

RESSALVA

Atendendo solicitação do autor, o texto completo desta dissertação será disponibilizado somente a partir de 27/10/2019.

IGOR THIAGO MINARI RAMOS

**PROJETOS DE CONTROLADORES ROBUSTOS CHAVEADOS PARA SISTEMAS
NÃO LINEARES BASEADOS NA DECOMPOSIÇÃO EM SOMA DE QUADRADOS**

Ilha Solteira

2018



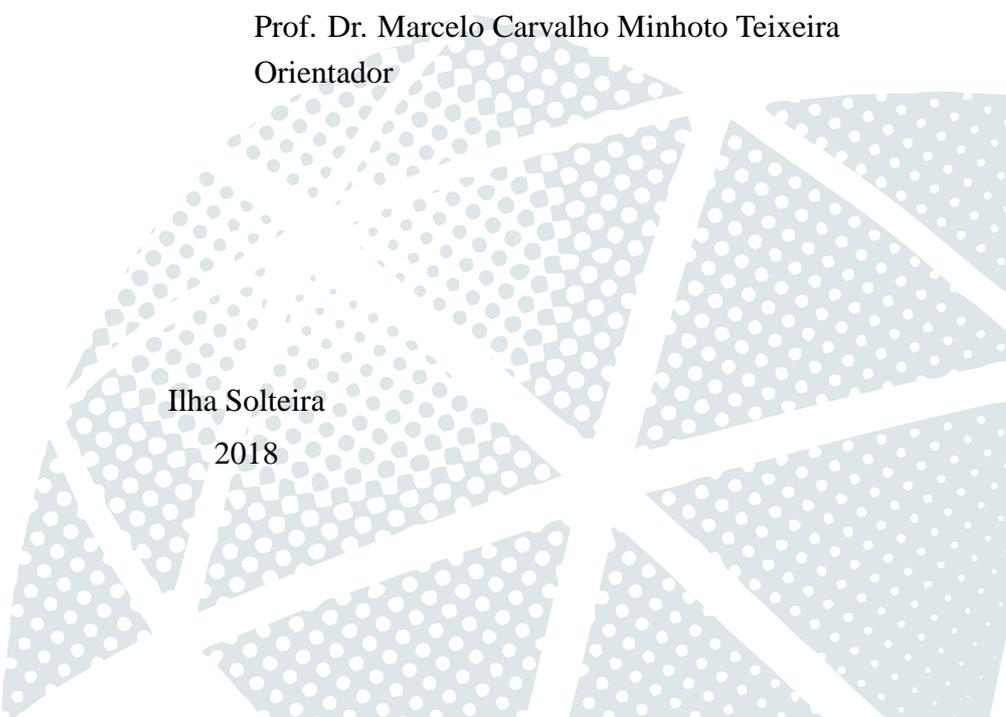
IGOR THIAGO MINARI RAMOS

**PROJETOS DE CONTROLADORES ROBUSTOS CHAVEADOS PARA SISTEMAS
NÃO LINEARES BASEADOS NA DECOMPOSIÇÃO EM SOMA DE QUADRADOS**

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia - UNESP - Campus de Ilha Solteira, para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.
Especialidade: Automação.

Prof. Dr. Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira
Orientador

Ilha Solteira
2018



FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

R175p Ramos, Igor Thiago Minari.
Projetos de controladores robustos chaveados para sistemas não lineares baseados na decomposição em soma de quadrados / Igor Thiago Minari
Ramos. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2018
99 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia . Área de conhecimento: Automação

Orientador: Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira
Inclui bibliografia

1. Controlador chaveado. 2. Modelos fuzzy polinomiais. 3. Sistemas não lineares incertos. 4. Soma de quadrados (SOS). 5. Sistemas chaveados.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Ilha Solteira

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: Projeto de controladores robustos chaveados para sistemas não lineares baseado na decomposição em soma de quadrados

AUTOR: IGOR THIAGO MINARI RAMOS

ORIENTADOR: MARCELO CARVALHO MINHOTO TEIXEIRA

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: AUTOMAÇÃO pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. MARCELO CARVALHO MINHOTO TEIXEIRA
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Profa. Dra. ERICA REGINA MARANI DARUICHI MACHADO
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. EUGÊNIO DE BONA CASTELAN NETO
Departamento de Automação e Sistemas / Universidade Federal de Santa Catarina

Ilha Solteira, 27 de abril de 2018

À minha família, em especial a minha mãe Marli, a minha irmã Thamiris e minha avó Eranides, pela compreensão e incentivo em todos os momentos.

AGRADECIMENTOS

Meus agradecimentos a todos os familiares, amigos, professores e funcionários da FEIS-UNESP, que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho. Em especial, dedico meus agradecimentos:

- A minha família pelo apoio e incentivo em ser a pessoa que sou hoje.
- Ao Laboratório de Pesquisa em Controle da UNESP de Ilha Solteira, por me acolher em um clima familiar de respeito e cooperação.
- Aos meus colegas e amigos da pós graduação da UNESP de Ilha Solteira que foram solícitos para me ajudar e ensinar o que não sabia.
- Ao professor Dr. Marcelo pela orientação, confiança e incentivo.
- A professora Dra. Erica pelas orientações anteriores e acompanhamento desde o início da graduação.
- A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.

“A mudança não virá se esperarmos por outra pessoa ou outros tempos. Nós somos aqueles por quem estávamos esperando. Nós somos a mudança que procuramos.”

Barack Obama

“Todo mundo tem dentro de si um fragmento de boas notícias. A boa notícia é que você não sabe quão extraordinário você pode ser! O quanto você pode amar! O que você pode executar! E qual o seu potencial!”

Anne Frank

RESUMO

Neste trabalho são propostos novos métodos de controle chaveado para uma classe de sistemas não lineares incertos utilizando a decomposição em soma de quadrados. Inicialmente é apresentada uma revisão dos conceitos e projetos de controladores baseados em desigualdades matriciais lineares (do inglês *Linear Matrix Inequalities* - LMIs) e a decomposição em soma de quadrados (do inglês *Sum of Squares* - SOS), buscando evidenciar as diferenças e vantagens das metodologias para a área de controle. Comumente são utilizados modelos *fuzzy* para realizar a análise da estabilidade e projeto de controladores para sistemas não lineares, e estes modelos podem ser classificados de acordo com a parte consequente linear ou polinomial. Busca-se neste trabalho evidenciar as diferenças entre os dois modelos *fuzzy* e a metodologia para projeto de controladores. Para o caso de sistemas cujas dinâmicas podem ser descritas apenas por funções polinomiais, serão consideradas incertezas politópicas. Então, visando flexibilizar o projeto utilizando um controlador composto por um único ganho polinomial e aumentar a região de factibilidade, são propostos controladores com ganhos polinomiais chaveados. O objetivo desta lei de chaveamento é minimizar a derivada da função de Lyapunov empregada no projeto. Considerando uma classe de sistemas não lineares mais geral, são propostos controladores com ganhos chaveados para modelos *fuzzy* polinomiais. A metodologia proposta não necessita do conhecimento das funções de pertinência para a implementação da lei de controle chaveada. Este fato é uma vantagem importante com relação aos inúmeros métodos que consideram as funções de pertinência disponíveis pois, muitas vezes, as funções de pertinência podem ser complexas ou podem também depender de parâmetros incertos da planta, o que dificultam ou inviabilizam as suas implementações. Através dos resultados obtidos, com análises teóricas e exemplos numéricos, foi possível mostrar a vantagem da metodologia proposta.

Palavras-chave: Controlador chaveado. Modelos *fuzzy* polinomiais. Sistemas não lineares incertos. Soma de quadrados (SOS). Sistemas chaveados.

