

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Campus de Rio Claro

Grupos de estudo como possibilidade de formação de professores de
matemática no contexto da geometria dinâmica

GUILHERME HENRIQUE GOMES DA SILVA

Orientadora: Miriam Godoy Penteado

Dissertação de Mestrado elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática área de Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Rio Claro (SP)

2010

370.71 Silva, Guilherme Henrique Gomes da
S586g Grupos de estudo como possibilidade de formação de
professores de matemática no contexto da geometria dinâmica
/ Guilherme Henrique Gomes da Silva. - Rio Claro : [s.n.],
2010
191 f. : il., figs., quadros

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista,
Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Orientador: Miriam Godoy Penteado

1. Professores - Formação. 2. Docente. 3. Atividades
investigativas. 4. Informática. 5. Educação matemática. I.
Título.

Ficha Catalográfica elaborada pela STATI - Biblioteca da UNESP
Campus de Rio Claro/SP

Comissão Examinadora

Professora Dr.^a Maria do Carmo de Sousa
Universidade Federal de São Carlos - UFSCAR
São Carlos - SP

Professora Dr.^a Rosana Giaretta Sguerra Miskulin
Universidade Estadual Paulista – UNESP
Rio Claro - SP

Professora Dr.^a Miriam Godoy Penteadó (orientadora)
Universidade Estadual Paulista – UNESP
Rio Claro - SP

Aluno: Guilherme Henrique Gomes da Silva

Rio Claro, 12 de maio de 2010

Resultado: APROVADO

Dedicatória

Dedico, com muito amor, a meus pais Benedito e Marli, fonte de amor e sabedoria, por me incentivarem desde cedo aos estudos e me ensinarem o valor do trabalho e da persistência. Seus exemplos de honestidade e competência conduziram-me por um caminho onde sempre colhi bons frutos. Tenho muito orgulho de vocês!

Dedico, com muito amor, a Letícia, companheira de todos os momentos.

Agradecimentos

Agradeço a

Deus por tudo.

Miriam Godoy Penteado, orientadora competente e dedicada, amiga, conselheira, que tanto me ajudou nesse percurso. Mulher que admiro profissionalmente e pessoalmente. Sinto muito orgulho por ter tido a oportunidade de trabalhar com você.

Juarez Garzon Rehder, amigo e professor. Obrigado pelos conselhos e pelo espaço cedido. Sem sua ajuda, essa pesquisa não teria sido realizada. Além disso, sem seu incentivo, o mestrado em Educação Matemática seria algo distante. Muito obrigado.

André, Welder, Keila, Silmara, Ana Lígia, Ester e Camila por aceitarem o desafio de trabalhar no grupo de estudos. Obrigado pelos bons momentos que passamos.

Professora Rosana G. S. Miskulin e professora Maria do Carmo de Sousa pelas sugestões em minha qualificação e pelas contribuições a essa pesquisa.

Meus pais, pelo carinho, dedicação e apoio que sempre me deram, mostrando a suas presenças nos momentos mais difíceis que passei.

Meu avô Antônio Gomes e minhas avós, Lourdes e Teresa, pelo carinho e apoio incondicional.

Letícia, minha inspiração, pelo amor, carinho, compreensão e paciência. Também pelos inúmeros momentos de felicidade e alegria que passei ao seu lado.

Meus amigos do grupo de orientação Vanessa, Luciano, Lessandra, Renato, Douglas, Sales, Nilson, Flávia, Dirlene, Denival e todos os colegas da Pós-Graduação em Educação Matemática da Unesp de Rio Claro.

Ole Skovsmose, pelo incentivo, diálogo e reflexões sobre Educação Matemática e pela participação no curso de extensão organizado por mim e por minha orientadora.

Professores do departamento de Matemática e da Pós-Graduação em Educação Matemática pelo brilhantismo de suas aulas e as ricas discussões durante as disciplinas.

Inajara, secretária da Pós Graduação, por sempre estar pronta para ajudar.

A meus velhos amigos Cristiano, Maurício, Ricardo, Rodrigo, Bruno, Luiz Gonzaga, Vinícius, Victor e Ichitani que, mesmo me distanciando por várias vezes, sempre estiveram presentes em minhas conquistas.

A todos os amigos do Grupo de Pesquisa “Processos de formação e trabalho docente dos professores de Matemática”, coordenado pelas professoras Miriam Godoy Penteado e Rosana G. S. Miskulin.

A filosofia está escrita nesse grande livro – ou seja, o Universo – que se encontra aberto continuamente ante os nossos olhos, mas ele não pode ser entendido a menos que se aprenda, primeiro, a ler sua linguagem e interpretar as letras com as quais o compuseram. Ele foi escrito no idioma da Matemática e seus símbolos são triângulos, círculos e outras figuras geométricas, sem as quais é humanamente impossível entender uma única palavra de seu texto.

GALILEU GALILEI, *Il Saggiatore* (1623)

Resumo

A problemática da pesquisa aqui apresentada está relacionada ao uso da Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC) na Educação Matemática. Ela tem por objetivo verificar como um grupo de estudos formado por futuros professores de Matemática se apropria de um software de geometria dinâmica de forma a inseri-lo em sua prática docente e conhecer a natureza das dificuldades que surgiram durante os estudos, preparação de atividades e seu desenvolvimento em sala de aula. Além disso, a pesquisa traz evidências das possíveis contribuições que o trabalho em um grupo de estudos propicia a seus participantes. Para sua realização foi criado um grupo com sete estudantes de licenciatura em Matemática de uma universidade do interior do Estado de São Paulo. Eles estudaram artigos científicos e elaboraram uma oficina com atividades de geometria dinâmica utilizando o software Geogebra. Essas atividades tiveram um caráter investigativo e foram trabalhadas com alunos do primeiro ano do ensino médio de uma escola estadual. Os dados da pesquisa foram coletados através da gravação em vídeo das reuniões do grupo, das anotações dos participantes e do pesquisador no decorrer dos encontros e do material produzido por eles. Os resultados indicam que trabalhar em um grupo de estudos é uma experiência muito importante para professores em formação já que propicia aos envolvidos uma busca por novas estratégias de ensino e aprendizagem, além de ser um espaço no qual os participantes podem expor seus anseios e dificuldades. No grupo aqui apresentado essas questões foram consideradas como possibilidades para o desenvolvimento profissional.

Palavras Chave: Grupos de estudo, geometria dinâmica, formação docente, atividades investigativas, Informática e Educação Matemática.

ABSTRACT

The research problem presented here is related to the use of information and communication technology in mathematics education. It aims at verifying how a study group formed for prospective mathematics teachers becomes familiar with a dynamic geometry software; how they include it into their coming teaching practice; how they come to know the nature of the difficulties that emerge during the studies; and how they prepare activities for the classroom. In addition, the research provides evidence of the possible contribution that participating in such study group can provide to its participants. With this aim in mind was created a group of seven undergraduate students in mathematics at a university in the interior of São Paulo. They studied scientific articles and produced a workshop with activities using dynamic geometry software Geogebra. These activities had an investigative nature and were practiced with first year high school students of in a public school. The data were collected through video recordings of group meetings, the notes of the participants and the researcher during the meetings and the material produced by them. This work highlights that participating in a study group can be a very important experience for prospective teachers, as it offers to those involved new strategies for teaching and learning, besides being a space where participants can share their anxieties and difficulties. These issues were seen as opportunities for professional developed.

Key words: Study group, dynamic geometry, teacher education, mathematics investigation, ICT and mathematics education.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	12
CAPÍTULO I - INFORMÁTICA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	17
CAPÍTULO II - A GEOMETRIA DINÂMICA E SUA RELAÇÃO COM A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	31
CAPÍTULO III - AMBIENTES DE APRENDIZAGEM BASEADOS NA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA	44
CAPÍTULO IV - GRUPOS DE ESTUDO NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA	57
CAPÍTULO V - METODOLOGIA DA PESQUISA E O PERCURSO PARA A CONSTITUIÇÃO DO GRUPO DE ESTUDOS	69
CAPÍTULO VI - OS ENCONTROS DO GRUPO DE ESTUDOS	87
CAPÍTULO VII – AS REFLEXÕES DOS PARTICIPANTES DO GRUPO DE ESTUDOS	120
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	165
REFERÊNCIAS	171
ANEXOS	177

ÍNDICE

INTRODUÇÃO	12
MOTIVAÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA PESQUISA	12
O OBJETIVO DA PESQUISA	14
A ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	15
CAPÍTULO I - INFORMÁTICA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	17
1.1. O TRABALHO COM A INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	17
1.2. DA TEORIA DOS GRAFOS À GEOMETRIA PLANA: UM BREVE HISTÓRICO SOBRE OS AMBIENTES DE GEOMETRIA DINÂMICA	21
1.3 ALGUMAS PESQUISAS BRASILEIRAS ENVOLVENDO GEOMETRIA DINÂMICA.....	26
CAPÍTULO II - A GEOMETRIA DINÂMICA E SUA RELAÇÃO COM A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	31
2.1 APRESENTANDO O SOFTWARE GEOGEBRA	40
CAPÍTULO III - AMBIENTES DE APRENDIZAGEM BASEADOS NA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA	44
3.1 DO PARADIGMA DO EXERCÍCIO AO CENÁRIO DE INVESTIGAÇÃO: UTILIZANDO ATIVIDADES INVESTIGATIVAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA	45
CAPÍTULO IV - GRUPOS DE ESTUDO NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA	57
4.1. BREVE HISTÓRICO SOBRE A FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA NO BRASIL.....	57
4.2 GRUPOS DE ESTUDO	62
4.2.1 - <i>Organizando e estruturando um grupo de estudos</i>	66
CAPÍTULO V - METODOLOGIA DA PESQUISA E O PERCURSO PARA A CONSTITUIÇÃO DO GRUPO DE ESTUDOS	69
5.1. METODOLOGIA DE PESQUISA	69
5.2. O PERCURSO PARA A CONSTITUIÇÃO DO GRUPO DE ESTUDOS	71
5.3. O CURSO DE EXTENSÃO	73
5.4 A ESTRUTURA DE TRABALHO DO GRUPO E A COLETA DE DADOS.....	84
CAPÍTULO VI - OS ENCONTROS DO GRUPO DE ESTUDOS.....	87
6.1. APRESENTAÇÃO DOS MEMBROS DO GRUPO	88
6.2 A DESCRIÇÃO DOS ENCONTROS	91
<i>O primeiro encontro</i>	91
<i>O segundo encontro</i>	94
<i>O terceiro encontro</i>	103
<i>O quarto encontro</i>	108

<i>O quinto encontro (o primeiro dia da oficina)</i>	110
<i>O sexto encontro</i>	113
<i>O sétimo encontro (o segundo dia da oficina)</i>	115
<i>O último encontro</i>	119
CAPÍTULO VII – AS REFLEXÕES DOS PARTICIPANTES DO GRUPO DE ESTUDOS	120
7.1. ATIVIDADES INVESTIGATIVAS	121
7.1.1. <i>O processo de elaboração e desenvolvimento das atividades investigativas</i>	121
7.1.2. <i>O formato e os conteúdos das Fichas elaboradas pelo grupo</i>	128
7.2. A IMPREVISIBILIDADE EM UM AMBIENTE BASEADO EM TIC	132
7.3. DESIGN DO SOFTWARE	144
7.4 CONTRIBUIÇÕES DO GRUPO DE ESTUDOS	152
7.4.1 <i>Estudo de teorias</i>	153
7.4.2 <i>Suporte para atuação na escola</i>	155
7.4.3 <i>Suporte para a elaboração de atividades investigativas</i>	157
7.4.4 <i>Prática docente</i>	158
7.4.5 <i>Estímulo na busca por novos conhecimentos</i>	159
7.5 O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DOS PARTICIPANTES	162
CONSIDERAÇÕES FINAIS	165
REFERÊNCIAS	171
ANEXOS	177

Introdução

Motivações para a realização da pesquisa

As motivações que me levaram a desenvolver essa pesquisa estão diretamente ligadas ao período de minha formação como professor de Matemática e a minha atual prática profissional como professor de ensino fundamental, médio e superior.

Durante minha graduação, participando de uma semana acadêmica sobre ensino de Matemática, tive a oportunidade de participar de uma palestra realizada pela Prof^a. Dr^a. Miriam Godoy Penteado sobre a utilização das novas tecnologias da informação e comunicação (TIC) no ensino e aprendizagem da Matemática. Na época estava no primeiro ano da graduação e, até aquele momento, ainda não tinha visto os assuntos que a professora abordou em sua palestra. Isso me fez envolver com o assunto e estudar de forma independente alguns softwares, principalmente o Cabri-Geometrè e, com o auxílio de meu professor de duas disciplinas da graduação (Álgebra Linear e Física I) Juarez Garzon Rehder, a estudar vários teóricos sobre Educação Matemática, principalmente àqueles relacionados ao uso das Tecnologias da Informação e Comunicação, como Borba e Penteado (2001), Valente (1993), Valente (2003), Kenski (2003) e Lévy (2003).

No ano de 2007, o qual foi meu primeiro ano como professor de Matemática formado, tive a oportunidade de trabalhar na rede pública municipal de ensino em Jaguariúna-SP como docente efetivo do quadro de professores dessa cidade. Como todo professor iniciante, senti diversas dificuldades, principalmente em relação ao trabalho com informática com os alunos. Aliás, na escola em que era efetivo não existia laboratório, o que acabou

limitando a utilização de meus estudos sobre o uso da informática no ensino e aprendizagem da Matemática. Nesse mesmo ano, participei de uma especialização Lato Sensu em Matemática oferecida pelo Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Unesp de Rio Claro. Nessa especialização conheci mais a fundo o software Maple e tive a oportunidade de explorar o software Geogebra. Fiquei motivado pelas diversas características que esse último software apresentava em relação a outros que já conhecia e isso me incentivou ainda mais a utilizá-lo em minha prática profissional.

No ano seguinte ingressei como aluno regular do programa de pós-graduação em Educação Matemática da Unesp de Rio Claro orientado pela Prof^a. Dr^a. Miriam Godoy Penteadó e efetivei-me como professor da rede pública estadual de São Paulo.

Inicialmente, a ideia da pesquisa era explorar a utilização do software Geogebra por professores de Matemática em exercício e verificar quais potencialidades os docentes atribuiriam ao programa. Porém, uma prática adotada nas reuniões do grupo de orientação¹ do qual participava contribuiu para que a problemática da pesquisa fosse repensada: as reuniões eram realizadas coletivamente com todos os orientandos de mestrado e doutorado da professora Miriam. Nelas, um aluno ajudava o outro, lendo seus trabalhos e fazendo sugestões. Além disso, artigos eram discutidos pelo grupo e havia um suporte para dúvidas institucionais e conceituais, não existindo constrangimento a quem era ajudado e nem preconceito daqueles que ajudavam. Isso me fez perceber a importância do trabalho coletivo e o quanto essas reuniões eram importantes para meu crescimento pessoal dentro do curso, principalmente pelas discussões coletivas e o apoio mútuo que o grupo proporcionava. Surgiu então o interesse de levar essa ideia de grupos de estudos para a formação inicial de professores, já que tais espaços raramente ocorrem nesses períodos. Além disso, o grupo poderia oferecer suporte para os licenciandos em seu primeiro ano como docentes, já que, através de minha própria prática, pude perceber as dificuldades encontradas nesse período inicial da docência.

Motivei-me então a trabalhar com um grupo de alunos no período de formação para o estudo coletivo das potencialidades pedagógicas do software Geogebra e de teorias de Educação Matemática que (talvez) esses licenciandos não tivessem em sua formação inicial. Assim, a problemática da pesquisa começou a ser (re)delineada.

A seguir apresento o objetivo e a estrutura dessa pesquisa, evidenciando todo embasamento teórico necessário para o sucesso da mesma.

¹ Grupo formado pela Prof^a.Dr^a. Miriam Godoy Penteadó e todos seus orientandos, realizados quinzenalmente às terças-feiras.

O objetivo da pesquisa

A pesquisa aqui apresentada está relacionada ao uso da Tecnologia de Informação e Comunicação (TIC) na Educação Matemática. Seu foco é analisar as reflexões feitas por participantes de um grupo de estudos, formado por alunos de Licenciatura em Matemática, no movimento de elaborar e desenvolver atividades de geometria dinâmica com estudantes do ensino médio.

A questão norteadora da pesquisa é a seguinte: “Quais contribuições pedagógicas a participação em um grupo de estudos traz para futuros professores de Matemática quando inseridos em um ambiente de geometria dinâmica?”

O objetivo é analisar como um grupo de estudos formado por futuros professores de Matemática se apropria de um software de geometria dinâmica de forma a inseri-lo em sua futura prática docente. Interessa saber quais as potencialidades que o grupo atribuirá ao programa voltado ao ensino fundamental e médio. Também faz parte do objetivo conhecer a natureza das dificuldades que surgiram durante os estudos, a preparação e o desenvolvimento de atividades em sala de aula e verificar as possíveis contribuições que o grupo propiciou aos seus participantes.

Optou-se em adotar uma metodologia qualitativa, pois se pretende compreender elementos de uma situação que envolve o cotidiano do futuro professor de Matemática, sentimentos, motivações, crenças e atitudes individuais. Além disso, o pesquisador esteve inserido no contexto da pesquisa participando como membro do grupo de estudos, desenvolvendo assim o papel de pesquisador, enquanto analisava as interações ocorridas nos encontros e o papel de membro do grupo, já que participava e ajudava nas elaborações das atividades.

A opção metodológica vem ao encontro do que afirma Bicudo (2006) de que o qualitativo “engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões” (p.106). A autora afirma também que “o significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções a respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiências” (p.106).

De forma a alcançar os objetivos da pesquisa, criou-se um grupo de estudos com estudantes do segundo ano do curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição com tradição na formação de professores do interior do Estado de São Paulo. O objetivo do grupo foi elaborar uma série de atividades investigativas utilizando o software Geogebra e estudar as possibilidades de seu uso em aulas de Matemática.

Foram realizados oito encontros, no período de dois meses, dos quais dois foram destinados ao trabalho das atividades elaboradas pelo grupo com alunos de uma escola estadual de nível médio. Os encontros foram divididos em duas partes: a primeira era dedicada ao estudo da teoria e a segunda à exploração do software e elaboração de Fichas de tarefas. Os dados da pesquisa consistem da gravação em vídeo dos encontros realizados e das notas de observação no caderno de campo do pesquisador e dos participantes.

A Estrutura da Dissertação

A dissertação está estruturada da seguinte forma: no capítulo I há uma discussão sobre informática na Educação Matemática e a possibilidade de utilização da Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC) no cotidiano do professor, evidenciando também os imprevistos que podem ocorrer neste ambiente de aprendizagem, os quais são vistos, em sua maioria, como uma possibilidade de crescimento profissional ao professor. Ainda nesse capítulo é feita uma apresentação histórica do surgimento dos ambientes de geometria dinâmica. Na última seção são apresentadas algumas pesquisas brasileiras envolvendo geometria dinâmica realizadas recentemente.

No capítulo II são apresentados alguns aspectos da geometria dinâmica e sua relação com a Educação Matemática. Também são evidenciados vários exemplos dos diferentes usos dos ambientes GD e suas possíveis contribuições para a Educação. Encerrada a seção, é apresentado o software Geogebra e suas principais características além dos motivos pelos quais esse programa foi adotado para o trabalho com o grupo de estudos.

O capítulo III traz uma discussão sobre o trabalho com investigações matemáticas na sala de aula, apresentando o conceito de cenários de investigação e a maneira que o professor deve conduzir uma aula baseada nessa teoria.

O capítulo IV traz um contexto histórico da formação inicial de professores no Brasil e uma discussão sobre racionalidades, reflexão e aprendizagem na docência. Em uma seção é apresentada a definição utilizada na pesquisa de grupos de estudos bem como o processo para estruturá-los e organizá-los.

A metodologia e o processo para a constituição do grupo de estudos são apresentados no capítulo V. Nele também é destacada a estrutura de trabalho utilizada com o grupo e a maneira que se realizou a coleta dos dados.

No capítulo VI há uma apresentação dos participantes do grupo e a descrição dos encontros. A análise dos dados é apresentada no capítulo VII evidenciando as preocupações, dificuldades, expectativas e contribuições dos participantes na elaboração de atividades de geometria dinâmica através do software Geogebra. Esse capítulo é dividido em quatro seções: 1- Atividades investigativas; 2- A imprevisibilidade em um ambiente baseado em TIC ; 3- Design do software; 4 – Contribuições de um grupo de estudos na formação inicial de professores de Matemática; 5 - O desenvolvimento profissional dos participantes.

Por fim, trago as considerações finais da pesquisa e as referências bibliográficas.

Capítulo I - Informática e Educação Matemática

1.1. O trabalho com a Informática na Educação Matemática

A humanidade vem passando por muitas transformações nos últimos tempos. O crescente processo de industrialização e de urbanização que se verifica desde a metade do século XIX inaugura uma sociedade informatizada, dinâmica e regida por novas tecnologias e mudanças velozes.

Vários produtos do conhecimento mudam a face do mundo a todo instante tais como: a biotecnologia, a engenharia genética, a informática e suas potencialidades (hipertexto, internet, construção de realidades virtuais compartilháveis, softwares etc.). Essa velocidade com que a tecnologia avança causa a obsolescência dos objetos e do próprio conhecimento. Lévy (1999) afirma que grande parte das competências adquiridas por uma pessoa no início de seu percurso profissional estará obsoleta no final de sua carreira. Pode-se notar que as TIC² atuam no cotidiano do ser humano de uma forma cada vez mais causadora de dependência e constituindo a forma de viver.

São muitos os aspectos positivos da presença da tecnologia na vida do homem moderno, os quais, sem esses recursos, dificilmente seriam descobertos em décadas atrás.

² Tecnologias da Informação e Comunicação

Podemos citar, por exemplo, o processo de identificação dos genes, o estudo de vírus, as viagens interplanetárias, os processos industriais, a fabricação de eletro-eletrônicos entre outros. A tecnologia invade até mesmo nosso corpo, como próteses, alimentos, medicamentos, óculos, vitaminas, bebidas industrializadas e uma infinidade de outros objetos.

No cotidiano escolar, é muito comum o uso de lápis, canetas, papel, giz, lousa etc., que são formas diferenciadas de ferramentas tecnológicas. Quando falamos da maneira de utilizar cada ferramenta para realizar uma determinada ação, referimo-nos à técnica. A tecnologia nada mais é do que o conjunto de ferramentas e técnicas que correspondem aos usos que lhes destinamos, em cada época (KENSKI, 2003). Assim o trabalho com as TIC pode ser introduzido na educação, pois ela permite construções rápidas, além de motivar e despertar a curiosidade do aluno e de questionar os atuais métodos e processos de ensino utilizados. De acordo com Kenski (ibidem):

Em educação, as tecnologias eletrônicas de comunicação funcionam como importantes auxiliares. Em verdade, elas já se ocupam de muitas funções educativas, a maioria delas fora dos sistemas regulares de ensino. As pessoas de todas as idades que têm acesso ao computador e à internet utilizam esses recursos para se informar, trocar ideias, discutir temas específicos etc. Esses momentos, porém, de comunicação, de lazer e de auto-instrução, com base em interesses pessoais, raramente são orientados ou aproveitados nas atividades de ensino. Em dois mundos paralelos – na escola e em atividades informais com as novas tecnologias – o conhecimento é trabalhado, com fins e objetivos distintos. (p.69)

Borba e Penteadó (2001) mostram diversos exemplos de como a TIC pode ser inserida em situações de ensino e aprendizagem da Matemática, todos oriundos de pesquisas e estudos realizados por esses autores. Um desses exemplos foi o trabalho com a modelagem matemática feito com alunos do curso de Biologia da Universidade Estadual de São Paulo (UNESP) de Rio Claro. O grupo estudado pelos pesquisadores trabalhou com a germinação de sementes de melão relacionando a temperatura ambiente com o percentual de sementes que germinavam.

Esta experiência levou os pesquisadores a importantes conclusões: a primeira delas foi que os alunos utilizaram seus conhecimentos adquiridos dentro do enfoque experimental com calculadoras gráficas para chegar à equação que ilustrava o modelo desejado; a segunda foi que o grupo relacionou a Biologia com a Matemática para decidir qual família de funções seria utilizada para o modelo. Além disso, também foi possível perceber que o acesso à Tecnologia Informática foi fundamental para a realização do trabalho, pois seria muito difícil que um grupo de alunos não especializados em cálculos algébricos chegasse ao modelo matemático encontrado utilizando somente recursos como lápis e papel.

Muitas são as contribuições que a informática propicia para a Educação Matemática, pois, de acordo com Penteadó e Borba (2000, p.31), ela é um “germe para práticas educacionais tais como a modelagem matemática, resolução de problemas e trabalhos de projetos que têm sido altamente valorizados nas propostas de Educação Matemática”. No entanto, devemos pensar nas formas de introduzi-la na prática de sala de aula de Matemática bem como na formação do professor para sua utilização.

Apesar de todo o potencial que esses recursos possibilitam na educação, sua utilização nem sempre é bem vista pelos docentes, pois significa a necessidade de assumir riscos. Conforme Penteadó (2001) destaca, engajar-se em trabalhos que fazem uso de Tecnologia Informática é algo como sair de uma zona caracterizada pelo conforto proporcionado pela previsibilidade e o controle da situação, para atuar numa *zona de risco* em que se faz necessária uma avaliação constante das ações propostas.

Desta forma, um professor que utiliza TIC em sua prática docente pode se encontrar em uma zona de risco que está ligada à perda de controle e obsolescência, pois constantemente ele pode se deparar com situações inesperadas. Ele terá que enfrentar, por exemplo, um problema técnico ou perguntas imprevisíveis feitas pelos alunos. Até mesmo combinações de apertar teclas e comandos poderão levá-lo a uma situação nova, necessitando de um tempo mais longo para análise e compreensão da situação. Esta imprevisibilidade geralmente causa desconforto e resistência por parte do professor que, habituado com a rotina de sala de aula, não está acostumado a despende maior empenho na busca de informações que esta prática exige.

Mesmo utilizando TIC em sua prática docente, alguns professores acabam voltando à zona de conforto, conduzindo toda turma aos mesmos “passos”, trabalhando, por exemplo, em forma de tutorial³. Valente (1993) destaca que esse método não é o que vai usufruir vantagem educacional da TIC, pois é apenas uma versão computadorizada do que já ocorre usualmente na escola.

Contrapondo a essa ideia de uso da TIC em uma zona de conforto, Penteadó e Skovsmose (2008) valorizam que caminhando em direção à zona de risco o professor pode aperfeiçoar sua prática profissional. Para os autores a incerteza e a imprevisibilidade geradas em num ambiente informatizado podem ser possibilidades para o desenvolvimento do aluno, do professor e de situações de ensino e aprendizagem. Além disso, uma zona de risco possui a

³ Trabalhando em forma de tutorial, de acordo com Valente (1993), o computador passa a ter um papel de máquina de ensinar, não usufruindo de todo potencial que essa ferramenta possui.

potencialidade de provocar mudanças e impulsionar o desenvolvimento de todos os envolvidos.

De acordo com Miskulin e Piva Jr. (2007), as práticas pedagógicas de uma forma planejada e sistemática com o uso da TIC permitem que o aluno desenvolva uma competência de trabalho autônomo, pois os alunos deparam-se, desde muito novos, com várias ferramentas de investigação. Além disso, a TIC é capaz de propiciar um acesso rápido à informação e permite uma prática de confrontação, verificação, organização, seleção e estruturação, já que as informações nem sempre se encontram em uma mesma fonte. Os autores destacam também que essas práticas permitem o desenvolvimento das competências de análise e de reflexão, abertura ao mundo, organização do pensamento, trabalho simultâneo com colegas situados em diferentes partes do mundo, organização espacial e uma vasta gama de possibilidades.

Muito tem se caminhado até o momento para que a TIC esteja presente no cotidiano escolar. Apesar disso, Almeida (2008) destaca que no Brasil o maior desafio ainda é a universalização do acesso às TIC para atingir todo o contingente de alunos, docentes e estabelecimentos escolares. Além disso, segundo a autora, é preciso

ampliar a compreensão de que o alicerce conceitual para o uso de tecnologias na educação é a integração das TIC ao currículo, ao ensino e aprendizagem ativa, numa ótica de transformação da escola e da sala de aula em um espaço de experiência, de formação de cidadãos e de vivência democrática, ampliado pela presença da TIC (p.124).

Na Educação Matemática é possível relacionar a TIC com temas como modelagem matemática, trabalhos com calculadoras, resolução de problemas no tratamento de uma série de tópicos relevantes como funções, probabilidade, álgebra, geometria, exploração de gráficos entre outros. No que diz respeito à geometria, existem ambientes que proporcionam aos estudantes experiências que dificilmente seriam feitas com outros recursos como o lápis e o papel: trata-se dos ambientes de geometria dinâmica.

Um ambiente de geometria dinâmica pode ser definido como um ambiente computacional que possui como característica principal o “arrastar” dos objetos pela tela do computador com o uso do mouse, possibilitando a transformação de construções geométricas em tempo real. Goldenberg, Scher e Feurzeig (2008), afirmam que os ambientes de geometria dinâmica permitem aos estudantes criarem construções geométricas e manipulá-las facilmente. Para esses autores, o arrastar permite ao usuário mover livremente certos elementos de um desenho e observar outros elementos que correspondem às condições alteradas. Dessa forma a tela do computador fornece a impressão de que o desenho está sendo

deformado continuamente em todo o processo de arrastar, enquanto mantém as relações que foram especificadas como essenciais da construção original. No decorrer do trabalho serão apresentados exemplos da potencialidade que o modo arrastar e outros aspectos dos ambientes de geometria dinâmica podem oferecer à Educação Matemática. Porém, no próximo item, será feito um breve histórico sobre o surgimento desse ambiente de trabalho.

1.2. Da teoria dos grafos à geometria plana: um breve histórico sobre os ambientes de geometria dinâmica

Devido às influências causadas pela TIC na sociedade e na educação muitos estudos e pesquisas foram desenvolvidos nas últimas décadas no intuito de abordar assuntos da Matemática de forma diversificada ou até mesmo facilitar a compreensão e exploração dos alunos nos vários níveis escolares utilizando ferramentas como o computador. Nesse processo, muitos projetos de softwares foram desenvolvidos, ligados a temas da Matemática como álgebra, cálculo, linguagem de programação, lógica matemática, geometria, entre outros.

Essa seção aborda uma modalidade de softwares que trabalha com objetos geométricos de uma maneira interativa, os quais permitiram a criação de um novo ambiente de aprendizagem para o trabalho com construções geométricas e, conseqüentemente, uma nova maneira de visualização tanto dos objetos da geometria euclidiana quanto de outras geometrias, como a hiperbólica, analítica ou projetiva. Nesse ambiente, os objetos não permanecem de forma estática, ou seja, o usuário do software é capaz de realizar movimentos com esses objetos como, por exemplo, translações, rotações, modificação de tamanho, além de outras possibilidades que serão exploradas no decorrer do capítulo.

Para compreender como esse ambiente surgiu, faz-se necessário entender uma parte da evolução da informática no cotidiano do ser humano. No final da década de setenta, o aparecimento dos ícones na tela dos computadores foi um grande marco para a história da computação e contribuiu para uma disseminação do computador na sociedade. A ideia de manipular objetos diretamente na tela do computador com o uso do mouse, deixando de utilizar comandos simbólicos diretamente do teclado, revolucionou a maneira do ser humano trabalhar com a máquina e possibilitou uma abertura para novas técnicas de trabalho em diferentes áreas.

Pouco tempo depois do surgimento desse novo conceito de trabalho com o computador, um grupo de pesquisadores franceses desenvolveu um projeto que tinha por objetivo utilizar o computador como uma ferramenta para explorar o trabalho com a Teoria dos Grafos⁴. Esse projeto, que por sinal não possuía inicialmente nenhum interesse pedagógico, visava ajudar os cientistas em seus trabalhos colocando a tecnologia como uma ferramenta para explorar e conjecturar. A facilidade fornecida pelo computador para olhar o mesmo grafo em diferentes combinações, “arrastando” seus vértices com o uso do mouse pela tela foi a mais importante motivação para o início de um projeto batizado de **Cahier de Brouillon Informatique** para Teoria dos Grafos ou simplesmente *Cabri-graph*. A Figura 1 mostra como o grafo bipartido completo de quatro vértices, $K_{4,4}$, menos um emparelhamento perfeito (os vértices verticais), pode ser transformado em um grafo do cubo tridimensional no ambiente computacional. Utilizando apenas lápis e papel esse processo seria muito mais árduo.

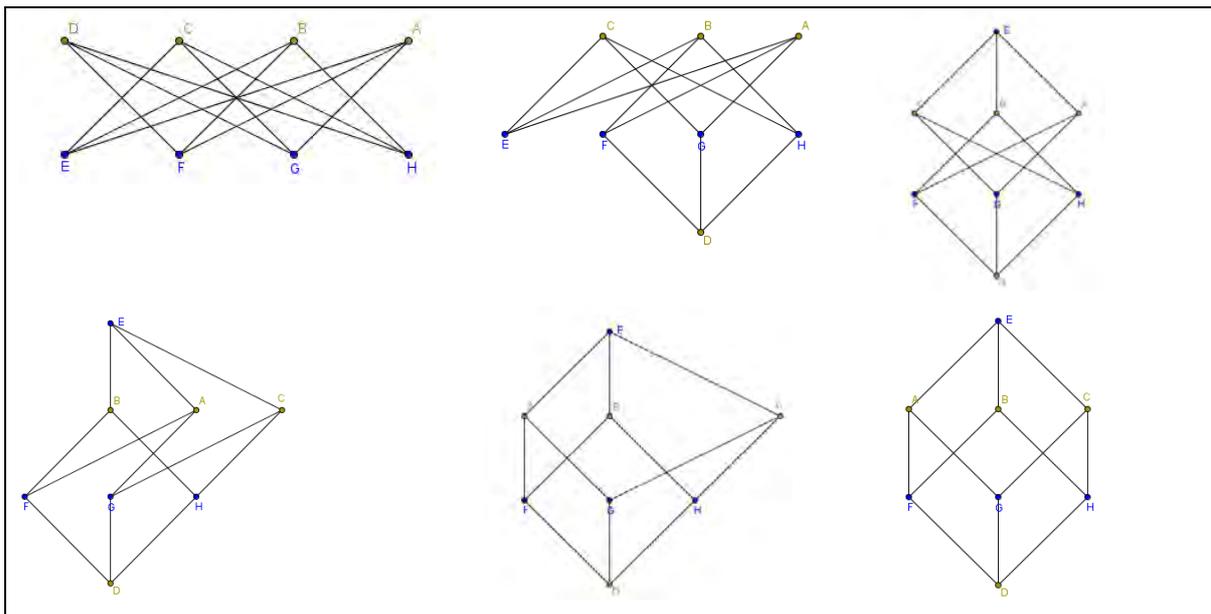


Figura 1 - Do grafo $K_{4,4}$ - EP ao cubo ordinário Q_3 em cinco arrastos in Laborde e Laborde (2008, p.33)

Algum tempo depois da criação do projeto, Jean-Marie Laborde, um dos desenvolvedores do Cabri-graph, percebeu uma característica em comum entre a geometria e a teoria dos grafos: a importância da visualização. Jean-Marie propôs então a ideia de usar a capacidade do arrastar do Cabri-graph para a geometria. Começava a ser criada uma nova

⁴ A Teoria dos Grafos é um ramo da matemática que estuda as relações entre os objetos de um determinado conjunto. Grafo é um par (V,A) onde V é um conjunto arbitrário de objetos denominados vértices e A é um conjunto de pares não ordenados de V , chamado arestas. É possível associar a teoria dos grafos a, por exemplo, circuitos elétricos, estruturas de moléculas de hidrocarboneto, conectividade da internet, modelos na biologia, informática, estruturação de um software, etc.

ideia para a visualização geométrica. Nessa concepção os objetos geométricos passaram a ganhar movimentos, podendo ser arrastados pela tela do computador sem perder as propriedades que os definiam. Surgiam então os ambientes de geometria dinâmica.

Apesar do projeto Cabri-graph não possuir de início a intenção de ser utilizado como uma ferramenta pedagógica, Laborde e Laborde (2008) destacam que Jean-Marie, ao ver a possibilidade de aplicar a ideia da teoria dos grafos à geometria, teve duas especificações iniciais para um novo projeto. A primeira seria sua utilização por estudantes do último ano de engenharia da computação e matemática aplicada da Grande Ecole de Ingénieurs - ENSIMAG⁵ para ser desenvolvido como um projeto. Em segundo, a criação de um produto para a Companhia Apple Computer⁶. Surge o projeto do software Cabri-Géomètre, que mais tarde se disseminaria para todos os níveis da educação tanto na França quanto em vários países do mundo, se tornando um dos mais importantes e mais conhecidos softwares de geometria dinâmica existentes.

A disseminação dos softwares baseados em ambientes de geometria dinâmica ocorreu no final dos anos 80. Como já visto anteriormente, o Cabri-Géomètre foi um dos pioneiros nessa abordagem. Porém outros programas foram se desenvolvendo paralelamente ao Cabri, como, por exemplo, o Geometer's Sketchpad⁷ (GSP). Esse software também é baseado no arrastar dos objetos, tendo muitas características em comum com o Cabri. Apesar de ambos terem sido desenvolvidos na mesma época e possuírem um *design* semelhante, Goldenberg, Scher e Feurzeig (2008) destacam que nenhum dos desenvolvedores dos softwares conhecia o trabalho do outro.

O Sketchpad começou a ser desenvolvido na metade dos anos 80, dirigido por Eugene Klotz e Doris Schattschneider. O software nasceu de um projeto chamado Visual Geometry Project (VGP) que tinha por objetivo desenvolver uma série de vídeos que focaria a geometria tri-dimensional e seriam gravados utilizando um programa de computador. Para tanto, Klotz contatou um jovem programador chamado Nicolas Jackiw. No decorrer do projeto a dificuldade de se programar no ambiente tri-dimensional foi o grande empecilho para sua realização. Dessa forma Klotz e Schattschneider decidiram utilizar um ambiente bi-dimensional para o programa. Começava a nascer o Geometer's Sketchpad⁸.

⁵ École Nationale Supérieure d'Informatique et de Mathématiques Appliquées. <http://ensimag.grenoble-inp.fr/>

⁶ <http://www.apple.com/>

⁷ Jackiw, (2001), versão 4.0

⁸ O nome Geometer's Sketchpad surgiu em homenagem a um dos primeiros programas gráficos capacitados pelo computador desenvolvido em 1963 por Ivan Sutherland o qual se chamava "Sketchpad".

Goldenberg, Scher e Feurzeig (2008) entrevistaram os desenvolvedores do Cabri-Géomètre e do Geometer's Sketchpad. Nesse trabalho, os autores puderam perceber que ambos tinham cinco princípios que guiaram seus pensamentos no desenvolvimento dos softwares: O **arrastar**, que de fato tornou-se a principal característica desses softwares; **a pequena distância em relação à geometria euclidiana**, já que a todo o momento os desenvolvedores dos programas tentavam encontrar um modelo para seu sistema que fosse o mais próximo do comportamento da geometria plana; **a reversibilidade dos objetos geométricos**, que seria quando, por exemplo, ao arrastar um objeto para alguma posição da tela o usuário poderia retornar à posição anterior encontrando um objeto idêntico àquele que fora arrastado de início; **a continuidade**, tão difícil de ser implantada no modelo matemático dos programas e a **minimização de momentos de estranhamento pelo usuário do software**. Um exemplo dessa minimização seria quando, por exemplo, o usuário desejasse marcar um ponto *B* sobre um segmento de reta. De acordo com a definição, esse ponto deve permanecer sobre o segmento mesmo quando ele for rotacionado ou transladado. Não seria nenhuma inconsistência matemática se o usuário escolhesse que esse ponto estivesse a uma distância fixa do ponto do extremo do segmento (fixo ou não). Porém uma inconsistência poderia surgir quando os pontos dos extremos do segmento fossem arrastados separadamente. Ao arrastá-los suficientemente próximo um do outro, o ponto *B* poderia parecer “saltar para fora” desse segmento, surgindo assim um estranhamento para o usuário do programa. Os desenvolvedores dos softwares tentavam limitar ao máximo esses tipos de conflitos.

Uma observação importante a ser feita é que o processo de aperfeiçoamento desses dois softwares ocorreu com o passar dos anos. Tanto o Cabri-Géomètre quanto o Sketchpad evoluíram com o tempo e com as novas necessidades. Por exemplo, a primeira versão do Sketchpad não possuía o arrastar. Outro exemplo é que o Cabri I não possuía algumas opções que hoje são primordiais em qualquer software de geometria dinâmica, como, por exemplo, a ferramenta *lugar geométrico*⁹.

Uma das diferenças entre esses dois softwares é que, de acordo com Laborde e Laborde (2008), o Cabri baseia-se na “ação então seleção” e o Sketchpad baseia-se na “seleção então ação”. Para esses autores, ação se refere à operação a ser realizada e seleção se refere à escolha dos objetos sobre os quais se poderia agir. Em outras palavras, no Cabri o usuário planeja as construções enquanto age. Já no Sketchpad o usuário planeja primeiro para depois agir. Essa diferenciação pode ser vista em Brude (2000, apud Laborde e Laborde,

⁹ Ferramenta que cria o lugar geométrico de objetos geométricos.

2008), onde o autor constatou que estudantes não familiarizados com o Cabri e com o Sketchpad, gastaram, com ambos os programas, o mesmo tempo para construir figuras mais simples. Porém, para construções mais complexas o tempo que gastavam no planejamento da construção foi maior com o Sketchpad.

A diferenciação de softwares de geometria dinâmica dos demais softwares que trabalhavam com geometria iniciou-se no ano de 1989. Naquele ano a existência do Cabri foi revelada à comunidade de Educação Matemática em uma conferência internacional em Grenoble sobre inteligência artificial e educação (LABORDE E LABORDE, 2008). A conferência, intitulada “Intelligence Learning Environments: The Case of Geometry” foi organizada pela equipe do Cabri e é considerado um acontecimento muito importante para a geometria dinâmica. Nessa conferência, os desenvolvedores do Sketchpad e do Cabri reconheceram que a abordagem de seus softwares, baseados na continuidade através da manipulação direta usando o arrastar, era diferente de abordagens que outros grupos utilizavam.

Mesmo aparentando muitas vantagens, tanto matemáticos, educadores matemáticos e cientistas da computação possuíam receio em trabalhar nesses ambientes. Laborde e Laborde (2008) destacam que externalizar objetos matemáticos abstratos e suas inter-relações poderiam aparentar a redução do trabalho criativo de um matemático a um trabalho de observação da realidade. Os educadores matemáticos, talvez influenciados pelo não uso dos softwares pelos matemáticos, não desenvolveram, nos primeiros anos do surgimento dos ambientes GD¹⁰, abordagens teóricas sobre o uso dessas ferramentas e também não os utilizavam em seu cotidiano escolar.

A maioria dos cientistas da computação, de acordo com os autores, simplesmente desprezava a capacidade do arrastar dos softwares e os usavam apenas como um editor de diagramas¹¹.

Por volta dos anos de 1992 e 1993 essa fase de “estranhamento” pela comunidade de Educação Matemática e de Matemáticos começava a desaparecer. Nessa época, muitos estudos começavam a ser realizados baseados nos ambientes GD, tanto na pesquisa educacional quanto na pesquisa matemática. Nas pesquisas matemáticas, por exemplo, usando o Cabri, Dickey (1995, apud Laborde e Laborde 2008) descobriu novas configurações de cônicas introduzidas por Steiner conectado com o famoso teorema de Pascal. Nas pesquisas

¹⁰ Sigla para geometria dinâmica.

¹¹ Os diagramas são muito utilizados para representar um modelo ou um sistema complexo. Utilizando figuras geométricas e ligações, é possível descrever as relações entre cada subsistema e o fluxo de informações. O fluxograma é um exemplo de um diagrama muito utilizado na engenharia de softwares.

em Educação Matemática, por exemplo, problemas teóricos que relatavam a interação entre diagramas e objetos geométricos começavam a emergir.

A partir de 1995 o Cabri disseminou-se pelo mundo. Vários países começaram a equipar suas escolas de educação básica com computadores e com o software. Também nessa época vários outros softwares de geometria dinâmica começavam a surgir. Com todos esses fatos a geometria dinâmica causou um grande impacto na comunidade de Educação Matemática (LABORDE E LABORDE, 2008).

Depois de feitas essas considerações serão destacadas no próximo item algumas pesquisas, no âmbito nacional, que tratam sobre as possíveis contribuições que os ambientes de geometria dinâmica podem trazer para a Educação Matemática, desde o ensino fundamental até o ensino superior. É importante observar que existem diversas pesquisas nesse sentido, tanto na literatura nacional quanto internacional, sendo assim necessário fazer uma síntese de algumas que, de certa forma, podem trazer contribuições para a presente pesquisa.

1.3 Algumas pesquisas brasileiras envolvendo geometria dinâmica

Voltada à educação básica, Cozzolino (2008) realizou uma pesquisa no contexto de ensino e aprendizagem de geometria espacial referindo-se, em particular, ao ensino da *perspectiva* para alunos do ensino médio e as relações entre objetos tri-dimensionais e suas representações no plano. Trabalhando em um ambiente de geometria dinâmica, a pesquisadora optou por utilizar o software Cabri-3D. A pesquisa se baseou nos trabalhos de Parzysz (1988, 1989, 1991, 2001) e procurou verificar em que medida o ensino da perspectiva pode auxiliar o aluno a mudar ou articular diferentes pontos de vista sobre um objeto geométrico de três dimensões e de que forma o CABRI-3D pode contribuir para que articulem a imagem real e suas representações. A metodologia adotada foi o *Design Experiments*, fundamentada em Steffe e Thompson (2000), Doerr e Wood (2000), Cobb et al (2003) e Collins et al (2004). Participaram do estudo dez alunos do ensino médio de uma escola particular da cidade de São Paulo.

Para a pesquisadora, as produções dos alunos mostraram que as variações entre o ambiente papel e lápis (estático) e o ambiente de geometria dinâmica contribuíram para que os estudantes mobilizassem seus conhecimentos e fizessem a articulação entre a imagem e

suas representações. A expectativa do trabalho foi de ampliar a capacidade de visualização e sensibilizar o olhar dos alunos para as representações em perspectiva de objetos espaciais.

Outra pesquisa também inserida no contexto da educação básica foi o trabalho realizado por Araújo (2007). Nessa pesquisa a autora trabalha com tema demonstração no processo de ensino e aprendizagem de geometria. O objetivo foi investigar uma abordagem para a demonstração, tomando por objeto de estudo as construções geométricas em um ambiente de geometria dinâmica. Para tanto, utilizou o software Cabri-Géomètre. Para alcançar o objetivo da pesquisa foi elaborado um experimento de ensino envolvendo estudantes da 7ª série do ensino fundamental de uma escola da rede estadual de São Paulo.

Esse experimento foi elaborado em duas fases: uma de design e outra de análise das atividades. Na primeira criaram-se e aplicaram-se três conjuntos de atividades, sendo um fora do ambiente do software. Para a fase de análise o pesquisador apoiou-se em Balacheff (1987, 1988) sobre as categorias de provas produzidas pelos estudantes: pragmáticas e conceituais.

Um dos principais resultados alcançados aponta que o Cabri tende a facilitar as verificações empíricas de propriedades geométricas e, além disso, em grande medida, se centram mais nas tarefas de construções e descrição do que nas de justificativas. Outro resultado apontado pela pesquisa diz respeito às dificuldades dos estudantes com a noção de construção de uma figura, indicando que a tela do software é confundida, muitas vezes, com o ambiente lápis e papel.

Também voltada ao trabalho com alunos da educação básica, a pesquisa de Alves (2005) teve como objetivo investigar os efeitos de uma sequência didática sobre a reflexão axial (um tipo de Isometria) para alunos da 6ª série do ensino fundamental, em um ambiente de geometria dinâmica utilizando o Cabri-Géomètre. O pesquisador primeiramente procurou identificar o enfoque dos livros didáticos de 5ª a 8ª séries, dos currículos americanos e franceses e do PCN de Matemática. Posteriormente verificaram-se as concepções prévias dos alunos acerca do conceito, levando em consideração variáveis didáticas como eixo de reflexão, posição da figura, papel de base e propriedades da reflexão Axial.

Os resultados da sequência apontaram que houve influência do software no desempenho dos alunos em relação à construção de figuras simétricas assim como à associação entre os desenhos geométricos da tela e no que concerne às propriedades da reflexão axial. De acordo com a pesquisa, a sequência didática foi eficiente quanto à identificação das características de pontos e figuras simétricas obtidas através da reflexão em torno de uma reta e do eixo de simetria.

Voltada ao trabalho com alunos do ensino superior, a pesquisa de França (2007) trata de assuntos referentes à aprendizagem de Álgebra Linear e envolveu o design de atividades sobre os conceitos de coordenadas de vetores, dependência linear, base e transformação linear no plano, articulando diferentes registros em um ambiente de geometria dinâmica. O objetivo da pesquisa foi verificar em que medida um tratamento geométrico e a articulação entre registro de representação (algébrico, gráfico e geométrico), auxiliados pelo Cabri-Géomètre, influenciam nas concepções de alunos que já frequentaram a disciplina de álgebra linear.

Baseada na metodologia de experimento de ensino foi elaborada atividades de exploração de diferentes representações para os conceitos citados acima. Participaram da pesquisa 18 alunos do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade em São Paulo. Com base nos resultados, a pesquisadora identificou evoluções dos sujeitos na compreensão dos conceitos, bem como um domínio mais amplo das representações gráficas, algébrica e geométrica. A pesquisadora também conclui que o ambiente de geometria dinâmica propiciou efeitos positivos nas estratégias de resolução dos estudantes, fornecendo meios para validação experimental de *teoremas-em-ação* e os levando a explicar e rediscutir as noções envolvidas, a partir dos diferentes resultados evocadas nas representações.

Em relação à formação inicial de professores de Matemática, Richit (2005) descreveu e analisou a forma de trabalhar com projetos em Geometria Analítica, usando um software de geometria dinâmica, visando a favorecer a formação dos licenciandos. Na pesquisa, foram destacados alguns aspectos pertinentes ao trabalho com projetos que se coadunam aos princípios do Construcionismo.

O Construcionismo é uma teoria de aprendizagem que surgiu entre os anos de 70 e 80 pelo matemático Seymour Papert. Inicialmente essa teoria discutia a criação de ambientes facilitadores para o ensino e aprendizagem do indivíduo por meio da interação com o computador. Nos dias atuais, essa teoria tem sido rediscutida por vários autores e por esse motivo novas dimensões são apontadas (RICHIT, 2005).

Para alcançar seus objetivos, a pesquisadora realizou um estudo com alunos do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade que desenvolveram atividades didáticas de Geometria Analítica usando o software Geometricks.

A combinação do trabalho com projetos e o uso de software de Geometria Dinâmica, no contexto da Geometria Analítica, se mostrou uma estratégia pedagógica favorável à formação inicial docente em Matemática no que concerne à construção de saberes

específicos desta área do conhecimento e para que os sujeitos envolvidos pudessem desenvolver saberes de uso pedagógico do software Geometricks.

A pesquisadora considerou que sua pesquisa aponta perspectivas para a implementação de mudanças no contexto educacional, em consequência das reflexões em torno do processo de formação profissional docente, o qual deve estar em consonância com as transformações da sociedade contemporânea. Também, constatou a necessidade de haver uma reestruturação nos currículos das licenciaturas, no intuito de se promover, simultaneamente, a construção de saberes pertinentes à área específica, conhecimentos pedagógicos do exercício da profissão docente e saberes de uso pedagógico das tecnologias informáticas.

Voltada ao trabalho com professores que já atuam no sistema de ensino, Zullato (2002) realizou uma pesquisa que teve como objetivo estudar o perfil dos professores que utilizam softwares de Geometria Dinâmica e suas perspectivas com relação às potencialidades dos mesmos. A pesquisadora considerou por perfil aspectos como formação inicial e continuada e considerou por perspectivas a visão dos professores sobre o potencial educativo dos softwares e em especial, no que tange ao processo de demonstração em Geometria.

Utilizando-se de uma abordagem de pesquisa qualitativa, a autora realizou entrevistas com professores do ensino fundamental e médio e conclui que, em relação ao perfil, a formação continuada e o suporte são fundamentais para que os professores sintam-se preparados e seguros a utilizar tecnologias em suas aulas. Quanto às perspectivas, o dinamismo dos softwares, proporcionado pelo arrastar, foi determinante, e possibilita a construção de figuras geométricas, a realização de atividades investigativas, e a exploração e visualização de propriedades motivando os alunos.

Moraes (2006) realizou uma pesquisa na qual propôs um modelo fundamentado na combinação de dois enfoques: experimentação e colaboração. De acordo com o autor estes enfoques fornecem um rico ambiente que permite interações entre um estudante e construções geométricas e entre estudantes ou grupos de estudantes.

Na pesquisa também é descrito o Serviço Tabulæ¹². A pergunta diretriz da pesquisa foi a seguinte: “Que modelo poderia ser adotado no processo de ensino-aprendizagem da geometria dinâmica para suportar interação e comunicação entre os estudantes, promovendo a aprendizagem colaborativa?”.

Uma conclusão importante apontada pela pesquisa foi que técnicas investigativas executadas em processos colaborativos capacitam melhor os estudantes na construção de um

¹² É um ambiente computacional colaborativo que permite o ensino e aprendizagem síncrona de matemática.

conhecimento comum aos participantes envolvidos. O pesquisador observou também que o uso em conjunto do *Tabulæ Colaborativo* com o curso de suporte e apoio através de fóruns de discussão e comunicação on-line através de *chat* parece ser muito interessante, já que nesse ambiente é notória a colaboração entre estudantes.

