





Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

28

TESE DE DOUTORAMENTO

IFT-T.005/94

Efeitos Não-Locais sobre a Fusão de Íons Pesados a
Energias abaixo da Barreira Coulombiana

Marco Antônio Cândido Ribeiro

Orientador

Prof. Dr. Diógenes Galetti



Novembro 1994

Os homens de outrora eram grandes e belos (agora são crianças e anões), mas esse fato é apenas um dos muitos que testemunham a desventura de um mundo que vai envelhecendo. A juventude não quer aprender mais nada, a ciência está em decadência, o mundo inteiro caminha de cabeça para baixo, cegos conduzem outros cegos e os fazem precipitar-se nos abismos, os pássaros se lançam antes de alçar vôo, o asno toca lira, os bois dançam. Maria não ama mais a vida contemplativa e Marta não ama mais a vida ativa, Lia é estéril, Raquel têm olhos lúbricos, Catão frequenta os lupanares, Lucrecio vira mulher. Tudo está desviado do próprio caminho. Sejam dadas graças a Deus por eu naqueles tempos ter adquirido de meu mestre a vontade de aprender e o sentido do caminho reto, que se conserva mesmo quando o atalho é tortuoso.

Umberto Eco

O nome da rosa

Introdução

Este trabalho tem como objetivo principal apresentar uma análise crítica e detalhada sobre o tema em questão, abordando os aspectos teóricos e práticos envolvidos.

A metodologia utilizada para a realização deste estudo foi baseada em pesquisas bibliográficas e em dados empíricos coletados durante o desenvolvimento do projeto.

Os resultados obtidos ao longo do processo de investigação indicam que há uma forte correlação entre as variáveis analisadas, o que sugere a necessidade de novas pesquisas para aprofundar os conhecimentos sobre o assunto.

Conclui-se que a compreensão dos fenômenos estudados é essencial para a formulação de políticas públicas e para a tomada de decisões estratégicas em diversos setores da sociedade.

Espera-se que este trabalho contribua para o avanço da discussão acadêmica e para a prática profissional relacionada ao tema.

Por fim, gostaria de agradecer aos meus familiares e amigos pelo apoio e incentivo durante todo o processo de elaboração deste trabalho, bem como aos professores que me orientaram e ensinaram ao longo da minha trajetória acadêmica.

Este trabalho foi desenvolvido sob a supervisão do professor Dr. [Nome], cuja orientação e sabedoria foram fundamentais para a conclusão deste estudo. Agradeço também aos colegas de turma pelo companheirismo e pelas trocas de ideias durante o curso.

Este trabalho foi elaborado com o auxílio de ferramentas de pesquisa e de software de edição de texto, sendo todas as fontes devidamente citadas no corpo do texto.

Por fim, gostaria de agradecer a todos que contribuíram para a realização deste trabalho.

Dedicado a Elizeini, Márcio e Monique.

Agradecimentos

Meu sentimento de gratidão ao Prof. Dr. Díogenes Galetti é simbolizado pelo texto que aparece no início desta tese.

À minha família pelo apoio irrestrito.

Aos Profs. Drs. L. C. Chamon e D. Pereira, cujas participações na fase final deste trabalho tornaram possível a inclusão do capítulo 5 nesta tese.

À colega C. P. Silva por me ceder dados experimentais de fusão antes de publica-los.

Aos colegas do IFT, pelas muitas madrugadas compartilhadas.

Ao Prof. Dr. P. R. Pascholati por me ceder muitos dados experimentais sobre fusão de íons pesados.

Aos Profs. Drs. A. F. R. Toledo Piza, P. R. Gomes, L. F. Canto e R. Donangelo pelas sugestões valiosas em diversas partes deste trabalho.

Aos funcionários do IFT pela inestimável ajuda no dia a dia do trabalho.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

Resumo

Apresentamos um tratamento quântico que inclui efeitos não-locais para um cálculo da seção de choque de fusão de íons pesados. Este tratamento utiliza o formalismo de Weyl-Wigner e o método de integração funcional de Feynman que nos permitem calcular o fator de transmissão modificado. Mostramos como os efeitos não-locais são responsáveis por um aumento da seção de choque de fusão quando comparada com cálculos locais. Discutimos também como contribuem os efeitos não-locais e o acoplamento de canais, num modelo simples, para a seção de choque de fusão. Mostramos nesse caso o caráter diferente das duas contribuições. Finalmente, resolvendo uma equação de Schrödinger com um potencial ótico local equivalente, verificamos a qualidade das aproximações do modelo de partida. Neste caso também estudamos o espalhamento elástico de íons pesados.

Palavras-Chaves: Não Localidade, Íons Pesados, Fusão, Espalhamento Elástico, Barreira Coulombiana.

Área de Conhecimento: 1.05.04.03-6

Abstract

A quantum treatment including nonlocal effects is presented which allows us to calculate heavy ion fusion cross sections. This treatment includes both the Weyl-Wigner formalism and the Feynman path integral approach and as an important result we obtain a modified transmission factor. We show how the nonlocal effects contribute to an enhancement of the calculated fusion cross sections when compared to the results of the local calculations. The contributions from the nonlocal effects and the channel couplings to the heavy ion fusion cross sections are discussed in a simple model, in which the different character of those contributions are explicitly exhibited. Finally, by solving a Schrödinger equation with an equivalent local optical potential, we compare these results with those obtained using our initial model. The elastic scattering is also discussed in the case of the equivalent local optical potential.

Key Words: Nonlocality, Heavy Ions, Fusion, Elastic Scattering, Coulomb Barrier.

Índice

Introdução	1
1 Fusão de Íons Pesados em Energias Abaixo da Barreira Coulombiana	6
1.1 Teoria Clássica	7
1.2 Tunelamento Quântico	8
1.3 Potenciais Nucleares	14
1.4 Influências de Graus Internos de Liberdade	18
1.5 O Método de Canais Acoplados	20
1.6 O Problema de Dois Canais	22
1.7 Acoplamentos a Canais Inelásticos	23
1.8 Reações com Ondas Parciais	26
1.9 Sistemática de Fusão de Íons Pesados Próxima a Barreira Coulombiana	26
1.10 Sumário	28
2 Efeitos Não-Locais Sobre o Tunelamento Quântico	36
2.1 O Propagador no Espaço de Fase	37
2.2 O Propagador Semiclássico	43
2.3 Aplicação ao Tunelamento Quântico	45
2.4 Sumário	48
3 Efeitos Não-Locais na Seção de Choque de Fusão Núcleo-Núcleo	50
3.1 Efeitos Não-Locais na Seção de Choque de Fusão Núcleo-Núcleo	51
3.2 O Valor do Alcance da Não Localidade	57
3.3 Aplicação à Sistemas com $A \sim 60$	59

3.4	Sumário	62
4	Uma Comparação Entre Efeitos Não-Locais e Canais Acoplados	64
4.1	Canais Acoplados e Efeitos Não-Locais	64
4.2	O Modelo de Dois Canais	70
4.3	Aplicação ao Sistema $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$	71
4.4	Sumário	74
5	Uma Equação de Onda com Efeitos Não-Locais	76
5.1	Equação de Onda com Efeitos Não-Locais	77
5.2	Aplicação ao Sistema $^{16}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$	81
5.3	Sumário	86
6	Sinopse	92
	Referências Bibliográficas	94

Introdução

A física de íons pesados é um dos campos mais ricos e excitantes da física nuclear. Esta área da física trata de fenômenos que ocorrem quando dois núcleos se aproximam de tal maneira que as forças nucleares que mantêm juntos os prótons e nêutrons dentro de um dos núcleos começa a ser sentida pelo outro núcleo. Sua aplicação alcança situações extremas tais como a descrição de reações nucleares ocorrendo no interior de pacatas estrelas[1], como o nosso sol, até a investigação do plasma de quark-gluon que deverá ocorrer em colisões de íons pesados a energias ultra-relativísticas no interior de grandes aceleradores[2].

Durante muitos anos, um dos maiores interesses nesta área foi centrado no estudo de núcleos por meio de sondas, principalmente íons leves tais como prótons, deuteron e partículas alfas, que os excitam numa tal maneira que é possível obter uma descrição detalhada dos núcleos próximos a seus estados fundamentais. Estas investigações revelaram uma rica variedade de fenômenos manifestada pelos sistemas de muitos corpos nucleares.

Quando as colisões são entre íons pesados, uma grande diversidade de fenômenos pode ocorrer. Por exemplo, quando há um “encontro suave” no qual os dois núcleos mantêm suas identidades, pode-se estudar a interação entre graus internos de liberdade dos dois núcleos. Por outro lado, há colisões em que os dois núcleos experimentam um contato “mais íntimo” do qual emerge um único sistema nuclear composto que pode ser visto como um novo núcleo em um alto estado de excitação. Os processos de fusão são incluídos neste último exemplo.

Fusão é um processo que têm uma grande importância em reações envolvendo íons pesados em energias de bombardeio no entorno da barreira. Durante a colisão de dois núcleos que culmina em um único sistema composto, toda a energia cinética e momento angular

orbital que estão no canal de entrada, são transformados respectivamente em energia de excitação e spin do sistema fundido. O processo de fusão recebe uma particular atenção de teóricos e experimentais da área. Isto se deve em parte tanto às novas informações que podem ser adquiridas da física que ocorre quando os dois núcleos se aproximam, quanto à aplicação dos resultados destes estudos como, por exemplo, na nucleossíntese estelar[3]. Além disso, dois fatos têm despertado muito interesse; a descoberta de fortes variações entre as medidas de seções de choque de fusão de diferentes isótopos de um dado elemento, e o fato de que há mais fusão abaixo da barreira que aquela prevista por cálculos que usam apenas tunelamento quântico[9, 10]. Várias explicações possíveis para estas observações foram feitas em termos de, por exemplo, transferência/troca de nucleons de valência[4], formação de pescoço[5], polarização dinâmica[6], movimento de ponto zero[7] e deformações estáticas[8]. Os primeiros tratamentos unificados destes fenômenos em termos de acoplamento de graus internos de liberdade dos núcleos participantes ao movimento relativo foram apresentados por Dasso e colaboradores[11, 12] e Broglia e colaboradores[13, 14]. Nestes esquemas, a coordenada do movimento relativo é acoplada aos graus internos de liberdade (canais de transferência e inelásticos) do sistema de muitos corpos quântico e como consequência disto há a produção de um espectro de barreiras que, por sua vez, dá origem a um aumento na seção de choque de fusão calculada em energias abaixo da barreira. Os resultados obtidos com este tipo de cálculo reproduzem razoavelmente bem os dados experimentais para sistemas mais leves e/ou assimétricos mas falham, em energias sub-coulombianas, para os sistemas mais pesados e quasi-simétricos[15].

O fato de que íons pesados são sistemas fermiônicos de muitos corpos tem uma outra importante consequência; a interação entre estes núcleos tem um caráter não-local[16]. A não localidade do potencial núcleo-núcleo é um reflexo de correlações que irão aparecer na função de onda total do sistema e terão efeitos na reação envolvendo estes núcleos quando suas funções densidades estiverem próximas a se sobrepor. Basicamente nós podemos entender estas correlações como efeitos de troca na função de onda total do sistema devido à aproximação dos núcleos. A não localidade do meio nuclear foi muito explorada em modelos usados para descrever a interação nucleon-núcleo[17, 18, 19]. Em geral nestes tratamentos é mostrado como a dependência com a energia de potenciais óticos locais fenomenológicos

pode ser explicada em termos da não localidade. A não localidade não ocorre apenas na descrição de reações envolvendo sistemas nucleares, de fato ela aparece também em vários campos da física, por exemplo, física atômica[20], física da matéria condensada[21] e física do estado sólido[22]. De um modo geral, tratamentos quânticos dados a problemas de muitos corpos envolvem não localidade.

Neste trabalho fazemos um estudo dos efeitos não-locais sobre a fusão de íons pesados em energias de bombardeio próximas à barreira coulombiana[23, 24, 25, 26]. Para isto nós adotamos um potencial não-local do tipo Perey-Buck[19] para simular, numa maneira fenomenológica, os efeitos não-locais oriundos de correlações que ocorrem na função de onda total do sistema núcleo-núcleo. Este potencial é escrito como um produto de um potencial local por uma função não-local de forma gaussiana cuja largura é identificada com o alcance da não localidade, sendo este relacionado à distância na qual aquelas correlações se fazem sentir.

Esta tese está organizada da seguinte maneira. No capítulo 1, que foi montado também com o intuito de servir como um guia de comparação para os capítulos posteriores, são discutidos alguns aspectos da fusão de íons pesados, que serão relevantes para nossas discussões, do ponto de vista do fenômeno de tunelamento quântico. É verificado que os tratamentos que utilizam apenas o grau de liberdade de tunelamento dão uma seção de choque de fusão, para energias abaixo e no entorno da barreira, muito aquém dos dados experimentais de íons pesados. Para os casos em que os sistemas que interagem são mais leves e/ou assimétricos, o acoplamento dos graus internos de liberdade ao grau de tunelamento fornece uma razoável cobertura deste déficit. Porém, quando os sistemas envolvidos são mais pesados e quasi-simétricos ainda permanece uma diferença em energias abaixo da barreira, indicando que algum efeito físico ainda é omitido nos cálculos[15].

No capítulo 2 nós fazemos um estudo dos efeitos não-locais sobre o tunelamento quântico[23]. Este tratamento é feito numa aproximação de massa efetiva para uma função hamiltoniana escrita num espaço de fase que é obtida através da formulação para a mecânica quântica de Weyl-Wigner[27]. Esta função hamiltoniana é usada então para calcular, numa aproximação semiclássica, o propagador quântico de Feynman[28]. Com este propagador nós calculamos um fator de transmissão com efeitos não-locais. Uma aplicação deste fator,

num modelo preliminar que simula as características essenciais da fusão, mostra que a inclusão destes efeitos aumenta consideravelmente a penetrabilidade, sendo isto mais evidente em sistemas mais pesados.

Considerando esse resultado para o fator de transmissão, nós obtemos no capítulo 3 uma expressão analítica para a seção de choque de fusão núcleo-núcleo com efeitos não-locais num modelo mais realístico[24]. Para tal, nós assumimos que a barreira de potencial para o sistema é constituída por um potencial núcleo-núcleo real não-local mais o potencial coulombiano local. O potencial não-local é, por sua vez, dado pelo produto do potencial núcleo-núcleo do tipo Christensen-Winther[29] por uma função não-local de forma gaussiana. Com a hipótese de que a principal mudança na massa efetiva ocorre quando os núcleos estiverem separados pela distância que caracteriza o raio da barreira local, nós obtemos uma versão estendida com efeitos não-locais da expressão de Wong[38] para a seção de choque de fusão. Nós então aplicamos esta nova expressão para a seção de choque ao estudo da fusão de sistemas com $A \sim 60$ e estimamos um valor para o alcance da não localidade puramente relacionada aos efeitos de correlações. É verificado que a não localidade é responsável por um aumento da seção de choque de fusão calculada.

No capítulo 4 nós investigamos como se comporta a mistura de efeitos não-locais e acoplamento de canais no processo de fusão[25]. Para isso, nós usamos uma hamiltoniana modelo que têm os termos de acoplamento de canais descritos numa maneira já bem estabelecida[11, 12], além de um potencial não-local do mesmo tipo anteriormente tratado por nós. Com esta particular forma de tratamento é possível separar as contribuições dos dois efeitos e demonstrar que estas são de características diferentes. Enquanto o acoplamento de canais troca a barreira original por um conjunto de barreiras de alturas distintas, a não localidade, por sua vez, age sobre cada uma das barreiras redefinindo igualmente suas larguras. A inclusão de ambos os efeitos na seção de choque leva a um expressivo aumento da fusão do sistema investigado em energias no entorno e abaixo da barreira.

No capítulo 5 nós obtemos uma equação de onda com efeitos não-locais[26]. Esta equação (que não têm os termos de acoplamento de canais) é obtida a partir daquela função hamiltoniana escrita numa aproximação de massa efetiva. Sob certas hipóteses nós conseguimos escrever esta equação como uma equação de Schrödinger escrita com um

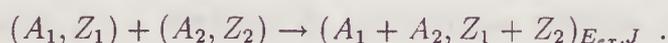
potencial ótico local equivalente que tem uma dependência explicita com a energia na parte real. A resolução numérica desta equação nos permite obter, além da seção de choque de fusão, a distribuição angular para o espalhamento elástico, os elementos da matriz S_l e o potencial efetivo. O resultado obtido por este método para a seção de choque de fusão em energias sub-coulombianas, é aproximadamente igual àquele obtido no capítulo 3. A dependência da parte real do potencial ótico local equivalente com a energia está ligada à forma como se comportam os resultados para as outras quantidades físicas.

Finalmente, na sinopse nós fazemos um resumo das conclusões obtidas neste trabalho e discutimos algumas questões a serem abordadas sobre os efeitos da não localidade em reações com íons pesados.

Capítulo 1

Fusão de Íons Pesados em Energias Abaixo da Barreira Coulombiana

Neste capítulo serão discutidos alguns aspectos da fusão de íons pesados do ponto de vista do fenômeno de tunelamento quântico. Neste sentido será apresentado um panorama geral de algumas abordagens do fenômeno. Desta maneira então, dizemos que numa colisão entre projétil (1) e alvo (2), dois núcleos fundem-se quando o sistema forma um único núcleo composto com massa, carga, energia e momento angular totais. Isto pode ser expresso simbolicamente por



Se o sistema atingir o equilíbrio com respeito a todos os outros graus (internos) de liberdade, esta definição de fusão completa é sinônima do conceito clássico de formação de núcleo composto introduzido por Niels Bohr[30]. A mais convincente evidência experimental de fusão é a observação de resíduos de evaporação que possuem massas próximas daquela do núcleo composto. A formação destes resíduos se dá quando o núcleo composto, que é formado em um estado altamente excitado, evapora uns poucos neutrons ou protons ou quando emite radiação γ . Quando a maior parte do projétil e alvo se junta e algum fragmento é imediatamente liberado, o processo é denominado por “fusão incompleta”. Fusão pode ser também seguida por fissão . As descrições acima são importantes para projéteis com energias até 10-15 MeV por nucleon. Em energias mais altas uma grande parte do projétil e do alvo pode se dissociar em fragmentos menores. Tais processos de fragmentação são dominantes para reações iniciadas por projéteis em energias relativísticas.

Em geral, numa reação envolvendo íons pesados em energias de bombardeio não relativísticas, o comprimento de onda de de Broglie é pequeno comparado as dimensões características da interação entre os íons e a colisão é aproximadamente clássica, então métodos semi-clássicos podem ser usados para descrever a colisão .

1.1 Teoria Clássica

Na teoria clássica mais simples de fusão há um momento angular crítico, l_f , para cada valor da energia de tal forma que a probabilidade de fusão é 1 para momentos angulares $l < l_f$ e zero para $l > l_f$. Este modelo de corte abrupto dá uma seção de choque de fusão :

$$\sigma_f = \pi \left(\frac{l_f}{k} \right)^2 = \pi \rho_f^2 , \quad (1.1)$$

onde k , o número de onda do movimento relativo, é dado por $k = \mu v \hbar$ com $\mu =$ massa reduzida e v é a velocidade relativa. Em (1.1), $\rho_f = l_f/k$ é um parâmetro de impacto crítico. No modelo de Rutherford para colisões entre objetos carregados, a relação entre o parâmetro de impacto ρ e a distância de aproximação máxima, d , em uma órbita de Rutherford é

$$d = a_c + (a_c^2 + \rho^2)^{1/2} , \quad (1.2)$$

onde

$$a_c = Z_1 Z_2 e^2 / 2E , \quad (1.3)$$

é o parâmetro de comprimento de Coulomb. Em (1.3), $e^2 = 1.43996 \text{ MeV fm}$ e $E = 1/2 \mu v^2$ é a energia cinética no sistema de centro de massa. A partir de (1.1) pode-se estimar a seção de choque de fusão assumindo-se que a distância de máxima aproximação é igual a um raio de absorção forte, R_s , sendo este algo maior que a soma dos raios dos núcleos (1) e (2) devido a difusividade da superfície das distribuições da densidade nuclear. Assim,

$$R_s = a_c + (a_c^2 + \rho_f^2)^{1/2}$$

ou

$$\rho_f^2 = R_s^2 - 2a_c R_s, \quad (1.4)$$

substituindo (1.4) em (1.1) e usando (1.3) vem

$$\sigma_f = \pi R_s^2 \left(1 - \frac{V_{Cs}}{E}\right), \quad (1.5)$$

onde $V_{Cs} = Z_1 Z_2 e^2 / R_s$, é a energia potencial de Coulomb no raio de absorção forte e E é a energia no centro de massa. Em energias altas, $E \gg V_{Cs}$, (1.5) superestima a seção de choque de fusão porque nem todas as reações levam a fusão. Abaixo da barreira coulombiana, a fusão é classicamente proibida e (1.5) é nula. Entretanto, fusão pode ocorrer em energias abaixo da barreira coulombiana devido ao efeito quântico de penetração de barreira.

1.2 Tunelamento Quântico

O ponto de partida para calcular a seção de choque com o tunelamento quântico levado em conta é a equação radial de Schrödinger

$$d^2\Psi_l(r)/dr^2 + K_l^2(r)\Psi_l(r) = 0, \quad (1.6)$$

onde $K_l(r)$ denota o número de onda

$$K_l^2(r) = \frac{2\mu}{\hbar^2} [E - V_l(r)]. \quad (1.7)$$

Em (1.7), $V_l(r)$ é o potencial de interação consistindo de uma soma dos termos coulombiano, nuclear e centrífugo:

$$V_l(r) = V_{Coul}(r) + V_N(r) + V_{cent}(r) . \quad (1.8)$$

Na maioria dos cálculos, os potenciais $V_{Coul}(r)$ e $V_{cent}(r)$ adotados têm formas simples

$$V_{Coul}(r) = \begin{cases} (3R_C^2 - r^2)Z_1 Z_2 e^2 / 2R_C^3 & r < R_C \\ Z_1 Z_2 e^2 / r & r \geq R_C \end{cases} \quad (1.9)$$

e

$$V_{cent}(r) = \hbar^2 l(l+1) / 2\mu r^2 . \quad (1.10)$$

A quantidade R_C , em (1.9) denota o raio de Coulomb dado por $R_C = r_0(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ com $r_0 = 1.18 \text{ fm}$. O potencial para a l -ésima onda parcial $V_l(r)$, eq. (1.8), possui um máximo que é a barreira de fusão, a qual pode ser caracterizada por sua altura V_l , posição radial R_l e curvatura

$$\hbar\omega_l = \left[-\frac{\hbar^2}{\mu} \frac{d^2 V_l(r)}{dr^2} \Big|_{r=R_l} \right]^{1/2} . \quad (1.11)$$

Uma maneira de resolver a eq. (1.6) para obter a seção de choque de fusão, é impor condições de contorno para a onda penetrante como, por exemplo, dado na referência [31]. Neste esquema especifica-se o valor da derivada logarítmica da função de onda radial em um certo ponto denominado por R_{BC} , sendo este menor que R_l . Na vizinhança de R_{BC} assume-se que há apenas ondas penetrantes[32]. A condição de contorno em R_{BC} substitui a condição usual de que a função de onda é regular na origem, e a função de onda radial toma a forma:

$$\Psi_l(r) \sim [K_l(r)]^{-1/2} \exp \left[-i \int_{R_{BC}}^r K_l(r') dr' \right] . \quad (1.12)$$

Outra maneira de obter a seção de choque de fusão é calcular os coeficientes de transmissão através ou sobre a barreira de fusão . Os coeficientes de transmissão $T_l(E)$ são relacionados à seção de choque de fusão da onda parcial l , $\sigma_l(E)$, por[33]

$$\sigma_l(E) = \pi \lambda^2(E) (2l + 1) T_l(E) , \quad (1.13)$$

onde λ é o comprimento de onda reduzido de de Broglie do sistema. A seção de choque para fusão $\sigma_f(E)$ é dada pela soma sobre todas as ondas parciais

$$\sigma_f(E) = \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_l(E) . \quad (1.14)$$

Os coeficientes $T_l(E)$ em (1.13) são calculados usando-se o método WKB[34]:

$$T_l(E) = \frac{1}{1 + \exp \left\{ 2 \int_{r_a}^{r_b} K_l(r; E) dr \right\}} , \quad (1.15)$$

com

$$K_l(r; E) = \mp \left[\frac{2\mu}{\hbar^2} | V_l(r) - E | \right]^{1/2} . \quad (1.16)$$

Em (1.15), r_b e r_a denotam os pontos de retorno externo e interno da barreira de fusão , e o sinal $-/+$ na frente de (1.16) relaciona-se a energias acima/abaixo da barreira.

Nos tratamentos padrão do método WKB o potencial nuclear é considerado real e local; um método alternativo a este é introduzir um potencial complexo (local) no qual a parte imaginária serve para remover fluxo do canal de entrada. Neste modelo ótico calcula-se a seção de choque de reação , $\sigma^R(E)$, a partir dos coeficientes de transmissão $T_l^O(E)$:

$$\sigma_l^R(E) = \pi \lambda^2(E) (2l + 1) T_l^O(E) , \quad (1.17)$$

$$\sigma^R(E) = \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_l^R(E) . \quad (1.18)$$

Estes coeficientes de transmissão são relacionados aos elementos da matriz- S , $S_l(E)$, por

$$T_l^O(E) = 1 - | S_l(E) |^2 . \quad (1.19)$$

Em geral, os potenciais nucleares usados neste método são do tipo Woods-Saxon

$$V_N(r) = -(V f_V(r) + iW f_W(r)) , \quad (1.20)$$

onde V e W são as profundidades do poço real e imaginário, e

$$f_j(r) = \left[1 + \exp \left(\frac{r - R_0^j}{a_j} \right) \right]^{-1} . \quad (1.21)$$

Se a parte imaginária nuclear de $V_N(r)$ for confinada ao interior nuclear a seção de choque de reação $\sigma^R(E)$ pode ser identificada como a seção de choque de fusão $\sigma_f(E)$. Na figura 1.1 é mostrada uma comparação entre os coeficientes de transmissão dos modelos ótico e WKB[35]. Observa-se um excelente acordo entre os dois métodos na situação apresentada.

É possível simplificar muito os tratamentos exatos (nem sempre factíveis) para o tunelamento quântico discutidos anteriormente, e obter uma expressão analítica para a seção de choque de fusão escrita em termos dos poucos parâmetros que caracterizam a barreira. A partida para obter tal expressão é a observação de que a barreira de fusão, $V_l(r)$ eq. (1.8), pode ser aproximada por uma parábola invertida[37]:

$$V_l(r) = V_l - \frac{1}{2} \mu \omega_l^2 (r - R_l)^2 , \quad (1.22)$$

sendo os coeficientes de transmissão escritos como

$$T_l(E) = \left\{ 1 + \exp \left[\frac{2\pi}{\hbar \omega_l} (V_l - E) \right] \right\}^{-1} . \quad (1.23)$$

Substituindo (1.23) na expressão (1.13) e utilizando (1.14) obtem-se

$$\sigma_f(E) = \pi \lambda^2 \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l + 1}{1 + \exp \{ 2\pi (V_l - E) / \hbar \omega_l \}} . \quad (1.24)$$

Admitindo, agora, as seguintes aproximações [38]

$$\hbar \omega_l \approx \hbar \omega_0 , \quad R_l \approx R_0 \quad e \quad V_l \approx V_0 + \hbar^2 l(l + 1) / 2 \mu R_0^2 , \quad (1.25)$$

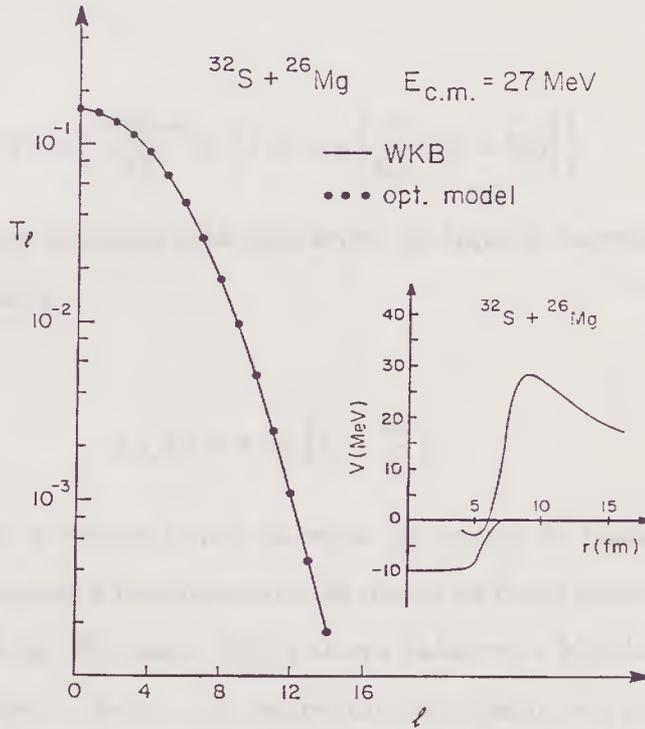


Figura 1.1: Comparação entre os coeficientes de transmissão dos modelos ótico e *WKB* para o sistema $^{32}\text{S} + ^{26}\text{Mg}$ em $E_{c.m.} = 27 \text{ MeV}$. Os parâmetros da parte real do potencial tipo Woods-Saxon são $V = -54.36 \text{ MeV}$, $r_{0V} = 1.17 \text{ fm}$ e $a_V = 0.635 \text{ fm}$ e da parte imaginária (inserida) são $W = -10 \text{ MeV}$, $r_{0W} = 1.00 \text{ fm}$ e $a_W = 0.04 \text{ fm}$ [36].

onde o índice “0” refere-se a barreira coulombiana ($l = 0$) e substituindo a soma em (1.24) por uma integral; a seção de choque de fusão pode ser escrita como

$$\sigma_f(E) = \pi\lambda^2 \int_0^\infty \frac{2l + 1}{1 + \exp\{2\pi(V_0 - E)/\hbar\omega_0 + \pi\hbar l(l + 1)/\mu R_0^2\omega_0\}} dl \quad (1.26)$$

A integral em (1.26) pode ser calculada com uma simples substituição

$$\alpha = 1 + \theta \exp[C l(l + 1)]$$

com

$$\theta = \exp[2\pi(V_0 - E)/\hbar\omega_0] \text{ e } C = \pi\hbar/\mu R_0^2\omega_0 \text{ ,}$$

dando

$$\sigma_f(E) = \frac{R_0^2 \hbar \omega_0}{2E} \ln \left\{ 1 + \exp \left[\frac{2\pi}{\hbar \omega_0} (E - V_0) \right] \right\} . \quad (1.27)$$

Quando a energia do íon incidente está bem acima do topo da barreira coulombiana, $E \gg V_0$, a eq. (1.27) se reduz a

$$\sigma_f(E) \simeq \pi R_0^2 \left(1 - \frac{V_0}{E} \right) . \quad (1.28)$$

A expressão (1.28) tem a mesma forma da seção de choque de fusão clássica, eq. (1.5) e é usada em parametrizações e interpretações de dados de fusão acima da barreira[39], por exemplo, num gráfico de $\sigma_f(E)$ contra $E_{c.m.}^{-1}$, a altura da barreira V_0 é dada pela interceptação da linha reta, que ajusta os dados com comportamento linear, e a abscissa. Na figura 1.2 são mostrados os dados para a fusão do sistema $^{74}\text{Ge} + ^{74}\text{Ge}$ na maneira sugerida por (1.28)[36]. Observa-se que a seção de choque em energias acima da barreira de fato exhibe um comportamento linear.

