



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**  
**Instituto de Geociências e Ciências Exatas**

**Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática**  
**Área de Concentração em Ensino e Aprendizagem de Matemática e seus**  
**Fundamentos Filosófico-Científicos**

**O Processo de Construção de Objetos de Aprendizagem em**  
**Cálculo Diferencial e Integral durante uma**  
**Atividade de *Design***

**EDINEI LEANDRO DOS REIS**

RIO CLARO

2010

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP**

Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Campus de Rio Claro

**O Processo de Construção de Objetos de Aprendizagem em  
Cálculo Diferencial e Integral durante uma  
Atividade de *Design***

Edinei Leandro dos Reis

Orientadora: Prof. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin

Dissertação de Mestrado elaborada junto ao  
Programa de Pós-Graduação em Educação  
Matemática – Área de Concentração em  
Ensino e Aprendizagem de Matemática e seus  
Fundamentos Filosófico-Científicos

Rio Claro (SP)

2010



510.07 Reis, Edinei Leandro dos  
R375p O processo de construção de objetos de aprendizagem em  
cálculo diferencial e integral durante uma atividade de design  
/ Edinei Leandro dos Reis. - Rio Claro : [s.n.], 2010  
153 f. : il., figs., gráfs., tabs., fots. + 1 DVD

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista,  
Instituto de Geociências e Ciências Exatas  
Orientador: Rosana Giaretta Sguerra Miskulin

1. Matemática - Estudo e ensino. 2 . Educação  
matemática. 3. Recursos educacionais abertos. 4.  
Construcionismo. I. Título.

Ficha Catalográfica elaborada pela STATI - Biblioteca da UNESP  
Campus de Rio Claro/SP

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin (Orientadora)  
Universidade Estadual Paulista – Unesp – Rio Claro

---

Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi  
Universidade Estadual Paulista – Unesp – Rio Claro

---

Profª. Dra. Janete Bolite Frant  
Universidade Bandeirante de São Paulo – São Paulo

Rio Claro, 13 de Dezembro de 2010

Resultado: **APROVADO**

Dedico este trabalho a meus pais  
*Maria Rita dos Reis e Gaspar dos Reis*  
pelo incentivo que me deram em toda  
a minha trajetória acadêmica e por  
serem meus exemplos de vida.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha orientadora Profa. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin, pela parceria durante o período de adaptação ao Mestrado e por nortear meus caminhos no decorrer desta pesquisa, pelas leituras realizadas e pelas sugestões dadas ao trabalho.

À Profa. Dra. Janete Bolite Frant e ao Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempo por aceitarem o convite para participar do Exame de Qualificação e da Defesa desta Dissertação, bem como pelas inúmeras sugestões dadas que contribuíram para a melhoria desta pesquisa.

À Profa. Dra. Miriam Godoy Penteado pelas contribuições dadas ao trabalho e pelas conversas sobre os mais diversos temas de Educação Matemática.

Aos professores: Antônio Carlos Carrera de Souza, Claudemir Murari, Marcos Vieira Teixeira, Miriam Godoy Penteado, Rosana Giaretta Sguerra Miskulin e Sérgio Roberto Nobre pelo compartilhamento de ensinamentos nas disciplinas cursadas ao longo do Mestrado.

Ao Prof. Dr. Arlindo José por me dar oportunidade de realizar meu primeiro projeto de iniciação científica na Graduação. Aos amigos que participaram comigo no projeto Fábrica Virtual e que foram importantes em minha formação: Érika, Éliton, Maikon, Roberto, Rivelino, Fernando, Deive, Ronicley, Alex, Douglas, Adriana, Vanessa.

À Profa. Dra. Fabiana Fiorezzi que foi muito importante na minha escolha pela Educação Matemática e pelo auxílio prestado na configuração de um projeto inicial para o Mestrado.

Aos professores da Graduação, pela formação sólida que me ofereceram tanto nas disciplinas de Matemática como nas disciplinas de Educação.

Aos outros professores do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática que contribuíram com minha formação, tanto em encontros e palestras como também em conversas informais: Rômulo Lins, Ole Skovsmose, Arlete Brito, Heloisa da Silva, Lourdes Onuchic, Marcelo Borba.

À Inajara, secretária do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, por todo o trabalho que realiza em prol dos alunos e pela simpatia com que trata a todos.

À Ana e Elisa, secretárias do Departamento de Matemática pelos inúmeros esclarecimentos de questões burocráticas e por todo apoio que ofereceram.

À Alessandra e Zezé, funcionárias do Departamento de Matemática, pela atenção, disponibilidade e cordialidade.

A Diego e a José Ricardo, técnicos do Departamento de Matemática que sempre estavam à disposição para nos auxiliar no suporte dos equipamentos em inúmeras vezes.

Aos funcionários da Seção de Pós-Graduação do IGCE, aos funcionários do Pólo de Informática da UNESP/Rio Claro e aos funcionários da Biblioteca, pela presteza e atenção com que me atenderam.

Aos integrantes do Grupo de Formação de Professores, pelos momentos de discussão, de formação e também de descontração.

Aos amigos que fiz no PGEM durante o período do Mestrado: Renato, Luana, Marco Aurélio, Elainy, Sinval, Gustavo, Andriceli, Ricardo, Evelaine, Rosana Mendes, Ana Paula, Carolina, Marco, Vanessa B., Vanessa C., Roger M., Roger H., Márcia, Paulo, Juliana, Keyla, Fabiane, Tatiane, Edson, Carlos, Dirlene, Sandra, Guilherme, Nilson, Mônica e várias outras pessoas que compartilharam momentos importantes de minha vida neste período.

Às alunas da Graduação em Matemática que participaram do Curso de Extensão e possibilitaram que este estudo fosse realizado.

Ao meu irmão Edislei que desenvolveu o ambiente virtual de aprendizagem que foi utilizado no Curso de Extensão.

À Ana Clara por todo incentivo dado para que eu continuasse firme nessa empreitada e por me fazer sorrir.

Aos meus pais, aos meus irmãos e à minha família, que sempre me apoiaram em meus estudos e pelo período de ausência e por compreenderem a impossibilidade de compartilhar alguns momentos importantes em família devido à distância e compromissos.

Ao seu Benedito pela acolhida em Rio Claro em meu primeiro ano de curso e aos amigos que fiz no pensionato, durante o ano que fiquei por lá: José Elzo, Vinícius, Daniel, Edgar, Wlamir e Vítor. E também ao Eric, João e Renato, que me toleraram por um ano morando na república.

Aos amigos professores que trabalharam comigo em Santa Gertrudes pouco antes de começar o Mestrado e que proporcionaram momentos de discussão sobre a prática docente.

E a várias outras pessoas que compartilharam momentos importantes em minha vida durante este período, e que gostaria de externar meus agradecimentos, mas como diria o matemático Fermat: “a margem é muito pequena” para que eu possa fazê-los.

À Capes, pelo apoio financeiro.

## RESUMO

Nesta pesquisa, cuja questão norteadora foi: “Quais as características do processo de construção de Objetos de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral durante uma Atividade de *Design*?”, procuramos investigar o processo de construção de Objetos de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral. Esse processo ocorreu ao longo de um Curso de Extensão oferecido a alunos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista (IGCE/UNESP), Campus de Rio Claro. A metodologia da pesquisa teve caráter qualitativo, seguindo os procedimentos metodológicos dos *Design Experiments*, que possui como uma de suas características o aprofundamento da compreensão do fenômeno sob investigação pelo pesquisador enquanto a atividade está em andamento. Durante o Curso de Extensão as alunas participantes propuseram a construção de dois Objetos de Aprendizagem sobre os temas: “Pontos de Inflexão” e “Máximos e Mínimos de Funções”. Em nossa análise, discutimos sobre as características deste processo: a escolha de um tema, a delimitação do problema, a criação de esboços de tela – Storyboard –, a elaboração de um plano de aula, pautados em autores que versam sobre a aprendizagem por meio do Design e sobre o Construcionismo.

**Palavras-Chave:** Educação Matemática, Recursos Educacionais Abertos, Construcionismo.

## **ABSTRACT**

In this research, whose question was: "What features of the Building Process of Learning Objects in Differential and Integral Calculus during a Design Activity?" we investigate the construction process of Learning Objects in Differential and Integral Calculus. This process took place over an Extension Course offered to students of Mathematics degree from the at Institute of Geoscience and Sciences from São Paulo State University at Rio Claro/SP (IGCE / UNESP). The research methodology was qualitative, following the methodological procedures of Design Experiments, which has as one of its features deepening the understanding of the phenomenon under investigation by the researcher while the activity is in progress. During the Extension Course the students participants proposed the construction of two Learning Objects on the themes: "Inflection Points" and "Maxima and Minima of Functions". In our analysis, we discussed the characteristics of this process: choosing a topic, the delimitation of the problem, creating sketches of the screen - Storyboard - the preparation of a lesson plan, guided by the authors that talk about learning through Design and on Constructionism.

**Key-words:** Mathematics Education, Open Educational Resources, Constructionism.

## SUMÁRIO

### LISTA DE FIGURAS

### LISTA DE TABELAS

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	13
<b>Capítulo 1 - Tecnologias de Informação e Comunicação</b> .....	17
1.1 – Recursos Educacionais Abertos .....	18
1.2 – O que são os Objetos de Aprendizagem? .....	20
1.3 – O Processo de Construção de Objetos de Aprendizagem .....	26
1.4 – O Construcionismo e a Aprendizagem por meio do <i>Design</i> .....	28
<b>Capítulo 2 - Cálculo Diferencial e Integral</b> .....	37
2.1 – Tecnologias de Informação e Comunicação e o Ensino de Cálculo .....	37
<b>Capítulo 3 - Metodologia da Pesquisa</b> .....	43
3.1 – <i>Design Experiments</i> .....	43
3.2 – O planejamento do cenário para a investigação .....	45
3.3 – Participantes do Curso de Extensão .....	48
3.4 – Breve descrição do Curso de Extensão .....	50
3.5 – O Ambiente Virtual de Aprendizagem .....	57
3.6 – Entrevista .....	60
<b>Capítulo 4 - O processo de construção de Objetos de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral</b> .....	63
4.1 – Exploração de conceitos relacionados aos Objetos de Aprendizagem .....	64
4.2 – Construção de Objetos de Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral .....	69
4.2.1 – Concepção do Projeto do Objeto de Aprendizagem .....	71
4.2.2 – Planificação do Projeto de Objeto de Aprendizagem .....	81
4.2.3 – Implementação dos OA no <i>software Adobe Flash</i> .....	103

4.2.4 – Elaboração do Design de Aula dos Objetos de Aprendizagem .....	109
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	116
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	121
<b>APÊNDICES</b> .....	126
Apêndice A: Questionário Inicial do Curso de Extensão .....	126
Apêndice B: Carta de Cessão dos dados para a Pesquisa.....	127
Apêndice C: Tutorial para Edição dos Textos do Objeto de Aprendizagem “Máximos e Mínimos de Funções” .....	128
<b>ANEXOS</b> .....	130
Anexo A: <i>Design</i> Pedagógico do Grupo 1 .....	130
Anexo B: <i>Design</i> Pedagógico do Grupo 2.....	138
Anexo C: Design de Aula do Grupo 1 .....	144
Anexo D: Design de Aula do Grupo 2 .....	148

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Sistema de Busca por Metadados de Recursos Educacionais no Portal do Professor do MEC-----	24
Figura 2 – Hierarquia de Conteúdo Modular-----	25
Figura 3 – Hierarquia de Conteúdo Modular como analogia aos blocos Lego-----	25
Figura 4 – Ciclo de Desenvolvimento de uma Aplicação-----	27
Figura 5 – A Espiral de Aprendizagem que ocorre na interação aprendiz-computador-----	36
Figura 6 – Gráfico da Função $f(x) = x^3 - bx^2 + 1$ , com o parâmetro $b = 0$ -----	41
Figura 7 – Cartaz de divulgação do Curso de Extensão-----	47
Figura 8 – Foto do Laboratório de Informática utilizado para o Curso de Extensão-----	48
Figura 9 – Um artigo desenvolvido na ferramenta <i>wiki</i> -----	58
Figura 10 – Um artigo sendo editado na ferramenta <i>wiki</i> -----	59
Figura 11 – Tela de entrada do Ambiente Virtual de Aprendizagem-----	60
Figura 12 – Tela de Apresentação do Curso-----	60
Figura 13 – Representação do Problema da Caixa-----	66
Figura 14 – Sólido utilizado pela Aluna L para descrever sua atividade-----	67
Figura 15 – Problema sobre Taxas Relacionadas-----	67
Figura 16 – Esquema do Processo de Construção de Objetos de Aprendizagem-----	70
Figura 17 – Exemplo sobre Pontos de Inflexão escolhido pelas alunas do Grupo 1-----	72
Figura 18 – Exemplos de frascos analisados pelas alunas-----	73
Figura 19 – Esboço do gráfico do nível de água pelo tempo de enchimento do frasco do Exercício 63-----	74
Figura 20 – Esboço do gráfico do nível de água pelo tempo de enchimento do frasco do Exercício 64-----	75
Figura 21 – Outros exemplos de frascos analisados pelas alunas-----	76
Figura 22 – Esboço do gráfico do nível de água pelo tempo de enchimento do frasco do Exercício 65-----	76

Figura 23 – Esboço do gráfico do nível de água pelo tempo de enchimento do frasco do Exercício 66-----	77
Figura 24 – Cone e Cilindro utilizados para a montagem do esboço -----	78
Figura 25 – Esboço final criado pelo Grupo 2 e utilizado no <i>Storyboard</i> do OA-----	79
Figura 26 – Primeiro esboço de tela do OA apresentado pelas alunas -----	81
Figura 27 – Primeiro protótipo do OA do Grupo 1 -----	83
Figura 28 – Primeiro protótipo de OA do Grupo 2 -----	84
Figura 29 – Esboço de frasco criado pela Aluna A no <i>software Coreldraw</i> -----	89
Figura 30 – Recipiente 2 do OA do Grupo 1 -----	90
Figura 31 – Gráfico do Volume do Cilindro pela Altura do Cilindro -----	91
Figura 32 – Tela de Entrada do OA “Enchendo Recipientes”-----	92
Figura 33 – Gráfico Volume x Altura do cilindro inscrito no cone-----	93
Figura 34 – Gráfico de uma Função com seus Pontos de Inflexão em destaque -----	95
Figura 35 – Ponto de Inflexão de uma Função cuja $f''$ não existe em $x = 0$ -----	95
Figura 36 – Esboço da Tela de Menu do Objeto de Aprendizagem Enchendo Recipientes --	98
Figura 37 – Esboço dos Gráficos de enchimento dos frascos das Atividades do OA “Enchendo Recipientes”-----	98
Figura 38 – Gráfico “Volume do Cilindro x Raio do Cilindro” apresentando o valor do Raio e a Reta Tangente a este ponto-----	99
Figura 39 – Gráfico “Área do Retângulo x Altura do Retângulo” da Atividade 3 do OA “Máximos e Mínimos de Funções”-----	101
Figura 40 – Telas das seis Atividades constituintes do OA “Enchendo Recipientes” -----	104
Figura 41 – Esboço utilizado para a implementação da Atividade 1 do OA “Enchendo Recipientes”-----	105
Figura 42 – Atividade 1 do Objeto de Aprendizagem “Máximos e Mínimos de Funções” --	106
Figura 43 – Atividade 2 do Objeto de Aprendizagem “Máximos e Mínimos de Funções” --	106
Figura 44 – Atividade 3 do Objeto de Aprendizagem “Máximos e Mínimos de Funções” --	107
Figura 45 – Tangentes ao gráfico “Volume do Cilindro x Raio do Cilindro” -----	107

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Questões prioritárias para países desenvolvidos e em desenvolvimento .....	19
Tabela 2 – Recipientes e seus respectivos gráficos de enchimento (Gráficos do nível de água do recipiente em relação ao tempo) – Retirado do <i>Design</i> de Aula do OA “Enchendo Recipientes” .....	110
Tabela 3 – Gráficos de enchimento de água de alguns recipientes e os respectivos esboços dos possíveis formatos para os recipientes – Retirado do <i>Design</i> de Aula do OA “Enchendo Recipientes” .....	111
Tabela 4 – Resolução da questão 1 da Atividade 2 do Objeto de Aprendizagem “Máximos e Mínimos de Funções” .....	112
Tabela 5 – Resolução da questão 2 da Atividade 2 do Objeto de Aprendizagem “Máximos e Mínimos de Funções” .....	113

## INTRODUÇÃO

As inquietações que emergiram para resultar nesta pesquisa estão intrinsecamente relacionadas às experiências anteriores do pesquisador com a utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) na Educação Matemática.

Durante o curso de Graduação em Licenciatura em Matemática, o pesquisador realizou estudos em equipes constituídas por alunos de Licenciatura em Matemática e alunos de Ciências da Computação. Apesar de cursar Licenciatura em Matemática, o pesquisador demonstrou interesse em linguagens de programação desde o primeiro contato com a linguagem PASCAL em uma disciplina do curso. O primeiro projeto desenvolvido como pesquisa de iniciação científica (IC) foi uma tentativa de reestruturação de um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) que havia sido desenvolvido anos antes, como resultados de pesquisas de Pós-Graduação em Ciências da Computação. Assim, uma proposta inicial de reestruturação do AVA “Sistema Inteligente Multiagente” (SIMEDUC) foi o primeiro estudo envolvendo TIC na educação realizado pelo pesquisador.

Após esta experiência, o pesquisador tomou conhecimento de um projeto do Ministério da Educação dentro da Universidade Federal de Uberlândia (UFU), relacionado à produção de Objetos de Aprendizagem (OA) de Matemática. Como apresentaremos no decorrer da dissertação, o termo é relativamente novo no âmbito educacional e, por se tratar de algo novo, a concepção das primeiras ideias sobre os OA dentro do projeto se mostrou

inicialmente como um caminho tortuoso, constituído por erros e acertos, buscando a criação de uma cultura de produção de material pedagógico digital visando uma disseminação mais rápida e ampla destes recursos para a Educação Básica.

Este projeto, denominado inicialmente de Rede Internacional Virtual de Educação, mudou sua nomenclatura pouco tempo depois para Rede Interativa Virtual de Educação (RIVED), tendo como foco a produção de materiais pedagógicos digitais na forma de OA de Matemática e Ciências da Natureza (Física, Química, Biologia).

A produção dos OA foi realizada por equipes interdisciplinares formadas em diversas Universidades em todo o país, sob a coordenação geral da equipe pedagógica da RIVED. Em Uberlândia, a primeira equipe responsável pela produção de OA da área de Matemática foi constituída por três alunos de Licenciatura em Matemática, dois alunos de Ciências da Computação, dois professores orientadores (um de cada área envolvida), além de colaboradores pedagógicos e da equipe de programação.

A participação do pesquisador nesta primeira etapa do projeto restringiu-se à colaboração com a equipe de programadores, responsáveis pela implementação dos OA no computador, utilizando o programa *Macromedia Flash* e a linguagem de programação *ActionScript*. Após alguns meses de estudo, o resultado final de todo o processo foi a conclusão do primeiro OA da equipe de Matemática da UFU, denominado “Transbordando Conhecimento”.

O OA “Transbordando Conhecimento” consiste de sete atividades sobre enchimento de recipientes, no qual o tema principal abordado é Função Linear. A partir do enchimento de vários recipientes, um gráfico é gerado relacionando o volume do líquido no recipiente com o tempo gasto para o enchimento. A partir de questões propostas dentro da própria atividade, o aluno tinha oportunidade de aprender sobre o conceito de Função Linear.

Na continuação do projeto RIVED na Universidade, o pesquisador participou como integrante da equipe de produção, que foi responsável pela produção de cinco OA. Abaixo listamos os títulos e os temas de cada OA produzido:

- Ampliando as Noções Trigonométricas – Sobre ângulos maiores que  $360^\circ$  e menores que  $0^\circ$  no círculo trigonométrico.
- Diversão com Trigonometria – Sobre Funções Periódicas.
- Futebol no País da Matemática – Sobre a relação entre arcos e ângulos na circunferência.
- Trigonometria com Molas – Sobre Movimento Harmônico Simples.
- Trigonometria na Ponte – Sobre Cálculo de distâncias utilizando a Lei dos Senos.

Estes OA foram produzidos com o propósito de integrarem os recursos educacionais da RIVED. Esses OA podem ser acessados na página pessoal do pesquisador<sup>1</sup>.

Em 2007 o pesquisador participou como programador na produção do OA “Física dos Balanços”, desenvolvido para o 3º Concurso de OA da RIVED, no qual o OA foi selecionado e premiado. Este OA também pode ser acessado pela página pessoal do pesquisador.

Após estas experiências relacionadas à produção de OA, o pesquisador enviou um projeto de pesquisa de Mestrado sobre o tema para a Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista, campus Rio Claro. No decorrer do curso de Mestrado, o pesquisador estudou e conheceu temas relacionados à Educação Matemática e outras áreas, essenciais para a sua formação profissional e para o amadurecimento da pesquisa.

No segundo ano do curso de Mestrado em Educação Matemática, oferecemos um Curso de Extensão denominado “Desenvolvimento de Objetos de Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral e a Formação Inicial de Professores de Matemática”, cujo objetivo consistia na construção de OA sobre temas do CDI, juntamente com alunas de Licenciatura em Matemática.

Destarte, o objetivo de nossa pesquisa consiste em *compreender as características do Processo de Construção de Objetos de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral durante uma Atividade de Design*. E desta forma, buscamos responder a seguinte questão norteadora desta pesquisa: *Quais as características do Processo de Construção de Objetos de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral durante uma Atividade de Design?*

A Estrutura desta dissertação se encontra da seguinte forma:

No Capítulo 1 – Tecnologias de Informação e Comunicação – apresentamos os Recursos Educacionais Abertos, dentre os quais destacamos os Objetos de Aprendizagem. Apresentamos as características de um Objeto de Aprendizagem, de acordo com a literatura específica sobre o tema (WILEY, 2000; HODGINS, 2001; JACOBSEN, 2002; NUNES, 2004; WILEY, 2009). Discorremos sobre a metodologia de concepção e desenvolvimento de aplicações educacionais, de acordo com Amante e Morgado (2001), que utilizamos para

---

<sup>1</sup> Disponível em <<http://www.edineireis.com.br>>. Acesso em 15 dez. 2010.

discutir sobre a construção de Objetos de Aprendizagem. Finalizamos o Capítulo apresentando a aprendizagem por meio do *Design* e tecemos considerações sobre o ambiente de aprendizagem baseado no paradigma Construcionista.

No Capítulo 2 apresentamos algumas pesquisas relacionadas ao ensino de CDI com TIC, a abordagem de alguns livros didáticos de CDI, bem como uma breve discussão sobre o papel da visualização na aprendizagem de conceitos matemáticos.

No Capítulo 3 apresentamos a Metodologia dos *Design Experiments*, que está relacionada à forma como o Processo de Construção de Objetos de Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral foi conduzido e reconfigurado durante o Curso de Extensão. Apresentamos também todo o planejamento do cenário utilizado para a investigação que nos propomos a realizar.

No Capítulo 4 buscamos descrever e analisar o Processo de Construção de Objetos de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral, dividido em quatro seções, seguindo a metodologia de construção de aplicativos educacionais apresentada por Amante e Morgado (2001). Neste capítulo procuramos descrever as atividades realizadas pelas alunas do Curso de Extensão, e tecer considerações sobre estas atividades, pautados na literatura que trata sobre a aprendizagem por meio do *Design* e sobre os ambientes de aprendizagem Construcionistas.

Finalizando o trabalho, apresentamos as Considerações Finais sobre o Processo de Construção de OA sobre temas relacionados ao CDI, buscando oferecer aos leitores possibilidades de continuidade do trabalho.

## CAPÍTULO 1

### **Tecnologias de Informação e Comunicação**

Se observarmos os avanços científicos e tecnológicos da sociedade nos últimos anos, perceberemos um aumento no número de eventos ocorridos em determinado período de tempo, nos dando a impressão de uma aceleração do tempo, influenciando as relações sociais e, muitas vezes, alterando a forma como as pessoas vivem, trabalham e aprendem. Com esta aceleração do tempo, influenciada por estes avanços tecnológicos, nos situamos atualmente em uma sociedade com uma superabundância de informações e fatos que, segundo Augé (1994), é determinada pelo que ele chama de supermodernidade.

Wiley (2000) já afirmava nessa época que a tecnologia era um agente de mudanças e que as principais inovações tecnológicas podiam resultar em alterações de paradigmas. A *Internet* representa uma dessas inovações que transformam a sociedade, alterando o modo como as pessoas se comunicam, se relacionam, fazem negócios e, também passa a provocar modificações no modo como as pessoas aprendem, haja vista as possibilidades que as pessoas têm de acessar conteúdos projetados de diferentes maneiras e por pessoas de variados contextos sociais. O autor sugere ainda que, de face a essas mudanças, ocorre também uma mudança no modo como os recursos educacionais são projetados, desenvolvidos e apresentados para as pessoas que querem aprender.

Seguindo a perspectiva mostrada por Wiley (2000), apresentamos no tópico a seguir os Recursos Educacionais Abertos (REA), dos quais destacamos os Objetos de Aprendizagem (OA), além de discutir sobre suas definições e alguns de seus aspectos técnicos e pedagógicos. Posteriormente, apresentamos as fases do processo de construção dos aplicativos multimídia, visando apresentar subsídios para a discussão posterior sobre a construção de Objetos de Aprendizagem. Finalizamos o Capítulo abordando sobre a criação de Ambientes Construcionistas de Aprendizagem e a Aprendizagem por meio do *Design*, em atividades nas quais o professor atua como mediador na interação aprendiz-computador.

### 1.1. Recursos Educacionais Abertos

Nos últimos anos observamos uma preocupação constante em boa parte da comunidade acadêmica em relação a uma maior acessibilidade ao conhecimento científico, buscando abarcar um número crescente de pessoas na sociedade, sejam elas vinculadas a Grupos de Pesquisas e Universidades ou mesmo pessoas comuns interessadas em aprimorar o seu conhecimento em alguma área de maneira informal.

De acordo com D'Antoni (2008), as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) e, em particular a *Internet*, oferecem oportunidades maiores de interação entre pessoas e comunidades possibilitando que as informações cheguem de forma mais rápida e distante, como não era possível imaginar em comparação a outras tecnologias. Nessa mesma perspectiva, Wiley (2000) afirma que após a *Internet* ter feito grandes mudanças na maneira como as pessoas se comunicam e fazem negócios, ela se estabilizou para produzir uma nova mudança de paradigma, na maneira como as pessoas aprendem. O modo como os recursos educacionais são produzidos e disponibilizados na *Internet*, em parte, contribuem para isso, já que as pessoas hoje podem encontrar inúmeros recursos educacionais disponibilizados de forma livre sobre os mais variados assuntos.

Partindo dessa possibilidade maior de interação via *Internet*, a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura<sup>2</sup> (UNESCO) busca organizar projetos juntamente com os países envolvidos com a entidade, visando à discussão e o compartilhamento de ações relacionadas à educação, de forma a incluir cada vez mais pessoas e comunidades no âmbito desses projetos. De acordo com D'Antoni (2008), entre 2005 e 2007 vários países membros da UNESCO participaram de discussões por meio da *Internet*

---

<sup>2</sup> *United Nations Education, Scientific and Cultural Organization* (UNESCO). Disponível em <<http://portal.unesco.org>>. Acesso em 19 out. 2009.

sobre os Recursos Educacionais Abertos<sup>3</sup> (REA). A UNESCO adotou em 2002 o uso deste termo, referindo-se a recursos educacionais que pudessem ser distribuídos e utilizados, com fins não comerciais, por qualquer comunidade que pudesse acessá-los.

Alguns autores (D'ANTONI, 2008; DUTRA; TAROUCO, 2007) apontam o *Massachusetts Institute of Technology*<sup>4</sup> (MIT) como um dos pioneiros na disponibilização de Recursos Educacionais Abertos. De acordo com Dutra e Tarouco (2007, p.2) o MIT *OpenCourseWare* (MIT OCW) “visa oferecer o acesso on-line por meio da Internet, a cursos e conteúdos de forma livre e aberta para alunos da instituição, pesquisadores e quaisquer interessados ao redor do mundo”.

Outra entidade que apóia o desenvolvimento e utilização de Recursos Educacionais Abertos é a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico<sup>5</sup> (OCDE). Em documento organizado pela OCDE (2007), os organizadores descrevem os REA como sendo “materiais digitais oferecidos livremente e abertamente para professores, alunos e autodidatas a fim de que sejam usados e reutilizados para ensinar, enquanto se aprende e se investiga” (OCDE, p.14, tradução nossa).

D'Antoni (2008), apresenta algumas questões prioritárias relacionadas ao progresso do movimento dos Recursos Educacionais Abertos, definidos por gestores, professores e pesquisadores envolvidos nas discussões organizadas pela UNESCO. A partir das informações coletadas, procura separar em duas categorias – Países desenvolvidos e Países em desenvolvimento – uma lista com 14 temas prioritários para os REA. Esta tabulação revelou algumas diferenças em relação às questões prioritárias, levando-se em consideração os países participantes, como mostra a Tabela 1.

**Tabela 1 - Questões prioritárias para países desenvolvidos e em desenvolvimento (D'ANTONI, 2008, p.12)**

Países desenvolvidos		Países em desenvolvimento	
1	Sensibilização e promoção	1	Sensibilização e promoção
2	Comunidades e estabelecimento de redes	2	Formação de capacidade de desenvolvimento
3	Sustentabilidade	3	Comunidades e estabelecimento de redes
4	Garantia de qualidade	4	Ferramentas e tecnologia
5	Copyright e licenciamento	5	Serviços de apoio à aprendizagem
6	Formação de capacidade de desenvolvimento	6	Investigação

<sup>3</sup> Do termo original em inglês “*Open Educational Resources*” (OER).

<sup>4</sup> Disponível em <<http://web.mit.edu>>. Acesso em 02 nov. 2009.

<sup>5</sup> *Organisation for Economic Co-Operation and Development* (OECD). Disponível em <<http://www.oecd.org>>. Acesso em 20 out. 2009.

7	Acessibilidade	7	Políticas públicas
8	Financiamento	8	Garantia de qualidade
9	Uniformização	9	Financiamento
10	Serviços de apoio à aprendizagem	10	Sustentabilidade
11	Investigação	11	Acessibilidade
12	Políticas públicas	12	Copyright e licenciamento
13	Ferramentas e tecnologia	13	Uniformização
14	Avaliação da aprendizagem	14	Avaliação da aprendizagem

A autora supracitada analisa a diferença nas posições de prioridades como um reflexo do baixo (países em desenvolvimento) ou alto (países desenvolvidos) nível de produção e utilização dos REA. De acordo com os dados obtidos ela aponta a sensibilização da comunidade acadêmica e líderes políticos e a necessidade de promoção dos REA como o principal tema de preocupação entre os membros ligados à UNESCO. Ainda ressalta que, enquanto os países desenvolvidos se preocupam principalmente com a sustentabilidade e viabilidade dos projetos, com a uniformização do acesso aos REA e com as licenças e direitos autorais, os países em desenvolvimento tem outras questões de maior interesse. Isso se deve principalmente ao fato de que em países desenvolvidos existe uma “massa crítica de iniciativas dos REA” (D’ANTONI, 2008, p.12-13).

Nos países em desenvolvimento, D’Antoni (2008) aponta que existe uma preocupação mais acentuada em formar a capacidade de desenvolvimento dos REA, bem como das ferramentas tecnológicas e dos serviços de apoio à aprendizagem. Além disso, ressalta a importância que assumem a pesquisa e as políticas públicas de apoio ao desenvolvimento dos REA, dado a limitação de recursos nesses países.

Sobre o termo *Open Educational Resources*, para Wiley (2005 *apud* DUTRA; TAROUCO, 2007, p.2) “suas raízes [estão] nos primeiros esforços na padronização e conceituação dos objetos de aprendizagem”. Assim, apresentamos no próximo tópico um breve histórico do termo Objeto de Aprendizagem (OA), bem como algumas das características principais que possuem e, enfim, exibimos a definição de Objeto de Aprendizagem que utilizaremos nessa pesquisa.

## 1.2. O que são os Objetos de Aprendizagem?

Nesse momento, daremos enfoque no histórico e em algumas características dos Objetos de Aprendizagem, buscando ao final desse tópico apresentar a definição de OA que utilizamos nesta pesquisa.

Para Jacobsen (2002) o termo “Objeto de Aprendizagem Reutilizável” é definido como “uma coleção discreta e reutilizável de conteúdo usada para apresentar e auxiliar um único objetivo de aprendizagem”<sup>6</sup> (p.1, tradução nossa). De acordo com esse autor, o termo Objeto de Aprendizagem foi apresentado primeiramente por Wayne Hodgins em 1992, enquanto pensava sobre estratégias educacionais, e assistia ao filho construir com blocos Lego. A partir disso, fez uma associação dos blocos Lego com os blocos de conteúdo que, para Hodgins, podiam ser vistos como “peças interoperáveis de aprendizagem” (JACOBSEN, 2002, p.1, tradução nossa), utilizando o termo Objeto de Aprendizagem para designar esses blocos de conteúdo educacional.

De acordo com Wiley (2009), de modo geral, as crianças quando brincam com os blocos Lego não os quebram, deformam ou pintam de outras cores. Elas utilizam os blocos exatamente da forma que os recebem, fazendo combinações dos blocos produzindo uma infinidade de estruturas criativas.

Wiley (2009) descreve quatro maneiras pelas quais podemos utilizar gratuitamente um recurso educacional aberto, ampliando a definição de “reutilização”:

- Reutilizar: fazer e utilizar cópias do trabalho, do modo como você o encontrou;
- Revisar: modificar ou transformar o trabalho de modo que atenda às suas necessidades;
- Remix: combinar o trabalho (integral ou alterado) com outros trabalhos para melhor atender às suas necessidades;
- Redistribuir: compartilhar o trabalho na íntegra, o trabalho revisado, ou o trabalho remixado com outros.

Esses tópicos descritos por Wiley (2009), conhecidos como os 4Rs, expandem o significado do termo reutilização, tradicionalmente considerado para os OA – fazer e usar cópias integrais e agregadas desses OA inalterados dentro de uma unidade instrucional maior – representa apenas metade do universo imaginado. Para Wiley (2009), registrar os OA com licenças abertas possibilita a criação de novas metáforas sobre o modo como pensamos sobre a reutilização de OA, englobando os 4Rs apresentados acima.

Dessa forma, o autor supracitado amplia o significado do termo “reutilização” que é bastante utilizado na literatura da área. Assim, a reutilização depende não somente de uma reprogramação dos OA, mas ela ocorre em outras situações, no momento em que o professor se

---

<sup>6</sup> Do original, em inglês, “a discrete reusable collection of content used to present and support a single learning objective”.

apropriada dos OA e os utiliza no seu contexto educacional, podendo ainda modificar, combinar e compartilhar novos OA, analisando as experiências em sala de aula e verificando possibilidades de melhoria nas atividades.

Em relação ao termo Objeto de Aprendizagem, a partir da sua criação, houve uma proliferação de definições apresentadas buscando uma caracterização mais clara e objetiva do que se entende por OA. Wiley (2000) apresenta várias destas definições e ressalta a necessidade de apresentar uma definição refinada do termo Objeto de Aprendizagem, o que por algum tempo causou certa dificuldade de comunicação entre os pesquisadores da área.

Wiley (2000) define Objeto de Aprendizagem como sendo “qualquer recurso digital que pode ser reusado para dar suporte à aprendizagem”<sup>7</sup> (p.6, tradução nossa). Esta definição apresentada é, segundo o autor, suficiente para “definir um conjunto razoavelmente homogêneo de coisas: recursos digitais reutilizáveis”<sup>8</sup> (p.6, tradução nossa) e ainda abarca o que o autor acredita serem os atributos mais importantes relacionados a um objeto de aprendizagem: “reutilizável”, “digital”, “recurso” e “aprendizagem”.

Além da definição apresentada por Wiley (2000), consideramos interessante apresentar ao leitor uma descrição de algumas características dos OA, visando um melhor entendimento sobre estes recursos.

Os OA geralmente podem ser encontrados em repositórios, que são sistemas estruturados com bancos de dados, nos quais são armazenados estes recursos educacionais na *Internet*. Segundo Nunes (2004), o projeto *Educational Object Economy* (EOE) foi o precursor de projetos posteriores baseados em OA. Neste projeto, os OA eram “guardados de maneira organizada em bancos de dados e seguindo regras de catalogação que permitissem recuperá-los e reutilizá-los em diferentes situações” (NUNES, 2004, p.2). Assim, este projeto foi conhecido como um dos primeiros repositórios de OA.

Em alguns anos, vários repositórios de OA começaram a ser estruturados e difundidos em vários países, dos quais destacamos o *Campus Alberta Repository of Educational Objects*<sup>9</sup> (CAREO) do Canadá e o *Multimedia Educational Resource for Learning and Online Teaching*<sup>10</sup> (MERLOT) dos Estados Unidos. De acordo com Nunes (2004), o MERLOT foi um projeto que iniciou com as universidades da Califórnia e que em alguns anos expandiu a ponto de incorporar boa parte das universidades americanas. No

---

<sup>7</sup> Do original, em inglês, “any digital resource that can be reused to support learning”.

<sup>8</sup> Do original, em inglês, “to define a reasonably homogeneous set of things: reusable digital resources”.

<sup>9</sup> CAREO – Projeto desenvolvido pelas Universidades de Alberta e Calgary. Disponível em <<http://www.ucalgary.ca/commons/careo>>. Acesso em 24 out. 2009.

<sup>10</sup> MERLOT – Projeto iniciado em 1997. Disponível em <<http://www.merlot.org>>. Acesso em 24 out. 2009.

repositório do MERLOT encontramos referências a OA de diversas áreas, tais como: Biologia, Negócios, Química, Criminalística, Engenharia, Língua Inglesa, Ciências da Saúde, História, Tecnologia da Informação, Biblioteca e Serviços de Informação, Matemática, Música, Física, Psicologia, Estatística, entre outros. Dessa forma, este repositório apresenta-se como um dos principais sistemas de referências à OA em toda a *Internet*.

No Brasil, um dos primeiros repositórios de OA que se tem conhecimento é a *Rede Internacional Virtual de Educação*, em um projeto conjunto com outros países da América Latina, na qual também participaram Venezuela, Colômbia, Peru e Argentina. A partir do ano de 2004, o projeto sofreu uma alteração na sua denominação, passando a ser conhecido como Rede Interativa Virtual de Educação do Ministério da Educação<sup>11</sup> (RIVED/MEC). Nesta nova fase, o Brasil não mais atuava colaborativamente com os outros países, criando então a Fábrica Virtual e selecionando equipes em diversas Universidades brasileiras para dar continuidade à produção de OA com conteúdos de ensino básico nas áreas relacionadas às Ciências e Matemática.

No ano de 2008, o Ministério da Educação iniciou um novo projeto, apresentando uma estrutura melhor do que a utilizada no repositório da RIVED, com o propósito de servir de referência para assessorar o professor. Nele são disponibilizados recursos educacionais gratuitos em diversas mídias e idiomas, atendendo os diferentes níveis de Educação, em diversas áreas do conhecimento. Este projeto foi denominado de Banco Internacional de Objetos Educacionais<sup>12</sup> e apresenta até o momento um total aproximado de 8000 recursos cadastrados.

Concomitantemente à apresentação do Banco Internacional de Objetos Educacionais, o MEC também lança o Portal do Professor<sup>13</sup>, sendo apresentado como mais um espaço de apoio ao professor podendo compartilhar experiências com outros profissionais da Educação, além de ter à disposição diversos recursos educacionais.

Além destes repositórios mencionados acima, merecem também destaque mais alguns outros: o Laboratório Didático Virtual<sup>14</sup> da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (LabVirt/FE/USP), coordenado pelo professor Cesar Nunes; e o projeto Coletânea de Entidades de Suporte ao uso de Tecnologia na Aprendizagem (CESTA), vinculado ao

---

<sup>11</sup> RIVED. Disponível em <<http://rived.mec.gov.br>>. Acesso em 19 out. 2009.

<sup>12</sup> Banco Internacional de Objetos Educacionais. Disponível em <<http://objetoseducacionais2.mec.gov.br>>. Acesso em 19 out. 2009.

<sup>13</sup> Disponível em <<http://portaldoprofessor.mec.gov.br>>. Acesso em 19 out. 2009.

<sup>14</sup> Projeto desenvolvido com alunos e professores do Ensino Básico. Disponível em <<http://www.labvirt.fe.usp.br>>. Acesso em 19 out. 2009.

Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (CINTED/UFRGS)

Os OA geralmente podem ser encontrados por meio de metadados dentro dos repositórios. Wiley (2000) discute sobre a importância da padronização dos dados sobre os OA de forma que possam ser facilmente encontrados dentro dos repositórios. Para explicar o termo metadado, ou “dados sobre os dados”, Wiley (2000) faz uma analogia com os catálogos de cartões de uma biblioteca. Estes catálogos são coleções de metadados que servem para armazenar nos cartões os dados sobre as obras do acervo dessa biblioteca: Autor, Título, Data de Publicação, entre outros. Atualmente, as bibliotecas de várias universidades no Brasil e no mundo já adotam sistemas virtuais de armazenamento de metadados, facilitando ainda mais o processo de localização de uma determinada obra. Na Figura 1 apresentamos uma busca realizada no Portal do Professor do MEC.

