matemáticos e matemáticos poderiam colaborar em estudos de propostas de trabalho para serem implementadas nas Licenciaturas. Isso também vale para o *germe* de abordagem “A formação matemática estruturada a partir de temas geradores”.

Para os problemas apresentados em relação a aspectos da formação matemática de futuros professores de matemática nos atuais cursos de formação foi apresentado um indicativo para uma (re)estruturação: a relação das temáticas da matemática escolar com disciplinas de matemática acadêmica. Para implementação dessa ideia, os livros didáticos como fio condutor e os temas geradores se constituem como possibilidades. Entretanto, o alinhavado fundamental de toda essa discussão é o trabalho em conjunto entre educadores matemáticos e matemáticos, cada um com seus conhecimentos, especificidades, crenças, dificuldades, tendo como meta a estruturação de uma *outra* formação matemática na Licenciatura.

Texto 6

Sobre a Matemática do Professor de Matemática e a Matemática do Matemático

A matemática faz parte da vida de muitas pessoas em todos os dias. Seja em compras diárias, estimativas, simples situações em que se realizam operações de adição e subtração, são inegáveis os papéis da matemática. Desde vendedores de sorvetes até cientistas em laboratórios, desde atividades matemáticas mais elementares até as mais sofisticadas, todos fazem uso da matemática. Não é de se estranhar que em grande parte dos sistemas formais de ensino, ao redor do mundo, essa disciplina faça parte da formação básica de crianças e adolescentes.

Nesse sentido, um simples questionamento seria: a matemática é a mesma seja qual for a situação? Aparentemente, essa pergunta solta não oferece possibilidades para teorizar algumas ideias, seja a resposta sim ou não. Entretanto, ao se pensar na formação de professores de matemática que vão educar matematicamente crianças e adolescentes de todo mundo, esse questionamento ganha força e oportuniza a possibilidade de uma teorização fértil para estruturar os cursos de formação de professores de matemática.

Ao questionar possibilidades diferentes matemáticas tendo o olhar para os cursos de Licenciatura em Matemática, outra pergunta que emerge é: Que matemática o professor de matemática deve saber para educar matematicamente seus alunos? De uma maneira sintética: Qual é a matemática do professor de matemática? Seria plausível e acredito que até muito comum, que se eu fizesse essas perguntas para alguém distante das discussões a respeito da formação de professores de matemática, uma possível resposta seria: os professores de matemática precisam conhecer uma matemática que seja necessária, adequada, que contribua para sua atuação profissional. Claro que essa pergunta poderia ser feita para outras profissões e as respostas não seriam muito diferentes. É mais que óbvio que um curso de graduação, de qualquer área, deva oferecer conhecimentos para que os futuros profissionais estejam aptos para exercer suas funções ao término do curso. Entretanto, o fato é que muitos professores recém formados se queixam sobre a formação matemática que tiveram em suas Licenciaturas e é comum ouvir deles que a formação que tiveram pouco contribuiu para sua atuação profissional. Em relação a essa afirmação, questiono se a formação matemática oferecida nos cursos de formação inicial de professores de matemática é adequada e contribui para a atuação profissional de professores.

Essas considerações e questionamentos servem como pano de fundo para a discussão que quero propor. Minha intenção neste texto é caracterizar a *matemática do professor de matemática* e *matemática do matemático* (LINS, 2004; 2006). Para isso, utilizo alguns trabalhos e algumas considerações em relação a essa problemática, tanto argumentando de maneira contrária a essa ideia, de que existem diferentes matemáticas, quanto favoravelmente, explicitando diferenças entre as matemáticas trabalhadas na educação escolar e na formação inicial do professor de matemática. A partir dessa discussão, apresento algumas implicações para estruturar os cursos de Licenciatura em Matemática.

Meu intuito com esse movimento de argumentações é produzir outra possível legitimidade para a formação matemática de professores de matemática que tenha como ponto de partida possíveis diferenças entre a formação do professor de matemática e seu trabalho profissional.

De Matemática para matemáticas

Quando se olha para a matemática em diferentes níveis de escolaridade uma primeira consideração é a de pensá-la como única, desde os conceitos e procedimentos mais elementares até os mais complexos. Dessa maneira, uma criança que aprende a contar ou identificar propriedades de objetos tridimensionais e um matemático profissional que trabalha com ideias abstratas, construindo novos conceitos e objetos, diferem em suas atividades apenas em relação aos níveis de sofisticação. Tanto para a criança quanto para o matemático, a matemática é única. Lazari (2012) sustenta essa perspectiva afirmando que

> /.../ quando você pega aquela primeira matemática da criança e essa matemática que a gente discute aqui [na Licenciatura em Matemática], há um processo de continuidade, você não está pegando a mesma coisa e fazendo ela exercer uma outra função /.../ eu estou falando de partes de uma coisa só (p.163).

A matemática é a mesma em todos os níveis de ensino, sendo que com o passar dos anos de escolaridade, os conceitos vão se sofisticando e muitos deles se tornam ideias particulares de outros conceitos mais gerais. Um exemplo clássico é o conjunto dos números inteiros. No sexto ano do Ensino Fundamental os alunos o estudam e ele se caracteriza por uma ampliação dos números naturais. Na Licenciatura os alunos estudam esse mesmo conjunto e o define como compondo uma estrutura de anel com unidade, na disciplina de Estruturas Algébricas. A matemática do Ensino Fundamental não é diferente da matemática da disciplina de Estruturas Algébricas do curso de Licenciatura, ela é a mesma, porém em níveis diferentes de sofisticação.

Nos diferentes níveis de escolaridade, as práticas de trabalho de professores de matemática são construídas em relação aos objetivos, metas e fins. Com isso, os processos que envolvem as práticas de trabalho dos professores são diferentes, e em cada nível de ensino, seja o Fundamental, Médio, Licenciatura, Pós Graduação, as dinâmicas construídas, as estratégias de tematização, a formalidade e o rigor das ideias trabalhadas, também são diferentes. Os professores do Ensino Fundamental trabalham com seus alunos apresentando a matemática em situações do dia a dia, na qual as ideias, conceitos e procedimentos servem de pano de fundo para os alunos resolverem exercícios e problemas. O trabalho com a matemática se baseia em exemplos e resultados particulares. Os professores da Licenciatura, por sua vez, geralmente trabalham a partir de definições, teoremas, conjecturas, demonstrando o que é necessário para avançar nas temáticas a serem trabalhadas. Não necessariamente é preciso, ou mesmo desejável, fazer alguma relação com o dia a dia dos licenciandos para apresentar um conteúdo e, em grande parte das disciplinas, os professores se pautam no método axiomático dedutivo para ministrarem suas aulas.

Essas são algumas considerações em favor de tomar a matemática como única em diferentes níveis de sofisticação.

Outro modo de pensar a matemática e a formação matemática de professores de matemática é por meio da ideia de *estrutura cognitiva no domínio da matemática* (SOUZA, *et al.*, 1991). Os autores, nesse artigo, situam os conteúdos matemáticos trabalhados na educação básica entre dois domínios de pensamentos, *o continuo geométrico*, relativo ao domínio da medida, *e o discreto numérico*, relativo ao domínio da contagem. O futuro professor precisa construir essa estrutura cognitiva dentro desses domínios como também utilizá-la em uma análise multiperspectival do objeto de ensino da Educação Básica. A construção dessa estrutura cognitiva seria realizada na Licenciatura nas disciplinas chamadas "de conteúdo matemático" (SOUZA, *et al.*, 1991).

Os tópicos para o domínio do contínuo seriam as "técnicas de desenho geométrico com régua e compasso, perspectiva cavaleira, isométrica e cônica, geometria descritiva (p.93, 1991)". No domínio do discreto os tópicos seriam "álgebra elementar, fatoração e radiciação, análise combinatória, probabilidade e estatística elementares, e introdução a computação numérica (p.93, 1991)". Para a fusão do discreto e do continuo os autores propõem a disciplina de Geometria Analítica que poderia seguir o caminho da construção do pensamento diferencial e do pensamento algébrico. O pensamento diferencial seria construído tendo como núcleo a integração de taxas de variação em seus múltiplos desdobramentos, sendo que o pensamento algébrico seria construído a partir da Geometria Analítica tendo como desdobramentos, a Álgebra Linear e Multilinear, e outras estruturas algébricas, como grupos, corpos e anéis. Por fim, a disciplina de variáveis complexas arremataria a construção da estrutura cognitiva matemática do Licenciando oportunizando a construção dos dois domínios de pensamentos. Para completar a estrutura cognitiva da matemática os "licenciandos deveriam tematizar a Matemática Elementar de um ponto de vista avançado (p.94 , 1991)", visto que nesta disciplina, veriam construções dos inteiros, mergulhariam no domínio de integridade do corpo de frações, construções dos reais pelos cortes de Dedekind, introdução à teoria axiomática dos conjuntos, entre outros tópicos. Em outra disciplina poderiam ver conteúdos de geometria, sendo alguns deles vinculados à geometria euclidiana, à geometria não euclidiana, às geometrias afins e projetivas (SOUZA, *et al.*, 1991).

A formação matemática do futuro professor apresentada neste trabalho toma o domínio da matemática acadêmica como ponto de partida para sua elaboração. Como conseqüência, a matemática acadêmica abrange a matemática escolar. Uma hipótese que acompanha essa discussão é que se os futuros professores tiverem um amplo conhecimento da *estrutura cognitiva da matemática*, palavra dos autores, é possível que eles tenham condições de dominar as temáticas da matemática escolar.

Esse argumento não apresenta relações explícitas entre os domínios da matemática acadêmica e da matemática escolar e prima pela idéia de que se eu produzo significado para alguns objetos (da matemática acadêmica), consigo olhar para outros objetos (da matemática escolar) e produzir outros significados, pois construí uma visão mais abrangente, um olhar mais profundo. Exemplos disso seriam as equivalências entre alguns tópicos da matemática escolar e da matemática acadêmica como, por exemplo, a equivalência entre equação do segundo grau e polinômio sobre corpos, exponencial e logaritmo com a idéia de integral.

Esses dois exemplos apresentados, o da existência de uma única matemática em diferentes níveis de sofisticação e o da estrutura cognitiva no domínio da matemática, oportunizam um olhar para a matemática como um todo e independente do contexto onde ela é trabalhada, seja nos primeiros anos da Educação Básica até os mais altos níveis de estudo na Pós Graduação. Penso que essa é uma característica comum a eles. Entretanto, ao adentrar em suas considerações e colocar em jogo outras ideias, acredito que outras questões possam emergir e que, a partir delas, é possível construir outra maneira de pensar a matemática. *Será que a matemática é única e independente das situações em que é trabalhada? Será que os modos de falar, construir e apresentar os objetos matemáticos em situações da universidade, são os mesmos modos em situações da matemática da escola?*

Ao olhar com mais detalhes para os modos de produzir significados para os objetos matemáticos (LINS, 1999) em diferentes contextos se vê, claramente, uma grande diferenciação. O conjunto dos números inteiros (o clássico exemplo) na Licenciatura em Matemática são classes de equivalências do conjunto dos números naturais, esse conjunto é construído em sua totalidade. Na escola, eles são um conjunto numérico construído a partir de uma ampliação do conjunto dos números naturais e que com isso, oportuniza os alunos trabalharem, por exemplo, com quantidades negativas, dívidas. No ensino Fundamental eles são tomados apenas em exemplos particulares.

Penso que não existe apenas A Matemática, mas que existem matemáticas, no sentido de considerar as situações e as pessoas que mobilizam conhecimentos matemáticos, ou seja, modos legítimos de produção de significados que são compartilhados em um espaço comunicativo (LINS, 1999).

Apresento a seguir três modos de explicitar diferenças entre a matemática em situações da educação escolar e a matemática em situações da universidade. O primeiro é a perspectiva defendida por Plínio Moreira e Manuela David, *Matemática Acadêmica e Matemática Escolar*; o segundo é referente ao intrigante artigo publicado por Anne

Watson, *Matemática Escolar como um tipo especial da Matemática Acadêmica*; e o terceiro é a perspectiva formulada por Romulo Lins, apoiado no Modelo dos Campos Semânticos, *Matemática do Professor de Matemática e Matemática do Matemático*, foco deste texto.

Matemática Acadêmica e Matemática Escolar

Plinio Cavalcanti Moreira e Maria Manuela em muitos de seus trabalhos[1] apresentam discussões sobre o conhecimento matemático discutido nas disciplinas consideradas de conteúdo matemático na Licenciatura em Matemática e os conhecimentos matemáticos que professores da educação básica efetivamente mobilizam em sua prática profissional. Penso que um grande propósito dos trabalhos desses autores seja o de apontar certos conflitos entre esses dois contextos nos quais se falam de matemática e mostrar insuficiências da formação matemática oferecida nos cursos de licenciaturas para o trabalho do professor de matemática na Educação Básica.

Segundo esses autores a *matemática científica ou acadêmica*, expressão utilizada por eles para se referir à matemática do curso de licenciatura, dá ênfase às estruturas abstratas, a processos rigorosamente lógico-dedutivos, a extrema precisão da linguagem, a definições formais, a elaboração de um discurso axiomático com regras e padrões bem estáveis e aceitos pela comunidade de matemáticos (MOREIRA, DAVID, 2005). Por exemplo, ao se apresentar a definição de limite, dá-se uma ênfase às estruturas abstratas, utilizando épsilons e deltas, em um processo lógico-dedutivo rigoroso no qual cada afirmação tem seu papel e momento de ser utilizada. Zela-se pela linguagem, omitindo tudo o que não é necessário e apenas deixando o que é crucial, apresentando o contexto no qual essa definição faz sentido, isto é, o discurso axiomático dedutivo da matemática. Essas são características que circunscrevem uma discussão da definição de limite dentro do contexto da matemática acadêmica.

[1] MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. Matemática escolar, matemática científica, saber docente e formação de professores. **Zetetike**, v.11, n.19, pp. 57-80, 2003. MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S **A formação matemática do professor : licenciatura e prática docente.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005. 120p. (Tendências em Educação Matemática, 11). MOREIRA, P. C. ;DAVID, M. M. M. S. . O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. Revista Brasileira de Educação, Campinas, SP, v. 28, p. 50-61, 2005. MOREIRA, P. C. ; DAVID, M. M. M. S. . Academic mathematics and mathematical knowledge needed in school teaching practice: some conflicting elements. Journal of Mathematics Teacher Education, v. v.11n1, p. 23-40, 2008.

Moreira e David (2005) apresentam um exemplo dos números reais. Para o matemático eles podem ser conceitualizados ou pelos cortes de Dedekind ou pelas classes de equivalência de seqüências de Cauchy ou por seqüências de intervalos encaixantes. Essas definições para os números reais são equivalentes e se apoiam em diversos contextos. Não interessa para o matemático, que tem por atividade profissional fazer matemática, conhecer os aspectos históricos, filosóficos, didáticos a respeito dos números reais. Ele precisa saber como construí-lo e como esses resultados podem auxiliá-lo na construção de novas teorias.

Outro exemplo que eles apresentam e que explicita características da matemática acadêmica é em relação aos erros que porventura são cometidos pelos matemáticos. Um erro indica a inadequação de um resultado ou de um teorema que supostamente foi demonstrado. No discurso axiomático dedutivo eles devem ser extintos, pois afetam e atrapalham a construção das teorias matemáticas.

As definições e demonstrações, outro exemplo, também apresentam características distintas na matemática acadêmica. Qualquer demonstração de um teorema ou de um simples resultado remete a um conjunto de definições, postulados, axiomas, teoremas, conjecturas que já foram previamente demonstrados. Um aluno do curso de Análise precisa aprender a escrever a demonstração de um teorema, e escrever não de qualquer jeito, mas da maneira considerada correta dentro dos cânones da comunidade de matemáticos. Se ele apresentar um desenho, um diagrama, ou mesmo escrever um texto discursivo que apresente a idéia da demonstração, não é válido. Essa é uma prática que não é aceita como legítima.

Esses exemplos apresentados caracterizam, pelo menos em parte, a matemática acadêmica e explicitam um contexto que é particular e que acontece apenas na universidade segundo Moreira e David (2005).

Para falar das demandas matemáticas do professor da educação básica, esses mesmos autores caracterizam a *matemática escolar* por múltiplos condicionamentos relativos à instituição escolar, à sala de aula, à prática educativa dos professores. Ela constitui um /.../ amálgama de saberes regulado por uma lógica que é específica do trabalho educativo, ainda que envolva uma multiplicidade de condicionantes (MOREIRA, DAVID, p. 35, 2005).

Tomando o mesmo exemplo, os números reais, para o professor do Ensino Fundamental, em primeiro lugar ele deve concebê-los como números; precisa conceitualizá-los como extensões dos números racionais, pois é nesse contexto que eles aparecem; precisa tê-los como objetos que são criados com alguma finalidade. Com essas características pode-se constatar claramente que estamos falando de duas coisas diferentes, os números reais da matemática acadêmica e os números reais da matemática escolar.

Para os autores os erros dos alunos no âmbito da matemática escolar têm outra finalidade. Eles fazem parte do processo educativo e, por vezes, são necessários para que eles consigam aprender um determinado conceito ou procedimento. Os erros mostram um caminho que o aluno construiu por meio de uma lógica particular de lidar com um problema matemático. A partir do conhecimento do professor sobre esses caminhos, essas maneiras particulares de lidar com os problemas, pode-se elaborar estratégias adequadas e pontuais para as dificuldades dos alunos. Os erros para a matemática acadêmica se constituem de uma maneira e, para a matemática escolar, de outra (MOREIRA e DAVID, 2005).

As definições e demonstrações na matemática escolar têm um papel estritamente pedagógico e não estão diretamente relacionadas aos cânones do conhecimento matemático dentro da pesquisa em matemática. Um propósito de discutir demonstrações com alunos da educação básica é o de tematizá-las como uma construção humana na qual os resultados não saem da cartola e nem são dados arbitrariamente. Outro propósito é oportunizar o desenvolvimento de uma capacidade de argumentação, modos de se utilizar a linguagem de maneira objetiva e que convença certos grupos (MOREIRA e DAVID, 2005). Mais uma vez, vemos que as demonstrações se constituem de uma maneira na matemática acadêmica e de outra na matemática escolar.

Os números reais, os erros, as definições e demonstrações são apenas três exemplos que esses autores utilizam para explicitar diferenças entre a matemática acadêmica e a matemática escolar. Acredito, em concordância com os autores, que há diferenças e penso que explicitá-las pode fomentar discussões sobre a formação matemática dos futuros professores nos cursos de licenciatura. Essas discussões podem denunciar possíveis distorções entre o que é trabalhado na formação inicial e o que de fato é necessário e adequado para as demandas de sua prática profissional. Nos exemplos anteriormente apresentados vejo alguns indicativos da insuficiência da formação matemática dos professores relativos aos aspectos que a prática profissional exige.

Diferentemente dos dois exemplos apresentados no começo deste texto, Plínio Moreira e Manuela David caracterizam a matemática escolar e a matemática acadêmica como matemáticas distintas, ou mesmo como *coisas* distintas. Em muitos de seus trabalhos explicitam que as demandas da sala de aula da Educação Básica são outras e que muitas vezes, elas não são discutidas nas disciplinas "de formação matemática" das licenciaturas (MOREIRA e DAVID, 2003, 2005, 2008).

Matemática Escolar como um tipo especial da matemática acadêmica

Um exemplo crucial para essas diferenciações entre matemática escolar e matemática acadêmica é o texto de Anne Watson. Em 2008, no ICMI[2] de Roma, na comemoração dos 100 anos desse congresso na área de Educação Matemática, Watson apresentou um artigo discutido no grupo de trabalho, "Matemática Acadêmica e Matemática Escolar" (WATSON, 2008).

Nos tempos de hoje, em que centenas de artigos são publicados todos os meses nos mais variados cantos do mundo, este seria apenas mais um que abordaria um problema, explicitaria seus vínculos epistemológicos, descreveria sua metodologia, apresentaria algumas análises e discussões e, por fim, apontaria algumas considerações. Entretanto, o texto de Watson, não foi um artigo comum. O editor da revista ao enviá-lo para seus revisores recebeu pareceres totalmente antagônicos: *publique agora pois é um ótimo artigo*; *rejeite, pois as discussões apresentadas não têm sentido algum*. Dentro desse contexto o editor decidiu publicar o artigo e convidar várias pessoas de vários países para fazer um breve comentário sobre ele.

Independente do teor teórico das discussões, esse fato evidencia que a discussão de possíveis diferenças entre a matemática da universidade e a matemática da escola é uma tema que atrai atenção e discussão da comunidade de educadores matemáticos. Além disso, penso que é de grande importância entender quais conhecimentos os professores de matemática precisam discutir, nos cursos de formação inicial, para atuarem de maneira a lidar com as demandas da prática profissional na Educação Básica.

[2] A Comissão Internacional de Instrução Matemática foi fundada em 1908 com objetivo de promover estratégias para a melhoraria da qualidade do ensino e da aprendizagem da matemática ao redor do mundo.

Watson (2008) inicia o artigo afirmando que a

> /.../ matemática escolar não é, e nem mesmo será, um subconjunto da reconhecida matemática acadêmica, porque tem diferentes justificativas, autoridades, formas de raciocínio, atividades centrais, propósitos e conceitos unificadores; e, necessariamente os cortes da atividade matemática da matemática escolar são feitos em diferentes caminhos da matemática acadêmica (p. 3, minha tradução).

Ela continua e caracteriza a *matemática acadêmica* como

> /.../atividades que avançam o conhecimento matemático: as formas de engajamento, tipo de questões e padrões de argumentos aceitos como contribuição ao cânone convencional da matemática pura ou aplicada (p. 3, minha tradução).

A matemática acadêmica é a matemática do pesquisador em matemática, do profissional que constrói conhecimento matemático. Em determinados contextos com determinados propósitos ela é construída a partir de regras e procedimentos bem definidos. Watson caracteriza a *matemática escolar* como

> /.../ formas de engajamento em matemática em contextos formais de ensino para iniciantes, incluindo aqui alguns graduandos, ou aqueles que não se vêem como iniciantes, mas que têm a matemática impelida sobre eles (p.3).

Penso que a principal diferença entre a caracterização da matemática acadêmica e a matemática escolar apresentada por Watson é em relação aos propósitos de cada uma. Na matemática acadêmica o objetivo é produzir conhecimentos matemáticos. Na matemática escolar é oferecer contextos de ensino para que os alunos, estejam eles nos níveis em que estiverem, possam aprender matemática para se desenvolverem social e cognitivamente. Ela afirma que

> /.../ A principal atividade da matemática escolar é fazer com que os alunos aprendam a utilizar ferramentas matemáticas e maneiras de trabalho para que estas possam ser utilizados, posteriormente, para aprender mais ferramentas e maneiras de trabalho (p.6, minha tradução).

A partir desse propósito da matemática escolar, todas as especificidades que circunscrevem a matemática acadêmica e a matemática escolar também se tornam distintas. Claro que podemos, de fora, olhar certas semelhanças, entretanto, o que as diferenciam é o propósito. Olhar para essas semelhanças me parece uma superficialidade que pouco favorece elaborar considerações sobre a atividade matemática do professor de matemática.

Watson (2008) afirma que os *cortes* da atividade matemática na matemática escolar são dados em função do que se espera da aprendizagem dos alunos e das estratégias utilizadas pelos professores para alcançá-la. Na matemática acadêmica os *cortes* são dados em relação à resolução de um problema, à demonstração de um teorema, ou mesmo à sistematização de uma teoria. A atividade de um matemático acaba ou continua quando ele demonstra um teorema. A atividade matemática do professor depende de variáveis relativas à própria sala de aula, ao desenvolvimento cognitivo dos alunos, as relações com outras disciplinas.

O papel dos conceitos unificadores também é diferente. Na matemática escolar faz sentido pensá-los apenas em uma abordagem longitudinal ao longo dos anos nos quais aparecem. Na matemática acadêmica os conceitos são orientados pelo que é estudado e pesquisado, sendo que são de extrema importância para estabelecer conexões entre diferentes teorias. Por exemplo, na matemática escolar só faz sentido unificar o conceito de linearidade com os alunos após eles terem experienciado várias situações com relações lineares e não lineares (WATSON, 2008).

A natureza das autoridades, ou seja, quais mecanismos regulam a atividade matemática também é diferente. Enquanto na matemática escolar o controle é exercido pelos livros-textos, pelas avaliações, pelo professor; na matemática acadêmica é exercido pelos argumentos matemáticos, e pelas justificativas (WATSON, 2008).

Penso que independente do currículo estabelecido, do contexto cultural e social no qual a escola esteja imersa, a matemática escolar discutida será diferente da matemática acadêmica. A primeira tem um fim educacional, educar matematicamente os alunos, a segunda tem um fim científico, produzir conhecimento matemático.

Dentre os vários autores que escreveram sobre o artigo de Watson, apresento três considerações que acho interessantes para a discussão que proponho neste texto. Vale ressaltar que foram convidados autores de vários lugares do mundo com diferentes perspectivas epistemológicas.

Rina Zazkis (2008), uma das autoras convidadas, escreve que a matemática escolar e a matemática acadêmica não são conjuntos disjuntos e que existem conexões entre elas. Seu argumento é que guiar futuros professores por meio de experiências em que estejam presentes modos de trabalho e pensamentos de matemáticos pode, eventualmente, construir nos alunos alguns modos de trabalho e com isso, uma intersecção entre as abordagens da matemática escolar e da matemática acadêmica. A intenção de Zazkis é que há possibilidades de intersecção e que, com isso, pode-se desenvolver na matemática escolar algumas atividades nas quais estejam práticas específicas dos matemáticos. Isso seria um ganho para os alunos e interessante de se trabalhar.

Vicki Zack (2008) também não concorda com o argumento de Watson, e afirma que

> /.../ quando as condições são propícias, a matemática escolar, pode ser – e em alguns casos é – uma base para um trabalho do matemático. Ela conta que teve experiências com alunos de 5ª série capazes de trabalhar como matemáticos, descobrindo padrões, fazendo conjecturas, construindo contra exemplos (p.12 ,minha tradução) .

Penso que Anna Watson não afirma que o professor da educação básica não pode ministrar aulas almejando construir rotinas e modos de trabalho que se assemelham às práticas de trabalhos dos matemáticos de profissão. O argumento de Watson sustenta-se na diferença de propósitos da matemática escolar e da matemática acadêmica. Parece que os argumentos desses autores se referem mais a questões metodológicas ou em relação a dinâmicas de trabalhos, e não ao ponto que Watson quer destacar: as diferenças de propósitos.

Esse ponto interessa para essa discussão, pois ele oportuniza a suspensão de mais de mais 50% das disciplinas (que são da matemática acadêmica) trabalhadas nos cursos de Licenciatura para formação inicial de futuros professores de matemática. Quais são as justificativas para disciplinas como Análise Real, Álgebra Linear, Estruturas Algébricas, por exemplo, comporem a grade curricular das Licenciaturas em Matemática, com objetivos de compreender certos conceitos no interior dessas? Noto que o ponto de partida para estruturar a Licenciatura não é o trabalho profissional e as demandas do professor da Educação Básica e que, em grande parte, as justificativas para essas disciplinas giram em torno de uma tradição sustentada por uma ideologia dominante e por um corporativismo acadêmico.

Romulo Lins (2008), autor de outro texto, fez um comentário ao texto de Watson que corrobora essas ideias, no sentido de olhar para as diferenças que a autora apresenta. Ele afirma que

> /.../ o propósito de ter matemática na escola nos diz o que matemática escolar deveria ser e que os propósitos da matemática escolar são diferentes da matemática acadêmica e todas as diferenças derivam desse fato (p.15 ,minha tradução).

Lins (2008) sustenta as argumentações de Watson como também destaca que o propósito da matemática da escola deveria estruturar a formação do professor de matemática que vai trabalhar com os alunos com a matemática escolar. O ponto de partida para se pensar na formação do profissional professor deveria ser este. Ele ainda argumenta que

> /.../ talvez o esforço de entender o que seja a matemática escolar e a matemática acadêmica seja melhor enquadrado com um debate entre educadores matemáticos e matemáticos com interesses próprios, ideologicamente tomados como 'verdades' (p.15 ,minha tradução).

Nesse comentário Lins explicita o que talvez esteja acontecendo, mesmo que clandestinamente, no coração de toda essa discussão. Os argumentos para estruturar a formação matemática do professor de matemática não se apresentam em função do trabalho e das necessidades de conhecimentos do professor, mas sim em função da manutenção de uma tradição, que é fruto de uma ideologia, e da ocupação de lugares de trabalhos para certos grupos de profissionais. Onde trabalhariam os doutores em matemática, a não ser na universidade?

Esses são apenas três comentários ao artigo de Watson (2008) que, depois, escreve sobre todos os comentários afirmando serem necessárias mais pesquisas para que se possa compreender as relações entre a matemática escolar e a matemática acadêmica.

Toda essa discussão em torno dos argumentos de Watson, que mobilizou educadores matemáticos de várias partes do mundo, corrobora com a oportunidade de teorizar sobre a formação inicial de professores de matemática a partir de uma discussão sobre a matemática do professor de matemática e a matemática do matemático. Penso que essa seja uma direção para uma (re)estruturação da proposta de formação matemática que temos, atualmente, nos cursos de Licenciatura.

Matemática do Professor de Matemática e a Matemática do Matemático.

Muitas vezes quando se anunciam diferenças entre a matemática discutida na universidade e a matemática escolar, os argumentos centram-se nos conteúdos. Os conteúdos da matemática acadêmica são mais abstratos, têm um caráter mais formal; a matemática escolar trata mais de procedimentos, e oferece ferramentas para resolução de exercícios e problemas. Penso que essas considerações, em parte, estão ligadas à ideia de conteúdo, sendo que, sobre isso, alguns questionamentos emergem: *O que é um conteúdo matemático? Ele independe da pessoa que o tematiza? Será que quando duas pessoas falam de função do segundo grau elas estão falando da mesma coisa apenas pelo fato de até mesmo utilizarem as mesmas palavras?*

Penso que esses questionamentos colocam em suspensão uma ideia muito arraigada nas falas de professores de matemática "os conteúdos estão nos livros e eles independem dos professores, e que os diferencia são as metodologias utilizadas para trabalhar com os conteúdos". Acredito que eles oportunizam *desnaturalizar* a ideia de que os conteúdos existem por si próprios.

Operando em outra direção, abandono a ideia de conteúdos para falar em modos de *produzir significados* e *constituir objetos* em uma atividade (LINS, 1999). Falo a partir do Modelo dos Campos Semânticos (MCS)[3] que oferece uma leitura não do que as coisas são, pensando em uma possível essência, mas do que falo sobre elas em certas atividades. A partir desse modelo argumentarei a favor da Matemática do Professor de Matemática e a Matemática do Matemático (LINS, 2006).

Antes de caracterizar a Matemática do Professor de Matemática e a Matemática do Matemático esboçarei algumas considerações sobre conhecimento.

No MCS *conhecimento* é uma crença afirmação mais uma justificação. Não é uma justificativa que dá sentido ou mesmo justifica a crença afirmação, como também não é uma justificativa que tem o papel de explicitar a crença afirmação. A justificação é constituinte do conhecimento. Ela é que garante a legitimidade da minha enunciação. Ao produzir significados e constituir objetos faço minha enunciação em uma direção que acredito que o outro me legitimaria. Produzo significado por acreditar que pertenço a algum espaço comunicativo (LINS, 1999; 2001).

Por meio dessa caracterização de conhecimento e concordando com Plínio Moreira e Manuela David e Anna Watson, penso que há uma diferença em relação à matemática que os alunos discutem e aprendem na Licenciatura e a matemática que ensinarão para seus futuros alunos. Acredito que essa diferença não está apenas ligada a conteúdos, mas também aos modos de produzir significados e constituir objetos.

Para Lins (2006) a matemática do professor de matemática e a matemática do matemático são caracterizadas por meio de modos de produzir significados. Assim, para

[3] Para discussões a respeito do Modelo dos Campos Semânticos olhar Lins (1999, 2001)

ele, a *matemática do matemático* se caracteriza por ser definicional, internalista e simbólica (2004); e a *matemática do professor de matemática* se caracteriza por "nela serem aceitos, além dos significados matemáticos, significados não-matemáticos (2006, p. 4)".

O caracter definicional da matemática do matemático diz respeito ao fato de que "assim que as coisas são definidas, é o que elas são e o que serão até nova ordem (2004, p.14)". Esse modo de produzir significado, que caracteriza a matemática matemático, apresenta uma especificidade que diz respeito à aceitação de uma maneira legitima de se falar, fazer matemática. "Matemática é o que o matemático faz quando ele diz que está fazendo Matemática" (2004, p. 99). Não são aceitos significados não matemáticos no Jardim do Matemático. Vetores não são *setinhas* com direção, sentido e módulo. Circunferência não é uma figura plana redondinha, no formato de uma bola. Números racionais não são partes de um todo. Todos esses significados que não são matemáticos, devem ser descartados da matemática do matemático. Isso é o que Lins (2004) chama de caráter definicional.

O internalismo da matemática do matemático tem uma natureza simbólica que se opõe à natureza ontológica (LINS, 2004). Não importa se os objetos que o matemático define e constrói têm relação, ou não, com o *mundo* fora da matemática. Muitas áreas da matemática não têm relação alguma com qualquer outra ciência, ou com algum fenômeno físico. A matemática do matemático se basta, é autônoma, é internalista.

Em relação ao simbolismo da matemática do matemático, Lins (2004) afirma que os objetos são caracterizados não pelo que eles são, mas sim pelo que deles se pode dizer. Suas definições não se dão por uma causa natural (definição descritiva), mas por uma definição simbólica (definição constitutiva).

A "Matemática do professor de matemática é caracterizada por nela serem aceitos, além dos significados matemáticos, significados não-matemáticos (LINS, 2006, p.3)". Da mesma maneira como Lins procedeu em relação à matemática do matemático, ele o fez em relação à matemática do professor de matemática. Na escola, uma maneira de se pensar o objetivo da matemática não é fazer com que os alunos saibam matemática como um matemático, mas sim que eles possam utilizar processos matemáticos para lidar com situações. Os alunos produzem significados a partir das situações que vivenciam e esse fato pode acarretar a produção de significados não matemáticos. O professor precisa aprender a ler seus alunos, a fazer uma *leitura plausível* das legitimidades que eles atribuem aos objetos com que lidam (LINS, 1999).

É muito comum um professor nas primeiras aulas sobre equação produzir significados em relação à balança de dois pratos para se referirem ao princípio de igualdade, bem como nas aulas que tratam de frações utilizar como exemplo uma pizza (LINS, 2006). Muitos podem ser os significados não matemáticos que os alunos atribuem aos objetos matemáticos, sendo que, geralmente, esse modo de produzir significados não são aceitos pelo professor. Como Lins (2006) bem coloca "o professor precisa ser capaz de ler o que seu aluno diz, mesmo que esteja 'errado', tanto quanto como quando está 'certo' (p. 3)". Parece que o ponto chave aqui é incorporar outras legitimidades que não sejam as *legitimidades matemáticas*.

Agora não apenas parece, mas acredito e até constato, por meio dessa caracterização, uma possível insuficiência da matemática do matemático para o professor de matemática. Como a matemática do professor de matemática se caracteriza, em parte, por admitir significados não-matemáticos, a matemática do matemático é insuficiente para o professor de matemática, visto seu caráter internalista. A matemática do matemático se caracteriza por certos modos de produzir significados e a matemática do professor de matemática se caracteriza por outros modos. Há algumas semelhanças, pois na matemática do professor de matemática são aceitos significados matemáticos. Mas estes não bastam.

O trabalho de Rejane Siqueira Julio (2008) apresenta uma discussão que caracteriza a atividade matemática, conceito que se diferencia da matemática do matemático. Julio (2008) constrói uma ideia de que os modos de produção de significados, legítimos para a comunidade dos matemáticos, faz com que a Matemática do Matemático exista apenas em artigos publicados, livros de matemática, conversas entre matemáticos, ou seja, em situações em que se discute a produção de matemática e sua socialização no meio acadêmico. Entretanto, para chegar a esse patamar, a atividade profissional do matemático não é equivalente à matemática do matemático. Aqui se evidencia a diferença: por um lado temos a Matemática do Matemático e por outro temos a Atividade Matemática do Matemático. Segundo Júlio (2008) esse processo de

> /.../ elaboração de conjecturas; fazer uma abordagem prática para em seguida passar para uma abordagem abstrata; associações entre conteúdos de modo a ajudar na elaboração do conteúdo que se pretende tratar; verificação de resultados; apresentação de exemplos particulares, práticos ou numéricos antes ou depois de uma definição e que, muitas vezes, está relacionada com uma

> intenção didática é que caracterizamos como sendo uma "atividade matemática". (p.24)

O trabalho de Leone Burton (2002) apresenta uma caracterização do comportamento de matemáticos profissionais. Segundo ela, os matemáticos têm idéias imaginativas, fazem questões, cometem erros e os utilizam para aprender novas temáticas, são organizados e sistemáticos, descrevem, explicam e discutem seus trabalhos, procuram por padrões e conexões, continuam nos trabalhos mesmo quando eles são difíceis. Essas características estão na mesma direção da caracterização de Julio (2008) para atividade matemática.

Julio (2008) ainda cita exemplos de onde a atividade matemática pode ser encontrada. Ela apresenta trechos do livro de Hofmam e Kunze (1970) nos quais é ressaltada a importância de se trabalhar com exemplos, havendo na obra e faz menção a uma parte em que os autores ressaltam que a Álgebra Linear está ligada à geometria, utilizando como exemplos a noção de espaço e de vetores. Ela afirma que

> /.../ é possível associar, por exemplo, espaço vetorial a espaço geométrico, que é útil utilizarmos exemplos, mas, não se pode esquecer que eles estão lidando com sistemas algébricos, que todas as demonstrações são de natureza algébrica e que mesmo havendo outras definições para noções como *dimensão*, é necessário ter uma definição algébrica, ou seja, ao se falar de um conteúdo matemático dentro de uma área específica são os modos internalistas e simbólicos da matemática que estão em jogo e não a "atividade matemática" em si (p. 26).

Exemplificando essas considerações lembro que meu professor de Análise Real demonstrava um resultado escrevendo formalmente, lendo o que escrevia sem acrescentar ou tirar uma vírgula. Após sua demonstração ele dizia: para vocês entenderem o que eu falei vou fazer uma ilustração aqui no canto do quadro, um esquema para facilitar o entendimento. Nesses esquemas ele utilizava metáforas do dia a dia, frases marcantes, exemplos caricatos com a demonstração. Depois desse adendo ele voltava para a demonstração e a repetia: "utilizando as mesmas palavras".

Nessa situação característica de sala de aula noto como a atividade matemática ocupa um lugar de destaque em relação à matemática do matemático. Infelizmente meu professor não procurava explicitar os modos de produzir significados matemáticos e não-matemáticos para as demonstrações que fazia e, com isso, pouco ajudava a compreender as demonstrações dos teoremas de Análise Real.

Para um professor ministrar suas aulas dentro do jardim do matemático, ou seja, utilizando modos legítimos de produzir significados da matemática do matemático, precisa necessariamente ler o livro, as demonstrações e fazer suas explicações apenas utilizando objetos internos à matemática. Em relação a um matemático de profissão é quase que impossível fazer sua pesquisa apenas dentro do jardim dos matemáticos. Ele testa hipóteses, cria mundos imaginários, utiliza exemplos, faz ilustrações e esquemas, opera em certos modos de produzir significados como os trabalhos de Julio (2008) e Burton (2002) mostram.

Tomando as caracterizações da matemática do matemático, a atividade do matemático e a matemática do professor de matemática apresentadas (LINS, 2004, 2006; BURTON, 2002; JULIO, 2008), os trabalhos de Moreira e David (2005) e Watson (2008), penso que há argumentos suficientes para diferenciar as práticas de trabalho de professores da Educação Básica das práticas de trabalho de professores e graduandos nas Licenciaturas. Não quero aqui valorar uma em função da outra, mas apenas explicitar essa diferença. A questão que emerge e se faz necessária é se a formação matemática oferecida nos cursos de Licenciatura é necessária, adequada e supre as demandas da prática profissional do professor de matemática. Uma resposta da prática diária de muitos professores iniciantes é que a formação matemática que eles têm durante a Licenciatura não oferece condições de lidarem com as demandas matemáticas do trabalho docente no Ensino Fundamental e Médio.

Nesse momento é que essa discussão ganha força e oportuniza uma constatação: é preciso caracterizar o conhecimento matemático do professor de matemática. Será que é interessante ele discutir aspectos da matemática do matemático ou da matemática do professor de matemática, seguindo a caracterização de Lins (2006)? Será que é necessário que sua formação matemática contemple temáticas como Análise Real, Estruturas Algébricas, Álgebra Linear, entre outras? Será que é mais que urgente que ele tenha mais discussões detalhadas a respeito da matemática elementar que ele vai trabalhar com seus alunos? Para responder a essas perguntas é necessário mais pesquisas a respeito da formação matemática de professores de matemática, entretanto é preciso que haja uma discussão mais conceitual e menos política e corporativista (olhando de uma forma um pouco grosseira essa adjetivação das discussões).

Há uma gama de pesquisas em Educação Matemática evidenciando a complexidade da matemática elementar e vários domínios de conhecimentos para que o professor possa educar matematicamente seus alunos (BALL, BASS, 2003; BALL, THAMES, PHELPS, 2008; MA, 2009; LINS, 2006; ROWLAND, 2008, 2011). Porém, não há pesquisas que argumentem sobre a relevância ou que, pelo menos, dêem algumas justificativas para a presença, nas grades curriculares dos cursos de formação inicial de professores de matemática, as disciplinas que contemplem a matemática do matemático.

A explicitação da diferença entre a matemática do matemático e a matemática do professor de matemática abre possibilidades para a construção e uma profissionalização dos conhecimentos matemáticos dos professores de matemática do Ensino Fundamental e Médio. Esse é um caminho que ainda precisa ser trilhado.

Texto 7
Eu acho que a gente dá muito conteúdo na Licenciatura, muitas disciplinas, muitas aulas. Não dá tempo para o aluno pensar, refletir, criar, desenvolver um raciocínio matemático

Olá Professor Márcio. Minha primeira pergunta é que, em livros e artigos, fala-se que o professor de matemática deve ter uma formação sólida em matemática. Como o senhor caracterizaria essa formação sólida? Ou seja, o que é, para o senhor, ter uma formação sólida em matemática?

Nesse assunto, discordo um pouco de vários colegas aqui. A formação que eu considero sólida, importante, não é você ter muito conteúdo, mas sim uma maturidade para poder aprender conteúdo por conta própria e quando for necessário. Então é aí que está o corte que eu vejo. Tem uma parte básica da matemática que, pode-se dizer, é muito bom ter. Geometria, por exemplo, e eu não estou falando de Geometria avançada não, falo de Geometria Plana. Poderia me perguntar: por quê? Porque dentro da matemática é um primeiro raciocínio dedutivo que a pessoa aprende. Aprende um raciocínio dedutivo, aprende a armar esquemas de demonstração que podem dar certo e que podem não dar. Isso tem que se dar pela tentativa da pessoa, pois ninguém nasce sabendo. Tem-se que aprender a fazer essas coisas. Assim, eu diria Geometria e Álgebra. Quando digo Álgebra, eu digo Estruturas Algébricas que é muito interessante, pois tem uma coisa dedutiva, mas muito mais algorítmica, e isso é imprescindível. Acho que essa parte mais algorítmica o professor tem que ter. O problema é desenvolver essas duas coisas, a capacidade de criar argumentações para chegar em conclusões. Para criar essa capacidade é necessário ter essa capacidade algorítmica. Eu vejo que Álgebra Básica e a Geometria dão isso. Agora, idealmente para mim isso seria "core" da coisa, o núcleo básico.

Agora, o problema que ocorre hoje e que eu acho uma insanidade (na Inglaterra não ocorre desse jeito) é que é muito usual o aluno fazer seis disciplinas por semestre.

Então ele não tem tempo para pensar. É impossível ele pensar fazendo seis disciplinas, não sobra tempo. Com isso, qual o resultado? A Geometria vira um sofrimento, a Álgebra vira um sofrimento, qualquer disciplina que o cara fizer. Sendo essa coisa corrida, ele não tem tempo de simplesmente sentar e refletir sobre aquilo e criar. Isso porque eu acho que a pessoa tem que crescer, quer dizer, no meu ponto de vista o professor não ensina nada, ele ajuda a entender, ajuda a fazer essa construção da pessoa.

Vejo que se fala demais, se dá conteúdo demais. Eu preferiria muito mais ir para esse outro lado e deixar a garotada crescer para ficar independente. Acho que essas duas disciplinas dariam autonomia, elas seriam a base.

Em volta disso, pode ter o gosto da pessoa. É interessante saber as idéias do Cálculo, porque o Cálculo funciona bem, ele é útil. Agora, do mesmo jeito, se o cara não gostar do Cálculo, Física Básica também. Não tem que ser um ou outro, mas, em geral, são todos. Tem que ver tudo, tudo, tudo. Às vezes, o jeito do conteúdo ser dado faz parecer que são duas coisas completamente diferentes, estanques.

Além disso, tem também aquela história da repetição. Muitas vezes, o professor fica repetindo, o que não tem sentido, porque o livro está lá. O problema é ensinar o aluno como ler o livro e deixar que ele leia e cresça fazendo a coisa. Para mim isso é uma formação básica, sólida. Não é saber Geometria Riemanniana, Geometria Diferencial, Geometria não sei do que, Equações Diferenciais, não, não é[1]. É ter a capacidade de um dia, se precisar, abrir um livro de Equações Diferenciais que não vai ser nada sofisticado, ver aquela parte básica, entender e pronto. É criar essa possibilidade para o aluno. A meu ver, é isso. Exemplifico meu ponto de vista com o PROFMAT[2], programa de pós-graduação *stricto sensu* para aprimoramento da formação profissional de professores da educação básica. Segue o catálogo de disciplinas:

1. DISCIPLINAS DE NIVELAMENTO

MA01 - Temas e Problemas Elementares
Proporcionalidade e porcentagem. Equações do primeiro grau. Equações do segundo grau. O Teorema de Pitágoras. Áreas de figuras planas. Razões trigonométricas. Métodos de contagem. Probabilidade. Noções de estatística.
Referências:
E. Lima, P. C. Carvalho, A. Morgado e E. Wagner. Temas e Problemas Elementares. SBM

MA02 - Introdução à Informática

---

[1] Esses assuntos são tomados como áreas da matemática acadêmica.
[2] Para mais informações sobre o PROFMAT acessar: http://www.profmat-sbm.org.br

Introdução ao uso das ferramentas básicas do computador e do acesso à Internet. Uso das ferramentas de ensino à distância.

2. DISCIPLINAS OBRIGATÓRIAS

MA11 - Números, conjuntos e funções elementares
Conjuntos, funções, números inteiros e números cardinais. Segmentos comensuráveis e não comensuráveis, números reais, expressões decimais. Desigualdades, intervalos e valor absoluto. Produto cartesiano, gráfico de funções. Função afim, função linear, função quadrática, funções polinomiais, função exponencial, função logarítmica, funções trigonométricas.
Referências
A Matemática do Ensino Médio, vols. 1 e 4, E. Lima, P. C. Carvalho, A. Morgado, E. Wagner,. Sociedade Brasileira de Matemática.

MA12 - Matemática Discreta
Princípio de Indução como técnica de demonstração. Definição por recorrência, sequências, somatórios, binômio de Newton. Princípio do Menor Inteiro (Prinípio da Boa Ordenação dos Números Naturais) e Princípio da Casa de Pombos. Progressões aritméticas e geométricas. Recorrências lineares, especialmente de primeira e segunda ordem. Matemática financeira. Métodos de contagem (Combinatória). Introdução à teoria de probabilidades.
Referências
Indução Matemática, A. Hefez, Iniciação Científica OBMEP
A Matemática do Ensino Médio, vols. 1 e 4, E. Lima, P. C. Carvalho, A. Morgado, E. Wagner,. Sociedade Brasileira de Matemática.

MA13 - Geometria I
Ângulos: bissetrizes, perpendiculares, ângulos retos. Retas paralelas; soma dos ângulos internos de um triângulo, casos de igualdade de triângulos. Pontos notáveis de triângulos. Paralelogramos, polígonos regulares. Círculo e circunferência, ângulos inscritos, tangentes. Semelhança de figuras planas. Áreas. Teorema de Pitágoras. Trigonometria do triângulo retângulo, Lei dos Senos e Lei dos Cossenos. Comprimento da circunferência, número π. Retas e planos no espaço. Volumes dos sólidos. Princípio de Cavalieri. Poliedros regulares.
Referências:
Geometria Básica, vols 1 e 2. D. U. Pesco, R. G. Tavares Arnaut, CEDERJ (versão adaptada)
A Matemática do Ensino Médio, vols. 2, E. Lima, P. C. Carvalho, A. Morgado, E. Wagner,. Sociedade Brasileira de Matemática.

MA14 - Aritmética I
Divisibilidade, divisão euclidiana. Sistemas de numeração. Máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum, algoritmo de Euclides. Equações diofantinas lineares. Números primos, crivo de Eratóstenes, Teorema Fundamental da Aritmética. Números perfeitos. Pequeno Teorema de Fermat. Números de Mersenne e de Fermat. Congruências e aritmética dos restos, aplicações. Teorema de Euler e suas aplicações em Criptografia. Teorema de Wilson. Congruências lineares e Teorema Chinês dos Restos.
Referências
Elementos de Aritmética, A. Hefez, Sociedade Brasileira de Matemática

MA 21 - Resolução de Problemas
Estratégias para resolução de problemas. Problemas envolvendo Álgebra, Combinatória, Geometria e Teoria dos Números. Análise de exames e testes: PISA, SEB, ENEM, Olimpíadas e afins.
Referências
Iniciação à Matemática: um curso com problemas e soluções, K. I. Oliveira, A. J. Corcho, Sociedade Brasileira de Matemática.
Mathematical circles, D. Fomin, AMS, 1996 (tradução para o português pela SBM).
Banco de Questões da OBMEP, Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas, http://www.obmep.org.br/
Revista Eureka!, Olimpíada Brasileira de Matemática, http://www.obm.org.br/

MA 22 - Geometria II

Geometria analítica plana: coordenadas, equações da reta e das cônicas, vetores no plano. Coordenadas no espaço; equação do plano, interpretação geométrica dos sistemas lineares com 3 incógnitas. Cálculo vetorial no espaço; produtos interno e vetorial. Determinantes 3´3; volume do paralelepípedo. Quádricas; formas quadráticas e obtenção dos eixos principais.
Referências:
E. Lima, P. C. Carvalho, A. Morgado, E. Wagner, A Matemática do Ensino Médio, vol. 3. SBM.
E. Lima, Geometria Analítica e Álgebra Linear. IMPA.
E. Lima, Coordenadas no plano. SBM.
E. Lima, Coordenadas no espaço. SBM.

MA23 – Fundamentos de Cálculo
Sequências e séries de números reais, sequências de Cauchy, limite de sequências, limites infinitos, subsequências, Teorema de Bolzano-Weierstrass, séries convergentes, séries geométricas, testes de convergência elementares. Conceito de limite e suas propriedades básicas, limites fundamentais, conceito de derivada e suas propriedades básicas; cálculo das derivadas de funções elementares; regra da cadeia, Teorema do Valor Médio; uso da derivada para obter o gráfico de uma função: gráficos das funções polinomiais e das funções exponenciais, logarítmicas e trigonométricas. Problemas de máximo e mínimo. Conceito de integral e suas propriedades básicas; Teorema Fundamental do Cálculo; integração por substituição e por partes. Áreas e volumes obtidos mediante integrais. Polinômios de Taylor, séries de Taylor das funções elementares; seu uso para estimativas simples.
Referências:
G. Ávila, Cálculo das funções de uma variável, vol. 1. LTC.

MA24 – Trabalho de Conclusão de Curso
Disciplina dedicada à elaboração de trabalho sobre tema específico pertinente ao currículo de Matemática do Ensino Básico e que tenha impacto na prática didática em sala de aula. Cada trabalho é apresentado na forma de uma aula expositiva sobre o tema do projeto e de um trabalho escrito, com a opção de apresentação de produção técnica relativa ao tema.

3. DISCIPLINAS ELETIVAS

MA31 - História da Matemática
Origem da idéia de número e a escrita primitiva dos mesmos; sistemas de numeração. A Geometria no Egito, na Babilônia e na Grécia. O nascimento do método dedutivo: Tales, Pitágoras e Euclides. A Matemática no Renascimento: as equações do terceiro e do quarto graus. Cardano, Tartaglia, Bombelli e o surgimento da Álgebra. Descartes e Fermat: uma Matemática nova. Newton, Leibniz e o Cálculo. Estudo das raízes históricas dos conceitos básicos: equação do segundo grau na Babilônia; trigonometria na Grécia, números complexos com Bombelli e depois com Gauss; a Geometria dos "Elementos". Os logaritmos com Neper e Briggs. As cônicas com Apolônio. Números complexos com Gauss, Euler e Cauchy. Cálculo com Newton.
Referências:
A. Aaboe, Episódios da História Antiga da Matemática. SBM.
D. J. Struik, História Concisa das Matemáticas. Gradiva.
H. Eves. Introdução à História da Matemática. Editora da Unicamp.
C. Boyer. História da Matemática. Edgard Blucher.

MA32 - Aritmética II
Equações diofantinas de grau 2. Triplas pitagóricas. Ordens e raízes primitivas. Resíduos quadráticos. Reciprocidade quadrática. Funções multiplicativas e as fórmulas de inversão de Möbius. Frações contínuas e aproximações de números reais por números racionais. A equação de Pell.
Referências:
J.P.O. Santos. Introdução à Teoria dos Números. IMPA.
A. Hefez. Elementos de Aritmética. SBM.
F. E. Brochero Martinez, C. G. Moreira, N. C. Saldanha, E. Tengan - Teoria dos
Números, Projeto Euclides, IMPA, 2010
C. G. Moreira. Divisibilidade, congruências e aritmética módulo n, Revista Eureka! No. 2, pp. 41-52.
A. Caminha. Equações diofantinas, Revista Eureka! No. 7, pp. 39-48.
C. G. Moreira, N. C. Saldanha. Reciprocidade quadrática, Revista Eureka! No. 15, pp. 27-30.

C. G. Moreira, N. C. Saldanha. Funções multiplicativas e a função de Möbius, Revista Eureka! No. 8, pp. 43-46.
C. G. Moreira. Frações contínuas, representações de números e aproximações, Revista Eureka! No. 3, pp. 44-55.

MA33 - Introdução à Álgebra Linear
Espaço vetorial. Dependência linear, base. Transformação linear; matriz de uma transformação linear. Operações com matrizes. Determinantes, Transformações ortogonais. Matrizes simétricas. Diagonalização.
Referência:
E. Lima, Álgebra Linear. IMPA.

MA 34 - Cálculo Diferencial e Integral: um segundo curso
Derivadas parciais. Regra da cadeia. Gradiente e seu significado. Pontos críticos de uma função de n variáveis. Integral múltipla. Noção de equação diferencial. Equação diferencial linear com coeficientes constantes.
Referências:
S. Lang, Calculus of Several Variables. Springer.
E. Lima, Curso de Análise, vol. II. IMPA.

MA35 – Matemática e Atualidade
Matemática e música. Sons. Compactação de arquivos de sons. Senhas usadas em bancos e na Internet. Códigos. A Geometria do globo terrestre. Funcionamento do GPS. A matemática dos códigos de barra. Aplicações de cônicas. Os logaritmos, escalas. Outros temas vinculados à inovações tecnológicas.
Referências:
P.C.P. Carvalho, L. Velho, M. Cicconet, S. Krakowski. Métodos matemáticos e computacionais em música. VISGRAF IMPA, SBMAC 2009.
S. Alves. A Geometria do Globo Terrestre. PIC OBMEP, vol 6.
F.P. Millies. A Matemática dos Códigos de Barra. PIC OBMEP vol 6.
S. Coutinho. Criptografia. PIC OBMEP vol 7.
Minicursos da Bienal da SBM
Revista do Professor de Matemática

MA36 – Recursos Computacionais no Ensino de Matemática
Apresentação e discussão de programas computacionais para o ensino de matemática em ambientes de sala de aula e de laboratório didático. Softwares livres. Planejamento de aulas nas escolas fundamental e média em ambiente informatizado. Uso de calculadoras no ensino de matemática. Pesquisa eletrônica, coleta e disponibilização de material didático na rede. Processadores de texto e hipertexto. Planilhas eletrônicas, pacotes estatísticos, banco de dados. Ambientes gráficos. Ambientes de geometria dinâmica. Sistemas de computação simbólica (CAS). Critérios e instrumentos para avaliação de softwares educativos. Ensino a distância, em modalidades síncrona e assíncrona.
Referências:
Geogebra. http://www.geogebra.org.br
Maxima. http://wxmaxima.sourceforge.net/wiki/index.php/Main Page
Octave. http://www.gnu.org/software/octave
Scilab. http://www.scilab.org
Tabulæ Colaborativo. http://www.tabulae.net
Winplot. http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html

MA37 – Modelagem Matemática
A filosofia científica da modelagem matemática de problemas do mundo real. A modelagem matemática na sala de aula e seus principais desafios. Exploração das principais etapas da modelagem de problemas que utilizam ferramentas matemáticas do Ensino Médio. Observação de problemas reais, identificação das componentes variáveis e dos parâmetros importantes inerentes ao modelo e as suas interações. Estratégias de modelagem e construção de modelos matemáticos de problemas reais: Hipóteses para o modelo. Formulação e resolução matemática do problema. Interpretação da solução. Validação do modelo. Uso do modelo para explicar e prever os fenômenos associados ao modelo. Aperfeiçoamento de modelos. Coleta

de dados e estimativa dos parâmetros a serem usados no modelo. Ferramentas matemáticas e estatísticas para tratamento de dados. Variações simples, média e relativa. Ajustes. Modelos discretos. Equações discretas. Solução teórica, gráfica e numérica de equações discretas.
Referências:

R.C. Bassanezi. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática. São Paulo: Contexto. 2002.
L.E. Edelstein-Keshet. Mathematical Models in Biology. The Randon House Ed., Toronto. 1988.
J.D. Murray. Mathematical Biology. Springer-Verlag, Berlin, 1990.

MA 38 – Polinômios e Equações Algébricas
Números complexos; interpretação geométrica, forma trigonométrica e transformações conformes (semelhança e inversão no plano). Breve apresentação dos quatérnios. Polinômios; divisibilidade, polinômios a coeficientes inteiros e racionais, determinação de raízes racionais, critérios de irredutibilidade sobre os racionais. Equações do terceiro e quarto graus, relações entre coeficientes e raízes, polinômios simétricos, Teorema Fundamental da Álgebra, noções de construtibilidade com régua e compasso.
Referências:
E. Lima, P. C. Carvalho, A. Morgado, E. Wagner, A Matemática do Ensino Médio, vol. 3. SBM.
C.G. Moreira, Uma solução das equações do terceiro e do quarto graus, Revista do Professor de Matematica No. 25,pp. 23-28.

MA 39 - Geometria Espacial
Incidência, ângulos e posições relativas entre retas e planos no espaço. Ângulos no espaço, ângulos diedros, triedros e poliédricos. Prismas, cilindros, pirâmides, cones, esferas. Poliedros, poliedros de Platão, fórmula de Euler. Volumes.
Referências:
E. Lima, P. C. Carvalho, A. Morgado, E. Wagner, A Matemática do Ensino Médio, vol. 3. SBM.
E. Lima, Coordenadas no espaço. SBM.
E. Lima, Medida e Forma em Geometria. SBM.

MA 40 – Tópicos de Matemática
Disciplina sem ementa fixa, com programa a ser proposto por iniciativa de cada Instituição Associada.

Professor Márcio, vamos dizer que o senhor seja escalado para contratar um professor que tenha uma formação sólida em matemática, que características você vai buscar nesse profissional? Sempre pensando no professor da educação básica.

Bom, acho que a coisa fundamental para o Ensino Fundamental e Médio é saber conviver com pessoas. Aquele professor que chega de uma maneira “eu sei e vou passar para vocês”, uma coisa meio autoritária, é muito contraprodutivo, vai espantar os alunos. Então tem que ser uma pessoa mais flexível. Agora, essa flexibilidade é muito difícil de dizer, ela existe de várias maneiras em várias pessoas. Cada pessoa é uma pessoa. Como um marco eu pensaria numa pessoa mais flexível, nem um pouco arrogante, outra coisa vaga de se dizer, porque a gente nem sabe como é o arrogante. Mas a idéia é essa, procuraria por uma pessoa que soubesse conversar com as outras e que soubesse motivar os alunos. Agora, essa motivação varia de pessoa para pessoa e de contexto para contexto.

Quando falo de Estruturas Algébricas, entendo que número também está no meio, uma teoria de números muito básica. Aquela história usual, MDC, são coisas bem fáceis de se entender o significado e explicar. Para mim, essa seria a matemática do professor de matemática. Se falarmos em termos de currículo, talvez o cara poderia estudar, por exemplo, sei lá, Equações Diferenciais e depois estudar Geometria. Isso é indiferente. A questão é não enfiar uma quantidade enorme de conteúdos e tentar fazer isso na cabeça da pessoa, porque a pessoa não consegue. Muito pouca gente consegue, ali dentro e com toda essa informação, se virar e conseguir crescer dentro dessas coisas, principalmente para ensinar e ainda mais para meninos. Com os garotos você tem que seguir mais ou menos o ritmo deles. É claro que tem que ter um jogo aí.

Agora, se você me perguntasse se teria alguma coisa especial das Estruturas Algébricas, das Equações Diferenciais, da Geometria, eu diria que não e preferiria as Estruturas Algébricas e a Geometria porque é uma coisa muito mais *chegada*. Porque se você for pensar o que eu chamo de Geometria, é volume, área, comprimento, aquilo que é usual, que a gente precisa na vida nessa idade. No Ensino Médio começa a sofisticar um pouco, mas também não é muito. Eu acho que, com isso, o professor daria conta e que, inclusive, seria um desafio para ele. Se você fica repetindo a mesma coisa a vida toda, começa a fazer mal, perde o interesse, não tem mais o desafio. A pessoa que sabe se movimentar ali dentro cria coisas novas, fica muito mais interessante esse contato.

O senhor acha que a gente poderia radicalizar e fazer um curso de formação de professores de matemática com essas duas disciplinas bem feitas e outras questões pedagógicas?

Acho que sim, seria essencial. Não seriam duas disciplinas, mas seriam duas linhas que poderiam tomar dois anos de formação. O que eu acho fundamental, também, é curso de resolução de problemas. É nisso que você vê, que cria esse manuseio, essa capacidade de sair sozinho ali dentro, até mesmo porque para resolver um problema não tem uma maneira única. Tem problema que você não vai resolver, tem problema que se resolve, que é uma bobagem. Mas eu acho que o essencial é isso: sabendo essas duas coisas, sabendo raciocinar, desenvolvendo raciocínio matemático, criando uma independência nisso, está bom. O que precisar depois, a pessoa consegue crescendo sozinha naquilo. Ela vai sozinha. É preciso dar uma autonomia intelectual, uma independência intelectual.

Professor, na Licenciatura em Matemática, os licenciandos cursam disciplinas como Cálculo Diferencial e Integral, Geometria (Euclidiana, às vezes não Euclidiana), Álgebra Linear, Estruturas Algébricas, Análise Real, entre outras, para terem uma formação matemática. Eu gostaria de perguntar para o senhor: Quais são as justificativas para esses cursos comporem a grade curricular do futuro professor de matemática que atuará na Educação Básica?

Olhe, na Educação Básica eu contesto... Talvez para o Ensino Médio.

Quando eu falo Educação Básica me refiro aos Ensinos Fundamental e Médio.

Certo, por exemplo, a Análise Real tem que ser uma coisa para ver as idéias, porque se ele vê geometria, por exemplo, ele pode muito bem ver Teorema de Tales. Qual foi o problema? O que aconteceu com o Teorema de Tales que deu aquela confusão toda? Exatamente isso, faltava a idéia de número real. Incomensurável, esse tipo de coisa, a idéia dos reais que está embutida aí. Então eu acho que seriam mais idéias, eu preferiria muito mais criar essa independência do cara manejar, por exemplo, Geometria. Ou então estudar Análise de uma maneira boa e tranquila e depois estudar Geometria. O que eu acho é que não tem que estudar tudo, porque não tem tempo de refletir. Eu fico vendo os alunos aqui e o que acontece.

Semestre passado eu dei um curso de Análise na reta, primeiro curso de Análise. Depois desse curso, mais ou menos uns vinte e dois alunos falaram que não queriam fazer bacharelado, que queriam ir para a Licenciatura. A Análise foi um choque para eles, mas se você pegar esses alunos e der a eles questões básicas de Geometria, eles não conseguem fazer inteiras. Quer dizer, eles nunca tiveram tempo de pensar num raciocínio, para montar uma demonstração, saber por que aquilo deu errado, o que faltava. Quando vem Análise, começa-se por vários axiomas, do supremo, do não sei o que, não sei o que, aquela quantidade de informação. Você precisa de muito tempo para manusear aquilo. Tem gente que manuseia, mas a grande maioria das pessoas não manuseia. Eu falo de amadurecimento, de coisas que vão se construindo com o tempo, e não é todo mundo que tem esse tipo de capacidade. Eu conheço pouquíssimos que têm esse raciocínio, que eu chamo de raciocínio matemático, que vão por conta própria. Esses são ótimos, não dependem nem de professor, fazem por conta deles mesmos e resolvem suas coisas.

É ótimo. O melhor aluno que você pode ter na Matemática, no sentido em que estou falando, é aquele que não chega com um problema, mas com um problema resolvido e com idéias novas para resolver o problema. Isso é maravilhoso. Mas isso ocorre em dois ou três casos que aparecem a cada 10 anos aqui, pelo menos nesse nível de Departamento da UFMG. Em geral é isso, são uns 20 no Brasil que aparecem. O grosso não está aí. E daí eu fico preocupado com esses meninos que vão para a Licenciatura, porque eu não sei se eles têm vocação. Quer dizer, você gosta de dar aula? Você tem vocação? Tem que gostar um pouco, tem que ter vocação, porque se não achar que aquilo é um desafio, que aquilo é interessante, vai fazer mal feito.

Se eu pensar justificativas para o Cálculo, nesta perspectiva que estou te falando, se o menino vê bem Álgebra e Geometria, eu acho que o Cálculo é mais interessante que a Análise. O Cálculo tem uma característica, vamos dizer que ele é Análise. Só que você esquece que é Análise e ensina métodos, ou seja, você ensina certos métodos que funcionam, só que no Cálculo tem uma vantagem de ser muito heurístico. A hora que você aprende que integral mede a área, então você vai de uma maneira heurística e resolve problemas envolvendo área. Na Análise não, na Análise é o contrário, é pegar aquilo e definir rigorosamente, é fazer, construir, é chegar. Então estuda só isso, daí estuda Análise e não precisa estudar nem Cálculo e nem Geometria. E depois vai estudar Geometria por conta própria. Quer dizer, a idéia que eu acho é essa: não ter que jogar tudo na cabeça do aluno.

Professor Márcio, como é que seria esse raciocínio matemático do professor? Como é que a gente poderia desenvolver esse raciocínio matemático, pensando no professor que vai atuar na Educação Básica?

A matemática é feita ao inverso do que está no livro. Como a matemática é feita em geral? Você está mexendo com um problema e chega em uma coisa e daí que você descobre o que demonstrou. Porque você não tem na cabeça "vou demonstrar tal coisa", você não sabe o que vai demonstrar. Quer dizer que quando você escreve a demonstração, ela é o contrário. Primeiro, vamos dizer assim, você tem o teorema, depois que você vai dizer que isso aqui é um teorema. Então você começa lá do princípio para chegar à conclusão de que é um teorema. Isso é feito na ordem inversa, no sentido inverso. E os livros são todos assim. Qualquer livro de Cálculo é assim: o sujeito vai definir limite para depois falar de derivada, quando foi exatamente ao contrário. O Newton queria velocidade, o Leibniz queria inclinação. Para ter isso direito foi que eles descobriram que tinha que ter limite. É feito na ordem inversa. O que eu acho interessante é que a pessoa que pega esse raciocínio, entende o porquê dele. Isso é complicado de dizer, é complicado. Porque a matemática é, em muito, reconhecimento de padrão. Quer dizer, a coisa importante na matemática é isso. Às vezes falam que tem que contextualizar, porque a grande arma da matemática, do Cálculo, por exemplo, é um negócio que não depende de contexto. Vão dizer lá que é uma estrutura intelectual: que se você é Engenheiro, pronto, aquilo se encaixa em certos modelos da engenharia; se você é físico, ele se encaixa em outras coisas. O importante é isso. Por isso que se fala: é abstrato.

Eu acho que o ponto todo é ter uma certa facilidade de pegar esse ponto de vista abstrato e identificar padrão, para mim o raciocínio matemático é isso. Aquilo tem o mesmo padrão que aquilo outro, quando, aparentemente, uma coisa não tem nada a ver com a outra. Estrutura Algébrica é muito típica para isso. Você tem essa idéia de Grupo, por exemplo, que é uma coisa que aparece em tudo e em qualquer canto. O problema é você identificar aquilo que, no fundo, é a estrutura e daí você pode até contextualizar. Mas, de qualquer forma, eu não sei definir o que é raciocínio matemático.

Se tomássemos o trabalho com o Cálculo dessa maneira que o senhor está mostrando, o senhor acha que se poderia desenvolver o raciocínio matemático?

Eu acho que ajuda muito e eu preferiria muito ir por esse caminho, penso que seria uma coisa importante para o professor de matemática. Minhas justificativas seriam, primeiramente, em relação à parte histórica, por exemplo, se nos perguntássemos: Por que a matemática é importante? Por que todo mundo estuda matemática aqui, na China? E por que todo mundo estuda matemática quando começa a ser alfabetizado? Porque ela é uma coisa que te dá padrões. Quando você começa a contar, você pode contar dinheiro, mandioca, o que for. Contagem é contagem. Daí você vai embora com padrões e você aplica em situações muito diferentes. Eu acho que o Cálculo é um lugar interessante para você desenvolver um pouco disso, mas do mesmo jeito a Geometria também é e as Estruturas Algébricas também. Eu não sei se você entendeu o meu ponto, mas o que eu acho é que a gente dá aula demais e não deixa o aluno pensar. Em geral, não deixa o aluno pensar. Ele não tem tempo para pensar.

Professor Márcio, eu vou apresentar um exemplo de um cara que, seguramente, não sabia nada de Estruturas Algébricas, de análise com épsilons e deltas, não sabia nada de conjuntos. Quando digo nada, quero dizer que ele seria reprovado em qualquer primeira prova de Teoria dos Conjuntos, qualquer primeira prova de Estruturas, qualquer primeira prova de Cálculo. Entretanto, ele era um excelente resolvedor e formulador de problemas, hábil e fluente em aplicações da Matemática a várias áreas e com domínio da Matemática. Eu falo do Euler, que é emblemático. O que você acha disso? Como você justifica essa formação sólida e essas disciplinas de conteúdo matemático nas licenciaturas?

Espere, deixe-me ver se entendi. Eu não vi nenhum problema nessa pessoa. Eu também acho que se essa pessoa faz isso, ela é perfeitamente capaz de, se quiser, saber criticar. Supondo ver que aqui é um conjunto, essa pessoa é capaz de pensar: isso aqui é interessante ou não é? Eu vou precisar disso ou não vou? A pessoa tem essa capacidade. Será que a idéia de conjunto é útil para eu ir mais adiante em matemática? Se for útil, em que sentido? Eu acho que uma pessoa que sabe resolver problema, que sabe formular problema começa a ter essa idéia, começa a ter essa independência, quer dizer, a pessoa já tem praticamente tudo, que é a independência intelectual. Ele vai poder pegar um livro, ver se ele gosta e fazer essa formação. Um exemplo disso está acontecendo agora com a OBMEP[3], as olimpíadas das escolas públicas. Você tem menino do interior, uma menina aí que é muito interessante (é até de Minas Gerais, de uma biboca dessas daqui de Minas Gerais). A menina tem aquele Ensino Médio, aquele Ensino Fundamental da escola estadual muito ruim, com várias deficiências em tudo. Entretanto, a menina resolve problema de matemática que você não imagina. É capaz de fazer isso.

Um exemplo que a gente tem muito emblemático foi lá do Rio Grande do Norte, que eu acho que é o antiprofessor de matemática. É por isso que acho que ter toda essa capacidade de se mover dentro de um conteúdo é muito importante. O caso é de uma professora, já tem uns 10 anos (o João Lucas Barbosa traçou uma história). Tem a ver com aquele professor que manda o menino fazer um exercício, passa exercícios para os alunos e o aluno resolve de um jeito diferente do modo de resolver do professor. Então o professor fala: "isso está errado. Não aceito, não aceito". Isso é o antiprofessor. Isso, para mim, também é uma certa insegurança pelo fato da pessoa não saber manusear aquilo ali. E isso cria muita evasão nas escolas. No Rio Grande do Norte teve um caso que ficou famoso: um menino lá simplesmente se desinteressou pela escola por conta

---

[3] Para mais informações sobre a OBMEP acessar: http://www.obmep.org.br/

disso e virou um dos maiores traficantes do estado. E a coisa é essa, o menino tem uma capacidade de liderança fabulosa, é um executivo muito bom. O que aconteceu? A escola o desanimou. Foi a formação que os professores tiveram que desanimou o menino. Ele não viu nada de novo ali, nada de interessante. Por isso é que acho que ser professor é muito complicado, viu. Tem que ter esse contato, saber motivar, saber responder e, por isso, tem que saber manejar essas coisas. Porque se o menino vem com uma idéia muito boa, você fala: sua idéia está muito boa. Pode ter um buraco aqui, um buraco ali e você explica para ele. Mas não é falar "não aceito isso", "isso aí está errado", "tem que ser desse jeito aqui", "tem que ser: dado épsilon, existe delta...". Isso não tem sentido.

