
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Raquel Milani

O processo de aprender a dialogar por futuros professores de matemática com seus alunos no estágio supervisionado

Rio Claro
2015

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

“Júlio de Mesquita Filho”

Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Câmpus de Rio Claro

Raquel Milani

**O processo de aprender a dialogar por futuros professores de matemática com seus
alunos no estágio supervisionado**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, câmpus de Rio Claro, como requisito para obtenção do grau de Doutora em Educação Matemática.

Orientador: Ole Skovsmose

Rio Claro - SP
2015

510.07 Milani, Raquel
M637p O processo de aprender a dialogar por futuros professores
de matemática com seus alunos no estágio supervisionado /
Raquel Milani. - Rio Claro, 2015
240 f. : il., figs.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista,
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Ole Skovsmose

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Diálogo. 3. Formação
de professores de matemática. 4. Interação. I. Título.

Raquel Milani

O processo de aprender a dialogar por futuros professores de matemática com seus alunos no estágio supervisionado

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Educação Matemática.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Ole Skovsmose (Orientador)
Universidade Estadual Paulista – Unesp – Rio Claro

Prof. Dr. João Filipe Matos
Universidade de Lisboa

Profa. Dra. Maria do Carmo de Sousa
Universidade Federal de São Carlos – Ufscar

Profa. Dra. Arlete de Jesus Brito
Universidade Estadual Paulista – Unesp – Rio Claro

Prof. Dr. Romulo Lins
Universidade Estadual Paulista – Unesp – Rio Claro

Rio Claro, SP, 20 de janeiro de 2015.

Resultado: Aprovado

AGRADECIMENTOS

Ah... as reuniões de orientação na padaria! Um local que pode parecer estranho para tal fim, mas que, com a presença de Ole Skovsmose, “faz muito bom sentido”! Alegria e profundidade nas reflexões. Essa é a marca do orientador desta pesquisa. Lembro-me bem das vezes que chegava até ele com “crises”, dizendo que estava “preocupada”, sem saber por onde seguir. Sempre com um sorriso, ele apontava sugestões e eu saía da reunião com ideias possíveis de serem trilhadas. Obrigada Ole, por fazer de cada encontro um momento de criar, rir e refletir. Obrigada pela liberdade para pesquisar em educação matemática.

Aos meus “irmãos acadêmicos”, Denival, Guilherme e Renato, pela ajuda na escrita, reflexões, risadas e perguntas provocadoras. Aproveito para dar as boas-vindas aos novos irmãos Carol e João, a quem agradeço por contribuírem já nos primeiros encontros que tivemos.

À querida amiga e colega Isolda Gianni de Lima, quem muito contribuiu para a realização da produção dos dados da pesquisa e sempre me recebeu com sorriso largo, mesmo para falar de minhas preocupações.

Às estagiárias Amanda, Isabela, Lyriel e Valentina, pela disponibilidade em participar da pesquisa e por contribuírem com a minha aprendizagem sobre aprender a dialogar.

À Helle Alrø e Marit Johnsen-Høines, pelas conversas sobre diálogo.

Ao João Filipe Matos e Steve Lerman, pela acolhida em seus países, escuta atenta e perguntas e comentários provocadores durante o Doutorado Sanduíche no Exterior.

À Miriam Godoy Penteadó pela orientação e carinho em alguns momentos da realização pesquisa, e por me apresentar o orientador desta tese!

Aos membros da banca de qualificação e defesa, João Filipe Matos, Maria do Carmo de Sousa, Arlete de Jesus Brito e Romulo Lins, pelas sugestões e críticas à pesquisa.

Aos colegas do grupo Épura, pelas contribuições à pesquisa e momentos de aprendizagem.

Aos grupos Sigma-T e Múltiplos Um, pelas boas reflexões durante o período que participei das reuniões.

Aos amigos da PGEM, pelos momentos de descontração e discussão.

À agência de fomento CAPES, pelo suporte financeiro que possibilitou a realização da presente pesquisa.

Às queridas amigas, Michela, Patricia e Regina, com quem muito conversei sobre educação matemática e, em especial, sobre a vida. Obrigada pela amizade, apoio e muitos momentos de alegria.

Ao Daniel, pelo carinho, apoio e incentivo incansável, desde o momento em que pensei em ingressar no doutorado.

À minha família, pelo carinho, apoio e pelas vezes que perguntaram “Quel, quando tu vens?”.

Em especial, à minha querida mãe, Maria, quem tanto amo e quem sempre esteve ao meu lado.

RESUMO

A presente tese trata do processo de aprender a dialogar por futuros professores com seus alunos nas aulas de matemática para promover aprendizagem. Sabe-se que, para muitos estagiários e professores em início de carreira, é difícil ouvir seus alunos, levar em consideração diferentes perspectivas, formular perguntas e, de um modo geral, colocar em ação uma forma mais aberta de comunicação. Considerando essa dificuldade, uma disciplina de estágio supervisionado em matemática foi planejada com o objetivo de promover um encontro entre os estagiários e o conceito de diálogo. Atividades de diálogo de caráter investigativo, reflexivo e de planejamento foram desenvolvidas para proporcionar tal encontro. A pergunta que norteou a pesquisa foi *como se desenvolve o processo de aprender a dialogar por parte de futuros professores de matemática com seus alunos em sua prática docente no contexto do estágio supervisionado?* Um objetivo relacionado a essa pergunta foi propor e avaliar ações para promover a aprendizagem do diálogo na formação de professores. O conceito de diálogo não foi considerado como pronto e definitivo no início da produção dos dados. Ao longo da pesquisa, portanto, a pergunta *o que é diálogo?* foi perseguida. Duas estagiárias foram escolhidas para ter sua prática docente acompanhada. De caráter qualitativo, a pesquisa teve como dados, especialmente, episódios das aulas da disciplina de estágio, das aulas das estagiárias e dos momentos de orientação entre professora supervisora e estagiárias. O movimento de teorização ocorreu a partir da análise dos dados sob o olhar de inspirações teóricas. Como resultado da pesquisa, propõe-se algumas ações que podem contribuir com o processo de aprender a dialogar, como por exemplo, experimentar o diálogo em atividades investigativas e envolver-se em processos de imaginação pedagógica para: imaginar-se professores em diálogo; e, em meio a prática docente, criar constantemente novas possibilidades para se ter um contexto de diálogo em que seus elementos sejam colocados em ação. No que tange ao conceito central da pesquisa, foi elaborada uma interpretação para o diálogo que tem como postura política subjacente o compartilhamento da fala pelos envolvidos. Assim, por diálogo, entende-se uma forma de interação entre professor e alunos, engajados em uma atividade de aprendizagem, em que a fala e a escuta ativa são compartilhadas, ideias são discutidas e a compreensão do que o outro diz é fundamental.

Palavras-chave: Educação matemática. Diálogo. Estágio supervisionado em matemática. Formação de professores de matemática. Interação.

ABSTRACT

This thesis concerns the process of learning to be engaged in dialogue by prospective teachers with their students in mathematics classes in order to promote learning. It is difficult for them and for beginning teachers to listen to their students, consider different perspectives, pose questions, and, in general, establish an open interaction with them. Considering this difficulty, a teaching practice course on mathematics was designed in order to promote a meeting between the prospective teachers and the concept of dialogue. Dialogue activities in the sense of investigation, reflection and planning were developed to provide such a meeting. The research question was: *how does the process of learning to be engaged in dialogue by prospective mathematics teachers with their students in their teaching practice in the context of supervised teaching practice develop?* An objective related to this question was to propose and evaluate actions to provide learning of dialogue in teacher education. The concept of dialogue was not considered closed and definitive at the beginning of the production of research data. During the research, therefore, the question *what is dialogue?* was in focus. Two prospective teachers were chosen to have their teaching followed. The research was qualitative and the data were episodes, especially from the teaching practice course, the prospective teachers' classes and moments of supervision. The movement of theorizing occurred from the analysis of the data with a lens of theoretical inspiration. As a result of the research, some actions were proposed that can contribute to the process of learning to be engaged in dialogue, for example, to experience the dialogue in investigative activities and be involved in pedagogical imagination to imagine themselves as teachers engaged in dialogue; and, during the teaching process, constantly to create new possibilities to have a context of dialogue in which its elements are put into action. Regarding the central concept of the research, an interpretation for dialogue was proposed whose underlying political stance assumes that the talk is shared by those involved in it. Therefore, the dialogue was understood as a form of interaction between teacher and students engaged in a learning activity in which talk and active listening are shared, the ideas are discussed and an understanding of what the other says is fundamental.

Keywords: Mathematics education. Dialogue. Supervised teaching practice course on mathematics. Mathematics teacher education. Interaction.

SUMÁRIO

Introdução.....	9
-----------------	---

Parte I

Antes da produção dos dados

1 O que é diálogo? Eis a questão!.....	15
1.1 Diálogo: investigação, risco e igualdade	16
1.2 A ação de perguntar nas aulas de matemática.....	25
1.3 Perguntas dialógicas: uma relação entre o diálogo e a ação de perguntar.....	29
1.4 Diálogo: comunicação em uma zona de risco.....	33
1.5 Considerações finais	36

Parte II

Durante a produção dos dados

2 Estágio supervisionado em matemática: Um lugar para aprender a dialogar	41
2.1 A preparação de um lugar para o diálogo.....	41
2.2 Um lugar planejado para o diálogo.....	43
2.3 A disciplina para além do diálogo	49
2.4 Éramos seis e o diálogo.....	53
2.5 Que surjam os dados da pesquisa!	56
2.6 Dos dados à teorização sobre diálogo.....	62
3 Raquel entrevista Isolda que entrevista Raquel: Uma conversa sobre diálogo	71
(Raquel Milani e Isolda Gianni de Lima)	
3.1 Uma pesquisa sobre diálogo na formação inicial de professores	71
3.2 Raquel e Isolda em uma entrevista mútua	73
3.3 Atos dialógicos na entrevista mútua	75
3.4 A construção de um conhecimento comum	77
3.5 Raquel e Isolda em uma <i>entre-vista</i> mútua.....	80
3.6 Considerações finais	82
4 Inquiry Gestures.....	85
(Raquel Milani and Ole Skovsmose)	
4.1 About Dewey and Lakatos	85
4.2 The context of our data	87
4.3 Counting sticks and squares: an example of inquiry process.....	87
4.4 Inquiry gestures	94
4.5 Instead of conclusions.....	96
<i>Postscript</i>	99

Parte III
Após a produção dos dados

5	Diálogo: Imaginação, (im)previsibilidade e ação.....	105
5.1	A (im)previsibilidade do diálogo	105
5.2	“Minha primeira aula dialogada”: o contexto de um diálogo previsível.....	106
5.3	Isabela e Lyriel em “minha primeira atividade dialogada”	108
5.4	O diálogo de Isabela e Lyriel: que diálogo é esse?.....	111
5.5	Um diálogo imaginário e seus balizadores.....	113
5.6	O grau de (im)previsibilidade de um diálogo.....	116
5.7	“E se?”: a exploração de possibilidades no processo de imaginação pedagógica	121
5.8	Diálogos imaginários: uma possibilidade de ação para aprender a dialogar.....	124
6	Dialogue: Places, moves and meanings.....	127
6.1	A conversation about dialogue	129
6.2	Looking at the conversation through a Vygotskian lenses.....	133
6.3	Dialogue in a productive interaction.....	144
6.4	Places, moves and meanings: a conceptualization for dialogue	152
7	“Desculpa, eu não te entendi”: Alguns elementos essenciais do diálogo	157
7.1	O que mesmo o “i” significa?.....	158
7.2	Sim, eu ouvi o -2!.....	161
7.3	Isabela e sua prática de diálogo	164
7.4	Elementos essenciais do diálogo	169
7.5	Considerações finais	175
8	Diálogo e suas múltiplas interpretações	181
8.1	“O que vocês sugerem para que a gente faça isso?”: o diálogo como participação.....	182
8.2	“Eu não tô conseguindo prolongar o diálogo”: o diálogo como discussão	185
8.3	Será que o diálogo vai acontecer?: o diálogo como incerteza	188
8.4	Eu preciso ir até onde você está: o diálogo como movimento.....	191
8.5	A multiplicidade e a transitoriedade do diálogo	193
	Considerações finais.....	197
	Referências.....	209
	Apêndice A – Dialogue: Imagination, predictability and action.....	215
	Apêndice B – Raquel interviews Isolda who interviews Raquel: A conversation about dialogue	225
	(Raquel Milani e Isolda Gianni de Lima)	
	Anexo – Terceira atividade de diálogo	237

INTRODUÇÃO

Esta é uma tese sobre a aprendizagem do diálogo por futuros professores de matemática. Trata-se do diálogo entre estagiários e seus alunos para promover aprendizagem. Quem lê essas frases, pode pensar que o autor desta tese esclarece, desde o início do texto, o que entende por diálogo. Esse autor não sou eu. Permiti-me refletir sobre a pergunta “o que é diálogo para ti, Raquel?” ao longo de toda pesquisa e, assim, envolvi-me em um processo de teorização sobre diálogo. Dizer do diálogo tornou-se um resultado da pesquisa e, não, o ponto inicial, considerando-o como conceito pronto, definido de antemão e fechado. Se assim o fosse, o diálogo seria algo externo à pesquisa. Os dados empíricos seriam avaliados sob um olhar de fora, prescritivo e que diria se o que ocorreu durante a produção dos dados havia sido ou não algo do diálogo, daquele pré-definido. Não, não era isso o que eu queria.

Para refletir sobre o diálogo, parti de algumas concepções iniciais advindas de leituras e da minha própria prática docente. Tomando como ponto de partida tais concepções, deixei-me levar pelos dados da pesquisa para, então, teorizar sobre o diálogo. Ao finalizar a tese, acredito que tenha chegado em algumas considerações importantes sobre o conceito. Assumo que são considerações localizadas em determinado contexto e tempo e que, por isso, são transitórias. Para chegar a elas, comecei olhando para o que estava próximo a mim, ou melhor, olhei para mim.

Iniciei minhas reflexões a respeito das ações relacionadas ao diálogo quando ingressei no mestrado em educação matemática. Foi no encontro com o Baldino, Prof. Dr. Roberto Ribeiro Baldino, na UNESP, que comecei a me dar conta da importância de ouvir e falar para a aprendizagem. Nas nossas reuniões, em alguns dos subgrupos do Grupo de Pesquisa-Ação (GPA), via sua máxima “ensina-se ouvindo; aprende-se falando” em prática. Presenciava situações de diálogo entre Baldino e alunos de graduação e pós-graduação que me faziam pensar no que ele queria com suas perguntas e comentários e o que ele fazia com as respostas e os comentários dos alunos. Por que perguntava tanto? Por que não dizia como fazer e pronto? Durante os três anos de vivência, estudando sob sua orientação, experimentei perguntar, ouvir e participar de diálogos com alunos que tentavam aprender matemática. Era necessário elaborar questões aos estudantes de modo a conhecer suas concepções e a orientá-los em seus raciocínios. Muitas vezes, elaborava perguntas vagas, sem qualquer indício de orientação, ou fazia comentários que “entregavam” a resposta pronta aos participantes. Baldino fazia reiteradas análises a respeito do que estava sendo perguntado e, assim, era possível aprimorar minha participação no diálogo.

Dois momentos foram marcantes. Um deles foi quando fiz uma pergunta a um aluno da graduação, em uma reunião do GPA e, de repente, Baldino me olhou e falou em voz baixa “por que você perguntou isso?”, desconfiando do caminho que havia escolhido para conduzir o aluno à aprendizagem. A conversa continuou e ficou evidente o ponto que eu estava buscando esclarecer. Eu havia tido sucesso em minha escolha. Baldino me olhou e sorriu. Eu estava aprendendo a entender o que o outro pensava.

Mais um momento importante, mas agora eu estava na posição de aluna. Havia estudantes que se mostravam muito calmos quando estavam ao quadro-negro, mostrando seu raciocínio a todos e respondendo às perguntas. Desse grupo calmo, desta vez, eu não fazia parte! Estávamos apenas eu e Baldino numa sala do Departamento de Matemática da UNESP conversando sobre análise infinitesimal. Minha dissertação tratava do ensino e da aprendizagem do cálculo infinitesimal. Eu estava suando ao quadro-negro, segurando a barra de giz, tentando mostrar meu raciocínio, por vezes truncado, e respondendo às perguntas e ao silêncio do Baldino que estava sentado me olhando. Percebi que ele só intervinha se eu falasse algo, se eu apresentasse a ele alguma fala para que ele pudesse trabalhar sobre ela. Caso contrário, o silêncio reinava na interação. Comecei a me dar conta que dialogar não parecia ser algo fácil, nem para o professor nem para o aluno. O silêncio de minutos na conversa daquele dia me mostrou isso.

No mestrado aprendi a escutar e a perguntar, de modo a investigar o que o aluno estava pensando, para que, assim, pudesse estruturar uma forma de orientá-lo para que superasse dificuldades no processo de aprendizagem. Defendi a dissertação e levei para minha prática docente no Ensino Superior e na Educação Básica a máxima do Baldino que, para mim, dizia muito sobre dialogar. No curso de Licenciatura em Matemática, especialmente nas disciplinas de estágio supervisionado, orientava os futuros professores a inserirem uma interação mais aberta nas aulas para que pudessem valorizar o que os alunos diziam. Minhas aulas na Educação Básica eram um laboratório para experimentar várias formas de interação com as crianças e adolescentes. Tentava colocar em prática um diálogo com a turma inteira. Levava essas experiências para a orientação dos estagiários.

Três anos antes de ingressar no doutorado, conheci o livro “Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática”, de Helle Alrø e Ole Skovsmose (2006). Foi outro encontro marcante, e como foi! Às aprendizagens do mestrado, aliaram-se as inspiradoras ideias desses dois autores. Com clareza e seriedade, eles definem e caracterizam o diálogo por meio de atos dialógicos em atividades específicas de investigação. Reconheci no texto muitas de minhas ações docentes. Foi um momento inspirador! Eu havia encontrado companhia para pensar

sobre o diálogo. Nessa época, nem poderia imaginar que, três anos depois, seria orientanda de Ole e que com ele teria liberdade para escrever, criar e pensar educação matemática.

Em meio a minha prática de orientar futuros professores, algumas reflexões começaram a se definir como interesses de pesquisa. Naquele tempo, pensava o diálogo como forma de comunicação repleta de perguntas, feitas principalmente pelo professor. Era o que mais eu valorizava: as perguntas. Assim, havia estagiários que aceitavam o diálogo e tentavam colocá-lo em prática em suas aulas. Outros, não davam essa abertura e executavam uma prática bastante expositiva. No entanto, os que me deixavam mais intrigada eram aqueles que aceitavam o convite para dialogar com os alunos, mas nas aulas seu discurso era diretivo e expositivo sem muitas brechas para os alunos expressassem suas perspectivas. Evidente que essa prática era a primeira para muitos dos estagiários e que com a experiência na escola eles poderiam arriscar uma conversação mais aberta. Mas sentia que algo poderia ser feito para que o diálogo fosse, de fato, colocado em prática nos estágios.

Inicialmente me propus a investigar a respeito das perguntas realizadas pelos futuros professores aos seus alunos no contexto do estágio supervisionado. Com a ajuda de Ole e dos colegas de orientação, percebi que as perguntas que os estagiários formulavam estavam inseridas em um contexto maior de comunicação. Para compreender como eram elaboradas, deveria olhar para o contexto em que elas surgiam. Tendo em vista esse fato, voltei minha atenção diretamente ao diálogo, e os questionamentos elaborados pelo futuro professor foram considerados na pesquisa como um dos aspectos a serem investigados.

Da literatura e de minha prática docente, sei que é difícil para muitos estagiários ouvir seus alunos, levar em consideração diferentes perspectivas, formular perguntas e, de um modo geral, colocar em ação uma forma mais aberta de comunicação. Considerando essa dificuldade, a pergunta que guia a presente investigação é: **como se desenvolve o processo de aprender a dialogar por parte de futuros professores de matemática com seus alunos em sua prática docente no contexto do estágio supervisionado?** Um objetivo da tese fortemente ligado ao processo de aprender a dialogar é propor e avaliar ações específicas voltadas a esse processo, no curso de formação de professores. Refletir sobre aprender a dialogar implica em explicitar o que se entende por diálogo. Assim, relacionada à pergunta-diretriz, há outra também relevante a ser evidenciada e, então, para ser perseguida ao longo de toda a tese: **o que é diálogo?** Desse modo, a pesquisa também objetiva discutir esse conceito, apresentando algumas interpretações para ele, as quais estão relacionadas à prática das estagiárias, inspirações teóricas e concepções de minha própria prática docente.

A tese está dividida em três partes: antes da produção dos dados, durante a produção dos dados e após a produção dos dados. A primeira parte trata do momento da escrita antes dos dados da pesquisa serem produzidos, quando me concentro em escrever sobre a literatura a respeito do diálogo e da ação de perguntar. A parte dois da tese diz respeito ao que ocorre durante a produção dos dados empíricos. Os textos são escritos com a colaboração de outras pessoas que pensaram comigo a respeito de aspectos relativos ao tema da pesquisa. A terceira e última parte da tese é reservada aos textos que trazem reflexões acerca dos dados empíricos. Aqui, volto a escrever sozinha, após a produção dos dados.

A tese é composta por oito textos e é escrita essencialmente no formato de artigos. Esses possuem suas próprias referências bibliográficas, mas, ao fim da tese, todas estão reunidas para a consulta do leitor. São duas as justificativas da escolha por esse formato. Uma delas é que o exercício da escrita de artigos científicos faz parte das atividades do pesquisador e me encontro justamente no processo de formação de pesquisadora em educação matemática. Assim, escrever a tese foi uma prática da escrita de artigos. Outro motivo é o fato de que após a publicação da pesquisa, geralmente se produz textos a partir dos capítulos da tese, e, do modo que escolhi escrevê-la, anteciparia essa tarefa.

Após as referências bibliográficas, há dois apêndices e um anexo que complementam o que foi apresentado na tese. Os apêndices e dois textos do corpo da tese foram escritos na língua inglesa por alguns motivos. Por se tratar de uma pesquisa de doutorado, acredito que as discussões realizadas devem ser compartilhadas também com a comunidade internacional de pesquisadores. Assim, um texto com o orientador desta pesquisa foi publicado em um livro e os que se encontram no apêndice foram submetidos à avaliação para serem apresentados em eventos internacionais. Há outro texto no corpo da tese que é fruto das reflexões que fiz numa parte do Doutorado Sanduíche no Exterior. A comunicação com o orientador estrangeiro era em inglês e, portanto, a escrita do texto nessa língua facilitava o entendimento mútuo.

“So”, como diz Ole, vamos à tese em si!

Parte I

Antes da produção dos dados

Na introdução, esclareci que não iniciei a pesquisa com um conceito único e fechado de diálogo. Permiti-me deixá-lo em aberto para poder teorizar sobre ele. A intenção nunca foi a de comparar a prática dos estagiários a esse conceito pré-definido. Mas como, então, falar sobre o processo de aprender a dialogar para promover aprendizagem nas aulas de matemática, sem antes saber exatamente o que é diálogo? Como ir a campo e produzir dados para a pesquisa, sem antes explicitar claramente o que é diálogo? Deixar um conceito em aberto, não significa não poder dizer nada sobre ele. O que existia, para mim, antes da produção dos dados, eram ideias sobre o conceito advindas da minha prática docente, como professora da Educação Básica e como formadora de professores de matemática, e de leituras sobre diálogo. Com esse conjunto de concepções pude planejar e desenvolver um trabalho com foco no diálogo com os estagiários no campo empírico da pesquisa, onde os dados seriam produzidos.

Essas reflexões iniciais sobre o conceito de diálogo encontram-se no texto “O que é diálogo? Eis a questão!” que compõe unicamente a primeira parte da tese. É um texto em que partes dele foram publicadas em artigos distintos e que, agora, foram reunidas e reformuladas para compô-lo. O texto tem foco central nos elementos teóricos e empíricos do conceito de diálogo para Helle Alrø e Ole Skovsmose, os quais permearão toda a tese. Trata-se de uma inspiração teórica importante. Apresento, nesse texto, reflexões sobre a ação de perguntar nas aulas de matemática e proponho a inserção das perguntas dialógicas como mais um elemento do diálogo. O estudo a respeito das perguntas feitas especialmente pelo professor vem a atender minha intenção inicial de tema para tese de doutorado. No texto, esse estudo aparece incluído nas reflexões sobre diálogo. Discuto também o movimento do professor de uma zona de conforto para uma zona de risco, quando se considera estar em diálogo com os alunos.

1 O QUE É DIÁLOGO? EIS A QUESTÃO!

É recorrente no meio educacional a ideia de que o monopólio da fala nas aulas de matemática pelo professor não é benéfico para a aprendizagem de muitos alunos. Argumenta-se que eles devem ter uma participação ativa e que o professor deve criar momentos para que possam se expressar. Diversas pesquisas mostram a importância de o professor ouvir o raciocínio dos alunos, elaborar perguntas de modo a contribuir com sua aprendizagem, convidar os alunos a falar sobre os conceitos, entre outras ações que podem fazer parte da interação e comunicação do professor com os alunos. Ball e Fornazi (2009) enfatizam, entre outros aspectos, a importância de fazer o aluno explicitar suas ideias para que o professor conheça-as e use-as para o desenvolvimento das atividades nas aulas, bem como para que os alunos possam juntos construir conhecimentos matemáticos. Para Wallach e Even (2005), não se trata de existir um momento específico da aula para conhecer e avaliar as ideias dos alunos, mas sim de incorporar essas ações em toda a prática pedagógica. Segundo esses autores, isso pode ser feito, por exemplo, na escuta atenta às falas dos alunos ao resolver um problema. Ouvir os alunos é uma ferramenta poderosa para compreender o que eles dizem, mostram, sentem e fazem nas tarefas matemáticas (WALLACH; EVEN, 2005).

Se o monólogo do professor não leva muitos alunos nas escolas a aprender, considera-se, então, o diálogo entre professor e alunos como possibilidade de comunicação nas aulas de matemática. Mas o que é o diálogo? Como se configura? Como ele pode aparecer nas aulas? O presente texto apresenta algumas reflexões de estudos acerca do diálogo em educação matemática. O foco principal de atenção é a proposta de Helle Alrø e Ole Skovsmose para o conceito. Apresentarei, inicialmente, como esses autores entendem o diálogo em cenários para investigação, caracterizando seus aspectos teóricos e empíricos. Um elemento que aparece com frequência na fala do professor nas aulas de matemática é a pergunta. Abordarei algumas pesquisas a respeito da ação de perguntar do professor de matemática e do futuro professor de matemática. Em seguida, apresentarei algumas proposições a respeito da relação entre a ação de perguntar e o diálogo, propondo uma revisão desse conceito. Na seção seguinte, discuto o movimento do professor em direção a um contexto mais imprevisível de ação, considerando os diferentes ambientes de aprendizagem e formas de comunicação, e os conceitos de zona de conforto e zona de risco.

1.1 Diálogo: investigação, risco e igualdade¹

A aula de matemática constitui-se em um espaço de diferentes padrões de interação entre o professor e seus alunos. Há muitas formas de comunicação nesse ambiente, como por exemplo, diálogo, discurso expositivo do professor, o padrão “sanduíche” e “adivinhação”. Essas formas de comunicação estabelecidas nas aulas influenciam as qualidades da aprendizagem de matemática (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, 2006). Geralmente é o professor quem decide o que acontecerá na aula e como isso será feito. Dependendo do modo como ele possibilita que os alunos manifestem-se e como ele responde a essas manifestações, o tipo de participação dos alunos na aula será distinto e isso influencia no processo de aprendizagem (STREITLIEN, 2010). Todas as formas de comunicação são úteis de alguma forma, mas nem todas possibilitam que os alunos possam se expressar conforme suas próprias ideias. É possível ter uma comunicação mais coletiva nas aulas de matemática. Chapin, Connor e Anderson (2009) afirmam que o diálogo pode fornecer “access to ideas, relationships among those ideas, strategies, procedures, facts, mathematical history, and more” (p. 6). Na discussão desses aspectos, os alunos podem ser encorajados a “treat one another as equal partners in thinking, conjecturing, exploring, and sharing ideas” (CHAPIN; CONNOR; ANDERSON, 2009, p.6).

Considerando esse contexto de comunicação mais aberta nas aulas de matemática, nesta seção apresentarei o diálogo para Alrø e Skovsmose, como sendo um tipo de conversação com algumas características especiais que visa à aprendizagem crítica. Essa qualidade de aprendizagem está ligada à matemacia (SKOVSMOSE, 2007, 2009a).

A matemacia tem relação próxima à literacia de Paulo Freire e à materacia de Ubiratan D’Ambrosio. A literacia vai além da capacidade de ler e escrever. Refere-se também à “capacidade para ler e interpretar situações sociais, culturais, políticas, econômicas e interpretar essas situações com condições para a realização de ações de transformação” (SKOVSMOSE, 2009a, p.111). De modo semelhante, além da capacidade de calcular, a matemacia possibilita a reflexão sobre situações em que a matemática figura de forma explícita ou implícita de modo a questioná-las e modificá-las. Tais situações são chamadas de matemática em ação por Skovsmose. Com a matemacia, faz-se uma leitura crítica das situações, avaliando-se as posições de poder, os riscos envolvidos e as possíveis mudanças. O aluno que está desenvolvendo a capacidade de refletir sobre dada situação, transforma, de

¹ Versões do texto desta seção e das seguintes foram apresentados em congressos. Ver Milani (2012a, 2012b, 2012c, 2012d).

alguma forma, seu modo de enxergar essa situação e isso pode gerar mudanças em suas ações cotidianas².

Para desenvolver a matemacia, o contexto de estudo não deve ser aquele do paradigma do exercício. Nesse contexto, geralmente figura o absolutismo burocrático “que estabelece em termos absolutos o que é certo e o que é errado sem explicitar os critérios que orientam tais decisões” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 26). A forma de comunicação dominante nesse contexto, seja entre o professor e seus alunos ou entre os alunos, é o jogo-de-perguntas. Geralmente as perguntas são feitas pelo professor e é ele quem aprova ou reprova as respostas dos alunos, representando a autoridade na sala de aula. A tarefa do professor se resume a explicar o algoritmo correto e corrigir erros. Voltarei a caracterizar o paradigma do exercício mais adiante neste texto.

Não é, portanto, qualquer qualidade de interação que facilita o desenvolvimento da matemacia. É necessário que haja espaço no ambiente de estudo para outros tipos de comunicação. Nesse sentido, Skovsmose propõe os cenários para investigação (SKOVSMOSE, 2000, 2001, 2011a).

Ao resolver exercícios, como por exemplo, “Considere as funções f e g de \mathfrak{R} em \mathfrak{R} definidas por $f(x) = 2x + 3$ e $g(x) = -x + 5$. Encontre f^{-1} e g^{-1} ”, o aluno pode aprender a executar uma técnica. Há, no entanto, outras habilidades que podem ser desenvolvidas nas aulas de matemática. Se abrirmos um exercício como esse (SKOVSMOSE, 2011a), podemos ter a seguinte situação “Vamos considerar duas funções reais de primeiro grau f e g de \mathfrak{R} em \mathfrak{R} definidas por $f(x) = ax + b$ e $g(x) = cx + d$, onde os parâmetros a , b , c , d são números reais. O que podemos dizer sobre a interseção de f e g ? E de f e f^{-1} ? E f^{-1} e g^{-1} ?”. A ideia de abrir um exercício refere-se a criar outras possibilidades de encaminhamento sobre a temática proposta nele. É claro que para resolver a situação acima, o aluno precisa saber encontrar a lei da função inversa de uma função dada, mas não para por aí. Ele é convidado a explorar conceitos matemáticos e levantar hipóteses. Nessa situação foram apresentadas três perguntas e elas indicam que existem outras que podem ser formuladas pelo professor ou pelos alunos, dependendo de suas intenções com a atividade.

