



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

ÁREA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA
MATEMÁTICA E SEUS FUNDAMENTOS FILOSÓFICO-CIENTÍFICOS

**Modelagem Matemática: os olhares dos estudantes após o
desenvolvimento de uma atividade**

LAHIS BRAGA SOUZA

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

**RIO CLARO - SP
2022**

LAHIS BRAGA SOUZA

Modelagem Matemática: os olhares dos estudantes após o desenvolvimento de uma atividade

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Educação Matemática

Financiadora: CAPES

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Ana Paula dos Santos Malheiros

Rio Claro – SP

2022

S729m Souza, Lahis Braga
Modelagem Matemática : os olhares dos estudantes após o desenvolvimento de uma atividade. / Lahis Braga Souza. -- Rio Claro, 2022
215 p.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro
Orientadora: Ana Paula dos Santos Malheiros

1. Estudantes. 2. Ensino Fundamental. 3. Educação Básica. 4. Modelagem Matemática. 5. Matemática. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

LAHIS BRAGA SOUZA

Modelagem Matemática: os olhares dos estudantes após o desenvolvimento de uma atividade

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Educação Matemática

Financiadora: CAPES

Comissão Examinadora

Prof^a. Dr^a. Ana Paula dos Santos Malheiros – Orientadora
Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - SP

Prof^a. Dr^a Silvana Claudia dos Santos
Universidade Federal de Viçosa - MG

Prof. Dr. Dionísio Burak
Universidade Estadual do Centro Oeste - PR

Prof. Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - PR

Prof. Dr. Lucas Carato Mazzi
Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - SP

Rio Claro, SP, 04 de fevereiro de 2022.

Resultado: **APROVADA**

AGRADECIMENTOS

Um ciclo repleto de alegria, desafios, ansiedades e dificuldades chega ao fim. A caminhada não foi fácil e para superar os empecilhos em seu decorrer, contei com apoio, amizade e incentivo de diversas pessoas, as quais agradeço.

Agradeço a Deus e Nossa Senhora por guiarem e iluminarem meus passos nessa estrada chamada vida; pelas alegrias, realizações, por terem me concedido saúde e sabedoria para conseguir enfrentar todos os desafios e por terem colocado diversas pessoas que auxiliaram meu caminhar;

A minha família por todo apoio e incentivo para alcançar meus objetivos e metas;

A Professora Doutora Ana Paula dos Santos Malheiros, pelos diálogos, estímulo, incentivo, ensinamentos acadêmicos e pela amizade cultivada;

A Professora Doutora Silvana Claudia dos Santos e aos Professores Doutores Dionísio Burak, Rodolfo Eduardo Vertuan e Lucas Carato Mazzi, por aceitarem a compor a banca avaliadora e por suas preciosas sugestões e inquietações que foram fundamentais para a concretização do presente trabalho;

Ao Régis Forner, pelo diálogo, incentivo e por todo apoio durante o doutorado;

As professoras e aos educandos vinculados a Diretoria de Ensino de Limeira que permitiram a escuta e o diálogo para a produção de dados da pesquisa;

As Professoras Sueli Liberatti Javaroni e Rúbia Barcelos Amaral Schio, pelos diálogos, ensinamentos, parceria e colaboração no decorrer dos meus estudos;

A Silvana Claudia dos Santos e a Marli Regina dos Santos, por incentivarem e encorajarem a continuar meus estudos, pelo apoio, ensinamentos e amizade;

Aos amigos do DIEEM, pelos diálogos, pelas contribuições e reflexões com esse trabalho, pelos saberes partilhados e pela amizade cultivada;

Aos amigos do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - em especial, Egídio, Sandro, Anderson, Carla Vital, Simone, Maria Francisca, Marcela e Carla Tambarussi - , pelos momentos de aprendizagem e amizade cultivada;

As amigas Bruna Scaglia, Ana Paula Partezani e Débora Nascimento, pela amizade, apoio, conversas e momentos maravilhosos partilhados em Rio Claro.

Aos amigos e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) por todo suporte e pela colaboração, em especial à Inajara Moraes;

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001

A todos... Gratidão!

RESUMO

Fundamentada na metodologia qualitativa, a presente pesquisa buscou *compreender o que dizem os estudantes após o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática*. Ela tem como pergunta: *O que se mostra, a partir do olhar dos estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, após o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática?* Os participantes da investigação são estudantes do sexto e do nono ano do Ensino Fundamental de duas escolas da rede pública estadual paulista. Tem como referencial teórico as ideias do Educador Paulo Freire e diversos autores pertinentes aos temas tratados. A análise dos dados mostrou uma propensão dos estudantes para atividades de Modelagem. Além disso, eles denunciaram as aulas Matemática que participavam usualmente. Ainda, apontou dificuldades dos estudantes na compreensão da atividade, com a problematização e a investigação ao longo do desenvolvimento da atividade. Tais adversidades ocorreram devido às aulas que comumente participavam, causando um estranhamento quando precisaram sair do papel passivo para a posição de sujeitos da própria aprendizagem. Os dados revelam também que, nessa mudança de papel, os estudantes necessitavam recorrer com frequência à docente responsável por conduzir a atividade de Modelagem, pois ela, na visão deles, era a detentora do conhecimento. Apontam ainda que, para os discentes, a vivência proporcionada no decorrer da atividade facilitou a compreensão de conteúdos e a aprendizagem, além da presença da interdisciplinaridade. Por fim, apresenta indícios da possibilidade de colaboração entre os estudantes com o desenvolvimento da atividade em grupo, além de anunciar a Modelagem como um meio de os educandos perceberem o papel social da Matemática.

Palavras-chave: Anos finais do Ensino Fundamental. Atividade de Modelagem. Educação Básica. Dificuldades dos estudantes.

ABSTRACT

Supported by the qualitative methodology, this research sought to understand what students say after the development of a Mathematical Modeling activity. It asks the following question: What is revealed, from the point of view of students in the final years of elementary school, after the development of a Mathematical Modeling activity? The participants of the study are sixth- and ninth-grade students from two public elementary schools in the state of São Paulo. Its theoretical reference is the ideas of Educator Paulo Freire and several authors relevant to the topics covered. The data analysis shows students' preference for Modeling activities. In addition, they denounce the Mathematics classes they usually attended. The research indicates the students' difficulties in understanding the activity, based on their questioning and investigation during the development of the activity. These adversities occurred due to the classes they commonly have, causing a strange feeling when they needed to leave their passive role and become the subjects of their learning. The data also reveal that, in this role change, the students needed to frequently resort to the teacher responsible for conducting the Modeling activity, because she, in their view, was the holder of knowledge. The students also pointed out that, for them, the experience provided during the activity made it easier to understand the content and to learn, besides the presence of interdisciplinarity. Finally, the research presents evidence of the possibility of collaboration among students with the development of the group activity and presents Modeling as a way for students to understand the social role of Mathematics.

Keywords: Final years of elementary school. Modeling activity. Basic education. Students' difficulties.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Divisão do Estado de SP por Diretoria de Ensino	67
Figura 2 – Região sob jurisdição da Diretoria de Ensino de Limeira	68
Figura 3 – Recorte do livro Para que serve a Matemática?	129

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Participantes e número de investigações encontradas	25
Tabela 2 – Modalidade e nível de ensino dos estudos localizados	25
Tabela 3 – Participantes por cidades	74
Tabela 4 – Nível e Modalidade que professores lecionam	74
Tabela 5 – Turmas da professora Cássia	80
Tabela 6 – Turmas da Professora Ana.....	81
Tabela 7 – Participantes da pesquisa	81
Tabela 8 – Quantidade de Aulas	85
Tabela 9 – Aulas com 9º ano	85

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Pesquisas realizadas com discentes dos anos finais do Ensino Fundamental.	25
Quadro 2 – Pesquisas com Estudantes	26
Quadro 3 – Pesquisas com Estudantes (ZDM)	29
Quadro 4 – Capítulos selecionados no livro organizado por Stillman, Blum e Biembegut (2015).....	30
Quadro 5 – Capítulos selecionados no livro organizado por Stillman, Blum e Kaiser (2017).....	31
Quadro 6 – Analisando os Dados.....	89
Quadro 7 – Analisando os dados	90

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- BNCC** — Base Nacional Comum Curricular
- CAPES** — Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
- CNMEM** — Conferência Nacional sobre Modelagem em Educação Matemática
- CNE** — Conselho Nacional de Educação
- DE** — Diretoria de Ensino
- DIEEM** — Grupo Diálogos e Indagações sobre Escolas e Educação Matemática
- EFAP** — Escola de Formação e Aperfeiçoamento dos Profissionais da Educação 'Paulo Renato Costa Souza'
- EPMEM** — VI Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática
- GATE** — Grupo de Atenção às Tecnologias na Educação.
- IC** — Iniciação Científica
- ICTMA** — International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications
- OT** — Orientação Técnica
- PCNP** — Professor Coordenador do Núcleo Pedagógico
- PPGEM** — Programa de Pós-graduação em Educação Matemática
- Seduc – SP** — Secretaria da Educação do Estado de São Paulo
- TD** — Tecnologias Digitais
- UFV** — Universidade Federal de Viçosa
- UNESP** — Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
1.1 Um entendimento sobre Modelagem Matemática.....	19
1.2 Objetivo e Pergunta de Pesquisa.....	20
1.3 Composição da Tese	21
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	23
2.1 Investigações nacionais.....	23
2.2 Estudos internacionais: ZDM e ICTMA.....	28
2.3 Algumas ponderações	34
3 A EDUCAÇÃO BÁSICA, A MATEMÁTICA E A MODELAGEM.....	38
3.1 A Modelagem e os documentos oficiais para a Educação Básica	42
3.2 Os estudantes e a Modelagem Matemática na Educação Básica	45
3.3 A interdisciplinaridade em atividades de Modelagem	53
3.4 Atividades de Modelagem realizadas em grupos.....	57
3.5 A Modelagem e a autonomia dos estudantes	61
3.6 A Zona de Conforto e a Zona de Risco dos estudantes	63
4 CONTEXTO DA PESQUISA	66
4.1 A busca pelos participantes da pesquisa	71
4.1.1 A conversa com os docentes e as atividades desenvolvidas	75
4.1.1.1 Professora Rose.....	76
4.1.1.2 Professora Cássia	76
4.1.1.3 Professora Ana.....	78
4.1.2 As salas de aulas acompanhadas	80
5 ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS E PROCEDIMENTOS.....	82
5.1 Procedimentos metodológicos	84

5.2 Organização e análise dos dados.....	88
6 OS OLHARES DOS ESTUDANTES	91
6.1 O olhar para as aulas de Matemática	92
6.2 A atividade <i>Esportes</i> : percepções dos estudantes do sexto ano	102
6.2.1 A busca por uma compreensão: idas e vindas.	109
6.2.2 Relacionar a Matemática com outra disciplina: interdisciplinaridade	115
6.3 A atividade <i>Frenagem</i> : dizeres dos educandos do nono ano	119
6.3.1 Investigação: a confirmação com a docente.....	122
6.3.2 Descoberta: a fórmula da Frenagem	127
6.3.2.1 Relacionando a Matemática com o cotidiano	130
6.4 Trabalho em grupo em atividades de Modelagem	133
6.5 A relação entre a Matemática e o cotidiano	139
7 CONSIDERAÇÕES.....	147
REFERÊNCIAS.....	159
ANEXO A	176
APÊNDICE A	182
APÊNDICE B	204
APÊNDICE C	206
Atividade do 6º ano.....	207
Atividade do 9º ano.....	210
APÊNDICE D	213

1 INTRODUÇÃO

No decorrer de minha¹ trajetória acadêmica, vários questionamentos sugeriram e, mesmo sem perceber, influenciaram o caminhar dos meus estudos e me instigaram a realizar pesquisas com participantes que fizessem parte da Educação Básica. Nesta seção descreverei esse meu caminhar, com base em minhas memórias.

Enquanto estudante da Educação Básica, sempre gostei de Matemática. Vejo que esse apreço ocorria por ter facilidade em aprender os procedimentos utilizados para desenvolver os conteúdos ensinados, além de utilizá-los para resolver os demais exercícios solicitados nas tarefas ou nas avaliações. Atualmente, percebo que as aulas de Matemática assistidas por mim nesse período se enquadram no paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000), pois eram utilizados livros, apostilas e listas de atividades, e não havia justificativa da relevância dos exercícios, feitos de modo mecânico com base em procedimentos explicados previamente, para os quais existia apenas uma resposta correta. Nessas aulas, muitas vezes, eu não entendia o motivo pelo qual estudava alguns conteúdos. Apesar da falta de compreensão, gostava da disciplina e, devido a isso, sabia que, ao final do Ensino Médio, prestaria vestibular para o curso de Matemática.

Durante a graduação na Universidade Federal de Viçosa (UFV), participei como voluntária em projetos de extensão² realizados na Educação Básica, em especial nos anos finais do Ensino Fundamental. Também comecei a fazer parte do *Grupo de Atenção às Tecnologias na Educação (GATE)*³, o qual integro desde sua criação em 2012. Essas vivências geraram um interesse pelas Tecnologias Digitais (TD) como uma possibilidade de abordagem pedagógica e de realização de uma pesquisa que envolvesse tecnologia, geometria e estudantes da Educação Básica. Com isso, propus um projeto de pesquisa para o mestrado voltado para o uso das TD no ensino de Geometria (SOUZA, 2016).

¹ No decorrer da tese, uso a primeira pessoa do singular para ressaltar minhas reflexões, vivências e/ou conclusões.

² Mais detalhamento sobre isso pode ser encontrado em minha dissertação (SOUZA, 2016).

³ O grupo é coordenado pela Prof^a Dr^a. Silvana C. dos Santos. Mais informações em: <http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/9583657509714030>. Acesso em: 14 jun. 2019.

Ao adentrar no Mestrado, em 2015, no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da Universidade Estadual Paulista “Júlio Mesquita Filho” (Unesp), e após diversas reuniões com minha orientadora, Prof.^a Dra. Ana Paula dos Santos Malheiros, aprimorei meu projeto de pesquisa proposto no processo seletivo, com o intuito de desenvolver uma pesquisa⁴ na Educação Básica. O objetivo foi “[...] investigar as concepções dos professores de Matemática da Educação Básica em relação às Tecnologias Digitais, nos anos finais do Ensino Fundamental” (SOUZA, 2016, p. 28).

Ela tinha por intuito, inicialmente, de ser realizada com os discentes dos docentes participantes de um curso de formação continuada intitulado *Algumas possibilidades das Tecnologias Digitais em Geometria no Ensino Fundamental II*, ofertado aos professores que lecionavam na Educação Básica (SOUZA, 2016). No decorrer dessa formação continuada, os professores participantes deveriam elaborar, em momentos a distância, atividades que envolvessem as TD para serem desenvolvidas com alguma turma para a qual lecionavam. Foi permitido por três professoras o acompanhamento da realização da atividade, elaborada no curso, em suas respectivas turmas dos anos finais do Ensino Fundamental (SOUZA, 2016). Tais momentos tinham como intuito a produção de dados para a pesquisa, porém, minha orientadora e eu, percebemos que os dados não eram suficientes, assim, voltamos o olhar para os dados produzidos pelos professores. No entanto, os momentos em sala de aula, aguçaram ainda mais meu interesse em realizar uma pesquisa diretamente com estudantes da Educação Básica, em especial nos anos finais do Ensino Fundamental.

Em paralelo à realização da minha pesquisa de mestrado, iniciaram-se meus primeiros contatos com a Modelagem Matemática⁵. Nesse período, minha orientadora tinha sob sua supervisão outros dois pós-graduandos e uma orientanda de Iniciação Científica (IC) com pesquisas relacionadas à Modelagem Matemática, proporcionando-me, assim, um contato inicial com essa abordagem pedagógica.

⁴ Tal pesquisa foi vinculada ao Projeto “Mapeamento do uso de tecnologias da informação nas aulas de Matemática no Estado de São Paulo”, aprovado sob o n.º 16.429, no Edital 049/2012/CAPES/OB EDUC/INEP, e financiado pela Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior (Capes), entidade do Governo brasileiro voltada para a formação de recursos humanos.

⁵ Para evitar repetições, ao longo do texto, adotarei os termos “Modelagem Matemática” e “Modelagem” como sinônimos.

Minha primeira experiência com o tema ocorreu em 2015, devido a pesquisa de IC da aluna Carina Mari Hiramatsu, pois o cenário para a produção de dados para ela foi o mesmo de meu estudo de Mestrado: o curso de formação continuada supracitado. Cabe ressaltar que, apesar do mesmo contexto, minha pesquisa de mestrado não estava relacionada à Modelagem Matemática. Todavia, os professores participantes do curso tinham interesse em TD e Modelagem Matemática. Dessa forma, para atender a essa demanda, organizamos um curso dividindo-o em encontros que abordassem as duas temáticas, o que me aproximou da Modelagem (SOUZA, 2016; HIRAMATSU; MALHEIROS, 2016).

Em paralelo a essa pesquisa de IC, tive contato com as pesquisas de Honorato (2016) e Forner (2018), pois, nas reuniões do grupo de pesquisa que integrávamos⁶, realizávamos leituras dos materiais elaborados pelos participantes, com o intuito de fazer intervenções críticas e contribuir com suas pesquisas.

Além desse contato, auxiliei no curso de formação continuada em que ocorreu a produção de dados de Forner (2018). Ele foi oferecido para professores da rede pública estadual paulista e voltava-se para o uso da Modelagem Matemática na Educação Básica. Durante esse período, tal vivência aguçou ainda mais meu interesse, inquietou-me e impulsionou-me a buscar mais sobre a Modelagem.

Por conseguinte, ao finalizar o Mestrado, tive conhecimento de que, durante o segundo semestre de 2017, seria oferecida, no PPGEM, a disciplina *Tópicos Especiais em Educação Matemática: Modelagem em Educação Matemática*, na qual me matriculei como estudante especial. Nela, pude me aprofundar no estudo da Modelagem por meio de diversas leituras e discussões de textos e, ainda, vivenciei na prática a Modelagem ao realizar uma atividade. Desde a proposta inicial até apresentação final da atividade, algumas situações que ocorreram me geraram alguns questionamentos. Eu me perguntava: o que os estudantes pensam a respeito do desenvolvimento da atividade de Modelagem? Será que o tema escolhido para o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem é de interesse ou faz parte do cotidiano de todos

⁶ Grupo de Pesquisa em Informática, Outras Mídias e Educação Matemática. Mais informações em: <https://igce.rc.unesp.br/#!/gpimem>. Acesso em: 15 ago. 2019.

membros de um grupo? Como o discente percebe a mudança de papel do professor, que passa de expositor de procedimentos para mediador do processo de produção do conhecimento do estudante durante uma atividade de Modelagem?

Ainda, nas leituras realizadas na disciplina, deparei-me com pesquisas, desenvolvidas com professores da Educação Básica, para identificar obstáculos e resistências quanto ao uso da Modelagem em sala de aula, que evidenciam que não são todos os estudantes que se identificam com a Modelagem. As pesquisas relatam sobre a falta de interesse dos estudantes, pois eles estão acostumados a serem passivos em sala de aula e, ainda, a ter uma resistência em aulas em que a Modelagem se faz presente (SILVEIRA; CALDEIRA, 2012; MAGNUS, 2012). Tais constatações geraram, assim, o questionamento: se com a Modelagem o estudante pode estabelecer relação com seu cotidiano e compreender os motivos para aprender os conteúdos matemáticos, por que ter uma resistência com essa abordagem pedagógica?

Devido a esses contatos e à imersão na teoria e na prática de Modelagem na Educação Matemática, percebi que essa abordagem pedagógica tem uma relação com as inquietações que possuo desde a Educação Básica. Isso porque ela pode proporcionar uma oportunidade de relacionar situações do cotidiano dos estudantes com os conteúdos matemáticos propostos no currículo e, assim, ser uma possibilidade para gerar um significado para os estudantes em relação aos conteúdos estudados. Com isso, senti-me instigada a investigar a respeito dessa temática.

Mas o que pesquisar? Com a imersão teórica proporcionada pela disciplina, por meio de leituras e discussões, percebi que poderia existir uma lacuna⁷ considerável em pesquisas que investigassem o que os estudantes da Educação Básica podem dizer sobre a Modelagem e sua implementação nas aulas de Matemática. E, realizar uma pesquisa em sala de aula, com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, estaria aliado aos meus interesses de pesquisa.

Porém, havia uma preocupação: sair de um caminho conhecido por mim, visto que já havia participado de projetos e realizado pesquisa relacionada à TD

⁷ Abordarei essa lacuna na seção 2.

na Educação Matemática, ou me arriscar e realizar uma pesquisa com Modelagem no contexto desejado? Essa dúvida pairou em minha cabeça por um tempo, todavia alguns fatores ajudaram na decisão. O fato de que com a Modelagem é possível relacionar cotidiano do estudante com conteúdo abordados em sala de aula e também a possibilidade de realizar uma investigação no contexto que almejava, isto é, na sala de aula e com os estudantes como participantes de pesquisa. Outro fator foi o desejo intrínseco por mudança e por novos rumos e também saber que poderia contar com o apoio do grupo que integro, Diálogos e Indagações sobre Escolas e Educação Matemática (DIEEM)⁸, no qual há membros que realizam estudos com Modelagem Matemática (FORNER, 2018; FORNER; MALHEIROS, 2017, 2018, 2019; MALHEIROS, 2016), tema relativamente recente para mim naquele momento.

Tais fatores fizeram com que eu tivesse segurança para realizar uma pesquisa que envolvesse estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental e o uso da Modelagem como uma abordagem pedagógica, compreensão que apresento a seguir.

1.1 Um entendimento sobre Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática é uma prática educativa, de certa forma, recente no Brasil (KLÜBER, 2010). Segundo Burak (2010), ela continua a conquistar adeptos devido a suas

[...] possibilidades metodológicas, pela visão ampla que proporciona em relação a um assunto, pela visão de totalidade, por envolver de forma natural e indissociável o ensino e a pesquisa e pela possibilidade de, por meio dela, almejar-se um dos principais objetivos da educação: o desenvolvimento da autonomia do educando (BURAK, 2010, p. 36).

No entanto, são encontradas na literatura pertinente sobre o tema várias concepções, com pequenas diferenças entre uma e outra (MEYER; CALDEIRA;

⁸ Grupo coordenado pela Prof.^a Dr.^a. Ana Paula dos Santos Malheiros, na Universidade Estadual Paulista “Júlio Mesquita Filho” (Unesp). Mais informações em: <http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/367950>. Acesso em: 15 ago. 2019.

MALHEIROS, 2010). Considero que a adoção de uma ou outra concepção de Modelagem em aulas de Matemática depende de diversos fatores, como a realidade da escola, o quanto cada professor conhece a respeito da abordagem pedagógica e o objetivo dele com a atividade a ser desenvolvida. Embora haja a pluralidade das salas de aula, há também semelhanças entre elas, mas compreendo que a pessoa que pode conhecer melhor as especificidades de uma turma é o docente responsável por ela.

Tendo isso em vista, indico o que entendo por Modelagem Matemática. Tomo como base minhas leituras e as especificidades que podem se fazer presentes em uma sala de aula quando o professor adota a Modelagem Matemática em suas práticas pedagógicas. Compreendo a Modelagem como uma abordagem pedagógica por meio da qual, a partir de um tema, os estudantes devem pesquisar, elaborar questionamentos e conjecturas, delinear um foco de investigação, em conjunto ou não com o professor, e, dessa forma, produzir ou realizar uma busca por dados que são utilizados para a discussão e a compreensão do problema proposto. Ademais, considero-a uma possibilidade para o ensino e para o fazer Matemática durante as aulas mediante indagações, discussões e investigação (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2013). Entendo que a Modelagem é uma das possibilidades para que os estudantes produzam o conhecimento. Com isso, ela pode favorecer a compreensão de situações que fazem parte do cotidiano dos estudantes, contribuindo para o desenvolvimento deles como cidadãos críticos em relação ao papel da Matemática na sociedade.

Apresentado como compreendo a Modelagem, a seguir discorro sobre o objetivo e a pergunta formulados para a presente a pesquisa.

1.2 Objetivo e Pergunta de Pesquisa

Considerando minhas inquietações desde a Educação Básica e a minha vivência com a Modelagem, surgiu a presente pesquisa. Ela tem por objetivo *compreender o que dizem os estudantes após o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática.*

Especificamente, este estudo pretende:

- compreender como ocorre o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática na visão dos discentes;
- analisar os posicionamentos dos estudantes, sobre a aula de Matemática quando a Modelagem se faz presente.

Para o desenvolvimento da investigação também foi formulada uma pergunta de pesquisa. Com base nas discussões e reflexões com minha orientadora, a seguinte indagação foi constituída:

O que se mostra, a partir do olhar dos estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, após o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática?

Após a apresentação do objetivo e a pergunta que norteou esta pesquisa, na sequência, discorro sobre a composição de cada seção da tese.

1.3 Composição da Tese

A tese aqui apresentada está organizada em sete seções. Nesta primeira, apresentei como surgiu o interesse pelo tema da pesquisa, baseado em minha trajetória acadêmica. Também evidenciei meu entendimento a respeito da Modelagem, e expus os objetivos e a pergunta da presente investigação.

Na segunda, contextualizo os estudos, no âmbito nacional e internacional, realizados com estudantes envolvendo Modelagem Matemática por meio de uma revisão bibliográfica. Já na terceira seção, discorro sobre os discentes e o olhar deles para a Matemática. Em seguida, apresento a respeito do que é tratado nos documentos oficiais a respeito da Modelagem Matemática. Também abordo parte da literatura pertinente sobre estudantes em atividades de Modelagem Matemática e especificidades destas quando são desenvolvidas em sala de aula da Educação Básica. Os temas interdisciplinaridade, autonomia, trabalho em grupo e a zona de conforto e zona de risco também são tratados.

Posteriormente, na quarta seção, para uma compreensão do contexto da realização da pesquisa, apresento alguns aspectos da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, contexto em que a pesquisa foi desenvolvida. Na

sequência, relato sobre o curso de formação continuada em que busquei professores interessados em utilizar atividades de Modelagem em sala de aula e exponho de forma sucinta as atividades desenvolvidas. Ainda, trato sobre a composição das turmas nas quais ocorreu a produção dos dados.

Na quinta seção, explico a metodologia adotada nesta pesquisa. Exponho sobre os procedimentos metodológicos utilizados e a maneira como ocorreu o processo de organização dos dados produzidos e o processo de análise dos destes dados. Na sequência, na sexta seção, apresento uma análise dos dados, que foram organizados em cinco temáticas e são discutidos a partir da literatura pertinente para o objeto de estudo. Por fim, na última seção, elaboro minhas considerações a respeito da presente pesquisa.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção, faço uma revisão bibliográfica referente a trabalhos acadêmicos que envolvem Modelagem e estudantes dos anos finais Ensino Fundamental, no âmbito nacional e internacional. Como apresentado anteriormente, além do interesse a respeito do tema, várias foram as indagações que motivaram a realização desta pesquisa. No entanto, fez-se necessário encontrar um foco, que se traduziu na pergunta de pesquisa: *O que se mostra, a partir do olhar dos estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, após o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática?*

Para isso, foi fundamental olhar para as pesquisas realizadas com os estudantes que envolvem a Modelagem Matemática. Esse olhar me proporcionou a aproximação com pesquisas da área e o aprofundamento de minhas compreensões sobre o tema. Além disso, situou o estudo na produção de conhecimento da comunidade científica para não refazer o que já foi feito (ARAÚJO; BORBA, 2013) e, ainda, permitiu descobrir quais os temas das publicações e as lacunas na área que podem mobilizar novas investigações.

Dessa forma, foi realizada uma busca ampla de estudos, com foco no olhar dos pesquisadores em Educação Matemática quando estes realizam pesquisas de Modelagem na Educação Básica que tenham como participantes os estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental. Assim, fiz uma investigação de caráter bibliográfico, no âmbito nacional e internacional, para mapear e discutir a produção acadêmica e para compreender aspectos e dimensões do que tem sido estudado e produzido em artigos, dissertações e teses (FERREIRA, 2002). Para o levantamento, optei por olhar as pesquisas publicadas nos 10 anos anteriores ao início do doutorado, isto é, entre os anos de 2008 e 2018. Esse estudo, que apresento nas próximas seções, teve início com as investigações no âmbito nacional.

2.1 Investigações nacionais

Para encontrar os estudos nacionais, optei pelo Catálogo de Dissertações e Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

(Capes)⁹, pois ele fornece informações sobre investigações desenvolvidas nos programas de pós-graduação e abrange todo o país. Nele, utilizei os termos “Modelagem Matemática e Educação Básica”, “Modelagem Matemática e alunos”, “Modelagem Matemática e Ensino Fundamental”. Porém, ao fazer uso tais termos, o *site* apresentou uma vasta quantidade de pesquisas, totalizando 80.324 estudos, o que inviabilizou a leitura de todas. Para refinar essa busca, selecionei as pesquisas que tinham em seu título referência à “Modelagem” ou à “Modelagem Matemática”.

Com o refinamento, foram encontradas 84 pesquisas, das quais 15 são teses de doutorado e 69 dissertações de mestrado (acadêmico e profissional). Posteriormente, procurei o arquivo digital de todas elas por meio do *Google*¹⁰ e/ou dos *sites* das universidades em que os autores estudaram. Localizados os textos, elaborei um quadro no qual constavam, inicialmente, as referências bibliográficas e o resumo das pesquisas. Após a leitura dos resumos, realizei uma ampliação com novas colunas, indicando: os participantes ou objetos do estudo; o objetivo e/ou a pergunta de pesquisa; a metodologia e os procedimentos.

A princípio, percebi que as pesquisas foram realizadas com diversos participantes. Entre eles, havia: licenciandos em Matemática; estudantes de outros cursos de graduação (Gestão Pública e Tecnologia de Alimentos); carnavalesco; professores que lecionam a disciplina de Matemática na Educação Básica; estudantes da Educação Básica em diferentes níveis de ensino. Além disso, havia investigações de caráter bibliográfico, que tomavam como base para construir seu objeto de estudo artigos, livros, dissertações e teses. Na Tabela 1, apresento a quantidade de pesquisas realizadas com cada tipo de participante.

⁹ Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br>. Acesso em: 10 abr. 2019.

¹⁰ Disponível em: www.google.com.br. Acesso em: 10 abr. 2019.

Tabela 1 – Participantes e número de investigações encontradas

Participantes/Objetos de Pesquisa	Quantidade
Licenciandos em Matemática	18
Outros cursos de graduação	2
Teses, dissertações e artigos	9
Carnavalesco	1
Professores que Lecionam Matemática na Educação Básica	22
Estudantes da Educação Básica	32
Total	84

Fonte: Elaborada pela autora.

Porém, como meu interesse de pesquisa centrava-se nos discentes dos anos finais do Ensino Fundamental na Educação Básica, restringi o olhar para os 32 estudos realizados com os estudantes e passei a identificar qual modalidade e nível de ensino que as investigações abarcavam. Como exponho na Tabela 2, há variação entre quatro modalidades de ensino — Educação no Campo, Educação de Jovens e Adultos (EJA), Ensino Técnico e Ensino Regular — com estudantes tanto do Ensino Fundamental quanto do Ensino Médio.

Tabela 2 – Modalidade e nível de ensino dos estudos localizados

Modalidade	Nível de Ensino	Quantidade
Educação no Campo	Ensino Médio	1
Educação de Jovens e Adultos	Ensino Fundamental	2
	Ensino Médio	1
Ensino Técnico	Ensino Médio	2
Ensino Regular	Anos iniciais do Ensino Fundamental	2
	Anos finais do Ensino Fundamental	9
	Ensino Médio	15
TOTAL		32

Fonte: Elaborada pela autora.

Tendo em vista meu foco de estudo, restringi, novamente, as pesquisas encontradas. Observei que nove delas foram realizadas no nível de ensino e na modalidade que eu pretendia estudar, as quais, por consequência, foram selecionadas. A seguir, elenco tais pesquisas (Quadro 1)

Quadro 1 – Pesquisas realizadas com discentes dos anos finais do Ensino Fundamental.

AUTOR	TÍTULO	CURSO/ MODALIDADE	ANO
Denilson Gomes Campos	<i>O Desenvolvimento de Posturas Críticas nos Estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental por meio da Modelagem Matemática</i>	Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática).	2015

Elisa Maria Almeida Brites	<i>Modelagem Matemática Gráfica: instigando o senso criativo dos estudantes do Ensino Fundamental</i>	Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática).	2012
Everton Jonathan de Andrade Salandini	<i>A Modelagem Matemática na introdução do conceito de equação para alunos do sétimo ano do ensino fundamental</i>	Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Educação Matemática)	2011
Fernando Carvalho Grimaldi	<i>A Modelagem Matemática na Merenda Escolar nos Anos Finais do Ensino Fundamental</i>	Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino das Ciências).	2015
Kátia Cristina Zequim.	<i>A resolução de problemas, a Modelagem Matemática e desenvolvimento de habilidades matemática em alunos do 7º ano do ensino fundamental</i>	Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas).	2014
Laércio Conceição Pedrosa Nogueira	<i>Utilizando a Modelagem Matemática no processo de ensino para a aprendizagem no 9º ano do Ensino Fundamental sob uma perspectiva de Educação Matemática sócio-construtivista-interacionista</i>	Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática).	2014
Marcelo de Souza Oliveira	<i>Interpretação e comunicação em ambientes de aprendizagem gerados pelo processo de Modelagem Matemática</i>	Dissertação (Mestrado em Educação em ciências e Matemática).	2010
Nara Sílvia Tramontina Zukauskas	<i>Modelação Matemática no Ensino Fundamental: motivação dos estudantes em aprender geometria</i>	Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática).	2012
Rafael Zanoni Bossle	<i>Modelagem Matemática no projeto de um ginásio escolar</i>	Dissertação (Profissionalizante em Ensino de Matemática).	2012

Fonte: Elaborada pela autora.

Além dos trabalhos apresentados com base na revisão realizada no período de 2008 a 2018, no decorrer da pesquisa e da escrita deste trabalho, tive ciência da investigação de Martin (2019), exposta no Quadro 2, finalizada e defendida no ano de 2019 e realizada com estudantes do quinto e sexto ano do Ensino Fundamental.

Quadro 2 – Pesquisas com Estudantes

Autor	Título	Curso	Ano
Ronalti Walaci Santiago Martin	<i>Modelagem Matemática e autonomia: um olhar para atividades no ensino fundamental</i>	Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática).	2019

Fonte: Elaborado pela autora.

Com isso, 10 estudos nacionais foram selecionados para a revisão bibliográfica e foram lidos na íntegra. Posteriormente, com base em minha leitura

das pesquisas e do meu entendimento, fiz uma síntese de cada uma delas, que apresento no Apêndice A¹¹. Aqui, nesta seção, optei por apresentar as convergências entre elas, a fim de destacar o que buscavam investigar com os educandos.

Entre as pesquisas, noto que existe uma preocupação dos pesquisadores com o ensino de conteúdos de Matemática e o desenvolvimento de habilidades por meio da Modelagem. Eles ponderam sobre atividades que desenvolveram em aulas com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental e sobre suas contribuições para a sala de aula de Matemática (BOSSLE, 2012; SALANDINI, 2014; ZEQUIM, 2014).

Em outras investigações, há um interesse dos pesquisadores com a aprendizagem nas aulas de Matemática. Eles investigam possíveis contribuições da Modelagem e verificam se ela pode ser um incentivo para que ocorra a aprendizagem em sala de aula, considerando-a uma alternativa para o fazer Matemática (GRIMALDI, 2015; NOGUEIRA, 2014).

Nas demais pesquisas, há um interesse dos pesquisadores em investigar algumas características que podem se fazer presentes quando a Modelagem é adotada nas salas de aulas de Matemática. Entre elas, estão a motivação ocasionada por utilizar aspectos do cotidiano dos discentes, a autonomia e o desenvolvimento de senso criativo e de posturas críticas (BRITES, 2012; CAMPOS, 2015; MARTIN 2019; OLIVEIRA, 2010; ZUKAUSKA, 2012).

Em suma, nas pesquisas nacionais, percebo que os estudos estão voltados para as contribuições da Modelagem para o ensino da Matemática em sala de aula. O olhar volta-se, sobretudo, para a aprendizagem da Matemática quando atividades de Modelagem são utilizadas, além de investigar especificidades, como senso crítico e autonomia, que podem se fazer presentes. Por fim, noto que, no âmbito nacional, não há estudos que investiguem o olhar dos educandos a respeito do desenvolvimento de atividades de Modelagem. Dito isso, passo a apresentar a revisão realizada no âmbito internacional.

¹¹ Devido a essa quantidade de pesquisas elencadas para a revisão bibliográfica aqui apresentada (10 nacionais e 25 internacionais), optei por apresentar, no decorrer desta seção, as convergências e, no Apêndice A, uma síntese de cada um dos estudos elencados.

2.2 Estudos internacionais: ZDM e ICTMA

Além de efetuar a busca de estudos nacionais, realizei uma averiguação de pesquisas internacionais, com o objetivo mencionado anteriormente. Para isso, optei pelo periódico *ZDM - Mathematics Education*, pois consiste em um meio de comunicação científica que tem grande reconhecimento internacional e é um dos mais antigos na área de Educação Matemática¹².

Também olhei para o evento *International Conference on Teaching Mathematical Modelling and Applications* (ICTMA), organizado pelo *The International Study Group for Mathematical Modelling and Applications*¹³, grupo que existe desde 1983 com o principal intuito de articular e promover o debate internacional sobre a Modelagem. Os anais do evento são publicados em uma série de livros pela Editora *Springer*¹⁴, intitulada *International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*. Essa série tem como propósito promover uma discussão a respeito da Modelagem no ensino e na aprendizagem em diversos níveis educacionais, sobre diferentes perspectivas teóricas e, entre as publicações, obras decorrentes das conferências bienais (STILLMAN; BLUM; BIEMBENGUT, 2015).

No período delimitado para a busca — 2008 e 2018 —, o ZDM publicou um total de 11 volumes, divididos em 75 publicações, que equivalem a 929 artigos. De tais artigos, selecionei aqueles que possuem em seu título os termos *mathematical modelling* ou *modelling*. Encontrei, assim, 36 textos.

Inicialmente, realizei a leitura dos resumos e identifiquei que 13 artigos tratam de pesquisas desenvolvidas com discentes. Uma delas discorre sobre alunos de curso de graduação em Engenharia, não fazendo parte do interesse do estudo. Restaram, então, 12 investigações elaboradas com estudantes menores de 18 anos.

Diferentemente do realizado nas pesquisas brasileiras, as quais pude filtrar por nível de ensino e modalidade, isto é, anos finais do Ensino Fundamental no ensino regular, em tais artigos não foi possível fazer essa distinção, pois cada país tem sua organização do sistema de ensino. A estratégia

¹² A opção por artigos decorreu da inviabilidade de encontrar teses e dissertações internacionais.

¹³ Mais informações podem ser obtidas no site: <http://www.ictma.net/>. Acesso em: 29 abr. 2021.

¹⁴ Disponível em: <https://www.springer.com/gp>. Acesso em: 29 abr. 2021.

escolhida para prosseguir com a análise foi considerar a idade dos estudantes. No Brasil, o Conselho Nacional de Educação (CNE) define a organização do Ensino Fundamental e aponta que a idade prevista para anos finais dessa etapa é de 11 a 14 anos (BRASIL, 2005).

Dessa forma, optei por selecionar pesquisas realizadas com estudantes dessa faixa etária e não estudos realizados com discentes com 10 anos ou menos, bem como com idade superior ou igual a 15 anos. Dos 12 estudos do ZDM, 5 contemplam estudantes no intervalo especificado. Além disso, 2 não apresentam a idade dos educandos, mas optei por também os considerar para a revisão aqui apresentada. Assim, selecionei 7 trabalhos publicados no periódico, os quais elenco no Quadro 3.

Quadro 3 – Pesquisas com Estudantes (ZDM)

Autores	Título	País
Anne Patel e Maxine Pfannkuch	<i>Developing a statistical modeling framework to characterize Year 7 students' reasoning</i>	Nova Zelândia
Gilbert Greefrath, Corinna Hertleif e Hans-Stefan Siller	<i>Mathematical modelling with digital tools—a quantitative study on mathematising with dynamic geometry software</i>	Alemanha
Jennifer Plath e Dominik Leiss	<i>The impact of linguistic complexity on the solution of mathematical modelling tasks</i>	Alemanha
Katrin Vorhölter	<i>Conceptualization and measuring of metacognitive modelling competencies: empirical verification of theoretical assumptions</i>	Alemanha
Lyn D. English e Jane Watson	<i>Modelling with authentic data in sixth grade</i>	Austrália
Sibel Kazak, Dave Pratt e Rukiye Gökce	<i>Sixth grade students' emerging practices of data modelling</i>	Turquia
Susana Carreira e Ana Margarida Baioa	<i>Mathematical modelling with hands-on experimental tasks: on the student's sense of credibility</i>	Portugal

Fonte: Elaborado pela autora.

Considerando o ICTMA, segundo consta no *site* do grupo que o organiza, no período de 2008 a 2018, foram publicados os seguintes livros:

1. *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies: ICTMA13*, de Lesh, Galbraith e Haines. (2010).
2. *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling*, de Kaiser, Blum e Stillman (2011).
3. *Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice*, de Stillman, Kaiser, Blum e Brown(2013).

4. *Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences*, de Stillman, Blum e Biembegut (2015).
5. *Mathematical Modelling and Applications: Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education*, de Stillman, Blum e Kaiser (2017).

De tais livros, consegui ter acesso aos dois últimos, editorados por Stillman, Blum e Biembegut (2015) e Stillman, Blum e Kaiser (2017). Para a seleção de estudos, realizei a leitura do título e do resumo dos 102 capítulos presentes neles, buscando identificar indícios do envolvimento de estudantes nas pesquisas realizadas.

No livro organizado por Stillman, Blum e Biembegut (2015), identifiquei 22 capítulos relacionados a discentes. Porém, alguns foram retirados da revisão aqui apresentada, pois notei que, entre as 22 investigações: 10 foram realizadas com estudantes do Ensino Superior; 3 são de autores brasileiros, o que possibilitou a identificação da modalidade e/ou nível de ensino — Ensino Regular (anos iniciais), Ensino Técnico e Educação Jovens e Adultos (EJA); e 1 foi realizada na Colômbia, com estudantes do campo. Tais capítulos não fazem parte do interesse da pesquisa, logo, não foram analisados.

Após esse filtro, restaram ainda oito capítulos. Da mesma forma que ocorreu com o ZDM, não foi possível selecionar os textos pelo nível de ensino e pela modalidade, devido à diversidade existente. Com isso, olhei, novamente, para a idade dos estudantes. Dessas pesquisas, duas apresentam idades na faixa etária entre 11 e 14 anos, e outras seis não enunciam a idade. Dessa forma, as oito investigações foram elencadas para leitura completa. No Quadro 4, apresento os autores e destaco os títulos e o país em que esses estudos foram desenvolvidos.

Quadro 4 – Capítulos selecionados no livro organizado por Stillman, Blum e Biembegut (2015)

Autores	Título	País
Akio Matsuzaki e Masafumi Kaneko	<i>Evidence of Reformulation of Situation Models: Modelling Tests Before and After a Modelling Class for Lower Secondary School Students</i>	Japão
Akira Yanagimoto, Tetsushi Kawasaki e Noboru Yoshimura	<i>Mathematical Modelling Challenge Program for J.H.S. Students in Japan</i>	Japão
Gilbert Greefrath	<i>Problem Solving Methods for Mathematical Modelling</i>	Alemanha

José Luis Bossio Vélez, Sandra Milena Londoño Orrego, e Carlos Mario Jaramillo López	<i>Activation of Student Prior Knowledge to Build Linear Models in the Context of Modelling Pre-paid Electricity Consumption</i>	Colômbia
Kit Ee Dawn Ng e Gloria Ann Stillman	<i>Exploring Interconnections Between Real-World and Application Tasks: Case Study from Singapore</i>	Singapura
Noburu Yoshimura	<i>Mathematical Modelling of a Social Problem in Japan: The Income and Expenditure of an Electric Power Company</i>	Japão
Takashi Kawakami, Akihiko Saeki e Akio Matsuzaki	<i>How Do Students Share and Refine Models Through Dual Modelling Teaching: The Case of Students Who Do Not Solve Independently</i>	Japão
Santiago Manuel Rivera Quiroz, Sandra Milena Londoño Orrego, e Carlos Mario Jaramillo López	<i>Measurement of Area and Volume in an Authentic Context: An Alternative Learning Experience Through Mathematical Modelling</i>	Colômbia

Fonte: Elaborada pela pesquisadora.

Já no livro organizado por Stillman, Blum e Kaiser (2017), identifiquei, a partir da leitura dos títulos e dos resumos, que 21 capítulos abordam investigações com estudantes. Desses, 4 são pesquisas com estudantes do Ensino Superior e 1 com alunos de pós-graduação, os quais não fazem parte do escopo de interesse da pesquisa.

Restaram 16 estudos realizados com estudantes. Ao olhar para a idade de seus participantes, notei que 6 foram realizados com educandos na faixa etária de 11 a 14 anos e 4 não discorrem sobre esse aspecto. Com isso, considere para a revisão as 10 investigações. A seguir, apresento o Quadro 5 com os autores, os títulos e o país em que a pesquisa foi desenvolvida.

Quadro 5 – Capítulos selecionados no livro organizado por Stillman, Blum e Kaiser (2017)

Autores	Título	País
Azita Manouchehri e Stephen T. Lewis	<i>Reconciling Intuitions and Conventional Knowledge: The Challenge of Teaching and Learning Mathematical Modelling</i>	Estados Unidos
Deike S. Alfke	<i>Mathematical Modelling with Increasing Learning Aids: A Video Study</i>	Alemanha
Edel Reilly	<i>Developing a Mathematical Modelling Task for All Students</i>	Estados Unidos
Gemma Sala Sebastià, Vicenç Font Moll, Joaquim Giménez Rodríguez e Berta Barquero Farràs	<i>Inquiry and Modelling in a Real Archaeological Context</i>	Espanha
Irene Grafenhofer e Hans-Stefan Siller	<i>How to Build a Hydrogen Refuelling Station Infrastructure in Germany: An Interdisciplinary Project Approach for Mathematics Classrooms</i>	Alemanha

Janeen Lamb, Akio Matsuzaki, Akihiko Saeki e Takashi Kawakami	<i>The Dual Modelling Cycle Framework: Report on an Australian Study</i>	Austrália
Jill P. Brown	<i>Context and Understanding: The Case of Linear Models</i>	Austrália
Peter Galbraith, Gloria Ann Stillman e Jill P. Brown	<i>The Primacy of 'Noticing': A Key to Successful Modelling</i>	Austrália e Singapura
Piera Biccard e Dirk Wessels	<i>Six Principles to Assess Modelling Abilities of Students Working in Groups</i>	---- ¹⁵
Toshikazu Ikeda e Max Stephens	<i>Modelling as Interactive Translations Among Plural Worlds: Experimental Teaching Using the Night-Time Problem</i>	Japão

Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

Em suma, foram selecionadas 25 investigações realizadas no âmbito internacional: 7 publicações do ZDM, 8 do livro organizado por Stillman, Blum e Biembegut (2015) e 10 do editorado por Stillman, Blum e Kaiser (2017). Uma síntese de cada, com base em minha leitura e em meu entendimento do trabalho completo, também se encontra no Apêndice A. Aqui, novamente, apresento as convergências entre eles, a fim de destacar o que buscam investigar com os educandos.

Entre as 25 pesquisas analisadas, parte delas envolvem modelos matemáticos em atividades de Modelagem. Elas investigam a respeito da natureza dos modelos, do processo de elaboração e do desenvolvimento dos modelos pelos estudantes, além de pesquisar sobre a reformulação deles. Os estudos também avaliam o sentido de credibilidade dos estudantes para os modelos elaborados na atividade e pesquisam as vantagens de interpretar modelos intermediários (CARREIRA; BAIOA, 2018; ENGLISH; WATSON, 2018; IKEDA; STEPHENS, 2017; KAZAK; PRATT; GÖKCE, 2018; MATSUZAKI; KANEKO, 2015; QUIROZ; ORREGO; LÓPEZ, 2015). Em outras palavras, apesar de as pesquisas serem realizadas com estudantes, o foco principal está nos modelos matemáticos que emergem nas atividades.

Outras pesquisas estão relacionadas ao uso das tecnologias em atividades de Modelagem. Elas investigam sobre a aprendizagem dos estudantes no decorrer da atividade e averigam se há diferença no desenvolvimento da competência de Modelagem ao utilizar as tecnologias

¹⁵ Não é informado no texto em que país a pesquisa foi desenvolvida. Os autores são da África do Sul.

(PATEL; PFANNKUCH, 2018; GREEFRATH; HERTLEIF; SILLER, 2018). Há também pesquisas que envolvem competências e habilidades desenvolvidas pelos estudantes. Isto é, percebo que há uma preocupação dos pesquisadores com o desenvolvimento, pelo aluno, de competências específicas no decorrer da atividade de Modelagem, como a matematização e a investigação.

Outras têm como foco um meio de avaliar o desenvolvimento de habilidades dos discentes ou mesmo de investigar o progresso das habilidades de Modelagem (BICCARD; WESSELS, 2017, GALBRAITH; STILLMAN; BROWN, 2017; SEBASTIÀ *et al.*, 2017). Entre os estudos, há também o olhar para a interdisciplinaridade presente em atividades de Modelagem Matemática (GRAFENHOFER; SILLER, 2017; NG; STILLMAN, 2015). Além disso, há trabalhos que abordam o uso de algum auxílio — como motivacional, *feedback*, estratégias gerais e de conteúdos — aos discentes no decorrer do processo de solução de uma atividade de Modelagem. Também existem os que tratam sobre a utilização de cartões de ajuda¹⁶, preparados para cada parte ciclo de Modelagem ou para o uso da Modelagem dupla¹⁷ (ALFKE, 2017; GREEFRATH, 2015; KAWAKAMI; SAEKI; MATSUZAKI, 2015; LAMB *et al.*, 2017). Ou seja, tais pesquisas têm como intuito investigar sobre auxílios aos discentes no decorrer da atividade de Modelagem para que ela possa progredir.

Ainda, parte das pesquisas investiga se fatores externos, como os linguísticos e o uso de um plano de solução, podem influenciar o desenvolvimento da atividade de Modelagem pelos estudantes (MANOUCHEHRI; LEWIS, 2017; PLATH; LEISS, 2018). Há uma que trata a respeito da influência do cotidiano sobre a atividade de Modelagem e outra que aborda ainda sobre os processos de ensino e aprendizagem da Matemática. Existem, ademais, pesquisas que apresentam atividades para treinar os estudantes a modelar problemas da realidade e avaliar a diferença entre desenvolver a atividade de Modelagem individual ou coletivamente, no olhar do

¹⁶ São cartões preparados previamente pelo professor sobre possíveis áreas de dificuldades com um problema do mundo real ou da Matemática, ou com as etapas de atividades de Modelagem. O educando pode recorrer a esses instrumentos em seu desenvolvimento.

¹⁷ Modelagem dupla consiste em dois ciclos, é utilizada quando os alunos não conseguem solucionar uma tarefa — primeiro ciclo de Modelagem —, introduzindo uma segunda tarefa de Modelagem — segundo ciclo — semelhante à inicial e mais simples, que pode auxiliar na resolução da primeira.

estudante (REILLY, 2017; VÉLEZ; ORREGO; LÓPEZ, 2015; VORHÖLTER, 2018; YOSHIMURA, 2015).

