

Rafael de Oliveira Silva

**Atenuação de Vibrações em Sistemas que utilizam Molas de Liga
de Memória de Forma**

Ilha Solteira

2017

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JULIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

Rafael de Oliveira Silva

**Atenuação de Vibrações em Sistemas que utilizam Molas de Liga
de Memória de Forma**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós
Graduação em Engenharia Mecânica, Facul-
dade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP
como parte dos requisitos necessários para
obtenção do título de Mestre em Engenha-
ria Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Luiz Chagas Manhães de Abreu

Ilha Solteira

2017

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

S586a Silva, Rafael de Oliveira.
Atenuação de vibrações em sistemas que utilizam molas de liga de memória de forma / Rafael de Oliveira Silva. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2017
101 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Mecânica dos Sólidos, 2017

Orientador: Gustavo Luiz Chagas Manhães de Abreu
Inclui bibliografia

1. Atenuação de vibrações. 2. Ligas de memória de forma. 3. Mola helicoidal de LMF.

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: Atenuação de Vibrações em Sistemas que utilizam Molas de Liga de Memória de Forma

AUTOR: RAFAEL DE OLIVEIRA SILVA

ORIENTADOR: GUSTAVO LUIZ CHAGAS MANHAES DE ABREU

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em ENGENHARIA MECÂNICA, área de conhecimento: MECANICA DOS SOLIDOS pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. GUSTAVO LUIZ CHAGAS MANHAES DE ABREU

Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. AMARILDO TABONE PASCHOALINI

Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. WARLEY AUGUSTO PEREIRA

Departamento de Engenharia Mecânica / Universidade de Rio Verde

Ilha Solteira, 31 de março de 2017

Este trabalho é dedicado à minha família, sendo sempre meu suporte ao longo da vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por ter me dado força e perseverança para a realização deste trabalho.

Aos meus pais Agrimar Geraldo da Silva e Aurora M^a. Francisca de Oliveira Silva, por terem sempre me incentivado e direcionado aos estudos.

À minha esposa Suzyane Rodrigues Nunes de Oliveira pelo amor, o apoio e principalmente a paciência durante esta etapa da minha vida, sendo uma mulher e mãe exemplar. Ao meu filho Gabriel Rodrigues de Oliveira que veio ao mundo durante esta jornada se tornando meu grande incentivo de vida e exemplo de amor. Ao meu irmão Pedro Henrique de Oliveira Silva, por seus conselhos e incentivos.

Ao meu sogro Manoel Messias Nunes da Silva e minha sogra Marta Maria Rodrigues Nunes, pelo apoio e ajuda nesta caminhada.

À Universidade de Rio Verde (UniRV) pela oportunidade concedida. Aos diretores das faculdades de Engenharia Mecânica e Engenharia Civil, Prof. Dr. Warley Augusto Pereira, Prof. Me. Giancarlo Ribeiro Vasconcelos e Prof. Me. João Pires de Moraes pela confiança em meu trabalho na universidade.

Ao meu orientador Prof. Dr. Gustavo Luiz Chagas Manhães de Abreu pela paciência, confiança e disposição em me orientar para que este trabalho fosse realizado.

Ao amigo e Professor Me. Bruno Antunes Martins, pelo incentivo e conhecimentos transmitidos.

Aos colegas, Marcio Miazaki e Marcelo Francisco Maesta pela contribuição e troca de conhecimentos ao longo dos estudos relacionados à este trabalho.

À todos os funcionários e professores do Departamento de Engenharia Mecânica de Ilha Solteira.

RESUMO

Diversos estudos relacionados à atenuação de vibrações utilizando materiais inteligentes vem sendo amplamente explorados no meio acadêmico. Neste âmbito, as Ligas de Memória de Forma (LMF) se destacam por apresentarem dissipação de energia vibratória devido ao seu comportamento histerético promovido pelo efeito pseudoelástico. No presente trabalho, dois sistemas com um e dois graus de liberdade, contendo mola helicoidal de LMF como elemento resiliente, são implementados numericamente para demonstrar a atenuação de vibrações ocasionada pelas transformações de fase presentes no material. Para cada um dos sistemas mecânicos investigados, dois modelos termomecânicos são confrontados numericamente visando a obtenção das características de cada modelo em representar a atenuação de vibrações dos sistemas submetidos à carregamentos termomecânicos. O trabalho termina comentando as potencialidades da proposta apresentada, discutindo as facilidades e dificuldades encontradas na sua implementação e apontando para o desenvolvimento de futuros estudos.

Palavras-chave: Atenuação de vibrações. Absorvedor dinâmico de vibrações. Ligas de memória de forma (LMF). Mola helicoidal de LMF.

ABSTRACT

Several studies regarding the vibration attenuation using intelligent materials have been widely explored in the academic world in engineering. In this context, the shape memory alloys (SMAs) exhibit vibratory energy dissipation due to their hysteretic behavior caused by the pseudoelastic effect. In the present work, two systems with one and two degrees of freedom, containing a SMA helical spring as a resilient element, are numerically implemented to demonstrate the vibration attenuation of the system caused by the phase transformations present in the SMA spring. For each considered mechanical systems, two thermomechanical models are numerically confronted in order to obtain the characteristics of each model in representing the vibration attenuation of the systems submitted to thermo-mechanical loads. This work is concluded presenting the potentialities of the design methodology proposed and future developments to be implemented.

Keywords: Vibration attenuation. Dynamic vibration absorber. Shape memory alloys (SMAs). SMA helical spring.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Aparelho ortodôntico (fios de LMF dentro dos <i>brackets</i>)	23
Figura 2 - Filtro de Simon (<i>Simon Filter</i>)	23
Figura 3 - Placa e parafuso de LMF utilizados em fratura de ossos da mandíbula.	24
Figura 4 - ADV adaptativo usando LMF.	25
Figura 5 - Arranjos estruturais dos materiais com memória de forma.	27
Figura 6 - Transformação direta induzida pela temperatura sem carregamento.	29
Figura 7 - Transformação reversa induzida pela temperatura sem carregamento.	29
Figura 8 - Transformação martensítica induzida por tensão.	30
Figura 9 - Tensões de transformação e diagrama tensão-deformação esquematizando o Efeito Pseudoelástico.	31
Figura 10 - Diagrama Tensão-Deformação-Temperatura esquematizando o Efeito Memória de Forma (one-way).	32
Figura 11 - Efeito Memória de Forma Reversível (Two-way) em uma mola.	33
Figura 12 - Ciclagem térmica com tensão constante de um fio de Nitinol e estabilização da histerese após 50 ciclos.	34
Figura 13 - Ciclagem mecânica com temperatura constante de um fio de Nitinol e estabilização da histerese após 20 ciclos.	34
Figura 14 - Diagrama tensão-deformação-temperatura e a deformação residual (ξ_L).	39
Figura 15 - Diagrama de fase unidimensional do modelo de Gao et al. (2007).	42
Figura 16 - Diagrama de fase unidimensional típico.	43
Figura 17 - Possíveis carregamentos na região $[o, t]$ ou região de <i>overlapping</i>	46
Figura 18 - Curva de histerese para o modelo de Ikuta et al. (1991).	48

Figura 19 - Diagrama de fases da LMF considerada.	50
Figura 20 - Diagrama de fases durante o carregamento considerando o efeito pseudoelástico.	51
Figura 21 - Diagrama tensão-deformação para o efeito pseudoelástico.	52
Figura 22 - Evolução da fração martensítica para o efeito pseudoelástico.	53
Figura 23 - Diagrama de fases durante o carregamento.	54
Figura 24 - Diagrama tensão-deformação para o efeito memória de forma.	55
Figura 25 - Evolução da fração martensítica para o efeito memória de forma.	56
Figura 26 - Carregamento térmico cíclico com tensão constante.	57
Figura 27 - Comportamento sobre carregamento térmico cíclico	58
Figura 28 - Carregamento mecânico cíclico com temperatura constante.	59
Figura 29 - Comportamento sobre carregamento mecânico cíclico.	59
Figura 30 - Distribuição da tensão de cisalhamento ao longo da seção transversal do fio de uma mola linear.	60
Figura 31 - Distribuição constante da transformação de fase e da tensão de cisalhamento.	61
Figura 32 - Sistema massa-mola de LMF com um grau de liberdade.	62
Figura 33 - Sistema massa-mola de LMF com dois graus de liberdade.	67
Figura 34 - Aquecimento da mola de LMF de 296 K a 315 K utilizando função harmônica.	73
Figura 35 - Atenuação de vibrações com aquecimento harmônico da mola de LMF (296K a 315K).	74
Figura 36 - Deslocamento do sistema com aquecimento harmônico da mola de LMF (296K a 315K).	75
Figura 37 - Transformação martensítica no tempo com aquecimento harmônico da mola de LMF (296K a 315K).	76
Figura 38 - Deslocamento do sistema com aquecimento harmônico da mola de LMF (280 K a 350 K).	77

Figura 39 - Transformação martensítica no tempo com aquecimento harmônico da mola de LMF (280 K a 350 K).	78
Figura 40 - Atenuação de vibrações com aquecimento harmônico da mola de LMF (280K a 350K).	79
Figura 41 - Deslocamento do sistema mantendo-se a temperatura e fração martensítica constantes.	80
Figura 42 - Evolução temporal da fração martensítica considerando temperatura e fração martensítica constantes.	81
Figura 43 - Comparação entre os deslocamentos obtidos para $T = 297.90 K$ e $\xi = 0.90$	82
Figura 44 - Transformação martensítica induzida pela temperatura	84
Figura 45 - Deslocamentos do sistema primário sem e com a presença do ADV sintonizado utilizando o modelo de Gao et al. (2007).	85
Figura 46 - Deslocamento do sistema primário com ADV para $T = 305.5 K$	86
Figura 47 - Transformação martensítica no tempo para $T = 305.5 K$	87
Figura 48 - Deslocamento do sistema primário com ADV para uma força excitação 10 vezes maior e $T = 305.5 K$	88
Figura 49 - Transformação martensítica no tempo para uma força de excitação 10 vezes maior e $T = 305.5 K$	89
Figura 50 - Deslocamentos do sistema primário sem e com a presença do ADV para uma força de excitação 10 vezes maior e $T = 305.5 K$	90
Figura 51 - Deslocamentos do sistema primário sem e com a presença do ADV para um aquecimento harmônico de 280 K a 350 K	91
Figura 52 - Transformação martensítica no tempo com aquecimento harmônico da mola de LMF do ADV de 280 K a 350 K	92
Figura 53 - Deslocamentos do sistema primário sem e com a presença do ADV para um aquecimento harmônico de 280 K a 350 K e força de excitação 10 vezes maior.	93

Figura 54 - Transformação martensítica no tempo com aquecimento harmônico da mola de LMF do ADV de 280 *K* a 350 *K* e força de excitação 10 vezes maior. 94

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 -	Pontos de entrada, saída e direções normais para cada zona (GAO et al., 2007).	45
Tabela 2 -	Propriedades termomecânicas da liga com memória de forma (GAO et al., 2007).	49
Tabela 3 -	Parâmetros do sistema vibratório massa-mola com 1 gdl (JUNIOR, 2012).	71
Tabela 4 -	Parâmetros do sistema vibratório massa-mola com 2 gdl (JUNIOR, 2012).	83

LISTA DE SÍMBOLOS

$[A]$	- Região onde ocorre a transformação de martensita para austenita
A_f	- Temperatura final de formação de austenita
A_s	- Temperatura de início de formação de austenita
A_{LMF}	- Área da seção transversal do elemento de LMF
a_M	- Constante do material (fase martensita)
b_M	- Constante do material (fase martensita)
a_A	- Constante do material (fase austenita)
b_A	- Constante do material (fase austenita)
C	- Índice de mola
C_2	- Coeficiente de amortecimento do absorvedor dinâmico de vibrações
C_A	- Coeficiente de influencia de tensão (austenita)
C_D	- Coeficiente de influencia de tensão (martensita não maclada)
C_M	- Coeficiente de influencia de tensão (martensita)
d	- diâmetro do fio da mola
D	- Diâmetro médio de espira
E	- Módulo de elasticidade
E_A	- Módulo de elasticidade da austenita pura
E_M	- Módulo de elasticidade da martensita pura
$E(\xi)$	- Módulo de elasticidade da mola de LMF
F_{ext}	- Força de excitação externa
f^A	- Função de transformação direta
F_{LMF}	- Força da mola de LMF
f^M	- Função de transformação reversa
$G(\xi)$	- Módulo de cisalhamento
k_{LMF}	- Rigidez da mola helicoidal de LMF
k_{max}	- Rigidez do material no estado puramente austenítico
k_{min}	- Rigidez do material no estado puramente martensítico
K_S	- Fator de correção da tensão de cisalhamento
k_1	- Rigidez do sistema primário
M	- Massa do sistema

M_1	-	Massa do sistema primário
M_2	-	Massa do absorvedor dinâmico de vibrações
$[M]$	-	Região de transformação de austenita e/ou martensita maclada para não maclada
M^d	-	Martensita não maclada (<i>dettwinned martensite</i>)
M_f	-	Temperatura final de formação de martensita
M_s	-	Temperatura inicial de formação de martensita
M^t	-	Martensita maclada (<i>martensite twinned</i>)
N	-	Número de espiras da mola
n^i	-	Direção normal do vetor que representa determinada a i-ésima transformação
$[o]$	-	Região de transformação de martensita maclada para não maclada
$[o, t]$	-	Região de overlapping
r	-	Coordenada radial ao longo da seção transversal da mola
R	-	Resíduo das equações de movimento
R_τ	-	Resíduo da tensão de cisalhamento
t	-	Instante de tempo
$[t]$	-	Região de transformação de austenita para martensita maclada
T	-	Temperatura
T_{in}^i	-	Temperatura de entrada na zona de transformação i
T_{out}^i	-	Temperatura de saída na zona de transformação i
T_0	-	Temperatura inicial do material
u	-	Deslocamento longitudinal da mola
x	-	Deslocamento do sistema
x_1	-	Deslocamento do sistema primário
x_2	-	Deslocamento do absorvedor dinâmico de vibrações
\dot{x}_1	-	Velocidade do sistema primário
\ddot{x}	-	Aceleração do sistema
\ddot{x}_1	-	Aceleração do sistema primário
\ddot{x}_2	-	Aceleração do absorvedor dinâmico de vibrações
Z_i	-	Razão de distância da zona i com relação ao último ponto de transição

Letras Gregas

α	-	Coefficiente térmico de expansão
γ	-	Ângulo de distorção
γ_L	-	Ângulo de distorção residual máximo
Δ_t	-	Passo de tempo
ε	-	Deformação do material
ε_L	-	Deformação residual
ε_0	-	Deformação inicial do material
Θ	-	Deformação relacionada á expansão térmica
ν	-	Coefficiente de Poisson
ξ	-	Fração martensítica
ξ_A	-	Fração martensítica inicial (resfriamento)
ξ_j	-	Fração martensítica do último ponto de transformação
ξ_M	-	Fração martensítica inicial (aquecimento)
ξ_o	-	Fração martensítica não maclada
ξ_t	-	Fração martensítica maclada
ξ_t^{swi}	-	Fração martensítica maclada do último ponto de transição computado
ξ_o^{swi}	-	Fração martensítica não maclada do último ponto de transição computado
ξ_0	-	Fração martensítica inicial
ρ_0^i	-	Largura da zona de transformação
ρ_j^i	-	Distância entre o último ponto de transição de transformação à fronteira
ρ^i	-	Distância entre o ponto atual ao ponto de entrada da zona de transformação i
σ	-	Tensão
σ_{A_f}	-	Tensão final de transformação de austenita
σ_{A_s}	-	Tensão de início de transformação de austenita
σ_e	-	Limite elástico do material
σ_f	-	Tensão crítica final de alinhamento das variantes martensíticas
σ_{in}^i	-	Tensão do ponto de entrada na zona de transformação i
σ_{out}^i	-	Tensão do ponto de saída na zona de transformação i
σ_j	-	Tensão do último ponto de transformação
σ_{M_f}	-	Tensão final de transformação de martensita

σ_{M_s}	-	Tensão de início de transformação de martensita
σ_s	-	Tensão de início de alinhamento das variantes martensíticas
σ_y	-	Início de deformação plástica não recuperável
σ_0	-	Tensão inicial
σ_0	-	Tensão inicial
τ	-	Tensão de cisalhamento
τ'	-	Direção tangente ao caminho do carregamento
ω	-	Frequência de excitação
ω_{ADV}	-	Frequência natural do absorvedor dinâmico de vibrações
ω_n	-	Frequência natural do sistema
Ω	-	Tensor termoelástico de transformação

LISTA DE SIGLAS

<i>CCC</i>	-	<i>Cúbico de Corpo Centrado</i>
<i>ADV</i>	-	<i>Absorvedor Dinâmico de Vibrações</i>
<i>ADV_s</i>	-	<i>Absorvedores Dinâmicos de Vibrações</i>
<i>Cu – Al</i>	-	<i>Cobre-Alumínio</i>
<i>Cu – Al – Ni</i>	-	<i>Cobre-Alumínio-Níquel</i>
<i>Cu – Zn</i>	-	<i>Cobre-Zinco</i>
<i>Cu – Zn – Al</i>	-	<i>Cobre-Zinco-Alumínio</i>
<i>EMFR</i>	-	<i>Efeito Memória de Forma Reversível</i>
<i>EMFS</i>	-	<i>Efeito Memória de Forma Simples</i>
<i>Fe – C</i>	-	<i>Ferro-Carbono</i>
<i>gdl</i>	-	<i>grau de liberdade</i>
<i>LMF</i>	-	<i>Liga de Memória de Forma</i>
<i>LMF_s</i>	-	<i>Ligas de Memória de Forma</i>
<i>NiTi</i>	-	<i>Níquel-Titânio</i>
<i>NOL</i>	-	<i>Naval Ordnance Laboratory</i>
<i>SMA</i>	-	<i>Shape Memory Alloy</i>
<i>SMA_s</i>	-	<i>Shape Memory Alloys</i>

SUMÁRIO

	Página
1	INTRODUÇÃO 18
2	FUNDAMENTOS TEÓRICOS E APLICAÇÕES 21
2.1	CONCEITOS BÁSICOS DE LIGAS DE MEMÓRIA DE FORMA 21
2.2	APLICAÇÕES DAS LIGAS DE MEMÓRIA DE FORMA 22
3	MODELAGEM CONSTITUTIVA DE MATERIAIS COM MEMÓRIA DE FORMA 26
3.1	INTRODUÇÃO 26
3.2	FENOMENOLOGIA DOS MATERIAIS COM MEMÓRIA DE FORMA . 27
3.2.1	Transformações de Fase Induzidas pela Temperatura 28
3.2.2	Transformação de Fase Induzida pela Tensão Mecânica e o Efeito Pseudoelástico 29
3.2.3	Efeito Memória de Forma (One-Way) 31
3.2.4	Efeito Memória de Forma Reversível (Two-way) 32
3.3	MODELAGEM DE MATERIAIS COM MEMÓRIA DE FORMA 34
3.4	MODELOS COM CINÉTICA DE TRANSFORMAÇÃO DE FASE ASSUMIDA 35
3.4.1	Modelo de Tanaka e Nagaki 35
3.4.2	Modelo de Liang e Rogers 37
3.4.3	Modelo de Gao 40
3.4.4	Modelo de Ikuta 47
4	AFERIÇÃO DO MODELO TERMOMECÂNICO DE GAO 49

4.1	PARÂMETROS DA LIGA DE MEMÓRIA DE FORMA	49
4.2	SIMULAÇÃO DO EFEITO PSEUDOELÁSTICO	50
4.3	SIMULAÇÃO DO EFEITO MEMÓRIA DE FORMA	53
4.4	CARREGAMENTO CÍCLICO	56
5	MODELAGEM DE MOLAS HELICOIDAIS COMPOSTAS DE LMF	60
5.1	SISTEMA MASSA-MOLA DE LMF COM UM GRAU DE LIBERDADE .	61
5.2	SISTEMA COM DOIS GRAUS DE LIBERDADE CONTENDO ADV COM MOLA DE LMF	67
5.2.1	Resolução Numérica das Equações do Movimento	69
6	SIMULAÇÕES NUMÉRICAS	71
6.1	SISTEMA COM UM GRAU DE LIBERDADE UTILIZANDO MOLA DE LMF	71
6.2	SISTEMA COM DOIS GRAUS DE LIBERDADE UTILIZANDO MOLA DE LMF	83
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS	95
	REFERÊNCIAS	97

1 INTRODUÇÃO

Diversos sistemas estão sujeitos à vibrações e na maioria das aplicações, as vibrações decorrentes são indesejáveis. Os deslocamentos resultantes podem trazer diversos problemas estruturais como fadiga e deformações plásticas, principalmente se a frequência da fonte excitadora coincidir com a frequência de ressonância desses sistemas (RAO, 2009).

Nos últimos anos, o uso de materiais inteligentes para o controle de vibrações tem sido bastante explorado em diversas aplicações na indústria automobilística (ABREU et al., 2013), aeronáutica (ABREU et al., 2015), entre outros (LAGOUDAS, 2008). Dentre os materiais inteligentes existentes, as ligas de memória de forma (LMFs) ou *Shape Memory Alloys* (SMAs) possuem a característica de alterar sua forma, quando sujeitas à mudanças de temperatura e/ou tensão (SAVI et al., 2002).

As LMFs pertencem a única classe dos materiais inteligentes que além das características citadas anteriormente, possui a habilidade de recuperar a sua forma quando aquecidas à uma determinada temperatura, sendo essa habilidade denominada efeito memória de forma. Durante a recuperação de sua forma, uma histerese é formada e como consequência energias podem ser absorvidas e dissipadas. Histereses também surgem quando as LMFs são sujeitas à carregamentos cíclicos trazendo um outro comportamento chamada de efeito pseudoelástico. Essas características fazem com que as LMFs sejam uma boa alternativa para a absorção de impactos e amortecimento de vibrações (LAGOUDAS, 2008).

No contexto do controle de vibrações, é predominante o uso de absorvedores dinâmicos (ADVs) para a atenuação de vibrações indesejadas. Para uma maior faixa de frequências, os ADVs utilizam o controle ativo que consiste no uso de um elemento atuador adicionado em paralelo aos elementos passivos. O atuador nesse caso exerce uma força calculada através de um controlador contendo alguma técnica de controle definida previamente. A principal característica do controle ativo é a necessidade da inserção de energia ao sistema, fato que o difere do controle passivo (MARQUES, 2000). Um exemplo de controle ativo de vibrações em estruturas é apresentado por Dhanalakshmi et al. (2007), onde fios de LMF são utilizados como atuadores em uma viga sendo a mesma excitada em sua frequência natural através de um gerador de sinal e pastilhas piezoelétricas. A implementação de um controle realimentado é utilizada, e através da sintonia realizada, as amplitudes de vibrações são atenuadas em até 95%.

Uma alternativa bastante utilizada recentemente para o controle de vibrações são os ADVs adaptativos, onde a energia oriunda de uma fonte externa é utilizada não propriamente para ativar atuadores, e sim para a alteração de parâmetros físicos do sistema tais como: massa, rigidez e amortecimento. Em relação aos ADVs adaptativos, uma contribuição é realizada por Rustighi et al. (2005), onde um controle adaptativo é aplicado em uma viga com suporte no centro e fios fabricados de LMF, de maneira que o módulo de elasticidade do ADV pode ser alterado em função de sua rigidez, através do aquecimento provocado pela passagem de corrente elétrica no material.

As LMFs vem se destacando no controle de vibrações, pois oferecem grandes forças de atuação, dissipação e amortecimento através de seu comportamento histerético, trazendo portanto um grande potencial para diversas aplicações. Vários exemplos de aplicação das LMFs estão presentes na literatura, como o controle de vibração em rotores flexíveis através do uso de molas de LMF em mancais (HE et al., 2007), mostrando que esse tipo de material inteligente pode ser utilizado de maneira efetiva no controle de máquinas rotativas. Outro caso envolvendo também o controle de vibrações em máquinas rotativas foi citado por Alves (2015) que utilizou fios de LMF de maneira a suspender e amortecer um dos mancais de uma bancada composta de um sistema rotor-mancal. Um estudo de caso aplicado em tubulações é realizado por Mani e Senthilkumar (2015), que utiliza um ADV adaptativo contendo molas de LMF para o controle de vibrações geradas por pulsações hidráulicas que podem ocorrer na tubulação de uma bomba centrífuga. Na área da robótica, um protótipo semelhante à uma mão humana foi desenvolvido por Madani (2009) como grande aliado na utilização de próteses, de forma que um atuador de LMF foi utilizado para acionar o dispositivo e posteriormente comparado com outros atuadores. O trabalho concluiu que o acionamento do dispositivo com LMF é o que mais se aproxima da forma humana por possuir características estéticas e similarmente funcionais à de um músculo.

Para representar o comportamento termomecânico das LMFs, torna-se necessário a utilização de modelos matemáticos. Diversos modelos que contemplam a fenomenologia envolvida nas LMFs estão presentes na literatura e a compreensão destes modelos é de suma importância para dispositivos e sistemas que utilizam materiais com memória de forma nas diversas áreas da engenharia, destacando-se principalmente o controle de vibrações (LAGOUDAS, 2008).

Este trabalho apresenta uma proposta teórica de um controlador passivo, baseado em molas helicoidais de LMF, cuja finalidade é promover o amortecimento das vibrações presentes em sistemas mecânicos de 1 e 2 graus de liberdade. O controle proposto tem

por objetivo primário possibilitar a passagem do sistema mecânico pelas ressonâncias, com segurança. Além disso, este trabalho visa apresentar a modelagem constitutiva de LMFs, através da implementação dos modelos de Ikuta et al. (1991) e Gao et al. (2007), e efetuar simulações numéricas para demonstrar a atenuação de vibrações em sistemas de um e dois graus de liberdade contendo molas helicoidais de LMF.

No desenvolvimento do trabalho, mais especificamente no capítulo 2, são apresentados os conceitos básicos de LMFs e principais aplicações. No Capítulo 3, é formulado o modelo matemático de LMFs e no Capítulo 4 o modelo numérico desenvolvido é validado com os resultados disponíveis na literatura (GAO et al., 2007). No capítulo 5 é apresentada a modelagem da mola de LMF acoplada em dois tipos de sistemas mecânicos típicos: massa-mola com 1 e 2 gdl. No capítulo 6, simulações numéricas são efetuadas para verificar o comportamento das molas de LMF no amortecimento dos sistemas mecânicos formulados. O trabalho se encerra com o capítulo 7 onde são apresentados os comentários, as conclusões e as propostas de continuidade do trabalho.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS E APLICAÇÕES

Nesta seção busca-se apresentar os conceitos de LMFs bem como seu histórico e características comerciais baseadas nas informações presentes na literatura. Algumas aplicações das LMFs nos setores da biomedicina e no controle de vibrações são abordadas.

2.1 CONCEITOS BÁSICOS DE LIGAS DE MEMÓRIA DE FORMA

As Ligas de Memória de Forma (LMF) ou *Shape Memory Alloys (SMA)* são caracterizadas por retornarem à sua forma inicial, após sofrerem determinado carregamento e aquecidas à uma determinada temperatura. Além de apresentarem o efeito memória de forma propriamente dito, essas ligas se destacam também pela recuperação de severas deformações, dando origem ao efeito pseudoelástico (PINTO, 2011). Durante a recuperação de sua forma, algumas ligas podem gerar grandes forças de restituição trazendo como consequência um comportamento histerético no qual ocorre dissipação de energia, fato que evidencia seu uso em aplicações comerciais diversas nos setores: aeroespacial (ABREU et al., 2015), biomédico (MACHADO; SAVI, 2003) entre outros (LAGOUDAS, 2008), se destacando também no controle de vibrações (AGUIAR, 2011). Os fenômenos envolvidos nas LMFs dependem das transformações de fases (martensita e austenita) que ocorrem no interior do material.