O potencial centrífugo, eq. (1.10), impede a fusão em grandes parâmetros de impacto. Isto ocorre devido a diminuição e até eventual cancelamento do poço atrativo com o crescente aumento com l da barreira centrífuga em $V_l(r)$. Em energias bem acima da barreira, onde o sistema comporta-se classicamente, há uma extensa faixa de momentos angulares (para uma mesma energia) onde os coeficientes de transmissão são unitários seguida por uma estreita faixa onde os coeficientes de transmissão caem rapidamente a zero caracterizando, assim, um modelo de corte abrupto no momento angular. Para energias incidentes bem abaixo da barreira, $E \ll V_0$, a eq. (1.27) é escrita como

$$\sigma_f(E) \simeq \frac{R_0^2 \hbar \omega_0}{2E} \exp \left[\frac{2\pi(E - V_0)}{\hbar \omega_0} \right] . \quad (1.29)$$

A figura 1.3 mostra um conjunto representativo de barreiras teóricas (ondas s) comparadas a parábolas ajustadas no ponto máximo[40]. Como mostra a figura, em cada caso a parábola representa uma barreira com uma largura equivalente (sistemas mais pesados) ou mais

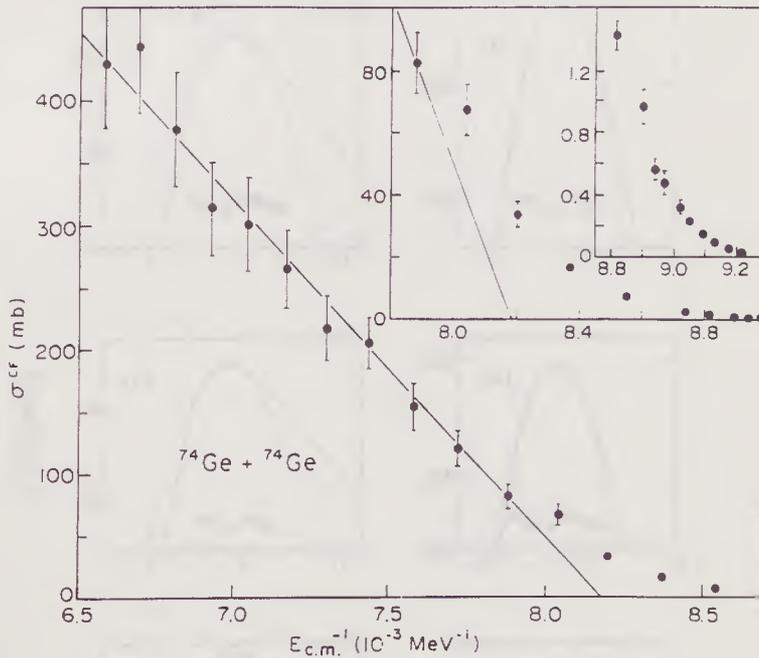


Figura 1.2: Gráfico da seção de choque para fusão completa de $^{74}\text{Ge} + ^{74}\text{Ge}$ versus $1/E_{c.m.}$. A altura da barreira é dada pela interceptação da linha reta e a abscissa. É inserida uma vista expandida de regimes abaixo da barreira[36].

estreita (sistemas mais leves) do que aquela para uma barreira representada pela soma do potencial nuclear e coulombiano. Portanto, a aproximação parabólica não é suficientemente boa neste regime de energia e a expressão (1.27) deveria superestimar a seção de choque de fusão .

1.3 Potenciais Nucleares

Para calcular a seção de choque de fusão usando-se as expressões analíticas apresentadas anteriormente é necessário escolher o potencial nuclear, $V_N(r)$, que aparece em (1.8). A construção dos potenciais mais comumente usados é baseada nos formalismos da gota líquida e de proximidade[41].

O método baseado na representação do núcleo como uma gota de matéria nuclear in-

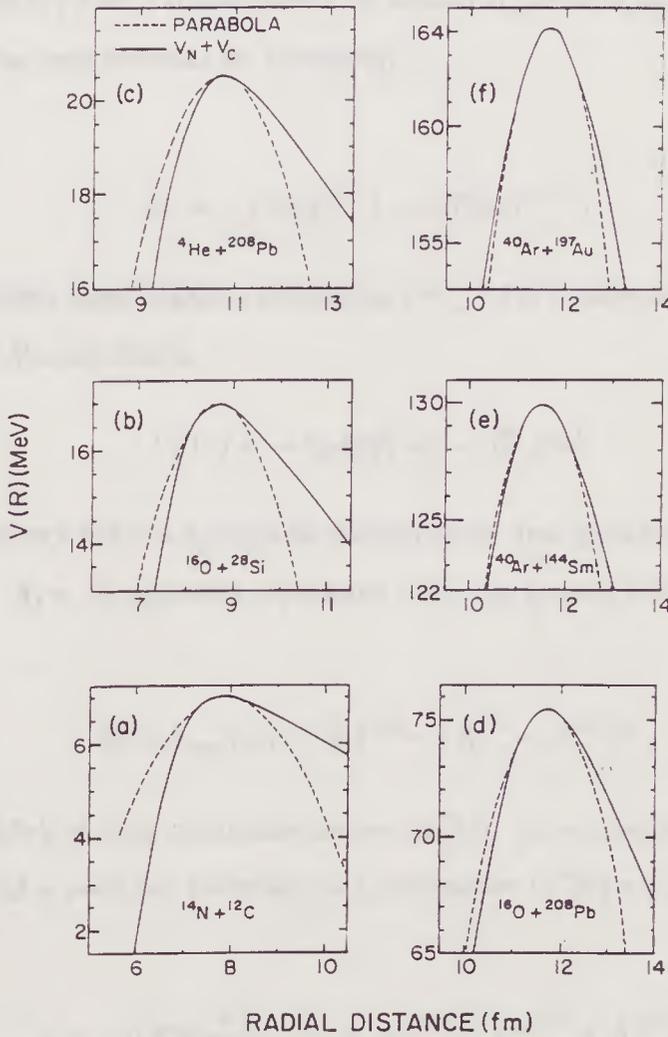


Figura 1.3: Potenciais coulombiano mais nuclear (do tipo de proximidade) comparados a simulações parabólicas ajustadas no topo da barreira[40].

compressível é o exemplo mais simples de aproximação adiabática (onde a velocidade dos nucleons dentro do núcleo é grande comparada a velocidade translacional do projétil), no problema de calcular o potencial de interação entre íons pesados. Neste método, a força máxima de atração, F^{max} , entre os núcleos ocorre na distância da soma de seus raios correspondentes a suas meia densidades, $R_1 + R_2 = R_V$; sendo a magnitude desta força dada por[42]

$$F^{max} = -dV_N(r)/dr |_{r=R_V} = 4\pi\gamma R_1 R_2 / (R_1 + R_2) , \quad (1.30)$$

onde $\gamma = 0.95 \text{ MeV}/\text{fm}^2$ é o coeficiente de tensão superficial da matéria nuclear. Os raios $R_{1,2}$ são descritos pela fórmula de Myers[43]

$$R_i = 1.128 A_i^{1/3} (1 - 0.786 A_i^{-2/3}) . \quad (1.31)$$

O potencial nuclear para grandes distâncias ($r \geq 7 \text{ fm}$) pode ser representado pela cauda do potencial de Woods-Saxon

$$V_N(r) = -V_0 \exp[-(r - R_V)/a] , \quad (1.32)$$

onde V_0 é a diferença entre a energia de superfície de uma gota esférica de $A_1 + A_2$ nucleons e duas gotas de A_1 e A_2 nucleons separadas por uma grande distância

$$V_0 = b_{sup} [(A_1 + A_2)^{2/3} - (A_1^{2/3} + A_2^{2/3})] , \quad (1.33)$$

onde $b_{sup} \simeq 17 \text{ MeV}$ é uma constante conhecida[44]. Na expressão (1.32), “ a ” é a difusividade do potencial e pode ser estimada das expressões (1.30) e (1.32):

$$a = -0.356 \frac{R_V}{R_1 R_2} [(A_1 + A_2)^{2/3} - (A_1^{2/3} + A_2^{2/3})] . \quad (1.34)$$

Assim, as expressões (1.30)-(1.34) dão uma estimativa para o potencial de interação entre íons pesados que é obtido de considerações gerais sem quaisquer outros parâmetros ajustáveis.

O formalismo de proximidade[45] é aplicado a interação de dois corpos indeformáveis, cujas superfícies têm pequena curvatura e difusividade. De acordo com este formalismo a força de interação entre tais corpos é uma função da menor distância $S = r - R_1 - R_2$ entre suas superfícies e pode ser representada como um produto de dois fatores. O primeiro fator tem origem puramente geométrica e está associado com a curvatura das superfícies dos corpos que interagem e o segundo fator é uma função universal do quociente da separação das superfícies pela espessura da superfície. Nesse formalismo, o potencial entre dois núcleos esféricos tem a forma[46]

$$V_N(r) = 4\pi\gamma b\bar{R}_{12}\Phi(\zeta) \quad , \quad (1.35)$$

onde ζ denota a razão $S/b = (r - R_1 - R_2)/b$, b é a espessura da superfície nuclear, admitida igual a 0.99 fm e $\bar{R}_{12} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$ é o raio reduzido da curvatura. No caso da interação nuclear a constante γ é igual a 0.9517 MeV/fm . A função universal $\Phi(\zeta)$ é dada por

$$\Phi(\zeta) = \begin{cases} -0.5(\zeta - 2.54)^2 - 0.0852(\zeta - 2.54)^3 & \zeta < 1.2511 \\ -3.437 \exp(-\zeta/0.75) & \zeta \geq 1.2511 \end{cases} \quad . \quad (1.36)$$

Os raios R_i são dados por $R_i = \tilde{R}_i(1 - \tilde{R}_i^{-2})$, com $\tilde{R}_i = (1.13 + 0.0002 A_i)A_i^{1/3} \text{ fm}$.

Também há abordagens fenomenológicas para a construção de potenciais. Christensen e Winther[29], por exemplo, utilizaram as informações das análises de muitos conjuntos de dados de espalhamento elástico para construir um potencial nuclear com a seguinte forma

$$V_N(r) = -50 \left[\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right] \exp[(R_1 + R_2 - r)/\alpha] \quad . \quad (1.37)$$

Os parâmetros geométricos em (1.37) são determinados como: $R_i = 1.233A^{1/3} - 0.978A^{-1/3} \text{ fm}$ e $\alpha = 0.63 \text{ fm}$.

Nas figuras 1.4-1.6 são mostrados os resultados da aplicação de diversos potenciais nucleares em cálculos WKB para a seção de choque de fusão de íons pesados.

Da observação destas figuras chega-se a conclusão geral que apesar da excelente concordância da teoria com os dados experimentais para energias acima da barreira, os cálculos falham na magnitude da seção de choque de fusão em energias sub-coulombianas em até quatro ordens de grandeza, dependendo do sistema. Num estudo realizado através de um procedimento de inversão [50, 51], no qual a barreira de potencial é calculada através de dados de fusão a energias entorno da barreira, chegou-se a conclusão que a falha dos cálculos quânticos de tunelamento em descrever os dados de fusão sub-coulombiana para sistemas massivos não é uma questão de encontrar um potencial nuclear melhor mas, sim, uma consequência da não adequação do modelo de tunelamento simples.

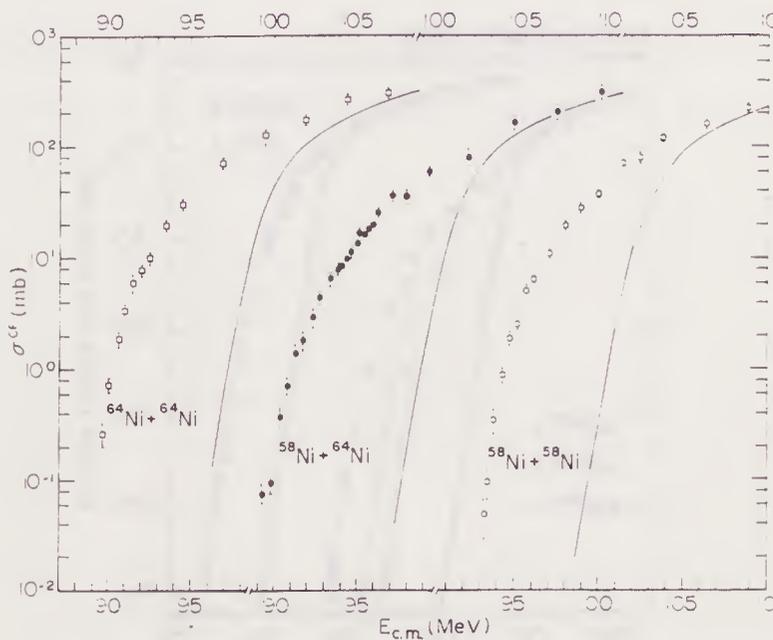


Figura 1.4: Comparação de funções excitação para fusão completa de $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$, $^{58}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$ e $^{64}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$ [17] com previsões quânticas WKB com um potencial do tipo gota líquida[36].

1.4 Influências de Graus Internos de Liberdade

Como foi visto anteriormente, vários experimentos sobre fusão com sistemas pesados mostram que o modelo unidimensional de penetração de barreira não dá conta dos dados experimentais para a seção de choque de fusão a energias próximas e abaixo da barreira coulombiana mostrando, assim, que a fusão é um processo extremamente complexo que exige um tratamento mais refinado dos ingredientes relevantes para sua descrição, em particular do tunelamento de barreiras. De fato, vários autores[52, 11, 12, 54] apontaram para a grande influência dos graus internos de liberdade dos sistemas que fundem sobre o tunelamento quântico. Tal conclusão é apoiada em vários fatos experimentais, como por exemplo, num estudo sobre fusão de ^{16}O com diferentes isótopos de samário ficaram evidentes os efeitos diretos da deformação nuclear sobre a fusão[8]. Tais efeitos podem ser qualitativamente entendidos notando que a interação nuclear é relativamente mais intensa e a barreira coulombiana mais baixa quando um núcleo deformado prolato sofre uma colisão

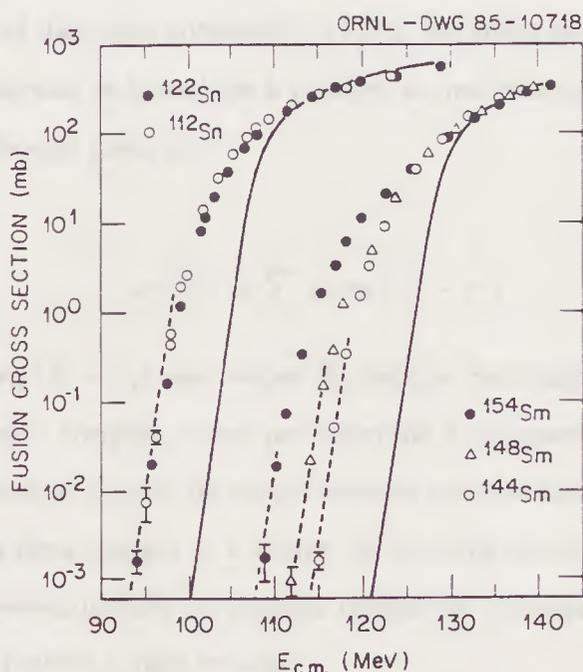


Figura 1.5: Funções excitação para fusão completa de $^{40}\text{Ar} + ^{112,122}\text{Sn}$ e $^{40}\text{Ar} + ^{144,148,154}\text{Sm}$. Os eixos ordenados para $^{40}\text{Ar} + ^{112}\text{Sn}$ e $^{40}\text{Ar} + ^{144,148}\text{Sm}$ foram reduzidos relativos a $^{40}\text{Ar} + ^{122}\text{Sn}$ e $^{40}\text{Ar} + ^{154}\text{Sm}$, respectivamente. Curvas sólidas são cálculos quânticos com um potencial do tipo proximidade[48].

de um projétil esférico próxima a seus pólos que quando esta colisão ocorre próxima a seu equador. Uma vez que a seção de choque de fusão total corresponde a uma média sobre todas as orientações do eixo de simetria nuclear, e que em energias abaixo da barreira a seção de choque é dominada por contribuições daquelas orientações que dão um coeficiente de transmissão maior, então, há o efeito geral de um aumento na seção de choque de fusão naquele regime de energia. Outro fato vem da observação da figura 1.7. O diagrama mostra seções de choque de fusão para a) $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$, b) $^{64}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$ e c) $^{58}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$. As variações com a energia nos casos a) e b) são muito semelhantes, sendo a diferença explicada por um desvio de aproximadamente 4.4 MeV na altura da barreira. No caso c) a seção de choque tem uma variação qualitativa diferente com a energia, sendo relativamente maior a vários MeV abaixo da barreira. Esta diferença não pode ser explicada por efeitos de deformação, porém a explicação poderia vir dos efeitos da transferência de um par de neutrons do ^{64}Ni

para o ^{58}Ni .

A conclusão geral daqueles autores[52, 11, 12, 54] sobre estes fatos é que há um acoplamento dos graus internos de liberdade à variável do movimento relativo dos sistemas sendo, então, a seção de choque dada por

$$\sigma_f(E) = \sum_i q_i \sigma_W(E - \varepsilon_i) , \quad (1.38)$$

onde $\sum_i q_i = 1$ e $\sigma_W(E - \varepsilon_i)$ são seções de choque calculadas a partir da formulação de penetração de barreira simples, como por exemplo a expressão (1.27). A interpretação de (1.38) é que fusão ocorre através de certos estados intermediários rotulados por i . O estado intermediário i tem uma energia ε_i e altura da barreira efetiva naquele estado é $V_i + \varepsilon_i$. A quantidade q_i é a probabilidade do sistema chegar na barreira no estado i e $\sigma_W(E - \varepsilon_i)$ é a probabilidade de fusão naquele estado.

1.5 O Método de Canais Acoplados

Há várias maneiras de se obter a expressão (1.38), uma delas é descrita a seguir[12]. O ponto de partida é o conjunto de equações de Schrödinger acopladas em uma dimensão

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) - E \right] u_\alpha(x) = \sum_\beta \langle \alpha | H_0(\xi) + V_{cpl}(x, \xi) | \beta \rangle u_\beta(x) , \quad (1.39)$$

onde H_0 é uma hamiltoniana dos graus internos de liberdade para dois sistemas que colidem cujas estruturas internas são descritas pela variável ξ e $| \beta \rangle$ são os correspondentes autovetores

$$H_0(\xi) | \beta \rangle = \varepsilon_\beta | \beta \rangle . \quad (1.40)$$

Em (1.39), $V(x)$ é o potencial que depende da distância relativa dos sistemas e $V_{cpl}(x, \xi)$ é o potencial que acopla os graus internos de liberdade àquela variável relativa. As equações (1.39) devem ser resolvidas sob as condições de contorno

$$u_\alpha(x) = \begin{cases} \delta_{\alpha 0} e^{-iK_\alpha x} + r_\alpha e^{iK_\alpha x} & x \rightarrow \infty \\ t_\alpha e^{-iK_\alpha x} & x \rightarrow -\infty \end{cases}, \quad (1.41)$$

onde $\hbar^2 K_\alpha^2 / 2\mu = E - \varepsilon_\alpha$, e considera-se que os sistemas estejam inicialmente em seus estados fundamentais rotulados por $\alpha = 0$ com $\varepsilon_0 = 0$. Nas condições (1.41), t_α e r_α denotam as funções de transmissão e reflexão, respectivamente, em cada canal.

As equações (1.39) podem ser desacopladas se for assumido que o potencial de acoplamento, $V_{cpl}(x, \xi)$, pode ser escrito como um produto de dois fatores, um dependente apenas de x e outro apenas de ξ e que o fator dependente da variável do movimento relativo é constante na região da barreira para todos os canais. Naturalmente, isto é um modelo do problema físico real, porém aqui se está interessado na quantidade de fluxo que passa através da barreira e como esta depende essencialmente da intensidade do acoplamento na região da barreira[11], pode-se assumir que aquela constante representa um valor médio da intensidade do acoplamento nesta região. Logo, sob estas hipóteses, as equações (1.39) podem ser desacopladas diagonalizando-se a matriz

$$M_{\alpha\beta} = \langle \alpha | H_0(\xi) + V_{cpl}(x, \xi) | \beta \rangle = \delta_{\alpha\beta} \varepsilon_\beta + FV_{\alpha\beta}, \quad (1.42)$$

obtendo, então, os autovalores λ_β de $H_0(\xi) + V_{cpl}(x, \xi)$. As equações de Schrödinger desacopladas são escritas como

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) + \lambda_\beta - E \right] v_\beta(x) = 0, \quad (1.43)$$

sendo que a nova solução, $v_\beta(x)$, é relacionada a $u_\alpha(x)$ pela transformação unitária que diagonaliza $M_{\alpha\beta}$. Quando a energia relativa incidente é grande comparada às energias intrínsecas relevantes e à intensidade do acoplamento, as condições (1.41) são válidas com $\hbar^2 K^2 / 2\mu = E$. A função transmissão total é calculada somando-se todas as contribuições dos diferentes canais, cada qual com seu respectivo peso associado à sua superposição com o estado fundamental

$$T = \sum_{\beta} |\langle 0 | \beta \rangle|^2 |t_{\beta}|^2 = \sum_{\beta} |\langle 0 | \beta \rangle|^2 T[E, V(x) + \lambda_{\beta}] . \quad (1.44)$$

O efeito do acoplamento corresponde a substituir a barreira $V(x)$ por um conjunto de barreiras $\{V(x) + \lambda_{\beta}\}$. A função transmissão total é dada por uma soma sobre os coeficientes de transmissão para cada barreira no conjunto, multiplicados por seus respectivos pesos. Os pesos são os fatores de superposição, $|\langle 0 | \beta \rangle|^2$ do estado inicial com os autovetores da matriz M . As implicações deste resultado ficam mais evidentes num problema simples de dois canais.

1.6 O Problema de Dois Canais

A matriz de acoplamento, $M_{\alpha\beta}$, para o problema de dois níveis, dentro daquelas hipóteses para $V_{cpl}(x, \xi)$, é

$$\begin{pmatrix} 0 & F \\ F & -Q \end{pmatrix} , \quad (1.45)$$

onde Q é o valor- Q da reação. Diagonalizando a matriz (1.45) obtém-se os autovalores

$$\lambda_{\pm} = (1/2)[-Q \pm (4F^2 + Q^2)^{1/2}] , \quad (1.46)$$

com os respectivos fatores pesos

$$P_{\pm} = F^2 / (F^2 + \lambda_{\pm}^2) . \quad (1.47)$$

A solução acima pode ser interpretada como uma divisão da barreira em duas partes (fig. 1.8). Uma parte vai para cima por uma quantidade λ_+ e outra vai para baixo por uma quantidade diferente λ_- . O fluxo original também divide-se em duas componentes diferentes, P_+ e P_- , que vão incidir sobre as barreiras efetivas correspondentes (fig. 1.9).

Os autovalores e fatores de superposição, equações (1.46) e (1.47), são mostradas na figura (1.10) como função do valor- Q para uma intensidade de acoplamento constante em

$F = 1 \text{ MeV}$. Observa-se primeiro nesta figura que λ_+ e λ_- decrescem conforme o valor- Q cresce. Para grandes valores- Q positivos, λ_+ torna-se fortemente negativo, aproximando-se de $-Q$. O fator de superposição P_+ é maior em valores- Q positivos enquanto P_- é dominante em valores- Q negativos. No limite clássico de uma barreira larga os coeficientes de transmissão podem ser representados razoavelmente bem como funções degraus. Este limite clássico é usado para ilustrar os efeitos combinados de λ_{\pm} e P_{\pm} à direita da figura. Observa-se agora que a barreira pode ser consideravelmente reduzida por acoplamentos a canais com valores- Q positivos; contudo apenas uma fração do fluxo incidente atinge a barreira efetiva mais baixa. A barreira será menos reduzida por acoplamentos a canais com valores- Q negativos.

1.7 Acoplamentos a Canais Inelásticos

O ponto de partida em um estudo das influências de acoplamentos a canais inelásticos sobre a fusão sub-coulombiana[56] foi o conjunto de equações de Schrödinger acoplados para as funções de onda radial

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + K_{\beta}^2(r) \right] u_{\beta}(r) = \frac{2\mu}{\hbar^2} \sum_{\gamma} V_{\beta\gamma}(r) u_{\gamma}(r) , \quad (1.48)$$

onde $V_{\beta\gamma}(r)$ é a interação de acoplamento e $K_{\beta}(r)$ é o número de onda local no canal β , dado por

$$K_{\beta}(r) = \left\{ \frac{2\mu}{\hbar^2} [E_{\beta} - V_{\beta}^{ef}(r)] \right\}^{1/2} , \quad (1.49)$$

E_{β} e $V_{\beta}^{ef}(r)$ são a energia relativa e potencial efetivo (coulombiano + nuclear + centrífugo) para o canal e as equações (1.48) são resolvidas usando condições de contorno para a onda penetrante. As funções de onda $u_{\beta}(r)$ satisfazem a equação (1.12) e a diferença entre as seções de choque de reação total e inelástica total é determinada usando uma rotina numérica (neste caso, uma versão modificada do código para canais acoplados *PTOLEMY*[57]). Esta diferença, igual ao fluxo incidente no ponto R_{BC} , é identificada

como a seção de choque de fusão. Estes cálculos são aplicados ao sistema $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$. Na figura 1.11 são mostrados os resultados de acoplamentos a diversos níveis vibracionais coletivos. Inicialmente observa-se que o acoplamento do canal de entrada ao primeiro nível 2^+ em 1.454 MeV aumenta a seção de fusão em energias sub-coulombiana em relação ao caso não acoplado e diminui a seção de choque de fusão em energias acima da barreira. A inclusão do nível 3^- em 4.47 MeV aumenta ligeiramente a seção de choque em energias abaixo da barreira assim como acima da barreira. Este comportamento um tanto diferente é devido à energia de excitação mais alta e não à multipolaridade do estado[56]. A inclusão de outros níveis 2^+ e o primeiro nível 4^+ tem apenas um pequeno efeito, especialmente em energias abaixo da barreira. A consequência geral dos acoplamentos é uma modificação da forma da função excitação e um aumento substancial desta em energias sub-coulombianas. O aumento é devido fundamentalmente ao processo de divisão de barreira, descrito anteriormente, e não à transferência de pequenas quantidades de momentos angular[56].

Neste mesmo estudo também é usado um modelo simples de dois níveis para estimar os efeitos de acoplamentos sobre a fusão abaixo da barreira coulombiana (visto que o acoplamento na região da barreira governa a taxa de transmissão em baixas energias); isto é feito através da diagonalização da matriz de acoplamento intrínseca na posição da barreira (eq. 1.45). A intensidade do acoplamento para excitação inelástica é uma soma de termos nuclear e coulombiano e neste caso é dado por[14]

$$F = \sqrt{2}(F_{nucl} + F_{coul}) \quad , \quad (1.50)$$

onde

$$F_{nucl} = -\frac{\beta R}{\sqrt{4\pi}} \left. \frac{dV_N(r)}{dr} \right|_{r=R_0} \quad (1.51)$$

e

$$F_{coul} = \frac{\beta R}{\sqrt{4\pi}} \frac{3Z_1 Z_2 e^2}{2\lambda + 1} \left(\frac{R}{R_0} \right)^{\lambda-1} \frac{1}{R_0^2} \quad (1.52)$$

Nestas expressões, βR é o comprimento de deformação (no caso específico, R é o raio do ^{58}Ni), R_0 é a posição do máximo da barreira e λ denota a multipolaridade do estado. O

fator $\sqrt{2}$ dá conta dos dois estados excitados degenerados devido à simetria do sistema $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$. De acordo com o apresentado na seção 1.6 e usando as aproximações (1.25), é possível escrever a seção de choque de fusão como

$$\sigma_f(E) = \pi R_0^2 \frac{\epsilon}{E} \sum_{i=\pm} P_i \ln \left\{ 1 + \exp \left[\frac{E - V_0 - \lambda_i}{\epsilon} \right] \right\}, \quad (1.53)$$

com λ_i e P_i sendo dados pelas equações (1.46) e (1.47) e $\epsilon = \hbar\omega_0/2\pi$. No limite de não-acoplamento ($F = 0$), a expressão (1.53) se reduz a (1.27). No limite de baixas energias;

$$\sigma_f(E) \xrightarrow{E < V_0} \pi R_0^2 \frac{\epsilon}{E} \left\{ \sum_{i=\pm} P_i e^{-\lambda_i/\epsilon} \right\} \exp \left[\frac{E - V_0}{\epsilon} \right], \quad (1.54)$$

onde o fator entre chaves aparece devido ao acoplamento e provoca um aumento na seção de choque de fusão naquele regime de energia. Em altas energias, a expressão (1.53) converge para a expressão clássica (1.28).