Então professor, o senhor acha que se nós tivéssemos não "Eulers", mas pessoas com essa capacidade de resolver problemas, formular...

Sim, mas o Euler é muito raro, só tivemos um até hoje. Ele é tão emblemático, que foi ele quem fez o primeiro livro de Cálculo e em todos os livros de Cálculo o índice é o mesmo do Euler. Você vai estudar limite, derivada, integral, é o Euler.

E a ideia, professor, é discutir sobre essas disciplinas que a gente tem hoje na licenciatura, discutir sobre a possibilidade dessas não darem essa condição, necessariamente, para a formação matemática de um professor de matemática.

Não, não dão, nisso eu concordo com você. Acho que elas não dão e, em princípio, elas não dariam não. Acho que depende muito da pessoa. Eu acho que, em princípio, não é porque o sujeito vai estudar conjunto, Análise, Álgebra, não sei o que, não sei o quê... Eu acho que se se ensina a pensar, ele aprende a pensar. Pronto. Isso para mim. Pensar para mim é isso, ter o raciocínio matemático, ter essa idéia.

Professor, eu vou fazer duas afirmações, uma é de 1908 e a outra de 2008, para discutir um pouco da questão da matemática. A primeira é do Felix Klein, do livro Matemática Elementar de um ponto de vista avançado. Ele diz assim

> *[...] Por muito tempo [...] os homens da universidade preocuparam-se exclusivamente com as suas ciências, sem considerarem as necessidades das escolas, nem mesmo se preocupando em estabelecer uma conexão com a Matemática escolar. Qual foi o resultado desta prática? O jovem universitário se encontrava, no início, confrontado com problemas que não sugeriam, de maneira nenhuma, as coisas com as quais ele tinha se ocupado na escola. Naturalmente, ele esquecia estas coisas rápida e completamente. Quando, ao fim de seus estudos, ele se tornava um professor,*

> *encontrava-se repentinamente na posição de ter que ensinar a tradicional matemática elementar da antiga e pedante maneira; e, uma vez que ele praticamente não era capaz, sem ajuda, de distinguir qualquer conexão entre esta tarefa e sua Matemática universitária, logo se acomodava ao que a tradição honrava, e seus estudos universitários permaneciam apenas uma lembrança mais ou menos agradável, que não tinha nenhuma influência sobre seu ensinar.*

Eu acho que isso é uma coisa que ocorre muito hoje ainda. Aí é que vêm esses pontos de vista e isso é muito engraçado. Você tem o Klein, você tem o Hilbert[4] e o Poincaré[5]. O Hilbert pensava o seguinte: a matemática é como *hard*, é a torre de cristal. Então estamos nós no mundo da matemática e você vai lá pensar naquelas estruturas; esse é um jeito de encarar o mundo, uma postura. Acabou, é uma postura e fim de papo. Tem gente que é assim. O Hilbert era um matemático fabuloso, criou estruturas fabulosas, mas ele achava o seguinte: você faz essa matemática muito abstrata, bota na estante da biblioteca e pronto, está feito. Por que daí vai vir o Químico, o Físico, o Engenheiro, eles vão lá atrás disso. Isso é falso, eles não vão vir atrás disso. O Poincaré já tinha outra questão: você tem que ver o que eles (Químicos, Físicos, Engenheiros) estão fazendo para olhar como a matemática pode modelar aquilo. Um pouco do inverso. Nunca ficar na torre de Cristal. Porque os físicos também estão na torre de cristal deles e, então, não adianta. Essa coisa de torre de Cristal não funciona, ou você conversa um com o outro, ou então acabou. Mas são pontos de vista. O Klein tem uma coisa muito engraçada, apesar disso tudo. Ele foi uma pessoa, um matemático puro (puro nesse sentido que vou te explicar, matematicamente). Se você olhar toda a obra do Klein, ela tem um esforço enorme de trazer a matemática para um nível elementar, mas é uma coisa bem abstrata, por exemplo, a idéia de grupo Kleiniano, tudo aquilo mais simples que ele fez lá, dando o exemplo do diedral, é uma torre de cristal também. Ele teve vários alunos e todos desistiram dessa beleza que era a matemática e foram para

---

[4] David Hilbert nasceu em Königsberg, atualmente Kaliningrado, na Alemanha, onde estudou na Universidade de Königsberg. Em 1895 foi nomeado para Göttingen, onde ele ensinou até se aposentar, em 1930. Hilbert é considerado como um dos maiores matemáticos do século XX. No Congresso Internacional de Matemáticos de 1900, em Paris, propôs uma lista de 23 problemas, que ficaram conhecidos com os problemas de Hilbert. Para alguns deles não há solução até hoje. Atuou em várias áreas da matemática, como teoria dos invariantes, teoria dos números algébricos, criação dos espaços de Hilbert.

[5] Jules Henri Poncaré nasceu na Cité Ducale, nas vizinhanças de Nancy, França. Doutorou-se em Matemática em 1879 e foi nomeado professor de física matemática em 1881 na Sorbonne, onde ensinou até se aposentar. Atuou em várias áreas da matemática e da física, como topologia algébrica, termodinâmica, teoria da relatividade. Elaborou a famosa conjectura de Poncaré, um dos problemas mais desafiantes em Topologia Algébrica, que foi demonstrada em 2003 pelo russo Grigory Perelman.

outro lado, esse lado mundano, digamos assim. Ele não usou o termo mundano não, mas usou como se fosse esse lado mais pragmático da sociedade, que são as Engenharias. E esse aluno foi o Siemens[6], que todo mundo sabe quem é, ao mesmo tempo que ninguém sabe quem é Klein [risos]. Essas são histórias.

Em 2008, professor, temos um artigo da Anne Watson, uma educadora matemática que afirma ser a Matemática escolar um tipo especial da matemática acadêmica. Anne fala assim:

> *Eu afirmo que a matemática escolar não é, e talvez nunca será, um subconjunto da reconhecida matemática acadêmica, pois ela tem diferentes justificativas, autoridades, formas de raciocínio, atividades centrais, propósitos e conceitos unificadores e, necessariamente que os recortes da atividade matemática se dão em diferentes maneiras daquelas da matemática acadêmica.*
> *Eu entendo a* ***matemática acadêmica*** *por atividades que avançam o conhecimento matemático: as formas de engajamento, tipos de questões, padrões de argumentos que são aceitos como contribuinte para o cânone convencional da matemática pura e aplicada.*
> *Por* ***matemática escolar****, eu entendo as formas de engajamento na matemática em contextos formais de ensino para o iniciante, incluindo os graduandos, ou por aqueles que não se vêem como iniciantes, mas que tem a matemática impelida sobre eles.*

Eu acho que a idéia dela é meio correta sim. Quando ela fala de matemática acadêmica, ela está pensando no contexto mundial hoje, a matemática, a aplicada nem tanto. Mas, matemática aplicada é um negócio muito complicado, muito vasto, porque se você for pensar, computação, teoria de computação é um ramo da matemática, estatística é um ramo da matemática, porque todos os métodos são matemáticos, é matemática, quer dizer, estatística é teoria da medida só que voltada para um certo contexto. Aí eu acho que ela tem um pouco de razão, porque o objetivo da matemática na escola é outro. Acho que é ajudar nessa forma de pensar, nessa forma de tratar problemas, problemas que eu digo são situações, padrões que ocorrem na vida das pessoas. A diferença que eu vejo é a seguinte: uma das preocupações da matemática acadêmica, talvez esse seja o grande vício, é que você quer formar pessoas para fazer pesquisa em matemática. Pode ser que isso seja, e não é, o objetivo não é esse. Então, a diferença que eu vejo com o negócio de número é que no primeiro curso que o pessoal tem na Universidade, começa com o Princípio de Indução. Pronto, então a pessoa precisa saber o que significa um axioma, ela já tem que ter uma certa experiência com isso, porque senão vai dizer o que para ele, "os Axiomas de Peano", pronto, vem lá

[6] Ernst Werner Von Siemens foi um inventor e industrial alemão.

aquela lista e acabou, a partir dali os alunos que se virem. Não tem o menor sentido fazer isso na quinta série. Nenhum. Pode ter algum Euler lá no meio, mas é raro, você não vai achar, não é todo dia, e se for é um só. Em relação à matemática, vamos chamar de matemática pura, o ponto é que o objetivo da matemática pura, em geral, é pesquisar em matemática. O único lugar em que se sobrevive é no meio acadêmico, no meio universitário. Por exemplo, um pouco diferente é a Química. Na Química, você tem pesquisa em Química, só para dar um exemplo, e a matemática só entrou um pouco nisso agora. Se você pensar a computação como um ramo da matemática, uma parte dela, não tudo, você tem engenharia de computação. Ela já separou, ela tem uma interação direta com o mundo extra-acadêmico, com os mercados produtivos de produção. Mas a matemática pura não tem, então se refugia nas universidades, onde ela existe. Então é óbvio que ela vai influenciar tudo aí dentro. Um matemático aplicado não. Pegue um exemplo na própria Unicamp, o Jose Mario Martinez[7] que faz otimização. Otimização é uma coisa que você usa em tudo, por exemplo, para resolver os problemas de engenharia, de linha de montagem, são vários os problemas que tem aí. Na estatística calcula-se seguro de vida, essas coisas. Então sai um pouco. Mas quando você fala em Análise, Topologia, Geometria, (Geometria tem um viés para a Física, mas é um viés muito teórico e o povo que mexe com Relatividade - Relatividade é Geometria - tem ligação com isso), os matemáticos puros apenas sobrevivem aí. Então, é claro, isso influencia no Currículo.

O senhor vê problema nisso? No sentido dessa diferenciação entre matemática escolar e matemática universitária (essa que a gente tem na Licenciatura) e a acadêmica (aquela que avança no conhecimento em matemática)?

Eu vejo um pouco, quer dizer, problema eu não vejo. O que ocorre com isso é que depende muito dos indivíduos, depende muito da pessoa que está dando um certo conteúdo para uma certa turma. Porque se você vai dar um conteúdo para uma turma de Licenciatura (o pessoal quer fazer Licenciatura, essa é sua vocação, eles querem isso), você não pode entrar com a mesma idéia de um pessoal que quer fazer bacharelado (que quer seguir uma pesquisa em matemática), tem que ser diferente. Do mesmo modo, se você vai dar um curso para a Engenharia, você não vai falar de Análise para os

[7] Jose Mario Martinez é professor do Instituto de Matemática Estatística e Ciência da Computação da UNICAMP.

Engenheiros, você vai abordar aquilo de uma outra maneira. Acho que ela pegou essa realidade que existe no mundo. Eu te dou um exemplo da Boeing. A Boeing é a Boeing, foguete, avião, tudo. A Boeing tem uns 300 matemáticos aplicados, um pessoal que faz simulação numérica, análise numérica, todas essas coisas, porque hoje a aviação é feita toda no computador. E tem uns 20 matemáticos puros lá de plantão. Tem um topólogo de plantão, um algebrista de plantão, um geômetra de plantão, tem o analista, tem o pessoal que faz equações diferenciais parciais. Mas são 20 no meio de todos, uns mil engenheiros, não sei quantas centenas de físicos, de matemática aplicada. Eles não saem da Universidade, não saem da academia. Então, é claro que isso influencia demais em qualquer país do mundo. Você vai na Inglaterra e é o mesmo, eu fiz meu doutorado lá. Lá já se separou, eles já viram como é o sistema. No departamento de matemática em que eu estava, tinha o departamento de matemática, o departamento de matemática aplicada, o de física teórica e o de astronomia e astrofísica, era tudo junto. E todo mundo era da academia pura.

Na Inglaterra, para ser professor, você precisa ter uma graduação (em qualquer área) e fazer um ano de um curso (Postgraduate Certification in Education, PGCE) e com isso você está apto a ser professor de matemática. Com isso, aparentemente, não veem problemas nesse tipo de formação (que não chega a ser o famoso 3 + 1). Por que essa formação, lá, funciona? Ou, aparentemente, funciona? O que o senhor pensa sobre isso?

O que ocorre muito lá é o seguinte, o cara tem o *major*. Os americanos também já pensaram nisso. Aqui, o único lugar em que tem isso é a Federal do ABC, mas ainda está muito no princípio e não dá para falar nada. O que ocorre é o seguinte: você tem dois anos que são básicos para todo mundo e daí, depois, você começa a escolher. Porém, tem algumas separações, tem a área de Ciências Naturais, tem a área de Artes e Humanidades, tem a área das Biológicas. É muito raro um cara da área de artes e humanidades querer, depois, virar professor de matemática. Se você escolhe a grande área de Ciências Naturais você faz matemática, física e outras optativas que você quiser e de onde você quiser. Mas aí você tem um *major*, você escolhe um *major*. Por exemplo, em Física. Então, você vai fazer mais uma, duas, três disciplinas na área de Física. Eu acho que isso é bem interessante.

Nessa formação no PGCE o aluno discutirá coisas da sala de aula. Discussões sobre o uso da tecnologia, relação professor aluno. Com certeza ele vai discutir um pouco de *matemática, mas a matemática que ele vai ensinar na Educação Básica. Então, tudo bem, ele já tem esses conteúdos, não precisaria de nada sofisticado. Ele não teria nada de Estruturas Algébricas ou Geometria, só se ele fizesse por conta dele, mas nesses dois anos são específicos para a sala de aula. O senhor acha que é interessante?*

Mas o que ocorre aqui, ainda mais hoje, é que você está lá com um menino de 18 anos que fala que quer virar um professor de matemática. Eu não acredito. Porque com 18 anos você não sabe ainda direito o que quer, você tem que viver mais um pouco para saber o que quer. E a nossa universidade é muito perversa, pois ela já separa quando você vai fazer o vestibular, você já está amarrado. Fica tudo dirigido e os meninos não sabem. É melhor dar essa formação básica, dentro da universidade, dar essa coisa genérica para, no final, os meninos fazerem os *majors*. Vai para ali, vai para cá. Eu acho que a universidade daria essa formação geral do cidadão, porém com algumas diferenças, por exemplo, se você pensar em artes e humanidades, não tem muito sentido o pessoal fazer disciplinas de Matemática, de Física, você vai ver filosofia, ver literatura, por que não? Mesma coisa aqui, você pega uma grande parte de engenharias, exatas, ciências naturais, vê o básico de matemática, física, química, e pronto. Depois o cara fala: "ah eu quero isso, e daí vai e faz o *major* dele lá. Eu acho isso mais interessante. Mas isso é pessoal viu, nem todo mundo concorda. O ABC é a primeira Universidade que está tentando fazer isso aqui, mas só com as Engenharias, Matemática, Física e Química. Engenharias e Ciências Naturais. Todo mundo lá faz três anos iguais e depois você decide para onde vai. Se você vai para a matemática, para física, engenharia, qual engenharia. Mas isso eu acho mais razoável. O sujeito ficou lá três anos e ele viu de tudo. Hoje também as empresas não querem um especialista da universidade, elas querem uma pessoa que tenha capacidade de moldar os interesses. Então você tem que ter essa capacidade de manusear as coisas e saber se virar. E eu acho que a gente não deixa nossos alunos fazerem isso, porque a gente dá muita aula, muito conteúdo, tudo amarrado.

Professor, se o senhor pudesse criar uma estrutura de um curso de licenciatura, em relação à formação matemática do futuro professor de matemática, como seria esse curso?

O que eu veria é aquilo que eu comentei. Deveria haver a escolha de dois conteúdos, ou seja, duas áreas, e talvez isso o aluno pudesse escolher, e, em paralelo àquilo tudo, tem que ter resolução de problemas, tem que ter problemas. E aí você vê essa diferença ao trabalhar lá na quinta série o número natural, o menino entende isso e começa a contar que ele entende isso. Só começar a contar. Os alunos veriam as coisas da Educação Básica por meio de resolução de problemas.

Em relação às temáticas, eu escolheria duas e acabou, poderiam ser outras, pois eu não acho que um tal conteúdo é mais importante do que outro.

Mas professor Márcio, poderia ser Variáveis Complexas?

Mas Variáveis Complexas já vai exigir mais, quer dizer, já exige um *background* de Análise, entendeu. Eu nem chegaria lá. Eu deixaria para o caso do menino querer conhecer um pouco daquilo lá no final. Dentro do curso se resolveria muitos problemas, o tempo todo, discutindo também as coisas da educação básica. Teríamos muita cobrança. Não é aula demais não, mas é deixar o menino buscar coisas, deixar o menino fazer o esforço de buscar coisas. Isso, em vez de chegar lá e dizer que isso aqui é isso, isso e isso, como a gente faz o tempo todo.

Seria uma mudança radical, professor?

Eu prefiro isso, porque hoje, se você pensar, você entra na rede e acha informação sobre o assunto que você quiser. De má qualidade, de boa qualidade, errada, certa, mas você acha informação. Porque também o pessoal fica muito fechado na rede, naquilo ali e não critica, não tem capacidade de criticar. Eles não têm tempo de criticar nada. Eu acho que a formação é uma coisa muito complexa, formar professores.

O texto apresentado é uma textualização da entrevista realizada com Márcio Gomes Soares.

Márcio Gomes Soares é Bacharel em Matemática, mestre em Matemática pela Universidade Federal de Minas Gerais. É Doutor em Matemática pela University of Liverpool, Inglaterra. Atualmente é professor titular da Universidade Federal de Minas Gerais, Presidente da Sociedade Brasileira de Matemática de 1993 a 1997, reviewer da American Mathematical Society, consultor ad-hoc do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e Membro Titular da Academia Brasileira de Ciências (2001). Foi Presidente da Sociedade Brasileira de Matemática (1993-1997). Recebeu os prêmios Comendador da Ordem Nacional do Mérito Científico, Presidência da República (2002) e Grã Cruz da Ordem Nacional do Mérito Científico, Presidência da República (2010). Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Teoria das Singularidades e Aspectos Geométricos de Folheações Holomorfas. Pesquisador 1B do CNPq.

Texto 8

O professor da Educação Básica precisa fazer um curso em que ele desenvolva uma autonomia intelectual

Olá Henrique. Minha ideia é tentar entender o que sustenta essa formação matemática do professor de matemática na Licenciatura. Por que em um curso de formação inicial e a gente tem essa formação matemática para formar um professor que vai atuar na Educação Básica?

Eu acho até que o Romulo não sabe disso, mas eu sou licenciado, não sou bacharel. Na minha época, o mercado de trabalho era melhor para o licenciado, quer dizer, Educação Básica era melhor, então a gente fazia licenciatura mesmo. Da minha turma, acho que ninguém fez bacharelado e todo mundo foi para a pós-graduação. Quando eu me formei, as disciplinas matemáticas que a gente fazia eram iguais tanto para o bacharelado quanto para a licenciatura. Eu não consegui terminar o bacharelado, porque chocaram os horários de Didática Geral com o de Mecânica Clássica, com isso tive que desistir e optei pela licenciatura.

É interessante, Henrique, que esse modelo não é o 3+1 cem por cento puro, porque a grade matemática da licenciatura não era exatamente a mesma da grade matemática do bacharelado. Hoje em dia, pelo menos em Rio Claro, existem disciplinas que são comuns para quem vai fazer Licenciatura e Bacharelado, por exemplo, Espaços Métricos, Análise... Parece que a diferença é que hoje algumas disciplinas pedagógicas foram puxadas para o começo do curso.

Eu acho que uma diferença grande daquela época para hoje é que no terceiro ano, a maior parte da classe dava aula regularmente. Eu comecei no fim do primeiro ano. Nós dávamos aula como substituto em escola particular, em cursinho... Mesmo quando não tinha cargo para todo mundo, dávamos aula como substituto, mas com uma perspectiva de muitas aulas por um bom tempo.

Contando um pouco mais do projeto Henrique, na Inglaterra e na França eles têm três anos de bacharelado e depois mais um ano que é chamado de uma formação em educação. Na Inglaterra eles fazem o Program Graduation Certification in Education (PGCE) que é de certificação em educação. E, aparentemente, a gente não encontra estudos discutindo, criticando, evidenciando uma necessidade de transformação, ou seja, aparentemente essa formação, para lá, funciona. Não existem tantas críticas e a comunidade não reclama. Uma colega nossa de Londrina que foi fazer um pós doutorado em Portugal, perguntou a um educador matemático de lá sobre o porquê da estrutura de formação que eles têm, visto que aqui no Brasil há uma discussão tremenda sobre o modelo 3 + 1. O professor respondeu a ela que para ele era natural essa formação. Ela perguntou: Por que tem que ter essa matemática? Ele respondeu: porque tem que ter.

Para mim também é natural, mas tem que levar em conta uma coisa também: faz pelo menos uns vinte anos ou mais, na verdade, que eu não dou aula no Ensino Básico. Eu dei bastante aula em curso supletivo, um pouco em cursinho, algumas substituições. Basicamente no supletivo eu tinha bastante aula. Agora estou distante disso, no momento estou sem experiência, pelo menos nesse quesito.

Mas, você, Henrique, é uma pessoa que, na tua posição profissional, tem responsabilidade sobre o que vai ser a nossa licenciatura, inclusive nesse momento particular, você é chefe de Departamento. Para nós isso é um dado importante.

Eu já tinha conversado com o Romulo sobre essa fórmula 3 + 1, é interessante, pois nunca tinha pensado nisso como uma fórmula. Eu não sei, minhas amostras até são boas e significativas, pois a gente nota que parte significativa dos alunos que saem da oitava série da rede pública, não sabem ler e escrever, no sentido de entender realmente o que está lendo. Normalmente isso vem antes da matemática, o aluno, em geral, ele sabe ler e depois ele vai saber fazer contas, o raciocínio matemático ou coisa assim. Então é uma coisa grave que a gente vê e que pode estar perto uma causa disso. Você pode ter contato com um cara que sai de Rio Claro, ou que sai de Londrina, ele não é típico, ele está saindo de uma Universidade Pública com uma boa estrutura, ou mesmo de uma particular com uma boa estrutura. Porém, o que a gente tem visto por aí, infelizmente, é gente que não teria a mínima condição de ir para frente de uma sala e dar aula, que tem falta de formação profissional específica, quer dizer, falta saber o que ele está falando lá especificamente em matemática. Falta ele saber o que é uma estrutura, um número irracional, como que a gente faz uma geometria, o que significam os axiomas da geometria, quer dizer, aquela matemática básica que normalmente os cursos bons de graduação dão. A gente nota essa falta de autonomia profissional em matemática. Não é um conhecimento avançado, são aqueles fatos básicos de Álgebra, Análise, Geometria. Eu concordo com esse ponto de vista dos ingleses e dos portugueses, que é você pegar alguém com essa formação básica, quer dizer, que seja capaz de ser crítico quando vai falar sobre matemática. O único jeito do cara ter uma posição crítica, independente de ver alguém falando sobre matemática, é ter uma formação sólida em matemática. Com isso ele vai poder decidir, ele tem autonomia para decidir.

Então acho importante essa formação, que não é uma formação avançada, mas é uma formação sólida. Estou querendo dizer o seguinte, ele não precisa aprender espaços de Hilbert, ou coisa assim, mas ele precisa pegar Análise básica e entender bem o que significa convergência, uma definição formal de integral, de coisas assim, para ter uma base sólida. Mesmo que não seja uma erudição de espectro amplo, mas ao menos uma matemática básica que ele conheça com segurança.

Henrique, você cita esses exemplos para uma formação básica e sólida, mas se a gente for olhar para esses conceitos nos Ensinos Fundamental e Médio, a maneira pela qual esses conceitos são trabalhados lá é muito diferente do que é trabalhado aqui na graduação. Se pegarmos a construção dos números reais para a criança, ou dos conjuntos numéricos, eles aparecem de uma maneira totalmente diferente.

Então, mas eu não estou dizendo que o professor vá discutir cortes de Dedekind ou coisa assim, lá com a criança, o que estou dizendo é que ele precisa ter, eu não sei qual seria o termo, mas ele precisa ter, talvez, uma segurança, uma autonomia intelectual para saber o que ele vai fazer. Ele não vai aprender o que vai ensinar, mas ele vai além para poder, num certo sentido, olhar de cima aquilo lá, poder decidir o que vai fazer e como vai fazer. Além do fato de que essas coisas são lentas, mas dinâmicas também e a gente não sabe o que vai ser falado daqui a três, quatro anos. A gente não tem uma ideia boa de como vai ser a matemática daqui a 10 ou 15 anos, pode mudar.

Nesse ponto entra um fator importante, quer dizer, para o professor saber o que virá, ele precisa ter essa autonomia de poder aprender também. É nesse sentido que eu imagino que essa formação, que eu diria essencial. Essencial mesmo é a formação que dá autonomia para o cara tomar decisões, quer dizer, tomar decisões independentes.

Henrique, vamos ver se eu captei tudo. Vou falar uma frase que capta a tua posição. O professor precisa ser, e isso eu vou acrescentar, um bom resolvedor de problemas *matemáticos de vários tipos, aplicados, puros, investigativos, enfim, idealmente falando; ele precisa ter segurança nos métodos matemáticos.*

Isso Romulo, ele precisaria ter uma prática em fazer matemática.

Agora, eu vou te dar um exemplo, eu acho que já mencionei com você, de um cara que seguramente não sabia nada de Estruturas, não sabia nada de Análise por épsilons e deltas, não sabia nada de Conjuntos. Nada que eu digo, é que esse cara seria reprovado em qualquer primeira prova de Teoria dos Conjuntos, qualquer primeira prova de Estruturas, qualquer primeira prova de Cálculo, e, no entanto, era um excelente resolvedor de problemas. O exemplo que eu dou é do Euler, um exemplo totalmente emblemático.

Têm outros, Romulo. O Fermat que era amador, advogado. Mas, eu ficaria pensando, quantos "Eulers" a gente teria no quadro da Secretaria de Educação. Vamos dizer, é um caso muito singular [risos].

Por que, Henrique, ao invés de passar quatro anos falando sobre construção dos reais, convergência (não que eu acho que não se deva falar disso, de convergência, ponto), gastando o tempo que se gasta em coisas de Espaços Métricos e Topologia, você não poderia gastar esse tempo com outras coisas realmente elementares. Por exemplo, se o cara ganhasse confiança em, por exemplo, problemas de geometria elementar sem pensar em axiomatização, problemas de geometria elementar escolares. Você não acha que isso aumenta o ganho em termos de tempo, talvez?

Eu até entendo, Romulo.

Estou pensando assim, vamos estereotipar. Um professor de cursinho, um bom professor de cursinho, é um cara que já viu um trilhão de problemas resolvidos, já resolveu um trilhão de problemas. Esse cara tem muita segurança naquilo que ele vai dar aula, mas não necessariamente esse cara tem qualquer experiência visível em que ele lembre de Análise, de Estrutura, de Topologia, nada disso.

No caso do cursinho tem uma característica toda especial que é o seguinte: o cursinho é todo direcionado para o modo como o vestibular é feito. É um esquema muito centralizado, quer dizer, o professor de cursinho não tem autonomia nenhuma, tem instruções até sobre as piadinhas que ele deve fazer na classe. Não é uma coisa autônoma, é uma coisa bastante mecanizada, ensaiada. Como meus filhos fizeram cursinho em Araraquara, encontrei amigos do meu tempo, um pessoal bom, dedicado, que se destacou no cursinho. Normalmente o cursinho vai procurar estudante pelo desempenho; isso não só de matemática, mas na física, química, biologia, inglês. É claro, o cara tem que ter um certo requisito, ser desinibido, aquela coisa toda, mas, em geral, o critério que eles usam é o desempenho, eles apóiam muito isso.

Outra coisa, Henrique, em relação à Universidade na Inglaterra (que mobilizou o estudo) é que se você for graduado em Engenharia, Contabilidade, Química, e quiser dar aulas, você faz um curso de complementação (que é o mesmo tanto para o cara que fez bacharelado em Matemática, quanto para cara que fez contabilidade) e pode dar aula.

Provavelmente, teve uma formação específica que deu a eles uma independência intelectual. Imagine um economista, por exemplo, que resolve dar aulas de matemática. Esse cara não viu Topologia, não viu coisa assim, mas ele viu Micro Economia, Teoria de Firma e, para ter passado por isso, deve ter se dedicado, ter trabalhado sério em cima disso tudo. Ele vai, necessariamente, ter criado certos hábitos que estão muito próximos dos hábitos criados por quem faz um curso de Espaços Métricos. É interessante, porque Economia é um curso de humanas, mas se você pegar um manual de Economia percebe isso. Isso acontece, por exemplo, com o pessoal de contabilidade. Por que às vezes você tem médicos que dão bons professores de matemática? E os médicos têm Cálculo e Estatística, só. O Economista ainda tem Cálculo de Várias Variáveis, tem Álgebra Linear, essas coisas. Mas de um modo geral, pelo menos é o que a gente vê e eu não quero generalizar, o cara tem aquele conjunto que corresponderia a esse núcleo, uma formação muito vinculada à resolução de problemas, a certos comportamentos profissionais.

Como você caracterizaria independência intelectual, Henrique?

Eu diria, em uma primeira aproximação, que é o cara ser capaz de tomar uma decisão ou ser capaz de ir atrás de informações necessárias para tomar uma decisão.

Agora, volta para o começo. Para você essa formação do bacharelado é natural. Então poderia ser qualquer outra proposta de formação que deve, evidentemente, desenvolver alguma habilidade matemática em algum nível minimamente compatível com o que ele vai ensinar, e que gere a possibilidade do cara desenvolver essa capacidade de raciocínio, essa tomada de decisão, essa busca por informação, por atualização, ou seja, autonomia nas coisas que a gente reconhece como sendo importantes na matemática da Escola Básica?

Sim, eu concordo com isso Romulo. O que penso é o seguinte: fazendo uma comparação com um biólogo com uma boa formação e que tenha rudimentos de Química básica que é vista no curso de Biologia, esse cara muito provavelmente vai estar capacitado para dar aula de Química, porque ele tem experiência em laboratório, experiência naqueles procedimentos que se espera de um professor de Química. Mesmo que ele não tenha uma formação especificamente com Química, ele tem um vínculo com a prática envolvendo aquilo. Se ele entrar em um laboratório, vai saber o que fazer ali, vai saber se o laboratório é bom ou não.

Agora, Henrique, se eu pegar o Economista ele certamente não vai saber nada da construção de Números Reais, de Série de Convergência, de nada disso, quase certamente. Talvez uma noção de definição, mas essa coisa de axioma vai passar muito superficialmente, porque o curso dele não é voltado para isso. Muito provavelmente é voltado para técnicas, modelos. Como é que fica a questão de ser importante saber o que é um Número Irracional? Ele não vai saber o que é um número irracional, em nenhum sentido do que um matemático possa dizer sobre um número irracional.

Muito provavelmente, Romulo, esse cara vai ser capaz de ler e rapidamente entender que aquilo lá é uma teoria e que ela exige uma abordagem que não seja tão diferente de uma teoria macro econômica, de uma teoria bancária, é isso que estou dizendo. O problema não é o cara saber aquele tópico específico. O que quero dizer é o modelo do laboratório, pois se ele souber trabalhar no laboratório, com essas rotinas de segurança, essas rotinas de trabalho, como é feita a coisa, se ele tiver desenvoltura ali, mesmo que sua formação em Química não seja completa, ele vai ser um melhor professor de laboratório do que eu.

Vamos tentar falar de outro jeito, Henrique, se um profissional que vai dar aula na Educação Básica teve a experiência de passar, na vida dele, em algum momento, por um movimento que deu a ele uma estrutura de construir alguma coisa, de entender como se relacionam informações, se teve uma experiência (com qualquer tipo de conteúdo) em que desenvolveu essa experiência intelectual, você acha que ele poderia ser professor?

Provavelmente, Viola. Ele teria esse conhecimento nuclear, essencial. Eu não sei dizer com precisão, não sei delimitar a fronteira desse núcleo. Eu acho que isso é uma coisa meio súbita, mas basicamente não tem resposta.

O que você acha da seguinte situação: Modelo preferido para formar professores de matemática: o cara faz o bacharelado em matemática e mais um ano em uma pós-graduação num Instituto de Educação que trata de disciplinas pedagógicas. Modelo secundário, mas aceitável: o cara faz Educação Física e, depois, ao invés de fazer um ano a mais, ele faz dois anos a mais.

Eu não tenho ideia de um currículo de Educação Física, Romulo, esse é o problema [risos].

Mas, com o que a gente estava conversando, em termos de expectativa, imagina que o cara fez Estatística e Cálculo I.

A gente não está levando em conta aqui também o perfil do cara desse curso, Romulo. Tem uma coisa que está implícita nessa conversa, que é melhor a gente falar: determinados cursos selecionam o profissional de um modo bem rigoroso. Então se você pensar, por exemplo, num cara que é formado em Economia na UNICAMP, por exemplo, (não é fácil sair de lá) a gente tem uma expectativa bem razoável de que, quando o cara sair de lá com aquele "diplominha", é porque realmente adquiriu uma maturidade. Então esse é o ponto. Se você pegar um curso de Educação Física com essa característica, muito provavelmente você vai ter um cara mais preparado para dar uma aula de matemática do que um cara que saiu de um curso de bacharelado em matemática e que não tenha essa atitude. Colocar na rua esse profissional com essa autonomia é uma coisa que depende da gente. Criar essas atitudes. Não estou falando em reprovação em massa (embora isso também aconteça, ainda que não seja uma política permanente), estou falando de um compromisso real com um curso de qualidade. A gente conhece tantos por aí que são bons e outros que não são. Isso faz essa coisa ser multidimensional também, por isso tem-se que olhar esses outros aspectos.

Vou radicalizar mais Henrique. Imagina que você pega um cara que fez o básico (primário, ginásio, e colegial) bem feitinho, estudou, se dedicou, aprendeu as coisas básicas importantes, não tem dificuldade técnica. Esse cara foi fazer Engenharia Ambiental, ou Geografia, ou História. Nesses últimos cursos, quando muito, nem consigo imaginar, talvez ele tenha feito Estatística. Você acredita que esse cara, ao fim de um curso de História rigoroso (vamos chamar assim) que cobrou o desenvolvimento de uma atitude de estudo, de uma atitude de autonomia, todas essas coisas das quais a gente está falando, você acha que esse cara, potencialmente, teria condição de ser professor de matemática?

Acho. Eu diria que potencialmente ele tem sim. Realmente acredito nisso. Só que ele teria o mesmo potencial que o Engenheiro, um Físico, com a mesma formação só que com um V_0 menor. Eu acho que isso não teria implicação em médio prazo. A curto prazo, ele teria mais trabalho que o outro para se adequar e adaptar, mas provavelmente ele seria crítico o suficiente para se dedicar a esse trabalho maior de modo a obter o mesmo desempenho de início. O engenheiro teria apenas uma maior familiaridade com números. Eu acredito nisso, eu penso que um bom curso superior é aquele que dá autonomia.

Já que a gente lembrou, no começo, do meu tempo de estudante, e, falando de fora, pois não sou especialista em educação, uma coisa que eu acho (não tenho solução também) que seria interessante é que os alunos da licenciatura tivessem a oportunidade de dar aulas regularmente, nem que fosse para uma sala. Talvez, criar um compromisso de que o aluno de licenciatura fosse responsável por uma sala, que ele fosse regente. Quando eu fiz o curso, era esse o esquema. A gente tinha as disciplinas pedagógicas no fim e praticamente a sala inteira dava aula algum tempo. Na disciplina que, na época, chamava Estrutura e Funcionamento do Ensino, aquele que tinha menos tempo de experiência, tinha um semestre de aula. Isso acontecia com as disciplinas de Didática Especial, Prática de Ensino, Psicologia, tudo. Não é difícil imaginar que esses cursos eram muito ricos. Essa era uma coisa sobre a qual escutava o pessoal falar na época, experiência com vivência. Eu, talvez por não ser da área, não vejo muito como substituir essa parte prática. Seria como uma clínica, parecida com a clínica do estudante de Medicina e de Odontologia. Isso eu gostaria de ver: curso de licenciatura com clínica começando, talvez, no segundo ou terceiro ano. Isso seria uma coisa interessante. Essa ideia da clínica. Quando o aluno se formasse (sem abrir mão dessa formação matemática e pedagógica) teria vivenciado uma clínica, regendo uma classe, vivendo o que um professor vive realmente, sendo professor. Como em Piracicaba, que tem Odontologia. Lá eles têm uma clínica grande, claro que com professores responsáveis, mas tem os alunos fazendo tratamento, dando continuidade. Não é chegar lá e ir dar aula, mas ficar um mês preparando a aula para depois pôr em prática. Assim, o aluno vivenciaria a realidade do professor, teria uma reunião aqui, um atendimento ali, daria aula no dia seguinte, à noite; enfim, faria todas essas coisas da prática diária.

Então, Henrique, agora eu vou radicalizar um pouquinho mais. O cara terminou o Ensino Médio e existe algum sistema de certificação pública, o ENEM por exemplo, o *cara passou com uma certa nota e vai dar aula. Ele entra numa licenciatura, mas imediatamente ele vai dar aula. Vamos dizer, ele tem uma regência, todo dia ele tem encontros, vai à universidade onde está matriculado, discute o cotidiano dele em grupo, com orientador se for o caso, prepara a aula, faz discussões.*

Não. A dificuldade está aí e eu vou ser obrigado a lançar mão de um caso particular novamente. No primeiro ano, eu comecei a dar aula por volta de setembro ou outubro em um curso supletivo. Existe uma diferença de amadurecimento, entre, por exemplo, um aluno de primeiro e um de terceiro ano. Dentro da faculdade eu senti isso. Aqui você nota isso nas classes. A gente nota isso dando aula. Eu não acho que o sujeito deva entrar e já começar a dar aula, acho que ele deveria ficar um ano e até dois aqui dentro do curso, onde seria exposto ao ritmo de trabalho da Universidade, criaria bons hábitos de estudo e depois começaria a reger algumas classes, inclusive com um professor responsável. Mas não muito tutelado. Um professor que estivesse lá para evitar que acontecesse problemas, mas, por outro lado, não para levar esse cara pela mão. Essa classe é sua, você tem autonomia por ela.

Para começar no segundo ou terceiro ano, você tem alguma sugestão de critério Henrique?

Terceiro, Romulo.

Mas, com base em algum critério ou é um número mágico?

Não, não é mágico. É um tempo suficiente para o Departamento ter uma ideia razoável sobre o risco de deixar esse cara regendo uma sala. Isso teria que ser avaliado, pois já estaríamos cobrando esse cara. Em dois anos ele teria contato com uma quantidade de pessoas razoável aqui no Departamento de Matemática. Não avaliaríamos informalmente, mas poderíamos colocar alguns critérios de assiduidade, de desempenho, não no sentido de dizer se um aluno é de primeira, segunda ou terceira classe, pelo menos no modo como eu trabalho. Se o cara tiver empenho em trabalhar, ele terá desempenho. Acredito nisso. Então, esses são critérios. São caras comprometidos, que gostam de ler, que estudam. Quando você entra na frente de uma sala para dar uma aula você está sendo avaliado, é como se isso fosse uma prova. Do mesmo jeito que você estuda para prova, estuda para ir lá dar a sua aula. Também poderia haver um critério da gente assumir a responsabilidade de dizer para um cara que ele não tem jeito para ser professor. Quem sabe daqui um tempo você consiga.

Henrique, eu acho que tanto você quanto eu não temos competência e formação profissional para decidir sobre isso. Senão a gente não estava fazendo um monte de estudos. Mas eu vejo que você fala com confiança sobre isso, de algum modo você confia na sua intuição?

Sim, eu confio Romulo. O mesmo conjunto de critérios que você usou para aceitar o Viola como seu aluno, não é muito diferente do que a gente usaria numa situação dessa.

Eu não sei quais critérios você usou, mas imagino que foram critérios razoáveis. Por isso falo: a fronteira é imprecisa, mas os critérios são razoáveis. Estou imaginando que você tem um bom tempo de experiência aqui, orientou um monte de gente, então é pouco provável que nossa estrutura seja tão flexível a ponto de você continuar aqui dentro usando critérios absurdos e aleatórios. Por exemplo, um avião vai pousar e o IMS tem a probabilidade de erro de um em um milhão. Se tiver chovendo você usa, mesmo com essa probabilidade de erro. Então, o que eu acho é que por toda vivência, o que você está chamando de intuição poderia ser até formalizado e a gente teria uma probabilidade de erro pequena fazendo isso. Você poderia me dizer, pode existir um caso em que a gente faria uma avaliação injusta dessa? Pode. Mas eu diria que, na média, a gente produziria uma quantidade significativamente...

Interessante, Henrique, porque tem duas coisas. Uma é que se você me fizesse essa pergunta diretamente, em algum sentido você me pegaria roubando. Eu não sei dizer que critérios explicitamente eu usei para aceitar o Viola, o Carlos, qualquer um dos meus orientandos. E tem mais, eu sempre fui o maior defensor da pós tirar as provas. Não tem mais provas agora, quem decide basicamente é orientador aconselhado pelo conselho, examinando um dossiê, o currículo do cara; se ele fez mestrado tem lá um trabalho que ele fez; tem o que ele publicou. Para mim sempre foi importante, que a pessoa conversasse comigo com antecedência. Eu quero conhecer as pessoas. Não adianta o cara chegar dois dias antes da seleção e falar comigo. Eu não conheço a pessoa. Então, num certo sentido, isso é justamente o que está acontecendo. Porém, eu vejo um problema que se coloca aí, porque eu defendo isso localmente, para o nosso programa. Eu não sei se o Programa de Educação Matemática de Campinas, da PUC, da UNIBAN, de outros lugares, tem condições de fazer isso? Eu não estou sugerindo que esse modelo funcionasse bem, mas se pensássemos nesse modelo de formação, inclusive de políticas, para colocar nas diretrizes da licenciatura do MEC, eu estaria implicitamente dizendo que confio. Pensa que eu sou um consultor do MEC e que confio na intuição dos caras por aí a fora. Porque você falando, eu confio, a Mirian, o Marcos eu confio, meus colegas falando eu confio, praticamente estocasticamente *falando, a gente não vai errar. Mas a questão é pensando que eu seja um consultor do MEC, que vou propor uma política pública. Isso tem muito a ver com o trabalho do nosso grupo. Então como você vê isso, você tem confiança? Você, como consultor, propõe essa política do cara no terceiro ano, de no fim do segundo ano ele ser avaliado, se ele tiver condição de continuar como professor, ele segue, senão, sinto muito? A França tem um sistema parecido, só que com uma avaliação dura. Você faz o primeiro ano da tal da pós em educação e daí o governo anuncia todas as vagas que foram abertas naquele ano em escolas públicas, seja porque o professor aposentou, morreu ou desistiu da profissão. Por exemplo, tem lá 5225 vagas. As pessoas que estão nesse curso de pós graduação se inscrevem e quem passar, ou seja, quem já for professor contratado vai para o segundo ano, quem não for está fora, não vai para o segundo ano. Quando eu soube achei estranhíssimo, porque o governo só vai investir nos caras que são contratados dele.*

O que penso, Romulo, de um esquema desses é como funciona em outros contextos na parte clínica. Existe uma série de cursos que tem uma parte prática que o sujeito é obrigado a fazer e, eu imagino, dando uma sugestão - e não um pacote pronto - que deva ter critérios já estudados há muito tempo sobre como se implementa isso, pelo menos em outros contextos. Eu não acho que seria uma coisa tão nova para fazer isso para professor. Eu sei que a residência aqui no Brasil é um pouco diferente, é como se fosse um mestrado profissional. O cara se forma depois que ele passou aquele tempão na clínica.

Estou pensando assim, Henrique, é uma clínica com um tipo de responsabilidade diferente. Na medicina do Rio, por exemplo, o cara no primeiro ou no segundo ano, não sei bem, adota um paciente. É um cara que ele vai seguir, tem acesso aos registros médicos da pessoa. Entretanto, ele não vai falar nada, não vai fazer uma sugestão, pode até acompanhar visitas com o orientador dele, mas não vai falar absolutamente nada. À medida que ele vai avançando com o tempo, vai passando a assumir algumas responsabilidades. Por exemplo, o diretor dele, de formação, pode pedir para que ele investigue tal e tal coisa, porém limitadas. Então, é nesse sentido que digo que também se trata de ver quem vai para a residência, e quem não vai. Com duas variáveis envolvidas, pelo menos duas, uma se você tem capacidade aparente de ir para a residência, e outra, é quem quer que você seja como residente, até porque têm hospitais que tem uma exigência.

Henrique, vamos supor que você fosse montar um curso de formação de professores da Educação Básica, tomando essa ideia de uma competência intelectual, uma autonomia intelectual. Imagine que eu tenha dezessete anos e acho que quero dar aulas de matemática. Pensando na ideia do Romulo, tentando radicalizar, tem um curso de Educação Física que me oportuniza desenvolver essa autonomia intelectual, e um curso de Matemática que também vai me dar essa autonomia intelectual. Por que eu *iria fazer um curso de matemática e não um de Educação Física, sendo que meu interesse dar aulas na Educação Básica?*

Olha, Viola, entra um fator que a gente não está tocando e que eu acho importante: o cara precisa gostar daquilo. Eu sei que a gente está cansado de ver médico que não gosta de ser médico. O caso de ser um professor de matemática, não é diferente. Independente de qualquer coisa, por exemplo, outro dia estava na lousa ainda algo que você escreveu Romulo. Em um grupo acho que quatro, cinco, sem nenhum compromisso com nada, apenas porque o Romulo apareceu com um problema, e a gente ficou por horas falando desse problema. Não dá para definir, mas tem uma série de componentes estéticos, de prazer, que fazem parte disso. Os caras são professores de matemática, porque gostam de matemática. Então nisso entra a questão da prática que não é muito levada em conta também. Eu falo de gostar por um tipo de compromisso estético, de curiosidade em relação àquilo, de prazer mesmo. Isso fica absolutamente transparente mesmo sendo uma coisa que pouca gente leva em conta, mas que é uma transparência total. Quer dizer, se você tiver um professor de matemática que não gosta de matemática, não existe formação no mundo que vá tornar esse cara um bom professor. Eu acho que quem falou bem dessas coisas foi o Fernando Pessoa no prefácio do "Mensagens". Ele fala dos símbolos, que tem que ter a graça, a simpatia, e, no fim do prefácio ele fala assim: "se você não tiver aquelas qualidades, você sempre vai ser um estranho para os símbolos e os símbolos vão ser estranhos para você". Então, no caso do professor - e isso não é só de matemática - é a mesma coisa. Imagina que você passe um ano com uma única pessoa falando formalmente de matemática e você vê que o cara não gosta daquilo, que está sofrendo por fazer aquilo. E, às vezes, não está sofrendo por ser difícil para ele ou alguma coisa assim, mas simplesmente porque o cara não tem compromisso com aquilo. Um exemplo disso, é o cara que jamais chega na sala e fala assim: "nossa, ontem eu vi um problema legal, eu vou mostrar para vocês". O pessoal fala que isso é bobagem, mas eu acho que não é não. E eu acho que, em dois anos, o cara consegue se deslumbrar, ver se ele gosta ou não e, com isso, a gente consegue colocá-lo para dar aula.

Henrique, será que é razoável a gente conceber que, eventualmente, esses cursos de Matemática não são necessários, pelo que a gente está falando?

Não estou dizendo isso, Romulo [risos].

Não são necessários no sentido próprio. O cara que fez História e tem uma maturidade pode dar aula, talvez demore mais, mas ele pode.

Provavelmente você teria muito poucos caras no curso de História que teria esse interesse.

Eu ia dizer o seguinte, Henrique, que um argumento em defesa do 3 + 1 puro, é que você coloca o cara no interior de um curso de Matemática ao qual ele só vai sobreviver se ele tiver, além da autonomia, a diligência que só consegue com gosto. Se ele não tiver gosto ele vai ficar pelo meio do caminho. O cara que não vai ter que estudar a matéria na véspera da prova por exemplo, vai estudar porque ele gosta, vai à biblioteca procurar um livro, se entusiasmar com algo que o professor falou.

É mais ou menos isso. Será que o cara vai ser frade para ter a mulherada toda beijando a mão dele? Será que ele acha que vai compensar levantar às três horas da manhã e ficar uma hora ajoelhado [risos]? Então, vai ter que ponderar isso para ver se ele quer mesmo, para ver se ele tem prazer, intenção, vontade nisso.

Henrique, e se pensarmos o contrário. Eu tinha um amigo, um senhor já, que detestava a aula de Análise, odiava a questão do formal do que o matemático faz, mas ele dava aula e adorava. Quando ele chegava no curso de graduação, ficava com um certo estranhamento, assustado com algumas coisas, talvez com o professor, com os métodos. Ele dizia ainda que fazia o curso porque tinha que ter um diploma e a escola que em ele dava aula estava exigindo dele.

Acrescentando mais uma coisa, eu já tive oportunidade, muitas vezes, de falar com o pessoal da licenciatura que quando eles entram numa graduação em Matemática, todos são, indistintamente, sobreviventes. Eles são, provavelmente, os caras que achavam que seus colegas que iam tão bem em Matemática, não eram muito inteligentes. Depois, o cara chega aqui e tem um segundo degrau, o pessoal que vai fazer bacharelado, eles são os sobreviventes e os alunos da licenciatura são os que, parece, ficaram para trás.

Romulo, isso era antigamente, como eu já te falei. Isso mudou, aliás isso é uma coisa que a gente deve a vocês. Quando eu vim para cá era assim, hoje não. Vamos dizer, há vinte e tantos anos atrás você tinha uma elite que era o aluno do bacharelado e você tinha uma população geral que era o aluno da licenciatura. Hoje ninguém mede um aluno usando essa régua do aluno ser da licenciatura ou do bacharelado.

Henrique, mede. Eu te digo que mede e não vou citar nomes, mas poderia citar vários.

Bom, não sei Romulo, mas eu dou disciplinas para os dois cursos, tanto obrigatórias quanto optativas, e não há diferença (pode ser que minhas amostras sejam ruins também). Eu não consigo, atualmente, utilizar um critério para dizer que os melhores alunos são do bacharelado pelo desempenho. Quando você olha para a turma que está no fim do curso, você não percebe uma diferença. Existem diferenças de atitude dos caras, por isso que eu acho vocês não se dão conta do que conseguiram com isso. Eu acho que vocês estão atuantes na graduação e, mesmo assim, acho que não se deram conta disso. Hoje, a gente já não tem mais uma elite separada por opção. Tem uma elite, pois a gente sabe qual aluno vai chegar lá na pós-graduação e qual não vai, mas não pela opção entre licenciatura e bacharelado. Eu acho que isso é uma coisa boa, um progresso muito grande.

Você está revelando uma situação, Henrique, que eu sempre tentei conversar com meus alunos, para dizer que isso não tem sentido. Por outro lado, no imaginário do Departamento isso é consideravelmente forte. Eu acho que tem muita gente que olha e pensa: "esse é um aluno bacharelado, se ele for para licenciatura, ah que pena". Eu já ouvi e tive relatos. Não é um nem dois Henrique, são vários (mas isso é bem um parêntese).

Romulo, o que eu posso te falar é o seguinte: agora estou dando cursos para as duas opções de estudo e eu não consigo separar os alunos entre aqueles que vão na biblioteca e que estudam, dizendo, por exemplo, "você é da licenciatura e você é do bacharelado". Nas minhas disciplinas tem gente dos dois grupos. Agora, criticando um pouco, é engraçado que eu não vejo vocês destacando isso. Eu não sei porque, mas acho que isso é uma coisa importante.

É uma coisa importante Henrique, e agora passou pela minha cabeça uma possível explicação, que o nosso grupo foi o primeiro a começar a falar de disciplinas de graduação dentro do contexto da Educação Matemática, praticamente no Brasil inteiro.

Eu acho Romulo, que o que faz uma grande diferença é o cara gostar ou não gostar de matemática.

Eu vejo a matemática escolar e a matemática acadêmica como mesmas coisas[1]

Olá Henrique, nossa ideia é retomar alguns pontos, aprofundando algumas discussões que foram feitas na primeira entrevista. O primeiro ponto é o que você chamaria de uma experiência em fazer Matemática.

O meu ponto de vista sobre fazer matemática é fazer pesquisa em Matemática mesmo, e eu não sei se seria isso que a gente espera de um professor. Se eu disse isso, provavelmente disse errado. Eu não acho que, por exemplo, a gente possa cobrar de um professor secundário que ele seja um pesquisador em Matemática, nem mesmo em sua formação. Existe, pelo menos que eu vejo, uma diferença entre você acumular conhecimento, ter certa erudição e ter a prática de pesquisa e investigação em um assunto. Eu acho que o professor precisa ter uma vivência da matemática, do que foi feito e até ser cobrado de trabalhar com matemática, de tentar fazer uma monografia, alguma coisa nesse sentido. Agora, eu separo isso do cara que vive de fazer pesquisa em Matemática. Você pode ter alguma experiência pessoal, é interessante o cara ter um conhecimento da matemática do profissional da matemática. Fazendo uma metáfora, seria mais ou menos o seguinte: você não espera que o médico seja um pesquisador em fisiologia ou coisa assim, mas ele tem que estar pelo menos atualizado, precisa saber como aquilo é feito para poder se manter ativo na profissão. Em relação a essa experiência com matemática na formação inicial, penso que ela poderia se dar em uma monografia, se fosse um caso, em algumas disciplinas, uma bolsa de iniciação científica em Matemática. Eu acho que o futuro professor deveria ser exposto a isso de algum modo. Ele deveria ter algo, em sua formação, que permitisse essa vivência, como procurar em artigos de matemática. Um exemplo seria ele pegar dois textos diferentes com notações diferentes, ou até mesmo interpretações diferentes. O cara é obrigado a conciliar aquilo para escrever alguma coisa, isso faz parte do dia a dia de quem trabalha

[1] Início da segunda Entrevista.

com pesquisa. Então seria interessante pelo menos ele sentir isso, ter uma vivência de como isso é feito. Essa é minha ideia.

Eu tenho alguns argumentos para justificar essa minha ideia e um argumento recente (a partir de uma conversa com o Romulo, em que ele falava daquelas políticas dos países da Europa do cara ter uma formação em matemática e depois se especializar na parte de educação) é que o cara precisa ter um contato, precisa sentir aquilo, precisa saber aquilo. Não é tanto a quantidade de conhecimento, mas as ideias básicas da matemática, como ela é feita. É importante que ele veja isso de dentro e que não seja uma coisa estranha a ele. Eu acho que seria importante e fundamental. Implementar isso pode ser complicado, mas eu acho fundamental. A gente percebe quando conversa com professores do Ensino Secundário e identifica, quais deles são mais seguros e têm um discurso mais coerente quando falam em matemática. Esses são, normalmente, aqueles que têm um preparo melhor em matemática.

Eu penso que isso justificaria. Eu acho que não tem como um sujeito, para ser um professor de matemática, ser estranho à matemática. Ele tem que ter algum tipo de conhecimento da prática daquilo, um certo prazer de mexer com aquilo. Se o cara não gostar, não tem jeito. Isso dá até para exemplificar. Você, Romulo, lembra do dia em que veio com aquele problema e, de repente, encheu de gente e ficou todo mundo discutindo. É esse tipo de relação com a matemática que tem que ter. Eu diria que se não tiver isso, certamente seria um mau professor. Isso para mim é essencial.

Deixa eu ver se eu consigo definir esse gostar de matemática (tem até um texto do Fernando Pessoa, no prefácio do "Mensagem", em que ele fala do símbolo dos exotéricos, e aquilo veste quase que perfeitamente a matemática). Eu acho que isso é qualquer coisa assim: gostar é ter prazer de mexer com isso e ter interesse; é você, antes de dormir considerar a possibilidade de estar folheando um livro de matemática; você almoçar lendo um livro de matemática.

Eu fazia isso, Henrique, quando era moleque almoçava lendo livro de matemática. Eu ia na estante da sala e escolhia um livro para colocar em cima da mesa (minha mãe odiava aquilo, meu pai então; eu jamais faria isso na frente dele). Minha mãe falava que era hora de comer, que fazia mal aquelas histórias. Mas quando eu almoçava sozinho eu pegava um livro. Eu não lia Malba Tahan, mas lia uma coleção de uma editora, uns quatro volumes marrons que eu acho que o Hygino escreveu.

A primeira vez em que eu vi alguma coisa que eu gostei de matemática, foi quando meu pai comprou aqueles livros do Malba Tahan. Tinha aquele livro "O homem que calculava" e cada capítulo era um conto envolvendo algum aspecto de aritmética, de geometria. O livro é primoroso. Quando peguei esse livro, me vi pegando um papel e lápis e folheando. Eu era criança, tinha uns 12 anos de idade. Eu lembro que meu pai comprou, porque naquela época o pessoal tinha o costume de colocar os livros na estante da sala quase como decoração. Nisso o acaso me ajudou. O cara, que vendia de porta em porta, me mostrou esse livro. Eu achei e peguei-o. Nos livros o que me chamava atenção nem foi o homem que calculava, mas aquelas histórias orientais. Dai eu passei por uma outra experiência na escola que me levou realmente para a matemática. Na época que meu pai operou, a gente estava meio com problemas em casa e daí eu comecei a ficar mal na escola em todas as matérias, pior ainda em matemática. Então eu fui passar umas férias em São Paulo e tinha um primo meu que, na época, estava no terceiro ou quarto ano em Matemática na PUC. O cara perdeu uma boa parte das férias dele me ensinando as coisas de matemática que eu não entendia. Tinha algo além daquilo que eu já gostava, daqueles problemas do livro. Você vê muitos alunos aqui que não tem essa noção que eu falo do prazer de se resolver um problema, de olhar e falar "isso é bonito". Bonito como uma música, como uma literatura, uma coisa perante a qual você tem esse tipo sensação. Eu não sei porque, mas eu acho isso bonito. Eu acho que o cara que não sente isso (e ninguém é obrigado a sentir) não deveria trabalhar com matemática, não deveria ser professor.

Eu diria, e estou sendo absolutamente sincero com você, que isso é a decisão crítica do cara ser ou não professor de matemática. Não é nem um termômetro, porque não é *softy*. Se o cara tem esse tipo de coisa (e dá para sentir isso na pessoa) não importa se é muito ou pouco, ele pode ser um professor de matemática. Eu ainda acho que ninguém é bom ator ao ponto de conseguir chegar em frente a uma sala, pegar um assunto que acha chato e pelo qual não tem gosto algum e fazer alguém acreditar nele.

Henrique, o que você diria (no sentido em que vem falando sobre gostar) em relação ao cara que gosta ou não gosta dos alunos? Estou pensando no gostar ou não gostar. Eu lembro do Irineu falando alguma coisa e o Baldino comentando, que a aula dele era muito melhor que a aula do Baldino. Se os alunos aprendem mais ou não, isso era outra coisa. Então, tem a questão do interesse no aluno.

Isso é um outro ponto. Até recentemente eu tive uma dificuldade com esse termo, porque a gente acaba usando um termo técnico, mas a minha visão de uma aula é muito parecida com um processo de comunicação digital. Você tem uma fonte de informação, tem um usuário e um canal ruidoso. Esse processo vai ser bem sucedido se você consegue transmitir uma mensagem da fonte de informação para o usuário, mesmo tendo esse ruído no canal. Esse é objetivo. Tendo uma aula como um processo de comunicação, ela não é boa se de algum modo você não consegue estabelecer um processo de comunicação. Se isso não acontecer, não tem sentido, não tem como. É uma contradição falar isso, não há uma aula boa que não comunique; se você não consegue completar o processo, você não o fez. Esse é pelo menos meu ponto de vista. Você vai pelo menos tentar, pois pode ser que nem todos os usuários recebam, uns recebem mais outros menos. Para mim isso é axiomático, não tem como pensar de outro jeito.

Acho que na verdade, Henrique, eu estava pensando no caso de professores (e eu conheço vários) que praticamente acham motivo de orgulho que, após a primeira prova, um terço da sala já vai desistir do curso.

Você está em uma instituição pública, paga por toda a população. A gente fornece títulos aqui, quer dizer que o pessoal sai por essa porta com títulos que são assinados por todos nós. Ás vezes a gente é obrigado, você pode ter que reprovar uma turma inteira, numa circunstância ou coisa assim.

Eu já escutei Henrique, inclusive de professores daqui (pois parece que isso é um sinal a priori de que o professor é sério) que um curso em que todo mundo foi aprovado não é bom.

Eu acho que não é assim, Romulo. Mas eu já ouvi também que, às vezes, tem uma reprovação alta porque tem que ter.

Não, não Henrique. Eu já ouvi isso. Isso que você disse é outra história. O que falo é o seguinte: "um curso que aprova a maioria não foi bom, não foi suficientemente puxado". E a outra coisa é: "poxa, mas essa turma é grande! Ah, mas tudo bem, depois da primeira prova um terço já vai embora".

Agora aí tem uma questão de intenção também. Você pega (agora está melhor) um curso que tem um vestibular muito fácil e, freqüentemente, dá para você saber *a priori* que tem gente lá sem saber exatamente o porquê. Até há casos em que você sabe que um terço ou metade da turma vai embora mesmo. Em geral, quanto mais difícil foi entrar, mas raro isso acontece. Mas a questão do cara querer ferrar... Agora isso que você falou, e vou deixar claro aqui, é verdade, acontece, existe. Mas o que estou dizendo é que tem outra face que é o seguinte: você pega uma turma grande e percebe que tem um pessoal que está lá, porque o pai mandou, porque queria fazer Engenharia e não entrou, coisas assim, ou seja, essa parte do pessoal que veio para ver o que estava acontecendo. A gente percebe isso quando trabalha no primeiro ano. Têm esses casos também. Agora, quanto esse critério de quem reprova mais tem o melhor curso, no limite teria que sempre reprovar todo mundo [risos].

Henrique, você acha que gostar de matemática é um ponto fundamental. Você acha que gostar de dar aula de matemática é um ponto fundamental?

É claro que você pode ter o sujeito que não gosta de dar aula e que pode ser um matemático. Agora estou imaginando que se alguém vai ser professor, e não sei, pode ser um ponto de vista meio ingênuo, mas imagina um cara gordo e grande querer ser um jóquei. Não tem nada para o cara fazer lá. Olha quando eu comecei a dar aulas (porque eu fiz licenciatura) peguei substituições em quinta série e em sextas séries. Eu sabia, e percebi logo de cara nas primeiras aulas que aquilo não era para mim. O professor dizia que tinha uma classe que ninguém segurava, não sei o que eles tinham, mas ninguém agüentava. Cheguei lá e dois molequinhos começaram a brigar, sentei os dois, falei alto e feio, e logo os dois começaram a chorar [risos]. Nisso você percebe com quem você consegue lidar, se é com adulto, se é com crianças. Tem gente que tem mais jeito para trabalhar com crianças, para mim é difícil lidar com criança. O cara tem que saber onde ele se adapta melhor.

Henrique, você falou em várias partes da nossa conversa sobre a formação matemática sólida. Como é que a gente poderia pensar em elementos, características, que mostrariam que um cara tem uma formação sólida em matemática? O que seria essa formação sólida? Suponha que você esteja encarregado de contratar, em qualquer emprego, caras que tenham essa formação sólida. Aí vai entrar um cara por aquela porta e você vai fazer com ele o que quiser.

Mas aí também essa formação matemática sólida vai variar. Imagina que seja uma financeira, então é de se esperar que o cara tenha uma formação matemática sólida em estatística e coisas assim. Nosso aluno não teria um perfil para isso.

Henrique, você citou o seguinte exemplo: ter uma boa definição de integral, saber fazer uma geometria, pensando assim na formação do professor.

O que acontece, no caso de Análise que você citou Viola, seria o seguinte: eu não acho que seja necessário você ter uma grande quantidade de tópicos. Eu acho que um professor tem que fazer um bom curso de Análise, mas não precisa estudar formas diferenciais, integração em formas, nada disso. Se ele fizer um curso básico, onde ele veja números reais, seqüências e séries, derivação (porque precisa para fazer as outras coisas) e integral, aquela ideia do que significa integrar, os teoremas básicos; eu acho que isso pode, conforme o sujeito, dar uma boa formação. Estou tentando defender que você não precisa ter um espectro amplo, não precisa, em um curso de Análise, formalizar tudo o que viu em um curso de Cálculo. Se você tiver um curso legal mesmo de Análise, um curso feito com boa vontade e tudo, é interessante. Acho isso nas outras áreas também.

Eu acho que um professor deveria fazer um curso básico de Análise na reta, com um texto caprichado, que fale de exercícios, onde ele visse os teoremas fundamentais, aquelas ideias básicas. Isso já daria uma base bastante boa para um professor. Não acho que o cara precisaria ir muito longe. Nessa perspectiva e contexto esse seria um critério para ver se o professor tem uma formação sólida.

Quando eu digo que o professor deve ter uma formação sólida, e insisto nisso, não estou dizendo um espectro amplo, uma erudição. Eu falo de fazer um curso básico, que tem um mínimo que deva ser considerado. Precisaria também ter um professor que gosta de matemática dando aula para ele; alguém que o faça acreditar que aquilo é importante, que aquilo é legal. Precisa saber como se comportam os números reais, porque um curso básico de Análise é para você ver o que pode fazer com os números reais. Nessa vertente seria isso, ter o mínimo e não é necessário ir muito longe. Longe você vai no Cálculo, depois que fizer essa disciplina você pega o básico. E isso, vale para Álgebra, para Geometria. Pelo menos é o que penso.

Pensando nas disciplinas que a gente tem, como Análise, Álgebra, Geometria, você tomou o exemplo da Análise. Pensando nesse cenário do Romulo, em relação à formação matemática sólida, o critério para ter essa formação seria ter uma boa formação em análise matemática? Isso sustentaria as outras disciplinas? Seria o ponto forte do curso?

Não, não. Eu vejo e imagino o seguinte. Se você tiver, por exemplo, um bom curso básico de Álgebra, um começo de grupos, muitas coisas da parte de divisibilidade, anéis de polinômios, aquelas construções clássicas dos gregos, o que significa um pouquinho de extensões de corpos. Não é necessário entrar em Teoria de Galois, fazer aqueles resultados mais sofisticados. Se você tiver um bom curso de cálculo de funções complexas, não precisa ser um curso que o pessoal chama de análise complexa. Basta um curso de Cálculo de funções complexas e um curso de Geometria, pois geometria é importante. Aí você estaria bem perto de uma formação sólida. Então eu acho que isso seria razoável. Acaba não sendo, o que estou falando é muito diferente do que é feito em 90% dos casos. Se não é consensual, é quase consensual.

Henrique vou mostrar para você duas perspectivas que falam da matemática da escola e a matemática acadêmica. Uma é a ideia do Felix Klein, que disse alguma coisa em torno disso em 1908 e a outra é de uma pesquisadora da Inglaterra, Anne Watson, que escreveu sobre isso agora em 2008.

A ideia é o seguinte Henrique, nesse parágrafo ela faz uma diferenciação entre a matemática acadêmica e a matemática escolar sobre a qual é interessante a gente conversar. Ela fala que
A matemática acadêmica são as atividades que avançam o conhecimento matemático, as formas de envolvimento, os tipos de questões, padrões de argumentação que são aceitas como contribuindo para a tradição da matemática pura e aplicada. "Matemática escolar" significa as formas de engajamento em matemática em contextos formais de ensino para o noviço, incluindo, inclusive alguns alunos de graduação, ou para aqueles que não vêem a si mesmo como novatos, mas tem matemática imposta, jogada, sobre eles, a matemática impelida sobre ele.

Então, se eu bem entendi em uma primeira aproximação, o que ela está querendo dizer é que é um processo diferente falar de matemática para uma criança, e falar aqui entre nós três?

A origem desse artigo, Henrique, foi em um simpósio[2] que aconteceu e, em um dos grupos, "Matemática Disciplinar e Matemática Escolar", discutiu-se relações entre essas duas coisas. Matemática disciplinar foi um jeito que eles encontraram para falar da matemática acadêmica, matemática do matemático como eu falaria. Então ela está diferenciando as duas coisas.

Será que a matemática escolar é uma matemática diferente ou precisa de técnicas diferentes para ser comunicada? Será que não é o processo de comunicação da matemática que é diferente? Eu tenho algumas dúvidas, como aquela frase: que o é meio é que é metade. Acho que não é bem isso, e por isso estou falando. A impressão que me dá, pelo pouco que li, é que ela esta considerando a matemática escolar todo

[2] Congresso Internacional de Instrução Matemática, realizado em Roma no ano de 2008.

esse processo de ensino, de comunicação mesmo da matemática, ela coloca tudo isso junto. Talvez seja mais uma questão em função de nome, ou seja, do que a gente está chamando de matemática. Eu acho que ela está colocando junto (a matemática acadêmica e a matemática escolar) um processo que é diferente. É claro que é diferente falar de matemática para uma criança pequena e falar para um adulto, um aluno de graduação. É diferente do modo que a gente conversa aqui. A impressão que eu tive é que ela está chamando de matemática escolar tudo isso junto, não é? Pela parte que eu li me deu essa impressão. Ela chama de matemática escolar todo esse processo, que deve envolver, desde Psicologia da criança até se elas têm óculos ou não, condições físicas, tudo isso junto e a matemática também. Eu falo de a matemática.

Ela diz Henrique, que a matemática não é, e talvez nunca possa ser, um subconjunto da disciplina reconhecida: A matemática. Porque ela tem diferentes fundantes, autoridades, formas de pensamentos, atividades centrais, propósitos e conceitos unificadores e necessariamente, que ela recorta a atividade matemática de uma maneira diferente daquelas das disciplinas.

Para mim é uma questão do nome que você está dando para isso. Mais ou menos, quando você fala em saúde pública, por exemplo, saneamento básico é saúde pública? É saúde pública, quer dizer, desde que você tenha rede de esgoto, isso diminui um grande número de doenças. Então você tem, normalmente, um contexto que às vezes é inesperadamente grande envolvendo uma situação específica; daí tenho a impressão, em uma primeira leitura, que ela está dizendo para considerar os problemas ligados à matemática escolar e que temos que olhar tudo isso também.

Henrique se a gente pensasse que quando você era aluno da Educação Básica, tinha um professor que falava sobre matemática. Agora você é um matemático, é sua profissão. Você trabalha com pesquisa e fazendo pesquisa. Como é que você vê essas duas coisas? Ou não são duas coisas? São formas diferentes, ou maneiras? Como você vê isso?

Primeiro, eu acho que eu não seria um bom candidato a falar, porque eu só mexo com matemática o dia inteiro. Mas, de qualquer modo, eu visualizo uma continuidade nesse processo. Como disse, há uma diferença no ritual e é claro, no acúmulo de informações. Mas se você pensar como objetivo, eu não saberia determinar isso com precisão, como núcleo de conhecimento, quer dizer, há essa diferença, mas há essa continuidade também. Eu acho que uma diferença fundamental seria na maturidade no conhecimento adquirido pelo destinatário do processo. Mas se a gente fizer uma primeira aproximação grosseira, mas que é razoável, se você pensar que matemática basicamente são contas e figuras, sendo que aí você pode sofisticar, a ideia basicamente seria essa. Você transforma as contas e figuras e há uma continuidade nesse processo. Por exemplo, quando você está no grupo (primeiras séries do Ensino Fundamental) e decora a tabuada, depois aprende o algoritmo para somar, fazer as contas, depois identificar quando o professor levanta um papel e pergunta o que é isso? E a molecadinha responde: isso é um triângulo! (não sei se ainda é feito assim). Eu acho que são partes de um mesmo processo. Sinceramente eu vejo a diferença de forma, de momento, de ambiente, de tudo, mas não de conteúdo. Às vezes você vê as crianças, eu via meus filhos e aquilo não é menos matemática do que a que a gente faz, mas é a matemática do momento, do tempo deles, não uma outra coisa.

Henrique, vou ler duas passagens da Anne Watson, "eu assumo a afirmação que a matemática da escola não é necessariamente, um subconjunto da disciplina da matemática, qualquer que seja a natureza da matemática que está sendo ensinada, qualquer que seja a maneira que está sendo ensinada. Isso acontece, pela seguintes razões. A autoridade da matemática escolar, pertence aos professores, livros textos e nos modos de avaliação, e não no argumento matemático. Não são apenas maneiras de trabalhar e objetivos que são diferentes, entre a matemática escolar e a matemática acadêmica. É a maneira pela qual, estes, maneira de trabalhar e objetivos, modelam, moldam as formas de busca matemática disponíveis que fazem a matemática escolar uma outra disciplina,com as próprias regras propósitos, autoridades e ancoras". Ela tem um argumento que uma coisa é uma coisa e outra coisa é outra coisa. Porque as discussões que aconteceram no grupo que eu participei nesse congresso eram sobre as relações entre a matemática que eu chamaria de a matemática do matemático, e a matemática do professor de matemática.