Busca Avançada

**Nível de Ensino**  **Modalidade**

**Tipo de pesquisa** Ensino Médio Opcional

**Componente curricular** Matemática Opcional

**Tema** Funções Opcional

**Tipo de recurso** Animação/simulação Opcional

**Ordem de classificação** Ordem de Publicação Opcional

Figura 1 – Sistema de Busca por Metadados de Recursos Educacionais no Portal do Professor do MEC

Outra característica importante dos OA diz respeito ao seu aspecto geralmente granular ou modular. Hodgins (2001) apresentou um esquema que denominou de “Hierarquia de Conteúdo Modular”, conforme exibimos na Figura 2. O autor apresenta uma direção oposta em relação à possibilidade de reutilização de um OA e a utilização em um determinado contexto. Isso ocorre basicamente porque quanto menos composto se apresenta um determinado recurso, maior a possibilidade do mesmo ser aproveitado em outras situações, sendo combinados com outras mídias e assim gerando um novo OA. Observamos ainda a posição central do esquema no qual são colocados os OA e que, os mesmos podem ser agregados com outros OA e com outros materiais pedagógicos, formando “Unidades de Aprendizagem” e, estas por sua vez possibilitarem a criação de “Cursos”, “Histórias”, entre outros.

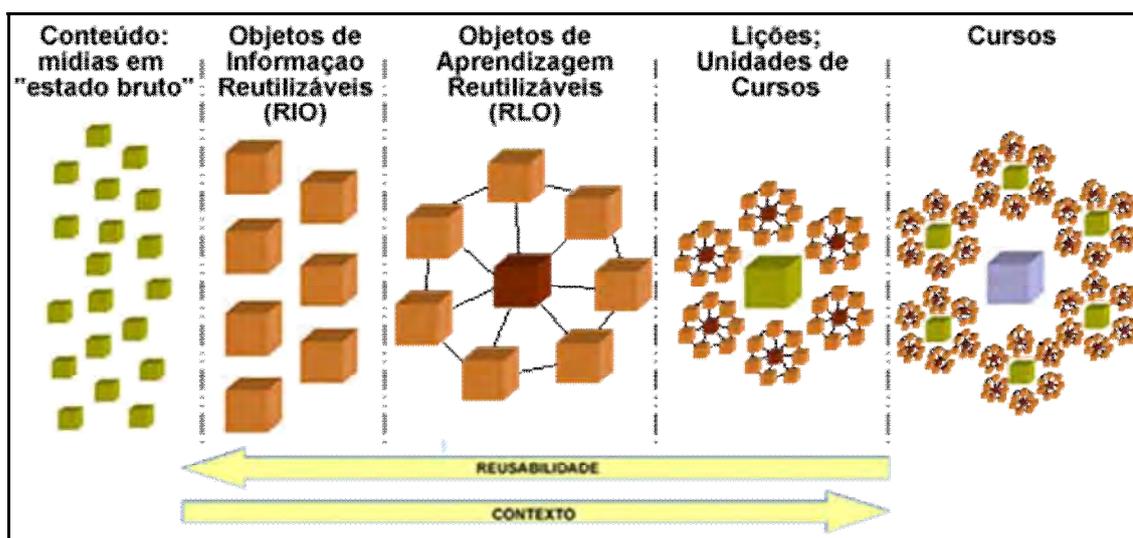


Figura 2 – Hierarquia de Conteúdo Modular (adaptado de HODGINS, 2001, p. 11)

Hodgins (2001) ainda apresenta um esquema complementar a esse, fazendo uma analogia dos conteúdos modulares com os blocos Lego já apontado anteriormente. Na Figura 3, os níveis de granularidade aumentam à medida que os blocos se tornam menores, seguindo a idéia apresentada no esquema anterior. Assim, observamos que a base do esquema constitui-se em “conteúdos em estado bruto”<sup>15</sup>, que ao serem agregados a outras mídias e aos conceitos de uma determinada área de conhecimento, geram os chamados Objetos de Informação e, estes por sua vez, formam a base dos Objetos de Aplicação, os Objetos de Aprendizagem.



Figura 3 – Hierarquia de Conteúdo Modular como analogia aos blocos Lego (adaptado de HODGINS, 2001, p. 12)

<sup>15</sup> Tradução do termo original em inglês “raw content”.

Além das características já discutidas até o momento, ressaltamos ainda a necessidade de que o OA apresente um objetivo educacional explícito. Se considerarmos os 4Rs apresentados por Wiley (2009), os OA podem ser reutilizados para atender um propósito educacional diferente daquele inicialmente previsto.

Ainda em relação aos dois esquemas apresentados por Hodgins (2001), outra característica importante dos OA apontada por Wiley (2000), é a combinação de elementos ou mídias em “estado bruto”. Segundo Wiley (2000), os recursos mais granulares têm características mais evidentes de reutilização, destacando: as imagens digitais, fluxos de dados ao vivo, fragmentos de áudio e vídeo, trechos de texto, animações e simulações. Assim, a partir da combinação de elementos granulares como os citados, e a partir da associação desta combinação com um objetivo educacional, constitui-se um OA.

### **1.3. O Processo de Construção de Objetos de Aprendizagem**

Em relação ao planejamento e à construção de Objetos de Aprendizagem não existe um modo que seja considerado ideal. Eles são produzidos, em sua maioria, por equipes de trabalho interdisciplinares, constituídas principalmente por professores e licenciandos das mais diversas áreas, programadores, *designers*, desenhistas, entre outros profissionais. Podemos citar, como exemplo, as equipes responsáveis pela produção de OA para a Fábrica Virtual da RIVED/MEC – formadas por alunos de Licenciaturas, alunos de Ciências da Computação ou algum curso superior relacionado à Informática, e pesquisadores destas áreas – e, também, de acordo com Nunes (2002), as comunidades de aprendizagem formadas por alunos e professores do Ensino Médio, estudantes universitários e pesquisadores ligados ao LabVirt/FE/USP.

Amante e Morgado (2001) apresentam uma metodologia de concepção e desenvolvimento de aplicações educacionais, que utilizaremos para discutir sobre a construção de OA, pois se constituem em tarefas semelhantes. As autoras ressaltam a importância da participação de professores em projetos que envolvem o planejamento e construção de aplicativos educacionais. Elas sugerem quatro fases de um projeto desse cunho: a concepção do projeto, a planificação, a implementação e a avaliação.

A fase de concepção do projeto visa, além de registrar as primeiras ideias e delimitar o tema a ser trabalhado, definir alguns aspectos em relação ao aplicativo educacional (ou OA) que se pretende desenvolver. Destarte, nesta fase são definidos: a equipe de trabalho, os

conteúdos a serem abordados, o público-alvo, bem como os objetivos pedagógicos e uma previsão do contexto no qual o aplicativo será utilizado.

Após a concepção do projeto, a planificação consiste em organizar todo o material que foi pesquisado e gerado, de forma a apresentar uma estruturação e detalhamento do aplicativo a ser construído. As autoras supracitadas indicam que nesta fase, a equipe de trabalho envolvida no projeto geralmente esboça e descreve o comportamento dos objetos constituintes de cada tela do aplicativo, bem como seu *layout* e a navegação entre telas, visando o norteamento da fase de implementação. Estes esboços e o detalhamento dos comportamentos dos objetos em cada tela são denominados de *Storyboard*. Amante e Morgado (2001) ressaltam a necessidade maior de detalhamento do *Storyboard* quando a equipe ou pessoa responsável pela concepção do projeto não possui contato direto ou tem contato restrito com o programador.

Com as informações organizadas e com o *Storyboard* à disposição, o programador inicia a implementação dos primeiros protótipos de partes da aplicação, que podem e costumam ser bastante alterados até a conclusão da primeira versão do aplicativo educacional.

De acordo com Amante e Morgado (2001), a fase de avaliação do aplicativo desenvolvido é intrínseca à sua concepção e implementação, destacando que, em geral, as pessoas envolvidas nestes projetos ressaltam a importância da avaliação do aplicativo educacional construído, mas que nem sempre esta fase é concretizada.

Na Figura 4, apresentamos o Ciclo de Desenvolvimento de uma Aplicação descrito por Amante e Morgado (2001), no qual elas destacam que a partir da avaliação do aplicativo por sujeitos para os quais foi destinado (por meio de questionários, entrevista, observação na prática) se pode verificar quais características atenderam os objetivos do projeto. Assim, é possível pela avaliação do aplicativo educacional, dar início a um novo ciclo de produção no qual são considerados os resultados da avaliação realizada.

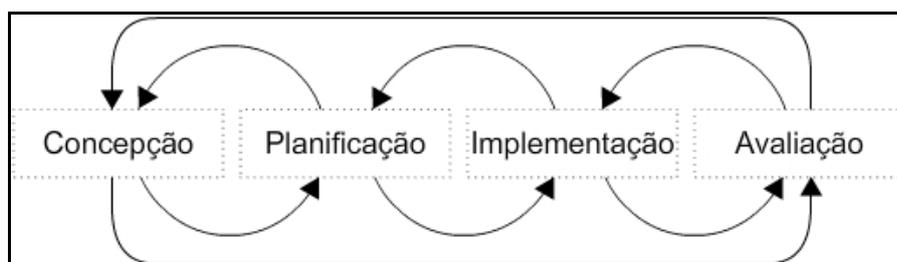


Figura 4 – Ciclo de Desenvolvimento de uma Aplicação (Adaptado de AMANTE; MORGADO, 2001)

Como indicamos anteriormente, o processo de construção de aplicativos educacionais é semelhante ao processo de construção de OA. Como não existe um único modo de produzir materiais pedagógicos, em particular, de forma digital, cada projeto envolvendo a construção de OA tem um modo peculiar de produção, mas que basicamente seguem as fases descritas acima. Em geral, por apresentarem características de reutilização e serem recursos educacionais abertos, os OA possibilitam que este ciclo possa ser realizado não somente pelas pessoas que conceberam o projeto inicial, mas por qualquer pessoa que tenha interesse em modificá-los de forma a atender necessidades pedagógicas específicas.

#### **1.4. O Construcionismo e a Aprendizagem por meio do *Design***

Em 1975, um dos pioneiros da introdução dos computadores na escola e visionário Seymour Papert falava em mudanças no sistema educacional e na necessidade de projetar ambientes de aprendizagem para crianças já prevendo que algumas tecnologias estavam ou se tornariam disponíveis a uma parcela considerável da população em pouco tempo. Papert (1976) afirmava que não deveríamos esperar que o projeto de um ambiente educacional fosse trivial, buscando contrastar a tecnologia dinâmica dos computadores com a característica estática do giz e da lousa, buscando aproximar-se da “matemática real” em vez da “matemática desnaturada” como ocorre no ensino tradicional.

No final da década de 1950, em estudos realizados em conjunto com o epistemólogo Jean Piaget, Papert (1985) observou na teoria Construtivista, que as crianças “[podiam] ser vistas como construtoras de suas próprias estruturas intelectuais” (PAPERT, 1985, p.20). Papert realça um pouco mais que Piaget o valor dado ao meio cultural no qual estas crianças se desenvolvem, no qual a presença de materiais contribui para o aprendizado.

Deste contato com Piaget e com pesquisas envolvendo Inteligência Artificial no *Massachusetts Institute of Technology*<sup>16</sup> (MIT) nos Estados Unidos, Papert propõem as primeiras ideias sobre a teoria do Construcionismo. Papert (1994) apresenta o Construcionismo como sua “reconstrução pessoal do Construtivismo, [apresentando] como principal característica o fato de que examina mais de perto do que outros *-ismos* educacionais a idéia da construção mental” (PAPERT, 1994, p.127).

De acordo com Maltempo (2005, p.265), o Construcionismo

---

<sup>16</sup> Disponível em <<http://web.mit.edu>>. Acesso em 02 out. 2009.

é tanto uma teoria de aprendizado quanto uma estratégia para a educação, que compartilha a idéia construtivista de que o desenvolvimento cognitivo é um processo ativo de construção e reconstrução das estruturas mentais, no qual o conhecimento não pode ser simplesmente transmitido do professor para o aluno.

Segundo Resnick (*apud* MALTEMPI, 2005, p.265) as atividades em um ambiente construcionista são direcionadas de forma que o aprendiz participe ativamente da construção do seu conhecimento, engajado na criação de um “artefato público e de interesse pessoal” e que possa ser apresentado e discutido com outras pessoas.

Inicialmente as ideias sobre a criação de ambientes Construcionistas basearam-se em atividades utilizando o Logo Gráfico. Mas atualmente, temos um número grande de ferramentas disponíveis para trabalhar com computadores na educação. Dessa forma, Maltempi (2005) afirma que outras ferramentas computacionais podem ser utilizadas na criação de ambientes construcionistas, desde que sejam utilizadas de forma adequada. Essa forma adequada de utilização das ferramentas computacionais ocorre, de acordo com o autor, quando propiciam ao aprendiz o controle sobre as ações de forma a produzir algo e dessa forma “construir conhecimentos a partir de suas próprias ações” (MALTEMPI, 2005, p.266).

Papert (1986 *apud* MALTEMPI, 2005) descreve cinco dimensões que considera importantes ao propor a elaboração de um ambiente construcionista: pragmática, sintônica, sintática, semântica e social.

A dimensão pragmática apresenta a necessidade de envolver o aprendiz em atividades nas quais ele possa fazer relações e aprender algo que possa ser utilizado de imediato. Para Maltempi (2005), a criação de um artefato, a possibilidade de mostrar para outras pessoas e discutir sobre ele, impulsiona “o aprendiz a desenvolver projetos cada vez mais complexos que envolvam novos conhecimentos” (MALTEMPI, 2005, p.267).

Em relação à dimensão sintônica, Papert (1985) aponta diferentes tipos de sintonicidade: a corporal, a relacionada ao ego e a cultural. Para o autor, a relação entre objetos e a percepção e conhecimento do aprendiz sobre o seu corpo está ligada à sintonicidade corporal. A sintonicidade relacionada ao ego, diz respeito ao sentido que o aprendiz tem de si mesmo como pessoa, desejando fazer algo que a satisfaça. Por último, a sintonicidade cultural está relacionada a uma atividade que esteja enraizada culturalmente ao contexto no qual o aprendiz convive, a qual nos interessa na pesquisa.

Segundo Maltempi (2005), esta dimensão está relacionada à necessidade de construir ambientes de aprendizagem por meio de projetos contextualizados, levando em consideração o conhecimento do aprendiz e com o que ele considera importante. Aponta também a

importância do aprendiz “participar da escolha do tema do projeto a ser desenvolvido” (MALTEMPI, 2005, p.267), em que o professor deve atuar como mediador nesta situação, procurando direcionar o aluno para a escolha de um projeto que possa realmente ser desenvolvido e que também se constitua em um tema desafiador.

Em relação à dimensão sintática, o autor supracitado argumenta que o aprendiz deve ter acesso facilitado aos “elementos básicos que compõem o ambiente de aprendizagem” de forma que ele possa manipular estes elementos em função da sua necessidade e desenvolvimento cognitivo. Já a dimensão semântica diz respeito à necessidade que os materiais utilizados e manipulados pelo aprendiz carreguem significados múltiplos em relação ao assunto que está sendo estudado, ao invés do uso de formalismos e símbolos.

A última dimensão apresentada por Maltempi (2005) é a social. Busca-se por meio desta dimensão relacionar as atividades desenvolvidas com o contexto cultural do ambiente no qual o indivíduo está inserido. O autor ainda sugere que sejam criados ambientes utilizando materiais valorizados culturalmente pela sociedade. Dessa forma, ambientes educacionais destinados à criação de aplicativos multimídia aproximam-se da dimensão social apontada pelo autor, considerando que a cada dia mais pessoas tem acesso a inúmeros aparelhos eletrônicos, com uma variedade de aplicativos para diferentes finalidades.

Para Maltempi (2005, p.268) “as cinco dimensões apresentadas servem para nortear a criação de ambientes de ensino-aprendizagem que tenham o desenvolvimento de projetos como contexto para utilização de ferramentas e construção de conhecimentos”.

Ao tratarmos sobre o trabalho com projetos nesta pesquisa, utilizaremos o termo *Design* por acreditarmos que a palavra contemple um sentido mais geral para a atividade realizada pelo aprendiz em um ambiente Construcionista.

Assim, de forma a delinear melhor acerca do termo *design*, buscamos em alguns dicionários, livros e teses sobre o significado deste termo. Em Houaiss e Villar (2001, p.995), vislumbramos algumas definições para o termo *design*:

1. a concepção de um produto (máquina, utensílio, mobiliário, embalagem, publicação etc.), esp. no que se refere à sua forma física e funcionalidade 2. p.met. o produto desta concepção [...] 6. p.ext. DESENHO (‘forma do ponto de vista estético e utilitário’ e ‘representação de objetos executada para fins científicos, técnicos, industriais, ornamentais’) (grifo nosso)

O dicionário *Merriam-Webster Online*<sup>17</sup> também apresenta várias definições para o termo design, das quais destacamos: “1) criar, moldar, executar, ou construir de acordo com o

<sup>17</sup> Disponível em <<http://www.merriam-webster.com/dictionary/design>>. Acesso em 29 out. 2009.

plano: inventar, produzir 2-a) conceber e planejar para fora da mente [...] b) ter como finalidade: intenção; [...] c) planejar para uma função ou fim específico. [...]” (grifo e tradução nossos)

Para Borba (2004, p.418) o significado dado ao termo *design* é o de “projeto; desenho”. Dessa forma, entendemos o *design* como o processo de delineamento, de planejamento de um determinado produto, seja ele um objeto concreto ou abstrato.

Macedo, Machado e Arantes (2006, p.25-26), utilizam o termo *projeto* e descrevem-no a partir do significado de *projeto* discutido por Boutinet no livro *Antropologia do Projeto*, apresenta termos sinônimos ou que indicam suas características principais: “propósito ou intenção, plano (enquanto atividade de elaboração ou de realização), desígnio, finalidade, objetivo, alvo, planejamento, programa”. De acordo com os autores, “a ideia de projeto [...] tem como ponto central a perspectiva de futuro, isto é, o que regula a atividade do presente em função daquilo que se almeja alcançar”.

Malheiros (2008) apresenta em sua tese várias concepções sobre o termo projeto. Destacamos os elementos descritos por Machado (2006 *apud* MALHEIROS, 2008, p.56), que indica que um primeiro elemento a considerar quando está trabalhando com projetos é o objetivo ou meta. Para o autor para que exista o projeto é necessário que existam objetivos a serem alcançados. Outro elemento apontado pelo autor em relação aos projetos é a referência ao futuro. Para Malheiros (2008, p.56), “um projeto não é uma representação do futuro, mas algo a ser feito nele”.

Outra característica apontada por Machado (2006 *apud* MALHEIROS, 2008, p.57) é representada pelas incertezas em relação ao futuro, ou seja, o projeto não é totalmente determinado. Segundo Malheiros (2008, p.56) “ao projetar, estamos envolvidos em riscos, já que as metas podem não ser alcançadas ou os resultados podem ser diferentes dos esperados, fato que configura um futuro não determinado”.

No último elemento descrito por Machado (2006 *apud* MALHEIROS, 2008, p.57) o autor destaca que os projetos são realizados por quem projeta, individualmente ou em conjunto com outras pessoas, mas que não é possível que tenhamos “projetos pelos outros”. Com isso, o autor enfatiza a importância do aluno ter participação efetiva na escolha do tema para o projeto, de forma que tenha maior interesse pela sua realização.

De acordo com Valente e Canhette (1993, p.66), o termo *design* não apresenta uma tradução que consiga descrever de forma ampla o sentido da palavra, pois “envolve atividades como planejar, delinear, desenhar, esboçar, projetar, esquematizar, criar, inventar e executar”.

Nessa perspectiva, Miskulin (1999, p.350) afirma que

[...] o sujeito ao interagir, com um projeto delineado por ele e criado em uma situação de investigação e busca, insere-se em um processo de “diálogo” com os elementos significativos do problema, de modo a elaborar estratégias próprias, criar heurísticas, levantar conjecturas, hipóteses e testá-las matematicamente.

Em relação ao processo de aprendizado pelo *design*, destacamos que o computador pode ser um aliado na criação de projetos envolvendo a produção de artefatos<sup>18</sup>, seja a edição de um vídeo, a criação de uma animação, o planejamento de uma aula. Nesse sentido, Maltempi (2000) afirma que durante esse processo o estudante tem maiores chances de refletir sobre os conceitos envolvidos nele, seja de caráter estético ou conceitual, quando cria um artefato com a manipulação dessas informações.

De acordo com Norman (1988 *apud* VALENTE, CANHETTE, 1993, p.67), o *design* é “o que fazemos quando resolvemos um problema do dia-a-dia”. Neste mesmo texto, Valente e Canhette (1993, p.67) apontam as diferenças existentes entre a resolução de problemas aplicada num paradigma instrucionista de ensino e aprendizagem e a resolução de problemas por num paradigma do *design*:

[...] Primeiro, no design o objetivo a ser atingido é mal definido. Não é claro qual a resposta do problema. Mesmo porque, como o objeto depende do meio, não adianta termos ideias perfeitas ou soluções brilhantes, que elas nem sempre podem ser materializadas. Segundo, no design, a definição do problema é parte da solução. Portanto, achar e definir o problema é parte da atividade de design. Terceiro, não havendo, a priori, um problema claramente definido e com objetivos também mal definidos, a solução do design é debatível, passível de discussão. Assim, o objetivo da atividade de design não é obter a solução ótima ou a solução mas, a solução que mais satisfaz uma série de limitações e interesses individuais. Assim, o que pode ser uma ótima solução para um indivíduo, para outro a mesma solução não satisfaz. [...] Por outro lado, os problemas, como apresentados na escola, são bem definidos, existe sempre uma solução, que independe do meio. (grifo nosso).

Conforme indicado pelos autores, a resolução de um problema por meio do *design* não possui uma única solução e, a solução de um problema nesta perspectiva é passível de discussão. A elaboração de materiais pedagógicos ou o planejamento de uma aula, por exemplo, podem ser vistos como atividades passíveis de discussão, visto que estes dois casos constituem atividades complexas e que carregam em sua essência as preferências e experiências vividas do sujeito que está planejando. Outras pessoas podem considerar outros fatores e ter perspectivas diferentes daquelas apresentadas no planejamento inicial e, assim, o

---

<sup>18</sup> De acordo com o Dicionário de Filosofia Abbagnano (1998, p.82), é um “objeto produzido, no todo ou em parte, pela arte ou por qualquer atividade humana, na medida em que se distingue do objeto natural, produzido pelo acaso.”.

sujeito pode aperfeiçoar o seu material ou a sua aula, mediante o compartilhamento de ideias com outros indivíduos.

Resnick e Ocko (1991) afirmam que no *design* há um sentido um pouco confuso em relação ao que representa “resolver” uma tarefa de *design*. Ao invés de procurar as melhores soluções, os designers geralmente buscam as soluções que satisfazem um dado conjunto de restrições.

A Atividade de *Design* apresenta ainda outras características próprias, em que a estratégia adotada “utiliza heurísticas do tipo: tire vantagem do inesperado, use materiais de maneira diferente, use vários níveis de descrição do problema, trabalhe com o problema iterativamente e focaliza a atenção na interação entre subpartes do problema” (VALENTE e CANHETTE, 1993, p.67).

Segundo Resnick e Ocko (1991), a maioria das atividades realizadas em sala de aula focaliza o pensamento analítico, decompondo o problema em vários subproblemas. Apontam também que raramente os alunos têm a oportunidade de desenhar ou de criar coisas.

De acordo com Maltempi (2000, p.26) alguns autores (HAREL, 1991; LEHRER et al., 1994; KAFAI, 1996; RESNICK, 1996 *apud* MALTEMPI, 2000) ressaltam características que “tornam a atividade de *design* educacionalmente interessante”:

- o aprendiz torna-se um participante ativo no processo de aprendizagem, tendo controle e responsabilidade sobre o mesmo;
- reflexão e discussão são estimuladas pela presença do artefato que está sendo desenvolvido;
- a tarefa de design pode ser abordada de diferentes formas, satisfazendo estilo e preferências do aprendiz. Uma vez que a dicotomia certo/errado é evitada, múltiplas estratégias e soluções são possíveis;
- as atividades de design geralmente são interdisciplinares;
- a relação aprendiz-artefato é facilitada e fortalecida pelo fato do aprendiz ser o agente criador do artefato; e
- o aprendiz é estimulado a considerar a reação de outras pessoas perante o artefato que criou.

Maltempi (2000) aponta que para que estas características ocorram é necessário que a Atividade de *Design* não seja limitada e nem reduzida a uma sequência de passos definidos à priori e, ainda, se considere um espaço de tempo adequado para a interação do aprendiz com a atividade proposta, a fim de que possa executá-la.

Para Resnick e Ocko (1991), as atividades de *design* têm maior valor educativo quando os alunos têm a liberdade para criar coisas que sejam significativas para eles ou para outras pessoas à sua volta. Nestas situações, os alunos desenvolvem seu trabalho com um sentimento de interesse que falta muitas vezes em outras atividades da escola. Como

resultado, os estudantes têm maior probabilidade de explorar e fazer profundas “ligações” com os conceitos matemáticos e científicos que fundamentam as atividades. Essa ideia é o cerne da teoria do Construcionismo de Papert.

Outra característica importante presente em Ambientes de Aprendizagem via *Design* é a depuração, que pode ser realizada mediante, por exemplo, um erro conceitual executado pelo aprendiz ao “ensinar” o computador utilizando uma linguagem de programação como o Logo. Valente e Canhete (1993, p.68), ao compararem a Atividade de *Design* com a resolução de problemas em um paradigma instrucionista, apontam que no *design* a depuração do problema representa algo difícil de ser realizado devido à “falta de uma descrição precisa do problema [a ser resolvido] e do objetivo a ser atingido”.

Maltempi (2000) aponta que o ambiente do Logo Gráfico favorece a execução da atividade em um Ambiente Construcionista na medida em que o aprendiz *descreve* a solução do problema utilizando os comandos da linguagem Logo. Assim, o computador ao executar a sequência de comandos descrita pelo aluno, exibe na tela do computador o resultado desta descrição apresentada. Então, o aprendiz tem a possibilidade de *refletir* sobre o resultado apresentado e comparar com aquilo que havia planejado. Dessa forma, se o resultado apresentado estiver de acordo com o que o aluno espera do problema, a atividade se encerra. Se algo não condiz com o que o aluno previa ao descrever a solução do problema, o aluno tem a possibilidade de rever a descrição apresentada inicialmente de forma a *depurá-la*, apresentando uma nova descrição a partir da reflexão sobre os erros cometidos e sobre como solucioná-los.

O papel do professor nessa atividade, de acordo com Maltempi (2000), é o de mediador do ciclo descrição-execução-reflexão-depuração realizado pelo aluno ao propor a solução do problema apresentado. Assim, o professor ao atuar em um ambiente de aprendizagem como o apresentado pode ser chamado de *facilitador*.

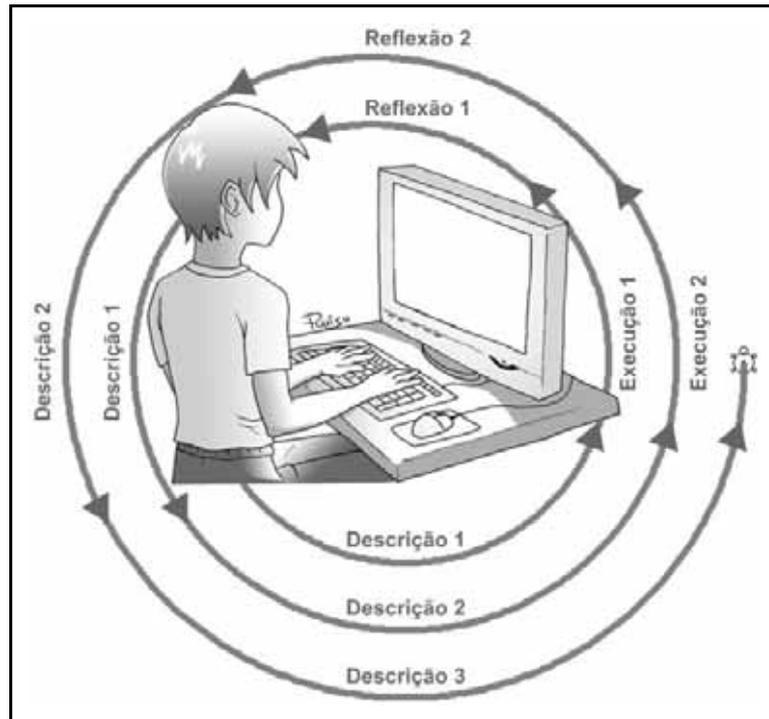
Até aqui apresentamos as ideias inerentes à criação de um Ambiente Construcionista que, segundo Valente (1993), são potencializadas pela utilização do ambiente Logo. De acordo com o autor, outras ferramentas podem ser utilizadas seguindo as ideias construcionistas, mas ressalta algumas dificuldades apresentadas pelas mesmas no decorrer da atividade. Assim, outras linguagens de programação podem ser utilizadas segundo o paradigma construcionista de aprendizagem, mas em geral apresentam dificuldades inerentes à fase de descrição do problema pelo aprendiz, relacionadas à sintaxe e forma de representar os dados do problema por meio da linguagem. Outros *software*, como os editores de texto ou as ferramentas de autoria de aplicativos multimídia apresentam desvantagens em relação à

depuração da informação apresentada pelo aprendiz, visto que o aluno não necessita descrever toda a solução do problema enquanto desenvolve um texto, constrói uma planilha ou projeta um aplicativo multimídia.

Em relação ao projeto de um aplicativo multimídia, Valente (1993 *apud* Maltempi, 2000) ressalta que a utilização de registros ou relatórios das atividades realizadas pelo aprendiz pode contribuir para que a dificuldade encontrada na fase de depuração desta atividade seja amenizada. Isto porque o computador processa o texto e/ou sequências de informação planejadas pelo aprendiz, mas não consegue registrar de forma plena o seu raciocínio. Ressaltamos que esta fase de depuração já está intrínseca ao ambiente Logo de programação, no qual o aprendiz registra o raciocínio utilizado para resolver um problema e tem a possibilidade de verificar com o auxílio do computador se sua solução está de acordo com o que havia previsto.

Durante o processo descrição-execução-reflexão-depuração, Valente (2002) aponta que o aluno tem a possibilidade de refletir sobre a descrição dada a um determinado problema e com o auxílio do computador, propor uma nova solução, aprimorando a solução apresentada inicialmente. Dessa forma, o aprendiz na interação com o computador tem a possibilidade de explorar os erros cometidos na descrição da sua solução e aprender com estes erros, depurando a sua resolução e propondo uma nova descrição para o problema, visando à correção dos problemas apresentados. Assim, o aprendiz já se apresenta em outro estágio em relação à solução do problema apresentado, propondo então uma nova solução que lhe permitirá refletir sobre o novo resultado exibido pelo computador.

Destarte, Valente (2002) afirma que o ciclo de aprendizagem não se constitui em uma boa representação para este processo de construção de conhecimento pelo aprendiz, pois “sugere a idéia de repetição, de periodicidade” (VALENTE, 2002, p.28). Para representar este processo de construção de conhecimento, o referido autor sugere a ideia da Espiral de Aprendizagem, conforme apresentado na Figura 5.



**Figura 5 – A Espiral de Aprendizagem que ocorre na interação aprendiz-computador (adaptado de VALENTE, 2002)**

Valente (2002) ainda ressalta que não é necessário que o aluno possua um entendimento apurado sobre o problema ou sobre o computador, pois por meio da depuração da primeira solução apresentada, o aprendiz tem a oportunidade de refletir sobre o problema e explorar os erros cometidos, apresentando uma nova solução que, na Figura 5, está representada pela “Descrição 2”. E este processo pode ser continuado inúmeras vezes, até que o aluno apresente um resultado satisfatório para o problema ou então busque um caminho diferente daquele que havia tomado no início da atividade.

## **CAPÍTULO 2**

### **Cálculo Diferencial e Integral**

Apresentamos neste capítulo algumas pesquisas relacionadas ao ensino de CDI com TIC, a abordagem de alguns livros didáticos de CDI, bem como uma breve discussão sobre o papel da visualização na aprendizagem de conceitos matemáticos.

#### **2.1. Tecnologias de Informação e Comunicação e o Ensino de Cálculo**

Com a evolução das Ciências e das Tecnologias, a cada dia surgem novidades em vários campos de conhecimento e ainda formas diferentes de se abordar um determinado assunto. Com as TIC, novas formas de ensinar e aprender CDI vêm sendo pesquisadas em Educação Matemática, visando não somente a construção do conhecimento pelos alunos, mas também o desenvolvimento de novos aplicativos e o incentivo para a produção de novas pesquisas nessa área.

Frant (1994) apresenta em sua tese de doutorado um resumo histórico sobre as primeiras iniciativas da utilização da tecnologia informática no Brasil, sendo que seus dados foram coletados a partir de atas de reuniões, seminários da área de Educação, documentos

oficiais de programas de Informática na Educação e entrevistas com pesquisadores que atuaram na área.

De acordo com Frant (1994), um dos primeiros registros de tentativa de utilização de informática na educação data de 1966, quando computadores foram utilizados pelo Departamento de Cálculo Científico da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Esse departamento passou mais tarde a ser conhecido como Núcleo de Computação Eletrônica – NCE, sendo que continuou a realizar pesquisas sobre a utilização do computador na educação. No final da década de 1960, este Núcleo de Computação Eletrônica passou a pesquisar sobre formas como os computadores poderiam ser utilizados em sala de aula.

Segundo a autora, na década de 1970, alguns centros de pesquisa começam a se destacar em relação às pesquisas realizadas sobre a utilização da informática na educação. Em 1973, na Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), três departamentos diferentes – Centro de Processamento de Dados, Departamento de Educação e o Laboratório de Estudos Cognitivos – iniciaram pesquisas sobre diferentes estratégias de utilização do computador. Mais tarde, esses departamentos constituíram o projeto EDUCOM/UFRGS.

Frant (1994) também destaca outro grupo pelas pesquisas realizadas sobre a utilização dos computadores em sala de aula: é o grupo que foi coordenado pelo professor D'Ambrosio, educador matemático, em 1975, na Universidade de Campinas (UNICAMP). No ano seguinte, um grupo de professores da UNICAMP foi para o *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) participar de seminários sobre a utilização do computador em sala de aula e, no seu retorno esse grupo passou a investigar sobre o uso do LOGO em algumas escolas brasileiras.

Segundo Souza Junior (2000), até o início da década de 1990, existiam poucas iniciativas em relação à utilização do computador no ensino de CDI. O autor aponta que muitos professores que participaram de sua pesquisa estavam interessados na integração dos conteúdos de CDI com suas aplicações.

De acordo com Souza Junior (2000), existia uma preocupação dos Professores de Matemática de vários Departamentos em todo o país em relação ao número de reprovações nesta disciplina e à quantidade de desistências de alunos do curso de Matemática. Em relação a isto, aponta que vários temas têm sido abordados visando melhorar o ensino e a aprendizagem em CDI nas Universidades: a motivação dos alunos, o desenvolvimento da criatividade, do raciocínio e da autonomia dos alunos, bem como na utilização de projetos em modelagem, na utilização de computadores, dentre outros.

O referido autor discute a trajetória de um grupo formado por professores e alunos da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) que trabalham com CDI. Assim, buscou em suas observações compreender tanto os projetos individuais de cada integrante do grupo como os projetos coletivos em relação ao ensino e aprendizagem de CDI. A pesquisa foi delineada dentro do “Projeto Cálculo com Aplicações”, de responsabilidade do grupo de professores e alunos da UNICAMP anteriormente citado. O trabalho realizado pelo grupo estava associado à utilização do *software Mathematica*<sup>19</sup>, de forma que durante suas reuniões os integrantes compartilhavam experiências sobre o uso do *software* em atividades de sala de aula, buscando utilizar o computador como ferramenta para a resolução de problemas.

Observa ainda que em muitas das atividades propostas durante sua pesquisa junto ao grupo colaborativo investigado, existia uma preocupação em relação à visualização dos conceitos de CDI e dos gráficos no computador, bem como dos aspectos inerentes aos teoremas desse campo de conhecimento. Souza Junior (2000) aponta que os objetivos do grupo foram sendo elaborados e reelaborados durante os encontros do grupo, que visava “melhorar o processo de ensinar e aprender Cálculo” (SOUZA JUNIOR, 2000, p.271).

Em sua tese, Barbosa (2009) enfatiza o processo de visualização no entendimento de conceitos de CDI, descrevendo o estudo da Função Composta e da Regra da Cadeia, por meio de uma abordagem gráfica, utilizando TIC. Ressalta que “a visualização, realçada pelas TIC, constitui um elemento fundamental para a produção do conhecimento matemático, não apenas associada às representações numéricas e algébricas, mas também às gráficas” (BARBOSA, 2009, p.62). A autora afirma que “a visualização é a habilidade de interpretar e entender a informação figural e a capacidade de conceitualizar e transladar relações abstratas e informações não figurais (representações) em termos visuais” (BARBOSA, 2009, p.60).

Ao discorrer sobre as representações múltiplas dos conceitos matemáticos, a autora afirma que essas representações contribuem para a compreensão desses conceitos matemáticos. Dessa forma, os alunos podem tanto trabalhar com as representações algébricas das funções, quanto com as representações gráficas e tabulares - tábuas ou tabelas. De acordo com Barbosa (2009) a representação gráfica tem sido mais utilizada do que as outras formas de representação, até mesmo pela facilidade proporcionada por alguns *software* em relação à possibilidade de passar da representação algébrica para a gráfica.

Barbosa (2009) utiliza o procedimento metodológico de Experimento de Ensino para produzir os dados de sua pesquisa. Os Experimentos de Ensino podem ser compreendidos

---

<sup>19</sup> *Software* utilizado para modelar, simular e visualizar modelos matemáticos. Disponível em <<http://www.wolfram.com/products/mathematica/index.html>>. Acesso em 20 jan. 2010.

como uma série de encontros da pesquisadora com os estudantes em um período de tempo determinado. O objetivo da pesquisadora era discutir como os alunos produzem conhecimento sobre Função Composta e Regra da Cadeia ao interagirem com mídias, utilizando uma abordagem gráfica. A autora ainda ressalta que durante os encontros com os alunos para a realização das atividades, observou que a produção de conhecimento pelos alunos em interação com as TIC se deu por meio de elaborações de conjecturas, que puderam ser refutadas ou confirmadas neste processo.

Outra pesquisa envolvendo conceitos de CDI com a utilização de TIC foi realizada por Scucuglia (2006). O autor realizou uma investigação com estudantes de Licenciatura em Matemática sobre o Teorema Fundamental do Cálculo, utilizando Calculadoras Gráficas. Segundo o autor, em “discussões sobre experimentação com tecnologias, sobressaem discussões sobre a visualização, pois as informações visuais podem, por exemplo, condicionar o pensamento matemático de estudantes” (SCUCUGLIA, 2006, p.11).

Para Scucuglia (2006), a visualização atua como auxiliar ao processo de pensamento matemático ao ser evidenciada na formulação de inferências, conjecturas e justificativas sobre determinado problema. O papel da visualização é evidenciado em seu trabalho, em que os estudantes buscam por meio de problemas utilizando calculadoras gráficas, conjecturar resultados sobre o Teorema Fundamental do Cálculo.

Menk (2005) investigou as contribuições que o *software Cabri Géomètre*<sup>20</sup> oferece aos alunos de Licenciatura em Matemática em problemas de Máximos e Mínimos de Funções que envolvem conceitos geométricos. Utilizando a “Metodologia dos Experimentos de Ensino”, a autora buscou analisar os episódios de ensino que foram elaborados procurando alcançar o objetivo de sua pesquisa.

A referida autora destacou que o modo como as atividades foram desenvolvidas, dando maior ênfase para a simulação e a visualização, permitiu criar situações nas quais ela pôde analisar o processo de desenvolvimento do raciocínio dos alunos. Apresentou ainda a fala dos sujeitos participantes de sua pesquisa, em que alguns deles ressaltaram que a possibilidade de visualizar as figuras e de interagir com elas no computador, contribuiu para a compreensão dos conceitos relacionados a Máximos e Mínimos de Funções.

Seguindo a abordagem atual de utilização dos computadores no processo de ensino e aprendizagem, alguns autores de livros de CDI, principalmente os que publicaram livros nesta última década, abordam em seus textos possíveis utilizações das TIC no ensino de CDI.

---

<sup>20</sup> Disponível em <<http://www.cabri.com.br>>. Acesso em 18 jan. 2010.

Anton (2000) sugere alguns exercícios que podem ser abordados utilizando calculadoras gráficas ou Sistemas de Computação Algébrica (CAS), como o *Maple*<sup>21</sup>, o *Mathematica* ou o *Derive*<sup>22</sup>. No Exercício 50 da Seção 5.1, sobre Ponto de Inflexão, o autor pede ao leitor que faça observações utilizando um recurso computacional e depois explique o que observou utilizando a segunda derivada da função: “[...] o polinômio  $f(x) = x^3 - bx^2 + 1$  tem um ponto de inflexão. Use um recurso gráfico computacional para tirar conclusões sobre o papel da constante  $b$ , na localização do ponto de inflexão. Use  $f''$  para explicar o que observou graficamente” (ANTON, 2000, p.298).

Utilizando o *software* de geometria dinâmica *Geogebra*<sup>23</sup>, explicitamos abaixo a situação apresentada pelo exercício. Ao variar o parâmetro  $b$ , visualizaremos três situações distintas. Quando o parâmetro  $b$  é maior que zero ( $b > 0$ ), o Ponto de Inflexão da função dada está à direita do eixo das ordenadas. Quando  $b$  é menor do que zero ( $b < 0$ ), o Ponto de inflexão está à esquerda do eixo das ordenadas. Quando  $b$  é igual a zero ( $b = 0$ ), o Ponto de Inflexão está sobre o eixo das ordenadas, no ponto  $(0, 1)$ , conforme apresentado na Figura 6. Assim, o parâmetro  $b$  define a posição do Ponto de Inflexão da função em relação ao eixo  $y$ .