Pode ser notado das expressões (1.51) e (1.52), que os termos nuclear e coulombiano têm sinais opostos. Enquanto o acoplamento inelástico nuclear aumenta a fusão abaixo da barreira coulombiana, o acoplamento coulombiano tende a inibir a fusão e diminuir os aumentos devidos aos acoplamentos. Este ponto é ilustrado na figura 1.12 para o acoplamento do nível 2^+ em 1.454 MeV no ^{58}Ni . As seções de choque de fusão (C termo coulombiano + N termo nuclear) mostradas ali correspondem aos resultados mostrados na figura 1.11. É notado agora que as seções de choque calculadas com apenas o acoplamento nuclear são consideravelmente maiores que aquelas calculadas usando ambos os termos na equação (1.50). A inclusão do termo coulombiano faz diminuir a seção de choque em mais de uma ordem de grandeza em energias abaixo da barreira coulombiana. Também são mostrados na figura 1.12 os resultados dos cálculos realizados usando o modelo de acoplamento constante de dois canais discutido anteriormente. É visto que os aumentos obtidos usando este modelo são superestimados indicando, assim, que a seção de choque de fusão em energias sub-coulombianas é sensível ao modelo adotado para o acoplamento.

Num estudo onde se investigou a dependência da seção de choque de fusão sub-coulombiana com o modelo específico de acoplamento utilizado nos cálculos [58, 59] chegou-se

a conclusão de que outros esquemas de acoplamentos, talvez mais realísticos, podem dar aumentos menores que aqueles deduzidos usando ou o modelo de acoplamento constante ou de oscilador intrínseco linearmente acoplado ao movimento relativo[12]. De fato, uma análise da figura 1.11 indica que acoplamentos apenas a canais de excitação inelásticos são insuficientes para explicar a seção de choque experimental de fusão a baixas energias para o sistema $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$.

1.8 Reações com Ondas Parciais

Na figura 1.13 são mostradas seções de choque parciais de fusão calculadas no mesmo estudo da seção 1.7[56]. Os resultados mostrados são para energias acima e abaixo da barreira coulombiana. Em energias sub-coulombianas é notado que os acoplamentos aos estados 2^+ e 3^- aumentam as penetrabilidades para todas as ondas parciais e estendem os valores de l que contribuem para a fusão. Em energias acima da barreira os coeficientes de transmissão decrescem para ondas parciais baixas e aumentam para ondas parciais altas. Assim, as distribuições gerais são alargadas e desviadas para valores mais altos de l .

A informação experimental sobre a distribuição das ondas parciais que contribuem para a fusão vem de medidas de multiplicidades de raios γ [60, 61]. Na figura 1.13 é notado que os cortes nos momentos angulares não são particularmente bem definidos, mesmo na ausência de acoplamento de canal. Isto é devido à penetrabilidade da barreira centrífuga. Da equação 1.10 é visto que a eficácia da barreira centrífuga em acabar com a fusão diminui conforme o sistema torna-se mais pesado devido à dependência com $(\mu R_0^2)^{-1}$ e em baixas energias como um resultado da dependência com $l(l + 1)$.

1.9 Sistemática de Fusão de Íons Pesados Próxima a Barreira Coulombiana

Os estudos mostrados nas seções anteriores demonstram que acoplamentos aos estados excitados mais baixos associados aos graus de liberdade de movimentos superficiais –

principalmente rotações, vibrações e reações de transferência de partículas de valência – podem causar um importante aumento na seção de choque calculada com o tunelamento de barreira para a fusão de íons pesados em baixas energias. Os resultados dos cálculos reproduzem razoavelmente bem os dados experimentais para sistemas mais leves e/ou muito assimétricos[62, 63, 64]. Entretanto, dados recentes de sistemas mais pesados e quasi-simétricos não podem ser reproduzidos por um cálculo padrão de canais acoplados[65].

Na figura 1.14 estão representadas seções de choque de fusão para vários sistemas $Ni + Zr$. Para os sistemas $^{64}Ni + ^{92,96}Zr$ foram medidas as seções de choque dos resíduos de evaporação (ER) e fissão[67] e os dados comparados com os resultados de cálculos de canais acoplados simples, onde os estados mais baixos de excitação inelástica, 2^+ e 3^- , foram independentemente acoplados ao canal de entrada, utilizando-se o código *CCFUS*[66]. Nestes cálculos, foi utilizada uma parametrização do tipo Woods-Saxon do potencial de Christensen-Winther, sem qualquer variação de parâmetros. Nos dois sistemas, a seção de choque de fusão experimental é subestimada a energias abaixo da barreira. Embora não sejam disponíveis dados para a seção de choque de transferência, esta grande discrepância entre teoria e experimento ainda não pôde ser significativamente reduzida por outros acoplamentos a estes canais.

Para os outros dois sistemas, $^{58}Ni + ^{90,94}Zr$ foram medidas as seções de choque dos resíduos de evaporação e transferência de nucleon[68]. Nestes casos, os cálculos de canais acoplados incluíram a transferência de um e dois neutrons. Para o sistema $^{58}Ni + ^{90}Zr$ o efeito de canais de transferência é insignificante, enquanto que ele é importante para o sistema $^{58}Ni + ^{94}Zr$, onde a reação de transferência de dois neutrons possui um valor- Q positivo. Embora a seção de choque de fusão experimental seja superestimada em energias acima da barreira, devido a negligência do decaimento via fissão do núcleo composto, os cálculos falham em reproduzir os dados abaixo da barreira coulombiana[68].

Além dos exemplos acima, um outro estudo sobre o sistema $^{64}Ni + ^{100}Mo$ [69] aponta para uma grande disparidade entre dados experimentais e os cálculos de canais acoplados, realizados da mesma forma como aqueles para os sistemas $Ni + Zr$, em energias sub-coulombianas. Na figura 1.15 são mostrados os dados experimentais e os resultados dos cálculos. Ali, é feita uma tentativa de ajustar os dados através de um aumento artificial

de até 50% na intensidade do acoplamento inelástico. Alguns resultados preliminares[70] indicam que a seção de choque de transferência para este sistema é pequena e, portanto, a razão da discrepância em baixas energias não está na omissão de tais canais de transferência, ou mesmo numa possível falta de cálculos de canais acoplados de segunda ordem[15].

Os dados e discussões anteriores apontam para um desacordo sistemático em baixas energias, onde os cálculos de modelos parecem ainda omitir algum efeito físico, que aparentemente pode ter uma influência mais acentuada sobre os sistemas pesados[71, 15].

1.10 Sumário

O sucesso parcial do modelo de tunelamento quântico estático na reprodução de dados experimentais de fusão de íons pesados a energias no entorno e abaixo da barreira coulombiana não pode ser melhorado pela escolha de um particular potencial nuclear a ser utilizado nos cálculos. A razão disto repousa no fato da não-adequação em se tratar tais sistemas complexos como esferas rígidas. Uma maneira simples e elegante de se levar em conta as propriedades estruturais dos núcleos participantes no processo de fusão é dada através de um cálculo de canais acoplados, onde os graus internos de liberdade destes núcleos são acoplados à variável do movimento relativo. Dessa forma, por exemplo, os núcleos podem vibrar ou trocar partículas conforme se aproximam para fundir. O efeito dos acoplamentos sobre o tunelamento pode ser visto como uma troca da barreira de potencial estática por um conjunto de barreiras, cada qual com um certo peso no cálculo do tunelamento final. Os resultados de cálculos de canais acoplados se ajustam razoavelmente bem aos dados experimentais para os sistemas mais leves e/ou assimétricos, ao passo que os resultados de cálculos de canais acoplados simples subestimam os dados em energias sub-coulombianas para sistemas mais pesados ou quasi-simétricos. A sistemática dos dados aponta para a necessidade de se incluir possíveis efeitos físicos até agora negligenciados.

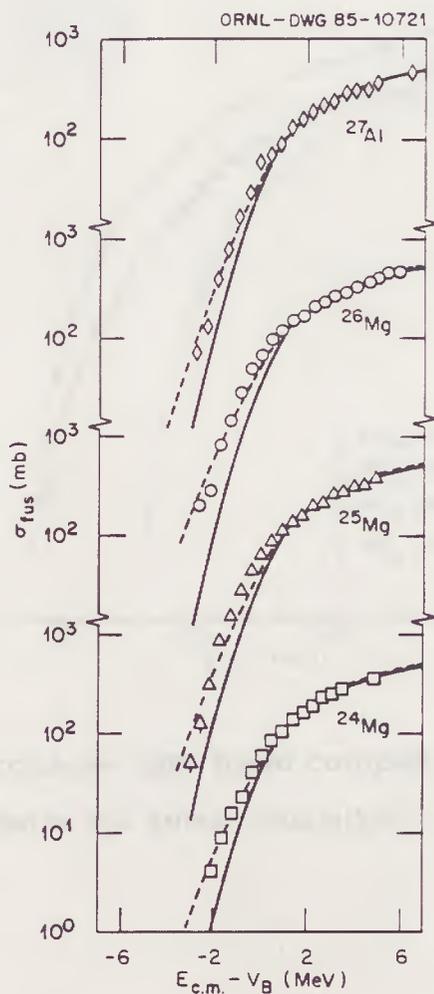


Figura 1.6: Funções excitação para fusão completa de $^{32}\text{S} + ^{24,25,26}\text{Mg}$ e ^{27}Al versus energia do centro de massa relativa a altura da barreira de fusão para onda s . Curvas sólidas são predições quânticas com o potencial de Christensen-Winther e as curvas tracejadas são ajustes aos dados experimentais[36].

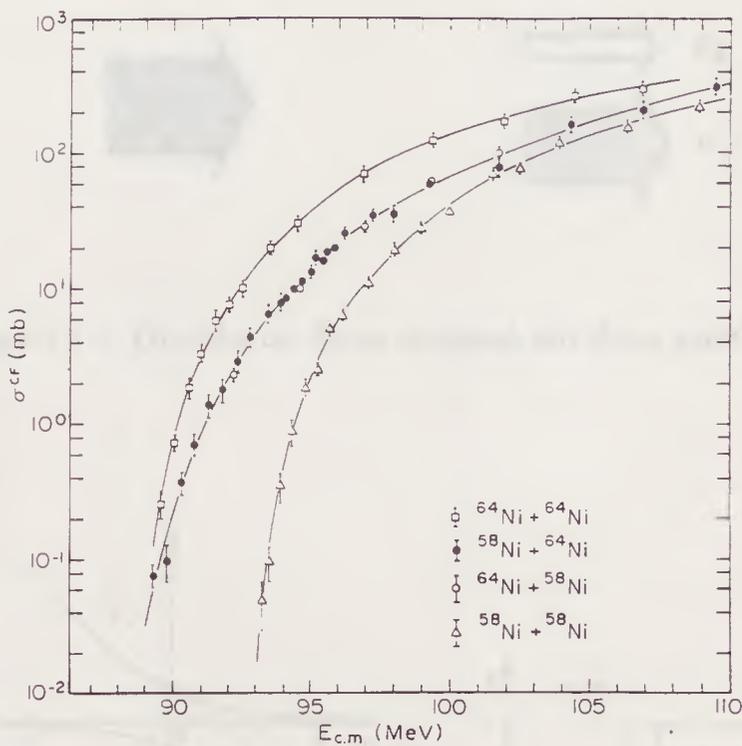


Figura 1.7: Funções excitação para fusão completa de $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$, $^{58}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$ e $^{64}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$. Curvas cheias são guias visuais[36].

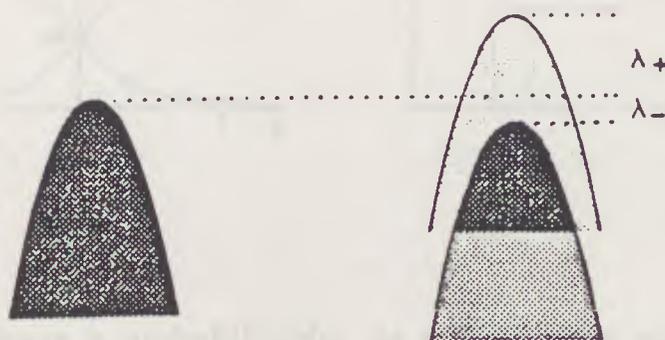


Figura 1.8: Devido ao acoplamento entre os dois canais, a barreira original divide-se em duas partes[53].



Figura 1.9: Divisão do fluxo original em duas partes[53].

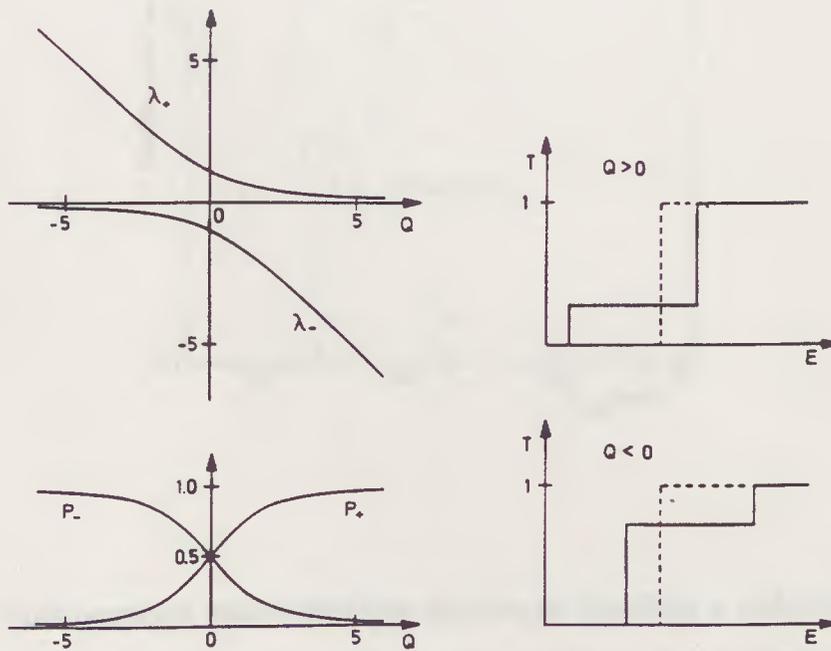


Figura 1.10: Autovalores e probabilidades de sobreposição como uma função do valor- Q para uma intensidade de acoplamento constante em $F = 1 \text{ MeV}$, e coeficientes de transmissão para barreiras largas para os casos de valores- Q positivos e negativos[53].

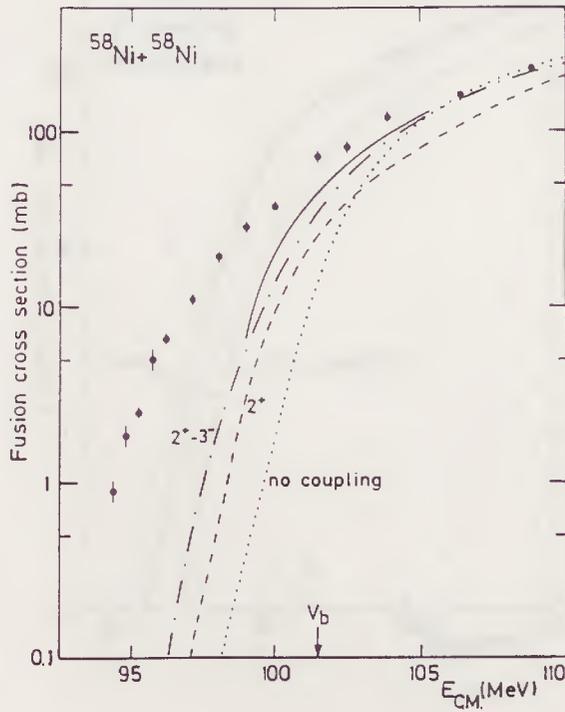


Figura 1.11: Comparação entre funções excitação medida e calculada para fusão completa de $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$. O potencial nuclear usado é do tipo Woods-Saxon com $V = -82.3 \text{ MeV}$, $r_0 = 1.149 \text{ fm}$ e $a = 0.63 \text{ fm}$. A altura da barreira calculada é 101.5 MeV . As várias curvas são descritas na seção 1.8[56].

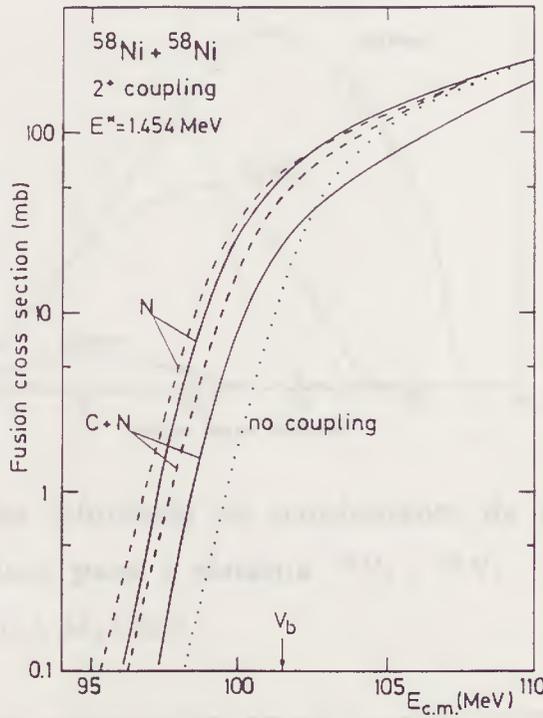


Figura 1.12: Cálculos de canais acoplados da seção de choque de fusão completa de $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$. Curvas tracejadas: resultados obtidos usando o modelo de dois canais dado pelas eqs. (1.46), (1.47) e de (1.50) a (1.53). Curva cheia: resultados obtidos usando uma versão modificada do *PTOLEMY*[56].

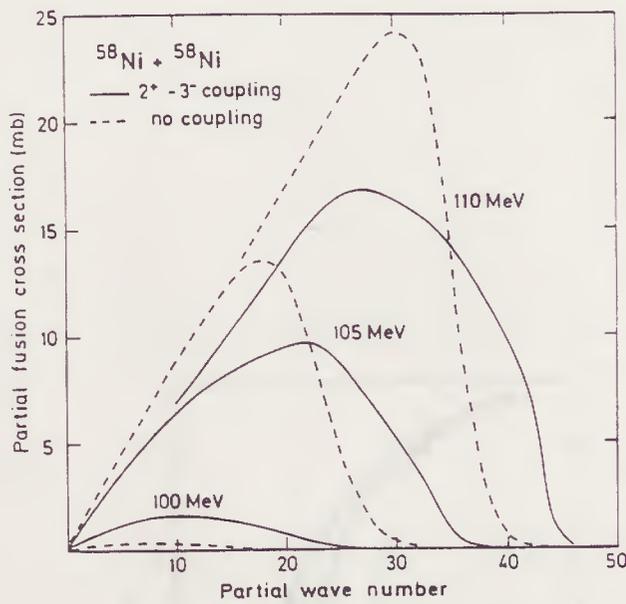


Figura 1.13: Gráfico da influência de acoplamento de canal sobre a seção de choque parcial de fusão para o sistema $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$. A altura calculada da barreira de fusão é 101.5 MeV [56].

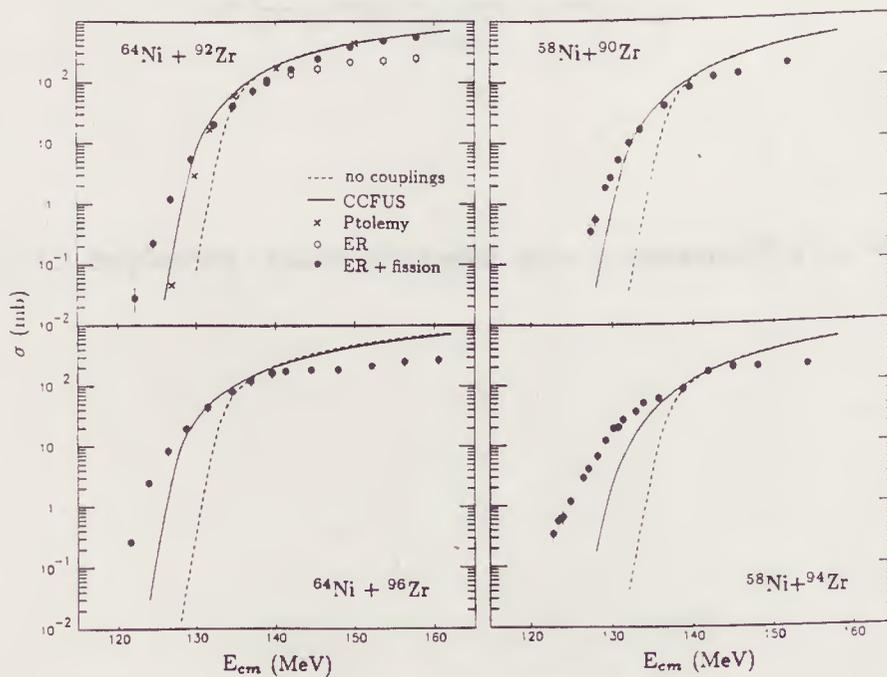


Figura 1.14: Seções de Choque de fusão para vários sistemas $\text{Ni} + \text{Zr}$ [15].

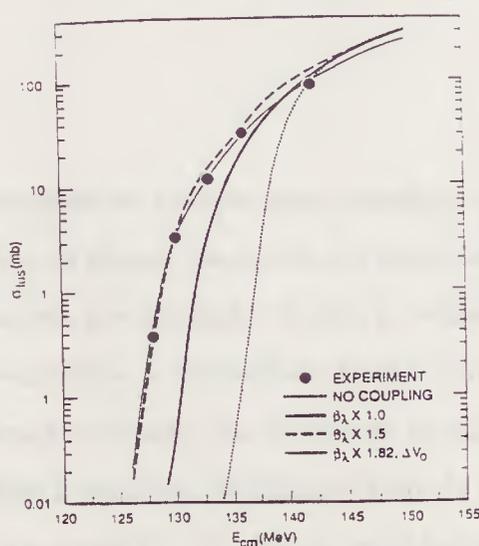


Figura 1.15: Seções de choque de fusão para o sistema $^{64}\text{Ni} + ^{100}\text{Mo}$ [15].

Capítulo 2

Efeitos Não-Locais Sobre o Tunelamento Quântico

Neste capítulo nós chamaremos atenção para um efeito quântico importante no tunelamento de barreiras; a saber, os efeitos não-locais em sistemas de núcleos que colidem[23]. A não localidade pode aparecer, por exemplo, devido à antissimetria da função de onda de muitos corpos. Historicamente, a necessidade de se incluir não localidade na formulação de Schrödinger para sistemas nucleares veio do estudo de saturação da matéria nuclear. Na década de 50 já se sabia que a descrição de Hartree-Fock da matéria nuclear, usando potenciais locais, não levava à saturação[73, 74, 75]. O reconhecimento desse fato levou Frahn e Lemmer[76], Perey e Buck[19] e outros autores[77], a incluírem explicitamente a não localidade em modelos óticos. Em geral, o tratamento matemático desses efeitos em sistemas de muitos corpos é baseado em equações de Schrödinger do tipo integro-diferencial, nos quais o núcleo da integral é um potencial não diagonal no espaço de configurações, $\langle x | V | x' \rangle$. Também é comum nestes tratamentos a obtenção de um potencial local equivalente, que tenta reproduzir as mesmas características físicas daquele não-local inicial.

Por outro lado, conceitos de espaço de fase introduzidos pelos mapeamentos de Weyl-Wigner[27], são relacionados diretamente a tais aspectos não-locais da mecânica quântica. Através deste formalismo, é possível transformar uma hamiltoniana não-local inicial em uma nova, escrita como uma série de potências da variável de momento p [78, 79]. Contudo, aqui nós não iremos tentar obter o potencial local equivalente, mas sim tratar aquela hamiltoniana inicial não-local como uma função no espaço de fase e então, calcular o propagador de Feynman. O ponto principal neste esquema é que nós construímos o propagador

com uma dependência explícita na variável do alcance da não localidade, tratada como um parâmetro livre, que nos permite estudar os efeitos desta sobre o tunelamento quântico. Para isto, nós deduzimos o propagador semiclássico para o caso de potenciais não-locais de alcance finito.

2.1 O Propagador no Espaço de Fase

O formalismo de integrais de trajetória é uma ferramenta muito útil para a construção do propagador quântico[28]. Aqui nós queremos usar este método para estudar os efeitos no tunelamento quântico de um potencial não-local presente em uma hamiltoniana, sendo esta não localidade tratada pela transformação de Weyl-Wigner[27]. Para este fim nós usaremos a descrição do formalismo de Feynman no espaço de fase[80]. Deste modo, tomamos o propagador definido como

$$K(q_f t_f; q_i t_i) \equiv \langle q_f t_f | q_i t_i \rangle = \langle q_f | \hat{U}(t_f, t_i) | q_i \rangle , \quad (2.1)$$

onde $| q_f \rangle$ e $| q_i \rangle$ são os estados final e inicial, respectivamente e $\hat{U}(t_f, t_i)$ é o operador de evolução temporal. Deste modo, (2.1) representa uma amplitude de probabilidade de evolução do sistema de um estado inicial para um estado final. O operador $\hat{U}(t_f, t_i)$ é dado por

$$\hat{U}(t_f, t_i) = \exp \left[-\frac{i}{\hbar} \hat{H}(t_f - t_i) \right] . \quad (2.2)$$

Usando a propriedade de composição do operador de evolução temporal e as expressões (2.1) e (2.2), é possível escrever o propagador no espaço de fase como

$$K(q_f t_f; q_i t_i) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int \dots \int \frac{dp_N}{2\pi\hbar} \prod_{j=1}^{N-1} \left(\frac{dp_j dq_j}{2\pi\hbar} \right) \times \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \sum_{j=1}^N [p_j(q_j - q_{j-1}) - H(p_j, q_j)\varepsilon] \right\} , \quad (2.3)$$

onde $\varepsilon = (t_f - t_i)/N$ e

$$H(p_j, q_j) = \frac{\langle q_j | \hat{H} | p_j \rangle}{\langle q_j | p_j \rangle} . \quad (2.4)$$

Costumeiramente identifica-se a expressão local (2.4), como sendo a hamiltoniana clássica associada ao sistema. A expressão (2.3) pode ser interpretada da seguinte maneira[80]: quando divide-se o tempo total de propagação, $(t_f - t_i)$, em N partes, na N -ésima aproximação pode-se considerar a função $q(t)$ aproximada por uma função linear indo de q_{j-1} a q_j no intervalo de tempo t_{j-1} a t_j , onde $t_i \leq t \leq t_f$. A função $p(t)$, no mesmo intervalo, pode ser aproximada por uma constante p_j . Dessa forma, a somatória no expoente de (2.3) pode ser considerada como aproximação da integral

$$A(t_f, t_i) = \int_{t_i}^{t_f} [p(t)\dot{q}(t) - H(p, q)] dt , \quad (2.5)$$

que é o funcional de Feynman. Devido a (2.5), o propagador (2.3) toma a forma

$$K(q_f t_f; q_i t_i) = \int D[p]D[q] \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} A(t_f, t_i) \right\} , \quad (2.6)$$

onde o “elemento de volume” no espaço funcional das funções $p(t)$ e $q(t)$ é dado por

$$D[p]D[q] = \lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ \frac{dp_N}{2\pi\hbar} \prod_{j=1}^{N-1} \left(\frac{dp_j dq_j}{2\pi\hbar} \right) \right\} . \quad (2.7)$$

Foi mostrado há alguns anos[78, 79] que $H(p, q)$, expressão (2.4), pode ser a transformada de Weyl do operador hamiltoniano $\hat{H}(\hat{P}, \hat{Q})$. O uso desta transformada torna evidente os efeitos induzidos pela característica quântica dos operadores que compõem \hat{H} , além do efeito quântico associado ao eventual caráter não-local do potencial. A técnica de mapeamento de Weyl-Wigner é bem conhecida e amplamente discutida na literatura[27]. Neste formalismo, a função $H(p, q)$, pode ser escrita como a integral de um núcleo não-local usando a definição padrão

$$H(p, q) = \int dv e^{(i/\hbar)pv} H(q, v) . \quad (2.8)$$

onde v é a variável associada à não localidade. Agora, da mesma forma como foi feito anteriormente[79], expandimos a exponencial na eq. (2.8), e obtemos

$$H(p, q) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{i}{\hbar} \right)^n p^n \mathcal{H}^{(n)}(q) , \quad (2.9)$$

onde $\mathcal{H}^{(n)}(q)$ é o n -ésimo momento de $\langle q - v/2 | \hat{H} | q + v/2 \rangle \equiv H(q, v)$, que agora é considerado uma distribuição no espaço de fase adequado, sendo dado por

$$\mathcal{H}^{(n)}(q) = \frac{(-)^n}{n!} \int dv v^n H(q, v) . \quad (2.10)$$

Assim, neste formalismo, o conjunto de momentos $\mathcal{H}^{(n)}(q)$ possui o conteúdo físico necessário para descrever o sistema, e pode ser obtidos a partir de uma forma conhecida para a hamiltoniana não-local inicial $H(q, v)$. É muito conveniente adotar uma forma geral, por exemplo, como

$$H(q, v) = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \delta''(v) + V(q, v) , \quad (2.11)$$

onde $V(q, v)$ é agora um potencial não-local e δ'' denota a derivada segunda da delta de Dirac. Substituindo (2.11) em (2.10) e o uso do resultado em (2.9), permite escrever $H(p, q)$ como uma série de potências em p

$$H(p, q) = \frac{p^2}{2\mu} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i)^n}{\hbar^n} p^n V^{(n)}(q) , \quad (2.12)$$

com

$$V^{(n)}(q) = \frac{(-)^n}{n!} \int dv v^n V(q, v) \quad (2.13)$$

dando os momentos associados apenas ao potencial não-local.

A fim de estudar os efeitos do caráter não-local de um potencial sobre o propagador, nós devemos escolher uma forma para $V(q, v)$, que aparece em (2.13). Esta escolha é baseada em propriedades físicas exibidas por $V(q, v)$ e que são melhor esclarecidas se adotarmos a seguinte mudança de variáveis: $x = q + v/2$ e $x' = q - v/2$. Agora, se o número de partículas é conservado, então o potencial deve satisfazer a condição de hermiticidade

$$V(x, x') = V^*(x', x) , \quad (2.14)$$

e se temos simetria por reversão temporal, V é real, e portanto simétrico:

$$V(x, x') = V(x', x) . \quad (2.15)$$

Há um importante exemplo de potencial que pode ser não-local, o potencial ótico, que tem uma parte absorvente e, portanto, não é hermitiano e nem é real. Contudo, em muitas aplicações[19, 77, 81] ele ainda é simétrico. Aqui, nós assumiremos um potencial não-local escrito como[76]

$$V(q, v) = V_1(q) \frac{1}{b\sqrt{\pi}} \exp\left[-\frac{v^2}{b^2}\right]. \quad (2.16)$$

Dessa maneira, então, o potencial adotado é composto por um termo local, $V_1(q)$, multiplicado pela parte não-local com forma gaussiana, sendo que (2.16) atende à (2.14) e (2.15). Deve ser enfatizado que qualquer outra forma para a parte não-local, desde que seja uma função com uma área finita, pode ser utilizada. Posteriormente, a largura da gaussiana, b , medindo o alcance da não localidade, será tratada como um parâmetro livre a fim de nos permitir estudar o limite local do formalismo; neste sentido a gaussiana é apropriadamente normalizada pelo fator $1/(b\sqrt{\pi})$.