As pesquisas aqui apresentadas apontam que os ambientes de geometria dinâmica proporcionam uma visão diferente sobre os objetos geométricos em relação àquela apresentada pelos ambientes que utilizam apenas lápis e papel, sendo uma ferramenta facilitadora para o ensino e aprendizagem de geometria tanto para alunos do ensino fundamental e médio quanto para alunos do ensino superior. Isso decorre da mobilidade oferecida pelo modo arrastar e a rapidez na construção e manipulação dos objetos que esses ambientes propiciam. As pesquisas também apontam que os alunos tendem a ter mais autonomia em sua aprendizagem enquanto desenvolvem as atividades, já que os ambientes de geometria dinâmica permitem que os alunos levantem conjecturas e procurem pelas respostas, graças ao dinamismo que apresentam.

Além disso, utilizados na formação inicial do professor de matemática, esses ambientes propiciam novas experiências nas quais os licenciandos têm uma dupla reflexão: ora como um aluno aprendendo Matemática e ora como futuro professor, pensando em estratégias de como utilizar tal recurso no seu dia-a-dia em sala de aula.

Procurando fornecer uma base teórica mais detalhada sobre os ambientes de geometria dinâmica, o capítulo seguinte destaca algumas relações existentes entre esse ambiente e a Educação Matemática, evidenciando aspectos muitas vezes despercebidos pelo usuário do programa. Em seguida é apresentado o *Geogebra*, um software de geometria dinâmica no qual, além do trabalho com geometria, também é possível explorar propriedades algébricas.

Capítulo II - A Geometria Dinâmica e sua relação com a Educação Matemática

Hollebrands, Laborde e Sträber (2008) afirmam que a aprendizagem da geometria está essencialmente relacionada por expressões textuais estáticas e ícones de representações externas (descrição textual de uma construção ou os tradicionais desenhos) e com ferramentas criadas para “fazer” geometria (tradicionais régua e compasso e ambientes computacionais). Esses autores defendem que a aprendizagem da geometria é “mediada” por representações externas e ferramentas que formam a conexão entre o estudante e a geometria. A Figura 2 representa essa ideia e mostra uma perspectiva que caracteriza a aprendizagem de geometria com tecnologia.

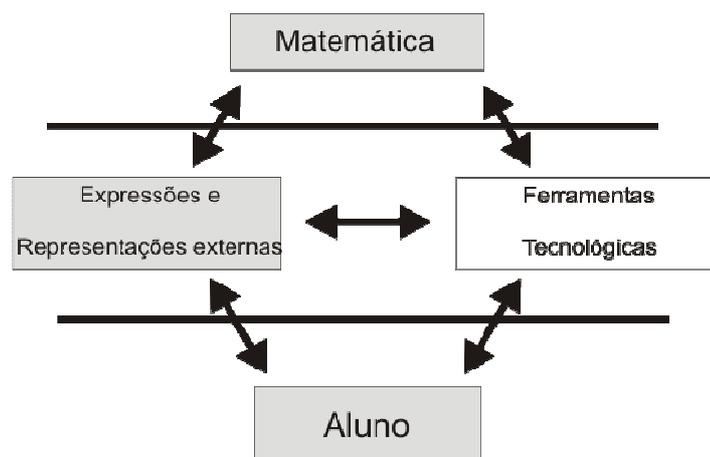


Figura 2 - Uma perspectiva para caracterizar o aprendizado de geometria com tecnologia in Hollebrands, Laborde e Sträber (2008, p.156)

Dentro desse enfoque, é possível considerar os ambientes de geometria dinâmica como uma dessas relações mediadoras entre o ensino da geometria e o aluno. Esses ambientes possibilitam que estudantes façam construções geométricas e manipulem-nas facilmente além de fornecerem oportunidades de explorar propriedades e relações geométricas tanto intuitivamente quanto indutivamente.

Clements et al (2008) declaram que ambientes baseados em geometria dinâmica podem beneficiar estudantes no desenvolver do entendimento sobre formas e figuras geométricas. Para esses autores, em muitas ocasiões estudantes passam de um nível visual de entendimento geométrico para níveis de descrição/análise ou até mesmo abstração/relação.

A principal característica de um software GD é a possibilidade do arrastar. Essa característica permite que estudantes explorem situações problemas e façam conjecturas sobre o conteúdo que estão estudando. Hollbrands, Laborde e Sträber (2008), baseados nos trabalhos de Olivero (2002), Olivero e Robutti (2002), Smith (2002) e outras pesquisas, definem que o modo arrastar em um software GD possui três modalidades diferentes para o desenvolvimento de atividades: **Arrastar sem um objetivo específico, lugar geométrico pelo arrastar** e **arrastar para testar hipóteses**. O primeiro se refere ao tipo aleatório de arrastar no qual o estudante busca por regularidades ou por comportamentos interessantes e ocorre em um momento de exploração da situação. O segundo tipo se refere ao arrastar de forma a preservar certa propriedade e visualizar o lugar geométrico dos pontos que a satisfazem. O terceiro tipo pressupõe que o estudante já conheça a propriedade do objeto, arrastando-o sistematicamente apenas para testá-la.

Como exemplo, pode-se pensar na seguinte situação: uma elipse no plano cartesiano com focos A e B e um ponto qualquer C sobre a elipse. A distância \overline{CA} e \overline{CB} são dadas e a soma de \overline{CA} com \overline{CB} é mostrada na tela, conforme a Figura 3.

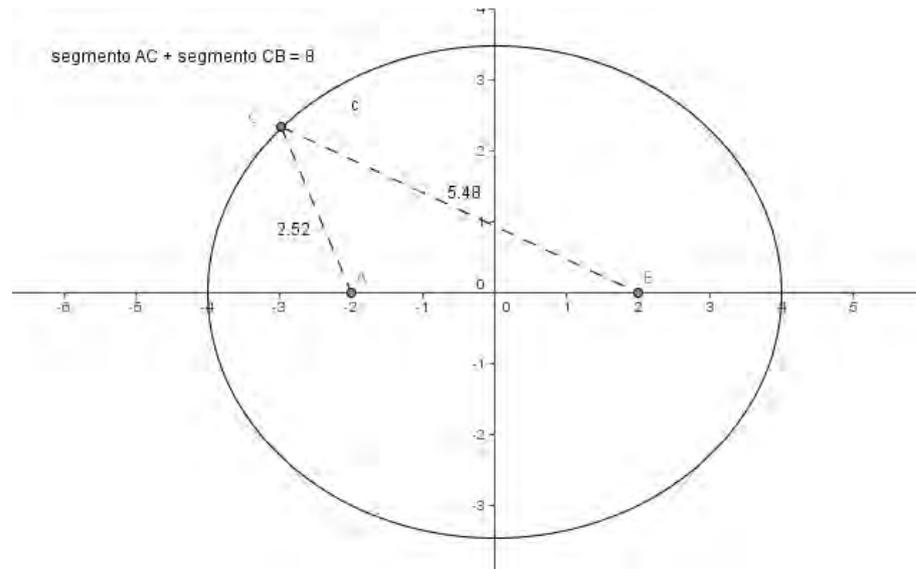


Figura 3 - construção inicial da elipse

Em um primeiro momento, o estudante poderia “arrastar sem um objetivo específico” os pontos A e B para criar alguma conjectura sobre a elipse, verificando, por exemplo, que a soma dos segmentos \overline{CA} e \overline{CB} permanecem constantes. Poderia então notar que quando os pontos A e B (focos) coincidem, a elipse nada mais é do que uma circunferência. Imaginando que o estudante já conheça essa propriedade, ele poderia “arrastar para testar hipóteses” e tentar justificar suas observações.

Outra forma seria o estudante encontrar o “lugar geométrico pelo arrastar”. O professor poderia solicitar que encontrassem os pontos C cuja soma das distâncias \overline{CA} com \overline{CB} seja constante. Com o manejo do mouse e com a opção “rastros”¹³ habilitada, é possível marcar os pontos na tela e observar que a figura obtida se aproxima muito a uma elipse. Isso pode ser confirmado pela definição formal de elipse encontrada nos livros: “o lugar geométrico dos pontos de um plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos desse plano é constante” (WINTERLE, 2000, p.177).

É importante destacar também que quando os estudantes utilizam pela primeira vez um ambiente GD, a visão que geralmente possuem sobre desenhar e construir um objeto geométrico acabam se misturando. Em um primeiro momento, eles acabam utilizando o software apenas como uma ferramenta de desenho. Conforme Clements et al (2008) afirmam, ao montar os componentes do objeto aparentemente tem-se o resultado esperado. Porém, ao arrastar a figura, percebe-se que a construção não foi eficiente. Dessa forma acaba-se notando

¹³ Essa é uma opção presente na maioria dos softwares de Geometria Dinâmica.

que, por exemplo, duas retas são paralelas ou perpendiculares não porque aparentam ser, mas por terem sido construídas dessa forma.

Um exemplo desse fato pode ser visto na Figura 4. Um estudante em um ambiente GD que queira construir um triângulo retângulo poderia usar um ponto de referência da tela do programa para criar um segmento perpendicular à base do triângulo. Dessa forma o estudante teria “desenhado” o triângulo, ou seja, quando um dos vértices é arrastado, seu triângulo não possui mais um ângulo reto, descaracterizando assim sua construção. Pode-se notar na Figura 5 que, ao “construir” um triângulo retângulo, as propriedades fundamentais que o definem (no caso possuir um ângulo reto) continuam existindo mesmo quando o vértice A é arrastado pela tela. Isso mostra que usar o software apenas para expor aos alunos os desenhos prontos pode fornecer uma visão do ambiente apenas como uma ferramenta de desenho.

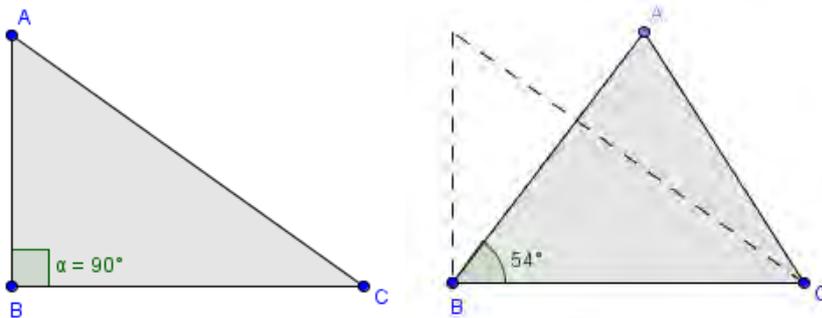


Figura 4-Um triângulo retângulo que foi "desenhado". Ao arrastar o vértice A, ele não possui mais um ângulo de 90° .

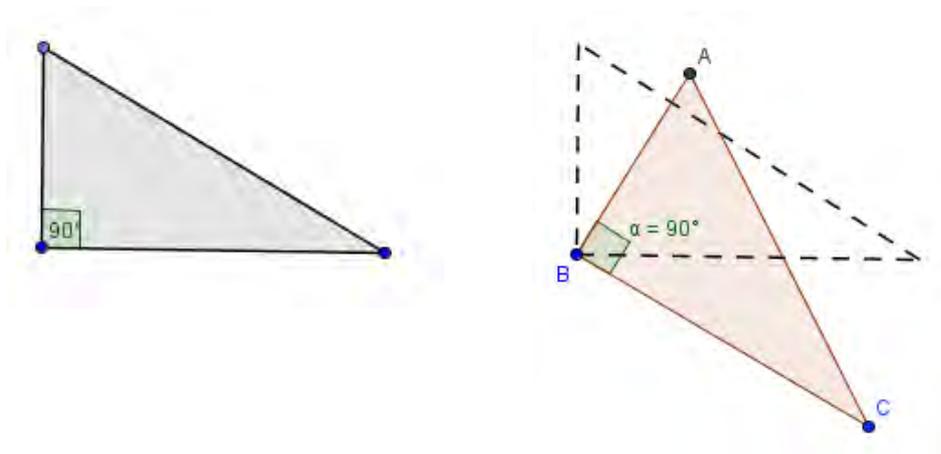


Figura 5 - Um triângulo retângulo que foi "construído". Ao arrastar o vértice A suas características fundamentais continuam existindo.

Para a compreensão da maneira que um software GD trata seus objetos, é importante destacar alguns aspectos a respeito de suas representações gráficas, mais precisamente a ideia de *figura* e *desenho*. Parzysz (1988) analisou essas concepções no ensino da geometria e concluiu que uma *figura* é o texto que define um objeto geométrico. Ela é uma criação da imaginação, uma ideia e, mais frequentemente, é *representada* por um *desenho* ou *modelo*. Para o autor, a *figura* é uma classe de desenhos relacionados tendo como base as mesmas propriedades. O autor também afirma que um desenho é o representante de uma figura e, dessa maneira, não pode por si mesmo substituí-la. Laborde e Capponi (1994) refinaram essa noção chegando à conclusão que:

- (i) um *objeto geométrico* é um objeto matemático abstrato definido por um conjunto de relações;
- (ii) um *desenho* pode ser considerado um significante de um referencial teórico;
- (iii) a *figura* consiste no emparelhamento de certo referencial teórico com todos os seus desenhos. Pode ser definida então “como o conjunto dos pares formados de dois termos, sendo o primeiro o referencial e o segundo um dos desenhos que o representa; o segundo termo é tomado do universo de todos os desenhos possíveis do referencial” (p.52).

Para esses autores, um desenho leva em direção aos objetos teóricos da geometria na medida em que o indivíduo que o lê decide fazê-lo. Portanto, um desenho “pode ser interpretado de múltiplas maneiras e a percepção, em especial, interfere na elaboração de uma interpretação quando o leitor não possui conhecimentos teóricos profundos de geometria que lhe permitam ultrapassar a primeira leitura perceptiva” (p.53). Com isso, sendo o desenho um significante de um objeto geométrico, ele revela as propriedades desse objeto, porém parcialmente.

Laborde e Capponi (1994) destacam que podemos associar ao desenho um *domínio de funcionamento*, o qual é um conjunto das propriedades geométricas que são representadas por algumas das propriedades espaciais do desenho. Através disso, por exemplo, é impossível saber se um dado ponto de um segmento pertence apenas ao segmento ou à reta base do segmento, ou ainda se duas circunferências tangentes realmente são tangentes ou se estão em uma posição relativa qualquer. Esses autores afirmam ainda que, inversamente, nem todas as propriedades visuais do desenho podem ser consideradas como correspondentes às do objeto. “Ao desenho corresponde um domínio de interpretação.” (p.53). Podemos tomar como exemplo um desenho que está sobre a folha de papel. Sua posição na folha está fora do *domínio de interpretação* dos desenhos tomados como significantes de objetos da geometria euclidiana.

Laborde e Capponi (1994) afirmam que a forma tradicional de ensino negligencia a possibilidade de o aluno ter uma leitura espacial do desenho e considera apenas sua leitura geométrica, desconhecendo a existência do domínio de interpretação do mesmo. Devido a essa diferenciação, “o ensino desconhece a especificidade das relações entre desenho e objeto geométrico e não os toma por objeto de aprendizagem.” (p.54).

Feito essas considerações, é possível entender como um ambiente GD trata seus objetos. Quando construímos, por exemplo, um triângulo retângulo nesse ambiente ele é, na verdade, um representante de uma classe de infinitos objetos. Ao se arrastar o triângulo pela tela, aumentar ou diminuir suas dimensões, movimentar seus vértices etc., temos outros representantes dessa classe. No caso da Figura 4 o objeto construído aparentava ser um triângulo retângulo. Porém, ao ser arrastado, tornou-se outro representante de uma classe que não é a classe dos triângulos retângulos definidos.

Essa característica “maleável” dos desenhos geométricos é uma das maiores potencialidades de um ambiente GD. Goldenberg e Cuoco (1998) destacam que alguns cuidados devem ser tomados ao se trabalhar nesses ambientes. Eles mostram que devido ao fato da geometria dinâmica ter suas próprias características (apesar de muito próximas da geometria euclidiana) ela pode causar o aparecimento de “monstros” para os alunos. Os autores exemplificam esse fato na construção de um quadrilátero ABCD. Ao arrastar um de seus vértices, o objeto será transformado em outro membro de sua classe, ou seja, continuará sendo um quadrilátero. Apesar disso, algumas posições em que o quadrilátero se encontrar podem dar a falsa impressão de que um objeto de outra classe surgiu. Goldenberg e Cuoco (1998) afirmam que essas novas figuras seriam vistas pelos estudantes como “monstros”, já que podem parecer “fugir” da definição de quadriláteros. A Figura 6 ilustra algumas etapas que o quadrilátero pode passar transformando-se em objetos de uma mesma classe.

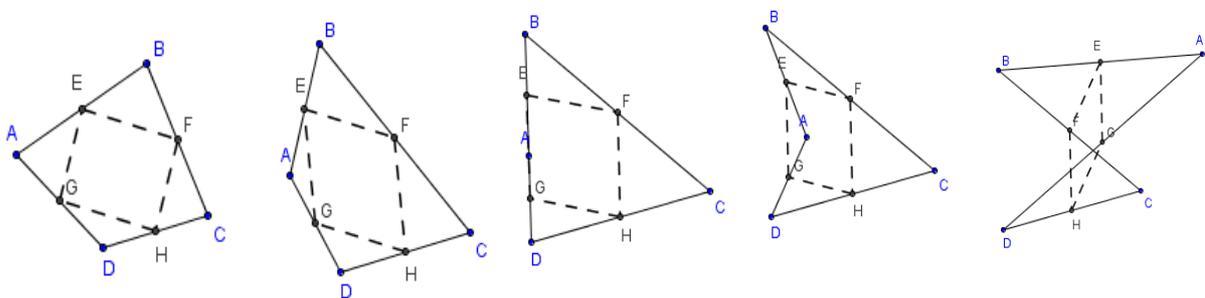


Figura 6 - A transformação de um quadrilátero in Goldenberg e Cuoco (1998, p.356)

Esse fato deixa claro que a geometria dinâmica, mesmo tendo como base a geometria euclidiana, possui suas próprias características. Goldenberg e Cuoco (1998) enfatizam que os softwares GD possuem suas próprias regras e, muitas vezes, o que esses softwares fazem reflete uma escolha deliberada de seus desenvolvedores. A geometria dinâmica não está apenas sobre uma geometria no senso estático, mas trata também sobre o comportamento de objetos quando eles variam no plano. Laborde e Laborde (2008) mostram que, no decorrer do desenvolvimento de softwares GD, por exemplo, uma decisão sobre o comportamento de um ponto sobre um objeto precisou ser tomada. O que aconteceria com o comportamento do ponto P ao longo do segmento \overline{AB} quando A ou B é arrastado? Uma decisão seria indicar um comportamento aleatório para P . Os autores destacam que, do ponto de vista teórico, isso seria totalmente válido já que a única condição de P é que P está em qualquer lugar do segmento \overline{AB} . Porém, do ponto de vista visual, seria uma surpresa ao usuário do software ver o ponto P “saltando” sobre o segmento \overline{AB} . Assim a decisão que garantiria continuidade no movimento de P seria manter a razão $\overline{PA}/\overline{PB}$ não variável.

Outro fato que merece destaque é que alguns softwares de geometria dinâmica possibilitam a interação entre múltiplas representações e interações entre conjuntos (HOLLBRANDS, LABORDE E STRÄBER, 2008). *Conjunto*, para esses autores, é “um domínio da matemática feito de objetos com significados e significantes¹⁴ relacionados a eles que fazem surgir um conjunto comum de métodos e processos matemáticos relacionados” (p.163, tradução nossa¹⁵). Um exemplo dessa interação de conjuntos seria o caso de um estudante que, tentando resolver um problema dentro da geometria euclidiana necessite mudar para uma abordagem algébrica em busca de novas ferramentas que o auxiliem a encontrar uma solução.

Além disso, os objetos em um ambiente GD podem ter significados diferentes. Por exemplo, um ponto pode assumir vários significados dentro do mesmo contexto. Podemos ter um ponto livre sobre a tela, arrastando-o sem dificuldade. Da mesma forma, um ponto pode ser construído sobre um segmento ou uma circunferência, podendo apenas ser arrastado sobre tal objeto. Também, um ponto pode ser a intersecção de duas retas ou de duas circunferências, dessa forma não podendo ser arrastado diretamente.

¹⁴ Significado se refere ao modo construído pelo indivíduo ou uma comunidade do conteúdo em jogo, enquanto que significante se refere a suas representações externas.

¹⁵ A setting is a domain of mathematics made of objects and attached signified and signifier that gives rise to a common set of linked mathematical methods and processes.

Outra característica predominante na maioria dos ambientes GD é a dependência existente entre os objetos. Essa dependência pode ser caracterizada pela construção de um objeto geométrico, já que este é construído através de uma sequência de operações reversíveis. Hollbrands, Laborde e Sträber (2008) destacam que um ambiente GD enfatiza aspectos funcionais de objetos geométricos. Para eles, isso levou Goldenberg (1995) a considerar um teorema geométrico como uma propriedade de uma função. Esses autores mostram que os softwares GD possuem várias ferramentas que podem externalizar essa ideia de dependência para os estudantes. Dentre elas, temos: (a) o modo arrastar, na qual um ponto que depende de algum objeto não pode ser arrastado diretamente; (b) a função apagar, quando, por exemplo, exclui-se um objeto e todos que dependem dele também são; (c) a redefinição de um objeto, onde, por exemplo, no Cabri-Géomètre fazer essa redefinição é equivalente à mudança das relações de dependência com outros objetos.

Não Figura 7 é possível ver um exemplo dessa dependência nos softwares GD. A circunferência c foi construída de forma que seu raio depende do segmento \overline{AB} . Assim, quando o segmento \overline{AB} é arrastado o raio da circunferência é modificado. Devido a essa dependência da circunferência c em relação ao segmento, o raio não é alterado sem que o segmento \overline{AB} o seja. Temos então que o raio da circunferência c é dado em função do segmento \overline{AB} . Já na Figura 8 tem-se que a circunferência d não depende de outro segmento. Porém, mesmo que implicitamente para o aluno, seu raio só é modificado se o ponto F for arrastado.

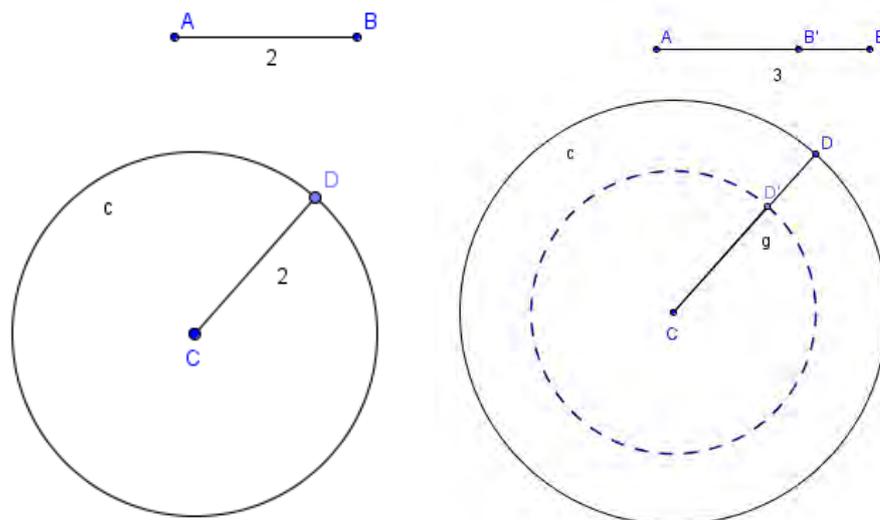


Figura 7 – Segmento \overline{AB} variando de 2 para 3.

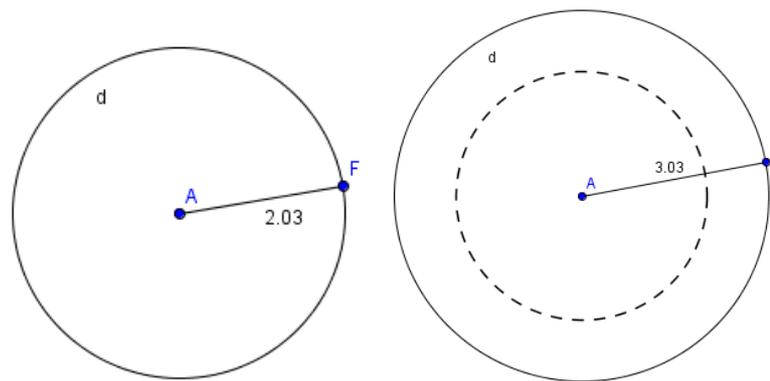


Figura 8 - A circunferência d não depende de nenhum segmento que não seja seu próprio raio.

Os ambientes GD também podem oferecer aos estudantes um trabalho “fora” da geometria euclidiana. Na maioria desses ambientes é possível trabalhar com seções cônicas, trigonometria, funções algébricas, geometria hiperbólica, entre outros. Em Olive (1998) podemos ver um exemplo que envolve a construção de uma elipse (Figura 9). Nela, a elipse é o lugar geométrico do ponto G conforme o ponto E é arrastado sobre a circunferência c . Diferentes elipses podem surgir apenas por arrastar o ponto C ou B , já que estes pontos determinam o tamanho de cada circunferência. Essa atividade feita em um ambiente com lápis e papel não seria tão fácil de ser explorada como no ambiente GD.

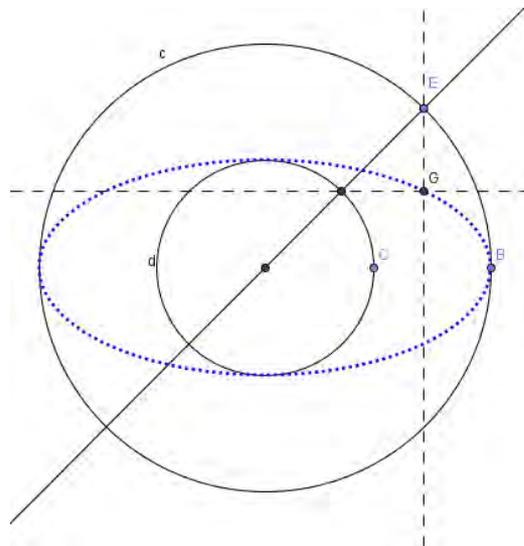


Figura 9 - Construção de uma elipse em um ambiente GD in Olive (1998, p.409)

Esse exemplo pode ser complementado com uma atividade que explore a Trigonometria (Figura 10). Nesta atividade o estudante pode arrastar o ponto P pela circunferência observando assim algumas relações trigonométricas como o seno, co-seno e a

tangente do mesmo ângulo. O interessante é que, ao modificar o ângulo, os valores mudam instantaneamente na tela, evidenciando assim o dinamismo do ambiente.

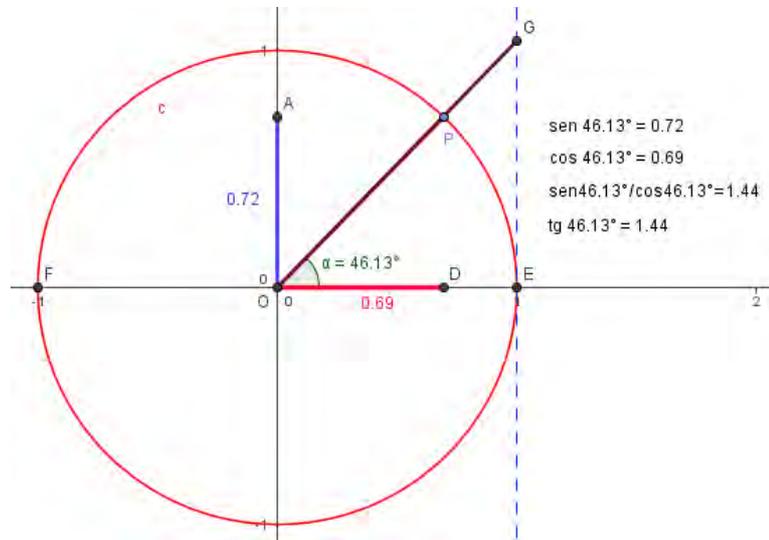


Figura 10 - seno, co-seno e tangente no ciclo Trigonométrico.

Depois de todas essas considerações é possível concluir que os ambientes de geometria dinâmica contribuem para que o ensino e a aprendizagem da geometria percorram caminhos novos e dinâmicos, além de complementar e enriquecer o trabalho do professor na sala de aula com novas estratégias. Conforme Clements et al (2008) destacam, esses ambientes possibilitam aos estudantes trabalharem com conceitos e propriedades geométricas além de explorar situações e conjecturas capazes de fornecê-los autonomia e concepções positivas sobre a criação de ideias matemáticas.

2.1 Apresentando o software Geogebra

Com a disseminação da rede mundial de computadores, das várias pesquisas na área e da evolução cada vez mais rápida dos computadores, muitos programas baseados em ambientes de geometria dinâmica foram criados e, conseqüentemente, disponíveis no mercado. Estes possuem recursos e características em comum como, por exemplo, o Cabri-Géomètre e o Sketchpad. Escolhemos para a pesquisa o software **Geogebra**. Este é um

programa livre, desenvolvido por Markus Hohenwater¹⁶, que une geometria, álgebra e cálculo, sendo uma ferramenta eficaz para o tratamento geométrico de uma forma interativa. De maneira bastante simples, é possível fazer construções incluindo pontos, vetores, segmentos, retas, e seções cônicas bem como funções.

O Geogebra possui duas janelas de trabalho: a janela geométrica e a janela de álgebra. A *janela geométrica*, de cor branca, é o local onde os objetos são construídos. Nela, é possível colorir os objetos, aumentar a espessura das linhas, medir ângulos, distâncias, etc. Além disso, é possível habilitar as coordenadas cartesianas e polares que facilitam as construções. Na *janela de álgebra* é possível visualizar a representação algébrica de todo objeto construído na janela geométrica. Essa dupla representação de objetos é a mais notável característica que o programa possui.

O software apresenta ainda um *campo de entrada* de texto, onde é possível escrever coordenadas, equações, comandos e funções de tal forma que, pressionando a tecla *Enter*, eles são mostrados imediatamente na janela geométrica. O Geogebra admite também expressões como: $g: 3x + 4y = 7$ ou: $c: (x - 2).2 + (y - 3).2 = 25$ e oferece uma variedade de comandos, incluindo cálculo de derivadas e integrais. A Figura 11 mostra a área de trabalho do software. À direita da figura encontra-se a *janela de álgebra*, à esquerda a *janela geométrica* e abaixo o *campo de entrada* de texto.

¹⁶ E-mail: markus.hohenwater@sbg.ac.at

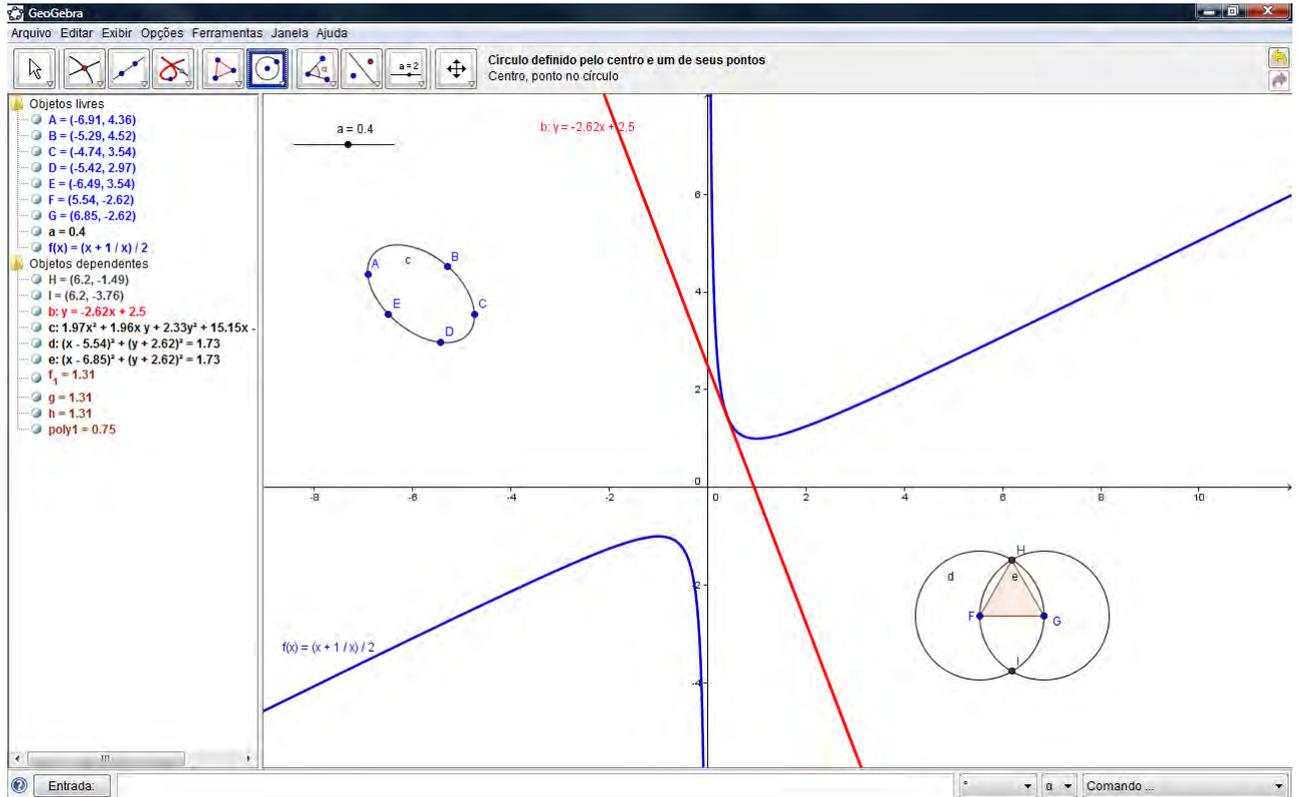


Figura 11 - Área de trabalho do Geogebra.

As imagens da Figura 12 mostram, respectivamente, a função $f(x) = x \cdot \text{sen}(1/x)$ no intervalo $-0,4$ e $0,4$, a aplicação da ideia da *Integral de Riemann* no cálculo da área abaixo da função $\partial(x) = (1/x)$ e o *Retângulo Áureo*. Todas estas figuras foram construídas no Geogebra.

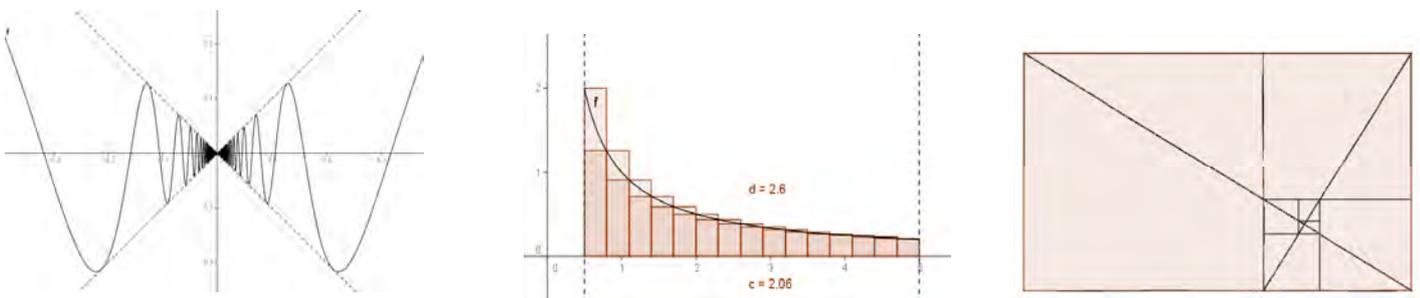


Figura 12 - Construções realizada no Geogebra

As próprias características do Geogebra possibilitam a criação de cenários para atividades investigativas, nos quais o aluno pode verificar propriedades de uma figura em um processo muito rápido. Entende-se por cenários para atividades investigativas o processo no

qual o aluno é despertado a questionamentos do tipo: “*O que acontece se...?*”, convidando-o a descobertas, formular questões e procurar respostas (SKOVSMOSE, 2008). Por meio destes questionamentos a sala de aula de Matemática transforma-se em um ambiente de aprendizagem em que o aluno é levado a um processo de exploração e explicação. No próximo capítulo, veremos mais detalhadamente esse aspecto e o que entendemos por ambientes de aprendizagem e investigação matemática em sala de aula.

Capítulo III - Ambientes de aprendizagem baseados na Investigação Matemática

Neste capítulo é apresentada a definição de ambientes de aprendizagem baseados na investigação matemática. As ideias trabalhadas foram basicamente fundamentadas em Skovsmose (2008) e em Ponte, Brocardo e Oliveira (2006). Apesar dos dois teóricos possuírem um enfoque diferente em suas abordagens, a proposta investigativa aparece como um elo entre os autores. Skovsmose (2008) faz um levantamento mais teórico sobre o assunto, definindo o conceito de cenários de investigação e apresenta possibilidades para uma reflexão da exploração de um ambiente de aprendizagem que privilegie a quebra do paradigma do exercício, convidando o aluno a participar intensamente do processo de aprendizagem. Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) apresentam orientações da maneira de o professor utilizar as investigações matemática em suas aulas tendo um enfoque mais prescritivo, mostrando diversos exemplos de atividades investigativas e a postura que o professor deve apresentar quando faz esse tipo de trabalho. Esses e outros conceitos relativos ao trabalho com investigação matemática em sala de aula serão explorados na próxima seção.

3.1 Do paradigma do exercício ao cenário de investigação: utilizando atividades investigativas nas aulas de Matemática

A partir da concepção adotada nessa pesquisa, o processo de aprendizagem exige condições e posturas específicas do aluno e do professor, condizente com a ideia defendida por Alrø e Skovsmose (2006) onde esta é um processo entendido como *ação*. Para os autores, quando há uma *aproximação* entre perspectivas tanto dos alunos quanto do professor, tem-se um aspecto fundamental para a aprendizagem. Essa aproximação pode indicar que a prática ocorrida na sala de aula não caiu em uma rotina. Dessa forma uma aproximação é um “processo no qual um grupo considerável de alunos volta sua intenção para o processo de aprendizagem. Uma aproximação indica uma busca por compartilhar perspectivas. Ela indica um desejo de condução e representa ação.” (p.48).

Para classificarmos a atividade de um indivíduo como ação, Alrø e Skovsmose (2006) afirmam que por trás dessa atividade deve existir uma intencionalidade e que a pessoa não deve estar em uma situação sem alternativas. Dessa maneira, em um ambiente onde a aprendizagem é vista como ação, aulas em que o professor de Matemática apresenta ideias e técnicas e os alunos são estimulados a resolver exercícios ou problemas que envolvam aplicações mecanizadas do que foi exposto, não trazem a ideia de aproximação definida anteriormente. Para Skovsmose (2008) essas aulas são pautadas no *paradigma do exercício*. Nesse paradigma, a ideia é que existe uma, e apenas uma resposta correta.

Uma forma para sair do paradigma do exercício e entrar numa perspectiva em que o aluno é convidado a enunciar perguntas, planejar linhas de investigações próprias e ser um agente ativo em seu processo de aprendizagem é a substituição dos exercícios tradicionais por *cenários de investigação*. Um cenário de investigação é definido por Skovsmose (2008) como um ambiente que “convida os alunos a formular questões e a procurar explicações.” (p.21). Para o autor, o convite é simbolizado pelo “O que acontece se...” do professor e o aceite pelos alunos é o “Sim, o que acontece se...”. Com isso, os estudantes deixam de ser coadjuvantes em seu processo de aprendizagem tornando-se centrais nos caminhos de exploração.

De acordo com Skovsmose (2008), tanto o paradigma do exercício quanto os cenários para investigação fazem referência a três abordagens: (a) Matemática pura; (b) Semi-realidade e (c) Realidade. Para o autor, a combinação das referências feitas aos modelos de aula pautados no paradigma do exercício e aos cenários de investigação forma os chamados ambientes de aprendizagem. O Quadro 1 representa esses possíveis ambientes.

	Paradigma do exercício	Cenários para investigação
Referência à Matemática pura	(1)	(2)
Referência à Semi-realidade	(3)	(4)
Referência ao Mundo real	(5)	(6)

Quadro 1 - Ambientes de aprendizagem

O ambiente de aprendizagem (1) está propriamente ligado a uma abordagem tradicional da matemática pura. As atividades nesse ambiente são do tipo “Resolva a equação...”, “Fatore os polinômios...”, “Construa o polígono...” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006). Já o ambiente de aprendizagem (2) traz uma abordagem diferente à matemática pura, proporcionando ao aluno investigar sobre o assunto abordado, seja geometria, álgebra, cálculo, definições matemáticas, ou qualquer outro assunto propriamente matemático. Um exemplo dessa abordagem pode ser verificado em Lima (2009). Explorando um software gráfico, o autor apresenta uma atividade que explora a variação do coeficiente a em funções do tipo $y = ax$, com $a < 0$. Nessa atividade, questões como “o que acontece com o gráfico quando os valores de a , negativos, se aproximam de zero?” ou “o que acontece com o gráfico quando os valores de a , negativos, se afastam de zero?” são exemplos de questionamentos que o professor pode apresentar a seus alunos, convidando-os a explorar os conceitos matemáticos envolvidos. Apesar dos exercícios do ambiente (1) e do ambiente (2) estarem ligados à matemática pura, a abordagem que cada um trabalha é o que os diferencia.

Os ambientes ligados à semi-realidade, de acordo com Skovsmose (2008), tratam de assuntos reais do cotidiano, mas sem maiores ligações com os mesmos. Dessa forma o problema é tratado de forma artificial, não apresentando impressões sensoriais ao aluno e apenas os dados sobre medidas, valores, espessura etc. são relevantes. Quando a semi-realidade é utilizada apenas para produzir exercícios, ela pode ser considerada pertencente ao ambiente de aprendizagem (3). Skovsmose (2008, p.24) traz uma atividade que exemplifica esse tipo de ambiente:

O feirante A vende maçãs a \$ 0,85 o kg. Por sua vez, o feirante B vende 1,2 kg por \$ 1,00.

- Qual feirante vende mais barato?
- Qual é a diferença entre os preços cobrados pelos dois feirantes por 15 kg de maçãs?

Conforme o autor enfatiza, nessa atividade aspectos como qualidade das maçãs, distância da loja à casa do consumidor, possibilidade do consumidor carregar 15 kg de maçãs em uma sacola ou a porcentagem de maçãs estragadas, são exemplos que não fazem parte do exercício, tornando os dados dessa situação artificiais. Caso o aluno questione o professor sobre esses aspectos, o docente pode encarar seus questionamentos como uma obstrução para o desenvolvimento da aula.

Apesar disso, na semi-realidade é possível que o professor elabore atividades que convidem os alunos a levantar conjecturas e procurar respostas. Quando isso acontece, a atividade pode ser considerada pertencente ao ambiente (4). Skovsmose (2008) traz um exemplo de uma atividade hipotética sobre “corrida de cavalos”. Nessa situação, cavalos são numerados de 2 a 12. Dois dados são lançados e, de acordo com a soma dos dois, o cavalo que possui a numeração indicada avança. O autor afirma que, a partir dessa atividade, é possível criar uma “agência de apostadores” entre os alunos, implicando nas seguintes questões: “em qual cavalo há a maior possibilidade de vitória?”; “Por que o cavalo 3 tem menos possibilidade de vitória que o cavalo 7?”; “O que acontecerá depois de 10 rodadas com o cavalo 2?”. Apesar de a atividade pertencer a uma semi-realidade, ela se localiza dentro de um cenário de investigação. Questões como “o cavalo 2 precisa tomar vitaminas” ou “o cavalo 6 é o ligeirinho” não serão tomadas como obstrução ao trabalho do professor.

Em um ambiente de aprendizagem também é possível que o professor explore assuntos matemáticos através de dados reais do cotidiano. Para Skovsmose (2008) essas atividades fazem referência à Realidade, e da mesma forma que as demais, podem ser trabalhadas tanto na abordagem do paradigma do exercício quanto dos cenários para investigação. Nesse ambiente, o aluno é capaz de verificar as informações que a atividade fornece. Por exemplo, ao utilizar os dados de um gráfico sobre o índice de gravidez na adolescência em sua cidade, o aluno pode discutir a informação cedida pelo exercício com outros colegas ou mesmo com o professor. Apesar disso, se os dados visarem apenas a resolução do exercício ele pertencerá ao ambiente (5). Ao contrário, o ambiente (6) tenta explorar uma situação problema real. Um exemplo disso pode ser o trabalho com projetos¹⁷, que tem aparecido em várias pesquisas referentes à Educação Matemática. Apesar disso, Biotto (2008) afirma que os projetos não são limitados necessariamente ao ambiente (6), sendo importante que muitas vezes os professores caminhem pelos diferentes ambientes de aprendizagem, se arriscando mais quando possível e se arriscando menos quando necessário.

¹⁷ Maiores informações sobre o trabalho com projetos pode ser encontrado na pesquisa de Cattai (2008).

Para Skovsmose (2008) o ambiente baseado na Realidade ajuda o professor a mudar a aula tradicional e seus padrões de comunicação. Para o autor,

o ensino de Matemática tradicional está muito associado à resolução de exercícios referentes à Matemática pura ou a semi-realidades. Por isso, um certo padrão de comunicação entre professor e alunos torna-se dominante. O absolutismo burocrático e a metafísica da semi-realidade caminham lado a lado. (p.55).

Skovsmose (2008) afirma que “quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem. No cenário para investigação, os alunos são responsáveis pelo processo.” (p.21).

Trabalhar em um cenário de investigação requer do professor e de seus alunos um senso investigativo, ou seja, eles devem procurar conhecer o que não sabem. Nesses cenários, os alunos são convidados a trabalhar como matemáticos profissionais. Isso não significa que alunos do nível fundamental e médio estarão construindo novos conhecimentos ou teoremas, mas terão a possibilidade de explorar e formular suas próprias conjecturas, lançar seus próprios contra-exemplos, apresentar os resultados de sua investigação aos colegas e professores e argumentar sobre fatos matemáticos que, na maioria das vezes, são vistos como irrefutáveis ou inquestionáveis. Portanto, de acordo com Abrantes (1999), os alunos são convidados a aprender Matemática fazendo Matemática.

Ponte et al (1998) definem *atividades investigativas* como “um tipo de atividade que dá ênfase a processos matemáticos tais como procurar regularidades, formular, testar, justificar e provar conjecturas, refletir e generalizar.” (p.15). Faz parte também o processo de refutação de uma conjectura e sua reformulação. Essa definição inclui basicamente os mesmos processos nos quais os matemáticos profissionais produzem conhecimento. Devido a esse fato, muitos pesquisadores defendem que essa forma de produzir conhecimentos matemáticos pode estar ao alcance da sala de aula, pois, por meio dela, é possível mostrar ao aluno que a Matemática é uma atividade humana, incompleta e que pode ser falível (BROCARD, 2001). Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), *investigar na Matemática*, envolve quatro momentos principais:

1. O reconhecimento da situação e a exploração dessa situação preliminar e a formulação de questões;
2. O processo de formular conjecturas;
3. A realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas;
4. A argumentação, demonstração e a avaliação do trabalho realizado.

Diferentemente de trabalhar no paradigma do exercício, utilizando de *investigações matemáticas em sala de aula*, os alunos podem deparar-se com questões abertas. Essa característica é um dos principais fatores que, para Ponte et al (1998), diferencia uma atividade investigativa da resolução de um problema. Para esse autor, na resolução de problemas a questão é apresentada já completamente especificada ao aluno.

Outra característica de uma atividade investigativa é que o mais importante, na maior parte das vezes, não é o resultado final encontrado pelo aluno, mas sim o processo que este desenvolveu no decorrer da investigação. Isso vem do fato que, de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), sempre podemos programar a maneira de começar uma investigação, porém nunca é possível saber como ela irá acabar. Assim, cabe a quem investiga um papel fundamental na definição dessa atividade. Mesmo partindo do mesmo ponto inicial, os alunos podem, no final da atividade, chegar a conclusões diferentes.

Para Rocha e Ponte (2006), o trabalho com investigações matemáticas em sala de aula, contribui para o desenvolvimento dos alunos em vários níveis:

(i) na aprendizagem do que são e como se fazem investigações; (ii) na aprendizagem de conceitos, ideias e procedimentos matemáticos; (iii) na aprendizagem de objetivos curriculares transversais, como a capacidade de comunicação e o trabalho em grupo; e (iv) na formação de novas concepções e atitudes em relação à Matemática. (p.31).

Esses autores afirmam que a realização de investigações pode propiciar aos alunos uma oportunidade para usarem e consolidarem seus conhecimentos matemáticos, além de desenvolverem e ampliarem suas capacidades e efetuarem novas aprendizagens.

Brocardo (2001) verificou o caso de três alunos que trabalharam com investigações durante um ano letivo. No início, dois desses estudantes mostravam ter grandes dificuldades com as atividades, mas, no final do processo, se mostraram mais familiarizados e empenhavam-se para sua realização. Para a autora, esse tipo de trabalho sofre recuos e avanços, estando ligados ao ambiente de trabalho da sala e a forma de sua organização.

No decorrer de uma aula investigativa, o professor é um elemento muito importante, sendo necessário que tome alguns cuidados na introdução do método e na maneira de conduzir sua aula. Para tanto, ele necessita saber como organizar seu trabalho, quais etapas percorrer, o que esperar do desempenho dos alunos e qual papel assumir perante a sala. Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), destacam que uma atividade de investigação é desenvolvida em três fases. Na primeira, o professor introduz a tarefa ao aluno propondo oralmente ou por escrito a atividade à sala. A segunda etapa trata da realização da atividade em si, ou seja, a

organização dos alunos para o desenvolvimento da tarefa. Essa parte pode ser realizada individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a sala. A última fase trata da discussão dos resultados. Nesse momento, os alunos discutem com colegas e professor o que foi realizado.

Na *introdução da atividade*, o professor deve garantir que todos entendam o que foi proposto. Nessa fase de *arranque* é preciso que o professor conduza os alunos a compreenderem o espírito da investigação e a natureza desse tipo de tarefa. Dessa forma eles formularão suas questões com base na situação que lhes for apresentada. Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) afirmam que o trabalho regular com alunos que não estão habituados com atividades dessa natureza propicia a criação progressiva de uma maior independência dos mesmos em relação ao professor e os tornam capazes de perceber mais facilmente o que é proposto na sala de aula.

Como já mencionado, o sucesso da investigação depende do ambiente que o professor cria em sua sala de aula. Para tanto se faz necessário que os alunos sintam-se à vontade para expor suas dúvidas e engajar-se no processo de investigação. Além disso, o tempo dado para a atividade precisa ser suficiente para que os alunos possam colocar questões, pensar, explorar suas ideias, pensar alto, discutir, refutar conjecturas de si próprios ou de colegas etc. Isso garante que o aluno sinta que suas ideias e opiniões são valorizadas.

No *desenvolvimento da atividade*, o professor passa a agir mais na retaguarda. Seu papel nesse momento é tentar compreender o trabalho de seus alunos e os apoiar no que for necessário. O decorrer da aula depende, na maioria das vezes, das sugestões que ele fornece sobre o modo de trabalho dos alunos e da forma que os auxilia no desenvolvimento das investigações. Nessa segunda etapa, os alunos começam a formular e a testar suas conjecturas. Assim, o professor assume o papel de questionador, ou seja, constantemente instiga os alunos a refletirem sobre o processo de investigação, questionando a forma de como chegaram a certo resultado, ou perguntando o porquê de um determinado passo. Esse é um trabalho árduo para o professor, já que geralmente suas salas possuem um grande número de alunos. Porém, conforme as atividades investigativas são trabalhadas no cotidiano escolar, os alunos desenvolvem uma autonomia que exige cada vez menos essa “presença constante” do docente.

Ainda na fase de desenvolvimento da atividade podemos verificar algumas etapas fundamentais. Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), afirmam que, primeiramente, os alunos tentam compreender a tarefa, organizam os dados e começam a formular questões. Em

seguida, fazem conjecturas e procuram testá-las. Em alguns casos, os alunos até tentam justificar suas conjecturas através de demonstrações.

Essa justificação, apesar de ser na maioria das vezes complexa para os alunos, precisa ser trabalhada pelo professor para que eles entendam que apenas testar uma hipótese de várias formas não garante sua veracidade. Abrantes (1999), afirma que a demonstração tende a surgir aos olhos dos alunos da maneira em que geralmente ela é considerada, ou seja, de fornecer a certeza de que uma hipótese é mesmo válida. O autor afirma que esse não é o único papel da demonstração. Os alunos precisam ter essa consciência sob pena de desvalorizarem o esforço de demonstrar uma afirmação que não foi formalmente provada, mas que não possui nenhuma dúvida. Nesses casos a demonstração não é importante para dar a certeza de uma conjectura, mas sim para ajudar a explicar por que razão ela é válida.

No decorrer da investigação, o aluno pode seguir por caminhos que o professor não tinha pensado, gerando assim resultados inesperados. Nesse momento o professor pode sentir-se despreparado para a situação ou não saber de que maneira agir, engajando-se em uma zona caracterizada pela imprevisibilidade e perda de controle da situação. Penteado (2001) afirma que, nesses casos, o professor deixa uma *zona de conforto*, que se caracteriza pelo controle do momento, e entre em uma *zona de risco* em que se faz necessária uma avaliação constante das ações propostas. Devido a esse fato, o professor pode se deparar com situações incômodas, como por exemplo, não conseguir justificar ao aluno o porquê de um resultado advindo da investigação.

Skovsmose e Penteado (2008) destacam que, apesar da zona de risco gerar incômodo para muitos professores, ela não é simplesmente um campo problemático. Existem boas oportunidades que a zona de risco pode trazer. Portanto,

não deve ser objetivo educativo recuar de uma zona de risco. Segurança e previsibilidade podem estar associadas à zona de conforto, enquanto novas oportunidades de aprendizagem podem estar associadas à zona de risco. O professor pode perder parte do controle da situação, porém os alunos também podem se tornar capazes de ser experimentais e de fazer descobertas. [...] Portanto, um ponto essencial é tornar possível que o professor trabalhe na zona de risco. (ibidem, p.49).

Quando um professor trabalha com investigações matemáticas em sala de aula é possível “transitar” entre a zona de risco e a zona de conforto. Dessa forma, ele não necessita permanecer sempre em uma zona de risco, o que pode causar um grande “desgaste” ao final do trabalho, ou sempre em uma zona de conforto, podendo gerar certa acomodação com a situação. Conforme Biotto (2008) destaca, é possível caminhar por essas áreas, arriscando-se

um pouco mais e, quando for o caso, reaproximando da zona de conforto. A Figura 13 caracteriza essa transição entre zona de conforto e zona de risco.