Há uma pesquisa que apresenta um programa de desafio de Modelagem no Japão (YANAGIMOTO; KAWASAKI; YOSHIMURA, 2015). Também encontrei um estudo que discorre sobre como o envolvimento com o contexto possibilita meios de demonstrar e aprofundar a compreensão matemática (BROWN, 2017).

Olhando para tais investigações, percebo que há uma variedade de estudos internacionais realizados com estudantes. No entanto, eles também não apresentam pesquisas que tratam da visão dos discentes sobre o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem. Com isso, passo, a seguir, a dissertar sobre minhas considerações a respeito da revisão bibliográfica aqui apresentada e sobre a relevância da presente pesquisa.

2.3 Algumas ponderações

Ao analisar as pesquisas nos âmbitos nacional e internacional, foi possível perceber que não é possível categorizá-las em temáticas semelhantes. Pois, os interesses dos pesquisadores e suas concepções de Modelagem são divergentes. No contexto nacional, há investigações realizadas com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental que, independentemente da concepção escolhida de Modelagem, buscam identificar as contribuições para a sala de aula quando esse tipo de abordagem é adotado (BOSSLE, 2012; SALANDINI, 2011; ZEQUIM, 2014). Algumas pesquisas (GRIMALDI, 2015; NOGUEIRA, 2014) relacionam-se com a aprendizagem de conteúdos matemáticos e baseiam-se na análise de como ocorreram o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática em sala de aula e as interações dos discentes. Além disso, há investigações feitas com estudantes que buscam algumas características que podem se fazer presentes quando a Modelagem é utilizada em sala de aula (BRITES, 2012; CAMPOS, 2015; MARTIN, 2019; OLIVEIRA, 2010; ZUKAUSKAS, 2012).

Com focos e concepções de Modelagem diferentes, no âmbito internacional, constato a presença de investigações com olhar para a elaboração de modelos matemáticos e suas vantagens, além de suas reformulações e representações — por exemplo, a de Kazak, Pratt e Gökce (2018), a de English

e Watson (2018), e a de Quiroz, Orrego e López (2015) — e outras investigações versam sobre o uso das tecnologias em atividades de Modelagem (GREEFRATH; HERTLEIF; SILLER, 2018; PATEL; PFANNKUCH, 2018). Também há estudos envolvendo o desenvolvimento de competências e habilidades (BICCARD; WESSELS, 2017; GALBRAITH; STILLMAN; BROWN, 2017; SEBASTIÀ *et al.*, 2017) e pesquisas relacionadas à interdisciplinaridade e ao uso de auxílios aos estudantes no decorrer da atividade (GREEFRATH, 2015; NG; STILLMAN, 2015). Outras investigam fatores que podem influenciar o progresso da atividade, além daquelas que fazem apresentações do desenvolvimento da atividade de Modelagem (PLATH; LEIS, 2018; YOSHIMURA, 2015). Há também um trabalho envolvendo um meio de avaliação do processo de atividade dos estudantes e a diferença de sua realização individual e coletivamente, entre outros temas tratados.

Com base na busca realizada, não foram encontradas pesquisas, nacionais ou internacionais, que investigam diretamente o olhar dos estudantes acerca do desenvolvimento de uma atividade em que a Modelagem Matemática se faz presente. Em tempo, no âmbito nacional, há uma diversidade de pesquisas que possuem os professores como participantes, escutando-os e apresentando possibilidades para a formação desses profissionais, que é um dos sujeitos fundamentais para as escolas, como as de Caldeira (2015), Ceolim e Caldeira (2015, 2016), Silveira e Caldeira (2012), Forner (2018) e Malheiros, Souza e Forner (2021). No entanto, entendo que é necessário e primordial preencher essa lacuna da falta de pesquisas que escutem os estudantes com relação às suas percepções acerca do desenvolvimento de uma atividade de Modelagem.

Ainda, pesquisas cujos participantes são os professores de Matemática da Educação Básica e que abordam empecilhos para o uso da Modelagem em suas aulas mostram que, no olhar do educador, há discentes que não se identificam com a Modelagem. Elas revelam que parte dos estudantes está acostumada a ser passiva em sala de aula e apresenta resistências quando a Modelagem é introduzida na aula (MAGNUS, 2012; SILVEIRA; CALDEIRA, 2012).

Para os professores, os estudantes não demonstram interesse pela Matemática quando ela exige leitura e interpretação dos problemas, pois estão

acostumados a exercer a passividade no processo pedagógico e não ter autonomia no próprio aprendizado. Quando há necessidade de pensar e refletir, muitas vezes, questionam apenas qual conta devem efetuar (MAGNUS, 2012). Porém, a presença da Modelagem exige uma postura crítica e investigativa, com a qual não estão familiarizados, e difere da maioria dos problemas abordados rotineiramente nas escolas (BARBOSA, 1999; CEOLIM, 2015; CEOLIM; CALDEIRA, 2015, 2016; MAGNUS, 2012).

Tais empecilhos, pelo olhar do professor, geram algumas indagações: Que motivos os estudantes possuem para serem resistentes à aula em que a Modelagem se faz presente? Como ocorre o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática na visão dos discentes? Como é, para os discentes, sair do papel passivo das aulas de Matemática passando a ser os sujeitos¹⁸ de sua aprendizagem?

Além disso, também me questiono: Por que não escutar o que os estudantes têm a dizer sobre a Modelagem Matemática? Esse questionamento, em especial, decorre de meu percurso acadêmico, nos diferentes papéis que estive em sala de aula — estudante nos diferentes níveis, estagiária, professora dos anos finais do Ensino Fundamental e pesquisadora —, em que pude perceber que, muitas vezes, os discentes não são escutados. Em diversos casos, são silenciados; há uma cultura do silêncio presente em parte das salas de aula (FREIRE, 1981, 1987, 2014; FREIRE; SHOR, 2011). Compreendo que esse fato se deve aos papéis pré-definidos na escola e às obrigações determinadas para cada papel.

Por entender que não há diálogo sem a escuta, concebo como fundamental ouvir os educandos para que possibilitemos uma educação dialógica, na qual falemos **com os** discentes, e não para eles, e, assim, proponhamos caminhos que contribuam para a compreensão da Matemática. Cabe ponderar que entendo também que escutar os discentes vai além de ouvir suas vozes, e sim escutar as entrelinhas, seus gritos, silêncios e atitudes em sala de aula (FREIRE, 1987, 2014).

¹⁸ Utilizo “sujeito” tendo como base as ideias do educador Paulo Freire (1999). Para o autor, aquele que exerce sua liberdade, reflete, analisa, posiciona-se criticamente, interferindo em sua realidade, é sujeito. Dessa forma, entendo que o estudante, ao exercitar tais características em sala de aula será sujeito, no caso, de sua própria aprendizagem em uma atividade de Modelagem.

Ao ouvirmos os estudantes, é possível ter o entendimento a respeito dos conhecimentos que os educandos levam para a sala de aula, o que possibilita ao educador trabalhar a partir da leitura de mundo dos discentes (FREIRE, 1987, 2014). Também, por meio da escuta, abre-se a possibilidade de analisar seus posicionamentos, o que pode permitir que ressignifiquem a prática docente, a fim de auxiliar o educando a produzir seu próprio conhecimento.

Ainda, compreendo que os processos de ensino e de aprendizagem em sala de aula ocorrem de maneira biunívoca, isto é, educadores e educandos ensinam e aprendem juntos, a partir das trocas que ocorrem em um ambiente dialógico. Por meio desse processo de escuta e diálogo, os educandos podem se posicionar, e ao educador abre-se a possibilidade de confrontar suas concepções e ressignificar sua prática docente (FREIRE, 1987, 2014).

Contudo, concebo ser fundamental o diálogo com os discentes para que possamos escutá-los a respeito das aulas e das atividades desenvolvidas e, juntos, encontrarmos trajetórias para ultrapassar possíveis obstáculos. Com isso, realizar uma pesquisa que busca uma compreensão sobre o olhar do estudante para a atividade de Modelagem e para sua percepção dela pode contribuir para que os professores e pesquisadores busquem estratégias que aproximem os estudantes da Matemática. Também pode colaborar para um maior envolvimento dos discentes e, dessa forma, para a inserção da Modelagem Matemática nas salas de aula. Em vista dos argumentos apresentados, entendo que é relevante a realização da pesquisa aqui apresentada e passo, a seguir, a discorrer sobre a Educação Básica e a Modelagem Matemática, com base em parte da literatura pertinente sobre o tema.

3 A EDUCAÇÃO BÁSICA, A MATEMÁTICA E A MODELAGEM

Quando falamos sobre a Educação Básica, Matemática e Modelagem Matemática, uma diversidade de especificidades relacionadas a tais temáticas podem ser discutidas. Assim, é necessário um recorte na literatura, dialogando com autores inerentes aos temas. Dessa forma, nessa seção, apresentarei aspectos que são pertinentes para compreensão da presente investigação.

Começo dialogando sobre a escola da Educação Básica. Sobre ela, há diferentes olhares, à perspectiva depende do sujeito que a observa ou, ainda, que participa do processo educativo que ali ocorre. Assim, o gestor concebe a escola de uma forma que pode diferir da concebida pelo professor, bem como pelos demais membros da comunidade escolar. Do mesmo modo, há o olhar do estudante, que pode apresentar compreensões variadas e ser privilegiado, pois ele vivencia esse espaço com mais intensidade do que, por exemplo, seu responsável.

Entre as visões dos discentes, há aquelas que percebem a escola como um local no qual se dá a educação, por conta dos diferentes conhecimentos que podem ser acessados (ANGELO, 2012; LEITE *et al.*, 2016; MARQUES; CASTANHO, 2011;). Tanto para se satisfazerem pessoalmente, profissionalmente ou mesmo por compreenderem que necessitam da escola para entendimento do mundo (RODRIGUES, 2001).

A escola é compreendida pelos estudantes como uma instituição importante, um ambiente que pode contribuir com a sua formação e proporcionar uma ascensão social e uma vida melhor em seu futuro. Pois, por meio da escola, eles podem obter diplomas que podem possibilitar melhores oportunidades no mundo do trabalho. Isto é, possuem uma visão da escola como uma salvadora (ANGELO, 2012; LEITE *et al.*, 2016; MARQUES; CAETANO, 2011; RODRIGUES, 2001). Além disso, há educandos que a enxergam como um local de diversão e encontro com amigos (ANGELO, 2012; LEITE *et al.*, 2016; MARQUES; CASTANHO, 2011). A meu ver, a escola é um lugar que envolve todas estas visões: estudar, divertir-se, dialogar com outro, buscar conhecimento e crescimento pessoal e profissional.

Quando restringimos o olhar dos estudantes em relação à Matemática, encontramos algumas expressões utilizadas por eles para se referir à disciplina, como: “Matemática é difícil”; “a Matemática é chata”; “eu não consigo entender”; “Matemática é para poucos” (SANTOS, 2008; SILVEIRA, 2011). Thomaz (1999, p. 192) já afirmava, há mais de duas décadas, que “[...] a Matemática na escola para muitos alunos é complicada, incompreensível, distante, fria, sem vida. Um amontoado de exercícios que eles fazem por fazer, não sabem por que nem para quê.”

Impressões como essas estão em consonância com o que Paulo Freire afirmou em uma entrevista com os educadores matemáticos Ubiratan D’Ambrosio e Maria do Carmo Domite: “[...] porque na minha geração de brasileiros e brasileiras lá no Nordeste, quando a gente falava em matemática, era um negócio para deuses ou gênios. Se fazia uma concessão genial que podia fazer matemática sem ser deus.” (FREIRE; D’AMBROSIO; DOMITE, 1996, s.p.). Isso evidencia que existe uma imagem pública da Matemática que entendo que pode acabar por suscitar dificuldades e obstáculos para o ensino e a aprendizagem dessa disciplina.

Preocupações quanto à sua imagem são abordadas por Scucuglia (2014), que afirma que ela é exposta no cinema, na literatura e no jornalismo como disciplina importante, porém fria, difícil, chata, assustadora e detestável; raramente é retratada em filmes, livros didáticos, programas de televisão, telejornais, com uma imagem linda, divertida e prazerosa. Dessa forma, em sua maioria, os estudantes têm uma imagem negativa da Matemática, embora a reconheçam como cognitivamente importante, ela é uma ciência fria para eles (GADANIDIS; SCUCUGLIA, 2010).

Isto pode ocorrer, pois para parte dos estudantes, as aulas de Matemática se resumem a uma exposição de conteúdo seguida de uma lista de exercícios para resolução, por meio da reprodução a partir da explicação do professor, para a posterior correção. São vistas como cansativas, chatas, com momentos que exigem silêncio e atividades de difícil compreensão (AMADOR, 2017; ANGELO, 2012; FETZER, BRANDALISE, 2010; THOMAZ, 1999). Para muitos discentes, eles estão apenas reproduzindo os conteúdos matemáticos para chegar a uma resposta apontada como correta pelo professor, fato que nem sempre é observado como algo positivo por eles.

Nas aulas com o ensino mediante transmissão de informação, é priorizada a memória, ou seja, os estudantes não são estimulados a desenvolver o pensamento ativo, a reflexão e a descoberta (ANGELO, 2012; THOMAZ, 1999). Além disso, a repetição e a falta de dinamismo e criatividade são criticadas pelos estudantes, levando-os a serem resistentes diante da Matemática (THOMAZ, 1999).

Porém, há também discentes que acreditam que as aulas pautadas na exposição e na reprodução de exercícios são boas, pois apreciam ou compreendem como importante aprender os conteúdos (AMADOR, 2017; ANGELO, 2012; FETZER; BRANDALISE, 2010; THOMAZ, 1999). Ainda, o gostar da Matemática, para alguns discentes, é apenas o “fazer conta”, o reproduzir; e eles, em sua maioria, não gostam de situações-problema em que precisam pensar sobre determinado assunto e não se recordam dos conteúdos posteriormente (ANGELO, 2012).

Dessa maneira, o ensino da Matemática pode ser visto como desconectado do cotidiano dos discentes, o que faz com que eles não percebam a importância do uso da Matemática na sociedade. Ademais, poucos conseguem estabelecer uma relação entre a Matemática e outras disciplinas (RODRIGUES, 2011).

Muitos alunos não sabem por que devem aprender a Matemática, estudam (se estudam), porque a família e a escola exigem, tornando-se assim um argumento pedagógico frágil. Essa falta de compreensão faz com que os alunos acreditem que a Matemática é difícil e eles “não têm condições” de aprender (AMADOR, 2017, p. 85).

As falas dos discentes também vão “[...] ao encontro do discurso socialmente produzido de que a Matemática está em tudo, é uma disciplina importante para o futuro, para o mundo do trabalho.” (ANGELO, 2012, p. 119). Ou seja, é possível dizer que há uma concordância quanto à importância da Matemática; e a maioria, concorda com o posicionamento de que, apesar de ser necessário aprender seus conteúdos, isso não é algo simples e apazível (SANTOS, 2008).

Os estudantes sabem apenas que precisam aprender, pois lhes disseram que necessitarão desse conhecimento matemático em seu futuro (ANGELO,

2012; RODRIGUES, 2001). Eles reproduzem um discurso de que a Matemática está presente em tudo, porém reconsideram

[...] quando lhe perguntamos “onde especificamente ela está presente?”, “como, de que maneira?” e “por quê?”. Vemos, assim, que suas opiniões são fruto do senso comum e muitas vezes não são legítimas, mas apenas uma reprodução de opiniões alheias e até mesmo de preconceitos contra o poder de exclusão dessa disciplina (OGLIARI, 2008, p. 110).

Apesar de a Matemática ser vista como algo difícil e de os discentes não saberem outorgar quais conhecimentos são necessários para situações do cotidiano, de que maneira ela se faz presente, os estudantes acreditam em sua importância devido a fatores internos e externos às aulas, que fazem parte de discursos dos professores, dos responsáveis e da sociedade em geral (ANGELO, 2012; RODRIGUES, 2001).

Ainda, os estudantes supervalorizam a Matemática e acreditam que a resposta para um problema de Matemática não necessariamente está relacionada a uma questão do mundo real (D’AMBROSIO, 1989). Os problemas são, assim, para os estudantes, isolados da realidade e não possuem utilidade.

A matemática é freqüentemente tratada como sendo uma área do conhecimento humano desligada da realidade e do cotidiano onde o indivíduo encontra-se inserido. Sendo assim, é comum ouvirmos nossos alunos perguntarem: “Para que serve isso”? “Onde vou utilizar aquilo”? Em muitos casos, tais perguntas não chegam sequer a ser respondidas. Com isso, teremos mais dúvidas, mais conflitos e mais fracassos estudantis (CHAGAS, 2004, p. 243).

Os discentes, na maioria das vezes, não conseguem estabelecer relações do que conhecem e vivem com os conhecimentos matemáticos abordados em sala de aula. E parte daqueles que gostam da disciplina acabam por direcionar sua atenção e seu esforço em seguir os passos realizados pelos professores na resolução de exercícios, com o intuito de memorizar procedimentos e fórmulas para obter a resposta indicada.

Contudo, entendo que a percepção de parte dos discentes sobre as escolas, a Matemática e suas aulas geram consequências sobre a aprendizagem da disciplina, que, na maioria das vezes, ocorre por meio de um acervo de algoritmos e fórmulas. Fazer Matemática, nessa compreensão, é

apenas seguir e aplicar regras, o que é, para o estudante, um conjunto de conceitos estáticos e verdadeiros, criados por gênios, com uma única resposta considerada correta (ANGELO, 2012; D'AMBROSIO, 1989). Tal discurso pode se associar ao tipo de ensino presente nas aulas de Matemática. Além disso, é observada a falta de situações em que o estudante necessite investigar, explorar e descobrir a respeito de um problema (ANGELO, 2012; D'AMBROSIO, 1989).

Contra-pondo-se a esse cenário, há as pesquisas realizadas com discentes que apontam que eles possuem interesse quando são desenvolvidas aulas com abordagens pedagógicas que envolvam, por exemplo, jogos e trabalhos em grupos. Ou seja, aulas que não se baseiam unicamente em lousa e giz, apesar de também haver estudantes que gostam das aulas expositivas (AMADOR, 2017; ANGELO, 2012; FETZER; BRANDALISE, 2010; THOMAZ, 1999).

As aulas diferenciadas em que os estudantes têm interesse podem ser baseadas no que se espera da educação nos documentos oficiais. Isso inclui o uso da Modelagem Matemática, assunto sobre o qual passo a discorrer a seguir.

3.1 A Modelagem e os documentos oficiais para a Educação Básica

Ao iniciar os estudos acerca da Modelagem Matemática, notei muitas discussões quanto à sua utilização no cenário educacional, que tiveram início no final dos anos de 1970. Praticamente em concomitância ao debate internacional, alguns pesquisadores¹⁹ impulsionaram e consolidaram a Modelagem Matemática na Educação Matemática no Brasil (BIEMBENGUT, 2009; FILLOS, 2019). Assim, diante de tantos anos de discussões, questiono-me: O que os documentos oficiais para a Educação Básica dizem a respeito do uso dessa abordagem pedagógica em sala de aula?

Ao olhar para os documentos que embasam as práticas docentes brasileiras, percebo que a Modelagem Matemática é referida apenas em 2006, em âmbito federal. Ela é mencionada nas *Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio* (BRASIL, 2006). Essa referência ocorreu mais de 30 anos após os estudos sobre Modelagem serem iniciados no país. Nesse texto, a

¹⁹ São eles: Aristides C. Barreto, Ubiratan D' Ambrosio, Rodney C. Bassanezi, João Frederico Azevedo Meyer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani Ferreira.

Modelagem é entendida como uma estratégia de ensino, que busca transformar problemas que façam parte da realidade em problemas matemáticos, com o intuito de encontrar uma solução e interpretá-la na linguagem do mundo real (BRASIL, 2006). Tal documento ainda relata que, ao trabalhar uma situação do “mundo real”, o estudante necessitará mobilizar uma gama de competências. Entre elas, consta a de selecionar variáveis relevantes, problematizar, formular hipóteses, recorrer a conhecimentos matemáticos, validar e confrontar conclusões (BRASIL, 2006).

Outra menção a respeito da Modelagem Matemática ocorre na Base Nacional Comum Curricular (BNCC):

Os **processos matemáticos** de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental (BRASIL, 2018, p. 266, grifos do autor).

Ela é difundida, nesse caso, como uma estratégia para a aprendizagem. Também é indicado que se deve valorizar e utilizar os conhecimentos construídos para explicar a realidade atual, dar valor à diversidade de saberes e às vivências culturais, argumentar com base em dados e informação para formular e defender pontos de vista, agir com autonomia individual ou coletivamente (BRASIL, 2018).

Ao consultar, especificamente, os documentos que regem a Educação no estado de São Paulo — cenário de realização da presente pesquisa —, que são fundamentados nos documentos nacionais, notei que, no *Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias*, a Modelagem é apenas mencionada como uma abordagem metodológica (SÃO PAULO, 2011). Esse documento esteve vigente até 2018, ano em que se iniciou a elaboração da presente pesquisa. Após a implementação da BNCC, houve a necessidade de reformulação e aprimoramento dos currículos estaduais paulistas para que esses documentos se adequassem à BNCC. No decorrer desse processo de remodelação, foi encaminhado às escolas do estado de São Paulo, o texto *São Paulo faz escola: guia de transição* (SÃO PAULO, 2019a) para orientar os professores no início do ano letivo de 2019, — ano de realização da produção

de dados da presente pesquisa — em relação às atividades escolares referentes ao primeiro bimestre. Em tais guias, a Modelagem não é mencionada.

No decorrer de 2019, foi publicado o novo *Currículo Paulista* (SÃO PAULO, 2019b), baseado na BNCC. Nele, a Modelagem Matemática é mencionada como uma possibilidade de trabalho pedagógico, considerando a necessidade de os estudantes compreenderem os fenômenos de seu cotidiano por meio de problemas e investigações, sendo que para responder a tais questionamentos exigirá do discente intuição e criatividade para interpretar e propor soluções. É exposto, no documento, que, com o uso da Modelagem em sala de aula, o objeto de conhecimento deixa de ser abstrato e passa a ter concretude, o que pode prover para o estudante, segundo o currículo, uma aprendizagem mais significativa (SÃO PAULO, 2019b).

Porém, apesar de a Modelagem ser anunciada como uma possibilidade na BNCC, em que o *Currículo Paulista* se apoia, cabe tecer considerações quanto a essa publicação. O documento foi elaborado de maneira impositiva, ignorando por completo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que já estavam enraizados nas escolas, e a pesquisa acadêmica da comunidade de Educação Matemática (BIGODE, 2019; MALHEIROS; FORNER, 2020). A BNCC trata os conteúdos de modo fragmentado, indo na contramão dos avanços da área de Educação Matemática e engessando práticas pedagógicas. Ainda sugere que o ensino de Matemática deve ser “linear, hierarquizado, rígido e de caminho único, e não por meio de uma rede conceitual que possibilita variados percursos.” (BIGODE, 2019, p. 137).

A BNCC, portanto, endurece o currículo de Matemática, o que é possível perceber ao fazer uma análise das matrizes presentes ao final da BNCC, que nos mostra que seu foco é composto por conteúdos e procedimentos necessários para a reprodução de exercícios, não havendo abertura/indicações para alguma abordagem pedagógica, como no caso da Modelagem Matemática (MALHEIROS; FORNER, 2020). Entendo que, conseqüentemente, o *Currículo Paulista* caminha na mesma direção da BNCC, visto que foi elaborado com base no que foi (im)posto nela.

Além disso, em tais documentos, a Modelagem Matemática é citada como estratégia para o ensino ou para a aprendizagem ou mesmo como uma abordagem que o docente pode utilizar, mas isso é feito de forma pontual. Isto

é, usa-se expressões como “estratégias de ensino”, “estratégias para a aprendizagem”, “abordagem metodológica” e “possibilidade de trabalho pedagógico”, como se houvesse apenas uma concepção de Modelagem. Não se explica o que se entende por Modelagem, quais os caminhos para que ela seja utilizada em sala de aula, nem mesmo há referências bibliográficas para embasar a expressão utilizada e, com isso, indicar possíveis outros textos que abordem a respeito.

Com base nos documentos apresentados, considero que, apesar de os textos oficiais engessarem o currículo, colocando os conteúdos em “caixinhas” para serem desenvolvidos de forma linear, a presença pontual da Modelagem neles outorga uma abertura para que ela seja utilizada nas aulas de Matemática da Educação Básica como uma abordagem pedagógica. Em tempo, apesar das críticas a esses documentos, em especial à BNCC, não é possível ignorá-las, pois são documentos oficiais vigentes que está presente nas escolas da Educação Básica; dessa forma, entendo que se faz necessário buscar possibilidades e caminhos para superar seu engessamento. Com essa compreensão, passo, na próxima seção secundária, a apresentar algumas especificidades da Modelagem baseada em parte da literatura pertinente sobre o tema bem como aspectos presentes na BNCC.

3.2 Os estudantes e a Modelagem Matemática na Educação Básica

Nas salas de aulas de Matemática da Educação Básica acontecem, em sua maioria, aulas expositivas. Em tais aulas são expostos aos discentes os conteúdos que eles necessitam memorizar determinados procedimentos, para que eles os reproduzam em inúmeras listas de exercícios (ANGELO, 2012; D'AMBROSIO, 1989; FREIRE, 1987; FREIRE; SHOR, 2011). São exibidas pelos educadores as respostas e meios de encontrar aquelas consideradas corretas, muitas vezes sem que os discentes tenham lhes feito indagações. Com isso, os estudantes se adaptam à posição passiva em sala de aula e a uma Educação Bancária (FREIRE, 1987; FREIRE; FAUNDEZ, 1985).

Para Freire (1987, p. 57) em uma Educação Bancária,

[...] o educador aparece como seu indiscutível agente, como o seu real sujeito, cuja tarefa indeclinável é “encher” os educandos dos conteúdos de sua narração. Conteúdos que são retalhos da realidade desconectados da totalidade em que se engendram e em cuja visão ganhariam significação.

Esse tipo de prática nas salas de aulas torna a educação um ato de depositar, em que o educador guia os educandos para a memorização do conteúdo, transformando os discentes em recipientes que são preenchidos pelo professor. O educador tem a missão de fazer os comunicados e “depósitos” que os estudantes recebem, memorizam e repetem (FREIRE, 1987). Aos discentes, na Educação Bancária, cabe a adversidade de identificar a natureza da situação problema e colocar os dados em um dos modelos que foram expostos pelo docente.

Cabe ponderar que, para Paulo Freire, nem toda aula expositiva se configura como uma Educação Bancária. O autor, crítica as aulas em que professor se julga como o único educador do educando. Ainda, Freire crítica aulas expositivas que são autoritárias; nelas a conduta do professor rompe com a possibilidade de o discente ter o ato conhecer. Em tais aulas, a postura do educador em sala de aula é apenas de transferir o conhecimento que possui acumulado para o educando, considerando que este não o possui (FREIRE; GUIMARÃES, 2014), isto é, concebe o estudante como um ser vazio que precisa aprender a reproduzir determinados conteúdos pré-estabelecidos no currículo.

No entanto, o autor considera válida a aula em que o docente faz uma explanação a respeito de um tema a ser estudado e os discentes participam fazendo uma análise da exposição, realizando perguntas que sucedesse ao aprofundamento e desdobramento da exposição e estimulando a criticidade dos educandos (FREIRE; GUIMARÃES, 2014). Isto é, a postura do educador é diferente, ele não é único, com papel central na aula e sim, professor e estudante são o centro da aula, com isso ensinam e aprendem juntos.

As aulas expositivas, no contexto da Educação Matemática, são dominadas pelo uso do livro didático e realizadas a partir de exposição do conteúdo e resoluções de exercícios repetitivos pelos estudantes, em que há apenas uma resposta correta (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006). Nesse tipo de ensino, a ênfase na disciplina de Matemática é mostrar como se faz, em vez de instigar os discentes a pensarem a relação entre os problemas e os

conhecimentos que já possuem. Além disso, “[...] muitas vezes a atividade mental de nossos alunos é subestimada, privando-os de desenvolverem suas potencialidades cognitivas, suas capacidades e habilidades” (CHAGAS, 2004, p. 244). Entendo, ainda, que essa prática de ensino apenas sugere que os estudantes conseguem reproduzir o que foi exposto pelo docente por meio de procedimentos mecânicos, sem indicar se os discentes compreenderam o conteúdo para utilizá-lo em diversos contextos e nem o papel social da Matemática.

No entanto, a Modelagem é uma possibilidade de romper com a educação que segue o modelo de transmissão, em que o estudante é apenas ouvinte e reprodutor, para que, com o tempo, o discente passe para uma educação dialógica, crítica e problematizadora. Nela, os estudantes podem ser os sujeitos do processo de aprendizagem, e também terão que sair do papel passivo a que estão acostumados.

Ao trabalhar com a Modelagem como uma abordagem pedagógica, algumas especificidades²⁰ podem emergir em sala de aula. Entre elas, está a possibilidade de iniciar a atividade por meio de um *tema gerador* eleito pelo professor em conjunto com os discentes. Sua escolha ocorre considerando situações que façam parte do cotidiano do estudante, das vivências dos discentes ou que sejam de seus interesses e que, muitas vezes, podem parecer não ter relação com Matemática (MALHEIROS, 2012; FORNER, 2018; FREIRE, 1987).

Destaco que utilizo *tema gerador* para iniciar a atividade de Modelagem, fazendo um paralelo com o exposto por Freire (1987) sobre os círculos de cultura²¹. Inicialmente, por meio do diálogo com os sujeitos que iriam participar deles, em encontros formais e informais, era feita uma pesquisa prévia de assuntos que faziam parte do contexto deles e que tivesse um significado para os mesmos. Isto é, temas repletos de sentidos e das vivências cotidianas de um

²⁰ Neste texto optei por apresentar somente as especificidades necessárias para o entendimento da investigação.

²¹ Círculo de cultura são espaços no qual se ensina e aprende. Sua proposta pedagógica é democrática, libertadora e propõe uma ruptura na educação fragmentada. Além disso, possibilita uma formação integral dos sujeitos e busca proporcionar a emancipação de homens e mulheres. Seu intuito era despertar a produção do conhecimento de forma coletiva, através das experiências vivenciadas por seus membros, por meio do diálogo, participação e respeito ao próximo.

grupo, que expressam as experiências deles e de seus cotidianos. “É importante reenfatizar que o ‘tema gerador’ não se encontra nos homens isolados da realidade, nem tampouco na realidade separada dos homens. Só pode ser compreendido nas relações homens-mundo” (FREIRE, 1987, p. 56).

Com isso em mente, compreendo que na Modelagem a escolha do *tema gerador* ocorre quando os docentes o buscam no cotidiano e na realidade dos educandos. Isto acontece por meio do diálogo com os estudantes; ao escutar suas vozes, suas entrelinhas, atitudes e reações no ambiente escolar. Dessa forma, o professor desvenda temas do cotidiano dos discentes que podem ser de seus interesses ou mesmo despertar o interesse nos estudantes. Com tais temas, definirá (em conjunto ou não com os discentes) qual iniciará o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática (MALHEIROS, 2012; FREIRE, 1987; FORNER, 2018).

Partir de situações que façam parte do cotidiano dos estudantes já era recomendado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), que salientavam a importância de os discentes estabelecerem relação entre o cotidiano com os conteúdos matemáticos para favorecer a aprendizagem. Este documento indicava ainda, que o estabelecimento de relações é "fundamental para que o estudante compreenda efetivamente os conteúdos matemáticos" (BRASIL, 1998, p. 37).

E ainda, a BNCC (BRASIL, 2018) e o Currículo Paulista (SÃO PAULO, 2019b), também salientam a importância de garantir que os estudantes estabeleçam uma associação dos diversos campos da Matemática com observações do mundo real. Além disso, o primeiro documento considera que

[...] é imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos, criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas (BRASIL, 2018, p. 298).

Ademais, trabalhar com atividades de Modelagem Matemática pode proporcionar que o estudante reconheça o uso da Matemática em situações do seu cotidiano. A BNCC também salienta a relevância do desenvolvimento pelos discentes da “[...]capacidade de identificar oportunidades de utilização da

matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações” (BRASIL, 2018, p. 265).

Já na literatura, autores como Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 30) discorrem que, a Modelagem ao trabalhar com indagações provenientes do âmbito de interesses dos estudantes, “[...] pode motivar e apoiar a compreensão de conteúdos da matemática escolar, contribuindo para a construção de conhecimentos bem como pode servir para mostrar aplicações da Matemática em outras áreas de conhecimento” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 30). No entanto, para trabalhar com um tema gerador que parta de situações do cotidiano dos estudantes, “[...] conhecer o grupo com o qual estamos trabalhando é uma tarefa primordial ao professor quando desenvolve sua prática em sala de aula” (FORNER, 2018, p.129). Isto é, o docente, em conjunto com os discentes, deve buscar um tema que faça parte do contexto em que o estudante está inserido e iniciar as atividades a partir dessas observações, assim, respeita-se os saberes dos educandos e discute-se com estes “[...] a razão de ser de alguns desses saberes em relação com o ensino dos conteúdos” (FREIRE, 2014, p 31).

Ademais, a atividade que se inicia a partir de tema gerador, tem um caráter múltiplo, uma teia de assuntos que podem ser tratados em sala de aula. Esta pode ser desenvolvida a partir de dúvidas e questionamentos que os estudantes possuem a respeito do tema gerador. Isto é, uma curiosidade ingênua, sendo que essa pode ser uma pergunta que está ou não verbalizada (FREIRE, 2014; FREIRE; FAUNDEZ, 1985).

No decorrer da atividade, ao aprofundarem sobre o tema e cercar-se de informações a respeito, com intuito de explorar as especificidades deste, pode proporcionar que a curiosidade, até então ingênua, que é um certo saber caracterizado pelo o senso comum devido as experiências de cada um, transforme-se em uma pergunta; a curiosidade é uma pergunta. (FREIRE, 2014; FREIRE; FAUNDEZ, 1985). Ao longo da atividade, os discentes poderão ser conduzidos à formulação de um problema, gerado pela falta de compreensão da situação, que passará, então, a ser estudada durante as aulas de Matemática.

Em suma, a atividade de Modelagem Matemática, pode proporcionar que uma curiosidade ingênua do educando, transite, sendo sistematicamente rigoroso, para o que Freire (2014) chama de curiosidade epistemológica. Que

não deixa de ser curiosidade, mas ao se aproximar “[...] de forma cada vez mais metodicamente rigorosa do objeto cognoscível, se torna curiosidade epistemológica” (FREIRE, 2014, p. 32-33).

Cabe mencionar que tanto a BNCC quanto o Currículo Paulista apontam, como uma das competências para a Educação Básica, a necessidade de exercitar a curiosidade do estudante, incluindo a reflexão e a análise crítica para formular e testar hipóteses (BRASIL, 2018). Tratam, ainda, da relevância de valorizar o

[...] desenvolvimento, pelos alunos, de novas formas de relação com o mundo, novas possibilidades de ler e formular hipóteses sobre os fenômenos, de testá-las, de refutá-las, de elaborar conclusões, em uma atitude ativa na construção de conhecimento (BRASIL, 2018, p. 58).

O relacionar-se com o mundo, com o cotidiano, por meio de formulação de hipóteses pode ser associado com a Modelagem, dado que, uma de suas especificidades está vinculada à problematização. Nela, os estudantes devem criar perguntas sobre um determinado tema (BARBOSA, 2004b) do cotidiano, isto é, indagar o que ainda não sabem. Questionar é assumir uma inquietude com algo e busca meio de enuncia-lo. A indagação não é limitada à explicitação do problema, e sim, uma atitude que perpassa por todo o processo, desde sua formulação até a sua compreensão (BARBOSA, 2001b). Para Forner (2018), o ato de problematizar vai além dos estudantes elaborarem perguntas, mas também de se empenhar sobre a complexidade da situação determinada, buscando o seu entendimento.

Uma educação problematizadora, ou seja, que parte de perguntas dos discentes, é defendida por Freire e Faundez (1985). Segundo os autores, ela “[...] é a única educação criativa e apta a estimular a capacidade humana de assombrar-se, de responder ao seu assombro e resolver seus verdadeiros problemas essenciais, existenciais. É o próprio conhecimento” (FREIRE; FAUNDEZ, 1985, p. 52).

Ela difere de uma educação baseada apenas em resposta — Educação Bancária — que, para eles, ocorre na maioria das escolas. A educação problematizadora tem caráter reflexivo e “[...] implica num constante ato de desvelamento da realidade” (FREIRE, 1987, p. 70). A Educação Bancária, pretende manter a imersão, já a problematizadora “[...] pelo contrário, busca a

emersão das consciências, de que resulte sua inserção crítica na realidade” (FREIRE, 1987, p. 70). Isto é, em um processo de problematização, na busca pelo conhecimento por meio do diálogo e a reflexão sobre o objeto cognoscível, se transita para uma conscientização crítica, iluminando a verdade que antes estava imersa e obscura (FREIRE; SHOR, 2011).

Em uma prática problematizadora, os discentes podem desenvolver a capacidade de captação e de compreensão do mundo que os cerca e de suas relações com ele (FREIRE, 1987). Freire (1987, p. 67) afirma:

A educação que se impõe aos que verdadeiramente se comprometem com a libertação não pode fundar-se numa compreensão dos homens como seres “vazios” a quem o mundo “encha” de conteúdos; não pode basear-se numa consciência espacializada, mecanicistamente compartimentada, mas nos homens como “corpos conscientes” e na consciência como consciência intencionada ao mundo. Não pode ser a do depósito de conteúdos, mas a da problematização dos homens em suas relações com o mundo.

É preciso que os educandos aprendam a perguntar durante as aulas. Freire, em diálogo com Faundez (1985), salienta que docentes deveriam ensinar os discentes a perguntar, pois neste momento é que se inicia a produção do conhecimento. Destaca, ainda, que somente após o questionamento é que deve ser realizado a busca por uma compreensão e não o contrário. Ao aprender a perguntar, o estudante teria a necessidade de encontrar ele próprio suas respostas, participar de seu processo de conhecimento e não apenas responder algo com base no que lhe foi dito (FREIRE; FAUNDEZ, 1985), dessa forma, tornam-se sujeitos da própria aprendizagem e produzem conhecimento.

No entanto, ao problematizar situações do cotidiano, é preciso que se compreenda o contexto do problema em questão. Para isso, os estudantes necessitam investigar a respeito do tema. Essa ação é mencionada na BNCC, que destaca como necessário que o estudante desenvolva “[...] a investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo” (BRASIL, 2018, p. 267). Além disso, evidencia que é essencial, a partir de observações, investigar, organizar, interpretar e avaliar criticamente situações do cotidiano (BRASIL, 2018; SÃO PAULO, 2019).

Tais aspectos emergem em uma atividade de Modelagem quando os estudantes buscam compreender o que não se sabe por meio da investigação. Eles realizam um levantamento de informações pertinentes sobre o assunto, organizam, simplificam e interpretam o que foi encontrado. Nesses momentos não há procedimentos fixos e neles se admite a intuição e as estratégias informais dos educandos (BARBOSA, 2001a, 2001b). Dessa maneira, a investigação feita pelos discentes em atividades de Modelagem é a busca por informações que podem ajudar na solução do que se deseja saber, discernindo sobre o que é relevante e que, ainda, demanda uma compreensão.

Na investigação em uma atividade de Modelagem, por valorizar as estratégias informais dos discentes (BARBOSA, 2001b), pode contribuir para que os estudantes percebam e desmitifiquem a ideia de que as atividades de Matemática possuem uma única resposta considerada correta. Isto é, poderão perceber que uma atividade pode ter diferentes respostas, de acordo com as variáveis e informações levantadas.

Nas aulas em que a Modelagem se faz presente, além da investigação e da problematização, são imprescindíveis o diálogo e a apreciação crítica na resolução de problemas matemáticos, o que repercute na atuação do estudante na sociedade (TORTOLA; ALMEIDA, 2013; MALHEIROS, 2014). Ademais, realizar atividades de Modelagem Matemática em sala de aula pode ser um meio de motivar os estudantes. Pois a motivação faz parte da ação e é um momento que ocorre durante a atuação (FREIRE; SHOR, 2011) dos educandos na atividade de Modelagem. Esta auxilia a produção do conhecimento de conteúdos da Matemática escolar e a revela como essa disciplina é utilizada em outras áreas do conhecimento (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013). A abordagem também proporciona aos estudantes maneiras de estabelecer uma postura como um ser social, pensante e comunicador das ideias. Ou seja, o estudante se assume como sujeito responsável pela própria produção do conhecimento, tendo o professor o papel de mediar o desenvolvimento da atividade.

A atribuição ao professor nas atividades de Modelagem é o de orientar os discentes, indicando caminhos, fazendo perguntas, sugerindo procedimentos, e não o de dar respostas finalizadas (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013). O professor tem o compromisso de estimular o diálogo, e dessa forma, “[...] os alunos não devem fazer atividades de Modelagem sozinhos; muito menos, fazer

para o professor corrigir o produto, mas devem fazer “com” o professor, em vez de “para” o professor, durante o processo”. (BARBOSA, 2001b, p. 50). Proporciona assim, uma educação dialógica, em que o docente fala com o educando e não para ele (FREIRE, 1987). Ao docente cabe a incumbência de compreender o pensamento dos estudantes, para assim dialogar e conseguir contribuir com a atividade (BARBOSA, 2001b).

O diálogo entre o professor e os estudantes não tira a autoridade do professor (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013; BARBOSA, 2001b). Ao professor cabe a responsabilidade de mediar as discussões em sala de aula com os discentes e determinar a maneira como estas são conduzidas (BARBOSA, 2001b).

Por esses aspectos abordados até aqui, entendo que a Modelagem pode colaborar no processo de elucidação de problemáticas advindas de cotidiano do educando e que possui potencialidades para contribuir com questões tratadas durante essa seção, como o estímulo a curiosidade e a uma educação problematizadora. Ainda, considerando que a Modelagem lida com temas que emergem do contexto do discentes, verifica-se uma aproximação com outras áreas do conhecimento, em uma perspectiva interdisciplinar, relação que discuto na próxima seção.

3.3 A interdisciplinaridade em atividades de Modelagem

Ao utilizar a Modelagem em salas de aula a partir de um tema selecionado no cotidiano dos alunos, abre-se a possibilidade para que a interdisciplinaridade se faça presente. Pode-se dizer que é quase espontânea a integração de outras áreas do conhecimento durante uma atividade de Modelagem (MALHEIROS, 2012).

O termo *interdisciplinaridade*, segundo Fazenda (1979), é utilizado para caracterizar a colaboração entre diferentes disciplinas ou setores heterogêneos de uma única ciência, na qual há trocas com o intuito de enriquecimento mútuo. Para Ferreira (2001, p. 22),

O prefixo “inter”, dentre as diversas conotações que podemos lhe atribuir, tem o significado de “troca”, “reciprocidade” e “disciplina”, de “ensino”, “instrução”, “ciência”. Logo a

interdisciplinaridade pode ser compreendida como sendo um ato de troca, de reciprocidade entre as disciplinas ou ciências - ou melhor, de áreas do conhecimento.

Assim, a interdisciplinaridade pode ser entendida como uma abordagem para o processo de ensino em que é possível ter inter-relações entre as disciplinas e outras áreas do conhecimento científico (TOMAZ; DAVID, 2008) por meio da comunicação de ideias ou mesmo da integração de conceitos (FAZENDA, 1979). Trata-se de um processo que integra e articula atividades que chegam a um fim comum (SEVERINO, 1998).

Nela, pode haver uma reciprocidade, o que possibilita o diálogo e a colaboração entre diferentes disciplinas (FAZENDA, 1979). A interdisciplinaridade pode ser caracterizada

[...] como uma possibilidade de, a partir da investigação de um objeto, conteúdo, tema de estudo ou projeto, promover atividades escolares que mobilizem aprendizagens vistas como relacionadas, entre as práticas sociais das quais alunos e professores estão participando, incluindo as práticas disciplinares. [...] Dentro dessa concepção, pressupõe-se uma busca por novas informações e combinações que ampliam e transformam os conhecimentos anteriores de cada disciplina. Assim, criam-se novos conhecimentos que se agregam a cada uma das disciplinas ou se situam na zona de intersecção entre elas, partindo de interações dos sujeitos no ambiente e de elementos de uma prática comunicativa que eles desenvolvem entre as disciplinas [...] (TOMAZ; DAVID, 2013, p. 26-27).

De forma mais concisa, a interdisciplinaridade pode ser especificada como a associação de objetivos, atividades e planejamento, de maneira que haja troca e diálogo entre as áreas de conhecimento, isto é, há uma conexão entre os conhecimentos, e não mais divisão em disciplinas (CARDOSO *et al.*, 2008). Ela pode ser considerada como uma necessidade tanto para conhecer como para modificar o mundo, e é possível de ser concretizada por meio da eliminação de barreiras entre as disciplinas (FAZENDA, 1979). Ainda, pode ser vista, conforme compreendido por Freire, “[...] como requisito para uma visão da realidade nas perspectivas da unidade e da totalidade do real.” (ANDREOLA, 2010, p. 229).

Dado o exposto, é pertinente destacar que compreendo a interdisciplinaridade como uma maneira de superar o ensino fragmentado,

rompendo com as fronteiras que mantemos nas aulas de Matemática. Trata-se de uma perspectiva que possibilita promover o diálogo entre diversas áreas do conhecimento, tecendo os distintos fios presentes no currículo escolar e estabelecendo uma relação entre eles. Isto é, pode ser um caminho para auxiliar os estudantes a estabelecerem relações dos conteúdos que estudam em sala de aula com a utilização destes no cotidiano e com outras disciplinas, de maneira a fortalecer e contextualizar o desenvolvimento do conhecimento pelos educandos.

Tais aspectos da interdisciplinaridade convergem para o movimento da Modelagem, que, ao buscar uma compreensão do problema proposto, pode demandar um olhar múltiplo a respeito do tema e ser analisado sobre diferentes áreas do conhecimento, permitindo relevar aspectos fragmentados da realidade com que possuem relações, os quais, integrados, propiciam a compreensão dos questionamentos realizados. Durante a atividade de Modelagem, a Matemática pode dialogar com as demais áreas do conhecimento com o intuito de entender a totalidade do tema (DELIZOICOV; ZANETIC, 1997; FORNER, 2018; FREIRE, 1987).

Ainda, as atividades de Modelagem podem ser uma possibilidade de mostrar ao estudante que a Matemática consiste em uma ciência que possui relação com outras áreas do conhecimento e pode ser aplicada nelas (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013; MALHEIROS, 2012). Pois as problematizações elaboradas podem apresentar situações multifacetadas, com ramificações em diferentes campos do saber, sobre as quais se pode dialogar com os discentes. Trabalhar apenas os conhecimentos matemáticos, deslocados de outros saberes, implica em simplificar e desvincular a relação da Matemática com outras áreas do conhecimento.

Quando ocorre a interdisciplinaridade, além de descrever matematicamente o questionamento que parte do contexto do discente, buscase, nesse empenho, um meio de compreender a sua totalidade da proposta (FORNER, 2018). Com ela, os estudantes podem se sentir mais estimulados e podem, assim, vislumbrar o que estudam na escola em situações que estão fora dela, em diferentes áreas. Ela também permite favorecer a compreensão da Matemática, o desenvolvimento de habilidades gerais de investigação e um entendimento do papel sociocultural da Matemática (BARBOSA, 2001a).

Porém, em uma atividade de Modelagem, a interdisciplinaridade pode ter diferentes entendimentos, como apresentado por Setti (2017) ao realizar duas análises de trabalhos da área de Educação Matemática. Inicialmente, a autora observa artigos dos anais do *VI Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática* (EPMEM), da *IX Conferência Nacional sobre Modelagem em Educação Matemática* (CNMEM) e da *XVII International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications* (ICTMA). Depois, faz uma segunda análise, com artigos dos anais de seis edições da CNMEM.

Para ela, em parte dos artigos, as atividades de Modelagem envolvem a interdisciplinaridade como contextualização prévia para a compreensão de um tema proposto (SETTI, 2017). Isto é,

[...] para contextualizar utilizam-se conceitos de outras disciplinas sem a participação do professor dessas disciplinas [...]. Assim, o professor, sozinho, dá conta de explorar conceitos de diferentes disciplinas, mesmo sem ter domínio em algumas delas. Nesse caso, o professor precisa mediar as ações dos estudantes de modo a fazer esses conceitos “conversarem” durante a atividade (SETTI, 2017, p. 67-68).

Em outros textos, analisados pela autora, a interdisciplinaridade ocorreu de maneira suscitada, isto é, apareceu quando se recorreu a conceitos de outras disciplinas por necessidade (SETTI, 2017). Esse tipo de uso é compreensível, visto que, em atividades de Modelagem, a interdisciplinaridade é utilizada por meio de um problema não matemático, mas o foco da atividade é a aprendizagem dos conteúdos matemáticos, utilizando conceitos de outras disciplinas, os quais podem ser elaborados previamente ou usados de acordo com uma necessidade. Compreendo que, a partir de circunstâncias que são vivenciadas pelos discentes, eles podem se beneficiar da interação com outras áreas para desenvolver o conhecimento matemático, o que pode torná-los sujeitos nesse processo.

Setti (2017) também pontua o desenvolvimento de atividades de Modelagem, porém em outras disciplinas, que necessitam de conteúdos de Matemática para a compreensão da situação-problema. Ainda segundo a autora, a interdisciplinaridade também é utilizada como a integração de disciplinas para trabalhar um único tema, mas de maneira independente. Além disso, ela destaca que ainda se encontram em “[...] algumas atividades de Modelagem um único

foco, um único problema, onde as diferentes disciplinas contribuem de modo conjunto e integrado, com seus conhecimentos, para resolver este problema.” (SETTI, 2017, p. 67). Compreendo que, nestes últimos usos da interdisciplinaridade, o foco na aprendizagem não é exclusivo de conteúdos matemáticos, mas sim engloba a Matemática e outras disciplinas, ou seja, é feito um trabalho em conjunto a partir de um mesmo problema ou de um mesmo tema abordado com diferentes problemas. Além de tais entendimentos, a autora pontua que a interdisciplinaridade se apresenta, em alguns trabalhos, como um aspecto a ser considerado na formação, seja inicial ou continuada, para professores tanto de Matemática quanto de outras áreas.

Contudo, considero que, a atividade de Modelagem e a interdisciplinaridade são uma possibilidade para aulas que visem à aprendizagem dos estudantes e proporcionem possibilidades de discernir sobre as relações da Matemática com outras áreas do conhecimento. Além disso, esse tipo de prática pode contribuir com “[...] a consolidação de uma imagem desta disciplina como ciência que faz parte da história e da cultura humana e possibilita a construção ou produção de conhecimento [...]” (TORTOLA; ALMEIDA, 2013, p. 624).

Por fim, a compreensão que tenho é que a Modelagem e a interdisciplinaridade podem caminhar juntas, devido à forma de propor o início de uma atividade; por meio de um tema gerado no contexto dos educandos. Essas convergências podem ser exploradas em situações em sala de aula realizadas em grupos, assunto que explorarei na próxima seção.

3.4 Atividades de Modelagem realizadas em grupos

As atividades de Modelagem na sala de aula podem ser realizadas por meio da divisão dos estudantes em grupos para trabalharem em uma perspectiva dialógica. Isto é, que os estudantes em grupos possam dialogar entre si, em uma relação horizontal (FREIRE, 1987). Nesse sentido, não há o ato de dar o direito de fala ao outro, e sim uma situação na qual as diversas vozes são ouvidas, em um movimento que estimula o pensar crítico entre os educandos.