Com esta escolha nós podemos calcular os momentos $V^{(n)}(q)$, que são escritos como

$$V^{(n)}(q) = \frac{(-)^n}{n!b\sqrt{\pi}} V_1(q) \int dv v^n \exp\left[-\frac{v^2}{b^2}\right]. \quad (2.17)$$

Resolvendo a integral nós encontramos

$$V^{(n)}(q) = \frac{(-)^n b^n (n-1)!!}{n! 2^{n/2}} V_1(q) \quad \text{para } n = 0, 2, 4, \dots \quad (2.18)$$

onde é notado que todos os momentos carregam uma dependência direta no potencial local $V_1(q)$ e que, tomando o limite local, isto é, $b \rightarrow 0$, todos os momentos a menos de $V^{(0)}(q)$ se anulam. De (2.18) pode-se ver que a condição de simetria sobre $V(q, v)$ é equivalente ao requisito que $V^{(n)}(q)$ dependa apenas de potências pares do momento. Isto será satisfeito por potenciais que ocorrem na prática, pois se eles possuísem potências ímpares do momento, eles dependeriam da direção assim como da magnitude do momento e não seria razoável o potencial depender da direção da velocidade radial, isto é, ser diferente para partículas atravessando o núcleo em diferentes direções, além do que esta dependência em potências ímpares em p tornaria a hamiltoniana dissipativa, que não é o caso tratado por nós.

É importante notar que os momentos $V^{(n)}(q)$ irão contribuir menos para a série em (2.12) conforme n cresce devido a forma gaussiana para a parte não-local de $V(q, v)$. Já

que a gaussiana tem o pico bem marcado em $v = 0$, uma contribuição apreciável à integral (2.17) vem apenas da região de v pequeno. O fator v^n , contudo, é pequeno para $n > 0$, tal que a integral toda dará valores menores com n crescente. Isto sugere que poucos momentos podem ser considerados em (2.18). Assim, nós iremos trabalhar com os dois primeiros termos da série em (2.18), e portanto em (2.12). Isso é equivalente a que nós tenhamos na expressão (2.12) o seguinte vínculo

$$\lambda > \pi b \quad \text{com } \lambda = 2\pi/(p/\hbar) . \quad (2.19)$$

Esta relação entre o comprimento de onda de de Broglie do sistema e o alcance da não localidade também foi obtida por Horiuchi[82] em uma abordagem — diferente desta aqui apresentada — de métodos semiclassicos aplicados a potenciais não-locais, na qual a relação (2.19) dá a medida da validade do formalismo lá adotado. A expressão (2.19) é razoavelmente bem aplicada em reações envolvendo íons pesados para pequenos alcances da não localidade, e cuja energia incidente obedeça a $|V_0 - E| < 2\hbar\omega_0$ (V_0 e $\hbar\omega_0$ são parâmetros que caracterizam a barreira).

Assim, em (2.12), o termo $n = 0$ será independente de p e será identificado como um potencial, e o termo $n = 2$ sendo proporcional a p^2 , dará origem a um termo de correção da massa reduzida do sistema. Portanto, nós vemos que nossa nova hamiltoniana é dada até os dois primeiros termos na expansão em séries como

$$H(p, q) \cong p^2 \left[\frac{1}{2\mu} - \frac{V^{(2)}(q)}{\hbar^2} \right] + V^{(0)}(q) . \quad (2.20)$$

Deve ser ressaltado que tal hamiltoniana também foi obtida no contexto do método de coordenadas geradoras no tratamento, de movimentos coletivos nucleares[83], onde foi mostrado que em alguns casos é esperado que a retenção de termos até $n = 2$ seja exato.

Agora

$$\frac{1}{2\mu(q; b)} = \frac{1}{2\mu} \left[1 - \frac{b^2\mu}{2\hbar^2} V^{(0)}(q) \right] , \quad (2.21)$$

é uma massa reduzida efetiva e

$$V(q) = V^{(0)}(q) \quad (2.22)$$

é um novo potencial. A expressão (2.21) também foi obtida por Frahn e Lemmer[76] que num estudo de uma interação nuclear dependente da velocidade, concluíram que a passagem de um nucleon através da matéria nuclear pode ser representada pelo movimento de um partícula “livre” equivalente com uma massa modificada.

Assim, se nos restringirmos a esta aproximação, também chamada aproximação adiabática, então o funcional de Feynman será[79]

$$A(t_f, t_i) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^N \left[p_j (q_j - q_{j-1}) - \frac{p_j^2}{2} \mu^{-1} \left(\frac{q_j + q_{j-1}}{2} \right) \varepsilon - V \left(\frac{q_j + q_{j-1}}{2} \right) \varepsilon \right], \quad (2.23)$$

onde foram definidos os argumentos de μ e V como o ponto intermediário de q_j e q_{j-1} [78].

A substituição de (2.23) em (2.6) e a posterior integração sobre o espaço dos momentos leva à expressão para o propagador no espaço de configurações .

$$K(q_f t_f; q_i t_i) = \int D[q] \exp \left(\frac{i}{\hbar} S(t_f, t_i) \right), \quad (2.24)$$

com

$$D[q] = \lim_{N \rightarrow \infty} \prod_{j=1}^N \left[\left(-\frac{i}{2\pi\hbar\varepsilon} \right)^N \mu \left(\frac{q_j + q_{j-1}}{2} \right) \right]^{1/2} dq_j, \quad (2.25)$$

sendo que

$$S(t_f, t_i) = \int \left[\frac{1}{2} \mu(q) \dot{q}^2(t) - V(q(t)) \right] dt, \quad (2.26)$$

vem do limite

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^N \varepsilon \left[\frac{1}{2} \mu \left(\frac{q_j + q_{j-1}}{2} \right) \left(\frac{q_j - q_{j-1}}{\varepsilon} \right)^2 - V \left(\frac{q_j + q_{j-1}}{2} \right) \right]. \quad (2.27)$$

Obviamente nós devemos ter $q_j - q_{j-1} \propto \varepsilon^{1/2}$, a fim de que o argumento na exponencial de (2.24) não varie tão rapidamente, pois dessa forma levaria a uma interferência destrutiva[28].

Paralelamente nós podemos obter a equação de Schrödinger com efeitos não-locais tratados na aproximação de momento quadrático, através da equação (2.20) e seguindo o formalismo de quantização de Weyl-Wigner, o qual dá a seguinte relação entre uma função num espaço de fase e um operador num espaço de Hilbert[27]

$$f(q)p^n \rightleftharpoons \frac{1}{2^n} \{ \{ \dots \{ f(\hat{q}), \hat{p} \}, \hat{p} \} \dots, \hat{p} \} , \quad (2.28)$$

onde as chaves correspondem a anti-comutadores. Aplicando, então, a relação (2.28) à expressão (2.20) nós obtemos

$$\hat{H}(\hat{p}, \hat{q}) = \frac{1}{4} \left[\frac{\hat{p}^2}{2\mu(\hat{q}; b)} + \hat{p} \frac{1}{\mu(\hat{q}; b)} \hat{p} + \hat{p}^2 \frac{1}{2\mu(\hat{q}; b)} \right] + V(\hat{q}) . \quad (2.29)$$

O operador (2.29) foi obtido na literatura em diferentes formalismos e com diversas aplicações[76, 83, 79]. A expressão (2.29) é importante também para o estudo particular de interações entre íons pesados, além das aplicações de efeitos não-locais no formalismo geral de tunelamento quântico.

2.2 O Propagador Semiclássico

Com o objetivo de acharmos o propagador que carrega agora os efeitos não-locais, consideremos

$$L(q, \dot{q}) = \frac{\mu(q)}{2} \dot{q}^2 - V(q) \quad (2.30)$$

a lagrangiana para nosso problema, obtida em (2.26) e que incorpora os efeitos não-locais em $\mu(q)$ e $V(q)$. A equação de Euler-Lagrange deduzida a partir de (2.30) é

$$\mu(q)\ddot{q} + \frac{1}{2} \frac{d}{dq} \mu(q) \dot{q}^2 + \frac{d}{dq} V(q) = 0 , \quad (2.31)$$

que é a equação de movimento de um sistema com massa dependente da posição , e

$$\frac{\mu(q)}{2} \dot{q}^2 + V(q) = \bar{E} , \quad (2.32)$$

desempenha o papel da energia conservada.

Para encontrar o propagador semiclássico nós devemos olhar para a expressão da segunda variação da ação, eq. (2.26), já que a eq. (2.31) garante que a primeira variação é nula. Aqui nós supomos que há apenas um ponto estacionário da ação. Agindo dessa maneira, pode ser mostrado que[84]

$$\begin{aligned}
 L(q + \delta q, \dot{q} + \delta \dot{q}) &= L(\bar{q}, \dot{\bar{q}}) + \frac{\mu(\bar{q})}{2} \delta \dot{q}^2 - \frac{1}{4} \frac{d^2}{dq^2} \mu(q) \Big|_{q=\bar{q}} \dot{\bar{q}} \delta q^2 \\
 &\quad - \frac{1}{2} \frac{d}{dq} \mu(q) \Big|_{q=\bar{q}} \ddot{\bar{q}} \delta q^2 - \frac{1}{2} \frac{d^2}{dq^2} V(q) \Big|_{q=\bar{q}} \delta q^2, \quad (2.33)
 \end{aligned}$$

onde $\bar{q}(t)$ é a solução de (2.30). Neste estágio, se nós fizermos o limite local, $b \rightarrow 0$, então $\mu(q) \rightarrow \mu$ e assim, a eq. (2.33) se reduz à variação segunda usual de uma lagrangiana com um potencial local e uma massa constante[85]. Dessa forma, nós escrevemos o propagador semiclássico como

$$\begin{aligned}
 K(q_f t_f, q_i t_i; b) &= \int D[\delta q(t)] \exp \left[\frac{i}{\hbar} S(q + \delta q) \right] \\
 &= \exp \left[\frac{i}{\hbar} S(\bar{q}) \right] \int D[\delta q(t)] \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int_{t_i}^{t_f} dt \frac{1}{2} \left[\mu(\bar{q}) \delta \dot{q}^2 - \frac{d^2 V(q)}{dq^2} \delta q^2 \right] \right\} \\
 &\quad \times \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \int_{t_i}^{t_f} dt \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \frac{d^2}{dq^2} \mu(q) \right]_{q=\bar{q}} \dot{\bar{q}} \delta q^2 \right. \\
 &\quad \left. + \left[\frac{d}{dq} \mu(q) \right]_{q=\bar{q}} \ddot{\bar{q}} \delta q^2 \right\} \\
 &\equiv \exp \left[\frac{i}{\hbar} S(\bar{q}) \right] G(q_f, q_i; b). \quad (2.34)
 \end{aligned}$$

A primeira exponencial na integral tem exatamente a mesma estrutura do propagador semiclássico num tratamento padrão[85, 86], mas a segunda exponencial possui termos extras (referentes à variação da massa efetiva) devido aos efeitos não-locais. A função $G(q_f, q_i; b)$ (integral funcional) pode ser calculada como proposto por Coleman[86] e discutido no apêndice de Holstein[85], levando em conta agora o termo extra na exponencial[84]. Os cálculos são simples, porém longos, e se nós assumirmos os efeitos não-locais relevantes em distâncias finitas – não mais que o alcance do potencial – então, para tempos inicial e final correspondentes para pontos distantes do alcance finito do potencial, a integral funcional dá

$$G(q_f, q_i; b) = \left[\frac{2\pi i}{\mu^2} k(q_i)k(q_f) \int_{q_i}^{q_f} dq \frac{\mu^2(q)}{\kappa^3(q)} \right]^{-1/2}, \quad (2.35)$$

onde $k(q) = (\mu/\hbar)(d/dt)q$ e $\kappa(q) = (\mu(q)/\hbar)(d/dt)q$. Para pontos fora do alcance do potencial não-local $\mu(q) \rightarrow \mu$.

Finalmente nós podemos escrever o propagador semiclássico para um potencial não-local (com q_f e q_i fora dos efeitos não-locais)

$$\begin{aligned} K(q_f t_f, q_i t_i; b) &= G(q_f, q_i; b) \exp \left[i \int_{q_i}^{q_f} \kappa(q) dq - i \frac{\bar{E}}{\hbar} (t_f - t_i) \right] \\ &= G(q_f, q_i; b) \exp \left[-i \frac{\bar{E}}{\hbar} (t_f - t_i) \right] \\ &\quad \times \exp \left\{ i \int_{q_i}^{q_f} dq [2\mu(q)(\bar{E} - V(q))]^{1/2} \right\}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

No limite local, $b \rightarrow 0$, os termos da eq. (2.36) se reduzem a

$$\begin{aligned} G(q_f, q_i; b) &\rightarrow G(q_f, q_i) \\ \bar{E} &\rightarrow E_{clas} \\ \mu(q) &\rightarrow \mu, \end{aligned}$$

dando de volta a expressão costumeira para o propagador. O aspecto interessante desse formalismo a ser ressaltado é que, para a ordem de aproximação que nós estamos trabalhando, os efeitos não-locais são agora incorporados na massa efetiva $\mu(q)$ e na forma do novo potencial $V(q)$. Além disso, como já ocorre para potenciais locais, para a segunda variação na lagrangiana padrão, nós recuperamos a aproximação WKB[85].

2.3 Aplicação ao Tunelamento Quântico

Embora seja bem conhecido que potenciais não-locais possam apresentar vários efeitos físicos interessantes, aqui nós iremos particularizar nosso esquema ao estudo do problema fundamental dos efeitos não-locais sobre o tunelamento quântico de uma barreira de potencial. Com o intuito, então, de comparar o tunelamento através de uma barreira de potencial

com efeitos não-locais com o tunelamento no limite local do potencial, nós introduziremos nessa seção, como um exemplo, um modelo de potencial esquemático simples que simula uma barreira de potencial para sistemas complexos constituída de uma parte local repulsiva mais um poço não-local atrativo, simulando a repulsão coulombiana e o potencial nuclear, respectivamente. Dessa maneira, nós consideramos a hamiltoniana como

$$H(q, v) = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \delta''(v) + V_{NL}(q, v) + V_L(q, v) \delta(v) , \quad (2.37)$$

onde

$$V_{NL}(q, v) = \frac{V_0^A}{b\sqrt{\pi}} \exp\left[-\frac{v^2}{b^2}\right] \times \exp[-8\alpha q^2] \quad (2.38)$$

e

$$V_L(q, v) = V_0^R \exp[-8\rho(q + q_0)^2] . \quad (2.39)$$

Usando os resultados da seção 2.1, nós obtemos

$$H(p, q) = \frac{p^2}{2\mu} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-)^n}{\hbar^n} p^n V_{NL}^{(n)} + V_L(q) , \quad (2.40)$$

que dá na aproximação adiabática

$$H(p, q) = \frac{p^2}{2\mu(q; b)} + V(q) . \quad (2.41)$$

Aqui nós temos

$$\mu(q; b) = \frac{\mu}{1 + \frac{\mu b^2 |V_0^A|}{2\hbar^2} e^{-8\alpha q^2}} , \quad (2.42)$$

e

$$V(q) = V_0^A \exp[-8\alpha q^2] + V_0^R \exp[-8\rho(q - q_0)^2] , \quad (2.43)$$

para a massa efetiva e o potencial, respectivamente. A figura 2.1 mostra um esboço da barreira de potencial (2.43) que imita a repulsão coulombiana mais o poço nuclear.

O coeficiente de transmissão para este potencial não-local, usando (2.36), é dado por

$$|T(E_0; b)|^2 = \exp\left\{-\frac{2}{\hbar} \int_{q_1}^{q_2} \left[\frac{2\mu}{1 + (\mu b^2 / 2\hbar^2) |V_0^A| e^{-8\alpha q^2}} (V(q) - E_0) \right]^{1/2} dq \right\} , \quad (2.44)$$

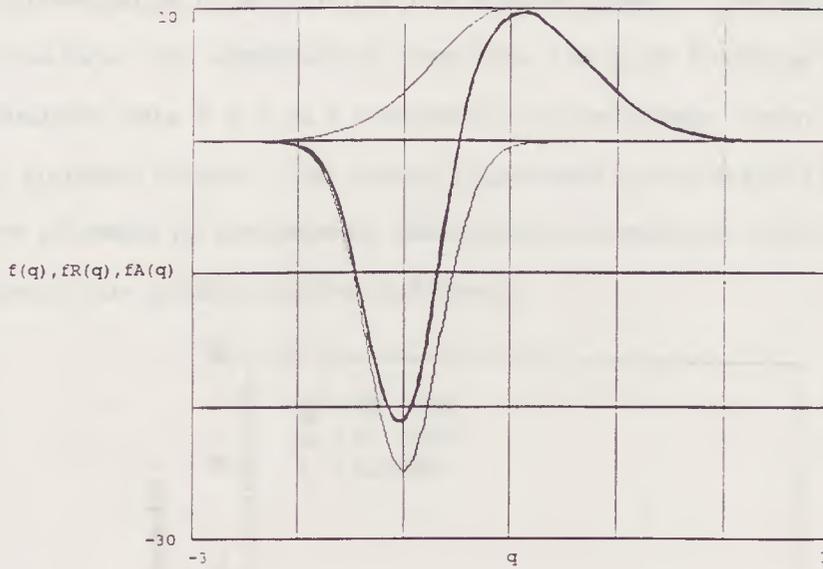


Figura 2.1: Barreira de potencial dada pela expressão (2.43). Os parâmetros usados foram: $V_0^A = -25 \text{ MeV}$, $V_0^R = 10 \text{ MeV}$, $\alpha = 0.5 \text{ fm}^{-2}$, $\rho = 0.125 \text{ fm}^{-2}$ e $q_0 = 1 \text{ fm}$.

onde os pontos de retorno, q_1 e q_2 , estão bem separados e são dados pelos zeros de $V(q) - E_0$. Naturalmente, esta probabilidade de transmissão, sendo claramente uma função do parâmetro não-local b , é o objeto natural para o estudo de efeitos não-locais. A fim de testar este resultado nós adaptamos nosso potencial modelo para simular o potencial não-local nuclear obtido como por exemplo na referência [87], impondo valores compatíveis com os parâmetros do potencial. Os resultados para as probabilidades de transmissão são calculadas como funções do alcance da não localidade b . Quatro valores diferentes de alturas da barreira de potencial, V_0^R , são consideradas tal que se possa verificar os efeitos não-locais sobre valores crescentes da carga nuclear. Na figura 2.2 é representado o fator de crescimento relativo – calculado dos dados da probabilidade de transmissão – definido como

$$h = \frac{|T(E_0, b)|^2 - |T(E_0, b = 0)|^2}{|T(E_0, b = 0)|^2} \quad (2.45)$$

Como é visto da figura 2.2, o fator de aumento relativo indica um aumento crescente na transmissão das barreiras mais altas (com uma mesma energia do projétil). Este resultado

não é surpreendente, no sentido que para aquelas barreiras, pequenos aumentos devido aos efeitos não-locais são significativos, enquanto que para barreiras baixas a probabilidade de transmissão para $b = 0$ já é comparativamente grande, assim levando a um pequeno fator de aumento relativo. Isso mostra claramente a importância relativa de efeitos não-locais em processos de tunelamento para sistemas complexos, embora estejam presentes no tunelamento com qualquer altura de barreira.

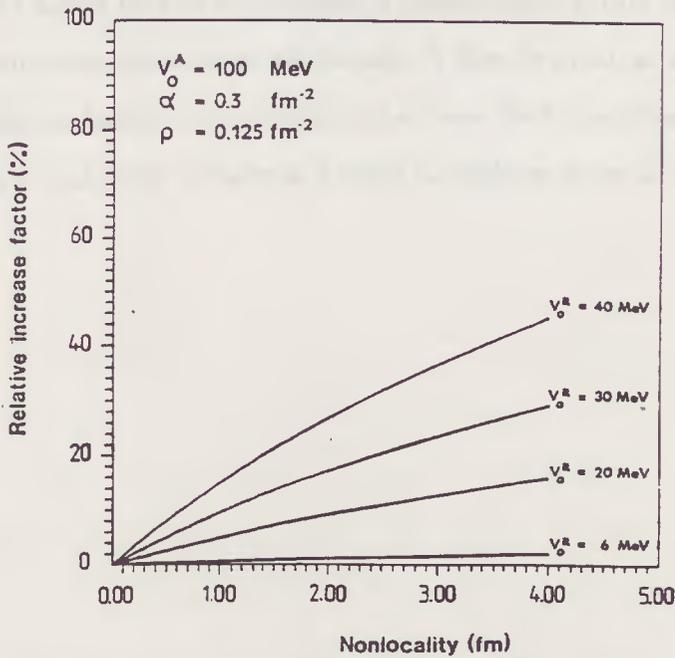


Figura 2.2: Fator de aumento relativo como uma função do parâmetro da não-localidade para quatro alturas diferentes da barreira de potencial. A energia do projétil em todas as situações é 1 MeV[23].

2.4 Sumário

A questão de efeitos não-locais associados ao campo médio nuclear, foi tratada através da integração funcional de Feynman para o caso em que a hamiltoniana incorpora um potencial não-local. O ponto principal no tratamento presente para tal hamiltoniana é o uso da descrição de espaço de fase da mecânica quântica; em particular, nós usamos uma expansão em momentos no parâmetro não-local. Dessa maneira, foi obtida uma expansão

em potências pares do parâmetro não-local (e simultaneamente do momento), sendo que o tratamento até a segunda ordem levou a descrição do problema em termos de uma massa efetiva.

O propagador semiclássico é diretamente obtido para aquela aproximação quadrática pelo método de Feynman e contém as principais características da hamiltoniana não-local inicial. Contudo, o ponto importante é que a integral da ação para potenciais não-locais com alcance finito é agora escrita envolvendo a massa efetiva, que por sua vez, contém pelo menos a parte dominante dos efeitos não-locais. A fim de mostrar as influências não-locais sobre o tunelamento quântico, nós calculamos o fator de transmissão WKB. Os resultados finais apontam para uma forte influência da não localidade sobre o tunelamento de sistemas complexos.

Capítulo 3

Efeitos Não-Locais na Seção de Choque de Fusão Núcleo-Núcleo

Neste capítulo, nós daremos atenção ao caráter não-local de uma barreira de potencial numa reação de fusão núcleo-núcleo, que é uma característica fundamental até agora não considerada nos modelos de penetração de barreira simples e mostrar que ele também produz um aumento na seção de choque de fusão. Além do mais, deve ser enfatizado que esta contribuição à seção de choque de fusão estará sempre presente, já que a não localidade, oriunda de efeitos quânticos de muitos corpos[22], reflete uma característica fundamental do potencial núcleo-núcleo; portanto, em geral, a seção de choque de fusão total deve ser considerada como o resultado de uma soma de contribuições vindo do tunelamento de uma barreira de potencial não-local e outras contribuições, por exemplo, de cálculos de canais acoplados.

Para investigar os efeitos não-locais na seção de choque de fusão (neste capítulo não serão incluídos os efeitos de canais acoplados) nós vamos trabalhar com um modelo em que o potencial total núcleo-núcleo é dado pela soma de uma parte atrativa real não-local — mais realística que aquela tratada no capítulo anterior — e do potencial coulombiano, sendo que a não localidade não é deduzida de princípios básicos mas sim tratada de uma maneira fenomenológica, como nas abordagens das referências [76, 19, 82]. Com este intuito, nós adaptamos o potencial nuclear real de Christensen-Winther[29] tornando-o não-local e, após a suposição plausível de que a principal mudança na massa reduzida efetiva ocorrerá quando

os núcleos estiverem separados pelo valor do raio da barreira de potencial local, nós vamos obter uma versão estendida da fórmula de Wong[38], eq. (1.27), para a seção de choque de fusão que incorpora aqueles efeitos não-locais, na qual o alcance da não localidade, b , é de novo tratado como um parâmetro livre.

3.1 Efeitos Não-Locais na Seção de Choque de Fusão Núcleo-Núcleo

Nós mostramos no capítulo anterior que os efeitos não-locais, com origem no campo médio nuclear microscópico, e não considerados inicialmente nos potenciais núcleo-núcleo parametrizados reais utilizados nos cálculos de seções de choque de fusão, podem ser introduzidos de uma maneira fenomenológica reescrevendo os potenciais atrativos como

$$V_{NL}(\vec{q}, \vec{v}) = \frac{V_1(\vec{q})}{\pi^{3/2} b^3} \exp\left[-\frac{\vec{v}^2}{b^2}\right], \quad (3.1)$$

onde é assumida uma dependência não-local gaussiana para o potencial. Esta forma particular para a parte não-local — embora não essencial para os resultados — é muito conveniente no sentido de que com $b \rightarrow 0$, $V_{NL}(\vec{q}, \vec{v}) \rightarrow V_1(\vec{q}) \delta(\vec{v})$, tornando assim o potencial diagonal no espaço de configurações. Nessa maneira, nós construímos uma hamiltoniana núcleo-núcleo total como a soma desta contribuição atrativa não-local, um termo local que descreve a parte repulsiva da interação e o termo da energia cinética, como

$$H(\vec{q}, \vec{v}) = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \delta''(\vec{v}) + V_{NL}(\vec{q}, \vec{v}) + V_L(\vec{q}, \vec{v}) \delta(\vec{v}), \quad (3.2)$$

o que nos leva a

$$H(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\vec{p}^2}{2\mu} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-)^n}{\hbar^n} \vec{p}^n V^{(n)}(\vec{q}) + V_L(\vec{q}), \quad (3.3)$$

onde $V^{(n)}(\vec{q})$, da mesma forma como em (2.13), são agora os momentos associados apenas ao potencial não-local. Os dois primeiros valores pares de n dão as contribuições semiclássicas dominantes, sendo que para $n = 0$, o termo independente de \vec{p} , será interpretado como o

potencial local real que se costuma utilizar e para $n = 2$, o termo proporcional a \vec{p}^2 , será a correção quântica à massa reduzida do sistema. Assim, trabalhando com os termos de até segunda ordem em p , nós obtemos uma hamiltoniana para um sistema núcleo-núcleo que é adequada para a descrição de processos com baixos momentos

$$H(\vec{p}, \vec{q}) \cong \frac{\vec{p}^2}{2\mu(\vec{q}; b)} + V(\vec{q}) . \quad (3.4)$$

A nova massa efetiva é explicitamente escrita como

$$\mu(\vec{q}; b) = \frac{\mu}{1 - \frac{2\mu}{\hbar^2} V^{(2)}(\vec{q}; b)} , \quad (3.5)$$

e o potencial para esta ordem é

$$V(\vec{q}) = V^{(0)}(\vec{q}) + V_L(\vec{q}) , \quad (3.6)$$

que será considerado como sendo um potencial local real total usado para descrever a interação núcleo-núcleo.

Para um potencial não-local descrito por (3.1) e numa maneira análoga à (2.42), nós podemos escrever a massa reduzida efetiva como (nós iremos trabalhar com potenciais com simetria esférica, $V(\vec{q}) = V(r)$)

$$\mu(r; b) = \frac{\mu}{1 + \frac{\mu b^2}{2\hbar^2} |V_N(r)|} , \quad (3.7)$$

pois

$$V^{(2)}(r; b) = \frac{1}{4} b^2 V^{(0)}(r) \equiv \frac{1}{4} b^2 V_N(r) .$$

Nós assumiremos que a nossa massa reduzida efetiva terá uma dependência simples com o potencial nuclear que atua entre os núcleos interagentes. Como uma suposição plausível e com o intuito de simplificar os cálculos sem muita perda de conteúdo, nós consideraremos que esta massa muda para seu novo valor apenas no raio da barreira, R_l que é definido por

$$V_l(r) = V^{(0)}(r) + V_{Coul}(r) + V_{cent}(r) , \quad (3.8)$$

com

$$V_{cent}(r) = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu(r; b)r^2} , \quad (3.9)$$

e sendo a altura da barreira para l -ésima onda parcial, dada por

$$V_l = V_l(R_l) .$$

Também vamos supor que aquela massa permanecerá constante para $0 \leq r \leq R_l$; logo, com estas hipóteses nós vemos que a massa dada pela eq. (3.7) se comporta de tal forma que podemos escrever

$$\mu(r; b) = \begin{cases} \mu , & r > R_l \\ \mu / \left(1 + \frac{\mu b^2}{2\hbar^2} |V_N(R_l)| \right) , & 0 \leq r \leq R_l . \end{cases} \quad (3.10)$$

O fator $(\mu b^2/2\hbar^2) |V_N(R_l)|$ é um termo de perturbação na expressão (3.10) e deve introduzir uma pequena correção na massa efetiva. Com isto nós escrevemos

$$\sqrt{\mu(r; b)} \simeq \sqrt{\mu} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{\mu b^2}{2\hbar^2} |V_N(R_l)| \right] , \quad 0 \leq r \leq R_l . \quad (3.11)$$

Da mesma maneira, nós podemos assumir que o potencial centrífugo, eq. (3.9), será dado por sua parte dominante que ocorre para os baixos momentos angulares l — que são as contribuições relevantes para a fusão abaixo da barreira

$$\begin{aligned} \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu(r; b)r^2} &= \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} \left[1 + \frac{\mu b^2}{2\hbar^2} |V_N(R_l)| \right] \\ &\simeq \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} . \end{aligned} \quad (3.12)$$

Além disso, nós vamos conservar a aproximação (3.12) no cálculo da seção de choque de fusão em energias acima da barreira pois, dessa forma, nós não introduziremos efeitos de repulsão no potencial centrífugo para l 's mais altos que viriam da aproximação de massa efetiva válida para baixas energias.