Eu não acho. Eu acho o seguinte e já tinha dito isso para vocês antes. Não é porque você tem a matemática de um outro jeito que se trata de outra matemática. Você tem uma matemática que não pode vir sozinha. Vamos dizer, para mim, para nós aqui, se a gente quiser discutir um problema, a gente fica nele e só nele. Não temos necessidade de nenhum processo social mais complexo, basta um papel e um lápis, ou um papel e uma lousa e a gente conversa. Com a criança já é diferente, quer dizer, uma criança não é um adulto. Então você tem toda uma preparação, ambientação e talvez até o problema que é relevante em saber o que falar e o que não falar. Tudo isso tem que estar na sala de aula porque simplesmente se você não fizer isso, não consegue realizar esse processo de comunicação (me desculpe se fico usando essa terminologia, mas é porque fico mais a vontade). Estou dizendo que há situações em que você pode mandar uma mensagem limpa e ela tem uma alta probabilidade de chegar clara. Por exemplo, se a gente começa a conversar sobre um problema. Há uma diferença muito grande entre a conversa de dois adultos e a de um adulto com uma criança. Quer dizer, você tem todo um processo de vestir isso para passar essas ideias, não é mais uma coisa simples, uma coisa singular. A minha visão do que ela chama de matemática escolar, seria matemática mais todos esses processos que são necessários para estabelecer essa comunicação.

Acredito que, muito provavelmente, quando você está lidando com crianças, esses processos são muito mais sofisticados do que a matemática que você está passando. Quer dizer, você é obrigado a usar uma portadora muito cara para transmitir uma quantidade pequena de mensagem. É assim que eu imagino. A visão que tenho quando ela fala de matemática escolar é tudo isso, uma coisa muito grande realmente. Agora, a matemática em si, aquele sinal final no fundo, vai ser diferente da matemática que a gente conversa aqui em quantidade, em momento, em escalas. Não coloco uma hierarquia de qualidade, mas uma matemática inicial que tem uma coisa final e mais perto da fronteira. Eu não acho que a psicologia da criança ou aqueles estudos que você tem sobre como ambientar, sobre a disposição de material, toda aquela técnica e informática, aquelas coisas que você pode usar, não acho que isso seja matemática.

Eu diria que até acredito que se você não tiver essa formação, muito provavelmente você não vai conseguir comunicar essa matemática. Mas a matemática é aquela coisinha que está ali no meio. Esse é todo o equipamento que você precisa ter, pois se não tiver você simplesmente não consegue, você não faz esse processo de comunicação. Agora, a matemática em si é aquele pouquinho que está ali meio, que é importante porque é a base de tudo. Eu vejo que isso que está em volta é essencial, mas não é matemática e eu acho complicado você chamar assim. Não muda a matemática. O que pode mudar é que, às vezes, a gente tem que tomar algum cuidado, nosso objetivo final não é a portadora, o mais importante é ainda aquele nucleozinho. Todos esses recursos, toda essa sofisticação deve estar sempre a serviço desse nucleozinho que, eu diria, é a matemática em si. O que eu tenho dificuldade em aceitar é a existência de uma matemática diferente. Eu acho que tem que ter uma matemática protegida com toda uma tecnologia, e que se você não tiver essa tecnologia você não faz o processo de comunicação. Agora, a matemática em si é aquilo ali mesmo.

Para justificar que é a mesma matemática vou dar um exemplo. Estou encerrando uma disciplina optativa de Criptografia, e tem uma série de ideias sofisticadas de Aritmética, de Geometria algébrica e tudo. Eu dei uma lista de exercícios para o pessoal que tem exemplos de pseudoprimaridade, cifrar e decifrar coisas, e o pessoal está fazendo conta. Se você for observar um pouco, as contas que meus alunos são obrigados a fazer nessa lista para entender tudo aquilo, não são diferentes daqueles exercícios de tabuada que uma criança faz para entender o que é somar. É interessante (e eu não sei se isso tem muito fundamento na parte de educação), normalmente as crianças aprendem o que é somar, sabem muito bem o que é somar, mas sem saber o algoritmo. Elas usam livremente porque não estão muito preocupadas. Aqui é diferente, pois você quer que o cara saiba o algoritmo também, mas tem aquele trabalho mecânico, que ele tem que ter até para poder ter acesso às ideias. Então, basicamente é isso, quando você vê aquelas crianças fazendo aquelas continhas no papel, ou no ábaco (que algumas escolas usam), isso tudo é um processo. Que dizer, para ele aprender a fazer conta, aprender a fazer um troco, é tão legítimo quanto a análise funcional ou a geometria algébrica, ou coisa assim. É a mesma coisa, só é uma matemática de antes, felizmente mais acessível, mas não menos matemática. É por isso que eu falo que existe essa continuidade. A ideia é que você está fazendo uma montanha, que é de terra, só com um montinho que está do outro lado, é a mesma matéria. Quando falo de matéria em matemática, é nesse sentido que estou falando. É reconhecível aquela matemática.

Quando você está dando aula de matemática, percebe que os padrões, o que você vai cobrar, atitudes, conhecimentos, ou coisa assim, são iguais para as crianças de 5 ou 6 anos. O que diferencia é justamente todo esse processo que está envolvido. Toda essa parte da psicologia que existe e até uma parte de engenharia em relação ao modo como é arranjada a escola.

Nesse ponto, acho que tenho uma visão um pouco diferente e uma das pessoas a quem eu devo isso é o Romulo, pelo fato de a gente conversar muito. Hoje vejo que é importante esse processo em volta, quer dizer, eu diria que a palavra não é importante, mas é essencial. A matemática é aquele núcleo, aquilo é matemática e não é uma disciplina diferente da que a gente faz aqui. É a mesma coisa, é a base do que a gente faz aqui.

Assim, imagino que o que ela está falando não seja uma coisa diferente, mas se pegar o que ela chama de matemática e aquilo que normalmente os matemáticos chamam de matemática, há uma intersecção que é propriamente o que chamamos de matemática, as outras coisas vão ser saúde, pedagogia, engenharia, essas coisas que ela coloca junto. E tem que colocar mesmo, precisa dessas coisas. Você não pode chegar para uma criança e falar: axioma 1, axioma 2, teorema, não é assim. Mas a matemática é a mesma. Eu reconheço, e a maioria das pessoas que trabalham com matemática pura aplicada vão dizer a mesma coisa. Você olha lá e vê aquilo. Quando você pega uma criança de dois, três anos que está aprendendo a contar até dez. Eu tenho quatro filhos e agora tenho os netos. Eles aprendem a contar até dez e fazem, um, dois, três, ... DEZ!!! [risos]. Isso faz parte do processo. É claro que você não precisa falar DEZZZ, mas isso é um recurso que está sendo usado para aprender a conta, para fazer aquelas coisas de matemática. Essa é minha leitura e eu acho que é uma leitura comum, bastante freqüente. Por isso, não é uma questão de discordância, mas acho que a gente está dando o mesmo nome para coisas diferentes. Nesse sentido.

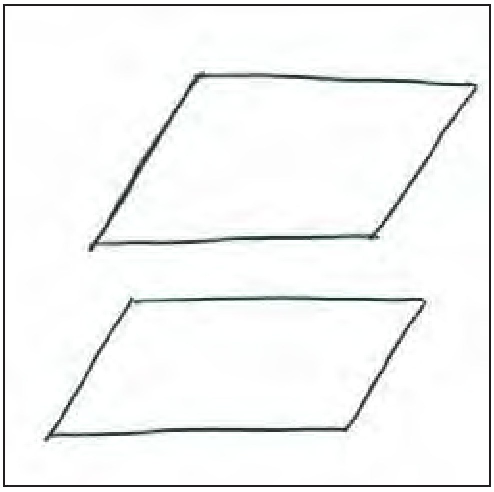
Henrique eu vou mostrar um negócio aqui para ver o que acha. Vamos começar pela última coisa: "nós estamos dando o mesmo nome para coisas diferentes". Se bem que aqui tem um nome um pouco diferente, "matemática escolar" e isso é interessante. Eu posso entender de duas maneiras. Vou pegar essas duas coisas: matemática escolar e matemática acadêmica. Eu posso entender isso, o escolar, e o acadêmico, como sendo adjetivos, que estão qualificando a mesma coisa que é a matemática. Eu acho que é essa ideia que você defende. Então, por exemplo, é como se fosse: carro de passeio e carro de corrida. Os dois são carros, certo?

Eu diria mais próximo que isso e acho que diferencia mais. Você tem carro de passeio e carro de corrida e é claro que eu poderia pensar um carro de passeio para corrida, mas eu vejo isso, mais ou menos, como paralelo. Eu vejo a matemática escolar e a matemática acadêmica, como parte de uma coisa só, como uma continuidade. Na verdade esse adjetivo é uma questão de comodidade, mas não conveniente, que não mexa com o conteúdo.

Esse é o espírito que eu quero pegar com esse exemplo, Henrique, para tentar chegar na imagem que eu vou tentar te mostrar. Vou usar uma outra: ônibus de turismo, ou ônibus escolar. Pode ser inclusive, o mesmo ônibus. Um é o ônibus usado no contexto do turismo e outro no contexto de transporte dos alunos. Quero esclarecer bem o que estou falando, quando eu digo o que é adjetivar. Eu sei como você diz que tem certas coisas em volta. Num ônibus escolar também tem certas coisas em volta, em relação a ser ônibus.

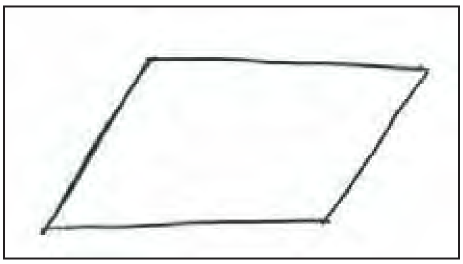
O que eu acho que é diferente é quando você pega aquela primeira matemática da criança e essa matemática que a gente discute aqui, há um processo de continuidade, você não está pegando a mesma coisa e fazendo ela exercer uma outra função. É diferente, eu estou falando de partes de uma coisa só.

Então, essa é uma maneira de você ver. A outra seria a seguinte: o que é matemática, e aí eu acho que cai mais no argumento dela, o que é matemática, nessa expressão matemática escolar, não dá para separar do fato de que ela está na presença da palavra escolar. E o outro caso, não dá para separar do fato de ser acadêmica. O que é matemática, então, não seria A matemática, como núcleo, e aquele outro contexto em volta, processo, aquelas outras coisas.
Deixa eu tentar dar uma imagem. Isso aqui, como você falou, a matemática escolar tem uma intersecção, pelo que ela está falando do que você interpreta, com a matemática acadêmica que seria exatamente A matemática. Seria a parte em que a autora do texto está falando da matemática escolar. E se o que tivesse acontecendo fosse isso aqui:



[imagem do Rômulo mostrando duas folhas de papel uma embaixo da outra, com uma certa distância, para representar a matemática escolar e a matemática acadêmica]

Se eu olhar de cima, vejo que está acontecendo assim.



Então, mas estou pensando diferente Romulo. Se não for pretensão demais, eu não olho nem de cima e nem de baixo, eu olho de dentro.

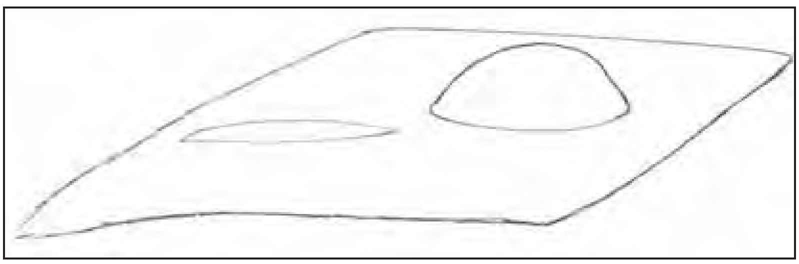
Eu quero só um comentário seu para ver se estou entendendo o que você está dizendo, Henrique.

Não é grupo fundamental, eu não estou olhando de cima. Eu acho que estou olhando de dentro e estou vendo lá no começo. É diferente. Esse diagrama que você está mostrando eu não aceito. Eu até acho que pode ter gente que provoque essa cisão, mas eu olho isso como uma coisa só. É justamente essa discordância. Eu acho que não existe essa descontinuidade aí. Não é assim. Eu acho que é uma coisa só, nem mesmo colado. Estou olhando só como se fosse um problema de intersecção.

Realmente são coisas que tem intersecção, Henrique.

Usando essa sua metáfora, minha ideia seria o seguinte: vamos imaginar que isso aqui seja a matemática. Aqui eu faria essa matemática escolar e aqui a acadêmica. Só que aqui (na matemática escolar) você imagina que tem uma esfera tridimensional, só que fazendo parte dessa superfície. Não estou dizendo que isso pode ser solto. O que estou dizendo é que aqui na matemática acadêmica você tem muito pouca saliência, muito pouca coisa agregada em outra dimensão que não seja a da matemática. Aqui na matemática escolar você tem muitas outras coisas agregadas, mas em outra dimensão que não seja a da matemática. Imagine uma bola bem grande aqui perto da matemática escolar, quer dizer, uma bola grande e uma região pequena em termos de quantidade. Não estou dizendo que é melhor ou pior. Aqui estou imaginando a matemática acadêmica como uma superfície bem suave, pequena. A matemática escolar interage muito mais com o que está fora da matemática do que a matemática acadêmica. É isso que eu imagino.

Deixa eu ver se eu consigo desenhar. Minha ideia era fazer uma superfície grande aqui e uma superfície bem suave aqui. A bola. Quer dizer, tem muita coisa, agregada a ela que não é matemática. Estou imaginando isso aqui como uma descrição. Não estou dizendo que você possa cavoucar. Eu digo que você precisa de uma proteção maior.



Para quem não gosta de matemática, diria que a matemática acadêmica é uma pequena infecção e a matemática escolar é uma infecção grande, com uma bolona de pus [risos]. A ideia é essa: Você tem uma proteção muito grande aqui na matemática escolar e muito pequena aqui, na matemática acadêmica.

Henrique eu acho que poderíamos conversar muito mais com você. Acho que poderíamos discutir várias coisas. Muito obrigado pelas entrevistas.

Vocês não têm ideia de como isso tem sido legal para mim, me forçar a pensar organizadamente em série sobre essas coisas Quando saio daqui, saio pensando.

O texto apresentado é uma textualização de duas entrevistas realizadas por João Viola e Romulo Lins com Henrique Lazari.

Henrique Lazari possui graduação em Matemática pela Faculdade de Filosofia Ciencias e Letras de Araraquara (1975), mestrado em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (1982) e doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual de Campinas (2000). Atualmente é Professor Assistente Doutor MS-3 da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho e Revisor de periódico da Revista de Matemática e Estatística da UNESP. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Álgebra, atuando principalmente nos seguintes temas: Códigos, Grupos, Conjuntos de Sinais, Geometria Hiperbólica.

Texto 9

Minha ideia para a formação de professores é mais pragmática. É preciso trabalhar matemática na perspectiva de experimentações, com projetos nas escolas

Ole, em muitos artigos, livros, lemos que o professor de matemática deve ter uma formação sólida em matemática. Como você caracterizaria essa formação sólida? Ou seja, o que é para você ter uma formação sólida em matemática? Pensando no professor que vai atuar na Educação Básica?

Eu vou primeiro explicar como é o sistema da Dinamarca que eu não acho bom, mas é diferente. Na tradição Dinamarquesa a formação de professores para crianças de 7 a 16 anos não é uma tarefa da Universidade e isso, é uma coisa fundamentalmente diferente. Depois, o jovem de 16 a 19 anos é formado por professores que têm formação na universidade. Mas para todo o primeiro período os professores têm uma outra formação, fora da Universidade, no *Teacher Training Colleges* com duração de 4 anos. Essa é uma tradição muito antiga, com mais de 100 anos, que tem por objetivo educação para todos. Ela não é uma tradição acadêmica, é uma coisa para todo mundo, uma educação com prestígio. Agora não muito mais. Esse professor é chamado professor generalista, e essa é uma tradição. Eu mesmo tenho essa educação. Antes de entrar na Universidade eu tive uma educação generalista e por isso eu tenho essa visão de ensinar. Eu trabalhei como técnico de Handball, com pessoas jovens e tenho essa ideia para formar professores. Nesse sistema de formação, *Teacher Training Colleges,* para se tornar professor você não tem uma profunda formação em nada. Nos *Teacher Training Colleges*, por exemplo, tem uma formação em Dinamarquês, Geografia, História, Religião, entre outras coisas.

Eu tive essa educação generalista e me especializei em um tópico (matemática), porém nada em profundidade, nada no nível universitário. Existem professores de matemática para alunos entre 6 e 15/16 anos que não sabem função de duas variáveis. Talvez eles não conheçam nada sobre integração e diferenciação. Nós tivemos uma discussão sobre a necessidade de mais conteúdos de matemática, mas, na Dinamarca, essa ideia de professor generalista é, mais ou menos, suficiente. Essa tradição de formação de professores fora da universidade é profunda, porque também faz parte de uma ideia não elitista, e sim democrática. Tem essas escolas para professores em todos os lugares.

Você perguntou sobre profundidade em matemática. Eu tenho duas respostas em relação à formação de professores. Para professores que atuarão do primeiro ao décimo ano de educação na escola, eu acho que a formação como é na Dinamarca é suficiente. Eu gosto mais. Mas acho que outras coisas como psicologia, pedagogia, durante a formação desses professores, seriam importantes. O professor na escola tem tópicos de matemática, mas também tem educação física, geografia, religião, e talvez outros. Eu gosto dessa atmosfera. Os jovems depois dos 16 anos têm três anos antes da Universidade, que é chamado *Gymnasium*. Nesses três anos existem diferentes direções de escolha para os alunos. Para atuar no *Gymnasium* os professores são formados na Universidade com cinco anos de matemática, matemática pura, sem nada de educação. Não é licenciatura, mas sim um Bacharelado já com um tipo de mestrado dinamarquês, com cinco anos de matemática, ou talvez matemática e física. Depois desses cinco anos, a pessoa pode não querer dar aula e seguir para fazer pesquisa ou trabalhar na indústria. No *Gymnasium* temos professores com conhecimento profundo de matemática e quase nada de educação. Não é matemática na perspectiva da didática e isso, para mim, é ruim. Apenas duas universidades, a de Aalborg e a da Roskilde, têm algumas coisas de educação matemática. Normalmente, os alunos não vêem quase nada de literatura em educação matemática.

Aqui no Brasil vocês têm uma grande literatura em educação matemática, sendo que o português é uma língua de pesquisa. Na Dinamarca não temos esse panorama. Sobre educação matemática em dinamarquês, não temos muitas coisas, pois o dinamarquês não é língua de pesquisa em educação matemática. A maioria dos pesquisadores dinamarqueses escreve em inglês, apenas algumas coisas em dinamarquês, no máximo temos 20 livros.

Para mim, essa tradição de formação de professores, para a educação básica de 6 a 15/16 anos que é chamada de *Folkeskole* no *Teacher Tranning College* é interessante. Eu me contento com menos conteúdo de matemática para professores generalistas. Para professores do *Gymnasium* chamados, *Gymnasiet*, o conteúdo de matemática é profundo demais e os conhecimentos sobre educação matemática são muitos fracos, isso é um problema.

Pensando nesse Gymnasium, três anos. Que formação matemática esse professor teria que ter?

Se tivéssemos três anos de matemática e outros dois anos de pedagogia, educação, filosofia acho que seria uma boa situação, mas, ainda, para mim é um pouco problemático, pois não gosto dessa ideia de adição. Eu concordo muito com a ideia de integração, gosto de trabalhar com experimentações em tópicos de Cálculo, experimentação na perspectiva da educação. Provas e Refutações de Lakatos é um exemplo bom. É possível pensar nesse tipo de sala de aula e aprender matemática na perspectiva do processo. Também acho importante fazer uma experimentação em um tópico profundo de matemática, sendo que o mais importante é trabalhar na perspectiva sobre a matemática.

Se um professor generalista do *Folkeskole*, de crianças de 7 a 16 anos, não sabe sobre integração, funções de várias variáveis, matrizes, tudo bem. Não sabe, não precisa conhecer tudo, mas é importante que ele conheça algumas coisas. Um professor do *Gymnasium* que não sabe sobre integração, é problemático. Na Dinamarca, Escandinávia e na Europa, temos uma coisa diferente do Brasil, porque lá nós temos a disciplina Cálculo antes da universidade. Nós temos o *Gymnasium* em versões diferentes. Para pessoas que querem ir para universidade estudar Matemática, Física, Química, temos Cálculo. Se você quer ir para universidade para estudar Psicologia, Sociologia, você também tem Cálculo, mas com uma abordagem mais leve. Se não quer fazer esse tipo de formação, o Cálculo também existe, porém em diferentes níveis. Se você quer coisas mais difíceis, por exemplo, estudar Economia, você tem Cálculo. Se você quiser estudar Física, estuda Cálculo antes de entrar na universidade e, talvez, durante o primeiro ano da universidade você ainda aprenda mais sobre Cálculo. Não é possível entrar na universidade para estudar Economia, Física, Biologia, sem estudar

Cálculo. Nós temos antes da universidade, mas de uma maneira leve. Um professor que atua no *Gymnasium* precisa saber disso.

O *Gymnasium* é a educação para os jovens de 15/16 até 18/19 anos. Todos têm esses três anos de formação depois do *Folkeskole*. Entretanto, ele é direcionado para uma área dentre as várias que os alunos podem escolher. Nós temos cursos de três anos para açougueiros, para pessoas que querem trabalhar em restaurantes, para motoristas, para pesquisadores, para quem quer trabalhar em lojas. Minha filha não queria estudar nada. Ela gostava de roupa de moda e estudou durante três anos para trabalhar em lojas de roupas (*shop assistant*). Agora, ela teve uma outra ideia, a de estudar Psicologia. Assim, ela precisou estudar Cálculo na Universidade, como um dos pré-requisitos para iniciar seus estudos em Psicologia.

Para essas profissões não temos uma grande variação de salários. Eles são diferentes, mas nem tanto. Uma pessoa que constrói casas, por exemplo, ganha mais da metade de um professor titular da Universidade. Um professor da escola, mais que a metade também. Um professor tem um salário razoável, eles (tanto os que atuam na escola quanto na universidade) têm o mesmo carro, as mesmas coisas. Agora que eu aposentei meu salário diminuiu, agora eu recebo o mesmo que um policial. Aqui professores universitários ficam com o mesmo salário, mas na Dinamarca não.

Ole, você é contratado para contratar um professor que tenha essa formação sólida em matemática, que características você vai buscar nesse profissional? Pensando que ele vai trabalhar no Ensino Médio.

Para mim, primeiro tem a questão dessa expressão: *matemática sólida*. Por exemplo, para mim um professor que durante a universidade teve uma formação de conteúdos matemáticos, não tem uma formação sólida em matemática, e sim uma coisa patológica. Muitas vezes, se ele escrever muitas coisas aqui isso é sólido, mas a palavra "sólido" é problemática. Talvez você não tenha essa ideia de matemática em desenvolvimento, de não trabalhar em grupos, não fazer pesquisas, então você não sabe o que é sólido. Para mim, é importante trabalhar matemática na perspectiva do processo, da maneira como se desenvolve, se muda, se faz pesquisa em pequenos projetos. Esse seria um bom exemplo para estudantes do *Gymnasium*. Agora, podemos fazer uma pesquisa em sala, podemos fazer uma investigação sobre o gráfico

$F(x)=\dfrac{(x-a)\cdot(x-b)}{(x-c)\cdot(x-d)}$, variando *a, b, c, d*. Depois de uma semana, temos uma apresentação do que os alunos perceberam desse problema. Isso não tem nada de novo. Talvez, se isso for difícil, possamos trabalhar com outra coisa mais fácil em relação a outros tipos de gráficos.

Um professor que atua no *Gymnasium* precisa ser preparado para realizar atividades como estas com seus alunos. Se ele apenas teve aulas expositivas de matemática na universidade, sobre algum tópico de matemática, ele não tem um conhecimento sólido em sua formação. Mesmo ainda que nessas aulas tivessem muitas coisas difíceis escritas no quadro negro.

Um gráfico é uma boa ideia que você pode investigar. É possível trabalhar com isso em todos os lugares da matemática. Para mim, para mudar esse "sólido", você precisa ter uma abertura como essa. Podemos trabalhar dessa maneira em matemática pura, aplicada, matemática em ação, em teoria dos números, criptografia. Se você apenas trabalhar com um texto, um livro, ficar dentro de um livro, o seu pensamento matemático fica preso. Para mim, não existe um conteúdo profundo. O importante é você trabalhar com esse tipo de matemática, matemática aplicada, em todos os lugares.

Vou falar de um exemplo que poderia ser trabalhado em Cálculo. Isso é uma prova? Essa é uma prova correta? Essa é uma prova até o ano tal. Depois, essa é uma intuição. Depois de Bourbaki, isso não é uma prova. Antes era, agora não é. Quais são as mudanças na ideia de prova? Isso se aplica à disciplina de Cálculo. Para os gregos eu acho razoável, para Arquimedes é bom, pois temos esse raciocínio. Para Cauchy não, mas é antes de épsilon e delta. Agora temos uma prova por épsilons e deltas. Por que essa é uma prova e aquela não? Para mim essa é uma discussão importante. Se você tem um conhecimento profundo e amplo de matemática, está preparado para essas conversas. Você pode ter a ideia de pensar os tipos de provas como um processo histórico, envolvendo a ideia de Lakatos que olha para o conhecimento matemático como um desenvolvimento histórico.

Eu buscaria características em um professor para dar aula no *Gymnasium*, a capacidade de trabalho com essas coisas. É importante que o professor tenha uma abertura, pois provas, no exemplo que dei, é importante, mas apenas provas, em sentido mais tradicional, é um desastre.

Em um plano complexo[1] nós podemos fazer investigações simples. De que maneira isso muda? Eu não sei tudo sobre essa função complexa aqui, mas sei algumas mudanças, sei fazer algumas coisas. Agora, a gente faz algumas investigações sobre funções simples e desenvolvendo a ideia de transformações. O professor não precisa ter a capacidade de fazer isso em todos os tópicos de matemática, mas é importante que ele saiba trabalhar em alguns. Se você só tem cópias de livros, é ruim, não é matemática com vida, com mudanças.

Eu poderia fazer uma lista de conteúdos para a formação de professores, mas eu acho mais importante falar no sentido de temáticas. A ideia principal é você trabalhar em algumas temáticas. Funções de variáveis complexas é importante? Não, mas se você gosta, é importante, você pode fazer uma apresentação viva delas. Poderia ser Probabilidade, pois também é possível trabalhar com provas e teoremas envolvendo probabilidades. Para mim, é possível ter provas de teoremas utilizando probabilidade. Faz muito sentido para mim que, nesse ano, trabalhássemos com funções de variáveis complexas, mas no próximo ano não. É possível ter mudanças. É importante ter alguns professores que saibam de probabilidade e de estatística, mas não necessariamente todos precisam saber. Seria bom que tivéssemos uma lista, mas não uma lista para todos os professores, em todos os lugares. Teoria dos Grafos é necessário? Pode ser, pode não ser. Eu penso que o mais importante é a maneira que os professores trabalham com a matemática. Trabalhar com matemática sozinha, eu acho que é uma ideia patológica. Você precisa ter muitas atividades e trabalhar em conjunto. Eu penso que faz muito sentido escrever matemática. Por exemplo, sobre essa investigação[2].

Escreva duas páginas sobre seu resultado para apresentar na próxima semana. Vamos ter um congresso de matemática e convidaremos os alunos da série seguinte e da anterior para suas apresentações. Essa é uma atividade importante, para se fazer pesquisa em grupo. A atmosfera de um congresso de matemática, matemáticos trabalhando em conjunto é uma ideia interessante. Em trabalhos de pesquisa com matemáticos profissionais eles desenvolvem esses debates. A pesquisa é um trabalho em conjunto. O estudo de matemática não é um trabalho solitário e, trabalhar sozinho, é

---

[1] Ole mostra um desenho de um plano complexo, no qual pode-se fazer experimentações.

[2] Ole mostra um exemplo de investigação.

patológico. As investigações devem ser realizadas em grupo, você faz uma investigação, trabalha na próxima semana, depois de outras semanas temos algumas conversas, e, depois, apresentam para a classe. Você trabalha uma semana e, depois, temos algumas conversas.

As avaliações eu também acho interessante trabalhar em grupo. Antigamente, nós tínhamos avaliações em grupo na Dinamarca. Agora nós temos um Governo conservador que mudou essa possibilidade, mas ainda é possível ter um trabalho de grupo. Avaliações são individuais, mas o resto é trabalho em grupo. Para mim, trabalho em grupo é essencial para a formação de professores de matemática. Se você tem uma formação com provas individuais, você não tem possibilidades para trabalhar, estudar em conjunto. Isso não é formação para professores de matemática, é uma patologia.

Ole, na licenciatura em Matemática, os licenciandos cursam disciplinas como Cálculo Diferencial Integral, Geometria, Álgebra Linear, Estruturas Algébricas, Análise Real, entre outras, para terem uma formação matemática. Quais são as justificativas, em sua opinião, para esses cursos comporem a grade curricular do futuro professor de matemática que atuará na Educação Básica?

Para mim isso não faz sentido nessa perspectiva de adição dos cursos. Para mim, cursos de Álgebra Linear, sozinhos, são bons para quem vai trabalhar com matemática, engenharia, mas para professores da escola não funcionam. É bom como um curso de Álgebra, mas na perspectiva da matemática como processo, na perspectiva de educação. Você precisa trabalhar em grupos, por exemplo. Trabalhos em grupo têm várias possibilidades de trabalho para a escola. Se você fizer apenas um curso de apresentação, com provas, isso não funciona. Porém, existem possibilidades de cursos com uma perspectiva filosófica, perspectiva de processo, de investigações. Se tivéssemos um curso de Álgebra Linear e trabalhássemos nessa perspectiva de grupo, de investigações, fazendo relações, seria uma ideia interessante.

Eu tenho uma perspectiva mais pragmática para a formação de professores. Não tenho uma justificativa especial para algum curso de matemática fazer parte da formação. Para mim, os tópicos ocasionais tem sentido. Por exemplo, Probabilidade, isso é importante ou não? Se eu pensar um pouco sobre sociedade de risco, economia financeira pode ser importante. Biologia, para mim faz sentido. Tomar as disciplinas de maneira particular não faz sentido para mim, mas fazer argumentações em função dessa ou daquela disciplina, sim. Probabilidade faz sentido na teoria de risco, entre outras coisas. Nem todos os professores vão trabalhar com alguma temática em especial, pois em algum ano, para alguma turma, pode ser que probabilidade seja pouco trabalhada. Mas, se todos os professores não souberem nada de probabilidade é um problema. Agora, temos um bom projeto de Biologia, Matemática, Geografia, Probabilidade, 2011, 2012, 2013. Agora temos uma nova colaboração entre a Matemática e a Computação. Talvez agora criptografia, teoria de números, teoria dos grafos, sejam tópicos importantes. Para mim, as mudanças dependem das relações entre os departamentos. Esse ano, estabelecemos relações com os departamentos de Biologia, Ecologia. Ano que vem podemos estabelecer outras.

Por exemplo, em um período na minha universidade, tivemos uma colaboração do pessoal de Medicina em um estudo sobre câncer. Tivemos uma colaboração entre a Matemática, Engenharia e Estatística, o que para mim fez sentido trabalhar em alguns anos.

Por exemplo, aqui no Brasil existem muitas pesquisas sobre o pré-sal, precisamos trabalhar em colaboração, precisamos colher análises. Agora, trabalhamos com algo mais avançado. Essa seria a atmosfera. Para mim, essa ideia é mais importante do que pensar em Álgebra Linear, por exemplo, sozinha, isolada. Já Medicina e Álgebra Linear é importante. Talvez para Medicina, Cálculo de Matrizes seja importante para fazer simulações. Na perspectiva de Cálculo de Matrizes, Computação é importante.

Talvez possamos citar alguns tópicos nos quais poderiam sempre, ou quase sempre, aparecer alguns tópicos clássicos da matemática. Cálculo, Álgebra Linear, Probabilidade fazem sentido em muitas áreas. Porém, eu não preciso de tudo, porque vai depender muito do contexto. Teoria dos grafos, por exemplo, eu gosto muito, é importante em muitas situações, mas não em todas. Eu não tenho essa ideia de que o tópico por si é importante. Eu penso sobre o contexto. Por exemplo, por que Cálculo? Porque em muitos contextos ele é importante, na Economia, Biologia.

Eu estou muito contente com a situação do contexto dinamarquês em que o professor generalista (até 16 anos) não sabe quase de Cálculo. A Dinamarca não faz coisas excelentes no PISA[3], mas temos uma boa escola. Não há discussões em relação a

---

[3] PISA é o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes. Para mais informação segue o site: http://www.pisa.oecd.org

essa estrutura de formação. Atualmente, nós temos a primeira mudança a partir da qual alguns professores generalistas, que atuam com alunos entre 6 e 16 anos, vão precisar se formar na universidade. A minha universidade fez um planejamento para isso, alguns professores da escola regular precisam saber mais de matemática, mas não precisa ser todos.

Se alguns professores que atuam no *Folkeskole* tivessem uma formação mais profunda em matemática seria bom. Mas não é necessário que todos professores tenham. Podem existir alguns professores com uma formação matemática mais profunda, para ajudar em novos projetos, novas ideias. Você não precisa ter dez professores com esse nível, mas um ou dois, pois isso facilita outros tipos de projetos. Seria bom que alguns professores soubessem algumas coisas mais profundas.

Ole, vou apresentar um exemplo de alguém que, seguramente, não sabia nada de Estruturas Algébricas, de Análise com épsilons e deltas, não sabia nada de conjuntos. Quando digo nada, quero dizer que ele seria reprovado em qualquer primeira prova de Teoria dos Conjuntos, qualquer primeira prova de Estruturas, qualquer primeira prova de Cálculo. Entretanto, ele era um excelente resolvedor e formulador de problemas, hábil e fluente em aplicações da Matemática a várias áreas e com domínio certo da Matemática. Eu falo do Euler.
O que você acha disso? Como você justifica essa formação sólida e essas disciplinas de conteúdo matemático nas Licenciaturas?

Eu tenho duas respostas e vou voltar para a ideia da Dinamarca. Para a Escola Básica, entre 6 e 16 anos, essa pessoa é excelente. Quando eu penso na qualificação de professores, eu gosto de pensar sobre uma qualificação para um grupo de professores, pois quando ele entra na escola trabalha com em grupos de professores com outros conhecimentos. É importante você ter esses grupos com qualidades diferentes. Esse é um bom grupo. Para a escola de 16 a 19 anos, talvez ele tivesse algumas dificuldades, porque precisaria dar aula de Cálculo (Porém acho que o Euler conseguiria [risos]).

Eu penso que o importante é termos um grupo de professores com qualidades diferentes. Para mim a qualidade de um professor não fala muito sobre a qualidade de professores. Eu falo de qualidades de professores de uma escola, de um grupo. Você pode ter um professor que não sabe nada sobre Cálculo, mas sabe muito sobre possibilidades, processos. Ele ajuda.

Eu acho muito difícil essa pergunta. Entendo que é para evidenciar que existiu uma pessoa, Euler que é emblemático, que não sabia nada dessa matemática que temos nos cursos de formação inicial. Mas, para mim, é importante pensar em grupos de professores. De que maneira podemos estabelecer bons grupos de professores? Necessariamente não só com pessoas que sabem apenas uma coisa, mas que sabem muito de algumas coisas e menos de outras. Um grupo que sabe do processo de fazer matemática, de resolver problemas. Se você quer mensurar a qualidade de um professor, você o coloca para trabalhar em grupo. De que maneira esse professor trabalha nesse grupo? Isso é importante. Talvez um professor saiba muito sobre como ajudar outros professores e isso é importante.

Normalmente, a situação que a gente encontra nas escolas são professores e estudantes com as portas das salas fechadas. Mas se você tem um professor aqui, que fala com o outro, duas salas de aulas, em escolas com espaços amplos, você pode ter um outro tipo de colaboração. Por exemplo, a matemática e um grupo de estudantes, você faz uma pesquisa, outra pesquisa. Três professores podem organizar isso em conjunto. Talvez um professor tenha uma boa ideia sobre esse projeto de probabilidade e outro professor saiba um pouco mais. Eu gostaria de assistir esse tipo de projeto nas escolas.

Ole eu vou ler duas afirmações, sendo que uma foi feita em 1908 e outra em 2008, sobre a matemática. Na primeira o Felix Klein diz assim,

> *[...] Por muito tempo [...] os homens da universidade preocuparam-se exclusivamente com as suas ciências, sem considerarem as necessidades das escolas, nem mesmo se preocupando em estabelecer uma conexão com a Matemática escolar. Qual foi o resultado desta prática? O jovem universitário se encontrava, no início, confrontado com problemas que não sugeriam, de maneira nenhuma, as coisas com as quais ele tinha se ocupado na escola. Naturalmente, ele esquecia estas coisas rápida e completamente. Quando, ao fim de seus estudos, ele se tornava um professor, encontrava-se repentinamente na posição de ter que ensinar a tradicional matemática elementar da antiga e pedante maneira; e, uma vez que ele praticamente não era capaz, sem ajuda, de distinguir qualquer conexão entre esta tarefa e sua Matemática universitária, logo se acomodava ao que a tradição honrava, e seus estudos universitários permaneciam apenas uma lembrança mais ou menos agradável, que não tinha nenhuma influência sobre seu ensinar.*

Essa é a primeira afirmação. A segunda afirmação é da Anne Watson, que ela fala da Matemática escolar como um tipo especial da matemática acadêmica. Então ela vai dizer assim...

> *Eu afirmo que a matemática escolar não é, e talvez nunca será, um subconjunto da reconhecida matemática acadêmica, pois ela tem diferentes justificativas,*

> *autoridades, formas de raciocínio, atividades centrais, propósitos e conceitos unificadores e, necessariamente que os recortes da atividade matemática se dão em diferentes maneiras daquelas da matemática acadêmica.*
>
> Eu entendo como matemática acadêmica as atividades que fazem avançar o conhecimento matemático: as formas de engajamento, tipos de questões, padrões de argumentos que são aceitos como contribuinte para o cânone convencional da matemática pura e aplicada.
>
> Por matemática escolar, eu entendo as formas de engajamento na matemática em contextos formais de ensino para o iniciante, incluindo os graduandos, ou por aqueles que não se vêem como iniciantes, mas que têm a matemática impelida sobre eles.

Eu conheço Anne Watson, e o Felix Klein também. Primeiro, a palavra matemática é muito diferente nos vários lugares em que ela é utilizada. Depois, tem a ideia de etnomatemática que não sabemos em que é diferente de matemática. Não existe um referente principal na palavra matemática, sendo que o mesmo acontece, por exemplo, na palavra jogo. Existe jogo de futebol, de xadrez e todos utilizam essa mesma palavra jogo, mas qual é a essência disso? Não tem. Jogo e matemática são palavras do mesmo tipo. Nós temos a palavra matemática acadêmica, mas também essa tem muitas diferenças, temos muitas diferenças. Isso não é uma coisa. Matemática acadêmica aqui na UNESP em Rio Claro é muito diferente de matemática acadêmica em minha universidade, não tem nada de similaridades, tudo muito diferente. Existem universidades de aplicações, universidades de teorias, temos essa maneira, aquela maneira.

Talvez você tenha a mesma coisa em relação à matemática escolar. Para mim, ela tem relações muito diferentes. Por exemplo, na mente de Anne Watson acho que tem muita influência de John Mason, que é marido dela. Para John Mason, matemática é investigar e ele é fantástico em fazer investigações em muitas coisas. Não resolver problemas, mas na ideia de matemática como processo; não na perspectiva de matemática crítica, mas na perspectiva de Lakatos. Essa matemática escolar não é a mesma na maioria das escolas, é diferente em cada tipo de escola. Esse é um tipo de matemática escolar de Anne Watson, tem uma relação muito próxima da matemática com a engenharia, por exemplo. Muito mais perto com algumas ligações com matemática acadêmica e aqui vocês não teriam nada de aplicações, ou relações com engenharia, etc. Para mim tem muitas coisas diferentes. Você tem tipos de matemática escolar que estão perto de matemática de pesquisa.

Felix Klein sabia muito de matemática. Quando eu li seu livro, tive uma surpresa, pois é um livro aberto, não sistemático, é um livro interessante, ele tem uma mente aberta para tipos diferentes de matemática. Esse exemplo tem aplicações importantes na Educação Matemática na Universidade. De que maneira se faz educação na universidade para trabalhar nas escolas de Ensino Fundamental e Médio? Para mim é importante que tenha colaboração com professores da escola. Uma colaboração entre professores da escola e professores da Universidade, como fazem Romulo, Miriam. Não é possível trabalhar em todas as escolas, mas essa ideia para a educação matemática não é uma atividade apenas na universidade. Você precisa entrar em alguns projetos de colaboração entre as escolas e pesquisas com a universidade de maneiras diferentes. Por exemplo, eu trabalhei com Renuka Vithal, na África do Sul, nós falamos de laboratório para desenvolver educação matemática. Falamos sobre grupos de pessoas nesse laboratório: educadores matemáticos, estudantes de universidades e professores. Em uma formação de professores realizada nessa perspectiva você tem menos chance de esquecer tudo.

Felix Klein fez muito bem a descrição desse problema, pois os alunos ficam cinco anos na Universidade e depois volta. Em geral, eu gosto muito da elaboração da Anne Watson, gosto disso. Mas temos várias matemáticas, vários tipos de matemática, temos relações diferentes com muitas surpresas. Para mim, teríamos várias matemáticas, escolares, acadêmicas, muitas coisas diferentes, várias tipos de matemática aplicada, matemática pura. Por exemplo, eu estudei alguns meses matemática e economia, o tópico foi topologia aplicada à economia. É um curso de matemática aplicada, porque tem economia, mas que não fala de como aplicar essa matemática. Esse é um tipo de matemática aplicada, porém apenas apresentações. Depois de dois meses, eu não tinha ideia alguma de aplicações e eu gostaria de ter. Para a matemática escolar você tem várias possibilidades, escolas tradicionais, escolas com trabalhos diferenciados.

Ole, eu vou falar agora em relação à Inglaterra e você pode complementar com as coisas da Dinamarca. Na Inglaterra para ser professor, você precisa ter uma graduação (em qualquer área) e fazer um ano de um curso (Postgraduate Certification in Education, PGCE) e com isso você está apto a ser professor de matemática. Esse modelo não chega a ser o famoso 3 + 1 do Brasil, pois esses três primeiros anos podem *ser em qualquer assunto. O que você pensa sobre esse modelo que funciona lá, ou, aparentemente funciona lá?*

Na perspectiva tradicional dinamarquesa essa formação é completamente ruim. Na ideia, quatro anos para a formação de professores em um trabalho com elementos diferentes, tópicos particulares de matemática, pedagogia, não é importante. Também na perspectiva do sindicato não é bom, pois existem períodos de falta de professores na Dinamarca. Por exemplo, esses professores que têm uma educação na Universidade são preparados para o *Gymnasium* e não podem ensinar na Escola Básica. Essa ideia de formação em tópicos não funciona na Escola Básica. A ideia é que você precisa de um olhar amplo na escola. Essa ideia da Inglaterra é ruim na ideia generalista na Dinamarca do passado. Agora essas coisas mudaram um pouco com o neoliberalismo, não com democracia. A escola é apenas uma tarefa. Essa argumentação, agora, aparece mais na Inglaterra.

Gosto da tradição dinamarquesa, tenho um grande respeito pela qualidade de professores. Antigamente você precisava dessa formação para trabalhar como professor de escola. Talvez essa formação seja boa se a considerarmos com algumas aberturas. Quanto à ideia geral da Inglaterra, acho uma desvalorização de componentes educacionais do trabalho com professores. Você precisa de um complexo de conhecimentos. Não é porque você trabalhou em um banco e sabe tudo sobre números, que você sabe e pode dar aula. Eu não concordo com isso.

Ole, Como seria, para o senhor, a estrutura de um curso de Licenciatura, em relação à formação matemática do futuro professor de matemática? Considerando o que tem falado sobre generalista e específico e, se pudéssemos elencar alguns elementos, como seria esse curso?

Aqui no Brasil, acho que começar com quatro anos faz sentido. Eu, particularmente, gosto da ideia da educação generalista, mas percebo que é bom quando você tem uma formação de professores de matemática. Para mim, seria uma formação combinando matemática e outros tópicos, pois você precisa deles. Tópicos como Física, Economia, sendo possível mudar de semestre em semestre. Você precisa dessa integração entre Filosofia da Matemática e Educação Matemática. Não existem cursos de matemática pura, mas existem cursos de matemática. Para mim, você teria tipos diferentes de atividades para estudantes. Você teria cursos, mas ficar só com cursos seria ruim, então você trabalharia em grupos para escrever artigos, escrever algumas coisas. Em relação às avaliações, acho que faz sentido fazê-las de modo individual, talvez, em Filosofia, mas em outras temáticas e disciplinas certamente faria avaliações em grupo. Isso é importante.

Essa formação também inclui trabalho em conjunto com algumas instituições fora da universidade, por exemplo, com escolas. Uma formação de um professor, 100% dentro da universidade, não faz sentido. É preciso trabalhar com projetos e escolas. Essa seria uma formação para um generalista, esse seria um esboço.

Não acho que seria bom fazer um esboço de tudo, mas apenas de algumas coisas, pois com isso você teria oportunidades de fazer experimentações. A interpretação de Rio Claro seria diferente de interpretação de Campinas. Se você faz uma descrição dizendo tudo o que deve ser feito, tudo detalhado, você não tem um processo de desenvolvimento. É preciso ter espaço para possibilidades e ideias diferentes. Depois você pode ver as coisas que foram feitas em lugares diferentes e se inspirar para realizar ações locais. Quando eu tive que escrever, em particular em dinamarquês, sobre projeto na escola, foi uma boa ideia. Eu conheço muitos professores que fazem experimentações diferentes e não tenho o direito de dizer: “faz essa”. Porém, eu tenho direito de fazer uma apresentação de um trabalho de professor e dizer que foi interessante. Meu trabalho como pesquisador em Educação Matemática é mostrar alguns trabalhos que eu acho que são interessantes.

Se você tem um ministério de educação onde tudo é bem regulado, você não tem essa possibilidade de uma situação excepcional. Não quero fazer uma descrição, uma prescrição com detalhes, mas apenas descrever coisas possíveis para esses processos em aberto, para esses quatro anos de formação.

Eu não teria algumas temáticas para esse curso, pois estou a contento do argumento pragmático. Se você quer trabalhar em conjunto com um tópico, isso é importante. Eu não acho que é interessante dizer que você precisa trabalhar com Teoria dos Números, por exemplo.

Em relação à minha formação, tive primeiro dez anos como aluno no *Folkeskole* e, depois, fiz o *Teacher Tranning College*, que naquele tempo não precisava desses três anos do *Gymnasium*. Eu vivia muito longe de Copenhagem, minha família não tinha muitos recursos, não tinha essa ideia de carreira acadêmica. Eu estudei em escolas boas e sempre gostei de trabalhar como professor. Quando eu tinha 16, 17 anos eu trabalhava em uma companhia durante o dia e era técnico de Handball todas as noites.

Depois da minha formação no *Teacher Tranning College,* eu estudei Matemática e Filosofia na Universidade de Copenhagem, sendo meu primeiro encontro com o pensamento acadêmico. Naquele tempo era proposto cursar a universidade em seis anos, mas eu fiz em sete anos, porque eu trabalhava a noite. Só com isso eu tive essa ideia de trabalhar com a matemática, pois basicamente eu era um professor. No período em que eu estudava na Universidade de Copenhagen eu dava aulas a noite para ganhar dinheiro. Depois de dois anos de estudos na Universidade, eu comecei a dar aulas no *Teacher Training College*. Na universidade, estudando Matemática pura e Filosofia, eu fiz essa compreensão de Educação Matemática, Educação Crítica. Estudei Matemática, Educação, Filosofia, Filosofia Crítica. Eu trabalhava no *College* com formação de professores, e fiz uma proposta de doutorado com o trabalho de formação nessa instituição e depois fiquei como pesquisador em Educação Matemática. É um desenvolvimento muito natural.

Assim, fui um professor generalista antes de ser um professor de matemática e para mim isso foi importante. Não necessariamente para todo mundo, mas para mim, porque não tenho nada de tradição acadêmica.

O texto apresentado é uma textualização da entrevista realizada com Ole Skovsmose.

Ole Skovsmose é professor Associado Emérito da Universidade de Aalborg. É mestre em Filosofia e Matemática pela Universidade de Copenhaguem e doutor em Educação Matemática pela Royal Danish School of Education Studies, ambos na Dinamarca. Em seus trabalhos defende o direito à democracia e o ensino de matemática a partir de trabalho com projetos. Tem vários livros publicados no Brasil e no exterior. Atua no programa de Pós Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista – campus de Rio Claro.

Texto 10
Entrevista com Romulo: Talvez isto não devesse acontecer numa tese

Romulo, em muitos artigos, livros, lemos que o professor de matemática deve ter uma formação sólida em matemática. Como você caracterizaria essa formação sólida? Ou seja, o que é para você ter uma formação sólida em matemática?

Em primeiro lugar ele precisa ter confiança matemática, ou seja, não fugir de situações que envolvam matemática. Podem ser problemas matemáticos puros, situações matematizadas, modelos, pode ser o que for... Tipicamente eu diria que professores do primeiro ao quinto ano do Ensino Fundamental não tem essa confiança matemática. Para ter essa confiança, você não precisa saber muitos conteúdos matemáticos. Você pode ser confiante com a matemática que você conhece e se você não conhece, apenas diz: "não conheço". Mas se você acha que dá para lidar com uma situação, então você não vai fugir, você não vai fugir no sentido de considerar que é uma coisa natural. Você pode tentar e não conseguir, pode tentar novamente e eventualmente não conseguir. Eu poderia comparar confiança matemática, por exemplo, com uma pessoa que tem confiança para dançar. Isso não quer dizer que ela sabe dançar balé clássico no nível do Baryshnikov[1] ou que ela saiba todos os passos de dança de salão... Quer dizer que aquilo que ela sabe dançar, ela faz confiantemente. Essa seria a primeira coisa.

A segunda coisa eu chamaria de maturidade matemática e tem relação com a experiência matemática da pessoa, ou seja, um repertório de experiência que faz com que ela se sinta em condições de procurar possibilidades para lidar com situações matemáticas, mesmo quando ela não conhece. Maturidade no sentindo de ter a

[1] Mikhail Nikolaévich Baryshnikov é um bailarino nascido na Letônia e naturalizado norte-americano. Foi membro do balé Kirov na Rússia. É considerado um dos maiores bailarinos do mundo.

capacidade de suportar frustração matemática de não conseguir resolver um problema. Eu penso que isso tem muita relação com a experiência que a pessoa tem.

Em relação ao repertório, e aí eu acho que tem relação com conteúdo, ele é importante na medida de, por exemplo, dizer que uma pessoa que conhece 3000 resultados, teoremas que ele pode utilizar, não está, em princípio, em situação pior do que se ele conhecesse 30 resultados, teoremas. Em princípio, pois pode ser que não seja melhor. Algumas pessoas podem dizer que é melhor 30 teoremas importantes do que 3000 *idiotas,* mas eu acho que repertório é uma coisa interessante e que a pessoa adquire com o tempo e com a experiência, se ela se envolve com questões. Assim, formação sólida em matemática é isso.

Eu acho que essas são três âncoras que também valem para o matemático. Em geral, penso que dizer que uma pessoa tem uma formação sólida em matemática, passe por aí.

Se pensarmos em possibilidades para os professores desenvolverem essas, vamos dizer, capacidades, âncoras, você teria alguma sugestão?

Eu tenho dito, ultimamente, que isso é um jogo de adivinhação. Não adianta querer dizer isso, aquilo, aquilo outro... porque dessa maneira você pode fazer listas infindáveis de possibilidades. Eu não sei se elas representam muito, porque a formação vai acontecer em um contexto real e, dessa maneira, pode ser que uma parte dela dê essa formação sólida para os professores. O futuro professor pode desenvolver essa formação fazendo uma série de cursos bem tradicionais de aula expositiva. Pode, por conta própria, estudar e resolver todos exercícios de livros de problemas. Pode, inclusive, desenvolver-se no contexto de um cursinho. Pode desenvolver-se após anos e anos dando aula e tendo que preparar listas de exercícios, provas, ter que corrigir exercícios dos livros. Pode ser que seja um ou outro professor que mostrou, por exemplo, um certo entusiasmo e com isso contaminou a turma. Isso é muito comum, um professor entusiasmado que consegue contagiar os alunos. Essa possibilidade, eu penso, existe em todas as áreas. Por exemplo, se você tiver um professor de música que é um grande entusiasta de música, que fala com entusiasmo, que te mostra isso com a própria vida, com a música que toca. Pode ser um ou mais professores que, deliberadamente, criaram um curso de matemática que deram essas oportunidades, cursos de conteúdo, que eu costumo chamar de meta conteúdo, que seria, ao longo de um curso de conteúdo (que pode ser preparado de mil maneiras, inclusive expositivamente) o professor parasse, virasse outra pessoa e comentasse obre o que está acontecendo. Por exemplo, o professor poderia falar “olha aqui pessoal vocês viram o que está acontecendo, o aluno *A* falou tal coisa, o aluno *B* falou outra coisa no que resultou em um certo mal estar, bem estar...”

Falando de maturidade e repertório (que dependem de experiência) deliberadamente eu penso que os formadores, e isso valeria para o professor também em sala de aula, deveriam oportunizar uma variedade de experiências. Por exemplo, trabalhar com problemas no sentido do Pólya[2], ou dos americanos dos anos 80 (Edward Silver[3], Frank Lester[4]), ou das investigações como os ingleses fazem, ou de realizar e trabalhar com modelagem, ou de pedir para os alunos prepararem aulas expositivas para apresentar para o professor e a turma. Por exemplo, no curso de Teoria dos Números que eu estou ministrando na Pós Graduação de Educação Matemática, eu peço para os alunos estudarem alguns resultados, demonstrações para eles apresentarem. Ontem mesmo, um aluno comentou sobre algumas atividades que envolviam contas, tentativas, atividades meio que “braçais” e outras em que pedi a eles que estudassem e analisassem um texto. Frente a isso ele me perguntou: “se a primeira atividade era em uma abordagem construtivista e se a outra não”. Eu falei a ele que não, pois enquanto eles estavam estudando aquele texto, minha intenção era que eles aprendessem e aquilo era tão construtivista quanto às atividades que eles estavam fazendo.

Eu penso que é importante oportunizar experiências variadas: matemática experimental, matemática dedutiva, conhecer estilos de escrita matemática, possibilidades de escrita mais formal menos formal, recursos diversos, ou (uma coisa interessante que penso), apresentar mais de uma demonstração para teoremas centrais. Eu acho que isso é experiência. As experiências também precisam ser prazerosas, pois se não forem, os alunos têm a tendência de ir apagando. Se eu tenho a intenção de que o cara tenha experiência matemática e desenvolva um repertório, é nessa direção que eu vou trabalhar e isso, não quer dizer que eu vou ter que escolher uma abordagem. Pelo contrário, vou ter que diversificar, passar por várias abordagens.

---

[2] George Polya foi um matemático húngaro (1887 – 1985). Escreveu o livro A arte de resolver problemas que é conhecido em todo mundo. É considerado um dos precursores dessa metodologia para o ensino de matemática

[3] Frank Lester é um pesquisador estadudinense da Universidade de Indiana especialista em resolução de problemas

[4] Edward Silver é um pesquisador estadudinense da Universidade de Michigan especialista em resolução de problemas

No caso da confiança, se o cara tem trauma, por exemplo, eu conheci um professor que dizia para seus alunos que “do jeito que os alunos estavam indo, eles acabariam cortando cano”. Aí eu acho que tem coisa nessa ordem que já requer um olhar psicanalítico, no sentido de uma psicanálise que não pode ser feita pelo formador, com certeza. O que se pode fazer é dar oportunidade e mostrar que não precisa ser traumático, mesmo quando você não consegue alcançar uma solução, não consegue ir longe no problema. É possível fazer aquilo sem dor. Tem gente que acha que é igual musculação, que sem dor não tem resultado. *No pain, no gain*. Eu conheço uma psicóloga que diz que esse negócio da educação ser prazerosa não existe e que toda aprendizagem envolve dor. Certamente o que eu garanto é que nem toda experiência envolve dor. Eu acho que formação sólida é isso e não está ligado a algum conteúdo. Na verdade, quanto mais áreas você conhecer, dentro da matemática, melhor para você. Um modo de dizer isso é falar em ter uma erudição, no sentido de você ter um conhecimento não só aprofundado, mas também lateral e horizontal. Isso me parece uma coisa óbvia de se pensar que mal não vai fazer. Em princípio, pois pode acontecer, por exemplo, de um professor acreditar que pelo fato de ele ter todo esse conhecimento é bom demais para seus os alunos e isso, transformar em um professor um pouco estranho. As escolhas também dependem das disponibilidades de tempo, porque certamente não dá para você estudar tudo que seria possível um licenciando estudar. Então, o formador ou o planejador da formação, teria que fazer escolhas de áreas que devem ser tratadas e escolhas dentro dessas áreas. Nesse sentido vem o problema: escolhida uma área da matemática do matemático, até que ponto se vai nessa área? Em relação a isso, minha opinião é que ninguém sabe e ninguém está pensando sobre isso. Mesmo em um curso tradicional, por exemplo Análise, até onde eu vou? Imagina que é um curso que vai falar do básico, corpo ordenado dos reais... No meio do caminho eu tenho possibilidades de escolha: coloco isso e não coloco aquilo, demonstro esse teorema, deixo esse como exercício, acrescento isso, tiro aquilo. Mas até onde eu vou? Até onde vale a pena ir pensando que estou oferecendo uma experiência matemática para o professor? Tudo que existe nesse sentido são apenas palpites, tudo relacionado a gosto pessoal, ou então falas do tipo: “Eu tenho 40 anos de magistério no ensino superior para professor, então eu sei”. E isso para mim é a mesma coisa que dizer: minha opinião é...

Outra coisa é você escolher a grade de temas matemáticos. Por exemplo, aqui no curso de Matemática da UNESP-RC, sinto falta de uma disciplina chamada Matemática Discreta, porque eu acho, em primeiro lugar, que ela se relaciona bem com coisas da escola e, em segundo, ela tem aplicações em profissões, na vida. Já existiu aqui essa disciplina, ela se chamava Matemática Finita. A escolha das disciplinas no curso de Licenciatura em Matemática é uma questão idiossincrática. A gente pode olhar as diretrizes e ver o que é o básico e que deve ter. Por que o básico é Cálculo Diferencial Integral, Geometria Analítica, Álgebra Linear; Princípios de Análise, Álgebra, Geometria? Porque isso é pegar o que o cara vai aprender, em uma seqüência conservadora e tradicional, e tomar apenas os primeiros passos. Aí tem gente que diz que precisa colocar uma disciplina de Equações Diferenciais. Por quê? Porque o cara está pensando em uma porta para os alunos, uma visão para ir para a matemática aplicada. Da mesma maneira, que o pessoal da Probabilidade e Estatística quer mudar a disciplina do último ano para o terceiro, para que os alunos, tendo um contato antes, possam fazer iniciação científica nessa área com eles. Ou seja, os caras querem mudar as disciplinas, mas não para ter uma importância em relação às outras disciplinas, o que seria uma coisa cabível. Por exemplo, ter um curso de probabilidade antes de ter um curso de teoria dos números, ou concomitantemente, seria interessante, pois tem coisas em teoria dos números que você faz via probabilidade. Mas o que acontece é que eles querem fazer essas mudanças para poder garimpar alunos para iniciação científica. Então, esse tipo de fator acaba dominando, pois em um departamento tem um professor que trabalha com, por exemplo, Topologia e assim, ele quer colocar essa disciplina na graduação. Essas escolhas são complicadas, pois eu não acho que existam critérios que nos ajudasse a ter uma visão clara. Fora que depende do corpo docente que você tem nos cursos de Licenciaturas. Isso é uma coisa que o Marcelo Batarce[5] já fala faz tempo: "no sentido que um curso de Licenciatura só pode ser feito levando-se em conta onde você está, pois não adianta você colocar um projeto geral que os caras não conseguem executar".

Romulo, vamos imaginar que você seja escalado para contratar um professor que tenha uma formação sólida em matemática, que características você vai buscar nesse profissional para atuar na Educação Básica?

Vamos pensar que eu olharia para um cara que me convença que ele goste de matemática. Não para, necessariamente, passar a noite inteira resolvendo um problema, mas que goste de matemática. Ele estudaria um problema de matemática, mesmo não

[5] Marcelo Batarce é um educador matemático que trabalha na Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul no campus de Dourados.

estando relacionado ao curso que ele está fazendo no momento, um problema, por exemplo, que ele viu na sala do café. Para mim, o cara que só fala de matemática porque vai ensinar matemática é esquisito. Olharia também se o cara é um bom resolvedor de problemas, se conversa sobre problemas e se discute comigo algumas estratégias, algumas maneiras de interpretar. Um cara que tenha essa certa fluência em problemas matemáticos. Provavelmente também olharia se esse cara tem uma cultura geral que vai além disso, se ele conversa, sensatamente, sobre coisas, como por exemplo, literatura, música... Um professor que não tem uma cultura geral é uma coisa meio triste. Estou pensando essas coisas no pacote como um todo, na formação de maneira geral e não apenas na solidez, formação sólida em matemática. Mas é difícil você saber isso. Se eu conviver durante um ano com um professor de matemática e nunca ver esse cara colocar um problema envolvendo matemática, ou quando colocaram, o cara nunca parou para ler, eu vou ter suspeita sobre a formação sólida desse cara. Isso porque sua ação pode ser uma espécie de não gosto, o que eu acho muito estranho, considerando que o cara é um professor de matemática. Também pode ser uma forma de se esconder, porque você se expõe.

Eu acho que os professores deveriam ter cultura geral, ter entusiasmo pelo assunto que vão ensinar e deveriam ter uma certa fluência, que tem a ver com a experiência, repertório, falando dessa solidez. Existem outras características que entram no meio disso e que podem afetar o exercício da profissão, como, por exemplo, a pessoa não gostar de criança, não gostar do barulho de criança. É complicado uma pessoa assim dar aula para a quinta série.

Pensando a formação de professores de uma maneira geral, o professor precisa ter uma visão sólida de conhecimentos sobre conhecimento, sobre desenvolvimento intelectual, sobre como as pessoas pensam. Precisa de uma capacidade boa de gerenciar grupos, pois o professor é, ou deveria ser, um líder dentro da sala, líder organizacional mesmo. Mas, claro, isso sem detalhar muito.

Falo de uma formação sólida em matemática, uma formação sólida cultural, mas eu não queria que parecesse que sem essas coisas não pudesse ter um bom professor. Seria muito bom se ele tivesse todas essas características, mas se ele não tiver, ele ainda pode ser um bom professor. Isso não é uma condição necessária e nem mesmo suficiente, pois se fosse suficiente, eu poderia dizer que seria capaz de descrever o que é ser um bom professor de matemática. Talvez você tenha alguns requisitos mínimos como seja um interesse genuíno pelo aluno, um entusiasmo genuíno pelo que ele faz, um interesse pelas coisas que ele vai trabalhar, discutir, propor com as crianças.

Uma vez eu estava em um simpósio, com colegas de vários países. Cada um ia lá e apresentava uma lista do que um bom professor deveria ter. Eram listas gigantescas com várias características. No painel de encerramento, eu falei que de maneira nenhuma eu gostaria de parecer juiz de alguma coisa, pois eu sei que cada um dos que apresentaram tinha pensado por muito tempo, mas a gente corre o risco de, com essas listas, acabar convencendo as pessoas que o bom professor é um super professor, é um cara que não existe. De todas as características, atributos de um bom professor que foram apresentados, muitos certamente não tenho e assim, certamente, não poderia ser chamado de bom professor. E eu acho que sou um bom professor, por motivos diferentes dos considerados por outros como necessário a um bom professor. Eu acho que eu fui um bom professor desde o começo, pois basicamente eu tinha esse interesse genuíno pelos alunos. Eu tinha acabado de entrar na Licenciatura e comecei dar aulas. Errei muitas vezes, como erro até hoje... Por exemplo, no semestre passado eu dei um curso no qual eu tomei uma postura errada. Eu acho que deveria ter dado um curso expositivo. Conversando com uma das aulas, ela me disse que eu deveria ter dado aula expositiva desde o começo. Os alunos esperavam isso de uma certa maneira porque eles estavam acostumados, porém, eles não tiveram coragem de dizer. Para você ver, a aula expositiva era a minha melhor alternativa.

No início da minha carreira, eu dava aula eu tinha uma pessoa comigo que discutia todo dia as coisas que eu fazia. Eu acho que isso é muito importante: o desenvolvimento profissional em um ambiente coletivo. O que está se desenvolvendo não é uma pessoa, mas é o ambiente, é um conjunto de ideias, com pessoas discordando, concordando, errando, propondo. Eu acho que isso é o que eu tive de mais significativo na minha formação e talvez esse seja o aspecto mais importante para você chegar a ter bons professores, em um ambiente, trabalhando. Penso que isso também se estende para formadores de professores.

Romulo, qual seria a matemática do professor de matemática, para a gente tentar fechar esse conjunto de ideias?

Então, se eu falar do jeito que sempre falei, a matemática do professor de matemática tem por característica que nela são aceitos significados não matemáticos para a matemática. Isso quer dizer que o professor é capaz de aceitar como legítimos certos modos de produzir significados, que, no caso da matemática do matemático, você não diz. Um exemplo seria o que aconteceu outro dia na minha sala de aula, onde um aluno disse: “a vírgula andou duas casas para a direita”. A vírgula não anda. “Na medida em que o “x” se move sobre a reta em direção ao ponto 2”. O “x” não se move. Entretanto, essas são coisas que você aceita tanto num acordo do tipo “você diria, eu diria”, como também num acordo do tipo “você diria e eu não diria, mas eu consigo imaginar um modo de produzir significado em que eu consiga aceitar que para você, sejam legítimos todas essas coisas”. A Deborah Ball[6] apresenta um exemplo em que para comparar dois números você tira a vírgula. Vírgula você não tira. Matematicamente, você construiria um número que, dado um número x, vai ser 10 vezes elevado a alguma coisa vezes “x”, isso é “tirar a vírgula”.

Essa matemática é natural na escola e também natural na rua, porque ela fala muito de procedimentos sem se importar com definições precisas ou em falar apenas com termos que eu já defini e demonstrei. Esse é um buraco muito grande, pois você faz cursos de matemática (que podemos chamar de cursos de matemática formal) na faculdade nos quais você tem uma dinâmica de trabalho específica, enquanto na escola as coisas não funcionam desse jeito. Na tese da Patrícia Linardi[7], por exemplo, a pessoa até aprende a lidar com a matemática do matemático, mas não utiliza-a para organizar a sua prática profissional. Nesse ponto a gente fala que a formação matemática do professor precisaria discutir essas coisas, precisaria discutir a produção de significados, precisaria chamar atenção para o fato de que na “hora h” na matemática do matemático a vírgula não anda. Entretanto, as pessoas fazem isso, e o que isso quer dizer, os alunos ficaram com isso na cabeça. Quando eles forem falar com seus alunos, eles não irão se recontextualizar na direção de pensar que tudo bem que eu esteja pensando em multiplicar por 100 para a vírgula andar duas casas para a direita. Por exemplo, se quero transformar uma dízima com período 21 em uma fração, não vou falar que multiplico porque o 0,212121 é 21 vezes 10^{-1} , 21 vezes 10^{-2}... E se eu multiplicar por $10x^2$ esse vai ser o número tal... Eu digo para meus alunos, explicitamente, que nós vamos discutir uma ideia com a qual a gente trabalha sem dificuldade, mas nunca tentou problematizar. Isso é uma discussão histórica que os caras tinham com a matemática, por exemplo, em

---

[6] Deborah Ball é uma educadora matemática estadudinense da Universidade de Michingan.

[7] LINARDI, P. R. **Rastros da formação Matemática na prática profissional do professor de matemática**. 2006. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

boa parte no século XIX. Os matemáticos faziam conta com os números negativos à vontade, sem problema algum causado pelo fato de acharem “uma quantidade menor que zero”; eles não estavam nem aí. Essas coisas eram perguntadas por outras pessoas, mas para o matemático, ele usava. Mas alguém resolveu responder essas outras perguntas e foi lá que fizeram uma construção do conjunto dos números inteiros a partir do conjunto dos números naturais. Por que não foram fazer primeiro uma construção dos números naturais? Porque os naturais são, como o nome já diz, naturais. Contar é contar, você conta coisas, você conta coisas que estão lá e não coisas que estão faltando. As operações são definidas a partir de modelos físicos sem problemas. Depois de um tempo os matemáticos tiveram essa ideia de reduzir os números naturais a conceitos que não são domínio do mundo físico e, com isso, foram feitas as construções, como por exemplo, os axiomas de peano. Eu propus para meus alunos que a gente vivesse mais ou menos esse momento. Já tínhamos os números inteiros caracterizados como uma teoria abstrata, um sistema axiomático. Agora iríamos ampliar, para falar de números reais, e ver que fazemos contas com os números reais, de modo geral, sem problemas. Então vamos ver de onde vem, porque eu posso falar e fazer essas coisas... Essa é uma ideia de tentar reduzir, por exemplo, as dízimas periódicas, as estruturas mãe. O que estou usando? Estou usando ordem? Eu to usando conceito topológico? Algum conceito de estrutura algébrica? Só que, para a gente ver como funcionam esses objetos, que para a gente não tem problema nenhum, temos que falar de dentro da matemática do matemático. Eu acho que isso é um tipo de experiência interessante para os licenciandos perceberem que nele mesmo tem, pelo menos, duas pessoas diferentes com relação a isso. Foi complicado e está sendo. Como eu te disse, a maioria dos alunos falou que não acreditam que 0, 99999.... =1. Eu espero que o que a gente está fazendo dê uma prontidão para esse tipo de questão, uma possibilidade de pensar sobre isso.

Romulo, na licenciatura em Matemática, os licenciandos cursam disciplinas como Cálculo Diferencial Integral, Geometria, Álgebra Linear, Estruturas Algébricas, Análise Real, entre outras. Quais são as justificativas para esses cursos comporem a grade curricular do futuro professor de matemática que atuará na Educação Básica?

Como eu já disse, em primeiro lugar a tradição. Em segundo lugar, você imagina o que seria a formação de um matemático que entra na graduação. Você sabe, mais ou menos, o que ele sabe no Ensino Médio, como, por exemplo, trigonometria, geometria analítica plana, cálculo algébrico, funções.... Assim, você começa a partir disso e vai até a sua formação avançada, quando se especializar, e ser, eventualmente, um matemático. No caso do professor você faz um corte antes. Então a tradição diz que os primeiros cursos são Cálculo, porque é uma pré Análise, o que é medir hoje em dia. O livro do Courant[8] é um livro de pré Análise, mas o livro do Stuart não é. Introdução a Álgebra Linear, porque está no *começo da escada*, nos primeiros degraus. Introdução a Estruturas Algébricas para estudar os inteiros, os reais, os complexos. Análise porque formaliza o que você começou a estudar no Cálculo. Entretanto, não são cursos de Análise nos quais tratem de problemas muito incomuns ou que precisassem, legitimamente, do Cálculo com epsilon e delta para resolver os problemas, esses cursos tratam tudo de um modo geral. Então é a escadinha, a escadinha da tradição. As pessoas decidem, vamos colocar isso, isso, e aquilo... Depois elas têm que arrumar uma explicação, porque elas não podem dizer: "Eu acho". Tem gente que fala eu acho, ou então trata a questão dizendo: "ah, você não sabe". Ou ainda: "Eu sei, e isso aqui é o que tem que ser e acabou", mas a maioria procura explicações. Então vem as duas grandes explicações: uma é a questão do cara aprender o que eles vai ensinar, sendo que isso justificaria Geometria Analítica, o trabalho com funções em Cálculo, no caso do nosso curso aqui da Unesp de Rio Claro, a disciplina de Aritmética e Álgebra que é uma revisão do que seria um Ensino Médio; a outra justificativa é que o cara vai conhecer os verdadeiros fundamentos daquilo que ele vai ensinar. Neste último caso, ele precisa de Análise para saber o que, na verdade, são os números reais e os complexos, e também, quando ele trabalha com números infinitos, com a ideia de infinito, por exemplo. Com relação a funções ele tem uma ideia intuitiva de continuidade, de reta tangente e inclinação. Ele viu essas coisas no Cálculo e depois vai formalizar um conceito que, na verdade, se transforma depois na inclinação da reta tangente como um caso particular. Em Geometria Analítica você generaliza no R^3 para poder praticamente justificar os métodos vetoriais, porque no plano você utilizar métodos de geometria euclidiana, geometria básica plana, e com coordenadas, você, praticamente, resolve todos os problemas. Mas no espaço não, porque você não enxerga as posições das coisas. No plano você enxerga as posições de uma vez só, mas no espaço você só tem ângulos. Por exemplo, trabalhar com projeções no espaço, conceber o que é projetar um vetor em outro, tem uma coisa de visualização. Dependendo de como eu olho para as coisas, elas

[8] COURANT, R. **DIFFERENTIAL AND INTEGRAL CALCULUS, V.1. Editora:** JOHN WILEY PROFESSIO. 1988

são bastante diferentes. Você também estuda Estruturas Algébricas para poder falar dos inteiros, dos racionais, supostamente. Então eu acho que o outro lado seria esse, ou seja, que aqui estão os verdadeiros fundamentos do que o professor vai ensinar, então é preciso saber. Essas são as justificativas que eu ouço. São essas duas: para o cara aprender e para ver os verdadeiros fundamentos. Enquanto o cara faz coisas com funções em Cálculo ele está mais familiarizado. Eu não discordo disso, não é mentira, pois é claro que, na medida em que você trabalha com funções, suas propriedades, você desenvolve uma experiência, uma familiaridade com funções. Entretanto, essa não seria a única maneira. Talvez, seja uma, pois você não chama atenção para funções. Parece que você está falando de outras coisas e que, ao mesmo tempo, você está "praticando" com funções, então eu não acho que isso seja ruim em si. Por outro lado, quando você vai para a Análise, por exemplo, para fundamentar os reais e os complexos, o que acontece é que na escola você não fala daquele jeito. Os números reais não são *aquilo*. Números reais são alguns exemplos, eles não são uma totalidade. Os inteiros, os racionais são, mas os reais não são uma totalidade. Os complexos são uma totalidade apenas no sentido de que eles têm uma forma que dá totalidade para eles e que é distinta, que é $a + bi$. Os reais são "a", como os racionais e os inteiros, então eles não têm uma forma distinta, eles têm uma qualidade distinta como estrutura. Então eu acho que a coisa começa a perder o sentido.