ABSTRACT

In this manuscript new control methods are proposed for a class of uncertain nonlinear systems using a sum of squares decomposition. Initially is presented a revision of concepts and control design procedures based on Linear Matrix Inequalities (LMIs) and on sum of squares (SOS) evidencing the differences and advantages of these methodologies in the control system design. Fuzzy models are commonly used to perform stability analysis and controller design for nonlinear systems, and can be classified by a linear or polynomial consequent model. A goal of this dissertation is to compare these two methodologies in the control system design of a class of uncertain nonlinear systems. For the case of systems whose dynamics can be described only by polynomial functions will be also considered polytopic uncertainty. Therefore, in order to make the design more flexible than that obtained with only one controller with polynomial gain and increase the feasibility region, a new procedure for designing controllers with switched polynomial gains is proposed. The purpose of this switching law is to minimize the time derivative of the Lyapunov function employed in the design. For a more general class of nonlinear systems, controllers with switched gains for polynomial fuzzy models are proposed. The proposed methodology does not require the knowledge of the membership functions for an implementation of the control law. This fact is an important advantage over the many methods that consider available the membership functions, because the membership functions can often be complex or may also depend on uncertain plant parameters, which makes their implementation difficult or impossible. The presented results, with theoretical analyses and numerical examples, show the advantages of the proposed procedure.

Keywords: Switched controller. Polynomial fuzzy models. Uncertain nonlinear systems. Sum of Squares (SOS). Switched systems.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Diagrama de blocos do sistema de controle de modelos <i>fuzzy</i>	30
Figura 2	Tipos de modelos <i>fuzzy</i>	31
Figura 3	Setor não linear global.	34
Figura 4	Setor não linear local.	35
Figura 5	Plano de fase do sistema não linear (39) considerando $u = 0$	36
Figura 6	Área de factibilidade do projeto de controladores do sistema (39) considerando modelos <i>fuzzy</i> TS.	38
Figura 7	Representação do setor não linear via SOS considerando o sistema (35).	42
Figura 8	Plano de fase do sistema (39) em malha fechada utilizando modelos <i>fuzzy</i> polinomiais.	44
Figura 9	Trajetória e variáveis de estado do sistema (118) com aplicação do sinal de controle após 5 segundos de acordo com a lei de realimentação (62) com o controlado dado em (121), considerando $\delta = 0$	65
Figura 10	Trajetória e variáveis de estado do sistema (118) com aplicação do sinal de controle após 5 segundos de acordo com a lei de realimentação (62) com o controlado dado (121), considerando $\delta = 0.8$	66
Figura 11	Trajetória e variáveis de estado do sistema (118) com aplicação do sinal de controle após 5 segundos de acordo com a lei de realimentação (62) com o controlado dado (121), considerando $\delta = 1$	66
Figura 12	Estado e trajetória do sistema (122) em malha aberta.	67
Figura 13	Trajetória do sistema (122) considerando incertezas nos valores nominais com aplicação do sinal de controle após 5 segundos de acordo com a lei de chaveamento (85) e o controlador dado em (125).	69

Figura 14	Variáveis de estado, sinal de controle e chaveamento do sistema (122) considerando incertezas nos valores nominais com aplicação do sinal de controle após 5 segundos de acordo com a lei de chaveamento (85) e o controlador dado em (125).	70
Figura 15	Plano de fase do sistema (127) em malha aberta.	71
Figura 16	Planos de fase do sistema (127) considerando os ganhos (131) para o controlador chaveado (94).	72
Figura 17	Região de Factibilidade utilizando o Teorema 5 (“×”) e o Teorema 8 (“o”).	73
Figura 18	Variáveis de estado, sinal de controle e sinal de chaveamento do sistema (127) considerando $\gamma = 5$ e uma falha no sinal de controle de 15% após 40 segundos, de acordo com a lei de chaveamento (94) e os ganhos do controlador dados em (133).	75
Figura 19	Plano de fase do sistema (160) em malha aberta.	83
Figura 20	Região de factibilidade com a aplicação do controlador chaveado (151) para o sistema (160) considerando o projeto dos ganhos através do Corolário 2	85
Figura 21	Plano de fase do sistema (160) considerando $c_a = 0,14$ e $c_b = 0,25$, em malha fechada através dos ganhos dados em (163) e a lei de controle chaveado (151).	86
Figura 22	Variáveis de estado, sinal de controle e chaveamento do sistema (160) considerando $c_a = 0,14$ e $c_b = 0,25$, utilizando os ganhos dados em (163) e a lei de controle chaveada (151).	87
Figura 23	Plano de fase do sistema (164) em malha aberta.	88
Figura 24	Planos de fase do sistema (165) considerando os ganhos (166) para o controlador chaveado (156).	89

LISTA DE SÍMBOLOS

\mathbb{R}	Conjunto dos números reais.
\mathbb{R}^n	Conjunto dos vetores $n \times 1$ com elementos reais.
$\mathbb{R}^{n \times m}$	Conjunto das matrizes $n \times m$ com elementos reais.
\mathbb{N}	Conjunto dos números naturais.
\mathbb{K}_r	Conjuntos dos números $\{1, 2, \dots, r\}$.
M^T	Transposta da matriz real M .
$M > (\geq) 0$	M é uma matriz simétrica e definida (semidefinida) positiva.
$M < (\leq) 0$	M é uma matriz simétrica e definida (semidefinida) negativa.
I	Matriz identidade.
$ z $	Valor absoluto de um número real z .
$\ x\ $	Norma euclidiana do vetor $x \in \mathbb{R}^n$: $\ x\ = \sqrt{x^T x}$.
$\arg \min_{i \in \mathbb{K}_r}^* \{h_i\}$	Menor índice $j \in \mathbb{K}_r$ tal que, para o conjunto $\{h_1, h_2, \dots, h_r\}$, $h_j = \min_{i \in \mathbb{K}_r} \{h_i\}$; por exemplo, dado um conjunto $H = \{h_1 = 3, h_2 = 1, h_3 = 6, h_4 = 3, h_5 = 1\}$, sendo $r = 5$, então $\arg \min_{i \in \mathbb{K}_r}^* \{h_i\} = \min\{2, 5\} = 2$.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	CONTROLE DE SISTEMAS NÃO LINEARES	11
1.2	OBJETIVOS	16
1.3	ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	16
2	DESIGUALDADES MATRICIAIS LINEARES E SOMA DE QUADRADOS	18
2.1	DESIGUALDADES MATRICIAIS LINEARES	18
2.2	SOMA DE QUADRADOS	20
2.2.1	Não negatividade global	20
2.2.2	Decomposição em soma de quadrados	21
2.2.3	Estabilização utilizando soma de quadrados	24
2.3	COMENTÁRIOS	28
3	MODELOS <i>FUZZY</i> COM PARTE CONSEQUENTE LINEAR E POLINOMIAL	30
3.1	COMENTÁRIOS INICIAIS	30
3.2	MODELOS <i>FUZZY</i> COM PARTE CONSEQUENTE LINEAR	31
3.2.1	Setor não linear via modelos lineares	33
3.2.2	Projeto de controladores via LMIs	35
3.3	MODELOS <i>FUZZY</i> COM PARTE CONSEQUENTE POLINOMIAL	39
3.3.1	Setor não linear via modelos <i>fuzzy</i> polinomiais	41
3.3.2	Projeto de controladores via SOS	42
3.4	COMENTÁRIOS	44
4	CONTROLE ROBUSTO CHAVEADO DE SISTEMAS NÃO LINEARES VIA SOS	46