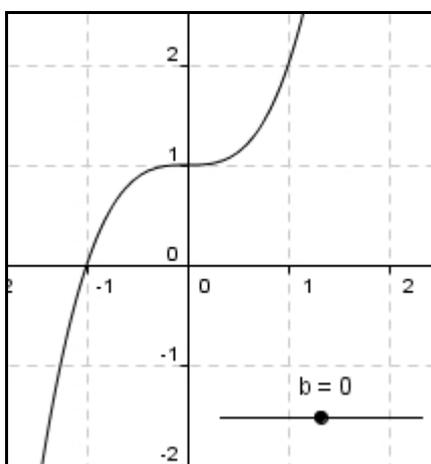


Figura 6 – Gráfico da Função  $f(x) = x^3 - bx^2 + 1$ , com o parâmetro  $b = 0$

Dessa forma, a partir da manipulação do parâmetro  $b$  no *Geogebra* o aluno pode observar o comportamento do Ponto de Inflexão do gráfico e, posteriormente, inferir e formalizar os conceitos envolvidos na atividade a partir da visualização no *software*. Nesta atividade o aluno ainda pode inserir os gráficos da primeira e segunda derivadas de modo a

<sup>21</sup> Sistema de Álgebra Computacional. Disponível em <<http://www.maplesoft.com>>. Acesso em 30 nov. 2009.

<sup>22</sup> Sistema de Álgebra Computacional. Disponível em <<http://www.chartwellyorke.com/derive.html>>. Acesso em 30 nov. 2009.

<sup>23</sup> *Software* matemático de Geometria, Álgebra e Cálculo. Disponível em <<http://www.geogebra.org>>. Acesso em 28 nov. 2009.

observar o comportamento dessas duas funções e inferir outras ideias sobre a função dada inicialmente.

Stewart (2006) sugere a utilização de TIC – como *software* gráficos ou calculadoras gráficas – para a exploração de aplicações e problemas de CDI, propondo a visualização e manipulação de gráficos de funções, de forma que o aluno possa observar o seu comportamento a partir da variação de parâmetros.

Sobre o efeito da visualização na aprendizagem de conceitos matemáticos, Bishop (1989 *apud* LEIVAS, 2009, p.208) defende a sua importância para a compreensão destes conceitos e não apenas como um mero transmissor de conhecimentos matemáticos. Para este autor, o “conceito de visualização aparece na literatura com as idéias de imaginação, habilidade espacial, diagramas e intuição, com ideias úteis para a Educação Matemática” (BISHOP, 1989 *apud* LEIVAS, 2009, p.208).

Para Fischbein (1993 *apud* MISKULIN, 1999) as figuras geométricas possuem ao mesmo tempo propriedades conceituais e figurais. Se tomarmos como exemplo uma esfera geométrica, ao mesmo tempo em que ela é um ideal abstrato, possui também propriedades figurais, como sua forma. “A perfeição absoluta de uma esfera geométrica não pode ser encontrada na realidade” (FISCHBEIN, 1993 *apud* MISKULIN, 1999, p. 290).

De acordo com Fischbein (1993, p.139, tradução nossa), “o que então caracteriza um conceito é o fato de que expressa uma ideia, uma representação geral ideal de uma classe de objetos, baseado em suas características comuns”<sup>24</sup>. A imagem é uma representação mental de um objeto ou fenômeno.

O referido autor destaca algumas propriedades relacionadas às imagens mentais e aos conceitos. De acordo com Fischbein (1993) os objetos de nossa realidade são necessariamente em três dimensões, entretanto, o cubo utilizado pelo matemático não existe na realidade apesar de ser tridimensional, pois é uma mera construção mental, um conceito matemático que representa uma classe infinita de objetos.

A utilização de TIC para a visualização e manipulação das figuras geométricas e gráficos, pode auxiliar o aluno na criação de imagens mentais sobre os objetos exibidos no computador. Dessa forma, o aluno pode criar relações destas imagens com os conceitos matemáticos envolvidos.

---

<sup>24</sup> Do original em inglês: “What then characterizes a concept is the fact that it expresses an idea, a general, ideal representation of a class of objects, based on their common features”. (FISCHBEIN, 1993, p.139)

## CAPÍTULO 3

### Metodologia da Pesquisa

Neste capítulo apresentamos a Metodologia dos *Design Experiments*, que está intrinsecamente relacionada à forma como foi conduzido e reconfigurado o Processo de Construção de Objetos de Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral, objeto desta pesquisa. Destarte, apresentamos inicialmente as características dos *Design Experiments* e posteriormente descrevemos os procedimentos metodológicos realizados durante o processo.

#### 3.1. *Design Experiments*

O desenvolvimento desta pesquisa está relacionada à metodologia do *Design Experiments* que, de acordo com Cobb, et al. (2003) é conduzida visando o desenvolvimento de modelos teóricos e também para ajustar empiricamente uma atividade conduzida pelo pesquisador. Para os autores, os *Design Experiments* buscam contribuir para a compreensão da complexa ecologia da aprendizagem que é própria dos contextos educacionais e incluem uma série de elementos.

Segundo os autores supracitados, os elementos de uma ecologia de aprendizagem geralmente incluem as tarefas ou problemas que os alunos são solicitados a resolver, os tipos de discurso que são incentivados, as normas de participação que são estabelecidas, as ferramentas e materiais relacionados com os meios à disposição, e a relação entre esses elementos no contexto no qual se realiza a atividade. Pela sua própria natureza, o estudo de fenômenos tão complexos como as ecologias de aprendizagem se opõem a especificação completa de tudo o que acontece. Portanto é importante distinguir entre os elementos que são o alvo de investigação e aqueles que podem ser acessórios, acidentais ou assumidos como condições de fundo.

Segundo Rodrigues (2009, p.63),

esses elementos não se resumem a um conjunto ou seqüências de atividades direcionadas à aprendizagem de certo domínio, mas incluem desde as tarefas ou problemas propostos para os alunos até o planejamento da sua implementação, como o estabelecimento das regras de participação, os instrumentos e os materiais utilizados e os significados das relações entre esses elementos.

De acordo com Cobb, et al. (2003), os *design experiments* podem ser conduzidos em diversas configurações, que variam em tipo e extensão. Uma destas configurações é o *One-on-One*, um *design experiment* em que uma equipe de investigação realiza uma série de sessões de ensino com um número reduzido de alunos. O objetivo é criar uma versão em pequena escala de uma ecologia de aprendizagem para que possa ser estudada em profundidade e detalhe (Cobb e Steffe, 1983; Steffe e Thompson, 2000; *apud* Cobb, et al., 2003).

Segundo Vaz (2004, p36), “no *design experiments* o enfoque está nos significados construídos pelos aprendizes, tendo como objetivo principal analisar o seu pensamento matemático, ou seja, os processos pelos quais esses pensamentos se constroem e suas modificações”. Vaz (2004, p.36) ainda afirma que “o objetivo de um experimento de ensino é a construção de modelos explanatórios para interpretar os processos de aprendizagem dos alunos”.

De acordo com Cobb, et al. (2003), uma das características próprias da metodologia dos *design experiments* é que a equipe de investigação se aprofunda na compreensão do fenômeno sob investigação enquanto a atividade está em andamento. Dessa forma, é importante que a equipe gere um registro detalhado do processo de *design* em andamento, visando além de documentar os encontros, analisar e aprimorar as atividades seguintes do processo em estudo. Complementando o que afirmam os autores, Rodrigues (2009) aponta

que os *design experiments* precisam ser conduzidos de forma dinâmica, de forma que uma reflexão do pesquisador sobre as ações dos alunos nas sessões de ensino possa contribuir para o planejamento das próximas sessões.

Nossa pesquisa se relaciona com esta metodologia apresentada, visto que nosso objetivo é o de *compreender as características do Processo de Construção de Objetos de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral durante uma Atividade de Design*. Dessa forma, buscamos responder a seguinte questão norteadora da pesquisa: *Quais as características do Processo de Construção de Objetos de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral durante uma Atividade de Design?*

Na busca por respostas à pergunta realizada, acreditamos que a participação efetiva dos estudantes e professores no desenvolvimento de tecnologias digitais interativas possa contribuir para a elaboração de materiais pedagógicos, considerando-se cada vez mais seus aspectos pedagógicos, do que somente os aspectos técnicos. Nesse sentido, Fiorentini e Lorenzato (2007, p.45) afirmam que:

a atenção dos investigadores e elaboradores de tecnologia computacional e vídeo interativo vem sendo, nas últimas décadas, direcionada ao desenvolvimento de projetos/programas para ensino, alguns para alunos e outros para professores, para serem manejados por professores e não por técnicos.

De antemão, observamos que projetos dessa natureza necessitam, muitas vezes, de profissionais de outras áreas, como programadores, *designers* ou algum outro especialista em áreas correlatas à Informática, pois nem sempre os profissionais da Educação possuem formação e conhecimento para o desenvolvimento de tecnologias computacionais utilizando uma linguagem de programação ou *software* de autoria<sup>25</sup>.

A seguir apresentamos a configuração do cenário no qual se desenvolveu a pesquisa, bem como seus percalços e reconfigurações durante o processo de construção de Objetos de Aprendizagem de CDI.

### **3.2. O planejamento do cenário para a investigação**

A opção por trabalhar com conteúdos relacionados ao Cálculo Diferencial e Integral foi feita devida a pesquisa ser parte de um Projeto de Pesquisa mais abrangente, realizado pela orientadora desta pesquisa. O Projeto é intitulado: “O Processo de Formação de Professores: Potencialidades Didático-Pedagógicas das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC)

---

<sup>25</sup> *Software* que é utilizado como ferramenta na criação de aplicações multimídia pelos usuários.

no Contexto da Educação Matemática”, que busca analisar vários aspectos teórico-metodológicos da inserção das TIC no processo educacional.

O pesquisador adotou o uso do *software Adobe Flash CS3*<sup>26</sup> que possui uma Linguagem de Programação própria denominada *ActionScript*<sup>27</sup> para realizar a programação dos Objetos de Aprendizagem que seriam propostos pelas alunas participantes do Curso de Extensão. A escolha desta ferramenta foi feita devido à experiência do pesquisador com o *software* e com a Linguagem de Programação citados.

O Curso de Extensão foi oferecido a alunos de Licenciatura em Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista (IGCE/UNESP), *campus* de Rio Claro. Este processo de planejamento do Curso de Extensão foi bastante discutido em diversas reuniões entre o pesquisador e a docente responsável<sup>28</sup> pelo Curso de Extensão.

Nosso próximo passo foi o desenvolvimento da Ementa e Cronograma para o oferecimento do Curso de Extensão que denominamos: “Desenvolvimento de Objetos de Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral e a Formação Inicial de Professores de Matemática”, que previa uma duração de 36 horas, divididas em 12 encontros presenciais de duas horas de duração cada, e mais uma hora destinada a atividades em um Ambiente Virtual de Aprendizagem<sup>29</sup> (AVA) que desenvolvemos para registrar as atividades das alunas. O Curso de Extensão foi inscrito dentro da Linha Programática “Produção e Difusão de Material Educativo”, na Pró-Reitoria de Extensão Universitária (PROEX) da UNESP, pois esta linha se adequava perfeitamente à proposta de nossa pesquisa.

O Curso de Extensão teve por objetivo oferecer subsídios teórico-metodológicos para a construção e utilização de Objetos de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral, buscando a discussão de aspectos relacionados à Formação Inicial de Professores de Matemática e a utilização de Tecnologias de Informação e Comunicação em sala de aula. A dinâmica do Curso de Extensão previa a discussão de um processo de construção de Objetos

---

<sup>26</sup> Atualmente é um dos *software* mais utilizados por animadores e *webdesigners* para a criação de animações e simulações interativas. O *software* encontra-se atualmente em sua versão CS5 e utiliza um *plugin*, o *Adobe Flash Player*, para executar as animações no computador do usuário. Disponível em <<http://www.adobe.com/br/products/flash>>. Acesso em 22 set. 2009.

<sup>27</sup> É uma linguagem de programação que, em sua versão atual (3.0), é orientada a objetos, possibilitando uma organização melhor dos projetos desenvolvidos dentro do *Adobe Flash*. Disponível em <<http://www.adobe.com/br/products/flashplayer/productinfo/features>>. Acesso em 22 set. 2009.

<sup>28</sup> Professora Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin, docente do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista, *Campus* de Rio Claro/SP. Orientadora dessa pesquisa.

<sup>29</sup> Sobre o AVA utilizado no Curso de Extensão, reservamos uma seção particular, mais adiante, ainda neste mesmo capítulo, para descrever o ambiente e suas principais funcionalidades.

de Aprendizagem, bem como a produção de OA em Cálculo Diferencial e Integral por parte dos participantes, juntamente com o pesquisador, sendo este processo discutido detalhadamente mais adiante.

Buscamos realizar uma avaliação das atividades no decorrer do Curso, sendo que a avaliação do processo foi contínua, na qual levamos em consideração as atividades realizadas pelas alunas nos encontros.

Depois de delinear todo o Curso, demos início aos trâmites burocráticos necessários para o seu cadastramento como Curso de Extensão junto à PROEX. Neste processo contamos com total apoio da Secretaria do Departamento de Matemática da UNESP/Rio Claro, dando os encaminhamentos necessários. Após a autorização do Curso, demos início às fases de divulgação e abertura das inscrições.

A divulgação foi feita mediante cartaz que foi afixado nos murais de avisos dos blocos didáticos da Universidade, no qual eram realizadas as aulas das turmas do Curso de Matemática e também no mural da Secretaria do Departamento de Matemática. Neste cartaz constavam algumas informações sobre o Curso de Extensão: público alvo, objetivo e proposta de dinâmica do Curso, número de vagas, período e taxa de inscrição, bem como informações sobre os responsáveis pelo Curso e *e-mail* de contato para mais esclarecimentos. Apresentamos na Figura 7 o cartaz utilizado nesta divulgação.

**CURSO DE EXTENSÃO**

**unesp**  
Campus de Rio Claro

**Desenvolvimento de Objetos de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral e a Formação Inicial de Professores de Matemática**

**Público Alvo:** alunos de Licenciatura em Matemática do 2º ano em diante.

**Objetivo do Curso:** O curso tem como objetivo oferecer subsídios teórico-metodológico para a utilização de Objetos de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral para futuros professores de Matemática.

**Proposta de Desenvolvimento:** conhecimento do processo de produção de um Objeto de Aprendizagem, além de uma proposta de desenvolvimento de um Objeto de Aprendizagem relacionado ao Cálculo Diferencial e Integral.

**Certificado** de curso de extensão de 36 horas expedido pela Pró-Reitoria de Extensão - PROEX/Unesp/Rio Claro

**Modalidade:** um encontro presencial semanal, com mais uma hora de interação a distância através do ambiente utilizado no curso.

**Número de Vagas:** 10

**Inscrições até 26 de março de 2009 - (edinei@edineireis.com)**

**Período de Realização:** 01 de abril a 17 de junho de 2009

**Horário do curso:** 18:00 às 20:00 (Quartas-Feiras)

**Taxa de Inscrição:** R\$ 10,00 (depósito bancário)

**Professora Responsável:**  
Profa. Dra. Rosana G. S. Miskulin - misk@rc.unesp.br

**Informações sobre a inscrição por e-mail para Edinei - edinei@edineireis.com**

Figura 7 – Cartaz de divulgação do Curso de Extensão

Uma semana antes de iniciarmos as atividades do Curso de Extensão, reservamos o Laboratório Didático do Departamento de Matemática que dispõe de mais de 20 computadores, todos com sistema operacional *Linux* (Distribuições *Conectiva 7* e *Debian 64 bits*). Durante esta semana o pesquisador e um técnico em Informática do Departamento de Matemática fizeram tentativas de executar alguns OA construído em Flash, mas não obtiveram sucesso na tarefa, devido à incompatibilidade dos sistemas operacionais com as versões atualizadas do programa.

Assim, uma opção encontrada foi entrar em contato com o diretor do Serviço Técnico de Informática (STI) da UNESP *campus* Rio Claro para reservar um Laboratório de Informática do *campus* (Figura 8). O laboratório disponibilizado conta com 20 computadores novos, todos com sistema operacional *Windows Vista*. Realizamos as instalações e testes necessários nos computadores antes do início do Curso de Extensão, resolvendo possíveis problemas que poderíamos ter para a primeira atividade.



**Figura 8 – Foto do Laboratório de Informática utilizado para o Curso de Extensão**

O horário do Curso também foi planejado de forma a contemplar a disponibilidade de horários da maioria dos alunos do curso de Licenciatura em Matemática da UNESP, comparando a grade de horários do segundo, terceiro e quarto anos. Após a preparação do ambiente para a realização da pesquisa, iniciamos o Curso de Extensão no dia 01 de abril de 2009 e finalizamos em 17 de junho de 2009, totalizando doze encontros realizados às quartas-feiras, das 18h às 20h.

### **3.3. Participantes do Curso de Extensão**

Devido a dificuldade ou mesmo impedimento de alguns alunos interessados em participar do Curso, seja por motivo de horário ou por não residirem na cidade, foram preenchidas seis das dez vagas oferecidas. Damos início ao Curso de Extensão com seis alunas de Licenciatura em Matemática da UNESP que já haviam cursado a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I.

Ao final do nosso Curso, cinco alunas concluíram as atividades. Uma das alunas desistiu após a primeira semana do Curso de Extensão, alegando dificuldade em conciliar as atividades do Curso de Extensão com as atividades acadêmicas.

Mediante questionário<sup>30</sup> entregue às alunas no primeiro encontro do Curso, buscamos traçar os seus perfis, conhecer as experiências delas a respeito do uso das TIC na educação durante a sua formação acadêmica e também saber quais os conteúdos de CDI que elas estavam mais familiarizadas. Abaixo discorreremos brevemente sobre cada aluna participante do Curso de Extensão:

- **Aluna P**<sup>31</sup>: demonstrou interesse em seguir carreira acadêmica na Pós-Graduação, mas não decidiu em que área pretende continuar seus estudos. Durante a disciplina de CDI teve os primeiros contatos com a utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação em sala de aula, ao trabalhar com o *software* Maple<sup>32</sup>. Não conhecia nada a respeito dos Objetos de Aprendizagem, ao menos no que diz respeito ao termo em si. O conteúdo que mais gostou de estudar na disciplina de CDI foi Derivadas.

- **Aluna A**: demonstrou interesse em seguir carreira acadêmica, pretendendo fazer Pós-Graduação em Educação Matemática ou Estatística. Na disciplina de CDI teve contato com o *software* WinPlot<sup>33</sup>, o qual a aluna afirma que os recursos de visualização de gráficos contribuíram à sua aprendizagem nesta disciplina. A aluna afirmou já ter lecionado informática em uma escola profissionalizante, sendo assim a única aluna participante do

---

<sup>30</sup> De acordo com o Apêndice A: Questionário Inicial do Curso de Extensão.

<sup>31</sup> Visando a preservação das identidades das estudantes que participaram da pesquisa, utilizaremos apenas a inicial dos seus nomes e/ou sobrenomes.

<sup>32</sup> É um *software* proprietário de álgebra computacional utilizado nas áreas relacionadas às Ciências Exatas que trabalha com cálculos de expressões algébricas e simbólicas, além de permitir o traçado de gráficos em 2 ou 3 dimensões. Mais informações podem ser obtidas na página do fabricante: <<http://www.maplesoft.com/Products/Maple>>. Acesso em 01 out. 2009.

<sup>33</sup> É um *software* gratuito utilizado para traçar gráficos de equações algébricas. Gera gráficos em 2 ou 3 dimensões, de acordo com a janela de visualização escolhida no início da atividade. Está disponível para *download* no endereço: <<http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html>>. Acesso em 01 out. 2009.

Curso de Extensão com alguma experiência atuando como professora. Os conteúdos que mais gostou de estudar em CDI foram Máximos e Mínimos de Funções, Derivadas e Integral.

- **Aluna L:** não pretende atuar especificamente na área de Educação. Em relação ao conhecimento dos Objetos de Aprendizagem, citou como exemplo os “jogos lúdicos”, mas de forma superficial. O raciocínio da aluna está coerente, pois se considerarmos versões digitais de “jogos lúdicos”, possivelmente eles possam se enquadrar na definição de OA que utilizamos nesta pesquisa. Descreveu que na disciplina de CDI sua turma teve experiências relacionadas às TIC em aulas utilizando transparências, dois *software* (WinPlot e Maple) e também vídeos. As suas preferências em relação aos conteúdos de CDI são os métodos de derivação e de integração.

- **Aluna R:** foi a única participante do Curso que demonstrou certeza ao relatar que pretende atuar como professora e que, além disso, tem pretensão de fazer Mestrado em Educação ou Educação Matemática. Também não conhecia os Objetos de Aprendizagem. Na disciplina de CDI afirmou ter trabalhado com o WinPlot, na visualização de gráficos e curvas e também com calculadoras gráficas. Relatou ter gostado de estudar Derivada e Integral.

- **Aluna T:** também pretende continuar seus estudos e fazer pós-graduação, não tendo certeza ainda sobre a área que pretende seguir. De acordo com a aluna, já havia conhecido “programinhas com aplicações em certas áreas do conhecimento” – pequenos aplicativos –, mas não conhecia ainda o termo e as definições de OA, nem mesmo que esses pequenos aplicativos que cita poderiam ser Objetos de Aprendizagem. Citou a utilização do Maple na disciplina de CDI, mas relatou que não saberia utilizá-lo novamente, ressaltando ainda a importância do uso de TIC para compreender determinados conceitos. A aluna discorre que sente certa dificuldade em alguns conceitos do CDI devido ao pouco tempo reservado a alguns conteúdos e apresenta os conceitos de Derivada Parcial e Regra da Cadeia como sendo os temas que mais gostou de estudar na disciplina.

### 3.4. Breve descrição do Curso de Extensão

Realizamos um total de 12 encontros no Curso de Extensão, com duas horas de duração cada. Além disso, como previmos na ementa do Curso de Extensão, as alunas deveriam se envolver nas atividades iniciadas no laboratório de informática que utilizamos

para o Curso. Inicialmente percebemos um envolvimento maior de algumas alunas nessas atividades extraclasse, principalmente no que se refere aos seis primeiros encontros. Mas, durante os seis encontros finais, percebemos que as alunas não estavam conseguindo realizar atividades que deveriam ser feitas no Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) em momento posterior ao da aula. Estas atividades consistiram na continuidade do trabalho iniciado nos encontros presenciais, visto que tudo o que as alunas produziam era armazenado no AVA.

De acordo com as alunas, as disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática demandavam um grande tempo de dedicação para a realização de trabalhos e estudos para avaliações. Destarte, buscamos ser mais flexíveis em relação à cobrança nestas atividades extraclasse, de modo a evitar que as alunas se sobrecarregassem e tivessem seu desempenho prejudicado ou ainda que não concluíssem o Curso.

Nosso Curso constou de duas fases: a primeira de *caráter exploratório*, na qual as alunas conheceram o conceito e as definições sobre os Objetos de Aprendizagem, além de se familiarizarem com as ferramentas do AVA, bem como conheceram o *Design Pedagógico* para delinear e planejar um Objeto de Aprendizagem. E a segunda fase voltada para a construção de 2 Objetos de Aprendizagem sobre temas relacionados ao Cálculo Diferencial e Integral.

O *Design Pedagógico* é um documento constituído de questões norteadoras da descrição das atividades e telas que constituem um OA. Na primeira fase, adotamos o *Design Pedagógico* utilizado pela RIVED<sup>34</sup> para nortear o planejamento de OA pelas alunas, sendo que esta atividade foi realizada individualmente por cada aluna.

Nesta fase notamos a dificuldade das alunas para responder alguns tópicos constituintes do *Design Pedagógico*, de forma que o pesquisador refletiu sobre os tópicos deste documento, elaborando um *Design Pedagógico* com novos tópicos, visando facilitar o planejamento dos OA pelas alunas. Alguns dos tópicos constituintes do *Design Pedagógico* da RIVED que observamos terem causado dificuldades para as alunas ao planejar as atividades são apresentadas a seguir:

- *Ao selecionar um tópico para ser desenvolvido numa atividade de computador, reflita e responda às seguintes questões: O que o aluno para o qual você está planejando esse objeto de aprendizagem acharia de interessante nesse tópico?*

<sup>34</sup> O modelo completo de *Design Pedagógico* utilizado pela RIVED pode ser acessado no seguinte endereço: <[http://rived.mec.gov.br/arquivos/modelo\\_design.pdf](http://rived.mec.gov.br/arquivos/modelo_design.pdf)>. Acesso em 01 mai. 2010.

Observamos que para responder a este tópico inicial do *Design Pedagógico*, as alunas do Curso de Extensão teriam que imaginar quais atividades poderiam ser interessantes para, por exemplo, uma turma de CDI. Com isso, cada aluna deveria pensar em atividades que outros alunos poderiam achar interessantes, o que segundo nossa perspectiva, dificultou o andamento da atividade.

Outro tópico que observamos ter apresentado alguma dificuldade para as alunas ao planejar o OA é apresentado abaixo:

- *O que você quer que os alunos aprendam desse objeto de aprendizagem? O que os alunos deverão ser capazes de fazer após completarem esse objeto de aprendizagem? Tente ser o mais específico possível com termos do tipo: “calcular”, “resolver”, “comparar”, “prever”, ao invés de usar termos ambíguos como “entender”, “perceber”, “estudar”.*

Devido a pouca experiência docente das alunas do Curso de Extensão, observamos que elas sentiram dificuldade ao descrever o que esperavam que os alunos – para os quais estavam desenvolvendo o OA – fizessem na atividade planejada por elas.

Outro tópico que também apresentou dificuldades, gerando dúvidas para as alunas sobre a forma de responder é apresentado abaixo:

- *Como você planeja ensinar os alunos, os conceitos do seu objeto de aprendizagem? O que você considera importante que os alunos façam para aprender esse conteúdo? (agora estamos falando do que você quer que os alunos façam, o que é diferente do que você pretende que eles aprendam, da seção anterior). Seja específico: os alunos devem desenhar gráficos usando diferentes parâmetros? Discutir conceitos com outros colegas? Converter equações para curvas? Aplicar conceitos em exemplos de vida real? Participar num experimento virtual?*

Da mesma forma que o tópico anterior, acreditamos que a pouca experiência docente das alunas possa ter influenciado no desenvolvimento deste tópico. Após verificar estas dificuldades, analisamos e propomos tópicos para constituir um novo *Design Pedagógico*, que

foi desenvolvido visando facilitar o planejamento dos OA pelas alunas, tornando o planejamento dos OA mais claro e objetivo.

As questões constituintes deste novo *Design Pedagógico* são as seguintes:

- Tema escolhido.
- Título do objeto de aprendizagem.
- Conceitos matemáticos que serão utilizados na produção da atividade.
- Discorra brevemente sobre a atividade proposta.
- Como você pretende aproveitar as potencialidades do computador nas atividades que propõe? Como será a interação do usuário com a atividade proposta?
- Você conhece alguma aplicação do cotidiano que utiliza os conceitos trabalhados na proposta de atividade? Caso afirmativo, liste algumas delas.
- Apresentação de um esboço da tela do objeto de aprendizagem (posição dos textos, imagens, animações, simulações, etc. – utilize uma figura para ilustrar e faça comentários sobre o esboço).
- Descreva qual será o comportamento de cada objeto que aparece na tela (ações dos botões, gráficos, momento em que aparecem os textos, como e onde serão posicionados vídeos e animações, etc.).
- Proponha questões relacionadas à atividade proposta para discussão sobre os conceitos trabalhados.
- Referências utilizadas na proposta de atividade.

A análise e reformulação dos tópicos do *Design Pedagógico* vão ao encontro das ideias apresentadas anteriormente sobre os *Design Experiments*, nas quais Cobb, et al. (2003), apontam que uma das características próprias desta metodologia é que a equipe de investigação se aprofunda na compreensão do fenômeno sob investigação enquanto a experiência está em andamento, visando documentar os encontros realizados e ainda analisar e aprimorar as atividades seguintes do processo em estudo.

O *Design Pedagógico* reformulado serviu para nortear o planejamento dos OA de CDI nos encontros seguintes do Curso de Extensão. Denominamos esta sequência do curso de segunda fase ou ainda de fase de *construção de Objetos de Aprendizagem* em Cálculo Diferencial e Integral. Apesar de a primeira fase ter tido como objetivo o desenvolvimento de um *Design Pedagógico* de OA com algum tema relacionado ao CDI, foi na segunda fase que as propostas de OA feitas pelas alunas foram implementadas. A seguir, discorreremos

brevemente sobre cada um dos encontros do Curso, tendo como objetivo apresentar ao leitor uma visão geral das atividades realizadas.

No primeiro encontro, apresentamos a dinâmica do Curso, o conceito de Objeto de Aprendizagem, algumas definições relacionadas a este conceito (reusabilidade<sup>35</sup>, repositórios, metadados, *Design Pedagógico*, *Storyboard*), além do AVA que seria utilizado ao longo do Curso. As alunas interagiram com o AVA e puderam também explorar alguns repositórios de Objetos de Aprendizagem. Em relação ao AVA, explicamos o funcionamento de suas principais ferramentas (*wiki*, fórum de discussão, *chat* e material de apoio), sendo a *wiki* a ferramenta mais utilizada, pois as alunas deveriam produzir textos coletivamente nesse ambiente.

No segundo encontro, antes de iniciarmos as atividades no AVA, retomamos algumas definições e conceitos explicitados no encontro anterior e explicamos a dinâmica da atividade do dia. Cada aluna deveria explorar os repositórios de OA disponíveis no sistema ou ainda pesquisando na *Internet*, além de buscarem em livros didáticos de CDI algum tema de interesse para iniciar o planejamento do *Design Pedagógico*. Durante este encontro cada aluna deveria escolher um tema de interesse, em CDI, para iniciar o planejamento do *Design Pedagógico* de OA, seguindo o modelo da RIVED como citado anteriormente. Ao final da aula, três alunas já haviam definido o tema que gostariam de trabalhar.

O terceiro encontro consistiu na continuidade das atividades iniciadas na semana anterior. Enquanto duas das alunas continuavam pesquisando um tema que fosse de seu interesse para desenvolver a atividade, as outras alunas já iniciavam a produção do *Design Pedagógico* do seu OA. As estudantes ainda relataram dificuldade de acessar o AVA quando o fizeram em casa para dar continuidade às atividades. Neste momento apresentamos algumas possíveis soluções para este problema e, se não surtisse efeito no decorrer da semana, pedimos para que elas enviassem uma imagem da tela mostrando o problema. Ao final deste encontro, todas as alunas já haviam escolhido o tema e iniciado a produção do *Design Pedagógico*.

Na semana seguinte discutimos o artigo: “SoftMat-OA: Objeto de Aprendizagem para Formação de Professores de Matemática”, de Barcelos, Batista e Behar (2008), o qual as alunas deveriam ler durante a semana para que pudessem discutir sobre as ideias apresentadas pelas autoras. Neste artigo, além de detalhar o OA desenvolvido para apoiar uma oficina

---

<sup>35</sup> É um termo originalmente da informática e representa “uma característica importante de um componente de *software* de alta qualidade, ou seja, o componente deve ser projetado e implantado de forma que possa ser usado em muitos programas diferentes” (PRESMAN, 1995, *apud* REZENDE, 2005, p.51).

pedagógica para professores de Matemática, as autoras apresentam alguns critérios de usabilidade<sup>36</sup> que foram considerados na elaboração e desenvolvimento do OA, descrevendo suas fases de concepção, planificação e implementação.

No encontro da quinta semana as alunas deram continuidade ao desenvolvimento do *Design Pedagógico* do Objeto de Aprendizagem. Os temas escolhidos pelas alunas foram: “Área de uma superfície de revolução”, “Taxas Relacionadas”, “Volume por fatiamento, discos e arruelas” e dois OA sobre “Máximos e Mínimos de Funções”.

Durante a semana, em reunião entre o pesquisador e a orientadora, discutimos sobre as angústias relacionadas ao andamento das atividades do Curso de Extensão, pois as alunas estavam com dificuldade de compreender alguns tópicos do *Design Pedagógico*, como apresentamos anteriormente. Dessa forma, decidimos reestruturar as atividades do Curso, separando as alunas em dois grupos, de forma que cada grupo deveria propor um OA, seguindo o novo modelo de *Design Pedagógico*, reformulado pelo pesquisador.

Após esta reunião, discutimos com as alunas sobre a continuidade das atividades do Curso, apresentando o novo modelo de *Design Pedagógico*. Discutimos também sobre as atividades produzidas pelas alunas na primeira fase do Curso, realizadas individualmente.

No sétimo encontro as alunas iniciaram a produção do *Design Pedagógico*, realizando inicialmente uma pesquisa por algum tema de interesse em CDI, para propor um OA. Ao final deste encontro, os dois grupos já haviam definido os temas dos Objetos de Aprendizagem a serem construídos – “Pontos de Inflexão” e “Máximos e Mínimos de Funções” – além de darem início ao registro de suas ideias e também dos primeiros “esboços de telas” no *Design Pedagógico*.

No início do oitavo encontro apresentamos os primeiros protótipos dos OA dos grupos, programados pelo pesquisador a partir dos primeiros registros feitos pelas alunas. Ao apresentar os protótipos, questionamos as alunas se correspondiam às expectativas delas em relação ao que haviam descrito no *Design Pedagógico* do OA. Realizamos esta apresentação visando que as alunas refletissem sobre as primeiras ideias que haviam registrado e, ao comparar com o protótipo, verificar possíveis revisões na descrição que haviam registrado no *Design Pedagógico*.

Nosso nono encontro no Curso foi prejudicado devido à necessidade de ausência de duas alunas, uma delas por motivo de doença e outra aluna por um compromisso relacionado a um projeto que participava em uma escola. Além disso, uma aluna enviou mensagem por e-

---

<sup>36</sup> “Usabilidade é geralmente considerada como o fator que assegura que os produtos são fáceis de usar, eficientes e agradáveis – da perspectiva do usuário” (PREECE, ROGERS, SHARP, 2002, p.35).

mail relatando que iria chegar alguns minutos atrasada à aula. Uma quarta aluna, já durante o encontro, informou que precisaria sair alguns minutos antes do término da aula. Dessa forma, como o encontro estava comprometido devido à ausência de várias alunas, resolvemos ter apenas uma breve conversa sobre as atividades que estavam desenvolvendo relacionadas aos Objetos de Aprendizagem. Verificamos com elas a possibilidade de realização de mais um encontro, caso fosse necessário, para a finalização das atividades e ainda solicitamos para que adiantassem as atividades durante a semana no AVA.

Na décima semana do Curso, os dois grupos finalizaram as primeiras versões dos *Design Pedagógicos* dos OA. Dessa forma, poderíamos adiantar a implementação dos OA no *software* de autoria. Assim, ao final do encontro, lembramos que o próximo encontro seria destinado à leitura de um artigo e também relembramos a necessidade de realizarmos um encontro extra para finalizar as atividades do Curso.

Reservamos para o décimo primeiro encontro a discussão do artigo: “Implicações para a prática docente” do livro “*Informática e Educação Matemática*”<sup>37</sup>. Solicitamos também que as alunas entregassem uma resenha do texto que foi distribuído duas semanas antes da discussão, de forma a envolvê-las ainda mais na leitura. O texto trás vários exemplos dos “riscos” que o professor corre ao trabalhar com o computador em sala de aula. Estes exemplos estão relacionados a atividades com o computador em que um determinado *software* matemático apresenta comportamento diferente do esperado pelo professor ou ainda a outros exemplos em que uma pequena mudança na execução da atividade pelo aluno pode gerar uma construção totalmente diferente da que era esperada. Queríamos com este texto que as alunas pudessem, além de conhecer outras aplicações da informática na educação, discutir sobre os termos “*zona de risco*” e “*zona de conforto*”, relacionados às atividades com o computador em sala de aula.

No encontro final do Curso de Extensão as alunas iniciaram o *Design de Aula*<sup>38</sup> dos OA propostos. Nesse documento as alunas descreveram sugestões de utilização dos OA que foram produzidos, além de listar atividades complementares relacionados ao tema que escolheram. Verificamos ao final do encontro a necessidade de finalizar o *Design de Aula* em momento posterior ao Curso, visto que, durante os encontros o desenvolvimento do *Design Pedagógico* demandou uma parcela grande do total de encontros.

---

<sup>37</sup> BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

<sup>38</sup> Ou Plano de Aula. Este documento é utilizado para descrever as atividades do OA e prever eventos que podem ocorrer no decorrer da aula.

Apresentamos a seguir os tópicos constituintes do *Design* de Aula utilizado pelas alunas para planejar a aplicação das atividades:

*Design de Aula do Objeto de Aprendizagem*

- Introdução
- Objetivos
- Pré-Requisitos
- Conteúdo abordado
- Questões para discussão
- Tempo previsto para desenvolvimento da atividade
- Requerimentos computacionais necessários
- Dinâmica da aula
- Descrição das atividades realizadas com o Objeto de Aprendizagem
- Sugestão de avaliação
- Questões complementares
- Referências Bibliográficas
- Referências Complementares

Como foi combinado durante o Curso de Extensão, agendamos com os dois grupos uma data para revisão e finalização das atividades do Curso. Sentimos muita dificuldade em agendar, devido à incompatibilidade de horários das alunas. Além disso, como o semestre estava se encerrando e as alunas estavam sobrecarregadas de avaliações e trabalhos nas disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática, elas nos solicitaram que esse encontro fosse adiado para o segundo semestre. Assim, no segundo semestre entramos em contato com os grupos para finalizar as atividades relacionadas ao OA, além de realizar uma entrevista com cada grupo.

Tivemos um pouco de dificuldade para agendar um horário com o Grupo 1 – formado pelas *Alunas A e R*. Já com o Grupo 2 – formado pelas *Alunas L, P e T* –, a dificuldade de agendar um horário para a realização da entrevista foi ainda maior devido à incompatibilidade de horários das alunas, relacionados às disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática, entre outras atividades.

### **3.5. O Ambiente Virtual de Aprendizagem**

Visando a facilitação da interação entre pesquisador e participantes do Curso de Extensão, pretendíamos utilizar uma ferramenta *wiki*<sup>39</sup> para a produção dos documentos constituintes do processo de construção de um Objeto de Aprendizagem. Dessa forma, procuramos o Serviço Técnico de Informática (STI) da UNESP para indagar sobre a possibilidade de instalação de um AVA que tivesse a ferramenta *wiki* disponível. Como o *TelEduc* (AVA disponível no servidor da UNESP) não possui uma ferramenta com as características que precisávamos, optamos por escolher o ambiente *Moodle*<sup>40</sup> (*Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment*) por se tratar de um *software* de código aberto e que dispõe de uma ferramenta *wiki*.

Ao questionarmos o diretor do STI sobre a possibilidade de instalação deste AVA, fomos informados, na época, que o servidor da UNESP não suportava outro ambiente sendo executado concomitantemente ao *TelEduc*. Atualmente, o servidor da UNESP possui os dois sistemas rodando concomitantemente e estão disponíveis para o oferecimento de cursos e disciplinas. Destarte, optamos então por desenvolver um AVA durante os meses de janeiro e fevereiro de 2009, que teria como ferramenta principal a *wiki* (Figuras 9 e 10).



Figura 9 – Um artigo desenvolvido na ferramenta *wiki*

<sup>39</sup> Abordaremos sobre esta ferramenta ainda neste capítulo.

<sup>40</sup> Disponível em <<http://moodle.org/>>. Acesso em 29 set. 2009.

Segundo Mattar e Valente (2007, p.102), “o *wiki* é um software colaborativo que permite a edição coletiva de documentos de uma maneira simples”. Além disso, um texto criado em uma ferramenta *wiki* pode ser alterado por qualquer pessoa ou, no nosso caso, por qualquer pessoa que tenha acesso liberado ao Curso de Extensão. Uma característica importante de qualquer ferramenta *wiki* é o registro das versões históricas do texto criado. Assim, uma pessoa que apagar acidentalmente um trecho do texto, ou mesmo, que queira recuperar alguma informação que havia sido apagada por considerá-la desnecessária, pode facilmente “resgatar” estas informações utilizando a ferramenta “Histórico” disponível na *wiki*.

Maltempi (2005) ressalta a importância da introdução de ferramentas que possibilitem o registro do desenvolvimento das atividades dos alunos além de possibilitar uma posterior análise do progresso dessas atividades pelo pesquisador.

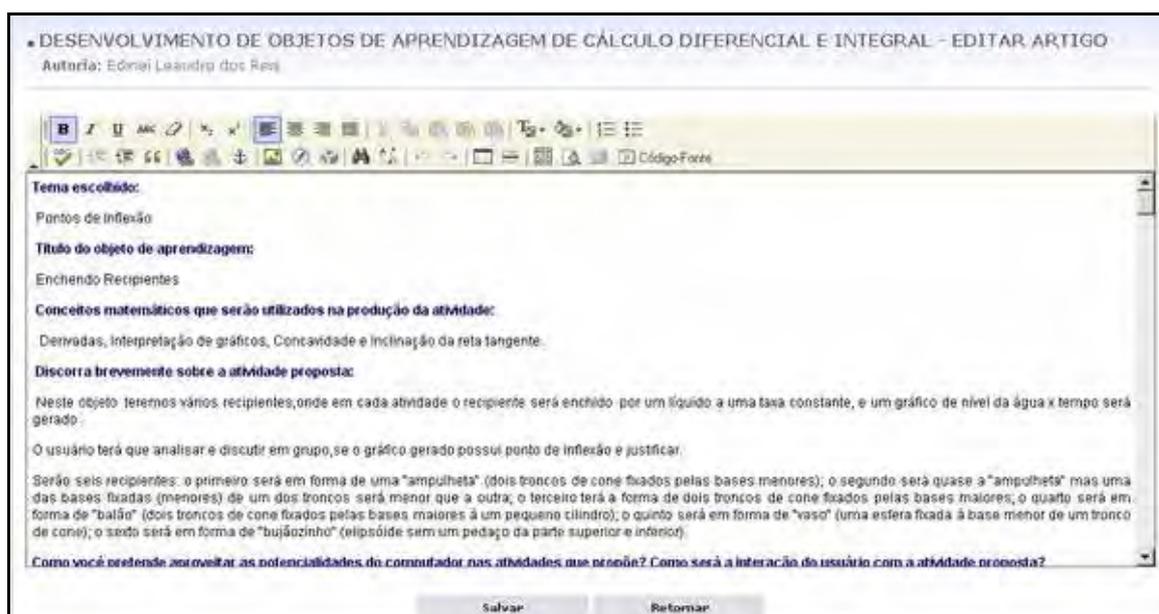


Figura 10 – Um artigo sendo editado na ferramenta *wiki*

Assim, corroborando o autor supracitado, uma de nossas fontes de dados é proveniente da produção escrita e dos esboços de telas das alunas na ferramenta *wiki*, na qual podemos traçar todo o histórico das atividades realizadas, observando as mudanças e a progressão das atividades, a reorganização do *layout* do Objeto de Aprendizagem planejado por cada grupo, entre outras possibilidades.