A fase martensita foi descoberta nos aços por Adolf Martens em 1880, porém somente em 1900, estudos relacionados à fenomenologia da transformação martensítica foram amplamente investigados. Nas ligas de Ferro-carbono (Fe-C), essa transformação foi estabelecida como irreversível, sendo o conceito de irreversibilidade termoelástica da martensita introduzido em 1949 por Kurdjumov e Khandros, através de experimentos em estrutura baseadas nas ligas de Cobre (Cu-Zn e Cu-Al). Mais tarde em 1953, as transformações martensíticas termoelásticas também foram evidenciadas em outras ligas como In-Tl. Até 1963 os estudos relacionados a transformação martensítica nas ligas mantiveram-se estagnados, onde a partir daí, Buehler e sua equipe de trabalho investigavam aplicações com Níquel-Titânio (NiTi) envolvendo a proteção de calor. Eles notaram que além de boas propriedades mecânicas em relação à outros materiais comumente utilizados em engenharia, esse material apresentava a capacidade de recuperar sua forma. Devido esses estudos

terem sido realizados no *Naval Ordnance Laboratory (NOL)*, a liga recebeu o nome de *Nitinol* (LAGOUDAS, 2008).

Desde a descoberta do *Nitinol* em 1963, muitas aplicações comerciais foram desenvolvidas. O uso severo das ligas *Nitinol* na área biomédica apareceram nos anos 70, mas só nos anos 90 elas assumiram importância comercial com o uso de *stents*. Neste intervalo de tempo, as LMFs têm sido encontradas em outras aplicações como: ar condicionados, conectores de cabos eletrônicos, válvulas e outras variedades de produtos (LAGOUDAS, 2008).

As ligas de *Nitinol* possuem geralmente uma composição química próxima da equi-atômica (50% Ni e 50% Ti), podendo em alguns casos conter adições de outros elementos como cobre, ferro, cobalto e cromo. Mesmo sendo mais caras que as ligas de Cu-Zn-Al e Cu-Al-Ni, possuem diversas vantagens como: maior ductibilidade, maior recuperação de movimento, boa resistência à corrosão, temperaturas de transformações estáveis e alta biocompatibilidade (FARIA, 2010). A recuperação de deformações sofridas pelas LMFs de *Nitinol* chega a atingir cerca de 8% enquanto algumas LMFs de cobre atingem 4% (GAMA, 2003).

2.2 APLICAÇÕES DAS LIGAS DE MEMÓRIA DE FORMA

As LMFs são bastante utilizadas em aplicações biomédicas devido sua boa biocompatibilidade e excelente compatibilidade com a ressonância magnética e tomografia computadorizada (PETRINI; MIGLIAVACCA, 2011). Os implantes ortopédicos, dispositivos cardiovasculares, instrumentos cirúrgicos e aparelhos ortodônticos, compõem as principais aplicações das LMFs na área biomédica (MACHADO; SAVI, 2003). Nos fios de aparelhos ortodônticos por exemplo, o efeito pseudoelástico da LMF é explorado, de forma que uma força constante é gerada após o posicionamento do fio dentro dos *brackets* (figura 1) para promover o deslocamento dos dentes. Durante a inserção do fio, uma deformação é introduzida, provocando uma transformação de fase de austenita para martensita com uma única variante. Depois de posicionado na cavidade bucal, o fio retorna à sua fase inicial devido ao aumento de temperatura.

A primeira aplicação vascular da LMF se destacou com o filtro de Simon ou *Simon filter* apresentado na figura 2, usado para prevenir embolia em pacientes com intolerância à anticoagulantes. Sua aplicação foi possível graças ao efeito memória de forma. O dispositivo é fabricado com liga de *Nitinol* com a temperatura final de austenita (A_f) igual ao do corpo humano, sendo que na temperatura ambiente a fase estável é a martensita. Para

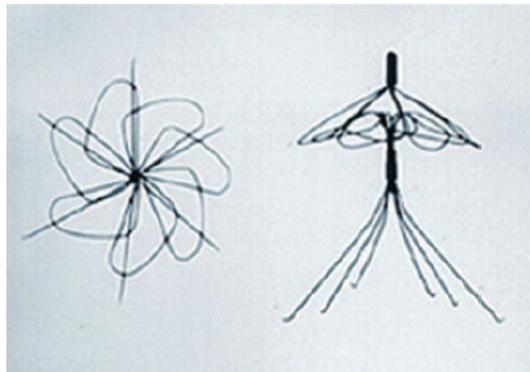
Figura 1- Aparelho ortodôntico (fios de LMF dentro dos *brackets*).



Fonte: Petrini e Migliavacca (2011).

que o filtro possa ser inserido no *catéter*, o material é deformado passando de martensita maclada para não maclada. Uma solução salina flui no *catéter* para manter a temperatura do filtro baixa dentro do corpo, e quando o *catéter* se encontra na posição desejada, o filtro é deixado e o fluxo de solução salina é interrompido, o material se expande retornando à sua forma original evitando possíveis coágulos na corrente sanguínea do paciente (PETRINI; MIGLIAVACCA, 2011).

Figura 2- Filtro de Simon (*Simon Filter*).

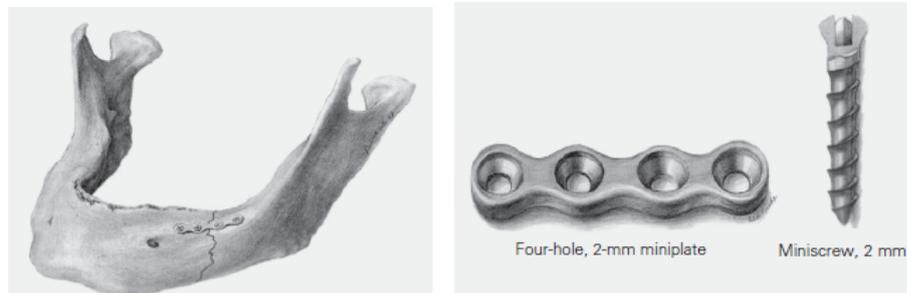


Fonte: Petrini e Migliavacca (2011).

Na área ortopédica o efeito memória de forma também é utilizado especificamente na recuperação de fraturas e quebras de ossos. Em áreas que possuem certa dificuldade para a inserção de um molde como: face, nariz, mandíbula e olho, placas de LMFs são colocadas e parafusadas, conforme ilustram as figuras 3a e 3b, de forma a manter o alinhamento original dos ossos, permitindo uma boa regeneração celular. Quando as placas são aquecidas, as mesmas tendem a recuperar a sua forma exercendo uma força constante unindo as partes separadas pela fratura e ajudando no processo de recuperação óssea (MACHADO; SAVI, 2003).

As LMFs tem sido bastante utilizadas no controle de vibrações devido a alta capacidade de amortecimento apresentada durante o efeito pseudoelástico, derivado das transformações de fase que ocorrem no interior do material. Variando-se a tensão e/ou

Figura 3- Placa e parafuso de LMF utilizados em fratura de ossos da mandíbula.



(a) Placa realizando a junção dos ossos.

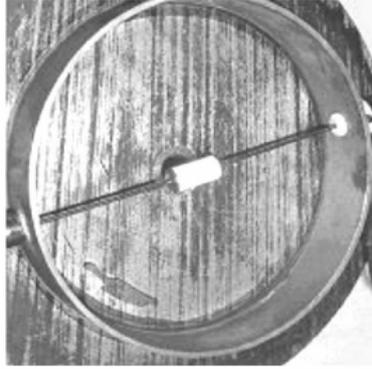
(b) Placa e parafuso de LMF.

Fonte: Machado e Savi (2003).

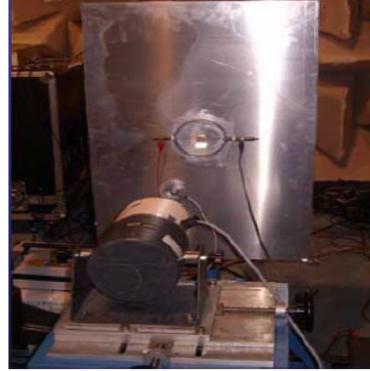
temperatura no dispositivo atenuador, suas características como rigidez e amortecimento podem ser modificadas de maneira a atenuar determinadas vibrações (AGUIAR, 2011). Nos absorvedores dinâmicos de vibrações (ADVs), as LMFs podem ser utilizadas no controle passivo, semi-ativo, ativo e adaptativo de vibrações (JUNIOR, 2012). Os ADVs passivos possuem os parâmetros de massa, rigidez e amortecimentos fixos, atenuando vibrações em uma banda de frequência definida. Os ADVs ativos adicionam um elemento atuador em paralelo aos elementos de rigidez e amortecimento do ADV passivo comum, permitindo assim a atenuação de uma banda maior de frequências. Regulando a força aplicada pelo atuador, o ADV pode ser sintonizado mantendo-se a massa, a rigidez e o amortecimento fixos no absorvedor. Para os ADVs adaptativos, as vantagens do passivo e do ativo são combinadas, onde um elemento com LMF (uma mola por exemplo) é adicionada no sistema sofrendo mudanças de rigidez através de aquecimento e resfriamento do material podendo o ADV trabalhar em uma ampla faixa de aplicação (AGUIAR, 2011).

Aguiar (2011) analisou um ADV adaptativo que utilizava fio de LMF tracionado, fixando suas extremidades em uma estrutura cilíndrica e com uma massa concentrada em seu centro como pode ser visto na figura 4a. Para verificar seu funcionamento em estruturas aeronáuticas, o ADV foi fixado em uma chapa de alumínio aeronáutico (veja figura 4b). A sintonia do absorvedor é obtida através da passagem de corrente elétrica pelo fio de LMF.

Figura 4- ADV adaptativo usando LMF.



(a) Modelo do ADV.



(b) ADV instalado na chapa de alumínio.

Fonte: Aguiar (2011).

3 MODELAGEM CONSTITUTIVA DE MATERIAIS COM MEMÓRIA DE FORMA

Neste capítulo são apresentadas as estruturas cristalográficas que podem estar presentes nas LMFs, onde uma abordagem sobre as transformações de fase nestes materiais é apresentada de forma sucinta servindo como base para a compreensão de sua fenomenologia. Alguns modelos com cinética de transformação de fase são abordados, porém, uma ênfase é dada aos modelos de (IKUTA et al., 1991) e (GAO et al., 2007).

3.1 INTRODUÇÃO

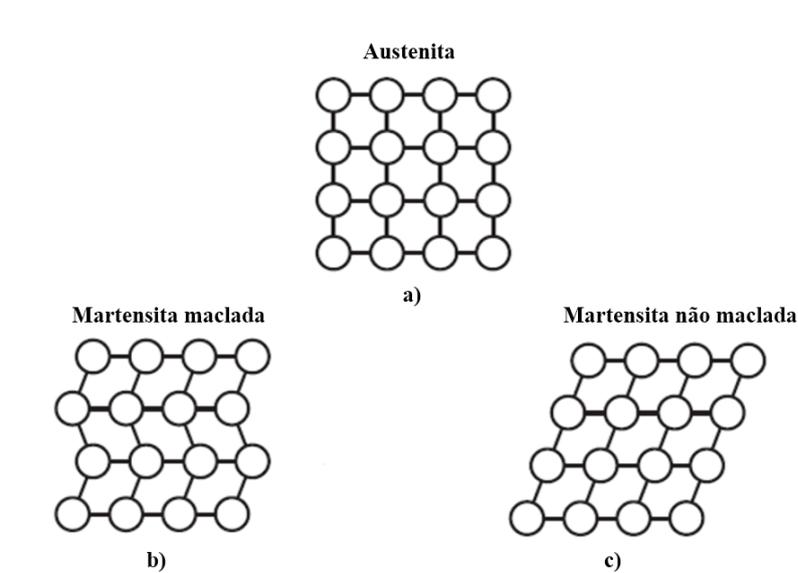
O comportamento das ligas com memória de forma dependem exclusivamente de sua estrutura cristalográfica, onde segundo Uehara (2010), em altas temperaturas destaca-se a Austenita que possui um arranjo simétrico do tipo cúbico de corpo centrado (*CCC*), enquanto em baixas temperaturas prevalece a Martensita possuindo arranjos pouco simétricos podendo ser do tipo tetragonal, ortorrômbico ou monoclinico (PINTO, 2011).

Além das estruturas cristalográficas definidas em certa temperatura, as mudanças de estrutura, também chamadas de transformações de fase, são responsáveis pelos fenômenos que ocorrem com as ligas de memória de forma. Estas transformações podem ser realizadas de duas formas: por difusão ou deslocamento. Na transformação por difusão, os átomos da fase inicial (fase mãe) necessitam realizar grandes deslocamentos para a formação da nova fase, devido a mesma se diferir quimicamente da fase inicial. Como consequência dos movimentos atômicos de longo alcance, este tipo de transformação é dependente do tempo e da temperatura. Ao contrário da difusão, a transformação por deslocamento possui uma alta dependência da temperatura e a não dependência do tempo, e ao invés de extensos deslocamentos atômicos, o que ocorre é um rearranjo cristalográfico para a formação de uma nova fase, ou seja, uma nova estrutura estável (DUERIG et al., 2013).

Por se tratarem de fases de estado sólido com mesma estrutura química, nas ligas com memória de forma, as transformações de fase ocorrem por deslocamento, sendo influenciadas pelo carregamento termomecânico ao qual o material é submetido. Supondo um material em altas temperaturas onde sua fase inicial (fase mãe) é a austenita (conforme figura 5a), se resfriado à baixas temperaturas, em sua estrutura cristalográfica inicia-se o desenvolvimento de martensita, que traz consigo um problema de acomodação pelo

fato da estrutura possuir cristais de duas fases distintas: a austenita pré-existente e a martensita em desenvolvimento. Durante a evolução da fração martensítica, ocorre uma auto acomodação dos novos cristais através de espaços existentes na estrutura, denominados *planos de hábito*, sendo estes responsáveis pela formação do arranjo cristalográfico da nova fase (martensita). Se durante a auto acomodação dos cristais o material estiver livre de carregamento mecânico forma-se a martensita maclada (*martensite twinned* - M^t), representada pela figura 5b, onde os novos cristais de martensita podem formar diversas variantes (arranjos com orientações diferentes) devido a existência de diferentes *planos de hábito*. Já com a aplicação de carregamento mecânico, é possível reorientar os cristais para uma direção preferencial (um só *planos de hábito*), dando origem a outro tipo de martensita denominada martensita não-maclada (*detwinned martensite* - M^d), representada pela figura 5c (CISMASIU, 2010).

Figura 5- Arranjos estruturais dos materiais com memória de forma.



Fonte: Adaptado de Cismasiu (2010).

Para que ocorra as transformações de fase nos materiais com memória de forma, é necessário que seja aplicado um carregamento termomecânico apropriado ao mesmo, onde cada fase possui valores de temperaturas e de tensões mecânicas específicas que indicam o início e o fim dessas transformações.

3.2 FENOMENOLOGIA DOS MATERIAIS COM MEMÓRIA DE FORMA

Os dois fenômenos mais observados nas ligas com memória de forma são: o efeito memória de forma, propriamente dito, podendo ser de uma via (*one-way*) ou reversível

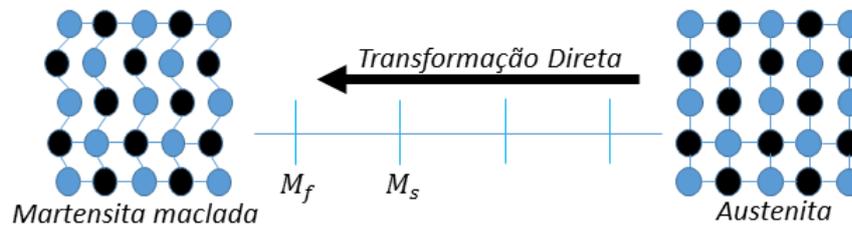
(*two-way*) e o efeito pseudoelástico (PAIVA et al., 2003). Existe ainda um terceiro fenômeno relacionado com a transformação de sua estrutura cristalina, que se manifesta com a variação de temperatura. Tais fenômenos possuem dependência das transformações de fase, e para que elas ocorram é necessário aplicar à liga um carregamento, onde se o mesmo for influenciado pela temperatura, as transformações possuem seu início e final definidos por valores característicos, formando uma espécie de faixa. Para a fase martensítica, os valores característicos são respectivamente: início de formação de martensita (*Martensitic Start Temperature* - M_s) e temperatura final de formação de martensita (*Martensitic Finish Temperature* - M_f). Já para a fase austenita tem-se: temperatura de início de formação de austenita (*Austenitic Start Temperature* - A_s) e temperatura final de formação de austenita (*Austenitic Finish Temperature* - A_f). Essas temperaturas características de transformação de fase possuem a seguinte relação: $M_f < M_s < A_s < A_f$.

Tratando-se de um carregamento mecânico aplicado à liga de memória de forma, a formação de martensita induzida por tensão (martensita não maclada) tem seu início caracterizado por σ_s e o seu final por σ_f , sendo tais valores característicos influenciados pela temperatura em que se encontra a liga.

3.2.1 Transformações de Fase Induzidas pela Temperatura

O fenômeno da transformação de fase induzida pela temperatura pode ser explicado adotando que uma liga se encontra em uma temperatura acima de A_f e livre de tensões, sendo nessas condições sua estrutura puramente austenítica. Segundo Lagoudas (2008), resfriando-se a liga até atingir a temperatura M_s , ocorre a auto acomodação das variantes martensíticas, como citado anteriormente, e o início de formação da martensita induzida pela temperatura, ou seja, a martensita maclada que completa sua transformação ao atingir a temperatura M_f , como pode ser visto na figura 6. Para esse tipo de transformação, dá-se o nome de transformação direta, onde não ocorrem alterações macroscópicas na forma do material. Na fase de martensita maclada, o material pode ser facilmente deformado se aplicado determinado carregamento, devido a diminuição de sua rigidez.

Figura 6- Transformação direta induzida pela temperatura sem carregamento.



Fonte: Adaptado de Lagoudas (2008).

Da mesma forma, se o material for aquecido, o mesmo poderá retornar à sua fase austenítica, sendo essa transformação denominada reversa. A transformação reversa tem seu início determinado pela temperatura A_s e seu fim por A_f , como pode ser visto através da figura 7.

Figura 7- Transformação reversa induzida pela temperatura sem carregamento.



Fonte: Adaptado de Lagoudas (2008).

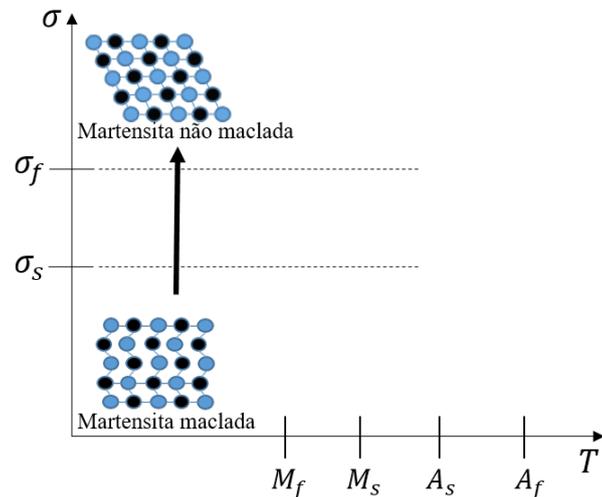
As temperaturas de transformação de fase são influenciadas pelo tipo de liga presente no material, pela sua composição química e pelos tratamentos termomecânicos realizados na mesma (DIAS, 2005).

3.2.2 Transformação de Fase Induzida pela Tensão Mecânica e o Efeito Pseudoelástico

Apesar das transformações de fase direta e reversa serem causadas pela temperatura, outras transformações de fase podem ocorrer com a aplicação de tensão mecânica no material, desde que o carregamento mecânico esteja dentro de limites estabelecidos. Considerando que uma liga se encontra em uma baixa temperatura (inferior a M_f) estando a mesma na fase de martensita maclada (M^t), ao ser submetida à um carregamento mecânico e que este alcance um valor crítico, representado por σ_s , ocorrerá uma reorientação de

sua estrutura cristalina para uma direção preferencial conforme ilustra a figura 8, dando início a formação de martensita não maclada que se completa após o carregamento atingir o valor representado por σ_f (LAGOUDAS, 2008).

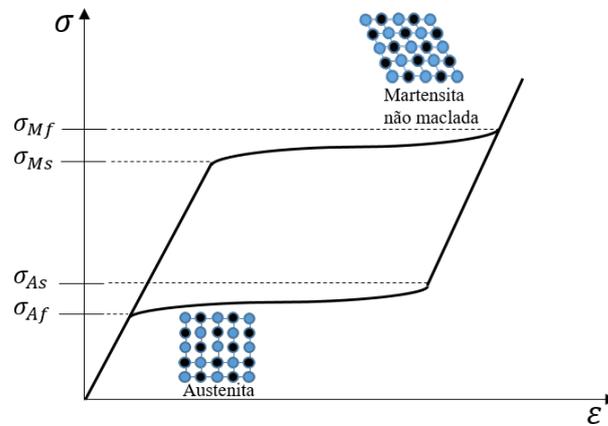
Figura 8- Transformação martensítica induzida por tensão.



Fonte: Adaptado de Lagoudas (2008).

Essa transformação induzida pela tensão, também chamada por Faria (2010) de *desmaclamento*, resulta em mudanças macroscópicas na forma do material, onde após a retirada do carregamento, o mesmo não se recupera totalmente da deformação sofrida em baixas temperaturas. Por outro lado, se o material for aquecido, toda a deformação pode ser recuperada evidenciando o efeito pseudoelástico. Para melhor representar o efeito pseudoelástico, a figura 9 esquematiza um diagrama tensão-deformação, onde o material se encontra a uma temperatura superior a A_f , tendo sua estrutura 100% austenita. Iniciando-se o carregamento, uma deformação elástica linear é formada até a tensão mecânica atingir o valor para o início de formação de martensita não maclada (σ_{M_s}), onde a partir desse ponto um pequeno aumento no carregamento promove uma grande deformação no material, caracterizando uma região não linear, sendo o final de formação de martensita não maclada representado por σ_{M_f} . Ao ser descarregado mecanicamente, o material passa por uma pequena restituição linear de sua deformação até ser provocada outra transformação de fase, sendo essa última de martensita não maclada para austenita que se inicia após o descarregamento passar pela tensão de início de formação de austenita (σ_{A_s}), permitindo que o material se restitua completamente da deformação sofrida quando atingida a tensão de final de formação de austenita (σ_{A_f}).

Figura 9- Tensões de transformação e diagrama tensão-deformação esquematizando o Efeito Pseudoelástico.



Fonte: Adaptado de Lagoudas (2008).

Uma característica importante que pode ser observada na figura 9 é o fato das regiões lineares (carregamento e descarregamento) não se sobreporem, criando um laço de histerese que representa a energia dissipada durante o processo, e microscopicamente o atrito interno gerado devido as transformações de fase. O fenômeno do efeito pseudoelástico é bastante utilizado no controle de vibrações, especialmente em absorvedores ativos (JUNIOR, 2012).

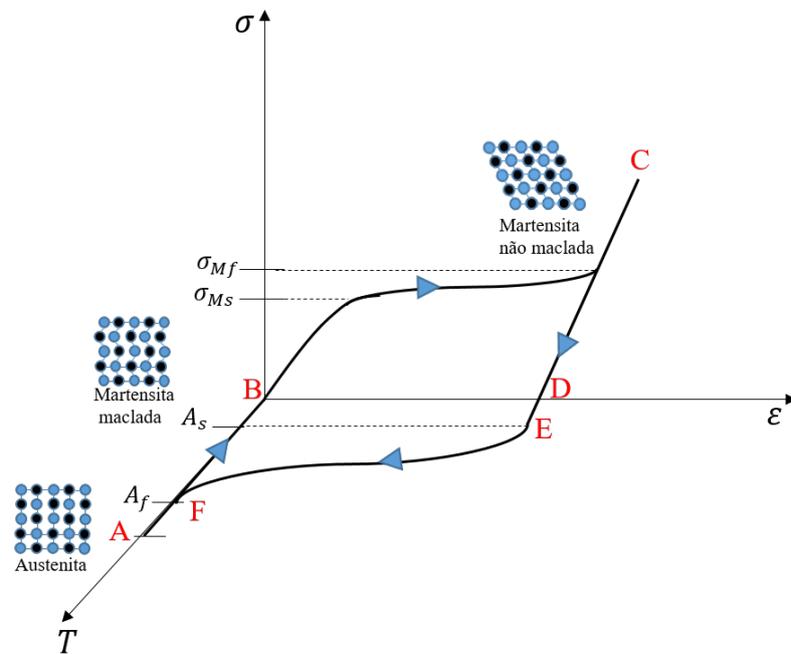
Existe ainda um valor limite para a recuperação da deformação ocasionada no material, sendo esse dependente da região elástica da fase em que se encontra o material, portanto, se o carregamento ultrapassar o valor limite elástico, o material sofrerá uma deformação plástica, ou seja, uma deformação permanente (PAIVA et al., 2003). Sabendo que as tensões mecânicas de transformação são influenciadas pela temperatura em que se encontra o material, temperaturas muito elevadas em relação à A_f devem ser evitadas, pois podem solicitar carregamentos acima do limite elástico da fase austenita de maneira a provocar deformações plásticas permanentes.

3.2.3 Efeito Memória de Forma (One-Way)

Para um melhor entendimento do efeito memória de forma simples (EMFS), é apresentado na figura 10 um diagrama triaxial relacionando tensão-deformação-temperatura, onde é considerado um material com memória de forma que se encontra em uma temperatura indicada pelo ponto A , tendo sua fase totalmente em austenita. Resfriando-o até o ponto B , sem nenhum carregamento aplicado, ocorre a transformação direta do material e a formação da fase martensita maclada. Ao ser aplicado um carregamento mecânico

acima de σ^{M_s} , inicia-se a reorientação das diversas variantes da martensita, onde qualquer aumento da tensão mecânica aplicada acarreta em uma grande deformação, e finaliza quando a tensão σ^{M_f} é alcançada deixando a estrutura em martensita não maclada. O descarregamento é realizado no trecho $C-D$, onde praticamente pouca deformação é recuperada deixando o material com uma deformação residual indicada pelo ponto D , que por estar em baixa temperatura não se recupera totalmente dessa deformação. Quando o material é aquecido até a temperatura indicada por A_s , inicia-se uma restituição não linear da deformação residual e conseqüentemente uma transformação de martensita não maclada em austenita, que se conclui através da temperatura final de transformação (A_f) (LAGOUDAS, 2008).

Figura 10- Diagrama Tensão-Deformação-Temperatura esquematizando o Efeito Memória de Forma (one-way).



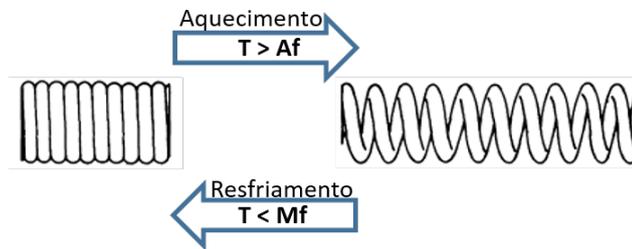
Fonte: Adaptado de Lagoudas (2008).

3.2.4 Efeito Memória de Forma Reversível (Two-way)

Ao contrário do efeito memória de forma simples (EMFS) onde é possível a memorização de sua forma inicial após a aplicação de uma força externa e posterior aquecimento do material, o efeito memória de forma reversível (EMFR) permite a memorização de duas formas distintas após a aplicação de um carregamento térmico sem carga mecânica, sendo uma forma presente na fase austenítica e outra na fase martensítica. A figura 11 representa o EFMR em uma mola que ao ser aquecida acima de A_f ocorre uma extensão de seu

comprimento e ao ser resfriada abaixo de M_f uma contração, sendo essas consequentes mudanças de sua forma causadas indefinidamente enquanto o processo se repete.

Figura 11- Efeito Memória de Forma Reversível (Two-way) em uma mola.

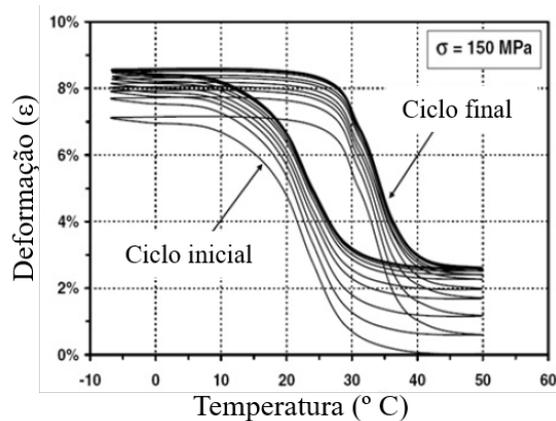


Fonte: Adaptado de Duerig et al. (2013).