4.1	PROJETO DE CONTROLADOR ROBUSTO VIA SOS	46
4.2	PROJETO DE CONTROLADORES ROBUSTOS CHAVEADOS VIA SOS	52
4.2.1	Caso 1: matriz $B(\alpha, x) = B(x)$ conhecida	52
4.2.2	Caso 2: matriz $B(\alpha, x)$ incerta	55
4.3	RESULTADOS E SIMULAÇÕES	63
4.3.1	Exemplo 1 - sistema caótico unificado	63
4.3.2	Exemplo 2 - sistema caótico de Lorenz	66
4.3.3	Exemplo 3 - equação de Van der Pol	70
4.4	COMENTÁRIOS	75
5	CONTROLE DE MODELOS <i>FUZZY</i> POLINOMIAIS INCERTOS VIA SOS	76
5.1	PROJETO DE CONTROLADORES CHAVEADOS VIA SOS	79
5.1.1	Caso 1: matriz $B(\alpha, x) = B(x)$ conhecida utilizando modelos <i>fuzzy</i> polinomiais	79
5.1.2	Caso 2: matriz $B(\alpha, x)$ incerta utilizando modelos <i>fuzzy</i> polinomiais	80
5.2	RESULTADOS E SIMULAÇÕES	82
5.2.1	Exemplo 1 - exemplo numérico	82
5.2.2	Exemplo 2 - exemplo numérico	87
5.3	COMENTÁRIOS	90
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	91
6.1	PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES	91
6.2	PERSPECTIVAS FUTURAS	92
6.3	PUBLICAÇÕES	93
6.3.1	Trabalho completo publicado em anal de congresso	93
6.3.2	Trabalho completo aceito em congresso	93
	REFERÊNCIAS	94

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo é apresentada a motivação para o trabalho realizado e definidos os objetivos a serem atingidos. Ao final deste capítulo apresenta-se a organização do texto.

1.1 CONTROLE DE SISTEMAS NÃO LINEARES

No mundo real e não idealizado, a maioria dos sistemas dinâmicos encontrados tem natureza não linear (SLOTINE; LI et al., 1991). Entretanto, o controle e a análise de sistemas não lineares estão entre os problemas mais desafiadores da teoria de sistemas de controle. Apesar de muitos anos de pesquisa, ainda não há uma metodologia universal para análise da estabilidade e desempenho de sistemas não lineares, muito menos para o projeto de controladores para tais sistemas (PRAJNA; PAPACHRISTODOULOU; WU, 2004).

A teoria introduzida pelo matemático russo Alexandr Mikhailovich Lyapunov é uma importante ferramenta para o estudo da estabilidade e controle de sistemas não lineares. O método proposto não é restrito a análise de apenas uma região ou ponto de operação. Ele determina as propriedades de estabilidade do sistema não linear pela construção e análise ao longo do tempo de uma função “energia”, não havendo, desta forma, a necessidade de resolver as equações diferenciais que descrevem o sistema (SLOTINE; LI et al., 1991).

Considerando as candidatas a funções de Lyapunov do tipo quadrática ou composta, é possível formular vários problemas na teoria de controle através de desigualdades matriciais lineares (do inglês, *Linear Matrix Inequalities* - LMI), que comumente são utilizadas para a análise da estabilidade e projeto de controladores para sistemas lineares (BOYD et al., 1994).

A descrição dos sistemas não lineares por modelos *fuzzy* Takagi-Sugeno (TS) (TAKAGI; SUGENO, 1985) possibilita representá-los como uma combinação de modelos locais lineares, ponderados por funções de pertinência. Estes modelos oferecem uma descrição matemática adequada dos sistemas não lineares (TAKAGI; SUGENO, 1985) e vêm sendo amplamente utilizados na modelagem e controle de sistemas não lineares. São consideradas funções de Lyapunov quadráticas e modelos locais lineares e utilizadas as LMIs para análise da estabilidade e projeto de controladores com restrições, índices de desempenho e incertezas (TANAKA; IKEDA; WANG, 1998; TANAKA; WANG, 2004; TEIXEIRA; ASSUNÇÃO; AVELLAR, 2003; MOZELLI; PALHARES; AVELLAR, 2008; SOUZA et al., 2013; ALVES et al., 2016).

Os modelos *fuzzy* TS possibilitam a representação dos sistemas não lineares por subsistemas combinados através das funções de pertinência, e por meio das técnicas propostas por Taniguchi

et al. (2001), também conhecida como forma generalizada, os sistemas não lineares podem ser representados de forma exata em uma região de operação.

Esta representação exata permite então o projeto de controladores para sistemas não lineares através de sua descrição pelo modelo *fuzzy* TS, desde que o sistema permaneça na região de espaço de estados na qual o modelo foi obtido. Neste contexto podem ser aplicadas técnicas de controle que utilizam a Compensação Paralela Distribuída (CDP) (TEIXEIRA; ZAK, 1999; WANG; TANAKA; GRIFFIN, 1995, 1996; TANAKA; IKEDA; WANG, 1998; TANAKA; WANG, 2004), fazendo uso das funções de pertinência dos modelos *fuzzy* na composição da lei de controle (ALVES et al., 2016).

Em Parrilo (2000) propõem-se a decomposição de funções não lineares polinomiais multivariadas em soma de quadrados (do inglês *Sum of Squares* - SOS). Essa nova metodologia aplicada na análise da estabilidade e projeto de controladores trouxe vários avanços em relação as LMIs, como, por exemplo, a possibilidade de não se restringir apenas as funções de Lyapunov quadráticas ou compostas (TANAKA et al., 2009; PRAJNA; PAPACHRISTODOULOU; WU, 2004).

Considerando sistemas não lineares cujas dinâmicas podem ser descritas apenas por funções polinomiais dependentes do vetor de estado do sistema (sistemas polinomiais), não há a necessidade da utilização de modelos *fuzzy* TS para a análise da estabilidade e projeto de controladores (PAPACHRISTODOULOU; PRAJNA, 2002; PRAJNA; PAPACHRISTODOULOU; WU, 2004). Como exemplos de sistemas cujas dinâmicas podem ser representadas apenas por funções polinomiais estão os sistemas caóticos, como o sistema de Lorenz (LORENZ, 1963), Rossler (RÖSSLER, 1976), Chen (UETA; CHEN, 2000) e Lü (LÜ; CHEN; ZHANG, 2002).

Sistemas caóticos são não lineares e apresentam uma complexa dinâmica aperiódica, sendo a trajetória do sistema muito sensível às condições iniciais. Os sistemas caóticos apresentam várias aplicações nos dias de hoje, tais como em comunicação segura, sistemas biológicos, sistemas ecológicos, entre outros (LAM, 2010; CHUANG et al., 2013). Controle e sincronização de sistemas caóticos podem ser eficientemente solucionados via SOS (LAM; LI, 2014; RAMOS et al., 2017). A principal diferença entre a utilização de modelos *fuzzy* TS, linearização em torno do ponto de equilíbrio e a decomposição em SOS, é que, diferente dos dois primeiros, com o uso das técnicas de soma de quadrados, o projeto dos controladores é válido para qualquer condição inicial, não havendo necessidade de limitar o sistema a uma região de operação.

A análise da estabilidade e o projeto de controladores para sistemas polinomiais podem, em princípio, serem considerados restritivos em relação aos sistemas não lineares que, em geral, possuem funções não polinomiais no modelo do sistema. Entretanto, tendo em vista o crescente aumento de técnicas de análise e projetos baseados em SOS, tais sistemas estão se tornando cada vez mais atrativos. Em Xu, Xie e Wang (2009) e Jennawasin, Narikiyo e Kawanishi (2010) são propostos projetos de controladores robustos para sistemas polinomiais com

incertezas politópicas. Em Nguang, Saat e Krug (2011) são consideradas incertezas limitadas em norma para realizar o projeto do controlador para realimentação estática da saída de sistemas polinomiais. No trabalho Huang, Hong-Fei e Jian-Ping (2013) propuseram controladores com garantia da norma H_∞ para sistemas polinomiais incertos.