Assim, juntos, os estudantes podem ouvir, conversar a respeito do problema da atividade de Modelagem Matemática. Para isso, no trabalho em

grupo, deve haver o respeito pela fala do outro e o empenho para que, em conjunto, os educandos busquem a compreensão da situação estudada e produzam conhecimento. Juntos, os discentes procuram saber mais, refletindo sobre o que sabem e o que não sabem, conhecem e reconhecem, criam e recriam sobre o objeto de estudo, e produzem, de forma crítica, conhecimentos e ressignificam saberes (FREIRE, 1987; FREIRE; SHOR, 2011).

No grupo, os estudantes elaboram perguntas, explicam, sugerem caminhos, ouvem os outros membros, concordam ou discordam uns com outros e, ainda, decidem juntos. Pode-se ainda ter interações que não sejam verbais, como apontar, mostrar o processo de resolução, acenar com a cabeça ou mesmo fazer caretas e sorrir. A interação pode ser interessante para a aprendizagem dos educandos, pois pode lhes proporcionar oportunidades de participar e agir como membros de uma sociedade (COHEN; LOTAN, 2017). Dessa forma, oferece possibilidades simultâneas para todos os membros que se dedicam juntos em prol da compreensão e de uma busca por uma solução para atividade (COHEN; LOTAN, 2017). Nesse sentido, a troca entre os pares na Modelagem oportuniza espaço para o diálogo e a escuta entre os estudantes; além disso, permite que eles expressem suas dúvidas, proponham caminhos, justifiquem o raciocínio e o motivo de este ser válido e, assim, juntos, encontrem uma compreensão para o problema e produzam o próprio conhecimento com os demais colegas.

Os grupos dos discentes em uma atividade de Modelagem podem ser colaborativos ou cooperativos. Fiorentini (2013) aborda sobre a colaboração relacionada a um grupo de professores. No entanto, entendo que aspectos expostos pelo autor também são válidos quando se refere ao grupo de estudantes desenvolvendo uma atividade, em particular, de Modelagem Matemática.

Para Fiorentini (2013, p. 59), a colaboração pode ocorrer de maneira natural, ou seja, “[...] um grupo autenticamente colaborativo é constituído por pessoas voluntárias, no sentido de que participam do grupo espontaneamente, por vontade própria, sem serem coagidas ou cooptadas por alguém a participar.” Conforme o autor, a formação de grupos de maneira impositiva pode contribuir para coletivos que, às vezes, nunca chegarão a ser colaborativos.

Fiorentini (2013, p. 56) ressalta ainda que, “[...] na colaboração, todos trabalham conjuntamente (co-laboram) e se apóiam mutuamente, visando atingir objetivos comuns negociados pelo coletivo do grupo.” As relações tendem a não ser hierárquicas, e os participantes sentem liberdade para expressar o que pensam, ouvir o outro e mudar suas opiniões e seu entendimento (FIORENTINI, 2013). Ainda, a formação de um grupo presume um consenso sobre a responsabilidade de cada participante. A colaboração ocorre quando há um entendimento em comum no grupo, sendo que a busca por ele tem relação com o sentimento de pertencimento e de compromisso com o trabalho a ser feito. No grupo colaborativo, não há uma hierarquia, e sim todos assumem um protagonismo, não apenas fornecendo materiais ou auxiliando o desenvolvimento da atividade, mas também se estabelecendo como participantes que aprendem e ensinam uns aos outros (FIORENTINI, 2013).

Com base no mencionado, entendo que a colaboração para grupos de estudantes ao desenvolverem atividades de Modelagem é similar. Isto é, a criação e composição de um grupo deve ocorrer por vontade própria dos estudantes, sem que haja hierarquia entre os membros. O apoio recíproco entre os educandos e a responsabilidade compartilhada entre cada participante têm que se fazer presentes. Ainda, entendo que o trabalho em grupo colaborativo pode estimular o compartilhamento, pois promove o diálogo a respeito do tema da atividade de Modelagem e incentiva que sejam críticos.

Já com relação a cooperação, Fiorentini (2013) também discute, brevemente, a respeito. Para ele, a cooperação é uma das fases da colaboração, porém, nela, o grupo ainda não é colaborativo, “[...] apesar da realização de ações conjuntas e de comum acordo, parte do grupo não tem autonomia e poder de decisão sobre elas.” (FIORENTINI, 2013, p. 56). O autor afirma, ainda, que uns ajudam os outros na cooperação “[...] (‘co-operam’) executando tarefas cujas finalidades geralmente não resultam de negociação conjunto do grupo, podendo haver subserviência de uns em relação a outros e/ou relações desiguais e hierárquicas.” (FIORENTINI, 2013, p. 56). Entendo que grupos de estudantes cooperativos na Modelagem ocorre de maneira análoga. Neles, parte dos educandos decide quais ações realizaram para a compreensão da atividade de Modelagem, e os demais cooperam com o processo.

Ainda, compreendo, em trabalhos de grupo cooperativos, que os estudantes “[...] podem tratar uns aos outros com civilidade, mas ainda assim exibem uma participação desigual e todos os demais sinais de uma hierarquia de *status*.” (COHEN; LOTAN, 2017, p. 27). Com essa distinção, alguns membros dos grupos podem ser destacados, pelos próprios colegas, em relação à competência diante dos outros. Por mais semelhantes que os discentes de um grupo sejam, os estudantes tendem a fazer uma diferenciação de quem é considerado o melhor em determinado assunto (COHEN; LOTAN, 2017).

Em grupos cooperativos, também há a oportunidade de elaborar hipóteses, decidir e resolver situações-problema enfrentadas (COHEN; LOTAN, 2017). Neles, os estudantes devem aprender a escutar os colegas, solicitar opinião dos demais, fazer contribuições e compreender que são responsáveis tanto por seu aprendizado como pelo aprendizado dos demais membros do grupo. Os educandos necessitam estar cientes das demandas de todos os membros e se sentir responsáveis para alcançar o objetivo proposto (COHEN; LOTAN, 2017).

Dado o exposto, entendo como importante os estudantes trabalharem em grupo, de maneira colaborativa ou cooperativa, e dedicarem-se a uma busca por uma compreensão de atividades de Modelagem. Ainda, compreendo que o trabalho em grupo pode contribuir para a produção de conhecimentos por meio da crítica, da reflexão e da discussão entre seus membros. Pois, ao trabalhar com Modelagem em grupo, os estudantes podem ser incentivados a debater, negociar, ouvir o colega e respeitar a opinião do outro (ARAÚJO, 2009; FORNER, 2018).

Com relação ao desenvolvimento de atividade de Modelagem em grupos, as contribuições podem ocorrer de maneira biunívocas, “[...] ou seja, aqueles que dominam melhor determinado conteúdo colaborarão com os que ainda não dominam, ou que apresentam algumas dificuldades. No trabalho em grupo, segundo essa vertente, todos seriam beneficiados.” (FORNER, 2018, p. 132). O desenvolvimento de atividades de Modelagem em grupos permite que os estudantes defendam, por meio de argumentos, o que pensam. E, por meio da discussão, em conjunto com os argumentos dos colegas, os discentes podem

problematizar e investigar o tema proposto e tomar decisões de que caminho seguir em busca de uma compreensão para o problema.

Em suma, trabalhar em grupo pode promover ganhos para todos os envolvidos. Faz com que o conhecimento se processe e que outras características, tão necessárias para nossa vivência em sociedade, brotem, como a autonomia, a favor da qual argumentarei na próxima seção.

3.5 A Modelagem e a autonomia dos estudantes

Pelas reflexões advindas da literatura sobre Modelagem Matemática, como Malheiros (2014), entendo que, dentre todas as potencialidades e características pertinentes ao desenvolvimento das atividades sob a égide desta abordagem pedagógica, a autonomia seja uma das primícias. Ao desenvolver uma atividade de Modelagem em sala de aula, o professor pode possibilitar que os estudantes tenham autonomia para juntos buscarem meios de compreender os questionamentos levantados (MALHEIROS, 2014). Ou seja, a Modelagem pode significar uma oportunidade de os educandos buscarem produzir o próprio conhecimento em um ambiente que tem o potencial de lhes proporcionar o desenvolvimento de sua autonomia. Porém, esse é um processo de amadurecimento, não ocorre com data marcada (FREIRE, 2014).

Para o desenvolvimento da autonomia dos educandos em sala de aula, deve-se ter uma abertura para as indagações, a curiosidade e os questionamentos dos discentes. O estudante, ao exercer sua liberdade, assumirá a responsabilidade por suas ações e, assim, será sujeito da produção de seu conhecimento; dessa forma, a autonomia vai se constituindo (FREIRE, 2014).

Ademais, concordo com Martin (2019) quando afirma que a autonomia está em diversas ações que podem se fazer presentes em sala de aula no desenrolar de uma atividade de Modelagem Matemática. Para o autor, seis são as ações que denotam autonomia dos discentes. Entre elas, está a *tomada de decisão*, que emerge na atividade de Modelagem quando o discente tem necessidade de buscar meios para compreender a problemática e necessita tomar decisões, com responsabilidade para o desenrolar da atividade. Isso decorre de uma atividade de Modelagem requerer um posicionamento do

estudante, que poderá levá-lo a diferentes caminhos para a compreensão de uma problemática (MARTIN, 2019).

Há, ainda, a ação de autonomia quando o discente *busca respostas às suas próprias perguntas*, ou seja, realiza um levantamento de especificidades, dados qualitativos ou quantitativos a respeito do tema, no processo de investigação, que pode auxiliar na compreensão das perguntas elaboradas por ele (MARTIN, 2019). Outra ação que denota autonomia, de acordo com Martin (2019), é o *planejamento e construção de encaminhamentos de resolução para um problema* da atividade de Modelagem. Nesse movimento, os discentes devem realizar uma análise crítica da situação, das possibilidades, para determinar o que é relevante para a situação estudada.

Há, ademais, a ação de autonomia de o estudante *realizar e orientar ações planejadas* que surgem na sala de aula quando a Modelagem é adotada, pois o discente pode percorrer diferentes caminhos e, dessa forma, necessita criar estratégias planejadas para desenvolver a atividade. Também existe a *ação de comunicação de ideias*, na qual os discentes expõem suas concepções aos grupos que participam da atividade para que possam refletir a respeito delas e determinar o caminho a ser percorrido. Por fim, há a ação de *iniciativa*, que possui relação intrínseca com outras, que ocorre quando o discente necessita se posicionar perante o grupo ou a sala, medeia as discussões e procura uma compreensão para problemas elaborados na atividade de Modelagem (MARTIN, 2019).

Em virtude de tais ações mencionadas, entendo que a autonomia consiste em um processo que pode ser desenvolvido pelos discentes ao longo da realização das atividades de Modelagem realizadas nas aulas de Matemática e que se constituirá a partir das experiências vivenciadas por eles. Dessa forma, compreendo que a autonomia em uma atividade de Modelagem é complexa e não ocorre ao acaso, de um dia para outro, mas sim progressivamente, isto é, ao caminhar em torno de problemáticas que exijam cada vez mais o protagonismo do discente, ele desenvolverá de modo gradual ações de autonomia para, assim, tornar-se autônomo (FREIRE, 2014; MARTIN, 2019).

Minha reflexão converge no sentido de que a autonomia seja algo que pode ser desenvolvida ao longo da realização de atividades de Modelagem em sala de aula, na medida em que os estudantes são levados a questionar, discutir,

problematizar o objeto que desejam investigar. Ações como essas vão na contramão da passividade que se processa em muitas aulas de Matemática. Entendo que ações como essa demandam um processo complexo de mudanças em sala de aula, reflexão que farei na próxima seção.

3.6 A Zona de Conforto e a Zona de Risco dos estudantes

Utilizar em sala de aula uma abordagem como a Modelagem Matemática pode provocar nos estudantes resistências (MAGNUS, 2012; SILVEIRA; CALDEIRA, 2012), por estarem habituados com aulas que não requerem autonomia. Essa mudança de seu papel em sala de aulas, os retira de suas zonas de conforto e os direciona para a zona de risco (PENTEADO, 2000).

É pertinente ponderar que o contexto no qual emergem os termos *zona de conforto* e *zona de risco*, utilizados por Penteado (2000), difere daqueles que estou tratando nesta pesquisa. A autora os utiliza para se referir a situações de práticas em sala de aula em que o professor usa ou não as tecnologias. No entanto, vejo que as ideias são convergentes quando pensamos nos estudantes ao desenvolver atividades que utilizem ou não a Modelagem Matemática. Para elucidar melhor essa discussão e ampliação, faz-se pertinente discorrer sobre como tais termos são compreendidos por Penteado (2000) e esclarecer as inspirações pelas quais os adoto também para os discentes ao participarem de atividades de Modelagem.

Para Penteado (2000, p. 32), o termo zona de conforto é entendido como a “[...] dimensão da prática docente em que estão presentes a previsibilidade e o controle”, o que entendo como continuar com aulas em que se fazem presentes a lousa e o giz, evitando, neste caso, o uso das tecnologias. Assim, mantém-se uma prática em que tudo é controlável e previsível, ou seja, sabe-se quais passos devem ser seguidos no decorrer da aula e quais aspectos surgirão.

Para os estudantes, vejo que a zona de conforto ocorre de forma análoga, caracterizada pela exposição em aulas usuais, que ocorrem rotineiramente, sem a participação deles, caracterizando um monólogo docente. Nesse sentido, em tais aulas há predominância de uma Educação Bancária, que “[...] implica numa espécie de anestesia, inibindo o poder criador dos educandos.” (FREIRE, 1987, p. 68). Ou seja, a zona de conforto dos discentes é a aula em que o professor é

o detentor do conhecimento, que estabelecerá caminhos e procedimentos, e aos estudantes cabe apenas reproduzir, sem necessitar questionar a respeito. Dessa forma, entendo que as zonas de conforto do docente e do discente são semelhantes, ou seja, aulas expositivas em que os papéis já estão definidos e que estão habituados a seguir.

Já no que diz respeito ao termo zona de risco, Penteado (2000, p. 32) utiliza para se referir ao contexto de aula em que o professor utiliza a tecnologia e ressalta que é “[...] caracterizada por incerteza, flexibilidade e surpresa.” Isto é, ao usar tecnologias em suas práticas pedagógica, o professor pode vir a deixar de ser detentor do conhecimento, e há incertezas de quais caminhos surgirão, pois estes são flexíveis e dependem da ação dos discentes

Entendo que a zona de risco dos estudantes, na Modelagem, é não ter a certeza de que procedimentos e fórmulas devem ser utilizados, o “passo a passo” que devem seguir durante sua realização. Pois, quando participam de uma aula com a presença da Modelagem, os discentes usualmente precisam problematizar, conjecturar, delimitar e investigar, característica da atividade de Modelagem. Logo, não há certeza dos procedimentos que devem ser seguidos.

E, ainda, a zona de risco ocorre, pois a atividade de Modelagem pode ser considerada como flexível, seu desenvolvimento pode ter diferentes caminhos para a compreensão do problema elaborado, o que dependerá de escolhas feitas pelos discentes e não do professor. Ao docente, cabe mediar o desenvolvimento da atividade de Modelagem, instigar e questionar os estudantes. Ambos os sujeitos não estão familiarizados com esses papéis, o que os leva para suas zonas de risco.

Entendo que, apesar de estudante e professor terem papéis diferentes em atividades de Modelagem, suas zonas de risco e de conforto são semelhantes. Isto é, a zona de conforto para ambos pode ser caracterizada como a aula expositiva, em que cada um tem seu papel bem definido, ao qual estão habituados. Já a zona de risco é identificada com mudanças em seus papéis: para o professor, de expositor para mediador; e para o discente, de sujeito passivo que recebe os conhecimentos para aquele que produz seu conhecimento por meio de conjecturas e investigações.

É importante destacar que entendo que essa mudança ocorre tanto na aula com tecnologia, como discorrido por Penteado (2000), quanto em aulas de

Modelagem, bem como em outra abordagem pedagógica diferenciada do usualmente estão habituados. Isto é, ocorre tanto para o professor quanto para o estudante quando saem de aulas expositivas.

Por fim, como apresentado, algumas especificidades podem se fazer presentes quando atividades de Modelagem são realizadas em salas de aula. No entanto, que particularidades das atividades são percebidas pelos estudantes? O que eles pensam a respeito dessas singularidades? O que os discentes têm a dizer a respeito do desenvolvimento de uma atividade de Modelagem em aulas de Matemática? Qual o olhar dos estudantes para a atividade com Modelagem? Quais facilidades e dificuldades enfrentam ao terem uma aula envolvendo uma atividade com essa abordagem? Discorro a respeito desse assunto na seção 6. Antes, porém, entendo como pertinente apresentar o contexto da realização da pesquisa aqui relatada e a composição das salas dos participantes.

4 CONTEXTO DA PESQUISA

Para uma melhor compreensão do contexto das escolas públicas do Estado de São Paulo, cenário em que esta pesquisa foi realizada, entendo como importante apresentar alguns aspectos da estrutura da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo (Seduc-SP) que são pertinentes para a presente pesquisa.

A Seduc-SP é subdividida em 91 Diretorias de Ensino (DE), conforme é possível observar na figura 1. Cada uma possui algumas cidades sob sua jurisdição. Esta pesquisa foi realizada na DE de Limeira, que tem sob sua jurisdição as escolas situadas nas cidades de: Artur Nogueira; Cordeirópolis; Cosmópolis; Engenheiro Coelho; Ipeúna; Iracemápolis; Limeira; Rio Claro; e Santa Gertrudes. É possível observar na figura 2 que essas cidades possuem fronteiras municipais e também onde a região está situada em relação ao Estado de São Paulo.

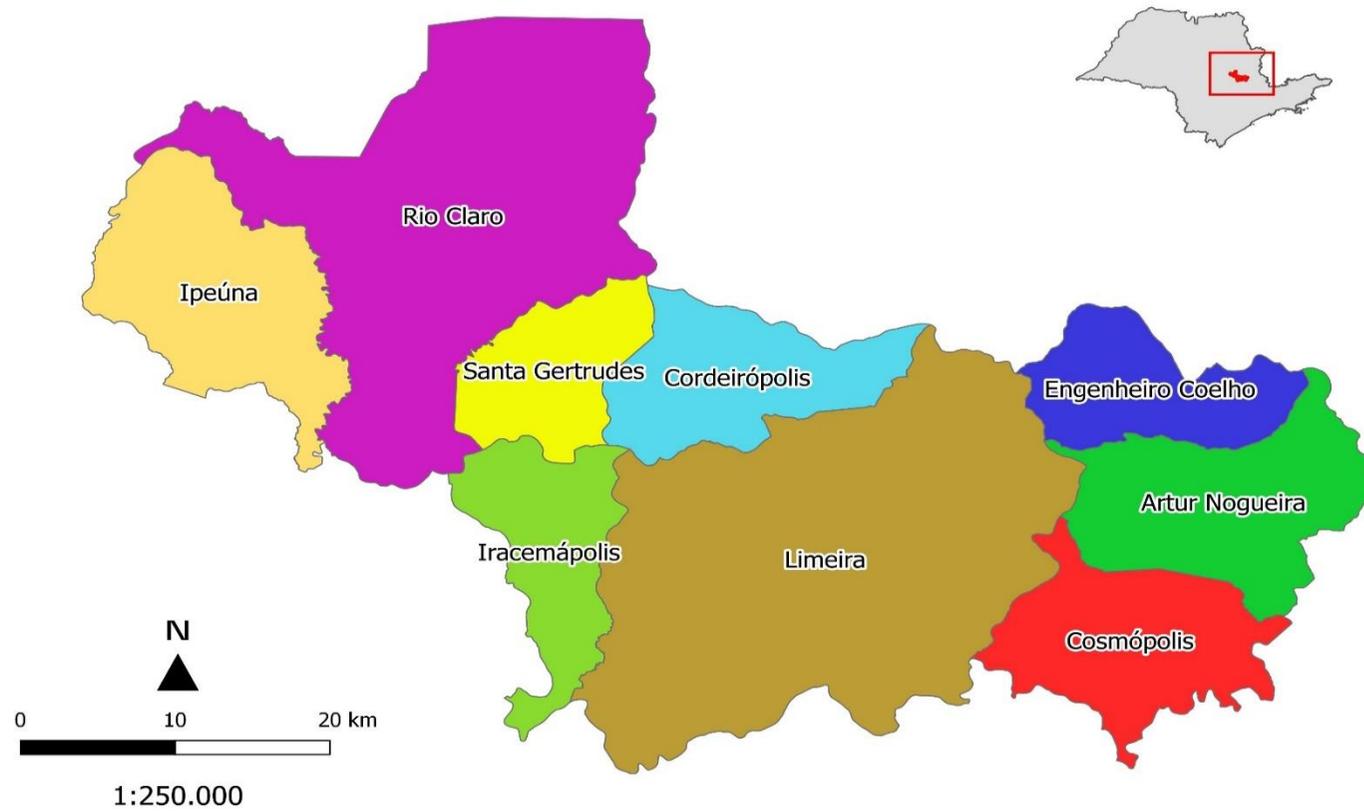
Figura 1 – Divisão do Estado de SP por Diretoria de Ensino



Fonte: Imagem extraída do site da secretaria de educação do Estado de São Paulo²²

²² Disponível em: http://www.educacao.sp.gov.br/central-de-atendimento/Map_ISP_Diretoria.asp Acesso em 12 de janeiro de 2021

Figura 2 – Região sob jurisdição da Diretoria de Ensino de Limeira



Fonte: Elaborado para a pesquisa.

Cada DE possui em seu corpo de funcionários: Dirigente de Ensino, Chefe de Seção, Encarregado de Setor, Oficial/Agente Administrativo, Auxiliar de Serviços e Motorista (SÃO PAULO, 2007). Também possui os supervisores de ensino e a eles competem desempenhar, por meio de visita às escolas, a supervisão e fiscalização das mesmas, além de tomar providências para retificar falhas administrativas e pedagógicas (SÃO PAULO, 2007).

Além disso, a DE possui um módulo composto por até dezesseis Professores Coordenadores do Núcleo Pedagógico (PCNP). Tais cargos podem ter seu número aumentado de acordo com a quantidade de unidades escolares pertencentes (SÃO PAULO, 2007, 2014). Como exemplos: se a DE possui vinte e nove escolas, acrescenta-se um PCNP; e de trinta a quarenta e duas escolas soma-se mais dois (SÃO PAULO, 2014).

Há ainda, em cada unidade escolar, os Professores Coordenador (PC) para cada segmento. Isto é: um para anos iniciais do Ensino Fundamental em escolas com pelo menos seis classes; um para anos finais do Ensino Fundamental e outro para o Ensino Médio em escola com pelo menos oito turmas em cada nível. Os requisitos para ser PC ou mesmo PCNP é de serem docentes titulares que possuem no mínimo três anos de experiência em escolas públicas, além de possuir um diploma de licenciatura plena da área de atuação (SÃO PAULO, 2014).

Cabe salientar que as atribuições dos PCNP são: promover aos PC a reflexão sobre a metodologia da observação de sala e os conceitos que efetivam a prática; proporcionar a elaboração de instrumentos colaborativos e indicadores indispensáveis ao planejamento, à efetivação da observação e à avaliação; de participar e acompanhar os processos de ensino e aprendizagem nas escolas e também o desempenho dos estudantes, docentes e gestores; verificar os registros de observações dos PC sobre a gestão escola; analisar as metas de propostas pedagógicas e os resultados educacionais atingidos (SÃO PAULO, 2014).

Além dessas atribuições, destaco que entre elas está a realização de ações que visem à formação para os professores, tendo em vista a implementação do currículo, e também de colaborar na construção e no desenvolvimento de situações de aprendizagem (SÃO PAULO, 2014). Ainda, a realização de Orientações Técnicas (OT) que “[...] visam, precipuamente, a

acompanhar as unidades escolares no desenvolvimento das atividades implementadoras do currículo, avaliando seu andamento e orientando os docentes de modo a assegurar o cumprimento das metas estabelecidas pela unidade escolar em sua proposta pedagógica” (SÃO PAULO, 2012, p. 1). Estas são realizadas com alguns professores de cada uma das escolas, que devem promover ações para compartilhar os conhecimentos com os demais professores da unidade escolar.

Outro aspecto importante a destacar em relação à estrutura da educação no Estado de São Paulo, é que, além dos livros do *Programa Nacional do Livro e do Material Didático* (PNLD) recebido pelos alunos, as escolas estaduais também recebiam até o ano de 2018, um material didático complementar – denominados de Caderno do Professor e do Aluno – (SÃO PAULO, 2011) que foram elaborados a partir dos documentos oficiais que determinam o currículo escolar. Este material era composto por um conjunto de documentos, organizados por disciplina/série(ano)/bimestre, direcionados aos professores e alunos, com o objetivo de apoiar o trabalho realizado nas escolas estaduais paulistas, com finalidade de contribuir para uma melhoria na qualidade do ensino (SÃO PAULO, 2011).

No entanto, cabe ponderar que tais materiais chegaram prontos e não possibilitavam a adaptação às condições cognitivas e culturais dos alunos das escolas públicas paulistas (CRECCI; FIORENTINI, 2014). Esse material era disponibilizado como intuito de aumentar a qualidade do ensino, no entanto, pesquisas apontaram uma imposição velada em relação a utilização deste material (FORNER, 2018; MALHEIROS; HONORATO, 2017). O uso e exigência deste ocorre pela Seduc-SP por haver uma política de padronização no ensino e, ainda, pois por meio dos resultados dos alunos em avaliações externas, há uma bonificação aos professores com evolução no índice de desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo (IDESP). Este é baseado no desempenho dos estudantes no Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar de São Paulo (SARESP) (FORNER; MALHEIROS, 2017, 2018; MALHEIROS; HONORATO, 2017; CRECCI; FIORENTINI, 2014).

Ainda, cabe ponderar, que a Seduc-SP, independente da realidade de cada turma, praticamente determinava a utilização do material pelos professores (CRECCI; FIORENTINI, 2014). Garantindo assim, “[...] que os professores

tenham um conteúdo fixo a ser trabalhado, a cada bimestre, e, caso o professor falte, o substituto saberá que matéria abordar, evitando perdas de conteúdo por parte dos alunos” (CRECCI; FIORENTINI, 2014, p. 607).

Pondero ainda que estes materiais estiveram vigentes até o ano de 2018. Em 2019 as escolas passaram por uma fase de transição dos materiais, em que eram enviados por bimestre materiais de apoio ao professor. Já no ano 2020 foi enviado para professores e alunos o “novo” material de apoio, denominado de Currículo em Ação²³. O documento *Currículo Paulista* (SÃO PAULO, 2019b) não aborda a respeito desse material de apoio, mas ao olharmos para ele, é possível perceber que os mesmos estão subdivididos em situações de aprendizagem, assim como o material anterior.

Dessa forma, as escolas públicas do estado de São Paulo têm seu currículo engessado. Saliento que minhas considerações partem de um currículo referido como de senso comum, ou seja, um rol de conteúdo, materializados em listas e materiais didáticos, que os professores devem cumprir no decorrer de suas aulas, sendo determinado quais conteúdos em devem ser ministrados em cada período do ano letivo.

Nesse contexto apresentado do Estado de São Paulo, em específico, na DE de Limeira, que busquei estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental para a participação na pesquisa. Assim, na próxima seção, exponho como ocorreu esse processo.

4.1 A busca pelos participantes da pesquisa

Para a realização da pesquisa aqui relatada, foi pensado um curso de formação continuada que fosse desenvolvido com os professores da Educação Básica. A ideia, em um primeiro momento, de uma ação formativa para os docentes, pode ser curiosa e questionável - “Por que curso?” -, pois se a pesquisa é para ser desenvolvida com os estudantes, aparentemente, não havia motivos para a realização de um curso com os docentes. Mas qual seria a minha colaboração direta para a Educação Básica e para que a Modelagem adentre as salas de aula? Acredito que nenhuma ou bem ínfima.

²³ Estes materiais estão disponíveis para acesso no site < <https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/>> Acesso em 29 de abril de 2021

Dessa forma, por acreditar que não deveria apenas pesquisar na Educação Básica, mas também proporcionar algo que pudesse possibilitar mudanças efetivas pensando no ensino e também aproximar as escolas sobre o que é discutido na Universidade, optei, em conjunto com minha orientadora, Profa. Dra. Ana Paula dos Malheiros, pela realização de um curso com os professores. Assim, eu teria o desafio de nesse contexto encontrar entre os participantes do curso, aqueles que estariam dispostos a aceitar o duplo desafio, desenvolver atividades de Modelagem e colaborar com minha pesquisa.

Para isso, foi inicialmente estabelecida uma parceria com o Prof. Dr. Régis Forner, coordenador de uma escola vinculada à DE da Região de Limeira, para a elaboração de um curso de formação continuada para a mesma DE. Essa parceria ocorreu devido a sua experiência em cursos de formação continuada, o seu conhecimento das realidades das escolas públicas paulistas e a sua participação no grupo DIEEM, o qual também integro, conforme relatado.

Também, em conjunto com Prof. Dr. Régis Forner, estabelecemos uma parceria com as PCNP de Matemática. A parceria foi formada para manter contato com os demais professores de Matemática vinculados à DE e para garantir a certificação dos professores participantes. O curso foi cadastrado pela DE na Escola de Formação e Aperfeiçoamento dos Profissionais da Educação 'Paulo Renato Costa Souza' (EFAP)²⁴. Essa opção foi feita, pois, para a evolução funcional dos professores, os cursos devem ser homologados pela Secretaria de Estado da Educação (SÃO PAULO, 2005).

Esse curso foi realizado no primeiro semestre de 2019 e intitulado *Modelagem Matemática e atividades para a sala de aula*. A equipe proponente do curso era constituída pelos professores doutores Régis Forner e Ana Paula dos Santos Malheiros, e por mim. Ele teve a finalidade de que seus participantes dialogassem e, colaborativamente, elaborassem atividades de Modelagem que fossem desenvolvidas em suas salas de aulas. Ainda, eles poderiam confrontar seus saberes e os ressignificar a partir de suas vivências e das discussões entre os participantes (FORNER, 2018). Foi considerado principalmente as

²⁴ A autorização para a realização do curso de formação está disponível em: https://www.imprensaoficial.com.br/Certificacao/DocumentoCertificado_11_6.aspx?notarizacaoid=a1eda696-b4c6-451b-ba7a-95901610ed88. Acesso em: 10 maio 2019.

possibilidades de implementação efetiva nas salas de aula da rede pública do estado de São Paulo.

Para participar do curso, foram convidados professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. A primeira divulgação ocorreu por *e-mail*, no qual foi enviado um comunicado a esses docentes. Os *e-mails* dos professores foram obtidos em 2018 por meio de contato telefônico com a coordenação das escolas.

Posteriormente, em conjunto com as PCNP de Matemática, a segunda divulgação foi realizada no período das Orientações Técnicas (OT) que ocorreram em fevereiro de 2019. Para a realização da OT, a dirigente regional convocou um professor coordenador e um professor de Matemática de cada escola para participar. Foram, no total, seis OT realizadas, das quais, três em Limeira, duas em Rio Claro e uma em Arthur Nogueira. Cabe salientar que, mesmo ocorrendo em 3 cidades, a convocação (Anexo A) inclui professores de todas as escolas vinculadas à DE, ou seja, a participação de 1 professor coordenador e 1 professor de Matemática de 71 escolas que pertencem às cidades de Artur Nogueira, Cordeirópolis, Cosmópolis, Engenheiro Coelho, Ipeúna, Iracemápolis, Limeira, Rio Claro e Santa Gertrudes, totalizando 142 professores.

Por fim, a terceira divulgação, em fevereiro e março de 2019, foi feita pelas PCNP, que encaminharam a todas as escolas sob sua jurisdição um comunicado informando sobre a realização do curso e o meio de inscrição para quem desejasse participar.

Após a divulgação, 38 professores demonstraram interesse em participar do curso. No entanto, ao iniciá-lo, no mês de abril, 26 docentes confirmaram a participação. Destes, 22 finalizaram o curso, que ocorreu no primeiro semestre de 2019. Na Tabela 3, é possível verificar que o curso de formação continuada contou com a participação de professores de quatro das nove cidades com escolas sob jurisdição da DE da Região de Limeira.

Tabela 3 – Participantes por cidades

Cidade	Quantidade de Participantes
<i>Arthur Nogueira</i>	6
<i>Cosmópolis</i>	3
<i>Engenheiro Coelho</i>	1
<i>Limeira</i>	12

Fonte: Elaborada pela autora

Como o curso foi oferecido para professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, e teve como participantes um público que lecionava em diferentes níveis de ensino e até mesmo docentes de Matemática que, na época, realizavam atividades de gestão, como é possível ver na Tabela 4:

Tabela 4 – Nível e Modalidade que professores lecionam

Cargo, nível e modalidade	Quantidade de professores
<i>Professor do Ensino Fundamental (Ensino Regular)</i>	11
<i>Professor do Ensino Médio (Ensino Regular)</i>	4
<i>Professor do Ensino Fundamental e do Ensino Médio (Ensino Regular)</i>	3
<i>Professor do Ensino Fundamental (Ensino Regular e EJA)</i>	1
<i>Coordenadora</i>	1
<i>Professora Coordenadora de Área</i>	1
<i>Professora Coordenadora do Núcleo Pedagógico de Matemática</i>	1

Fonte: Elaborado pela autora

O curso foi realizado na modalidade semipresencial, com carga horária de 64 horas. Destas, 25 horas foram destinadas para encontros presenciais, em que ocorreram discussões sobre Modelagem Matemática, além da elaboração colaborativa de atividades, com base no contexto dos professores, ou seja, o cenário das escolas públicas paulistas vinculadas à DE da Região de Limeira. Além disso, 39 horas foram dedicadas para atividades a distância, em que os professores realizaram leituras das atividades " Um papel aqui... Uma casca de fruta ali... Lixo Jogado nas Ruas" e "Prato Colorido! Mais Saudável, Mais Bonito!" do livro Modelagem Matemática na Educação Básica (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013). Ainda, investigaram a respeito de temas que poderia ser de interesse de seus estudantes para elaboração de atividades (Reciclagem de Papel; Construção de Forma de Bolo; Esportes; Frenagem; entre outros), discutiram em grupos sobre a elaboração e desenvolveram atividades com suas turmas, trazendo para o curso relatos a respeito.

Ciente de que tais professores participantes elaborariam atividades de Modelagem Matemática para o desenvolvimento em suas salas de aulas, solicitei, no decorrer dos encontros, o acompanhamento da implementação das atividades feitas em suas respectivas escolas e a produção de dados dessa investigação com seus estudantes. Com isso em vista, na sequência, discorro sobre a conversar com os professores para o desenvolvimento da pesquisa com seus educandos.

4.1.1 A conversa com os docentes e as atividades desenvolvidas

A escolha pelo local em que os dados para a pesquisa são produzidos é proposital, ou seja, a opção é feita em função do interesse da investigação e da possibilidade de acesso e permanência no local, além da disponibilidade dos participantes do estudo (ALVES-MAZZOTTI, 2001), por ser imprescindível garantir que os dados para a pesquisa sejam produzidos. Dessa forma, optei pelo contato com docentes que lecionavam nos anos finais do Ensino Fundamental no curso de formação continuada supracitado. E solicitei a autorização para o acompanhamento do desenvolvimento de atividades. Após a manifestação favorável dos docentes, a autorização dos responsáveis pelos estudantes também foi solicitada.

Porém, apesar do contexto propício para obter esse acompanhamento, viabilizá-lo não foi simples. Acredito ser importante mencionar aqui o caminho percorrido para obter os participantes para a produção de dados desta investigação.

No primeiro encontro do curso, foi ressaltado o interesse do desenvolvimento da pesquisa a todos os professores presentes e comunicado que seria necessário solicitar aos responsáveis dos estudantes uma autorização (APÊNDICE B) para que eles pudessem participar da investigação. Além disso, foi requisitado que, em diálogo com os discentes, elencassem possíveis temas para atividades de Modelagem. Após esse momento, surgiu a possibilidade da realização da pesquisa com turmas de três professoras. A seguir, apresento o que sucedeu com cada uma delas.

4.1.1.1 Professora Rose

Após o primeiro encontro, a professora Rose²⁵ demonstrou interesse em desenvolver uma atividade em sua sala de aula, com meu acompanhamento. Com isso, solicitou que eu enviasse por *e-mail* um modelo da autorização que seria necessária para que ela pudesse conversar em sua escola, no decorrer daquela semana, sobre a possibilidade de desenvolver as atividades, contando com minha presença e a participação dos estudantes na pesquisa.

No segundo encontro, a professora veio até a mim e relatou que havia conversado na escola sobre a possibilidade de acompanhamento e que esperava ter um posicionamento dela. No encontro seguinte, a professora expôs ter dúvidas quanto à possibilidade do desenvolvimento da atividade e o acompanhamento, pois não teve retorno da escola. Apesar do interesse, não obteve a resposta da instituição de ensino. Com isso, não pude realizar a pesquisa com os estudantes desta professora.

Em paralelo a tais conversas com a Professora Rose, também conversei com a Professora Cássia, situação que relato a seguir.

4.1.1.2 Professora Cássia

Outra docente que se mostrou disposta a desenvolver uma atividade com suas turmas foi a professora Cássia. No decorrer do segundo encontro, foi questionado aos professores o que gostariam de trabalhar em suas aulas e ela relatou dificuldade em abordar a divisibilidade com as turmas do sexto ano da escola em que lecionava. Dessa forma, em conjunto com outros participantes do curso, foi levantada a possibilidade de explorar tal conceito em uma atividade de Modelagem com o tema “Esportes”. A escolha se deu por esse ser um tema que ela percebeu, a partir de conversas com os seus discentes, que eles gostam e se interessam, além de fazer parte de seus cotidianos, em especial, na escola, nas aulas de Educação Física.

Percebendo o interesse da professora em levar a atividade para sala de aula, enviei a ela um *e-mail* e a indaguei se poderia acompanhá-la em seu

²⁵ Para preservar a identidade dos docentes e dos discentes participantes, utilizarei nomes fictícios para identifica-las no decorrer do texto.

desenvolvimento, assim como realizar a pesquisa com seus discentes. Ela aceitou minha proposta e definiu a data que iniciaria a atividade para que eu fizesse o acompanhamento.

Inicialmente, a professora demonstrou receio em trabalhar a atividade com suas duas turmas de sexto ano, pois, de acordo com ela, em uma delas havia bastante conversa e os estudantes não participavam das aulas. No entanto, posteriormente, decidiu realizar a atividade com ambas as turmas, pois considerou injusto não realizar com uma delas. Convém ressaltar que a turma que levou a docente a ficar em dúvida sobre a realização foi a que mais participou no decorrer da atividade. A sua realização (APÊNDICE C)²⁶ ocorreu da seguinte maneira:

1. Diálogo entre a professora e os discentes a respeito de esportes e levantamento de especificidades para a formação de equipes para uma modalidade esportiva qualquer;
2. Questionamento: “Será possível formar equipes na sala para jogar?”, considerando uma modalidade esportiva qualquer;
3. Discussão sobre as possibilidades de divisão da turma em grupo. Formação dos grupos;
4. Sorteio de qual esporte cada grupo trabalharia, entre os quais: basquete; corrida de revezamento; dama²⁷; futebol society; handebol; natação; queimada; e vôlei. Ainda, entrega pela docente, a cada grupo, de um texto a respeito do esporte sorteado;
5. Os estudantes trabalharam em grupos no questionamento para os esportes sorteados;
6. Os grupos apresentaram as compreensões encontradas e a professora sintetizou e dialogou com eles a respeito do que consideraram e das diferentes possibilidades. Nesse momento, ela retomou os conceitos de divisibilidade e assim, finalizou a atividade.

²⁶ As atividades desenvolvidas serão apresentadas em conjunto com os dados produzidos. No entanto, considere pertinente apresentar de forma sucinta como ocorreu e no apêndice C, detalho, com as minhas palavras, como foi o desenvolvimento das mesmas.

²⁷ No decorrer da atividade, o jogo de damas foi considerado um esporte, sendo este um esporte da mente, como salientado no Projeto de Lei n.º 58.40/2016 já aprovado pela Comissão do Esporte da Câmara dos Deputados, aguardando aprovação do Senado Federal.

Essa atividade foi realizada entre o penúltimo e último encontro do curso. No mesmo período de conversa com a Professora Cássia, também conversei com a Professora Ana; exponho esse momento a seguir.

4.1.1.3 Professora Ana

Outra docente que aceitou a minha presença no desenvolvimento da atividade com suas turmas foi a professora Ana. No segundo encontro do curso, com o questionamento do que gostariam de trabalhar em suas aulas, a professora Ana relatou que estava desenvolvendo com os estudantes do nono ano o conceito de equação de segundo grau e lembrou que em um livro de Matemática, havia uma simulação em que a pessoa tem uma metragem de arame para cercar a maior área possível, e disse que talvez fosse uma possibilidade de trabalhar com os estudantes a Modelagem. Relatou, ainda, que havia pesquisado a respeito de frenagem, outro tema que havia pensado em trabalhar com suas turmas. Tal interesse se dava porque, em sua visão, suas turmas eram apáticas, e essa atividade poderia interessá-los a participar mais das aulas, visto que muitos andavam de bicicleta, e poderia relacionar o conceito de frenagem de acidentes de carros com a bicicleta.

Ao pensar na atividade em conjunto com alguns professores, no contexto do curso, foi escolhido o tema frenagem, por entender que esse tema era da realidade dos estudantes e poderia ser de seus interesses. Dessa forma, conversei com a professora sobre a possibilidade de acompanhá-la no desenvolvimento da atividade, e ela consentiu. Porém, no momento, expressou que não saberia quando iniciaria a atividade, pois, na escola em que lecionava, na semana seguinte, haveria a Avaliação de Aprendizagem em Processo (AAP)²⁸ e, na outra semana, a avaliação bimestral. Após passar as semanas em que eu sabia que haveria avaliações, no penúltimo encontro do curso, conversei com a professora sobre o acompanhamento das atividades e, para minha surpresa, ela relatou que já havia iniciado as atividades com três turmas do nono

²⁸ Avaliação realizada duas vezes ao ano com turmas do Ensino Fundamental e do Médio, composta por redação, questões dissertativas e de múltipla escolha de Língua Portuguesa e Matemática, usada para identificar as dificuldades apresentadas pelos estudantes e para orientar o trabalho do professor.

ano. Segundo a professora, a atividade foi desenvolvida em parte de suas aulas, nas quais dialogava com os estudantes a respeito do tema, e também no contraturno. Relatou, ainda, que haveria uma apresentação dos estudantes na semana seguinte e que eu poderia acompanhar e, posteriormente, conversar com eles em suas aulas.

Com base em seus relatos, a atividade foi desenvolvida nos 5 momentos, que resumo a seguir:

- 1) Em sala de aula - Apresentação de um vídeo do canal do Youtube²⁹ para sensibilização da turma a respeito do tema gerador “Frenagem” e discussão a respeito. Foi, ainda, questionado aos educandos, se em um acidente, era possível saber se a velocidade de um veículo estava dentro do permitido. Também, foi feita a divisão da sala em grupos.
- 2) Contraturno e Sala de Aula – Os grupos realizaram investigações a respeito de Frenagem e poderiam, posteriormente, sanar suas dúvidas em sala com a docente.
- 3) Em sala de aula - Discussão sobre as possibilidades encontradas e escolha do melhor caminho a seguir. Encaminhamento para a produção de dados empíricos, por meio da realização de frenagens com bicicletas, por ser meio de locomoção usualmente utilizado pelos educandos.
- 4) Contraturno – Produção de dados empíricos pelos discentes e a realização das operações necessárias.
- 5) Em sala de aula - Apresentação e discussão a respeito dos resultados encontrados.

Em suma, pude realizar a pesquisa com turmas da Professora Cássia e da Professora Ana, que apresento a seguir a sua composição e quantos foram os participantes da investigação.

²⁹ O utilizado pela professora pode ser acessado em <<https://youtu.be/XnRdwsmdglU>> Acesso 1 de junho de 2019.

4.1.2 As salas de aulas acompanhadas

As salas de aula dos anos finais do Ensino Fundamental foram acompanhadas entre o penúltimo e o último encontro do curso. Da Professora Cássia, foram duas turmas de sexto ano. A turma A tinha 22 estudantes matriculados, dos quais 21 participaram das atividades, divididos em 3 grupos, porém, 14 participaram da pesquisa. Já a turma B, com 24 discentes matriculados, também teve presentes 21 estudantes, dos quais 14 integraram a pesquisa. Uma síntese desses dados pode ser observada na Tabela 5

Tabela 5 – Turmas da professora Cássia

Professora	Turma	Discentes das turmas	Discentes participantes	Grupos formados	Discentes entrevistados
Cássia	6ºano A	22	21	3	14
	6ºano B	24	21	3	14
Total	2 turmas	46	42	6	28

Fonte: Elaborada pela autora

Cabe salientar que a diferença entre a quantidade de estudantes por turma e de participantes da atividade ocorreu porque alguns discentes não estavam presentes nos dias em que a atividade foi realizada, visto que ela foi desenvolvida integralmente na sala de aula da escola. Já a diferença entre a quantidade de estudantes matriculados na turma e participantes da pesquisa aconteceu pois apenas parte dos estudantes entregaram a autorização assinada pelos responsáveis para fazer parte do estudo.

Já a professora Ana desenvolveu a atividade com 3 turmas do nono ano, que tinham 25 estudantes matriculados cada, e todos participaram da proposta. Na turma A, 17 participaram da pesquisa; na turma B, 19; e na turma C, 18. Como é possível ver na Tabela 6:

Tabela 6 – Turmas da Professora Ana

Professora	Turma	Discentes das turmas	Discentes participantes	Grupos formados	Discentes entrevistados
Ana	9º ano A	25	25	4	17
	9º ano B	25	25	4	19
	9º ano C	25	25	4	18
Total	3 turmas	75	75	12	54

Fonte: Elaborada pela autora

Ainda, há diferença de quantidade de discentes entrevistados devido ao fato de que alguns estudantes não terem levado a autorização assinada pelos responsáveis, com a justificativa de que haviam esquecido a folha de autorização. Enquanto outros estudantes se recusaram a participar, justificando terem vergonha. Outras tentativas de receber as autorizações para participarem foram feitas, sem sucesso, pela docente. Na Tabela 7, apresento uma síntese das turmas:

Tabela 7 – Participantes da pesquisa

Professora	Quantidade de turmas	Discentes das turmas	Discentes participantes	Grupos formados	Discentes entrevistados
Cássia	2 turmas	46	42	6	28
Ana	3 turmas	75	75	12	54
Total	5 turmas	121	117	18	82

Fonte: Elaborada pela autora

Como é possível visualizar, em um total de 121 discentes, 117 participaram das atividades, divididos em 18 grupos. Desses estudantes, 82 são participantes da pesquisa aqui relatada e que apresento a seguir, a metodologia e os procedimentos adotados para a sua realização.

5 ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS E PROCEDIMENTOS

A pesquisa aqui apresentada foi desenvolvida com o objetivo de *compreender o que expõem os estudantes após o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática em sala de aula*. A pergunta de pesquisa foi: *O que se mostra, a partir do olhar dos estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, após o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática?* A questão e o propósito do estudo foram definidos a partir de dois aspectos. O primeiro deles se refere ao interesse em realizar uma investigação com estudantes da Educação Básica a respeito de Modelagem. Já o segundo, se refere a lacuna constatada em investigações sobre o olhar do estudante – conforme já apresentado – isto é, foram concebidos a partir do que sabemos e do que desejamos saber (DESLAURIERS, KÉRISIT, 2014).

Para a realização desta pesquisa, foi necessária uma escolha metodológica, considerando que não há más opções, mas sim escolhas adequadas ou não para tratar um problema de pesquisa (ALVES-MAZZOTTI, 2001), optei por uma pesquisa de abordagem qualitativa. A investigação qualitativa “[...] tem como foco entender e interpretar dados e discursos, mesmo quando envolve grupos de participantes” (D’AMBROSIO, 2004, p. 12). A presente pesquisa interpreta dados a partir de grupos de discentes que desenvolveram atividades de Modelagem Matemática.

A metodologia investigativa escolhida

[...] começa com pressupostos e o uso de estruturas interpretativas/teóricas que informam o estudo dos problemas da pesquisa, abordando os significados que os indivíduos ou grupos atribuem a um problema social ou humano. Para estudar esse problema, os pesquisadores qualitativos usam uma abordagem qualitativa da investigação, a coleta de dados em um contexto natural sensível às pessoas e aos lugares em estudo e análise dos dados que é tanto indutiva quanto dedutiva e estabelece padrões ou temas. O relatório final ou a apresentação incluem as vozes dos participantes, a reflexão do pesquisador, uma descrição complexa e interpretação do problema e a sua contribuição para a literatura ou um chamado à mudança (CRESWELL, 2014, p. 49-50).

Algumas características amparam esta escolha metodológica. Uma delas é seguir uma tradição compreensiva ou interpretativa, partindo do pressuposto de que os participantes da pesquisa agem em função de suas crenças e percepções (ALVES-MAZZOTTI, 2001). Isso também se deve ao traço descritivo dessa abordagem, na qual há um maior interesse pelo processo do que pelos resultados (BOGDAN; BIKLEN, 1999).

Outro motivo de ter elegido a pesquisa qualitativa se apoia no fato de que a produção de dados ocorreria em escolas da Educação Básica, ambiente que os participantes da pesquisa conhecem. Nele, pude usufruir de um contato direto com estudantes e vivenciando durante um período como estes se comportam e reagem dentro de seu contexto.

Esse tipo de pesquisa pode envolver múltiplos métodos para a produção dos dados (CRESWELL, 2014). Tal multiplicidade foi fundamental no ambiente em que estes foram produzidos para o presente estudo. Além disso, tal abordagem foi escolhida não só por conta do interesse no processo e de a análise dos dados ser realizada de forma intuitiva (BOGDAN; BINKLEN, 1999; LINCOLN; GUBA, 1995), mas também pelas particularidades que possui para alcançar o objetivo proposto. Cabe salientar que, na pesquisa qualitativa, não há preocupação do pesquisador com a representatividade numérica (GOLDENBERG, 2004). As abordagens qualitativas “[...] consistem em descrições detalhadas de situações com o objetivo de compreender os indivíduos em seus próprios termos” (GOLDENBERG, 2004, p. 53). Porém, tais estudos não possuem regras precisas devido à sua flexibilidade (ALVES-MAZZOTTI, 2001).

Por fim, algumas questões da pesquisa foram definidas ao longo de seu desenvolvimento. Foi o caso, por exemplo, as quantidades de turmas acompanhadas e de estudantes que foram participantes da pesquisa. Isso evidencia outra característica da pesquisa qualitativa, a pesquisa não é totalmente definida a priori, o que Lincoln e Guba (1985) denominam de “design emergente” da pesquisa.

Essa característica possibilita também que o foco da investigação mude ao longo do trabalho, o que também ocorreu. Destaco a pergunta de pesquisa, que no projeto inicial era: *Como as atividades de Modelagem, no olhar do aluno, desenvolvem-se na sala de aula de Matemática?* Após a produção dos dados da

pesquisa, no decorrer de sua análise, ficou evidente que eles mostravam aspectos para além da pergunta. Assim, em conjunto com minha orientadora, consideramos importante a reformulação da pergunta de pesquisa. Essa modificação vai ao encontro do que é defendido por Araújo e Borba (2013, p. 33), que afirmam que a elaboração “[...] da pergunta diretriz de uma pesquisa é, na maioria das vezes, um longo caminho, cheio de idas e vindas, mudanças de rumo e retrocessos, até que, após um certo período de amadurecimento, surge a pergunta”. Dessa forma, a pergunta de pesquisa tornou-se, conforme já apresentado: *O que se mostra, a partir do olhar dos estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, após o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática?* Para encontrar uma compreensão para a mesma, foi necessário a escolha dos procedimentos metodológicos, assunto que disserto a na próxima seção.