Para ter acesso ao Curso de Extensão, as alunas criaram um “Nome de Usuário” e uma “Senha” e fizeram um pedido de inscrição no curso “Desenvolvimento de Objetos de Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral e a Formação Inicial de Professores de

Matemática”, aguardando a liberação de entrada pelo pesquisador. Na Figura 11, apresentamos a tela de entrada do AVA.



**Figura 11 – Tela de entrada do Ambiente Virtual de Aprendizagem**

Ao acessar a página do Curso de Extensão, temos o texto da “Apresentação” e dos “Objetivos” do Curso, bem como um Menu com as ferramentas disponíveis no AVA, conforme Figura 12.



**Figura 12 – Tela de Apresentação do Curso**

Na ferramenta “Material de Apoio” disponibilizamos diversos materiais sobre Objetos de Aprendizagem, além dos artigos discutidos no Curso de Extensão. Além destas ferramentas apresentadas, outras duas foram menos utilizadas durante o Curso de Extensão: o “Fórum de Discussão” – no qual foram postadas algumas questões para discussão com as alunas – e o “Chat”.

### 3.6. Entrevista

Após as atividades do Curso de Extensão marcamos um dia com cada grupo para realizar uma entrevista, cujo objetivo principal era evidenciar alguns aspectos relacionados à participação das alunas no Curso, no que tange às dificuldades que elas tiveram ao planejar os OA, sobre a dinâmica do Curso e também sobre os conteúdos utilizados para a realização das atividades. Ainda incluímos algumas questões sobre a formação das alunas em relação à disciplina de CDI. Para realizar a entrevista, utilizamos o roteiro abaixo:

*Questões sobre sua formação*

- Você teve alguma reprovação durante seu curso de Licenciatura em Matemática? Em qual(is) disciplina(s)?
- Qual(is) a(s) disciplina(s) que você teve maior dificuldade no curso até o momento e por quê?
- Na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral você teve dificuldade para aprender algum conteúdo ou conceito? Você confere a que esta dificuldade?
- Qual(is) a(s) disciplina(s) que você mais gostou no curso e por quê?

*Questões relacionadas à sua participação no Curso de Extensão*

- O que a motivou a participar do Curso de Extensão: “Desenvolvimento de Objetos de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e a Formação Inicial de Professores de Matemática”?
- Quais as dificuldades que você encontrou na realização das atividades iniciais do nosso Curso (de forma individual, em que cada aluna propunha um design pedagógico)?
- Na segunda parte do Curso as atividades foram realizadas em grupos. Estas atividades ajudaram você a compreender ou a re-significar algum conceito ou conteúdo de Cálculo Diferencial e Integral?
- Como você avalia seu conhecimento, após o Curso, em relação à utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação no ensino da Matemática?
- Como você avalia a dinâmica e a programação do Curso? O que você sugere de melhoria para novos cursos com este mesmo enfoque?
- Após ter terminado o Curso e finalizado o Design Pedagógico e o Plano de Aula (Design de aula), você faria alguma modificação no objeto de aprendizagem proposto pelo seu grupo? O que e como você modificaria?

Após discorrer sobre os procedimentos teórico-metodológicos da pesquisa, ressaltamos o nosso objetivo que consiste em *compreender as características do Processo de*

*Construção de Objetos de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral durante uma Atividade de Design.* No próximo capítulo apresentamos o Processo de Construção de Objetos de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral e tecemos considerações sobre os dados de nossa pesquisa, visando buscar nosso objetivo.

## **CAPÍTULO 4**

### **O processo de construção de Objetos de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral**

Conforme explicitamos no capítulo anterior – Metodologia da Pesquisa –, a constituição dos dados desta pesquisa é proveniente de um Curso de Extensão destinado a alunos de Licenciatura em Matemática, cujo objetivo consistiu em construir Objetos de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral, durante os 12 encontros realizados. Para utilizar os dados apresentados neste capítulo, solicitamos autorização dos sujeitos da pesquisa, mediante Carta de Cessão dos dados, conforme Apêndice B: Carta de Cessão dos dados para a Pesquisa.

Descrevemos as atividades realizadas no Curso de Extensão em duas fases: a primeira correspondeu à fase exploratória do Curso de Extensão, no qual as alunas conheceram os conceitos sobre os OA, bem como os procedimentos utilizados no planejamento de um OA.

A segunda fase consistiu na fase de construção de OA de CDI, a partir de dois temas escolhidos pelas participantes do Curso, atuando em grupos. Nesta fase, cada grupo planejou

um OA relacionado a um tema do CDI, sendo posteriormente implementados pelo pesquisador. Apresentamos os OA construídos durante o Curso posteriormente neste capítulo.

Para planejar os OA buscamos seguir basicamente os passos da metodologia de concepção e desenvolvimento de aplicações educacionais (AMANTE e MORGADO, 2001) apresentados no Capítulo 1: escolha de um tema e registro das primeiras ideias sobre o OA no *Design Pedagógico (Concepção do Projeto)*; descrição detalhada das atividades no *Design Pedagógico* e desenvolvimento de um *Storyboard* com a descrição das telas do OA (*Planificação do Projeto*); implementação das atividades no computador (*Implementação do Projeto*); e por fim, o desenvolvimento de *Design de Aula*, delineando a aplicação em sala de aula das atividades que foram elaboradas (*Avaliação do Projeto*).

Nas seções seguintes apresentamos e analisamos as duas fases que constituíram o processo de construção de OA sobre temas relacionados ao CDI, buscando alcançar o objetivo de nossa pesquisa, que consiste em caracterizar este processo como uma Atividade de *Design*.

#### **4.1. Exploração de conceitos relacionados aos Objetos de Aprendizagem**

O objetivo da discussão sobre esta fase de exploração é explicitar algumas dificuldades que surgiram durante a primeira parte do Curso. No decorrer das atividades desta primeira fase do Curso de Extensão, realizadas individualmente pelas alunas, observamos algumas dificuldades sentidas pelas alunas na compreensão dos tópicos do *Design Pedagógico*, o que nos levou a discutir e modificar estes tópicos, propondo um *Design Pedagógico* mais sucinto e direto, visando facilitar a produção das alunas. Discutimos algumas destas mudanças no capítulo anterior.

No encontro inicial do Curso de Extensão explicitamos a sua justificativa – uma pesquisa de Mestrado em Educação Matemática –, bem como o objetivo do Curso – a construção de OA relacionado a temas de CDI. Em seguida, realizamos uma breve discussão sobre o termo “Objeto de Aprendizagem”, além de apresentar algumas de suas características.

A primeira atividade realizada pelas alunas foi a exploração de alguns repositórios de OA, tais como: Rede Interativa Virtual de Educação do Ministério da Educação (RIVED/MEC), Banco Internacional de Objetos Educacionais do MEC, Laboratório Didático Virtual da Universidade de São Paulo (LabVirt/USP), *Multimedia Educational Resource for Learning and Online Teaching* (MERLOT), dentre outros. Nosso objetivo com esta atividade era o de familiarizar as alunas com os OA criados por diferentes pesquisadores e instituições.

Consideramos esta atividade importante devido ao fato de que nenhuma das alunas conhecia os OA.

A partir do segundo encontro as alunas iniciaram o planejamento do *Design Pedagógico* dos OA, trabalhando individualmente. A primeira tarefa realizada por elas foi encontrar um tema relacionado ao CDI que considerassem interessante para desenvolver um OA. Esta pesquisa foi realizada nos repositórios citados acima e no livro de CDI (ANTON, BIVENS, DAVIS, 2007).

Os temas escolhidos pelas alunas foram: *Máximos e Mínimos de Funções (Alunas P e T)*; *Área de uma Superfície de Revolução (Aluna A)*; *Volume por Fatiamiento – Discos e Arruelas (Aluna L)*; e *Taxas relacionadas (Aluna R)*. Como explicitamos anteriormente no Capítulo de Metodologia, utilizamos nesta fase o *Design Pedagógico* da RIVED para realizar a atividade. Passamos agora a descrever os problemas escolhidos pelas alunas:

O problema escolhido pela *Aluna P* foi o “problema da caixa”, presente em vários livros de CDI (ANTON, BIVENS, DAVIS, 2007, p.311; SIMMONS, 1987, p.180; THOMAS, 2002, p.272-273, SWOKOWSKI, 1994, p.266-267).

▪ Em uma empresa cada caixa é construída a partir de uma folha retangular de papelão medindo 30 cm x 50 cm. Para se construir a caixa, um quadrado de lado medindo  $x$  cm é retirado de cada canto da folha de papelão. Dependendo do valor de  $x$ , diferentes caixas (com diferentes volumes) podem ser confeccionadas. O problema é determinar o valor de  $x$  a fim de que a caixa correspondente tenha o maior volume possível.

(Trecho do *Design Pedagógico desenvolvido pela Aluna P*)

Na Figura 13 observamos um OA que foi explorado pela *Aluna P* durante a navegação pelos repositórios, e que representa a atividade proposta por ela. O OA foi desenvolvido na forma de um *applet* Java, que são pequenos aplicativos que são executados em um navegador de *Internet*.

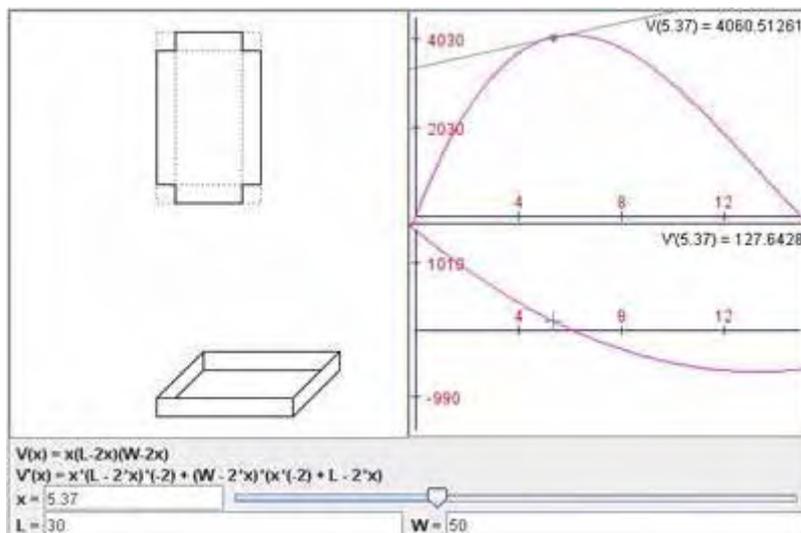


Figura 13 – Representação do Problema da Caixa

Neste OA<sup>41</sup> podemos observar diferentes representações do problema: a visualização pictórica da caixa que está sendo montada – planejada e visualizada em três dimensões –, o gráfico e a fórmula do volume da caixa em função de  $x$ , o gráfico e a fórmula da derivada do volume da caixa em função de  $x$ , além de campos de texto com os valores de  $x$ ,  $L$  – comprimento da folha de papelão –,  $W$  – largura da folha de papelão, e um cursor que pode ser utilizado para alterar os valores de  $x$ . Nesta atividade explorada pela *Aluna P*, a utilização de múltiplas representações do problema como auxílio na sua resolução, vai ao encontro das ideias apresentadas por Barbosa (2009), com as quais concordamos, que destaca que a representação gráfica geralmente é mais utilizada do que as outras formas de representação, devido às características apresentadas por alguns *software*.

A *Aluna P* estava planejando um OA com duas atividades: na primeira a solução do problema deveria ser buscada alterando o valor da variável  $x$ , formando uma caixa, variando o seu volume de acordo com o valor de  $x$ . A atividade teria um gráfico exibindo os valores do volume da caixa, no qual ao alterar o valor de  $x$ , possibilita ao aluno encontrar o resultado pedido no exercício apenas pela manipulação e visualização do gráfico.

Na segunda atividade deste OA, o problema seria semelhante ao anterior, mas a equação – que relacionaria  $x$  com o volume da caixa – não seria dada. Dessa forma, encontrar a equação em função de  $x$  era parte do problema. Ao contrário da primeira atividade, nesta o aluno já teria um desafio maior pela frente, ao ter que manipular os elementos envolvidos no problema de forma a encontrar a equação do volume da caixa em função de  $x$ .

<sup>41</sup> Desenvolvido por Thomas S. Downey sob a licença *Creative Commons Attribution 3.0*. Disponível em <<http://www.calculusapplets.com/boxproblem.html>>. Acesso em 20 dez. 2010.

A *Aluna A* escolheu o tema: *Volume de uma Superfície de Revolução*, a partir de uma simulação disponível no repositório de OA do Banco Internacional de Objetos Educacionais<sup>42</sup>. O objetivo da atividade proposta pela *Aluna A* consistia em “explorar a visualização da revolução da curva escolhida e o cálculo da área da superfície formada” (trecho do *Design Pedagógico da Aluna A*).

O tema escolhido pela *Aluna L* foi: *Cálculo de volumes por fatiamento; discos ou arruelas*. Baseando-se no sólido da Figura 14, ela propôs a seguinte atividade: ao fatiar o sólido verticalmente seguindo as linhas vermelhas, teríamos vários discos. Calculando o volume de cada disco e, posteriormente, somando estes valores, o resultado obtido seria o volume do sólido. Agora, tomando o sólido na horizontal e fatiando-o no formato de círculos concêntricos, teríamos várias arruelas. Calculando o valor de cada arruela e, posteriormente, somando estes valores, obteríamos o valor do volume do sólido. Com esta atividade a *Aluna L* pretendia abordar métodos de cálculo do volume de sólidos, utilizando discos e arruelas.

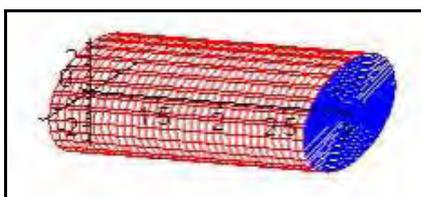


Figura 14 – Sólido<sup>43</sup> utilizado pela Aluna L para descrever sua atividade

A *Aluna R* escolheu o tema: *Taxas Relacionadas*, a partir de um exemplo do livro de CDI (ANTON, BIVENS, DAVIS, 2007, p.218):

Uma quadra de beisebol é um quadrado cujos lados medem 90 pés [Figura 15]. Suponha que um jogador correndo da segunda para a terceira base tenha uma velocidade de 30 pés/s no instante em que está a 20 pés da terceira base. Qual é a taxa de variação da distância do jogador à base do baterador naquele instante?



Figura 15 – Problema sobre Taxas Relacionadas (Extraída de ANTON, BIVENS, DAVIS, 2007, p.218)

<sup>42</sup> OA disponível em <<http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/handle/mec/5375>>. Acesso em 03 dez. 2009.

<sup>43</sup> Figura disponível em <[http://www.dmm.im.ufrj.br/projeto/calculo1/cap3\\_51.html](http://www.dmm.im.ufrj.br/projeto/calculo1/cap3_51.html)>. Acesso em 02 dez. 2009.

O objetivo da atividade proposta pela *Aluna R* consistia abordar as estratégias de resolução de problemas envolvendo Taxas Relacionadas. Para isso, ela propôs três atividades, nas quais o aluno de CDI poderia alterar a velocidade e a posição do jogador localizado entre a segunda e terceira bases, modificando os dados iniciais do problema e criando uma nova situação a ser resolvida.

A *Aluna T* escolheu o tema: *Máximos e Mínimos de Funções*. Sua atividade daria acesso ao aluno a um plano cartesiano, a uma barra de ferramentas na qual ele poderia manipular a atividade digitando uma função, além de definir o intervalo de tempo e escolher as cores dos pontos de máximo e mínimo – locais ou globais. Após definir todas as opções e executar a animação, apareceria no eixo cartesiano o gráfico da função, além da primeira e segunda derivadas desta função.

Durante esta fase de exploração dos OA, realizamos em um dos encontros a discussão de um artigo que trata sobre critérios de usabilidade e OA. No artigo *SoftMat-OA: Objeto de Aprendizagem para Formação de Professores de Matemática* - Barcelos, Batista e Behar (2008) – as autoras apresentam as fases de concepção, planificação e de implementação de um OA. Nosso objetivo com a discussão deste artigo consistiu em apresentar às alunas alguns critérios de usabilidade a serem considerados ao elaborar um OA. Alguns critérios de usabilidade apontados pelas autoras e que foram discutidos pelas alunas durante o encontro foram: a quantidade de texto em uma mesma página, o tamanho das páginas, o tamanho dos blocos de texto, a facilidade de navegação entre as páginas do OA e o uso adequado das cores de fundo e do texto.

Ressaltamos que a discussão do artigo possibilitou às alunas conhecer um pouco melhor sobre o processo de construção de um OA, considerando alguns fatores de usabilidade descritos no texto: o tamanho da página, a quantidade de textos, a navegação pelas páginas que constituem o OA, as cores dos elementos que constituem as páginas. De acordo com Valente e Canhete (1993), a ação de planejar, delinear e esboçar um artefato – no nosso caso, um OA – constitui o que os autores denominam de Atividade de *Design*, por envolver diversos conceitos na sua elaboração.

Após realizar esta discussão sobre os critérios de usabilidade e decorridos os primeiros cinco encontros do Curso de Extensão, ao verificarmos a dificuldade das alunas ao descrever o problema no *Design Pedagógico* da RIVED, propomos um *Design Pedagógico* com tópicos modificados – conforme apresentamos na Seção 3.4 desta dissertação – para dar continuidade ao nosso Curso.

Sobre essas dificuldades apresentadas pelas alunas ao elaborar o OA, na entrevista a *Aluna A* afirmou que foi difícil pensar em como os alunos iriam compreender o que ela pretendia com a atividade. A aluna também relatou que teve dificuldade em expressar em palavras o que pretendia com a atividade, pois segundo ela, não teve tanta familiaridade com a leitura e interpretação de textos durante o seu curso de graduação. As outras alunas relataram que a maior dificuldade nas atividades dessa primeira fase do Curso foi encontrar um tema interessante para desenvolver o OA.

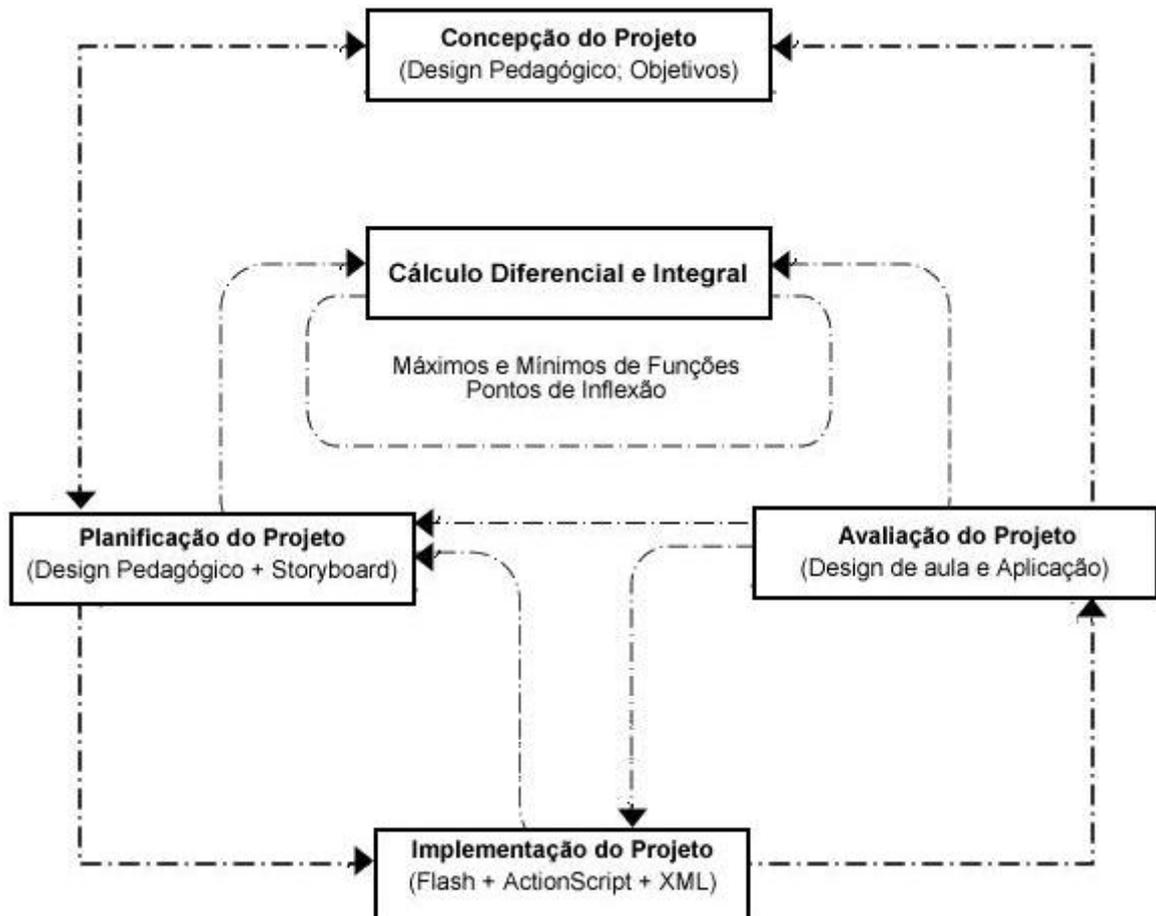
No sexto encontro o pesquisador discutiu com as alunas sobre as atividades desenvolvidas por cada uma delas, além de apresentar o novo *Design Pedagógico* e discutir uma nova dinâmica para o Curso. Ao invés de cada aluna planejar a construção de um OA – como havíamos feito na primeira fase do Curso, o que demandaria um tempo maior do pesquisador para implementar as atividades no computador –, propusemos que as alunas planejassem apenas dois OA, desenvolvendo o *Design Pedagógico* em grupos. As alunas formaram dois grupos: Grupo 1 – *Alunas A e R* – e Grupo 2 – *Alunas L, P e T*.

Consideramos que a apresentação desta primeira fase do Curso de Extensão foi importante, pois retrata as primeiras atividades escolhidas pelas alunas, bem como a necessidade de mudança da dinâmica do Curso pelo pesquisador, visando não somente modificar o *Design Pedagógico* utilizado pelas alunas, mas também a limitação de tempo que teríamos para implementar um número maior de OA. Conforme apresentamos em nossa Metodologia, para Rodrigues (2009) a reflexão do pesquisador sobre as ações dos alunos durante as atividades pode contribuir para o planejamento dos próximos encontros, que foi o que ocorreu ao verificarmos as dificuldades de elaboração dos OA pelas alunas utilizando o *Design Pedagógico* da RIVED.

#### **4.2. Construção de Objetos de Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral**

Nesta seção descrevemos as atividades da fase de construção dos Objetos de Aprendizagem do Curso de Extensão, no qual as alunas divididas em dois grupos elaboraram dois OA sobre temas de CDI. Para realizar a discussão, pautamos nossa análise baseados no esquema apresentado na Figura 16, buscando o objetivo de nossa pesquisa que consiste em compreender as características do Processo de Construção de Objetos de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral durante uma Atividade de *Design*.

No esquema procuramos indicar uma estrutura semelhante àquela apresentada por Amante e Morgado (2001), que descrevemos no Capítulo 1 desta dissertação.



**Figura 16 – Esquema do Processo de Construção de Objetos de Aprendizagem**

No esquema, destacamos na Concepção do Projeto a definição do tema e delimitação do conteúdo trabalhado no OA. Na Planificação do OA, discorremos sobre o detalhamento das atividades no *Design Pedagógico*, bem como os esboços de telas do OA criados pelas alunas.

Enquanto as alunas desenvolveram o *Design Pedagógico* e o *Storyboard* do OA, o pesquisador implementou as atividades propostas pelas alunas no *software Adobe Flash*, em momento posterior aos encontros. Dessa forma, o pesquisador pôde apresentar os protótipos dos OA com o intuito de receber o *feedback* das alunas sobre a implementação realizada. As alunas puderam verificar se as atividades implementadas estavam ou não de acordo com o que haviam proposto no *Design Pedagógico*, podendo sugerir modificações nos protótipos do OA.

Na Avaliação do Projeto realizado pelas alunas, discutimos sobre o desenvolvimento do *Design de Aula* ou Plano de Aula, no qual as alunas descreveram sugestões de abordagem das atividades do OA em sala de aula.

#### 4.2.1. Concepção do Projeto do Objeto de Aprendizagem

Iniciando as atividades da Fase de Construção dos Objetos de Aprendizagem do Curso, os dois grupos – *Grupo 1 (Alunas A e R)* e *Grupo 2 (Alunas L, P e T)* – realizaram uma busca na *Internet* e no livro de CDI de Anton, Bivens e Davis (2007) por um tema do seu interesse para propor um OA.

Após alguns minutos discutindo sobre os problemas que observaram no livro de CDI e na *Internet*, o *Grupo 2* escolheu o seguinte problema para iniciar o desenvolvimento do *Design Pedagógico*: “Ache o raio e a altura de um cilindro circular reto com maior volume, o qual pode ser inscrito em um cone circular reto com 10 cm de altura e 6 cm de raio” (ANTON, 2000, p.343).

As alunas do outro grupo escolheram o mesmo problema que havia sido escolhido pelas alunas do *Grupo 2*. A escolha do tema foi feita de forma isolada por cada um dos grupos. O pesquisador sugeriu às alunas do *Grupo 1* que buscassem por um problema diferente para desenvolver o OA, mas deixou as alunas livres para definirem o tópico que desejassem. Novamente após pesquisar no livro e discutir sobre alguns temas, as alunas do *Grupo 1* escolheram o tópico: “Pontos de Inflexão nas Aplicações”, conforme Anton (2000). A escolha das alunas por este tema ocorreu devido ao exemplo apresentado a seguir:

Observe que estamos tratando aqui de um conceito muito sutil – uma mudança na taxa de variação. Porém, o seguinte exemplo físico deve ajudar a clarear as idéias: suponha que água seja acrescentada ao frasco da [Figura 17], de tal forma que o volume aumenta a uma taxa constante e vamos examinar a taxa, segundo a qual se eleva o nível  $y$  da água, ele irá crescer até atingir o ponto mais apertado no gargalo do frasco. A partir deste ponto em diante, a taxa segundo a qual o nível se eleva irá decrescer, à medida que o diâmetro aumenta. Desta forma, o ponto onde o frasco fica mais estreito é aquele onde a taxa de variação  $y$  em relação a  $t$  muda de crescente para decrescente (ANTON, 2000, p.296).

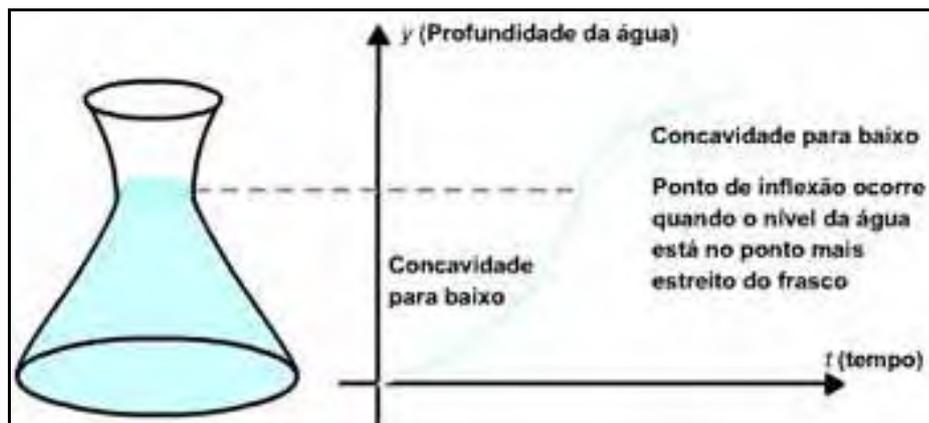


Figura 17 – Exemplo sobre Pontos de Inflexão escolhido pelas alunas do Grupo 1 (Extraída de ANTON, BIVENS, DAVIS, 2007, p.296)

No exemplo acima, o autor do livro apresentou o conceito de ponto de inflexão a partir do enchimento de um frasco que possui um gargalo. Como o volume de água dentro do frasco aumenta segundo uma taxa constante, o autor analisou a taxa de aumento do nível da água em relação ao tempo de enchimento. Dessa forma, como a taxa de enchimento é constante, quanto mais estreito for o gargalo, maior será a taxa de aumento do nível da água neste ponto.

Neste processo de escolha as alunas puderam discutir sobre os problemas que interessavam a cada uma delas, de forma que, ao final da discussão necessitavam optar por apenas um dos problemas. Os dois problemas acima foram escolhidos pelos dois grupos para construir os OA sobre CDI. A possibilidade de escolher problemas com os quais tem maior afinidade, nesta primeira tarefa relacionada à construção de um OA está consoante à dimensão sintônica de um ambiente Construcionista. Corroborando as ideias de Papert (1985) ao discorrer sobre a sintonicidade cultural, o aluno ao realizar uma atividade que está diretamente ligada ao seu contexto cultural pode se envolver mais em um problema que faz sentido para ele. Maltempi (2005, p.267) aponta a importância do aluno “participar da escolha do tema do projeto a ser desenvolvido”, ressaltando a importância da mediação do professor neste processo, visando à escolha um problema ao mesmo tempo factível e desafiador.

Desta forma, o aluno passa a ter um papel mais ativo no processo de aprendizagem (MALTEMPI, 2000), tendo maior responsabilidade pelo projeto que está executando. Sobre temas escolhidos pelas alunas – Pontos de Inflexão e Máximos e Mínimos de Funções –, a única restrição feita pelo pesquisador em relação ao processo de escolha foi que deveriam selecionar temas de CDI.

Após discutir com a colega de seu grupo, a *Aluna A* relatou ao pesquisador que pretendia fazer uma atividade que constituía na análise de gráficos de enchimento de água,

utilizando frascos de diferentes formatos. Ao procurar no livro de CDI, as alunas do Grupo 1 encontraram alguns problemas parecidos com o exemplo inicial, que apresentamos anteriormente na Figura 17.

Indicamos a seguir os problemas apresentados no livro de CDI, cujo enunciado está relacionado aos problemas 63, 64, 65 e 66 (ANTON, BIVENS, DAVIS, 2007, p.278):

Suponha que água esteja fluindo a uma taxa constante para dentro dos frascos mostrados. Faça um esboço grosseiro do gráfico do nível de água *y* versus tempo *t*. Assegure-se de que o esboço mostre onde o gráfico é côncavo para baixo e para cima, e destaque as coordenadas *y* dos pontos de inflexão.

Na Figuras 18 temos os exercícios 63 e 64 do livro de CDI (ANTON, BIVENS, DAVIS, 2007, p.278):

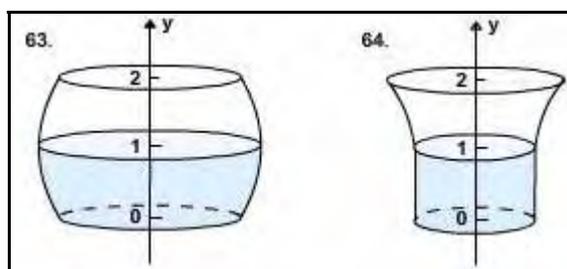


Figura 18 – Exemplos de frascos analisados pelas alunas (Extraída de ANTON, BIVENS, DAVIS, 2007, p.278)

Observando os dois frascos da Figura 18, o pesquisador questionou as alunas do Grupo 1 se elas pretendiam desenvolver uma atividade utilizando parâmetros<sup>44</sup> para gerar os gráficos de enchimento dos frascos ou se a intenção era trabalhar com o esboço dos gráficos que representavam o enchimento dos recipientes. De acordo com a Aluna A, ela gostaria de tratar apenas da existência ou não de Pontos de Inflexão, no gráfico de enchimento dos recipientes, não necessitando de parâmetros para gerar a Função associada a determinado frasco, da mesma forma como foi feito no livro de CDI no exemplo inicial apresentado.

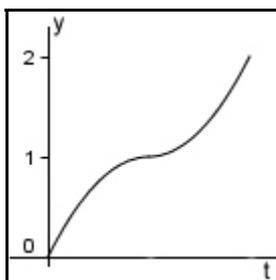
Observamos, nesse momento, uma primeira delimitação do problema que as alunas do Grupo 1 utilizaram para iniciar o desenvolvimento do OA. Analisando a proposta do problema realizado pelas alunas, ressaltamos o que foi apontado por Valente e Canhette (1993) em relação à natureza dos problemas em uma Atividade de *Design*. Ressaltamos nesta tarefa o objetivo proposto pelas alunas, que inicialmente apresenta-se de forma mal definida, e também a definição do problema que escolheram para trabalhar. A definição do problema bem como dos objetivos da elaboração do mesmo fazia parte da tarefa a ser realizada.

<sup>44</sup> Valor fixo em uma expressão ou equação.

Ao analisar os gráficos de enchimento dos recipientes dos exercícios 63 e 64, citados anteriormente, e apresentados na Figura 18, a *Aluna A* afirmou que no primeiro problema, o gráfico do Nível de água pelo Tempo de enchimento possuía um ponto de inflexão, enquanto no problema 64, o gráfico do Nível de água pelo Tempo de enchimento deste frasco não possuía ponto de inflexão. O pesquisador incitou a reflexão das alunas do Grupo 1 sobre a resposta dada pela *Aluna A*.

A *Aluna A* justificou suas respostas argumentando que, no Exercício 63, a taxa do nível da água decresce até atingir o ponto mais largo do frasco ( $y = 1$ ), ou seja, a concavidade do gráfico de enchimento do frasco está voltada para baixo quando  $y$  está entre 0 e 1. Analisando a taxa do nível de água quando  $y$  está entre 1 e 2, a *Aluna A* afirmou que a taxa do nível da água cresce até atingir o topo do frasco, ou seja, a concavidade do gráfico está voltada para cima. Dessa forma, no gráfico do nível de água pelo tempo deste frasco podemos observar que em  $y$  igual a 1, ocorre a mudança na concavidade do gráfico.

A partir deste argumento a aluna afirmou que o gráfico do nível de água pelo tempo deste frasco possuía um ponto de inflexão em  $y$  igual a 1, conforme esboço apresentado na Figura 19. Observemos que, dados os parâmetros iniciais, podemos dizer algo a respeito apenas da ordenada do ponto de inflexão nesse caso, pois o exemplo apresenta apenas os valores da ordenada  $y - 0, 1$  e  $2$ .

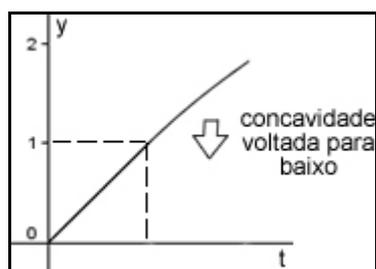


**Figura 19 – Esboço do gráfico do nível de água pelo tempo de enchimento do frasco do Exercício 63**

Ao iniciarem a discussão sobre os gráficos de enchimento de água dos frascos dos exercícios apresentados no livro de CDI, as alunas deram continuidade à concepção da ideia inicial proposta por elas, para a elaboração do OA.

Analogamente ao exercício anterior, a *Aluna A* descreveu e analisou o gráfico do nível de água pelo tempo de enchimento do frasco do Exercício 64 apresentado na Figura 18. A aluna argumentou que a taxa de crescimento do nível da água, com  $y$  variando entre 0 e 1, era constante, devido ao formato cilíndrico da parte inferior do frasco.

Assim, o gráfico do nível de água pelo tempo de enchimento, com  $y$  variando entre 0 e 1, seria representado por uma função linear. Quando  $y$  variava entre 1 e 2, a aluna afirmou que a concavidade do gráfico estava voltada para baixo, pois o frasco ficava mais largo a partir de  $y$  igual a 1, diminuindo a taxa de crescimento do nível da água. Apresentamos um esboço do gráfico do Nível de água pelo Tempo de enchimento deste frasco na Figura 20:



**Figura 20 – Esboço do gráfico do nível de água pelo tempo de enchimento do frasco do Exercício 64**

A *Aluna A* concluiu então que apenas o gráfico do Exercício 63 – Figura 18 – possuía um ponto de inflexão, quando  $y$  era igual 1. O gráfico do Exercício 64 – Figura 18 – não possuía ponto de inflexão, pois quando  $y$  estava entre 0 e 1 o gráfico era representado por uma Função Linear, ou seja, não possuía concavidade.

Podemos observar nesta discussão das alunas sobre os problemas propostos pelo livro de CDI (ANTON, BIVENS, DAVIS, 2007) suas primeiras reflexões acerca dos problemas relacionados ao tema que haviam escolhido: Pontos de Inflexão. A reflexão sobre o tema, a partir dos exercícios apresentados no livro de CDI, permitiu às alunas compreender o problema que haviam escolhido, de forma que, por meio desta reflexão e do registro de suas ideias no *Design Pedagógico* elas puderam delimitar o objetivo do OA que se propuseram a desenvolver: analisar a “existência de pontos de inflexão em gráficos do nível de água em relação ao tempo, gerados pelo enchimento de diferentes recipientes a uma taxa constante de fluido” (*Trecho do Design Pedagógico*).

Observamos que na escolha e delimitação do problema com o qual gostariam de trabalhar, as alunas já estavam inseridas em uma atividade de reflexão, discussão e registro das suas ideias. De acordo com Maltempi (2000, p.26), “a reflexão e discussão são estimuladas pela presença do artefato que está sendo desenvolvido”. Essa atividade realizada pelas alunas apresenta esta característica que é própria de uma Atividade de *Design*.

Após analisar os gráficos do nível de água pelo tempo de enchimento destes dois frascos, as alunas continuaram analisando gráficos do Nível de água pelo Tempo de

enchimento, agora dos frascos dos Exercícios 65 e 66 (ANTON, BIVENS, DAVIS, 2007, p.278), conforme apresentamos na Figura 21:

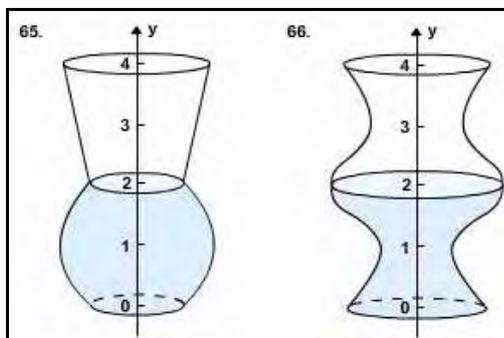


Figura 21 – Outros exemplos de frascos analisados pelas alunas (Extraída de ANTON, BIVENS, DAVIS, 2007, p.278)

Ao observar o frasco do Exercício 65, as alunas verificaram que a parte inferior do frasco –  $y$  entre 0 e 2 – era semelhante ao frasco analisado no Exercício 63, citado anteriormente. Dessa forma, o gráfico do nível de água em relação ao tempo, com  $y$  variando de 0 a 2 era semelhante ao gráfico apresentado na Figura 19. A parte superior do frasco do Exercício 65 –  $y$  entre 2 e 4 – tem o formato de tronco de cone. Ao questionarmos as alunas do Grupo 1 sobre qual era o formato do gráfico do nível da água pelo tempo, a *Aluna A* afirmou que o gráfico tinha o formato de uma Função Exponencial, com concavidade voltada para baixo.

Desta forma, o gráfico do nível da água pelo tempo do frasco do Exercício 65 possui dois Pontos de Inflexão, em  $y$  igual a 1 e em  $y$  igual a 2, conforme Figura 22:

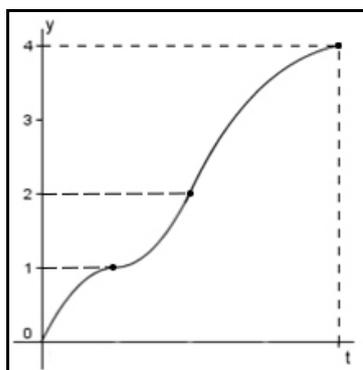


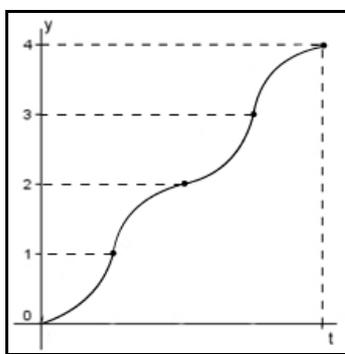
Figura 22 – Esboço do gráfico do nível de água pelo tempo de enchimento do frasco do Exercício 65

Um questionamento feito pelo pesquisador deixou as alunas em dúvida em relação à existência do ponto de inflexão, no ponto em que  $y$  era igual a 2: o gráfico do Nível da água pelo Tempo de enchimento seria “suave” quando  $y$  fosse igual a 2? Ou teríamos um “bico”

neste ponto? A *Aluna A* afirmou que o gráfico era “suave” quando  $y$  era igual a 2, mas, nesse momento, não soube justificar sua resposta.