O EMFR não consiste em um efeito intrínseco do material, podendo ser desenvolvido através da submissão do material à tratamentos termomecânicos apropriados denominados *ciclos de treinamento*, podendo ser dos seguintes tipos: treinamento do efeito memória de forma, treinamento da martensita induzida por tensão (treinamento pseudoelástico) e ciclagem térmica com tensão constante. No treinamento do efeito memória de forma, repetidos ciclos de deformação são aplicados à liga com a mesma já em sua fase de martensita, e a recuperação da deformação é induzida pela transformação reversa quando aquecida e livre de carregamento mecânico. Já no treinamento pseudoelástico, uma força externa é aplicada com a liga em uma temperatura acima de A_f , de forma a induzir a transformação martensítica, sendo a transformação reversa não influenciada pela força externa. Para atuadores com ligas de memória de forma, destaca-se a ciclagem térmica com tensão constante, na qual o material é submetido a ciclos térmicos de aquecimento e resfriamento apropriados até que a histerese gerada por sua deformação inelástica se estabilize (TAHA et al., 2015).

Um exemplo que relaciona a quantidade de ciclos até a estabilização da histerese é representado na figura 12, onde um fio de Nitinol sob carga constante de 150 MPa tem sua recuperação da deformação estabilizada após 50 ciclos. Observa-se também que durante os primeiros ciclos só uma parte da deformação sofrida é recuperada, e a medida que a ciclagem é aplicada, diminui-se a deformação não recuperável. A ciclagem induz alterações microscópicas no material e consequentemente alterações macroscópicas em sua forma, devido à formação de um campo de tensões residuais que favorece a orientação da martensita.

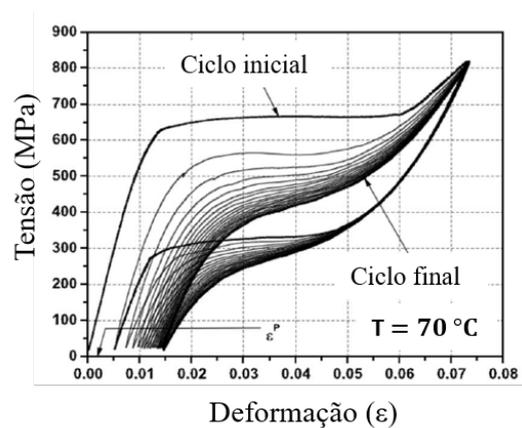
Figura 12- Ciclagem térmica com tensão constante de um fio de Nitinol e estabilização da histerese após 50 ciclos.



Fonte: Adaptado de Lagoudas (2008).

A figura 13 apresenta um diagrama tensão-deformação de uma liga de Nitinol treinada através do efeito pseudoelástico, onde a histerese também se estabiliza após a aplicação de carregamentos mecânicos cíclicos. Observa-se que a largura da histerese é proporcional a amplitude do carregamento aplicado e tem como principal função a dissipação de energia vibratória. Por este motivo, o efeito da pseudoelasticidade é bastante utilizado no controle passivo de vibrações (LAGOUDAS, 2008).

Figura 13- Ciclagem mecânica com temperatura constante de um fio de Nitinol e estabilização da histerese após 20 ciclos.



Fonte: Adaptado de Lagoudas (2008).

3.3 MODELAGEM DE MATERIAIS COM MEMÓRIA DE FORMA

No estudo e análise do comportamento termomecânico dos materiais com memória de forma, torna-se necessário o desenvolvimento de modelos matemáticos que descrevam de maneira satisfatória o comportamento desses materiais. Na modelagem, dois tipos

de abordagem podem ser realizadas, sendo uma com foco na parte microscópica e outra macroscópica. A abordagem microscópica está relacionada com aspectos metalúrgicos do material, enquanto a macroscópica é relacionada aos aspectos fenomenológicos (FARIA, 2007).

A modelagem termomecânica dos aspectos fenomenológicos podem ser classificados em: modelos polinomiais, modelos com restrições internas, modelos baseados em plasticidade e modelos com cinética de transformação de fase assumida (PINTO, 2011).

Os modelos com cinética de transformação de fase assumida mais conhecidos na literatura utilizam funções matemáticas (cossenoidais, exponenciais, entre outras) para descrever a cinética das transformações de fase (FARIA, 2007). O primeiro modelo que apresentou essa formulação foi o de Tanaka e Nagaki (1982), que se baseava nas leis da termodinâmica. Diversos modelos presentes na literatura como o de Liang e Rogers (1990), Brinson (1993), Boyd e Lagoudas (1996), entre outros, ocupam um espaço importante na modelagem do comportamento de ligas com memória de forma, por apresentarem diversas comprovações experimentais.

3.4 MODELOS COM CINÉTICA DE TRANSFORMAÇÃO DE FASE ASSUMIDA

Nos modelos com cinética de transformação de fase assumida, funções conhecidas são utilizadas para descreverem a cinética das transformações de fase. Em geral, os modelos consideram além da deformação (ε) e da temperatura (T), uma outra variável de estado interna e escalar (ξ) que representa a fração volumétrica da fase martensítica (PAIVA et al., 2003).

Diversos autores propuseram formas para representar a cinética de transformação de fase, a seguir serão apresentadas algumas destas formas.

3.4.1 Modelo de Tanaka e Nagaki

O modelo de Tanaka e Iwasaki (1985) foi criado com o intuito de descrever problemas tridimensionais, portanto, sua aplicação ficou restrita a casos unidimensionais (TANAKA; NAGAKI, 1982). Mesmo sendo observada a existência da martensita induzida pela temperatura, o modelo considera somente a martensita induzida por tensão mecânica, e tem como principal objetivo mostrar os fenômenos envolvidos no efeito pseudoelástico e na memória de forma (TANAKA et al., 1986). Os fenômenos são observados somente em temperaturas acima de M_s , ou seja, em baixas temperaturas não são avaliados.

Para descrever as transformações de fase são utilizadas funções exponenciais, sendo a transformação direta (austenita para martensita) representada pela função (TANAKA; NAGAKI, 1982):

$$\xi = 1 - \exp[-a_M(M_s - T) - b_M\sigma] + \xi_0 \quad (1)$$

sendo ξ_0 a fração martensítica no início da transformação, a_M e b_M são consideradas constantes do material podendo ser calculadas pelas equações (2) e (3), respectivamente:

$$a_M = -\frac{2(\ln 10)}{M_s - M_f} \quad (2)$$

$$b_M = -\frac{2(\ln 10)}{C_M} \quad (3)$$

sendo que o coeficiente de influência de tensão C_M , assim como as temperaturas de transformação M_s e M_f devem ser obtidas experimentalmente.

A tensão que determina o começo da transformação martensítica possui seu limite dado por (TANAKA; NAGAKI, 1982):

$$\sigma_{M_s} \geq \frac{a_M}{b_M}(T - M_s) \quad (4)$$

Como a transformação de fase é regida por uma equação exponencial, o valor da variável ξ tende ao valor unitário. De forma a solucionar esse problema, o término da transformação é considerado quando $\xi = 0.99$ e a tensão necessária é expressa conforme equação (5) abaixo (TANAKA; NAGAKI, 1982):

$$\sigma_{M_f} = \frac{2(\ln 10)}{b_M} - \frac{a_M}{b_M}(M_s - T) \quad (5)$$

Para a transformação inversa (martensita para austenita), trata-se também de uma

função exponencial descrita por:

$$\xi = \xi_0 \exp[-a_A(T - A_s) - b_A\sigma] \quad (6)$$

Semelhante às equações (2) e (3), e para a fase austenita, as constantes a_A e b_A dependem das temperaturas de transformação e coeficiente de influencia de tensão C_A , podendo essas constantes serem calculadas respectivamente por (TANAKA; NAGAKI, 1982):

$$a_A = -\frac{2(\ln 10)}{A_f - A_s} \quad (7)$$

$$b_A = -\frac{2(\ln 10)}{C_A} \quad (8)$$

A tensão que determina o início da transformação inversa é dada pela equação abaixo:

$$\sigma_{A_s} \leq \frac{a_A}{b_A}(T - A_s) \quad (9)$$

A transformação é considerada finalizada quando $\xi = 0.01$ e a tensão mecânica atinge o limite representado pela equação (10):

$$\sigma_{A_f} = -\frac{2(\ln 10)}{b_A} - \frac{a_A}{b_A}(A_s - T) \quad (10)$$

3.4.2 Modelo de Liang e Rogers

O modelo de Liang e Rogers (1990) se baseia no modelo de Tanaka e Nagaki (1982) e utiliza a função cossenoidal para representar a transformação martensítica ao invés da exponencial, de forma que a evolução da transformação seja representada em toda sua extensão. Assim como no modelo de Tanaka e Nagaki (1982), somente uma fração martensítica é considerada não havendo distinção entre martensita maclada e não maclada (LIANG, 1990).

Para um carregamento mecânico, a faixa de tensão que indica a região onde ocorre a transformação da austenita para martensita é definida como (LIANG; ROGERS, 1990):

$$C_M(T - M_s) \leq \sigma \leq C_M(T - M_f) \quad (11)$$

e a fração de martensita induzida pela tensão é dada por:

$$\xi = \frac{1 - \xi_0}{2} \cos[a_M(T - M_f) + b_M\sigma] + \frac{1 + \xi_0}{2} \quad (12)$$

sendo ξ_0 a fração martensítica inicial, T a temperatura no material durante o carregamento e σ o carregamento aplicado. As duas constantes do material a_M e b_M são calculadas, respectivamente, por (LIANG; ROGERS, 1990):

$$a_M = \frac{\pi}{(M_s - M_f)} \quad (13)$$

$$b_M = \frac{-a_M}{C_M} \quad (14)$$

Para um possível descarregamento, a transformação inversa de martensita para austenita ocorre dentro da região limitada por:

$$C_A(T - A_s) \leq \sigma \leq C_A(T - A_f) \quad (15)$$

e a expressão de transformação martensítica para esse caso é:

$$\xi = \frac{\xi_0}{2} \{ \cos[a_A(T - A_s) + b_A\sigma] + 1 \} \quad (16)$$

de modo que as constantes a_A e b_A são calculadas empregando as seguintes expressões

(LIANG; ROGERS, 1990):

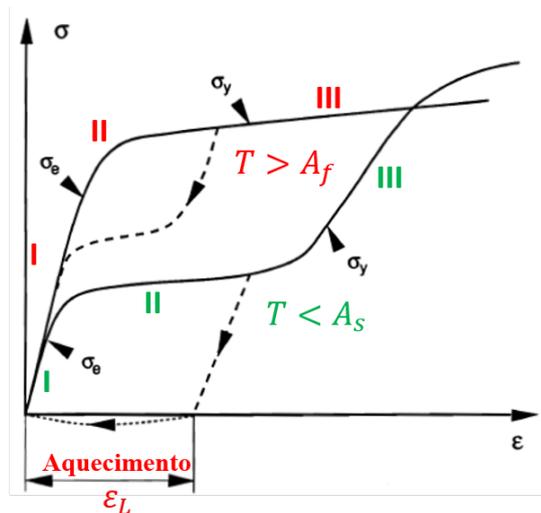
$$a_A = \frac{\pi}{(A_f - A_s)} \quad (17)$$

$$b_A = \frac{-a_A}{C_A} \quad (18)$$

Análogo ao modelo de Tanaka e Nagaki (1982), esse modelo trabalha com temperaturas iguais ou superiores a M_s e a evolução da fração martensítica variando entre 0 e 1, onde $\xi = 1$ indica transformação direta completa e $\xi = 0$ indica transformação inversa completa. A característica do modelo que leva em consideração a existência de uma fração inicial ξ_0 antes do início de transformação, permite simular transformações incompletas e recuperação de forma através do aquecimento (PINTO, 2011).

Uma principal diferença do modelo de Liang e Rogers (1990) e o modelo de Tanaka e Nagaki (1982), é a consideração do tensor de transformação termoelástico (Ω) e sua relação com a chamada deformação residual recuperável (ξ_L). O parâmetro da deformação residual foi analisado por Liang e Rogers (1990), através da aplicação de um carregamento e descarregamento com o material inicialmente à uma temperatura $T < A_s$, conforme ilustra a figura 14.

Figura 14- Diagrama tensão-deformação-temperatura e a deformação residual (ξ_L).



Fonte: Adaptado de Liang (1990).

Durante o carregamento, uma deformação linear e elástica (região *I*) prevalece no material até que seja atingido o seu limite elástico representado por σ_e . A transformação martensítica inicia-se a partir da região *II* e finaliza em σ_y que determina o início de deformação plástica não recuperável (região *III*). Com o descarregamento do material ocorre a recuperação de uma pequena parcela da deformação sofrida, restando ainda uma deformação residual ξ_L que pode ser totalmente recuperada se esse for aquecido à uma temperatura superior à A_f . Se o material já se inicia com temperatura $T > A_f$ após a aplicação do carregamento e posterior descarregamento, toda a deformação é recuperada não sendo evidenciada nenhuma deformação residual como pode ser visto no laço de histerese superior ao gráfico da figura 14 (LIANG, 1990).

Baseado na máxima deformação recuperável, o tensor de transformação elástico é expresso por Liang e Rogers (1990) como sendo:

$$\Omega = -E\xi_L \quad (19)$$

3.4.3 Modelo de Gao

O modelo termomecânico unidimensional de Gao et al. (2007) se baseia nos trabalhos anteriores de Tanaka e Nagaki (1982), Liang e Rogers (1990) e Brinson (1993), utilizando também a função cosseno para representar as transformações de fase. Dentre as alterações realizadas no modelo de Gao et al. (2007), a que mais se destaca é a separação da fração martensítica em duas outras frações (BRINSON, 1993), sendo uma induzida pela temperatura, chamada de martensita maclada, e outra por tensão mecânica, denominada martensita não maclada. Com essa separação da fração martensítica, o modelo permite representar com precisão o efeito pseudoelástico e a memória de forma em todas as temperaturas, fato que limita a aplicação dos modelos de Tanaka e Nagaki (1982) e Liang e Rogers (1990).

A lei constitutiva do modelo unidimensional de Gao et al. (2007) é dada por:

$$\sigma = E(\xi)(\varepsilon - \varepsilon_L\xi_o) + \Theta(T - T_0) \quad (20)$$

sendo σ a tensão mecânica, $E(\xi)$ o módulo de Young ou módulo de elasticidade do material, ε é a deformação, ε_L a deformação residual máxima, Θ está relacionado com o

coeficiente térmico de expansão ($\Theta = -E\alpha$, sendo α o coeficiente térmico de expansão e E o módulo de elasticidade do material), ε_L é a máxima deformação residual e T_0 é a temperatura de referência para a deformação relacionada à expansão térmica e possui valor nulo.

A martensita maclada, representada por ξ_t , não possui associação com a deformação macroscópica, porém a martensita não maclada (orientada), ξ_o , que possui direção preferencial através do carregamento aplicado, é acompanhada de deformação macroscópica (GAO et al., 2007). O volume total da fração martensítica é determinado por essas variáveis da seguinte forma (BRINSON, 1993):

$$\xi = \xi_t + \xi_o \quad (21)$$

O módulo de elasticidade de uma liga com memória de forma é determinado de acordo com a fração martensítica total segundo uma função linear dada por (BRINSON, 1993):

$$E(\xi) = \xi E_M + (1 - \xi) E_A \quad (22)$$

onde E_M e E_A correspondem aos módulos de elasticidade do material em 100% martensita e 100% austenita respectivamente. É importante observar que quando $\xi = 1$, prevalece somente o módulo de elasticidade da martensita e $E(\xi) = E_M$ na equação 22. Entretanto, se $\xi = 0$, permanece o módulo da austenita e $E(\xi) = E_A$. Durante as transformações de fase, o material possui seu módulo de elasticidade variando entre o módulo da martensita e o da austenita.

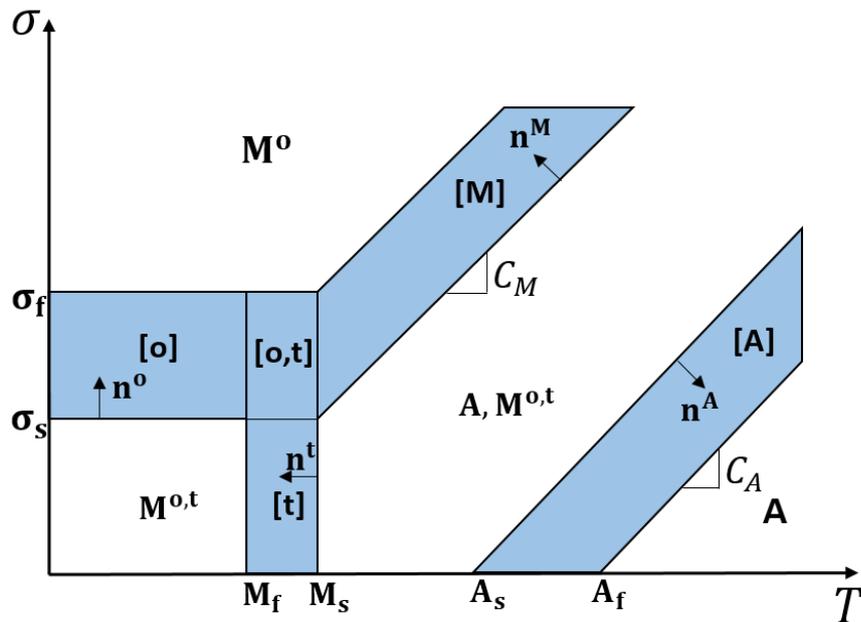
Substituindo a equação 22 na equação 20 e desconsiderando a deformação relacionada à expansão térmica (Θ), uma vez que seu valor é desprezível em relação as deformações provocadas pela transformação de fase, a lei constitutiva pode ser reescrita como sendo:

$$\sigma = (\xi E_M + (1 - \xi) E_A)(\varepsilon - \varepsilon_L \xi_o) \quad (23)$$

As equações que descrevem as transformações cinéticas e a evolução da fração martensítica, possuem dependência direta da tensão e da temperatura. Desta forma, o modelo de Gao et al. (2007) adota um diagrama de fases (figura 15) para ligas com memória de forma, no qual carregamentos térmicos e/ou mecânicos complexos podem ser aplicados,

de maneira que o histórico das transformações de fase possam ser observados. As regiões coloridas são denominadas zonas de transformação, enquanto as zonas em branco representam as zonas mortas (*Dead Zones*). A região onde ocorre a transformação de martensita para austenita é delimitada por $[A]$, onde $[t]$ representa a zona de transformação de austenita para martensita maclada, $[M]$ a transformação de austenita e/ou martensita maclada para martensita não maclada e $[o]$ martensita maclada para não maclada. A zona $[o, t]$ é chamada de *overlapping*, onde podem ocorrer as transformações que acontecem em $[o]$ e $[t]$. As *Dead Zones* são regiões onde nenhuma transformação ou orientação acontece, podendo também abranger regiões plásticas, que para a maioria das ligas com memória de forma devem ser evitadas.

Figura 15- Diagrama de fase unidimensional do modelo de Gao et al. (2007).



Fonte: Adaptado de Gao et al. (2007).

Dentro das zonas de transformação, a fração do volume de martensita só é alterada se o caminho do carregamento, representado por (τ) , tiver uma projeção positiva na direção normal do vetor que representa determinada transformação (n^i), de modo que:

$$\tau' \cdot n^i > 0 \quad i = [M], [A], [o] \text{ ou } [t] \quad (24)$$

A figura 16 mostra um carregamento arbitrário entre os pontos A e E , onde D representa o ponto atual, B é o ponto onde a transformação é interrompida devido o produto

$$\xi = \xi_j + (1 - \xi_j)f^M(Z^M) \quad (26)$$

onde o subscrito j representa o último ponto de transição e f^A e f^M são chamadas funções de transformação que variam de 0 a 1.

Por ser mais fácil de integrar e derivar, a função cosseno é utilizada para representar as funções de transformação que são definidas por:

$$f^A(Z^i) = 1 - \frac{1}{2}[1 - \cos(\pi Z^i)] \quad (27)$$

$$f^M(Z^i) = \frac{1}{2}[1 - \cos(\pi Z^i)] \quad (28)$$

onde Z^i é a razão de distância da zona i com relação ao último ponto de transição de transformação j . Seu valor varia entre 0 e 1 podendo ser calculado por:

$$Z^i(T, \sigma) = \frac{\rho^i - \rho_j^i}{\rho_0^i - \rho_j^i} \quad i = [M], [A], [o] \text{ ou } [t] \quad (29)$$

as distâncias ρ_j^i , ρ_0^i e ρ^i são expressas respectivamente por:

$$\begin{aligned} \rho_j^i &= n_1^i(T_j - T_{in}^i) + n_2^i(\sigma_j - \sigma_{in}^i) \\ \rho_0^i &= n_1^i(T_{out}^i - T_{in}^i) + n_2^i(\sigma_{out}^i - \sigma_{in}^i) \\ \rho^i &= n_1^i(T - T_{in}^i) + n_2^i(\sigma - \sigma_{in}^i) \end{aligned} \quad (30)$$

sendo (n_1^i, n_2^i) a direção normal da zona i , $(T_{in}^i, \sigma_{in}^i)$ é o ponto de entrada na zona de transformação i , $(T_{out}^i, \sigma_{out}^i)$ é o ponto de saída da zona de transformação e (T_j^i, σ_j^i) é o último ponto de transformação. A tabela 1 a seguir mostra como podem ser calculados os valores dessas variáveis.

Tabela 1- Pontos de entrada, saída e direções normais para cada zona (GAO et al., 2007).

Zona	$(T_{in}^i, \sigma_{in}^i)$	(n_1^i, n_2^i)	$(T_{out}^i, \sigma_{out}^i)$
[A]	$(A_s, 0)$	$\frac{C_A}{\sqrt{1+C_A^2}}, \frac{-1}{\sqrt{1+C_A^2}}$	$(A_f, 0)$
[t]	$(M_s, 0)$	-1, 0	$(M_f, 0)$
[M]	(M_s, σ_s)	$-\frac{C_M}{\sqrt{1+C_M^2}}, \frac{1}{\sqrt{1+C_M^2}}$	(M_s, σ_f)
[o]	(M_s, σ_s)	$-\frac{C_D}{\sqrt{1+C_D^2}}, \frac{1}{\sqrt{1+C_D^2}}$	(M_s, σ_f)

Para a implementação do modelo, equações são fornecidas para estimar a fração martensítica nas zonas de transformação, de forma que (GAO et al., 2007):

- para a zona [A] o material tem um decréscimo em suas frações martensíticas ξ_t e ξ_o , sendo essas calculadas pelas equações:

$$\xi_t^{[A]} = \xi_t^{swi} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\pi Z^{[A]}) \right] \quad (31)$$

$$\xi_o^{[A]} = \xi_o^{swi} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\pi Z^{[A]}) \right]$$

onde o termo *swi* nas funções apresentadas acima refere-se ao último ponto de transição computado.

- nas zonas [M] e [o], a reorientação da martensita maclada e a transformação de austenita em martensita não maclada são representadas pelas mesmas funções, sendo essas dadas por:

$$\xi_t^{[i]} = \xi_t^{swi} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\pi Z^{[i]}) \right] \quad \text{para} \quad i = [M] \text{ ou } [o] \quad (32)$$

$$\xi_o^{[i]} = \xi_o^{swi} + (1 - \xi_o^{swi}) \left\{ 1 - \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\pi Z^{[i]}) \right] \right\} \quad \text{para} \quad i = [M] \text{ ou } [o]$$

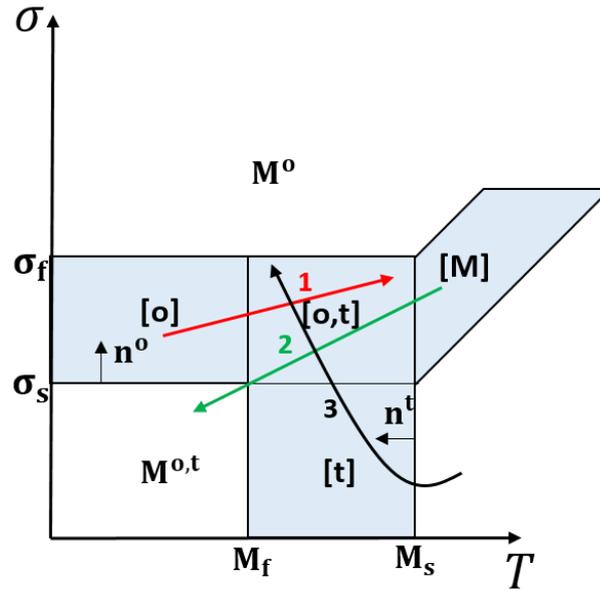
- na zona $[t]$ fração martensítica induzida pela tensão ξ_o se mantém inalterada, enquanto ξ_t aumenta a medida que a temperatura diminui chegando à um valor máximo de $1 - \xi_o$. As frações são escritas na região $[t]$ como:

$$\xi_0^{[t]} = \xi_0^{swi} \tag{33}$$

$$\xi_t^{[t]} = 1 - \xi_o - (1 - \xi_o^{swi} - \xi_t^{swi}) \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\pi Z^{[t]}) \right]$$

Uma atenção maior é dada para as transformações que ocorrem na região de *overlapping*, conforme ilustra a figura 17.

Figura 17- Possíveis carregamentos na região $[o, t]$ ou região de *overlapping*.



Fonte: Adaptado de Gao et al. (2007).

O carregamento (1) possui componente positiva somente na direção do vetor \mathbf{n}^o , de forma que a cinética de transformação da região $[o]$ é utilizada para calcular a fração martensítica através da equação 32. No carregamento (2) ocorre a situação inversa, de modo que o seu caminho assume uma projeção positiva em relação ao vetor \mathbf{n}^t , sendo a transformação nesse caso governada pela equação 33 (zona $[t]$). O carregamento (3) se destaca por possuir componente positiva em ambas as direções normais das zonas $[o]$ e $[t]$. Nesta situação, a fração martensítica é calculada continuamente para as duas zonas e a martensita maclada, ξ_t , pode ser alterada pela tensão, ao passo que a temperatura

não exerce influência sobre a martensita não maclada (ξ_o). Portanto, para a região $[o, t]$, a evolução das frações martensíticas maclada e não maclada são dadas por (GAO et al., 2007):

$$\xi_o^{[o,t]} = \xi_o^{swi} + (1 - \xi_o^{swi}) \left\{ 1 - \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\pi Z^{[o]}) \right] \right\} \quad (34)$$

$$\xi_t^{[o,t]} = \left\{ 1 - \xi_o^{swi} (1 - \xi_o^{swi} - \xi_t^{swi}) \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\pi Z^{[t]}) \right] \right\} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\pi Z^{[o]}) \right]$$

3.4.4 Modelo de Ikuta

Assim como outros modelos existentes na literatura, o modelo de Ikuta et al. (1991) faz o uso de funções exponenciais para representar as transformações de fase no material. Durante o aquecimento, ocorre a transformação de martensita para austenita ao passo que durante o resfriamento a transformação de austenita para martensita é realizada. Sendo assim, as equações que representam as transformações de fase com relação à temperatura para o modelo de Ikuta et al. (1991) são dadas por:

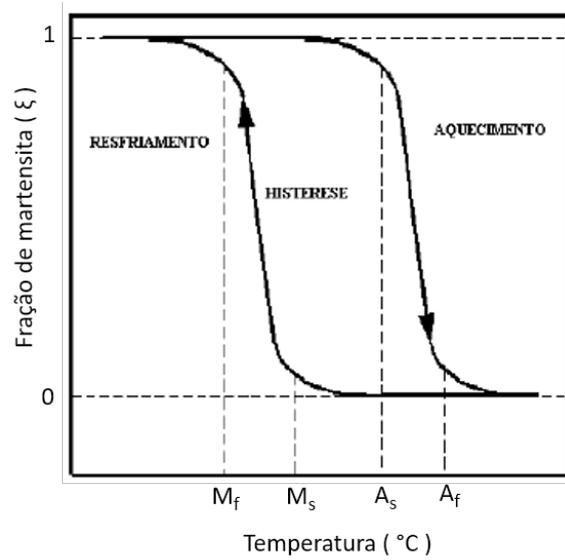
$$\xi = \frac{\xi_M}{1 + \exp\left[\frac{6,2}{A_f - A_s} \left(T - \frac{A_s + A_f}{2}\right)\right]} \quad (\text{Aquecimento}) \quad (35)$$

$$\xi = \frac{1 - \xi_A}{1 + \exp\left[\frac{6,2}{M_s - M_f} \left(T - \frac{M_s + M_f}{2}\right)\right]} + \xi_A \quad (\text{Resfriamento}) \quad (36)$$

onde ξ_M é o valor inicial da fração martensítica durante o aquecimento, ξ_A o valor inicial da fração martensítica durante o resfriamento, ξ é a fração de martensita e T a temperatura no material e \exp a função exponencial.