Figura 13 - A transição entre zona de conforto e zona de risco

Outro momento importante de uma atividade investigativa é a *discussão da investigação*. Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), afirmam que nessa fase o professor, atuando como um mediador deve estimular a comunicação entre os alunos. Assim, eles serão confrontados com hipóteses, estratégias e justificações diferentes daquelas que tinham pensado, além de serem estimulados a colocar suas ideias para a sala e defendê-las. Esse momento é válido para a sistematização de algumas conclusões e tornar verdadeiros alguns resultados. Esses autores destacam que:

A fase de discussão é, pois, fundamental para que os alunos, por um lado, ganhem um entendimento mais rico do que significa investigar e, por outro, desenvolvam a capacidade de comunicar matematicamente e de refletir sobre o seu trabalho e o seu poder de argumentação. Podemos mesmo afirmar que, sem a discussão final, se corre o risco de perder o sentido da investigação. (p.41).

Para os autores, esse momento de discussão possibilita reflexão por parte dos alunos. Tal reflexão permite que, por exemplo, se valorize os processos de resolução em relação aos produtos, mesmo que não conduzam a uma resposta final correta. Essa ideia cria, na concepção dos alunos, uma visão mais verdadeira da Matemática. Ela também permite estabelecer conexões com outras ideias, podendo constituir um ponto de partida para outras investigações.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) também destacam que é preciso tomar cuidado aos sinais que o professor percebe em relação aos alunos. Eles podem apresentar-se muito cansados, sugerindo o final da atividade, ou apresentar-se entusiasmados, sugerindo mais tempo para a discussão. É preciso que o professor saiba dosar o tempo.

Numa aula baseada em investigações matemáticas o professor também assume alguns *papéis diferenciados na aula de investigação*. Brocardo (2001) destaca que o professor necessita procurar o equilíbrio de dois pólos: Primeiro, fornecer autonomia ao aluno para que a

investigação se realize e, em segundo lugar, garantir que o trabalho dos alunos flua naturalmente, sendo significativo do ponto de vista da disciplina. Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) também mostram que o professor assume papéis bem diversos: ele desafia os alunos, avalia o seu progresso, raciocina matematicamente e apóia seus trabalhos.

Na visão desses pesquisadores, desafiar os alunos significa motivá-los sempre, principalmente na fase de arranque da aula. Mas é necessário que esse desafio seja feito sempre que surjam impasses ou dúvidas. Para avaliar o progresso dos alunos, o professor precisa atentar-se sobre o desenrolar do trabalho. Em seu decorrer o professor deve sempre questionar os alunos a respeito da forma utilizada por eles para chegarem a certo resultado, tendo paciência para ouvir as respostas e evitar corrigir afirmações, mostrando-lhes onde o raciocínio não está condizente.

Como visto anteriormente, uma aula baseada na investigação na maioria das vezes leva o professor a transitar da zona de conforto à zona de risco. Ela exige do professor um *raciocínio matemático* constante e original. Isso decorre do fato de que muitas vezes os alunos passam por caminhos que o professor não esperava. De fato, Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) afirmam que nem sempre é possível antever todas as explorações dos alunos. Assim o professor necessita sempre estar atento para aproveitar-se de momentos preciosos como esses para explorar conceitos, dúvidas e novas ideias que surgem no decorrer da aula. Os autores afirmam que:

A realização das investigações proporciona, muitas vezes, o estabelecimento de conexões com outros conceitos matemáticos e até mesmo extras matemáticos. O professor precisa estar atento a tais oportunidades e, mesmo que não seja possível explorar cabalmente essas conexões, deve estimular os alunos a refletir sobre elas. Essa é mais uma das situações em que o professor dá evidência do que significa raciocinar matematicamente. (p.51).

Finalmente no Quadro 2 Ponte et al (1999) citado por Brocardo (2001), reúne em três grupos a maneira de o professor agir em uma aula de investigações matemáticas. O autor afirma que o professor, ao assumir um papel mais interrogativo, fornece a possibilidade de uma maior intervenção na atividade. Porém, o papel que os alunos assumem perante a ela pode condicionar o modo de agir do professor. Por exemplo, quando eles usam ideias confusas o professor necessita decidir como clarificá-las não podendo ter um papel que consiste apenas na gestão da situação didática.

X. Modo afirmativo	X.1. Faz uma afirmação ou clarifica o sentido de afirmações anteriores. X.2. Faz afirmações ou explica conceitos ou procedimentos. X.3. Valida
Y. Modo interrogativo	Y.4. Pede clarificações. Y.5. Questiona de forma específica. Y.6. Questiona de forma aberta. Y.7. Pede Justificações.
Z. Modo de gestão	Z.8. Gere a situação didática.

Quadro 2 - Papel do professor em uma atividade de Investigação (Ponte, et. al. (1999), p. 84 apud Brocardo (2001) p. 148)

Outro fator que merece nossa atenção é a forma como o professor constrói, adapta ou seleciona atividades de investigação. Conforme mencionado anteriormente, é recomendável que o professor faça uso de atividades investigativas em sua prática, mas é importante destacar que ele é responsável por conduzir a aula. Assim *criar* ou *selecionar* as atividades que serão trabalhadas em um ambiente de aprendizagem baseado na investigação é um papel tão importante quanto aplicá-las.

A preparação das atividades é um aspecto bastante valioso do conhecimento profissional do professor no qual, de acordo com Oliveira et al (1999), pouco tem se pesquisado. Os autores afirmam que esse processo é muito mais complexo do que parece à primeira vista, já que é um trabalho que envolve criatividade, agilidade matemática, uma boa ideia dos conhecimentos, potencialidades e interesses de seus alunos e um bom domínio dos materiais e recursos utilizados como apoio. Mesmo a seleção de atividades já prontas requer do professor um senso crítico, pois ele deve reconhecer os conceitos e processos que uma tarefa conduz além de refletir sobre sua adequação ao nível dos alunos.

Oliveira et al (1999) afirmam que a existência de um grupo com professores ou pesquisadores, com interesses semelhantes, para discussão e elaboração de tais atividades, pode ser um aspecto facilitador nesse processo. Isso decorre do fato de que esses grupos podem propiciar interações, trocas de experiências e reflexões capazes de ampliar o desenvolvimento e a capacidade de todos os participantes. Dessa forma, o grupo acaba contribuindo para que todos tenham autoconfiança no trabalho. Para esses autores, essa autoconfiança é um dos pré-requisitos para produzir boas tarefas de investigação.

É necessário destacar também que muitos obstáculos surgem quando um professor trabalha com investigações matemáticas em sua sala de aula. Abrantes (1999) aponta que muitos alunos mostram dúvidas sobre o que estão realmente aprendendo, já que geralmente estão habituados a outros modelos de aula, geralmente baseadas no paradigma do exercício. O

autor afirma que há alunos que tendem a questionar “onde é que está a matéria”. Além disso, é comum os professores se verem “acorrentados” com a pressão do cumprimento do conteúdo imposto pelas políticas públicas ou pela instituição em que trabalha.

Abrantes (1999) também destaca que outra dificuldade encontrada nesse tipo de trabalho é que em pouco tempo não é possível esperar uma evolução significativa do aluno. Para tanto, é necessário tempo e persistência, visto que lida com a necessidade de modificar aspectos centrais da cultura do paradigma do exercício. O autor afirma que atividades investigativas realizadas de modo isolado ou esporádico, podem ser interessantes no momento, mas não abalam concepções e práticas muito realizadas.

Oliveira et al (1999) afirmam que dificuldades como a inexistência de uma cultura de valorização das investigações matemáticas têm sido um grande obstáculo em sua implementação na sala de aula. Para os autores a falta de espaços de trabalho onde os professores possam compartilhar experiências, a falta de materiais e livros com sugestões ou orientações curriculares no ambiente de trabalho e a própria estrutura organizacional das escolas, podem ser os determinantes no sentido da não realização de atividades investigativas pelos professores.

Sobre todos os aspectos levantados, Brocardo (2001) aponta um conjunto de conclusões gerais a respeito de atividades investigativas. Para a autora, a exploração dessas tarefas envolve uma tensão entre dar liberdade aos alunos de decidir sobre a forma de orientarem seu trabalho e o objetivo do professor de que eles aprendam determinados conteúdos. Também, o apoio oferecido pelo professor às explorações das atividades feitas pelos alunos acaba se tornando problemático, já que ele necessita decidir sobre qual tipo de intervenção deve fazer de modo a ajudá-los a sair de impasses, mas preservando sua liberdade de exploração. Isso leva o professor a distinguir sobre diferentes modos de raciocínio didático e diferentes papéis. Porém, a autora afirma que “uma maior experiência do professor em propor este tipo de atividade aos alunos parece influenciar uma maior facilidade em integrar as investigações no seu plano curricular e em orientar o trabalho dos alunos.” (p.152).

Depois de levantadas todas essas questões pode-se concluir que o trabalho com investigações matemáticas em sala de aula fornece subsídios para a “quebra” do paradigma tradicional de ensino da Matemática, levando alunos e professores a experimentarem novas sensações. Para Rocha e Ponte (2006) quando o professor apóia devidamente seus alunos em atividades dessa natureza e existe uma continuação do trabalho, muitos alunos conseguem compreender o que é uma investigação e qual papel lhes cabe assumir, contribuindo para a construção do pensamento matemático e a uma aprendizagem significativa. Para Brocardo

(2001), o trabalho com atividades investigativas na sala de aula possibilita ensinar aos alunos como fazer matemática, além de apoiá-los a ter uma ideia mais completa de suas capacidades e de suas competências. No que se refere ao professor, atividades dessa natureza constituem um desafio novo e entusiasmante.

Capítulo IV - Grupos de estudo na formação inicial de professores de Matemática

Nesse capítulo é apresentada uma discussão sobre a formação inicial de professores, evidenciando alguns dos aspectos que são tratados na literatura educacional, envolvendo um breve histórico dessa formação no Brasil, o conceito de racionalidade prática e técnica e de reflexão além de algumas considerações sobre o conhecimento docente. Também é explorada, com base na literatura, a potencialidade de um ambiente formado por equipes de professores ou futuros professores, o que é definido na pesquisa como grupo de estudos.

4.1. Breve histórico sobre a formação inicial de professores de matemática no Brasil

Inicialmente, a formação de professores no Brasil, de acordo com Tanuri (2008), foi tradicionalmente centrada em uma lógica pedagógica, para as séries iniciais (atual ensino fundamental), na qual muito concorreu o movimento da Escola Nova, visando o preparo do professor polivalente. Já para o ensino secundário (atual segunda fase do ensino fundamental e ensino médio), a formação dos professores foi pautada numa lógica disciplinar, ou seja, voltada às disciplinas do conteúdo a ser ensinado, visando o preparo do professor especialista por disciplinas.

A formação específica para professores do ensino secundário teve suas origens na década de trinta com a criação das Faculdades de Filosofia, Ciências e Letras. Sua criação foi calcada em um modelo que privilegiava o conteúdo a ser ensinado, semelhantemente o que acontecia em outros países. Nessa época, o estudante interessado no magistério precisava adquirir primeiro uma “licença cultural” (formação científica numa especialidade) e, em seguida, frequentar a Faculdade de Educação da Universidade do Distrito Federal (criada em 1935) ou a seção de Educação da Universidade de São Paulo (criada em 1934), para adquirirem a “licença magistral” (TANURI, 2008). Esse modelo ficou conhecido como “3+1”, onde, geralmente, o estudante frequentava três anos da faculdade com disciplinas voltadas ao conteúdo científico e, no último ano, o aluno tinha as disciplinas pedagógicas.

Nesse período, não diferente da realidade da época, o curso voltado à formação de professores de Matemática “tinha a duração de três anos e compreendia basicamente as disciplinas de Geometria (analítica e projetiva), Análise Matemática, Física Geral e Experimental, Cálculo Vetorial, Mecânica Racional e Geometria” (SILVA, 2000 p.8 *apud* FERREIRA, 2003). Essa formação passava por duas fases. A primeira fase era desenvolvida na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras e tinha o objetivo de estudar profundamente a Matemática. A outra fase, no instituto de Educação, tinha o propósito de preparar pedagogicamente o professor. Nesses moldes, Ferreira (2003) destaca que

a formação pedagógica do professor se apresentava curta, desprovida de reconhecimento por parte dos matemáticos e pecava por inadequação. O saber era fragmentado e não oferecia ao futuro professor os elementos necessários para relacionar os conteúdos aprendidos com as teorias estudadas à prática. Essa situação perdurou por várias décadas e ainda encontram-se resquícios em diversos cursos atuais (p.15).

Com o passar dos anos, muitas reformas ocorreram na formação dos professores principalmente em relação à formação de professores de Matemática. Algumas questões relativas ao ensino desse conteúdo como o Movimento da Matemática Moderna, influenciaram várias mudanças. Nos anos 80, por exemplo, a formação do professor de Matemática passou a ter uma estrutura diferente. Segundo Ferreira (2003), essa formação possuía um ciclo básico, compartimentando a formação geral, e um ciclo profissional, que era composto por alguns cursos de curta duração e outros de longa duração. A intenção era “treinar” os profissionais em menos tempo possível para atender as demandas do mercado. Um desses cursos de curta duração foi a Licenciatura em Ciências que formava professores para atuar no primeiro grau (atual ensino fundamental) além de habilitar os estudantes a lecionar Matemática, Física e Biologia.

Mesmo com diversas reformas e modificações na formação dos professores, Tanuri (2008) afirma que a problemática desses cursos permaneceu a mesma desde a sua origem nas antigas Faculdades de Filosofia até o presente. A autora destaca que

as tentativas de integração desenvolvidas reduziram-se, no mais das vezes, a substituir uma relação de sucessão por uma relação de concomitância mais adequada entre o conteúdo específico e o pedagógico [...] ademais, o conteúdo pedagógico permaneceu praticamente o mesmo ao longo dos anos, limitando-se ao mínimo fixado pelo CFE: Psicologia, Didática, Prática de Ensino, Estrutura e Funcionamento do Ensino ou Política Educacional. (p.78)

Tais mudanças, aliadas à diversidade cultural e social encontrada em sala de aula nas últimas décadas, afetaram a profissão docente. Alunos de todas as classes sociais, com culturas das mais distintas, frequentam os mesmos ambientes escolares assim como alunos com necessidades especiais são inseridos em salas de aulas regulares. Isso cria a necessidade, cada vez maior, dos programas de formação inicial preparar seus alunos para tal realidade.

A situação da instituição escolar acaba se tornando mais complexa e, conseqüentemente, ampliando tal complexidade para a esfera da profissão docente, Mizukami et al (2003) destacam que ela não pode mais ser reduzida ao domínio dos conteúdos específicos das disciplinas e à técnica de transmiti-los. Nesse contexto, espera-se que o professor “analise a educação como um compromisso político, carregado de valores éticos e morais, que considere o desenvolvimento da pessoa e a colaboração entre iguais e que seja capaz de conviver com a mudança e com a incerteza” (p.12).

Mizukami et al (2003) entendem a formação de professores como um processo de desenvolvimento para a vida toda, ou seja, como um *continuum*. Nessa visão, o paradigma da racionalidade técnica, o qual se apóia num acúmulo de conhecimentos para serem aplicados posteriormente, não é compatível.

Para as autoras, o professor encontra em seu cotidiano muitas situações divergentes, com as quais ele não aprende a lidar durante a formação inicial. Situações como estas estão além dos referenciais teóricos e técnicos e, devido a esse fato, o docente não encontra apoio direto nos conhecimentos adquiridos em sua formação para lidar com elas. Por isso, Mizukami et al (2003) afirmam que “esse tipo de racionalidade não representa solução para os problemas educativos, porque a realidade educacional e as situações de ensino comportam aspectos que se situam além dos problemas instrucionais” (p.15). A formação como um processo *continuum* ampara-se em outro paradigma conhecido como *racionalidade prática*. A formação é vista

segundo o modelo reflexivo e artístico, tendo por base a concepção construtivista da realidade com a qual o professor se defronta, entendendo que ele constrói seu conhecimento profissional de forma idiossincrática e processual, incorporando e transcendendo o conhecimento advindo da racionalidade técnica (p.15).

Nesse enfoque hermenêutico-reflexivo, Pérez Gómez (2001) também afirma que o ensino é visto como uma atividade complexa, que se desenvolve em diferentes cenários, determinados pelo contexto, com resultados na maioria das vezes imprevisíveis e carregada de conflitos e valores que necessitam de pronunciamentos éticos e políticos. Dessa forma, “deve-se conceber o docente como um artista, clínico e intelectual, que tem que desenvolver sua sabedoria experiencial e sua criatividade para enfrentar as situações únicas, ambíguas, incertas e conflitantes que configuram a vida da sala de aula” (p.189).

Nessa compreensão, a formação inicial é concebida apenas como um dos momentos do processo formativo do professor. Mizukami et al (2003), apoiadas em Imbernón (2000), entendem o conhecimento dos docentes, em relação ao ensino, fragmentado em vários momentos. As autoras citam como exemplo a experiência do professor enquanto discente, que é partilhada com a maioria da população, a socialização do conhecimento profissional, o período de iniciação à docência e a formação permanente, sendo muito importante para que o profissional seja capaz de questionar ou legitimar seu conhecimento colocado em prática.

Lima (2002) afirma que a ideia de formação como um *continuum* obriga a estabelecer um fio condutor que produza sentido e mostre os significados ao longo de toda a vida do docente. Esse fio condutor deve garantir, ao mesmo tempo, os nexos entre a formação inicial, a formação continuada e as experiências vividas. Para essa autora, “a simples prática não dá conta dessa tarefa se não for acompanhada de um componente indispensável – a reflexão, vista como elemento capaz de promover esses nexos necessários” (p.207).

Pérez Gómez (2001) vê a reflexão do docente como um “processo de reconstrução da própria experiência e do próprio pensamento ao indagar as condições materiais, sociais, políticas e pessoais que configuram o desenvolvimento da concreta situação educativa da qual participa o docente” (p.190). Para Mizukami et al (2003), a reflexão implica, além de conhecer simplesmente os métodos, o desejo e a vontade de empregá-los, ou seja, implica intuição, emoção e paixão.

Desse ponto de vista Lima (2002) afirma que a formação inicial sozinha não fornece subsídios para a tarefa de formar professores, como defende o paradigma da racionalidade técnica. A autora também destaca que a formação inicial ocupa um lugar muito

importante no conjunto total do processo de formação do docente, se for encarada na direção da racionalidade prática.

Mizukami (2004) analisa dois modelos teóricos desenvolvidos por Shulman (1986, 1987), chamados de *base de conhecimento para o ensino e processo de raciocínio pedagógico*.

O primeiro consiste em um “corpo de compreensões, conhecimentos, habilidades e disposições que são necessários para que o professor possa propiciar processos de ensinar e aprender” (p.290). Nos cursos de licenciatura, isso seria o mínimo necessário para que o docente seja capaz de construir novos conhecimentos e envolve o domínio do conhecimento específico da matéria. A autora destaca que dominar essa base por si só não garante que seu ensino e aprendizado tenham sucesso. Por isso, ela é necessária, porém não é suficiente.

Mizukami (2004) destaca que outros tipos de conhecimentos também são necessários e estes constituem os demais componentes da base para o ensino. São eles: o *conhecimento do conteúdo pedagógico* que vai além do domínio de uma matéria em específico e inclui compreender as metas e propósitos em sala de aula, objetivos de ensino, manejo de classe e interação com alunos, estratégias educacionais etc. O *conhecimento pedagógico do conteúdo*, que é aquele aprendido no exercício profissional, ou seja, o professor constrói constantemente conforme ensina determinado conteúdo e o melhora quando se mistura com os outros tipos de conhecimento explicitados na base, sendo de suma importância na formação inicial do professor. Dessa forma, é preciso que os cursos criem situações concretas para que ele comece a ser construído.

O *conhecimento dos conteúdos específicos* é, de acordo com a autora, de um lado o núcleo e do outro um foco frágil de especificações da base do conhecimento. Mizukami (2004) destaca que o conhecimento específico é a base necessária para a interseção do professor em situações de ensino e aprendizagem afirmando que

o domínio do conteúdo específico por parte dos futuros professores deve ser concebido como eixo articulador da base de conhecimento para a docência e como imprescindível para a construção do conhecimento pedagógico do conteúdo e para o desenvolvimento de processos de raciocínio pedagógico (p.291).

O *processo de raciocínio pedagógico* retrata, durante o processo de ensino e aprendizagem, como os conhecimentos são acionados, relacionados e construídos. Para a autora

uma precária base de conhecimento compromete e empobrece os processos de raciocínio pedagógico acionados pelos professores quando estão em situações concretas de ensino e aprendizagem [...] esse modelo é constituído por seis

subprocessos comuns ao ato de ensinar: compreensão, transformação, instrução, avaliação, reflexão e nova compreensão (p.292).

Assim quando a base de conhecimento é precária, fragmentada e insuficiente, o processo de raciocínio pedagógico acaba sendo pobre, permanente e mecanizado.

Feitas essas considerações sobre formação inicial dos professores e seus conhecimentos, será visto na próxima seção que a criação de um ambiente no qual o professor ou futuro professor seja estimulado e ouvido, expressando suas reais necessidades e experiências, pode ser um fator determinante para sua formação como um *continuum*. Esses ambientes são chamados de grupos de estudo.

4.2 Grupos de Estudo

Trabalhar com um grupo de estudos, segundo Gimenes e Penteado (2008), é uma ideia poderosa e ao mesmo tempo simples, que pode propiciar uma alternativa no apoio do desenvolvimento profissional e mudanças dos profissionais envolvidos. Um grupo de estudos formado por professores, segundo Murphy e Lick (1998), pode ser entendido como um “pequeno número de indivíduos trabalhando juntos para aumentar suas capacidades através de nova aprendizagem para o benefício de estudantes” (p.4, tradução nossa¹⁸).

Tal grupo pode ser formado tanto por profissionais que já atuam na área ou por indivíduos ainda em período de formação. Acredita-se que nesse último caso, o grupo pode trazer várias contribuições para os futuros professores, como por exemplo, um primeiro contato com a escola básica, com os problemas enfrentados por ela, com possíveis estratégias para resolvê-los, com a responsabilidade do aprendizado dos alunos etc. Mas esse grupo também pode ser formado para que descubram novas maneiras de resolver problemas dentro de sua própria aprendizagem, como, por exemplo, dificuldade com certa disciplina na graduação, dúvidas advindas do ensino básico, estudo de um novo ambiente de aprendizagem (softwares, por exemplo), entre outros. O importante, segundo Murphy e Lick (1998) é que os participantes tenham metas e objetivos em comum.

Para Gimenes e Penteado (2008), um grupo de estudos em Educação Matemática tem por objetivo “proporcionar uma ocasião para os professores trabalharem juntos no seu próprio entendimento da Matemática e em questões relacionadas ao seu ensino e

¹⁸ Small number of individuals joining together to increase their capacities through new learning for the benefit of students.

aprendizagem. Nele o professor pode contrastar suas ideias com as de seus colegas e, dessa forma, clarear e ampliar seus conhecimentos” (p.78).

Murphy e Lick (1998) destacam que a abordagem de grupo de estudos nas escolas, se tratando do desenvolvimento profissional dos envolvidos, inclui vários aspectos, como por exemplo, suporte, planejamento e aprendizagem mútua aos participantes, compartilhamento de anseios e ideias, engajamento em questões genuínas, entre outros. A Figura 14 evidencia esses e outros aspectos.



Figura 14 - Aspectos da abordagem de grupos de estudo na visão de Murphy e Lick (1998).

No trabalho de Murphy e Lick (1998) são apresentadas duas possíveis formas de se organizar os grupos de estudos: grupos que envolvem toda a escola (*Whole-faculty study groups*) e os grupos independentes (*Independent or stand-alone study groups*).

Os grupos que envolvem toda a escola, segundo os autores, têm um foco na organização. Isso significa que os grupos são formados pela direção escolar, através de um consenso, e cada professor se encaixa em um grupo para trazer melhorias para a escola como um todo, através dos dados obtidos das dificuldades de aprendizagem dos alunos. Já que a área de necessidade a ser resolvida é previamente identificada pela escola, os autores afirmam que a chave para o processo nesse tipo de grupo é determinar o que será estudado e

investigado pelos professores, tornando-os aptos a tratar da necessidade ou área do problema. Murphy e Lick (1998) destacam que esse fato significa examinar “o que possibilitará aos professores usar efetivamente os novos e refinados materiais e práticas instrucionais em sala de aula. Conforme cada sala de aula melhora, toda a escola melhora”. (p.5, tradução nossa¹⁹). O objetivo desse tipo de grupo de estudo é “focar toda escola na implementação e integração de práticas de ensino e aprendizagem efetivas nos programas da escola que resultarão em um aumento na aprendizagem do estudante e uma queda nos comportamentos negativos dos mesmos” (p.5, tradução nossa²⁰).

Segundo os autores, dois fatores são constantes nesses grupos. Primeiro todos os indivíduos nos grupos são adultos aprendendo juntos e desenvolvendo habilidades instrucionais juntos. Em segundo a direção escolar inicialmente se preocupa com os mesmo assuntos, como por exemplo, quantas vezes os grupos se reunirão, como os grupos serão organizados e o que os grupos farão. Essas considerações são o que caracterizam a escola na função de cada grupo e não aspectos como o tamanho, séries ou perfil dos alunos que ela possui. As diferenças são refletidas na maneira que cada escola decide iniciar e programar o processo. “Isso é o motivo pelo qual o processo de grupos que envolvem toda a escola – tendo todos os membros envolvidos nos grupos de estudo que estão focados sobre as necessidades dos estudantes – é bem sucedida em uma vasta variedade de ambientes” (p.6, tradução nossa²¹).

A perspectiva de trabalho com grupos que envolvem toda a escola pode ser mais bem compreendida analisando a Figura 15. Num primeiro momento identificam-se as necessidades dos alunos. No grupo, os professores se fundamentam com informações importantes como artigos científicos, pesquisas, dados da supervisão etc., além de investigarem práticas diferenciadas de ensino e planejarem as aulas ou materiais. Em seguida os professores usam, refinam e trabalham o que foi planejado com os alunos. Depois desse processo há uma avaliação do que foi feito e o ciclo recomeça.

¹⁹ What will enable teachers to effectively use new and refined instructional practices and materials in the classroom. As each classroom improves, the whole school improves.

²⁰ To focus the entire school faculty on implementing and integrating effective teaching and learning practices into school programs that will result in increase in student learning and a decrease in negative behaviors of the students.

²¹ That is why the whole-faculty study groups – having all faculty members involved in study groups that are focused on the needs of the school-s students – is successful in a wide variety of settings.

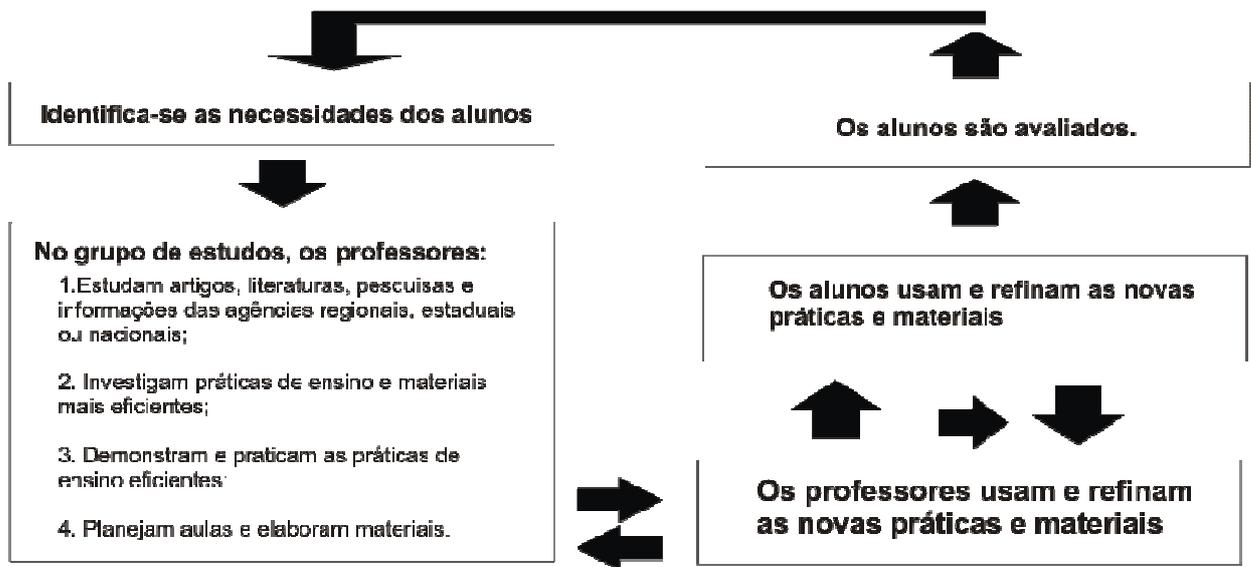


Figura 15-O impacto de grupos de estudo que envolvem toda a escola (Murphy e Lick, 1998, p.32)

Os autores destacam algumas vantagens referentes a esse tipo de grupo. Entre elas, a frequência e regularidade dos encontros ocorrem mais facilmente, pois os membros do grupo encontram-se no mesmo contexto; a comunicação entre os membros do grupo de estudos é mais fácil; os recursos podem ser divididos. Além disso, a possibilidade de aplicação dos assuntos estudados é mais acessível. Um ponto fraco desse tipo de grupo citado pelos autores é que os participantes podem se sentir “sem escolha” ao participar do grupo. Entretanto, em um contexto onde toda comunidade escolar tem como foco a melhoria da aprendizagem dos alunos, essa desvantagem pode ser minimizada.

Os grupos independentes são aqueles que não dependem do suporte organizacional. Este é um grupo de indivíduos que “tem interesses comuns e consideram a si próprios como um grupo até que, como indivíduos, satisfaçam suas necessidades para o grupo” (p.10, tradução nossa²²). Segundo os autores, esse tipo de grupo pode se formar dentro ou fora do contexto escolar. Eles surgem como um resultado dos interesses ou necessidades individuais e são menos estruturados. Apesar disso, os grupos independentes não podem ser desprezados já que, para os autores, constituem uma regra para o crescimento dos participantes.

Murphy e Lick (1998) destacam algumas vantagens nos grupos de estudos independentes. Dentre elas a maior possibilidade de autonomia, de escolher os assuntos que incluirão nos encontros, já que as escolhas não são necessariamente orientadas; a possibilidade de terem horários mais flexíveis, pois os participantes não ficam amarrados a

²² That have a common interest and will consider themselves a study group until, as individuals, they satisfy their need for the group.

agenda da escola; e de incluir membros no grupo de outros contextos. Há também a possibilidade dos locais dos encontros poderem ser mais variados.

Apesar dessas vantagens os autores destacam que nos grupos independentes a chance de aplicação dos estudos é menor. Há também a falta de uma rotina e um aumento na quantidade de faltas dos participantes nas reuniões. Além disso, os resultados podem parecer menos claros.

Uma situação possível de ocorrer nos grupos independentes é que assim que os indivíduos tenham satisfeito suas necessidades ele se desmanche. Outro fator evidenciado pelos autores é que o indivíduo que reuniu o grupo acaba ficando com a ‘liderança’ e os participantes tendem a esperar desse ‘líder’ a organização e os materiais necessários.

Independentemente do tipo de grupo de estudos que envolva toda a escola ou independente, é destacado a seguir alguns cuidados que devem ser tomados na organização e estruturação dos grupos. Esses cuidados podem garantir um bom trabalho e o surgimento de mais fatores positivos do que negativos nas reuniões.

4.2.1 - Organizando e estruturando um grupo de estudos

Murphy e Lick (1998) apresentam uma série de orientações para que o grupo de estudos seja bem organizado. Essas orientações são simples e podem contribuir para o desenvolvimento profissional dos participantes envolvidos.

A primeira orientação é que o grupo de estudos não possua mais que seis participantes. Eles afirmam *que trabalhando em pequenos grupos* os indivíduos se sentem mais a vontade para dar sugestões e apresentar suas ideias tendo assim uma responsabilidade maior. Além disso, destacam que quanto maior é o grupo, mais difícil se torna encontrar um horário comum para a realização das reuniões de forma que todos os membros possam participar. Outro fato é que “a intimidade de um pequeno grupo gera um relacionamento em que, quando a liderança é alternada, um observador do grupo de estudos frequentemente não consegue dizer quem é o líder” (p.51, tradução nossa²³).

Outra orientação é que *não se deve preocupar com a composição do grupo de estudos*. Isso significa que a homogeneidade ou heterogeneidade não é um elemento crítico. Assim, ter no grupo de estudos docentes de um curso de formação de professores, professores

²³ The intimacy of a smaller group generates such a supportive relationship that when leadership is rotated, an observer of the study group often can't tell who the leader is.

da escola básica, diretores escolares e licenciandos não seria um aspecto negativo. O importante é que todos tenham os mesmos interesses.

Estabelecer e programar uma agenda regular de encontros também é importante. Os autores destacam que é muito melhor que o grupo faça suas reuniões sem interrupções por um curto período de tempo do que organizar encontros com um período grande, mas com muitas interrupções como as férias, por exemplo.

Estabelecer as normas do grupo no primeiro encontro é fundamental. Os autores mostram que os participantes podem coletivamente concordar sobre quais comportamentos são aceitáveis ou não, incluindo a hora inicial e final dos encontros, falar sobre a responsabilidade de cada participante, permitir que aquilo que for dito no grupo permaneça no grupo, não julgando outras opiniões, completando as tarefas indicadas e ser aberto para mudanças.

Outra sugestão é que se *desenvolva um plano de ação em que haja consenso de todos os participantes do grupo*. Esse plano deve ser revisado regularmente e ajustado de acordo com as ações atuais. Murphy e Lick (1998) destacam que um grupo pode inicialmente planejar ir a uma direção e, já dentro dos estudos do grupo, ver um caminho diferente para seguir.

Os autores também orientam que *o líder sempre deve ser alternado nos encontros*. É importante que este *faça um resumo depois de cada encontro* do grupo. Os autores destacam que nessas anotações, podem ser incluídos: data, hora, local e líder do encontro; membros do grupo presentes e ausentes; aplicações feitas em sala de aulas desde o último encontro (se apropriado); um breve sumário das discussões e atividades feitas no dia, etc. Através destas anotações é possível, dentre outros aspectos, verificar os avanços do grupo. É importante também que *os participantes do grupo sejam encorajados a fazer suas próprias anotações para uma futura reflexão*.

Um fator indispensável no grupo de estudo é que *todos os participantes tenham o mesmo status*. Isso significa respeitar e encorajar todas as contribuições de cada membro. Isso permite, de acordo com os autores, que todos dividam as mesmas ideias e experiências. É importante lembrar que “o foco está sobre o que o grupo está fazendo e não sobre as características dos indivíduos” (p.56, tradução nossa²⁴).

Murphy e Lick (1998) também destacam que *é preciso planejar com antecedência os momentos de transições*. Os autores entendem por transições momentos como o

²⁴ The focus is on what the group is doing and not on the characteristics of individuals.

fechamento de um assunto (quando o grupo atinge o objetivo alcançado), feriados, férias etc. Para Murphy e Lick (ibidem) a questão na hora da transição não é “nós continuaremos tendo grupos de estudo? ²⁵”, mas “Que mudanças serão feitas considerando o que os grupos fizeram e como eles são organizados para continuar os estudos? ²⁶” (p.57).

Não menos importante, outra orientação dos autores é *avaliar a eficiência do grupo*. Em relação à avaliação dos esforços do grupo, que isso pode ser feito observando: o impacto do grupo de estudos sobre os estudantes; os impactos do grupo de estudos na cultura escolar; a eficácia dos processos do grupo. Em relação às questões sobre o plano de ação do grupo, Murphy e Lick (1998) afirmam que poderiam ser observados: onde as necessidades dos estudantes foram plenamente ou parcialmente sanadas; se os dados indicam melhoras; se os professores faziam o que foi indicado no plano de ação para se dirigir às necessidades dos alunos e até onde os resultados pretendidos para os professores e alunos foram atingidos. A Figura 16 resume como deve ser a organização e estruturação do grupo de estudos.

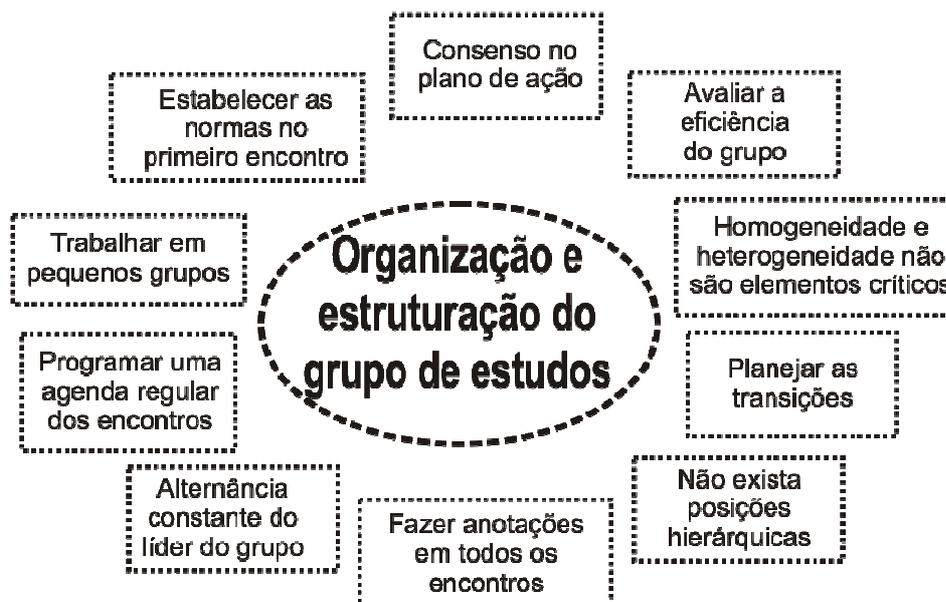


Figura 16 - organização e estruturação do grupo de estudos baseado em Murphy e Lick (1998)

Feitas todas estas considerações sobre grupo de estudos, no próximo capítulo será mostrado como foi o processo de formação do grupo de estudos da presente pesquisa. É importante destacar que as orientações apresentadas nesse último capítulo foram importantes para que o grupo de estudos formado para a pesquisa fosse bem estruturado e o pesquisador pudesse tirar o máximo de cada encontro realizado.

²⁵ “Do we continue having study group?”

²⁶ “What changes should be made regarding what the groups do and how they are organized for continued study?”

Capítulo V - Metodologia da pesquisa e o percurso para a constituição do grupo de estudos

5.1. Metodologia de Pesquisa

O objetivo da pesquisa é compreender como um grupo de estudos, formado por futuros professores de matemática, se apropria de um software de geometria dinâmica, no caso o Geogebra, de forma a inseri-lo em sua futura prática docente, e observar quais as possíveis contribuições que a participação nesse grupo trouxe aos licenciandos. Para tanto, foi utilizada uma abordagem qualitativa de pesquisa, já que se pretende compreender elementos de uma situação que envolve o cotidiano do futuro professor de Matemática, sentimentos, motivações, crenças e atitudes individuais.

Essa opção também vem do fato de que o pesquisador esteve inserido no contexto da pesquisa e, de certa forma, foi considerado como um membro do grupo. Assim, acabou desenvolvendo dois papéis: o papel de pesquisador, enquanto analisava os participantes do grupo e o papel de membro, enquanto participava dos encontros e ajudava na elaboração e desenvolvimento das atividades.

O qualitativo aqui exposto vem ao encontro do que afirma Bicudo (2006) de que “engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões” (p.106). A autora também destaca que “o significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções a respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiências” (p.106). Garnica (2006) evidencia certos fatores no qual o adjetivo qualitativo é adequado como:

(a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese *a priori*, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador (...); (d) a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re) configurados; (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas (p.86).

Araújo e Borba (2006) afirmam que há dificuldade de se estabelecer *a priori* os procedimentos e teorias capazes de fornecer suporte na teoria que o pesquisador investiga. Para esses autores a pergunta principal da pesquisa pode ir mudando de acordo com o caminho que a pesquisa segue. Esse *design emergente* é uma das características de uma pesquisa de cunho qualitativo. Nessa visão, os autores defendem que

Pesquisar não se resume a listar uma série de procedimentos destinados à realização de uma coleta de dados, que, por sua vez, serão analisados por meio de um quadro teórico estabelecido antecipadamente para responder a uma dada pergunta. Como procuramos deixar claro, existem fundamentos que, articulados, constituem a alma da pesquisa (p.45).

Em relação ao tipo de pesquisa adotada, optou-se em utilizar a observação participante (LÜDKE, MENGA, 1986). Este é um tipo de observação que envolve “não só a observação direta, mas todo um conjunto de técnicas metodológicas pressupondo um grande envolvimento do pesquisador na situação estudada” (p.28). Para os autores, esse tipo de pesquisa combina simultaneamente a análise documental, a entrevista, a participação e observação direta, além da introspecção (estudo da consciência por si mesma).

Lüdke e Menga (1986) destacam que na observação participante o grau de envolvimento do pesquisador é feito em termos de um *continuum*, ou seja, ele decide os momentos nos quais irá imergir totalmente na realidade estudada ou ter um completo distanciamento da mesma. Os autores, baseados em Junker (1971), destacam quatro níveis de envolvimento dentro desse *continuum*: 1) participante total, onde o observador não revela ao grupo sua identidade de pesquisador nem os objetivos da pesquisa; 2) participante como observador, no qual o pesquisador revela apenas parte de seus objetivos; 3) observador como participante, onde os objetivos da pesquisa e a identidade do pesquisador são revelados desde o início ao grupo pesquisado; 4) observador total, que é o tipo de observação em que o pesquisador não faz interações com o grupo estudado.

Na pesquisa aqui apresentada foi adotada uma postura de observador como participante, já que, como mencionado acima, o pesquisador foi membro ativo do grupo de

estudos. Para Lüdke e Menga (1986), assumindo esse papel o pesquisador “pode ter acesso a uma gama variada de informação, até mesmo confidenciais, pedindo cooperação ao grupo” (p.29). Além disso, diferente de outras abordagens, o período de tempo da observação não necessita ser muito extenso, podendo variar de seis semanas a até três anos.

Feito essas considerações sobre a abordagem metodológica e o tipo de pesquisa adotados, na próxima seção será destacado como foi o caminho percorrido para a constituição do grupo de estudos da pesquisa.

5.2. O percurso para a constituição do grupo de estudos

Para alcançar os objetivos da pesquisa foi criado um grupo de estudos com alunos do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade do interior do Estado de São Paulo. Esta instituição possui tradição na formação de professores, atuando a mais de quarenta anos na cidade.

Porém, antes de ser feito o convite aos estudantes para participarem do grupo de estudos, foi planejado pela professora Miriam Godoy Penteado e pelo presente pesquisador um curso de extensão para os alunos dos cursos de licenciatura em Matemática dessa instituição, denominado “O uso do software Geogebra no estudo de geometria plana”. Este curso teve como propósito aproximar-se dos licenciandos e apresentá-los ao software Geogebra. Ao todo, participaram vinte sete alunos do segundo e terceiro ano da Licenciatura em Matemática, dois alunos da Licenciatura em Química e um aluno da Licenciatura em Física.

Para sua realização foram planejados quatro encontros com oito horas cada um, realizados aos sábados na própria universidade dos participantes. Ao final, os estudantes deveriam se dividir em grupos e apresentar um plano de aula e uma atividade utilizando o Geogebra, voltada a alunos do ensino fundamental ou médio. O curso foi realizado nas repartições da própria instituição, e contou com o apoio direto do professor Juarez Garzon Rehder, o qual é docente da universidade.

É importante destacar que esses alunos já trabalhavam com um software de geometria dinâmica em uma das disciplinas do professor Juarez Garzon Rehder e isso facilitou o envolvimento dos mesmos com o Geogebra. No final do curso, todos os alunos receberam um certificado de participação.

Os participantes do curso de extensão eram todos da Licenciatura do período noturno. Dessa forma, grande parte trabalha durante o dia e frequenta a universidade no período noturno. As idades dos participantes foram muito variadas, ficando entre os dezoito e sessenta anos.

Para conhecer algumas características dos participantes foi aplicado um pequeno questionário com questões voltadas ao uso de computadores em seu dia-a-dia. De todos os participantes 73% admitiram utilizar o computador com muita frequência. Já 40%, utilizam o computador em seu emprego. De todos os estudantes, 86% trabalham em áreas fora da educação. Apenas três estudantes já são professores da rede pública e somente um é professor da rede particular de ensino. Além disso, dos quatro participantes que já atuam na educação apenas um admitiu utilizar o computador em sua prática docente. O interessante foi que aproximadamente 70% dos participantes já utilizaram o computador enquanto alunos, tanto no ensino médio ou no próprio ensino superior.

Rehder (2006) realizou uma pesquisa com estudantes que apresentavam um perfil muito semelhante ao dos participantes do curso de extensão. Nessa pesquisa, o autor verificou como ocorreu a integração e a complementação dos saberes presentes na formação inicial dos alunos “trabalhadores” de um curso de licenciatura em Matemática do período noturno. Para o autor, a diversidade cultural e social encontrada foi muito significativa, já que os estudantes atuavam nas mais diversas áreas do comércio, lavoura e indústria.

Em sua pesquisa, Rehder (2006) constatou que grande parte desses estudantes vem de escolas públicas e chegam à universidade com muitas dificuldades de aprendizagem relacionadas ao desconhecimento de conteúdos. Para o autor, isso trouxe certos anseios aos estudantes para recuperar estas deficiências.

O pesquisador concluiu que o período de formação inicial onde ocorre a integração dos saberes para o aluno “trabalhador” do período noturno é um momento difícil. Isso vem do fato de que conciliar estudo e trabalho não é uma tarefa tão fácil, pois nem sempre é possível que estes caminhem juntos sem que um atrapalhe o outro. Porém, devido às necessidades econômicas, o emprego acaba vindo em primeiro plano para esses alunos, o que, para o autor, acaba sendo um fator de preocupação para o seu desenvolvimento profissional. Rehder (2006) destacou também que, apesar das dificuldades, o grupo de alunos pesquisado valoriza muito sua formação, uma vez que encontram muitas dificuldades no percurso. Para o autor, o trabalho ajuda no desenvolvimento do ser humano, auxiliando-o a crescer ainda mais profissionalmente em uma busca por novos caminhos.

Como na pesquisa de Rehder (2006), os participantes do curso de extensão eram de cidades vizinhas à da instituição, tanto do Estado de São Paulo quanto de cidades do sul de Minas Gerais. Alguns chegaram a percorrer quase cem quilômetros de distância para chegar à universidade. Depois de apresentado algumas características dos alunos que participaram do curso de extensão, na subseção seguinte é feita uma descrição de como ocorreram os encontros desse curso.

5.3. O curso de extensão

A realização do curso de extensão foi um momento muito importante para a pesquisa, pois através dele foi possível se aproximar dos licenciandos para posteriormente convidá-los a participar do grupo de estudos. Além disso, os participantes do curso de extensão puderam aprofundar seus conhecimentos no software Geogebra.

No primeiro dia do curso, foi apresentada a proposta aos alunos e estipulado as regras. Em seguida iniciou-se o trabalho com uma apostila planejada pelo presente pesquisador e pela professora Miriam Godoy Penteado. Como os alunos já trabalhavam com o Cabri-Géomètre, a aceitação foi muito rápida. Todos já manuseavam o mouse e conheciam os comandos básicos. Inicialmente foram deixados alguns minutos para que os participantes pudessem explorar as ferramentas do software para logo depois desenvolverem as Fichas de tarefas da apostila.

A apostila possuía quarenta e duas Fichas que tratavam sobre geometria plana e funções. A expectativa era que os alunos desenvolvessem todas as atividades ao longo do curso, porém, devido ao tempo, foi preciso deixar algumas de lado. Em média, cada participante desenvolveu trinta Fichas e, ao término do curso, cada aluno entregou um portfólio impresso com todas as atividades realizadas e suas observações referentes a cada uma.

As Fichas com as tarefas da apostila eram baseadas nos moldes da Investigação Matemática como proposta por Ponte, Brocardo e Oliveira (2006). Em algumas, principalmente nas primeiras, era necessário que os alunos realizassem algumas construções geométricas simples, como por exemplo, construção de triângulos retângulos, isósceles etc. Apesar dos alunos já trabalharem com um software de geometria dinâmica, muitos acabavam “desenhando” os objetos. Assim, quando algum ponto da construção era arrastado o objeto perdia suas propriedades fundamentais. A partir desse momento, os alunos começaram a

perceber a diferença entre construir e desenhar um objeto geométrico. O Quadro 3 mostra uma das Fichas realizadas no curso.

[Ficha da apostila do curso de extensão]

Ficha 2 - Triângulos semelhantes

Vamos entender algumas propriedades que triângulos semelhantes possuem. Para isto, propomos a seguinte atividade.

- 1 – Crie um ponto qualquer na área de trabalho e mude seu nome para O.
- 2 – Crie três semi-retas com origem em O. Nomeie cada ponto de A, B e C.
- 3 – Encontre o ponto médio dos segmentos AO, OB e OC. Nomeie-os de A', B' e C' respectivamente.
- 4 – Com a ferramenta polígono construa os triângulos ABC e A'B'C'.
- 5 – Determine a distância entre os pontos AB, AC e CB e A'B', A'C' e C'B'. (ferramenta “Distância ou comprimento”).

O que você observa em relação à medida dos lados correspondentes dos dois triângulos? Existe uma relação entre essas duas medidas?

6 – Determine a medida dos ângulos internos dos dois triângulos. **O que você notou?**

7 – Determine a área dos dois triângulos (ferramenta “Área”). **O que você notou? Existe uma relação entre essas medidas?**

8 – Utilize uma calculadora e some os perímetros dos dois triângulos. **O que você notou? Existe uma relação entre essas medidas?**

9- Clique com o botão direito do mouse sobre os dois triângulos e mude suas propriedades (cor, espessura da linha, preenchimento, etc)

10 – Baseado em suas observações, defina TRIÂNGULO SEMELHANTE.

Quadro 3 – Ficha da apostila do curso de extensão

No final de cada encontro alguns alunos eram convidados para apresentar a turma alguma das Fichas trabalhadas no dia, destacando seu ponto de vista como aluno em formação e como futuro professor, das possíveis dificuldades encontradas tanto nos conteúdos que a Ficha tratava quanto no trabalho com o software em si.

No primeiro dia do curso um dos alunos destacou que a maior dificuldade em utilizar o software na prática de sala de aula é o espaço físico, pois afirmou que na escola onde fez o ensino médio o laboratório de informática possuía apenas sete computadores. Sua sala, por exemplo, possuía quarenta alunos. Este aluno também destacou que, em sua visão quanto aluno, o trabalho com o Geogebra possibilita:

[Curso de extensão]

Aluno: Ter uma noção do que é realmente a coisa. É diferente de você pegar uma régua e uma caneta e fazer no caderno o desenho medindo, você ter uma coisa ‘palpável’ assim como o programa é possível ter uma percepção bem melhor. (Anotações do D. O.²⁷ em 30/08/2008)

²⁷ Diário de observações

Outro participante destacou que a vantagem de utilizar softwares como o Geogebra é a facilidade de visualização e de verificação, possibilitando maior aproximação do aluno com a Matemática. Ele também afirmou que a parte física das escolas acaba influenciando para que softwares como o Geogebra não cheguem aos alunos da escola básica.

No segundo dia do curso trabalhou-se com atividades da segunda parte da apostila, que explorava diferentes tipos de funções. Até o início do curso de extensão, os participantes não tiveram contato com nenhum software com esse recurso. Esta potencialidade do Geogebra acabou chamando muito a atenção dos mesmos. O Quadro 4 mostra uma das Fichas exploradas no curso que envolvia funções exponenciais.

[Ficha da apostila do curso de extensão]

Ficha 6 – Função Exponencial

O Geogebra permite explorar também as funções exponenciais. Para isso, no campo de entrada, digite:

$$a=2, b=0 \text{ e } f(x)= a^x +b$$

Habilite a opção “**Exibir objeto**” das variáveis a e b.

a)- Aumente primeiro o valor de a. O que acontece com a função?

b)- Diminua o valor de a de tal forma que ele varie entre 0 e 1. O que acontece com a função?

c)- Diminua o valor de a de tal forma que ele fique negativo. O que acontece com a função?

d)- Podemos generalizar uma propriedade para as funções exponenciais desse tipo?

e)- Quando b é zero, o gráfico intercepta o eixo x ?

f)- Aumente o valor de b. O que acontece com o gráfico? Em qual ponto ele corta o eixo y?

g)- Diminua o valor de b. O que acontece com o gráfico? Em qual ponto ele corta o eixo y?

Quadro 4 - atividade da apostila do curso de extensão

No terceiro encontro os alunos trabalharam com a última parte da apostila que também explorava atividades de geometria plana. Nesse encontro foram definidos os grupos e os temas de cada apresentação. Ficou estipulado que cada grupo desenvolveria uma atividade com o uso do Geogebra para alunos da educação básica. Os grupos teriam de vinte cinco a trinta minutos para apresentá-la e deveriam elaborar um plano de aula com o resumo do conteúdo e da atividade trabalhada.

No último encontro foram realizadas as apresentações dos alunos. Neste dia além do presente pesquisador e do professor Juarez Garzon Rehder, a professora e pesquisadora Miriam Godoy Penteado e o professor e pesquisador Ole Skovsmose também participaram do

encontro. Os alunos apresentaram as propostas das atividades para seus colegas e falaram sobre o processo de elaboração da mesma, não tendo interatividade com os demais participantes do encontro.

O primeiro grupo a se apresentar era constituído de cinco alunas. Esse grupo foi o mais diversificado em relação as idades das participantes. O grupo apresentava alunas com menos de vinte anos e outras com mais de sessenta. Elas trataram sobre o teorema das bissetrizes internas de um triângulo. O objetivo da atividade era que os alunos descobrissem que a bissetriz interna de um triângulo divide o lado oposto ao seu vértice de origem em segmentos proporcionais ao lado adjacentes. Apesar de ser apenas uma apresentação da atividade, a ideia do grupo era que os alunos investigassem as relações existentes. É possível perceber essa intenção no momento em que uma das alunas fez o seguinte questionamento para sala enquanto apresentava o trabalho:

Curso de extensão

Aluna: O que aconteceu com a razão quando arrastamos qualquer ponto do triângulo? (anotações do D.O em 06/09/2008).

