

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**COMPORTAMENTO DINÂMICO NÃO LINEAR E CONTROLE DE
UM SISTEMA BIELA-MANIVELA NÃO IDEAL**

Autor: Alexandre de Castro Alves

Orientador: Professor Titular José Manoel Balthazar

Bauru, 2017

SP, Brasil

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**COMPORTAMENTO DINÂMICO NÃO LINEAR E CONTROLE DE
UM SISTEMA BIELA-MANIVELA NÃO IDEAL**

Autor: Alexandre de Castro Alves

Orientador: Professor Titular José Manoel Balthazar

Curso: Engenharia Mecânica

Área de concentração: Projetos Mecânicos

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia de Bauru – UNESP, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Bauru, 2017

SP, Brasil

Alves, Alexandre de Castro.

Comportamento dinâmico não linear e controle de um sistema biela-manivela não ideal / Alexandre de Castro Alves, 2017

181 f. : il.

Orientador: José Manoel Balthazar

Tese (Doutorado)-Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2017

1. Dinâmica não linear. 2. Sistema não ideal. 3. Biela-manivela. 4. Controle SDRE. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Bauru. II. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA TESE DE DOUTORADO DE ALEXANDRE DE CASTRO ALVES, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 28 dias do mês de setembro do ano de 2017, às 14:00 horas, no(a) Anfiteatro da Diretoria Técnica de Informática, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. JOSE MANOEL BALTHAZAR - Orientador(a) do(a) Departamento de Engenharia Mecânica - docente voluntário / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, Prof. Dr. ANGELO MARCELO TUSSET do(a) Departamento de Eletrônica / Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Prof. Dr. AIRTON NABARRETE do(a) Departamento de Engenharia Aeroespacial e Aeronáutica / Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Prof. Dr. CLIVALDO DE OLIVEIRA do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Universidade Federal da Grande Dourados - MS, Prof. Dr. ATILA MADUREIRA BUENO do(a) Engenharia de Controle e Automação / Instituto de Ciência e Tecnologia/UNESP/Sorocaba, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da TESE DE DOUTORADO de ALEXANDRE DE CASTRO ALVES, intitulada **COMPORTEAMENTO DINÂMICO NÃO LINEAR E CONTROLE DE UM SISTEMA BIELA-MANIVELA NÃO-IDEAL**. Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: 5 - bom. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

Prof. Dr. JOSE MANOEL BALTHAZAR

Prof. Dr. ANGELO MARCELO TUSSET

Prof. Dr. AIRTON NABARRETE

Prof. Dr. CLIVALDO DE OLIVEIRA

Prof. Dr. ATILA MADUREIRA BUENO

Dedicado a

Meus avós paternos António e Maria Luiza

Meus avós maternos Miguel e Maria Gertrudes

Meus pais Roberto e Ciumara

Meus irmãos Renata e Gustavo

Minha esposa Juliana

Minhas filhas Manuela e Gabriela

Toda a minha família

Meus amigos inesquecíveis da pós-graduação

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus pela oportunidade de alcançar essa conquista, sempre mostrando os caminhos mais adequados que conduziram os pensamentos, reflexões e estudos, na busca por soluções adequadas a esse desafio.

Gostaria de agradecer ao incrível orientador, professor José Manoel Balthazar e ao grande apoiador dessa tese e pesquisa, professor Ângelo Marcelo Tusset. Agradecer aos professores por terem a paciência necessária com essa tese e seu autor, que só os grandes mestres da educação conseguem desenvolver e aplicar junto ao aluno.

Como principal apoiadora gostaria de agradecer imensamente a minha querida e amada esposa Juliana pela compreensão, apoio, carinho e paciência para que pudesse dedicar o tempo necessário a essa tese. As minhas filhas Manu e Gabi que também participaram indiretamente dos estudos, interrompendo e até digitando algumas palavras no computador.

Para finalizar aos meus pais Roberto e Ciumara pelo incentivo aos estudos e a evolução como ser humano, através dos valores familiares e religiosos, incluindo a educação familiar e a ética que faz parte do núcleo familiar da nossa família.

RESUMO

Alves, A. C. **COMPORTAMENTO DINÂMICO NÃO LINEAR E CONTROLE DE UM SISTEMA BIELA-MANIVELA NÃO IDEAL**. Faculdade de Engenharia, UNESP – Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2017, 181 p., Tese de Doutorado.

A aproximação ideal e linear de modelos matemáticos apesar de ser a mais utilizada pela simplicidade não se torna a única forma de representação dos problemas e soluções na engenharia quando se aplicam técnicas computacionais e cálculos numéricos. Nesse sentido, para o controle das respostas dos sistemas dinâmicos a análise das fontes não ideais como solução viável de engenharia tem sido pesquisada em várias áreas. Nessa tese estuda-se a modelagem da equação do movimento de um veículo de pequeno porte para o transporte urbano em pequenos percursos, por meio de motores híbridos biomecânico e a ar comprimido com comportamentos não lineares e não ideais, se excitando e recebendo excitação do movimento e da interação entre as fontes motoras. Esse tipo de dinâmica veicular híbrida tem sido investigada por possibilitar melhorias no rendimento energético de veículos, tornando-se essa uma técnica que minimiza o consumo de combustíveis fósseis. Dessa forma a energia elétrica se mostra uma das principais fontes motora híbrida, combinando-se a fonte elétrica a veículos de grande e médio porte com os motores de combustão, incluindo-se os veículos de pequeno porte tal como a bicicleta combinado à fonte biomecânica. Nesse contexto de utilização de energia limpa e renovável a aplicação de motores a ar comprimido possibilita características adequadas ao uso em pequenos veículos automotores, tais como, bicicleta e motocicletas. Nesse trabalho se pesquisa a aplicação de modelo não linear com motores biomecânico e a ar comprimido como fontes não ideais para o controle pelo método SDRE (*State Dependent Riccati Equation*) aplicado ao movimento de uma bicicleta híbrida. O controle SDRE subótimo realimentado proposto para o veículo bicicleta de pequeno porte híbrida tem como objetivo o controle ativo da velocidade a 20 km/h pelas fontes de energia não ideais, biomecânica e a ar comprimido. Esse controle ativo SDRE a 20 km/h do veículo bicicleta com motores híbridos não ideais, biomecânico e a ar comprimido, através das simulações numéricas do modelo proporcionou erro máximo de 1,2 %, tanto para o plano como em subidas até 10°. Sendo que o veículo bicicleta de pequeno porte no plano usando motor a ar comprimido de 165 W e motor biomecânico de 100 W com frequência máxima do ciclista a 55 rpm atinge a velocidade de 20 km/h com o controle e sem o controle híbrido com o motor biomecânico chega-se a 17,7 km/h. Esse controle SDRE ativo proposto se mostrou viável para o controle da velocidade, desde que os ganhos variem em função da inclinação do piso e de rampa de entrada do motor a ar comprimido a 80% da velocidade desejada, para não saturar o sinal físico. Esse sistema veicular híbrido bicicleta com fontes não ideais por motores biomecânico e ar comprimido, controlados ativamente pela velocidade proporcionou interações entre as fontes não ideais adequadas ao controle ativo pelo motor a ar comprimido. Portanto, o controle SDRE para a bicicleta em planos e subidas se mostra adequada para pequenos deslocamentos, usando-se energias limpas e renováveis no transporte urbano sustentável e não poluente.

Palavras-chave: *Dinâmica não linear, Sistema não ideal, Biela-manivela, Controle SDRE*

ABSTRACT

Alves, A. C. **NONLINEAR DYNAMIC BEHAVIOR AND CONTROL NON-IDEAL OF CRANK-CONNECTING-ROD SYSTEM.** Bauru, Faculty of Engineering, São Paulo State University, 2017, 181 p., Ph.D. Dissertation.

The ideal and linear approximation of mathematical models despite being the most used for simplicity does not become the only way to represent problems and solutions in engineering when applying computational techniques and numerical calculations. In this sense, for the control of the responses of the dynamic systems, the analysis of non-ideal sources as a viable engineering solution has been researched in several areas. In this thesis we study the modeling of the equation of the movement of a small vehicle for the urban transport in small routes, by means of biomechanical hybrid motors and to compressed air with non-ideal and non-linear behaviors, getting excited and receiving excitation of the movement and the interaction between motor sources. This type of hybrid vehicular dynamics has been investigated by enabling improvements in the energy efficiency of vehicles, making this a technique that minimizes the consumption of fossil fuels. In this way electric power is one of the main sources of hybrid power, combining the electric source to large and medium-sized vehicles with combustion engines, including small vehicles such as the bicycle combined with the biomechanical source. In this context of use of clean and renewable energy the application of compressed air motors allows characteristics suitable for use in small motor vehicles, such as bicycles and motorcycles. In this work, the application of nonlinear model with biomechanical motors and compressed air as sources not ideal for the control by the State Dependent Riccati Equation (SDRE) method applied to the movement of a hybrid bicycle is investigated. The proposed sub-optimized SDRE control for the hybrid small-bike vehicle aims to actively control the speed at 20 km / h by non-ideal energy sources, biomechanics and compressed air. This active control SDRE at 20 km / h of the bicycle vehicle with non-ideal hybrids, biomechanical and compressed air, through the numerical simulations of the model provided a maximum error of 1.2% for both the plane and ascent up to 10°. Being that the vehicle small bicycle in the plane using 165 W compressed air motor and 100 W biomechanical motor with maximum frequency of the rider at 55 rpm reaches the speed of 20 km / h with the control and without the hybrid control with the biomechanical engine reaches 17.7 km / h. This proposed active SDRE control proved to be feasible for speed control, provided that the gains vary as a function of the slope of the floor and of the motor input ramp to compressed air at 80% of the desired speed, so as not to saturate the physical signal. This bicycle hybrid vehicle system with non-ideal sources for biomechanical and compressed air motors actively controlled by speed provided interactions between non-ideal sources suitable for active control by the compressed air motor. Therefore, the SDRE control for the bicycle in planes and climbs is suitable for small displacements, using clean and renewable energy in sustainable and non-polluting urban transport.

Keywords: *Nonlinear dynamics, Non-ideal system, Crank-connecting-rod, SDRE control*

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Relações entre as velocidades e as relações de transmissão por engrenagens.....	56
Tabela 2 – Eficiência mecânica para diferentes relações de transmissão por correntes.....	56
Tabela 3 – Relações de transmissão com a coroa e os pinhões	95
Tabela 4 – Parâmetros da simulação numérica.....	97
Tabela 5 – Motores não ideais com controle ativo SDRE e passivo biomecânico para 0° de subida.....	104
Tabela 6 – Motores não ideais com controle ativo SDRE e passivo biomecânico para 2° de subida.....	108
Tabela 7 – Motores não ideais com controle ativo SDRE e passivo biomecânico para 4° de subida.....	112
Tabela 8 – Motores não ideais com controle ativo SDRE e passivo biomecânico para 6° de subida.....	116
Tabela 9 – Motores não ideais com controle ativo SDRE e passivo biomecânico para 8° de subida.....	120
Tabela 10 – Motores não ideais com controle ativo SDRE e passivo biomecânico para 10° de subida..	124
Tabela 11 – Motores híbridos não ideais com controle ativo SDRE no plano e em subidas.....	125
Tabela 12 – Controles passivos biomecânico no plano e em subidas comparado aos ativos SDRE.....	126
Tabela 13 – Motores híbridos não ideais com controles ativo SDRE e passivo biomecânico.....	127

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diferenças entre o torque motor de uma fonte não ideal e o torque da carga movida.....	9
Figura 2 – Adequação do torque motor de uma fonte não ideal e o torque da carga movida.....	10
Figura 3 – Utilização da energia eólica da fonte não ideal de excitação pelo vento.....	11
Figura 4 – Fonte não ideal de excitação por coluna de água do mar aplicado em turbina.....	11
Figura 5 – Fonte não ideal de excitação por coluna de água do mar aplicado em cilindro pneumático.....	12
Figura 6 – Fonte não ideal de excitação rotativa por motor com pêndulo e oscilador.....	13
Figura 7 – Uniões de volantes com estruturas excitadas por fonte eletromecânica não ideal translativa..	14
Figura 8 – Fontes motoras híbridas elétrica e volante para trem com recuperação de energia.....	17
Figura 9 – Sistema híbrido veicular regenerativo de dupla energia e tripla energia motora.....	17
Figura 10 – Controle da potência híbrida regenerativa e motora em veículo com múltiplas energias.....	18
Figura 11 – Sistema híbrido veicular regenerativo por uma energia hidropneumática e dupla motora....	19
Figura 12 – Sistema híbrido veicular regenerativo por energia pneumática e dupla energia motora.....	19
Figura 13 – Pequeno veículo automotor híbrido a combustão e pneumática sem regeneração.....	20
Figura 14 – Grande veículo automotor híbrido a combustão e elétrico com controle avançado.....	21
Figura 15 – Grande veículo híbrido a combustão e regenerativo duplo elétrico com controle.....	22
Figura 16 – Estratégia de gerenciamento da mínima energia em função da velocidade.....	22
Figura 17 – Protótipo de bicicleta híbrida com fontes híbridas biomecânica e elétrica.....	23
Figura 18 – Acelerações modeladas e experimentadas em modelo não linear com fontes ideais.....	24
Figura 19 – Geometria do sistema biela-manivela em motores a combustão monocilíndrico.....	25
Figura 20 – Curso do cilindro do mecanismo biela-manivela.....	26
Figura 21 – Motor biela-manivela a combustão com multicilindros em V tipo Gnome.....	27
Figura 22 – Motor biela-manivela a combustão com bicilindros em V.....	27
Figura 23 – Motor boxer a combustão com cilindros opostos a 180°.....	28
Figura 24 – Ciclo geométrico do motor a 4 tempos e sua curva de pressão no cilindro.....	29
Figura 25 – Ciclo geométrico do motor 2 tempos com válvulas fixas no cabeçote.....	30
Figura 26 – Motor 4t com válvulas passivas adaptadas para ciclo de 360° a ar comprimido.....	31

Figura 27 – Comando de válvulas passivas 4t adaptadas para ciclo de 360° e 2t a ar comprimido.....	32
Figura 28 – Motor a ar comprimido 4 ou 2 tempos com válvulas eletromecânicas ativas.....	33
Figura 29 – Sistema biela-manivela em motores a ar comprimido utilizando cilindro pneumático.....	33
Figura 30 – Sistema biela-manivela com cilindro de haste deslizante.....	34
Figura 31 – Motor a ar comprimido com biela variável utilizando cilindro pneumático e manivela.....	35
Figura 32 – Fornecimento de ar e teste de desempenho para um motor rotativo a ar comprimido.....	35
Figura 33 – Motor de 100 cc a ar comprimido 2t com biela-manivela adaptado de combustão 4t.....	36
Figura 34 – Motor de 97,22 cc a ar comprimido 2t com biela-manivela adaptado de combustão 4t.....	37
Figura 35 – Motor de 101,7 cc a ar comprimido 2t com biela-manivela adaptado de combustão 4t.....	38
Figura 36 – Motor de 145,2 cc a ar comprimido 2t com biela-manivela e válvulas rotativas.....	39
Figura 37 – Motor de 100 cc a ar comprimido 2t com biela-manivela e válvulas rotativas.....	39
Figura 38 – Estudo da pressão e válvulas de motor monocilíndrico de 400 cc a ar comprimido.....	40
Figura 39 – Controle ativo do ar por válvulas solenoides em motor a ar comprimido	41
Figura 40 – Motor biomecânico manual aplicado ao veículo cadeira de rodas.....	42
Figura 41 – Barco com motor biomecânico a pedal e suportes de baixo arrasto aerodinâmico.....	42
Figura 42 – Submarino com motor biomecânico a pedal de baixo peso e fácil manobrabilidade.....	43
Figura 43 – Variações de tipos de bicicletas com sistemas aerodinâmicos.....	43
Figura 44 – Tipos e variações de HPV.....	44
Figura 45 – Motor biomecânico aplicado ao veículo bicicleta com ergonomia convencional.....	45
Figura 46 – Variação da FCC para ciclista de resistência em função da inclinação do piso.....	46
Figura 47 – FCC ideal pela frequência cardíaca (○) e consumo de oxigênio (□) para ciclistas.....	47
Figura 48 – Componentes da força biomecânica do pedal durante um ciclo de rotação.....	48
Figura 49 – Forças efetivas que geram torque no pedal em função da potência para mesma FCC.....	50
Figura 50 – Combinação das forças biomecânicas do torque no pedal com duas pernas.....	50
Figura 51 – Torques biomecânicos em função da rotação angular e inclinação do piso.....	51
Figura 52 – Diagrama da força aplicada no pedal a 60 rpm para 235 e 100 W.....	52
Figura 53 – Definições dos Torques durante o pedalar para definição de um comportamento.....	53
Figura 54 – Relações de transmissão de marchas em função da velocidade e inclinação a 60 rpm.....	55

Figura 55 – Relação de transmissão convencional com correntes para bicicleta.....	56
Figura 56 – Relações de transmissão por correntes automatizada pela FCC.....	57
Figura 57 – Geometria e forças do veículo bicicleta com motores biomecânico e a ar comprimido.....	61
Figura 58 – Forças no movimento do veículo bicicleta com motor biomecânico convencional.....	63
Figura 59 – Forças conservativas no veículo bicicleta convencional sem o motor biomecânico.....	65
Figura 60 – Energia conservativas da bicicleta sem as energias motriz dianteira e biomecânica.....	66
Figura 61 – Forças dissipativas do veículo bicicleta aplicados na roda traseira.....	70
Figura 62 – Energias e forças utilizadas no movimento para bicicleta convencional.....	74
Figura 63 – Geometria do biela-manivela como motor a ar comprimido dianteiro	76
Figura 64 – Modelo dinâmico equivalente de massas concentradas da biela.....	82
Figura 65 – Sistema de forças para acoplamento dos motores híbridos no veículo bicicleta.....	87
Figura 66 – Parâmetros físicos para o movimento da bicicleta em função do seu tipo.....	93
Figura 67 – Velocidade do veículo com o ciclista não treinado em função da FCC automatizada.....	94
Figura 68 – Geometria dos motores híbridos biomecânico e a ar comprimido com cilindros opostos....	96
Figura 69 – Controle ativo das fontes não ideais a ar e biomecânica em planos e subidas de 0 a 10°.....	99
Figura 70 – Dados do controle das fontes não ideais a ar comprimido e biomecânica no plano a 0°.....	101
Figura 71 – Controle passivo do câmbio automático pela FCC da bicicleta no plano a 0°.....	102
Figura 72 – Dados do controle passivo pela FCC da bicicleta no plano a 0°.....	103
Figura 73 – Dados do controle das fontes não ideais a ar comprimido e biomecânica no plano a 2°.....	105
Figura 74 – Controle passivo do câmbio automático pela FCC da bicicleta no plano a 2°.....	106
Figura 75 – Dados do controle passivo pela FCC da bicicleta no plano a 2°.....	107
Figura 76 – Dados do controle das fontes não ideais a ar comprimido e biomecânica no plano e a 4°.....	109
Figura 77 – Controle passivo do câmbio automático pela FCC da bicicleta no plano e a 4°.....	110
Figura 78 – Dados do controle passivo pela FCC da bicicleta no plano e a 4°.....	111
Figura 79 – Dados do controle das fontes não ideais a ar comprimido e biomecânica no plano e a 6°.....	113
Figura 80 – Controle passivo do câmbio automático pela FCC da bicicleta no plano e a 6°.....	114
Figura 81 – Dados do controle passivo pela FCC da bicicleta no plano e a 6°.....	115
Figura 82 – Dados do controle das fontes não ideais a ar comprimido e biomecânica no plano e a 8°.....	117

Figura 83 – Controle passivo do câmbio automático pela FCC da bicicleta no plano e a 8°.....	118
Figura 84 – Dados do controle passivo pela FCC da bicicleta no plano e a 8°.....	119
Figura 85 – Dados do controle das fontes não ideais a ar comprimido e biomecânica no plano e a 10°..	121
Figura 86 – Controle passivo do câmbio automático pela FCC da bicicleta no plano e a 10°.....	122
Figura 87 – Dados do controle passivo pela FCC da bicicleta no plano e a 10°.....	123
Figura 88 – Montagem do experimento exploratório do sistema veicular bicicleta híbrida.....	150

LISTA DE NOMENCLATURAS

SÍMBOLO	DESCRIÇÃO
\oplus	Símbolo que representa o Centro de Percussão (<i>CP</i>)
\otimes	Símbolo que representa o Centro de Gravidade (<i>CG</i>)
1	elo fixo do bloco de apoio cilindro e mancal de articulação da manivela
2	elo manivela
3	elo biela
4	elo cilindro
<i>A</i>	conexão do elo pistão 4 com o elo biela 3
A(X)	Matriz de estados
<i>A_{bc}</i>	Área resistente frontal da bicicleta e do ciclista
<i>B</i>	conexão do elo biela 3 com o elo manivela 2
B(X)	Matriz de entradas
C	Matriz de saídas
<i>c_{aa}</i>	coeficiente de arrasto aerodinâmico
<i>CGbl</i>	<i>CG</i> da biela com liberdade de movimento de rotação e translação
<i>CGblcl</i>	Centro de Gravidade e de Percussão para a massa equivalente da biela concentrada no cilindro
<i>CGblml</i>	Centro de Gravidade e de Percussão para a massa equivalente da biela concentrada na manivela
<i>CGcl</i>	<i>CG</i> do cilindro ligado ao elo fixo por geometria cilíndrica e liberdade de movimento de translação
<i>CGemb=CGap</i>	<i>CG</i> coincidente do aro com pneu mais cubo com raios e do eixo manivela ligados ao elo fixo por rolamentos com liberdade de rotação e origem em <i>xy</i>
<i>c_{rv}</i>	coeficiente de rolamento do veículo
CVT	Transmissão Continuamente Variável
D	Matriz de transição direta

d	diâmetro do cilindro do motor de ar comprimido
$\partial \mathbf{r}_{qj} / \partial q_j$	taxa de variação da posição da resultante para cada coordenada generalizada
$\mathbf{e}E$	erros dos Estados na forma matricial
e_m	eficiência mecânica da transmissão por correntes do pedal a roda traseira
F_{aa}	Força de arrasto aerodinâmico
$f_{acrd} = f_{emb}$	frequência em rpm do eixo manivela da biela (frequência da roda dianteira)
F_{mac}	Força do motor a ar comprimido equivalente a todas as forças de amortecimento viscoso (F_{cl} , F_{bl-emb} , F_{bl-cl} e F_{emb})
F_{aa}	Força de arrasto aerodinâmico do veículo
F_{acci}	Força do ar comprimido no cilindro na roda dianteira
F_{acrd}	Força do motor a ar comprimido na roda dianteira
F_{bcp}	Força biomecânica do ciclista no pedal
f_{bcp}	frequência biomecânica do ciclista em rpm no pedal
F_{bl-cl}	Força de amortecimento viscoso da articulação de ligação da biela com o cilindro
F_{bl-emb}	Força de amortecimento viscoso da articulação de ligação da biela com eixo manivela da biela
F_{bnrp}	Força biomecânica normal ao raio do pedal
F_{bprt}	Força biomecânica do pedalar na roda traseira
F_{btp}	Força biomecânica tangencial ao raio do pedal
F_{crd}	Força cinética da rotação dianteira
F_{crt}	Força cinética da rotação traseira
F_{ctv}	Força cinética da translação do veículo
FCC	<i>Freely Chosen Cadence</i>

F_{cl}	Força de amortecimento viscoso no cilindro
F_{cor}	Força na corrente de transmissão
F_{emb}	Força do eixo manivela da biela por atrito viscoso com a ligação pela articulação ao elo fixo
FESS	<i>Flywheel Energy Storage System</i>
F_g	força do gás interna ao cilindro
$F_{g\ v}$	Força gravitacional do veículo
F_{gbl}	Força conservativa gravitacional da biela
F_{gr}	Força gravitacional atuante no veículo
\mathbf{F}_i	força aplicada
\mathbf{f}_i	força restritiva
F_N	Força Normal perpendicular ao piso em função da massa do ciclista mais veículo
$F_{r\ v}$	Força de rolamento do veículo
\mathbf{F}_{Rqj}	resultante das forças não conservativas para cada coordenada generalizada independente
f_{rt}	frequência em rpm da roda traseira
g	aceleração da gravidade
g	distância linear da conexão da biela/cilindro a origem da conexão fixo/cilindro no eixo X
GDL	Grau De Liberdade
HPV	<i>Human Powered Vehicle</i>
HRES	<i>Hybrid Renewable Energy Systems</i>
i	$1,2,\dots,N$ = número de partículas que realizam trabalhos virtuais
j	graus de liberdade do sistema dinâmico com forças conservativas e não conservativas
k	graus de liberdade do sistema com forças conservativas
l	comprimento total da biela

l_{bl}	comprimento (<i>length</i>) total da biela
l_{CGbl}	comprimento linear do <i>CG</i> da biela em relação a conexão com a manivela
\mathcal{L}	função Lagrangeana
m_{ap}	massa do aro e pneu da roda do veículo
m_{ra}	massa dos raios da roda do veículo
$\mathbf{M}(\mathbf{X})$	matriz de controlabilidade
m_{bl}	massa da biela concentrada no <i>CG</i> da biela
m_{blcl}	massa equivalente da biela concentrada no <i>CG/CP</i> da ligação biela ao cilindro
m_{blml}	massa equivalente da biela concentrada no <i>CG/CP</i> da ligação biela a manivela
m_{cr}	massa equivalente do cubo da roda combinado ao eixo, pinhões/manivela e rolamentos
m_{cl}	massa do cilindro concentrada no <i>CG</i> do cilindro
O_2	conexão do elo fixo 1 com o elo manivela 2
$\mathbf{P}(\mathbf{X})$	matriz solução das equações de Ricatti
P_{acrd}	Potência do motor a ar comprimido na roda dianteira
P_{bcp}	Potência biomecânica do ciclista no pedal
P_g	pressão do gás interna ao cilindro
PMI	Ponto Morto Inferior
PMS	Ponto Morto Superior
Pr_{acci}	Pressão que gera a força ar comprimido como fonte motora que excita o movimento
q	altura linear formada pela geometria angular da conexão biela/manivela no eixo <i>Y</i>
\mathbf{Q}	matriz que determina importância relativa dos estados e seus erros
q_i	coordenada generalizada da equação do movimento

q_j	cada coordenada generalizada independente do sistema dinâmico
q_k	cada coordenada generalizada independente
Q_k	variável ligada as forças generalizadas conservativas e não conservativas
Q_{Rq}	trabalho virtual em relação a coordenada generalizada q
Q_{Rqj}	momento resultante das forças não conservativas para cada coordenada generalizada
$Q_{R\theta rd}$	trabalho virtual em relação a coordenada de rotação da roda dianteira
$Q_{R\theta tr}$	trabalho virtual em relação a coordenada de rotação da roda traseira
\dot{q}	variação ao longo do tempo da coordenada generalizada
\dot{q}_j	variação ao longo do tempo de cada coordenada generalizada independente
\dot{q}_k	variação ao longo do tempo de cada coordenada generalizada independente
r	raio da manivela
R	matriz da importância relativa da energia gasta
r_{bcp}	raio da aplicação da força biomecânica do ciclista no pedal
r_{cr}	raio do cubo das rodas
r_{emb}	raio do eixo manivela da biela
r_{ep}	raio do eixo aos pinhões (rodas dentadas pequenas/marchas)
r_{ec}	raio do eixo à coroa (roda dentada grande)
R_{rv}	Raio das rodas do veículo
R_{tr}	Relação de transmissão
s	distância linear da conexão do elo fixo/manivela a conexão da manivela/biela no eixo X
s_{CGcl}	distância linear do CG do cilindro em relação ao ponto de conexão com a biela
s_{cv}	deslocamento (<i>space</i>) do ciclista mais o veículo
SDRE	<i>State Dependent Riccati Equation</i>

t	variável tempo da função
T_{crrd}	Energia cinética de rotação da roda dianteira
T_{crrt}	Energia cinética de rotação da roda traseira
T_{ctrd}	Energia cinética de translação dos elos e da roda dianteira
T_{ctvb}	Força cinética de translação do veículo bicicleta
T_c	Torque da carga
T_m	Torque do motor
u	distância linear da conexão da manivela/biela a conexão da biela/cilindro no eixo X
U	signal de controle
U_{ff}	controle <i>feedforward</i>
U_{SDRE}	controle <i>feedback</i>
v_{cor}	velocidade linear da corrente
v_{cv}	velocidade do ciclista mais o veículo
V_{pgbl}	Energia potencial gravitacional da biela
V_{pgcl}	Energia potencial gravitacional do cilindro
V_{pgml}	Energia potencial gravitacional da manivela
V_{pgvb}	Energia potencial gravitacional do veículo bicicleta
V_{pgap}	Energia potencial gravitacional do cilindro
v_{vt}	velocidade do vento
x	posição linear da conexão da biela com o cilindro em relação a origem XY
\mathbf{X}	vetor de estados
$\dot{\mathbf{X}}$	vetor das velocidades
x_{CGcl}	posição linear do CG do cilindro em relação a origem xy

xy	Sistema plano de coordenadas cartesianas
XY	sistema plano de coordenadas cartesianas
\mathbf{Y}	vetor de respostas
α	aceleração angular do elo 2 manivela relacionada a origem em XY
α	ângulo do pedal em relação ao raio
α_{180}	ângulo do pedal em relação a posição 180° da rotação do pedal
α_{90}	ângulo do pedal em relação a posição 90° da rotação do pedal
β	posição angular do eixo biela em relação à manivela com origem angular a partir do ponto de articulação dos dois elos em relação ao eixo horizontal x
$\dot{\beta}$	velocidade angular do eixo biela em relação à manivela com origem angular a partir do ponto de articulação dos dois elos em relação ao eixo horizontal x
$\delta_{ac}(x_1)$	termo do motor a ar comprimido com os parâmetros geométricos, massas (m_{ap} , m_{ra} , m_{cr} , m_{bl} , m_{cl}) e variável por x_1
$\delta_{bc}(x_1)$	termo do motor biomecânico convencional dos parâmetros geométricos e das massas
$\delta_{bh}(x_1)$	termo do motor biomecânico híbrido a ar com parâmetros geométricos e massas
δq_k	deslocamentos virtuais das partículas em relação as coordenadas generalizadas
δr_j	deslocamentos virtuais das partículas
$\mathcal{E}_{ac}(x_1)$	termo do motor a ar comprimido com os parâmetros geométricos, massas (m_{bl} , m_{cl}) e variável por x_1
$\mathcal{E}_{bc}(x_1)$	termo do motor biomecânico pelo ciclista com parâmetros parciais de F_{aa}
$\zeta_{ac}(x_1)$	termo do motor a ar comprimido relativo aos parâmetros geométricos, a força motrora F_{acci} e variável por x_1
$\zeta_{bc}(x_1)$	termo do motor biomecânico dos parâmetros variável em x_i
θ	posição angular do elo 2 manivela relacionada a origem em XY
θ_{bcp}	ângulo de referência da rotação biomecânica do ciclista no pedal

θ_{bcpd}	ângulo de defasagem da referência da rotação biomecânica do ciclista no pedal
θ_{rd}	posição de rotação da roda dianteira
$\theta_{rt} = x_1$	posição de rotação da roda traseira
$\theta_{rt}^* = x_1^*$	posição angular da roda traseira desejada
$\dot{\theta}_{rt} = \dot{x}_1 = x_2$	velocidade angular da roda traseira
$\dot{\theta}_{rt}^* = \dot{x}_1^* = x_2^*$	velocidade angular da roda traseira desejada
$\lambda_{ac}(x_1)$	termo de simplificação das relações geométricas
$\zeta_{ac}(x_1)$	termo do motor a ar comprimido relativo aos parâmetros geométricos, a força gravitacional da biela e variável por x_1
$\zeta_{bc}(x_1)$	termo do motor biomecânico com parâmetros de F_g, F_{rv}, F_{aa} e variável em x_1
ρ	densidade do ar
$\zeta_{ac}(x_1)$	termo do motor a ar comprimido com o parâmetros geométricos, coeficiente de atrito (c_{mac}) e variável por x_1
$\zeta_{bc}(x_1)$	termo do motor biomecânico com parâmetros parciais de F_{aa} em função do vento
τ_{acrd}	Torque do motor a ar comprimido na roda dianteira
τ_{bcp}	Torque biomecânico ciclista no pedal
τ_{bpri}	Torque biomecânico do pedalar na roda traseira
τ_{max}	Torque máximo no pedal ao longo da rotação do pedal
ϕ	posição angular do elo 3 biela em relação a origem horizontal pela conexão A ao pistão
φ_{vt}	ângulo da velocidade do vento em relação a velocidade do ciclista e do veículo
ψ_{ph}	ângulo do piso com a horizontal
ω	velocidade angular do elo 2 manivela relacionada a origem em XY

SUMÁRIO

RESUMO	vi
ABSTRACT	vii
LISTA DE TABELAS	viii
LISTA DE FIGURAS	ix
LISTA DE NOMENCLATURAS	xiii
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 OBJETIVOS.....	5
1.2 JUSTIFICATIVAS.....	5
1.3 CONTRIBUIÇÕES.....	7
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	8
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	9
2.1 FONTES NÃO IDEAIS DE EXCITAÇÃO MOTORA.....	9
2.2 VEÍCULOS AUTOMOTORES.....	15
2.2.1 Veículos híbridos	16
2.3 MOTORES COM SISTEMA BIELA-MANIVELA.....	25
2.3.1 Motor biela-manivela a combustão.....	29
2.3.2 Motor biela-manivela a ar comprimido	31
2.4 MOTORES BIOMECÂNICOS.....	41
3 MODELAGEM MATEMÁTICA DE UM SISTEMA VEICULAR HÍBRIDO.....	59
3.1 EQUAÇÃO DO MOVIMENTO DO VEÍCULO.....	63
3.1.1 Modelo das forças conservativas no sistema veicular.....	64
3.1.2 Modelo das forças não conservativas com motor biomecânico.....	69
3.1.3 Modelo do movimento do veículo com motor biomecânico.....	73

3.1.4 Modelo do motor a ar comprimido com sistema biela-manivela.....	76
3.1.5 Modelo do movimento do veículo com os motores não ideais acoplados.....	87
3.2 SISTEMA DE CONTROLE DOS MOTORES HÍBRIDOS DO VEÍCULO.....	88
4 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS E DISCUSSÕES DO CONTROLE VEICULAR.....	93
4.1 DISCUSSÃO DO CONTROLE PARA O SISTEMA VEICULAR HÍBRIDO.....	98
4.1.1 Controle do sistema veicular híbrido para velocidade de 20 km/h no plano a 0°.....	100
4.1.2 Controle do sistema veicular híbrido para velocidade de 20 km/h em subida de 2°.....	104
4.1.3 Controle do sistema veicular híbrido para velocidade de 20 km/h em subida de 4°.....	108
4.1.4 Controle do sistema veicular híbrido para velocidade de 20 km/h em subida de 6°.....	112
4.1.5 Controle do sistema veicular híbrido para velocidade de 20 km/h em subida de 8°.....	116
4.1.6 Controle do sistema veicular híbrido para velocidade de 20 km/h em subida de 10°.....	120
4.2 DISCUSSÃO DO CONTROLE ATIVO E PASSIVO DO VEÍCULO.....	124
5 CONCLUSÕES.....	129
6 TRABALHOS FUTUROS.....	132
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	133
APÊNDICE A – Sumula Curricular	147
APÊNDICE B – Protótipo exploratório do veículo com controle passivo do ar.....	149
ANEXO A – Controle ótimo SDRE realimentado para sistemas não lineares.....	150

1 INTRODUÇÃO

No projeto de sistemas mecânicos as energias motrizes utilizadas como fonte motora se transformam em forças e momentos que geram a excitação de forçamento para os movimentos. Essas fontes motoras na sua maioria provocam vibrações em função das suas naturezas e das características mecânicas de cada projeto. Cada energia motora em função do seu tipo pode ser definida como fonte de energia ideal ou não ideal, sendo que a fonte de energia não ideal interage com o sistema dinâmico e recebe uma ação de forçamento recíproca do mesmo (KONONENKO, 1969). Dessa forma, em um sistema não ideal a excitação recebe influência da resposta do sistema excitado. No entanto, quando não se recebe influência do sistema sobre a fonte de excitação que gera o movimento do sistema se tem uma excitação ideal ou fonte ideal de energia (BALTHAZAR et al., 2003).

Essas influências e vibrações em sistemas de transmissão de movimento rotativos podem ocorrer quando as fontes motoras que transmitem movimentos por eixos produzem uma curva de torque motriz diferente da curva de torque da carga absorvida pelo equipamento (COLLINS et al., 2010). Essa diferença entre o torque motriz e o torque absorvido pelo equipamento podem gerar acelerações (excitações) e desacelerações (frenagens) indesejáveis ao projeto das máquinas. Sendo que essa interação indesejada pode ocasionar interferência no comportamento da fonte acionadora em resposta ao sistema acionado, tornando-se uma fonte não ideal.

Para se minimizar esse tipo de desequilíbrio gerado pelas excitações nos projetos mecânicos muitas vezes se utiliza de volantes como soluções mecânicas de baixo custo, mas que agrega significativa massa aos equipamentos. Seja como aplicação convencional para acúmulo e reutilização da energia armazenada como ideal (KHODADOOST ARANIA et al., 2017; HENRIQUES et al., 2016), ou a minimização de vibrações (KRAS; GARDONIO, 2017; SMITH, 2002), incluindo-se o controle as respostas do sistema as energias que geram as excitações. No entanto, nem sempre se torna possível aplicar volantes em equipamentos pois como características específicas se necessita de maior espaço geométrico, bem como se necessita incluir uma maior massa no conjunto, o que muitas vezes pode ser inadequado.

Nesse sentido, os modelos de máquinas com fontes ideais como solução não se tornam a única representação dos problemas, apesar de ser a forma mais utilizada pela simplicidade, podendo-se aplicar técnicas computacionais e cálculos numéricos para modelos não ideais. Dessa forma, o controle das respostas dos sistemas dinâmicos para se utilizar fontes não ideais

como solução tem sido pesquisado na engenharia em várias áreas, tais como, mecanismo de corte para usinagem (ZUKOVIC et al., 2012), vibração em placa fina (NANHA DJANAN et al., 2013), oscilação de estrutura viscoelástica (CVETICANIN; ZUKOVIC, 2015; PICCIRILLO et al., 2015) e oscilador pêndulo-massa-mola (DE SOUZA et al., 2017; CVETICANIN et al., 2017). No entanto, para a solução desses modelos matemáticos necessita-se incluir mais uma equação no problema, para se descrever a interação entre as energias das fontes e a influência no sistema dinâmico das respostas de cada uma (KONONENKO, 1969).

Este tipo de comportamento não ideal pode ocorrer na utilização veicular de motores híbridos com excitações não ideais quando se aplica torque de cada motor individual nas rodas dianteiras ou traseira, de forma independente, como tração híbrida e integral nas quatro rodas. Dessa forma, para esse tipo de aplicação de motores híbridos se têm fontes de excitação motriz não ideal, sendo que cada um dos motores excita e recebe influência do movimento do veículo e da outra fonte motora, através da interação das rodas dianteiras e traseiras com o piso. Logo, essa tipo de aplicação dinâmica veicular híbrida tem sido investigada por possibilitar a melhora do rendimento e consumo energético dos veículos híbridos (FRANKE et al., 2016; ZHENG et al., 2015), pois minimiza o consumo dos combustíveis fósseis.

Essa busca pela melhoria do rendimento energético novas pesquisas e novos sistemas veiculares híbridos têm sido investigados, para se obter novas tecnologias aplicáveis aos vários tipos de energias híbridas em função do tipo de projeto de transmissão pelas fontes (RASLAVICIUS et al., 2017; LEE; KIM, 2017; ANTONY et al, 2014; PUDDU; PADERI, 2013; HUI et al., 2010; HUANG; TZENG, 2005; HUANG et al., 2005;). No entanto, como fonte de energia híbrida a maioria dos veículos se utiliza de motor elétrico combinado a motores por combustão (GÖKCE; OZDEMIR, 2014; KIM et al., 2009; LIN et al., 2003), mas fontes elétricas com baterias geram peso e inércia bem maiores se comparado a um motor a ar comprimido (HUANG; TZENG, 2005).

Nesse sentido, alguns tipos de veículos bicicletas com energias híbridas comercializadas que combinam a biomecânica e a elétrica, para o uso em pequenos trajetos, controlando-se as velocidades e ou ampliando-se o percurso para uma mesma energia biomecânica (VOLT, 2017; AMAZON, 2017.; JUICY, 2017; TERN, 2017). Verifica-se que essa aplicação híbrida para o veículos bicicletas de pequeno porte possui apelo ambiental por se utilizar de energias limpas, mas a maioria das pesquisas com esse veículo bicicleta se utiliza de fonte híbrida elétrica (CORNO et al., 2017; GUANETTI et al., 2017; CORNO et al., 2016 CORNO et al., 2015a; CORNO et al., 2015b; GUANETTI et al., 2015; ABAGNALE et al., 2015; GUANETTI et al.,

2014; SPAGNOL et al., 2013; SPAGNOL et al., 2012; ALLI et al., 2010), similar aos veículos de médio e grande porte.

No entanto, para a fonte híbrida por energia elétrica em conjunto com a biomecânica pesquisas recentes ainda se utilizam de controles clássicos por modelos linearizados para o controle desses tipos de energias limpas e renováveis (SPAGNOL et al., 2013; SPAGNOL et al., 2012; ALLI et al., 2010). Pesquisas mais recentes se utilizam de modelos não lineares para o controle da velocidade e das energias híbridas biomecânica e a ar comprimido (CORNO et al., 2017; GUANETTI et al., 2017; CORNO et al., 2016 CORNO et al., 2015a; CORNO et al., 2015b; GUANETTI et al., 2015; ABAGNALE et al., 2015; GUANETTI et al., 2014), gerando-se melhores desempenhos, mas sem aprofundamento na dinâmica não ideal das fontes e suas interações.

Entretanto, novas tecnologias que se utilizam de energia limpa e renovável como fonte motriz de motores a ar comprimido têm sido investigadas para veículos de pequeno porte em virtude das características adequadas a esse tipo de veículo, tais como, bicicleta e motocicletas (HUNG et al., 2016; DUDHAT et al., 2013; SHEN; HWANG; 2012; FAZELI et al., 2011; SHEN; HWANG; 2009). Dessa forma, vários autores têm pesquisado a transformação de motores a combustão com o tradicional sistema biela-manivela em motores a ar comprimido (LIU et al., 2015; WANG et al., 2014; BROWN et al., 2014; HUANG et al., 2013).

Esse tipo de motor com energia pneumática a ar comprimido possibilita a utilização de uma fonte de energia abundante, renovável e limpa, ou seja, não poluente, sendo de fácil armazenamento e utilização (HUANG; TZENG, 2005). Dessa forma, pesquisas sobre a utilização de veículos com o uso exclusivo da energia pneumática como fonte motriz (HUANG, TZENG, 2005; HUNG et al., 2016; SHEN, HWANG, 2009; TRAJKOVIC, 2010), bem como a aplicação desse tipo de motor ar comprimido como fonte híbrida tem sido investigada (HUANG et al., 2005, SHEN; HWANG, 2012; FAZELI et al., 2011).

No entanto, para o controle refinado de qual motor híbrido se utilizar e o nível de intensidade da energia o controle necessita-se de modelo não linear com fontes não ideais adequados, para a aplicação de técnicas de controle ativo por meio de soluções numéricas. Sendo que em bicicletas a energia motriz aplicada como motor biomecânico possui características específicas em função da aplicação periódica do ciclista relativo a potência e a frequência do pedalar, as quais interagem de forma não ideal com o outro motor híbrido.

Sendo que, esse tipo de aplicação de energias limpas renováveis a combinação híbrida de motores a ar comprimido e biomecânico em veículos de pequeno porte se apresenta como uma solução, devido à baixa inércia e peso do motor combinado ao armazenamento da energia.

Dessa forma, para a aplicação híbrida da energia pneumática por meio de um motor a ar comprimido no veículo bicicleta de pequeno porte necessita-se estabelecer o gasto energético e o conforto do ciclista, para o controle ativo das interações não ideais com o motor biomecânico.

Nesse sentido, têm sido realizadas pesquisas que verificam o gasto de energia biomecânica com ciclistas de resistência em função da frequência e potência de pedalar (FOSS; HALLÉN, 2004; MARSH et al. 2000; TAKAISHI et al. 1996; MARSH; MARTIN 1993; SANDERSON, 1991). Esses estudos analisam a energia motriz consumida no motor biomecânico em função da frequência e da potência aplicada pelos ciclistas, para a otimização do desempenho dos atletas nas competições de ciclismo. Em pesquisas realizadas com ciclistas de resistência que competem se obteve dados de frequências e potências com variações de 50 a 80 rpm e potências de 150 a 300 W (HANSEN et al., 2002; FREGLY et al., 2000; COAST; WELCH, 1985; SEABURY et al., 1977).

Contudo, pesquisas com dezoito não ciclistas de resistência, ou seja, ciclistas comuns com média de idade de 25 anos, 1,80 m e 85 kg de média forneceram Cadência Escolhida Livrementemente (FCC - *Freely Chosen Cadence*) mais econômica a 50 rpm (WHITTY et al., 2009). Analisando-se outras pesquisas a FCC pode variar de 50 a 65 rpm para ciclistas não treinados, com a aplicação de potências variando de 100 a 200 W (WHITTY et al., 2009; SPICER et al., 2000; MARSH; MARTIN, 1993).

Esse tipo de ciclistas comuns podem desenvolver energia biomecânica de baixo custo e potência útil de 100 a 150 W em uma bicicleta e até 25 km/h em terrenos planos, dependendo do tipo de bicicleta, posição de pilotagem e tipo de estrada (ÍÑIGUEZ et al., 2012). Contudo manter velocidades próximas a 25 km/h em subidas para ciclista comuns requer treino e um consumo maior de potências que os 150 W adequado ao plano e em pequenos percursos.

Portanto, a aplicação de um motor híbrido a ar comprimido em conjunto com um motor biomecânico potencializa se percorrer maiores distâncias com o mesmo consumo de energia biomecânica para o conforto do ciclista, seja no plano ou em subidas. Entretanto, se torna necessária para esse tipo de aplicação híbrida no veículo bicicleta da fonte a ar comprimido em conjunto com a fonte biomecânica de um controle ativo com base na velocidade desejada.

Dessa forma, ressalta-se que existe a influência do motor a ar comprimido sobre o motor biomecânico e vice-versa, pois quando se aumenta ou diminui a velocidade varia-se a potência e a frequência da rotação do outro, necessitando-se do controle ativo. Portanto, para esse estudo desenvolve-se um controle ativo com base em uma velocidade constante a partir do motor a ar comprimido, com o comportamento do motor biomecânico interagindo de forma passiva. Logo, com a aplicação da energia motriz do motor a ar comprimido potencializa-se a minimização do

consumo de energia biomecânica com melhora da constância da velocidade do veículo bicicleta durante o movimento.

1.1 OBJETIVOS

Para o desenvolvimento dessa tese os objetivos propostos foram:

- Modelagem matemática da dinâmica não linear de um veículo automotriz com fonte motriz biomecânica não ideal para o movimento de pequenos veículos automotores.
- Confrontação de dados bibliográficos com as simulações numéricas por controle passivo do modelo matemático com fonte motriz biomecânica para a validação do modelo matemático do veículo bicicleta de pequeno porte.
- Modelagem matemática da dinâmica não linear de um sistema biela-manivela com fonte motriz a ar comprimido não ideal como motor para veículos de pequeno porte.
- Acoplar os modelos matemáticos das fontes biomecânica e a ar comprimido para análise do comportamento dinâmico do movimento com excitações motoras híbridas por meio dos motores não lineares e não ideais.
- Propor um sistema de controle adequado ao movimento de veículos de pequeno porte com fontes biomecânica e a ar comprimido, por meio do controle ativo do sistema biela-manivela não ideal a ar e seu comportamento dinâmico não linear.
- Discutir a viabilidade do sistema de controle para velocidade constante no plano e em subidas para o veículo de pequeno porte, por meio da aplicação de motores híbridos com fontes de energias não poluentes biomecânica e a ar comprimido.

1.2 JUSTIFICATIVAS

Necessita-se de melhorias contínuas para se manter o desenvolvimento do nosso planeta e minimizar o impacto humano no meio ambiente em que a sociedade humana vive. Portanto, a engenharia, bem como o desenvolvimento de novas técnicas e tecnologias possuem papel fundamental na adequação dessa sociedade moderna. Nesse contexto a utilização dos recursos naturais e o aproveitamento adequado das energias, sua forma de utilização e a maximização do seu uso se tornam fundamentais para a vida das futuras gerações. Ou seja, a energia perdida

ou mal aproveitada se torna um dos principais problemas ambientais e de sustentabilidade para o uso de máquinas que geram conforto e a evolução da vida humana moderna.

Contudo, os modelos matemáticos que representam e fundamentam os projetos das máquinas e os mecanismos, bem como os seus comportamentos dinâmicos, na sua maioria foram simplificados para facilitar os cálculos e a aplicação por técnicas viáveis a esse contexto. No entanto, com o avanço das ferramentas computacionais e as soluções numéricas esses modelos matemáticos possuem condições de serem mais complexos e se aproximar da realidade, por meio de modelos não lineares e não ideais. Portanto, as fontes de energia motoras das máquinas muitas vezes se comportam como não ideais, agindo e recebendo interferência das reações geradas pelas excitações de forçamento aplicadas aos sistemas mecânicos.

Dessa forma, muitas vezes as fontes não ideais podem provocar desequilíbrios entre a energia gerada e consumida, com acelerações e desacelerações indesejáveis a aplicação funcional das máquinas. Sendo que, para a minimização desses efeitos no comportamento funcional das máquinas, parte dessa energia motora não se revertem em eficiência mecânica e muitas vezes se tornam desperdícios.

Para a melhoria desse consumo de energia em veículos automotores que na sua maioria se utilizam de fonte de energia não ideal a combustão observa-se que várias pesquisas atuais têm se utilizado de motores híbridos como fontes adequadas ao equilíbrio dinâmico veicular. Contudo, para a utilização de fontes motoras híbridas necessita-se de modelos não lineares e não ideais que representem a dinâmica das máquinas e que sejam adequados a aplicação de técnicas de controle ativo, para a determinação de quais motores utilizar e em qual intensidade.

Nesse sentido, pesquisas com energia elétrica como um dos motores híbridos têm sido largamente realizadas, combinado a motores de combustão aplicados em veículos comerciais, bem como em veículos bicicletas de pequeno porte combinado a fonte biomecânica. Essas pesquisas com fontes híbridas biomecânica e elétrica têm aplicado modelos linearizados e não linearizados, aplicando-se controle clássicos e ótimos, mas faltam pesquisas que se utilizem de modelos mais complexos com fontes não ideais para maior otimização.

Contudo, para veículos de pequeno porte a inércia e o peso dos motores elétricos como fonte de energia motriz podem ter efeitos significativos na diminuição da eficiência do comportamento dinâmico do veículo. Dessa forma, a utilização do ar comprimido como uma fonte de energia renovável e não poluente como a energia elétrica se apresenta como uma solução com potencial de se diminuir o peso e a inércia, quando comparado a energia elétrica.

Portanto, faltam pesquisas sobre a aplicação como fonte híbridas em veículos de pequeno porte de motores tipo biela-manivela consagrados nos motores a combustão e que por

suas características podem ser aplicados como motor a ar comprimido. Esse tipo de motor com fonte de energia a ar comprimido na maioria das pesquisas tem sido avaliado como fonte motriz principal em veículos de pequeno porte, principalmente em scooters e motocicletas. Contudo, se têm poucas pesquisas aplicadas em bicicletas com fonte a ar comprimido e principalmente como fonte híbrida não ideal interagindo com a fonte biomecânica.

Entretanto, essas fontes híbridas renováveis e limpas com energia motriz biomecânica e a ar comprimido possuem não linearidades na geração de seus torques motrizes que devem ser combinados ao movimento do veículo bicicleta em função de seu comportamento não linear. Esse tipo de aplicação por energias híbridas na bicicleta gera um comportamento não ideal e interação entre as mesmas, com comportamento não lineares individuais e em conjunto, justificando-se a modelagem não linear e não ideal do movimento do veículo bicicleta.

Dessa forma, se justificativa desenvolver pesquisas com fontes híbridas renováveis biomecânica e ar comprimido para o veículo bicicleta de pequeno porte, para viabilizar o transporte em pequenos percursos e a eficiência do deslocamento em velocidades desejadas. Portanto, também se justifica desenvolver técnica de controle ativo para o movimento do veículo bicicleta de pequeno porte que gere erro de velocidade e limite de aplicação das energias, adequada ao equilíbrio dinâmico do modelo não linear e não ideal do veículo.

1.3 CONTRIBUIÇÕES

Essa tese analisa a modelagem matemática não linear do movimento no veículo bicicleta para se desenvolver velocidade constante no plano e em subidas, por meio de fontes híbridas não ideais, biomecânica e a ar comprimido, através de controle otimizado para esse modelo.

A forma de modelagem da equação não linear do movimento com as fontes não ideais através do acoplamento das equações do movimento das fontes individuais proporciona que as interações entre as fontes gerem uma única equação dependente dos estados de Ricatti.

Esse tipo de equação dependente dos estados de Ricatti possibilita a aplicação de controle não linear de fontes não ideais por meio de métodos numéricos, com o cálculo dos estados ao longo do tempo, possibilitando-se se aplicar a técnica de controle SDRE subótimo.

Com esse tipo de modelo e técnica viabiliza-se a aplicação da fonte híbrida a ar comprimido com baixo peso de armazenagem em conjunto com a energia biomecânica convencional de uma bicicleta, como um veículo híbrido de pequeno porte e percursos.

Potencializa-se melhor rendimento e maiores percursos ao veículo bicicleta com as fontes híbridas do que ao se utilizar o sistema biomecânico convencional, controlando-se a frequência do pedalar a uma potência constante, o que gera maior conforto ao ciclista.

Dessa forma, contribui-se para a análise de técnicas de controle para pequenos e médios veículos, os quais podem se utilizar do tradicional sistema biela-manivela dos motores a combustão convertidos em fonte não ideal a ar comprimido, para uso híbrido ou convencional.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

A tese a seguir se divide em capítulos, os quais foram organizados da seguinte forma:

No capítulo 1 se apresenta a introdução ao problema desenvolvido nesse doutorado, os objetivos, justificativas, contribuições e a descrição desse trabalho.

No capítulo 2 se apresenta a revisão bibliográfica sobre fontes motoras não ideais, veículos automotores e a aplicação de fontes híbridas com detalhamento dos motores com sistema biela-manivela a combustão e a ar comprimido, finalizando-se com a apresentação de motores biomecânicos.

No capítulo 3 se apresenta a modelagem matemática das equações do movimento do sistema veicular híbrido para as fontes não ideais como motor biomecânico e a ar comprimido, finalizando-se com o a modelagem do sistema de controle para os motores híbridos do veículo bicicleta.

No capítulo 4 se apresenta e discute-se as simulações numéricas do controle do sistema veicular híbrido com controle passivo e ativo pelos motores híbridos biomecânico e a ar comprimido, com simulação do veículo se movimentando no plano e em subidas até 10 graus.

No capítulo 5 se apresenta as conclusões sobre a viabilidade e os resultados obtidos para o controle do sistema veicular híbrido com os motores biomecânico e a ar comprimido como fontes não ideais.

No capítulo 6 se apresenta os trabalhos futuro e da necessidade de se montar um experimento mecânico em bancada com instrumentação eletrônica completa para teste e medição dos desempenhos e validação dos parâmetros usados no controle ativo.

Por fim se apresenta os elementos pós-textuais que compõem a estrutura do trabalho, composto das referências bibliográficas, dos apêndices e do anexo.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo apresenta-se o estado da arte sobre sistemas mecânicos para a conversão de movimento em força e as variáveis que interagem com o projeto mecânico das fontes motoras como excitação não ideal em sistemas não lineares.

2.1 FONTES NÃO IDEAIS DE EXCITAÇÃO MOTORA

Uma das formas em que a fonte se torna não ideal como forma de excitação motora ocorre em sistemas de transmissão de forças e potências em eixos rotativos com diferença entre a energia gerada e a consumida, bem como por vibrações que também interferem na fonte motora. Em sistemas de transmissão de movimento rotativos as excitações não ideais ocorrem quando as fontes motoras geram nos eixos acoplados uma curva de Torque motriz (T_m) diferente da curva de torque da carga (T_c) absorvida pelo equipamento, como segue (COLLINS, 2010).

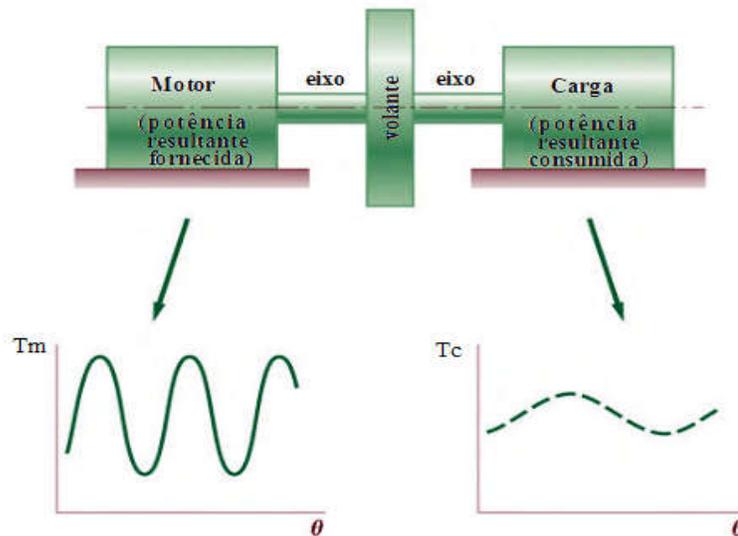


Figura 1 – Diferenças entre o torque motor de uma fonte não ideal e o torque da carga movida

Fonte: adaptado de COLLINS (2010)

Essa diferença entre o torque motriz e o torque absorvido pelo equipamento podem gerar acelerações (excitações) e desacelerações (frenagens) indesejáveis ao projeto, sendo que essa interação ocasiona interferência na fonte acionadora em resposta ao sistema acionado. Esse tipo de influência do sistema excitado como resposta a excitação gera uma interferência recíproca

ao sistema, sendo esse tipo de interação como fonte de energia não ideal (KONONENKO, 1969). Ou seja, muitas vezes as não linearidades dos sistemas mecânicos e das suas fontes geram uma combinação entre as fontes e a resposta do movimento, ocasionando excesso ou falta de forças aplicadas ao movimento e as estruturas. Esse tipo de comportamento pode ser observado entre o movimento e a aplicação da força motriz e a força absorvida pelo equipamento mostrado como exemplo na figura 1 acima. Essa interação e a sua relação pode ser observada na figura 2 a seguir.

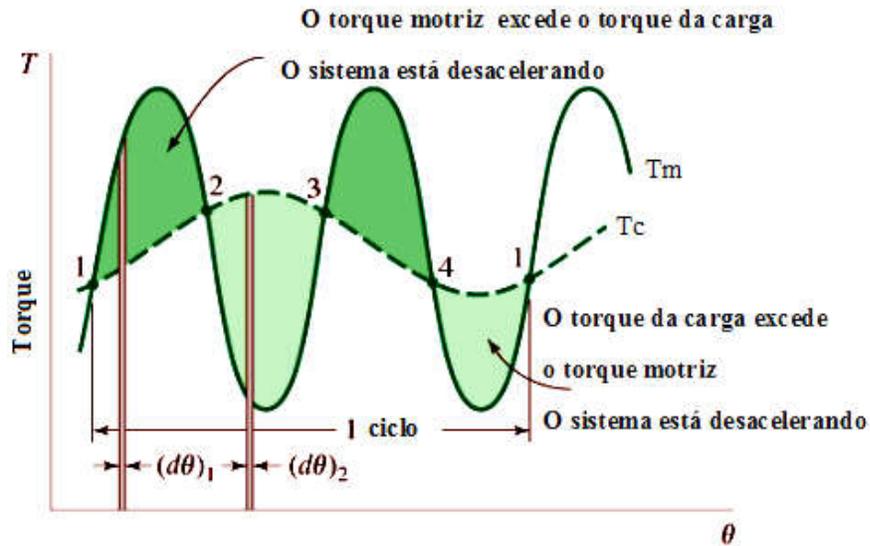


Figura 2 – Adequação do torque motor de uma fonte não ideal e o torque da carga movida

Fonte: adaptado de COLLINS (2010)

Na engenharia, a armazenagem de energia cinética por Sistema de Armazenamento de Energia do Volante (SAEV ou FESS - *Flywheel Energy Storage System*) sempre foi uma boa alternativa para utilização de rolamentos mecânicos e rotores de aço. Os FESS atuais podem desenvolver altas velocidades, possuem menor inércia que os de baixa velocidade e rolamentos magnéticos a vácuo que diminuem o atrito quando comparado aos mecânicos (KHODADOOST ARANIA et al., 2017). No entanto, esse tipo de FESS necessita de maior investimento, mas proporciona menos manutenção. Ou seja, a aplicação de FESS se apresentam como uma boa solução para o armazenamento e o equilíbrio de forças e energias para excitações não ideais em sistemas mecânicos, usando energia cinética limpa que não polui, apesar de aumentar massa.

Em sistemas eólicos de coleta de energia gerada pelo vento para excitações não ideais se aplica técnicas de controle em função dos fatores climáticos sazonais em conjunto com a utilização de FESS (KHODADOOST ARANIA et al., 2017; ZHAO et al., 2015; SUVIRE;

MERCADO, 2010), como pode ser verificado na figura 3 a seguir:

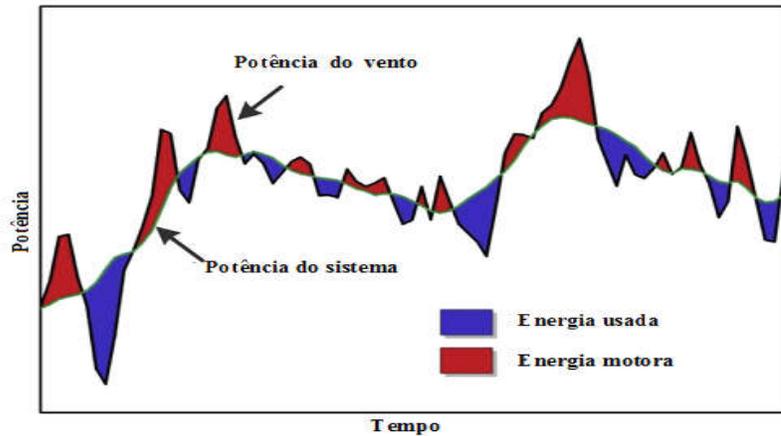


Figura 3 – Utilização da energia eólica de fonte não ideal de excitação pelo vento

Fonte: adaptado de ZHAO et al., 2015

Esse tipo de FESS pode absorver uma grande quantidade de energia, que se torna adequada a geração de energia por pulsos, como no caso de ventos sazonais e motores a combustão por exemplo, estabilizando o sistema de energia consumida e a sua inter-relação. No entanto, atualmente além desses pulmões que servem como reservatório energéticos, sejam eles por volantes ou pneumáticos, a maioria dos sistemas não lineares com excitações não ideais se utilizam da eletrônica e do controle como forma de gerenciamento e adequação as aplicações. Nesse sentido, como mostrado na figura 4 abaixo em um sistema de coleta de energia por variação de coluna de água do mar que usa a tecnologia de armazenagem mecânica por volante (FESS), mas que utiliza um sistema de controle para a geração de energia mecânica em elétrica.