As transformações regidas pelas equações 35 e 36 geram uma histerese que pode ser visualizada através da figura 18.

Figura 18- Curva de histerese para o modelo de Ikuta et al. (1991).



Fonte: Adaptado de Romano e Tannuri (2008).

Por se tratar de funções exponenciais, durante o aquecimento, o valor da fração martensítica não chega a ser 0 quando a temperatura A_f é alcançada como pode ser visto através da figura 18 acima. O mesmo comportamento pode ser observado no resfriamento, onde na temperatura M_f a fração martensítica ainda não atinge o valor 1.

4 AFERIÇÃO DO MODELO TERMOMECÂNICO DE GAO

Neste capítulo são apresentadas as simulações numéricas efetuadas em uma LMF utilizando o modelo de Gao et al. (2007) a fim de demonstrar os fenômenos envolvidos e ao mesmo tempo compará-los com os resultados apresentados por Gao et al. (2007).

4.1 PARÂMETROS DA LIGA DE MEMÓRIA DE FORMA

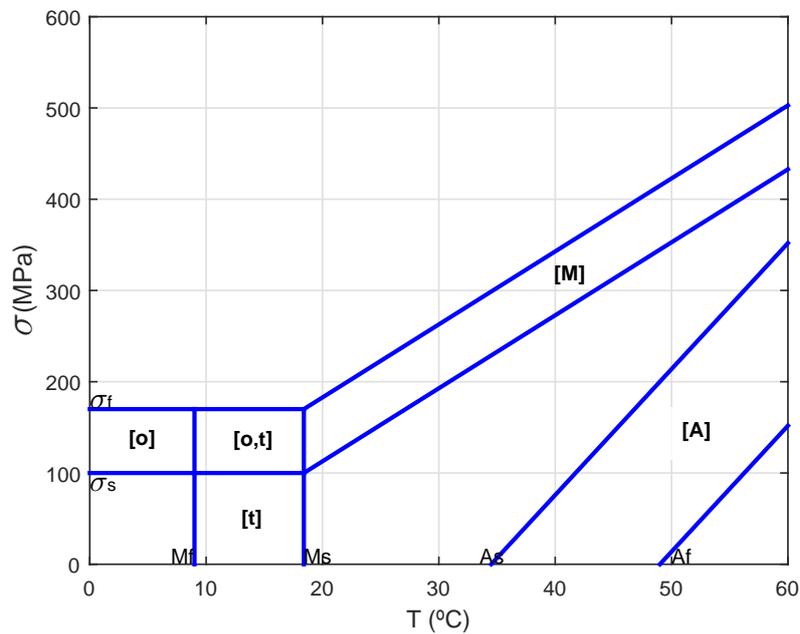
Para a realização das simulações numéricas foram utilizados os mesmos parâmetros do modelo de Gao et al. (2007), onde as propriedades termomecânicas relevantes de uma liga de Níquel-Titânio são apresentadas na tabela 2.

Tabela 2- Propriedades termomecânicas da liga com memória de forma (GAO et al., 2007).

Material	Temperaturas	Constantes de transformação
$E_A = 67 \text{ GPa}$	$M_f = 9 \text{ }^\circ\text{C}$	$C_M = 8 \text{ MPa }^\circ\text{C}^{-1}$
$E_M = 26.3 \text{ GPa}$	$M_s = 18.4 \text{ }^\circ\text{C}$	$C_A = 13.8 \text{ MPa }^\circ\text{C}^{-1}$
$\varepsilon_L = 0.067$	$A_s = 34.5 \text{ }^\circ\text{C}$	$\sigma_s = 100 \text{ MPa}$
	$A_f = 49 \text{ }^\circ\text{C}$	$\sigma_f = 170 \text{ MPa}$

Com os dados dispostos na tabela 2, um diagrama de fases (figura 19) foi elaborado para uma melhor visualização do carregamento termomecânico aplicado à liga, de modo que as fases possam ser demonstradas, bem como possíveis transformações realizadas durante o caminho do mesmo.

Figura 19- Diagrama de fases da LMF considerada.



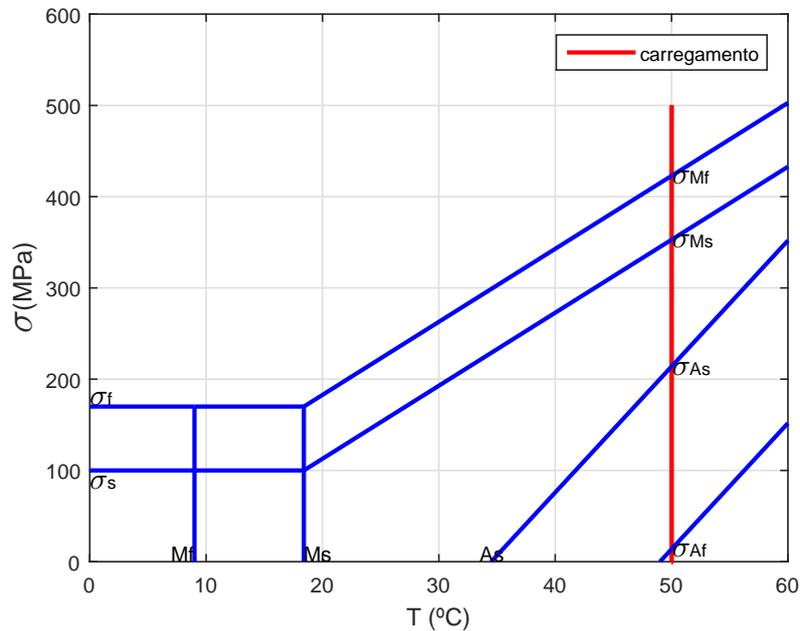
Fonte: Elaboração do próprio autor.

4.2 SIMULAÇÃO DO EFEITO PSEUDOELÁSTICO

Com base no conceito de que o efeito pseudoelástico é evidenciado em temperaturas superiores à A_f , a temperatura final de austenita adotada para a simulação com a liga de memória de forma foi de 50 $^{\circ}\text{C}$, ou seja, pouco superior à estabelecida na tabela 2. Um carregamento mecânico crescente de 0 a 500 MPa seguido de um descarregamento de 500 MPa a 0 MPa, foi aplicado na liga em função do tempo.

No diagrama de fases da liga representado pela figura 20, é possível observar que duas zonas (martensita e austenita) são percorridas durante todo o caminho do carregamento. A liga se encontra inicialmente em um estado puramente austenítico, mantendo-o até a tensão atingir o limite que determina o início de transformação da martensita não maclada (σ_{M_s}) completando-a em σ_{M_f} , de forma que a fase predominante passa a ser a martensita. Durante o descarregamento a martensita começa a se transformar em austenita, a partir de σ_{A_s} , sendo tal transformação de fase concluída em σ_{A_f} .

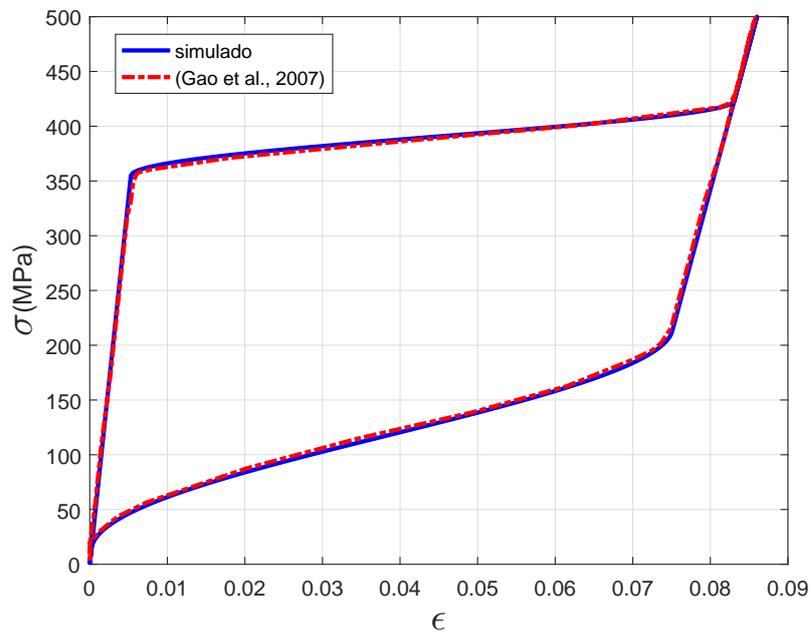
Figura 20- Diagrama de fases durante o carregamento considerando o efeito pseudoelástico.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

No diagrama tensão-deformação da figura 21 (entre 0 e 350 MPa), a deformação na liga é pequena e praticamente linear. Durante a transformação em martensita maclada, a deformação cresce de maneira não linear, onde um pequeno aumento na tensão gera uma grande deformação. Com o carregamento em sua amplitude máxima (500 MPa), a deformação máxima é aproximadamente 8.5%. Como é da natureza da liga de memória de forma, toda essa deformação é recuperada quando a tensão é retirada e a transformação de martensita não maclada para austenita iniciada até que a tensão se torne igual a σ_{Af} , finalizando-se a transformação. Durante as transformações, o módulo de elasticidade da liga varia, sendo que em sua fase inicial (austenita) $E = E_A$, e na fase puramente martensita $E = E_M$, enquanto nas transformações de fase o módulo é variável. De forma a comparar e validar a simulação obtida do efeito pseudoelástico, o diagrama tensão-deformação, simulado por Gao et al. (2007), também é apresentado na figura 21, onde podem ser observados valores aproximados de tensão e deformação bem como grande semelhança nos laços de histerese, nas tensões de transformação de fase e na deformação máxima da liga.

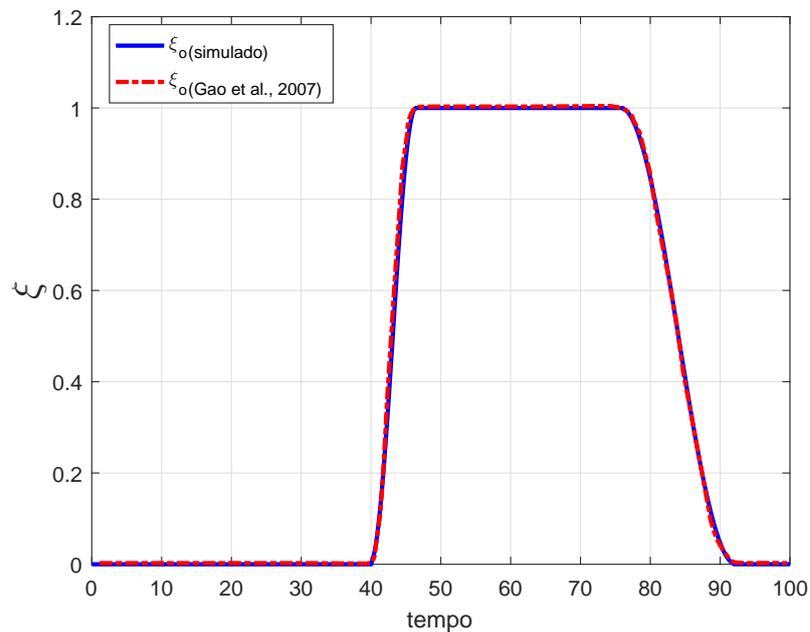
Figura 21- Diagrama tensão-deformação para o efeito pseudoelástico.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Como o material inicia-se em austenita ($\xi_o = \xi_t = 0$) e devido o carregamento aplicado ser puramente mecânico, a fração martensítica total é dada apenas pela martensita não maclada ($\xi = \xi_o$) que evolui durante o incremento da tensão no tempo (conforme ilustra a figura 22), iniciando-se no instante $t = 40$ segundos até atingir o seu valor máximo ($\xi_o = 1$) em $t = 46$ segundos. No instante $t = 76$ segundos é realizado o descarregamento na liga, a fração martensítica começa a declinar-se até o valor $\xi_o = 0$, fazendo com que a liga assuma novamente sua fase austenítica. O mesmo comportamento pode ser visualizado com o resultado obtido por Gao et al. (2007).

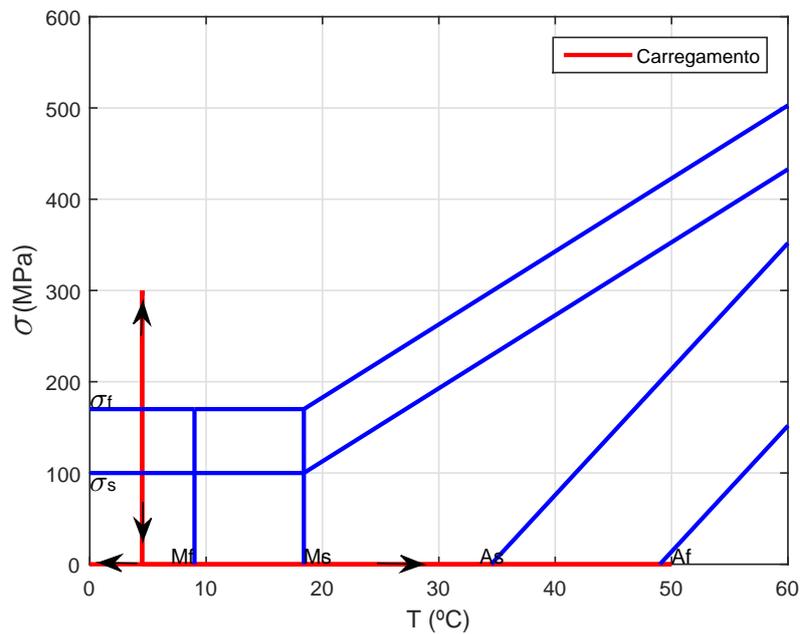
Figura 22- Evolução da fração martensítica para o efeito pseudoelástico.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

4.3 SIMULAÇÃO DO EFEITO MEMÓRIA DE FORMA

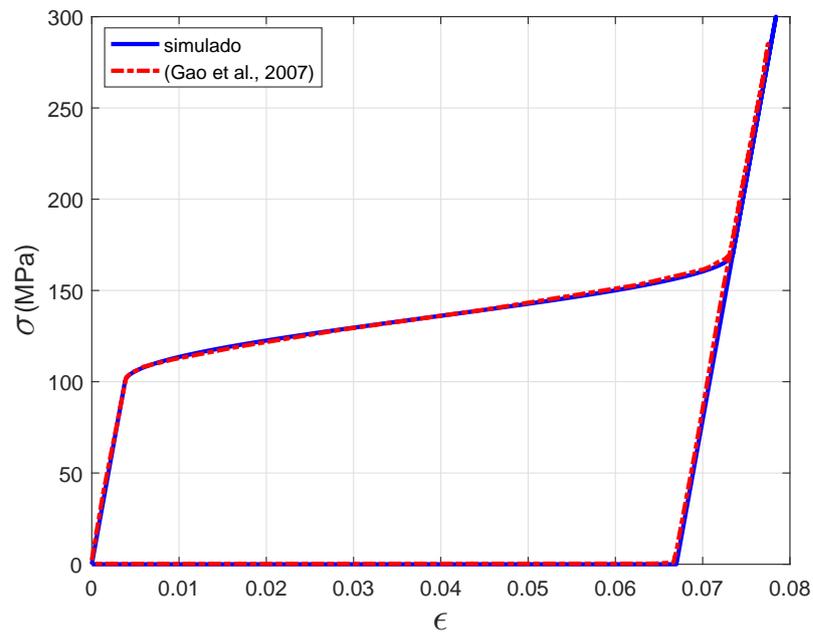
Para a simulação do efeito memória de forma, adotou-se para a liga uma temperatura constante de $4.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ no centro da região $[o]$ e livre de tensão mecânica inicialmente. Neste caso, a fase presente na liga era a martensita maclada e a fração martensítica total se iniciava com $\xi = \xi_t = 1$. Assim, a liga foi submetida a um carregamento termomecânico, iniciando-se com uma tensão em rampa com amplitude variando entre 0 a 300 MPa enquanto a temperatura era mantida constante. Em seguida houve um descarregamento de tensão, também em rampa de 300 a 0 MPa com a temperatura ainda constante. Com o descarregamento finalizado, a liga foi aquecida até uma temperatura maior que A_f ($50\text{ }^{\circ}\text{C}$) para a recuperação da deformação sofrida. Logo após o aquecimento, a liga foi resfriada até a temperatura de $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. O diagrama de fases da figura 23 apresenta a direção do carregamento termomecânico aplicado bem como os valores de amplitude alcançados durante a simulação, possibilitando assim uma melhor visualização das fases presentes na liga durante todo o trajeto do carregamento. Vale ressaltar que o modelo de Gao et al. (2007) permite que a liga trabalhe com temperaturas inferiores a M_s , como pode ser visto claramente no diagrama de fases durante o resfriamento aplicado à liga.

Figura 23- Diagrama de fases durante o carregamento.

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Diferente do efeito pseudoelástico apresentado na seção anterior, onde toda a deformação da liga era recuperada, o mesmo não acontece para a situação aqui apresentada durante o descarregamento de tensão mecânica, pois nesse instante a temperatura em que a liga se encontra é inferior à A_f e praticamente nenhuma deformação é recuperada, restando assim uma parcela residual máxima ($\varepsilon_L = 0.067$) que pode ser observada na figura 24. Por outro lado, à medida que a liga é aquecida até a temperatura de $50\text{ }^\circ\text{C}$, essa deformação residual desaparece, característica que evidencia o efeito memória de forma propriamente dito e que também pode ser visualizada através da figura 24. O diagrama tensão-deformação (veja figura 24), apresentado por Gao et al. (2007), é bem semelhante e com valores bem próximos ao simulado evidenciando como consequência uma deformação residual de mesmo valor, com a exceção de que em seu trabalho após o aquecimento da liga para a memorização de sua forma inicial, a mesma sofreu um resfriamento até a temperatura de $-10\text{ }^\circ\text{C}$ com a intenção de que sua fração de martensita maclada fosse mantida com o valor ($\xi_t = 1$). Mesmo que o resfriamento simulado e apresentado no diagrama de fases presente na figura 23 anteriormente tenha sido $0\text{ }^\circ\text{C}$, ambas as temperaturas estão abaixo de M_f , concluindo assim a transformação de austenita para martensita maclada e retornando a liga para sua fase inicial.

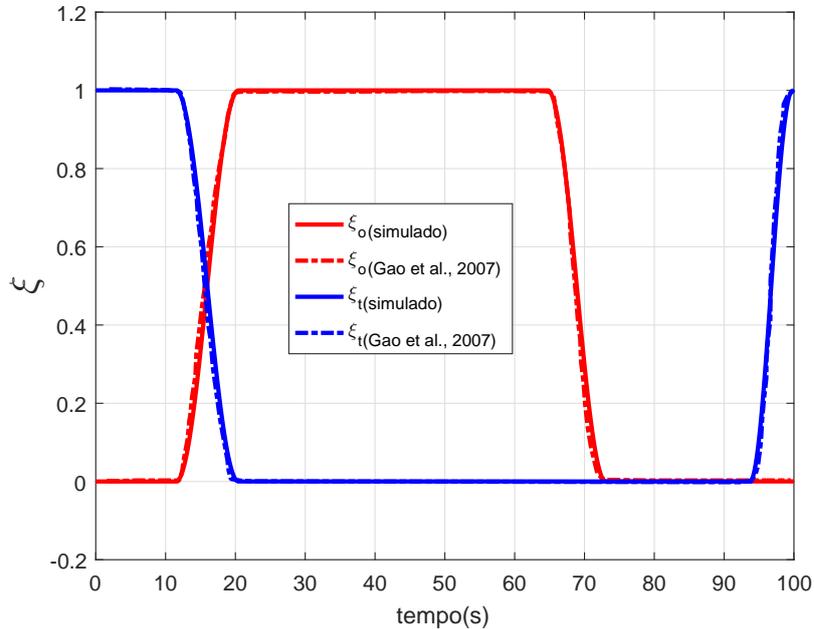
Figura 24- Diagrama tensão-deformação para o efeito memória de forma.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na simulação do efeito memória de forma, a fração martensítica total iniciou-se em $t = 0$ segundos com $\xi = \xi_t = 1$ pelo fato da liga se encontrar em martensita maclada, permanecendo nessa fase até $t = 11.63$ segundos como pode ser visto na figura 25. Após o carregamento e o posterior descarregamento de tensão, a martensita maclada deu lugar para a não maclada mantendo-se o valor $\xi = \xi_o = 1$ entre os instantes $t = 20.3$ segundos à $t = 64.8$ segundos aproximadamente. Com o aquecimento da liga até a temperatura de A_s , houve diminuição da parcela de martensita não maclada devido a transformação de fase, iniciando-se em $t = 64.8$ segundos e completando-se em $t = 72.9$ segundos quando a temperatura ultrapassou o valor de A_f , ficando dessa forma a fração martensítica com $\xi = 0$ estando a liga em seu estado austenítico. Durante o resfriamento, a maclagem se iniciou através de M_s em $t = 93.8$ segundos e evoluiu até que a temperatura de transformação M_f fosse alcançada em $t = 100$ segundos, ficando dessa forma o valor da fração martensítica igual ao inicial, ou seja, $\xi = \xi_t = 1$ (porém com uma temperatura de $0\text{ }^\circ\text{C}$). O resultado extraído de Gao et al. (2007) pode ser visto na figura 25, onde o mesmo aproxima-se com o obtido através da simulação numérica efetuada.

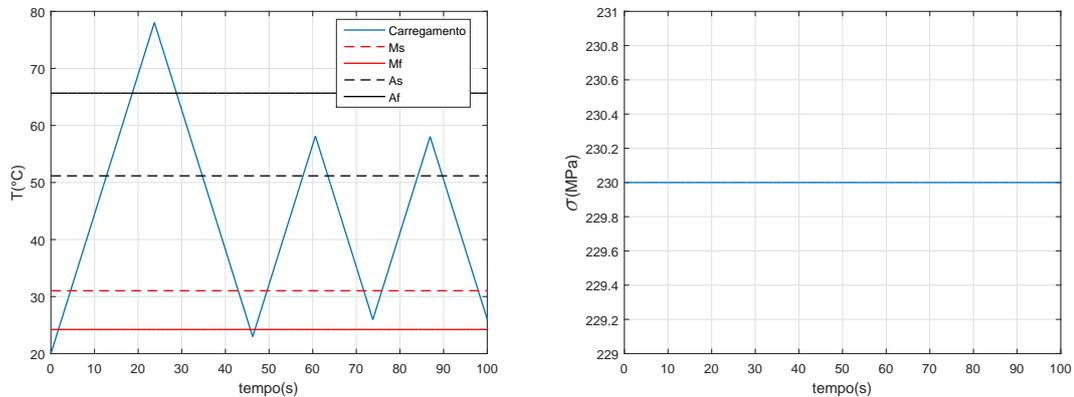
Figura 25- Evolução da fração martensítica para o efeito memória de forma.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

4.4 CARREGAMENTO CÍCLICO

A separação da martensita proposta por Brinson (1993) em dois tipos, faz com que sob cargas cíclicas apareçam os chamados *Minor Loopings*, que são laços internos que ocorrem quando a transformação não se completa. Em outras palavras, essas transformações incompletas geram laços de histerese menores, sendo bastante comuns em sistemas dinâmicos. Para mostrar a característica do modelo em descrever laços incompletos, um carregamento cíclico de temperatura, mantendo-se a tensão constante em 230 MPa , é aplicado na liga conforme mostra as figuras 26a e 26b. Inicialmente, a amplitude do carregamento térmico é superior a A_f e o material se encontra puramente em austenita, enquanto a tensão durante o descarregamento passa por M_s mas não chega a atingir a temperatura final de transformação (M_f). A medida que a ciclagem é realizada, essas amplitudes são reduzidas gradualmente e as transformações de fase não se completam. Na faixa delimitada por M_s e A_s , nenhuma transformação acontece e a fração martensítica se conserva em relação ao último ponto de transformação por se tratar de uma zona morta. As temperaturas de transformação e o caminho do carregamento cíclico da temperatura em torno dessas, podem ser facilmente visualizado pelo gráfico apresentado na figura 26a.

Figura 26- Carregamento térmico cíclico com tensão constante.

(a) Ciclagem térmica no tempo

(b) Tensão constante ($\sigma = 230\text{MPa}$).

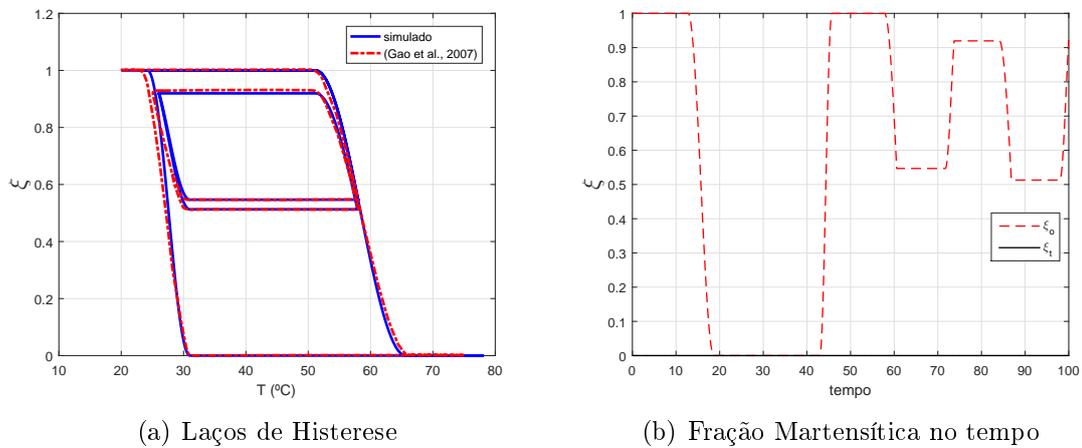
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Para melhor representar as transformações incompletas, a figura 27a apresenta a evolução da fração martensítica em relação ao carregamento de temperatura simulado, onde laços de histerese foram formados com larguras variáveis e dependentes da fração martensítica presente durante a ciclagem, dando origem aos *Minor Loopings*. No trabalho de Gao et al. (2007), os valores de amplitude dos carregamentos cíclicos de temperatura não foram apresentados, sendo assim, para a simulação as amplitudes foram estimadas gerando laços de histerese aproximados, conforme ilustra a figura 27a.

A evolução da fração martensítica no tempo para a ciclagem térmica é mostrada através da figura 27b, onde devido a liga estar submetida à uma tensão constante de 230MPa , só a martensita não maclada predomina, sendo assim $\xi = \xi_o$. A resposta da liga à carregamentos cíclicos demonstra a robustez do modelo de Gao et al. (2007) em representar transformações incompletas, isso se torna um diferencial em relação à outros modelos, pois a histerese gerada sob carregamentos cíclicos representa a dissipação de energia. Uma aplicação bastante utilizada para o caso em questão, é o controle semi-ativo de vibrações, onde a temperatura é variada através de uma fonte externa de forma a controlar o parâmetro de rigidez do sistema absorvedor.