Para contemplar sistemas não lineares cujas dinâmicas são representadas não apenas por funções polinomiais, Tanaka et al. (2007b) propuseram a modelagem em modelos *fuzzy* polinomiais para analisar a estabilidade e em Tanaka et al. (2007a) os autores propuseram projetos de controladores via compensação paralela distribuída polinomial (CAO et al., 2014). No trabalho Tanaka et al. (2009) é possível verificar que o SOS é um caso mais geral que inclui as LMIs, deste modo os resultados dos trabalhos mostraram que a decomposição em SOS dos sistemas não lineares utilizando modelos *fuzzy* polinomiais e funções de Lyapunov polinomiais, reduz o conservadorismo imposto pelas LMIs.

O SOS constitui um método flexível para resolver problemas relacionados à engenharia de controle possibilitando assim como as LMIs, transformar diversos problemas de controle em restrições solucionáveis via algoritmos computacionais. O SOS pode resolver problemas que envolvam muitas variáveis matriciais, contemplando também o caso de matrizes polinomiais, sendo os polinômios dependentes do vetor de estado do sistema. Além disso, diversas restrições podem ser impostas a estas variáveis como índices de desempenho e restrições exigidas no projeto do controlador.

Motivados pelos benefícios da proposta de analisar a estabilidade e de projetar controladores de sistemas não lineares via SOS, pesquisadores apresentaram propostas, como a análise da estabilidade com garantia de taxa de decaimento (YUM; WANG, 2013), a análise da estabilidade e estimação da região de atração (CHEN et al., 2015), a análise da estabilidade utilizando múltiplas funções de Lyapunov (GUELTON et al., 2013), controle com custo garantido de modelos *fuzzy* polinomiais (TANAKA; OHTAKE; WANG, 2009), o critério de estabilidade não convexa para modelos *fuzzy* polinomiais (CHEN et al., 2013) e restrições de entrada e saída considerando modelos *fuzzy* polinomiais (YU; HO, 2012).

Problemas mais complexos como o controle de sistemas não lineares através de modelos *fuzzy* polinomiais considerando atraso no vetor estado do sistema e sujeito a saturação são propostos em Gassara, Hajjaji e Chaabane (2016). Projeto de controladores robustos considerando a redução da norma H_∞ para modelos *fuzzy* polinomiais são propostos por Yu, Huang e Cheng (2016). O controle robusto com custo garantido de modelos *fuzzy* polinomiais considerando atraso no vetor de estado do sistema são propostos por Li e Wang (2012).

Devido aos problemas de caráter prático e acadêmico foram propostas condições que garantem a estabilidade de sistemas chaveados (SOUZA, 2013). Algumas dessas condições são baseadas em LMIs (GEROMEL; DEAECTO, 2009; DEAECTO; GEROMEL; DAAFOUZ, 2011) e, recentemente, foi desenvolvida a metodologia de controle chaveado para sistemas lineares e

não lineares com incertezas politópicas (SOUZA et al., 2013, 2014a; ALVES et al., 2016).

No mundo real a maioria dos sistemas podem conter incertezas, oriundos de desgaste mecânico, variação de constantes no modelo do sistema, imprecisão nos componentes elétricos do circuito, entre outros. Portanto, a habilidade para controlar um sistema em um ambiente incerto ou impreciso é uma característica importante nos controladores a serem projetados (MACHADO, 2003).

Um procedimento que considera as incertezas do sistema nos modelos *fuzzy* TS foi proposto em (SANTIM et al., 2012). Este método considera que o sistema não linear possui parâmetros incertos, sendo os extremos conhecidos. Ainda assim, pode-se obter um modelo *fuzzy* que represente exatamente este sistema em uma região de operação. Contudo, neste procedimento, embora sejam conhecidos os modelos locais, as funções de pertinência obtidas são incertas, pois serão dependentes dos parâmetros incertos. Assim, técnicas que utilizam o conceito de controle CDP não podem ser diretamente utilizadas.

Em Souza et al. (2014a) e Souza et al. (2014b) os autores propõe a não utilização das funções de pertinência do modelo na estrutura do controlador, desta forma, não há a necessidade de utilizar as expressões que definem as funções de pertinência para o cálculo do sinal de controle, que muitas vezes podem ser complexas e difícil de se obter. A lei de chaveamento proposta tem como objetivo a minimização da derivada da função de Lyapunov. Nesta abordagem, a derivada da função de Lyapunov com este controle chaveado é menor ou igual à derivada da função de Lyapunov com a lei de controle usando CDP, que considera as funções de pertinência disponíveis. As condições de projeto são descritas em termos de LMIs e podem ser resolvidas computacionalmente.

A lei de controle chaveada (SOUZA et al., 2014a, 2014b) apresenta menor conservadorismo quando comparada ao uso de um único ganho de realimentação, podendo ser aplicada no controle de modelos *fuzzy* TS incertos e também de modelos lineares com incertezas politópicas (SOUZA et al., 2013). Em Alves et al. (2016) é proposto um exemplo que ilustra o ganho de desempenho que pode ser obtido ao considerar o controle chaveado em comparação com a realimentação do vetor de estado com um único ganho em um sistema linear incerto e invariante no tempo. A partir deste exemplo é possível observar o menor conservadorismo da lei de controle chaveada em relação à realimentação do vetor de estado com um único ganho e também melhores índices de desempenho, quando comparada à utilização de uma lei de controle com um único ganho (OLIVEIRA et al., 2018).

Em Buzetti (2017) é provado que se um sistema pode ser controlado utilizando um único ganho, haverá um controlador com ganhos chaveados proposto em (SOUZA, 2013; SOUZA et al., 2014a, 2013) que também podem controlar o sistema. Em um exemplo também apresentado em Buzetti (2017) é possível observar o melhor desempenho do controlador chaveado e a redução do conservadorismo, pois foi possível controlar um sistema utilizando ganhos chaveados

mas não com um único ganho.

O controle chaveado de sistemas não lineares utilizando modelos *fuzzy* TS é uma metodologia eficaz e pode solucionar problemas complexos, como o projeto de controladores chaveados H_∞ para uma classe de sistemas não lineares incertos sujeito a saturação (OLIVEIRA et al., 2018), sem a necessidade de obter as funções de pertinência que combinam os modelos *fuzzy* TS. Deste modo, estas técnicas de controle são convenientes para aplicações práticas.

Em Chen e Juang (2011) foram desenvolvidos controladores chaveados para modelos *fuzzy* polinomiais, em que a lei de controle é dependente das funções de pertinência e a lei de chaveamento está relacionada com o vetor de estado do sistema de acordo com regras *fuzzy*. Em Baldi, Kosmatopoulos e Ioannou (2013) foi proposto uma metodologia de controle chaveado de supervisão adaptativo para sistemas não lineares incertos.

Em Cao et al. (2014) os autores propuseram o controle de sistemas não lineares incertos utilizando modelos *fuzzy* polinomiais considerando as incertezas limitadas em norma e também a diminuição do conservadorismo no projeto dos controladores em relação ao trabalho proposto em Tanaka et al. (2009). Atualmente, os trabalhos que tratam de sistemas não lineares utilizando modelos *fuzzy* polinomiais utilizam incertezas limitadas em norma (LI; WANG, 2012; CAO et al., 2014; TANAKA et al., 2016; KIM; PARK; JOO, 2016; YU; HUANG; CHENG, 2016). Nestes casos, o sinal de controle é obtido através da combinação dos ganhos com as funções de pertinência.