5.1 Procedimentos metodológicos

Para alcançar o objetivo da pesquisa, optei por alguns procedimentos metodológicos durante a realização da atividade em sala de aula e após a mesma, para fornecer as informações necessárias. No entanto, antes de dissertar sobre tais procedimentos, entendo como importante destacar que no decorrer de uma atividade, podem ocorrer múltiplos encaminhamentos (ALMEIDA; VERTUAN, 2014) e por isso, não foi possível determinar *a priori* quantas aulas duraria uma atividade.

Além disso, as atividades de Modelagem podem necessitar de quantidades de aula diferentes, pois pode tanto durar semanas quanto ser realizada em apenas uma aula (ALMEIDA; VERTUAN, 2014). Dessa forma, o total de aulas acompanhadas no sexto ano e no nono ano foi de acordo com cada sala necessitou e também do que foi permitido.

Nas turmas da professora Cássia, todo o desenvolvimento da atividade foi feito em sala de aula, permitindo a presença em todos os momentos, apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 – Quantidade de Aulas

Professora	Turma	Aulas desenvolvidas	Aulas Acompanhadas
Cássia	6º ano A	3	3
	6º ano B	2	2

Fonte: Elaborada pela autora

Cabe salientar que o desenvolvimento da atividade nas turmas da professora Ana ocorreu em parte de suas aulas (Tabela 9), em que ela reservava para falar da atividade e sanar dúvidas dos estudantes em sala.

Tabela 9 – Aulas com 9º ano

	Turma	Aulas em que a professora utilizou parte para a atividade	Aulas acompanhadas
Ana	9º ano A	15	1
	9º ano B	15	1
	9º ano C	15	1

Fonte: Elaborada pela autora

Além dos momentos em sala de aula, parte da atividade de Modelagem foi realizada pelos grupos de estudantes no contraturno. No entanto, o acompanhamento da pesquisa foi possível de ser realizado apenas na fase final da atividade, ou seja, na etapa de apresentação dos grupos sobre a atividade. Dessa forma, para uma melhor compreensão de como ocorreu o desenvolvimento da atividade com os estudantes do 9º ano, foi realizada a transcrição dos momentos do curso em que a Professora compartilhou com os demais participantes sobre a atividade. Cabe salientar que todos os discentes participaram do desenvolvimento da atividade proposta, independentemente de ter autorização ou não para a participação na pesquisa. Os que a integraram serão identificados com pseudônimos, com o objetivo de preservar suas identidades.

Além disso, nas turmas do nono ano, filmagens foram realizadas ao longo das entrevistas realizadas. Já nas aulas da professora Cássia, sexto ano, foram feitas em todo o desenvolvimento da atividade. Buscando um melhor registro das atividades nos grupos, foi posicionada uma filmadora de modo a registrar parte da sala, em que estavam os estudantes que levaram autorização, para posterior transcrição dos momentos de discussão. A opção por esse procedimento sucedeu devido a sua vantagem na produção de dados qualitativos,

considerando que, com esse instrumento, é possível ver e rever as gravações (POWELL; MAHER; FRANCISCO, 2004).

No entanto, como a produção de dados foi realizada em sala de aula com as turmas de sexto ano da professora Cássia, para acompanhar melhor as discussões nos grupos, optei por posicionar em cada grupo um gravador de voz. Por conta de estar em sala de aula e de os grupos discutirem paralelamente, foi inviável a transcrição dos áudios gravados, por causa dos ruídos provocados pelos grupos e outros externos à sala de aula, causando cortes nas falas dos educandos ou falas embaralhadas dos grupos.

Outro recurso utilizado durante a produção de dados foi a observação das interações ocorridas no desenvolvimento e na apresentação das atividades pelos discentes (JACCOUD; MAYER, 2014). Tal ação possui diversas vantagens, entre elas a de permitir ao pesquisador “checar” a sinceridade das respostas e identificar os comportamentos inconscientes dos participantes da pesquisa, além de permitir explorar informações sobre as quais não se sentem à vontade para discutir (ALVES-MAZZOTTI, 2001). Durante as observações das aulas em que as atividades foram desenvolvidas, realizei anotações em um diário de campo.

As informações do diário de campo e as descrições dos áudios dos gravadores foram essenciais, pois auxiliaram na compreensão e na triangulação dos dados produzidos após o desenvolvimento da atividade por meio de uma entrevista (APÊNDICE D) com cada grupo de estudantes. Para a sua realização, inicialmente, foram definidas as perguntas (CRESWELL, 2014), pois, sendo uma entrevista semiestruturada, as questões previamente elaboradas permitem “[...] que o sujeito discorra e verbalize seus pensamentos, tendências e reflexões sobre os temas apresentados” (ROSA; ARNOLDI, 2008, p. 30-31). Foram combinadas perguntas com possibilidades para explicar sobre o tema. As entrevistas, segundo Boni e Quaresma (2005, p. 75), devem ser feitas

[...] em um contexto muito semelhante ao de uma conversa informal. O entrevistador deve ficar atento para dirigir, no momento que achar oportuno, a discussão para o assunto que o interessa fazendo perguntas adicionais para elucidar questões que não ficaram claras ou ajudar a recompor o contexto da entrevista, caso o informante tenha “fugido” ao tema ou tenha dificuldades com ele.

Tal fato foi fundamental na realização da entrevista, pois os discentes muitas vezes possuíam dificuldades para explicar a respeito da atividade, direcionando o olhar para aulas que costumam ter, ao invés de expor sobre as aulas com a atividade de Modelagem Matemática. Diante disso, foi necessário no decorrer da entrevista reformular as perguntas para a compreensão dos estudantes acerca do que estava sendo questionado, além de ser necessário questões adicionais para um melhor entendimento de seus posicionamentos. Outra vantagem está relacionada às dificuldades das pessoas em responder por escrito. Além disso, a entrevista possui maior elasticidade em relação a sua duração, o que permite ao pesquisador uma cobertura maior sobre determinados assuntos (BONI; QUARESMA, 2005).

Essas entrevistas podem ser realizadas em grupos. Segundo Creswel (2014), a entrevista em grupos é vantajosa quando os participantes são semelhantes, há interação entre eles que produzirão melhores informações e quando podem se mostrarem hesitantes ao serem entrevistados individualmente. Também pode ocorrer interação entre os entrevistados, o que pode gerar melhores informações (CRESWELL, 2014). Com o relato das professoras das turmas de haver pouca participação dos estudantes em sala de aula, optei pela realização da entrevista em grupo. Esta escolha também foi feita para que pudessem ocorrer de maneira natural, fluida, para que os discentes não vissem como uma prova em que há certo ou errado e sim como uma conversa entre um grupo de pessoas a respeito de uma atividade realizada e assim se sentissem mais à vontade para expor suas opiniões, seus entendimentos.

Com isso, foi solicitado às professoras que as entrevistas fossem realizadas com os grupos de estudantes que fizeram a atividade de Modelagem. Por indicação das docentes, as entrevistas foram realizadas no horário de suas aulas, na biblioteca das escolas. Foram utilizados equipamentos para registro, como filmadoras e gravadores, para posterior transcrição.

Em suma, os dados que compõe a pesquisa são as descrições das aulas acompanhadas, anotações em diário de campo, transcrição das entrevistas realizadas com os estudantes após o desenvolvimento da atividade e também transcrição dos relatos das docentes no curso a respeito da realização da atividade.

5.2 Organização e análise dos dados

No decorrer da realização do curso, cadastrado na DE de Limeira como *Modelagem Matemática e as atividades para a sala de aula*, os professores elaboraram as atividades pensando no contexto escolar em que estavam inseridos. Dos professores participantes, conforme relatado, duas permitiram o acompanhamento do desenvolvimento das atividades de Modelagem e a realização da produção de dados com cinco turmas. Foram utilizados alguns procedimentos metodológicos conforme exposto, pois a “[...] combinação de metodologias diversas no estudo do mesmo fenômeno, conhecida como triangulação, tem por objetivo abranger a máxima amplitude na descrição, explicação e compreensão do objeto de estudo” (GOLDENBERG, 2004, p. 63). Por sua vez, esses dados necessitaram ser organizados e compreendidos. Para isso, foi essencial “[...] um trabalho de redução, organização e interpretação dos dados que se inicia já na fase exploratória e acompanha toda a investigação” (ALVES-MAZZOTTI, 2001, p. 170). Isto é, a análise dos dados “[...] é o processo de busca e de organização sistemático de transcrições, de notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados, com o objectivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais [...]” (BOGDAN; BIKLEN, 1999, p. 205). Para esses autores, a imersão nos dados permite “[...] organização, divisão em unidades manipuláveis, sínteses, procura de padrões, descoberta de aspectos importantes e do que deve ser aprendido e a decisão sobre o que vai ser transmitido aos outros” (BOGDAN; BIKLEN, 1999, p. 205).

Com isso, essa tarefa foi realizada por meio de etapas. Inicialmente, foi feita a organização e a transcrição das gravações, realizadas em sala de aula no desenvolvimento da atividade de Modelagem, momento em que notei detalhes que ocorreram no contexto geral da sala de aula. Posteriormente, transcrevi as entrevistas realizadas com os grupos de estudantes, ocasião em que compreendi o olhar de cada estudante sobre o desenvolvimento da atividade e também, transcrevi o momento do curso em que as docentes relatavam sobre as atividades desenvolvidas.

Com os dados produzidos, realizei uma imersão neles, por meio de diversas leituras para identificar os assuntos principais emergentes e indicar

trechos que poderiam contribuir para a presente pesquisa. Dessa forma os dados foram dispostos em quadros. A seguir (quadro 6), apresento a estrutura geral usada com algumas linhas do quadro original para exemplificar. A primeira coluna referia-se a um número de identificação; a segunda, aos trechos dos dados produzidos; a terceira, ao assunto que era mencionado.

Quadro 6 – Analisando os Dados

Número de Identificação do Trecho³⁰	Trecho da transcrição/descrição	Assunto principal
8	<i>Nick(9º): A gente teve bastante dificuldade para encontrar a fórmula Carlos(9º): É, é verdade. Nick(9º): Quando ela falou assim, para pesquisar sobre frenagem, a gente descobriu uma fórmula, no trabalho em equipe.</i>	Dificuldade de Investigação
23	<i>Lahis: Essa atividade da Profa Leandra, ela já tinha realizada alguma assim antes? Ricardo(9º): Só aula, prova Fernanda(9º): Trabalho Lahis (9º): E como são os trabalhos dela? Fernanda(9º): Ela passa exercícios, a gente copia e tira dúvida com ela. Lucas(9º): Ou folha também. Se não der tempo a gente entrega outro dia.</i>	Aula Expositiva
157	<i>Lívia (6º): Na aula faz bastante conta. Bruno (6º): Normalmente ou ela pega livro, ou escreve na lousa.</i>	Aula Expositiva
158	<i>Miguel (6º): E nessa a gente faz as questões. Lívia(6º): A gente foi dando opiniões até formar todas as perguntas.</i>	Elaboração da Pergunta
159	<i>Miguel(6º): Por que na lousa quando ela faz as perguntas, e ela que pega né? As perguntas Lívia(6º): É. Do livro didático</i>	Aula Expositiva
214	<i>Maria (6º): A gente elaborou a questão e foi diferente, a professora elabora a questão e assim, como posso dizer, a gente fica com mais dúvida. E a gente mesmo tirando as perguntas, do que a gente acha (...)</i>	Elaboração de Perguntas

Fonte: Elaborada pela autora

Após esse processo, fiz novas leituras com o intuito de agrupar os assuntos abordados para destacá-los. A partir de então, elaborei um novo quadro, subdividido em assunto abordado, nível escolar e número do trecho concedido anteriormente, como é possível visualizar no quadro 7. Com base

³⁰ Este quadro foi feito retirando algumas linhas do original, no qual, cada linha tinha um número, designado em ordem crescente que corresponde a um trecho das entrevistas. Assim, optei por manter para os excertos utilizados no exemplo a suas numerações recebida no quadro original.

nesse quadro, pude olhar para os assuntos que emergiram dos dados, identificar que alguns surgiram com 6º ano e não com 9º ano, e vice-versa.

Quadro 7- Analisando os dados

Assunto Abordado	Nível Escolar	Número do Trecho
Aula de Matemática Tradicional	6º ano	157 / 159
	9º ano	23
Dificuldade de Investigação	6º ano	-
	9º ano	8
Elaboração de Pergunta	6º ano	212 / 214
	9º ano	-

Fonte: Elaborada pela autora

Posteriormente, foram realizadas, novamente leituras desses dados e destacados assuntos que se mostraram relevantes para a pesquisa com a finalidade de explicitar convergências. Isto é, as temáticas emergiram no decorrer da análise dos dados e com base nos assuntos que se sobressaíram dos dados produzidos.

Com a elaboração das temáticas retornava ao quadro 7, olhava no assunto a ser abordado quais os números que identificavam os trechos que poderia utilizar. Com os números separados, voltava no quadro 6 e retirava os trechos e buscava a melhor forma de apresentá-los dentro da temática. Realizei, portanto, um processo interpretativo dos dados produzidos. Que se trata de uma busca por uma compreensão que “[...] consiste em encontrar um sentido para os dados produzidos e em demonstrar como eles respondem ao problema de pesquisa que o pesquisador formulou progressivamente.” (DESLAURIERS; KÉRISIT, 2008, p. 140). Entendimento que exponho na próxima seção.

6 OS OLHARES DOS ESTUDANTES

Depois do percurso de busca dos participantes da pesquisa, apresentado na seção de Contexto da Pesquisa, e do relato sucinto das atividades realizadas pelas duas professoras que permitiram o acompanhamento das propostas de Modelagem em suas turmas, nesta seção, apresento a análise dos dados produzidos com os estudantes. Com o intuito de identificar o ano escolar dos discentes e das docentes, utilizarei à frente dos nomes a estrutura (6^o) para os discentes do sexto ano e da professora Cássia e (9^o) para estudantes do nono ano e da professora Ana. Ademais, no primeiro nome de cada excerto apresentado, com o intuito de identificar em quais momentos foram produzidos os dados, utilizarei, em conjunto, as siglas: DC (Durante o Curso); AO (Aula Observada); ES (Entrevista Semiestruturada). Tais siglas se unem ao número referente ao nível de ensino.

A análise, anteriormente mencionada, possibilitou destacar as categorias seguintes, a saber:

- O olhar para as aulas de Matemática.
- A atividade *Esportes*: percepções dos estudantes do sexto ano.
 - A busca de uma compreensão: idas e vindas.
 - Relacionar com outras disciplinas: interdisciplinaridade.
- A atividade *Frenagem*: dizeres dos educandos do nono ano.
 - Investigação: a confirmação com a docente.
 - Descoberta: a fórmula da Frenagem.
 - Descoberta: a relação entre conteúdo e cotidiano.
- Trabalho em grupo em atividades de Modelagem.
- A relação entre a Matemática e o cotidiano.

É pertinente salientar que as atividades de Modelagem desenvolvidas durante a produção de dados possuem características diferentes. No decorrer do processo de análise dos dados, foi possível perceber que, devido a suas particularidades, alguns aspectos evidenciados no olhar dos estudantes do sexto ano são diferentes dos discentes do nono ano, e vice-versa. No entanto, há também dados convergentes em ambos os níveis de ensino. Assim, optei por

apresentar os dados em cinco categorias, sendo que, na seção 6.1, discorro sobre os dados em conjunto, o que auxilia na compreensão das seções 6.2 e 6.3, em que descrevo separadamente as particularidades expostas pelos estudantes a respeito das atividades; nas partes 6.4 e 6.5, discuto novamente os dados comuns a ambos os níveis de ensino.

Por fim, tais categorias contribuem para alcançar o objetivo da pesquisa de *compreender o que dizem os estudantes após o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática* e elucidar a seguinte pergunta: *O que se mostra, a partir do olhar dos estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, após o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática?* Desse modo, analiso os dados produzidos nas próximas seções secundárias.

6.1 O olhar para as aulas de Matemática

Ao final da atividade de Modelagem Matemática realizada pelas professoras Cássia (sexto ano) e Ana (nono ano), com temáticas sobre *esporte e frenagem*, respectivamente, foram realizadas entrevistas com os grupos de estudantes. Durante as entrevistas, os discentes fizeram ponderações que mostram aspectos das aulas de Matemática que possuem usualmente e uma propensão para aquelas com atividades de Modelagem. Além disso, explanam sobre a atividade de Modelagem tomando como base as aulas que usualmente possuem, isto é, presos em um paradigma tradicional. Dessa forma, entendo que dialogar sobre tais considerações dos discentes com relação as aulas que participam usualmente pode auxiliar a compreender o olhar dos estudantes para as atividades de Modelagem nas próximas temáticas.

Nas entrevistas, foi questionado se eles já haviam desenvolvido alguma atividade semelhante com suas professoras. Paulo (9º), por exemplo, disse “*a gente nunca fez antes.*” Nicolas (9º) e seu colegas de grupo também falaram sobre isso:

Nicolas (9º - ES): *Ela nunca tinha passado atividade assim para gente, em grupo, pesquisar [...].*

Marcela (9º): *Foi uma novidade.*

Jamile (9º): *Foi uma experiência nova para gente.*

Carlos (9º) e Leandro (9º) também afirmaram ser essa a primeira atividade de Modelagem que participaram:

Carlos (9º - ES): *Não, é a primeira vez.*

Leandro (9º): *Nunca, primeira vez.*

Tais falas vão ao encontro dos demais estudantes, tanto do sexto ano como do nono, que responderam negativamente, indicando que, no olhar deles, essa foi a primeira experiência com atividade de Modelagem. Ainda, a caracterizaram como diferente das realizadas usualmente em sala de aula. No olhar dos educandos a primeira experiência com Modelagem foi considerada um momento prático da aula de Matemática, como no caso de Luiz (9º):

Lahis: *O que é diferente para vocês nessa atividade?*

Luiz (9º): *Que a gente usou a prática.*

Guilherme (9º) também salientou a respeito:

Guilherme (9º - ES): *A gente fez tudo na prática.*

Tais discursos evidenciam que, para os estudantes, a Modelagem foi considerada como uma atividade prática de Matemática em sala de aula e, com isso, foi apontada como distinta do que ocorre comumente. Camila (6º) e seus colegas de grupo também mencionaram que foi uma aula diferente, comparando-a com as aulas que têm frequentemente de Matemática.

Camila (6º - ES): *Foi bem divertido.*

Pedro (6º): *Foi da hora [...].*

Joana (6º): *Eu achei que foi legal aprender a Matemática assim.*

Camila (6º): *Tipo, como as aulas como ela dá foi diferente, foi legal.*

A discente Lara (9º) demonstrou ter sido uma atividade diferente e disse que gostou das aulas em que a atividade de Modelagem se fez presente.

Lara (9º - ES): *É uma maneira diferente de entender o conteúdo, eu prefiro dessa maneira, pois acho que fazendo lá, presenciando tudo certinho eu acho que aprende mais rápido, melhor.*

Guilherme (9º) também se manifestou a esse respeito, explanou ter preferência por atividades de Modelagem e comparou-as com a aula da docente.

Guilherme (9º - ES): A gente acaba vivendo isso né? Não é igual aqui, que a gente faz uma lição. Só faz uma lição, que a gente só lê né? Que você freou qual foi a distância que foi freio? [Frenagem]³¹ A gente tá vivendo isso. Foi mais legal. É melhor.

O presenciar e vivenciar referido pelos discentes é a realização da frenagem com a bicicleta para a produção de dados empíricos para a atividade (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013). Esse momento foi visto pelos educandos como uma atividade prática de Matemática, em que puderam perceber uma aplicação da Matemática, fato esse que pode ter ocasionado a preferência pela atividade de Modelagem.

Outros estudantes também pontuaram ter preferência pela aula com Modelagem ao serem questionados sobre o que acharam da atividade desenvolvida. Por exemplo, Tales (6º) e Maria (6º) mencionaram:

Tales (6º - ES): Ficou mais interessante a aula.

Maria (6º): Ficou mais interessante, porque assim é bem difícil alguém relacionar Matemática com outra coisa, parece que não tem nada a ver uma aula com a outra. Não é muito bom ficar só na aula normal, acho que, se fizer essa aula de Modelagem mais vezes, a gente aprende mais, envolve mais coisas.

A estudante Maria (6º) complementou seu posicionamento e ainda salientou:

Maria (6º - ES): Acho que atividade assim a gente sempre vai aprender mais do que uma atividade, é com a professora sabe? Explicando. Aula com Modelagem ia ser mais legal e ia aprender mais.

Ao dizer “relacionar Matemática com outra coisa”, Maria se refere à relação que percebeu da Matemática com a disciplina de Educação Física ao trabalhar com esportes. Ainda, ao expor que “parece que não tem nada a ver

³¹ Para uma melhor compreensão das falas, informações foram acrescentadas por mim entre colchetes.

uma aula com a outra” mostra que, em sua visão, a atividade de Modelagem, além de tornar a aula mais interessante, pode evidenciar o motivo por estudar determinados conteúdos ao estabelecer a relação entre o estudado em aulas de Matemática e outros assuntos. Tal característica vai ao encontro do exposto por Malheiros (2004, p. 82) ao afirmar que “[...] através da matemática os alunos podem entender, descobrir ou encontrar explicações para fatos da realidade em que vivem.”. Isto pode ocorrer, pois a atividade de Modelagem usualmente parte de situações da realidade ou do interesse dos estudantes, sendo o seu fio condutor (FORNER, 2018). Além disso, a atividade pode ser capaz de estimular o “[...] interesse do aluno pela Matemática, relacionando-a com fatos do seu cotidiano ou, de modo mais incisivo, com as necessidades cotidianas de suas comunidades.” (MALHEIROS, 2012, p. 5). Essa pode ser uma possibilidade para mostrar aos estudantes relações da Matemática com outras áreas do conhecimento (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013; SOUZA; MALHEIROS, 2019).

A fala de Maria (6^o) mostra, ainda, que fazer uso de uma atividade de Modelagem pode ser uma possibilidade de despertar o interesse dos estudantes para as aulas de Matemática. O exposto vai ao encontro do salientado por Meyer, Caldeira e Malheiros (2013) de que o estudante, na atividade de Modelagem, é o próprio sujeito do processo cognitivo e desenvolve seu conhecimento atribuindo significado pelos próprios meios.

A propensão relatada pelos estudantes — como nas falas de Tales (6^o), Maria (6^o), Lara (9^o) e Guilherme (9^o) apresentadas — para aulas em que as atividades de Modelagem se fizeram presentes levou ao questionamento sobre quais diferenças foram notadas pelos estudantes para melhor compreender as percepções dos discentes sobre a atividade de Modelagem. Como resposta, em vez de explanarem sobre as distinções percebidas na atividade de Modelagem, os discentes falaram a respeito das aulas que usualmente participavam³² e realizaram uma comparação com as aulas das docentes, como é o caso de Leandro (9^o) e seu grupo:

³² Cabe mencionar que, depois de explanarem a respeito das aulas usuais de Matemática, realizei novamente a pergunta sobre as diferenças, e foram apontadas por eles algumas especificidades de atividades de Modelagem e suas visões a respeito. Tais falas serão discutidas nas próximas seções secundárias.

Leandro (9º - ES): *A aula é muita conta.*

Guilherme (9º): *Normalmente, ela passa no livro para gente copiar.*

Carlos (9º): *Passa o livro, dá umas páginas.*

Nick (9º): *Explica primeiro, depois passa na lousa para gente copiar.*

Yane (9º) também salientou a respeito:

Yane (9º): *É sempre livro, exercícios. Prefiro que seja na prática [Modelagem].*

O sexto ano também explanaram a respeito. Os estudantes, ao falarem das diferenças da atividade de Modelagem, relataram que as aulas que possuem rotineiramente em Matemática são com o uso do material didático e atividades na lousa para copiar e resolver, como é possível perceber nos posicionamentos a seguir:

Ivana (6º - ES): *Texto do livro.*

Clara (6º): *Ela passa atividade, texto.*

Vitória (6º): *Texto ela não passa.*

Clara (6º): *Do livro, para copiar.*

Vitória (6º): *Ah, sim, do livro ela passa para copiar.*

Heloísa (6º) também dissertou a respeito

Heloisa (6º - ES): *Todo dia a mesma coisa. Cansa. Passa coisa, e a gente tem que copiar.*

De maneira semelhante, também foi exposto por Camila (6º) e seu grupo:

Camila (6º - ES): *Geralmente, ela passa livro, para gente copiar.*

Pedro (6º): *Folha.*

Camila (6º): *Tem vez que ela passa só na lousa.*

Joana (6º): *Ela passa principalmente na lousa.*

Essa caracterização feita pelos discentes a respeito das aulas usuais também surgiu nos posicionamentos de outros estudantes. Os membros do grupo de Bella (9º), por exemplo, mencionaram esse aspecto quando questionados se a aula com atividade de Modelagem havia sido semelhante à outra que já tiveram:

Bella (9º - ES): *Não. [...] [A professora] Passa alguma coisa do livro para gente copiar, responder [...]. A gente traz, apresenta e ela faz pergunta.*

Júlia (9º): *Ela faz pergunta para ver se a gente realmente aprendeu.*

Já Clara (6º) explanou: “*na aula normal a gente só copia*”. Suas falas dão indícios de que, frequentemente, prevalece nas aulas de Matemática uma pedagogia da resposta, em que o professor já determina o que será estudado e o discente não indaga, não tem criticidade a respeito do estudo. As respostas são dadas para que os discentes memorizem e as reproduzam em uma lista de atividades que requer o mesmo conhecimento e não há uma conexão com seus cotidianos (FREIRE; FAUNDEZ, 1985; FREIRE; SHOR, 2011).

Esse tipo de aula nem sempre é considerado “boa” pelos alunos, como é o caso de Marco (9º), que opina que a aula baseada em explicação da professora, cópia e resolução de exercícios é chata:

Marco (9º - ES): *Na aula normal, a gente fica só escrevendo, e nessa prática a gente fez, mediu tudo. Na aula normal, a gente só fica escrevendo no caderno e fazendo conta. Isso é bem chato. Na prática [Modelagem], não é chato. Desse jeito é bom [com atividades de Modelagem], do outro é mais complicado, cansativo.*

As aulas relatadas pelos discentes se enquadram no que Skovsmose (2000) denomina de paradigma do exercício, em que são dominadas pelo uso de materiais didáticos e listas de exercícios. Inicialmente, o docente expõe ideias e técnicas, é o centro do processo de ensino na sala de aula, ele que impõe o ritmo, a repetição e as tarefas, sendo o responsável pela aula. Aos estudantes, cabe apenas responder ao que lhes é perguntado, com a mera aplicação de resultados teóricos expostos pelo docente, desenvolvendo generosas listas de exercícios selecionados, que possuem apenas uma resposta correta, sem uma justificativa da relevância dos exercícios proposto, visando, pela repetição, à aprendizagem dos conteúdos (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006; BURAK; ZONTINI, 2020; CEOLIM, 2015; SKOVSMOSE, 2000).

Ou seja, em tais aulas, prevalece a transmissão dos conteúdos por parte do docente ao educando, que deve apenas reproduzir os procedimentos

expostos; nelas, o estudante é entendido como um ser sem conhecimento (ALRØ; SKOVSMOSE 2006; FREIRE; GUIMARÃES, 2014). Os relatos dos discentes mostram indícios de que as aulas de Matemática apresentam um caráter marcante, encadeadas, fundamentalmente, pela narração dos conteúdos, pelos trabalhos e pelas atividades para resolução e correção pelas docentes responsáveis (FREIRE, 1987). Ainda, evidenciam traços de que o conhecimento é considerado pronto e necessita ser passado verbalmente aos discentes e de que se espera que os educandos absorvam os conhecimentos pré-estabelecidos pelo professor (FREIRE; SHOR, 2011).

Assim, mudar a abordagem pedagógica utilizada em sala, direcionando-a para aquela que os discentes consideraram um momento prático de Matemática, pode ser o motivo do entusiasmo pelas aulas com atividades de Modelagem. O discente passa a ser sujeito em sua aprendizagem e torna-se o centro das aulas, em conjunto com o educador.

Suas falas, ainda, evidenciam que os discentes vincularam sempre a prática pedagógica das professoras — a referência deles por serem elas quem os acompanham em sala — a uma das diferenças em relação às aulas em que a Modelagem se fez presente. Esse uso recorrente de aulas expositivas pode estar relacionado com a política vigente, em que há uma obrigatoriedade velada do uso do material didático, disfarçada de garantia de conteúdo fixo a ser trabalhado pelos docentes. Esse uso ocorre visando a alcançar o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) por meio das provas do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (Saresp), que são baseadas nos exercícios presentes nos materiais disponibilizados para os discentes e docentes (CRECCI; FIORENTINI, 2014; FORNER; MALHEIROS, 2017, 2018; MALHEIROS; HONORATO, 2017).

Além das aulas expositivas, as falas dos educandos também mostram que são passivos em sala de aula. Vitória (6º), por exemplo, proferiu sobre o ato de copiar e responder:

Vitória (6º - ES): *Porque geralmente nós só copia [...] e resolve as perguntas.*

As discentes Jéssica e Renata (9º), por sua vez, discorreram sobre o “prestar atenção” nas aulas durante a explicação da docente, o que sugere um

comportamento inerte, com o único intuito de assegurar a compreensão dos passos e procedimentos expostos (BISCONSINI, 2005).

Renata (9º - ES): *A gente fica só dentro da sala de aula.*

Jéssica (9º): *Ela explica, e a gente aprende.*

Renata (9º): *A gente presta atenção para aprender.*

Suas falas dão indicativos de que os estudantes são seres passivos em sala de aula, que recebem o conhecimento exposto pelo professor, não sendo incluídos como sujeitos no processo de aprendizagem. Em tais aulas, os discentes atuam na passividade e centram o conhecimento nos procedimentos ditados pelos professores, o que pode reprimir a autonomia dos educandos (FORNER; MALHEIROS, 2019). Eles permanecem em sua zona de conforto (PENTEADO, 2000), em que tudo é previsível e os papéis estão previamente estabelecidos.

O cenário retratado pelos estudantes se mostra diferente do que ocorre em uma educação problematizadora, na qual o discente é convidado pelo docente a conhecer a realidade de maneira crítica (FREIRE, 1981), como nas atividades de Modelagem desenvolvidas. Elas levam os educandos para a zona de risco (PENTEADO, 2000), em que os estudantes passam a ter uma participação ativa durante o processo e se tornam sujeitos da própria aprendizagem (GRIMALDI, 2015; SOUZA; MALHEIROS, 2019). Uma educação problematizadora permite que os discentes sejam participativos, o que usualmente acontece nas aulas com atividade de Modelagem, e proporciona o questionamento crítico de situações do cotidiano (FORNER; MALHEIROS, 2019; SOUZA; MALHEIROS, 2019).

O exposto pelos estudantes mostra indícios de que a maioria das aulas de Matemática não são voltadas para proporcionar aos discentes uma posição de indagação, elaboração ou reelaboração, e sim os leva à passividade, à memorização conteúdos (FREIRE, 1999). Os estudantes são “[...] colecionadores ou fichadores das coisas que arquivam.” (FREIRE, 1987, p. 58).

Ademais, os estudantes, além de compararem as atividades de Modelagem com as aulas que habitualmente possuem, relataram que não gostam de tais aulas. Sobre tal característica, a discente Marcela (9º) que pontuou

Marcela (9º - ES): *Porque eu acho tipo, ruim, a minha opinião, a professora ficar só passando trabalho, só passando trabalho [...].*

A estudante fez referência a trabalhos escritos passados na lousa pela docente. E afirmou que muitos discentes não fazem o trabalho por considerarem a ação de copiar os conteúdos passados na lousa como algo chato e sem um objetivo que faça sentido para eles. O grupo salienta:

Nicolas (9º - ES): *Muitos alunos não fazem porque é copiar.*

Jamile (9º): *Só cópia.*

Marcela (9º): *Ficar lá, só copiando, é muito chato.*

Nicolas (9º): *Tipo, eu não vou ficar lá fazendo, só copiando, não vai adiantar de nada.*

A aula em que o ato de copiar da lousa ou do material didático e a resolução de exercícios se fazem presentes é considerada cansativa e chata pelos discentes, como é possível ver na explanação de Heloísa (6º) e Marco (9º):

Heloísa (6º - ES): *Todo dia a mesma coisa. Cansa. Passa coisa, e a gente tem que copiar.*

Marco (9º - ES): *Na aula normal, a gente só fica escrevendo no caderno e fazendo conta. Isso é bem chato.*

Percebo pelos posicionamentos dos estudantes a respeito das aulas que usualmente têm que eles as consideram chatas, sem sentido. Ainda, esse tipo de abordagem vai em direção aos dizeres de Santos e Bisognin (2007) de que tais aulas fazem com que os educandos não tenham interesse pela disciplina. Há um emudecimento dos estudantes (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2013); com isso, eles fazem cópias do exposto e acompanham a voz do professor, devaneiam em sala ou mesmo sentem raiva em relação às aulas (FREIRE; SHOR; 2011).

Porém, há estudantes, como Maia (9º), que, durante a entrevista, discordou da opinião de Marco (9º). Para ela, a aula teórica, ou seja, a aula expositiva, é melhor do que a aula com Modelagem. Ela foi contestada por Francisco e Marco (9º):

Maia (9º - ES): *Teórico [Explicação da professora] eu acho melhor que prática [Modelagem].*

Francisco (9º): *Mas tem gente que não presta atenção.*

Marco (9º): *E só no teórico, chato.*

Francisco (9º): *Tem gente que dorme.*

Maia (9º): *Aí é falta de interesse.*

Mas, para Maia (9º), a falta de atenção dos estudantes ocorre por falta de interesse dos colegas. A discente ainda ponderou que prefere a aula expositiva:

Maia (9º - ES): *Ah, não sei, acho mais, a professora explicando, tipo, com mais calma ali, anotando no papel, mais fácil, melhor. Sei lá, gosto mais. Mas eu também gostei da prática.*

Tal fato também foi apontado por Breno (6º), que disse gostar de aulas que procedem dessa maneira:

Breno (6º - ES): *Porque ela explica de um jeito que todo mundo entende. Tipo assim, se ela passa a lição na lousa, eu entendo. Prefiro que ela elabore e só resolver [...]. A matéria de Matemática sozinha é muito mais legal. Essa atividade foi legal, mas tem umas questões que a professora passa Matemática com Português que, é, não é legal [...]. Tipo assim, “João Pedro nasceu e cresceu e tinha dois filhos. Aí ele fala. O primeiro filho teve cinco filhos, e o segundo teve dois filhos. Quantos filho tinha?”*

É preciso ponderar que alguns estudantes, como Maia (9º) e Breno (6º), “[...] se adaptam mais facilmente ao sistema de reprodução e o fato de gostar da Matemática não implica diretamente em aprendizagem a partir do significado, mas sim da repetição.” (KLÜBER; BURAK, 2008, p. 25). Os discentes demonstram que não conseguem estabelecer relações sobre os conhecimentos matemáticos, direcionando os esforços unicamente para acompanhar a explicação da docente para reproduzir o procedimento, que não são suficientes para resolver os exercícios (BISCONSINI, 2005).

É possível ainda perceber que o gostar das aulas de Matemática, para Breno (6º), é apenas “fazer conta”, quando esta não está relacionada a uma situação-problema, como tentou exemplificar, sem necessitar pensar sobre qual procedimento deve ser realizado, e sim apenas aplicá-lo por meio da mecanização, ou seja, reproduzir regras de conceitos estáticos (ANGELO,

2012). Ele resolve, a partir do exposto pela docente, e não aprecia situações-problema nas quais é preciso refletir (ANGELO, 2012).

Em suma, entendo que a forma como a Matemática é trabalhada em sala de aula, por meio de contas e a reprodução, pode reforçar a crença dos estudantes de que ela é apenas um conjunto de fórmulas e símbolos de difícil compreensão, que precisa ser reproduzido conforme apresentado pelo docente, sem necessitar questionar e sem compreender para que se estuda os conteúdos. Isso leva os educandos à passividade do ato de prestar atenção, copiar e encontrar a resposta certa de listas de atividades. Fazer Matemática é tido como, basicamente, seguir regras para resolução, em que conceitos são estáticos, verdadeiros e exatos, e não é necessário questionar, pois apenas uma resposta é certa e será apontada pelo docente responsável. No entanto, ao adotar a Modelagem em sala de aula, os educandos expuseram uma propensão a essa abordagem por a perceberem como uma atividade prática de Matemática, em que puderam questionar, vivenciar e ver a Matemática com situações que fazem parte de seu cotidiano, evidenciando motivos para sua aprendizagem.

Por fim, essa percepção das aulas que usualmente participam pode ajudar a compreender aspectos evidenciados nas falas dos estudantes a respeito do desenvolvimento da atividade de Modelagem, pois tomaram tais aulas usuais como base para dissertarem a respeito da Modelagem. Exponho esses fatores na próxima seção secundária.

6.2 A atividade *Esportes*: percepções dos estudantes do sexto ano

Nesta seção, exponho exclusivamente o olhar dos estudantes do sexto ano das turmas da professora Cássia. Para isso, apresento a atividade de Modelagem desenvolvida intercalada tanto com o relatado pelos discentes quanto com o discurso da docente a respeito da proposta no curso de formação continuada, bem como por trechos de seu desenvolvimento em sala de aula.

Como já afirmado, a atividade foi elaborada durante o curso oferecido; nele, a professora Cássia manifestou a intenção de trabalhar com divisibilidade em suas turmas do sexto ano por perceber que é um conceito com o qual os estudantes possuíam dificuldade. Para que a atividade fosse iniciada, a

professora teve uma conversa com os alunos, com o intuito de familiarizá-los com a temática. Ela relatou:

Cássia (6º - DC): Nós trouxemos o tema baseado no que eles gostam, né? Que é o esporte. Então, nós iniciamos a aula comentando quantos alunos nós tínhamos aquele dia. Ambas as salas tinham 21 alunos. De que forma podemos dividir a sala para algum jogo?

Durante a discussão na familiarização dos discentes com a temática, os estudantes pensavam em esportes diferentes e salientavam como é formada cada equipe. A professora conversou com eles sobre levantar especificidades de esporte no geral, sem definir qual e disse que, posteriormente, seriam sorteados os esportes. Também instigou sobre o que era necessário para a formação de equipes na sala de aula, independentemente de qual esporte, como explicito em sua fala a seguir:

Cássia (6º - DC): Aí começaram a fazer questionamento. Entre eles: Tem que ter juiz? Tem que ter gandula? Eu aprendi o que era gandula. Mas e se alguém se machucar? É verdade, tem que ter time reserva? Tem que ter médico? E nós íamos anotando na lousa. E eles copiaram aqueles questionamentos.

Esse momento refere-se à mediação da docente, uma das características do desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática nas salas de aulas. Isso fica evidenciado em suas falas e no trecho a seguir, retirado de parte de uma das aulas observadas, em que os estudantes elaboravam questionamentos e estes eram anotados na lousa pela docente.

Professora (6º - AO): Tenho essa sala aqui para jogar um esporte, não sei qual esporte. O que a gente tem que olhar?

Estudantes³³ (6º): Quantos alunos?

Professora (6º): [Anota na lousa] E depois?

Leona (6º): Quantas pessoas o jogo precisa?

Professora (6º): [Anota na lousa] O que mais? Vamos lá

Roberto (6º): Quantos times podemos formar?

³³ Utilizo “estudantes” quando três ou mais em sala de aula falam a mesma frase ou fazem uma afirmação semelhante.

Professora (6º): *[Anota na lousa] Quantos jogadores tem cada time, quantos times podem se formar. O que mais?*

João (6º): *Se tem juiz?*

Professora (6º): *Se tem juiz [Anota na lousa]. E o que mais?*

Enrico (6º): *Se terá reserva?*

Professora (6º): *Se terá reserva [Anota na lousa]. E o que mais?*

Daniel (6º): *O local também.*

Professora (6º): *O local também [Anota na lousa]. O formato do local faz diferença?*

Estudantes (6º): *Sim.*

[...]

Professora (6º): *E tem mais perguntas?*

Estudantes (6º): *Não.*

Professora (6º): *Tem certeza gente?*

Daniel (6º): *As pessoas que ficam torcendo lá.*

Professora (6º): *Ah, se terá torcida.*

Heloísa (6º): *Se sobrar pessoas?*

Enrico (6º): *Terá sim.*

Daniel (6º): *Depende. Nem todos os jogos têm torcida.*

Professora (6º): *Vai depender do jogo. O que mais gente?*

Professora (6º): *Quem escolhe os jogadores?*

Enrico (6º): *O técnico.*

Professora (6º): *Ah..., o técnico. E o que mais que tem gente?*

Roberto (6º): *Narrador.*

Professora (6º): *Ah, pode precisar de narrador.*

Estudantes (6º): *Sim.*

Professora (6º): *Então vamos colocar também.*

Esse momento da atividade de Modelagem com os estudantes refere-se a um levantamento realizado pelos discentes, em conjunto com a docente, do que se precisaria para a formação de equipes para os esportes. Isto é, representa o instante em que eles se inteiraram a respeito do tema para posteriormente realizar a formulação de um problema (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013; ALMEIDA, VERTUAN, 2014). Tal momento é imprescindível para a mediação de caminhos possíveis para a aprendizagem dos estudantes (MALHEIROS, 2008). Ele evidencia que os discentes foram os sujeitos da atividade e que há uma mudança do papel de professor, que sai do que transfere

conhecimento para a turma e passa para o que instiga os estudantes a pensarem e questionarem.

A partir desse diálogo com os estudantes, várias especificidades que envolvem os esportes surgiram, como é possível perceber no excerto apresentado, e a professora anotou cada uma na lousa da sala. Alguns discentes questionaram se determinadas funções, ditas pelos colegas, caberiam para todos os esportes. Por exemplo, indagou-se se em todos teria gandula, e, na discussão com os estudantes, a docente conversou sobre quais esportes teriam ou não. Os discentes chegaram à conclusão de que haveria somente para esportes em que houvesse o uso de bolas e, como estavam discutindo sobre o geral sem estabelecer o esporte, que dependeria de qual estariam falando. Discussão semelhante também ocorreu para: juiz, jogadores reservas e narrador.

Na sequência, após o diálogo entre os educandos e a professora Cássia, foi elaborado um problema geral com base em todos os questionamentos anteriores: *Será possível formar equipes na sala para jogar?* Esse processo de problematização foi mencionado pelos estudantes ao serem questionados sobre o que distingue a atividade de Modelagem realizada das aulas que usualmente têm em sala.

Breno (6º) e seus colegas de grupo disseram terem gostado do processo de elaboração:

Breno (6º - ES): *Nós elaboramos a atividade.*

Lahis: *E o que acharam disso? De elaborar?*

Vivian (6º): *Legal.*

Vitória (6º): *Porque nós aprendemos coisas novas.*

O ato de elaboração da atividade pode ser entendido como o momento de indagação realizado em conjunto com a docente, procurando enunciar, identificar um problema e formular (BARBOSA, 2001a). Ou seja, trata-se do primeiro contato dos discentes com o tema proposto, com o intuito de conhecer especificidades, definir variáveis, levantar informações a respeito do tema central, o que conduz à formulação do problema (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013). A problematização também foi mencionada pelos discentes Miguel (6º) e

Lívia (6º), que pontuaram que a elaboração de perguntas foi algo diferente para eles, pois, normalmente, é a professora quem passa as perguntas na lousa.

Miguel (6º - ES): *Nós que fez questão e nós que respondeu. [...] E nessa a gente faz as questões.*

Lívia (6º): *A gente foi dando opiniões até formar todas as perguntas.*

Miguel (6º): *Por que na lousa quando ela faz as perguntas, e ela que pega, né? As perguntas.*

Lívia (6º): *É. Do livro didático.*

Maria (6º), do mesmo grupo, também salientou esse aspecto e pontuou:

Maria (6º- ES): *A gente elaborou a questão e foi diferente, a professora elabora a questão, e, assim, como posso dizer, a gente fica com mais dúvida. E a gente mesmo tirando as perguntas, do que a gente acha [...]. Aí foi criando, e fica mais fácil responder e mais fácil aprender.*

Dani (6º) e Breno (6º) descreveram esse momento de elaboração da pergunta como algo diferente da aula em que a atividade de Modelagem se fez presente:

Dani (6º - ES): *Elaboramos a pergunta e respondemos às perguntas.*

Breno (6º): *Uma coisa que não estamos acostumados a fazer. Ter que elaborar e responder [...].*

Diante do exposto pelos estudantes, compreendo que percepção dessa especificidade – problematização – da atividade pode estar vinculada com o fato de ser a primeira atividade de Modelagem realizada pelos discentes e com a comparação com as aulas que possuem comumente. Eles notaram a diferença que se constitui no processo de reconhecer um incômodo com algo e, assim, procuraram enunciá-lo.

Na maioria das vezes, as perguntas elaboradas em atividades de Modelagem possuem caráter genérico, que carecem de esforço e reflexão dos discentes. Ao docente cabe estimular a participação nas discussões e na elaboração (BURAK; KLÜBER, 2013). O ato de elaborar uma pergunta a respeito do tema discutido, apontada por eles como diferente na atividade de Modelagem, vai ao encontro do defendido por Freire (1987) e Freire e Faundez (1985) para a

sala de aula, uma pedagogia da pergunta, isto é, uma educação baseada em perguntas. Para Freire e Faundez (1985), a origem do conhecimento está na(s) pergunta(s) e no ato de perguntar; somente após este, deve-se buscar as respostas, e não o contrário. Para os autores, é fundamental que a curiosidade sobre um tema se concretize em perguntas (FREIRE; FAUNDEZ, 1985). Ainda, a elaboração de perguntas pode fazer parte de algo mais amplo, de uma educação problematizadora. Esta tem um caráter reflexivo, em que há um constante desvelamento da realidade e uma procura pela inserção crítica na realidade (FREIRE, 1987).

Assim, entendo como primordial o estímulo à curiosidade e ao ato de perguntar nos estudantes (FREIRE; FAUNDEZ, 1985). Dessa maneira, o estudante tem necessidade de encontrar as respostas, “[...] participar de seu processo de conhecimento e não simplesmente responder a uma determinada pergunta com base no que lhe disseram.” (FREIRE; FAUNDEZ, 1985, p. 51). Compreendo que, na educação problematizadora — como ocorre na atividade de Modelagem —, os estudantes compreendem a realidade a que pertencem e suas relações com ela (FREIRE, 1987).

No entanto, a problematização foi considerada, por alguns discentes, como chata ou mesmo difícil. Breno (6º), por exemplo, relatou que não estão acostumados com a elaboração de pergunta, como já exposto, e a diferenciou do que usualmente fazem em sala. O educando afirmou:

Breno (6º - ES): *Elaborar é bem mais chato. A professora explicando é bem mais legal.*

Lahis: *Por quê?*

Breno (6º): *Porque ela explica de um jeito que todo mundo entende. Tipo assim, se ela passa a lição na lousa, e eu entendo. Prefiro que ela elabore e só resolver.*

Já André (6º) considerou a problematização como difícil, após Lucas (6º) expressar uma preferência pela elaboração:

Lucas (6º - ES): *Nós elaboramos, e prefiro que nós elabore a pergunta para depois saber para formar um time assim. Elaborar a gente ia aprender mais coisas do que a gente tá aprendendo agora [em aulas expositivas].*

André (6º): *É muito difícil elaborar.*

João (6º): *Mas é fácil resolver.*

Percebo, pela fala de Breno (6º), que o estudante não gostou da elaboração de pergunta e, ainda, dizer que elaborar é mais chato pode decorrer de ele estar acostumado com um modelo de aula expositiva; dessa forma, a atitude do estudante é passiva e não sai de sua zona de conforto, isto é, não vai em direção à zona de risco, em que é preciso que o estudante seja sujeito da própria aprendizagem, em que precisa indagar e refletir (FREIRE, 1987; FREIRE; GUIMARÃES, 2014; PENTEADO, 1999; SKOVSMOSE, 2001).

Ainda, essa mudança de um papel passivo para um ativo, no decorrer da atividade de Modelagem, não foi apreciada por Breno (6º). O exposto por ele vai ao encontro do que é salientado por Freire e Shor (2011) quando afirmam que os discentes estão acostumados às aulas em que ocorre a transferência do conhecimento. Ou seja, os educandos estão habituados à ideia de que cabe a eles aceitar o que lhes é apresentado, e não ter um pensamento crítico (FREIRE; SHOR, 2011). Compreendo que o fato de não gostar de elaborar perguntas, fundamental na atividade de Modelagem, pode ocorrer devido a esse ser um processo considerado novo pelos educandos, que deve ser desenvolvido por eles, causando, assim, uma mudança do ensino a que estão acostumados (SILVA; DALTO, 2011) e gerando a opinião de considerarem chata a problematização.

Entendo que a dificuldade exposta por Breno e André (6º) e a preferência de Lucas (6º) podem ter ocorrido porque a atividade de Modelagem desenvolvida foi a primeira realizada por eles. Em especial, a dificuldade expressa pelos estudantes decorre de não estarem acostumados com atividades em que é preciso participação ativa e autonomia. Tal fato causou um estranhamento quando necessitaram sair desse papel passivo, o que vai ao encontro do discorrido por Freire e Faundez (1985) quando relatam que a problematização não é algo corriqueiro.

O estranhamento relatado pelos discentes quando precisaram sair da zona de conforto (PENTEADO, 2000) pode ser minimizado se a familiarização dos estudantes com atividades de Modelagem ocorrer de maneira gradativa. Almeida e Vertuan (2011) sugerem três momentos distintos. No primeiro, o professor conduz a aula e coloca os discentes em contato tanto com a situação-

problema quanto com as informações necessárias. Já um segundo momento seria aquele em que a situação-problema é sugerida pelo professor, mas os estudantes, em grupo, devem coletar as informações necessárias. O último momento ocorre com os educandos divididos em grupos, são responsáveis por toda a condução da atividade.

A familiarização dos alunos com atividades de Modelagem pode resultar, para além de uma compreensão acerca do que constitui uma atividade de Modelagem, em um aumento no repertório de estratégias de resolução e em certa autonomia frente à utilização dos conceitos matemáticos, suas propriedades e sua importância no contexto do problema (ALMEIDA; VERTUAN, 2016, p. 1074).

Além do estranhamento em relação à problematização, os estudantes relataram sobre a resolução da atividade ao serem questionados. Discorro sobre isso na sequência.

6.2.1 A busca por uma compreensão: idas e vindas.

Após a discussão sobre esportes e a elaboração de perguntas realizada, para continuar a atividade, a professora Cássia questionou a turma como poderia dividir a sala em grupos. Foi pontuado pela docente que os grupos deveriam ter a mesma quantidade de estudantes. Os discentes contaram quantos estavam presentes na sala no momento e, após um período, em sua maioria, disseram que a turma poderia ser dividida em “três grupos de sete”, como é possível ver no excerto abaixo:

Professora (6º - AO): *Então agora vamos formar grupos de?*

Daniel (6º): *3 grupos de 7.*

Professora (6º): *Pode ser 4 grupos?*

Estudantes (6º): *Não.*

Daniel (6º): *Não vai dar. Porque $4 \times 5 = 20$ e $4 \times 6 = 24$.*

Professora (6º): *O 21 é divisível por 4?*

Daniel (6º): *Não.*

Enrico (6º): *Sim.*

Professora (6º): *Ele pode dividir por 4, mas dará número?*

Lucas (6º): *Decimal.*

Em seguida, a docente questionou se haveria outras possibilidades e os estudantes, em conjunto, disseram que poderiam ser formados “sete grupos de três”. Além disso, evidenciaram que não havia outras maneiras para que cada grupo ficasse com a mesma quantidade de discentes.