Uma ciclagem mecânica também foi aplicada na liga, onde a temperatura se manteve acima de A_f , com o valor constante de $56.5\text{ }^\circ\text{C}$ (figura 28b), sendo a mesma adotada no trabalho de Gao et al. (2007). Os valores de amplitude correspondentes à ciclagem mecânica aplicada foram estimados através da resposta obtida por Gao et al. (2007), e pelo fato de seu trabalho não apresentar tais valores, aproximações foram feitas com a intenção de se obter uma resposta similar. O carregamento cíclico de tensão, representado pela

Figura 27- Comportamento sobre carregamento térmico cíclico

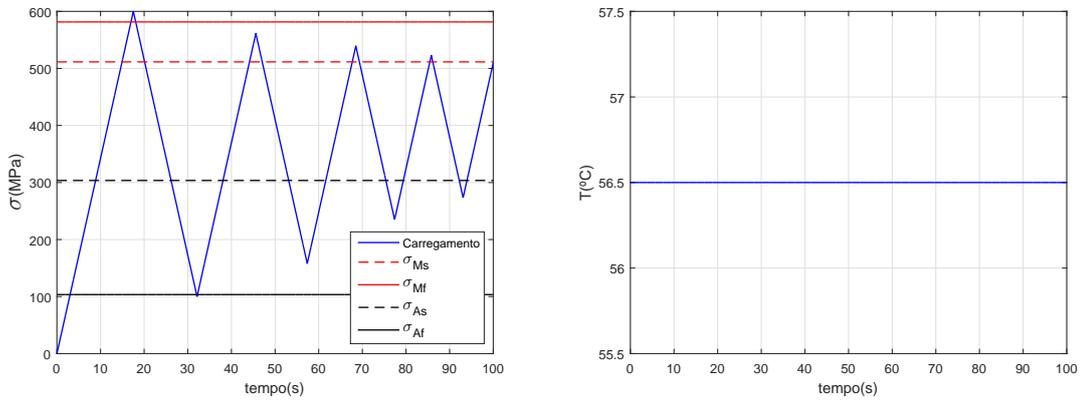


Fonte: Elaboração do próprio autor.

figura 28a, iniciou-se com amplitude de 600 MPa , transformando o material de austenita para martensita não maclada, sofrendo em seguida um descarregamento e retornando o material para fase austenítica novamente (efeito pseudoelástico). Uma gradual redução de amplitude foi realizada posteriormente ao longo do tempo, e como consequência, transformações incompletas ocorreram no material. A evolução da fração de martensita não maclada ($\xi = \xi_o$) pode ser observada através da figura 29b, onde a partir do instante $t = 26.2$ segundos (ξ_o) não alcança seu valor máximo e decresce à medida que o tempo evolui. Na figura 29a, o gráfico tensão-deformação expressa os *loops* de histerese reduzidos devido à ciclagem e a comparação com o carregamento aplicado na simulação podendo ser notado que os laços de histerese são bem próximos aos apresentados por Gao et al. (2007).

No gráfico de tensão-deformação (figura 29a) também é importante destacar que o comportamento das LMFs asseguram que sob carregamento cíclicos ocorre dissipação de energia e como pode ser visto a largura da histerese é proporcional à amplitude da ciclagem mecânica aplicada.

Figura 28- Carregamento mecânico cíclico com temperatura constante.

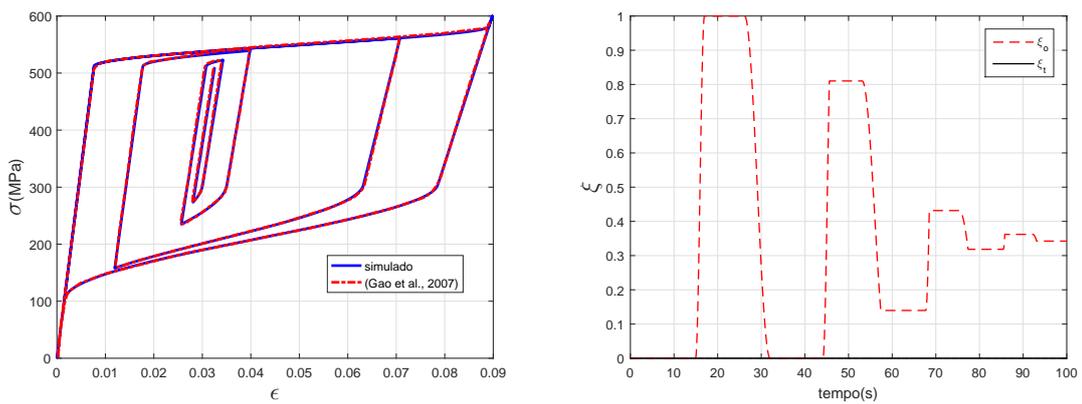


(a) Ciclagem mecânica no tempo

(b) Temperatura constante ($T = 56.5^{\circ}C$).

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 29- Comportamento sobre carregamento mecânico cíclico.



(a) Laços de Histerese

(b) Fração martensítica no tempo.

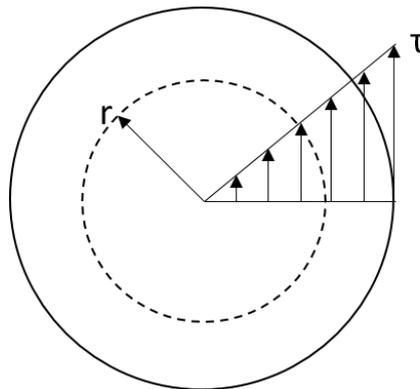
Fonte: Elaboração do próprio autor.

5 MODELAGEM DE MOLAS HELICOIDAIS COMPOSTAS DE LMF

Em projetos mecânicos, as molas são utilizadas de forma a promover forças, absorver impactos e armazenar energia elástica. Dentre os diversos tipos de elementos existentes para aplicações na redução de vibrações, as molas helicoidais de LMF são uma boa alternativa por apresentarem variação de rigidez quando sujeitas à aquecimentos ou resfriamentos. Para molas helicoidais confeccionadas de LMF o módulo de elasticidade pode aumentar até aproximadamente três vezes com o aumento da temperatura (AQUINO, 2011).

Em uma mola helicoidal a tensão de cisalhamento atuante no fio (τ) é formada de esforços envolvendo componentes de dois tipos: cortante e torção (AGUIAR, 2011). Nas molas helicoidais de aço que operam no regime linear e elástico, a distribuição da tensão de cisalhamento ao longo da seção transversal do fio da mola também é realizada de maneira linear como pode ser visto na figura 30, onde r é a coordenada radial ao longo da seção transversal do fio da mola.

Figura 30- Distribuição da tensão de cisalhamento ao longo da seção transversal do fio de uma mola linear.



Fonte: Aguiar (2011).

Enquanto a deformação é considerada nula no centro, na extremidade do fio ela possui um valor máximo, podendo ser calculado por (AGUIAR, 2011):

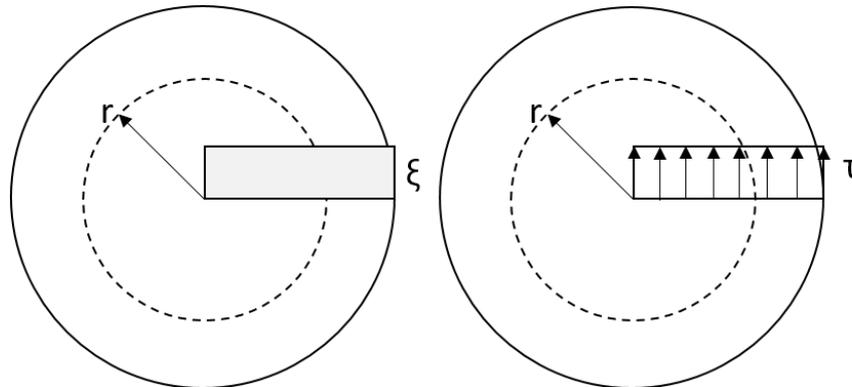
$$\gamma_{max} = \frac{d}{\pi D^2 N} u \quad (37)$$

sendo d o diâmetro do fio, D o diâmetro médio de espira, N o número de espiras da mola e u o deslocamento longitudinal.

Como observado anteriormente pelos modelos termomecânicos das LMFs já apresentados, as funções utilizadas para representar as transformações de fase são não lineares, por consequência a distribuição da tensão de cisalhamento ao longo da seção transversal do fio também se caracteriza como não linear. Sendo assim, em determinada região pode ocorrer transformação martensítica induzida por tensão ao passo que para outra região ela não acontece.

Dos diversos modelos propostos na literatura para representar o comportamento não linear da distribuição de tensões de cisalhamento ao longo da seção transversal do fio da mola, neste trabalho adotou-se um modelo mais simples onde considera-se que as frações volumétricas de fases e tensões de cisalhamento são constantes e homogêneas ao longo da seção transversal do fio, como pode ser visto na figura 31 (AGUIAR, 2011).

Figura 31- Distribuição constante da transformação de fase e da tensão de cisalhamento.



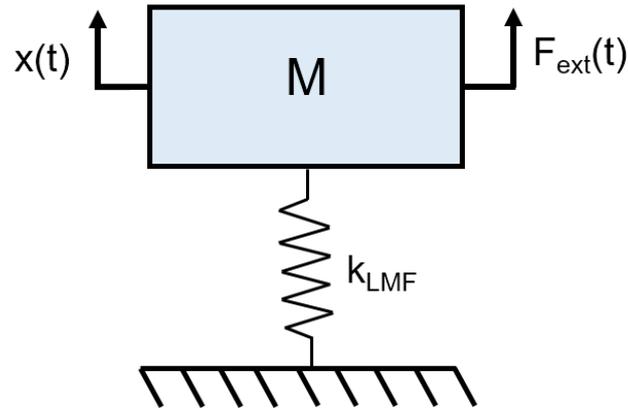
Fonte: Aguiar (2011).

Mesmo se tratando de um modelo mais simples, adotar a homogeneidade da fração martensítica e das tensões de cisalhamento, pode descrever de maneira satisfatória o comportamento da mola helicoidal de LMF dependendo de sua faixa de operação. O valor do ângulo de distorção também considerado constante devido a hipótese adotada, é tido como o valor máximo dado na equação 37.

5.1 SISTEMA MASSA-MOLA DE LMF COM UM GRAU DE LIBERDADE

O primeiro sistema mecânico à ser considerado, conta com a utilização de uma mola de LMF como elemento de rigidez, como pode ser visto na figura 32.

Figura 32- Sistema massa-mola de LMF com um grau de liberdade.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

No esquema mostrado acima, $x(t)$ é o deslocamento do sistema, F_{ext} é a força externa aplicada ao mesmo e k_{LMF} é a rigidez da mola helicoidal de LMF que pode ser calculada como sendo (SHIGLEY; MISCHKE, 2005):

$$k_{LMF} = \frac{d^4 G(\xi)}{8D^3 N} \quad (38)$$

sendo $G(\xi)$ o módulo de cisalhamento dado pela equação 39 a seguir:

$$G(\xi) = \frac{E(\xi)}{2(1 + \nu)} \quad (39)$$

sendo $E(\xi)$ o módulo de elasticidade da mola de LMF e ν o coeficiente de Poisson.

Deste modo, aplicando a segunda lei de Newton para o sistema, encontra-se a seguinte equação do movimento:

$$M\ddot{x} + F_{LMF} - F_{ext}(t) = 0 \quad (40)$$

onde F_{LMF} é a força da mola originada dos carregamentos internos, podendo ser calculada por (SHIGLEY; MISCHKE, 2005):

$$F_{LMF} = \tau \frac{\pi d^3}{K_S 8D} = \tau A_{LMF} \quad (41)$$

sendo τ a tensão de cisalhamento, $A_{LMF} = \frac{\pi d^3}{K_S 8D}$ é a área equivalente do elemento de LMF e K_S é um fator de correção da tensão de cisalhamento expresso por:

$$K_S = \frac{2C + 1}{2C} \quad (42)$$

e C é denominado índice de mola que varia entre 6 e 12 para a maioria das molas, sendo o mesmo dado por (SHIGLEY; MISCHKE, 2005):

$$C = \frac{D}{d} \quad (43)$$

A tensão de cisalhamento para a mola de LMF utilizando o modelo de Gao et al. (2007) pode ser reescrita com base em sua lei constitutiva da seguinte forma (JUNIOR, 2012):

$$\tau = G(\xi)(\gamma - \gamma_L \xi_o) \quad (44)$$

sendo γ o ângulo de distorção e γ_L o ângulo de distorção residual máximo do material.

Visto que o modelo de Ikuta et al. (1991) não faz distinção da martensita induzida por temperatura e a induzida por tensão, a tensão de cisalhamento pode ser reescrita para este modelo como sendo:

$$\tau = G(\xi)(\gamma) \quad (45)$$

Segundo Junior (2012), a equação 40 pode ser reescrita como sendo uma equação de resíduo R , dada por:

$$R = M\ddot{x} + F_{lmf} - F(t) = 0 \quad (46)$$

Para resolver a equação não linear acima, o método de Newton-Raphson é utilizado de modo que o resíduo R é expandido em torno de sua solução aproximada em um tempo

$(t + \Delta t)$ referida como $R_{t+\Delta t}^{(k)}$, ficando da seguinte forma (JUNIOR, 2012):

$$R_{t+\Delta t}^{(k)} = R_{t+\Delta t}^{(k)} + \left[\frac{\partial}{\partial x} R_{t+\Delta t}^{(k)} \right] \Delta x_{t+\Delta t}^{(k)} + \left[\frac{\partial}{\partial \dot{x}} R_{t+\Delta t}^{(k)} \right] \Delta \dot{x}_{t+\Delta t}^{(k)} + \left[\frac{\partial}{\partial \ddot{x}} R_{t+\Delta t}^{(k)} \right] \Delta \ddot{x}_{t+\Delta t}^{(k)} \quad (47)$$

sendo:

$$\frac{\partial}{\partial x} R = A_{LMF} \frac{\partial \tau}{\partial x} \quad (48)$$

$$\frac{\partial}{\partial \dot{x}} R = 0 \quad (49)$$

$$\frac{\partial}{\partial \ddot{x}} R = M \quad (50)$$

A derivada parcial da tensão com relação ao deslocamento $\left(\frac{\partial \tau}{\partial x}\right)$ é apresentado por Gao et al. (2007) como sendo:

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} = H^i E(\xi) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \quad (51)$$

de maneira que para as regiões $[A],[t],[M]$ e $[o]$, tem-se:

$$H^i = (1 - H_1^i H_2^i)^{-1}, \quad i = [A], [t], [M] \text{ ou } [o]; \quad (52)$$

$$H_1^i = -\frac{1}{2} \pi n_2^i \text{sen}(\pi Z^i) [n_1^i (T_{out}^i - T_j) + n_2^i (\sigma_{out}^i - \sigma_j)]^{-1}, \quad i = [A], [t], [M] \text{ ou } [o]; \quad (53)$$

$$H_2^i = (\varepsilon - \varepsilon_L \xi_o) (E_M - E_A) C_1^i - \varepsilon_L E(\xi) C_{1s}^i, \quad i = [A], [t], [M] \text{ ou } [o]. \quad (54)$$

As constantes C_1^i e C_{1s}^i são fornecidas por Gao et al. (2007) pelas expressões a seguir:

$$C_1^{[i]} = \xi_o^{swi} + \xi_t^{swi} \quad i = [A]; \quad (55)$$

$$C_{1s}^{[i]} = \xi_o^{swi} + \xi_t^{swi} \quad i = [A]; \quad (56)$$

$$C_1^{[i]} = -(1 - \xi_o^{swi} - \xi_t^{swi}) \quad i = [t], [M] \text{ ou } [o]; \quad (57)$$

$$C_{1s}^{[i]} = -(1 - \xi_o^{swi}) \quad i = [M] \text{ ou } [o]; \quad (58)$$

$$C_{1s}^{[i]} = 0 \quad i = [t]; \quad (59)$$

Na região de *overlapping*, as equações são definidas por:

$$H = (1 - H_1^{[t]}H_2 - H_1^{[o]}H_3)^{-1} \quad (60)$$

$$H_2 = (\varepsilon - \varepsilon_L \xi_o)(E_M - E_A)C_{1mix}^{[t]} - \varepsilon_L E(\xi)C_{1smix}^{[t]} \quad (61)$$

$$H_3 = (\varepsilon - \varepsilon_L \xi_o)(E_M - E_A)C_{1mix}^{[o]} - \varepsilon_L E(\xi)C_{1smix}^{[o]} \quad (62)$$

onde $H_1^{[t]}$ e $H_1^{[o]}$ podem ser obtidos através da equação 53 já apresentada anteriormente.

As constantes $C_{1mix}^{[i]}$ e $C_{1smix}^{[i]}$ são dados por Gao et al. (2007) como sendo:

$$C_{1mix}^{[i]} = -(1 - \xi_o^{swi} - \xi_t^{swi}) \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\pi Z^{[i]}) \right] \quad i = [o] \text{ ou } [t]; \quad (63)$$

$$C_{1smix}^{[o]} = -(1 - \xi_o^{swi}) \quad (64)$$

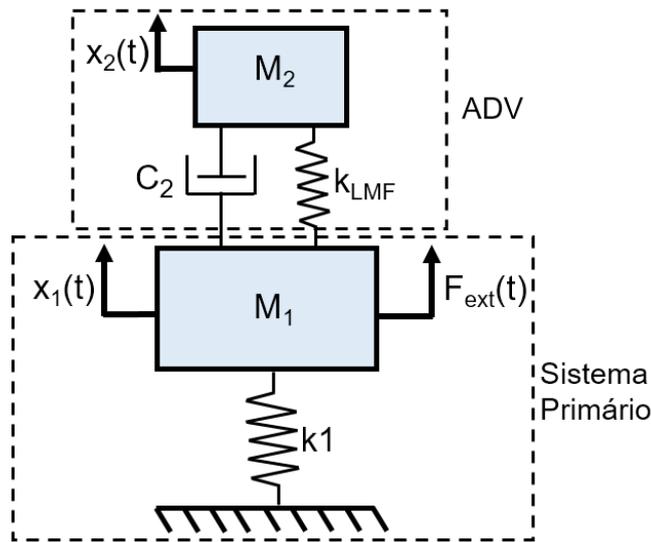
$$C_{1smix}^{[t]} = 0 \quad (65)$$

5.2 SISTEMA COM DOIS GRAUS DE LIBERDADE CONTENDO ADV COM MOLA DE LMF

Os ADVs são compostos de elementos de massa, rigidez e amortecimento. Quando conectados ao sistema primário que por sua vez é excitado por uma força harmônica externa, são capazes de absorver a energia vibratória no ponto de conexão, agindo de forma que sua oscilação se oponha à força de excitação aplicada no sistema primário (OLIVEIRA, 2014).

Das configurações existentes de ADV, no presente trabalho utiliza-se o tipo adaptativo onde a rigidez da mola helicoidal de LMF é variada tanto de forma discreta quanto de forma contínua. Sendo assim, a figura 33 ilustra o sistema com dois graus de liberdade contendo o ADV com mola de LMF utilizado, onde $x_2(t)$, M_2 e C_2 são respectivamente o deslocamento, a massa e o coeficiente de amortecimento do ADV e k_{LMF} a rigidez da mola de LMF disposta no mesmo. Para o sistema primário $x_1(t)$, M_1 e k_1 representam o deslocamento, a massa e a rigidez da estrutura, sendo $F_{ext}(t)$ é a força externa aplicada à mesma.

Figura 33- Sistema massa-mola de LMF com dois graus de liberdade.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

As equações do movimento para o sistema apresentado são expressas por:

$$\begin{cases} M_1\ddot{x}_1 + k_1x_1 - c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - F_{LMF} - F_{ext}(t) = 0 \\ M_2\ddot{x}_2 + F_{LMF} + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = 0 \end{cases} \quad (66)$$

Logo, este conjunto de equações não lineares pode ser reescrito na forma de um resíduo como (JUNIOR, 2012):

$$R = \begin{bmatrix} M_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 - c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - F_{LMF} - F_{ext}(t) = 0 \\ M_2 \ddot{x}_2 + F_{LMF} + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (67)$$

Para resolver o sistema de equações não lineares na forma matricial acima, o método de Newton-Raphson é utilizado de modo que o resíduo R é expandido segundo a equação 47, sendo (JUNIOR, 2012):

$$\frac{\partial}{\partial x} R = \begin{bmatrix} -A_{LMF} \frac{\partial \tau}{\partial x_1} + k_1 & -A_{LMF} \frac{\partial \tau}{\partial x_2} \\ A_{LMF} \frac{\partial \tau}{\partial x_1} & A_{LMF} \frac{\partial \tau}{\partial x_2} \end{bmatrix}; \quad (68)$$

$$\frac{\partial}{\partial \dot{x}} R = \begin{bmatrix} C_2 & -C_2 \\ -C_2 & C_2 \end{bmatrix}; \quad (69)$$

$$\frac{\partial}{\partial \ddot{x}} R = \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix}. \quad (70)$$

e A_{LMF} é a área do elemento de LMF (veja Eq. 41) e $\frac{\partial \tau}{\partial x_i}$ é computada utilizando a Eq. 51.

A variação da rigidez do ADV permite alterar sua frequência natural, possibilitando que o mesmo seja sintonizado em diferentes valores para a frequência de excitação. Assim, a frequência natural do ADV é obtida através da equação abaixo:

$$\omega_{ADV} = \sqrt{\frac{k_{LMF}}{M_2}} \quad (71)$$

5.2.1 Resolução Numérica das Equações do Movimento

Para as simulações numéricas que serão apresentadas no capítulo seguinte, um programa foi implementado para que a resolução numérica das equações do movimento, considerando o modelo de Gao et al. (2007), fosse realizada. Os passos para a resolução do sistema são enumerados como segue:

1. Entra-se com os parâmetros do material de LMF; parâmetros do sistema como: massa, rigidez e amortecimento; parâmetros de simulação: passo de tempo e tempo final e condições iniciais: deslocamento, velocidade e aceleração.
2. Estima-se a aceleração, a velocidade e o deslocamento através de integração numérica utilizando o método de Newmark. Neste mesmo passo conserva-se a fração martensítica inicial (ξ).
3. Calcula-se a deformação $\gamma = \frac{d}{\pi D^2 N} u$ (Eq. 37), através do deslocamento do sistema (u). Em seguida calcula-se o módulo de elasticidade de modo a estimar a tensão no i -ésimo passo de tempo (τ_i), considerando-se a Eq. (44).
4. Determina-se a posição no diagrama de fase considerando os parâmetros atuais do material (τ_i e T_i), de forma a obter um novo ξ .
5. Calcula-se o resíduo da tensão R_τ como sendo:

$$R_\tau = \tau_i - G(\xi)(\gamma - \gamma_L \xi_o) \quad (72)$$

se o resíduo da tensão for maior que a tolerância estabelecida, uma aproximação é realizada utilizando o método de Newton-Raphson na forma:

$$\tau_{i+1} = \tau_i + \Delta\tau \quad (73)$$

onde:

$$\Delta\tau = -HR_\tau \quad (74)$$

6. Calcula-se o resíduo R das equações do movimento, onde se o mesmo for menor que uma tolerância pré-estabelecida, passa-se para o próximo passo de tempo. Caso contrário, os passos de 2 a 5 são refeitos.

Vale destacar que no modelo de Ikuta et al. (1991) são utilizados apenas os passos 1 e 2, pois neste modelo a fração martensítica (ξ) não depende da tensão de cisalhamento τ .

6 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Com a intenção de observar o comportamento de sistemas dinâmicos compostos por molas de LMF, neste capítulo simulações numéricas são efetuadas para um sistema massa-mola com um e dois graus de liberdade, sendo este último formado por um ADV com mola de LMF acoplado em um sistema primário. Para cada simulação realizada, os resultados apresentados através da utilização dos modelos de Ikuta et al. (1991) e Gao et al. (2007) são então comparados.

6.1 SISTEMA COM UM GRAU DE LIBERDADE UTILIZANDO MOLA DE LMF

O primeiro sistema implementado através de simulações numéricas, utiliza uma mola de LMF como elemento de rigidez com configuração idêntica à apresentada pela figura 32 do capítulo 5.

Os parâmetros do sistema massa-mola de LMF com um grau de liberdade, utilizados para as simulações dos modelos, foram baseados no trabalho de Junior (2012) e são dispostos na tabela 3 a seguir:

Tabela 3- Parâmetros do sistema vibratório massa-mola com 1 gdl (JUNIOR, 2012).

Sistema	Valor	Material	Valor
M	0.2 kg	E_A	70 GPa
$F_{ext}(t)$	$1x\text{sen}(\omega t)$	E_M	30 GPa
ω	77.5 rad/s	(M_S, M_F)	$(292 K, 274 K)$
d	0.01 m	(A_S, A_F)	$(296 K, 315 K)$
D	0.1 m	C_M	$7 MPa \text{ } ^\circ C^{-1}$
C	10	C_A	$7 MPa \text{ } ^\circ C^{-1}$
N	12	ε_L	0.05
		ν	0.3

Neste trabalho, é adotado que o sistema estará em ressonância quando a mola de LMF se encontrar em seu estado puramente martensítico ($\xi = 1$), sendo assim a frequência natural computada pela expressão:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_{LMF}}{M}} = \sqrt{\frac{d^4 G(\xi)}{M8D^3 N}} \quad (75)$$

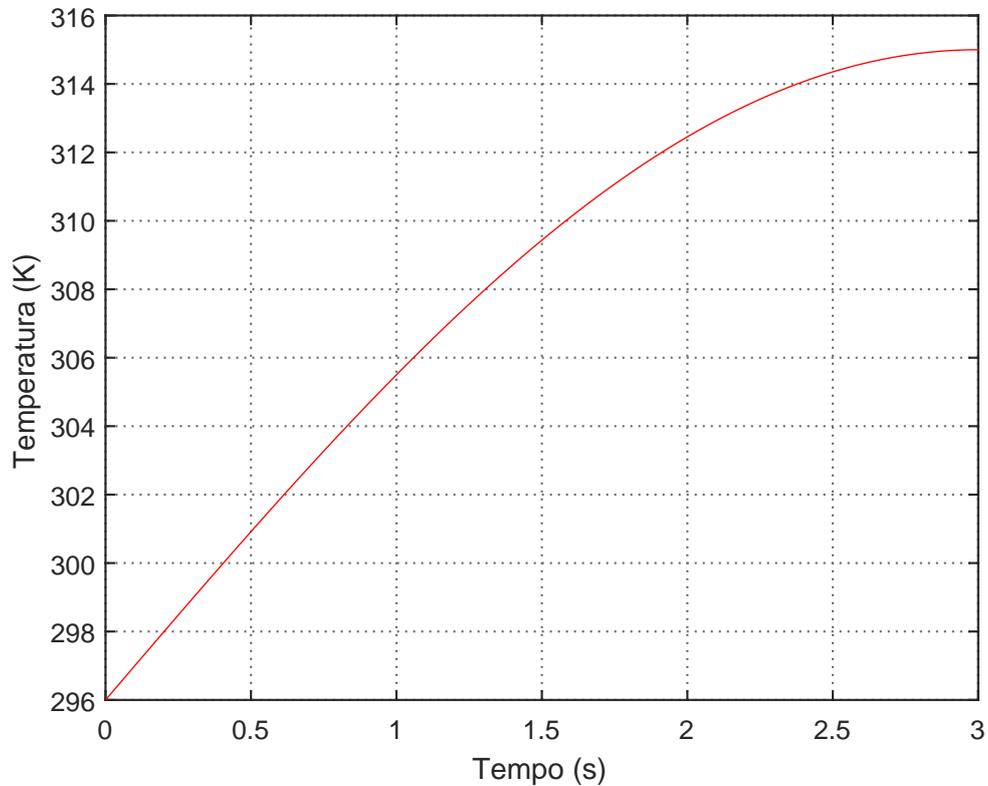
Com a intenção de verificar a capacidade dos modelos de Ikuta et al. (1991) e Gao et al. (2007) em representar o comportamento do sistema vibratório, um carregamento termomecânico é escolhido de forma que a força externa aplicada possua sua frequência de excitação (ω) igual à frequência natural do sistema (ω_n), levando o sistema para o estado de ressonância. No mesmo instante de tempo, a mola de LMF é aquecida de modo a alterar sua rigidez e conseqüentemente retirar o sistema da condição ressonante.