Ao analisarmos o frasco do Exercício 65, observamos que no ponto em que ocorre a junção das duas partes do frasco, em  $y$  igual a 2, o topo da parte inferior do frasco – Zona Esférica – possuía a mesma área da base da parte superior do frasco – Tronco de Cone – e, desta forma, o gráfico do nível da água pelo tempo seria “suave” neste ponto.

Na Figura 23 apresentamos um esboço do gráfico do Nível da água pelo Tempo de enchimento do frasco, apresentado no Exercício 66, de acordo com a descrição que foi feita pelas alunas.



**Figura 23 – Esboço do gráfico do nível de água pelo tempo de enchimento do frasco do Exercício 66**

Ao analisarmos essas discussões das alunas, observamos que o tema escolhido pelas alunas propiciou reflexões interessantes acerca da existência ou não de Pontos de Inflexão nos gráficos de enchimento de água de alguns recipientes. Essas primeiras ideias e discussões sobre o OA pelas alunas do grupo vão ao encontro das ideias apresentadas por Miskulin (1999) sobre a Atividade de *Design*, na qual a autora afirma que a interação do aluno com o projeto delineado por ele em uma situação de investigação, propicia um processo de “diálogo” com os elementos significativos dos problemas, levando o aluno a elaborar estratégias próprias de resolução, a levantar conjecturas, a realizar testes das hipóteses consideradas, buscando testar matematicamente os problemas.

Após discutir com as alunas do Grupo 1 sobre o aspecto dos gráficos do nível da água dos recipientes exibidos acima, o pesquisador se dirigiu até o Grupo 2 para acompanhar as atividades que as alunas desenvolviam. Ressaltamos que a realização das atividades pelos dois grupos foram acompanhadas pelo pesquisador visando contribuir com a discussão e suscitar a reflexão das alunas sobre os problemas que haviam escolhido.

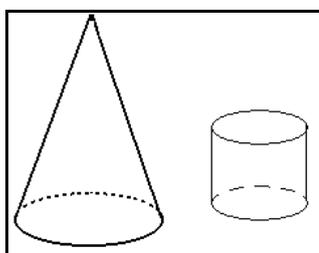
Diferentemente do *Grupo 1*, as alunas do *Grupo 2*, após escolherem um problema relacionado ao CDI, começaram a pesquisar imagens para construir os esboços de tela da

atividade. As alunas consideraram que ao realizar o primeiro esboço de tela, facilitaria a discussão posterior sobre o objetivo da atividade e as questões que colocariam para discutir as atividades do OA. Na entrevista, a *Aluna T* ressaltou que seu grupo não lembrava claramente a forma como eram feitos os cálculos dos valores de Máximo e Mínimo Função. Acreditamos que este fator tenha influenciado as alunas a dar atenção inicialmente à criação de um esboço com a atividade que estavam criando para, posteriormente, refletir sobre os seus objetivos.

Corroboramos as concepções de Resnick e Ocko (1991), nas quais os autores afirmam que a Atividade de *Design* oferece vários caminhos para a aprendizagem, de forma que nem todos os alunos querem começar a atividade da mesma forma. Os autores ressaltam que é importante permitir que os alunos possam tomar várias direções com perspectivas diferentes, ao desenvolverem atividades de *design*. Na elaboração do OA, a concepção do projeto consiste em descrever as primeiras ideias sobre a atividade que está sendo planejada e, na planificação os alunos descrevem os elementos do OA de forma mais detalhada. Apesar disso, as alunas do Grupo 2 consideraram que a elaboração de um esboço inicial da atividade ajudaria posteriormente na delimitação e descrição das atividades.

Dessa forma, enquanto as *Alunas L e P* pesquisaram imagens na *Internet* para construir os esboços das telas das atividades do OA, a *Aluna T* editou os tópicos iniciais do *Design Pedagógico*, na ferramenta *wiki* do AVA.

Como as alunas não conseguiram encontrar nenhuma figura que possuísse um cilindro inscrito em um cone para ilustrar a atividade que estavam planejando, o pesquisador sugeriu que elas criassem a figura, utilizando o *software Microsoft Paint* disponível no computador. Para criar o esboço, as *Alunas L e P* copiaram a imagem de um cilindro e a imagem de um cone da *Internet*, conforme Figura 24 abaixo. Elas colaram as imagens no *software Microsoft Paint* para iniciar a criação do esboço.



**Figura 24 – Cone e Cilindro utilizados para a montagem do esboço**

Para colocar o cilindro sobre o cone, de forma que não sobrepusesse um ao outro, o pesquisador indicou às alunas que utilizassem a ferramenta *Selecionar* e, em seguida, selecionassem a opção: *Plano de fundo transparente*, disponível no *software*.

Após marcar esta opção, a aluna selecionou o cilindro e o arrastou, posicionando-o sobre o cone. Como o tamanho do cilindro excedia o tamanho do cone, alunas ajustaram o tamanho do cilindro, de forma que ficasse inscrito ao cone, conforme Figura 25, a seguir. As cores do Cone e do Cilindro foram escolhidas pela *Aluna L* para dar contraste em relação às cores dos dois objetos.

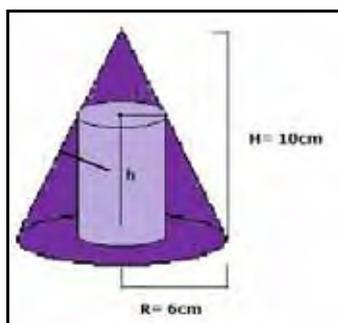


Figura 25 – Esboço final criado pelo Grupo 2 e utilizado no *Storyboard* do OA

Após finalizar o esboço, o pesquisador pediu para que as *Alunas P* e *L* explicassem o procedimento utilizado para a criação do esboço para a *Aluna T*, que estava editando as questões do *Design* Pedagógico. Apresentaremos o esboço de tela criado pelas alunas quando formos discutir sobre a planificação das atividades no tópico seguinte.

A discussão e delineamento das atividades constituintes do OA planejado pelo Grupo 2 foram realizados nos encontros posteriores de nosso Curso, de forma que as alunas fizeram poucos registros das discussões que realizaram neste momento inicial. Conforme explicitamos anteriormente, na fala da *Aluna T*, a dificuldade em lembrar como eram realizados os cálculos para encontrar os valores Máximos e Mínimos de uma Função possivelmente tenha feito com que as alunas se ativessem mais aos dados do problema do livro de CDI e na elaboração de um esboço do que propriamente na compreensão do problema e na sua discussão.

### **Considerações sobre a Concepção dos Projetos dos Objetos de Aprendizagem**

Esta primeira etapa do processo de construção de OA sobre temas relacionados ao CDI apresenta algumas características que estão intrinsecamente relacionados à Atividade de *Design*. A possibilidade de escolher um tema relacionado ao CDI para desenvolver um OA constitui-se em uma tarefa interessante, pois, dessa forma, o aluno tem maior liberdade para projetar, criar e se envolver em atividades que sejam mais significativas para ele. Em situações como essas, corroboramos às ideias de Resnick e Ocko (1991), que afirmam que os

alunos ao se envolverem mais com uma atividade que tem maior significado para eles, desenvolvem o trabalho com um sentimento de interesse, que muitas vezes pode não ocorrer em outras atividades escolares.

Machado (2006 *apud* MALHEIROS, 2008, p.57) também destaca a importância da participação efetiva do aluno na escolha do tema para o desenvolvimento do projeto afirmando que os projetos são realizados por quem projeta, individualmente ou em conjunto com outras pessoas, mas que não é possível que tenhamos “projetos pelos outros”.

Essa característica da escolha do tema do projeto, que é possibilitada no processo de construção de OA corrobora ainda às ideias apresentadas por Papert (1985), que o autor afirma que o aluno ao realizar uma atividade, que está diretamente relacionada ao seu contexto cultural, pode se envolver mais em um problema que faça mais sentido para ele. Além disso, como a delimitação dos temas que podem ser escolhidos faz parte da cultura em que o aluno está inserido, isso contribui para reforçar a relação do aluno com o projeto que está desenvolvendo. O referido autor denomina essa relação como sendo a dimensão sintônica cultural do projeto.

Ressaltamos ainda que a intervenção do professor – no nosso caso, do pesquisador – durante o processo de escolha do tema do projeto é de fundamental importância, visando contribuir para que os alunos possam escolher um problema que seja factível e também desafiador, ou seja, que traga alguma contribuição para o aprendizado do aluno.

Os dois temas escolhidos pelas alunas – Pontos de Inflexão e Máximos e Mínimos de Funções –, de acordo com a entrevista que foi realizada após o curso, haviam sido estudados na disciplina de CDI. As alunas do Grupo 1 afirmaram que compreenderam o conteúdo de Pontos de Inflexão, mas escolheram o tema para lembrar esse conceito e por acharem o exemplo do livro interessante. As alunas do Grupo 2 escolheram o tema Máximos e Mínimos de Funções, pois haviam compreendido bem este conteúdo quando cursaram a disciplina de CDI. Além disso, escolheram um problema diferente daquele que a *Aluna P* havia escolhido na primeira fase do Curso de Extensão, o problema do cálculo do volume máximo de uma caixa que iria ser montada.

Após a escolha dos temas, as alunas refletiram sobre os problemas que haviam escolhido, procurando descrever as primeiras ideias sobre a resolução e registrando no *Design Pedagógico*. Corroborando as ideias de Valente e Canhette (1993), ressaltamos que nesta tarefa inicial o objetivo proposto pelas alunas para a atividade ainda se apresentava mal definido. A definição do problema e de seus objetivos também faz parte do que os autores denominam de Atividade de *Design*.

Depois de escolher e discutir sobre os temas, visando delimitar o problema escolhido para a construção dos OA, as alunas dos dois grupos deram continuidade ao desenvolvimento do *Design Pedagógico*, detalhando as atividades constituintes do OA e cada um dos elementos presentes na tela das atividades. Descrevemos esta tarefa na próxima seção.

#### 4.2.2. Planificação do Projeto de Objeto de Aprendizagem

Neste tópico discutimos sobre o detalhamento das atividades referentes ao desenvolvimento dos OA escolhidos pelos dois grupos, apresentados na seção anterior. Apesar de a concepção e a planificação não acontecerem de forma disjunta no processo de construção de OA, fizemos a escolha por discutir estas etapas em seções separadas visando encaminhar o leitor de acordo com o esquema que apresentamos no início da Seção 4.2.

Iniciamos a discussão deste tópico apresentando os esboços de tela desenvolvidos pelas alunas do *Grupo 2*, ainda no primeiro encontro desta fase do curso, exibido na Figura 26 a seguir:

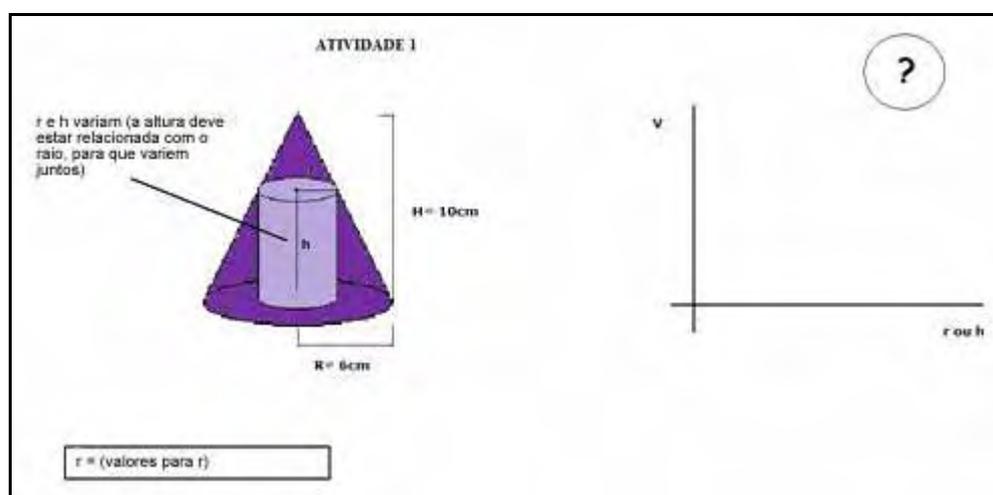


Figura 26 – Primeiro esboço de tela do OA apresentado pelas alunas

A *Aluna P* explicou o esboço para o pesquisador, indicando que haveria um campo de texto, no qual o usuário digitaria um valor para o raio  $r$  do Cilindro. Ao digitar o valor do raio  $r$ , a altura  $h$  do Cilindro seria automaticamente alterada, de forma que o cilindro permanecesse inscrito ao Cone. No esboço a aluna descreveu esta situação com a seguinte explicação: “ $r$  e  $h$  variam (a altura deve estar relacionada com o raio, para que variem juntos)”.

Ao lado da animação do Cilindro inscrito no Cone, as alunas indicaram que existiria um eixo cartesiano, no qual seria gerado o gráfico do Volume  $V$  do Cilindro pelo raio  $r$  do Cilindro –  $V \times r$  – ou do Volume  $V$  do Cilindro pela altura  $h$  do Cilindro –  $V \times h$ .

Ao observarmos o esboço criado pelas alunas do Grupo 2, verificamos que elas consideraram alguns fatores de usabilidade que haviam sido discutidos em encontros anteriores a partir da leitura de um artigo como, por exemplo, a quantidade de elementos presentes na tela, as cores dos elementos, a posição e a quantidade de textos da atividade. Posteriormente as alunas descreveram no *Design Pedagógico* as ações que esses elementos executavam na tela do OA, de forma que o pesquisador pudesse implementar a atividade no *software* de autoria.

Como ressaltamos anteriormente, as alunas do Grupo 2 iniciaram o planejamento da atividade, a partir da criação de um esboço inicial, que apresentamos na Figura 26 acima. Corroborando as ideias de Resnick e Ocko (1991), acreditamos que o planejamento da atividade constituinte do OA pelas alunas teve um valor educacional importante, no sentido em que elas tiveram liberdade para criar uma tarefa interessante, elaborada a partir das discussões e reflexões realizadas durante os encontros do curso. Além disso, a tarefa se torna interessante, pois o problema escolhido é algo familiar e que possui significado para elas, visto que as alunas já haviam cursado a disciplina de CDI.

No encontro seguinte, a partir deste esboço realizado, as alunas do Grupo 2 discutiram sobre os conceitos que seriam trabalhados na atividade que estavam elaborando. De acordo com o que as alunas descreveram no *Design Pedagógico*, nesta atividade elas abordariam os conceitos de “Máximos e Mínimos, ou seja, conceitos de derivada primeira, ponto crítico e derivada segunda; serão utilizadas também fórmulas [...] do volume de um cilindro [e] de um cone [...]” (*trecho do Design Pedagógico*).

Observamos que, a partir do esboço criado no encontro anterior, as alunas iniciaram a discussão dos objetivos de sua atividade, delimitando melhor o problema que estavam utilizando para planejar o OA e descrevendo a atividade no *Design Pedagógico*, a partir destas discussões.

No início do oitavo encontro do Curso, o pesquisador exibiu os primeiros protótipos – modelos com algumas funcionalidades – dos dois OA propostos pelas alunas. Os protótipos foram desenvolvidos no decorrer da semana pelo pesquisador, a partir dos primeiros registros feitos pelas alunas no *Design Pedagógico* e nas discussões entre o pesquisador e as alunas ocorridas no encontro anterior. Nosso objetivo era o de receber o *feedback* das alunas sobre as atividades implementadas, de forma que elas pudessem indicar o que estava de acordo com o

que tinham especificado para a atividade. Na Figura 27, apresentamos o primeiro protótipo do OA do Grupo 1:

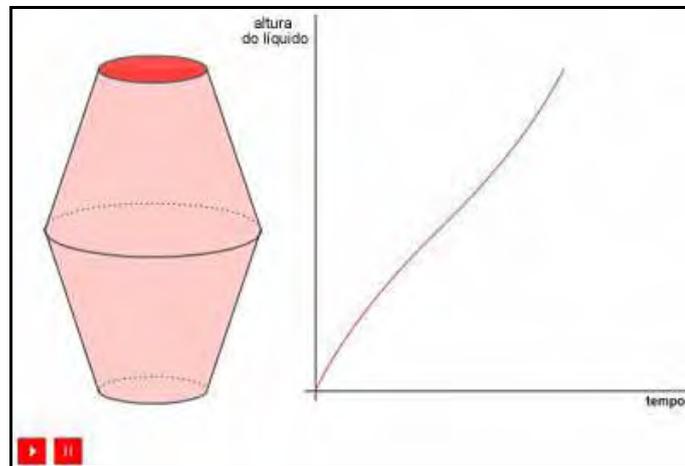


Figura 27 – Primeiro protótipo do OA do Grupo 1

No protótipo o pesquisador colocou dois botões no canto inferior esquerdo da atividade. Estes botões executavam as ações de *Iniciar* e *Pausar* a animação do enchimento do frasco. O pesquisador fez uma correção no nome do eixo cartesiano descrito pelas alunas do Grupo 1 no *Design Pedagógico*: elas haviam denominado o eixo  $y$  como sendo o Volume do frasco exibido. Como a taxa de enchimento do frasco era constante, o gráfico do Volume  $V$  pelo tempo  $t$  era uma Função Linear. Desta forma, o pesquisador alterou o nome do eixo para *altura do líquido*.

As alunas do Grupo 1 afirmaram que o protótipo realizado estava de acordo com o que haviam descrito necessitando apenas incluir alguns elementos na tela, como os botões com as questões sobre a atividade. A apresentação do protótipo que foi construído a partir das ideias iniciais das alunas possibilitou às alunas compreender como poderia ser o resultado das atividades que estavam planejando. A partir da exibição dos esboços as alunas puderam refletir e discutir sobre a quantidade de atividades que pretendiam desenvolver, bem como as questões que gostariam de realizar para abordar o tema escolhido por elas.

Após apresentar o protótipo do OA do Grupo 1, o pesquisador apresentou o protótipo do OA do Grupo 2. Observamos que o protótipo inicial deste OA não estava totalmente de acordo com as ideias descritas pelas alunas do Grupo 2 no *Design Pedagógico*. A partir das discussões com as alunas no outro encontro, o pesquisador inseriu três botões na parte esquerda da atividade, responsáveis por *Iniciar*, *Voltar* e *Pausar* a animação do Cilindro inscrito no Cone.

Ao clicar no botão *Iniciar*, o raio do Cilindro diminuía segundo uma taxa constante, aumentando a altura  $h$  do Cilindro, de forma que permanecesse inscrito no Cone. Enquanto ocorria esta animação, no Eixo Cartesiano era gerado o gráfico do Volume  $V$  do Cilindro pela altura  $h$  do Cilindro, conforme a Figura 28.

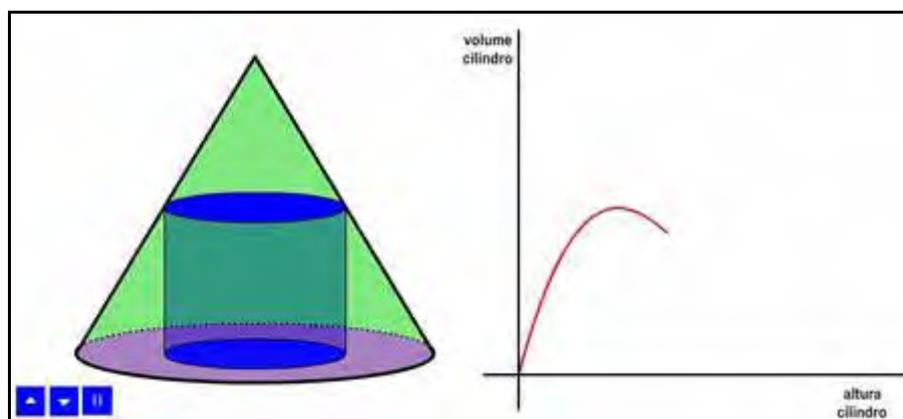


Figura 28 – Primeiro protótipo de OA do Grupo 2

Sobre o protótipo apresentado, a *Aluna P* questionou se teria possibilidade de aparecer os valores do Volume no Eixo Cartesiano. O pesquisador afirmou que seria colocado posteriormente, assim que as alunas finalizassem a descrição das atividades no *Design Pedagógico*.

Ao retornar ao desenvolvimento do *Design Pedagógico* após a discussão sobre os protótipos, o pesquisador sugeriu às alunas do Grupo 2 que observassem o seguinte exercício do livro de CDI: “Mostre que o cilindro circular reto de maior volume que pode ser inscrito em um cone circular reto tem um volume que é  $\frac{4}{9}$  do volume do cone” (ANTON, BIVENS, DAVIS, 2007, p.349). O objetivo da indicação do exercício visava suscitar a reflexão das alunas sobre as relações entre o volume do Cilindro e o volume do Cone.

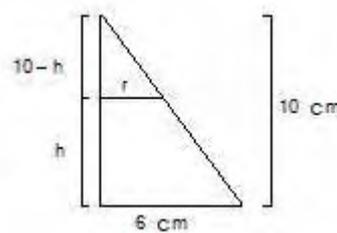
Notemos que este exercício aborda o caso geral para o problema que as alunas escolheram para desenvolver o OA. Apesar da sugestão feita, as alunas preferiram inicialmente voltar à discussão sobre o caso particular, que apresentamos anteriormente, com raio do cone igual a 6 cm e altura do cone igual a 10 cm.

Ao questionarmos as alunas do Grupo 2 se já haviam discutido sobre as atividades que constituiriam o OA, a *Aluna P* explicou ao pesquisador que pretendiam abordar os seguintes problemas: trabalhar com algumas situações diferentes envolvendo o Cilindro e o Cone, nas quais em cada situação teríamos um valor diferente para o raio  $r$  do Cone ou para a altura  $h$  do Cone. Em cada situação, a resolução do problema consistiria em encontrar as dimensões do Cilindro de Volume Máximo que pode ser inscrito no Cone.

Ao iniciarem a discussão e reflexão sobre o caso geral do problema, que foi suscitado pelo pesquisador, as alunas encontram dificuldade em compreender porque a razão entre o volume do Cilindro e o volume do Cone era de 4/9. O pesquisador sugeriu às alunas que resolvessem o caso particular, proposto por elas inicialmente e verificar qual era a razão entre os volumes do cilindro e do cone.

Os cálculos realizados pelas alunas foram os seguintes:

Consideremos:  $r$  = raio do cilindro;  $h$  = altura do cilindro;  $V$  = volume do cilindro. A fórmula para calcular volume do cilindro é:  $V = \pi.r^2.h$ . Utilizando semelhança de triângulos para relacionar  $r$  e  $h$ , temos:



$$\frac{10-h}{r} = \frac{10}{6}$$

Ou seja,  $h = -\frac{5r}{3} + 10$ .

Substituindo o valor encontrado para  $h$  na fórmula do Volume do Cilindro temos:

$$V = \pi r^2 \left(10 - \frac{5r}{3}\right) = 10\pi r^2 - \frac{5}{3}\pi r^3$$

Lembramos que o valor do raio do Cilindro deve pertencer ao intervalo  $0 \leq r \leq 6$ . Como a Função  $V$  é contínua no intervalo considerado, calculamos a derivada de  $V$ , para determinar os valores em que a derivada se anula. Logo:

$$\frac{dV}{dr} = 20\pi.r - 5\pi.r^2 = 5\pi.r(4 - r)$$

Fazendo:  $5\pi.r(4 - r) = 0$

Temos que os possíveis valores de  $r$  candidatos a Ponto Críticos<sup>45</sup> são: 0 e 4.

<sup>45</sup> Ressaltamos que adotamos a notação apresentada no livro de CDI (ANTON, 2000, p.343). Neste caso, os Pontos Críticos seriam dados por  $(0, V(0))$  e  $(4, V(4))$ , onde  $V(0)$  e  $V(4)$  representam o volume do cilindro quando  $r = 0$  e  $r = 4$ , respectivamente.

Como para  $r$  igual a zero, o Volume também é zero, temos que  $r$  igual a 4 é Ponto de Máximo da Função. Como  $h = -\frac{5r}{3} + 10$ ,  $h$  é igual a  $\frac{10}{3}$ . Logo, o Cilindro de Volume Máximo que pode ser inscrito no Cone de raio 6 *cm* e altura 10 *cm* é de  $\frac{160\pi}{3} \text{ cm}^3$ .

Calculando o Volume do Cone, temos que:

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 10 \Rightarrow V = 120\pi \text{ cm}^3$$

Após encontrarem os valores para os volumes do cilindro e do cone, as alunas conferiram os resultados com o problema proposto no livro de CDI (ANTON, 2000) e, posteriormente, calcularam a razão entre os dois volumes, realizando uma divisão simples apresentada abaixo:

$$\text{Razão: } V_{\text{cilindro}}/V_{\text{Cone}} = \frac{160\pi}{120\pi} = \frac{4}{3}$$

Após realizar o cálculo da razão entre o volume do Cilindro pelo volume do Cone, utilizando os valores da Atividade do livro de CDI, o pesquisador indicou para as alunas tentarem encontrar a solução para o caso geral.

Para inserir os cálculos realizados pelas alunas no *Design Pedagógico*, o pesquisador sugeriu que elas utilizassem o editor de símbolos matemáticos do site Somatemática<sup>46</sup>. Os símbolos matemáticos são gerados no editor a partir de comandos da linguagem LaTeX<sup>47</sup>.

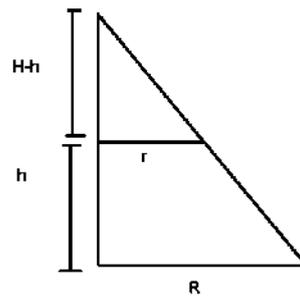
A resolução apresentada pelas alunas para o caso particular do problema escolhido por elas, possibilitou uma reflexão a respeito dos passos que utilizaram para resolver o exemplo do livro. Dessa forma, o pesquisador sugeriu que as alunas discutissem sobre o caso geral do problema, tendo como base a resolução anterior apresentada por elas.

Abaixo apresentamos a resolução do caso geral, realizado pelo Grupo 2 – a resolução apresentada constitui-se de trechos do *Design de Aula* desenvolvido pelo Grupo:

---

<sup>46</sup> Editor de Símbolos Matemáticos. Disponível em <<http://www.somatematica.com.br/softOnline/mathEditor>>. Acesso em 02 dez. 2009

<sup>47</sup> É um sistema de alta qualidade formado por um conjunto de macros que possui funcionalidades concebidas para a produção de documentos técnicos e científicos. LaTeX é um *software* livre e está disponível em <<http://www.latex-project.org>>. Acesso em 15 jan. 2009.



Da semelhança de triângulos acima, obtemos a seguinte função a fim de eliminar uma das variáveis:

$$\frac{H-h}{r} = \frac{H}{R}$$

$$\frac{H}{R}r = H-h$$

$$\frac{H}{R}r - H = -h$$

$$h = H - \frac{Hr}{R}$$

Então,

$$\text{Volume do cilindro} = \pi r^2 \left( H - \frac{Hr}{R} \right) = H\pi r^2 - \frac{Hr^3\pi}{R}$$

Logo,

$$\frac{dV}{dr} = 2H\pi r - \frac{3\pi r^2 H}{R}$$

Igualando a zero:

$$Hr\pi \left( 2 - \frac{3r}{R} \right) = 0$$

Daí:

$$r = \frac{2R}{3} \quad \text{e} \quad h = \frac{H}{3}$$

Volume do cilindro:

$$\pi r^2 \left( H - \frac{Hr}{R} \right)$$

Volume do cone:

$$\frac{1}{3}\pi R^2 H$$

Então, fazendo as contas:

$$\frac{\pi r^2 \left( H - \frac{Hr}{R} \right)}{\frac{1}{3} \pi R^2 H} = \frac{4}{9}$$

(Trecho retirado do *Design* de Aula do Grupo 2)

A discussão sobre o caso geral foi bastante produtiva. As alunas puderam relembrar os conceitos relacionados ao tema escolhido por elas: Máximos e Mínimos de Funções. A partir da reflexão sobre este problema, as alunas voltaram a registrar suas ideias no *Design Pedagógico*, tomando como ponto de partida os dois problemas que haviam discutido – o problema particular apresentado no livro e o caso geral.

Nesta tarefa, ressaltamos que a busca por um problema interessante para desenvolver a atividade suscitou reflexões nas alunas, de forma que procuraram trabalhar em conjunto para apresentar uma solução para o problema, lembrando os conceitos que haviam estudado na disciplina de CDI. Corroboramos Miskulin (1999, p.350) ao afirmar que

[...] o sujeito ao interagir, com um projeto delineado por ele e criado em uma situação de investigação e busca, insere-se em um processo de “diálogo” com os elementos significativos do problema, de modo a elaborar estratégias próprias, criar heurísticas, levantar conjecturas, hipóteses e testá-las matematicamente.

A autora supracitada ressalta ainda que em um contexto como o que apresentamos acima, o “sujeito não segue etapas pré-definidas, reformula constantemente suas estratégias, define e redefine seus procedimentos e reavalia seus objetivos, inserindo-se em uma busca e investigações por possíveis e prováveis soluções” (MISKULIN, 1999, p.351).

Apesar de o problema escolhido para a construção do OA pelas alunas do Grupo 2 ser bem definido matematicamente, tendo um objetivo bem explícito, explanado no livro de CDI, a forma de abordar esse problema em uma atividade de um OA constitui-se em uma tarefa de *design*. Dessa forma, corroboramos a concepção de Valente e Canhette (1993) sobre a Atividade de *Design*, pois de acordo com os autores a solução da tarefa de *design* é passível de discussão, sendo que o seu objetivo é obter uma solução que satisfaz uma série de limitações e interesses pessoais dos indivíduos responsáveis pela execução da tarefa.

Observamos que, após escolher um problema de interesse para planejar um OA, as alunas do Grupo 2 tiveram dificuldades em compreender o problema e, por este motivo, não

conseguiram inicialmente definir os objetivos da atividade e delimitar as atividades que pretendiam desenvolver com o OA.

Voltando a acompanhar as atividades do Grupo 1, o pesquisador sugeriu que as alunas analisassem o gráfico de enchimento de água do seguinte frasco: dois troncos de Cone, unidos pelas bases menores, conforme Figura 29:

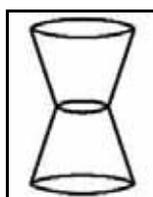


Figura 29 – Esboço de frasco criado pela Aluna A no software Coreldraw<sup>48</sup>

Ao questionar às alunas se o gráfico do nível da água pelo tempo, quando o recipiente estivesse cheio com água, possuía ou não um Ponto de Inflexão, a *Aluna A* imediatamente afirmou que o gráfico possuía um Ponto de Inflexão exatamente no ponto em que os troncos de cone se encontram. A justificativa para a afirmação feita pela aluna foi a mesma utilizada para justificar o gráfico do Nível de água pelo Tempo de enchimento do frasco do Exercício 65 – Figura 21 –, ou seja, o topo da parte inferior do frasco possuía a mesma área da base da parte superior do frasco.

O pesquisador também sugeriu às alunas que relembassem as definições de Ponto de Inflexão apresentadas no livro de CDI. A *Aluna R* leu a seguinte definição, conforme Anton (2000, p.293): “Se  $f$  for contínua em um intervalo aberto contendo o ponto  $x_0$  e se  $f$  muda a direção da concavidade naquele ponto, dizemos, então, que  $f$  tem um **ponto de inflexão em  $x_0$**  e chamamos o ponto  $(x_0, f(x_0))$  do gráfico de  $f$  um **ponto de inflexão de  $f$** ”. O objetivo desta indicação era para que as alunas pudessem lembrar o conceito de Ponto de Inflexão apresentado no livro de CDI, para posteriormente utilizá-los nas atividades do OA desenvolvido por elas.

Outro questionamento feito pelo pesquisador para as alunas deste grupo, foi em relação ao aspecto do gráfico de enchimento de um frasco semelhante ao apresentado na Figura 30 a seguir, formado por dois troncos de cone unidos pelas bases menores, e cujas bases possuem áreas diferentes.

<sup>48</sup> Software de edição de imagens. Disponível em <<http://www.corel.com.br/pt>>. Acesso em 20 jan. 2010.



**Figura 30 – Recipiente 2 do OA do Grupo 1**

Durante a discussão sobre como seria o gráfico de enchimento do frasco apresentado na Figura 30 acima, as alunas afirmaram que ele possuía um “bico”, ou seja, um ponto no qual a Função não seria diferenciável. Este ponto ocorre exatamente no momento em que o líquido passa da parte inferior do frasco – tronco de cone inferior – para a parte superior do frasco – tronco de cone superior. O pesquisador questionou as alunas se este ponto analisado do gráfico era ou não um ponto de inflexão. As alunas, em um primeiro momento, ficaram em dúvida a respeito do questionamento. O pesquisador indicou que elas consultassem as definições do livro de CDI novamente e refletissem a respeito do questionamento.

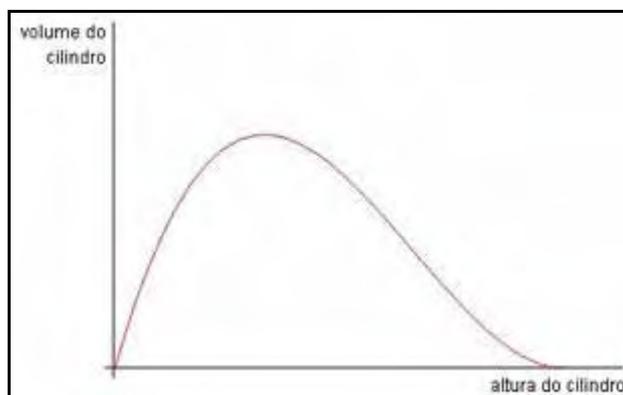
Outra definição apresentada por Anton (2000, p.295) afirma que “os pontos de inflexão marcam os lugares sobre a curva  $y = f(x)$  nos quais a taxa de variação de  $y$  em relação a  $x$  muda de crescente para decrescente ou vice-versa”. Pela definição apresentada por este autor, as alunas juntamente com o pesquisador concluíram que, para existir Ponto de Inflexão em uma Função, seria necessário considerar apenas pontos nos quais a Função fosse diferenciável, ou seja, pontos nos quais a derivada primeira estivesse definida.

As intervenções feitas pelo pesquisador foram realizadas no sentido de suscitar a reflexão das alunas sobre as definições do conceito de ponto de inflexão, tema escolhido pelas alunas para a construção do OA. A reflexão sobre os conceitos e a discussão realizada pelas alunas resultou em uma definição mais clara dos objetivos das atividades constituintes do OA.

No Grupo 2, A *Aluna P* afirmou que haviam colocado algumas questões referentes a cada atividade do OA, na respectiva tela de cada uma. Na tela de *Menu* de Atividades, a aluna afirmou que gostaria de colocar dois desafios – ou questões gerais – referentes às atividades do OA. O pesquisador sugeriu que procurassem abordar nas questões alguns aspectos relacionados à visualização proporcionada pelo OA.

Observando o gráfico “Volume do Cilindro pela Altura do Cilindro”, conforme Figura 31, o pesquisador questionou as alunas sobre o valor do Volume do Cilindro nas extremidades do gráfico. A *Aluna P* afirmou que o valor do Volume do Cilindro nas extremidades do gráfico valia zero, pois nos dois casos o Cilindro não possui Volume. A

aluna justificou sua resposta afirmando que na extremidade esquerda do gráfico a altura do Cilindro era igual a zero e, na extremidade direita do gráfico o raio do Cilindro era igual a zero. Em ambos os casos, o Volume do Cilindro, dado pela fórmula  $V = \pi r^2 h$ , vale zero.



**Figura 31 – Gráfico do Volume do Cilindro pela Altura do Cilindro**

Apesar das alunas terem indicado a utilização do gráfico, no início da elaboração do OA, elas refletiram sobre as possibilidades de utilização do gráfico na exploração de conceitos relacionados aos pontos de Máximo e Mínimo da Função – e outros conceitos, como a fórmula do Volume do Cilindro – somente após a intervenção do pesquisador. Dessa forma, as alunas discutiram e procuraram elaborar questões acerca do comportamento do gráfico apresentado na atividade.

Dando continuidade ao Curso de Extensão, no encontro seguinte as alunas do Grupo 1 apresentaram o esboço da Tela de Entrada do OA, que pode ser observado na Figura 32. Conforme indicamos anteriormente, a *Aluna A* esboçou uma situação em que dois personagens dialogam sobre a definição de ponto de inflexão. Partindo deste diálogo entre os personagens, as alunas pretendiam abordar algumas questões a respeito das definições de ponto de inflexão encontradas no livro de CDI.

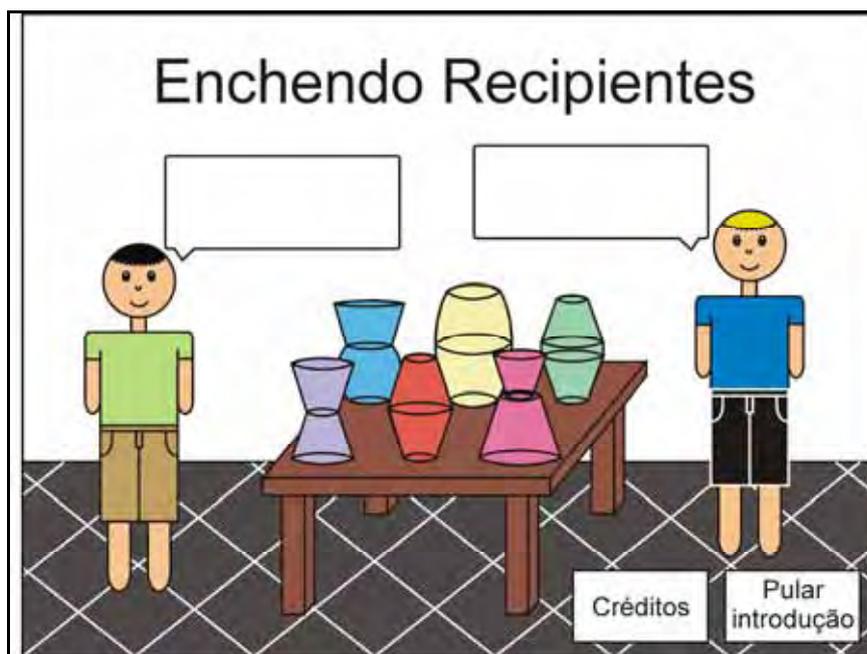


Figura 32 – Tela de Entrada do OA “Enchendo Recipientes”

Ao planejar e esboçar uma tela inicial para o OA, com um diálogo entre dois personagens apresentando as definições de Pontos de Inflexão do livro de CDI, as alunas puderam aprender sobre *design*. Esta tela, que inicialmente foi um esboço criado para que o pesquisador pudesse compreender como deveria ser a tela inicial, foi utilizada no próprio OA, com pequenas alterações que foram registradas pelas alunas no *Design Pedagógico*.

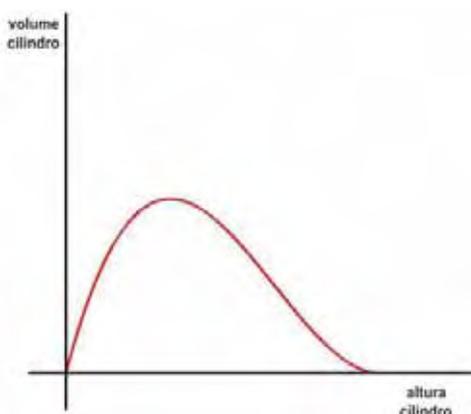
Voltando a discutir sobre as atividades do OA do Grupo 1, o pesquisador indicou uma correção a ser realizada pelas alunas: o gráfico de enchimento dos frascos das Atividades criadas por elas tinha como eixos “Volume da água” e o “Tempo”. Dessa forma, o gráfico gerado seria uma função linear, pois a vazão de água era constante. Observando o exemplo do livro de CDI as alunas perceberam que o eixo cartesiano apresentado era definido pela relação “Profundidade da água pelo Tempo de enchimento”.

No Grupo 2, o pesquisador sugeriu às alunas que observassem e discutissem os problemas de um site<sup>49</sup> que tinham relação com as atividades que elas estavam planejando para o OA. No site, além de exibir um problema semelhante ao que as alunas estavam desenvolvendo – um cilindro de volume máximo que pode ser inscrito em um cone – também apresentava um problema envolvendo os mesmos conceitos de Máximos e Mínimos de Funções, mas em um problema no plano, no qual o objetivo era encontrar um retângulo de área máxima que podia ser inscrito em um triângulo isósceles.

<sup>49</sup> Matemática Essencial. Disponível em <<http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/superior/maxmin/mm06.htm>>. Acesso em 06 jan. 2010.

Relembrando os cálculos que as alunas haviam feito anteriormente, o pesquisador questionou as alunas do Grupo 2 se a razão entre as áreas do retângulo – de área máxima – e do triângulo isósceles também valeria  $4/9$  ou se o valor encontrado seria diferente. A partir desse questionamento as alunas iniciaram a discussão sobre o problema que, posteriormente viria à constituir o OA, em uma das atividades.

Alguns instantes depois, o pesquisador pediu às alunas que visualizassem o gráfico da Atividade que estavam produzindo, conforme apresentamos na Figura 33 abaixo.



**Figura 33 – Gráfico Volume x Altura do cilindro inscrito no cone**

O pesquisador perguntou às alunas por que as extremidades do gráfico apresentavam aspectos diferentes, ou seja, porque na extremidade direita o gráfico decrescia de forma mais “suave”. A *Aluna P* respondeu que isso ocorria porque tinha relação com a fórmula do volume do cilindro:  $V = \pi r^2 h$ . Justificou que o decrescimento mais lento do gráfico se devia ao fato da variável  $r$  – raio do cilindro – estar elevada ao quadrado na fórmula do volume. Assim, quanto maior for a altura do cilindro, menor é o seu raio. Então, quando o raio do cilindro pertencer ao intervalo  $(0, 1)$  a potência presente na fórmula diminui ainda mais o valor do raio.