Na sequência, foi decidido que formariam, então, três grupos com sete estudantes cada. Assim, foram convidados para se dividirem em grupos para que, juntos, pudessem debater, ouvir e respeitar a opinião dos colegas (ARAÚJO, 2009), em busca de uma compreensão para o problema elaborado por eles com base em um esporte que seria definido.

Posteriormente à divisão dos grupos, a docente colocou o nome de alguns esportes, escolhidos antes por ela, em um copo para realizar um sorteio. Alguns faziam parte do cotidiano deles e outros não. Os papéis não possuíam repetição, dessa forma, cada grupo, após o sorteio, trabalharia com um esporte diferente para a compreensão do problema elaborado por eles; ao finalizarem, outro sorteio era feito para trabalharem com outro esporte. Após o sorteio, a professora entregou um texto preparado previamente para cada grupo para que auxiliasse a discussão dos discentes e a compreensão do problema proposto por eles, como pode ser observado na fala dela, durante o curso:

Cássia (6º - DC): Preparamos textos sobre esporte. Sorteavam esporte. Pegou queimada e lá estava uma breve explicação de como era, e jogadores e tal.

Após o sorteio, reunidos em grupos, ocorreram momentos para discussão entre os discentes de cada grupo. Os grupos, então, fizeram a leitura de seu texto e iniciaram a discussão a respeito. Nesse momento, os estudantes precisaram verificar quais especificidades levantadas por eles durante a formulação do problema seriam consideradas para a compreensão da pergunta, visto que algumas não faziam sentido para o esporte, como gandula para a dama. Sobre esse momento da atividade, foi questionado aos discentes como procederam para chegar a uma solução para o problema elaborado. Foi exposta por Juliana (6º) e Leona (6º) a necessidade de reformulação da compreensão do problema formulado:

Juliana (6º - ES): *Ela [Heloisa] escreveu e todo mundo ajudou a responder. Tiveram várias respostas, e tivemos que reformular, não foi direto.*

Leona (6º): *Um jeito diferente de fazer atividade.*

Esse fato também foi mencionado por Bruno (6º), que expôs a discussão que ocorreu com os demais colegas de seu grupo. Ele ressaltou que não conseguiram de primeira e tiveram que refazer a atividade:

Bruno (6º - ES) *A gente teve que ir anotando e, no final, a gente teve que pegar a outra turma inteira. A gente teve que conversar. A gente primeiro fez uma conta, discutiu, aí a gente viu que não deu certo e teve que fazer de novo.*

Nas falas de Juliana (6º) e Bruno (6º), evidenciou-se a necessidade de reformular a resposta e pensar em “convidar” outra turma para a formação de equipes. Isso se deve às atividades de Modelagem permitirem diferentes possibilidades para encontrar uma compreensão; assim, elas não possuem procedimentos fixos, além de valorizar as estratégias informais utilizadas pelos estudantes, em busca de uma resolução para o problema elaborado por eles (BARBOSA, 2001a). Por meio de textos, os discentes deveriam organizar e manipular as informações a respeito do tema investigado, que auxiliaria na resolução dos problemas elaborados pelos estudantes.

É pertinente salientar que a ideia de convidar a outra turma surgiu em ambos os 6º anos (A e B), no decorrer da atividade, devido à quantidade de estudantes presente em cada sala e à de especificidades necessárias em cada equipe, dependendo do esporte com que os grupos trabalhavam, como o caso do vôlei e do futsal. Com isso, em discussão com a professora, foi apontado pelos estudantes que poderiam convidar colegas da outra turma do 6º ano para compor as equipes (6º ano A convidar o B, e vice-versa); dessa forma, teriam a solução para a falta de membros da sala. Porém, os educandos ponderaram não ser justo convidar apenas alguns para completar a equipe e afirmaram que necessitavam considerar, para a compreensão do problema, a quantidade total de discentes que estavam presentes na outra turma. Devido à inviabilidade de os estudantes irem até a outra turma obter a informação sobre a quantidade, o dado foi informado pela docente. Assim, para esportes que necessitavam de

maior número de integrantes, eles deveriam considerar 42 estudantes. Já os outros poderiam utilizar apenas os 21 presentes na sala.

A respeito desse processo para a solução da atividade, Enrico e Lucas (6º) destacaram:

Enrico (6º - ES): *Ele copiou [Lucas] [...], e a gente foi ajudando a resolver.*

Lucas (6º): *A gente teve que olhar, o nosso negócio é mais futebol, essas coisas. O basquete é mais diferente. Aí a gente teve que procurar.*

O procurar referido por eles está relacionado com buscar informações no texto disponibilizado pela docente Cássia para os grupos, ou seja, no texto a respeito do esporte sorteado por seu grupo, no caso, o basquete. Lucas ainda apontou que, caso o esporte sorteado para seu grupo tivesse sido o futebol, não necessitariam pesquisar sobre, pois sabem a respeito dele e que é de interesse de todos em seu grupo.

Sobre a investigação no texto entregue pela docente, Maria (6º) salientou que não gostou, pois, em sua opinião, a pesquisa foi difícil:

Maria (6º - ES): *Investigar é mais difícil, eu não gosto.*

Essa opinião foi complementada por Isabel (6º), do mesmo grupo, que citou a dificuldade na interpretação, porém, em sua visão, com esse método aprende mais:

Isabel (6º - ES): *É, tem que interpretar. E a gente aprende bem mais investigando do que com a professora explicando. Presta mais atenção.*

Breno (6º) e Dani (6º) salientaram que, para eles, foi fácil uma compreensão para a pergunta que elaboraram, com base nas especificidades levantadas, porém, para Vitória (6º) foi difícil encontrar informações.

Breno (6º - ES): *Sim, bastante. Operações foi fácil.*

Vitória (6º): *Foi um pouco difícil achar as informações [...].*

Breno (6º): *Para mim, foi super, hiper, fácil.*

Dani (6º): *Foi fácil.*

A investigação, feita e exposta pelos discentes em atividades de Modelagem, é a busca de informações que pode ajudar na solução do que se

problematiza e na procura de uma compreensão. Em uma atividade de Modelagem, os discentes precisam manipular, organizar e selecionar as informações bem como refletir sobre elas, ações que não possuem procedimentos padronizados (BARBOSA, 2001b). No caso, há uma dificuldade exposta pelos estudantes a respeito de investigar sobre o tema, mesmo que tenha sido entregue pela docente um texto acerca do esporte sorteado. Esse fato pode ter ocorrido por essa ser a primeira atividade realizada por eles ou mesmo por conta de dificuldade de compreensão na realização da leitura e interpretação do texto.

Além disso, a dificuldade pode estar relacionada com a saída dos estudantes do papel passivo, de sua zona de conforto como receptores do conhecimento exposto em sala, e entrada em uma zona de risco que necessitou que fossem ativos na atividade de Modelagem, em que precisaram buscar informações para a solução do problema (BARBOSA, 2001b; FREIRE, 1981, 1987; PENTEADO, 2000).

A respeito da investigação, Miguel (6º) e Lívia (6º) mencionaram a atuação da professora no decorrer da atividade, destacando que ela não falaria a resposta do problema elaborado:

Miguel (6º - ES): *A professora não ia falar a resposta [...].*

Lívia (6º): *A professora ajuda, ela não fala a resposta logo de cara.*

Mesmo expondo que a professora não apresentaria a resposta, eles perceberam que ela auxiliaria no decorrer das atividades de Modelagem. O exposto pelos estudantes vai ao encontro do pontuado por Ceolim (2015), que destaca que, em atividades de Modelagem, o professor deixa de ser responsável por expor os conteúdos e faz parte do processo em conjunto com os estudantes, investigando situações, indagando, provocando reflexões para que eles tirem suas conclusões, isso faz com que ambos sejam sujeitos da atividade de Modelagem. Ela redefine o papel do professor, que passa de detentor e transmissor do conhecimento para o que conduz e direciona a atividade (BARBOSA, 1999). Tanto os estudantes quanto o professor aprendem e ensinam, pois, para que ocorra a mediação, a professora precisa compreender

o tema eleito, mesmo que não seja um tema totalmente novo (FORNER; MALHEIROS, 2019; FREIRE, 1987; MALHEIROS, 2012).

Além do processo de compreensão do problema elaborado e da mediação da professora, no decorrer do desenvolvimento da atividade de Modelagem exposta pelos estudantes, ocorreu ainda a discussão com toda a turma, também mediada pela docente. Ela foi à frente da sala e voltou a discutir com todos da turma, e foi apresentado por cada grupo o caminho que percorreram para encontrar uma solução. Durante a discussão, a professora retomou, a todo momento, o porquê de ser possível os discentes realizarem a divisão da turma para a formação das equipes para os esportes.

Nas apresentações, cada grupo apresentou como buscou solucionar o problema de acordo com o esporte que sorteou. Isto é, o grupo destacou quais especificidades consideraram para o esporte sorteado e relatou como fez para dividir a(s) turma(s) nas diferentes funções levantadas. Ainda, os grupos que sortearam futebol de quadra, vôlei e basquete, relataram que, para encontrar uma possível solução, necessitaram “convidar” a outra turma, pois não seria possível formar equipes completas, com as particularidades necessárias, somente com os estudantes da sala. Assim, tiveram que discutir e dividir novamente, considerando o total de discentes das 2 turmas, ou seja, 42 estudantes e elencar quais funções eram necessárias, o mínimo para cada função bem como se a quantidade de discentes era divisível pela quantidade que desejavam.

Por exemplo, no vôlei, inicialmente era retirado do total de estudantes (42) a quantidade de juízes, ou seja, os estudantes que seriam os juízes, pois estes deveriam ser imparciais e não poderiam fazer parte de nenhuma equipe. Posteriormente, o total de discentes restante era o que formaria as equipes de vôlei. Dessa forma, era preciso verificar se a quantidade de discentes disponível para as equipes era um número divisível pela de membros que uma equipe necessitava, de acordo com as especificidades que tinham levantado com a turma. Caso semelhante ocorreu com os grupos que sortearam o futebol e o basquete.

Outros grupos que sortearam o jogo de damas, mencionaram que não necessitaria “convidar” a outra turma e argumentaram que, como a sala era formada por 21 estudantes e para jogar damas é preciso dois jogadores, não

teria como todos participarem, pois o número 21 não é divisível por 2; assim, sobraria 1 discente sem jogar. Porém, argumentaram que era preciso 1 juiz para acompanhar as partidas; logo, teriam 10 pares de jogadores e restaria 1 discente, sendo este o juiz das partidas. Ainda, destacaram que outras especificidades elencadas no início da atividade com todos os alunos, como gandula e equipe médica, não seriam necessárias para esse esporte.

Esse momento de discussão, após a investigação e resolução dos problemas pelos grupos, se mostrou fecundo e especial para refletir sobre as soluções encontradas, ao dialogar sobre o pontuado por cada grupo (BURAK; KLÜBER, 2011), e para socializar os diferentes esportes com o restante da turma. Trata-se de um momento em que é possível analisar coerência e consistência em aspectos da Matemática, conversar com os discentes sobre procedimentos e comentar as soluções (BURAK; KLÜBER, 2011). Ao final da discussão, a professora chamou a atenção da turma para as diferentes possibilidades de dividir a turma, indicando que isso dependeria do esporte sorteado, e retomou também os critérios de divisibilidade. Os estudantes não mencionaram esse instante, porém considero-o importante para a compreensão de toda a atividade realizada aqui apresentada.

Além do exposto pelos estudantes a respeito do desenvolvimento da atividade, aqui, apresentado, o que alguns discentes também falaram sobre relacionar a aula da disciplina de Matemática com a de Educação Física, ou seja, abordaram a interdisciplinaridade que ocorreu no decorrer da atividade. Discorro sobre esse assunto a seguir.

6.2.2 Relacionar a Matemática com outra disciplina: interdisciplinaridade

As atividades de Modelagem são associadas à integração da Matemática com outras áreas do conhecimento, possibilitando a interdisciplinaridade, o que pode proporcionar aos estudantes a compreensão de conceitos e ampliar os conhecimentos (MALHEIROS, 2011, 2012). Por trabalharem com o tema gerador que parte de seu cotidiano e serem considerados “não-matemáticos”, podem envolver conteúdos de outras disciplinas. Na presente atividade, foram utilizados conhecimentos que podem ser trabalhados em aulas de Educação

Física para compreender uma situação-problema elaborada na aula de Matemática.

Tal fato foi apontado pelos discentes ao serem questionados se utilizaram, no decorrer da atividade, conteúdos para além da Matemática. Eles relataram sobre a presença da disciplina de Educação Física no problema de Matemática e disseram:

Bruno (6º - ES): *Porque você aprende duas matérias ou mais juntas.*

Miguel (6º): *Misturar os dois juntos para aprender.*

Lívia (6º): *Dá para usar dois exemplos para fazer uma resposta. [...] Porque a gente relaciona e aprende mais fácil.*

Bruno (6º): *A gente faz direto fração, conta, mas isso aí [não].*

Lívia (6º): *Não é nosso normal. É diferente. A gente aprende uma coisa nova para nossa vida.*

O dito pelos estudantes sobre relacionar duas disciplinas vai ao encontro do evidenciado por Tomaz e David (2013) quando afirmam que a interdisciplinaridade pode ajudar na constituição dos saberes escolares por meio da interseção de diferentes disciplinas, das divergências e das confluências. Isso pode ocorrer com a abordagem de um tema em atividades de Modelagem, pois é capaz de requerer integração de conhecimentos de diferentes disciplinas, diferentes áreas, para além da Matemática.

Lívia (6º) ainda pontuou que esse momento com outra disciplina é algo que facilita sua aprendizagem:

Lívia (6º - ES): *Porque a gente relaciona e aprende mais fácil [...].*

Bruno (6º): *Legal para aprender mais sobre os dois.*

Lívia (6º): *Para aprender também, mas é mais divertido também, do que uma aula normal, só passando na lousa e pronto.*

A menção ao relacionar Matemática com outra disciplina também surgiu na fala de outro grupo. Os alunos relataram que foi algo diferente do realizado usualmente em sala de aula, o que entendo como uma prática que não ficou na reprodução de procedimentos:

Camila (6º - ES): *É mais legal. A gente não fica só em números, números, números, e a gente vai saber um pouco mais das coisas, como de Educação Física. Foi diferente, a gente não fica numa coisa só.*

Joana (6º): *Foi diferente, foi legal, foi mais fácil.*

Camila (6º): *Também achei mais fácil.*

Lahis: *Por que foi mais fácil?*

Joana (6º): *Porque, assim, além de ter as pessoas em volta da gente para ajudar, porque a gente não fica só em conta.*

Camila (6º): *Eu acho, na minha opinião, a gente não fica naquela coisa de fazer conta, mais conta, mais conta. A gente mudou um pouco. Leu sobre as coisas, ficamos mais atualizados sobre as coisas de Educação Física, sobre coisas que a gente não conhecia.*

Joana (6º): *Apreendeu sobre Educação Física e Matemática. A melhor parte dessa aula foi a Matemática.*

Camila (6º): *A gente teve que usar Português, porque a gente tinha que ler as coisas para saber, aquilo lá [perguntas elaboradas pela turma] foi tipo um questionário de Português junto com Matemática e Educação Física [...].*

Em atividades de Modelagem, os discentes trabalham com situações que estão relacionadas com o cotidiano ou são de seu interesse, consideradas não matemáticas e que não possuem um método de solução prévia; assim, uma disciplina isolada, como a Matemática, pode não ser suficiente para a compreensão da temática abordada, necessitando haver uma interlocução entre as disciplinas (SETTI; VERTUAN, 2016a). Nesse momento, conhecimentos de outras disciplinas podem ser ressignificados quando são integrados com a Matemática. Dessa forma, os estudantes podem trabalhar com a Matemática de maneira oposta à ideia pré-concebida de que está pronta e acabada (BARBOSA, 1999).

Ainda, o exposto pelos discentes em suas falas vai ao encontro do já salientado por Malheiros (2012) ao afirmar que a Modelagem pode criar as possibilidades interdisciplinares e evidenciar que a Matemática não é uma ciência isolada das demais. Camila (6º) e seu grupo pontuaram:

Camila (6º - ES): *Porque relacionar com outras matérias foi mais fácil, foi divertido, foi melhor [...].*

Joana (6º): *A gente não fica só no número e faz relação com outras coisas.*

Camila (6º): *A gente não ficou muito, somente em Matemática[...]. A gente relacionou outras matérias, para mim, foi bem legal, por causa a gente não ficou... Nossa! A gente não ficou numa coisa, a gente foi, teve que ir para outras coisas, fazer todos os esquemas do jogo.*

Entendo, pela fala das estudantes, que, além de desenvolverem o próprio método para solucionar o problema, também puderam visualizar outros aspectos da disciplina de Matemática, no caso, conteúdos matemáticos nos esportes. Outro grupo também mencionou isso:

Stefani (6º - ES): *Gostamos de ver que tem Matemática na Educação Física. A gente se diverte aprendendo. Eu tenho dificuldade e aprendi mais.*

Juliana (6º): *A gente se diverte e aprende.*

Stefani (6º): *Eu acho mais simples de aprender.*

[...]

Stefani (6º): *Porque, ao mesmo tempo que você tá aprendendo a Matemática, você tá na Educação Física. Relacionar Educação Física e Matemática ajuda na minha opinião. Ao misturar algo divertido com algo difícil, fica mais fácil de aprender.*

A atividade de Modelagem possibilitou que os educandos percebessem que utilizam a Matemática, e, na visão deles, isso tornou-se divertido e ocasionou uma aprendizagem. Breno (6º) também falou a respeito da relação da Matemática com outra disciplina, porém ponderou:

Breno (6º - ES): *Depende do que com que vamos relacionar a Matemática, aí fica fácil. Se for algo que gostamos. Porque a gente tem que raciocinar, e no jogo a gente também raciocina, e isso ajuda aprender. Ajuda a raciocinar.*

A fala de Breno (6º), a respeito de trabalhar com algo de que gosta vai ao encontro do afirmado por Meyer, Caldeira e Malheiros (2013) ao destacarem que a escolha de utilizar as atividades de Modelagem com questões que partem do cotidiano pode gerar um maior envolvimento dos estudantes em sala de aula (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2013).

Para finalizar, diante de todos os aspectos evidenciados no olhar dos estudantes do sexto ano e apresentados nesta seção, percebo que as

dificuldades relatadas por eles com a problematização, a investigação e a busca por uma compreensão da situação-problema podem estar relacionadas com o fato de ser uma primeira experiência deles com a Modelagem. Isso ocasiona, ainda, um desafio em transitar da zona de conforto para a de risco (PENTEADO, 2000). Constatado, ademais, que possibilitar a integração com outras disciplinas oportunizou, no olhar dos discentes, uma melhor compreensão dos conteúdos.

Apresentada a atividade de Modelagem nas aulas do sexto ano, passo, na próxima seção, a expor a atividade desenvolvida com os estudantes das turmas do nono ano. Também revelo as considerações dos discentes de tais turmas para a atividade de frenagem.

6.3 A atividade *Frenagem*: dizeres dos educandos do nono ano

Nessa temática, apresento e analiso o olhar dos estudantes do nono ano para a atividade de Modelagem. Para isso, transcrevo falas da professora Ana durante o curso de formação, para a compreensão de como ocorreu a atividade, visto que não pude acompanhá-la e, principalmente, apresento os discursos dos estudantes durante a entrevista sobre a atividade proposta. A atividade foi desenvolvida de maneira semelhante nas três turmas.

A professora iniciou o tema *frenagem* com um vídeo disponibilizado em um canal do *Youtube*³⁴, em que os estudantes poderiam ver situações em que ocorriam o ato de frear dos automóveis que tentavam evitar uma colisão, mas que, apesar da frenagem, produziam acidentes. A professora Ana (9º) contou que:

Ana (9º - DC): A princípio, eu passei o vídeo que a Selma [outra participante] compartilhou, né? De vários acidentes, e aí eu joguei para eles. A princípio, eu queria que eles perguntassem alguma coisa a respeito.

Segundo relato da docente, ela iniciou uma discussão com os estudantes após assistirem ao vídeo. Com relação ao modo como se iniciou a atividade de Modelagem, Bella (9º) e Francisco (9º), de grupos distintos, mencionaram:

³⁴ O vídeo pode ser acessado na plataforma de compartilhamento de *Youtube*, no link: <https://youtu.be/XnRdwsmdglU>. Acesso em: 1 jun. 2019.

Bella (9º - ES): *A professora começou na sala [...]. Passou o vídeo, conversamos, ela explicou.*

Francisco (9º - ES): *A dona, ela mostrou vídeo, de um carro freando.*

Isto é, a atividade de Modelagem proposta pela docente foi iniciada com uma sensibilização, que tem por intuito aproximar os estudantes do tema e suscitar uma discussão em sala de aula com os discentes (FORNER, 2018). Houve um primeiro contato com a situação com a qual se trabalhou durante a atividade de Modelagem Matemática para, a partir de pontos conhecidos nessa sensibilização, conduzir a formulação de um problema. Cabe ponderar que os estudantes podem já possuir conhecimentos a respeito do tema da atividade, considerando que esta pode ser iniciada por meio de situações que façam parte do cotidiano do educando. Dessa forma, seus conhecimentos também auxiliaram nesse momento de sensibilização, que também envolveu a formulação do problema na atividade de Modelagem.

A partir da sensibilização realizada, a docente buscou discutir com os educandos a respeito de acidentes para que os problematizassem. Sobre esse momento, os estudantes relataram que tiveram dificuldades de compreender o que foi proposto ao serem questionados sobre como ocorreu a atividade. Leandro e Nick (9º), por exemplo, falaram:

Leandro (9º - ES): *[No início] Ficamos meio perdidos.*

Nick (9º): *É, confusos.*

Débora (9º) e Luiz (9º), de grupos distintos, também se pronunciaram sobre o início da atividade e expuseram:

Débora (9º - ES): *No começo, a gente fez uma tempestade em copo d'agua [...].*

Luiz (9º - ES): *Na primeira vez [primeiro dia], a gente não entendeu muito.*

Diante de tais falas, percebi que houve um não entendimento inicial da proposta da atividade, apontado pelos discentes. Isso pode decorrer de os estudantes estarem familiarizados e acostumados com aulas expositivas (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006). A não compreensão inicial da atividade ocasionou um

estranhamento, que pode ter relação com a falta de experiências prévias, visto que essa foi a primeira atividade de Modelagem desenvolvida por eles. Dessa forma, eles não sabiam como proceder para o seu desenvolvimento.

Para dar sequência à atividade, após a discussão inicial realizada em sala de aula, segundo relato da docente, ela questionou se haveria um meio de saber, após uma colisão, qual a velocidade de um automóvel e se esta estava dentro do permitido. Dessa forma, a docente solicitou que os estudantes investigassem a esse respeito.

Ana (9º - DC): Se, num acidente, um atropelamento, tivesse que verificar se motorista estava dentro da velocidade permitida, como a gente provaria isso? Pedi para eles pesquisassem.

Para isso, ela pediu que os discentes se dividissem em grupos e instigou-os a realizarem uma investigação sobre o tema, no contraturno. Sobre esse momento, Fernanda (9º) salientou:

Fernanda (9º - ES): No começo, foi bem complicado, e todo mundo ficou meio assim: 'E agora, como é que vai fazer?'

Já Maia (9º) relatou

Maia (9º - ES): No início ficou confuso, não sabia o que fazer, não tinha nenhuma fórmula.

Yane (9º) e Lorena (9º) também dissertaram a esse respeito:

Yane (9º - ES): Quando a gente montou um grupo, a gente falou a primeira vez: Como a gente vai fazer isso?

Lorena (9º): É verdade, deu dúvida. Aí a gente começou a pesquisar, pesquisar, pesquisar, aí foi abrindo o entendimento, aí foi.

O estranhamento do início da atividade pode ter ocorrido porque os estudantes não receberam procedimentos a serem seguidos, como usualmente ocorre quando estão na zona de conforto (PENTEADO, 2000). Dessa forma, na atividade de Modelagem, que proporcionou uma mudança para a zona de risco (PENTEADO, 2000) e a assunção da posição de sujeitos das aulas, os estudantes tiveram dificuldade de agir perante seu desenrolar. Isto ocorre, pois,

a atividade de Modelagem pode ser direcionada por caminhos diferentes e conduzir para resultados distintos, dessemelhante ao modo como ocorrem normalmente as suas aulas de Matemática.

Na situação, os discentes não sabiam como proceder diante da solicitação da docente de investigar sobre frenagem, algo que até o momento desconheciam. Nesse momento, em uma atividade de Modelagem, os discentes trabalham em uma busca de dados — teóricos ou técnicos, quantitativos ou qualitativos — que contenham informação a respeito do tema que querem investigar (KLÜBER, 2010). Isto é, cercam-se de informações a partir de investigações sobre o assunto em diferentes meios, como livros, revistas e internet. Nessa atividade, a busca pelas informações que foi realizada no contraturno, contando com a possibilidade de diálogo com a docente no decorrer das aulas. Assunto sobre o qual discorro a seguir.

6.3.1 Investigação: a confirmação com a docente

A investigação em uma atividade de Modelagem tem por finalidade aproximar os discentes das especificidades da situação trabalhada. Isto é, o sujeito cerca-se de informação sobre o tema, orientado pela falta de compreensão e de entendimento a respeito dele (ALMEIDA; SILVA, 2014). Porém, realizá-la não foi um processo fácil para os discentes, que, como já exposto, demonstraram uma dificuldade para começá-la. Para mediar esse momento da atividade, a docente dedicou parte de suas aulas para ajudá-los em possíveis dúvidas sobre o que encontravam em suas investigações, como afirmou:

Professora Ana (9º - DC): Porque, assim, eu tirava pelo menos 10 minutos de cada aula, para falar um pouquinho. E aí, o que vocês estão com dificuldade?

Ou seja, no decorrer de suas aulas, alguns minutos eram dedicados ao diálogo com os estudantes sobre a atividade de Modelagem para que ela pudesse ter conhecimento de como ocorriam as investigações e sanar possíveis dúvidas dos discentes em relação às pesquisas realizadas. A respeito desse momento, Luiz (9º) expôs:

Luiz (9º - ES): *Ficou na dúvida se tava fazendo a coisa certa, sabe? Por insegurança mesmo, não tinha certeza de que o que a gente estava fazendo era certo.*

Lahis: *E como fizeram para ter essa certeza?*

Luiz (9º): *Foi com a Ana.*

Entendo que a busca pela docente no decorrer da atividade de Modelagem, como relatado pelo discente, ocorre por conta de os discentes terem saído de sua zona de conforto (PENTEADO, 2000). Com isso, para diminuir a insegurança que tiverem quando estavam na zona de risco (PENTEADO, 2000), no decorrer da atividade, recorriam à professora para dialogar e confirmar com ela suas dúvidas.

A ação de ir conversar com a professora também foi mencionada em outros grupos, que evidenciaram que a procuraram para auxiliar na compreensão da investigação, como Jamile (9º) e seu grupo:

Jamile (9º - ES): *A gente pesquisou sobre frenagem [...].*

Nicolas (9º): *Isso, para ter noção de como fazer o cálculo.*

Lahis: *Pesquisaram onde?*

Nicolas (9º): *Na internet. [...] Muita coisa a gente não sabia, a gente mostrou para dona [Professora Ana].*

Marcela (9º): *[...] Ela tava sempre ali ajudando. Ela nenhum momento fez para gente, ela explicava.*

Carlos (9º) também se manifestou a esse respeito:

Carlos (9º - ES): *Aí a gente foi perguntando, na aula dela e ela foi ajudando nós.*

Fato semelhante também ocorreu com o grupo de Luiz (9º):

Luiz (9º - ES): *Saber se tava certo. E, na maioria das vezes, pedia ajuda a Ana, discutia com ela.*

As falas evidenciam que os estudantes foram discutir com a professora sobre o investigado, o que vai ao encontro do salientado por Almeida, Silva e Vertuan (2013) ao asseverar que a postura da professora em atividade de Modelagem deve ser a de indicar os caminhos aos estudantes, questioná-los, sugerir procedimentos. Dessa forma, é possível perceber, nos dizeres dos discentes, que foram mediados para desenvolver a atividade e encontrar

possíveis caminhos para a sua compreensão (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013; MALHEIROS, 2004, 2008).

A docente passa a ser uma orientadora do processo da produção do conhecimento pelo estudante; é coparticipante (ALMEIDA; SILVA, 2014). Assim, a professora passa de detentora e transmissora do conhecido para aquela que conduz a atividade (BARBOSA, 1999). Esse é um papel de “[...] importância fundamental para o trabalho com a Modelagem, pois esse é o momento em que se pode contribuir de forma significativa no desenvolvimento da autonomia do estudante, na formação de um espírito crítico.” (KLÜBER; BURAK, 2011, p. 49).

Porém, apesar dessa possibilidade de diálogo com a docente, alguns estudantes relataram desejar a presença dela em todo o desenrolar da atividade; para eles, a presença da professora é algo considerado essencial. Ainda, alguns educandos mencionaram que gostariam que a atividade ocorresse toda em sala de aula. Como Júlia (9º) e seu grupo, que pontuaram:

Júlia (9º - ES): *Parece que a gente só consegue aprender com ela.*

Bella (9º): *Realmente, Matemática, se não tiver alguém para te ensinar, não consegue fazer.*

Júlia (9º): *Ela vai tá ali para explicar tudo na hora. Vai ser bem mais fácil.*

Augusto (9º): *Mas não foi difícil.*

Naldo (9º): *Mas não foi difícil.*

Bella (9º): *Esse mesmo trabalho [atividade de Modelagem], na quadra da escola, seria melhor.*

Júlia (9º): *Seria mais legal, mais fácil.*

Bella (9º) e Júlia (9º) destacaram que, se a atividade de Modelagem fosse desenvolvida toda na escola, teriam maior facilidade, pois usufruiriam da presença da professora. As estudantes salientaram ainda que a Matemática só se aprende com alguém ensinando — em minha visão, referiram-se ao aprendizado dos procedimentos com a explicação da docente. Porém, seus colegas de grupo disseram que não acharam difícil a atividade. Na sequência, Júlia (9º) complementou seu posicionamento:

Lahis (ES): *Então vocês dependem dela para explicar?*

Júlia (9^o): *Se fosse uma lição que a gente já soubesse, poderia até tentar, mas, com ela ali, é muito mais fácil. A gente não confia, eu pelo menos não confio no Google não.*
 Augusto (9^o): *Tem muitas informações.*
 Júlia (9^o): *Eu confio mais na minha professora de Matemática.*

Seus posicionamentos ocorrem, pois, na atividade, a professora realizou a mediação da atividade, suscitando a busca por informações, em vez de entregar fórmulas ou procedimentos para serem utilizados. Essa ação da professora foi pontuada por eles como algo que dificultou a compreensão da atividade, como exposto no Guilherme (9^o) e Carlos (9^o):

Guilherme (9^o - ES): *A gente sofreu um pouquinho para achar o resultado. Porque ela não explicou logo de uma vez, ela não explicou no começo. A gente teve que pesquisar. Ela não passou a fórmula.*
 Carlos (9^o): *Ela falou para a gente procurar.*

Fernanda (9^o) também pontuou sobre não ter a explicação da docente, não ter a exposição da fórmula. Para ela, a professora deveria dar uma explicação antes de os discentes desenvolverem a atividade de Modelagem, pois, sem a apresentação, fica complicado compreender a atividade; caso já soubessem o conteúdo para colocá-lo em prática, em sua opinião, seria mais fácil realizar a atividade. A discente asseverou:

Fernanda (9^o - ES): *[...]Primeiro aprender no caderno para depois partir para prática, porque a gente foi [para] prática, para pesquisa primeiro [...]. É mais confuso, não mais confuso, mas é mais complicado. Quando você já sabe uma coisa, uma fórmula, um teorema, para você colocar na prática, é mais fácil.*

Suas colocações, além de deixarem transparecer que entendem que a aprendizagem da Matemática ocorre exclusivamente com a professora, revelam que não confiam em suas investigações. Acreditam apenas no que é explicado pela professora, como se ela fosse a única detentora do conhecimento. Tal fato pode ter relação com suas experiências em sala de aula, em que os estudantes não precisam buscar meios para responder às atividades, e sim se basear em

explicações prévias pelo único caminho considerado certo, para encontrar a única resposta válida.

Suas falas dão indícios de uma preferência por esse tipo de abordagem, em que a docente transfere o conhecimento para o discente (FREIRE, 1987). Isto é, após anos com aulas de transferência de conhecimentos “[...] recheados com soníferas falas professorais, muitos se tornaram não-participantes, esperando que o professor imponha as regras e comece a narrar o que ele deverá memorizar.” (FREIRE; SHOR, 2011, p. 203). Em outras palavras, estão acostumados com a ideia de o educador é o quem diz e os discentes aqueles que escutam docilmente. Entendo que isso ocorre porque “[...] o conhecimento, atualmente, é produzido longe das salas de aula, por pesquisadores, acadêmicos, escritores de livros didáticos e comissões oficiais de currículo, mas não é criado e re-criado pelos estudantes e pelos professores nas salas de aula.” (FREIRE; SHOR, 2011, p. 24)

Os estudantes, em sua maioria, não dedicam seus esforços em atividades em que precisam investigar, buscar e determinar seus procedimentos para, assim, encontrar uma compreensão e produzir o conhecimento. Dessa forma, na atividade de Modelagem, em que se deparam com essa situação, os discentes desejam a assistência constante da professora, pois consideram que ela é quem sabe o conteúdo e o modo como devem prosseguir.

Além da presença permanente da professora, outro aspecto a respeito da investigação que emergiu nas falas dos discentes foi as conclusões que tiveram que ter sem a ajuda da docente. Por exemplo, Carla (9º) expôs que a professora não falaria a resposta e que eles precisaram ter suas próprias conclusões:

Carla (9º - ES): Foi diferente, foi legal. Ela não vai dar a resposta, a gente procura para tirar nossas próprias conclusões para depois fazer comparações com as conclusões dos colegas.

A discente Carla (9º) percebeu que necessitou chegar às próprias conclusões, o que compreendo que pode contribuir significativamente para o desenvolvimento da autonomia dos estudantes na formação como sujeitos críticos (BURAK; KLÜBER, 2011). Pelo posicionamento dos educandos, percebo que eles possuem ações que denotam autonomia, indo em direção ao salientado

por Martins (2019). Entre tais ações, noto a busca por resposta às próprias perguntas em suas investigações, o planejamento e a construção de encaminhamentos de resolução para um problema, bem como a comunicação de ideias ao dialogarem com a turma e os colegas. E, ainda, ao ir atrás da docente, constato que os estudantes têm ação de iniciativa, um engajamento, para a compreensão do problema elaborado sobre o tema, que também caracteriza aspectos da autonomia dos discentes (MARTIN, 2019).

As ações de autonomia dos discentes ocorreram durante a atividade, principalmente ao longo da investigação, que contou com a mediação da docente responsável pela disciplina. Ela indagou, instigou e discutiu com os estudantes a respeito das dúvidas que surgiam, na busca de uma compreensão sobre como saber a velocidade de um veículo que realizou uma frenagem para tentar evitar um acidente.

Para além do evidenciado acerca da investigação no contraturno e dos momentos em sala de aula, os discentes também expuseram sobre o que encontraram e os próximos passos da atividade. Apresento esses aspectos a seguir.

6.3.2 Descoberta: a fórmula da Frenagem

Dando prosseguimento à atividade de Modelagem, foram encontradas, durante a investigação realizada pelos discentes, duas maneiras de saber a velocidade de um veículo antes de realizar uma frenagem, o que levou ao terceiro momento da atividade, que ocorreu em sala de aula. Alguns grupos encontraram na investigação uma fórmula que poderiam utilizar para saber a velocidade, fato também mencionado pela docente:

Professora Ana (9º - DC): Aí chegou em uma fórmula, teve uns que chegou em Velocidade Média, foi, aí fui trabalhando: “Não, vamos procurar mais coisas.” Aí chegaram na fórmula de Física, a que tem algum exemplo, algum cálculo, e eles foram pesquisando.

A fórmula relatada na fala da professora foi encontrada por meio de pesquisa realizada pelos estudantes foi:

$$d = \frac{v^2}{250\mu}$$

Nela, d representa a distância percorrida do momento em que o veículo freou até parar, v a velocidade e μ o atrito do local. Durante a discussão em sala de aula, notaram que, para saber a velocidade em que o motorista estava antes de realizar uma frenagem, precisariam conhecer a distância e o atrito do local. Porém, segundo relato da professora, perceberam que conseguiriam saber a distância, mas não teriam meios de obter o valor do atrito. Dessa forma, a fórmula encontrada por alguns grupos era inviável de ser utilizada naquele momento. Esse fato pode ocorrer durante uma atividade de Modelagem, pois a investigação necessita de uma seleção, organização e manipulação das informações obtidas, além de uma reflexão sobre elas, buscando quais “peças” podem compor o tema investigado (BARBOSA, 2001a).

O encontro dessa fórmula foi mencionado pelos estudantes. Lara (9º) e Cássio (9º), por exemplo, evidenciaram:

Lara (9º - ES): *Na hora de pesquisa, tinha umas coisas diferente, aí a gente trouxe para ver com ela.*

Cássio (9º): *Tinha um sinalzinho lá [Coeficiente de atrito] que a gente não sabia calcular.*

Lara (9º): *Coeficiente de atrito [Fala com Cássio]. Tinha coisa que não sabia e tinha que perguntar para ela.*

Encontrar conceitos desconhecidos, como mencionado pelos estudantes, vai ao encontro do pontuado por Meyer, Caldeira e Malheiros (2013), que salientam que atividades de Modelagem abrangem conhecimentos que extrapolam as aulas de Matemática, necessitando de pesquisas que subsidiem a atividade. Conjuntamente, na Modelagem não há um único caminho, dessa forma, os discentes encontraram dificuldades para a compreensão das informações encontradas e para selecionar e discernir o que é pertinente ou não para o tema abordado. Isso, na atividade aqui relatada, ocorreu com vários estudantes, que tiveram como estratégia a recorrência à professora, que, para alguns deles, é a detentora do saber.

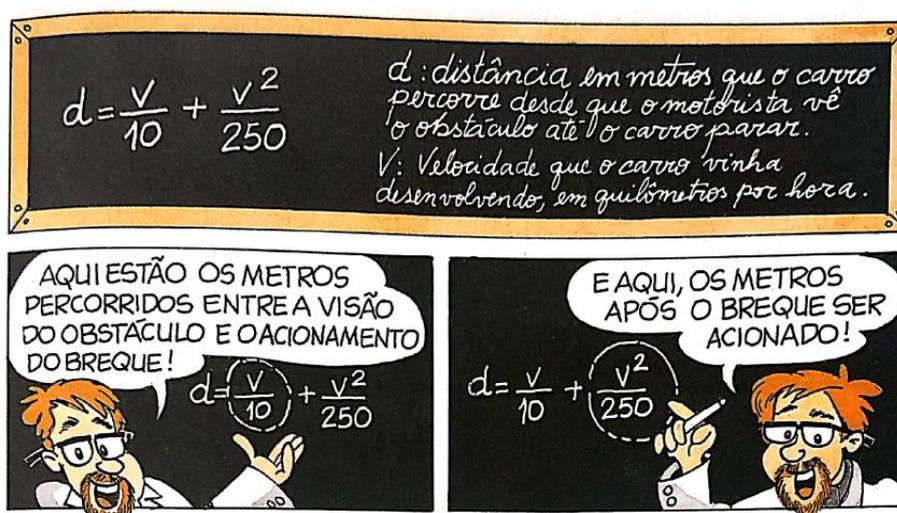
Mas, alguns grupos encontraram uma fórmula que, de acordo com a docente, foi considerada por todos, durante a discussão, como viável de utilizar. Com grupos que encontraram uma fórmula vista como factível de ser utilizada e

outros não, a docente contou que apresentou em sala de aula a relação considerada exequível. Para isso, utilizou um livro que já era de seu conhecimento:

Professora Ana: *Eu mostrei a fórmula lá daquele livrinho paradidático, expliquei e tal.*

O livro referido pela professora é “*Pra que serve a Matemática?*” (JAKUBOVIC; IMENES; LELLIS, 1992), em que é apresentada a fórmula para o cálculo de distância ou para a velocidade de veículos em caso de frenagem.

Figura 3 – Recorte do livro *Pra que serve a Matemática?*



Fonte: Jakubovic, Imenes e Lellis (1992, p. 13).

Nessa fórmula, d representa a distância em metros percorrida desde que o motorista vê o objeto até parar e v a velocidade do carro em quilômetros por hora. Com a fórmula, de acordo com o exposto pela docente, ela mediu a discussão para chegar ao meio de saber a velocidade de uma bicicleta ao realizar uma frenagem. A escolha da professora para sair de veículos e direcionar para bicicleta se deu porque, em sua convivência e diálogo diário com os estudantes, ela percebia que muito a utilizavam, em particular, no trajeto entre casa e a escola. Além disso, com a bicicleta, os estudantes poderiam realizar uma simulação de frenagem e produzir dados empíricos, o que não era possível e viável com automóveis.

Dessa forma, na discussão entre a docente e os discentes em sala de aula, indagou-se se seria possível saber a velocidade de uma bicicleta ao realizar uma frenagem. Após esse momento de apresentação da fórmula, e discussão

com os estudantes, a professora propôs aos estudantes que realizassem, no contraturno, com seus grupos, os experimentos com bicicleta. Esse momento de produção de dados empíricos também foi exposto por eles e apresento-o a seguir.

6.3.2.1 Relacionando a Matemática com o cotidiano

Durante a realização das entrevistas, os discentes pontuaram sobre o quarto momento da atividade de Modelagem realizada, que consideraram como uma atividade prática de Matemática. Esse momento refere-se à produção de dados empíricos ao realizar frenagem com bicicletas, como é possível notar a seguir na fala da professora:

Professora Ana (9º - DC): E o que eles estão fazendo agora, da bicicleta. Eles estão fotografando e filmando, fizeram marcação.

Isto é, realizaram um experimento prático com bicicleta, no contraturno das aulas, para produzir os dados necessários para cálculos e, assim, encontrar qual a velocidade de uma bicicleta ao realizar uma frenagem. As fotografias e filmagens feitas pelos estudantes foram um meio utilizado pela docente para acompanhar o desenvolvimento da atividade e garantir que estavam realizando no contraturno o levantamento de dados empíricos.

A respeito desse momento, Luiz (9º), ao expor que desejava mais aulas de Modelagem, explicitou que sua vontade se deve à compreensão acerca do motivo de aprender tais contas em Matemática:

Luiz (9º - ES): Mais aula prática [Modelagem] igual a essa, fica mais fácil você entender para que aquela conta serve.

Marcela (9º), do mesmo grupo de Luiz (9º), também relatou preferência pela atividade de Modelagem, devido ao momento em que realizaram a prática, e relatou:

Marcela (9º - ES): Ter uma coisa diferenciada, que faça que a gente entenda o que ela quer dizer, para nós entendermos, isso é mais fácil para mim.

Marcela (9º) ainda mencionou que a professora explica bem os conteúdos, mas relatou que não gosta de Matemática e já repetiu de ano devido à disciplina (em outra escola). Destacou que não adianta apenas falar sobre frenagem, que a prática realizada a ajudou a compreender o conteúdo:

Marcela (9º - ES): A Ana explica muito bem, só que tem coisas. Eu odeio Matemática, eu odeio Matemática, eu repeti por causa de Matemática. Então, tipo, a Matemática não entra na minha cabeça. E com essa atividade, de Modelagem, que foi uma aula prática, teve outro entendimento. Não adianta ela só falar que frenagem é isso, isso. Eu não vou entender nada. E nesse caso que teve a prática, eu entendi.

Em relação à vivência na produção de dados empíricos, Fernanda (9º) e seus colegas de grupo afirmaram:

Fernanda (9º - ES): Ah, a gente aprendeu isso. E ah, se acontecer alguma coisa, a gente pode aplicar esse mesmo aprendizado.

Geralda (9º): Uma coisa diferente, uma coisa que a gente não fazia antes. É diferente. Porque usa a prática [...].

Ricardo (9º): A gente não imagina, a gente tá lá, a gente tá praticando, vivenciando, pesquisando.

Geralda (9º): Você tá fazendo assim, na sala de aula, você imagina o que poderia fazer, mas a diferença agora que você pode fazer, você tá praticando e fazendo. É bem chatinho ficar só imaginando e não poder fazer.

Os educandos viram a atividade de Modelagem como uma atividade prática de Matemática, pois puderam realizar a produção dos dados empíricos para o cálculo da velocidade e, assim, a atividade proporcionou que vivenciassem uma situação, o que auxiliou, na visão deles, a compreender os conteúdos matemáticos. A atividade de Modelagem pode contribuir tanto para produzir o conhecimento matemático quanto para exibir a relação entre a Matemática e distintas áreas do conhecimento, isto é, mostrar que a Matemática não é uma área isolada das demais (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013; ARAÚJO, 2009; BARBOSA, 2001b).

Na mesma direção, Nicolas (9º) afirmou que teve interesse nas aulas com Modelagem e compreendeu os cálculos de frenagem:

Nicolas (9º - ES): *Tipo, eu não vou ficar lá fazendo, só copiando, não vai adiantar de nada. Aí, se a escola tá querendo mudar a educação, a gente pode mudar o jeito também. Tipo, eu não sou um aluno que faz muita coisa e nessa atividade eu fiz, me interessou mais. Eu entendi sobre o cálculo. [...] Eu acho que não adianta copiar, resolver e pronto. Não faço! [...] Na prática de Modelagem, a gente tava dentro do contexto, a gente fez tudo, estudamos, pesquisamos sobre ela.*

Compreendo, pelos dizeres dos estudantes, que as aulas de Matemática usuais são desconectadas do cotidiano deles e que, ao trabalhar com a atividade de Modelagem, eles puderam passar a vivenciar, por meio de um momento considerado como uma prática de Matemática, uma situação que proporcionou um significado para o aprendizado e, com isso, facilitou sua aprendizagem. As falas dos discentes vão ao encontro do salientado por Almeida, Silva e Vertuan (2013) quando sinalizam que trabalhar com questões reais pode despertar nos discentes um interesse e auxiliar a compreensão de conteúdos matemáticos, além de mostrar relações da Matemática com outras áreas do conhecimento.

Outros grupos também pontuaram a respeito da vivência na atividade de Modelagem realizada, como o de Guilherme (9º):

Guilherme (9º - ES): *A gente acaba vivendo isso, né? Não é igual aqui, que a gente faz uma lição, só faz uma lição que a gente só lê, né? Que você freou, qual foi a distância que foi [o] freio? A gente tá vivendo isso. Foi mais legal. É melhor.*

Nick (9º): *Tipo, a gente tá achando os cálculos. Tipo, não é como se fosse problema que a gente acha no livro lá, dizendo as medidas e a gente achando o resultado. A gente achou as medidas e achou os resultados ao mesmo tempo.*

Leandro (9º): *E ainda achar a fórmula.*

Nick (9º): *É, não é só buscar livro e ter lá as medidas e fazer as contas. A gente tinha que achar tudo para fazer.*

Suas falas vão ao encontro do salientado por Forner (2018), que afirma que o desenvolvimento de atividades de Modelagem que partem do cotidiano do estudante são uma possibilidade de aproximar o conhecimento escolar do conhecimento cotidiano. Esse fato pode tornar significativa a aprendizagem dos

estudantes e proporcionar um meio de reconhecer o uso da Matemática em seu cotidiano. Ainda, evidencia que o educando se integra ao processo de ensino e de aprendizagem, o discente reflete, busca informações, analisa e toma decisões em conjunto com seus colegas, por meio do diálogo, e se transforma em real sujeito de sua própria aprendizagem (FREIRE, 1987, 1999, 2014). As falas dos discentes mostram que utilizar atividades que “[...] estejam relacionadas diretamente aos anseios dos estudantes pode fazer com que eles participem mais, com que desperte o protagonismo deles e com que vivenciem situações que poderão ocorrer fora do ambiente escolar.” (FORNER, 2018, p.112).

Por fim, após a busca de medidas com base na realização de frenagem com bicicleta, segundo a docente, os estudantes realizaram as operações com base na fórmula encontrada na investigação, trabalhando, principalmente, equação de segundo grau. Na sequência, os discentes voltaram para a sala de aula e apresentaram os resultados para a professora, exibindo também as fotografias e vídeos feitos. Os discentes não pontuaram a respeito desse momento.

6.4 Trabalho em grupo em atividades de Modelagem

Ao utilizar a Modelagem Matemática em sala de aula, é comum a realização da atividade em grupo, em que os estudantes são instigados a debater, ouvir o outro e respeitar a opinião dos demais participantes (ARAÚJO, 2009). O trabalho realizado em grupos foi um ponto destacado como diferencial por vários estudantes participantes da pesquisa, considerando as atividades de Modelagem realizadas. Os discentes ainda preferiram que a realização da atividade dessa maneira ajuda na compreensão dos conteúdos abordados:

Bella (9º -ES): *Eu achei [diferente] o trabalho em grupo, e isso é melhor, aprende mais.*

Leandro (9º): *E todos trabalham juntos.*

Outros estudantes também se manifestaram a esse respeito e salientaram que, em grupo, um pode ajudar o outro na compreensão das atividades:

Bruno (6º - ES): *É bem melhor, por exemplo...*

Miguel (6º): *A gente não sabe, o outro ajuda.*

Bruno (6º): *Eu não sei uma. E ele [Miguel] sabe. E eu sei uma coisa e ele não sabe. Aí a gente troca.*

Lívia (6º): *A gente pode conversar entre nós para saber o resultado.*

Suas falas dão indícios de que a colaboração se fez presente durante a atividade, pois os estudantes trabalharam juntos buscando atingir a compreensão do problema proposto (FIORENTINI, 2013). Além disso, realizar a atividade em grupo na sala de aula permite que os discentes dialoguem entre si sobre a atividade e, por meio do diálogo, existe a possibilidade da troca ao fazer perguntas, críticas e sugestões uns aos outros. Na relação dialógica entre os educandos, pode existir contraposição e ideias semelhantes, que, por meio do diálogo, tornam-se outras ideias, que possibilita aprender em conjunto. O trabalho em grupo abre a possibilidade para uma educação problematizadora, em que perguntas serão levantadas, discutidas, o que pode levar ao desenvolvimento do conhecimento (FREIRE; FAUNDEZ, 1985).

Compreendo que a discussão em grupo proporciona, a quem está explicando alguma situação, a necessidade de reorganizar as ideias para se fazer compreensível ao outro, que terá a possibilidade de preencher lacunas e, possivelmente, a compreensão (WEBB; FARIVAR; MASTERGEORGE, 2002). Além disso, no grupo, eles ouvem, concordam ou mesmo discordam uns dos outros e, juntos, tomam decisões a respeito da atividade (COHEN; LOTAN, 2017). Os estudantes possuem uma linguagem semelhante, o que pode favorecer a troca, transformando algo de difícil compreensão em uma fala mais acessível a quem necessita de ajuda (WEBB; FARIVAR; MASTERGEORGE, 2002). A troca, isto é, o auxílio ao colega que não sabe por aquele que já compreendeu, também foi abordada por Camila (6º) e Joana (6º):

Joana (6º - ES): *É melhor fazer em grupo.*

Camila (6º): *Eu acho bem melhor fazer em grupo do que fazer sozinho, porque tem coisas que a gente não sabe e que as outras pessoas sabem e elas podem ajudar a gente.*

Joana (6º): *É.*

O grupo, na opinião de Ivana (6º), ajudou a encontrar a solução para a atividade de Modelagem:

Ivana (6^o - ES): *Porque a gente faz todo mundo junto e o grupo ajuda. Nós pensa todo mundo junto e elabora uma resposta. A gente sabe a opinião de cada um.*

[...]