A função escolhida para representar o carregamento térmico no tempo foi definido de maneira que durante o tempo t da simulação, a temperatura variasse de A_S a A_f , ficando a função do aquecimento térmico (f_T) expressa por:

$$f_T(t) = A_S + \left[(A_f - A_S) \text{sen} \left(\frac{\pi}{2t_{final}} t \right) \right] \quad (76)$$

Utilizando as temperaturas de transformação da fase austenita, conforme já apresentadas previamente através da tabela 3 e um tempo máximo de simulação $t_{final} = 3$ segundos, o aquecimento foi aplicado e seu comportamento representado através da figura 34.

Figura 34- Aquecimento da mola de LMF de 296 K a 315 K utilizando função harmônica.

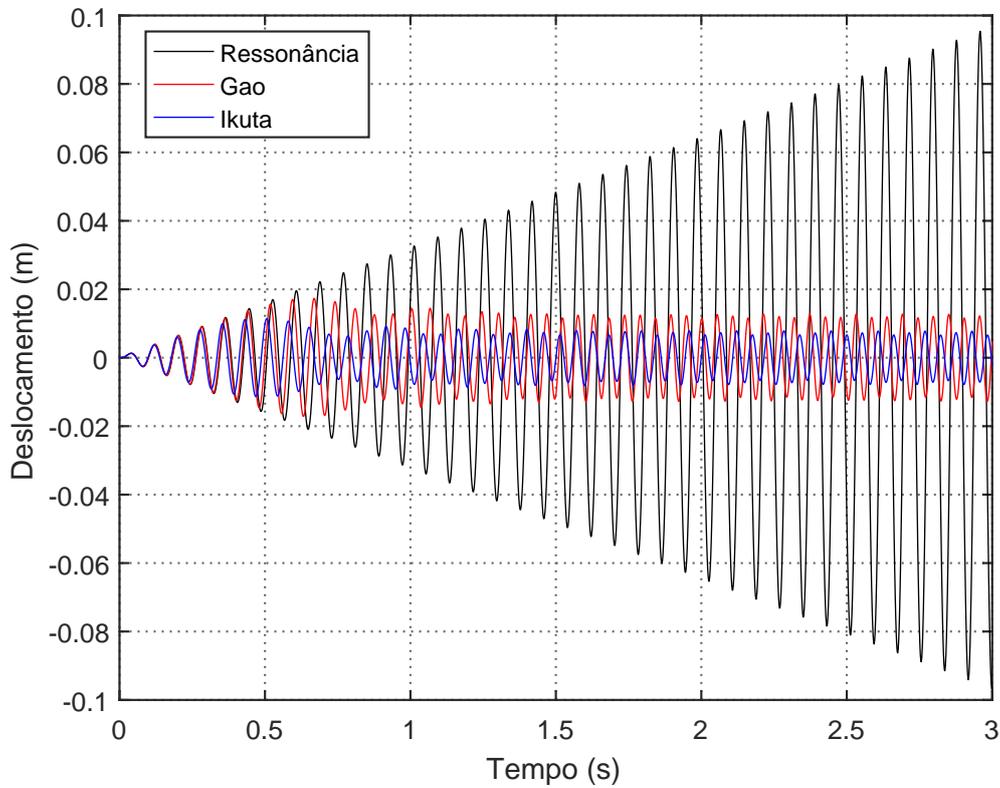


Fonte: Elaboração do próprio autor.

Outro motivo pela escolha da função harmônica para a variação da temperatura no tempo se dá pela sua proximidade com as funções de transformação de fase (cossenoidais e exponenciais) para os modelos de Gao et al. (2007) e Ikuta et al. (1991), respectivamente.

A figura 35 mostra os deslocamentos obtidos para cada modelo após a aplicação do carregamento termomecânico descrito, onde nota-se que ambos os modelos demonstram uma grande redução nas amplitudes de vibração em relação ao estado ressonante, fato que se dá devido à variação da rigidez da mola de LMF e conseqüentemente mudança na frequência natural do sistema.

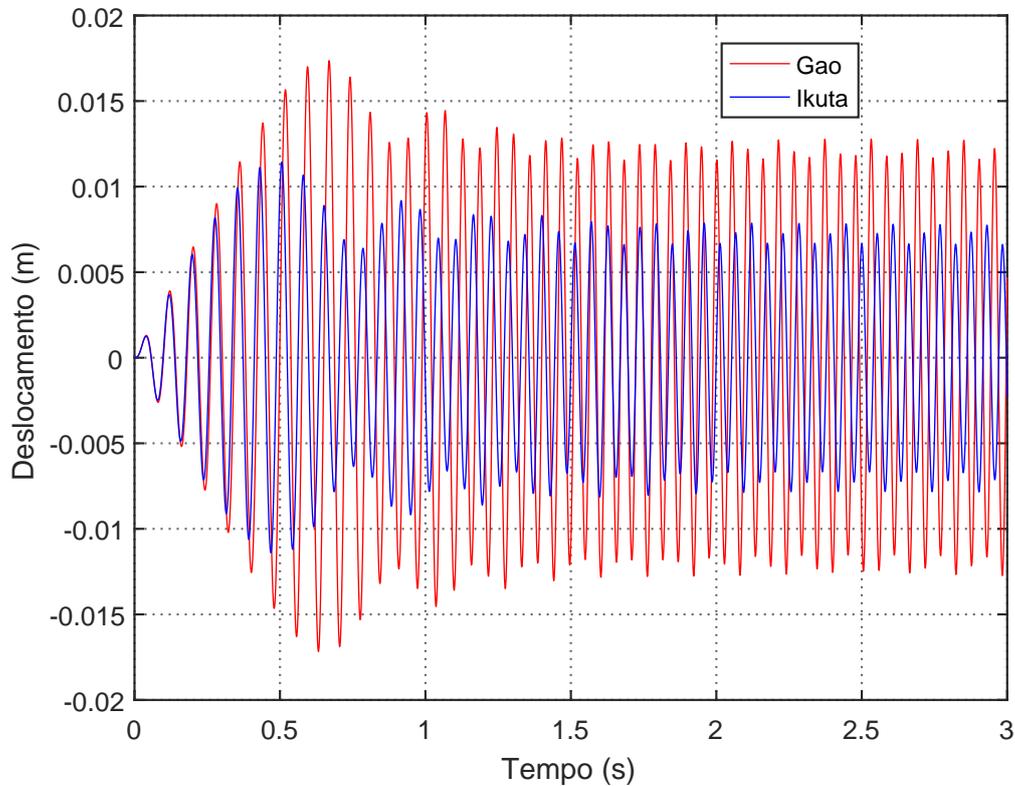
Figura 35- Atenuação de vibrações com aquecimento harmônico da mola de LMF (296K a 315K).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Em relação aos modelos de Ikuta et al. (1991) e Gao et al. (2007), é possível observar também que há diferenças nas amplitudes e na fase dos deslocamentos resultantes. Para que essas diferenças possam ser melhor visualizadas, a figura 36 ilustra o deslocamento no tempo para cada modelo preservando o mesmo carregamento termomecânico proposto, desconsiderando o deslocamento do sistema em ressonância.

Figura 36- Deslocamento do sistema com aquecimento harmônico da mola de LMF (296K a 315K).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

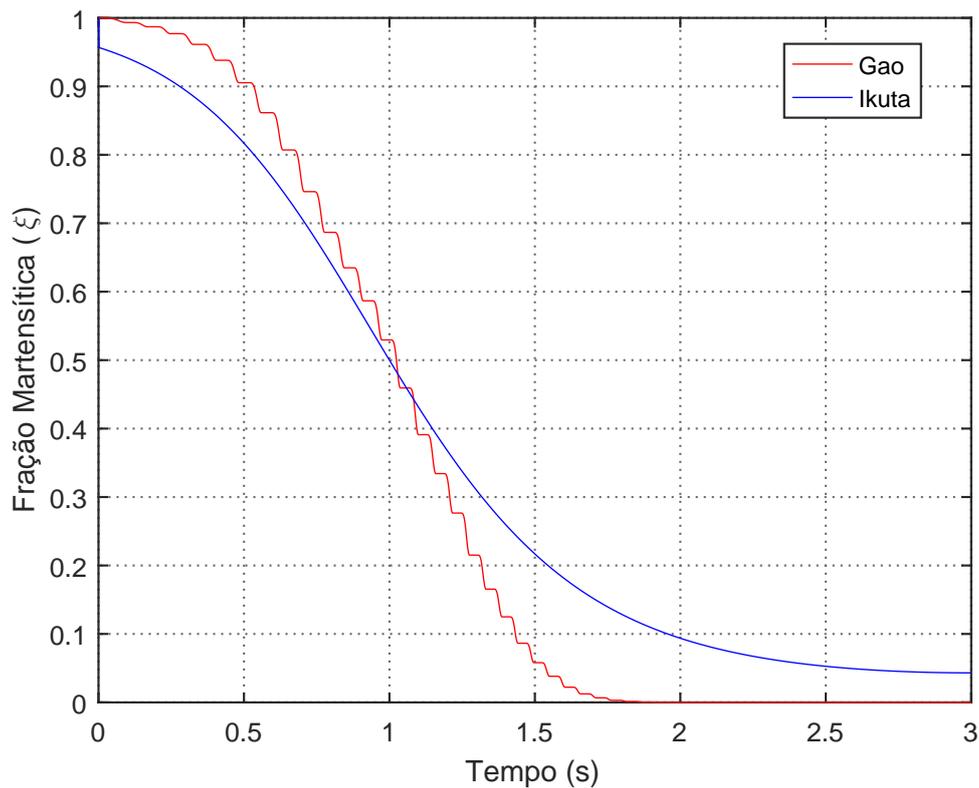
A figura 36 destaca uma considerável diferença de amortecimento nas amplitudes de vibrações, apresentadas pelo modelo de Ikuta et al. (1991) em relação ao modelo de Gao et al. (2007), podendo essa diferença ser explanada com base na transformação martensítica presente em cada modelo durante o tempo em que o sistema sofreu o carregamento termomecânico (veja figura 37).

Como pode ser visto através da figura 37, a transformação martensítica do modelo de Ikuta et al. (1991) retrata uma descontinuidade no primeiro passo de tempo dado por ($t = 0.0001$) segundos, onde o valor da fração martensítica passa de ($\xi = 1$) considerado o valor inicial na simulação, para ($\xi = 0.96$), sendo essa uma característica intrínseca das funções de transformação exponenciais que regem o modelo devido o aquecimento se iniciar em uma temperatura igual ou próxima de A_s .

Em relação ao carregamento termomecânico aplicado, a transformação martensítica no modelo de Ikuta et al. (1991) é função somente da temperatura. Já a evolução da fração martensítica no modelo de Gao et al. (2007) possui não só a dependência dos valores instantâneos do carregamento termomecânico, mas como também de sua direção,

podendo-se perceber pela figura 37 que a transformação martensítica no modelo de Gao et al. (2007) é descontínua no tempo, ou seja, em determinados instantes a mesma é interrompida devido o carregamento termomecânico não possuir uma componente positiva em relação à direção normal do vetor de transformação da região de austenita.

Figura 37- Transformação martensítica no tempo com aquecimento harmônico da mola de LMF (296K a 315K).

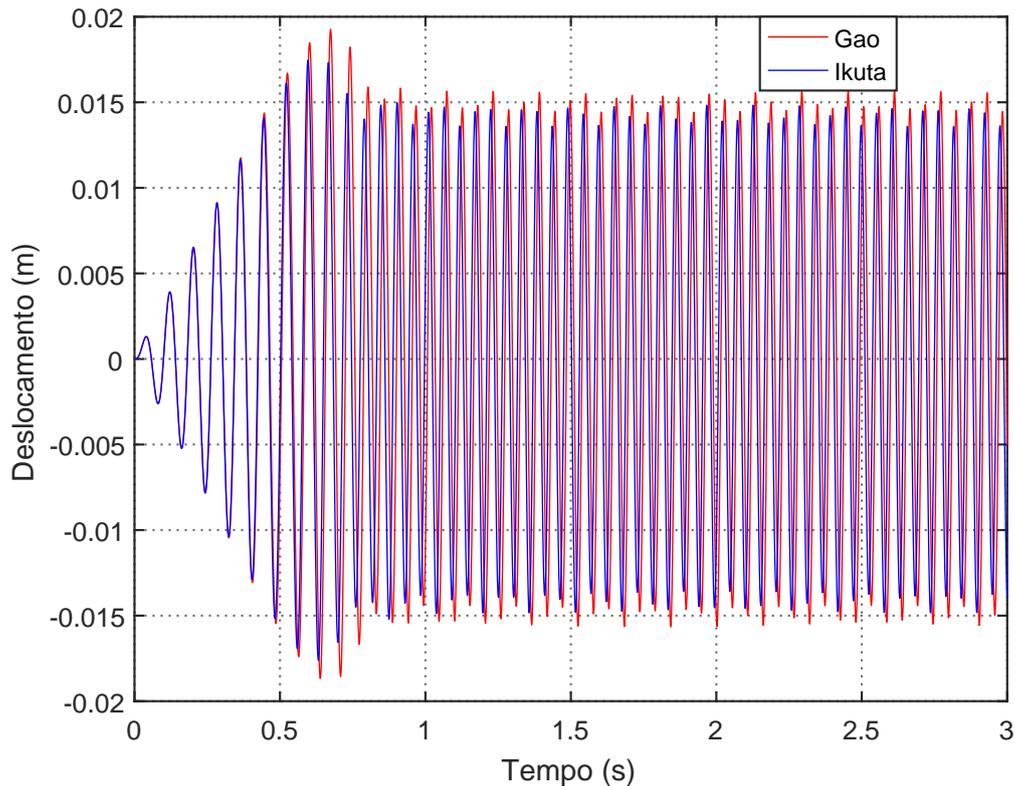


Fonte: Elaboração do próprio autor.

Por se tratar de uma comparação entre dois modelos de transformação de fase, é fundamental que as condições iniciais sejam as mesmas, portanto, um novo carregamento termomecânico foi escolhido conservando a força de excitação anterior (veja tabela 3), porém utilizando uma função harmônica para representar o aquecimento iniciando-se em 280 K até 350 K. Esses limites foram estabelecidos com a intenção de que no primeiro instante de tempo da transformação, a fração martensítica fosse praticamente $\xi = 1$, para o modelo de Ikuta et al. (1991), pois dessa forma a descontinuidade inicial na transformação martensítica, característica do modelo considerado, pode ser praticamente eliminada por se tratar de uma temperatura bastante inferior à A_s .

Após a aplicação do novo carregamento termomecânico, observa-se através da figura 38 que a diferença entre as amplitudes do deslocamento para os modelos de Ikuta et al. (1991) e Gao et al. (2007) é bastante reduzida em relação ao da figura 35, mostrada anteriormente.

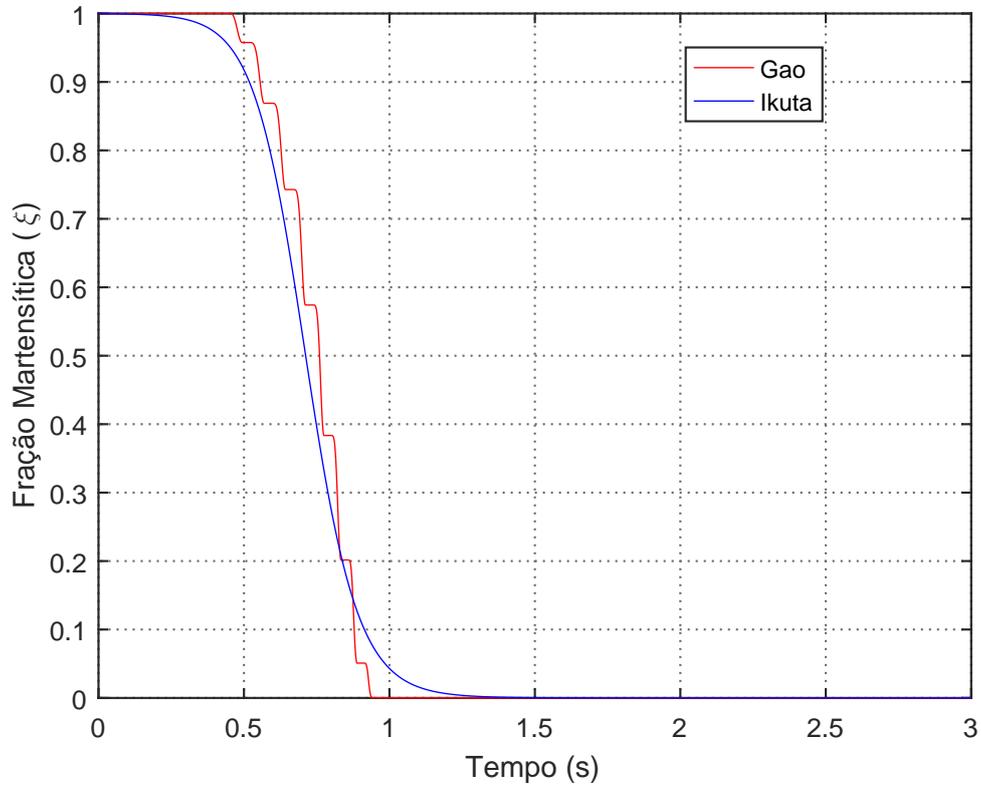
Figura 38- Deslocamento do sistema com aquecimento harmônico da mola de LMF (280 K a 350 K).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

O novo comportamento para os dois modelos (veja figura 38) possui grande semelhança devido as frações martensíticas terem valores aproximados durante as transformações ao longo do tempo, como pode ser visto através da figura 39. Além disso, no modelo de Ikuta et al. (1991) a fração martensítica iniciou-se com $\xi = 1$ e finalizou-se em aproximadamente $\xi = 0$, diminuindo assim a defasagem entre as frações martensíticas e consequentemente entre os deslocamentos apresentados por ambos os modelos. Ainda na figura 39, pode-se notar que no modelo de Gao et al. (2007), as transformações martensíticas acontecem em instantes muito rápidos devido a influência da tensão que a mola de LMF é submetida durante a aplicação do carregamento termomecânico.

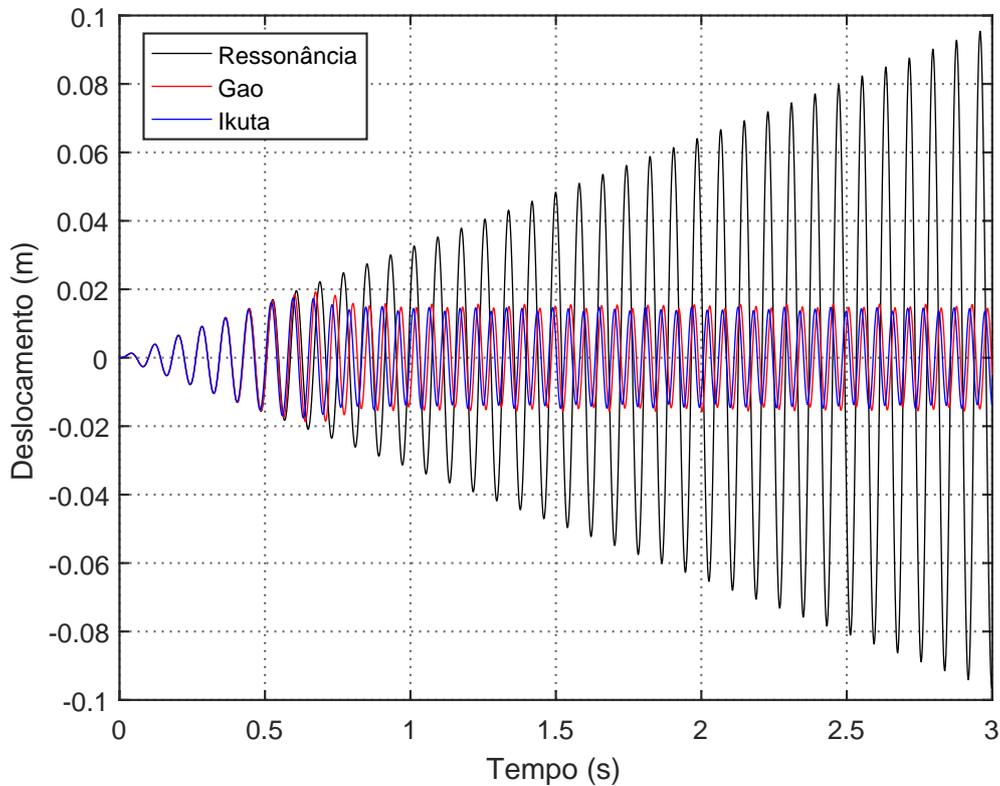
Figura 39- Transformação martensítica no tempo com aquecimento harmônico da mola de LMF (280 K a 350 K).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 40 compara as respostas temporais do sistema obtidas através dos modelos de Ikuta et al. (1991) e Gao et al. (2007), após o aquecimento da mola de LMF de 280 K a 350 K , onde verifica-se desta vez que os deslocamentos para ambos estão bem próximos em amplitude e fase. As amplitudes de vibração são reduzidas em aproximadamente uma ordem de grandeza quando comparadas com o sistema em ressonância, o que torna o uso de molas de LMF uma boa alternativa na redução de vibrações.

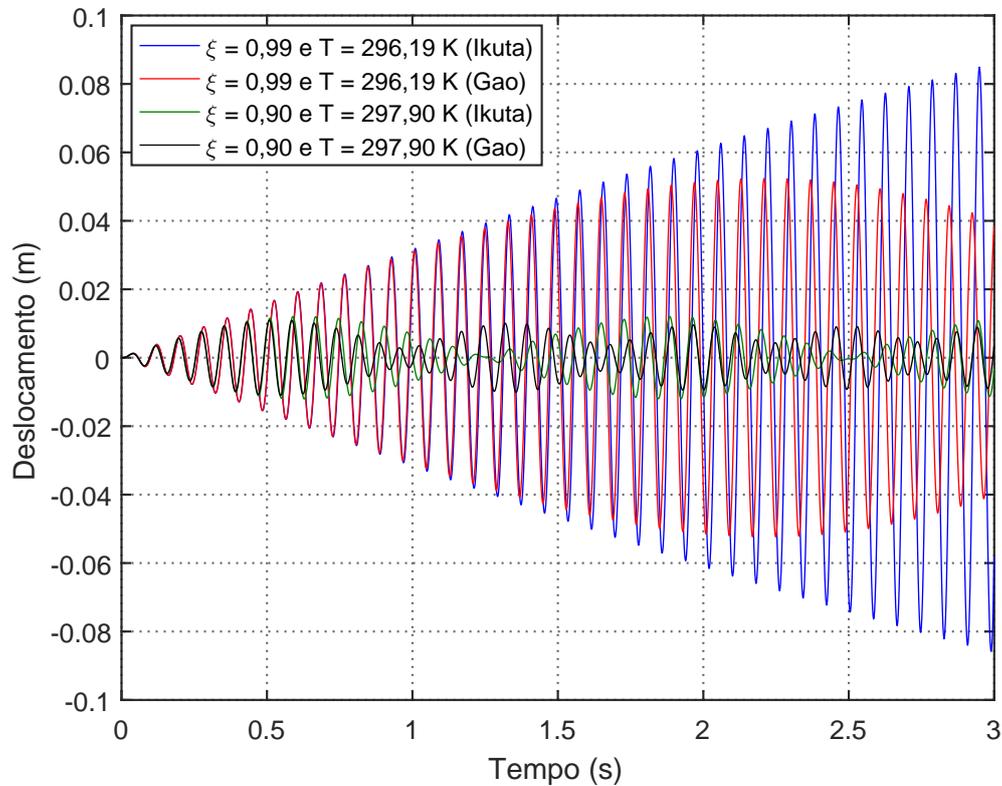
Figura 40- Atenuação de vibrações com aquecimento harmônico da mola de LMF (280K a 350K).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Até o momento verificou-se o comportamento dos modelos de Ikuta et al. (1991) e Gao et al. (2007) variando-se a temperatura da mola de LMF. Numa segunda etapa do trabalho, busca-se considerar uma temperatura constante na mola de LMF mantendo-se a mesma força de excitação (carregamento puramente mecânico). Foram escolhidos dois valores de temperatura situados dentro da região de austenita a partir de A_s , tendo cada valor sua fração martensítica inicial correspondente. Com os parâmetros definidos, a simulação foi realizada e a resposta do sistema para os dois modelos considerando-se a temperatura constante pode ser comparada através da figura 41.

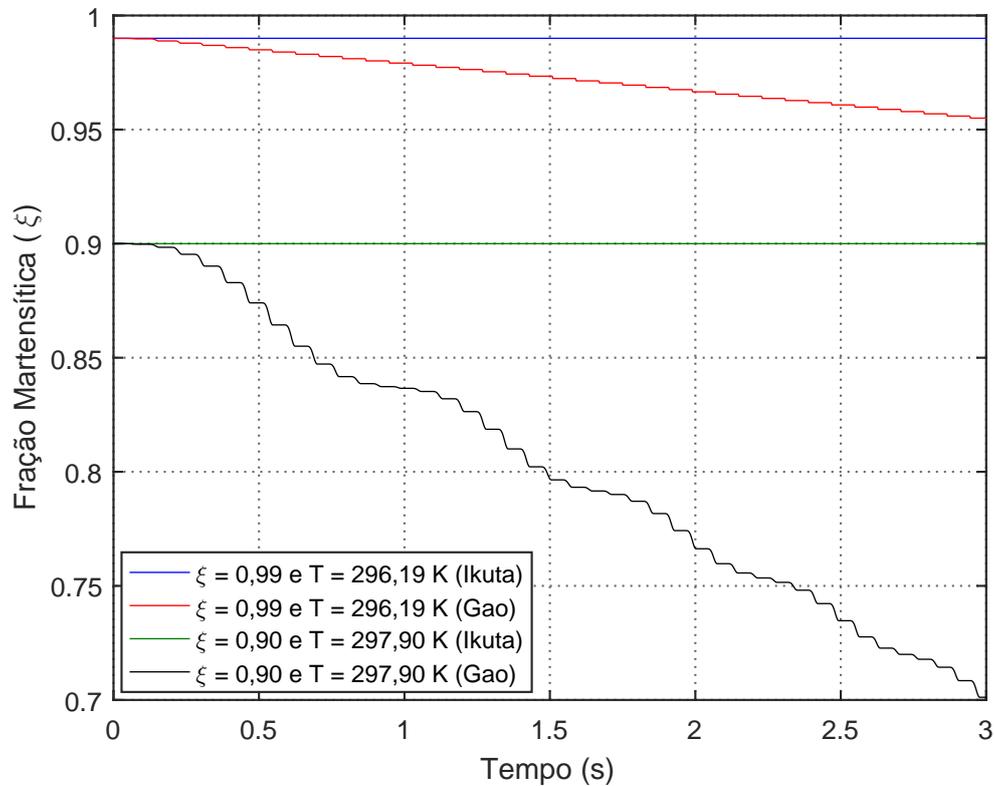
Figura 41- Deslocamento do sistema mantendo-se a temperatura e fração martensítica constantes.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Nota-se na figura 41 acima, que para o modelo de Gao et al. (2007) na temperatura de 296.19 K, o sistema é retirado da ressonância, pois nessa condição a mola de LMF se encontra dentro da região de transformação da austenita e como o modelo em questão depende do carregamento mecânico aplicado e sendo o mesmo de natureza harmônica, ocorre transformação martensítica no material como pode ser comprovado observando a figura 42. Como o modelo de Ikuta et al. (1991) é baseado na variação de temperatura do material (aquecimento ou resfriamento), nas condições de temperaturas constantes a fração martensítica do modelo é conservada, fazendo com que a mola se torne um elemento com rigidez fixa mantendo dessa forma o sistema em ressonância.