A segunda situação descrita acima, quando abre-se um exercício, é um exemplo de atividade investigativa localizada em um cenário para investigação referente à matemática.

² Para um exemplo de possibilidade de ação nas aulas de matemática para desenvolver a matemacia, o leitor pode ver Milani, Silva e Saullo (2011), e Milani e Silva (2013). Nesses trabalhos, as autoras exploram a situação das queimadas nos canaviais do Brasil, transformando-a em uma atividade de matemática em ação.

Segundo Skovsmose, um cenário para investigação pode também se referir à realidade ou semirrealidade. Nesses casos, os dados apresentados fazem referência a situações que aconteceram efetivamente ou que poderiam ter acontecido, respectivamente. Se os alunos estão engajados ativamente em uma atividade investigativa é porque aceitaram o convite do professor para realizar a investigação. O convite não pode soar como uma ordem, caso contrário ele pode ser recusado pelos alunos. O aceite à investigação depende também das intenções dos alunos naquele momento e da natureza da atividade (SKOVSMOSE, 2000). Existe uma intenção e uma atitude de curiosidade que move os participantes. Eles controlam o processo e são responsáveis por conduzir as atividades; trata-se de uma propriedade compartilhada. Um cenário para investigação é planejado para fornecer significado ao que os alunos estão produzindo na atividade (SKOVSMOSE, 2011a). Eles são convidados a explorar hipóteses e fazer descobertas. Uma vez eles estando engajados no trabalho, o professor não tem como antecipar o que os alunos descobrirão em sua investigação. Isso acontece porque eles têm liberdade para escolher o caminho a ser percorrido e agem conforme suas decisões. Algumas perguntas podem ser formuladas pelo professor, mas outras podem surgir durante a atividade, o que pode gerar novas possibilidades de investigação. No exemplo dado anteriormente, pode-se ainda querer saber como os resultados encontrados são modificados se as funções forem lineares ou de segundo grau. O que se pode dizer de funções compostas das funções dadas? Que características dos gráficos dessas funções podem ser identificadas? Uma atividade investigativa, portanto, é caracterizada por um alto grau de imprevisibilidade. Ela pode ser realizada em todos os níveis de ensino e uma mesma atividade pode levar a diferentes descobertas dependendo do nível em que é desenvolvida. Não se busca resultados genuínos, mas sim que os alunos façam suas próprias descobertas (SKOVSMOSE, 2011a).

As ações que o aluno executa na resolução de um exercício e quando está envolvido com colegas em uma atividade investigativa são distintas. Enquanto no paradigma do exercício o aluno treina uma técnica, em um cenário para investigação ele realiza descobertas interagindo com os colegas de modo cooperativo. O resultado desse tipo de participação é uma aprendizagem com envolvimento dos alunos. Em um cenário para investigação referente à matemática, por exemplo, o aluno não é receptor de informações do professor. Ao contrário, ele age de modo a descobrir propriedades e ideias matemáticas, não aceitando-as como prontas e acabadas, mas sim entendendo-as como passíveis de serem questionadas e aprimoradas. Dessa forma, o aluno envolvido em uma atividade investigativa é um sujeito de ação que participa ativamente da descoberta de ideias ao colocar cooperativamente em prática diversos atos dialógicos. Nesse modo de aprender, a intenção do aluno é voltada para a

atividade e, por isso, ele torna-se responsável pelo processo de aprendizagem. Quando o cenário para investigação refere-se à realidade ou semirrealidade e há o envolvimento dos alunos e a reflexão em relação à confiança e à responsabilidade dos resultados matemáticos, a aprendizagem tem a qualidade crítica (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004).

Na atividade investigativa, o tipo de comunicação entre professor e alunos, e entre alunos, é o diálogo. Para os autores, o diálogo é constituído de interações verbais e não-verbais e possui duas características que são expressas por elementos. A primeira delas é fundamentada em estudos teóricos, e seus elementos são: realizar uma investigação, correr riscos e promover a igualdade. A segunda característica do diálogo está relacionada a oito atos dialógicos: estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar. Esses elementos são mais específicos do que os três primeiros teóricos e foram estabelecidos a partir de observações empíricas da interação entre professores e alunos e entre alunos, em aulas de matemática.

Já abordei anteriormente o aspecto teórico de realizar uma investigação, ao descrever o que são os cenários para investigação segundo Alrø e Skovsmose. Cabe ainda salientar que esse tipo de atividade envolve: posicionar-se em relação a uma perspectiva, deixando-a evidente aos participantes; e abrir mão de uma perspectiva para que se possa explorar outros pontos de vista e, assim, possibilitar, a criação cooperativa de novas perspectivas.

Os rumos de um diálogo são imprevisíveis. Acreditar que, nesse contexto, novas perspectivas possam ser criadas, implica em não conhecer de antemão que ideias são essas. Quando se deseja saber o que o outro pensa, pode-se desconfiar de algo, mas não se tem a certeza do que o outro vai responder. São as diversas respostas e participações verbais e não-verbais dos participantes que “alimentam” e “dão vida” ao diálogo. Aprender e investigar em um cenário dialógico envolve, portanto, correr riscos. A imprevisibilidade neste contexto “means the challenge of trying new possibilities” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, p. 122) e isso gera oportunidades de aprendizagem. Aliado ao aspecto cognitivo está o aspecto emocional. Arriscar-se gera desconforto por não se saber se a perspectiva exposta será bem aceita ou não. Essa dúvida, a qual gera momentos de tensão, pode se reverter em euforia quando, de forma inesperada, uma perspectiva auxilia no processo de investigação. O sentimento de incerteza em excesso não é benéfico ao diálogo. Os alunos podem desistir da atividade ao se sentirem perdidos. A ideia não é remover o risco, mas sim promover momentos de incerteza passageira (ALRØ; KRISTIANSEN, 1998 apud ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, p. 123).

Quando se considera o conhecimento que professor e alunos têm a respeito de um conteúdo matemático específico, uma relação assimétrica entre eles é estabelecida: o professor sabe mais sobre esse conteúdo que os alunos. O diálogo, porém, não pode ser influenciado por essa relação. Professor e alunos estão em contato e o que se deseja é que haja uma relação interpessoal igualitária. Assim, promover a igualdade no diálogo não significa negar a diversidade e as diferenças, mas sim saber lidar com as mesmas, de forma justa. O professor pode convidar os alunos para participarem de um diálogo e para que ele ocorra os alunos devem aceitar esse convite. O princípio da igualdade tem a ver com o convite ao diálogo. Para promover a igualdade, e por consequência a aprendizagem, é preciso que se tente agir de acordo com três características: coerência, empatia e consideração. Ser coerente significa ser transparente e verdadeiro em relação ao que se pensa e faz. A empatia do professor aparece quando ele tenta entender o ponto de vista dos alunos, coloca-se no lugar do outro e tem consciência da perspectiva do outro. A consideração está relacionada a aceitar e respeitar o outro com quem se dialoga, sem a intenção de mudá-lo. No diálogo, professor e alunos têm direito à fala e a serem escutados. As diferenças e a diversidade ao agir e pensar são respeitadas.

Ao realizar uma investigação, correr riscos e promover igualdade, os participantes do diálogo se engajam em ações mais específicas. A segunda característica do diálogo refere-se ao conjunto dessas ações, chamadas de atos dialógicos, o qual constitui o Modelo de Cooperação Investigativa (Modelo – CI). Ao observar a interação entre professor e alunos e entre alunos em um cenário de investigação, Alrø e Skovsmose perceberam a existência de oito atos dialógicos: *estabelecer contato*, *perceber*, *reconhecer*, *posicionar-se*, *pensar alto*, *reformular*, *desafiar* e *avaliar*. Segundo os autores, esses elementos, que não são os únicos possíveis atos dialógicos, auxiliam tanto na manutenção como no desenvolvimento do diálogo. Apesar de haver íntima relação entre os elementos, os mesmos serão abordados separadamente a seguir.

Estabelecer contato é um elemento fundamental na atividade de cooperação. Sem esse elemento, o processo de cooperação não se inicia. Estar em contato significa “*being present and paying attention to each other and to the contributions of one another in a relation of mutual respect, responsibility and confidence*” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, p. 101, grifo dos autores). Quando tratamos de *estabelecer contato*, aspectos emocionais entram em questão. Os participantes devem sentir-se confortáveis na posição que ocupam, tendo sua perspectiva respeitada pelo outro e sendo considerada para avaliação. O sentimento de desconfiança quando não explicitado e o controle da investigação por apenas um dos

participantes são sinais de que o contato foi rompido. Não há conexão entre os participantes da comunicação quando um não consegue convencer o outro a fazer o que ele está propondo. Esse convencimento não se trata de forçar o outro a pensar de um determinado modo, mas sim convencê-lo que sua perspectiva é uma possibilidade de raciocínio ou de encaminhamento na atividade. O contato não é estabelecido quando, por exemplo, o professor sugere uma perspectiva para resolver o problema e ela não é aceita pelos alunos. Essa recusa ao convite de dialogar pode ser demonstrada por meio de expressões faciais e corporais.

Uma estratégia para iniciar o contato com os alunos em um processo de investigação é o professor sugerir que se caminhe por uma certa perspectiva. Nesse sentido, seu discurso inclui o pronome “nós”, como se o professor fosse realmente participar das descobertas. Um exemplo de intervenção pode ser “e se nós fizéssemos assim...?”. Com essa pergunta hipotética, o professor se inclui no grupo e essa inclusão pode provocar nos alunos a sensação de que não estão sós. Isso gera confiança para avançarem no trabalho, pois sentem que o professor está próximo e pode cooperar na investigação.

Uma vez *estabelecido o contato* entre os participantes, o desafio é mantê-lo ao longo da atividade. Para que a sintonia permaneça, o professor precisa ter uma escuta ativa, o que significa “asking questions and giving non-verbal support while finding out what the other is getting at” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, p. 62). Um olhar atento, uma expressão facial que represente interesse pela fala do outro e um balançar afirmativo da cabeça acolhem os discursos dos alunos. Isso representa um incentivo para que continuem seu trabalho. As perguntas, de caráter investigativo, hipotético ou que buscam uma confirmação, e a atenção especial ao que o aluno diz auxiliam o professor a compreender o que ele está pensando. A escuta ativa, na verdade, é uma condição fundamental em todo processo de comunicação, não apenas em sua etapa inicial.

Tendo *estabelecido o contato*, as perspectivas de cada participante do diálogo sobre determinado assunto devem ser conhecidas e esclarecidas. A ideia não é que todos pensem da mesma forma, mas sim que uma perspectiva seja colocada em exposição para que possa ser avaliada como interessante ou não para a investigação que está sendo feita. Estamos tratando, agora, do ato dialógico de *perceber* o qual é um processo de expressar perspectivas e torná-las visíveis na interação entre os participantes. Antes de considerar uma perspectiva útil para a investigação, ela deve ser compreendida. Isso não se dá de forma imediata quando é enunciada. Quem a ouve, presta atenção e tenta entender o que foi dito e para isso faz perguntas ao seu interlocutor. As perguntas demonstram curiosidade e podem não ter uma resposta pré-estabelecida. Uma vez explicitadas as perspectivas, cabe aos participantes

examiná-las como possibilidades de ação. O ato de falar sobre uma perspectiva é um exercício de compreensão. Isso ocorre em relação às perspectivas próprias do sujeito e também às do outro. Ao verbalizar suas ideias pode perceber contradições que antes estavam escondidas em seu raciocínio.

Quando uma perspectiva é *percebida*, ela pode ser foco de atenção e inicia-se, então, uma investigação mais profunda sobre a mesma. O ato dialógico de *reconhecer* envolve o detalhamento de uma perspectiva, onde são expressas suas particularidades e implicações para a investigação. É como se fosse possível entrar numa perspectiva e conhecer o que nela há de especial, como em um movimento de aproximação (*zoom in*). Muitas vezes o reconhecimento de uma perspectiva ocorre na continuação ou em meio ao processo de identificação da mesma. *Reconhecer* envolve esforços de explicação, justificação e delineamento de ideias, especialmente matemáticas. Esse ato dialógico torna-se, portanto, mais elucidativo do que *perceber*, pois envolve justamente a cristalização das ideias *percebidas*.

Em meio aos processos de *perceber* perspectivas e *reconhecê-las*, os alunos *posicionam-se* para argumentar, defender ou rejeitar ideias. Cada participante do processo de investigação possui um modo de pensar, e modos diferentes podem ser contraditórios. À medida que os participantes debatem sobre as perspectivas, uma nova pode ser construída. Ao *posicionar-se*, os sujeitos podem expor com clareza suas perspectivas e argumentar em favor delas. *Posicionar-se* significa “putting forward ideas or points of view not as the absolute truth, but as something that can be examined” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, p. 63). Defender uma ideia não implica em negar outras. O convencimento do outro não se dá através da insistência, mas sim de justificativas plausíveis. Quando uma perspectiva é enunciada pode-se querer confirmá-la por meio de afirmações que finalizam com perguntas curtas do tipo “não é isso?”, “certo?”, “ok?”. Esse tipo de pergunta, uma *tag question*, convida os envolvidos a participarem da investigação.

Mais do que enunciar perspectivas, o ato dialógico de *pensar alto* é a verbalização do raciocínio que o indivíduo utilizou para concluir sobre uma perspectiva. É uma estratégia utilizada quando se está argumentando em favor de um procedimento ou de uma ideia. *Pensar alto* serve, portanto, para a verbalização de raciocínios e para tornar pública uma perspectiva, e assim possibilitar que seja investigada. Perguntas hipotéticas fazem parte do *pensar alto* e costumam estimular a investigação.

Expressar um raciocínio por meio da fala pode gerar aprendizagem. Não se trata, no entanto, de qualquer fala. Alrø e Skovsmose acreditam que o aluno possa aprender expressando ideias e entendimentos sobre um determinado assunto em um processo dialógico

que envolva investigação e participação dos colegas e professor. Por vezes, dependendo do tipo de recurso utilizado na atividade, como por exemplo, planilhas eletrônicas, o modo de *pensar alto* é diferente daquele que ocorre quando o recurso não é utilizado. Nesse sentido, o recurso acaba integrando a fala do participante do diálogo e assim, “new ways of thinking aloud supports new ways of learning and of collectivity” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, p. 108).

Para que a perspectiva de um indivíduo torne-se compreensível pelos outros, tal perspectiva deve ser verbalizada. Uma vez expressa em público, cada sujeito que participa do processo de investigação pode ter um entendimento a respeito dela. Com o objetivo de se certificar de que o que foi dito é realmente o que foi compreendido, a perspectiva é reformulada pelos sujeitos que a ouvem. O ato dialógico de *reformular* significa “repeating what has just been said, maybe slightly different words or tone of voice” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, p. 108). *Reformular* o que foi dito é uma forma dos sujeitos manterem-se em contato na atividade e isso pode ser feito por meio de perguntas que buscam uma confirmação, como “você quis dizer que ...?”. Ao ter sua fala parafraseada por alguém, o sujeito sabe que foi ouvido e que a atenção foi voltada ao que disse. Essa ação reforça o convite dos envolvidos a continuarem dialogando.

O professor tem um interesse especial ao *reformular* as perspectivas escutadas. Ao tornar uma ideia do aluno clara para si, o professor tem condições de planejar suas ações para intervir no processo de aprendizagem a partir do que o aluno está pensando e não do que está imaginando que ele está pensando. Os alunos podem fazer o mesmo em relação ao que seu professor ou seus colegas dizem. Outra ação ligada a *reformular*, e também a *pensar alto*, é complementar meias-falas. Um indivíduo, em voz alta, continua o raciocínio de outro quando esse, muitas vezes, faz uma pausa em sua fala. O ato de *reformular* evita mal-entendidos e é um processo para se alcançar uma compreensão compartilhada pelos sujeitos que participam da investigação.

Compreender com clareza o que o outro diz é uma condição importante para *desafiá-lo*. *Desafiar* significa tentar levar raciocínios, ou o trabalho, “in a new direction or to question already gained knowledge or fixed perspectives” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, p. 109). O desafio pode ocorrer por meio de questões hipotéticas que se iniciam com “o que acontece se”. Com esse tipo de pergunta, é possível tanto *desafiar* quanto *perceber* perspectivas. Dessa forma, podem surgir novas possibilidades de raciocínio e um reexame de perspectivas já solidificadas. Não se trata, porém, de *desafiar* de qualquer modo. O desafio deve se adequar às concepções atuais do estudante; não pode ser demais nem de menos. Ele torna-se bem-

sucedido quando o aluno o entende. Além de *desafiar*, é importante que o professor esteja ciente de que pode ser *desafiado* e, assim, tal ato dialógico pode ser executado por todos os participantes do processo de investigação.

Ao longo da atividade de investigação e, especificamente, no final desse processo, é importante que professor e alunos possam *avaliar* o trabalho realizado como um todo e também raciocínios e procedimentos específicos. A avaliação pode ocorrer de diversas formas, como discussão de erros, apoio, críticas ou conselhos. O professor avalia o trabalho dos alunos quando observa com atenção suas atividades, elogia o que está bom, incentiva que a investigação continue e critica a de modo a qualificar o processo de aprendizagem. Os alunos geralmente também avaliam, de modo verbal ou não, o trabalho que desenvolveram. Os elogios e críticas são direcionados para os outros e para si mesmos, constituindo, nesse último caso, uma autoavaliação. Assim, no momento de *avaliar*, “the emotional and epistemic part of an inquiry process are brought together” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, p. 110).

Os autores apresentam uma figura representativa do Modelo – CI. Os atos dialógicos aparecem na interseção das ações que professor e alunos executam quando dialogam. Na Figura 1, os autores usam os nomes “Aluno” e “Professor” para indicar que ambos podem realizar atos dialógicos.

Figura 1 – Modelo de Cooperação Investigativa



Fonte: Adaptado de Alrø e Skovsmose (2006)

No desenvolvimento do diálogo, podem existir outros atos dialógicos, além dos que foram apresentados aqui neste texto, já que esses foram identificados a partir de observações de algumas interações entre professor e alunos. Em uma investigação cooperativa nem todos os atos dialógicos precisam aparecer ou, se aparecerem, não necessariamente figuram em uma ordem pré-estabelecida. Podem inclusive aparecer agrupados, sendo difícil a identificação como unidades bem definidas. Um mesmo ato pode ocorrer diversas vezes na investigação.

Alrø e Skovsmose perceberam que os atos dialógicos são frágeis e o diálogo pode ser rompido com pequenas ações dos participantes, como uma fala irônica do professor ou uma

expressão facial que desaprova uma perspectiva. Os atos dialógicos podem acontecer em momentos curtos de conversação. Mesmo em um contexto de investigação, o diálogo, e também a atividade investigativa, pode se acabar por diversos fatores, como a duração das aulas e o costume dos alunos de esperar que o professor apresente o conteúdo³.

O diálogo e seus elementos em cenários para investigação, como entendido por Alrø e Skovsmose, foram apresentados até este momento. Mesmo não desenvolvendo especificamente atividades investigativas em minhas aulas na Educação Básica, quando tive contato com a obra desses autores, identifiquei ações comuns entre as que ocorrem em um diálogo e aquelas que realizava com meus alunos⁴. Isso me levou a pensar que poderia existir algumas caracterizações diferentes para o diálogo. Em um contexto de discussão de ideias ou resolução de dúvidas, assumia uma postura que acolhia o que era dito pelos alunos e procurava compreender o que ele estava pensando por meio do que ele dizia. Fazia perguntas de diversos tipos para atender a esse fim. Para envolver o maior número possível de alunos no diálogo, tentava fazer com que uma ideia fosse explicada e argumentada à turma inteira e pedia que os alunos opinassem sobre ela. O desenvolvimento da presente pesquisa corroborou a existência de possíveis interpretações para o diálogo e é sobre isso que trata fundamentalmente a parte III desta tese.

Na descrição de uma atividade de investigação e dos atos dialógicos é possível destacar as perguntas feitas pelo professor e alunos ao longo do diálogo. Tais perguntas são de diferentes tipos e possuem objetivos distintos. Quando elas figuram em meio a uma conversação como o diálogo, podem contribuir com a aprendizagem do que está sendo foco da atividade em que os estudantes estão envolvidos.

1.2 A ação de perguntar nas aulas de matemática

Não é novidade afirmar que a ação de perguntar por parte do professor auxilia na aprendizagem dos alunos. Em relação ao estudo de matemática, essa premissa tem sido divulgada em diversos estudos como os de Menezes (1996), Almeida e Fernandes (2010), Moyer e Milewicz (2002), e Sahim e Kulm (2008).

³ Para uma discussão sobre a instauração e a efemeridade de cenários de investigação em uma sala de aula brasileira, o leitor por ver Araújo et al. (2008).

⁴ Em Milani (2011) descrevo alguns aspectos essenciais de episódios de aulas de matemática a respeito da interação dialógica de um professor com seus trinta alunos em busca da aprendizagem. Tais episódios referem-se à minha própria prática docente.

Menezes (1996) traz algumas pesquisas sobre as perguntas dos professores nas aulas de matemática, com indicações de sua finalidade e conselhos sobre como eles devem realizar as perguntas. De forma geral, segundo as obras citadas por Menezes, as perguntas são realizadas para provocar o pensamento dos alunos, aumentar e melhorar sua participação nas aulas, fazer com que tenham uma atitude intelectual menos passiva, fomentar o pensamento divergente e criativo, detectar dificuldades de aprendizagem, desbloquear impasses dos alunos, ter retorno sobre aprendizagens anteriores, motivar os alunos, ajudá-los a pensar e estimulá-los a perguntar.

Sahim e Kulm (2008) apresentam pesquisas que analisam se os objetivos do professor com determinadas perguntas são alcançados, contabilizam o número de vezes que os tipos de perguntas surgem na fala do professor e identificam qual tipo de pergunta auxilia na aprendizagem. Um dado interessante dessas pesquisas é que cerca de 80% da fala do professor em sala de aula são perguntas dirigidas aos alunos. Para os olhos desatentos, esse resultado pode surpreender, mas, se lembrarmos de muitas aulas, vamos perceber que o professor, de fato, formula muitas perguntas, desde as relacionadas com o conteúdo que está sendo estudado até as que são disciplinares e a respeito de assuntos burocráticos presentes no contexto da sala de aula. Dentre as relacionadas ao conteúdo em estudo, nem sempre as perguntas são feitas para encorajar alunos a pensarem matematicamente. As perguntas não são do mesmo tipo e não servem para um único fim. Há ainda aquelas que são respondidas pelo próprio professor.

Almeida e Fernandes (2010) analisam o padrão de interação e o tipo de questionamento de dois futuros professores de matemática. Enquanto que um deles ocupava a posição central no ensino, o outro acreditava que a interação entre os alunos era importante para a aprendizagem. O primeiro apresentou os conceitos por meio de explicações e suas perguntas conduziam o raciocínio dos alunos. O segundo evoluiu do padrão de condução de ideias para a discussão com perguntas mais abertas. As autoras perceberam que os dois futuros professores, ao longo de sua prática e com momentos de reflexão, foram ampliando o tempo de espera pelas respostas dos alunos. Afirmam que não é fácil para os futuros professores interpretarem as diferentes respostas dos alunos. Com perguntas abertas, como as que pedem a explicação de um raciocínio, o ambiente de aprendizagem torna-se mais complexo e menos previsível.

Moyer e Milewicz (2002) diferenciam em três categorias as perguntas de futuros professores de matemática feitas em entrevistas com crianças: *checklisting*, *instructing rather than assessing* e *probing and follow-up questions*. Quando o futuro professor seguia as

questões de seu protocolo, sem dar a devida atenção às respostas da criança, os autores categorizaram essas perguntas como *checklisting*. Não interessava o que a criança respondia. O futuro professor simplesmente passava para a questão seguinte de seu roteiro. As perguntas que induziam a resposta da criança ou que ensinavam um modo de pensar foram classificadas como *instructing rather than assessing*. Alguns questionamentos foram feitos de modo que a criança tivesse que completar elementos desconhecidos da fala dos futuros professores. Essa situação se configurava como um jogo de adivinhação que induzia a resposta da criança. Os futuros professores, muitas vezes, forneciam dicas em suas perguntas. Os autores observaram ainda que alguns deles realizaram perguntas que avaliavam, investigavam e acompanhavam o raciocínio das crianças. Chamaram essas questões de *probing and follow-up questions*. São questões que demonstram interesse pelas ideias apresentadas pela criança. Em alguns casos, os futuros professores faziam esse tipo de pergunta apenas para investigar a resposta quando ela estava incorreta. Outra situação observada foi quando eles elaboravam perguntas investigativas amplas e vagas, as quais não diziam respeito às respostas fornecidas pela criança.

Moyer e Milewicz (2002) revelam que a maior parte das perguntas feitas nas entrevistas pelos futuros professores de matemática são aquelas que não objetivam investigar e compreender o raciocínio dos alunos. Esses professores tendem a fazer perguntas de modo a respondê-las e induzir raciocínios. Os autores concluíram que a experiência de entrevistar crianças permitiu que os futuros professores reconhecessem e refletissem sobre as técnicas de perguntar. Mesmo com dificuldades em colocar em prática essa habilidade, esses futuros professores souberam identificar as diferentes possibilidades de perguntas.

Sahim e Kulm (2008) também categorizam as perguntas de professores de matemática. Os tipos determinados foram: *probing*, *guiding* e *factual*. As perguntas do tipo *probing* são formuladas para solicitar aos alunos que expliquem ou elaborem seu raciocínio, que usem conhecimentos anteriores em problemas ou ideias que estão sendo estudados, e que justifiquem suas ideias. As perguntas do tipo *guiding* solicitam uma resposta específica ou um próximo passo na solução de um problema a fim de ajudar os alunos a resolverem suas dúvidas, pedem aos alunos que pensem em um procedimento ou estratégia específica, e formam um conjunto de perguntas sobre fatos específicos a fim de fornecer pistas para o entendimento de um conceito ou para completar um procedimento. Por fim, as perguntas do tipo *factual* solicitam que os alunos evoquem um fato ou definição específicos, forneçam a resposta de um exercício ou um próximo passo em um procedimento.

Os autores perceberam que a maior parte das perguntas feitas pelos professores que participaram da pesquisa era do tipo *factual*. Isso pode ser justificado pelo fato de poderem ser formuladas em qualquer momento da aula. Um exemplo desse tipo de pergunta é “quando duas frações são equivalentes?”. Esses professores mostraram saber as intenções de aprendizagem de cada tipo de pergunta formulada aos alunos. Cabe salientar que os professores haviam participado de um projeto a respeito do papel das perguntas nas aulas de matemática e estavam cientes de sua importância. Ao relacionarem o tipo de pergunta com a parte da aula em que eram realizadas, Sahim e Kulm perceberam que as perguntas do tipo *probing* surgem em diversos momentos da aula, mais especificamente em seu fechamento, quando o professor deseja saber se os alunos entenderam de fato o que foi estudado.

Independentemente da classificação adotada, é possível perceber que são muitas as perguntas que podem ser formuladas para auxiliar a aprendizagem. A existência ou não de tais perguntas está relacionada à forma que o professor organiza sua aula. No paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000, 2001), os alunos ficam geralmente voltados para a lousa, o professor apresenta algumas ideias e técnicas matemáticas, depois alguns exemplos e, em seguida, os alunos resolvem alguns exercícios selecionados geralmente de livros didáticos. Nesse ambiente encontramos padrões de comunicação onde geralmente o professor apresenta perguntas para as quais sabe de antemão a resposta, e os alunos, por sua vez, tentam adivinhar o que ele quer como resposta. Ao professor cabe avaliá-la como certa ou errada. Se certa, a interação é finalizada por ele com “muito bem”; se errada, um novo comentário é feito e o aluno tenta mais uma vez acertar o que o professor deseja como resposta correta. Essa conversa é caracterizada como um jogo de adivinhação de perguntas e respostas, sendo as primeiras geralmente do professor e as segundas, dos alunos. Como as perguntas tornam-se cada vez mais diretas e a resposta cada vez mais explícita, o professor acaba afunilando as respostas dos alunos (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004). Uma vez que o professor se posiciona como uma autoridade na sala de aula, cabe a ele, portanto, validar essas respostas. Dessa forma, a fala do aluno fica sempre entre as falas do professor. Exemplo disso é quando o professor formula uma pergunta, o aluno responde, e o professor, por fim, a avalia. Esse padrão de comunicação (pergunta, resposta, avaliação), é conhecido como “sanduíche” (professor, aluno, professor) (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004; STREITLIEN, 2010).

No cenário para investigação também há perguntas por parte do professor, mas elas são geralmente elaboradas de modo que o aluno possa formular uma resposta de acordo com suas perspectivas e não com a intenção de adivinhar o que está na mente do professor, e, por isso, não há como se antecipar respostas. A fala do professor no cenário de investigação, por meio

de comentários ou perguntas, desafia os alunos a se aventurarem em um ambiente investigativo. Os alunos sentem-se livres para escolher o caminho a ser seguido na investigação.

Tendo em vista a relevância da ação de perguntar e do diálogo na educação matemática, mostro a seguir a relação entre ambos e uma proposta de revisão do conceito de diálogo de modo a incluir essa relação.

1.3 Perguntas dialógicas: uma relação entre o diálogo e a ação de perguntar

Ao caracterizar os oito atos dialógicos do Modelo de Cooperação Investigativa, Alrø e Skovsmose (2004, 2006) mencionam com frequência a ação de perguntar. A preocupação dos autores, diferentemente de algumas pesquisas anteriormente mencionadas aqui neste texto, não é categorizar as perguntas presentes no diálogo, mas sim descrever o que são os atos dialógicos e como aparecem na interação entre professor e alunos, e entre os alunos. Destaco, a seguir, como as perguntas se relacionam com esses atos dialógicos.

São muitas as perguntas formuladas no diálogo: investigativas, hipotéticas, explicativas, que pedem confirmação, que desafiam e *tag questions*. Inicialmente, o professor, ao estabelecer contato com os alunos e convidá-los para realizar uma investigação, pode realizar perguntas hipotéticas e desafiadoras, como “e se fizéssemos assim?”. A escuta ativa às perspectivas dos participantes é fundamental para que esse contato seja mantido. Ela acontece por meio do apoio não-verbal e de perguntas que incentivam a participação dos alunos e dão suporte as suas perspectivas. Reformular ideias de modo a compreendê-las faz parte do processo de perceber e reconhecer perspectivas. Para isso, entram em cena *tag questions* e perguntas que buscam uma confirmação, como “você quis dizer que...?”.