O pesquisador também suscitou outro tópico para a discussão e reflexão das alunas do Grupo 2, sobre as atividades que elas estavam desenvolvendo para constituir o OA. O questionamento feito foi em relação à existência ou não de derivada nas extremidades do gráfico apresentado na Figura 34. Como as alunas não tinham certeza sobre a resposta ao questionamento feito, o pesquisador sugeriu às alunas que consultassem o livro sobre a derivada nos extremos de um intervalo.

De acordo com Anton, Bivens e Davis (2007, p.185), “se uma função  $f$  está definida em um intervalo fechado  $[a, b]$ , mas não fora dele, então  $f'$  não está definida nos extremos

desse intervalo porque as derivadas são limites bilaterais”. Dessa forma, os autores definem a “derivada pela esquerda” da Função pela expressão:

$$f'_-(x) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

e a “derivada pela direita” da Função pela expressão:

$$f'_+(x) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

A partir desta definição e após a discussão em grupo, as alunas refletiram e elaboraram a seguinte questão para a Atividade 2 do OA: “Porque as extremidades do gráfico tocam o eixo x? Existe derivada nesses pontos?”.

No Grupo 1, as alunas observaram as duas definições sobre ponto de inflexão do livro de CDI que havíamos discutido nos encontros anteriores. Observaram também a definição dada pelos autores do livro sobre a concavidade de Funções: “Se  $f$  for diferenciável em um intervalo aberto  $I$ , então  $f$  é classificada como sendo **côncava para cima** se  $f'$  for crescente em  $I$ , e **côncava para baixo** se  $f'$  for decrescente em  $I$ .” (ANTON, BIVENS, DAVIS, 2007, p. 270).

As alunas utilizaram esta definição de concavidade de Funções e as definições de Ponto de Inflexão para verificar em que tipo de Funções o autor analisava a existência de Pontos de Inflexão. Os autores supracitados analisaram a existência ou não de pontos de inflexão apenas em Funções que fossem diferenciáveis em todo o intervalo considerado.

O pesquisador buscou sobre o conceito de Ponto de Inflexão, apresentado por outros autores (SWOKOWSKI, 1994; THOMAS, 2002; SIMMONS, 1987) e apresentou às alunas para que pudessem discutir e comparar com as definições do livro de CDI que estavam utilizando (ANTON, BIVENS, DAVIS, 2007).

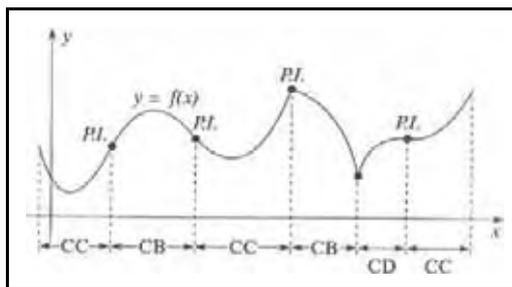
Swokowski (1994, p.245) considera como Ponto de Inflexão a “cada ponto do gráfico de  $f$  onde a concavidade muda” e apresenta a seguinte definição:

Um ponto  $(c, f(c))$  do gráfico de  $f$  é um **ponto de inflexão** se são verificadas as duas condições:

(i)  $f$  é contínua em  $c$ .

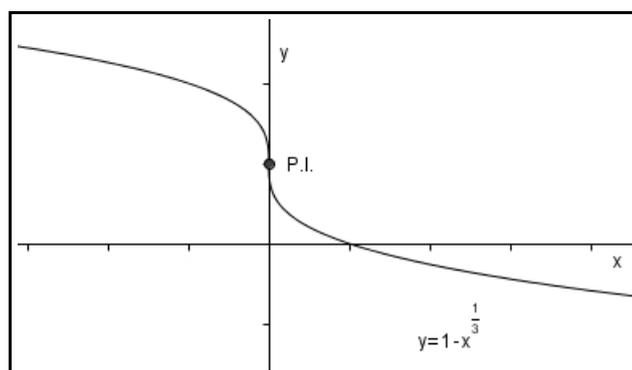
(ii) Existe um intervalo aberto  $(a, b)$  contendo  $c$  tal que o gráfico é côncavo para cima em  $(a, c)$  e côncavo para baixo em  $(c, b)$ , ou vice-versa. (p.246)

O autor referido acima complementa a definição apresentando o gráfico da Figura 34, na qual apresenta os Pontos de Inflexão típicos no gráfico de uma Função. Ressalta ainda que um “bico”, ou ponto de reversão, pode ou não ser um Ponto de Inflexão.



**Figura 34 – Gráfico de uma Função com seus Pontos de Inflexão em destaque (SWOKOWSKI, 1994)**

De acordo com Swokowski (1994), para determinar os Pontos de Inflexão no gráfico de uma Função é necessário que inicialmente se encontre os zeros de  $f''$  e os números para os quais  $f''$  não existe. Logo após, faz-se o teste com cada um dos números encontrados para verificar se é um Ponto de Inflexão. O autor ainda apresenta um exemplo de Ponto de Inflexão no gráfico de uma Função, cuja derivada segunda  $f''$  não existe – pois a derivada primeira também não existe devido à tangente ao ponto ser vertical –, conforme apresentamos na Figura 35 abaixo.



**Figura 35 – Ponto de Inflexão de uma Função cuja  $f''$  não existe em  $x = 0$  (SWOKOWSKI, 1994)**

Para Simmons (1987, p.157) e Thomas (2002, p.256), o Ponto de Inflexão pode ocorrer em um ponto em que a  $f''$  não existe. Os autores afirmam que a curva  $y = x^{1/3}$  possui Ponto de Inflexão em  $x = 0$ , mas que a  $f''$  não existe neste ponto.

Inicialmente tanto as alunas do Grupo 1 quanto o pesquisador utilizaram o livro de CDI (ANTON, 2000) que analisava a existência de Pontos de Inflexão somente quando a função fosse diferenciável no ponto considerado. As atividades elaboradas pelas alunas se pautaram na definição deste autor, mas ressaltamos que a discussão sobre as definições e diferentes abordagens apresentadas por outros autores, possibilitou as reflexões das alunas a respeito do conceito de Ponto de Inflexão e também sobre as atividades que planejaram para constituir o OA.

De acordo com o relato das *Alunas A e R*, na entrevista após o Curso, discutir com outras pessoas sobre a definição de Ponto de Inflexão, observando a perspectiva de diferentes autores de livros de CDI (SWOKOWSKI, 1994; THOMAS, 2002; SIMMONS, 1987), foi uma atividade interessante para que elas pudessem re-significar este conceito do CDI.

Posteriormente, após conhecer a abordagem de outros livros de CDI, o pesquisador sugeriu às alunas que refletissem sobre as definições e depurassem as atividades que haviam elaborado para o OA. As alunas propuseram questões diferentes para uma das Atividades, cujo gráfico de enchimento do frasco possuía um ponto no qual a Derivada Primeira não estava definida.

No livro de CDI (ANTON, 2000) utilizado pelas alunas, o autor apresentava uma abordagem na qual analisava a existência de Pontos de Inflexão apenas em pontos nos quais a Função era diferenciável no intervalo estudado. A partir das discussões entre o pesquisador e as alunas, resolvemos adotar a abordagem deste livro, visto que as alunas tinham mais familiaridade com a linguagem utilizada pelo referido autor. Para complementar o OA as alunas inseriram uma breve mensagem na Tela de Entrada, ressaltando a seguinte informação: “Nas Atividades analisaremos Pontos de Inflexão em funções que sejam diferenciáveis em todo o intervalo”.

Dessa forma, a partir das definições de Ponto de Inflexão apresentadas por Anton (2000), as alunas do Grupo 1 elaboraram as questões para as Atividades do OA “Enchendo Recipientes”:

*Questões da Página Principal do OA:*

- O que o personagem 2 quis dizer com “Taxa de Variação”? Qual das duas definições apresentadas pelos personagens está completa, de acordo com o seu conhecimento sobre Pontos de Inflexão?
- O que acontece com a derivada num Ponto de Inflexão?

A seguir apresentamos as questões relacionadas a cada Atividade elaborada pelas alunas do Grupo 1:

*Questões da Atividade 1:*

- Quando o líquido está na parte mais estreita do frasco, o gráfico determina um Ponto de Inflexão? Justifique.

- Verifique se a Função  $f(x) = (2x + 1)^3$  possui Ponto(s) Críticos. Explique quais desses são e quais não são Pontos de Inflexão.

*Questões da Atividade 2:*

- Segundo a definição dada pelo personagem 1, o gráfico obtido contém Ponto de Inflexão?
- E segundo a definição dada pelo personagem 2? Compare as respostas dadas nas duas questões.

*Questões da Atividade 3:*

- Quando o líquido está na parte mais larga do frasco, o gráfico determina um Ponto de Inflexão ou um “bico”? Justifique.
- Ao terminar as atividades, compare os gráficos gerados pelos recipientes 3 e 6.

*Questões da Atividade 4:*

- Esse recipiente 4 é parecido com o recipiente 3, com a diferença de um cilindro separando as duas bases de cone. No gráfico gerado, existe Ponto(s) de Inflexão? Explique.
- Verifique se a Função  $f(x) = x^2 - 5x + 6$  possui Ponto(s) de Inflexão.

*Questões da Atividade 5:*

- No gráfico gerado pelo enchimento deste recipiente, existe Ponto de Inflexão? Quantos? Explique.
- Verifique se a Função  $f(x) = 3x^4 - 4x^3$  possui Ponto(s) de Inflexão.

*Questões da Atividade 6:*

- Quando o líquido está na parte central do frasco, o gráfico determina um Ponto de Inflexão? Faça a comparação dos gráficos dos recipientes 3 e 6.
- Verifique se a Função  $f(x) = x^2 - 3x + 8$  possui Ponto(s) de Inflexão.

Apresentamos abaixo o esboço realizado pelas alunas da Tela de *Menu* de Atividades – Figura 36 –, e as questões que aparecem nesta tela:



Figura 36 – Esboço da Tela de Menu do Objeto de Aprendizagem Enchendo Recipientes

Na Figura 37 apresentamos o esboço dos gráficos de enchimento de cada um dos frascos das Atividades elaboradas pelas alunas, para a análise da existência ou não de Pontos de Inflexão:

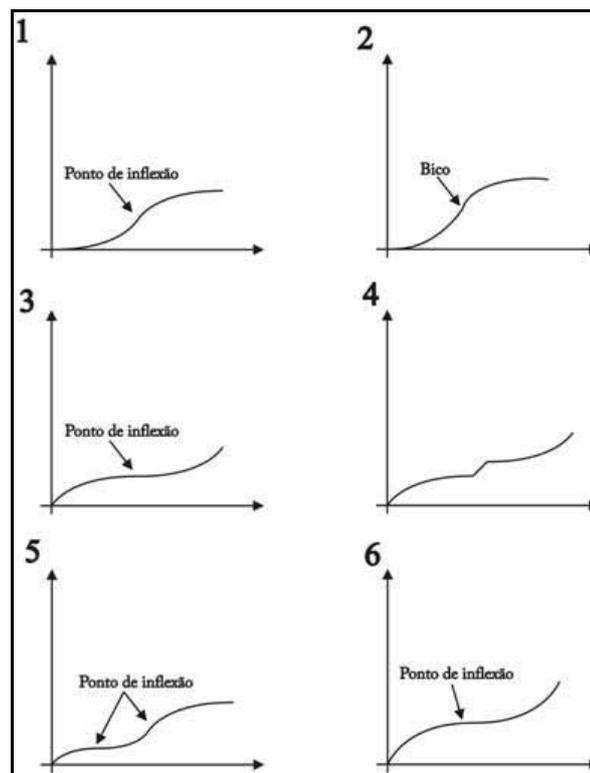


Figura 37 – Esboço dos Gráficos de enchimento dos frascos das Atividades do OA “Enchendo Recipientes”

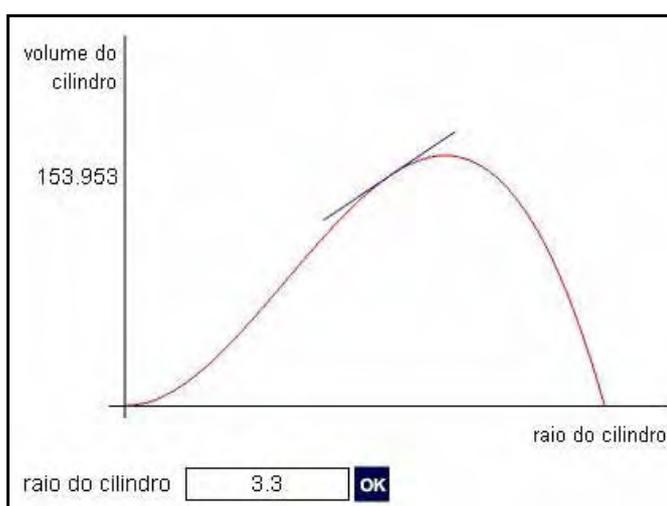
As alunas do Grupo 2 definiram no décimo encontro do Curso de Extensão a posição dos botões nas Telas do OA e o título do OA: “Máximos e Mínimos de Funções”. As alunas definiram que haveria dois botões na Tela de Entrada: um botão com a função de abrir uma

caixa de texto com os Créditos do OA, e outro botão que ao ser clicado executa a segunda tela do OA – a Tela de Menu de Atividades.

Na Tela de Entrada, as alunas decidiram colocar uma animação relacionada às Atividades que haviam desenvolvido. Elas decidiram colocar a animação na Tela de Entrada após visualizar a animação da Tela de Entrada do OA “Física dos Balanços”<sup>50</sup>. As alunas revisaram o *Design* Pedagógico, buscando aprimorar os esboços de tela que haviam desenhado, após visualizar os esboços de tela do outro grupo.

A *Aluna P* novamente lembrou o pesquisador que gostaria que na Primeira Atividade do OA, ao ser digitado um valor para o Raio do Cilindro, aparecesse o respectivo valor do Volume do Cilindro no eixo  $y$  do Plano Cartesiano do gráfico “Volume do Cilindro x Raio do Cilindro”. Outro recurso que a *Aluna P* indicou foi a possibilidade de visualização de uma parte da reta tangente ao gráfico “Volume do Cilindro x Raio do Cilindro”, no ponto indicado pelo usuário. Na Figura 38 abaixo podemos observar no gráfico a presença destes dois recursos indicados pela aluna.

Ressaltamos que esses recursos não foram descritos em detalhes pelas alunas no *Design* Pedagógico do OA, mas informados ao pesquisador durante os encontros. De acordo com relato das alunas, elas sentiram dificuldade em esboçar o gráfico “Volume do Cilindro x Raio do Cilindro” no *Design* Pedagógico do OA. Este fator poderia ser um complicador na construção do OA se a equipe responsável pela descrição das telas não tivesse contato com a equipe responsável pela implementação das atividades no computador.



**Figura 38 – Gráfico “Volume do Cilindro x Raio do Cilindro” apresentando o valor do Raio e a Reta Tangente a este ponto**

<sup>50</sup> Este OA está disponível no endereço <<http://www.edineireis.com.br>>. Acesso em 20 dez. 2010.

*Questões da Atividade 1:*

- Encontre a função que relaciona o volume e o raio do cilindro;
- Encontre o raio e a altura desse cilindro, de forma que seu volume seja máximo.

Compare com os valores do gráfico para ver se a sua resposta está correta;

- Analise o gráfico. Explique a diferença do comportamento do gráfico na extremidade direita e esquerda.
- Qual a razão entre o volume do cilindro e o volume do cone?

*Questões da Atividade 2:*

▪ Agora, olhando os dados do gráfico encontre o raio e a altura desse cilindro de forma que o volume seja máximo.

- Porque as extremidades do gráfico tocam o eixo  $x$  ? Existe derivada nesses pontos?

Justifique.

- Qual a razão entre o volume do cilindro e o volume do cone?

*Questões da Atividade 3:*

- Quais as dimensões do retângulo de forma que esse tenha maior área possível?
- Analise o gráfico. Por que ele tem esse comportamento?
- Qual a razão entre a área do retângulo e a área do triângulo?

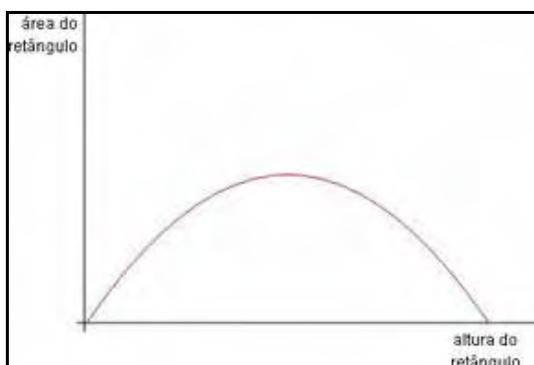
As duas questões gerais propostas pelas alunas do Grupo 2, que buscam relacionar as atividades propostas, são apresentadas a seguir:

▪ Agora que você já sabe que a razão do volume do cilindro pelo volume do cone é  $\frac{4}{9}$ , encontre uma fórmula geral, a fim de encontrar a razão entre o volume de um cone de raio  $r$  e altura  $h$  e um cilindro de raio  $R$  e altura  $H$ .

▪ Há alguma relação entre a fórmula encontrada na questão anterior e a fórmula encontrada na Questão 3 da Atividade 3.

As alunas do Grupo 2 ainda discutiram sobre o formato do gráfico da Atividade 3 do OA – “Máximos e Mínimos de Funções”. Inicialmente as *Aluna T* e *P* estavam em dúvida em relação ao formato do gráfico do “Retângulo de área máxima que poderia ser inscrito num triângulo isósceles”, discutindo se ele seria semelhante ou não ao gráfico da Atividade 1: “Volume do Cilindro x Raio do Cilindro”. Na Atividade 3 as alunas colocaram o problema em que pediam para calcular o retângulo de área máxima que poderia ser inscrito num triângulo isósceles.

A partir da fórmula de cálculo da Área do Retângulo –  $A = b.h$  – a Aluna T concluiu que o gráfico da atividade seria semelhante ao gráfico que apresentamos abaixo na Figura 39:



**Figura 39 – Gráfico “Área do Retângulo x Altura do Retângulo” da Atividade 3 do OA “Máximos e Mínimos de Funções”**

Ao refletirem sobre os problemas de Máximos e Mínimos de Funções do livro de CDI (ANTON, 2000), utilizados para planejar as Atividades do OA “Máximos e Mínimos de Funções”, as alunas do Grupo 2 puderam relembrar os conceitos sobre este tema que já havia sido estudado por elas na disciplina de CDI no Curso de Graduação em Matemática.

### **Considerações sobre a Planificação dos Objetos de Aprendizagem**

Na planificação das atividades sobre os dois temas de CDI escolhidos pelas alunas destacamos uma característica importante do processo de construção de OA durante uma Atividade de *Design*. O delineamento das atividades relacionadas aos temas escolhidos pelas alunas representa uma tarefa de *design* em que as alunas tiveram inicialmente que definir os objetivos destas atividades de acordo com os interesses pessoais de seu Grupo. Nesse sentido, Valente e Canhette (1993) afirmam que uma tarefa de *design* é passível de discussão, sendo seu objetivo obter uma solução que satisfaz uma série de limitações e interesses pessoais dos indivíduos responsáveis pela execução da tarefa.

Durante a planificação, o delineamento das atividades realizado pelas alunas apresentou várias características próprias de uma Atividade de *Design*. Indicamos inicialmente algumas diferenças entre a resolução de um problema em um paradigma instrucionista de ensino e aprendizagem e a resolução de um problema por meio do *design*, de acordo com a concepção de Valente e Canhette (1993). Seguindo a perspectiva desses autores, ressaltamos que o objetivo do nosso Curso que foi apresentado e discutido com as alunas nos primeiros encontros, não era bem definido *a priori*. Ao dividirmos as alunas em dois grupos

de trabalho, indicamos que cada grupo deveria planejar a construção de um OA sobre algum tema relacionado ao CDI. Após escolher os temas, as alunas iniciaram o planejamento das atividades, registrando suas ideias no *Design Pedagógico*.

De acordo com Valente e Canhette (1993) a definição do problema que está sendo estudado faz parte da solução da Atividade de *Design*. Os autores ainda ressaltam que, pelo problema ser, a priori, mal definido, é passível de discussão e a solução que é apresentada ao final é fruto das discussões e reflexões dos sujeitos envolvidos nesta tarefa, satisfazendo uma série de fatores e de interesses pessoais.

Para Maltempí (2000) o aluno ao criar um artefato, no nosso caso um OA, tem maiores chances de refletir sobre os conceitos envolvidos na tarefa, seja este conceito de caráter estético – esboços de tela e funcionamento dos elementos na tela –, ou mesmo de caráter conceitual – relacionado aos conteúdos matemáticos que são utilizados pelas alunas ao planejar o OA.

Enquanto planejavam as atividades dos OA, as alunas discutiam sobre problemas de CDI, revisando conceitos que haviam estudado quando cursaram esta disciplina no Curso de Graduação. Além disso, ressaltamos que a discussão, reflexão, registro e depuração das ideias ocorreram durante a etapa de delineamento das atividades do OA, tanto em relação aos conteúdos matemáticos do CDI, quanto em relação aos elementos presentes na tela dos OA.

Ressaltamos que este processo de discutir, refletir, registrar e depurar as ideias relacionadas ao planejamento dos problemas constituintes dos OA ocorreu durante todo o processo de delineamento destas atividades. Esse processo foi denominado por Valente (2002) como a Espiral de Aprendizagem que ocorre em um ambiente Construcionista de aprendizagem. De acordo com o autor, não é necessário que o aluno possua um entendimento apurado sobre o problema escolhido ou sobre o computador. A partir da descrição de uma solução inicial para o problema, os alunos podem discutir com os colegas ou com o professor, visando depurar a solução, buscando aprimorar a ideia e apresentar uma nova solução para a atividade que está realizando.

Segundo Valente (2002) este processo ocorre indefinidamente até que uma solução que satisfaça os interesses do aluno ou grupo de alunos seja apresentada. Durante a planificação das atividades constituintes dos OA, as alunas buscaram discutir e apresentar uma solução que satisfizesse todos os integrantes do Grupo.

Uma dificuldade que precisa ser contornada ao realizar uma Atividade de *Design* na qual as alunas planejam um artefato, no nosso caso um OA, está na fase de depuração das ideias geradas por estas alunas. Corroborando o autor supracitado, as ferramentas de autoria

de aplicativos multimídia apresentam desvantagens em relação à depuração da informação devido ao fato de que as alunas não necessitam descrever toda a solução do problema. No nosso caso, utilizamos o *Design Pedagógico* com questões norteadoras para o planejamento dos OA, mas de forma que não limita o processo de criação das alunas, que tem liberdade para discutir e registrar ideias que consideram importantes na atividade que estão planejando.

#### 4.2.3. Implementação dos OA no *software Adobe Flash*

Nesta pesquisa, o processo de implementação foi executado pelo pesquisador que, conforme explicitamos na Introdução desta Dissertação, já possuía experiência na utilização do *software* Adobe Flash e da Linguagem de Programação *ActionScript*. Ressaltamos que este *software* representa uma das possibilidades dentre várias outras que podem ser utilizadas para a implementação de OA, pois outras Linguagens de Programação e outros *software* também podem ser utilizados.

O processo de implementação dos OA, nem sempre ocorre concomitantemente com o desenvolvimento do *Design Pedagógico*, da forma como ocorreu nesta pesquisa. Um exemplo de projeto no qual a implementação dos OA ocorreu em momento posterior à criação do *Design Pedagógico* foi o Projeto do LabVirt<sup>51</sup> da USP. Neste Projeto os módulos educacionais eram elaborados por alunos e professores de escolas públicas, do Ensino Médio e, posteriormente, eram enviados para a equipe de especialistas da Universidade, que ficavam responsáveis pela revisão e implementação dos módulos educacionais em um *software* de autoria e/ou Linguagem de Programação.

Durante o Curso de Extensão, o pesquisador apresentou os primeiros protótipos dos OA, que foram planejados pelas alunas, visando discutir com elas e obter *feedback* sobre aspectos que haviam sido cumpridos com êxito e aspectos que não atendiam suas expectativas em relação às atividades que elaboraram.

No OA “Enchendo Recipientes”, o pesquisador utilizou como tela de entrada a própria imagem desenvolvida pela *Aluna A*, conforme apresentamos na Figura 32, neste Capítulo, na Seção 4.2.2. Apresentamos na Figura 40 as seis atividades planejadas pelas alunas e implementadas pelo pesquisador no *software Adobe Flash*.

---

<sup>51</sup> O Projeto contou com a participação de 11 escolas públicas, 33 professores e 8000 alunos do ensino médio. Outras informações sobre o Projeto estão disponíveis em <<http://nupic.incubadora.fapesp.br/portal/projetos/fabrica-virtual-e-objetos-de-aprendizagem-1/labvirt-laboratorio-didatico-virtual>>. Acesso em 08 jan. 2010.

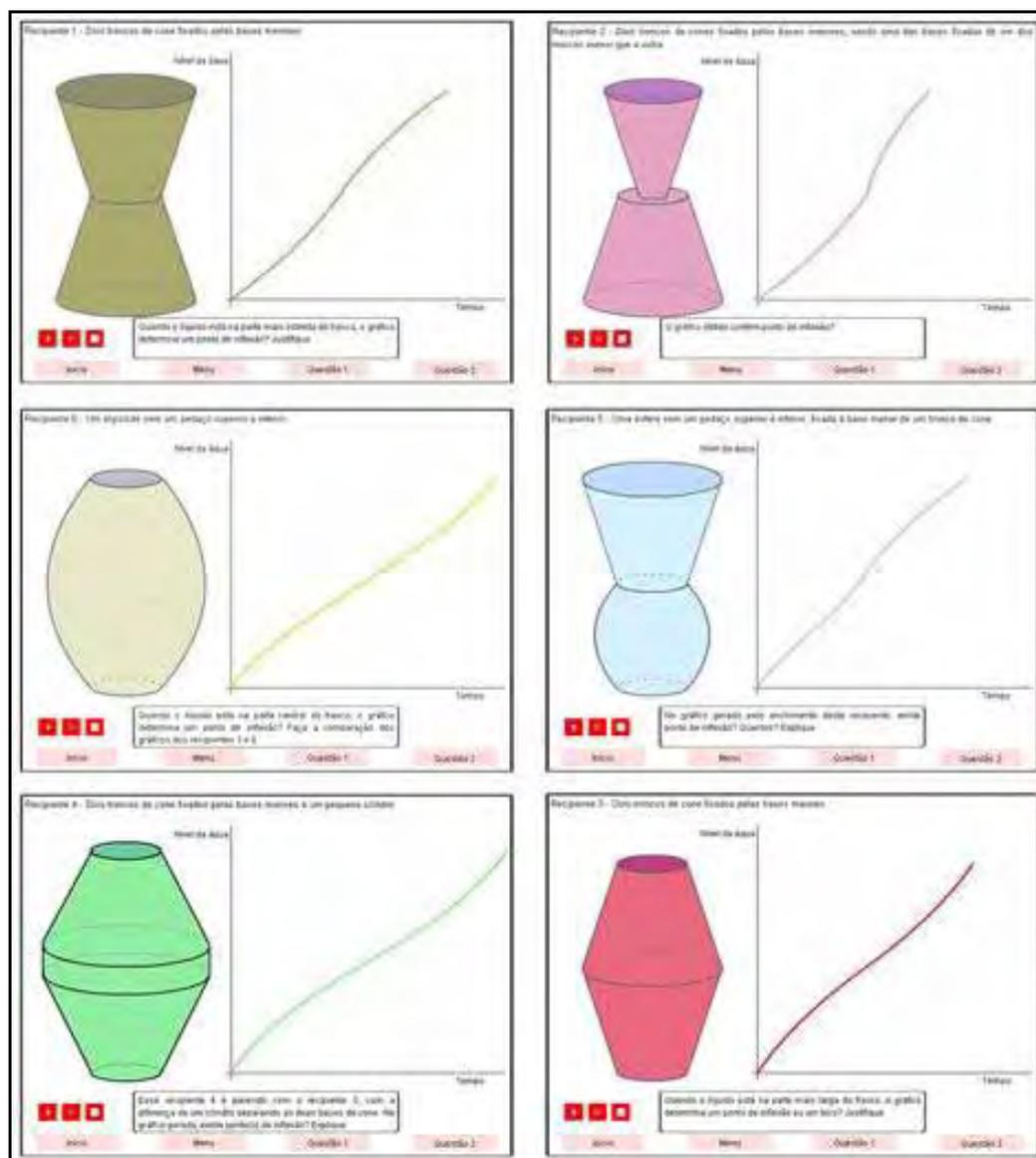


Figura 40 – Telas das seis Atividades constituintes do OA “Enchendo Recipientes”

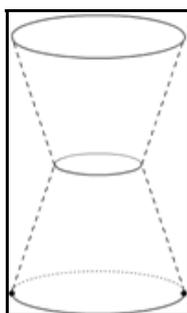
As questões de cada uma destas atividades foram apresentadas na Seção 4.2.2. Ressaltamos que os formatos dos frascos foram definidos pelas alunas do Grupo 1, após visualizar os exemplos apresentados no livro de CDI (ANTON, BIVENS, DAVIS, 2007) e por meio das discussões com o pesquisador nos encontros do Curso de Extensão.

Em relação a estas Atividades, o pesquisador teve inicialmente algumas dificuldades para programá-las no *software Adobe Flash*. A dificuldade inicial foi encontrar uma maneira de encontrar equações que descrevessem exatamente a velocidade de enchimento de cada frasco.

De forma a evitar entrarmos em detalhes técnicos relacionados à programação feita para as Atividades dos OA, recomendamos aos leitores interessados que acessem o CD que

acompanha esta Dissertação ou o site do pesquisador, nos quais disponibilizamos os arquivos dos OA “Enchendo Recipientes” e “Máximos e Mínimos de Funções”<sup>52</sup>.

Para executar o enchimento de líquido de cada frasco, o pesquisador utilizou dois pontos auxiliares – posicionados na base do recipiente –, de forma que esses pontos percorreriam a borda do frasco que era determinada por uma equação. Na Figura 41 apresentamos um esboço do frasco da Atividade 1, com os dois pontos localizados na base deste frasco e o caminho pontilhado percorrido por cada ponto.



**Figura 41 – Esboço utilizado para a implementação da Atividade 1 do OA “Enchendo Recipientes”**

O gráfico de enchimento de cada frasco deste OA foi construído utilizando a simulação de enchimento dos frascos, gerando o gráfico “Nível da Água x Tempo”.

O OA “Máximos e Mínimos de Funções” possui três atividades: na primeira delas o gráfico “Volume do Cilindro x Raio do Cilindro” –  $V \times R$  – aparece assim que o usuário visualiza a tela da atividade. Nele o usuário insere com valores para o raio do cilindro e, automaticamente a altura do cilindro se ajusta, para que continue inscrito ao cone. Nas atividades 2 e 3, o gráfico é gerado a partir da animação, ao ser iniciada pelo usuário.

A Atividade 2 também consiste em um cilindro inscrito em um cone. Nesta atividade, o usuário ativa a animação do cilindro, inscrito no cone, de forma que o raio diminui enquanto a altura aumenta, gerando ao lado da animação o gráfico “Volume do Cilindro x Altura do Cilindro” –  $V \times H$ .

A Atividade 3 possui um retângulo inscrito em um triângulo isósceles. A animação gerada é semelhante à animação da atividade 2. Na Figuras 42, 43 e 44 abaixo, apresentamos as telas das 3 atividades desse OA:

<sup>52</sup> Disponível em <<http://www.edineireis.com.br>>. Acesso em 20 dez. 2010.

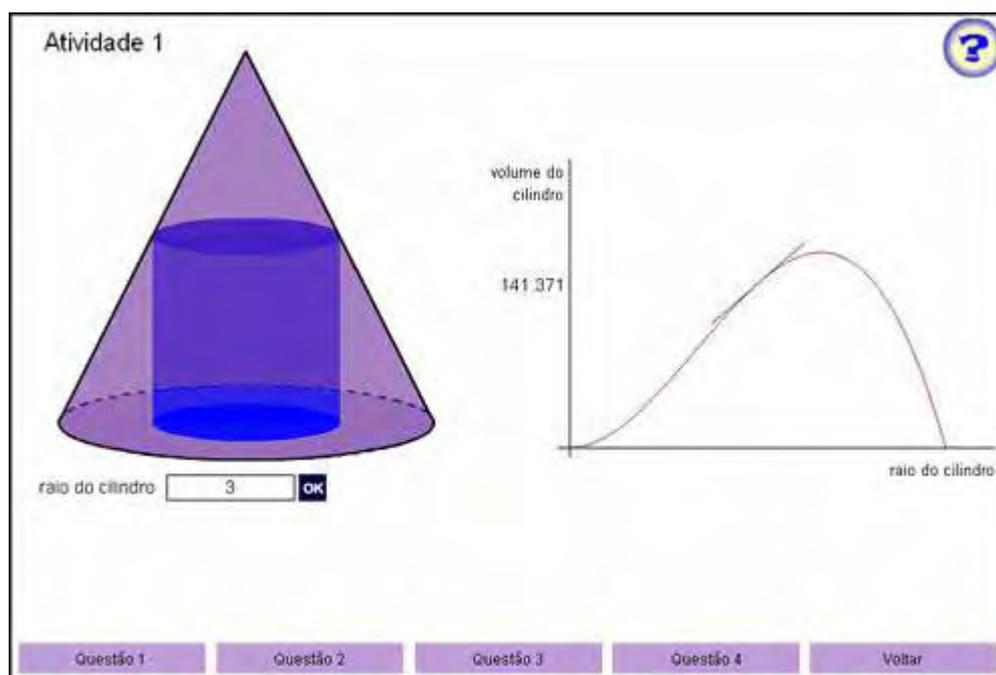


Figura 42 – Atividade 1 do Objeto de Aprendizagem “Máximos e Mínimos de Funções”

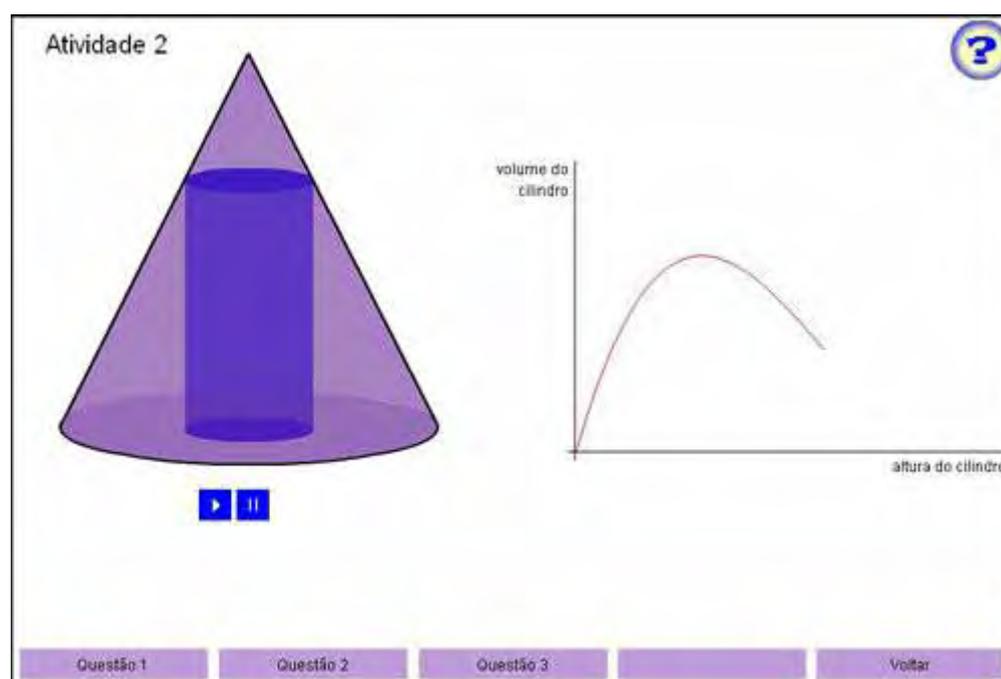
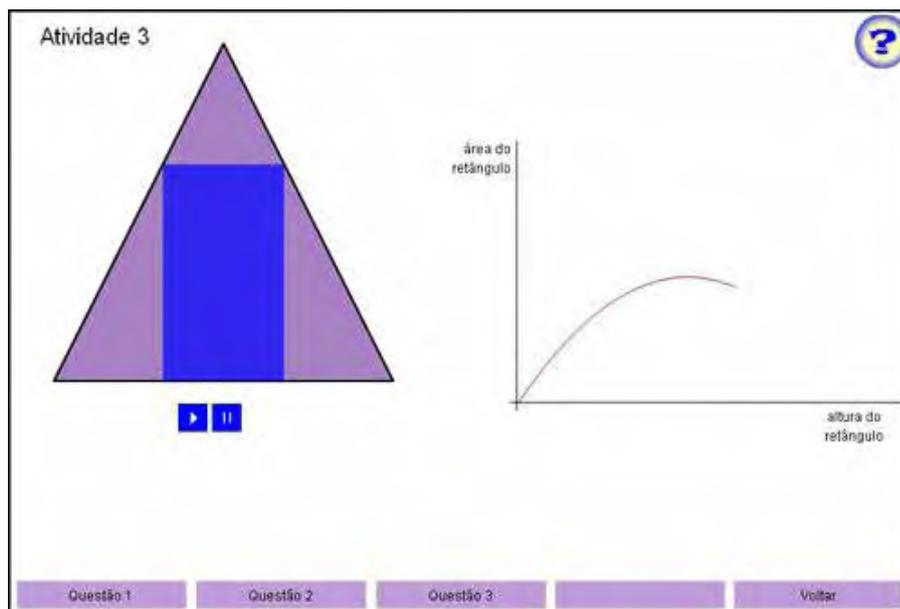


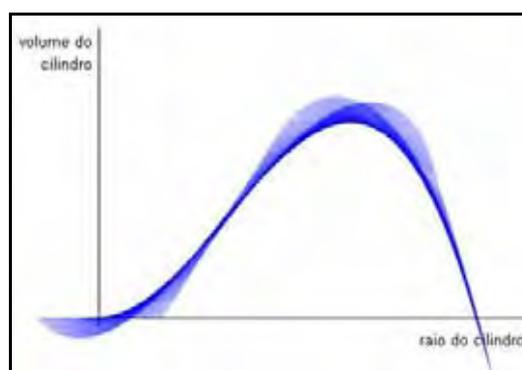
Figura 43 – Atividade 2 do Objeto de Aprendizagem “Máximos e Mínimos de Funções”



**Figura 44 – Atividade 3 do Objeto de Aprendizagem “Máximos e Mínimos de Funções”**

Na implementação deste OA no *software Adobe Flash*, a principal dificuldade encontrada foi traçar a tangente ao gráfico, dado um ponto definido pelo usuário, na Atividade 1. Ao digitar um valor para o raio do cilindro, a altura do cilindro devia se ajustar para que o cilindro continuasse inscrito ao cone.

Na Atividade 1, o usuário escolhe um valor para o raio do cilindro, ou seja, um ponto no gráfico que é definido no eixo x pelo valor do raio e no eixo y pelo valor do volume do cilindro. Como precisaríamos de pelo menos dois pontos para traçar a tangente ao gráfico em qualquer ponto definido pelo usuário, uma solução que encontramos foi traçar todas as tangentes ao gráfico da Atividade, mantendo-as “invisíveis” na tela, exibindo apenas a tangente ao ponto dado quando o usuário escolhesse o valor do raio do cilindro. Na Figura 45 apresentamos o gráfico “Volume do Cilindro x Raio do Cilindro”, com as tangentes aos pontos do gráfico.



**Figura 45 – Tangentes ao gráfico “Volume do Cilindro x Raio do Cilindro”**

Dessa forma, quando o usuário escolhe um valor para o raio do Cilindro e apenas a tangente ao ponto escolhido por ele é apresentada na tela, conforme apresentamos na tela da atividade 1 – Figura 42.

Para facilitar a atualização dos textos das atividades dos dois OA, eles foram armazenados em arquivos do tipo XML, que são arquivos com estrutura em formato de marcações – *tags* –, sendo que os textos são colocados entre estas marcações. Aos interessados em aprender a alterar os textos das atividades do OA, indicamos a leitura do Tutorial apresentado no Apêndice C desta Dissertação.

### **Considerações sobre a Implementação dos Objetos de Aprendizagem**

No planejamento do Curso de Extensão, optamos por desenvolver as atividades com alunos de Licenciatura em Matemática, construindo OA a partir dos temas de interesse dos participantes do Curso. Podíamos ter desenvolvido um curso para alunos de Licenciatura em Matemática juntamente com alunos de Ciências da Computação, que seriam responsáveis pela programação dos OA em algum *software* de autoria.

Devido ao curto período para a realização do Curso de Extensão, por causa da limitação de tempo para a conclusão de nossa pesquisa, definimos que os OA planejados pelos participantes do curso seriam programados pelo próprio pesquisador, que possuía experiências anteriores na programação de OA.

Ressaltamos que a possibilidade de realizar a programação dos OA com alunos de áreas relacionadas à Computação, durante a pesquisa, poderia se constituir também em um rico ambiente para o aprendizagem. A tarefa de programar um OA exige que o programador resolva problemas constantemente, buscando sempre a melhor forma de implementar a atividade que foi planejada.

Como pudemos observar nesta seção, o pesquisador teve dificuldades na implementação de alguns recursos dos OA. Essas dificuldades ocasionaram um atraso na conclusão dos OA, que foram finalizados algumas semanas após a realização do último encontro do curso, sendo que os OA foram enviados às alunas por *e-mail* para que pudessem visualizar o resultado da construção.