A seção de choque de fusão pode ser obtida nesta abordagem tomando o coeficiente de transmissão, mais geral que aquele do capítulo anterior, e tem a seguinte forma

$$T_l(E; b) = \frac{1}{1 + \exp \left\{ 2 \int_{r_1}^{r_2} K_l(r; b) dr \right\}} , \quad (3.13)$$

com r_1 e r_2 sendo os pontos de retorno e

$$K_l(r; b) = \sqrt{\frac{2}{\hbar^2} \mu(r; b) [V_l(r) - E]} . \quad (3.14)$$

Nós, então, substituímos na expressão (3.13) as hipóteses (3.10) e (3.11) e escrevemos a integral que aparece naquele termo como

$$\int_{r_1}^{r_2} K_l(r; b) dr = \int_{r_1}^{R_l} \sqrt{\frac{2}{\hbar^2} \mu [V_l(r) - E]} dr \left[1 - \frac{1}{2} b^2 f(R_l) \right] + \int_{R_l}^{r_2} \sqrt{\frac{2}{\hbar^2} \mu [V_l(r) - E]} dr , \quad (3.15)$$

onde

$$f(R_l) = \frac{\mu}{2\hbar^2} |V_N(R_l)| , \quad (3.16)$$

é o fator que traz informações sobre o potencial nuclear atuando no sistema e sobre seu tamanho (através de sua massa reduzida local). Note-se que devido a nossa suposição sobre a massa reduzida nós temos que $f(R_l) = 0$ para $r > R_l$. Agora, nós aproximamos as várias barreiras para diferentes ondas parciais por parábolas invertidas centradas em R_l , de altura V_l e frequência ω_l [37]

$$V_l(r) = V_l - \frac{\mu \omega_l^2}{2} (r - R_l)^2 , \quad (3.17)$$

e calculamos as integrais em (3.15) utilizando a simetria da parábola em torno de R_l

$$\begin{aligned} \int_{r_1}^{r_2} K_l(r; b) dr &= \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{\frac{2}{\hbar^2} \mu [V_l(r) - E]} dr - \frac{1}{4} b^2 f(R_l) \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{\frac{2}{\hbar^2} \mu [V_l(r) - E]} dr \\ &= \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{\frac{2}{\hbar^2} \mu [V_l(r) - E]} dr \left(1 - \frac{b^2}{4} f(R_l) \right) , \end{aligned} \quad (3.18)$$

sendo que estas integrais, calculadas com expressão (3.17), dão como resultado o conhecido fator de Hill-Wheeler[37]

$$\int_{r_1}^{r_2} \sqrt{\frac{2}{\hbar^2} \mu [V_l(r) - E]} dr = \frac{\pi(V_l - E)}{\hbar \omega_l} . \quad (3.19)$$

Substituindo as expressões (3.18) e (3.19) na fórmula para o novo coeficiente de transmissão, eq.(3.13), nós podemos escrevê-lo como

$$T_l(E; b) = \frac{1}{1 + \exp \left[\frac{2\pi(V_l - E)}{\hbar \omega_l} \left(1 - \frac{b^2}{4} f(R_l) \right) \right]} . \quad (3.20)$$

É importante observar que para $b \rightarrow 0$, isto é, no limite local, nós obtemos novamente um coeficiente de transmissão padrão. Com esta expressão nós podemos, então, calcular diretamente a seção de choque de fusão nuclear que incorpora os efeitos não-locais:

$$\sigma_f(E; b) = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l + 1}{1 + \exp \left\{ \frac{2\pi(V_l - E)}{\hbar \omega_l} \left[1 - \frac{b^2}{4} f(R_l) \right] \right\}} , \quad (3.21)$$

onde k é o número de onda assintótico. Agora, seguindo Wong[38], nós fazemos as aproximações

$$R_l \simeq R_0 , \quad (3.22)$$

$$V_l \simeq V_0 + \frac{\hbar^2 l(l + 1)}{2\mu R_0^2} , \quad (3.23)$$

$$\hbar \omega_l \simeq \hbar \omega_0 , \quad (3.24)$$

e substituindo a soma na eq. (3.21) por uma integral nós finalmente obtemos

$$\sigma_f(E; b) = \left[\frac{R_0^2 \hbar \omega_0}{2E \left[1 - \frac{b^2}{4} f(R_0) \right]} \right] \ln \left\{ 1 + \exp \left[\frac{2\pi(E - V_0)}{\hbar \omega_0} \left(1 - \frac{b^2}{4} f(R_0) \right) \right] \right\} . \quad (3.25)$$

Novamente nós notamos aqui que no limite local esta expressão para a seção de choque de fusão dá de novo a fórmula de Wong, eq. (1.27). Por outro lado, é interessante observar

que os efeitos não-locais do potencial manifestam-se na forma da expressão $1 - (b^2/4)f(R_0)$, que pode ser interpretado como um fator que redefine a curvatura da barreira $\hbar\omega_0$. É então evidente que para colisões sub-coulombianas, $E < V_0$, nós temos $\sigma_f(E; b) > \sigma_f(E)$, já que

$$\frac{\hbar\omega_0}{1 - \frac{b^2}{4}f(R_0)} > \hbar\omega_0, \text{ para } b > 0. \quad (3.26)$$

Além disso, para $E > V_0$, $\sigma_f(E; b) \simeq \sigma_f(E)$ devido a competição entre os dois termos na eq. (3.25).

Como obtemos uma nova expressão para a seção de choque de fusão, nós agora podemos estudar seu comportamento para baixas e altas energias, respectivamente. Primeiro, observa-se que para valores de E tais que $E \ll V_0$, a eq. (3.25) dá

$$\sigma_f(E; b) \simeq \left[\frac{R_0^2 \hbar\omega_0}{2E \left[1 - \frac{b^2}{4}f(R_0) \right]} \right] \exp \left[\frac{2\pi(E - V_0)}{\hbar\omega_0} \left(1 - \frac{b^2}{4}f(R_0) \right) \right], \quad (3.27)$$

e a seção de choque de fusão decresce exponencialmente. No limite local nós obtemos

$$\sigma_f(E; b \rightarrow 0) \rightarrow \frac{R_0^2 \hbar\omega_0}{2E} \exp \left[\frac{2\pi(E - V_0)}{\hbar\omega_0} \right], \quad (3.28)$$

que é a correspondente expressão de *Wong* para $E \ll V_0$, dada pela equação (1.29).

Por outro lado, quando a energia está bem acima do topo da barreira, a eq. (3.25) se reduz à forma simples

$$\sigma_f(E; b) \simeq \pi R_0^2 \left(1 - \frac{V_0}{E} \right), \quad (3.29)$$

que é a conhecida seção de choque de fusão clássica geométrica[89] discutida no capítulo inicial. Contudo, no mínimo para as aproximações aqui assumidas, a eq. (3.29) não depende de b indicando assim que para $E \gg V_0$ os efeitos não-locais não são importantes já que neste caso o coeficiente de transmissão é aproximadamente igual àquele sem os efeitos não-locais adicionais. Portanto, fica claro com o nosso modelo que os efeitos não-locais introduzidos podem ser, no mínimo em parte, uma possível resposta ao problema das discrepâncias na seção de choque de fusão.

3.2 O Valor do Alcance da Não Localidade

A expressão (3.25) para a seção de choque de fusão com efeitos não-locais carrega uma dependência com o fator que redefine a curvatura da barreira, além é claro, com aqueles parâmetros que determinam as características da barreira local e que já apareciam na expressão para a seção de choque de fusão de Wong, expressão (1.27). Por sua vez, este fator é escrito basicamente como o produto do alcance da não localidade, b , pelo fator nuclear $f(R_0)$; portanto, para calcular (3.25) nós precisamos determinar o alcance da não localidade e utilizar um potencial nuclear já estabelecido para estimar $f(R_0)$. Em princípio, o valor de b deveria ser obtido através de uma abordagem microscópica do sistema nuclear que colide, para garantir que b não irá simular outros efeitos tais como, por exemplo, aqueles oriundos de canais acoplados. Porém, nós veremos adiante que há uma maneira indireta e fenomenológica para aferir este valor. Por outro lado, para calcular o termo $f(R_0)$ nós vamos levar em conta o fato de que qualquer que seja o potencial escolhido, para energias acima da barreira, os cálculos não-locais dão os mesmos resultados que aqueles locais. Deste modo, os potenciais que ajustam razoavelmente bem, em altas energias, a expressão para a seção de choque de fusão de Wong aos dados experimentais, serão bons candidatos para calcular $f(R_0)$. Um potencial que atende bem ao nosso requisito é dado pelo potencial de Christensen-Winther[29], mencionado no capítulo 1 e que descreve a cauda do potencial núcleo-núcleo por

$$|V^{(0)}(R_0)| = 50 \left[\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right] \exp \left[\frac{R_1 + R_2 - R_0}{0.63} \right], \quad (3.30)$$

com $R_i = 1.233 A_i^{1/3} - 0.978 A_i^{-1/3} \text{ fm}$, o raio da barreira coulombiana sendo dado por $R_0 = 1.07(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) + 2.72 \text{ fm}$. Nós enfatizamos, contudo, que esta escolha particular não é essencial para os resultados finais. De fato, qualquer potencial com um comportamento similar, no mínimo com respeito à região do potencial que governa o processo de fusão, dará resultados similares.

O parâmetro controlando o alcance da não localidade, b , deve ser escolhido de tal maneira que produza o melhor ajuste dos dados experimentais. Porém, a fim de obter

esta melhor escolha para o alcance da não localidade, tal que se descrevam apenas as contribuições não-locais desejadas do potencial núcleo-núcleo, eq. (3.1), nós devemos procurar por dados experimentais de seção de choque de fusão para os quais cálculos levando em conta todos os efeitos oriundos de canais conhecidos possíveis foram realizados. Esta escolha é necessária a fim de extrair um valor de b que não contenha informação dos eventuais efeitos de canais acoplados relevantes para a reação (ou seja o menos possível contaminado por esses efeitos); de outro modo aquele valor de b representará um valor global efetivo misturando todos os efeitos que nós queremos separar. Assim, nós consideraremos os dados experimentais para o sistema $^{16}\text{O} + ^{59}\text{Co}$ como apresentado na referência [90], onde os canais de *stripping* $-\alpha$, $-1p$, $-2p$ e $-d$ foram considerados os mais importantes para os cálculos de canais de transferência. Posteriormente, usando o código *CCFUS*, os autores selecionaram os canais $-\alpha$ e $-p$ como aqueles que têm uma influência dominante na seção de choque de fusão. Foi verificado também que a deformação dinâmica ou o acoplamento de canais inelásticos são similares e dão uma contribuição muito pequena para a seção de choque de fusão. Esta, então, foi obtida com aqueles dois canais de transferência usando adicionalmente um fator de correção $1.0 \leq f \leq 2.0$ para a seção de choque de transferência. Este fator f aparece devido ao fato que são medidas apenas as seções de choque de transferência para os estados excitados (são medidas na experiência apenas as transições γ para o estado fundamental), portanto, f é introduzido com o intuito de se levar em conta as contribuições das seções de choque de transferência que alimentam diretamente o estado fundamental. Nós adotamos aqui o valor $f = 2.0$ que proporciona a seção de choque de fusão máxima.

Se nós ajustássemos os dados experimentais como se todo o aumento da seção de choque (com respeito às predições teóricas) fosse devido aos efeitos não-locais, nós encontraríamos um valor efetivo, $b_{ef} = 1.65 \text{ fm}$, figura 3.1. Agora, fazendo o melhor ajuste para a seção de choque de fusão com canais acoplados, como obtido na referência [90], usando nossa expressão, nós obtemos um alcance não-local de $b_{cc} = 1.45 \text{ fm}$, figura 3.1. O uso deste valor em nossa expressão permite-nos simular o aumento da seção de choque de fusão devido a todos os canais relevantes considerados como se fossem originários de uma não localidade. Nós podemos agora creditar a diferença entre a seção de choque de fusão experimental e

os cálculos de canais acoplados, que ainda permanece, aos efeitos não-locais considerados em nosso modelo.

Já que nós devemos olhar para o melhor valor de b , associado aos efeitos não-locais, que dão conta daquela diferença, nós devemos partir da curva ajustada para a seção de choque de fusão com canais acoplados e encontrar o valor de b que ajusta os dados experimentais; no presente caso nós obtemos $b_f = 0.94 \text{ fm}$, figura 3.1, que é o resultado a ser associado puramente aos efeitos não-locais. Desta maneira, nós separaramos, no mínimo dentro da precisão dos cálculos do modelo apresentados na referência [90], a contribuição dos efeitos não-locais que estarão presentes em todas as reações de fusão.

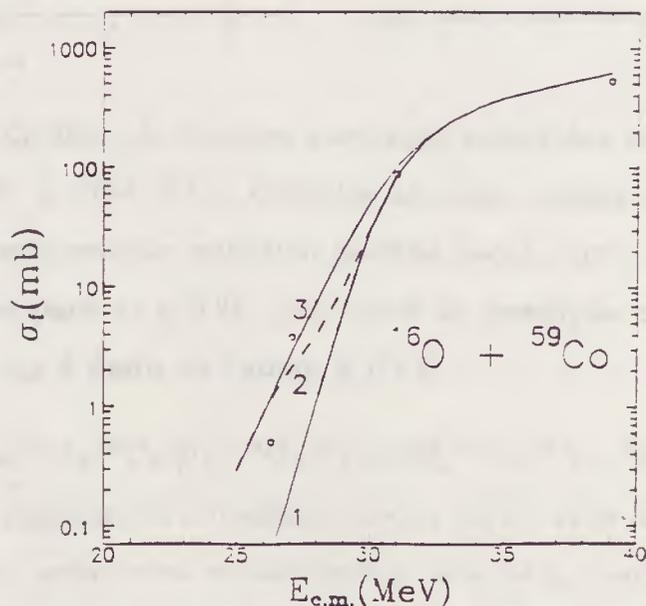


Figura 3.1: Gráfico da função excitação do sistema $^{16}\text{O} + ^{59}\text{Co}$. Círculos abertos: dados experimentais, curva 1: predição de tunelamento quântico padrão local, curva 2: (linha tracejada) resultado do cálculo de canais acoplados, curva 3: predição não-local. Os valores do parâmetro b e canais são apresentados no texto[24].

3.3 Aplicação à Sistemas com $A \sim 60$

Nós aplicamos a nova expressão para a seção de choque de fusão, eq. (3.27), ao estudo

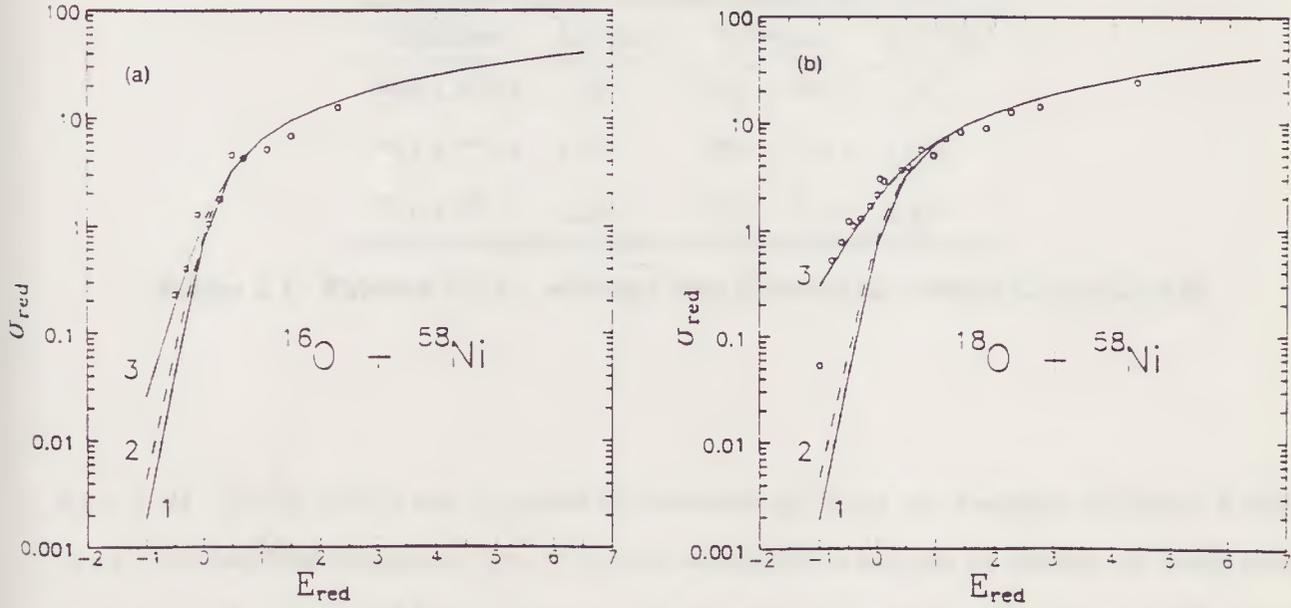


Figura 3.2: (a), (b) Gráfico de funções excitação reduzidas adimensionais para os sistemas $^{16}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$ e $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$. Círculos abertos: dados experimentais, curva 1: predição de tunelamento quântico padrão local, curva 2: (linha tracejada) predição não-local para $b_f = 0.94 \text{ fm}$, curva 3: predição não-local para b_{ef} . O alcance não-local b_{ef} é dado na tabela 3.1[24].

da fusão dos sistemas $^{16}\text{O} + ^{65}\text{Cu}$ [91], $^{18}\text{O} + ^{65}\text{Cu}$ [92], $^{16}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$, $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$ [93], $^{16}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$ e $^{18}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$ [94] e comparamos o resultado teórico para o valor de b_f encontrado com os dados experimentais, assim como encontramos o valor de b_{ef} para cada caso. Os dados foram preparados usando-se as quantidades reduzidas adimensionais definidas como

$$\sigma_{red} = \frac{2E}{R_0^2 \hbar \omega_0} \sigma_f(E; b) \quad (3.31)$$

e

$$E_{red} = \frac{E - V_0}{\hbar \omega_0} \quad (3.32)$$

As figuras 3.2-3.4 mostram as seções de choque de fusão ajustadas; os valores de b_{ef} que simulam a presença de canais acoplados *mais* os efeitos não-locais são apresentadas na tabela 3.1.

É interessante observar que em todas as seções de choque o cálculo com o valor de

Sistemas	$b_{ef}(fm)$	Sistemas	$b_{ef}(fm)$
$^{16}O + ^{58}Ni$	1.66	$^{18}O + ^{58}Ni$	2.21
$^{16}O + ^{60}Ni$	1.97	$^{18}O + ^{60}Ni$	1.90
$^{16}O + ^{65}Cu$	2.23	$^{18}O + ^{65}Cu$	2.19

Tabela 3.1: Valores de b_{ef} obtidos dos ajustes de vários sistemas[24].

$b_f = 0.94 \text{ fm}$ já prediz um aumento do processo de fusão em energias próximas à barreira. Nós também esperamos que o modelo superestime a seção de choque de fusão para energias muito abaixo da barreira, já que nós assumimos uma aproximação parabólica que claramente subestima a largura da barreira para energias mais baixas — devemos lembrar, porém, que esta aproximação se ajusta razoavelmente bem aos sistemas mais pesados (cap. 1). Contudo, para os valores presentes da energia, mesmo para os sistemas mais leves nós podemos assumir que a aproximação parabólica é razoável para as energias em que trabalhamos. Como afirmado anteriormente, para energias acima da barreira nossa descrição coincide com aquela de Wong. Desta maneira, o potencial original também dá a curva descrita pelo formalismo de Wong enquanto que as contribuições que vem do caráter não-local do potencial, nesta abordagem, apenas corrigem aquela curva na região de energia onde pequenos efeitos quânticos são importantes. Portanto, com as aproximações assumidas aqui, o valor de b afeta as seções de choque de fusão para energias abaixo da barreira e é irrelevante para energias acima.

Os valores do parâmetro da não localidade b_{ef} (que simula todos os efeitos presentes no processo de fusão) indicam claramente dois tipos de processos. Em um conjunto nós encontramos as seções de choque de fusão para $^{16}O + ^{58,60}Ni$ e $^{18}O + ^{60}Ni$ para os quais $b_{ef} < 2 \text{ fm}$. O outro conjunto inclui as reações $^{16}O + ^{65}Cu$, $^{18}O + ^{58}Ni$ e $^{18}O + ^{65}Cu$ para os quais $b_{ef} > 2 \text{ fm}$. É interessante observar que neste último caso há também uma forte indicação de uma transferência de um par de neutrons induzindo um aumento na seção de choque de fusão[92, 93].

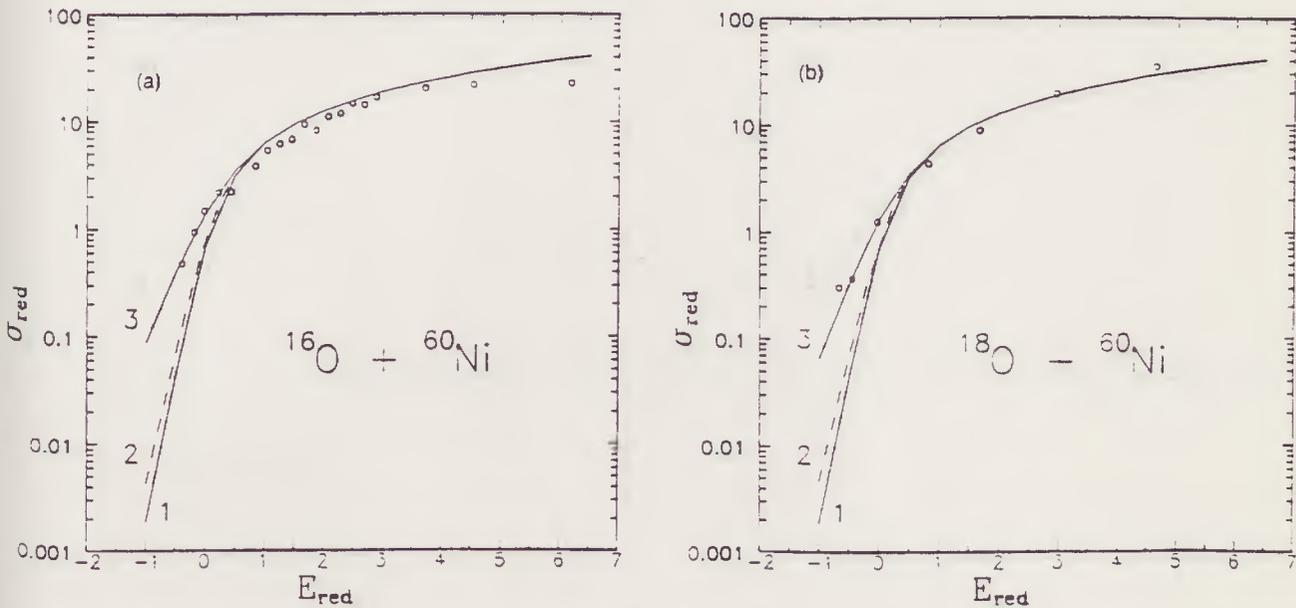


Figura 3.3: (a), (b) O mesmo como nas figuras 3.2(a) e 3.2(b) para os sistemas $^{16}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$ e $^{18}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$ [24].

3.4 Sumário

Foi mostrado como efeitos não-locais introduzidos numa maneira fenomenológica, podem ser incluídos num modelo mais realístico para o cálculo da seção de choque de fusão núcleo-núcleo. Estes efeitos são levados em conta através de um formalismo de massa efetiva, a qual é tratada num modelo de contato no cálculo do fator de transmissão, este por sua vez, sendo calculado numa aproximação de Hill-Wheeler. A posterior inserção das aproximações de Wong possibilita obter finalmente uma expressão analítica para a seção de choque de fusão que incorpora então os efeitos da não localidade do potencial. A aplicação desta expressão ao estudo de um sistema do qual se conhecem todos os possíveis canais que atuam na fusão, levou a determinação do alcance da não localidade como $b_f = 0.94 \text{ fm}$, que é ligeiramente maior que os valores, $b = 0.85 \text{ fm}$ obtido por Perey e Buck[19] num tratamento de uma equação de Schrödinger integro-diferencial para o espalhamento nucleon-núcleo, e $b = 0.82 \text{ fm}$ obtido por Wyatt et al.[18] numa aproximação de massa efetiva também usada para descrever aquele tipo de espalhamento. Guiados por estas comparações nós vemos que nosso resultado sugere que o presente valor para b_f de fato é uma boa estima-

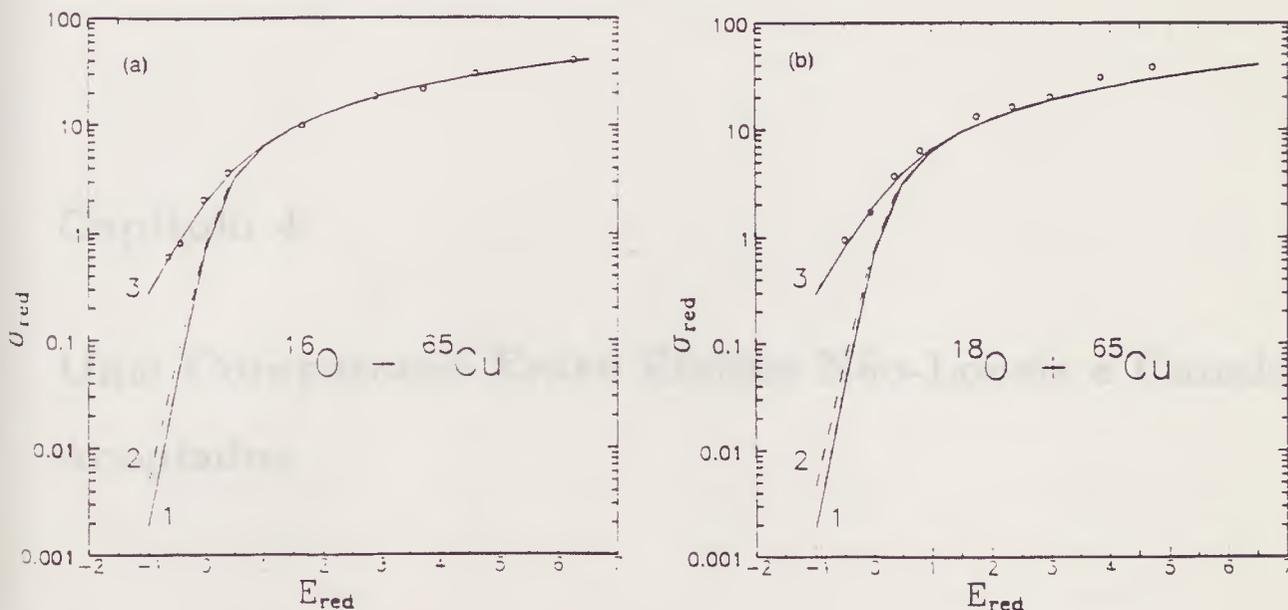


Figura 3.4: (a), (b) O mesmo como nas figuras 3.2(a) e 3.2(b) para os sistemas $^{16}\text{O} + ^{65}\text{Cu}$ e $^{18}\text{O} + ^{65}\text{Cu}$ [24].

tiva para o valor do alcance da não localidade e que dá conta de uma parte do aumento da seção de choque de fusão, embora, para que nossos resultados sejam ainda mais confiáveis, o presente formalismo deva ser verificado também em outros sistemas para os quais cálculos de canais acoplados realísticos não dão conta da seção de choque de fusão total, assim como, obter o valor de b_f através de um formalismo microscópico para o sistema nuclear.

Nós devemos enfatizar, contudo, que o presente esquema não substitui outros formalismos diferentes que levam em conta outros graus de liberdade nucleares; sua principal virtude é dar atenção ao importante papel dos efeitos não-locais — embora introduzidos em uma forma simples e ocorrendo simultaneamente a outras contribuições — para a seção de choque de fusão, principalmente em energias ao redor e abaixo da barreira.

Capítulo 4

Uma Comparação Entre Efeitos Não-Locais e Canais Acoplados

No presente capítulo nós discutiremos a superposição dos efeitos não-locais de troca e canais acoplados e verificaremos como eles se comparam no processo de fusão[25]. Para este fim nós adotaremos um modelo esquemático, que é uma adaptação daquele discutido no capítulo anterior, que é capaz de exibir as características principais do problema que nós queremos descrever, e que já foram discutidas em seus principais aspectos no capítulo 1. Este modelo descreve o acoplamento do movimento relativo a um grau intrínseco de liberdade através de uma hamiltoniana que permite uma completa diagonalização do termo de acoplamento no espaço de canais e, assim, adaptando-o pela introdução dos efeitos não-locais na equação de Schrödinger equivalente, nós poderemos discutir a superposição entre estes efeitos.