A cooperação no processo investigativo pressupõe que os participantes conheçam as ideias envolvidas. Para isso, o ato dialógico pensar alto é fundamental para que as perspectivas sejam explicitadas. As perguntas investigativas e explicativas, que muitas vezes iniciam com “por que”, entram em cena para tornar claras as perspectivas, e, em um passo seguinte, para aprofundar e examinar suas potencialidades e possibilidades de ação. Tais perguntas solicitam que o sujeito posicione-se e isso envolve defender-se, argumentar e apontar contradições. Essas perguntas mostram curiosidade pela fala do outro e não há respostas conhecidas de antemão.

Ao longo do diálogo, as perguntas hipotéticas surgem para criar desafios. Geralmente iniciam com “e se” e sugerem uma nova perspectiva a ser seguida, muitas vezes com base nas

ideias apresentadas pelos participantes do diálogo. Quando os alunos conduzem o processo de investigação, formulando questões hipotéticas, por exemplo, é um momento especial para avaliar seu envolvimento na atividade.

É possível perceber uma relação entre o conceito de diálogo e a ação de perguntar. Uma pergunta pode estar relacionada a diversos atos dialógicos, assim como um desses atos pode evocar diversos tipos de perguntas. Muitas vezes é difícil identificar os atos dialógicos como unidades, pois aparecem agrupados. Nesse sentido, as perguntas podem surgir em meio a esse agrupamento e indicar a presença de um ato dialógico. Elas podem ser o disparador dos atos dialógicos, a porta de entrada para se dar início a um ato. Vamos imaginar dois alunos envolvidos numa atividade de investigação e um deles sugere um raciocínio de resolução. O outro a fim de compreender a sugestão do colega elabora uma pergunta do tipo “Você quer dizer que ...?”. Tal pergunta parece reformular o que foi dito em relação ao procedimento que os alunos estão prestes a realizar. Ao parafrasear o que o colega diz, o aluno faz uma pergunta de conferência e, nesse momento, a ação de perguntar é disparadora do ato de reformular. Uma vez esclarecida a perspectiva, ela precisa ser investigada para saber se é válido colocá-la em ação. Perguntas explicativas como “por quê?” e “de onde você tirou isso?” podem evocar os atos dialógicos de reconhecer, posicionar-se e pensar alto. Portanto, um ato dialógico pode ser identificado em uma pergunta. Pode se tornar mais claro quando aparece no formato de uma pergunta.

Não estou afirmando que os atos dialógicos surgem apenas por meio de perguntas, mas quando isso acontece é de forma especial para o diálogo. Por ser uma sentença de tom interrogativo, a pergunta pode convidar os demais envolvidos a dar uma resposta, a colaborar com um raciocínio levantado e a manterem-se em contato.

When teachers ask questions about what students are thinking, and when they ask questions about students' previous answers, they promote fundamental expectations for learning by seriously treating students as thinkers, that is, by indicating that what students think is important and worth examining (NYSTRAND, 1997 apud STREITLIEN, 2010, p. 220).

Quando um participante do diálogo se interessa pelo raciocínio do outro, esse é convidado a tornar clara sua perspectiva para ser passível de exploração, e essa é uma maneira do diálogo continuar. Nesse sentido, uma pergunta é diferente de uma ordem ou comando. Essa atitude tende a afastar o sujeito da ação e tornar sua execução mais difícil, por causa do tom impositivo da solicitação. Parece que existe maior interesse dos alunos em se envolver nas atividades quando são convidados. As perguntas com seu tom interrogativo, portanto, podem chamar a participação cooperativa dos integrantes do diálogo.

Cabe deixar claro que não estou tratando de qualquer tipo de pergunta, mas sim aquelas que fazem parte de um cenário de investigação onde o diálogo figura como forma de conversação entre os envolvidos. Resgato aqui as pesquisas sobre a ação de perguntar e destaco a de Stevens e a de Brualdi, respectivamente realizadas em 1912 e 1998, citadas por Sahim e Kulm (2008). Elas mostram que cerca de 80% da fala do professor em sala de aula são perguntas dirigidas aos alunos. Essa informação pode levar alguém a pensar que há um século o professor dialogava com seus alunos. Mas que tipo de diálogo é esse? Que tipos de perguntas são essas? Provavelmente, nessa porcentagem estão incluídas perguntas não relacionadas ao assunto matemático que esteja se estudando e, mesmo que tivessem relação, poderiam ser aquelas encontradas em padrões de comunicação como o “sanduíche” e “funil”. Considerando essa variedade de possibilidades, somos levados a refletir sobre quais as perguntas que podem favorecer a aprendizagem. Sahim e Kulm (2008) referem-se a essas perguntas como *higher order questions*, as quais solicitam análise, justificativas, conjecturas e avaliação. No contexto de formação de professores, poderíamos ainda pensar em como promover momentos em que os futuros professores pudessem aprender a perguntar.

As perguntas envolvidas em um cenário de investigação são aquelas relacionadas ao Modelo de Cooperação Investigativa e que evocam os atos dialógicos estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar. Podemos nos referir a esse tipo de perguntas como *perguntas dialógicas*. Tais questões perpassam o diálogo e estão relacionadas a diferentes atos dialógicos. Considerando esse destaque especial à ação de perguntar em relação ao conceito de diálogo, proponho a inserção de um novo elemento no esquema relativo ao Modelo – CI (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 69).

Figura 2 – Um novo elemento no Modelo de Cooperação Investigativa



Fonte: Elaborado pela autora

O retângulo acima representa as perguntas dialógicas que perpassam e evocam os atos dialógicos, e indicam possibilidades de integração entre eles. Nessa figura, os atos dialógicos situam-se na interseção entre as ações de alunos e professor. Como orientador do processo de

aprendizagem, é natural que o professor faça perguntas. Quando, porém, ele oferece oportunidades para que seus alunos se expressem e desenvolvam atividades de investigação, as perguntas também são compartilhadas por eles. Se no diálogo é importante considerar as partes que dialogam e deseja-se promover a igualdade em termos de expressão e escuta, os alunos também são considerados agentes que perguntam para seus colegas e professor. Dessa forma, perguntar é uma ação integrante da prática de professor e alunos.

Por voz ou fala estou entendendo manifestações verbais e não-verbais. De nada adianta, no entanto, o aluno ter espaço para falar e não ter suas ideias levadas em consideração. “If pupils gain several experiences of being rejected by the teacher, it is reasonable to assume that they will stop taking initiative on their own” (STREITLIEN, 2010, p. 220). Se o aluno não é ouvido, sua tendência é deixar de expressar-se. É preciso que haja uma escuta ativa. Streitlien (2010, p. 220) afirma que “what the pupils learn will depend on how their teacher responds to their responses and the opportunities given them in the negotiation of mathematical meaning”. Valorizar o que o aluno diz tem relação com a concepção de aprendizagem do professor. Se ele acredita que a participação do aluno na aula irá favorecer sua aprendizagem, ele poderá criar espaços para que o aluno manifeste suas ideias. Franke et al. (2009) propõem que exista um equilíbrio entre os tipos de perguntas e os momentos em que elas são formuladas para que os alunos continuem participando da atividade.

A fala dos alunos pode indicar ao professor como ele está pensando e aprendendo sobre determinado assunto. Tendo isso em mãos, o professor poderá reestruturar suas próximas ações pedagógicas (FRANKE et al., 2009). Poderá também utilizar a fala dos alunos para construir os conceitos que estão sendo estudados. Dessa forma, o aluno faz parte da interação e também é responsável pela construção do conhecimento. Alrø e Skovsmose (2004, p. 120) afirmam que “in a classroom dialogue, the teacher’s exploration of students’ perspectives can be seen as a way of helping the students to express their tacit knowledge”. É importante criar oportunidades na aula de matemática para dúvidas, perguntas e argumentação dos alunos. Suas perguntas podem demonstrar curiosidade em saber, criar perspectivas para o desenvolvimento da atividade, esclarecer contradições em seu raciocínio e problematizar situações. Em Milani (2011) relato uma forma de interação entre professor e alunos na discussão de dúvidas em que todos os envolvidos assumem um papel de importância no processo de aprendizagem. Percebo que quando o professor utiliza perguntas em seu discurso para auxiliar os alunos, esses também tendem a formular perguntas para ajudar seus colegas.

Muitos estudos defendem a importância do professor formular perguntas aos alunos nas aulas de matemática de modo a contribuir para a aprendizagem. Moyer e Milewicz (2002)

afirmam que não há muitas pesquisas que indicam de que forma essa habilidade pode ser desenvolvida nos futuros professores. O estudo que desenvolveram é uma tentativa de responder a essa demanda. Os autores sugerem que quando os futuros professores se envolvem em práticas como a de entrevistar uma criança, tendo algumas perguntas previamente planejadas, e de refletir sobre essa interação, eles podem reconhecer os tipos de perguntas e estratégias que são mais apropriadas e efetivas em certas situações. Buscar por estratégias para desenvolver a habilidade de perguntar e dialogar dos futuros professores de matemática é também interesse desta pesquisa de doutorado.

Nesta seção, dei destaque às perguntas dialógicas, mas não considero que numa atividade investigativa as perguntas que figuram são apenas essas relacionadas aos atos dialógicos. Perguntas do tipo fatorial, por exemplo, podem aparecer em meio ao diálogo investigativo, quando o professor procura resgatar no aluno algum conhecimento para trazê-lo à tona como possibilidade de uso na atividade ou para esclarecer o que o aluno está pensando por isso. Perguntar, dialogar e trabalhar com cenários para investigação nas aulas de matemática pode não ser uma tarefa simples para professores e futuros professores em sua prática docente. Na próxima seção, discutirei o movimento que o professor pode fazer quando parte de atividades e formas de comunicação mais fechadas para um contexto de imprevisibilidade.

1.4 Diálogo: comunicação em uma zona de risco

Em aulas tradicionais, os alunos resolvem muitos exercícios, geralmente com o objetivo de treinar uma regra ou um algoritmo estudado. Justificar a relevância de se trabalhar determinados conteúdos e exercícios não faz parte da aula. Parece que há um acordo entre alunos e professores para aceitar os dados dos exercícios sem questioná-los. Todas as informações contidas no enunciado são necessárias e suficientes para a resolução. Além disso, os exercícios apresentam uma única resposta correta. Neste texto, já apresentei esse cenário como paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000, 2001).

Nesse ambiente de estudo, o professor tem segurança sobre o que vai acontecer no que se refere à ordem dos acontecimentos na aula: exposição da teoria e exemplos, resolução de exercícios e sua correção. Penteado (2001) caracteriza esse ambiente como zona de conforto, um lugar onde quase tudo é previsível, com exceção do aprendizado por parte dos alunos. Nessa aula quem fala sobre matemática, na grande parte do tempo, é o professor. Ele se direciona aos alunos que estão em aula para aprender matemática. Quando apenas o professor

fala e expõe os seus conhecimentos, ele tem certeza do caminho que será traçado em seu discurso.

Uma vez que nem todos os alunos aprendem matemática fazendo exercícios e escutando o professor, é necessário criar estratégias em aula para que os alunos possam agir. Essa ação está intimamente relacionada ao interesse desses alunos pela atividade proposta. Pequenas mudanças em alguns dos elementos de segurança do professor, como a realização de exercícios em duplas para favorecer a interação entre os alunos e a explicação da resolução de exercícios por parte deles, indicam um movimento de saída ou afastamento de sua zona de conforto, e isso pode gerar mudanças na qualidade da aprendizagem.

Não estou defendendo aqui a exclusão dos exercícios técnicos nas aulas de matemática. Eles são importantes para alcançar objetivos como a memorização de um algoritmo, por exemplo. O que estou propondo para pensar é que as aulas focadas apenas no paradigma do exercício não conseguem abranger outras habilidades importantes, como a criação e teste de hipóteses, realização de descobertas e a reflexão crítica, apenas para citar alguns exemplos.

Um exercício para treinar uma operação pode ser recontextualizado dependendo dos objetivos de aprendizagem. Essa modificação no exercício pode gerar discussão, dúvida, argumentação e investigação. Essa pode ser a porta de entrada para um trabalho em um cenário de investigação, já caracterizado na primeira seção deste texto. Um cenário pode ser mais atrativo para alguns alunos do que para outros. Ter isso em mente ajuda o professor a modificar seus planejamentos e o encoraja para abordar temas diversos. Transitar por diferentes ambientes, tanto do paradigma do exercício quanto dos cenários para investigação, com atividades que se referem à matemática, realidade ou semirrealidade, cria uma diversidade de possibilidades de ação de professor e alunos, o que pode gerar diferentes tipos de aprendizagem (SKOVSMOSE, 2000, 2001).

O diálogo surge como forma de comunicação nesse contexto. O discurso unidirecional, ou seja, do professor para os alunos, não tem vez. Perguntas com respostas desconhecidas surgem nessa interação. Os alunos se expressam de acordo com suas perspectivas e não com a intenção de adivinhar o que está na mente do professor. A fala do professor no cenário de investigação, por meio de comentários ou perguntas, pode desafiar os alunos a se aventurarem em um ambiente investigativo. Há espaço para questionar, perguntar e duvidar. Professor e alunos compartilham a fala. Dessa forma, não há como o professor prever a sequência de acontecimentos da aula. Não se sabe se os alunos irão aceitar o convite da investigação e, uma vez aceito, não se tem conhecimento dos rumos do trabalho. Penteadó (2001) define esse ambiente de imprevisibilidade e incertezas como zona de risco. O professor “habita” uma

zona de risco quando trilha caminhos em que podem surgir acontecimentos imprevistos. Ao assumir o risco de um cenário de investigação, o professor conta com novas possibilidades de aprendizagem, uma vez que nesse cenário os alunos podem se envolver de maneira ativa no desenvolvimento das atividades.

Ao refletir sobre a ação do professor em relação à zona de conforto e à zona de risco, Biotto Filho (2008) propõe as figuras a seguir. O autor acredita que o professor não está necessariamente em uma zona ou outra (Figura 3a), mas que se aproxima de uma zona ou outra à medida que propõe suas atividades e cria espaço para o aluno se expressar (Figura 3b). O degradê da Figura 3b também indica que o professor explora diferentes ambientes de aprendizagem, do paradigma do exercício e dos cenários para investigação, ambos referentes à matemática, semirrealidade e realidade, conforme o que propõe Skovsmose (2000, 2001).

Figuras 3a e 3b – Zonas de conforto e risco



Fonte: Adaptado de Biotto Filho (2008)

A passagem de uma zona para outra, em especial da zona de conforto para a de risco, não é rápida e simples, mas sim caracterizada por avanços e recuos. Perante esse ambiente de incerteza e de ricas possibilidades de aprendizagem, acredito que a mudança do paradigma do exercício para o cenário de investigação não é uma tarefa fácil. Como forma de incentivar que professores façam essa migração, penso que é plausível começar propondo atividades de investigação referentes à própria matemática, como a exploração mais profunda de um exercício, por conta da familiaridade que o professor tem com o contexto.

Acredito, portanto, que o aluno imerso no paradigma do exercício possa ter sim alguma aprendizagem, mas ela é significativamente diferente daquela que pode ocorrer quando está trabalhando em um cenário de investigação, quando é convidado a agir e interagir com colegas e professor. Estar aberto ao diálogo significa olhar para o outro, respeitá-lo, ouvi-lo, perguntar a ele e se interessar pelo que ele diz. O ambiente criado pelo diálogo é rodeado de incertezas, pois o que o outro diz e faz não é previsível. Como já foi mencionado anteriormente, essa zona de risco é repleta de possibilidades de aprendizagem, uma vez que a exploração dos cenários de investigação pode ser diversificada e, especialmente, porque o aluno tem chance de se expressar e agir sobre o que está trabalhando.

Afirmei anteriormente que o movimento de transição do paradigma do exercício para o cenário de investigação não é uma tarefa fácil para o professor. Ao mesmo tempo, penso que a permanência no paradigma do exercício é problemática. Nesse sentido, avançar em direção à zona de risco e se aproximar dos cenários de investigação implica em outro movimento que está intimamente imbricado a esse contexto. Trata-se do modo de comunicação entre professor e alunos. Avançar para a zona de risco, para o trabalho com cenários de investigação, significa criar espaço para os alunos falarem, ouvir mais o que eles dizem e para que possam agir mais. Existe, portanto, um movimento transitório de uma fala praticamente exclusiva do professor para o diálogo entre os envolvidos na atividade.

Considerando o significado das figuras apresentadas anteriormente e propostas por Biotto Filho (2008), proponho uma representação similar para as formas de comunicação na aula de matemática. Embora existam professores que monopolizam a aula com sua fala, é difícil encontrar professores que adotam o diálogo como postura pedagógica agindo dessa forma em todos os momentos da aula (Figura 4a). Ora se faz necessário dialogar, ora expor informações. Da mesma forma que uma permanência no paradigma do exercício é problemática, o discurso praticamente exclusivo do professor não possibilita formas diferentes de aprendizagem. Por isso, torna-se importante um movimento entre as diversas maneiras de se comunicar com os alunos e um avanço para o diálogo (Figura 4b).

Figuras 4a e 4b – Sobre a forma de comunicação nas aulas



Fonte: Elaborado pela autora

Um movimento do professor em direção aos cenários de investigação implica em se aproximar de uma zona de risco e adotar o diálogo com forma especial de comunicação. Compartilhar com os alunos a fala nas aulas de matemática significa que professor e alunos compartilham a responsabilidade pelo diálogo e pela aprendizagem.

1.5 Considerações finais

O diálogo foi apresentado e discutido neste texto como forma especial de comunicação entre professor e alunos, e entre alunos, que pode gerar aprendizagem nas aulas de matemática. Trata-se de uma forma particular de comunicação e a adjetivo como especial,

pois pode possibilitar outros tipos de aprendizagem que não aquela do paradigma do exercício. Os elementos teóricos e empíricos do diálogo, de acordo com Alrø e Skovsmose (2004, 2006), foram tomados como base para tal discussão. Além de reforçar a importância dessa forma de comunicação para a aprendizagem, destaquei como a ação de perguntar também pode auxiliar nesse processo. Tendo em vista a relevância dos questionamentos elaborados por professor e alunos, propus uma revisão do conceito de diálogo ao incluir as perguntas dialógicas como elemento importante desse modo de comunicação.

Considerando os diferentes ambientes de aprendizagem, acredito que uma movimentação de avanços e recuos entre as zonas de conforto e de risco, e entre o paradigma do exercício e os cenários para investigação, seja uma possibilidade para o professor lidar com as diferentes intenções dos alunos nas aulas de matemática. Atrelado a esse movimento está a transição entre o discurso quase exclusivo do professor e o diálogo entre professor e alunos. O avanço em direção ao diálogo depende de muitos fatores como a resistência do professor em se expor, o domínio do conhecimento específico envolvido na interação, a experiência com formas mais abertas de comunicação e a escolha de uma postura pedagógica. Esse avanço, portanto, não é imediato.

A experiência como supervisora de estágios me mostra que os futuros professores acreditam na importância de dialogar com os alunos para gerar aprendizagem e isso inclui fazer perguntas dialógicas de modo que possam produzir conhecimento. No momento do planejamento e efetivação das aulas nas escolas, percebo que essa crença perde espaço para outras preocupações dos estagiários como a duração da aula, a agitação dos alunos, o nervosismo das primeiras experiências, entre outros fatores. Pesquisas mostram a dificuldade que professores e futuros professores têm ao interagir mais abertamente com os alunos (ALMEIDA; FERNANDES, 2010; FRANKE et al., 2009; MOYER; MILEWICZ, 2002). Sabendo da importância do diálogo, como possibilidade para gerar aprendizagem, e tendo a consciência dessa dificuldade, somos levados a pensar em como proporcionar o encontro de futuros professores de matemática com o conceito de diálogo nas disciplinas de estágio supervisionado. Como eles podem adotar o diálogo em sua prática docente nesse contexto? A presente pesquisa de doutorado contribui para melhor compreender o processo de aprender a dialogar por futuros professores com seus alunos.

Parte II

Durante a produção dos dados

O texto que compõe a parte I desta tese tratou de reflexões a respeito do conceito de diálogo, com especial referência a como Helle Alrø e Ole Skovsmose o entendem. Alguns elementos da caracterização que esses autores fazem para o conceito têm relação muito próxima às ações que eu já realizava em minha prática docente. Os contextos, no entanto eram distintos. Enquanto Alrø e Skovsmose tratam de cenários para investigação como sendo o ambiente para o diálogo acontecer, eu o colocava em ação em momentos de discussão de ideias e resolução de dúvidas, nem sempre relacionados a atividades investigativas. Isso me levou a acreditar que havia outras possibilidades para dizer e pensar sobre o diálogo. Por isso, quando organizei a produção dos dados da pesquisa, considerei o conceito de diálogo como estando aberto a diferentes olhares.

Com essa perspectiva e conjunto de concepções, uma disciplina de estágio supervisionado foi planejada. A segunda parte da tese se destina a apresentar como ocorreu a produção dos dados da pesquisa. Essa seção é composta por três textos, sendo que dois deles foram escritos com a colaboração de educadores matemáticos que tiveram participação direta na pesquisa. Trata-se, portanto, de uma parte da tese que foi pensada e/ou escrita em conjunto.

O primeiro texto é intitulado “Estágio Supervisionado em Matemática: Um Lugar para Aprender a Dialogar” e apresenta o cenário em que os dados da pesquisa foram produzidos. Descrevo minha postura na disciplina de estágio e as atividades de diálogo elaboradas e realizadas. Apresento as integrantes da disciplina, o que chamei de dados da pesquisa e como ocorreu o movimento de teorização sobre o conceito de diálogo e sua aprendizagem. Esclareço a ideia de inspiração teórica. Esse texto destaca a grande colaboração da professora responsável pela disciplina de estágio, Prof. Dr^a. Isolda Gianni de Lima. Ela planejou e executou comigo as atividades de diálogo e possibilitou de forma gentil e competente tudo o que foi necessário para que a parte empírica da pesquisa acontecesse.

O segundo texto desta parte da tese é intitulado “Raquel Entrevista Isolda que Entrevista Raquel: Uma Conversa sobre Diálogo” escrito em conjunto com Isolda Gianni de Lima. Uma adaptação desse texto foi publicada em um periódico. Ver Milani e Lima (2014). O texto caracteriza a entrevista mútua que realizamos antes da disciplina de estágio ocorrer. Era necessário saber de Isolda o que ela pensava sobre diálogo e fazer ela saber o que eu acreditava em relação a esse conceito. Não seria admissível e ético fazer prevalecer uma concepção de diálogo sobre outra. O objetivo do texto não foi discutir os fundamentos

teóricos que basearam nossas perspectivas, mas, sim, descrever e refletir sobre a entrevista mútua. Por fim, nossa conversa foi caracterizada como um diálogo em que estiveram presentes alguns atos dialógicos e as ações de ver em conjunto, pensar em conjunto e construir conhecimento comum em conjunto. Foi possível delimitar aspectos comuns das nossas perspectivas, o que era fundamental para a prática coletiva que realizaríamos juntas.

O último texto desta parte da tese foi escrito em conjunto com o orientador da pesquisa, Prof. Dr. Ole Skovsmose, e se intitula “Inquiry Gestures”. Ele faz parte do livro intitulado “Critique as Uncertainty”, de sua autoria. Ole e eu descrevemos a primeira atividade investigativa de diálogo realizada na disciplina com as estagiárias. É nesse contexto empírico que identificamos um conjunto de gestos investigativos com os quais se pode caracterizar processos de investigação em educação matemática, a saber: *surprising, intending, thinking aloud, listening, advocating, visualising, perceiving, experimenting, challenging e discovering*. Um *postscript* a esse texto é escrito para mostrar as reflexões que surgiram a partir do desenvolvimento dessa atividade investigativa, com vistas à aplicação do diálogo e de processos investigativos nas aulas das estagiárias. Ideias contidas nesse *postscript* serão resgatadas ao longo da tese para auxiliar na reflexão sobre o tema da pesquisa.

2 ESTÁGIO SUPERVISIONADO EM MATEMÁTICA: UM LUGAR PARA APRENDER A DIALOGAR

Dizer que o estágio é *um* lugar para discutir e aprender a dialogar implica em considerar também outros lugares para esse fim no currículo de um curso de formação de professores de matemática. Certamente esses outros lugares existem. Considerando, no entanto, em particular, a disciplina de estágio, este texto apresenta uma possibilidade de intervenção pedagógica para o aprender a dialogar como forma de comunicação entre professor e alunos para promover aprendizagem. Essa proposta foi planejada para constituir o campo empírico da pesquisa de doutorado que desenvolvo sobre esta temática. Além da apresentação da organização da disciplina, explicitarei os processos de produção dos dados e teorização.

2.1 A preparação de um lugar para o diálogo

Com a formação no mestrado em educação matemática, aprendi a importância de o professor escutar mais e falar menos nas aulas para promover a aprendizagem dos alunos. Tal ensinamento foi levado para minha prática docente como formadora de professores de matemática na universidade e de pré-adolescentes na Educação Básica. Em especial no primeiro contexto, orientava os futuros professores a planejarem e executarem aulas mais abertas, fazerem perguntas, não monopolizarem a fala e ouvirem os alunos. Eram as chamadas aulas dialogadas. A orientação que dava era tão incisiva que os estagiários costumavam escrever em seus planejamentos “as aulas serão expositivo-dialogadas” ou então “as aulas serão dialogadas”. Chegando o momento da prática nas escolas, percebia que muitas aulas planejadas como dialogadas ocorriam de modo bastante expositivo. Tinha ciência de que desenvolver uma prática mais aberta que possibilitasse a expressão dos alunos não se dava de uma hora para outra. Ocorria algo de especial entre o planejar e o executar esse tipo de aula, e vislumbrei que essa problemática poderia se transformar em uma investigação.

A pergunta-diretriz desta pesquisa de doutorado é: *como se desenvolve o processo de aprender a dialogar por parte de futuros professores de matemática com seus alunos em sua prática docente no contexto do estágio supervisionado?* Para além de contribuir com a formação do professor, propondo e avaliando ações específicas voltadas ao diálogo, a pesquisa pretende discutir esse conceito e apresentar algumas interpretações para ele, relacionadas à prática dos estagiários e influenciadas por inspirações teóricas e concepções de minha própria prática docente.

Em termos de organização do campo empírico, e por essa expressão entendo o ambiente onde os dados são produzidos, se o foco da pesquisa era o diálogo no estágio, ele tinha que aparecer de algum modo para ser discutido nesse contexto. Por isso, uma das disciplinas de estágio supervisionado do curso de Licenciatura em Matemática onde leciono foi escolhida para ser o campo de produção dos dados da pesquisa.

Esse curso está vinculado ao Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade em questão. O diretor desse centro e a coordenadora do curso foram favoráveis à realização da pesquisa. A professora responsável pela disciplina de estágio também autorizou a produção dos dados. Seu nome era Isolda e mostrou-se, desde o início do processo, uma grande colaboradora da pesquisa. Isolda possibilitou que eu sugerisse e colocasse em prática toda ação que eu julgasse pertinente para o desenvolvimento da pesquisa.

Isolda e eu planejaríamos e atuaríamos juntas na disciplina de estágio. Era preciso promover um encontro entre os estagiários e o diálogo. Mas que concepção de diálogo usaríamos? Como trabalharíamos em conjunto, não seria concebível haver uma imposição da concepção de diálogo de uma sobre a outra. Pelo contrário, era necessário haver uma sintonia de ideias para que os discursos com os futuros professores fossem próximos. Dessa forma, antes de planejar detalhadamente as atividades que seriam desenvolvidas na disciplina, tornou-se necessário que cada uma conhecesse o que entendia por diálogo em educação matemática. Por esse motivo, Isolda e eu realizamos uma entrevista mútua sobre diálogo. Baseando-se nos conceitos de diálogo de Bohm (1996), e de Alrø e Skovsmose (2004), e de entrevista de Kvale e Brinkmann (2009), essa entrevista mútua foi um diálogo entre duas professoras interessadas em um assunto de mútuo interesse (o diálogo em educação matemática), em que as duas, realizando a escuta ativa, assumiram o papel de entrevistadoras e entrevistadas, e caracterizou-se por ações gerais de ver em conjunto, pensar em conjunto e construir conhecimento comum em conjunto, e por ações específicas como estabelecer contato, perceber e aprofundar perspectivas, posicionar-se, pensar alto, reformular e desafiar. O texto completo a respeito dessa entrevista é o próximo nesta tese.

Durante a entrevista, apresentei a Isolda ideias específicas de diálogo baseada em Alrø e Skovsmose (2004), e Isolda trouxe conceitos piagetianos (como acomodação e assimilação) para discutir o que entendia por diálogo. A educação matemática crítica e o construtivismo de Jean Piaget são abordagens diferentes para o diálogo. Enquanto a primeira valoriza as relações interpessoais, a segunda prioriza o entendimento dos processos mentais de uma pessoa que está aprendendo algo. Essa diferença, no entanto, não impediu que nosso trabalho fosse realizado. O que foi levado para o trabalho nesse contexto foi o que Isolda e eu criamos

de conhecimento comum sobre diálogo em educação matemática. Na época em que a entrevista foi realizada, concluímos que dialogar implica assumir uma postura pedagógica. Essa postura diz respeito ao modo como a matemática é aprendida pelos alunos. Acreditamos que o conhecimento deve ser descoberto e não fornecido pronto. O aluno deve agir sobre as atividades propostas e expor suas ideias e formas de pensar. Deve estar envolvido em ações de pensamento, relacionando conhecimentos anteriores às situações que está estudando, para construir conhecimentos novos. O professor é quem orienta o processo de descobertas. Escutar e falar são ações comuns ao professor e alunos. Perguntar e estar atento ao que o outro diz também fazem parte do diálogo e, por isso, os envolvidos devem realizar uma escuta ativa. O diálogo, para nós, é intencional: visa aprendizagem.

É claro que, por vezes, ideias próprias de Isolda e outras minhas foram levadas à discussão na disciplina. Um exemplo foi quando pensamos sobre alguns atos dialógicos que ocorreram em atividades investigativas realizadas. Isolda já conhecia esse assunto, uma vez que conversamos sobre ele na entrevista mútua. Não é porque se tratava de um estudo particular meu, como pesquisadora, que ele não poderia aparecer nas reflexões nas aulas de estágio. O que foi discutido e desenvolvido foi preparado por nós duas, em comum acordo.

Tendo em vista o que foi exposto, Isolda e eu, com o auxílio do orientador desta pesquisa, planejamos e organizamos as atividades que seriam realizadas na disciplina de estágio. Nosso objetivo era promover o encontro dos estagiários com o diálogo. Para tanto, não bastava apenas falar sobre diálogo, mas sim experimentá-lo. Mostrarei, a seguir, as ações realizadas na disciplina executadas por mim e por Isolda. Adianto que chamarei as quatro estagiárias que cursaram a disciplina de “alunas” ou “futuras professoras”. Por vezes, para me referir à Isolda e a mim, utilizarei as expressões “professoras” ou “professoras supervisoras”.

2.2 Um lugar planejado para o diálogo

A disciplina de estágio supervisionado em matemática III da Universidade onde ocorreu a pesquisa tem como ementa a atuação docente em matemática em classes do Ensino Médio envolvendo diagnóstico, planejamento, execução e avaliação. Considerando isso, a disciplina teve momentos de reflexão sobre tópicos de educação matemática, observação de aulas de matemática do Ensino Médio, planejamento de aulas e prática docente em salas de aula de matemática deste mesmo nível da Educação Básica. Todos esses momentos tiveram um foco muito específico: o diálogo como forma de comunicação entre professor e alunos para promover aprendizagem. Por isso, ao longo da disciplina, as estagiárias engajaram-se no que

chamei de *atividades de diálogo*, ou seja, atividades voltadas para a prática e a discussão do diálogo, em momentos de investigação, reflexão e planejamento.