As incertezas limitadas em norma também foram utilizadas em trabalhos nos quais a planta foi descrita através de modelos *fuzzy* TS, como em Tanaka e Wang (2004), Lee, Park e Chen (2001). Para realizar a modelagem do sistema considerando as incertezas limitadas em norma é necessário conhecer os limites das incertezas para realizar o projeto e também escolher matrizes adicionais adequadas que são utilizadas para expressar a incerteza e que influenciam no projeto do controlador (LEE; PARK; CHEN, 2001). Desta forma, modelar um sistema utilizando as incertezas limitadas em norma, pode acarretar em resultados diferentes ou ineficazes, de acordo com a escolha das matrizes utilizadas para representar as incertezas.

Os projetos de controladores robustos chaveados para sistemas não lineares baseados na decomposição em soma de quadrados ainda é um tema não explorado na literatura. Neste trabalho, serão propostos controladores chaveados baseados em SOS considerando incertezas politópicas, portanto será necessário conhecer os valores de máximo e mínimo das incertezas. Os controladores chaveados propostos serão uma extensão dos trabalhos Souza et al. (2013, 2014a).

1.2 OBJETIVOS

O objetivo principal deste trabalho é propor novas leis de controle, considerando uma classe de sistemas incertos cuja a dinâmica é dada apenas por funções polinomiais dependentes do vetor de estado do sistema. Também serão considerados sistemas não lineares incertos cujas dinâmicas não são representadas apenas por funções polinomiais, sendo que para isso serão utilizados os modelos *fuzzy* polinomiais. Para atingir estes objetivos, neste trabalho são propostos os seguintes objetivos secundários:

- Descrever um sistema não linear incerto utilizando SOS considerando incertezas políticas, sendo conhecidas as não linearidades e também os valores máximos e mínimos das incertezas.
- Propor projetos de controle para sistemas não lineares utilizando modelos *fuzzy* polinomiais baseados em (SOUZA, 2013; SOUZA et al., 2014a, 2013), não sendo necessário o conhecimento das funções de pertinência.
- Estabelecer procedimentos de projetos para controladores chaveados de sistemas não lineares incertos utilizando SOS.
- Apresentar exemplos e simulações que demonstrem as vantagens dos métodos propostos.

1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Para uma apresentação adequada do tema e dos resultados obtidos, este trabalho está organizado da seguinte forma:

- No Capítulo 2 será feita uma revisão da literatura sobre LMIs e SOS na área de controle, apresentando os conceitos fundamentais necessários para o desenvolvimento e compreensão do trabalho. De forma teórica, será possível comparar os projetos de controladores com a abordagem de LMIs e SOS.
- No Capítulo 3 serão tratados os modelos *fuzzy* TS, com foco nos modelos com partes consequentes lineares e polinomiais, observando o setor não linear das duas metodologias e destacando as diferenças entre elas. Ainda neste capítulo, serão comparados os projetos de controladores para um sistema não linear utilizando modelos *fuzzy* TS e polinomiais. Desta forma, através de um exemplo, será possível observar as vantagens da utilização dos modelos *fuzzy* polinomiais.
- No Capítulo 4 será considerada uma classe de sistemas não lineares incertos cuja a dinâmica pode ser descrita apenas por funções polinomiais. Inicialmente será utilizada a

proposta de se realizar o controle dos sistemas polinomiais incertos por um controlador $K(x)$ polinomial dependente do vetor de estado. Com o objetivo de reduzir o conservadorismo e aumentar a região de factibilidade, será proposto um ganho $K_i(x)$ para cada vértice i do politopo das incertezas, sendo apresentadas duas leis de chaveamento para selecionar o ganho que reduzirá a derivada da função de Lyapunov. Desta forma, a lei de controle será dada por $u = K_\sigma(x)\hat{x}(x)$, sendo $\hat{x}(x)$ um vetor coluna contendo monômios dependentes do vetor de estado do sistema e $\sigma \in \{1, 2, \dots, r\}$, o índice do ganho do controlador chaveado selecionado, que é uma função do vetor x . São apresentados neste capítulo exemplos e simulações computacionais.

- No Capítulo 5 será considerada uma classe de sistemas não lineares incertos mais geral, sendo a dinâmica do sistema descrita não apenas por funções polinomiais. Desta forma, serão utilizados os modelos *fuzzy* com parte consequente polinomial. Inicialmente será proposto o controle dos sistemas não lineares incertos descritos por modelos *fuzzy* polinomiais através de duas leis de chaveamento, sendo que a lei de controle será dada por $u = K_\sigma(x)\hat{x}(x)$. Deve-se observar que a lei de chaveamento, de certa forma sintetizará as funções de pertinência, de modo a reduzir a derivada da função de Lyapunov. São apresentados neste capítulo exemplos e simulações computacionais.
- No Capítulo 6 serão apresentadas as conclusões sobre o trabalho proposto. Diante dos resultados obtidos e o estado da arte do problema estudado, serão descritas as perspectivas para trabalhos futuros.

Neste trabalho, as implementações computacionais foram feitas no MATLAB. Problemas sintetizados a partir de LMIs foram implementadas através da interface YALMIP (LOFBERG, 2004), com o *solver* SeDuMi (STURM, 1999). Para os problemas sintetizados com SOS, foram implementados através da interface SOSTOOLS (PAPACHRISTODOULOU et al., 2013) com o *solver* SeDuMi.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

De um modo geral, neste trabalho procura-se estabelecer novos projetos de controle para sistemas não lineares incertos, utilizando como recurso a decomposição em soma de quadrados, que pode ser vista como uma extensão das desigualdades matriciais lineares. As desigualdades matriciais lineares é uma metodologia comumente utilizada para a análise de desempenho e projeto de controladores para sistemas lineares e não lineares utilizando modelos *fuzzy* TS com parte consequente linear.

No Capítulo 1 foi apresentada uma revisão do estado da arte para o controle de sistemas não lineares de forma mais abrangente, sendo possível conhecer técnicas relevantes atualmente disponíveis para o projeto de controladores para sistemas não lineares baseados na decomposição em soma de quadrados. No Capítulo 2 foi apresentada uma revisão da literatura em que os conceitos fundamentais necessários para o desenvolvimento e compreensão do trabalho foram revisados, dentre esses, destacam-se; *i*) a estabilidade no sentido de Lyapunov; *ii*) projeto de controladores baseado em desigualdades matriciais lineares para sistemas lineares; *iii*) projeto de controladores baseado em decomposição em soma de quadrados para sistemas não lineares cuja a dinâmica é representada apenas por funções polinomiais, possibilitando deste modo, observar que a metodologia via SOS é mais geral do que a baseada em LMIs.

No Capítulo 3 também foi apresentada uma revisão da literatura com foco em modelos *fuzzy* com parte consequente linear e polinomial, destacando; *i*) projeto de controladores para sistemas não lineares baseado em modelos *fuzzy* TS considerando funções de Lyapunov quadráticas; *ii*) projeto de controladores para sistemas não lineares baseado em modelos *fuzzy* polinomial considerando funções de Lyapunov polinomiais; *iii*) estudo e comparação do setor não linear de acordo com as duas metodologias tratadas; *iv*) comparação entre os modelos *fuzzy* lineares e polinomiais.

6.1 PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES

No Capítulo 4 foram propostas metodologias de controle baseadas na decomposição em soma de quadrados para sistemas não lineares com incertezas politópicas com a dinâmica do sistema descrita apenas por funções polinomiais. O primeiro projeto estudado, visa o projeto de um único ganho polinomial de acordo com a lei de realimentação $u = -K(x)\hat{x}(x)$. Em seguida foram propostos dois outros métodos de projeto para a mesma classe de sistema considerando controladores com ganhos chaveados, de acordo com a lei de realimentação $u = -K_{\sigma}(x)\hat{x}(x)$.