4.1 Canais Acoplados e Efeitos Não-Locais

Consideremos uma hamiltoniana modelo associada a um sistema nuclear que consiste de dois núcleos que colidem, que é expressa em termos de coordenadas coletivas globais (p, q) referentes ao movimento relativo e da coordenada ξ , caracterizando um grau interno de liberdade dos núcleos, que é acoplado ao movimento relativo. Em sua forma geral, tal hamiltoniana pode ser obtida através da transformada de Weyl-Wigner[27] do núcleo

não-local do operador hamiltoniano e é escrita como

$$H(q, p, \xi) = \delta_{\kappa, \xi} \int e^{\frac{i}{\hbar} p v} H(q, v, \kappa) dv \quad , \quad (4.1)$$

onde

$$H(q, v, \kappa) = \langle q - \frac{v}{2}, \kappa | \hat{H} | q + \frac{v}{2}, \kappa \rangle \quad . \quad (4.2)$$

Nós então escrevemos $H(q, v, \kappa)$ em uma forma explícita como

$$H(q, v, \kappa) = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \delta''(v) + V_{NL}(q, v) + V_L(q, v) \delta(v) + V_{cpt}(q, v, \kappa) \delta(v) + H_0(\kappa) \delta(v) \quad . \quad (4.3)$$

Aqui, $V_{NL}(q, v)$ é de novo o potencial escrito como um potencial de interação do tipo Perey-Buck

$$V_{NL}(q, v) = \frac{1}{b\sqrt{\pi}} V_1(q) \exp\left[-\frac{v^2}{b^2}\right] \quad , \quad (4.4)$$

sendo b o alcance da não localidade, V_L é o potencial local e $H_0(\kappa)$, a hamiltoniana intrínseca do sistema, é associada ao problema de autovalor

$$\hat{H}_0 | \kappa \rangle = \epsilon_{\kappa} | \kappa \rangle \quad , \quad (4.5)$$

com autovetores $| \kappa \rangle$ caracterizando o espectro do grau interno de liberdade selecionado. O termo $V_{cpt}(q, v, \kappa)$ representa o acoplamento do movimento relativo ao grau interno de liberdade e será tratado posteriormente numa maneira similar àquela discutida por Dasso[11]. Como já foi mostrado anteriormente, é possível escrever a expressão mapeada da hamiltoniana (4.1) como

$$H(q, p, \xi) = \frac{p^2}{2\mu} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i)^n}{\hbar^n} p^n V^{(n)}(q) + V_L(q) + V_{cpt}(q, \xi) + H_0(\xi) \quad . \quad (4.6)$$

Como anteriormente, devido a nossa escolha para a forma de $V_{NL}(q, v)$ apenas as potências pares de n estarão presentes em (4.6), e além disso nós consideraremos que os dois primeiros termos já dão a contribuição dominante para a hamiltoniana modelo (que é a aproximação adiabática). Assim, até $n = 2$, nós temos

$$H(q, p, \xi) \simeq \frac{p^2}{2\mu(q; b)} + V^{(0)}(q) + V_L(q) + V_{cpl}(q, \xi) + H_0(\xi) , \quad (4.7)$$

onde $\mu(q; b)$ é a mesma massa reduzida efetiva obtida anteriormente. Daqui por diante $V^{(0)}(q)$ ($\equiv V_1(q)$), o momento 0-ésimo do potencial não-local, será identificado com um potencial atrativo núcleo-núcleo $V_N(q)$ e $V_L(q)$ como a interação coulombiana $V_C(q)$. No limite local, isto é $b \rightarrow 0$ $\mu(q; b) \rightarrow \mu$, e o comportamento assintótico da massa — $\mu(q \rightarrow \infty; b) \rightarrow \mu$ — é garantido por $V_N(q \rightarrow \infty) \rightarrow 0$.

A extração do operador \hat{H} associado a $H(p, q, \xi)$, eq. (4.7), segue a técnica padrão do formalismo de espaço de fase quântico de Weyl-Wigner[27], como mostrado no final da seção 2.1, levando a

$$\hat{H}(\hat{q}, \hat{p}, \hat{\xi}) = \frac{1}{4} \left\{ \frac{1}{2\mu(\hat{q}; b)} \hat{p}^2 + \hat{p} \frac{1}{\mu(\hat{q}; b)} \hat{p} + \hat{p}^2 \frac{1}{2\mu(\hat{q}; b)} \right\} + V(\hat{q}) + V_{cpl}(\hat{q}, \hat{\xi}) + H_0(\hat{\xi}) , \quad (4.8)$$

onde

$$V(\hat{q}) = V_N(\hat{q}) + V_C(\hat{q}) . \quad (4.9)$$

A este operador hamiltoniano temos associada uma equação de *Schrödinger* que agora incorpora os efeitos não-locais

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu(x; b)} \frac{d^2}{dx^2} - \frac{\hbar^2}{2} \left[\frac{d}{dx} \frac{1}{\mu(x; b)} \right] \frac{d}{dx} - \frac{\hbar^2}{8} \left[\frac{d^2}{dx^2} \frac{1}{\mu(x; b)} \right] \right\} \Psi(x) = \{ E - [V(x) + V_{cpl}(x, \xi) + H_0(\xi)] \} \Psi(x) . \quad (4.10)$$

Daqui por diante nós denotaremos

$$H_{NL}(x; b) = -\frac{\hbar^2}{2} \left[\frac{d}{dx} \frac{1}{\mu(x; b)} \right] \frac{d}{dx} - \frac{\hbar^2}{8} \left[\frac{d^2}{dx^2} \frac{1}{\mu(x; b)} \right] . \quad (4.11)$$

Para resolver a eq. (4.10) nós assumiremos que as funções de onda totais podem ser expandidas como

$$\Psi(x) = \sum_{\alpha} u_{\alpha}(x) | \alpha \rangle , \quad (4.12)$$

onde α refere-se aos estados intrínsecos, tal que ficamos com o seguinte conjunto de equações acopladas

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu(x; b)} \frac{d^2}{dx^2} + H_{NL}(x; b) + V(x) - E \right] u_\alpha(x) = - \sum_{\beta} [\epsilon_\alpha \delta_{\alpha\beta} + \langle \alpha | V_{cpl}(x, \xi) | \beta \rangle] u_\beta(x) . \quad (4.13)$$

O lado direito desta equação contém os termos de acoplamento entre o movimento relativo e o grau interno de liberdade selecionado, como de costume, enquanto que o lado esquerdo, trazendo a informação com respeito ao movimento relativo, dará origem ao fator de transmissão através da barreira descrita pelo potencial modelo total que inclui os efeitos não-locais e os efeitos provenientes do acoplamento vindo da diagonalização do lado direito de (4.13).

Agora, nós queremos encontrar as soluções daquele conjunto de equações acopladas tal que o comportamento assintótico (para potenciais não-locais de curto alcance) seja

$$u_\alpha(x) \rightarrow \begin{cases} \delta_{\alpha 0} e^{-ik_\alpha x} + r_\alpha e^{ik_\alpha x} & x \rightarrow \infty \\ t_\alpha e^{-ik_\alpha x} & x \rightarrow -\infty \end{cases} , \quad (4.14)$$

onde $\hbar^2 k_\alpha^2 / 2\mu = E - \epsilon_\alpha$ e consideram-se os núcleos que colidem em seus estados fundamentais. Além disso, como discutido no capítulo 1, nós também usaremos a suposição que o potencial de acoplamento $V_{cpl}(x, \xi)$ se fatora em um produto de dois termos, um descrevendo o movimento relativo e o outro o grau interno de liberdade respectivamente, e nós consideraremos ainda que o potencial associado ao movimento relativo será representado por seu valor na posição da barreira, F , para todos os canais α (veja a seção 1.5 e a referência [12]). Assim, nós vemos que, sob estas hipóteses, as equações (4.13) podem ser desacopladas e que isto pode ser feito pela diagonalização da matriz

$$M_{\alpha\beta} \equiv \langle \alpha | H_0(\xi) + V_{cpl}(x, \xi) | \beta \rangle = \epsilon_\alpha \delta_{\alpha\beta} + F V_{\alpha\beta} , \quad (4.15)$$

que dá os autovalores λ_β de $H_0(\xi) + V_{cpl}(x, \xi)$. As novas equações de Schrödinger desacopladas com efeitos não-locais são

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu(x; b)} \frac{d^2}{dx^2} + H_{NL}(x; b) + V(x) + \lambda_\beta - E \right] v_\beta(x) = 0, \quad (4.16)$$

sendo a nova solução $v_\beta(x)$ relacionada à $u_\alpha(x)$ pela matriz que diagonaliza $M_{\alpha\beta}$.

Já que nós estamos interessados no comportamento assintótico das soluções da eq. (4.16), nós também assumiremos que, para altas energias incidentes comparadas às energias do espectro do grau de liberdade intrínseco e às intensidades do acoplamento, a eq. (4.14) será válida com $\hbar^2 k^2 / 2\mu \cong E$. O fator de transmissão é então escrito como uma soma de contribuições oriundas de todos os canais β , cada qual com um peso associado à superposição do estado inicial com os correspondentes autoestados da matriz $M_{\alpha\beta}$. O coeficiente de transmissão total associado à eq. (4.16) é então escrito na forma

$$T = \sum_{\beta} |\langle 0 | \beta \rangle|^2 |t_{\beta}|^2 = \sum_{\beta} |\langle 0 | \beta \rangle|^2 T(E, V(x) + \lambda_{\beta}; b), \quad (4.17)$$

e desta expressão nota-se que os efeitos não-locais presentes no movimento relativo dão uma contribuição ao coeficiente de transmissão de um caráter diferente daquela vindo de λ_β , que é associada aos efeitos de canais acoplados permitidos pelo modelo. O efeito do acoplamento de canais corresponde, como já visto[12], a substituir a barreira $V(x)$ por uma família de barreiras $V(x) + \lambda_\beta$, sendo o fator de transmissão total dado pela soma sobre os coeficientes de transmissão calculados para cada barreira na família, cada qual com um peso que é dado pelo fator de superposição $|\langle 0 | \beta \rangle|^2$. No presente modelo simples, a não localidade manifesta-se, como mostrado no capítulo anterior, no coeficiente de transmissão total apenas através da massa efetiva e dos termos que compõem $H_{NL}(x; b)$ que modificarão $T(E, V(x) + \lambda_\beta; b)$ para cada canal porque, devido a nossa afirmação sobre a independência em x de $M(x, \xi)$, ansatz (4.15), o fator de superposição dos estados intrínsecos não é afetado pela não localidade. Embora em situações realísticas nós esperamos que as expressões envolvidas no problema apresentem um mistura dos efeitos não-locais e de acoplamento de canais, nós já vemos que a presente abordagem exhibe os fatos essenciais relevantes à compreensão da competição entre os efeitos para o processo de fusão. Pode-se argumentar, contudo, sobre a possibilidade dos efeitos não-locais aqui tratados já estarem incluídos, pelo menos em parte, no cálculo de canais acoplados (dessa forma, haveria uma dupla contagem destes efeitos). Essa questão foi abordada, num outro contexto por Rawitscher[95], que

chegou a conclusão, através de um estudo comparativo entre diversas origens para a não localidade, que os efeitos não-locais que aparecem em um potencial do tipo Perey-Buck são, em sua maior parte, devido a efeitos de troca e, em contraste a não localidade devido ao acoplamento de canais é de uma natureza diferente. Este estudo mostra então que a identificação total das não localidades, se existente, é pequena.

A fim de calcular completamente os coeficientes $T(E, V(x) + \lambda_\beta; b)$ nós teríamos que resolver a eq. (4.13), sendo a solução geral obtida, em princípio no mínimo, por procedimento numérico. Mas, o método de obtenção desses coeficientes para o presente modelo é exatamente aquele discutido no capítulo 2, que faz uso do formalismo de espaço de fase quântico de Weyl-Wigner numa abordagem de integrais de trajetória de Feynman, e que para o caso descrito pela eq. (4.16), tem a forma

$$T(E, V(x) + \lambda_\beta; b) = \left\{ 1 + \exp \left[2 \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{\frac{2\mu(x; b)}{\hbar^2} (V(x) + \lambda_\beta - E)} dx \right] \right\}^{-1} . \quad (4.18)$$

Agora, seguindo o mesmo modelo de contato, proposto no capítulo anterior, para a massa reduzida efetiva, o qual é descrito por

$$\mu(x; b) = \begin{cases} \mu & , x > R_B \\ \mu / \left(1 + \frac{\mu b^2}{2\hbar^2} |V^{(0)}(R_B)| \right) & , 0 \leq x \leq R_B \end{cases} , \quad (4.19)$$

onde R_B é o raio da barreira, e trabalhando com uma aproximação parabólica para $V(x)$ [37] (aqui também nós assumiremos que o termo $(\mu b^2/2\hbar^2) |V_N(R_B)|$ produz uma pequena mudança na massa reduzida na barreira) nós podemos escrever os coeficientes $T(E, V(x) + \lambda_\beta; b)$ como

$$T(E, V(x) + \lambda_\beta; b) = \left\{ 1 + \exp \left[\frac{2\pi (V_B + \lambda_\beta - E)}{\hbar\omega_B} D(b, R_B) \right] \right\}^{-1} , \quad (4.20)$$

onde V_B e $\hbar\omega_B$ são a altura e a curvatura da barreira efetiva respectivamente e

$$D(b, R_B) = 1 - b^2 \frac{f(R_B)}{4} , \quad (4.21)$$

com

$$f(R_B) = \frac{\mu}{2\hbar^2} |V_N(R_B)| . \quad (4.22)$$

É importante notar que o fator $D(b, R_B)$ na eq. (4.20), vindo da massa reduzida efetiva, redefine a curvatura $\hbar\omega_B$, mantendo inalterada a altura da barreira V_B . É interessante observar que um resultado similar (para $\hbar\omega$) já foi obtido por Frahn e Lemmer em seu estudo de uma partícula ligada em um potencial não-local do tipo oscilador harmônico[76]. Fica claro por este modelo esquemático englobando efeitos não-locais, além do acoplamento de canais, que a barreira é modificada em sua curvatura, em adição ao desvio em sua altura, para cada canal. Ambos os efeitos são de curto alcance e revelam o papel essencial das características da estrutura fermiônica, fenomenologicamente introduzidos, dos núcleos que colidem na descrição da dinâmica da barreira durante o processo de fusão.

4.2 O Modelo de Dois Canais

Uma versão simplificada do modelo discutido na seção anterior, isto é, o modelo de dois canais, pode ser agora estudado. Este é de interesse pois não apenas pode simular o acoplamento a um modo harmônico, representando uma excitação coletiva nuclear em seu limite fraco, mas também porque ele poderia ser usado para descrever canais de transferência de partículas[53]. No tratamento padrão desse modelo (seção 1.6) a matriz $M_{\alpha\beta}$ é escrita como[12]

$$M = \begin{pmatrix} 0 & F \\ F & -Q \end{pmatrix} , \quad (4.23)$$

onde Q é o valor- Q da reação, sendo que ela pode ser diagonalizada diretamente dando assim, os autovalores

$$\lambda_{\pm} = \frac{1}{2} \left[-Q \pm (4F^2 + Q^2)^{1/2} \right] . \quad (4.24)$$

As probabilidades de superposição correspondentes aos autovalores são

$$P_{\pm} = |\langle 0 | \pm \rangle|^2 = \frac{F^2}{F^2 + \lambda_{\pm}^2}, \quad (4.25)$$

e fazendo uso das eqs. (4.17), (4.20) e (4.25), nós podemos escrever a função transmissão total como

$$T(E, V(x) + \lambda_{\pm}; b) = P_+ \left\{ 1 + \exp \left[\frac{2\pi(V_B + \lambda_+ - E)}{\hbar\omega_B} D(b, R_B) \right] \right\}^{-1} + P_- \left\{ 1 + \exp \left[\frac{2\pi(V_B + \lambda_- - E)}{\hbar\omega_B} D(b, R_B) \right] \right\}^{-1}. \quad (4.26)$$

Fica claro através da expressão (4.26) que as contribuições finais dos dois efeitos distintos básicos presentes na hamiltoniana modelo para o fator de transmissão possuem características diferentes. Enquanto o acoplamento de canais, nesta versão do modelo, dá origem à duas alturas de barreira ($V_B + \lambda_{\pm}$) com seus pesos correspondentes, P_{\pm} , a não localidade redefine a curvatura da barreira não modificada

$$\hbar\tilde{\omega}_B = \frac{\hbar\omega_B}{D(b, R_B)}. \quad (4.27)$$

Da mesma forma como anteriormente, este fator de redefinição contém a informação essencial relacionada ao potencial núcleo-núcleo atrativo no raio da barreira, eq. (4.22), além de carregar uma dependência explícita no alcance da não localidade.

4.3 Aplicação ao Sistema $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$

Nós vamos verificar o resultado da mistura entre os efeitos não-locais e de acoplamento de canais sobre a penetrabilidade do sistema $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$ [25]. Para isso nós escolhemos os valores para a intensidade do acoplamento F e o valor- Q e calculamos a função de transmissão, eq. (4.26), sendo então os parâmetros relacionados à barreira deste sistema. Esta aplicação é interessante, uma vez que poderemos comparar nossos resultados com um estudo que também utiliza um modelo de dois canais acoplados, desenvolvido na seção 1.7, para o mesmo sistema. Os parâmetros usados foram $Q = -1.454 \text{ MeV}$, $F = -2.7 \text{ MeV}$,

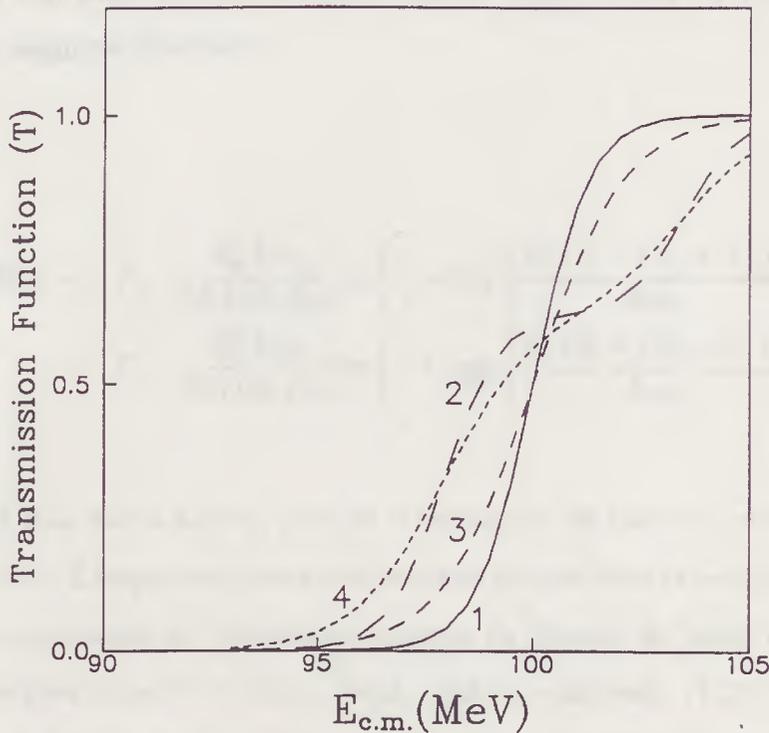


Figura 4.1: Função transmissão, eq. (4.26), calculada para o sistema $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$. Curva 1: cálculo não acoplado local (tunelamento unidimensional); curva 2: cálculo de canais acoplados para o primeiro estado 2^+ ; curva 3: efeitos não-locais puros e curva 4: soma dos efeitos não-locais e de canais acoplados[25].

de tal forma a simularmos o acoplamento ao primeiro estado 2^+ do ^{58}Ni , como discutido por Landowne e Pieper[56], $V_B = 100 \text{ MeV}$, $\hbar\omega_B = 4.0 \text{ MeV}$, sendo os resultados mostrados na figura 4.1. Para calcular $f(R_B)$ nós assumimos o potencial de Christensen-Winther[29] para descrever a cauda do potencial núcleo-núcleo e obtemos o valor $f(R_B) = 1.75 \text{ fm}^{-2}$ com $R_B = 11.0 \text{ fm}$. O alcance da não localidade é assumido ser $b = 0.94 \text{ fm}$, que é associado aos efeitos não-locais (como discutido no final do capítulo anterior). De imediato, vê-se que os resultados deste modelo esquemático apresentam um aumento maior, em energias abaixo da barreira V_B , que aquele obtido apenas com cálculos de canais acoplados.

Nós podemos estender a aplicação da expressão (4.26) para os casos envolvendo ondas parciais com $l \neq 0$ e obter, para as situações nas quais o presente modelo possa ser aplicado, uma seção de choque de fusão que incorpora os dois efeitos discutidos. Isto pode ser

realizado por um procedimento análogo àquele desenvolvido na obtenção da expressão (3.25), com o seguinte resultado

$$\sigma_f^{NLC}(E; b) = P_+ \frac{R_0^2 \hbar \omega_0}{2ED(b, R_0)} \ln \left\{ 1 + \exp \left[\frac{2\pi (E - (V_0 + \lambda_+))}{\hbar \omega_0} D(b, R_0) \right] \right\} + P_- \frac{R_0^2 \hbar \omega_0}{2ED(b, R_0)} \ln \left\{ 1 + \exp \left[\frac{2\pi (E - (V_0 + \lambda_-))}{\hbar \omega_0} D(b, R_0) \right] \right\}, \quad (4.28)$$

onde V_0 , R_0 e $\hbar \omega_0$ são a altura, posição e curvatura da barreira coulombiana respectivamente para $l = 0$. É importante enfatizar que nos limites local ($b \rightarrow 0$) e de não acoplamento ($F = 0$), esta expressão dá novamente a seção de choque de fusão de Wong, eq. (1.27), e se considerarmos somente o limite local, então a expressão (4.28) resulta na expressão padrão de um modelo de dois canais, eq. (1.53), ao passo que no limite de não acoplamento somente a equação (4.28) resulta na expressão para a seção de choque de fusão com efeitos não-locais apenas, eq. (3.25). Portanto, a expressão (4.28) pode ser interpretada como uma generalização para o modelo de dois canais mostrado anteriormente.

Nós veremos o resultado da mistura dos efeitos não-locais e acoplamento de canais na seção de choque de fusão, aplicando a eq. (4.28) no caso de uma colisão $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$ [25]. Embora os parâmetros F e Q previamente escolhidos não possam dar uma descrição completa do processo de fusão para aquela reação, os resultados já mostram alguns fatos interessantes. Por exemplo, a seção de choque de fusão $\sigma_f^{NLC}(E; b)$ é maior que aquela calculada apenas com os efeitos de acoplamento de canais em energias abaixo e ao redor da barreira e elas são idênticas em energias acima da barreira (figura 4.2) sendo que este fato interessante ocorre devido a presença, em $\sigma_f^{NLC}(E; b)$, do fator $D(b, R_0)$ tanto nos argumentos das exponenciais quanto no denominador dos termos pré-logarítmicos da eq. (4.28). Enquanto este fator provoca um aumento na seção de choque de fusão para energias abaixo e ao redor da barreira, redefinindo sua curvatura, ele não altera o comportamento desta em energias mais altas (fig. 4.2). Isso é um reflexo da importância do valor de $\hbar \omega$ no cálculo da seção de choque de fusão em energias abaixo da barreira.

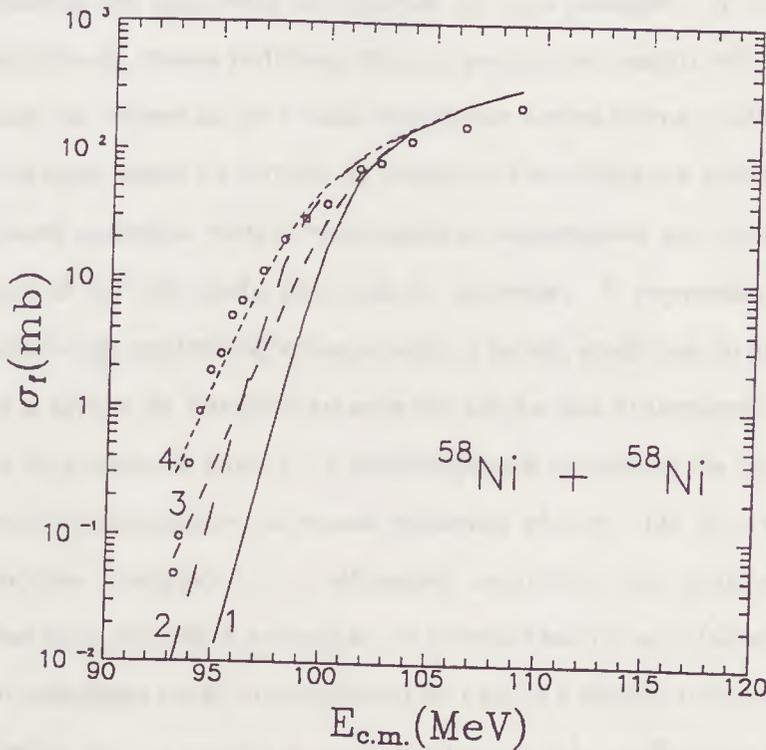


Figura 4.2: Seção de choque de fusão para o sistema $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$ [25]. Curva 1: cálculo não acoplado local (eq. (1.27)), curva 2: cálculo de canais acoplados para o primeiro estado 2^+ (eq. (1.53)), curva 3: resultado de efeitos não-locais puros (eq. (3.25)), curva 4: resultado da soma de efeitos não-locais e de canais acoplados (eq. (4.28)). Círculos abertos: dados experimentais.

4.4 Sumário

Neste capítulo nós discutimos a mistura dos efeitos não-locais com os de canais acoplados em uma hamiltoniana modelo descrevendo uma colisão nuclear e mostramos como eles produzem aumentos, de naturezas diferentes, na seção de choque de fusão em energias ao redor e abaixo da barreira. Para este fim, e para simplificar o tratamento, nós partimos de uma hamiltoniana modelo que têm os termos de acoplamento de canais como descrito por Dasso[12], além de um potencial não-local do tipo Perey-Buck[19]. Esta escolha nos permite discutir, em seus aspectos dominantes, as duas contribuições para a seção de choque de fusão sendo, portanto, esta abordagem um guia para o entendimento realístico das características

principais presentes em processos de colisões de íons pesados. A contribuição não-local manifesta-se através da massa reduzida efetiva, permitindo assim, sob certas aproximações, a diagonalização da interação de canais acoplados numa forma padrão. Isto levou a uma nova equação na qual, além da família de potenciais modificados gerados pelo acoplamento de canais, a massa reduzida efetiva será também responsável por uma função transmissão modificada, que já foi calculada no capítulo anterior. A expressão final para a função transmissão exhibe duas contribuições separadas, a saber, os efeitos do acoplamento de canais que modificam a altura da barreira através da adição dos autovalores do procedimento de diagonalização no espaço de canais e a redefinição da curvatura da barreira induzida pelos efeitos não-locais incorporados na massa reduzida efetiva. De fato nós devemos esperar uma expressão mais complicada em situações realísticas nas quais ambos os efeitos são misturados, mas aqui, devido à suposição de intensidade de acoplamento constante, ocorre uma separação completa entre acoplamento de canais e efeitos não-locais.

Com o objetivo de um estudo mais quantitativo, nós verificamos como os efeitos não-locais e o acoplamento de canais contribuem para o aumento da função transmissão calculada, adotando os dados nucleares de uma colisão $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$ e realizando os cálculos com o valor fixo para o alcance da não localidade, como determinado no capítulo anterior, e um potencial núcleo-núcleo do tipo Christensen-Winther[29] para alguns casos específicos dos parâmetros do acoplamento de canais. Como uma ilustração nós também usamos o mesmo modelo esquemático de interação de acoplamento de canais para estudar a seção de choque de fusão naqueles casos. Os resultados, embora não completamente realísticos, uma vez que incluem somente um canal inelástico, já apontam para a importância da inclusão de ambos os termos.

Capítulo 5

Uma Equação de Onda com Efeitos Não-Locais

Ao longo dos capítulos 2 a 4 nós estudamos o problema dos efeitos da não localidade de uma barreira de potencial, sobre o fator de transmissão em um sistema núcleo-núcleo. Com este intuito, foram obtidas expressões analíticas que, apesar de sua forma simples, servem bem ao propósito de indicar como aqueles efeitos atuam sobre a penetrabilidade da barreira e, portanto, sobre a fusão dos sistemas que colidem. Os resultados, então, apontaram para um aumento da transmissão (e, assim, da seção de choque de fusão) devido a inclusão daqueles efeitos em energias no entorno e abaixo da barreira. Porém, como foi ressaltado anteriormente, estes efeitos não-locais têm origem no carácter fermiônico dos constituintes dos núcleos participantes e, portanto, estarão presentes sempre que dois núcleos interagirem dentro do alcance da não localidade. Esse fato faz emergir a questão de como estes efeitos não-locais atuam sobre o espalhamento elástico de íons pesados[26].

Para abordarmos este novo problema devemos, naturalmente, estender o formalismo até agora desenvolvido. Esta extensão passa pela resolução de uma equação de Schrödinger geral que incorpora os efeitos não-locais e cuja hamiltoniana de origem já foi obtida no capítulo 2 com a seguinte forma

$$\hat{H}(\hat{p}, \hat{q}) = \frac{1}{4} \left[\frac{1}{2\mu(\hat{q}; b)} \hat{p}^2 + \hat{p} \frac{1}{\mu(\hat{q}; b)} \hat{p} + \hat{p}^2 \frac{1}{2\mu(\hat{q}; b)} \right] + V(\hat{q}) .$$

Nós lembramos que este operador foi obtido por uma aproximação adiabática e, portanto, carrega uma massa reduzida efetiva que traz os efeitos não-locais; contudo, na resolução

da nova equação de onda nós não faremos qualquer hipótese para a massa, como nós fizemos anteriormente e, sendo assim, esta será uma função explícita da distância relativa dos núcleos. Também não adotaremos nenhuma aproximação para a forma da barreira de potencial (como, por exemplo, a aproximação parabólica). Portanto, além de podermos observar os efeitos da não localidade sobre o espalhamento elástico, com esta nova abordagem nós poderemos ponderar sobre a concisão das aproximações admitidas no estudo da fusão. Neste capítulo nós iremos resolver a equação de Schrödinger com os efeitos não-locais sem o acoplamento de canais.

5.1 Equação de Onda com Efeitos Não-Locais

Como discutido anteriormente, uma função hamiltoniana, $H(\vec{p}, \vec{q})$, pode ser escrita como a integral do núcleo de um operador não-local usando-se a definição

$$H(\vec{p}, \vec{q}) = \int d\vec{v} e^{(i/\hbar)\vec{p}\cdot\vec{v}} H(\vec{q}, \vec{v}) . \quad (5.1)$$

Dentro da aproximação de massa efetiva, esta hamiltoniana pode ser escrita como

$$H(\vec{p}, \vec{q}) \cong \frac{\vec{p}^2}{2\mu(\vec{q}; b)} + V_1(\vec{q}) + V_L(\vec{q}) , \quad (5.2)$$

onde $\mu(q; b)$ é a massa reduzida efetiva do sistema que carrega uma dependência no alcance da não localidade.