O primeiro tipo de *atividade de diálogo* que realizamos na disciplina foram as atividades investigativas, ou de investigação. Tais atividades são baseadas no conceito de cenários para investigação proposto por Skovsmose (2000, 2001). Esses cenários são ambientes de aprendizagem criados para realizar investigações e que convidam os alunos a formularem questões, procurarem explicações e fazerem descobertas. Os cenários podem se referir à matemática, semirrealidade e realidade⁵. Um cenário para investigação é planejado para fornecer significado ao que os alunos estão produzindo na atividade (SKOVSMOSE, 2011a). Eles têm liberdade para escolher o caminho a ser percorrido e agem conforme suas decisões. Um trabalho de investigação é caracterizado, portanto, por um alto grau de imprevisibilidade. Ele pode ser realizado em todos os níveis de ensino e uma mesma atividade pode levar a diferentes desfechos dependendo do nível em que é desenvolvida. Não se busca resultados genuínos, mas sim que os alunos façam suas próprias descobertas (SKOVSMOSE, 2011a). Os participantes geralmente trabalham em grupos e pretende-se que se envolvam de forma cooperativa. Alrø e Skovsmose (2004) defendem que, nessa cooperação, o tipo de comunicação entre professor e alunos, e entre alunos, é o diálogo. O aluno envolvido em uma atividade investigativa é um sujeito de ação que participa ativamente da descoberta de ideias ao colocar cooperativamente em prática diversos atos dialógicos.

Para pensar em um exemplo de um cenário para investigação, consideremos o seguinte exercício bastante comum em aulas de matemática: dadas as funções reais de variáveis reais $f(x) = 2x + 3$ e $g(x) = -x + 5$, encontre f^{-1} e g^{-1} . Se abrirmos um exercício (SKOVSMOSE, 2011a) como esse, podemos ter a seguinte situação “Vamos considerar duas funções reais de primeiro grau f e g dadas por $f(x) = ax + b$ e $g(x) = cx + d$, onde os parâmetros a, b, c, d são números reais. O que podemos dizer sobre a interseção de f e g ? E de f e f^{-1} ? E f^{-1} e g^{-1} ?”. Segundo Skovsmose, a ideia de abrir um exercício refere-se a criar outras possibilidades de encaminhamento sobre a temática proposta no exercício. O aluno é convidado a explorar conceitos matemáticos (no caso acima, gráfico de funções de primeiro grau e interseção de funções, por exemplo) e levantar hipóteses. A situação descrita aqui é um exemplo de cenário para investigação referente à matemática.

Nesta tese, irei também me referir às atividades investigativas como processos investigativos, ou de investigação, ou simplesmente como investigações. Essas expressões

⁵ Uma discussão mais detalhada sobre cenários para investigação pode ser encontrada no texto anterior a este aqui nesta tese.

podem remeter o leitor às investigações matemáticas referentes ao trabalho de Ponte, Brocardo e Oliveira (2003). Com as investigações matemáticas na sala de aula, os autores buscam que os alunos possam realizar ações semelhantes às do matemático profissional, como nos momentos de exploração e formulação de questões, conjecturas, testes e reformulações, justificação e avaliação. Ao trazer diversas falas de matemáticos sobre o ensino de matemática, os autores afirmam que o trabalho de investigação matemática “está ao alcance dos alunos na sala de aula de Matemática” (p. 22), e ainda que a investigação matemática “ajuda a trazer para a aula o espírito da atividade matemática genuína” e que “o aluno é chamado a agir como um matemático” (p. 23). Não é dessa forma e nem com essa intenção que Isolda e eu propusemos as atividades investigativas na disciplina de estágio.

Nas aulas de estágio na Universidade, pretendia promover um encontro entre as estagiárias e o diálogo. Fundamentada nas ideias de Alrø e Skovsmose (2004), sabia que o diálogo teria chance de acontecer nas atividades de investigação, desde que as futuras professoras aceitassem o convite para realizar tais atividades. Portanto, minha intenção com tais atividades foi proporcionar momentos em que o diálogo fosse a forma de comunicação entre as participantes e as professoras. Acontecendo isso, teríamos um ponto de partida para que as estagiárias se reconhecessem como pessoas que dialogam e para disparar reflexões a respeito das consequências desse tipo de atividade para a aprendizagem do assuntos matemáticos em questão e da aplicabilidade dessas atividades e, em especial, do diálogo, na prática docente que seria realizada pelas futuras professoras.

A primeira atividade investigativa que foi realizada na disciplina foi baseada em uma atividade proposta por mim e pelo colega Denival Biotto Filho, cuja descrição de seu desenvolvimento pode ser encontrada no texto 4 desta tese (MILANI; SKOVSMOSE, 2014). A atividade foi chamada de situação dos quadrados e foi pautada pela seguinte questão: *que menor número de palitos deve ser usado para construir um quadrado de quadrados?* As estagiárias, Isolda e eu trabalhamos em um único grupo. Criamos desenhos nos cadernos, utilizamos canetas para compor os quadrados e o nosso próprio corpo para representar quadrados no chão da sala de aula. A atividade relativa à situação dos quadrados foi um processo repleto de gestos investigativos que podem indicar e caracterizar a presença de uma investigação no contexto educacional (MILANI; SKOVSMOSE, 2014).

A segunda atividade investigativa equivale àquela anteriormente apresentada aqui neste texto a respeito da interseção de funções e foi chamada de situação das funções. Para explorar essa atividade constituímos dois grupos na aula de estágio, cada um formado por duas estagiárias e uma professora. Os grupos trabalharam em ritmos diferentes e exploraram as

perguntas de modos distintos. O áudio da conversa de cada grupo ao longo da atividade foi gravado para que pudesse ser escutado pelas estagiárias em um momento de reflexão sobre o que havia se sucedido em relação à interação entre as participantes e às ações realizadas. Essa escuta e análise consistiriam de outra *atividade de diálogo* planejada para a disciplina, relativa à reflexão. Comentários sobre o desenvolvimento da situação das funções podem ser encontrados ao longo da tese. Nas duas atividades investigativas, estagiárias e professoras envolveram-se em diálogos, com destaque para os atos e perguntas dialógicas, como caracterizado no texto anterior desta tese.

As atividades investigativas podem ser relativas à matemática, realidade e semirrealidade. As que foram desenvolvidas com as futuras professoras se referiram à matemática. Essa escolha se deu por alguns motivos. Primeiramente, trabalhar com atividades investigativas representava uma novidade em meu contexto de prática docente. Da mesma forma, acreditava que para as estagiárias também seria uma atividade nova. Acreditei que, sendo o trabalho referente à matemática, elas se sentiriam mais seguras ao dialogar e investigar. Essa tranquilidade era importante para que esse tipo de atividade pudesse ser considerado uma possibilidade para as aulas que as estagiárias lecionariam nos meses seguintes nas escolas. Um segundo motivo é o fato de que uma atividade investigativa relacionada à realidade ou semirrealidade demandaria uma busca de informações que poderiam extrapolar o contexto matemático e, assim, dependiam de acesso à Internet e outras fontes de pesquisa, o que não era tão simples de se conseguir na sala em que as aulas de estágio aconteciam. Por fim, o cronograma de aulas da disciplina não nos permitia destinar muitas horas para a realização de atividades investigativas. Tínhamos outras tarefas para realizar. Tendo em vista, portanto, as restrições de contexto físico, do cronograma da disciplina e da nossa experiência, optamos por desenvolver com as estagiárias atividades investigativas relativas à matemática. Sabíamos que se houvesse a intenção das participantes de se envolver com as atividades, independentemente do contexto a elas relacionado, teríamos grandes chances do diálogo estar presente e, assim, o objetivo de promover o encontro entre as estagiárias e o diálogo seria alcançado. Foi o que ocorreu.

Se considerarmos apenas os enunciados das atividades investigativas realizadas na disciplina de estágio, é possível chamá-las de investigações matemáticas, conforme os autores Ponte, Brocardo e Oliveira (2003). As ações de criar hipóteses e argumentar, por exemplo, são características das investigações matemáticas e estavam também presentes nas atividades investigativas que as estagiárias realizaram. No entanto, os autores propõem etapas pré-definidas a serem seguidas na realização de uma investigação matemática, e isso não foi

seguido pelas professoras e estagiárias. Em um cenário para investigação, os participantes da atividade têm liberdade para criar a forma como irão fazer suas descobertas. Nossa ação como professoras foi de orientar a atividade, ouvindo as estagiárias, questionando-as e, por vezes, guiando-as. O que realmente distingue fortemente as duas propostas de atividade é seu objetivo. Não tínhamos a intenção de criar um ambiente para que as futuras professoras pudessem se sentir como matemáticas e simular as tarefas próprias desses profissionais ao produzir conhecimentos, como defendem Ponte, Brocardo e Oliveira (2003). A intenção era que elas vivenciassem o diálogo para que, então, tivessem experiências-base para refletir sobre sua viabilidade na prática docente que implementariam em seguida na disciplina.

Antes de avaliar tal viabilidade, era importante que as estagiárias se reconhecessem como pessoas que dialogaram. Assim, após a experiência, precisávamos criar um ambiente de tomada de consciência para o diálogo. O segundo tipo de *atividade de diálogo*, portanto, ocorreu após cada atividade investigativa e era voltado para a reflexão sobre os diálogos realizados. Era um momento para o grupo de professoras e estagiárias refletir sobre o que havia acontecido no processo de investigação e identificassem alguns elementos e características do diálogo. Isolda e eu queríamos que as estagiárias se vissem como professoras que poderiam realizar uma atividade investigativa nas aulas de matemática e dialogar com os alunos. As futuras professoras se posicionaram perante essa possibilidade, indicando as potencialidades desse tipo de atividade e comunicação nas aulas para a aprendizagem, suas aflições e algumas alternativas para resolver possíveis empecilhos.

Os dois primeiros momentos de reflexão ocorreram logo após a realização de cada uma das duas atividades investigativas. Na aula de estágio seguinte à situação das funções ocorreu mais um momento de reflexão, quando as estagiárias apresentaram uma descrição do que ocorreu na segunda atividade investigativa com base no áudio da conversa de seu grupo no desenvolvimento da investigação e em um texto, escrito por Isolda e eu, sobre diálogo. Essa atividade de reflexão resultou em uma produção textual, escrita em duplas, que mostrou as ideias das estagiárias sobre a atividade investigativa de funções e sua relação com o texto sobre diálogo.

O terceiro tipo de *atividade de diálogo* realizada na disciplina consistiu de um planejamento envolvendo o diálogo. Isolda e eu solicitamos que as estagiárias, em duplas, planejassem uma atividade investigativa mediada pelo diálogo, nos moldes das que haviam sido realizadas anteriormente na disciplina. Com base no que haviam experimentado nos dois processos investigativos e nas reflexões feitas, as estagiárias se aproximariam do diálogo em um contexto de planejamento. A temática da atividade seria escolhida pelas estagiárias,

podendo inclusive ser aquela que abordariam em suas aulas na escola. Intitulamos essa atividade de “minha primeira aula dialogada” e, por escrito, solicitamos que escrevessem um planejamento contendo:

- o que vai acontecer antes da atividade em termos de conteúdos e combinações com os alunos; - como os alunos estarão organizados para essa atividade; - a atividade em si; - um possível encaminhamento de resolução da atividade (lembrar que não temos como prever tudo, pois não sabemos o que os alunos irão pensar); - a previsão de situações específicas de intervenção do professor; - dificuldade dos alunos (inclusive falta de interesse) e respectiva intervenção do professor; e - o que será feito depois da atividade.⁶

A escrita deste planejamento seria uma forma de se preparar para a elaboração dos planos de aula da prática docente nas escolas. Após a apresentação do que foi planejado, ocorreu mais um momento de reflexão sobre o que foi proposto por elas tendo em vista sua execução nas aulas de matemática nas escolas. O artigo “Diálogo: Imaginação, (Im)Previsibilidade e Ação”, que se encontra na parte III desta tese, apresenta uma discussão sobre os planejamentos realizados. Ainda como atividade de caráter reflexivo, cada estagiária produziu um texto avaliativo sobre “minha primeira aula dialogada”, pautando-se pelas seguintes questões:

- Quais dificuldades você teve para planejar a atividade mediada pelo diálogo?; - Quais aspectos do diálogo (pontuados no texto sobre diálogo e em nossas discussões nas aulas) você achou importante privilegiar no planejamento elaborado?; - Você faria modificações neste planejamento tendo em vista sua melhoria para ser executado em uma aula na escola? Quais?; - Revisite sua descrição de uma BOA AULA de Matemática. Como você caracterizaria hoje uma boa aula?⁷

Isolda e eu demos um retorno às estagiárias sobre o que escreveram nesses textos avaliativos. A última questão apresentada acima tem relação com outras atividades desenvolvidas na disciplina e que serão abordadas a seguir.

As *atividades de diálogo*, em seu caráter de investigação, reflexão ou planejamento, tinham a intenção de que as estagiárias pudessem vivenciar o diálogo, analisar seus elementos constituintes e avaliar sua realização nas aulas de matemática nas escolas. Ao longo dessas atividades a relação entre as estagiárias e o diálogo foi sendo fortalecida e as reflexões realizadas pelo grupo foram retomadas e aprofundadas a cada momento. Esse foi o foco específico desta disciplina: um lugar planejado para o diálogo. Descrevo a seguir as demais ações que fizeram parte da disciplina.

⁶ Trecho retirado das instruções para a terceira atividade de diálogo.

⁷ Trecho retirado das instruções para uma atividade de diálogo de caráter reflexivo.

2.3 A disciplina para além do diálogo

O formato de uma disciplina de estágio de docência pode contemplar observações no campo de estágio, planeamento de aulas e execução dessas aulas. Para além das *atividades de diálogo*, ocorreram outras atividades e ações na disciplina onde os dados da pesquisa foram produzidos, as quais serão descritas respeitando a ordem cronológica dos fatos.

Os encontros com as estagiárias ocorriam na Universidade e também no ambiente virtual da disciplina. Isolda e eu criamos algumas atividades que deveriam ser realizadas nesse ambiente. A primeira delas foi um fórum chamado “Uma boa aula” em que as estagiárias deveriam registrar suas ideias segundo a instrução: “Descreva uma boa aula de matemática para você. O que faz o professor nesta aula? O que fazem os alunos nesta aula?”. Nosso objetivo era saber das futuras professoras as experiências que vivenciaram de boas aulas de matemática e o que almejavam para as suas próprias aulas nas escolas. Todas as respostas foram comentadas por mim, Isolda e estagiárias. Nesses comentários, surgiu a oportunidade de perguntar às futuras professoras o que elas entendiam por diálogo. Após a realização das atividades sobre esse conceito, as estagiárias foram convidadas a pensar novamente sobre “uma boa aula” e registrar suas ideias num texto avaliativo, conforme as instruções mencionadas no final da seção anterior deste texto.

O fórum “Uma boa aula” prosseguiu paralelamente às atividades de diálogo. Antes, porém, daquela relativa ao planeamento de uma atividade investigativa envolvendo o diálogo (terceira atividade), Isolda e eu orientamos sobre o período de observação das aulas nas escolas, que totalizaria 10 horas-aula, predominantemente em aulas de matemática da turma escolhida para o estágio. Entregamos um roteiro com itens importantes que deviam ser levados em consideração na observação e registrados por escrito. Em relação ao diálogo, foco especial da disciplina, solicitamos às estagiárias que procurassem saber:

- Como o professor se comunica nas aulas?; - Como os alunos se comunicam nas aulas?; - O professor solicita a participação dos alunos nas aulas?; - O professor faz perguntas aos alunos? De que tipo?; - Como o professor responde quando um aluno pergunta?; - Os alunos trabalham em grupos/duplas? Como são formados? Como é esse trabalho em grupo? Os alunos trabalham efetivamente?; - Com base em nossas reflexões sobre diálogo, você pensa que esse professor dialoga com os alunos? Dê exemplos em que isso aconteceu.⁸

Antes de iniciar seus planejamentos das aulas nas escolas, as estagiárias apresentaram informações e reflexões sobre os itens observados no campo de estágio. Dentre os aspectos

⁸ Trecho retirado das instruções para o período de observação no campo de estágio.

discutidos, percebemos como estava ocorrendo a comunicação, principalmente, entre professor e alunos nessas salas de aula. Discutimos, com base na realidade trazida por elas, como que as atividades investigativas e o diálogo poderiam ser contemplados nos planos de aula. Começava, então, as orientações para o planejamento das aulas.

Lemos e discutimos alguns textos ao longo da disciplina. Um, no entanto, foi importante: “Cenários para Investigação”, de Ole Skovsmose (2000). Esse texto foi discutido na mesma aula em que as estagiárias apresentaram suas primeiras ideias a respeito do planejamento das atividades da prática docente. Uma ideia que norteou a orientação para os planos foi a importância do professor “transitar” pelos diferentes ambientes de aprendizagem, conforme o autor do texto sugere. Solicitamos às estagiárias que explicitassem de que forma falariam com os alunos e quais perguntas-chave fariam a eles no decorrer das atividades planejadas. A orientação era sempre voltada ao diálogo e para atividades que propiciassem a explicitação dos pensamentos dos alunos. Os planejamentos eram postados no ambiente virtual e eram discutidos presencialmente e por email. Para sua elaboração, as estagiárias se apoiaram em livros didáticos, sites da Internet e dissertações de mestrado. Com o planejamento de duas semanas pronto, as alunas iniciaram sua prática docente nas escolas. Com exceção de uma aluna que realizou seu estágio pela manhã, as demais estagiárias optaram pelo turno da noite, uma vez que trabalhavam pela manhã e tarde. A prática docente foi de 20 horas-aula, cada uma de aproximadamente 45 minutos, totalizando um mês e meio de aulas. Isolda e eu realizamos visitas às aulas das estagiárias e, nesses momentos, conversávamos com a equipe diretiva, professora titular das turmas, alunos e, obviamente, com as estagiárias. Sua prática docente foi avaliada por nós, pela professora titular (que também esteve presente em algumas aulas das futuras professoras), pelos alunos e pelas próprias estagiárias (autoavaliação).

Em um encontro na Universidade, antes de acabarem suas aulas na escola, as estagiárias se reuniram com as professoras para relatar sobre sua prática e discutir sobre situações específicas que ainda poderiam ser ajustadas. Foi um momento para as futuras professoras conhecerem o que cada uma estava desenvolvendo, trocarem experiências e se ajudarem. Após a prática docente nas escolas, as estagiárias dedicaram-se à escrita de um relato de experiência. O principal enfoque desse texto foi novamente o diálogo. As estagiárias descreveram algumas atividades que planejaram para acontecer o diálogo, refletiram sobre o que de fato aconteceu (pontuando dificuldades e facilidades), retomaram o texto “Cenários para Investigação” para analisar como “transitaram” entre os ambientes de aprendizagem durante a prática docente e refletiram sobre os futuros caminhos como professoras com base

na experiência do estágio. Antes da entrega final desse texto, as estagiárias apresentaram ao grupo suas principais experiências e reflexões.

A disciplina de estágio foi intensa, como o leitor pode perceber pela descrição das atividades e ações desenvolvidas em um semestre letivo. O diálogo com os alunos nas aulas de matemática era foco da orientação que Isolda e eu fazíamos na prática das estagiárias, e permeou, direta ou indiretamente, as discussões, atividades e ações realizadas pelo grupo na disciplina de estágio, grupo esse que será apresentado na próxima seção. Antes, porém, é importante fazer uma caracterização geral das disciplinas de estágio supervisionado.

Os estágios curriculares têm grande importância na formação do professor. São momentos de inserção do licenciando em diferentes dimensões da atuação profissional, que integram saberes da teoria, convívio em ambientes reais de ensino e experiências de prática docente. Nesses momentos de experimentação da prática orientada e de reflexão sobre as ações, o estagiário se envolve em uma “atividade teórica de conhecimento, fundamentação, diálogo e intervenção na realidade” (PIMENTA; LIMA, 2004, p. 45). O estágio, portanto, não pode ser reduzido à atividade prática docente nas escolas ou outros contextos de prática. A aproximação à realidade em que o futuro professor irá atuar é foco de reflexão para produzir conhecimento sobre a prática docente e formar a identidade do professor.

Segundo as diretrizes da Universidade onde a pesquisa foi realizada, o estágio curricular supervisionado

é a atividade do processo formativo caracterizada pela vivência do exercício profissional, realizada no campo real de trabalho, que promove a construção, o desenvolvimento e o aperfeiçoamento das competências próprias da profissão e a integração do estudante com a comunidade.⁹

No curso de Licenciatura em Matemática, essa vivência do exercício profissional foi organizada para ser realizada em 420 horas distribuídas em quatro disciplinas, a partir da segunda metade do curso. O Estágio I possui 60 horas e trata da elaboração de uma proposta educacional para o ensino de matemática, a partir da caracterização do contexto escolar e de referenciais da área. As três disciplinas seguintes de estágio (II, III e IV) possuem 120 horas cada e preveem a atuação docente do licenciando em matemática envolvendo diagnóstico, planejamento, execução e avaliação, em classes do Ensino Fundamental (etapa II), Ensino Médio (etapa III), e em ambiente de aprendizagem diferente desses últimos (etapa IV).

⁹ Caracterização retirada das diretrizes gerais para os estágios curriculares da Universidade em questão.

O estágio supervisionado está longe de ser um lugar tranquilo e de certezas. Na verdade, é um momento da formação docente caracterizado por muitas tensões, a começar pelos sentimentos de ansiedade, nervosismo e, muitas vezes, medo em relação à experiência de estágio que os futuros professores trazem para a disciplina. Trata-se de uma etapa de desafios, incertezas e complexidades, já que, no caso do estagiário, “ora se é aluno em formação, ora se é professor em atuação” (MELO, 2013, p. 344). Muitas relações de conflito são estabelecidas no estágio e essas interferem na prática docente. Melo, ao mostrar um recorte do panorama de pesquisas que tratam do estágio supervisionado em matemática, discute essas diferentes relações. Estagiários e seus pares, professores supervisores, professores formadores (os quais eu chamo de professores titulares, nesta tese), alunos, pais e equipe escolar formam uma rede de conexões (MELO, 2013).

Dessas relações, destaco algumas. A proximidade entre o professor supervisor e o estagiário é fundamental para apoiar a prática docente. O processo de imaginação pedagógica, que será discutido em textos da parte III desta tese, configura-se em uma importante ferramenta de reflexão e apoio a essa prática. A relação entre o estagiário e o professor titular da escola configura-se também como sendo importante. O contato e as reflexões entre eles contribuem para a construção da identidade docente dos estagiários que aprendem com professores já experientes (PIMENTA; LIMA, 2004). O contrário também é verdadeiro, uma vez que as percepções dos estagiários podem contribuir para o professor ter novos olhares sobre os alunos. Nem sempre essa relação é produtiva. Melo constatou que muitos dos estudos por ela analisados afirmam que o trabalho dos professores que orientam os estagiários nas escolas tem sido solitário e sobrecarregado, “revelando um descompasso com as propostas curriculares que apregoam a coletividade entre formadores no acompanhamento aos estagiários” (MELO, 2013, p. 333).

Outro aspecto referente à relação entre estagiário e professor titular é a autonomia do futuro professor quando está na sala de aula, antes ocupada pelo titular. O estagiário não é totalmente livre para organizar sua ação docente. Geralmente deve seguir o que o currículo diz para ser desenvolvido nas aulas e o professor titular faz indicações do que deseja para quando assumir a turma novamente. Essas limitações podem restringir a atuação do estagiário e isso interfere na relação entre ambos. Saliento que, no caso da presente pesquisa, as professoras titulares estiveram perto das estagiárias para colaborar no planejamento e também no desenvolvimento das aulas. Os encontros entre elas não eram sistemáticos, mas houve colaboração e respeito nessa relação. Além disso, as professoras assistiram a aulas das estagiárias e participaram do processo de avaliação.

Das relações apontadas por Melo, brotam diálogos que são importantes para que, de fato, o estágio seja um momento de aprendizagem e colaboração entre escola e universidade. Tendo ciência dessas relações, nesta tese, no entanto, abordarei a discussão a respeito do diálogo que estagiários tentam estabelecer com seus alunos nas aulas de matemática. Sobre isso, Melo (2013, p. 340, grifo do autor), em sua pesquisa, constata que

as práticas discursivas têm sido uma alternativa para evidenciar a relação bastante próxima do estagiário com o aluno, revelando concepções do futuro professor, particularmente quando da sua atuação em classe e interação com os alunos. Embora esta seja uma prática desenvolvida em poucos estudos, a intermediação do licenciando com o seu aluno vai tomando um grau de importância na constituição do futuro professor, na medida em que os conhecimentos em ação que vão sendo revelados *na prática*.

Acredito que a presente pesquisa de doutorado vem a atender a carência de reflexão sobre a interação entre o futuro professor e seus alunos no estágio supervisionado, como aponta a autora. Passo, agora, a apresentar as integrantes da disciplina de estágio planejada para se refletir sobre o diálogo.

2.4 Éramos seis e o diálogo

A disciplina de estágio supervisionado em matemática III ocorreu semanalmente no horário do vespertino, durante o segundo semestre do ano de 2012. Essa disciplina geralmente é oferecida no primeiro semestre de cada ano. Como, porém, alguns alunos se formariam no final de 2012 e não haviam ainda cursado tal disciplina, ela foi aberta nesse semestre par. Isolda e eu acreditamos que tenha sido esse o principal motivo para termos apenas quatro estagiárias na disciplina. Poderia ter escolhido outra turma de estágio, mas o fato das quatro alunas já terem tido uma experiência docente (no caso, no estágio em classes do Ensino Fundamental) e ter Isolda como colaboradora na pesquisa, fizeram com que eu mantivesse a escolha inicial. Sabia que corria o risco de não ter nenhuma das estagiárias como participantes da pesquisa. Por isso, Isolda e eu apresentamos a pesquisa às alunas como um convite privilegiado para entendermos o desenvolvimento do diálogo nas aulas de matemática. Destacamos, ainda, que elas estariam colaborando com a produção de conhecimento científico nessa área. Para nossa felicidade, as estagiárias aceitaram o convite e um termo de consentimento¹⁰ foi assinado por elas e por mim. Esse documento explicava a pesquisa e sua relação com a disciplina e assegurava o sigilo da identidade das estagiárias.

¹⁰ Os documentos assinados pelas estagiárias, direção das escolas e alunos encontram-se no final deste texto.

Éramos seis mulheres: Amanda, Isabela, Lyriel, Valentina, Isolda e Raquel. Para falar sobre nós, tomarei como base especialmente as informações que foram fornecidas no primeiro encontro na Universidade, quando foram feitas as apresentações e as estagiárias relataram sobre suas experiências boas e ruins na educação matemática. Os pseudônimos Amanda, Isabela, Lyriel e Valentina foram escolhidos pelas próprias estagiárias. As três últimas alunas eram formandas do curso e Amanda ainda tinha algumas disciplinas para cursar. Todas tinham em torno de 22 anos de idade e trabalhavam.

Amanda é uma moça sorridente e um pouco tímida. Mora em uma cidade diferente daquela onde a Universidade se situa. Lá, ela realizaria seu estágio. Amanda já leciona matemática em turmas do Ensino Fundamental. Seu pai era bom de cálculos e isso contou para ela escolhesse o curso. Logo que ingressou, resolveu experimentar ser professora. Desistiu no início, pois não conseguia lidar com a indisciplina dos alunos. Mais tarde, falando com sua tia que trabalhava na Secretaria de Educação de sua cidade, assumiu turmas do Ensino Fundamental na zona rural, por ser mais tranquilo. Gostou da experiência e continuou lecionando. No início, a professora mais antiga da escola lhe mostrou seu caderno amarelado para que ela o seguisse, mas Amanda não quis. Pensava nas suas professoras da escola, se espelhava nas que gostava e tentava fazer igual, como acreditava que poderia dar certo. Amanda gosta de trabalhar sempre em grupos em suas aulas, “assim os alunos se ajudam”. Mas se há muita conversa, desfaz os grupos e os alunos ficam um mês trabalhando individualmente. Para Amanda, sua dificuldade é não conseguir ser uma “professora ruim”. Diz que sorri e que se diverte com os alunos, mas que sente falta de ser mais rígida. Esse é o significado, para ela, de ser uma professora ruim. Amanda sempre relata com alegria e um sorriso no rosto os episódios de suas salas de aula, mesmo aqueles que representam preocupação e dificuldade. Ela tem certeza que quer continuar sendo professora.

Isabela é uma moça extrovertida e franca consigo mesma. Mora na cidade onde a Universidade se situa e ali realizaria seu estágio. Ela trabalha no setor administrativo de uma empresa da cidade especializada em fabricar componentes para implementos rodoviários. No início do curso de Licenciatura em Matemática, chegou a trancar sua matrícula por dificuldades financeiras. Fez, então, um curso técnico em contabilidade. Retornou ao curso na Universidade quando conseguiu uma bolsa de estudos. Isabela não gostou da sua experiência do estágio II (aulas em uma turma do Ensino Fundamental). Os alunos não a ouviam. Chegava em casa depois da aula e chorava para o namorado. Tinha dor de estômago quando chegava perto do horário da aula. “A comida do almoço não descia”. Tem duas amigas, colegas, que a apoiam para ser professora. Dizem que quando ela tiver a sua própria turma

será diferente e que a experiência de estágio não conta. Tomando como base essa experiência, tem certeza que não quer ser professora, apesar de gostar muito da matemática. Queria desistir do curso, mas só faltavam os estágios para se formar. Resolveu continuar. Quando se formar, quer tentar assumir uma turma para ver como é, mas não vai largar seu emprego atual. Quando pensa na experiência do estágio II, lembra de quanto é seguro ficar no seu computador na empresa. Sente admiração pelos professores, pois é uma profissão que cansa muito. Entende os conteúdos para si, mas tem dificuldade em “passá-los”. Tem consciência de que todos não aprendem da mesma forma, cada um precisa de uma explicação diferente. “Mas aí teria que ter um professor para cada aluno!”. A experiência do estágio IV, quando trabalhou com aulas de reforço para alunos do Ensino Médio, foi mais tranquila, mas mesmo assim o que tem lhe marcado fortemente é a do estágio II. Isabela pergunta e coloca em evidência seus medos sem receio nenhum. Expressa preocupação em como passar uma aparência séria aos alunos para que eles a respeitem. “Professor é modelo para os alunos. Não está na sala apenas para ensinar matemática. Ele ensina valores também”. Isabela espera algo melhor neste estágio.

Lyriel é extrovertida e mora na mesma cidade onde as aulas de estágio na Universidade acontecem. Realizaria seu estágio nesta cidade. No Ensino Médio, fez o curso magistério e tem experiência como professora nesse nível de ensino. É auxiliar administrativa de um projeto educativo que atende alunos do Ensino Médio dentro de uma grande empresa da cidade. Há cinco anos trabalha com aulas de apoio a alunos do Ensino Fundamental de outro projeto educativo da mesma empresa. Gostou da experiência que teve no estágio II, quando trabalhou com razão e proporção. Adorou trabalhar com aplicações nas aulas de matemática. Lyriel gosta de lecionar e quer seguir a carreira docente. Pretende fazer um concurso para dar aula na rede municipal de ensino.