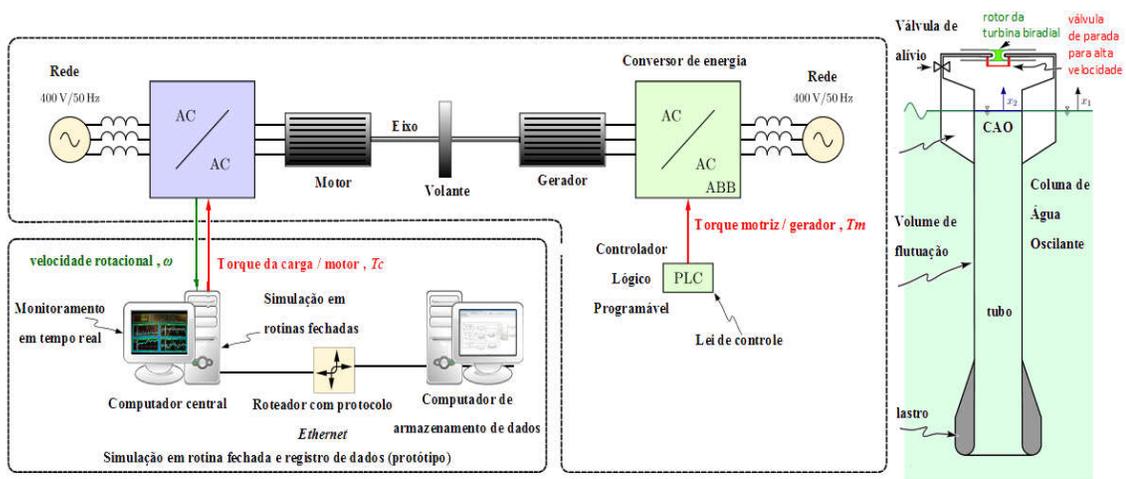


Figura 4 – Fonte não ideal de excitação por coluna de água do mar aplicado em turbina

Fonte: adaptado de HENRIQUES et al., 2016

Na figura 5 a seguir se apresenta a mesma fonte de excitação por variação da coluna de água das marés, mas o tipo de pulmão que armazena a energia não ideal da água do mar para posterior utilização ao invés de FESS usa reservatório de pressão pneumática. No entanto, em ambos os casos a aplicação de controle em função da excitação não ideal e em função da utilização dessa energia se torna fundamental as respostas das energias que geram as excitações e o sistema excitado.

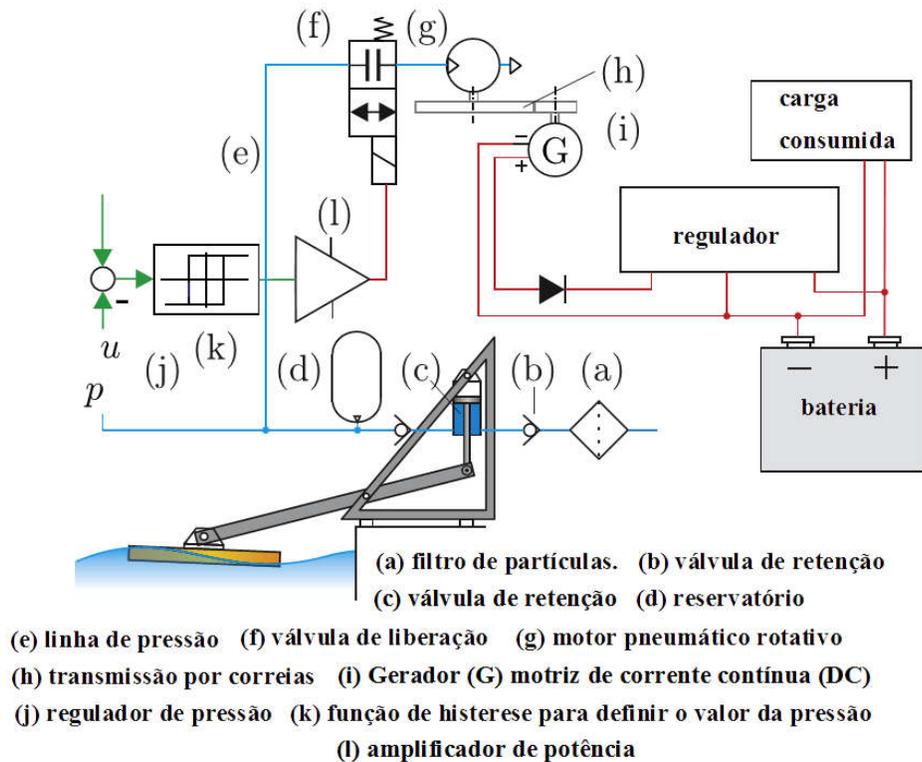


Figura 5 – Fonte não ideal de excitação por coluna de água do mar aplicado em cilindro pneumático

Fonte: LIERMANN et al., 2015

Verifica-se na figura acima que as fontes não ideais das variações dos níveis das marés podem tanto utilizar sistemas de armazenagens mecânicos por volantes como acumuladores pneumáticos, entre outros. Outro tipo de excitação não ideal ocorre quando a resposta da estrutura do sistema mecânico vibra e acaba interferindo da excitação que o está excitando, na maioria das vezes gerando vibrações indesejadas que alteram as fontes motoras.

Esses sistemas vibratórios não ideais possuem uma excitação que se torna influenciada pela resposta do sistema vibratório a forma inicial da excitação, precisando-se adicionar uma equação ao modelo que descreva como a fonte de energia fornece reage ao sistema dinâmico (BALHAZAR, 2003). Dessa forma, os sistemas mecânicos não ideais necessitam da descrição

dessa inter-relação da resposta a excitação e a sua interferência na excitação original, seja pela diferença entre a excitação e o seu consumo, ou pelos efeitos vibratórios interferindo na fonte. Nesse sentido, no exemplo abaixo na figura se tem um sistema motor acoplado a uma estrutura oscilatória não ideal em que o motor afeta o movimento do oscilador e vice-versa, com as vibrações do oscilador influenciando o movimento do motor (CVETICANIN et al., 2017):

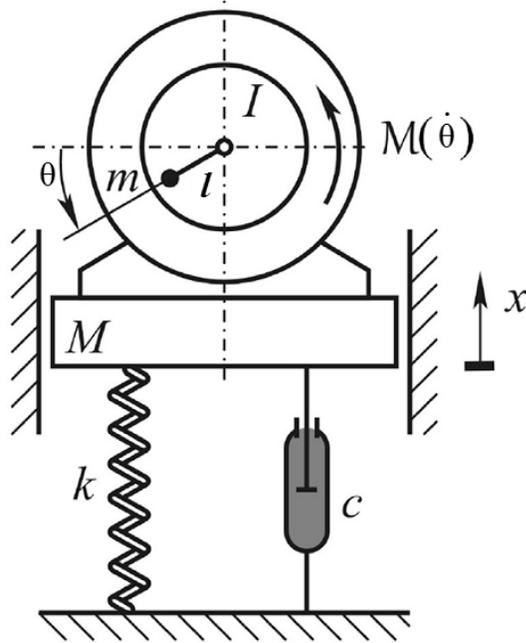


Figura 6 – Fonte não ideal de excitação rotativa por motor com pêndulo e oscilador

Fonte: adaptado de CVETICANIN et al., 2017

No motor com excitação não ideal e o oscilador também não ideal mostrado na figura acima se tem uma relação que pode ser descrita por equações que representam os modelos mecânicos sendo as mesmas fortemente acopladas uma a outra (CVETICANIN et al., 2017). Após descrever as equações e a sua inter-relação se torna possível realizar simulações numéricas para a comparação dos resultados com os obtidos na prática e que servem de apoio ao projeto de máquinas na engenharia.

Nesse sentido, com o intuito de avançar nas pesquisas e análises dos sistemas mecânicos com excitador linear, em função dos tipos de sistemas usuais na engenharia de máquinas na figura 7 a seguir se tem a variação de componentes mecânicos em função das massas e fixações.

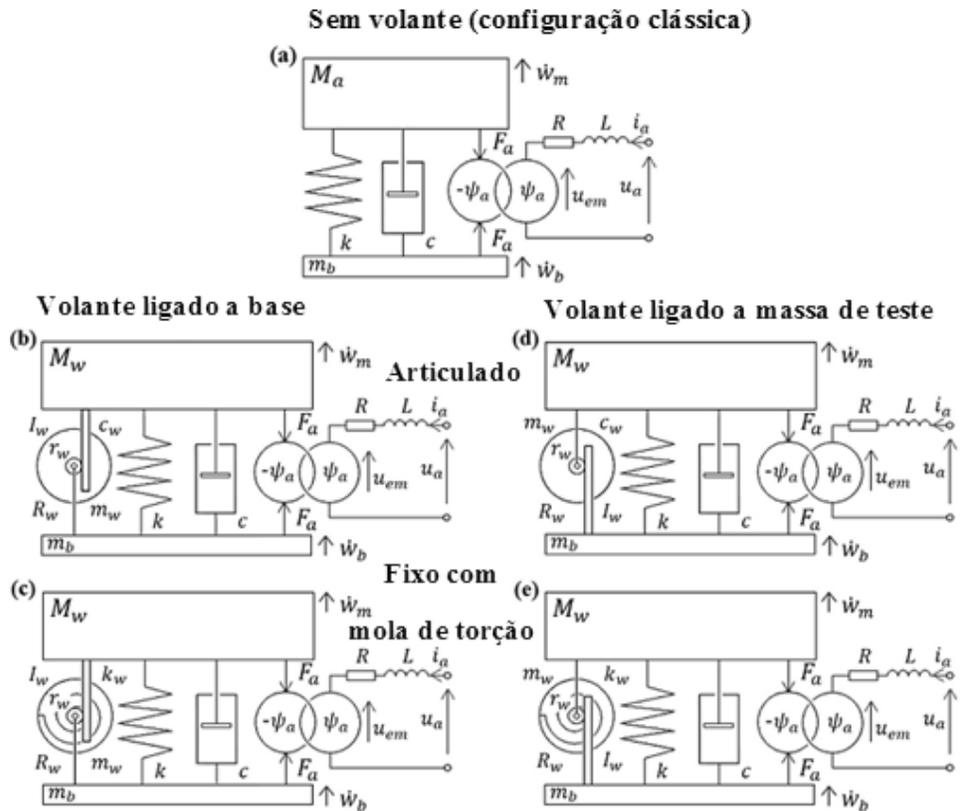


Figura 7 – Uniões de volantes com estruturas excitadas por fonte eletromecânica não ideal translativa

Fonte: adaptado de KRAS et al., 2017

Essa pesquisa utiliza um sistema de controle para análise das variações da velocidade em função da resposta (*feedback*) da velocidade para o controle das vibrações em máquinas e estruturas flexíveis, minimizando a sua interferência na excitação (KRAS et al., 2007). Dessa forma, varia-se um sistema massa mola acrescentando-se um volante articulado ou pinado que se aplica para o aumento da inércia com movimento por pinhão e cremalheira, para análise das respostas a essas variações mecânicas. Sendo que também se adicionou mola de torções nos volantes pinados que são fixos, como pode ser observado nas figuras 7 (c) e (e). Verificam-se que essas aplicações para análises do comportamento não ideal das fontes e estruturas geram modelos menos ideais e mais avançados, tanto quanto complexos para o projeto de máquinas, para avanços e melhorias dos projetos atuais.

Logo, a maioria dos projetos de engenharia se utilizam de componentes mecânicos para a conversão dos movimentos e mudança das posições que interferem nas velocidades, nas forças e acelerações, apresentando muitas vezes comportamentos não lineares e não ideais. Dessa forma, as simplificações da maioria dos modelos de sistemas mecânicos simplificam as deformações e as análises das forças e o seu equilíbrio, o que podem gerar vibrações que

interferem em menor ou maior grau no desempenho e na potência transformada em movimento. Este comportamento não ideal pode ocorrer na utilização veicular de motores híbridos quando se aplica torque nos motores em rodas independentes com tração integral com cada motor excitando e recebendo influência da resposta do movimento e da outra fonte motora.

No caso do sistema veicular híbrido com motor biomecânico dessa tese, o mesmo possui como característica um torque senoidal não linear (MARIOT, 1984) que gera um comportamento não ideal, bem como o comportamento não linear e não ideal do motor biela-manivela. Logo, essas não linearidades também potencializam a fonte como não ideal, onde os picos de torque e a falta de sincronismo entre as fontes motoras não ideais podem ocasionar interferência de uma sobre a outra. Logo, dessa forma proporciona-se um novo estado de equilíbrio do sistema em função da mudança de uma das fontes sobre a outra e a sua consequente variação na aplicação das forças e torques.

Portanto, essas características podem ser minimizadas ou eliminadas se o projeto e o sistema de controle forem adequados, ou seja, em função do dimensionamento e da escolha do tipo de tecnologia aplicada ao projeto como solução para fontes não ideais e as não linearidades. Dessa forma, necessita-se aprofundar na modelagem do veículo híbrido objeto dessa tese através da definição do controle e da forma de aplicação das fontes não ideais híbridas e as suas linearidades, tanto para o motor biela-manivela a ar comprimido quanto o biomecânico. Com esse intuito a modelagem para a aplicação das fontes não ideais foram desenvolvidas ao longo dessa tese para viabilizar o controle por meio das equações nas simulações numéricas, para a análise do movimento do veículo em comparação ao esperado.

2.2 VEÍCULOS AUTOMOTORES

A crescente sensibilização para a proteção ambiental e a possibilidade de esgotamento dos combustíveis fósseis geram reflexões sobre as matrizes energética e as tecnologias envolvidas nesses processos. Portanto, esforços estão sendo feitos por pesquisadores para investigar novas formas de extrair energia a partir de fontes renováveis, seja para a completa substituição das fontes não renováveis ou a sua combinação na utilização para um menor impacto ambiental e um melhor rendimento. Nesse sentido até os governos tem implementados normas e leis para a diminuição de poluentes veicular, sendo que nesse ano de 2017 o Reino Unido e França divulgaram que será proibida a venda de veículos automotores a gasolina e diesel a partir de 2040 (CORREIO BRAZILIENSE, 2017).

Nesse caminho, várias pesquisas sobre matrizes energéticas com Sistemas Híbridos de Energia Renováveis (HRES - *Hybrid Renewable Energy Systems*) tem sido desenvolvido (FATHIMA, PALANISAMY, 2015). Dessa forma, várias pesquisas para o desenvolvimento tecnológico de novas formas de coleta, armazenagem e utilização de energias do ambiente tem sido realizada, tanto para aplicações industriais, residenciais ou para veículos automotores. Portanto, será apresentado nos próximos tópicos dessa tese alguns das principais pesquisas com veículos híbridos e o tipo de energia e tecnologias que estão sendo utilizadas para aumento do rendimento e minimização da poluição ambiental.

2.2.1 Veículos híbridos

Os motores a combustão não possuíam o domínio de hoje nos primeiros anos da indústria automobilística e era comum veículos equipados com caldeiras a vapor e motores elétricos como única fonte motora. Nesse início do desenvolvimento da indústria automobilística em 1896 a fabricante *Roger Mechanical Carriage Company* encomendou ao Engenheiro Harry Dey o protótipo do Armstrong Phaeton, o primeiro carro híbrido com fontes motoras elétrica e a gasolina (ENOSHITA, 2016). Esse protótipo além da inovação com duas fontes motoras possuía embreagem acionada por sistema eletromagnético a cada troca das marchas similar as caixas de troca atuais automatizadas, mas a empresa quebrou antes do lançamento do protótipo.

Atualmente, depois de mais de um século do Armstrong Phaeton, ou seja, a duas décadas em 1997 um dos veículos híbridos de maior sucesso em produção para as ruas foi lançado no Japão, o Toyota Prius híbrido, elétrico e a gasolina, com desempenho de 28 km/litro (NOTÍCIAS AUTOMOTIVAS, 2017). Nessas mesmas duas décadas como desenvolvimento tecnológico da eletrônica e dos sistemas de controle tem proporcionado pesquisas e avanços também na recuperação e armazenamento de energia para os mais diversos veículos automotores. Como exemplo a publicação em 1996 apresenta um sistema híbrido com fonte motoras limpas, elétrica e volante, com controle eletrônico e sistema de coleta de energia para a sua regeneração em trens (JEFFERSON; ACKERMAN, 1996), como mostrado na figura 8 a seguir.

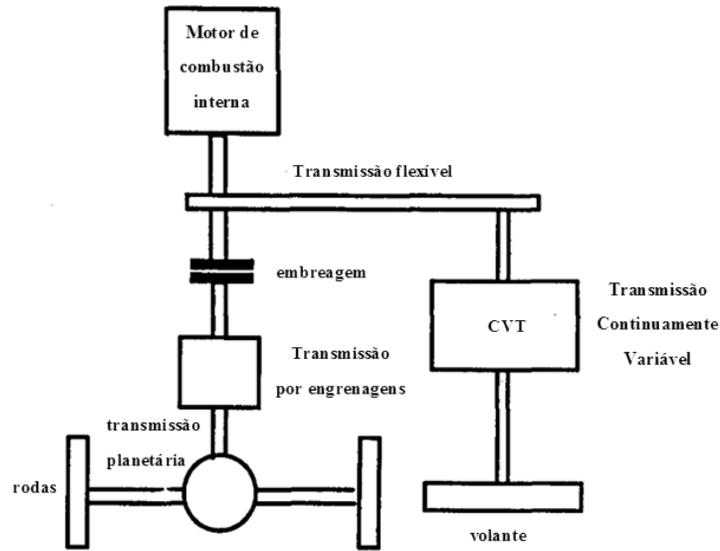


Figura 8 – Fontes motoras híbridas elétrica e volante para trem com recuperação de energia

Fonte: adaptado de JEFERSON; ACKERMAN, 1996

Para que se minimize o consumo de energia em qual que seja o veículo automotriz ou o consumo de energia industrial e residencial as matrizes energéticas devem ser a mais híbridas possíveis e se utilizar de controles avançados para a gestão e otimização do rendimento. Nesse sentido a coleta de energia e a sua regeneração durante a frenagem ou desacelerações em descidas melhora a desempenho e o gasto energético por quilômetro rodado pelo veículo. Dessa forma, outro caminho para se armazenar energia além de volantes pode ser por pressão por ar comprimido ou através de pulmões com gás inerte, como apresentado na figura 9 a seguir:

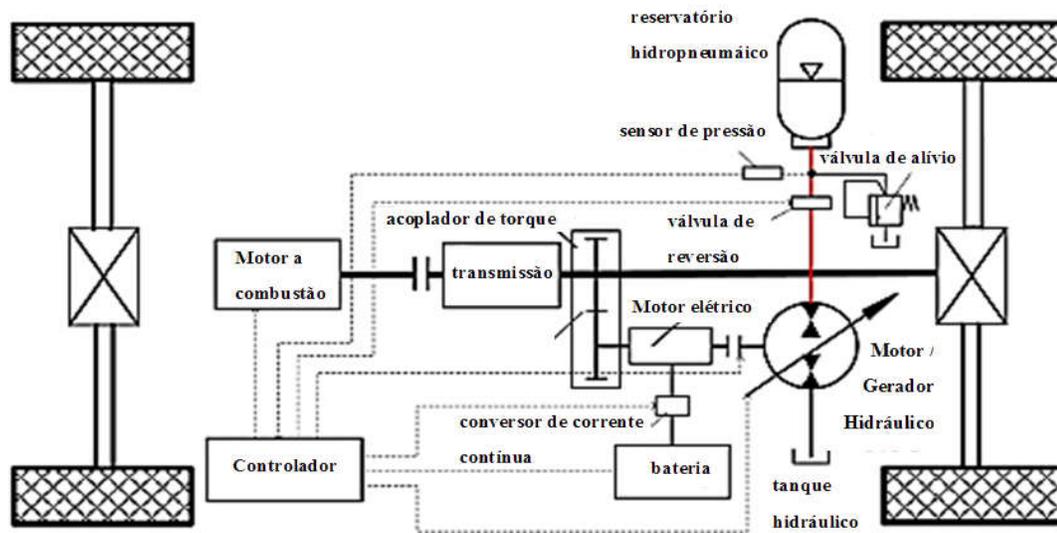


Figura 9 – Sistema híbrido veicular regenerativo de dupla energia e tripla energia motora

Fonte: HUI et al. (2010)

A utilização de uma fonte de energia única restringe a economia de combustível e restringe o desempenho do veículo, dessa forma aplica-se múltiplas fontes de energia com sistemas de coleta de energia e controle para faixas de maior eficiência de cada energia (HUI et al., 2010). Dessa forma, se tem na figura 9 um veículo com energia a combustão, elétrica e hidropneumática, sendo a hidráulica responsável por uma maior força motora e a pneumática com gás inerte responsável por acumulo e energia potencial e minimização de sobrecargas. Essa aplicação da estratégia de controle em função das energias e do movimento dos veículos, em subidas, descidas e planos relativos, em função da utilização das vias terrestres automobilísticas, como pode ser observado na figura 10 a seguir.

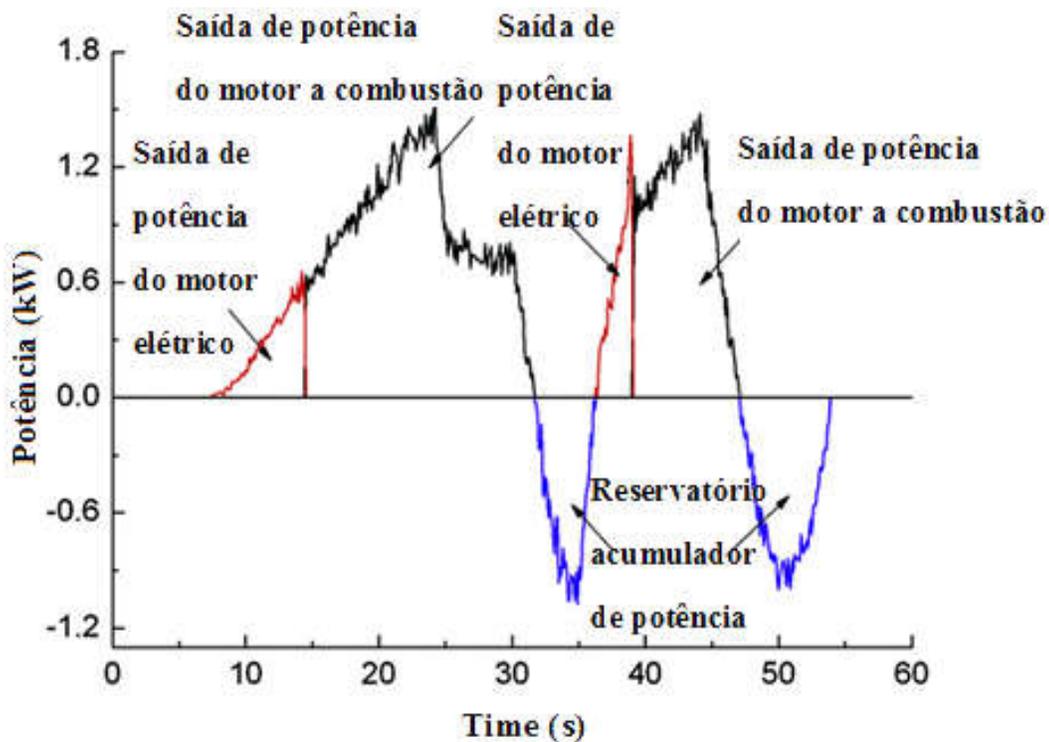


Figura 10 – Controle da potência híbrida regenerativa e motora em veículo com múltiplas energias

Fonte: HUI et al. (2010)

No entanto, tanto a energia hidráulica como a elétrica resultam em maior peso do veículo e custos maiores, bem como mais sensores e eletrônica avançada para o controle da coleta de energia e sua regeneração, mas que melhora o desempenho, como mostrado na figura 10 acima. Dessa forma, a maioria dos veículos híbridos atuais utilizam somente fonte de energia dupla motora e uma energia para a regeneração, como pode ser verificado no sistema veicular da figura 11 a seguir.

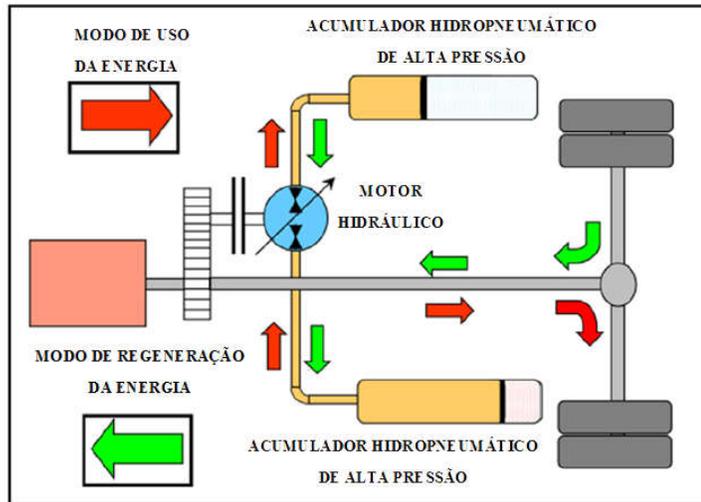


Figura 11 - Sistema híbrido veicular regenerativo por uma energia hidropneumática e dupla motora

Fonte: adaptado de PUDDU; PADERI, 2013

Esse tipo de sistema com coleta de energia e regeneração como fonte de energia hidropneumática possibilita maiores forças e potências, a qual potencializa a sua aplicação em veículos de carga que utilizam rodado duplo de pneus como mostrado na figura 11 acima. Contudo, sistemas pneumáticos para a coleta de energia e a regeneração em motores a combustão tradicionais consagrados nos automóveis tem sido pesquisado por serem mais leves e mais flexíveis, possibilitando até o uso do motor a explosão como compressor. Na figura 12 a seguir se tem um sistema de alternativas de aplicação das energias motoras e o sistema de coleta de energia pneumática para motores por biela-manivela a combustão.

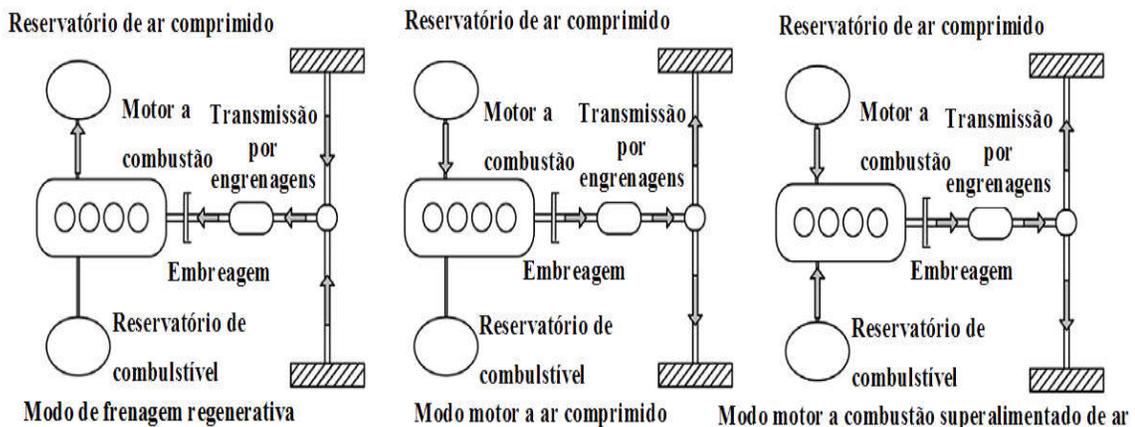


Figura 12 - Sistema híbrido veicular regenerativo por energia pneumática e dupla energia motora

Fonte: adaptado de FAZELI et al., 2011

Na figura 12 acima se tem os três controles das energias, no primeiro caso somente se apresenta a coleta de energia através da frenagem e desaceleração, no segundo a energia motora

regenerativa pneumática e no terceiro caso se combina a combustão com a superalimentação do ar. No entanto, esse tipo de tecnologia tem limitações em função da taxa de compressão do motor quando utilizado como compressor em função do desempenho do projeto do motor, bem como a capacidade de armazenamento de energia do sistema (FAZELI et al., 2011). Contudo, esse tipo de tecnologia de energia híbrida pneumática com proporciona grande ganhos a pequenos veículos automotores por ser leve, flexível e com potência adequadas aos baixos pesos desses veículos. Nesse sentido a figura 13 a seguir mostra a pesquisa de um pequeno veículo automotor e seu protótipo, bem como o esquema híbrido das energias a combustão e pneumática, sem controles avançados e coleta de energia, com custos e peso menores do que com baterias (ANTONY et al., 2014).

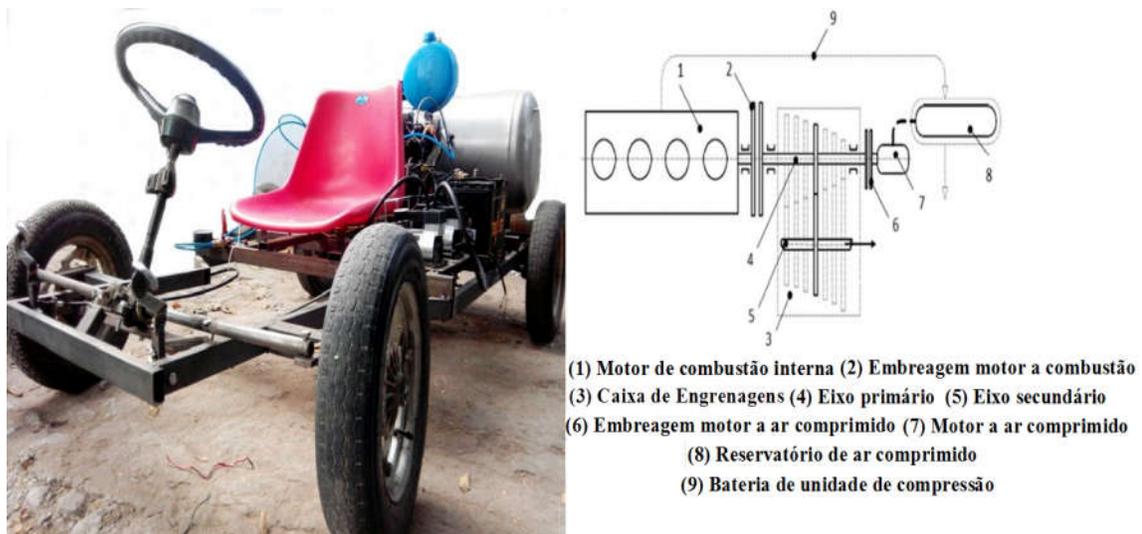


Figura 13 - Pequeno veículo automotor híbrido a combustão e pneumática sem regeneração

Fonte: adaptado de ANTONY et al., 2014

Esse tipo de pequeno veículo automotor híbrido pneumático reduz a emissões de gases pois melhora o desempenho do veículo em até 30%, ou seja, economiza-se combustível e se polui menos (ANTONY et al., 2014). Dessa forma esse tipo de pequeno veículo automotor híbrido possui potencial de ser uma boa alternativa para pequenos deslocamentos urbanos que não necessitem de espaço para muitos ocupantes e carga. No entanto, a indústria automobilística tem concentrado a maioria das pesquisas e lançamentos de híbridos combinando a energia da combustão já consagrada com motores elétricos que possuem alto torque capacidade de carga. Nesse sentido a figura 14 a seguir nos mostra um esquema de um caminhão híbrido a combustão e elétrico desenvolvido no Centro de Pesquisa Automotiva da Universidade de Michigan para a utilização como veículo para o transporte de cargas (LIN et al., 2003).

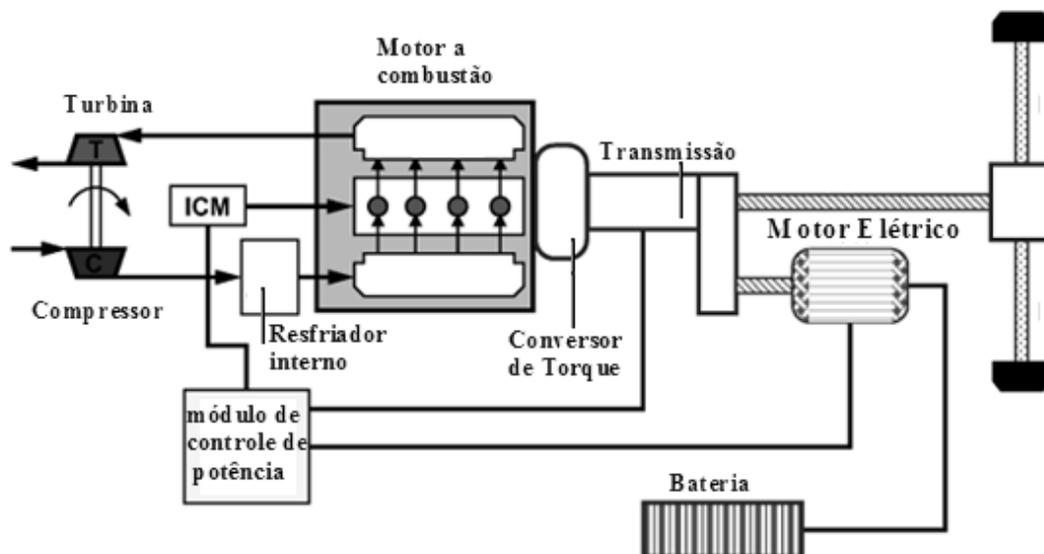


Figura 14 - Grande veículo automotor híbrido a combustão e elétrico com controle avançado

Fonte: adaptado de LIN et al., 2003

Esse veículo de grande porte para o transporte de cargas da figura 14 acima apresenta uma estratégia de gerenciamento de energia quase ideal que combina a minimização do consumo de combustível e a emissões de gases, incluindo a mudança de marchas automatizada (LIN et al., 2003). Para esses veículos com tecnologia híbrida a combustão e elétrica os sistemas de controle e gerenciamento de energia tem se desenvolvido bastante nas últimas décadas. Esses de grande porte para cargas ou passageiros e os veículos de médio porte para grandes famílias que se usam energias com fonte motoras de alta capacidade de força e potência com sistemas avançados de controles tem sido o mercado atual da indústria automobilística.

Nesse sentido, sistemas avançados de controle que incluem a previsão da velocidade por controles neurais e através do uso do histórico de velocidades objetivam economia de combustível e carga adequada da bateria por programação dinâmica direta e otimização *on-line* (XIANG et al., 2017). Para essa aplicação que envolve controles avançados e alto desempenho para maiores demandas de aceleração, velocidade e capacidade de carga para veículos pesados com um motor a combustão interna e dois sistemas elétricos (Gerador 1 e 2) aplicados em três sistemas de transmissão. Esses três sistemas de transmissão com os motores são mostrados na figura 15 a seguir que mostram os sistemas de transmissão de engrenagens planetárias 1, 2 e 3, com engrenagens solar, anelar e planeta.

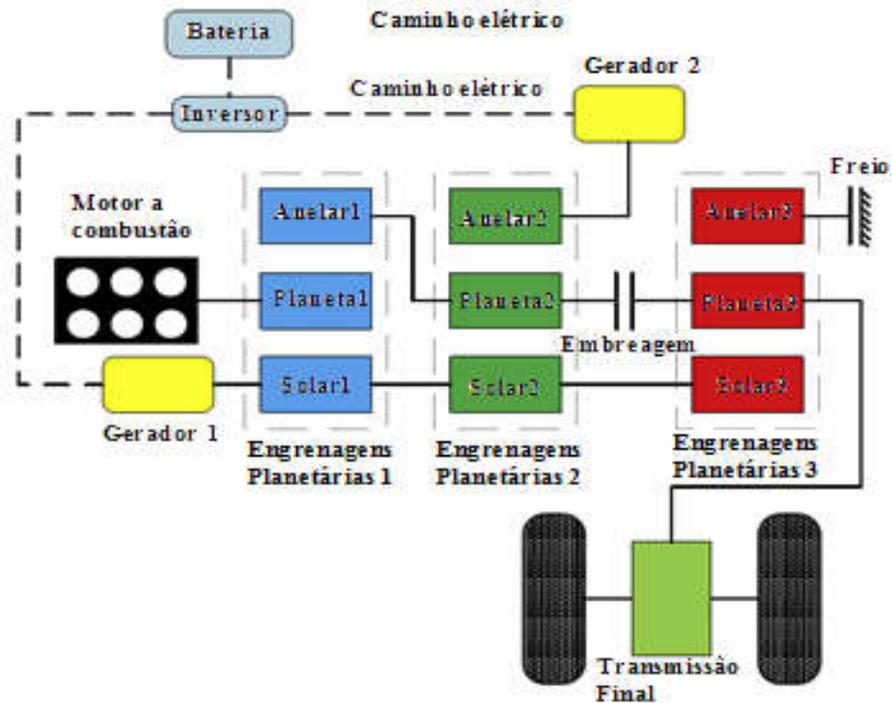


Figura 15 - Grande veículo híbrido a combustão e regenerativo duplo elétrico com controle

Fonte: adaptado de XIANG et al., 2017

Verifica-se na figura 15 acima que o veículo de grande porte que requer para grandes demandas de aceleração e potência para cargas um sistema mecânico complexo, com três transmissões planetárias, dois motores elétricos e um a combustão para otimização do controle da velocidade. No entanto, grande parte dos controles tem como estratégia a minimização do gasto energético como a variável de estado para o movimento do veículo como mostrado na figura 16 a seguir.

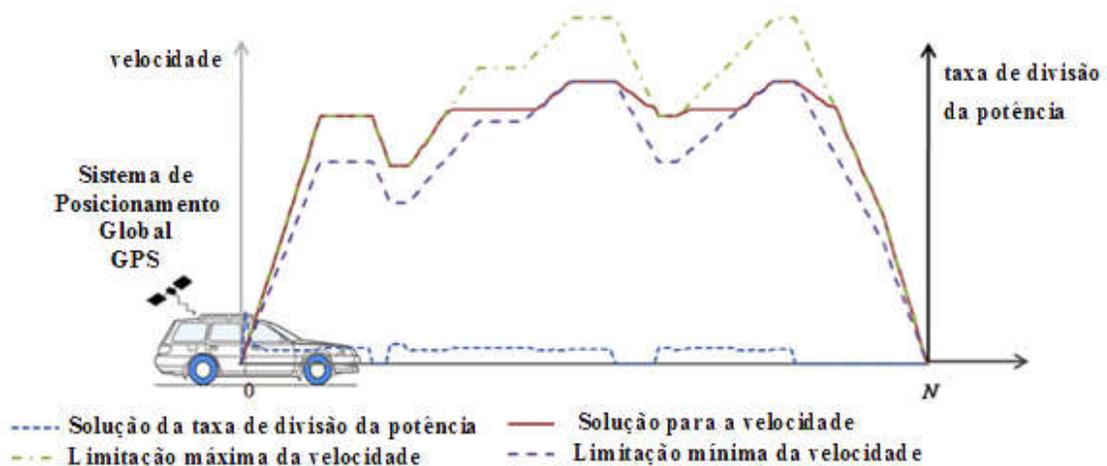


Figura 16 – Estratégia de gerenciamento da mínima energia em função da velocidade

Fonte: adaptado de ZHENG et al., 2015

Na figura 16 acima o objetivo de controle se apresenta como a otimização da relação de distribuição de energia entre as fontes, em função do ciclo de condução, de modo que o consumo de combustível seja minimizado como a variável de estado do controle (ZHENG et al., 2015). Portanto o objetivo do controle pode ser tanto o desempenho em velocidade do veículo ou aceleração como a otimização do consumo de energia e a minimização do custo do movimento do veículo, sendo esse critério influenciado pelo tipo de controle aplicado ao veículo.

Conforme o objetivo potencializa-se um maior controle da velocidade ou menor gasto energético, para maiores percursos em comparação a uma única energia, sendo que em bicicletas híbridas biomecânica e elétrica se depende da potência do motor e do tamanho das baterias. No entanto, o objetivo do controle depende das limitações, por exemplo na União Europeia limitou-se a 25 km/h (15,5 mph) esse tipo de veículo, sendo que para um motor de 250 W limita-se o aumento em 32,2 a 66,6 km (20 a 60 milhas) ao se utilizar baterias de 360 Wh (Watts hora) a 580 (JUICY, 2017).

No entanto, o controle do veículo híbrido bicicleta como todo veículo depende dos tipos de motores e das suas características, bem como depende da forma como são adaptados aos veículos e de que forma transmitem a força através dos sistemas de transmissão veicular. No caso dos veículos bicicletas com motores híbridos com energia elétrica em conjunto com o motor biomecânico os motores elétricos podem ser montados no próprio eixo do pedal do ciclista (TERN, 2017; ABAGNALE et al., 2015), na roda traseira (GUANETTI et al., 2017; CORNO et al., 2017) ou na roda dianteira (CORNO et al., 2016; ALLI et al. 2010) como mostrado na figura 17 a seguir.



Figura 17– Protótipo de bicicleta híbrida com fontes híbridas biomecânica e elétrica

Fonte: adaptado de ALLI et al., 2010

A figura 17 mostra o protótipo de uma bicicleta híbrida com fonte biomecânica e elétrica com o motor elétrico como fonte aplicada na dianteira, sendo a bateria e a Unidade de Controle Eletrônica (ECU – *Electronic Control Unit*) fixadas no bagageiro traseiro. No entanto, para o controle utilizou-se um modelo linearizado com controle clássico, mesmo não estando o motor elétrico acoplado ao mesmo eixo da roda traseira onde se transmite a energia biomecânica, o que pode gerar patinações entre os torques das rodas e defasagens entre os motores.

No entanto, na figura 18 as seguir observa-se grande variação entre os valores das acelerações que geram as forças quando modeladas e as coletadas no protótipo experimental, mesmo estando o motor elétrico acoplado ao eixo traseiro da transmissão biomecânica.

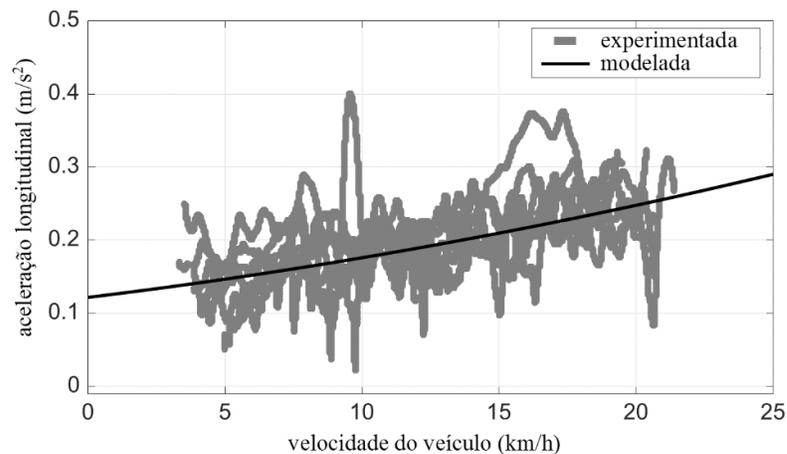


Figura 18 – Acelerações modeladas e experimentadas em modelo não linear com fontes ideais

Fonte: adaptado de CORNO et al., 2017

Ressalta-se que os dados dessa bicicleta modelada e experimentada mostrados na figura 18 acima se referem a um controle ótimo aplicado a um modelo não linear, comparando-se as acelerações do movimento longitudinal que geram as forças e o deslocamento linear da bicicleta. No entanto, mesmo sem ter acesso aos erros paramétricos desse controle ótimo não linear acima e que pode estar adequado aos objetivos verifica-se que as variações dessas acelerações podem ser melhor estimadas se suas fontes fossem consideradas como não ideais.

Portanto, o nível do modelo e a sua complexidade, se linear ou não linear, em conjunto com a simplificação das fontes híbridas como ideais ou não ideais determinam as condições necessárias à aplicação de controles clássicos ou controles ótimos. Contudo, pelo tipo de motor híbrido em função da aplicação geométrica no veículo e do tipo de transmissão de força adequa-se o nível dos modelos, avaliando-se o grau de simplicidade ou complexidade necessária para os objetivos do controle.

2.3 MOTORES COM SISTEMA BIELA-MANIVELA

No projeto do sistema biela-manivela existem muitas variáveis que compõe a solução funcional geométrica desse mecanismo, como demonstram várias pesquisas com esse tipo de sistema e o controle de seus movimentos (RANJBARKOHAN et al., 2011; AHMAD et al., 2011; LIU et al., 2010; CHUANG, 2007; CHUANG et al., 2006, HA et al., 2006). Essas variáveis geométricas geram as equações de posicionamento que determinam o equilíbrio dinâmico dos torques e forças, as quais geram a potência em cada posição do mecanismo, para a transmissão da energia.

Na figura 19 a seguir descreve-se melhor essa relação entre as posições geométricas e a liberdade dos movimentos dos elos na transmissão das no sistema biela-manivela, em função da pressão do gás no cilindro como excitação motora para um motor monocilíndrico.

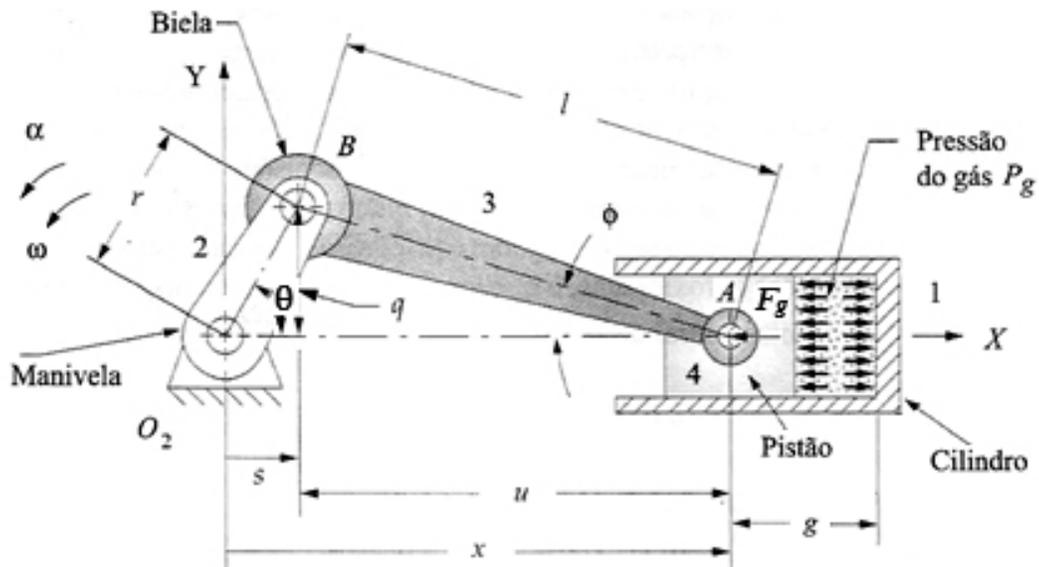


Figura 19 – Geometria do sistema biela-manivela em motores a combustão monocilíndrico

Fonte: adaptado de NORTON, 2010

onde

XY = sistema plano de coordenadas cartesianas;

1 = elo fixo do bloco de apoio cilindro e mancal de articulação da manivela;

2 = elo manivela;

3 = elo biela;

4 = elo cilindro;

Cilindro = geometria da conexão do elo fixo 1 com o elo 4;

O_2 = conexão do elo fixo 1 com o elo manivela 2;

A = conexão do elo pistão 4 com o elo biela 3;
 B = conexão do elo biela 3 com o elo manivela 2;
 x = posição linear da conexão da biela com o cilindro em relação a origem XY ;
 s = distância linear da conexão do elo fixo/manivela a conexão da manivela/biela no eixo X ;
 u = distância linear da conexão da manivela/biela a conexão da biela/cilindro no eixo X ;
 g = distância linear da conexão da biela/cilindro a origem da conexão fixo/cilindro no eixo X ;
 l = comprimento total da biela;
 r = raio da manivela;
 q = altura linear formada pela geometria angular da conexão biela/manivela no eixo Y ;
 ϕ = posição angular do elo 3 biela em relação a origem horizontal pela conexão A ao pistão;
 θ = posição angular do elo 2 manivela relacionada a origem em XY ;
 ω = velocidade angular do elo 2 manivela relacionada a origem em XY ;
 α = aceleração angular do elo 2 manivela relacionada a origem em XY ;
 P_g = pressão do gás interna ao cilindro;
 F_g = força do gás interna ao cilindro;

No entanto, os parâmetros de projetos específicos para esse tipo de mecanismos devem ser investigados como condições limites para as aplicações. Deve-se analisar no projeto geométrico da biela-manivela a proporção do r/l (r = comprimento da biela e l = comprimento da manivela) que para operações suaves e um melhor desempenho deve ficar entre 1/3 a 1/5 (NORTON, 2010). Sendo que o cilindro em função da combinação geométrica dos elos biela e manivela em função dos seus comprimentos podem se somar ou se subtrair conforme a posição angular (SHIGLEY; UICKER, 1988), como mostrado na figura 20 a seguir.

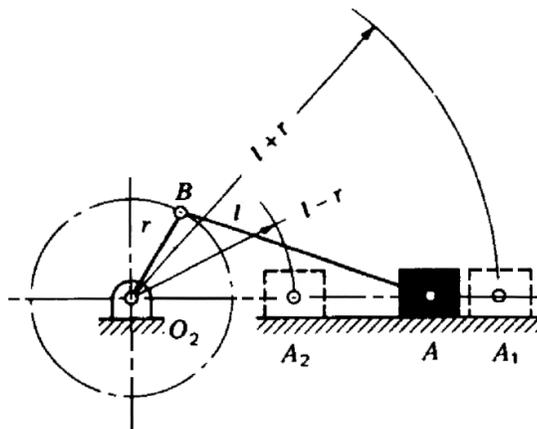


Figura 20 – Curso do cilindro do mecanismo biela-manivela

Fonte: adaptado de SHIGLEY; UICKER, 1988

A figura 20 acima mostra a composição geométrica das medidas máximas e mínimas da posição do cilindro do mecanismo biela-manivela que determinam o curso máximo do mesmo se deslocando da conexão A1 a A2 com o deslocamento de A entre A1 e A2. Portanto, essas limitações geométricas devem ser adotadas para otimização das condições de equilíbrio entre os torques e as forças envolvidas no mecanismo, em função das alternativas geométricas para o projeto das soluções do sistema biela-manivela como motor.

Um arranjo geométrico para o biela-manivela que melhora e distribui as forças da fonte motora durante o ciclo de revolução da manivela possui geometria com vários cilindros em V ao longo dos 360°, como pode ser verificado na figura 21 a seguir (NORTON, 2010).

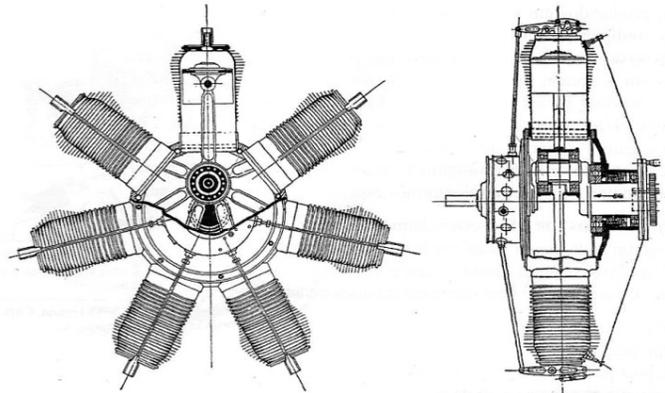


Figura 21 – Motor biela-manivela a combustão com multicilindros em V tipo Gnome

Fonte: adaptado de NORTON, 2010

Esse tipo de geometria apresentada na figura 21 possui bastante utilização em motores aeronáuticos de propulsão a hélice, no entanto, esse tipo de motor envolve custos de fabricação altos devido a sua geometria complexa, sua fabricação e montagem. Essa disposição geométrica em V com ao menos dois cilindros em pares com ângulo entre de aproximadamente 60° também tem sido bastante utilizada em motores automobilísticos, sendo que essas variações geométricas podem ser verificadas na figura 22 a seguir.

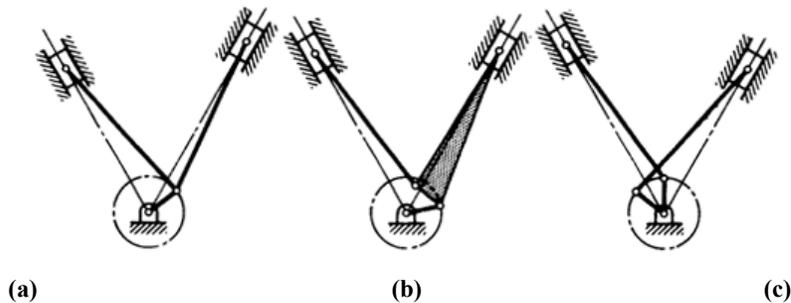


Figura 22 – Motor biela-manivela a combustão com bicilindros em V

Fonte: adaptado de SHIGLEY; UICKER, 1988

Na figura 22 (a) e (b) mostra-se um arranjo com uma manivela por par de cilindro e na (c) duas manivelas com geometria desalinhada. Sendo que na figura 22 em (a) as bielas se conectam a manivela por geometria *fork-and-blade*; em (b) a biela mestre se utiliza de rolamento para a articulação com a outra biela e em (c) a manivela se conecta a pistões escalonados. Contudo essa geometria em V da figura 22 gera vibrações indesejadas, apesar de possibilitar um motor com melhor rendimento por causa da sua compactação, com vários cilindros em pouco espaço longitudinal quando comparado a motores em linha.

No entanto, motores com arranjos geométricos de cilindros opostos (boxer) possibilitam a cada revolução uma melhor distribuição das forças motoras ao longo de cada curso de rotação da manivela, minimizando-se as vibrações, como mostrado na figura 23 a seguir. Nessa geometria aplicam-se duas forças a cada 180° , sendo cada cilindro alinhado de forma oposta, ou seja, duas forças motoras opostas em relação a geometria do motor durante o ciclo de 360° da manivela.

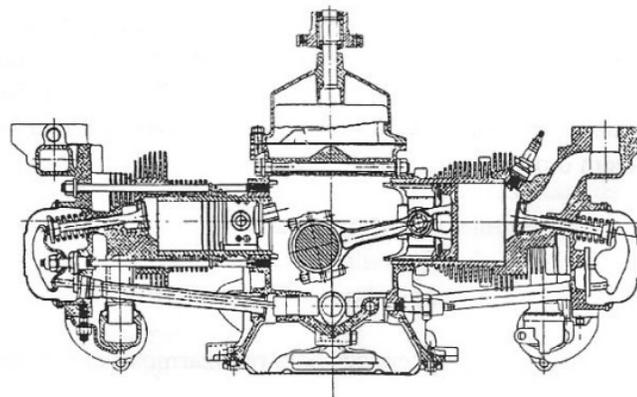


Figura 23 – Motor boxer a combustão com cilindros opostos a 180°

Fonte: adaptado de NORTON, 2010

As principais vantagens do motor boxer apresentado na figura 23 acima se apresentam como sendo um baixo centro de gravidade que auxilia no seu comportamento mecânico, possibilitando menos forças internas e vibrações, por causa do seu melhor balanço rotacional. Portanto, o mecanismo biela manivela possibilita vários arranjos geométricos para monocilindro ou multicilindros com dois ou mais cilindros, sendo que a inclusão de mais de um cilindro possibilita melhores distribuições das forças ao longo do curso de 360° da manivela. Dessa forma, a melhor geometria para o mecanismos biela-manivela depende do tipo de aplicação e do espaço geométrico disponível para cada tipo de motor em conjunto com as características de rendimento dos arranjos, incluindo-se as vibrações e a sua compactação.

2.3.1 Motor biela-manivela a combustão

O mecanismo biela-manivela tem sido muito utilizado na propulsão de veículos automotivos para motores a combustão, tanto para veículos de 2 ou 4 tempos, sendo que os veículos a combustão atuais utilizam na sua maioria motores de 4 tempos por causa da menor poluição e menor manutenção. Em motores a combustão de 4 tempos o sistema biela-manivela movimenta o cilindro do Ponto Morto Superior (PMS) ao Ponto Morto Inferior (PMI) segundo cada estágio de abertura das válvulas de entrada e saída do ar (NORTON, 2010), como mostrado na figura 24 a seguir. No entanto, nesses pontos singulares o momento de força se torna nulo por alinha a força no cilindro com a manivela e seu raio que gera o torque, precisando-se de uma força extra para a quebra da inércia, na maioria das vezes que retorna da cinética do movimento.

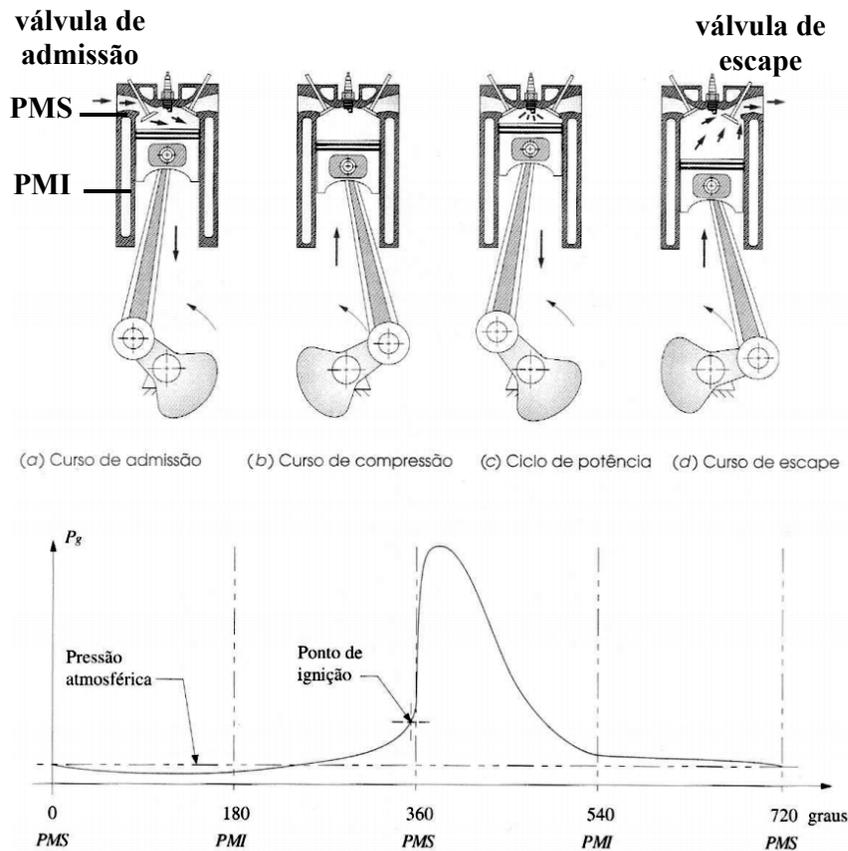


Figura 24 – Ciclo geométrico do motor a 4 tempos e sua curva de pressão no cilindro

Fonte: adaptado de NORTON, 2010

A figura 24 acima mostra o ciclo geométrico e a pressão do cilindro para um motor de 4 tempos composto de: a admissão (a), a compressão (b), a potência/combustão (c), o escape

(d), sendo a ignição da mistura do combustível com o ar ambiente comprimido no PMS a 360°. Contudo, para um motor monocilíndrico essa é uma única força motora da combustão, veja no gráfico da figura 24, e que deve reverter essa instabilidade do mecanismo biela-manivela que nos pontos de continuidades no PMS e PMI, por causa do alinhamento da biela e manivela.

Verifica-se também que a explosão ocorre após um ciclo da manivela, ou seja, a 360° e o tempo completo do sistema de combustão só termina no motor a 4 tempos a 720° com duas rotações da manivela, veja figura 24. Nesse duplo ciclo da manivela para o motor 4 tempos se tem uma abertura da válvula de admissão e outra de escape na parte final da saída do ar/gases.

No entanto, essa geometria dificulta a dinâmica do movimento e gera a necessidade de um torque extra na combustão, para vencer o momento de inércia do movimento quando a biela-manivela fica alinhada, na maioria dos motores a combustão utilizando-se volante de massa. Dessa forma, torna-se um grande desafio propor e analisar novas alternativas de soluções funcionais para um sistema biela-manivela sem volante para a diminuição do peso em veículos de pequeno porte.

No motor de 2 tempos mostrado na figura 25 a seguir se tem um ciclo de 360° para a admissão em conjunto com a compressão e a combustão em conjunto com o escape, tendo os mesmos problemas no PMS e PMI, mas com uma força motora em 360° ao invés de 720°.

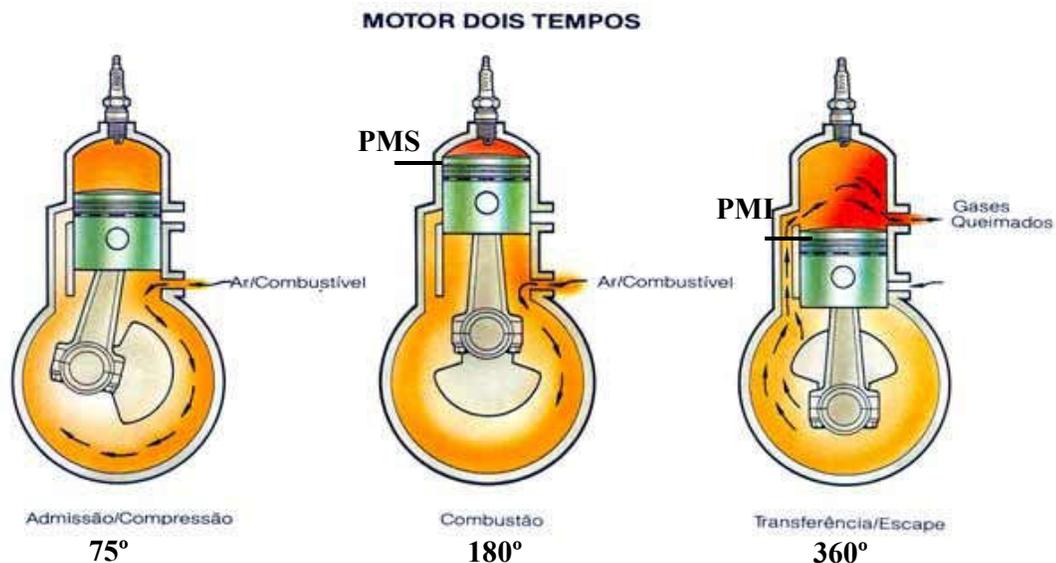


Figura 25– Ciclo geométrico do motor 2 tempos com válvulas fixas no cabeçote

Fonte: adaptado de REUNIDAS MOTORES, 2017

No motor 2 tempos da figura 25 acima as válvulas foram projetadas como janelas fixas e não possuem movimento como no motor 4 tempos, mas existem motores de 2 tempos mais

modernos com válvulas variáveis para regulação do fluxo do ar de entrada e saída. Ou seja, a tecnologia e os processos de fabricação em conjunto com a eletrônica e os sensores potencializam novos projetos de motores que utilizam válvulas com aberturas ativas em contrapartida as válvulas passivas com abertura sincronizada ao movimento da manivela. Contudo, considerando-se o tipo de ciclo constata-se que a alteração do ciclo inicial de 720° e 4 tempos quando alterado para motor ar comprimido e ciclo de 360° com 2 tempos proporciona uma maior potência, pois a força motora atua duas vezes em comparação ao de 4 tempos.