Encontrar o operador $\hat{H}(\hat{p}, \hat{q})$ a partir da transformada de Weyl $H(\vec{p}, \vec{q})$, eq. (5.2), é possível através da expressão[27]

$$\hat{H}(\hat{p}, \hat{q}) = \int d\vec{p} d\vec{q} \delta(\vec{q} - \hat{q}) \delta(\vec{p} - \hat{p}) h_0(\vec{p}, \vec{q}) , \quad (5.3)$$

com

$$h_0(\vec{p}, \vec{q}) = \exp\left(\frac{\hbar}{2i} \frac{\partial}{\partial \vec{p}} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{q}}\right) H(\vec{p}, \vec{q}) . \quad (5.4)$$

Esta fórmula mostra que podemos encontrar o operador $\hat{H}(\hat{p}, \hat{q})$ de sua transformada de Weyl, $H(\vec{p}, \vec{q})$, calculando-se primeiro $h_0(\vec{p}, \vec{q})$ e, então substituir as variáveis \vec{p} e \vec{q} pelos respectivos operadores \hat{p} e \hat{q} sempre escrevendo, de acordo com o que é prescrito na formulação de Weyl-Wigner, os operadores das coordenadas à esquerda dos operadores dos momentos. A substituição da expressão (5.2) em (5.4) e posteriormente do resultado em (5.3) leva a

$$\hat{H}(\hat{p}, \hat{q}) = \frac{1}{2\mu(\hat{q}; b)} \hat{p}^2 + \frac{\hbar}{2i} \left(\frac{d}{dq} \frac{1}{\mu(\hat{q}; b)} \right) \hat{p} - \frac{\hbar^2}{8} \left(\frac{d^2}{dq^2} \frac{1}{\mu(\hat{q}; b)} \right) + V_1(\hat{q}) + V_L(\hat{q}) . \quad (5.5)$$

Introduzindo agora a costumeira representação do operador momento, $\hat{p} = -i\hbar(d/dq)$, este operador é escrito como

$$\hat{H}(\hat{p}, \hat{q}) = -\frac{\hbar^2}{2} \frac{1}{\mu(\hat{q}; b)} \vec{\nabla}^2 - \frac{\hbar^2}{2} \left[\vec{\nabla} \frac{1}{\mu(\hat{q}; b)} \right] \cdot \vec{\nabla} - \frac{\hbar^2}{8} \left[\vec{\nabla}^2 \frac{1}{\mu(\hat{q}; b)} \right] + V_1(\hat{q}) + V_L(\hat{q}) . \quad (5.6)$$

Este operador é análogo àquele dado pela expressão (4.8) a menos dos termos referentes aos graus internos de liberdade do sistema. É interessante frisar que no limite local ou em regiões livres da interação núcleo-núcleo a expressão (5.6) se reduz ao operador hamiltoniano da mecânica quântica.

A equação diferencial associada ao problema de autovalores do operador (5.6) é escrita como

$$\hat{H} \Psi_{NL} = E \Psi_{NL} , \quad (5.7)$$

onde Ψ_{NL} é uma função de onda não-local. Agora, foi constatado numericamente[19] que as previsões de um modelo não-local podem ser quase perfeitamente reproduzidas por um cálculo onde $\Psi_{NL}(\vec{q})$ é substituída por uma função de onda local $\Psi_L(\vec{q})$. Assim, nós também adotaremos

$$\Psi_{NL}(\vec{q}) \approx \Psi_L(\vec{q}) , \quad (5.8)$$

sendo então , a equação (5.7) dada por

$$\left\{ -\frac{1}{2\mu(\vec{q}; b)} \vec{\nabla}^2 - \frac{\hbar^2}{2} \left[\vec{\nabla} \frac{1}{\mu(\vec{q}; b)} \right] \cdot \vec{\nabla} - \frac{\hbar^2}{8} \left[\vec{\nabla}^2 \frac{1}{\mu(\vec{q}; b)} \right] + V_1(\vec{q}) + V_L(\vec{q}) \right\} \Psi_L(\vec{q}) = E \Psi_L(\vec{q}) , \quad (5.9)$$

Esta é a equação de onda com efeitos não-locais numa aproximação de massa efetiva (equações análogas a esta foram obtidas em outros formalismos[76, 79]). Pode ser mostrado que a equação (5.9) é uma aproximação de massa efetiva de uma equação do tipo integro-diferencial de Schrödinger. — formalmente uma equação deste tipo é equivalente a uma equação diferencial ordinária de ordem infinita. Do ponto de vista físico, a interação descrita pela equação (5.9) não será independente da energia do estado do sistema que interage.

Observemos que a eq. (5.9), a menos do segundo termo (de superfície) à esquerda desta, pode ser tratada como uma equação de Schrödinger para um sistema de massa reduzida efetiva e um termo (o terceiro à esquerda) que modifica o potencial total. Assim, se negligenciarmos (por enquanto nesta abordagem) a ação do segundo termo, poderemos tratar esta equação por meios usuais — consideramos que o segundo e terceiro termos são pequenos em relação aos outros termos de (5.9). É importante notar que o terceiro termo, que também é de superfície, será mantido na resolução daquela equação .

Como nós vamos trabalhar com potenciais com simetria esférica, daqui por diante nós teremos

$$V_1(\vec{q}) \equiv V_N(r) , \quad (\text{parte real do potencial nuclear}) \quad (5.10)$$

e

$$V_L(\vec{q}) \equiv iW_N(r) + V_{Coul}(r) , \quad (\text{parte imaginária do potencial nuclear} + \text{potencial coulombiano}). \quad (5.11)$$

Note-se que fazendo isto nós admitimos que apenas a parte real do potencial nuclear é não-local. Passando, então, a eq. (5.9) (sem o segundo termo) para coordenadas esféricas, nós escrevemos

$$\frac{d^2}{dr^2} v(r) + \frac{2\mu(r; b)}{\hbar^2} \left[E - \bar{V}(r) - \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu(r; b)r^2} \right] v(r) = 0 , \quad (5.12)$$

onde $v(r)$ é a parte radial da função de onda e

$$\bar{V}(r) = U_N(r) + V_{Coul}(r) - \frac{\hbar^2}{8} \left[\bar{\nabla}^2 \frac{1}{\mu(r; b)} \right] . \quad (5.13)$$

Nós iremos trabalhar nesta resolução com um potencial ótico $U_N(r)$, sendo que no presente caso ele é do tipo Woods-Saxon:

$$U_N(r) \equiv V_N(r) + iW_N(r) = -(Vf_V(r) + iWf_W(r)) , \quad (5.14)$$

onde, como no capítulo 1, V e W são as profundidades do poço real e imaginário e $f_j(r)$ é uma função dada pela expressão (1.21). Veja-se que o potencial centrífugo que aparece em (5.12) é escrito com a massa reduzida efetiva e, portanto, uma redução na massa leva a um aumento deste potencial repulsivo. Neste capítulo nós não faremos aproximações nem para o comportamento da massa reduzida efetiva e nem para o potencial centrífugo.

Com um pouco de álgebra, a equação (5.12) pode ser escrita como

$$\frac{d^2}{dr^2} v(r) + \frac{2\mu}{\hbar^2} \left[E - V_{Coul}(r) - \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} - U_{eq}(r, E; b) \right] v(r) = 0 , \quad (5.15)$$

que é a equação de onda local equivalente, a menos do termo negligenciado, da equação (5.9). Por sua vez, $U_{eq}(r, E; b)$ é o potencial local equivalente ao não-local e é escrito como

$$U_{eq}(r, E; b) = [E - V_{Coul}(r)] \left(1 - \frac{\mu(r; b)}{\mu} \right) + \left\{ U_N(r) - \frac{\hbar^2}{8} \bar{\nabla}^2 \left[\frac{1}{\mu(r; b)} \right] \right\} \frac{\mu(r; b)}{\mu} . \quad (5.16)$$

É notado que a não localidade da parte real de um potencial nuclear complexo (que é independente da energia) levou a uma dependência explícita na energia pelo potencial local equivalente. Também é interessante notar que o potencial (5.16) é não dependente de l , da mesma forma como ocorre com o potencial local equivalente obtido por Perey e Buck[19] no problema de espalhamento neutron-núcleo. A resolução numérica da eq. (5.15) nos permite obter a seção de choque de fusão, assim como a distribuição angular de espalhamento elástico, ambas dentro do regime de energia admitido para o formalismo.

5.2 Aplicação ao Sistema $^{16}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$

A equação (5.15) foi resolvida numericamente utilizando-se parâmetros para o sistema $^{16}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$ [96]. O programa utilizado para isto foi rodado no computador Vax/VMS versão V5.5-2 do laboratório *Pelletron* da USP. Este programa integra a equação de Schrödinger com um potencial dado por (5.16), do ponto inicial $r_i = 1.00 \text{ fm}$ até o ponto final $r_f = 15.00 \text{ fm}$ em 300 passos de integração e fornece a seção de choque de reação, os elementos da matriz S_l , a distribuição angular do espalhamento elástico e o potencial efetivo. Os parâmetros para a parte real do potencial nuclear são $V = 360 \text{ MeV}$, $r_{0V} = 1.06 \text{ fm}$ e $a_V = 0.58 \text{ fm}$. A parte imaginária do potencial ótico foi confinada ao interior nuclear, de tal forma que a seção de choque de reação é identificada como a seção de choque de fusão. Os parâmetros utilizados inicialmente nesta parte do potencial são $W = 30 \text{ MeV}$, $r_{0W} = 0.8 \text{ fm}$ e $a_W = 0.2 \text{ fm}$. Nós também investigamos se as características apresentadas pelas quantidades fornecidas pelo programa não são provenientes da forma da parte imaginária do potencial (principalmente por estar talvez muito interna em relação ao raio da barreira), assim, nós rodamos o programa também para $r_{0W} = 1.06 \text{ fm}$ com todos os outros parâmetros fixos. A nossa intenção foi comparar os resultados dos cálculos não-locais com aqueles locais; assim, nós utilizamos no programa dois valores do alcance da não localidade: $b = 0$, lembrando que no limite local o potencial (5.16) se reduz a um potencial ótico usual, e $b = 1.00 \text{ fm}$, que é aproximadamente o valor atribuído a b devido somente a efeitos de troca (veja capítulos 3 e 4). Deste modo, nós não fazemos comparações entre previsões teóricas e dados experimentais, tanto porque não houve nenhuma alteração dos parâmetros a fim de ajustar os dados experimentais.

Nas figuras 5.1 e 5.2 são mostradas as seções de choque de fusão para energias próximas da barreira, que neste caso é $V_B \approx 39 \text{ MeV}$, para os dois valores do raio imaginário. Notadamente a variação deste raio produz variações muito pequenas, quase imperceptíveis na escala do desenho, na seção de choque de fusão. Como apontam as figuras, os resultados dos cálculos não-locais são maiores que aqueles locais para energias abaixo ou bem próximas da barreira e um pouco menores para energias acima desta. Esta última característica pode

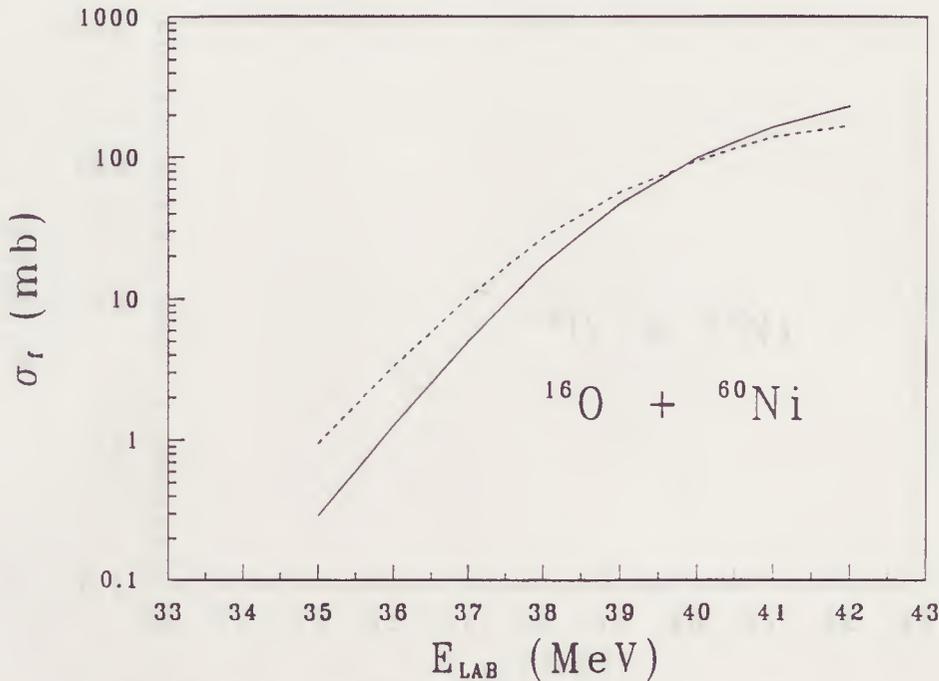


Figura 5.1: Seções de choque de fusão para o sistema $^{16}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$. Curva cheia: cálculo local ($b = 0$) e curva tracejada: cálculo com efeitos não-locais com $b = 1 \text{ fm}$. O valor do raio imaginário é $r_{0W} = 0.8 \text{ fm}$.

ser explicada pelo aumento do potencial centrífugo devido à diminuição da massa reduzida efetiva causada pelos efeitos não-locais. Note-se, contudo, que uma comparação entre estas figuras e aquelas mostradas no capítulo 3, para sistemas com $A \sim 60$ e para o valor $b = 0.94 \text{ fm}$, aponta para uma boa concordância geral entre o modelo analítico lá desenvolvido e a resolução numérica da equação de Schrödinger com um potencial local equivalente indicando, assim, que as aproximações adotadas naquele capítulo são bem razoáveis.

A barreira de potencial efetiva local equivalente, $\text{Re } U_{eq}(r, E; b) + V_{Coul}(r)$, para três energias distintas, $E_{Lab} = 35, 39$ e 42 MeV , é mostrada em comparação à barreira local na figura 5.3. Quanto mais baixa em relação à barreira local for a energia, menor será a altura máxima da barreira local equivalente, mas para energias acima da barreira local esta situação se inverte. Isto está relacionado à dependência do potencial (5.16) com $[E - V_{Coul}(r)]$. Contudo, é visto que para regiões externas ao raio da barreira todos os potenciais são iguais; isso se deve ao comportamento assintótico da massa reduzida efetiva ($\mu(r \rightarrow \infty; b) \rightarrow \mu$).

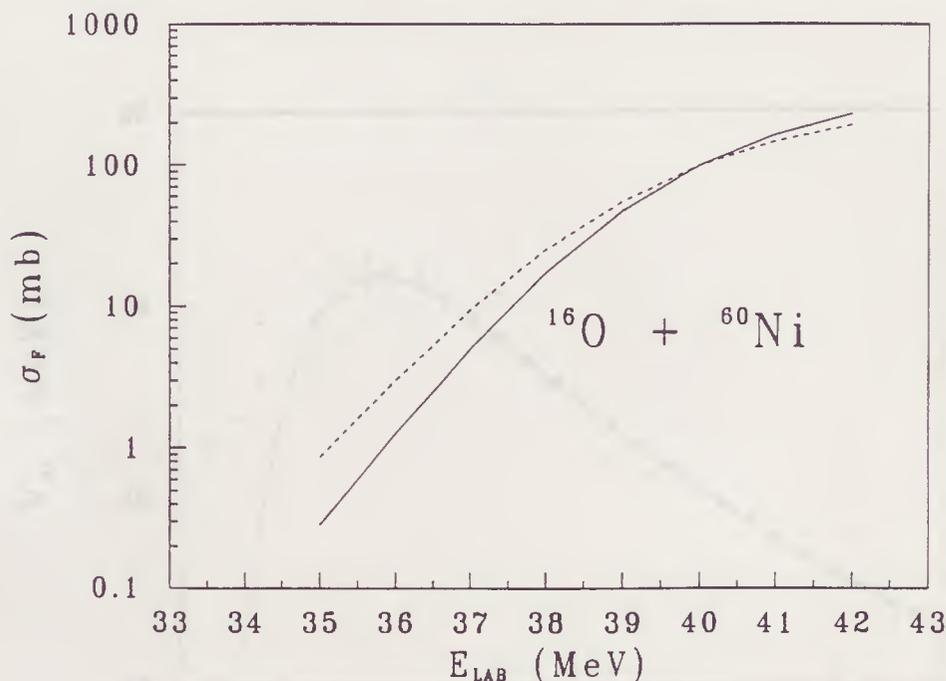


Figura 5.2: O mesmo como na figura 5.1 mas com o raio imaginário $r_{0W} = 1.06 \text{ fm}$.

Nas figuras 5.4-5.7 são mostrados os resultados local e não-local para a distribuição angular do espalhamento elástico para dois extremos de energias, uma com $E_{Lab} = 35 \text{ MeV}$, abaixo da barreira, e outra, acima desta, com $E_{Lab} = 42 \text{ MeV}$. Novamente nós variamos o raio imaginário como descrito anteriormente. No caso não-local e para a energia abaixo da barreira, fluxo do canal elástico é desviado para o canal de fusão em pequenas ondas parciais havendo apenas variações pequenas quando se varia o raio imaginário (figuras 5.4 e 5.5). Esta situação se reflete diretamente na seção de choque de fusão (figuras 5.1 e 5.2). O mesmo já não ocorre com a energia acima da barreira, neste caso e para $r_{0W} = 0.8 \text{ fm}$ a seção de choque de espalhamento elástico apresenta muitas ressonâncias (figura 5.6). Estas ressonâncias, por sua vez, são eliminadas adotando-se $r_{0W} = 1.06 \text{ fm}$ sendo, então, notado que fluxo do canal de fusão é desviado para o canal elástico; porém, é interessante notar que a não localidade afeta também ondas parciais que no limite local apenas experimentavam a interação coulombiana (figura 5.7). É necessário se ter em mente, contudo, que para energias acima da barreira a distribuição angular do espalhamento elástico é muito influenciada pelas regiões internas do núcleo, onde a aproximação de massa efetiva se torna duvidosa.

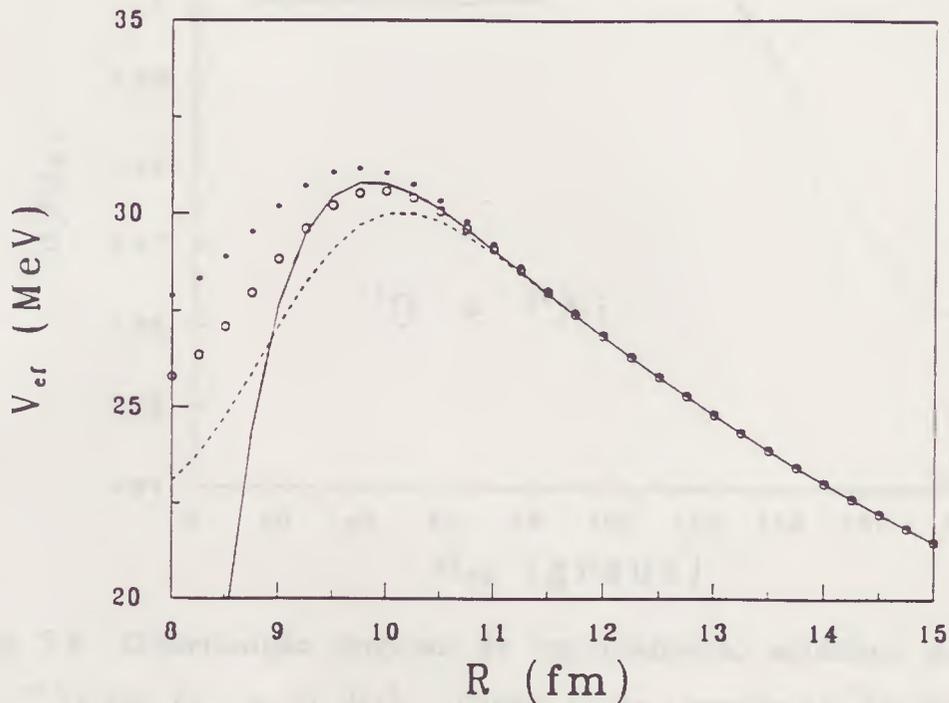


Figura 5.3: Barreiras efetivas para o sistema $^{16}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$. Curva cheia: barreira local, curva tracejada: barreira local equivalente para $E_{Lab} = 35$ MeV, círculos abertos: idem para $E_{Lab} = 39$ MeV e círculos cheios: idem para $E_{Lab} = 42$ MeV; todas com $b = 1$ fm.

Uma vez que o programa fornece os elementos da matriz S_l (módulo e fase), é possível calcular as seções de choque parciais de fusão com efeitos não-locais através das relações (1.19), que exprimem o fator de transmissão em função do módulo da matriz S_l e (1.17), que então dá a seção de choque parcial de fusão para cada valor de l numa dada energia, em função do fator de transmissão. As figuras 5.8-5.10 mostram os resultados para estas seções de choque nas três energias investigadas. Para a energia abaixo da barreira, de um modo geral, os coeficientes de transmissão crescem para todos os valores de l sem, contudo, estender estes valores que contribuem para a fusão (figura 5.8). Para energias na barreira e acima desta, a probabilidade decresce para ondas parciais baixas, aumentam

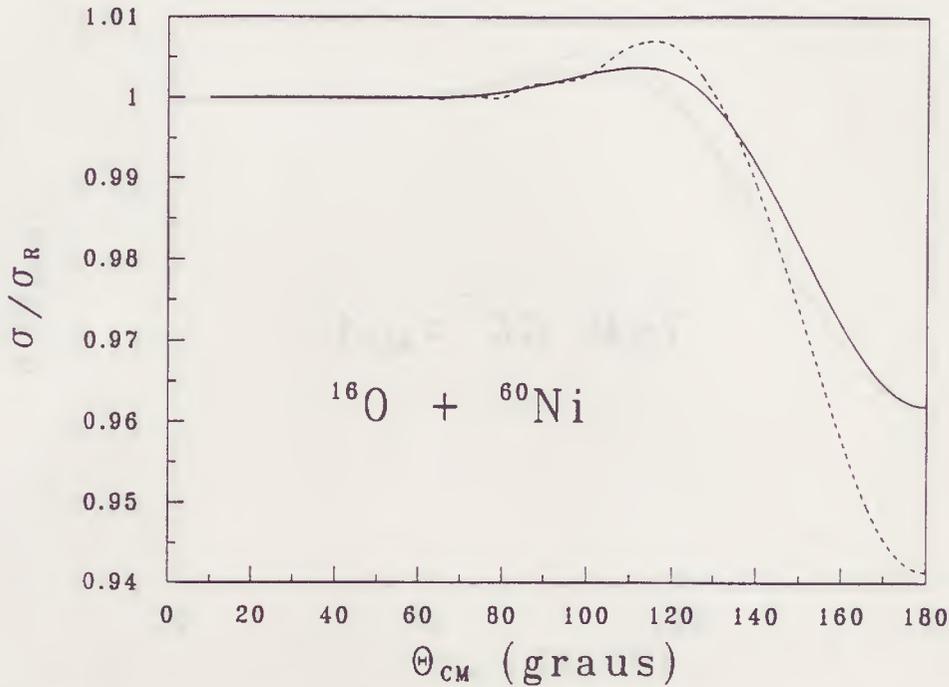


Figura 5.4: Distribuição angular de espalhamento elástico para o sistema $^{16}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$ em $E_{\text{Lab}} = 35 \text{ MeV}$. Curva cheia: resultados locais, curva tracejada: resultados com efeitos não-locais para $b = 1 \text{ fm}$. O raio imaginário é $r_{0W} = 0.8 \text{ fm}$.

para ondas um pouco mais altas e sofrem um “corte abrupto” num valor de l menor que aquele máximo que contribuía para a fusão nos cálculos locais (figuras 5.9-5.10). É possível que este comportamento se deva à forma da dependência com a energia do potencial local equivalente, eq.(5.16). Nestes cálculos nós adotamos o valor $r_{0W} = 1.06 \text{ fm}$. O programa calcula a matriz S_l para até 60 ondas parciais. Note-se que, pelas figuras 5.8-5.10, esta quantidade é muito maior que aquela necessária ao cálculo da seção de choque de fusão para o regime de energia adotado. Nós mostramos nas figuras 5.11 a 5.13 o módulo da matriz S_l para as mesmas energias das seções de choque parciais. Apesar desta função ser discreta, nós optamos por mostrá-la contínua para uma melhor visualização. Veja-se que os valores de l que marcam o “corte abrupto” nas figuras 5.9 e 5.10 aparecem também destacados nas figuras 5.12 e 5.13.

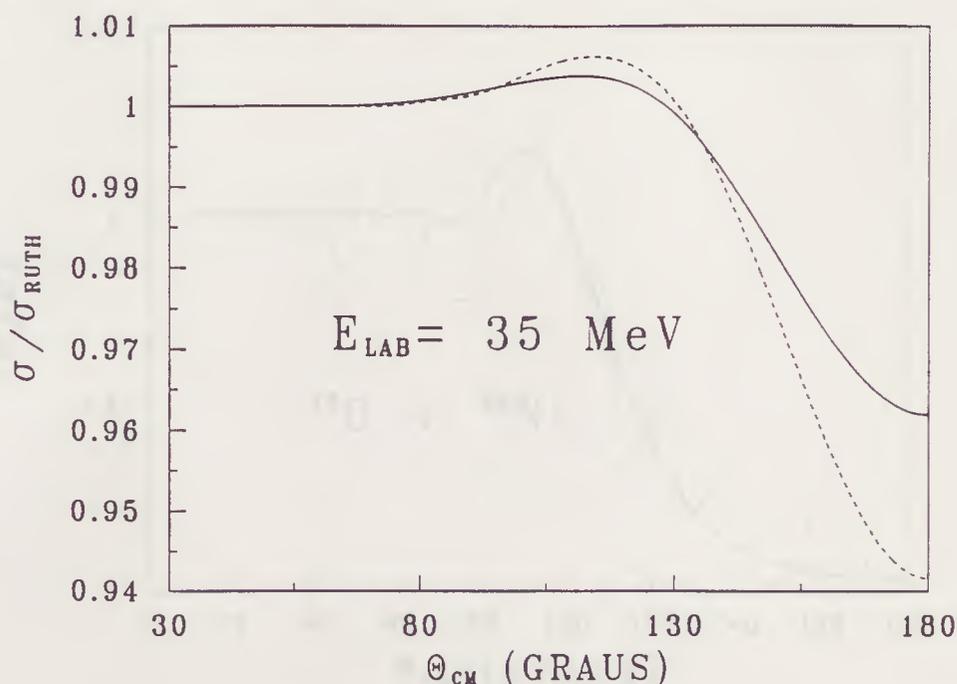


Figura 5.5: O mesmo como na fig. 5.4 mas para $r_{0W} = 1.06 \text{ fm}$.

5.3 Sumário

A partir da transformada de Weyl do núcleo de um operador hamiltoniano com uma interação núcleo-núcleo com características não-locais, nós obtemos (numa aproximação de massa efetiva) uma equação de onda. Esta equação pôde ser, então, resolvida admitindo-se que a função de onda com efeitos não-locais é aproximadamente igual a uma função de onda local, e após uma adaptação desta equação para que fique com a forma de uma equação de Schrödinger com potencial local equivalente. Não são feitas aproximações nem para a massa reduzida efetiva e nem para o potencial centrífugo. Na prática nós obtemos um potencial local equivalente que deve possuir as principais características do potencial não-local de partida. O fato mais marcante desse potencial equivalente é sua dependência explícita com a energia do sistema. Na resolução daquela equação de Schrödinger generalizada nós trabalhamos com um potencial ótico, admitindo que apenas a parte real deste possui características não-locais sendo a parte imaginária tratada da forma convencional.

A resolução desta nova equação é feita por método numérico e nós permite obter in-

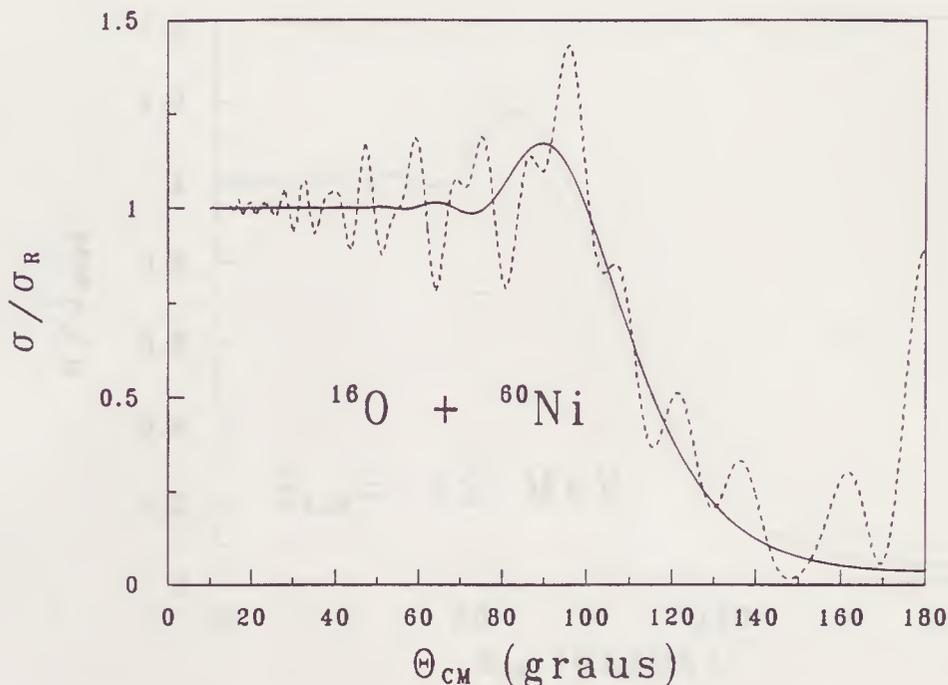


Figura 5.6: Distribuição angular de espalhamento elástico para o sistema $^{16}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$ em $E_{\text{Lab}} = 42 \text{ MeV}$. Curva cheia: resultados locais, curva tracejada: resultados com efeitos não-locais para $b = 1 \text{ fm}$. O raio imaginário é $r_{0W} = 0.8 \text{ fm}$.

formações dos efeitos não-locais sobre a seção de choque de fusão, a matriz S_l e a distribuição angular do espalhamento elástico. Nós fizemos, então, uma aplicação ao sistema $^{16}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$. Os resultados dos cálculos com efeitos não-locais do potencial para a fusão apontam um aumento do tunelamento em relação aos cálculos locais para energias no entorno e abaixo da barreira. Para energias acima desta, os cálculos não-locais dão, devido ao aumento do potencial centrífugo, resultados um pouco menores ($\simeq 12\%$) que aqueles locais. A tendência geral do comportamento da fusão em função da energia é mantida quando se varia o alcance da parte imaginária do potencial ótico. O comportamento apresentado pela fusão, obtido através desta resolução numérica, corrobora de um modo geral os modelos para o formalismo não-local desenvolvidos nos capítulos 2 a 4. Por sua vez, o gráfico da barreira efetiva local equivalente mostra como os efeitos não-locais atuam sobre esta.