Se você pegar a matemática nessa região que eu delimitei e que vai ser a da escola, (por exemplo, Geometria Analítica Plana, Geometria Euclidiana, Introdução a Álgebra Linear) o Euler praticava tudo isso com certeza, sem dificuldade, entretanto, ele não tinha nenhum dos quais hoje são os chamados os verdadeiros fundamentos, nenhuma dessas coisas. Isso não impedia que ele tivesse todas aquelas qualidades que a gente falou, e com sobra. Todas, todas. Tem um cara chamado Ed Sandifer[9], considerado melhor especialista de Euler no momento, que tem dois artigos que fala do Euler como professor, mostrando como ele pensava. Esse cara fala de como o Euler adorava crianças e vivia cercado delas. Assim como o Bach que compunha com os filhos no colo. Um de seus livros de exercício de piano mais clássico é o Anna Magdalena Bach, livro que tem o nome de sua filha e que foi escrito para ela praticar piano. O Euler, apesar da cara de mal humorado na foto clássica, era um cara hiper receptivo, que recebia alunos, pessoas interessadas em estudar matemática em sua casa;

9 Ed Sandifer é um matemático, especialista em Euler, da Universidade de Western Connecticut, no Estados Unidos.

gostava de criança e resolvia problemas que a maioria de nós todos, doutores em matemática, doutores em educação matemática, alunos, mestrandos e doutorandos, não começaríamos resolver em um ano. E o Euler não sabia nada de fundamentos que a gente fala hoje, não sabia nada de um curso de Análise um, um curso de Cálculo. A ideia de Estrutura Algébrica, estrutura abstrata, sem chance; estrutura topológica, absolutamente sem chance. Com isso já foram para o ralo alguns argumentos. Euler errava em algumas coisas, ele utilizava procedimentos que ele não poderia usar; o que justificaria os caras falarem: "está vendo se ele utilizasse a ideia de limite não teria feito isso com essa série formal, porque ele saberia que essas séries têm tais e tais propriedades e acontece isso, aquilo..." Acontece que a maioria das coisas que ele fazia funcionava bem, onde não funcionava, batia na trave. Outro ponto é que jamais ele iria trabalhar com séries formais no Ensino Médio, pensando de uma maneira para argumentar no sentido dele, hoje, ser um professor da Educação Básica. Então, em todas as coisas nas quais ele fosse trabalhar, o que aqueles objetos eram para ele, não são as mesmas coisas que esses objetos são, hoje, na matemática do matemático e isso não tinha menor importância. Conclusão: se o Euler tivesse estudado por conta própria ele seria um excelente professor, eu gostaria de tê-lo como professor dos meus filhos. Esse argumento desmonta completamente essa mitologia criada em torno do cara ter que fazer essas disciplinas, a ideia da formação do professor como bacharel mais pedagogia. Isso desmonta. Se isso funciona em outro país é uma coisa a se estudar. Funciona? Como funciona? Certamente se funciona não é por uma qualidade intrínseca a essa formação matemática e sim por conta de outras relações. Meu chute é que para o aluno de classe média, alta burguesia, um curso de matemática escolar tradicional pode ser uma boa base para se desenvolver de maneira criativa, porque ele tem muitas coisas fora da escola onde pode desenvolver uma série de possibilidades, uma série de experiências. O aluno de classe popular não tem acesso a isso, não tem condições materiais, mesmo porque a sociedade em geral não as oferece. Existem algumas coisas como museu de ciência, ciência na praça, museu da língua portuguesa, ou seja, existem alternativas, mas culturalmente esses alunos não freqüentam. Aliás, isso é uma coisa interessante, pois quando começou a ter efeito o Bolsa Família[10], quando os economistas começaram a

[10] O Bolsa Família é um programa de transferência direta de renda com condicionalidades, que beneficia famílias em situação de pobreza e de extrema pobreza. O Programa integra o Fome Zero que tem como objetivo assegurar o direito humano à alimentação adequada, promovendo a segurança alimentar e nutricional e contribuindo para a conquista da cidadania pela população mais vulnerável à fome. Esse programa teve início no ano de 2003.

identificar que milhões de pessoas saíram da linha da pobreza, criou-se um mercado interno muito mais robusto. O shopping de Rio Claro começou ser freqüentado de maneira abismal, chegava sábado, e entupia de gente andando de modo de não ter para onde ir. Vendo isso me ocorreu uma coisa interessante, pois as lojas não estavam cheias. Ocorreu-me de pensar que as pessoas não fossem nesses lugares porque não tinha roupa. Agora o cara tem uma bermuda maneira, um tênis, uma ou duas camisetas. Esse cara, que não freqüentava o shopping, agora vai. A mesma coisa pode ser que aconteça com o museu. Se um mendigo tentar entrar no MASP[11], em São Paulo, é provável que a segurança não o deixe entrar. Se o mesmo cara for lá e fazer a barba, colocar uma calça jeans e uma camiseta, ele entra. Esse exemplo é uma questão radical, mas deve ter uma escala que o próprio cara se policia para não entrar. Pode ser que, na questão da formação do professor, isso funcione igual para o aluno. Se um grupo de professores tiver um capital cultural, contribuindo com uma literatura, uma experiência, tendo coragem de inventar coisas para a sala de aula para experimentar, talvez isso seja essencial, no sentido de pensar a escola pública, ou uma estratégia que beneficiasse trabalhar a formação coletivamente.

Romulo, por princípio você não tem justificativas para a matemática do matemático compor a grade curricular dos cursos de Licenciatura?

Então, para mim elas, certamente, não são necessárias e certamente elas não são suficientes.

No contexto atual dos cursos de Licenciatura, nossos alunos cursam essas disciplinas. Você vê algumas possibilidades para elas?

O que eu faço como professor, quando ministro uma disciplina de matemática para professor ou educador matemático, é usá-la para trabalhar as ideias de estranhamento, descentramento e diferença. Eu tento colocar o aluno da graduação frente a uma situação que é estranha a ele, estranha no sentido, por exemplo, os números inteiros são classes de equivalências de pares ordenados de naturais. Isso é o que os números inteiros são. O cara olha aquilo e, evidentemente aquilo não são os inteiros para ele. Eu sei que isso não são os inteiros para eles, pois, para eles, os inteiros são -1, -2, -3... Eu falo: “vocês viram, nós definimos”. Vocês viram que nós definimos no

[11] Museu de Arte de São Paulo.

começo do curso. Às vezes, eles falam: “os axiomas podem mudar”. Eu digo: “mas mudar os axiomas quer dizer criar uma estrutura nova e não que essa outra vai desaparecer”. Eu vou continuar tendo uma estrutura e continuar chamando de inteiros. Depois eu posso ter uma outra construção que torne as coisas mais próximas, por exemplo, construir com a ideia de flechinha. À medida que eles reconhecem que existem coisas que devém do que é, e, simplesmente devém, pelo fato de que eu não digo a eles que aquilo é diferente (até porque estou dizendo que é a mesma coisa), mas porque para eles, não pode ser a mesma coisa (nesse caso, os números inteiros), tem-se o estranhamento, ou seja, você se vê em uma posição que você não consegue dar conta, e não consegue aceitar.

O descentramento é o processo pelo qual você tenta mudar de lugar no mundo, mudar de interlocutor, na linguagem de Modelo dos Campos Semânticos, falar em uma outra direção para ver se existe alguma na qual aquelas coisas são legítimas, ou seja, que elas podem ser ditas. O cara tenta se colocar como um outro que escreveu aquilo achando que aquilo poderia ser dito. Então o descentramento é mudar o centro, é você sair de você como centro e tentar ir para o lugar onde o outro está como centro. Nisso aparece a questão da diferença, ou seja, o que eu vou fazer com isso? Uma resposta seria mudar o modo de produção de significado. Essa diferença toda é formativa, pois quando o futuro professor estiver na frente do seu aluno, ele pode imaginar o estranhamento e sua possível negação, pois negá-lo é uma possibilidade. Se você ler o texto do Bourbaki[12] e achar contraditório, tem duas coisas que você pode fazer: primeira, é rasgar o texto; segunda é tentar o descentramento. Esta é uma atitude mais interessante, sendo que nisso vêm a questão da diferença. Sempre digo para os meus alunos, futuros professores, que eles nunca se esqueçam que pode estar acontecendo um estranhamento com seus alunos quando estiverem ministrando aulas. É interessante que o estranhamento tem que incomodar aqui na barriga, como a história do Baudelaire [13], da racionalidade e da sedução, ou seja, o estranhamento não é um incômodo no plano das coisas que você pode falar, por exemplo, eu não gosto disso, ou, por exemplo,

---

[12] BOURBAKI, N. The Arquitecture Mathematics . Notices of American Mathematical Society. v. 57, n. 4., p. 221-232, 1950

[13] Charles-Pierre Baudelaire foi um poeta e teórico da arte francesa. É considerado um dos precursores do Simbolismo e reconhecido internacionalmente como o fundador da *tradição moderna em poesia*

número inteiro não é isso. Eu não quero que ele incomode nesse plano. Quero que o incômodo seja ao ponto de causar uma náusea, uma náusea sartreana[14], existencial.

Romulo, você falou que a matemática do matemático na Licenciatura em Matemática, poderia oportunizar aos futuros professores experienciar o estranhamento, descentramento e a diferença. Mas também poderiam existir outros contextos para eles experienciarem essas coisas, não poderiam?

Poderiam. Mas eu argumento com base nas coisas que eu escrevi utilizando teoria dos monstros[15] que como a matemática do matemático não é desse mundo, ela permite você colocar o cara na frente de situações que confrontam o senso comum das pessoas *normais*, pessoas do cotidiano, do mundo físico.

Mas poderíamos pensar, por exemplo, em uma obra de ficção?

Poderíamos, sendo que também a matemática do matemático, em um certo sentido, é uma obra de ficção inspirada em fatos reais, segundo o próprio Bourbaki. As estruturas abstratas são inspiradas em fatos reais, sendo que fatos reais são as teorias particulares. Mas é uma obra de ficção mesmo porque o cara inventa, ele diz: isso é um grupo.... Alguém pode dizer que é um pouco no sentido das fábulas que tinha uma ideia de passar uma certa mensagem moral, mas certamente a raposa não fala e o gato não usa botas e o chapeuzinho vermelho não tira a avó da barriga do lobo depois que este a engoliu. Nesse sentido que eu digo, baseado nas teses do que eu comentei naquele trabalho sobre Teoria dos Monstros, que a matemática do matemático oferece oportunidade imperdível, não sendo único no sentido de que não existe outro, mas é uma chance imperdível, excelente. A gente não pode perder essa chance. Então eu não tiraria totalmente os cursos de matemática do matemático da formação do professor, mesmo que eu pudesse fazer um currículo baseado totalmente em outros conceitos.

[14] Jean-Paul Charles Aymard Sartre foi um filósofo, escritor, crítico francês conhecido como representante do existencialismo. Acreditava que os intelectuais têm de desempenhar um papel ativo na sociedade.

[15] Para maiores informações consultar: LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, M. A. V. & BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004b. p. 92 – 120.

Romulo, eu vou fazer duas afirmações, uma é de 1908 do Felix Klein daquele livro Matemática Elementar de um posto de vista axiomático e outra é de 2008 de um artigo da Anne Watson, Matemática escolar como um tipo especial da matemática acadêmica. Ele diz que

> *[...] Por muito tempo [...] os homens da universidade preocuparam-se exclusivamente com as suas ciências, sem considerarem as necessidades das escolas, nem mesmo se preocupando em estabelecer uma conexão com a Matemática escolar. Qual foi o resultado desta prática? O jovem universitário se encontrava, no início, confrontado com problemas que não sugeriam, de maneira nenhuma, as coisas com as quais ele tinha se ocupado na escola. Ele chegava na Universidade e naturalmente, ele esquecia estas coisas rápida e completamente. Quando, ao fim de seus estudos, ele se tornava um professor, encontrava-se repentinamente na posição de ter que ensinar a tradicional matemática elementar da antiga e pedante maneira; e, uma vez que ele praticamente não era capaz, sem ajuda, de distinguir qualquer conexão entre esta tarefa e sua Matemática universitária, logo se acomodava ao que a tradição honrava, e seus estudos universitários permaneciam apenas uma lembrança mais ou menos agradável, que não tinha nenhuma influência sobre seu ensinar.*

A Anne Watson afirma que

> *a matemática escolar não é, e talvez nunca será, um subconjunto da reconhecida matemática acadêmica, pois ela tem diferentes justificativas, autoridades, formas de raciocínio, atividades centrais, propósitos e conceitos unificadores e, necessariamente que os recortes da atividade matemática se dão em diferentes maneiras daquelas da matemática acadêmica.*

Daí ela diz,

> *eu entendo a* ***matemática acadêmica*** *por atividades que avançam o conhecimento matemático: as formas de engajamento, tipos de questões, padrões de argumentos que são aceitos como contribuinte para o cânone convencional da matemática pura e aplicada.*
> *Por* ***matemática escolar****, ela entende as formas de engajamento na matemática em contextos formais de ensino para o iniciante, incluindo os graduandos, ou por aqueles que não se vêem como iniciantes, mas que tem a matemática impelida sobre eles.*

O que você acha dessas duas afirmações?

Eu concordo completamente e acho que, o que está colocado nas duas afirmações é que uma coisa é a ciência matemática e a preparação de pessoas para trabalharem nessa ciência, e a outra coisa, é a questão da educação matemática das pessoas, mesmo que você considere diversos níveis. Eu acho muito difícil, por exemplo, que, em um curso de Pós Graduação em Matemática (com exceções, mas muito pequenas), o cara vai ficar se preocupando com jogos para motivar os alunos, a utilização de material concreto... Ele pode até utilizar computador, até porque se utiliza para fazer matemática de ponta. Para mim existe uma matemática do professor de matemática, matemática da educação matemática, e a matemática do matemático[16]. Eu vejo que acontece bem o que o Klein coloca. O tipo de experiência matemática que o cara tem na Licenciatura em Matemática não é o tipo de experiência que o aproxime dos alunos, dos jeitos dos alunos pensarem, e há também outra coisa, essa experiência não é próxima dos jeitos naturais dele pensar. Você não pode perder de vista que o licenciando era aluno até bem pouco tempo atrás. O cara fica na faculdade apenas quatro anos e não muda 18 anos de vida. Esse é um problema que eu considero grave, pois é operacional. A experiência que você tem na graduação não é o tipo da experiência que você gostaria de compartilhar com seu aluno, porque se você for compartilhar esse tipo de experiência com ele, você vai estar completamente distante dos modos legítimos de produção de significados, dos objetos, das categorias que organizam a vida dos alunos. Então, o que vai acontecer é que você vai ficar falando de coisas que, para eles, em boa parte, são incompreensíveis. Por isso, a gente está estudando a formação matemática do futuro professor de matemática em torno de categorias do cotidiano, pois quem sabe se ele tivesse experiências (não o tempo todo no sentido de tirar a matemática do matemático) de trabalhar a partir de categorias do cotidiano, ele teria oportunidades de se aproximar dos seus alunos, a partir de experiência matemática que ele vai propor. Ao mesmo tempo, e isso é que é interessante, a formação do futuro professor na universidade seria feita a partir de categorias que são mais próximas dele enquanto um aluno ingressante na universidade. Assim, ele iria ganhar essa ideia de categorias do cotidiano, e também a matemática do matemático, que simplesmente é outra coisa, nem boa nem ruim, a não ser que você considere para que e para quem.

A matemática do matemático tem seu interesse e tem seu ideário. Nesse sentido eu penso em traduzir o texto do Bourbaki, porque eu acho que tem que circular muito para as pessoas entenderem que não adianta falar mal, não é que o Bourbaki está errado. Essa é a matemática do Bourbaki, a matemática do matemático de hoje em dia. Nesse texto, fica claro que a matemática do matemático é mutável, que é possível criar outras estruturas. Entretanto, ele acredita que você pode falar dela apenas falando dos

---

[16] Para maiores informações consultar: LINS, R. C. Characterizing the mathematics of the mathematics teacher from point of view of meaning production. In: ICME, 10., 2006. Copenhagen-Denmark. **Proceedings…**Copenhagen.

procedimentos do método axiomático, que você não precisa falar nem do mundo físico e nem das grandes categorias do pensamento.

Romulo, na Inglaterra, para ser professor, você precisa ter uma graduação (em qualquer área e fazer um ano de um curso (Postgraduate Certification in Education, PGCE) e com isso você está apto a ser professor de matemática. Com isso, aparentemente, eles não têm problemas com esse tipo de formação e aparentemente não é tão problemático quanto aqui. Por que essa formação lá funciona? Ou, aparentemente, funciona? A intenção é a gente conversar sobre isso.

Primeiro que lá é o 3 + 1 mais puro que você possa imaginar, pois é realmente três anos relativos a um bacharel, mais um. O que eu acho que a gente deve considerar é que funciona, e quando eu digo isso, é no sentido de pensar que a escola inglesa forma professores e estes vão para a escola e formam pessoas que são, como população em geral, criativas. A Inglaterra é o maior Produto Interno Bruto (PIB) percapita de patentes, uma potência científica, tecnológica, e por isso eu penso que deve ser estudado. Quando eu conversei, meio informalmente com um colega inglês, ele me disse que existe falta de professor, que a escola não vai bem, porque a Inglaterra está meio que no meio da tabela do PISA[17]. Mas tomando a Inglaterra como um país que precisa produzir ciência e tecnologia, é um país muito bem sucedido. Esses dias eu vi um dado interessante que eu não lembro bem como ele estava formulado, mas que colocava a Inglaterra no topo das potencias científicas, junto com EUA, China. Então eu pergunto: como o professor é formado lá? O cara faz um bacharelado junto com todo mundo, as disciplinas são as mesmas de todo mundo, Análise é Análise, Cálculo é Cálculo (não tendo uma diferenciação para quem vai ser professor) e se, depois, ele quer ser professor, vai a uma escola de educação que tem mais um ano de atividade no PGCE. Nesse tempo ele vai à escola e depois sai habilitado a dar aula. A última vez que eu escutei, existia um estágio probatório para o cara que iria para a escola nos primeiros anos. Recentemente, nessa conversa que tive com esse colega inglês, soube que o governo queria que a parte pedagógica não fosse feita na universidade e fosse feita na escola. Com isso, o cara faria o bacharelado, depois iria para escola, faria a parte pedagógica e teria um acompanhamento. O que é extremamente desafiador, é que essa formação que a gente aqui no Brasil diz que não funciona, é a formação adotada pela Inglaterra e pela França, dois exemplos de potências científicas tecnológicas. Eu penso

[17] PISA é o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes Para maiores informações consultar: http://www.pisa.oecd.org

que isso seria muito interessante investigar a formação de professores de matemática na Inglaterra. Eu acho que a gente tem muito palpite quando fala que não funciona, pois ninguém nunca foi investigar o que significa funciona ou não funciona. Vou reiterar, nós temos exemplos de países reconhecidos tecnologicamente que adotam exatamente o modelo de formação de professores que a gente fala que não funciona. Não funciona e não se diz para que.

Romulo, você chegaria a pensar nesse modelo de formação para o Brasil, com a nossa realidade?

Tem muita gente que propõe isso, por exemplo, o Marco Antonio Moreira[18]. Para o professor do Ensino Médio a formação seria um bacharelado mais um mestrado profissional que corresponde totalmente ao PGCE, que é uma Pós Graduação, é um mestrado. No Brasil, tem gente que defende isso. Eu acho que dependendo do projeto que você tem e dependendo do que você espera, esse todo do bacharelado mais complemento vai ter que resultar nisso ou naquilo. A mentalidade de alguns colegas que eu vejo é de que é conteúdo mais uma preparação pedagógica, e outros acham que não. Eu acho que uma outra questão é a formação de professores de 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental que é, supostamente, diferente da formação de professor do Ensino Médio, pois esta seria mais conteudista. Isso foi muito aplicado no Brasil, mas a questão central a ser colocada é a do capital cultural que os alunos têm em casa. Então um professor conteudista que resultaria dessa formação, pode ser um professor adequado se os alunos tivessem esse capital cultural em suas casas, o que iria complementar sua formação.

Você tem exemplos de países onde os professores são formados segundo tudo o que a educação matemática brasileira, ligada à formação de professores, diz que não serve, e lá funcionam. Temos quase nada de pesquisas que realmente questionam a formação matemática. Agora funciona, não segundo os exames do PISA e do TIMSS[19], mas funciona porque é um país funcional, que tem mão de obra bem preparada, criativa, produz patente, produz ciência e transforma ciência em tecnologia. Existe um índice chamado índice de criatividade curiosamente criado por pessoas que trabalham com marketing, que leva em conta coisas do tipo: produção científica, transformação de

[18] Marco Antonio Moreira é professor e pesquisador na Área de Ensino de Ciências. Atua na UFRGS.

[19] O Tendências Internacionais do estudo de Matemática e Ciências é uma avaliação internacional de alunos de 9-10 e 13-14 anos, de alguns países do mundo, nas áreas de matemática e ciências

ciências em tecnologia e transferência de tecnologia para a indústria. Então não é só se o aluno tira nota boas no PISA. Na verdade é pensar se nesse país produz-se ciência, e se ela é transformada em tecnologia. Isso é diferente de você ter tecnologia em laboratórios de empresas. A ciência é produzida na universidade sem compromisso com tecnologia e ela é transferida para a tecnologia. A tecnologia que poderia ser produzida também nos laboratórios de empresa, é produzida para indústria e produção. Seria isso entre outras coisas. Eles chamam de índice de criatividade, uma cadeia de coisas. A Inglaterra está no topo, sendo muito valorizada. Parece que esse é um indicador de testes internacionais que não olha para o próprio umbigo. As avaliações TIMSS, PISA, parecem que são insuficientes porque se você olha para o papel de um sistema educacional em um país, ele certamente não é apenas fazer o cara tirar nota na prova.

No Brasil você fala que os professores são mal preparados, que nos testes os alunos vão mal e um monte de outras coisas, porém o Brasil na escala internacional de matemática é 2, sendo que o nível 1, que eu saiba, é EUA e Rússia, não sei se recentemente a China reascendeu. Mas o Brasil é nível 2. O que quer dizer que, em termos de produção de matemática, está em mesmo pé que a França, Alemanha, Itália... O Brasil está em segundo plano em nível internacional, o que o deixa muito bem. Aí a gente fala: "Poxa a gente tem uma escola ruim, o Brasil vai mal". Mas o Brasil está mal no critério de inserção ou pontuação de produção matemática internacional? Não, porque se você só tem dois países acima, certamente não estamos mal. Poderíamos pensar que o Brasil vai mal em relação de indicadores internacionais de Economia? Não. Aí a gente reclama da nossa escola.

Romulo, a gente poderia pensar que a Inglaterra tem um sistema de Ensino da Educação básica de qualidade, no sentido de que os alunos estudam, tem bons desempenhos, os professores têm um apoio.... Quando chega o colegial os alunos escolhem se eles vão para as áreas de humanas, exatas e biológicas. Então a gente pode pensar que qualquer formação que um futuro professor tenha, por ele já ter essa primeira formação (da educação básica) muito forte, um curso que apresente minimamente oportunidades para eles discutirem algumas coisas sobre educação e um apoio forte para o professor, isso tudo já daria condições de ele ser um bom professor de matemática.

Vamos supor que a formação dele foi convencional, o que não é verdade na Inglaterra, porque a maioria das escolas trabalha materiais diferenciados. Mas se esse cara teve uma formação convencional, depois foi para um bacharelado e depois foi fazer uma prática pedagógica, qual é o modelo que esse cara tem? Porque as pessoas agem de acordo com os modelos que elas têm sobre o que deve fazer em sala de aula. Suponha que todos estejam reproduzindo esse modelo, o país como um todo consegue ser produtivo, criativo e assim por diante. Isso me chama atenção. Então, eu acho que não dá para dizer, exatamente, que o problema é a formação. Eu acho que o problema não é o professor, mas sim o sistema como um todo. Eu te dou um exemplo, o colegial como hoje ele é forma um cara que não é nada. Ele forma um cara que basicamente e idealmente quer fazer um vestibular e entrar na universidade, mas se ele não entrar na universidade o que sobrou para ele é zero. Nós temos uma escola para a classe média e para a burguesia que tem expectativas para a universidade. Então se o cara não entrar, não temos nada, porque todo mundo vai estudar tudo igual sem especialidade e profissionalidade nenhuma. Na Inglaterra existe muito mais consciência profissional. Então esse é o tipo de parâmetro que deveria ser estudado e não é.

Eu acho que a Inglaterra é um exemplo que aponta o seguinte: a discussão sobre que formação o professor precisa ter não é tão ingênua como se parece fazer parecer. Ela envolve a cultura no sentido mais amplo, um projeto político, pois é um governo que vai colocar diretrizes e, depois, as maneiras de você implantar as políticas. É complexo mesmo e não complicado. Eu diferencio o complexo do complicado. O complicado tem uma origem lingüística no *plica*, a dobra, tanto é que a saia plicada é saia com aquelas dobras. O complicado então é o que tem dobras que você, eventualmente, pode desdobrar, descomplicar, no sentido que você vai abrindo e chega a um certo ponto em que você vê as coisas desdobradas. Com o complexo você não pode fazer isso, pois não se tratam de dobras que foram feitas, se trata de alguma coisa que é própria daquele assunto e que não tem como você desmembrar, desdobrar. A questão da educação é complexa propriamente, e correspondentemente a questão da formação do professor, é complexa. Eu acho que um estudo comparativo sobre o que acontece com a Inglaterra, Brasil e França pode revelar possibilidades de relações entre culturas e possibilidades de intervenção. A questão da formação matemática de professores tem sido tratada levianamente, de maneira leve demais, ligeira. Fora que em vários casos tem sido tratada sem imaginação nenhuma.

Romulo, pensando que você pudesse elaborar um curso de Licenciatura como seria a estrutura desse curso pensando na formação matemática de professores de matemática que vão atuar na educação básica?

Se você me pedisse para elaborar um projeto de Licenciatura eu não pensaria na formação matemática, mas pensaria o tempo inteiro na formação em educação matemática. Esse seria o primeiro ponto. Então eu não posso pensar, no meu projeto, em categorias que eu não considero. O que eu vou fazer é te dar uma ideia do que seria um programa de formação que, desde muito tempo, antes de eu sair para meu doutorado, eu já discutia. Eu acho que no primeiro ano o futuro professor vai fazer uma espécie de transição para algumas ideias importantes tanto com relação à matemática quanto com relação a educação matemática. Eu acho que deveria ter uma disciplina extensa chamada Seminários Resolução de Problemas, na qual ele iria ver, como eu faço com meus alunos em todos os cursos, diferenças entre soluções de problemas. Ele resolveria alguns problemas que fazendo alguns exemplos ele se convence, problemas que tivessem soluções com explicações verbais, problemas em que ele precisasse apresentar uma explicação formalizada. Nessa disciplina os licenciando veriam problemas dos tipos do grupo da Dona Lourdes[20], problemas dos tipos do Polya.

Eu acho que deveria ter um Seminário Light (*light* é a maneira que eu chamo) de História da Matemática, no qual em algum ponto eles deveriam olhar a matemática a partir do método axiomático, segundo o texto do Bourbaki que eu mencionei.

Teria uma terceira disciplina que o levaria de volta para a escola não mais como um aluno, mas com um olhar de um quase aluno (até porque ele não está tão distante), para olhar coisas do tipo, a diretora que ele achava que antes era uma repressora, mas agora ele olha como um elemento importante na organização do que acontece na escola. Então esse cara poderia entrar na secretária, olhar o que ela faz, entre outras coisas. Para mim esse seria o primeiro ano. Depois a coisa multiplica muito e fica muito variada. Poderíamos ter disciplinas matemáticas no sentido que eu mencionei (estranhamento, descentramento e diferença), disciplinas de aprofundamento do que o cara vai ensinar, discussões filosóficas sobre o papel dele no mundo, a discussão profissional propriamente dita. Isso se multiplica para os outros anos. A única coisa que eu quero acrescentar é que no Brasil as oportunidades de formação depois que o cara sai da faculdade para dar aulas, são muito poucas, infelizmente. Então duas opções são possíveis: i) diretrizes que digam que as universidades que formam professores tenham

[20] Dona *Lourdes de la Rosa Onuchic é professora e pesquisadora da área de Educação e atua no programa de Pos Graduação de Educação Matemática da Unesp de Rio Claro. Grande parte de seus trabalhos são na de Resolução de Problemas. É líder do GETERP (Grupo de Estudos e Trabalhos em Resolução de Problemas). Faz parte do Grupo de Trabalho do Ensino Superior da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.*

obrigações de durante, digamos, cinco anos oferecer oportunidade de formação dos mais variados tipos para os professores. Eu, pessoalmente, favoreceria oportunidade de discutir o que está acontecendo na sala de aula do professor e oportunidade de discutir propostas para essa sala de aula. Isso seria em algum ponto do curso, segundo, terceiro, quarto ano.

O resto do curso, sinceramente, acredito que poderia ser qualquer coisa, no sentido de se ter muitas alternativas. Quero dizer que as possibilidades nesse "miolo" são infindáveis, pois o que é essencial, o que o cara precisa é ter uma experiência matemática diferente da que ele tinha antes.

Um caminho que eu acho produtivo é um seminário de resolução de problemas, no qual ele teria muitas horas de problemas matemáticos, e aqui não estou falando de problemas contextualizados, nada disso, para esse cara começar a refletir sobre alguma coisa que ele não fez na vida em geral. Esse cara vai começar a resolver problemas, vai começar ver a necessidade da teoria de resultados mais gerais dos quais ele já esteja se utilizando, vai discutir a ideia de derivar resultados mais gerais dos particulares, vai discutir a intenção didática do professor dele que está dando o curso. Teríamos também um curso *light* de História da Matemática para discutir a questão da historicidade do conhecimento tanto no sentido da história da matemática que pode ser ilustrativa, mas também desenvolver um sentido que toda produção matemática é historicamente localizada e isso não se aplica apenas à matemática, mas a tudo. Eu acho que essa parte da formação tem uma importância excepcional, porque é uma proposta ideológica de você tornar a existência histórica e material. A terceira parte que seria voltar para a escola é tentar refletir sobre o que ele via da estrutura da escola enquanto aluno e o que ele vê agora que não é mais. Na hora que aparece essa diferença ele vai poder pensar sobre quais são os parâmetros que mudaram e que fizeram com que sua percepção mudasse. Para o primeiro ano, seriam esses três grandes pontos. Para o último ano e na verdade não seria para o último ano... Na verdade o que eu vou falar vai soar meio como radical, talvez soe mal. Eu acho que quando a pessoa dissesse "quero ser professor de matemática" a gente deveria por ela na sala dando aula como regente, não é como observação, é como regente mesmo. A partir disso é que ele iria se desenvolver. Entretanto, o Brasil tem problemas de apoio, de oportunidades, de desenvolvimentos.... Então em um projeto mais conservador, o licenciando iria para o fim do curso e assumiria a responsabilidade de uma sala de aula tendo em vista essas reflexões todas que ele fez. O que está no meio do curso, eu não sei o que seria porque poderia ser um trilhão de combinações possíveis e é nesse sentido que eu falei que o que está no meio não tem como definir, não tem como fechar o pacote.

Romulo, você acha que teria alguma disciplina de educação matemática, ou seja, que ele tenha contato com as pesquisas que tratam da sala de aula no sentido de propostas didáticas, relação?

Olha Viola, eu vou ser muito franco e muito desagradável com o que eu vou dizer. Tendo em vista uma quantidade muito grande de estudos em educação matemática na academia que eu tenho ouvido falar, eu acho que eles são completamente inúteis, pois são estudos do tipo: "testar o uso de um jogo *x* para ensinar um conceito *y* em um lugar *z*". Então se a gente está falando de conhecer as pesquisas, essa eu acho que professor nenhum merece na graduação enquanto um componente curricular. É claro que se isso estiver disponibilizado e ele tomar contato, eu acho que não tem problemas, mal não faz. Ele vai filtrar as experiências da vida dele de acordo com o que ele quiser na verdade. Eu acho muito complicado tentar definir que experiência eu vou tentar colocar sobre meus alunos nesse miolo. Eu não sei. Idealmente esse curso seria construído ano a ano com um começo e um fim. Teria um começo que seria um seminário de resolução de problemas que pode ser, inclusive, fundido no seminário de história e a volta à escola. Teria um fim de tudo na docência na escola, nas oportunidades de desenvolvimento profissional. Se eu fosse dar todas as disciplinas do primeiro ao quarto ano, só decidiria o que fazer na hora. Deixa eu te dar um exemplo como professor de um curso que eu dei de Teorias dos Números. Eu cheguei à conclusão, ao fim de tudo, que eu deveria ter dado aula expositiva do começo ao fim para os alunos, aula expositiva, exercícios e prova. Mas essa é uma decisão que eu só poderia ter tomado no interior do curso e você vê que eu cheguei a essa conclusão, depois que o curso acabou. Uma aluna que fez esse curso veio me dizer que os alunos preferiam aula expositiva, mas ninguém teve coragem de me dizer. Eu cheguei ao fim nessa conclusão que eu deveria ter dado aula expositiva, que foi a mesma conclusão que eles chegaram. Então, eu pessoalmente não acho que seja possível você definir a priori. A gente faz isso apenas por praticidade.

Romulo, você pensa isso em termos de políticas públicas?

Nesse sentido a coisa complica, miraculosamente, a ponto da multiplicação dos pães e dos peixes. Políticas públicas operam em uma escala que é completamente diferente da escola. A escala do sistema todo é completamente diferente da escala da escola, então eu acredito que quando a gente fala de políticas públicas não se pode jamais referir ao que acontece na escola e, ao mesmo tempo, se estou na escola e penso em parâmetros para a escola, eu jamais posso me referir ao que seria recomendável para um sistema. O que quero dizer com toda essa conversa? São dois planos de existência completamente diferentes. O que o formulador de políticas públicas espera, não pode jamais se confundir com o que o professor ou a escola espera. Não dá para transformar uma coisa em outra.

Romulo, que tipos de propostas poderiam ser feitas ou que tipos de discussões poderiam ser levadas para que até mesmo os professores dos cursos implementassem alguma estrutura?

Então, o que eu te disse. Você tem um começo e um fim. Idealmente você só tem um começo. Você vai para a sala de aula e a gente vai te oferecer o apoio que puder oferecer. Se o professor tiver dúvida de conteúdo, a gente discute conteúdo. Se for dúvida de disciplina, a gente discute disciplina. Que é a ideia do GPA[21]. Idealmente isso é o que oportuniza o professor a exercer bem sua profissão. Eu tive a felicidade de ter isso com o apoio de várias pessoas muito competentes, mas se eu tiver que estruturar algo, acrescentaria mais uma coisa. Pensando que o que importa na formação de professores é a entrada e a saída, no primeiro eu acrescentaria um Seminário de Educação Matemática, o que talvez contemple as questões das pesquisas em educação matemática. Física, Cálculo, nada disso....

Isso eu conversava com o Seiji[22], antes de eu sair para o doutorado. Isso é a experiência que o cara precisa para ser um bom professor de matemática. Se você comparar com o que eu disse lá atrás é compatível, maturidade, uma certa erudição, cultura geral... A saída é um certo tipo de experiência de regência que é exercida coletivamente. Então prática de ensino é o cara dando aula durante um certo tempo com a intenção de ser regente tendo em vista essas coisas que ele viu no primeiro ano. Não

[21] Grupo de Pesquisa Ação liderado pelos professores Roberto Ribeiro Baldino e Antonio Carlos Carreira de Souza. O Grupo era constituído por diversos profissionais que atuam em diferentes áreas da Educação Matemática, Educação Básica e Ensino Superior. A questão básica de pesquisa do grupo é o fracasso do ensino de Matemática e as rotinas que o sustentam.

[22] Seiji Hariki, professor do IME-USP, falecido em 1988.

me importa o que vai acontecer no meio, porque eu realmente não acho que faça a diferença. Eu vou exemplificar o que to dizendo. Estou ministrando um curso de axiomática na graduação em matemática. Os alunos fizeram Cálculo 1, Cálculo 2, Análise 1, Análise 2, entre outras disciplinas, e quando eu converso com eles sobre coisas do tipo 0,9999... = 1, parece que esses caras nunca tiveram um curso. Eu estava conversando com eles no sentido de pensar que objeto é, para a gente, saber o que pode falar sobre ele. Uma aluna me disse que ela tinha estudado em Análise e falava de série e sequencia em um pacote só. Para ela a ideia de série estava associada a você ir somando um pouco mais, somando um pouco mais... ou seja, associada a um processo que tem uma questão temporal, uma coisa que a matemática do matemático expurgou quando passou a operar no plano axiomático. Ela falou para mim que série tem um caráter de processo de aproximação. Ela é uma soma infinita que eu vou somando mais um pouco. Eu disse a ela: infelizmente sou obrigado a dizer, com o coração apertado, que você perdeu uma boa parte dos seus cursos de Análise. Ela riu, seus colegas riram e eu acho que a ficha não caiu, até porque essa é uma coisa dolorosa. Porque estou na frente de alunos do quarto ano e digo para eles: você fez dois ou mais, cursos durante um ou mais semestres e você pode jogar fora porque uma série não tem, absolutamente, nada a ver com ir somando mais um termo. Esses caras são alunos do último ano. O que aconteceu com esses caras no miolo não mudou nada na percepção matemática deles. Portanto, não pode ter mudado nada no conceito que ela tem sobre o que é uma coisa e o que é outra sobre a matemática escolar e a matemática do matemático, porque a matemática do matemático jamais chegou a ser alguma coisa para ela.

Romulo, eu acho que nesse seu exemplo, você tem que levar em conta um outro parâmetro, que é falar de um curso muito bom de matemática, realizado em período integral.

Eu acho que muitos desses alunos estudaram muito e não adiantou muita coisa. Quando eu digo que não adiantou nada eu não estou querendo me referir que para a educação matemática não serviu nada. Estou querendo me referir a exatamente ao seguinte: para a matemática do matemático não adiantou nada, ou seja, os professores formadores estão formando pessoas que não têm ideia do que estão falando. O licenciando, depois de cinco anos, não é que ele entendeu de tudo o que se estava falando e chegou à conclusão de que na escola é diferente, então ele vai abandonar o que deram para ele, não é isso. Esse é o cara que fracassou sem ter tido oportunidade de tentar. Esse cara nunca entendeu que o 0,999... não se trata de uma concatenação infinita de nós, mas que se trata de um conceito na matemática do matemático que envolve limite. Esse cara não entendeu isso. A menina disse para mim: “ah a gente pode pensar em séries e séries a gente vai somando, somando...”, ou seja, processo. Não existe, na matemática do matemático, processo. O outro menino falava: “multiplica por 100, a vírgula anda para a direita duas casas”; não existe isso na matemática do matemático. Mas o cara não abre mão de falar isso depois de quatro cinco anos de curso de licenciatura. O problema é que ele não consegue entender que ele não pode falar isso lá, mas na escola ele pode, esse é o problema grande. Ele não consegue discernir a questão da legitimidade da produção de significado.

Romulo e isso é triste é triste porque, muitas vezes, os alunos se dedicaram para caramba nesses anos acreditando que o que ele estava aprendendo era importante para ele.

Eu acredito que sim. O problema é que. em grande parte dos cursos de matemática do matemático, ninguém diz para você que a ideia é outra, ou seja, que certos modos de produção de significados são legítimos. Os professores saem falando e os alunos correm atrás, se cair a ficha os alunos estão salvos, mas se não cair...

Em relação a essa experiência do miolo, não importa especificamente qual seja, o que importa é que ela seja uma experiência que dê maturidade, autonomia, gosto, quer dizer, que seja uma experiência positiva no sentido muito genérico, mas tem uma entrada, as quatro disciplinas acrescentando um Seminário de Educação Matemática, e tem uma saída, que é o professor ministrando aula como regente, que deve ser controlada ao pensar na formação formal.

O texto apresentado é uma textualização da entrevista realizada com Romulo Campos Lins.

Romulo Campos Lins possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade de São Paulo (1986), doutorado em Mathematics Education pela Universidade de Nottingham (1992) e pós-doutorado pela Universidade de Bristol (1999). Atualmente é Livre-Docente (MS-5) da Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho. Tem experiência na área de Educação, Educação Matemática, com ênfase em Ensino Aprendizagem, Álgebra, Teoria do Conhecimento, Produção de Significado. Elaborou o Modelo dos Campos Semânticos. Nos últimos anos, entre outras coisas, têm se dedicado a investigar questões da formação matemática de professores de matemática.

Texto 11
A experiência como oportunidade de formação

Se eu pedisse a um educador matemático ou a um matemático para listarem conteúdos, temáticas ou disciplinas para elaborar a estrutura de um curso de Licenciatura em Matemática, muito provavelmente teria uma proposta em minhas mãos, pois eles me diriam o que fazer, quando e o porquê. Talvez os educadores matemáticos estruturassem um curso no qual os alunos tivessem mais contato com a escola ou elencassem disciplinas elaboradas a partir das demandas da prática profissional de um professor de matemática. Os matemáticos, por sua vez, estruturariam a Licenciatura nas áreas da Matemática, como Álgebra, Geometria, Análise, e tentariam discutir possibilidades de relacionar essas discussões com aquelas relativas à matemática escolar. Talvez alguns propusessem novas áreas como Teoria dos Grafos, Matemática Discreta, Teoria do Caos... Ambos, educadores e matemáticos, poderiam demorar um tempo para refletir sobre as possibilidades, conversar com alguns colegas para amadurecer suas ideias, mas apresentariam, com certeza, uma estrutura de formação. O que quero dizer é que todos têm em seu imaginário um curso de Licenciatura em Matemática (mesmo não completamente sistematizado) que acreditam *funcionar*, ou seja, formar *bons* professores de matemática.

Em 1962, uma resolução[1] do Ministério da Educação apresentou uma estrutura para os cursos de Licenciatura em Matemática determinando quatro anos mínimos de formação, as disciplinas de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva, Fundamentos de Matemática Elementar, Física Geral, Cálculo Diferencial Integral, Geometria Analítica, Álgebra, Cálculo Numérico e as matérias pedagógicas. Nessa resolução há uma consideração sobre o objetivo da disciplina de Fundamentos da Matemática Elementar que era de oferecer aos licenciandos uma revisão dos conteúdos que eles tiveram no Ensino Médio (naquela época Colegial) e enquadrar os conteúdos no

[1] Licenciatura em Matemática. Parecer nº 295/62, aprovado em 14 de novembro de 1962.

conjunto das teorias matemáticas no curso de Licenciatura. Esta resolução indica, como também regulamenta, as áreas para formar um professor de matemática, bem como justifica, pelo menos em um aspecto, as escolhas.

Em 2002, outra resolução[2] do Ministério da Educação apresentou os parâmetros e diretrizes para os cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática. Mais uma vez, temáticas foram listadas como obrigatórias para elaborar as disciplinas, sendo elas Álgebra Linear, Fundamentos de Análise, Fundamentos de Álgebra, Fundamentos de Geometria e Geometria Analítica. Segundo o parecer a parte comum das Licenciaturas ainda deve incluir

> a)conteúdos matemáticos presentes na educação básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise;
> b) conteúdos de áreas afins à Matemática, que são fontes originadoras de problemas e campos de aplicação de suas teorias;
> c) conteúdos da Ciência da Educação, da História e Filosofia das Ciências e da Matemática (BRASIL, 2002, p. 6).

Nesse parecer há uma explícita consideração sobre os conteúdos da Educação Básica, assim como a indicação da utilização do computador e de outras tecnologias que possam contribuir para o ensino da matemática.

Não quero me aprofundar em discussões a respeito dessas resoluções (2002, 1962), nas características das estruturas de licenciaturas que educadores matemáticos e matemáticos poderiam elaborar ou na constatação de que, mesmo todos tendo uma proposta de cursos de formação inicial que *funcione*, estes ainda apresentam problemas muito graves (GATTI, NUNES, 2008; FIORENTINI, *et al.*, 2002). Quero destacar que sempre, sejam em diretrizes, ideias ou imaginários, há uma intenção de listar, elencar e dizer o que o futuro professor de matemática precisa saber em um curso de Licenciatura.

Mas é possível dizer algo, considerar tais e tais disciplinas encadeadas de tais e tais maneiras, acreditando que elas sejam essenciais e indispensáveis para formação inicial de professores de matemática? Há investigadores que apresentam respostas favoráveis a essa pergunta, como há outros que dizem que não há possibilidades de responder esse questionamento, visto a complexidade dessa problemática, ambos com justificativas plausíveis e argumentos baseados em pesquisas. Não quero, também,

---

[2] BRASIL. Parecer CNE/CES 1.302/2001, de 06 de novembro de 2001. Estabelece as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. Diário Oficial da União, Poder Executivo, Brasília, DF, 5 mar. 2002a. Seção 1, p. 15.

argumentar a favor ou contra esses questionamentos. Se os faço, é, apenas, para oferecer outro modo de pensar a formação de professores que não esteja ligado às ideias *eu sei como deve ser* ou *não há como dizer o que deve ser*.

Nesse texto, outro movimento de teorização desta tese, tecerei considerações a respeito de um curso de formação inicial de professores de matemática estruturado como um espaço formativo no qual futuros professores tenham oportunidade de compartilhar certos modos de produzir significado e vivenciar certos tipos experiências. Nesse espaço, os conteúdos, temáticas e disciplinas não seriam o ponto de partida e nem mesmo o ponto de chegada para a formação de professores. As atividades a serem realizadas e as situações de formação a serem construídas não seriam prescritivas, com uma estrutura determinada em uma sequência a ser seguida. Os professores formados nesses cursos, por consequência, teriam diferentes perfis, cada um com características singulares e construídas ao longo das oportunidades de compartilhamento de experiências.

Com isso, o objetivo desse texto é produzir outra possível legitimidade para a formação matemática de professores de matemática, desdobrando as ideias expostas anteriormente. Meu foco agora é pensar no professor e tomar a experiência como oportunidade de formação. Nessa direção não vou postular, prescrever, determinar, elencar aquilo que o professor precisa saber, mas construir, apresentar algumas considerações que possam provocar ou produzir algum sentido para se pensar na Licenciatura em Matemática.

Sobre a experiência e formação

Uma primeira discussão pertinente a esse texto é a respeito da experiência. Dentre muitas possibilidades, escolhi a (ou também fui escolhido) pela caracterização de experiência de Jorge Larrosa, um espanhol filósofo educação, que se constituiu como fonte de inspiração para construção de meus argumentos. Segundo Larrosa (2002)

> É experiência aquilo que "nos passa", ou que nos toca, ou que nos acontece, e ao nos passar, nos forma e nos transforma. Somente o sujeito da experiência está, portanto, aberto à sua própria transformação (p. 25).

Em todo momento pessoas interagem em situações do dia a dia, em circunstâncias diversas com o mundo que as cercam. Entretanto, como Larrosa (2002) afirma, essas vivências não se constituem como experiência, pois não é a todo momento que elas tocam, formam e transformam as pessoas. Outro aspecto interessante é que não há possibilidades de antecipar uma experiência de alguém e pré-determinar certas situações que podem oportunizar possibilidades de pessoas se transformarem ao experienciar algo. A experiência é particular do sujeito e não pode ser construída e nem mesmo dirigida pelo outro. Elas não são avistáveis no horizonte para que se possa buscá-las, nem mesmo tocam e formam as pessoas de maneira racional e sistematizada, para que se possa generalizá-las; as experiências *são* e quando *são* já foram, sem protocolos e nem manuais.

Como pensar, então, em uma estrutura de um curso de Licenciatura em Matemática que esteja pautada na ideia da experiência como oportunidade de formação? Se, segundo Larrosa, não se pode pré determinar a experiência do outro, como então elaborar as disciplinas e temáticas para uma Licenciatura? Esses questionamentos emergem sob a crença (implícita, muitas vezes não dita) de que há assuntos, conteúdos e discussões necessários e suficientes para formar um professor de matemática. Nos corredores dos departamentos de matemática são comuns falas de formadores, como: *É preciso e necessário que um professor do Ensino Médio conheça Cálculo Diferencial Integral; é suficiente conhecer Análise Real e Estruturas Algébricas para ter uma formação sólida em matemática*; *os professores da Educação Básica precisam dominar a metodologia de resolução de problemas*. Parece que sempre há uma forma certa de ensinar os alunos e, por consequência, uma forma certa dos professores formadores formarem os licenciandos para que estes possam ensinar seus futuros alunos. A formação nesse sentido se constitui na ideia de forma, molde, modelo que pode e deve ser aplicado, independente dos professores, dos licenciandos, das estruturas dos cursos.

Saindo dessa direção de prescrever aquilo que os futuros professores devem saber e admitindo que não há possibilidades de afirmar que exista algo necessário e suficiente para sua formação, pode-se pensar em situações a serem construídas e atividades a serem realizadas, ambas como oportunidades para os professores vivenciarem alguma experiência. Tais situações e atividades são constituídas nas entrelinhas das vivências, nos silêncios dos diálogos, nas *beiradas*, *cantos*, *buracos* dos espaços formativos, em lugares que permitem às experiências aflorarem. Larrosa (2006), nessa direção, afirma que

> O processo de formação está pensado, melhor dizendo, como uma aventura. E uma aventura é, justamente, uma viagem no não planejado e no não traçado antecipadamente, uma viagem em que pode acontecer qualquer coisa, e na qual

> não se sabe onde se vai chegar, nem mesmo se vai chegar a algum lugar (p. 52-53).

A formação como uma aventura oferece oportunidades para pensá-la como construções de espaços formativos, em que as atividades a serem realizadas e as situações a serem construídas não são determinadas, elaboradas e implementadas *a priori.* Elas são ocasionais, singulares, únicas, inconstantes, não generalizáveis. A formação tomada como uma *estrada*, com fim em si mesma e não em algum destino, oferece, aos licenciandos, possibilidades de construir espaços formativos nos quais atividades e situações possam se constituir nas argumentações, na ampliação de certos modos de produzir significados, contemplações em pensar outras ideias diferentes daquelas já pensadas. Dessa maneira, a formação oportuniza o compartilhamento de ações, falas, gestos, gostos que possam tocar, formar... toquem, formem e transformem formadores e licenciandos.

A pluralidade da expressão "formação de professore**s**" pode ser ampliada para a formação de diferentes professores que, mesmo estando em uma mesma turma de um determinado curso, se constroem e se transformam em particularidades específicas, conhecimentos e ignorâncias diferentes, dificuldades e possibilidades de superação diversas... Nesses espaç*os* de formaç*ões* os formadores tomariam como unidade de trabalho o grupo, que oferece a forma da pluralidade, e não o individual, o que remeteria a diferença e não a identidade. Ao invés de pensar na singularidade da formação de professores de matemática, na qual todos têm as mesmas disciplinas, atividades pré-determinadas, certificações individuais e o mesmo tempo e espaço para realização das tarefas, os grupos de trabalho de professores se constituiriam como instancias singulares em meio às pluralidades e diversidades de uma turma.

Alguns rituais e procedimentos práticos para a organização desses grupos seriam instituídos como, por exemplo, intenções de realização de seminários, apresentações de estudos, debates e mesas redondas a respeito de algumas temáticas ao fim de um período. Não necessariamente todos os licenciandos iriam debater e estudar todas as temáticas, nem mesmo teriam as mesmas chances e dificuldades. Entretanto, ao se pensar no grupo maior, constituído pelos pequenos grupos, a turma poderia formar-se naquele espaço com um leque mais amplo e abrangente de repertórios para lidar com as demandas da prática profissional. A formação aqui pensada não tem como foco o individual, o professor, mas sim o coletivo, os professores, tomando cada um como diferente em trabalhos em grupos.

Ao se pensar na pluralidade como mola propulsora da construção de espaços formativos, pelo menos se tenta destruir o homogêneo, que mesmo quietinho e muitas vezes obscuro, turva as diferenças e as esconde no discurso do igual. A pluralidade explicita a diversidade de cada licenciando e isso muitas vezes causa dor e até angústias. A formação nessa direção abre as portas para os licenciandos olharem para si mesmos (pois agora os critérios de comparação não são externos), se assustarem com suas fragilidades, pois muitas vezes delas se escondem, se animarem com suas virtudes, pois estas, muitas vezes, não são notadas se não estiverem de acordo com os padrões. Dessa maneira, como afirma Larrosa (2006), "Na formação existe, às vezes, tensão, destruição, negação. Por isso, só são formativas as experiências em que se faz a prova da própria identidade (p. 181)".

Lins (2012) corrobora essas afirmações afirmando que os professores em formação poderiam construir espaços formativos e, em conjunto, buscar um

> /.../ desenvolvimento profissional em um ambiente coletivo. O que está se desenvolvendo não é uma pessoa, mas é o ambiente, é um conjunto de ideias, com pessoas discordando, concordando, errando, propondo (p.188).

A pluralidade das pessoas, a intenção de compartilhar certos modos de produzir significados, as oportunidades de vivenciar experiências, se constituem como características de um espaço formativo. Skovsmose (2012) argumenta a favor dessa direção, quando afirma

> Quando eu penso na qualificação de professores, eu gosto de pensar sobre uma qualificação para um grupo de professores, pois quando ele entra na escola trabalha com em grupos de professores com outros conhecimentos. É importante você ter esses grupos com qualidades diferentes. Esse é um bom grupo (p.175).

Em meio a essas considerações, pensar na formação de professores na direção da experiência permite a construção de questões que colocam em suspensão as práticas formativas que são exercidas nos cursos de Licenciatura em Matemática. Com isso, emerge outro olhar para formaçõ*es* de professor*es* e construçõ*es* de espaç*os* formativ*os*. A singularidade abre espaço para a pluralidade e o formar, como ato intencional, se destitui com o experienciar, abrir-se, transformar-se. Como afirma Larrosa (2006)

> O tempo da formação, portanto, não é um tempo linear cumulativo. Tampouco é um movimento pendular de ida e volta, de saída ao estranho e de posterior

> retorno ao mesmo tempo. O tempo de formação /.../ é um movimento que conduz a confluência de um ponto mágico (situado assim, fora do tempo) de uma sucessão de círculos excêntricos (p. 78-79).

O formar-se (da maneira tradicional), a linearidade das disciplinas e semestres, a homogeneidade das turmas e a singularidade do processo implicam em um não formar. Nisto, a experiência abre-se como oportunidade de formação.

Das possibilidades

Tomar a experiência como oportunidade de formação e estruturar possibilidades para que isso ocorra, remete-me à construção de uma teia de argumentos que sustentem esse movimento de teorização e que tornem plausíveis essas considerações em relação à formação matemática de futuros professores de matemática. Dessa maneira, argumento a seguir buscando trilhar caminhos para isso.

Em debates a respeito da Licenciatura é comum formadores de professores relacionarem a formação sólida em matemática dos licenciandos, às disciplinas de formação matemática, como por exemplo, Análise Real, Estruturas Algébricas, Teoria dos Números, Geometria Euclidiana... Muitas falas se aproximam dessas em discussões ou mesmo conversas como: *Se eles estudarem com responsabilidade, se dedicarem, buscarem aprender, ou seja, se eles tiverem um bom desempenho nessas disciplinas, ao fim da licenciatura, eles terão uma formação sólida em matemática*. Nessa direção, o conhecimento de conteúdos se constitui como um critério para dizer quem tem e quem não tem uma formação sólida em matemática..

As bases ou núcleos dos currículos de Licenciatura em Matemática são elaborados a partir de uma ideia para a formação de um matemático (vale notar que o objetivo do curso não é esse). Tendo em vista a grade de conteúdos do Ensino Médio (conjuntos numéricos, funções, progressões, trigonometria, geometria analítica plana...), constrói-se a grade de conteúdos da Licenciatura (Fundamentos de Matemática, Cálculo diferencial Integral, Introdução a Álgebra Linear, Geometria Analítica...) que por um lado oferece oportunidade dos alunos (re)aprenderem os temas que viram no Ensino Médio, e por outro, construir os verdadeiros fundamentos da matemática. Estes são alguns dos argumentos que justificam as disciplinas de formação matemática comporem a grade curricular dos cursos de Licenciatura (LINS, 2012).

Entretanto, outra direção poderia ser construída para estruturar uma formação matemática aos licenciandos. Ao invés de olhar para o conhecimento de conteúdos nas disciplinas da matemática do matemático, poder-se-ia olhar para oportunidades de experiências matemáticas a serem vivenciadas pelos futuros professores, sejam elas, ocasionais, constituídas em cada momento, singulares... (da maneira como argumentei anteriormente).

Soares (2012) corrobora essa direção quando afirma: "A formação que eu considero sólida, importante, não é você ter muito conteúdo, mas sim uma maturidade para poder aprender conteúdo por conta própria e quando for necessário (p.119)". Ele ainda concorda que as disciplinas de formação matemáticas podem não dar a formação matemática que os professores precisam. Para esse autor, uma formação matemática interessante para o trabalho docente do professor da Educação Básica seria ele desenvolver um raciocínio matemático, sendo este "/.../ capacidade de resolver e formular problemas, facilidade de pegar pontos vista abstrato e identificar padrões (p.130)". O professor, segundo Soares (2012), precisa ter a capacidade de pegar algo muito elementar e saber manejar aquilo e evoluir lá dentro.

Outro autor que sustenta essa possibilidade de formação é Lins (2012) quando apresenta uma caracterização para a formação matemática do professor de matemática. Essa formação estaria relacionada a três aspectos: confiança matemática, maturidade matemática e repertório. "Confiança matemática" seria a atitude do professor de não fugir de situações que envolvam matemática e tomá-las como naturais. Segundo Lins (2012)

> /.../ se você acha que dá para lidar com uma situação, então você não vai fugir, você não vai fugir no sentido de considerar que é uma coisa natural. Você pode tentar e não conseguir, pode tentar novamente e eventualmente não conseguir (p.182).

O segundo aspecto, "a maturidade matemática", está relacionado à capacidade do professor lidar com situações matemáticas, ou seja, "/.../ um repertório de experiência que faz com que ela se sinta em condições de procurar possibilidades para lidar com situações matemáticas, mesmo quando ela não conhece (p.182)". Um exemplo para esse aspecto são as atitudes de um professor frente a um problema de que não conheça a solução, mas que elabore algumas estratégias matemáticas para *atacá-lo* e tentar resolvê-lo. Tentativa e erro, processos recursivos, resolução de casos particulares, busca de padrões e regularidades são estratégias para lidar com esse problema e essas são ações que caracterizam essa maturidade matemática de um professor.

O terceiro aspecto, o repertório, está relacionado ao conhecimento de conteúdos em áreas da matemática como um todo, seja na matemática básica ou avançada. Segundo Lins (2012) "/.../ eu acho que repertório é uma coisa interessante e que a pessoa adquire com o tempo e com a experiência, se ela se envolve com questões (p.183)". Vale ressaltar que o repertório está ligado à importância de conhecer determinados conteúdos, mas na amplitude e abrangência em diferentes áreas da matemática e não a uma determinada área por algum motivo especial.

Como essa formação sólida em matemática não está relacionada a conteúdos, várias e diferentes possibilidades se apresentam como potenciais para uma formação matemática de professores de matemática. Segundo Lins (2012)

> O futuro professor pode desenvolver essa formação fazendo uma série de cursos bem tradicionais de aula expositiva. Pode, por conta própria, estudar e resolver todos os exercícios de livros de problemas. Pode, inclusive, desenvolver-se no contexto de um cursinho. Pode desenvolver-se após anos e anos dando aula e tendo que preparar listas de exercícios, provas, ter que corrigir exercícios dos livros. Pode ser que seja um ou outro professor que mostrou, por exemplo, um certo entusiasmo e com isso contaminou a turma (p.183).

Dessa maneira, não se tem uma estrutura fechada de formação, mas sim a intenção de oferecer ao futuro professores as mais diversas possibilidades de formação.

Estas ações expostas por Lins (2012) poderiam se constituir como atividades a serem realizadas ou situações a serem construídas em cursos de formação de professores.

Lazari (2012) ajuda a pensar em possibilidades para uma formação matemática de professores de matemática, tomando a experiência como oportunidade de formação, quando afirma que os futuros professores precisam desenvolver, na Licenciatura, uma autonomia intelectual, sendo esta a capacidade de "/.../ tomar uma decisão ou ser capaz de ir atrás de informações necessárias para tomar uma decisão (p.142)". Para o autor "/.../ essencial mesmo é a formação que dá autonomia para o cara tomar decisões, quer dizer, tomar decisões independentes (p. 140)". Segundo esse autor, um profissional que tenha realizado um curso de Economia, História, Geografia e que durante esse curso tenha desenvolvido uma autonomia intelectual, potencialmente, teria condições de ser professor de matemática. Ele acredita que um engenheiro teria um V_0 um pouco maior em comparação com um historiador, tomando ambos como autônomos intelectualmente. O ponto central de um professor de matemática seria a capacidade de aprender matemática sozinho e saber buscar informações para poder aprender essa matemática quando for necessário (LAZARI, 2012).

Não necessariamente conteúdos, temáticas e disciplinas estudadas em cursos de formação matemática na licenciatura fazem com que os alunos desenvolvam uma *autonomia intelectual* (LAZARI, 2012), ou um *raciocínio matemático* (SOARES, 2012), ou uma *confiança matemática, maturidade matemática e repertório* (LINS, 2012). De modo geral, os objetivos de disciplinas, por exemplo, de formação matemática na Licenciatura é o de dar oportunidade aoss alunos a aprendizagem de conceitos e procedimentos de uma determinada área. Ao final de um curso de Cálculo Diferencial Integral, por exemplo, o objetivo do professor é que os alunos compreendam os conceitos de limite, derivada, integral... Não posso dizer que esses cursos não oferecem situações para que os alunos experienciassem algo que os transformassem, mas posso afirmar que o foco dos cursos não foi esse.

Esses são alguns argumentos para estruturação de uma Licenciatura em Matemática na qual a experiência como oportunidade de formação se pautasse como uma possibilidade. As construções de espaços formativos, a formação de grupo como unidade de trabalho, o foco na pluralidade e a busca de uma diversidade, oferecem condições para que ela possa ser implementada.

A formação matemática nas atuais Licenciaturas oferece disciplinas com propósitos, de modo geral, da aprendizagem de determinados conteúdos, conceitos, procedimentos. Uma formação matemática que tome como fio condutor a experiência como oportunidade se estrutura de outra maneira e com isso, oferece outras possibilidades, como as apresentadas neste texto.

Uma ação a ser implementada seria elaborações de cursos de Licenciatura em Matemática nessa perspectiva. Entretanto, esse trabalho só poderia ser realizado, assim como só teria sentido, por formadores que atuam nesses cursos. Qualquer proposta elaborada fora de um contexto formação, desconsiderando as limitações, possibilidades, crenças e propósitos dos formadores, não seria possível, pois ela é dependente de quem vai realizar o curso, formadores, alunos, técnicos... Dessa maneira, como Skovsmose (2012) argumenta

> Não quero fazer uma descrição, uma prescrição com detalhes, mas apenas descrever coisas possíveis para esses processos em aberto /.../ Eu não teria algumas temáticas para esse curso, pois estou a contento do argumento pragmático (p.180)

A experiência como oportunidade de formação se constitui como caminho em aberto, repleto de lacunas, inseguranças, desejos, possibilidades para uma formação matemática de futuros professores de matemática da Educação Básica. Como afirma Larrosa (2006)

> Minha aposta seria pensar a formação sem ter uma ideia "prescrita" de seu desenvolvimento nem um modelo normativo de sua realização. Algo assim como um devir plural e criativo, sem padrão nem projeto, sem uma ideia prescritiva de seu itinerário e sem uma ideia normativa, autoritária e excludente de seu resultado /.../ (p. 12)

Texto 12
Sobre Formação de Professores de Matemática

Uma vez, em um congresso de Educação Matemática, fui assistir a uma palestra a respeito da atuação e formação de professores de matemática. Estava sem muitas expectativas quanto ao que seria apresentado, mas mesmo assim decidi sentar e ouvir as ideias daquele palestrante. Para minha surpresa, logo nos primeiros minutos de sua fala, ele anunciou a solução dos problemas relacionados ao trabalho do professor de matemática nas escolas públicas do Brasil. Sentei-me rapidamente de maneira correta na cadeira, olhei assustado para as pessoas que estavam ao meu redor, arregalei os olhos para ficar mais atento, foquei toda minha atenção para o que ele iria dizer. Ele disse:

> *"Hoje eu declaro duas ações para acabar com os problemas dos professores de matemática do Brasil: i) duplicarei o salário dos professores dando condição de uma vida digna; ii) reduzirei a carga horária de trabalho em sala de aula, deixando o professor em trabalho integral em uma única escola, com tempo suficiente para preparar aulas e elaborar estratégias educacionais".*

Não preciso dizer que a platéia toda aplaudiu o palestrante. Assovios, palmas, gritos... Todos, daquele auditório, concordavam que essas duas ações apontavam uma maneira para transformar, radicalmente, o dia a dia de milhares de professores de matemática da Educação Básica. Lembro-me que fiquei intrigado com aquelas ideias e lembrei-me de todas as pesquisas que lia sobre professor reflexivo, professor colaborativo, trabalho em grupo, investigação da própria prática profissional, conhecimentos específicos e pedagógicos, formação inicial e continuada, formação matemática, formação de professores...

Essas lembranças, aqui inventadas, têm o papel de anunciar um tom para esse texto, permitindo-me pensar por meio de questionamentos como: *Será que apenas mistificamos os "reais" problemas da formação de professores? Será que lidamos com* *aspectos que apenas circunscrevem o problema central? Falamos para nós mesmos, ou promovemos ações que podem levar a transformações?*

Claro que não responderei a esses questionamentos. Também não quero dizer que as pesquisas sobre professor reflexivo, colaborativo... não têm seu devido valor como contribuições teóricas para pensar a formação e atuação de professores de matemática. Quero proclamar (como acredito que era uma das intenções do palestrante) que é preciso olhar para outros aspectos da formação de professores como, por exemplo, a matemática discutida nas Licenciaturas (que poucas vezes é investigada e que sempre se guarda pelo escudo da tradição, da ideologia dominante, do corporativismo acadêmico); a natureza das tematizações da matemática realizadas nas escolas com os alunos (não apenas elucidar a dicotomia entre uma matemática procedimental ou uma conceitual, mas explicitar a dinâmica de discussões matemática que são realizadas); que conhecimentos, sejam eles matemáticos, pedagógicos, entre outros, o professor precisa ter para educar matematicamente os alunos. Quero também focar a atenção em aspectos políticos (salário, carga horária, lugar de atuação do professor) e vislumbrar a ideia de que, a partir de algumas mudanças nestes, podemos vislumbrar as outras que, pesquisadores em Educação e Educação Matemática investigam, anunciam e proclamam há um bom tempo.

Meu plano nesse texto, e nos dois que a ele seguem, é alinhavar sobre algumas questões sobre a formação de professores (de matemática) e, em específico, sobre a formação matemática de professores, percorrendo alguns trabalhos e esboçando algumas ideias que podem servir como parâmetros para estruturar cursos de Licenciatura em Matemática. Esses textos se constituem como possíveis legitimidades para formação matemática de professores de matemática.

Um pouco de uma história sobre formação de professores no Brasil

Os processos de formação de professores no Brasil iniciaram apenas no século XIX, com a criação das escolas de primeiras letras e das escolas normais. Nessa época começaram as preocupações para oferecer uma formação profissional para aqueles que se dedicariam a trabalhar em instituições escolares. Assim, temos pouco mais de 200 anos de história sobre a formação de professores, sendo que ainda muitos dos problemas atuais parecem estar presentes no início desse processo. Segundo Saviani (2009)

> /.../ a questão da formação de professores exigiu uma resposta institucional apenas no século XIX, quando, após a Revolução Francesa, foi colocado o problema da instrução popular. /.../ No Brasil a questão do preparo de professores emerge de forma explícita após a independência, quando se cogita da organização da instrução popular (p. 143).

Seguindo uma periodização oferecida em Saviani (2009) podemos dividir uma história da formação de professores em seis períodos: 1º Ensaios intermitentes de formação de professores (1827-1890); 2º Estabelecimento e expansão do padrão das Escolas Normais (1890-1932); 3º Organização dos institutos de educação (1932-1939); 4º Organização e implantação dos cursos de Pedagogia e de licenciatura e consolidação do padrão das Escolas Normais (1939-1971); 5º Substituição da Escola Normal pela Habilitação específica de Magistério (1971-1996); 6º Advento dos Institutos Superiores de Educação, Escolas Superiores, Normais Superiores e o novo perfil do Curso de Pedagogia (1996-2006).

Em relação ao primeiro período, a Lei das Escolas de Primeiras Letras, em 1827, é que determina que os professores precisariam ser treinados para ministrar aulas. Nesse período, segundo Saviani (2009) "/.../ o que se propunha era que os professores deveriam ter o domínio daqueles conteúdos que lhes caberia transmitirem às crianças, desconsiderando-se o preparo didático pedagógico (p. 144)".

Com a reforma de 1890 da instrução pública do estado de São Paulo, a formação de professores foi orientada de maneira a privilegiar os exercícios práticos de ensino. Ainda segundo Saviani (2009)

> os reformadores estavam assumindo o entendimento de que, sem assegurar de forma deliberada e sistemática por meio da organização curricular a preparação pedagógico-didática, não estaria, em sentido próprio, formando professores (p. 145).

Noto que nesse período existiu uma preocupação com o aspecto pedagógico e um esboço de uma identidade da profissão professor, com conhecimentos específicos de sua profissão. Um curso de formação de professores deve formar professores, o que implica formar profissionais com conhecimentos para ministrar aulas, lidar com alunos, elaborar estratégias didáticas, "ler" processos de aprendizagem dos alunos, ou seja, todo um universo que circunscreve sua prática profissional. Um curso que forma o professor apenas em relação ao conhecimento específico negligencia todas essas características que são constituintes da prática profissional de professores. Dar atenção à formação pedagógico-didática do professor é explicitar uma especificidade de sua profissão e o diferenciar de outras pessoas que apenas sabem o conteúdo.

Nos anos de 1932 e 1939 foram criados os institutos de educação que tinham por objetivo não apenas o objeto de ensino, mas também o objeto de pesquisa. Com os institutos, a formação de professores caminhava para "incorporar as exigências da pedagogia que buscava se firmar como um conhecimento de caráter científico (SAVIANI, 2009, p. 146)".

Em 1939, os institutos foram elevados ao nível universitário e foram incorporados às universidades e, a partir do decreto de Lei n. 1190 de 4 de abril do mesmo ano, os cursos de formação de professores das escolas secundárias se estruturaram em um modelo conhecido como "3+1", no qual os três primeiros anos eram dedicados às disciplinas de conteúdos específicos, ministrados pelos departamentos de matemática e o último ano era dedicado à formação pedagógica, exercida pelas faculdades de educação. Segundo Saviani (2009) esse modelo ao ser generalizado "/.../ perdeu sua referência de origem, cujo suporte eram as escolas experimentais às quais competia fornecer uma base de pesquisa que pretendia dar um caráter científico aos processos formativos (p. 146)".

Nesse pequeno alinhavo a respeito dos três primeiros períodos considerados por Saviani, noto as dificuldades de construir cursos de formação nos quais a dimensão pedagógica estivesse presente de maneira efetiva. Os institutos de formação, que existiram por pouco mais de 6 anos, anunciavam possibilidades para isso acontecer, entretanto, foram esquecidos com a perspectiva de formação de professores realizada nas universidades no modelo "3 + 1". Penso que a ideia de mestre aprendiz, na qual quem ensina deve apenas saber o que vai ensinar e ter uma boa oratória, norteava (como em grande parte das Licenciaturas ainda norteia) os processos de formação. Ainda hoje não se tem uma caracterização de um curso de Licenciatura em Matemática que ofereça uma formação que contemple as demandas da prática profissional do professor e estratégias para os futuros professores lidarem de forma consistente com elas. Esta não é uma situação atual, mas que se anuncia desde 1890. Segundo Saviani (2009)

> /.../ ao longo dos últimos dois séculos, as sucessivas mudanças introduzidas no processo de formação docente revelam um quadro de descontinuidade, embora sem rupturas. A questão pedagógica, de início ausente, vai penetrando lentamente até ocupar a posição central nos ensaios de reformas da década de 1930. Mas não encontrou, até hoje, um encaminhamento satisfatório (p. 148).