É importante destacar que no curso de extensão os participantes não estudaram nenhuma teoria sobre investigações matemáticas em sala de aula. Porém, as Fichas da apostila trabalhada no decorrer do curso eram todas baseadas nessa proposta e isso talvez tenha influenciado esse grupo.

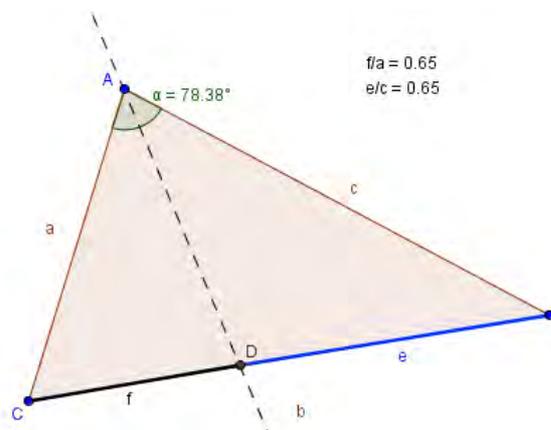


Figura 17 - Atividade desenvolvida pelo grupo 1

Terminada a apresentação, o professor Juarez Garzon Rehder questionou uma das participantes do grupo sobre o que ela achou do software e de sua possível utilização em sala

de aula. A aluna respondeu que esse trabalho é muito interessante lembrando que, em sua época de aluna do ensino básico, existia uma disciplina chamada desenho geométrico. Ela argumentou que nessa disciplina o aluno estudava construções geométricas simples e, de acordo com o nível de cada série, construções mais complexas eram realizadas. Hoje, porém, essa disciplina não existe mais. A aluna considera que utilizando softwares de geometria dinâmica é possível que os alunos tenham mais facilmente essa noção e que se interessem mais pelo estudo da Geometria.

O segundo grupo era composto por quatro alunas e um aluno. A atividade que apresentaram era voltada para quinta ou sexta séries do ensino fundamental e tratava sobre a área de triângulos. O objetivo do grupo era que os estudantes verificassem o motivo da área de um triângulo ser metade da área de um retângulo. A ideia da atividade era que o usuário do software construísse um retângulo e com o ponto médio de um de seus lados e dois outros pontos situados nos vértices oposto ao ponto médio, construísse um triângulo (Figura 18). Ao calcular a área do triângulo BED o usuário poderia verificar que ele é igual à soma dos triângulos BAE e DCE .

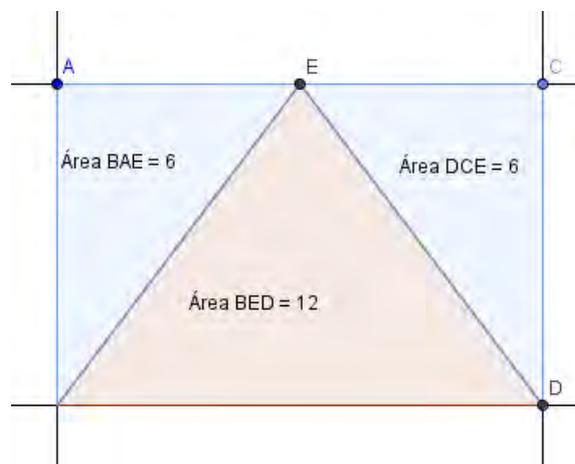


Figura 18 - Atividade desenvolvida pelo grupo 2

Nessa atividade, os alunos do grupo deixaram apenas o ponto A livre para ser arrastado. Por esse motivo o triângulo construído não fornecia subsídios para que o usuário percebesse que esse fato ocorreria para qualquer triângulo. Devido ao fato do ponto E ter sido definido como ponto médio de AC , não podendo assim ser arrastado sobre o segmento, o usuário poderia se perguntar, por exemplo, se a área continuaria sendo metade da área do retângulo quando o ponto E não fosse exatamente o ponto médio de AC . Nesse momento a professora Miriam Godoy Penteado fez esse questionamento aos participantes do grupo. Na

hora eles ficaram sem saber o que responder. Dessa forma, a professora Miriam deixou como desafio ao grupo que explorassem essa possibilidade para verificarem o que ocorreria. Não há dados na pesquisa que mostrem se os alunos realmente fizeram isso depois do curso de extensão.

O terceiro grupo era formado por uma aluna da Licenciatura em Química, dois alunos da Licenciatura em Matemática e um aluno da Licenciatura em Física. Esse grupo abordou uma atividade para alunos da oitava série do ensino fundamental sobre as leis do seno em triângulos quaisquer. Iniciaram com uma apresentação histórica sobre a origem do seno de um ângulo. Em seguida, começaram a desenvolver a atividade com o software. A ideia foi construir uma circunferência c de centro O e sobre a mesma e definir três pontos aleatórios sobre a circunferência chamados de A , B e C . Em seguida, utilizando os recursos do software, os alunos construíram o triângulo ABC e uma reta e passando por B e O . O ponto de intersecção dessa reta com a circunferência foi chamado de E . Construíram então o triângulo ABE que é retângulo em A , já que um de seus lados é o diâmetro da circunferência. Como D e C possuem o mesmo arco seus ângulos são iguais (Figura 19).

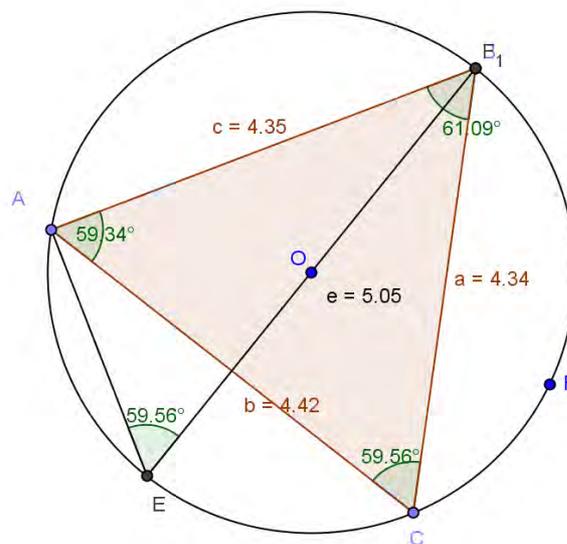


Figura 19

Feita a construção, um dos alunos demonstrou através de slides que:

$$\frac{a}{\text{sen } \hat{A}} = \frac{b}{\text{sen } \hat{B}} = \frac{c}{\text{sen } \hat{C}} = 2R$$

O sentido dessa atividade foi de exploração e verificação de um teorema matemático. Nela, o *arrastar para verificar* foi utilizado na apresentação pelos alunos constantemente. Por exemplo, quando o ponto F é arrastado, o raio da circunferência é alterado e, dessa forma, os ângulos continuam sendo os mesmos. Conseqüentemente o teorema continua sendo válido. Da mesma forma quando os pontos A , B ou C são arrastados, os ângulos dos triângulos são modificados, mas a relação não se altera.

O quarto grupo a se apresentar era formado por quatro alunos do segundo ano da Licenciatura em Matemática. A atividade que elaboraram envolvia o conceito do Teorema de Pitágoras e era voltada para alunos da oitava série do ensino fundamental. Começaram a apresentação com uma pequena introdução histórica sobre o conteúdo e em seguida desenvolveram a atividade com a sala que basicamente consistia em construir um triângulo retângulo e três quadrados sobre os lados desse triângulo e, usando os recursos do software, as alunas calcularam a área desses quadrados. Em seguida, os alunos deveriam investigar as relações entre os valores dessas áreas e arrastar os pontos do triângulo para verificar se as relações continuavam sendo válidas. Logo, chegariam que o quadrado relativo à hipotenusa é igual à soma dos quadrados relativos aos catetos.

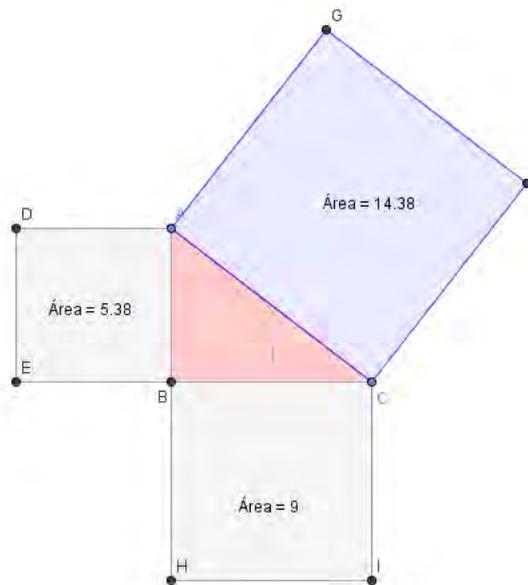


Figura 20 - Atividade desenvolvida pelo grupo 4

O quinto grupo era composto por quatro alunas do segundo ano da Licenciatura. A proposta deste grupo era verificar alguns postulados da geometria euclidiana utilizando o Geogebra. Utilizaram os recursos do programa para verificar a afirmação “duas retas são

paralelas e distintas se, e somente se, formarem com uma reta transversal, ângulos alternos internos correspondentes”.

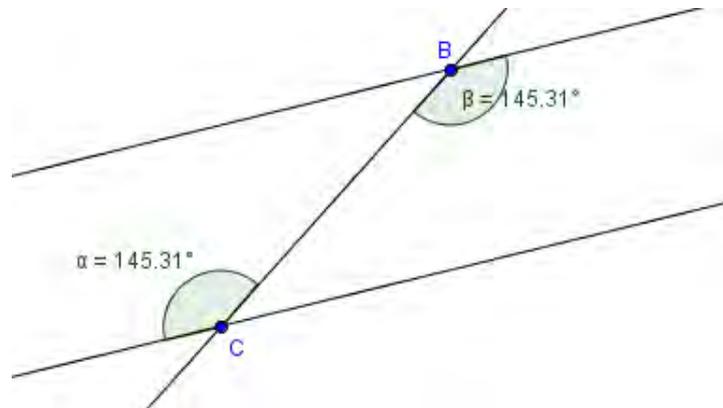


Figura 21 – Atividade desenvolvida pelo grupo

Depois de verificado alguns postulados, as alunas exploraram o teorema dos ângulos na circunferência. Esse teorema diz que “Um ângulo inscrito é metade do ângulo central correspondente”. A atividade consistia em construir uma circunferência c de centro O e dois três pontos A , B e P sobre a circunferência. O ângulo $A\hat{O}B$ é o ângulo central e o ângulo APB é o ângulo inscrito (Figura 22). O objetivo da atividade era que os alunos explorassem e descobrissem que o teorema proposto é válido para qualquer posição dos pontos.

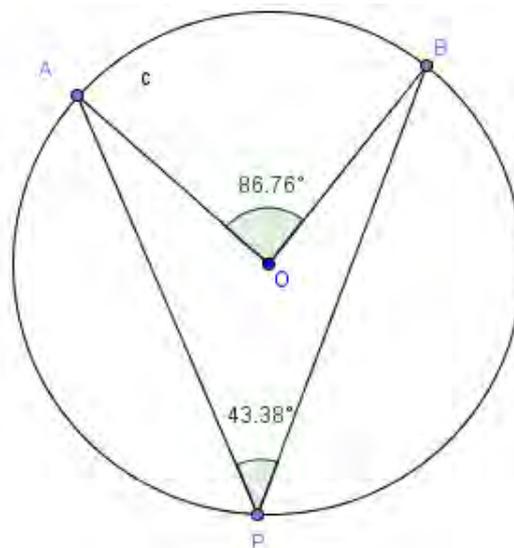


Figura 22 - Atividade sobre o teorema dos ângulos na circunferência

Até esse momento a situação do grupo estava sob controle, ou seja, a aluna que estava apresentando a atividade estava em uma *zona de conforto* (PENTEADO, 2001), já que

aparentemente ao arrastar o qualquer um dos pontos o teorema continua sendo válido. Porém, ao arrastar o ponto A para a esquerda do ponto B o teorema trabalhado pelas alunas parecia não ter validade (Figura 23).

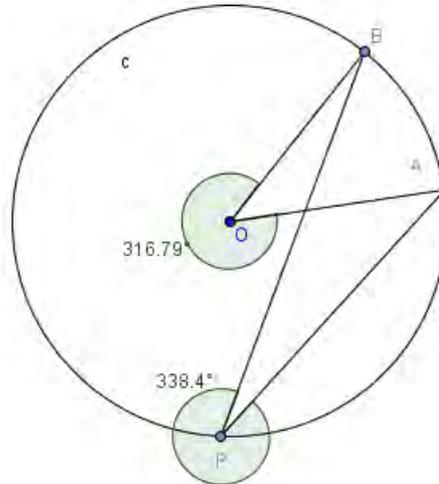


Figura 23 - O ponto A foi arrastado ficando entre os pontos P e B

Surgiu então o seguinte diálogo entre a professora Miriam Godoy Penteado e os participantes do grupo:

[Curso de extensão]

Miriam: E ai, o que acontece em situação como esta? E se você está em uma sala de aula aplicando essa atividade e os alunos perguntar o que está acontecendo? O que vocês fazem?

Aluna1: O que está faltando para 360° é o ângulo central e o interno.

Miriam: Sim, mas isso requer ir para definição do que é o ângulo central.

Nesse momento as alunas saíram da zona de conforto caracterizada pela previsibilidade e controle da situação para entrarem em uma *zona de risco* (PENTEADO, 2001) onde há imprevisibilidade e a incerteza sobre a situação. As alunas não sabiam o que responder e como agir em nesse momento. Ao arrastar o ponto P entre os pontos A e B outro problema surgiu (Figura 24). A professora Miriam Godoy Penteado deixou como desafio para o grupo explorar o porquê dessas situações. Esse fato causou certo alvoroço na sala, pois todos os alunos tentaram dar uma justificativa para o ocorrido, apesar de não chegarem a nenhum consenso.

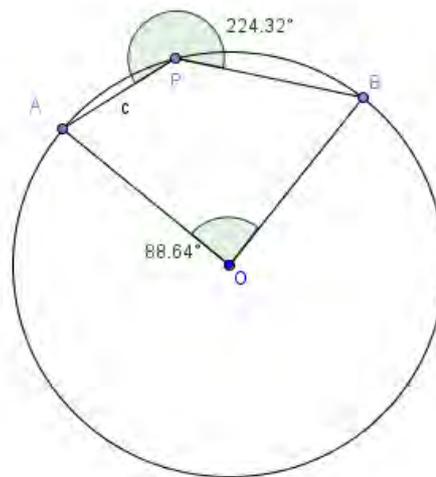


Figura 24 - Ponto P entre A e B

Essa situação foi exposta aqui, pois, nos próximos capítulos, será visto que ela serviu como incentivo para essas alunas. Duas delas vieram a participar do grupo de estudos e reformularam essa atividade para ser desenvolvida na escola pública. Além disso, isso foi muito marcante para os alunos que vieram a participar do grupo de estudos. Nos próximos capítulos será visto que constantemente os membros do grupo se questionavam sobre os possíveis imprevistos que poderiam ocorrer com as Fichas de tarefas que eles elaboravam.

O último grupo era formado por quatro alunos do segundo ano da Licenciatura em Matemática. Esses alunos resolveram usar a parte algébrica do software para trabalhar com uma atividade que envolvia funções exponenciais. O objetivo da atividade foi verificar a definição de função exponencial e explorar um exercício de aplicação que envolvia crescimento populacional.

O grupo começou definindo funções exponenciais e, depois de uma pequena introdução histórica, fizeram alguns gráficos utilizando o software. Em seguida, foi proposta a atividade que consistia em resolver o seguinte problema utilizando o Geogebra:

[Curso de extensão]

Proposta de Atividade do grupo

Duas populações F e G têm seus respectivos crescimentos expressos por $F(t)=t^2+36$ e $G(t)=10 \cdot 2^t$, sendo t um número inteiro não negativo que representa o tempo em meses. Utilizando o software Geogebra, analise as seguintes afirmações:

1. A população G duplica a cada mês;
2. $G(51)-G(50) = G(50)$;
3. Quando $t=1$ a população F é menor que a população G;
4. Em nenhum momento F é igual a G.”

Analisando os gráficos os alunos verificaram o item 1, 3 e 4. O item 2 foi resolvido algebricamente, não utilizando o software na resolução.

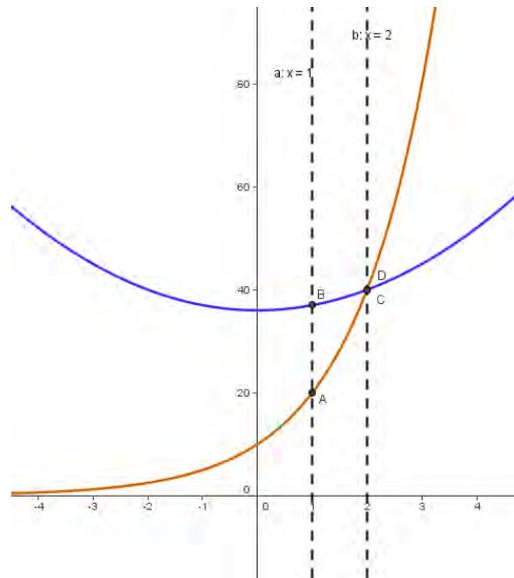


Figura 25 - Gráfico de F e G e das retas $x=1$ e $x=2$

É importante destacar que apesar das atividades contidas nas apostilas utilizadas no curso possuírem um cunho investigativo, os participantes do curso de extensão não tiveram um embasamento teórico para elaborarem atividades com esse caráter. Por isso nem todas as tarefas apresentadas pelos grupos fazem referência à investigação matemática. Isso pode ser notado na atividade apresentada pelo último grupo. Mesmo utilizando a tecnologia informática, é possível observar que ela é puramente de verificação, mostrando a dificuldade da ruptura do paradigma do exercício existente nesses participantes.

O curso de extensão foi uma etapa muito importante da pesquisa, servindo, primeiramente, para uma aproximação com os alunos da licenciatura da instituição. Feito essa aproximação, foi possível conhecê-los melhor e perceber quais alunos se interessavam em continuar os encontros em um grupo menor.

Frequentemente, entre os intervalos dos dias do curso, fui à universidade e conversei com os alunos, aumentando assim nosso vínculo. O professor Juarez Garzon Rehder me convidou várias vezes para conversar com os alunos no horário de sua disciplina e isso foi muito importante para que eles pudessem confiar no trabalho que seria realizado. Outro fato que merece destaque é que a maioria dos alunos já trabalhava com um software de geometria dinâmica em uma de suas disciplinas da graduação. Isso favoreceu muito o curso e o envolvimento dos mesmos.

A participação dos futuros professores no curso superou as expectativas. Dos trinta alunos matriculados, vinte e oito concluíram o curso. Ao final, todos fizeram um portfólio das atividades desenvolvidas na sala de aula. Durante as visitas que fiz à universidade, o professor Juarez Garzon Rehder disponibilizou duas de suas aulas para que os alunos trabalhassem no projeto da atividade e, em uma delas, participei tirando dúvidas e fornecendo sugestões.

Considero que trabalhos como este, são essenciais para que o uso da Tecnologia da Informação e Comunicação, neste caso mais especificamente com ambientes de geometria dinâmica, não fique restrito as dissertações e teses e a uma minoria de professores que utilizam essa prática em seu cotidiano. Nos dias atuais, apesar dos avanços da tecnologia, os cursos de formação de professores estão longe de oferecer formação adequada nessa área. Dessa forma, trabalhos como este podem transpor as paredes da universidade e chegarem à educação básica, desde que os professores em formação se apropriem das ideias e tenham um suporte durante sua vida acadêmica.

Como já mencionado, o curso de extensão serviu como uma motivação para a criação do grupo de estudos. Nesse curso, os participantes puderam conhecer um novo software e, mesmo de forma incondicional, trabalharem com atividades investigativas. Apesar disso, todo embasamento teórico sobre a elaboração dessas atividades foi realizada posteriormente no grupo de estudos. Na subseção seguinte apresento como foi o processo de constituição desse grupo.

5.4 A estrutura de trabalho do grupo e a coleta de dados

Na semana seguinte ao término do curso de extensão realizei uma visita aos alunos do segundo ano da Licenciatura em Matemática. Nesse dia fiz um convite aos estudantes que haviam participado do curso em continuar os encontros. Pretendia-se formar um grupo de estudos para alcançar os objetivos da pesquisa de mestrado aqui apresentada e, conseqüentemente, que os participantes tivessem a oportunidade de elaborar atividades investigativas e posteriormente desenvolvê-las com alunos do ensino médio. A ideia inicial era elaborar Fichas de tarefas baseadas nos conteúdos que os estudantes estavam trabalhando naquele bimestre. Porém, posteriormente, optou-se por elaborar Fichas que envolvessem conteúdos básicos da geometria plana. Além de alcançar os objetivos da pesquisa, também era

esperado que a participação dos licenciandos no grupo de estudos propiciasse mais segurança ao desenvolverem trabalhos desta natureza em sua futura prática profissional.

A intenção era formar um grupo com um número de quatro a oito participantes já que, de acordo com Murphy e Lick (1998), com essa quantidade a responsabilidade individual e a participação são maiores, pois, caso contrário, os participantes acabam se dispersando com outros assuntos que não interessam ao foco do grupo ou podem sentir-se intimidados em se expressarem, deixando o aproveitamento da reunião comprometido. As reuniões seriam feitas antes do horário de início das aulas dos futuros professores. Porém, percebi que seria difícil para a maior parte já que vinham de cidades vizinhas à universidade para as aulas, chegando quase no horário de início das mesmas. Apesar de vários alunos mostrarem muito interesse em participar do grupo, a falta de um consenso durante a semana estava se mostrando o maior empecilho para sua criação. Foi então que um dos estudantes sugeriu que os encontros fossem realizados aos sábados. Isso fez com que sete alunos mostrassem interesse em participar.

Depois de uma conversa em particular com os interessados, foi combinado seis encontros a serem realizados aos sábados, iniciando o trabalho às oito horas da manhã e encerrando por volta das onze e meia da manhã. A universidade gentilmente forneceu uma sala para a realização dos encontros e o laboratório de informática para que o grupo pudesse trabalhar na elaboração das Fichas de tarefas.

Criado o grupo de estudos e iniciado os encontros, foi estipulada uma meta para seus participantes: estudar as possibilidades do uso do software Geogebra em aulas de Matemática utilizando atividades investigativas.

No primeiro dia do encontro, foi exposto aos participantes que o grupo de estudos seria uma forma de alcançar os objetivos da pesquisa de mestrado aqui apresentada e também uma oportunidade para conhecerem e estudarem teorias em Educação Matemática, além de aprofundarem seus conhecimentos no software Geogebra.

Foram realizados oito encontros, no período de dois meses, dos quais dois foram destinados ao desenvolvimento das Fichas de tarefas elaboradas pelo grupo com alunos de uma escola estadual de nível médio. Os encontros do grupo foram divididos em duas partes. Na primeira parte os membros estudaram a parte teórica sobre investigações matemáticas através da leitura e discussão do livro “Investigações Matemáticas na sala de aula” de Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), do artigo “Cenários para investigação” de Ole Skovsmose (2008) e do livro “Informática e Educação Matemática” de Borba e Penteadó (2001). Na segunda parte, baseado no estudo dos teóricos, o grupo trabalhava no laboratório de informática

elaborando uma oficina com atividades de geometria dinâmica. Essa primeira etapa ocorreu em quatro encontros.

O trabalho com alunos da escola básica com as atividades elaboradas pelo grupo foi realizado no quinto e no sétimo encontro. Elas ocorreram em uma escola estadual próxima à universidade dos participantes e contou com alunos do 1º ano do Ensino Médio do período matutino. Esses alunos foram à escola em um horário diferente ao de suas aulas normais, mais especificamente no período noturno em duas terças-feiras. Para tanto os participantes do grupo foram dispensados de suas aulas na universidade. O sexto encontro teve como objetivo melhorar as possíveis falhas nas Fichas e discutir os fatos ocorridos no dia da oficina. No oitavo e último encontro foi realizada uma avaliação geral dos encontros e finalizamos o grupo de estudos.

Todos os encontros foram **gravados em vídeos** com autorização por escrito dos participantes. No final de cada encontro cada participante **produzia um texto** indicando o que havia sido importante para ele naquele dia. No período de desenvolvimento da oficina na escola pública houve um revezamento entre os participantes. Aqueles que não estavam trabalhando como professores **registravam** em um caderno o que estava acontecendo. Além disso, em todos os encontros fiz anotações em um **caderno de campo**. Esses foram os instrumentos da construção dos dados da pesquisa. Utilizando as gravações, os depoimentos dos participantes, os textos produzidos por eles e o caderno de campo foi possível verificar as contribuições que o grupo de estudos propiciou aos participantes e como se apropriaram do software Geogebra.

O processo de categorização dos dados ocorreu após a transcrição de todas as gravações e constante leitura das mesmas e dos outros instrumentos utilizados. Como os encontros não possuíam um roteiro específico, todas as discussões do grupo foram separadas por temas. Após diversas reformulações cinco categorias foram definidas que dizem respeito às reflexões dos participantes do grupo sobre: 1. Atividades investigativas; 2. Imprevisibilidade em um ambiente baseado em TIC; 3. *Design* do software Geogebra; 4. Contribuições do grupo de estudos em relação a: estudo de teorias; suporte para atuação na escola; suporte para a elaboração de atividades investigativas; prática docente; estímulo na busca por novos conhecimentos; 5. Desenvolvimento profissional dos participantes do grupo de estudos. A análise dessas categorias será discutida detalhadamente no capítulo VII. A seguir, no próximo capítulo, trago uma descrição de como ocorreram os encontros do grupo de estudos.

Capítulo VI - Os encontros do grupo de estudos

Esse capítulo trata da apresentação dos participantes do grupo de estudos e a descrição dos encontros realizados com o mesmo. Foram ao todo oito encontros, sendo que seis foram realizados nas repartições da universidade e dois em uma escola estadual da própria cidade, na qual os participantes do grupo tiveram a oportunidade de desenvolver algumas das atividades elaboradas com alunos do primeiro ano do ensino médio.

Com o intuito de nortear os encontros do grupo estabeleceu-se um objetivo para seus participantes: desenvolver atividades investigativas utilizando o Geogebra para posterior desenvolvimento em sala de aula.

Como mencionado no capítulo anterior, na proposta inicial os participantes iriam elaborar Fichas com atividades de geometria baseadas nos conteúdos que os alunos da escola pública estavam estudando naquele bimestre. Porém, no decorrer dos encontros, os participantes optaram por trabalhar com algumas atividades sobre geometria plana, já que não teriam a possibilidade de uma visita prévia à escola para observar quais conteúdos os alunos estavam estudando. Outro fator importante foi que as Fichas elaboradas pelo grupo seriam utilizadas na realização de um mini-curso em algum congresso num momento posterior. A análise desses dados será feita no capítulo VII. Os encontros são descritos de acordo com as anotações do caderno de campo e com as gravações em vídeo feitas durante os mesmos.

6.1. Apresentação dos membros do grupo

Todos os participantes do grupo de estudos estavam no segundo ano do curso de Licenciatura em Matemática, com exceção de Silmara, que estava no terceiro ano. Os nomes aqui apresentados não são fictícios, já que, através de autorização por escrito, os participantes do grupo autorizaram a utilização de seus nomes na pesquisa.

Ana Lígia, 20 anos, escolheu o curso de Licenciatura em Matemática pelo fato de sempre gostar de desafios e a Matemática sempre foi um desafio para ela enquanto estudante. No início dos encontros ela se mostrou um pouco tímida, porém com o passar do tempo acabou deixando de lado esse acanhamento.

Nos momentos livres Ana Lígia gosta de ler e pesquisar na internet. Ela acha importante que, como futura professora, sempre deve estar interada sobre diferentes assuntos. Tem como característica principal a vontade de ajudar as pessoas e procura encarar os problemas com muita paciência.

Iniciou no grupo de estudos, pois gostaria de dar um sentido maior para o seu curso de licenciatura. Viu no grupo a possibilidade de compartilhar ideias novas e experiências de sala de aula que talvez não tivesse em sua graduação. Para ela o grupo foi uma parte muito importante e teve uma ideia diferente sobre o ensino da Matemática. Outro fator é que no grupo ela teria a oportunidade de vivenciar o clima da sala de aula fora do seu estágio. Segundo Ana Lígia, o grupo de estudos contribuiu para aumentar ainda mais o desejo de seguir a carreira docente e contribuiu para que ela se aprimorasse mais no Geogebra.

André, 21 anos, escolheu esse curso para buscar novas interpretações a respeito da Matemática que havia conhecido durante sua vida escolar. Em seus momentos de lazer, André gosta de tocar violão, ouvir música, sair com os amigos e estudar. É uma pessoa divertida, alegre e tenta levar a vida da melhor maneira possível.

Resolveu participar do grupo de estudos, pois observou uma oportunidade única de estar em contato com pessoas de outras instituições e também de conhecer melhor outra ferramenta de auxílio no ensino e aprendizagem da Matemática. A vontade de participar no grupo foi tanta, que André acabou desistindo de um emprego que possuía em sua cidade já que os dias e horários dos encontros eram os mesmos do trabalho.

Camila, 20 anos, optou pela Licenciatura em Matemática já que, além de sempre ter gostado muito dessa área, foi muito incentivada por seus professores do ensino médio. Pretende ainda fazer psicologia, pois é uma área na qual também se identifica muito. Nas

horas livres Camila adora ler livros que falam sobre o Homem e livros que falam sobre os matemáticos. Sua principal característica é gostar de ajudar as pessoas e ser uma amiga sincera.

Resolveu participar do grupo de estudos porque viu a possibilidade de uma formação a mais para sua carreira profissional. Ela garante que gostou muito da experiência de participar de um grupo de estudos e, na sua opinião, todas as escolas, desde o ensino infantil até o ensino superior, deveriam incentivar os alunos a formarem grupos como esse, pois observou uma grande possibilidade de aprendizagem fora da sala de aula.

Ester, 24 anos, optou por fazer esse curso, pois admitiu gostar de matemática desde a infância e sempre teve vontade de lecionar. Antes de entrar na universidade, Ester fez um curso técnico de administração de empresas e atualmente é funcionária pública em uma prefeitura atuando como auxiliar administrativo, trabalhando quarenta horas semanais. Ela pretende seguir a carreira docente assim que concluir a faculdade e fazer um curso de pós-graduação em Educação Matemática. Ester se interessou em participar do grupo de estudos porque viu uma oportunidade de adquirir e compartilhar novos conhecimentos.

Em suas considerações sobre a participação no grupo, Ester afirmou acreditar que, não apenas para ela, mas para todos os que participaram, os encontros tiveram um resultado positivo. Ela destacou que os participantes passaram a refletir mais sobre a necessidade da implementação de novos métodos de ensino e aprendizagem de Matemática tanto para a educação básica quanto na formação dos professores.

Welder, 20 anos, afirmou que sua ideia inicial era de trabalhar em um banco, assim imaginou que esse curso poderia ser uma oportunidade para seguir essa carreira. Porém, com o passar do tempo, foi se identificando pela carreira docente, principalmente, de acordo com ele, depois dos encontros do grupo de estudos e do estágio que atualmente está fazendo. Welder, como os demais participantes, é um aluno muito esforçado. Atualmente faz seu estágio, depois vai para uma cidade vizinha à sua lecionar em uma escola estadual e à noite frequenta a universidade. Afirmou ter muita vontade de fazer uma pós-graduação e trabalhar novamente em um grupo de estudos. Resolveu participar do grupo por que acreditava ser uma experiência diferenciada para sua formação. Para ele a participação no grupo contribuiu para que realmente seguisse na carreira docente e afirmou esperar que outras pessoas também apresentem iniciativas como esta para ajudar os professores em formação a terem uma nova visão sobre o ensino de matemática.

Keila, 22 anos, desde as séries iniciais sempre sonhou em ser professora. Optou por fazer Licenciatura em Matemática pela facilidade que sempre teve na área de exatas. Nas

horas livres gosta de ler e conversar com os amigos. Na época da pesquisa, Keila era monitora em uma escola particular da cidade em que morava. Ela era a única participante que morava na mesma cidade da universidade, não precisando viajar para participar dos encontros.

Ela resolveu participar do grupo, pois viu uma possibilidade para seu crescimento profissional, onde poderia compartilhar experiências sobre práticas diferentes. Keila pretende seguir a carreira docente e afirmou que participar do grupo foi uma experiência muito boa para sua formação.

Silmara, 22 anos, era a única participante do terceiro e último ano do curso de Licenciatura em Matemática. Resolveu fazer esse curso, pois desde as séries iniciais, sempre teve facilidade com a matemática e admirava o trabalho de seus professores. Pretende se especializar na área assim que terminar a graduação fazendo alguma pós-graduação na área de Educação. Em suas horas livres Silmara gosta de ler e ficar ao lado de sua família. Atualmente é funcionária da prefeitura municipal de Poços de Caldas – MG. Ela trabalhava quarenta horas durante a semana e ainda frequentava a universidade no período noturno.

A aluna resolveu participar do grupo de estudos, pois gosta de aprender coisas novas, e viu no grupo uma possibilidade de melhorar seus conhecimentos e ter um contato, diferente do estágio com a educação básica. Sua expectativa é lecionar assim que terminar a graduação.

6.2 A descrição dos encontros

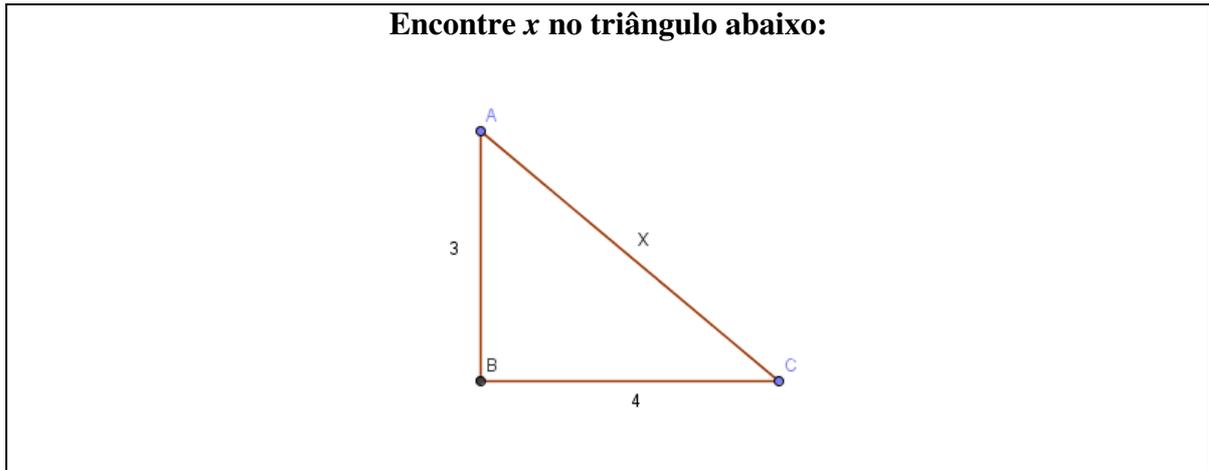
O primeiro encontro

O primeiro encontro ocorreu no dia 11 de outubro de 2008, sábado de manhã, nas repartições da universidade. Nesse dia foi discutido como seria a dinâmica do grupo e agendamos os próximos encontros. Participaram André, Welder, Camila, Ester, Keila e Ana Ligia, além do pesquisador. Uma das alunas acabou desistindo, dessa forma foi convidada uma estudante do terceiro ano que só poderia vir a partir do segundo encontro.

No início, um dos participantes teve a ideia de elaborarmos um nome para o grupo. Depois de alguns minutos de conversa todos concordaram com o nome “**Grupo de Estudos e Desenvolvimento de Atividades em Geometria**” – GEDAG. Esse nome seria repensado, mas acabou sendo o escolhido.

Os participantes estavam empolgados com a ideia do grupo já que até aquele momento ainda não tiveram tal experiência. Nesse primeiro encontro foi estudado em conjunto o primeiro capítulo do livro “Investigações Matemáticas na Sala de Aula” de Ponte, Brocardo e Oliveira (2006). O estudo desse teórico forneceria suporte aos participantes no desenvolvimento da oficina, já que o objetivo era trabalhar com atividades que envolviam investigações matemáticas. Depois de um comentário geral do capítulo, os participantes começaram a leitura do mesmo. Alguns trechos eram lidos e em seguida discutidos pelo grupo. Como esse foi o primeiro encontro, os participantes mostraram certo receio em expor suas opiniões. Assim, acabaram ficando mais como ouvintes, anotando em seus textos os aspectos mais importantes que achavam.

Feita a leitura do capítulo e alguns comentários, foi levantado algumas questões para o grupo debater. Um dos assuntos abordados foi a maneira que seria elaborado as questões das Fichas com as atividades. André mostrou o caso de um professor que, ao trabalhar com o conteúdo sobre Teorema de Pitágoras, elaborou o seguinte exercício:



Quadro 4 - Exemplo citado por André

Um dos alunos desse professor circulo o x do triângulo e escreveu “aqui está ele”. André destacou que um dos grandes problemas que os alunos encontram é a falta de comunicação entre professor e alunos. André afirmou que o aluno poderia estar brincando com o professor, porém fez o que o exercício lhe pedia. Nesse momento outros participantes questionaram que, na elaboração das atividades, o grupo deveria tomar cuidado com a maneira de enunciar o exercício para que o aluno compreendesse totalmente o que lhe era proposto, mostrando a preocupação dos mesmos com a comunicação entre professor e aluno na sala de aula. Um estudo mais detalhado sobre essa comunicação é feito por Pinto (2009), onde o autor faz um mapeamento dos diversos usos da linguagem na sala de aula de Matemática. Esses cuidados são fundamentais na elaboração de atividades para que não forneçam outras interpretações aos alunos, como no exemplo citado por André.

O primeiro encontro teve aproximadamente duas horas e meia de duração. O grupo ficou basicamente preso à leitura do capítulo. Porém, alguns minutos antes do término do encontro, foi feita uma pequena pausa e houve uma conversa sobre a elaboração das atividades. Os participantes questionaram se as atividades seriam “construídas pelos alunos”, ou seja, montariam a atividade utilizando as ferramentas do programa ou se apenas “manipulariam a atividade”. Nesse último o grupo levaria a atividade pronta e os alunos apenas a explorariam o modo arrastar do software. Como seriam apenas dois encontros, acharam melhor a segunda opção. Ficou combinado que o grupo iria elaborar Fichas de atividades que comporiam uma apostila para o desenvolvimento da oficina, todas baseadas nos moldes de investigação proposto pelos teóricos que seriam estudados.

Para os encontros separei uma série de livros do ensino médio e do ensino fundamental para que os participantes pudessem tirar alguma ideia ou alguma dúvida que

surgisse a respeito da Geometria ou de outro assunto. Além dos livros, levei várias apostilas com diversas atividades. Esses livros e apostilas foram levados em uma mala, a qual nos acompanhou em praticamente todos os encontros.

Nesse primeiro dia, os participantes analisaram os livros e destacaram exercícios e teoremas que poderiam ser explorados nas Fichas. André e Welder sugeriram uma atividade que envolvia área de figuras planas, e aparentemente já mostravam em seu discurso alguns aspectos do modelo de atividade investigativa. Vale destacar que todos os membros do grupo participaram do curso de extensão promovido anteriormente, assim já possuíam uma ideia do formato de uma atividade nos moldes investigativos.

Durante as discussões sobre a elaboração das atividades os participantes destacaram experiências que tiveram no ensino médio. Eles tentavam adaptar essas atividades para serem desenvolvidas no Geogebra. André foi ao quadro e mostrou que poderíamos fazer uma Ficha com uma atividade que exploraria a construção na reta do segmento de tamanho $\sqrt{2}$ unidades. Para tanto, construiu uma reta e um triângulo retângulo sobre ela com catetos unitários conforme mostra a Figura 26. Construindo uma circunferência com centro em C e raio CA o ponto E seria a intersecção da circunferência com a reta. Aplicando o teorema de Pitágoras, o segmento CE possui a medida $\sqrt{2}$ unidades na reta. André afirmou que teve essa experiência fora do ambiente computacional e que, utilizando das ferramentas do Geogebra, poderíamos ter uma atividade muito interessante de ser trabalhada.

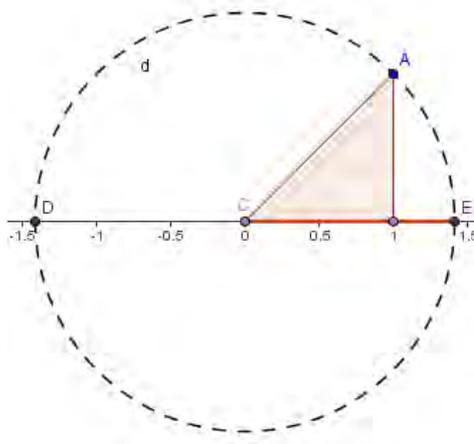


Figura 26

Várias ideias surgiram nesse momento. Faltava ainda para os participantes terem uma noção da forma de construir as Fichas e as desenvolver em sala de aula. Por esse motivo, no final do encontro, foram estipulados os textos a serem lidos para o próximo dia. Os

participantes ficaram de ler o capítulo dois e o capítulo quatro do livro de Ponte, Brocardo e Oliveira (2006). Esse teórico daria um embasamento para a continuação dos encontros.

No planejamento deste primeiro dia já existia a ideia de desenvolver alguma atividade no laboratório de informática. Porém, não houve tempo suficiente e ficou combinado que no próximo encontro, logo depois da discussão dos textos, o grupo iria direto para o laboratório. No final, os participantes produziram um texto anotando suas expectativas com o grupo de estudos e o que foi importante nesse primeiro dia.

O segundo encontro

O segundo encontro ocorreu no dia 18 de outubro de 2008, sábado de manhã. Nesse dia participaram André, Welder, Keila, Ana Lígia, Camila, Ester, Silmara e o presente pesquisador. Silmara estava participando pela primeira vez. Iniciou-se o encontro em uma sala de aula da universidade e o grupo começou a discutir o capítulo dois e quatro do livro “Investigações Matemáticas na Sala de Aula” de Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) e alguns tópicos do artigo “Cenários para Investigação” de Skovsmose (2008). No último encontro os alunos ficaram responsáveis pela leitura prévia de tais textos. Aparentemente todos estavam por dentro do assunto, o que mostrou que realmente fizeram o combinado.

No início do encontro, os participantes questionaram sobre a continuação do grupo para o próximo ano. Propuseram que o grupo não ficasse limitado apenas a esses encontros, mas que fosse feito encontros mensais no decorrer do ano seguinte, pois os membros achavam muito boa para sua formação a ideia de trabalhar em um grupo de estudos. Sugeriram que, para o próximo ano, mais pessoas fossem convidadas para participar. Foi uma proposta muito boa e ficamos de analisá-la melhor nos próximos encontros.

Começamos então a discutir os textos. A todo o momento os participantes tentavam trazer para a discussão o formato das atividades que seriam produzidas. Silmara chamou a atenção, referindo-se ao artigo “Cenários para Investigação”, que em nas atividades o grupo deveria estar atento se os alunos aceitaram o convite para a participação da mesma, já que caso isso não ocorresse nossa proposta poderia ir por “água abaixo”.

Na discussão dessa parte do texto, Ester, chamou a atenção para o que Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) destacam em relação ao **arranque da atividade**. Os autores afirmam que o aluno deve se sentir a vontade, ou seja, que devemos criar um ambiente de aprendizagem agradável para o aluno. A participante destacou que isso é muito importante e

que, no desenvolvimento de nossas atividades com os alunos do ensino básico, não poderíamos cometer o erro de intimidá-los, mas deveríamos ter uma postura amigável, valorizando suas ideias.

André destacou que, mesmo que o aluno desenvolva uma ideia errada da atividade é preciso tomar cuidado na forma de corrigi-lo. Baseado no texto, ele afirmou que teríamos que agir como um “orientador” ou “mediador”, ajudando o aluno a compreender a atividade e a ideia proposta, e não o privando de seu pensamento através de uma imposição.

Em relação ao **desenvolvimento do trabalho**, todos concordaram que deveríamos atuar como mediador das atividades. Silmara destacou que poderíamos encontrar alunos que a desenvolveram de uma forma que não era esperado. A participante se mostrou certo receio se, no desenvolver da atividade, não conseguisse explicar alguma coisa ao aluno ou não entendesse como este chegou ao resultado esperado. Nesse momento todos os participantes questionaram qual deveria ser nossa postura perante a esse fato. Aproveitei a oportunidade para discutirmos a ideia de zona de risco (PENTEADO, 2001). Os participantes concordaram que esse momento é muito importante para o aprendizado tanto do professor quanto do aluno, e que constantemente nos depararíamos com isso no desenvolvimento da oficina.

Mostrando sua preocupação em “saber tudo sobre a atividade”, uma discussão interessante veio à tona:

[Reunião do grupo]

Silmara: antes de a gente desenvolver a atividade, a gente tem que investigar tudo o que pode acontecer, fazer tudo o que é possível e pensar sobre o que aconteceu na hora.

Guilherme: mas será que é possível fazer isso?

Silmara: É, acontecerão coisas diferentes, mas tem que tentar porque senão caímos na zona de risco.

André: Mas se você estudar várias possibilidades, você irá mudar para a zona de conforto porque você vai ter todas as respostas, daí você não vai investigar junto, por que até então você é conhecedor da base, sabe o que está acontecendo por trás da atividade, mas quando surge as situações inesperadas, sair do paradigma do exercício e mostrar que é possível adaptar a situação problema que ele (professor) enfrenta. Porque por mais que se queira o aluno é imprevisível (...) quando surge uma situação assim podemos perguntar para o aluno “e aí por que você acha que aconteceu isso” e o aluno entender que ele também faz parte do processo de aprendizagem...

Guilherme: Isso é uma forma do aluno ver que o professor não é o “sabe tudo”, o detentor do conhecimento...

Camila: A gente tem que tirar da cabeça dos alunos que a gente sabe tudo, que a gente mesmo tem que estudar para saber as coisas.

Os participantes mostraram sua preocupação em entrar numa zona de risco. Constantemente nos próximos encontros eles mostrarão suas preocupações sobre esse fato no desenvolver das atividades, principalmente Silmara, que sempre procurava nas atividades algo que poderia levá-la a ficar sem uma resposta perante o aluno. No capítulo VII será feita uma discussão detalhada sobre isso.

Continuando as discussões sobre os textos, o grupo começou a ver a importância de o professor *desafiar* o aluno, colocando situações para que este teste suas hipóteses. Nesse momento os participantes questionaram se *justificaríamos* matematicamente as conclusões dos alunos depois de atingir o objetivo de cada atividade. Apesar dos participantes concordarem que esse é um momento muito importante, eles optaram por não o fazer, já que as atividades seriam trabalhadas com os alunos em apenas dois encontros.

Em uma das discussões, um participante chamou a atenção para a importância da *escrita dos resultados* que os alunos encontrariam nas atividades e do momento de *discussão* dos mesmos pelos alunos. O grupo estipulou que, na Ficha de trabalho, seria deixado um espaço para os alunos anotarem suas conclusões e, no final de cada atividade, o professor responsável pela turma teria alguns minutos para discuti-la com os alunos.

[Reunião do grupo]

Guilherme: Como vocês acham que devemos fazer essa discussão entre os alunos?

André: Aqui no texto ele sugere que podemos trabalhar em pequenos grupos e no final fazemos uma discussão com o grupo todo porque mesmo sendo a mesma atividade vai ter gente que vai coordenar o trabalho do grupo e ele pode até tomar a frente e falar o que fez, mas no final você junta tudo e ele (aluno) vê o máximo de ideias possíveis sobre o mesmo tema daí ele vê o quão amplo é a possibilidade de ele trabalhar aquele tema e as possibilidades que ele não viu e que outros viram e fazer a interação dele com o tema, porque o assunto não é só aquilo que você quer provar para o aluno, mas aquilo que ele vai provar para ele mesmo, aquilo que ele vai descobrir, então ele pode ver que há infinitas possibilidades de trabalhar o mesmo assunto. Então se vamos chegar ao mesmo resultado, mas cada um de um caminho é interessante que todos saibam como cada um chegou ao seu resultado. (...) E nós precisamos fazer a ligação entre isso. (...) Eu também acho que esta parte de discussão é a mais importante de todo o trabalho.

Guilherme: Mas nosso tempo será muito pouco, então acredito que essa discussão não poderá tomar muito tempo, ainda mais que nossas atividades tratam da matemática pura em si.

Ana Lígia: Mas a gente tem que ficar “instigando” o aluno a discutir, porque senão não sai nada.

Guilherme: Precisamos ficar atentos a isso no dia da oficina.

O grupo também concordou que, no desenvolvimento das atividades, seria trabalhado com grupos de dois ou três alunos para que tivessem ideias diferentes no momento da discussão dos resultados.

Essa parte do encontro teve aproximadamente uma hora e meia. Nesse momento os participantes já tinham uma ideia de como seria elaboradas as Fichas, assim já era possível ir ao laboratório de informática e começar a o trabalho. Antes de fazermos uma pausa no trabalho, estipulamos o próximo encontro para o sábado seguinte no mesmo horário. Combinamos de discutir mais a fundo o artigo “Cenários para investigação” de Skovsmose (2008) e em seguida continuar a elaborar as tarefas. Também foi discutido algumas possíveis atividades para serem elaboradas.

Nesse momento, sugeri uma atividade que envolvia o conceito de área de um triângulo. O objetivo dessa atividade era que o aluno observasse que a área do triângulo é dada em função de sua altura. Para isso, era necessário construir duas retas paralelas com dois pontos sobre uma e um ponto sobre a outra. Constrói-se então um triângulo com esses três pontos e, utilizando os recursos do software, calcula-se a área do mesmo. Ao arrastar os vértices da base do triângulo é possível verificar que a área muda. Porém, arrastando o ponto que estava “sozinho” em uma das retas, a área continua a mesma. Isso decorre do fato de que ao arrastar esse ponto a altura do triângulo não se modifica e, conseqüentemente, sua área também não. Os participantes gostaram da ideia e sugeriram que as retas não estivessem na horizontal, mas que as deixássemos inclinadas, para o aluno ver que são paralelas. A Figura 27 mostra a ideia dessa atividade. É interessante destacar que nos três casos a área do triângulo é de 6,28 unidades. Os participantes afirmaram também que a distância entre as retas não pode ser alterada, caso contrário a área mudaria.

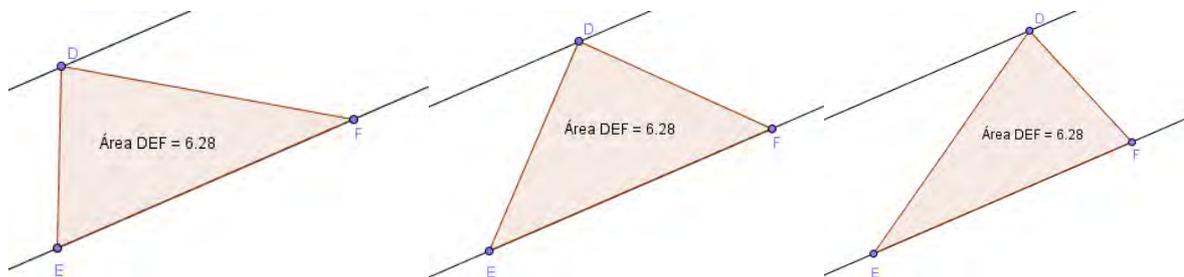


Figura 27 - A área do triângulo DEF não se modifica arrastando o ponto D, pois a altura é constante.

Depois de uma pausa para descanso, o grupo foi direto ao laboratório de informática. Os participantes, por alguns minutos, procuraram nos livros didáticos contidos na “mala” possíveis conteúdos que poderiam ser utilizados na elaboração das atividades das

Fichas. Alguns participantes optaram por adaptar atividades prontas para os modelos de investigação matemática. Os critérios para escolha das atividades eram que estas pudessem ser trabalhadas com o primeiro ano do ensino médio, não sendo necessariamente um conteúdo desta série, podendo ainda mesclar com atividades do ciclo final do ensino fundamental.

A ideia inicial era dividi-los em dois grupos e que cada grupo trabalhasse em um tipo de atividade. Porém percebi que todos tinham ideias e estavam ansiosos para colocá-las em prática, então deixei que os próprios participantes escolhessem a forma de trabalho, ou individual ou em grupo, e fiquei responsável em auxiliá-los ao elaborarem as Fichas tirando dúvidas na estruturação ou sobre o próprio software.

Antes dos participantes iniciarem as atividades várias questões foram colocadas, como por exemplo, se a janela de álgebra do Geogebra ficaria exposta nas atividades, se colocaríamos figuras nas Fichas impressas dos alunos, se seria uma por folha, qual o espaço deixado para a escrita dos resultados, entre outras. Acabamos concordando que, devido à falta de espaço, não colocaríamos figuras nas Fichas dos alunos, porém outros detalhes foram adaptados de acordo com cada atividade.

Camila, Ester e Ana Ligia iniciaram o trabalho tentando adaptar uma atividade que haviam estudado no curso de extensão sobre semelhança de triângulos para o modelo de trabalho que adotamos. No início as três estavam com muita dificuldade na forma de montar a Ficha. Assim que percebi esse fato, as lembrei que os alunos para os quais estávamos desenvolvendo as Fichas não conheceriam o software, dessa forma as atividades deveriam estar muito bem explicadas e deveriam explorar apenas o “arrastar” do programa. Com isso a tarefa deveria ser bem pensada e, mesmo que direcionando, os alunos deveriam tirar suas próprias conclusões.