2.3.2 Motor biela-manivela a ar comprimido

Os motores com o sistema biela-manivela como motor a combustão possuem válvulas controladas pela posição angular da rotação da manivela de forma passiva, para os 4 tempos do cilindro, sistema a tempos consagrado nos veículos automotores a combustão. Esse tipo de motor 4 tempos pode ser adaptado para uso da energia a ar comprimido como um motor ar comprimido mesmo mantendo-se os 4 tempos, como apresentado na figura 12 (FAZELI et al., 2011) par uso alternado com a combustão. No entanto, esse tipo de motor 4 tempos pode ser transformado em um motor pneumático que precisa de somente 2 tempos para um ciclo de potência a 360°, com a troca do eixo do comando das válvulas passivas para uma mudança das cames e dos tempos de abertura, como pode ser analisado na figura 26 a seguir.

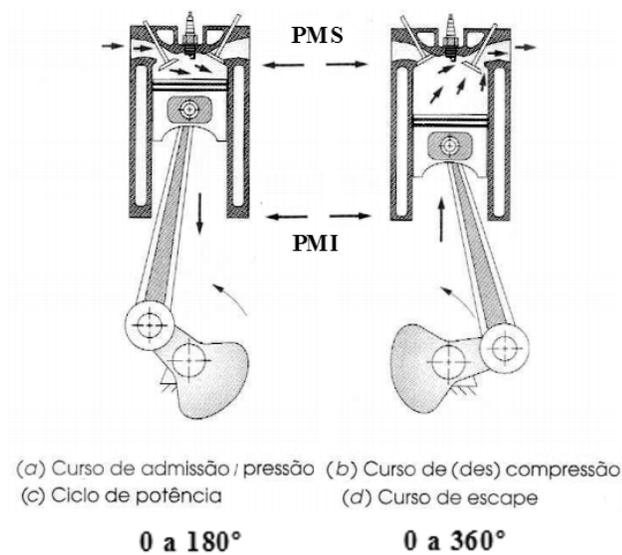


Figura 26 – Motor 4t com válvulas passivas adaptadas para ciclo de 360° a ar comprimido

Fonte: adaptado de NORTON, 2010

Quando o motor 4 tempos mantém as válvulas passivas com os 4 tempos e 720° como apresentado na figura 24 acima se tem uma menor potência quando comparado ao de 2 tempos, figura 26 acima, pois existe somente uma força motora durante esse ciclo de 720° . No entanto, ao se mudar o comando de válvulas para um ciclo de 360° com a troca do comando e a inserção de dupla came como mostrado na figura abaixo 27 abaixo, proporcionam-se duas forças motoras em 720° e conseqüentemente o dobro de força motora ao se utilizar a mesma pressão no ar comprimido.

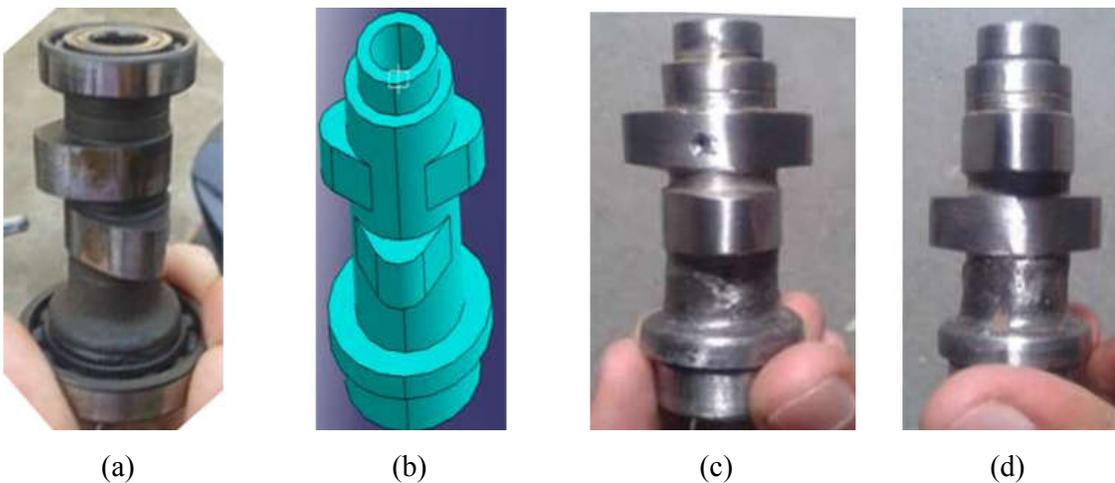


Figura 27 – Comando de válvulas passivas 4t adaptadas para ciclo de 360° e 2t a ar comprimido

Fonte: adaptado de KUMAR et al., 2016

Na figura 27 acima mostra-se o comando de válvula com as cames que em função dos seus raios variáveis, os quais abrem e fecham as válvulas de admissão e escape ao longo de da revolução do eixo da manivela. Verifica-se na figura 27 acima que para se alterar a frequência da abertura das válvulas e encurtar o tempo de 720° com 4 tempos para o de 2 tempos com 360° altera-se o comando de válvulas para duplo ressalto (b, c, d) nas cames, e que no eixo original (a) só existia em um dos lados (KUMAR et al., 2016).

Dessa forma, utilizando-se o sistema biela-manivela convencional para motores a ar comprimido com 4 ou 2 tempos o seu desempenho tem limitações aos tempos de aberturas com comando de válvula mecânico que limitam o fluxo e o tempo de ar nas válvulas. Contudo, pode-se instalar válvulas ativas eletromecânicas no local físico das velas no motor quando se for utilizar somente ar comprimido, tanto no motor de 2 ou 4 tempos. Nesse tipo de mudança o controle das válvulas eletromecânicas fica por conta do uso de controle ativo, podendo-se adiantar ou atrasar o tempo de abertura, como mostrado na figura 28 a seguir.

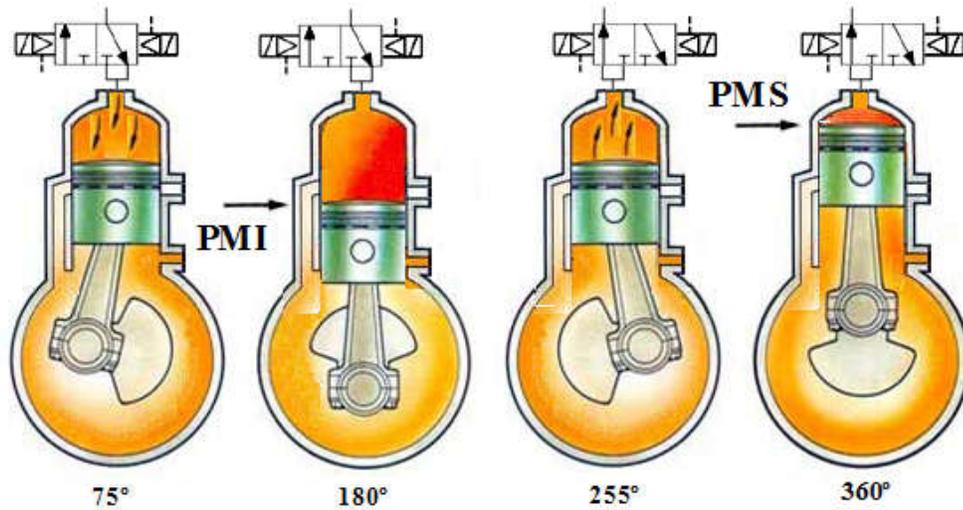


Figura 28 - Motor a ar comprimido 4 ou 2 tempos com válvulas eletromecânicas ativas

Fonte: adaptado de REUNIDAS MOTORES, 2017

Esse tipo de acionamento eletromecânico de válvulas ativas mostrado na figura 28 acima tem sido pesquisado como forma de adaptação de motores a combustão convencional (YU et al., 2014). Dessa forma, esse tipo de válvulas eletromecânicas em conjunto com cilindro pneumático pode compor uma geometria de motor a ar comprimido de baixo custo com sistema biela-manivela, com viabilidade para a aplicação em pequenos veículos automotores. Esse tipo de alteração da geometria do cilindro tradicional com o sistema biela-manivela inclui a inclusão da haste com o seu sistema de vedação no sistema motor, mudando-se a geometria final, como mostrado na figura 29 a seguir.

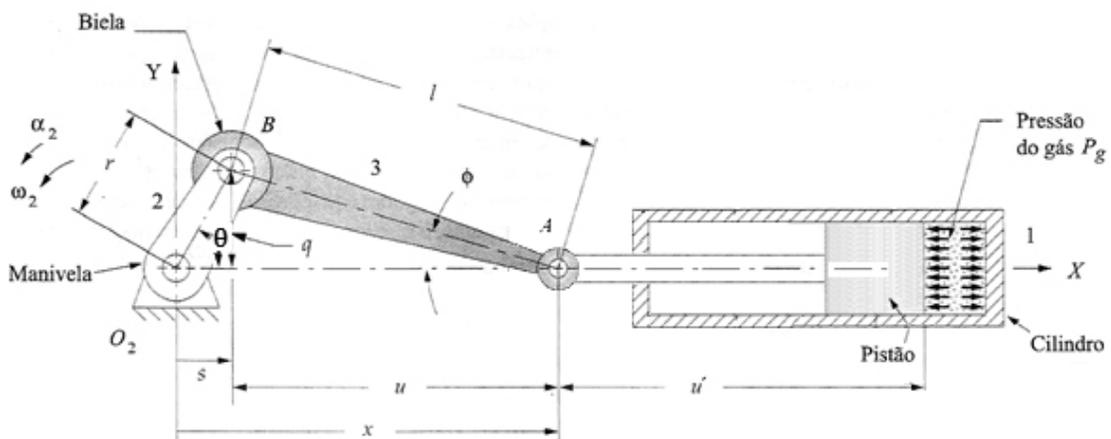


Figura 29 – Sistema biela-manivela em motores a ar comprimido utilizando cilindro pneumático

Fonte: adaptado de NORTON, 2010

Sendo: u' = comprimento da haste conectada a biela mais o comprimento do pistão

Na figura 29 acima se verifica a montagem básica de um motor a ar comprimido com cilindro pneumático industrial, com uma geometria similar ao dos motores a combustão, o qual proporciona potencial diminuição do peso, pois esses cilindros podem ser de alumínio. Esse tipo de montagem composto de cilindro que recebe a força do gás e a transmite pela haste deslizante a muito tempo tem sido descrito na bibliografia, para a transformação do movimento translativo em rotativo pelo biela-manivela, como mostrado na figura 30 abaixo.

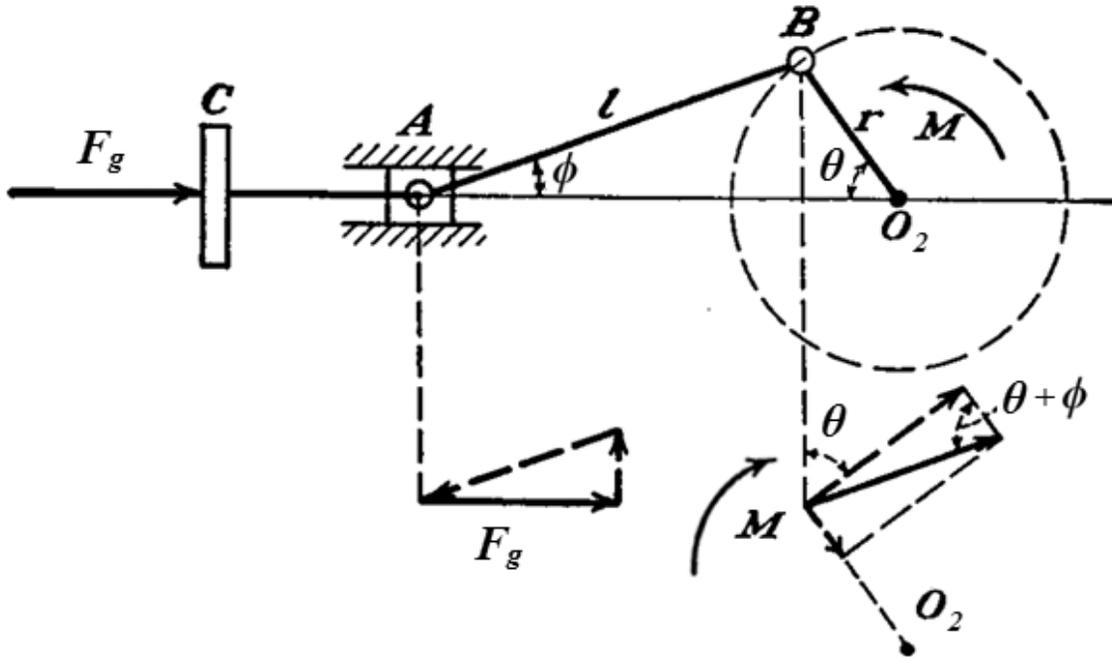


Figura 30 – Sistema biela-manivela com cilindro de haste deslizante

Fonte: adaptado de DEN HARTOG, 1961

O mecanismo da figura 30 acima representa um cilindro composto de êmbolo (C) que se liga a uma haste deslizante que se conecta a biela por A, sendo que a biela recebe parte da força e a transmite para a manivela por B. Verifica-se que a força F_g se transmite a biela em função do ângulo ϕ da componente, gerando-se a força aplicada a biela que se desdobra em componentes em função do ângulo θ e a sua combinação com ϕ , gerando-se o torque M da manivela pela componente normal ao raio r.

Dessa forma, em termo funcional utiliza-se do cilindro para a entrada motriz que gera a força da transmissão de translação do mesmo, força essa transmitida a biela que se desloca por translação e rotação, transmitindo-se essa força para o movimento de rotação da manivela. Portanto, a utilização de cilindro com acionamento a ar em pequenos veículos automotores proporciona arranjos funcionais variados de motores a ar, com potencial diminuição de peso quando comparados com motores a combustão, como mostrado na figura 31 a seguir.



Figura 31 – Motor a ar comprimido com biela variável utilizando cilindro pneumático e manivela

Fonte: adaptado de KESTE et al., 2013

A figura 31 acima possui arranjo com a entrada da potência e força motora no cilindro a ar como uma biela de comprimento variável, para a transmissão de força as rodas do veículo pela manivela com roda dentada e corrente de transmissão, similar ao usado em motocicletas. Nesse sentido, a utilização de motocicletas e *scooters* como veículos de pequeno porte com motor a ar comprimido tem sido investigado como uma boa alternativa para minimizar os impactos ambientais e diminuir a poluição em pequenos deslocamentos urbanos.

Dessa forma, na figura 32 a seguir se tem um *scooter* montado em um sistema de fornecimento de ar com sistema de regulação da vazão e pressão de fornecimento para análise de um motor a ar comprimido que não usa sistema biela-manivela, mas um motor rotativo. Esse tipo de experimento permite se obter dados sobre sistemas de fornecimento de energia que servem tanto para motores a ar comprimido rotativos como para a utilização em sistemas biela-manivela convencional similar ao de motores a combustão.

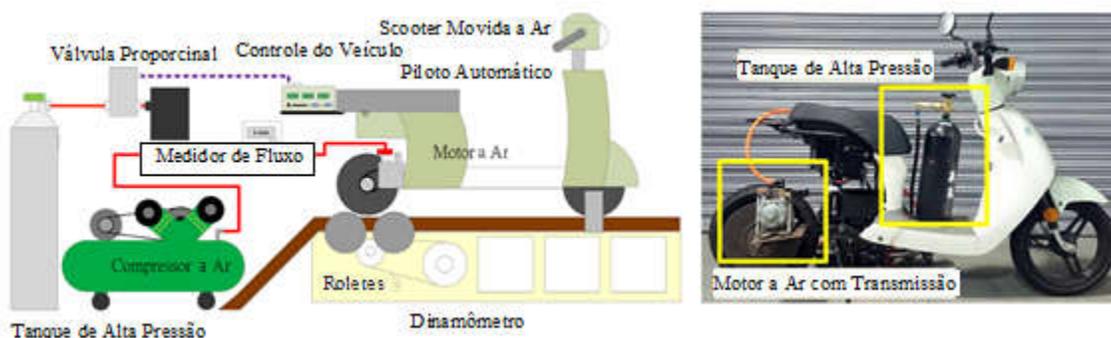


Figura 32 – Fornecimento de ar e teste de desempenho para um motor rotativo a ar comprimido

Fonte: adaptado de HUNG et al., 2016

A figura 32 acima mostra um sistema de teste e carregamento de ar comprimido para alta pressão com 20 litros a 9,8 MPa que pode ser carregado em 3 horas a uma pressão de fornecimento em 1,2 MPa (HUNG et al., 2016). A essa pressão de 1,2 MPa e um reservatório de 20 L se obteve os seguintes dados para a fluxo de ar e velocidade média: 191,5 l/min e 2,9 km/h; 308,3 l/min e 10,2 km/h; 424,6 l/min e 16,5 km/h; 515,9 l/min e 24,7 km/h; 653,7 l/min e 33,8 km/h. Nesse estudo, foi trocado o motor elétrico de um *scooter* elétrico por um motor rotativo a ar comprimido e verificou-se que o aumento do fluxo do ar acelerou o veículo e a redução da pressão desacelerou o veículo (HUNG et al., 2016).

Nesse sentido, na figura 33 a seguir se mostra uma pesquisa desenvolvida com um pequeno veículo automotor com um motor de combustão de 4 tempos e 100 centímetros cúbicos (cc) modificado para ser um motor a ar comprimido de 2 tempos aplicado em uma motocicleta. Testes foram realizados com esse veículo de pequeno porte de duas rodas dentro do campus da Universidade Nacional o qual tiveram a distância do percurso e a suas velocidades registradas por um sistema de GPS (Sistema de Posicionamento Global). Nesse motor 4 tempos modificado para 2 tempos a ar comprimido o fornecimento de ar possui reservatórios no próprio veículo e a relação de transmissão original por correia foi alterada para corrente em função de adequação a aplicação, como mostra a figura 33 a seguir (WANG et al., 2014; RAPHEAL et al., 2016).

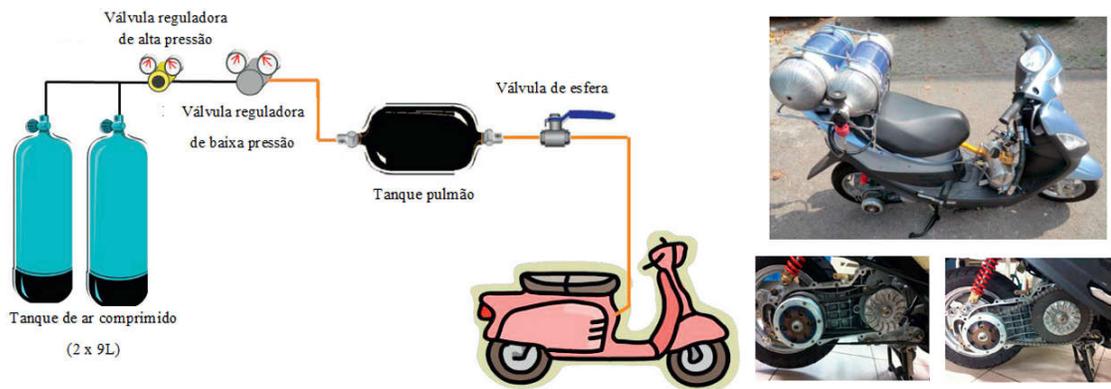


Figura 33 –Motor de 100 cc a ar comprimido 2t com biela-manivela adaptado de combustão 4t

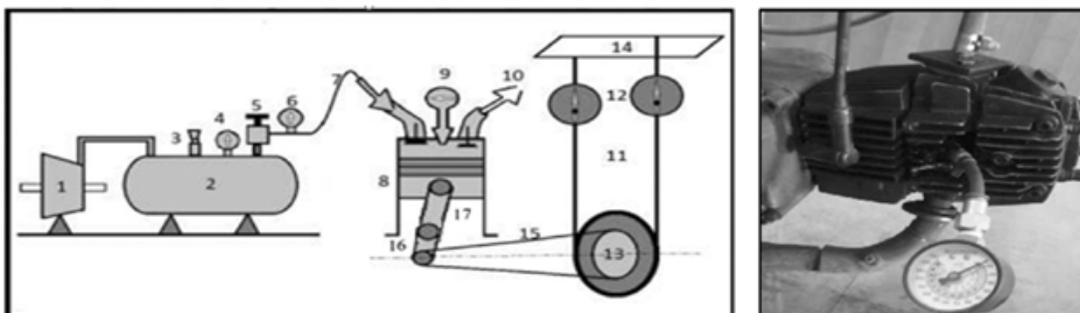
Fonte: adaptado de WANG et al., 2014 e RAPHEAL et al., 2016

Nessa figura 33 se apresenta o esquema de 2 tanques principais de 9 litros cada e um tanque pulmão de 5 litros para estabilização da pressão durante a operação e controle mecânico da vazão por uma válvula de esfera nos testes. Dessa forma, foram realizados três testes com pressões, proporcionando os seguintes resultados experimentais com velocidades médias (velocidade máxima) e distância em função das pressões: 18,9 km/h (28,9) e 2,5 km a 0,5 MPa; 20,7 km/h (35,2) e 2,1 km a 0,7 MPa; 23,1 km/h (38,2) e 1,7 km a 0,9 MPa (WANG et al., 2014

e RAPHEAL et al., 2016). Testes com variações dos tempos de abertura das válvulas para a pressão de 0,9 MPa também foram obtidos, com os seguintes resultados em função dos ângulos para a velocidade média (máxima) e distância: $-10^{\circ} \sim 150^{\circ}$ a 20,2 km/h (35,4) e 2,5 km; $-10^{\circ} \sim 120^{\circ}$ a 22,4 km/h (35,4) e 3,3 km; $-10^{\circ} \sim 80^{\circ}$ a 16,7 km/h (33,2) e 5 km.

No entanto, verifica-se que o desempenho da velocidade média diminui em função do aumento da autonomia em distância, sendo que, para tanto os testes desenvolvidos foram desenvolvidos para 18 litros (2x9) a uma pressão alta, de aproximadamente 25 MPa (WANG et al., 2014 e RAPHEAL et al., 2016). Ou seja, a o volume de ar armazenada implica na autonomia e grandes pressões comprimem maior volume de ar, mas necessita-se de um compressor de alta pressão com custos maiores comparado a compressores de baixa pressão.

Portanto, para a conversão de motores a combustão para a utilização a ar comprimido em veículos automotores de pequeno porte tem que ser desenvolvidos com relação as relações geométricas para a melhoria da autonomia e do rendimento desse tipo de motor. Nesse sentido, a figura 34 a seguir mostra a adaptação de um motor de 100 cc de 4 tempos a combustão para um motor de 2t com uma grande mudança na câmara de pressão (DUDHAT et al., 2013).



1. Compressor 2. Reservatório 3. Válvula de Segurança 4. Medidor de Pressão 5. Válvula Reguladora de Pressão
6. Medidor de Pressão 7. Tubulação da Admissão 8. Pistão do Cilindro 9. Medidor de Pressão 10. Tubulação de Exaustão
11. Cabo 12. Dinamômetro 13. Polia com Roda Dentada 14. Quadro Rígido 15 Corrente 16. Manivela 17. Biela

Figura 34 –Motor de 97,22 cc a ar comprimido 2t com biela-manivela adaptado de combustão 4t

Fonte: adaptado de DUDHAT et al., 2013

A figura 34 acima mostra o esquema experimental do motor 4t convertido para 2t da motocicleta que foi testado com 6 kg de ar comprimido a uma pressão de 0,4 MPa a uma velocidade constante de 25 km/h que resultou em uma autonomia teórica de 15 km. Esse tipo de experimento em bancada não sofre influência de forças dissipativas gravitacionais, de rolamento e aerodinâmica, mas houve necessidade de mudanças das cames de acionamento das válvulas do motor a combustão de 4 tempos para 2.

Ou seja, para a aplicação e a viabilização dos motores a ar comprimido em pequenos veículos automotores mesmo que em pequenos trechos urbanos necessita-se de adequação e desenvolvimento técnico para a sua melhor eficiência, como investigado no experimento da figura 35 a seguir.

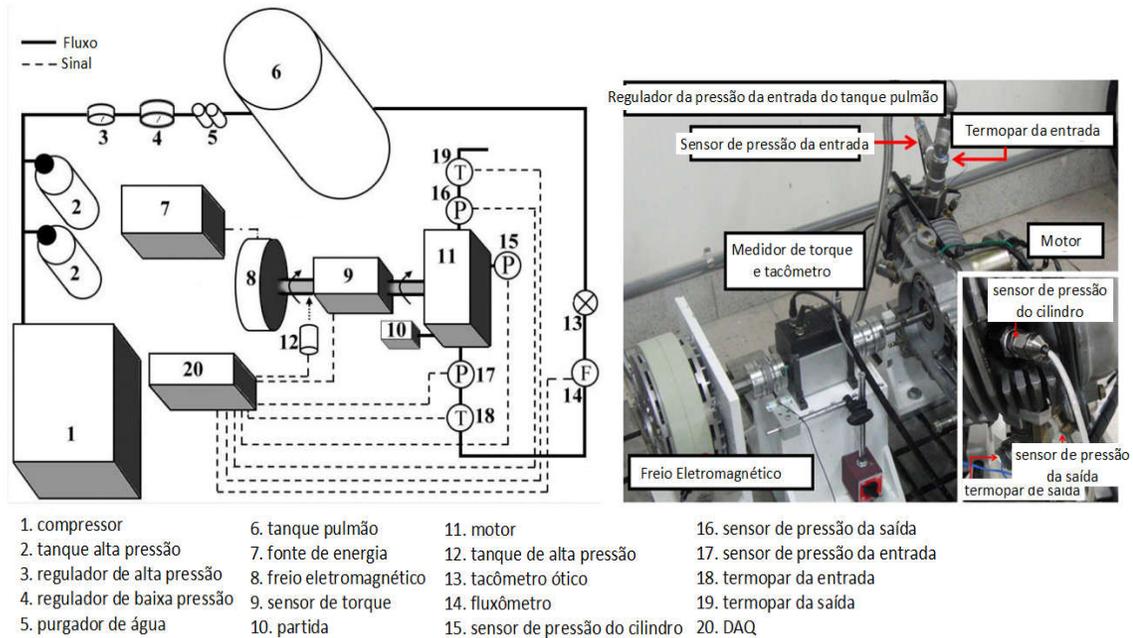


Figura 35 – Motor de 101,7 cc a ar comprimido 2t com biela-manivela adaptado de combustão 4t

Fonte: adaptado de HUANG et al., 2013

A figura 35 acima mostra o experimento de um motor de 4 tempos modificado para 2t que foi testado em pressões de 0,9 a 0,5 MPa, mas houve vazamentos pela válvula de escape e novas molas mais fortes foram instaladas.

Nesse sentido a figura 36 a seguir avalia um sistema biela-manivela de baixo custo utilizado em compressores alternativos industriais em função de parâmetros geométricos e físicos para melhora das variáveis de desempenho de motores a ar comprimido (BROWN et al., 2014). Esse protótipo incorpora um sistema de válvulas variáveis rotativas com vistas a otimização do desempenho termodinâmico em função das variações das pressões no tanque reservatório de ar comprimido, como mostrado na figura 36 a seguir.

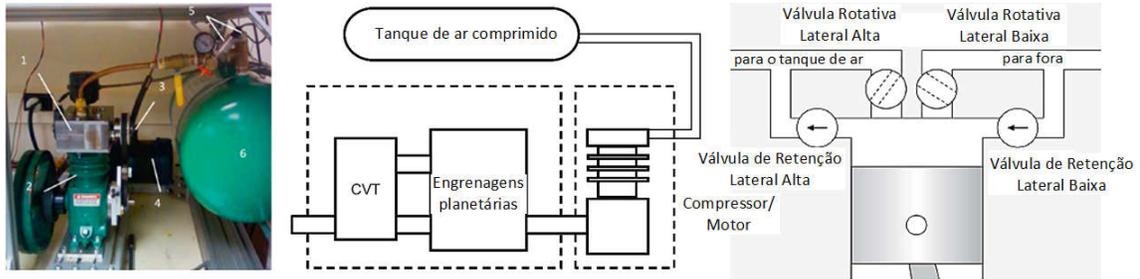


Figura 36 –Motor de 145,2 cc a ar comprimido 2t com biela-manivela e válvulas rotativas

Fonte: adaptado de BROWN et al., 2014

Na figura 36 acima valia-se um sistema biela-manivela de baixo custo com sistema biela-manivela utilizado em compressores industriais adaptado para um sistema de válvulas rotativas e sistema de transmissão combinado com CVT (Transmissão Continuamente Variável) e engrenagens planetárias (BROWN et al., 2014).

Logo a mudanças geométrica dos padrões adotados para os motores a combustão servem de referência para a aplicação dos sistemas biela-manivela nos motores a ar comprimido, mas em virtude das pressões diferentes e do ciclo menor de 2 tempos necessita-se de melhorias. Nesse sentido, outro estudo sobre melhoria do desempenho na conversão de um motor de 100 cc de 4 para 2 tempos com o projeto de válvulas rotativas pode ser visto na figura 37 a seguir composto como na maioria dos experimentos de cilindros de alta e baixa pressão, como segue.

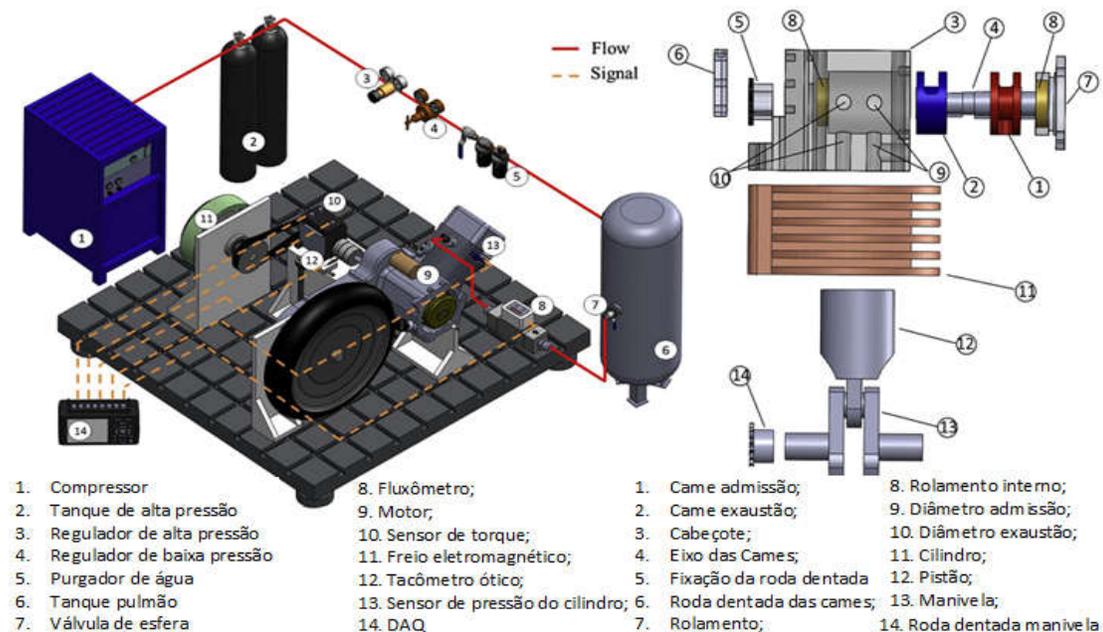


Figura 37 –Motor de 100 cc a ar comprimido 2t com biela-manivela e válvulas rotativas

Fonte: adaptado de LIU et al., 2015

Dessa forma, na figura 37 acima constata-se que as análises físicas e geométricas das tecnologias aplicadas aos motores com sistema biela-manivela com ar comprimido necessitam de desenvolvimento e análises em função dos parâmetros aplicados a cada projeto. Nesse sentido a figura 38 a seguir mostra um motor a combustão monocilíndrico de 400 cc convertido em um motor a ar comprimido onde se analisa as vantagens aerodinâmicas no fluxo das válvulas no ciclo de pressão (YU et al., 2015).

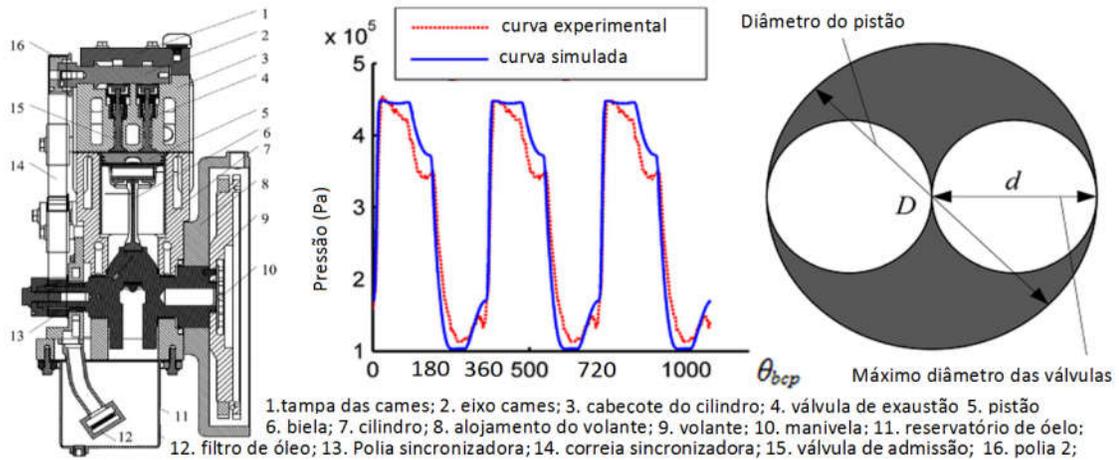


Figura 38 – Estudo da pressão e válvulas de motor monocilíndrico de 400 cc a ar comprimido

Fonte: adaptado de YU et al., 2015

Na figura 38 acima se tem a curva teoria e experimental para o ciclo de 2 tempos e 360° onde se verifica que a pressão máxima de 0,45 Mpa não se mantêm constante ao longo de todo o tempo de potência, da mesma forma que o escape também gera pressão residual acima da atmosférica. Os dados acima foram obtidos para um motor monocilíndrico de 400cc com cilindro de diâmetro de 88 mm e válvulas de 6,4 mm com a admissão de 0 a 130° e de escape de 180 a 340°.

No entanto, sistemas mais avançados eletrônicos podem ser utilizados tanto para o controle do fluxo do ar e da pressão como para o controle da posição de início e término das válvulas de admissão da pressão e da válvula de escape. Nesse sentido, a figura 39 a seguir mostra a pesquisa com um sistema de controle eletrônico de um motor a ar comprimido para se obter o máximo torque com o mínimo de energia.

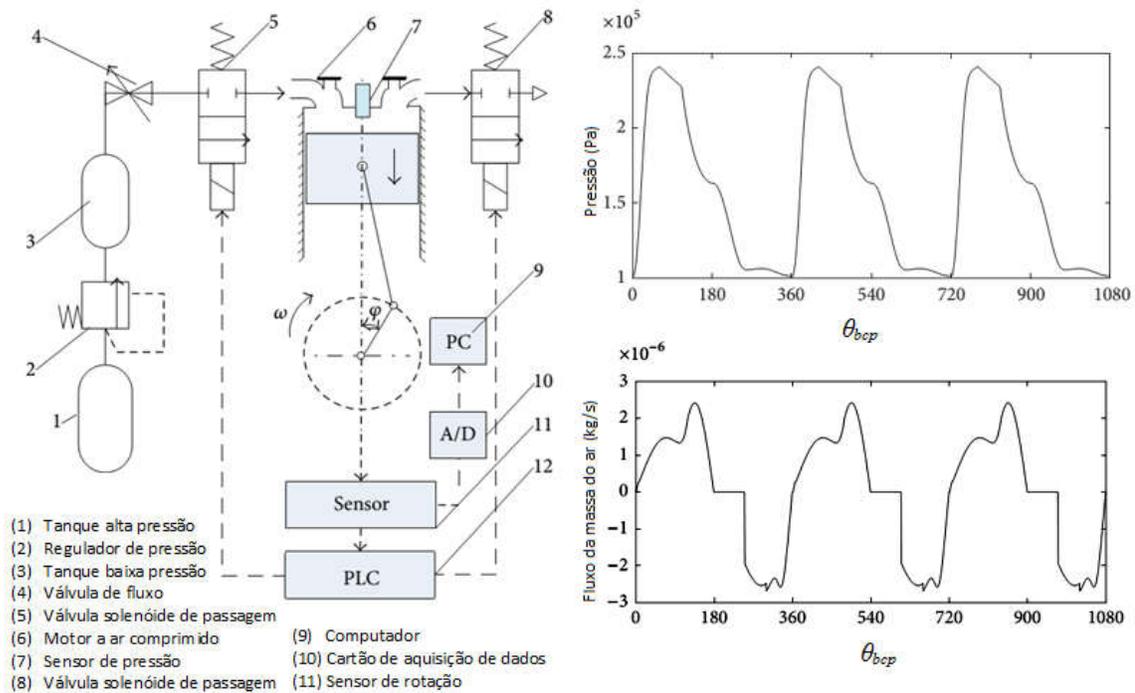


Figura 39 - Controle ativo do ar por válvulas solenoides em motor a ar comprimido

Fonte: adaptado de YU et al, 2014

Na figura 39 acima um motor de 100 cc de 4 tempos modificado para 2 tempos a ar comprimido teve as válvulas de admissão de escape controladas por PLC (Computador Lógico Programável) para até 1,3 MPa em função de sensores. Nesse sentido outros tipos de sistemas eletrônicos para a gerenciamento do rendimento do sistema veicular a ar comprimido tem sido pesquisado como forma de viabilizar esse tipo de tecnologia e melhorar a sua autonomia (YU et al., 2016). Portanto, o desenvolvimento de controles e novas tecnologias para motores a ar comprimido como fonte motora principal ou híbridos geram necessidades de novas pesquisas sobre esses tipos de sistemas de controle, como se investiga nessa tese.

2.4 MOTORES BIOMECÂNICOS

Um dos motores biomecânicos mais utilizado pelo ser humano para a sua locomoção além do seu motor natural utilizando as próprias pernas tem sido o motor biomecânico manual utilizado no movimento de cadeira de rodas por meio de força manual e alavanca pelas rodas. Esse tipo de acionamento biomecânico proporciona condições ao veículo cadeira de rodas de aplicação biomecânica manual da força para o seu deslocamento, em função do torque gerado na roda para o seu rolamento e deslocamento, como mostrado na figura 40 a seguir.



Figura 40 – Motor biomecânico manual aplicado ao veículo cadeira de rodas

Fonte: adaptado de VAN DER WOUDE et al., 2001

No entanto, além do acionamento manual como fonte motora também o ser humano também se utiliza do acionamento por pés nas mais diversas formas de motor biomecânico, possuindo-se essa forma uma grande vantagem de ficar as mãos livres para outras funções. Esse tipo de motor possibilita que as mãos sejam utilizadas dos veículos como comando para as manobras do veículo e uma locomoção segura. Nesse sentido esse tipo de acionamento biomecânico por pés como motor tem sido utilizado na locomoção de barcos de lazer ou como esporte competitivo como mostra a figura 41 a seguir, o qual possui suporte similar ao de hidroaviões para a obtenção de altas velocidades.



Figura 41 – Barco com motor biomecânico a pedal e suportes de baixo arrasto aerodinâmico

Fonte: adaptado de OWERS; PROBERT, 1985

Mesmo nos dias atuais esse tipo de fonte biomecânico tem sido bastante utilizado em projetos modernos, tal como o submarino com fonte motora acionada pelos pés desenvolvido para o lazer e mergulhos até 30 metros de profundidade, mostrado na figura 42 a seguir.



Figura 42 – Submarino com motor biomecânico a pedal de baixo peso e fácil manobrabilidade

Fonte: adaptado de NEVES, 2010

Esse tipo de acionamento por motor biomecânico a pedal tem apelo sustentável e saldável nos dias atuais e por isso esse tipo de energia biomecânica tem feito parte de projetos com tecnologia mais avançada como o mostrado na figura 42 acima. No entanto, o sistema com motor biomecânico a pedal mais popular que existe com acionamento por pedais e transmissão por correntes para o movimento de rodas em bicicletas, possuindo apelo sustentável e saudável. Esse tipo de acionamento biomecânico possui variações em função da ergonomia e aerodinâmica da bicicleta, sendo a aerodinâmica bastante pesquisada para a diminuição do gasto energético e a otimização do desempenho, veja figura 43 a seguir.

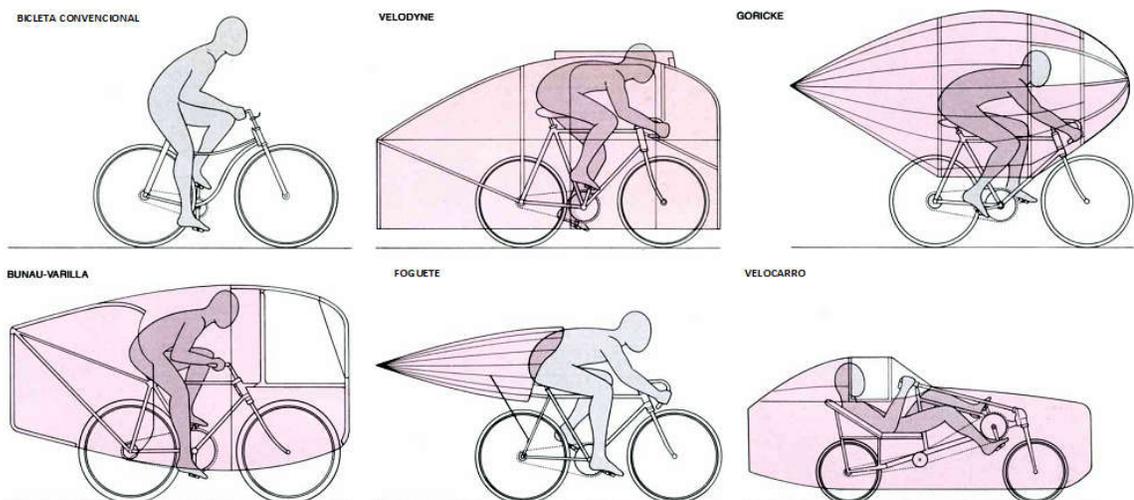


Figura 43 – Variações de tipos de bicicletas com sistemas aerodinâmicos

Fonte: adaptado de GROSS et al., 1983

Essas variações da bicicleta da figura 43 podem ser chamadas de Veículos de Potência Humana (HPV – *Human-Powered Vehicle*) e que apesar de se manter a mesma fonte motora a pedal alteram-se bastante as posições ergonômicas do piloto, como mostra a figura 44 a seguir.

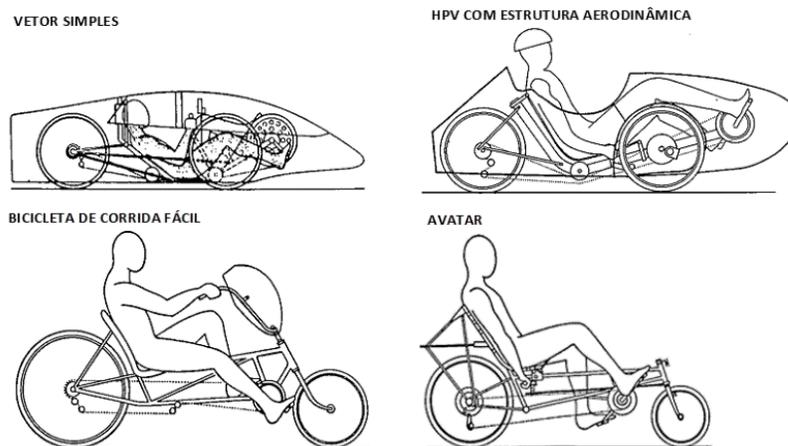


Figura 44 – Tipos e variações de HPV
Fonte: adaptado de RAINE et al., 1991

Portanto os motores biomecânicos a pedal aplicado ao veículo bicicleta e ao HPV mostrados nas figuras 43 e 44 acima se apresentam como sendo um dos mais utilizados, com variações e melhorias nos mecanismos e tipos de relações de transmissões. Esses tipos de veículos com motor biomecânico a pedal como fonte motora não linear proporcionam vários tipos e posições ergonômicas para o transporte humano, seja com duas, três ou quatro rodas, com potencial uso como veículo de pequeno porte automotriz.

Nesse sentido, para o conforto humano existem várias pesquisas sobre aplicações nas relações de transmissões, as quais variam a velocidade para uma melhor aplicação da potência biomecânica a pedal e o conforto da fonte motora humana. Essas novas tecnologias apresentam desde novas geometrias para as tradicionais rodas dentadas com formato elíptico (RANKIN, NEPTUNE, 2008), sistema variável do raio do pedal (ZAMPARO et al., 2002), Transmissão Continuamente Variável (CVT – *Continuously Variable Transmission*) das marchas (FORTI, 1997) e uso de câmbios planetários com engrenagens (CHIEN, TSENG, 2004).

No entanto, o sistema de transmissão da potência do pedalar do ser humano mais utilizado possui manivela e pedal combinado a um sistema de rodas dentadas com correntes e câmbio por cabo, para a alteração da relação dos raios das rodas dentadas e as velocidades. Esse tipo de geometria convencional se encontra descrito na figura 45 a seguir e será detalhado na sequência dos próximos tópicos, sendo que esse tipo de motor se torna um dos motores híbridos aplicado ao controle por velocidade da bicicleta.

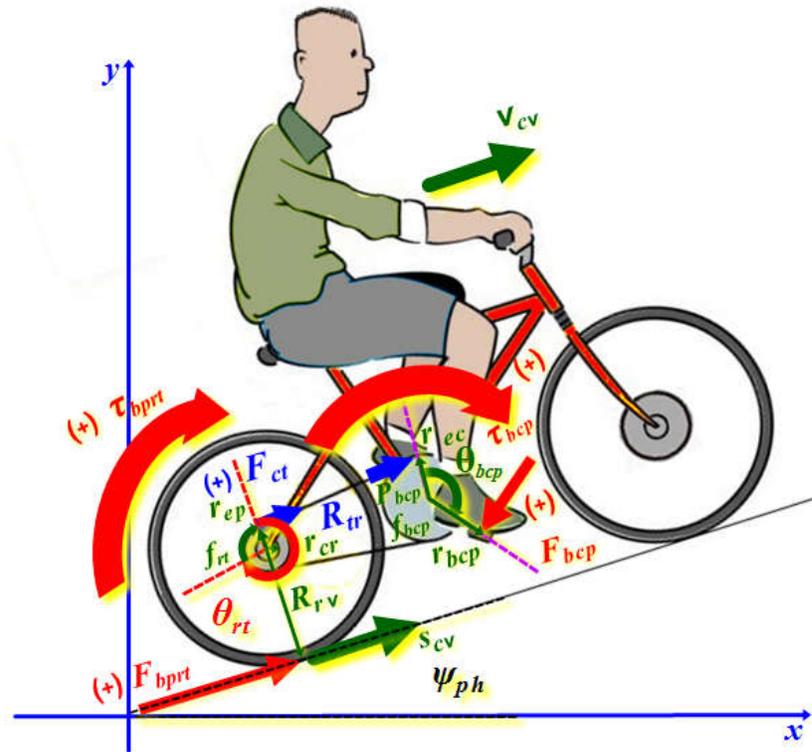


Figura 45. Motor biomecânico aplicado ao veículo bicicleta com ergonomia convencional¹

Fonte: autoria própria

onde:

s_{cv} = Deslocamento do ciclista mais o veículo

v_{cv} = Velocidade do ciclista mais o veículo

τ_{bcp} = Torque biomecânico ciclista no pedal

P_{bcp} = Potência biomecânica do ciclista no pedal

f_{bcp} = frequência biomecânica do ciclista em rpm no pedal

F_{bcp} = Força biomecânica do ciclista no pedal

τ_{bcp} = Torque biomecânico do ciclista no pedal

f_{rt} = frequência em rpm da roda traseira

F_{bpri} = Força biomecânica do pedalar na roda traseira

τ_{bpri} = Torque biomecânico do pedalar na roda traseira

θ_{bcp} = ângulo de referência da rotação biomecânica do ciclista no pedal

¹ Figura genérica sem autoria específica sobre como melhorar o desempenho de bicicletas em <https://ummaisoumenos.wordpress.com/category/bicicletas/>

θ_{rt} = ângulo de referência da rotação da roda traseira

ψ_{ph} = ângulo do piso com a horizontal

r_{bcp} = raio da aplicação da força biomecânica ciclista no pedal

r_{ec} = raio do eixo à coroa (roda dentada grande)

r_{ep} = raio do eixo aos pinhões (rodas dentadas pequenas/marchas)

r_{cr} = raio do cubo das rodas

R_{rv} = Raio das rodas do veículo

Esse tipo de motor biomecânico convencional da figura 45 acima possui vários estudos com relação ao gasto energético, frequência cardíaca e a melhor FCC para o pedalar, sendo na sua maioria para o desempenho de ciclistas de resistência (LORAS et al., 2009; HANSEN, OHNSTAD, 2008; PIERRE et al., 2006; BERTUCCI, et al., 2005; FOSS; HALLÉN, 2004; MARSH et al. 2000; BRISSWALTER et al., 2000; TAKAISHI et al. 1996; TAKAISHI et al., 1994; MARSH; MARTIN 1993; SANDERSON, 1991; MARIOT, 1984; PATTERSON et al., 1983; SODEN, ADEUEFA, 1979; BANISTER, JACKSON, 1967). Sendo que a cadência FCC definida pelos pesquisadores se apresenta como equivalente a frequência da aplicação da energia biomecânica do ciclista no pedal (f_{bcp}) em revoluções por minutos (rpm).

Essa f_{bcp} ou FCC para ciclistas de resistência em função da percentagem do ângulo do piso pode ser verificado na figura 46 a seguir, com a FCC aumentando ou diminuindo conforme altera-se a inclinação do piso com a horizontal, para subidas ou descidas (SASSI et al., 2009).

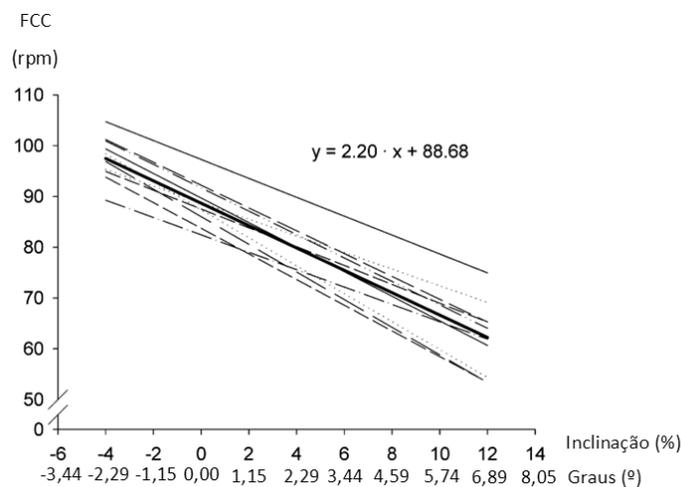


Figura 46. Variação da FCC para ciclista de resistência em função da inclinação do piso

Fonte: Adaptado de SASSI et al., 2009.

Verifica-se na figura 46 acima que a FCC para o plano que era de 90 rpm varia de ± 10 rpm para cada $2,29^\circ$ de inclinação, seja aumentando-se a inclinação na descida ou diminuindo-se na subida, como definido pela reta principal em negrito. Nesse sentido, na figura 47 a seguir uma pesquisa com 5 ciclistas de resistência com idade entre 22 e 31 anos e pesos entre 66 a 78 kg avaliam a FCC ótima, com base no consumo de oxigênio e na frequência cardíaca, relacionados a potência aplicada ao pedal (COAST, WELCH, 1985).

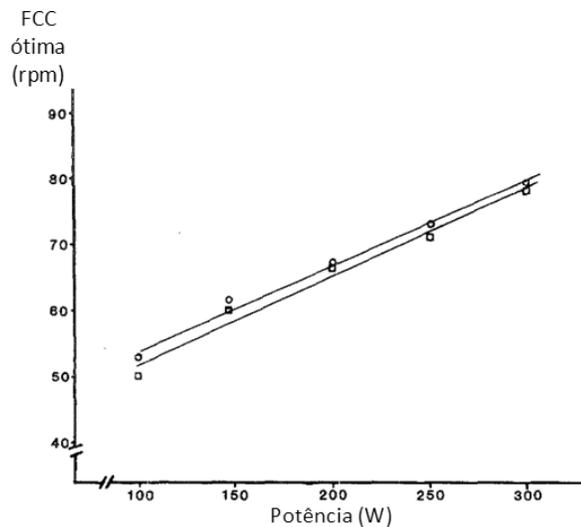


Figura 47. FCC ideal pela frequência cardíaca (○) e consumo de oxigênio (□) para ciclistas

Fonte: Adaptado de COAST, WELCH, 1985.

No entanto, poucos autores avaliam a FCC e os gastos energéticos em função da potência para não ciclistas de resistência (WHITTY, et al., 2009; SPICER et al., 2000; MARSH, MARTIN, 1993), sendo que se pode resumir esses estudos para ciclistas comuns com tendo FCC variando entre 50 a 65 rpm e com potências entre 100 a 200 W. Esses dados pesquisados para não ciclistas de resistência ficam próximos aos apresentados na figura 47 para ciclistas de resistência, os quais demonstram FCC ótima de 54 rpm para 100 W, 60 rpm para 150 W e 67 rpm para 200 W (COAST, WELCH, 1985). Portanto, para essa faixa de frequência do pedalar gera-se uma faixa de rotação ideal para cada alteração das relações geométricas (marchas) de r_{ec} e r_{ep} , veja figura 45, em função das velocidades da roda e do pedalar, também chamada de relação de transmissão (R_T).

Na figura 48 a seguir mostra-se a transformação da energia humana em potência através da frequência do pedalar f_{bcp} e da força útil biomecânica tangencial ao raio do pedal F_{btrp} como

uma componente angular da Força biomecânica do ciclista no pedal (F_{bcp}) ao longo da rotação por θ_{bcp} , como segue.

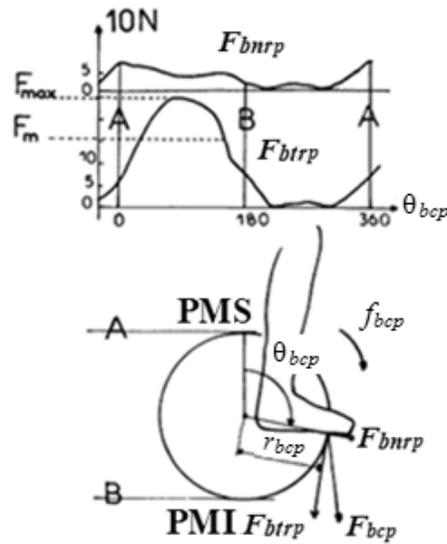


Figura 48. Componentes da força biomecânica do pedal durante um ciclo de rotação

Fonte: Adaptado de MARIOT, 1984.

Nessa figura 48 acima observa-se a F_{bcp} durante o ciclo de 0 a 2π de θ_{bcp} gerada por uma das pernas dos ciclistas durante o ciclo do Ponto Morto Superior (PMS) ao Ponto Morto Inferior (PMI) e retorno ao PMS. Sendo que a cada meio ciclo de 0 a π um dos pés gera a força principal a F_{bcp} a qual possui inclinação em relação ao r_{bcp} em função da articulação por rotação no pedal, para a adaptação biomecânica da geometria do ciclista ao pedalar.

Portanto, a F_{bcp} pode ser desdobrada em duas componentes, uma normal ao que gera uma componente de Força (F_{bnrp}) normal ao raio r_{bcp} que se dissipa no pedal e uma Força tangencial ao raio do pedal (F_{btrp}) e que gera o torque útil (τ_{bcp}) a bicicleta (MARIOT, 1984). Dessa forma, no motor biomecânico a F_{btrp} perpendicular ao r_{bcp} proporciona o torque útil de τ_{bcp} que ao ser aplicado ao eixo gera a rotação de θ_{bcp} e que através do r_{ec} se converte na força F_{cor} que transmite o movimento a corrente, veja Figura 45, como mostrado na equação a seguir.

$$\tau_{bcp} = F_{btrp} r_{bcp} = F_{cor} r_{ec} \quad (1)$$

Dessa forma, a rotação angular θ_{bcp} gera a força na corrente (F_{cor}) que tem relação proporcional a geometria dos raios da manivela do pedal e da roda dentada maior chamada também de coroa, veja figura 45, como mostrado na equação (1). No entanto, a F_{cor} também

possui relação geométrica com a rotação da roda traseira por θ_{rt} , proporcionando o τ_{bpri} quando aplicado por F_{cor} ao r_{ep} , através da transmissão por R_{tr} pela corrente (Figura 40). Dessa forma, isolando na equação (1) se obtêm a F_{cor} em função dos raios e a relação do torque biomecânico útil na roda traseira (τ_{bpri}) se aplicada as perdas que gera a eficiência mecânicas na transmissão (e_m), como mostrado na equação a seguir.

$$\tau_{bpri} = (F_{bpri})_{R_{rv}} = \left((F_{cor}) r_{ep} \right) e_m = \left(\left(\frac{F_{btrp} r_{bcp}}{r_{ec}} \right) r_{ep} \right) e_m = \left(F_{btrp} r_{bcp} \frac{r_{ep}}{r_{ec}} \right) e_m = \tau_{bcp} \left(\frac{r_{ep}}{r_{ec}} \right) e_m \quad (2)$$

No entanto o torque útil na roda possui relação com o R_{rv} que pela F_{bpri} gera o τ_{bpri} que atua como força motriz durante o movimento em relação ao piso, veja figura 45, a qual tem relação com o τ_{bcp} como mostrado na equação (2) acima. Contudo, através da e_m e da geométrica dos raios do eixo da coroa (r_{ec}) e do eixo dos pinhões (r_{ep}) define-se a relação de transmissão geométrica (R_{tr}) das marchas pelas rodas dentadas da transmissão por corrente, da seguinte forma.

$$R_{tr} = \left(\frac{r_{ec}}{r_{ep}} \right) \quad (3)$$

Dessa forma, substituindo-se a equação (3) na equação (2) se define a equação (3) a seguir em função da R_{tr} que pode variar, sendo que τ_{bpri} gera o movimento da bicicleta em função da força F_{btrp} aplicada no pedal que gera o τ_{bcp} útil no eixo da coroa, como segue.

$$\tau_{bpri} = F_{bpri} R_{rv} = \left(e_m \left(\frac{r_{ep}}{r_{ec}} \right) \right) r_{bcp} F_{btrp} = \left(e_m \left(\frac{1}{R_{tr}} \right) \right) \tau_{bcp} = \left(\frac{e_m}{R_{tr}} \right) \tau_{bcp} \quad (4)$$

Dessa forma, também se pode descrever a F_{btrp} em função da roda traseira pela F_{bpri} e a R_{tr} variável em função da mudança dos raios da coroa e do pinhão das rodas dentadas da corrente, também chamado de marchas, como descrito na equação a seguir.

$$F_{btrp} = \left(\frac{R_{tr} F_{bpri} R_{rv}}{r_{bcp} e_m} \right) = \left(\frac{R_{tr}}{e_m} \right) \left(\frac{F_{bpri} R_{rv}}{r_{bcp}} \right) \quad (5)$$

No entanto, a força tangencial efetiva F_{btrp} que gera o torque útil se apresenta como sendo uma função da potência aplicada ao pedal pela frequência do pedalar FCC ou f_{bcp} , sendo que para uma perna as variações dessa força se comportam como descrito na figura 49 a seguir.

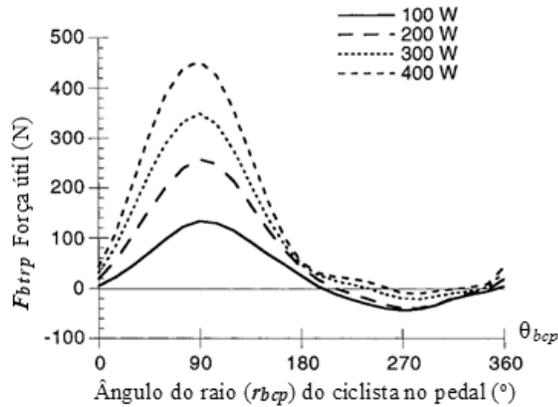


Figura 49. Forças efetivas que geram torque no pedal em função da potência para mesma FCC

Fonte: Adaptado de SANDERSON, 2000

No entanto, a força biomecânica F_{btrp} apresentada na figura 49 acima se refere a meio ciclo e a força completa se torna uma combinação das forças dos dois pés do ciclista ao longo de todo o ciclo de 2π de rotação de θ_{bcp} . Essa combinação cíclica das duas pernas do ciclista durante o processo de pedalar pode ser analisada na figura 50 a seguir a qual demonstra o ciclo completo de 2π de rotação de θ_{bcp} das duas pernas dos ciclistas combinadas, como segue.

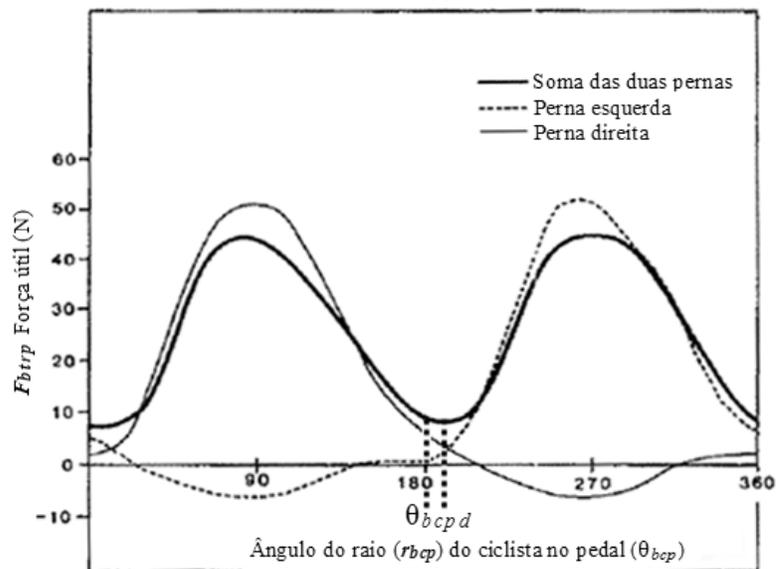


Figura 50. Combinação das forças biomecânicas do torque no pedal com duas pernas

Fonte: Adaptado de FORTI, 1997.

Para análise do comportamento da F_{btrp} da figura 50 acima gerado pela componente da força biomecânica total que efetivamente gera o torque útil e análise do desempenho de ciclistas de resistência vários estudos experimentais têm sido desenvolvidos (LORAS et al., 2009; WHITTY et al., 2009; CANDOTTI et al., 2007; PIERRE et al., 2006; BERTUCCI, et al., 2005; HANSEN et al., 2002; FREGLY et al., 2000; BRISSWALTER et al., 2000; BARBEDETTE, MARIOT, 1997; COAST, WELCH, 1985; MARIOT, 1984; SEABURY et al., 1977). No entanto, verifica-se que nas figuras 48 a 50 que a força biomecânica tangencial F_{btrp} se aproxima de uma função senoidal (MARIOT, 1984; FORTI, 1997; SANDERSON, 2000) ao longo do ciclo de rotação de 2π de rotação de θ_{bcp} .