Penso que existe uma questão política e de tradição acadêmica envolvida nestas questões que Saviani apresenta. Política no sentido de valorização do trabalho do professor, pois ele não trabalha apenas quando está dentro de sala de aula, mas em todo momento que prepara suas aulas, estuda os conteúdos e as maneiras de como trabalhá-los com seus alunos. Em relação à tradição acadêmica, penso que há uma ideologia dominante de que a matemática escolar é básica, elementar, sem muitos mistérios, e que os professores dos níveis fundamental e médio necessitam apenas conhecer os conteúdos para exercerem seu ofícios. Ter didática é falar de maneira clara e correta sobre a matemática.

Foi somente a partir dos anos de 1960 que os pesquisadores passaram a dar mais atenção à formação de professores como objeto de pesquisa, pois como afirma Ferreira (2003) "/.../ a educação em geral e a formação de professores não eram temas muito valorizados pelas políticas públicas (p.20)". Garnica (2001) apresenta algumas dessas pesquisas, destacando que na década de 1960 "/.../privilegiou a abordagem de que os problemas educacionais poderiam ser solucionados com a modernização dos métodos de ensino (p. 23)". Penso que essa abordagem de *não abordar* o problema se constitui por meio de olhares de fora dos contextos escolares, que pouco *enxergam* e conhecem as condições e possibilidades de trabalho de professores no dia a dia em sala de aula. Os métodos de ensino não se constituem sem a presença do professor em sala de aula, e não há como prescrever o que ele deve fazer desconsiderando os alunos, a escola onde atua, suas crenças e todo conjunto de condicionantes que constituem seu trabalho.

Na década de 1970 as pesquisas foram predominantemente quantitativas e pouco possibilitaram a elaboração de estratégias para lidarem com os problemas nos cursos de formação de professores (GARNICA, 2001). Os resultados apresentados eram distantes dos contextos particulares das escolas e ainda segundo Garnica (2001), nessa época, a pesquisa em formação de professores "/.../ privilegiou a experimentação, racionalização, exatidão e planejamento (p.24)". Apenas na década de 1980 os estudos sobre formação de professores se constituíram como significativos (FERREIRA, 2003; GARNICA, 2001). Segundo Ferreira (2003)

> na década de 1980, a investigação passou a envolver uma gama mais ampla de questões e temas de pesquisa e iniciou-se a utilização de uma grande variedade de metodologias. Predominavam os métodos naturalistas ou interpretativos, o pensamento do professor, bem como as influências do curso de formação de professores sobre seu desenvolvimento cognitivo e moral, tornaram-se pontos importantes (p.22).

As escolas, os professores, os alunos, os problemas, as dificuldades, as possibilidades de trabalho e muitos outros aspectos são únicos e com especificidades singulares em cada contexto escolar. Ações que não levam em consideração essas características têm pouco alcance identificar problemas e anunciar estratégias para superá-los. É preciso investigar qualitativamente a prática profissional de professores e promover oportunidades de outros olhares, a partir do que eles falam e vivenciam, com intuito de construir ações possíveis e realizáveis. Como ressalta Garnica (2001) nesta época começou-se a

> instaurar a era dos questionamentos sobre a licenciatura como situada em uma problemática educacional, a partir e em relação com os determinantes históricos e político-sociais que a condicionam (p.24).

Essas temáticas continuaram a ser pesquisadas na década de 1990, em que as pesquisas foram "centradas não somente no processo de aprender a ensinar dos professores, como também em suas crenças, suas concepções e seus valores, começaram a ser desenvolvidas" (FERREIRA, 2003, p. 24).

As pesquisas, de modo geral, passaram da ideia de ditar o que o professor deveria fazer, considerando-o como um técnico que repete aquilo que os estudiosos e investigadores da universidade proclamam, para um conjunto de temáticas que buscam elaborar estratégias a serem implementadas, quando pesquisadores e professores trabalham em colaboração. Nesta direção muitas pesquisas foram, e ainda são, realizadas a respeito de programas de formação colaborativa de professores, nos quais eles constituem-se como investigadores de sua própria prática profissional, imersos em situações de desenvolvimento profissional.

Se, por um lado, depois de pouco mais de dois séculos ainda não se tem uma estrutura de formação inicial de professores que cumpra seu papel, isto é, formar profissionais que conheçam as demandas de sua prática profissional e tenham condições de elaborar estratégias para lidar com elas, por outro, há uma gama de resultados de pesquisas, argumentos sistematizados, parâmetros e princípios para construir cursos de formação inicial com essas características que poderiam oferecer condições de formar futuros professores aptos a enfrentar os desafios da prática. Será que as pesquisas apresentam resultados distorcidos e não condizentes? Será que é de interesse da sociedade formar "bons" professores de matemática? Tendo identificado desde 1890 aspectos a serem incorporados nos cursos de licenciatura, como a questão pedagógica, a formação de acordo com as demandas da prática profissional, em grande parte dos cursos atuais esses aspectos são, minimamente, incorporados?

Esse alinhavo de alguns aspectos históricos a respeito da formação de professores serve como um pano de fundo para esboçar aspectos da complexidade de formar professores nos dias de hoje.

Texto 13
Sobre a Complexidade de Formar Professores de Matemática

Uma variável de extrema importância nos sistemas de ensino da Educação Básica é a formação dos professores. Por mais que os problemas escolares sejam diversos e envolvam variáveis que extrapolem as instâncias das escolas, a atuação dos professores tem impactos consideráveis no funcionamento da escola e na formação dos alunos. Se eles forem formados em cursos de Licenciaturas que oferecem condições para elaborarem estratégias eficientes para lidarem com as demandas da prática profissional, é possível que transformações aconteçam no contexto escolar. Como Gatti (2009) afirma,

> um amplo conceito de qualidade de educação, se alinha muito fortemente à qualidade de formação dos professores, seja ela em graduações ou em processos de educação continuada formais ou informais, fora da escola ou no cotidiano escolar (p. 92).

Dessa maneira, é preciso estruturar as licenciaturas e formar professores com diferentes repertórios de conhecimentos, com capacidades de realizar diferentes leituras dos problemas educacionais, para que possam atuar, profissionalmente, na direção superar os atuais (mas também antigos) problemas educacionais.

Entretanto, nossos cursos de formação inicial ainda carecem de uma estruturação que favoreça uma formação de professores por meio desse pequeno perfil traçado anteriormente. Gatti (2009) destaca oito pontos que apresentam uma caracterização dos cursos e que interferem na qualidade nos cursos de formação de professores. São eles:

> a) A ausência de uma perspectiva de contexto social e cultural e do sentido social dos conhecimentos;
> b) A ausência nos cursos de licenciatura, e entre seus docentes formadores, de um perfil profissional claro de professor enquanto profissional (em muitos casos será preciso criar, nos que atuam nesses cursos de formação, a consciência de que estão formando um professor);
> c) A falta de integração áreas de conteúdo e das disciplinas pedagógicas dentro de cada área entre si;
> d) A escolha de conteúdos curriculares;

e) A formação de formadores;
f) A falta de uma carreira suficientemente atrativa e de condições de trabalho;
g) Ausência de módulo escolar com certa durabilidade em termos de professores e funcionários;
h) Precariedade quanto a insumos para o trabalho docente (p.97-98)

De maneira sintética, a autora apresenta vários problemas, todos inter-relacionados e interconectados, que constituem uma complexidade. Ampliando o olhar, vejo que esses problemas não estão ligados apenas à educação e à formação de professores, mas são resultantes das grandes desigualdades culturais, políticas e sociais de nosso país. Não se pode descolar desse cenário o fato da baixa remuneração salarial, das condições precárias de trabalho, da altíssima carga horária semanal, da insatisfação de grande parte de professores com sua profissão, da falta de um plano de carreira que valorize suas formações continuadas, com sua atuação profissional. Problemas políticos, sociais da profissão professor no Brasil refletem diretamente em problemas pedagógicos e de identidade profissional (cursos que atendam às demandas da prática, que formem um professor e não um bacharel). A questão política é *um* ou talvez *o* ponto crucial de todo esse complexo sistema de formação. Os programas educacionais são, muitas vezes, programas de governo e não de estado[1], e não propiciam uma duração ampla e de longo prazo de certas ações nacionais. O investimento em educação é muito pequeno em relação a outros países, sendo no último ano, apenas 3,9% do produto interno bruto.

Esses argumentos sugerem mais aplausos e assovios para o tal palestrante, a quem me referi no texto anterior e à sua *poção mágica* para resolver os problemas da atuação e da formação do professor.

Frente à complexidade apresentada por Gatti (2009) e à incapacidade de elaborar sistematicamente a *poção mágica*, muitos educadores (educadores matemáticos) têm realizado pesquisas com o intuito de tecer compreensões a respeito da formação inicial de professores no Brasil e no mundo. Com diferentes perspectivas teórico-metodológicas, projetos políticos, intenções e motivos, a Educação Matemática agrega um número significativo de pesquisadores que investigam essa temática.

---

[1] Chamo de programas de governo um conjunto de ações específicas de um partido, presidente, governador ou prefeito, implementadas durante os anos de vigência de uma mandato. Programa de estado seria um conjunto de ações que perpassassem os programas de governo e que tenham uma duração maior para que transformações pudessem ser implementadas. Programas de estado seriam elaborados pela população em geral e não apenas por um partido político.

Jill Adler, Deborah Ball, Konrad Krainer, Fou-Lai Lin e Jarmila Novotna, pesquisadores em Educação Matemática, publicaram um artigo em 2005, com o propósito de investigar o que tem sido pesquisado e publicado no campo de formação de professores e como essas pesquisas contribuem para a melhoria da formação de professores de matemática (ADLER, *et al.*, 2005).

Os dados para esse trabalho foram coletados a partir de pesquisas publicadas em revistas, livros e anais de congressos internacionais, todos eles escritos em inglês. Por meio das análises dessas publicações, emergiram os temas: o baixo número de estudos qualitativos que envolviam poucos ou apenas um professor dentro de programas ou cursos individuais; a maioria das pesquisas em formação de professores é conduzida por formadores de professores estudando professores com os quais eles trabalham; pesquisas em países onde o Inglês é a língua nacional dominam a literatura; algumas questões têm sido estudadas, não exaustivamente, mas extensivamente, enquanto outras questões permanecem intocadas (ADLER, *et al.*, 2005).

Alguns comentários e perspectivas para a pesquisa de formação de professores foram esboçados pelos autores desse artigo. Segundo Novotna (2005),

> /.../ precisamos encontrar caminhos para transcender as barreiras culturais e de linguagem para lucrar mais com as múltiplas tradições e escolas de pensamento em relação à formação de professores (p.377, minha tradução).

Fou-Lai (2005) afirma que "/.../ o campo precisa de melhores teorias locais de aprendizagens de professores antes de tentar realizar teorias gerais sobre como os professores aprendem (p. 378, minha tradução)". Adler (2005) afirma que

> um problema duradouro na formação de professores de matemática é a tarefa de construir em um curso de formação com uma identidade da matemática e do ensino. Nós precisamos aprender melhor o que significa ensinar matemática e ensino em um mesmo programa de formação. Não entendemos suficientemente bem como matemática e ensino, objetos inter-relacionados, podem produzir e constituir uma prática de formação de professores (p. 378, minha tradução).

Segundo Ball (2005) "/.../ para o campo de pesquisa crescer e contribuir com políticas e práticas em aprendizagem de professores precisamos construir a capacidade de realizar estudos inteligentes de sondagem, comparativos e de larga escala (p. 378 , minha tradução)".

Todas essas afirmações remetem a problemas que giram em torno de uma identidade dos cursos de Licenciatura em Matemática. Não se pode deixar de considerar que cada país tem uma cultura e é a partir dela que emergem problemas sociais e políticos na formação de professores. Entretanto, parece que não apenas no Brasil, mas em grande parte dos países do mundo, os cursos de Licenciaturas em Matemática (ou similares) carecem de uma estruturação que formem professores de matemática, aptos a lidar com as demandas da prática profissional.

A tese de doutorado de Francisco (2009) apresenta uma leitura da prática profissional do professor de matemática e, em suas considerações, ele afirma que

> o que se espera do professor de matemática revela muitas cobranças sobre como ele deve agir em sua prática, porém muitas vezes não são levadas em conta as demandas com que esses mesmos professores precisam lidar (p.166).

A leitura que Franscisco (2009) realizou da prática profissional de uma professora de matemática, caracterizada por ele como *super-herói*, que ministra 48 horas aulas semanais divididas entre a rede particular e pública, faz uma denúncia aos cursos de formação inicial e continuada e às pesquisas em Educação Matemática. Estas, por vezes, pouco lêem a prática profissional de professores tomando como referência a própria prática, entretanto prescrevem o que eles devem fazer, o que precisam estudar e quais pontos necessitam ser alterados em suas atuações profissionais.

Uma fala que Francisco (2009) destaca é que o professor deve ser crítico, reflexivo, investigador da própria prática; utilizar diferentes estratégias metodológicas, ter um compromisso político; que ele deve estudar os últimos resultados da pesquisa sobre aprendizagem das diversas temáticas que trabalha, os últimos indicativos de materiais manipulativos; que ele deve utilizar as novas tecnologias de comunicação e informação. O professor precisa ter em seu trabalho todas essas ações para educar matematicamente seus alunos.

Outra fala, de outro lugar, que Francisco (2009) apresenta, é a da professora que participou da sua pesquisa

> o professor precisa saber transmitir o conteúdo e controlar os alunos. Nada de pesquisa, nada de ser crítica e reflexiva, nada de pesquisar novos meios de trabalhar as temáticas, nada disso (p. 167).

Essas duas características da prática profissional do professor são as únicas saídas que essa professora enxerga para lidar com as demandas que enfrenta. Para o autor existe um distanciamento entre essas duas falas, dois mundos que falam um do outro, mas que pouco conversam entre si (FRANCISCO, 2009) .

Há muita pesquisa na direção de mostrar caminhos a seguir e até mesmo que refletir sobre o que já produziram. Porém, há professores que atuam na Educação Básica que enfrentam os problemas mais diversos, com as mais variadas demandas. Penso que é preciso mudar de foco e trabalhar em conjunto com esses professores que atuam na Educação Básica para que as falas e as ações, tanto da academia quanto da prática profissional de professores se encontrem em um mesmo caminho.

Dois trabalhos de grande importância para a pesquisa em Educação Matemática na temática de formação de professores foram escritos por um grupo de professores da UNESP de Rio Claro na última década do século XX: *Diretrizes para a Licenciatura* (SOUZA, *et al.*, 1991) e *Novas Diretrizes para a Licenciatura* (SOUZA, *et al.*, 1995). Nesses trabalhos, os autores alinhavam pontos centrais de uma idéia de formação de professores de matemática.

No primeiro os autores afirmam que o futuro professor deve ser *livre, competente e comprometido*. *Livre*, de modo que possa ser independente para fazer suas escolhas e trilhar seus caminhos em situações do contexto escolar. *Competente*, como uma condição que permite a liberdade. O futuro professor precisa ser competente não apenas em relação ao conteúdo matemático, mas na "compreensão das idéias básicas que o suportam /.../ [no domínio] dos modos de pensar próprios da criação e do desenvolvimento da matemática (SOUZA, *et al.*, p. 91)". *Comprometido*, a ponto de fazer de seu trabalho um compromisso de ação e transformação, que busque mudanças no quadro geral do fracasso do ensino de matemática.

Esses três pilares, liberdade, competência e compromisso, constituem um perfil a ser alcançado pelos futuros professores em conjunto com seus formadores. Entretanto, é preciso que estejam em acordo com os projetos pedagógicos dos cursos de Licenciatura e que os formadores desse curso acreditem nessa ideia.

No segundo trabalho, os autores dão continuidade às temáticas discutidas no primeiro e apresentam outras contribuições. A partir da análise de congressos e documentos sobre a formação de professores, eles identificam algumas características da crise na formação de professores, sendo elas:

> influência de grupos econômicos que elaboram políticas para atender a interesses de uma parte ínfima da população; a organização institucional é burocrática; as estruturas curriculares são ineficientes; a finalidade formativa é adequada a certos princípios e não a outros; faltam metodologias para viabilizar outro tipo de formação (SOUZA, *et al.*, 1995, p.46).

É possível notar algumas semelhanças entre esses problemas levantados por (SOUZA, *et al.*, 1995) e aqueles apontados no trabalho de Gatti (2009). Mesmo com uma diferença temporal (que não é muito grande) parece que os problemas da formação de professores (e de matemática em específico) se repetem: estruturas curriculares ineficientes, falta de metodologias adequadas, falta de um foco na prática profissional do professor. Posso voltar um pouco mais no tempo e relacionar esses problemas com aqueles que apresentei ao contar uma história da formação de professores de matemática, e o que acontece mais uma vez é que eles se repetem.

Em função dessas características das estruturas dos cursos de Licenciaturas em Matemática, Souza, *et al.* (1995) apontam alguns princípios básicos para qualquer curso de Licenciatura em Matemática, que seriam a:

> manutenção do estreito vínculo com a escola de 1º e 2º graus; superação da dicotomia Bacharelado/Licenciatura; formação do Licenciando ao longo do curso; trabalho interdisciplinar entre as universidades de um mesmo curso; projetos dos cursos de Licenciatura envolvendo professores das diferentes unidades e também os alunos (p. 48).

Ao longo desses últimos anos os currículos dos cursos de Licenciatura em Matemática iniciaram um processo de incorporação de parte desses princípios básicos, como, por exemplo, as 400 horas de prática como componente curricular, que tem por um de seus objetivos discutir demandas da atuação profissional de professores, e o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), que oferece bolsas para professores da rede, alunos das Licenciaturas e uma proposta de trabalho que os envolvam, supervisionado por um professor formador. Entretanto, a lógica que estrutura as Licenciaturas ainda está ancorada no modelo "3+1", sendo que essas ações se constituem como estratégias marginais, elaboradas em pequenas instâncias da grade curricular. Dessa maneira, elas pouco modificam ou mesmo colocam em suspensão a estrutura de formação.

Sobre os atuais cursos de Licenciatura em Matemática

O trabalho de Tatto, Lerman, Novotna (2010) apresenta um estudo sobre a organização dos cursos de formação inicial de professores de matemática em vários países do mundo. Esse trabalho foi realizado a partir do *ICMI Study* de 2005[2] realizado no Brasil, com a temática de formação e desenvolvimento profissional de professores de matemática. Segundo esses autores

> para os cursos de formação inicial de professores, desde 1980, a literatura em educação matemática tem apontado a importância de ampliar e expandir os horizontes dos futuros professores em relação ao processo de aprendizagem, à natureza da atividade matemática e às variedades de estratégias disponíveis (p.318, minha tradução).

Entretanto, segundo eles a

> maioria dos futuros professores tem uma visão de que ensinar matemática é a habilidade de explicar bem um conteúdo matemático, ancorada nas suas próprias experiências de aprendizagem (p. 318, minha tradução)

Essas considerações denunciam a pouca capacidade de transformação que os cursos de formação inicial de professores têm em relação às crenças e concepções dos futuros professores. Uma causa desse problema é que, muitas vezes, esses cursos estão muito distantes da prática profissional do professor de matemática e não oferece discussões a partir do seu ambiente de trabalho. Para exemplificar com um divã particular, em meu curso de Licenciatura tive apenas vinte e quatro horas de trabalho em sala de aula com alunos de uma escola pública. Vinte e quatro horas em quatro anos. A carga horária total do curso era de 3000 horas, o que significa que passei durante toda minha formação inicial apenas 0,8% da carga horária do meu curso vivenciando minha atividade profissional.

Sobre a atual estrutura dos cursos de formação inicial de professores de matemática outro trabalho de Tatto, Lerman, Novotna (2010) apresenta características das instituições e dos sistemas de formação de professores, suas estruturas, e suas abordagens em relação ao conteúdo e ao currículo. Entre os países estudados estão Brasil, Itália, Estados Unidos, China. Os autores constatam uma grande diversidade na organização da formação de professores. Uma tendência é a formação de professores na Universidade com uma intensa discussão da matemática como disciplina. Outra é a formação de professores nos Institutos de Formação de Professores com uma ênfase na discussão da Pedagogia. Nessas tendências duas estruturas e abordagens emergem na formação inicial de professores, sendo a primeira, formação concomitante, matemática, pedagogia, olhares sobre a experiência e a prática; e a segunda, formação consecutiva,

---

[2] ICMI Study de 2005 foi realizado no Brasil e teve como tema A Formação e o Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática. Vários autores de diversos países apresentaram características das estruturas de formação inicial de professores de matemática.

período de formação e depois um período de prática (separados). Outra constatação no estudo desses pesquisadores é que na

> maior parte dos países, os matemáticos dão os cursos de matemática (Cálculo, Análise, entre outras disciplinas) na formação de professores de matemática. Os cursos de pedagogia são dados por pedagogos e em alguns casos por educadores matemáticos (2010, p. 319, minha tradução).

Esses autores ainda colocam duas questões, ainda não respondidas, em relação à formação inicial de professores:

> a primeira, os cursos de matemática ministrados por matemáticos ajudam professores a adquirir uma compreensão matemática que eles precisarão para ensinar?; a segunda, essa compreensão é melhor transmitida por educadores matemáticos e por professores que ministram aula? (p. 319, minha tradução)

Há um horizonte cultural bem estabelecido em relação às estruturas dos cursos de formação de professores, que se constituiu por meio de uma tradição de mais de 200 anos e que têm como escudo para sua permanência e manutenção, um corporativismo acadêmico instalado. Mesmo nos cursos que têm uma relação mais direta com as questões da Educação Matemática, pouca atenção é dada às escolas. Mesmo que o foco do curso seja formar professores da educação básica, a grande maioria dos formadores são os matemáticos que têm formação e profissão totalmente diferente dos professores.

Um relatório de pesquisa, coordenado pelas pesquisadoras Bernadeti Gatti e Marina Nunes da Fundação Carlos Chagas, apresenta um olhar sobre a atual estrutura das Licenciaturas no país em relação aos cursos de Pedagogia, Língua Portuguesa Matemática e Ciências Biológicas no Brasil. No que tange à Licenciatura em Matemática, as autoras apresentam dados interessantes mostrando, de maneira geral, um retrato das estruturas dos cursos. De um olhar geral de Tatto, Lerman e Novota (2010), apresento um olhar local dos cursos de Licenciatura em Matemática do Brasil. Segundo Gatti e Nunes (2008), nos cursos de Licenciatura em Matemática

> em termos de carga horária, proporcionalmente, Didática Geral ocupa 1,6% do tempo dessa Licenciatura, conhecimentos dirigidos à escola básica, 18,5%, conhecimentos aprofundados específicos da área disciplinar, 34,1% (p.100).

Um estranhamento fácil de experienciar é ver que em um curso de formação inicial de professores de matemática que formará profissionais para atuar na Educação Básica, ou seja, trabalhar na educação matemática de crianças e adolescentes de 10 a 17 anos, apenas 1,6% de carga horária é dedicado às discussões a respeito de Didática.

Outro seria constatar que apenas 18,5% é destinado a disciplinas que envolvem conhecimentos dirigidos à escola básica.

De maneira geral, as autoras escrevem que nos cursos de Licenciatura em Matemática

> 32,1% das disciplinas são de conteúdos específicos da área, o que corresponde a 43,1% da carga horária. As disciplinas específicas para a docência ocupam 30% da grade curricular, o que corresponde a 30,7% da carga horária (p.100).

Aparentemente há uma distorção entre as disciplinas (e suas cargas horárias) que compõem a Licenciatura em Matemática, pelo propósito do curso ser formar professores de matemática para a Educação Básica. Entretanto, no contexto de formação de professores, essas situações estão bem *naturalizadas*, no sentido de que para grande parte dos formadores, o que importa é a formação matemática, mesmo existindo todos esses estudos e pesquisas que argumentam em outra direção.

Em relação às disciplinas obrigatórias, que compõem a grade curricular dos cursos, as autoras afirmam que

> apesar dessas disciplinas relacionadas a esses temas serem importantes na formação de professores, nota-se que os cursos de licenciatura em Matemática ainda não incorporaram em suas matrizes curriculares um número de horas maior quanto a aspectos importantes para a formação de profissionais que vão atuar nas escolas de ensino fundamental e médio (p. 100-101).

Gatti e Nunes (2008) continuam suas constatações afirmando que todos os cursos analisados fornecem os conteúdos considerados comuns. Porém encontram-se diferenças nas denominações e grandes diferenças nos aprofundamentos. O número de disciplinas em cada uma dessas sub-áreas disciplinares, a carga horária disponibilizada no currículo para esses conteúdos, varia muito e as ênfases institucionais são diferentes. Conteúdos comuns a todos os cursos de licenciaturas são: Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra Linear, Fundamentos de Análise, Fundamentos de Álgebra, Fundamentos de Geometria e Geometria Analítica.

Penso que há certa semelhança de alguns tópicos de formação específica na formação de professores que funcionam como pilares dessa formação. Não se abre mão dessas disciplinas mesmo sem se ter justificativas para elas comporem a grade curricular. Sempre foi assim, hoje ainda é, e, talvez, sempre seja.

Para exemplificar essa afirmação, no trabalho de Silva (1994, p. 33) encontro aspectos da grade curricular do primeiro curso de matemática no Brasil, na Real Academia do Rio de Janeiro, no ano de 1810:

1º Ano	**2º Ano**	**3º Ano**	**4º Ano**
Aritmética Álgebra Geometria Trigonometria	Álgebra Superior Geometria Analítica Cálculo Diferencial e Integral	Mecânica: estática e dinâmica Hidrostática Hidrodinâmica	Trigonometria esférica Ótica Astronomia Geosésia

Segundo a autora as disciplinas do primeiro ano não necessitam de conhecimento anterior. No segundo ano havia a disciplina de *Geometria Analítica*, que seguindo a denominação de Lacroix, chamava-se "*Aplicações da Álgebra à Geometria*". O *Cálculo Diferencial e Integral* utilizava a nomenclatura de *Fluxões e Fluentes*. O que se discute em um curso de Cálculo na Licenciatura hoje é diferente de fluxões e fluentes, entretanto, a disciplina Cálculo já existia no primeiro curso de matemática, junto com a *Geometria Analítica*, e *Álgebra Superior*. Desde o início dos cursos de Matemática, disciplinas como essas, se constituíam na formação do professor de matemática. Por mais que as pesquisas apontem a necessidade de outros estudos e disciplinas, a tradição é muito bem estabelecida e difícil de ser alterada. *Como pensar um curso de Licenciatura em Matemática sem Cálculo Diferencial Integral? Um curso sem Álgebra Linear?* Esses são questionamentos que, ainda, para muitos formadores soam como estranhos, causando certa falta de *conforto* em enunciá-los, o que denuncia como alguns aspectos das Licenciaturas são *naturais* ou *naturalizados.*

Gatti e Nunes (2008) também falam da formação em disciplinas que tratam das temáticas da educação. De acordo com as autoras todos os cursos

> analisados têm disciplinas que contemplam conteúdos matemáticos da Educação Básica, Álgebra, Geometria, Fundamentos, sendo que denominações variam como Tópicos ou Fundamentos de matemática elementar, Matemática ou Matemática Básica, Matemática para o ensino, Geometria no ensino, Educação Matemática no ensino fundamental e médio. [Os conteúdos trabalhados nessas disciplinas] envolvem os conjuntos numéricos, as operações elementares, as diversas funções (função polinomial, logarítmica, exponencial, trigonométrica), as progressões aritméticas e geométricas, geometria plana e espacial, a proporcionalidade, os números complexos, os polinômios, as equações, a combinatória, as matrizes e determinantes, os juros simples e compostos (p. 106).

Aparentemente, há nos projetos pedagógicos dos cursos momentos para que a matemática escolar seja discutida na Licenciatura. Entretanto, muitas vezes essas temáticas são tratadas apenas como revisão e não se constituem em situações nas quais se discutam maneiras de como trabalhar esses conteúdos com os alunos da Educação Básica, quais são as principais dificuldades, quais estratégias didáticas a pesquisa em Educação Matemática oferece para os professores.

Gatti e Nunes (2008) continuam a *tirar fotos* dos cursos e apresentar olhares interessantes para entender a atual estrutura dos cursos de Licenciatura em Matemática. Segundo as autoras a disciplina de Prática de Ensino é oferecida em todas as instituições com diferentes nomes. Porém, não se percebe um projeto intencional que ligue aspectos de formação para a docência e há ementas repetitivas e vagas. Em 2001 foi elaborado um documento, *Diretrizes Curriculares para os Cursos de Licenciatura em Matemática*, no qual constava que 400 horas do curso deveriam ser destinadas às temáticas de práticas pedagógicas a respeito da Educação Básica. Essas 400 horas foram diluídas, por alguns cursos, em disciplinas, outros criaram disciplinas específicas para serem discutidas e alguns poucos

> apresentam disciplinas que contemplam uma dimensão mais ampla de formação propondo disciplinas como introdução à informática; introdução à história da matemática; Matemática Sociedade e Cultura; Educação e Cultura; Educação Matemática e TIC; Educação Matemática e suas investigações; Educação Inclusiva (GATI e NUNES, 2008, p.107-108).

Em muitos cursos essas 400 horas de Prática como Componente Curricular foram divididas ao longo de algumas disciplinas e se constituem na resolução de exercícios, trabalho em grupo, trabalho nos laboratórios de informática, ou seja, maneiras de trabalho totalmente contrárias às que foram propostas. Gatti e Nunes (2008) afirmam que

> embora a área de educação matemática já possua diversos programas de Pós-Graduação, tanto *lato sensu* como *strictu senso*, favorecendo a formação de professores para atuarem nessa área no ensino superior, principalmente nos cursos de licenciatura em matemática, verificamos que disciplinas ligadas a essa área de pesquisa não estão presentes na matriz curricular da maioria dos cursos (p. 107-108).

Acredito que há questões políticas envolvidas nessa escassez de disciplinas ligadas à área de Educação Matemática. Em grande parte dos departamentos de matemática, os educadores matemáticos ainda têm pouca força política para influenciar nos currículos das Licenciaturas e proporem outras disciplinas. Em muitos casos, a lógica que rege a pouca atuação dos educadores matemáticos é simples, ou seja, eles ainda se constituem em número menor que os matemáticos puros e aplicados e o corporativismo acadêmico prevalece sobre discussões conceituais de propostas curriculares para os cursos.

Em busca de uma sistematização dos cursos de Licenciatura em Matemática, Gatti e Nunes (2008) apresentam três categorias:

> 1ª: investem em uma formação com muitas disciplinas específicas em matemática e que tem poucas disciplinas pedagógicas;
> 2ª: investem em uma formação básica de matemática e uma formação pedagógica, porém com um espaço pequeno para a área de educação matemática;
> 3ª: oferece disciplinas de formação matemática de forma a atender as diretrizes, e disciplinas atribuídas a área de educação matemática, com algumas disciplinas da área de educação (p. 109).

Os cursos de matemática estão formando futuros professores com perfis diferentes, sendo alguns com uma formação *profunda* em matemática que talvez não contribua efetivamente para as demandas da sala de aula, e outros, com uma formação pedagógica desconexa da formação específica em matemática. Concordo com as autoras quando afirmam que

> todos os cursos de licenciatura contemplam conteúdos da educação básica em suas disciplinas. Porém, as discussões são de caráter mais de suplementação de conteúdos do que um trabalho que estruture o desenvolvimento do conhecimento pedagógico dos conteúdos matemáticos e do desempenho dos futuros docentes em sala de aula (GATTI, NUNES, 2008, p. 108).

Parece que por imposições políticas e de tradição de um grupo de profissionais, as estruturas dos cursos de Licenciatura em Matemática não condizem com seus propósitos. As disciplinas pouco se relacionam e as temáticas pouco convergem para um objetivo sistematizado que, na Licenciatura em Matemática, é o de formar um professor de matemática para atuar na Educação Básica. Qual será a sua prática profissional? Quais conhecimentos podem dar suportes para as demandas dessa prática? As respostas dessas perguntas deveriam servir de diretrizes para a estruturação dos currículos desses cursos.

No texto, “A Doutrina”, de Roberto Ribeiro Baldino, é elucidada parte dessa ideologia dominante que rege os cursos de formação de professores de matemática. Baldino (2001) escreve

> Nas salas de cafezinho, nas festas e nos encontros informais da academia, ouvem-se aqui e ali, fragmentos de um discurso que, se pronunciado em sua forma completa, diria o seguinte: Os problemas do ensino da Matemática resumem-se na deficiência de preparo matemático dos professores. A formação do licenciado é, via de regra, fraca. Se o professor tivesse bom preparo matemático, não se sujeitaria a ganhar tão pouco, o nível do ensino subiria, e com ele o salário. A preocupação prematura com problemas de ensino é perigosa, pois desvia o aluno do esforço que deve fazer para aprender Matemática, no momento em que mais precisa disso. Portanto, na licenciatura o essencial é garantir uma boa formação matemática nos primeiros semestres, concentrando às disciplinas pedagógicas no último ano; de preferência, no último semestre, Deve-se tomar como lema da formação do professor: primeiro, os conteúdos; depois, os métodos [...] A Matemática é a Matemática, e quem entende dela são os matemáticos, porque a Matemática é aquilo que os matemáticos fazem. Todos os grandes matemáticos aprenderam com aulas expositivas de seus mestres. Os currículos são deficientes porque são feitos por pessoas que não entendem de Matemática" Nossas universidades devem melhorar a formação matemática dos futuros professores e ter a coragem de terminar com disciplinas pedagógicas inúteis (p.2-4).

Roberto Baldino foi ouvindo afirmações desse teor ao longo de sua careira profissional. Nesse pequeno texto, sobre o qual extrai alguns recortes, a doutrina é pensada como um produto de um trabalho ideológico, como produção de significados que são sistematizados nos corredores das universidades e que passam para os futuros alunos uma visão dos problemas dos cursos de formação de professores.

O texto denuncia uma maneira de olhar para a formação do ponto de vista de uma classe dominante que desconhece muito das realidades dos professores. Como podem existir professores que acreditam que a *preocupação com o ensino é perigosa,* se o trabalho do professor se constitui como um educador? A função do professor não é ensinar matemática, mas sim educar por meio dela. A Matemática não é o foco, mas é o meio. Como é possível professores formadores dizerem que *os currículos são deficientes porque são feitos por pessoas que não entendem de Matemática?*

Grande parte dos matemáticos, durante sua formação (graduação e pós) discutiram matemática, em níveis elementares e também em níveis sofisticados, e produziram conhecimento de ponta. Eles não tiveram nenhuma discussão sobre educação, ensino, aprendizagem, nada, até mesmo por que não era o foco. Entretanto, como eles podem se “dar ao luxo” de falar de algo que nunca estudaram?

Baldino (2001) tem razão ao dizer que precisamos construir outras doutrinas que coexistam com essa e que possibilitem vislumbrar outros modos de produzir significados e com isso, constituir outras culturas de formação de professores de matemática.

Parece que falar de formação matemática de professores, no sentido de questionar, *alfineta* vários temas que durante esses 200 anos ainda são intocáveis. Como pode uma pessoa que fez bacharelado em matemática, mestrado em matemática e doutorado em matemática pura, prestar um concurso e ser professor de matemática na Universidade? Essa pessoa nunca cursou uma disciplina que discutisse questões da profissão professor, como ela pode prestar um concurso para esse ofício? Ela teria que prestar um concurso para ser pesquisador em matemática. Seria muito melhor aproveitada, foi para isso que estudou pelo menos 10 anos. Os matemáticos em seus cursos de mestrado e doutorado não estudam a matemática que eles *ensinam* nos cursos de graduação, eles estudam, investigam temas em relação à produção de conhecimento matemático, novos teoremas, conjecturas, resultados.

Os problemas relatados nesse texto e no anterior, relativos aos primeiros cursos de formação inicial de professores de matemática, ainda estão presentes em muitas Licenciaturas. Ideias, outras estruturas curriculares, argumentos e pesquisas sobre a formação inicial existem há um bom tempo e apresentam, de maneira sistematizada, direções para uma transformação na lógica que rege os cursos de formação. Entretanto, as considerações que teci sobre a complexidade de formar professores estão longe de terem alguma importância para muitos formadores: estes acreditam que para ser professor, conhecer o conteúdo e ter uma boa oratória, basta. Como discutir demandas da prática profissional com formadores com essa ideia de formação? Acredito ser muito difícil. Debater e questionar a formação matemática então...

Texto 14
Sobre a Formação Matemática de Professores de Matemática

A formação matemática do professor de matemática em cursos de licenciatura é uma área pouco pesquisada na Educação Matemática (WILSON, *et al.*, 2001; MOREIRA, 2004; LINARDI, 2006; LINS, 2006, OLIVEIRA, 2011). Dentre os diversos motivos que poderiam ser explicitados para argumentar em relação às poucas pesquisas que são realizadas, dois parecem estar evidentes ao longo de toda essa teia de ideias que apresentei. Primeiro é que, para discutir a formação matemática, é preciso entrar em terrenos de discussões áridas no que tange à discussão com matemáticos, e muitos educadores matemáticos não querem entrar nessa seara. Segundo, é que muitos educadores matemáticos não sabem a matemática do matemático, e assim sentem-se com poucas possibilidades de travar discussões e tecer compreensões no intuito de construir outras possibilidades, o que penso não ser um entrave visto que muitos educadores conhecem muito sobre atividade profissional de professores de matemática. De qualquer forma é preciso investigar, discutir e construir *outras doutrinas* para a formação de professores de matemática e tentar realizar discussões que coloquem em suspensão as disciplinas de conteúdo matemático como Cálculo Diferencial Integral, Análise Real, Estruturas Algébricas, Álgebra Linear... Penso que uma atitude desejável de educadores matemáticos, frente às discussões a respeito da formação matemática de professores nos cursos de Licenciaturas, seja a de dizer:

> *Eu sei do que você fala (sobre a matemática do matemático) e isso não é, por diversas razões e em grande parte, nem necessário e, muito menos suficiente, para formar matematicamente o professor da Educação Básica.*

Na atual literatura em Educação Matemática não há argumentos sistematizados, ou seja, oriundos de pesquisas, sobre o papel das disciplinas da matemática do matemático (LINS, 2004) na Licenciatura e, ainda, muito dos argumentos dos poucos já esboçados se constituem em relação às experiências vividas de matemáticos e educadores matemáticos ou a certas intuições sobre possibilidades de formação.

Oliveira (2011), em seu trabalho de doutorado, faz uma análise sobre como o conteúdo matemático (as disciplinas de formação matemática) é tratado pelos pesquisadores em Educação Matemática nas investigações sobre a formação de professores de matemática. Para isso realizou uma revisão bibliográfica nacional em três periódicos: *Educação Matemática em Revista*, *Boletim de Educação Matemática* (BOLEMA) e *Zetetiké*, e também em dissertações, teses e livros com essa temática. Em relação a uma revisão de periódicos internacionais ela investigou os periódicos *Educational Studies in Mathematics* (ESM), *Jornal Mathematics Teacher Education* (JMTE), *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* (ZDM). Como o volume de artigos encontrado foi muito grande, cerca de 421 textos, a autora optou por fazer sua revisão dos artigos internacionais por meio do volume 1 do *The International Handbook of Mathematics Teacher Education* (2008). A partir dessa análise, Oliveira (2011)

> apresenta tendo como foco principal a maneira como os autores encaram/enxergam/discutem o conteúdo matemático ou as chamadas disciplinas específicas nos cursos de licenciatura em Matemática (p. 59)

Em sua leitura dos trabalhos (livros, dissertações, teses e artigos, todos em periódicos nacionais) elencou as seguintes temáticas: 1ª) Sobre Matemática, seu ensino e aprendizagem: natureza e concepções; 2ª) Atitudes e abordagens no como lidar com o conteúdo matemático; 3ª) Exploração do conteúdo matemático através de metodologias e do uso de ferramentas; 4ª) Aproximações e Discussão de conteúdos em atividades formativas do Professor de Matemática; 5ª) Conteúdo Matemático, representações e significados; 6ª) Pertinência de determinados conteúdos como curriculares.

Noto que são várias as formas com as quais o conteúdo matemático é problematizado nas pesquisas de autores nacionais. Elas perpassam várias temáticas, desde a natureza da matemática até a pertinência de alguns temas no currículo da Licenciatura. Na leitura de Oliveira (2011) os trabalhos, de certa maneira,

> identificam-se e reconhecem-se como legítimas e importantes certas formas de conhecimento, distintas das da matemática acadêmica; participa-se da análise e da tematização dos significados da matemática da rua e do desenvolvimento de novos significados, possivelmente matemáticos, que coexistirão com os da rua ("não matemáticos"), sem querer substituí-los; examinam-se permanentemente as inter-relações entre diferentes matemáticas, tendo como parâmetro as relações de poder envolvidas no uso de cada uma delas; toma-se como elemento articulador das disciplinas específicas da licenciatura a prática social do

> professor de Matemática; elaboram-se seqüências didático-pedagógicas que problematizam as concepções e representações conceituais dos licenciandos sobre conteúdos matemáticos, aprofundando as visões intuitivas dentro da prática docente; desloca-se a importância dada ao conteúdo matemático para os significados para ele produzidos; e, utilizam-se noções (como CPC e conhecimento matemático para ensino) buscando-se compreender como alunos aprendem, como alunos entendem, visando ao aprimoramento da prática docente (2011, p. 106).

Oliveira (2011) também afirma que apesar de serem discutidos vários aspectos que vão além da matemática por ela mesma, os trabalhos, em sua grande maioria, não discutem o conteúdo matemático. Há uma aceitação sem muitos questionamentos em relação às disciplinas de conteúdo matemático na Licenciatura. É preciso que o professor de matemática saiba matemática. É preciso que ele tenha em sua grade curricular as disciplinas de formação matemática... Por quê? Sob quais argumentos? Em que sentido? Estas são perguntas sem sentido de serem formuladas e menos ainda com necessidade de serem respondidas, por muitas pessoas.

Entretanto, não é suficiente que os professores conheçam apenas essa matemática. É preciso que ele conheça essas temáticas e também as relações com a matemática escolar, as diferentes aplicações do conhecimento matemático; possibilidades de problematizações sobre as implicações sociais políticas do conhecimento matemático, as diferentes representações dos conceitos matemáticos... e essa lista não se acaba. Acredito que há uma certa *naturalidade* na formação de professores de matemática no que diz respeito às disciplinas de formação matemática comporem a grade curricular. Naturalidade no sentido de não acontecerem discussões, suspensões dos discursos, falas, argumentos. Leio essa naturalidade como um possível indício de certa ideologia instaurada nos terrenos da formação de professores de matemática.

Santos *et al.* (2005) apresentam uma discussão e cinco recomendações que devem nortear a formação matemática de futuros professores de qualquer nível de ensino. São elas

- A formação matemática deverá providenciar uma compreensão profunda da própria natureza da matemática;
- A formação matemática deverá contemplar o estudo do ponto de vista da matemática superior e o estabelecimento claro das suas relações com a matemática que ele vai ensinar;
- A formação matemática deverá desenvolver nos futuros professores a capacidade deles fazerem matemática;
- A formação matemática deverá propiciar experiências matemáticas que correspondem a boas práticas de ensino (p.21)

Esses autores ainda afirmam que os professores precisam ter uma profunda compreensão do que eles vão ensinar para "/.../ *desenvolver um espírito matemático rigoroso e flexível, capaz de integrar e relacionar conhecimentos, e experimentados na resolução de áreas variadas* (p. 21)".

O que é conhecer profundamente a natureza da matemática? Será que deve ser estudar teoria dos conjuntos, que hoje oferece uma fundamentação? É estudar o formalismo da matemática? É estudar como os alunos compreendem e o que é para eles a matemática que nós discutimos? Vejo que essa lista de perguntas também não para! Em relação à outra recomendação, *A formação matemática deverá desenvolver nos futuros professores a capacidade deles fazerem matemática,* será que eles querem que os professores façam, construam matemática? Será que eles querem que os professores façam matemática relacionada à Educação Básica? Mesmo assim essa afirmação é vaga e não me proporciona um entendimento de como, a partir dela, algo pode ser operacionalizado para seus cursos de Licenciatura em Matemática.

Outro trabalho nessa mesma direção é o de Onuchic e Alevato (2009) que apresenta sete necessidades que professores de matemática deveriam ter, sendo elas

- Necessitam de uma sólida fundamentação em estatística e probabilidades;
- Necessitam uma sólida fundamentação em geometria: plana, espacial, analítica, de transformações, euclidiana e não euclidiana;
- Necessitam de uma base sólida em cálculo de uma variável;
- Necessitam de uma boa base de álgebra e funções (ajuste de curvas);
- Necessitam de uma certa familiaridade com matemática discreta (análise combinatória, relações recursivas, teoria dos grafos, etc...)
- Necessitam de uma vivência com perspectivas pedagógicas diversas (p.175)

As autoras afirmam que também os professores necessitam ter familiaridade com a tecnologia e que devem fazer uso dela em caminhos significativos. A tecnologia é empregada nesses currículos para facilitar a observação de modelos e relações e, ainda, em simulações. Noto que elas não apresentam justificativas para essa formação como, por exemplo, por que os professores *necessitam de uma base sólida em cálculo de uma variável*?

Penso que as pesquisas sobre formação matemática de professores de matemática nos cursos de Licenciatura ainda estão na fase de vislumbrar outra perspectiva de formação matemática na Licenciatura em Matemática. De certa maneira, os indicativos se reduzem ainda a prescrições gerais do que o professor precisa saber, sem um olhar detalhado do *porquê* ele precisa saber.

Fiorentini (2005) num artigo que trata da formação matemática e didático-pedagógica em disciplinas da Licenciatura em Matemática, apresenta uma discussão a respeito da formação matemática nas disciplinas didático-pedagógicas e sobre a formação didático-pedagógica nas disciplinas matemáticas. Segundo Fiorentini

> A maioria dos professores de Cálculo, de Álgebra, de Análise, de Topologia, etc, acredita que ensina apenas conceitos e procedimentos matemáticos. /.../ [entretanto eles] ensinam também um jeito de ser pessoa e professor, isto é um modo de conceber e estabelecer relação com o mundo e com a Matemática e seu ensino. /.../ O futuro professor não aprende deles apenas uma matemática, internaliza também um modo de concebê-la e de tratá-la e avaliar sua aprendizagem (2005, p. 110-111).

Esses são argumentos para superar a dicotomia entre formação específica, em relação ao conteúdo, e formação pedagógica, em relação ao ensino desse conteúdo. É interessante pensar em argumentos desse tipo, pois eles anunciam um horizonte para a construção de um curso de formação de professores no qual sejam tratadas temáticas a respeito de professores de matemática, e não sobre matemática e, depois, sobre como ensinar matemática.

Pelo outro lado Fiorentini afirma que as disciplinas didático-pedagógicas

> podem contribuir para alterar a visão e a concepção sobre Matemática, principalmente se o foco passa a ser não mais o conhecimento pronto e acabado, como geralmente aparece em alguns manuais didáticos, mas, o saber em movimento em seu processo de significação e elaboração, tendo a linguagem simbólica como mediadora desse processo de significado (2005, p. 112)

Lins (2005) destaca dois argumentos que são usualmente considerados para os cursos de formação matemática na Licenciatura. O primeiro seria "o de ensinar o conteúdo a ser ensinado na escola", e o segundo o de "prover os verdadeiros fundamentos daquilo que ele vai ensinar (p. 119)" . Em relação ao segundo argumento, Lins apresenta Leonhard Euler (1707-1783) como exemplo para mostrar que não faz sentido, do ponto de vista da matemática do matemático, dizer que as disciplinas de formação matemática apresentam para o professor da escola básica os verdadeiros fundamentos da matemática. Euler não sabia nada de teoria de conjuntos, nada de estruturas, nada de geometrias não euclidianas, entre outras coisas. Afirmar isso é simples, pois ele não viveu nessa época. Entretanto, ele era um ótimo resolvedor e formulador de problemas, hábil e fluente em diversas aplicações da matemática nos mais diferentes assuntos. Há alguém que possa pensar que Euler não seria um *bom* professor de matemática? (E aqui estou desconsiderando as discussões pedagógicas sobre o que é ser um *bom* professor).

Lins (2005), com esse exemplo, pelo menos coloca em suspensão esse argumento que por muitas vezes é utilizado por matemáticos e educadores matemáticos a favor das disciplinas matemáticas na formação matemática do professor de matemática.

Seguindo a direção de pensar que o centro da atividade profissional do professor de matemática é "a de ler os alunos e tomar decisões sobre o que está acontecendo e como seguir" (Lins, 2005, p.120), esse autor argumenta que a matemática do matemático "oferece uma oportunidade única de viver o estranhamento peculiar com noções que contrariam em tudo o senso-comum e o cotidiano (p. 121)". Esse seria para Lins um argumento para cursos de Álgebra Linear, Análise Real, entre outros, comporem a grade curricular dos cursos de Licenciatura. Segundo Lins

> É apenas ao se tornar sensível a este estranhamento, por tê-lo vivido como aluno-futuro-professor, que o professor poderá ser sensibilizado para a necessidade de ler seus alunos sempre, ao invés de apenas compará-lo contra um mapa do que *deveria ser* (LINS, 2005, p.121).

Na tese de doutorado de Linardi (2006) encontramos rastros da formação matemática na prática profissional de uma professora de matemática. Essa autora buscou identificar traços da matemática do matemático, por meio de instrumentos que ela própria construiu. Para ela, a professora é capaz de tratar com a matemática do matemático (modos definicional, internalista e simbólico de produzir significados, LINS, 2004), entretanto, esses modos de produção de significados não se mostram como organizadores de sua prática enquanto professora de matemática. Essa constatação denuncia que a formação matemática não se mostra como adequada para a organização da prática dessa professora que Linardi estudou. Isso também denuncia a insuficiência dos cursos de formação matemática.

Temos uma insuficiência em relação à formação matemática de futuros professores, sendo que não se trata de saber mais ou menos matemática, ou mesmo ser esta ou aquela a verdadeira matemática que o professor deve saber. O trabalho de Linardi (2006) mostra que para organizar sua prática profissional a professora não utiliza a matemática do matemático e por conseqüência ela não se apresenta como necessária nesse aspecto da prática docente do professor de matemática. Outra constatação dessa autora é que as disciplinas de matemática dos cursos de formação inicial de professores de matemática, em sua grande maioria, são ministradas a partir da perspectiva da matemática do matemático, o que talvez seja um indício dessa insuficiência na organização da prática profissional dos professores de matemática.

Moreira (2010) apresenta um artigo intitulado, *Formação Matemática do Professor da Escola Básica: qual matemática?* no qual delineia algumas considerações sobre a formação matemática do professor de matemática. Uma primeira reflexão de Moreira são os aforismos que apresenta:

> - Quem vai ser professor de matemática vai ensinar matemática.
> - Para ensinar matemática, o professor tem que saber matemática.
> - Então...temos que ensinar matemática ao licenciado (futuro professor) (2010, p.6)

Depois Moreira aumenta essa lista apresentando mais 5 aforismos:

> - O professor precisa saber mais do que aquilo que ensina.
> - O professor precisa conhecer a matemática acadêmica para ter uma visão unificada da matemática escolar. Caso contrário esta se transforma num amontoado de regras e fórmulas desconexas.
> - A matemática científica é uma conquista da cultura humana e, portanto, deve ser universalmente socializada através da escola.
> - É preciso desenvolver o espírito científico nas novas gerações e, para isso, a matemática científica de ser conhecida pelo professor da escola.
> - O ensino da matemática na escola deve ter como objetivo último a aquisição do conhecimento em sua forma abstrata, "objetivada". A matemática acadêmica deve, portanto, servir de modelo para o professor (2010, p.7)

O autor afirma que se tomarmos a lógica desses argumentos "as discussões sobre o currículo da formação matemática do professor passam a se desenvolver em torno do eixo "internalista" [da matemática] (matemática para aprender matemática) (2010, p.)". Nesse sentido, as discussões são estabelecidas em pensar até onde vamos com a Álgebra Linear, com a Análise, entre outras disciplinas tomando sempre como referência a matemática acadêmica. Vejo que nessas discussões aspectos da prática docente do professor são desconsiderados, pois o que está implícito, é que se ele conhecer, dominar a matemática acadêmica, por conseqüência, ele vai dominar a matemática escolar, pois a segunda é um caso particular da primeira. Em termos institucionais a formação do licenciando se constrói da seguinte maneira:

> o licenciando vai se tornar professor de matemática da escola. O fato de que vai ser professor de *matemática* orienta as ações dos departamentos de matemática em relação ao curso. O fato de que vai ser *professor* deve orientar as ações das faculdades de educação em relação ao curso (MOREIRA, 2010, p.7).

Tentando sair dessa lógica, Moreira apresenta outra pergunta, na qual a prática profissional e todas suas características entram em jogo.

> Será que existe uma forma de conhecer os objetos matemáticos que seja mais adequada ao trabalho do professor da educação básica do que aquela forma segundo a qual o matemático profissional conhece esses objetos? (MOREIRA, 2010, p.9)

As ações a serem realizadas para responder essa pergunta estariam ligadas à explicitação de uma formação do professor de matemática que levasse em consideração sua prática profissional e todas as particularidades que a circunscrevem. Levaria a responder a outra pergunta: Qual é a matemática do professor de matemática? A partir dessas ações, talvez, seria possível esboçar um panorama no qual a profissão professor de matemática seria levada em consideração para pensar um curso de formação inicial, e não a profissão, matemático, como foi feita durante todos esses anos. Moreira (2010) sistematiza seus argumentos afirmando que

> ao invés de tentar "integrar" o que foi concebido desintegrado, pensemos em construir um projeto de formação em que o conhecimento matemático veiculado seja concebido já intrinsecamente integrado às questões que se apresentam ao professor em sua prática docente escolar (2010, p.14)

Romulo Lins (2005b) apresenta uma maneira para se pensar um curso de Educação Matemática e não mais em cursos de "Matemática mais Pedagogia". Em decorrência dos resultados do seu projeto de pesquisa, *Um quadro de referência para as disciplinas de matemática da Licenciatura em Matemática*, e dos trabalhos do grupo de pesquisa, Sigma-t, um curso de Educação Matemática poderia ser caracterizado

> adotando um novo conjunto de categorias para organizar a educação matemática de professores de matemática. Ao invés de Álgebra Linear, Espaços Métricos ou Geometria, os cursos são estruturados ao redor de noções como Espaço ou Medida ou Tomadas de Decisões (LINS, 2005b, p.3).

O autor afirma que esse conjunto de categorias não estaria pautado nas categorias da matemática do matemático e sim em categorias de campos típicos da atividade humana. A partir destas, o professor poderia compartilhar com seus alunos, a "partir do natural (o cotidiano) para o não-natural (o matemático) (p.10)". Com isso, de acordo com Lins, em outro trabalho escrito em 2006

> a passagem aos modos de produção de significados da Matemática do matemático se daria como *ampliação de entendimento*, e não como 'verdadeira essência do que se diz na rua', nem substituição do 'intuitivo' pelo 'matemático' (p.11).

Voltando ao trabalho de Oliveira (2011), anteriormente citado, há uma investigação a respeito da formação continuada de professores em um curso de extensão em que uma categoria do cotidiano, *Tomada de Decisões*, é utilizada como ponto de partida, dando continuidade aos estudos de Lins (2005b). Segundo Oliveira (2011) o curso de extensão

> oferece como diferencial a utilização de categorias da vida cotidiana para direcionar a sua formulação e o seu desenvolvimento; como também a aproximação do que seria o objetivo principal do nosso trabalho de doutorado, desenvolvido a partir de um dos módulos desse curso (p. 13).

É necessário estruturar os cursos de formação inicial e continuada de professores em outras categorias que não sejam as da matemática do matemático, para que se possa dar oportunidade para os alunos, nos cursos de formação inicial e continuada, experienciarem situações nas quais diferentes legitimidades estão sendo produzidas no processo de produção de significado. Uma proposta para estruturação desses cursos é a ideia de categoria do cotidiano defendida por Lins (2005b) e Oliveira (2011). Nessa direção a utilização de categorias do cotidiano como ponto de partida para formulação de atividades nas quais possam ser produzidos significados matemáticos e não matemáticos, podem oferecer contextos nos quais se possa explicitar diferenças e ampliar os modos de produção de significados.

Para um fecho sem conclusão...

Ao longo de mais de 200 anos, a formação inicial de professores e, em específico de professores de matemática, se constituiu como um espaço complexo no qual problemas foram detectados e soluções foram elaboradas, porém poucas transformações foram efetivadas. A questão salarial da carreira docente, as condições precárias de trabalho, a jornada de trabalho em sala de aula ainda são pontos decisivos para uma mudança na qualidade do trabalho dos professores. Penso que esses são três pilares que, se modificados, poderiam dar vazão a muitas das considerações esboçadas neste texto e nos dois anteriores.

Por outro lado, a prática pedagógica e profissional do professor de matemática precisa ser tomada como referência para estruturar os cursos de formação inicial de professores de matemática. Formamos professores de matemática cuja profissão consiste em educar matematicamente os alunos. Para isso é primordial caracterizar que conhecimentos matemáticos, pedagógicos, psicológicos, curriculares, (conhecimentos, sem rótulo algum) que devem fazer parte dos repertórios dos professores.

Concordo com Saviani (2009), quando destaca:

> /.../ transformada a docência numa profissão atraente socialmente em razão da sensível melhoria salarial e das boas condições de trabalho, para ela serão atraídos muitos jovens dispostos a investir seus recursos, tempo e energias numa alta qualificação obtida em graduações de longa duração e em cursos de pós-graduação. Com um quadro de professores altamente qualificado e fortemente motivado trabalhando em tempo integral numa única escola, estaremos formando os tão decantados cidadãos conscientes, críticos, criativos, esclarecidos e tecnicamente competentes para ocupar os postos do fervilhante mercado de trabalho de um país que viria a recuperar, a pleno vapor, sua capacidade produtiva (p. 154)

E ele ainda adverte:

> /.../ ou assumimos essa proposta ou devemos deixar cair a máscara e parar de pronunciar discursos grandiloquentes sobre educação, em flagrante contradição com uma prática que nega cinicamente os discursos proferidos. (p. 154)

Texto 15
A prática profissional do professor deveria ser o centro de gravidade dos cursos de Licenciatura. Nestes é preciso fazer escolhas

Olá, Plínio. O Romulo tem um projeto maior que é tentar entender um pouco mais sobre a formação matemática do professor de matemática. Dentro desse projeto, minha pesquisa busca entender o que sustenta a formação matemática do professor de matemática. As discussões são muito diversas. Enquanto no Brasil questiona-se o modelo 3+1, em países como a Inglaterra os jovens podem fazer bacharelado em qualquer curso e, se cursarem posteriormente dois anos de PGCE (Pos Graduation Certification in Education), podem dar aula no Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Olha, se você está querendo identificar os discursos que sustentam essa prática de formação, não sei até que ponto eu poderia contribuir, tendo em vista que, em princípio, sou supercrítico em relação a como se dá essa formação. É certo que, para criticar, a gente tem que entender, mas o problema é que, então, esse discurso é entendido por mim pela ótica de quem o está criticando e, portanto, com certa má vontade, digamos assim. Eu poderia apresentar algo que interpreto como sendo pontos de sustentação de um discurso sobre a formação matemática do professor, mas dizer precisamente que discurso é esse e quais são seus fundamentos, eu não saberia... Estou procurando exatamente as falhas em sua sustentação, onde é que ele pode ser minado, sua vulnerabilidade, num movimento que vise substitui-lo por um que sustente outra visão.

Acho que a forma como é feita a formação matemática na licenciatura, independente de você conhecer o discurso que a sustenta, é muito ruim. Na verdade, fico tentando apontar alternativas para ela. Não sei se tenho muita coisa para dizer, no sentido daquilo que a sustenta.

Nós pensamos em pessoas, por exemplo, o senhor, que têm um discurso estruturado, sistematizado sobre a formação matemática do professor de matemática. Nossa ideia também é tentar entender quais são esses discursos que permeiam esse campo, para tentar entender tudo isso. Porque também tem a outra ponta do trabalho que é o matemático. O que o matemático tem a nos dizer? A ideia que a gente tem é pôr em suspensão e pensar nessas coisas. Quando montamos esse pequeno texto, Romulo e eu decidimos pôr em suspensão o discurso dessa formação e o que a gente pode pensar disso. Há, aqui, algumas questões apenas para direcionar a nossa conversa. Em muitos artigos, livros, lemos que o professor de matemática deve ter uma formação sólida em matemática. Como você caracterizaria essa formação sólida?

Olhe, vou ter que divagar um pouco para situar onde quero chegar. Acho que o que se entende normalmente por uma formação "sólida" em matemática é o professor conhecer muita matemática. É ser "bom" em álgebra linear, cálculo diferencial e integral, equações diferenciais, análise, geometria, conhecer, inclusive, as geometrias não euclidianas. É ele conhecer as estruturas algébricas (grupos, anéis, corpos, extensão de corpos), se der para saber um pouco de teoria de Galois... Ele deve conhecer as funções de variável complexa, usar isso para demonstrar o teorema fundamental da álgebra etc. Não quer dizer que eu concorde que essa deva ser a formação matemática sólida para o professor da escola, mas entendo que, em princípio, esse é o discurso "oficial".

Nem sei se essa seria a formação sólida para o professor que apenas o matemático defende, pois acho que entre o matemático e o educador matemático pode haver um insuspeitado consenso (oculto) e fica difícil distinguir a visão do matemático e a do educador matemático nessa questão. Mas, pelo negativo, também pode ajudar a pensar: o que seria uma formação que não é sólida? Mais uma vez, respondo com o discurso "oficial": é a do cara que entende muito de educação, de ensino, mas não sabe resolver uma equação diferencial, não sabe o que é um grupo solúvel, não sabe o teorema da função inversa... esse cara não tem uma formação sólida. Se tomarmos temas mais próximos do que o cara ensina na escola – por exemplo, equação do segundo grau – uma formação sólida exigiria conhecer a teoria geral de polinômios sobre corpos. Resumindo, uma formação matemática sólida para o professor seria aquela que o torna capaz de ver a matemática que se ensina na escola como "caso particular simples" da matemática acadêmica. Assim é como vejo o discurso "oficial" sobre a tal formação sólida para o professor.

Vou dizer o que, no meu modo de ver, fundamenta esse discurso de formação matemática "sólida" para o professor. É o seguinte: se alguém vai ensinar matemática, então precisa saber matemática. E saber matemática é isso. Não é saber somar fração, mas saber derivada, integral, análise, equações diferenciais, isso é que é matemática. Somar fração é uma coisa elementar demais. Acho que esse "argumento" não é discutido, ninguém o põe em questão: "o cara vai dar aula de matemática, então ele precisa saber matemática". O que nós vamos ensinar para ele? Isso, isso, e isso, porque saber matemática é isso. Daí a crítica aos educadores matemáticos: lêem muito, sabem tudo de educação, mas não sabem matemática. Os próprios educadores matemáticos têm certo complexo, vamos falar assim, em função disso, e esse discurso da "formação sólida" acaba se impondo. Outro dia, em uma discussão acadêmica sobre o currículo da licenciatura, um dos meus colegas argumentou exatamente isso: "quem vai dar aula de matemática precisa saber matemática". Diante de questões como "por que um professor da Educação Básica precisa aprender variáveis complexas? "por que precisa aprender álgebra linear"? "por que aprender análise real para ser professor da escola"? Enfim, diante de perguntas como essas, alguém diz: "para dar aula de matemática tem que saber matemática". E a discussão morre. Você vir me perguntar sobre isso já é um bom sinal porque, antes, aquele argumento fechava as discussões. Então, se isso está em discussão para você, acho bom demais. Significa que isso está em pauta. Agora, entre as pessoas que formulam o currículo da Licenciatura, esse argumento costuma fechar o canal de discussão. Assentado isso, não tendo nenhuma voz contrária a essa premissa de que o cara que vai ensinar matemática precisa saber matemática, então vai-se ver qual matemática ele precisa saber. Mas quem vai decidir isso? É o matemático, o cara que conhece matemática, o profissional nessa área. Se o professor precisa aprender matemática, quem vai dizer o que ele deve aprender e quem vai ensinar? Vai ser um matemático. Aí a discussão da formação matemática do professor se reduz à matemática "em si", passa a ser sobre até onde ir no estudo das Variáveis Complexas, se vamos ter Álgebra Linear 1 e 2 ou apenas 1, se vamos ter os Cálculos 1, 2 e 3, ou apenas 1 e 2. A discussão passa a ser interna à matemática e aos matemáticos. Quem entende de matemática vai dar palpite, quem não entende (os educadores) se cala. Isso garante uma espécie de "autonomia" para a formação matemática do professor que, no meu entender, é muito nociva para a formação profissional porque os critérios que vão definir o currículo não passam pela prática do professor, pela consideração das questões que emergem da prática profissional do professor. A lógica que está regendo a organização curricular é essa: "esse cara precisa aprender matemática, então nós (matemáticos) definimos o que deve ser ensinado e ensinamos". Uma vez acertado isso, a palavra *professor* entra na história: "ele vai ser professor de matemática, então vai ser professor, então deve ir lá para a faculdade de educação, para aprender o que mais for necessário". Isso caracteriza a dicotomia entre a formação matemática e a formação como professor. Uma independe da outra, a formação matemática é autônoma, quem define a formação matemática do professor é o matemático, aquele que entende de matemática. Mas ignora-se que matemático e professor de matemática da escola são duas profissões diferentes. Uma coisa é ser matemático e ser professor de matemática da universidade. O que distingue esse profissional, o que o faz ser reconhecido como profissional competente é ser bom matemático, não é ser bom professor do curso de Engenharia ou qualquer outro. A identidade dele está aí, não está na profissão de professor (todo mundo no IMPA é professor também, mas o importante, a grande razão de estarem lá é por serem bons matemáticos e não por serem bons professores). Então, existe uma identidade profissional em jogo aí, um pertencimento a uma comunidade profissional. O professor de matemática da escola tem outro pertencimento, a "turma" dele é outra. É claro que, sendo professor de matemática, ele tem que conhecer "alguma" matemática, mas aí é onde entra outra questão. Que matemática ele precisa conhecer? Temos que qualificar isso um pouco melhor. Que matemática ele vai ensinar? Que matemática ele precisa aprender para ensinar bem essa matemática que ele vai ensinar? Se nos perguntamos, simplesmente, se o professor da Educação Básica precisa saber matemática, a resposta é um simples *sim*. Agora, se a questão é: "que matemática vai ensinar o professor de matemática na Educação Básica?" "que matemática ele precisa saber para ensinar bem essa matemática que vai ensinar na Educação Básica?", então cabe olhar para a prática docente escolar em matemática, para as questões que o professor encontra em sua sala de aula e, sobre isso, não será o matemático aquele que tem algo importante a dizer. Também, em princípio, não será o matemático que irá responder questões sobre o que o professor da escola precisa saber para que sua prática educativa seja adequada. O parâmetro não é mais a matemática, não é mais até onde vai a álgebra linear ou a análise, o que é "básico" do ponto de vista da matemática acadêmica. Temos que nos perguntar o tempo todo: que questões esse cara (o professor) encontra quando ele vai ensinar os sistemas numéricos, a álgebra escolar, ajudar o aluno a desenvolver o pensamento geométrico, o pensamento algébrico, a se familiarizar com as letras como variáveis, como incógnitas etc., compreender as formas geométricas e o espaço? Que tipo de formação ele (o professor) teria que ter, que tipo de conhecimento ele teria que dominar para enfrentar bem as questões que vão surgir em sua prática? Então, a referência, o critério, o parâmetro que vai definir que matemática é boa para ele, é sua profissão, não é a profissão do matemático, não é a visão do matemático. O critério não é a necessidade de saber derivada de função de variável complexa, porque isso é "básico". Não existe um matemático que não saiba o que é derivada de uma função complexa. Todo matemático tem que saber o que é uma série de potência, pois isso é básico no trabalho do matemático. O professor da escola já é outra coisa, se um professor da Educação Básica não conhece a teoria das séries de potência, não sabe em que condições uma função é analítica. O que é tão grave nisso? O que há de básico nisso para a profissão de professor de matemática da escola? De repente pode até ser possível argumentar que ele tem que saber, mas o critério para responder se tem ou não deve ser outro.

Tenho tentado olhar para formação matemática por essa via, tentando tirar o foco da matemática, da formação "sólida" em matemática de acordo com o discurso "oficial", voltando-me para entender o que seria uma formação sólida para o professor de matemática da escola do ponto de vista dessa profissão. São duas profissões diferentes, com práticas diferentes e, portanto, mobilizam conhecimentos diferentes.

Concordo com o Tardif quando ele diz que a relação entre os conhecimentos da formação e as questões da prática profissional do professor não se reduz a uma relação entre teoria e prática, porque não se trata de uma teoria (formação) e de uma prática (docência escolar). Há, na verdade, duas práticas postas em relações políticas. De um lado está uma prática que é a do acadêmico formando o professor da escola e, de outro, temos a prática do profissional que está sendo formado. Nas condições em que a gente vive hoje, há uma ascendência clara de uma sobre a outra. Então, não é uma coisa de teoria e prática, são duas práticas de profissionais distintos (do matemático e do professor da escola) que, por forças políticas, acontece de uma dar os parâmetros e valores para a formação para a outra. Não que a prática do matemático defina a prática do professor, mas que os valores daquela definem a formação para esta. Se olharmos a formação matemática na licenciatura, chegamos quase a 50 % do tempo de formação do professor. É um peso muito grande.

Eu fico tentando sair de um parâmetro e olhar para o outro e insisto que a gente tem que estudar a prática do professor de matemática. A minha direção não é isolada, tem uma linha dentro da Educação Matemática que trabalha por esse lado: ver que questões o professor da escola tem que enfrentar e inferir daí que tipo de conhecimentos ele precisa para esse enfrentamento. Isso tem um punhado de problemas também, não é simples. O professor que trabalha na escola no período noturno de 5ª a 8ª série tem enfrentado algumas questões; o que trabalha na escola particular de alta classe média ou o que trabalha no pré-vestibular enfrenta outras; a pessoa que trabalha na escola pública ou na escola infantil, outras ainda. Não dá para reduzir a prática do professor a uma generalidade teórica e querer "trazer tudo para a formação", não dá. Esse ainda é um grande problema: o que é possível, dessas questões da prática, trazer para dentro da formação?

Uma questão que muitas vezes é usada para sustentar o velho discurso é a seguinte: se trouxermos a prática para dentro da formação, vamos reforçar a formação para eternizar uma prática de ensino mecânico, de aplicação de fórmulas, de procedimentos, sem conceitos. Então, será que estamos querendo trazer essa prática para a formação para ficar ensinando o futuro professor a fazer isso? Não. Para fazer isso na sua prática, o professor (que faz) não precisou de uma formação "sólida" (no meu sentido) na licenciatura. Na verdade, com esse argumento, o que se quer é evitar novos parâmetros para o desenho da formação na licenciatura. Fala-se também em "baixar o nível" da formação na universidade, que o licenciando ficaria vendo "coisas" lá da escola. Isso eu não diria que é "O" argumento de sustentação do discurso "oficial" da formação "sólida", mas sem dúvida, é UM deles. Ele é um argumento pelo qual se tenta desaconselhar certo tipo de mudança na lógica da formação do professor. Não é que seja usado para sustentar o que está lá, mas é usado para evitar mexer com a formação dando-lhe um sentido diferente daquele da formação sólida oficial.

Há uma série de reflexões que precisam ser aprofundadas. Se a direção que estamos propondo fosse "ver o que o cara faz na prática e ensinar a fazer exatamente igual", então não precisaria mudar nada na formação, porque ele já faz assim na prática com a formação que ele teve. Deixaríamos como está e ele iria fazer igual. Não teria sentido esse movimento. A questão não é por aí, é pelo seguinte lado: se você quer mexer na formação, tem que conhecer o que acontece na prática. Por que o cara dá aula mecanicamente? O que mais ele faz, além disso? Os professores não fazem só coisas criticáveis, fazem coisas “boas” também. Por outro lado, nenhuma prática é gratuita. Temos que entender que toda prática tem sua razão de ser, há pressões e condicionamentos que, às vezes, fazem o professor ir para uma determinada direção. Então, se conhecermos bem, poderemos discutir uma formação que possa contribuir para que o “ruim” não se repita eternamente. Bem, outro pressuposto sobre a prática seria pensar que ela é determinada pelo processo de formação, pensar que eu vou ensinar a esse cara altas matemáticas e que, quando ele chegar lá na escola, vai fazer tudo bonito. Essa é uma crença sobre a prática. Bom, eu não tenho essa crença, as práticas são condicionadas, elas têm motivos, por mais que você possa não gostar dos seus resultados. Alguma coisa, no entanto, faz com que ela tenha certa generalidade. Se no Mato Grosso do Sul é assim, em Minas Gerais é assim, em São Paulo também, cabe perguntar: por quê? A formação não tem conseguido modificar certos aspectos da prática docente escolar. Por quê? Para tentar mudar tem que entender melhor. Por isso defendo trazer as questões da prática para a formação.