Foi possível provar que se houver um controlador com ganho único $K(x)$ que garanta a estabilidade do sistema, haverá um controlador com ganhos chaveados $K_\sigma(x)$, projetado com o método proposto. Através de um exemplo pode-se observar que o contrário não é válido.

Com o objetivo de projetar controladores para sistemas lineares incertos, cuja a dinâmica não pode ser descrita apenas por funções polinomiais, no Capítulo 5 foram propostos controladores com ganhos chaveados baseados na decomposição em soma de quadrados, utilizando uma lei de controle do tipo $u = -K_\sigma(x)\hat{x}(x)$. As incertezas foram consideradas nos modelos *fuzzy* polinomiais, desta forma, as funções de pertinência serão incertas o que torna adequada a utilização das lei de chaveamento proposta para, de certa forma, sintetizar a função de pertinência. Deste modo, não há a necessidade de se conhecer as funções de pertinência, que muitas vezes podem ser complexas e/ou desconhecidas.

Os projetos de controladores para sistemas não lineares incertos propostos se diferenciam do projeto de controladores com incertezas limitadas baseado em SOS descritos na literatura por não dependerem das funções de pertinência para compor o sinal de controle. Através das leis de chaveamento propostas, pode-se realizar projetos de controladores considerando a norma H_∞ , sistemas sujeitos a saturação no sinal de controle, restrição na entrada, entre outros índices de desempenho.

6.2 PERSPECTIVAS FUTURAS

- Estabelecer condições de relaxamento baseado no trabalho (KIM; PARK; JOO, 2016). Deste modo, considerando aplicações práticas, o objetivo será tornar os ganhos do controlador independentes da matriz polinomial $X(\tilde{x})$.
- Na metodologia proposta neste trabalho, foram consideradas candidatas à função de Lyapunov $V(x) = \hat{x}(x)X^{-1}(\tilde{x})\hat{x}$, sendo \tilde{x} composto pelas variáveis de estado que não são diretamente afetadas pela entrada de controle. Baseado na proposta do trabalho (GASSARA; HAJJAJI; CHAABANE, 2016) pretende-se considerar candidatas à função de Lyapunov mais gerais $V(x) = \hat{x}(x)X^{-1}(x)\hat{x}$.
- Tendo em vista aplicações práticas, pretende-se considerar saturação no sinal de controle, estabelecendo deste modo uma região de operação, como em (ALVES et al., 2016; KLUG; CASTELAN; COUTINHO, 2015) e (GASSARA; HAJJAJI; CHAABANE, 2016). Podendo ainda estabelecer projetos de controle semi-globalmente estáveis como em (TANAKA et al., 2016).

6.3 PUBLICAÇÕES

6.3.1 Trabalho completo publicado em anal de congresso

RAMOS, I. T. M.; TEIXEIRA, M. C. M.; ASSUNÇÃO, E.; CARDIM, R.; ALVES, U. N. L. T.; MACHADO, E. R. M. D. Controle do sistema caótico de lorenz utilizando soma de quadrados. In: CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES - DINCON, 41, 2017, São José do Rio Preto. **Anais...** São José do Rio Preto: SBA, 2017. p. 1-7.

6.3.2 Trabalho completo aceito em congresso

RAMOS, I. T. M.; ALVES, U. N. L. T.; de OLIVEIRA, D. R. de; TEIXEIRA, M. C. M.; CARDIM, R.; MACHADO, E. R. M. D.; ASSUNÇÃO, E. On switched controller design for robust control of uncertain polynomial nonlinear systems using sum of squares. In: SYMPOSIUM ON ROBUST CONTROL DESIGN- IFAC, 9., 2018, Florianópolis. **Symposium...** Florianópolis: [s.n.], 2018.

REFERÊNCIAS

- ALVES, U. N. L.; TEIXEIRA, M.; OLIVEIRA, D. R.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E.; SOUZA, W. A. Smoothing switched control laws for uncertain nonlinear systems subject to actuator saturation. **International Journal of Adaptive Control and Signal Processing**, West Sussex, v. 30, n. 8-10, p. 1408–1433, 2016.
- BALDI, S.; KOSMATOPOULOS, E. B.; IOANNOU, P. A. Semiglobal stabilization of nonlinear uncertain systems via a Lyapunov-based switching logic. In: CONFERENCE ON AND CONTROL, 52, 2013, Florence. **Proceedings...** Florence: IEEE, 2013. p. 7259–7264.
- BARMISH, B. Stabilization of uncertain systems via linear control. **Automatic Control, IEEE Transactions on**, Piscataway, v. 28, n. 8, p. 848–850, 1983.
- BOYD, S.; GHAOUI, L. E.; FERON, E.; BALAKRISHNAN, V. **Linear matrix inequalities in system and control theory**. Philadelphia: SIAM, 1994. 193 p.
- BUZETTI, A. S. **Projeto de controle robusto chaveado com falhas nos sensores**. 2017. 88 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista (UNESP) – Júlio de Mesquita Filho – UNESP, Ilha Solteira, 2017.
- CAO, K.; GAO, X. Z.; VASILAKOS, T.; PEDRYCZ, W. Analysis of stability and robust stability of polynomial fuzzy model-based control systems using a sum-of-squares approach. **Soft Computing**, Heidelberg, v. 18, n. 3, p. 433–442, March 2014.
- CHEN, C.-T. **Linear system theory and design**. [S.l.]: Oxford University Press, Inc., 1998. 461 p.
- CHEN, G.; UETA, T. Yet another chaotic attractor. **International Journal of Bifurcation and Chaos**, New Jersey, v. 9, n. 7, p. 1465–1466, July 1999.
- CHEN, S.-H.; JUANG, J.-C. A switching controller design via sum-of-squares approach for a class of polynomial TS fuzzy model. **International Journal of Innovative Computing, Information and Control**, v. 7, n. 7 b, p. 4363–4376, July 2011.
- CHEN, Y. J.; TANAKA, M.; TANAKA, K.; WANG, H. O. Nonconvex stabilization criterion for polynomial fuzzy systems. In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 52., 2013, Florence. **Proceedings...** Florence: IEEE, 2013. p. 7415–7419.
- CHEN, Y.-J.; TANAKA, M.; TANAKA, K.; WANG, H. O. Stability analysis and region-of-attraction estimation using piecewise polynomial Lyapunov functions: polynomial fuzzy model approach. **Fuzzy Systems, IEEE Transactions on**, Piscataway, v. 23, n. 4, p. 1314–1322, 2015.
- CHUANG, C. F.; WANG, W. J.; SUN, Y. J.; CHEN, Y. J. Convergence time guarantee for