Dessa forma, na figura 50 acima ocorre a sobreposição de forças após o PMI a 180° ($\theta_{bcp} = \pi$ rad) combinando-se o torque positivo após o PMI ao o início do ciclo no PMS da outra perna, podendo-se gerar um ângulo de defasagem (θ_{bcpd}) da função senóide do ciclo total. Esse ângulo de defasagem θ_{bcpd} possui amplitude mínima da F_{btrp} , e o valor dessa amplitude e defasagem depende da forma de pedalar e da inclinação do terreno (REDFIELD, HULL, 1986; SANDERSON, 1991; KAUTZ; HULL, 1993; BERTUCCI, 2005; FARAHANI et al., 2015), como pode ser verificado na figura 51 a seguir.

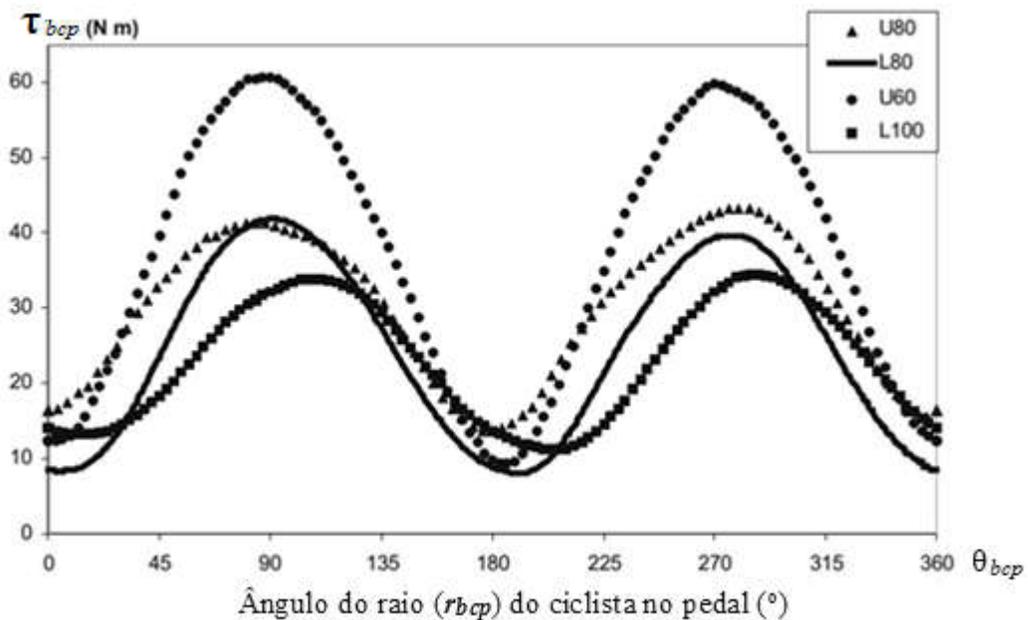


Figura 51. Torques biomecânicos em função da rotação angular e inclinação do piso

Fonte: Adaptado de BERTUCCI, 2005.

Dessa forma, na figura 51 analisa-se alguns tipos de τ_{bcp} desenvolvidos por ciclistas de resistência a uma potência fixa em função da frequência do pedalar f_{emp} (rpm) combinada ao tipo de inclinação do terreno ψ_{ph} . Esses valores da figura 46 foram obtidos para uma potência aplicada de 362 W, obtendo-se os torques para a força biomecânica útil quando simulados em pisos sem inclinação do terreno, a 0° ou em nível com 0% de inclinação (*Level terrain* = L) e em subidas a $5,7^\circ$ ou 10% de inclinação (*Uphill terrain* = U) em função da variação da f_{emp} .

Portanto, pode-se gerar toda ou parte da F_{bcp} como componente da força tangencial F_{btvp} em função do ângulo α da força no pedal ao longo de θ_{bcp} como mostrado na figura 52 a seguir.

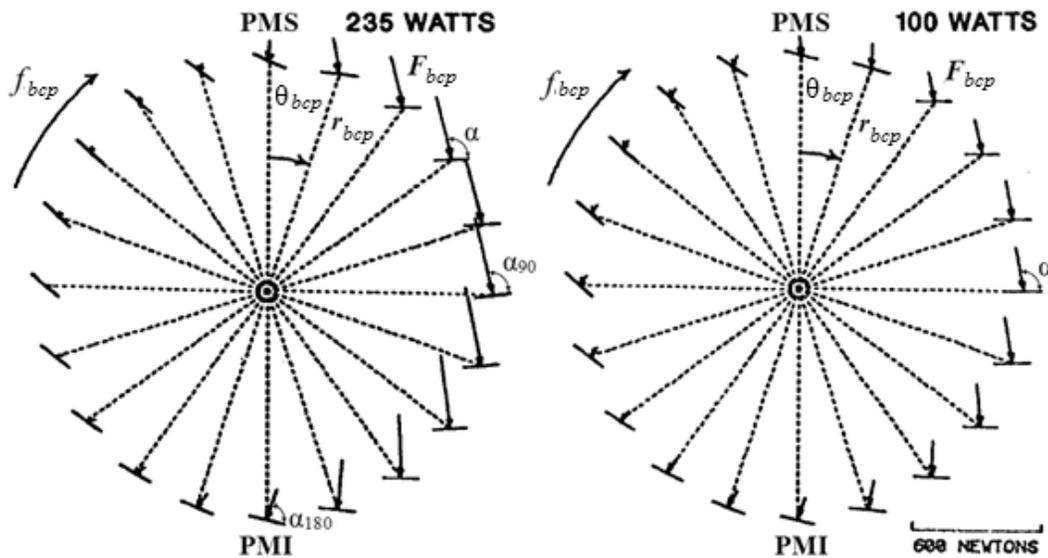


Figura 52. Diagrama da força aplicada no pedal a 60 rpm para 235 e 100 W

Fonte: Adaptado de SANDERSON, 1991.

Na figura 52 acima o tipo de comportamento depende do tipo de ciclista, se o mesmo possui experiência ou não, do comprimento do r_{bcp} e da potência aplicada, proporcionando a distribuição dessa força ao longo do ciclo, em função da rotação angular α do pedal. Contudo em função do r_{bcp} e da F_{bcp} através da sua componente tangencial F_{btvp} se obtém a relação proporcional do τ_{bjp} aplicado, como descrito na equação (2), que pode descrever a potência no movimento do motor. Portanto, para o cálculo do τ_{bcp} o mesmo pode ser ajustado como uma função senoidal, apesar das diferenças nos valores reais dos torques nos PMS e PMI, com base nos torques máximo (τ_{max}), mínimo (τ_{min}) e médio (τ_m), como ilustrado na figura 53 a seguir.

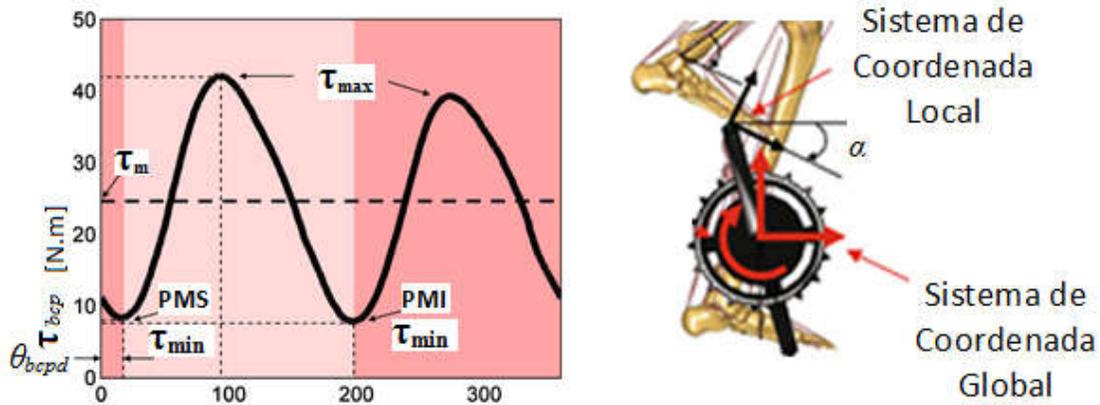


Figura 53. Definições dos Torques durante o pedalar para definição de um comportamento

Fonte: Adaptado de FARAHANI et al., 2015

Como representado na figura 53 acima se pode representar esse comportamento aproximando com base no torque médio em função da amplitude com base no torque médio e mínimo através de uma função senoidal, da seguinte forma (FARAHANI et al., 2015).

$$\tau_{bcp} = (\tau_{\max}) + (\tau_{\max} - \tau_{\min}) \text{sen}(2\theta_{bcp} + \theta_{bcpd}) \quad (6)$$

No entanto, o torque máximo pela velocidade linear pode ser descrito na posição do pedal a 90° em função do ângulo do pedal (α_{90}) e da mesma forma o torque mínimo em função do ângulo do pedal (α_{180}), veja figura 47, se pode alterar a equação (6) para a seguinte forma.

$$\tau_{bcp} = ((\tau_{\max}) \text{sen}(\alpha_{90})) ((\tau_{\max}) \text{sen}(\alpha_{90}) - (\tau_{\min}) \text{sen}(\alpha_{180})) \text{sen}(2\theta_{bcp} + \theta_{bcpd}) \quad (7)$$

Contudo, o torque máximo no pedalar que pode ser descrito em função da potência biomecânica do ciclista no pedal e da velocidade angular como mostrado na equação a seguir.

$$\tau_{\max} = \tau_{bcp/\max} = F_{btrp} r_{bcp} = F_{cor} r_{ec} = P_{bcp} / \theta_{bcp} \quad (8)$$

Portanto, colocando o τ_{\max} em evidência na equação (7) e substituindo como descrito na equação (8) se pode obter a equação do comportamento do torque em função da potência aplicada pelo ciclista no pedal, da seguinte forma.

$$\tau_{bcp} = \left(\frac{P_{bcp}}{\theta_{bcp}} \text{sen}(\alpha_{90}) \right) (1 - \text{sen}(\alpha_{180})) \text{sen}(2\theta_{bcp} + \theta_{bcpd}) \quad (9)$$

No entanto, para o movimento da bicicleta a potência biomecânica se transfere a roda traseira pela transmissão e a sua relação por correntes para a aplicação da força na roda traseira através da F_{bprt} como descrito na equação a seguir.

$$\tau_{bpri} = F_{cor} r_{ep} = F_{bpri} R_{rv} = P_{bpri} / \theta_{rt} \quad (10)$$

Dessa forma, através da F_{cor} se obtêm a transmissão de força e em consequência da potência e dos torques através do pedalar para a roda traseira por meio dos raios da coroa e do pinhão em função da velocidade tangencial linear na corrente (v_{cor}), como segue.

$$v_{cor} = \theta_{bcp} r_{ec} = \theta_{rt} r_{ep} \quad (11)$$

Através da relação acima na equação (11) se pode relacionar as variações angulares entre os eixos e a rotação angular da manivela do pedal e da roda traseira, da seguinte forma.

$$\theta_{bcp} = \frac{\theta_{rt} r_{ep}}{r_{ec}} = \frac{\theta_{rt}}{R_{tr}} \quad (12)$$

Como além da velocidade linear da corrente a força de tensão de tração na mesma também permanece constante durante a transmissão do movimento entre os raios da coroa e do pinhão se pode relacionar as equações (8) e (10) da seguinte forma.

$$\frac{F_{bpri} R_{rv}}{r_{ep}} = \frac{P_{bpri}}{\theta_{rt} r_{ep}} = \frac{\tau_{bpri}}{r_{ep}} = F_{cor} = \frac{\tau_{bcp}}{r_{ec}} = \frac{P_{bcp}}{\theta_{bcp} r_{ec}} = \frac{F_{btrp} r_{bcp}}{r_{ec}} \quad (13)$$

Essa equação (13) pode se desdobrar em novas equações relacionando-se as variáveis com a relação de transmissão por corrente, da seguinte forma a seguir.

$$\tau_{bcp} = \frac{\tau_{bpri} r_{ec}}{r_{ep}} = \tau_{bpri} R_{tr} \quad (14)$$

$$\frac{P_{bcp}}{\theta_{bcp}} = \frac{P_{bpri} r_{ec}}{\theta_{rt} r_{ep}} = \frac{P_{bpri} R_{tr}}{\theta_{rt}} \quad (15)$$

Dessa forma, se pode obter o torque biomecânico aplicado a roda traseira através da transmissão de corrente e substituir na equação (9) as relações das equações (12), (14) e (15), ficando da seguinte forma.

$$\tau_{bcp} = \tau_{bpri} R_{tr} = \left(\frac{P_{bpri} R_{tr}}{\theta_{rt}} \text{sen}(\alpha_{90}) \right) \left(1 - \text{sen}(\alpha_{180}) \right) \text{sen} \left(2 \frac{\theta_{rt}}{R_{tr}} + \theta_{bcpd} \right) \quad (16)$$

Simplificando a equação (16) acima para o torque biomecânico do pedal na traseira e a relação de transmissão dos dois lados se obtêm a equação para a roda traseira, mas necessita-se inserir um termo de eficiência mecânica (e_m) para a troca da P_{bpri} por P_{bcp} como segue.

$$\tau_{bpri} = \left(\frac{e_m P_{bcp}}{\theta_{rt}} \text{sen}(\alpha_{90}) \right) \left(1 - \text{sen}(\alpha_{180}) \right) \text{sen} \left(2 \frac{\theta_{rt}}{R_{tr}} + \theta_{bcpd} \right) \quad (17)$$

A aplicação dessa potência biomecânica de forma constante no movimento do veículo bicicleta não se torna fácil de controlar mecanicamente. Dessa forma, se tem poucos estudos sobre controle da P_{bcp} constante em motores biomecânicos apesar do conforto ao ciclista durante o movimento do veículo. Essa falta de estudos ocorre em função da necessidade da utilização de controles ativos com instrumentos eletrônicos, tornando-se complexo o controle da potência em função das R_{tr} variáveis.

No entanto, em função da melhoria dos materiais e dos custos de produção novos sistemas de transmissão para as R_{tr} tem sido desenvolvido para os veículos bicicletas, desde CVT (FORTI, 1997) a sistemas planetários de engrenagens no cubo da roda traseira (CHIEN, TSENG, 2004). Dessa forma, para automatização de um câmbio de quatro marchas com controle ativo e mudança de marcha realizou-se simulações com FCC constante, para a troca das marchas, em função da velocidade e inclinação do piso de -10 a 10 graus (CHIEN, TSENG, 2004), como mostrado na figura 54.

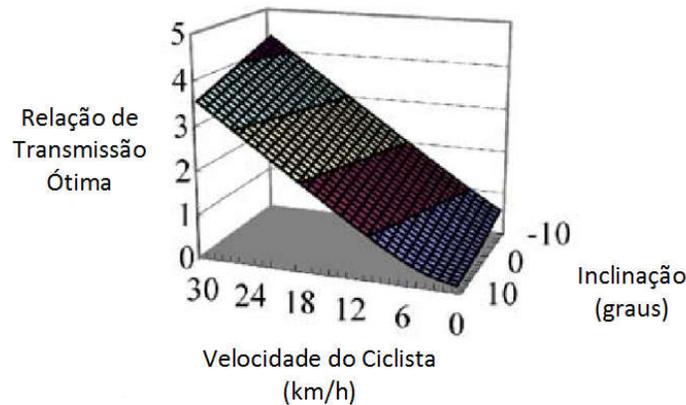


Figura 54. Relações de transmissão de marchas em função da velocidade e inclinação a 60 rpm

Fonte: Adaptado de CHIEN, TSENG 2004.

A figura 54 acima mostra o motor biomecânico com base nas inclinações do piso e da força gravitacional a favor do movimento na descida ou contra o movimento na subida, com 5 níveis de relação de transmissão por engrenagens na subida até 10° e 4 na descida a -10°. Dessa forma determina-se os diferentes ajustes das relações das marchas na roda traseira em função da inclinação.

No entanto, o câmbio com engrenagens planetárias comercial utilizado nesse estudo apresentado na figura acima possui somente 4 marchas, sendo as relações geométricas e as recomendações de utilização em função da velocidade descrita na tabela 1 a seguir.

Tabela 1 - Relações entre as velocidades e as relações de transmissão por engrenagens

Par de engrenagens	1	2	3	4
Relação de transmissão	1,619	2,007	2,429	2,979
Velocidade comum (km/h)	< 10	10-12	12-17	> 17
Velocidade rápida (km/h)	< 8	8-10	10-15	> 15

Fonte: Adaptado de CHIEN, TSENG 2004.

Esse tipo de sistema de transmissão por engrenagens se apresenta como forma de transmissão mais moderna que os sistemas tradicionais de transmissão utilizado na maioria dos veículos bicicletas. No entanto, o sistema mais tradicional em veículos bicicleta para as R_{tr} variáveis utilizam-se de rodas dentadas e corrente, similar ao apresentado na figura 55 a seguir.

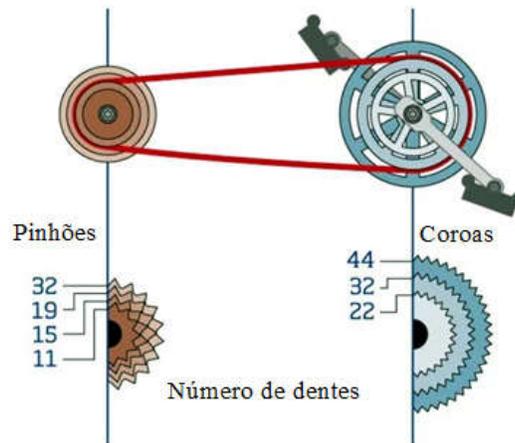


Figura 55. Relação de transmissão convencional com correntes para bicicleta

Fonte: Adaptado do site <https://ummaisoumenos.wordpress.com/category/bicicletas/>

No entanto, os sistemas de transmissão tradicionais por correntes possuem menor eficiência mecânica quando comparados aos sistemas planetários por engrenagens e dessa forma diminuem a potência útil na roda, como já definido na equação (17) e pode verificado na tabela 2 a seguir.

Tabela 2 – Eficiência mecânica para diferentes relações de transmissão por correntes

Transmissão	50 rpm 100 W	60 rpm 100 W	70 rpm 100 W	60 rpm 150 W	60 rpm 175 W
$52 / 11 = 4,72$	92,5	91,1	88,7	94,6	95,5
$52 / 15 = 3,46$	94,7	92,3	90,4	96,2	97,5
$52 / 21 = 2,47$	95,2	93,8	92,0	97,4	98,2

Fonte: Adaptado de SPICER et al., 2000.

Como pode ser verificado na tabela 2 quanto menor a relação de transmissão maior o rendimento bem como a menores rotações da f_{bpc} e a potências maiores, no entanto, quanto maiores a f_{bpc} e a relação de transmissão menor a e_m . Apesar de possuir menor eficiência mecânica esse tipo de relação de transmissão tem sido muito utilizado nas bicicletas para a aplicação das forças no pedal em função das massas do veículo e ciclista para se vencer subidas.

Dessa forma, para a automatização desse sistema tradicional poucas publicações em periódicos sobre o assunto têm sido realizadas, sendo a maioria das inovações depositadas em bancos de patentes para proteção industrial e futura comercialização (BELLIO; EIDELMAN, 1998, 1996a, 1996b, 1995, 1991; ETHINGTON, 1997a, 1997b; ANDERSON, 1993; BROWNING, 1993; RESTELLI, 1993; CLEM; TRETHERWAY, 1986). Sendo que apenas uma dessas patentes possui controle eletrônico por sensor de potência e de velocidade da roda traseira, para um melhor conforto do ciclista, através de mudanças por servo motor das marchas com corrente e rodas dentadas (ETHINGTON, 1997a, 1997b).

Como pode ser verificado na figure 56 a seguir, em função da velocidade da roda traseira acionada pelo motor biomecânico proporciona uma variação na FCC que foi automatizado em função das mudanças das R_{tr} , como mostrado a seguir com as 10 marchas de transmissão.

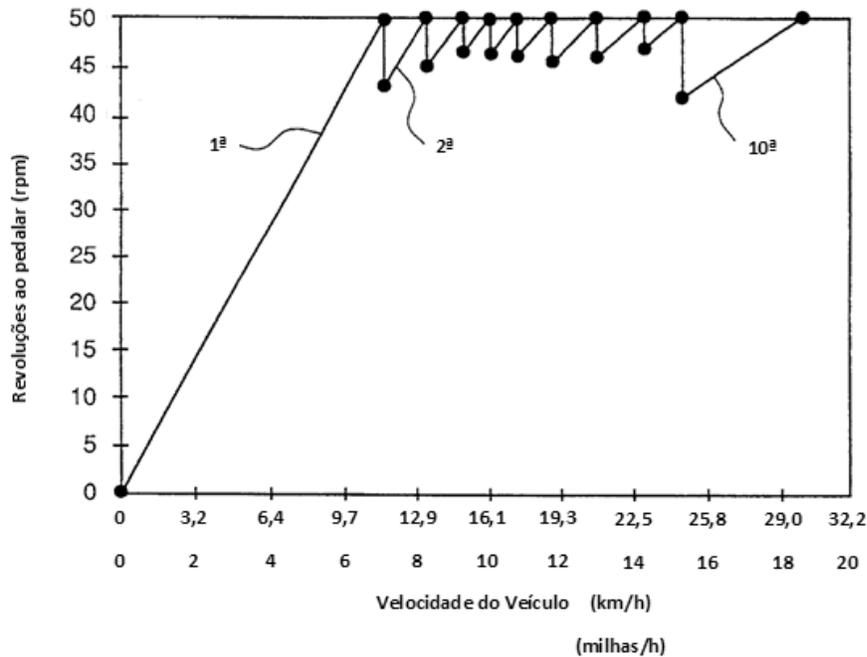


Figura 56. Relações de transmissão por correntes automatizada pela FCC

Fonte: Adaptado de ETHINGTON,1997a,1997b

Esse sistema possui dois limites para automatização das mudanças das marchas, tendo uma força limite para a potência em função da rotação limite. Nosso trabalho de pesquisa também determina uma força limite que gera o torque limitado a potência máxima que fica constante. Ou seja, a potência do motor biomecânico para se gerar conforto ao ciclista deve-se manter constante, mas a força aplicada na roda traseira e a sua velocidade angular podem variar. Dessa forma se aplica um controle ativo por instrumentação e sistemas eletrônico para o controle ativo do movimento do veículo híbrido através da atuação do motor a ar comprimido como fonte motora complementar.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA DE UM SISTEMA VEICULAR HÍBRIDO

Para se definir o modelo físico do veículo e seus mecanismos se necessita conhecer os elos do mecanismo e seus comprimentos, em função dos seus graus de liberdade, para descrevê-los em função das variáveis geométricas e físicas. Com base nas informações de cada elo os quais se deve considerar rígidos desenvolve-se a equação do movimento de cada motor e do veículo, em função de suas inércias e massas concentradas nos Centros de Gravidade (*CG*).

Ou seja, de forma a se obter os dados físicos para os modelos dinâmicos e suas equações do movimento, aplicando-se a mecânica Newtoniana tradicional por forças ou pelo método de energia Lagrange. Na mecânica Lagrangeana se um obtêm através do equilíbrio das energias e forças conservativas, por meio de suas relações com as energias cinéticas T e as energias potenciais V , sendo a sua diferença definida como a função Lagrangeana \mathcal{L} (MEIROVITCH, 1986), da seguinte forma.

$$\mathcal{L} = T - V \quad (18)$$

Desenvolvendo as derivadas da \mathcal{L} em função da coordenada generalizada q_j e sua variação no tempo se obtêm a equação do movimento de Lagrange que quando se iguala a zero possui unicamente forças e energias conservativas atuando no movimento, como segue.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_k} \right) - \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_k} \right) = 0 \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (19)$$

onde:

t = variável tempo da função

k = grau de liberdade do sistema com forças conservativas

q_k = cada coordenada generalizada independente

\dot{q}_k = variação ao longo do tempo de cada coordenada generalizada independente

No entanto, nem sempre o movimento ocorre por forças conservativas, sendo que muitas vezes se necessita utilizar de força não conservativa como fonte de excitação para o movimento, bem como de forças dissipativas que desperdiçam parte da energia. Para a análise dessas forças não conservativas Johann Bernoulli introduziu um conceito com base no equilíbrio estático de um sistema mecânico, chamado de trabalho virtual ($\overline{\delta W}$), por deslocamentos virtuais das forças. Sendo que para movimentos Lagrange introduziu o símbolo δ de caráter virtual das variações instantâneas que pode ser tratado como um princípio dinâmico de D'Alembert (MEIROVITCH, 1986), sendo o trabalho das forças restritivas \mathbf{f}_i igual a zero, da seguinte forma.

$$\overline{\delta W} = \sum_{i=1}^N m_i \ddot{\mathbf{r}}_i \delta \mathbf{r}_i = \sum_{i=1}^N (\mathbf{F}_i - \mathbf{f}_i) \delta \mathbf{r}_i = \sum_{i=1}^N \mathbf{F}_i \sum_{k=1}^n \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial q_k} \delta q_k = \sum_{k=1}^n \left(\sum_{i=1}^N \mathbf{F}_i \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial q_k} \right) \delta q_k = \sum_{k=1}^n Q_k \delta q_k \quad (20)$$

onde:

$i = 1, 2, \dots, N$ = número de partículas que realizam trabalhos virtuais

\mathbf{F}_i = força aplicada

\mathbf{f}_i = força restritiva

$\delta \mathbf{r}_i$ = deslocamentos virtuais das partículas

δq_k = deslocamentos virtuais das partículas em relação as coordenadas generalizadas

Q_k = variável ligada as forças generalizadas conservativas e não conservativas

Ressalta-se que para se aplicar a definição de forças generalizadas na equação (20) Q_k não necessita necessariamente ser força, podem ser momentos ou outras entidades quaisquer, de modo que com o seu produto se gerem unidades de trabalho (MEIROVITCH, 1986). Portanto, Q_k pode ser descrito em termos de forças não conservativas e conservativas, sendo as forças conservativas deriváveis das energias potenciais V e o trabalho das massas pelas acelerações reescritas em função das energias cinéticas T (MEIROVITCH, 1986), como segue.

$$\begin{aligned} \overline{\delta W} &= \sum_{k=1}^n (Q_{kc} + Q_{knc}) \delta q_k = - \sum_{k=1}^n \delta V \delta q_k + \sum_{k=1}^n Q_{knc} \delta q_k = - \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial V}{\partial q_k} - \sum_{i=1}^N \mathbf{F}_i \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial q_k} \right) \delta q_k \\ &= \sum_{i=1}^N m_i \ddot{\mathbf{r}}_i \delta \mathbf{r}_i = \sum_{i=1}^N m_i \ddot{\mathbf{r}}_i \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial \delta \mathbf{r}_i}{\partial q_k} \right) \delta q_k = \sum_{k=1}^n \left\{ \sum_{i=1}^N \left(\frac{d}{dt} \left(m_i \dot{\mathbf{r}}_i \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial \dot{q}_k} \right) \right) - \sum_{i=1}^N \left(m_i \dot{\mathbf{r}}_i \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial q_k} \right) \right\} \delta q_k \quad (21) \\ &= \sum_{k=1}^n \left\{ \left(\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial}{\partial q_k} \right) \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{2} m_i \dot{\mathbf{r}}_i \dot{\mathbf{r}}_i \right) \right\} \delta q_k = \sum_{k=1}^n \left(\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} \right) \delta q_k \end{aligned}$$

Dessa forma, com base nessa equação (21) acima se pode igualar os dois lados da equação para uma nova representação da equação com base nas forças não conservativas combinada as energias potenciais e cinéticas, como descrito a seguir.

$$- \sum_{k=1}^n \left\{ \left(\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{\partial V}{\partial q_k} - \sum_{i=1}^N \mathbf{F}_i \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial q_k} \right) \right\} \delta q_k = 0 \quad (22)$$

Entretanto a equação (22) pode ser reescrita como uma função da equação (18) de Lagrange (\mathcal{L}) para o modelamento matemático dos movimentos, tanto do motor biela-manivela a ar comprimido quanto no veículo bicicleta com motor biomecânico, da seguinte forma.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j} \right) - \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j} \right) = \mathbf{F}_{Rqj} \left(\frac{\partial \mathbf{r}_{qj}}{\partial q_j} \right) = Q_{Rqj} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (23)$$

onde

j = graus de liberdade do sistema dinâmico com forças conservativas e não conservativas

q_j = cada coordenada generalizada independente do sistema dinâmico

\dot{q}_j = variação ao longo do tempo de cada coordenada generalizada independente

\mathbf{F}_{Rqj} = resultante das forças não conservativas para cada coordenada generalizada independente

$\partial \mathbf{r}_{qj} / \partial q_j$ = taxa de variação da posição da resultante para cada coordenada generalizada

Q_{Rqj} = momento resultante das forças não conservativas para cada coordenada generalizada

Portanto, pela mecânica Lagrangeana em função das relações geométricas, cinemáticas e dinâmicas descritas na figura 57 a seguir define-se a equação do movimento de cada motor e do veículo bicicleta, sendo os motores acoplados ao veículo como fontes de energia híbridas.

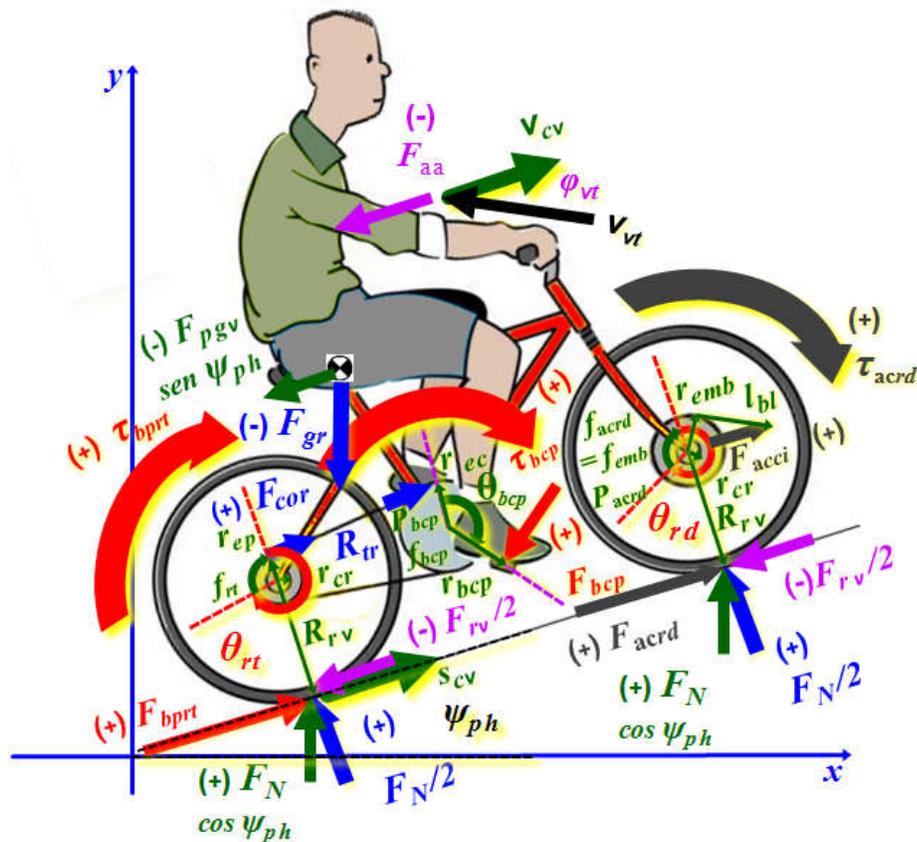


Figura 57 - Geometria e forças do veículo bicicleta com motores biomecânico e a ar comprimido

onde

\odot = simbologia para representação do Centro de Gravidade (*CG*) no veículo bicicleta;

θ_{rd} = ângulo de referência da rotação da roda dianteira

F_N = Força Normal perpendicular ao piso em função da massa do ciclista mais do veículo

F_{rv} = Força de rolamento do veículo

F_{gr} = Força gravitacional atuante no veículo

F_{rv} = Força de rolamento do veículo

F_{aa} = Força de arrasto aerodinâmico

F_{acrd} = Força do motor a ar comprimido na roda dianteira

F_{acci} = Força do a ar comprimido no cilindro do motor

P_{acrd} = Potência do motor a ar comprimido na roda dianteira

τ_{acrd} = Torque do motor a ar comprimido na roda dianteira

$f_{acrd} = f_{emb}$ = frequência em rpm do eixo manivela da biela (frequência da roda dianteira)

l_{bl} = comprimento (*length*) da biela;

r_{emb} = raio do eixo manivela da biela;

v_{vt} = velocidade do vento em relação a velocidade do ciclista com o veículo;

φ_{vt} = ângulo da velocidade do vento em relação a velocidade do ciclista e do veículo;

Ressalta-se que as forças dissipativas que retiram energia do movimento não se encontram descritas na figura 57 acima sendo que as mesmas serão tratadas individualmente ao longo da modelagem da equação do movimento de cada motor nos tópicos a seguir. Como mostrado na figura 57 verifica-se que o movimento do veículo bicicleta vai ser tratado simplificado em função do seu comportamento planar, com base na velocidade de translação do veículo, sem movimentos no espaço para manobras e deslocamento de direção.

Da mesma forma para a simplificação do modelo matemático o veículo bicicleta com fontes de motoras híbridas vai ser tratado para controle do seu movimento como tendo um grau de liberdade, ou seja, cada força de excitação gera uma única saída na roda. Para tanto, vai ser desprezado a possibilidade de patinação entre o movimento das rodas e será adotado sincronismo entre as rotações da roda dianteira e traseira, com os motores não ideias interagindo em função da rotação das rodas e translação do veículo, com 1 GDL (Grau De Liberdade).

3.1 EQUAÇÃO DO MOVIMENTO DO VEÍCULO

A bicicleta como veículo de pequeno porte tradicionalmente utiliza-se de motor biomecânico com energia motriz humana transmitida pela frequência do pedalar FCC à roda traseira, em função das relações geométricas pela transmissão por correntes. Essa energia humana se aplica ao pedal como fonte motriz através da manivela e do gasto energético da potência que gera a Força biomecânica do torque no raio do pedal. Essa F_{btrp} ao ser transmitida através das forças F_{cor} na corrente pela R_{tr} a roda traseira gera a Força biomecânica na roda traseira (F_{bpri}) que propicia o movimento do veículo. Dessa forma, a velocidade resultante do veículo v_{cv} se apresenta como sendo uma consequência da força resultante total no veículo composta pelas forças conservativas e não conservativas, como mostrado na figura 58.

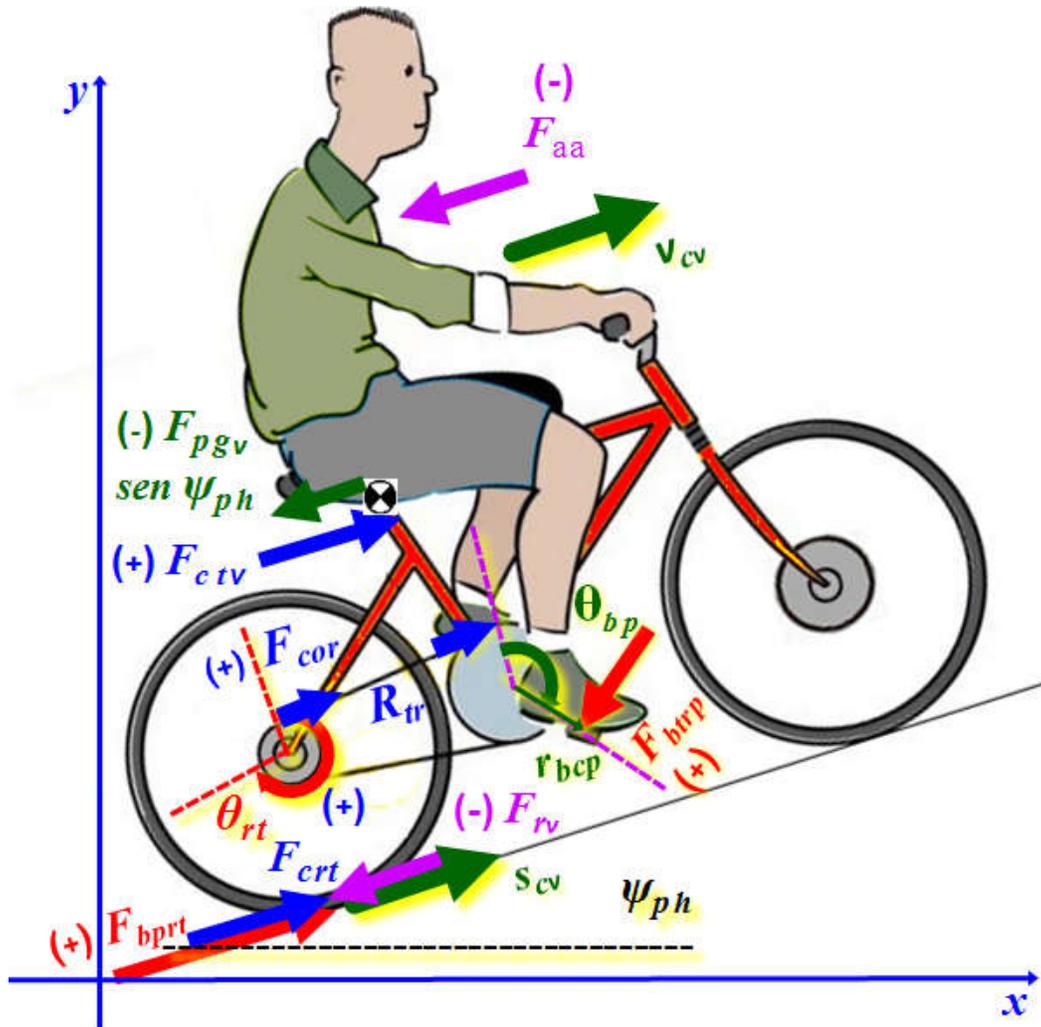


Figura 58. Forças no movimento do veículo bicicleta com motor biomecânico convencional

onde:

v_{cv} = velocidade do ciclista mais o veículo durante o movimento

ψ_{ph} = ângulo do piso com a horizontal

θ_{bcp} = ângulo de referência da rotação biomecânica do ciclista no pedal

θ_{rt} = ângulo de referência da rotação da roda traseira

θ_{rd} = ângulo de referência da rotação da roda dianteira

F_{crt} = Força cinética da rotação traseira

F_{crd} = Força cinética da rotação dianteira

F_{ctv} = Força cinética da translação do veículo

F_{gv} = Força gravitacional do veículo

F_{rv} = Força de rolamento do veículo

F_{aa} = Força de arrasto aerodinâmico

F_{bcp} = Força biomecânica do ciclista no pedal

Para a modelagem da equação do movimento do veículo bicicleta nas seções a seguir se detalha o modelo do veículo bicicleta em função do tipo de forças e energias, de forma individualizada, descrevendo a parte conservativa separadamente da dissipativa. No entanto, para simplificação toda a força dissipativa do rolamento do veículo (F_{rv}) será inserida na roda traseira ao invés de metade em cada roda, veja figura 58 acima, como se fosse uma bicicleta convencional sem motor híbrido.

3.1.1 Modelo das forças conservativas no sistema veicular

As forças cinéticas e a força gravitacional por serem forças conservativas se transformam de um tipo no outro e por isso não se necessita do uso da energia dissipativa do motor biomecânico para o movimento se a inclinação ψ for de descida, como mostrado na figura 59.

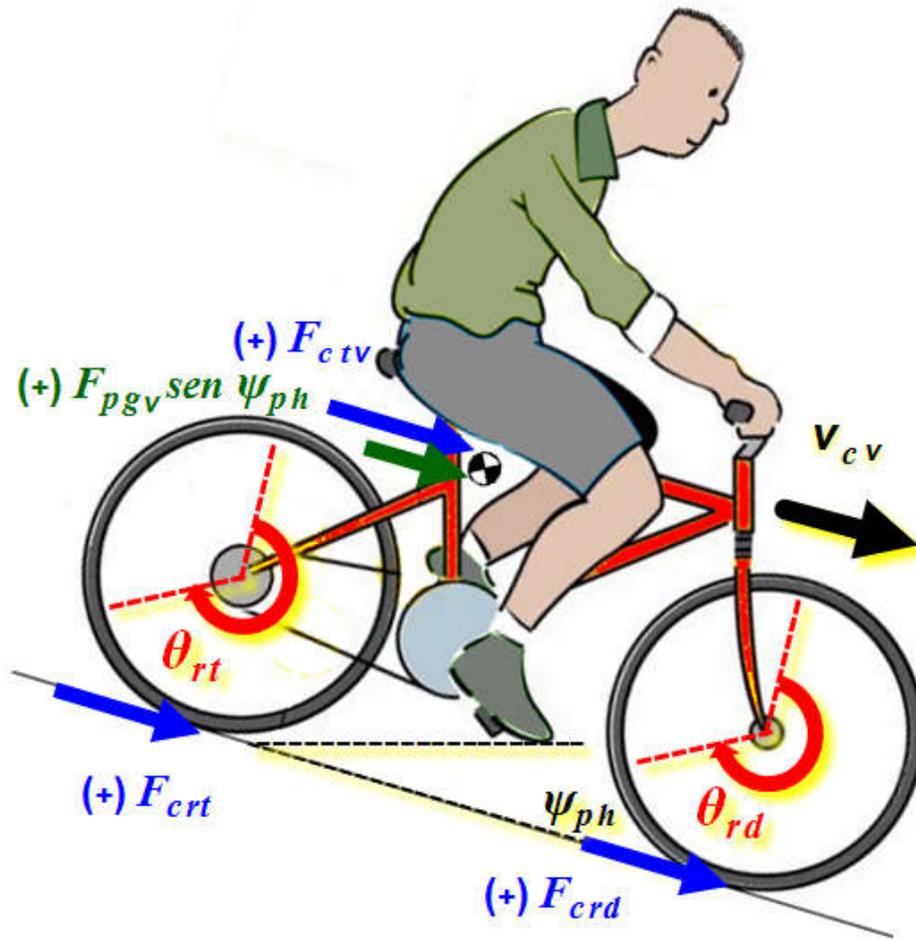


Figura 59 – Forças conservativas no veículo bicicleta convencional sem o motor biomecânico

Verifica-se na figura 59 que ambas as rodas possuem força cinética individuais por causa do movimento individual de cada uma e que no caso do veículo bicicleta se tem na roda dianteira e traseira. No entanto, no modelo para o veículo bicicleta com motores híbridos aplicados a cada uma das rodas a força cinética proveniente do movimento passivo gerado pelo motor na outra roda será desconsiderado pois cada roda terá motor ativo com a sua própria energia cinética de rotação. Dessa forma, as energias conservativas da figura 60 a seguir se apresentam como sendo resultantes da transformação das forças nas energias cinéticas de translação e rotação combinadas a energia potencial gravitacional, como segue.

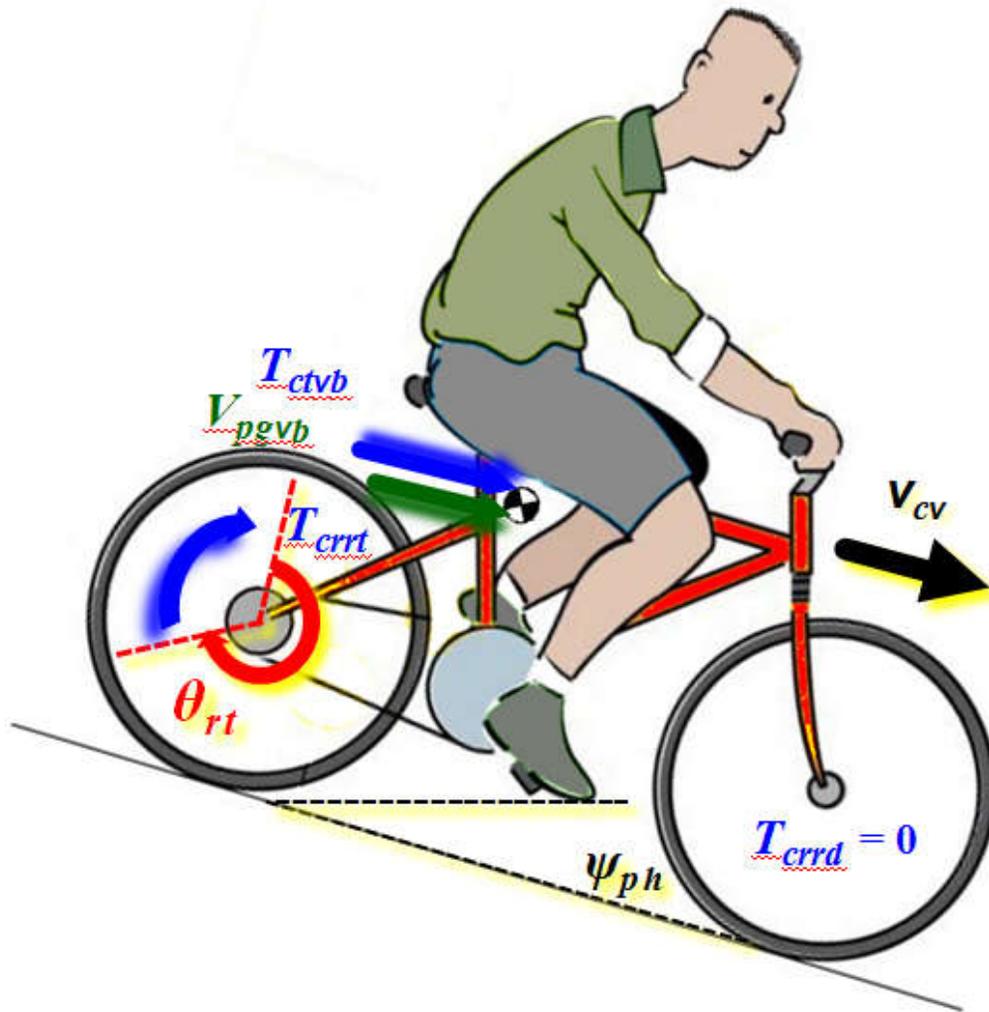


Figura 60. Energia conservativas da bicicleta sem as energias motriz dianteira e biomecânica

onde:

T_{crrd} = Energia cinética de rotação da roda dianteira (considerada somente no motor biela-manivela)

T_{crrt} = Energia cinética de rotação da roda traseira

T_{ctvb} = Força cinética de translação do veículo bicicleta

V_{pgvb} = Energia potencial gravitacional do veículo bicicleta

Verifica-se na figura 60 acima que a energia cinética de rotação da roda dianteira (modelo simplificado com $\theta_{rd}=0$) não será considerada na modelagem da bicicleta com o motor

biomecânico, como habitualmente se considera em uma bicicleta convencional. Esse tipo de procedimento se torna necessário pois a modelagem da energia cinética na roda dianteira será desenvolvida pelo próprio movimento do motor biela-manivela a ar comprimido, como pode ser observado na figura 60 que não descreve essa energia na dianteira.

No entanto, para a T_{crrt} será considerada toda a massa do veículo bicicleta que se compõe pelo ciclista mais as rodas dianteira e traseira combinado com a massa do quadro, quadro esse composto por todos os elementos do veículo, tais como, banco e guidão. Dessa forma se pode aplicar a equação (19) do movimento para forças conservativas em função das energias específicas do veículo bicicleta sem a energia da roda dianteira. Pois essa energia T_{crrd} será posteriormente acoplada ao movimento do motor biela-manivela a ar comprimido aplicando-se a Lagrangeana com uma força motriz conservativa e não conservativa do próprio movimento. Portanto a equação da Lagrangeana do veículo bicicleta da figura 60 fica da seguinte forma.

$$\mathcal{L} = + T_{crrt} + T_{ctvb} - V_{pgvb} \quad (24)$$

Aplicando a Lagrangeana na equação (19) que considera somente as forças conservativas se obtêm a equação final substituindo-se a coordenada generalizada na equação que nesse caso possui 1 GDL, ou seja, $q_k = \theta_{rt}$, ficando a equação da seguinte forma.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial (+ T_{crrt} + T_{ctvb} - V_{pgvb})}{\partial \dot{\theta}_{rt}} \right) - \left(\frac{\partial (+ T_{crrt} + T_{ctvb} - V_{pgvb})}{\partial \theta_{rt}} \right) = 0 \quad (25)$$

Para o cálculo das energias se torna necessário definir a geometria para os componentes que em função dos tipos de materiais aplicados os quais determinam as massas dos elementos que em função do tipo de liberdade e movimento geram os momentos de inércia equivalentes. Dessa forma na figura 57 se observa a nomenclatura das geometrias dos elos que geram os momentos de força que em função da distribuição das massas e que proporcionam os momentos de inércia do veículo bicicleta. Para o T_{crrt} se deve considerar três formas geométricas para os cálculos das massas e inércias equivalentes dos elementos, ou seja, um cilindro sólido para o eixo, cubo e rolamentos, um disco fino para os aros e os pinhões da corrente, um aro fino para o pneu e o aro da roda, como segue.

$$T_{crrt} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{2} (m_{cr}) (r_{cr})^2 \right) + \left[\left((m_{ra}) \left(\frac{R_{rv}}{2} \right)^2 \right) + \left((m_{ap}) (R_{rv})^2 \right) \right] \right] \dot{\theta}_{rt}^2 \quad (26)$$

onde:

m_{cr} = massa equivalente do cubo da roda combinado ao eixo, pinhões/manivela e rolamentos

m_{ra} = massa equivalente dos raios traseiros

m_{ap} = massa equivalente do aro e pneu traseiros

$\dot{\theta}_{rt} = \omega_{rt}$ = velocidade angular da roda traseira

A massas equivalentes apresentadas mantém as seguintes relações apresentada na equação (26) acima: a m_{cr} se relaciona ao momento de inércia equivalente a um cilindro sólido em função do comprimento geométrico do r_{cr} ; a m_{ra} se relaciona ao momento de inércia equivalente a um disco fino em função do comprimento geométrico R_{rv} ; a m_{ap} se relaciona ao momento de inércia equivalente a um aro fino em função do comprimento geométrico R_{rv} .

Para a T_{civb} a inércia do movimento de translação envolve as massas do ciclista biomecânico (m_{cb}) em conjunto com a massa do quadro do veículo (m_{qv}) combinado a duas vezes a massa das rodas do veículo (m_{rv}). No entanto, a m_{rv} se compõe da soma das massas m_{cr} , m_{ra} e m_{ap} que foram tratadas dessa forma para o cálculo da energia potencial de cada roda. Ou seja, pela soma das massas descritas anteriormente que resultam na massa do ciclista e do veículo (m_{cv}) equivalente e que gera o momento de inércia equivalente que compõe a energia cinética de translação total do veículo, como segue.

$$T_{civb} = \frac{1}{2}(m_{cb} + m_{qv} + 2m_{rv})(v_{cv})^2 = \frac{1}{2}(m_{cb} + m_{qv} + 2m_{cr} + 2m_{ra} + 2m_{ap})(v_{cv})^2 = \frac{1}{2}(m_{cv})(v_{cv})^2 \quad (27)$$

onde:

v_{cv} = velocidade do ciclista com o veículo no plano xy ;

No entanto, a posição linear do veículo s_{cv} e a velocidade v_{cv} tanto em relação ao eixo x como ao y no plano xy , por geometria, se torna uma relação proporcional ao perímetro da roda, em função de seu raio e da velocidade angular da roda traseira, como segue.

$$s_{cv} = R_{rv}\theta_{rt} \quad (28)$$

$$v_{cv} = R_{rv}\dot{\theta}_{rt} \quad (29)$$

Dessa forma, se pode substituir a equação (29) na equação (27) para se obter a equação (30) que descreve energia cinética de translação em função da coordenada generalizada θ_{rt} , da seguinte forma.

$$T_{ctvb} = \frac{1}{2} (m_{cv}) (R_{rv} \dot{\theta}_{rt})^2 = \frac{1}{2} m_{cv} R_{rv}^2 \dot{\theta}_{rt}^2 \quad (30)$$

Finalizando-se, para o veículo bicicleta existe a V_{pgvb} que se apresenta como sendo uma função da m_{cv} depende do deslocamento vertical em y e da aceleração da gravidade (g), em função do ângulo do piso (ψ_{ph}) e do deslocamento descrito na equação (28), como segue.

$$V_{pgvb} = F_g y = m_{cv} g s_{cv} \sin(\psi_{ph}) = m_{cv} g R_{rv} \theta_{tr} \sin(\psi_{ph}) \quad (31)$$

Dessa forma, se obtêm todos os termos que compõe a Lagrangeana em função das energias dissipativas, resultando na conservativa ao se aplicar as equações (26), (30) e (31) na equação (24).

$$\mathcal{L} = \left(\begin{array}{l} \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{2} ((m_{cr}) (r_{cr})^2) \right) + \left[\left((m_{ra}) \left(\frac{R_{rv}}{2} \right)^2 \right) \right] + \left[\left((m_{ap}) (R_{rv})^2 \right) \right] \right] \dot{\theta}_{tr}^2 \\ + \frac{1}{2} m_{cv} R_{rv}^2 \dot{\theta}_{rt}^2 - m_{cv} g R_{rv} \theta_{tr} \sin(\psi_{ph}) \end{array} \right) \quad (32)$$

Portanto, com essa equação (32) se obtém a Lagrangeana com todas as energias conservativas do veículo, finalizando-se a modelagem relativa as forças conservativas e que posteriormente será aplicada na equação (25) para o modelamento do movimento do veículo.

3.1.2 Modelo das forças não conservativas com motor biomecânico

As forças não conservativas envolvidas com o motor biomecânico como fonte motriz e as forças dissipativas que reduzem o movimento coma perda de energia podem ser determinadas conforme descrito na equação (23), todas em relação a roda traseira. Essa relação da força biomecânica do pedal aplicada na roda traseira em função da força biomecânica do ciclista aplicada ao pedal se relaciona através do sistema de transmissão por correntes, como pode ser visto na figura 61 a seguir.

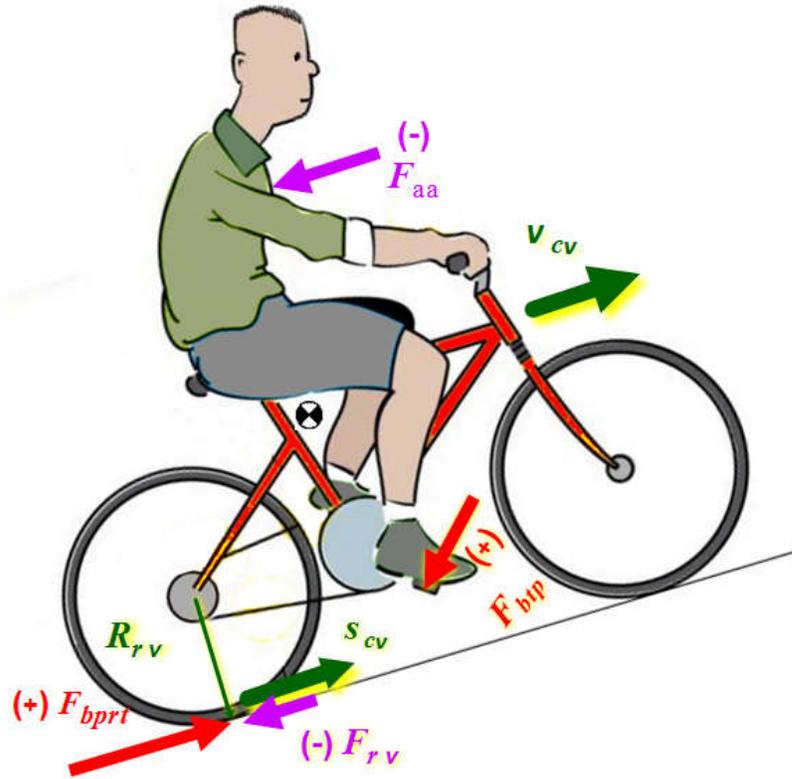


Figura 61- Forças dissipativas do veículo bicicleta aplicados na roda traseira

Aplicando-se as forças da figura 61 na equação (23) da posição generalizada pelo trabalho virtual, gera-se o trabalho da força resultante ($F_{R\theta_{rt}}$) da fonte biomecânica na roda traseira em conjunto com as forças dissipativas, como segue.

$$Q_{R\theta_{tr}} = F_{R\theta_{tr}} \left(\frac{\partial s_{cv}}{\partial \theta_{rt}} \right) = (F_{bpvt} - F_{rv} - F_{aa}) R_{rv} \quad (33)$$

No entanto, as forças que compõe a $F_{R\theta_{rt}}$ que gera o trabalho que gera o movimento do veículo bicicleta devem ser detalhadas em função das geometrias e da física envolvidas na aplicação de cada uma. No caso da força do rolamento a princípio ela se distribui nas duas rodas, tanto na dianteira como na traseira.

No entanto, para efeito de simplificação do modelo considera-se essa força como toda aplicada a roda traseira, como uma força dissipativa contrária ao torque gerado pelo motor biomecânico, como mostrado na figura 58. Esse procedimento se torna adequado pois no motor a ar comprimido se considera somente as forças envolvidas no movimento do motor, ficando todas as variáveis do veículo bicicleta com o modelo biomecânico, exceto a energia cinética de rotação da roda dianteira.

A força de atrito para o rolamento do veículo F_{rv} depende da pressão, da seção do pneu, comprimento da roda e também do tipo de superfície de contato que gera o coeficiente de atrito entre o solo e o pneu. Os valores de resistência do rolamento podem variar de 9 N para pneus de grande seção a 2,3 N para pneus de corrida de seção fina, baixo atrito e alto desempenho (BURKE, 1986).

Essa F_{rv} se apresenta como sendo uma força proporcional à força normal ao piso (F_N) e que tem influência do ângulo de inclinação do piso em relação a horizontal (ψ_{ph}) em função da massa do ciclista e do veículo (m_{cv}) aplicado pela gravidade (g). Portanto, a equação (26) de F_{rv} a seguir depende do coeficiente de rolamento (c_r) em função das massas que varia de acordo com os seguintes tipos de parâmetros: rolamentos, terra, pneus e aro; bem como a pressão dos pneus (WHITT; WILSON, 2004).

$$F_{rv} = c_{rv} \cos(\psi_{ph}) F_N = c_{rv} \cos(\psi_{ph}) m_{cv} g \quad (34)$$

A F_{aa} relaciona-se ao quadrado da velocidade do ar em relação ao veículo (v_a) tangente a direção do movimento do veículo (MARTIN et al., 1998), aplicando-se a teoria de Bernoulli que descreve uma relação proporcional da densidade do ar (ρ) em função da diferença de pressão (Δp), como segue.

$$F_{aa} = c_{aa} A_{bc} \Delta p = c_{aa} A_{bc} \left(\left(\frac{1}{2} \right) \rho v_{av}^2 \right) = \left(\frac{1}{2} \right) c_{aa} A_{bc} \rho \left(v_{cv} + v_{vt} \cos(\varphi_v) \right)^2 \quad (35)$$

onde

c_{aa} = coeficiente de arrasto aerodinâmico

A_{bc} = área resistente frontal da bicicleta e do ciclista

ρ = densidade do ar

v_{vt} = velocidade do vento

φ_{vt} = ângulo formado entre as velocidades do vento e a da bicicleta

Essa força relativa ao arrasto aerodinâmico se torna uma função da velocidade angular e ao se substituir a equação (29) na equação (35) se obtêm a equação (36) da seguinte forma.

$$F_{aa} = \left(\frac{1}{2} \right) c_{aa} A_{bc} \rho \left(R_{rv}^2 \dot{\theta}_{rt}^2 + 2R_{rv} \dot{\theta}_{rt} v_{vt} \cos(\varphi) + v_{vt}^2 \cos(\varphi)^2 \right) \quad (36)$$

No caso a F_{bpri} pode ser obtida da relação com o torque biomecânico do pedal da equação (9) com a roda traseira através da sua relação de transmissão entre as posições angulares da equação (13) com o raio da roda do veículo, da seguinte forma.

$$F_{bpri} = e_m \left(\frac{P_{bcp} R_{tr}}{R_{rv} \theta_{rt}} \text{sen}(\alpha_{90}) \right) \left(1 - \text{sen}(\alpha_{180}) \right) \text{sen} \left(2 \frac{\theta_{rt}}{R_{tr}} + \theta_{bcpd} \right) \quad (37)$$

No entanto, para o trabalho virtual não se tem derivada em relação as forças aplicadas e somente em relação a variação da posição, portanto, se pode deixar tanto em função de θ_{rt} ou da FCC (f_{emp}). Dessa forma, substituindo-se as equações (37, 34 e 36) das forças não dissipativas na equação (33) se obtêm a equação do trabalho virtual para o movimento da bicicleta com o motor biomecânico como fonte individual não conservativa, da seguinte forma.

$$Q_{R\theta_{tr}} = \left(\begin{array}{l} e_m \left(\frac{P_{bcp} R_{tr}}{R_{rv} \theta_{rt}} \text{sen}(\alpha_{90}) \right) \left(1 - \text{sen}(\alpha_{180}) \right) \text{sen} \left(2 \frac{\theta_{rt}}{R_{tr}} + \theta_{bcpd} \right) \\ - \left(c_{rv} \cos(\psi_{ph}) m_{cv} g \right) \\ - \left(\frac{1}{2} c_{aa} A_{bc} \rho \left(R_{rv}^2 \dot{\theta}_{tr}^2 + 2 R_{rv} \dot{\theta}_{rt} v_{vt} \cos(\varphi_{vt}) + v_{vt}^2 \cos(\varphi_{vt})^2 \right) \right) \end{array} \right) R_{rv} \quad (38)$$

Dessa forma, a equação (38) acima do trabalho virtual biomecânico fica da seguinte forma aos ser desenvolvida.

$$Q_{R\theta_{tr}} = \left(\begin{array}{l} + e_m \left(\frac{P_{bcp} R_{tr}}{\theta_{rt}} \text{sen}(\alpha_{90}) \right) \left(1 - \text{sen}(\alpha_{180}) \right) \text{sen} \left(2 \frac{\theta_{rt}}{R_{tr}} + \theta_{bcpd} \right) \\ - \left(c_{rv} \cos(\psi_{ph}) m_{cv} g R_{rv} \right) \\ - \theta_{rt}^2 \left(\frac{1}{2} c_{aa} A_{bc} \rho R_{rv}^3 \right) \\ - \theta_{rt} \left(c_{aa} A_{bc} \rho v_{vt} \cos(\varphi_{vt}) R_{rv}^2 \right) \\ - \left(\frac{1}{2} c_{aa} A_{bc} \rho v_{vt}^2 \cos(\varphi_{vt})^2 R_{rv} \right) \end{array} \right) \quad (39)$$

Portanto essa equação (39) do trabalho virtual das forças não conservativas se torna parte da equação (23) que com as derivadas das energias conservativas por Lagrange da equação (32) se obtêm a equação (23) total do movimento da bicicleta biomecânica. Portanto, com base nessas equações pode-se obter a equação parcial do movimento da bicicleta híbrida com excitação parcial pelo motor biomecânico o qual será realizado no tópico a seguir.