As três participantes estavam constantemente preocupadas com a *zona de risco* em que a atividade poderia colocá-las. Por várias vezes pude notar que as elas discutiam entre si a melhor maneira de formular as questões. Como ambas já haviam participado do curso de extensão, já apresentavam bom domínio do Geogebra. As participantes gastaram cerca de cinquenta minutos para terminar a Ficha com esta atividade. Em seguida as três pesquisaram nos livros da “mala” mais temas que poderiam utilizar para outra atividade. Encontraram um teorema que envolvia o conceito de “triângulo pedal”. Como nenhuma das três conhecia esse teorema, acharam interessante elaborar uma Ficha que envolvesse esse conteúdo. Para tanto, fizeram uma pesquisa na internet sobre o assunto e o discutiram alguns minutos sobre o tema. Porém, depois de algum tempo tentando elaborar a Ficha as participantes não conseguiram

colocar suas ideias em prática. Para não perder tempo, acabaram desistindo desse tema e resolveram trabalhar com as razões trigonométricas no triângulo retângulo.

Silmara teve a ideia de trabalhar com ângulos sobre retas. A participante desenvolveu três atividades envolvendo esse tema. De todos os membros do grupo Silmara se mostrou a mais preocupada com a zona de risco que sua atividade poderia colocá-la. Conforme desenvolvia as Fichas, ficava se questionando sobre como criar estratégias para não “entrar” em uma zona de risco. Todas as atividades que elaborava Silmara me chamava e pedia-me que a fizesse anotando as formas que eu a desenvolvia. Ela parecia estar um pouco insegura, com medo de não saber responder a alguma pergunta dos alunos.

Enquanto conversávamos, Silmara mostrou como o software poderia confundir os alunos nas atividades que ela desenvolveu. Em uma dessas atividades, duas retas concorrentes foram traçadas e os ângulos marcados. O objetivo era que os alunos notassem que os ângulos opostos são congruentes (Figura 28).

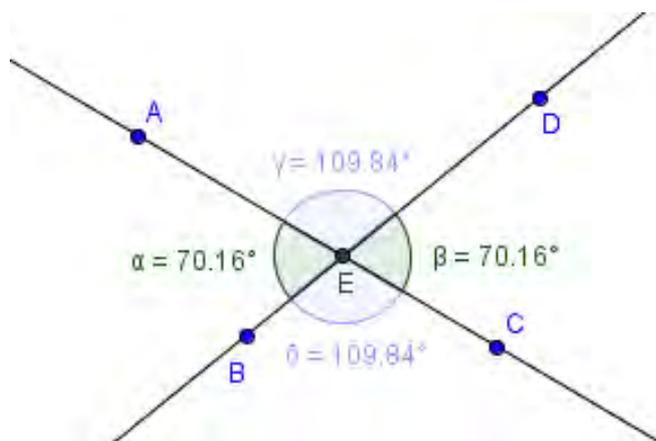


Figura 28 - Os ângulos opostos são congruentes

Porém, ao arrastar o ponto C para o outro lado do ponto B, os ângulos “mudam” as marcações, sendo que, conforme Silmara destacou isso se torna um “prato cheio” para que o professor entre em uma zona de risco (Figura 29).

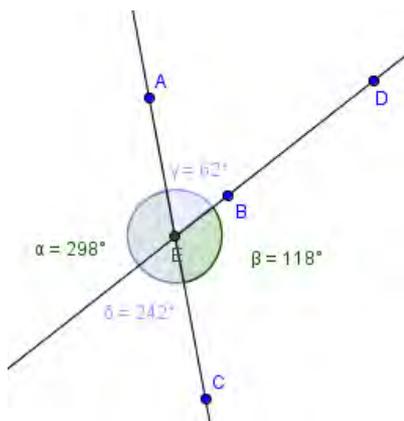


Figura 29 - Dependendo da posição que o ponto C está a propriedade não é válida

Quase que no mesmo momento, Keila, que estava trabalhando em uma atividade sobre os ângulos internos de um paralelogramo, teve esse o mesmo receio que Silmara. O objetivo da atividade que Keila estava trabalhando era que o aluno percebesse que a soma dos ângulos internos de um paralelogramo era de 360° e que seus ângulos opostos eram iguais (Figura 30).

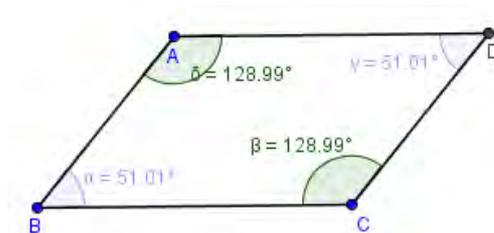


Figura 30 - Atividade desenvolvida por Keila

Porém quando o ponto A era arrastado conforme mostra a Figura 31, a marcação do ângulo, semelhantemente ao caso de Silmara, mudava de internos para externos. Keila ficou preocupada com isso e até mencionou desistir dessa atividade. Ela afirmou que não estava preparada para entrar em uma zona de risco, pois nunca teve experiência em sala de aula, e tinha medo de ficar sem resposta perante o aluno. Conversamos um pouco a respeito disso para que, assim como Silmara, Keila compreendesse que isso é normal. Mesmo assim, Keila e Silmara, ficavam testando todas as possibilidades do arrastar nas atividades e procurando respostas para possíveis perguntas dos alunos.

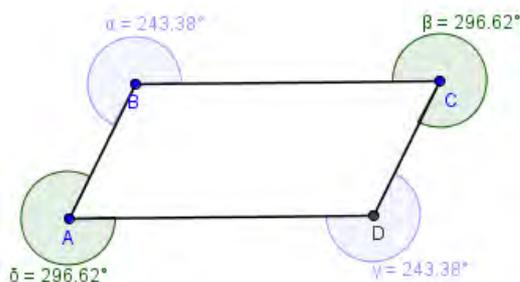


Figura 31 - Arrastando A "por trás" de B a marcação dos ângulos mudou de internos para externos

Welder estava elaborando uma Ficha sobre triângulos sobre retas paralelas que discutimos na sala. O participante apresentou um pouco de dificuldade para montar a tarefa, mas com auxílio de André, acabou chegando à estrutura que foi estudada. Em seus direcionamentos, assim como em todos os demais, a pergunta “o que acontece se” estava sempre presente.

Partindo dessa mesma atividade, Welder teve a ideia de usar a altura do triângulo (traçando um segmento) para que os alunos investigassem o que acontecia com ela conforme o triângulo se alternava entre obtusângulo, retângulo e acutângulo. Ou seja, o objetivo era que os alunos percebessem que se a altura está “fora” do triângulo, este possui um ângulo maior que 90° logo é obtusângulo. Contrariamente, se a altura está “dentro” do triângulo, este possui um ângulo menor que 90° logo é acutângulo. E caso a altura não esteja “nem dentro nem fora”, o triângulo possui um ângulo reto, assim é retângulo.

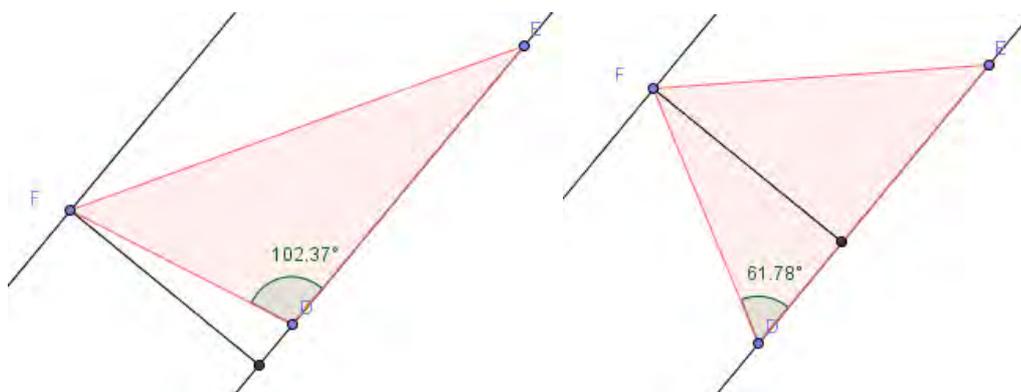


Figura 32 - Atividade proposta por Welder

André se mostrou bastante criativo e me contou sobre uma tarefa que gostaria de fazer no Geogebra sobre a área máxima de um campo de Baseball. O objetivo era que o aluno observasse que o jogador gastaria mais tempo dando uma volta no campo quando este tivesse

dimensão igual a um quadrado. Com isso, o aluno poderia ver que a área e o perímetro da quadra seriam máximos quando a figura fosse um quadrado.

A elaboração da Ficha foi trabalhosa e tomou muito tempo de André. Constantemente eu o ajudava na elaboração e na utilização das ferramentas do software. Da mesma forma, Welder, que estava em um computador ao seu lado, por várias vezes parou de trabalhar em sua tarefa para ajudar André (essa ajuda era recíproca). Apesar de ser uma tarefa com muita criatividade, André teve muita dificuldade para encaixar o padrão de investigação nas questões de direcionamento da Ficha. No final, o tempo do encontro não foi suficiente para que terminassem, ficando para o próximo encontro a continuação da elaboração.

Nesse segundo encontro todos mostraram muito empenho e dedicação na elaboração das Fichas. A proposta de cenários para investigação e atividades investigativas foi bem aceita pelos participantes. Em todas as questões “o que acontece se” foi sempre utilizada. O fator da zona de risco também foi muito marcante nesse encontro. Alguns participantes ainda viam como negativo o fato de entrarmos nessa zona. Conforme Penteadó (2001) destaca, essa imprevisibilidade provocada pela zona de risco pode causar certo desconforto ao professor. Os participantes do grupo ainda possuíam receio ao se deparar com ela, porém com o passar dos encontros acabaram entendendo que a zona de risco pode trazer muitas contribuições tanto para o professor quanto para o aluno. No capítulo VII será feita uma discussão sobre assunto.

Outro fato que merece atenção é que os participantes, até esse momento, ainda estavam muito presos à aprovação de minha parte. Mesmo mostrando que em nosso grupo de estudos não havia posições hierárquicas, os participantes me viam como líder do grupo.

No final do encontro pedi para que todos escrevessem um texto dizendo o que foi importante naquele dia, o que poderia ser melhorado etc. Essa parte do encontro no laboratório de informática teve aproximadamente duas horas e meia, totalizando um pouco mais que quatro horas de reunião. Ficou combinado que no terceiro encontro seria discutido mais a fundo o artigo “Cenários para investigação” de Ole Skovsmose (2008) e alguns tópicos do livro “Investigações Matemáticas em sala de aula” de Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), além da continuação na elaboração da oficina.

O terceiro encontro

O terceiro encontro ocorreu no dia 25 de outubro de 2008. Neste dia todos os membros do grupo estavam presentes com exceção de Welder. Iniciamos o encontro em uma sala ao lado do laboratório de informática, discutindo o artigo “Cenários para investigação” de Skovsmose (2008) e alguns tópicos do capítulo quatro do livro “Investigações Matemática na Sala de Aula” de Ponte, Brocardo e Oliveira (2006).

Na semana do encontro fui à escola estadual, localizada na cidade da universidade dos participantes, para acertar com o coordenador os detalhes da realização da oficina. Nessa semana conheci o laboratório de informática da escola, o qual possuía uma ótima estrutura, e aproveitei para instalar o software Geogebra nos computadores. Acertei com o coordenador que seriam no máximo vinte alunos para a realização da oficina e que este ficaria responsável pela seleção destes alunos, já que na escola havia quatro salas de primeiro ano do ensino médio. A escolha desta escola para a realização da oficina aconteceu por dois motivos: primeiro pela proximidade com a universidade dos participantes e em segundo pela disposição da equipe gestora em facilitar nosso acesso, fornecendo suporte e até um funcionário à nossa disposição. A escola é localizada em um bairro não muito afastado do centro da cidade e seus alunos, na grande maioria, são pertencentes à classe média baixa.

No início do encontro conversamos um pouco a respeito do desenvolvimento das atividades e passei aos membros o que tinha feito na escola. Concordamos que seriam dez duplas de alunos para que o momento de discussão fosse mais rico. Os participantes do grupo questionaram sobre o horário que seria a oficina, já que todos trabalhavam durante o dia e só frequentavam a universidade no período noturno. Por esse motivo ficou combinado com o coordenador da escola que as atividades seriam desenvolvidas com alunos do primeiro ano do ensino médio do período da manhã. Porém estes alunos iriam à escola no período noturno para a participação do encontro. Isso deixou os membros do grupo um pouco mais tranquilos, já que nem todos poderiam faltar do emprego para trabalhar na oficina. Conversamos um pouco sobre os textos e os alunos colocaram suas posições. Apesar de estarmos realizando apenas o terceiro encontro com o grupo, os participantes já se mostravam mais à vontade para dar suas opiniões.

Depois de discutirmos os textos, tentei estabelecer alguns diálogos para ver a concepção até aquele momento que o grupo possuía sobre alguns aspectos, como relacionamento com os participantes, a preparação das atividades, manejo do software, entre outros.

[Reunião do grupo]

Guilherme: O que vocês estão achando dos encontros? E da preparação das atividades?

Ester: Acho que cada encontro que a gente participa a gente vai pegando mais afinidade com as pessoas. Outra coisa, quando a gente estava no curso não pensamos naquela possibilidade do círculo mudar os ângulos²⁸, de interno para externo. Agora não, agora a gente fica mais preocupada, pensamos em todas as possibilidades. Por exemplo, será que se a gente fizer isso vai dar certo, ou será que o aluno irá fazer aquilo. Então vamos testando todas as possibilidades. Acho que a gente acabou ficando mais crítico na preparação das atividades.

Guilherme: E sobre a abordagem investigativa que estamos usando em nossas Fichas. Vocês acham que elas vão contribuir de alguma forma para a aprendizagem dos alunos?

Silmara: Claro que sim! Lembro do curso que tivemos²⁹ a gente fez uma atividade sobre função exponencial. Naquela mesma semana na faculdade tivemos uma aula sobre isso. Parecia que a gente já sabia tudo sobre o conteúdo. Ficou muito mais prático. A facilidade que o programa nos dá ajuda muito.

Ester: Mesmo sem usar o computador é possível a gente trabalhar diferente na sala de aula. No texto que lemos, ele usa o exemplo da corrida de cavalos. É uma coisa simples, mas que pode ser muito construtivo.

Ao comentarmos sobre a melhor maneira de apresentar a atividade aos alunos, o grupo concordou que, utilizando uma abordagem investigativa, é mais interessante que os alunos primeiro possam ter a oportunidade de explorar algumas atividades no computador relacionadas ao conteúdo, sem ter uma preocupação formal com o mesmo. Feito isso, todos concordaram que o momento de *justificação* dos resultados deve ser o momento de formalizar o conteúdo. Assim, a escrita, para o grupo, é um momento muito importante do aprendizado. Os participantes também destacaram que trabalhando com atividades no computador que não possuem o modelo de investigação esse caminho deve ser inverso: primeiro o aluno deve estudar o conteúdo na sala de aula para depois explorá-lo no computador.

[Reunião do grupo]

Guilherme: Tanto na parte teórica quanto na parte prática, o que vocês estão achando de relevante em nossos encontros?

André: Da parte teórica o que achei mais forte foi à busca em não ficar sempre no paradigma do exercício. Sei que aprender física ou matemática é muito difícil sem fazer exercícios, mas a forma como os desenvolver pode ser diferente, porque de certa forma, essas atividades investigativas que estamos fazendo são exercícios (...). Eles são uma forma de você fazer o aluno não perder o interesse pelo aprendizado, até porque ficar sempre em exercícios fechados que não dão margem para outras interpretações, acaba desmotivando o aluno e até mesmo o professor.

²⁸ Aqui a participante se referiu à atividade que seu grupo apresentou no curso de extensão sobre o teorema do ângulo central em uma circunferência, citada no capítulo anterior, quando surgiu um diálogo sobre uma possível zona de risco que a atividade poderia colocar o professor.

²⁹ Nesse momento Silmara se refere ao curso de extensão.

Assim como na fala de André, o grupo destacou que sem os textos que estudamos seria difícil a elaboração de nossas atividades. Todos os participantes concordaram que a parte teórica serviu como apoio à parte prática. Apesar dos textos não citarem o uso de tecnologia na atividade, serviram de suporte para o grupo compreender outras possíveis formas de ensino e aprendizagem. O grupo compreendeu que o paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2008) não é o ideal, mas também não pode ser deixado de lado. Para os participantes, em muitos casos se faz necessário trabalhar nesse ambiente para que o aluno compreenda aspectos da Matemática. Através do diálogo, também pude perceber que o grupo estava começando a se apropriar da abordagem investigativa. No capítulo VII isso também será discutido mais a fundo.

Outro fato que o grupo discutiu foi a respeito da zona de risco. No último encontro referente à elaboração das atividades, o grupo tentava “burlar” todas as possibilidades que as atividades possuíam de colocar o professor em uma zona de risco. Esse fato será discutido no próximo capítulo, onde é evidenciado análise dos dados com base na literatura.

[Reunião do grupo]

Guilherme: E sobre a zona de risco, vocês acham que ela pode contribuir? Será que é interessante tentarmos minimizar essa zona de risco no desenvolvimento de nossas atividades?

André: (...) quanto mais a gente minimiza, mais a gente é exposto a um erro de maior intensidade, porque se a gente minimiza ao máximo alguém vai pensar em alguma coisa que não tínhamos pensado e essa coisa será muito complicada.

Guilherme: vocês estão vendo a zona de risco como um erro então?

André: Não como um erro, mas como um momento construtivo. Pode ser que você erre naquele momento ou não saiba, mas você como professor acaba correndo atrás para aprender. Isso é aprender através de uma situação que você não esperava..

Camila: Não é um erro, é uma coisa que aconteceu, que o aluno descobriu e que você não esperava. (...) Mas quando isso acontece você tem que mostrar ao aluno que você quer resolver. Por exemplo, “a vamos ver o que acontece então se fizermos isso” ou “vamos ver por que aconteceu isso”.

Guilherme: Precisamos saber transitar entre a zona de risco e a zona de conforto para que não estejamos sempre em um ambiente difícil para o professor.

Keila: Trabalhando com atividades como as nossas³⁰ podem surgir muitas contribuições, coisas que acho que não aconteceriam usando tutorial. No texto fala que o professor deve tentar se adequar em cada ambiente, e é isso que acredito.

Silmara: Quando eu mudei a atividade para que os ângulos não mudassem, eu tentei limitar o risco, mas acho que isso é mais medo porque a gente ainda não enfrentou uma sala de aula, ainda mais levando eles para o computador.

³⁰ Nesse momento, Keila se referia as atividades investigativas.

O fato é que o grupo compreendeu o quanto é importante caminhar em direção a zona de risco. Aparentemente todos perceberam que utilizando qualquer software sempre nos encontraremos com situações não planejadas. No capítulo VII há uma seção a qual discutimos detalhadamente essa situação.

Essa parte do encontro durou aproximadamente uma hora e meia. Nesse dia os participantes mostravam-se muito cansados. No início até pensei que estavam desmotivados com nossos encontros e acabei ficando preocupado, pois não estavam participando como o de costume. Fazia muito calor no dia e todos tinham trabalhado a semana inteira em uma conferência na universidade. Isso pode ter contribuído para o possível cansaço dos participantes.

Antes de fazermos uma pausa conversamos um pouco sobre o grupo de estudos em si, onde pude notar que o cansaço dos participantes realmente não era falta de motivação, mas algo normal.

[Reunião do grupo]

Guilherme: O que vocês estão achando de trabalhar com um grupo de estudos?

Camila: Nós fomos muito felizes em participar de um grupo com esse porque nem todo mundo tem essa oportunidade de ter esse grupo, de estudar coisas que não vimos em sala de aula (...). A gente está vendo aqui que a Matemática pode ser estudada de formas diferentes. Não sei se veríamos isso na faculdade esse ano ou ano que vem, mas esses momentos estão sendo muito válidos. Se não estivéssemos aqui, quando fossemos para a sala de aula nossa forma de trabalhar seria a mesma que meus professores tiveram. Aqui com o grupo a gente está vendo que tem outras formas de trabalhar.

André: Aqui a gente pode conversar e passar alguma coisa que a gente acha válida para todos do grupo. Eu acharia muito interessante se esse grupo continuasse ano que vem para estudarmos outras coisas.

Todos mostraram que o grupo naquele momento estava contribuindo para sua formação. Apesar de já conhecerem um software de geometria dinâmica, ao trabalharem na elaboração de atividades investigativas, os diálogos mostraram que nossos encontros estavam contribuindo para que os participantes formassem sua própria concepção em relação ao ensino de Matemática. No capítulo VII há um espaço reservado apenas para essa discussão.

Retornamos para o laboratório de informática. No início todos começaram a trabalhar na finalização das Fichas de atividades do último encontro. Finalizada cada tarefa, o grupo pesquisou nos livros da “mala” outros possíveis assuntos que poderíamos trabalhar.

No laboratório, passamos alguns minutos discutindo sobre uma atividade que envolvia seno, cosseno e tangente nos triângulos retângulos. Procurávamos a melhor maneira

de montar a Ficha, já que os alunos com os quais desenvolveríamos as tarefas não manipulariam as ferramentas do software, mas apenas o arrastar, devido ao pouco tempo que teríamos. André finalizou sua atividade sobre Basebol e, em seguida, começou a desenvolver uma Ficha para essa atividade que discutimos. André entendeu bem a ideia da investigação utilizando o software ao preparar suas tarefas. Em todo o momento o participante se questiona se os alunos entenderão a atividade e como montá-la da melhor maneira possível.

André ajuda muito os outros participantes do grupo a montar com a elaboração das tarefas e constantemente discutiui comigo e com os demais sobre o andamento de alguma atividade. André não procurava minha “aprovação” para suas Fichas, mas sempre mostrava suas ideias esperando receber algum questionamento ou sugestão. Quando essa sugestão não era bem vista por ele, mostrava seu ponto de vista e conversava com os demais participantes do grupo.

Ana Lígia e Ester trabalhavam em uma Ficha que envolvia os ângulos centrais na circunferência. Na verdade, essa atividade foi a que seu grupo apresentou no dia do curso de extensão, na qual houve uma discussão sobre uma possível zona de risco que o professor poderia enfrentar já que, ao arrastar um dos pontos na circunferência, os ângulos mudavam de internos para externos. As duas participantes tentavam melhorar a tarefa e descobrir o motivo daquele fato ocorrer. Ao explorarem essa atividade, descobriram outra forma de trabalhar com quadriláteros, e acabaram por elaborar outra Ficha.

Camila trabalhou na elaboração de uma Ficha que envolvia a ideia de quadrilátero inscrito em um triângulo, porém apresentava muita dificuldade para montá-la. Constantemente necessitava de minha “aprovação” para a tarefa. No decorrer do dia, esse fato foi se minimizando. Depois de elaborada a Ficha, Camila se juntou a Ana Lígia e Ester para ajudá-las.

Keila procurou adaptar algumas atividades de um livro do ensino médio sobre o Teorema de Pitágoras para os moldes de investigação. Da mesma forma que Camila, Keila ainda não se mostrava totalmente segura ao elaborar as Fichas com as tarefas. Dessa forma, constantemente necessitava de minha “aprovação”.

Mesmo cada participante trabalhando em atividades diferentes, constantemente um dava sugestões nas atividades dos outros e sempre interagiam entre si. O grupo se mostra mais aberto às sugestões um dos outros do que no último encontro.

Silmara estava elaborando Fichas que envolviam área de quadriláteros. A participante passou muito tempo pensando na tarefa e, por esse motivo, não teve tempo para colocar os direcionamentos na Ficha. Sua atividade era muito interessante, porém não

conseguia aproveitar ao máximo o arrastar do software. Por esse motivo Silmara teve muitas dificuldades e por vários momentos tentamos melhorar as tarefas que produziu.

A intenção do grupo era finalizar a apostila com as Fichas já nesse encontro. Porém o tempo não foi suficiente. Marcamos então o último encontro antes do primeiro dia da oficina para o sábado seguinte e ficou combinado que iríamos direto ao laboratório de informática para finalizarmos as Fichas, escolher a ordem das tarefas e desenvolvê-las. Nesse dia também escolheríamos quais participantes seriam o professor e o monitor no dia do desenvolvimento da oficina.

Essa parte do encontro teve aproximadamente duas horas de duração. Diferente dos encontros anteriores, nesse dia os participantes não anotaram em suas observações sobre o encontro. Todos aparentavam estar muito cansados e dessa forma achei melhor não fazer essa parte.

O quarto encontro

O quarto encontro ocorreu no dia 01 de novembro de 2008, sábado, às nove horas da manhã e foi realizado na sala de informática da universidade dos participantes. Neste dia todos os participantes compareceram, com exceção de Camila. Iniciamos o encontro com o objetivo de encerrar a elaboração das atividades e finalizar a apostila com as Fichas para o trabalho na escola estadual.

Iniciou-se o encontro e todos começaram a dar os últimos retoques nas atividades elaboradas. Assim que acabaram os participantes se reuniram para estabelecer a ordem que cada atividade seria colocada na apostila e leram as atividades um dos outros para possíveis correções. Os participantes estavam à vontade uns com os outros e isso favoreceu para que as discussões sobre o grau de dificuldade das atividades, a ordem na apostila de cada uma, as alterações feitas coletivamente etc., fossem realizados tranquilamente, sem nenhum tipo de desentendimento.

O grupo decidiu iniciar a apostila com as duas atividades elaboradas por Welder sobre triângulos. Logo depois o grupo optou por colocar duas atividades elaboradas por Silmara sobre ângulos opostos pelo vértice seguidas das atividades sobre ângulos internos do triângulo e do paralelogramo feitas por Keila. Em seguida escolheram uma atividade que envolvia o ângulo central na circunferência que Ana Lígia e Ester fizeram juntas e por uma sobre semelhança de triângulos elaborada por Camila. Para finalizar a apostila, o grupo

decidiu encaixar uma atividade que tratava do teorema de Pitágoras sugerida por Keila e com duas atividades feitas por André, uma sobre área máxima de um quadrilátero e outra sobre as relações métricas no triângulo retângulo.

A apostila do grupo teve num total treze Fichas. É claro que, para apenas dois encontros com os alunos da escola pública seria muito difícil de serem todas trabalhadas. Mas, além de desenvolvê-la na escola pública, o grupo tinha o interesse de realizá-la em algum congresso ou para os colegas de faculdade que não puderam participar do curso de extensão. É importante destacar que neste momento o grupo precisou fazer algumas escolhas. Certas atividades acabaram ficando de fora da apostila. Nenhum dos participantes discordou de uma ou outra atividade ficar de fora, não importando quem a elaborou.

Escolhido a ordem das atividades, os participantes começaram a juntar as partes que cada um elaborou. Silmara ficou responsável em padronizar a apostila observando o formato da letra, do papel, numeração das atividades etc. Feito isso, o grupo começou a ler atividade por atividade para encontrar possíveis erros e verificar se as perguntas estavam de acordo com aquilo que haviam estudado. Os participantes ficaram preocupados se os questionamentos das Fichas provocariam reflexão dos alunos, ou seja, se as perguntas não eram óbvias deixando coisas vagas.

Outro fato interessante foi que em toda a atividade o grupo discutia sobre a possível zona de risco que o professor poderia entrar. Quando não conseguiam encontrar nenhuma resposta para esse possível imprevisto mostravam-se muito preocupados.

Enquanto analisavam as atividades da apostila, o grupo foi fazendo observações críticas de cada Ficha, mudando os questionamentos quando necessário e discutindo o possível significado que esperavam que o aluno atribuisse para cada uma. Esse processo de análise levou um tempo considerável do encontro. Isso refinou os questionamentos e melhorou nossa apostila. Apesar disso, mesmo depois da realização da oficina, não houve um espaço para que os participantes pudessem fazer melhorias nas atividades³¹.

Nesse encontro o grupo mostrava estar muito ansioso com a oficina na escola pública. A todo o momento algum dos participantes fazia algum comentário como, por exemplo, se os alunos iriam gostar das atividades, se eles iriam “dar conta” da realização da oficina, se teria indisciplina dos alunos no laboratório de informática e coisas do tipo.

Com o passar dos encontros foi possível notar que o grupo estava um pouco mais autônomo. Porém, ainda mostravam dependência da aprovação de suas ideias. Em momento

³¹ Na apostila podem existir erros já que não foi feita uma correção depois das aplicações. Ela deve ser revisada pelo leitor interessado em utilizá-la.

nenhum foi dito aos participantes que suas ideias não estavam corretas. Pelo contrário, procurei mostrar que o grupo não possuía posições hierárquicas, que todos tínhamos direito de opinar. Mesmo assim, os participantes não tomavam nenhuma decisão importante sem meu consentimento.

Terminado a análise das Fichas já se passava da uma hora da tarde. O grupo concluiu a apostila e escolheu quem seria o professor responsável por conduzir a sala e o monitor que o ajudaria. Todos concordaram que André, por ter uma boa desenvoltura ao lidar com o grupo, seria o professor e Keila a monitora. Ficou combinado que o restante do grupo ficaria observando a o desenvolvimento da oficina anotando aspectos como a postura do professor e do monitor, dos alunos, os acontecimentos ocorridos no laboratório, os aspectos positivos e negativos de cada atividade e sobre possíveis imprevistos que apareceriam. Combinamos também que André daria uma pequena introdução sobre o Geogebra para os alunos que participassem da oficina.

O quinto encontro (o primeiro dia da oficina)

O quinto encontro ocorreu no dia 05 de novembro de 2008, às vinte horas, em uma escola estadual na cidade da universidade dos participantes. Esse encontro foi a primeira etapa de duas que o grupo de estudos realizou utilizando o material produzido nos encontros anteriores. Nesse dia todos os participantes estiveram presentes. Como combinado no último encontro, André foi responsável por conduzir a aula e Keila foi monitora da sala. Neste dia, os participantes do grupo foram dispensados da aula de prática de ensino em sua universidade e os alunos que participaram da oficina eram do período matutino, da primeira série do ensino médio, e, dessa forma, estavam em horário diferente de seus horários normais de aula.

A oficina estava marcada para iniciar às 20h00min e terminar às 21h30min. O grupo se encontrou nas repartições desta mesma escola trinta minutos antes do início para ajustarmos a sala, checarmos o software, copiar as atividades para os computadores e verificarmos se os mesmos estavam funcionando corretamente. É importante destacar que a escola gentilmente abriu suas portas para nosso grupo. Antes da oficina encontrei algumas vezes com o coordenador pedagógico e com a diretora da escola para expor a ideia da pesquisa, sondar o laboratório e os alunos que participariam para conhecer melhor o ambiente. Tanto o coordenador quanto a diretora deram total apoio para a realização do trabalho,

fornecendo assistência, materiais e um funcionário para suporte caso os computadores apresentassem algum problema.

Feito todos os ajustes, os alunos chegaram para o início da oficina. Ficou combinado que seriam dez duplas para a realização das atividades. Porém, nesse dia, apenas quinze alunos vieram participar. Dessa forma, três alunos optaram por trabalhar sozinhos.

O grupo tinha combinado que André forneceria uma introdução ao software para os estudantes. Porém, o participante mostrava-se muito nervoso e pediu para que eu fizesse essa parte. Por cerca de quinze minutos apresentei o Geogebra para os alunos participantes da oficina. Todos afirmaram nunca terem trabalhado com nenhum software semelhante na escola ou em outro ambiente. Porém, como a informática está muito presente no cotidiano das pessoas, todos possuíam certa aptidão com o computador, e isso favoreceu para a rápida adaptação dos estudantes com o Geogebra.

Realizado essa etapa, os alunos já se mostravam à vontade com o software. André assumiu a sala e começou a desenvolver as atividades. O nervosismo de André aparentemente já tinha ficado para trás. Iniciou a oficina conversando com os estudantes e criando um ambiente amistoso.

[Oficina]

André: Hoje eu vou estar aqui para ajudar vocês, porque hoje, na verdade, quem vai construir o conhecimento serão vocês através do que vocês farão no computador, através do que vocês puderem observar nas atividades.

Os alunos aparentemente nunca trabalharam com atividades de investigação. Isso já era esperado pelo grupo. No último encontro todos concordaram que não importava a quantidade de Fichas que seriam trabalhadas com os estudantes, mas pretendíamos que compreendessem a importância que possuíam na construção do seu próprio conhecimento. Os membros do grupo também estavam preocupados se seria possível trabalhar a teoria estudada no desenvolvimento da atividade. Em uma das anotações de Silmara, destacou:

Nessa atividade, André conduziu muito bem o arranque da aula. Parece-me que todos os alunos compreenderam muito bem a atividade e ele já tem o controle da turma. (Silmara, nas anotações do diário de campo).

Na primeira atividade (sobre a área do triângulo em função de sua altura) André conseguiu conduzir bem o desenvolvimento da mesma. Como aparentemente os estudantes não estavam acostumados com atividades investigativas André necessitava constantemente

lembrá-los de anotar suas observações. O grupo imaginava que os alunos rapidamente notariam que a área não se altera devido à altura do triângulo não mudar. Porém, eles não conseguiam explicar esse fato. André começou a desafiar os alunos com outros questionamentos que não estavam nas Fichas, para que estes pudessem então observar o desejado.

Tudo o que foi estudado nos encontros começou a ser aplicado por André. A postura que o participante mostrava atuando mais como um orientador, o ambiente amigável que ele construiu e os momentos que criou para discussão de cada Ficha mostrou como o participante do grupo se apropriou do modelo de investigação matemática que discutimos nos encontros. Os membros do grupo também tiveram essa impressão em suas anotações:

Os alunos ficaram intrigados quando moveram o ponto F^{32} e a área não mudou. O André fez bem em sempre estar perguntando o porquê isso aconteceu e não simplesmente falar o que houve. (Silmara em suas anotações).

Situações como esta serão exploradas no capítulo VII que trata da análise dos dados da pesquisa. Depois de alguns questionamentos e desafios propostos por André, a maioria dos estudantes acabou compreendendo o motivo da área não alterar. Nesse momento, André tentou incentivar uma discussão entre os estudantes dos resultados que obtiveram. Como já dito anteriormente, possivelmente foi a primeira vez que estes alunos trabalhavam dessa forma. Devido a isso as duplas ainda mostravam certa timidez em dar suas opiniões e compartilhar os resultados com o resto da sala. Os membros do grupo notaram isso em suas observações:

Os alunos estão um pouco “acanhados” em falar suas conclusões para a sala toda. Foi preciso que o André puxasse isso deles. Acho que é difícil mudar rapidamente de pensamento de uma aula “tradicional” para uma aula como essa nossa, de investigação. Foi importante para ajudar nisso que o André sempre dava importância a tudo o que os alunos diziam. (Camila nas anotações do diário de campo).

Depois de discutido um pouco sobre a atividade, André fez a parte de justificação com os alunos explicando que a área alterava somente quando a base do triângulo alterava. Como as retas eram paralelas e a distância fixa, a altura da mesma não alterava, logo, mesmo alterando a posição do ponto F a altura era a mesma. Essa justificação foi feita apenas conversando com os alunos, já que no laboratório não possuía lousa.

³² Referente à primeira atividade

André utilizou o mesmo processo nas duas Fichas seguintes. Sabíamos que não conseguiríamos desenvolver as treze atividades da apostila, porém o objetivo era trabalhar pelo menos cinco. André conseguiu trabalhar três atividades.

Enquanto o professor explicava alguma coisa ou conversava com os alunos sobre as atividades, Keila orientava individualmente cada dupla. Isso também foi muito importante para que o ambiente de aprendizagem pudesse ser agradável para os estudantes.

No decorrer da oficina, os demais participantes do grupo discutiam entre si alguns acontecimentos e anotavam suas observações. Essas anotações foram muito importantes, pois além de motivar nosso próximo encontro, através delas foi possível notar que, assim como o professor, o grupo todo se preocupava com o processo de investigação das atividades.

Apesar de ser a primeira experiência do grupo de estudos em trabalhar com alunos da escola básica, mesmo com certa preocupação e nervosismo no início da oficina, os professores, assim como as atividades elaboradas pelo grupo, puderam favorecer a reflexão e discussões entre os estudantes.

A oficina teve aproximadamente uma hora e quarenta minutos. Encerrado o horário, marcamos com o coordenador pedagógico e com os próprios alunos a segunda parte da oficina para o dia 18 de novembro naquele mesmo horário. Todos os alunos foram convidados a voltar e o coordenador ficou de preencher as cinco vagas abertas com alunos de outro primeiro ano do ensino médio.

Antes do grupo se despedir foi possível notar que o grupo estava muito contente com a oficina. Ficaram comentando entre si a participação dos alunos e mostravam-se ansiosos para a segunda etapa da oficina. Despedimo-nos e agradecemos à diretora e ao coordenador da escola e ficou combinado de nos encontrar três dias depois (sábado) na universidade para nosso sexto encontro.

O sexto encontro

O sexto encontro ocorreu em um sábado, mais precisamente dia 8 de novembro de 2008, nas mediações da universidade. A única ausência foi de Silmara que não compareceu à reunião por motivos particulares. Nesse dia não trabalhamos no laboratório de informática, apenas discutimos como foi à primeira etapa da oficina na escola pública. Os participantes do grupo se mostravam muito preocupados em avaliar e corrigir possíveis falhas nas atividades.

No início do encontro os participantes discutiram como ocorreu a realização do primeiro dia da oficina em si, apontando suas observações e expectativas. Também comentaram sobre a postura do professor, no caso André, perante a sala de aula.

[Reunião do grupo]

Camila: Acho que a forma que a gente aplicou eles gostaram. Eu acho que foi assim uma coisa diferente, só deles sair da rotina de sala de aula. No começo eu percebi que eles não estavam muito assim sabe, acho que eles achavam que seria a mesma coisa que na sala de aula. Depois que eu vi que eles prestaram mais a atenção. Pelo menos eu percebi que a maioria gostou.

Guilherme: Mas você fala assim que eles gostaram pela forma que o André conduziu a aula ou pelo ambiente em si?

Camila: Acho que juntou os dois, foi pelas duas coisas, porque primeiro eles saíram da sala de aula, da rotina, isso é uma forma diferente de ver a matéria sem ser na lousa e uma forma diferente de eles aprenderem. Outra coisa é a forma que o André explicou. Interagiu com eles, porque geralmente o professor chega na sala, nem fala bom dia ou boa noite para o aluno. Eu acho que eles sentem isso.

Guilherme: Por que o André foi bem cativo com os alunos...

Camila: É sim, ele chegava, perguntava "e aí está dando certo... você está entendendo" eu acho que o aluno se sente bem assim.

Todos os participantes que não estavam trabalhando na oficina fizeram sugestões e comentaram a postura de André e Keila naquele dia. Eles também discutiram o que os alunos haviam escrito nas Fichas. Porém, houve pouca discussão a respeito disso, já que nem todos tiveram acesso às atividades resolvidas pelos estudantes.

[Reunião do grupo]

Ester: A maioria dos alunos não sabe ainda o nome das coisas: ângulo eles falavam "esse número", "essa bolinha"...

Guilherme: Eles ainda não produziram esse significado. Que aquilo era o ângulo.

Camila: Eu acho que nas outras atividades a gente tem que deixar aquelas mais difíceis de lado, pois não sei se eles vão acompanhar.

Keila: Achei legal que alguns escreveram "norte e sul"...

Welder: (lendo a atividade que um aluno escreveu) "o círculo tem quatro partes: norte e sul são iguais, leste e oeste também". Bom, depois que o André falou o que é oposto eles começaram a falar que os ângulos opostos eram iguais. Acho que foi uma boa tentativa.

André e Keila também destacaram as dificuldades que tiveram durante a realização da oficina. Afirmaram que a maior dificuldade foi a timidez dos alunos no início das atividades. Isso fez com que as discussões demorassem em surgir. Porém, com as

intervenções de André, os diálogos surgiram primeiro entre a dupla e o professor e depois entre a dupla e a sala toda. Camila, em suas anotações, percebeu esse fato.

Na Ficha três, particularmente, a discussão foi entre dupla e professor e não entre as duplas. O atendimento individual fez os alunos se sentirem mais dentro da aula e eles sentiram a importância que o professor deu a eles. Foi importante e muito legal a discussão dessa atividade onde a dupla explicou às outras o que estava observando. Os alunos começaram a participar mais das discussões (Camila nas anotações do diário de campo).

Nesse encontro o grupo também mostrou o interesse de não parar com os encontros para o ano seguinte, pensando na possibilidade de chamar mais alunos da licenciatura em Matemática. Essa ideia seria mais bem discutida futuramente.

O encontro teve duração de aproximadamente duas horas. Vários assuntos tanto a respeito da oficina feita pelos alunos quanto dos encontros realizados do grupo surgiram. Tais assuntos serão mais explorados no próximo capítulo, que trata sobre a análise dos dados da pesquisa. Em suma, nesse encontro já foi possível perceber que os participantes do grupo estão cada vez mais participativos e formando sua própria opinião a respeito do ensino de matemática. No final, os participantes decidiram que Ana Lígia seria a próxima professora e Ester a monitora do encontro. A segunda etapa da oficina aconteceria dez dias depois, na mesma escola pública.

O sétimo encontro (o segundo dia da oficina)

O sétimo encontro ocorreu no dia 18 de novembro, terça-feira, às 20h00min. Semelhantemente à primeira etapa da oficina, trabalhamos com quinze alunos. Apenas duas duplas de estudantes não haviam participado da primeira etapa. Nesse dia todos os membros do grupo estavam presentes. No último encontro ficou combinado que Ana Lígia seria a professora da turma e Ester a monitora. Os demais participantes fariam anotações para discutirmos em nosso último encontro.

Como a maioria dos alunos já havia participado do primeiro encontro, Ana Lígia e Ester não encontraram dificuldades em relação ao manejo do software pelos estudantes. Mesmo as duas duplas que não haviam participado do primeiro dia compreenderam rapidamente o manejo do programa com auxílio de Ester. Na primeira etapa André havia

trabalhado as três primeiras atividades da apostila. O objetivo do grupo era desenvolver pelo menos mais cinco atividades. Algumas delas possuíam um grau de dificuldade um pouco mais elevado, mas, mesmo assim, elas conseguiram desenvolver quatro das cinco atividades esperadas.

Ana Lígia iniciou a oficina trabalhando com a Ficha 4 da apostila. Da mesma forma que André na primeira etapa, a participante conduziu o arranque da atividade explicando detalhadamente a proposta. O objetivo dessa atividade era que os alunos verificassem que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° .

Aparentemente fácil, o grupo acreditava que essa Ficha não traria dificuldades tanto para os estudantes quanto aos professores. No entanto, em um determinado momento no desenvolvimento da atividade, Ana Lígia e Ester se encontraram em uma zona de risco. Isso porque enquanto arrastavam os pontos do triângulo, os alunos computaram em suas calculadoras que a soma dos ângulos internos havia dado 180.01° . Ao mesmo tempo, outra dupla teve como resultado 179.99° . Fatos como esse, nos mostram que, conforme Borba e Penteadó (2001) destacam, muitos professores acabam não utilizando as TIC por receio de se deparar com acontecimentos imprevistos, no qual o professor acaba sem resposta perante algum problema. No caso dessa atividade, o software aparentemente estava contradizendo um dos teoremas fundamentais da Geometria Euclidiana. Esse fato gerou muita polêmica. Todos os estudantes já haviam estudado que a soma sempre é 180° .

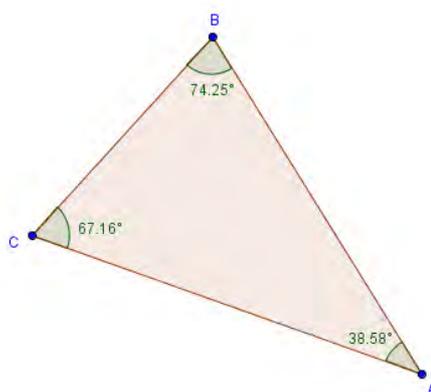


Figura 33 - Usando calculadoras, os alunos encontrar $67,16^\circ+74,25^\circ+38,58^\circ$ resulta em 179.99°

Ana Lígia começou então a desafiar os alunos a ver se outras duplas também encontrariam esse resultado. Todas as duplas encontraram alguma combinação no triângulo em que a soma fosse 180.01° ou 179.99° . Nesse momento, um aluno descobriu que era possível aumentar a quantidade de casas decimais do software de duas para cinco. Ana Lígia percebeu o ocorrido e pediu para que todos o fizessem para verem o resultado.

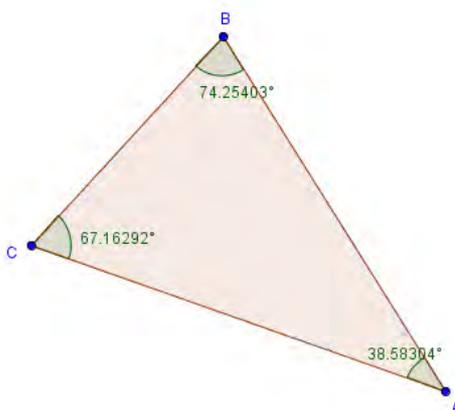


Figura 34 - Realizando a soma dos ângulos obtemos 179.99999

Mesmo mudando a quantidade de dígitos o resultado em algumas combinações do triângulo não era de 180° . Com cinco dígitos resultava 179.99999 ou 180.00001. Apesar do pesquisador estar presente na sala, não houve intervenção em momento algum nas decisões de Ana Lígia e Ester. Ana Lígia lembrou que o software nos mostrava, no máximo, apenas cinco casas decimais. Nessa Ficha os alunos utilizavam uma calculadora para fazer a soma. A participante pediu então para os alunos utilizarem os recursos do Geogebra para verificar se o resultado seria o mesmo. Para tanto, os alunos digitaram na *barra de entrada* do programa $soma = \alpha + \beta + \gamma$ onde α, β, γ eram respectivamente o nome dos ângulos do triângulo. Isso forneceu como resultado 180° .

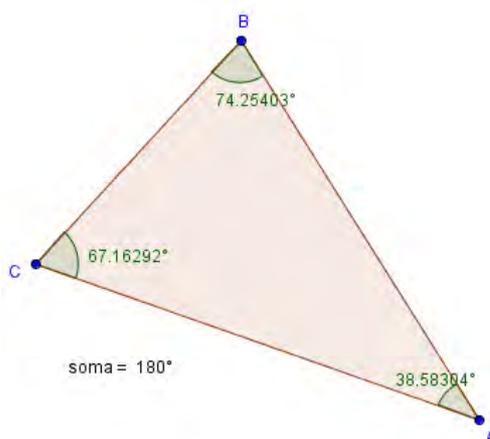


Figura 35

Isso acabou criando ainda mais polêmica entre os alunos que perguntavam o porquê da calculadora mostrar um resultado e o programa já o aproximar. O interessante desse momento foi que Ana Lígia e Ester tiveram a calma necessária para conduzir as discussões dos alunos. Depois de alguns minutos, um dos estudantes perguntou se existia a possibilidade

de existir mais dígitos decimais nesses ângulos. A maioria dos alunos acreditava que sim e que, por esse motivo, não era possível encontrar com a calculadora a soma exata. Isso só era possível utilizando os recursos do próprio programa, onde, possivelmente, trabalhava com muito mais casas decimais ocultas. Essa foi resposta dada pela professora que todos entenderam.

Terminada a polêmica da Ficha 4, Ana Lígia conduziu a turma para as próximas Fichas. Nesse segundo encontro o trabalho parecia fluir mais naturalmente. Os alunos já exploravam bem o software e isso facilitou o trabalho da professora e da monitora. Como no primeiro dia, a monitora foi muito importante para que o ambiente de aprendizagem fosse agradável. Em muitos momentos Ana Lígia atendia individualmente algumas duplas para tirar suas dúvidas ou auxiliá-los no desenvolver da atividade.

Da mesma forma que André, Ana Lígia tentou o máximo possível utilizar a teoria estudada em nossos encontros. Os outros membros do grupo também observaram isso e, em suas anotações, chamaram a atenção à forma que a professora conduziu a investigação e também para alguns detalhes que aparentemente acreditavam que não seria motivo de desconforto no desenvolvimento da oficina. Foi o caso da falta de um quadro negro no laboratório já exposto no encontro anterior. Um exemplo dessa falta foi que na Ficha 5 os alunos acabaram descobrindo outras relações que não eram objetivos da atividade. Em suas anotações, Silmara destacou o seguinte:

O arranque dessa atividade³³ foi bom tendo utilizado o exercício anterior³⁴ como base. Nessa atividade eles exploraram bastante quais relações teriam os ângulos internos com o ângulo externo. Os alunos fizeram mais relações do que pensávamos que iriam fazer. Acho que faltou utilizar o quadro e escrever as relações encontradas para poder enfatizar essas relações no momento da discussão (Silmara nas anotações do diário de campo).

Essa segunda etapa da oficina, da mesma forma que a primeira, teve aproximadamente uma hora e quarenta minutos de duração. Os membros do grupo ficaram muito satisfeitos quando, ao término do encontro, os estudantes pediram outras oficinas para o próximo ano. Isso seria pensado para o próximo ano letivo.

³³ Em relação à Ficha cinco (em anexo).

³⁴ Sobre a soma dos ângulos internos do triângulo.

O último encontro

O último encontro ocorreu no dia 19 de novembro, quarta-feira, em uma sala de aula nas repartições da universidade dos participantes do grupo às vinte horas. Nesse dia todos estavam presentes, com exceção de Camila. O encontro começou com a discussão da segunda etapa da oficina realizada na escola pública, apontando os aspectos positivos e negativos ocorridos naquele dia. Ana Lígia e Ester destacaram que a timidez inicial foi a maior dificuldade que encontraram. Porém, depois disso, começaram a se soltar e a aula fluiu naturalmente. Outra dificuldade que apontaram foi a falta de uma lousa no laboratório. André já havia destacado isso em um dos encontros. No capítulo seguinte esses fatos serão discutidos com base na literatura. Apesar das dificuldades, todos os participantes do grupo concordaram que a oficina foi um sucesso, mesmo não sendo possível trabalhar com todas as atividades da apostila.

Depois de discutir a parte da oficina, o grupo fez uma avaliação dos encontros realizados. Todos os participantes destacaram que o grupo de estudos enriqueceu muito sua formação. Eles não tinham espaços como esse na universidade e queriam continuar o grupo para o próximo ano, convidando mais pessoas e discutindo outros assuntos.

Outra discussão interessante foi a respeito do software. O grupo apontou vários aspectos positivos do Geogebra em relação a manuseio, facilidade de investigação e sobre as ferramentas do programa, além de sugestões que poderiam deixar o software mais eficiente. Esses assuntos serão levantados no capítulo VII. Ao final nos despedimos e combinamos não perder o contato. Todos os participantes afirmaram que gostariam que os encontros continuassem no ano seguinte. É importante destacar que todos foram cadastrados no Interlink, espaço no qual seria possível uma comunicação não apenas entre o grupo, mas com professores e pesquisadores de diferentes localidades do Brasil.

Capítulo VII – As reflexões dos participantes do grupo de estudos

Neste capítulo é apresentada a análise em relação aos encontros realizados pelo grupo de estudo, evidenciando as preocupações, dificuldades, expectativas e contribuições aos participantes do grupo na elaboração de atividades de geometria dinâmica através do software Geogebra.

Para responder a questão norteadora da pesquisa “Quais contribuições pedagógicas a participação em um grupo de estudos traz para futuros professores de Matemática quando inseridos em um ambiente de geometria dinâmica?” são apresentadas as categorias de análise que surgiram a partir dos dados coletados conforme descrito no capítulo V e VI. Essas categorias dizem respeito às reflexões dos participantes do grupo de estudos em relação a:

1. Atividades investigativas;
2. A imprevisibilidade em um ambiente baseado em TIC;
3. O *design* do software Geogebra;
4. Contribuições do grupo de estudos em relação a:
 - a) estudo de teorias;
 - b) suporte para atuação na escola;
 - c) suporte para a elaboração de atividades investigativas;
 - d) prática docente;
 - e) estímulo na busca por novos conhecimentos.
5. Desenvolvimento profissional dos participantes do grupo de estudos

7.1. Atividades investigativas

Esta categoria trata do trabalho dos participantes do grupo de estudos com a proposta de atividades investigativas em sala de aula e as dificuldades encontradas tanto na preparação dessas atividades quanto no seu desenvolvimento com os alunos. Além disso, são apresentadas algumas Fichas mostrando como o grupo se empenhou em aproximar-se o máximo possível da teoria estudada nos encontros e no processo de elaboração da oficina.

7.1.1. O processo de elaboração e desenvolvimento das atividades investigativas

Nos encontros de preparação das atividades, o grupo fez um estudo prévio da teoria a respeito das investigações matemáticas na sala de aula para orientar a preparação da oficina. Dessa forma, construíram uma perspectiva teórica desse tipo de trabalho antes de realizarem na escola pública. Nesse espaço os participantes podiam discutir sobre o assunto e colocar suas ideias e pontos de vista.

Utilizando suas próprias experiências o grupo discutiu a melhor maneira de introduzir as Fichas com as tarefas em sala de aula. Para os participantes, é importante que o aluno primeiro explore os conteúdos propostos no computador e, depois disso, que se institucionalize (formalize) a ideia em sala de aula. Além disso, é possível notar em seus discursos que atividades investigativas possibilitam ao aluno sentir-se mais motivado, já que as tarefas propostas apresentam diversas possibilidades para que este construa seu pensamento, o que de acordo com Brocardo (2001), se caracteriza pela participação ativa dos alunos nesse ambiente de aprendizagem. Abaixo destaco um diálogo que ocorreu em um dos encontros de elaboração das atividades.

[Reunião do grupo]

Guilherme: O que o grupo acha: primeiro precisamos dar uma introdução dos conteúdos que queremos alcançar com as atividades ou os alunos exploram a atividade primeiro, para depois darmos um retorno?

Silmara: Acho interessante usar o computador primeiro. Porque depois que você dá a matéria, eles vão falar "ah, eu já vi isso no computador", então eles se interessam mais...

Camila: Acho que se você der a matéria ele já não vai se interessar tanto.

Silmara: primeiro na sala de aula acho que perde o caráter investigativo.

Keila: Acho que na atividade investigativa é melhor deixar para dar a matéria depois.

Camila: Por que se derem antes eles já vão para o computador sabendo o que vai acontecer.
Silmara: Eu me lembro daquela atividade do curso de extensão do Geogebra sobre funções exponenciais. Logo depois eu tive função exponencial na faculdade. Parece que eu já sabia tudo. É muito mais fácil depois que a gente já trabalhou a atividade no computador e vemos, mexemos.