- uncertain chaotic systems synchronisation. **International Journal of Systems Science**, Taylor & Francis, v. 44, n. 6, p. 1052–1060, June 2013.
- DEAECTO, G. S.; GEROMEL, J. C.; DAAFOUZ, J. Switched state-feedback control for continuous time-varying polytopic systems. **International Journal of Control**, Oxfordshire, v. 84, n. 9, p. 1500–1508, Sep 2011.
- GASSARA, H.; HAJJAJI, A. E.; CHAABANE, M. Control of time delay polynomial fuzzy model subject to actuator saturation. **International Journal of Fuzzy Systems**, Heidelberg, v. 18, n. 5, p. 763–772, Oct 2016.
- GATERMANN, K.; PARRILO, P. A. Symmetry groups, semidefinite programs, and sums of squares. **Journal of Pure and Applied Algebra**, Heidelberg, v. 192, n. 1–3, p. 95–128, Sep 2004.
- GEROMEL, J. C.; DEAECTO, G. S. Switched state feedback control for continuous-time uncertain systems. **Automatica**, Oxford, v. 45, n. 2, p. 593–597, 2009.
- GRAHAM, A. **Kronecker products and matrix calculus with applications**. Nova Iorque: John Wiley & Sons, 1981. 129 p.
- GRZYBOWSKI, J.; RAFIKOV, M.; BALTHAZAR, J. M. Synchronization of the unified chaotic system and application in secure communication. **Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation**, Heidelberg, v. 14, n. 6, p. 2793–2806, 2009.
- GUELTON, K.; MANAMANNI, N.; DUONG, C.-C.; KOUMBA-EMIANIWE, D. L. Sum-of-squares stability analysis of Takagi-Sugeno systems based on multiple polynomial Lyapunov functions. **International Journal of Fuzzy Systems**, Tapei, v. 15, n. 1, p. 1–8, 2013.
- HUANG, W.-C.; HONG-FEI, S.; JIAN-PING, Z. Robust control synthesis of polynomial nonlinear systems using sum of squares technique. **Acta Automatica Sinica**, Beijing, v. 39, n. 6, p. 799–805, June 2013.
- JENNAWASIN, T.; NARIKIYO, T.; KAWANISHI, M. An improved SOS-based stabilization condition for uncertain polynomial systems. In: **SICE ANNUAL CONFERENCE**, n. 48, 2010, Tapei. **Proceedings...** Tapei: IEEE, 2010. p. 3030–3034.
- KIM, H. S.; PARK, J. B.; JOO, Y. H. Less conservative robust stabilization conditions for the uncertain polynomial fuzzy system under perfect and imperfect premise matching. **International Journal of Control, Automation and Systems**, Heidelberg, v. 14, n. 6, p. 1588–1598, Dec 2016.
- KLUG, M.; CASTELAN, E. B.; COUTINHO, D. A T–S fuzzy approach to the local stabilization of nonlinear discrete-time systems subject to energy-bounded disturbances. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Heidelberg, v. 26, n. 3, p. 191–200, 2015.
- LAM, H. Chaotic synchronisation using output/full state-feedback polynomial controller. **Control Theory Applications, IET**, Stevenage, v. 4, n. 11, p. 2285–2292, 2010.
- LAM, H.; LI, H. Synchronization of chaotic systems using sampled-data polynomial controller.

Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, London, v. 136, n. 3, p. 031006–1–031006–7, May 2014.

LAM, H. K. Polynomial fuzzy-model-based control systems: stability analysis via piecewise-linear membership functions. **Fuzzy Systems, IEEE Transactions on**, Piscataway, v. 19, n. 3, p. 588–593, 2011.

LEE, H. J.; PARK, J. B.; CHEN, G. Robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties. **Fuzzy Systems, IEEE Transactions on**, Piscataway, v. 9, n. 2, p. 369–379, Apr 2001.

LI, W.; WANG, W. Guaranteed cost control for polynomial fuzzy time delay systems by sum-of-squares approach. In: **WORLD CONGRESS INTELLIGENT CONTROL AND AUTOMATION**, 10., 2012, Beijing. **Proceedings...** Beijing: IEEE, 2012. p. 1806–1811.

LOFBERG, J. YALMIP: A toolbox for modeling and optimization in MATLAB. In: **IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON COMPUTER AIDED CONTROL SYSTEMS DESIGN**, 34., 2004, Taipei. **Proceedings...** Taipei: IEEE, 2004. p. 284–289.

LORENZ, E. N. Deterministic nonperiodic flow. **Journal of the atmospheric sciences**, Boston, v. 20, n. 2, p. 130–141, March 1963.

LÜ, J.; CHEN, G.; CHENG, D.; CELIKOVSKY, S. Bridge the gap between the lorenz system and the chen system. **International Journal of Bifurcation and Chaos**, New Jersey, v. 12, n. 12, p. 2917–2926, Dec 2002.

LÜ, J.; CHEN, G.; ZHANG, S. The compound structure of a new chaotic attractor. **Chaos, Solitons and Fractals**, Heidelberg, v. 14, n. 5, p. 669–672, Sep 2002.

MACHADO, E. R. M. D. **Modelagem e controle de sistemas fuzzy Takagi-Sugeno**. 2003. 209 f. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Júlio de Mesquita Filho – UNESP, Ilha Solteira, 2003.

MENDEL, J. M.; JOHN, R. I.; LIU, F. Interval type-2 fuzzy logic systems made simple. **Fuzzy Systems, IEEE Transactions on**, Piscataway, v. 14, n. 6, p. 808–821, 2006.

MOZELLI, L. A.; PALHARES, R. M.; AVELLAR, G. S. de. Novas condições de estabilidade e de estabilização para sistemas Takagi-Sugeno baseadas na função de Lyapunov fuzzy. In: **CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA-CBA**, 17., 2008, Juiz de Fora. **Anais...** Juiz de Fora: SBA, 2008. p. 1–6.

NGUANG, S. K.; SAAT, S.; KRUG, M. Static output feedback controller design for uncertain polynomial systems: an iterative sums of squares approach. **Control Theory Applications, IET**, IET, Stevenage, v. 5, n. 9, p. 1079–1084, June 2011.

OLIVEIRA, D. R. de; TEIXEIRA, M. C. M.; ALVES, U. N. L. T.; SOUZA, W. A. de; ASSUNÇÃO, E.; CARDIM, R. On local H_∞ switched controller design for uncertain TS fuzzy systems subject to actuator saturation with unknown membership functions. **Fuzzy Sets and Systems**, Piscataway, v. 344, n. 1, p. 1–26, 2018.

PAPACHRISTODOULOU, A.; ANDERSON, J.; VALMORBIDA, G.; PRAJNA, S.;

- SEILER, P.; PARRILO, P. A. SOSTOOLS: sum of squares optimization toolbox for MATLAB. [S. l.: s. n.], 2013. Disponível em <<http://www.eng.ox.ac.uk/control/sostools>>, <<http://www.cds.caltech.edu/sostools>> e <<http://www.mit.edu/~parrilo/sostools>>. Acesso em: 4 jul 2017.
- PAPACHRISTODOULOU, A.; PRAJNA, S. On the construction of Lyapunov functions using the sum of squares decomposition. In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 41., 2002, Las Vegas. **Proceedings...** Las Vegas: IEEE, 2002. p. 3482–3487.
- PARRILO, P. A. **Structured semidefinite programs and semialgebraic geometry methods in robustness and optimization**. 2000. 209 f. Tese (Doutorado) — California Institute of Technology, 2000. Disponível em: <www.mit.edu/~parrilo/pubs/files/thesis.pdf>. Acesso em: 8 set 2016.
- PARRILO, P. A. Sum of squares programs and polynomial inequalities. *SIAM*, v. 15, n. 2, p. 7–15, 2004.
- PRAJNA, S.; PAPACHRISTODOULOU, A.; WU, F. Nonlinear control synthesis by sum of squares optimization: A Lyapunov-based approach. In: ASIAN CONTROL CONFERENCE, 5., 2004, Melbourne. **Proceedings...** Melbourne: IEEE, 2004. v. 1, p. 157–165.
- RAMOS, I. T. M.; TEIXEIRA, M. C. M.; ASSUNÇÃO, E.; CARDIM, R.; ALVES, U. N. L. T.; MACHADO, E. R. M. D. Controle do sistema caótico de lorenz utilizando soma de quadrados. In: CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES - DINCON, 41., 2017, São José do Rio Preto. **Anais...** São José do Rio Preto: SBA, 2017. p. 1–7.
- REZNICK, B. Extremal PSD forms with few terms. **Duke Mathematical Journal**, Durham, v. 45, n. 2, p. 363–374, 1978.
- RÖSSLER, O. E. An equation for continuous chaos. **Physics Letters A**, Heidelberg, v. 57, n. 5, p. 397–398, 1976.
- SANTIM, M.; TEIXEIRA, M.; SOUZA, W. A. d.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. Design of a Takagi-Sugeno fuzzy regulator for a set of operation points. **Mathematical Problems in Engineering**, New Iorque, v. 2012, n. 1, p. 1–17, 2012.
- SEILER, P. SOSOPT: a toolbox for polynomial optimization. [S. l.: s. n.], 2013. Disponível em: <<http://www.aem.umn.edu/AerospaceControl/>>. Acesso em: 4 jul 2017.
- SLOTINE, J. J. E.; LI, W. et al. **Applied nonlinear control**. [S.l.]: prentice-Hall, 1991. 461 p.
- SOUZA, W. A. **Projeto de controladores robustos chaveados para sistemas nao lineares descritos por modelos fuzzy Takagi-Sugeno**, 2013, 93 f. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Júlio de Mesquita Filho – UNESP, Ilha Solteira, 2013.
- SOUZA, W. A.; TEIXEIRA, M.; SANTIM, M.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. On switched control design of linear time-invariant systems with polytopic uncertainties. **Mathematical Problems in Engineering**, New Iorque, v. 2013, n. 1, p. 1–10, 2013.