3.1.3 Modelo do movimento do veículo com motor biomecânico

A equação do movimento do veículo bicicleta pelo motor biomecânico sem o acoplamento da equação do movimento do motor biomecânico na roda dianteira deve ser composto pela combinação das equações (32) e (39) aplicadas na equação (23) do movimento de Lagrange. Essa equação (23) das derivadas em relação a coordenada generalizada das energias em conjunto com o trabalho virtual das forças não conservativa geram a equação do movimento do veículo bicicleta parcial, devido ao motor biomecânico.

Dessa forma, se obtêm a equação do movimento do motor biomecânico aplicado como fonte de energia ao veículo bicicleta convencional com aplicação da força motriz na roda traseira, sem a inércia da roda dianteira. No entanto, essa equação do movimento geral do veículo bicicleta excitado de forma não conservativa pelo motor biomecânico deve ser escrito na forma de espaço estado, para o posterior cálculo numérico, onde $\theta_{rt} = x_1$, $\dot{\theta}_{rt} = \dot{x}_1 = x_2$ e $\ddot{\theta}_{rt} = \ddot{x}_1 = \dot{x}_2$. Dessa forma, se torna possível transformar a equação diferencial de segunda ordem do movimento em duas equações diferenciais de primeira ordem, para as simulações numéricas, ficando essas equações na seguinte forma.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_2^2 (\delta_{bh}(x_1) \varepsilon_{bc}(x_1)) + x_2 (\delta_{bh}(x_1) \varsigma_{bc}(x_1)) + (\delta_{bh}(x_1) \xi_{bc}(x_1)) + \left(\frac{P_{bcp}}{v_{cv}(x_2)} \right) (e_m) (\zeta_{bc}(x_1)) (\delta_{bh}(x_1)) \end{aligned} \quad (40)$$

ou

$$\dot{x}_2 = x_2^2 (\delta_{bh}(x_1) \varepsilon_{bc}(x_1)) + x_2 (\delta_{bh}(x_1) \varsigma_{bc}(x_1)) + (\delta_{bh}(x_1) \xi_{bc}(x_1)) + (\mathbf{F}_{bprt})_{(R_{rv})} (\delta_{bh}(x_1))$$

onde

$$\delta_{bh}(x_1) = + \left(\frac{1}{\left(\frac{1}{2} m_{cr} r_{cr}^2 + \frac{1}{4} m_{ra} R_{rv}^2 + m_{ap} R_{rv}^2 + m_{cv} R_{rv}^2 \right)} \right) \quad (41)$$

$$\varepsilon_{bc}(x_1) = - \left(\frac{1}{2} c_{aa} A_{bc} \rho R_{rv}^3 \right) \quad (42)$$

$$\varsigma_{bc}(x_1) = - \left(\frac{1}{2} c_{aa} A_{bc} \rho R_{rv}^2 v_{vt} \cos(\varphi_{vt}) \right) \quad (43)$$

$$\xi_{bc}(x_1) = - \left(m_{cv} g R_{rv} \sin(\psi_{ph}) + m_{cv} g R_{rv} \cos(\psi_{ph}) c_{rv} + \frac{1}{2} c_{aa} A_{bc} \rho R_{rv} v_{vt}^2 \cos(\varphi_{vt})^2 \right) \quad (44)$$

$$\zeta_{bc}(x_1) = +(\text{sen}(\alpha_{90})R_{rr})(1 - \text{sen}(\alpha_{180}))\text{sen}\left(2\frac{\theta_{rt}}{R_{rr}} + \theta_{bcpd}\right) \quad (45)$$

sendo

$\delta_{bh}(x_1)$ = termo do motor biomecânico híbrido a ar com parâmetros geométricos e massas

$\varepsilon_{bc}(x_1)$ = termo do motor biomecânico pelo ciclista com parâmetros parciais de F_{aa}

$\zeta_{bc}(x_1)$ = termo do motor biomecânico com parâmetros parciais de F_{aa} em função do vento

$\check{\zeta}_{bc}(x_1)$ = termo do motor biomecânico com parâmetros de F_g, F_{rv}, F_{aa} e variável em x_1

$\zeta_{bc}(x_1)$ = termo do motor biomecânico dos parâmetros variável em x_1

$v_{cv}(x_2)$ = velocidade variável do ciclista e veículo em função de x_2

P_{bcp} = Potência biomecânica no pedal constante para conforto do ciclista

No entanto, na equação (40) acima se usou para a modelagem das energias a figura 60 como parte da modelagem para a aplicação posterior do motor híbrido na dianteira. Portanto, essa equação do movimento da bicicleta somente com o motor biomecânico necessita da inserção da energia cinética de rotação da roda dianteira para o convencional, figura 62 a seguir.

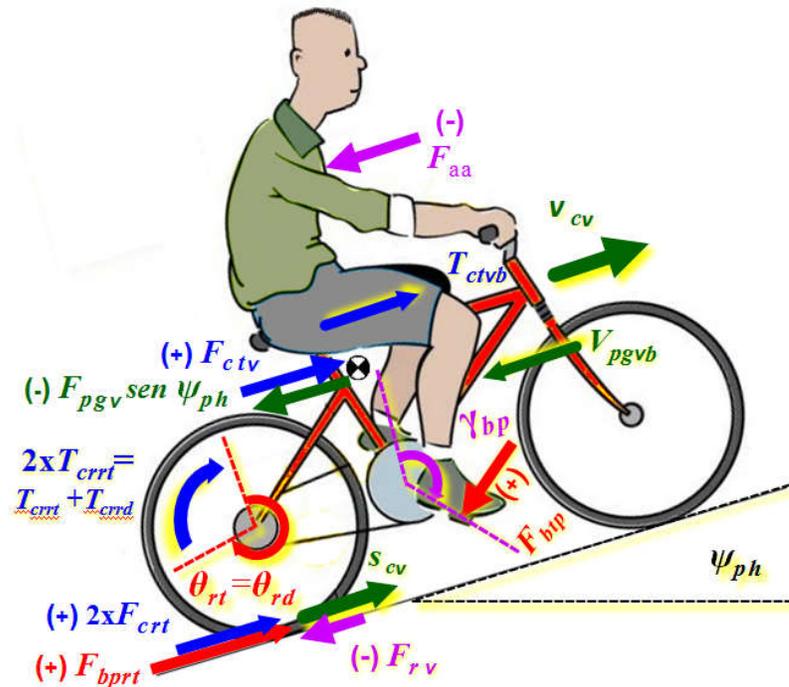


Figura 62 - Energias e forças utilizadas no movimento para bicicleta convencional

Para efeito de simplificação como mostrado na figura 62 se considera a energia cinética da rotação da roda traseira igual a energia da roda dianteira, com as rotações angulares da roda sendo iguais. Dessa forma, para se duplicar a energia cinética de rotação da roda da equação (26) deve se multiplicar todas as massas equivalentes consideradas na roda por dois, ou seja, $2m_{cr}$, $2m_{ra}$, $2m_{ap}$ no termo δ_{bh} que muda para δ_{bc} , da seguinte forma.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_2^2 (\delta_{bc}(x_1) \varepsilon_{bc}(x_1)) + x_2 (\delta_{bc}(x_1) \varsigma_{bc}(x_1)) + (\delta_{bc}(x_1) \xi_{bc}(x_1)) + \left(\frac{P_{bcp}}{v_{cv}(x_2)} \right) (e_m) (\delta_{bc}(x_1)) (\zeta_{bc}(x_1)) \\ &\text{ou} \\ \dot{x}_2 &= x_2^2 (\delta_{bc}(x_1) \varepsilon_{bc}(x_1)) + x_2 (\delta_{bc}(x_1) \varsigma_{bc}(x_1)) + (\delta_{bc}(x_1) \xi_{bc}(x_1)) + (F_{bppt}) (\delta_{bc}(x_1)) (R_{rv}) \end{aligned} \quad (46)$$

onde

$$\delta_{bc}(x_1) = \frac{1}{\left(\frac{2}{2} m_{cr} r_{cr}^2 + \frac{2}{4} m_{ra} R_{rv}^2 + 2m_{ap} R_{rv}^2 + m_{cv} R_{rv}^2 \right)} \quad (47)$$

sendo

$\delta_{bc}(x_1)$ = termo do motor biomecânico convencional dos parâmetros geométricos e das massas

Dessa forma, se obtêm a duas equações do motor biomecânico convencional pela equação (46) e a do híbrido pela equação (40) na forma de espaço estado que tem viabilidade de aplicação como solução em termos de aplicação por meio de simulações numéricas. Essas equações descrevem a equação do movimento para uma bicicleta convencional com e sem a viabilidade de aplicação do motor na dianteira, ou seja, com energia motriz traseira pelo motor biomecânico para os dois casos.

No entanto, a R_{tr} muda as marchas ao longo do percurso s_{vc} e que varia a F_{bppt} considerando-se a potência P_{bcp} como constante ao ser aplicada no motor biomecânico pelo ciclista, o que não se torna fácil, em função da variação do torque em função de θ_{bcp} . Dessa forma, para o controle passivo do motor biomecânico por potência constante a velocidade angular FCC deve ser controlada para não se ultrapassar a rpm de conforto para o ciclista, para tanto temos que controlar a relação entre R_{rt} , FCC (f_{bcp}) e a v_{cv} . Com base nesse controle passivo automatizado do câmbio através de mudanças de marchas em função da velocidade do veículo se pode manter a FCC abaixo da rpm de conforto para o ciclista ao se aplicar uma potência constante no pedalar.

3.1.4 Modelo do motor a ar comprimido com sistema biela-manivela

O motor a ar comprimido com o sistema biela-manivela se utiliza da força do ar (F_{acci}) aplicada pela pressão do ar comprimido que excita o Centro de Gravidade (CG) do cilindro no eixo x por x_{CGcl} , o qual desloca a biela l_{bl} que rotaciona a manivela em θ_{rd} , como mostrado na figura 63. Esse motor possui uma montagem compacta do cilindro na parte interna da roda dianteira para que o mesmo fique adequado ao limite externo da roda como pode ser visto na figura 63 abaixo através dos dados geométricos do mecanismo.

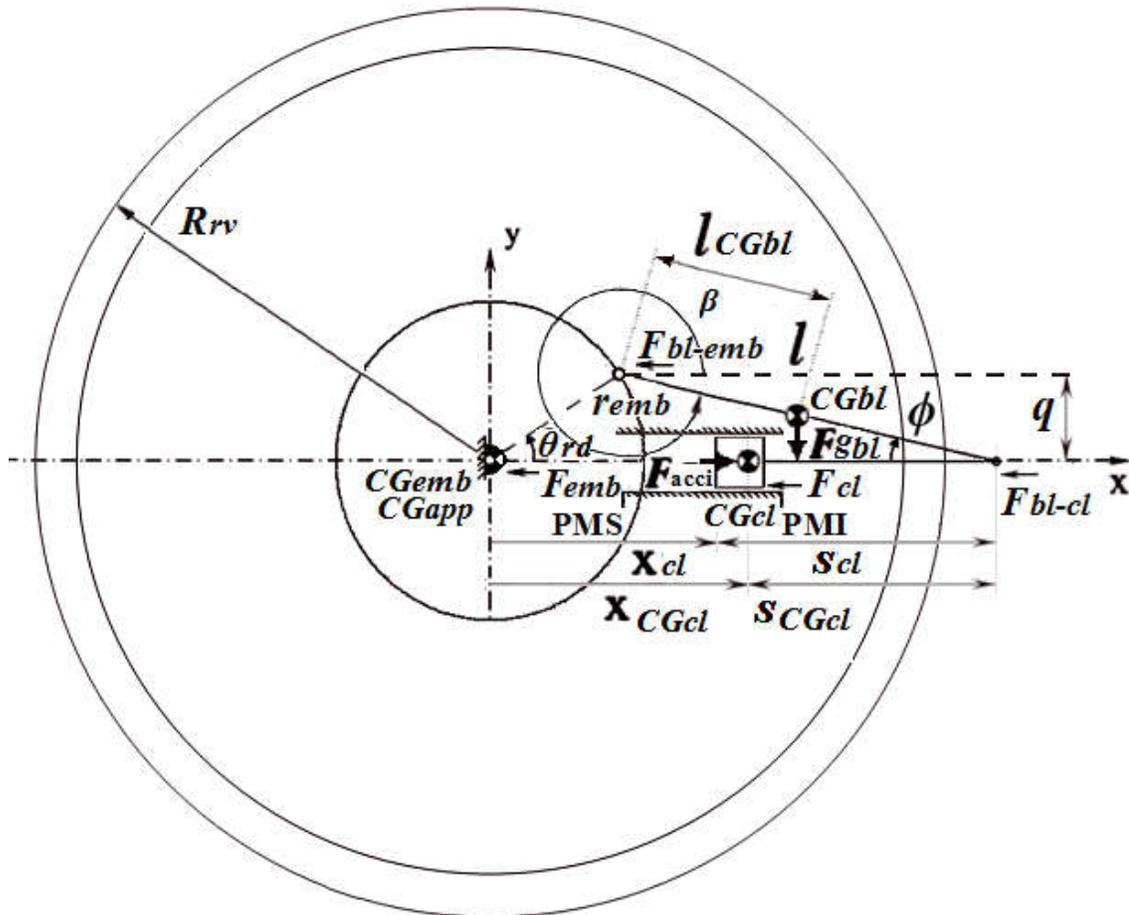


Figura 63 – Geometria do biela-manivela como motor a ar comprimido dianteiro

Fonte: adaptado de ALVES et al., 2017

onde

⊙ = simbologia para representação do CG no mecanismo;

xy = sistema plano de coordenadas cartesianas;

$CG_{emb} = CG_{app} = CG$ coincidente do aro com pneu mais cubo com raios e do eixo manivela ligados ao elo fixo por rolamentos com liberdade de rotação e origem em xy ;

CG_{bl} = CG da biela com liberdade de movimento de rotação e translação;
 CG_{cl} = CG do cilindro ligado ao elo fixo por geometria cilíndrica e liberdade de movimento de translação;
 $x_{CG_{cl}}$ = posição linear do CG do cilindro em relação a origem xy ;
 $s_{CG_{cl}}$ = distância linear do CG do cilindro em relação ao ponto de conexão com a biela;
 l_{bl} = comprimento total da biela;
 $l_{CG_{bl}}$ = distância linear do CG da biela em relação ao ponto de conexão com a manivela;
 r_{emb} = raio do eixo manivela da biela;
 $R_{r.v}$ = Raio das rodas do veículo;
 q = altura linear formada pela geometria angular das ligações da biela, a manivela e ao cilindro;
 θ_{rd} = posição angular da manivela relacionada a origem em xy ;
 β = posição angular do eixo biela em relação à manivela com origem angular a partir do ponto de articulação dos dois elos em relação ao eixo horizontal x ;
 ϕ = posição angular do eixo biela em relação ao cilindro com origem angular a partir do ponto de articulação dos dois elos em relação ao eixo horizontal x ;
 F_{acci} = força dissipativa do ar comprimido da roda dianteira que excita o cilindro do motor;
 F_{cl} = força dissipativa do cilindro através do atrito com a ligação pela superfície do elo fixo;
 F_{bl-cl} = força dissipativa entre a biela e o cilindro através do atrito gerado pela ligação entre os elos;
 F_{bl-emb} = força dissipativa entre a biela e o eixo manivela através do atrito gerado pela ligação entre os elos;
 F_{emb} = força dissipativa do eixo manivela da biela através do atrito com a ligação pela articulação com o elo fixo;
 F_{gbl} = força conservativa gravitacional da biela que armazena ou devolve a energia potencial em função da altura do veículo em relação ao eixo y ;

Esse mecanismo possui 1 GDL, com o movimento do cilindro variando do Ponto Morto Superior (PMS) até o Ponto Morto Inferior (PMI), veja figura 63 acima, rotacionando-se a manivela de saída em 360° (2π). Esse movimento do curso do cilindro em função do comprimento s do seu CG pode ser escrito a partir da sua geometria, como segue (SHIGLEY; UICKER, 1988; NORTON, 2010):

$$x_{CGcl} = r_{emb} \cos(\theta_{rd}) + l \cos(\phi) - s_{CGcl} \quad (48)$$

Desenvolvida a relação geométrica da posição linear de (x_{CGcy}) em relação à posição angular da manivela θ e ao cilindro ϕ se pode desenvolver as demais relações geométricas referentes a figura 63 acima, com as seguintes relações geométricas das equações de (49) a (53).

$$q = r_{emb} \sin(\theta_{rd}) = l \sin(\phi) \quad (49)$$

$$\sin(\phi) = \left(\frac{r_{emb}}{l_{bl}} \right) \sin(\theta_{rd}) \quad (50)$$

$$\cos \phi = \left(1 - \sin^2(\phi) \right)^{1/2} = \left(1 - \left(\left(\frac{r_{emb}}{l_{bl}} \right) \sin(\theta_{rd}) \right)^2 \right)^{1/2} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} x_{CGcl} &= r_{emb} \cos(\theta_{rd}) + l_{bl} \left(1 - \left(\frac{r_{emb}}{l_{bl}} \right)^2 \sin^2(\theta_{rd}) \right)^{1/2} - s_{CGcl} \\ &= r_{emb} \cos(\theta_{rd}) + \left(l_{bl}^2 - r_{emb}^2 \sin^2(\theta_{rd}) \right)^{1/2} - s_{CGcl} \end{aligned} \quad (52)$$

$$v_{CGcl} = \dot{\theta}_{rd} \left(-r_{emb} \sin(\theta_{rd}) - \frac{r_{emb}^2 \sin(\theta_{rd}) \cos(\theta_{rd})}{(l_{bl}^2 - r_{emb}^2 \sin^2(\theta_{rd}))^{1/2}} \right) \quad (53)$$

Para o cálculo da equação do movimento do motor a ar comprimido da figura 63 se utiliza a equação (23) da mecânica Lagrangeana aplicada a todas as forças e energias conservativas e não conservativas em relação a coordenada generalizada θ_{rd} , como segue.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_{rd}} \right) - \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta_{rd}} \right) = F_{R\theta_{rd}} \left(\frac{\partial x_{CGcl}}{\partial \theta_{rd}} \right) \quad (54)$$

onde

$$\frac{\partial x_{CGcl}}{\partial \theta_{rd}} = -r_{emb} \sin(\theta_{rd}) - \frac{r_{emb}^2 \sin(\theta_{rd}) \cos(\theta_{rd})}{(l_{bl}^2 - r_{emb}^2 \sin^2(\theta_{rd}))^{1/2}} \quad (55)$$

$$F_{R\theta_{rd}} = (F_{acci} - F_{mac}) \quad (56)$$

sendo

F_{mac} = força do motor a ar comprimido equivalente a todas as forças de amortecimento viscoso (F_{cl} ; F_{bl-emb} ; F_{bl-cl} e F_{emb}), veja figura 63.

Dessa forma, se consideram todas as forças de amortecimento do motor a ar comprimido como um amortecimento viscoso, ou seja, uma relação proporcional à velocidade angular da roda em função de uma constante resultante do sistema, conforme dado pela equação a seguir.

$$F_{mac} = c_{mac} \dot{\theta}_{rd} \quad (57)$$

A força F_{acci} se comporta como a fonte motora do motor a ar comprimido que transmite o movimento a roda para a bicicleta por meio do sistema de manivela da biela pela pressão pneumática comandada por um sinal de controle ativo enviado para uma válvula reguladora de pressão. Dessa forma a F_{acci} proporcional à área do cilindro em função da pressão do ar comprimido que varia através da válvula reguladora de pressão que comanda a fonte motora através do controle, ou seja, em função da equação (58) mostrada a seguir.

$$F_{acci} = Pr_{acci} \left(\pi \frac{d^2}{4} \right) \quad (58)$$

onde

Pr_{acci} = pressão que gera a força do ar comprimido como fonte motora

d = diâmetro do cilindro do motor de ar comprimido.

Dessa forma, aplicando-se as equações (56) a (58) na equação (54) se obtêm o trabalho virtual das forças não conservativas que compõe essa equação do movimento, faltando-se a Lagrangeana e as derivadas das energias conservativas como segue.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_{rd}} \right) - \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta_{rd}} \right) = \left(Pr_{acci} \left(\pi \frac{d^2}{4} \right) - c_{mac} \dot{\theta}_{rd} \right) \left(-r_{emb} \sin(\theta_{rd}) - \frac{r_{emb}^2 \sin(\theta_{rd}) \cos(\theta_{rd})}{(l_{bl}^2 - r_{emb}^2 \sin^2(\theta_{rd}))^{1/2}} \right) \quad (59)$$

Portanto, para a montagem completa dessa equação (59) acima para a definição da equação do movimento do motor a ar comprimido se necessita definir a Lagrangeana para o motor a ar comprimido em função das suas energias conservativas, como segue.

$$\mathcal{L} = T_{crrd} + T_{ctrd} - V_{pgap} - V_{pgcl} - V_{pgbl} - V_{pgml} \quad (60)$$

sendo

T_{crrd} = Energia cinética de rotação dos elos e da roda dianteira (se desconsiderou na modelagem do veículo bicicleta convencional)

T_{ctrd} = Energia cinética de translação dos elos e da roda dianteira (a cinética de translação da roda foi considerada em conjunto com a massa e do modelo do veículo bicicleta)

$V_{pgap} = 0$ = Energia potencial gravitacional do cilindro (CG não altera a posição na vertical)

$V_{pgcl} = 0 =$ Energia potencial gravitacional do cilindro (CG não altera a posição na vertical)

$V_{pgbl} =$ Energia potencial gravitacional da biela

$V_{pgml} = 0 =$ Energia potencial gravitacional da manivela disco fino (CG não altera a posição na vertical)

Como a Lagrangeana da equação (60) para o motor a ar comprimido na roda dianteira do veículo bicicleta possui várias energias que se tornam nula, veja figura 63, nesse caso a equação final da Lagrangeana fica reduzida para a seguinte forma.

$$\mathcal{L} = T_{crrd} + T_{ctrd} - V_{pgbl} \quad (61)$$

Portanto a energia cinética de rotação da roda dianteira não entrou na modelagem do veículo bicicleta para ser aplicado ao motor a ar comprimido acoplado, sendo essa energia igual a equação (26) da roda traseira mais a energia cinética de rotação da biela (T_{crbl}), como segue.

$$T_{crrd} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{2} \left((m_{cr}) (r_{cr})^2 \right) \right) + \left[\left((m_{ra}) \left(\frac{R_{rv}}{2} \right)^2 \right) \right] + \left[\left((m_{ap}) (R_{rv})^2 \right) \right] \right] \dot{\theta}_{tr}^2 + T_{crbl} \quad (62)$$

Como o movimento da biela por definição se torna complexo com movimento de rotação e translação, se deve desenvolver a definição da energia cinética da biela (T_{cbl}) composta da energia cinética de rotação da biela (T_{crbl}) e da energia cinética de translação da biela (T_{ctbl}). Dessa forma, a energia cinética da biela se compõe da T_{crbl} gera uma velocidade relativa de rotação em relação aos elos do cilindro e da manivela, bem como a energia cinética de translação da biela (T_{ctbl}), com liberdade de 2 GDL no plano (veja figura 63), da seguinte forma.

$$T_{cbl} = T_{ctbl} + T_{crbl} = \frac{1}{2} \left[\left((m_{bl}) v_{CGbl}^2 \right) + \left[\left(\frac{1}{3} (m_{bl}) \left(\frac{l_{bl}}{2} \right)^2 \right) \dot{\beta}^2 \right] \right] \quad (63)$$

onde

$\beta =$ posição relativa da biela em relação à manivela

$m_{bl} =$ massa da biela concentrada no CG

$v_{CGbl} =$ velocidade relativa do CG da biela em relação a manivela

A massa m_{bl} da biela se relacionada ao momento de inércia equivalente a uma barra delgada e tem relação com a manivela e o cilindro através das suas velocidades angulares e lineares. Dessa forma, ao se transformar essa equação da energia da biela em termos de coordenadas generalizadas se usam as relações trigonométricas para os ângulos θ_{rd} e β

(congruentes e obtusos) para se obter a velocidade relativa da biela em função das coordenadas generalizadas. Como esse elo biela possui 2 GDL no plano e duas velocidades relativas relacionadas à manivela, se gera uma velocidade relativa a translação e outra a rotação. Portanto, a velocidade relativa dessa biela deve considerar os movimentos de translação e rotação através da lei dos cossenos, através da aplicação das seguintes equações (BOYLE et al., 2003; YÁÑEZ et al., 2013).

$$v_{CGco}^2 = r_{emb}^2 \dot{\theta}_{rd}^2 + l_{CGbl}^2 \dot{\beta}^2 + 2 r_{emb} l_{CGbl} \cos(\theta_{rd} - \beta) \dot{\theta}_{rd} \dot{\beta} \quad (64)$$

onde

$$\cos(\theta_{rd} - \beta) = \cos \theta_{rd} \cos \beta + \sin \theta_{rd} \sin \beta \quad (65)$$

$$\cos \beta = \cos \phi = \left(1 - \left(\frac{r_{emb}}{l_{bl}} \sin \theta_{rd} \right)^2 \right)^{1/2} = \frac{(l_{bl}^2 - r_{emb}^2 \sin^2 \theta_{rd})^{1/2}}{l_{bl}} \quad (66)$$

$$\sin \beta = \left(-\frac{r_{rd}}{l_{bl}} \sin \theta_{rd} \right) \quad (67)$$

$$\dot{\beta} = -\dot{\theta} \left(\frac{r_{emb} \cos \theta_{rd}}{(l_{bl}^2 - r_{emb}^2 \sin^2 \theta_{rd})^{1/2}} \right) \quad (68)$$

No entanto para o cálculo das energias descritas na equação (64) acima necessita-se descrever a velocidade complexa da biela o qual se desdobra em vários termos com a aplicação das equações (65) a (68). Ou seja, a velocidade relativa da biela gera um comportamento complexo com rotação e translação o qual se desdobra em vários termos, para que se possa representar a energia cinética, deixando-se o modelo complexo e com vários termos.

Dessa forma, para simplificação do modelo e da sua quantidade de termos se utiliza no cálculo das energias da biela a técnica do modelo dinâmico equivalente de massas concentradas. Sendo que essa técnica (SHIGLEY; UICKER, 1988; NORTON, 2010) pode ser aplicada quando se cumpre três requisitos para a equivalência dinâmica: a massa final do modelo dever ser igual a massa total do elo original; o CG da biela deve ficar na mesma posição original do elo; o momento de inércia final das massas deve ser igual ao do elo inicial, como mostrado na figura 64 a seguir.

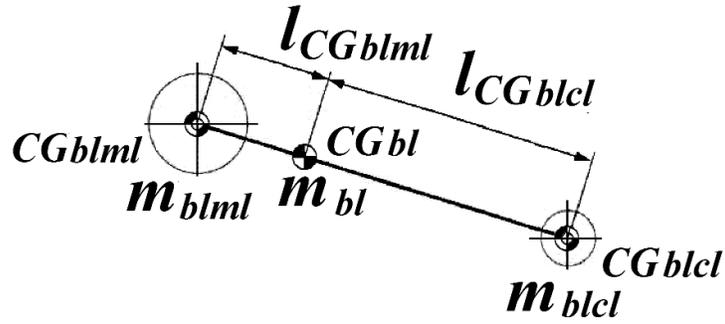


Figura 64 - Modelo dinâmico equivalente de massas concentradas da biela

Fonte: adaptado de NORTON, 2010

onde

$CGbl$ = Centro de Gravidade e de Percussão para a massa da biela concentrada

$CGblcl$ = Centro de Gravidade e de Percussão para a massa equivalente da biela concentrada no cilindro

$CGblml$ = Centro de Gravidade e de Percussão para a massa equivalente da biela concentrada na manivela

mbl = massa da biela concentrada no CG da biela

$mblcl$ = massa equivalente da biela concentrada no CG/CP da ligação biela ao cilindro

$mblml$ = massa equivalente da biela concentrada no CG/CP da ligação biela a manivela

Portanto, através desse modelo dinâmico equivalente de massas concentradas da figura 64 transforma-se o movimento complexo de rotação e translação da biela em um movimento de rotação pura na manivela e um movimento de translação pura no cilindro. Essa transformação gera equivalência quando se determina a localização dos centros de percussão das massas equivalentes a massa do elo original. Na geometria típica de uma biela típica devido a sua massa maior para os esforços de ligação com a manivela (largura e altura) seu centro de percussão fica mais perto da extremidade de ligação a manivela do que do CG . Portanto, essa geometria permite simplificar e concentrar as massas nas ligações com os elos e que apresentem um erro relativamente pequeno na precisão desse modelo dinâmico (SHIGLEY; UICKER, 1988; NORTON, 2010), como segue:

$$m_{cocr} = m_{co} \frac{l_{CGcocy}}{(l_{CGcocr} + l_{CGcocy})} \quad (69)$$

$$m_{cocy} = m_{co} \frac{l_{CGcocr}}{(l_{CGcocr} + l_{CGcocy})} \quad (70)$$

Dessa forma a biela possui geometria típica com a localização do CG_{bl} para $l_{CG_{blml}}$ a $1/3$ do comprimento l_{bl} da ligação com a manivela e $l_{CG_{blcl}}$ a $2/3$ do comprimento l_{bl} da ligação com o cilindro. Portanto, substituindo-se nas equações (69) e (70) acima esses comprimentos se tem os valores das parciais do total da massa da biela acopladas aos elos pelas suas conexões, para o posterior cálculo das energias cinéticas equivalentes, como segue.

$$m_{blml} = m_{bl} \frac{(2/3) l_{bl}}{((1/3) l_{bl} + (2/3) l_{bl})} = m_{bl} \frac{2}{3} l_{bl} \quad (71)$$

$$m_{blcl} = m_{bl} \frac{(1/3) l_{bl}}{((1/3) l_{bl} + (2/3) l_{bl})} = m_{bl} \frac{1}{3} l_{bl} \quad (72)$$

Dessa forma, essa distribuição geométrica resulta nas massas equivalentes para aplicação na ligação da biela com a manivela m_{blml} igual a $1/3$ de m_{bl} e a massa equivalente para aplicação na ligação da biela com o cilindro m_{blcl} igual a $2/3$ de m_{bl} . Portanto essa distribuição das massas aplicadas aos elos da manivela e do cilindro em conjunto com seus movimentos puros de rotação e de translação nos possibilita o cálculo da energia cinética equivalente ao do elo da biela em partes.

Ou seja, se calcula a energia cinética de rotação da biela equivalente (T_{crbleq}) como sendo uma rotação pura na conexão dos elos manivela e biela por meio da massa equivalente da equação (71) e aplica-se na equação (62). Dessa forma, se possibilita se obter a equação completa da rotação da roda dianteira com a T_{crbleq} , da seguinte forma.

$$\begin{aligned} T_{crrd} &= \frac{1}{2} \left(\left(\frac{1}{2} (m_{cr}) (r_{cr})^2 \right) + \left((m_{ra}) \left(\frac{R_{rv}}{2} \right)^2 \right) + \left((m_{ap}) (R_{rv})^2 \right) \right) \dot{\theta}_{tr}^2 + T_{crbleq} \\ &= \frac{1}{2} \left(\left(\frac{1}{2} (m_{cr}) (r_{cr})^2 \right) + \left((m_{ra}) \left(\frac{R_{rv}}{2} \right)^2 \right) + \left((m_{ap}) (R_{rv})^2 \right) \right) \dot{\theta}_{tr}^2 + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{1}{3} (m_{blml}) (r)^2 \right) \dot{\theta}^2 \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\left(\frac{1}{2} (m_{cr}) (r_{cr})^2 \right) + \left((m_{ra}) \left(\frac{R_{rv}}{2} \right)^2 \right) + \left((m_{ap}) (R_{rv})^2 \right) \right) \dot{\theta}_{tr}^2 + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{1}{3} \left(\frac{2m_{bl}}{3} \right) (r)^2 \right) \dot{\theta}^2 \right) \end{aligned} \quad (73)$$

Da mesma forma se pode calcular energia cinética de translação da biela equivalente (T_{ctbleq}) a uma translação pura na conexão dos elos manivela e cilindro por meio da massa equivalente da equação (72) e aplicar na equação geral de translação dos elos da roda dianteira, como segue.

$$T_{ctrd} = T_{ctcl} + T_{ctbleq} = \frac{1}{2} \left(\left((m_{cl}) v_{CGcl}^2 \right) + \left((m_{blcl}) v_{CGcl}^2 \right) \right) = \frac{1}{2} \left((m_{cl}) + \left(\frac{m_{bl}}{3} \right) \right) v_{CGcl}^2 \quad (74)$$

onde

m_{cl} = massa do cilindro concentrada no CG do cilindro

Dessa forma, se pode substituir a equação (53) da v_{CGcl} na equação (74) da energia total da translação dos elos da roda dianteira e que não considera a translação da roda dianteira em relação ao piso pois já foi inserida no modelo do veículo bicicleta, da seguinte forma.

$$T_{ctrd} = \frac{1}{2} \left((m_{cl}) + \left(\frac{m_{bl}}{3} \right) \right) \left(\dot{\theta}^2 \left(-r \sin \theta - \frac{r^2 \sin \theta \cos \theta}{(l^2 - r^2 \sin^2 \theta)^{1/2}} \right)^2 \right) \quad (75)$$

Finalizando, para o motor a ar comprimido se tem as energias potenciais gravitacionais de cada elo que compõe a geometria do mesmo. No entanto, tanto a V_{pgemb} , V_{pgap} e V_{pgcl} se apresentam zeradas pois não existe deslocamento vertical desses elos em relação aos seus CG. Contudo a V_{pgbl} apresenta como sendo uma função da m_{bl} pelo seu CG que depende do deslocamento vertical em y e da aceleração da gravidade (g) em função da posição angular ϕ . Sendo que pode se substituir a relação da coordenada angular ϕ através da equação (50) para se explicitar a V_{pgbl} por meio da coordenada generalizada (θ_{rd}), como descrito a seguir.

$$\begin{aligned} V_{pgbl} &= -F_{gr} \left(\left(\frac{2}{3} l_{bl} \right) \sin \phi \right) \cos \psi_{ph} = - (m_{bl}) g \left(\frac{2}{3} \right) (l_{bl} \sin \phi) \cos \psi_{ph} \quad (76) \\ &= - \left(\frac{2}{3} m_{bl} \right) g \left(\frac{r_{emp}}{l_{bl}} l_{bl} \sin \theta_{rd} \right) \cos \psi_{ph} = - \left(\frac{2}{3} m_{bl} \right) g (r_{emp} \sin \theta_{rd}) \cos \psi_{ph} \end{aligned}$$

Dessa forma, substituindo-se as equações (73,75 e 76) das energias do motor a ar comprimido na roda dianteira na equação (59) e realizando-se as derivadas se obtêm a equação do movimento na forma de espaço estado, onde $\theta_{rd} = x_1$, $\dot{\theta}_{rd} = \dot{x}_1 = x_2$ e $\ddot{\theta}_{rd} = \ddot{x}_1 = \dot{x}_2$, como segue.

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = x_2^2 (\delta_{ac}(x_1) \varepsilon_{ac}(x_1)) + x_2 (\delta_{ac}(x_1) \varsigma_{ac}(x_1)) + (\delta_{ac}(x_1) \xi_{ac}(x_1)) + (\delta_{ac}(x_1) \zeta_{ac}(x_1)) (\mathbf{F}_{acci}(x_2)) \quad (77)$$

ou

$$\dot{x}_2 = x_2^2 (\delta_{ac}(x_1) \varepsilon_{ac}(x_1)) + x_2 (\delta_{ac}(x_1) \varsigma_{ac}(x_1)) + (\delta_{ac}(x_1) \xi_{ac}(x_1)) + (\delta_{ac}(x_1) \zeta_{ac}(x_1)) \left(\mathbf{Pr}_{acci}(x_2) \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) \right)$$

sendo

$$\delta_{ac}(x_1) = \frac{1}{\left(\begin{array}{l} \left(m_{ap} \right) \left(\begin{array}{l} -72 \sin x_1^2 (r_{emb}^2 l_{bl}^2 R_{rv}^2) \\ +36 \sin x_1^4 (r_{emb}^4 R_{rv}^2) \\ +36 (l_{bl}^4 R_{rv}^2) \end{array} \right) + \left(m_{ra} \right) \left(\begin{array}{l} -18 \sin x_1^2 (r_{emb}^2 l_{bl}^2 R_{rv}^2) \\ +9 \sin x_1^4 (r_{emb}^4 R_{rv}^2) \\ +9 (l_{bl}^4 R_{rv}^2) \end{array} \right) \\ \\ + \left(m_{cr} \right) \left(\begin{array}{l} -36 \sin x_1^2 (r_{emb}^4 l_{bl}^2) \\ +18 \sin x_1^4 (r_{emb}^6) \\ +18 (r_{emb}^2 l_{bl}^4) \end{array} \right) \\ \\ \left(m_{bl} \right) \left(\begin{array}{l} +24 \sin x_1^2 (r_{emb}^5) \cos x_1 \lambda(x_1)^{3/2} \\ +12 \sin x_1^2 (r_{emb}^6 l_{bl}^2) \cos x_1^2 \\ -12 \sin x_1^4 (r_{emb}^8) \cos x_1^2 \\ -24 \sin x_1^4 (r_{emb}^6 l_{bl}^2) \\ -16 \sin x_1^2 (r_{emb}^4 l_{bl}^2) \\ +12 \sin x_1^6 (r_{emb}^8) \\ +12 \sin x_1^2 (r_{emb}^4 l_{bl}^4) \\ +8 \sin x_1^4 (r_{emb}^6) \\ +8 (r_{emb}^2 l_{bl}^4) \end{array} \right) + \left(m_{cl} \right) \left(\begin{array}{l} +72 \sin x_1^2 (r_{emb}^3) \cos x_1 \lambda(x_1)^{3/2} \\ +36 \sin x_1^2 (r_{emb}^4 l_{bl}^2) \cos x_1^2 \\ -36 \sin x_1^4 (r_{emb}^6) \cos x_1^2 \\ -72 \sin x_1^4 (r_{emb}^4 l_{bl}^2) \\ +36 \sin x_1^2 (r_{emb}^2 l_{bl}^4) \\ +36 \sin x_1^6 (r_{emb}^6) \end{array} \right) \end{array} \right) \quad (78)$$

$$\varepsilon_{ac}(x_1) = \left(\begin{array}{l} \left(m_{cl} \right) \left(\begin{array}{l} -36 (r_{emb}^5) \sin x_1^3 (\cos x_1^2) \lambda(x_1)^{1/2} \\ -72 (r_{emb}^3) \sin x_1 (\cos x_1^2) \lambda(x_1)^{3/2} \\ +36 (r_{emb}^3) \sin x_1^3 \lambda(x_1)^{3/2} \\ -72 (r_{emb}^6) \sin x_1^5 (\cos x_1) \\ +108 (r_{emb}^4 l_{bl}^2) \sin x_1^3 (\cos x_1) \\ -36 (r_{emb}^4 l_{bl}^2) \sin x_1 (\cos x_1^3) \\ -36 (r_{emb}^2 l_{bl}^4) \sin x_1 (\cos x_1) \end{array} \right) + \left(m_{bl} \right) \left(\begin{array}{l} -24 (r_{emb}^5) \sin x_1 (\cos x_1^2) \lambda(x_1)^{3/2} \\ -12 (r_{emb}^7) \sin x_1^3 (\cos x_1^2) \lambda(x_1)^{1/2} \\ +12 (r_{emb}^5) \sin x_1^3 \lambda(x_1)^{3/2} \\ -24 (r_{emb}^8) \sin x_1^5 (\cos x_1) \\ +36 (r_{emb}^6 l_{bl}^2) \sin x_1^3 (\cos x_1) \\ -12 (r_{emb}^4 l_{bl}^4) \sin x_1 (\cos x_1) \\ -12 (r_{emb}^6 l_{bl}^2) \sin x_1 (\cos x_1^3) \end{array} \right) \end{array} \right) \quad (79)$$

$$\zeta_{ac}(x_1) = +c_{mac} \begin{pmatrix} +72(r_{emb}^3 l_{bl}^2) \sin x_1^3 \\ -36(r_{emb}^4 l_{bl}^4) \sin x_1^5 \\ -36(r_{emb}^5) \sin x_1^5 \\ +72(r_{emb}^4 l_{bl}^2) \sin x_1^3 (\cos x_1) / \lambda(x_1)^{1/2} \\ -36(r_{emb}^2 l_{bl}^4) \sin x_1^4 (\cos x_1) / \lambda(x_1)^{1/2} \\ -36(r_{emb}^6) \sin x_1^5 (\cos x_1) / \lambda(x_1)^{1/2} \end{pmatrix} \quad (80)$$

$$\xi_{ac}(x_1) = + \left(\frac{2}{3} (m_{bl}) g \right) \begin{pmatrix} +72 (r_{emb}^3 l_{bl}^2) \sin x_1^2 (\cos x_1) \\ -36 (r_{emb}^5) \sin x_1^4 (\cos x_1) \\ -36 (r_{emb}^4 l_{bl}^4) \sin x_1 (\cos \psi_{ph}) \end{pmatrix} \quad (81)$$

$$\zeta_{ac}(x_1) = + \begin{pmatrix} +72(r_{emb}^3 l_{bl}^2) \sin x_1^3 \\ -36(r_{emb}^4 l_{bl}^4) \sin x_1^5 \\ -36(r_{emb}^5) \sin x_1^5 \\ +72(r_{emb}^4 l_{bl}^2) \sin x_1^3 (\cos x_1) / \lambda(x_1)^{1/2} \\ -36(r_{emb}^2 l_{bl}^4) \sin x_1^4 (\cos x_1) / \lambda(x_1)^{1/2} \\ -36(r_{emb}^6) \sin x_1^5 (\cos x_1) / \lambda(x_1)^{1/2} \end{pmatrix} \quad (82)$$

$$\lambda(x_1) = (l_{bl}^2 - r_{emb}^2 \sin x_1^2) \quad (83)$$

onde

$\delta_{ac}(x_1)$ = termo do motor a ar comprimido com os parâmetros geométricos, massas (m_{ap} , m_{ra} , m_{cr} , m_{bl} , m_{cl}) e variável por x_1

$\epsilon_{ac}(x_1)$ = termo do motor a ar comprimido com os parâmetros geométricos, massas (m_{bl} , m_{cl}) e variável por x_1

$\zeta_{ac}(x_1)$ = termo do motor a ar comprimido com o parâmetros geométricos, coeficiente de atrito (c_{mac}) e variável por x_1

$\xi_{ac}(x_1)$ = termo do motor a ar comprimido relativo aos parâmetros geométricos, a força gravitacional da biela e variável por x_1

$\zeta_{ac}(x_1)$ = termo do motor a ar comprimido relativo aos parâmetros geométricos, a força motrora F_{acci} e variável por x_1

$\lambda_{ac}(x_1)$ = termo de simplificação das relações geométricas

$F_{acci}(x_1)$ = Força do ar comprimido aplicado no cilindro na roda dianteira variável em função da posição linear pela angular x_1 gerada pela pressão Pr_{acci}

Dessa forma, se tem a equação do motor a ar comprimido na forma de espaço estado que tem viabilidade de aplicação como solução em termos de aplicação por meio de simulações numéricas computacional.

3.1.5 Modelo do movimento do veículo com os motores não ideais acoplados

Como existem dois motores e somente um sistema veicular bicicleta optou-se por modelar o motor biomecânico tradicional em conjunto com as massas desse veículo com a desconsideração da energia cinética de rotação na dianteira para a modelagem no outro motor. Dessa forma, modelou-se o motor a ar comprimido com a sua energia cinética de rotação na roda dianteira para o posterior acoplamento na equação do sistema veicular bicicleta e a obtenção da equação do movimento geral do sistema veicular híbrido por Lagrange.

Logo cada um dos motores proporcionam uma força motora individual para a roda traseira e dianteira, sendo que o motor biomecânico gera torque na roda traseira pela rotação angular θ_{rt} e o motor a ar comprimido gera torque na roda dianteira pela rotação de θ_{rd} . No entanto, essas duas rotações angulares possuem sincronismo em função do piso que geram as velocidades lineares equivalentes as rotações das rodas em função dos raios das mesmas.

Portanto, a princípio o piso pode ser irregular, com buracos e lombadas que podem gerar a falta de contato e uma defasagem entre as rotações θ_{rd} e θ_{rt} , podendo ocorrer patinação nas rodas ao invés de um rolamento puro, função do tipo de piso e suas condições de atrito. Contudo para simplificação se considera que não vai haver esse processo de patinação entre as rodas e também não vai haver desconexão do contato das rodas com o piso. Sendo assim, as duas rodas, tanto a dianteira como a traseira permanecem na mesma rotação angular. Dessa forma, pode-se representar os dois motores como se os mesmos estivessem acoplados em uma única roda e todas as forças aplicadas em um modelo único, como mostrado na figura 65 a seguir.

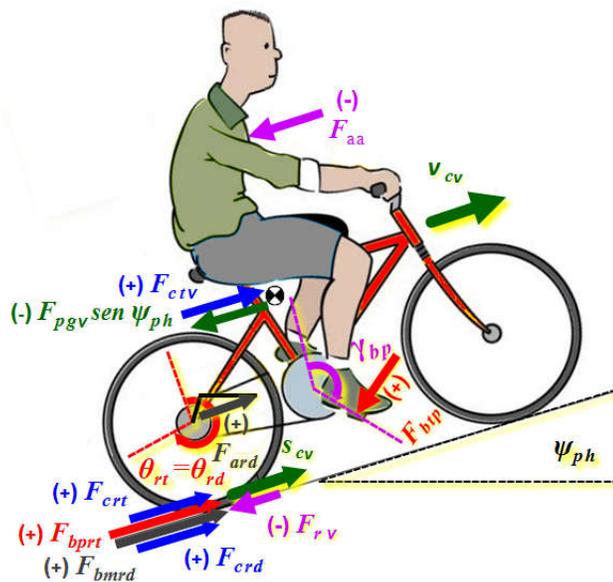


Figura 65 – Sistema de forças para acoplamento dos motores híbridos no veículo bicicleta

No entanto, na figura 65 acima apesar dos motores estarem acoplados em uma mesma roda para um modelo único existem duas fontes motoras atuando em conjunto no sistema híbrido, gerando-se um sistema não ideal, com uma fonte interferindo na outra e vice-versa.

3.2 SISTEMA DE CONTROLE DOS MOTORES HÍBRIDOS DO VEÍCULO

Para o controle dos motores híbridos não lineares se pode utilizar da técnica de controle ótimo SDRE realimentado (ANEXO A). Essa técnica se desenvolveu como uma solução para o controle de sistemas não lineares de tempo contínuo, por realimentação dos estados em função de ganhos, para se obter estados desejados e minimizar o funcional do custo (MOLTER, 2008). No entanto, essa técnica de controle ótimo SDRE possui um tipo de solução teoria (GYÖRGY ET AL., 2016) para a aplicação em sistemas LPV (*Linear Parameter Variable*) com (LTI) (*Linear Time Invariant*) através da utilização da técnica LQR (*Linear Quadratic Regulator*). Esse controlador SDRE se utiliza do método LQR para encontrar o ganho subótimo, recalculando-se o LQR ao longo do tempo discretizado, para a solução numérica do modelo matemático não linear (MRACEK, CLOUTIER, 1998).

Entretanto, como método para aplicação de sistemas de controle se pode representar a maioria dos problemas de controle na forma de equações em espaço de estados (OGATA, 2003), para se conseguir aplicar o sinal de controle na equação, para equações na seguinte forma.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{A}(\mathbf{X})\mathbf{X} + \mathbf{B}(\mathbf{X})\mathbf{U} \\ \mathbf{Y} &= \mathbf{C}\mathbf{X} + \mathbf{D}\mathbf{U}\end{aligned}\tag{84}$$

onde:

$\mathbf{A}(\mathbf{X})$ = matriz de estados

$\mathbf{B}(\mathbf{X})$ = matriz de entradas

\mathbf{C} = matriz de saídas

\mathbf{D} = matriz de transição direta

\mathbf{X} = vetor de estados

\mathbf{Y} = vetor de respostas

\mathbf{U} = sinal de controle

Para tanto o movimento do sistema veicular híbrido descrito na figura 65 pode ser controlado se escrito na forma da equação (84) com a velocidade angular $\dot{\theta}_{rt} = \dot{x}_1 = x_2$, forma necessária para a transformação o modelo na forma de espaço estado. Sendo que a velocidade angular se torna a principal variável de controle SDRE, semelhante a um piloto automático de veículo automotor.

Essa técnica de controle SDRE por realimentação em sistemas não lineares tem sido aplicada em muitos problemas através da estimação dos estados que satisfazem as funções objetivos (TUSSET et al., 2013; BALTHAZAR et al. 2014; FENILI, 2013, LIMA et al., 2016). Sendo que as forças foram representadas nas equações na forma de espaço estado em função da potência pela velocidade no motor biomecânico e pela pressão no motor ar comprimido como pode ser visto se acoplarmos as equações em função de θ_{rt} como mostrado a seguir.

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \begin{pmatrix} + & x_2^2 & \left(\begin{pmatrix} \delta_{bh}(x_1) & \varepsilon_{bc}(x_1) \end{pmatrix} + \mathbf{1} & \begin{pmatrix} \delta_{ac}(x_1) & \varepsilon_{ac}(x_1) \end{pmatrix} \right) \\ + & x_2 & \left(\begin{pmatrix} \delta_{bh}(x_1) & \varsigma_{bc}(x_1) \end{pmatrix} + \mathbf{1} & \begin{pmatrix} \delta_{ac}(x_1) & \varsigma_{ac}(x_1) \end{pmatrix} \right) \\ + & \mathbf{1} & \left(\begin{pmatrix} \delta_{bh}(x_1) & \xi_{bc}(x_1) \end{pmatrix} + \mathbf{1} & \begin{pmatrix} \delta_{ac}(x_1) & \xi_{ac}(x_1) \end{pmatrix} \right) \\ + e_m \left(\frac{P_{bcp}}{v_{cv}(x_2)} \right) \begin{pmatrix} \delta_{bh}(x_1) & \zeta_{bc}(x_1) \end{pmatrix} + \left(P_{r_{acci}}(x_2) \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) \right) \begin{pmatrix} \delta_{ac}(x_1) & \zeta_{ac}(x_1) \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad (85)$$

Na equação (85) acima as duas equações, a equação (40) do motor biomecânico e a equação (77) do motor a ar comprimido foram rearranjadas em função de $\theta_{rt} = x_1$, $\dot{\theta}_{rt} = \dot{x}_1 = x_2$ e $\ddot{\theta}_{rt} = \ddot{x}_1 = \dot{x}_2$, como pode ser verificado acima. Dessa forma, se proporciona uma equação (85) única e que representa a atuação das duas fontes motoras na qual há iterações não ideais e no qual se aplica um sistema de controle ativo por SDRE. Para a aplicação do sinal de controle na equação (85) do movimento o sistema veicular híbrido com fontes não ideais a mesma deve ser reescrita para a seguinte forma, para a inserção do sinal de controle \mathbf{U} .

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \begin{pmatrix} x_2^2 & \left(\begin{pmatrix} \delta_{bh}(x_1) & \varepsilon_{bc}(x_1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta_{ac}(x_1) & \varepsilon_{ac}(x_1) \end{pmatrix} \right) \\ + & x_2 & \left(\begin{pmatrix} \delta_{bh}(x_1) & \varsigma_{bc}(x_1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta_{ac}(x_1) & \varsigma_{ac}(x_1) \end{pmatrix} \right) \\ + & & \left(\begin{pmatrix} \delta_{bh}(x_1) & \xi_{bc}(x_1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta_{ac}(x_1) & \xi_{ac}(x_1) \end{pmatrix} \right) \\ + & & (\mathbf{U}) \end{pmatrix} \quad (86)$$

Sendo o sinal de controle \mathbf{U} da equação (86) acima se compõe dos seguintes termos a seguir.

$$\mathbf{U} = +e_m \left(\frac{\mathbf{P}_{bcp}}{v_{cv}(x_2)} \right) (\delta_{bh}(x_1) \quad \zeta_{bc}(x_1)) + \left(\mathbf{Pr}_{acci}(x_2) \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) \right) (\delta_{ac}(x_1) \quad \zeta_{ac}(x_1)) \quad (87)$$

Esse sinal de controle \mathbf{U} consiste em duas partes, \mathbf{U}_{SDRE} e \mathbf{U}_{ff} , sendo o \mathbf{U}_{ff} a parte do controle *feedforward* e \mathbf{U}_{SDRE} a parte do controle de *feedback* obtido através do método de controle SDRE, como mostrado a seguir.

$$\mathbf{U} = (\mathbf{U}_{SDRE}) + (\mathbf{U}_{ff}) = (\mathbf{U}_{SDRE}) - ((\delta_{bh}(x_1) \quad \zeta_{bc}(x_1)) + (\delta_{ac}(x_1) \quad \zeta_{ac}(x_1))) \quad (88)$$

Portanto, substituindo-se essa equação (88) na equação (86) se tem a equação na forma de controle para a maioria dos problemas da seguinte forma.

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (89)$$

$$\dot{x}_2 = \left(x_2^2 ((\delta_{bh}(x_1) \quad \varepsilon_{bc}(x_1)) + (\delta_{ac}(x_1) \quad \varepsilon_{ac}(x_1))) + x_2 ((\delta_{bh}(x_1) \quad \zeta_{bc}(x_1)) + (\delta_{ac}(x_1) \quad \zeta_{ac}(x_1))) + \mathbf{U}_{SDRE} \right)$$

Nesse sentido, a equação (89) do movimento do sistema veicular híbrido com motores de fontes não ideais pode ser reescrita na forma de matriz como segue.

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}(\mathbf{X})\mathbf{X} + \mathbf{B}(\mathbf{X})\mathbf{U}_{SDRE} \quad (90)$$

onde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \left(x_2^2 ((\delta_{bh}(x_1) \quad \varepsilon_{bc}(x_1)) + (\delta_{ac}(x_1) \quad \varepsilon_{ac}(x_1))) + ((\delta_{bh}(x_1) \quad \zeta_{bc}(x_1)) + (\delta_{ac}(x_1) \quad \zeta_{ac}(x_1))) \right) \end{bmatrix} \quad (91)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (92)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (93)$$

Sendo que o funcional do custo que gera a solução de desempenho para o problema de controle por \mathbf{U}_{SDRE} pode ser calculado como segue.

$$\mathbf{J} = \int_0^{\infty} (\mathbf{e}_E^T \mathbf{Q} \mathbf{e}_E + \mathbf{U}_{SDRE}^T \mathbf{R} \mathbf{U}_{SDRE}) dt \quad (94)$$

Onde a matriz dos erros dos Estados se apresenta se apresenta da seguinte forma.

$$\mathbf{e}_E = \begin{bmatrix} x_1 - x_1^* \\ x_2 - x_2^* \end{bmatrix} \quad (95)$$

Sendo os estados desejados descritos como sendo.

$$x^* = \begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \end{bmatrix} \quad (96)$$

Onde, x_1^* se apresenta como sendo a órbita desejada e x_2^* a velocidade desejada.

No entanto, para o controle subótimo SDRE se determina que as matrizes (\mathbf{R} e \mathbf{Q}) de peso dos ganhos se tornam invariantes no tempo, para simplificação dos cálculos da equação (94) como uma forma de solução pseudolinear do modelo não linear (GYÖRGY ET AL., 2016). Sendo definida a matriz \mathbf{R} como positiva e a matriz \mathbf{Q} como semi positiva, para a minimização do funcional do custo dessa equação (94). Dessa forma, necessita-se minimizar a matriz de erros de estado da equação (95) para se minimizar o funcional do custo da equação (94), através do controle feedback \mathbf{U}_{SDRE} dos estados, o qual se obtêm por meio da seguinte lei de controle (TUSSET et al., 2015).

$$\mathbf{U}_{SDRE} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}(\mathbf{X})^T \mathbf{P}(\mathbf{X}) \mathbf{e}_E \quad (97)$$

Onde se torna a solução da equação de Ricatti a seguir.

$$\mathbf{A}(\mathbf{X})^T \mathbf{P}(\mathbf{X}) + \mathbf{P}(\mathbf{X}) \mathbf{A}(\mathbf{X}) - \mathbf{P}(\mathbf{X}) \mathbf{B}(\mathbf{X}) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}(\mathbf{X})^T \mathbf{P}(\mathbf{X}) + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (98)$$

Outro fator importante que se deve considerar em relação a matriz $\mathbf{A}(\mathbf{X})$ deve ser que a mesma não pode violar a capacidade de controle do sistema e a equação (90) do movimento do sistema veicular híbrido se torna controlável se o grau da matriz a seguir $\mathbf{M}(\mathbf{X})$ for 2.

$$\mathbf{M}(\mathbf{X}) = [\mathbf{B}_{2 \times 1}(\mathbf{X}) \quad \mathbf{A}_{2 \times 2}(\mathbf{X}) \mathbf{B}_{2 \times 1}(\mathbf{X})] \quad (99)$$

Dessa forma para aplicar a técnica de controle subótimo SDRE e se obter a solução para um problema de controle dinâmico aplica-se o seguinte procedimento (TUSSET et al., 2015).

1. Defina o modelo de espaço de estado com o estado dependente dos coeficientes das matrizes $\mathbf{A}(\mathbf{X})$ e $\mathbf{B}(\mathbf{X})$;
2. Defina a condição inicial $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$ para que a classificação do *rank* de \mathbf{M} seja $n=2$ para o nosso estudo e escolha a intensidade dos coeficientes das matrizes \mathbf{Q} e \mathbf{R} . Sendo que essas matrizes determinam a importância relativa dos erros paramétricos e a energia gasta.
3. Ache a matriz solução $\mathbf{P}(\mathbf{X})$ para a equação de Riccati dos estados em função do tempo e que será descrita na sequência desse método;
4. Defina a matriz dos erros \mathbf{e}_E para as funções objetivos e o cálculo dos erros dos parâmetros;
5. Calcule o sinal de entrada \mathbf{U}_{SDRE} ;
6. Integre a equação obtida no passo 1 e atualize o estado do sistema em função do tempo com os resultados.
7. Calcule o *rank* do passo 2 e se for igual a 2 siga para o passo 3. No entanto, se o *rank* for menor que 2 para o nosso estudo a matriz $\mathbf{A}(\mathbf{X})$ não pode ser controlável, então deve-se aplicar novamente a última matriz controlável $\mathbf{A}(\mathbf{X})$ que foi utilizada.

Dessa forma, aplicando-se o procedimento acima em programas computacionais de cálculo numérico se obtêm os resultados do controle da equação do movimento do veículo bicicleta híbrido com os motores como fonte não ideais.

4 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS E DISCUSSÕES DO CONTROLE VEICULAR

Para as simulações numéricas necessita-se definir os parâmetros que serão utilizados nas equações de controle e que influenciam no comportamento e equilíbrio das energias e forças envolvidas na equação do movimento do veículo bicicleta híbrido. Dessa forma, sendo que para não ciclistas de resistência podem desenvolver até 25 km/h em terrenos planos aplicando-se potências entre 100 e 150 W (ÍÑIGUEZ et al., 2012).

Nesse sentido, se adota uma potência baixa de 100 W para o conforto do ciclista pois se apresenta como uma das potências mais baixas avaliadas em alguns estudos para ciclista de resistência (WHITTY, et al., 2009; SPICER et al., 2000; MARSH, MARTIN, 1993), sendo que a FCC varia entre 50 a 65 rpm. Sendo que em função da frequência cardíaca para 100 W a FCC ideal ficou em 54 rpm (COAST, WELCH, 1985), veja figura 47. Dessa forma se adota a velocidade de controle (v_{2contr}) de 20 km/h para o motor biomecânico, pois essa pesquisa se concentra em um veículo híbrido para usuários não ciclista de resistência, adotando-se também FCC de 55 rpm e 100W.

Para os parâmetros físicos do veículo bicicleta será utilizado como referência os valores em função do tipo de bicicleta descrito na figura 66 a seguir (GROSS et al., 1983).

DESCRIÇÃO				DADOS AERODINÂMICOS			COEFICIENTE DE ROLAMENTO
				COEFICIENTE AERODINÂMICO	ÁREA FRONTAL (FT ²)	ÁREA FRONTAL EFETIVA (FT ²)	
BICICLETAS PADRÕES	BMX (BICICLETA DE CROSS PARA JOVENS)	30-LB. BICICLETA 120-LB. CICLISTA PNEU DE CROSS, 20-IN. DIA., 40 P.S.I.		1.1	4.9	5.4	.014
	PASSEIO EUROPEU NA VERTICAL	40-LB. BICICLETA 160-LB. CICLISTA PNEU 27-IN. DIA., 40 P.S.I.		1.1	5.5	6	.006
	TURISMO (BRAÇOS ESTICADOS)	25-LB. BICICLETA 160-LB. CICLISTA PNEU CLINCHER 27-IN. DIA., 90 P.S.I.		1	4.3	4.3	.0045
	CORRIDA (TOTALMENTE CURVADO)	20-LB. BICICLETA 160-LB. CICLISTA PNEU DE CORRIDA 27-IN., DIA., 105 P.S.I.		.88	3.9	3.4	.003

Figura 66. Parâmetros físicos para o movimento da bicicleta em função do seu tipo

Fonte: Adaptado de GROSS et al., 1983

O tipo de bicicleta utilizada se baseia na figura 66 acima e será adotada a bicicleta EUC (*European Upright Commuter*) com rodas de 27 polegadas com posição do ciclista na vertical. Na figura 66 acima a EUC possui raio R_v de 0,343 m, sendo que os parâmetros especificados na figura 66 para a massa do ciclista se apresenta como sendo de 72, 6 kg (140 lb), veículo

bicicleta com 18,1kg (40 lb) e pressão nos pneus (Pr_{pneu}) de 0,276 MPa (40 psi). Sendo que para esse tipo de bicicleta se tem os seguintes parâmetros; coeficiente de arrasto aerodinâmico (c_{aa}) de 1,1; Área da bicicleta mais ciclista efetiva (A_{bc}) de 0,55 m² (6 ft²) e coeficiente de rolamento do veículo de 0,006 (c_{rv}).

No entanto, a massa da bicicleta foi dividida em massa do quadro mais acessórios do veículo (m_{qv}) e em duas rodas composta de massa do aro mais pneu (m_{ap}), massa dos raios (m_{ra}), e massa do cubo da roda (m_{cr}). Dessa forma retirando-se da massa do veículo bicicleta (m_{vb}) total de 18,1 kg as duas massas do aro mais pneu (2x2,5kg) mais os dois conjuntos de raios (2x0,5kg) mais os dois cubos das rodas (2x1,0kg), temo um saldo de 10,1kg do quadro do veículo (m_{qv}).

Entretanto, a massa considerada para o ciclista na figura 66 deve se referir a ciclista biomecânico de resistência e dessa forma vai ser aumentada para as simulações de 72,6 para 100 kg (m_{cb}), totalizando a massa do ciclista mais veículo (m_{cv}) em 118,1 kg ao invés de 90,7 kg. Dessa forma, também se faz necessário aumentar a área frontal de arrasto aerodinâmico em virtude o aumento de massa do ciclista e a área A_{bc} será adotada como 0,6 ao invés de 0,55 m².