Valentina é uma moça sorridente e breve em seus comentários. Mora em uma cidade diferente daquela onde as aulas de estágio na Universidade acontecem. Faria seu estágio de docência lá. Trabalha no setor administrativo de uma empresa que fabrica móveis em sua cidade. Nunca lecionou, a não ser no estágio II em uma turma que “bagunçava muito”. Não gostou da experiência. Tem expectativa positiva sobre o estágio III, pois falaram para ela que os alunos eram mais calmos.

Isolda é educadora matemática e uma experiente formadora de professores. Começou a lecionar com 18 anos de idade e até hoje segue apaixonada por sua profissão. “Cada dia acontece algo novo!”. Também leciona disciplinas de matemática para os cursos de engenharia e pesquisa sobre o uso de tecnologias nestes ambientes. É meiga, dedicada e

sorridente. Sempre está pronta para ouvir quem a procura para conversar e surpreende-nos com relatos de sua prática docente diversificada e batalhadora. Frequentemente traz uma novidade sobre sua mais nova paixão, a primeira neta de um ano. Isolda é uma parceira de trabalho nos estágios e em projetos de educação matemática. É uma querida amiga minha.

Raquel, a autora desta tese. Sempre gostou de cálculos e de conferir dados em planilhas, muito influenciada pela profissão de seu pai, bancário e gerente financeiro de uma empresa. Quando criança queria ser caixa de supermercado. Gostava do movimento frenético de registrar preço e passar a mercadoria, e de ver o que as pessoas compravam para suas casas. Na escola, sempre ajudava os colegas com a matemática e isso a fascinava. Decidiu cursar Licenciatura em Matemática e, assim como Isabela, teve uma experiência não muito agradável com uma turma do Ensino Fundamental. Ao terminar o curso, tinha a oportunidade de ser aluna especial de um mestrado em educação matemática e havia passado em um concurso do Banco do Brasil. Decidiu pela primeira opção e assim seguiu na carreira docente, tanto como formadora de professores, especialmente nas disciplinas de estágio, quanto professora de matemática na Educação Básica, o que muito contribuiu para seu trabalho na universidade. A escola é seu laboratório para o que desenvolve com os estagiários e é fonte de conhecimento sobre ser professora em escola. Raquel gosta de sua profissão. Tem dias pesados de trabalho e dias gratificantes. Está gostando muito de ser aluna de doutorado. Tem sido uma oportunidade privilegiada para repensar sua prática docente e vida pessoal.

Esse foi o grupo que trabalhou e aprendeu com o conceito de diálogo durante cinco meses. Os medos, as certezas e as concepções das estagiárias, em relação a sua prática futura, explicitados no momento inicial da disciplina foram discutidos ao longo de nossos encontros e são apresentados nos textos que compõem a tese para contribuir com a reflexão sobre o tema da pesquisa (é o caso, por exemplo, do *postscript* ao texto 4 e do texto 7). Certamente Amanda, Isabela, Lyriel, Valentina, Raquel e Isolda aprenderam umas com as outras na prática que desenvolveram juntas, uma vez que os pensamentos e ações de uma influenciaram, de algum modo, os da outra. O papel de cada professora na disciplina, assim como os instrumentos para a produção dos dados e o que entendo por eles, será apresentado na seção a seguir.

2.5 Que surjam os dados da pesquisa!

O contexto do estágio supervisionado fazia parte da minha rotina profissional há oito anos. Sempre me senti muito tranquila para falar sobre estágio, ainda mais com o

conhecimento que adquiri sendo docente na Educação Básica. Assim, o tema da pesquisa tem íntima relação com minha prática profissional. O que as estagiárias produziram nas atividades de diálogo e em sua prática docente teria a minha participação, pelo menos, como planejadora das ações realizadas na disciplina. Acabaria me enxergando, de certa forma, nas ações das estagiárias. E isso era muito bom! Assim, o orientador da pesquisa sugeriu que eu atuasse juntamente com Isolda como supervisora na disciplina de estágio. Não seria, então, uma mera observadora dos fatos. Isolda aceitou naturalmente. Nesse contexto, portanto, além de desenvolver minha pesquisa, organizei as atividades e ações, ouvi os dilemas, concepções e experiências das estagiárias, orientei a leitura e a discussão de textos e acompanhei e orientei a prática docente das futuras professoras. Fui uma grande colaboradora da disciplina e Isolda, uma grande colaboradora de minha pesquisa. Cabe salientar que a atividade burocrática da disciplina, como, por exemplo, assinar documentos de estágio das alunas, coube exclusivamente à Isolda. Para a Instituição, eu era uma docente que estava afastada de suas funções para realizar uma pesquisa em uma disciplina de um de seus cursos de graduação. Por questões legais e trabalhistas, meu nome não poderia aparecer no projeto da disciplina e nem no ambiente virtual¹¹. Para as estagiárias, eu era uma de suas professoras supervisoras de estágio.

A prática que desenvolvi na disciplina de estágio, portanto, foi uma prática coletiva, uma prática com Isolda. Planejamos, resolvemos problemas, refletimos, orientamos as estagiárias e avaliamos sua prática. Tive tempo e oportunidade para olhar para mim como supervisora. Nesse contexto de pesquisa e prática, investiguei minha própria prática coletiva.

Ponte (2004) afirma que os professores, ao pesquisarem sua própria prática, sentem necessidade de melhor compreenderem o que ocorre nessa prática, em relação à natureza dos problemas, para, então, transformá-la e gerar conhecimentos. A escolha por realizar uma investigação a respeito do contexto do qual faço parte é justificada justamente por tentar melhor compreendê-la.

Jarvis (1999) chama de *practitioner-researcher* o profissional que desenvolve pesquisa sobre sua própria prática. Segundo o autor, o *practitioner-researcher* sabe o que funciona em seu trabalho, sente-se confortável em relação aos conhecimentos, habilidades e atitudes vindos da sua prática, e sabe quais os problemas existentes a serem investigados. Segundo o autor, no contexto de minha pesquisa, assumi a posição de *practitioner-researcher* e Isolda, de *practitioner*. As duas professoras eram profissionais que atuavam na mesma área, a

¹¹ A partir do segundo mês letivo, não tive mais acesso ao ambiente virtual. Minha comunicação com as estagiárias passou a ser por email, quando não nos encontrávamos nas aulas na Universidade.

supervisão de estágio, e, portanto, foram *practitioners*. Ao longo de minha prática, era frequente eu refletir sobre minhas ações para avaliar o que tinha que ser mantido ou modificado. “Prática é tanto um lugar quanto uma oportunidade para aprender, e prática reflexiva é uma abordagem necessária para aprender como tornar-se um *expert practitioner*” (p. 70, grifo do autor, tradução nossa). Estando eu inserida em minha própria prática, e nesse momento, coletiva e com o olhar de pesquisadora, tive uma clareza ainda maior de minhas ações e suas consequências nas ações das estagiárias.

A disciplina de estágio foi organizada para constituir o campo empírico da investigação. Em relação a esse contexto, faço uso da expressão “produção dos dados”¹². Os dados da pesquisa não estavam prontos e acabados no campo, bastando apenas coletá-los e armazená-los para serem analisados. A criação dos dados foi uma construção conjunta da pesquisadora com as estagiárias e a professora supervisora da disciplina. Estando o pesquisador no campo empírico, de alguma forma, sua postura ou fala influencia os significados produzidos pelos participantes da pesquisa. A intensidade dessa influência é que justifica minha escolha pelo termo “produção”. Tinha uma intenção clara e forte: promover um encontro entre as estagiárias e o diálogo. Não estava na disciplina de estágio como observadora e isenta de opinião. Mostrei-me supervisora o tempo todo. No campo empírico explicito minhas concepções, orientei a prática das estagiárias, e planejei e coloquei em ação atividades de diálogo. Como resultado dessa postura totalmente intencional, está, por exemplo, a minha participação como autora de falas junto às das estagiárias e da professora supervisora que constituíram conversas importantes para a análise da pesquisa. Além de refletir sobre os significados produzidos pelas estagiárias, as minhas concepções também foram foco de reflexão e análise. A produção dos dados, portanto, foi uma construção conjunta entre os envolvidos na pesquisa.

Muitas atividades foram realizadas no campo empírico e certamente muitas foram as informações produzidas pelas participantes a partir dessas atividades. Além de serem elaboradas para o desenvolvimento da disciplina, as atividades forneceram informações sobre como as estagiárias pensavam e praticavam o diálogo, e isso era foco de interesse da pesquisa.

¹² Em muitos textos sobre projeto de pesquisa (CRESWELL, 2007; DENZIN, LINCOLN, 2006), a etapa relativa a estar em campo é denominada de coleta de dados (ou recolha de dados, como dizem os portugueses). Por influência de algumas discussões sobre cartografia (KASTRUP, 2009) como método de pesquisa, conheci a expressão produção de dados. Cabe ao cartógrafo, fundamentando nos autores Deleuze e Guatarri, mapear as linhas de força que atingem determinado grupo de pessoas ou outro grupo-foco da pesquisa. Suas expectativas e saberes não devem interferir para que o cartógrafo consiga tornar visível o que estava oculto e já existia no campo empírico. Esse processo é chamado de produção dos dados (KASTRUP, 2009).

Em um diário, registrava e relatava o que ocorria nos encontros com as estagiárias na Universidade. Ali eu escrevia, em negrito, essas informações importantes que poderiam me ajudar a refletir sobre o tema da pesquisa. Os instrumentos de geração de informações foram de dois tipos: registros escritos e áudio. Os registros escritos referem-se às produções escritas das estagiárias: descrição de uma boa aula de matemática e do que é diálogo, avaliação sobre a atividade investigativa das funções, planejamento de uma atividade mediada pelo diálogo, planejamento das aulas nas escolas e relato de experiência sobre o estágio de docência. Os eventos que tiveram o áudio gravado foram: apresentação inicial das estagiárias no primeiro encontro na Universidade, atividades investigativas, apresentação do planejamento de uma atividade mediada pelo diálogo, atividades de diálogo de caráter reflexivo, apresentação sobre o período de observação do campo de estágio, aulas das estagiárias nas escolas, momentos de orientação das professoras supervisoras com as estagiárias e apresentação sobre o período de docência das futuras professoras.

Nem todos os áudios foram transcritos e nem todas as informações registradas nos áudios e produções escritas das estagiárias foram utilizados na etapa de análise dos dados da pesquisa. Entre todas as informações que produzimos, algumas se sobressaíram, porque diziam respeito a como o diálogo era entendido pelas participantes da pesquisa (e nesse grupo eu me incluo) e como ele poderia ser e foi colocado em ação pelas estagiárias. O destaque dado a essas informações aconteceu ao longo da etapa de produção dos dados e elas permaneceram em minha mente durante o momento de reflexão e análise dos dados. No final da minha estada no campo empírico, interpretei esse destaque como sendo um sinal do que constituiria o conjunto de dados da pesquisa. Eram as evidências empíricas que, de fato, posteriormente, deram origem aos textos da parte III desta tese. Assim, nem todas as informações produzidas foram chamadas de dados. Alguns dados são recortes feitos de registros escritos produzidos pelas estagiárias ou algumas de suas falas. Outros são trechos de conversas entre as participantes na Universidade, entre uma estagiária e seus alunos na escola ou entre uma estagiária e eu em momentos de orientação. Vou me referir a esses trechos como episódios da pesquisa.

O processo de destacar informações importantes e, assim, criar dados me ajudou a delimitar com maior clareza o foco da pesquisa. A grande temática da investigação é o processo de aprender a dialogar para gerar aprendizagem nas aulas de matemática. No entanto, o que os dados me mostraram dizia respeito ao próprio conceito de diálogo e como as estagiárias colocaram em ação alguns de seus elementos (é o que discutirei, por exemplo, no texto 7 da tese). Isso não estava previsto no início da pesquisa. A respeito disso, Creswell

(2007, p. 187) diz que “o processo de pensamento [...] é interativo, fazendo um ciclo que vai da coleta e análise de dados até a reformulação do problema e voltando”. Assim, ajustes no foco da pesquisa e nas perguntas a ele relacionadas aconteceram à medida que os dados foram criados e analisados. Era no discurso, na verbalização dos pensamentos das estagiárias que podia identificar como elas estavam pensando o diálogo em suas aulas.

As atividades de diálogo foram desenvolvidas durante o primeiro mês letivo da disciplina de estágio, e, nesse processo, percebi que as estagiárias Isabela e Lyriel participavam mais das discussões, expondo seus pensamentos, aflições e certezas em relação ao diálogo. Elas demonstravam, mais claramente do que Amanda e Valentina, seu desejo de incorporar o diálogo em suas aulas. Esse fato foi extremamente significativo para a pesquisa, uma vez que para falar sobre o processo de aprender a dialogar deveria haver tal desejo por parte das estagiárias. Isso não asseguraria que nenhuma dificuldade e obstáculos seriam apresentados. Bem pelo contrário, minha prática como supervisora, que incentiva essa forma de comunicação para gerar aprendizagem, e estudos sobre o tema dizem que esse processo não é simples e automático.

Além dessa abertura mais evidente ao diálogo, Isabela e Lyriel realizariam seu estágio em escolas da cidade onde a Universidade estava situada e onde eu residia, o que facilitaria meu deslocamento para acompanhar sua prática docente. Amanda e Valentina, por outro lado, residiam e fariam seu estágio em cidades situadas a 43 e 53 quilômetros¹³, aproximadamente e respectivamente, distantes da cidade onde residia. Acompanhar sua prática docente demandaria viagens de carro semanais por estradas movimentadas e com trechos em estado ruim de conservação.

Por estas duas razões, escolhi acompanhar a prática docente de Isabela e Lyriel e dedicar mais atenção às suas ideias apresentadas sobre o diálogo. Mesmo fazendo esta escolha, acompanhei as aulas de Amanda e Valentina por meio de seus relatos, fiz sugestões em seus planejamentos e realizei uma visita às aulas de Amanda. Já nas aulas de Valentina, foi Isolda quem esteve presente.

Particpei de, pelo menos, uma aula por semana de cada estagiária. Essas aulas eram escolhidas em comum acordo com as estagiárias e previam, no planejamento, o desenvolvimento do diálogo com os alunos. Na maioria das aulas, sentava-me ao fundo da sala e apenas observava. Em outras, participava com a estagiária e os alunos das atividades. Utilizava um *netbook* para fazer a gravação do áudio das aulas e anotar observações sobre os

¹³ Distâncias de condução. Disponível em < <https://maps.google.com.br/>>. Acesso em 26 de novembro de 2013.

eventos das aulas. As anotações eram feitas em um documento semiestruturado que já continha informações advindas do planejamento daquela aula (data e resumo das atividades) e algumas perguntas que procurava responder durante e após a aula a respeito da relação da estagiária com o diálogo. Produzi um documento único sobre as aulas de cada estagiária. Quando eu não estava presente, as estagiárias me indicavam trechos importantes a serem escutados que eram relacionados ao diálogo: “escuta essa aula, acho que teve bastante diálogo”.

As estagiárias também gravaram suas aulas. Utilizaram um gravador digital que era fixado junto a sua roupa. Dessa forma, sua fala que compunha os possíveis diálogos com os alunos era registrada. Se fosse pertinente para a pesquisa, fazia a transcrição do áudio de algumas partes da aula, com base no que os dois gravadores haviam registrado. Para realizar o acompanhamento das aulas de Isabela e Lyriel, bem como gravar seu áudio, Isolda e eu solicitamos a autorização da direção das escolas e dos alunos das turmas onde aconteceria o estágio. À cada diretora, apresentamos um termo de consentimento que explicitava os propósitos da pesquisa vinculada à disciplina de estágio e a importância da colaboração da escola na pesquisa, e garantia o sigilo da identidade dos alunos, professora titular da turma, estagiária e escola. Esse documento foi assinado pela diretora, pela Isolda e por mim. No primeiro dia de aula de Isabela e Lyriel, nós conversamos com os alunos a respeito do que era uma pesquisa, da importância da sua participação na produção de conhecimento científico e da gravação do áudio das aulas. Os alunos aceitaram participar da pesquisa e, em uma das escolas, assinaram um termo de participação¹⁴.

No período de estágio de Isabela e Lyriel, conversei com alguns de seus alunos e com a professora titular sobre sua opinião a respeito das aulas. Alguns alunos faziam questão de dizer “ela dialoga bastante com a gente”, lembrando do foco da pesquisa e das atividades. No final de algumas aulas, reunia-me com a estagiária na sala dos professores para ouvir sobre eventos importantes ocorridos, relativos ou não ao diálogo, e planejar ações para resolver imprevistos. Esses foram momentos privilegiados de orientação para as estagiárias e de criação de dados para a pesquisa. Ao final da disciplina de estágio, os dados estavam produzidos e iniciava-se, então, o momento de reflexão e análise, tendo em vista os objetivos da pesquisa. Essa etapa foi rica em diversos olhares para os dados.

¹⁴ A direção da outra escola achou desnecessário esse termo aos alunos, uma vez que, segundo ela, eles eram muito participativos em todas as ações promovidas pela escola.

2.6 Dos dados à teorização sobre diálogo

Com os dados em mãos, o movimento de teorização da pesquisa ocorreu de dentro para fora, ou seja, parti do que os dados me diziam para, então, refletir sobre o foco da pesquisa. No momento de produção dos dados, não tinha nenhuma teoria específica em mente sobre o aprender a dialogar por futuros professores de matemática. Não havia definido, também, categorias prévias a respeito dessa temática. Quando fui para o campo empírico, o que tinha forte em minha mente eram as crenças advindas de minha prática docente, sobre o dialogar e questionar para promover aprendizagem, e as ideias teóricas de Alrø e Skovsmose (2004, 2006) sobre o conceito de diálogo em cenários para investigação. Com essas ideias, iniciei a produção dos dados, mas sentia a necessidade de tornar mais claro o que era o diálogo e como se dava o processo de formar professores para dialogar nas aulas de matemática. Assim, não tinha uma teoria externa e prescritiva previamente definida sobre a temática da pesquisa para ser aplicada ou comparada com o que iria encontrar no campo empírico. As eventuais comparações que fiz tiveram fins descritivos e me auxiliaram a caracterizar os eventos ocorridos. Era preciso, portanto, construir uma teoria e isso se deu internamente, a partir dos dados produzidos. Procedimentos dessa natureza são propostos por Creswell (2007, p. 27) quando diz que “o processo de pesquisa qualitativa é bastante indutivo, com o pesquisador gerando significado a partir dos dados coletados no campo”.

Ao longo do processo de produção dos dados, falas e trechos de conversas entre as pessoas envolvidas na pesquisa saltavam aos meus olhos e me tomavam a atenção. Ao redigir episódios relativos a esses trechos, tentava falar sobre eles a partir de minhas próprias concepções e ousava sugerir algumas interpretações e conclusões. É nessa linha de pensamento que Creswell (2007, p. 27) diz que os pesquisadores qualitativos “fazem uma interpretação do que encontram, moldada pelas experiências próprias e pela formação do pesquisador”. As primeiras reflexões que fiz em relação aos dados traziam o conhecimento de minha prática e ideias teóricas iniciais sobre diálogo. O que estava escrevendo sobre os dados era uma teoria enraizada nos dados e que dizia respeito àquelas pessoas participantes da pesquisa. Precisava, primeiramente, compreender seus significados e refletir sobre eles, seguindo uma orientação naturalista ou interpretativa (DENZIN; LINCOLN, 2006), para que depois pudesse avançar para outro tipo de teoria. Precisava extrapolar o campo empírico e as reflexões específicas para, então, poder fazer afirmações sobre o aprender a dialogar, em um movimento de generalização.

Quando apresentava essa análise inicial a outros pesquisadores, leituras me eram sugeridas com o objetivo de decidir a respeito de abordagens teóricas e de aprofundar e enriquecer minhas concepções iniciais. As teorias que elegi (dos autores Alrø, Skovsmose, Bohm, Meira, Lerman, Vygostky e Lins), a partir das leituras realizadas, se constituíram inspirações teóricas para a investigação que estava desenvolvendo. Considerei-as de duas maneiras: não utilizei todos os construtos de determinada teoria, mas sim o que era relevante e que auxiliava a discussão que me propus na tese; e o que considerava relevante de determinada teoria não necessariamente era tomado em sua totalidade. As inspirações teóricas serviram para agregar entendimento aos dados produzidos e formular novas ideias teóricas.

Um exemplo de inspiração teórica é o que produzi a partir da teoria do Modelo dos Campos Semânticos, de Romulo Lins. Dentre suas várias noções, há duas muito especiais: significado e interlocutor. A respeito dessas noções, me interessei pela ação de *compartilhar*, a qual tem um caráter de *equivalência*. Assim, compartilhar interlocutores, segundo esse Modelo, é produzir significados de um *mesmo* modo. Na presente pesquisa, no entanto, a ação de compartilhar tem dois significados. Um deles é o de tornar algo explícito para os envolvidos no diálogo. Assim, compartilhar ideias com alguém, por exemplo, é torná-las conhecidas ao outro. O segundo sentido para compartilhar é o de pensar da mesma forma. No texto 6 desta tese, o leitor pode ver com mais detalhes de que modo me apropriei do Modelo dos Campos Semânticos como uma inspiração teórica.

O movimento de teorização iniciou-se em um olhar para os dados a partir de minhas concepções prévias sobre dialogar em educação matemática. Essa leitura inicial dos dados recebeu inspirações de teorias que julguei apropriadas para a temática da pesquisa. A etapa de análise consistiu de uma conversa entre a teoria e os dados. Esse movimento de reflexão realizado por mim, pesquisadora, modificou concepções que tinha como supervisora de estágio, já que estava analisando dados que eu construí juntamente com as estagiárias e a professora Isolda. Olhava para minhas falas e ações como pertencentes a uma participante da pesquisa. Esse tipo de reflexão sobre a própria prática é típico do *practitioner-researcher* (Jarvis, 1999).

O caráter pragmático da pesquisa está relacionado com uma preocupação que tive de propor e refletir sobre ações para a aprendizagem do diálogo. O contexto da pesquisa era aquele relativo à minha própria prática docente. A problemática da pesquisa surgiu dali e queria dar uma resposta à comunidade de formadores de professores. Para tanto, o que faria e como eu organizaria o campo empírico deveria estar voltado para o encontro entre as estagiárias e o diálogo. Essa declarada intencionalidade de minhas ações, buscando

resultados, é ratificada pelos autores Creswell (2007) e Greenwood e Levin (2006) quando caracterizam uma pesquisa orientada pelo paradigma do pragmatismo. Assim, o cunho pragmático da pesquisa diz respeito à forma intencional como a disciplina de estágio foi organizada e à preocupação muito forte de retirar implicações e orientações para a prática profissional do formador de professores e, em especial, do supervisor de estágio no que dizem respeito ao diálogo.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (estagiárias)

Prezado(a) Licenciando(a),

Você está sendo convidado(a) para participar da pesquisa intitulada “O desenvolvimento dos processos de planejamento e efetivação do diálogo dos estagiários e seus alunos nas aulas de matemática”, sob responsabilidade da Prof. Ms. Raquel Milani, professora da Universidade xxx e doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (Unesp). O objetivo da pesquisa é compreender a forma como o futuro professor de matemática implementa o diálogo em sua prática docente. Conhecendo as dificuldades e facilidades desse processo, espera-se contribuir para a formação do professor de matemática.

As atividades da pesquisa são aquelas previstas na disciplina de Estágio Supervisionado em Matemática III, ou seja, você não fará nenhuma outra atividade além do que se costuma fazer nessa disciplina. A professora supervisora, a Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática e a Direção do Centro xxx da xxx estão cientes de todas as atividades que foram planejadas para a disciplina.

Declaro que as informações que você fornecerá nas atividades da disciplina e os resultados da pesquisa serão utilizados apenas para fins acadêmicos e, ainda, que a identificação do participante será mantida em sigilo, não constando imagem, nome ou qualquer outro dado que possa identificá-lo em qualquer publicação posterior sobre esta pesquisa.

Sua participação nesta pesquisa é voluntária. Assim, fica resguardada e garantida sua liberdade de interromper a participação no estudo em qualquer de suas etapas, sem que isso incorra em qualquer tipo de inconveniente ou prejuízo para você, seja no âmbito pessoal, acadêmico ou profissional.

Este termo está sendo feito em duas vias, sendo que uma delas ficará com você e a outra com a pesquisadora. Nele constam o telefone e o endereço eletrônico da pesquisadora responsável e do orientador da pesquisa, para facilitar o esclarecimento de quaisquer dúvidas, agora ou a qualquer momento posterior.

Agradeço e enfatizo que sua participação é de fundamental importância para a produção de conhecimento científico sobre a formação do professor de matemática.

Caxias do Sul, 02 de agosto de 2012.

Pesquisadora responsável: Prof. Ms. Raquel Milani – UCS

Contato telefônico: xxx. E-mail: xxx

Orientador da pesquisa: Prof. Dr. Ole Skovsmose – Unesp

Contato telefônico: xxx. E-mail: xxx

Tendo ciência das informações contidas neste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, eu _____, portador(a) do RG n. _____ estou de acordo em participar da pesquisa intitulada “O desenvolvimento dos processos de planejamento e efetivação do diálogo dos estagiários e seus alunos nas aulas de matemática”, sabendo que dela poderei desistir a qualquer momento, sem sofrer qualquer punição ou constrangimento. Declaro ainda estar ciente de que minhas informações serão utilizadas para a construção deste estudo e que poderão ser publicadas no meio acadêmico.

Caxias do Sul, 02 de agosto de 2012.

Participante da Pesquisa:

(assinatura)

TERMO DE CONSENTIMENTO (direção)

Prezada Sra. Diretora xxx

Escola Estadual de Ensino Médio xxx

Agradecemos, inicialmente, a você e a professora xxx por acolherem a estagiária xxx, estudante do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade xxx, para realizar seu estágio de docência em Matemática em uma turma do Ensino Médio desta Escola.

Neste semestre letivo da Universidade, a disciplina Estágio Supervisionado em Matemática III tem como foco de reflexão e ação o diálogo para promover aprendizagem. A estudante xxx e suas colegas de Estágio foram envolvidas em diversas ações a fim de vivenciar o diálogo em atividades investigativas, refletir sobre o tipo de aprendizagem gerada a partir dessa vivência, e planejar e discutir atividades mediadas pelo diálogo.

Acreditamos em uma Educação Matemática que proporcione o envolvimento dos alunos como sujeitos de ação, engajados em atividades em que eles possam se expressar, e construir e descobrir conceitos e ideias, sendo responsáveis por sua aprendizagem. A prática desta Educação Matemática é favorecida especialmente por meio do diálogo entre professor e alunos e entre alunos.

A disciplina de Estágio III tem o privilégio, neste semestre, de participar de um estudo de doutorado que tem por objetivo compreender como o diálogo é incorporado, planejado e sustentado pelo futuro professor de Matemática em sua prática docente. As reflexões realizadas nas atividades dessa disciplina revelaram que a estagiária xxx percebeu a importância do diálogo e das atividades investigativas para a aprendizagem matemática. O resultado dessas reflexões pode ser encontrado na ótima qualidade dos planejamentos de suas aulas.

A etapa da disciplina de preparação e compreensão do diálogo em Educação Matemática foi rica para o entendimento de como as estagiárias aceitaram esse conceito. Uma nova etapa está para iniciar e será especialmente importante para compreendermos como o diálogo é construído na prática docente. No caso da estagiária xxx, essa prática acontecerá com os alunos de suas aulas de Matemática na E.E.E.M. xxx. O interesse desse estudo não está no sujeito de determinada fala, mas sim no que é dito e em que circunstâncias tal discurso é enunciado para construir diálogos sobre conceitos de aprendizagem. Desse modo, é relevante que, em algumas aulas, se tenha o registro fiel dos diálogos, bem como do texto matemático produzido. Para esse propósito, solicitamos a autorização da Escola para a

gravação de áudio e para fotografar alguns trabalhos dos alunos onde conste o texto matemático.

Garantimos o anonimato dos alunos e da Escola e asseguramos que as informações provenientes desses registros serão utilizadas apenas para fins acadêmicos. Informamos que a estagiária concorda com a sua participação no desenvolvimento deste estudo.

Agradecemos e enfatizamos que a sua colaboração em prol deste estudo é de fundamental importância para a produção de conhecimento científico sobre a formação do professor de Matemática.

Caxias do Sul, 4 de outubro de 2012.

Isolda Gianni de Lima

Professora supervisora da disciplina Estágio Supervisionado em Matemática III da xxx -
Contato telefônico: xxx. E-mail: xxx

Raquel Milani

Professora supervisora de estágios do curso de Licenciatura em Matemática da xxx
Doutoranda no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – Unesp/Rio
Claro – SP

Contato telefônico: xxx. E-mail: xxx

Tendo ciência das informações contidas neste Termo de Consentimento, eu _____, portadora do RG n. _____, autorizo a participação da E.E.E.M. xxx no estudo a respeito do diálogo na formação de professores de Matemática.

Caxias do Sul, 4 de outubro de 2012.

Professora xxx - Diretora da E.E.E.M. xxx

TERMO DE PARTICIPAÇÃO (alunos da escola)

Na disciplina de Matemática na E.E.E.M. xxx será realizado um estudo acadêmico sobre a relação entre o diálogo em sala de aula e a aprendizagem de Matemática. Esse estudo acontecerá em algumas aulas nos meses de outubro e novembro e é de fundamental importância de que se tenha alguns registros de áudio e trabalhos matemáticos dos alunos. Esse material contribuirá para uma reflexão e produção acadêmica sobre como a aprendizagem matemática dos(as) alunos(as) pode ser favorecida pelo diálogo.

Esses registros serão utilizados apenas para fins acadêmicos e a identidade dos(as) alunos(as) será preservada. Agradecemos sua atenção e colaboração.

Caxias do Sul, 4 de outubro de 2012.

Nome do(a) Aluno(a): _____

Assinatura do(a) Aluno(a): _____

3 RAQUEL ENTREVISTA ISOLDA QUE ENTREVISTA RAQUEL: UMA CONVERSA SOBRE DIÁLOGO

Raquel Milani e Isolda Giani de Lima¹⁵

Resumo: Neste texto caracteriza-se uma entrevista mútua entre duas professoras, Raquel e Isolda, a respeito do conceito de diálogo em educação matemática. A entrevista se justificou pelo fato de que as professoras desenvolveriam uma prática coletiva em uma disciplina de estágio supervisionado em matemática, mediada pelo diálogo, para gerar aprendizagem. Com base nos conceitos de diálogo de Bohm, e de Alrø e Skovsmose; e de entrevista de Kvale e Brinkmann, bem como na experiência vivenciada por Raquel e Isolda, apresenta-se uma caracterização para a entrevista mútua que inclui alguns atos dialógicos e as ações de ver em conjunto, pensar em conjunto e construir conhecimento comum em conjunto.

Palavras-chave: Diálogo; Entrevista mútua; Educação matemática.

3.1 Uma pesquisa sobre diálogo na formação inicial de professores

Dialogar é algo que é feito com o outro. Estar em diálogo com o outro significa ouvi-lo, perguntar ao outro, se interessar pelo que o outro diz. Conversar sobre diálogo com o outro também pode ser assim?