Resta ainda o problema seguinte: o que é possível apreender da prática e trazer para dentro da formação matemática? Na outra lógica, você define a formação matemática autonomamente, a partir de parâmetros internos da matemática, e depois busca integrar essa formação com a prática. Para isso foram criadas as disciplinas “integradoras” e talvez se esteja tentando fazer uso dos “estudos da prática”, essas 800 horas que as Diretrizes instituíram. Tudo para tentar integrar uma coisa que nasceu desintegrada, fruto de uma lógica intrinsecamente desintegradora.

O que a gente está querendo é exatamente buscar outra lógica. Achamos que a formação matemática, a formação do professor como um todo, tem que ser feita intrinsecamente integrada às questões que ele vai enfrentar na prática, às questões relevantes no exercício profissional. Não é ensinar matemática isoladamente, discutir a educação e o ensino em outra perspectiva, ignorando a formação matemática e depois integrar magicamente. A ideia é desenhar uma formação integrada desde o nascedouro. Isso talvez seja possível, mas integrar o que já foi criado separado é difícil. Historicamente, observa-se que a integração não tem acontecido. Começou com o 3 + 1, três anos de matemática e um ano de didática. Depois, a didática passou a ter mais espaço. Mas é a formação matemática que tem um peso grande, que é o “núcleo duro” ali, o resto é periférico, é acessório, buscando integrar esse núcleo ou buscando se integrar a ele. Se você quiser ser um pouco grosseiro ou forte na linguagem, poderia dizer que é quase uma burrice criar um núcleo duro, fechado, e depois arrumar todo o restante do currículo tentando integrá-lo com a prática e com o pedagógico. Você tem que pensar esse centro integrado desde o início. Eu estou indo por aí.

Plínio, vamos supor que você é escalado para contratar um professor para dar aula no Ensino Básico que tenha essa formação sólida em matemática, que características você vai buscar nesse profissional? Aí já com esse olhar da prática.

Olha, vou responder isso com base nas pesquisas da Deborah Ball[1], com base no seu conceito de “mathematical knowledge for teaching”. Eu diria que esse cara teria que conhecer bem as coisas que vai ensinar. Vou colocar de uma forma simplificada, mas a coisa é complexa. A equipe da Deborah Ball e outros estudiosos vêm investigando isso há mais de 20 anos e o que temos, embora significativo, ainda não deixa de ser incipiente, num certo sentido.

Se o professor vai ensinar a somar fração, ele tem que saber somar fração, 2/3 + 1/5 quanto é que dá? Se ele disser que 2/3 + 1/5 dá 7/8, está ruim, ele não tem formação sólida para dar aula de matemática na escola. Uma condição necessária seria saber aquilo que vai ensinar aos alunos. O professor dele tem que saber isso, tem que saber resolver uma equação do segundo grau, uma inequação do segundo grau, o que é um triângulo, calcular a área de um triângulo, tem que saber resolver problemas envolvendo as operações básicas. Aquilo que ele pretende que seu aluno saia sabendo da escola, ele tem que saber. Isso seria o primeiro componente do saber profissional do professor.

Outro componente seria um tipo de saber relacionado com a matemática que ele não vai ensinar para o aluno, mas que ultrapassa esse primeiro componente. Ultrapassa em que sentido? Por exemplo, ele não vai ensinar para o aluno dele que há uma diferença, do ponto de vista da aprendizagem, entre uma divisão partitiva e uma divisão cotitiva. Tudo é a operação de divisão, mas em cada caso, ela tem uma conotação diferente para quem vai ensinar (e para quem está aprendendo). Ao aluno que está no quarto ou quinto ano do Ensino Fundamental, o professor não vai ensinar que, num caso a divisão é partitiva e no outro é cotitiva e que, no que diz respeito à cognição, esses processos mentais são diferentes. O aluno não precisa conhecer uma teoria sobre isso, nem saber que uma é diferente da outra, basta que saiba resolver os problemas em

[1] Deborah Ball é uma pesquisadora em Educação Matemática que atua na Universidade de Michigan.

ambos os casos. Mas o professor precisa saber, porque isso faz diferença na sua prática docente na escola. Ele precisa saber, inclusive, que um aluno, de modo geral, entende mais rapidamente um tipo de divisão do que o outro, que ele identifica mais facilmente um caso do que o outro, de modo que ele, provavelmente, vai ter que trabalhar mais problemas e situações envolvendo um tipo do que envolvendo o outro. Esses tipos de conhecimentos, conhecimento relativos à matemática, mas que não são valorizados na prática dos matemáticos (porque as questões são outras), não precisam ser sabidos para ensinar História, nem Geografia e nem por um cara que usa a matemática, por exemplo, na Engenharia. Esse tipo de conhecimento matemático é próprio do professor, é um conhecimento profissional específico.

Outro exemplo: você tem várias maneiras de justificar que axb = bxa, por exemplo, no caso dos números naturais, que 4x3=3x4 e que 50x1418=1418x50. Você precisa, como professor, saber várias maneiras de justificar isso. Porque você explica uma vez e o aluno entende mais ou menos, você explica outra vez em outra situação e ele vai entendendo, pois o processo de aprender não é instantâneo: ensinou então aprendeu. É um processo em que o aluno vai sendo exposto ao objeto de conhecimento uma série de vezes e de maneiras diferentes, até que ele construa um entendimento desse objeto. Ele vai complementando o que entendeu da primeira vez, de outra, de outra, até que ele componha um entendimento que, depois, ainda vai ser ampliado. O professor precisa saber que o aprendizado se dá assim, mas o menino não. Se ele souber que 3x4 = 4x3, está bom, não precisa perguntar a um menino de terceira série o porquê disso. Não estou dizendo que o aluno da escola não precisa justificar nada do conhecimento matemático. De maneira alguma. Mas ele precisa ter uma justificativa para ele, ele tem que estar convencido de que aquilo é verdade, aquilo deve fazer sentido para ele. O professor não. O professor não pode estar apenas convencido de que aquilo é verdade, ele tem que convencer outra pessoa, seu aluno. Ele tem que convencer 30, 40 alunos em uma sala, sendo que em cada sala é uma coisa. A profissão dele é convencer. A do aluno não. Meu filho, por exemplo, está na 6ª série. De vez em quando ele vem me perguntar algumas coisas de matemática. Eu explico de um jeito que faça algum sentido para ele, para que ele veja uma lógica naquilo. Mas eu não exijo que ele me explique todas as razões que o levam a acreditar em alguma coisa. Eventualmente ele pode até vir a ser professor, então terá que saber explicitar essas justificativas e incorporá-las ao seu saber sobre o assunto em pauta. Em alguns momentos talvez seja crucial para o aluno saber dar uma explicação verbal para um fato matemático do qual já esteja convencido, mas nem sempre. Para o professor, é sempre necessário no exercício da profissão. Então o professor precisa saber coisas que o aluno não precisa e, às vezes, nem tem condições de saber.

O que estou dizendo é: o que ensino não é tudo o que eu sei, eu sei muito mais "coisas" do que as que ensino. E esse muito mais não é, para mim, por exemplo, que ao ensinar número inteiro eu saiba que o conjunto dos inteiros é um anel euclidiano e que outro anel euclidiano é o conjunto dos polinômios sobre os racionais. Esse "saber mais do que ensino" de que falo é um saber fundamental ao professor no exercício da profissão, não é cultura pela cultura, saber por saber. Por exemplo, se o professor sabe ou não que existe uma estrutura algébrica chamada anel euclidiano, para mim, não faz diferença alguma. O que eu quero saber é se ele tem uma formação sólida para dar aula de matemática na Escola Básica, é se ele sabe essas coisas das quais estou falando, quer dizer, distinguir uma divisão partitiva de uma cotitiva (e isso ele não vai ensinar para o aluno dele). Esse, então, é um segundo tipo de conhecimento.

Recordando: o primeiro é aquele que o professor vai ensinar diretamente para o aluno (somar duas frações, por exemplo), mas ele tem que saber mais do que isso. Mas o que mais? "Mais" poderia ser topologia, análise complexa etc., pois tudo isso é "mais" que somar frações. Do meu ponto de vista, o mais importante é um "mais" que tem referência na profissão de professor. O Vergnaud fala que achar x em $a + x = b$ é diferente de achar x em $a – b = x$. Tudo é uma subtração, como eu falei antes no caso da divisão, só que em um caso você fala "Eu tinha oito bolinhas, ganhei algumas mais e fiquei com 11, quantas ganhei?", e a conta é "11 menos 8, igual a 3". Agora, se você fala "Eu tinha 11 bolinhas e perdi 8, com quantas fiquei?", o aluno tem mais dificuldade com a primeira situação. Isso não sou eu falando da minha cabeça, pesquisas do Vergnaud enfatizam bastante essa diferença para o aluno. Eu tenho um vídeo que eu trouxe lá da Espanha em que o professor pergunta para o mesmo menino (de 8, 9 anos) essas duas questões e uma ele responde certo "na lata" e a outra ele não consegue responder. A conta é a mesma, $11 – 8 = 3$, mas uma ele sabe fazer e a outra não. Isso é pesquisa com ligação direta com a sala de aula. O professor tem que saber a diferença entre uma situação e outra do ponto de vista cognitivo, mas o aluno não. Ele precisa saber dar a resposta para cada uma das situações. Não precisa entender a diferença do ponto de vista de quem vai ensinar, porém o professor sim. É esse segundo tipo de conhecimento que eu usaria para saber se o candidato tem uma formação sólida.

Agora, um terceiro tipo de conhecimento que estou utilizando para responder a sua pergunta (pois também acho que faz parte de uma formação sólida em matemática para o professor da Educação Básica) é conhecer a relação da matemática com o aluno que aprende. Se alguém diz conhecimento matemático "sólido" pensa-se apenas em "conhecimento" e "matemática". No caso desse alguém ser professor, há que considerar os alunos também. Por que tal conceito é difícil para um aluno? Claro que um processo de formação não vai considerar a dificuldade de cada aluno. Mas tem algumas coisas que são generalizadamente mais difíceis para quase todos os alunos. Se os alunos têm mais dificuldade, um professor experiente pode antever isso, pode abordar o assunto antecipando essas dificuldades. É um conhecimento sobre o aluno em relação com a matemática que ele vai aprender. Não é nem simplesmente matemática (somar fração), nem isso que ele tem que saber a mais para ensinar a somar fração. Está relacionado ao ato de ensinar, mas não é nenhum desses dois tipos conhecimento citados anteriormente, é um terceiro tipo que se volta para as dificuldades que os alunos normalmente enfrentam quando vão aprender tal coisa; que se volta para o tipo de erro cometido com maior frequência pelos alunos etc. Sabendo isso você já pode dar um exemplo de onde aquele erro vai aparecer e pode discutir e explicitar a situação que provoca o erro. É um conhecimento que também não faz parte do aprendizado do aluno na formação escolar em matemática. Está relacionado com a matemática, com as situações de aprendizagem em matemática nas quais o aluno enfrentaria maiores dificuldades, com os tipos de erros mais frequentes, com os tipos de pensamento que levam a equívocos, com a relação entre linguagem e erro. São conhecimentos que interessam ao professor de matemática e não ao de inglês ou de geografia. É, portanto, um conhecimento profissional específico do professor de matemática da escola. Deve fazer parte da formação sólida dele. Eu olharia esse tipo de conhecimento para saber se o candidato tem uma formação sólida.

E, finalmente, o que acho que é parte de uma formação matemática sólida para o professor, seria ele conhecer a matemática em relação com o ensino, com a educação escolar. São estratégias possíveis de ensino de um determinado tópico. Por exemplo: vou ensinar divisão de frações hoje. Posso chegar lá e falar que dividir duas frações é multiplicar a primeira pela segunda invertida e pronto. Aí dou exemplos. Um professor que tem uma formação sólida deve saber que isso não funciona. Ele sabe que os alunos vão decorar essa regra e não saberão reconhecer as situações em que precisa dividir. Então, esse professor pode adotar outra estratégia. Por exemplo, dar um problema em que se faça notar a necessidade de dividir duas frações. Pode deixar essa coisa de multiplicar a primeira pela segunda invertida para o fim do processo. Ou seja, adotar uma estratégia para introduzir a operação com um significado, numa situação em que aquele conhecimento a ser trabalhado faça sentido para o aluno. Você não está querendo ensinar a estratégia para o aluno, mas você tem que conhecer possíveis estratégias. A estratégia também não é aquilo que você tem que ensinar. Não é nenhum dos conhecimentos anteriores, é uma coisa que tem a ver com a matemática e com o ensino. Que exemplos eu vou dar para introduzir o conceito tal? O professor precisa saber, mas o aluno não. Você não vai ensinar isso a ele, você vai ensinar o conceito e ele vai trabalhar bem com os conceitos. Agora, que exemplos e problemas você vai pegar primeiro? Isso é um tipo de conhecimento que faz parte da formação sólida do professor.

Eu dei exemplos dos quatro – são quatro – domínios que compõem uma formação sólida para a prática do professor, segundo a Deborah Ball. Como eu faria para examinar um candidato a professor da escola? Eu tentaria olhar para o quanto esse cara conhece sobre essas coisas.

Eu gostaria de fazer uma observação: repare bem a diferença que existe entre a formação sólida do ponto de vista da matemática e a formação sólida do ponto de vista do professor de matemática da escola. O cara pode ter uma formação solidíssima em matemática, o cara pode conhecer integrais múltiplas, Análise no R^n, o cara pode ser um doutor em Matemática, por exemplo e pode não ter esses conhecimentos que exemplificamos como fundamentais para o professor da escola. O primeiro ele vai ter, o que o aluno da escola sabe (somar fração), ele sabe. Mas, do resto, ele pode não saber nada. Ele tem uma formação sólida, mas pode ser um péssimo professor. Uma coisa não garante a outra, uma formação sólida em matemática não tem nada a ver com a preparação sólida para o trabalho profissional docente na escola. São duas coisas diferentes, e o cara, ao mesmo tempo, pode ter uma formação matemática sólida como professor sem saber as coisas que um doutor em Matemática sabe. O que é uma variedade diferenciável, por exemplo? Um doutor em Matemática que não sabe o que é isso é como um aluno do Ensino Médio que não sabe quanto que é dois mais dois. Mas um professor da escola não saber o que é uma variedade não tem problema algum, em absoluto. Ele pode ter uma formação matemática solidíssima como professor. Compare, para você ver, essas duas coisas sobre as quais estou falando. Na verdade, você pode observar o seguinte: quase todo mundo que tem essa formação "sólida" em matemática não tem a outra (a do professor de matemática). E todo mundo que tem a última, não tem a primeira. Isso porque elas emergem de lugares diferentes, visam objetivos diferentes. A pessoa se engaja em uma OU em outra. É muito difícil que uma pessoa trabalhe em duas profissões ao mesmo tempo, que faça pesquisa em Matemática durante o dia e vá dar aula na escola básica durante a noite [risos].

Plínio, na licenciatura em Matemática, os alunos cursam disciplinas como Cálculo Diferencial Integral, Geometria, Álgebra Linear, Estruturas Algébricas, Análise Real, entre outras, para terem uma formação matemática. Quais são as justificativas para esses cursos comporem a grade curricular do futuro professor de matemática que atuará na Educação Básica?

Do meu ponto de vista, eu não conseguiria justificar. Eu não defenderia tirar tudo isso ou falar "essa disciplina aqui não serve para nada", pois acho que a gente não tem estudo crítico suficiente para poder dizer isso. O que acontece, do meu ponto de vista, é que todas essas disciplinas estão aí por uma imposição da tradição. De certa forma, a sociedade autoriza os matemáticos definirem como deve ser o currículo da formação matemática do professor da escola. Esses profissionais consideram que essa formação que você citou é importante. Então ela não está aí à toa, tem uma tradição de muitos anos, sendo que em muitas partes do mundo é assim. Não é uma coisa só de matemático brasileiro, é uma conjuntura bastante ampla.

Acho que minha direção, hoje, é pelo lado da pesquisa, do entendimento, da introdução da prática de investigação na formação do professor. A formação pedagógica tem a pesquisa em Educação como suporte (pesquisa em ensino e em aprendizagem, as teorias de Piaget, Vygotsky, etc), mas a pesquisa na formação matemática não tem essas bases. As pessoas argumentam muito a partir do senso comum. Até quando vamos a um congresso vemos coisas assim: alguém afirma que "para ensinar isso, tem que saber aquilo". Aí me pergunto: vem cá, com base em que estudo você afirma que o cara que conhece os números reais como cortes de Dedekind está mais apto a ensinar na escola ou até a entender outras coisas na matemática escolar? Qual é o argumento? Nem precisa me dar um estudo fechado, completo, mas apenas dizer o que, além da tradição, justifica isso. O cara normalmente não tem uma justificativa, isso é coisa rara.

Às vezes a explicação vem por esse lado ali que eu falei antes: o cara vai dar aula de matemática, precisa saber matemática, então ele precisa saber que o conjunto dos números reais é o conjunto dos cortes de Dedekind nos racionais. Por quê? Porque isso é que é matemática e é preciso saber matemática para ser um professor de matemática. Mas, fora isso, não tenho visto explicações. Acho que tem que ter pesquisa, não estou falando que essas disciplinas não têm função nenhuma e que a matemática acadêmica não tem papel algum na formação do professor. Talvez tenha. Tenho até me esforçado por conhecer pesquisas por esse lado, pelo lado de achar como essa matemática acadêmica pode contribuir para a prática do professor da escola, mas estou em outra briga agora que é essa coisa de tentar trazer as questões da prática e relacionar com as questões de formação, por isso não ocupo tanto tempo, em termos de minhas pesquisas, por esse outro lado. No momento, tenho investido mais em mostrar que existem conflitos, dificuldades de integração entre os conhecimentos matemáticos úteis na escola e a matemática acadêmica. Uma formação centrada nos valores da matemática acadêmica pode, às vezes, servir de obstáculo para que o professor entenda o aluno, suas dúvidas, suas dificuldades. Então, hoje, eu diria que os quatro tipos de saber matemático sobre os quais falei anteriormente prevalecem como os fundamentais para a formação do professor da escola. Uma formação matemática sólida, do ponto de vista do matemático, pode até atrapalhar. Tenho identificado conflitos importantes entre a matemática escolar (conhecimento associado à prática docente em matemática na escola) e a matemática acadêmica (associada à prática do matemático). Estou investindo nisso atualmente para ver se consigo botar o dedo na ferida. Se esses conflitos não são explicitados, ficam encobertos, a coisa fica na base do senso comum. Meus trabalhos têm sido na direção de apontar conflitos entre uma formação matemática e outra, para ver se uma nova lógica de formação emerge da constatação desses conflitos. Não digo que a matemática acadêmica não tenha papel nenhum na formação do professor. Mas é absurdo, do meu ponto de vista, que ela ocupe quase 50% do currículo sem nenhum fundamento para isso, por uma questão puramente política. Nenhum fundamento específico, nenhum fundamento de investigação, de pesquisa, de ensino, de nada. Mantem-se por uma tradição e por uma imposição política. Agora, também eu não acho que só por causa disso você vai correr o risco de jogar a água fora com a criança e tudo.

A Deborah Ball trabalha há 20 anos com recursos, com uma equipe grande. A Elena Nardi[2] também, sei lá que tipo de coisa ela discute exatamente, mas deve trabalhar com uma equipe. Aqui, a gente trabalha muito disperso nesse tema, temos grupos de pessoas, mas cada um faz suas pesquisas, quase individualmente. Eu gostaria de ver mais gente trabalhando, até com outra perspectiva, se fosse o caso, mas, pelo menos, fornecendo elementos para nossas pesquisas também. Por exemplo, grupos que estivessem estudando de que forma o Cálculo Diferencial e Integral (de uma variável e de várias variáveis) efetivamente contribui para a prática do professor da Educação Básica. O licenciando tem dois anos de Cálculo 1, Cálculo 2, Equações Diferenciais, Análise na Reta, Série de Fourier, Transformadas de Laplace etc., e a gente não sabe em quê isso contribui. Talvez contribua, mas a gente não sabe.

Se estivesse na posição de decidir, não tiraria isso tudo do currículo, mas tentaria uma reformulação mais voltada para as questões do professor. Não com base em pesquisa, pois ainda não existem, mas, ainda na base do bom senso, poderíamos redirecionar algumas disciplinas como a geometria plana para que o licenciando possa refletir sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico, em lugar de se ensinar geometria com uma abordagem axiomática. Ele não vai ensinar geometria axiomaticamente e ele não conhece nada do Van Hiele, por exemplo. Mas, talvez, sei lá, é possível que seja bom para o professor conhecer, até conhecer para não fazer desse modo na escola. Porque, às vezes, se o cara não conhece direito, ele faz porque o livro faz, por que alguém faz, porque o coordenador manda, então ele faz assim. Mas se ele conhecer bem, não vai fazer assim, porque ele sabe que desse jeito não funciona, que não dá certo. Sei lá, isso é uma possibilidade. Eu poderia até dar um curso de geometria mais axiomático, mas não para ensinar a geometria para o futuro professor: seria para discutir a questão da visão axiomática da geometria, que papel essa visão tem na constituição da matemática, como uma coisa que possa ampliar a visão do professor. Não é algo para preparar o cara para dar aula de geometria na escola, como geralmente, as disciplinas de geometria nas licenciaturas têm a pretensão. Então não tiraria tudo, talvez eu fizesse algumas modificações. Eu diminuiria bastante, deixaria muitas coisas como optativas. Por exemplo, equações diferenciais é uma fonte de exemplos em que

[2] Elena Nardi é uma pesquisadora em educação matemática que atua na Universidade de East Anglia no Reino Unido.

você usa matemática para resolver problemas de engenharia, de outras áreas, com modelos matemáticos interessantes etc. Newton provou as leis de Kepler usando modelos matemáticos que, fundamentalmente, são equações diferenciais. Então você tem uma fonte de exemplos em que a matemática tem sentido, um entendimento do mundo, certo tipo de entendimento do mundo. Algumas coisas são passíveis de serem entendidas usando os modelos matemáticos. O fenômeno não é matemática, o fenômeno é outra coisa. Então, tem uma distância muito grande aí, que você poderia discutir em um curso de equações diferenciais com um professor. Ele não vai dar aula de equações diferenciais, ele não vai dar aulas disso para os meninos da escola, não vai dar nenhum exemplo daqueles lá, o sistema massa-mola, circuitos elétricos etc. Mas, *talvez*, tenha alguma função na formação dele como professor da escola. Então essa questão pode ser parte de uma formação. Por isso estou falando: eu não defendo essas disciplinas no currículo porque não há fundamento para isso. Estou levantando hipóteses, uma conjectura que acho razoável: vamos oferecer uma disciplina de equações diferenciais? Vamos. Primeiro vamos botar como optativa, o cara que quer ter acesso a esse tipo de exemplo procura a disciplina. E, segundo, não vamos ficar ensinando o cara a resolver vinte tipos de equações diferenciais e depois mais aquele outro, e aquele que tem esse truque assim ou assado, porque isso é para quem vai manipular equações diferenciais, para o cara que trabalha com física ou para o matemático que precisa conhecer essas técnicas de resolução de equações diferenciais. Mas não se pode esquecer que o curso é para um formar um professor de matemática da escola básica. Então, o que seria interessante, é apresentar exemplos em que você parte de um fenômeno da natureza, ou econômico, ou da biologia etc., e você aproximar esse fenômeno por uma equação diferencial e deduzir coisas do fenômeno a partir da equação diferencial que serve de modelo a ele, algo sobre o futuro desse fenômeno etc. Não é para preparar o cara para ir dar aula na escola, não: é para uma informação, formar uma visão da matemática (acadêmica) e das suas relações com certos fenômenos. Eu poria como optativa e até recomendaria que as pessoas fizessem. De todo modo, se fosse defender um currículo de um curso de formação matemática para professor da escola, eu centraria nesses quatro domínios sobre os quais falei, e a matemática acadêmica eu não jogaria fora, por não ter conhecimento suficiente sobre suas possíveis contribuições, mas deixaria como opção para uma complementação do currículo.

Vamos pesquisar, vamos procurar entender. Também não é uma ou duas pesquisas não, porque se você quiser fazer uma investigação para "provar" que o cara que sabe Cálculo dá aula melhor na escola, você "prova". Aliás, você prova qualquer coisa que quiser em uma investigação qualitativa, pois é razoavelmente fácil distorcer aqui, ali, e chegar às conclusões que você quer. A questão é uma massa de pesquisa desse tipo, pesquisas que convergem: se uma for deturpada, a outra não vai deturpar do mesmo jeito. Você precisa de um conjunto de pesquisas, de investigações que pendem para um lado, que convergem de alguma maneira, não precisa ser tudo igual. É isso que quero dizer com "massa crítica de pesquisa". Baseado numa massa crítica, você tem um pouco mais de segurança para tirar conclusões e suporte científico para substituir ou eliminar certas disciplinas. Um primeiro movimento seria nesse sentido. Enquanto não existe massa crítica, acho que uma direção razoável seria amenizar a tal formação matemática "sólida" (que é quase 50% do tempo curricular), enfatizando os quatro domínios (sobre os quais não há quase nada no currículo). Amenizar como? Tornando a maioria delas optativas e reorientando o enfoque na direção que descrevi acima. Aquela (a dos quatro domínios) é fundamental, agora, essa aqui (matemática acadêmica) é um complemento, caso o professor se interesse por esse complemento, mas não é fundamental para preparar o professor da escola para sua profissão, até que pesquisas mostrem o contrário.

Plínio, eu vou apresentar um exemplo de um cara que, seguramente, não sabia nada de Estruturas Algébricas, de Análise com épsilons e deltas, não sabia nada de Conjuntos. Quando digo nada, quero dizer que ele seria reprovado em qualquer primeira prova de Teoria dos Conjuntos, qualquer primeira prova de Estruturas, qualquer primeira prova de Cálculo. Entretanto ele era um excelente resolvedor de problemas, excelente formulador de problemas, hábil e fluente em aplicações da Matemática a várias áreas e com domínio certo da Matemática. Eu falo do Euler. Poderia ser outro mas o Euler é emblemático. O que você acha disso? Como você justifica essa formação sólida, que o senhor não justifica, e essas disciplinas de conteúdo matemático nas licenciaturas?

É um exemplo justamente para mostrar essas diferenças que a gente está discutindo. Eu já li esse exemplo do Romulo, li essa citação em algum artigo dele. Não sei se ele falou isso em palestra durante algum EPEM, mas já li coisa do Romulo em que ele fala isso. Eu acho bom o exemplo para mostrar que um dos maiores matemáticos da época, o cara que mais publicou em matemática, que publicou em várias áreas da matemática, não conhecia os números reais do ponto de vista formal que se tem hoje. Só no século seguinte Dedekind apresentou uma definição formal dos números reais. Outro exemplo seria Newton, que também não conhecia os números reais formalmente e teve uma contribuição fantástica na física e na matemática. Eu acho bom esse exemplo do Euler nesse sentido, para mostrar que nem para produzir a própria matemática é necessário tanto dessa formação "sólida" que se quer dar ao professor da escola. Mas tem uma sutileza aí que é o seguinte: Euler viveu numa época em que sua produção não precisava disso. Nos anos 1800 aparecem questões que levaram a esse movimento da aritmetização da análise, ou seja, a análise passou a requerer fundamentos sólidos, começou-se a trabalhar com problemas finos de integrabilidade, com coisas que na época do Euler não estavam postas, não estava posta sequer a necessidade de uma definição formal de função. Isso quer dizer que as questões que estavam postas para o Euler, a matemática que ele produziu, não demandava esse tipo de consideração. Hoje eu já acho difícil produzir matemática (e nem precisa ser no nível do Euler não, pode ser uma produção bem mais restrita) sem conhecer os números reais como corpo ordenado completo. Vão retrucar: "por que isso que você diz é verdade?" E os argumentos vão ter que se fundamentar nesses formalismos. A comunidade matemática, hoje, tem outra noção de rigor. E essa nova noção foi, de certa forma, decorrente das questões que estavam sendo postas para os matemáticos desde o século XIX, questões muito finas, e quando chegavam a algum ponto da reflexão percebiam que havia necessidade de definir o que é número real e obter dedutivamente suas propriedades. O Euler não trabalhou sobre questões desse tipo, então dá para entender por que foi capaz de produzir sem saber o que era número real formalmente. O exemplo do Romulo é bom, mas ele não pode ser levado ao extremo, porque as circunstâncias em que se produziu matemática na época do Euler eram outras. O exemplo é bom no sentido de mostrar a diferença, ou seja, você vai formar um professor da escola, então ele não precisa receber essa formação que o matemático precisa. Nesse caso, o exemplo é fundamental para distinguir duas matemáticas. Que uma coisa é uma formação sólida para ser professor, para trabalhar nas circunstâncias em que o professor da escola trabalha e outra é uma formação sólida para ser matemático, para trabalhar nas circunstâncias em que o matemático trabalha.

Vou contar uma história que tem a ver com isso do Euler: um dia, um professor do Departamento de Matemática da UFMG, conversando comigo falou: "mas o aluno quer trabalhar com tal objeto (não me lembro mais o que era), mas não sabe a definição”. Eu falei para ele que também não sabia a definição de um punhado de coisa com as quais trabalhava, além de observar que existe um punhado de coisas que a gente nem define. Por quê? Porque é complicado demais definir, mas nem por isso a gente deixa de trabalhar com aquilo. Por exemplo, área, como é que você vai definir área para um menino? Uma definição formal de área não serve... Mas você encara, você não vai deixar de trabalhar com área porque é difícil definir. Mas na matemática acadêmica tem hora que tem que parar e gastar energia para definir, do contrário não se avança.

Plínio, eu vou fazer duas afirmações sobre a matemática acadêmica e a matemática escolar, que até mandei no email, mas vou ler para gente discutir:

> *“[...] Por muito tempo [...] os homens da universidade preocuparam-se exclusivamente com as suas ciências, sem considerarem as necessidades das escolas, nem mesmo se preocupando em estabelecer uma conexão com a Matemática escolar. Qual foi o resultado desta prática? O jovem universitário se encontrava, no início, confrontado com problemas que não sugeriam, de maneira nenhuma, as coisas com as quais ele tinha se ocupado na escola. Naturalmente, ele esquecia estas coisas rápida e completamente. Quando, ao fim de seus estudos, ele se tornava um professor, encontrava-se repentinamente na posição de ter que ensinar a tradicional matemática elementar da antiga e pedante maneira; e, uma vez que ele praticamente não era capaz, sem ajuda, de distinguir qualquer conexão entre esta tarefa e sua Matemática universitária, logo se acomodava ao que a tradição honrava, e seus estudos universitários permaneciam apenas uma lembrança mais ou menos agradável, que não tinha nenhuma influência sobre seu ensinar”.*

Isso é legal porque ele escreveu isso, em 1908, e é uma coisa bem atual, ele olhou longe.
Tem, ainda, um trabalho da Anne Watson, que ela publicou agora na revista For the Learning of Mathematics. Ela vai dizer assim:

> *Eu afirmo que a matemática escolar não é, e talvez nunca será, um subconjunto da reconhecida matemática acadêmica, pois ela tem diferentes justificativas, autoridades, formas de raciocínio, atividades centrais, propósitos e conceitos unificadores e, necessariamente que os recortes da atividade matemática se dão em diferentes maneiras daquelas da matemática acadêmica.*
> *Eu entendo a **matemática acadêmica** por atividades que avançam o conhecimento matemático: as formas de engajamento, tipos de questões, padrões de argumentos que são aceitos como contribuinte para o cânone convencional da matemática pura e aplicada.*
> *Por **matemática escolar**, eu entendo as formas de engajamento na matemática em contextos formais de ensino para o iniciante, incluindo os graduandos, ou por aqueles que não se vêem como iniciantes, mas que tem a matemática impelida sobre eles.”*

Nossa ideia, Plínio, era tentar ver o que o senhor pensa sobre isso.

Tem nuances aqui e ali, mas eu concordo plenamente que existe uma matemática escolar e uma matemática acadêmica. Na minha tese de doutorado trato dessa questão.

Meu trabalho tem sido, como disse antes, o de buscar os elementos conflitivos entre essas matemáticas, com o objetivo de distingui-las e reconhecer seu papel diferenciado na formação do professor da escola. Uma coisa é ver números reais assim, formalmente. É importante para o matemático que seja possível vê-los assim. E para o professor, ao contrário, pode não ser bom, pode atrapalhar bastante, pode até impedi-lo de ver os números reais de uma maneira útil dentro da sua profissão. Quando a matemática é vista como um grande guarda-chuva, como se a matemática escolar fosse a elementar e a matemática acadêmica a avançada, como se as duas estivessem em progressão linear, quer dizer, você tem a parte da matemática escolar como se fosse facilzinha – frações, aritmética dos naturais, equações do segundo grau, uma geometria euclidiana simples – e então segue complicando essa matemática, de números inteiros a polinômios, estruturas algébricas, anéis, outra geometria, outras métricas etc., e aí passamos à matemática avançada, como se uma fosse simples extensão da outra. O olhar para a matemática escolar fica determinado por essa via: de cima pra baixo. Então, se vai olhando a matemática escolar como se fosse uma parte (elementar, fácil) da (única) matemática. Quando você olha assim, quais as conseqüências? A primeira é: se o cara sabe o maior, sabe o menor. Conclusão: se ele aprender a matemática acadêmica, essa matemática "sólida" do ponto de vista acadêmico, a outra (matemática escolar) é o "caso particular", está contida naquela. Os inteiros são um caso particular de um anel euclidiano. Se ele estudou a estrutura de anel, todas as propriedades de um anel euclidiano, então ele, em princípio, sabe tudo sobre os inteiros. E assim se justifica essa questão dos fundamentos para a formação matemática "sólida". Por isso que eu acho importante enfatizar os conflitos. Por isso acho importante distinguir uma da outra, são formas distintas de conhecer matemática: uma atende às necessidades da prática docente escolar (matemática escolar, no meu entendimento) e outra (que chamo de matemática acadêmica) atende às necessidades da prática profissional dos matemáticos, que é produzir matemática na fronteira.

São duas formas distintas. Mas insisto que uma pergunta ainda se coloca para a investigação científica: que papel teria a matemática acadêmica na formação do professor? Estou doido para ver pesquisas aí. Como disse, o que estou fazendo não é isso, estou tentando mostrar que a matemática escolar não é um caso particular da matemática acadêmica, algo próximo ao que a Anne Watson está falando, isto é, as duas são marcadas por valores diferentes, por normas diferentes, por objetivos diferentes, por lugares sociais diferentes. A instituição escola é uma coisa, o instituto de pesquisa ou o departamento de matemática de uma universidade é outra.

Você pega um cara que está fazendo um doutorado em matemática, por exemplo. Ele conversa com matemáticos o tempo todo, conversa com pesquisadores etc. Hoje em dia em um programa de doutorado em Matemática quem dá aula são matemáticos que produzem, porque do contrário a CAPES desautoriza esse programa. Pode ser que alguns produzam menos, outros produzam mais, isso varia de uma instituição para a outra. Mas, certamente, o doutorando está sendo aculturado por professores que produzem matemática e que o fazem com esta identidade profissional. A identidade do matemático não é ser professor de Cálculo 1 para o curso de engenharia, seu orgulho é publicar em uma revista importante de matemática, é produzir matemática. Secundariamente ele dá aula, também, porque ele tem que dar aula. A instituição também se orgulha do professor que tem em seus quadros na medida em que ele ganhou um prêmio por sua produção científica. Porque ele é bom professor... isso aí está tudo bem, meus parabéns, e só. Nem premiação existe. Então, quanto a essa distinção, eu concordo, em tese, com a Anne Watson, embora em algumas nuances pudesse discordar. Além disso, acho que essa distinção é, hoje, uma direção fundamental. Na medida em que você distingue a matemática escolar da matemática acadêmica, você tem a possibilidade de falar o que é a matemática escolar. O que é a matemática acadêmica todo mundo sabe, é essa que os matemáticos produzem e que eles tentam colocar, inclusive, como formação para o professor da escola. A matemática acadêmica está estabelecidíssima, a comunidade dos matemáticos é um grupo poderoso socialmente. São cientistas respeitados. A matemática escolar ainda não se constituiu como um objeto. A Anne Watson tenta dar uma conceituação do que é matemática escolar e do que é matemática acadêmica, e aí eu poderia discordar dela em alguma coisa. Mas teríamos que aprofundar mais as ideias dela, ver o que ela quer dizer exatamente, qual o contexto do trabalho dela. Nesse contexto que estamos discutindo, que é a formação do professor, não quero discutir com ela. O mais importante é preservar a concordância na questão geral de que há essa distinção. Esse movimento de saber o que é a matemática escolar vai dar importantes contribuições para a formação do professor. Viabiliza-se, a partir dessa distinção e desse movimento, a possibilidade de transformar a formação matemática que a gente vê aí nas licenciaturas. E mesmo que não trabalhemos na mesma direção, gosto que haja mais gente pensando a formação matemática do professor. Acho que quem tem pensado sobre isso tem sugerido mudanças. Mas mudar em que direção? Se essa direção emerge, se a matemática escolar é outra coisa, que outra coisa é? O que nós vamos botar no lugar dessa matemática que está aí no currículo da licenciatura, se essa não está boa? Aí entramos em cena, aqueles que compartilham ideias na direção de uma matemática específica para a formação do professor da escola. Eu vejo esses quatro domínios que a Ball propõe como uma das propostas que surgiram nessa direção. Estou trabalhando hoje bem próximo dessas ideias, temos muita coisa para entender ainda, mas acho que é uma direção muito boa, embora haja outras direções possíveis. Há direções com as quais eu até nem concordo muito, mas considero bem vindas porque estou interessado em contribuições para a formação do professor e o debate sempre faz avançar.

Na medida em que você fica livre dessa ideia simplista (se o cara vai ser professor de matemática, então tem que saber matemática) a conversa sobre a formação matemática do professor se enriquece. O primeiro argumento contrário às mudanças na direção que propomos costuma ser o seguinte: vamos ensinar a matemática escolar na universidade? Então o futuro professor vai passar a licenciatura aprendendo a somar fração? Não. Matemática escolar pra mim não é o que o aluno da escola aprende, é o saber profissional do professor. Por isso é importante precisar melhor o que é matemática escolar, matemática para o ensino, matemática do professor, esses nomes que têm sido usados por diferentes pesquisadores. Por isso também eu disse que poderia discordar da conceituação de matemática escolar da Anne Watson. Mas é preciso ver o contexto em que ela está falando: o meu é o da formação matemática do professor da escola. Matemática escolar, para mim, é um saber profissional, como disse antes. Inclui coisas que o professor não vai ensinar, mas tem que saber (os quatro domínios). Tem a ver com as questões que o professor enfrenta na profissão, mas do ponto de vista dele, do profissional que ensina, não apenas do aluno que aprende ou do matemático que produz na fronteira. Essa distinção da matemática escolar em relação à acadêmica é importante porque tem potencial para rachar esse núcleo duro da formação do professor que é a chamada formação de “conteúdo”, supostamente “imexível”. Estrategicamente, é um movimento promissor.

Plínio, na Inglaterra para ser professor, você precisa ter uma graduação (em qualquer área) e fazer um ano de um curso (Postgraduate Certification in Education, PGCE) e com isso você está apto a ser professor de matemática. Com isso, aparentemente, não *problemas com esse tipo de formação (que não chega a ser o famoso 3 + 1). Por que essa formação lá funciona? Ou, aparentemente, funciona? O que o senhor pensa sobre isso? A gente pode imaginar que esse curso seja tão bom que de conta das especificidades da sala de aula, o PGCE é um curso como seria um mestrado profissional. Eles têm disciplinas de didática, de novas tecnologias, eles vão muito tempo para a sala de aula. Toda a matemática é relacionada às questões da sala de aula, mas o professor não chega a fazer disciplinas de Análise, por exemplo.*

Mas, por exemplo, em relação ao primeiro domínio que te falei, ele vai ensinar função exponencial, mas ele é formado em Educação Física, ele não faz um curso sobre função exponencial no PGCE? Ele vai ensinar com aquilo que ele aprendeu na sala de aula da escola, quando estava lá, há tantos anos? Eu não acredito que isso funcione. Nos EUA tem-se posto em questão o fato de que o professor primário não tem uma formação em matemática. Alguns pesquisadores, educadores matemáticos, têm colocado essa questão, os limites que isso pode dar para a ação do professor. Por exemplo, a Liping Ma[3] fez um estudo comparando os professores chineses e norte americanos e como eles se viravam para lidar com algumas questões de sala de aula. Ela colocou a uma amostra de professores chineses e americanos uma meia dúzia de questões que ela considera exemplares e estudou comparativamente como esses professores lidavam com essas questões. Sua conclusão foi que os chineses lidavam melhor com as situações propostas e ela atribui isso, entre outras coisas, ao fato de que eles tinham uma formação específica em matemática. Ela fala de uma profundidade e de uma extensão. Então eles poderiam ir nessas duas direções: aumentar a profundidade e ampliar a extensão. A extensão seria, grosso modo, saber conectar os conhecimentos entre si e às situações, saber multiplicar ou dividir frações, saber que a divisão é multiplicação pelo inverso, conhecer os contextos e situações em que se divide ou multiplica. E outra coisa é aprofundar nos conceitos, conhecer as propriedades algébricas das operações, as estruturas que as operações fornecem ao conjunto dos racionais ou dos inteiros, por exemplo. Um professor que tenha formação específica em matemática supostamente teria facilidade para trabalhar nesses dois sentidos. Isso é umas das hipóteses explicativas para a diferença tão grande entre os professores chineses e os americanos que a Ma encontrou. Mas ela levanta também outras hipóteses

[3] Liping Ma é doutorada pela *Universidade de Stanford* e investigadora na *Carnegie Foundation for Advancement of Teaching.*

que têm a ver com a formação. Eu, por exemplo, não fecho com ela 100%, mas achei interessante o estudo que mostrou essas coisas. Esse exemplo da Ma é só para dizer o seguinte: é complicado, não é tão simples assim. Funciona na Inglaterra? Precisamos saber *como* funciona.

A ideia do "funciona", Plínio, é mais ou menos assim. No Brasil a gente vê que tem uma discussão enorme em cima da formação do professor de matemática. Lá, desde quando o Romulo esteve lá até agora, é assim. Agora sim, precisa olhar, entender mais, mesmo o Romulo tendo morado lá oito anos, é um olhar de fora. Mas aparentemente funciona e, nesse sentido, não tem tanta discussão. O cara pode fazer arquitetura, pode fazer educação física, pode fazer matemática, pode fazer economia. Pode imaginar que ele teve uma profissão e agora ele resolve dar aula. Daí eu vou lá e faço esse curso e saio dando aula. Nesse sentido, serve como um contraponto para gente tentar olhar para o nosso, no sentido de radicalizar e tentar entender.

Eu acho que poderia servir como um argumento genérico do seguinte tipo: o professor não precisa de uma formação matemática tão sólida assim. Essa formação que é desenhada aí nas licenciaturas, que os alunos e professores nossos também não têm. Você passa pelos cursos de licenciatura e a gente sabe muito bem que o currículo no papel é uma coisa e na realidade é outra. Você pega uma disciplina do bacharelado e uma da licenciatura, elas podem ter o mesmo programa, mas são completamente diferentes uma da outra. Os professores não saem nem com a formação que é planejada no papel, de jeito nenhum, muito longe disso. Então, para mostrar que não precisa dessa formação do papel poderia servir esse exemplo da Inglaterra. Na Inglaterra as pessoas não têm essa formação, dão aula e as coisas funcionam.

Mas voltemos à questão: o cara vai dar aula de matemática, então precisa saber matemática. Aí você pergunta: que matemática? para quem? Vamos qualificar essas afirmações. A mesma coisa se pode fazer com relação a esse sistema da Inglaterra. Basta ter um curso superior? Mas quem faz curso superior na Inglaterra é o mesmo tipo de gente que faz curso superior no Brasil? Pedagogia não é igual a um curso de medicina. O cara que vai fazer um curso de matemática, por exemplo, não é pela mesma razão que um vai fazer o curso de medicina. Tem um punhado de fatores que pesam num caso e no outro. Tem o vestibular, tem a origem social, a escola que frequentou. Vamos pegar o perfil de um cara que faz licenciatura, é um cara que faz qualquer outro curso? De Arquitetura, Medicina, de Computação. Não, é muito diferente. Os cursos noturnos também têm uma diferença grande. Então é um ponto para se pensar. Na

Inglaterra um cara para entrar na Universidade e fazer um curso de arquitetura e depois resolver dar aula, quantos caras fazem isso? E que formação ele teve para chegar a um curso de arquitetura? Que formação ele teve durante a escola toda? Então o cara que largou a escola para trabalhar, nem pensou em universidade, teve a mesma formação escolar que o outro que foi ser arquiteto e que depois resolveu ser professor de matemática e vai dar aula com aquilo que ele aprendeu na escola? Porque lá um cara que é arquiteto pode ter tido uma formação escolar que lhe permita dar aula na escola. Lá pode ser... aqui no Brasil não. Aqui um cara que se formou na escola pública pode sair quase que analfabeto no Ensino Médio. Então ele tem que aprender em um curso de formação de professores, tem que aprender aquela matemática que ele nem aprendeu na escola. Então quer dizer que é diferente certamente de um cara que terminou um curso de engenharia, por exemplo, na Inglaterra. Aquela matemática da escola, ele deve ter dado conta dela melhor do que um cara que entrou num curso de licenciatura em matemática aqui, isso falando em média. Aquele que escolheu ser engenheiro, arquiteto, quase qualquer curso superior ligado à matemática...(porque, vamos dizer, o cara que faz ciências políticas ou educação física, é pouco provável que, depois, resolva ser professor de matemática no Ensino Médio) ... pode, mas será que o público que vai para a profissão docente na Inglaterra é esse? Imagino que deve ser um engenheiro que não conseguiu emprego, coisa que acontece no Brasil também. Os cursos de licenciatura noturnos estão cheios de engenheiros. Pode ser aquele que está ganhando pouco e quer aproveitar a noite, dar umas três aulas, três dias por semana, para poder complementar o salário. Então ele faz o curso de licenciatura e professor pode dar aula três dias por semana. Se fosse um bancário não, trabalha todo dia, mas professor dá para ser bico. Eu não sei como é lá na Inglaterra.

Além disso, um cara que chega à universidade na Europa, em geral, tem uma distinção, quer dizer, o cara consegue sobreviver no sistema social e econômico em boas condições. Não estou dizendo que todo mundo vive numa boa não, mas muitas vezes ele chega a certo nível de escolarização básica e com aquilo ele arruma emprego e vive. Não vai necessariamente fazer universidade. Quem vai para a universidade não é o povo trabalhador de maneira geral. Ao passo que aqui a universidade é quase a única alternativa para o cara viver razoavelmente, se ele não for rico, artista ou jogador de futebol. Por exemplo, falando do meu filho: ele tem que fazer a escola e não só a escola. Se ele fizer escola e parar ele não vai conseguir reproduzir as condições de vida que ele teve. Ele vai ter que fazer universidade e não quer dizer que fazendo ele ganhará grandes coisas, porque você vê muitas pessoas que têm formação universitária hoje em dia que não têm uma vida tranquila em termos financeiros.

Eu acho que aqui é diferente da Inglaterra. O fato de que funciona lá, se é que funciona, não dá para servir de modelo, a não ser como exemplo de que uma formação matemática muito aprofundada não é tão fundamental assim. Mas se lá na Inglaterra qualquer arquiteto pode dar aula, então serve de exemplo para mostrar que essa formação que estamos propondo também não é necessária. Quer dizer, é um argumento que atira para todos os lados.

Eu acho, Plínio, que de alguma forma serve para gente pensar, radicalizar no sentido de perguntar: quando que eu formo o professor de matemática? Quando eu falo que quero dar aula de matemática? Isso poderia ser um argumento. Ai você teria todo um acompanhamento, sei lá, durante todos os primeiros cinco anos, ou alguma coisa. Serve para gente tentar entender como pode constituir e elaborar um curso de licenciatura em matemática, pensando nisso.

Mas porque alguém quer ser professor de matemática? Eu não acho que as pessoas são professores ou engenheiros simplesmente porque querem ser. As determinações sociais são muito violentas. Por exemplo, a empregada da minha casa fez ensino médio na escola pública e "queria" fazer universidade. Não fez, acabou não fazendo. Ela não pensava assim: deixa ver o que eu quero ser, eu quero ser médica. Não. Ela sabia que não tinha jeito de ser médica. Quer dizer, ela já corta esse desejo antes de nascer. Pedagogia ela poderia fazer. Licenciatura em matemática, talvez. Matemática não, porque ela detestava matemática e não tinha a menor possibilidade de querer. É claro que tem o fator querer, certa predisposição pessoal subjetiva, uma relação com a disciplina, no caso a matemática, e com as experiências escolares. Certa indisposição em relação à matemática e não em relação à história, por exemplo. Coisas desse tipo que levam o cara querer ser professor de história e não de matemática. Mas acho que esse querer não é tão puro assim. Tenho a impressão de que a profissão de alguém é quase como: *você cai nela e não sei até que ponto você escolheu ou foi escolhido*. Tem um elemento aí dos dois lados. Não estou dizendo que é só uma determinação externa, completamente fora do subjetivo, não. Mas não coloco tanto peso no subjetivo, no querer, no gosto, tipo porque eu gosto de matemática. Isso é o que todo aluno fala. Porque você foi fazer licenciatura? Porque eu gosto de matemática. Não sei, poderia gostar de matemática e ser engenheiro, gostar de matemática e não ser professor de matemática. Eu quero ser é médico, mas médico é dificílimo, não passa no vestibular.

Plínio, como seria para o senhor a estrutura de um curso de licenciatura, em relação à formação matemática do futuro professor de matemática? Qual seria, na sua opinião, a formação matemática do futuro professor de matemática? Vamos pensar que o senhor fosse o ministro da educação, ou então responsável pela parte de matemática.

Poxa, eu ia escrever sozinho as diretrizes para os cursos de matemática? Olha, é o que eu te falo: é impossível eu imaginar isso, me colocar como um dono da bola e dizer como é que vai ser ou como é que deve ser. Seria contraditório com o meu principio de querer entender melhor para poder mudar, quero entender até a prática do professor para ver se a gente consegue atuar sobre ela no processo de formação. Quero entender melhor o papel que essa formação matemática atualmente em vigor tem para poder ver o que a gente enfatiza e o que elimina, o que a gente joga fora, o que a gente modifica.

Não tenho uma proposta pronta, mas tenho alguns elementos suficientemente elaborados para defender. Eu não seria capaz, hoje, sozinho, mesmo se fosse ministro da educação, de propor um currículo de licenciatura em matemática e defendê-lo com unhas e dentes. Mas acho que pensaria um curso de licenciatura com um objetivo claro: preparar um profissional para trabalhar na escola, para a docência em matemática na escola básica. Entendo que esse profissional tem que ser preparado de uma maneira específica. Ele não pode ser um advogado que "queira" dar aula de matemática. Deve ter uma formação específica para a profissão e, citando Tardif, eu adotaria a prática profissional como centro de gravidade da formação. Prática profissional e, então, formação. Formação para uma prática. Os componentes do processo de formação devem se equilibrar em torno desse centro de gravidade, as disciplinas, os grupos de disciplinas, os "conteúdos", o pedagógico, tudo tem que se equilibrar em torno do centro de gravidade, em torno da prática. Agora, o que é trazer essa prática para a formação? É complicado porque a prática de cada sala de aula conforma um conjunto diferente de questões. Se o turno é noturno, se é diurno, se tem 40 alunos em cada sala, se tem 20, se tem pessoas com 20 anos de idade na quinta série, ou se é todo mundo com 10, 11 anos, se é educação de jovens e adultos, se é curso regular etc. O negócio de trazer a prática para a formação não é simples. Mas temos que enfrentar essa questão com toda dificuldade que ela tem. O que você pode trazer da prática? Por que tem coisa que não tem jeito, tem coisa que o cara tem que resolver lá na hora. O professor está com 40 alunos em sala de aula, gritando, fazendo barulho, jogando chiclete um no outro. Ele tem que resolver alguma coisa, o processo de formação não pode dizer para ele o que ele tem que fazer. Ele vai tomar decisões, nas circunstâncias em que os problemas aparecem, na hora. Mas o processo de formação tem que oferecer subsídios para as decisões. O professor pode até rejeitar esses subsídios, mas a formação não pode se isentar de lhe fornecer. E, para isso, há que fazer escolhas. Tem que colocar a problemática da gestão da sala de aula como um conjunto de questões gerais. Tem que selecionar o que é possível trazer da prática e, a partir dos estudos já realizados (que também conformam uma escolha), discutir os conhecimentos que podem ajudar. Não se trata de conhecimentos necessários para a prática, imprescindíveis, sem os quais o professor não saberia dar aulas. Não se trata disso. Trata-se de discutir situações e os respectivos conhecimentos que podem contribuir para lidar com essas situações, saberes de que o professor pode lançar mão, à sua escolha e julgamento, diante de cada situação. Tampouco se trata de "receitas", *diante dessa questão você faz isso, diante daquela você faz aquilo*, não, pois, além do mais, isso é impossível. Trata-se de organizar conhecimentos que podem ser mobilizados no trabalho de sala de aula, na preparação das aulas, no desenho de atividades etc. O professor deve ser exposto a esses conhecimentos e saberes. Diante das circunstâncias específicas, diante do resto da sua formação, dentro da instituição em que trabalha, diante das normas que tem que seguir, do número de alunos que tem em classe, das condições específicas de sua sala de aula, ele toma as decisões que achar apropriadas. É assim, como um dos elementos subjacentes às decisões, como uma contribuição para organizar o processo de ensino na sala de aula da escola, que o processo de formação na licenciatura pode atuar. Então, esse é o eixo da prática.

Segundo eixo: trazer a pesquisa para a formação. A pesquisa que existe no campo da educação matemática, as questões referentes ao ensino e à aprendizagem escolar dos sistemas numéricos, da geometria, da álgebra etc. é muito ampla, tem muito estudo e muito trabalho nesse campo. O processo de formação não pode ignorá-los.
Ah! Mas a pesquisa em educação matemática não tem nada a ver com a prática. Eu respondo: vamos fazer nosso projeto e trabalhar com a literatura que está aí, vamos ver o que dizem, vamos expor o futuro professor aos resultados das pesquisas. São

subsídios, o professor julga se, como e quando usar. Para que as pesquisas cheguem à prática da escola é preciso passar pela licenciatura. É claro que você não pode ensinar tudo o que as pesquisas falam, porque o ideal, o ideal entre aspas, seria o seguinte: eu conheço tudo o que os pesquisadores falam sobre o ensino de frações, então agora eu vou dar aula de frações. Pode ser que naquela minha aula específica, eu largue tudo que essas pesquisas dizem e faça uma coisa completamente diferente, mas eu conheço o que elas dizem. Então, dependendo da pergunta que esse menino me fizer eu posso mobilizar algum conhecimento relacionado com essas pesquisas, dentro de certas circunstancias. De novo, o professor vai decidir, mas o processo de formação tem que fornecer elementos que o ajudem, que o orientem nessas decisões e, no meu entender, a pesquisa tem que ter um peso aí. Não é que eu ache que a pesquisa deva guiar o que o professor vai fazer. Se você olhar o universo todo de pesquisa, vai notar que algumas podem ser até contraditórias. Tem a escolha do referencial teórico, tem a perspectiva, o olhar que conduz a determinadas conclusões. No processo de formação tem-se que fazer escolhas, não dá para trabalhar tudo, todas as perspectivas. Só sobre números racionais há um mundo de estudos, você ficaria os quatro anos da licenciatura apresentando as pesquisas que existem sobre isso. Também não quer dizer que não se pode discutir nada já que não dá para discutir tudo.

A relação da pesquisa em educação matemática com a prática do professor tem que ser entendida de uma maneira mais inteligente do que uma simples transposição mecânica. Não vai ter uma repercussão na prática no dia seguinte, não é igual, por exemplo, na medicina ou na odontologia, em que, a partir de certas pesquisas, desenvolvem-se equipamentos de alta tecnologia que, em alguns casos, incorporam imediatamente os resultados da pesquisa. Na educação matemática não é comum esse tipo de pesquisa, não produzimos equipamentos que permitem proceder de modo eficientíssimo, numa superação da eficiência dos procedimentos que se usavam antes. No caso da educação matemática temos uma massa de pesquisas e cabe ao processo de formação fazer escolhas e expor o aluno a esse universo de estudos. Como já disse, ele decide por usar ou não esses resultados de pesquisa em função das suas escolhas pessoais e das circunstâncias.

O processo de formação não tem que discutir todas as pesquisas com seus formandos, mas é função de quem organiza (institucionalmente) a formação do professor conhecer o campo de pesquisas e ter uma noção das convergências que aproximam e convalidam certos resultados. Você precisa fazer escolhas dentro das possibilidades que existem. Não quer dizer que essa escolha que foi feita é a única "certa", mas temos que explicitar a que fizemos. Só assim o debate se estabelece mais produtivamente. Por outro lado, você não pode desqualificar uma pesquisa em função diretamente do tipo de referência teórico-metodológica. E não é uma coisa mecânica, o mundo da pesquisa é um mundo de complementos. Às vezes as pessoas brigam em torno dos referenciais teóricos, os marxistas com os não marxistas estão em campos opostos, mas estão produzindo conhecimentos. Você não pode dizer que esse conhecimento produzido por um não marxista é um conhecimento "vagabundo" e que o produzido com base numa visão marxista é bom ou vice-versa. Essa, a meu ver, é uma maneira muito primária de se relacionar com a pesquisa e de trazer a pesquisa para dentro do processo de formação.

Agora, por outro lado, não podemos pensar que, por ser grande a diversidade, não dá para escolher. Repetindo: escolher não quer dizer afirmar que essa ou aquela é a melhor. Você faz escolhas o tempo todo em sua vida. Não quer dizer que você tem que ficar preso até o fim com aquilo e defender que todo mundo tem que fazer a mesma escolha. A ideia é: o curso de licenciatura tem que assumir responsabilidades, não adianta fugir. Se você fugir de todas você vai ter que assumir uma: a de ter fugido de todas. O profissional que você está formando será aquele que não teve contato com nenhum tipo de pesquisa porque você achou que não poderia escolher. Acho que temos que trazer as pesquisas para a formação, porque é inconcebível ignorar tanto estudo e tanto conhecimento. A pesquisa sobre ensino e aprendizagem em álgebra escolar, o pensamento algébrico, quais são as grandes questões da escola básica relativas ao ensino de álgebra... Largar isso tudo para lá? Não pode acontecer isso. Entretanto, num ponto a gente teria que trabalhar sem as pesquisas, pelo menos temporariamente: no que diz respeito ao papel da matemática acadêmica na formação do professor. Como sobre isso quase não tem pesquisa – eu, pelo menos, não conheço quase nada – temos um grande problema aí. Mesmo assim, eu sugeriria o que já mencionei anteriormente: colocar essas disciplinas basicamente como disciplinas optativas, mudar a concepção das ementas, reduzir a ênfase na matemática acadêmica enquanto estudos nessa direção vão sendo feitos. A ideia não é "baixar o nível" da formação do professor. Se você reparar bem nesses quatro domínios do conhecimento que a Deborah Ball propõe, você tem assunto para uns oito anos de formação matemática na licenciatura. A questão, mais uma vez, é a de fazer escolhas: análise, equações diferenciais, geometrias não euclidianas, série de Fourier ou os quatro domínios? Você tem que fazer escolhas drásticas porque é um campo imenso de saberes e o tempo de formação é finito.

Mas há outras questões: nós estamos propondo formar o professor tendo em vista as coisas que ele trabalha no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, atualmente, em termos do currículo escolar atual. Agora, se eu pudesse atuar sobre esse currículo escolar, acho que proporia reduzi-lo à metade ou menos porque com esse tanto de coisas pra ensinar acho que não dá nem tempo de fazer um trabalho legal com os meninos. Aprender matemática na escola, educar-se matematicamente, é um processo longo. E não é só por conta do tempo. Acho que o currículo escolar é mal focado, ele é elaborado seguindo um encadeamento associado a uma visão "matemática" da matemática, isto é, uma visão que ignora o pedagógico e o verdadeiramente "educativo básico". O encadeamento dos tópicos é puramente lógico, mas o processo de aprendizagem não é puramente lógico. Acho praticamente impossível ensinar essa matemática toda que está no currículo escolar. E trabalhar essa matemática com as recomendações dos estudiosos da educação matemática, nem se fala! Se você for usar modelagem, resolução de problemas, investigações em sala de aula, as tecnologias de informação e comunicação, todas essas recomendações dos especialistas, você não consegue trabalhar bem nem a metade do que está listado no currículo escolar. De novo, acho que os formuladores do currículo escolar têm que fazer escolhas. Por exemplo, a noção de proporcionalidade você não pode tirar de um currículo escolar, a meu ver. Mas números complexos pode (sempre na minha visão). A noção de proporcionalidade faz parte da educação básica, números complexos não. É preciso pensar com muita calma sobre o que faz parte da educação básica para que o currículo escolar não vire uma preparação para a matemática universitária. Aí você começa a esticar o currículo da escola básica e, complica a formação do professor e a formação escolar básica. Comento isso porque essas coisas estão ligadas. Mas quem trabalha na formação do professor não tem muita condição de atuar no currículo escolar. O currículo escolar é outra briga, mais ou menos à parte (e talvez até mais difícil).

O texto apresentado é uma textualização da entrevista realizada com Plínio Cavalcanti Moreira.

Plínio Cavalcanti Moreira é Bacharel em Matemática, Mestre em Matemática e Doutor em Educação, todos pela Universidade Federal de Minas Gerais. Em 2008 realizou estudos de pós-doutorado, com bolsa da CAPES, na Universidade de Alicante, Espanha. Aposentou-se em setembro de 2009 como Professor Associado do Departamento de Matemática da UFMG. A partir de janeiro de 2010, devido à aposentadoria, retirou-se do corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Educação da UFMG. Desde Julho de 2010 é Professor Adjunto do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), onde continua a desenvolver estudos e pesquisas no campo da Educação Matemática, focalizando de modo especial as relações entre os processos de formação de professores e os saberes profissionais docentes.

Texto 16
Os futuros professores precisam ter um amplo conhecimento da matemática escolar e algumas idéias de onde essa matemática se encontra no ensino superior

Uma primeira pergunta, Lulu, é sobre a afirmação, que consta em muitos artigos e livros, de que o professor de matemática deve ter uma formação sólida em matemática, aprofundada. Sólida é o que mais aparece. Como você caracterizaria essa formação sólida? E sempre pensando no professor que vai atuar na Educação Básica, que seria o Ensino Primário e Secundário.

Seria o secundário, na verdade, de 11 até 18 anos, pois minha primeira formação foi exatamente com esse grupo. Bom, para mim o sólido é difícil de responder porque sou tão influenciada pelas diferenças entre os dois ambientes... Mas, talvez, uma formação sólida em matemática (que provavelmente iria falar aqui no Brasil, eu pessoalmente não tenho), exigiria um domínio e compreensão grande da matemática do Ensino Básico mesmo, dos conteúdos do Ensino Básico, mas, também, teria que ter uma compreensão dos conteúdos que normalmente são associados com o Ensino Superior. Então você precisaria saber algumas coisas, aspectos de Análise, de Álgebra Linear, talvez de Geometria não euclidiana. Provavelmente as pessoas iriam citar coisas assim. Na Inglaterra, para fazer uma Licenciatura em Matemática as pessoas precisam ter um curso de graduação em Matemática ou em áreas afins. Teoricamente. Eu sou um caso um pouco diferente porque minha primeira formação foi na Psicologia Social e Inteligência Artificial e, quando me formei, havia uma necessidade de professores de matemática, pois não tinha muitas pessoas estudando para isso. Então, eles julgaram que a minha formação inicial tinha matemática suficiente para fazer o PGCE. Depende do que o país precisa naquele momento. Na minha época foi decidido que sim. Na Inglaterra também tem algumas diferenças nos exames para entrar na Universidade, então a minha formação no Ensino Médio tinha muito de matemática. Por exemplo, nos exames que a gente faz pré-universidade tem aspectos de Álgebra Linear, tem Cálculo. Não tem Análise, mas tem Cálculo, então alguma coisa que vocês apenas fazem no Ensino Superior, lá, a gente já faz no Ensino Médio. Então, muito do conteúdo que uma pessoa que faria o primeiro ano de Ensino Superior veria, eu já tinha e como eu fiz uma graduação e tive bastante estatística, lógica, as coisas mais tradicionais de matemática, foi considerado que a minha formação em matemática foi suficientemente sólida para fazer a licenciatura.

Em relação às graduações que são julgadas apropriadas para entrar na licenciatura em matemática de hoje eu não sei exatamente. Mas quando eu estava lá, seria matemática obviamente, provavelmente engenharia, tem uma situação um pouco diferente na Inglaterra do que no Brasil. Na Inglaterra, a matemática tem um status muito mais alto que a Engenharia e aqui é o inverso. Aqui no Brasil, você não tem pessoas que fizeram Engenheira e que gostariam de estudar para ser professor de matemática. Lá eles pensariam que tiveram sorte e que conseguiram entrar [risos]. Engenharia, alguns cursos de Computação, Economia, talvez alguns cursos de Administração seriam aceitos, mas, novamente, dependeria da necessidade, de quantas pessoas eles precisariam naquele momento e, com isso, de como eles fariam a seleção. Por exemplo, quando você faz mestrado em Educação Matemática, você tem que ter graduação em Matemática, ou Licenciatura em Matemática ou áreas afins. Então, provavelmente, não seria tão diferente. Embora no caso de Física, por exemplo, eu não sei se eles iriam questionar sobre o porquê de você querer ser um professor de matemática e não de ciências. Em algumas licenciaturas você poderia se formar, como matemática e Ciências e lá, então, Física seria suficiente, mas com esse background.

Voltando para sua questão original, eu, pessoalmente, com a experiência de ser professora, acho que é muito mais importante ter um domínio sólido de áreas da matemática que você vai ensinar e uma intuição para onde essas idéias estão indo no Ensino Superior. É melhor ter isso do que saber todas as regras e procedimentos associados aos conteúdos matemáticos do ensino superior. Eu acho que o acaba acontecendo, frequentemente, quando os alunos vão estudar matemática no Ensino Superior, é que eles enfrentam uma matemática que, por sua natureza, é muito mais formal que a matemática escolar. E está certo, porque você não quer preparar toda a população para estudar matemática no Ensino Superior. Você quer preparar toda a população para ter, de uma certa forma, familiaridade e um certo conforto e habilidade para assumir uma postura crítica em função do mundo hoje que, por sua vez, envolve muitas análises matemáticas. Mas o que acontece? Os alunos chegam ao Ensino Superior e enfrentam essa formalidade e eles têm que aprender muito; muitos procedimentos e, muitas vezes, eles aprendem esses procedimentos de um jeito fechado. Eles não pensam muito sobre resolução de problemas, de maneira que eu posso atacar um problema. Para mim, isso seria parte de uma formação sólida em matemática. Essa habilidade de olhar um problema e reconhecer que você não tem conhecimentos imediatos para resolver, mas pensar de várias formas para "entrar" no problema.

Muitas vezes você separa as disciplinas, muitas vezes os objetivos da disciplina não vão, de certa forma, refletir sobre todas as ideias que encontramos no Ensino Básico, dentro dessas novas ideias. Muito pelo contrário. Agora estamos em um novo nível de formalização, tem que decorar um monte de novos procedimentos, e eu acho que, muitas vezes, isso é frágil. Normalmente, quando você usa matemática em alguma profissão, você acaba reaprendendo como resolver os problemas matemáticos que são específicos no contexto em que você vai aplicar. Em nossa experiência não é muito usual que os métodos completamente gerais sejam muito utilizados pelas pessoas em suas empresas, mesmo que se trate de engenheiros. Na Inglaterra teve um projeto recente, realizado desde os anos 90, em que se trabalhou com pessoas que utilizam matemática em seu trabalho. Trabalharam com enfermeiras, pilotos, engenheiros, pessoas que trabalham em fábricas, com uma diversidade de tipos de trabalhos e todo mundo, mais ou menos, fala que não utiliza matemática. Entretanto, quando observaram essas pessoas trabalhando, viram que elas utilizavam matemática. Mas, a matemática só fica mais explícita para as pessoas quando há um problema e normalmente não fica explícita nesse tipo de pesquisa, porque em seus trabalhos muitos processos matemáticos já estão contemplados. Fica um pouco implícito. Então, eu acho que tem uma questão que é maior do que uma formação sólida em matemática para professor, trata-se do que é uma formação sólida em matemática. Essa formação sólida em matemática é independente de onde todas as pessoas vão atuar ou onde vão precisar. Nesse momento, acho que agimos com essa idéia de sólido igual para todo mundo. Então nós fazemos uma coisa que talvez não seja a coisa mais útil para ninguém. Para mim, o que é muito importante para a pessoa que vai ser professor de matemática é aprender como as pessoas aprendem ou não aprendem matemática e isso, muitas vezes, para uma pessoa que está sendo formada para ser professor, vai acabar ajudando bastante a ter um domínio mais sólido da sua própria matemática. Isso porque é bem capaz que elas percebam que elas próprias não sabem, que percebam que são também meus os problemas que os alunos têm. Mas, é claro que ninguém vai dizer que você não precisa conhecer matemática, sendo um professor de matemática. Você precisa. Mas tem uma questão: "que matemática é essa?". A matemática que, eu acho, não é, são rotinas dos cálculos que estão envolvidos no Ensino Superior. Provavelmente, é importante para ter noções sobre Cálculo, porque você entra na matemática de mudanças, de taxas de variações. Se você não tem nenhuma idéia sobre isso, então fica a questão, por exemplo, "onde nós vamos com função"? Se você não sabe nada sobre Geometria de coordenadas, você vai para a Álgebra Linear. Talvez Álgebra e Geometria ficam como disciplinas muito separadas, embora, na prática, para muitos estudantes de Matemática do Ensino Superior essa matemática acaba acontecendo de qualquer jeito. Então, eu acho que é importante a matemática do Ensino Superior para ter alguma noção de para onde essas idéias estão indo, mas a profundidade tem que ser no Ensino Básico.

Lulu, quando você fala em profundidade no Ensino Básico seria mais ou menos em quê? Como é que seria essa formação sólida na matemática escolar?

Na Escola Básica, para se ter sucesso, você tem que passar por várias provas e exames. Então, muito tempo do Ensino Básico é dedicado a dirigir o aluno para desenvolver técnicas para passar em exames. O fato de que você decorou a lei de Bhaskara, por exemplo, e reconhece um problema no papel, poderiam dizer que você é uma pessoa de sucesso em matemática. Mas, para mim, esse sucesso em provas como um bom conhecimento de técnicas mais gerais não é uma formação profunda da maneira como estou pensando. Eu estou realmente pensando na pessoa ter um arsenal de estratégias para atacar diferentes problemas matemáticos e não ficar preso a um determinado procedimento, por exemplo, nesse problema eu tenho que fazer isso, nesses outros eu tenho que fazer aquilo. Mas não sei se respondi a sua questão. Eu não sei se você quer que eu fale de conteúdos, mas o que estou pensando poderia ser assim. Se você apresenta um problema para o qual não tem uma resposta óbvia, muitos alunos vão falar que eles não sabem. Tem uma pesquisa do Alan Shoenfeld[1], de Berkeley, EUA,

[1] Alan Shoenfeld é um pesquisador norte americano que atua na Universidade de Berkley, EUA, na área de Educação Matemática.

professor de uns alunos muito bons. Há muitos anos atrás ele escreveu um artigo no qual falou sobre um grande problema com os estudantes de matemática. Ele afirmou que se os alunos não sabem como resolver um problema nos primeiros 15 segundos a partir do momento em que se deparam com ele, eles acham que não sabem como resolver. Em parte, isso acontece porque nós somos meio que enganados para pensar que para qualquer tipo de problema existe um jeito de resolver.

Na educação matemática que eu tive não era assim. Tive momentos assim, mas também tive momentos em que eram apresentados problemas que poderiam ser resolvidos de várias formas diferentes e a atividade era encontrar uma maneira, a resolução não era a única coisa a ser realizada. Então, eu poderia trabalhar com isometria, por exemplo, trabalhar com reflexão. Poderia trabalhar com uma representação que é completamente geométrica, ou poderia pensar mais, trabalhar com um sistema de coordenadas. Eu tive muitos problemas desse tipo, é muito mais difícil trabalhar com isso, e é muito mais difícil para ensinar.

Eu acho que para ser um bom professor de matemática você tem que ter essa flexibilidade para não pensar que apenas seja essa representação. Talvez esse exemplo ajude:

$$\frac{6}{11}+\frac{8}{9}=\frac{14}{20}$$

Posso escrever alguma coisa desse tipo. Bom, posso fazer isso na aula de matemática e já fiz isso várias vezes aqui, mas as pessoas dizem que não posso. Daí eu digo: “não somente posso como já fiz [risos]”. E daí eu posso explicar porque eu uso um raciocínio (acho que você já sabe o que eu vou falar) que justifica isso. Não estou usando isso de uma forma convencional, não estou usando como oito nonos de um. Estou falando que de 9 vezes eu tive 8 delas, então isso pode ser válido. Falando rigidamente estou usando isso de maneira inapropriada, mas como professor eu tenho que estar aberto para a ideia de que isso pode ser utilizado de uma maneira que faça sentido. Se estou pensando apenas no mundo de frações, isso é inválido. Em outros momentos isso poderia ser completamente válido, como por exemplo, em alguns tipos de trabalho com razões. Então eu tenho que ter isso, para ser professor de matemática é preciso ver além das notações convencionais e estar preparado para ouvir, nas vozes dos alunos, ideias válidas matematicamente e que não correspondem exatamente à maneira convencional pela qual somos ensinados. Isso não é nada original, tem uma pesquisa da

Jere Confrey[2] na qual fala de inovações epistemológicas dos alunos. Para ouvir essas idéias, eu acho que você precisa saber bastante matemática, ou, às vezes, você precisa saber matemática de Ensino Básico de uma maneira mais larga, mais profunda.