Para o câmbio automático necessita-se definir as relações das engrenagens, em função da velocidade e inclinação do piso, de -10 a 10 graus (CHIEN, TSENG, 2004). No caso de câmbio com engrenagens a tabela 1 (CHIEN, TSENG, 2004) usavam 4 pares de redução que variavam de 1,619 a 2,979 com trocas recomendadas a 50 rpm. Dessa forma escolheu-se cinco pares de pinhão e coroa com a coroa não variando seu raio durante a troca das marchas e se montou uma figura com a velocidade do veículo em função das trocas de marchas ao se atingir o valor de controle de FCC 55 rpm. Essa figura a seguir se torna similar ao da patente de câmbio automatizado citado anteriormente e que pode ser conferido na figura 51 (ETHINGTON, 1997a, 1997b) que usa corrente e rodas dentadas como mostrado na figura 62 a seguir.

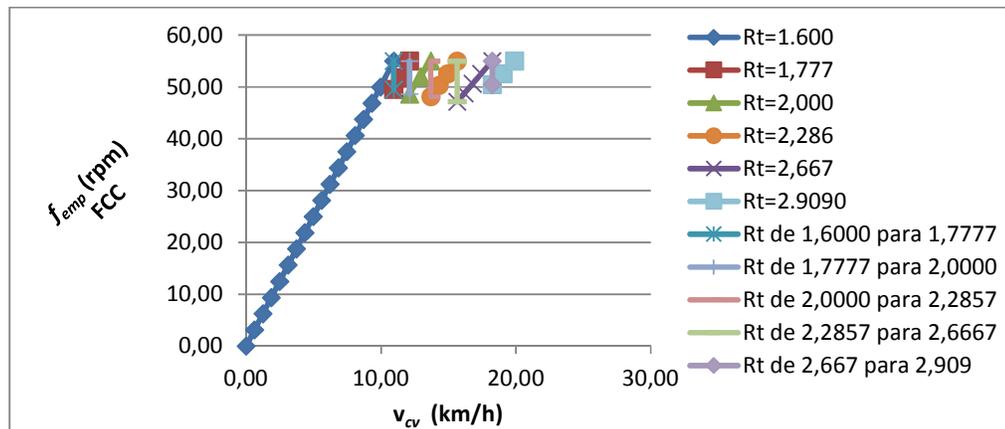


Figura 67 - Velocidade do veículo com o ciclista não treinado em função da FCC automatizada

A figura 67 acima possui 5 relações de transmissão por corrente com coroa e pinhões semelhantes aos valores das 4 relações por engrenagens planetárias citadas anteriormente, sendo que para se obter essas relações se utilizou uma coroa e 5 pinhões descritos na tabela 3 a seguir.

Tabela 3 – Relações de transmissão com a coroa e os pinhões

Coroa	Pinhões / R_{tr}					
32	20	18	16	14	12	11
	1,6000	1,7777	2,0000	2,2857	2,6667	2,9090

Como definido anteriormente os dois motores acoplados para o movimento do veículo bicicleta híbrido excitam o movimento do mesmo através de fontes motoras não ideais e também possuem comportamento não linear em função das manivelas do biomecânico e ar comprimido. Sendo que o motor biomecânico aplica uma potência constante durante o ciclo do pedalar tendo a força como uma consequência do aumento da velocidade, no entanto o motor a ar comprimido também excita de forma não ideal essa velocidade por meio da aplicação de pressão no cilindro.

Portanto essa pressão controla de forma ativa o sistema veicular híbrido sendo que o motor biomecânico se comporta de forma passiva ao controle das marchas em função do limite da FCC em 50 rpm para adequação as forças e a velocidade angular do pedalar. Dessa forma se mostra a seguir as duas formas de equação do movimento sem o controle para análise da aplicação e dos parâmetros.

$$U = + e_m \left(\frac{P_{bcp}}{v_{cv}(x_2)} \right) \left(\delta_{bh}(x_1) \zeta_{bc}(x_1) \right) + \left(Pr_{acci}(x_2) \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) \right) \left(\delta_{ac}(x_1) \zeta_{ac}(x_1) \right) \quad (100)$$

Analisando a equação (100) acima pode se perceber que a força do ar comprimido no cilindro depende da pressão e do diâmetro do cilindro, sendo que será utilizado dois cilindros opostos a 180° de simples ação para um ciclo similar ao do pedal. Contudo para a aplicação do sinal de controle na equação (100) acima a pressão no cilindro se aplica em dois ângulos durante a variação de x_2 em cada ciclo de rotação de 360°, de forma oposta e a 180°, para duas pressões de excitação no ciclo como mostrado na figura 68 a seguir.

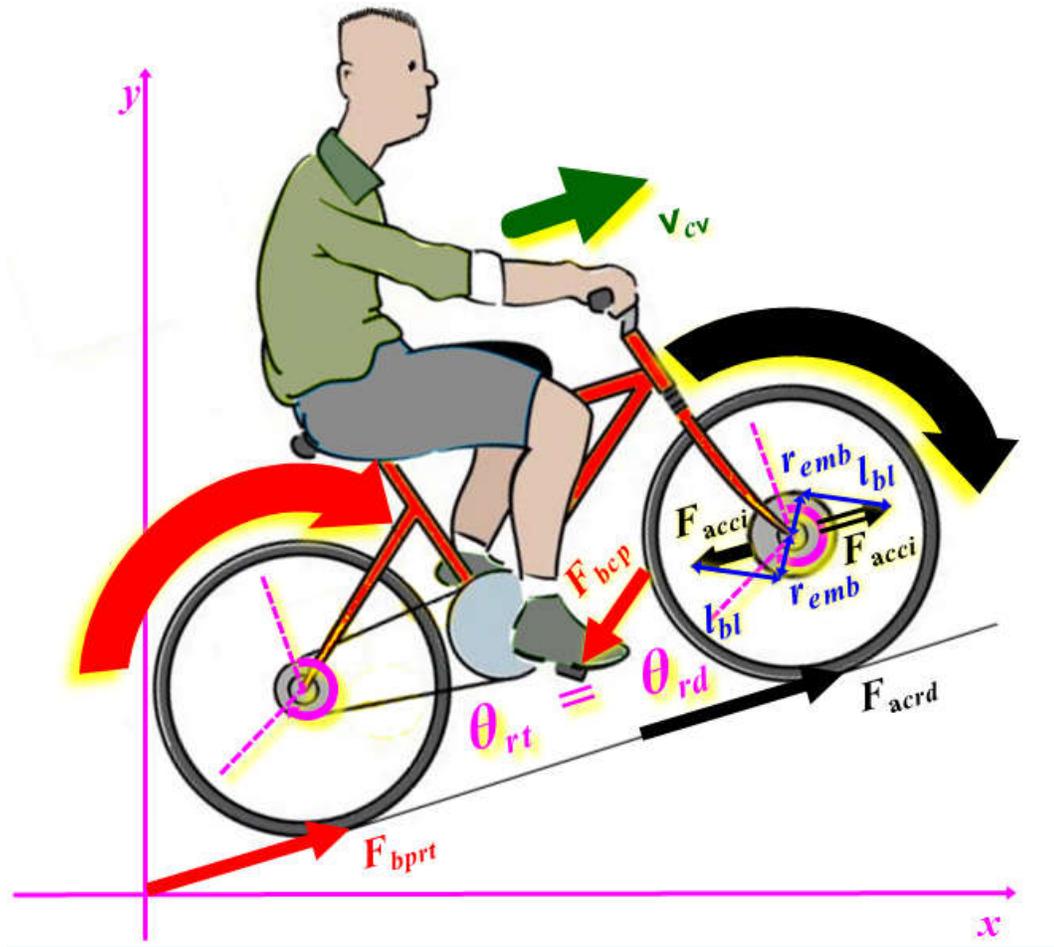


Figura 68 – Geometria dos motores híbridos biomecânico e a ar comprimido com cilindros opostos a 180°

Verifica-se na figura 68 acima que a geometria do motor a ar comprimido possui geometria que se compõe de dois cilindros de simples ação com disposição horizontal e oposta a 180° como fonte motora, distribuindo-se melhor a força se comparado a um monocilíndrico. Dessa forma, se definiu os cilindros com diâmetro de 0,025 m para aplicação a uma pressão do ar comprimido ($P_{r_{acci}}$) de 0,4 MPa que possui metade do valor se comparado a pressão máxima que pode ser aplicada de 0,8 MPa, gerando-se maiores distância para o mesmo volume de ar. Portanto, com base nesses parâmetros pode se desenvolver uma potência no motor a ar comprimido de 165 W (P_{bcp}) e se atingir uma força máxima em cada aplicação no cilindro ao longo do ciclo de 360° no valor máximo de 180N, ou seja, aplicado a cada meio ciclo de rotação.

Dessa forma, se apresenta na tabela 4 a seguir todos os parâmetros utilizados para a simulação das simulações numéricas do controle passivo e ativo por SDRE, os quais se aplicam nas equações (90), (94), (95), (97) e (100) e se apresentam descritos na tabela a seguir.

Tabela 4 – Parâmetros da simulação numérica

Parâmetros	Valor	Unidades (SI)
$FCC = f_{bcp}$	55	rpm
V_{2contr}	20	km/h
$prop_{veloc}$	70	%
e_m	95	%
P_{bcp}	100	W
P_{mac}	165	W
Pr_{acci}	0,4	MPa
Pr_{pneu}	0,276	MPa
c_{aa}	1,1	-
c_{rv}	0.006	-
c_{mac}	0.02	-
α_{90}	90	°
α_{180}	10	°
ψ_{ph}	0~10	°
θ_{bcpd}	0	°
Φ_{vt}	0	°
m_{ap}	2,5	kg
m_{ra}	0,5	kg
m_{cr}	1,0	kg
m_{qv}	10,1	kg
m_{vb}	18,1	kg
m_{cb}	100	kg
m_{cv}	118,1	kg
m_{bl}	0,55	kg
m_{cl}	0,34	kg
ρ	1,2	kg/m ³
g	9,81	m/s ²
v_{vt}	0	m/s
R_{rv}	0,343	m
r_{emb}	0,1	m
l_{bl}	0,3	m
r_{cr}	0,025	m
r_{bcp}	0,17	m
d	0,025	m
SCG_{cl}	0,12	m
A_{bc}	0,6	m ²

Portanto, definidos os parâmetros que fazem parte do sistema veicular bicicleta se tem condições de implementar o controle passivo e também o ativo pelo método SDRE, o qual se discute a sua análise e implementação em detalhes, os quais se apresentam nos tópicos a seguir.

4.1 DISCUSSÃO DO CONTROLE PARA O SISTEMA VEICULAR HÍBRIDO

Para a análise do movimento do veículo bicicleta híbrido se fixou o tempo das simulações em 60 s, como adequado aos regimes permanentes, simulando-se o deslocamento para um trecho fixo de 170 metros no plano e subidas variáveis até se chegar o tempo desejado. Sendo que durante a simulação dos 60 s após o veículo bicicleta se deslocar 170 metros no plano se iniciam as subidas, com inclinações que variam de 2 em 2°, de 0° até o máximo de 10°, para as comparações do controle ativo híbrido ao passivo biomecânico.

Nas simulações o controle dos dois motores de forma híbrida se torna ativo após o início com o controle do movimento passivo por energia biomecânica aplicada pelo ciclista o controle ativo liga e inicia o controle do motor a ar comprimido em conjunto com o biomecânico passivo. Sendo que o motor a ar comprimido no projeto de controle somente atua a partir de 80% do valor da velocidade desejada (v_{2contr}) de 20 km/h ser obtida pelo controle passivo do motor biomecânico a uma potência constante de 100 W e FCC de 55 rpm, para o conforto do ciclista.

Dessa forma, o motor híbrido a ar comprimido inicia sua atuação ativa a partir de que o sistema veicular híbrido se encontra em movimento pela aplicação do motor biomecânico e a velocidade atinge 16 km/h, necessitando-se de uma função matemática para o motor ativo. Essa função tem como objetivo a inserção gradual da energia disponibilizada pelo motor a ar comprimido e que não estava atuando no início do movimento, como uma transição suave do acoplamento das fontes não ideais e o conforto do ciclista.

Para tanto, se inseriu uma função tangente hiperbólica aplicada diretamente na equação de controle do sinal U_{SDRE} , para se obter uma transição suave da entrada do motor híbrido a partir da velocidade de controle, gerando-se um novo sinal $U_{SDREsim}$, como segue.

$$U_{SDREsim} = \left(\operatorname{tgh} \left(0,6 \left(\frac{1}{x_2 - x_{2contr}} \right) \right) \right) U_{SDRE} \quad (101)$$

No entanto, a velocidade na equação (101) acima possui unidade em rad/s e a velocidade de referência se aplica a 20 km/h, necessitando-se transformar essa velocidade linear em angular, através do raio da roda do veículo (tabela 4) aplicada a equação a seguir.

$$x_{2contr} = \left(\frac{v_{2contr} / 3,6}{R_{rv}} \right) = \left(\frac{20 / 3,6}{0,343} \right) = 16,2 \operatorname{rad} / s \quad (102)$$

Dessa forma, para o controle ativo do sistema veicular híbrido o sinal de controle $U_{SDREsim}$ aplicado na equação (90) do movimento consideram-se como condições iniciais a posição angular $x_1(0)$ igual a 0 (rad) e a velocidade angular $x_2(0)$ igual a 0 (rad/s). Entretanto, para se simular as equações (90 e 98) como solução desse sistema de controle na forma de espaço estado define-se as matrizes, sendo a matriz de ganho \mathbf{Q} uma função de ganho adaptável ao ângulo da inclinação e as outras matrizes foram definidas como se apresenta a seguir.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D} = [0]; \quad \mathbf{R} = [0.1]; \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix} + \psi_{ph} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 500 \end{bmatrix} \quad (103)$$

Portanto, a matriz \mathbf{Q} se refere a inclinação positiva do piso através de ψ_{ph} , ou seja, na subida se gera ganhos proporcionais a intensidade da inclinação, na descida o controle não atua. Essa definição da matriz \mathbf{Q} variável em função do piso no controle SDRE subótimo melhora o desempenho em função da resposta a força gravitacional que retira energia cinética do movimento, como pode ser verificado nos tópicos a seguir em função das inclinações. No entanto, destaca-se que para a aplicação do controle em função da velocidade como principal estado desejado, de forma independente da posição angular, na equação (95) do erro dos estados desconsidera-se o estado x_1^* , o qual fica zerado e sem influência ao se obter os ganhos SDRE.

Verifica-se na figura 69 a seguir que ao se aplicar o controle SDRE às fontes híbridas não ideais por meio das simulações da equação (90) com os parâmetros da tabela 4 se geram respostas cinemáticas similares em todas as inclinações de 0 a 10°, como mostrado a seguir.

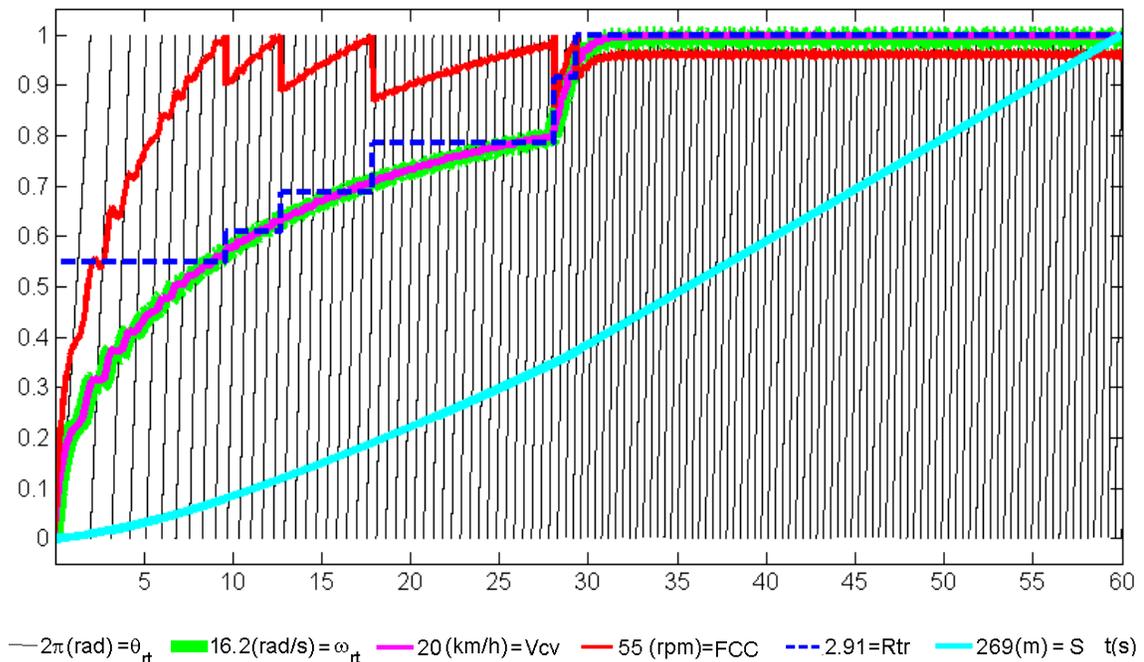


Figura 69 – Controle ativo das fontes não ideais a ar e biomecânica em planos e subidas de 0 a 10°

Na figura 69 acima o movimento que se gerou em função das inclinações de 0 a 10 ° controlados ativamente pelo SDRE ao se aplicar os motores híbridos não ideais a ar comprimido e biomecânico proporcionam comportamentos cinemáticos similares por causa do controle. Sendo que em regime permanente a relação de transmissão chega a 2.91 de redução e a FCC varia entre 53,2 a 52,5 (rpm), com a entrada do motor a ar a 28 s e 16 km/h (80%), subindo essa velocidade em função da tangente hiperbólica a 20 km/h até 32 s e que após 41,97 s se iniciam as inclinações.

Ao as velocidades e seus erros na parte plana do movimento verifica-se que em função da inclinação específica de 0 a 10° todos os gráficos das análises específicas a seguir possuem o mesmo erro máximo da velocidade no plano, pois não sofrem influência da gravidade. Verifica-se também que por causa da influência do controle sobre as variáveis o deslocamento se manteve constante e atingiu o valor de 269 m em 60 s de simulação para todas as inclinações controladas, com a velocidade máxima aplicada de 20 km/h.

Entretanto, as velocidades específicas que foram obtidas em função de cada inclinação possuem pequenas variações em função do comportamento não ideal dos motores e dos ganhos proporcionais a cada inclinação pois geram correções específicas das forças gravitacionais. Dessa forma, nos tópicos a seguir se detalham essas variações específicas em função das inclinações e seus ganhos gerados pela equação (101), para a análise e comparação individuais entre os controles ativo e passivo, para as mesmas inclinações e entre elas.

4.1.1 Controle do sistema veicular híbrido para velocidade de 20 km/h no plano a 0°

Como apresentado na figura 69 acima de forma geral que as velocidades máximas da roda traseira e linear da bicicleta, bem como a distância máxima percorrida e as relações de marchas utilizadas demonstram pequenas variações específicas, mas o mesmo comportamento.

Entretanto, existem variações na velocidade do veículo em relação a velocidade desejada de 20 km/h que geram pequenos variações que resultam em erros aplicado a velocidade durante o controle ativo e que sofrem influência das forças gravitacionais nas subidas. Dessa forma, para uma análise específica dos resultados das simulações numéricas se gerou figuras detalhadas a 0° de inclinação com dados específicos para a análise dos erros da velocidade linear e as forças do ar comprimido no cilindro e a biomecânica aplicada a roda traseira. Na figura 70 a seguir se apresentam os dados específicos do controle ativo dos motores

híbridos aplicados a 0° de inclinação após os 170 metros iniciais no plano, como mostrado a seguir.

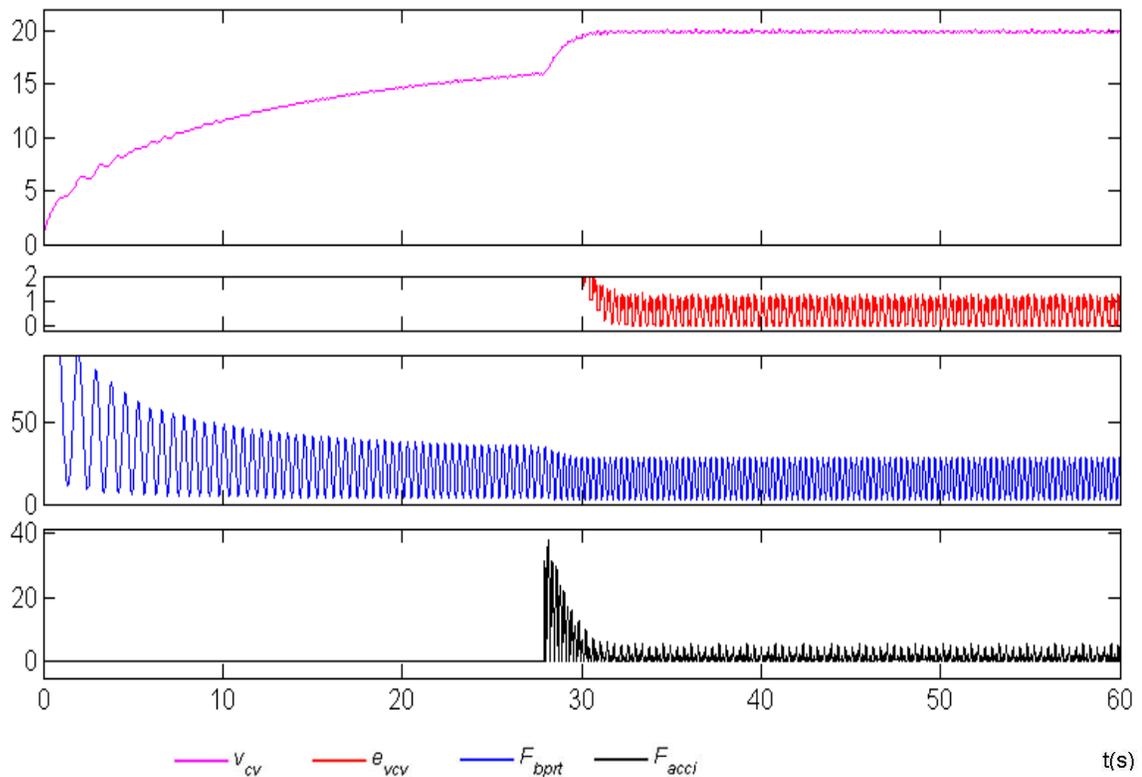


Figura 70 – Dados do controle das fontes não ideais a ar comprimido e biomecânica no plano a 0°

Na figura 70 acima para o movimento do veículo bicicleta somente no plano durante 60s, ou seja, com inclinação de 0° após os 170 metros e a velocidade de controle ativo máxima de 20,03 km/h e mínima de 19,76 com 1,2 % de erro em regime permanente, antes e depois dos 170 metros. Sendo que o controle ativo aciona o motor a ar comprimido após 28 s a 16 km/h (80%) aumentando-se a velocidade nos motores híbridos de forma intensa com estabilização no regime permanente na subida a 0° com o máximo de 5,47 N da F_{acci} e 28,2 N da F_{bppt} . Dessa forma, ocorre um pico de máxima pressão e energia para o controle híbrido bem no início da atuação do motor a ar comprimido a 28 s de simulação, que chegando-se a 37,47 N e Pr_{acci} de 0,076 MPa, e que depois diminui e estabiliza durante o controle da velocidade na subida a 0°.

Entretanto, usando-se os parâmetros da tabela 4 para o movimento do veículo bicicleta somente no plano durante 60s com inclinação de 0° após os 170 metros e controle passivo com mudanças pela FCC máxima em 55 rpm se gera outro comportamento cinemático do veículo. Esse novo comportamento cinemático para o motor biomecânico no plano antes e após os 170

metros, ou seja, com inclinação de 0° gera novas forças na roda traseira em função do equilíbrio dinâmico do veículo e que pode ser analisado na figura 71 a seguir.

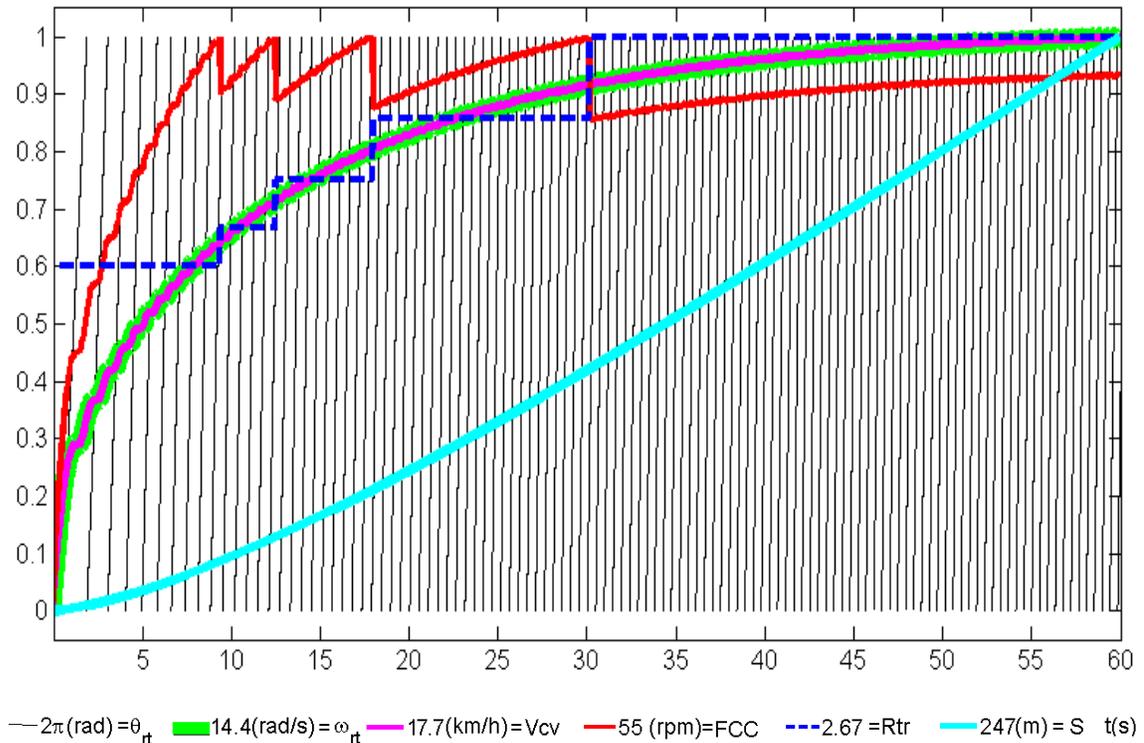


Figura 71 – Controle passivo do câmbio automático pela FCC da bicicleta no plano a 0°

Os valores da figura 71 acima se encontram normalizados na base de 1 para a análise do comportamento cinemático do sistema veicular da bicicleta com motor biomecânico por controle passivo sem a atuação do motor a ar comprimido. Dessa forma, para se obter o valor real de cada variável elas tem que ser multiplicadas pelos valores apresentados na legenda da figura 71 acima. Verifica-se que a velocidade oscila entre 17,71 e 17,67 km/h por causa do uso somente da fonte biomecânica, gerando-se um deslocamento de 247 m em 60 s de simulação, ou seja, 8,18% menor quando comparado com os 269 m do controle ativo.

Dessa forma, para uma análise específica dos resultados das simulações por controle passivo se gerou a figura 72 detalhada a 0° de inclinação com dados específicos para a análise dos erros da velocidade linear e as forças do ar comprimido no cilindro e a biomecânica aplicada a roda traseira. Os dados específicos para a análise do controle passivo do motor biomecânico aplicado a 0° de inclinação após os 170 metros iniciais no plano, como mostrado a seguir na figura 72.

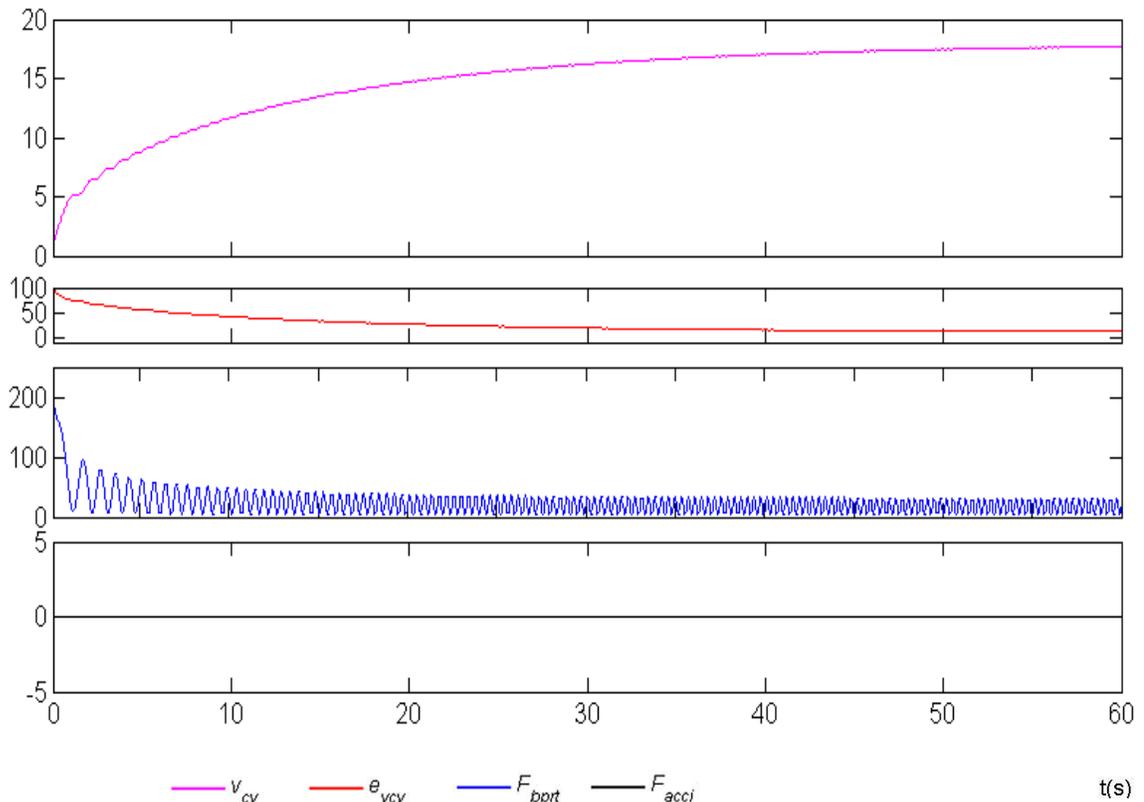


Figura 72 –Dados do controle passivo pela FCC da bicicleta no plano a 0°

Verifica-se na figura 72 acima que a velocidade máxima chegou a 17,71 km/h e 11,4% de erro em regime permanente, antes e depois dos 170 metros no plano pois a uma inclinação de 0° determina-se todo o percurso simulado como sendo plano. Ou seja, para acionamento somente com motor biomecânico por potência constante de 100 W a 55 rpm para as relações de marchas da tabela 3 com acionamento passivo gera-se um de equilíbrio dinâmico entre as forças conservativas e não conservativas que não chega a velocidade desejada de 20 km/h.

Dessa forma, como a velocidade máxima chega a 17,71 km/h em função dos parâmetros físicos da tabela 4 a distância percorrida máxima chega a 247 contra 269 metros para a mesmas condições no plano com o controle ativo dos motores híbridos não ideais. Entretanto, a força aplicada na roda traseira pelo controle passivo possui valor máximo de 31,5 N que se apresenta maior que os 28,20 N quando controlado ativamente pelos motores híbridos pois a energia para se chegar aos 20 km/h vem do outro motor na dianteira.

Essas diferenças na inclinação a 0° do motor biomecânico em função da sua aplicação como única fonte de energia por controle passivo podem ser analisadas na tabela 5 a seguir que apresenta um resumo das variações do motor biomecânico quando utilizado como híbrido.

Tabela 5 – Motores não ideais com controle ativo SDRE e passivo biomecânico para 0° de subida

Tempo de Simulação (segundos)		60 s												
POTÊNCIA		Watts												
Biomecânico (motor 1)		100 W												
Ar comprimido (motor 2)		165 W												
Controle		Distância plana (constante) e subida (variável)							Ciclista e veículo no piso nivelado (plano)			Ciclista e veículo no piso inclinado (subida)		
subida (°)	20 (km/h)	plana (m)	plana (s)	subida (m)	subida (s)	subida dif.(%)	total (m)	total dif.(%)	Vcv (km/h)	Verro (%)	Vcv (km/h)	Verro (%)	F _{bprt} (N)	
0	SDRE	170	41,97	99	18,03	0,0	269	0,0	20,03~19,76	0,15~1,2	20,03~19,76	0,15~1,2	28,20~2,67	
0	passivo	170	44,26	77	15,74	22,2	247	8,18	17,71~17,67	11,4~12,1	17,71~17,67	11,5~11,7	31,5~3,00	

Na tabela 5 acima se tem um resumo dos valores aplicado ao motor biomecânico como única fonte de energia com controle passivo de forma comparativa a esse motor aplicado como fonte híbrida com controle ativo através da energia extra do motor a ar comprimido. Verifica-se nessa tabela 5 que sem a energia híbrida do motor a ar comprimido o veículo bicicleta demora mais tempo para percorrer os primeiros 170 metros no plano em 44,26 contra 41,97 s com a atuação híbrida do motor a ar comprimido.

Também se verifica que a distância se torna maior com o motor híbrido atuando após os 170 metros no plano pois se chega a 99 e somente a 77 com somente o motor biomecânico, ou seja, 22,2% a menos. Dessa forma, a utilização do motor híbrido como controle ativo possibilita se a velocidade de controle de 20,03 contra 17,71 km/h somente com o motor biomecânico passivo e um maior percurso de 269 contra 247 m. Portanto, ao se usar somente o motor biomecânico para os 0° de inclinação se obtêm um percurso 8,18 % menor em 60 s.

4.1.2 Controle do sistema veicular híbrido para velocidade de 20 km/h em subida de 2°

Para análise específica dos resultados das simulações numéricas se gerou a figura 73 a seguir com 2° de inclinação após os 170 metros no plano com os dados específicos para a análise dos erros da velocidade linear e as forças do ar comprimido no cilindro e a biomecânica aplicada a roda traseira. Nessa figura 73 a seguir se apresentam os dados específicos do controle ativo dos motores híbridos aplicados a 2° de inclinação após os 170 metros iniciais no plano, como mostrado a seguir.

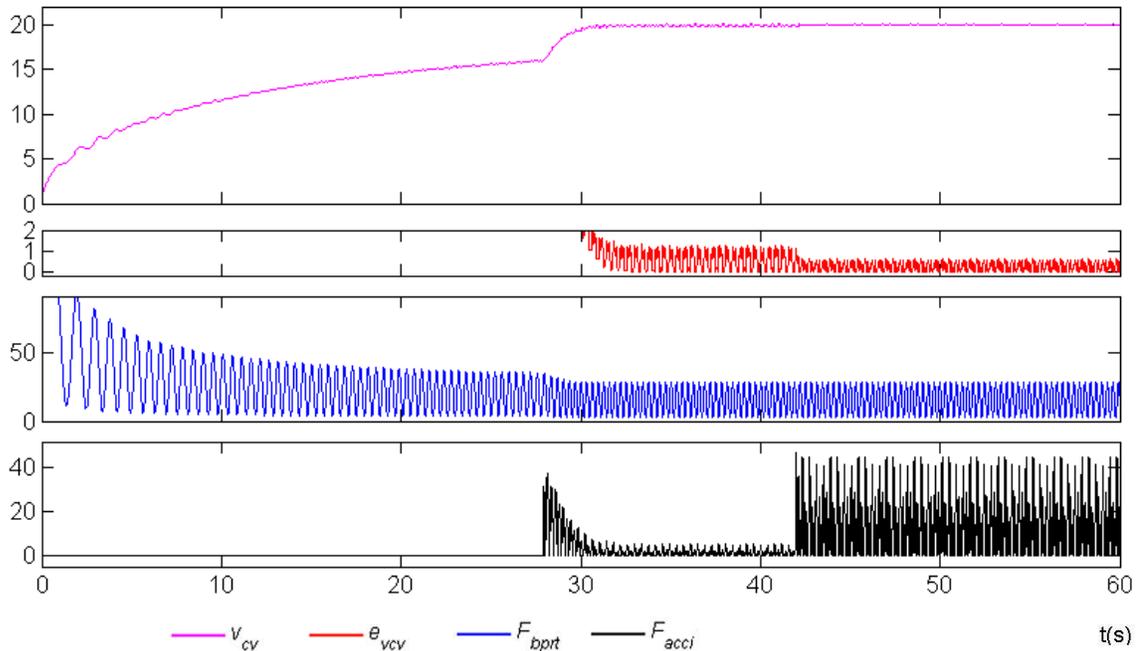


Figura 73 – Dados do controle das fontes não ideais a ar comprimido e biomecânica no plano e a 2°

Na figura 73 acima com os dados específicos para o controle ativo acionado a 80% da velocidade de controle para os 170 metros no plano e inclinação de 2° se atingiu o máximo de 20,02 km/h e mínima de 19,89 com 0,55% de erro em regime permanente, depois dos 170 metros. Sendo que o controle ativo aciona o motor a ar comprimido após 28 s a 16 km/h (80%) aumentando-se a velocidade nos motores híbridos de forma intensa com estabilização no regime permanente na subida a 2° com o máximo de 44,89 N da F_{acci} e 28,1 N da F_{bpvt} . Dessa forma, ocorre um pico de máxima pressão e energia para o controle híbrido bem no início da subida no motor a ar comprimido a 41,89 s de simulação, chegando-se a 46,94 N e Pr_{acci} de 0,095 MPa, e que depois se diminui e estabiliza durante o controle da velocidade na subida a 2°.

Entretanto, usando-se os parâmetros da tabela 4 para o movimento do veículo bicicleta somente no plano durante 60s com inclinação de 2° após os 170 metros e controle passivo com mudanças pela FCC máxima em 55 rpm se gera outro comportamento cinemático do veículo. Esse novo comportamento cinemático para o motor biomecânico no plano após os 170 metros, com inclinação de 2° gera-se novas forças na roda traseira em função do equilíbrio dinâmico do veículo e que pode ser analisado na figura 74 a seguir. Pode se verificar que após o início da inclinação de 2° gera-se um novo comportamento cinemático em função das forças da gravidade que dissipam a energia motriz do motor biomecânico com potência constante de 100 W gerada pelo ciclista como apresentado na figura 74 a seguir.

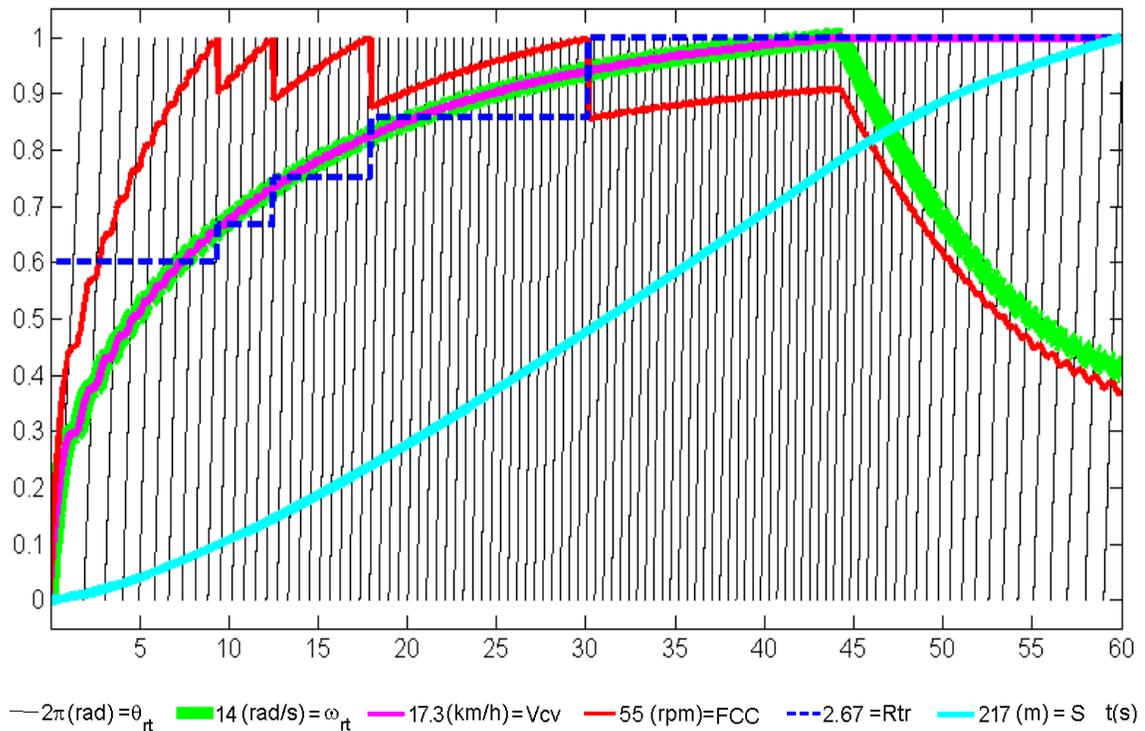


Figura 74 – Controle passivo do câmbio automático pela FCC da bicicleta no plano e a 2°

Os valores da figura 74 acima se encontram normalizados na base de 1 para a análise do comportamento cinemático do sistema veicular da bicicleta com motor biomecânico por controle passivo sem a atuação do motor a ar comprimido. Dessa forma, para se obter o valor real de cada variável elas tem que ser multiplicadas pelos valores apresentados na legenda da figura 74 acima. Verifica-se que a velocidade oscila entre 7,35 e 6,96 km/h por causa do uso somente da fonte biomecânica e da influência da força gravitacional na inclinação de 2°, sendo seu deslocamento de 217 m em 60 s de simulação, ou seja, 19,33% menor quando comparado com os 269 m do controle ativo.

Dessa forma, para uma análise específica dos resultados das simulações por controle passivo se gerou a figura 75 detalhada a 2° de inclinação com dados específicos para a análise dos erros da velocidade linear e as forças do ar comprimido no cilindro e a biomecânica aplicada a roda traseira. Os dados específicos para a análise do controle passivo do motor biomecânico aplicado a 2° de inclinação após os 170 metros iniciais no plano, como mostrado a seguir na figura 75.

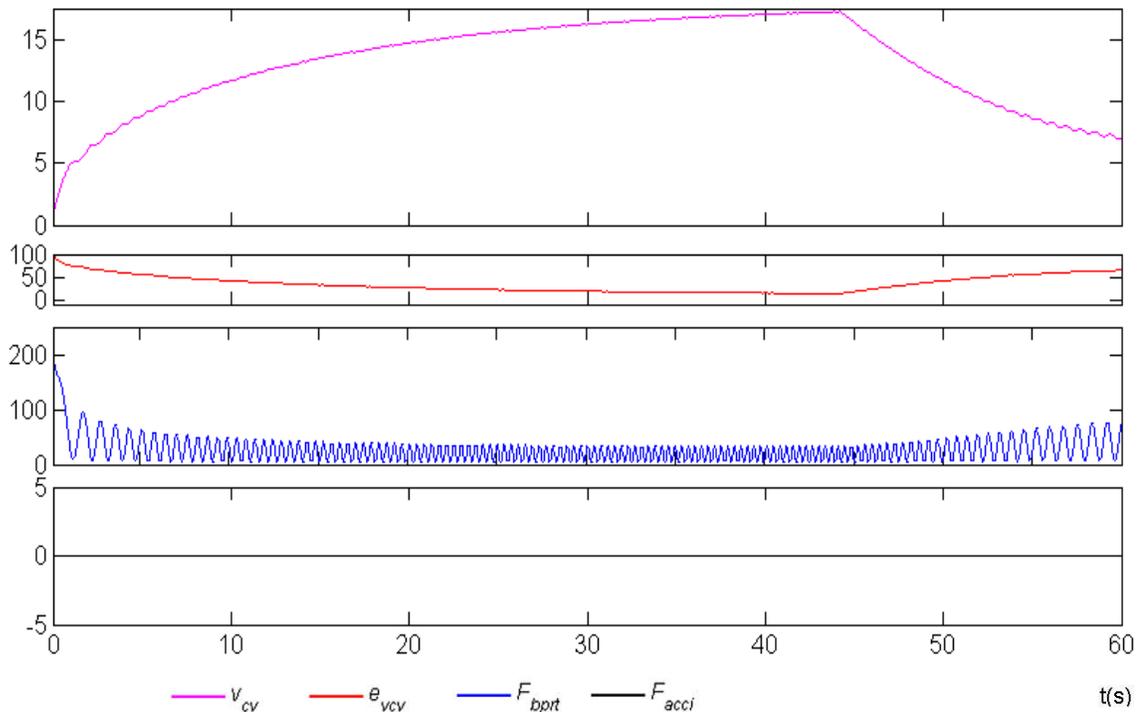


Figura 75 – Dados do controle passivo pela FCC da bicicleta no plano e a 2°

Verifica-se na figura 75 acima que após se atingir a velocidade máxima de 17,26 km/h após 170 metros no plano a uma inclinação de 2° se dissipa parte da energia biomecânica através da força da gravidade, gerando-se em regime permanente uma oscilação da velocidade entre 7,35 e 6,96 km/h. Dessa forma, como a velocidade máxima chega a 17,26 km/h em função dos parâmetros físicos da tabela 4 a distância percorrida máxima chega a 217 contra 269 metros para a mesmas condições no plano com o controle ativo dos motores híbridos não ideais.

Entretanto, a força aplicada na roda traseira pelo controle passivo possui valor máximo de 76,9 N que se apresenta como bem maior que os 28,20 N quando controlado ativamente pelos motores híbridos. Esse valor bem maior da F_{bpri} durante a subida da inclinação de 2° se deve as condições de equilíbrio dinâmico na aplicação de somente a energia biomecânica constante de 100 W que se torna uma função da força pela velocidade que diminui, portanto se aumenta F_{bpri} .

Essas diferenças na inclinação a 2° do motor biomecânico em função da sua aplicação como única fonte de energia por controle passivo podem ser analisadas na tabela 6 a seguir que apresenta um resumo das variações do motor biomecânico quando utilizado como híbrido.

Tabela 6 – Motores não ideais com controle ativo SDRE e passivo biomecânico para 2° de subida

Tempo de Simulação (segundos)		60 s												
POTÊNCIA		Watts												
Biomecânico (motor 1)		100 W												
Ar comprimido (motor 2)		165 W												
Controle		Distância plana (constante) e subida (variável)							Ciclista e veículo no piso nivelado (plano)			Ciclista e veículo no piso inclinado (subida)		
subida (°)	20 (km/h)	plana (m)	plana (s)	subida (m)	subida (s)	subida dif.(%)	total (m)	total dif.(%)	v_{cv} (km/h)	 v_{erro} (%)	v_{cv} (km/h)	 v_{erro} (%)	F_{bpri} (N)	
2	SDRE	170	41,97	99	18,03	0,0	269	0,0	20,03~19,76	0,15~1,2	20,02~19,89	0,10~0,55	28,10~2,66	
2	passivo	170	44,26	47	15,74	52,5	217	19,33	17,26~17,21	13,7~14,0	7,356~6,96	63,2~65,2	76,9~7,42	

Na tabela 6 acima se tem um resumo dos valores aplicado ao motor biomecânico como única fonte de energia com controle passivo de forma comparativa a sua utilização como motor híbrido com controle ativo através da energia do outro motor a ar comprimido. Verifica-se nessa tabela 6 que sem a energia híbrida do motor a ar comprimido o veículo bicicleta demora mais tempo para percorrer os primeiros 170 metros no plano em 44,26 contra 41,97 s com a atuação híbrida do motor a ar comprimido.

Também se verifica que a distância se torna maior com o motor híbrido atuando após os 170 metros no plano pois se chega a 99 e somente a 47 com somente o motor biomecânico, ou seja, 52,5% a menos. Dessa forma, a utilização do motor híbrido como controle ativo possibilita se a velocidade de controle de 20,03 contra 17,26 km/h somente com o motor biomecânico passivo e um maior percurso de 269 contra 217 m. Portanto, ao se usar somente o motor biomecânico para os 2° de inclinação se obtêm um percurso 19,33 % menor em 60 s.

4.1.3 Controle do sistema veicular híbrido para velocidade de 20 km/h em subida de 4°

Para análise específica dos resultados das simulações numéricas se gerou a figura 76 a seguir com 4° de inclinação após os 170 metros no plano com os dados específicos para a análise dos erros da velocidade linear e as forças do ar comprimido no cilindro e a biomecânica aplicada a roda traseira. Nessa figura 76 a seguir se apresentam os dados específicos do controle ativo dos motores híbridos aplicados a 4° de inclinação após os 170 metros iniciais no plano, como mostrado a seguir.

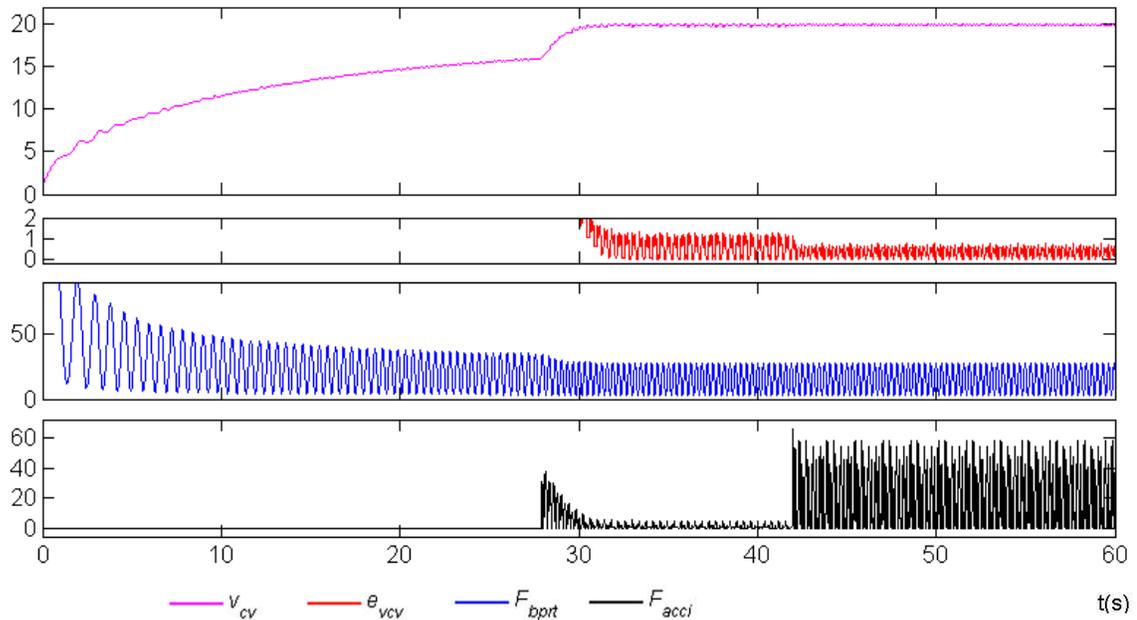


Figura 76 – Dados do controle das fontes não ideais a ar comprimido e biomecânica no plano e a 4°

Na figura 76 acima com os dados específicos para o controle ativo acionado a 80% da velocidade de controle para os 170 metros no plano e inclinação de 4° se atingiu o máximo de 20,01 km/h e mínima de 19,87 com 0,65% de erro em regime permanente, depois dos 170 metros. Sendo que o controle ativo aciona o motor a ar comprimido após 28 s a 16 km/h (80%) aumentando-se a velocidade nos motores híbridos de forma intensa com estabilização no regime permanente na subida a 4° com o máximo de 57,95 N da F_{acci} e 28,1 N da F_{bppt} . Dessa forma, ocorre um pico de máxima pressão e energia para o controle híbrido bem no início da subida no motor a ar comprimido a 41,89 s de simulação, chegando-se a 60,15 N e Pr_{acci} de 0,122 MPa, que depois se diminui e estabiliza durante o controle da velocidade na subida a 4°.

Entretanto, usando-se os parâmetros da tabela 4 para o movimento do veículo bicicleta somente no plano durante 60s com inclinação de 4° após os 170 metros e controle passivo com mudanças pela FCC máxima em 55 rpm se gera outro comportamento cinemático do veículo. Esse novo comportamento cinemático para o motor biomecânico no plano após os 170 metros, com inclinação de 4° gera-se novas forças na roda traseira em função do equilíbrio dinâmico do veículo e que pode ser analisado na figura 77 a seguir. Pode se verificar que após o início da inclinação de 4° gera-se um novo comportamento cinemático em função das forças da gravidade que dissipam a energia motriz do motor biomecânico com potência constante de 100 W gerada pelo ciclista como apresentado na figura 77 a seguir.

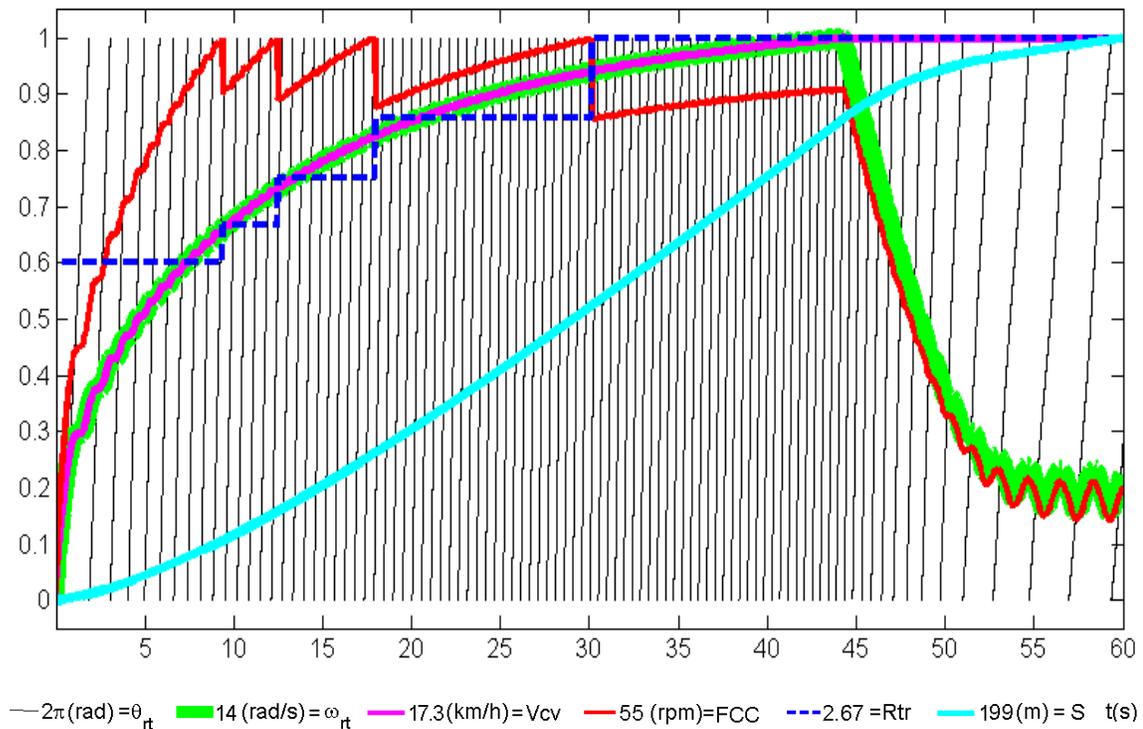


Figura 77 – Controle passivo do câmbio automático pela FCC da bicicleta no plano e a 4°

Os valores da figura 77 acima se encontram normalizados na base de 1 para a análise do comportamento cinemático do sistema veicular da bicicleta com motor biomecânico por controle passivo sem a atuação do motor a ar comprimido. Dessa forma, para se obter o valor real de cada variável elas tem que ser multiplicadas pelos valores apresentados na legenda da figura 74 acima. Verifica-se que a velocidade oscila entre 3,97 e 2,71 km/h por causa do uso somente da fonte biomecânica e da influência da força gravitacional na inclinação de 4°, sendo seu deslocamento de 199 m em 60 s de simulação, ou seja, 26,02 % menor quando comparado com os 269 m do controle ativo.

Dessa forma, para uma análise específica dos resultados das simulações por controle passivo se gerou a figura 78 detalhada a 4° de inclinação com dados específicos para a análise dos erros da velocidade linear e as forças do ar comprimido no cilindro e a biomecânica aplicada a roda traseira. Os dados específicos para a análise do controle passivo do motor biomecânico aplicado a 4° de inclinação após os 170 metros iniciais no plano, como mostrado a seguir na figura 78.

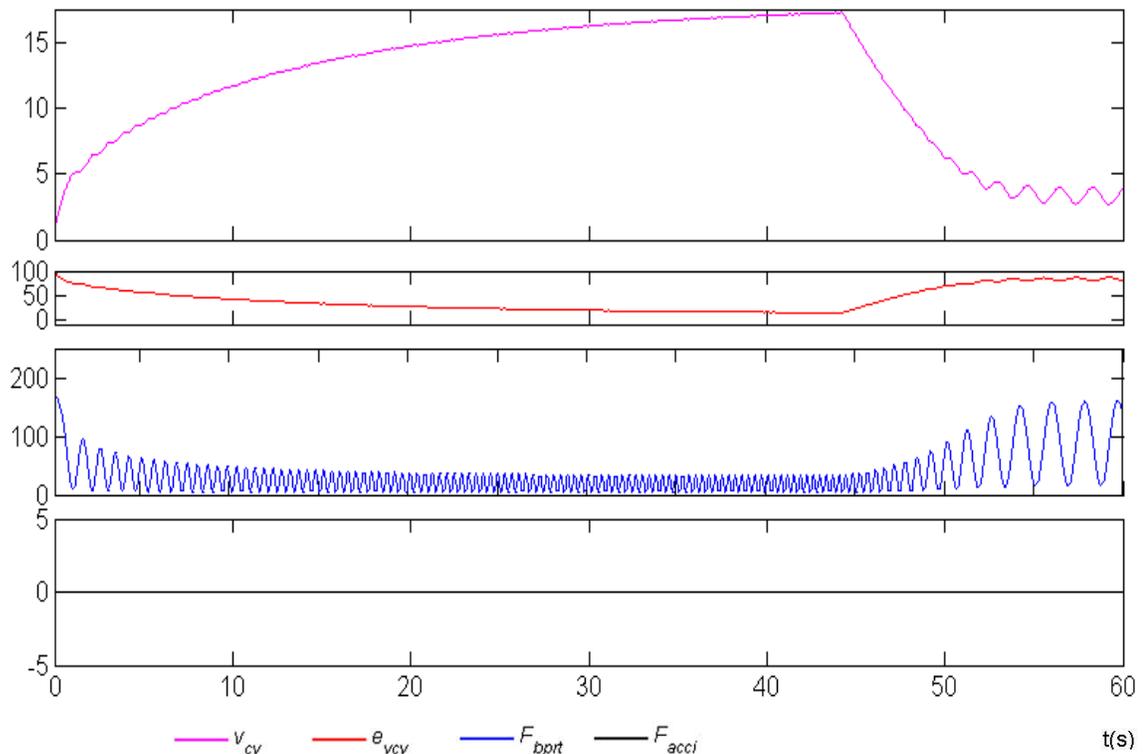


Figura 78 – Dados do controle passivo pela FCC da bicicleta no plano e a 4°

Verifica-se na figura 78 acima que após se atingir a velocidade máxima de 17,26 km/h após 170 metros no plano a uma inclinação de 4° se dissipa parte da energia biomecânica através da força da gravidade, gerando-se em regime permanente uma oscilação da velocidade entre 3,97 e 2,71 km/h. Dessa forma, como a velocidade máxima chega a 17,26 km/h em função dos parâmetros físicos da tabela 4 a distância percorrida máxima chega a 199 contra 269 metros para a mesmas condições no plano com o controle ativo dos motores híbridos não ideais.

Entretanto, a força aplicada na roda traseira pelo controle passivo possui valor máximo de 160,3 N que se apresenta como bem maior que os 28,10 N quando controlado ativamente pelos motores híbridos. Esse valor bem maior da F_{bpri} durante a subida da inclinação de 4° se deve as condições de equilíbrio dinâmico na aplicação de somente a energia biomecânica constante de 100 W que se torna uma função da força pela velocidade que diminui, portanto se aumenta F_{bpri} .

Essas diferenças na inclinação a 4° do motor biomecânico em função da sua aplicação como única fonte de energia por controle passivo podem ser analisadas na tabela 7 a seguir que apresenta um resumo das variações do motor biomecânico quando utilizado como híbrido.

Tabela 7 – Motores não ideais com controle ativo SDRE e passivo biomecânico para 4° de subida

Tempo de Simulação (segundos)		60 s												
POTÊNCIA		Watts												
Biomecânico (motor 1)		100 W												
Ar comprimido (motor 2)		165 W												
Controle		Distância plana (constante) e subida (variável)							Ciclista e veículo no piso nivelado (plano)			Ciclista e veículo no piso inclinado (subida)		
subida (°)	20 (km/h)	plana (m)	plana (s)	subida (m)	subida (s)	subida dif.(%)	total (m)	total dif.(%)	v_{cv} (km/h)	 Verro (%)	v_{cv} (km/h)	 Verro (%)	F_{bprt} (N)	
4	SDRE	170	41,97	99	18,03	0,0	269	0,0	20,03~19,76	0,15~1,2	20,01~19,87	0,05~0,65	28,10~2,66	
4	passivo	170	44,26	29	15,74	70,7	199	26,02	17,26~17,21	13,7~14,0	3,97~2,71	80,1~86,5	160,3~15,95	

Na tabela 7 acima se tem um resumo dos valores aplicado ao motor biomecânico como única fonte de energia com controle passivo de forma comparativa a sua utilização como motor híbrido com controle ativo através da energia do outro motor a ar comprimido. Verifica-se nessa tabela 7 que sem a energia híbrida do motor a ar comprimido o veículo bicicleta demora mais tempo para percorrer os primeiros 170 metros no plano em 44,26 contra 41,97 s com a atuação híbrida do motor a ar comprimido.

Também se verifica que a distância se torna maior com o motor híbrido atuando após os 170 metros no plano pois se chega a 99 e somente a 29 m com somente o motor biomecânico, ou seja, 70,7 % a menos. Dessa forma, a utilização do motor híbrido como controle ativo possibilita se a velocidade de controle de 20,03 contra 17,26 km/h somente com o motor biomecânico passivo e um maior percurso de 269 contra 199 m. Portanto, ao se usar somente o motor biomecânico para os 4° de inclinação se obtêm um percurso 26,02% menor em 60 s.

4.1.4 Controle do sistema veicular híbrido para velocidade de 20 km/h em subida de 6°

Para análise específica dos resultados das simulações numéricas se gerou a figura 79 a seguir com 6° de inclinação após os 170 metros no plano com os dados específicos para a análise dos erros da velocidade linear e as forças do ar comprimido no cilindro e a biomecânica aplicada a roda traseira. Nessa figura 79 a seguir se apresentam os dados específicos do controle ativo dos motores híbridos aplicados a 6° de inclinação após os 170 metros iniciais no plano, como mostrado a seguir.