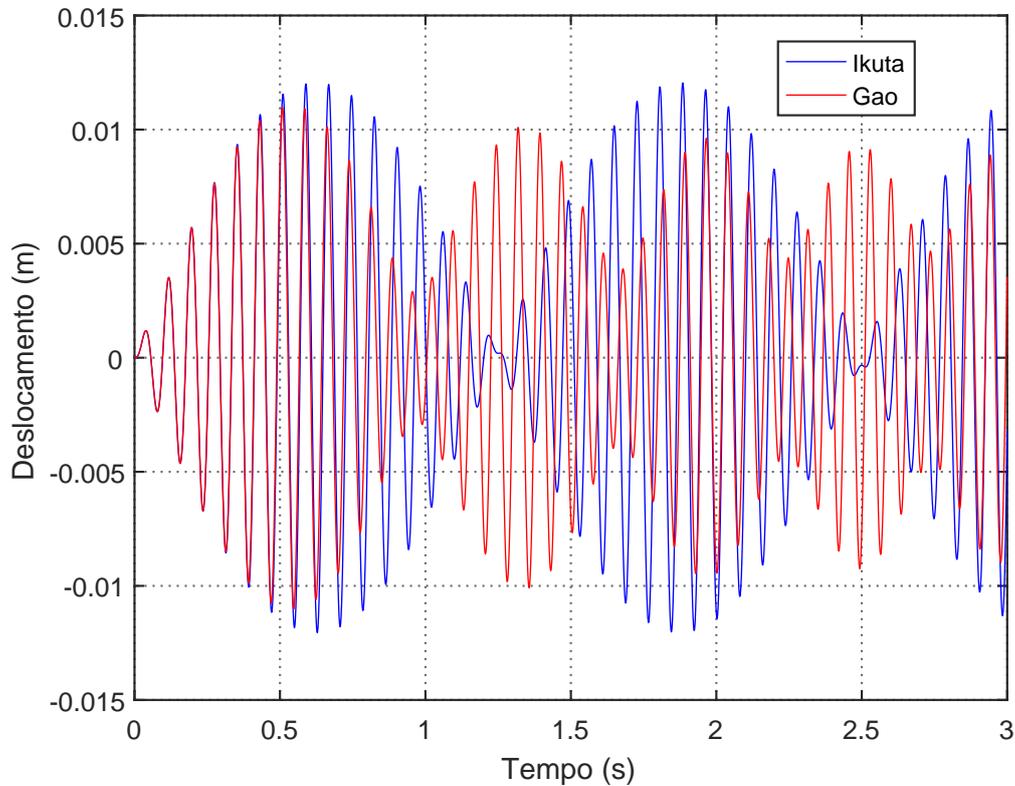
Figura 42- Evolução temporal da fração martensítica considerando temperatura e fração martensítica constantes.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Para a temperatura de 297.9 K e $\xi = 0.9$, outra figura foi gerada (veja figura 43) com o objetivo de uma visualização mais ampliada e particular das respostas em deslocamento para ambos os modelos. Através desta figura, verifica-se que há diferença significativa de fase e amplitude entre os modelos, sendo essa diferença justificada pela ocorrência de uma grande alteração na fração martensítica apresentado pelo modelo de Gao et al. (2007) durante o tempo de simulação, onde a fração martensítica iniciou-se com o valor $\xi = 0.9$ e finalizou com $\xi \approx 0.7$ (veja figura 42).

Figura 43- Comparação entre os deslocamentos obtidos para $T = 297.90\text{ K}$ e $\xi = 0.90$.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Verifica-se que quando o sistema proposto é sujeito à temperaturas constantes situadas dentro da região de transformação (neste caso a austenita), o modelo de Gao et al. (2007) é capaz de demonstrar mudanças na fração martensítica, característica essa que se torna importante na sintonização de um ADV, por exemplo. Vale também destacar que o modelo de Gao et al. (2007) mantém a fração martensítica constante se as temperaturas estiverem dentro das zonas mortas. Desta forma, o modelo de Gao et al. (2007) será equivalente ao de Ikuta et al. (1991).

6.2 SISTEMA COM DOIS GRAUS DE LIBERDADE UTILIZANDO MOLA DE LMF

Nesta seção são apresentados os resultados numéricos auferidos para um sistema com dois graus de liberdade contendo um ADV cujo elemento resiliente é uma mola de LMF (veja figura 33 do capítulo 5).

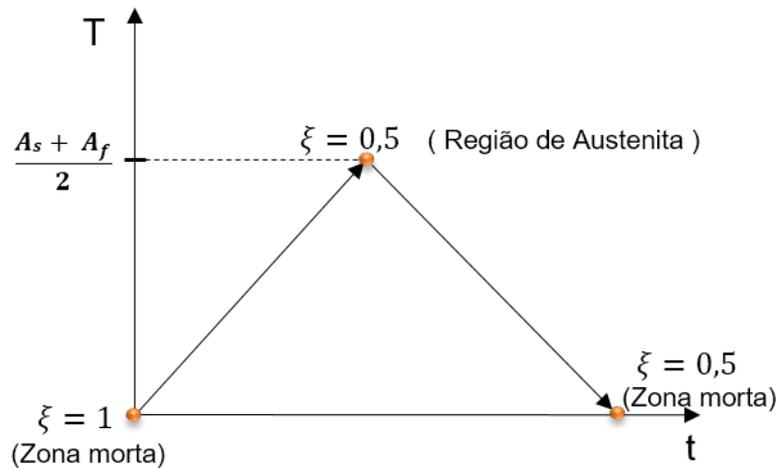
A tabela 4 apresenta os parâmetros adotados para o sistema massa-mola de LMF com dois graus de liberdade (JUNIOR, 2012).

Tabela 4- Parâmetros do sistema vibratório massa-mola com 2 gdl (JUNIOR, 2012).

Sistema	Valor	Material	Valor
M_1	10 kg	E_A	70 GPa
M_2	0.2 kg	E_M	30 GPa
k_1	$1 \times 10^5 \frac{N}{m}$	(M_S, M_F)	$(292 K, 274 K)$
C_2	$1 \frac{Ns}{m}$	(A_S, A_F)	$(296 K, 315 K)$
$F_{ext}(t)$	$1xsen(\omega t)$	C_M	$7 MPa \text{ } ^\circ C^{-1}$
ω	100 rad/s	C_A	$7 MPa \text{ } ^\circ C^{-1}$
d	0.01 m	ε_L	0.05
D	0.1 m	ν	0.3
C	10		
N	12		

Para o sistema proposto, adotou-se que o ADV estará sintonizado com o sistema primário quando a fração martensítica da mola de LMF for igual a $\xi = 0.5$. Desta forma, seu módulo de elasticidade terá um valor intermediário entre a martensita e a austenita puras, o que acarretará em uma frequência de sintonização: $\omega_{ADV} = 100 \frac{rad}{s}$, equivalente ao da força de excitação exercida no sistema primário. Na prática, a manutenção da fração martensítica e conseqüentemente a sintonização do ADV pode ser realizada aquecendo-se o material com LMF e levando-o para dentro da região de austenita, induzindo assim uma transformação até o valor de fração martensítica desejado, retirando-o em seguida da zona de transformação através de um posterior resfriamento. A figura 44 ilustra esse processo para a obtenção de fração martensítica ($\xi = 0.5$).

Figura 44- Transformação martensítica induzida pela temperatura

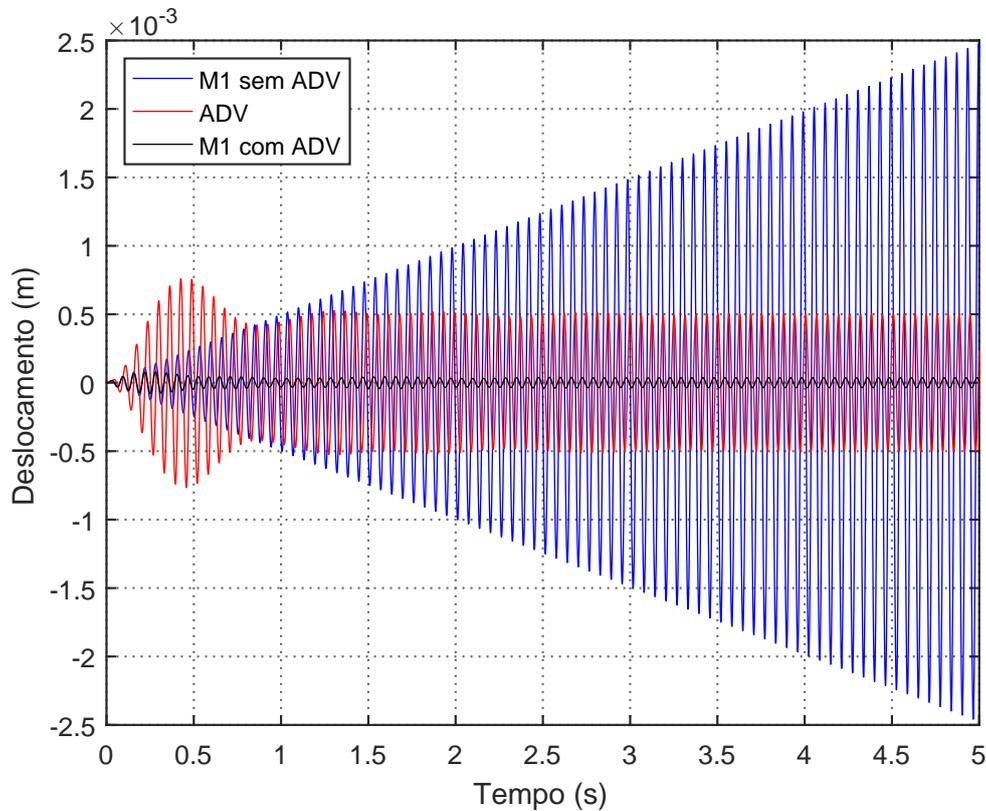


Fonte: Elaboração do próprio autor.

A primeira simulação foi realizada mantendo-se a temperatura constante em 294 K por se tratar de um valor situado fora da região de austenita, pois assim a fração martensítica também se manterá constante e o ADV estará sintonizado. Busca-se com esta simulação, analisar a atenuação de vibrações ocasionadas pelo ADV com mola de LMF. Deste modo, o modelo de Gao et al. (2007) foi escolhido para representar a resposta do sistema, visto que sob as condições estabelecidas, o modelo de Ikuta et al. (1991) terá exatamente o mesmo comportamento, podendo, para este caso, a comparação entre eles ser dispensada.

Os deslocamentos obtidos utilizando o modelo de Gao et al. (2007), para o sistema sob carregamento mecânico e temperatura constante, são representados pela figura 45, onde é possível observar o deslocamento do sistema primário com e sem o ADV sintonizado, assim como o deslocamento do próprio ADV.

Figura 45- Deslocamentos do sistema primário sem e com a presença do ADV sintonizado utilizando o modelo de Gao et al. (2007).

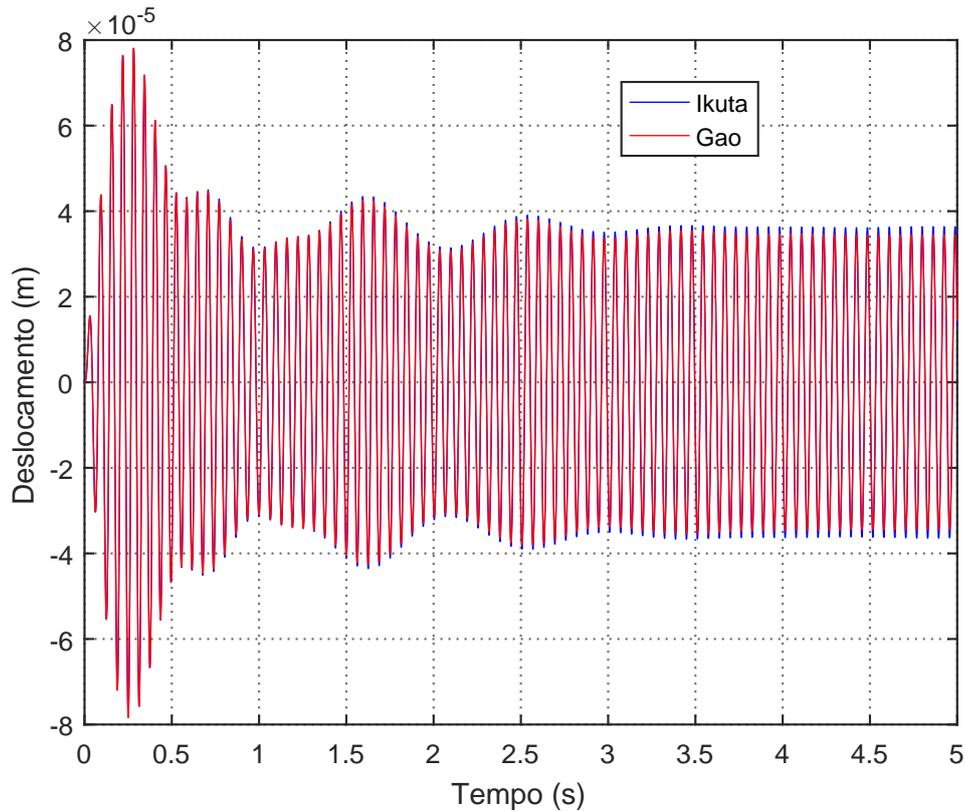


Fonte: Elaboração do próprio autor.

Através dos resultados apresentados pela figura acima nota-se uma redução de mais de uma ordem de grandeza nas amplitudes do deslocamento quando há presença do ADV sintonizado. Nota-se também que o deslocamento do ADV se difere em aproximadamente 180° quando comparados com o do sistema primário, demonstrando que o mesmo se opõe às vibrações provocadas de forma a atenuá-las.

Para que a eficiência do ADV possa ser observada, outra simulação foi realizada variando-se discretamente a temperatura para $T = 305.5K$ de modo a colocar o sistema dentro da região de transformação de austenita e, conseqüentemente, dessintonizar o ADV. Sendo assim, a figura 46 compara as respostas em deslocamento geradas pelo sistema primário utilizando os modelos de Ikuta et al. (1991) e Gao et al. (2007).

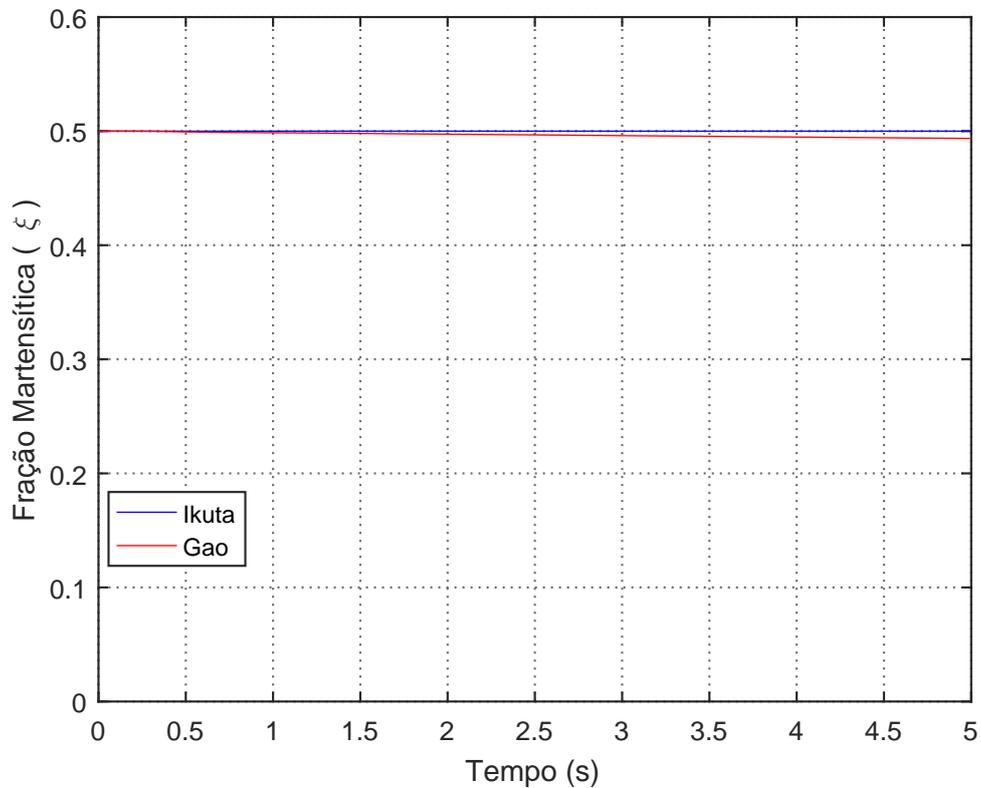
Figura 46- Deslocamento do sistema primário com ADV para $T = 305.5 K$.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Verifica-se que a diferença entre as respostas obtidas para cada modelo é mínima, mesmo se tratando de uma região de transformação, o modelo de Gao et al. (2007) foi pouco influenciado pelo carregamento aplicado, devido o fato da força de excitação utilizada na simulação não ser suficiente para provocar uma transformação martensítica considerável na mola de LMF comparado ao valor constante apresentado por Ikuta et al. (1991). De modo a justificar a afirmação anterior, a figura 47 compara a evolução da transformação martensítica gerada pelos dois modelos para a situação em questão, onde é possível visualizar uma pequena redução no valor da fração martensítica equivalente à 1.28 % do valor inicial para o modelo de Gao et al. (2007).

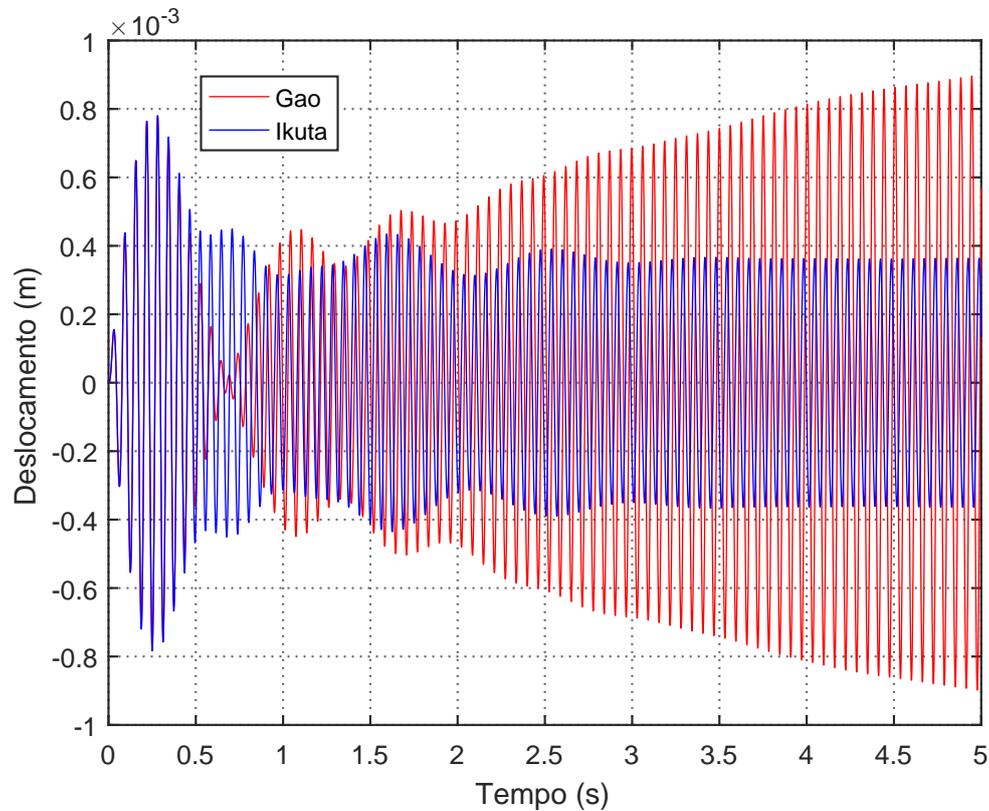
Figura 47- Transformação martensítica no tempo para $T = 305.5 K$.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

De modo a provocar uma dessintonização do ADV uma nova simulação foi realizada aumentando-se a amplitude da força de excitação em 10 vezes, visto que com a aplicação do carregamento mecânico utilizando o valor da amplitude inicial o ADV continuou sintonizado. A figura 48 mostra o deslocamento do sistema primário para os modelos de Ikuta et al. (1991) e Gao et al. (2007) utilizando o novo carregamento mecânico amplificado e mantendo-se a temperatura ainda em $T = 305.5K$.

Figura 48- Deslocamento do sistema primário com ADV para uma força excitação 10 vezes maior e $T = 305.5 K$.

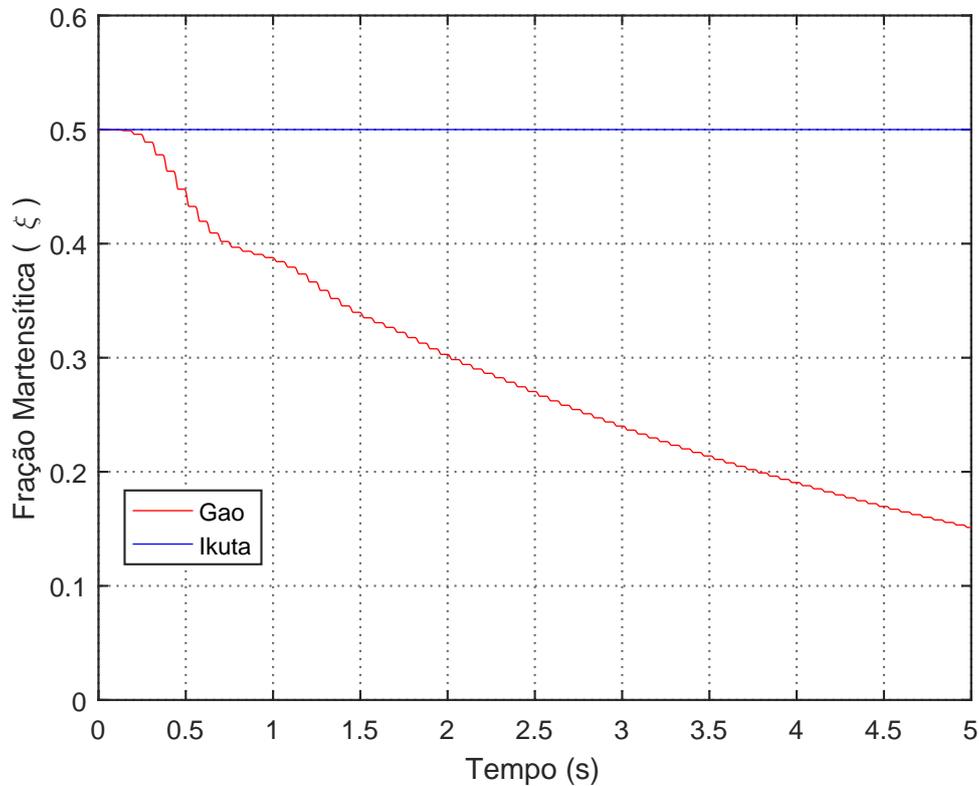


Fonte: Elaboração do próprio autor.

Com base na figura 48, observa-se que desta vez o deslocamento representado pelo modelo de Gao et al. (2007) sofreu um aumento de cerca de 2.5 vezes na amplitude em relação ao apresentado anteriormente quando o ADV se encontrava praticamente sintonizado, enquanto que para o modelo de Ikuta et al. (1991) o deslocamento não sofreu alteração. Pode-se destacar que somente o modelo de Gao et al. (2007) foi capaz de representar a dessintonização do ADV influenciada pelo aumento da tensão, ao passo que o modelo de Ikuta et al. (1991) implementado não possui tal capacidade.

A nova força de excitação aplicada ao sistema primário, acarretou em um aumento da tensão que por sua vez acelerou a transformação martensítica na mola de LMF, como pode ser visto no modelo de Gao et al. (2007) através da figura 49.

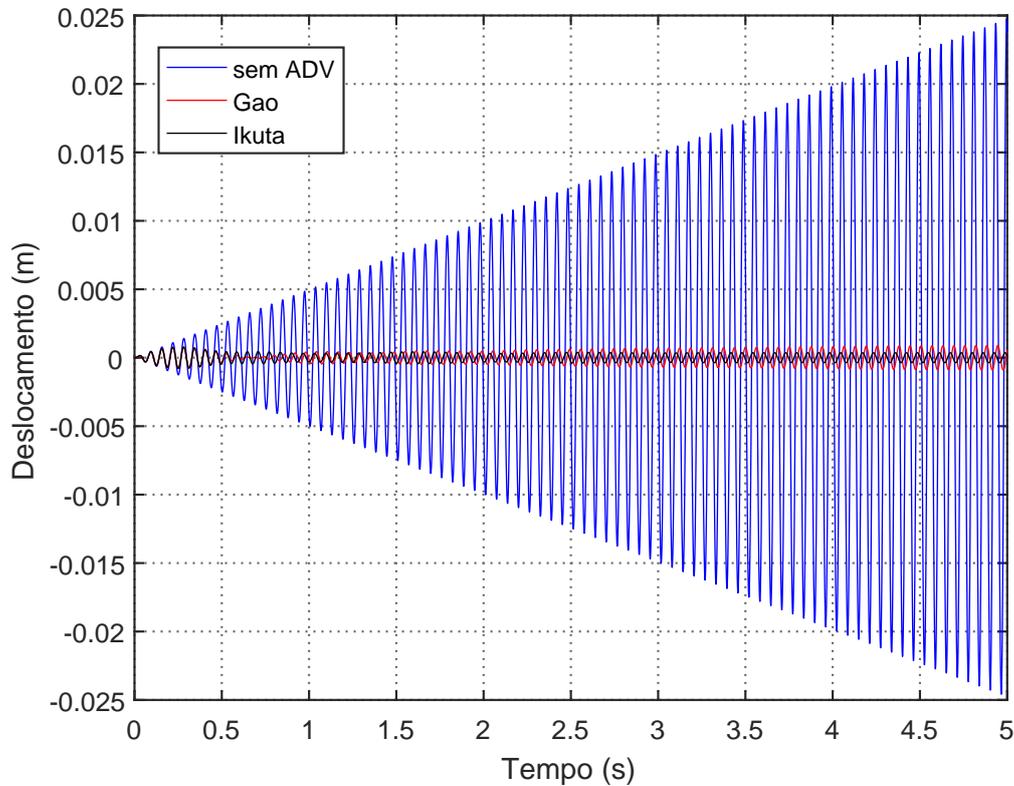
Figura 49- Transformação martensítica no tempo para uma força de excitação 10 vezes maior e $T = 305.5 K$.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Para uma força 10 vezes maior, houve uma redução de 30% no valor da fração martensítica de acordo com a figura 49, mudando a frequência do ADV para $\omega_{ADV} = 113.18 \frac{rad}{s}$, causando assim sua dessintonização. Mesmo sendo destacada a diferença entre os deslocamentos apresentados pelos modelos de Ikuta et al. (1991) e Gao et al. (2007), após a dessintonização do ADV, em relação à atenuação das amplitudes de vibração, ambos os modelos continuam mostrando bastante eficiência quanto à utilização de mola de LMF na composição do ADV, como pode ser visto através da figura 50.

Figura 50- Deslocamentos do sistema primário sem e com a presença do ADV para uma força de excitação 10 vezes maior e $T = 305.5 K$.