Breno (6^o): *Porque eu penso de um jeito, e a resposta tá errada, aí todo mundo pensa junto, todo mundo se ajuda, e aprende muita coisa.*

Na atividade de Modelagem desenvolvida, as diferentes vozes foram ouvidas no trabalho com o grupo e os discentes não tiveram receio de expressar suas dúvidas e de compartilhar seus entendimentos a respeito do tema estudado. Esses aspectos, evidentes em suas falas, indicam que o trabalho em grupo realizado pelos educandos pode ter sido colaborativo (FIORENTINI, 2013). Entendo, ainda, que a abertura entre os discentes para o diálogo pode estar relacionada com a possibilidade de a troca ocorrer de maneira horizontal, de A com B, e não na vertical, de A para B (FREIRE, 1987), pois não há superioridade na relação entre os educandos (FIORENTINI, 2013), e essa é uma premissa para que haja diálogo, que ocorre entre os iguais (FREIRE, 1987).

No grupo, há troca de experiências e saberes durante a interação e discussão entre os discentes, proporcionando que eles desenvolvam o conhecimento matemático (FORNER, 2018). Isto é, trabalhar em grupo permite que os educandos argumentem sobre o que pensam e escutem as considerações sobre seus colegas. Não existe um pensamento isolado, pois “[...] todo ato de pensar exige um sujeito que pensa, um objeto pensado, que mediatiza o primeiro sujeito do segundo, e a comunicação entre ambos, que se dá através de signos linguísticos.” (FREIRE, 2013, p. 60). Há, assim, um pensamento em conjunto com o outro, que se dá por meio do diálogo entre os participantes (FREIRE, 1987, 2013, 2014). Os discentes podem expor, criticar e reformular suas ideias para que, em conjunto, compreendam a situação-problema. Dessa forma, atividades de Modelagem realizadas em grupo podem permitir que todos participem igualmente e incentivem o respeito pelas ideias dos demais discentes (SILVA; KATO, 2012).

Além da troca realizada entre os estudantes, também se salientou que o trabalho com o grupo facilita encontrar a solução para o problema proposto, como exposto por Maria (6^o)

Maria (6º - ES): A gente fez trabalho em grupo, com mais pessoas, foi mais fácil de responder por que tinha um colega ajudando o outro. Trabalho em grupo a gente desenvolve mais as coisas e aprende mais. Porque, tipo, a Gabi, por exemplo, se tá sentando [juntos para formação do grupo] eu, ele [Tales] e ela [Juliana]. Aí, tipo, se ela tá com dúvida, aí ela tá com dúvida, ela vai perguntar para alguém, e, assim, a gente aprende. Vai se ajudando um ao outro.

Stefani (6º) também dissertou a respeito disso e manifestou que a atividade realizada com o grupo fica mais fácil e, dessa forma, em sua opinião, consegue aprender mais:

Stefani (6º - ES): Trabalhar em grupo, porque, como a gente tem mais dificuldade, com o colega seria mais fácil, pois, mesmo que a gente tivesse dificuldade, o que você sabia e ele não, você pode ajudar ele. E o que ele sabia e você não, ele pode te ajudar. Eu ia gostar que fosse em dupla ou em grupo [...]. Porque, quando você interage com colega, você pode aprender mais.

E complementou:

Stefani (6º - ES): O que mais gostei foi porque a gente se interagiu com as pessoas, porque, quando a gente faz em fileira normal, sem ser em grupo, a gente fica com mais dificuldade. E gostamos de fazer os problemas.

A interação mencionada pelas discentes refere-se ao momento da atividade de Modelagem, em que juntos precisaram investigar a respeito do tema, delimitaram um caminho e selecionaram informações pertinentes para a compreensão do problema. Durante esse momento, ocorreu o auxílio aos membros do grupo para que todos compreendessem o problema e encontrassem uma solução para ele.

Os discentes, por meio do diálogo, que pode ter ocorrido de maneira crítica e reflexiva, encontram formas de entender a situação-problema abordada. Suas falas mostram que o trabalho em grupo facilita a aprendizagem dos conceitos matemáticos necessários para a compreensão da atividade. Entendo que sua realização aumenta a oportunidade de aprendizagem ao dialogarem

com outros educandos, pois “[...] quando explicamos ou discutimos o tema, mais do que quando ouvimos uma palestra, uma aula expositiva ou, até mesmo, quando ficamos apenas na leitura de um texto sobre um determinado assunto.” (CASANOVA, 2018, p. 64).

Com os posicionamentos dos estudantes, é possível perceber que o trabalho em grupo tem potencialidades para a aprendizagem dos estudantes. No entanto, este também tem seus empecilhos. Um deles, como alegaram os discentes, é que os membros do grupo podem informar a resposta para o outro, sem diálogo ou explicação, apenas aceitar o dito por esses integrantes, uma transmissão de como deve ser feito, como é possível perceber no diálogo a seguir:

Miguel (6º - ES): *A professora não ia falar a resposta. Os alunos iam.*

Lívia (6º): *A professora ajuda, ela não fala a resposta logo de cara.*

Bruno(6º): *Mas a gente também não falou logo a resposta.*

Lívia (6º): *Mas, se eu perguntar para você, você vai ficar enrolando com a resposta ou vai falar logo de cara?*

Bruno (6º): *É.*

Outro discente que salientou a respeito foi Breno (6º)

Breno (6º - ES): *[...] eu resolvi tudo e fui passei para elas. [...] eu dei todas as respostas para elas.*

Esse fato pôde ser observado no decorrer do desenvolvimento da atividade realizada com as turmas do sexto ano. Em alguns grupos, houve momentos em que os estudantes não discutiam e apenas aceitavam como correta a resposta apresentada pelo colega, necessitando de intervenção da docente, que solicitou que explicassem aos colegas seus entendimentos, em vez de falar a resposta. Tais atitudes dos discentes podem estar relacionadas ao hábito com o papel de receptores de conhecimento. Esse fato ocasiona uma hierarquia no grupo formado, há os que “dominam” e os que “não dominam” o conteúdo.

Dessa forma, sem discutir, dialogar ou questionar, os estudantes que não compreenderam alguma parte da atividade apenas aceitam e reproduzem o que lhes foi dito para ser feito por aquele que “domina” o conteúdo. Isso ocorre

apenas com o intuito de que todos reproduzam e encontrem a resposta dita como correta pelo que “domina”. Destarte, isso não permite que o discente que não entendeu o conteúdo trabalhado desenvolva sua compreensão a respeito da temática, ele apenas sabe a resposta para aquela situação e não produziu conhecimento (WEBB; FARIVAR; MASTERGEORGE, 2002).

Além desse empecilho, na observação realizada, notei que, durante o desenvolvimento da atividade, nem todos participavam com o grupo, o que também foi afirmado pelos estudantes:

Lucas (6º - ES): *Ali a gente fez um teste de confiança com os amigos. Porque tem amigos que não quer fazer nada e ganha pontos junto com nós. E ontem todo mundo fez.*

Roberto (6º): *Foi difícil, porque quase ninguém colaborava.*

Lahis: *Mas não foi todo mundo que fez?*

Roberto (6º): *No finalzinho, mas no começo ficava todo mundo brincando.*

Lucas (6º): *Depois que a gente viu que estava todo mundo [outros grupos] fazendo e terminando, a gente pegou sério e fez.*

No trabalho em grupos, podem ocorrer conversas sobre outros assuntos não pertinentes à atividade assim como brincadeiras entre os membros, o que pode prejudicar o desenvolvimento da atividade. Entendo que esses problemas, ao desenvolver uma atividade de Modelagem em grupo, podem ser evitados com a preparação dos discentes (COHEN; LOTAN, 2017) e superados com o tempo.

Compreendo que é possível fazer um paralelo entre os estudantes se prepararem e aprenderem a trabalhar em grupo e o que Freire (2014) expõe sobre o desenvolvimento da autonomia. Para o autor, ninguém se torna autônomo de uma hora para outra, é um processo a ser constituído e não ocorre em data marcada (FREIRE, 2014). Da mesma forma, ninguém aprende a trabalhar em grupo repentinamente, esse processo requer familiaridade, abertura para o diálogo, aprender a questionar, a investigar e, assim, a produzir o conhecimento com o outro participante do grupo. Isso ocorrerá à medida que acontecem situações em que os discentes necessitem trabalhar com seus pares.

Entendo que a realização de atividade de Modelagem em grupo de educandos tem suas potencialidades para proporcionar a produção do conhecimento. Utilizar ou não o trabalho em grupo em sala de aula depende dos

objetivos a serem alcançados pelos discentes estabelecidos pelo educador (FORNER, 2018). Sua utilização em sala de aula

[...] demandará do professor uma postura muito mais dinâmica, no sentido de ser um mediador e um instigador, orientando os estudantes e conduzindo-os de forma a alcançar o seu objetivo e também na construção do conhecimento matemático. Já no trabalho individual, o professor pode ter o entrave de ter que fazer mais intervenções, visto a quantidade de estudantes, mas o envolvimento frente à atividade torna-se mais fácil de ser avaliado (FORNER, 2018, p. 132).

Porém, se faz necessária uma familiarização dos educandos com a realização de trabalho de grupo, que pode ocorrer em conjunto com a familiarização de atividades de Modelagem (ALMEIDA; VERTUAN, 2011), já exposta.

Em suma, compreendo como importantes ações voltadas ao incentivo à colaboração entre os educandos; assim, o docente deixa de ser o detentor do conhecimento e passa a ser um dos membros do grupo (D'AMBROSIO, 1993). Além disso, possibilitar ressaltar aos discentes a importância de participação, de questionar a respeito de como ocorreu o desenvolvimento da atividade e estimular à explanação das dúvidas que emergiram em seu decorrer, ao diálogo e à discussão entre os participantes (FORNER, 2018; WEBB; FARIVAR; MASTERGEORGE, 2002). Ainda, trabalhar em grupo, pode incentivar a propor soluções, pesquisar possibilidades, elaborar hipóteses, justificar o raciocínio e buscar meios de validar suas conclusões (D'AMBRÓSIO, 1993), além de perceberem juntos a relação entre a Matemática e o cotidiano, assunto que disserto a seguir.

6.5 A relação entre a Matemática e o cotidiano

Como evidenciado anteriormente, no decorrer das atividades de Modelagem, os educandos perceberam a presença da Matemática em outros contextos: os discentes do sexto ano a notaram na disciplina de Educação Física; já os estudantes do nono ano destacaram que, com a atividade de frenagem, perceberam um motivo de aprender os conteúdos matemáticos abordados. Ainda, ao serem questionados a respeito da Matemática, suas falas

dão indícios de que estabelecem relações de representação numérica e operações básicas com situações de seus cotidianos e não possuem indicativos de correlação de outros conteúdos matemáticos com seu dia a dia. É o caso de Camila (6º) e Raiane (9º), que mostraram que percebem a Matemática em compras:

Camila (6º - ES): Algumas coisas, no dia a dia, você tem que saber as coisas. Tipo, você tem um dinheiro, aí você tem que saber, você conta né? Para saber quanto tem. E aí, você quer comprar um negócio que você tem que saber a quantidade certa.

Raiane (9º): Se vai no mercadinho, é uma coisa que você vai usar a vida inteira.

Outro grupo também dissertou sobre a Matemática relacionando-a com as operações básicas foi o de Júlia (6º):

Júlia (9º - ES): Fazer contas no mercado, para fazer compras, é importantíssimo.

Bella (9º): No mercado, tempo.

Júlia (9º): Trabalhos para casa também.

Naldo (9º): A gente para tudo, quiser comprar uma roupa, somar.

Júlia (9º): Somar a quantidade de coisa que você vai comprar, valor das coisas.

Outros estudantes também pontuaram a respeito da Matemática em seu cotidiano, relacionando-a a operações básicas, como Breno (6º):

Breno(6º - ES): No mercado. A gente pega o folheto do mercado, o sabão em pó tá tantos reais, aí a gente tem que saber a conta para, na hora de chegar no caixa, a gente saber se tá certo a conta.

Falas sobre comércio e operações básicas emergiram consideravelmente no decorrer das entrevistas realizadas. Noto que os discentes relacionam a Matemática com operações básicas, como soma e subtração, em compras e vendas. Isto é, reconhecem o uso da disciplina para calcular, lidar com valores monetários (OGLIARI, 2008). No entanto, os estudantes não relacionaram outros conteúdos matemáticos abordados em sala de aula com situações que façam

parte do cotidiano ou com outras áreas do conhecimento. Dessa forma, atribuem pouco sentido ao que estudam, evidenciando que há uma grande distância entre a maioria dos conteúdos da Matemática escolar e o cotidiano dos estudantes (OGLIARI, 2008).

Destaco ainda, para além das falas com relação ao uso das operações básicas e da importância da Matemática, que, para os estudantes, há muitos conteúdos que não serão úteis. Enzo (9º), por exemplo, afirmou:

Enzo (9º - ES): Acho que tem muita coisa que não vai servir muito, tem coisa que acho que não vai servir, quer dizer, na minha vida.

O discurso de Enzo (9º) evidencia que, para o educando, a maioria dos conteúdos matemáticos estudados não terão utilidade em sua vida. De modo semelhante ao exposto por ele, Bella (9º) mencionou que não vê a importância da Matemática; no entanto, mostra indícios de que percebe e utiliza em seu cotidiano as operações básicas:

Bella (9º - ES): Não sou fã, não vejo importância, sou péssima em Matemática. Porque muito número me deixa confusa. E eu só uso de vez em quando, quando a minha irmã pede para fazer conta, porque ela trabalha vendendo marmitta, aí pede para ajudar ela. Mas não vejo muito.

Suas falas dão indícios da pouca relação que é feita entre a Matemática e o cotidiano pelos discentes. Também evidenciam a necessidade de ampliar a percepção dos educandos com relação à disciplina presente em seu dia a dia. Entendo que utilizar a Modelagem, que “[...] tem como principal característica fazer uso de artefatos matemáticos para entender situações não matemáticas do cotidiano” (FORNER, 2018, p. 94), permite que os estudantes estabeleçam “[...] conexões entre os conceitos matemáticos e suas aplicações, o que favorece a compreensão.” (BARBOSA, 2001b, p. 212). Ainda, seu emprego em sala de aula “[...] contribui para a consolidação de uma imagem desta disciplina como ciência que faz parte da história e da cultura humana e possibilita a construção ou produção de conhecimento.” (TORTOLA; ALMEIDA, 2013, p. 624).

Tais potencialidades da Modelagem Matemática podem auxiliar os educandos a ampliarem a visão reducionista da disciplina, o que é evidenciado

em suas falas. Isto é, seus discursos mostram que, para eles, a Matemática é apenas “fazer contas”, apesar de também destacarem a importância dela. Como Felipe (9º), que afirmou:

Felipe (9º - ES): [...] *é importante porque praticamente a Matemática faz parte do nosso dia a dia. Porque você vai precisar da Matemática para fazer algum tipo de conta [...].*

Na mesma direção, Bruno (6º) expôs

Bruno (6º - ES): *Para mim, a Matemática é importante, porque ela faz parte da nossa vida, sem a Matemática, muita coisa não faria sentido, eu uso ela para, contar dinheiro, quando, quando eu vou comprar coisa para vendedor não me roubar e tudo mais.*

Outros discentes também apresentam uma visão reducionista da Matemática, relacionando à representação numérica com determinadas situações do cotidiano. Marcela (9º) e Nicolas (9º), por exemplo, alegaram:

Marcela (9º - ES): *Para tudo, precisa de Matemática, para tudo. Porque, tipo, sei lá o que falar. Porque, tipo, como você vai saber quantos anos você tem? A Matemática são números, para tudo precisa de Matemática. Aqui tem quatro pessoas. Tipo como você vai saber se, tipo, tem quatro, como eu sei?*

Nicolas (9º - ES): *Porque você usa no dia a dia, você anda de carro, marcar os quilômetros que você anda. De qualquer coisa, você usa, porque, tipo, se for mandar uma mensagem, você manda uma hora, depois a responder e tal.*

Suas falas nos mostram que, apesar de considerarem importante a aprendizagem da Matemática, os discentes não sabem expor motivos para esta, para além de situações corriqueiras relacionadas a compras em mercados, padaria, comércio que frequentam e contagem. Compreendo que uma possibilidade de modificar essa visão simplista da Matemática é com a adoção da Modelagem, pois essa abordagem pode ampliar a visão Matemática dos estudantes, ressaltar o motivo pelo qual a aprendem e possibilitar que entendam e percebam o papel dela na sociedade.

Seu uso como abordagem pedagógica pode proporcionar “[...] oportunidades para explorar os papéis que a matemática desenvolve na sociedade contemporânea.” (BARBOSA, 2001a, p. 4). Ela pode oportunizar “[...] desenvolver a capacidade em geral e as atitudes dos estudantes, tornando-os explorativos, criativos e habilidosos na resolução de problemas ligados à sua realidade.” (BASSANEZI, 2002, p. 36). Ainda, pode prover “um rico arsenal para entender e interpretar a própria Matemática em todas as suas facetas.” (BASSANEZI, 2002, p. 37).

Além disso, o uso da Modelagem abre a possibilidade de ressaltar a importância da disciplina para a formação do educando como sujeito crítico e abrir o debate para questões de cunho social, com o intuito de desenvolver o pensamento crítico dos estudantes (FORNER, 2018; MALHEIROS, 2012). Com isso, pode quebrar o paradigma presente nas falas dos discentes sobre a importância da Matemática unicamente para conseguir emprego e “ser alguém na vida”, como exposto por Pedro (6º) e seu grupo:

Pedro (6º - ES): *Tem que estudar a Matemática para ser alguém na vida.*

Camila (6º): *É. Eu ia falar isso. Mesma coisa que ele.*

Joana (6º): *Mesma coisa.*

Camila (6º): *Tipo, se você ia arrumar emprego, se cai negócio de conta, aí a gente precisa saber para ter um futuro bom.*

Na mesma direção, Maria (6º) expôs:

Maria (6º - ES): *Eu acho importante Matemática porque, eu acho que, tipo, se você for prestar concurso, você vai ter que responder com Matemática.*

Percebo que essa associação da Matemática está diretamente relacionada a avaliações para obter um trabalho e não indica que os educandos percebem que utilizarão conhecimentos matemáticos no emprego, eles não sabem o que pode ocorrer nem como, dando indícios de que seus discursos são uma reprodução do que escutam (ANGELO, 2012; RODRIGUES, 2001). Ainda, a importância da Matemática para os estudantes é vinculada a um futuro

distante, evidenciando que não a notam como importante para o seu momento atual, o seu “hoje”.

Na mesma direção, Camila (6^o) expôs que a Matemática é importante, porém não sabe explicar o porquê e ainda dissertou que ia dizer o que a professora costuma falar em sala

Camila (6^o): Eu esqueci que eu ia falar. Que a professora fala sempre na aula. Eu esqueci.

Compreendo essa fala e as anteriores como a reprodução de um discurso que usualmente é proferido por professores, familiares e sociedade em geral (ANGELO, 2012; RODRIGUES, 2001). Isto é, as falas nos mostram “[...] ecos dos discursos ouvidos em casa, bem como em sala de aula, quando pais e professores argumentam que é preciso estudar matemática, porque isso é importante para se arranjar empregos.” (RODRIGUES, 2001, p. 134).

Entretanto, os estudantes não dão indícios dos motivos de essa disciplina ser importante, para além de operações básicas e representação numérica. Eles não relacionam os demais conteúdos matemáticos com situações que façam parte de seu cotidiano. Além disso, outros discentes — como Matheus (6^o), Clarice (9^o), Jéssica (9^o), Renata (9^o), Alice (9^o) e Isaac (9^o) —, de forma análoga, afirmaram ser importante a Matemática, mas ficaram em silêncio ao serem questionados sobre o porquê da importância na visão deles.

Com a Modelagem, há também a possibilidade de os educandos saírem do discurso padronizado e perceberem em que situações a Matemática se faz presente, não só no cotidiano, mas também nas diversas áreas em que possam vir a trabalhar (BARBOSA, 2003). Entendo que ela pode possibilitar ao estudante um entendimento do conhecimento matemático necessário para resolver problemas em diferentes campos do saber e situações (BASSANEZI, 2002) que podem emergir no ambiente de trabalho. Além disso, essa abordagem pedagógica pode permitir a compreensão da Matemática como meio de entender, descrever, modificar seu cotidiano. Pode também proporcionar a ressignificação dos entendimentos acerca do papel e da relevância da Matemática relacionada com o dia-a-dia do estudante, de seu presente, ao invés de associa-la apenas a um futuro distante.

Ainda, a Modelagem pode proporcionar aos estudantes a percepção de que a Matemática pode

[...] contribuir para o exercício crítico da cidadania. Para esta finalidade exigem-se não só habilidades matemáticas básicas, cuja necessidade está no mesmo nível do ler, escrever e das regras de saúde/higiene, como também a matemática dos gráficos, tabelas, percentuais, índices, áreas, volumes e outras medidas, ou seja, todo o aparato que faz da Matemática um instrumento de comunicação e expressão complementar à língua (SÃO PAULO, 1992, p. 14).

Em suma, percebo, pelo exposto pelos estudantes, que eles relacionam a Matemática somente ao fazer conta, isto é, às operações básicas. Eles não fazem referência, por exemplo, à Geometria, ao Tratamento de Informações, às Grandezas e Medidas etc. Tais afirmações dos discentes mostram a necessidade de estabelecer relação dos conteúdos matemáticos com seu cotidiano, o que pode ocorrer por meio de atividades de Modelagem Matemática.

Em vista dos aspectos analisados no decorrer da seção, advogo a favor da realização de atividades de Modelagem em sala de aula, pois trabalhar a partir de situações do cotidiano dos educandos pode possibilitar que eles relacionem os conteúdos desenvolvidos em sala de aula com seu dia a dia, mostrar motivos para aprender Matemática, indicar os campos aos quais ela se aplica e revelar que não se trata de uma ciência isolada das demais. Esse fato é reforçado pelos próprios educandos ao relatarem a percepção da Matemática nas aulas de Educação Física, como ocorreu com os discentes do sexto ano e com os educandos do nono ano, que mostraram perceber a relação entre o conteúdo e o cotidiano. Porém, como evidenciado no decorrer desta seção secundária, os estudantes ainda possuem uma visão reducionista da Matemática. Entendo que isso decorre pois essa foi apenas a primeira atividade desenvolvida com essa abordagem. A meu ver, essa visão pode ser ampliada com o desenvolvimento de outras atividades de Modelagem Matemática no decorrer da Educação Básica. Ainda, utilizar a Modelagem Matemática com uma abordagem pedagógica pode despertar um interesse pela Matemática, exibir relação dela com situações do cotidiano e outras áreas do conhecimento, além de apoiar a compreensão dos conteúdos (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013) e tornar os educandos cidadãos críticos e atuantes na sociedade (FORNER, 2018).

Com esta última temática, finalizo a apresentação e uma compreensão dos dados produzidos, com base na literatura pertinente sobre o tema. Dessa maneira, a seguir, reflito sobre o desenvolvimento desta investigação.

7 CONSIDERAÇÕES

Um ciclo se fecha na busca e reinvenção de minhas diferentes facetas, em meu processo de inacabamento (FREIRE, 2000). Os medos, as incertezas e os desafios que estavam postos e que optei por percorrer culminaram em noites mal dormidas e muita ansiedade, mas também me fizeram amadurecer enquanto pesquisadora, professora, ser humano, além de colaborarem em meu processo formativo. Chegar a este fim de ciclo me faz lembrar dos caminhos trilhados para a constituição desta tese, que retomo no perpassar desta seção. Em conjunto, realizo algumas considerações para fechar esta etapa, além de questionamentos que me fiz no decorrer deste trabalho e que não pude discutir, mas que podem ter o potencial de inspirar outras investigações.

Um dos maiores desafios ao iniciar este ciclo, rumo a esta pesquisa de doutorado, diz respeito à Modelagem Matemática, pois, em meu processo formativo, pouco aprofundei meus conhecimentos sobre essa temática. Isso decorreu da licenciatura que cursei, a qual esteve fortemente relacionada à Matemática pura, com uma pequena parte relacionada à Educação Matemática, a qual se efetivou, em especial, pela participação no Grupo de Pesquisa GATE e pelos projetos de extensão voltados para o ensino de Geometria e o uso das tecnologias digitais dos quais participei. Esses assuntos me interessam e direcionaram minha formação, no mestrado, para a Educação Matemática. Isso possibilitou minha aproximação de outros aspectos e assuntos dessa área, devido à variedade de temáticas presentes em pesquisas do PPGEM. Envolvida nesse meio, pude conhecer mais a Modelagem Matemática e iniciar meus estudos a respeito dela.

O contato com pesquisadores e com suas investigações a respeito da Modelagem despertou meu interesse por ela. Também percebi o potencial dessa abordagem pedagógica nos contextos das salas de aulas da Educação Básica. Ainda, tal interação me conduziu a enxergar a Modelagem como um possível caminho para a reversão de um quadro considerado por muitas pessoas como obscuro e, ao mesmo tempo, desafiador no que se refere ao ensino de Matemática. Somado a isso, o desejo de buscar novos desafios, ir em direção a minha zona de risco, mesmo com receio, motivou-me na transição para a pesquisa em Modelagem.

Além disso, já havia em mim, desde a graduação, um desejo de ter os estudantes da Educação Básica como participantes de uma pesquisa, de forma que

eles pudessem ser escutados, para dialogar com eles e estabelecer um relacionamento horizontal, pois percebia que, na sala de aula, o verticalismo sempre foi preponderante e que o que mais se via era o discurso dos professores.

Ainda, na época de concepção da pesquisa, meu intuito era ecoar os dizeres dos estudantes, que estão presente em suas falas, gritos, silêncios, indiferenças, rebeldias, resistências, nas diferentes formas de expressão que reverberam em sala de aula e que, em sua maioria, não são consideradas quando pensamos nos processos de ensino e aprendizagem, em especial, da Matemática. Trazer para o debate, no âmbito da Educação Matemática, as vozes daqueles que são primordiais para o processo educativo foi a tônica de meu trabalho. Porém, para ecoar suas vozes, precisava, inicialmente, escutá-las com atenção.

A escuta não como um ato mecânico e automático de captação de ondas sonoras que se propagam no ar, com o intuito de responder com a imposição do que se entende como correto ou até mesmo por se ter um papel considerado superior ao educando no ambiente escolar. A escuta como um ato de compreensão. Pois concebo que para ocorrer uma mudança nas práticas pedagógicas adotadas em sala de aula, é preciso entender a percepção dos educandos, seus anseios, suas dificuldades, conhecer aspectos de suas realidades e evidenciar seus saberes. Com isso, é possível identificar tanto os empecilhos quanto as alternativas e os caminhos para a produção do conhecimento pelos próprios estudantes em um ambiente dialógico.

Com propósito de escutá-los, a fim de me aproximar de estudos realizados com esse público e, ainda, situar minha pesquisa no âmbito da comunidade nacional, busquei, na literatura sobre Modelagem, trabalhos que têm os estudantes como principais participantes e que apresentam um olhar para suas experiências com a Modelagem. Para isso, realizei uma revisão bibliográfica subsidiada pelo Catálogo de Dissertações e Teses da Capes, a qual evidenciou que, por mais que a área seja formada por uma comunidade predisposta a ouvir a todos, ainda não havia sido realizada uma investigação que objetivasse escutar os estudantes com relação à percepção deles sobre as atividades de Modelagem.

Diante desse cenário, parti para um levantamento em periódicos internacionais, que são referência a muitos dos pesquisadores em Educação Matemática. Essa busca teve como base os artigos do periódico *ZDM – Mathematic Education* e de capítulos de livros publicados com os anais do ICTMA. A mesma evidência se deu nos dois planos, tanto no nacional quanto no internacional, ou seja, ambos revelaram

a falta de investigações relacionadas à percepção dos discentes a respeito de uma atividade de Modelagem.

Nesse momento da pesquisa, tive certeza de que as questões que me inquietavam me direcionavam a investigar e “*compreender o que dizem os estudantes após o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática*”. Além disso, após algumas adaptações, meus encaminhamentos se delinearam em torno da seguinte pergunta de pesquisa: “*O que se mostra, a partir do olhar dos estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, após o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática?*”

Diante disso, optei pela abordagem qualitativa e passei a pensar em como proceder para encontrar os participantes da investigação. Para isso, idealizei, em conjunto com professora Ana Paula dos Santos Malheiros, minha orientadora, e o professor Régis Forner, a organização de um curso de formação continuada, para professores de Matemática vinculados à DE de Limeira, São Paulo, intitulado: “*Modelagem Matemática e atividades para a sala de aula*”. Dessa forma, esta pesquisa pôde contribuir com a Educação Básica, visto que proporcionou um curso de formação continuada com os professores, voltado para a discussão e, principalmente, a elaboração colaborativa de atividades de Modelagem. Ainda, nesse contexto, tive a possibilidade de encontrar entre os participantes, aqueles que estariam dispostos a desenvolver atividades de Modelagem em sala de aula e contribuir com minha pesquisa. Ressalto a importância da realização de estudos por meio de parceria entre a Educação Básica e a Universidade, possibilitando assim, aproximar das escolas o que é discutido na Universidade e também, trazer a realidade enfrentadas nas salas de aulas para as pesquisas acadêmicas.

No decorrer do referido curso, solicitei aos professores participantes a autorização para a realização da pesquisa com seus educandos. Obtive a autorização de duas docentes: professora Cássia, com estudantes do sexto ano, que desenvolveu uma atividade de Modelagem envolvendo Esportes; e professora Ana, com educandos do nono ano, trabalhando com frenagem. Houve, ademais, a professora Rose, que, apesar do interesse no desenvolvimento das atividades e da pesquisa, não obteve autorização da escola para sua realização.

Durante a formação, percebi a necessidade de aprofundar meus conhecimentos sobre como a Modelagem Matemática é apresentada nos documentos oficiais que regem a educação. Isso se deu porque, na elaboração colaborativa das

atividades de Modelagem, havia a necessidade de que ela estivesse vinculada ao conteúdo previsto para ser abordado nas aulas de Matemática, devido às políticas vigentes que engessam o currículo. Com isso, evidenciei que os documentos não dispõem sobre o que é Modelagem e sobre meios para que ela esteja presente nas salas de aulas da Educação Básica, apenas a citam brevemente. Dentre os documentos, em especial, destaquei que a BNCC trata os conteúdos de forma fragmentada, endurece o currículo nas matrizes presentes ao final do documento e sugere que o ensino de Matemática ocorra por um caminho linear, sem abrir a possibilidade de incluir abordagens pedagógicas como a Modelagem em sala de aula.

Em conjunto com o estudo a respeito dos documentos oficiais, realizei a produção dos dados com os estudantes. Para isso, solicitei às docentes que enviassem pelos estudantes aos responsáveis legais a autorização para a participação dos educandos na pesquisa. Alguns discentes disseram que esqueceram, ao passo que outros se recusaram a participar da pesquisa. Apesar disso, todos realizaram a atividade de Modelagem, e aqueles que entregaram a autorização assinada se tornaram participantes de minha investigação.

Nos momentos em que pude acompanhar o desenvolvimento da atividade, realizei filmagens, utilizei gravadores para cada grupo de educandos e fiz notas de campo para produzir os dados. Além disso, entrevistei os estudantes em grupos, com base em uma entrevista semiestruturada. Nessa ocasião, tive dificuldade de fazer com que alguns deles explanassem. Parte deles se pronunciava de forma curta e direta, várias vezes, limitando-se a respostas como “sim” ou “não”. Considero que essa situação pode ter decorrido por eu ser uma pessoa que eles tinham conhecido havia pouco tempo, da necessidade de se expor a outro (a pesquisadora), que, inclusive, fazia um registro em vídeo. Ademais, os educandos estavam habituados a apenas ouvir os professores, sem a necessidade de manifestar suas vozes, pois, comumente, o papel prévio deles é ouvir, aceitar e reproduzir. Para contornar a situação, busquei aproximar a entrevista de uma conversa informal para deixá-los à vontade para expressarem suas percepções e reformulei as perguntas e as repeti aos educandos. Além disso, mudei a posição da câmera afastando-a do grupo, com o intuito de minimizar a atenção dos estudantes para a filmadora e direcioná-la para a entrevista.

Durante a ocasião da realização da produção dos dados, iniciei a análise e, para isso, transcrevi e organizei os dados produzidos. Nesse processo, percebi a inviabilidade de transcrever os áudios dos gravadores utilizados em cada um dos

grupos do sexto ano, devido à grande presença de ruídos. Diante dessa situação, questionei-me: O que teria se mostrado no diálogo realizado entre os educandos do grupo? Quais estratégias que seriam evidenciadas? Quais outras dificuldades ou mesmo facilidades teriam sido reveladas na pesquisa?

Além disso, no decorrer da análise, observei que havia a necessidade de aprofundar meus estudos em relação a três aspectos. O primeiro se refere à imagem que os educandos possuem da escola, da Matemática e das aulas dessa disciplina para, assim, ter mais embasamento em questões que emergiam das falas dos estudantes. A partir disso, ancorada na literatura pertinente sobre o tema, relatei que, para os educandos, a escola é vista como um ambiente importante para a aprendizagem para obter diplomas visando à ascensão social, como um local de diversão e encontros com os amigos. Com relação à Matemática, destaquei que, para a maioria dos discentes, ela é fria, sem sentido, complicada, de difícil compreensão.

Relatei ainda que, para os estudantes, a aula de Matemática acontece, em síntese, a partir de uma exposição do conteúdo pelo docente e, na sequência, da realização de inúmeros exercícios para copiar e responder, com base no procedimento indicado previamente pelo educador. Essa aula é considerada pela maioria dos educandos como chata e cansativa. Expus, ainda, que, para os discentes, a disciplina é considerada importante, mas eles não sabem explicar o motivo, apenas reproduzem um discurso presente na sociedade ao qual são expostos rotineiramente (ANGELO, 2012; GADANIDIS; SCUCUGLIA, 2010; MARQUES; CASTANHO, 2011; RODRIGUES, 2001; SANTOS, 2008; SILVEIRA, 2011).

O segundo aspecto consiste na relação que percebi entre as ideias do educador Paulo Freire e o que emergia nos dizeres dos educandos envolvendo a Modelagem. Dessa forma, debrucei-me em outro desafio: estudar e aprofundar meus conhecimentos acerca desse teórico, já que, até então, possuía pouco conhecimento. Assim, a partir de meus estudos, pude, tendo como base pesquisadores da área, apresentar a Modelagem Matemática e suas especificidades — como a problematização, a investigação, a autonomia, a interdisciplinaridade e, trabalho em grupo —, relacionadas às ideias de Freire (FREIRE, 1987; FREIRE; FAUNDEZ, 1985; FREIRE; GUIMARÃES, 2014; FREIRE; SHOR, 2011).

Já o terceiro aspecto deve-se a minha percepção acerca de um movimento dos educandos da zona de conforto para a zona de risco, semelhante ao cunhado por Penteadó (2000) ao se voltar para o uso de tecnologias por professores em sala de

aula. Assim, apresentei um paralelo identificando essas zonas no papel dos estudantes durante as atividades de Modelagem.

Além de perceber a necessidade de aprofundar meus conhecimentos a respeito desses três aspectos, no decorrer da análise, observei que falas de estudantes de ambos os anos escolares apresentam aspectos semelhantes e convergem, mas também há dados que não possuíam uma temática em comum, o que provavelmente foi ocasionado pelo desenvolvimento de atividades distintas. Dessa forma, na seção de análise, enfatizei inicialmente que as atividades realizadas pelos educandos (tanto do sexto ano como do nono ano) referem-se à primeira experiência que tiveram com a Modelagem, distinguindo-a como diferente do que vivenciam comumente em sala de aula. Mostrei, ainda, uma propensão dos estudantes para realizar atividades de Modelagem, devido à possibilidade de presenciar e vivenciar a Matemática no decorrer da atividade em outros contextos; para os discentes, a atividade de Modelagem foi um momento de prática em uma aula de Matemática.

Ao realizar esse momento da análise, percebi que os educandos se referiam à Modelagem como uma prática de Matemática e me questionei sobre o motivo dessa caracterização. Ainda, por compreender que a Modelagem vai para além da prática, configurando-se como reflexão-ação-reflexão, indaguei-me: Como professores e pesquisadores entendem a atividade de Modelagem para além de problematização-investigação-compreensão? O que é essa atividade de Modelagem para eles? Ela é prática? É teórica? É uma relação entre prática e teoria?

Dando seguimento à análise, notei que os discursos dos discentes indicavam demasiadamente aspectos sobre as aulas de Matemática que os estudantes comumente têm e que o olhar para essas aulas poderia auxiliar a compreender a percepção dos educandos em relação à atividade de Modelagem e, especialmente, entender as dificuldades explanadas por eles. Dessa forma, apresentei que as falas dos estudantes revelam uma crítica às aulas que possuem. Expus, ademais, que também há aqueles discentes que mostram uma propensão para permanecerem em sua zona de conforto (PENTEADO, 2000). Isso acontece em aulas com papéis previamente definidos, em que prevalece a passividade e a reprodução de listas de atividades resolvidas, com base em procedimentos previamente transferidos, sem estímulo à indagação, à reflexão, à autonomia e à criticidade dos educandos.

O ecoado nas vozes dos estudantes da Educação Básica em questão indicia que isso prevalece nas escolas com aulas expositivas de Matemática. Nesse modelo

de aula, os papéis são usualmente estipulados com antecedência: os educadores são expositores; e os discentes são receptores e reprodutores. As falas dos estudantes não mostram indícios de que, no decorrer das aulas, seja estimulado que eles sejam críticos, tenham autonomia, questionem ou mesmo investiguem a respeito de algo. Isto é, seus discursos possuem traços de que o conhecimento é considerado pronto e acabado e de que não é importante saber o porquê e o para que estudar a respeito dos conteúdos matemáticos e do papel social da Matemática, basta apenas reproduzi-los.

O enunciado nas falas dos educandos indica que ainda são necessárias ações que visem a colaborar com a inserção de diferentes abordagens pedagógicas nas salas de aulas. Em vista disso, advogo a favor do uso de atividades de Modelagem Matemática na Educação Básica com o intuito de tornar o ensino de Matemática mais dinâmico e auxiliar a modificar a imagem dessa disciplina bem como de possibilitar uma educação problematizadora, em que o discente é convidado a indagar de maneira crítica, investigar e buscar uma compreensão a respeito. Ainda, a Modelagem pode proporcionar que os educandos compreendam relações da Matemática com outras áreas do conhecimento e os motivos para aprender os conteúdos matemáticos, como afirmado pelos próprios educandos, além de viabilizar que eles percebam que os conhecimentos matemáticos são uma forma de ler e compreender o mundo e suas relações com ele.

No entanto, para que uma educação seja problematizadora por meio da Modelagem ocorra, é necessário identificar possíveis situações-limite (FREIRE, 2017), isto é, empecilhos que podem ocorrer na sala de aula e que impedem que a Modelagem seja abordada nesse espaço. Outrossim, é urgente buscar meios para ultrapassar as situações-limite. Algumas delas emergiram no olhar dos educandos, o que foi observado quando analisei as especificidades de cada ano escolar para momentos da atividade de Modelagem.

Com o olhar direcionado às exposições dos discentes do sexto ano, evidenciei que, em seus discursos, eles mostraram que a elaboração da pergunta na aula de Matemática foi diferente do que estão habituados. Esse momento, para alguns, foi apreciado por considerarem que facilita a aprendizagem dos conteúdos, ao passo que, para outros, a elaboração é chata, estes últimos preferem a aula com a docente explicando os procedimentos a serem utilizados, o que indicou uma preferência em

permanecer na zona de conforto, ao invés de ir em direção à zona de risco (PENTEADO, 2000).

Os discursos deles revelaram, ainda, que, para eles, a investigação é um processo difícil, fato que pode estar relacionado à dificuldade de interpretação das informações fornecidas. Além disso, sinalizaram que os discentes percebem a diferença entre a atividade que envolve Modelagem e as que possuem comumente ao destacarem a necessidade de reformulação das respostas no decorrer da atividade. Isso decorre de a Modelagem não possuir procedimentos únicos e valorizar as estratégias dos discentes para encontrar uma possibilidade de resposta para o problema.

Já ao direcionar a ótica para as particularidades que emergiram nos discursos dos estudantes do nono ano, foi possível verificar que eles indicaram uma dificuldade de compreensão inicial na discussão para a problematização, a qual relacionei com o fato de não estarem familiarizados com a Modelagem. Também houve um estranhamento discente quanto ao início da atividade, posto que a docente não expôs nenhuma fórmula, mas sim direcionou-os para que investigassem a respeito da Frenagem.

A investigação foi outro aspecto que os estudantes do nono ano relataram. Em suas falas, ficou nítida a necessidade de constante confirmação com a docente a respeito do material encontrado na busca realizada. Esse ponto mostrou a insegurança dos educandos com relação à investigação e indicou que, para parte deles, a docente é a única detentora do conhecimento. Suas falas, também, abordaram o papel de mediação da professora ao longo do desenvolvimento da atividade; para alguns, a docente deveria estar presente em todo seu decorrer.

Tais posicionamentos dos estudantes revelam que, pelo fato de perdurarem as aulas expositivas, eles estão habituados a se manter em um papel passivo na sala de aula. Porém, com a atividade de Modelagem, demandaram uma atuação ativa em seu decorrer, necessitaram transitar da zona de conforto para a de risco (PENTEADO, 2000). Esse movimento pode ter ocasionado as dificuldades expressas pelos educandos em relação à compreensão da atividade proposta, à problematização e à investigação, além de acarretar a visão da docente como detentora do conhecimento.

Entendo que as dificuldades dos estudantes podem ser caracterizadas como situações-limite (FREIRE, 2017), que podem impedir que a Modelagem adentre as salas de aula da Educação Básica. No entanto, elas podem não ser sanadas ao final

de uma única atividade de Modelagem, mas precisam ser superadas e rompidas (MALHEIROS; FORNER; SOUZA, 2021). Compreendo que esse é um processo que requer tempo e amadurecimento e pode ocorrer ao proporcionar aos estudantes mais experiências com outras atividades de Modelagem, o que confere uma familiarização dos educandos com essa abordagem pedagógica.

Partindo de situações “mais fechadas”, em que o docente delimita o tema, o problema e os dados, e os educandos têm como foco a análise dos dados, que pode ser feita por meio do auxílio docente instigando-os e dialogando com eles. Posteriormente, os discentes podem desenvolver atividades em que professores delimitam o tema, e, em conjunto, mediante o diálogo com os educandos, ambos problematizam e investigam a respeito do assunto escolhido para alcançar a compreensão do problema. Isso pode ser realizado gradativamente até chegar a situações mais abertas, em que o discente é responsável por toda a atividade de Modelagem, desde a escolha do tema gerador (ALMEIDA; VERTUAN, 2011; BARBOSA, 2001a, 2001b; MALHEIROS, 2008).

Na familiarização, entendo como necessário instigar a curiosidade dos estudantes, estimulando-a para que possam ser críticos e problematizar situações de seu cotidiano e suas relações com o mundo. Além disso, vejo como primordial o acompanhamento das investigações realizadas, incitando que sejam minuciosos, críticos e problematizadores em relação ao que encontraram. Assim, com a familiarização, pode-se atenuar possíveis dificuldades dos educandos, como com a problematização e a investigação. Isso também possibilita que os estudantes desenvolvam ações de autonomia e sejam sujeitos críticos a respeito do estudado nas aulas de Matemática. Ainda, a familiarização pode ser uma oportunidade para que os educandos percebam que o conhecimento não é exclusivo e inerente ao professor.

A familiarização do discente com a Modelagem abre a possibilidade para que a interdisciplinaridade se faça presente na sala de aula. Esse foi outro aspecto exposto pelos educandos, em particular do sexto ano. Suas falas mostraram que perceberam que a Matemática não é uma área isolada das demais, e isso se efetivou ao notarem relações matemáticas em outra disciplina. Suas vozes indicaram, ainda, que, para eles, a relação com outra matéria escolar facilita a compreensão dos conteúdos matemáticos. Além disso, sinalizaram que a Modelagem pode proporcionar aos estudantes a vivência da Matemática na prática, como exposto por estudantes do

nono ano. Também mostrei que, para eles, trabalhar com uma situação de sua realidade auxiliou-os a compreender os conteúdos matemáticos.

As exposições dos estudantes marcam a relevância da presença de atividades de Modelagem no decorrer das aulas, pois, por meio delas, eles puderam compreender que a Matemática não é um acúmulo de fórmulas e operações. Diferentemente disso, as falas discentes revelaram que os discentes constataram que ela possui relação com as demais áreas do conhecimento e que pode se fazer presente em situações cotidianas, que são, muitas vezes, julgadas como não-matemáticas, isto é, sem relação com a Matemática.

Ainda, ao ambientar os estudantes com a Modelagem, há a possibilidade de que trabalhem em grupo, tema que também emergiu nas falas dos discentes. Eles salientaram a discussão e o auxílio com vistas a desenvolver a atividade nos grupos, o que sinalizou que a colaboração se fez presente no desenvolvimento da proposta de Modelagem. Para eles, no grupo, é possível perguntar, sanar dúvidas e dialogar para que juntos produzam conhecimento. Porém, também foi exposto por alguns discentes que, no grupo, pode acontecer apenas um informe, ou seja, um estudante comunicar a resposta para o outro, sem que se tenha uma discussão.

Compreendo que trabalhar atividades de Modelagem em grupo é uma alternativa para minimizar os empecilhos mencionados anteriormente, como com a problematização e a investigação, pois o trabalho em grupo abre espaço para a colaboração e o incentivo entre os pares. Ainda, entendo que, nesses momentos, é essencial que os discentes sejam questionados sobre “como ocorreu o desenvolvimento da atividade”. Além disso, devem ser incentivados e estimulados a dialogar com os pares, a realizar trocas a respeito do tema tratado, a compartilhar suas dúvidas, propor caminhos, justificar seus raciocínios e o meio de validá-los para que, assim, juntos, expandam seus conhecimentos e desenvolvam a autonomia.

É fundamental que os estudantes sejam instigados com relação à colaboração entre os membros de um grupo, por exemplo, para que juntos busquem possibilidades, as quais podem ser ampliadas com os diferentes olhares, para a compreensão da atividade de Modelagem. Ademais, trabalhar em grupo pode auxiliar os estudantes a aprimorarem a criticidade, visto que podem transformar uma curiosidade ingênua em epistemológica e potencializar meios de investigação. Desse modo, oportuniza-se espaço para o diálogo, a escuta entre os estudantes e, ainda, o desenvolvimento da autonomia.

Também, ao trabalharem em grupo — no momento de familiarização dos estudantes com a Modelagem —, inscreve-se a possibilidade de que os educandos percebam a relação da Matemática com o cotidiano. Assunto esse que também abordei com base nos dizeres dos participantes da pesquisa. Apresentei que os educandos do sexto ano perceberam a Matemática na disciplina de Educação Física e que os do nono ano notaram-na em uma situação que pode ocorrer em seu cotidiano, no caso, a frenagem com bicicletas. Porém, como foi apenas a primeira atividade de cada nível escolar, suas falas também indicaram uma visão reducionista da disciplina, relacionando situações do dia a dia apenas com operações básicas e representações numéricas. Assim, a partir das falas, é possível evidenciar a ocorrência de propagação de discursos socialmente reproduzidos. Tendo em vista as colocações dos estudantes, discuti que a Modelagem é uma possibilidade de mudar esse cenário. Pois entendo que ao proporcionar a percepção de relações dos conteúdos matemáticos favorece a sua compreensão pelo educando e pode modificar discursos socialmente reproduzidos, exibindo o papel social da Matemática e ressaltando a importância da disciplina para a formação de um sujeito crítico.

Diante do apresentado, concebo que a Modelagem é uma possibilidade para que os estudantes percebam a Matemática como uma ciência que se relaciona com as demais áreas do conhecimento e que pode estar presente em diversas situações do cotidiano, consideradas não-matemáticas. A Modelagem é uma possibilidade de despertar nos estudantes o gosto pela Matemática ao perceberem relações com o cotidiano e outras áreas do conhecimento. Por intermédio da Modelagem, é possível, também, mostrar o papel social da Matemática, despertar e desenvolver nos estudantes a problematização, a investigação, a autonomia, o trabalho em grupo e o senso crítico.

Além do que foi exposto aqui, com o término da compreensão do ecoado nas vozes dos educandos, percebi que eles não abordaram em suas falas sobre as diferentes respostas que obtiveram nas atividades desenvolvidas. Esse fato me ocasionou um estranhamento, por ser algo diferente do que ocorre usualmente em suas aulas de Matemática, visto que suas falas evidenciaram uma presença constante de aulas expositivas com atividades que possuem uma única resposta considerada correta. Dessa forma, questionei-me: como será que os discentes perceberam as diferentes possibilidades de solução que podem emergir em uma atividade de Modelagem?

Em virtude dos aspectos exposto no decorrer do texto, a tese aqui defendida é que é fundamental a escuta dos estudantes da Educação Básica. Por meio dessa escuta, pude revelar uma denúncia dos educandos quanto às aulas que habitualmente participam, causadas principalmente devido às políticas e documentos vigentes para a Educação Básica. Evidenciei, ainda, dificuldades na visão dos estudantes com relação desenvolvimento de uma primeira atividade de Modelagem. Isso indica que, para a Modelagem adentrar às salas de aula da Educação Básica, se faz necessário dialogarmos com os estudantes a respeito de suas adversidades e buscar meios de os familiarizarem com ela. Ainda, indiquei como potencialidade o diálogo e a colaboração entre os estudantes no decorrer da atividade e que a Modelagem pode ser um caminho para que os discentes relacionem a Matemática com situações do cotidiano e do mundo, descobrindo seu o papel social e possibilitando ressignificar a importância da Matemática para o seu “hoje”.

Dessa forma, defendo a importância que se deve delegar à escuta e ao diálogo com os estudantes em sala de aula, para que possamos buscar, por meio da compreensão de seus posicionamentos. Ainda, entendo que o diálogo e a escuta apresentam, possibilidades para o ensino da Matemática e meios de mediar os discentes no desenvolvimento de seus conhecimentos matemáticos. Isto é, potencialidades podem “aflorar” quando a postura do docente assume o viés da escuta e do diálogo.

Ouvir os estudantes conduziu-me a perceber outros pontos de vista, outros encaminhamentos, outras inspirações, não só em termos de pesquisas, mas de futuras práticas nas aulas de Matemática. Além disso, a escuta pode possibilitar que os estudantes sejam mais participativos e sintam-se parte integrante da escola. Ao final desta tese, posso afirmar que o percurso foi difícil, que me colocou em situações adversas, retirou-me completamente de minha zona de conforto e gerou muitas crises de ansiedade. Mas também foi um processo de muito diálogo com minha orientadora e demais colegas da área, de muito aprendizado e de desafio alcançado. Encerro esta tese com o sentimento de dever cumprido, de publicar e divulgar um trabalho no qual os estudantes se fazem presentes, no qual aqueles que, muitas vezes, são excluídos nos processos de ensino e de aprendizagem se pronunciem, se façam ouvidos. Que venham mais pesquisas nessa direção, sejam de minha autoria ou daqueles que se inspirarem neste trabalho.