Eu acho que você tem que ter uma certa sensibilidade e flexibilidade com o uso de notações. Flexibilidade nas interpretações de notações dos alunos, porque muitas vezes os alunos acabam fazendo coisas que fazem sentido para eles, mas não correspondem às ideias destacadas nos livros didáticos e, assim, os professores acabam não respeitando.

Há uma outra coisa muito simples, voltando-nos para a idéia de reflexão. Imagine que esperamos que, quando os alunos construírem uma reflexão, farão retas perpendiculares, preservarão a distância e construirão um segmento congruente. Eles podem fazer alguma coisa do tipo, que é verdade e válido matematicamente (eles podem fazer isso, pois preservam o ângulo). Muitas vezes, você só gravou essa definição (distância perpendicular), e não tem a possibilidade de ter outros olhos, então você descarta estratégias válidas. Então eu acho que é isso, você tem que ter uma propensão para querer resolver problemas de maneiras múltiplas e não ficar obcecado a chegar na resposta e acabou. Obviamente você precisa entender as estruturas matemáticas, mas você tem que pensar como diferentes manipulações dessas estruturas poderiam acontecer. Eu acho que, como professor de matemática, você tem que entender as convenções matemáticas e porque foi importante elas aparecerem.

Um outro exemplo: estávamos pensando e explicando para pessoas porque 0,999999999999.......=1 (é equivalente a 1), mas porque 0,000000000000000000000000000000000001 é diferente de 0. É a mesma coisa aqui, você diz que a primeira pode e a segunda não pode. Então, pode ser que eu não possa, mas eu preciso entender porque eu não posso. Preciso entender mais, preciso entender uma maneira pela qual eu possa ensinar a alguém o porquê disso não ser válido de modo que vai fazer sentido para ele. Muitas vezes, não somos muito bons para isso, nós simplesmente dizemos que não pode. Então, eu acho que uma formação sólida em matemática, depois de tudo isso, seria uma habilidade para explicar a uma pessoa, que tem muito menos familiaridade com um assunto do que você, de uma forma que faça

[2] Jere Confrey é uma pesquisadora norte americana que atua na North Carolina State University, EUA, na área de Educação Matemática

sentido para ela. Isso quer dizer que você tem que ter consciência de que os alunos não necessariamente percebem as coisas exatamente da mesma forma que você. Assim, você precisa procurar várias maneiras para explicar a mesma idéia.

Lulu, para tentar caminhar na ideia, se você é escalada para contratar um professor que tenha essa formação sólida em matemática que você está comentando, que características você vai buscar nesse profissional?

Eu acho que seria isso. Uma pessoa que gosta de explicar e não diz "você não pode" [risos]. Alguém que tenta mostrar para os alunos que pode ter perigos associados com as estratégias que está elaborando, uma pessoa que mostra uma sensibilidade para respeitar os métodos que não são convencionais, mas que também tenha capacidade de trabalhar com eles. Não necessariamente se trata de uma pessoa que é craque em resolver rapidamente problemas matemáticos, mas de pessoas que tenham paciência para entender que outras pessoas podem ter outras maneiras de ver os problemas.

Se fossemos pensar em qual seria a matemática do professor de matemática da Educação Básica, acho que eles precisariam saber matemática escolar e algumas idéias sobre onde essa matemática se encontra no Ensino Superior. Se eu fosse diretora de uma escola, ficaria muito mais impressionada com uma pessoa que mostrasse um entendimento largo de matemática escolar, do que com aquela que mostrou ser capaz de resolver problemas convencionais do Ensino Básico e do Ensino Superior. Eu iria optar pelo primeiro.

Lulu, na licenciatura em Matemática, os licenciandos cursam disciplinas como Cálculo Diferencial e Integral, Geometria, Álgebra Linear, Estruturas Algébricas, Análise Real, entre outras, para terem uma formação matemática. Quais são as justificativas para esses cursos comporem a grade curricular do futuro professor de matemática que atuará na Educação Básica?

Eu acho que é difícil responder, porque eu sou suspeita, já que minha formação não é essa. Mas é verdade que tem algumas coisas que você faz no Ensino Básico que fazem mais sentido quando você entende a matemática do Ensino Superior. Muitas coisas que você trabalha na Álgebra da Escola Básica, não fazem muito sentido se você não sabe Estruturas Algébricas, se não sabe para onde aquilo está indo. Se eu fosse falar eu iria falar isso: "é importante para entender o ponto final". Mas eu acho que é um argumento muito fraco porque supõe que a matemática escolar é para formar apenas pessoas que vão fazer matemática do Ensino Superior. Acho que a justificativa não é essa. É mais complicado para vocês, porque na Inglaterra a matemática não é obrigatória até o fim do Ensino Médio. Matemática é uma das poucas disciplinas que são obrigatórias até os 16 anos. Matemática, Inglês, Estudos Religiosos e Educação Física são as únicas obrigatórias até os 16. Na última etapa de escola na Inglaterra só tem dois anos. Mas, chegando aos 16 anos eu posso parar de estudar matemática. Não preciso estudar matemática mais. Qual é a lógica disso? As pessoas que quiserem estudar mais matemática vão ser aquelas que, talvez, tenham mais interesse para estudar áreas de exatas no fim. Então, nós vamos abordar conteúdos que, para aqueles que não estão atraídos por essa área (jornalismo, por exemplo), talvez não sejam os conteúdos mais apropriados para essa pessoa.

No Brasil não tem isso, todo mundo faz tudo igual até o fim do Ensino Médio. Aqui vocês têm alguns conteúdos e é difícil de entender o porquê de toda a população precisar ter uma familiaridade com eles.

Mesmo na Inglaterra, as coisas são extremamente polêmicas porque, por exemplo, será que uma pessoa que pára de estudar matemática quando tem 16 anos precisa saber logaritmos? Algumas pessoas falam: “não, eles nunca vão usar”. Outras dizem: “Logaritmos são as coisas mais importantes, porque se eles forem trabalhar na área de uso de ondas de som, então vão ter que entender disso”. Então, todos terão suas ideias de incluir ou não um conteúdo.

Talvez no Brasil, essa coisa seja mais forte ainda, porque todo mundo tem que estudar até os 18 anos. Então, acho que tem um outro questionamento: se essa matemática é tão importante na Licenciatura, como você justificaria essa matemática no Ensino Médio? Mas eu acho que isso é uma outra coisa.

Na Inglaterra existe duas formas de se qualificar como professor. Uma Licenciatura de quatro anos ou o que nós chamamos de PGCE (Post Graduation Certification in Education). Pouquíssimas pessoas fazem a Licenciatura de quatro anos, mas você pode fazer. Inclusive, eu não tenho certeza se ainda existe, mas quando eu estava lá você podia escolher entre fazer uma coisa chamada BA (bacharelado em artes) ou BSc (bacharelado em Ciência), ambos com três anos de duração. Mas tem uma coisa chamada BEd, com quatro anos de graduação, com todos os estudos seriam direcionados a alguém que vai ser professor de matemática. Normalmente as pessoas saem muito melhor preparadas como professores do que nós que fazemos o PGCE. Por quê? Porque ao longo do curso você tem muito mais tempo na escola. Essa é uma outra diferença. No Brasil, acho a coisa mais absurda é que você poder fazer uma licenciatura sem nunca ter entrado em uma sala de aula. No meu PGCE, grande parte foi baseada na escola. Em um ano inteiro, algo em torno de 39 semanas, por volta de 20 semanas eram baseadas na escola. Íamos para a escola e trabalhávamos lá. Isso é bem diferente aqui. Lá você tem conteúdos sobre a sala de aula trabalhando na sala de aula. Com isso, você pode desenvolver essas coisas das quais estou falando. Porque o que a gente vê, muitas vezes, é que as partes pedagógicas são muito mais difíceis para nós do que a parte matemática. Por exemplo, durante um projeto que estive envolvida, recentemente, sobre demonstração e prova que fizemos junto com professores, muitos falavam que não davam muitas aulas sobre isso, porque faltou-lhes formação matemática. Mas, na metade do projeto a gente começou a perceber que estava trabalhando com uma parte da matemática que eles estavam gostando muito e que, de certa forma, eles estavam fazendo isso para evitar pensar em como eles iriam trabalhar esses conteúdos com seus alunos, coisa que, muitas vezes, é muito mais difícil. Eu acho que a base de licenciatura é pensar em como você iria trabalhar esses conteúdos para ajudar as pessoas a aprender. Você aprende matemática fazendo isso, não precisa necessariamente separar. Mas, a gente não faz isso normalmente. Quando se ensina matemática, não se pensa paralelamente nas dificuldades que estão associadas à aprendizagem dessa coisa e seria muito mais eficaz se a gente preparasse pessoas com essa ideia.

O problema, para mim, é que você pega pessoas que entraram na Licenciatura em Matemática e que, portanto, estudaram matemática escolar e conseguiram passar no que era necessário para entrar na Licenciatura, mas pode ser que passaram sem compreender muitas coisas sobre Ensino Básico. Você enfia neles essas coisas e eles fingem que entendem, mas não entendem muito bem. No fim, dá para passar nos exames, mas quando eles voltarem a ensinar os conteúdos básicos que eles não dominam muito bem, como irão fazer? Eu acho que, em pelo menos um tempo na Licenciatura (mesmo que você ache que é super importante o conteúdo matemático, e pode ser que seja super importante), deve ser dada alguma atenção para como ensinar os conteúdos que você tem que ensinar. Esse vai ser o seu emprego, seu emprego não vai ser, provavelmente, resolver problemas de estruturas algébricas, provando teoremas. Seu emprego será ensinar pessoas que trabalham com frações, com porcentagem. Então eu acho que seria honesto tratar disso.

Quando você aprende a ser médico, é óbvio que você vai passar muito tempo do seu curso aprendendo aspectos teóricos, anatomia, essas coisas. Mas você também tem que aprender, se vai ser um cirurgião, como, praticamente, cortar e costurar pessoas. Você tem essas coisas. Se você vai ser dentista, aprende a extrair dentes. Então, para mim, ser professor tem que ter algumas discussões sobre isso.

Na Inglaterra, depois que você termina, tem o período de um ano no qual você será observado em sala de aula. Você faz observação durante o curso também. Na Inglaterra, na Europa inteira, essa formação, o PGCE, é vista como um curso de pós-graduação que conta créditos para o mestrado. E isso ocorre em todos os países da Europa que fazem parte do Tratado de Bolonha. Mas se agora o Brasil está pensando em entrar nesse intercâmbio de alunos, vai precisar pensar na estrutura como um todo. Isso complica mais ainda, porque, de certa forma, isso está enfatizando essa coisa do 3+1, já que o último ano da Licenciatura é igual ao primeiro ano de mestrado.

Lulu, eu vou apresentar um exemplo de um cara que, seguramente, não sabia nada de estruturas algébricas, de análise com épsilons e deltas, não sabia nada de conjuntos. Quando digo nada, quero dizer que ele seria reprovado em qualquer primeira prova de Teoria dos Conjuntos, qualquer primeira prova de Estruturas, qualquer primeira prova de Cálculo. Entretanto, ele era um excelente resolvedor de problemas, excelente formulador de problemas, hábil e fluente em aplicações da Matemática a várias áreas e com domínio da Matemática. Eu falo do Euler. O que você acha disso? Como você justificaria isso, visto que você não justifica essa formação sólida e essas disciplinas de conteúdo matemático nas licenciaturas?

Você dá um caso e eu vou usar. Eu também seria reprovada, mesmo que talvez eu lembre algumas coisas. É, realmente você poderia falar de Euler porque ele não é desse tempo. Você poderia falar que ele tinha um domínio muito profundo da matemática da sua época e que, agora, a matemática tem outros elementos. Então, eu acho que é um argumento fraco, mas também é uma justificativa [risos].

É justamente por isso, Lulu, o Euler é emblemático, ninguém vai discutir suas potencialidades e o quanto da matemática ele desenvolveu. Mas ele não tinha nada disso.

Isso, e ele também não teve que ensinar isso às pessoas, os professores do Ensino Básico não têm que ensinar isso. No meu caso, eu não tenho problema com isso e até gostaria de ter Euler como meu professor. Talvez, seria um pouco difícil entendê-lo [risos].

Você sabe, eu aprendi muita matemática com o meu pai, ele foi para a Universidade, mas não estudou matemática, sua área era grego e latim. Ele teve a formação lógica muito forte. Eu lembro que (e eu sempre falo isso nas aulas) quando eu tive números negativos na escola, tive dificuldades em entender porque um negativo vezes um negativo é positivo e, então, fui perguntar ao meu pai se poderia me dar um exemplo para me ajudar. Ele disse que não poderia e se eu conseguisse achar um exemplo para explicar a ele, iria me pagar. Daria-me cinco libras, que naquela época era uma coisa razoável [risos]. Isso foi legal, porque eu fiquei pensando, *"o que penso que eu estou devendo?"* e fui pensando em outras coisas e, por fim, não o convenci. Mas para mim foi um exercício muito importante porque tive que pensar várias coisas, olhar sobre essas coisas. Meu pai não estava na posição de professor, mas eu aprendi muitas coisas com seus questionamentos que me faziam pensar. Na questão do produto entre números negativos não tem uma explicação concreta, mas deve servir para alguma coisa.

A minha melhor professora de matemática na escola não era formada em matemática. Ela entrou na escola como secretária, uma função administrativa, viu que gostava do ambiente escolar e decidiu estudar para ser professora. Ela estudou para ser pedagoga, mas ela não gostou das escolas primárias e daí ela decidiu que seria professora de matemática. Existia uma necessidade grande naquela época. Quando ela me ensinou, *A-level* (Advanced Level Mathematics), ela estava estudando matemática para esse nível. Ela foi uma pessoa muito carismática também, entre outras coisas, mas ela foi brilhante como professora.

Teve, ainda, um outro cara que era um grande amigo dela e acabou se tornando meu amigo. Ele era muito bom de matemática, mas inútil como professor, inútil. Quando ele ficava animado, falava aspectos da matemática lá da frente, discussões muito sofisticadas e, com isso, nós não o acompanhávamos. "Oi, oi, oi, nós estamos aqui, aqui atrás" [risos]. Ele não foi bom. Ela estava ainda tentando dominar o conteúdo de matemática que estava ensinando. Como tinha paciência, ficava refletindo sobre suas dificuldades. Ela foi muito boa e também me estimulou para continuar com matemática.

Lulu, eu vou ler duas afirmações, a primeira do Felix Klein, de 1908, daquele livro: Matemática elementar de um ponto de vista avançado. Ele diz assim

> *[...] Por muito tempo [...] os homens da universidade preocuparam-se exclusivamente com as suas ciências, sem considerarem as necessidades das escolas, nem mesmo se preocupando em estabelecer uma conexão com a Matemática escolar. Qual foi o resultado desta prática? O jovem universitário se encontrava, no início, confrontado com problemas que não sugeriam, de maneira nenhuma, as coisas com as quais ele tinha se ocupado na escola. Naturalmente, ele esquecia estas coisas rápida e completamente. Quando, ao fim de seus estudos, ele se tornava um professor, encontrava-se repentinamente na posição de ter que ensinar a tradicional matemática elementar da antiga e pedante maneira; e, uma vez que ele praticamente não era capaz, sem ajuda, de distinguir qualquer conexão entre esta tarefa e sua Matemática universitária, logo se acomodava ao que a tradição honrava, e seus estudos universitários permaneciam apenas uma lembrança mais ou menos agradável, que não tinha nenhuma influência sobre seu ensinar.*

A idéia aqui é tentar mostrar uma diferença entre a matemática escolar e a matemática acadêmica e esse percurso. É engraçado que é 1908, mas poderia ser 2010.
Temos uma outra afirmação da Anne Watson, de 2008. Essa afirmação é daquele artigo que ela apresentou no ICME de Roma, e depois ela mandou para a revista For The Learning of Mathematics e várias pessoas escreveram sobre o artigo dela.

> *Eu afirmo que a matemática escolar não é, e talvez nunca será, um subconjunto da reconhecida matemática acadêmica, pois ela tem diferentes justificativas, autoridades, formas de raciocínio, atividades centrais, propósitos e conceitos unificadores e, necessariamente que os recortes da atividade matemática se dão em diferentes maneiras daquelas da matemática acadêmica.*
> *Eu entendo a **matemática acadêmica** por atividades que avançam o conhecimento matemático: as formas de engajamento, tipos de questões, padrões de argumentos que são aceitos como contribuinte para o cânone convencional da matemática pura e aplicada.*
> *Por **matemática escolar**, eu entendo as formas de engajamento na matemática em contextos formais de ensino para o iniciante, incluindo os graduandos, ou por aqueles que não se vêem como iniciantes, mas que tem a matemática impelida sobre eles.*

Lulu, a idéia é perguntar o que você acha dessas possíveis diferenciações.

Se eu entendo, ela está pensando matemática acadêmica como produção de conhecimento matemático, como um *research mathematician*. Eu acho que é uma definição, talvez, menos abrangente a que eu iria utilizar. Para mim, o matemático é isso. Um matemático é um *research mathematician*. Do mesmo jeito que eu posso ser uma acadêmica na área de Educação Matemática, então meu emprego, minha função é produzir conhecimento na área de Educação Matemática. Quanto ao matemático, seu emprego, sua função é produzir conhecimento na área de Matemática.

Então eu acho que ela quer falar, não sei, mas para mim matemática escolar não é a da universidade. Eu não sei se vejo diferença entre a matemática escolar e a matemática acadêmica. Como eu não fiz a formação de matemática da universidade, a convencional, talvez tenha uma impressão errada. Minha impressão é que tem certas diferenças na natureza de conteúdo da matemática escolar e da matemática ensinada na universidade. Tem a ver com o nível de formalismo na universidade. Nela, você está realmente entrando em um sistema axiomático na sua forma mais sistemática e esses aspectos você, normalmente, não faz na matemática escolar. Talvez fosse interessante fazer algumas diferenças por conta disso, mas eu não tinha pensado dessa maneira. Ela está falando da matemática ensinada, talvez, de matemática escolar. Eu concordo que poucas pessoas que tenham contato com matemática vão chegar a produzir conhecimento nessa área. Talvez seja um pouco isso, não sei se ela está falando em uma matemática universal que inclui, como subconjunto, a matemática escolar.

Para a autora são coisas totalmente diferentes. Lulu, agora eu gostaria de saber o que você pensa sobre o modelo inglês de formação de professores de matemática.

Acho que o modelo inglês é melhor, porque basicamente você tem muito mais ligações entre o que faz na universidade e o que faz na escola. Isso, no meu modo de ver, é meio ausente aqui no Brasil. Eu sei que tem as práticas de ensino agora, mas acho que isso não se firmou ainda. Na Inglaterra, isso é uma coisa legal, mas também acho que ainda tem muitas falhas em nosso modelo.

Para ser professor de matemática um caminho natural para os candidatos a serem professores é não fazer a graduação em matemática. E essa é uma grande reclamação. Do mesmo jeito que vocês têm aqui pessoas que não têm formação, não têm nível de matemática suficiente, lá também nós temos essa lamentação. Talvez você pudesse argumentar que existem muitas razões para isso, pois, muitas vezes, as pessoas que fazem o PGCE, que tem muito pouco de matemática, vêm de uma formação que talvez não é tão matemática. Com isso, você poderia ler o que leu sobre Klein para essas pessoas. Uma pessoa faz três anos de economia, precisa de um emprego, principalmente com a situação de desemprego de hoje. Muitas pessoas querem estudar para ser professor, porque com isso eles têm muito mais segurança, e, muitos anos atrás, eu fiz um PGCE que tem como ponto forte o fato de que você tem que trabalhar muito na sala de aula. Com isso, você é forçado a pensar em como você trataria esses conteúdos na sala de aula. Eu acho o nosso modelo melhor que o seu. Eu acho que vocês aqui perdem muito tempo fora da escola e muitas vezes fingindo que está ensinando um conteúdo para pessoas que não estão aprendendo esse conteúdo e que vão fugir desses conteúdos. Eu acho que, também, seria impossível preparar tudo o que o professor precisa saber sem um curso de formação continuada. Muitos professores aprendem na prática. Eu aprendi. Eu não fiz matemática na faculdade, mas estou trabalhando a mais de vinte anos na área de Educação Matemática, então aprendi muita matemática.

Tem essa idéia idiota de que nós vamos para a universidade e, de repente, viramos um matemático e pronto. Alguém me diz que sou psicóloga porque eu fiz uma graduação em Psicologia. Pensando bem, entre 18 e 21 anos eu li e estudei alguns livros sobre psicologia. Nunca pratiquei psicologia pelo resto da minha vida. É claro que uso algumas coisas de psicologia na minha pesquisa, mas eu não sou psicóloga. Do mesmo jeito eu acho que a pessoa pro fazer uma Licenciatura em Matemática, não se forma como um matemático. Matemático para mim é alguém que produz conhecimento em matemática. Ah, tem outra coisa, para você ser professor do PGCE, você tem que ter experiência no Ensino Básico. Essa é outra coisa que eu acho estranha no Brasil. Aqui existem pessoas que atuam na Licenciatura sem nunca terem pisado na escola. Na Inglaterra, mesmo que você saia do Ensino Básico, você precisa ter, de vez enquando, um estágio na escola, você faz pesquisa e tem um vínculo com a escola.

Lulu, como seria para você a estrutura de um curso de licenciatura em relação à formação matemática do futuro professor de matemática?

Se eu tivesse elaborando um curso de Licenciatura em Matemática, teria uma parte significativa que teria que ser feita na escola mesmo e teria outra parte, significativa também, que seria o *design* pelos licenciando de situações de aprendizagem. Design no sentido de pesquisar, escolher certos conteúdos e saber o que nós (enquanto área de pesquisa) sabemos sobre os problemas de aprendizagem. Iria tentar colocar os futuros professores para pensar em como eles abordariam esses conteúdos. Muitas vezes, nessas situações eles teriam que estudar com certa profundidade o que está envolvido nessa questão. Porque uma coisa é pegar os livros didáticos e resolver os problemas, mas, se tivermos que criar atividades para nós mesmos, precisaremos saber um pouco mais do ponto onde queremos chegar. Você tem que estudar um pouco o objeto matemático em questão, não somente o nível que está estudando. Eu faria muito mais design. Eu iria ter coisas do tipo: “vamos falar de números racionais”. Teríamos todo mundo discutindo o que são números racionais, o que é importante saber em diferentes níveis de escola e desenvolvendo atividades em vários níveis. Depois, eles mesmos iriam aplicar nas escolas, talvez observando outras pessoas que aplicaram e depois voltando para sala de aula e fazendo análises críticas do que eles trabalharam. Seria algo muito mais baseado no ato de ensinar do que no domínio de conteúdos matemáticos que eles, eventualmente, ofereceriam ou não. Hoje eu nem dou aula na Licenciatura, seria muito prepotente da minha parte [risos], mas eu acho que seria algo assim. Desse modo, seria mais fácil para as pessoas decidirem em quais níveis de escolaridade gostariam de trabalhar.

Lulu, como foi sua formação para ser professora de matemática?

Quando tinha treze anos eu fiz uma opção de estudo, porque até os treze anos foi comum para todos. Na escola primária é tudo geral, eu tive estudos religiosos, educação física, inglês, matemática, uma língua estrangeira, coisas práticas como trabalho com madeira, cozinha, geografia, história e ciência. Depois, com treze anos, você tem que optar apenas por oito disciplinas, sendo duas delas o inglês e a matemática. Eu escolhi Geografia, Química, Biologia, Física e Francês. Com 16 anos você faz exames nacionais nessas disciplinas e depois faz outra seleção. Na verdade, eu quis fazer inglês, matemática e uma outra disciplina, mas não foi permitido, nessa época, fazer inglês e matemática junto. Eu fui fazer matemática, química e biologia. Na verdade, eu fiz duas: matemática e matemática avançada. Depois disso eu fui para a faculdade. Mas, antes disso, eu trabalhei por um tempo como assistente social em projetos para jovens. Trabalhei com crianças com deficiências. Depois, na faculdade, estudei psicologia social e matemática, só que, quando eu cheguei na faculdade, eles estavam abrindo uma nova opção que, em vez de fazer psicologia com matemática, faria psicologia com inteligência artificial. Era uma nova área e eu fiz. Com isso, estudei três anos. Na verdade foi uma escolha feliz porque era um grupo muito ativo que estava iniciando o trabalho com inteligência artificial. Fiquei muito interessada em inteligência artificial e educação e comecei a fazer pesquisas com a Linguagem Logo. Quando terminei a graduação, quis continuar fazendo pesquisa em educação e, então, eu conheci a Célia Hoyles, que me disse que se eu quisesse fazer pesquisa nessa área eu deveria me formar como professora de matemática primeiro. Então, eu fiz o PGCE no Instituto de Educação, fiquei envolvida com um projeto de pesquisa e, depois, fui professora de matemática por uns anos nas escolas de Londres. Depois disso, voltei e tive um emprego como pesquisadora, ficando sempre no ambiente de pesquisa.

Atuando como pesquisadora eu nem fiz o mestrado, fui para o doutorado direto. De fato, eu só fiz doutorado para ganhar meu visto aqui no Brasil. Porque como eu já era pesquisadora na Inglaterra, não sei se eu teria feito o doutorado. Fazer doutorado é bem visto e, agora, muito mais do que na minha época. Mas eu já publicava, já fazia as coisas, e quando você trabalha com Celia Hoyles[3] você não tem muito tempo para fazer doutorado não [risos]. Eu gosto de falar que sou a única pessoa que veio para o Brasil para fazer um doutorado em Londres [risos]. Escrevi meu doutorado quando eu estava no Brasil, porque, para ser contratada na Pós-Graduação daqui, eu precisava ter o doutorado. E meu doutorado é na área de Educação Matemática mesmo.

Hoje na Inglaterra a formação do professor de matemática é feita por dois caminhos. Um é o *BEd*. Eu acho que ainda existe, mas são poucas as pessoas que fazem, sendo que a grande maioria que faz quer ministrar aulas do primeiro ao quarto ano, nível primário. Dos professores que vão para o nível secundário, de 11 até 18 anos, a grande maioria faz o PGCE que é um ano. Hoje quem faz o PGCE pode pegar os créditos das disciplinas e utilizar no mestrado. Na minha época foi uma qualificação apenas para ensinar, para ser professor.

Não necessariamente a pessoa que faz o PGCE vem da Matemática. É uma porcentagem razoável, mas também temos pessoas que vêm da Engenharia, da Economia, entre outras áreas. No PGCE grande parte da matemática discutida é em relação à matemática escolar. A grande preocupação é com a matemática que o professor vai ensinar. Sabe que tem várias pesquisas na Inglaterra que mostram que o nível de matemática universitária não tem uma relação muito forte com o desempenho de seus alunos? O trabalho de Margaret Brown[4] tem algumas coisas disso. Em nossa pesquisa, com provas e demonstrações, também tivemos isso, mas era uma área tão

[3] Celia Hoyles é uma pesquisadora inglesa que atua no Instituo de Educação da Universidade de Londres na área de Educação Matemática.
[4] Margareth Brown é uma pesquisadora inglesa que atua no King's College London na área de Educação Matemática.

particular que era uma amostra de apenas 100 professores. Lipping Ma[5] também fala a mesma coisa, ela mostra que professores chineses que não têm faculdade em Matemática, têm mais sucesso na sala de aula em relação aos professores dos Estados Unidos que têm.

Lulu, se eu estivesse na Inglaterra com dezesseis anos e quisesse ser professor de matemática, qual seria o caminho mais natural?

Você faria um bacharelado em matemática e depois um PGCE. Antigamente para fazer um *BSc* em matemática era muito competitivo. Hoje temos cada vez menos pessoas optando por matemática. Mas se você é um aluno que decidiu ser professor de matemática e está preocupado, talvez fosse fazer diretamente um curso para ser professor. No meu caso, eu sabia que eu não queria ser uma professora escolar, eu queria ser uma pesquisadora, entretanto esse foi o caminho. Outras pessoas fazem PGCE porque elas acabam a faculdade e não sabem o que querem fazer, então entram no PGCE para ser professor. Eu tenho duas primas, com 20 e poucos anos, que fizeram faculdade e agora decidiram fazer PGCE. Minha própria irmã fez isso, com 39 e 40 anos, fez um PGCE.

Os PGCEs são muito diferentes, mas todos eles vão ter um número de semanas obrigatórias, determinado por lei, de quanto tempo você tem que passar na escola. Mas tem diferentes modalidades. Tem alguns PGCEs que são completamente baseados nas escolas. Minha prima está fazendo algo assim. Grupos de Escolas juntam-se com as faculdades e fazem seu próprio PGCE. Todos os cursos são feitos dentro das escolas que fazem parte de grupo, mas o mais tradicional, o que eu fiz, é o estágio nas escolas. Você faz algumas disciplinas na Universidade em sua área, Matemática no meu caso, e algumas mais gerais em Educação. Eu fiz uma disciplina de Mathematics and Computing, tive cursos de Problem Solving in Mathematics, todos elas pensando como você faria na sala de aula. Tive diferentes conteúdos em matemática, discutindo sobre como você iria ensinar. Eu tinha que ler algumas pesquisas, buscar tentativas para ensinar um ou outro conteúdo trabalhando com computadores. Então eu aprendi um pouco de matemática, mas não muito. Muito mais revisitando a matemática em contextos diferentes dos quais eu já tive em contato com a escola.

[5] Liping Ma é doutorada pela *Universidade de Stanford* e investigadora na *Carnegie Foundation for Advancement of Teaching*

Quando eu terminei o curso, achei que ele havia me colocado no caminho para dar aulas. Fui dar aula. O primeiro ano em sala de aula é sempre difícil, porque você tem que aprender coisas de disciplinas. Eu senti também que tinha muitas coisas que eu precisava aprender para ter uma identidade para ser professor.

Acho que os alunos que fazem o PGCE sabem que passaram por uma fase e que agora eles podem ir para a escola para nadar ou afogar, pois pelo menos já colocaram seus dedos na água. Talvez aqui, no Brasil, você nem coloque o dedo na água. Nos primeiros dias de aula eu não fui com muita confiança não, eu fui tremendo muito [risos]. Jovem tem tudo isso. Trabalhava em uma escola que não era muito fácil. Uma das razões pelas quais eu sabia que não queria ser professora é que, quando eu estava na sala de aula, dedicava muito tempo com essa coisa de gerenciar a sala e ficava muito fácil perder o contato com as inovações, com os desenvolvimentos sobre processo de aprendizagem, com coisas que me atraíram para a área. Não sei o que eles poderiam ter feito naquele ano para eu sair melhor preparada. Tive muita sorte, pois na escola em que fui trabalhar, tinha uma professora que era minha mentora e era muito bom, gostava muito dela. Nesse modelo, todos os alunos tinham um mentor. Assim, tive essa aprendizagem na prática com uma pessoa com muita experiência. Acho que, enquanto professora, não me baseei muito no modelo de professores que eu tive enquanto aluna. Eu tive outras experiências que foram mais marcantes, porque também o currículo tinha mudado muito.

Hoje todos PGCEs discutem coisas de matemática, práticas educativas. Entretanto, eu senti falta, no meu curso, de História da Matemática e acho que, para entender certos conteúdos, a história ajuda. Filosofia eu não discuti no meu curso, fiz por conta própria. A matemática que nós discutíamos naquela época no PGCE foi toda da sala de aula. Porém, foi um momento um pouco particular, pois estavam construindo o primeiro currículo nacional da Inglaterra e ocorreram muitas mudanças. De qualquer modo, acho que, em grande, parte os cursos de PGCEs se concentram na matemática escolar.

No PGCE você não faz iniciações científicas como existem aqui no Brasil, mas tive que fazer dois projetos ao longo dos anos que era do tipo TCC (Trabalho de Conclusão de Curso). Eu acho que, de certa forma, nesse ponto a gente poderia ter feito melhor. Poderíamos compartilhar pesquisas que diferentes pessoas fizeram, por exemplo. Lá você fazia um trabalho e acabou, uma coisa muito individual. Mas eu lembro que a gente fez alguma coisa teórica, pois teve um dia em que todo mundo tinha um assunto diferente e o meu era diagramas de Venn. Você tinha que planejar uma aula e dar aula para os colegas. Nossa aula foi filmada e depois todo mundo assistiu e criticou. Foi muito engraçada a aula, foi algo bem interessante. Agora eles devem fazer muito mais estudos de vídeos com professores em ação. Lá é tudo voltado para a sala de aula. Tem teoria, mas eu não tive nada de psicologia, que eu me lembre. Talvez porque eu já tivesse estudado, mas se tive palestras sobre isso eu possivelmente faltei. Não tive nada de Piaget, Vygotsky, entre outros. Vygotsky eu não conhecia, fui conhecer apenas depois que eu fui trabalhar, mas eu não lembro dessas coisas genéricas.

Em relação ao PGCE também temos várias discussões, "brigas", pois todo mundo diz que professores são mal formados e que os alunos não chegam aos resultados esperados. O debate não é tão diferente dos que acontecem aqui no Brasil. Aqui, talvez, vocês acham que está tudo maravilhoso, mas não é bem assim. Eu acho que se tem grande diferença lá é no sistema escolar, porque a grande maioria vai para a escola pública e, então, tem um controle de qualidade mais forte sobre o ensino público de modo que as diferenças entre escolas públicas e particulares nem sempre são tão nítidas como são aqui (é claro que não estou falando das escolas particulares freqüentados por filhos da família real [risos]). Mas tem todas as pessoas que vem se lamentando pela evasão em matemática, pela questão dos pedagogos que não têm matemática... Eu acho que a sociedade tem críticas e estas não seriam em relação à estrutura do modelo de formação, mas a males gerais. Ninguém está propondo fazer uma reformulação no momento. No momento, as pessoas estão falando da importância de fazer matemática. Fazendo matemática que você vai ensinar. Eu acho que, talvez, a maior crítica não é sobre o PGCE, porque eu acho que ele tem um reconhecimento, mas quando você tem uma necessidade de formar mais professores, acaba aceitando professores com qualificações que não são tão desejáveis. Sempre tem tentativas para atrair pessoas com graduação em matemática na área, mas muitos deles vão trabalhar em bancos e em outras áreas. Dentro disso, várias pessoas argumentam que o que precisamos mesmo é de formação continuada, porque as pessoas entendem que é impossível, em um ano, preparar uma pessoa com tudo o que ela precisa para ser professor, seja de matemática ou qualquer outra área. De certa forma, talvez, não somente a matemática em questão, mas todas as outras áreas levem as pessoas a argumentarem que os professores não vão para a sala de aula discutindo toda a matemática que vão precisar e que, talvez, não seja nem realístico esperar que um curso no início dê conta de tudo. Dado isso, temos que ter cursos ao longo da carreira.

Existem algumas discussões em relação à formação matemática dos professores, pensando na formação matemática acadêmica, mas o problema, a meu ver, não está no fato deles não saberem estruturas algébricas, mas de não dominarem a matemática escolar. Entretanto, o fato da Anne Watson escrever isso sugere que tenha um pouco essa discussão também. Eu acho que na minha época foi mais Hippie, mais aberta do que agora. Mas eu duvido que em um PGCE eles passem muito tempo na matemática universitária. Uma boa professora para falar sobre isso é a Elena Nardi[6]. Ela me critica e diz que eu não tenho formação em matemática, inclusive a gente já teve brigas em função disso [risos], porque ela fala de três anos da minha vida enquanto estudei Psicologia e insinua que depois nunca mais fiz matemática. Ela fez graduação em matemática e acha que foi muito importante para ela. Acho que ela vai argumentar que isso foi muito importante. Ela vem da Grécia e também tem uma formação bem diferente. Mas ela vai argumentar que é preciso a graduação. Eu não sei bem se precisa saber matemática acadêmica, ou seja, matemática da universidade, mas também acho que não vai ter ninguém que discorde que se deva conhecer bem a matemática, mas a questão é: qual é a matemática? Na minha posição, é muito mais interessante conhecer a matemática que se está ensinando do que a matemática acadêmica.

O texto apresentado é uma textualização da entrevista realizada com Lulu Healy.

[6] Elena Nardi é uma pesquisadora em educação matemática que atua na Universidade de East Anglia no Reino Unido.

Lulu Healy possui graduação em Psicologia Social e Estudos Cognitivos pela University of Sussex (1985), licenciatura em Matemática pelo Instituto de Educação (PGCE), University of London (1986) e Doutorado em Educação Matemática pelo Instituto de Educação, University of London (2002). É Pesquisadora em Educação Matemática da Universidade Bandeirantes (UNIBAN) e lider do grupo de pesquisa Tecnologias e Meios de Expressão em Educação Matemática. Participa de diversos projetos de pesquisa, no Brasil e na Inglaterra, investigando as relações recíprocas entre ferramentas tecnológicas e pensamento matemático e tem um interesse particular no design de ecologias de aprendizagem que incluem alunos cegos e alunos surdos. É bolsista em produtividade em pesquisa do CNPq.

Texto 17
Licenciatura em Educação Matemática

Este poderia ser o título de um curso de formação inicial de professores de matemática que tivesse como propósito oferecer uma educação matemática para alunos da Educação Básica. Seu foco seria o de tematizar aspectos da prática profissional de professores e oferecer algumas estratégias para que eles pudessem lidar com as demandas do trabalho docente. As disciplinas, conteúdos, discussões e espaços a serem construídos para formar o professor seriam constituídos a partir dessa ótica.

Neste texto minha intenção é construir alguns parâmetros para uma Licenciatura em Educação Matemática, em específico, parâmetros de uma formação matemática. A partir de alguns aspectos de uma prática de professores de matemática (elaborada como desejável e ao encontro de minhas posições políticas) características de um curso de Licenciatura em Educação Matemática (que oferecessem oportunidades para que futuros professores implementassem essa tal prática) e de algumas perspectivas de autores como Shulman (1986, 1987), Ma (2009), Ball e Bass (2003), Ball, Thames, Phelps, (2008) e Rowland (2005, 2008) a respeito dos conhecimentos de professores de matemática, construo esse movimento de teorização. Dessa maneira, este texto se constitui como mais uma possível legitimidade para a formação matemática de professores de matemática.

Aspectos de uma prática profissional de professores de Matemática

Ao tecer considerações a respeito de aspectos da prática profissional de professores de matemática**,** uma primeira pergunta que me fiz foi a que segue: *De que aspectos de que práticas eu falarei?* Simples e focada, essa questão é sugestiva, pois, se minha intenção é corroborar práticas *tradicionais* presentes em várias salas de aulas de matemática, nas quais professores trabalham apenas procedimentos matemáticos de uma maneira fragmentada, com poucas relações com outras disciplinas, falaria de tais e tais aspectos... Se minha intenção fosse alterá-las e implementar outras práticas, os aspectos de que trataria seriam outros, e bem diferentes.

Mais uma vez vou tentar explicitar alguns parâmetros de minha posição política em relação à Educação Matemática e a estes movimentos de teorizações desta tese.

Quero tecer considerações a respeito de uma prática profissional de professores de matemática que eu gostaria que estivesse presente na grande maioria das escolas do Brasil. Acredito que meu trabalho e de meus colegas professores é o de educar matematicamente os alunos e, como disse em outro texto deste trabalho, educá-los com intenção de construir e implementar, junto com eles, um projeto político.

Tal prática seria caracterizada pela elaboração, por parte dos professores, de estratégias que oferecessem possibilidades e condições para os alunos se desenvolverem, cognitiva e socialmente, seus pensamentos matemáticos, ou seja, desenvolverem os pensamentos aritmético, algébrico, geométrico, probabilístico, funcional. Outro aspecto dessa prática seria o trabalho por meio de algumas tematizações que tivessem efeitos no dia a dia dos alunos, tanto em resoluções de problemas práticos (como, por exemplo, o que fazer com o lixo reciclável do bairro), como também na construção de atitudes frente às demandas da vida (como a construção de repertórios para que os alunos tivessem conhecimentos das implicações financeiras de pequenas mudanças nas taxas de juros de um financiamento a longo prazo, como por exemplo, de 0,74% para 0,64% ao mês).

Em meio a essa prática, penso que o professor poderia construir e implementar uma atitude de ler (no sentido do Modelo dos Campos Semânticos) os modos de produção de significados dos alunos, sejam matemáticos ou não matemáticos, para que a partir deles, pudessem interagir compartilhando interlocutores e intervir ampliando seus repertórios e horizontes de possibilidades (LINS, 1999, 2008). Healy (2012) explicita algumas especificidades dessa atitude, quando afirma que o professor precisa ter uma

> /.../ sensibilidade e flexibilidade com o uso de notações. Flexibilidade nas interpretações de notações dos alunos, porque muitas vezes os alunos acabam fazendo coisas que fazem sentido para eles, mas não correspondem às ideias destacadas nos livros didáticos e, assim, os professores acabam não respeitando (p.288).

Uma leitura plausível (LINS, 1999) da atividade matemática dos alunos se constitui como uma importante característica da prática profissional de professores de matemática, pois a partir dela abre-se uma possibilidade de caracterizar os alunos pelo que eles falam e fazem e não por aquilo que lhes falta, ou mesmo pelo que deveriam fazer. Essa atitude se constitui como uma estratégia para a construção de um ambiente de desenvolvimento pessoal onde as estratégias de trabalho são construídas a partir das possibilidades dos alunos para busca de outros conhecimentos, outras crenças-afirmações, justificações (LINS, 1999).

Em relação às dinâmicas de discussões matemáticas com os alunos penso, também de acordo com Healy (2012), que outra característica dessa prática de professores de matemática seria a capacidade de elaborar diferentes estratégias para resolver problemas de matemática. De acordo com essa autora:

> Eu estou realmente pensando na pessoa [o professor] ter um arsenal de estratégias para atacar diferentes problemas matemáticos e não ficar preso a um determinado procedimento, por exemplo, nesse problema eu tenho que fazer isso, nesses outros eu tenho que fazer aquilo (p.286).

Essa característica explicita uma intenção de que a aula de matemática não seja marcada, apenas, pela busca de respostas e soluções aos exercícios e problemas, mas que ela se amplie e possa se constituir como um espaço de discussão de estratégias de resolução de problemas, modos de pensar e organizar situações matemáticas, um ambiente em que alunos e professores dialoguem. Como Lins (1999) argumenta a escola e, em específico a aula de matemática, poderia ser um espaço formativo em que possam ocorrer, compartilhamento de interlocutores e ampliações de modos legítimos de produção de significados, um espaço onde alunos e professores possam falar outras coisas diferentes daquelas que falam.

De maneira sucinta apresentei algumas características de uma prática que gostaria que estivesse presente em grande parte das escolas do Brasil. Elas não são as únicas, mas bastam para as considerações que quero tecer. É claro que há situações em que nenhuma dessas características apresentadas seriam possíveis de serem imaginadas e muito distante de serem implementadas. As práticas são circunstanciadas por meio de relações assimétricas nas quais estão implícitos princípios que regem e sustentam o atual sistema econômico. Não advogo no sentido de prescrever como deveriam ser as práticas de professores de matemática, o que faço é apenas apresentar uma possibilidade.

Diante desses aspectos, estratégias e atitudes apresentadas que caracterizam, pelo menos em parte, uma prática profissional de professores de matemática, discuto, então, algumas características de um curso de formação inicial para que futuros professores pudessem implementar práticas como essas em sua atuação profissional.

Características de um curso de formação inicial

O processo de formação inicial se constitui por princípio como incompleto, pois grande parte das discussões realizadas emergem em contextos distantes e fora das futuras práticas profissionais dos professores. Por mais que se tenha a intenção de estruturar uma Licenciatura em Matemática *mergulhada* em demandas da prática profissional, as estratégias de formação sempre são fictícias, em função de possibilidades do que pode acontecer em uma escola. Os professores, independentes dos cursos, não são formados para trabalhar em determinadas escolas com tais e tais características, demandas, dificuldades... Eles são formados para trabalharem em uma escola ideal, onde o trabalho com metodologias diferenciadas (como resolução de problemas e investigações matemáticas) é possível, pois o número de alunos é pequeno; onde os alunos têm interesse e valorizam a escola, pois esta os acolhe e a família oferece estrutura, valores e princípios. Os formadores de professores, geralmente, não contam para os licenciandos que na escola, na sala de aula de matemática, as coisas podem não funcionar e que, por mais que eles estudem estratégias didáticas e elaborem possibilidades de trabalho, elas só terão *reais* chances de serem implementadas durante sua atuação profissional, talvez bem distante do curso de Licenciatura.

Como consequência desses argumentos, o desenvolvimento profissional (que se constitui desde as vivências dos professores como alunos na Educação Básica), sua formação inicial na Licenciatura e sua formação continuada em cursos dos mais variados tipos precisam ser constantes na vida de um professor. O processo de formação entendido como um todo contínuo, precisa englobar toda a carreira do professor e não apenas seus primeiros passos. Eles necessitam de espaços para discutirem suas práticas, cursos para aprender outras estratégias, conhecer a respeito dos processos cognitivos, sobre os *novos* recursos didáticos, os resultados de pesquisas em Educação Matemática...

Entretanto, mesmo considerando essa dificuldade, inerente às atuais Licenciaturas vigentes no Brasil, há possibilidades de elaborar cursos nos quais a formação pode ser estruturada a partir de aspectos da prática e das demandas profissionais. Mesmo eles estando distantes do contexto escolar, há estratégias para trazer alguns elementos da sala de aula para perto e com isso, possibilidades de formação. Segundo Moreira (2012)

> /.../ a formação matemática, a formação do professor como um todo, tem que ser feita intrinsecamente integrada às questões que ele vai enfrentar na prática, às questões relevantes no exercício profissional. Não é ensinar matemática isoladamente, discutir a educação e o ensino em outra perspectiva, ignorando a formação matemática e depois integrar magicamente. A ideia é desenhar uma formação integrada desde o nascedouro (p.257).

Nas considerações desse autor, noto necessidade de se pensar em disciplinas e discussões que, ao educar matematicamente os alunos, se constituam como uma categoria de trabalho e não se dividam na ideia de aprender o que vai ensinar (matemática) e depois aprender os modos de ensinar (pedagogia, educação).

Para educar matematicamente alunos da Educação Básica é desejável que o professor conheça em detalhes as circunstâncias presentes no processo de tematização de conceitos matemáticos. Quais conceitos, geralmente, se constituem como *difíceis* para os alunos e quais se constituem como *fáceis?* Que relações e metáforas são adequadas nos processos de ensino e de aprendizagem em oferecer condições para os alunos produzirem significados matemáticos em certas atividades? Essas são algumas das questões que o professor precisa se perguntar ao preparar suas aulas e se preparar para elas. Moreira (2012) corrobora esses argumentos afirmando (por exemplo, em relação à divisão) que o professor

> /.../ precisa saber, inclusive, que um aluno, de modo geral, entende mais rapidamente um tipo de divisão do que o outro, que ele identifica mais facilmente um caso do que o outro, de modo que ele, provavelmente, vai ter que trabalhar mais problemas e situações envolvendo um tipo do que envolvendo o outro (p.258-259).

Eles também precisam conhecer sobre estratégias didáticas para trabalhar as temáticas com os alunos. Quais implicações eles teriam se trabalhassem a introdução de um conceito utilizando, por exemplo, um software ou uma experimentação ou um problema ou mesmo uma aula expositiva. Como os alunos lidam com essas propostas diferentes? Como, dentre essas possibilidades, escolho uma, para meu trabalho? Essas são perguntas que emergem na atuação profissional do professor mesmo quando ele não as faz, e apenas busca aquela *velha e boa folha amarela*...

Outra característica em relação à formação matemática de professores está relacionada a suas capacidades de resolver problemas. Vários autores explicitam importância de que uma parte da formação matemática dos licenciandos ser dedicada a essa temática (MA, 2009; SOARES, 2012; LINS, 2012; ONUCHIC, 2012). Segundo Soares:

> O que eu acho fundamental, também, é curso de resolução de problemas. É nisso que você vê que cria esse manuseio, essa capacidade de sair sozinho ali dentro, até mesmo porque para resolver um problema não tem uma maneira única. Tem problema que você não vai resolver, tem problema que se resolve, que é uma bobagem (2012, p.125).

Esse autor destaca a importância de uma formação matemática na Licenciatura que ofereça a capacidade dos licenciandos desenvolverem uma autonomia intelectual, um raciocínio matemático, para que possam aprender por conta própria e se constituir como professores de matemática. Lins (2012) corrobora a importância dessa temática e disserta a favor da organização de cursos de formação inicial de professores em Matemática com uma disciplina chamada de Seminário de Resolução de Problemas, na qual os licenciandos estariam expostos à resolução de problemas das mais diversas naturezas.

Ao se pensar na formação matemática de professores tomando como foco suas atitudes em relação à atividade matemática dos alunos, Healy (2012) apresenta uma característica relacionada aos processos de aprendizagem. A autora afirma que

> /.../ é muito importante para a pessoa que vai ser professor de matemática aprender como as pessoas aprendem ou não aprendem matemática e isso, muitas vezes, para uma pessoa que está sendo formada para ser professor, vai acabar ajudando bastante a ter um domínio mais sólido da sua própria matemática. Isso porque é bem capaz que elas percebam que elas próprias não sabem, que percebam que são também meus os problemas que os alunos têm (p.285).

Ela ainda complementa, afirmando que os professores precisam de

> /.../ uma habilidade para explicar a uma pessoa, que tem muito menos familiaridade com um assunto do que você, de uma forma que faça sentido para ela. Isso quer dizer que você tem que ter consciência de que os alunos não necessariamente percebem as coisas exatamente da mesma forma que você. Assim, você precisa procurar várias maneiras para explicar a mesma idéia (p.288-289).

Essa autora destaca a importância dos professores terem uma lucidez de que muitas vezes podem falar sobre certas coisas que para os alunos façam pouco sentido. Com isso, ler os alunos e seus processos de produção de significados, no sentido exposto por Healy, se constitui como uma característica a ser construída pelos professores durante sua formação inicial.

Moreira (2012) sintetiza, de certa maneira, alguns aspectos e características da formação matemática de professores quando afirma

> /.../ o que ensino não é tudo o que eu sei, eu sei muito mais "coisas" do que as que ensino. E esse muito mais não é, para mim, por exemplo, que ao ensinar número inteiro eu saiba que o conjunto dos inteiros é um anel euclidiano e que outro anel euclidiano é o conjunto dos polinômios sobre os racionais. Esse "saber mais do que ensino" de que falo é um saber fundamental ao professor no exercício da profissão (p.260)

Ao olhar para uma educação matemática dos alunos do Ensino Fundamental e Médio, uma formação matemática pode ser construída nas Licenciaturas como apresentado por Moreira, buscando conhecimentos e conteúdos dos mais diversos, a partir das especificidades da prática profissional. Se para o trabalho docente é necessário que o professor estude alguns tópicos avançados da matemática do matemático, incorpore-os na formação, porém com justificativas plausíveis em um plano de trabalho que ofereça oportunidades de formação.

Um exemplo desse aspecto é o ressaltado por Lins (2012) que apresenta uma possibilidade de trabalho para as disciplinas de matemática do matemático, na direção de utilizá-las para trabalhar as ideias de estranhamento, descentramento e diferença.

Segundo esse autor, o estranhamento está ligado à ideia de colocar os alunos em situações (relacionadas à matemática do matemático) nas quais não produzam significado, situações em que eles não consigam dar conta. Para Lins o estranhamento se constitui em tentativas de "/.../ colocar o aluno da graduação frente a uma situação que é estranha a ele, estranha no sentido, por exemplo, os números inteiros são classes de equivalências de pares ordenados de naturais (p.)". De acordo com Lins (2012)

> À medida que eles reconhecem que existem coisas que devém do que é, e, simplesmente devém, pelo fato de que eu não digo a eles que aquilo é diferente (até porque estou dizendo que é a mesma coisa), mas porque para eles, não pode ser a mesma coisa (nesse caso, os números inteiros), tem-se o estranhamento, ou seja, você se vê em uma posição que você não consegue dar conta, e não consegue aceitar (p.195).

Vale ressaltar que o estranhamento "/.../ não é um incômodo no plano das coisas que você pode falar, por exemplo, eu não gosto disso, ou, por exemplo, número inteiro não é isso (LINS, 2012, p.195)", mas sim em um nível de angústias, náuseas, ao ponto de certos modos de produção de significados não serem aceitos como legítimos.

Em relação ao descentramento, o autor argumenta que ele é pensado na direção tentar fazer com que o licenciando compartilhe outro interlocutor, fale em outra direção. Segundo Lins (2012) ele é um processo

> /.../ pelo qual você tenta mudar de lugar no mundo, mudar de interlocutor, na linguagem de Modelo dos Campos Semânticos, falar em uma outra direção para ver se existe alguma na qual aquelas coisas são legítimas, ou seja, que elas podem ser ditas. O cara tenta se colocar como um outro que escreveu aquilo achando que aquilo poderia ser dito. Então o descentramento é mudar o centro, é você sair de você como centro e tentar ir para o lugar onde o outro está como centro (p.195).

Quando acontece o descentramento, vem a questão da diferença, pois ao se tentar mudar de centro e ir ao lugar onde o outro é o centro, emerge a pergunta: o que eu faço com isso? Posso virar as costas, ou seja, não ter a intenção de produzir significados para aqueles *resíduos de enunciações* ou, posso também tentar *compartilhar interlocutores* e estabelecer um *espaço comunicativo* (LINS, 1999).

Esse tipo de formação é interessante para os futuros professores, pois oferece repertórios de experiências para lidar com situações nas quais seus futuros alunos possam passar por processos de estranhamento. Uma atitude frente a isso seria a de tentar descentrar para *aparecer* a diferença e, a partir disso, constituir outros espaços comunicativos. Lins (2012) afirma: “Sempre digo para os meus alunos, futuros professores, que eles nunca se esqueçam que pode estar acontecendo um estranhamento com seus alunos quando estiverem ministrando aulas (p.195)”

Penso que a matemática escolar e a atuação profissional do professor de matemática se constituem como foco para a estruturação de uma Licenciatura em Matemática. As características e aspectos discutidos anteriormente que constituem e circunscrevem uma prática profissional de professores de matemática, poderiam ser incorporadas no processo de formação.

Sobre perspectivas a respeito dos conhecimentos de professores de matemática

Se eu pedir a dez educadores matemáticos uma caracterização da matemática do professor de matemática, é possível que encontre mais de onze respostas diferentes. Qual matemática o futuro professor precisa conhecer para ministrar efetivamente suas aulas na Educação Básica? Que tipos de discussões matemática devem fazer parte da formação inicial? Qual a natureza desses conhecimentos e dessas discussões? Essas são questões que ainda carecem de respostas sistematizadas (GRAEBER, TIROSH, 2008).

Entretanto, esforços foram e ainda são realizados por diversos pesquisadores em diferentes partes do mundo para tentar responder a esses questionamentos. Nessa direção é que pretendo apresentar uma discussão de quatro abordagens a respeito dos conhecimentos dos professores de matemática da Educação Básica. Tais abordagens buscam superar as dicotomias entre os domínios matemático e pedagógico do conhecimento do professor de matemática e explicitam especificidades de seu trabalho em sala de aula. Elas tomam como ponto de partida a caracterização de Shulman (1986) a respeito do *conhecimento pedagógico do conteúdo* e a superam, oferecendo outras possibilidades. Apesar desse construto teórico se constituir como um marco importante para caracterizações dos conhecimentos de professores, em particular de professores de matemática, carece de especificidades, sistematizações empíricas, com limites em sua utilidade (LINS, 2004; BALL, THAMES E PHELPS, 2008). Nos últimos vinte anos, diversas e *novas* abordagens foram construídas. Por meio de quatro delas esboço algumas considerações para uma Licenciatura em Matemática. Focarei nos pontos centrais de cada uma das abordagens, em suas caracterizações e generalidades.

Perspectiva de Shulman: o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo

Lee Shulman, um pesquisador estadudinense, apresentou dois textos de grande importância para área de formação de professores em meados da década de 1980. A partir deles, muitas investigações foram desenvolvidas e muitos pesquisadores se inspiraram para caracterizar os conhecimentos específicos dos professores. Ainda hoje esses trabalhos são muitos citados e debatidos em congressos e seminários de pesquisa na área de Educação Matemática.

Shulman (1986) escreve que o domínio de conhecimentos dos professores se divide em três categorias: conhecimento disciplinar (ou do conteúdo); conhecimento pedagógico do conteúdo; conhecimento curricular. Em relação à primeira categoria, *conhecimento disciplinar*, o autor caracteriza como o conhecimento da matéria de ensino. Entretanto, ele afirma que é preciso ir além dos conhecimentos dos fatos e conceitos de uma determinada área, para dominar o conhecimento das estruturas, suas relações e fundamentações.

Em relação à segunda categoria, *conhecimento pedagógico do conteúdo*, que delimita e oferece uma especificidade dos conhecimentos de professores, o autor afirma que "/.../ é um amálgama especial do conteúdo e da pedagogia que é exclusivo dos professores, uma maneira própria e especial deles se compreenderem profissionalmente (p.9-10, minha tradução)".

Entre outras especificidades dessa categoria, Shulman (1986) destaca a importância de que as ideias compreendidas precisam ser transformadas para serem ensinadas. Essa transformação envolve conhecimento de diversas representações para apresentação dos conteúdos, escolha de metáforas, modelos, analogias para ideias, conceitos e procedimentos, entendimentos do que faz a aprendizagem de um tópico específico se constituir como fácil ou difícil para os alunos.

Em relação ao terceiro domínio de conhecimento, *conhecimento curricular*, Shulman (1986) o caracteriza como

> /.../ uma variedade de programas elaborados para o ensino de determinados conteúdos em determinados níveis, uma variedade de materiais instrucionais avaliáveis em relação a esses programas e um conjunto de características que servem tanto como indicações ou contra indicações para a utilização de um currículo particular ou programas de materiais em circunstancias particulares (p. 10, minha tradução).

A partir da segunda categoria de Shulman, muitos pesquisadores realizaram suas pesquisas na tentativa de refinar ou mesmo compreender com mais detalhes as características e aspectos do conhecimento pedagógico do conteúdo.

No livro de Grossman (1990) há uma tentativa de especificar o conhecimento pedagógico do conteúdo. Essa autora chama atenção para quatro componentes: o conhecimento sobre a compreensão dos alunos; conhecimento do currículo, conhecimento de estratégias instrucionais, e conhecimento sobre os propósitos do ensino. Marks (1990) também escreve sobre quatro componentes do conhecimento pedagógico do conteúdo sendo eles: *a compreensão dos alunos, conteúdo para fins de instrução, meios para a instrução e processo instrucional*. O componente *compreensão dos alunos* diz respeito aos conhecimentos que os professores precisam ter sobre o processo de aprendizagem, os erros típicos que os alunos cometem, quais conceitos são mais fáceis e mais difíceis para serem aprendidos. Já Na, Khlm, Wu (2004) apresentam uma discussão a respeito de um *conhecimento pedagógico profundo do conteúdo* como um conhecimento amplo e profundo do ensino e currículo, ampliando a primeira caracterização de Shulman em relação à formação de professores de matemática.

Aparentemente essas reformulações podem caracterizar mais sutilezas e particularidades das três categorias de Shulman. Entretanto, elas são construídas na mesma direção e com os mesmos critérios.

Perspectiva de Ma: Compreensão Profunda da Matemática Elementar

Nos últimos anos do século XX, circulou um estudo por diversos departamentos de matemática dos Estados Unidos que despertou um grande interesse de muitos matemáticos e educadores matemáticos. Tal estudo era a tese de doutorado de uma pesquisadora chinesa, Liping Ma, que tinha por objetivo investigar a compreensão matemática de professores chineses e americanos em relação as prática de ensino em sala de aula focando alguns temas da matemática elementar (MA, 2009).

Um ponto a ser destacado a respeito desse estudo, que depois resultou em um livro, é o fato de que os professores precisam ter um conhecimento profundo e detalhado da matemática elementar e que esta não é um todo superficial de conceitos e procedimentos e nem mesmo um caso particular da matemática do matemático (LINS, 2004).

Ma (2009) caracteriza o conhecimento do professor de matemática como *Compreensão Profunda da Matemática Elementar* (CPME). Para ela, os professores precisam construir essa compreensão para trabalhar com seus alunos. Em seu estudo, adverte que os professores chineses têm melhores desempenhos que os professores norte-americanos, pois eles têm uma compreensão profunda da matemática elementar enquanto os americanos apesar de, por vezes, dominarem os conceitos e procedimentos, não apresentam essa compreensão. Por compreensão profunda ela se refere

> /.../ a um entendimento do campo da matemática elementar que é profundo (no sentido completo), amplo e abrangente. Ainda que o termo profundo seja muitas vezes considerado no sentido de profundidade intelectual, as três conotações – profundidade, alcance e abrangência – estão interligadas (p. 209)

Em relação à *profundidade* Ma (2009) argumenta que ela se caracteriza no sentido de estabelecer articulações com tópicos conceitualmente mais poderosos da disciplina. Por exemplo, as trocas na subtração estão relacionadas com a ideia de reagrupamento do sistema de numeração decimal. O *alcance* está relacionado à capacidade de ligar tópicos matemáticos a outros de poder conceitual similar ou menor. Vale ressaltar que esses dois aspectos estão diretamente relacionados. Já a abrangência relaciona-se com a capacidade de *atravessar* todas as partes de uma determinada temática para interligá-las ou relacioná-las (MA, 2009). Ela exemplifica essas caracterizações em relação à base de conhecimento da subtração com reagrupamento (subtração com trocas) da seguinte maneira:

> /.../ relacionar a subtração com reagrupamento com tópicos da subtração sem reagrupamento ou da adição sem transporte [adição sem troca] é uma questão de alcance. Relacioná-la com conceitos tais como a base para compor ou decompor uma unidade de ordem superior ou o conceito de adição e subtração [como] operações inversas – é uma questão de profundidade. Profundidade e alcance, contudo, dependem da abrangência /.../ (p. 211)

Ma (2009) adverte que se pode caracterizar o trabalho de um professor que tenha uma compreensão profunda da matemática elementar, se quatro propriedades estiverem presentes: conectividade, perspectivas múltiplas, idéias básicas e coerência longitudinal.

Em relação à *conectividade,* Ma (2009) ressalta o fato do professor ter a intenção de estabelecer conexões entre conceitos e procedimentos matemáticos, sejam eles simples ou complexos. Essa propriedade oferece aos alunos discussões mais amplas da matemática elementar, tomando-a como um domínio de conhecimento interligado e inter-relacionado e não de uma maneira fragmentária e isolada. As *perspectivas múltiplas* dizem respeito à valorização de diferentes abordagens para o trabalho de uma mesma ideia ou conceito, a resolução de um problema de várias maneiras e a discussão com os alunos das diferenças entre as diversas perspectivas. Ma (2009) adverte que o trabalho com perspectivas múltiplas "/.../ pode encaminhar os alunos para uma compreensão flexível da disciplina (p. 212)".

Um professor que tenha *ideias básicas*, terceira propriedade elencada por Ma (2009), mostra atitudes de consciência e domínio dos professores em relação aos conceitos e princípios básicos da matemática, sendo que tende revisitá-los e reforçá-los no trabalho com os alunos. A *coerência longitudinal* diz respeito a um entendimento de todo o currículo de matemática, tendo assim possibilidades de abordar temas ocasionais que não estão presentes em seus planos de aula. Os professores também têm conhecimento do grau de dificuldade de cada tema e com isso, podem reforçar algumas ideias e fazer conexões. De acordo com Ma (2009)

> Estas quatro propriedades estão inter-relacionadas. Enquanto a primeira propriedade, conectividade, é uma característica geral do ensino de matemática por parte de um professor com CPMF, as outras três – perspectivas múltiplas, ideias básicas e coerência longitudinal – são ligações que conduzem a diferentes aspectos da compreensão significativa da matemática – alcance, profundidade e abrangência (p. 212)

O estudo de Ma apresenta de maneira sistematizada a importância de se trabalhar de maneira profunda e detalhada a matemática escolar nos cursos de formação inicial de professores, como também adverte que para transformar a qualidade da educação matemática de alunos do Ensino Fundamental e Médio é necessário transformar a qualidade do conhecimento matemáticos dos professores (MA, 2009).

Perspectiva de Ball: Conhecimento Matemático para o Ensino

Nos últimos vinte anos a pesquisadora estadudinense Deborah Ball, em colaboração com seus colegas, investiga aspectos do conhecimento do professor de matemática. Ball (1991) afirma que os professores precisam de uma compreensão da matemática a partir de um entrelaçamento entre as ideias: compreensão *de* matemática e *sobre* matemática. Em relação à compreensão *de* Matemática, diz respeito ao conhecimento substantivo da disciplina, a compreensão de tópicos específicos, procedimentos e conceitos, e suas inter-relações. A compreensão *sobre* matemática seria em relação à compreensão da natureza e do discurso matemático (BALL, 1991).

Ball e Bass (2003) apresentam uma primeira caracterização do *conhecimento matemático para o ensino*, sendo que para isso, tomaram como fonte de investigação as práticas de professores de matemática, suas demandas matemáticas enfrentadas em sala de aula, quais conhecimentos eles precisavam para discutir uma determinada ideia ou procedimento matemático com seus alunos. Os autores afirmam que

> /.../ ao invés de investigar o que professores precisam conhecer olhando para o que eles ensinam ou examinando o currículo que utilizam, eles decidiram focar no próprio trabalho do professor, /.../ em como a matemática emerge dentro do núcleo de domínios de suas tarefas (p. 5-6, minha tradução).

Dessa maneira, uma primeira característica desse conhecimento é um trabalho matemático substancial que não está ligado a aspectos pedagógicos, mas sim a certas características e especificidades das ideias e procedimentos matemáticos (BALL E BASS, 2003). Por exemplo, quando professores estão discutindo algum método para resolver alguma operação e um aluno apresenta outro que não lhes é familiar, os professores precisam responder uma possível pergunta: será que isto é um método? Se for, será que funciona para todos os casos? Para os autores esse é um questionamento essencialmente matemático.

Uma segunda característica é que o conhecimento matemático precisa ser *desempacotado*. Para exemplificar esse conceito os autores afirmam que quando um professor começa a trabalhar com frações com seus alunos, estes ainda não têm a noção de número racional. Assim, após utilizarem as frações para representarem várias ideias (por exemplo, distâncias e razões) e com a expansão da notação de valor posicional para os números decimais, emerge o conceito de número racional. É preciso que o professor tenha essa ideia de como um conceito matemático emerge nas discussões com os alunos, como ocorre o *desempacotamento* das ideias matemáticas. Ball e Bass (2003) ressaltam que para o trabalho do matemático profissional essa característica da formalidade e da abstração das ideias matemáticas é extremamente útil, entretanto ela é inadequada para o trabalho do professor de matemática.

Uma terceira característica para o conhecimento matemático para o ensino é sua conectividade com o domínio matemático no nível estudado, bem como com as ideias matemáticas desenvolvidas e estendidas ao longo do tempo. O professor precisa ter um horizonte maior dos temas e das relações entre eles, para que possa conectar as ideias que os alunos aprendem e fazer conexões nos domínio da geometria, aritmética e álgebra, por exemplo. A multiplicação de dois números pode ser o valor da área de uma figura, como também pode ser comutativa, estendendo para quaisquer números (BALL E BASS, 2003).

Em 2008, Deborah Ball, Mark Hoower Thames e Geoffrey Phelps apresentam uma sistematização para o *conhecimento matemático para o ensino*, caracterizando-o por meio de quatro domínios: *conhecimento comum do conteúdo, conhecimento especializado do conteúdo, conhecimento do conteúdo e dos estudantes, e conhecimento do conteúdo e do ensino*. Eles definem conhecimento matemático para o ensino como

> /.../ um conhecimento matemático 'decorrente do ensino', em outras palavras, um conhecimento matemático necessário para executar tarefas recorrentes do ensino de matemática para os estudantes (BALL, THAMES, PHELPS, 2008, p.399, minha tradução).

Esses autores caracterizam o primeiro domínio, *conhecimento comum do conteúdo*, como o conhecimento e habilidades matemáticas que são utilizadas em outros contextos além do ensino. Os professores precisam conhecer a resposta correta de uma soma de fração, por exemplo, reconhecer quando o livro apresenta uma definição incorreta. Para eles "/.../ o comum [nesse domínio] sugere que qualquer pessoa tem este conhecimento e que ele não é específico do ensino (p.399, minha tradução)".

O segundo domínio, *conhecimento especializado do conteúdo*, diz respeito a habilidades e conhecimentos matemáticos específicos do ensino. Este domínio é característico da prática pedagógica do professor. Entre outras características o professor necessita compreender diferentes interpretações das operações; diferentes interpretações para a ideia de subtração e divisão, por exemplo; eles precisam saber *desempacotar* o conhecimento matemático para poder auxiliar na compreensão dos conceitos pelos alunos; precisam ser capazes de falar explicitamente sobre como a linguagem matemática é utilizada; precisam saber utilizar diferentes representações matemáticas que são mais adequadas em diferentes contextos (BALL, THAMES, PHELPS, 2008).

O terceiro domínio, *conhecimentos do conteúdo e dos alunos*, é

> /.../ um conhecimento que combina saberes sobre os estudantes e a matemática. Professores precisam antecipar o que provavelmente os alunos pensam e no que eles podem se confundir (p.401, minha tradução).

Nesse domínio os professores precisam ser capazes de escutar e interpretar as ideias incompletas dos alunos; promover interações entre compreensões matemática específicas e o modo de pensamento deles. O conhecimento do professor nesse domínio é "/.../ um amálgama do conhecimento sobre o conteúdo e sobre os estudantes, que envolve uma ideia ou procedimento matemático particular e a familiaridade com o que os alunos pensam ou fazem (p.401, minha tradução)".

O quarto e último domínio, diz respeito aos *conhecimentos do conteúdo e do ensino*, que combina conhecimentos em relação ao conteúdo e também ao ensino desse conteúdo. Segundo os autores, "/.../ cada tarefa requer uma interação entre uma compreensão matemática específica e uma compreensão das questões pedagógicas que afetam a aprendizagem dos alunos (p. 401, nossa tradução)". Neste domínio estão questões relativas à utilização de uma determinada linguagem ou metáfora que pode ajudar ou dificultar na aprendizagem de determinados tópicos matemáticos. Semelhante ao terceiro domínio,

> /.../ o conhecimento do conteúdo e do ensino é um amálgama que envolve uma ideia ou procedimento matemático particular e uma familiaridade com princípios pedagógicos para o ensino de um tópico particular (402, minha tradução).

Estabelecendo uma comparação com a caracterização de Shulman, os últimos dois domínios da caracterização de Ball e colegas (conhecimentos do conteúdo e dos alunos e conhecimentos do conteúdo e do ensino) coincidem com aspectos centrais do conhecimento pedagógico do conteúdo. Entretanto, nota-se que esses domínios oferecem conhecimentos mais detalhados para o trabalho do professor de matemática e dessa maneira, ampliam a caracterização de Shulman.

Ball, Thames, Phelps (2008) também caracterizam um possível outro domínio do conhecimento matemático para o ensino, que denominam como conhecimento horizontal. Este se caracteriza como o conhecimento sobre como tópicos matemáticos estão relacionados ao longo do currículo. Entretanto, os autores afirmam que ainda não têm *certeza* se esse seria um novo domínio, e que seriam necessárias outras investigações e refinamentos das categorias.

Perspectiva de Rowland: Quartet Knowledge

Tim Rowland e colegas (2005, 2008) investigam conhecimentos matemáticos e pedagógicos de professores em formação nos Programas de Certificação em Educação (PGCE) da Inglaterra. A partir da análise de vídeos e observações de futuros professores, eles elaboraram uma caracterização para o conhecimento dos professores de matemática, o *Quartet Knowledge*, que inclui conhecimentos de *fundação, transformação, conexão e contingência.*

Rowland e colegas, assim como o grupo de investigadores norte americanos, partiram da caracterização de conhecimento pedagógico do conteúdo de Shulman (1986) para construir seus estudos e pesquisas.

Em relação ao primeiro domínio, *fundação*, os autores se referem ao conhecimento de matemática por si. Os conceitos matemáticos, as definições, os procedimentos que envolvem os conteúdos de matemática. Entretanto, também diz respeito aos aspectos matemáticos que são relevantes para o ensino de alguma temática, como, por exemplo, o *status* ontológico e os propósitos de se trabalhá-la. Nesse domínio também fazem parte as crenças a respeito da natureza do conhecimento matemático e em que condições os alunos podem aprender *mais* matemática.