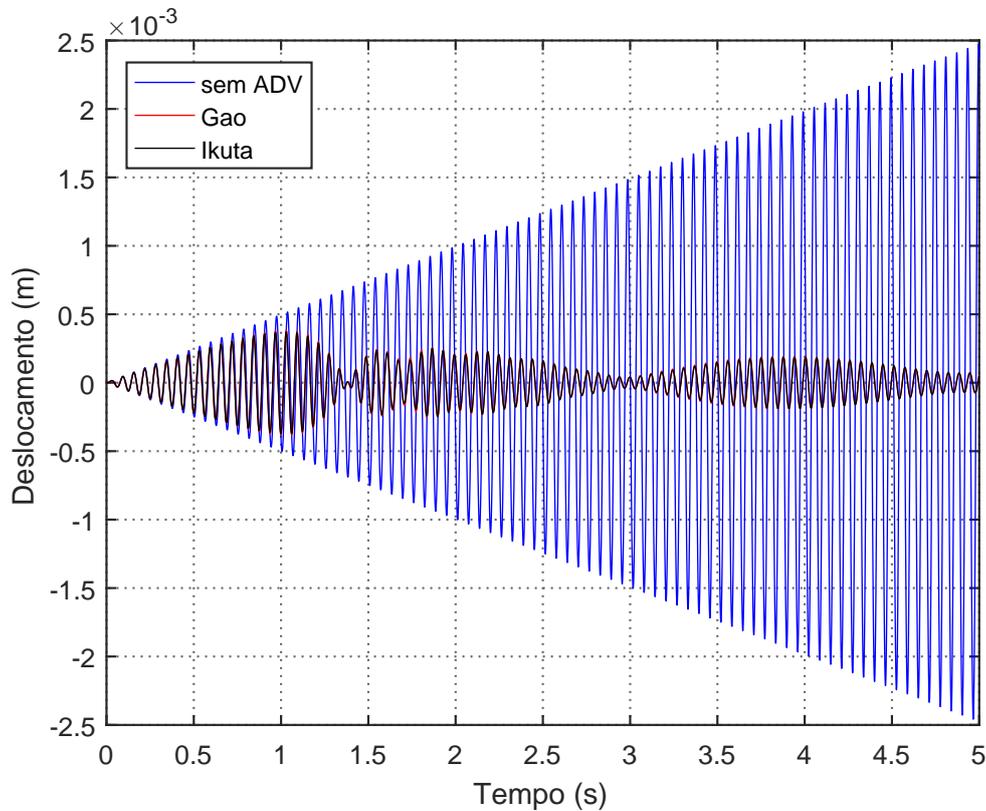


Fonte: Elaboração do próprio autor.

As simulações numéricas para o sistema com dois graus de liberdade utilizando ADV com mola de LMF apresentadas até o momento, foram realizadas com temperatura constante e carregamento mecânico variável, e através delas pode-se perceber a ocorrência de transformação de fase somente no modelo de Gao et al. (2007). Com o intuito de induzir transformação de fase também no modelo de Ikuta et al. (1991), simulações foram realizadas variando-se a temperatura da mola de LMF.

Assim como no sistema com um grau de liberdade, um carregamento termomecânico composto de um aquecimento de $280 K$ a $350 K$ e uma força de excitação com amplitude unitária ($1 \text{ sen}\omega t$), foi aplicado na mola de LMF do ADV, adotando que o mesmo iniciou-se dessintonizado com $\xi = 1$. A figura 51 mostra os deslocamentos do sistema primário com e sem a presença do ADV após a aplicação do carregamento termomecânico descrito.

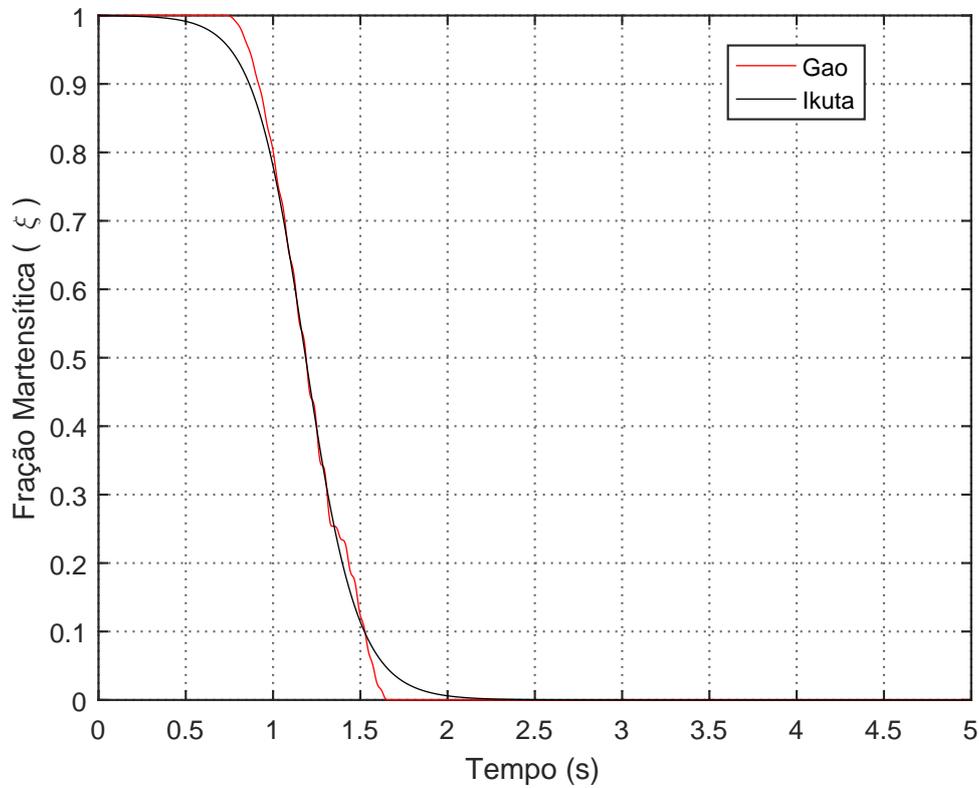
Figura 51- Deslocamentos do sistema primário sem e com a presença do ADV para um aquecimento harmônico de 280 K a 350 K.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Neste caso, os deslocamentos obtidos pelos modelos de Ikuta et al. (1991) e Gao et al. (2007) estão bem próximos (veja figura 51). O motivo desta aproximação está ligada ao fato de que durante o carregamento termomecânico, a transformação martensítica no modelo de Gao et al. (2007) sofreu uma maior influência da temperatura do que da tensão, tornando a evolução de sua fração martensítica contínua no tempo, se assemelhando ao modelo de Ikuta et al. (1991), conforme ilustra a figura 52. Nesta mesma figura, também é verificado que, a partir do instante $t = 1.20$ segundos, as amplitudes de vibração sofrem uma leve redução devido ser esse o instante em que a fração martensítica se aproxima de $\xi = 0.50$, detalhe este que também pode ser verificado através da figura 52.

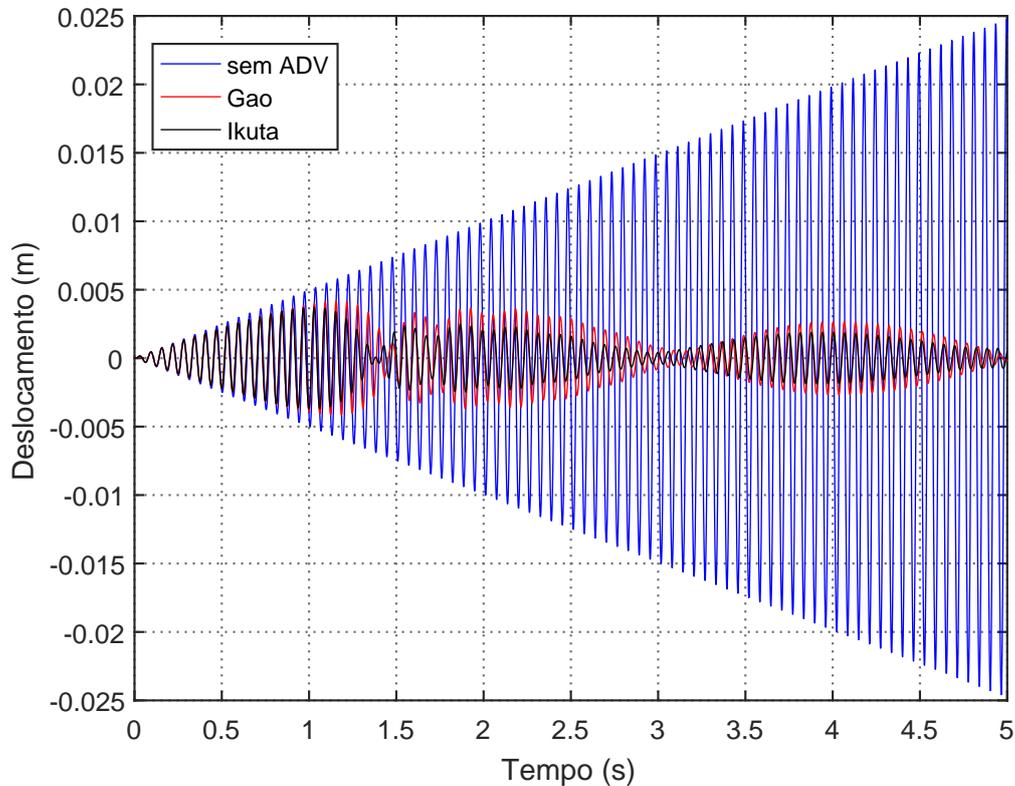
Figura 52- Transformação martensítica no tempo com aquecimento harmônico da mola de LMF do ADV de 280 K a 350 K.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Numa última simulação realizada, a variação da temperatura no tempo foi mantida, porém a força de excitação aplicada foi aumentada em 10 vezes, sendo representada por $10 \text{ sen}\omega t$. Assim, busca-se neste caso observar a influência do aumento da força de excitação enquanto o material é aquecido. Finalmente a resposta em deslocamento do sistema primário com e sem a presença do ADV para ambos os modelos é ilustrada na figura 53 a seguir.

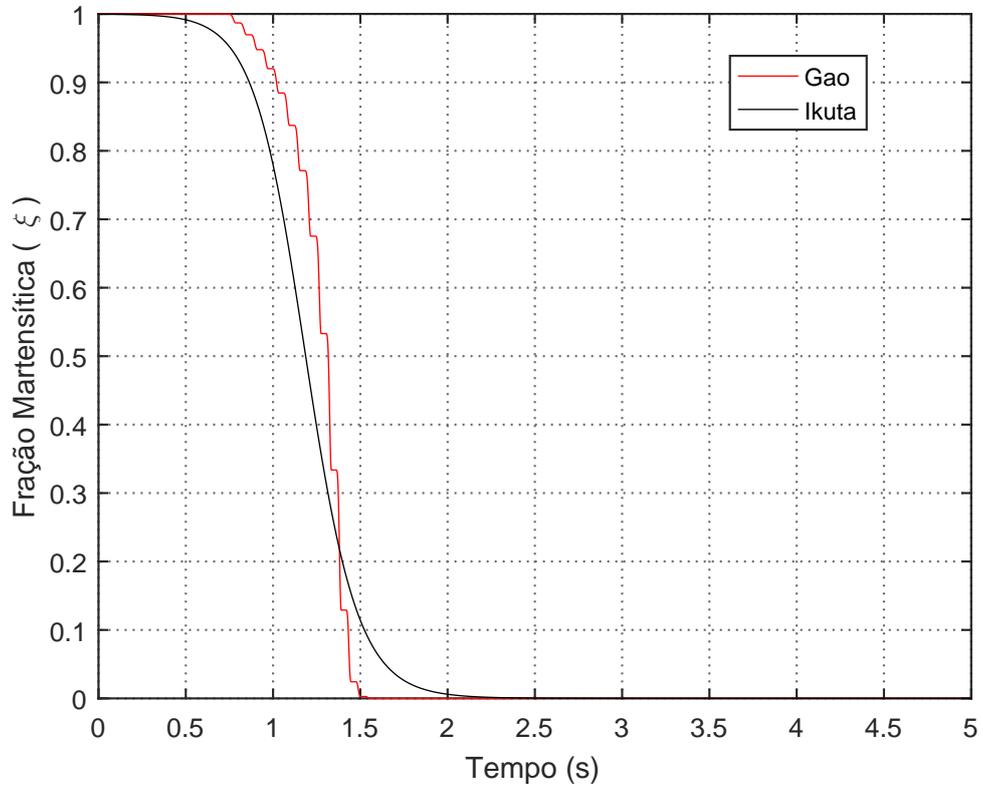
Figura 53- Deslocamentos do sistema primário sem e com a presença do ADV para um aquecimento harmônico de 280 K a 350 K e força de excitação 10 vezes maior.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Observa-se na figura 53 que o deslocamento apresentado pelo modelo de Gao et al. (2007) teve um aumento de amplitude quando comparado ao sistema excitado com força externa unitária. Em determinados instantes de tempo é possível observar que a resposta do sistema é um pouco atrasada em relação ao modelo de Ikuta et al. (1991), criando uma defasagem entre ambos. Na figura 54 pode-se perceber que a transformação martensítica representada pelo modelo de Gao et al. (2007) é um pouco deslocada para a direita do gráfico, apresentando mais uma vez descontinuidades e, em determinados instantes de tempo, a transformação é interrompida ao passo que nos outros instantes ela é acelerada em relação ao modelo de Ikuta et al. (1991).

Figura 54- Transformação martensítica no tempo com aquecimento harmônico da mola de LMF do ADV de 280 K a 350 K e força de excitação 10 vezes maior.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho apresentou o comportamento termomecânico das LMFs, utilizando como referência os modelos unidimensionais de Ikuta et al. (1991) e Gao et al. (2007). Após a implementação do modelo termomecânico de Gao et al. (2007), os resultados auferidos foram comparados com aqueles apresentados por Gao et al. (2007), com o objetivo de validar o modelo numérico implementado.

Dos modelos com cinética de transformação apresentados, o modelo de Gao et al. (2007) se destaca por abranger uma ampla faixa de temperatura, além de separar a martensita em dois tipos: maclada e não maclada, podendo ser observadas a influência da temperatura e da tensão de maneira particular. Em relação aos outros modelos apresentados, o modelo de Gao et al. (2007) também se destaca por apresentar grandes laços de histerese, além de poder representar as transformações incompletas através dos *minor loopings*, característica bastante explorada no controle de vibrações.

Simulações numéricas foram realizadas para os sistemas com um e dois graus de liberdade contendo mola helicoidal de LMF como elemento resiliente. À medida que carregamentos termomecânicos foram aplicados, comparações entre as respostas dos sistemas com a utilização dos modelos de Ikuta et al. (1991) e Gao et al. (2007) foram efetuadas de forma a observar suas diferenças bem como a característica de cada modelo em representar o comportamento do sistema. Com base nos resultados obtidos através de simulações numéricas efetuadas para o sistema massa-mola de LMF com um grau de liberdade, pôde-se verificar que quanto mais afastado dos limites da região de transformação austenita o carregamento térmico aplicado se encontrar, menor é a diferença nas respostas em deslocamento apresentadas pelos modelos de Ikuta et al. (1991) e Gao et al. (2007). Ainda para o sistema com um grau de liberdade, pôde-se observar que quando o mesmo é submetido à carregamentos mecânicos variáveis e temperaturas constantes, com valores situados dentro da região de transformação, o modelo de Gao et al. (2007) é capaz de demonstrar mudanças na fração martensítica da mola de LMF, ao contrário do modelo de Ikuta et al. (1991) que possui dependência somente da temperatura. Porém, se o sistema estiver localizado em zonas fora da região de transformação (zonas mortas) e sujeito às mesmas condições de carregamento termomecânico apresentadas, os modelos serão equivalentes, o que para o modelo de Ikuta et al. (1991) se torna um ponto positivo

devido sua implementação numérica envolver apenas duas equações de transformação de fase.

Para sintonizar o sistema com dois graus de liberdade, composto de um ADV cujo elemento de rigidez é uma mola de LMF, foi necessário manter a fração martensítica constante e fora de regiões de transformação. Com o ADV sintonizado pôde-se verificar que houve atenuação maior que uma ordem de grandeza nas amplitudes do sistema primário, sendo este comportamento expresso tanto pelo modelo de Ikuta et al. (1991) quanto pelo modelo de Gao et al. (2007). Quando o ADV foi mantido em uma temperatura constante dentro da região de transformação com força de excitação harmônica unitária, notou-se que não houve diferença entre os deslocamentos apresentados pelos modelos de Ikuta et al. (1991) e Gao et al. (2007). O aumento da força de excitação em 10 vezes causou no ADV um rápido aumento da transformação martensítica, o que acarretou em sua dessintonização. Neste caso, somente o modelo de Gao et al. (2007) foi capaz de representá-la de maneira adequada. Mesmo estando dessintonizado, o ADV permitiu a atenuação das amplitudes de vibração do sistema primário de forma satisfatória. Verificou-se também uma proximidade entre as transformações martensíticas retratadas pelos modelos de Ikuta et al. (1991) e Gao et al. (2007), após a aplicação de um carregamento termomecânico puramente harmônico com amplitude de força unitária, sendo esta proximidade entre os modelos sensível ao aumento da força de excitação.

Mesmo se tratando de dois modelos distintos, os resultados demonstrados pelas simulações numéricas efetuadas para os sistemas massa-mola de LMF com um e dois graus de liberdade, mostraram que para o aquecimento da mola sob a atuação de forças com pequena magnitude, o modelo de Ikuta et al. (1991) se destaca pela sua simplicidade de implementação numérica. Em contrapartida, para situações onde as forças de excitação são consideráveis (grandes magnitudes), o modelo de Ikuta et al. (1991) se torna ineficiente, e para estas situações o modelo de Gao et al. (2007) é mais adequado.

Com base nos estudos realizados e nos resultados apresentados, propõe-se, como continuidade deste trabalho, os seguintes itens:

- Validação experimental dos resultados numéricos obtidos e
- implementação de um modelo com a capacidade de representar o auto-aquecimento interno, devido às transformações de fase que ocorrem no material com memória de forma.

REFERÊNCIAS

- ABREU, G. L. C. M. de; MAESTA, M. F.; JUNIOR, V. L.; JUNIOR, C. D. M.; FARIA, C. T.; INMAN, D. J. Active angular control of a sectioned airfoil using shape memory alloys and fuzzy controller. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, Heidelberg, v. 37, n. 5, p. 1555–1567, 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s40430-014-0293-1>>. Acesso em: 05 set. 2016.
- ABREU, G. L. C. M. de; MELO, G. P. de; LOPES, V. Fuzzy control embedded in microcontroller and applied to an experimental apparatus using magnetorheological fluid damper. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Heidelberg, v. 24, n. 1, p. 54–69, 2013. ISSN 2195-3899. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s40313-013-0012-7>>. Acesso em: 10 set. 2016.
- AGUIAR, R. A. **Análise da redução de vibrações em sistemas mecânicos utilizando ligas com memória de forma**. 2011. 139 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), 2011. Disponível em: <http://w2.files.scire.net.br/atrio/ufrj-pem_upl//THESIS/53-pemufrj2011dscricardoalexandreamaraguiar.pdf>. Acesso em: 13 set. 2016.
- ALVES, M. T. S. **Controle de vibrações em máquinas rotativas usando ligas com memória de forma**. 2015. 119 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Uberlândia (UFU), 2015. Disponível em: <<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/14768>>. Acesso em: 20 out. 2016.
- AQUINO, A. S. **Controle de vibração de um sistema sob desbalanceamento rotativo utilizando atuador de liga com memória de forma**. 2011. 117 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal da Paraíba (UFPB), 2011. Disponível em: <<http://tede.biblioteca.ufpb.br:8080/handle/tede/5310>>. Acesso em: 02 out. 2016.
- BOYD, J.; LAGOUDAS, D. A thermodynamical constitutive model for shape memory materials. part i. the monolithic shape memory alloy. **International Journal of Plasticity**, v. 12, n. 6, p. 805 – 842, 1996. ISSN 0749-6419. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0749641996000307>>. Acesso em: 03 fev. 2016.
- BRINSON, L. One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: Thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, London, 4, n. 2, p. 229–242, 1993. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1177/1045389X9300400213>>. Acesso em: 28 set. 2015.
- CISMASIU, E. by C. **Shape memory alloys**. Scyio, 2010. N/a. Disponível em: <http://www.issp.ac.ru/ebooks/books/open/Shape_Memory_Alloys.pdf>. Acesso em: 01 set. 2015.

DHANALAKSHMI, K.; UMAPATHY, M.; EZHILARASI, D. Variable structure control of flexible smart structure with shape memory alloy actuators. **Proceedings SPIE**, v. 6528, 65281H–65281H–10, 2007. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1117/12-716066>>. Acesso em: 06 jul. 2016.

DIAS, R. F. **Efeito da deformação cíclica nas propriedades mecânicas de uma liga níquel-titânio superelástica**. 2005. 158 f. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), 2005. Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFMG_7e7ebf08b7d6d7c3a23c0b701703d0af>. Acesso em: 12 jul. 2016.

DUERIG, T.; MELTON, K.; STÖCKEL, D. **Engineering aspects of shape memory alloys**. New York: Elsevier Science, 2013. ISBN 9781483144757. Disponível em: <<https://books.google.co.in/books?id=y7QgBQAAQBAJ>>.

FARIA, C. T. **Controle da variação do arqueamento de um aerofólio utilizando atuadores de memória de forma**. 2010. 107 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira, 2010.

FARIA, V. A. **Análise numérica de frequência natural de materiais compósitos híbridos com memória de forma**. 2007. 117 f. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Brasília (UnB), 2007. Disponível em: <<http://repositorio.unb.br/handle/10482-20379>>.

GAMA, J. L. L. **Transformação de fase em ligas de cobre com memória de forma**. 2003. 124 f. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), 2003. Disponível em: <<http://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/9536>>. Acesso em: 24 jul. 2016.

GAO, X.; QIAO, R.; BRINSON, L. C. Phase diagram kinetics for shape memory alloys: a robust finite element implementation. **Smart Materials and Structures**, v. 16, n. 6, p. 2102, 2007. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0964-1726/16/i=6/a=013>>. Acesso em: 22 set. 2015.

HE, Y.-Y.; OI, S.; CHU, F.-L.; LI, H.-X. Vibration control of a rotor-bearing system using shape memory alloy: II. experimental study. **Smart Materials and Structures**, v. 16, n. 1, p. 122, 2007. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0964-1726/16/i=1/a=015>>. Acesso em: 02 out. 2016.

IKUTA, K.; TSUKAMOTO, M.; HIROSE, S. Mathematical model and experimental verification of shape memory alloy for designing micro actuator. In: IEEE MICRO ELECTRO MECHANICAL SYSTEMS, 1991, Nara. **Anais...** Nara: IEEE, 1991. p. 103–108. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/114778/?reload=true>>. Acesso em: 25 out. 2016.

JUNIOR, W. L. P. **Modelagem e avaliação numérica de absorvedores dinâmicos de vibrações sintonizáveis baseados em ligas com memória de forma**. 2012. 70 f. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia (UFU), 2012. Disponível em: <<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/14941>>. Acesso em: 17 abr. 2015.

LAGOUDAS, D. **Shape memory alloys: modeling and engineering applications**. Springer US, 2008. (New York: Springer ebook collection / Chemistry and Materials Science 2005-2008). ISBN 9780387476858. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=jY-qVrZkqBEC>>. Acesso em: 11 maio 2015.

LIANG, C. **The constitutive modeling of shape memory alloys**. Tese (Doutorado) — Virginia Polytechnic Institute and State University, August 1990. Disponível em: <<https://vtechworks.lib.vt.edu/handle/10919/39218>>. Acesso em: 11 maio 2015.

LIANG, C.; ROGERS, C. One-dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, London, 1, n. 2, p. 207–234, 1990. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1177/1045389X9000100205>>. Acesso em: 03 nov. 2015.

MACHADO, L.; SAVI, M. Medical applications of shape memory alloys. **Brazilian Journal of Medical and Biological Research**, Ribeirão Preto, v. 36, p. 683 – 691, 06 2003. ISSN 0100-879X. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/S0100-879X2003000600001>>. Acesso em: 25 set. 2015.

MADANI, F. S. **Modelagem e implementação de um dispositivo universal antropomórfico da mão humana para análise de sistemas de acionamento de próteses**. 2009. 156 f. Tese (Doutorado) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), 2009. Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/ITA_465a418d943cc097fc930bf37e59402f>. Acesso em: 09 dez. 2015.

MANI, Y.; SENTHILKUMAR, M. Shape memory alloy-based adaptive-passive dynamic vibration absorber for vibration control in piping applications. **Journal of Vibration and Control**, London, 21, n. 9, p. 1838–1847, 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1177/1077546313492183>>. Acesso em: 04 de out. 2016.

MARQUES, R. F. A. **Estudo teórico e numérico de absorvedores dinâmicos de vibrações ativos e adaptativos**. 2000. 106 f. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia (UFU), Julho 2000. Disponível em: <<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/14815>>.

OLIVEIRA, H. d. S. **Análise de um absorvedor dinâmico de vibrações pseudoelástico**. 2014, 73 f. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Brasília (UnB), 2014. Disponível em: <<http://repositorio.unb.br/handle/10482/16290>>. Acesso em: 19 jul. 2016.

PAIVA, A.; SAVI, M. A.; PACHECO, P. M. C. L. Modelos constitutivos para ligas com memória de forma. In: **2º CONGRESSO TEMÁTICO DE APLICAÇÕES DE DINÂMICA E CONTROLE DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL - SBMAC, 2, 2003**. [s.n.], 2003. v. 2. Disponível em: <http://www.lavi.coppe.ufrj.br/savi/Publicacoes/SMA_Modelos_Dincon03.pdf>. Acesso em: 20 de set. 2015.

PETRINI, L.; MIGLIAVACCA, F. Biomedical applications of shape memory alloys. **Journal of Metallurgy**, New York, v. 2011, p. 1 – 15, 2011. Disponível em: <<https://www.hindawi.com/journals/jm/2011/501483/>>. Acesso em: 10 out. 2016.

- PINTO, A. A. **Estudo teórico e numérico de modelos constitutivos de ligas com memória de forma e associação com sistemas vibratórios**. 2011, 95 f. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia (UFU), 2011. Disponível em: <<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/14952>>. Acesso em: 17 abr. 2015.
- RAO, S. **Vibrações mecânicas**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009. ISBN 9788576052005. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=3DSNPgAACAAJ>>. Acesso em: 06 jul. 2015.
- ROMANO, R.; TANNURI, E. A. Modelagem e validação experimental de um atuador baseado em liga de memória de forma. **Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica**, Campinas, v. 19, p. 30 – 42, 03 2008. ISSN 0103-1759. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/S0103-17592008000100003>>. Acesso em: 06 nov. 2016.
- RUSTIGHI, E.; BRENNAN, M. J.; MACE, B. R. Real-time control of a shape memory alloy adaptive tuned vibration absorber. **Smart Materials and Structures**, Bristol, 14, n. 6, p. 1184, 2005. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0964-1726/14/i=6/a=011>>. Acesso em: 02 dez. 2016.
- SAVI, M. A.; PAIVA, A.; BAETA-NEVES, A. P.; PACHECO, P. M. C. L. Phenomenological modeling and numerical simulation of shape memory alloys: A thermo-plastic-phase transformation coupled model. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, London, 13, n. 5, p. 261–273, 2002. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1177/104538902761696742>>. Acesso em: 07 nov. 2016.
- SHIGLEY, J.; MISCHKE, C. **Projeto de engenharia mecânica**. Porto Alegre: Bookman, 2005. ISBN 9788536305622. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=xZFaJHZfuTwC>>. Acesso em: 02 dez. 2015.
- TAHA, O. M. A.; BAHROM, M. B.; TAHA, O. Y.; ARIS, M. S. Experimental study on two way shape memory effect training procedure for nitinol shape memory alloy. **ARNP Journal of Engineering and Applied Sciences**, New York, 10, n. 17, p. 7847–7851, September 2015. Disponível em: <http://www.arnpjournals.com/jeas/research_papers-rp_2015/jeas_0915_2653.pdf>. Acesso em: 08 dez. 2015.
- TANAKA, K.; IWASAKI, R. A phenomenological theory of transformation superplasticity. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 21, n. Kidlington, 4, p. 709 – 720, 1985. ISSN 0013-7944. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0013794485900803>>. Acesso em: 11 dez. 2015.
- TANAKA, K.; KOBAYASHI, S.; SATO, Y. Thermomechanics of transformation pseudoelasticity and shape memory effect in alloys. **International Journal of Plasticity**, Kidlington, 2, n. 1, p. 59 – 72, 1986. ISSN 0749-6419. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0749641986900161>>. Acesso em: 20 dez. 2015.
- TANAKA, K.; NAGAKI, S. A thermomechanical description of materials with internal variables in the process of phase transitions. **Ingenieur-Archiv**, Heildeberg, 51, n. 5, 287–299, 1982. ISSN 1432-0681. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/BF00536655>>. Acesso em: 20 dez. 2015.

UEHARA, T. Molecular dynamics simulation of shape-memory behavior. In: _____, **INTECH Open Access Publisher**, 2010. cap. 1, 1–16. Disponível em: <<http://www.intechopen.com/books/shape-memory-alloys/molecular-dynamics-simulation-of-shape-memory-behavior>>. Acesso em: 16 out. 2015.