Outro ponto importante a ser considerado durante a implementação dos OA foi o *feedback* recebido das alunas sobre os protótipos apresentados pelo pesquisador. As discussões que ocorreram durante os encontros foram importantes tanto para que as alunas

pudessem compreender melhor as atividades que realizaram e os conteúdos de CDI, como para o pesquisador compreender os detalhes das atividades que não estavam descritos claramente no *Design Pedagógico*. Concomitantemente ao processo de implementação dos OA pelo pesquisador, nos encontros finais do Curso de Extensão, realizamos a etapa final do processo de construção dos OA, que foi o desenvolvimento do *Design* de Aula pelos dois grupos. O desenvolvimento do *Design* de Aula é discutido na próxima seção.

#### 4.2.4. Elaboração do *Design* de Aula dos Objetos de Aprendizagem

Com o objetivo de organizar a Aplicação dos OA produzidos no Curso de Extensão, realizamos durante os encontros do Curso atividades referentes à discussão sobre a utilização da Informática na Educação Matemática, bem como o desenvolvimento do *Design* de Aula referente às atividades elaboradas pelas participantes do Curso.

Em um dos encontros do Curso organizamos uma discussão sobre o artigo “Implicações para a prática docente”<sup>53</sup>, que trata sobre a utilização das TIC em sala de aula. As alunas entregaram uma resenha sobre o texto da discussão. As *Alunas L, R e T* ficaram responsáveis por mediar a discussão do artigo, suscitando questões a serem debatidas.

O objetivo da discussão sobre este artigo visava que as alunas refletissem sobre a utilização do computador em sala de aula e, sobre as possibilidades de se trabalhar com o computador para a aprendizagem de conceitos de Matemática.

O pesquisador também apresentou o site da Licença *Creative Commons*<sup>54</sup> (CC), responsável por disponibilizar licenças de autoria gratuitamente para diversos tipos de materiais, em particular, voltados para a área educacional. Os dois OA construídos durante a pesquisa foram registrados com esta licença e podem futuramente ser modificados ou reutilizados de forma diferente da que foi planejada pelas alunas no Curso.

O pesquisador fez observações sobre as atividades das alunas do Grupo 2, questionando se já haviam feito os cálculos relacionados às atividades descritas no *Design Pedagógico*. Segundo a *Aluna P*, elas já haviam feito os cálculos da primeira atividade e conferido com a solução apresentada pelo livro de CDI. O pesquisador sugeriu que utilizassem o editor de LaTeX do site *Somatemática*, utilizado em aulas anteriores, para inserir as fórmulas matemáticas no *Design* de Aula.

---

<sup>53</sup> BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. Implicações para a prática docente. Informática e Educação Matemática. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

<sup>54</sup> Creative Commons Brasil. Disponível em <<http://www.creativecommons.org.br>>. Acesso em 20 jan. 2010.

As alunas tinham pouca experiência na elaboração e aplicação de atividades em sala de aula e, por esta razão, tiveram dificuldade para desenvolver alguns tópicos norteadores do *Design* de Aula. Com a orientação do pesquisador, algumas dúvidas que surgiram foram discutidas durante os últimos encontros do Curso de Extensão, finalizando as atividades que foram previstas.

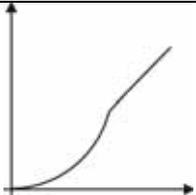
Ressaltamos que as alunas, ao desenvolverem o *Design* de Aula para a aplicação das atividades em sala de aula, refletiram sobre a forma como abordariam os conceitos matemáticos dos OA em uma turma de CDI.

A descrição detalhada das atividades do OA no *Design* de Aula foi importante para as alunas, pois elas puderam discutir novamente alguns aspectos relacionados ao CDI que não haviam discutido em encontros anteriores e, puderam ainda, discutir sobre problemas relacionados às atividades que não constam no OA planejado por elas.

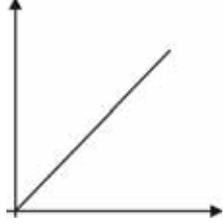
No *Design* de aula sobre o OA – “Enchendo Recipientes” –, as *Alunas A* e *R* incluíram algumas atividades complementares sobre o tema do OA: a análise de gráficos de enchimento de recipientes com água, visando confirmar a existência ou não de Pontos de Inflexão nestes gráficos.

A primeira atividade complementar planejada pelas alunas do Grupo 1 foi um problema no qual são apresentados alguns recipientes de variados formatos, sendo que o aluno precisa, neste caso, esboçar os gráficos do nível de enchimento de água desses recipientes em relação ao tempo e analisar a existência ou não de Pontos de Inflexão nestes gráficos. Na Tabela 2 exibimos dois dos recipientes e os respectivos gráficos esboçados pelas *Alunas A* e *R* no *Design* de Aula<sup>55</sup>:

**Tabela 2 – Recipientes e seus respectivos gráficos de enchimento (Gráficos do nível de água do recipiente em relação ao tempo) – Retirado do *Design* de Aula do OA “Enchendo Recipientes”**

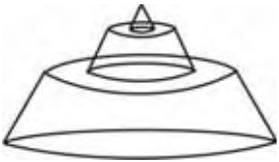
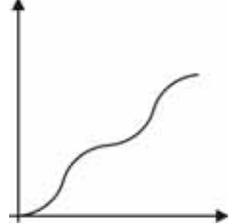
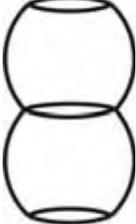
a)		Seu gráfico:	
----	---	--------------	---

<sup>55</sup> A íntegra do *Design* de Aula do OA “Enchendo Recipientes” se encontra no Anexo C desta Dissertação.

b)		Seu gráfico:	
----	---	--------------	---

A segunda atividade complementar planejada pelas alunas do Grupo 1 trata-se de um problema semelhante à primeira atividade, mas ao invés de esboçar o gráfico de enchimento do recipiente e analisar a existência de pontos de inflexão no gráfico, dado o formato do recipiente, o problema proposto consiste em esboçar um formato de recipiente, dado o seu gráfico de enchimento. Na Tabela 3, exibimos dois exemplos, criados e descritos pelas alunas, no *Design de Aula*:

**Tabela 3 – Gráficos de enchimento de água de alguns recipientes e os respectivos esboços dos possíveis formatos para os recipientes – Retirado do *Design de Aula* do OA “Enchendo Recipientes”**

a)		Exemplo de recipiente:	
b)		Exemplo de recipiente:	

Além dessas atividades complementares, as *Alunas A* e *R* indicaram no *Design de Aula* o tempo previsto para a realização das atividades do OA “Enchendo Recipientes”, um período de 2 horas para que os alunos manipulassem o OA em sala de aula com o auxílio do professor. O Grupo 1 sugeriu também como poderia ser a dinâmica do professor ao conduzir as atividades em sala de aula e uma forma de avaliação das atividades realizadas pelos alunos.

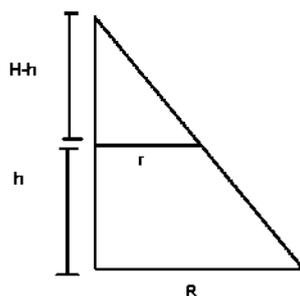
No *Design de aula* sobre o OA “Máximos e Mínimos de Funções”, as *Alunas L, P* e *T* descreveram a resolução dos problemas propostos por elas nas três atividades constituintes do OA. Na Tabela 4 apresentamos a resolução apresentada pelas alunas para a primeira questão da Atividade 2 do OA:

Tabela 4 – Resolução da questão 1 da Atividade 2 do Objeto de Aprendizagem “Máximos e Mínimos de Funções”

**Atividade 2:** Encontre o raio e a altura de um cilindro circular reto com o maior volume, o qual pode ser inscrito em um cone circular reto com  $H$  de altura e  $R$  de raio.

**Questão 1** – Agora, olhando os dados do gráfico encontre o raio e a altura desse cilindro de forma que o volume seja máximo.

**Resolução:**



Da semelhança de triângulos acima, obtemos a seguinte função a fim de eliminar uma das variáveis:

$$\frac{H-h}{r} = \frac{H}{R}$$

$$\frac{H}{R}r = H-h$$

$$\frac{H}{R}r - H = -h$$

$$h = H - \frac{Hr}{R}$$

Então,

$$\text{Volume do cilindro} = \pi r^2 \left( H - \frac{Hr}{R} \right) = H\pi r^2 - \frac{Hr^3\pi}{R}$$

Logo,

$$\frac{dV}{dr} = 2H\pi r - \frac{3\pi r^2 H}{R}$$

Igualando a zero:

$$Hr\pi \left( 2 - \frac{3r}{R} \right) = 0$$

Daí:

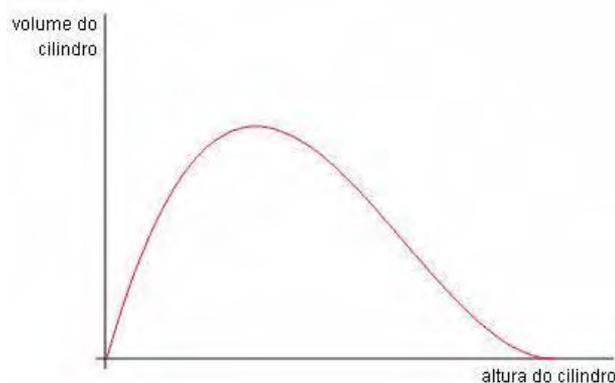
$$r = \frac{2R}{3} \quad \text{e} \quad h = \frac{H}{3}.$$

As alunas do Grupo 2, durante as discussões sobre os conceitos de CDI relacionados ao OA – “Máximos e Mínimos de Funções”, puderam explorar outros conceitos que não eram inicialmente o objetivo do problema que escolheram. A partir do questionamento do pesquisador sobre o comportamento do gráfico, em particular, nas suas extremidades, gerado na Atividade 2 do OA, as alunas consultaram o livro de CDI buscando uma solução. Na Tabela 5, apresentamos o problema, o gráfico gerado na segunda atividade do OA e a solução apresentada pelas alunas:

**Tabela 5 – Resolução da questão 2 da Atividade 2 do Objeto de Aprendizagem “Máximos e Mínimos de Funções”**

**Atividade 2:** *Encontre o raio e a altura de um cilindro circular reto com o maior volume, o qual pode ser inscrito em um cone circular reto com  $H$  de altura e  $R$  de raio.*

**Questão 2** – *Porque as extremidades do gráfico tocam o eixo  $x$ ? Existe derivada nesses pontos? Justifique.*



**Resolução:**

Se uma função  $f$  está definida em um intervalo  $[a, b]$ , mas não fora dele, então  $f'$  não está definida nos extremos desse intervalo porque derivadas são limites bilaterais, para isso, definimos as Derivadas Laterais:

$$\text{Derivada pela esquerda: } f'_{-}(x) = \lim_{h \rightarrow 0^{-}} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\text{Derivada pela direita: } f'_{+}(x) = \lim_{h \rightarrow 0^{+}} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

(Trecho do Design de Aula do Grupo 2)

### **Considerações sobre a elaboração do *Design* de Aula**

A elaboração de um *Design* de Aula visando a aplicação das atividades dos OA em sala de aula, constitui-se em outra característica importante do processo de construção de um OA. Durante as discussões entre as alunas e o pesquisador sobre os problemas e as suas resoluções, desenvolvidos pelas alunas, pudemos observar que elas compreenderam melhor os conceitos de CDI envolvidos nestas atividades.

A descrição detalhada dos problemas escolhidos pelas alunas no *Design* de Aula finaliza o processo de construção dos OA. De acordo com a metodologia de concepção e desenvolvimento de aplicações educacionais (AMANTE e MORGADO, 2001), esta fase de planejamento da aplicação das atividades elaboradas em sala de aula faz parte da fase de avaliação do aplicativo desenvolvido. As autoras também apontam que, em geral, as pessoas envolvidas nestes projetos ressaltam a importância da avaliação do aplicativo educacional construído, aplicando as atividades elaboradas em turmas para as quais o aplicativo foi desenvolvido, mas que nem sempre esta fase de aplicação é concretizada.

Amante e Morgado (2001) destacam que, a partir da avaliação do aplicativo por sujeitos para os quais foi destinado (por meio de Questionários, Entrevistas, Observação na Prática) podemos verificar quais características atenderam os objetivos do Projeto. Dessa forma, para finalizar nossa pesquisa, sugerimos às alunas que aplicassem os OA, construídos durante o Curso de Extensão, com um número reduzido de alunos, visando avaliar as atividades propostas.

Após o Curso de Extensão, buscamos viabilizar a aplicação dos OA com as alunas dos dois Grupos, mas, devido às atividades acadêmicas, relacionadas ao curso de Licenciatura em Matemática, não conseguimos agendar um horário compatível para a sua realização. Portanto, finalizamos o processo de construção de OA com a elaboração dos *Design* de Aula, sobre os temas de CDI escolhidos inicialmente pelas alunas.

Como ressaltamos nesta seção, a elaboração de um plano de aula, visando à aplicação dos OA, possibilitou às alunas a discussão sobre os conceitos de CDI diretamente envolvidos nos problemas, bem como outros conceitos que surgiram a partir da reflexão das alunas e do pesquisador sobre outros conteúdos que poderiam ser abordados com as atividades.

A elaboração de um *Design* de Aula para as atividades dos OA que as próprias alunas criaram, possibilitou a reflexão sobre as dificuldades que poderiam encontrar na

aplicação desses OA em uma sala de aula de CDI, tais como: tempo para a realização das atividades, a quantidade de alunos por computador, a forma como poderiam ser conduzidas as tarefas pelo professor e o modo como os alunos deveriam entregar seus relatórios sobre os problemas propostos.

Portanto, o planejamento da aplicação dos OA em sala de aula, indicando como as atividades podem ser conduzidas pelo professor e realizadas pelos alunos, constituem em outra característica do Processo de Construção de OA durante uma Atividade de *Design*. Corroborando as ideias de Valente e Canhete (1993), a elaboração deste *Design* de Aula constitui-se em uma Atividade de *Design*, visto que não é possível detalhar como uma aula de CDI irá transcorrer, bem como a realização das atividades por parte dos alunos. Portanto, a solução para o problema: “planejar uma aula visando aplicar os OA”, está mais para uma tarefa de *design* do que a resolução de um problema que possa ser descrito em vários passos.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa buscamos compreender as características do processo de construção de Objetos de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral durante uma Atividade de *Design*, pautados em alguns autores que tratam da aprendizagem por meio do *Design* e do ambiente de aprendizagem baseado no paradigma Construcionista. Nosso objetivo foi descrever como ocorre o processo de construção de dois OA sobre temas relacionados ao CDI, escolhidos pelas alunas que, ao discutirem e refletirem sobre os tópicos, ressignificaram os conceitos matemáticos estudados por meio da tarefa de construir um OA.

Conforme explicitamos na Introdução desta Dissertação, as inquietações que suscitaram as discussões iniciais que culminaram neste trabalho foram provenientes das experiências do pesquisador ao longo de sua trajetória acadêmica, construindo e pesquisando sobre os OA, ainda enquanto realizava o curso de Licenciatura em Matemática. Esta experiência do pesquisador, atuando como programador de OA durante a realização do projeto RIVED, foi de suma importância para que pudéssemos propor uma pesquisa desse cunho, visando à construção dos OA, a partir de temas definidos pelas participantes do Curso de Extensão intitulado: “Desenvolvimento de Objetos de Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral e a Formação Inicial de Professores de Matemática”.

Nossa concepção sobre os Objetos de Aprendizagem é compreendida a partir das definições de autores que versam sobre este tema, dos quais destacamos Wiley (2000, 2009). O autor define os OA como sendo “qualquer recurso digital que pode ser reusado para dar suporte à aprendizagem” (WILEY, 2000, p.6). Para o autor, esta definição abarca os atributos importantes relacionados aos OA.

A partir dessas experiências do pesquisador e das conversas com a orientadora deste trabalho, algumas mudanças ocorreram na questão que norteou esta pesquisa até chegarmos à seguinte questão norteadora: “*Quais as características do Processo de Construção de Objetos de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral durante uma Atividade de Design?*”. Portanto, nosso objetivo foi *compreender as características do Processo de Construção de Objetos de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral durante uma Atividade de Design*.

Para alcançarmos o objetivo de nossa pesquisa, oferecemos um Curso de Extensão para alunos de Licenciatura em Matemática, visando à construção de OA sobre temas relacionados ao CDI. A forma como foram conduzidas as atividades do Curso está relacionada à Metodologia dos *Design Experiments* que, segundo Cobb, et al. (2003), uma das características próprias desta metodologia é o aprofundamento da equipe de pesquisa na compreensão do fenômeno sob investigação enquanto a experiência está sendo realizada visando aperfeiçoar as sessões seguintes do Curso. A reflexão realizada pelo pesquisador e pela orientadora desta pesquisa sobre as atividades realizadas na primeira fase do Curso de Extensão foi importante para nortear a sequência das atividades, culminando na segunda fase do curso que denominamos: “Construção de Objetos de Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral”.

No capítulo anterior discorremos sobre essas duas fases constituintes do Curso de Extensão, sendo que o foco de nossa análise foi o segundo momento do Curso. Para discutir sobre a construção dos OA sobre temas relacionados ao CDI, apresentamos o segundo momento do Curso em quatro seções: Concepção do Projeto, Planificação do Projeto, Implementação do Projeto e Elaboração do *Design* de Aula sobre as atividades do OA.

Na Concepção do Projeto do OA destacamos algumas características observadas durante a realização das tarefas pelas alunas que vão ao encontro do nosso objetivo. Destacamos inicialmente a possibilidade dada às alunas de escolherem os temas que consideravam interessante para a elaboração de um OA.

Os autores que tratam sobre a Atividade de *Design* (RESNICK e OCKO, 1991; MALTEMPI, 2005; VALENTE e CANHETTE, 1993; PAPERT, 1985) destacam a

importância da participação do aluno na escolha do tema para o Projeto a ser desenvolvido. Maltempi (2005) destaca que o professor deve atuar como mediador nesta situação, procurando direcionar o aluno para a escolha de um Projeto que possa realmente ser desenvolvido e que também se constitua em um tema desafiador.

Sobre este processo de escolha do tema do Projeto, Papert (1985) destaca que o aluno ao realizar uma atividade que está diretamente ligada ao seu contexto cultural pode se envolver mais em um problema que faça mais sentido para ele, sendo esta a dimensão sintônica cultural do Projeto.

Outra característica importante apontada pelos autores e que observamos no processo de construção dos OA foi a delimitação do problema escolhido pelos dois grupos: Pontos de Inflexão e Máximos e Mínimos de Funções. Para Valente e Canhette (1993) a definição do problema e de seus objetivos faz parte do que eles denominam de Atividade de *Design*.

Após delimitar o tema dos projetos, as alunas buscaram descrever em detalhes as atividades constituintes dos OA, a partir das discussões e reflexões realizadas durante os encontros do Curso. Durante a de planificação das atividades dos OA, as alunas desenvolveram o *Design Pedagógico*, um documento no qual são registradas as ideias sobre as atividades constituintes do OA, que foram depuradas durante os encontros realizados no Curso, buscando o aperfeiçoamento do Projeto proposto.

Este processo de discussão, reflexão, registro e depuração das ideias relacionadas ao planejamento dos problemas constituintes dos OA, vai ao encontro do que propõe Valente (2002) ao descrever a Espiral de Aprendizagem que ocorre em um ambiente Construcionista de aprendizagem. Para o autor, não é necessário que os alunos possuam um entendimento apurado sobre o problema escolhido ou sobre o computador, sendo que a partir da descrição inicial de uma solução para o problema, os alunos podem discutir entre si e com o professor, refletir sobre o problema, buscando depurar a solução e aprimorar a ideia do projeto.

Concomitante ao desenvolvimento do *Design Pedagógico* das atividades constituintes dos OA pelas alunas, o pesquisador realizou a implementação dos dois projetos no computador. Ao discorrermos sobre esta etapa do processo de construção de OA, ressaltamos que ela pode ser executada por uma equipe constituída por alunos de cursos relacionados às Ciências da Computação, mas que a limitação de tempo para a implementação dos OA pode ser um empecilho para a finalização do projeto.

A proximidade entre o pesquisador – responsável pela implementação dos OA – e as alunas, propiciou um *feedback* constante sobre os protótipos das atividades que foram apresentados durante os encontros do curso. Em outros contextos, a equipe responsável pela

programação dos OA pode não ter um contato tão direto com as pessoas responsáveis pelo planejamento e estruturação das atividades. A possibilidade de discutir constantemente com as alunas sobre os OA que estavam sendo construídos foi de suma importância para a compreensão de alguns detalhes das atividades propostas por elas.

Finalizando o processo de construção de OA, destacamos a última etapa de nosso Curso, que visou à elaboração de um *Design* de Aula com sugestões de abordagem do conteúdo dos OA em sala de aula, bem como de problemas complementares elaborados pelos dois grupos. O desenvolvimento do *Design* de Aula representa outra característica do processo de construção de OA durante uma Atividade de *Design*, na medida em que as alunas precisam definir uma dinâmica para a abordagem do conteúdo, sugerindo uma forma como as atividades que elas planejaram podem ser utilizadas pelo professor em sala de aula. Segundo Valente e Canhette (1993, p.66) o *design* “envolve atividades como planejar, delinear, desenhar, esboçar, projetar, esquematizar, criar, inventar e executar”.

Conforme observamos nas considerações sobre a etapa de elaboração do *Design* de Aula, pretendíamos aplicar os OA em uma sala de aula com alunos de CDI, sendo que, as alunas participantes do Curso de Extensão seriam responsáveis pela execução desta tarefa. A incompatibilidade de horários das alunas devido às atividades acadêmicas relacionadas ao curso de Licenciatura em Matemática impossibilitou a execução desta atividade.

Sobre os OA, destacamos a relevância dos dois temas escolhidos pelas alunas. As discussões e reflexões sobre Pontos de Inflexão e sobre Máximos e Mínimos de Funções, possibilitaram às alunas ressignificar esses conceitos ao elaborar as atividades dos OA. A ressignificação dos conceitos utilizados nos dos OA foram destacados pelas alunas na Entrevista realizada pelo pesquisador após o Curso de Extensão.

No Grupo 1, a discussão sobre a existência ou não de Pontos de Inflexão em gráficos de enchimento de recipientes de diferentes formatos possibilitou a reflexão sobre perspectivas de diferentes autores sobre as definições de Ponto de Inflexão. No Grupo 2, as alunas ao discutirem sobre as atividades que poderiam complementar o problema que deu origem ao OA, observaram outros conceitos que inicialmente não haviam considerado: relações entre os volumes do cone e do cilindro, limites laterais no gráfico “Volume do cilindro x Altura do cilindro”, relações entre a área do triângulo e a área do retângulo – em uma atividade similar à proposta inicial do livro, mas considerada no plano.

Para finalizar nosso trabalho, buscamos apresentar e discutir o processo de construção de Objetos de Aprendizagem sobre temas relacionados ao Cálculo Diferencial e Integral, considerando as peculiaridades de nosso contexto: o público alvo do Curso de

Extensão; o público para o qual se destinava as atividades elaboradas pelas alunas; a limitação de tempo para a construção dos OA; a proximidade entre as alunas e o pesquisador – responsável pela programação dos OA – que possibilitou melhor compreensão do que as alunas pretendiam com as atividades; a restrição de uso do Laboratório de Informática que precisava ter um horário previamente agendado; as atividades acadêmicas das alunas que impossibilitaram a atividade de aplicação dos OA com outros alunos de CDI.

Portanto, neste trabalho não temos a pretensão de descrever como os Objetos de Aprendizagem devem ser elaborados. Pretendemos aqui descrever e analisar o Processo de Construção de OA sobre temas de CDI que ocorreram nesta pesquisa e, esperamos que os leitores que tiverem interesse no tema possam utilizar este trabalho para nortear o planejamento de atividades similares a esse processo.

## REFERÊNCIAS

- AMANTE, L.; MORGADO, L.. **Metodologia de concepção e desenvolvimento de aplicações educativas**: o caso dos materiais hipermedia. In: Discursos, III Série, nº especial, p.125-138, Universidade Aberta, 2001. Disponível em <[http://www.univ-ab.pt/~lmorgado/Documentos/mat\\_hipermedia.pdf](http://www.univ-ab.pt/~lmorgado/Documentos/mat_hipermedia.pdf)>. Acesso em 31 out. 2009.
- ANTON, H. **Cálculo, um novo horizonte**. Tradução de Cyro de Carvalho Patarra e Márcia Tamanaha. 6ª Ed. Porto Alegre: Bookman, 2000.
- ANTON, H.; BIVENS, I.; DAVIS, S. **Cálculo**. 8ª Edição, Vol. 1. Porto Alegre: Bookman, 2007.
- AUGÉ, M. **Não-lugares**: introdução a uma antropologia da supermodernidade. Campinas: Papyrus, 1994.
- BARCELOS, G. T.; BATISTA, S. C. F.; BEHAR, P. A. **SoftMat-OA**: Objeto de Aprendizagem para Formação de Professores de Matemática. 2008. Disponível em <[http://www.cinted.ufrgs.br/renote/dez2008/artigos/11c\\_gilmar.pdf](http://www.cinted.ufrgs.br/renote/dez2008/artigos/11c_gilmar.pdf)>. Acesso em 05 out. 2009.
- BARBOSA, S. M. **Tecnologias da informação e comunicação, função composta e regra da cadeia**. (Tese de Doutorado). Universidade Estadual Paulista. 2009. 196p.
- BORBA, F. S. **Dicionário Unesp do Português Contemporâneo**. 1. ed. São Paulo: Editora Unesp, 2004. v. 1. 1470 p.
- BORBA, M. C. PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- COBB, P., CONFREY, J., DISESSA, A., LEHRER, R., SCHAUBLE, L. (2003). Design experiments in educational research. **Educational Researcher**, 32, 1: p. 9–13.
- D'ANTONI, S. **Open Educational Resources: The Way Forward**. UNESCO: 2008. Tradução para a Língua Portuguesa por ROSSINI, C.; MOUTINHO, A. V.; FONTAINHA, E. Disponível em <[http://oerwiki.iiep-unesco.org/images/4/46/OER\\_Way\\_Forward.pdf](http://oerwiki.iiep-unesco.org/images/4/46/OER_Way_Forward.pdf)>. Acesso em 19 out. 2009.
- DUTRA, R. L. S.; TAROUÇO, L. M. R.. **Recursos Educacionais Abertos** (Open Educational Resources). RENOTE. Revista Novas Tecnologias na Educação, v. 5, p. 1-8, 2007.

FRANT, J. B. **Educational computer technology in Brazil**: the diffusion and implementation of an educational innovation, New York, 1994. (Tese de Doutorado). New York Univesity.

FIorentini, D.; Lorenzato, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 2ª Ed. Campinas: Autores Associados, 2007.

FISCHBEIN, E. **Intuition in science and mathematics**: An educational approach. Dordrecht, The Netherlands: Reidel, 1987

FISCHBEIN, E. **The Theory of Figural Concepts**. Educational Studies in Mathematics 24. Kluwer Academic Publishers, 1993. p. 139-162.

HODGINS, H. W. **Get REAL** (Relevant Effective Adaptive Learning). Orlando, Florida: 2001. Disponível em <<http://www.atlasisland.com/resources/presentations.html>>. Acesso em 15 dez. 2010.

HOUAISS, A.; VILLAR, M. S. **Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa**. 1 vol. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001.

JACOBSEN, P. **History and Definition of Reusable Learning Objects**. Elearning Magazine: 2002. Disponível em <<http://www.mcli.dist.maricopa.edu/ocotillo/retreat02/rlos.php>>. Acesso em 24 out. 2009.

LEIVAS, J. C. P. **Imaginação, Intuição e Visualização**: Possibilidades da Abordagem Geométrica no Currículo de Cursos de Licenciatura de Matemática. Tese (Doutorado em Educação) – Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

MACEDO, L.; MACHADO, N. J.; ARANTES, V.A. **Jogo e projeto**. São Paulo: Summus, 2006.

MALHEIROS, A. P. S. **Educação matemática online**: a elaboração de projetos de modelagem. Tese (Doutorado) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008. Disponível em <[http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exlibris/bd/brc/33004137031P7/2008/malheiros\\_aps\\_dr\\_rcla.pdf](http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exlibris/bd/brc/33004137031P7/2008/malheiros_aps_dr_rcla.pdf)>. Acesso em: 15 ago. 2010.

MALTEMPI, M. V. **Construção de páginas Web**: depuração e especificação de um ambiente de aprendizagem. (Tese de Doutorado) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Unicamp. Campinas, 2000. Disponível em <<http://libdigi.unicamp.br/document/?code=vtls000217843>>. Acesso em: 30 jun. 2009.

MALTEMPI, M. V. Construcionismo: pano de fundo para pesquisas em informática aplicada à educação matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.), **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Editora Cortez, 2005. p. 264-282.

MATTAR, J.; VALENTE, C. **Second Life e Web 2.0 na educação: o potencial revolucionário das novas tecnologias**. São Paulo: Novatec, 2007.

MENK, L. F. F. **Contribuições de um Software de Geometria Dinâmica na Exploração de Problemas de Máximos e Mínimos**. 2005. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

MISKULIN, R. G. S. **Concepções teórico-metodológicas sobre a introdução e a utilização de computadores no processo ensino/aprendizagem da geometria**. Tese (Doutorado em Educação). Campinas, SP: Faculdade de Educação da UNICAMP, 1999.

NUNES, C. A. A.. Collaborative content creation by cross-level students. In: **2th International Conference on Open Collaborative Design for Sustainable Innovation: Creativity, Control e Culture for Sustainable Change**, 2002, Bangalore.

NUNES, C. A. A. **Objetos de Aprendizagem em Ação**. Cadernos de Pesquisa Reflexões, NEA/FEA/USP, v. 1, n. 6, 2004.

OCDE. **El Conocimiento Libre y los Recursos Educativos Abiertos**. Centro de Nuevas Iniciativas – Junta de Extremadura: 2007. Disponível em <[www.oecd.org/dataoecd/44/10/42281358.pdf](http://www.oecd.org/dataoecd/44/10/42281358.pdf)>. Acesso em 29 out. 2010.

PAPERT, S. **Some Poetic and Social Criteria for Education Design**. Appendix to a Proposal to the National Science Foundation: 1976. Disponível em <<http://dspace.mit.edu/bitstream/handle/1721.1/6250/AIM-373.pdf>>. Acesso em 02 nov. 2009.

PAPERT, S. **Logo: Computadores e Educação**. São Paulo, Editora, Brasiliense, 1985.

PAPERT, S. **A Máquina das Crianças: Repensando a escola na era da informática**. Porto Alegre, RS: Editora Artes Médicas, 1994.

RESNICK, M. e OCKO, S. (1991). LEGO/Logo: learning through and about design In: Harel, I. e Papert, S. (Eds.) **Constructionism**. New Jersey, Ablex Publishing Corporation. p.141-150.

RODRIGUES, M. A. S. **Explorando números reais através de uma representação visual e sonora**: Um estudo das interações dos alunos do Ensino Médio com a ferramenta MusiCALcolorida. 1v. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2009.

SCUCUGLIA, R. **A Investigação do Teorema Fundamental do Cálculo com Calculadoras Gráficas**. 1v. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

SIMMONS, J. F. **Cálculo com Geometria Analítica**. Editora McGrawHill: São Paulo, 1987.

SOUZA JUNIOR, A. J. **Trabalho Coletivo na Universidade**: trajetória de um grupo no processo de ensinar e aprender Calculo Diferencial e Integral. Campinas, UNICAMP, 2000.

STEWART, J. **Cálculo**. 5ª Ed. São Paulo: Editora Pioneira - Thomson Learning, 2006. Vol. 1.

SWOKOWSKI, E. W. **Cálculo com geometria analítica**. Tradução Alfredo Alves de Farias. 2.ed. Rio de Janeiro: Makron Books, 1994.

THOMAS, G. B. **Cálculo**. V. 1. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2002. 660 p.

VALENTE, J. A. A Espiral da aprendizagem e as tecnologias da informação e comunicação: repensando conceitos. In JOLY, M. C. (Org.) **Tecnologia no Ensino**: implicações para a aprendizagem. São Paulo: Casa do Psicólogo Editora, 2002, p.15-37.

VALENTE, J. A. Por que o Computador na Educação?. In: VALENTE, J. A. (Org.) **Computadores e Conhecimento**: Repensando a Educação. Campinas, SP: Gráfica da UNICAMP: 1993. p. 24-44.

VALENTE, J. A.; CANHETE C. C. LEGO-Logo: Explorando o Conceito de *Design*. In VALENTE, J. A. (Org.) **Computadores e Conhecimento**: Repensando a Educação, Campinas, Unicamp, 1993. p. 64-75.

VAZ, R. L. **O uso das isometrias do software cabri-géomètre como recurso no processo de prova e demonstração**. 1v. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

WILEY, D. A. Connecting learning objects to instructional design theory: A definition, a metaphor, and a taxonomy. In D. A. Wiley (Ed.), **The Instructional Use of Learning**

**Objects:** Online Version (2000). Disponível em <<http://reusability.org/read/chapters/wiley.doc>>. Acesso em 28 abr. 2008.

WILEY, D. A. Impediments to Learning Object Reuse and Openness as a Potential Solution. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, vol. 17, No. 3. Disponível em <<http://www.br-ie.org/pub/index.php/rbie/article/viewFile/10221016>>. Acesso em 20 ago. 2010.

## APÊNDICES

### Apêndice A: Questionário Inicial do Curso de Extensão

- Nome:
- Qual ano de Licenciatura em Matemática está cursando? E qual sua idade?
- Qual sua pretensão profissional e acadêmica após terminar seu curso de graduação?
- Você já conhecia algo a respeito de Objetos de Aprendizagem antes de iniciar este curso? Especifique brevemente. Após a primeira aula, quais são as suas impressões sobre as potencialidades dos Objetos de Aprendizagem na educação?
- Durante a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral sua turma teve alguma experiência com a utilização de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) na abordagem de algum conceito (utilização de algum software, animação, vídeo,...)? Se sua resposta é afirmativa, discorra brevemente como foi esta experiência e se foi algo significativo para você. Se sua resposta é negativa, discorra brevemente se você acredita ser importante ou não a utilização de TIC no ensino de Cálculo.
- O que você julga ter sido importante para o seu aprendizado na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral e o que acredita que poderia ter sido mais explorado? Qual o conteúdo de Cálculo que você mais gostou de estudar?
- Durante o seu curso de Cálculo Diferencial e Integral tiveram oportunidade de realizar trabalhos em grupo? Você prefere estudar individualmente ou em grupo?

Em sua opinião, qual é a importância de participar de atividades extracurriculares nas quais possa socializar conhecimentos com outros alunos do curso no seu aprendizado como futuro professor de matemática?

**Apêndice B: Carta de Cessão dos dados para a Pesquisa**

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JULIO DE MESQUITA FILHO"  
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

**CARTA DE CESSÃO**

Rio Claro, \_\_\_ / \_\_\_ / 2009.

Eu, \_\_\_\_\_ de carteira de identidade número \_\_\_\_\_, brasileira, residente à \_\_\_\_\_, na cidade de \_\_\_\_\_, estado de São Paulo, declaro para os devidos fins que autorizo **Edinei Leandro dos Reis** a utilizar meu nome, bem como toda a informação captada – filmagens, transcrições e atividades desenvolvidas – durante minha participação nos encontros do Curso de Extensão “**Desenvolvimento de Objetos de Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral e a Formação Inicial de Professores de Matemática**” no primeiro semestre de 2009 e em uma Entrevista concedida a ele no segundo semestre de 2009, para fins de sua pesquisa de mestrado a ser defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro – SP.

Abdicando de meus direitos e de meus descendentes, subscrevo a presente,

\_\_\_\_\_  
Nome da Aluna\_\_\_\_\_  
Mestrando: Edinei Leandro dos Reis

## Apêndice C: Tutorial para Edição dos Textos do Objeto de Aprendizagem “Máximos e Mínimos de Funções”

Para alterar os textos das atividades proceda da seguinte forma: localize os arquivos `oa_calculo_ent1.xml`, `oa_calculo_ent2.xml`, `oa_calculo_ativ1.xml`, `oa_calculo_ativ2.xml` e `oa_calculo_ativ3.xml`. Esses arquivos estão no formato XML e correspondem, respectivamente, às duas telas de entrada e às três atividades do OA. Para editar este arquivo, recomendamos a utilização do Bloco de Notas (*NotePad*) ou do *NotePad++*. Editores de texto como o Microsoft Word podem ser utilizados para editar o arquivo, mas poderão ocasionar problemas de codificação nos caracteres do arquivo quando o mesmo for salvo. Em seguida abra o arquivo desejado e abra-o com o Bloco de Notas. Aparecerá uma estrutura semelhante à apresentada abaixo:

```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8"?>
<tela>
  <atividade1>
    <nomeatividade><![CDATA[Atividade 1]]></nomeatividade>
    <botao_ajuda><![CDATA[Dado um cilindro inscrito num cone de raio
10cm e altura 6cm, inicie a animação e observe o que acontece com o
gráfico para responder às questões.]]></botao_ajuda>
    <botao1><![CDATA[Questão 1]]></botao1>
    <botao2><![CDATA[Questão 2]]></botao2>
    <botao3><![CDATA[Questão 3]]></botao3>
    <botao4><![CDATA[Questão 4]]></botao4>
    <botao5><![CDATA[Voltar]]></botao5>
    <eixox><![CDATA[raio do cilindro]]></eixox>
    <eixoy><![CDATA[volume do cilindro]]></eixoy>
    <questao1><![CDATA[1 - Encontre a função que relaciona o volume e o
raio do cilindro;]]></questao1>
    <questao2><![CDATA[2 - Encontre o raio e a altura desse cilindro, de
forma que seu volume seja máximo. Compare com os valores do gráfico
para ver se a sua resposta está correta;]]></questao2>
```

```
<questao3><![CDATA[3 - Analise o gráfico. Explique a diferença do
comportamento do gráfico na extremidade direita e
esquerda.]]></questao3>
```

```
<questao4><![CDATA[4 - Qual a razão entre o volume do cilindro e o
volume do cone?]]></questao4>
```

```
</atividade1>
```

```
</tela>
```

Como podemos observar, a estrutura de um arquivo XML é feita por meio de *tags* (identificadores ou marcadores -  $\langle \rangle$ ). Assim, os textos são colocados entre um destes marcadores (entre a *tag* de início -  $\langle \rangle$  - e a *tag* final do marcador -  $\langle / \rangle$ ). A estrutura  $\langle \![CDATA[\textit{texto}]] \rangle$  é inserida para que o arquivo em flash (*swf*) reconheça caracteres matemáticos que por ventura sejam utilizados.

Assim, para alterar algum texto de um dos OA construídos nessa pesquisa, altere os textos contidos nos arquivos XML, atentando-se para o fato da numeração da tela que deseja alterar. Dessa forma, para alterarmos o texto de ajuda da Atividade 1 (estrutura exibida acima), devemos alterar a seguinte *tag*:

```
<botao_ajuda><![CDATA[Dado um cilindro inscrito num cone de raio 10cm e altura 6cm,
inicie a animação e observe o que acontece com o gráfico para responder às
questões.]]></botao_ajuda>
```

em que o texto que aparece em itálico corresponde ao texto que aparece no OA.

Um último detalhe que deve ser considerado, após a alteração dos textos, é a forma de salvar o arquivo. Procedemos da seguinte forma: clicamos no Menu “Arquivo” e escolhemos a opção “Salvar Como...”. Escolha exatamente a pasta na qual se localiza o OA, de forma que o arquivo deverá sobrepor o arquivo antigo. Verifique se o nome do arquivo está igual ao nome do arquivo antigo. Logo abaixo, na opção “Salvar como tipo” escolha a opção “Todos os Arquivos”. Na opção “Codificação” escolha a opção UTF-8 para manter o padrão da codificação de caracteres do arquivo.

Depois de realizados estes passos, salve o arquivo e abra novamente o OA para observar as alterações.

## ANEXOS

### Anexo A: *Design Pedagógico do Grupo 1*

#### Enchendo Recipientes

##### DESIGN PEDAGÓGICO DE OBJETO DE APRENDIZAGEM ENCHENDO RECIPIENTES

**Tema escolhido:**

Pontos de Inflexão

**Título do objeto de aprendizagem:**

Enchendo Recipientes

**Conceitos matemáticos que serão utilizados na produção da atividade:**

Derivadas, Interpretação de gráficos, Concavidade e Inclinação da reta tangente.

**Discorra brevemente sobre a atividade proposta:**

Neste objeto teremos vários recipientes, onde em cada atividade o recipiente será cheio por um líquido a uma taxa constante, e um gráfico de nível da água x tempo será gerado .

O usuário terá que analisar e discutir em grupo, se o gráfico gerado possui ponto de inflexão e justificar.

Serão seis recipientes: o primeiro será em forma de uma "ampulheta" (dois troncos de cone fixados pelas bases menores); o segundo será quase a "ampulheta" mas uma das bases fixadas (menores) de um dos troncos será menor que a outra; o terceiro terá a forma de dois troncos de cone fixados pelas bases maiores; o quarto será em forma de "balão" (dois troncos de cone fixados pelas bases maiores à um pequeno cilindro); o quinto será em forma de "vaso" (uma esfera fixada à base menor de um tronco de cone); o sexto será em forma de "bujãozinho" (elipsóide sem um pedaço da parte superior e inferior).

**Como você pretende aproveitar as potencialidades do computador nas atividades que propõe? Como será a interação do usuário com a atividade proposta?**

Através desse objeto de aprendizagem, os alunos terão contato com a visualização do gráfico gerado pelo enchimento do recipiente escolhido à uma taxa constante de líquido. Poderíamos também fazer uma atividade que o aluno pudesse escolher a taxa com a qual o líquido flui, ou mesmo fazer com que eles pudessem alterar o formato do recipiente a ser analisado.