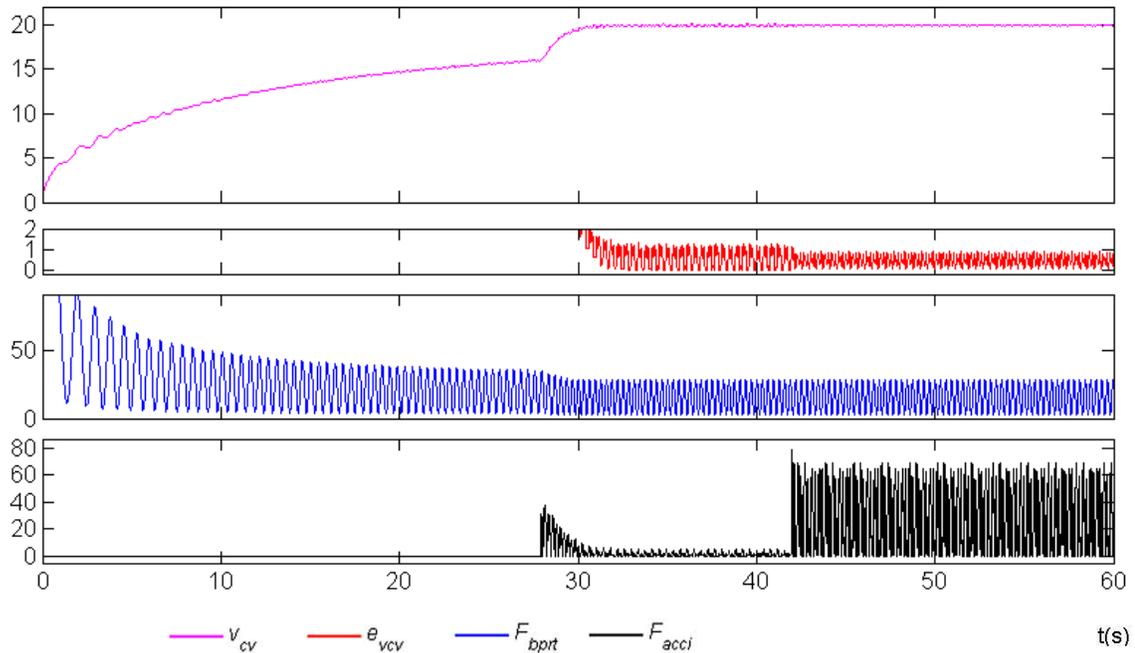


Figura 79 – Dados do controle das fontes não ideais a ar comprimido e biomecânica no plano e a 6°

Na figura 79 acima com os dados específicos para o controle ativo acionado a 80% da velocidade de controle para os 170 metros no plano e inclinação de 6° se atingiu o máximo de 19,99 km/h e mínima de 19,83 com 0,85% de erro em regime permanente, depois dos 170 metros. Sendo que o controle ativo aciona o motor a ar comprimido após 28 s a 16 km/h (80%) aumentando-se a velocidade nos motores híbridos de forma intensa com estabilização no regime permanente na subida a 6° com o máximo de 68,97 N da F_{acci} e 28,1 N da F_{bpvt} . Dessa forma, ocorre um pico de máxima pressão e energia para o controle híbrido bem no início da subida no motor a ar comprimido a 41,89 s de simulação, chegando-se a 78,85 N e Pr_{acci} de 0,160 MPa, que depois se diminui e estabiliza durante o controle da velocidade na subida a 6°.

Entretanto, usando-se os parâmetros da tabela 4 para o movimento do veículo bicicleta somente no plano durante 60s com inclinação de 6° após os 170 metros e controle passivo com mudanças pela FCC máxima em 55 rpm se gera outro comportamento cinemático do veículo. Esse novo comportamento cinemático para o motor biomecânico no plano após os 170 metros, com inclinação de 6° gera-se novas forças na roda traseira em função do equilíbrio dinâmico do veículo e que pode ser analisado na figura 80 a seguir. Pode se verificar que após o início da inclinação de 6° gera-se um novo comportamento cinemático em função das forças da gravidade que dissipam a energia motriz do motor biomecânico com potência constante de 100 W gerada pelo ciclista como apresentado na figura 80 a seguir.

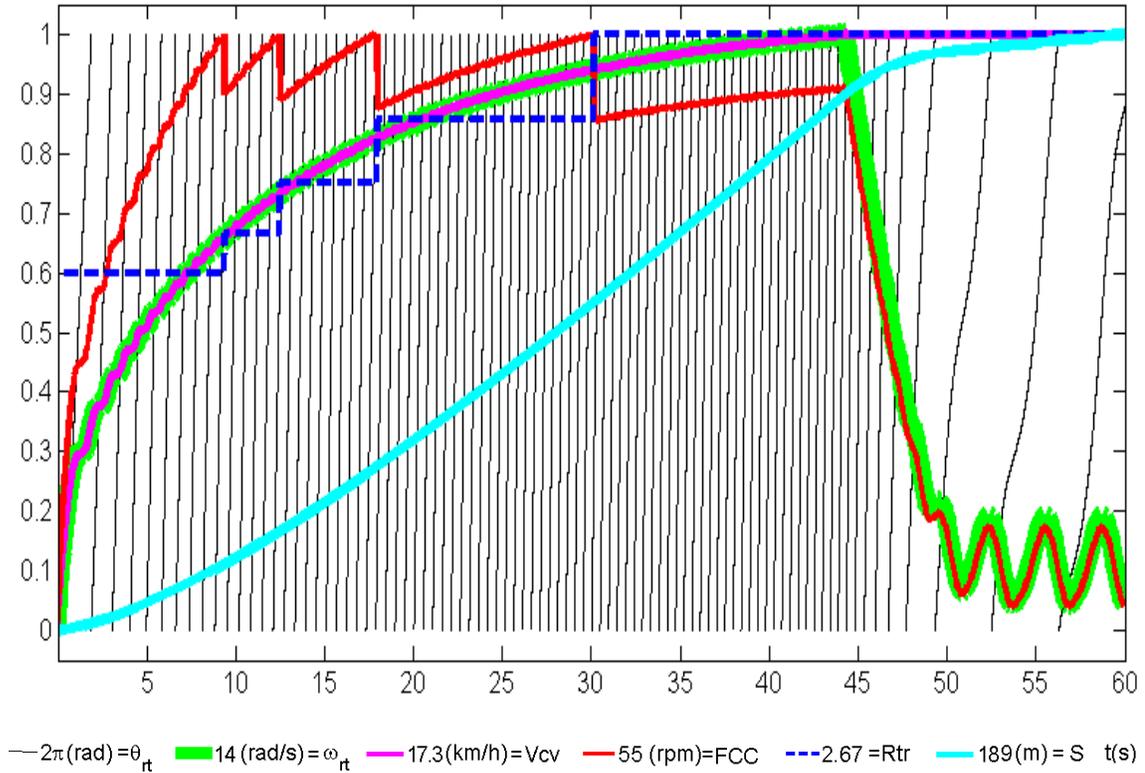


Figura 80 – Controle passivo do câmbio automático pela FCC da bicicleta no plano e a 6°

Os valores da figura 80 acima se encontram normalizados na base de 1 para a análise do comportamento cinemático do sistema veicular da bicicleta com motor biomecânico por controle passivo sem a atuação do motor a ar comprimido. Dessa forma, para se obter o valor real de cada variável elas tem que ser multiplicadas pelos valores apresentados na legenda da figura 80 acima. Verifica-se que a velocidade oscila entre 3,27 e 0,79 km/h por causa do uso somente da fonte biomecânica e da influência da força gravitacional na inclinação de 6°, sendo seu deslocamento de 189 m em 60 s de simulação, ou seja, 29,74 % menor quando comparado com os 269 m do controle ativo.

Dessa forma, para uma análise específica dos resultados das simulações por controle passivo se gerou a figura 81 detalhada a 6° de inclinação com dados específicos para a análise dos erros da velocidade linear e as forças do ar comprimido no cilindro e a biomecânica aplicada a roda traseira. Os dados específicos para a análise do controle passivo do motor biomecânico aplicado a 6° de inclinação após os 170 metros iniciais no plano, como mostrado a seguir na figura 81.

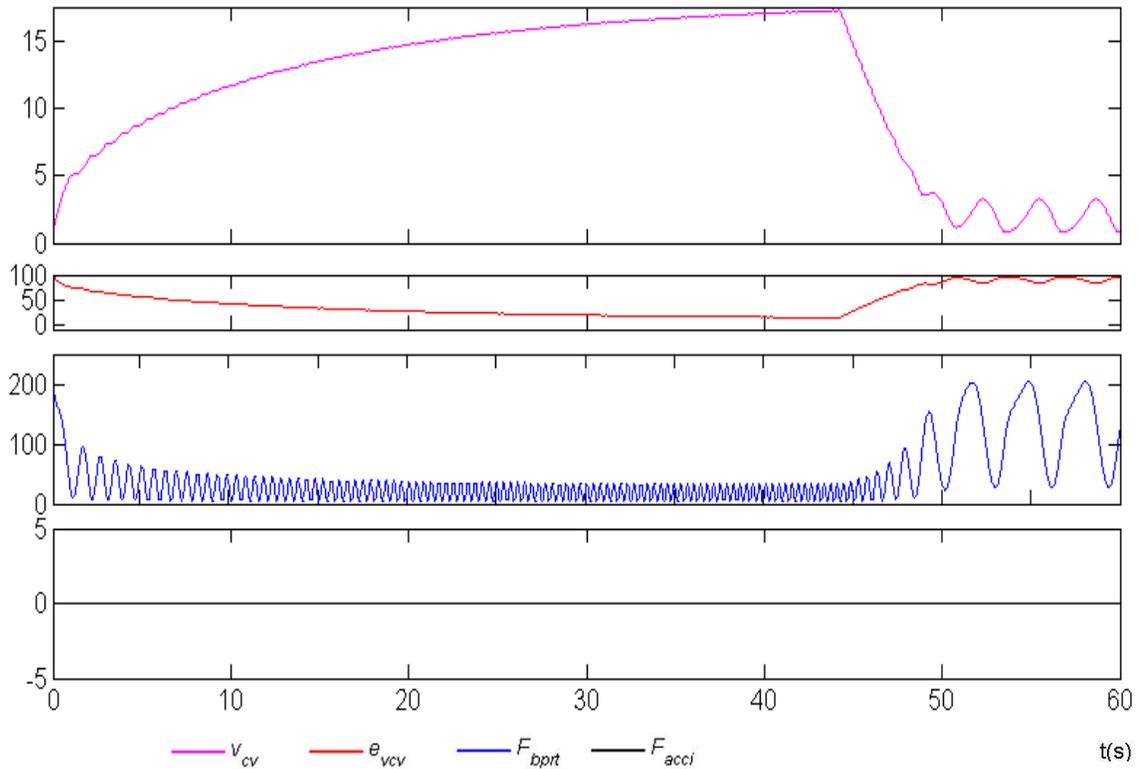


Figura 81 – Dados do controle passivo pela FCC da bicicleta no plano e a 6°

Verifica-se na figura 81 acima que após se atingir a velocidade máxima de 17,26 km/h após 170 metros no plano a uma inclinação de 6° se dissipa parte da energia biomecânica através da força da gravidade, gerando-se em regime permanente uma oscilação da velocidade entre 3,27 e 0,79 km/h. Dessa forma, como a velocidade máxima chega a 17,26 km/h em função dos parâmetros físicos da tabela 4 a distância percorrida máxima chega a 189 contra 269 metros para a mesmas condições no plano com o controle ativo dos motores híbridos não ideais.

Entretanto, a força aplicada na roda traseira pelo controle passivo possui valor máximo de 203,43 N que se apresenta como bem maior que os 28,10 N quando controlado ativamente pelos motores híbridos. Esse valor bem maior da F_{bppt} durante a subida da inclinação de 6° se deve as condições de equilíbrio dinâmico na aplicação de somente a energia biomecânica constante de 100 W que se torna uma função da força pela velocidade que diminui, portanto se aumenta F_{bppt} .

Essas diferenças na inclinação a 6° do motor biomecânico em função da sua aplicação como única fonte de energia por controle passivo podem ser analisadas na tabela 8 a seguir que apresenta um resumo das variações do motor biomecânico quando utilizado como híbrido.

Tabela 8 – Motores não ideais com controle ativo SDRE e passivo biomecânico para 6° de subida

Tempo de Simulação (segundos)		60 s												
POTÊNCIA		Watts												
Biomecânico (motor 1)		100 W												
Ar comprimido (motor 2)		165 W												
Controle		Distância plana (constante) e subida (variável)							Ciclista e veículo no piso nivelado (plano)			Ciclista e veículo no piso inclinado (subida)		
subida (°)	20 (km/h)	plana (m)	plana (s)	subida (m)	subida (s)	subida dif.(%)	total (m)	total dif.(%)	v_{cv} (km/h)	 Verro (%)	v_{cv} (km/h)	 Verro (%)	F_{bprt} (N)	
6	SDRE	170	41,97	99	18,03	0,0	269	0,0	20,03~19,76	0,15~1,2	19,99~19,83	0,05~0,85	28,1~2,66	
6	passivo	170	44,26	19	15,74	80,8	189	29,74	17,26~17,21	13,7~14,0	3,27~0,79	83,7~96,0	203,4~28,39	

Na tabela 8 acima se tem um resumo dos valores aplicado ao motor biomecânico como única fonte de energia com controle passivo de forma comparativa a sua utilização como motor híbrido com controle ativo através da energia do outro motor a ar comprimido. Verifica-se nessa tabela 8 que sem a energia híbrida do motor a ar comprimido o veículo bicicleta demora mais tempo para percorrer os primeiros 170 metros no plano em 44,26 contra 41,97 s com a atuação híbrida do motor a ar comprimido.

Também se verifica que a distância se torna maior com o motor híbrido atuando após os 170 metros no plano pois se chega a 99 e somente a 19 m com somente o motor biomecânico, ou seja, 80,8 % a menos. Dessa forma, a utilização do motor híbrido como controle ativo possibilita se a velocidade de controle de 20,03 contra 17,26 km/h somente com o motor biomecânico passivo e um maior percurso de 269 contra 189 m. Portanto, ao se usar somente o motor biomecânico para os 6° de inclinação se obtêm um percurso 29,74 % menor em 60 s.

4.1.5 Controle do sistema veicular híbrido para velocidade de 20 km/h em subida de 8°

Para análise específica dos resultados das simulações numéricas se gerou a figura 82 a seguir com 8° de inclinação após os 170 metros no plano com os dados específicos para a análise dos erros da velocidade linear e as forças do ar comprimido no cilindro e a biomecânica aplicada a roda traseira. Nessa figura 82 a seguir se apresentam os dados específicos do controle ativo dos motores híbridos aplicados a 8° de inclinação após os 170 metros iniciais no plano, como mostrado a seguir.

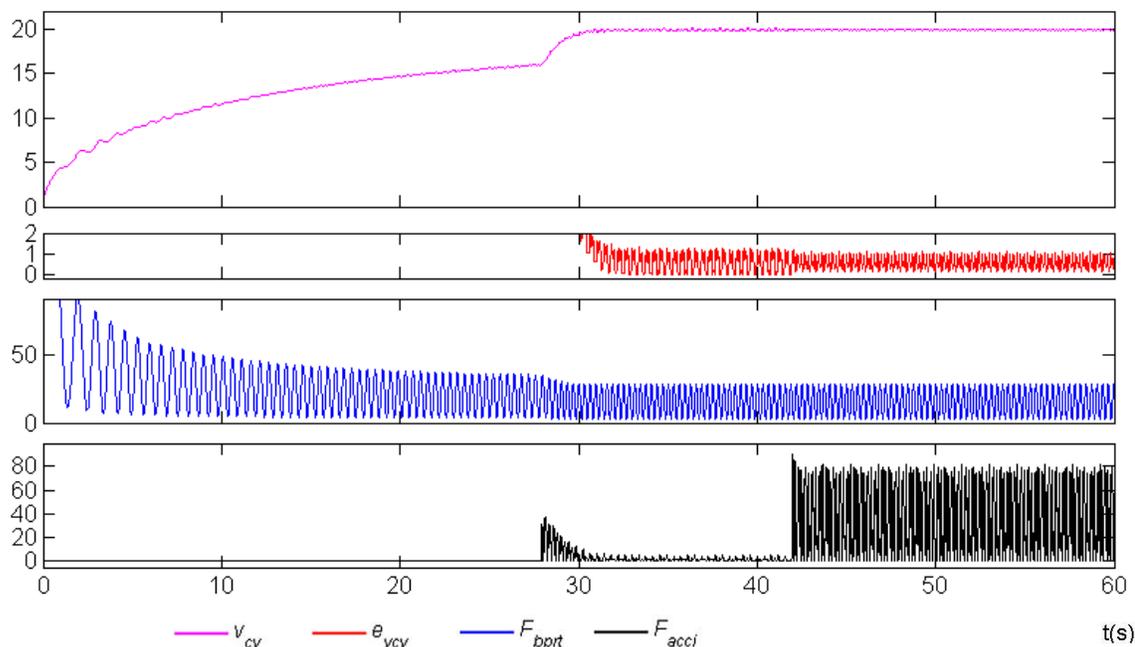


Figura 82 – Dados do controle das fontes não ideais a ar comprimido e biomecânica no plano e a 8°

Na figura 82 acima com os dados específicos para o controle ativo acionado a 80% da velocidade de controle para os 170 metros no plano e inclinação de 8° se atingiu o máximo de 19,98 km/h e mínima de 19,79 com 1,05% de erro em regime permanente, depois dos 170 metros. Sendo que o controle ativo aciona o motor a ar comprimido após 28 s a 16 km/h (80%) aumentando-se a velocidade nos motores híbridos de forma intensa com estabilização no regime permanente na subida a 8° com o máximo de 77,51 N da F_{acci} e 28,06 N da F_{bpvt} . Dessa forma, ocorre um pico de máxima pressão e energia para o controle híbrido bem no início da subida no motor a ar comprimido a 41,89 s de simulação, chegando-se a 90,31 N e Pr_{acci} de 0,184 MPa, que depois se diminui e estabiliza durante o controle da velocidade na subida a 8°.

Entretanto, usando-se os parâmetros da tabela 4 para o movimento do veículo bicicleta somente no plano durante 60s com inclinação de 8° após os 170 metros e controle passivo com mudanças pela FCC máxima em 55 rpm se gera outro comportamento cinemático do veículo. Esse novo comportamento cinemático para o motor biomecânico no plano após os 170 metros, com inclinação de 8° gera-se novas forças na roda traseira em função do equilíbrio dinâmico do veículo e que pode ser analisado na figura 83 a seguir. Pode se verificar que após o início da inclinação de 8° gera-se um novo comportamento cinemático em função das forças da gravidade que dissipam a energia motriz do motor biomecânico com potência constante de 100 W gerada pelo ciclista como apresentado na figura 83 a seguir.

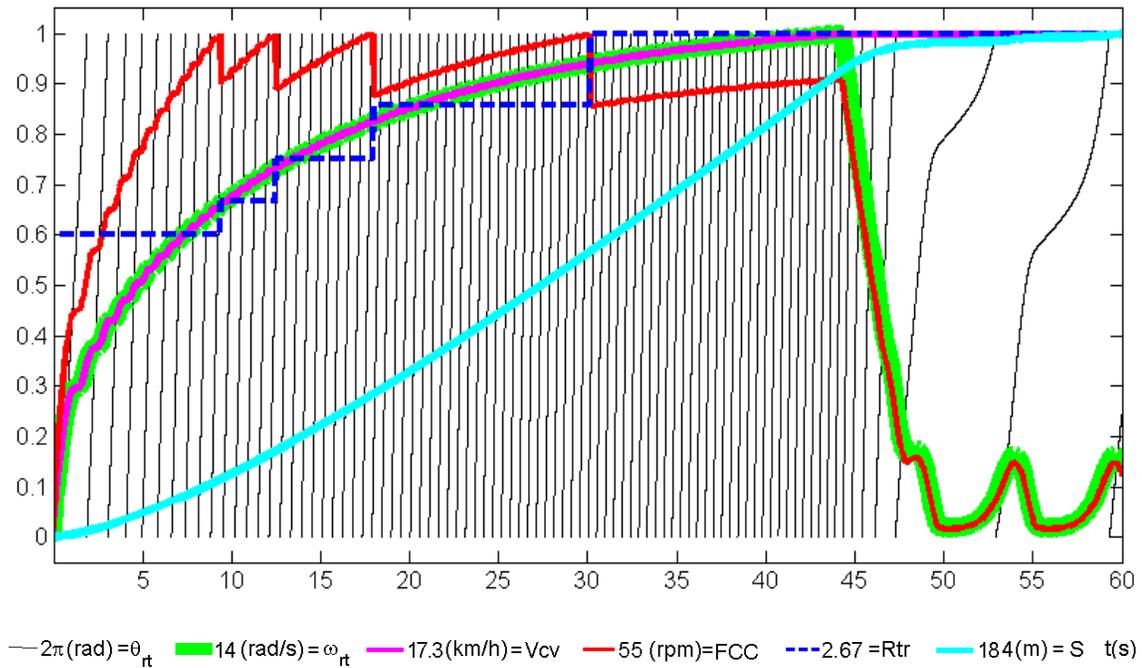


Figura 83 – Controle passivo do câmbio automático pela FCC da bicicleta no plano e a 8°

Os valores da figura 83 acima se encontram normalizados na base de 1 para a análise do comportamento cinemático do sistema veicular da bicicleta com motor biomecânico por controle passivo sem a atuação do motor a ar comprimido. Dessa forma, para se obter o valor real de cada variável elas tem que ser multiplicadas pelos valores apresentados na legenda da figura 83 acima. Verifica-se que a velocidade oscila entre 2,80 e 0,31 km/h por causa do uso somente da fonte biomecânica e da influência da força gravitacional na inclinação de 8°, sendo seu deslocamento de 184 m em 60 s de simulação, ou seja, 31,60 % menor quando comparado com os 269 m do controle ativo.

Dessa forma, para uma análise específica dos resultados das simulações por controle passivo se gerou a figura 84 detalhada a 8° de inclinação com dados específicos para a análise dos erros da velocidade linear e as forças do ar comprimido no cilindro e a biomecânica aplicada a roda traseira. Os dados específicos para a análise do controle passivo do motor biomecânico aplicado a 8° de inclinação após os 170 metros iniciais no plano, como mostrado a seguir na figura 84.

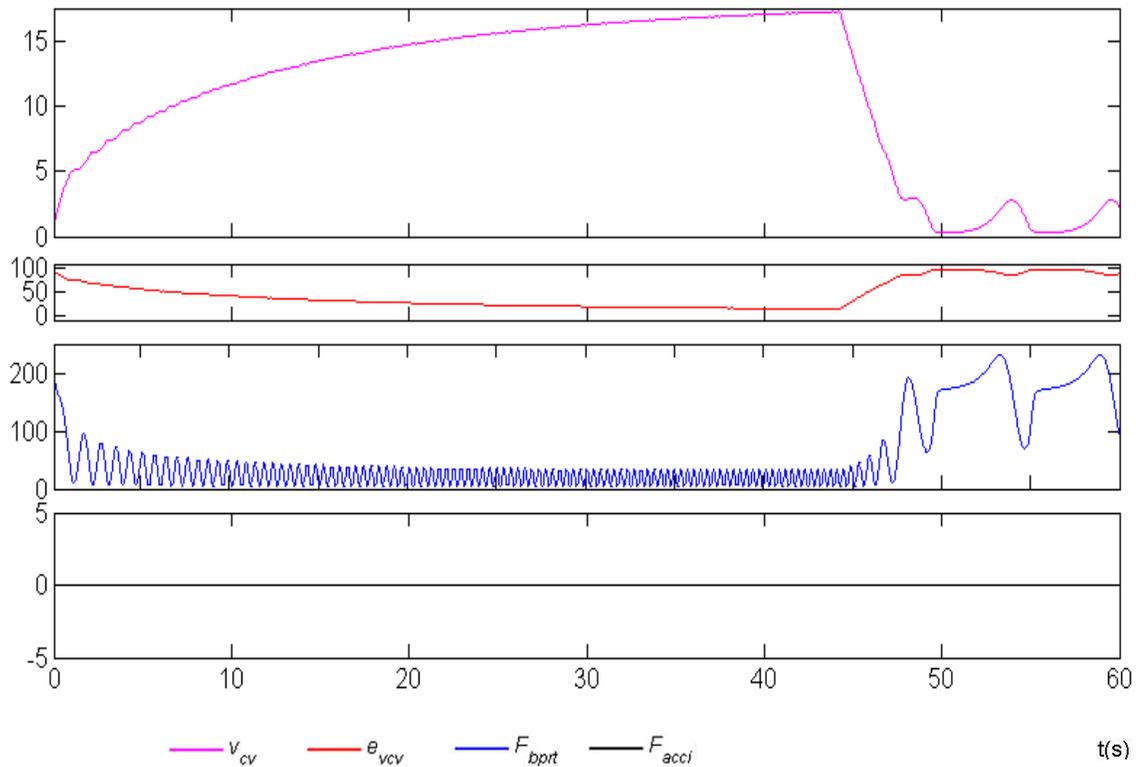


Figura 84 – Dados do controle passivo pela FCC da bicicleta no plano e a 8°

Verifica-se na figura 84 acima que após se atingir a velocidade máxima de 17,26 km/h após 170 metros no plano a uma inclinação de 8° se dissipa parte da energia biomecânica através da força da gravidade, gerando-se em regime permanente uma oscilação da velocidade entre 2,80 e 3,31 km/h. Dessa forma, como a velocidade máxima chega a 17,26 km/h em função dos parâmetros físicos da tabela 4 a distância percorrida máxima chega a 184 contra 269 metros para a mesmas condições no plano com o controle ativo dos motores híbridos não ideais.

Entretanto, a força aplicada na roda traseira pelo controle passivo possui valor máximo de 230,2 N que se apresenta como bem maior que os 28,06 N quando controlado ativamente pelos motores híbridos. Esse valor bem maior da F_{bpvt} durante a subida da inclinação de 8° se deve as condições de equilíbrio dinâmico na aplicação de somente a energia biomecânica constante de 100 W que se torna uma função da força pela velocidade que diminui, portanto se aumenta F_{bpvt} .

Essas diferenças na inclinação a 8° do motor biomecânico em função da sua aplicação como única fonte de energia por controle passivo podem ser analisadas na tabela 9 a seguir que apresenta um resumo das variações do motor biomecânico quando utilizado como híbrido.

Tabela 9 – Motores não ideais com controle ativo SDRE e passivo biomecânico para 8° de subida

Tempo de Simulação (segundos)		60 s												
POTÊNCIA		Watts												
Biomecânico (motor 1)		100 W												
Ar comprimido (motor 2)		165 W												
Controle		Distância plana (constante) e subida (variável)							Ciclista e veículo no piso nivelado (plano)			Ciclista e veículo no piso inclinado (subida)		
subida (°)	20 (km/h)	plana (m)	plana (s)	subida (m)	subida (s)	subida dif.(%)	total (m)	total dif.(%)	v _{cv} (km/h)	v _{erro} (%)	v _{cv} (km/h)	v _{erro} (%)	F _{hprt} (N)	
8	SDRE	170	41,97	99	18,03	0,0	269	0,0	20,03~19,76	0,15~1,2	19,98~19,79	0,10~1,05	28,06~2,65	
8	passivo	170	44,26	14	15,74	85,9	184	31,60	17,26~17,21	13,7~14,0	2,80~0,31	86,0~98,4	230,2~68,58	

Na tabela 9 acima se tem um resumo dos valores aplicado ao motor biomecânico como única fonte de energia com controle passivo de forma comparativa a sua utilização como motor híbrido com controle ativo através da energia do outro motor a ar comprimido. Verifica-se nessa tabela 9 que sem a energia híbrida do motor a ar comprimido o veículo bicicleta demora mais tempo para percorrer os primeiros 170 metros no plano em 44,26 contra 41,97 s com a atuação híbrida do motor a ar comprimido.

Também se verifica que a distância se torna maior com o motor híbrido atuando após os 170 metros no plano pois se chega a 99 e somente a 14 m com somente o motor biomecânico, ou seja, 85,9 % a menos. Dessa forma, a utilização do motor híbrido como controle ativo possibilita se a velocidade de controle de 20,03 contra 17,26 km/h somente com o motor biomecânico passivo e um maior percurso de 269 contra 184 m. Portanto, ao se usar somente o motor biomecânico para os 8° de inclinação se obtêm um percurso 31,6 % menor em 60 s.

4.1.6 Controle do sistema veicular híbrido para velocidade de 20 km/h em subida de 10°

Para análise específica dos resultados das simulações numéricas se gerou a figura 85 a seguir com 10° de inclinação após os 170 metros no plano com os dados específicos para a análise dos erros da velocidade linear e as forças do ar comprimido no cilindro e a biomecânica aplicada a roda traseira. Nessa figura 85 a seguir se apresentam os dados específicos do controle ativo dos motores híbridos aplicados a 10° de inclinação após os 170 metros iniciais no plano, como mostrado a seguir.

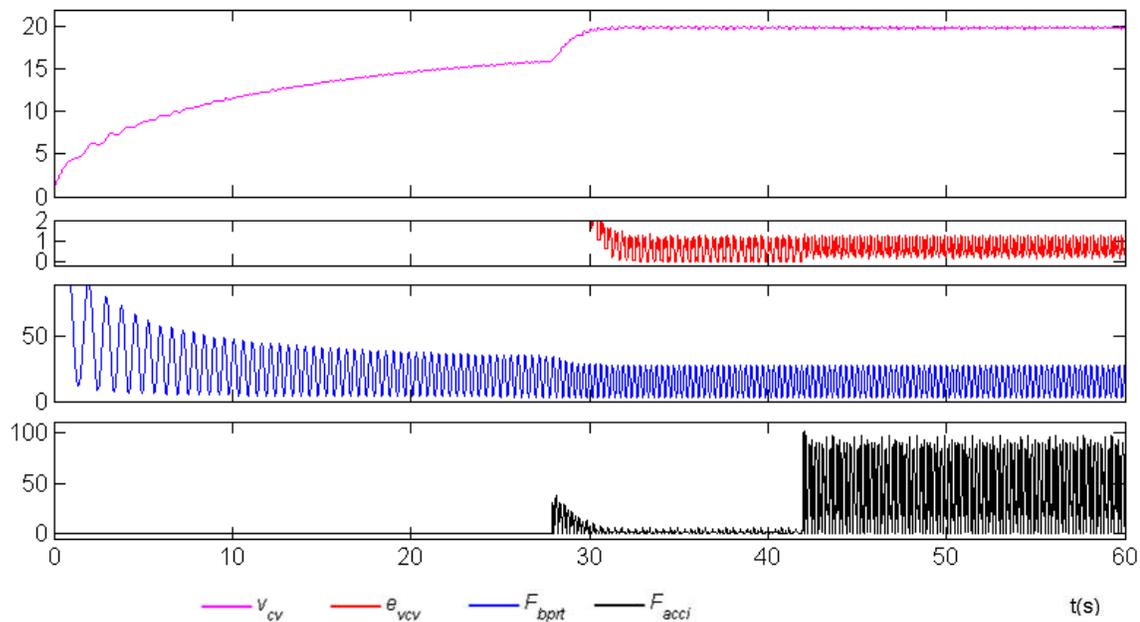


Figura 85 – Dados do controle das fontes não ideais a ar comprimido e biomecânica no plano e a 10°

Na figura 85 acima com os dados específicos para o controle ativo acionado a 80% da velocidade de controle para os 170 metros no plano e inclinação de 10° se atingiu o máximo de 19,97 km/h e mínima de 19,76 com 1,20% de erro em regime permanente, depois dos 170 metros. Sendo que o controle ativo aciona o motor a ar comprimido após 28 s a 16 km/h (80%) aumentando-se a velocidade nos motores híbridos de forma intensa com estabilização no regime permanente na subida a 10° com o máximo de 98,29 N da F_{acci} e 28,06 N da F_{bpvt} . Dessa forma, ocorre um pico de máxima pressão e energia para o controle híbrido bem no início da subida no motor a ar comprimido a 41,89 s de simulação, chegando-se a 101,32 N e Pr_{acci} de 0,206 MPa, que depois se diminui e estabiliza durante o controle da velocidade na subida a 10°.

Entretanto, usando-se os parâmetros da tabela 4 para o movimento do veículo bicicleta somente no plano durante 60s com inclinação de 10° após os 170 metros e controle passivo com mudanças pela FCC máxima em 55 rpm se gera outro comportamento cinemático do veículo. Esse novo comportamento cinemático para o motor biomecânico no plano após os 170 metros, com inclinação de 10° gera-se novas forças na roda traseira em função do equilíbrio dinâmico do veículo e que pode ser analisado na figura 86 a seguir. Pode se verificar que após o início da inclinação de 10° gera-se um novo comportamento cinemático em função das forças da gravidade que dissipam a energia motriz do motor biomecânico com potência constante de 100 W gerada pelo ciclista como apresentado na figura 86 a seguir.

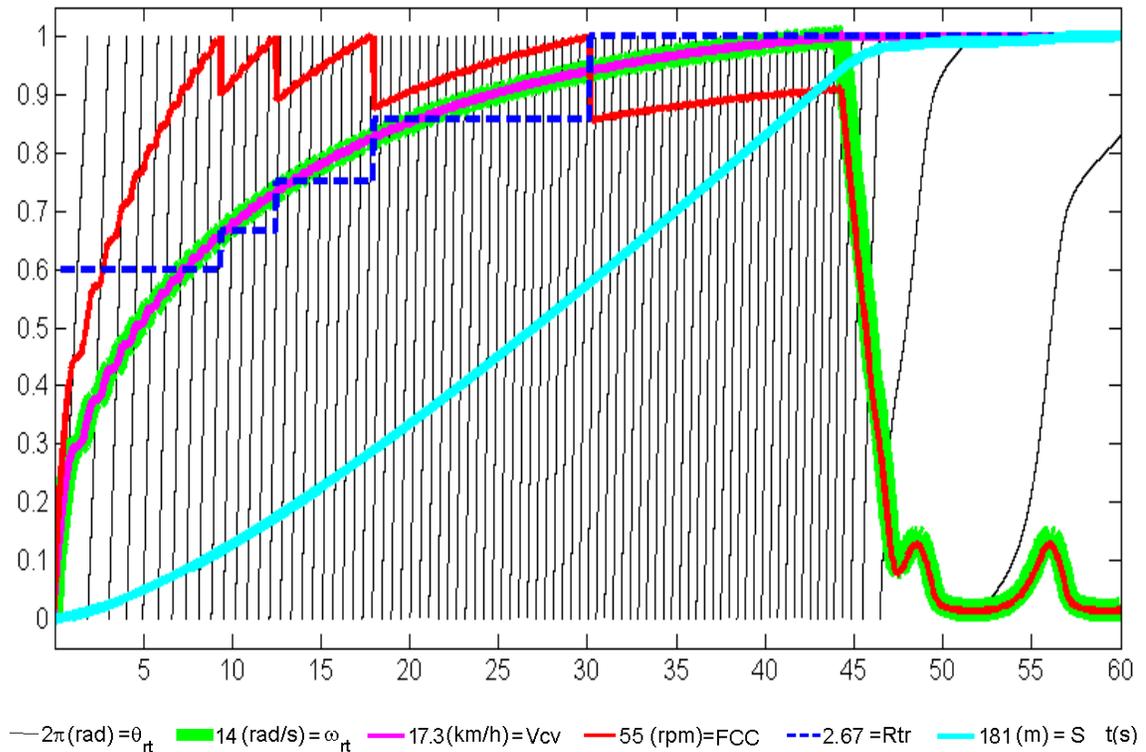


Figura 86 – Controle passivo do câmbio automático pela FCC da bicicleta no plano e a 10°

Os valores da figura 86 acima se encontram normalizados na base de 1 para a análise do comportamento cinemático do sistema veicular da bicicleta com motor biomecânico por controle passivo sem a atuação do motor a ar comprimido. Dessa forma, para se obter o valor real de cada variável elas tem que ser multiplicadas pelos valores apresentados na legenda da figura 86 acima. Verifica-se que a velocidade oscila entre 2,42 e 0,25 km/h por causa do uso somente da fonte biomecânica e da influência da força gravitacional na inclinação de 8°, sendo seu deslocamento de 181 m em 60 s de simulação, ou seja, 32,71 % menor quando comparado com os 269 m do controle ativo.

Dessa forma, para uma análise específica dos resultados das simulações por controle passivo se gerou a figura 87 detalhada a 10° de inclinação com dados específicos para a análise dos erros da velocidade linear e as forças do ar comprimido no cilindro e a biomecânica aplicada a roda traseira. Os dados específicos para a análise do controle passivo do motor biomecânico aplicado a 10° de inclinação após os 170 metros iniciais no plano, como mostrado a seguir na figura 87.

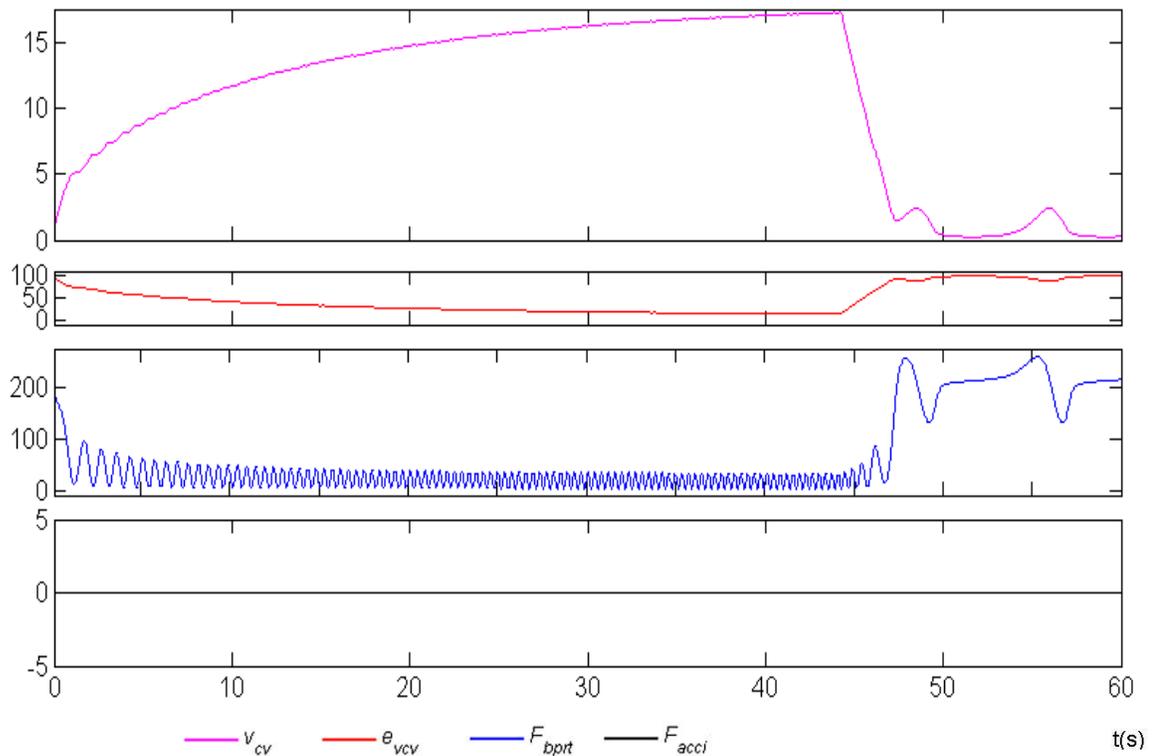


Figura 87 – Dados do controle passivo pela FCC da bicicleta no plano e a 10°

Verifica-se na figura 87 acima que após se atingir a velocidade máxima de 17,26 km/h após 170 metros no plano a uma inclinação de 10° se dissipa parte da energia biomecânica através da força da gravidade, gerando-se em regime permanente uma oscilação da velocidade entre 2,42 e 0,25 km/h. Dessa forma, como a velocidade máxima chega a 17,26 km/h em função dos parâmetros físicos da tabela 4 a distância percorrida máxima chega a 181 contra 269 metros para a mesmas condições no plano com o controle ativo dos motores híbridos não ideais.

Entretanto, a força aplicada na roda traseira pelo controle passivo possui valor máximo de 259,6 N que se apresenta como bem maior que os 28,06 N quando controlado ativamente pelos motores híbridos. Esse valor bem maior da F_{bppt} durante a subida da inclinação de 10° se deve as condições de equilíbrio dinâmico na aplicação de somente a energia biomecânica constante de 100 W que se torna uma função da força pela velocidade que diminui, portanto se aumenta F_{bppt} .

Essas diferenças na inclinação a 10° do motor biomecânico em função da sua aplicação como única fonte de energia por controle passivo podem ser analisadas na tabela 10 a seguir que apresenta um resumo das variações do motor biomecânico quando utilizado como híbrido.

Tabela 10 – Motores não ideais com controle ativo SDRE e passivo biomecânico para 10° de subida

Tempo de Simulação (segundos)		60 s												
POTÊNCIA		Watts												
Biomecânico (motor 1)		100 W												
Ar comprimido (motor 2)		165 W												
Controle		Distância plana (constante) e subida (variável)							Ciclista e veículo no piso nivelado (plano)			Ciclista e veículo no piso inclinado (subida)		
subida (°)	20 (km/h)	plana (m)	plana (s)	subida (m)	subida (s)	subida dif.(%)	total (m)	total dif.(%)	v _{cv} (km/h)	v _{erro} (%)	v _{cv} (km/h)	v _{erro} (%)	F _{hprt} (N)	
10	SDRE	170	41,97	99	18,03	0,0	269	0,0	20,03~19,76	0,15~1,2	19,97~19,76	0,15~1,20	28,06~2,65	
10	passivo	170	44,26	11	15,74	88,9	181	32,71	17,26~17,21	13,7~14,0	2,42~0,25	98,7~87,9	259,6~131,1	

Na tabela 10 acima se tem um resumo dos valores aplicado ao motor biomecânico como única fonte de energia com controle passivo de forma comparativa a sua utilização como motor híbrido com controle ativo através da energia do outro motor a ar comprimido. Verifica-se nessa tabela 10 que sem a energia híbrida do motor a ar comprimido o veículo bicicleta demora mais tempo para percorrer os primeiros 170 metros no plano em 44,26 contra 41,97 s com a atuação híbrida do motor a ar comprimido.

Também se verifica que a distância se torna maior com o motor híbrido atuando após os 170 metros no plano pois se chega a 99 e somente a 11 m com somente o motor biomecânico, ou seja, 88,9 % a menos. Dessa forma, a utilização do motor híbrido como controle ativo possibilita se a velocidade de controle de 20,03 contra 17,26 km/h somente com o motor biomecânico passivo e um maior percurso de 269 contra 181 m. Portanto, ao se usar somente o motor biomecânico para os 10° de inclinação se obtêm um percurso 32,71 % menor em 60 s.

4.2 DISCUSSÃO DO CONTROLE ATIVO E PASSIVO DO VEÍCULO

Para uma melhor visualização e comparação dos controles passivos com motor biomecânico e do ativo a 80% da velocidade de controle com motores híbridos biomecânico em conjunto com o ar comprimido se tabulou todos os principais resultados na tabela 11 a seguir. Dessa forma, se possibilita uma visualização pela tabela 11 das variáveis dinâmicas do controle ativo pelo motor ar comprimido atuando em conjunto com o motor biomecânico em função das inclinações do piso, como segue.

Tabela 11 – Comparação dos motores híbridos com controle ativo SDRE em função das subidas

Tempo de Simulação (segundos)		60 s												
POTÊNCIA		Watts												
Biomecânico (motor 1)		100 W												
Ar comprimido (motor 2)		165 W												
Controle		Distância plana de 170 m e subida (variável)			Ciclista e veículo no piso nivelado (plano)		Energia máxima do motor híbrido (ar comprimido)		Ciclista e veículo no piso inclinado (subida)					
subida (°)	20 (km/h)	subida (m)	subida (s)	total (m)	v _{cv} (km/h)	verro (%)	F _{acci} (N)	Pr _{acci} (MPa)	v _{cv} (km/h)	verro (%)	F _{bppt} (N)	F _{acci} (N)	P _{acci} (MPa)	
0	SDRE	99	18,03	269	20,03~19,76	0,15~1,2	37,47	0,076	20,03~19,76	0,15~1,2	28,20~2,67	0~5,47	0~0,011	
2	SDRE	99	18,03	269	20,03~19,76	0,15~1,2	46,94	0,095	20,02~19,89	0,10~0,55	28,10~2,66	0~44,89	0~0,091	
4	SDRE	99	18,03	269	20,03~19,76	0,15~1,2	60,15	0,122	20,01~19,87	0,05~0,65	28,10~2,66	0~57,95	0~0,118	
6	SDRE	99	18,03	269	20,03~19,76	0,15~1,2	78,85	0,160	19,99~19,83	0,05~0,85	28,10~2,66	0~68,97	0~0,140	
8	SDRE	99	18,03	269	20,03~19,76	0,15~1,2	90,31	0,184	19,98~19,79	0,10~1,05	28,06~2,65	0~77,51	0~0,158	
10	SDRE	99	18,03	269	20,03~19,76	0,15~1,2	101,32	0,206	19,97~19,76	0,15~1,20	28,06~2,65	0~98,29	0~0,200	

Em todos os controles ativos de 0 a 10° de inclinação o motor híbrido a ar atua a partir de 29,7 s e 16 km/h (80%) da velocidade de controle desejada e dessa forma, após os 170 m no plano se obtêm a distância de 99 m em 18,03 s em todas as inclinações por causa dos controles, veja a tabela 11. Dessa forma, verifica-se que todos os controles desenvolvem a mesma velocidade até 170 m no plano como erro máximo em 1,2% e que em virtude das variações das inclinações e dos ganhos variáveis com as mesmas as velocidades no piso inclinado oscilam de forma diversas. No entanto, mesmo as velocidades no piso inclinado de 0 a 10° desenvolverem velocidades e seus erros com oscilações diferentes entre si todos os controles conseguem desenvolver o mesmo percurso total de 269 m em 60 s de simulação.

Portanto, analisando-se a tabela 11 das variáveis dinâmicas dos controles ativos pelo método SDRE que o mesmo possui efetividade por desenvolver o mesmo percurso no tempo em virtude da mudança significativa das forças de acionamento do cilindro do motor a ar. Essas mudanças das forças de acionamento do cilindro do motor a ar ocorrem em virtude do aumento da pressão no controle em função das inclinações e das forças gravitacionais na subida, variando-se de 0,011 a 0,200 MPa para o controle. Dessa forma, se geram pequenas variações nas forças motrizes da roda traseira por causa da aplicação da potência constante e grandes variações nas forças de acionamento do motor a ar comprimido, variando-se de 5,47 a 98,29 N para o controle da velocidade no regime permanente nas subidas.

Para se comparar melhor os efeitos dos controles SDRE que como mostrado na tabela 11 acima desenvolve o mesmo resultado para o percurso em função do tempo com a não utilização do motor híbrido a ar comprimido no veículo bicicleta se gerou a tabela 12 a seguir. Essa tabela 12 compara os valores médios das velocidades ativas em todas as inclinações antes e depois dos 170 metros em 60 s com o motor biomecânico por controle passivo da FCC (55 rpm) e das marchas para 100 W, em função de cada inclinação no percurso, como segue.

Tabela 12 – Controles passivo biomecânico no plano e em subidas comparado aos ativos SDRE

Tempo de Simulação (segundos)		60 s												
POTÊNCIA		Watts												
Biomecânico (motor 1)		100 W												
Ar comprimido (motor 2)		165 W												
Controle		Distância plana (constante) e subida (variável)							Ciclista e veículo no piso nivelado (plano)			Ciclista e veículo no piso inclinado (subida)		
subida (°)	20 (km/h)	plana (m)	plana (s)	subida (m)	subida (s)	subida dif.(%)	total (m)	total dif.(%)	V _{cv} (km/h)	Verro (%)	V _{cv} (km/h)	Verro (%)	F _{bppt} (N)	
0 a 10°	SDRE	170	41,97	99	18,03	0,0	269	0,0	20,03~19,76	0,15~1,2	20,00~19,81	0,00~0,95	28,11~2,66	
0	passivo	170	44,26	77	15,74	22,2	247	8,18	17,71~17,67	11,4~12,1	17,71~17,67	11,5~11,7	31,5~3,00	
2	passivo	170	44,26	47	15,74	52,5	217	19,33	17,26~17,21	13,7~14,0	7,356~6,96	63,2~65,2	76,9~7,42	
4	passivo	170	44,26	29	15,74	70,7	199	26,02	17,26~17,21	13,7~14,0	3,97~2,71	80,1~86,5	160,3~15,95	
6	passivo	170	44,26	19	15,74	80,8	189	29,74	17,26~17,21	13,7~14,0	3,27~0,79	83,7~96,0	203,4~28,39	
8	passivo	170	44,26	14	15,74	85,9	184	31,60	17,26~17,21	13,7~14,0	2,80~0,31	86,0~98,4	230,2~68,58	
10	passivo	170	44,26	11	15,74	88,9	181	32,71	17,26~17,21	13,7~14,0	2,42~0,25	98,7~87,9	259,6~131,1	

Verifica-se na tabela 12 acima que no plano sem inclinação, para os parâmetros da tabela 4 que envolvem os fatores geométricos e físicos, tais como, massas e coeficientes de resistência, que a velocidade máxima para 100 W com o motor biomecânico não passa de 17,71 km/h. Sendo que ao se acrescentar as subidas de 2 a 10° após 170 metros no plano que o veículo bicicleta começa a desacelerar em virtude do aumento da força gravitacional no equilíbrio das energias, com a velocidade máxima nesses casos ficando em 17,26 km/h obtida a 170 m.

No caso das distâncias comparando-se o movimento do motor biomecânico passivo ao ativo híbrido combinado com o motor a ar comprimido as diferenças entre as distâncias ficam maiores com o aumento da inclinação, de 269 com controle para 181 m a 10° sem controle. Dessa forma, ao se comparar o controle ativo SDRE de 0 a 10° de inclinação com a velocidade desejada se verifica que a velocidade somente no plano fica a 11,7% menor que a desejada e pode chegar a 98,8 % com a inclinação máxima de 10° que muitas vezes faz o ciclista para e

descer. Ou seja, em função da força gravitacional por causa da inclinação do piso boa parte da energia biomecânica do ciclista se dissipa para se vencer a inclinação e não se transforma em velocidade desejada para o movimento. Portanto, percebe-se que a tecnologia de aplicação de motores híbridos se torna um ótimo caminho para a melhoria do desempenho veicular, tanto em distância percorrida e controle do movimento quanto em menores custos e menor poluição.

Tabela 13 – Motores híbridos não ideais com controles ativo SDRE e passivo biomecânico

Tempo de Simulação (segundos)		60 s											
POTÊNCIA		Watts											
Biomecânico (motor 1)		100 W											
Ar comprimido (motor 2)		165 W											
Controle		Distância plana (constante) e subida (variável)			Ciclista e veículo no piso nivelado (plano)		Energia máxima do motor híbrido (ar comprimido)		Ciclista e veículo no piso inclinado (subida)				
subida (°)	20 (km/h)	plano (m)	subida (m)	total (m)	v_{ev} (km/h)	Verro (%)	F_{acci} (N)	Pr_{acci} (MPa)	v_{ev} (km/h)	Verro (%)	F_{bpri} (N)	F_{acci} (N)	P_{acci} (MPa)
0	SDRE	170	99	269	20,03~19,76	0,15~1,2	37,47	0,076	20,03~19,76	0,15~1,2	28,20~2,67	0~5,47	0~0,011
0	passivo	170	77	247	17,71~17,67	11,4~12,1	0	0	17,71~17,67	11,5~11,7	31,5~3,00	0~0	0~0
2	SDRE	170	99	269	20,03~19,76	0,15~1,2	46,94	0,095	20,02~19,89	0,10~0,55	28,10~2,66	0~44,89	0~0,091
2	passivo	170	47	217	17,26~17,21	13,7~14,0	0	0	7,356~6,96	63,2~65,2	76,9~7,42	0~0	0~0
4	SDRE	170	99	269	20,03~19,76	0,15~1,2	60,15	0,122	20,01~19,87	0,05~0,65	28,10~2,66	0~57,95	0~0,118
4	passivo	170	29	199	17,26~17,21	13,7~14,0	0	0	3,97~2,71	80,1~86,5	160,3~15,95	0~0	0~0
6	SDRE	170	99	269	20,03~19,76	0,15~1,2	78,85	0,160	19,99~19,83	0,05~0,85	28,1~2,66	0~68,97	0~0,140
6	passivo	170	19	189	17,26~17,21	13,7~14,0	0	0	3,27~0,79	83,7~96,0	203,4~28,39	0~0	0~0
8	SDRE	170	99	269	20,03~19,76	0,15~1,2	90,31	0,184	19,98~19,79	0,10~1,05	28,06~2,65	0~77,51	0~0,158
8	passivo	170	14	184	17,26~17,21	13,7~14,0	0	0	2,80~0,31	86,0~98,4	230,2~68,58	0~0	0~0
10	SDRE	170	99	269	20,03~19,76	0,15~1,2	101,32	0,206	19,97~19,76	0,15~1,20	28,06~2,65	0~98,29	0~0,200
10	passivo	170	11	181	17,26~17,21	13,7~14,0	0	0	2,42~0,25	98,7~87,9	259,6~131,1	0~0	0~0

Verifica-se na tabela 13 que em todos os controles ativo do motor a ar comprimido comparados ao motor não biomecânico convencional os resultados foram controlados adequadamente pelo SDRE, mantendo-se a velocidade de 20 km/h com erro máximo de 1,2% para inclinações de 0° a 10°. Ou seja, até em 10° de inclinação o motor a ar comprimido de forma híbrida fornece a potência e energia para se manter o veículo na velocidade de controle desejada, sem saturação no início do movimento, mesmo sendo aplicado com o motor biomecânico como fontes não ideais. Para tanto, se aplica o controle ao motor a ar comprimido em conjunto com o biomecânico pela função tangente hiperbólica da equação (101) como sinal de controle suave para não ocorrer saturação e que se mostra adequado para que o motor a ar comprimido não sature.

Entretanto, na tabela 13 acima verifica-se que comparando os controles ativos SDRE com os passivos somente como o motor biomecânico convencional que conforme se aumenta a inclinação maior o erro e menor a velocidade nas subidas com fonte de energia biomecânica. Ou seja, somente o controle ativo pelo motor a ar comprimido conseguiu se obter a velocidade de controle desejada por causa da combinação dos motores híbridos como fonte de energia complementares, pois somente com o biomecânico convencional se dissipa muita energia nas subidas.

Quanto a iteração entre dos dois motores híbridos percebe-se que ocorre pouca variação na força aplicada no motor biomecânico, variando de 28,20 a 28,06 N e um aumento na força do aplicada no motor a ar comprimido em função da inclinação, de 5,47 N a 0° chegando a 98,29 N a 10°. Constata-se na tabela que apesar das forças no motor a ar comprimido aumentarem significativamente por causa do equilíbrio necessário ao aumento da intensidade da força gravitacional a velocidade se mantém com erros menores que no plano. Esse comportamento ocorre devido a aplicação dos ganhos variáveis em função da inclinação do piso definido na matriz Q da equação (103) que gera ganhos subótimos para a inclinação melhores do que no plano.

Na tabela 13 verifica-se que a máxima pressão no motor a ar comprimido não ultrapassou 0,206 MPa que praticamente se apresenta como a metade do valor máximo de 0,4 MPa projetado para se utilizar nesse tipo de motor com cilindro pneumático comercial. No entanto, esse valor se apresenta abaixo dos valores para a aplicação de motores a ar em motocicletas pesquisados e que possuem as seguintes pressões aplicadas: 0,4 MPa (DUDHAT et al., 2013); 0,5 MPa (HUANG et al., 2014; WANG et al., 2014; RAPHEAL et al., 2016); 0,7 MPa (WANG et al., 2014; RAPHEAL et al., 2016); 0,9 MPa (HUANG et al., 2014; WANG et al., 2014; RAPHEAL et al., 2016) e 1,3 MPa (YU et al. 2014).

No entanto, esse valor de 0,206 MPa como pressão máxima aplicada ao motor a ar comprimido possibilita folga na pressão que pode ser necessária a aplicação experimental futura, pois envolve a compressibilidade do ar e estimativas paramétricas experimentais do motor. Portanto, esse valor de pressão por se tratar de um veículo bicicleta de pequeno porte e baixa massa se torna adequada a sua aplicação e o desenvolvimento de maiores distâncias se comparado a pressões maiores que consomem mais ar em volume.

5 CONCLUSÕES

A revisão e a pesquisa bibliográfica foram fundamentais para a análise dos motores híbridos em conjunto com as aplicações de controles, de forma que a bibliografia organizada nessa tese pode servir de referência para novos estudos de veículos híbridos de pequeno porte. Através da revisão bibliográfica foi possível desenvolver a modelagem matemática da dinâmica não linear do veículo bicicleta com fonte motriz biomecânica não ideal e a ar comprimido, utilizando-se os motores híbridos para o controle do movimento pela velocidade.

Por meio da modelagem matemática da dinâmica não linear do veículo bicicleta com fonte motriz biomecânica não ideal e a confrontação dos dados das simulações numéricas em espaço estado por controle passivo com os dados bibliográficos possibilitou a sua validação. A Modelagem matemática não linear do biela-manivela como fonte motriz a ar comprimido para veículos em espaço estado possibilitou o acoplamento ao modelo do veículo com fonte biomecânica do motor híbrido a ar comprimido com comportamento não linear e não ideal.

O sistema de controle SDRE subótimo proposto para a simulação numérica do modelo não linear e não ideal das fontes híbridas pelas equações em espaço estado acopladas proporcionou as análises das interações dos motores biomecânica e a ar comprimido. As modelagens matemáticas das equações não lineares dos movimentos das fontes não ideais acopladas como uma única equação proporciona as interações entre as fontes com a equação dependente dos estados de Ricatti. Esse tipo de equação dependente dos estados de Ricatti possibilita a aplicação de controle não linear por meio de fontes não ideais por simulações numéricas aplicado na prática, se instrumentado, com o cálculo dos estados ao longo do tempo e o controle por SDRE subótimo.

Constatou-se que o controle pela técnica SDRE subótimo pode ser aplicado ao movimento em pequenos veículos com motores híbridos se acoplados na forma de espaço estado realimentado, mesmo sendo as fontes não lineares e não ideais. O controle SDRE através do modelo não linear com fontes não ideais se mostrou viável para o controle da velocidade, desde que os ganhos variem em função da inclinação do piso e de rampa de entrada do motor a ar comprimido a 80% da velocidade desejada, para não saturar o sinal físico.

O sistema veicular híbrido para a bicicleta com fontes não ideais por motores biomecânico e ar comprimido para a velocidade desejada de 20 km/h proporcionou interação adequadas entre as fontes não ideais controladas ativamente pelo motor a ar comprimido. O controle SDRE para a velocidade de 20 km/h para o veículo bicicleta com motores híbridos não

ideais, biomecânico e a ar comprimido, proporcionou as simulações numéricas um erro máximo de 1,2 % para a velocidade desejada em regime permanente. Esse erro máximo de 1,2 % obtido através das simulações numéricas do modelo do movimento do veículo bicicleta híbrido biomecânico e a ar comprimido desenvolve o controle para uma velocidade constante de 20 km/h no plano e em subidas.

O veículo bicicleta híbrida no plano com motor a ar comprimido de 165 W e o motor biomecânico de 100 W a uma frequência máxima do ciclista no pedal a 55 rpm atingiu a velocidade de 20 km/h com o controle e usando somente o biomecânico chega a 17,7 km/h. Verifica-se após 170 metros no plano ao se incluir inclinações que variam de 0° (plano) para todo o percurso até 10° (máximo) em todas as simulações com o controle SDRE se percorreu 269 m e a velocidade atingiu o valor desejado de 20 km/h e erro máximo chegando a 1,2%.

No entanto, ao se acrescentar uma subida ao plano após se percorrer 170 m o veículo bicicleta começa a desacelerar por causa da força gravitacional, diminuindo-se o percurso total usando somente motor biomecânico sem atuação do híbrido, de 247 a 0° para 181 m a 10° em 60s. Comparando-se o movimento do motor biomecânico passivo ao híbrido ativo com ar comprimido após percorrer 170 m se apresenta em 60 s uma diferença entre a distância complementar a 0° de 22%, percorrendo-se a 0° mais 77 m sem controle e 99 m com, totalizando 247 sem e 269 com. Em termos de desempenho após os 170 m no plano se percorre mais 99 m em 60 s com a aplicação dos motores híbridos controlados, que quando comparados com o motor biomecânico único geram diferenças de 22% a 0° e 77 m, 76 % a 5° e 23 m e 89 % a 10° e 11 m.

Comparando-se o movimento da bicicleta híbrida após 60 s de simulação em 170 m no plano e subida variável com a bicicleta convencional biomecânica obtêm-se grandes diferenças, com o controle ativo percorrendo-se 269 m a 10° e o passivo 181 m a 10°, ou seja, 32,7% menor. Dessa forma, o controle das mais variadas formas de energia e motores híbridos se tornam uma ótima solução na melhoria do desempenho veicular, tanto em distância para o transporte urbano como no controle do movimento e da velocidade, quanto aos menores custos e poluição.

Para a aplicação da energia a ar comprimido como fonte motora híbrida verifica-se que a força do ar comprimido no cilindro depende da pressão e do diâmetro, sendo avaliada para a utilização no veículo bicicleta a aplicação de dois cilindros opostos a 180° de simples ação. Sendo que esses cilindros pneumáticos utilizados como fonte motora possuem diâmetro de 0,025 m movidos pela pressão do ar comprimido estimada pelo controle com máxima de 0,21 MPa, bem abaixo dos 0,8 MPa recomendado para cilindros pneumáticos comerciais. Essa folga entre a pressão máxima simulada como fonte motora e a pressão extra de 0,59 MPa que pode

ser utilizada no cilindro possibilita condições com folga para a aplicação prática, para as incertezas paramétricas, a compressibilidade do ar e o tempo de resposta dinâmica.

Como forma de aplicação o controle SDRE em motores híbridos para o pequeno veículo bicicleta no transporte pessoal para o trânsito em pequenos deslocamentos urbanos, por meio de energia limpa e renovável se mostrou ser um caminho adequado como solução para o transporte saudável e não poluente. Com esse tipo de modelo e técnica viabiliza-se a aplicação da fonte híbrida a ar comprimido com baixo peso de armazenagem em conjunto com a energia biomecânica convencional de uma bicicleta, como um veículo híbrido de pequeno porte e percursos.

Dessa forma, potencializa-se um melhor rendimento e maiores percursos ao veículo bicicleta com fontes híbridas do que ao se utilizar o sistema biomecânico convencional, controlando-se a frequência do pedalar a uma potência constante, o que gera maior conforto ao ciclista. Essa pesquisa contribui para o avanço no estado da arte no controle de pequenos e médios veículos, os quais podem se utilizar do tradicional sistema biela-manivela em motores a combustão convertidos em fonte não ideal a ar comprimido, para uso híbrido ou convencional. Portanto, a utilização do ar comprimido como uma fonte de energia renovável e não poluente se apresenta como uma solução com potencial para a aplicação em veículos de pequeno porte pois diminui o peso e a inércia quando comparado a motores híbridos como fonte elétrica.

6 TRABALHOS FUTUROS

Como trabalhos futuros se apresentam as seguintes propostas:

- Montagem experimental e instrumentação por controle ativo;
- Mensuração dos rendimentos mecânicos e identificação paramétricas;
- Desenvolvimento experimental do tempo de resposta (*time delay*) para a implementação na prática do controle por pressão do motor híbrido a ar comprimido;
- Melhoria do sistema de controle para 10% da velocidade para acionamento em subidas além do plano;
- Desenvolvimento de quadro tubular específico para bicicleta a ar comprimido para uso como reservatório de grandes volumes;
- Proposta de melhorias para o sistema biela manivela ou desenvolvimento de novos tipos de mecanismos a ar com maior eficiência mecânica;
- Aplicação do biela-manivela de forma reversível como compressor para a frenagem e a coleta de energia regenerativa (Power Harvesting) nas descidas;
- Novos projetos de aplicação para motor a ar comprimido translativo com cilindros comerciais de baixo custo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABAGNALE, C.; CARDONE, M.; IODICE, P.; STRANO, S.; TERZO, M.; VORRARO, G. A dynamic model for the performance and environmental analysis of an innovative e-bike. **Energy Procedia**, v. 81, p. 618 – 627, 2015.