- SOUZA, W. A. d.; TEIXEIRA, M. C. M.; SANTIM, M. P. A.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. Robust switched control design for nonlinear systems using fuzzy models. **Mathematical Problems in Engineering**, New Iorque, v. 2014, n. 1, p. 1–11, 2014a.
- SOUZA, W. A. de; TEIXEIRA, M. C.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. On switched regulator design of uncertain nonlinear systems using Takagi–Sugeno fuzzy models. **Fuzzy Systems, IEEE Transactions on**, Piscataway, v. 22, n. 6, p. 1720–1727, 2014b.
- STURM, J. F. Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones. **Optimization Methods and Software**, Oxfordshire, v. 11, n. 1-4, p. 625–653, 1999.
- TAKAGI, T.; SUGENO, M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. **Systems, Man, and Cybernetics, IEEE Transactions on**, Piscataway, v. 15, n. 1, p. 116–132, 1985.
- TANAKA, K.; IKEDA, T.; WANG, H. O. Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and LMI-based designs. **Fuzzy Systems, IEEE Transactions on**, Piscataway, v. 6, n. 2, p. 250–265, 1998.
- TANAKA, K.; OHTAKE, H.; SEO, T.; TANAKA, M.; WANG, H. O. Polynomial fuzzy observer designs: a sum-of-squares approach. **Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), IEEE Transactions on**, Piscataway, v. 42, n. 5, p. 1330–1342, 2012.
- TANAKA, K.; OHTAKE, H.; WANG, H. O. Guaranteed cost control of polynomial fuzzy systems via a sum of squares approach. **Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), IEEE Transactions on**, Piscataway, v. 39, n. 2, p. 561–567, 2009.
- TANAKA, K.; TANAKA, M.; CHEN, Y.-J.; WANG, H. O. A new sum-of-squares design framework for robust control of polynomial fuzzy systems with uncertainties. **Fuzzy Systems, IEEE Transactions on**, Piscataway, v. 24, n. 1, p. 94–110, 2016.
- TANAKA, K.; WANG, H. O. **Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach**. Nova Iorque: John Wiley & Sons, 2004. 309 p.
- TANAKA, K.; YOSHIDA, H.; OHTAKE, H.; WANG, H. O. Stabilization of polynomial fuzzy systems via a sum of squares approach. In: IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INTELLIGENT CONTROL, 22., 2007, Singapore. **Proceedings...** Singapore: IEEE, 2007a. p. 160–165.
- TANAKA, K.; YOSHIDA, H.; OHTAKE, H.; WANG, H. O. A sum of squares approach to stability analysis of polynomial fuzzy systems. In: PROCEEDINGS OF THE 2007 AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 26., 2007, New Iorque. **Proceedings...** New Iorque: IEEE, 2007b. p. 4071–4076.
- TANAKA, K.; YOSHIDA, H.; OHTAKE, H.; WANG, H. O. A sum-of-squares approach to modeling and control of nonlinear dynamical systems with polynomial fuzzy systems. **Fuzzy Systems, IEEE Transactions on**, Piscataway, v. 17, n. 4, p. 911–922, 2009.
- TANIGUCHI, T.; TANAKA, K.; OHTAKE, H.; WANG, H. O. Model construction, rule reduction, and robust compensation for generalized form of Takagi-Sugeno fuzzy systems. **Fuzzy Systems, IEEE Transactions on**, Piscataway, v. 9, n. 4, p. 525–538, 2001.

- TEIXEIRA, M. C.; ASSUNÇÃO, E.; AVELLAR, R. G. On relaxed LMI-based designs for fuzzy regulators and fuzzy observers. **Fuzzy Systems, IEEE Transactions on**, Piscataway, v. 11, n. 5, p. 613–623, Oct 2003.
- TEIXEIRA, M. C. M.; ZAK, S. H. Stabilizing controller design for uncertain nonlinear systems using fuzzy models. **Fuzzy Systems, IEEE Transactions on**, Piscataway, v. 7, n. 2, p. 133–142, 1999.
- UETA, T.; CHEN, G. Bifurcation analysis of chen's equation. **International Journal of Bifurcation and Chaos**, New Jersey, v. 10, n. 8, p. 1917–1931, 2000.
- VITAL, F.; VARGAS, J. A. R. Sistema para comunicação com segurança baseado em osciladores caóticos. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA-CBA, 23., 2014, Belo Horizonte. **Anais...** Juiz de Fora: SBA, 2014. p. 1–8.
- WANG, H. O.; TANAKA, K.; GRIFFIN, M. Parallel distributed compensation of nonlinear systems by Takagi-Sugeno fuzzy model. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON FUZZY SYSTEMS, 2., 1995, Yokohama. **Proceedings...** Yokohama: IEEE, 1995. v. 2, p. 531–538.
- WANG, H. O.; TANAKA, K.; GRIFFIN, M. F. An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues. **Fuzzy Systems, IEEE Transactions on**, Piscataway, v. 4, n. 1, p. 14–23, 1996.
- XU, J.; XIE, L.; WANG, Y. Simultaneous stabilization and robust control of polynomial nonlinear systems using SOS techniques. **Automatic Control, IEEE Transactions on**, IEEE, New Iorque, v. 54, n. 8, p. 1892–1897, Aug 2009.
- YU, G. R.; HO, K.-H. Constraints on control input and output of polynomial fuzzy systems via a sum of squares approach. In: FUZZY SYSTEMS (FUZZ-IEEE), 2012 IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON, 10., 2012, Brisbane. **Proceedings...** Brisbane: IEEE, 2012. p. 1–6.
- YU, G. R.; HUANG, Y. C.; CHENG, C. Y. Robust H_∞ controller design for polynomial fuzzy control systems by sum-of-squares approach. **Control Theory Applications, IET**, Stevenage, v. 10, n. 14, p. 1684–1695, 2016.
- YUM, G. R.; WANG, W. Y. SOS-based fuzzy control of a wheeled mobile robot with decay rate. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS-SMC, 2013, Manchester. **Proceedings...** Manchester: IEEE, 2013. p. 4700–4705.