**Você conhece alguma aplicação do cotidiano que utiliza os conceitos trabalhados na proposta de atividade? Caso afirmativo, liste algumas delas.**

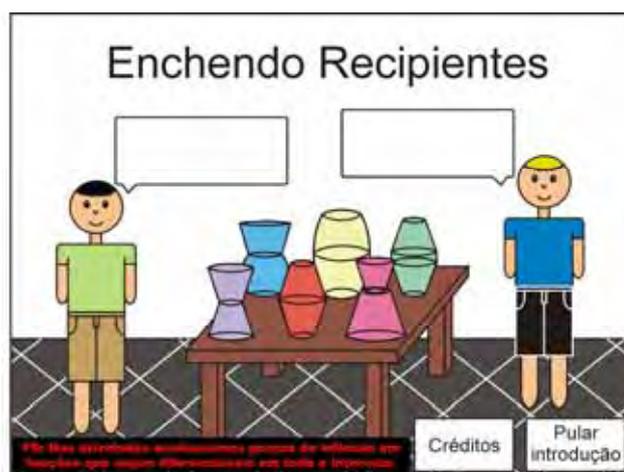
Primeiro exemplo: "O preço da gasolina subiu bastante durante a primeira metade do ano, mas desde então tem subido menos". Se o preço da gasolina for esboçado como uma função do tempo, essa afirmação sugere a existência de um ponto de inflexão no gráfico perto do meio do ano.

Segundo exemplo: O crescimento de uma população em um ambiente no qual o espaço ou o alimento é limitado versus o tempo.

Exemplos retirados do livro *Calculo* - Howard Anton, Irl Bivens e Stephen Davis.

**Apresentação de um esboço da tela do objeto de aprendizagem (posição dos textos, imagens, animações, simulações, etc – utilize uma figura para ilustrar e faça comentários sobre o esboço).**

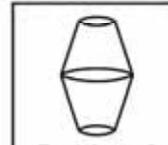
*Tela de Inicio: conversa entre os dois personagens*



*Tela de escolha dos recipientes*

## Enchendo Recipientes

Escolha o recipiente a ser analisado.

 Recipiente 1	 Recipiente 2	 Recipiente 3
 Recipiente 4	 Recipiente 5	 Recipiente 6

*Tela de cada recipiente escolhido para ser analisado*

**Título do Recipiente** ↑

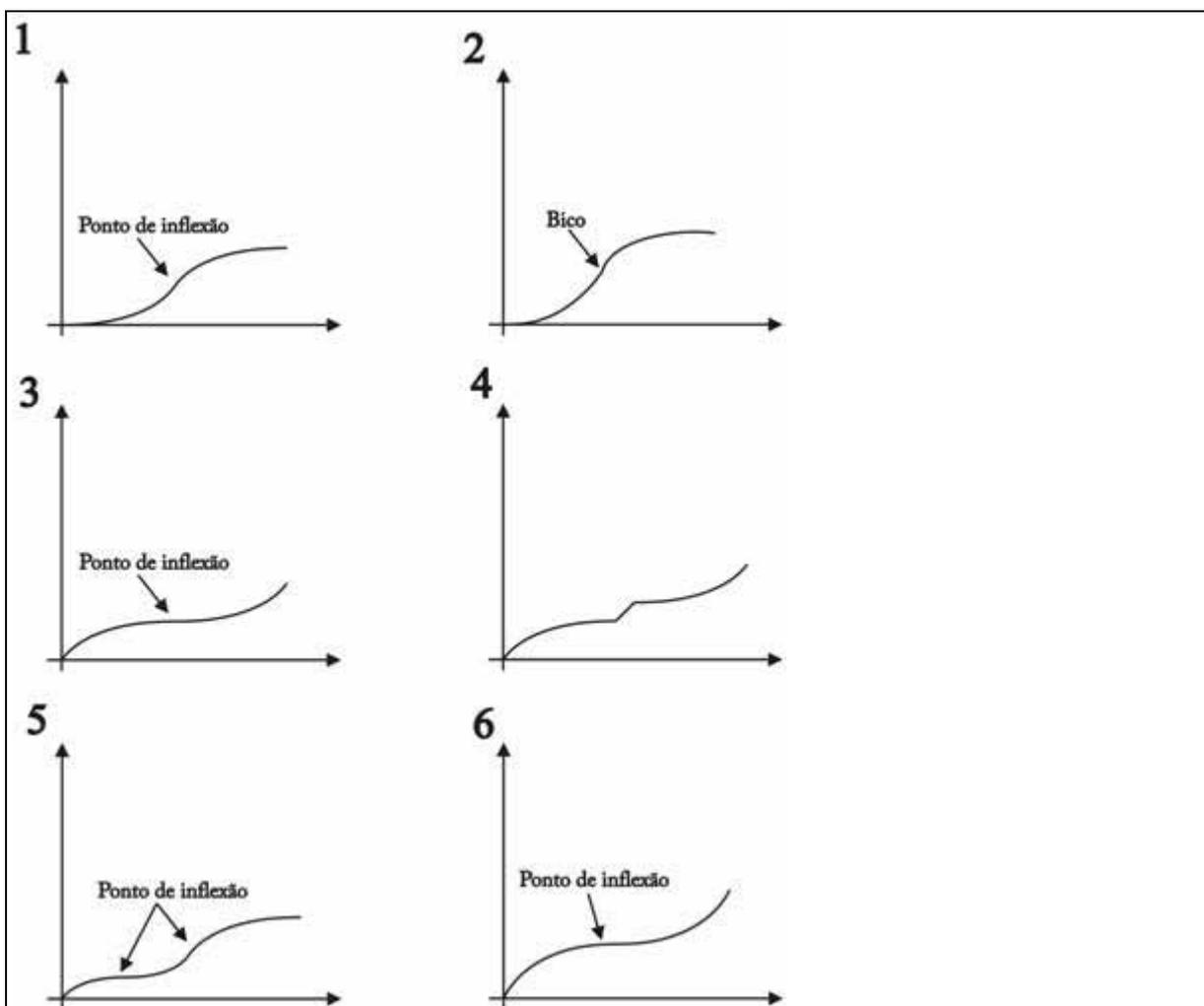
Recipiente que será animado.

Gráfico.

▶
⏸
■

Descrição do recipiente escolhido

*Esboço dos gráficos dos recipientes analisados*



**Descreva qual será o comportamento de cada objeto que aparece na tela (ações dos botões, gráficos, momento em que aparecem os textos, como e onde serão posicionados vídeos e animações, etc)**

Utilizar uma tela de início (primeiro esboço), onde terá o título "Enchendo Recipientes", duas pessoas que estarão dialogando sobre o que é para ser analisado durante as atividades, uma mesa com os seis recipientes, um quadro de aviso que nas atividades analisaremos pontos de inflexão apenas em funções diferenciáveis e dois botões, um dos créditos que conterà as informações sobre o desenvolvimento do objeto de aprendizagem, e um para pular a introdução. Ao iniciar o objeto de aprendizagem a fala do primeiro personagem já estará aparecendo. No balãozinho junto com sua fala, haverá um botão com o símbolo para prosseguir o diálogo, que quando pressionado mostrará a fala do outro personagem, e assim sucessivamente até o fim do diálogo quando não terá mais botão para prosseguir.

Ao clicar sobre o botão de créditos, abrirá uma pequena janela no meio da tela contendo o título (Créditos), um botão para a janela ser fechada, voltando para a tela anterior e as seguintes informações: Componentes: Aluna A e Aluna R

Bibliografia: Cálculo Volume I - Howard Anton-Irl Bivens-Stephen Davis e Objeto de Aprendizagem Transbordando Conhecimento.

***Diálogo dos personagens:***

*Texto Pessoa 1:* "Olá! Prontos para analisar gráficos?!"

*Texto Pessoa 2:* "Pretendemos com essas atividades analisar a existência dos pontos de inflexão dos gráficos gerados pelo enchimento de recipientes variados (altura do líquido em função do tempo). Mas, o que seriam pontos de inflexão?!"

*Texto Pessoa 1:* "Uma definição: Se  $f$  é contínua em um intervalo aberto contendo o ponto  $x_0$  e muda de concavidade no ponto  $(x_0, f(x_0))$ , então dizemos que o ponto  $x_0$  do domínio, ou o ponto  $(x_0, f(x_0))$  do gráfico, é um ponto de inflexão de  $f$ ."

*Texto Pessoa 2:* "Mas eu pensei que a definição correta fosse: "Os pontos de inflexão marcam os lugares da curva  $y=f(x)$  em que a taxa de variação de  $y$  em relação a  $x$  muda de crescente para decrescente, ou vice-versa."

Na tela principal (segundo esboço) teremos as figuras dos recipientes (essas figuras já serão botões para entrar na atividade escolhida pelo usuário) e teremos 3 botões: 2 de questões para abranger as questões gerais do objeto de aprendizagem sobre pontos de inflexão e 1 para voltar ao início (caso o usuário queira rever a definição dada pelo personagem). Ao passar o mouse em cima dos botões de escolha dos recipientes, o fundo se irá adquirir um tom avermelhado. Ao clicar sobre os botões de questões, abrirá uma pequena janela no meio da tela contendo o título (Questão \_), a pergunta a ser analisada, um botão para mostrar a definição dada pelo personagem (ao ser posicionado o mouse sobre este botão, aparecerá um balãozinho de comentário contendo a definição) e um botão para a janela ser fechada, voltando para a tela anterior.

Na tela do recipiente escolhido teremos o título do lado esquerdo, embaixo do título também do lado esquerdo a figura do recipiente que será animado, três botões logo abaixo da figura: o primeiro botão (play) fará com que a animação se inicie; o segundo botão (pause) fará com que o recipiente pare a animação (onde o usuário desejar, parando também o gráfico que será traçado); e o terceiro botão (stop) fará com que a animação volte ao início (caso o usuário

queira reiniciá-la). Do lado direito da figura, teremos o gráfico que será traçado de acordo com que a animação vai acontecendo e de acordo com o recipiente escolhido pelo usuário (altura do líquido em relação ao tempo), e logo abaixo dele uma pequena descrição do recipiente escolhido para análise. Centralizados na parte inferior terá 4 botões: 1 para voltar ao Início (caso o usuário queira rever a definição dada pelo personagem), 1 para o botão Menu que voltará para a tela principal (caso o usuário queira escolher outro recipiente) e 2 botões de questões para serem discutidas e analisadas sobre cada atividade (recipientes diferentes) do objeto de aprendizagem. Os botões serão em tons de vermelho. Ao clicar sobre os botões de questões, abrirá uma pequena janela no meio da tela contendo o título (Questão \_ do recipiente \_), a pergunta a ser analisada, um botão para mostrar a definição dada pelo personagem (ao ser posicionado o mouse sobre este botão, aparecerá um balãozinho de comentário contendo a definição) e um botão para a janela ser fechada, voltando para a tela anterior. Descrição dos recipientes escolhidos (as cores dos recipientes serão as mesmas do esboço 1: da tela de início; abaixo descritas entre parênteses):

Recipiente 1 (roxo) - Dois troncos de cone fixados pelas bases menores;

Recipiente 2 (rosa) - Dois troncos de cones fixados pelas bases menores, sendo uma das bases fixadas de um dos troncos menor que a outra;

Recipiente 3 (vermelho) - Dois troncos de cone fixados pelas bases maiores;

Recipiente 4 (verde) - Dois troncos de cone fixados pelas bases maiores à um pequeno cilindro;

Recipiente 5 (azul) - Uma esfera sem um pedaço superior e inferior, fixada à base menor de um tronco de cone;

Recipiente 6 (amarelo) - Um elipsóide sem um pedaço superior e inferior.

**Proponha questões relacionadas à atividade proposta para discussão sobre os conceitos trabalhados.**

*Questões da página principal:*

1. O que o personagem 2 quis dizer com "taxa de variação"? Qual das duas definições apresentadas pelos personagens está completa, de acordo com o seu conhecimento sobre pontos de inflexão?
2. O que acontece com a derivada num ponto de inflexão?

*Questões do recipiente 1:*

1. Quando o líquido está na parte mais estreita do frasco, o gráfico determina um ponto de inflexão? Justifique.

2. Verifique se a função  $f(x) = (2x + 1)^3$  possui ponto(s) críticos. Explique quais são e quais não são pontos de inflexão.

*Questões do recipiente 2:*

1. Segundo a definição dada pelo personagem 1, o gráfico obtido contém ponto de inflexão?

2. E segundo a definição dada pelo personagem 2? Compare as respostas dadas nas duas questões.

*Questões do recipiente 3:*

1. Quando o líquido está na parte mais larga do frasco, o gráfico determina um ponto de inflexão ou um bico? Justifique.

2. Ao terminar as atividades, compare os gráficos gerados pelos recipientes 3 e 6.

*Questões do recipiente 4:*

1. Esse recipiente 4 é parecido com o recipiente 3, com a diferença de um cilindro separando as duas bases de cone. No gráfico gerado, existe ponto(s) de inflexão?

Explique.

2. Verifique se a função  $f(x) = x^2 - 5x + 6$  possui ponto(s) de inflexão.

*Questões do recipiente 5:*

1. No gráfico gerado pelo enchimento deste recipiente, existe ponto de inflexão? Quantos? Explique.

2. Verifique se a função  $f(x) = 3x^4 - 4x^3$  possui ponto(s) de inflexão.

*Questões do recipiente 6:*

1. Quando o líquido está na parte central do frasco, o gráfico determina um ponto de inflexão?

Faça a comparação dos gráficos dos recipientes 3 e 6.

2. Verifique se a função  $f(x) = x^2 - 3x + 8$  possui ponto(s) de inflexão.

*RESPOSTAS DAS QUESTÕES 2 DO:*

*RECIPIENTE 1:*  $-1/2$  é ponto de inflexão

*RECIPIENTE 4:* não possui pontos de inflexão

*RECIPIENTE 5*: 0 e  $\frac{2}{3}$  são pontos de inflexão

*RECIPIENTE 6*: não possui pontos de inflexão

**Referências utilizadas na proposta de atividade**

Cálculo Volume I - Howard Anton-Irl Bivens-Stephen Davis.

Objeto de Aprendizagem Transbordando Conhecimento.

Cálculo com Geometria Analítica - Swokowski.

## Anexo B: *Design Pedagógico do Grupo 2*

### Máximos e Mínimos de Funções

#### DESIGN PEDAGÓGICO DE OBJETO DE APRENDIZAGEM MÁXIMOS E MÍNIMOS DE FUNÇÕES

**Tema escolhido:**

"Máximos e mínimos - problemas de otimização"

**Título do objeto de aprendizagem:**

Máximos e Mínimos de Funções

**Conceitos matemáticos que serão utilizados na produção da atividade:**

Serão utilizados conceitos de máximos e mínimos, ou seja, conceitos de derivadas primeira, ponto crítico e derivada segunda; serão utilizadas também fórmulas, mais precisamente a fórmula do volume de um cilindro, de um cone e ainda a identificação dos intervalos em que as variáveis se encontram.

**Discorra brevemente sobre a atividade proposta:**

Propomos os seguintes problemas:

- 1) Encontre o raio e a altura de um cilindro circular reto com o maior volume, o qual pode ser inscrito em um cone circular reto com 10 cm de altura e 6 cm de raio.
- 2) Encontre o raio e a altura de um cilindro circular reto com o maior volume, o qual pode ser inscrito em um cone circular reto com  $H$  de altura e  $R$  de raio.
- 3) Seja um triângulo isósceles com base  $2B$  e altura  $H$  dadas. Quais são as dimensões de um retângulo de maior área possível, tendo altura  $h$  e lado medindo  $2r$  apoiado sobre a base do triângulo e o outro lado paralelo, com os vértices localizados nos lados de mesma medida do triângulo?

**Como você pretende aproveitar as potencialidades do computador nas atividades que propõe? Como será a interação do usuário com a atividade proposta?**

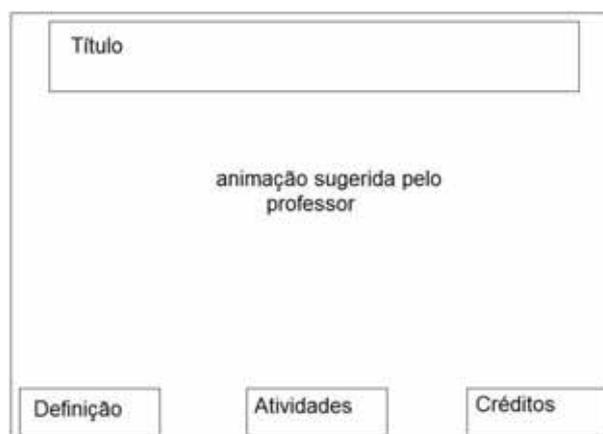
Podemos aproveitar as potencialidades do computador, uma vez que é possível visualizar as várias situações que se pode obter sem que se tenha o trabalho de desenhar todas essas

situações. Os alunos poderão também analisar os gráficos gerados, (conforme forem alterando os valores da altura e raio do cilindro), e compara-los.

**Você conhece alguma aplicação do cotidiano que utiliza os conceitos trabalhados na proposta de atividade? Caso afirmativo, liste algumas delas.**

Sim, esse conteúdo é importante para o aluno trabalhar com problemas de otimização, que tem várias aplicações em nosso dia-a-dia, por exemplo: qual a forma que um terreno deve ter para que seja mínima a quantidade de arame farpado usado para cercá-lo? Quais as dimensões que deve ter uma caixa para uma mesma área, mas que gaste menos material possível? Qual a relação entre diâmetro e altura de uma lata de óleo na forma de um cilindro (com tampa e fundo) de volume  $V$  que gaste a menor área de chapa? Minimizar custos de embalagens de certos produtos dados seus volumes.

**Apresentação de um esboço da tela do objeto de aprendizagem (posição dos textos, imagens, animações, simulações, etc – utilize uma figura para ilustrar e faça comentários sobre o esboço).**



NOME DO OBJETO

VOLTAR

ATIVIDADE 1

ATIVIDADE 2

ATIVIDADE 3

QUESTÃO 1

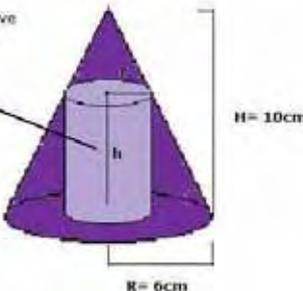
QUESTÃO 2

QUESTÃO 3

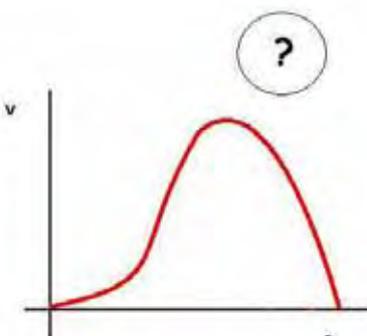
DEFINIÇÃO

### ATIVIDADE 1

$r$  e  $h$  variam (a altura deve estar relacionada com o raio, para que variem juntos)



r= (valores para r)



PERGUNTA 1

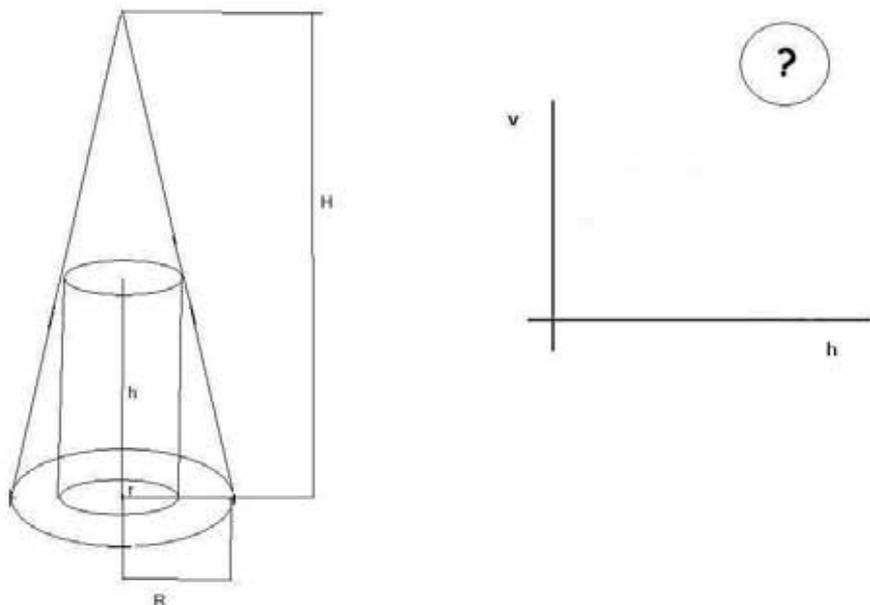
PERGUNTA 2

PERGUNTA 3

PERGUNTA 4

VOLTAR

ATIVIDADE 2



PERGUNTA 1

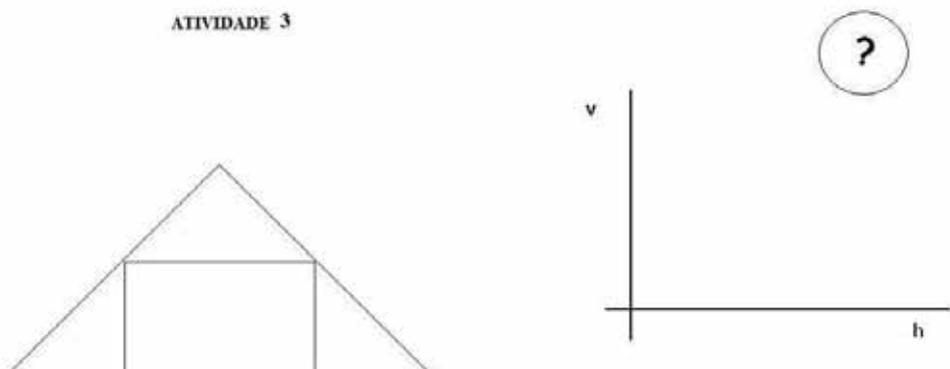
PERGUNTA 2

PERGUNTA 3

PERGUNTA 4

VOLTAR

ATIVIDADE 3



PERGUNTA 1

PERGUNTA 2

PERGUNTA 3

VOLTAR

Descreva qual será o comportamento de cada objeto que aparece na tela (ações dos botões, gráficos, momento em que aparecem os textos, como e onde serão posicionados vídeos e animações, etc)

***1ª TELA:*** Essa tela terá uma animação e os botões:

**DEFINIÇÃO:** Dizemos que a função  $f$  tem máximo absoluto em um ponto  $x_0$  de um intervalo  $I$ , se  $f(x_0)$  for o maior valor de  $f$  em  $I$ ; isto é:  $f(x_0)$  maior ou igual  $f(x)$  para todo  $x$  em  $I$ . Analogamente dizemos que  $f$  tem um mínimo absoluto em um ponto  $x_0$  de um intervalo  $I$  se  $f(x)$  for o menos valor de  $f$  em  $I$ ; Se  $f$  tiver em  $x_0$  qualquer um dos dois, máximo absoluto ou mínimo absoluto, dizemos que  $f$  tem em  $x_0$  de  $I$  um extremo absoluto.

Fonte: Calculo- um novo horizonte. Vol. 1. autor: Howard Anton. página 330

**ATIVIDADES:** Esse botão avança para a próxima tela.

**CRÉDITOS:** Aluna P, Aluna L e Aluna T

**2ª TELA:** Aparecerá as 3 atividades propostas, com uma figura representando cada uma delas. As questões dessa tela são as questões gerais, descritas abaixo. Num primeiro momento essas questões estarão desativadas.

**1ª ATIVIDADE:** No botão de ajuda aparecerá o seguinte texto: Dado um cilindro inscrito num cone de raio 10cm e altura 6cm, inicie a animação e observe o que acontece com o gráfico para responder às questões.

Nessa atividade, o gráfico aparecerá pronto e haverá um campo onde o usuário poderá digitar um valor para o raio e então, aparecerá a reta tangente naquele ponto.

As perguntas que aparecem nessa tela estão descritas abaixo.

**2ª ATIVIDADE:** No botão de ajuda aparecerá o seguinte texto: Dado um cilindro inscrito num cone de raio  $R$  e altura  $H$ , inicie a animação e observe o que acontece com o gráfico para responder às questões.

Nessa atividade, o gráfico aparecerá enquanto o cilindro fica animando, o usuário poderá apenas parar ou avançar a animação.

As perguntas que aparecem nessa tela estão descritas abaixo.

**3ª ATIVIDADE:** No botão de ajuda aparecerá o seguinte texto: Seja um triângulo isósceles com base  $2B$  e altura  $H$  dadas.

Nessa atividade, o gráfico é análogo à atividade 2.

**Proponha questões relacionadas à atividade proposta para discussão sobre os conceitos trabalhados.**

**Questões a serem trabalhadas na atividade proposta:****1ª Atividade:**

- 1- Encontre a função que relaciona o volume e o raio do cilindro;
- 2- Encontre o raio e a altura desse cilindro, de forma que seu volume seja máximo. Compare com os valores do gráfico para ver se a sua resposta está correta;
- 3- Analise o gráfico. Explique a diferença do comportamento do gráfico na extremidade direita e esquerda.
- 4- Qual a razão entre o volume do cilindro e o volume do cone?

**2ª Atividade:**

- 1- Agora, olhando os dados do gráfico encontre o raio e a altura desse cilindro de forma que o volume seja máximo.
- 2- Porque as extremidades do gráfico tocam o eixo x? Existe derivada nesses pontos? Justifique. (no guia do professor colocar explicação de derivada à esquerda e à direita- p. 186)
- 3- Qual a razão entre o volume do cilindro e o volume do cone?

**3ª Atividade:**

- 1- Quais as dimensões do retângulo de forma que esse tenha maior área possível?
- 2- Analise o gráfico. Por que ele tem esse comportamento?
- 3- Qual a razão entre a área do retângulo e a área do triângulo?

**Questões Gerais:**

- 1) Agora que você já sabe que a razão do volume do cilindro pelo volume do cone é  $\frac{4}{9}$ , encontre uma fórmula geral, a fim de encontrar a razão entre o volume **de um cone** de raio  $r$  e altura  $h$  e **um cilindro** de raio  $R$  e altura  $H$ .
- 2) Há alguma relação entre a fórmula encontrada na questão 1 e a fórmula encontrada na questão 3 da Atividade 3.

**Referências utilizadas na proposta de atividade**

Howard Anton - Cálculo um novo horizonte- 6ª edição- volume 1.

<http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/superior/maxmin/mm06.htm>

## Anexo C: *Design* de Aula do Grupo 1

### **DESIGN DE AULA DO OBJETO DE APRENDIZAGEM: ENCHENDO RECIPIENTES**

#### **Autoria**

*Aluna A*

*Aluna R*

#### **Introdução**

Nesse objeto de aprendizagem abordamos a análise da existência de pontos de inflexão em gráficos do nível de água em relação ao tempo, gerados pelo enchimento de diferentes recipientes a uma taxa constante de fluido.

#### **Objetivos**

O objetivo dessas atividades é compreender o conceito de pontos de inflexão.

#### **Pré-Requisitos**

Derivada, interpretação de gráficos, concavidade e inclinação da reta tangente.

#### **Conteúdo abordado**

Pontos de Inflexão

#### **Questões para discussão**

Vendo as atividades propostas no objeto de aprendizagem, os recipientes e seus respectivos gráficos, como podemos verificar através somente do recipiente se o gráfico apresentará ou não pontos de inflexão e em que momento eles ocorrerão?

#### **Tempo previsto para desenvolvimento da atividade**

Tempo sugerido para contemplar todas as atividades do objeto é de 2 horas, para que o aluno possa interagir, analisar e discutir sobre o conteúdo proposto.

#### **Requerimentos computacionais necessários**

Plugin do Adobe Flash 9 ou superior.

Navegador de Internet.

### **Dinâmica da aula**

Seria interessante que os alunos estejam em duplas para a realização das atividades, para que eles possam analisar e discutir com os colegas sobre as questões sugeridas, e para uma melhor compreensão do objeto de aprendizagem.

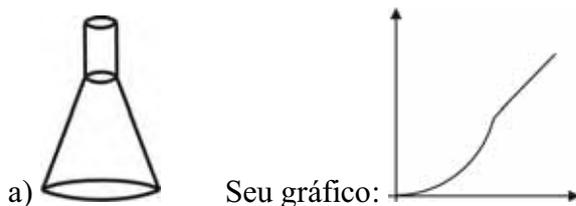
### **Descrição das atividades realizadas com o Objeto de Aprendizagem**

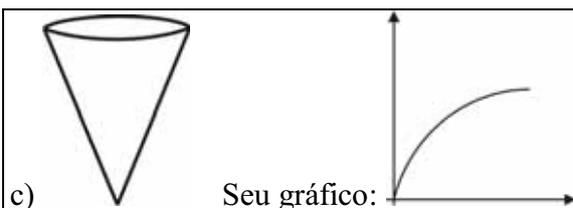
Os alunos poderão estar em duplas para a realização das atividades, para que discutam entre si sobre o objeto e as resoluções das questões propostas.

Seria interessante que o professor fosse mediando como o trabalho está sendo realizado e verificando a colaboração dos alunos para a resolução dos problemas propostos.

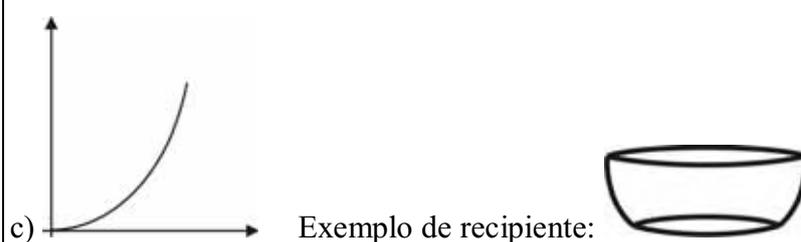
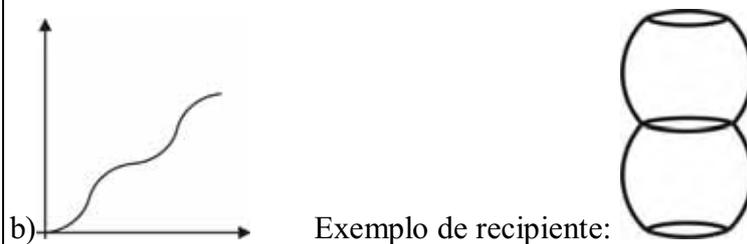
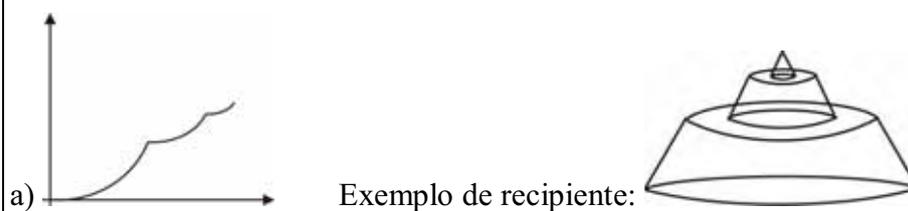
Quando os alunos tiverem completado as atividades, seria de grande importância que o professor explanasse mais sobre o conteúdo abordado, em forma de debate, para que os alunos discutam sobre o conteúdo, assim o professor tem como avaliar a compreensão dos alunos quanto ao conteúdo apresentado.

**1ª ATIVIDADE:** O professor poderia mostrar a figura de outros recipientes diferentes, e pedir para que os alunos tentassem verificar quais gráficos seriam gerados e se estes apresentariam pontos de inflexão. Alguns exemplos:





**2ª ATIVIDADE:** O professor mostraria gráficos diferentes, e os alunos verificariam quais os possíveis recipientes seriam responsáveis por gerá-los. Alguns exemplos:



### Sugestão de avaliação

A avaliação poderá ser feita através de um relatório (sendo entregue em dupla ou individualmente, conforme a preferência do professor), onde os alunos terão de responder as questões propostas no objeto de aprendizagem e também sobre as possíveis perguntas que o professor possa relacionar com o objeto.

Outro modo de avaliação é o professor, após todos completarem as atividades, criar um debate para que os alunos se manifestem sobre o conteúdo abordado, e avaliar a participação dos alunos.

### **Questões complementares**

Analisar as funções abaixo, verificando a existência de pontos de inflexão:

1.  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$

2.  $f(x) = -3x^5 + 5x^3$

3.  $f(x) = x / 1 + x^2$

### **Referências Bibliográficas**

Cálculo Volume I - Howard Anton, Irl Bivens e Stephen Davis

Objeto de Aprendizagem - Transbordando Conhecimentos

### **Referências Complementares**

<http://www.dmat.ufba.br/disciplinas/matematica1/lista2-04.doc>

<http://www.ufpi.br/uapi/conteudo/disciplinas/matematica/download/unidade5.pdf>

## Anexo D: *Design* de Aula do Grupo 2

### **DESIGN DE AULA DO OBJETO DE APRENDIZAGEM: MÁXIMOS E MÍNIMOS DE FUNÇÕES**

#### **Autoria**

*Aluna L*

*Aluna P*

*Aluna T*

#### **Introdução**

Nosso objeto irá abordar problemas de otimização usando máximos e mínimos.

#### **Pré-Requisitos**

Para realizar essa atividade, o aluno deverá conhecer a definição de pontos de máximos e mínimos, ponto crítico, derivada primeira, derivada segunda, fórmulas do volume do cone, volume do cilindro e área do triângulo e de um retângulo e também será preciso conhecimento sobre limites laterais.

#### **Conteúdo abordado**

O conteúdo abordado será: Máximos e mínimos, Pontos de máximos e mínimos, ponto crítico, derivada primeira, derivada segunda.

#### **Questões para discussão**

O raio e a altura de um cilindro inscrito num cone, de forma que seu volume seja máximo; encontrar uma fórmula que relaciona o volume do cone com o do cilindro; observar o gráfico que relaciona o raio do cilindro (ou altura) com o seu volume.

#### **Tempo previsto para desenvolvimento da atividade**

Sugerimos o tempo de duas aulas, para que o aluno possa interagir com o objeto de aprendizagem. Mas é interessante deixar os alunos a vontade para elaborar seus próprios conceitos e interagir com o objeto.

#### **Requerimentos computacionais necessários**

Plugin do Adobe Flash 9 ou superior.

Navegador de Internet.

### Dinâmica da aula

Na sala de computadores, propomos que organize os alunos em duplas para que possam discutir as atividades e melhor desempenhá-las. Ao final da aula, o professor pode iniciar um debate para que os alunos se manifestem sobre o conteúdo abordado.

### Descrição das atividades realizadas com o Objeto de Aprendizagem

#### PRIMEIRA ATIVIDADE:

*Ache o raio e a altura de um cilindro circular reto com o maior volume, o qual pode ser inscrito em um cone circular reto com 10 cm de altura e 6 cm de raio.*

**1-** Encontre a função que relaciona o volume e o raio do cilindro.

**R:** Esperamos que o aluno encontre a seguinte função:

r= raio do cilindro

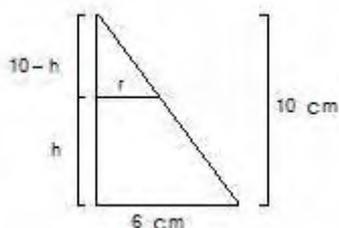
h= altura do cilindro

V= volume do cilindro

A fórmula para o volume do cilindro inscrito é:

$$V = \pi r^2 h \quad (1)$$

Para eliminar uma das variáveis, precisamos de uma relação entre r e h. Usando semelhança de triângulos, obtemos:



$$\frac{10-h}{r} = \frac{10}{6} \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1), obtemos:

$$V = \pi r^2 \left(10 - \frac{5r}{3}\right) = 10\pi r^2 - \frac{5}{3}\pi r^3$$

que expressa V só em termos de r.

**2-** Encontre o raio e a altura desse cilindro, de forma que seu volume seja máximo. Compare com os valores do gráfico para ver se a sua resposta está correta.

**R:** Como  $r$  representa um raio e não pode ser negativo e como o raio do cilindro inscrito não pode exceder o raio do cone, a variável  $r$  deve satisfazer

$$0 < r < 6$$

Assim sendo, reduzimos o problema a encontrar o valor de  $r$  em  $[0,6]$  para o qual a equação

$$V = \pi r^2 \left(10 - \frac{5r}{3}\right) = 10\pi r^2 - \frac{5}{3}\pi r^3$$

seja máxima.

Então:

$$\frac{dV}{dr} = 20\pi r - 5\pi r^2 = 5\pi r(4 - r)$$

Igualando a zero:

$$5\pi r(4 - r) = 0$$

Obtemos os pontos críticos:  $r = 0$ ,  $r = 4$ ,  $r = 6$ .

Substituindo os pontos na derivada, o ponto de  $V$  máximo (aproximadamente  $168 \text{ cm}^3$ ) acontece quando  $r = 4$ . Para  $r = 4$ , encontramos  $h = \frac{10}{3}$ .

**3-** Analise o gráfico. Explique a diferença do comportamento do gráfico na extremidade direita e esquerda.

**R:** Nessa questão o aluno deve observar que o final do gráfico do lado direito tem um comportamento diferente, pois esse gráfico varia conforme a fórmula do volume, ou seja, depende do raio ao quadrado e da altura, dessa forma o raio "cresce mais rápido".

**4 -** Qual a razão entre o volume do cilindro e o volume do cone?

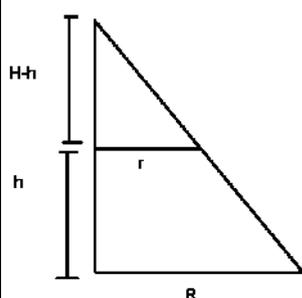
**R:** Sabemos que Volume do cilindro =  $120\pi$  e que o Volume do Cone é  $\frac{160}{3}\pi$ , a razão entre eles é  $\frac{4}{9}$ .

**SEGUNDA ATIVIDADE**

Encontre o raio e a altura de um cilindro circular reto com o maior volume, o qual pode ser inscrito em um cone circular reto com  $H$  de altura e  $R$  de raio.

1- Agora, olhando os dados do gráfico encontre o raio e a altura desse cilindro de forma que o volume seja máximo.

R:



Da semelhança de triângulos acima, obtemos a seguinte função a fim de eliminar uma das variáveis:

$$\frac{H-h}{r} = \frac{H}{R}$$

$$\frac{H}{R}r = H-h$$

$$\frac{H}{R}r - H = -h$$

$$h = H - \frac{Hr}{R}$$

$$\text{Então, Volume do cilindro} = \pi r^2 \left( H - \frac{Hr}{R} \right) = H\pi r^2 - \frac{Hr^3\pi}{R}$$

Logo,

$$\frac{dV}{dr} = 2H\pi r - \frac{3\pi r^2 H}{R}$$

Igualando a zero:

$$Hr\pi \left( 2 - \frac{3r}{R} \right) = 0$$

Daí:

$$r = \frac{2R}{3} \text{ e } h = \frac{H}{3}.$$

2- Porque as extremidades do gráfico tocam o eixo x? Existe derivada nesses pontos? Justifique.

**R-** Se uma função  $f$  está definida em um intervalo  $[a,b]$ , mas não fora dele, então  $f$  não está definida nos extremos desse intervalo porque derivadas são limites bilaterais, para isso, definimos as Derivadas Laterais:

Derivada pela esquerda:  $f'_{-}(x) = \lim_{h \rightarrow 0^{-}} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  e

Derivada pela direita:  $f'_{+}(x) = \lim_{h \rightarrow 0^{+}} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ .

**3-** Qual a razão entre o volume do cilindro e o volume do cone?

**R-**

Volume do cilindro:  $\pi r^2 \left( H - \frac{Hr}{R} \right)$

Volume do cone:  $\frac{1}{3} \pi R^2 H$

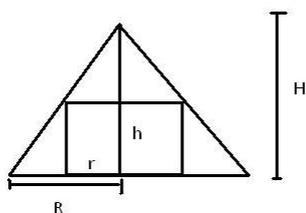
Então, fazendo as contas:

$$\frac{\pi r^2 \left( H - \frac{Hr}{R} \right)}{\frac{1}{3} \pi R^2 H} = \frac{4}{9}$$

### TERCEIRA ATIVIDADE

**1-)** Quais as dimensões do retângulo de forma que esse tenha maior área possível?

**R:** Dado um triângulo isósceles de base  $2B$  e altura  $H$ , devemos encontrar a altura  $h$  e o lado  $2r$  do retângulo máximo inscrito nesse triângulo.



Obtemos a semelhança:

$$\frac{B}{H} = \frac{B-r}{h}$$

Daí,

$$h = \frac{(B-r)H}{B}$$

E como a área do retângulo é dada por  $A = 2rh$ , teremos:

$$A = 2r \frac{(B-h)H}{B}$$

A derivada será:

$$\frac{dA}{dr} = \frac{2H(B-2r)}{B}$$

Encontramos o ponto crítico  $r=B/2$  e aplicando a derivada segunda na Área nesse ponto (que dá negativo), concluímos que ele é ponto de máximo. Logo, encontramos  $h=H/2$ .

2-) *Analise o gráfico. Porque ele tem esse comportamento?*

3-) *Qual a razão entre a área do retângulo e a área do triângulo?*

**R-** A razão entre as áreas será dada por: (observação: já substituindo os valores de  $r$  e  $h$ )

$$\frac{\frac{BH}{2}}{BH}$$

Fazendo as contas, a razão será igual a  $1/2$ .

### **Sugestão de avaliação**

Sugerimos que ao final das atividades, os alunos entreguem as questões propostas nos objetos resolvidas.

### **Referências Bibliográficas**

Howard Anton- Cálculo um novo horizonte- 6ª edição- volume 1.

<http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/superior/maxmin/mm06.htm>