Essa ideia de trabalhar primeiro a Ficha no computador antes de apresentar o conteúdo para o aluno vem ao encontro do que afirma Brocardo (2001) em relação às atividades investigativas. Para essa pesquisadora, “as investigações são muitas vezes usadas para *explorar*, ou seja, são encaradas como uma primeira experiência que permite ter uma visão geral de um contexto que será trabalhado posteriormente” (p.132). Além disso, Portífero e Oliveira (1999) afirmam que, sendo já conhecido o “destino” é possível que a viagem não apresente um interesse particular ao aluno. No entanto, as autoras enfatizam que o “caminho” pode proporcionar novos olhares para relações matemáticas que, muitas das vezes, podiam não ter sido ainda evidentes, propiciando um verdadeiro prazer a quem tem a oportunidade de percorrê-lo.

Na última fala de Silmara é possível verificar que a participante se colocou no papel de aluno, mostrando a experiência que teve em aprender matemática enquanto uma estudante utilizando o software de uma maneira investigativa. No cotidiano do professor isso raramente acontece. Ainda mais, poucos professores tiveram oportunidades dessa natureza em sua formação inicial. Considero que isso leva a pensar na formação do professor de Matemática para que existam propostas nos cursos que privilegiem o aprender dos futuros professores utilizando atividades investigativas no computador. O diálogo abaixo mostra o discurso de André de que as atividades investigativas propiciam ao aluno a criação de várias possibilidades para a construção do pensamento.

[Reunião do grupo]

André: É um trabalho que você tem que fazer conjecturas, tem que pensar, organizar. De uma maneira investigativa é uma forma de você não perder aquele interesse pelo aprendizado que a gente tem que ter, até porque um exercício, como o texto fala que é fechado, que não dá margem para outras interpretações é desmotivador, até mesmo uma conjectura do professor. Eu acho que para mim, além de aluno, é você poder ver várias possibilidades. O mais interessante é você conseguir construir além do exercício. É você saber que tem várias possibilidades.

As possibilidades citadas por André são, na verdade, o que Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) consideram sobre investigar na aula de matemática, ao afirmarem que “a

variedade de percursos que os alunos seguem, os seus avanços e recuos, as divergências que surgem entre eles, o modo como a turma reage as intervenções do professor são elementos largamente imprevisíveis numa aula de investigação” (p.25). Além disso, os participantes consideram que trabalhando com atividades investigativas no computador os alunos podem ter mais autonomia e desenvolver seu senso crítico, já que em muitas vezes é possível utilizar o software para verificar se algum exercício ou conteúdo desenvolvido em sala de aula realmente ocorre da maneira que o professor mostrou. Isso é notado no diálogo abaixo.

[Reunião do grupo]

Welder: Esse método é interessante porque você vai possibilitar ao aluno que ele tenha mais autonomia. Quando ele não souber alguma coisa ele pode ir lá no programa e ver se dá certo. Às vezes ele sai da aula e pensa "eu estou duvidando do professor" então vai e faz os testes no programa. Então ele vai investigar.

É importante destacar aqui que essa postura dos participantes do grupo ocorreu antes de desenvolverem as Fichas elaboradas com os alunos do ensino médio. Nos encontros posteriores à oficina, eles fizeram uma avaliação desse método de trabalho, evidenciando aspectos importantes como participação dos alunos, postura do professor, molde das atividades, entre outros.

Após a realização da oficina na escola pública o grupo se reuniu para discutir os fatos ocorridos. Camila destacou que André, atuando como professor da turma foi bastante atencioso com os alunos e isso foi um ponto positivo para que a oficina tivesse sucesso. Camila também afirmou que André valorizou a ideia dos alunos enquanto os ajudava, tentando a todo o momento fornecer recursos para que chegassem ao resultado esperado. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) é preciso que o professor assuma esse papel em uma aula investigativa, já que o bom andamento da aula depende da maneira que o docente conduz os alunos, mesclando ajuda e questionamentos enquanto orienta-os na investigação.

[Reunião do grupo]

Camila: Acho que a forma que a gente aplicou eles gostaram. Eu acho que foi assim uma coisa diferente, só deles saírem da rotina de sala de aula. No começo eu percebi que eles não estavam muito interessados sabe, acho que eles achavam que iam ser a mesma coisa que na sala de aula. Depois que eu vi que eles prestaram mais a atenção. Pelo menos eu percebi que a maioria gostou.

Guilherme: Mas você fala assim que eles gostaram pela forma que o André conduziu a aula ou pelo ambiente em si?

Camila: Acho que juntou os dois, foi pelas duas coisas, porque primeiro eles saíram da sala de aula, da rotina, isso é uma forma diferente de ver a matéria sem ser na lousa e uma forma diferente de eles aprenderem. Outra coisa é a forma que o André explicou. Interagiu com eles, porque geralmente o professor chega na sala, nem fala bom dia ou boa noite para o aluno. Eu acho que eles sentem isso.

Guilherme: Por que o André foi bem cativo com os alunos...

Camila: É, ele chegava, perguntava "e ai está dando certo... você está entendendo" eu acho que o aluno se sente bem assim.

Além disso, os participantes destacaram que inicialmente os alunos não estavam realizando as etapas de uma investigação que o grupo esperava que as Fichas fossem propiciar, já que os alunos da oficina jamais tinham utilizado o computador em suas aulas. Porém, conforme se familiarizaram com o programa, começaram de uma maneira mais espontânea a formular e testar suas hipóteses, reformular suas ideias e a escrever suas conclusões. No segundo dia da oficina, já estavam mais familiarizados com a proposta de trabalho do grupo.

Nas atividades investigativas, o aluno é estimulado a questionar-se, a conversar com os colegas, a discutir suas ideias com o professor e expor seus resultados. É comum quando se inicia um trabalho como esse que os alunos sintam dificuldades como as citadas no parágrafo anterior. De acordo com Abrantes (1999) o trabalho com investigações em sala requer tempo para se conseguir o engajamento dos alunos. Para tanto, é necessário persistência do professor, visto que lida com a necessidade de modificar aspectos centrais da cultura do paradigma do exercício. Nessa primeira etapa, o grupo percebeu esse fato, já que os alunos por vários momentos esperavam que o professor mostrasse os resultados e que aprovasse seus trabalhos, ou seja, tinham a visão do professor como um "explicador".

[Reunião do grupo]

Ana Lígia: Não sei se eles ficavam com vergonha de falar, mas na hora de mexer no computador é totalmente diferente, e eles não estão acostumados com isso. A gente percebeu que eles chamavam o André e perguntavam, mas não perguntavam em voz alta, eles não tinham o costume de falar para todo mundo o que tinham descoberto. Então, até aquela hora que menininho conseguiu fazer a atividade dois, o André falava "é isso mesmo", eu achei bacana isso.

Guilherme: É que no momento da discussão o André toda hora questionava os alunos.

Ana Lígia: Isso. Eles não estão acostumados a falar, mas a gente percebe. Professor nenhum chega na sala e diz "e ai você conseguiu fazer ou não". O professor geralmente fala assim "a gente fez isso, vamos corrigir...". Não tem essa, "você conseguiu fazer, então vem fazer para mim aqui..."

Camila: Eu achei interessante que aquele dia que você falou que está no instinto da gente o aluno perguntar "porque que acontece" e você responder. Eu até percebi uma hora que o

André estava lá, o menino falou assim: "mas por que acontece isso?" então o André falou "Porque..." (pausa). Acho que o André se lembrou disso e disse "vamos ver o porquê que acontece isso..." então acho que está no instinto da gente, a pessoa perguntar e a gente já querer responder o porquê.

Guilherme: E está no instinto deles esperar isso?

Camila: Sim. No começo da aula o André falava e eles ficavam parece que esperando a resposta.

Keila: Daí que eles perceberam que eles que tinham que falar. Nessa atividade (atividade 2) que eu vi eles começaram a produzir mais, quando era de escrever, eles conseguiam chegar as definições. Teve uns que escreveram um trechinho bem pequeno da atividade, na segunda já passaram o espaço deixado.

Ester: Eu acho que eles não têm costume de fazer atividades como as nossas. Só de já chegarem na resposta já foi muito bom. Eu acho que as atividades foram muito válidas porque, na última atividade, por exemplo, houve discussão mesmo. Então acho que foi muito importante isso.

As falas destacadas acima são indícios de que a formação escolar dos estudantes de licenciatura esteve pautada no paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2008). A oportunidade de conhecer recursos que os auxiliaram a trabalhar com investigações matemáticas em sala de aula contribuiu para uma possível ruptura desse paradigma.

Outro fato que merece destaque é que os participantes do grupo perceberam a dificuldade dos alunos em trabalhar com a linguagem matemática e de escrever os resultados que haviam encontrado. Ana Lígia também destacou que encontrou dificuldade em fazer com que os alunos só fossem para a uma próxima tarefa após todos terminarem a anterior. Esta foi a forma que Ana Lígia encontrou para gerenciar sua aula. No entanto, em nenhum momento houve orientação teórica, mesmo nas discussões de preparação da oficina, de que a atividade deveria ser conduzida dessa forma.

Um fator que prejudicou muito o andamento do trabalho nos dias da oficina foi a falta de lousa no laboratório de informática. Tanto André quanto Ana Lígia, na condição de professores, apontaram esse fato em suas falas. Para os dois, apesar de o computador ser uma ferramenta muito importante, outras mídias como lápis, giz, lousa etc. não devem ser esquecidas na prática em sala de aula. Mesmo trabalhando com as Fichas impressas e as atividades na tela do computador, em vários momentos o professor necessitou explicar algum conteúdo para a turma e, sem a lousa, isso não aconteceu. No caso do laboratório que o grupo utilizou existia um pequeno quadro, de aproximadamente um metro de largura por um metro de comprimento. Porém esse quadro ficava na parte de trás da sala e era necessário um pincel atômico para utilizá-lo, o qual não havia na escola.

Para os participantes, a lousa auxilia o professor na etapa de discussão e institucionalização da atividade (momento de formalização do conteúdo explorado pela atividade em questão) em uma aula investigativa. No diálogo abaixo André e Ana Lígia evidenciam esse fato.

[Reunião do grupo]

André: Eu vi umas duas vezes a Lígia olhando pras costas dela para ver se via uma lousa, mas parece que a hora que alguém perguntava alguma coisa para ela, ela virava e via que não tinha lousa e voltava. Eu vi uma duas vezes. Eu acho que era isso, eu até ia perguntar, mas deixei para falar hoje, se era isso que você estava olhando para suas costas.

Ana Lígia: é...

André: É o costume do método tradicional, mas a lousa é perfeitamente aplicável no laboratório de informática.

Ana Lígia: eu não ia ficar o tempo todo lá, mas teve uma hora que eu tive que falar do triângulo azul e do triângulo rosa. Não tinha outro jeito de eu falar. Eu não conseguia falar, eu não conseguia explicar, porque se eu precisasse explicar alguma coisa tinha que explicar no computador de cada um.

André: Eu acho que a dificuldade de arranque inicial, até o arranque não, mas a parte de discussão final e formalização do pensamento necessitam muito de uma lousa, nem que seja uma lousa de um metro e vinte por um. Porque você precisa em determinado momento da discussão, a hora que eu acho que a discussão está no auge, que o negócio está borbulhando de ideias, o pessoal está borbulhando, você pega um ponto de cada um e começa a colocar na lousa.

Em uma aula investigativa o professor acaba atuando mais como um mediador ou facilitador da turma. Em certos momentos as dúvidas que os alunos possuem devem ser sanadas para que prossigam no trabalho com a atividade. Quando os alunos da oficina estavam trabalhando na Ficha 7 da apostila, vários deles ainda apresentavam dúvidas sobre como calcular área de um triângulo. Nesse momento, Ana Lígia necessitava de um recurso facilitador. Sem a lousa, seu trabalho acabou sendo prejudicado. No diálogo abaixo, André e Ana Lígia discutem essa questão.

[Reunião do grupo]

Ana Lígia: teve também aquele menino. Eu fiquei do lado dele daí ele perguntou “por que a área do triângulo era base vezes altura dividido por dois?”.

André: ele não tinha ido ao primeiro encontro?

Ana Lígia: não, ele não sabia. Quase ninguém sabia lá. Ai como eu ia explicar, não tinha nem como explicar para ele porque daí eu ia ficar explicando só para ele e deixar o resto da sala.

André: porque eu acho que se tivesse o recurso da lousa, por exemplo, ela podia entrar na atividade do quadrilátero e fazer todo mundo fazer através do paralelogramo um retângulo e

fazer diagonal. Se ela já estivesse, por exemplo, na lousa ela iria e poderia falar o botão que eles iriam traçar a diagonal. Ela utilizaria a ferramenta segmento de um vértice ao seu oposto, de um ângulo a seu oposto, daí ela traçava a diagonal e dividia o retângulo em dois...
Ana Lígia: Eu achei um absurdo eles colocarem a lousa nas costas do aluno. Que aluno vai virar de costas para olhar para lousa, nem de frente eles não olham.

Algo que também deve ser levado em conta é o formato e o conteúdo das Fichas de orientação para as atividades. Estas exploravam apenas o potencial do modo arrastar do software, ou seja, os alunos não utilizaram as ferramentas do programa para fazer as construções geométricas. Eles recebiam as construções prontas e as exploravam de acordo com cada Ficha. Isso foi estipulado já que o tempo que o grupo teria para trabalhar com os alunos da oficina seria curto. Esse fato gerou uma discussão entre os participantes do grupo, pois afirmaram que teria sido mais interessante se o próprio aluno tivesse realizado a construção. Isso seria repensado para futuras atividades.

[Reunião do grupo]

Welder: Se eles tivessem montado acho que teria sido melhor, eles já saberiam outras coisas.

Camila: Mas foi por causa do tempo também...

Welder: A, mas a gente vai ter que trabalhar mais com isso. Então podia começar a pensar já em construir os exercícios. Chegar lá e fazer como foi o curso do Geogebra que tivemos. Nós montávamos as atividades.

Ester: Acho que faltou para os alunos conhecer o programa, conhecer as ferramentas, as janelas, o passo a passo dos exercícios. Talvez eles investigassem mais.

Guilherme: Você acha então que a dificuldade deles foi pelo fato de não conhecer melhor o software e não por conta do próprio software?

Ester: É eles não conheciam, e foi a primeira vez que eles vão se deparar com o programa, então eles não tem base nenhum com o programa.

Guilherme: Pelo fato de já termos levado a atividade pronta vocês acham que isso criou alguma dificuldade ou facilitou alguma coisa?

Ester: Facilitou por conta do tempo, porque senão não ia dar tempo. Mas acho que o problema também foi porque eles não têm muita base na escola mesmo.

A qualidade de uma investigação matemática em sala de aula será melhor quanto mais liberdade e opções o aluno tiver. Dessa forma, concordo com Welder e Ester, porém o que se consegue fazer ou não na escola é condicionado pelo tempo, pelo currículo e pela diversidade dos alunos presentes. Isso exige que os professores façam escolhas de modo a maximizar a possibilidade de bons resultados. No caso, foi feita uma opção por levar as construções prontas de forma a permitir que os alunos investigassem algumas propriedades dessas construções. Contudo, é importante destacar que a proposta de Welder e Ester pode ser considerada caso a limitação do tempo não seja tão grande. Considero que, conforme os

alunos se apropriam dos comandos do software esses passam a incorporar o seu repertório para a resolução de problemas, aumentando assim a possibilidade da investigação matemática facilitar a construção do conhecimento pelo aluno.

7.1.2. O formato e os conteúdos das Fichas elaboradas pelo grupo

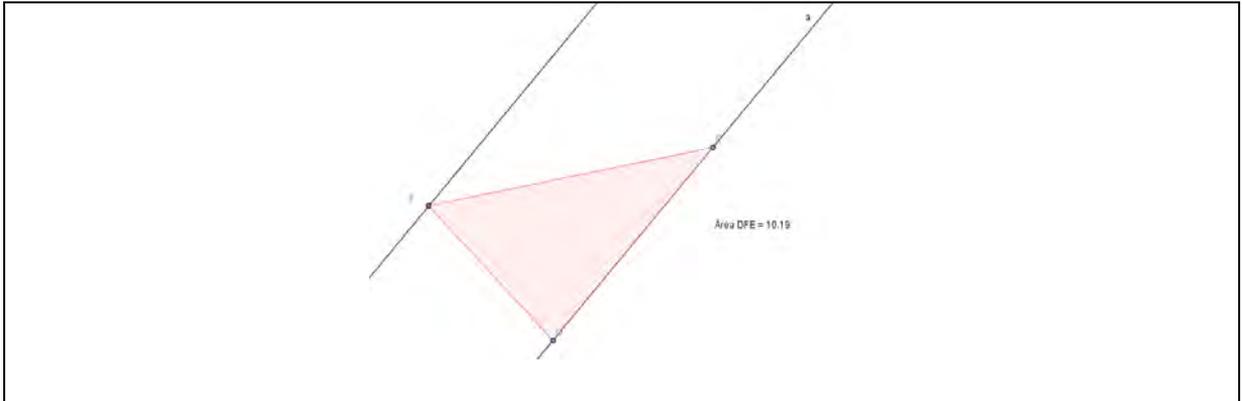
Na maioria das Fichas elaboradas pelo grupo é possível notar a preocupação em conduzir os alunos a formular questões e procurar explicações (SKOVSMOSE, 2008). Nelas não havia nenhuma ilustração, sendo necessário que o aluno estivesse com o arquivo correspondente aberto na tela do computador. Em todas havia um espaço destinado para as anotações já que os participantes do grupo acreditavam que nessas anotações seria possível verificar, mesmo depois da aula, os caminhos e estratégias utilizados pelos alunos e as conclusões que chegaram. Brocardo e Oliveira (2006) afirmam que essa síntese da atividade é um momento muito importante, pois é possível que os alunos reflitam sobre o processo investigativo, aprendendo com e sobre ele.

A Ficha 1 da apostila pode ser vista no Quadro 5. Seu objetivo é orientar o aluno a investigar e concluir que a área de um triângulo depende de sua altura. Para tanto, ela era acompanhada de um arquivo que mostrava na tela do computador duas retas paralelas e um triângulo construído sobre três pontos, um que estava sobre uma reta e dois que estavam sobre a outra. Quando o aluno arrasta o ponto F a área do triângulo continua a mesma, já que sua altura não se modifica. Nesta Ficha a posição inclinada das retas paralelas foi proposital. Os participantes do grupo destacaram que, na maioria das vezes, o aluno possui a falsa impressão de que retas paralelas estão sempre na horizontal ou na vertical. A criação de falsas ideias como essa pode surgir devido à falta de recursos disponíveis numa sala de aula que possui apenas ferramentas usuais para o professor utilizar. Nessa Ficha é possível verificar como o modo arrastar é bem explorado. Dessa forma, é possível que o aluno explore e ao mesmo tempo se questione sobre os conceitos envolvidos na tarefa.

[Tarefa da Ficha 1 – Triângulos]

Parte A

- 1 - Movimente os pontos D e E do triângulo. O que acontece com a área da figura?
- 2 - Movimente o ponto F , observe o que acontece com a área do triângulo. Por que isso ocorre?
- 3 - Movimente o ponto C , o que acontece? Por que isso ocorre?



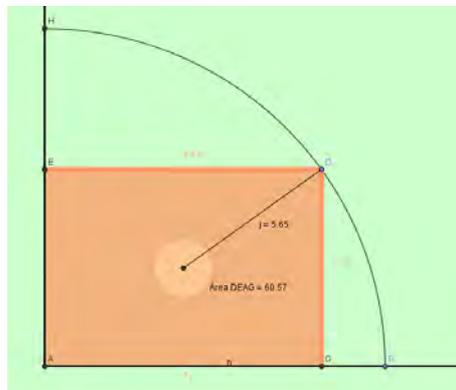
Quadro 5 - Ficha 1 da oficina

A Ficha 11 destacada no Quadro 6 faz referência à semi-realidade, ou seja, traz aspectos do mundo real ao alcance do aluno (SKOVSMOSE, 2008). Nela utilizaram-se conceitos de perímetro e área de um quadrilátero. Mais precisamente, seu objetivo era que o aluno percebesse, através de um campo de beisebol, que a área do quadrilátero é máxima quando é um quadrado. Não foi possível saber se os alunos chegariam a tal objetivo, pois a Ficha não foi trabalhada. Apesar disso, ela apresenta possibilidades para explorar conceitos da geometria como área e perímetro.

[Tarefa da Ficha 11 – Beisebol]

Um rebatedor de beisebol localizado sobre o ponto A, tem de percorrer o perímetro do quadrilátero para conseguir um *home run*, e marcar um ponto.

- 1 - Qual é o conceito de perímetro?
- 2 - Arrastando o ponto D sobre o setor circular, o que acontece com o perímetro do quadrilátero?
- 3 - Como definimos a área desta figura?
- 4 - Arraste o ponto D e observe a área do quadrilátero. O que acontece? Quando é possível obter a maior área? Justifique seu raciocínio.



Quadro 6 - Ficha 11 da apostila da oficina

Na maioria das Fichas elaboradas pelo grupo é possível notar a preocupação na definição dos conceitos matemáticos. Em várias atividades aparecem expressões como, por exemplo, “*Defina seno*”, “*Defina triângulos semelhantes*”, “*Que generalização você consegue obter*”. Para Abrantes (1999) essa preocupação é comum, pois, em muitos casos, os alunos mostram dúvidas sobre o que estão realmente aprendendo em uma aula investigativa, já que na maioria das vezes estão habituados a outros modelos de aula, geralmente baseadas no paradigma do exercício. O autor afirma que há alunos que tendem a questionar “onde é que está a matéria?”. Além disso, na maioria das vezes, os professores se sentem “acorrentados” com a pressão do cumprimento do conteúdo imposto pelas políticas públicas ou pela instituição em que trabalha.

As Fichas tinham como objetivo convidar o aluno a descobrir conceitos matemáticos e, para chegar a tal, foi definido a importância de demonstrar matematicamente as generalizações encontradas pelos alunos. Utilizando as atividades da oficina como um recurso para sala de aula, os participantes concordaram que esse momento não deve ser deixado de lado, já que, de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) a institucionalização do conteúdo é muito importante para que o aluno descubra que apenas testar suas hipóteses de várias maneiras não garante sua veracidade.

Da mesma forma, Lourenço (2002) afirma que a necessidade de provar os resultados na Matemática apresenta uma reconhecida importância. Porém, para o autor, “a forma segundo a qual se faz, na medida do possível, deve ser revista, sobretudo quando se trata de ensino, uma vez que a simples observação constata que essas demonstrações se mostram destituídas de significados para o aluno” (p.83). O autor destaca que, “a melhor prova que se pode oferecer para alguém, sobre qualquer tema, é o convencimento de que o fato é real” (p.85). Para Lourenço (2002), os ambientes de geometria dinâmica, quando bem direcionados, possibilitam ao aluno inferir resultados, desenvolver a credibilidade e elaborar novas demonstrações que, na maioria das vezes, seriam de difícil compreensão e realização. Apesar disso, os participantes do grupo optaram por não explorar tais demonstrações com os alunos da oficina por conta do pouco tempo que teriam.

Outro fator importante de se destacar é que a fase de discussão das atividades, mesmo aparentando não haver espaço nas Fichas, não foi deixada de lado, tanto no momento de elaboração quanto no momento de realização da oficina. Sempre nas reuniões do grupo os participantes afirmavam que esse momento era importante e que, na oficina, não poderia ser deixado de lado. Todos concordavam que a discussão dos resultados poderia ajudar os alunos a compreender o que estavam fazendo, mudar seus caminhos ou raciocínio e validar suas

hipóteses. Isso vai ao encontro do que afirmam Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) sobre o professor atuar como mediador e estimular a comunicação entre os alunos, confrontando-os com hipóteses, estratégias e justificações diferentes daquelas que tinham pensado e defender suas ideias perante a sala.

Não foi possível desenvolver todas as Fichas elaboradas pelo grupo com os alunos que participaram da oficina. Isso já era esperado, pois o tempo reservado dos encontros para o desenvolvimento era relativamente curto. Apesar disso, o grupo produziu um material que poderá ser utilizado como recurso auxiliar para professores tanto do ensino fundamental quanto do ensino médio. Claro que esse material necessita ser revisado, pois durante os encontros isso não foi feito. É possível que existam falhas nas Fichas elaboradas, principalmente naquelas que não foram desenvolvidas na oficina.

O trabalho com investigações matemáticas em sala de aula foi novidade tanto para os participantes do grupo quanto para os alunos da escola pública. Não foi interesse de a pesquisa analisar se as atividades que o grupo elaborou foram ou não significativas para a aprendizagem dos alunos. O objetivo foi verificar como os participantes realizaram o trabalho tendo o suporte da teoria e de um grupo de estudos. No caso, tanto o discurso dos participantes quanto sua postura perante as atividades e os alunos foi ao encontro do que a teoria estudada sugere. Nos dois professores da turma foi possível notar a postura sugerida por Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) no que se refere à forma do professor atuar em uma aula investigativa. Além disso, as atividades auxiliaram os alunos a pensar, formular hipóteses, testá-las, reformulá-las quando necessário e tirar uma conclusão das mesmas.

Através das discussões do grupo foi possível verificar que os professores valorizaram as ideias dos alunos assumindo um papel interrogativo perante suas dúvidas. Isso vai ao encontro do que afirmam Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) de que esta postura pode “ajudar os alunos a compreender que o papel principal do professor é o de apoiar o seu trabalho e não simplesmente validá-lo” (p.52).

Os participantes também valorizaram a parte de discussão das atividades da oficina. Para o grupo, não houve uma participação mais intensa pelos alunos devido à falta de hábito em trabalhar num ambiente informatizado com atividades investigativas no seu cotidiano escolar. Isso já era esperado já que, de acordo com Abrantes (1999), em pouco tempo não é possível esperar do aluno um envolvimento significativo. Porém, concordando com Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), os participantes destacaram que a fase de discussão é essencial em um trabalho investigativo, já que é nesse momento que as ideias surgirão e as possíveis dificuldades dos alunos poderão ser sanadas.

7.2. A imprevisibilidade em um ambiente baseado em TIC

Nos encontros realizados pelo grupo de estudo, foi possível notar a preocupação dos participantes com as possíveis dificuldades que as Fichas elaboradas poderiam proporcionar. Esse fato apareceu em praticamente todas as reuniões, em discursos e atitudes dos mesmos e até no dia da oficina na escola pública. Inicialmente essa preocupação se manifestou devido a um episódio ocorrido antes mesmo da formação do grupo de estudos. No curso de extensão, no qual todos os membros do grupo participaram, os alunos precisaram formar grupos para apresentar uma atividade voltada a alunos do ensino fundamental e médio utilizando o Geogebra. Na apresentação do trabalho final de um grupo, foi proposta uma atividade que consistia em ilustrar que, em uma circunferência, um ângulo inscrito é metade do ângulo central correspondente. Porém, na construção feita pelos alunos, quando o ponto P era arrastado entre os pontos A e B ou quando o ponto A era arrastado para a esquerda do ponto B , o teorema não era válido.

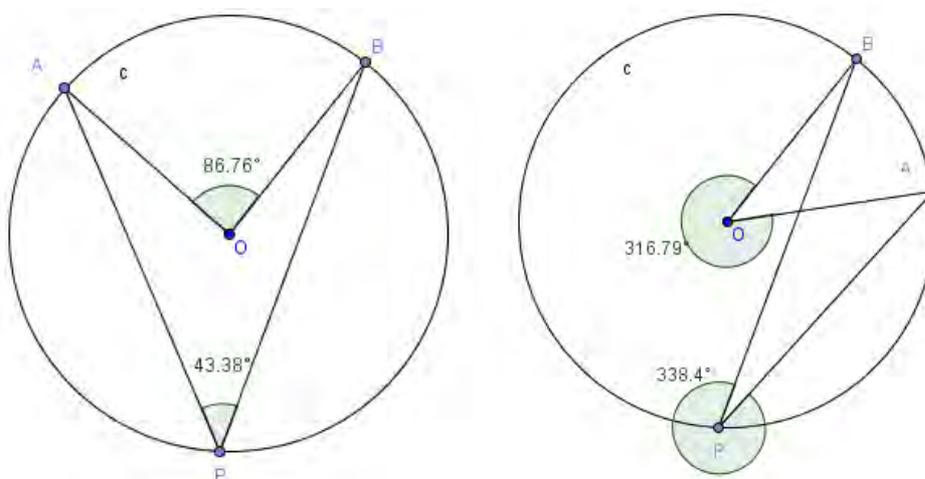


Figura 36 - Atividade proposta por um grupo no curso de extensão.

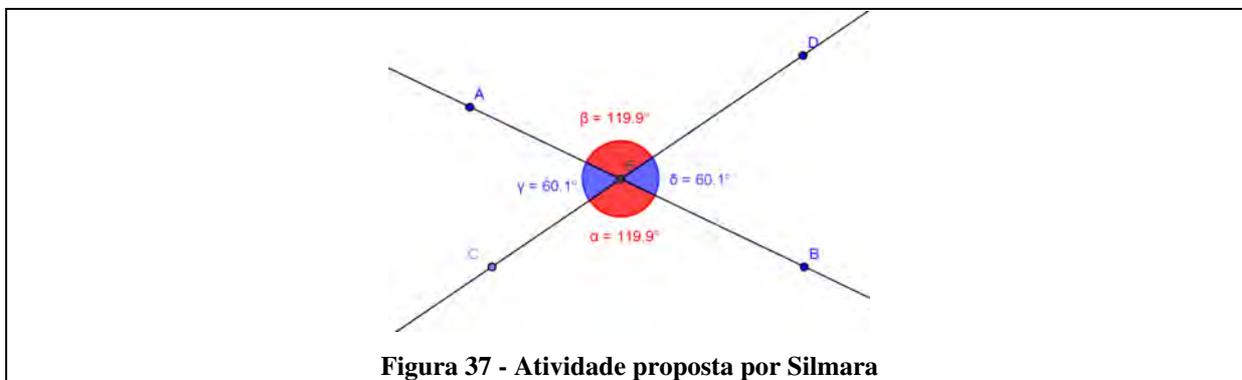
Quando os alunos de licenciatura se depararam com esse fato durante a apresentação da atividade ficaram sem saber o que fazer. Nesse momento conheceram o conceito de zona de risco proposto por Penteadó (2001). Para essa autora, zona de risco são momentos no qual o professor assume riscos dentro da sala de aula, ou seja, fatos imprevistos ou problemas de diferentes naturezas que surgem e o professor necessita avaliar a todo o momento as consequências das ações que ele propõe.

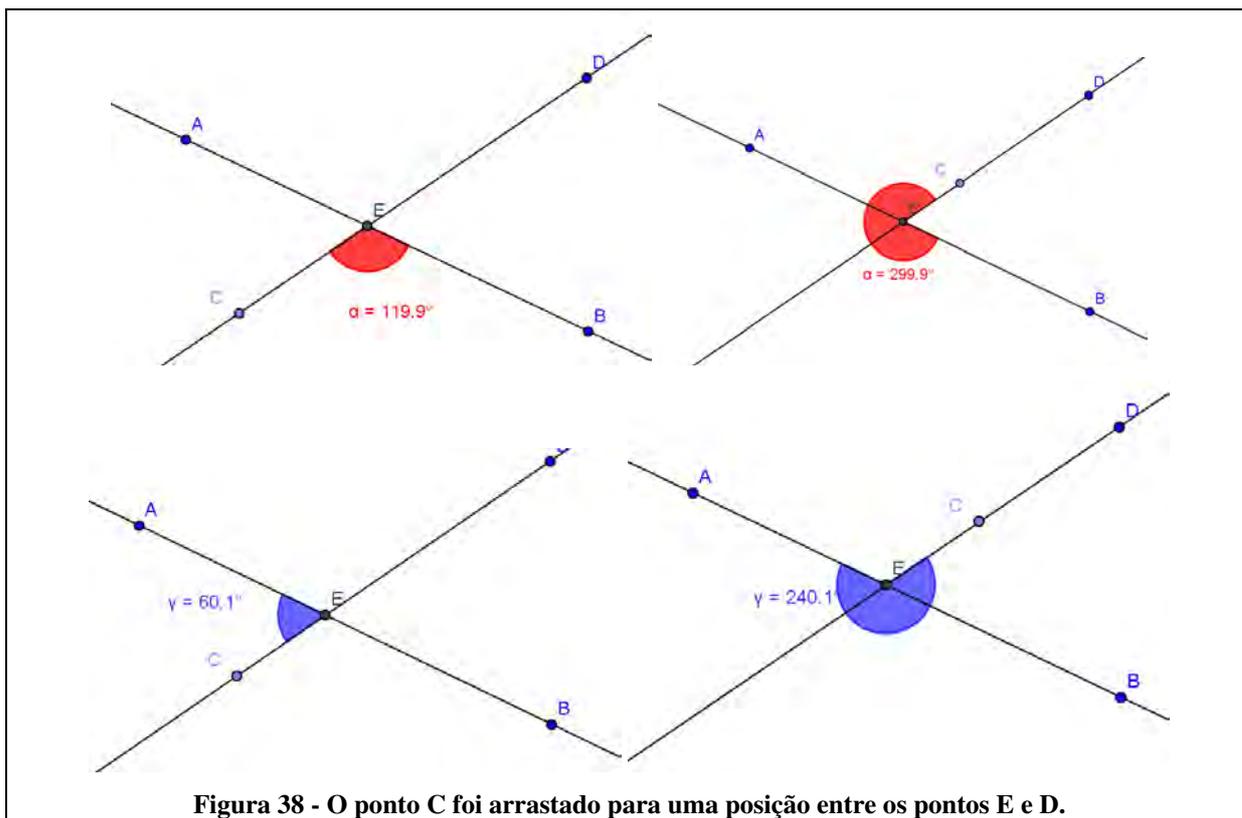
Depois do fato ocorrido no curso de extensão, os participantes do grupo de estudos estudaram o livro “Informática e Educação Matemática” de Borba e Penteadó (2001). Durante os encontros, os participantes puderam discutir a ideia de zona de risco e expor seus

pontos de vista. Isso pode ser visto tanto nos encontros de preparação das Fichas quanto na realização da oficina.

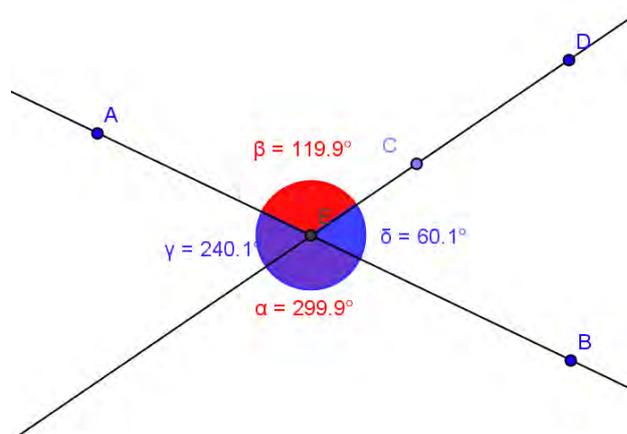
Nos encontros de preparação das Fichas os licenciandos mostraram a preocupação com possíveis situações imprevistas que pudessem surgir, evidenciando certo receio em deparar com uma zona de risco. No segundo encontro Silmara trabalhou na elaboração de uma Ficha sobre ângulos opostos. O objetivo era que o aluno explorasse e percebesse que os ângulos opostos pelo vértice em duas retas concorrentes são sempre iguais (Figura 37).

Enquanto elaborava, Silmara percebeu que esta poderia ser (utilizando as próprias palavras da participante) um “prato cheio” para que o professor se encontrasse em uma zona de risco. Isso porque quando o ponto E permanece em uma posição entre os pontos A e B ou entre os pontos C e D a propriedade dos ângulos opostos pelo vértice é válida. Porém quando o ponto C é arrastado para uma posição entre o ponto E e D o Geogebra muda a marcação do ângulo de interno para externo descaracterizando assim o teorema. Nesse caso a marcação do ângulo $C\hat{E}D$ passa de 119.9° para 299.9° e a marcação do ângulo $C\hat{E}A$ passa de 60.1° para 240.1° . É possível notar que o tratamento que o software fornece ao ângulo muda repentinamente (Figura 38).





Devido a isso, Silmara tentava encontrar uma forma de minimizar as dificuldades previstas. Nessa Ficha ela tentou, sem sucesso, limitar o arrastar dos pontos *A*, *B*, *C* e *D* para que nunca ultrapassem o ponto *E*. Na Figura 39 é possível verificar que o aluno pode ter a falsa impressão de que os ângulos opostos pelo vértice não são iguais. Essa situação mostra-se um tanto complexa, necessitando de um tempo maior de reflexão por parte do professor. Mais adiante ela será retomada para discutir os fatos que aconteceram quando foi trabalhada com os alunos que participaram da oficina.



Da mesma forma, em um dos encontros, Keila trabalhou na elaboração de uma Ficha que envolvia ângulos de um dado paralelogramo. O objetivo era que o aluno descobrisse que a soma de seus ângulos internos é sempre igual a 360° . Além disso, esperava-se que ele constatasse que os ângulos opostos são sempre iguais. Inicialmente os alunos abririam um arquivo como uma construção previamente feita pelo professor, conforme ilustra a Figura 40 (a). Nesta construção temos que $\alpha = \gamma$ e $\beta = \delta$. A proposta era que o estudante arrastasse um dos vértices de forma a observar que no novo paralelogramo essas igualdades se mantinham. Quando o ponto A ou B eram arrastados como mostra a Figura 40 (b), as igualdades permaneciam, mas os ângulos α , γ , β e δ passavam a representar um ângulo externo. Isso gerou um espanto e, da mesma forma que Silmara, Keila tentou, sem obter resultado, fixar o movimento do ponto dentro de um limite. O fato é que enquanto preparavam as atividades, as participantes tentavam a todo o momento encontrar uma forma de antecipar as possíveis perguntas dos alunos.

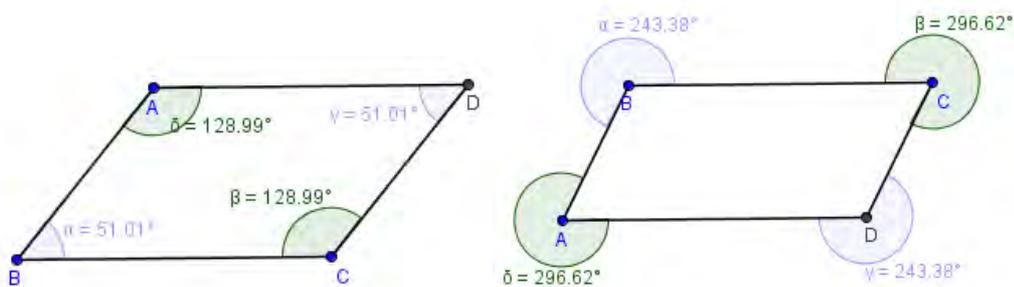


Figura 40 - atividade proposta por Keila

Os comentários citados anteriormente se referem à fase de preparação da oficina. Agora, trago alguns episódios que ocorreram durante a realização da mesma, relacionados a dificuldades tanto técnicas (problema nos computadores) quanto relacionadas às Fichas em si.

No primeiro dia o grupo se deparou com uma dificuldade técnica que quase fez com que todo o trabalho não pudesse ser realizado. Esse problema surgiu devido ao fato do sistema operacional dos computadores da escola ser diferente do sistema operacional que os participantes do grupo de estudos sabiam trabalhar. Assim a maneira de abrir os arquivos no Geogebra era diferente da maneira que estavam acostumados a fazer nos encontros. Sem saber disso não era possível acessar os arquivos nos quais as atividades haviam sido elaboradas. Isso deixou os membros do grupo muito nervosos e já, no primeiro instante da oficina, se depararam numa zona de risco. Porém, alguns minutos depois, um dos participantes descobriu a maneira correta de acessar os arquivos nesse sistema operacional e o trabalho continuou.

André, como professor da primeira oficina, também encontrou outra dificuldade técnica. O mouse de uma das duplas de alunos da sala parou de funcionar quando estavam desenvolvendo a Ficha 2 da apostila e as alunas, talvez por timidez, não o chamaram para que ele resolvesse o problema. Em uma discussão do grupo, destacou:

[Reunião do grupo]

André: As meninas que estavam sentadas atrás, o mouse delas deu problema. No começo elas estavam fazendo. Então eu vi que elas não escreviam nada porque elas não faziam mais nada, aí eu perguntei o que estava acontecendo. Elas disseram, "está igual" (em relação à atividade dois). "Mas vocês mexeram, usaram o mouse para arrastar?". Elas falaram "acho que o mouse não está funcionando". Então eu tirei do computador do lado e passei para o delas. Aí eu pensei em não deixar o aluno perder o foco do que ele estava fazendo. Às vezes diante do equipamento que está dando problema pode ser uma coisa que vai desmotivar o aluno. Às vezes você está prestando atenção se todas as ferramentas estão rendendo o que você espera. Na zona de risco, essa parte você observa sempre, tanto no programa quanto na parte de ferramentas (...). Acho que o mais interessante para quem vai aplicar é se deparar com o imprevisto e saber improvisar, ser criativo para sair dela, porque a hora que a menina falou "meu mouse não está funcionando", na hora eu corri atrás e coloquei para ela. Acho que o mais interessante é a gente trabalhar essa criatividade na hora.

Apesar de parecer um problema ligeiramente simples de resolver, em muitas escolas não há um monitor de informática auxiliando o professor e que, em alguns casos, os professores não possuem conhecimentos mínimos sobre informática, fazendo com que, por exemplo, a simples troca de um mouse por outro se torne um empecilho para um bom caminhar da aula. No exemplo relatado por André, a falta de um mouse impossibilita fazer qualquer investigação com um software de geometria dinâmica. De acordo com Borba e Penteadó (2001) o ambiente de aprendizagem que utiliza TIC propicia fatos com mais frequência, já que a perda de controle “aparece principalmente em decorrência de problemas técnicos e da diversidade de caminhos e dúvidas que surgem quando os alunos trabalham com um computador” (p.55).

Além de problemas técnicos, alguns fatos imprevistos em relação às atividades também ocorreram. A preocupação que Silmara apresentou referente à atividade sobre os ângulos opostos pelo vértice acabou acontecendo no momento em que André desenvolvia a atividade com a turma. Abaixo André cita o diálogo que teve com a dupla de alunos para tentar entender a situação que a atividade os tinha colocado.

[Reunião do grupo]

André: Na hora que eu percebi o problema, comecei a conversar com a dupla e eu ia questionando para ver o que estava acontecendo:

André: *Que valor está dando aí?*

Dupla: *ah, é “tanto”.*

André: *e qual era o valor inicial?*

Dupla: *a, era “tanto”*

André: *qual era a diferença do maior para o menor?*

Dupla: *é 180°...*

André: *180° não são dois ângulos retos, então é uma meia circunferência*

Dupla: *é verdade, o ângulo passou daqui para baixo...*

André: Então eles queriam enunciar isso. Ai eu disse que isso na verdade é porque o software está fazendo a leitura do ângulo $A\hat{E}C$, e não importa onde o ponto A estiver, nessa reta ou nessa reta (aqui ele quis dizer na semi reta EA ou entre os pontos E e B na semi reta EB).

Guilherme: Você falou isso para eles?

André: Isso. Ele vai ler esse ângulo, a gente marcou o ângulo central, mas o ponto é deslocável. Você pode deslocá-lo pela reta. A dupla estava motivada para fazer a conjectura de uma maneira coerente, com uma linguagem matemática. E para uma aula investigativa isso é muito bom.

Esse fato mostra que André utilizou uma situação imprevista para motivar os alunos a investigarem mais sobre o tema. Mesmo que o software possa ter confundido um pouco os alunos, André mostrou outra possibilidade para que os mesmos pudessem explorar um acontecimento novo que surgiu em decorrência da atividade. Embora não tivesse dado continuidade no processo de investigação sua fala é um indício de que o participante percebeu a potencialidade de uma zona de risco para a aprendizagem matemática no sentido do que discutem Penteadó e Skovsmose (2008).

No segundo dia da oficina Ana Lúcia também se deparou com uma situação imprevista em relação a uma atividade. Ocorreu no momento em que os alunos trabalhavam na Ficha quatro da apostila, a qual tratava da soma dos ângulos internos de um triângulo. O objetivo dessa atividade era que os alunos utilizassem o modo arrastar do software e uma calculadora simples para que, ao arrastar os vértices de um dado triângulo na tela do computador e somar seus ângulos com a calculadora, descobrissem que o resultado sempre seria igual a 180° . Porém, quando os alunos somaram os ângulos aconteceu em alguns casos que o resultado foi diferente de 180° . Utilizando a ferramenta de somar do software a propriedade estava correta, mas pelas calculadoras manuais não se verificava isso. Vários alunos até utilizaram a calculadora dos celulares para confirmar o fato. Nos diálogos abaixo,

pode-se notar a preocupação dos participantes em buscar uma resposta para o problema encontrado.

[Reunião do grupo]

Ester: Eu fiquei meio sem saber o que fazer. Eu fiquei esperando para ver o que a Ana Lígia falaria para gente falar a mesma coisa se não a gente iria entrar em contradição.

Guilherme: Ela falou que era por causa da casa decimal do programa não é?

Ester: Sim. Daí um aluno falou assim para mim: “ah, mas então não é sempre que vai dar”. Então eu falei: “não, é que aqui o programa, por causa das casas decimais e tal”. Daí ele falou “a, então ta bom, mas se for no papel vai dar”.

Guilherme: Vocês viram como é. Ninguém esperava isso, foi uma coisa inesperada.

Ana Ligia: A menina somou na calculadora e não deu. Daí ela somou no celular também para ver que não ia dar, mas essas coisas sempre acontecem né. Nem sempre tudo vai ser perfeito. Pode ser que aconteça.

Guilherme: Mas o que vocês sentiram na hora? Deu vontade de recuar ou de “deixar rolar”? Eu percebi que a Ana Lígia chamou a atenção da sala e disse “olha pessoal, aconteceu isso aqui com essa dupla, aconteceu com mais alguém?”. Então todo mundo ficou atento.

Silmara: Eu percebi isso que ela falou. Um grupo falou que não tinha dado certo. Daí os outros grupos que tinham dado certo a atividade, que a soma tinha dado 180° , começaram a mexer para não dar 180° . Eles começaram a arrastar para não dar 180° .

(...)

Silmara: engraçado foi que teve um grupo que conseguiu 179.99° .

Welder: A Ana Ligia tinha acabado de falar “olha, pode ser que aconteça de dar 179.99° ” daí um grupo já gritou: “o meu deu 179.99° ”. Mas foi na hora, foi bem em cima, eu estava olhando para Ligia, vi eles mexendo enquanto ela estava falando e assim que ela acabou de falar eles tinham acabado de somar.

Nesse caso, Ana Lígia e Ester perceberam rapidamente que o software utiliza apenas cinco dígitos decimais. Dessa forma, utilizando uma calculadora externa ao programa, o resultado se aproximava de 180° . As professoras da turma explicaram então para os alunos que o valor que eles estavam encontrando na calculadora era uma aproximação do resultado dado pelo programa, devido às casas decimais do Geogebra.

O fato é que as duas conseguiram conduzir com tranquilidade a situação inesperada. Considero que esse seria um momento oportuno para utilizar uma demonstração matemática que provasse o teorema. Isso mostraria ao aluno que apesar do resultado não parecer consistente, ele é válido. O software, como qualquer outra ferramenta, não é capaz de fornecer uma medida precisa de um ângulo. Além disso, Lourenço (2002) afirma que figuras e construções podem ser ilusórias para o aluno e atrapalhar o processo dedutivo. Dessa maneira, utilizando a demonstração, a participante poderia ter mostrado aos alunos a importância de generalizar uma propriedade na Matemática.

Nos encontros do grupo e no desenvolvimento da oficina na escola pública é possível notar um discurso na fala dos participantes em sintonia com a teoria de que a zona de risco pode oferecer possibilidades e quando ela é encarada de forma construtiva, tanto professores quanto alunos podem caminhar para novas aprendizagens. De acordo com Borba e Penteadó (2001) “não é possível manter-se numa zona de risco sem se movimentar em busca de novos conhecimentos” (p.61). Isso pode ser notado nos seguintes diálogos:

[Reunião do Grupo]

André: (...) quanto mais a gente minimiza, mais a gente é exposto a um erro de maior intensidade, porque se a gente minimiza ao máximo alguém vai pensar em alguma coisa que não tínhamos pensado e essa coisa será muito complicada.

Guilherme: vocês estão vendo a zona de risco como um erro então?

André: Não como um erro, mas como um momento construtivo. Pode ser que você erre naquele momento ou não saiba, mas você como professor acaba correndo atrás para aprender. Isso é aprender através de uma situação que você não esperava.

Camila: Não é um erro, é uma coisa que aconteceu que o aluno descobriu e que você não esperava. (...) Mas quando isso acontece você tem que mostrar ao aluno que você quer resolver. Por exemplo, “a vamos ver o que acontece então se fizermos isso” ou “vamos ver por que aconteceu isso”.

Silmara: Quando eu mudei a atividade para que os ângulos não mudassem, eu tentei limitar o risco, mas acho que isso é mais medo porque a gente ainda não enfrentou uma sala de aula, ainda mais levando eles para o computador.

(...)

Welder: Tem que deixar rolar, para ver se clareia alguma coisa para gente e se o aluno consegue resolver.

O fato dos participantes já conhecerem o conceito de zona de risco através do estudo da teoria durante as reuniões do grupo trouxe uma tranquilidade maior no momento da realização da oficina. Dessa forma, quando os imprevistos citados anteriormente surgiram, eles mantiveram a calma para refletir sobre a situação e elaborar uma saída. A postura de “deixar rolar” é algo que os participantes tinham consciência de que era necessário. No exemplo da soma dos ângulos internos do triângulo é possível notar essa posição das professoras. Nesse caso, elas tiveram mais tranquilidade para procurar uma possível solução ao fato inesperado. Para Borba e Penteadó (2001) com ousadia e flexibilidade, os professores podem avançar nesta área de indeterminação para reorganizar as atividades na medida do necessário, ou seja, “mudam as rotinas e, antes de tudo, abrem-se para um processo de negociação com os alunos e com outros que atuam no cenário escolar” (p.64). Apesar disso Ana Lígia e Ester poderiam ter expandido a atividade nesse momento, integrando outras

abordagens além do computador como, por exemplo, material manipulativo. Porém preferiram apenas justificar o fato ocorrido.

Mesmo os participantes estando conscientes da potencialidade que uma zona de risco pode promover foi possível notar a ausência de momentos em que exploraram tal potencial para a investigação. Na oficina em que Ana Lígia foi professora, um dos alunos se deparou com a dificuldade que Keila havia tentado evitar ao elaborar a Ficha 4, que envolvia os ângulos do paralelogramo (Figura 40). Nesse momento Ana Lígia tentou voltar para uma zona de conforto, dizendo aos alunos que o foco da aula era explorar os ângulos internos do paralelogramo e não os externos, limitando assim a possibilidade de explorar outros conceitos geométricos que estavam aparecendo. No diálogo abaixo, Keila questionou essa postura de Ana Lígia.

[Reunião do grupo]

Keila: O que eu não achei muito interessante Ana Lígia foi que você fez os alunos voltarem ao paralelogramo anterior. Você podia ter deixado eles terminarem ali a conclusão que estavam chegando. A questão é que a partir do momento que você faz o aluno voltar, você acaba tirando um pouco da atenção dele, ele acaba perdendo aquele entusiasmo que ele estava com a atividade.

Ana Lígia: Na realidade o que aconteceu foi que eles fizeram isso, o primeiro grupo que deixou os ângulos ficarem externos eu fui e expliquei. Só que eu falei para eles “mas não é a questão da aula, é para gente trabalhar os ângulos internos, mas o que acontece é isso, e isso...” daí eu falei que o restante do ângulo externo seria a soma com o ângulo interno para dar 360° daí eu expliquei para todos os grupos. Mas eu falei “mas o foco da aula não é esse, é para ver os ângulos internos” então eles falaram “a não, ta bom, ta bom,...”. Eles até começaram a calcular os ângulos externos para achar os ângulos internos e tal. Mas depois eles voltaram para o foco da aula

Nesse caso é possível notar que Ana Lígia recuou perante a zona de risco, conduzindo o grupo de volta ao que ela considerava como “foco da aula”, parecendo negligenciar toda a proposta de atividades investigativas também estudadas pelo grupo. Mesmo tendo um discurso bem articulado e baseado na teoria, os episódios acima evidenciam que durante a prática prevaleceu uma tendência de auto-proteção do professor. Tal tendência é um obstáculo para a aprendizagem tanto do aluno quanto dele próprio. Esses fatos mostram uma tensão que envolve o estar em uma zona de risco e ir para uma zona de conforto. Para esse grupo essa tensão existiu por conta da teoria já estudada previamente à prática. A tensão irá existir sempre, o importante é que venha à tona.

No caso da Ficha que tratava da soma dos ângulos internos do triângulo (Ficha 4), as participantes tiveram a tranquilidade quando se depararam com a zona de risco e, mesmo não explorando todo o potencial que a atividade poderia fornecer, foram capazes de dar uma resposta condizente ao aluno, caminhando entre a zona de risco e a zona de conforto. Apesar disso, existem casos em que isso não é possível, ou seja, o professor necessita de um tempo maior para reflexão e análise da situação. Borba e Penteado (2001) trazem um exemplo de tal situação. Os autores mostram o caso de um professor que utilizou uma atividade num ambiente de geometria dinâmica para convidar os alunos a investigarem, através do lugar geométrico de certa construção, a definição de elipse e hipérbole. O professor teve o domínio das situações que ocorriam em praticamente toda aula até que uma aluna solicitou sua presença para mostrar que a imagem fornecida por sua atividade na tela do computador não era nem uma elipse nem uma hipérbole. Depois de explorar com a aluna e expor para a sala essa situação o professor acabou ficando, como destacam os autores, “paralisado”, não tendo uma resposta imediata para a estudante.