AHMAD, F.; HITAM, A. L.; HUDHA, K.; JAMALUDDIN, H. Position tracking of slider crank mechanism using PID controller optimized by Ziegler Nichol's method. **Journal of Mechanical Engineering and Technology**, v. 3. p. 27-41, 2011.

ALLI, G.; FORMENTIN, S.; SAVARESI, M. S. On the suitability of EPACs in urban use. **IFAC Proceedings Volumes**, v. 43, n.18, 2010.

ALVES, A. C.; TUSSET, A. M.; BALTHAZAR, J. M.; LIMA, J. F.; JANZEN, F. C.; ROCHA, R. T.; NABARRETE, A. SDRE control applied to the wheel speed of a compressed air engine with crank-connecting-rod mechanism. **Shock and Vibration**, v. 2017, p. 1-14, 2017.

AMAZON, C. Yukon Trails Xplorer Sport Hybrid Electric Bike XM26: Sports & Outdoors, 2017. Disponível em: <<https://www.amazon.com/Yukon-Trails-Xplorer-Hybrid-Electric/dp/B00NPY829Y>>. Acesso em: 10 set. 2017.

ANDERSON, P. M. **Control system for adjusting bicycle gear ratios**. United States Patent nº 5.254.044. 1993.

ANTONY, F.; ALBERT, P. J.; RIMIN, P. R.; DISNEY, R.; SOORAJ, M. S.; MENON, S. S. Design and development of pneumatic hybrid vehicle (PHV). **International Journal of Innovative Engineering and Technology**, v. 3, n. 6, p. 13184-13191, 2014.

BALTHAZAR, J. M.; BASSINELLO, D. G.; TUSSET, A. M.; BUENO, Á. M.; DE PONTES JUNIOR, B. R. Nonlinear control in an electromechanical transducer with chaotic behavior. **Meccanica**, v. 49, n. 8, p. 1859-1867, 2014.

BALTHAZAR, J. M.; MOOK, D. T.; WEBER, H. I.; BRASIL, R. M. L. R. F.; FENILI, A.; BELATO, D.; FELIX, J. L. P. An overview on non-ideal vibrations. **Meccanica**, v. 38, p. 613-621, 2003.

BANISTER, E. W., JACKSON, R. C. The effect of speed and load changes on oxygen intake for equivalent power outputs during bicycle ergometry. **Int. Z. Angew. Physiol. Arbeitsphysiol.**, v. 24. p.284-290, 1967.

BANKS, H. T.; LEWIS, B. M.; TRAM, H. T. Nonlinear feedback controllers and compensators: a state-dependent Riccati equation approach. **Computational Optimization and Applications**, v. 37, p. 177-218, 2007.

BARBEDETTE, B.; MARIOT, J. P. Mixed control laws applied to multi-chain systems example of pedaling task. In: IFAC ROBOT CONTROL, IFAC1997, Nantes. **Proceedings ...** Nantes, France, 1997, p. 705-710.

BELLIO, S; EIDELMAN, G. P. **Electronic transmission control for human powered vehicle.** United States Patent n° 5.569.104. 1996b.

BELLIO, S; EIDELMAN, G. P. **Electronic transmission control system for a bicycle or the like.** United States Patent n° 5.059.158. 1991.

BELLIO, S; EIDELMAN, G. P. **Electronic transmission control system for a bicycle or the like.** United States Patent n° 5.356.348. 1994.

BELLIO, S; EIDELMAN, G. P. **Electronic transmission control system for a bicycle or the like.** United States Patent n° 5.538.477. 1996a.

BELLIO, S; EIDELMAN, G. P. **Electronic transmission control system for a bicycle or the like.** United States Patent n° 5.728.017. 1998.

BELLMAN, R. **Dynamic Programming.** New Jersey: Princeton, 1957.

BERTUCCI, W.; GRAPPE, F.; GIRARD, A.; BETIK, A. Effects on the crank torque profile when changing pedalling cadence in level ground and uphill road cycling. **Journal of Biomechanics**, v. 38 p. 1003–1010, 2005.

BOYLE, C.; HOWELL, L. L.; MAGLEBY, S. P.; EVANS, M. S. Dynamic modeling of compliant constant-force compression mechanisms. **Mechanism and machine theory**, v. 38, n. 12, p. 1469-1487, 2003.

BRISWALTER, J., HAUSWIRTH, C. SMITH, D. VERCRUYSSSEN, F., VALLIER, J. M. Energetically Optimal Cadence vs. Freely-Chosen Cadence During Cycling: Effect of Exercise Duration. **Int. J. Sports Med.**, v. 21, p. 60 – 64, 2000.

BROWN, T. L.; ATLURI, V. P.; SCHMIEDELER, J. P. A low-cost hybrid drivetrain concept based on compressed air energy storage. **Applied Energy**, v. 134, p. 477-489, 2014.

BROWNING, D. L. **Method and system for computer controlled bicycle gear shifting**. United States Patent n° 261. 858. 1993.

BURKE, E. R. **Science of cycling**. Champaign: Human Kinetics Publishers, 1986.

CANDOTTI, C. T.; RIBEIRO, J.; SOARES, D. P., DE OLIVEIRA, Á. R.; LOSS, J. F.; GUIMARÃES, A. C. S. Effective force and economy of triathletes and cyclists. **Sports Biomechanics**, v. 6, n. 1, p. 31-43, 2007.

CHIEN, H. C.; TSENG, C. H. An automatic transmission for bicycles: a simulation. **International Journal of Industrial Ergonomics**, v. 33, p. 123–132, 2004.

CHUANG, C. W. PC-based pseudo-model following discrete integral variable structure control of positions in slider-crank mechanisms. **Journal of Sound and Vibration**, v. p. 510–520, 2007.

CHUANG, C. W.; LEE, C. D.; HUANG, C. L. Applying experienced self-tuning PID control to position control of slider crank mechanisms. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON POWER ELECTRONICS, ELECTRICAL DRIVES, AUTOMATION AND MOTION, SPEEDAM 2006, Taormina. **Proceedings ...** Taormina, Italy, 2006, p. S21/18-S21/23.

CLEM, W. E.; TRETHERWAY, W. C. **Electronically controlled bicycle transmission**. United States Patent n° 4.605.240. 1986.

COAST, J. R.; WELCH, H. G. Linear increase in optimal pedal rate with increased power output in cycle ergometry. **European Journal of Applied Physiology**, v. 53, p. 339-342, 1985.

COLLINS, J. A, BUSBY, H.; STAAB, G. **Mechanical Design of Machine Elements and Machines: a failure prevention perspective**. 2. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2010.

CORNO, M.; BERRETTA, D.; SAVARESI, S. M. Human machine interfacing issues in SeNZA, a series hybrid electric bicycle. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, ACC2015, Chicago. **Proceedings ...** Chicago, USA, 2015a, p. 1149-1154.

CORNO, M.; BERRETTA, D.; SPAGNOL, P.; SAVARESI, S. M. Design, control, and validation of a charge-sustaining parallel hybrid bicycle. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 24, n. 3, 2016.

CORNO, M.; GIANI, P.; TANELLI, M.; SAVARESI, M. S. Human-in-the-Loop bicycle control via active heart rate regulation. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 23, n. 3, 2015b.

CORNO, M.; ROSELLI, F.; SAVARESI, S. M. Bilateral Control of SeNZA- A Series hybrid electric bicycle. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 25, n. 3, p. 1-11, 2017.

CVETICANIN, L.; ZUKOVIC, M. Motion of a motor-structure non-ideal system. **European Journal of Mechanics A/Solids**, v. 53, p. 229-240, 2015.

CVETICANIN, L.; ZUKOVIC, M.; CVETICANIN, D. Two degree-of-freedom oscillator coupled to a non-ideal source. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, 2017.

DE SOUZA, S. L. T.; BATISTA, A. M.; BAPTISTA, M. S.; CALDAS, I. L.; BALTHAZAR, J. M. Characterization in bi-parameter space of a non-ideal oscillator. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 466, p. 224–231, 2017.

DEN HARTOG, J. P. **Mechanics**. 2. ed. New York: Dover, 1961.

DUDHAT, R. B.; PATEL, N. R.; KANADIYA, V. M.; MISTRY, M. K.; JOSHI, K. M. The investigational study of pragmatic model of compressed air single cylinder engine for increases the performance. **International Journal of Advanced Engineering Technology**, July-Sept., p. 46-49, 2013.

ENOSHITA, E. O primeiro carro híbrido do mundo foi feito em 1896. **Motor Show**, 2016. Disponível em: < <http://motorshow.com.br/o-primeiro-carro-hibrido-do-mundo-foi-feito-em-1896/>>. Acesso em: 15 ago. 2017.

ETHINGTON, R.A. **Automatic transmission shifter for velocipedes**. United States Patent nº 5.599.244. 1997a.

ETHINGTON, R.A. **Automatic transmission shifter for velocipedes**. United States Patent nº 5.681.234A. 1997b.

FARAHANI, S. D.; BERTUCCI, W.; ANDERSEN, M. S.; DE ZEE, M. RASMUSSEN, J. 2014. Prediction of crank torque and pedal angle profiles during pedaling movements by biomechanical optimization. **Journal Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 51, n. 1, 2015.

FATHIMA, A. H., PALANISAMY, K. Optimization in microgrids with hybrid energy systems: a review. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 45, p.431-446, 2015.

FAZELI, A.; KHAJEPOUR, A; DEVAUD, C. A novel compression strategy for air hybrid engines. **Applied Energy**, v. 88, n. 9, p. 2955-2966, 2011.

FENILI, A. The rigid-flexible robotic manipulator: Nonlinear control and state estimation considering a different mathematical model for estimation. **Shock and Vibration**, v. 20, n. 6, 1049-1063, 2013.

FORTI, A. W. **Projeto e otimização de urna transmissão continuamente variável (CVT) para bicicletas**. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. 1997, 127 f. Dissertação. (Mestrado). UNICAMP: Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica Campinas, 1997.

FOSS; O.; HALLÉN, J. The most economical cadence increases with increasing workload. **European Journal of Applied Physiology**, v. 92, n. 4, p. 443-451, 2004.

FRANKE, T.; AREND, M. G.; MCILROY, R. C.; STANTON, N. A. Ecodriving in hybrid electric vehicles: exploring challenges for user-energy interaction. **Applied Ergonomics**, v. 55 p. 33-45, 2016.

FREGLY, B. J.; ZAJAC, F.E.; DAIRAGHI, C. A. Bicycle drive system dynamics: theory and experimental validation. **Journal of Biomechanical Engineering**, v. 122, p. 446-452, 2000.

GÖKCE, K.; OZDEMIR, A. An instantaneous optimization strategy based on efficiency maps for internal combustion engine/battery hybrid vehicles. **Energy Conversion and Management**, v. 81, p. 255–69, 2014.

GROSS, A.C.; KYLE, C. R.; MALEWICKI, D. J. The Aerodynamics of Human-Powered Land. **Scientific American**, v. 249, n. 6, p. 142-152, 1983.

GUANETTI, J.; FORMENTIN, S.; CORNO, M.; SAVARESI, S. M. Optimal energy management in series hybrid electric bicycles. **Automatica**, v. 81, p. 96-106, 2017.

GUANETTI, J.; FORMENTIN, S.; CORNO, M.; SAVARESI, S.M. Optimal energy management in series hybrid electric bicycles. In: IEEE 54TH Conference on Decision and Control, CDC2015, Osaka. **Proceedings ...** Osaka, Japan, 2015, p. 869-874.

GUANETTI, J.; FORMENTIN, S.; SAVARESI, S. M. Total cost minimization for next generation hybrid electric vehicles. **IFAC Proceedings Volume**, v. 47, n. 3, p. 4819-4824, 2014.

GYÖRGY, K.; DÁVID, L.; KELEMEN, A. Theoretical study of the nonlinear control algorithms with continuous and discrete-time state dependent Riccati equation. **Procedia Technology**, v. 22, p. 582-591, 2016.

HA, J. L.; FUNG, R. F.; CHEN, K. Y.; HSIEN, S. C. Dynamic modeling and identification of a slider-crank mechanism. **Journal of Sound and Vibration**, v. 289, p. 1019–1044, 2006.

HANSEN, E. A.; JØRGENSEN, L.V.; JENSEN, K.; FREGLY, B.J.; SJØGAARD, G. Crank inertial load affects freely chosen pedal rate during cycling. **Journal of Biomechanics**, v. 35, p. 277-285, 2002.

HANSEN, E. A.; OHNSTAD, A. E. Evidence for freely chosen pedalling rate during submaximal cycling to be a robust innate voluntary motor rhythm. **Exp. Brain. Res.**, v. 186, p. 365–373, 2008.

HENRIQUES, J. C. C.; GOMES, R. P. F.; GATO, L. M. C.; FALCÃO, A. F. O.; ROBLES, E.; CEBALLOS, S. Testing and control of a power take-off system for an oscillating water-column wave energy converter. **Renewable Energy**, v. 85, p. 714-724, 2016.

HUANG, C.; HU, C.; YU, C.; SUNG, C. Experimental investigation on the performance of a compressed air driven piston engine. **Energies**, v. 6, p. 1731–1745, 2013.

HUANG, K. D.; TZENG, S. C. Development of a hybrid pneumatic-power vehicle. **Applied Energy**, v. 80, n. 1, p. 47-59, 2005.

HUANG, K. D.; TZENG, S. C.; CHANG, W. C. Energy-saving hybrid vehicle using a pneumatic-power system. **Applied Energy**, v. 81, n. 1, p. 1-18, 2005.

HUI, S.; LIFU, Y.; JUNQING, J. Hydraulic/electric synergy system (HESS) design for heavy hybrid vehicles. **Energy**, v. 35, p. 5328-5335, 2010.

HUNG, Y. H.; CHEN, J. H.; WU, C. H.; CHEN, S. Y. System design and mechatronics of an air supply station for air-powered scooters. **Computers & Electrical Engineering**, v. 54, p. 185-194, 2016.

ÍÑIGUEZ, J. I.; ÍÑIGUEZ-DE-LA-TORRE, A.; ÍÑIGUEZ-DE-LA-TORRE, I. Human powered vehicles: aerodynamics of cycling. In: LERNER, J. C.; BOLDES, U. (Org.). **Applied aerodynamics**. InTech, 2012. DOI: 10.5772/38839, available from: <<http://www.intechopen.com/secure/sci-hub/cc/books/applied-aerodynamics/human-powered-vehicles-aerodynamics-of-cycling>>, accessed on: 19/05/2017.

JEFFERSON, C. M.; ACKERMAN, M. A flywheel variator energy storage system. **Energy Conversion and Management**, v. 37, n. 10, p. 1481-1491, 1996.

JUICY, B. Juicy Bike Sport range of hybrid style electric bikes: built for hilly districts, 2017. Disponível em: <<https://www.juicybike.co.uk/electric-bikes/sport-hybrid-range>>. Disponível em: <<https://www.juicybike.co.uk/electric-bikes/sport-lite>> Acesso em: 10 set. 2017.

KAUTZ, S. A.; HULL, M. L. A theoretical basis for interpreting the force applied to the pedal in cycling. **Journal Biomechanics**, v. 26, n. 2, p. 155-165, 1993.

KESTE, A. A.; VISE, S. B.; ADIK, A. N.; BORASE, P. R. Vehicle operating on compressed air by inversion of slider crank mechanism. **Journal of Mechanical and Civil Engineering**, IOSR-JMCE, v. 1, p. 50-54, 2013.

KHODADOOST ARANIA, A. A.; KARAMIA, H.; GHAREHPETIANA, G. B.; HEJAZIB, M. S. A. Review of Flywheel Energy Storage Systems structures and applications in power systems and microgrids. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 69, p. 9–18, 2017.

KIM, T. S.; MANZIE, C.; SHARMA, R. Model predictive control of velocity and torque split in a parallel hybrid vehicle. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEMS, MAN,

AND CYBERNETICS, IEEE 2009, San Antonio. **Proceedings ...** San Antonio, TX, USA, 2009, p. 2014-2019.

KONONENKO, V. O. **Vibrating System of Limited Power Supply**. London: Ilife Books Ltd, 1969.

KRAS, A.; GARDONIO, P. Velocity feedback control with a flywheel proof mass actuator. **Journal of Sound and Vibration**, v. 402, p. 31–50, 2017.

KUMAR, M. N.; SAHEB, S. H.; PRASAD, V. S. Fabrication and performance evaluation of compressed air vehicle. **International Journal of Engineering Applied Sciences and Technology**, v. 2, n. 2, p. 117-124, 2016.

LEE, S.; KIM, J. Implementation methodology of powertrain for series-hybrid military vehicles applications equipped with hybrid energy storage. **Energy**, v. 120, p. 229-240, 2017.

LIERMANN, M.; SAMHOURY, O.; ATSHAN, S. Energy efficiency of pneumatic power take-off for wave energy converter. **International Journal of Marine Energy**, 2015. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijome.2015.10.002>

LIMA, J. J.; TUSSET, A. M.; JANZEN, F. C.; PICCIRILLO, V.; NASCIMENTO, C. B.; BALTHAZAR, J. M.; BRASIL, R. M. L. R. F. SDRE applied to position and vibration control of a robot manipulator with a flexible link. **Journal of Theoretical and Applied Mechanics**, v. 54, p. 1067-1078, 2016.

LIN, C. C.; PENG, H.; GRIZZLE, J. W.; KANG, J. M. Power management strategy for a parallel hybrid electric truck. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 11, n. 6, p. 839–49, 2003.

LIU, C. M.; YOU, J. J.; SUNG, C. K.; HUANG, C. Y. Modified intake and exhaust system for piston-type compressed air engines. **Energy**, v. 90, p. 516-524, 2015.

LIU, M. CAO, Y.; ZHANG, O.; ZHOU, H. Kinematics and dynamics simulation of the slider-crank mechanism based on Matlab/Simulink. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER APPLICATION AND SYSTEM MODELING, ICCASM 2010, Taiyuan **Proceedings ...** Taiyuan, China, 2010, p. 557-563.

LORAS, H.; ETTEMA, G.; LEIRDAL, S. The muscle force component in pedaling retains constant direction across pedaling rates. **Journal of Applied Biomechanics**, v. 25, 85-92, 2009.

MARIOT, J. P. Mechanics of cycling. **Revue de Physique Appliquee**, v. 19, n. 4, p. 349-357, 1984.

MARSH, A. P.; MARTIN, P. E. The association between cycling experience and preferred and most economical cadences. **Medicine and Science in Sports and Exercises**, v. 25, n. 11, p. 1269-1274, 1993.

MARSH, A. P.; MARTIN, P. E.; FOLEY, K. O. Effect of cadence, cycling experience, and aerobic power on delta efficiency during cycling. **Medicine and Science in Sports and Exercises**, v. 32 n. 9, p. 1630-1634, 2000.

MARTIN, J. C.; MILLIKEN, D. L.; COBB, J. E.; McFADDEN, K. L.; COGGAN, A. R. Validation of a mathematical model for road cycling power. **Journal of applied biomechanics**, v.14, p. 276-291, 1998.

MEIROVITCH, L. **Elements of Vibration Analysis**. 2. ed. New York: McGraw-Hill, 1986.

MOLTER, A. **Controle de manipuladores robóticos flexíveis usando atuadores e sensores piezelétricos otimizados**. 2008. 112 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

MRACEK, P. C.; CLOUTIER, J. R. Control designs for the nonlinear benchmark problem via the state-dependent Riccati equation method. **International Journal of Robust and Nonlinear Control**, v. 8, p. 401-433, 1998.

NANHA DJANAN, A. A.; NANA NBENDJO, B. R.; WOAFO, P. Electromechanical control of vibration on a plate submitted to a non-ideal excitation. **Mechanics Research Communications**, v. 54, p. 72–82, 2013.

NEVES, G. Russos desenvolvem pedalinho submarino para turismo. **Infosfera**, 2010. Disponível em: < <http://atl.clicrbs.com.br/infosfera/2010/01/03/russos-desenvolvem-pedalinho-submarino-para-turismo/>>. Acesso em: 15 de ago. 2017.

NORTON, R. L. **Cinemática e Dinâmica dos Mecanismos**. Porto Alegre: AMGH, 2010.

NOTÍCIAS AUTOMOTIVAS. Toyota Prius se tornou o primeiro híbrido para as massas há 20 anos. Disponível em: <<https://www.noticiasautomotivas.com.br/toyota-prius-se-tornou-o-primeiro-hibrido-para-as-massas-ha-20-anos/>>. Acesso em: 15 de ago. 2017.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. São Paulo: Prentice Hall, 2003.

OWERS, D. J. PROBERT, D. S. A Human-Powered Hydrofoil Racing-Boat: Design and Development. **Applied Energy**, v. 21, p. 289-300, 1985.

PATTERSON, R. P., PEARSON, J. L., FISHER, S. V. The influence of flywheel weight and pedalling frequency on the biomechanics and physiological responses to bicycle exercise. **Ergonomics**, v. 26, n. 7, p. 659-668, 1983.

PICCIRILLO, V.; BALTHAZAR, J. M.; TUSSET, A. M.; BERNARDINI, D.; REGA, G. Non-linear dynamics of a thermomechanical pseudoelastic oscillator excited by non-ideal energy sources. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, v. 77, p. 12–27, 2015.

PIERRE, S.; NICOLAS, H.; FRÉDÉRIQUE, H. Interactions between cadence and power output effects on mechanical efficiency during sub maximal cycling exercises. **Eur. J. Appl. Physiol.**, v. 97, p. 133–139, 2006.

PUDDU, P.; PADERI, M. Hydro-pneumatic accumulators for vehicles kinetic energy storage: influence of gas compressibility and thermal losses on storage capability. **Energy**, v. 57, p. 326-335, 2013.

RAINE, J. K.; AMOR, M. R. The design and energy consumption of a human-powered vehicle. **InT. J. of Vehicle Design**, v. 12, n. 5/6, 1991.

RANJBARKOHAN, M.; MANRASEKH, M.; HOSEINI, A. H.; HEIRALIPOUR, K.; ASADI, M. R. Kinematics and kinetic analysis of the slider-crank mechanism in otto linear four cylinder Z24 engine. **Journal of Mechanical Engineering Research**, v. 3, n. 3, p. 85-95, 2011.

RANKIN, J. W.; NEPTUNE, R. R. A theoretical analysis of an optimal chainring shape to maximize crank power during isokinetic pedaling. **Journal of Biomechanics**, v. 41, p. 1494–1502, 2008.

RAPHEAL, B.; GIRIDHARAN, S.; PRABHAKARAN, G. Fabrication of compressed air engine by using two stroke engine. **International Journal of Engineering Science and Computing**, v. 6, n. 3, 2016.

RASLAVICIUS, L.; KERSYS, A.; MAKARAS, R. Management of hybrid powertrain dynamics and energy consumption for 2WD, 4WD, and HMMWV vehicles. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 68, p. 380–396, 2017.

REDFIELD, R.; HULL, M. L. Prediction of pedal forces in bicycling using optimization methods. **Journal Biomechanics**, v. 19, n.7, p. 523-540, 1986.

RESTELLI, A. A. **Automated bicycle transmission**. United States Patent nº 5.266.065. 1993

REUNIDAS MOTORES. Dicas técnicas. Disponível em: <<http://www.reunidasmotores.com.br/dicas.php>>. Acesso em: 15 de ago. 2017.

SANDERSON, D. J. The influence of cadence and power output on the biomechanics of force application during steady-rate cycling in competitive and recreational cyclists. **Journal of Sports Sciences**, v. 9, p. 191-203, 1991.

SANDERSON, D. J.; HENNIG, E. M.; BLACK, A. H. The influence of cadence and power output on force application and in-shoe pressure distribution during cycling by competitive and recreational cyclists. **Journal of Sports Sciences**, v. 18, n. 3, p. 173-181, 2000.

SARAIVA, J. Reino Unido vai banir vendas de carros movidos a diesel e gasolina em 2040. **Correio Braziliense**, 2017. Disponível em: <http://www.correiobraziliense.com.br/app/noticia/ciencia-e-saude/2017/07/26/interna_ciencia_saude,612503/reino-unido-vai-banir-vendas-de-carros-movidos-a-diesel-e-gasolina-em.shtml>. Acesso em: 15 ago. 2017.

SASSI, A.; RAMPININI, E.; MARTIN, D. T.; MORELLI, A. Effects of gradient and speed on freely chosen cadence: The key role of crank inertial load. **Journal of Biomechanics**, v. 42, p. 171–177, 2009.

SCHMID, A.; RAFIKOV, M. Síntese do controle linear aplicado em sistemas populacionais. **TEMA – Tendências em Matemática Aplicada e Computacional**, v. 6, n. 1, p. 153-162, 2005.

SEABURY, J. J.; ADAMS, W. C.; RAMEY, M. R. Influence of pedalling rate and power output on energy expenditure during bicycle ergometry. **Ergonomics**, v. 50, n. 5, p. 491-498, 1977.

SHAWKY, A. M.; ORDYS, A. W.; PETROPANLAKIS, L.; GRIMBLE, M. J. Position control of flexible manipulator using nonlinear H_∞ with state-dependent Riccati equation. **Journal of Systems and Control Engineering**, v. 221(Part I), p. 475-486, 2007.

SHEN, Y. T.; HWANG, Y. R. Design and implementation of an air-powered motorcycles. **Applied Energy**, v. 86, p. 1105–1110, 2009.

SHEN, Y. T.; HWANG, Y. R. Development of a novel pneumatic hybrid engine. **International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering**, v. 6, n. 5, p. 5–25, 2012.

SHIGLEY, J. E.; UICKER, J. J. **Theory of machines and mechanisms**. 5. ed. Singapore: McGraw-Hill, 1988.

SMITH, M. C. Synthesis of mechanical networks: the inerter. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 47, n. 10, p. 1648–1662, 2002.

SODEN, P. D., ADEUEFA, B. A. Forces applied to a bicycle during normal cycling. **Journal Biomechanics**, v. 12. p.527-541, 1979.

SPAGNOL, P.; ALII, G.; SPELTA, C.; LISANTI, P.; TODESCHINI, F.; SAVARESI, S. M.; MORELLI, A. A full hybrid electric bike: how to increase human efficiency. In: American Control Conference, ACC2012, Montreal. **Proceedings ...** Montreal, Canadá, 2012, p. 2761-2766.

SPAGNOL, P.; CORNO, M.; MURA, R.; SAVARESI, S. M. Self-sustaining strategy for a hybrid electric bike. In: American Control Conference, ACC2013, Whashington. **Proceedings ...** Washington, USA, 2013, p. 3479-3484.

SPICER, J. B.; CHRISTOPHER, J. K.; RICHARDSON, M. J.; EHRLICH, J.; BERNSTEIN, J. R. On the efficiency of bicycle chain drives. **Technical Journal of the International Human Powered Vehicle Association**, n. 50, p. 3–9, 2000.

SUVIRE, G. O.; MERCADO, P. E. DSTATCOM with Flywheel Energy Storage System for wind energy applications: Control design and simulation. **Electric Power Systems Research**, v. 80, p. 345–353, 2010.

TAKAISHI, T., YASUDA, Y., MORITANI, T. Neuromuscular fatigue during prolonged pedalling exercise at different pedalling rates. **Eur. J. Appl. Physiol.**, v. 69, p. 154-158, 1994.

TAKAISHI, T.; YASUDA, Y.; ONO, T.; MORITANI, T. Optimal pedaling rate estimated from neuromuscular fatigue for cyclists. **Medicine and Science in Sports and Exercises**, v. 28, n. 12, p. 1492-1497, 1996.

TERN, B. Vektron: Tern Folding Bikes, 2017. Disponível em: <<https://www.ternbicycles.com/uk/bikes/471/vektron>>. Acesso em: 10 set. 2017.

TRAJKOVIC, S. **The pneumatic hybrid vehicle**: a new concept for fuel consumption reduction (Ph.D. thesis), Division of Combustion Engines, Department of Energy Sciences, Faculty of Engineering Lund University, Lund, Sweden, 2010.

TUSSET, A. M.; BUENO, A. M.; NASCIMENTO, C. B.; KASTER, M. S.; BALTHAZAR, J. M. Nonlinear state estimation and control for chaos suppression in MEMS resonator. **Shock and Vibration**, v. 20, n. 4, p. 749-761, 2013.

TUSSET, A. M.; PICCIRILLO, V.; BUENO, A. M.; BALTHAZAR, J. M.; SADO, D.; FÉLIX, J. L. P.; BRASIL, R. M. L. R. F. Chaos control and sensitivity analysis of a double pendulum arm excited by an RLC circuit based nonlinear shaker. **Journal of Vibration and Control**, v. 22, n. 17, p. 3621–3637, 2015.

VAN DER WOUDE, L. H. V; VEEGER, H. E. J; DALLMEIJER, A. J.; JANSSEN, T. W. J. ROZENDAAL, L. A. Biomechanics and physiology in active manual wheelchair propulsion. **Medical Engineering and Physics**, v. 23, n. 10, p. 713-733, 2001.

VOLT, B. Volt™: Pulse Hybrid E-bike, 2017. Disponível em: <<http://www.voltbikes.co.uk/pulse-hybrid-electric-bike.php>>. Acesso em: 10 set. 2017.

WANG, Y. W.; YOU, J. J.; SUNG, C. K.; HUANG, C. H. The Applications of piston type compressed air engines on motor vehicles. In: 37TH NATIONAL CONFERENCE ON THEORETICAL AND APPLIED MECHANICS & 1ST THE INTERNATIONAL CONFERENCE ON MECHANICS. **Journal Procedia Engineering**, v. 79, p. 61 – 65, 2014.

- WHITT, F. R; WILSON, D. G. **Bicycle Science**, 3. ed. Cambridge: MIT Press, 2004.
- WHITTY; A. G.; MURPHY, A. J.; A. J. COUTTS; M. L. WATSFORD. Factors associated with the selection of the freely chosen cadence in non-cyclists. **European Journal of Applied Physiology**, v. 106, n. 5, p. 705-712, 2009.
- WIENER, N. **Cybernetics: or control and communication in the animal and the machine**. Cambridge: MIT Press, 1948.
- XIANG, C.; DING, F.; WANG, W.; HE, W. Energy management of a dual-mode power-split hybrid electric vehicle based on velocity prediction and nonlinear model predictive control. **Applied Energy**, v.189, p. 640–653, 2017.
- YÁÑEZ, M. B. C.; FLORES, E. A. P.; SUÁREZ, P. A. N.; CERVANTES, G. S.; ROBLES, J. C. G. (2013). Simulación dinámica de una transmisión de variación continua. **Scientia et Technica**, v. 18, n. 1, p. 108-113, 2013.
- YU, Q.; CAI, M.; SHI, Y.; YUAN, C. A Dimensionless study on efficiency and speed characteristics of a compressed air engine. **Journal of Energy Resources Technology**, v. 137, p. 044501/1- 044501/9, 2015.
- YU, Q.; SHI, Y.; CAI, M. Working Characteristics of variable intake valve in compressed air Engine. **The Scientific World Journal**, v. 2014, p. 1-9, 2014.
- YU, Q.; SHI, Y.; CAI, M.; XU, W. Fuzzy logic speed control for the engine of an air-powered vehicle. **Advances in Mechanical Engineering**, v. 8, n.3, p. 1–11, 2016.
- ZHAO, P.; WANG, J.; DAI, Y. Capacity allocation of a hybrid energy storage system for power system peak shaving at high wind power penetration level. **Renewable Energy**, v. 75, p. 541-549, 2015.
- ZHENG, C.; XU, G.; XU, k.; PAN, Z.; LIANG, Q. An energy management approach of hybrid vehicles using traffic preview information for energy saving. **Energy Conversion and Management**, v. 105, p. 462–470, 2015.
- ZUKOVIC, M.; CVETICANIN, L.; MARETIC, R. Dynamics of the cutting mechanism with flexible support and non-ideal forcing. **Mechanism and Machine Theory**, v. 58, p. 1–12, 2012.

APÊNDICE A – SUMULA CURRICULAR

Disciplinas	Ano	Período Letivo	Carga		Freq	Conceito
			Créditos	Horária		
Controle de Sistemas Mecânicos	2015	1º Semestre	8	120	100	A
Introdução a Mecânica dos Meios Contínuos	2015	1º Semestre	8	120	93	B
Métodos Numéricos e Computacionais	2015	1º Semestre	8	120	100	A
Controle de Estruturas Flexíveis	2015	2º Semestre	8	120	100	A
Elementos Finitos Aplicado à Dinâmica Estrutural	2015	2º Semestre	8	120	100	A
Modelagem de sistemas mecanicos	2015	2º Semestre	8	120	100	A

Trabalhos publicados em evento internacional com arbitragem

ALVES, A. C.; TUSSET, A. M.; PICCIRILLO, V.; BALTHAZAR, J. M.; BUENO, A. M. Mathematical model and numerical simulations for control the connecting-rod crankshaft engine with compressed air. In: 23RD ABCM INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING/ INTERNATIONAL CONFERENCE ON NONLINEAR DYNAMICS, CHAOS, CONTROL AND APPLICATIONS TO ENGINEERING, COBEM 2015/ ICONE 2015, Rio de Janeiro. **Proceedings** ... Rio de Janeiro, Brazil, 2015 p. 1-8.

TUSSET, A. M.; SANTO, D. R.; ALVES, A. C.; BALTHAZAR, J. M.; PICCIRILLO, V.; BRASIL, R. M. L. R. Vibration control of a list system using magnetorheological damper. In: 23RD ABCM INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING/ INTERNATIONAL CONFERENCE ON NONLINEAR DYNAMICS, CHAOS, CONTROL AND APPLICATIONS TO ENGINEERING, COBEM 2015/ ICONE 2015, Rio de Janeiro. **Proceedings** ... Rio de Janeiro, Brazil, 2015 p. 1-8.

ALVES, A. C.; TUSSET, A. M.; BALTHAZAR, J. M.; ROCHA, R. T.; BUENO, A. M. On dynamic modeling of compressed air engine with connecting-rod-crank to control angular position of oscillating rotation. In: IMECE 2016 INTERNATIONAL MECHANICAL ENGINEERING CONGRESS & EXPOSITION, ASME, PHOENIX. **Proceedings** ... Phoenix, Arizona, USA, 2016, p. 1-10.

ALVES, A. C.; TUSSET, A. M.; BALTHAZAR, J. M.; ROCHA, R. T.; JANZEN, F. C. Compressed air engine with active control under pressure saturation in the control of oscillating rotation. In: XXXVII IBERO-LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING, CILAMCE 2016, ABMEC, Brasilia. **Proceedings** ... Brazil, 2016, p. 1-20.

Trabalho publicado em periódico internacional com arbitragem e classificação B1

ALVES, A. C.; TUSSET, A. M.; BALTHAZAR, J. M.; LIMA, J. F.; JANZEN, F. C.; ROCHA, R. T.; NABARRETE, A. SDRE control applied to the wheel speed of a compressed air engine with crank-connecting-rod mechanism. **Shock and Vibration**, v. 2017, p. 1-14, 2017. <https://doi.org/10.1155/2017/8340510>

APÊNDICE B – Protótipo exploratório do veículo com controle passivo do ar

Para esse trabalho avançar se necessita avançar com o experimento exploratório que foi utilizado para testes preliminares de forma passiva e com pouco processo de instrumentação e que pode ser verificado na figura abaixo.



Figura 88 – Montagem do experimento exploratório passivo do sistema veicular bicicleta híbrida

A continuidade desse trabalho passa pela solução mecânica do sistema de simulação do solo e que nesse estudo inicial teve problemas de travamento nos guias das rodas, apresentando-se fases em que se prendia e soltava a roda em relação ao piso simulado. Após o projeto e a validação das soluções funcionais no protótipo necessita-se desenvolver o projeto de instrumentos e sistema para aquisição de dados experimentais que envolvem problemas com a compressibilidade do ar e atraso nas respostas (*time delay*) físicas.

ANEXO A – Controle ótimo SDRE realimentado para sistemas não lineares

A primeira parte deste ANEXO A se apresenta como um conteúdo transluído de Molter (2008) da seção 3.5 que se subdivide nas subseções 3.5.1 e 3.5.2, páginas 49 a 57, como segue.

3.5 Controle com realimentação

Controle com realimentação é um mecanismo básico pelo qual sistemas dinâmicos mantêm seu equilíbrio. Por exemplo, uma mudança na temperatura do corpo de meio grau geralmente é um sinal de doença, assim, o equilíbrio da temperatura é mantido pelo uso de controle com realimentação [Wiener, 1948].

Pode ser definido como controle realimentado o uso de sinais de diferença, determinados pela comparação dos valores atuais das variáveis do sistema com os valores desejados, como um meio de controlar o sistema [Schmid e Rafikov, 2005]. Um exemplo cotidiano de um sistema de controle com realimentação é o controle da velocidade de um automóvel o qual usa a diferença da velocidade atual e a velocidade desejada para variar a taxa de fluxo de combustível.

3.5.1 Problema de síntese linear realimentado

O problema do controle ótimo do sistema linear

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}_e(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_e(t)\mathbf{u}(t), \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_e\mathbf{x}, \\ \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}_0,\end{aligned}\tag{3.24}$$

minimizando o funcional na forma quadrática

$$\mathbf{J}[\mathbf{u}] = \int_0^{t_f} \mathbf{x}^T(t)\mathbf{Q}_e(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}_e(t)\mathbf{u}dt.\tag{3.25}$$

chama-se o problema do regulador ótimo linear com funcional quadrático. Neste problema $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n$ é o vetor do estado, $\mathbf{u} \in \mathfrak{R}^m$ é o vetor do controle, $\mathbf{A}_e \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ é matriz de estado, $\mathbf{B}_e \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ é a matriz de controle, \mathbf{C}_e é a matriz de saída do sistema, $\mathbf{Q}_e \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ é matriz de pesos semi definida positiva, $\mathbf{R}_e \in \mathfrak{R}^{m \times m}$ é definida positiva.

Se t_f é finito, então o problema (3.24 - 3.25) é chamado *problema linear- quadrático do controle ótimo com horizonte finito*. Neste caso todas as matrizes podem depender do tempo. Se $t_f = \infty$, todas as matrizes são constantes, e o problema (3.24 - 3.25) é chamado *problema linear-quadrático do controle ótimo com horizonte infinito*, ou *regulador com tempo infinito* ou ainda *regulador linear-quadrático*.

Este problema pode ser resolvido através da Programação Dinâmica [Bellman, 1957]. A equação de Hamilton-Jacobi-Bellman para o problema (3.24 - 3.25) tem a seguinte forma:

$$\min_{\mathbf{u}(t)} \left[\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\text{grad} \mathbf{V})^T (\mathbf{A}_e(t)\mathbf{x} + \mathbf{B}_e(t)\mathbf{u}) + \mathbf{x}^T \mathbf{Q}_e(t)\mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R}_e(t)\mathbf{u} \right] = 0, \quad (3.26)$$

onde o vetor

$$\text{grad} \mathbf{V} = \left[\frac{\partial V}{\partial x_1} \quad \frac{\partial V}{\partial x_2} \quad \dots \quad \frac{\partial V}{\partial x_n} \right]^T.$$

Procura-se a solução da equação de Hamilton-Jacobi-Bellman (3.26) na forma da função de Lyapunov:

$$\mathbf{V}(x, t) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{P}_e(t) \mathbf{x}, \quad (3.27)$$

onde $\mathbf{P}_e(t)$ é a matriz a determinar.

Admitindo que $\text{grad} \mathbf{V} = \mathbf{P}_e(t)\mathbf{x}$, da condição do mínimo de (3.26), $\frac{\partial[\dots]}{\partial \mathbf{u}} = 0$, onde [...] é o que está em colchetes na equação (3.26), obtemos o controle ótimo:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{R}_e^{-1}(t)\mathbf{B}_e^T(t)\mathbf{P}_e(t)\mathbf{x}, \quad (3.28)$$

Substituindo \mathbf{u} na equação (3.26) pelo controle (3.28) e admitindo que a matriz $\mathbf{P}_e(t)$ é simétrica, obtém-se a equação para encontrar $\mathbf{P}_e(t)$:

$$\mathbf{x}^T \left[\frac{\partial \mathbf{P}_e(t)}{\partial t} + 2\mathbf{A}_e(t) - 2\mathbf{P}_e(t)\mathbf{B}_e(t)\mathbf{R}_e^{-1}(t)\mathbf{B}_e^T(t)\mathbf{P}_e(t) + \mathbf{Q}_e(t) + \mathbf{P}_e(t)\mathbf{B}_e(t)\mathbf{R}_e^{-1}(t)\mathbf{B}_e^T(t)\mathbf{P}_e(t) \right] \mathbf{x}. \quad (3.29)$$

Esta equação é satisfeita para quaisquer valores de \mathbf{x} se, e somente se, a matriz $\mathbf{P}_e(t)$ satisfaz a seguinte equação diferencial de Riccati:

$$\frac{d\mathbf{P}_e(t)}{dt} + \mathbf{A}_e^T(t)\mathbf{P}_e(t) + \mathbf{P}_e(t)\mathbf{A}_e(t) - \mathbf{P}_e(t)\mathbf{B}_e(t)\mathbf{R}_e^{-1}(t)\mathbf{B}_e^T(t)\mathbf{P}_e(t) + \mathbf{Q}_e(t) = 0. \quad (3.30)$$

Por definição $\mathbf{V}(x, t_f) = 0$, então a condição final para a equação (3.30) é

$$\mathbf{P}_e(t_f) = 0. \quad (3.31)$$

Para sistemas autônomos as matrizes \mathbf{A}_e , \mathbf{B}_e , \mathbf{Q}_e e \mathbf{R}_e são constantes

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_e \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_e \mathbf{u}(t), \quad (3.32)$$

$$\mathbf{J}[\mathbf{u}] = \int_0^{\infty} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}_e \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}_e \mathbf{u}(t) dt. \quad (3.33)$$

e para $t_f = \infty$ a função $\mathbf{V}(x)$ não depende do tempo. A equação (3.28) torna-se equação algébrica de Riccati

$$\mathbf{A}_e^T \mathbf{P}_e + \mathbf{P}_e \mathbf{A}_e - \mathbf{P}_e \mathbf{B}_e \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{B}_e^T \mathbf{P}_e + \mathbf{Q}_e = 0. \quad (3.34)$$

Neste caso a lei do controle ótimo

$$\mathbf{u} = -\mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{B}_e^T \mathbf{P}_e \mathbf{x} \quad (3.35)$$

fornece mínimo ao funcional (3.33)

$$\mathbf{J}_0 = \int_0^{\infty} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}_e \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}_e \mathbf{u}(t) dt, \quad (3.36)$$

calculado nas trajetórias ótimas do sistema (3.32) e fornece estabilidade assintótica ao sistema (3.32) se o valor de \mathbf{J}_0 é finito. A estabilidade assintótica do sistema (3.32) é assegurada através da condição suficiente para o mínimo dada pela positividade das matrizes \mathbf{Q}_e e \mathbf{R}_e , ou seja,

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial^2 \mathbf{x}} & \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial \mathbf{x} \partial \mathbf{u}} \\ \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial \mathbf{x} \partial \mathbf{u}} & \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial^2 \mathbf{u}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_e & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_e \end{bmatrix} > \mathbf{0}, \quad (3.37)$$

onde \mathbf{H} é o Hamiltoniano do problema de controle ótimo (3.24) e (3.25).

A condição suficiente para que o valor de \mathbf{J}_0 seja finito é a controlabilidade completa para matrizes \mathbf{A}_e e \mathbf{B}_e . Isto significa que a matriz de controlabilidade

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_e & \mathbf{A}_e \mathbf{B}_e & \dots & \mathbf{A}_e^{n-1} \mathbf{B}_e \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

não pode ser singular, ou seja, conter n colunas linearmente independentes. Neste caso

$$\text{posto} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_e & \mathbf{A}_e \mathbf{B}_e & \dots & \mathbf{A}_e^{n-1} \mathbf{B}_e \end{bmatrix} = n. \quad (3.39)$$

3.5.2 Controle ótimo com realimentação para sistemas não-lineares usando equações de Riccati dependentes do estado

Um problema de controle ótimo na forma (3.24) e (3.25), para um sistema com os coeficientes das matrizes de estado, dependentes do estado e horizonte infinito, pode ser formulado da seguinte forma [Mracek e Cloutier, 1998]: minimizar o funcional de custo

$$\mathbf{J}[\mathbf{u}] = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} \mathbf{x}^T \mathbf{Q}_e(x) \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R}_e(x) \mathbf{u} dt \quad (3.40)$$

em relação ao estado \mathbf{x} e o controle \mathbf{u} , sujeito ao sistema de restrições não-lineares

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(x) + \mathbf{B}_e(x) \mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_e(x) \mathbf{x}, \end{aligned} \quad (3.41)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0,$$

onde $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n$, $\mathbf{u} \in \mathfrak{R}^m$ e $\mathbf{y} \in \mathfrak{R}^s$ (\mathfrak{R}^s é a dimensão do vetor de saída do sistema). $\mathbf{Q}_e(x) \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ é matriz de pesos semidefinida positiva e $\mathbf{R}_e(x) \in \mathfrak{R}^{m \times m}$ é definida positiva.

A aproximação pelas equações de Riccati dependentes do estado (SDRE), para resolver o problema de controle subótimo(3.40) e (3.41) se dá por:

1- usar parametrização direta para transformar a dinâmica não-linear do estado em matrizes de coeficientes dependentes do estado (SDC), obtem-se

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_e(x) \mathbf{x} + \mathbf{B}_e(x) \mathbf{u}, \quad (3.42)$$

com $\mathbf{f}(x) = \mathbf{A}_e(x) \mathbf{x}$. Em geral, $\mathbf{A}_e(x)$ é unica somente se x for escalar [Banks et al., 2007]. Se pode consider, como um exemplo ilustrativo, um caso multivariável $f(x) = [x_2, x_1^3]^T$. A parametrização óbvia para os coeficientes dependentes do estado (SDC) é

$$\mathbf{A}_1(x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ x_1^2 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.43)$$

porém é possível encontrar outras parametrizações como

$$\mathbf{A}_2(x) = \begin{bmatrix} x_2/x_1 & 0 \\ x_1^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.44)$$

pela multiplicação e divisão de cada componente de $f(x)$ por x_1 . Uma outra parametrização ainda pode ser obtida adicionando e subtraindo o termo x_1x_2 de $f(x)$

$$\mathbf{A}_3(x) = \begin{bmatrix} -x_2 & 1 + x_1 \\ x_1^2 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.45)$$

De fato há um número infinito de parametrizações para os coeficientes dependentes do estado. Isto é verdadeiro desde que existam ao menos duas parametrizações para todo $0 \leq \alpha \leq 1$ satisfazendo

$$\alpha A_1(x)x + (1 - \alpha)A_2(x)x = \alpha f(x) + (1 - \alpha)f(x) = f(x). \quad (3.46)$$

A escolha das parametrizações a serem feitas deve ser apropriada, de acordo com o sistema de controle de interesse. Um fator importante para esta escolha é não violar a controlabilidade do sistema, ou seja, a matriz de controlabilidade dependente do estado $\begin{bmatrix} \mathbf{B}_e(x) & \mathbf{A}_e(x)\mathbf{B}_e(x) & \dots & \mathbf{A}_e^{n-1}(x)\mathbf{B}_e(x) \end{bmatrix}$ ter posto completo.

2- resolver a equação de Riccati dependente do estado [Banks et al., 2007]

O hamiltoniano para o problema de controle ótimo (3.40) e (3.41) é dado por

$$\mathbf{H}(x, u, \lambda) = \frac{1}{2}(\mathbf{x}^T \mathbf{Q}_e(x) \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R}_e(x) \mathbf{u}) + \lambda^T (\mathbf{A}_e(x) \mathbf{x} + \mathbf{B}_e(x) \mathbf{u}). \quad (3.47)$$

Do Hamiltoniano, as condições necessárias para o controle ótimo são dadas por

$$\dot{\lambda} = -\mathbf{Q}_e(x) \mathbf{x} - \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \frac{\partial \mathbf{Q}_e(x)}{\partial x} \mathbf{x} - \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{R}_e(x)}{\partial x} \mathbf{u} - \left[\frac{\partial (\mathbf{A}_e(x) \mathbf{x})}{\partial x} \right]^T \lambda - \left[\frac{\partial (\mathbf{B}_e(x) \mathbf{u})}{\partial x} \right]^T \lambda, \quad (3.48)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_e(x) \mathbf{x} + \mathbf{B}_e(x) \mathbf{u}, \quad (3.49)$$

$$0 = \mathbf{R}_e(x) \mathbf{u} + \mathbf{B}_e(x) \lambda. \quad (3.50)$$

Denotando \mathbf{A}_i a i -linha de $\mathbf{A}_e(x)$ e \mathbf{B}_i a i -linha de $\mathbf{B}_e(x)$. Os termos de derivada

parcial, na forma matricial são

$$\frac{\partial(\mathbf{A}_e(x)\mathbf{x})}{\partial x} = \mathbf{A}_e(x) + \frac{\partial(\mathbf{A}_e(x))}{\partial x}\mathbf{x} = \mathbf{A}_e(x) + \begin{bmatrix} \frac{\partial\mathbf{A}_1}{\partial x_1}\mathbf{x} & \dots & \frac{\partial\mathbf{A}_1}{\partial x_n}\mathbf{x} \\ \dots & \ddots & \dots \\ \frac{\partial\mathbf{A}_n}{\partial x_1}\mathbf{x} & \dots & \frac{\partial\mathbf{A}_n}{\partial x_n}\mathbf{x} \end{bmatrix}, \quad (3.51)$$

e

$$\frac{\partial(\mathbf{B}_e(x)\mathbf{u})}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial\mathbf{B}_1}{\partial x_1}\mathbf{u} & \dots & \frac{\partial\mathbf{B}_1}{\partial x_n}\mathbf{u} \\ \dots & \ddots & \dots \\ \frac{\partial\mathbf{B}_n}{\partial x_1}\mathbf{u} & \dots & \frac{\partial\mathbf{B}_n}{\partial x_n}\mathbf{u} \end{bmatrix}, \quad (3.52)$$

O co-estado é assumido na forma $\lambda = \mathbf{P}_e(x)\mathbf{x}$, que tem dependência do estado. Usando esta forma do co-estado, da equação (3.50) obtém-se o controle realimentado

$$\mathbf{u} = -\mathbf{R}_e^{-1}(x)\mathbf{B}_e^T(x)\mathbf{P}_e(x)\mathbf{x}. \quad (3.53)$$

Substituindo este controle na equação (3.49) tem-se

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_e(x)\mathbf{x} - \mathbf{B}_e(x)\mathbf{R}_e^{-1}(x)\mathbf{B}_e^T(x)\mathbf{P}_e(x)\mathbf{x}. \quad (3.54)$$

Para encontrar o valor da função $\mathbf{P}_e(x)$ diferencia-se $\lambda = \mathbf{P}_e(x)\mathbf{x}$ no tempo ao longo da trajetória

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= \dot{\mathbf{P}}_e(x)\mathbf{x} + \mathbf{P}_e(x)\dot{\mathbf{x}} \\ &= \dot{\mathbf{P}}_e(x)\mathbf{x} + \mathbf{P}_e(x)\mathbf{A}_e(x)\mathbf{x} - \mathbf{P}_e(x)\mathbf{B}_e(x)\mathbf{R}_e^{-1}(x)\mathbf{B}_e^T(x)\mathbf{P}_e(x)\mathbf{x}, \end{aligned} \quad (3.55)$$

onde é usada a notação $\dot{\mathbf{P}}_e(x) = \sum_{i=1}^n P_{x_i}(x)\dot{x}_i(t)$.

Substituindo a equação (3.55) na primeira condição necessária do controle ótimo, equação (3.48), referente à $\dot{\lambda}$, obtém-se

$$\begin{aligned} &\dot{\mathbf{P}}_e(x)\mathbf{x} + \mathbf{P}_e(x)\mathbf{A}_e(x)\mathbf{x} - \mathbf{P}_e(x)\mathbf{B}_e(x)\mathbf{R}_e^{-1}(x)\mathbf{B}_e^T(x)\mathbf{P}_e(x)\mathbf{x} \\ &= -\mathbf{Q}_e(x)\mathbf{x} - \frac{1}{2}\mathbf{x}^T \frac{\partial\mathbf{Q}_e(x)}{\partial x}\mathbf{x} - \frac{1}{2}\mathbf{u}^T \frac{\partial\mathbf{R}_e(x)}{\partial x}\mathbf{u} \\ &- \left[\mathbf{A}_e(x) + \frac{\partial(\mathbf{A}_e(x))}{\partial x}\mathbf{x} \right]^T \mathbf{P}_e(x)\mathbf{x} - \left[\frac{\partial(\mathbf{B}_e(x)\mathbf{u})}{\partial x} \right]^T \mathbf{P}_e(x)\mathbf{x}, \end{aligned} \quad (3.56)$$

Colocando os termos de uma maneira mais adequada, tem-se

$$\begin{aligned} & \dot{\mathbf{P}}_e(x)\mathbf{x} + \frac{1}{2}\mathbf{x}^T \frac{\partial \mathbf{Q}_e(x)}{\partial x} \mathbf{x} + \frac{1}{2}\mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{R}_e(x)}{\partial x} \mathbf{u} + \\ & \mathbf{x}^T \left[\frac{\partial (\mathbf{A}_e(x))}{\partial x} \right]^T \mathbf{P}_e(x)\mathbf{x} + \left[\frac{\partial (\mathbf{B}_e(x)\mathbf{u})}{\partial x} \right]^T \mathbf{P}_e(x)\mathbf{x} + \\ & [\mathbf{P}_e(x)\mathbf{A}_e(x) + \mathbf{A}_e^T(x)\mathbf{P}_e(x) - \mathbf{P}_e(x)\mathbf{B}_e(x)\mathbf{R}_e^{-1}(x)\mathbf{B}_e^T(x)\mathbf{P}_e(x) + \mathbf{Q}_e(x)] \mathbf{x} = 0, \end{aligned} \quad (3.57)$$

Assumindo que $\mathbf{P}_e(x)$ é solução da equação de Riccati dependente do estado (SDRE), dada por

$$\mathbf{P}_e(x)\mathbf{A}_e(x) + \mathbf{A}_e^T(x)\mathbf{P}_e(x) - \mathbf{P}_e(x)\mathbf{B}_e(x)\mathbf{R}_e^{-1}(x)\mathbf{B}_e^T(x)\mathbf{P}_e(x) + \mathbf{Q}_e(x) = 0, \quad (3.58)$$

então a seguinte condição necessária de otimalidade precisa ser satisfeita

$$\begin{aligned} & \dot{\mathbf{P}}_e(x)\mathbf{x} + \frac{1}{2}\mathbf{x}^T \frac{\partial \mathbf{Q}_e(x)}{\partial x} \mathbf{x} + \frac{1}{2}\mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{R}_e(x)}{\partial x} \mathbf{u} + \\ & \mathbf{x}^T \left[\frac{\partial (\mathbf{A}_e(x))}{\partial x} \right]^T \mathbf{P}_e(x)\mathbf{x} + \left[\frac{\partial (\mathbf{B}_e(x)\mathbf{u})}{\partial x} \right]^T \mathbf{P}_e(x)\mathbf{x} = 0. \end{aligned} \quad (3.59)$$

Esta é uma condição de otimalidade que satisfaz a solução do controle subótimo localmente. No tempo infinito, no caso padrão do Regulador linear quadrático (com matrizes de peso do funcional com coeficientes constantes) verifica-se que esta equação é localmente satisfeita.

3 - *construir o controle não-linear realimentado* [Banks et al., 2007]

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= -\mathbf{S}_e(x)\mathbf{x}, \\ \mathbf{S}_e(x) &= \mathbf{R}_e^{-1}(x)\mathbf{B}_e^T(x)\mathbf{P}_e(x). \end{aligned} \quad (3.60)$$

Para alguns casos especiais, como sistemas com pouca dependência do estado ou com poucas variáveis de estado, a equação (3.58) pode ser resolvida de forma analítica [Shawky et al., 2007]. Por outro lado, uma solução numérica pode ser obtida com uma taxa de amostragem suficientemente grande. Uma aproximação, com estabilidade local, do sistema de malha fechada é resultado do uso da técnica das equações de Riccati dependentes do estado, não-lineares.

Lema: Para uma parametrização dos coeficientes dependentes do estado $\mathbf{A}_e(x)\mathbf{x}$, $\mathbf{A}_e(0)$ é a linearização de $f(x)$ sobre o zero equilíbrio.

Prova: sejam $\mathbf{A}_1(x)$ e $\mathbf{A}_2(x)$ duas parametrizações distintas de $f(x)$ e seja $\tilde{\mathbf{A}}(x) = \mathbf{A}_1(x) - \mathbf{A}_2(x)$. Então $\tilde{\mathbf{A}}(x)\mathbf{x} = 0$ para todo x e

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}(x)\mathbf{x}}{\partial x} = \tilde{\mathbf{A}}(x) + \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}(x)}{\partial x}\mathbf{x} = 0. \quad (3.61)$$

Como o segundo termo do lado direito é zero em $x = 0$ segue que $\tilde{\mathbf{A}}(x) = 0$. Isto implica que $\mathbf{A}_1(0) = \mathbf{A}_2(0)$. Portanto, a parametrização avaliada em zero é única. Sem perder a generalidade, considere uma parametrização dada por $\mathbf{A}_1(x)$. A linearização do sistema é dada por

$$\dot{\mathbf{z}} = \nabla f(0)\mathbf{z}, \quad (3.62)$$

mas

$$\nabla f(x) = \mathbf{A}_1(x) + \frac{\partial \mathbf{A}_1(x)}{\partial x}\mathbf{x}, \quad (3.63)$$

logo $\nabla f(0) = \mathbf{A}_1(0)$, a qual foi mostrada ser a única para todas as parametrizações.

É assumido que existe solução da SDRE para todo x na vizinhança da origem considerada. Então, naturalmente, o par $(\mathbf{A}_e(x), \mathbf{B}_e(x))$ é uma parametrização estabilizável. Uma consequência lógica é que a solução existe em $x = 0$ e que $\mathbf{P}_0 = \mathbf{P}_e(0)$ é solução do sistema de equações algébricas de Riccati (3.34).

Teorema 3 [Mracek e Cloutier, 1998]: Assume-se que a parametrização dos coeficientes dependentes do estado seja escolhida de forma que a coluna $\mathbf{A}_e(x) \in C^1$ em torno da vizinhança sobre a origem e que os pares $(\mathbf{A}_e(x), \mathbf{B}_e(x))$ e $(\mathbf{C}_e(x), \mathbf{A}_e(x))$ sejam, no sentido linear para todo x pertencente a vizinhança sobre a origem, ponto a ponto, estabilizáveis e detectáveis, respectivamente. Então o regulador não-linear SDRE produz uma solução em malha fechada que é localmente e assintoticamente estável. A Prove deste teorema encontra-se no anexo.

Segundo [Mracek e Cloutier, 1998], um fator importante do método SDRE é que ele não cancela os benefícios que podem provir das não-linearidades do sistema dinâmico. A razão para isto pode ser que ele não exige nenhuma inversão dinâmica e nem linearizações na realimentação do sistema não-linear.

O procedimento para aplicar o método SDRE num sistema dinâmico é o seguinte [Shawky et al., 2007]

Passo1 - Transformar o sistema dinâmico em espaço de estados e parametrizar o modelo na forma de coeficientes dependentes do estado.

Passo2 - Mensurar o estado do sistema $\mathbf{x}(t)$, aplicar as condições iniciais.

Passo3 - Para um dado estado inicial, resolver as equações de Riccati dependentes do estado.

Passo4 - Calcular o sinal de entrada através da equação dada por \mathbf{u} .

Passo5 - Assumir o valor da saída do sistema como o novo valor inicial e repetir o procedimento para mensurar o próximo valor do estado, isto é, voltar ao passo 3.

Passo6 - Repetir até o critério de parada adotado ser alcançado. Fim.

A segunda parte deste **ANEXO A** se apresenta a seguir como sendo outro conteúdo transluído de Molter (2008) da seção de **ANEXOS**, relativo ao tópico **Teorema 3** (apud MRACEK; CLOUTIER, 1998), páginas 118 a 119 e que foi citado no conteúdo acima.

Teorema 3

[Mracek e Cloutier, 1998]

Prova - A solução em malha fechada é dada por

$$\dot{\mathbf{x}} = [\mathbf{A}_e(x) + \mathbf{B}_e(x)\mathbf{R}_e^{-1}(x)\mathbf{B}_e^T(x)\mathbf{P}_e(x)] \mathbf{x} = [\mathbf{A}_c(x)] \mathbf{x}. \quad (7.30)$$

É assegurada, da teoria das equações de Riccati, que a matriz $\mathbf{A}_c(x)$ é estável em todos os pontos x . Assumi-se que a solução $\mathbf{P}_e(x) \in C_1$ e portanto coluna $\mathbf{A}_c(x) \in C_1$. Aplicando o teorema do valor médio para $\mathbf{A}_c(x)$ tem-se (denotando coluna $\mathbf{A}_c(x) = \text{col}(\mathbf{A}_c(x))$)

$$\text{col}^j(\mathbf{A}_c(x)) = \text{col}^j(\mathbf{A}_c(0)) + \frac{\partial \text{col}^j(\mathbf{A}_c(z_j))}{\partial x} \mathbf{x}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (7.31)$$

onde o vetor z_j é o ponto no segmento de linha unindo a origem e x , produzindo a igualdade na j -ésima equação de (7.31). Substituindo (7.31) em $\text{col}(\mathbf{A}_c(x))$ na equação (7.30) produz

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_c(0)\mathbf{x} + \left[\frac{\partial \text{col}^1(\mathbf{A}_c(z_1))}{\partial x} \mathbf{x}; \frac{\partial \text{col}^2(\mathbf{A}_c(z_2))}{\partial x} \mathbf{x}; \dots; \frac{\partial \text{col}^n(\mathbf{A}_c(z_n))}{\partial x} \mathbf{x} \right] \mathbf{x} \\ &= \mathbf{A}_c(0)\mathbf{x} + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_i x_j \frac{\partial \text{col}^j(\mathbf{A}_c(z_j))}{\partial x}. \end{aligned} \quad (7.32)$$

Multiplicando e dividindo o segundo termo em (7.32) por $\|x\|$ e definindo

$$\psi(x, z_1, z_2, \dots, z_n) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \frac{x_i x_j}{\|x\|} \frac{\partial \text{col}^i(\mathbf{A}_c(z_j))}{\partial x}. \quad (7.33)$$

Isso produz

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_c(0)\mathbf{x} + \psi(x, z_1, z_2, \dots, z_n) \|x\|, \quad (7.34)$$

onde pode ser usada a propriedade dos sistemas lineares

$$\lim_{\|x\| \rightarrow 0} \psi(x, z_1, z_2, \dots, z_n) = 0. \quad (7.35)$$

Na vizinhança em torno da origem, o termo linear que tem matriz de coeficientes constantes e estáveis dominam sobre os termos de alta ordem, produzindo estabilidade local assintótica.