Este texto trata de uma conversa, no formato de entrevista, entre Raquel e Isolda, duas professoras e pesquisadoras em educação matemática, interessadas no diálogo para favorecer a aprendizagem. Raquel e Isolda são as autoras deste texto e as personagens da entrevista. É importante salientar que este trabalho faz parte de uma investigação que Raquel desenvolve a respeito do diálogo estabelecido entre futuros professores de matemática e alunos da educação básica nos estágios supervisionados. Ao longo do texto, iremos nos referir a nós mesmas como Raquel e Isolda, as professoras envolvidas na entrevista. Em alguns momentos, no entanto, a primeira pessoa do singular será utilizada para explicitar reflexões que Raquel faz a respeito dessa pesquisa e que estão relacionadas à entrevista.

O objetivo central dessa investigação é compreender como futuros professores de matemática aprendem a dialogar em sua prática docente no contexto do estágio supervisionado. Muitos futuros professores e professores têm dificuldades em interagir mais abertamente com os alunos, como, por exemplo, para fazer-lhes perguntas, compreender suas respostas e usá-las para a construção de conceitos (ALMEIDA; FERNANDES, 2010;

¹⁵ Uma adaptação desse texto foi publicada em um periódico. Ver Milani e Lima (2014).

MOYER; MILEWICZ, 2002). Sabendo disso e acreditando que o diálogo pode promover aprendizagem, penso que algumas ações são possíveis de serem realizadas de modo a fazer com que esses futuros professores se sintam mais confortáveis em relação a esse tipo de interação na aula de matemática. Por isso, em uma disciplina de estágio supervisionado do curso de Licenciatura em Matemática onde leciono, planejei ações em conjunto com Isolda, a professora supervisora da disciplina, a respeito do diálogo em educação matemática. Antes de os futuros professores iniciarem seu planejamento da prática docente nas escolas, a disciplina de estágio foi destinada à discussão e ao exercício do diálogo. Foi nesse ambiente que se concentrou a produção dos dados da presente pesquisa. Os estagiários engajaram-se em *atividades de diálogo*, ou seja, atividades que abordavam o conceito de diálogo nos momentos de investigação, reflexão e planejamento. Essas atividades consistiram em investigações matemáticas em grupo (SKOVSMOSE, 2011a), leitura e discussão de textos sobre diálogo, reflexão sobre as relações entre as investigações realizadas em grupo e os textos lidos, planejamento de unidades didáticas mediadas pelo diálogo e reflexão sobre esse planejamento.

Um foco importante da pesquisa são os processos de planejamento e efetivação do diálogo pelos estagiários. A forma pela qual os futuros professores agiriam em relação a esses dois processos seria influenciada pelas atividades de diálogo que foram implementadas na disciplina de estágio. Nesse contexto, realizei ações similares às que costumo desenvolver quando assumo a posição de supervisora, tais como ouvir os dilemas, as concepções e as experiências dos estagiários, orientar a leitura e a discussão de textos e acompanhar a prática docente dos futuros professores. Minha atuação, no entanto, foi diferenciada daquela que costumo realizar, por dois aspectos: assumi a posição de pesquisadora e fui colaboradora da professora supervisora na disciplina de Estágio. Portanto, apesar de o foco da pesquisa serem os processos relativos ao diálogo, dei atenção também ao modo como foram implementadas as atividades que influenciariam a tomada de decisão dos estagiários. Esse modo de agir fez parte de uma prática coletiva da qual eu e a professora da disciplina de estágio, Raquel e Isolda, respectivamente, fizemos parte. Nesse contexto de pesquisa e prática, investigo, portanto, minha própria prática coletiva.

Ponte (2004) afirma que os professores, ao pesquisarem sua própria prática, sentem necessidade de melhor compreender o que ocorre nessa prática, em relação à natureza dos problemas, para, então, transformá-la e gerar conhecimentos. A escolha por realizar uma investigação a respeito do contexto do qual faço parte é justificada justamente por tentar melhor compreendê-la.

Jarvis (1999) chama de *practitioner-researcher* o profissional que desenvolve pesquisa sobre sua própria prática e que, portanto, sabe o que funciona em seu trabalho, sente-se confortável em relação aos conhecimentos, às habilidades e às atitudes, vindos da sua prática e sabe quais os problemas existentes a serem investigados. No contexto da pesquisa que desenvolvo, assumo a posição de *practitioner-researcher* e Isolda, de *practitioner*. As duas professoras são profissionais que atuam na mesma área, a supervisão de estágio, e, portanto, são *practitioners*. Ao longo de minha prática, é frequente eu refletir sobre minhas ações para avaliar o que tem que ser mantido ou modificado. “Practice is both a site and an opportunity for learning, and reflective practice is a necessary approach to learning how to become an expert practitioner” (JARVIS, 1999, p. 70). Como resultado dessas reflexões, surgiram questões de interesse, relativas à investigação que estou desenvolvendo. Portanto, na referida disciplina de estágio supervisionado, além de realizar ações próprias de minha prática, vou refletir, de forma sistemática, a respeito delas e de seus efeitos sobre as decisões dos estagiários.

Uma prática coletiva possui diversos elementos, entre os quais estão um planejamento colaborativo de ações e algumas ideias comuns aos atores dessa prática. Tais ideias comuns podem emergir de diversas formas, mas destacaremos aqui um instrumento especial para conhecer o que pensam os envolvidos nessa prática coletiva. Trata-se de uma entrevista mútua entre Raquel e Isolda.

3.2 Raquel e Isolda em uma entrevista mútua

Uma vez que o planejamento e a implementação das atividades de diálogo seriam feitos por nós, ou seja, trabalharíamos em conjunto, não seria concebível haver uma imposição da concepção de diálogo de uma sobre a outra. Pelo contrário, era necessário haver uma sintonia de ideias para que os discursos com os futuros professores fossem próximos. Dessa forma, antes de planejarmos detalhadamente as atividades de diálogo, tornou-se necessário conhecer o que cada uma entendia por diálogo em educação matemática. Por esse motivo, pesquisadora e professora supervisora combinaram a realização de uma entrevista mútua sobre diálogo.

Como mencionamos anteriormente, as envolvidas na conversa chamam-se Raquel e Isolda. Raquel é a pesquisadora que desenvolve a presente investigação e colaboradora da disciplina de estágio. Isolda é a professora supervisora da disciplina em que as atividades de diálogo foram implementadas, e é quem colabora com a pesquisa. Raquel e Isolda são pesquisadoras em educação matemática, atuam na mesma instituição de ensino superior,

lecionam disciplinas de estágio supervisionado, já desenvolveram trabalhos em conjunto no curso de Licenciatura em Matemática e, também importante, são amigas.

A entrevista teve dois objetivos: conhecer o que cada professora pensava sobre diálogo em educação matemática e delimitar aspectos comuns entre as duas perspectivas. Tratou-se de uma entrevista mútua e aberta via correio eletrônico. Mútua, pois as duas professoras fizeram e responderam perguntas. A intenção não era apenas conhecer o que uma das professoras pensava sobre determinado assunto, mas, sim, explicitar a perspectiva das duas professoras. Raquel e Isolda foram, portanto, entrevistadoras e entrevistadas. A entrevista foi aberta, pois não houve um protocolo de perguntas a ser seguido. O meio eletrônico facilitou o registro dos elementos da entrevista: perguntas elaboradas, respostas fornecidas, datas, tempo de espera por respostas, entre outros.

A entrevista teve três rodadas de perguntas e respostas. Na primeira rodada, as professoras elaboraram e enviaram suas perguntas uma a outra. Cada uma respondeu as perguntas recebidas em seu tempo, de acordo com sua disponibilidade de horários, em meio ao desenvolvimento de suas tarefas cotidianas. As perguntas foram elaboradas, inicialmente, de acordo com a curiosidade de cada professora pelo que a outra pensava. No princípio, as respostas informavam à outra pessoa sobre uma situação, no caso, o *diálogo*, mostrando a perspectiva particular de quem respondia.

Na segunda e na terceira rodadas, além dessa curiosidade, as perguntas foram formuladas com base nas respostas fornecidas por cada professora nas rodadas anteriores. Houve um interesse de saber mais sobre uma determinada ideia e aprofundar uma perspectiva para conhecer seus fundamentos e origens. Havia tempo para pensar nas respostas e fazer novas perguntas. As professoras puderam ler as perguntas recebidas e esboçar por escrito ou mentalmente as respostas, as quais ficavam em *stand by* para serem visitadas e modificadas a qualquer tempo. Enquanto isso, as professoras pensavam em novos aspectos para complementá-las. Era frequente o retorno às respostas de rodadas anteriores para as professoras não serem repetitivas e para saberem de qual contexto havia sido feito o recorte que compunha as novas perguntas. Essas idas e vindas reflexivas caracterizaram o processo de fornecer respostas. Havia tempo para pensar, e, como tudo estava armazenado em um arquivo no computador, as professoras podiam voltar ao que antes haviam escrito e melhorar, dizer de novo, mesmo se não fossem solicitadas a fazer isso.

3.3 Atos dialógicos na entrevista mútua

Ao longo da entrevista foi possível perceber algumas ações importantes que garantiram seu desenvolvimento. Essas ações estão relacionadas ao conceito de diálogo para Alrø e Skovsmose (2004, 2006)¹⁶, no contexto da educação matemática crítica. Os autores apresentam empiricamente o diálogo entre professor e alunos, e entre alunos, em termos dos atos dialógicos que compõem o Modelo de Cooperação Investigativa: *estabelecer contato*, *perceber*, *reconhecer*, *posicionar-se*, *pensar alto*, *reformular*, *desafiar* e *avaliar*. Esse conceito é amplamente utilizado em estudos que envolvem a comunicação na educação matemática para gerar aprendizagem, em especial uma aprendizagem crítica que envolve os aspectos sociopolíticos relativos à matemática. Exemplo recente disso é a pesquisa de Alrø e Johnsen-Høines (2010), que analisa como futuros professores colocam o diálogo em ação quando questionam as formas tradicionais de ensino e planejam, de forma crítica, novas possibilidades de aprendizagem matemática, demonstrando, assim, competência para propor estratégias inovadoras.

Alguns dos atos dialógicos também estiveram presentes na entrevista mútua de Raquel e Isolda, como é o caso de *estabelecer contato*, *perceber*, *posicionar-se*, *pensar alto*, *reformular* e *desafiar*. Como mencionamos anteriormente neste texto, na primeira rodada da entrevista, as perguntas revelaram o interesse das professoras em saber o que a outra pensava sobre aspectos do diálogo, e, assim, Raquel e Isolda *estabeleceram o contato* necessário para o desenvolvimento da entrevista. Uma vez respondidas, algumas das perguntas seguintes buscaram aprofundar determinada ideia, saber de detalhes sobre ela, já que aquilo que se apresentava continha certo grau de novidade para a professora que havia feito a pergunta. Aprofundar e melhor compreender uma perspectiva relaciona-se ao ato dialógico de *perceber*. Esse processo permeou todo o desenvolvimento da entrevista.

Na entrevista mútua, o ato de *perceber* pode ser exemplificado por alguns momentos, como quando as professoras solicitaram explicações e exemplos de algumas afirmações. Isolda questionou, na segunda rodada de perguntas, uma afirmação que Raquel havia feito: “Explica o que tu entendes por ‘dialogar com o outro pressupõe escutar atentamente o que ele diz e elaborar perguntas’. Coloca isso numa situação prática de ensino de algum conceito”. Ao responder, Raquel explicitou o conceito de *escuta ativa*, o qual significa “fazer perguntas

¹⁶ Alrø e Skovsmose caracterizam o diálogo como forma de comunicação que figura em um cenário para investigação (SKOVSMOSE, 2000). Para uma discussão sobre a instauração e a efemeridade de cenários para investigação em uma sala de aula brasileira, ver Araújo et al. (2008).

e dar apoio não-verbal ao mesmo tempo em que tenta descobrir o que se passa com o outro” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 70), e defendeu sua importância no diálogo para gerar aprendizagem.

Outro momento em que o ato dialógico de *perceber* esteve em ação foi quando Isolda, ao descrever a fala do professor no diálogo, mencionou alguns elementos da teoria de aprendizagem de Jean Piaget. Interessada em saber mais sobre esses elementos e sua relação com o diálogo, Raquel, nas rodadas seguintes, elaborou perguntas a fim de aprofundar as ideias de Isolda.

O ato dialógico de *desafiar* surgiu de forma implícita e explícita na conversa entre as professoras. Na tentativa de perceber a perspectiva de Raquel, Isolda propôs: “Agora queria te desafiar a apresentar algumas hipóteses, tuas inicialmente, sobre o que são perguntas disciplinares e burocráticas. Quais seriam? Quais auxiliam a aprendizagem? Quais perguntas são próprias do diálogo?”. O verbo *desafiar* apareceu explicitamente na pergunta de Isolda. Os tipos de perguntas que ocorrem em uma aula de matemática, como as citadas anteriormente, haviam sido um ponto de reflexão de Raquel em momentos anteriores à entrevista. Mesmo quando o verbo *desafiar* não surgia na pergunta, as professoras sentiam-se *desafiadas* a ser claras e expor o que pensavam. Algumas vezes era difícil explicitar algo sobre o qual nunca haviam escrito. Um exemplo dessa situação foi quando Isolda solicitou que Raquel exemplificasse o diálogo relacionado ao ensino de algum conceito matemático. Antes de perguntar, Isolda não sabia que procurar por esse exemplo representava um desafio para Raquel, justamente porque se tratava de uma incerteza sua: quando uma conversa é considerada um diálogo? Raquel utilizou o contexto de resolução de equações para exemplificar o que ela acreditava que o diálogo e a escuta ativa eram e, na rodada seguinte, pediu ajuda a Isolda: “A conversa que descrevi no contexto de resolução de equações, para discutir a dúvida de um aluno, você chamaria de quê?”.

As ações de defender uma perspectiva, concordar ou discordar com uma ideia, e argumentar contra ou a favor dela estão relacionadas ao ato dialógico de *posicionar-se*. Raquel e Isolda iniciaram a entrevista com ideias, certezas e incertezas individuais. À medida que as rodadas iam avançando, as professoras identificavam ideias comuns em suas respostas, como Isolda explicitou, ao tratar da dificuldade dos futuros professores em dialogar com os alunos na sua prática docente: “Concordo que é difícil para os futuros professores expressarem ou praticarem o diálogo em classe. Que fator(es) tu achas que provocam esta dificuldade?”. Raquel também concordou com Isolda em alguns momentos, como, por exemplo, quando julgou positivamente algumas ideias apresentadas por Isolda: “Essa ideia de

intencionalidade do diálogo é muito boa” e “A expressão ‘potencializar o diálogo’ é muito boa!”. E ainda sintetizou algumas ideias de ambas: “Concordamos que falar e escutar são ações importantes no diálogo matemático”.

O ato dialógico de *pensar alto* refere-se à verbalização de raciocínios para tornar pública uma perspectiva, e assim possibilitar que seja investigada. Na entrevista mútua, Raquel e Isolda explicitaram e defenderam, de maneira escrita, suas perspectivas e aprofundaram suas ideias por meio de explicações e exemplos. Enquanto, em uma conversa presencial, o ato de *pensar alto* refere-se à verbalização falada, na entrevista mútua, a qualidade “alto” esteve relacionada à explicitação por escrito de perspectivas.

Em algumas perguntas, Raquel e Isolda parafrasearam-se em busca de perceber as perspectivas e propor *desafios*. As professoras tentavam reproduzir com suas palavras o que a outra havia dito. O ato dialógico de *reformular* refere-se a essa tentativa de dizer novamente o que foi dito por outra pessoa, no sentido de saber se as perspectivas de cada lado foram entendidas.

Ao explicitarem o que cada uma entendia por diálogo, Raquel e Isolda colocaram em ação diversos atos dialógicos descritos por Alrø e Skovsmose (2004, 2006). A seguir, destacaremos aspectos comuns entre as perspectivas das professoras.

3.4 A construção de um conhecimento comum

Raquel e Isolda, já na primeira rodada da entrevista, explicitaram suas perspectivas iniciais sobre o conceito de diálogo. Com o processo de aprofundar ideias, comparar pensamentos, concordar e desafiar, foi possível perceber alguns aspectos comuns entre as perspectivas apresentadas. Antes, porém, de abordá-los, é necessário trazer algumas ideias das professoras sobre diálogo.

Para Raquel, o diálogo está de acordo com a definição apresentada por Alrø e Skovsmose (2004, 2006). A professora diz que o diálogo “é um tipo de conversação com algumas características (teóricas e empíricas) que visa à aprendizagem crítica. Características teóricas: realizar uma investigação, correr riscos e promover a igualdade”. As características empíricas são as referentes ao Modelo de Cooperação Investigativa, citado anteriormente neste texto. Raquel ainda pontuou a relevância de escutar atentamente o que o outro diz e elaborar perguntas. Ao tecer mais comentários sobre essa ideia, Raquel explicitou o conceito de escuta ativa e estabeleceu relações com o processo de aprendizagem.

Ao tentar entender o que o outro me diz, parece que vou até seu encontro (vou até onde ele está) e faço alguma intervenção (com perguntas, por exemplo) para que possamos juntos ir a algum outro lugar, novo para ambos. Novo para o outro, pois parece que ele nunca esteve lá (ousou falar aqui que ele aprendeu algo novo), novo para mim, pois estou indo a algum lugar conhecido para mim, mas com companhia diferente (já sei sobre esse novo lugar, mas nunca tinha ido com esse outro para lá).

E ainda:

o professor que dialoga tem uma postura sobre o que é aprender matemática e como ocorre a construção do conhecimento na aula. Os conceitos não são entregues aos alunos, como dados, mas sim construídos em conjunto com os alunos, contando com seus conhecimentos anteriores. O professor irá criar um ambiente na aula para que haja possibilidade de duvidar, perguntar e argumentar. Esse professor acredita que o aluno tem que se expressar e colocar em público suas ideias.

Quando Isolda foi solicitada a escrever sobre diálogo e educação matemática, respondeu que diálogo é

um exercício intencional de falas e escutas que acontecem produzindo ações de pensamento, reflexões e construções internas. Pode ser planejado com algum propósito bem definido, como para aprender e ensinar. É uma ação didática e pedagógica, quase que uma conduta do professor, que busca envolver o estudante em ações de pensamento, no sentido de desenvolver ou ampliar a compreensão de um conceito. A fala do professor é questionadora, deve promover a escuta que produz operações internas, desequilíbrios cognitivos, assimilações e acomodações.

A partir dessa resposta, Raquel solicitou que Isolda explicitasse com mais detalhes suas ideias de aprendizagem fundamentadas na teoria de Jean Piaget. Por isso, nas rodadas seguintes da entrevista, Isolda se refere aos estágios de desenvolvimento e a expressões como “desequilíbrios” e “equilíbrios”, em seus exemplos de diálogo e demais explicações. Ainda diz que “estamos operando constantemente com conceitos anteriores para a construção de um novo conceito [...]. Os mecanismos e as construções são internos e individuais, mas nada acontece sem por as estruturas de pensamento em ação”.

Uma vez que Raquel e Isolda são sujeitos diferentes, seus discursos são diferentes. Cada professora tem uma trajetória profissional e social e um amadurecimento em relação às suas crenças sobre educação matemática. Enquanto Isolda assume a teoria piagetiana em seu discurso, Raquel está iniciando sua carreira de pesquisadora e fazendo suas escolhas teóricas. Não haveria, portanto, um discurso único das duas professoras aos estagiários. O que houve foram aspectos comuns que emergiram no processo de aprofundar e esclarecer perspectivas e que serão explicitados a seguir.

Para Raquel e Isolda, dialogar implica assumir uma postura pedagógica. Essa postura diz respeito ao modo como a matemática é aprendida pelos alunos. As professoras acreditam

que o conhecimento deve ser descoberto e não fornecido pronto. O aluno deve agir sobre as atividades propostas e expor suas ideias e formas de pensar. Deve estar envolvido em ações de pensamento, relacionando conhecimentos anteriores às situações que está estudando, para construir conhecimentos novos. O professor é quem orienta o processo de descobertas. Escutar e falar são ações comuns ao professor e aos alunos. Perguntar e estar atento ao que o outro diz também faz parte do diálogo, e, por isso, os envolvidos devem realizar uma escuta ativa. O diálogo, para as professoras, é intencional: visa à aprendizagem.

As ideias comuns às professoras surgiram no desenvolvimento da entrevista mútua. O que uma dizia influenciava na resposta da outra de alguma maneira, uma vez que havia uma relação de respeito entre Raquel e Isolda, e o que era dito era, de fato, levado em consideração. O processo de criação de um conhecimento comum é próprio de uma conversação como o diálogo (BOHM, 1996). Para o autor, a comunicação tem muitos sentidos, e um deles é o de “to make something common, i.e., to convey information or knowledge from one person to another in as accurate a way as possible” (BOHM, 1996, p. 2). Esse sentido não abrange o que o autor entende por diálogo, pois

when one person says something, the other person does not in general respond with exactly the same meaning as that seen by the first person. Rather, the meanings are only *similar* and not identical. Thus, when the second person replies, the first person sees a *difference* between what he meant to say and what the other person understood (BOHM, 1996, p. 2, grifos do autor).

Bohm (1996) considera, portanto, que há uma diferença entre o que é falado por uma pessoa e o que é entendido por outra que a escuta. É essa diferença que vai dar continuidade ao diálogo. A primeira pessoa que fala “may then be able to see something new, which is relevant both to his own views and to those of the other person. And so it can go back and forth, with the continual emergency of a new content that is common to both participants”. No diálogo, diferentemente de uma pessoa tentar fazer suas ideias serem comuns à outra, “the two people are making something *in common*, i.e., creating something new together” (BOHM, 1996, p. 2, grifo do autor).

Na entrevista mútua, cada professora explicitou sua perspectiva inicial sobre diálogo, mas não havia a intenção de fazer dessa perspectiva a verdadeira, aquela que predominaria ao longo de toda a entrevista. Em um diálogo, “nobody is trying to win. Everybody wins if anybody wins”. Mesmo buscando ser o mais precisas possível, foi necessário voltar às respostas, perguntar de novo, pedir mais explicações e exemplos, a fim de perceber as perspectivas particulares. Nesse movimento de recuar e avançar, ideias comuns às duas

professoras foram surgindo, ou seja, “something that takes shape in their mutual discussions and actions” (BOHM, 1996, p. 7 e p. 3).

3.5 Raquel e Isolda em uma *entre-vista* mútua

A entrevista convencional é um encontro entre duas pessoas, em que uma delas, o entrevistador, tem por objetivo obter do entrevistado informações necessárias sobre determinado assunto (LAKATOS; MARCONI, 2010). Na conversa de Raquel e Isolda, por outro lado, as figuras de entrevistador e entrevistado não foram designadas para uma ou para outra. Ambas as funções foram assumidas pelas duas que, mais do que obter informações sobre como cada uma pensava o diálogo, trocavam e refletiam mutuamente sobre as perspectivas. Kvale and Brinkmann (2009, p. 2, grifo dos autores) consideram a entrevista como uma interação entre duas pessoas e, literalmente, como “an *inter view*, an inter-change of views between two persons conversing about a theme of mutual interest”. Os autores consideram que em uma entrevista há um olhar em conjunto sobre algo. Entrevistador e entrevistado veem o objeto da entrevista de uma forma conjunta. No caso da entrevista mútua, Raquel e Isolda olhavam e pensavam juntas sobre as ideias que foram sendo explicitadas na conversa. Para exemplificar esse olhar e o pensar em conjunto, enfatizamos o momento em que Raquel apresentava uma ideia em suas respostas, Isolda refletia sobre ela e, em seguida, questionava Raquel que, novamente, voltava a pensar sobre a mesma ideia ou sobre outro aspecto a ela relacionado. Havia, portanto, objetos de reflexão em comum e todos giravam em torno do conceito de diálogo, o qual era de mútuo interesse das professoras.

Raquel e Isolda pensaram em conjunto sobre o que estavam conversando. Foi possível perceber que essa ação ocorreu em duas dimensões: interpessoal e intrapessoal. O nível interpessoal se refere ao próprio pensar explicitado na troca de perguntas e respostas de Raquel e Isolda. A dimensão intrapessoal refere-se à ação de pensar de cada participante da conversa. Para exemplificar, trazemos o relato de Raquel. Inicialmente, ela não imaginava os caminhos que seu pensamento iria percorrer, porque isso dependia da explicitação das perspectivas de Isolda e de seus questionamentos. Além de querer saber o que Isolda pensava – motivação para o pensar em conjunto em nível interpessoal –, Raquel desejava que Isolda soubesse a sua perspectiva. Para deixar isso compreensível a ela, Raquel precisava saber o que ela mesma pensava, e de maneira clara – motivação para o pensar em conjunto em nível intrapessoal.

Ao tentar responder uma pergunta que Isolda havia encaminhado a Raquel, iniciava-se um processo interno de pensar consigo mesma. Ao mesmo tempo que conversava com Isolda, Raquel falava consigo mesma, tentando explicitar suas certezas e incertezas. A respeito do que era incerto, ela optou pela exposição, pois sabia que, ao fazer isso, teria chance de conversar com Isolda sobre o assunto. Transformou momentos de incerteza em desafios, confiando que Isolda realizaria uma escuta ativa. Destacamos, portanto, a importância do elemento “pensar em conjunto” na entrevista mútua em nível interpessoal, uma vez que possibilita a criação de desafios em nível intrapessoal: ouvir a si mesmo, perguntar a si mesmo, respeitar a si mesmo. A conversa com Isolda potencializou que Raquel realizasse uma escuta ativa para consigo, com a finalidade de encarar e expor suas incertezas, para, então, esclarecê-las a Isolda e a si mesma.

As ações de ver e pensar em conjunto, incluindo o nível intrapessoal, resultaram em outra importante ação da entrevista mútua. Kvale e Brinkmann (2009, p. 2, grifo dos autores) consideram a entrevista como “um lugar” onde o conhecimento é “constructed *inter the views* of the interviewer and interviewee”. Vale reforçar novamente que na entrevista mútua não houve distinção entre entrevistador e entrevistado. Concordamos, porém, com os autores sobre a construção de conhecimento que ocorre na entrevista. *Entre as vistas* de Raquel e Isolda, ou seja, na interação das duas professoras, um conhecimento comum foi construído. Tal conhecimento não existia no início da conversa. O que existia eram duas perspectivas que foram relacionadas, à medida que eram esclarecidas e aprofundadas. Algumas ideias eram muito próximas às das duas professoras, mas outras eram exclusivas de cada uma. Assim, algumas concepções de Raquel fizeram sentido para Isolda e vice-versa. Cada professora incorporou ideias da outra em seu discurso. Nessa interação, foi possível, portanto, delimitar aspectos comuns sobre diálogo, aprendizagem e educação matemática.

A entrevista mútua de Raquel e Isolda sobre diálogo foi caracterizada pelas ações de ver em conjunto, pensar em conjunto e construir conhecimento comum em conjunto. Outras ações, mais específicas, estiveram presentes na conversa das professoras. É o caso dos atos dialógicos de estabelecer contato, perceber, posicionar-se, pensar alto, reformular e desafiar. Tanto as características gerais quanto as específicas da entrevista mútua referem-se ao conceito de *diálogo* definido por Alrø e Skovsmose (2004, 2006). Especificamente a ação de construir conhecimento comum em conjunto está relacionada à definição de *diálogo* de Bohm (1996), que, de certa forma, também é abordada por Kvale e Brinkmann (2009) quando se trata de uma entrevista. Considerando essa caracterização, acreditamos que a entrevista mútua de Raquel e Isolda sobre diálogo foi, de fato, um *diálogo*, especialmente pelo fato de Raquel e

Isolda interessarem-se mutuamente por suas perspectivas e não tentarem fazer a concepção de uma ser também a da outra. Esse interesse foi expresso em termos de escuta ativa, ou seja, Raquel e Isolda acolhiam com atenção as perguntas e as respostas e mantinham-se em contato, elaborando novas perguntas.

É evidente que a entrevista mútua de Raquel e Isolda não pode ser caracterizada exatamente da mesma maneira que é o diálogo para Alrø e Skovsmose (2004, 2006), uma vez que, para esses autores, o conceito tem como objetivo a aprendizagem matemática crítica. As professoras não tinham como objetivo fazer investigações, matemáticas ou não, mas, sim, aprender sobre diálogo com a outra e, juntas, construir um conhecimento comum novo. No entanto, a maneira como a entrevista mútua ocorreu, incluindo a forma de perguntar e responder das envolvidas e os atos dialógicos, assemelha-se ao diálogo de Alrø e Skovsmose (2004, 2006).

Com base nos conceitos teóricos já referidos neste texto e na própria experiência vivenciada por Raquel e Isolda, propomos, portanto, uma caracterização para a entrevista mútua realizada: é um diálogo entre pessoas interessadas em um assunto de mútuo interesse, em que todas, realizando a escuta ativa, assumem papel de entrevistadoras e entrevistadas, e caracteriza-se por ações gerais de ver em conjunto; pensar em conjunto (com especial atenção para o nível intrapessoal); construir conhecimento comum em conjunto; e, por ações específicas como estabelecer contato, perceber e aprofundar perspectivas, posicionar-se, pensar alto, reformular e desafiar.

3.6 Considerações finais

Dialogar com o outro, especialmente no contexto da educação matemática, é, antes de tudo, um ato de respeito mútuo. Quem fala merece encontrar alguém que o ouça e que demonstre interesse pelo que é dito. Assim foi a entrevista mútua de Raquel e Isolda. As professoras puderam conhecer com maior profundidade sobre suas perspectivas: a da outra e a sua própria. Considerando o nível intrapessoal de pensar em conjunto, o processo de explicitar ideias foi permeado por uma sincera e profunda reflexão sobre si mesma. Esse respeito para consigo é fundamental para respeitar e ajudar o outro, tarefa de todo professor. Uma vez que Raquel e Isolda trabalhariam em parceria em uma prática de estágio supervisionado coletiva, a entrevista mútua reforçou o respeito e a confiança que as professoras já sentiam uma pela outra.

Neste texto, baseadas na experiência que vivenciamos e nos conceitos de entrevista de Kvale e Brinkmann (2009); e de diálogo, para Alrø e Skovsmose (2004, 2006) e também para Bohm (1996), apresentamos uma caracterização para a entrevista mútua realizada. Em oposição à ideia convencional de entrevista como um encontro profissional entre entrevistador e entrevistado, em que o primeiro obtém informações do segundo, a entrevista mútua é um diálogo que objetiva conhecer as perspectivas dos envolvidos e construir um conhecimento comum em conjunto. Esse processo de construção ocorre em uma interação dialógica repleta de ações feitas com o outro e que mantém o contato entre os participantes, especialmente porque os envolvidos realizam uma escuta ativa.

A entrevista mútua de Raquel e Isolda já estava predestinada a ser um diálogo desde seu início. Embora Raquel tenha percebido esse fato apenas ao longo da entrevista, Isolda, já na primeira rodada, finalizou suas respostas, dizendo: “É isso, para começo de conversa, de diálogo!”.