O segundo domínio, *transformação*, se refere ao conhecimento em ação, ou seja, em que contextos e de quais maneiras os conhecimentos dos conteúdos dos professores são elaborados para a preparação e realização de uma aula. Esse domínio está relacionado às analogias, ilustrações, às transformações que precisam ser realizadas para que os professores além de conhecer o conteúdo matemático, sejam capazes de conhecê-lo para ensiná-lo. As escolhas de representações, exemplos a serem trabalhados estão ligados a esse domínio.

O terceiro domínio, *conexão*, também se refere ao conhecimento em ação, porém diz respeito a certas escolhas e decisões que o professor toma em uma aula, ou em uma sequência de aulas para destacar alguns aspectos das temáticas trabalhadas ou uma unificação e sistematização de alguns conceitos. Trata-se da conexão entre diferentes representações e descrições de conceitos ou entre diferentes procedimentos para resolver algum problema. Diante de uma temática trabalhada com os alunos, quais caminhos a seguir, quais maneiras de abordar o tema.

A *contingência*, quarto e último domínio, diz respeito ao conhecimento do professor na interação com os alunos. Trata-se de como o professor pode reelaborar seu primeiro planejamento da aula em relação às demandas e intervenções dos alunos, que são imprevistas e impossíveis de se antecipar *a priori*. Como os professores podem responder apropriadamente certas considerações dos alunos sobre alguns tópicos e, a partir disso, como re-planejar o plano de ensino. Esse domínio trata de um conhecimento complexo de se mensurar, pois somente é produzido em relação a uma situação particular e singular de uma sala de aula de matemática. Trata-se de um domínio de conhecimento em que a experiência e o trabalho em sala de aula, permitem a construção de um repertório para os professores.

Esses quatro domínios constituem o *Quartet Knowledge* e podem servir como um quadro de referência para desenvolver o conhecimento de professores de matemática em cursos de formação inicial. Rowland e colegas investigam professores em formação como também professores em serviço nos mais variados conteúdos da escola primária e secundária do sistema inglês. A intenção desses estudos, como (acredito) de todos outros esboçados anteriormente, é oferecer modelos de formação para serem implementados em cursos de formação inicial de professores de matemática.

Parâmetros para uma Licenciatura em Educação Matemática

O processo de formação inicial de professores deve contribuir com a formação de professores no sentido de oferecer conhecimentos para que, no exercício da profissão, ele possa elaborar estratégias e tomar decisões (MOREIRA, 2012). Em suas palavras

> Diante das circunstâncias específicas, diante do resto da sua formação, dentro da instituição em que trabalha, diante das normas que tem que seguir, do número de alunos que tem em classe, das condições específicas de sua sala de aula, ele toma as decisões que achar apropriadas. É assim, como um dos elementos subjacentes às decisões, como uma contribuição para organizar o processo de ensino na sala de aula da escola, que o processo de formação na licenciatura pode atuar (p.278).

Dessa maneira, mesmo incompleto por natureza, os cursos de formação inicial podem ter um papel importante na vida profissional dos professores.

Diante das considerações apresentadas penso que um primeiro parâmetro para um curso de Licenciatura em Educação Matemática seria tomar o desenvolvimento profissional dos professores como uma direção a ser construída. O professor não se forma professor no momento que termina seu curso de Licenciatura e sim de uma maneira contínua desde quando era aluno da Educação Básica, até seus últimos dias de atuação profissional nas salas de aula do Ensino Fundamental e Médio. Não se acaba uma formação. Acredito que ela apenas se inicia quando alguém decide tomar a decisão: quero ser professor de matemática.

Um segundo parâmetro seria a construção de uma categoria de trabalho caracterizada por ações na direção de educar matematicamente os alunos. Em meio às características para um curso de Licenciatura em Educação Matemática (às quatro perspectivas para conhecimentos dos professores de matemática) é desejável que essa categoria de trabalho seja construída e tomada como fio condutor de todo o processo de formação.

Um terceiro parâmetro seria tomar como foco da Licenciatura em Educação Matemática. Tomá-la em sua complexidade (apresentada, em parte, pelas considerações do trabalho de Ma (2009)), particularidades e abrangência de temáticas a serem trabalhadas com os alunos. Quais são as características do trabalho do professor com a temática de função tomando como modelo de formação do professor a caracterização de Ball (o conhecimento matemático para o ensino)? Quais seriam as características do trabalho do professor com a temática de Geometria Espacial tomando como modelo de formação a caracterização de Rowland (Quartet Knowledge)? Penso que quatro anos para formar, mesmo inicialmente, o professor seria pouco tempo visto a quantidade de temas com que ele trabalha e as particularidades do trabalho de cada um. Moreira (2012) faz uma consideração a respeito desse parâmetro quando afirma que

> /.../ saber o que é a matemática escolar vai dar importantes contribuições para a formação do professor. Viabiliza-se, a partir dessa distinção e desse movimento,

> a possibilidade de transformar a formação matemática que a gente vê aí nas licenciaturas (p.271).

É urgente caracterizar a matemática escolar[1] e com isso delimitar, pelo menos em parte, o objeto de estudo do professor de matemática nos cursos de Licenciaturas. Estes ainda são refém de uma tradição e de uma ideologia dominante que fazem com que a formação do professor de matemática seja a formação de um matemático, com algumas discussões pedagógicas. A matemática do matemático está bem delimitada e goza de uma tradição milenar. A matemática do professor de matemática precisa ser instituída nas Licenciaturas, precisa conquistar uma profissionalidade e um *status* acadêmico.

Outro aspecto, desse terceiro parâmetro, seria tomar as demandas da prática profissional de professores de matemática para estruturar essa licenciatura. Como gerenciar grupos em uma sala? Como ler os modos de produção de significados dos alunos? Como compartilhar interlocutores e constituir espaços comunicativos? Essas seriam algumas das demandas do trabalho docente de professores.

Um quarto e último parâmetro seria a ideia de tomar as escolas da Educação Básica como espaços legítimos para a formação de professores de matemática. Não como um ambiente de realização de estágios supervisionados, onde os licenciandos aparecem, se assustam e, por vezes, nunca mais querem voltar. A escola poderia ser um lugar de formação integral do professor, onde ele passaria muito tempo dos seus quatro anos da Licenciatura observando, agindo, conversando, elaborando estratégias em colaboração com professores formadores e professores em serviço. Este parâmetro se alinha com o primeiro no sentido de oferecer uma direção para o desenvolvimento profissional de professores.

Estas são algumas considerações para a construção de um curso de Licenciatura em Educação Matemática e também se constituem como uma possível legitimidade para a formação matemática de professores de matemática.

---

[1] Neste ponto o artigo de Anne Watson serve como um valioso exemplo. WATSON, A. School Mathematics as a special kind of mathematics. **For the Learning of Mathematics**. v. 28, n. 3, pp. 3-7, 2008.

Texto 18

Uma História da Tese

, talvez o que quero fazer, ao contar uma história da tese, seja construir uma plausibilidade para os textos que construí. Será que não seria uma maneira de justificar o que fiz? Pode ser. Por outro lado, pode ser também que queira me explicar pelas coisas que não fiz e até mesmo me consolar com essa explicação. Essa é outra possibilidade. Pode ser que a razão disso seja para eu entender porque não fui capaz de escrever os tais ditos contos, ponto que me causou muitas angústias, e que tanto queria. De qualquer maneira acho que vou escrever esse texto, depois o leio e apresento um argumento para toda essa conversa. Minha intenção é que ele provoque algum sentido.

Dentro das possibilidades para esse texto, minha intenção é a de contar uma história das coisas que lembro (daquelas que não lembro acho que posso até chegar a inventar), das mudanças que ocorreram em relação aos objetivos do trabalho, de momentos que foram decisivos sobre quais caminhos trilhar, das coisas que não fiz (mais ainda, das que, decididamente, espero fazer), de contar uma história de um processo.

Quando era aluno da Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual de Londrina (acho que estava no terceiro ano), em uma conversa, dois de meus professores me disseram que os assuntos que os pesquisadores da Educação Matemática trabalhavam não eram assuntos da Matemática. Ainda lembro que um deles me disse que, de fato, os educadores matemáticos não sabem matemática e por isso trabalham com outras coisas que a tangenciam. Aquela conversa ficou na minha cabeça durante muito tempo como uma *pulga atrás da orelha*. Por que será que aquele professor disse aquelas coisas? O que ele quis dizer com aquilo? Será mesmo que ele só falou aquilo para fazer com que eu e meus colegas fôssemos fazer mestrado e doutorado na matemática pura ou aplicada? Será que ele...

Nesse mesmo ano na Licenciatura eu iria *encontrar* a tão falada disciplina de Análise Real, a disciplina mais importante do curso tanto para aqueles que seguiriam a carreira de professores do Ensino Fundamental e Médio, quanto para aqueles que se dedicariam a fazer mestrado e doutorado nas áreas de matemática pura ou aplicada. Diziam também que seria nessa disciplina que eu aprenderia os ditos fundamentos da matemática e por meio destes teria um arcabouço teórico "sólido", necessário e suficiente para compreender tanto a matemática que estudei na graduação quanto aquela que iria um dia lecionar.

No quarto ano fui ministrar aulas no Ensino Fundamental e uma das minhas maiores dificuldades era me fazer entender e também, por muitas vezes, entender o que eles queriam me dizer. Eu tinha conhecimentos sobre supremo e ínfimo de um conjunto e também compreendia critérios de convergência para analisar algumas séries, e mesmo assim, isso não era suficiente para ministrar minhas aulas. Vivi na prática o contrário daquilo que vários de meus professores falavam da disciplina de Análise. O *filme* que eu assistia todas as noites no meu curso de Licenciatura em Matemática falava de um mundo muito diferente daquele que eu estava vivendo. Não melhor, pior, adequado, necessário, nada dessas valorações, apenas diferente.

Lembro-me que junto aos meus amigos discutíamos que essa formação matemática que estávamos *recebendo*, de alguma forma deveria nos auxiliar em nossas salas de aulas. Acreditávamos que, em alguns aspectos, ela deveria nos permitir compreender as relações e significações da matemática que trabalhávamos com nossos alunos dos Ensinos Fundamental e Médio. Entretanto, vivíamos uma realidade da indiferença às diferenças. Dois mundos, duas histórias e muitos licenciandos transitando perdidos na aventura de se constituir como professores de matemática. A matemática da graduação (meus filmes noturnos) era uma, a matemática da minha sala de aula era outra. O discurso dos meus professores se apresentava numa direção muito distante daquela que nós, "futuros professores já atuantes", vivíamos. Pouco se discutia sobre como poderia se caracterizar a formação matemática na formação inicial de professores.

Depois da Licenciatura fui fazer mestrado em Educação Matemática, trabalhei com assuntos que não estavam relacionados a essas discussões, mas voltei a eles quando busquei pelo doutorado na UNESP de Rio Claro. Claro que essa ideia de querer trabalhar com um tema independente do orientador, para mim pelo menos, sempre pareceu *balela*. Na *verdade* queria trabalhar com Romulo. Regina (minha orientadora de mestrado) dizia: "João, você quer trabalhar com o Romulo, então vá trabalhar com ele.

Conversa com ele e juntos vocês podem pensar em algum tema". E então foi assim, matriculei-me em disciplinas como aluno especial no Programa de Pós Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro e comecei a estudar os artigos, dissertações e teses que Romulo orientava, me preparei para tentar a seleção e escrever um projeto.

Uma das primeiras teses que li quando cheguei a Rio Claro foi a de Patrícia Linardi: *Rastros da formação Matemática na prática profissional do professor de matemática***.** Linardi (2006) investigou os rastros da matemática do matemático de uma professora da rede estadual de Rio Claro. Nas considerações finais de sua tese, a autora apresenta uma questão para futuras pesquisas nessa temática de formação matemática na Licenciatura. Quando li, pensei: olha aí a minha deixa. Segundo Linardi (2006)

> /.../ Uma sugestão a esse tipo de pesquisas é que possam considerar, além da análise da formação recebida e do desempenho dos alunos e dos professores, um estudo de como professores organizam sua prática profissional, e porque o fazem dessa maneira /.../ (p. 181)

Tinha agora um tema para minha tese. Foi preciso pensar mais, estudar mais e claro, conversar com Romulo. Estruturei uma ideia de projeto, possíveis encaminhamentos, o que poderia fazer, quais eram minhas intenções, a ideia de independente do projeto fazer um estágio no exterior. Fui falar com o possível orientador. Conversamos sobre a disciplina que ele ministrava e eu cursava, sobre Rio Claro, sobre Regina, minha dissertação, várias coisas até chegar a hora de apresentar minhas ideias. Para minha surpresa, justamente a proposta de projeto que estava idealizando, era o trabalho, já em andamento, de Carlos Alberto Francisco. Francisco (2010) investigava como uma professora da Educação Básica organizava sua prática profissional. Lembro-me que na hora fiquei desesperado. "E agora o que vou fazer? Não tenho nenhuma outra ideia?".

Para minha surpresa, Romulo listou algumas ideias e sugeriu uma para pensarmos juntos e estruturar um projeto. Naquela altura do campeonato, qualquer projeto eu toparia, o que eu queria mesmo era ter um projeto, a possibilidade de fazer um doutorado. Claro, essas coisas a gente nunca fala nos momentos em que elas acontecem...

Romulo sugeriu que conversasse com Carlos Francisco e que entrasse mais em contado com o grupo de pesquisa Sigma-t. Tomei ciência do projeto maior do grupo e estruturei, com uma ajuda ímpar de meus amigos e colegas de grupo, meu projeto de doutorado. Carlos, Viviane, Adelino, Patrícia, Rejane e tantos outros foram, imprescindíveis na elaboração desse projeto. Romulo, desde 1999, começava a desenvolver pesquisas sobre a formação matemática de professores matemática e no ano de 2007 o projeto guarda chuva que sustentava e direcionava grande parte dos outros projetos era o "Design e Implementação de um programa de formação continuada de professores de Matemática", que tinha por objetivo

> /.../ produzir e avaliar um quadro de referência para a formação de professores de Matemática, centrada na prática profissional, de modo que se tenha um curso de Educação Matemática, e não um curso de 'Matemática mais Pedagogia' (LINS, 2006).

Assim, meu primeiro projeto de doutorado, elaborado no ano de 2007, tinha como tema a formação matemática do professor nas disciplinas de conteúdo matemático de um curso de Licenciatura em Matemática. Diante dos estudos e considerações a respeito da diferença entre o que é trabalhado nos cursos de formação inicial de professores em relação à formação matemática e o que eles necessitam quando vão atuar no Ensino Fundamental e Médio, das considerações de que as experiências matemáticas que os futuros professores têm em sua formação inicial não são suficientes para dar conta das dificuldades com as quais eles se deparam quando vão para a sala de aula, como mostravam resultados de pesquisas (MOREIRA e DAVID, 2003, 2005; LINS, 2004, 2006; LINARDI, 2006), o objetivo de nosso trabalho era o de analisar a produção de significados de: professores formadores; alunos da Licenciatura; e, professores que se formaram há pouco tempo e atuam na Educação Básica, em relação a aspectos da formação matemática de professores nas disciplinas de conteúdo matemático.

Por meio de uma "contrastação" desses discursos, ou seja, uma confrontação entre os olhares dos professores formadores; alunos da Licenciatura; e, professores atuantes; em relação às disciplinas de conteúdo matemático, investigaríamos aspectos da formação matemática de professores nessas disciplinas.

Algumas questões que norteariam essa pesquisa eram:

- como os professores formadores vêem a importância das disciplinas de conteúdo matemático (Álgebra, Análise Real,...), em relação à formação matemática dos futuros professores?
- como os alunos da Licenciatura vêem a importância dessas disciplinas em relação à sua formação matemática como futuros professores da Educação Básica?

- como os professores atuantes e que se formaram há pouco tempo vêem a importância dessas disciplinas em relação à sua formação matemática e a sua prática profissional?
- essa formação é suficiente? Ela é adequada? Ela é necessária em relação às demandas que a prática exige?
- quais os objetivos dessa formação para um professor de matemática?

A base teórica de referência para o estudo seria o Modelo dos Campos Semânticos (LINS & GIMENEZ, 1997; LINS, 1999, 2001, 2004a), e o estudo seria desenvolvido por meio de uma perspectiva qualitativa. Nossos dados seriam coletados por meio de entrevistas semi-estruturadas que realizaríamos com professores formadores; alunos da Licenciatura e com professores atuantes que se formaram há poucos anos.

Já nesse projeto estava inclusa a realização de uma parte na Inglaterra, onde eu investigaria essas mesmas questões com formadores, professores e alunos ingleses. Romulo, em um congresso, fez um contato com Elena Nardi, pesquisadora que investigava questões próximas ao trabalho do grupo, e que poderia nos auxiliar.

Para mim a ideia de realizar um período de meu doutorado fora era mais do que apenas entrevistar professores e alunos ingleses, e sim uma possibilidade de viver, por um período de tempo, em outro país, conhecer sua cultura e ampliar meus horizontes de possibilidades.

De maneira sucinta, esse foi o projeto que entreguei para seleção e com o qual iniciei meu doutorado.

Com o passar do tempo, com os estudos que realizava, as discussões que tinha com Romulo e as reuniões do grupo, a ideia de entrevistar os professores em serviço e os alunos da Licenciatura foi ficando de lado e o foco de nossa pesquisa, aos poucos, foi se estruturando em relação aos Matemáticos e Educadores Matemáticos, que atuavam nas Licenciaturas, e os integrantes da comissão que elaborou as Diretrizes e Parâmetros das Licenciatura e Bacharelado de 2002.

Acreditávamos que esses três grupos de profissionais, por meio de entrevistas, poderiam apresentar argumentos a respeito da formação matemática de professores de matemática na Licenciatura.

Durante esse período a ideia de trabalhar com História Oral (HO), na perspectiva do GHOEM[1] nos interessava. Lia alguns trabalhos de integrantes desse grupo e via uma relação muito estreita entre o Modelo dos Campos Semânticos e a História Oral. Como um de meus objetivos, naquele momento, era o de entrevistar profissionais a respeito da formação matemática de professores de matemática, a HO se apresentava como uma metodologia adequada aos meus propósitos.

Assim, um segundo projeto foi estruturado com objetivo de investigar a produção de significados de: Educadores Matemáticos (que atuam em universidades em Programas de Graduação e Pós Graduação; Matemáticos (que atuam em universidades em Programas de Graduação e Pós Graduação); e, integrantes da comissão que elaborou as Diretrizes para os cursos de Licenciatura em Matemática (2002), em relação a aspectos da formação matemática de professores nas disciplinas de conteúdo matemático.

Minha base teórica de referência era agora o Modelo dos Campos Semânticos e a História Oral. Tinha a intenção de entrevistar três educadores matemáticos, matemáticos e integrantes da comissão das diretrizes. Ao pensar em quem entrevistar, alguns nomes de educadores matemáticos e matemáticos foram surgindo. Romulo e eu então decidimos que entrevistaríamos matemáticos que realizassem pesquisas em matemática e que tivesse alguma relação com o curso de Licenciatura em Matemática, educadores matemáticos que estivessem, de certa forma, relacionados com pesquisas na área de formação de professores e alguns elaboradores das diretrizes para o Bacharelado e Licenciatura publicada em 2002.

Alguns nomes de educadores matemáticos eram os de Plínio Cavalcanti Moreira, Helena Noronha Cury e Lourdes de la Rosa Onuchic, todos com pesquisas sobre formação de professores. Dois nomes de matemáticos apareciam como listados, sendo eles Márcio Gomes Soares e Djairo Guedes de Figueiredo. Romulo e eu tentávamos encontrar alguns professores que participaram da elaboração das diretrizes e as dificuldades eram inúmeras. Não há publicado em nenhum lugar (pelo menos dos lugares em que procuramos) os nomes desses profissionais, sendo que os membros dessa comissão não foram os mesmos do início ao fim. Decidimos então entrevistar os

[1] Grupo de Pesquisa em História Oral e Educação Matemática, coordenado pelo professor Antonio Vicente Marafioti Garnica. Para maiores informações acessar: www.ghoem.com

educadores matemáticos e matemáticos e continuar tentando encontrar alguns nomes de membros da tal comissão.

Antes de elaborar o roteiro das entrevistas decidimos realizar uma conversa, (gravada com um tom de entrevista) com o professor Henrique Lazari da UNESP/RC. Nossa intenção era a de construir outras ideias e ter uma vivência a respeito do que um matemático poderia dizer em relação à formação matemática de professores de matemática.

A entrevista com Henrique, da qual Romulo e eu participamos, foi muito boa e oportunizou outras ideias para elaborar o roteiro como também reforçou algumas que tínhamos pensado. Realizamos duas entrevistas com Henrique e decidimos que elas fariam parte da tese.

Nesses entremeios elaboramos o roteiro das entrevistas que ficou como o que segue:

Roteiro para entrevistas

1 – Em muitos artigos, livros, lemos que o professor de matemática deve ter uma formação sólida em matemática. Como você caracterizaria essa formação sólida? Ou seja, o que é para você ter uma formação sólida em matemática?

2 – Você é escalado para contratar um professor que tenha essa formação sólida em matemática, que características você vai buscar nesse profissional? Que características tem um professor que possui essa formação sólida em matemática?

3 – Que matemática os professores de matemática da educação básica precisam saber?

4 – Na licenciatura em Matemática, os licenciandos cursam disciplinas como Cálculo Diferencial Integral, Geometria, Álgebra Linear, Estruturas Algébricas, Análise Real, entre outras, para terem uma formação matemática. Quais são as justificativas para esses cursos comporem a grade curricular do futuro professor de matemática que atuará na Educação Básica?

5 - Eu vou apresentar um exemplo de um cara que, seguramente, não sabia nada de estruturas algébricas, de análise com épsilons e deltas, não sabia nada de conjuntos. Quando digo nada, quero dizer que ele seria reprovado em qualquer primeira prova de teoria dos conjuntos, qualquer primeira prova de estruturas, qualquer primeira prova de cálculo. Entretanto ele era um excelente resolvedor de problemas, excelente formulador de problemas, hábil e fluente em aplicações da Matemática a várias áreas e com domínio certo da Matemática. Eu falo do Euler.

O que você acha disso? Como você justifica essa formação sólida e essas disciplinas de conteúdo matemático nas licenciaturas?

6 – Duas afirmações sobre a matemática acadêmica e a matemática escolar.

Primeira do Feliz Klein de 1908 (Matemática elementar de um ponto de vista avançado)

> [...] Por muito tempo [...] os homens da universidade preocuparam-se exclusivamente com as suas ciências, sem considerarem as necessidades das escolas, nem mesmo se preocupando em estabelecer uma conexão com a Matemática escolar. Qual foi o resultado desta prática? O jovem universitário se encontrava, no início, confrontado com problemas que não sugeriam, de maneira nenhuma, as coisas com as quais ele tinha se ocupado na escola. Naturalmente, ele esquecia estas coisas rápida e completamente. Quando, ao fim de seus estudos, ele se tornava um professor, encontrava-se repentinamente na posição de ter que ensinar a tradicional matemática elementar da antiga e pedante maneira; e, uma vez que ele praticamente não era capaz, sem ajuda, de distinguir qualquer conexão entre esta tarefa e sua Matemática universitária, logo se acomodava ao que a tradição honrava, e seus estudos universitários permaneciam apenas uma lembrança mais ou menos agradável, que não tinha nenhuma influência sobre seu ensinar.

Anne Watson, 2008 (Matemática escolar como um tipo especial da matemática acadêmica).

> Eu afirmo que a matemática escolar não é, e talvez nunca será, um subconjunto da reconhecida matemática acadêmica, pois ela tem diferentes justificativas, autoridades, formas de raciocínio, atividades centrais, propósitos e conceitos unificadores e, necessariamente que os recortes da atividade matemática se dão em diferentes maneiras daquelas da matemática acadêmica.
>
> Eu entendo a **matemática acadêmica** por atividades que avançam o conhecimento matemático: as formas de engajamento, tipos de questões, padrões de argumentos que são aceitos como contribuinte para o cânone convencional da matemática pura e aplicada.
>
> Por **matemática escolar**, eu entendo as formas de engajamento na matemática em contextos formais de ensino para o iniciante, incluindo os graduandos, ou por aqueles que não se vêem como iniciantes, mas que tem a matemática impelida sobre eles.

7 – Na Inglaterra para ser professor, você precisa ter uma graduação (em qualquer área) e fazer uma ano de um curso (Postgraduate Certification in Education, PGCE) e com isso você está apto a ser professor de matemática. Com isso, aparentemente, não problemas com esse tipo de formação (que não chega a ser o famoso 3 + 1). Por que essa formação lá funciona? Ou, aparentemente, funciona? O que pensa sobre isso?

8 – Como seria a estrutura de um curso de licenciatura, em relação à formação matemática do futuro professor de matemática? Qual seria, na sua opinião, a formação matemática do futuro professor de matemática?

Antes de cada entrevista eu explicava os procedimentos que realizaria, dizia que as perguntas seriam feitas no sentido de apresentar uma direção para nossa conversa e que nossa intenção (Romulo e eu) era a de construir um texto a partir da gravação da entrevista a respeito das ideias de cada depoente. Dizia que após elaborar esse texto, enviaria para eles e que nele poderíamos mexer, modificar, acrescentar, retirar, ou seja, reescrevê-lo. Nossa intenção era a de construir um texto juntos a respeito da formação matemática de professores de matemática.

Com o passar do tempo e as dificuldades de localizar membros da comissão que elaboraram as diretrizes para as licenciaturas, Romulo e eu decidimos focar nossas atenções em matemáticos e educadores matemáticos. Nisso surgiu a ideia de conversar com alguns educadores matemáticos que tivessem experiências com estruturas de Licenciaturas diferentes do Brasil. Como tínhamos em mente realizar essas mesmas entrevistas com educadores matemáticos e matemáticos ingleses, talvez a entrevistas com esses professores poderia se constituir como um *meio de campo* entre o Brasil e a Inglaterra. Dessa maneira decidimos entrevistar Lulu Healy, educadora matemática inglesa que atua no Brasil, mas que se formou na Inglaterra e atuou lá por muito tempo e Ole Skovsmose, educador matemático dinamarquês, que se formou lá e lá atuou por muito tempo, mas que atualmente está no programa de pós-graduação em Educação Matemática da UNESP/RC. Com isso, tinha um total de oito entrevistados, sendo três educadores matemáticos, três matemáticos e dois educadores matemáticos, como Romulo e eu dizíamos, *coringas*.

Ao lado da problemática de meu trabalho, a formação matemática de professores de matemática nos cursos de Licenciatura em Matemática se constituía outra inquietação em relação a questões metodológicas, a perspectivas de como teorizar em educação matemática, a possíveis relações entre ficção e realidade e discussões de alguns conceitos do MCS, como por exemplo, objeto, interlocutor, conhecimento, que me oportunizava pensar outra maneira de construir uma tese em Educação Matemática.

Durante esse tempo tive contato com a tese de doutorado de Heloisa da Silva, defendida em 2006, e com o livro, de Vicente Garnica, publicado em 2008, que transitavam pela literatura e tinham como pano de fundo a ficção como uma possibilidade de teorização em educação matemática.

No interior dessas discussões e em conversas com meu orientador, emergiu uma ideia de uma estrutura para elaborar a tese. A ideia era a de construir um livro de contos que tratasse de aspectos da Formação Matemática de professores de Matemática em cursos de Licenciatura. As textualizações das entrevistas seriam outros contos e, em cada um desses textos, construiríamos um processo de teorização sobre o tema. A aceitação de Romulo em relação a essa possibilidade, mesmo me advertindo sobre os riscos de desenvolver um trabalho como esse, e minha empolgação com a ideia de se aventurar nas escritas de contos, fascinaram-me e oportunizaram estudos e leitura de contos.

Dois grandes escritores apareciam nesse contexto (que já os conhecia, porém de forma marginal ao longo de minha vida) como inspiração para me enveredar nessa tentativa de escrita. Jorge Luis Borges e Clarice Lispector eram os escritores que naquele momento me instigavam e se constituíam como fonte de inspiração para criar outros contos. A ideia de utilizar recursos literários de dois grandes nomes da literatura mundial surgia da tentativa de exercitar um modo de se produzir uma tese. Não me colocava como um conhecedor assíduo desses dois grandes ícones, como crítico ou como alguém que analisava suas obras. Colocava-me como um leitor de alguns contos e livros e que, a partir deles, poderia tecer alinhavos sobre a formação matemática e construir os meus textos. Talvez, como li no livro de Eneida de Souza sobre Borges, minha tentativa fosse a de "/.../ aceitar a perda de uma racionalidade hegemônica e um projeto de mapear e dominar o mundo, para tentar conhecer o caráter ficcional da construção artística [aqui eu estendo para científica] (2008)".

Borges me encantava pela sua escrita e pelo realismo fantástico. Emma Zuns, A casa de Asterion, Funes o Memorioso, entre outros contos, me inspiravam a elaborar meus contos nos quais eu poderia, de maneira próxima e semelhante àquelas histórias, tematizar questões da formação matemática. Meu argumento para teorizar por meio de contos era o de que muitas discussões em relação à formação matemática de professores de matemática se constituíam sempre marcadas por uma naturalidade dos argumentos e poucas das justificativas para sustentar o modelo de formação vigente. A tradição no interior desses cursos, a ideologia dominante e o corporativismo acadêmico, delimitam os terrenos e espaços do que se pode ou não falar, em relação à formação matemática de professores. "Esta é assim, porque sempre foi e assim está bom; não há porque mudar".

"O professor de matemática precisa aprender matemática. Como assim, você está questionando o porquê dele precisa aprender matemática? É obvio que ele precisa." Essas entre outras são falas de formadores. Assim, os contos poderiam constituir-se em estratégias de estranhamento para questões da formação de professores e um modo de teorizar em educação matemática.

Clarice se instituía em minhas ideias pela forma como, em seus romances e contos, *multilacerava* a linguagem. A angústia, a escrita intimista, o tratamento do inacabável, do indizível, a busca incessante do nada e do tudo se apresentavam como possibilidades para construção de minhas ideias em relação à formação matemática. A Paixão Segundo GH, O Lustre, Laços de Família, entre outros contos e livros se constituíram como caminhos a serem construídos para o surgimento e lapsos de ideias para construir os tais contos que tanto queria.

Foram meses dedicados a estudar Beatriz Sarlo, Eneida Souza, Emir Rodrigues Monegal, críticos e estudiosos de Borges, como também a leitura de Zizi Trevisan, Regina Portieri, Benjamin Moser críticos e estudiosos de Clarice Lispector. Estes autores me ofereciam outros modos de olhar para aqueles textos, outras leituras nos espaços e lacunas daquelas afirmações truncadas e sofisticadas de Clarice, como quanto ao modo de Borges tratar uma gama de questões filosóficas em contos de poucas páginas.

Acreditávamos, Romulo e eu, que construir nossa pesquisa por meio dos contos poderia causar um estranhamento em relação a essas discussões e ideias, e que essa estética da tese poderia ajudar a contribuir com o argumento conceitual. O modo como tentava escrever a tese propunha um exercício estético para que outras possibilidades pudessem surgir. Não escrevia introdução, metodologia, fundamentação teórica, análise de resultados e considerações finais. Nem mesmo escrevo esses tópicos a partir dos textos de outra forma. Quando me colocava na tentativa de escrever meus textos e contos, buscava um meio de constituir minhas ideias e exprimir alinhavos da minha perplexidade, estranhamento sobre o tema. Minha ideia era encadear os contos de uma maneira que leitores da tese poderiam realizar uma leitura em qualquer ordem. Poderia ser o último e depois o primeiro, os ímpares e depois os pares. Alguns leitores podem querer ler apenas um, dois, três, ou todos.

Outro argumento que sustentava essa ideia eram as considerações de Romulo quando dizia que para muitos trabalhos em Educação Matemática pouco importava se existiam ou não os entrevistados, alunos *reais que de fato existem* ou fictícios inventados pelos autores, pois o que estava em jogo e que interessava para a comunidade era o processo de teorização, o argumento construído e quais outras direções eles ofereciam a outras pesquisas e investigações para a comunidade de Educação Matemática.

A tese de Silva (2006) é um exemplo disso. Pouco importa se aquelas pessoas que a ajudaram a produzir as identidades do CEM existem ou são fictícias. O que importa é que daquela maneira ela construiu um texto consistente que oferece contribuições para a história da educação matemática e para a formação de professores.

Uma ideia descartada foi a de inventar todos os entrevistados de nossa tese. Matemáticos, Educadores Matemática, elaboradores das Diretrizes da Licenciatura, todos eles seriam ficcionais. A questão não era, em nossa opinião, a *realidade ou a ficcionalidade* desses profissionais, mas sim quais argumentos e movimentos de teorizações poderíamos construir e com os quais contribuir para a pesquisa a respeito da formação matemática de professores.

Esse argumento vinha ao encontro de minhas angústias sobre a pesquisa em educação matemática que, por vezes, me envolvia em discussões a respeito de que muitos autores utilizam alguns teóricos apenas por utilizar, por uma suposta fundamentação mais sólida ou por uma maior aceitação acadêmica. Eles anunciam no início de seu trabalho sua fundamentação em determinado teórico, porém depois fazem suas análises como se os teóricos não existissem.

Não posso negar que, por muitas vezes, os argumentos que me levavam a acreditar nesse modo de construção da tese era o desafio de conseguir teorizar dessa maneira, a vontade de escrever contos e, com isso, vivenciar outras experiências de escrita. A escrita da tese era um desafio, um livro de contos a respeito da formação matemática de professores de Matemática.

Disposto a encarar essa empreitada com algumas entrevistas realizadas e alguns pequenos contos escritos fui para a qualificação e a expressão que pode exprimir minha sensação durante sua realização é: *um banho de água fria.* Essa foi a sensação que tive durante minha qualificação. Os membros da banca diziam que o tema era interessante, que as entrevistas continham ideias muito boas para o trabalho, que a área de formação de professores necessitava de pesquisas como essas. Entretanto, o propósito de construir contos e com isso, elaborar uma tese dessa maneira, estava longe de ser alcançada.

Os contos que achei que escrevi não eram *de fato* contos, eles não passavam de textos ou histórias. Escrever um conto exige diligência técnica e experiência de escrita, para construir uma história curta na qual uma problemática seja desdobrada com a força e impacto que se espera. Hoje reflito e noto que eu gostaria de realizar uma tarefa para a qual eu não tinha condições.

Durante minha fala na qualificação os membros da banca entendiam quais eram as minhas intenções, mas diziam que elas não estavam presentes em meu texto e conseguir realizar o que pretendia exigiria muito tempo e esforço teórico.

Os contos como um exercício estético para aumentar a amplitude e alcance de meus argumentos estavam atrapalhando minha argumentação. Para um doutorado, esse era um passo muito grande para o qual eu não estava preparado.

Claro que hoje falar sobre isso é até relativamente fácil, mas durante alguns meses a qualificação ficou engasgada em minha garganta. Orgulho e vontade de conseguir realizar aquilo que eu vinha idealizando não faltavam. *Eu vou escrever contos, eu consigo, vai dar certo...* eram pensamentos que não saíam de minha cabeça.

Com o tempo e argumentações de vários amigos que acompanharam todo esse processo, me convenci de que para a tese não dava conta de escrever contos e que era melhor adiar essa intenção de escrita para outro momento. Nem preciso dizer sobre o *Graças a Deus!* de meu orientador, com as mãos para o céu [risos].

Não abandonei essa ideia e quero, quando acabar a tese, fazê-la um de meus trabalhos. A ficção é uma maneira de teorizar em educação matemática e ela pode se constituir como interessante para causar estranhamentos e tratar de questões naturalizadas na comunidade de educação matemática. Com mais tempo, mais discussão e amadurecimento penso que é possível pelo menos tentar realizar esse tipo de trabalho. Essa é uma ideia e também um caminho para futuros trabalhos em educação matemática.

Sobre as possíveis *Legitimidades* para a Formação Matemática de Professores de Matemática

Quando entendi que uma tese é apenas uma tese e não é o último trabalho da minha vida pude pensar na estrutura e nos textos que apresento aqui (por mais que muitas pessoas digam isso para você com uma naturalidade incrível, e que você custe a entender). Foi nesse ponto que parei de sonhar com os contos, coloquei os pés no chão, notei que tinha muitas entrevistas, um material muito *rico* para trabalhar, desisti (junto com meu orientador) de realizar parte do trabalho na Inglaterra, e escrevi os textos que apresento.

Um primeiro passo foi explicitar minhas ideias, os lugares e em quais direções eu falava. Foi assim que escrevi o primeiro texto, onde apresentei alguns elementos do MCS e da HO, como posturas e atitudes teórico-metodológicas do meu trabalho.

Ao pensar dessa maneira, Romulo e eu discutimos outro modo realizar essa investigação. Cada textualização construída com meus depoentes, cada texto teórico-analítico, aqui entendido como um texto que se constitui em meio a estudos analíticos nas textualizações como também e em conjunto de estudos teóricos elaborados pela comunidade de pesquisadores em educação matemática, sobre temáticas do trabalho se constituiriam como um movimento de teorização a respeito da formação matemática de professores de matemática.

Nossa ideia foi a de que cada texto se constituiria como uma possível legitimidade para a formação matemática de professores de matemática e que o processo de teorização ocorreria em todos. Não me coloquei a esboçar ideias teóricas para, a partir delas, investigar o que meus depoentes falaram. Não me coloquei a descrever meus dados para depois analisá-los em um processo recursivo para construir categorias e a partir delas, escrever as considerações finais de meu trabalho.

Produzi possíveis legitimidades para formação matemática de professores de matemática a partir de dos textos que construí, sendo eles as textualizações e os Textos teórico-analíticos.

Em relação às textualizações, o teorizar ocorreu desde quando Romulo e eu elaboramos o roteiro, depois quando realizei as entrevistas, me coloquei a transcrevê-las, textualizá-las, enviar para meus depoentes para que pudéssemos juntos escrever um texto no qual eles acreditavam que exprimiam suas opiniões. Com alguns depoentes conversei outras vezes, pessoalmente ou pela internet, para discutir a textualização e reconstruir o texto. Não alterávamos parágrafos, vírgulas e afirmações, mas reescrevíamos o texto com a intenção de explicitar as ideias dos depoentes. Como disse, penso que textualizar é escrever aquilo que acredito que você diria, e nessa direção meus depoentes e eu nos colocávamos juntos para construir plausibilidades para os textos.

Nessa tese são nove textualizações nas quais são construídos nove movimentos de teorização a respeito da formação matemática de professores de matemática. São elas:

Um curso de Licenciatura em matemática teria as disciplinas de Matemática (Cálculo, Álgebra, entre outras), partindo sempre de problemas, fazendo relações com a matemática escolar (Textualização da entrevista com Dona Lourdes).
Eu acho que o curso de Licenciatura teria essas disciplinas com uma discussão da História da Matemática e muitas aplicações (Textualização da Entrevista com Djairo Guedes Figueiredo).
Eu acho que é importante estudar matemática acadêmica, mas de uma outra maneira. Eu penso que para ser professor de matemática é preciso saber outras coisas além da matemática. Eu penso que...(Textualização da entrevista com Helena Cury).
Eu acho que a gente dá muito conteúdo na Licenciatura, muitas disciplinas, muitas aulas. Não dá tempo para o aluno pensar, refletir, criar, desenvolver um raciocínio matemático (Textualização da entrevista com Márcio Gomes Soares).
O professor da educação básica precisa fazer um curso em que ele desenvolva uma autonomia intelectual (Textualização da entrevista com Henrique Lazari).
Minha ideia para a formação de professores é mais pragmática. É preciso trabalhar matemática na perspectiva das experimentações com projetos nas escolas (Textualização da entrevista com Ole Skovsmose).
Entrevista com o Romulo: Talvez isto devesse acontecer numa tese (Textualização da Entrevista de Romulo Lins).
A prática profissional do professor deveria ser o centro de gravidade dos cursos de Licenciatura. Nestes é preciso fazer escolhas (Textualização da Entrevista com Plínio Cavalcanti Moreira).
Os futuros professores precisam ter um amplo conhecimento da matemática escolar e algumas idéias de onde essa matemática se encontra no ensino superior (textualização da entrevista com Lulu Healy).

Todas elas têm um título que anuncia uma direção do texto.

Os textos teórico-analíticos foram construídos a partir de estudos, discussões e várias leituras das textualizações, das conversas com Romulo, minhas reflexões, ou seja, a partir de todas as circunstâncias que circunscrevem a tese. Não consigo delimitar a partir de que coisa a ideia deles surgiram.

Minha intenção não foi a de utilizar um processo recursivo para a construção de grupos ou categorias para aflorar e construir argumentos a respeito da formação matemática de professores. Meu trabalho foi o de produzir possíveis legitimidades das quais emergiram em direções e falas, crenças e ideias a respeito do tema fazer disso movimentos de teorizações. Em meio ao que a literatura em Educação Matemática construía nos últimos anos, aos temas de congresso, as perspectivas de pesquisas construí esses textos ao longo de quatro anos. Os textos teórico-analíticos presentes nessa tese são:

Para *uma outra* Formação Matemática na Licenciatura

Sobre a Matemática do Professor de Matemática e a Matemática do Matemático
A experiência como oportunidade de formação
Sobre a Formação de Professores de Matemática
Sobre a complexidade de formar professores
Sobre a Formação Matemática de Professores de Matemática
Licenciatura em Educação Matemática

Eles são independentes e falam de questões particulares a respeito da formação matemática. Na tese, não há intenção de um se constituir como mais ou menos importante que o outro, como também eles apresentam aquilo que Romulo e eu acreditamos ser *o que* e *como* deve ser a formação matemática nas Licenciaturas.

Em relação à ideia de teorizar, que em vários momentos foi mencionada nos textos, penso que ela se caracteriza como uma intenção de produzir conhecimento por meio de um relato sistematizado de experiências. Ao teorizar eu conto uma história, produzo significado e constituo objetos em uma direção. Nesse movimento abro mão do que é particular com intenção de constituir algo diferente do que falo. Esse movimento é mais que descrever, e se constitui como um contar, narrar uma história que eu possa repetir. Ao teorizar produzi possíveis legitimidades em movimentos em espaços, textos, vivências e experiências.

A tese se constitui em textos que apresentam experiências sistematizadas e resultados de movimentos de teorizações. Ela, como um todo, é uma teorização em relação ao resultado de seu formato estético. Uma estratégia que utilizei, discutida e pensada por Romulo e eu, foi a de utilizar como textos teóricos já publicados as citações das falas de meus entrevistados. Por vezes, apareceram trechos, por exemplo: Healy (2012) apresenta uma característica relacionada aos processos de aprendizagem. A autora afirma que

> /.../ é muito importante para a pessoa que vai ser professor de matemática aprender como as pessoas aprendem ou não aprendem matemática e isso, muitas vezes, para uma pessoa que está sendo formada para ser professor, vai acabar ajudando bastante a ter um domínio mais sólido da sua própria matemática. Isso porque é bem capaz que elas percebam que elas próprias não sabem, que percebam que são também meus os problemas que os alunos têm (p.285-286).

Essa citação é da textualização da entrevista de Lulu Healy que está na tese. Nossa intenção foi tentar explicitar que as textualizações se constituem como movimentos de teorização e por isso, possíveis de serem tomadas como textos teóricos. Entretanto, tivemos o cuidado de construir os textos teórico-analíticos com um objetivo e as citações das textualizações foram feitas quando eram adequadas e serviam para corroborar algo ou apresentar uma ideia, e não com a intenção de fazer aparecer o que meus depoentes disseram nos textos que construí junto com eles. Estes textos, enquanto exercícios analíticos, estão integralmente disponíveis no trabalho.

Há textos com citações de textualizações que ainda não apareceram. Por exemplo, no texto 5, Para uma *outra* formação matemática na Licenciatura, cito Lazari (2012), o texto 8 da tese.

Em relação à ordem dos textos na tese, construí a partir de ressonâncias, sentidos e possíveis direções de argumentação que pudessem provocar. Por exemplo, os textos 7, 8, 9, 10 e 11. Há um critério para agrupá-los nessa ordem: penso que eles oportunizam a produção de um sentido, provocam uma sensação e com isso uma direção para as discussões. Neste exemplo, para Romulo e eu, foi o sentido de tomar a experiência como oportunidade de formação, título do texto 11. Larrosa (2006), na apresentação do livro *Pedagogia Profana*, explicita essa ideia ao afirmar que os textos estão "distanciados de qualquer pretensão de objetividade, de universalidade ou de sistematicidade, e inclusive de qualquer pretensão de verdade, [mas] nem por isso renunciam a produzir efeitos de sentido (p. 7)".

Outras maneiras de ordená-los podem se constituir, outros sentidos certos agrupamentos podem oferecer. O fato que quero voltar a declarar é que os textos são únicos, independentes uns dos outros e apresentam considerações a respeito da formação matemática de professores de matemática.

Lendo novamente este texto para alinhavar seu último parágrafo, penso que ele poderia não existir. Poderia construir uma apresentação ou mesmo um prefácio para informar e guiar meus possíveis leitores na leitura de todos os textos. Entretanto, esse texto existe e se constitui em meu trabalho. Acho que todas aquelas possibilidades que elenquei em seu início foram motivações para escrevê-lo, elas me incentivaram. Assim, esse texto é uma história que contei.

Em relação "À LEGITIMIDADE" para a formação matemática de professores de matemática, fico com dois pontos:

Referências Bibliográficas

ADLER, J. A formação do professor de matemática na África do Sul pós-apartheid: um foco na matemática do ensino em diferentes contextos. In: BORBA, M. C. (Orgs.). **Tendências Internacionais em Formação de Professores de Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 45 – 64.

ADLER, J. *et al.* Reflections on an emerging Field: researching mathematics teacher education. **Education Studies in Mathematics**, New York, v. 60, n. 3, p. 359-381, 2005.

AN, S.; KULM, G.; WU, A. Z. The Pedagogical Content Knowledge of Middle School, Mathematics Teachers in China and the U.S. **Journal of Mathematics Teacher Education**, New York, v.7, n. 2, p. 145-172, 2004.

ANDRÉ, M. E. D. A. *et al.* O Trabalho docente do professor formador no contexto atual das reformas e das mudanças no mundo contemporâneo. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 91, n. 227, p. 122-143, 2010.

BALDINO, R. R. Grupos de Pesquisa-Ação em Educação Matemática. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 14, n. 16, p. 83-98, 2001.

BALL, D. L.; BASS, H. Toward practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In: B. Davis.; E. Smith (Eds). Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group, Edmonton, 2003. Edmonton. **Proceedings…** Edmonton: CMESG/GCEDM, 2003, p. 3-14.

BALL, D.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. C. Content Knowledge for Teaching: What make it special? **Journal of Teacher Education,** v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008

BRASIL. Parecer CNE/CES 1.302/2001, de 06 de novembro de 2001. Estabelece as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. Diário Oficial da União, Poder Executivo, Brasília, DF, 5 mar. 2002a. Seção 1, p. 15.

BRASIL. Parecer CNE/CP 9/2001, de 17 de janeiro de 2002. Estabelece as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Diário Oficial da União, Poder Executivo, Brasília, DF, 18 jan. 2002b. Seção 1, p. 31.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BOLIVAR, A. "*¿De nobis ipsis silemus?": Epistemología de la investigación biográficonarrativa en educación*. **Revista Electrónica de Investigación Educativa**, v.4, n.1,p. 2-26, 2002. Disponível em: < http://redie.uabc.mx/vol4no1/contenido-bolivar.html>.

BORRALHO, A.; MONTEIRO, C.; ESPADEIRO, R.; **A Matemática na Formação do Professor**. Seção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. 2004.

BURTON, L. **Mathematicians as enquires:** learning about learning mathematics, Dordrecht: Kluwer, 2004

CARVALHO, J. B. P. F. O que é educação matemática. **Temas e Debates**, **Rio Claro**, v. 4, n. 3, p. 17-26, 1991.

CONFERENCE BOARD OF THE MATHEMATICAL SCIENCES (CBMS). **The Mathematical Education of Teachers**. Washington DC: American Mathematical Society and Mathematical Association of America, 2001.

CURY, H. N. Eu acho que é importante estudar matemática acadêmica, mas de uma outra maneira. Eu penso que para ser professor de matemática é preciso saber outras coisas além da matemática. Eu penso que... In: **Legitimidades possíveis para a Formação Matemática de Professores de Matemática**. VIOLA DOS SANTOS, J. R. 2012. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

CYRINO, M.C.C.T. A Matemática, a arte e a religião na formação do professor de Matemática. **BOLEMA,** Rio Claro, v.18, n.23, p.41-56, 2005

FERREIRA, A. C. Um olhar retrospectivo sobre a pesquisa brasileira em formação de professores de matemática. In: Dario Fiorentini. (Org.). **Formação de professores:** explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas: Mercado das Letras, 2003, v. 1, p. 19-50.

FIGUEIREDO, D. G. Eu acho que o curso de Licenciatura teria essas disciplinas com uma discussão da História da Matemática e muitas aplicações. In: **Legitimidades possíveis para a Formação Matemática de Professores de Matemática**. VIOLA DOS SANTOS, J. R. 2012. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

FIORENTINI, D. A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da Licenciatura em Matemática. **Revista de Educação,** Campinas, v.1, n.18, p.107-115, 2005.

FRANCISCO, C. A. **Uma leitura da prática profissional do professor de matemática**. 2009. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009.

GARNICA, A. V. M. Revisitando Atalhos: algumas considerações sobre a Licenciatura em Matemática. In: II Encontro Regional de Educação Matemática de Ijuí, 2001, Ijuí. **Anais...** Ijuí: Editora da UNIJUÍ, 2001. p.18-32.

________________ História Oral e Educação Matemática. In: **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** BORBA, M. C.; ARAUJO, J. L. (orgs.) Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

_________________Um ensaio sobre História Oral: considerações teórico-metodológicas e possibilidades de pesquisa em Educação Matemática. **Quadrante**, Lisboa, v. XVI, p.27-49, 2010.

_________________ Registrar oralidades, analisar narrativas: sobre pressupostos da História Oral em Educação Matemática. **Ciências Humanas e Sociais em Revista**, v. 32, p. 20-35, 2010.

__________________ **A experiência do labirinto**: metodologia, história oral e Educação Matemática. São Paulo: Editora UNESP, 2008.

___________________ História Oral e Educação Matemática - um inventário. **Revista Pesquisa Qualitativa**, São Paulo, v. 02, n. 01, p. 137-160, 2006.

___________________ História Oral e Educação Matemática: do inventário à regulação. **Zetetiké**, Campinas, v.11, n.19, p. 9-55, 2003.

____________________. Estacas em paisagens móveis: um ensaio a partir da narrativa de três professores de Matemática. In: Maria Laura Magalhães Gomes; Inês Teixeira; Wagner Auarek, Maria José. (Org.). **Contar e Viver:** experiências e práticas de professores de Matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011, p. 329-345.

GARNICA, A. V. M.; FERNANDES, D. N.; SILVA, Heloísa. Entre a amnésia e a vontade de nada esquecer: notas sobre Regimes de Historicidade e História Oral. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 213-250, 2011.

GATTI, B. Formação De Professores: Condições E Problemas Atuais. **Revista Brasileira de Formação De Professores,** São Paulo, v.1, n. 1, p.90-102, 2009

GATTI, B. NUNES, M. M. R. **Formação de Professores para o Ensino Fundamental:** Estudo de Currículos das Licenciaturas em Pedagogia, Língua Portuguesa, Matemática e Ciências Biológicas**.** São Paulo: Coleção Textos FCC, 2008.

GRAEBER, A.; TIROSH, D. Pedagogical Content Knowledge: Useful Concept or Elusive Notion. In: Sullivan, P.; Wood, T. (Eds). **The International Handbook of Mathematics Teacher Education**, volume 1: Knowledge and Beliefs in Mathematics Teaching and Teaching Development. Rotterrdam/Taipei: Sense Publishers, 2008.

GROSSMAN, P. **The Making of a Teacher:** The teacher Knowledge and the Teacher Education. New York, NY: Teachers College Press, 1990.

HEALY, L. Os futuros professores precisam ter um amplo conhecimento da matemática escolar e algumas idéias de onde essa matemática se encontra no ensino superior. In: **Legitimidades possíveis para a Formação Matemática de Professores de Matemática**. VIOLA DOS SANTOS, J. R. 2012. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

HILL, H. C.; ROWAN, B.; BALL, D. L. Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. **American Educational Research Journal**. v.42, n.2 p. 371-406, 2005.

JULIO, R. **Uma leitura da produção de significados matemáticos e não-matemáticos para dimensão**, 2007, 118p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007

KILPATRIK, J. The development of mathematics education as a academic field. In: **The First Century of the International Commission on Mathematical Instruction.** MENGHINI, M. *et. al*. (Eds). Roma: Instituto Della. 2008.

LARROSA BONDÍA, J. Notas sobre a experiência e o saber da experiência. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro: Autores Associados, n.19, p. 20-28, 2002.

_______________________Pedagogia Profana. Belo Horizonte: Autentica, 2006

LAZARI, H. O professor da educação básica precisa fazer um curso em que ele desenvolva uma autonomia intelectual. In: **Legitimidades possíveis para a Formação Matemática de Professores de Matemática**. VIOLA DOS SANTOS, J. R. 2012. Tese (Doutorado em

Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

LINARDI, P. R. **Rastros da formação Matemática na prática profissional do professor de matemática**. 2006. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

LINS, R. C. & GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

LINS, R. C. Por que discutir Teoria do Conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. Rio Claro: Editora UNESP, 1999. p. 75 – 94.

__________The production of meaning for Algebra: a perspective based on a Theoreticall Model of Semantic Fields. In: SUTHERLAND, R. *et al*. **Perspectives on School Algebra**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2001. p. 37-60.

_________ Characterizing the mathematics of the mathematics teacher from the point of view of meaning production. In: 10th International Congress on Mathematical Education, Copenhagen, 2004. Copenhagen. **Proceedings…** Plenary and Regular Lectures, 2006, p. 1-16.

__________. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, M. A. V. & BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004, p. 92 – 120.

__________**Design e Implementação de um programa de formação continuada de professores de Matemática.** Projeto de pesquisa apresentado ao CNPq para obtenção de bolsa-produtividade. 2006.

__________A diferença como oportunidade para aprender. In: Peres, E. *et al.* (orgs.). **Processos de ensinar e aprender: sujeitos, currículos e cultura: livro 3**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2008, p. 530-550.

__________The purpose of having mathematics in schools tells what school mathematics should be. **For the Learning of Mathematics**, Montreal, v. 28, n.3, p. 15-15, 2008

__________Entrevista com o Romulo: Talvez isto devesse acontecer numa tese. In: **Legitimidades possíveis para a Formação Matemática de Professores de Matemática**. VIOLA DOS SANTOS, J. R. 2012. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

MA, L. **Saber e Ensinar Matemática Elementar**. Lisboa: Gradiva, 2009.

MARKS, R. Pedagogical Content Knowledge: From a mathematical case to modification conception. **Journal of Teacher Education**, v.41, n. 1. p. 3-11, 1990.

MIGUEL, A.; GARNICA, A. V. M.; IGLIORI, S. B. Camargo; D'AMBROSIO, U. Educação Matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro: Autores Associados, v. 27, p. 70-93, 2004.

MONEGAL, E. R. **Borges:** Uma Poética da Leitura. São Paulo: Perspectiva, 1980.

MOREIRA, P. C. O conhecimento matemático do professor: formação na licenciatura e prática docente na escola básica. 2004. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2004.

____________ A prática profissional do professor deveria ser o centro de gravidade dos cursos de Licenciatura. Nestes é preciso fazer escolhas. In: **Legitimidades possíveis para a Formação Matemática de Professores de Matemática**. VIOLA DOS SANTOS, J. R. 2012. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

_____________Formação Matemática do Professor da Escola Básica: Qual Matemática? In: Cunha, A.M.O.; Mortimer, E.F.; Aguiar Jr, O.; Nascimento, S.S.; Fonseca, M.C.F.R.. (Org.). **Convergências e Tensões no Campo da Formação e do Trabalho Docente:** Educação Ambiental, Educação em Ciências, Educação em Espaços não-escolares, Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2010, p. 675-693.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. Matemática escolar, matemática científica, saber docente e formação de professores. **Zetetike**, Campinas, v.11, n.19, p. 57-80, 2003.

____________________________________ **A formação matemática do professor:** licenciatura e prática docente**.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

_____________________________________.O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro: Autores Associados, v. 28, p. 50-61, 2005.

______________________________________Academic mathematics and mathematical knowledge needed in school teaching practice: some conflicting elements. **Journal of Mathematics Teacher Education**, New York, v.11, n.1, p. 23-40, 2008.

MOSER, B. **Clarice**, São Paulo: Cosac Naify, 2009.

NIETZSCHE, F. **Assim Falava Zaratustra**. Um livro para todos e para ninguém. Petrópolis: Editora Vozes, 2007.

OLIVEIRA, V. C. A. Sobre a produção de significados para a noção de transformação linear em Álgebra Linear. 2002. 187p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

________________Uma leitura sobre formação continuada de professores de matemática fundamentada em uma categoria da vida cotidiana. 2011. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro. 2011.

ONUCHIC, L. R. Um curso de Licenciatura em Matemática teria as disciplinas de Matemática (Cálculo, Álgebra, entre outras), partindo sempre de problemas, fazendo relações com a matemática escolar. In: **Legitimidades possíveis para a Formação Matemática de Professores de Matemática**. VIOLA DOS SANTOS, J. R. 2012. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Formação de Professores - mudanças urgentes na Licenciatura em Matemática. In: Maria Clara Rezende Frota; Lilian Nasser. (Org.). **Educação Matemática no Ensino Superior - Pesquisas e Debates**. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2009, v. 5, p. 169-187.

PIRES, C. M. C. Reflexões sobre os Cursos de Licenciatura em Matemática. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, n. 11, p. 44-56, 2002.

PORTERI, R. **Clarice Lispector:** uma poética do olhar. Cotia: Ateliê Editorial, 1999.

ROWLAND, T.; HUCKSTEP, P.; THWAITES, A. Elementary teachers’ mathematics subject knowledge: the knowledge quartet and the case of Naomi. **Journal of Mathematics Teacher Education,** New York**,** v.8, n.3, p. 255–281, 2005

ROWLAND, T. Researching teachers' mathematics disciplinary knowledge. In P. Sullivan and T. Wood (Eds.) **International handbook of mathematics teacher education:** vol.1. Knowledge and beliefs in mathematics teaching and teaching development. Rotterdam: Sense Publishers, p. 273-298, 2008

SANTOS, L. *et al*. **A Matemática na formação inicial de professores**: documento para discussão. 2005. Disponível em:<http://www.spce.org.pt/sem/matprof.pdf>. Acesso em: 20 agosto de 2006.

SARLO, B. **Jorge Luis Borges, Um Escritor na Periferia**. São Paulo: Iluminuras, 2008.

SAVIANI, D. Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro: Autores Associados, v. 14, n. 40, p. 143-155, 2009.

SBEM. Subsídios para a Discussão de Propostas para cursos de Licenciatura em Matemática: uma contribuição da Sociedade Brasileira de Educação Matemática: Uma contribuição da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. São Paulo*, 2003, 43f.*

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge Growth. **Teaching Educational Research**, v.15, n.2, p.4-14, 1986.

_________________Knowledge and teaching: foundations of the new reform**. Harvard Educational Review**, v.57, n.1, p.1-22, 1987.

SILVA, A. M. **Sobre a dinâmica da produção de significados para a Matemática.** 2003. 244p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

SILVA, C. M. S. Marco do Ensino Superior da Matemática no Brasil. Temas e Debates, v. 7, n. 4, 1994.

SILVA, H. Centro de Educação Matemática (CEM): fragmentos de identidade. 2007. 448 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

SKOVSMOSE, O. Minha ideia para a formação de professores é mais pragmática. É preciso trabalhar matemática na perspectiva das experimentações com projetos nas escolas. In: **Legitimidades possíveis para a Formação Matemática de Professores de Matemática**. VIOLA DOS SANTOS, J. R. 2012. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

SOARES, M. G. Eu acho que a gente dá muito conteúdo na Licenciatura, muitas disciplinas, muitas aulas. Não dá tempo para o aluno pensar, refletir, criar, desenvolver um raciocínio matemático. In: **Legitimidades possíveis para a Formação Matemática de Professores de**

Matemática. VIOLA DOS SANTOS, J. R. 2012. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

SOUZA, E. M. **O Século de Borges.** Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

GARNICA, A. V. M. Revisitando Atalhos: algumas considerações sobre a Licenciatura em Matemática. In: II Encontro Regional de Educação Matemática de Ijuí, 2001, Ijuí. **Anais...** Ijuí: Editora da UNIJUÍ, 2001. p.18-32.

SOUZA, L. A.; CURY, F. G.; SILVA, H. Narrativas: um Olhar sobre o Exercício Historiográfico na Educação Matemática. In: I Congresso Ibero-Americano de História da Educação Matemática, 2011, Covilhã. **Anais...** Portugal: APM, 2011.

SOUZA, A. C. C. *et al.* Diretrizes para a Licenciatura em Matemática. BOLEMA, Rio Claro, v. 6, n. 7, p. 90-99, 1991.

SOUZA, A. C. C. *et al.* Novas Diretrizes para a Licenciatura. **Temas e Debates**, n. 7, SBEM, p. 41-65, 1995.

TATTO, M. T.; LERMAN, S.; NOVOTA, J. The organization of the mathematics preparation and development of teachers: a report from the ICMI Study 15**. Journal Mathematics Teacher Education,** New York**,** v.13, n. 4, p. 313-324, 2010

TREVIZAN, Z. **A reta Artística de Clarice Lispector**. São Paulo: Pannartz, 1987.

ZAZIKS, R. Looking for a possible intersection. **For the Learning of Mathematics**, v. 28, n. 3, p. 8-9, 2008

ZACK, V. There can be, should be, and sometimes is a connection. **For the Learning of Mathematics**, v. 28, n. 3, p.12-13, 2008.

WATSON, A. School Mathematics as a special kind of mathematics. **For the Learning of Mathematics**. v. 28, n. 3, p. 3-7, 2008.

WILSON, S. M.; FLODEN, R. E.; FERRINI-MUNDY, J. **Teacher preparation research: current knowledge, gaps and recommendations (document R- 01-3)**; Washington: Center for the Study of Teaching and Policy/University of Washington, 2001. Disponível em: <http://www.ctpweb.org>. Acesso em: 20 agosto 2006.

CARTA DE CESSÃO

Santa Bárbara d'Oeste, 22 , 11 , 2011

Eu, Lourdes de la Rosa Onuchic

de carteira de identidade número 1204713-SSP/SP, brasileira, residente à Rua Machado de Assis, 302 - Jardim Primavera, na cidade de Santa Bárbara d'Oeste, estado de São Paulo, declaro para os devidos fins que cedo o direito da textualização elaborada a partir da transcrição da entrevista realizada no segundo semestre de dois mil e dez, ficando João Ricardo Viola dos Santos autorizado a utilizar integralmente ou em partes sem restrições de prazos. Da mesma forma autorizo terceiros a verem as textualizações, ficando vinculado o controle à instituição que tem sua guarda.

Abdicando de meus direitos e de meus descendentes, subscrevo o presente,

Lourdes de la Rosa Onuchic

Lourdes de la Rosa Onuchic

CARTA DE CESSÃO

Campinas, 01 . 12 . 2011

Eu, DJAIRO GUEDES DE FIGUEIREDO
de carteira de identidade número 089350 SSP/DF , brasileiro, residente
à R. PROF. DUILIO RAMOS 215
na cidade de Campinas, estado de São Paulo, declaro para os devidos fins que cedo o direito da textualização elaborada a partir da transcrição da entrevista realizada no primeiro semestre de dois mil e onze, ficando João Ricardo Viola dos Santos autorizado a utilizar integralmente ou em partes sem restrições de prazos. Da mesma forma autorizo terceiros a verem as textualizações, ficando vinculado o controle à instituição que tem sua guarda.

Abdicando de meus direitos e de meus descendentes, subscrevo o presente,

Djairo G. de Figueiredo

Djairo Guedes de Figueiredo

CARTA DE CESSÃO

Porto Alegre, 01 de outubro de 2011

Eu, Helena Noronha Cury, de carteira de identidade número 9004430527, brasileira, residente à Rua Padre Chagas, 397 apto 502, na cidade de Porto Alegre, estado do Rio Grande do Sul, declaro para os devidos fins que cedo o direito da textualização elaborada a partir da transcrição da entrevista realizada no segundo semestre de dois mil e nove, ficando João Ricardo Viola dos Santos autorizado a utilizar integralmente ou em partes sem restrições de prazos. Da mesma forma autorizo terceiros a verem as textualizações, ficando vinculado o controle à instituição que tem sua guarda.

Abdicando de meus direitos e de meus descendentes, subscrevo o presente,

Helena N C

Helena Noronha Cury

CARTA DE CESSÃO

Belo Horizonte, 27 de outubro de 2011

Eu, Marcio Gomes Soares de carteira de identidade número M1342750, brasileiro, residente à Rua Santa Rita Durão 44/401, na cidade de Belo Horizonte, estado de Minas Gerais, declaro para os devidos fins que cedo o direito da textualização elaborada a partir da transcrição da entrevista realizada no primeiro semestre de dois mil e dez, ficando João Ricardo Viola dos Santos autorizado a utilizar integralmente ou em partes sem restrições de prazos. Da mesma forma autorizo terceiros a verem as textualizações, ficando vinculado o controle à instituição que tem sua guarda.

Abdicando de meus direitos e de meus descendentes, subscrevo o presente,

Márcio Gomes Soares

CARTA DE CESSÃO

Rio Claro, 15 / 06 / 2011.

Eu, HENRIQUE LAZARI
de carteira de identidade número 6.239.001, brasileiro, residente à AV 1 JI n-743,
na cidade de RIO CLARO, estado de São Paulo, declaro para os devidos fins que cedo o direito da textualização elaborada a partir da transcrição da entrevista realizada no segundo semestre de dois mil e nove, ficando João Ricardo Viola dos Santos autorizado a utilizar integralmente ou em partes sem restrições de prazos. Da mesma forma autorizo terceiros a verem as textualizações, ficando vinculado o controle à instituição que tem sua guarda.

Abdicando de meus direitos e de meus descendentes, subscrevo a presente,

Henrique Lazari

CARTA DE CESSÃO

Rio Claro, 15/12, 2011

Eu, Ole Skovsmose, de carteira de identidade número 102206908, dinamarquês, residente à Rua 4, No 555, Apto 44, na cidade de Rio Claro, estado de São Paulo, declaro para os devidos fins que cedo o direito da textualização elaborada a partir da transcrição da entrevista realizada no segundo semestre de dois mil e dez, ficando João Ricardo Viola dos Santos autorizado a utilizar integralmente ou em partes sem restrições de prazos. Da mesma forma autorizo terceiros a verem as textualizações, ficando vinculado o controle à instituição que tem sua guarda.

Abdicando de meus direitos e de meus descendentes, subscrevo o presente,

Ole Skovsmose

Ole Skovsmose

CARTA DE CESSÃO

Rio Claro, 17 de fevereiro de 2012

Eu, Romulo Campos Lins de carteira de identidade número 6456687 SSP/SP, brasileiro, residente à Av. 24A,1515 na cidade de Rio Claro, estado de São Paulo, declaro para os devidos fins que cedo o direito da textualização elaborada a partir da transcrição da entrevista realizada no segundo semestre de dois mil e dez, ficando João Ricardo Viola dos Santos autorizado a utilizar integralmente ou em partes sem restrições de prazos. Da mesma forma autorizo terceiros a verem as textualizações, ficando vinculado o controle à instituição que tem sua guarda.

Abdicando de meus direitos e de meus descendentes, subscrevo o presente,

R Lins

Romulo Campos Lins

CARTA DE CESSÃO

Santa Luzia, 29 de setembro de 2011

Eu, Plinio Cavalcanti Moreira, de carteira de identidade número M 1389770, brasileiro, residente à rua Professor Djalma Guimarães, 699, na cidade de Santa Luzia, estado de Minas Gerais, declaro para os devidos fins que cedo o direito da textualização elaborada a partir da transcrição da entrevista realizada no primeiro semestre de dois mil e dez, ficando João Ricardo Viola dos Santos autorizado a utilizar integralmente ou em partes sem restrições de prazos. Da mesma forma autorizo terceiros a verem as textualizações, ficando vinculado o controle à instituição que tem sua guarda.

Abdicando de meus direitos e dos de meus descendentes, subscrevo o presente.

Plínio Cavalcanti Moreira

CARTA DE CESSÃO

São Paulo, 23, 11, 2011

Eu, Siobhan Victoria Healy (Lulu Healy), britânica de carteira de identidade número V278554-F, ~~brasileira~~, residente à Rua Capitão Pinto Ferreira, 62/54, São Paulo na cidade de São Paulo, estado de São Paulo, declaro para os devidos fins que cedo o direito da textualização elaborada a partir da transcrição da entrevista realizada no segundo semestre de dois mil e dez, ficando João Ricardo Viola dos Santos autorizado a utilizar integralmente ou em partes sem restrições de prazos. Da mesma forma autorizo terceiros a verem as textualizações, ficando vinculado o controle à instituição que tem sua guarda.

Abdicando de meus direitos e de meus descendentes, subscrevo o presente,

Siobhan Victoria Healy

Dos mil e um fins

“Muitos países e muitos povos viu Zaratustra; assim descobriu o bem e o mal de muitos povos. Zaratustra não encontrou poder maior na terra que o bem e o mal.

Nenhum povo poderia viver sem primeiro fixar seus valores; mas, se quer conservar-se, não deve adotar valorações, como as valorações de seu vizinho.

Muitas coisas que um povo chama boas, eram para outros vergonhosas e desprezíveis; eis aqui que eu achei. Vi muitas vezes chamar de más coisas que, em outros lugares, adornavam com o manto de púrpura das honras.

Nunca dois vizinhos se compreendem: cada um se espanta da loucura e da maldade do vizinho.

Sobre cada povo está suspensa uma tábua de valores. E vede: é a tábua do triunfo de seus esforços; é a voz de sua vontade de potência.

É honroso o que lhe parece difícil: o que é indispensável e difícil chama de bem, e o que livra de maiores misérias, o mais raro e difícil, santifica.

Tudo o que lhe permite reinar, vencer e brilhar com temor e inveja de seu vizinho, é, para ele, o mais alto, o primordial, a norma e o sentido de todas as coisas.

Verdadeiramente, se tu conheces a necessidade de um país, o céu e o vizinho de um povo, adivinhas também a lei de seus triunfos e porque sobem as suas esperanças por tais degraus.

‘Tu deves ser sempre o primeiro a avantajar-te dos outros, tua alma coisa não deve amar a ninguém mais que ao teu amigo’. Eis o que outrora fez estremecer a alma de um grego, e o levou a seguir o caminho da grandeza. .

‘Dizer a verdade, e saber manejar bem o arco e as flechas’. — Eis o que parecia ao mesmo tempo precioso e difícil ao povo de onde vem o meu nome, o nome que é para mim caro e ao mesmo tempo pesado de levar.

‘Honrar pai e mãe, e a eles ser submisso até as raízes da alma’. – Essa tábua de suas vitórias sobre si mesmo foi eleita por outro povo, e com ela foi eterno e poderoso.

‘Render culto à lealdade e votar sua honra e seu sangue a uma causa embora má e perigosa’. – Com esse ensinamento um povo venceu a si mesmo, e ao vencer-se deste modo, chegou a encher-se de grandes esperanças.

Na verdade, os homens deram a si mesmos sua regra do bem e do mal. A verdade, não a tomaram emprestado nem a encontraram; ela não lhes veio como uma voz do céu.

Valores pôs o homem nas coisas a fim de conservar-se; ele foi o que pôs valores nas coisas e um sentido, um sentido humano. Por isso chama-se ‘homem’, o que avalia.

Avaliar é criar. Ouvi, criadores! Avaliar é o tesouro e a jóia de todas as coisas avaliadas.

Pela avaliação se dá o valor, sem a avaliação a noz da existência seria oca. Ouvi, criadores!

A transmutação dos valores é a transmutação do que cria. Sempre o que cria precisa destruir.

Os criadores de valores foram a princípio os povos, e só mais tarde os indivíduos. Na verdade, os indivíduos é a mais recente das criações.

Povos suspenderam sobre si uma tábua do bem. O amor que quer dominar, e o amor que quer obedecer criaram juntos tais tábuas.

O prazer do rebanho é mais antigo que o prazer do Eu. E enquanto a boa consciência se chama rebanho, só a má diz: Eu.

Na verdade, o Eu astuto, o insensível, que busca seu bem no bem de muitos, não é a origem do rebanho, mas a sua destruição.

Sempre foram ardentes os que criaram o bem e o mal. O fogo do amor e o fogo da cólera ardem sob o nome de todas as virtudes.

Muitos países e muitos povos viu Zaratustra. Não encontrou poder maior na terra que a obra dos ardentes: ‘bem’ e ‘mal’ é o seu nome.

Na verdade, o poder desses louvores e dessas censuras é semelhante a um monstro. Dizei-me, meus irmãos: quem o derrubará? Dizei: quem lançará uma cadeia sobre as mil cervizes dessa besta?

Até o presente houve mil fins diferentes, porque houve mil povos. Não falta mais que a cadeia das mil cervizes: falta *um* fim único. A humanidade não tem ainda um fim.

Mas dizei, meus irmãos: se falta um fim à humanidade, não é porque não há ainda humanidade?”

Assim falava Zaratustra.