REFERÊNCIAS

ALFKE, Deike S. Mathematical Modelling with Increasing Learning aids: a vídeo study. In: STILLMAN, Gloria Ann; BLUM, Werner; KAISER, Gabriele. *Mathematical Modelling and Applications: Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education*. Springer, Cham. 2017, p. 25 - 36

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Pessôa. *Modelagem Matemática em Foco*. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2014

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Pessôa; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. *Modelagem Matemática na Educação Básica*. São Paulo: Editora Contexto, 2013

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Discussões sobre “como fazer” modelagem na sala de aula. In: ALMEIDA; Lourdes Maria Werle de; ARAÚJO, Jussara de Loiola; BISOGNIN, Eleni (org). *Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática*. Londrina: Eduel, 2011, p. 19-44.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Modelagem Matemática na Educação Matemática. In: ALMEIDA; Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Pessôa. da (org). *Modelagem Matemática em Foco*. Rio de Janeiro: Editora Moderna Ltda, 2014

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem Matemática. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 30, n. 56, p. 1070- 1091, dez. 2016.

ALRØ, Helle; SKOVSMOSE, Ole. *Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2006.

ALVES-MAZZOTTI, Alda Judith; O método nas Ciências Sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, Alda Judith; GEWAMDSZNADJDER, Fernando. *O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa*. 2ª edição. São Paulo: Pioneira, 2001. p. 107-188.

AMADOR, Ivonete Pereira. *A Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental: um estudo visando conhecer as principais dificuldades de ensino e aprendizagem em cachoeira do sul (RS)*. 2017. 136 p. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Maria, RS, 2017. Disponível: <https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/14478/DIS_PPGEMEF_2017_AMADOR_IVONETE.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em 6 de dezembro de 2019

ANDREOLA, Balduino. Interdisciplinaridade. In: STRECK, Danilo R.; REDIN, Euclides; ZITKOSKI, Jaime José (Org.). *Dicionário Paulo Freire*. 3ª Edição. 1ª reimp. Belo Horizonte: Autêntica Editora. 2017

ANGELO, Claudia Laus. *Uma leitura das falas de alunos do ensino fundamental sobre a aula de matemática*. 2012. 159 f. Tese - (doutorado) -

Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2012. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/102112>>. Acesso em 5 de dez de 2019

ARAÚJO, Jussara de Loiola. Uma abordagem Sócio-crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *Alexandria*, Florianópolis, SC, v. 2, n. 2, p.55-68, jul. 2009.

ARAÚJO, Jussara de Loiola; BORBA, Marcelo de Carvalho. Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, Marcelo de Carvalho Borba. *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. 5 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013, p. 31-52

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6024: informação e documentação: numeração progressiva das seções. Rio de Janeiro, 2012.

BARBOSA, Jonei Cerqueira Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: *Reunião Anual da Anped*, 24, 2001a, Caxambu. *Anais*. Rio de Janeiro: ANPED, 2001a. p.1-14. CD-ROM. Disponível em <http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes_modelagem/modulo_I/modelagem_barbosa.pdf> Acesso em 5 de julho de 2019.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. As relações dos professores com a Modelagem Matemática. In. VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife, PE. *Anais...* Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2004a.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Integrando Modelagem Matemática nas Práticas Pedagógicas. *Educação Matemática em Revista*, São Paulo, ano 14, n. 26, p.1-10. 2009.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem matemática na sala de aula. *Perspectiva (Erexim)*, Erechim, v. 27, n.98, p. 65-74, 2003.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. *Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores*. 2001. 253f Tese(Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho," Rio Claro, 2001b

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? *Veritati*, n. 4, p. 73- 80, 2004b.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. O que pensam os professores sobre a modelagem matemática? *Zetetiké*. Campinas, v. 7, n. 11, p. 67-85, 1999.

BASSANEZI, Rodney C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto, 2002.

BICCARD, Piera; WESSELS, Dirk. Six Principles to Assess Modelling Abilities of Students Working in Groups. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; KAISER, G. *Mathematical Modelling and Applications: Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education*, Springer, Cham. 2017, p.589-599

BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009.

BIGODE, Antonio José Lopes. Base, que Base? O Caso da Matemática. *In: Cássio, Fernando; Catelli Jr., Roberto. (org.) Educação é a Base? 23 Educadores Discutem a BNCC*. São Paulo: Ação Educativa, 2019, p.123-143.

BISCONSINI, Vilma Rinaldi. *Concepções de Matemática de Estudantes Concluintes do Ensino Médio: influência históricas*. 2005. 128f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual do Maringá, Maringá, 2005

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Portugal, Porto Editora, 1999

BONI, Valdete; QUARESMA, Silvia Jurema. Aprendendo a entrevistar: como fazer entrevistas em ciências sociais. *Em Tese*, Florianópolis, v. 2, n. 1, p. 68-80, jan. 2005. ISSN 1806-5023. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/emtese/article/view/18027/16976>>. Acesso em: 06 abril. 2019. doi:<https://doi.org/10.5007/%x>.

BOSSLE, Rafael Zaroni. *Modelagem matemática no projeto de um ginásio escolar*. 2012 120 f. Dissertação (Profissionalizante em Ensino de Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. Disponível em <<https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/56617> >. Acesso em 10 de junho de 2019

BRASIL. Conselho Nacional de Educação - *Resolução: Define normas nacionais para a ampliação do Ensino Fundamental para nove anos de duração*. Brasília: Ministério da Educação, 2005

BRASIL. Secretaria da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Secretaria da Educação – Brasília: MEC/SEF, 1998

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, 2018. Disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf> Acesso em 04 de dezembro de 2019

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio*, v. 2. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, 2006.

Brites, Elisa Maria Almeida. *Modelagem Matemática Gráfica: instigando o senso criativo dos estudantes do Ensino Fundamental*. 2012 154 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012. Disponível em <<http://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/3423>>. Acesso em 10 de junho de 2019

BROWN, Jill P. Context and Understanding: The Case of Linear Models. *In: Stillman, Gloria Ann; Blum, Werner; Kaiser, Gabriele. Mathematical*

Modelling and Applications: Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education. Springer, Cham. 2017, p. 211 - 221

BURAK, Dionísio. Uma perspectiva de modelagem matemática para o ensino e a aprendizagem da matemática. *In: BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática uma perspectiva para a Educação Básica*. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2010. p. 15-38.

BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel. Considerações sobre a modelagem matemática em uma perspectiva de educação matemática. *Revista Margens Interdisciplinar*, v. 7, n. 8, p. 33-50, 2013.

BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel. Encaminhamentos didático-pedagógicos no contexto de uma atividade de modelagem matemática para Educação Básica. *In: ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de.; ARAÚJO, Jussara de Loiola; BISOGNIN, Eleni. Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática*. Londrina: Eduel, 2011, p. 45-63

BURAK, Dionísio; ZONTINI, Laynara dos Reis Santos. Práticas com modelagem na formação do professor da Educação Básica: a busca por uma nova racionalidade. *Práxis Educativa*, Ponta Grossa, v. 15, e2014239, p. 1-20, 2020

CALDEIRA, Ademir Donizetti. Modelagem Matemática, Currículo e Formação de Professores: obstáculos e apontamentos. *Educação Matemática em Revista*. n° 46. p.53-62. 2015.

CALDEIRA, Ademir Donizetti. Modelagem Matemática: um outro olhar. *Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*. v.2, n.2, p.33-54, jul. 2009.

CALDEIRA, Ademir Donizetti; SILVEIRA, Everaldo; MAGNUS, Maria Carolina Machado. Modelagem Matemática: alunos em ação. *In: ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; ARAÚJO, Jussara de Loiola. BISOGNIN, Eleni. Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática*. Londrina: Eduel 2012 p. 65-82

CAMPOS, Denilson Gomes. *O Desenvolvimento de Posturas Críticas nos Estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental por meio da Modelagem Matemática*. 2015 127 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2015.

Disponível em <

https://www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/dissertacoes_2015/Dissertacao%20Denilson%20Gomes%20UFOP.pdf> Acesso em 10 de junho de 2019.

CARDOSO, Fernanda Serap; THIENGO, Angela Maura de Almeida; GONÇALVES, Maria Helea Dias; SILVA, Nilza Ribeiro da; RODRIGUES, Carlos Rangel; NÓBREGA, Ana Lúcia; CASTRO, Helena Carla. Interdisciplinaridade: fatos a considerar. *Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Tecnologia*. Ponta Grossa v. 1, n. 1, 22-37 jan./abr. 2008.

- CARREIRA, Susana; BAIOA, Ana Margarida. Mathematical modelling with hands-on experimental tasks: on the student's sense of credibility. *ZDM Mathematics Education* v. 50, p. 201–215. 2018. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0905-1>
- CASANOVA, Mousar. *Trabalho em grupo: uma estratégia de aprendizagem no ensino superior*. Dissertação (Mestrado em Educação, Arte e História da Cultura). Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, 2018
- CEOLIM, Amauri Jersi. *Modelagem Matemática na Educação Básica: obstáculos e dificuldades apontadas por professores*. 2015. 151f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2015
- CEOLIM, Amauri Jersi; CALDEIRA, Ademir Donizeti. Modelagem matemática na educação básica: dificuldades apresentadas pelos professores recém-egressos formados em modelagem na perspectiva da educação Matemática. *Revista NUPEM (Online)*, v. 8, p. 121-136, 2016.
- CEOLIM, Amauri Jersi; CALDEIRA, Ademir Donizeti. Modelagem Matemática na Educação Matemática: Obstáculos Segundo Professores da Educação Básica. *Educação Matemática em Revista*, v. 1, p. 25-34, 2015
- CHAGAS, Elza Maria Paiva de Figueiredo. Educação Matemática na Sala de Aula: Problemáticas e Possíveis Soluções. *Educação, Ciência e Tecnologia*, v. 29, 240-248, 2004. Disponível em <<http://www.ipv.pt/millenium/Millenium29/31.pdf>> Acesso em 6 de dez de 2019.
- COHEN, Elizabeth G.; LOTAN, Raquel. A. *Planejando o trabalho em grupo*. 3. ed. Porto Alegre: Penso, 2017.
- CRECCI, Vanessa Moreira; FIORENTINI, Dario. Gestão do Currículo de Matemática sob Diferentes Profissionalidades. *Bolema*, v. 28, n. 49, p. 601-620, 2014.
- CRESWELL, John. W. *Investigação qualitativa e projeto de pesquisa: escolhendo entre cinco abordagens*. 341 p. Porto Alegre: Penso 2014.
- D'AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? *Temas e Debates*. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. P. 15-19.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. Prefácio. In: BORBA, Marcelo de Carvalho.; ARAÚJO, Jussara de Loiola. (Orgs) *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004
- D'AMBRÓSIO, Beatriz S. Formação de Professores de Matemática para o Século XXI: o grande desafio. Pro-posições. Campinas. v. 4 n. 1. p. 35-41. 1993
- DELIZOICOV, Démetrio; ZANETIC, João. A proposta de interdisciplinaridade e o seu impacto no ensino municipal de 1º grau. In: PONTUSCHKA, Nídia Nacib.

(org). *Ousadia no Diálogo: Interdisciplinaridade na escola pública*. 1ª reimpressão. São Paulo: Edições Loyola, 1993

DESLAURIERS, Jean-Pierre; KÉRISIT, Michèle. O delineamento da pesquisa qualitativa. In: POUPART, Jean; et.al (2008) – *A Pesquisa Qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos*. Petrópolis, RJ: Vozes. Tradução Ana Cristina Nasser.

ENGLISH, Lyn D.; WATSON, Jane. Modelling with authentic data in sixth grade. *ZDM Mathematics Education*. v. 50, p.103–115. 2018.
<https://doi.org/10.1007/s11858-017-0896-y>

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. *Integração e Interdisciplinaridade no ensino brasileiro*. 6º ed. São Paulo: Loyola, 1979.

FERREIRA, Maria Elisa de M. P. Ciência e Interdisciplinaridade. In: FAZENDA, I. *Práticas interdisciplinares na escola*. 7 ed. São Paulo: Cortez, 2001

FERREIRA, Norma Sandra de Almeida. As pesquisas denominadas estado da arte. *Educação & Sociedade*, Campinas, v. 79, p. 257-272, 2002. Disponível em <<http://www.scielo.br/pdf/es/v23n79/10857.pdf>>. Acesso em 22 de maio de 2019

FETZER, Fernanda; BRANDALISE, Mary Ângela Teixeira. Processo ensino aprendizagem de matemática: o que dizem os alunos?. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática: Educação Matemática, Cultura e Diversidade, 2010, Salvador. *Anais de X ENEM*, 2010.

FILLOS, Leoni Malinoski. *Modelagem Matemática nos anos 1980: narrativas e itinerários de cursos de especialização*. 2019. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro.

FIORENTINI, Dario. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, M. de C.; ARAÚJO, J. de L. (Org) *Pesquisa qualitativa em educação matemática*. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. p. 53-86.

FORNER, Régis. *Modelagem Matemática e o Legado de Paulo Freire: relações que se estabelecem com o currículo*. 2018. 200 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) –Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2018. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/156018>>. Acesso em 25 de dezembro de 2018

FORNER, Régis; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. Modelagem Matemática e Currículo: um caminho entre as situações-limites e os inéditos-viáveis. In: VII SIPEM Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2018, Foz do Iguaçu. *Anais: VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, Foz do Iguaçu 2018.

FORNER, Régis; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. O Que a Modelagem pode mudar com a Escola? E o que a Escola pode mudar com a Modelagem?

In: XI Conferência In: *XI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (XI CNMEM)*, 2019. Disponível em <<http://eventos.sbem.com.br/index.php/cnmem/2019>>. Acesso em: 03 de abril de 2020

FORNER, Régis; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. Situações-Limites, Utopia, Inéditos-viáveis e Insubordinação criativa em práticas de modelagem. In: X Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática. 2017. Maringá. *Anais da X Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática*. Maringá, 2017. p.1-13.

FREIRE, Ana Maria Araújo. Inédito-viável. In: STRECK, Danilo R.; REDIN, Euclides; ZITKOSKI, Jaime José (Org.). *Dicionário Paulo Freire*. 3ª Edição. 1ª reimp. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2017.

FREIRE, Paulo. *Ação cultural para a liberdade e outros escritos*. 15 ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1981.

FREIRE, Paulo. *Educação como prática da liberdade*. 23. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1999.

FREIRE, Paulo. *Extensão ou comunicação?* 1º ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2013

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da Autonomia: Saberes necessários à prática educativa*. 48 ed. Edição. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2014

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da Esperança: um reencontro com a Pedagogia do Oprimido*. São Paulo: Paz e Terra, 2019.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da indignação: cartas pedagógicas e outros escritos*. São Paulo: Editora UNESP, 2000.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia do Oprimido*. 17. Ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

FREIRE, Paulo; D'AMBROSIO, Ubiratan, DÔMITE, Maria do Carmo. Paulo Freire: entrevista. [1996]. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=o8OUA7jE2UQ>>. Acesso em 22 de março de 2021

FREIRE, Paulo; D'AMBROSIO, Ubiratan; MENDONÇA, Maria do Carmo Dômite. A conversation with Paulo Freire. For the Learning of Mathematics, vol. 17, n.3, November, p.7-10. 1997

FREIRE, Paulo; FAUNDEZ, Antônio. *Por uma pedagogia da pergunta*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1985.

FREIRE, Paulo; GUIMARÃES, Sérgio. *Partir da infância: diálogos sobre educação*. 1º ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2014.

FREIRE, Paulo; SHOR, Ira. *Medo e Ousadia: O Cotidiano do Professor*. 13ed. São Paulo. Editora Paz e Terra, 2011

GADANIDIS, George; SCUCUGLIA, Ricardo Rodrigues. Windows into Elementary Mathematics: Alternate public images of mathematics and mathematicians. *Acta Scientiae (ULBRA)*, v. 12, p. 8-23, 2010.

GALBRAITH, Peter; STILLMAN, Gloria Ann; BROWN, Jill P. The Primacy of 'Noticing': A key to successful modelling. In: STILLMAN, Gloria Ann; BLUM, Werner; KAISER, Gabriele. *Mathematical Modelling and Applications: Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education*, Springer, Cham. 2017, p. 37 – 48

GOLDENBERG, Miriam. *A arte de pesquisar*. 3. ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.

GRAFENHOFER, Irene; SILLER, Hans-Stefan. How to Build a Hydrogen Refuelling Station Infrastructure in Germany: An Interdisciplinary Project Approach for Mathematics Classrooms. In: STILLMAN, Gloria Ann; BLUM, Werner; KAISER, Gabriele. *Mathematical Modelling and Applications: Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education*, Springer, Cham. 2017, p.615-625

GREEFRATH, Gilbert. Problem Solving Methods for Mathematical Modelling. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. *Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences*, Springer, Cham 2015, p. 173 - 184

GREEFRATH, Gilbert; HERTLEIF, Corinna; SILLER, Hans-Stefan. Mathematical modelling with digital tools—a quantitative study on mathematising with dynamic geometry software. *ZDM Mathematics Education* v. 50, p.233–244. 2018. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0924-6>

GRIMALDI, Fernando Carvalho. *A Modelagem Matemática na Merenda Escolar Nos Anos Finais do Ensino Fundamental*. 2015 110 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino das Ciências). Universidade do Grande Rio - Prof Jose de Souza Herdy, Duque de Caxias. 2015. Disponível em: <http://tede.unigranrio.edu.br/handle/tede/258>. Acesso de 10 de junho de 2019.

HIRAMATSU, Carina Mari; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. Modelagem e Tecnologias Digitais: percepções dos professores para as aulas de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM, 2016, São Paulo. *Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática*, 2016.

HONORATO, Alex Henrique A. *Modelagem matemática e o material didático do Estado de São Paulo: diálogos em um trabalho com licenciandos*. 2016. 143 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho,” Rio Claro, 2016.

IKEDA, Toshikazu; STEPHENS, Max. Modelling as Interactive Translations Among Plural Worlds: Experimental Teaching Using the Night-Time Problem. *In: STILLMAN, Gloria Ann; BLUM, Werner; KAISER, Gabriele. Mathematical Modelling and Applications: Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education*, Springer, Cham. 2017, p. 399- 409

JACCOUD, Mylène. MAYER, Robert; A observação direta e a pesquisa qualitativa. *In: POUPART, Jean; et.al (2008) – A Pesquisa Qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos*. Petrópolis, RJ: Vozes. Tradução Ana Cristina Nasser.

JAKUBOVIC, José; IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo Cestari. *Para que serve a Matemática?* - São Paulo: Atual, 1992.

KAISER, Gabriele; BLUM, Werner; BORROMEO FERRI, Rita; STILLMAN, Gloria. *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling*, Springer, New York. 2011

KAWAKAMI, Takashi; SAEKI, Akihiko; MATSUZAKI, Akio. How Do Students Share and Refine Models Through Dual Modelling Teaching: The Case of Students Who Do Not Solve Independently. *In: STILLMAN, Gloria Ann; BLUM, Werner; BIEMBENGUT, Maria Salett. Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences*, Springer, Cham 2015, p. 195 – 206

KAZAK, Sibel; PRATT, Dave; GÖKCE, Rukiye. Sixth grade students' emerging practices of data modelling. *ZDM Mathematics Education* v. 50, p. 1151–1163 .2018. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0988-3>

KLÜBER, Tiago Emanuel. Modelagem matemática: revisitando aspectos que justificam a sua utilização no ensino. *In: BRANDT, Celia Finck; BURAK, Dionísio.; KLÜBER, Tiago Emanuel. Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica*. Ponto Grossa, Editora UEPG, 2010. p. 97-114

KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. Depoimentos de estudantes sobre a Matemática e a Modelagem Matemática: aspectos epistemológicos evidenciados em âmbito escolar. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*. v.3, p.16-29, UFSC: 2008

LAMB, Janeen; MATSUZAKI, Akio; SAEKI, Akihiko; KAWAKAMI, Takashi. The Dual Modelling Cycle Framework: Report on an Australian Study. *In: STILLMAN, Gloria Ann; BLUM, Werner.; KAISER, Gabriele. Mathematical Modelling and Applications: Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education*, Springer, Cham. 2017, p. 411-419

LEITE, Fernanda Moreira; PESSOA, Manuella Castelo Branco; SANTOS, Denise Pereira dos; ROCHA, Gabriela Fernandes; ALBERTO, Maria de Fatima Pereira. O sentido da escola: Concepções de estudantes adolescentes. *Revista Psicologia Escolar e Educacional*. v. 20, p. 339-348, 2016. Disponível em < <http://www.scielo.br/pdf/pee/v20n2/2175-3539-pee-20-02-00339.pdf> > Acesso em 6 de dez de 2019

LESH, Richard; GALBRAITH, Peter L.; HAINES, Christopher. R.; HURFORD, Andrew. *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies: ICTMA13*, Springer, New York, 2010

LINCOLN, Yvonna S.; GUBA, Egon G. *Naturalistic Inquiry*. Sage Publications, 1985.

MAGNUS, Maria Carolina Machado. *Modelagem Matemática em sala de aula: principais obstáculos e dificuldades em sua implementação*. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós- Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina - SC, 2012

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. *A Produção Matemática dos Alunos em Ambiente de Modelagem*, 2004, 180f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Rio Claro, 2004.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. Algumas interseções entre projetos e modelagem no contexto da Educação Matemática. *Acta Scientiae (ULBRA)*, v. 13, p. 71-86, 2011.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. Contribuições de Paulo Freire para uma compreensão do trabalho com a Modelagem na Formação Inicial de Professores de Matemática. *Boletim GPEM (Online)*, v. 64, p. 1, 2014. Disponível em: <<http://doi.editoracubo.com.br/10.4322/gepem.2015.004>>. Acesso em 07 de maio de 2019

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. *Delineando convergências entre Investigação Temática e Modelagem Matemática*. In. V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Petrópolis, RJ. Anais... Petrópolis, 2012.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. Diálogos entre Modelagem e Paulo Freire: possibilidades para a sala de aula. In: Conferência Nacional de Modelagem em Educação Matemática, 8 (VIII CNMEM). 2013. Santa Maria, RS. *Anais...Santa Maria: UNIFRA*, 2013.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. *Educação Matemática online: a elaboração de projetos de Modelagem Matemática*. 2008. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro - SP, 2008

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. Modelagem em Aulas de Matemática: reflexos da formação inicial na Educação Básica. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 9, p. 1151-1167, 2016

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos.; SOUZA, Lahis Braga; FORNER, Régis Olhares de docentes sobre as possibilidades da Modelagem nas aulas de Matemática. *REnCiMa*, v. 12, p. 1-22, 2021.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos; FORNER, Régis. Um olhar Freireano para a Base Nacional Comum Curricular de Matemática. *Olhar de Professor*, Ponta Grossa, v. 23, p. 1-14, 2020

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos; FORNER, Régis; SOUZA, Lahis Braga Formação de professores em Modelagem e a escola: que caminhos perseguir? *Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática*, Cascavel, v. 4, n. 1, p. 01-22, maio 2020. ISSN 2594-9179. Disponível em: <<http://e-revista.unioeste.br/index.php/rebecem/article/view/24566>>. Acesso em: 02 ago. 2021. doi:<https://doi.org/10.33238/ReBECEM.2020.v.4.n.1.24566>.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos; HONORATO, Alex Henrique A. Modelagem nas Escolas Estaduais Paulistas: possibilidades e limitações na visão de futuros professores de Matemática. *Educere At Educare*. Cascavel/PR, v.12, n 24, p.1-15, 2017

MANOUCHEHRI, Azita; LEWIS, Stephen T. Reconciling Intuitions and Conventional Knowledge: The Challenge of Teaching and Learning Mathematical Modelling. In: STILLMAN, Gloria Ann; BLUM, Werner; KAISER, Gabriele. *Mathematical Modelling and Applications: Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education*, Springer, Cham. 2017, p. 107 – 116

MARQUES, Patrícia Batista; CASTANHO, Marisa Irene Siqueira. O que é a escola a partir do sentido construído por alunos. *Psicol. Esc. Educ. (Impr.)*, Maringá, v. 15, n. 1, p. 23-33, June 2011. Disponível em <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-85572011000100003&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 06 dez. 2019.

MARTIN, Ronalti Walaci Santiago. *Modelagem matemática e autonomia: um olhar para atividades no ensino fundamental*. 2019. 121 f. Mestre em Educação em Ciências e Educação Matemática - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2019.

MATSUZAKI, Akio; KANEKO, Masafumi. Evidence of Reformulation of Situation Models: Modelling Tests Before and After a Modelling Class for Lower Secondary School Students. In: STILLMAN, Gloria Ann; BLUM, Werner; BIEMBENGUT, Maria Salett. *Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences*, Springer, Cham, 2015, p. 487-500

MEYER, João Frederico da Costa. A.; CALDEIRA, Ademir Donizetti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. *Modelagem em Educação Matemática*. 3 ed. Belo Horizonte, MG: Autêntica Editora, 2013.

NG, Kit Ee Dawn; STILLMAN, Gloria Ann. Exploring Interconnections Between Real-World and Application Tasks: Case Study from Singapore. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. *Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences*, Springer, Cham 2015, p. 207-218

NOGUEIRA, Laércio Conceição Pedrosa. *Utilizando a Modelagem Matemática no processo de ensino para a aprendizagem no 9º ano do Ensino Fundamental sob uma perspectiva de Educação Matemática sócio-construtivista-interacionista*. 2014 214 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal De Ouro Preto, Ouro Preto, 2014.

Disponível em <http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFOP_43b4be5bb336f77d3e5e066b93df60b1>.

Acesso em 10 de junho de 2019.

OGLIARI, Lucas Nunes. *A matemática no cotidiano e na sociedade: perspectiva do aluno de ensino médio*. 2008. 145 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do sul, Porto Alegre, 2008.

OLIVEIRA, Marcelo de Souza. *Interpretação e comunicação em ambientes de aprendizagem gerados pelo processo de Modelagem Matemática*. 2010. 126 p. Dissertação (Mestrado em Educação em ciências e Matemáticas), Universidade Federal do Pará, Belém, 2010

PATEL, Anne; PFANNKUCH, Maxine. Developing a statistical modeling framework to characterize Year 7 students' reasoning. *ZDM Mathematics Education* v. 50, p. 1197–1212. 2018. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0960-2>

PENTEADO, Miriam Godoy. Novos Atores, Novos Cenários: Discutindo a Inserção dos Computadores na Profissão Docente. In: BICUDO, M. A. V. (ed.). *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*. São Paulo, Editora UNESP, 1999. p. 297 – 313.

PENTEADO, Miriam Godoy. Possibilidades para a formação de professores de Matemática. In: Gracias, Telma. S. [et al], *A informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão*. São Paulo: Editora Olho D'Água, p. 23-34. 2000.

PLATH, Jennifer; LEISS, Dominik. The impact of linguistic complexity on the solution of mathematical modelling tasks. *ZDM Mathematics Education* v. 50, p. 159–171. 2018. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0897-x>

POWELL, Arthur B.; FRANCISCO, John M.; MAHER, Carolyn. A. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de idéias e raciocínios matemáticos de Estudantes. Tradução de Antônio Olímpio Jr. *Bolema* 21, 17, p. 81-140, UNESP, Rio Claro, 2004.

QUIROZ, Santiago Manuel Rivera; ORREGO, Sandra Milena Londoño; LÓPEZ, Carlos Mario Jaramillo. Measurement of Area and Volume in an Authentic Context: An Alternative Learning Experience Through Mathematical Modelling. In: STILLMAN, Gloria Ann; BLUM, Werner; BIEMBENGUT, Maria Salett. *Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences*, Springer, Cham 2015, p. 229 - 240

REILLY, Edel. Developing a Mathematical Modelling Task for All Students. *In: STILLMAN, Gloria Ann.; BLUM, Werner; KAISER, Gabriele. Mathematical Modelling and Applications: Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education*, Springer, Cham. 2017, p. 443-453

RODRIGUES, Ronaldo Nogueira. *Relação com o saber: um estudo sobre o sentido da matemática em uma escola pública*. 2001. 167f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2001

ROSA, Maria Virgínia de Figueiredo Pereira do Couto; ARNOLDI, Marlene Aparecida Gonzalez Colombo. *A entrevista na pesquisa qualitativa: mecanismos para validação dos resultados*. Belo Horizonte. Autêntica, 2006, 112p

SALANDINI, Everton Jonathan de Andrade. *A Modelagem Matemática na introdução do conceito de equação para alunos do sétimo ano do ensino fundamental*. 2011. 110 p. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

SANTOS, Lozicler Maria Moro dos; BISOGNIN, Vanilde. Modelagem matemática por meio do tema poluição do ar, do solo e das águas. *Vidya*, Santa Maria, v. 24, n. 42, p. 125-144, 2007.

SANTOS, Vinicio de Macedo. A matemática escolar, o aluno e o professor: paradoxos aparentes e polarizações em discussão. *Cadernos do CEDES (UNICAMP)*, v. 28, p. 13-28, 2008.

SÃO PAULO (Estado), Matrizes de referência para avaliação Saresp: documento básico. Secretaria da Educação. São Paulo, 2009

SÃO PAULO (Estado). *Decreto Nº 49.394, de 22 de Fevereiro de 2005*. Regulamenta a Evolução Funcional, pela via não-acadêmica, dos integrantes do Quadro do Magistério, prevista nos artigos 21, 22, 23 e 24 da Lei Complementar nº 836, de 30 de dezembro de 1997, alterada pela Lei Complementar nº 958, de 13 de setembro de 2004. São Paulo: Casa Civil, 2005. Disponível em <<https://www.al.sp.gov.br/repositorio/legislacao/decreto/2005/decreto-49394-22.02.2005.html>>. Acesso em 10 de junho de 2019

SÃO PAULO (Estado). Resolução SE 75, de 30-12-2014. Dispõe sobre a função gratificada de Professor Coordenador. São Paulo. 2014. Disponível em <<http://siau.edunet.sp.gov.br/ItemLise/arquivos/RESOLU%C3%87%C3%83O%20SE%2075.HTM?Time=05/02/2021%2004:46:42>> Acesso em 20 de dez de 2020.

SÃO PAULO (Estado). *Resolução SE-68, de 19 de junho 2012*, Dispõe sobre as ações de acompanhamento, realizadas pelos Professores Coordenadores do Núcleo Pedagógico - PCNPs, nas unidades escolares, e dá providências

correlatas. Disponível em
<http://siau.edunet.sp.gov.br/ItemLise/arquivos/68_12.HTM?Time=07/06/2019%2022:24:45> Acesso em 7 de junho de 2019.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. *Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias / Secretaria da Educação*. 1.ed. Atual. São Paulo: SE, 2011. Disponível em
<<http://www.educacao.sp.gov.br/a2sitebox/arquivos/documentos/238.pdf>>. Acesso em 7 de junho de 2019.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. *Currículo Paulista*. 1.ed. Atual. São Paulo: SE, 2019b.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Resolução SE 35, de 30-5-2007 - Dispõe sobre o módulo de pessoal das Diretorias de Ensino. São Paulo, 2007. Disponível em <
http://siau.edunet.sp.gov.br/ItemLise/arquivos/35_07.HTM?Time=26/09/2021%2023:39:40> Acesso 26 de set de 2021

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. *São Paulo faz Escola - Guia de Transição - Área de Matemática. Ensino Fundamental Ano Finais Ensino Médio. Orientações para professor*. 1ed. SÃO PAULO. 2019a

SÃO PAULO (Município). Prefeitura Municipal De São Paulo-SP/SME (PMSP/SME). *O Movimento de Reorientação Curricular na Secretaria Municipal de Educação de São Paulo: Documento 5 – Visão de área (Matemática)*. São Paulo: SME, 1992.

SCUCUGLIA, Ricardo Rodrigues da Silva. Narrativas Multimodais: a imagem dos matemáticos em performances matemáticas digitais. *Bolema* (Rio Claro), v. 28, p. 950-973, 2014

SEBASTIÀ, Gemma Sala; MOLL, Vicent Font; RODRÍGUEZ, Joaquim Giménez; FARRÀS, Berta Barquero. Inquiry and Modelling in a Real Archaeological Context. In: STILLMAN, Gloria Ann; BLUM, Werner; KAISER, Gabriele. *Mathematical Modelling and Applications: Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education*, Springer, Cham. 2017, p. 325 – 335.

SETTI, Elenice Josefa Kolancko. *Modelagem Matemática no Curso Técnico de Informática Integrado ao Ensino Médio: um trabalho interdisciplinar*. 2017. 261 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2017.

SETTI, Elenice Josefa Kolancko. VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Um olhar para a interdisciplinaridade presente nos trabalhos de Modelagem Matemática apresentados nas últimas seis edições da Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM). In: Simpósio Nacional de Ensino e Aprendizagem, 3, 2016b. Londrina: *Anais...* Londrina: UTFPR, 2016.

SETTI, Elenice Josefa Kolancko; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Que interdisciplinaridade se verifica nos trabalhos de Modelagem Matemática? In:

Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática, 7, 2016a. Londrina: *Anais*. Londrina: SBEM, 2016.

SEVERINO, Antonio Joaquim. O Conhecimento Pedagógico e a Interdisciplinaridade: o saber como intencionalização da prática. In: FAZENDA, I. C. A(org.). *Didática e interdisciplinaridade*. Campinas, SP: Papirus, 1998.

SILVA, Cíntia da; KATO, Lilian Akemi. Quais são os elementos característicos de uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica? *Bolema*, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 817-838, agosto de 2012. Disponível em <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2012000300004&lng=en&nrm=iso>. acesso em 29 de julho de 2020. <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2012000300004>.

SILVA, Denise Knorst.; DALTO, Jader Otavio. Modelagem matemática na formação de professores: compartilhando uma experiência. In: ALMEIDA, Lourdes Maria Werle; ARAÚJO, Jussara de Loiola; BISOGNIN, Eleni. *Práticas de modelagem matemática na educação matemática: relatos de experiência e propostas pedagógicas*. Londrina: Ed. da UEL, 2011. p. 181-200.

SILVEIRA, Everaldo; CALDEIRA, Ademir Donizeti. Modelagem na sala de aula: resistências e obstáculos. *Bolema*. Rio Claro, SP. v. 26, nº 43, p. 1021-1047. Ago. 2012.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu. A Dificuldade da Matemática no Dizer do Aluno: ressonâncias de sentido de um discurso. *Educação e Realidade*, v. 36, p. 45-63, 2011.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. *Bolema*, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

SOUZA, Lahis Braga. *Tecnologias digitais na educação básica: um retrato de aspectos evidenciados por professores de matemática em formação continuada*. 2016.. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho,” Rio Claro, 2016.

SOUZA, Lahis Braga; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. Pesquisas sobre Modelagem em Educação Matemática: que lugar ocupam os Alunos? In: *XI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (XI CNMEM)*, 2019. Disponível em <<http://eventos.sbem.com.br/index.php/cnmem/2019/paper/viewFile/609/912>>. Acesso em: 04 de dez de 2019

STILLMAN, Gloria Ann; KAISER, Gabriele; BLUM, Werner; BROWN, Jill. P., editors. *Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice*, Springer, Dordrecht. 2013.

STILLMAN, Gloria Ann; BLUM, Werner; BIEMBENGUT, Maria Salett. *S. Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences*, Springer, Cham 2015

- STILLMAN, Gloria Ann; BLUM, Werner; KAISER, Gabriele. *Mathematical Modelling and Applications: Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education*, Springer, Cham. 2017
- THOMAZ, Tereza Cristina. Não gostar de Matemática: que fenômeno é este? *Cadernos de Educação/UFPel*, Pelotas, n. 12, 1999. Disponível em <<https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/download/6589/4560>> Acesso em 06 de dez de 2019
- TOMAZ, Vanessa Sena; DAVID, Maria Manuela M. S. *Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula*. 3.ed. Belo Horizonte: autêntica, 2013.
- TORTOLA, Emerson; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. Reflexões a respeito do uso da modelagem matemática em aulas nos anos iniciais do ensino fundamental. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*. 2013, v. 94, n. 237, pp. 619-642.
- VÉLEZ, José Luis Bossio; ORREGO, Sandra Milena Londoño; LÓPEZ, Carlos Mario Jaramillo. Activation of Student Prior Knowledge to Build Linear Models in the Context of Modelling Pre-paid Electricity Consumption. In: STILLMAN, Gloria Ann; BLUM, Werner; BIEMBENGUT, Maria Salett. *Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences*, Springer, Cham 2015, p. 317 – 326
- VORHÖLTER, Katrin. Conceptualization and measuring of metacognitive modelling competencies: empirical verification of theoretical assumptions. *ZDM Mathematics Education* v.50, p. 343–354 .2018. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0909-x>
- WEBB, Noreen M.; FARIVAR, Sydney H.; MASTERGEORGE, Ann M. Productive helping in cooperative groups. *Theory Into Practice*, v.41, p. 13-20. 2002
- YANAGIMOTO, Akira; KAWASAKI, Tetsushi; YOSHIMURA, Noburu. A Mathematical Modelling Challenge Program for J.H.S. Students in Japan. In: STILLMAN, Gloria Ann; BLUM, Werner; BIEMBENGUT, Maria Salett. *Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences*, Springer, Cham 2015, p. 579-592
- YOSHIMURA, Noburu. Mathematical Modelling of a Social Problem in Japan: The Income and Expenditure of an Electric Power Company. In: STILLMAN, Gloria Ann; BLUM, Werner; BIEMBENGUT, Maria Salett. *Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences*. Springer, Cham 2015, p. 251 - 264
- ZEQUIM, Kátia Cristina. *A resolução de problemas, a modelagem matemática e desenvolvimento de habilidades matemática em alunos do 7ºano do ensino fundamental*. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas). Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014. Disponível em

<<https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/4464/6315.pdf?sequence=1&isAllowed=y>> Acesso em 10 de junho de 2019

ZUKAUSKAS, Nara Sílvia Tramontina. *Modelação Matemática no Ensino Fundamental: motivação dos estudantes em aprender geometria*. 2012 189 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012. Disponível em < <http://repositorio.pucrs.br/dspace/handle/10923/3125> >. Acesso em 10 de junho de 2019

ANEXO A

1. Assunto: Convocação – O.T. “Mapas Cognitivos de Aprendizagem”

A Dirigente Regional de Ensino **convoca 1 Professor Coordenador e 1 Professor de Matemática** (que seja multiplicador da O.T.) de cada escola para participar da Orientação Técnica “Mapas Cognitivos de Aprendizagem” que acontecerá conforme o cronograma abaixo:

Dia 13 de fevereiro:

Local: Diretoria de Ensino da Região de Limeira, nº 145 – Vila Piza – Limeira – SP

Horário: 8h30 às 17h30

Escolas:

EE “JAMIL ABRAHÃO SAAD”

EE “CEL. JOSÉ LEVY”

EE “PROFº ODÉCIO LUCKE”

EE “PROFº ARY LEITE PEREIRA”

EE “PROFª CAROLINA A. VASCONCELLOS”

EE “PROFº DORIVALDO DAMM”

EE “PROFº GABRIEL POZZI”

EE “IR. MARIA DE SANTO INOCÊNCIO LIMA”

EE “PROFº LÁZARO DUARTE DO PATEO”

EE “LUIGINO BURIGOTTO”

EE “IRMÃ MARIA GERTRUDES C. REBELLO”

EE “PROFª RUTH RAMOS CAPPI”

Dia 14 de fevereiro:

Local: Diretoria de Ensino da Região de Limeira, nº 145 – Vila Piza – Limeira – SP

Horário: 8h30 às 17h30

Escolas:

EE “CESARINO BORBA”

EE “JOÃO OMETTO”

EE “JOAQUINA DE CASTRO AZEVEDO”

EE “PROFº ANTONIO PERCHES LORDELLO”

EE “PROFº ATALIBA P. DO AMARAL”

EE “CASTELLO BRANCO”

EE “JD. PAINEIRAS”

EE “GUSTAVO PECCININI”

EE “PROFº JOSÉ FERRAZ S. PENTEADO”

EE “PROFª LEONTINA SILVA BUSH”

EE “PROFª MARGARIDA PAROLI SOARES”

EE “OCTÁVIO PIMENTA REIS”

Dia 15 de fevereiro:

Local: Diretoria de Ensino da Região de Limeira, nº 145 – Vila Piza – Limeira – SP

Horário: 8h30 às 17h30

Escolas:

EE “ANTONIO DE QUEIROZ”

EE “PROFº ARLINDO SILVESTRE”

EE “BRASIL”

EE “CÔNEGO MANUEL ALVES”

EE “PROFº ELY DE ALMEIDA CAMPOS”

EE “DOM IDÍLIO JOSÉ SOARES”

EE “PROFº JOSÉ M. DA COSTA JUNIOR”

EE “PROFº LEOVEGILDO CHAGAS SANTOS”

EE “PROFª MARIA AP. SOARES DE LUCCA”

EE “PROFº PAULO CHAVES”

EE “DOM TARCÍSIO ARIIVALDO AMARAL”

EE “PROFº WILLIAM SILVA”

Dia 19 de fevereiro:

Local: Núcleo Regional de Tecnologia de Rio Claro – Rua Hum, nº 1982 – Rio Claro

Horário: 8h30 às 17h30

Escolas:

EE “PROFº MARCELO DE MESQUITA”

EE “PROFª CAROLINA AUGUSTA SERAPHIM”

EE “PROFª HELOISA LEMENHE MARASCA”

EE “PROFº JOÃO BATISTA LEME”

EE “JOAQUIM RIBEIRO”

EE “PROFº JOSÉ CARDOSO”

EE “PROFº MICHEL ANTONIO ALEM”

EE “PROFº ODILON CORRÊA”

EE “PROFº OSCAR DE ALMEIDA”

EE “CHANCELER RAUL FERNANDES”

EE “PROFº ROBERTO GARCIA LOSZ”

Dia 20 de fevereiro:

Local: Núcleo Regional de Tecnologia de Rio Claro – Rua Hum, nº 1982 – Rio Claro

Horário: 8h30 às 17h30

Escolas:

EE “BARÃO DE PIRACICABA”
EE “PROFº DÉLCIO BÁCCARO”
EE “PROFº JANUÁRIO SYLVIO PEZZOTTI”
EE “PROFº JOÃO BAPTISTA NEGRÃO FILHO”
EE “CEL. JOAQUIM SALLES”
EE “PROFº JOSÉ FERNANDES”
EE “PROFº MARCIANO DE TOLEDO PIZA”
EE “PROFº NELSON STROILI”
EE “PROFº OSCÁLIA GOES C. SANTOS”
EE “ZITA DE GODOY CAMARGO”
EE “MARIA CARMEN CODO JACOMINI “
EE “PEDRO RAPHAEL DA ROCHA”

Dia 21 de fevereiro:

Local: E.E. José Amaro Rodrigues – Rua Duque de Caxias, nº 1224 – Centro – Artur Nogueira.

Horário: 8h30 às 17h30

Escolas:

EE “ARMANDO FALCONE”
EE “JOSÉ AMARO RODRIGUES”
EE “PROFº JOSÉ APARECIDO MUNHOZ”
EE “SEVERINO TAGLIARI”
EE “MAGDALENA S. GROSSO”
EE “JOÃO BAPTISTA GAZZOLA”
EE “ALBERTO FIERZ”

EE “CÉLIO RODRIGUES ALVES”

EE “PROF^a IVETE SALA DE QUEIROZ”

EE “PROF^a LIDIA ONELIA K. AUN CREPALDI”

EE “DR. PAULO DE ALMEIDA NOGUEIRA”

EE “ANTONIO ALVES CAVALHEIRO”

APÊNDICE A

SÍNTESE DAS PESQUISAS NACIONAIS

Para a revisão nacional, foram selecionados 10 trabalhos. Nessa parte do apêndice, apresento uma síntese de cada investigação, com base na leitura completa e de meu entendimento a respeito dos estudos dos estudos nacionais. Dentre eles,³⁵ alguns estão relacionados com uma preocupação dos pesquisadores com o ensino de conteúdos de Matemática. Dessa forma, utilizam as atividades de Modelagem para trabalhar tais conteúdos, as quais são apresentadas em suas pesquisas, em conjunto, com as contribuições para a sala de aula de Matemática.

Entre elas, está a pesquisa de Bossle (2012), na qual o objetivo foi de “utilizar a prática de Modelagem Matemática no Ensino Básico, abordando um assunto de interesse dos alunos para desenvolver alguns conteúdos matemáticos” (BOSSLE, 2012, p. 48). Para isso, adotou-se a perspectiva sociocrítica de modelagem (BARBOSA, 2001a; 2003). Ainda, a atividade selecionada pelo pesquisador teve por intuito que os discentes pudessem desenvolver compreensões acerca do papel sociocultural da Matemática.

A proposta foi realizada em dois anos, iniciada com estudantes da quinta série (atual sexto ano), e, no ano seguinte, continuou com eles, agora na sexta série (atual sétimo ano). Para a realização da pesquisa, o autor propôs como tema a construção do ginásio da escola, pois, além de sempre haver reclamações a respeito, ele acreditava que esse tema poderia ser de interesse dos estudantes. O intuito era tornar a aprendizagem da Matemática mais interessante, além de apresentar suas aplicações.

Em relação aos resultados, o autor salienta o desempenho, a participação e o interesse dos estudantes. Ainda relata que a atividade favoreceu a discussão e a relação dos conteúdos matemáticos com o cotidiano do estudante. Evidenciou a importância social do que estudam, além de que a atividade contribuiu para compreensão dos conteúdos abordados (entre eles: áreas de figura planas; volume; números racionais; e teorema de Pitágoras), favorecendo o desenvolvimento de argumentos matemáticos e discussão sobre os conteúdos

³⁵ Devido as particularidades e escolhas de cada pesquisador não foi possível estabelecer um padrão para a apresentação de cada estudo

(BOSSLE, 2012).

Uma segunda pesquisa encontrada é de Zequim (2014), que investigou o desenvolvimento de habilidades matemáticas em estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, de acordo com o previsto no Currículo do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2009). A pesquisa foi realizada por meio de atividades didáticas que tiveram como base a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas. Zequim (2014, p. 13-14) salienta que:

poderia planejar uma pesquisa, com objetivos similares, baseando-se apenas na Teoria de Resolução de Problemas. Contudo, se esse fosse o caso, em minha opinião, uma parte essencial do trabalho se perderia. Em outras palavras, enquanto na Resolução de Problemas a situação sob investigação é completamente apresentada no enunciado, ou seja, os dados necessários à sua resolução e o problema posto estão nela explícitos, na Modelagem Matemática a busca pelos dados e a definição do problema a ser investigado são ações que devem ser desenvolvidas com e pelos próprios alunos.

Utilizando da compreensão de Modelagem de Bassanezi (2002), a autora relata que, com base em documento da Secretaria de Educação do estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2009), estão previstas para os estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental 38 habilidades matemáticas. Elas estão divididas em três grupos de competências (Realizar, Observar e Compreender) e em quatro objetos de conhecimento matemático: (i) Números, operações, funções e iniciação à Álgebra; (ii) Espaço e forma; (iii) Grandezas e medidas/proporcionalidade; e (iv) Tratamento de Informação, de Probabilidade e Estatística.

Para sua pesquisa, a autora preparou cinco sequências de atividades didáticas, desenvolvidas com estudantes de turmas de sétimo ano. A partir da análise, a autora destaca a presença de dezesseis habilidades, vinculadas às competências previstas no currículo. Dessa forma, Zequim (2014) afirma que as atividades com a abordagem da Resolução de Problemas e de Modelagem contribuem para o desenvolvimento das habilidades matemáticas.

Outra pesquisa realizada também com turmas do sétimo ano e tendo como suporte a ideia de Modelagem de Bassanezi (2002) é a de Salandini (2011). Ela teve por intuito a compreensão da seguinte pergunta: “Quais as reais possibilidades de se introduzir o conceito de equação do primeiro grau utilizando

como estratégia de ensino a modelagem matemática para alunos de sétimo ano do ensino fundamental?” (SALANDINI, 2011, p. 18). A atividade desenvolvida para sua investigação foi feita no decorrer de quatro aulas. O autor salienta “que a modelagem matemática para a introdução do conceito de equação do primeiro grau, pode ser um ponto positivo” (SALANDINI, 2011, p. 97) e pode reduzir as dificuldades normalmente encontradas pelos estudantes e propiciar o desenvolvimento de competências e habilidades, além de uma melhor compreensão do conceito.

Além das investigações de Bossle (2012), Zequim (2014) e Salandini (2011), há também alguns estudos cujo a preocupação principal dos pesquisadores está na aprendizagem nas aulas de Matemática. Dessa forma, eles investigaram possíveis contribuições da Modelagem, considerando-a uma alternativa para a aprendizagem e para o fazer Matemática em sala de aula.

Entre eles, está o estudo de Nogueira (2014, p. 26), que assumiu a perspectiva de Modelagem de Burak (2010) e foi direcionado pela pergunta “Quais são as possíveis contribuições de atividades de Modelagem Matemática, na perspectiva de Educação Matemática assumida, ao processo de ensino para a aprendizagem de Matemática e à formação integral dos estudantes do 9º ano / EF?”. Para sua investigação, o autor desenvolveu, com duas turmas do nono ano, uma atividade de Modelagem Matemática. Cada sala optou por um dos temas de pesquisa: “A Planta Baixa de uma Casa”; e “A Escola Estadual ‘Napoleão Reis’”.

O autor destaca que a atividade de Modelagem possibilitou uma melhoria significativa de interesse e motivação dos discentes. Ademais, proporcionou um ensino integrador e contribuiu para a ressignificação de conhecimentos matemáticos dos estudantes, que passaram a compreender a Matemática como fonte geradora de problemas reais. Nogueira (2014) ainda destaca que a atividade proporcionou a aprendizagem, além de contribuir para tornar os estudantes em cidadãos críticos e sujeitos ativos no processo de construção do próprio conhecimento.

Grimaldi (2015) também realizou uma investigação com os discentes do nono ano. O autor analisou se a Modelagem Matemática pode ser um incentivo para que ocorra a aprendizagem da Matemática. Sua pesquisa foi realizada com estudantes de duas escolas públicas do Estado do Rio de Janeiro, em que os

discentes desenvolveram o tema "Merenda Escolar", sugerido pelo pesquisador. Para o autor, a partir da proposta com a Modelagem, percebe-se: a participação ativa dos estudantes, a mudança de postura deles ao receber informações — eles passaram a ser sujeitos no processo de investigação e a ter uma postura crítica em relação a fatores sociais — e a troca de experiências e o respeito mútuo entre os discentes.

Grimaldi (2015) pontua que a Modelagem pode ser uma possibilidade de trabalhar com os discentes de forma que estes percebam a importância da disciplina e que a proposta foi um incentivo para a aprendizagem da Matemática. Ainda relata sobre a dificuldade encontrada no início do desenvolvimento da atividade e a atitude passiva dos estudantes, esperando o “como fazer” o que estava proposto, e constata que, no decorrer da prática, eles tiveram mais autonomia na realização da atividade.

Em outros estudos, há um interesse dos pesquisadores em investigar algumas características – como a motivação, autonomia e desenvolvimento do senso criativo e posturas críticas - que podem se fazer presentes quando a Modelagem é adotada como uma prática pedagógica.

Entre eles, a investigação de Oliveira (2010) assume como foco a problemática da linguagem no ambiente de aprendizagem gerado pela Modelagem. Estabelece como objetivo de pesquisa “analisar e compreender a construção dos sentidos dados aos objetivos matemáticos mediante as interações dos sujeitos alunos/professor ao desenvolverem atividades de modelagem” (OLIVEIRA, 2010, p. 24). Para alcançar tais objetivos, o autor desenvolveu atividades de Modelagem em conjunto com uma professora de uma turma de quinta série (atual sexto ano) do Ensino Fundamental de uma escola de aplicação da rede federal de ensino, em Belém.