Referências

- ALMEIDA, M. G.; FERNANDES, J. A. A comunicação promovida por futuros professores na aula de Matemática. *Zetetiké*, v. 18, n. 34, p. 109-154, 2010.
- ALRØ, H.; JOHNSEN- HØINES, M. Critical dialogue in mathematics education. In: ALRØ, H.; RAVN, O.; VALERO, P. (Org.). **Critical mathematics education: past, present and future**. Rotterdam: Sense Publishers, 2010. p. 11-21.
- ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Dialogue and learning in mathematics education - intention, reflection, critique**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004.
- ARAÚJO, J. L. et al. Efemeridade dos cenários para investigação em um episódio de sala de aula de Matemática com tecnologias. *Zetetiké*, v. 16, n. 29, p. 7-40, 2008.
- BOHM, D. **On Dialogue**. Londres: Routledge, 1996.
- JARVIS, P. **The practioner-researcher: developing theory from practice**. San Francisco: Jossey-Bass Publishers, 1999.
- KVALE, S.; BRINKMANN, S. **InterViews: learning the craft of qualitative research interviewing**. Thousand Oaks: Sage, 2009.
- LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. D. A. **Fundamentos de metodologia científica**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

MOYER, P. S.; MILEWICZ, E. Learning to question: categories of questioning used by preservice teachers during diagnostic mathematics interviews. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 5, n. 4, p. 293-315, 2002.

PONTE, J. P. Pesquisar para compreender e transformar a nossa própria prática. **Educar**, n. 24, p. 37-66, 2004.

SKOVSMOSE, O. **An invitation to critical mathematics education**. Rotterdam: Sense Publishers, 2011a.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, n. 14, p. 66-91, 2000.

4 INQUIRY GESTURES

Raquel Milani e Ole Skovsmose¹⁷

The notion of inquiry has a long history in education. A principal contribution was provided by John Dewey who found that turning learning into inquiry processes would provide education with many important qualities: in particular a resonance between educational aims and democratic aspirations would become established.

As soon as it is claimed that inquiry processes include attractive educational qualities, many different kind of educational processes tend to be labelled as inquiry. As a consequence, it becomes relevant to characterise what one could understand by inquiry, and in this chapter we try to characterise such processes in mathematics education.

We keep in mind a characteristic of dialogue as presented by Helle Alrø and Ole Skovsmose (2004). They characterised the following eight dialogic acts: *Getting in contact, locating, identifying, advocating, thinking aloud, reformulating, challenging, and evaluating*. They described dialogic learning as a process rich with such acts. Furthermore, we keep in mind a set of notions presented in a lecture by Helle Alrø and Marit Johnsen-Høines, October 30, 2012 at Unesp (State University of São Paulo) at Rio Claro. They used the following notions in order to characterise inquiry processes in an educational context: *Experimenting, (re)searching, wondering, listening, trying out, dwelling, keeping open, challenging, and criticising*.¹⁸ We can observe much overlap between dialogic acts and these inquiry acts. This is not surprising as dialogue and inquiry belong to the same family.

Principally, we will draw on some empirical observations, and on this basis try to identify a set of *inquiry gestures* through which one can characterise inquiry processes within mathematics education.

4.1 About Dewey and Lakatos

Before we turn to our empirical material let us just make a couple of remarks about John Dewey and Imre Lakatos.

¹⁷ Esse texto foi publicado em um livro. Ver Milani e Skovsmose (2014).

¹⁸ See also Alrø and Johnsen-Høines (2010).

Dewey (1938/1963, 1938/1964) explored widely the notion of inquiry. He related the process of inquiry to the natural sciences, in particular as characterised, simplified, and celebrated by positivist and pragmatic philosophy at the time.

Dewey found that a scientific inquiry process could be characterised in the following way: It starts with experiences and observations. These can be registered, summarised and condensed into theories. Thus it is through induction that theories become formulated on the basis of observations. From formulated theories it is possible to deduce consequences, which in turn can be confronted with new observations. In this way it is possible to provide a verification of theories, although not in any absolute sense. This is the assumed basic pattern of scientific inquiry.

According to Dewey, this pattern is, however, not particular to science, but has validity far beyond the range of science. This brings Dewey to claim that education can be radically improved if learning processes accommodate to this pattern.

Furthermore, Dewey finds that an inquiry approach not only supports a better learning of different subjects; it can also serve a much more profound development. Dewey claims that scientific methodology is closely connected to democratic standards. He finds that if the inquiry approach for obtaining knowledge becomes part of a general approach for learning and schooling, we can witness a growing acknowledgement of democratic values and progress in all aspects of social life.

Dewey did not pay particular attention to mathematics. But Lakatos (1976) did. His interest was to provide a general characteristic of the logic of mathematical discovery. This logic we can also refer to as an inquiry process. Lakatos was eager to relate his conception of mathematics to the overall Popperian outlook. Thus Popper (1934/1965, 1963/1972) had characterised the logic of scientific discovery in terms of conjectures and refutation. In parallel to this, Lakatos characterised the logic of mathematical discovery in terms of *proofs* and *refutations*. We find, however, that many more notions are necessary in order to provide such a characteristic.

We are in the situation that Dewey provides a general characteristic of inquiry that relates directly to the natural sciences and simultaneously opens into education. Lakatos provides a characteristic that relates directly to mathematics, but only briefly addresses implications of his investigations for mathematics education.

Many educators have celebrated inquiry processes with reference to both Dewey and Lakatos. Sometime these processes have been celebrated as providing a unique quality to education. They have been treated as if they were accompanied by their own justification.

We find it important to try to characterise inquiry processes in mathematics education.¹⁹ However, we are not going to assume that such processes as such have unquestionably attractive educational value. The relevance of inquiry in mathematics education is a much broader issue than the characteristic of such processes. However, now we concentrate on providing such a characteristic.

4.2 The context of our data

The empirical context of our research was set by a teaching practice course where prospective teachers were engaged in dialogue activities with reference to inquiry, planning and reflection. In this context Raquel, co-author of this chapter, assumed the position of practitioner-researcher as Jarvis (1999) considers the term.

The people involved in the data production were four prospective teachers whose pseudonyms were chosen by themselves: Amanda, Isabela, Lyriel, and Valentina; one supervisor of the teaching practice course called Isolda; and Raquel. In the following we will refer to the prospective teachers as the students, and sometimes to Isolda and Raquel as teachers.

4.3 Counting sticks and squares: an example of inquiry process

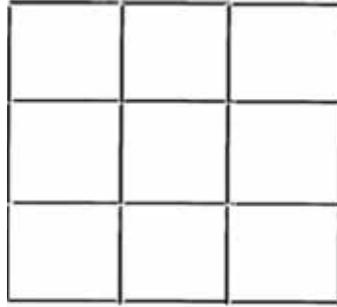
It was a cold winter Thursday evening. Amanda, Isabela, Lyriel, and Valentina, Isolda; and Raquel met at the Teacher Training College. Everybody was a bit tired. Amanda, Isabela, Lyriel, and Valentina, had all been working (some of them teaching) during the day; Isolda had been joining a long afternoon meeting with her colleagues, while Raquel had been preparing the last details of this class. It was early evening and the classroom was illuminated, making it appear even darker outside.

The meeting was planned to last for about two hours. Isolda and Raquel had prepared an activity having to do with counting sticks and squares. The planning of the activity had been conducted in collaboration with Denival Biotto Filho who is a colleague of ours.

The question presented was: *what is the smallest number of sticks necessary to use in order to construct a square of squares?* Figure 1 indicates the landscapes of investigation as formed in Raquel's and Isolda's minds when planning the task.

¹⁹ For a broad discussion of inquiry processes in mathematics education see, for instance, Jaworski (2003, 2006) and Jaworski et al. (2007).

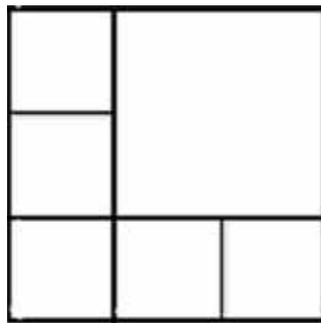
Figure 1 – A square of squares of sticks



Fonte: Elaborado pelos autores

The students, however, was not presented for the Figure 1. Their starting point was the verbal formulation, and their first step was to *visualise* the task by means of drawings. The four students were working as one group, although in this visualising process they each had a paper in front of them. Among the drawings we found that the squares constructed by Amanda were constituted by different size squares, like shown in the Figure 2.

Figure 2 – A square formed by different squares



Fonte: Elaborado pelos autores

Making drawings was a way of *thinking aloud*. This expression can be taken literally, as one in fact can present thinking in words. It can also be taken metaphorically, meaning that one makes one's thinking public through drawing or gestures. At the same time thinking aloud, literally as well as metaphorically, makes it possible to think further.

Making a drawing is a way of *experimenting*. One outlines something, one makes additions, one erases something. And one gets a new piece of paper. The drawings made by Valentina illustrated the process of *experimenting*. The first lines were thin and feeble. Soon followed lines that demonstrated a kind of determination. Finally, on top of everything, she made some almost aggressive lines, which the pencil went over several times in order to make them thicker and darker and to eliminate the figures that had already been drawn.

The students' drawings provided *challenges*, also to Isolda and Raquel. The idea that the squares could be of different sizes had not occurred to them during their planning, which

had taken departure in the pattern shown in Figure 1. Naturally, the inquiry could have continued without assuming that the small squares should be of the same size. Such an assumption might, however, be introduced later as part of the inquiry process. Thus a simplification is a relevant step to make in an inquiry process²⁰. However, instead of letting the group proceed along its own path, Isolda and Raquel intervened saying that the little squares that formed the square in question should be of the same size.

Even with different lengths, Amanda used pencils and pens to construct squares, now all of them with the same size, at her study table. But it did not work, as the table had some slope and pencils and pens rolled down at the floor. The pencils and pens remained there as the students started to construct the squares on this plane surface. Suddenly, Isabela realised that the room's floor was coated by a parquet of squares of the same size and pencils and pens were put away. This was a *discovery* that had immediate impact on the process. The floor provided an obvious *visualisation* of the task. The whole group looked down at the floor. Looking from above, one saw four heads down there, and legs and arms moving back and forth in order to indicate the sizes of the bigger squares. The group was literally getting into a landscape of investigation. They were *visualising* and *experimenting*.

The act of studying the floor also symbolised that *intentions* was brought into the process. An inquiry process cannot be simply imposed on students. One can give assignments to students; one can give them a task of completing some exercises; one can also assign them to do an inquiry. However, defining for an inquiry process is that the students get involved; that it becomes they who drive the process; and that they assume some ownership of the process. We see them studying the floor as symbolising that now they were into it. They were acting with *intentions*.

When Lyriel had *visualised* bigger squares with sides of 1, 2 or 3 units, she promptly concluded that: “4 is the smallest number of sticks necessary for constructing a square formed by squares”, referring to a square formed by sides the length of 1 a stick, the unit. This was an insight that became immediately *perceived*. Isolda then followed up by the question: “What if we think of any square formed by squares?”

This question presented a *challenge* and moved the inquiry forward. Thus, students returned to the squares drawn on the paper and counted the number of sticks. Amanda suggested presenting information in a table, as shown in the Figure 3. Providing this figure is

²⁰ Simplification is for instance suggested by Polya (1957).

a specific way of *thinking aloud*. This also made the *challenge* more specific. The question became “What is the relationship between the numbers in the two columns?”

Figure 3 – Table suggested by Amanda

Length of the side of the square	Number of sticks
1	4
2	12
3	24
4	40

Fonte: Elaborado pelos autores

Isabela made a suggestion different from what Raquel had been imaging during the preparation of the task. Isabela proposed identifying the number of sticks by considering how the squares were constructed. She explained that she was trying to write the number of sticks by observing that each constructed square was formed by four sticks. In her own words: “The number of sticks is a multiple of 4, but I must subtract sticks that are counted twice”. Thus, for instance, the square of side 2 was formed by 4 unit squares of 4 sticks each – 16 sticks in total – and, discounting the repeated 4 sticks, one got to 12 in the table.

Thus, Isabela described the relationship with direct references to the visual representation of the situation: she drew squares, indicated the repeated sticks and tried to rewrite the numbers in the second column as a subtraction between a multiple of four and certain repeated number of sticks. Thus the relationship became expressed by Isabela by showing on the figure which repetitions occurred. She was smiling and nodding, and pointing again.

When Raquel was planning the activity, she had identified this relationship in terms of an algebraic expression. In her preparation, she did not consider what could be read from the visual representation of the situation. She became *surprised* by Isabela’s approach. In a very short period of time, while Isabela was presenting her initial thinking, many ideas were passing through Raquel’s mind. She wondered what would happen if she did not follow Isabela’s perspective. In this case Raquel would be moving away from the inquiry dialogue. This could not happen, as we believe that in an inquiry process it is important to explore the perspectives of participants, and also to be willing to suspend one’s own perspective. When Raquel decided to follow Isabela’s perspective, she declared that “it can work” and felt *challenged*.

From then on, Raquel entered in a risk zone (PENTEADO, 2001) and the path became unknown also to her. Raquel had left her role of the well-prepared teacher, who had foreseen what was going to appear in terms of mathematical solutions. But inquiry processes are not predictable. Raquel realised that and became totally involved, not any longer as a teacher, but as one of the students, curious and wanting to *discover* something new.

Isabela *advocated* for her procedure, and the group *listened* carefully. The group returned to the squares they had been drawing and *experimented* how to put Isabela's procedure into practice. As all participants became convinced that the perspective provided a real possibility of action, Isabela went to the blackboard and assumed the ownership of the inquiry. The involvement of the other students, in different ways, demonstrated their active participation in the activity. This was an experience of shared *intentionality* among everybody: Amanda, Isabela, Lyriel, and Valentina, Isolda and Raquel.

Let us just summarise a bit of the thinking that took place. Let us call the number of sticks necessary for making a big square for S , and think of S as a function of the length l of the side of the square. This was, however, not the formulation used immediately in the process. Here expressions like “depends on” were used. As already observed by Lyriel we have

$$S(1) = 4$$

The next step was to acknowledge that

$$S(2) = 4 \times 4 \text{ minus the overlap.}$$

To identify the overlap from the drawing was somehow easy enough and it was done for the remaining squares indicated in the table. Thus, the group decided to rewrite numbers in table's second column. As Isabela was at the blackboard, she conducted this rewriting with the help of teachers and colleagues until the group got to Figure 4.

Figure 4 – Rewriting the table's second column

Length of the side of the square (l)	Number of sticks (S)	
1	4	= 4
2	12	= $4 \times 4 - 4$
3	24	= $9 \times 4 - 12$
4	40	= $16 \times 4 - 24$

Fonte: Elaborado pelos autores

But how could this rewriting become turned into a formula? The students looked at the number sequences: 4, 9, 16 and 4, 12, 24. Isolda suggested rewrite the first line in order to get the beginning of these sequences explicit. Thus,

$$S(1) = 1 \times 4 - 0$$

Isabela begun to express what she was *visualising*: “Ahhh we need to find where side l is in here.” She was pointing at the expressions in the table. The group agreed and Raquel said: “1, 4, 9, 16... what is the next?” Valentina promptly answered: “25”. Easily Isabela identified l^2 multiplying 4 and stated: “We have here the beginning of our function!”

Visualising how the sequence 0, 4, 12, 24 was related to side l seemed to be difficult. Lyriel *perceived* that the number 24 in the fourth line already had appeared in the third line as the number of sticks of side 3 square. The same thing happened with the number 12 in line 3 and 2, and the number 4 in line 2 and 1. Isolda *became surprised* and with a smile in her face *challenged* the group: “Thus we can try to write the second part (second sequence) related to what appeared previously in a recursive way”. This was not so easy and Lyriel suggested another idea: “24 is 4^2 plus 8, and 8 could be 2 times 4”. She wanted to write l^2 as it was used in first part of the formula. As the group did not get her idea, Isolda went to blackboard and gave a break to Isabela. Lyriel then tried to *reformulate* her own ideas while the group *listened* carefully. One more equal sign was added to the table as shown in Figure 5.

Figure 5 – The last table’s format

Length of the side of the square (l)	Number of sticks (S)	
1	4	$= 1 \times 4 - 0 = 1^2 \times 4 - (1^2 + (-1) \times 1)$
2	12	$= 4 \times 4 - 4 = 2^2 \times 4 - (2^2 + 0 \times 2)$
3	24	$= 9 \times 4 - 12 = 3^2 \times 4 - (3^2 + 1 \times 3)$
4	40	$= 16 \times 4 - 24 = 4^2 \times 4 - (4^2 + 2 \times 4)$

Fonte: Elaborado pelos autores

This adding has started from the fourth line in Figure 5 up to the first one. As Lyriel suggested using l^2 for the second part of the expressions, a number should be added to l^2 to result in 0, 4, 12 and 24. This number appeared in all lines in the table as a tentative step of writing side l again. Isolda used a different colour to facilitate the *visualisation* of the length of the side in each expression. The group thought factor -1 a bit strange, but went on trying to find the formula. Isolda noticed that the number multiplied by length of the side between parenthesis changed in each line and *challenged* the students to find how this changing occurred: “What is 2 from 4? What is 1 from 3?” Valentina quickly answered: “ l minus 2”.

Students agreed and in chorus they were “singing” the formula to Isolda who wrote it on blackboard

$$4l^2 - (l^2 + (l - 2)l)$$

Simplifying the expression, the group identified the function S given by

$$S(l) = 2l(l + 1)$$

which expresses the number of sticks according to the length l of the side of the bigger square to be constructed. After *discovering* the formula, the group tested it to specific cases in the table and checked that it really worked.

When the formula $S(l) = 2l(l + 1)$ was written up there on the blackboard, it almost felt as if there were more light in the classroom. Well, it could be that it had just grown more dark outside. It was evening, and the nice feeling of having *discovered* something was now mixing with the feeling of being hungry. However, the students had more classes, Isolda more teaching, and Raquel a long way to drove back home.

Later the group became involved in another inquiry activity, and evaluating both processes, Isabela stated: “I like these kinds of activities where we construct something. It seems that I *discovered* that! It does not seem that a mathematician formulated it 300 years ago. It seems I *discovered* that magic formula. That is the sensation I feel when I do this thing. For me, this is good.”

Naturally the inquiry process could have been continued. What about thinking of triangles and not of squares? Or about hexagons? One could also move from 2 dimensions to 3 dimensions, and consider the functions $P(l)$, which refers to the number of sticks necessary for making a bigger cube out of smaller cubes with the sides the length of l . One can also consider the relationship between $S(l)$ and $P(l)$. We already have that $S(1) = 4$, and looking at a dice we easily count that $P(1) = 12$. But could there, for instance, be some nice expression of $P(l)/S(l)$? The same could be investigated with reference to triangles in 2 dimensions and pyramids in 3 dimensions. And why not move into 4 dimensions? Yes, how many sticks are necessary in order to construct a 4-dimensional dice?²¹ And by the way, what kind of sticks are we talking about here? How to visualise this construction? If $R(l)$ refers to the number of sticks necessary for construction a 4-dimensional cube with the sides the length of l , we have already a hard task in calculating $R(1)$. Sure it would be interesting to consider the relationships between $S(l)$, $P(l)$ and $R(l)$. There are really many new *challenges* to be *discovered*.

²¹ See Rønning (2010).

Ahh, sorry, now we, the two authors, are becoming all too engaged in the inquiry process. We are almost forgetting that we in fact are writing a chapter. But let us now concentrate on bringing this chapter to a proper conclusion.

4.4 Inquiry gestures

We have now been through an example of an inquiry process. Throughout this presentation we have used a range of notions, some of which we have put in italics. They are: *surprising*, *intending*, *thinking aloud*, *listening*, *advocating*, *visualising*, *perceiving*, *experimenting*, *challenging*, and *discovering*.

These notions represent *inquiry gestures* and we are now going to comment on each of them. In each inquiry process the gestures might occur in different orders and each gesture might be repeated many times. The following order is just made in order to provide a certain flow in the presentation:

Surprising is an emotional gesture. It can take place in different moments in inquiry. Thus Raquel became surprised when Isabela presented her perspective. Another surprising moment in inquiry was when the participants discovered that it was in fact possible to put the *l* into a formula. This discovery feeling can be accompanied with a smile or utterances as “ahhh that is it!” Moments of surprises are crucial for bringing the inquiry process further.

Intending. We see intending as a defining element in an inquiry process. A vibrant involvement by the students is a sign that they have intention in doing the inquiry. They have accepted the teachers’ invitation and get involved. During the process, we could see different clusters of intentions. On the one hand, the teachers were intending to promote a dialogical experience for the students. On the other hand, the students were intending to explore the presented landscape of investigation, with different degrees of involvement. An expressive moment of establishing intentions in the process took place when students bowed towards the floor helping each other visualising the challenge.

Thinking aloud refers to the verbalisation of reasoning, ideas and perspectives to make them public, and thus allow them to be investigated. During the process, thinking aloud was taking place in multiple ways: by talking, making drawings, placing pens and pencils, and by gesturing.

Listening shows that one considers and wonders about what others are suggesting. As thinking aloud, so also listening is crucial for establishing an inquiry process as a collective undertaking. Helle Alrø and Ole Skovsmose (2004, p. 62) define active listening as “asking

questions and giving non-verbal support while finding out what the other is getting at". When Isabela was presenting her ideas, the group was listening. Teachers and students asked questions and tried to reformulate the ideas. Reformulating represents an active part of listening and is an attempt to grasp what the other is saying. When Raquel perceived that the inquiry process could take a surprising turn, she listened and reflected about the potentials of Isabela's approach.

Advocating is used in order to defend or reject ideas. In our empirical observation, when Isabela was presenting her perspective and answering questions, she was advocating her suggestion for how to discover a relation between quantities in the square situation. This gesture reminds us of the category of "proving" in Lakatos proofs-and-refutations characteristic of mathematical discovery. Advocating can be seen as a more general form of proving. It is tentative, an observation which Lakatos also made with respect to proving. Advocating can also result in a refutation.

Visualising is crucial in an inquiry process, and immediately after the task had been presented to the students, they started making sketches. However, visualisation does not only mean to see objects; visualising also takes place when students and teachers used their bodies to draw imaginary squares. Legs and arms were making squares on the parquet floor, and all these body movements helped the group visualising the situation.

Perceiving different perspectives is essential in an inquiry process. In order to turn a preliminary idea into a real perspective of action, the idea needs to be grasped and explored. The potentials of the idea need to be perceived. Thus Lyriel perceived that there was a recurrence in the table's numbers. Raquel perceived that inquiry process could take a different path from her own original idea.

Experimenting means trying to turn one's imaginations into actions. The students experimented when they tried to draw squares in different ways. The act of counting sticks, trying to find some relation between the constructed squares and number of sticks, and raising some hypothesis are also forms of experimenting. Somehow some lines of experimenting were blocked by the teachers when they directed students to draw specific squares. Even if students had not reached any conclusions, they could have come to experience the nature of the difficulties. Experimenting can be seen as the basic category through which Dewey wanted to describe inquiry processes. Experimenting applies broadly to the domain of natural sciences; it applies as well to very many daily-life examples of inquiry processes. We find that it also applies to mathematics.

Challenging. This gesture means trying to push ideas in a new direction or questioning what is assumed. The challenge, however, cannot be done in just any way. It should suit the students' current conceptions, and it cannot be too much or too little. Challenging makes inquiries move forward. It clearly happened when Isolda asked the students: "What if we think in any square formed by squares?" Challenging is a more general formulation of Lakatos' category of refutation. A refutation constitutes a new challenge.

Discovering is almost a defining feature of an inquiry. It does not matter in what sense the discovery might be new in any objective sense: but it was new for those who discovered it. Thus Isabela stated: "It seems that I discovered that!" It should also be noted, that it is not only results that can be discovered. One can also discover new possibilities, new challenges, new questions. One can discover mountains that one is not able to climb.

4.5 Instead of conclusions

We have now presented a range of inquiry gestures. We find that by being aware of such gestures one might become able to identify inquiry features of educational processes.

However, let us return to the claim made by many mathematics educators, that an inquiry-based mathematics education can be considered a goal in itself, as "inquiry" is a process with many intrinsic good qualities. Such a claim can certainly find support in both Dewey and Lakatos' conceptions of inquiry. As already mentioned, we do not want to assume this position. We find that we have to address the relevance and the benefit of inquiry processes in mathematics education with reference to each specific context.

Nevertheless, it is important to be able to identify such processes, and we hope that the inquiry gestures that we have presented here, might serve this purpose.

References

ALRØ, H.; JOHNSEN-HØINES, M. Critical dialogue in mathematics education. In: ALRØ, H.; RAVN, O.; VALERO, P. (Org.). **Critical mathematics education: past, present and future.** Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers, 2010. p. 11-21.

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Dialogue and learning in mathematics education: intention, reflection, critique.** Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004.

DEWEY, J. The relation of science and philosophy as a basis of education. In: ARCHAMBAULT, R.D. (Ed.). **John Dewey on education: selected writings.** Chicago, IL: University of Chicago Press, 1964. p. 15–19.

DEWEY, J. **Experience and education**. New York, NY: Macmillan, 1963.

JARVIS, P. **The practioner-researcher: developing theory from practice**. San Francisco, USA: Jossey-Bass Publishers, 1999.

JAWORSKI, B. Theory and practice in mathematics teaching development: critical inquiry as a mode of learning in teaching. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 9, n. 2, p. 187-211, 2006.

JAWORSKI, B. Research practice into/influencing mathematics teaching and learning development: towards a theoretical framework based on co-learning partnerships. **Educational Studies in Mathematics**, v. 54, n. 2-3, p. 249-282, 2003.

JAWORSKI, B. et al. **Læringsfellesskap i matematikk [Learning communities in mathematics]**. Bergen, Norway: Caspar Forlag, 2007.

LAKATOS, I. **Proofs and refutations: the logic of mathematical discovery**. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1976.

PENTEADO, M. G. Computer-based learning environments: risks and uncertainties for teachers. **Ways of Knowing Journal**, v. 1, n. 2, p. 23-35, 2001.

POLYA, G. **How to solve it**. 2 ed. Princeton, New Jersey, USA: Princeton University Press, 1957.

POPPER, K. R. **Conjectures and refutations: the growth of scientific knowledge**. London, UK: Routledge and Kegan Paul, 1972.

POPPER, K. R. **The logic of scientific discovery**. New York, NY: Harper and Row, 1965.

RØNNING, F. Hvor mange kanter har en firedimensjonal terning? [How many edges does a four-dimensional dice have?]. **Tangenten**, v. 17, n. 2, p. 5-10, 2010.

*Postscript*²²

O texto a que se refere este *postscript* descreve a primeira atividade investigativa realizada na disciplina de estágio. As estagiárias e as professoras (Isolda e Raquel) se envolveram na discussão da seguinte situação: que menor número de palitos deve ser usado para construir um quadrado de quadrados? Na interação entre as participantes, o diálogo (e seus elementos empíricos) e os gestos investigativos estiveram presentes. Este *postscript* apresenta a discussão realizada entre Amanda, Isabela, Lyriel, Valentina, Isolda e Raquel, logo após a realização da atividade investigativa. Entre as falas, insiro comentários para fornecer mais esclarecimentos a respeito do que está sendo discutido pelas participantes. O objetivo de trazer este texto à tese é mostrar como ocorreu a atividade de diálogo de caráter reflexivo a qual mostra a preocupação de algumas estagiárias em implementar o diálogo e os processos investigativos em sua futura prática docente no campo de estágio.

Avaliando e potencializando a atividade investigativa dos quadrados

Ao finalizar a atividade, estagiárias e professoras olharam para o quadro à sua frente repleto de desenhos, conjecturas, raciocínios e descobertas. Pelo menos quatro formas existiam para encontrar a relação entre as grandezas em questão, entre elas a que Raquel havia pensado e aquela apresentada por Isabela e reconhecida por todo grupo. Nesse momento Raquel reforçou que havia se sentido desafiada ao abdicar de sua perspectiva para aprofundar a que Isabela havia apresentado. Ao enunciarem as diversas formas de resolução que encontraram, iniciaram-se algumas reflexões. “Quantas vezes um professor pode acabar com o aluno que tá com a ideia dizendo ‘não, não, não é assim o jeito que te ensinei’”, disse Lyriel. “Matamos a criatividade dos alunos”, acrescentou Isabela. As alunas se referiram ao fato do professor indicar o caminho a ser seguido em uma investigação ou resolução de um problema, não possibilitando que os alunos proponham encaminhamentos. Ou então, mesmo abrindo espaço para essa apresentação, o professor pode acabar seguindo sua perspectiva sem aprofundar as demais possibilidades levantadas. Segundo as duas estagiárias, o professor, e aqui poderia-se pensar também no tempo da aula, seu planejamento e um currículo fixo, acaba “matando” as ideias criadas pelos próprios alunos. Logo em seguida, a reflexão se voltou para a atividade investigativa.

²² Parte deste *postscript* compõe o texto apresentado em um congresso. Ver Milani (2012a).

Lyriel: Como a gente vai fazer uma construção dessas? Como tu *vai* dialogar (nesse momento ela olha para Raquel), se comunicar, para que isso aconteça numa turma bem grande? Tem que achar maneiras.

Isolda: Qual seria uma possibilidade de fazer isso?

Uma vez vivenciada a atividade investigativa, as estagiárias direcionaram sua atenção para a possibilidade de realização de uma atividade como essa em uma sala de aula real na escola, em uma “turma bem grande”. Essa possibilidade foi levantada não no sentido de ser inviável, desacreditando na proposta. Pelo contrário, ela pode acontecer, basta “achar maneiras” para isso. O verbo “tem” em “tem que achar maneiras” indica que Lyriel considerou a possibilidade de colocar em ação não só uma atividade investigativa, mas também um diálogo em uma “turma bem grande”. A estagiária considerou que a forma pela qual o grupo se comunicou foi um diálogo e que a atividade investigativa foi uma “construção”. A intenção de Raquel e Isolda era que, de fato, o diálogo fosse uma possibilidade de interação para as estagiárias em sua prática docente nas escolas, e por isso, na sequência, Isolda as desafiou a pensar nessas “maneiras”.

Isabela: Acho que gera bastante tumulto.

Isolda: Tu tá pensando em uma conversa do professor ao mesmo tempo com todos?

Isabela: Isso.

Isolda: Mas tem que ser assim obrigatoriamente? Que possibilidades a gente teria?

Lyriel: Fazer grupos e cada um tenta achar uma maneira.

Isabela: E apresentar?

Lyriel: É.

Isolda: E o professor, se trabalha com grupos, como ele vai interagir com esses grupos?

Isabela: Ele precisa conhecer, eu acho, todos (não sabe se fala essa palavra ou não) os jeitos. Mas aí como a Raquel falou ‘esse jeito eu não sabia, eu não parei pra pensar’.

Lyriel: Acho que tem que apostar.

Isabela: É, tem que apostar.

Isolda: Será que é importante saber todos os jeitos? Eu não tinha feito nenhum!

Raquel: Acho que a gente tem dois caminhos.

Em seguida, Amanda relatou que costuma mostrar “o jeito mais fácil e mais difícil” de se resolver um problema ou algoritmo, e Lyriel contrapôs dizendo que o que pode ser mais fácil para um aluno pode ser o caminho mais difícil para outro. Raquel retomou, então, o que estava dizendo.