Os resultados para a seção de choque de espalhamento elástico mostram que, devido aos efeitos não-locais, fluxo do canal elástico é desviado para o canal de fusão para pequenas

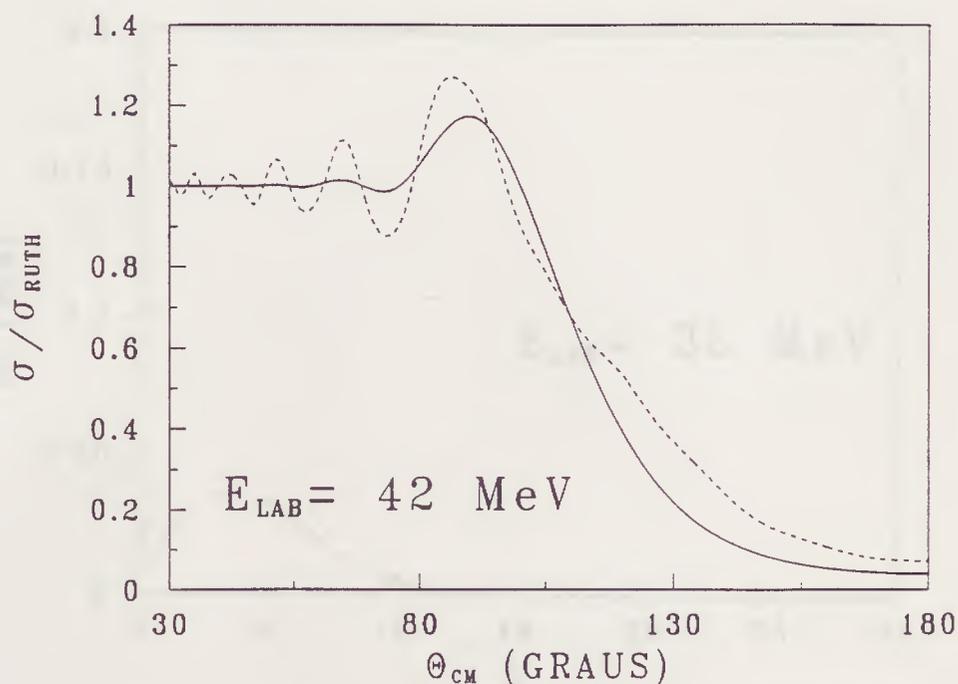


Figura 5.7: O mesmo como na fig. 5.6 mas para $r_{OW} = 1.06 \text{ fm}$.

ondas parciais e energias abaixo da barreira e para energias próximas ou acima desta ocorre o oposto a isto; porém, a não localidade afeta também ondas parciais que no limite local sofririam apenas espalhamento coulombiano, o que sugere uma possível extensão do raio da região sensível ao processo de fusão, ou equivalentemente um aumento no raio de fusão[40]. Finalmente, nós mostramos os resultados para as seções de choque parciais de fusão e, relacionados a estas, para os módulos da matriz S_l em três energias. Um fato interessante que aparece nestes resultados é que, em energias próximas e acima da barreira, determinadas ondas parciais são particularmente afetadas pela não localidade. Aparentemente isto ocorre devido à particular forma da dependência do potencial local equivalente com a energia.

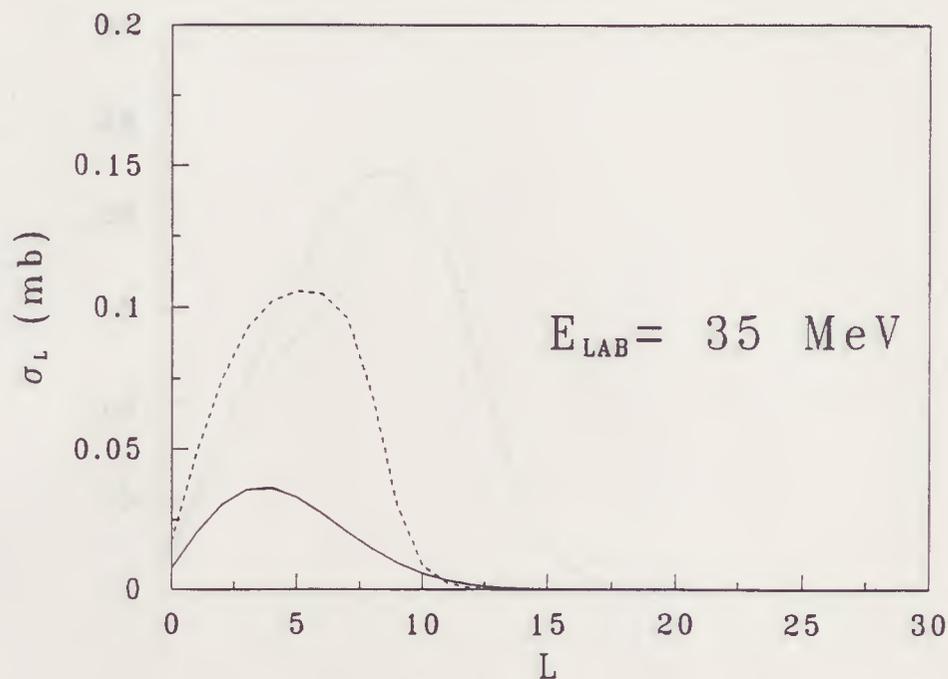


Figura 5.8: Seção de choque parcial de fusão para o sistema $^{16}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$ na energia indicada na figura. A altura da barreira é $V_B \approx 39 \text{ MeV}$. Curva cheia: cálculo local e curva tracejada: cálculo não-local com $b = 1.00 \text{ fm}$.

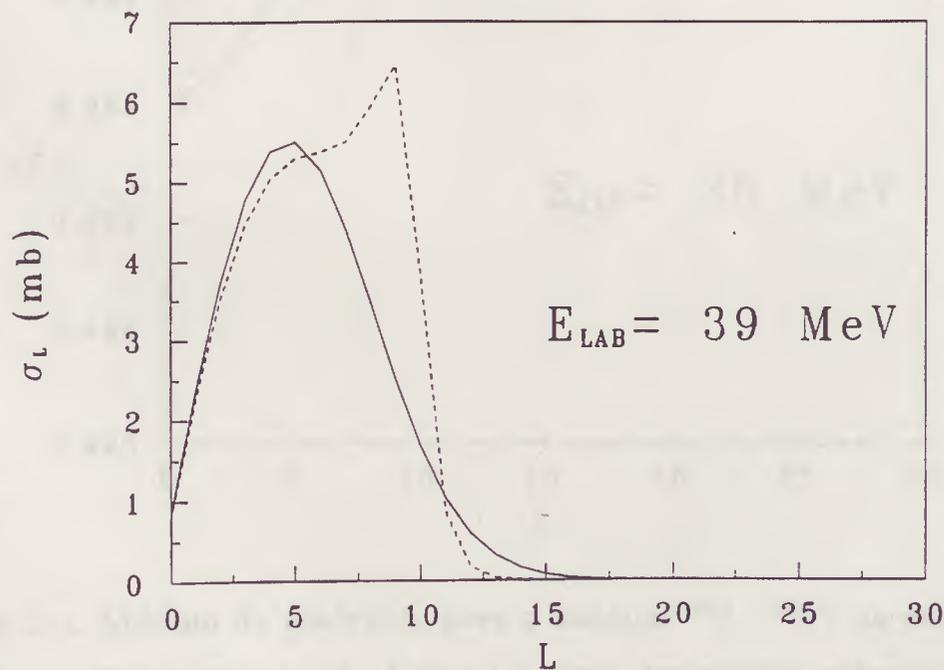


Figura 5.9: O mesmo como na figura 5.8.

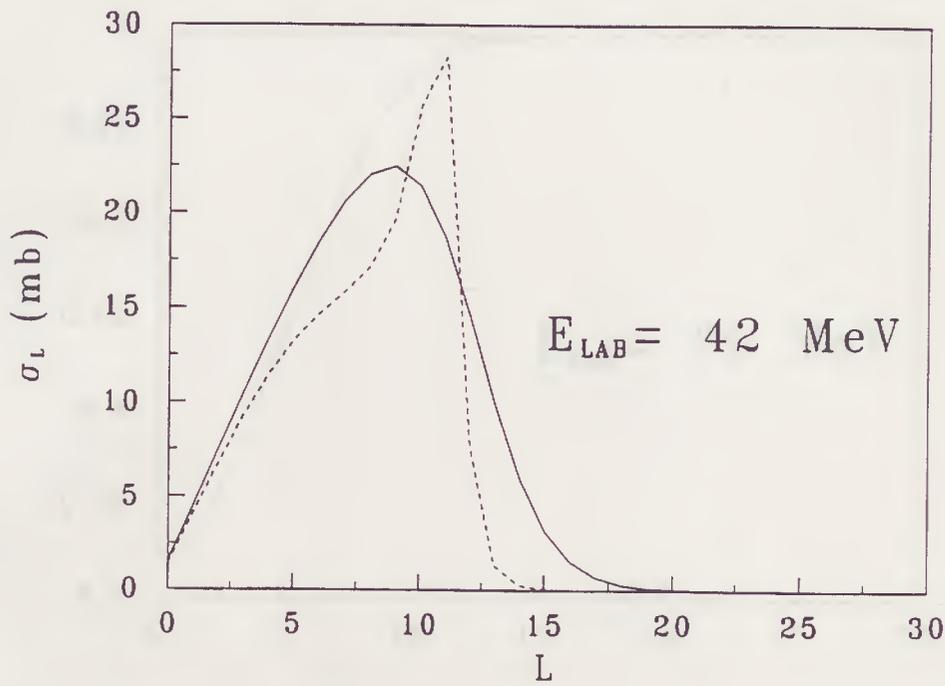


Figura 5.10: O mesmo como na figura 5.8.

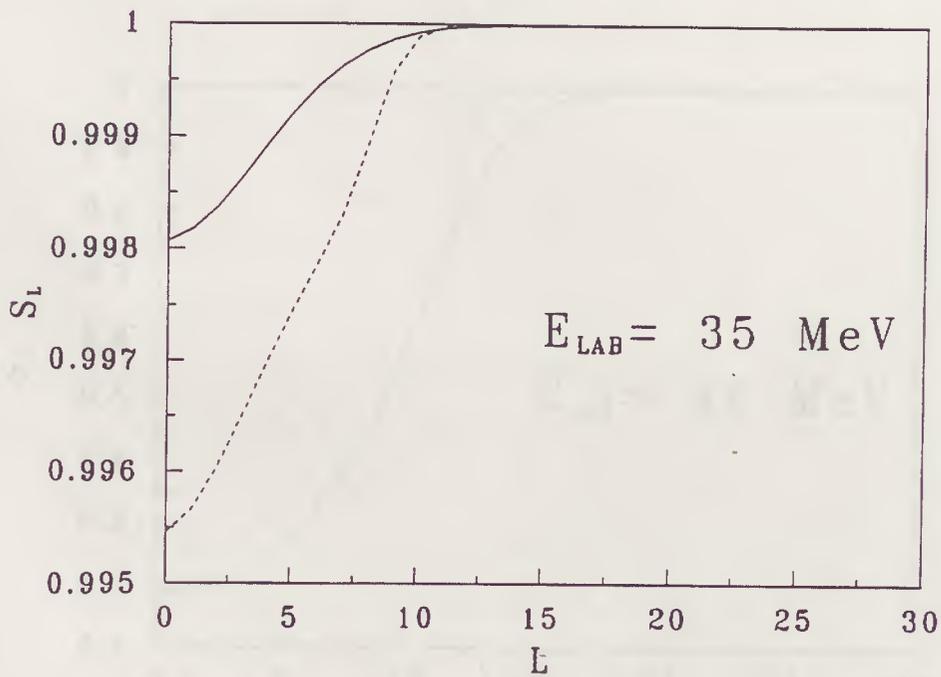


Figura 5.11: Módulo da matriz S_l para o sistema $^{16}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$ na energia indicada na figura. Curva cheia: cálculo local e curva tracejada: cálculo não-local com $b = 1.00 \text{ fm}$.

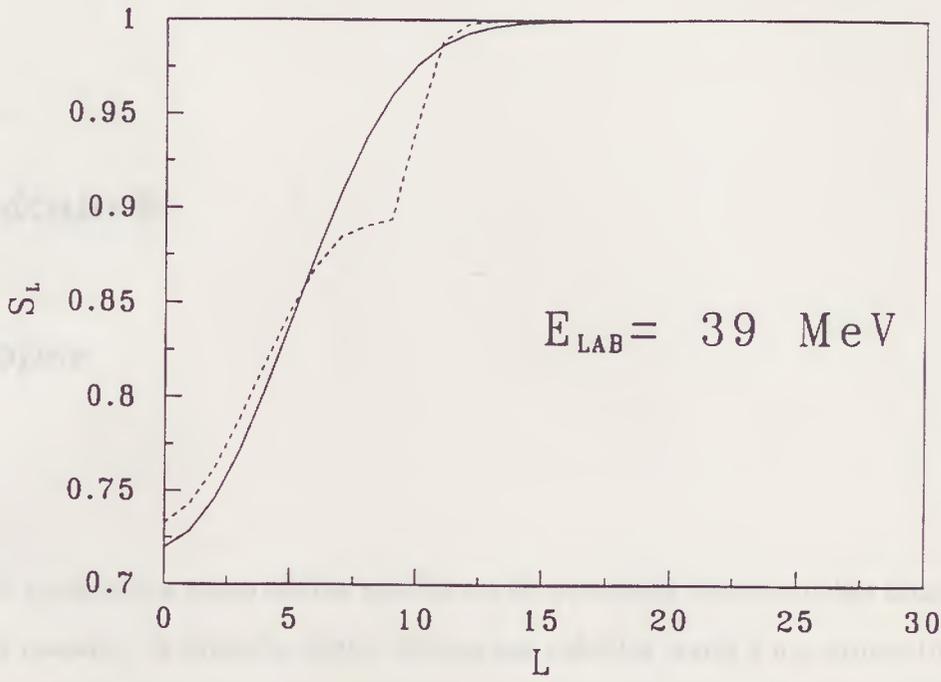


Figura 5.12: O mesmo como na figura 5.11.

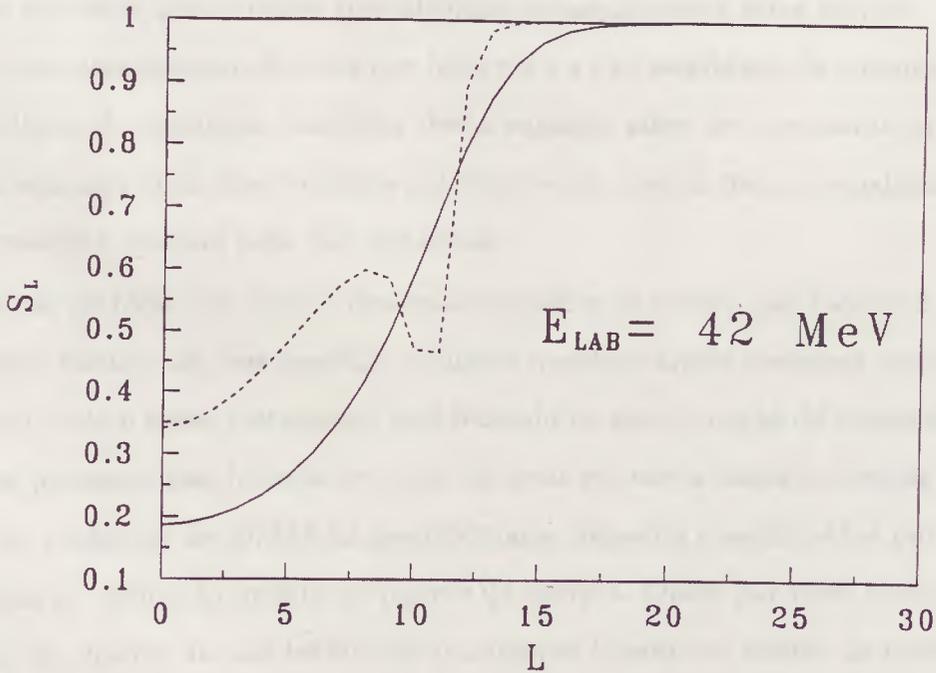


Figura 5.13: O mesmo como na figura 5.11.

Capítulo 6

Sinopse

Nós mostramos como efeitos não-locais do potencial núcleo-núcleo atuam sobre a fusão de íons pesados. A inclusão destes efeitos nos cálculos levou a um aumento da transmissão em energias no entorno e abaixo da barreira. Estudamos também, como se comporta a mistura de efeitos não-locais e acoplamento de canais na fusão. O modelo desenvolvido para isso dá como resultado um aumento maior para a fusão, naquele regime de energia, que os previstos por cálculos que utilizam separadamente estes efeitos. Finalmente, nós discutimos uma equação de onda que incorpora a não localidade do potencial núcleo-núcleo. O resultado da resolução numérica desta equação além de corroborar os modelos para o formalismo não-local desenvolvidos anteriormente, mostra como o espalhamento elástico de íons pesados é afetado pela não localidade.

Depois de todo este estudo desenvolvido sobre os efeitos não-locais na fusão e no espalhamento elástico de íons pesados, algumas questões ainda merecem ser esclarecidas. Por exemplo, todo o nosso tratamento está baseado na aproximação de massa efetiva, portanto, pode se pensar se não haveria um meio de levar em conta todos os termos da expansão em séries de potências de $(p/\hbar)b$ na hamiltoniana mapeada e assim obter um formalismo sem restrições de aplicação quanto ao regime de energia. Obter por meio de outras abordagens o valor do alcance da não localidade puramente ligado aos efeitos de correlações de troca e fazer um estudo sistemático com a inclusão desta sobre as reações com íons pesados. Estudar, além da fusão e do espalhamento elástico, outras reações como, por exemplo, a transferência de partículas e o espalhamento inelástico, sob a luz de interações não-locais.

Parte destes estudos já está em andamento.

Referências Bibliográficas

1. A. S. ...
2. T. P. ...
3. C. ...
4. ...
5. ...
6. ...
7. ...
8. ...
9. ...
10. ...
11. ...
12. ...
13. ...
14. ...
15. ...
16. ...
17. ...
18. ...
19. ...
20. ...
21. ...
22. ...
23. ...
24. ...
25. ...
26. ...
27. ...
28. ...
29. ...
30. ...
31. ...
32. ...
33. ...
34. ...
35. ...
36. ...
37. ...
38. ...
39. ...
40. ...
41. ...
42. ...
43. ...
44. ...
45. ...
46. ...
47. ...
48. ...
49. ...
50. ...
51. ...
52. ...
53. ...
54. ...
55. ...
56. ...
57. ...
58. ...
59. ...
60. ...
61. ...
62. ...
63. ...
64. ...
65. ...
66. ...
67. ...
68. ...
69. ...
70. ...
71. ...
72. ...
73. ...
74. ...
75. ...
76. ...
77. ...
78. ...
79. ...
80. ...
81. ...
82. ...
83. ...
84. ...
85. ...
86. ...
87. ...
88. ...
89. ...
90. ...
91. ...
92. ...
93. ...
94. ...
95. ...
96. ...
97. ...
98. ...
99. ...
100. ...

Referências Bibliográficas

- [1] M. Arnold, Nucl. Phys. **A538**, 493c(1992).
- [2] T. D. Lee, Nucl. Phys. **A538**, 3c(1992).
- [3] C. Rolfs, H. P. Trautvetter e W. S. Rodney, Rep. Prog. Phys. **50**, 233(1987).
- [4] M. Beckerman *et al.*, Phys. Rev. **C23**, 1581(1981).
- [5] B. Sikora *et al.*, Phys. Rev. **C21**, 614(1980).
- [6] B. Sikora *et al.*, Phys. Rev. **C20**, 2219(1979).
- [7] P. Kodama *et al.*, Phys. Rev. **C17**, 111(1978).
- [8] R. G. Stokstad *et al.*, Phys. Rev. Lett. **41**, 465(1978).
- [9] M. Beckerman, Rep. Prog. Phys. **51**, 1047(1988).
- [10] G. R. Satchler, Phys. Rep. **199**, 147(1991).
- [11] C. H. Dasso, S. Landowne and A. Whinter, Nucl. Phys. **A405**, 381(1983).
- [12] C. H. Dasso, S. Landowne and A. Whinter, Nucl. Phys. **A407**, 221(1983).
- [13] R. A. Broglia, C. H. Dasso, S. Landowne and A. Whinter, Phys. Rev. **C27**, 2433(1983).
- [14] R. A. Broglia, C. H. Dasso, S. Landowne and A. Whinter, Phys. Rev. Lett. **133B**, 34(1983).
- [15] A. M. Stefanini, Nucl. Phys. **A538**, 195c(1992).

- [16] M. A. Preston e R. K. Bhaduri, *Structure of the Nucleus* (Addison-Wesley, Massachusetts, 1975).
- [17] W. E. Frahn, *Nuovo Cimento* **4**, 313(1956).
- [18] P. J. Wyatt, J. G. Wills e A. E. S. Green, *Phys. Rev.* **119**, 1031(1960).
- [19] F. G. Perey e B. Buck, *Nucl. Phys.* **A32**, 353(1962).
- [20] J. M. Ziman, *Principle of the Theory of Solids* (Cambridge University Press, Cambridge, 1964).
- [21] B. Baseia e H. M. Nussenzveig, *Opt. Acta* **31**, 39(1984).
- [22] A. L. Fetter e J. D. Walecka, *Quantum Theory of Many-Particle Systems* (McGraw-Hill, New York, 1971).
- [23] D. Galetti e M. A. Cândido Ribeiro, *Physica Scripta* **45**, 417(1992).
- [24] D. Galetti e M. A. Cândido Ribeiro, *Phys. Rev. C*, a ser publicado em Outubro/1994.
- [25] D. Galetti e M. A. Cândido Ribeiro, Preprint IFT - P.035/94 - A ser publicado em *Phys. Rev. C*.
- [26] M. A. Cândido Ribeiro, D. Galetti, L. C. Chamon e D. Pereira, trabalho apresentado na XVII Reunião de Trabalho sobre Física Nuclear no Brasil, realizada em Angra dos Reis, RJ de 7 a 11 de setembro de 1994.
- [27] S. R. de Groot e L. Sttorp, *Foundations of Electrodynamics* (North-Holland, Amsterdam, 1972);
N. L. Balaz e B. K. Jennings, *Phys. Rep.* **104**, 347(1984);
M. Hillery *et al.*, *Phys. Rep.* **106**, 121(1984).
- [28] R. P. Feynman e A. R. Hibbs, *Quantum Mechanics and Path Integral* (McGraw-Hill, New York, 1965).
- [29] P. R. Christensen e A. Winther, *Phys. Lett.* **65B**, 19(1976).

- [30] N. Bohr, *Nature* **137**, 344(1936).
- [31] H. Feshbach, D. C. Peaslee e V. F. Weisskopf, *Phys. Rev.* **71**, 145(1947).
- [32] G. Rawitscher, *Nucl. Phys.* **85**, 337(1966).
- [33] J. M. Blatt e V. F. Weisskopf, *Theoretical Nuclear Physics* (Wiley, New York, 1962).
- [34] N. Fröman e P. O. Fröman, *JWKB Approximation* (North-Holland, Amsterdam, 1965).
- [35] M. J. Rhoades-Brown e P. Braun-Munzinger, *Phys. Lett.* **B136**, 19(1984).
- [36] M. Beckerman, *Phys. Rep.* **129**, 145(1985).
- [37] D. L. Hill e J. A. Wheeler, *Phys. Rev.* **89**, 1102(1953).
- [38] C. Y. Wong, *Phys. Rev. Lett.* **31**, 766(1973).
- [39] H. H. Gutbrod, W. G. Winn e M. Blann, *Nucl. Phys.* **A213**, 267(1973).
- [40] L. C. Vaz, J. M. Alexander e G. R. Satchler, *Phys. Rep.* **69**, 373(1981).
- [41] V. N. Bragin e M. Z. Zhukov, *Sov. J. Part. Nucl.* **15**, 325(1984).
- [42] J. Wilczynski, *Nucl. Phys.* **A216**, 386(1973).
- [43] W. D. Myers, *Nucl. Phys.* **A204**, 465(1973).
- [44] W. D. Myers e W. J. Swiatecki, *Nucl. Phys.* **81**, 1(1966).
- [45] J. Randrup, *Nucl. Instrum. Methods* **146**, 213(1977).
- [46] J. Bocki *et al.*, *Ann. Phys. (NY)* **105**, 427(1977).
- [47] M. Beckerman *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 1472(1980).
- [48] W. Reisdorf *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1811(1982).
- [49] G. M. Berkowitz *et al.*, *Phys. Rev.* **C28**, 667(1983).

- [50] A. B. Balantekin, S. E. Koonin e J. W. Negele, *Phys. Rev.* **C28**, 1565(1983).
- [51] M. Inui e S. E. Koonin, *Phys. Rev.* **C30**, 175(1984).
- [52] R. A. Broglia, *Nucl. Phys.* **A409**, 163(1983).
- [53] C. H. Dasso, *XXII Int. Winter Meeting on Nuclear Physics*, Bornio ed. Iorio, 716(1984).
- [54] R. Lindsay e N. Rowley, *J. Phys.* **G10**, 805(1984).
- [55] M. Beckerman *et al.*, *Phys. Rev.* **C25**, 837(1983).
- [56] S. Landowne e S. C. Pieper, *Phys. Rev.* **C29**, 1352(1984).
- [57] M. Rhoades-Brown, M. H. Macfarlane e S. C. Pieper, *Phys. Rev.* **C21**, 2417(1980); **C21**, 2436(1980).
- [58] N. Takigawa e G. F. Bertsch, *Phys. Rev.* **C29**, 2358(1984).
- [59] A. B. Balantekin e N. Takigawa, *Ann. Phys. (NY)* **160**, 441(1985).
- [60] D. G. Sarantitcs *et al.*, *Phys. Rev.* **C14**, 2138(1976).
- [61] D. L. Hillis *et al.*, *Nucl. Phys.* **A325**, 216(1979).
- [62] M. J. Rhoades-Brown e P. Braun-Munzinger, *Phys. Lett.* **136B**, 19(1984).
- [63] I. J. Thompson, M. A. Nagarajan, J. S. Lilley e B. R. Fulton, *Phys. Lett.* **157B**, 250(1985).
- [64] S. C. Pieper, M. J. Rhoades-Brown e S. Landowne, *Phys. Lett.* **162B**, 43(1985).
- [65] M. A. Nagarajan (ed.), *Proc. Workshop on Heavy Ion Collisions Near the Coulomb Barrier*, Daresbury, July 5-7 1990, IOP Publishing, Bristol, 1991.
- [66] C. H. Dasso e S. Landowne, *Comp. Phys. Comm.* **46**, 187(1987).
- [67] A. M. Stefanini *et al.*, *Phys. Lett.* **B252**, 43(1990).

- [68] F. Scarlassara *et al.*, *Z. Phys.* **A338**, 171(1991).
- [69] M. L. Halbert *et al.*, *Phys. Rev.* **C40**, 2558(1989).
- [70] K. E. Rehm, *Proc. Symp. on Heavy Ion Reaction Dynamics in Tandem Energy Region*, ed. por Y. Sugiyama, A. Iwamoto e H. Ikezol, (Universal Academy Press, Tokyo, 1989).
- [71] D. E. Di Gregorio e R. G. Stokstad, *Phys. Rev.* **C43**, 265(1991).
- [72] H. Esbensen e S. Landowne, *Phys. Rev.* **C35**, 2090(1987).
- [73] K. A. Brueckner, *Phys. Rev.* **97**, 1353(1955).
- [74] H. A. Bethe, *Phys. Rev.* **103**, 1353(1956).
- [75] V. F. Weisskopf, *Nucl. Phys.* **3**, 423(1957).
- [76] W. E. Frahn e R. H. Lemmer, *Nuovo Cimento* **5**, 1564(1957).
- [77] N. Austern, *Phys. Rev.* **B137**, 752(1965);
H. Fiedeldey, *Nucl. Phys.* **77**, 149(1966); **A96**, 463(1967);
M. Coz, A. D. Mackellar e L. G. Arnold, *Ann. Phys. (NY)* **58**, 505(1970);
W. Bauhoff, H. V. von Geramb e G. Palla, *Phys. Rev.* **C27**, 2466(1983).
- [78] M. Mizrahi, *J. Math. Phys.* **16**, 2201(1975).
- [79] D. Galetti, S. S. Mizrahi e B. M. Pimentel, *Physica Scripta* **27**, 72(1983).
- [80] C. Garrod, *Rev. Mod. Phys.* **38**, 483(1966).
- [81] G. E. Brown e C. T. Dominicis, *Proc. Phys. Soc.* **72**, 70(1958).
- [82] H. Horiuchi, *Prog. Theor. Phys.* **64**, 184(1980).
- [83] D. Galetti e A. F. R. Toledo Piza, *Phys. Rev.* **C24**, 2311(1981).
- [84] M. A. Cândido Ribeiro, dissertação de mestrado apresentada no Instituto de Física Teórica, 1990, não publicada.

- [85] B. Holstein e A. Swift, *Am. J. Phys.* **50**, 829(1982).
- [86] S. Coleman, em *The Whys of Subnuclear Physics* ed. por A. Zichichi (Plenum, New York, 1979).
- [87] R. Peierls e N. Vinh Mau, *Nucl. Phys.* **A343**, 1(1980).
- [88] P. Ring e P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem* (Springer-Verlag, New York, 1980).
- [89] M. Lefort, *Heavy Ion Collisions* (North-Holland, Amsterdam, 1981), Vol. 2.
- [90] P.R.S. Gomes *et al.*, *Nucl. Phys.* **A534**, 429(1991).
- [91] D. Pereira *et al.*, *Phys. Lett.* **B220**, 347(1989).
- [92] L. C. Chamon *et al.*, *Phys. Lett.* **B275**, 29(1992).
- [93] A. M. Borges *et al.*, *Phys. Rev.* **C46**, 2360(1992).
- [94] C. P. Silva, D. Pereira e L. C. Chamon, comunicação particular.
- [95] G. H. Rawitscher, *Phys. Rev.* **C31**, 1173(1985).
- [96] L. C. Chamon *et al.*, submetido a *Nucl. Phys. A*.