Sua pesquisa concluiu que o uso da Modelagem possibilita que uma linguagem não formal circule em sala e evidencia que criou uma possibilidade de liberdade discursiva, em que os estudantes puderam problematizar e expor suas ideias. Também assinala que os sentidos produzidos pelos professores e pelos discentes devem fazer parte de um mesmo universo discursivo; para isso, deve ocorrer a negociação constante, por meio da qual um deve buscar compreender o sentido do outro.

Outra pesquisa encontrada é a de Campos (2015, p. 37), que identifica

“as contribuições de uma proposta orientada pela Modelagem Matemática para o desenvolvimento de posturas críticas dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental do Colégio Arquidiocesano de Ouro Branco-MG”. Para isso, o autor elaborou uma proposta pedagógica fundamentada na Educação Matemática Crítica e desenvolveu-a durante encontros, no contraturno, com estudantes que aceitaram participar. Para ele, a proposta da atividade produziu mudanças na maneira como os discentes obtêm informações e as analisam, verificando sua veracidade, além de ter gerado mais questionamentos e a percepção da importância de problematizar, refletir e debater. Ademais, o desenvolvimento dessa atividade, segundo Campos (2015), contribuiu para a autonomia dos estudantes na tomada de decisões e para a constatação de possibilidades de abordar uma situação-problema, buscando meios de solucioná-la. Foram percebidos indícios de posturas críticas nas falas dos discentes, argumentações e posicionamentos no decorrer dos encontros.

Também realizado nos anos finais do Ensino Fundamental, há o estudo de Brites (2012, p.16), que analisou “as possibilidades da modelagem matemática gráfica, por meio da produção de desenhos, para instigar o senso criativo de um grupo de 72 alunos do Ensino Fundamental”. Cabe mencionar que a pesquisadora toma como referência os processos de modelação da professora Maria Salett Biembengut. A autora define Modelagem Matemática Gráfica “como habilidade cognitiva de perceber e compreender formas bidimensionais e tridimensionais e de expressá-las em representações bidimensionais por meio de desenhos, utilizando as representações gráficas manuais” (BRITES, 2012, p. 42).

Por meio do desenvolvimento de uma atividade com tema “Mangá” com estudantes do sexto e do sétimo ano, foram relacionados conteúdos de Geometria, Aritmética e Expressão Gráfica nos modelos elaborados. Para a autora, fazer uso da Modelagem Matemática Gráfica proporcionou aos discentes a compreensão de conceitos matemáticos. Além disso, não só valorizou as formas, os modos de expressão, a representação e a espontaneidade, mas também instigou o senso criativo. Segundo Brites (2012), a motivação e o interesse demonstrados pelos estudantes sugerem o quão positivo pode ser o método da Modelagem Matemática Gráfica.

Já o estudo de Zukauskas (2012) analisou a motivação de estudantes em

aprender conteúdos de Geometria, a partir da atividade de construção de embalagens. Para seu estudo, a autora convidou estudantes do sexto ano de uma escola pública de Porto Alegre para participar do desenvolvimento da atividade em momentos extraclasse. Por meio de análise das interações, dos materiais elaborados pelos estudantes e de entrevistas, a autora expõe que a atividade proposta contribuiu para aprendizagem de Geometria e que, ao favorecer a contextualização, foi possível notar a motivação dos estudantes no decorrer do desenvolvimento, porém houve também momentos de desmotivação, observados quando os estudantes não compreendiam os conteúdos matemáticos ou as etapas da atividade.

Já a última pesquisa elencada é de Martin (2019). O autor buscou investigar “as ações realizadas pelos alunos no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática que denotam autonomia, bem como as características das atividades de modelagem que podem ter suscitado as referidas ações” (MARTIN, 2019, p. 16). Martin (2019) destaca que a Modelagem Matemática abre possibilidade para o surgimento de ações de autonomia, que foram exteriorizadas no desenvolvimento de atividades, a saber: 1) tomada de decisão, momento em que os discentes se posicionam para encontrar soluções para os problemas; 2) busca por respostas às próprias perguntas, relacionada ao contato com as características da atividade, notada quando questionam e buscam meios de solucionar as perguntas feitas; 3) planejamento e construção de encaminhamentos de resolução, momento em que há uma análise crítica do problema e se elege o que é ou não relevante para a atividade; 4) realização e orientação das ações planejadas, postura que surge quando os estudantes podem tomar diversos caminhos e que precisa da busca de estratégias para seu desenvolvimento; 5) comunicação das ideias ao expor ideias, estratégias, hipóteses e reflexões aos colegas; e por fim, 6) iniciativa quando os estudantes se posicionam diante da atividade e fazem a mediação das discussões, que, é uma ação que está associada com as demais ações. Para o autor, as atividades de Modelagem podem proporcionar um ambiente que estimula a autonomia dos discentes, manifestada em suas ações no decorrer da atividade.

Para dar seguimento a apresentação dos trabalhos elencados para revisão bibliográfica, passo a seguir a expor sobre os estudos internacionais selecionados.

SÍNTESE DAS PESQUISAS INTERNACIONAIS

Para a revisão internacional, foram selecionadas 26 investigações realizadas no âmbito internacional: 8 publicações do ZDM, 8 capítulos no livro organizado por Stillman, Blum e Biembegut (2015) e 10 no editorado por Stillman, Blum e Kaiser (2017). Nessa parte do apêndice, apresento uma síntese de cada investigação, com base na leitura completa e meu entendimento a respeito dos estudos.

Entre as pesquisas elencadas, parte deles está relacionado a modelos matemáticos. Nelas há um olhar para a natureza dos modelos, investigar o processo de elaboração e o desenvolvimento dos modelos pelos estudantes, a reformulação dos mesmos, avaliar o sentido de credibilidade dos estudantes para os modelos elaborados em uma atividade e investigar as vantagens de interpretar modelos. Isto é, apesar das pesquisas serem realizadas com estudantes, o foco principal está nos modelos matemáticos que emergem nas atividades.

Entre os artigos, está a pesquisa de Kazak, Pratt e Gökce (2018). Essa foi realizada com discentes com idade entre 11 e 12 anos, residentes da Turquia. Nela, é explorada a natureza dos modelos e o modo como os alunos os avaliam. A metodologia de pesquisa é baseada em *design*, e os dados foram produzidos a partir de entrevistas, escritos dos discentes no processo de Modelagem e notas de campo.

A atividade realizada consistia em determinar qual modelo de sapo de origami escolher para uma corrida nas Olimpíadas de Sapo. Após discussão, os discentes, em grupo, coletaram dados com os origamis e realizaram uma representação gráfica das distâncias dos saltos para, assim, escolher uma das dobraduras. Em seguida, foi inserido uma situação ao trabalho de Modelagem: Um desenvolvedor jogos gostaria de fazer um jogo digital para dispositivos moveis para cada modelo de origami e os alunos deveriam auxiliar o desenvolvedor a fazer uma versão digital dos sapos e investigar como seria a distribuição das distâncias de saltos dos sapos.

Em seus resultados, os autores mostram aspectos como regularidade e consistência das distâncias dos saltos, utilizados para a determinação do origami a ser utilizado, e avaliam o modelo realizado ao comparar os resultados deste

com os obtidos nos experimentos reais. Revelam ainda que o processo de Modelagem proporcionou estímulo aos discentes na compreensão de ideias e procedimentos estatísticos, que geralmente são trabalhos na matemática escolar de maneira isolada e sem contexto.

Já o artigo de Carreira e Baioa (2018) apresenta uma investigação realizada com 46 estudantes de 13 a 15 anos, de 2 turmas de uma escola de Portugal. A investigação buscou avaliar o sentido de credibilidade dos estudantes em relação aos modelos ao realizar uma atividade de Modelagem que ocorreu para simular o que acontece em uma situação real, envolvendo um trabalho experimental. Para os autores, a credibilidade é um fator crucial que deve ser valorizado em um cenário de Modelagem e este significa assumir que durante a atividade em sala de aula há uma parte de ficção em situações que são baseadas em eventos reais.

A problemática apresentada aos estudantes era a de que um cliente desejava uma tinta que se assemelhasse ao tom de verde de uma amostra de um pano utilizado em uma cortina e, os estudantes precisavam encontrar um meio para criar a tinta na tonalidade almejada. No desenvolvimento da atividade, foram realizadas gravações e observações e, ao fim, foi aplicado um questionário aos estudantes. Em sua análise, os autores apontam a necessidade dos estudantes em dar sentido para cada elemento da tarefa e indicam que, para eles, o trabalho experimental realizado no decorrer da atividade foi fundamental, bem como entendem que a utilização do modelo obtido é confiável.

Além disso, discutem que os estudantes têm conhecimento das diferenças existentes entre os experimentos realizados em sala e o feito por profissionais. Destacam que os estudantes reconheceram como uma situação real e consideram com um objetivo da atividade real. Os discentes estavam convencidos que o modelo obtido faz sentido na situação real, embora alguns acreditem que não correspondem ao dos profissionais e outros que a Matemática não seria essencial. Para os autores os discentes atribuíram credibilidade a atividade proposta e destacam que está não é ingênua ou infundada, pois os estudantes conseguiram estabelecer um distanciamento entre as práticas, isto é, de um profissional e a da sala de aula, destacando que perceberam o conceito de simulação presente nos modelos elaborados por eles.

Outra investigação relacionada aos modelos é de English e Watson (2018). Os autores examinaram a elaboração de modelos por 89 alunos com idade média de 11 anos e 10 meses. O modelo deveria ser elaborado para selecionar equipes de natação australianas para os Jogos Olímpicos de 2016, usando dados sobre os tempos de competição dos nadadores em vários eventos anteriores. Os autores destacam que trabalham com Modelagem com dados que tem como foco o desenvolvimento do conhecimento matemático e estatístico dos discente.

A pesquisa baseada em *design* considerou dados quantitativos e também qualitativos. Como resultados os autores salientam que para a elaboração do modelo os discentes realizaram uma seleção de variáveis com base em uma tabela de dados fornecida a eles. Indicam que suas respostas mostram uma apreciação das ideias estatísticas fundamentais, incluindo meios de cálculo para acomodar a variação de dados, identificando como as tendências no desempenho dos nadadores modifica a construção do modelo, reconhecendo as limitações no uso de apenas uma variável de desempenho, a incerteza na equipe de seleção e que pode ser necessários ajustes para aplicação do modelo em outros esportes. Destacam também que questões contextuais estiveram presentes durante todo o tempo e que este poderiam impactar o desempenho de um futuro nadador. Porém salientam que algumas questões não foram levadas em considerações pelos discente e que para os autores era importante, como o nível competitivo de um evento de natação, fato inesperado para eles.

Também abordando modelos, há o estudo qualitativo de Quiroz, Orrego e López (2015). Realizado por meio de um estudo de caso, em que analisam como quatro estudantes colombianos, em duplas, desenvolveram modelos matemáticos, a partir da medição de área e volume no contexto de uma inundação da escola que estudam, causada pelo transbordamento de um rio na região de Antioquia, na Colômbia. Os dados foram coletados por meio de observações, entrevista e anotações dos estudantes.

Para os autores, a Modelagem Matemática tornou-se uma estratégia para os estudantes compreenderem os conteúdos de área e volume a partir da medição e se apropriarem das noções matemática através da construção de modelos matemáticos considerando alturas de nível da água distintas. Destacam ainda que além de associar a Matemática ao contexto, demonstra que a

atividade extrapola para além de conteúdos matemáticos, pois os alunos tiveram uma atitude crítica em relação à matemática presente no cotidiano e propuseram meios de diminuir os impactos de uma enchente.

Relacionado também a modelos, Ikeda e Stephens (2017) buscou examinar as vantagens de interpretar a Modelagem dos alunos a partir de uma perspectiva de tradução interativas entre mundos plurais. Para os autores a Modelagem vai além de dois mundos fixos, isto é, o mundo real e um mundo matemáticos, mas sim de mundos plurais, em que há presença de modelos intermediários durante o processo de Modelagem.

O estudo de caso foi realizado com 28 alunos no Japão. Como resultados, destacam duas vantagens, a primeira, é a possibilidade de o docente direcionar a atenção dos alunos para modelos intermediários que podem proporcionar uma ajuda com os modelos abstratos e também, o professor pode concentrar a atenção em dificuldades dos alunos e ajuda-los a verificar, criticar e modificar seus modelos.

Há ainda uma pesquisa que retrata sobre a reformulação de modelos, de Matsuzaki e Kaneko (2015). Ela apresenta uma discussão sobre a reformulação de modelos feitos por alunos de Tóquio. Para atividades os estudantes foram convidados a definir um problema a partir de uma situação real e por meio de desenhos explicar como elaboraram o problema. A produção dos dados ocorreu por meio da realização de testes antes e após o desenvolvimento da atividade pelos estudantes. Matsuzaki e Kaneko (2015) destacam que a reformulação de modelos ocorreu pelos estudantes com intuito de simplificar a tarefa, para explicá-la a outros e também para estruturar a atividades matematicamente.

Entre as investigações elencadas, também notei que algumas delas está relacionada ao uso das tecnologias em atividades de Modelagem, com olhar para a aprendizagem dos estudantes no decorrer da atividade e para se há diferença no desenvolvimento da competência de Modelagem ao utilizar as tecnologias.

Uma das relacionadas com o uso de tecnologias, no caso, um aplicativo, é a pesquisa de Patel e Pfannkuch (2018). A investigação tem por objetivo usar uma estrutura de Modelagem estatística potencial para caracterizar os processos de raciocínio dos discentes (que tinham 11 anos). A investigação teve como foco o aprendizado, o raciocínio e a aplicação dos processos das

atividades de Modelagem usando o aplicativo *TinkerPlots*³⁶. A metodologia de pesquisa é baseada em *design* e considera como dados a comunicação verbal e escrita dos estudantes e suas produções, feitas à medida que interagiram com o *TinkerPlots* durante o desenvolvimento da atividade de Modelagem.

Como resultados, Patel e Pfannkuch (2018) destacam que os dados obtidos não podem ser generalizados, mas sugerem que há indicações de que os estudantes estavam desenvolvendo a capacidade de refletir sobre fenômenos e informações no mundo real. Também sublinham que os alunos conseguiram: reconhecer a incerteza nas simulações, mesmo sem saber lidar com elas; raciocinar com faixas e formas de distribuições por meio da integração de conhecimento contextual e estatístico; testar, julgar e refinar modelos; realizar suposições simplificadas para construir modelos e identificar suas limitações; fazer uso e aplicação do *software TinkerPlots*; e comunicar suas descobertas.

Também envolvendo tecnologias, a pesquisa Greefrath, Hertleif e Siller (2018) buscou compreender se há diferença no desenvolvimento quantitativo das competências de Modelagem, limitando a subcompetência³⁷ de matematização, na realização de atividades de Modelagem com ou sem o uso de *softwares* de Geometria Dinâmica, em especial, o *GeoGebra*. A pesquisa foi realizada com 821 discentes de 30 classes, distribuídas aleatoriamente em dois grupos. O primeiro grupo, formado por 15 classes, utilizou *softwares* de geometria dinâmica. Já o segundo grupo, com as demais 15 classes, apenas utilizou papel e lápis.

Durante quatro aulas de Matemática, os discentes trabalharam, em duplas, em diferentes atividades de Modelagem, baseadas em conteúdo de Geometria. As atividades foram as mesmas para ambos os grupos. Para a compreensão da investigação, os dois grupos foram testados com relação as suas competências de Modelagem tanto antes como depois da atividade, além de realizarem um teste após um intervalo de três meses. Após a análise, os autores concluem que não houve diferenças significativas entre os grupos, nem

³⁶ Este é uma ferramenta de modelagem e de visualização de dados que pode ser usado com o estudantes para trabalhar a Matemática e a Estatística, por exemplo. Mais informações em <<http://www.tinkerplots.com/>>. Acesso em 28 de abril de 2021

³⁷ Os autores consideram que a capacidade de realizar etapas na atividade de Modelagem corresponde a subcompetências da Modelagem, tais como simplificar, matematizar, trabalhar matematicamente, interpretar e validar.

após a intervenção nem três meses depois. No entanto, destacam que houve um desempenho ligeiramente pior na parte da matematização dos alunos que utilizaram o *software*.

Nas pesquisas selecionadas, algumas estão relacionadas com competências e habilidades. Isto é, percebo que há uma preocupação dos pesquisadores com o desenvolvimento pelo aluno de competência específicas no decorrer da atividade de Modelagem, como a matematização e a investigação. Ou mesmo com foco em um meio de avaliar o desenvolvimento de habilidades dos alunos ou mesmo investigar se a percepção dos estudantes auxilia no progresso das habilidades de Modelagem.

Uma delas é a investigação de Sebastià *et al.* (2017). Os autores apresentam uma pesquisa teve por intuito investigar se poderia uma sequência de ensino baseada em um estudo arqueológico promover o desenvolvimento da investigação e das competências de modelagem nos estudantes. Isto é, como a interação com a disciplina de História poderia melhorar os processos de modelagem e investigação dos alunos. Além de investigar quais característica da sequência de ensino facilita o progresso do aluno e quais as suas limitações.

Para isso apresentam no texto o projeto, a implementação e a análise da sequência de ensino, utilizada com trinta alunos na Espanha com idade entre 12 a 14 anos. Sebastià *et al.* (2017) salientam que o contexto histórico contribuiu para motivar os estudantes no decorrer da atividade, fornecendo-se informações que auxiliava no problema e eram geradoras de novos questionamentos. Além disso, destacam que elementos históricos e contato com especialistas em arqueologia trouxeram aspectos fundamentais para a validação da atividade, que o contexto matemático não oferecia aos estudantes. Por fim, ponderam que o diálogo entre as disciplinas de Matemática e História auxiliou e facilitou a busca por soluções no decorrer da atividade.

Relacionadas a habilidades, há a pesquisa de Biccard e Wessels (2017), que apresentam como seis princípios de design instrucional para *model-eliciting activities (MEAs)* podem ser reformulados e utilizados como meio de avaliar as habilidades de Modelagem dos alunos trabalhando em grupo. Tais princípios são: da realidade; da construção do modelo; da autoavaliação; da documentação do modelo; do protótipo simples; e da generalização do modelo. Para avaliar a atividades de Modelagem, os princípios foram reformulados para:

1. Até que ponto o grupo traz sentido à situação da vida real?
2. Até que ponto o grupo constrói um modelo?
3. Até que ponto o grupo julga que suas idéias, respostas e modelos são bons o suficiente?
4. Qual é a qualidade da documentação que o grupo produz ao modelar?
5. Até que ponto o grupo produz uma solução que seja uma metáfora (um protótipo) para interpretar outras situações?
6. Até que ponto o grupo desenvolve um modelo compartilhável e generalizável? (BICCARD; WESSELS, 2017, p. 492, tradução minha³⁸)

A pesquisa de design foi realizada com 12 alunos com idade entre 11 e 13 anos que desenvolveram três MEAs. Os dados foram produzidos por meio de gravações, que foram transcritas e codificadas de acordo com os seis princípios. Biccard e Wessels (2017) salienta que a reformulação proporcionou uma estrutura que permite avaliar aspectos significativos das atividades, como a construção do modelo, a integração da realidade, qualidade da documentação, autoavaliação, desenvolvimento de protótipos para pensamento e generalização. Discorrem que a reformulação possibilita uma abordagem integrada e prática para avaliar as habilidades de Modelagem dos estudantes.

Já o estudo de Galbraith, Stillman e Brown (2017) buscou compreender como o 'perceber' facilita e exhibe as habilidades de Modelagem dos alunos. A pesquisa foi realizada em um evento que ocorre anualmente na Austrália, contando com a participação de alunos de Queensland e Singapura. Os dados foram coletados com 20 alunos, com idade entre 10 e 11 anos, por meio de cópias dos materiais produzidos por eles e filmagens realizadas, além do preenchimento de um questionário aberto. Os autores destacam que foi identificado percepções globais e específicas, tanto de natureza estratégica como explicativa, que mostram aspectos que antecipam a atividade mental do aluno que ocorre durante a Modelagem.

³⁸ 1. To what extent *does the group* make sense of the real-life situation?
 2. To what extent *does the group* construct a model?
 3. To what extent *does the group* judge that their ideas, responses and models are good enough?
 4. What is the quality of the documentation *that the group produces* when modelling?
 5. To what extent *does the group* produce a solution that is a metaphor (a prototype) for interpreting other situations?
 6. To what extent *does the group* develop a shareable, generalisable model? (BICCARD; WESSELS, 2017, p. 492)

Diferentes dessas pesquisas, há também estudos com foco na interdisciplinaridade presente em atividades de Modelagem Matemática. O capítulo de Ng e Stillman (2015) relata os resultados na aprendizagem de projeto interdisciplinar envolvendo matemática, ciência e geografia, realizado com discentes de Singapura, na faixa etária de 13 a 14 anos. Seu intuito foi investigar até que ponto a participação dos alunos em projetos interdisciplinar demonstra sucesso no resultado esperado de “interconexão”. Ng e Stillman (2015) definem duas escalas para medir a percepção da “interconexão”: interconectividade³⁹ de Matemática e aprendizagem intersujeitos e crenças e esforços em fazer conexões.

A pesquisa utiliza de dados quantitativos e qualitativos. Os dados quantitativos foram obtidos por meio da aplicação de questionários antes e a pós a realização do projeto interdisciplinar, e realizado uma análise de variância para comparar os resultados. Como resultados apresentam que ocorreu um impacto significativo do projeto Interdisciplinar, mostrando que houve um aumento na percepção da interconexão da Matemática, isto é, a percepção da Matemática para a aprendizagem de outras disciplinas. Mas não houve aumento nas pontuações das crenças e esforços em fazer conexões, que pode ter ocorrido por já possuírem crenças positivas sobre as conexões entre a Matemática e outras disciplinas. Demonstrado na pontuação média 4,01 em uma escala até 5 pontos, no primeiro teste realizado. Já dados qualitativos, produzidos por meio de gravações e áudios, mostram que conseguiram estabelecer conexões interdisciplinares, porém houve uso limitado deste durante a realização de cálculos e tomada de decisões no decorrer da atividade.

Outro estudo que aborda a interdisciplinaridade é o de Grafenhofer e Siller (2017). Este é um estudo qualitativo que explora um problema de modelagem em um projeto interdisciplinar e também investiga influências desse contexto no uso de conhecimentos extra matemáticos para resolver a atividade de Modelagem. O estudo foi realizado em três escolas da Alemanha. Os dados foram produzidos por entrevistas realizadas com alunos, notas de campo e

³⁹ “interconectividade” é teoricamente definida como: percepções das ligações entre Matemática e outras disciplinas escolares; utilidade da Matemática para compreensão e aprendizagem de outras disciplinas; e a relação complementar da Matemática com as demais disciplinas para resolução de problemas.

modelos finais elaborados pelos estudantes. Como resultados Grafenhofer e Siller (2017) salienta que conhecimentos extra matemáticos da vida real podem influenciar caminhos tomados pelos estudantes e que também foram sugstionados por disciplinas que possuíam mais interesse, como no caso da disciplina de Geografia.

Além da interdisciplinaridade presente em alguns estudos, noto também que entre as pesquisas localizadas há aquelas que abordam sobre uso de algum auxílio aos discentes no decorrer do processo de solução de uma atividade de Modelagem. As pesquisas relatam sobre o uso auxílio no decorrer das atividades de modelagem, sejam eles motivacional, feedback, estratégicos gerais e de conteúdos. Ou ainda, a utilização de cartões preparados para cada ciclo de Modelagem ou a utilização de ciclo de Modelagem dupla. Todos utilizados com intuito de auxiliar o discente no decorrer da atividade para que possa progredir da mesma.

É o caso da pesquisa de Greefrath (2015), que apresenta e discute a respeito de recursos de resolução de problemas que podem auxiliar os estudantes no decorrer de atividades de Modelagem nas aulas de Matemática. Para o autor, os auxílios podem ser motivacionais, de feedback, estratégicos gerais e estratégicos relacionados aos conteúdos. Este podem ser subdivididos em diretos, quando são direcionados ao estudante em específico ou indireto quando direcionado para toda a sala.

Seu estudo é qualitativo e foi realizado com seis estudantes na Alemanha, com idade entre 10 e 12 anos, por meio de observações no decorrer da atividade e por entrevistas realizadas. O método de resolução de problemas adotado pelo autor foi de Greefrath e Leuders (2013). Este considera as etapas de resolução de problema estabelecidas por Polya, que é dividido nas etapas de: Compreender o problema, conceber um plano, executá-lo e verificar. Foram realizadas duas tarefas com os alunos. Uma delas apresentava uma solução e os discentes necessitam identificar cada etapa de acordo com método de resolução, que tinha por intuito que os estudantes alcancem uma compreensão a respeito do método de Greefrath e Leuders (2013). Já na segunda atividade os discentes necessitavam encontrar a solução e tinham como apoio o método. Como resultado Greefrath (2015) destaca que as soluções podem ser influenciadas pelo fornecimento de um método para a resolução de problema e

que os discentes demonstraram impressões positivas com seu uso, além de se sentirem apoiados por sua presença.

Também envolvendo auxílios, o artigo de Alfke (2017) apresenta um recorte inicial de um estudo qualitativo que avalia a viabilidade de utilizar recursos de aprendizagem no processo de resolução de uma atividade de Modelagem. Para isso, utilizou-se de cartões de ajudas preparados previamente sobre possíveis áreas de dificuldades dos alunos durante as etapas de atividades de Modelagem, seja elas com o problema do mundo real ou dentro da Matemática. Dependendo da dificuldade, o aluno poderia recorrer a ajuda fornecida nos cartões.

A pesquisa contou com a participação de 30 alunos, com idade entre 12 e 13 anos, da Alemanha. A produção dos dados ocorreu por meio de gravações de vídeos e áudio, resolução dos alunos e escritos feitos no decorrer da atividade e uma entrevista feita ao final da atividade. Para Alfke (2017) os resultados mostram da utilidade de utilizar recursos de aprendizagem para problemas de Modelagem, pois os cartões ajudaram os estudantes a superar as dificuldades, tornando desnecessário o apoio do docente em alguns momentos, fomentando o trabalho independente dos alunos. Além de ajudar os estudantes a progredir na resolução dos problemas de Modelagem, em etapas que possuíam dificuldades.

Já a investigação de Kawakami, Saeki e Matsuzaki (2015) utilizou a Modelagem dupla⁴⁰, como um meio de auxiliar os estudantes a progredir na atividade. No artigo apresentam como os estudantes que não conseguiram uma solução para uma atividade inicial, compartilharam e refinaram modelos por meio de Modelagem dupla. A pesquisa foi realizada com 33 alunos com idade entre 10 e 11 anos do Japão. A tarefa inicial, isto é, do primeiro ciclo de Modelagem, relatava que existe diferente modelos de tanque de óleo, com alturas iguais e diâmetro diferente, e foi questionado se a espiral formada por um corrimão ao redor dos tanques era igual.

⁴⁰ Modelagem dupla consiste em dois ciclos, é utilizada quando os alunos não conseguem solucionar uma tarefa – primeiro ciclo de Modelagem -, introduzindo uma segunda tarefa de Modelagem – segundo ciclo - semelhante a inicial e mais simples, que pode auxiliar na resolução da primeira tarefa.

No entanto, o tanque foi desenhado em papel em duas dimensões, e com impossibilidade de desmontar o tanque para essa verificação do comprimento da espiral, os alunos não conseguiram encontrar uma solução. Para ajudar nessa tarefa, utilizaram do segundo ciclo de modelagem, em uma tarefa semelhante. Esta consistia em uma espiral formada ao redor de um tubo de papel higiênico – simulando a escada no tanque. Os alunos deveriam realizar a abertura de um tubo, o que mostrava a eles um paralelogramo, permitindo visualizar a espiral “aberta” em 2 dimensões. Com resultados da tarefa semelhantes os alunos retornam a tarefa inicial para encontrar uma possível solução. Além disso, os estudantes compartilharam os modelos com os colegas.

A pesquisa mostra que os educandos que foram mal sucedidos no primeiro ciclo de modelagem foram capazes de alterar e modificar seus próprios modelos, progredindo em seu ciclo de modelagem dupla. Destacam que um ponto crucial desse processo é o compartilhamento de vários modelos, que não seriam disponível independentemente

A pesquisa de Lamb *et al.* (2017) também aborda sobre a Modelagem dupla. No artigo apresentam como os alunos se engajam no desenvolvimento de duas tarefas de modelagem utilizando o ciclo de Modelagem dupla. O estudo foi realizado com 23 alunos Australianos com idade entre 11 e 12 anos, cujos dados foram coletados por meio de gravação de vídeo e áudios, anotações dos alunos e notas de campo. Os autores destacam que os resultados indicam que os alunos se beneficiam do ciclo de Modelagem dupla. Salientam que os envolvimento dos estudantes em duas tarefas de Modelagem possibilitam desenvolveram uma compreensão Matemática mais esclarecida e que recomendam o uso da Modelagem dupla como uma estrutura a ser adota por professores Australianos a fim de abordar diversas habilidades matemáticas em sala de aula.

Além de investigações envolvendo auxílios no decorrer da atividade de Modelagem, dentre os artigos, há pesquisas que busca investigar se alguns fatores podem influenciar o desenvolvimento da atividade de Modelagem por parte dos estudantes. Isto é, se fatores linguísticos e o uso de plano de solução, podem afetar o desenvolvimento da atividade pelos estudantes.

Como no caso da pesquisa de Plath e Leiss (2018), que teve como fator externo a proficiência linguística dos discentes. Esses autores fizeram uma

pesquisa quantitativa com 634 estudantes, com 14 anos, da Alemanha. Desses discentes, 177 possuem antecedentes de migração, isto é, um dos progenitores não nasceu no país. Os pesquisadores examinaram com os educandos a importância da proficiência no idioma para o desempenho da atividade de Modelagem Matemática, verificaram se a variação linguística influencia as soluções e se há diferenças entre alunos com menor e maior proficiência no idioma.

Os autores utilizaram um modelo heurístico desenvolvido para operacionalizar as demandas linguísticas e variaram linguisticamente cinco tarefas de Modelagem Matemática. Por meio de uma análise de regressão, destacam que a proficiência no idioma tem maior impacto do que as notas escolares, o *status* socioeconômico e o histórico de migração dos estudantes no desempenho de uma atividade de Modelagem. Para eles, a proficiência no idioma é um fator importante para uma solução bem-sucedida de uma problemática que parte da realidade e frisam que é importante levar em consideração a proficiência do idioma.

Outra pesquisa que também investigou possíveis influências na atividade de Modelagem foi de Manouchehri e Lewis (2017). Essa apresenta exemplos de atividades de Modelagem dos alunos com intuito de destacar como o conhecimento de contextos extra matemáticos pode ser influenciar as práticas matemáticas dos estudantes em seu decorrer. Para isso, apresentam dados que foram coletados no decorrer de 4 anos por três projetos de pesquisa desenvolvido com estudantes. Destacam sobre evidências que vem crescendo de que os conhecimentos dos alunos trazem para a escola influência fortemente sobre como eles interpretam e veem os problemas, e também os meios de como resolvê-los. Salientam ainda que há intensa conexão entre o raciocínio analítico, relacional e intuitivo utilizado no decorrer da atividade.

Há ainda, pesquisas que apresentam e analisam as atividades de Modelagem desenvolvidas com estudantes. Estas mostram sobre a influência do cotidiano sobre a atividade e aborda ainda sobre os processos de ensino e aprendizagem. Também apresentam atividades para treinar os estudantes a modelar problemas da realidade e a diferença entre desenvolver a atividade individualmente ou em grupo no olhar do estudante.

Como o artigo de Vélez, Orrego e López (2015), que apresenta um recorte de uma pesquisa e discorrem sobre o processo desenvolvido por uma aluna que trabalhou com uma atividade de Modelagem Matemática relacionada com energia pré-paga. Os dados foram obtidos por meio de entrevista, observações e documento escritos pela aluna. A escolha do tema se deu, pois, as famílias da região onde residem enfrentam difícil situação com suspensão da energia por falta de pagamento e a empresa local instalou nas residências um medidor pré-pago que possibilita a compra antecipada de energia.

A estudante tomou como ponto de partida para a atividade de Modelagem uma situação que ocorreu com sua tia e relata que essa vende gelo, mas que notou que não ganha dinheiro o suficiente para pagar os créditos de energia, e questionou por que os créditos acabaram tão cedo. Com base numa análise de consumo de energia dos eletrodomésticos por hora e a construções de gráficos, a estudante analisou a situação e propôs uma solução para o problema. Para Vélez, Orrego e López (2015) o estudo mostra que os próprios estudantes podem apresentar situações apropriadas para atividades de Modelagem. O estudo ainda mostra que é possível conduzir o processo de ensino e aprendizagem da Matemática permitindo o estudante relacionar sua experiência do cotidiano com a Matemática escolar, não sendo necessário que o professor sugira ou invente uma situação problema, mas sim que reconheça a realidade dos estudantes.

Outro artigo que apresenta a visão geral do desenvolvimento de uma atividade de Modelagem é de Reilly (2017). A atividade foi projetada para apoiar a aprendizagem, integrando os conteúdos de área e porcentagem. Ela foi desenvolvida com 15 alunos e após o término, foi solicitado aos estudantes que preenchessem um questionário aberto sobre a sua experiência. Como resultado Reilly (2017) salienta da relação entre situações do mundo e os conteúdos matemáticos proporcionando um motivo para o estudo, das trocas que ocorreram entre os alunos pela possibilidade de cada um seguir um caminho para o desenvolvimento da atividade e destaca sobre assistência individualizada prestada pelo docente, que auxiliava nos conceitos que faltavam na formação matemáticos dos estudantes.

Também relatando a respeito de atividade, Yoshimura (2015) apresenta um experimento de ensino realizado com 160 alunos japoneses. A tarefa de

Modelagem desenvolvida com os estudantes mostrava uma situação real a respeito da produção anual de energia elétrica, gastos da empresa e valores cobrados. A partir dessas informações, os estudantes deveriam propor uma ideia para eliminar o déficit da empresa. Esta teve por intuito treinar os alunos em Modelagem e permitir que apresentassem suas ideias para eliminação do problema de receitas e despesas de uma empresa de energia elétrica no país. Com base em questionários aplicados antes e após a atividade, Yoshimura (2015) destaca a possibilidade de utilizar de materiais didáticos de modelagem que tratam de receitas e despesas para a formação dos alunos. Salaria ainda que a avaliação dos alunos em relação a utilidade da Matemática aumentou e que partir de um problema social despertou a curiosidade dos alunos, desenvolvendo um interesse por questões sociais.

Há ainda uma pesquisa, Vorhölter (2018), em que a preocupação está na diferença no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem coletivamente ou individualmente no olhar dos alunos. O estudo discorre a respeito de quais componentes podem ser divididos em estratégias metacognitivas (tanto individual como em grupo). Ela também busca saber se a estrutura no nível individual é a mesma que a coletiva.

A investigação foi realizada com 431 discentes de 11 escolas diferentes de Hamburgo, na Alemanha, por meio de um questionário, aplicado em três momentos: uma semana antes do início da pesquisa, no primeiro e no último dia de pesquisa. O questionário inclui estratégias para: i) organizar e planejar a solução; ii) monitorar o trabalho; e iii) avaliar o processo de modelagem. Os alunos tiveram que julgar as estratégias metacognitivas tanto no nível individual quanto no coletivo, utilizando a escala *Likert*⁴¹ (1 = não concordo até 5 = concordo totalmente). Além disso, foram questionados sobre a dificuldade, a motivação no início e no fim da atividade, o modo de trabalhar juntos e a satisfação com trabalho em grupo. Por meio de cálculos estatísticos, média e desvios-padrão, os dados produzidos foram analisados. Os resultados mostram

⁴¹ Escala Likert é um tipo de escala utilizado em questionários em que as possíveis respostas estão em uma escala psicométrica. Esta é mais usada em pesquisa de opinião em que os participantes especificam sua resposta de acordo com o nível de concordância da afirmação feita.

que a estrutura no nível individual e no coletivo é a mesma: um componente, uma regulamentação e uma avaliação.

Diferente dessas pesquisas, há um artigo que aborda sobre um programa de desafio de Modelagem, que ocorre normalmente em outros países mas que não acontece no Japão. A pesquisa de Yanagimoto, Kawasaki e Yoshimura (2015) foi realizada com oito estudantes do Japão. Durante o programa os estudantes trabalharam 5 horas na atividade de Modelagem. Cinco estudantes trabalharam com problema científicos, que buscava uma previsão da distância que um carrinho rola em uma encosta. Três alunos trabalharam com problema social, que buscou identificar em quantos meses após a instalação de painéis solares a conta de energia será menor que antes da instalação.

Para a produção de dados foram utilizados questionários antes e após a desenvolvimento da atividade. Como resultados, Yanagimoto, Kawasaki e Yoshimura (2015) destacam sobre a viabilidade da realização de programa de desafio de modelagem no Japão e que os estudantes demonstraram um grande interesse em Matemática, além de tornarem cientes da relação entre a Matemática e os problemas do mundo real.

Para finalizar a apresentação da síntese das pesquisas internacionais, há o estudo de Brown (2017) que traz um recorte de uma análise qualitativa de um estudo realizado com 24 estudantes, com idade aproximada de 14 anos e mostra como o envolvimento com o contexto possibilita meios de demonstrar e aprofundar a compreensão matemática relacionada às funções lineares. Para a produção dos dados, o autor utilizou de gravações em áudio e vídeos, anotações dos alunos e notas de observações no decorrer da atividade. Brown (2017) destaca que o envolvimento do contexto do mundo real na atividade de Modelagem possibilitou que os alunos compreendessem conceitos matemáticos. Por fim, salienta ainda que a colaboração e a interconexão facilitam esta compreensão.

APÊNDICE B

Senhores Pais/Responsáveis.

As turmas do _____ da _____ foram convidadas a participarem de uma pesquisa vinculada ao projeto “*Modelagem Matemática na Educação Básica: um olhar para a prática dos professores*”. Nesta pesquisa, a turma participará de aulas de Matemática envolvendo Modelagem Matemática com Professora _____ e acompanhada pelas pesquisadoras, que realizarão observações, filmagens, questionários e entrevista. Os conteúdos produzidos serão usados únicos e exclusivamente para as pesquisas. Para isto, contamos com a colaboração e autorização para que seu(u) filho(a) participe.

Qualquer dúvida, estamos à disposição para esclarecimentos.

Att

Profª _____

Profª Ana Paula dos Santos Malheiros (docente Unesp)

Profª Lahis Braga Souza

TERMO DE AUTORIZAÇÃO

Neste ato, _____ (nome responsável), nacionalidade _____, estado civil _____, portador da Cédula de identidade RG nº. _____, inscrito no CPF sob nº _____, residente à Av/Rua _____ nº. _____, município de _____/São Paulo, AUTORIZO a participação do aluno _____ portador da cédula de identidade _____ e o AUTORIZO o uso de sua imagem em vídeo; assim como de suas falas audiogravadas na pesquisa vinculada ao projeto “*Modelagem Matemática na Educação Básica: um olhar para a prática dos professores*”. Por esta ser a expressão da minha vontade declaro que autorizo o uso acima descrito sem que nada haja a ser reclamado a título de direitos conexos à minha imagem ou a qualquer outro, e assino a presente autorização.

_____, dia _____ de _____ de 2019.

(assinatura do responsável)

APÊNDICE C

ATIVIDADES DESENVOLVIDAS COM OS EDUCANDOS PARTICIPANTES DA PESQUISA

Entendo como pertinente expor de forma sucinta como ocorreu a realização das atividades de Modelagem, que foram desenvolvidas pelas professoras Cássia, para as turmas do 6º ano, e pela professora Ana, para as turmas do 9º ano.

Atividade do 6º ano

A atividade de Modelagem da professora Cássia foi desenvolvida de forma semelhante em ambas as turmas acompanhadas. O tópico a ser estudado, divisibilidade, surgiu por conta de a docente apontar que seus estudantes possuíam dúvidas acerca desse conteúdo. Tendo esse fato em vista, no curso já relatado, a docente se juntou com outros professores para a elaboração da atividade. Após discussões, foi decidido que seria utilizado o tema “esportes”, por considerarem ser um assunto de interesse da maioria dos estudantes, além de fazer parte do cotidiano deles.

No curso, a partir disso, foi formado um grupo com demais professores que também se interessavam no conceito de divisibilidade para que, em conjunto, pudessem pensar em possibilidades para trabalhar uma atividade de Modelagem em que emergisse esse conceito. Após uma discussão com o grupo, os membros pensaram em desenvolver uma atividade com o tema “esportes”, por entenderem que é um assunto de interesse da maioria dos estudantes, além de fazer parte do cotidiano deles, devido também às aulas de Educação Física e que poderia emergir a divisibilidade.

Inicialmente, o grupo de professores disseram que os discentes fariam uma investigação a respeito dos esportes. Porém, a professora Cássia, a partir do olhar específico para suas turmas, relatou que solicitar que as turmas fizessem qualquer tipo de pesquisa fora da sala de aula e levassem seus resultados para a escola não era viável. Na sua visão, os estudantes não eram participativos, não se mostravam interessados e, provavelmente, não levariam resultados para a aula. Assim, considerou a possível dificuldade com os discentes para a realização da pesquisa, e optou-se por levar textos sobre

diferentes esportes: vôlei, basquete, handebol, futebol society, dama, queimada, corrida de revezamento e natação. Cabe salientar que esta é uma possibilidade em atividades de Modelagem, de adaptá-las considerando o contexto ao qual os estudantes estão inseridos e à realidade da turma em que for desenvolvida.

Inicialmente, ela questionou os discentes a respeito da quantidade de estudantes presentes na sala no dia e conversou sobre esportes com os estudantes. Em ambas as turmas estavam presentes 21 discentes no dia que a atividade foi iniciada. Após, a professora passou a conversar com os discentes sobre a formação de equipes para jogar. No entanto, destacou que não precisaria ser de um esporte específico.

Cássia: *Aí começaram a fazer questionamento. Entre eles, tem que ter juiz? Tem que ter gandula? Eu aprendi o que era gandula. Mas e se alguém se machucar? É verdade, tem que ter time reserva, tem que ter médico. E nós íamos anotando na lousa.*

Dessa forma, a docente instigou os estudantes a pensarem na formação de equipes com a quantidade de pessoas presentes na sala de aula e quais funções seriam necessárias para a formação, independente do esporte. Neste momento, foi exposto pelos estudantes várias especificidades dos esportes que poderiam ter em uma equipe, como jogadores, juiz, gandula, equipe médica, treinador, entre outros.

Após a exposição e discussão das especificidades de cada esporte, os estudantes, em conjunto com a professora, chegaram a uma questão que deveriam buscar meios para responder: *“Será possível formar equipes na sala para jogar?”*

Posteriormente, a professora Cássia solicitou que os estudantes se dividissem em grupos, discutindo com eles sobre como poderiam realizar a divisão. Na sequência da divisão, a docente sorteou um esporte para cada grupo. Após o sorteio, a professora entregou aos estudantes um texto referente ao esporte sorteado para seu respectivo grupo e, em conjunto, cada grupo iniciou a leitura e discussão do texto. Nesse momento, a docente acompanhou os discentes nos grupos, suscitando a discussão, indagando e fazendo com que os estudantes pensassem a respeito do problema elaborado por eles, com base nas diferentes funções em equipes, sem falar a eles uma resposta.

Cássia: Sorteavam esporte. Pegou queimada estava uma breve explicação de como era, e jogadores e tal. Como 21 alunos eles tinham de responder todas as perguntas. Quantos alunos tinham, quantas equipes serão formadas, se ia ter narrador, se ia ter juiz, se ia ter treinador, se ia ter equipe médica, se ia ter o tal do gandula para alguns jogos não entraria o gandula. E não podia sobrar nada, né? E depois, vai emprestar de alguém? Teve grupo que ia pegar emprestado da outra sala, mas não podia pegar emprestado só o que tava faltando, tinha que emprestar todo mundo porque é injusto

Após esse momento, quando os grupos finalizaram a discussão e encontraram uma possível resposta para o problema elaborado, de acordo com o esporte sorteado, a docente foi à frente da sala e voltou a discutir com todos da turma.

Foi então apresentado por cada grupo o que foi considerado para a formação de cada equipes, e assim encontraram uma solução. Nas apresentações, cada grupo buscou solucionar o problema de acordo com o esporte que sortearam. Os grupos que sortearam futebol society, vôlei e basquete separaram quais funções seriam necessárias nas equipes e perceberam que com os 21 estudantes presentes não seriam suficientes para formar equipes para jogar e destacaram que a solução encontrada seria convidar a outra turma. Considerando então 42 alunos destacam que discutir e realizaram as divisões atendendo as funções consideradas.

Os grupos que sortearam a Dama, mencionaram que não necessitaram “convidar” a outra turma e argumentaram que como a sala era formado por vinte e um alunos e para jogar damas é preciso dois jogadores, logo teriam dez pares de jogadores e restaria um aluno, sendo este o juiz das partidas e que outras funções não seriam necessárias para esse tipo de jogo. O grupo que sorteu corrida de revezamento também destacou que não foi preciso convidar a outra turma, apenas se quisesse formar mais equipes para a competição.

No decorrer das apresentações do modo como encontraram uma compreensão para o problema, a docente ia sintetizando as respostas, ditas pelos discente, na lousa na sala e discutindo com os discentes o que fizeram, o que garantia a eles fazer ou não cada divisão e assim, retornando e abordando critérios de divisibilidade.

Ao final das apresentações, a professora chamou a atenção da turma para as diferentes possibilidades que encontraram que poderiam dividir a turma, dependendo do esporte sorteado, e retomou, novamente, com a turma também

os critérios de divisibilidade, em ordem crescente e trazendo exemplos com outros números. Isto é, verificando com base nos critérios de divisibilidade se eram ou não divisíveis e fazendo a prova, realizando e explicando como realiza a divisão.

Atividade do 9º ano

Da mesma forma que ocorreu com as turmas do 6º ano, a atividade do 9º ano foi realizada de forma semelhante nas três salas. Porém, conforme já mencionado, não foi possível acompanhar todo o seu desenvolvimento. Todavia, apesar de não ter acompanhado, apresento com minhas palavras como essa ocorreu. Para isso, tomo com base os relatos da docente no curso de formação e dos estudantes, durante as entrevistas realizadas.

Como a atividade foi desenvolvida parte em sala de aula e parte fora, no contraturno, pelos discentes, optei por dividir em 5 momentos a apresentação da atividade, com intuito de descrever de maneira cronológica como ocorreu a atividade e os locais em que a atividade se desenvolveu.

1º Momento - Iniciando a atividade em Sala

O primeiro momento da atividade, refere-se ao seu início em sala de aula. A docente relatou que começou com um vídeo⁴² que abordava o tema e que foi indicado por outra participante do curso. Nele, é possível visualizar situações em que ocorriam frenagem e colisões entre veículos. A docente utilizou o vídeo para iniciar a atividade e sensibilizar os discentes a respeito do tema, pois dessa maneira os estudantes poderiam ver situações em que ocorriam o ato de frear dos veículos, na tentativa de evitar uma colisão. Assim, ela teria uma possibilidade para suscitar a discussão em sala, em que conversaram a respeito de meios para evitar a colisão e no caso ocorresse de um acidente, se seria possível saber se a velocidade que o veículo estava era dentro do permitido.

⁴² Na plataforma de compartilhamento de vídeos youtube. O utilizado pela professora pode ser acessado em <<https://youtu.be/XnRdwsmdgIU>> Acesso 1 de junho de 2019.

2º Momento: Investigação no contraturno e dúvidas em sala de aula

Na sequência dos encaminhamentos para o desenvolvimento da atividade de Modelagem, a professora solicitou que os estudantes se dividissem em grupos e realizassem, no contraturno, uma investigação para descobrir meios de saber qual a velocidade de um veículo que se envolve em um acidente. A investigação foi realizada pela internet por cada grupo, em horário definido por eles.

A respeito desse momento, a docente relatou que dedicou alguns minutos de sua aula para discutir com as turmas sobre o que encontraram em suas investigações e sanar possíveis dúvidas quanto a investigação. Essa discussão ocorria com cada grupo dentro da necessidade de cada.

3º Momento: Discussão, em sala de aula, sobre o investigado

Além nos minutos retirados de cada aula para possíveis dúvida, a professora utilizou uma aula para discutir com todos as informações encontradas. Nesse momento cada grupo trazia o que encontrou e discutia com os demais colegas da sala. Os discentes perceberam que havia duas possibilidades de realizar o cálculo a respeito da frenagem, porém, perceberam que um dos meios era necessário o cálculo do atrito ($d=v^2/250\mu$). Percebendo que não era viável, optaram por uma fórmula segunda opção, em que era necessário apenas a distância em metros após o início da frenagem.

Como a opção escolhida não foi encontrada por todos os grupos durante a investigação, a professora entregou um recorte do livro de Jakubovic, Imenes e Lellis (1992) que apresenta o meio para cálculos de frenagem.

Depois de apresentar e discutir a respeito da fórmula com os estudantes, a docente mediu a discussão para trazer o conceito de frenagem para o cotidiano deles. Era do conhecimento da professora que muitos discentes utilizavam a bicicleta como meio de transporte para ir à escola, e em outras situações do dia a dia. Assim, ela conduziu a discussão para possíveis colisões entre bicicletas.

4º Momento: Produção de dados empíricos e cálculos

Após essa discussão em sala de aula, ocorreu o quarto momento, também no contraturno. A professora Ana relatou que os discentes realizavam, com seus grupos, frenagem com bicicleta para produção de dados empíricos para cálculo da velocidade e posteriormente encontrar uma solução para o problema elaborado por eles.

5º Momento: Apresentação dos resultados

Para finalizar, o quinto momento, os grupos apresentaram os experimentos e os cálculos realizados e discutiram sobre o que foi encontrado por cada grupo, momento em que obtive autorização para participar.

Cabe salientar que, como o intuito da professora era trabalhar com equação do 2º grau, ela mediu e direcionou a atividade de Modelagem para que ela convergisse para seus propósitos. Segundo ela, os processos de desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática foram semelhantes nas três turmas do 9º ano.

APÊNDICE D

ROTEIRO PARA ENTREVISTA SEMI-ESTRUTURADA

- 1) O que vocês acham da Matemática?
- 2) A atividade desenvolvida é como as realizadas antes pela professora?
 - Caso não: O que, para vocês, a difere das demais e qual a opinião em relação a essas diferenças?
 - Caso sim: Conte-me como foi a atividade realizada antes?
- 3) Conte-me como vocês fizeram a atividade das últimas aulas?
 - Como foi a atividade desenvolvida pela professora nas últimas aulas? O que achou de trabalhar a Matemática desse jeito (com atividades como a realizada)?
 - Como foi para vocês desenvolverem essa atividade?
- 4) Como elaboraram o problema (TEMA) e o que fizeram para encontrar a solução?
 - Quem sugeriu cada parte? Por que apoiaram essa opção?
- 5) Vocês (grupo) tiveram facilidades no desenvolvimento da atividade? Conte sobre elas.
- 6) O que mais chamou a atenção de vocês com essa abordagem utilizada nas últimas aulas?
- 7) O que é diferente para vocês de trabalhar com a Matemática dessa forma?
- 8) Vocês precisaram utilizar alguma informação ou conteúdo que já tinha visto nas aulas de Matemática? Caso sim, quais conteúdos e como foi para vocês usarem o que já sabiam? Conte-me sobre
- 9) E conteúdos que não conheciam, como foi para vocês usarem? Como procederam?
- 10) E conteúdos de outras disciplinas, você utilizou?
 - Caso sim, o que achou de relacionar outras disciplinas e a Matemática?
- 11) Vocês teriam alguma sugestão de maneiras para trabalhar a Matemática em sala de aula? Como gostariam que fossem?