Borba e Penteado (2001) destacam que em situações como esta o professor necessita de mais tempo para refletir sobre a situação inesperada. No exemplo citado pelos autores, depois de refletir e investigar a atividade, o professor foi capaz de perceber que, na verdade, o lugar geométrico da construção que a aluna realizou forneceu uma circunferência, e que, além disso, o software utilizado estava interferindo no resultado apresentado, já que em alguns momentos o lugar geométrico apresentado pela construção da aluna fornecia várias circunferências concêntricas. O professor necessitou explorar outros softwares de geometria dinâmica para buscar uma resposta condizente para ele mesmo e para a aluna. Em situações como essa os participantes do grupo chamaram a atenção para as possíveis amotinações que podem ocorrer na sala de aula. Para André o professor, apesar de não ter a obrigação de saber tudo, tem que estar o mais preparado possível, pois se em toda situação imprevista o professor passar o problema para o aluno isso pode fazer com que o estudante perca a confiança no docente ou o interesse pela aula. Dessa forma, a zona de risco não acaba trazendo possibilidades de aprendizagem para os envolvidos.

[Reunião do grupo]

Guilherme: Então vocês concordam com o Welder na postura que tem que ter. Por que ele falou assim “*você tem que deixar rolar para ver o que eles vão descobrir e o que você vai aprender*”. Mas por exemplo, acho que os dois fatos mais marcantes da oficina foram a soma dos ângulos internos do triângulo e do paralelogramo. Foram coisas que vocês resolveram na hora. Agora e se fosse algo que vocês não conseguissem resolver. Eu queria

saber o que vocês iriam falar o que vocês iriam fazer.

Começam a discutir

Ana Lígia: é, por que eles acham que os professores sabem tudo...

Keila: você tem que mostrar a eles que você não é o dono da verdade, que você também pode errar e ai eles vão perceber que eles estão aprendendo juntos...

Welder: Ai ele perde a confiança no professor...

André: Tudo bem, você tem essa postura de o professor não sabe tudo. Isso não pode virar motivo de amotinação³⁵. Porque você não é detentor do conhecimento, isso é óbvio, principalmente na aula investigativa, mas você tem que manter uma postura tal em que não haja amotinação. Mas como assim amotinação? “ah, então o senhor não sabe e eu vou ter que descobrir”. (...) em termos gerais acho que a postura nessa zona de risco ela é decisiva para o término feliz ou infeliz da aula, porque você tem que ter essa postura humilde de um professor falar assim “isso eu não tinha pensado ainda” ou “eu não tinha pensado nessa hipótese ainda... vamos pensar juntos para ver” porque você vai apropriar o aluno do seu conhecimento e ele vai ver que não sabe mais que você. Mas eu acho que só essa de falar “ah na próxima aula eu te respondo”. Nunca me responderam.

Situações como essa aparecem constantemente no cotidiano de um professor, mesmo não utilizando a TIC em sua prática. Situações em que se faz necessário uma reflexão por um tempo maior devem ser encaradas como um fato normal em sala de aula. Porém, sempre que um professor não resolve algo ligado ao seu conteúdo ou algum fato imprevisto é importante que, no prazo determinado, traga um retorno ao aluno. Fatos como esses são o que, de acordo com Penteadó (2001), fazem a zona de risco se tornar um potencial para provocar mudanças e impulsionar o desenvolvimento dos envolvidos. Dessa forma o professor está aprendendo mais, pois está buscando um novo conhecimento ou uma estratégia para resolver uma situação inesperada, uma situação nova para ele.

O fato é que os participantes do grupo tiveram a oportunidade de explorar na prática a importância de se caminhar em direção à zona de risco. Mesmo com problemas técnicos ou com imprevistos causados pelas atividades, foi possível notar que o grupo teve tranquilidade nos momentos em que ela ocorreu. Como dito anteriormente, considero que isso aconteceu devido aos alunos já conhecerem a teoria, ou seja, se apropriaram da ideia de zona de risco antes de conhecê-la pela prática. Esse contato prévio pelos alunos foi muito importante para a realização da oficina e para o bom caminhar do grupo na elaboração das atividades.

Penteadó e Skovsmose (2008) valorizam que caminhando em direção à zona de risco o professor pode aperfeiçoar sua prática profissional, pois a incerteza e a imprevisibilidade geradas em um ambiente informatizado podem trazer possibilidades para o desenvolvimento do aluno, do professor e de situações de ensino e aprendizagem. Além disso,

³⁵ Amotinar: rebelar, opor, revoltar.

uma zona de risco possui a potencialidade de provocar mudanças e impulsionar o desenvolvimento de todos os envolvidos.

O trabalho em grupo também foi muito importante para que os participantes pudessem ter um suporte para suas dúvidas, pois sozinho o professor terá poucas condições para avançar nessa direção. Uma das soluções é possibilitar mais oportunidades da participação de professores em grupos de estudos. Um exemplo nessa direção são os grupos formados com apoio da Fapesp³⁶ na modalidade de auxílio ao Ensino público. Há vários deste tipo no estado de São Paulo, e em particular o projeto Marasca – Unesp - Fapesp³⁷. Esse projeto, coordenado pela Miriam Godoy Penteado tem como objetivo encontrar subsídios para a melhoria do ensino e da aprendizagem de Geometria no meio da escola pública utilizando TIC e materiais manipulativos. Para o projeto, estabeleceu-se uma parceria entre professores de matemática da E. E. Prof.^a Heloísa Lemenhe Marasca e pesquisadores e alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Unesp de Rio Claro. O grupo faz o planejamento das atividades e o desenvolvimento das mesmas através de encontros na universidade e na escola. Trabalhos como este propiciam mais condições para que professores tenham oportunidades de engajar-se em grupos de estudos e desenvolver diferentes estratégias para melhoria de sua prática profissional.

³⁶ -Fundação de Amparo à pesquisa. <http://www.fapesp.br/>

³⁷ <http://redeinterlink.wordpress.com/projetos/marasca-unesp-fapesp/sobre-marasca-unesp-fapesp/>

7.3. Design do software

Para o trabalho com o grupo de estudos foi utilizado o software Geogebra. No segundo capítulo foi realizada uma apresentação desse software e a razão pelo qual foi adotado. Nessa parte do trabalho, trago algumas discussões referente à visão dos participantes do grupo de estudos a respeito desse software e do ambiente GD bem como sua importância para o trabalho com atividades investigativas.

Os participantes do grupo de estudos já haviam utilizado outro software de geometria dinâmica, no caso o Cabri-Géomètre, durante um semestre na disciplina de Geometria na universidade. Isso facilitou a familiarização com o Geogebra, pois já possuíam habilidades para utilizar o modo arrastar e explorar as ferramentas básicas de construção geométrica. Além disso, o trabalho realizado no curso de extensão também foi muito importante, pois conheceram o funcionamento não apenas das ferramentas e operações básicas, mas puderam explorar recursos mais sofisticados do software, como, por exemplo, a utilização de variáveis que podem ser alteradas instantaneamente pelo usuário apenas com o arrastar de um botão.

O Geogebra, como os demais softwares de geometria dinâmica, possui muitos recursos e vantagens para ser explorado em sala de aula. Os participantes do grupo de estudos visualizaram esses aspectos tanto como alunos, já que participaram do curso e utilizaram o Cabri em uma disciplina da graduação, quanto na condição de professores, pois tiveram a oportunidade de elaborar atividades e trabalhá-las com alunos da escola básica. Devido a isso, no momento em que os participantes discutem as vantagens e desvantagens desse ambiente de aprendizagem, pode-se notar uma mistura em seus discursos, pois ora falam como o software facilitou a aprendizagem deles próprios, e ora como futuros professores, mostrando as contribuições que o ambiente é capaz de propiciar para os alunos.

Analisando o software como futuros professores, um dos primeiros aspectos que o grupo destacou foi a possibilidade de explorar os conceitos da matemática no software, isto é, a possibilidade de trabalhar com assuntos propriamente da matemática, pois o usuário necessita conhecer o conceito matemático de cada ferramenta. Além disso, o grupo destacou que outra grande vantagem é a possibilidade do aluno modificar uma construção e observar as mudanças em tempo real, ou seja, as mudanças que acontecem instantaneamente conforme arrasta pontos pela tela. Clements et al (2008) afirmam que os ambientes de geometria dinâmica podem beneficiar estudantes no desenvolver do entendimento sobre formas e figuras geométricas. Para esses autores, em muitas ocasiões os estudantes passam de um nível visual

de entendimento geométrico para níveis de descrição/análise ou até mesmo abstração/relação. Na fala de André, é possível notar essa visão.

[Reunião do grupo]

André: Como ferramenta, eu achei muito interessante e vantajoso o software. Principalmente na parte de investigação porque você pode trabalhar conceitos. Porque o conceito de uma coisa é muito importante. Eu sempre me lembro de uma frase que diz "não existe nada pior do que uma imagem pouco nítida de um conceito impreciso". Isso é quando você vê uma coisa que é um conceito que você não sabe o que é, entendeu? A hora que eu falei para um menino assim "o que são retas paralelas?" O menino não sabia. Então eu disse que são retas que jamais se cruzam e mostrei no programa para ele, afastando o zoom para ele ver. Então deixei ele explorando. Então falei sobre retas coincidentes também. Então dá para trabalhar com um conceito e ele "ver" o que você está falando. Por exemplo, quando trabalhamos com inclinação de reta você pode explorar a janela de álgebra e pedir para ele construir uma reta e mudar os coeficientes angulares. Ele vai ver o que está acontecendo. A vantagem é a interatividade dele poder movimentar e dele poder construir com aquela ferramenta. Acho que para o aluno é muito vantajoso. É horrível você construir duzentos gráficos no caderno. Eu odiava isso porque tinha que fazer tabela, colocar valores para o x. Para aluno é muito vantajoso (...) vi também potencial de você trabalhar trigonometria, semelhança de triângulos, função, etc., com uma ferramenta que não é, como eu vou dizer, uma coisa nova. E a informática desperta o interesse.

Outro grande potencial que o grupo destacou foi o modo arrastar do software. Conforme Clements et al (2008) destacam o modo arrastar é, sem dúvida, a principal característica de um software de geometria dinâmica. Os participantes do grupo afirmaram que esse recurso é muito importante, pois permite ao aluno explorar aspectos da geometria que dificilmente seriam vistos num ambiente que utiliza apenas lápis, papel, compasso etc. Além disso, concordando com Valente (1993), os participantes do grupo destacaram que o professor deve tomar cuidado ao se trabalhar com o software para que este não se torne uma "lousa digital". Utilizaram essa expressão para ilustrar a situação em que o professor utiliza o programa apenas para mostrar ao aluno alguma figura pronta ou teorema. Para o grupo, isso seria a mesma coisa que trabalhar na sala de aula da forma tradicional. Borba e Penteadó (2001) mostram que, quando o professor assume os possíveis riscos e utiliza a informática em sua prática às vezes, para que não encontre dificuldades, acaba utilizando o ambiente da mesma forma que conduz sua aula, ou seja, conduzindo os alunos aos mesmos passos, possibilitando assim ter um domínio total da situação e do ambiente. Para os autores posturas como estas não contribuirão para as mudanças desejáveis.

Reforçando a importância do modo arrastar, o grupo comparou o Geogebra com um software gráfico que haviam conhecido através de uma oficina realizada em sua

universidade. Os participantes afirmaram que esse software gráfico acaba se tornando mais difícil de interagir, pois não é possível arrastar seus objetos pela tela do computador. Claro que eles não tiveram a oportunidade de explorar mais a fundo esse programa e conhecer as possibilidades que ele possui, principalmente para o trabalho com investigações matemáticas. Porém isso mostra como os participantes se apropriaram do software GD, mais especificamente do modo arrastar, mostrando que a falta desse recurso, na visão deles, dificulta a exploração dos alunos.

Outra vantagem destacada pelo grupo é que trabalhando em um ambiente GD é possível explorar diversos assuntos em uma mesma tarefa. Para os participantes, essa característica permite ao professor explorar conteúdos diferentes em poucas Fichas. Isso vai ao encontro do que afirmam Hollebrands, Laborde e Sträber (2008), sobre os ambientes GD propiciarem ligações entre os aspectos gráficos, espaciais e geométricos.

[Reunião do grupo]

André: O que eu vi de interessante no Geogebra, não só no arrastar. O arrastar te dá n possibilidades de se fazer variações do mesmo exercício. Mas até do arrastar tem um negócio interessante. Aqueles dois meninos que estavam lá atrás. Eu perguntei para eles "o que acontece quando você arrasta esse vértice ai?" dai responderam "a, mudou o 'jeitão' do triângulo". Falou nessas palavras. Acho que esse negócio de mudar a forma do exercício talvez seja uma das coisas mais interessantes, porque ele pode pensar que qualquer exercício de qualquer "jeitão" tem jeito de formalizar para você responder aquela questão. "Ah o triângulo é de tal 'jeitão'" pode até chegar na ideia de isósceles, equilátero, etc. Você pega o que ele trás e ajuda ele a pensar "mas se mudar o jeito. Faz ai com os três lados diferentes. Mas agora quero três lados diferentes, mas com um dos ângulos seja reto". Você já pode cair no teorema de Pitágoras. E por ai vai. Acho que a interatividade que o aluno poder construir é muito interessante.

Keila: dá para você fazer uma atividade em cima da outra. A gente fez várias atividades que eram uma ligada à outra.

André: A gente estava montando as Fichas, mesmo que em grupos separados, a gente saia de uma atividade e foi indo para outra. Você vê que todas elas têm ligações. A gente as fez com ligações. Mas eu não sabia o que cada grupo estava fazendo. Tinha a ideia, mas não imaginava como os outros estavam construindo as atividades. Claro que o Guilherme estava junto e tudo. Acho que as atividades com o modo arrastar tem essa finalidade na geometria de poder estar ligadas. Você começa às vezes fazendo qualquer teoria no quadro e até você desenvolver a teoria para chegar a outro conceito o aluno já foi embora. É um processo lento. E lá (com o software) você faz antes e depois você formaliza ou ao contrário.

Analisando o software na visão que possuem como alunos, os participantes do grupo também afirmaram que o Geogebra facilita a ilustração visual dos conteúdos e também o trabalho com investigações matemáticas. Isso vai ao encontro do que afirmar Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) a respeito da utilização de ferramentas como os ambientes de

geometria dinâmica. Para os autores esses ambientes facilitam “a recolha de dados e o teste de conjecturas, apoiando, desse modo explorações mais organizadas e completas e permitindo que os alunos se concentrem nas decisões em termos do processo” (p.83).

[Reunião do grupo]

Ester: Acho que o software facilitou bastante quando a gente trabalha com investigação. Porque quando fizemos aquele curso de extensão com você tinham muitos conceitos que eu não lembrava mais, então quando os exercícios pediam para fazer alguma coisa você ia lembrando. Acho que facilitou bastante.

Camila: Acho que dá para fazer coisas que, tipo, tem figuras que são praticamente impossíveis fazer na lousa e muito difícil fazer no lápis e papel.

Guilherme: Então é um recurso de fácil visualização?

Camila: Eu acho que quando a gente visualiza as coisas a gente consegue entender mais, pelo menos eu sou assim. Se você fala uma coisa para mim eu tento ficar imaginando como é, agora se eu vejo já tenho uma noção maior de como é.

Camila destacou que, no curso de extensão, realizou uma construção da função $f(x) = \sin^a(x) + \cos^a(x)$ alterando a para valores muito altos (Figura 41). Para ela, fazer essa construção com lápis e papel seria impossível. Para Hollbrands, Laborde e Sträber (2008) os ambientes de geometria dinâmica permitem essas conexões entre aspectos gráficos, espaciais e geométricos, auxiliando o aluno na visualização de aspectos da matemática.

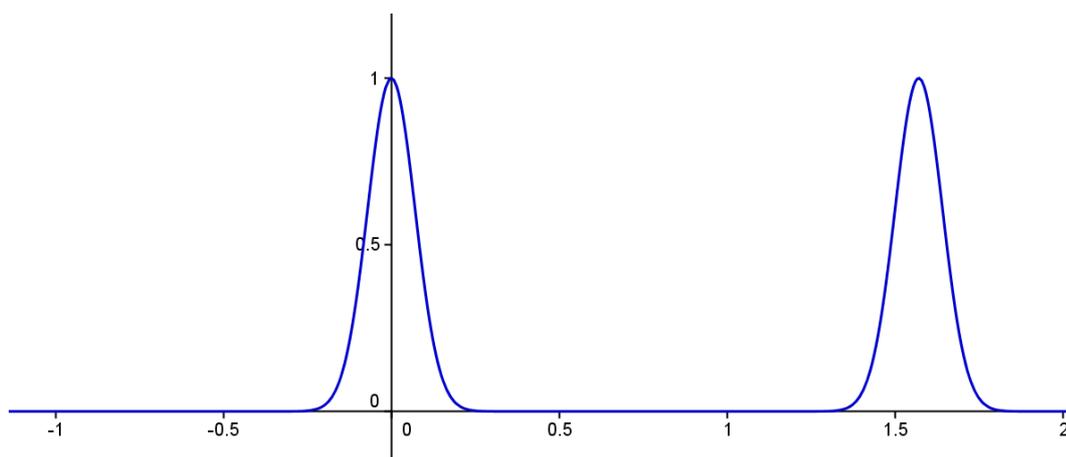


Figura 41 - Fato ilustrado por Camila quando $a = 200$, no intervalo de -1 a 2.

Considero que, como o Geogebra é um programa de código aberto, as sugestões do grupo podem ser muito válidas para uma futura implementação de recursos novos ao programa. Isso não foi feito no grupo, registro aqui apenas como uma possibilidade caso

alguém venha a fazer um trabalho semelhante, ou seja, que sugestões de melhorias sejam enviadas para uma comunidade na internet que realiza essas mudanças.

Para os participantes, o Geogebra possui uma interface amigável, ou seja, as ferramentas do software são facilmente encontradas e sua tela possui um formato simples e eficiente. Por exemplo, os botões das ferramentas de construção são grandes e aparecem em destaque na tela do computador (Figura 42). Além disso, o programa possui um pequeno campo ao lado desses botões que indica a forma correta de utilizar cada ferramenta. Para o grupo, os recursos como mudança de cor de um objeto, do formato das linhas, de marcação dos ângulos etc., também são fáceis de ser explorados.



Figura 42 - Botões de ferramentas do Geogebra.

Outro ponto que chamou atenção foi o fato do Geogebra possuir um eixo de coordenadas cartesianas e uma malha para facilitar a localização de pontos nesse eixo. Os participantes do grupo afirmaram que as marcações nos eixos são dinâmicas, sendo possível que o usuário utilize a ferramenta “zoom” aumentando e diminuindo a visão da área de trabalho do software, evidenciando o maior número possível de pontos nesses eixos. Para o grupo, isso facilita principalmente quando os alunos iniciam o trabalho de localização de pontos com coordenadas x e y . Da mesma forma, o usuário pode trabalhar com o conceito de reta numérica apesar de haver um limite a partir do qual não é mais possível ampliar a visão sobre os valores situados no eixo.

O grupo também afirmou que a característica mais interessante do software é que fornece uma representação algébrica e uma geométrica para um mesmo objeto o que, segundo os participantes, facilita a investigação matemática. No diálogo abaixo, André relata um fato ocorrido no dia em que atuou como professor da oficina realizada na escola pública. Nessa situação, o aluno o questiona a respeito de que uma reta não estava passando por dois pontos. Nesse momento ele utiliza a janela de álgebra para mostrá-lo que o ponto existia, mas estava “escondido”, pois não seria usado no exercício.

[Reunião do grupo]

André: Dentro do que a gente conhece os dois (o Cabri e o Geogebra) e a gente trabalhou praticamente o ano inteiro com o Cabri, mas a ferramenta Área, a ferramenta eixo, os botões

da forma que estão situados, a janela algébrica, o campo de entrada, tudo isso são ferramentas que facilitam muito. Por exemplo, na parte da oficina naquela atividade que tinha duas retas aconteceu o seguinte: tinha dois pontos em uma reta e um ponto só na outra reta. Então uma dupla falou assim "ah, mas a reta não passa por dois pontos? Cadê o ponto dessa aqui?". Então fui lá na janela de álgebra e mostrei para ele "olha, está aqui, é que ele está desabilitado" e habilitei o ponto para ele ver. Ele está "escondido".

Outra vantagem destacada pelo grupo é que ele possui a ferramenta “protocolo de construção”. Esse é um recurso que permite imprimir na tela os passos realizados pelo usuário do programa para realizar certa construção ou estratégia para resolver uma atividade. Por exemplo, depois de o aluno ter realizado a construção de uma circunferência, o professor pode utilizar o protocolo de construção e compreender as etapas que o aluno utilizou para sua construção, notando o raciocínio que foi utilizado. Nesse exemplo, o aluno poderia ter realizado a construção de duas maneiras: Na primeira construiria dois pontos sobre a tela e utilizaria a ferramenta “*círculo definido por seu centro e um ponto*”, atingindo assim o objetivo. De outra maneira o aluno poderia ter construído um segmento de reta e utilizado seu tamanho como raio da circunferência, através da ferramenta “*círculo dado centro e raio*”. A Figura 43 mostra essas construções. Observe que no primeiro caso o usuário utilizou dois passos a menos que no segundo.

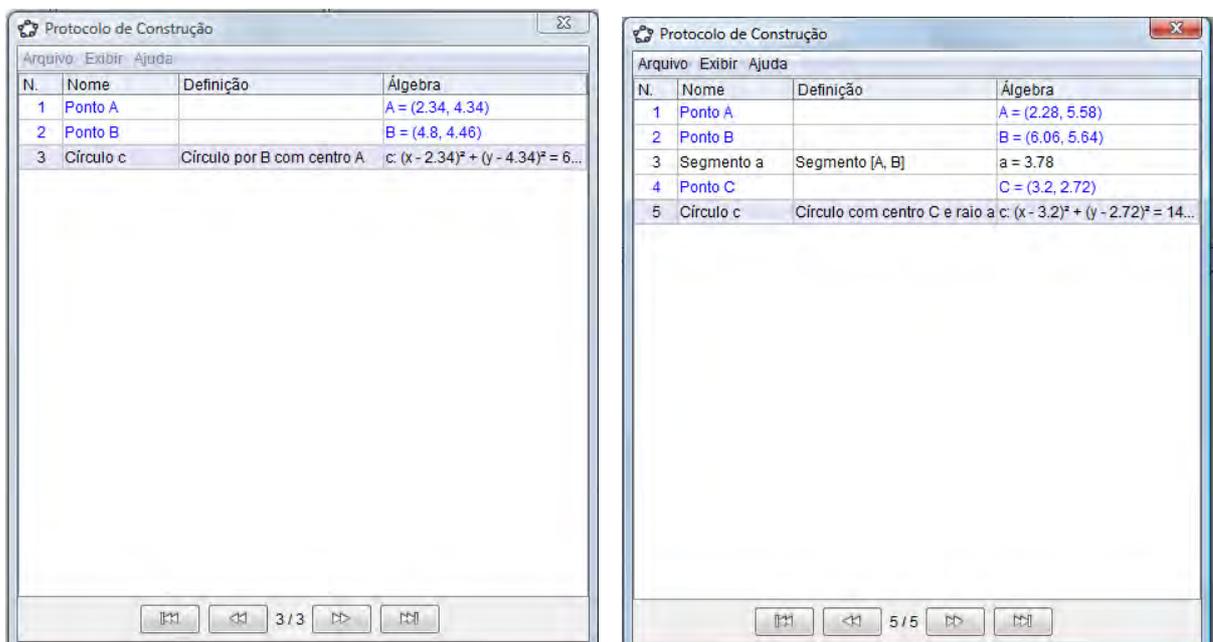


Figura 43 - protocolo de construção de duas formas de construir uma circunferência.

Outra característica importante do Geogebra mencionada pelos participantes é que o fato de ser um software livre é muito bom, considerando-se que muitas escolas não possuem recursos financeiros para adquirir um software pago.

Uma dificuldade encontrada pelos participantes do grupo no trabalho com o Geogebra foi a maneira de se fazer cálculos no programa. Eles são feitos através do campo de entrada e isso difere muito de uma calculadora usualmente encontrada nos computadores. Por exemplo, para fazer alguma operação, o usuário precisa definir uma variável que receba esse valor. Assim, diante da necessidade de se realizar o cálculo $(24 + 12 + 12) \div 2$, o usuário deve digitar a expressão no campo de entrada e o valor é armazenado em uma variável, digamos a . Para saber o resultado o usuário necessita procurar na janela de álgebra a respectiva variável. Na Figura 44 é possível ver como essa situação ocorre.

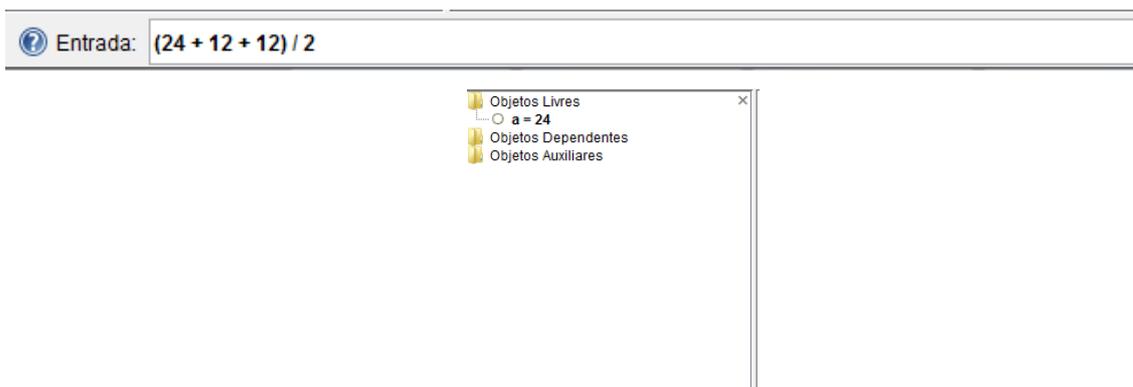


Figura 44 - Ao digitar a operação no campo de entrada o resultado aparece na janela de álgebra

A vantagem disso é que a variável a pode ser retomada posteriormente para ser utilizada em outro cálculo. Apesar disso, os participantes sugeriram que o software tivesse uma calculadora semelhante à do Cabri-Géomètre, no qual é possível fazer contas e arrastar os resultados para área de trabalho. O grupo afirma que, adicionando esse recurso ao Geogebra o tornaria ainda mais eficiente no trabalho em sala de aula.

[Reunião do grupo]

Keila: a vantagem do Cabri é a calculadora que ele tem. Acho que ela é melhor que o campo de entrada. Se tivesse no Geogebra seria ótimo.

André: Se a gente descobrisse alguém que trabalha na área de programação podíamos pedir para colocar lá no Geogebra, por que ele é aberto e essa é outra vantagem que o programa tem. Aquele negócio do Cabri de você arrastar o valor e já jogar na calculadora e você tirar o valor de, por exemplo, trinta e cinco ponto alguma coisa ele não vai colocar esse valor, ele vai colocar o valor a , o valor b etc. a hora que você arrasta. Isso é mais interessante porque isso é dinâmico. Aquele valor a hora que você muda alguma coisa ele também será variado.

Eu acho que isso é interessante. Mas o Geogebra como ferramenta em si ele é excelente. Lógico, como toda ferramenta, ele não está pronto, você vai desenvolvendo de acordo com o que você precisa utilizar.

Apesar de todas as vantagens citadas pelos participantes do grupo, o Geogebra apresenta limitações como qualquer outro software. Conforme discutido no item 7.3, essas limitações precisam ser conhecidas e exploradas pelo professor no sentido de tornarem-se possibilidades de aprendizagem.

7.4 Contribuições do grupo de estudos

Nessa seção serão apresentadas as contribuições que os participantes atribuíram a sua participação no grupo de estudos. No capítulo IV foi defendida, com base na literatura, a importância de um grupo de estudos na prática profissional do professor. Os trabalhos de Murphy e Lick (1998), Ferreira (2003), Ferreira (2006), Gimenes e Penteado (2008) e Lima (2009) mostram que um grupo de estudos propicia a reflexão dos participantes visando melhorar suas práticas e encontrar soluções para superar os desafios que a profissão docente se depara.

Sobre as reflexões feitas pelos participantes em relação ao trabalho no grupo de estudos, destaco cinco elementos: reflexões dos participantes quanto ao estudo de teorias; suporte do grupo para atuar na escola; suporte do grupo na elaboração de atividades investigativas; prática como docente e estímulo em buscar novos conhecimentos.

É importante salientar que o grupo de estudos formado para a pesquisa não tinha que prestar conta a nenhum avaliador externo. Dessa forma, existiu autonomia para planejar e decidir o encaminhamento do trabalho. Conforme as dúvidas surgiam, um participante ajudava o outro na busca de uma solução. De acordo com Murphy e Lick (1998), além da aprendizagem mútua, o grupo de estudos propicia um suporte que permite que os indivíduos exponham suas ideias, compartilhando e refletindo juntos. Além disso, todos tinham o mesmo objetivo: crescer individualmente e coletivamente através de uma nova prática, conhecendo teorias e uma nova ferramenta, tendo uma primeira experiência como docentes, através da realização da oficina com alunos da escola pública.

Considero que nosso grupo se encaixa no que Murphy e Lick (1998) chamam de grupos independentes, pois apesar dos participantes estarem ligados à universidade, os encontros aconteceram de forma autônoma, onde o grupo decidiu que assuntos abordar nas atividades e em que nível escolar desenvolvê-las. Além disso, se dispuseram a participar independente de certificação, contagem em hora de estágio ou qualquer outro benefício dessa natureza.

Apesar de Murphy e Lick (1998) afirmarem que é difícil uma aplicação no contexto escolar do que é produzido em grupos independentes, já que os indivíduos na maioria das vezes não possuem vínculos com a mesma instituição, nosso grupo foi uma exceção. Como já visto, os participantes tiveram a oportunidade de desenvolver uma oficina

elaborada pelo grupo em uma escola pública. Os autores também destacam que nos grupos independentes o número de faltas tende a ser maior, pois a responsabilidade de cada indivíduo pode parecer menor. Apesar disso, como já citado, o número de ausência nas reuniões foi muito pequeno, limitando-se a apenas três faltas (Welder no segundo encontro, Silmara no quarto e Camila no oitavo encontro). Isso mostra que quando os participantes possuem objetivos em comum a tendência é que o envolvimento seja ainda maior.

Nos próximos itens dessa seção, discuto cinco elementos que, com base na teoria, considero ter sido as contribuições do grupo de estudos no desenvolvimento profissional dos envolvidos.

7.4.1 Estudo de teorias

Baseado nos dados da pesquisa é possível afirmar que a participação em um grupo de estudos por alunos de um curso de licenciatura propiciou aos licenciandos a oportunidade de conhecerem novas teorias dentro da Educação Matemática. Camila destacou que a participação no grupo foi de extrema importância para sua vida profissional afirmando que talvez não encontrasse um espaço como esse em sua formação. Para a participante, o grupo foi uma possibilidade de estudar uma nova teoria e uma prática diferente daquela que estava acostumada enquanto aluna. Esse suporte que o grupo ofereceu à participante foi uma contribuição essencial para a futura prática em sala de aula não apenas de Camila, mas de todos os participantes. Murphy e Lick (1998) destacam que pelo fato de um grupo de estudos propiciar a seus participantes a possibilidade de terem novas atitudes, conhecimentos e habilidades juntamente com a oportunidade do apoio mútuo existente nesses ambientes, é muito provável que as novas aprendizagens sejam usadas no local de trabalho de cada participante. Na fala de Camila, a importância de conhecer uma nova prática caminha com a preocupação de que poucas pessoas de sua turma puderam ter o contato com uma teoria que, até aquele momento, não havia sido explorada em sua formação.

[Reunião do grupo]

Camila: Nós fomos muito felizes em participar de um grupo como esse porque nem todo mundo tem essa oportunidade na faculdade, de estudar coisas que não vimos em sala de aula. Por exemplo, na nossa sala quantos alunos têm? Quantos estão participando do grupo? Entendeu? Então a gente está vendo aqui que a Matemática pode ser estudada de formas diferentes. Não sei se veríamos isso na faculdade esse ano ou ano que vem, mas esses momentos estão sendo muito válidos. Se não estivéssemos aqui, quando fossemos para a sala de aula nossa forma de trabalhar seria a mesma que meus professores tiveram. Aqui com o

grupo a gente está vendo que tem outras formas de trabalhar. Acho que são poucas as pessoas que querem mudar.

Keila afirmou que através dos encontros conheceu o método de investigação matemática em sala de aula, e isso é algo que a participante levará consigo. Afirmou também que, mesmo já conhecendo a exploração de jogos matemáticos em sala de aula, acredita que ao mesclar a utilização de várias práticas é possível criar mais oportunidades para a aprendizagem dos alunos. Isso vem ao encontro do que Murphy e Lick (1998) destacam sobre grupos de estudos. Para os autores, é muito importante que os participantes do grupo planejem futuras aplicações de estratégias dentro de suas áreas curriculares, numa tentativa de integrar novos planos com os objetivos e repertórios existentes.

[Reunião do grupo]

Keila: Para mim foi muito bom porque eu nunca tinha trabalhado com atividades investigativas no computador. Eu pensava mais numa aula que trabalhasse com um jogo e com isso ajudasse o aluno a chegar ao conhecimento a partir daquele jogo. A partir do momento que a gente viu que a oficina deu certo e os alunos conseguiram fazer as atividades e acharam interessantes, isso já é um novo pensamento, que dá para trabalhar com isso em sala de aula. Isso é possível e pode trazer boas contribuições para os alunos, que eles podem aprender mais. A gente viu que é uma boa para esses alunos. Eles gostaram da oficina e perguntaram até se iria ter mais. Eles gostaram, querem participar, querem aprender mais. O grupo contribuiu porque acho que com isso eu vou conseguir ser uma professora que vou utilizar uma atividade de investigação que dê certo na sala. É claro que não vou só usar isso. Por exemplo, vou usar uma aula de investigação no computador a cada uma semana ou mais ou menos. Eles irão gostar, porque hoje em dia todos gostam de mexer no computador, para diversão, lazer ou estudo. Todo mundo gosta. Então isso é um método interessante, de trabalhar com coisas que eles gostam. Isso pode ajudar muito os alunos.

André também destacou que, além da aprendizagem de novas teorias dentro da Educação Matemática, o contato com um novo tipo de software foi de muita valia para sua vida profissional.

[Reunião do grupo]

André: A partir do momento que eu venho para cá e cada semana a gente discute um texto novo, com um objetivo novo, com uma visão nova, visando à oficina, tudo isso é muito bom para cada um de uma maneira específica, mas para mim é porque eu sou apaixonado por Geometria. Conhecer o Geogebra mais profundamente no grupo foi muito interessante, pois como ferramenta eu acho que ele agiliza muito a compreensão do aluno. Eu me apropriei muito do programa.

7.4.2 Suporte para atuação na escola

Nas falas dos participantes é possível verificar reflexões a respeito do suporte fornecido pelo grupo de estudos para que pudessem trabalhar dentro do cenário escolar ainda no período de formação. Claro que o estágio supervisionado também fornece subsídios para que isso aconteça, mas através do grupo de estudos os participantes tiveram a oportunidade de atuarem como os responsáveis pelos alunos da sala, elaborando e trabalhando com as atividades da oficina.

Ao comentar de sua participação no grupo, Silmara destacou que essa oportunidade de realização de uma oficina foi fator positivo para sua formação. Afirmou ainda que o fato dos alunos conseguirem realizar e compreender as atividades que o grupo havia elaborado foi determinante para sua motivação em seguir a carreira docente. Como as demais participantes, Silmara destacou que conhecer uma nova prática para sala de aula também contribuiu para a sua identificação com a profissão docente.

[Reunião do grupo]

Silmara: Para falar a verdade eu não estava muito entusiasmada em dar aula. Agora, vejo diferente. Na hora em que um aluno fala assim “ah, eu consegui” é muito bom. Embora não tenha sido eu que tenha desenvolvido as atividades, é tão gostoso a gente escutar isso. O aluno falar que conseguiu. Eu acho que compensa as outras coisas. E o método investigativo eu nunca tinha visto isso na escola. Para minha formação, bom, eu gosto muito de geometria e o Geogebra facilitou. Até o Juarez³⁸ ficou bravo comigo em uma aula dele que tinha que fazer as atividades com o Cabri e eu abri o Geogebra. Eu não queria mais usar o Cabri. E eu fiz as atividades no Geogebra e não fiz no Cabri. Foi muito bom porque na escola eu aprendi geometria apenas com régua, compasso e tudo mais. (...) Foi muito bom, se o professor tivesse dado isso lá (na escola básica) teria sido muito melhor. (...) Eu gostei muito e para mim foi bastante proveitoso. Agora eu pretendo dar aula e pretendo usar atividades investigativas, usar o Geogebra, Cabri etc. Nem que não seja uma atividade investigativa também, mas usar os softwares para ensinar Geometria é muito fascinante. Assim, você ver a Geometria no quadro é muito diferente do que você ver na tela.

Em certo momento de sua fala a participante apresenta um discurso que, mesmo ainda não atuando em sala de aula, deixa evidências de uma possível mudança de concepção sobre o ensino da Matemática. Para Murphy e Lick (1998) este tipo de mudança no comportamento dos professores é um dos principais alvos de um grupo de estudos.

³⁸ Juarez Garzon Rehder é professor de Silmara em uma disciplina da faculdade.

[Reunião do grupo]

Silmara: Eu acho que se eu fosse dar aula sem ter feito isso (participado do grupo) eu iria fazer como meus professores fizeram. Mas agora é diferente.

No início das reuniões do grupo foi possível notar muito acanhamento por parte dos participantes. Porém, conforme suas ideias eram valorizadas e discutidas por todos, eles foram, aos poucos, interagindo mais e participando intensamente das discussões. Além disso, as dificuldades apresentadas, suas opiniões e pontos de vista eram respeitados, bem como o esforço que cada um fazia para permanecer no grupo, já que, de acordo com Murphy e Lick (1998) “o coração do processo de um grupo de estudos é o que os professores estudam, o que investigam e o que fazem para tornarem-se mais habilidosos no trabalho com os alunos na sala de aula. Sem o conteúdo apropriado, o processo é vazio” (p.62, tradução nossa³⁹).

Com o passar dos encontros Ana Lígia destacou que o grupo ajudou principalmente para que perdesse sua inibição de falar em público. Afirmou também que conhecer uma nova forma de trabalho trouxe grandes contribuições para sua prática profissional.

[Reunião do grupo]

Ana Lígia: Foi muito proveitoso porque se eu não tivesse participado eu nunca teria conhecido o método investigativo. Até o estudo com o grupo eu nunca tinha ouvido falar pelo menos. Eu penso que é uma aula diferente e igual disse a Silmara, se eu não tivesse conhecido esse método iria dar aula igual meus professores deram. Também foi a primeira experiência que eu tive em dar aula, de entrar na sala de aula, achei muito bacana. Eu me soltei muito mais, eu era muito tímida, não conversava com ninguém, e fiquei muito abismada de eu ter dado aquela aula, de ter ficado na frente de todo mundo. Eu achava que não iria conseguir. Eu saí de casa naquele dia e falei para minha mãe que eu não iria conseguir que eu ia pedir para alguém dar aula no meu lugar, ia pedir para Camila, sei lá eu. Mas eu fiquei abismada que eu consegui. Achei que foi excelente esse nosso grupo aqui. Achei perfeito.

Guilherme: Então a Lígia do primeiro encontro é diferente da Lígia de hoje?

Ana Lígia: Extremamente, muito, muito.

Guilherme: Em quais aspectos?

Ana Lígia: De conversar, por exemplo. No primeiro encontro eu nem falava. Não falava nada, nem na sala de aula. Com o André mesmo eu nunca tinha conversado, com a Ester também. Com todo mundo. Eu nunca tinha conversado com ninguém daqui. Foi no grupo que criei vínculo que me abri que consegui me expor mais.

³⁹ “The heart of the study group process is what teachers study, what teachers investigate, and what teachers do to become more skillful in the classroom with students. Without appropriate content, the process is empty” (Murphy e Lick, 1998, p.62).

Da mesma forma que Ana Lígia, Ester também declarou que através dos encontros conseguiu perder o medo de expor suas opiniões, já que era muito tímida. A experiência em trabalhar com uma sala de aula também foi muito importante para a Ester.

[Reunião do grupo]

Ester: Eu concordo plenamente com a Ana Lígia, porque eu sou muito tímida. Então acho que esse grupo foi muito bom para mim. A oficina também foi muito boa, apesar de ser a Ana Lígia que estava lá, mas eu estava muito nervosa. Porque assim, eu estou fazendo estágio naquela escola e com a ferramenta que a gente usou lá foi o ideal para eles porque às vezes eu observo na sala de aula que eles nem prestam a atenção, que o professor fica falando sozinho, que eles não estão nem ai. Com a ferramenta, com o Geogebra, eles interagem mais, porque é no computador e todo mundo gosta. Eu acho que a gente tem que usar mesmo essa ferramenta, não em toda aula, mas como a Keila falou, a cada quinze dias, uma vez por semana, duas vezes por semana e tal. Então foi muito bom mesmo a participação no grupo.

Guilherme: Então como era a Ester do primeiro encontro e como é a Ester hoje?

Ester: Acho que mudou bastante. O pessoal mesmo pode falar alguma coisa. Eu sou muito tímida e mesmo agora eu ainda tenho muita vergonha de me expor. Para eu falar ficava tremendo. Acho que o grupo contribui bastante para começar a mudar essa postura.

7.4.3 Suporte para a elaboração de atividades investigativas

Durante a realização dos encontros, principalmente na elaboração das Fichas para a oficina, os participantes organizavam-se em duplas ou individualmente. Apesar disso, quando algum deles encontrava dúvidas relativas à Matemática ou à forma de montar as Fichas de atividades, recebia o auxílio de um colega. Welder foi muito ajudado por André, principalmente no momento de fazer os direcionamentos que ajudariam os alunos a investigarem sobre o conceito matemático envolvido na atividade. Esse tipo de auxílio ocorreu em vários momentos e com todos os participantes do grupo, não havendo acanhamento por não saber e nem preconceito para ensinar. Esse *auxílio mútuo* (MARPHY; LICK, 1998) esteve presente em praticamente todos os encontros do grupo, principalmente naqueles destinados à elaboração das atividades.

Ao refletir sobre sua participação nos encontros, Welder destacou que o grupo de estudos o auxiliou a ter uma melhor compreensão sobre a maneira de elaborar uma atividade investigativa para ser trabalhar em sala de aula, algo que sozinho talvez não conseguisse. Para Oliveira et al (1999) a existência de um grupo com professores ou pesquisadores, com interesses semelhantes, para discussão e elaboração de tais atividades, pode ser um aspecto

facilitador nesse processo. Isso porque esses grupos podem propiciar interações, trocas de experiências e reflexões capazes de ampliar o desenvolvimento e a capacidade de todos os participantes. Dessa forma, o grupo acaba contribuindo para que todos tenham autoconfiança no trabalho. Para esses autores, essa autoconfiança é um dos pré-requisitos para se produzir tarefas de investigação que alcancem os objetivos estipulados pelo professor.

Além disso, Welder destacou que o grupo também possibilitou a reflexão sobre sua concepção de ensino e aprendizagem da Matemática. Para ele, o estudo e a discussão coletiva da teoria foram capazes de propiciar uma visão diferente daquela a que estava acostumado no seu cotidiano como aluno.

[Reunião do grupo]

Welder: Acho que contribuiu em todos os sentidos. Porque na faculdade eu nunca imaginei que houvesse um grupo de estudos, por exemplo, os alunos vem se reúnem e estudam um tema. Porque dessa forma a gente vai estar, com se diz, melhorando nossas técnicas, melhorando nossos conhecimentos em alguma matéria. Outra coisa também é que eu ainda não tinha pensado em como eu iria dar aula. Agora com essas aplicações que fizemos, alias nem sabia o que era uma aplicação, eu nunca saberia montar um exercício, estimular nas perguntas. No grupo eu consegui fazer isso e mudou minha concepção em dar aula porque eu pensei “vou fazer como os outros professores fazem, chegar ali mandar abrir o livro e tal”, mas não da mesma maneira, agora tentar buscar o porquê das coisas, de onde veio a regra, o porquê desta forma e isso é muito legal, mostrar para o aluno porque ele vai saber o que ele está fazendo. Também achei muito legal o Geogebra porque eu agora sei que posso utilizá-lo na minha aula, assim, por exemplo, eu pego cinco aulas na semana, então eu dou quatro aulas em sala depois eu pego na quinta aula e levo para sala de informática. E também é muito legal para usar nas aulas (o Geogebra), é muito bom para aplicar o que estudou em geometria, porque eu acho que é muito difícil em geometria mostrar as coisas só na lousa.

7.4.4 Prática docente

A participação no grupo de estudos propiciou aos participantes a oportunidade de exercerem uma prática como docente de uma turma de alunos do ensino médio. A experiência de montar uma oficina com atividades investigativas, estabelecer metas para cada atividade e traçar objetivos coletivamente foram elementos importantes para o desenvolvimento profissional de cada participante. Esses elementos contribuem para que o licenciando tenha subsídios para decidir e opinar sobre a estruturação de um curso, por exemplo. Isso pode ser muito significativo para a carreira já que, de acordo com Ferreira (2006) são poucos os professores em exercício que possuem essa habilidade.

Considero que a participação dos licenciandos no grupo de estudos forneceu subsídios para que as novas metodologias estudadas durante os encontros fossem de fato incorporadas na futura prática docente desses estudantes. Ferreira (2006) destaca que a aprendizagem é o principal elemento do desenvolvimento profissional e da mudança. Para a autora

Professores e futuros professores trazem consigo o potencial da mudança e, ao aliar seus saberes e práticas ao estudo, aprendizagem e reflexão conjunta sobre temas trazidos por eles, mas fundamentados pela produção realizada em diversas instâncias (escola, universidade, governo etc.), torna-se possível desenvolver uma nova cultura escolar de investigação e construção coletiva (p.164).

A autora salienta que apesar desse processo parecer um crescimento contínuo e uniforme, cada pessoa apresenta um ritmo próprio de crescimento. Para Ferreira (2006) esse é um “processo que depende do tempo, das experiências vividas, das oportunidades, do apoio de outros, da forma pessoal de reagir e lidar com obstáculos, dentre outras variáveis” (p.164).

Na fala de Welder e Silmara, é possível perceber essa pré-disposição para mudanças, como evidenciado por Ferreira (2006).

[Reunião do grupo]

Welder: (...) mudou minha concepção em dar aula porque eu pensei “vou fazer como os outros professores fazem, chegar ali mandar abrir o livro e tal”, mas não da mesma maneira, agora tentar buscar o porquê das coisas, de onde veio a regra, o porquê desta forma e isso é muito legal, mostrar para o aluno porque ele vai saber o que ele está fazendo.

[Reunião do grupo]

Silmara: Eu acho que se eu fosse dar aula sem ter feito isso (participado do grupo) eu iria fazer como meus professores fizeram. Mas agora é diferente.

7.4.5 Estímulo na busca por novos conhecimentos

Cada participante teve empenho e dedicação para comparecer aos encontros trabalhar na elaboração das Fichas. Como já mencionado anteriormente, todos vinham de cidades diferentes daquela em que se localiza a universidade. Muitos tinham que tomar mais de uma condução e viajar cerca de uma hora para chegar ao local combinado. Outros precisaram pedir dispensa do emprego, pois trabalhavam aos sábados. Por isso, considero que, devido às dificuldades encontradas, os participantes se empenhavam mais na busca de novos

conhecimentos e novas práticas, valorizando cada minuto do encontro. Houve apenas três ausências, uma em cada reunião. Isso mostra o compromisso de cada um com o grupo. O que levou esses estudantes a enfrentar tantas dificuldades e, mesmo assim, permanecer centrados nos objetivos do grupo? Considero que a resposta para essa questão é o estímulo na busca por novos conhecimentos. Conforme Murphy e Lick (1998) a busca por novos conhecimentos é um ingrediente indispensável para o sucesso de um grupo.

Com base nos dados e na teoria considero que esse estímulo foi um fator determinante para que os participantes continuassem no grupo, já que, ao término dos encontros, a única coisa que “ganhariam” seria um possível crescimento profissional e experiência dentro do contexto escolar. Isso pode ser notado em falas como nas de André, em que mostra o interesse em continuar os encontros do grupo para o próximo ano, evidenciando uma vontade de conhecer cada vez mais novos assuntos e práticas para o seu repertório como professor.

[Reunião do grupo]

André: Eu fico muito satisfeito de ter participado do grupo e penso e projeto de continuar no ano que vem. Continuar em contato, ficar trocando e-mail, usar o Interlink também, para que a gente consiga uma vez por mês, num sábado. Os encontros têm que continuar. Podia conhecer outros programas, como o “Régua e Compasso”, por exemplo, que é outro programa, porque a gente pode usar o sistema de investigação em qualquer software. Eu acredito que em um grupo pequeno a gente tem um rendimento muito maior. Acho que a gente pode continuar com esse grupo ano que vem. Por exemplo, em uma semana um prepara uma atividade no computador ou fora desse contexto e passa para os demais, assim a gente pode dar sequência no projeto de investigação.

André afirmou também que o grupo foi um espaço para discussões relevantes, principalmente da teoria que estudamos. Através do grupo o participante teve contato com teóricos que não conhecia e se aprofundou no Geogebra, do qual gostou muito. Além disso, o crescimento pessoal e profissional, de acordo com André, foi uma contribuição significativa do grupo.

[Reunião do grupo]

André: O que eu acho que mais mudou foi essa visão do investimento pessoal e profissional. Pessoal, pela satisfação de trabalhar com todos vocês, pois acho que a gente criou esse vínculo e acho que foi muito interessante. Profissional, pois todos nós nos apropriamos de outra ferramenta de trabalho, conhecendo um novo software, Fizemos novas amizades, tivemos contato com pessoas de outras instituições. Tudo isso contribui para a formação acadêmica da gente de um modo singular, cada um se apropriou de um jeito.

Em outra fala abaixo, André mostra sua pré-disposição em buscar novos conhecimentos para a sua futura profissão docente, evidenciando uma procura pela sua emancipação como professor de Matemática. De acordo com Cyrino (2006) essa emancipação pode ser impulsionada e motivada pela reflexão. Em todos os encontros do grupo houve incentivo para a reflexão e exposição de opiniões, o que considero ter ajudado na busca por uma identidade como professores de Matemática.

[Reunião do grupo]

André: O que mais mudou, não do começo do nosso grupo, mas lá no curso de extensão do Geogebra foi que eu perdi meu emprego. Eu pedi dispensa do meu trabalho para fazer o curso de extensão. E eu não me arrependo. Logicamente que foi difícil vir para cá todo sábado, pagar gasolina, todos os empecilhos financeiros, contei com a ajuda da minha mãe e tal. Porque eu acredito que foi um investimento. Foi o argumento que eu usei quando eu pedi dispensa, porque eu tentei negociar primeiro para poder vir no sábado, e quando você avisou na sala que teria essa sequência do trabalho formando esse grupo de estudos, eu queria fazer parte porque eu conhecia o Cabri e no primeiro encontro do Geogebra eu vi que era muito mais interessante porque tinha a janela de álgebra, dá para trabalhar com função. Eu senti muito mais dificuldade com função e eu também adoro geometria.

Guilherme: nossa, eu não sabia disso. Você pediu demissão?

André: Sim e de eu ter pedido demissão eu não me arrependo porque, a partir do momento que eu venho para cá e cada semana a gente discute um texto novo, com um objetivo novo, com uma visão nova, a aplicação, tudo isso é muito bom para cada um de uma maneira específica, mas para mim é porque eu sou apaixonado por Geometria e quero muito crescer na minha profissão de professor.

O espaço formado pelo grupo de estudos forneceu subsídios para que os licenciandos tivessem condições de refletirem sobre sua própria prática (atual e futura), pois segundo Cyrino (2006) é importante criar oportunidades para que o futuro professor possa “aprender a construir e comparar novas estratégias de ação, novas formas de pesquisa, novas teorias e categorias de compreensão, novos modos de definir problemas (p.85). Para a autora, quando o licenciando tem essas ocasiões, ele poderá construir de uma forma singular o seu conhecimento profissional.

7.5 O desenvolvimento profissional dos participantes

Os participantes do grupo mostraram em seus discursos que a oportunidade de aproximar-se da docência ainda no processo de formação foi uma experiência única para seu desenvolvimento como futuros professores. Além disso, os depoimentos trazem evidências de uma postura que favorece a mudanças. Mudanças no sentido do futuro professor ser crítico na busca por conhecimentos e no engajamento através de novas aprendizagens (FERREIRA, 2006). O trabalho com uma metodologia diferenciada em sala de aula utilizando a tecnologia informática também propiciou uma nova visão sobre o ensino da Matemática aos futuros professores que possivelmente, de acordo com os depoimentos dos mesmos, será utilizada na prática profissional de cada um (MURPHY; LICK, 1998).

O bom andamento dos encontros do grupo e o possível sucesso em sua realização se devem ao fato de ter sido possível realizar grande parte das orientações sugeridas por Murphy e Lick (1998) quanto à organização e estruturação do grupo de estudos (veja Figura 16 no capítulo IV). Como sugerido pelos autores, o número de participantes do grupo foi relativamente pequeno. Logo no primeiro encontro foram estabelecidas as normas, onde os participantes concordaram coletivamente sobre os aspectos de convivência, como horário inicial e final dos encontros e a divisão das tarefas no momento em que elaboravam as atividades da oficina. Estabeleceu-se uma agenda regular, sendo que as datas foram combinadas coletivamente e com antecedência. Outro fator foi o desenvolvimento de um plano de ação em que houve um consenso de todos os participantes do grupo na elaboração da oficina, como por exemplo, a escolha dos professores e monitores da turma, a ordem nas quais as atividades estariam na apostila e o formato das Fichas. Nas reuniões do grupo de estudos também houve um incentivo aos participantes para que fizessem anotações pessoais no término de cada encontro. No grupo não existiam posições hierárquicas, ou seja, o *status* dado a cada participante sempre foi o mesmo. Dessa forma todos tinham o direito de colocar seus pontos de vista nas discussões sendo sempre ouvidos e respeitados. Houve uma avaliação do grupo sobre os encontros, principalmente depois daqueles relativos ao desenvolvimento da oficina na escola pública. Todos esses fatores foram importantes para que os licenciandos realmente se sentissem ativos e envolvidos em seu processo de desenvolvimento profissional.

Para responder os questionamentos dessa pesquisa, foram apresentadas cinco categorias de análise. Essas categorias trataram das reflexões dos participantes do grupo e foram divididas conforme descrito no início do capítulo.

Nessa última seção foi explorada às contribuições de um grupo de estudos na formação inicial de professores de Matemática. Mais especificamente, fundamentando-se em Murphy e Lick (1998), tentou-se discutir que a participação em um grupo de estudos ainda no período de formação foi um fator positivo para o desenvolvimento profissional desses licenciandos. Conforme Murphy e Lick (1998) afirmam, grupos de estudos eficazes são misturas, muitas vezes complexas, de várias atividades acontecendo simultaneamente. Para os autores, esses aspectos propiciam um desenvolvimento profissional para os educadores. Nos encontros realizados pelo grupo foi possível notar muitos desses aspectos, o que considero ter sido uma grande contribuição da pesquisa. Baseado em Murphy e Lick (1998) e em toda a análise dos dados realizada nesse capítulo é possível verificar um envolvimento dos participantes no que se refere a:

- **Planejar e aprender juntos:** os participantes tiveram a oportunidade de testar, dividir e refletir juntos sobre ideias e teorias, pois o grupo estudou e refletiu sobre assuntos relativos à Educação Matemática como investigações matemáticas em sala de aula e as dificuldades que surgem da interação com alunos em um ambiente que utiliza as TIC.

- **Suporte mútuo:** no momento da elaboração da oficina um participante ajudou o outro quando surgiam dúvidas relativas a conceitos matemáticos ou à estruturação das Fichas, existindo suporte principalmente na elaboração das atividades investigativas. Como mencionado, não havia constrangimento em ser ajudado e nem preconceito em ajudar.

- **Engajamento em questões genuínas, problemas e curiosidades por um período de tempo suficiente para deixar marcas sobre perspectivas, políticas e práticas:** durante os oito encontros do grupo verificou-se que existiu um envolvimento dos licenciandos com estudos em benefício da aprendizagem dos alunos. As questões que surgiam decorrentes das atividades investigativas, das curiosidades na exploração do Geogebra (tanto na concepção como alunos da licenciatura aprendendo Matemática quanto de futuros professores ensinando Matemática) e as dificuldades enfrentadas pelos participantes, principalmente no desenvolvimento das atividades com os alunos da escola pública, certamente deixaram marcas positivas para os licenciandos em sua futura prática como docente.

- **Construir conhecimento sobre o conteúdo, ao invés de meramente consumi-lo:** o estudo de novos conteúdos e a apropriação dos participantes de um software de geometria dinâmica, no caso o Geogebra, destacadas nesse capítulo, evidenciam que os membros do grupo construíram, de fato, uma concepção sobre os novos conteúdos, atuando como agentes ativos do seu processo profissional (FERREIRA, 2006).

- **Imersão em um trabalho fundamentado em ideias, materiais e colegas:** os comentários feitos pelos participantes do grupo aos colegas que foram professores e monitores nas oficinas, principalmente nos encontros de avaliação, evidenciaram que houve uma imersão dos participantes num trabalho fundamentado em valores, mostrando a preocupação dos mesmos não apenas com o individual, mas com o coletivo.

- **Contribuição para a teoria e a prática:** As contribuições do grupo de estudos estiveram relacionadas tanto ao conhecimento teórico quanto ao prático. Em relação a teoria, os participantes tiveram a oportunidade de estudar textos sobre pesquisas em Educação Matemática e também puderam ter suporte enquanto elaboravam atividades investigativas para posterior desenvolvimento. Da mesma forma, em relação à prática, tiveram suporte para atuar na escola como professores de uma turma do ensino médio, fato que talvez não encontrassem nos estágios supervisionados.

Em síntese, os resultados da pesquisa revelam várias contribuições para o desenvolvimento profissional dos envolvidos. Conforme Ferreira (2006) destaca esse é um “processo que depende do tempo, das experiências vividas, das oportunidades, do apoio de outros, da forma pessoal de reagir e lidar com obstáculos, dentre outras dificuldades” (p.164). O grupo conseguiu lidar com as adversidades que surgiram no caminho e os participantes apropriaram-se de teorias e aspectos da prática que podem ajudá-los na atuação profissional.

Considerações Finais

Esta pesquisa foi direcionada pela seguinte pergunta: **“Quais contribuições pedagógicas a participação em um grupo de estudos traz para futuros professores de Matemática quando inseridos em um ambiente de geometria dinâmica?”**. Para isso, primeiramente, foi necessário um estudo mais detalhado sobre alguns temas da Educação Matemática tais como o uso de tecnologia da informação e comunicação na educação; os ambientes de geometria dinâmica e suas implicações para o trabalho docente; a investigação matemática em sala de aula; a formação de professores de Matemática no Brasil; o processo de aprendizagem na docência e como elaborar e estruturar um grupo de estudos. O estudo desses temas foi muito importante para a criação de subsídios na busca por uma resposta à questão norteadora.

Posteriormente procurou-se formar um grupo de estudos com alunos de um curso de Licenciatura em Matemática. A formação desse grupo só foi realizada depois de um curso de extensão organizado por mim e minha orientadora em uma instituição formadora de professores do interior de São Paulo. Nesse curso os participantes puderam conhecer o software Geogebra e trabalhar com uma série de atividades investigativas de geometria plana e de funções.

Terminado o curso, vários alunos se interessaram em continuar os encontros. Devido a problemas de disponibilidade não foi possível que todos os participantes do curso de extensão trabalhassem no grupo de estudos da pesquisa. Apesar disso, sete alunos se interessaram e, dessa maneira, foi possível a formação do grupo de estudos que forneceria os dados para a pesquisa.

O grupo de estudos elaborou uma série de Fichas com atividades investigativas em um ambiente de geometria dinâmica e desenvolveram-nas com alunos do primeiro ano do ensino médio de uma escola estadual próxima à universidade. O grupo realizou um estudo prévio de teóricos como Skovsmose (2008), Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) e Borba e Penteado (2001), que forneceram subsídios para a elaboração das atividades e suporte para o desenvolvimento da oficina na escola pública.

O processo realizado no grupo de discussão da teoria, elaboração das Fichas e desenvolvimento da oficina forneceu os dados para a pesquisa e a análise destacou várias contribuições para a formação do futuro professor. Baseado em Murphy e Lick (1998) a participação no grupo forneceu: a possibilidade dos participantes planejarem e aprenderem juntos; a existência de um suporte mútuo quando suas dúvidas surgiam; um engajamento em questões genuínas, problemas e curiosidades por um período de tempo suficiente para deixar marcas sobre perspectivas, políticas e práticas dos participantes; construíram conhecimento sobre conteúdos ao invés de meramente consumi-lo; imergiram em um trabalho fundamentado em ideias, materiais e colegas; contribuições para o conhecimento teórico e prático.

Uma consideração importante a ser feita é que existem indícios de que o grupo de estudos da pesquisa foi um *grupo colaborativo*. O grupo se encaixa no que Murphy e Lick (1998) definem como grupos independentes e, de acordo com Ferreira (2003), os grupos independentes podem ser considerados efetivamente grupos colaborativos, pois os indivíduos “escolhem participar, engajam-se em tarefas significativas para sim mesmos – uma vez que são decididas por eles – e se envolvem de forma intensa e autônoma na própria aprendizagem e crescimento profissional” (p.99, 100). É importante destacar que existe uma diferença significativa entre grupos *cooperativos* e grupos *colaborativos*. Segundo Ferreira (2003, p.81) na cooperação

as pessoas trabalham juntas por uma meta que não necessariamente é de todos. Em outras palavras, os participantes estão envolvidos por um motivo externo – simpatia pela meta, conveniência, necessidade –, mas, normalmente, a energia é despendida no sentido de executar tarefas e realizar ações sobre as quais tem pouco poder de decisão e autonomia.

Para a autora a “colaboração envolve maior reciprocidade e equidade através do projeto, ao passo que a cooperação admite responsabilidade e papéis mais variados” (p.81). Ferreira (2003) destaca que a colaboração necessita que a tomada de decisão seja realizada de forma conjunta. Diferentemente, na cooperação a decisão é frequentemente iniciada por uma

parte, sendo que cabe às demais pessoas fornecerem a ajuda e os serviços necessários. Hall e Wallace (1993, p.105), citados por Ferreira (2003), afirmam que relacionamentos de colaboração implicam que “todos os parceiros valorizem esta forma de trabalhar o suficiente para comprometerem-se a fazê-lo: eles escolhem se engajar em um trabalho conjunto para alcançar metas comuns”. Isso leva a concluir que a colaboração envolve “um grau significativo de parceria voluntária que a distingue de um relacionamento de dominação e submissão” (FERREIRA, 2003, p.82).

Além disso, em um trabalho colaborativo, Fiorentini (2006) destaca que existem três aspectos importantes: voluntariedade, identidade e espontaneidade. Para o autor, um grupo colaborativo é constituído por “pessoas voluntárias, no sentido de que participam do grupo espontaneamente, por vontade própria, sem serem coagidas ou cooptadas por alguém a participar” (p.54,55). Fiorentini (2006) também afirma que o apoio mútuo existente entre os membros do grupo é um fator fundamental para que este seja colaborativo. Baseado em uma série de pesquisas, o autor destaca diversas características existentes em um grupo de trabalho colaborativo que reforçam a ideia de que o grupo de estudos formado para a pesquisa foi um grupo colaborativo. Dentre elas:

- Participação voluntária;
- Forte desejo de compartilhar saberes e desejos;
- Momentos nos encontros para conversas informais, reciprocidade afetiva, etc.;
- Disposição para criticar, ouvir críticas e a mudar;
- Não existe uma verdade ou orientação para as atividades;
- O tempo de reunião é organizado para ser o mais produtivo possível;
- Existem confiança e respeito mútuo entre os participantes;
- Há compartilhamento de significados no grupo;
- Os participantes têm a oportunidade de produzir e sistematizar conhecimentos;
- Há reciprocidade de aprendizagem.

Não foi objetivo de a pesquisa caracterizar o grupo como cooperativo ou colaborativo. Apesar disso, as evidências apontadas sugerem que o grupo de estudos apresentou uma característica de colaboração ao longo dos encontros.

Outra consideração importante é que os participantes do grupo de estudos tiveram uma preparação prévia para a realização desse trabalho. Para tanto, participaram de um curso de extensão desenvolvido na perspectiva investigativa, além de terem o apoio de um grupo de

estudos e uma leitura mais detalhada da teoria relevante a investigações matemáticas na sala de aula. Dessa maneira, os participantes do grupo puderam envolver-se numa relação de proximidade entre a teoria e prática durante a participação nos encontros do grupo de estudos. Em consonância com Tanuri et al (2003), o termo prática aqui apresentado é entendido como uma atividade capaz de transformar a realidade natural e social. Para esses autores seu significado não pode ser de uma prática mecânica, mas necessita ser pensada, vinda de um projeto. Essa prática precisa ser intencionalizada.

Os dados da pesquisa mostram que a teoria estudada iluminou o caminho para a prática desses participantes. O estudo e o desenvolvimento das atividades com os alunos do ensino médio ocorreram em momentos próximos, diferentemente dos modelos de formação de professores “3+1”, por exemplo. Esse fato é muito importante para que a formação do futuro professor de Matemática seja pautada no paradigma da racionalidade prática, como proposto por Mizukami et al (2003), onde a formação é vista

segundo o modelo reflexivo e artístico, tendo por base a concepção construtivista da realidade com a qual o professor se defronta, entendendo que ele constrói seu conhecimento profissional de forma idiossincrática e processual, incorporando e transcendendo o conhecimento advindo da racionalidade técnica (p.15).

Para Ferreira (2006) o desenvolvimento profissional do futuro professor de Matemática deve ser tomado como um processo que se permeia ao longo de toda experiência profissional que o licenciando tem com o ensino e a aprendizagem, não possuindo uma duração preestabelecida e nem ocorrendo de forma linear. Tanuri et al (2003, p.215) afirmam também que

a formação de um professor é um processo que ocorre ao longo da vida, ou seja, o professor começa a ser formado antes da licenciatura e continua a ser formado depois dela. É um **processo de formação intelectual e cultural e que envolve aspectos de natureza ética e política**. Dessa forma, é importante que um curso de formação de professores ofereça aos seus alunos, além de uma aproximação com o campo epistemológico da pedagogia e da área específica na qual atua, experiências diversificadas de formação e de cultura geral.

Isso mostra a importância da relação entre a teoria e prática do licenciando ocorrer em períodos próximos em sua formação. De acordo com Ortale (2007) uma visão de ensino e aprendizagem na formação inicial do professor que dissocia teoria e prática, acaba dificultando a compreensão e reflexão sobre o próprio fazer do futuro professor. Lima e Reali (2002, p.221) destacam que

a aprendizagem docente, portanto, não funciona como um mero sistema de adição ou substituição de alguns conhecimentos por outros. Por isso, trata-se de academicismo ingênuo crer que o professor, em contato com uma série de fundamentos disciplinares, será capaz, de maneira automática, de transferir determinados conceitos, saberes, atitudes, valores, habilidades do contexto acadêmico ao profissional.

Os resultados da pesquisa permitem afirmar que, as experiências de aproximação entre teoria e prática nos cursos de licenciatura possibilitam uma reflexão sobre a prática e um posicionamento teórico sobre o ensino e aprendizagem da Matemática. Se o desenvolvimento das atividades da oficina elaboradas pelo grupo tivesse ocorrido muito tempo depois dos estudos realizados pelos participantes, estes não teriam condições de fazer tais reflexões. Isso sugere a importância de os cursos de licenciatura em Matemática fornecerem essa aproximação na formação inicial do professor. Além disso, Ortale (2007, p.46) afirma que “uma das tarefas dos cursos de licenciatura, e também de formação contínua, é criar oportunidades para que os alunos reflitam sobre as possíveis origens das escolhas metodológicas realizadas em sala de aula”. Assim, de acordo com Tanuri et al (2003, p.224)

o conceito de prática não implica em uma contraposição à teoria, ao contrário, pressupõe com esta uma íntima vinculação. É desta forma que a teoria passa a contribuir com a atividade prática. Essa contribuição deverá ocorrer na medida em que a teoria passa a ajudar no esclarecimento da situação onde a prática se desenvolve. Ela contribui na interpretação de dados, elementos e condições da realidade que nos apresenta e que pretendemos reforçá-la ou transformá-la. No entanto, a atividade prática se não orientada por uma intenção e sem a reflexão teórica, se não conduzida a partir de um projeto, esclarecido pela teoria, ela se mantém mecânica, cega, sem direção e, por isso, sem eficácia.

A pesquisa aqui apresentada mostrou que a participação em grupo de estudos por alunos da licenciatura em Matemática traz contribuições importantes para os licenciandos no que diz respeito à sua formação profissional. Todos ampliaram seus conhecimentos didáticos acerca dos conteúdos utilizados nas atividades elaboradas e também tiveram contato com a possibilidade de explorar a tecnologia da informação e comunicação com alunos do ensino médio. Apesar disso, cada participante assimilou esses saberes de uma forma particular. Isso decorre, de acordo com Ferreira (2006) da experiência, do estágio de vida, da história pessoal e das características pessoais de cada participante.

Além disso, é importante destacar que os resultados obtidos neste trabalho não são independentes da configuração da pesquisa, isto é, o ambiente de geometria dinâmica, por exemplo, teve influência nos resultados. Considero que se o grupo tivesse trabalhado em

outro ambiente como, por exemplo, que utilizasse materiais manipulativos, os resultados poderiam ter sido diferentes.

Além das contribuições para os licenciandos posso afirmar que para mim, na condição de pesquisador, trouxe um crescimento pessoal e profissional significativo. Trabalhar com alunos no período de formação foi algo que ainda não havia acontecido em minha carreira. O fato de preparar um curso de extensão e desenvolvê-lo com vários alunos da licenciatura em Matemática, e em seguida formar um grupo menor com esses estudantes, tendo a responsabilidade de preparar o conteúdo a ser estudado, orientá-los enquanto elaboravam a apostila com as Fichas de tarefas, cuidar da organização de um laboratório de informática de uma escola estadual na qual nunca tive contato e, além de tudo, participar de discussões muito relevantes, contribuiu para meu crescimento como professor e pesquisador em Educação Matemática já que estive numa posição que exigiu muita responsabilidade e preparo teórico prévio para que tudo saísse conforme o planejado.

O estudo realizado e os resultados obtidos reforçaram a importância da proposta de grupo de estudos no período de formação inicial de professores, a qual sempre considerei significativa para o futuro professor. Apesar disso, é importante destacar que há muito que se pesquisar sobre esse assunto. Isso leva a vários caminhos que podem ser percorridos e, um tema em particular que pretendo perseguir, é como se desenvolveria a dinâmica em um grupo de estudos formados por futuros professores que também apresentasse, além dos encontros presenciais, um ambiente virtual para os encontros. Dessa forma novos resultados podem ser obtidos e reforçar a importância de um espaço como este no período de formação inicial de professores de Matemática.

Referências

ALMEIDA, M.E.B. Tecnologias na educação: dos caminhos trilhados aos atuais desafios. *Bolema*, Rio Claro, n.29, p.99 a 129, 2008.

ALRO, H.; SKOVSMOSE, O.; *Diálogo e aprendizagem em educação matemática*. Coleção Tendências em Educação Matemática. Tradução: Orlando Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006, 160 p.

ALVES, D. S.; *Simetria axial: uma seqüência didática para alunos da 6ª série com o uso de software de Geometria Dinâmica*. 2005. 198f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco.

ARAÚJO, I. B.; *Uma abordagem para a prova com construções geométricas e Cabri-Géomètre*. 2007. Dissertação 291f. (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

BAULAC, Y., BELLEMAIN, F., LABORDE, J.M. (designers); *CABRI: The interactive geometry notebook Cabri-Géomètre*. [Computer software]. Pacific Grove, CA: Brooks-Cole, 1992.

BAULAC, Y., BELLEMAIN, F., LABORDE, J.M. (designers); *CABRI II* [Computer software]. Dallas, TX, Texas Instruments, 1994.

BICUDO, M.A.V., Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA M.C. e ARAÚJO J.L. *Pesquisa qualitativa em educação matemática*, Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p.101 a 114.

BIOTTO D.F. *O desenvolvimento da matemacia no trabalho com projetos*, 2008, 100f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

BORBA, M.C.; PENTEADO, M.G. *Informática e educação matemática* – 2.Ed. Belo Horizonte – Autêntica, 2001.

BROCARD, J. *As investigações na sala de aula de matemática: um projeto curricular no 8º ano*. 2001. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Lisboa: APM.

CATTAL, M. D. S.; *Professores de matemática que trabalham com projetos nas escolas: quem são eles?*, 2008, 153f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

CLEMENTS D.H., SARAMA, J., YELLAND N.J., GLASS, B.; *Learning and teaching geometry with computers in the elementary and middle school*. In: BLUME G.W., HEID, M.K., (Eds). *Research on technology and the teaching and learning of Mathematics: Volume 1. Research Syntheses*. Charlotte, North Carolina, USA: Information Age Publishing, Inc., 2008, p.109-154.

COZZOLINO, A.M.; *O Ensino da perspectiva usando o Cabri 3D: uma experiência com alunos do ensino médio*, 2008. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

DIXON, J.K.; Computer use and visualization in students' construction of reflection and rotation concepts. *School Science and Mathematics*, ed.97,352-358, 1997.

FIorentini, D.; LORENZATO, S.; *Investigação em educação matemática – 2.Ed. rev.* – Campinas-SP, Autores Associados, 2007. – (Coleção Formação de professores).

FERREIRA, A. C.; *Metacognição e desenvolvimento profissional de professores de matemática: uma experiência de trabalho colaborativo*, 2003. 368f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

FERREIRA, A.C.; O trabalho colaborativo como ferramenta e contexto para o desenvolvimento profissional: compartilhando experiências. In: NACARATO, A.M., PAIVA, M.A.V. (orgs.), *A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas*. Belo Horizonte- MG, Editora Autêntica, 2006, p.149-166.

FIorentini, D.; Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA M.C. e ARAÚJO J.L. *Pesquisa qualitativa em educação matemática*, Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p.49 a 78.

FRANÇA, M.V.D.; *Conceitos fundamentais de Álgebra Linear: uma abordagem integrando Geometria Dinâmica*, 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

GIMENES, J., PENTEADO, M.G., Aprender Matemática em grupo de estudos: uma experiência com professoras de séries iniciais. *Zetetikê*, Cempem – FE – Unicamp – v.16 – n.29 – 2008, p.73-92.

GOLDENBERG, E.P.; Ruminations about dynamic imagery. In: SUTHERLAND R., MASON, J. (Eds), *NATO ASI Series F: vol.138. Exploiting mental imagery with computers in mathematics education*. Heidelberg, Germany: Springer-Verlag, 1995, p.202-224.

GOLDENBERG, E.P.; CUOCO, A.A.; What is dynamic geometry? In: LEHER, R., CHAZAN, D. (Eds); *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space*. London: Lawrence Erlbaum Associates, 1998, p. 350 – 367.

GOLDENBERG, E.P., SCHER, D., FEURZEIG, N.; What lies behind dynamic interactive geometry software? In: BLUME G.W., HEID, M.K., (Eds). *Research on technology and the teaching and learning of Matematics: Volume 2. Cases and Perspectives*. Charlotte, North Carolina, USA: Information Age Publishing, Inc., 2008, p.53-88.

HOHENWARTER, M. (designer); *Geogebra - Dynamic Mathematics for Schools*, versão 3.0, [computer software] 2007; Departamento de Matemática Aplicada da Universidade de Salzburgo, Áustria.

HOLLEBRANDS, K., LABORDE, C., STRÄBER, R.; Technology and the learning of geometry at the secondary level. In: BLUME G.W., HEID, M.K., (Eds). *Research on technology and the teaching and learning of Matematics: Volume 1. Research Systheses*. Charlotte, North Carolina, USA: Information Age Publishing, Inc., 2008, p.155-206.

JACKIW, N. (Designer). *The Geometer's Sketchpad* [computer software]. Barkeley, CA: Key Curriculum Press, 1991.

JACKIW, N. (Designer). *The Geometer's Sketchpad, v3.0* [computer software]. Barkeley, CA: Key Curriculum Press, 1995.

JACKIW, N. (Designer). *The Geometer's Sketchpad, v4.0* [computer software]. Barkeley, CA: Key Curriculum Press, 2001.

LABORDE, C. Enseigner la géométrie: permanences et révolutions, conférence plénière invitée [Teaching geometry: Permanence and revolution]. In GAULIN, C., HODGSON, B., WHEELER, D. & EGSGARD, J. (Eds.), *Proceedings of the 7th International congress of Mathematical Education* (Vol. 1, pp.47-75). Quebec, Canada: Presses de l'Université Laval, 1992.

LABORDE, C., LABORDE J.; The development of a dynamical geometry environment: Cabri-Géomètre. In: BLUME G.W., HEID, M.K., (Eds). *Research on technology and the teaching and learning of Matematics: Volume 2. Cases and Perspectives*. Charlotte, North Carolina, USA: Information Age Publishing, Inc., 2008, p.31-52.

LABORDE, C., CAPPONI, B.; Aprender a ver e a manipular o objeto geométrico além do traçado no Cabri-Géomètre. *Em Aberto*, Brasília, ano 14, n.62, abr./jun.1994, p.51-62.

LÉVY, P.; *Cibercultura*. Tradução de Carlos Irineu da Costa. São Paulo: Ed.34, 1999, 264p. (Coleção TRANS);

LIMA, E.F.; O curso de pedagogia e a nova LDB: vicissitudes e perspectivas. In MIZUKAMI, M.G.N.; REALI A.M.M.R., (Org.) *Formação de professores, práticas pedagógicas e escola*. (207-216). São Carlos, EdUSFcar, 2002, p. 205-216.

LIMA, L.F., *Grupo de estudos de professores e a produção de atividades matemáticas sobre funções utilizando computadores*, 2009, 174. Dissertação (Mestrado em Educação

Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

LIMA S. M., REALI, A. M. M. R., O papel da formação básica na aprendizagem profissional da docência (Aprende-se a ensinar no curso de formação básica?). In MIZUKAMI, M.G.N.; REALI A. M. M. R., (Org.) *Formação de professores, práticas pedagógicas e escola*. (207-216). São Carlos, EdUSFcar, 2002, p.217-236.

LOURENÇO, M. L., A Demonstração com informática aplicada à educação. *Bolema*, Rio Claro, n.18, pag. 82 a 92, set. 2002.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A., *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*, São Paulo: EPU, 1986.

KENSKI, V. M. *Tecnologias e ensino presencial e a distância*. Campinas. Papirus, 2003.

MISKULIN, R.G.S., PIVA Jr. D., A relação entre aprendizagem significativa e aprendizagem colaborativa: um estudo de caso utilizando TICs e mapas conceituais. In: MENDES, J.R. & GRANDO R.C., (org) *Múltiplos olhares: matemática e produção de conhecimento* (136-150), 2007.

MIZUKAMI, M.G.N.; REALI A.M.M.R.; (Org.) *Formação de professores, práticas pedagógicas e escola*. São Carlos, EdUSFcar, 2002, 350p.

MIZUKAMI, M.G.N., et al, *Escola e aprendizagem da docência: processos de investigação e formação*. São Carlos, EdUSFcar, 2003, 203p.

MIZUKAMI, M.G.N., Relações universidade-escola e aprendizagem da docência: algumas lições de parcerias colaborativas. In BARBOSA, R.L., (Org) *Trajetórias e perspectivas da formação de educadores*, (285-328). São Paulo: Editora UNESP, 2004.

MORAES, G.T.; *Um modelo para colaboração Síncrona em Geometria Dinâmica*, 2006. 132f. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

MURPHY, C.; LICK, D., *Whole faculty study groups: A powerful way to change schools and enhance learning*. Califórnia: Corwin, 1998.

OLIVE J.; Opportunities to explore and integrate mathematics with the Geometer's Sketchpad. In: LEHER, R., CHAZAN, D. (Eds); *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space*. London: Lawrence Erlbaum Associates, 1998, p.395-418.

OLIVEIRA, H., PONTE, J. P., SANTOS, L., & BRUNHEIRA, L. Os professores e as atividades de investigação. In P. Abrantes, J. P. Ponte, H. Fonseca, & L. Brunheira (Eds.), *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 97-110). Lisboa: Projecto MPT e APM, 1999.

ORTALE, F.L., Caminhos para a formação do professor reflexivo. In: GRANVILLE (org.), *Teorias e práticas na formação de professores*. Campinas, SP. Papirus, 2007, p.41-66.

PARZYSZ, B.; “Knowking” versus “seeing”: Problems of the plane representation of space geometry figures. *Educational Studies in Mathematics*, n.19, 79-92, 1988.

PENTEADO, M.G. Computer-based learning environments: risks and uncertainties for teacher. *Ways of knowing Journal*, 1 (2), 23–35, 2001.

PENTEADO, M.G.; BORBA, M.C. (Org) *A informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão*. São Paulo: Olho d’água, 2000.

PÉREZ GÓMEZ, A.I.; “A cultura escolar na sociedade neoliberal” – trad. Ernani Rosa. – Porto Alegre: ARTMED Editora, 2001.

PINTO, T. P.; *Linguagem e educação matemática: um mapeamento de usos na sala de aula*, 2009, 105f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

PONTE, J.P.; OLIVEIRA, H.; CUNHA, M.H.; SEGURADO, M.I.; *Histórias de investigações matemáticas*; Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998, 142 p.

PONTE, J. P., FERREIRA, C., VARANDAS, J., BRUNHEIRA, L. e OLIVEIRA, H. (1999). *A relação professor aluno na realização de investigações matemáticas*. Lisboa: Projecto Matemática Para Todos e Associação de Professores de Matemática.

PONTE, J.P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. *Investigações Matemáticas na sala de aula*. (Coleção Tendências em Educação Matemática, 7). Belo Horizonte: Autêntica, 2006, 152 p.

REHDER, J.G.; *O ensino noturno como palco para a formação de Licenciatura em Matemática*, 2006, 143f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

RICHIT, A.; *Projetos em geometria analítica usando software de geometria dinâmica: Repensando a formação inicial docente em Matemática*. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

ROCHA, A.; PONTE, J.P.; Aprender matemática investigando. *Revista Zetetikê*, v. 14, n. 26. p. 29-54; 2000

SERRAZINA, M.L., A formação para o ensino da matemática: Perspectivas futuras. *Educação Matemática em Revista*, Lisboa, ano 10, n.14, p.67 – 73, 2003.

SERRAZINA, M.L., Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em matemática num contexto de reforma curricular no 1 ciclo. Texto de apoio ao seminário no Programa de estudos de Pós-Graduação da PUC-SP, *Revista Quadrante*, 1999.

SKOVSMOSE, O.; Cenários de investigação. *Bolema*, Rio Claro, n.14, p.66 a 91, mar. 2000.

SKOVSMOSE, O.; *Desafios da reflexão em educação matemática crítica*; coleção Perspectivas em Educação Matemática; tradução: Orlando de Andrade Figueiredo, Jonei Cerqueira Barbosa. – Campinas – SP: Papirus, 2008, 138 p.

TANURI, L.M.; Formação de professores: História, política e processos de formação. *Revista Pesquisa Qualitativa*, São Paulo: SE&PQ. 2008, ano 3, n.1, p.73-92.

TANURI, L.M. *et al.* Pensando a Licenciatura na Unesp. *Nuances: estudos sobre educação*. Ano IX, v.09, n.9/10, jan/jun e jul/dez, 2003. pp. 211–229.

VALENTE, J.A.; *Computadores e conhecimento: repensando a educação*. Campinas, SP: UNICAMP, 1993.

VALENTE, J.A.; *Formação de educadores para o uso da informática na escola*. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 2003.

VELOSO E.; FONSECA H.; PONTE J.P.; & ABRANTES P.; (Orgs.), *Ensino da geometria no virar do milenio*, Lisboa: DEFCUL, 1999.

VYGOTSKY, L.S.; *Mind in society. The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1978.

ZULLATO, R. B. A.; *Professores de Matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica: Suas características e perspectivas*. 2002. 184f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

WINTERLE, P., *Vetores e Geometria Analítica*. São Paulo, Markron Books, 2000.

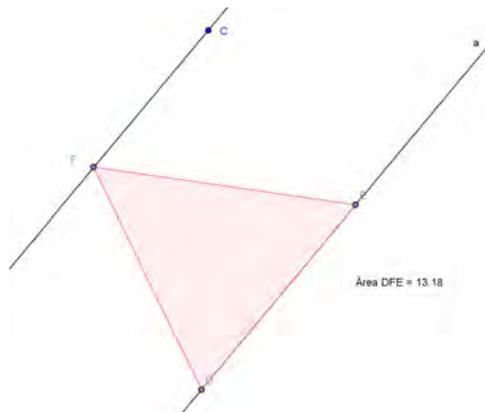
ANEXOS

Apostila elaborada pelo grupo de estudos

Ficha 1 – Triângulos

Parte A

1. Movimente os pontos D e E do triângulo. O que acontece com a área da figura?
2. Movimente o ponto F, observe o que acontece com a área do triângulo. Por que isso ocorre?
3. Movimente o ponto C, o que acontece? Por que isso ocorre?



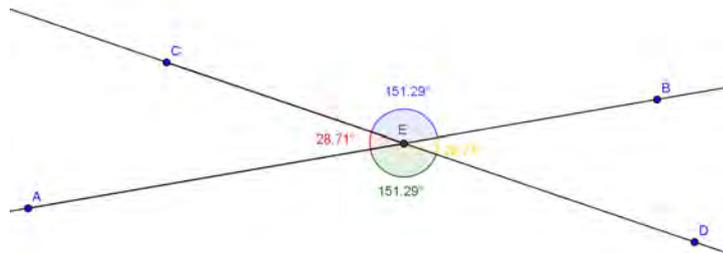
Parte B

1. Na barra de ferramentas, clique sobre o 7º botão e selecione a ferramenta “ângulo”. Em seguida clique dentro do triângulo. O que aconteceu?
2. Na barra de ferramentas, clique sobre o 4º botão e selecione a ferramenta “reta perpendicular”. Em seguida clique sobre o ponto “F” e a base do triângulo na reta “a”?
3. Selecione a ferramenta “ponto de interseção de dois objetos” (barra de ferramentas - segunda opção – terceiro botão). Em seguida clique sobre interseção da reta que representa a altura do triângulo com a reta “a”. O que aconteceu?

4. Podemos dizer que esse é um triângulo agudo? Justifique?
5. Clique sobre o ponto F e arraste-o para o lado externo do triângulo. Que tipo de triângulo teremos? Justifique sua resposta.
6. Arraste o ponto F até que ele fique sobre um dos vértices. Que tipo de triângulo teremos? Justifique sua resposta.

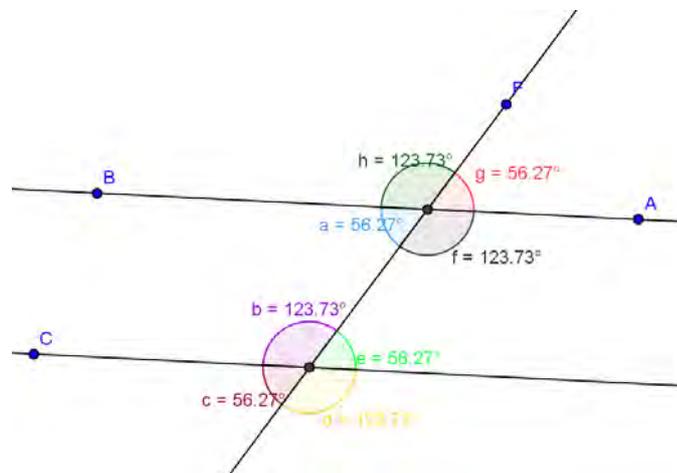
Ficha 2 – Ângulos opostos

1. Observando a construção na tela, o que poderíamos dizer sobre ela?
2. Que tipo de retas temos?
3. O que acontece quando arrastamos os pontos A, B, C e D?
4. Os ângulos opostos pelo vértice serão sempre congruentes?
5. Anote suas conclusões.



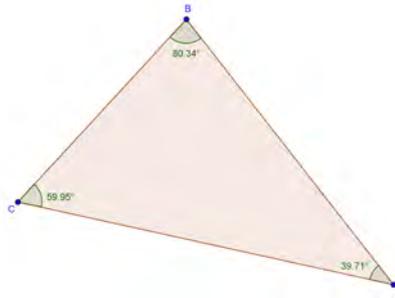
Ficha 3 – Ângulos alternos

1. Nessa nova construção o que você nota de diferente em relação a Ficha 2?
2. O que acontece quando arrastamos os pontos A, B, C, E e F?
3. O que acontece se movermos os pontos de forma que eles formem ângulos de 90° ? (Para facilitar, utilize a opção malha do programa – Exibir-malha). Por que isso acontece?
4. Quais os ângulos que mesmo arrastando os pontos continuam sendo congruentes? Como você generalizaria isso?



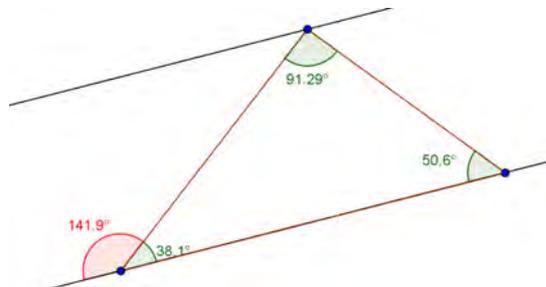
Ficha 4 – Ângulos internos do triângulo

1. Some os ângulos na sua calculadora. Qual foi o resultado?
2. Movimente os vértices do triângulo, modificando sua estrutura, e some os ângulos novamente. Qual foi o resultado agora?
3. Faça este procedimento novamente. O resultado da soma se modificou?
4. Que conclusão podemos tirar disso?



Ficha 5 – Ângulo externo do triângulo

1. Observe os ângulos marcados na figura. Que relação podemos fazer entre eles?
2. Essas relações são válidas quando movimentamos os vértices do triângulo? Explique o porquê disso.
3. Generalize suas observações.

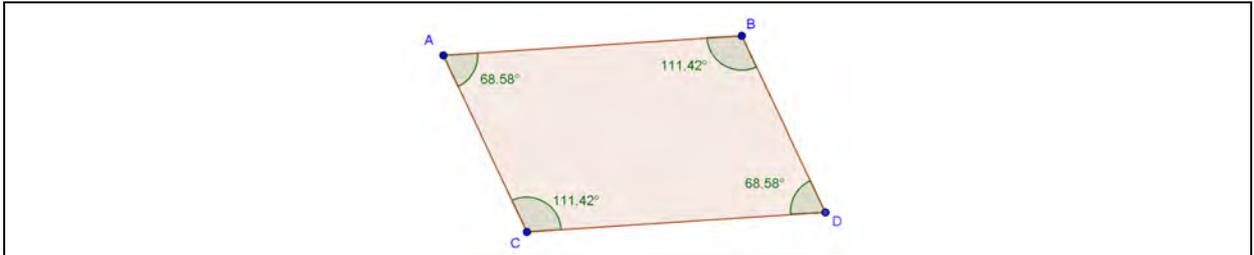


Ficha 6 – Ângulos do quadrilátero

Definição 1: Chamamos de quadrilátero, toda figura plana que possui 4 lados.

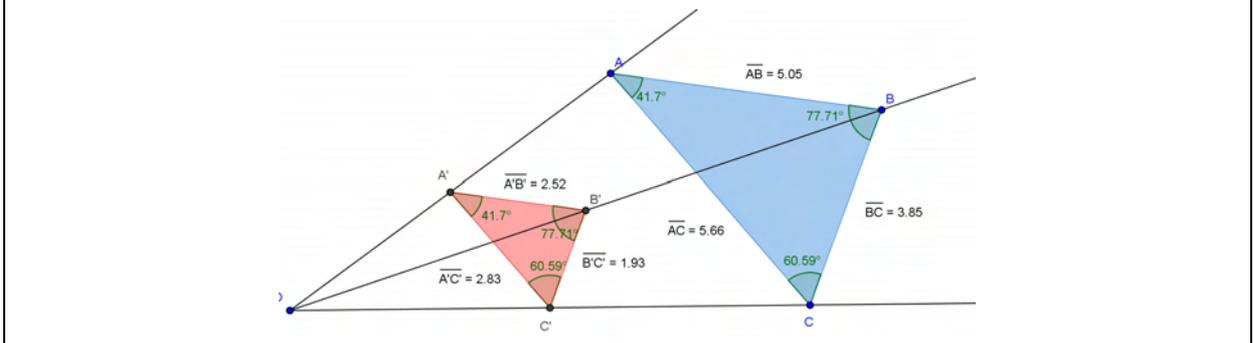
Definição 2: Chamamos de paralelogramo, todo quadrilátero que possui dois lados paralelos.

1. Some os ângulos na sua calculadora. Qual foi o resultado?
 2. Movimente os vértices do quadrilátero A, B ou C e some os ângulos novamente. Qual foi o resultado agora?
 3. Faça este procedimento novamente. O resultado da soma se modificou?
 4. Que conclusão podemos tirar disso?
 5. Que relações podemos fazer entre os ângulos desse quadrilátero?
- Baseado nas informações obtidas estenda a definição de paralelogramo.



Ficha 7 - Semelhança de Triângulos

1. O que você observa em relação à medida dos lados correspondentes dos dois triângulos?
2. Ao arrastar um dos vértices o que acontece com essa relação?
3. Determine a área dos dois triângulos. Utilize a ferramenta área (4º botão da direita para a esquerda) e clique sobre o polígono. O que você notou? Existe alguma relação entre essas medidas?
4. Determine o perímetro das figuras. Existe alguma relação entre essas medidas? Explique.
5. Baseado em suas observações, defina triângulos semelhantes.



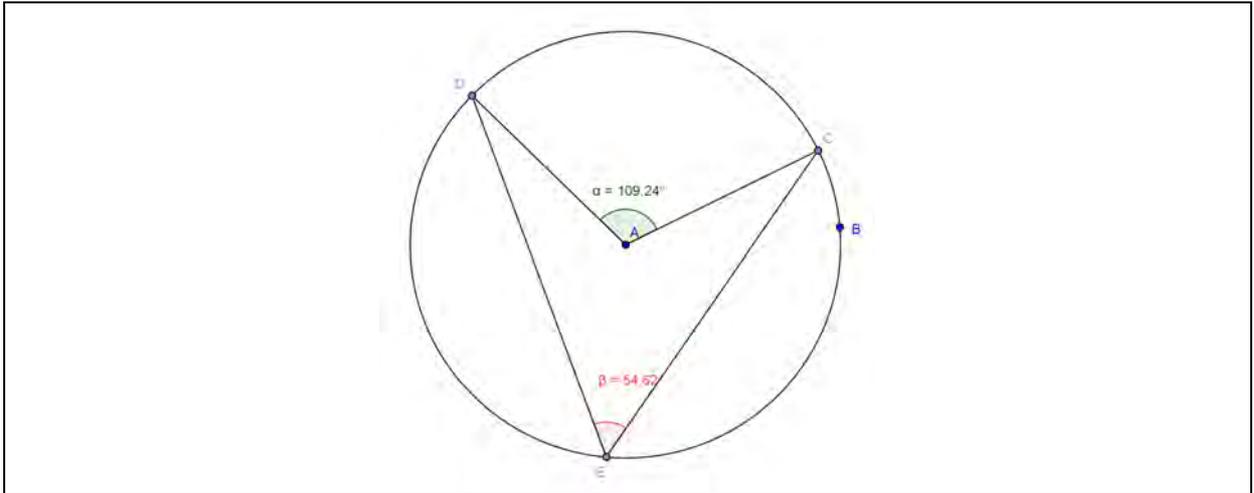
Ficha 8 – Ângulos na circunferência

PARTE A

1. Existe alguma relação entre os ângulos? Qual?
2. Ao arrastar o ponto E, o que você observa?
3. E se arrastarmos os pontos C e D, o que acontece? A relação do item nº 1 continua sendo válida?
4. Marque os ângulos externos aos ângulos inscrito e central.
5. O que você observa? A propriedade encontrada na questão de nº. 1 continua sendo válida?
6. Que generalização você consegue obter em relação ao ângulo central e ao inscrito?

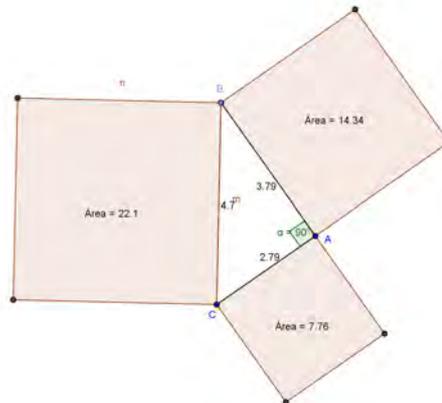
PARTE B

1. Arraste o ponto E até formar um quadrilátero.
2. Você consegue aplicar o teorema anterior para o quadrilátero encontrado?
3. Quais as relações que você pode retirar fazendo uso dos ângulos internos e externos do quadrilátero encontrado?



Ficha 9 – “Teorema” parte A

1. Qual o tipo de triângulo indicado na figura?
2. Existe alguma relação entre o quadrado maior e os dois quadrados menores? Que relação é essa?
3. Arraste os vértices do triângulo e verifique se a propriedade se mantém.
4. O que podemos observar em relação às medidas dos lados do triângulo?
5. Que conclusão podemos tirar disso?



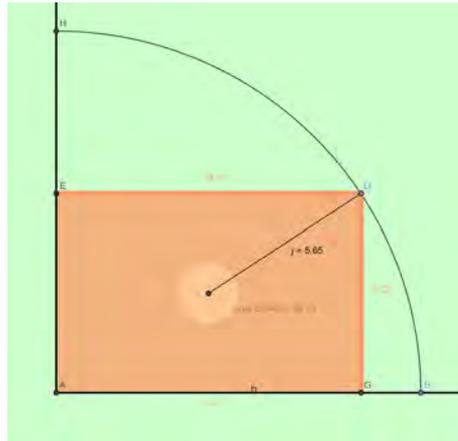
Ficha 10 – Teorema parte B

1. Utilizando a ferramenta Polígono Regular, construa triângulos equiláteros a partir dos lados do triângulo retângulo (Conforme a figura ao lado).
2. Utilizando a ferramenta Área, calcule a área dos triângulos equiláteros.
3. Que relação podemos obter entre o triângulo maior e os dois triângulos menores?
4. Arraste os vértices do triângulo retângulo e observe se essa propriedade continua valendo.
5. Que conclusão podemos tirar disso?
6. Existe alguma relação entre a Ficha 9 e a Ficha 10?

Ficha 11 – Beisebol

Um rebatedor de beisebol localizado sobre o ponto A, tem de percorrer o perímetro do quadrilátero para conseguir um *home run*, e marcar um ponto.

1. Qual é o conceito de perímetro?
2. Arrastando o ponto D sobre a semi-circunferência, o que acontece com o perímetro da figura?
3. Como definimos a área desta figura?
4. Arraste o ponto D e observe a área deste quadrilátero. O que acontece? Quando é possível obter a maior área? Justifique seu raciocínio.



Ficha 12 – Razões trigonométricas parte A

1. Utilizando a construção a seguir e sua calculadora, faça as seguintes operações:

- a) Segmento IH / DI
- b) Segmento JK / DK
- c) Segmento EG / DG

O que podemos observar em relação a essas medidas? Arraste um dos pontos da figura. O que você observa agora? Por que isso acontece? O que podemos definir?

2. Observe agora esses valores fazendo as seguintes operações:

- d) Segmento DH / DI
- e) Segmento DJ / DK
- f) Segmento DE / DG

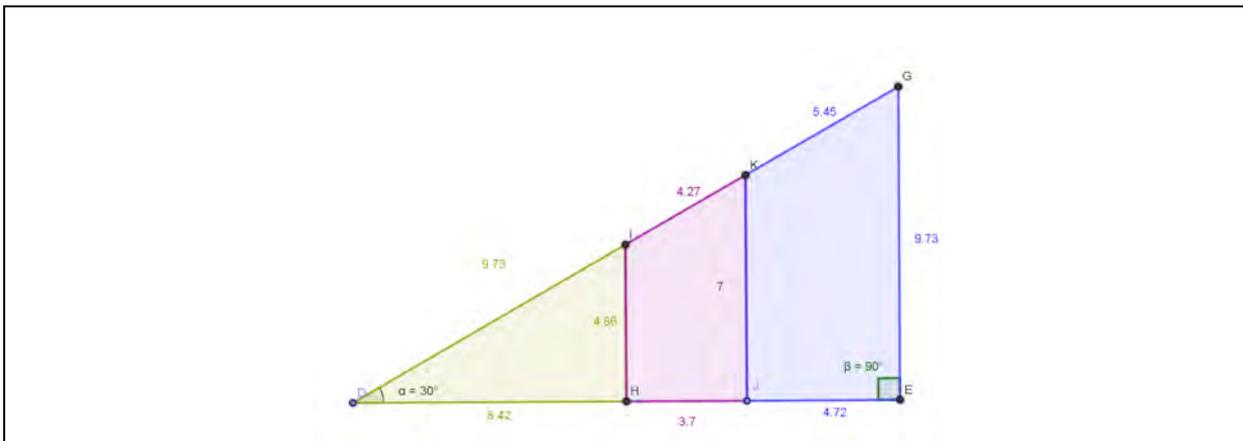
O que podemos observar em relação a essas medidas? Arraste um dos pontos da figura. O que você observa agora? Por que isso acontece? O que podemos definir?

3. E o que pode ser observado se fizermos os seguintes cálculos

- g) Segmento IH / DH
- h) Segmento KJ / DJ
- i) Segmento GE / DE

O que podemos observar em relação a essas medidas? Arraste um dos pontos da figura. O que você observa agora? Por que isso acontece? O que podemos definir?

4. Utilizando suas observações e cálculos o que podemos definir em relação a essas medidas se tratado de um triângulo retângulo.



Ficha 13 - Razões trigonométricas parte B

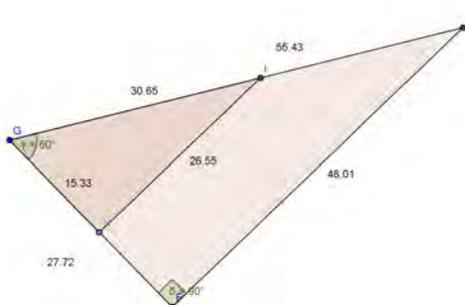
No exercício anterior podemos definir três relações geométricas muito importantes. No primeiro exercício exploramos a propriedade do seno de um ângulo, no segundo exercício exploramos a noção de cosseno, e no terceiro a noção de tangente, todos relativos ao triângulo retângulo.

1 - Utilizando a mesma ideia da Ficha anterior encontre as relações existentes nos seguintes triângulos dos arquivos “Ficha 13 – 45°” e “Ficha 13 – 60°” e preencha a tabela abaixo.

ÂNGULO	SENO	COSENO	TANGENTE
30°			
45°			
60°			

2 – Defina, com suas palavras:

- a)- Seno de um ângulo.
- b)- Cosseno de um ângulo.
- c)- Tangente de um ângulo.



Cartas de Cessão

CARTA DE CESSÃO

São João da Boa vista 01/06/2009

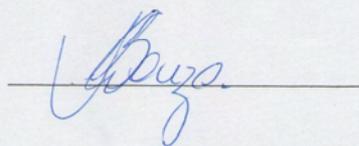
Eu, Silmara Louise da Silva de carteira de identidade número MG-14.348.019, brasileiro, residente à Rua Maria Angélica Assumpção Cagnani, nº 164, bairro Monte Almo , na cidade de Poços de Caldas, estado de Minas Gerais, declaro para os devidos fins que autorizo **Guilherme Henrique Gomes da Silva** a utilizar meu nome e toda informação captada durante as reuniões do grupo de estudo, realizadas no segundo semestre de 2008, na qual participei, para fins de sua pesquisa de mestrado a ser defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro-SP.

Silmara Louise da Silva

CARTA DE CESSÃO

São João da Boa vista 01/06/2009

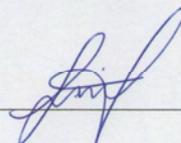
Eu, André Luis de Souza de carteira de identidade número MG. 14.315.465 e CPF 078.768.506-26, brasileiro, residente à Rua Faria Belo, 38 Bairro Vila Cruz, na cidade de Pocos de Caldas, estado de Minas Gerais, declaro para os devidos fins que autorizo **Guilherme Henrique Gomes da Silva** a utilizar meu nome e toda informação captada durante as reuniões do grupo de estudo, realizadas no segundo semestre de 2008, na qual participei, para fins de sua pesquisa de mestrado a ser defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro-SP.



CARTA DE CESSÃO

São João da Boa vista 01/06/2009

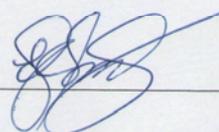
Eu, Camila Aparecida Moraes de carteira de identidade número MG-12.323.037 e CPF 090.395.286-67, brasileiro, residente à Rua Benedito Nhora, nº 115, na cidade de Andradas, estado de Minas Gerais, declaro para os devidos fins que autorizo **Guilherme Henrique Gomes da Silva** a utilizar meu nome e toda informação captada durante as reuniões do grupo de estudo, realizadas no segundo semestre de 2008, na qual participei, para fins de sua pesquisa de mestrado a ser defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro-SP.



CARTA DE CESSÃO

São João da Boa vista 01/06/2009

Eu, Ester Cristiane da J. Mauch Kovigati de carteira de identidade número 42.230.540-6 e CPF 317.733.058-16, brasileiro, residente à Rua Senente Alberto Mendes Junior 440, na cidade de São João da Boa Vista, estado de São Paulo, declaro para os devidos fins que autorizo **Guilherme Henrique Gomes da Silva** a utilizar meu nome e toda informação captada durante as reuniões do grupo de estudo, realizadas no segundo semestre de 2008, na qual participei, para fins de sua pesquisa de mestrado a ser defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro-SP.



CARTA DE CESSÃO

São João da Boa vista 01/06/2009

Eu, Ana Lígia Leite Rodrigues de carteira de identidade número 43.434.043-1 e CPF 380.035.698-85, brasileiro, residente à Rua José Leal de n° 724 - Corvalho Linte, na cidade de Exp. São do Limbel, estado de São Paulo, declaro para os devidos fins que autorizo **Guilherme Henrique Gomes da Silva** a utilizar meu nome e toda informação captada durante as reuniões do grupo de estudo, realizadas no segundo semestre de 2008, na qual participei, para fins de sua pesquisa de mestrado a ser defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro-SP.

Ana Lígia Leite Rodrigues

CARTA DE CESSÃO

São João da Boa vista 01/06/2009

Eu, Keila Bronze Molles da Silva de carteira de identidade número M6-19.450.320 e CPF 084.995.896-26, brasileiro, residente à Rua Éden José Simon, 21, na cidade de São João da Boa Vista, estado de São Paulo, declaro para os devidos fins que autorizo **Guilherme Henrique Gomes da Silva** a utilizar meu nome e toda informação captada durante as reuniões do grupo de estudo, realizadas no segundo semestre de 2008, na qual participei, para fins de sua pesquisa de mestrado a ser defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro-SP.

Keila Bronze Molles da Silva

CARTA DE CESSÃO

São João da Boa vista 01/06/2009

Eu, Welder Nogueira Tamarit de carteira de identidade número 45.161.680-7 e CPF 381.418.148-42, brasileiro, residente à Rua José Inácio Diniz, na cidade de São João da Boa Vista, estado de São Paulo, declaro para os devidos fins que autorizo **Guilherme Henrique Gomes da Silva** a utilizar meu nome e toda informação captada durante as reuniões do grupo de estudo, realizadas no segundo semestre de 2008, na qual participei, para fins de sua pesquisa de mestrado a ser defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro-SP.

Welder Nogueira Tamarit