Raquel: É, e a gente não tem como saber todas as possibilidades. Quando aparece uma outra forma, diferente daquela que a gente planejou para trabalhar com os alunos, no meu caso e a Isabela, a gente tem dois caminhos: um é

apostar, como a Lyriel falou, outro é simplesmente dizer “não, vou fazer do meu jeito”.

Lyriel: Acho que a gente tem que apostar e também às vezes o pensamento do professor é “tenho que dar o conteúdo, eu tenho um período só, então vou correr vou dar a fórmula e deu”. Mas às vezes essa construção (atividade investigativa) ela é muito mais rica do que se tu correr com o conteúdo e dar um monte de coisa, eu penso. Eles (os alunos) vão aprender muito mais.

Uma possibilidade para colocar em ação a atividade investigativa seria trabalhar com a turma inteira, “uma conversa do professor ao mesmo tempo com todos” os alunos. Ao imaginar isso acontecendo, Isabela se preocupou com o “tumulto” que poderia ser gerado. Como outra opção, as estagiárias sugeriram a formação de grupos. Cada grupo poderia pensar em uma forma de resolver a atividade e depois aconteceria uma apresentação para divulgar as diversas maneiras encontradas pelos alunos. Ao imaginar isso acontecendo, Isabela pensou que deve conhecer todas as formas de se resolver a atividade, mas lembrou do Raquel havia relatado ao grupo sobre o quanto se sentiu desafiada ao abrir mão do que havia pensado para considerar uma nova forma de resolução, apresentada pela própria Isabela. Prontamente, Lyriel responde à preocupação de Isabela dizendo que o professor deve “apostar”. Isolda reforçou a atitude de Lyriel e questionou a necessidade de saber as várias maneiras, uma vez que ela mesma não havia pensado em nenhuma. Nesse momento Raquel entrevistou e mostrou a bifurcação em que se encontra o professor perante uma novidade, algo que não havia pensado: arriscar, no sentido de apostar na perspectiva do aluno, como havia feito perante à ideia de Isabela, ou “matar” essa ideia e deixar prevalecer a perspectiva soberana do professor. Lyriel, então, reforçou sua opinião e justificou a postura do professor de não valorizar outras formas de pensar utilizando o fato de ter que cumprir o currículo estabelecido na escola.

Em seguida, Isolda retomou a preocupação de Isabela de que o professor deve saber todas as formas e questionou: “o que o professor tem que se permitir quando trabalha com grupos, ao interagir com cada um dos grupos?”.

Isabela: Eu vou ajudar os grupos, mas minha preocupação não é o auxílio, claro isso vai acontecer. Minha preocupação é...

Lyriel: É o restante dos grupos (rindo).

Isabela: É. É o restante dos grupos. O que tu vai fazer?

Isabela teve dificuldade de explicitar seu raciocínio à Isolda, mas, com a ajuda de Raquel e de Lyriel, Isabela explicou que fica preocupada com a conversa exaltada dos demais grupos quando ela estiver atendendo a um determinado grupo de alunos. Isolda e Raquel sugeriram, então, que se possa estipular um tempo para cada grupo e circular entre eles. Lyriel

também sugeriu que se volte às regras combinadas entre professor e alunos para criar um bom ambiente de estudo na sala de aula.

É possível perceber que as estagiárias, em especial Isabela e Lyriel, consideraram a possibilidade de colocar em ação uma atividade investigativa em sua prática docente a ponto de imaginar a aula acontecendo e antecipar possíveis reações suas e de seus alunos. Mostraram suas preocupações e o grupo auxiliou sugerindo possibilidades de ação.

Ainda em um momento de reflexão, antes de passarem para uma nova atividade investigativa, Raquel perguntou às estagiárias qual havia sido as ações de pensamento executadas ao longo da atividade. Elas listaram algumas ações: pensaram, desenvolveram, construíam, descobriram, interagiram e trocaram ideias. Essas foram as palavras das estagiárias e demonstram ações próprias do diálogo investigativo. Raquel lembrou, então, da caracterização de uma aula de matemática, já descrita em um encontro anterior do grupo, localizada no paradigma do exercício onde o objetivo era fazer substituições de valores em fórmulas. As estagiárias relataram que já foram alunas de diversas aulas como essas. Raquel solicitou, então, ao grupo que comparasse tais aulas com a atividade que haviam acabado de realizar. Perguntou: “que tipo de habilidade de raciocínio a gente faz em cada tipo de aula?”. Valentina afirmou que no primeiro caso, no paradigma do exercício, não há “nenhuma habilidade, nenhum raciocínio”. Já em uma atividade investigativa, “há aprendizado” e os alunos aprendem “muito mais com as diferentes formas de resolver”. Lyriel complementou dizendo que “na verdade, isso (atividade investigativa) é matemática, aquilo (paradigma do exercício) não é matemática, é apenas uma substituição”. O grupo concordou com as estagiárias. Parece que reconheceram que há diferentes tipos de aprendizagem e que, em uma atividade investigativa como a que realizaram, se aprende uma matemática diferente, que não é uma simples substituição, e sim uma “construção”, como Lyriel pontuou no início desta seção.

As reflexões que foram feitas pelo grupo após a atividade indicam o reconhecimento, pelas estagiárias, do diálogo como uma possibilidade de comunicação com os alunos e a atividade investigativa como uma possibilidade de ação em sua prática docente. Esse foi um primeiro passo nesse encontro intencional entre o diálogo e as futuras professoras. Nas atividades de diálogo que se seguiram, a relação entre as estagiárias e o diálogo foi sendo fortalecida e as reflexões realizadas pelo grupo foram retomadas e aprofundadas em outros momentos de discussão.

Parte III

Após a produção dos dados

Os dados da pesquisa haviam sido produzidos. Eu estava pronta para realizar o Doutorado Sanduíche no Exterior e levaria os “dados na mala”, como Ole me aconselhou! Como mencionei no texto 2, quando descrevi a disciplina de estágio, alguns trechos das conversas com as estagiárias na Universidade e dos momentos de orientação ficaram registrados em minha mente como possíveis dados que me ajudariam a pensar sobre o aprender a dialogar. Esses trechos foram apresentados a outros pesquisadores que, ao discutir sobre eles, indicaram-me leituras e fizeram apontamentos importantes para refletir sobre o tema da pesquisa.

Alrø, Skovsmose, Bohm, Meira, Lerman, Vygostky e Lins são autores que inspiraram-me na escrita das reflexões teóricas a respeito do conceito de diálogo e sua aprendizagem. Como inspirações, não faço uso de todos os conceitos desenvolvidos pelos autores. Todos eles, no entanto, consideram as relações interpessoais em seus estudos e, como esse aspecto é fundamental no diálogo, trouxe-os para a discussão. Não necessariamente faço uso dos pensamentos desses autores em todos os textos que compõem esta terceira parte da tese.

Os quatro textos que aqui apresentarei tratam dos dados produzidos no campo empírico e a teorização feita a partir deles, mostrando alguns resultados da pesquisa. O primeiro texto chama-se “Diálogo: Imaginação, (Im)previsibilidade e Ação”. A partir da descrição de um diálogo imaginado por duas estagiárias, como parte de uma das atividades de diálogo da disciplina, discuto sobre o grau de previsibilidade e imprevisibilidade do diálogo em um cenário imaginário e em uma aula real de matemática. Distingo dois tipos de diálogo que estiveram em cena na disciplina de estágio: diálogo diretivo e investigativo. Por fim, defendo a importância da imaginação pedagógica e da exploração de possibilidades para o processo de aprender a dialogar em educação matemática. Esse texto praticamente foi todo escrito durante o período que estive realizando a primeira parte do Doutorado Sanduíche no Exterior, na Universidade de Lisboa, sob orientação do Prof. Dr. João Filipe Matos. Muitas das reflexões contidas neste texto foram provocadas pelas perguntas e comentários de João Filipe.

O segundo texto desta terceira parte da tese é intitulado “Dialogue: Places, Moves and Meanings”. A reflexão feita nesse texto tem como base uma atividade de diálogo de caráter reflexivo ocorrida na disciplina de estágio, quando as futuras professoras, Isolda e eu discutimos sobre aspectos que acreditávamos ser importantes sobre o diálogo entre professor e alunos. Essa atividade reflexiva foi relevante para a tese, pois me ajudou a pensar sobre o

que era diálogo e construir, então, uma primeira interpretação que satisfizesse as minhas concepções teóricas e aquelas advindas da minha prática docente na Educação Básica e na formação de professores. Do mesmo modo que o anterior, escrevi praticamente todo o texto fora do Brasil, quando realizei a segunda parte do Doutorado Sanduíche no Exterior, em Londres. Tive a colaboração do Prof. Dr. Stephen Lerman, da London South Bank University, quem orientou esta etapa do doutorado e me apresentou e discutiu textos significativos para a tese.

O terceiro e o quarto textos tratam da prática de duas estagiárias. Neles trago episódios da prática de Isabela e Lyriel e dos momentos de orientação entre as futuras professoras e eu, quando elas diziam do que havia ocorrido em suas aulas com referência ao diálogo. Os textos tratam de como as duas estagiárias colocaram em ação o diálogo em suas aulas no campo de estágio. O primeiro deles, intitulado “Desculpa, Eu não te Entendi: Alguns Elementos Essenciais do Diálogo”, discuto sobre a importância da escuta ativa, estranhamento e descentramento para a realização do diálogo, e do processo de imaginação pedagógica para o aprender a dialogar. O segundo texto intitula-se “Diálogo e suas Múltiplas Interpretações” e discute sobre a transitoriedade e multiplicidade dessa forma de interação. Participação, discussão, incerteza, movimento e investigação são as leituras de diálogo apresentadas nesse texto. Esses dois últimos textos da terceira parte da tese também buscaram refletir, especialmente, sobre a pergunta “**o que é diálogo?**”.

5 DIÁLOGO: IMAGINAÇÃO, (IM)PREVISIBILIDADE E AÇÃO

Raquel Milani²³

O diálogo é uma forma de comunicação entre professor e alunos que pode promover aprendizagem. Este texto discute o grau de previsibilidade e imprevisibilidade de um diálogo e apresenta a criação de diálogos imaginários e a exploração de possibilidades, a partir do que foi imaginado, como oportunidade para futuros professores de matemática aprenderem a dialogar em sua prática docente.

5.1 A (im)previsibilidade do diálogo

Em uma conversa com Helle Alrø²⁴, Marit Johnsen-Høines²⁵, Ole Skovsmose²⁶ e Fabíola Miranda²⁷, em outubro de 2012, na Unesp/Rio Claro, apresentei um diálogo planejado por duas estagiárias de um curso de Licenciatura em Matemática com seus futuros alunos. Tal planejamento é resultado de uma das atividades de diálogo que ocorreu na produção dos dados da pesquisa de doutorado que desenvolvo cuja temática é o processo de aprender a dialogar em educação matemática. Em determinado momento da conversa, Helle Alrø nos disse “mas o diálogo não é previsível!”. Verdade (em parte).

Não há como prever o que será dito em um diálogo, uma vez que depende de inúmeros fatores. Não sabemos que dúvidas os alunos terão, suas intenções para com uma atividade proposta, que estratégias utilizarão, enfim não sabemos o que os alunos irão dizer quando estiverem em diálogo. Como muitas falas do professor dependem do que é dito pelos alunos em uma aula dialógica, fica difícil prever como será o diálogo, e é nesse sentido que tal forma de comunicação entre professor e alunos é imprevisível. “There are no given answers to questions beforehand. They emerge through a common process of curious investigation and collective reflection with the purpose of getting to know” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, p. 122). De fato, um diálogo é imprevisível (em parte).

²³ Uma versão reduzida e em inglês deste texto encontra-se no Apêndice A desta tese.

²⁴ Educadora matemática e pesquisadora dinamarquesa da Universidade de Aalborg. É coautora do livro “Dialogue and Learning in Mathematics Education”.

²⁵ Educadora matemática e pesquisadora norueguesa.

²⁶ Educador matemático e pesquisador dinamarquês aposentado da Universidade de Aalborg e professor voluntário da UNESP. É o orientador da pesquisa de doutorado que desenvolvo e coautor do livro “Dialogue and Learning in Mathematics Education”.

²⁷ Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, UNESP.

Se pudéssemos, no entanto, *imaginar* quais seriam as falas dos alunos, ficaria mais fácil de pensar no que falaríamos como professores. Ou melhor, se pudéssemos criar uma situação, uma atividade, em que soubéssemos que os alunos estariam envolvidos em grupo e dialogando sobre o que foi proposto, sobre suas dúvidas e perspectivas, poderíamos *imaginar* quais seriam suas falas e, assim, também o que o professor poderia falar.

Considerando, portanto, que um diálogo pode ser *imaginado* por uma das pessoas que dele participa, ele pode tornar-se mais previsível. É sobre o grau de previsibilidade e imprevisibilidade do diálogo em um *cenário imaginário* e em uma aula real de matemática que o presente texto trata. Essa discussão tem como ponto de partida uma atividade de diálogo realizada em uma disciplina de estágio em um curso de Licenciatura em Matemática. Defendo, neste texto, a importância da imaginação pedagógica e da exploração de possibilidades para o processo de aprender a dialogar em educação matemática.

5.2 “Minha primeira aula dialogada”: o contexto de um diálogo previsível

No processo de aprender a dialogar, é preciso que se pense no diálogo em ação, que se sintam e viva esse diálogo. É nessa temática que a pesquisa de doutorado que desenvolvo se situa. Sabe-se que é difícil para os futuros professores estabelecerem uma interação mais aberta com os alunos, de modo a elaborar perguntas, compreender suas respostas e usá-las na construção dos conceitos (FRANKE et al., 2009; MOYER; MILEWICZ, 2002). Levando em consideração essa dificuldade, a pesquisa se direciona para refletir sobre o diálogo e apontar possibilidades para a sua aprendizagem na formação do professor. Assumindo uma abordagem interpretativa e pragmática de pesquisa (DENZIN, LINCOLN, 2006; CRESWELL, 2007), promovi um encontro entre o diálogo e as estagiárias de um curso de Licenciatura em Matemática por meio de atividades planejadas juntamente com Isolda, a professora da disciplina de estágio. A intenção era que as estagiárias estivessem envolvidas com o diálogo em atividades investigativas e em momentos de reflexão e de planejamento. Como fundamentação teórica para a elaboração dessas atividades, o conceito de diálogo foi tomado de acordo com Alrø e Skovsmose (2004). Para os autores, o diálogo é uma forma de comunicação entre professor e alunos, e entre alunos, que ocorre em cenários para investigação (SKOVSMOSE, 2000, 2011a) e é caracterizado empiricamente por atos dialógicos que compõem o Modelo de Cooperação Investigativa: estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar.

O primeiro tipo de atividade de diálogo consistiu em dois processos investigativos referentes à matemática: situação dos quadrados e das funções. Nesse contexto, o diálogo foi a forma de comunicação entre as estagiárias e as professoras²⁸ para explorar os conceitos matemáticos envolvidos e desenvolver suas próprias ideias. Esses momentos foram fundamentais para que, posteriormente, as estagiárias se reconhecessem como pessoas que dialogam e para disparar reflexões a respeito das consequências desse tipo de atividade para a aprendizagem de matemática e da aplicabilidade dessas atividades e, em especial, do diálogo, na prática docente que seria realizada pelas futuras professoras. Esse tipo de reflexão caracterizou o segundo tipo de atividade de diálogo. Nesses momentos, professoras e estagiárias conversaram sobre o que havia sucedido no desenvolvimento dos processos investigativos, com atenção especial para a possibilidade de realizar atividades investigativas nas aulas na escola e a forma de intervenção do professor nessas atividades. Esses assuntos eram recorrentes nas atividades de diálogo de caráter reflexivo e isso era natural, uma vez que nos meses seguintes as estagiárias realizariam uma prática docente, e o diálogo, como forma de comunicação entre professor e alunos, era um elemento em potencial a ser inserido nessa prática.

No terceiro tipo de atividade de diálogo, Isolda e eu solicitamos que elas, em duplas, planejassem uma atividade investigativa mediada pelo diálogo, nos moldes das que haviam sido realizadas anteriormente na disciplina. Com base no que haviam experimentado nos dois processos investigativos e nas reflexões feitas, as estagiárias se aproximariam do diálogo em um contexto de planejamento. A temática da atividade seria escolhida pelas estagiárias, podendo inclusive ser aquela que abordariam em suas aulas na escola. Intitulamos essa atividade de “minha primeira aula dialogada” e, por escrito, solicitamos que escrevessem um planejamento contendo:

- o que vai acontecer antes da atividade em termos de conteúdos e combinações com os alunos; - como os alunos estarão organizados para essa atividade; - a atividade em si; - um possível encaminhamento de resolução da atividade (lembrar que não temos como prever tudo, pois não sabemos o que os alunos irão pensar); - a previsão de situações específicas de intervenção do professor; - dificuldade dos alunos (inclusive falta de interesse) e respectiva intervenção do professor; e - o que será feito depois da atividade.²⁹

A escrita deste planejamento seria um exercício para os planos de aula que elas elaborariam logo em seguida para sua prática docente nas escolas. As duplas de estagiárias

²⁸ Na disciplina de estágio, assumi a posição de *practitioner-researcher* (JARVIS, 1999) e, portanto, era chamada de professora pelas estagiárias.

²⁹ Trecho retirado das instruções para a terceira atividade de diálogo.

Isabela e Lyriel, e Amanda e Valentina³⁰ postaram seu planejamento no ambiente virtual da disciplina dois dias antes da apresentação ser feita no encontro com as professoras. Neste dia, Isolda e eu já estávamos com a leitura e o parecer dos planejamentos prontos.

5.3 Isabela e Lyriel em “minha primeira atividade dialogada”

A atividade proposta pela dupla Isabela e Lyriel teve como preocupação principal o diálogo. O assunto matemático abordado foi a geometria espacial e a justificativa para essa escolha está atrelada a um dos focos das conversas que o grupo teve após as atividades investigativas, ou seja, a intervenção das professoras no processo investigativo, mais especialmente, as perguntas feitas ao longo desse trabalho. Na apresentação do planejamento, Isabela disse que “a relação de área e volume é um assunto fácil de se trabalhar, de a gente pensar as questões que poderiam surgir”. Ainda, quando solicitamos a realização dessa atividade de diálogo, Isabela antecipou “eu nunca fiz uma atividade assim, acho que vou ter dificuldade em pensar nessas perguntas, acho que para nós seria mais fácil pegar um assunto que a gente não precisasse estudar, que a gente domina bem, já conhece”.

Tendo em vista, portanto, que, para Isabela e Lyriel, o conteúdo geometria espacial, pelo menos no que se refere à área e ao volume de paralelepípedos, era de seu conhecimento, as perguntas que fariam aos alunos e que poderiam surgir deles no diálogo planejado seriam mais facilmente elaboradas.

As estagiárias relataram que se divertiram ao elaborar a atividade, desde a escolha do contexto (peixes e aquário) até os detalhes da história (nome dos personagens e local onde moram)³¹. A situação apresentada por Isabela e Lyriel é a que segue:

³⁰ A turma de estágio era formada por quatro estagiárias e esses foram os pseudônimos escolhidos por elas. Neste texto abordarei apenas o planejamento apresentado pela dupla Isabela e Lyriel.

³¹ Para a criação da situação a seguir, as estagiárias realizaram uma busca na Internet e fizeram uma adaptação de um problema que encontraram.

O Peixe de Pedro Jorge

Pedro Jorge tem 12 anos e ganhou um lindo peixinho de sua avó, dona Maria. Ele mora em um apartamento da Zona Sul da cidade e precisa comprar um aquário para acomodar seu novo amiguinho. Seu quarto é pequeno e ainda o divide com sua irmã mais velha. Sua mãe disse que não quer ver o bichinho na sala, e deu a ideia de colocá-lo na cozinha. Pedro foi até o local e percebeu que havia um espaço disponível e, com uma régua, ele mediu o mesmo e anotou as seguintes medidas: 60 cm de largura, 45 cm de profundidade e 80 cm de altura. Depois disso, foi com sua mãe até uma loja para comprar um aquário e o vendedor ofertou aquários com as seguintes capacidades:

- 0,5 litros
- 0,3 litros
- 0,2 litros

Qual aquário Pedro Jorge deverá comprar?

Essa situação foi caracterizada pelo grupo de professoras e estagiárias como sendo a resolução de um problema, e, não, como uma atividade investigativa. Problema aqui está sendo entendido como uma situação em que o aluno não conhece de antemão o procedimento que pode ser utilizado para resolvê-lo (VAN DE WALLE, 2009). Talvez o que foi planejado por Isabela e Lyriel pudesse se enquadrar entre o que Skovsmose (2000, 2001) caracteriza como paradigma do exercício e cenário para investigação, uma vez que não se trata da simples aplicação de uma técnica e nem de uma situação para se investigar e fazer descobertas, respectivamente. A discussão sobre como “abrir” esse problema (SKOVSMOSE, 2011a) de modo a se aproximar de uma atividade de investigação e, também, a respeito das capacidades atípicas apresentadas para o aquário ocorreu no momento de reflexão logo após a apresentação dos planejamentos pelas estagiárias. Esse assunto será abordado mais adiante neste texto.

Em sua “primeira atividade dialogada”, Isabela e Lyriel apresentam um diálogo envolvendo momentos em que: o professor interage com alguns alunos que estão próximos a ele, o professor está ao quadro e conversa com a turma inteira, e apenas os alunos dialogam. No primeiro trecho³², alguns alunos, aos quais as estagiárias se referem como alunos entre aspas, iniciam a tarefa e o professor está próximo a eles.

³² O diálogo completo apresentado pelas estagiárias encontra-se no Anexo A desta tese.

“Alunos”: Como eu faço para calcular o volume desse espaço, se as três medidas são diferentes?

Professor: Como você calculou o volume do cubo?

“Alunos”: Lado ao cubo.

Professor: E o que significa lado ao cubo?

“Alunos”: Ah! É Lado x Lado x Lado.

Professor: Hum, e quantos lados vocês têm?

“Alunos”: Três lados!

Professor: Quantos lados vocês têm neste espaço?

“Alunos”: Temos três lados também.

Professor: Então, o que vocês acham que devem fazer?

É importante salientar que as estagiárias deixam claro em seu planejamento que, antes da aula que descrevem, o professor e os alunos já estudaram o volume de um cubo. No diálogo, perante a primeira pergunta dos alunos, o professor não indica de imediato o que poderiam fazer para calcular o determinado volume. Ele responde com outra pergunta: “como você calculou o volume do cubo?”. O questionamento tem componentes idênticos ao comando “Faça da mesma maneira que você calculou o volume do cubo”, mas difere-se na forma como foi enunciado. A interrogação tenta remeter os alunos a algum lugar conhecido por eles e resgatar os conhecimentos que habitam esse lugar. Como o assunto volume do cubo já havia sido estudado, o professor se sente autorizado a perguntar sobre isso. A pergunta fez efeito e os alunos resgatam “lado ao cubo”. Essa resposta é transformada em uma nova pergunta: “e o que significa lado ao cubo?”. Aqui o professor valoriza a resposta do aluno e a utiliza para compor sua próxima enunciação. Os alunos verbalizam três vezes a palavra “lado” e isso auxilia a nova pergunta do professor a fazer sentido. São três medidas que devem ser multiplicadas para gerar o volume de um cubo e há exatamente três medidas fornecidas no problema. Entendo que quando o professor e os alunos falam em “lado” e “lado do espaço” estão se referindo ao comprimento do lado e às três dimensões do espaço onde será colocado o aquário, respectivamente. Já que na atividade apresentada “temos três lados também”, o professor sugere: “então, o que vocês acham que devem fazer?”. Este “então” autoriza e indica que os alunos podem realizar a mesma técnica que faziam anteriormente quando as medidas eram iguais. O “então” faz a ligação entre o já conhecido e o novo. O problema visualizado pelos alunos no início do diálogo (as três medidas são diferentes) parece não existir mais, pois a nova situação foi tornada semelhante ao que os alunos já faziam previamente. No diálogo elaborado, o professor só faz perguntas, com exceção da última frase que incentiva os alunos a fazerem o que concluíram com a sua orientação.

Na sequência, Isabela e Lyriel apresentam em seu planejamento mais um trecho de diálogo entre professor e alunos, outro com o professor e a turma inteira, e por fim, um trecho entre os alunos. Esses trechos tratam da resolução do problema em questão, em que professor e alunos formulam perguntas. Para o que pretendo discutir neste texto, o fragmento de diálogo apresentado nesta seção parece ser suficiente e vou me referir a ele como o “diálogo de Isabela e Lyriel”.

5.4 O diálogo de Isabela e Lyriel: que diálogo é esse?

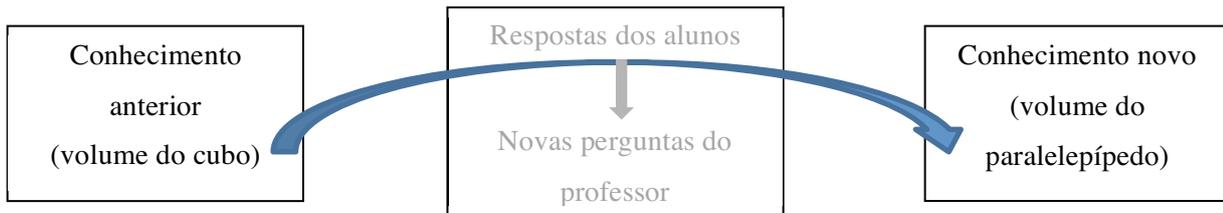
Para falar do diálogo apresentado por Isabela e Lyriel, considerarei que o professor é o representante das duas estagiárias, ou seja, quando leio “professor” estou pensando que Isabela e Lyriel estão perguntando e agindo como o “professor” pergunta e age.

No diálogo que as estagiárias apresentaram, parece que há um caminho trilhado pelo professor que tenta aproximar o que o aluno já conhece à nova situação. Sua estratégia de intervenção foi pensada segundo esse caminho. Ele direciona os alunos para algum lugar novo por meio de suas perguntas e das respostas que recebe. A primeira pergunta procura trazer para o diálogo um conhecimento anterior, algo conhecido e já estudado. No caso aqui relatado, esse conhecimento é a forma de se calcular o volume de um cubo. A resposta esperada pelo professor é tornada pública. Isso é fundamental para que essas respostas sejam incorporadas às novas perguntas do professor. Os alunos acabam concluindo exatamente o que o professor quis que concluíssem ao planejar suas perguntas. Em um diálogo como o que foi apresentado pelas estagiárias, as respostas dos alunos são previsíveis para o professor, pois ele formula suas perguntas pensando nessas respostas.

Pelo fato do professor direcionar a atividade dos alunos para algum lugar e antever as respostas às suas perguntas, chamarei essa conversa entre professor e alunos de *diálogo diretivo*. Ser diretivo aqui não significa que a atividade foi dirigida de cima para baixo em que a participação do professor é mais importante ou valiosa que a do aluno e que não se leva em consideração o que os alunos dizem, características essas de uma pedagogia diretiva (BECKER, 1994). Muito pelo contrário, no diálogo de Isabela e Lyriel, o professor valoriza as respostas dos alunos e as incorpora em suas novas perguntas. A fala do professor é dependente do que os alunos dizem. Ser diretivo significa que nesse diálogo há uma forte e clara intencionalidade no discurso do professor: direcionar o pensamento dos alunos de um lugar para outro. As perguntas desse tipo de diálogo não necessariamente fornecem as respostas às dúvidas dos alunos, e também não é esse o sentido de *diretivo*. Quando olhadas,

no entanto, em conjunto, as perguntas mostram um direcionamento na fala do professor. A intenção do professor visa algo futuro e que deve ser alcançado como fim. As estagiárias sabem claramente onde querem chegar.

O esquema a seguir mostra o raciocínio do professor como estratégia para que os alunos cheguem ao conhecimento novo (volume de um paralelepípedo) a partir de um conhecimento já sabido (volume do cubo).



As respostas fornecidas pelos alunos alimentam as perguntas do professor. Elas são incorporadas às novas perguntas que o professor enuncia. A sequência de respostas e perguntas interdependentes é a estratégia utilizada pelo professor para colocar em ação seu raciocínio planejado de levar os alunos de um lugar conhecido para outro novo a eles. No diálogo apresentado por Isabela e Lyriel, a estratégia do professor começa a ser explicitada quando enuncia a pergunta “Como você calculou o volume do cubo?”. Esse é um recurso estruturante do raciocínio planejado pelo professor. É essa a pergunta que indica o resgate dos conhecimentos anteriores dos alunos. Esse recurso é tão estruturante que se ele não funcionasse, o restante do diálogo não teria feito sentido. É o que aconteceria, por exemplo, se os alunos não soubessem responder tal pergunta.

Ao conseguirem resgatar o conhecimento sobre o cálculo do volume do cubo, as estagiárias consideraram que os alunos poderiam entender “Lado x Lado x Lado” como sendo passível de ser expandido para lados de comprimentos diferentes. Essa expansão não é sempre garantida, uma vez que não sabemos como “Lado x Lado x Lado” foi consolidado nos alunos. Nesse diálogo, porém, parece ser mais forte para eles a ideia de haver três lados (considerando qualquer paralelepípedo) do que esses terem o mesmo comprimento (no caso do cubo). A expansão foi feita e os alunos concluem o que o professor planejou e previu.

O diálogo diretivo entre professor e alunos foi imaginado por Isabela e Lyriel para orientar a atividade dos alunos em um determinado problema. A criação desse diálogo faz parte de um processo importante para a formação do professor de matemática. É o que discutirei na próxima seção.

5.5 Um diálogo imaginário e seus balizadores

Como será minha prática docente? Como posso colocar atividades investigativas em ação? Como vou dialogar com uma turma bem grande? Essas eram perguntas que as estagiárias explicitaram em momentos de reflexão logo após termos realizado dois processos investigativos na disciplina de estágio. Ao ouvir suas falas nesses momentos de reflexão, a professora Isolda e eu percebíamos que Isabela e Lyriel queriam adotar o diálogo como forma de comunicação com seus alunos na prática docente que viria a ser realizada. Tendo isso em mente, o que elas mostraram em seu planejamento de uma atividade dialogada foi uma tentativa de colocar em ação o que foi discutido e vivenciado na disciplina e, em especial, seu desejo de dialogar com os alunos.

As estagiárias foram desafiadas a se colocar no lugar de professoras em diálogo com os alunos. Esse processo imaginário ocorreu antes da prática docente de estágio nas escolas. Ao se imaginarem em diálogo, explicitaram por escrito o que desejavam que acontecesse em sua prática. Isabela e Lyriel apresentaram uma postura de professoras que dialogam com seus alunos, valorizam suas respostas e desejam que eles aprendam algo novo. Isso se concretiza por meio de um diálogo diretivo e intencional.

O processo no qual as estagiárias se envolveram situa-se em um cenário em que elas se imaginam professoras, antecipam uma prática docente e criam possibilidades para essa prática. Tal processo chama-se *imaginação pedagógica* (SKOVSMOSE, 2009b; SKOVSMOSE; BORBA, 2004)³³. As estagiárias colocaram-se na posição de professoras para criar uma situação, explicitar as falas e ações dos alunos e professor e, enfim, imaginar um cenário em que o diálogo estaria acontecendo. O resultado desse processo foi a criação de um *diálogo imaginário*. Como descrevi anteriormente, as estagiárias criaram um diálogo imaginário diretivo.

Apesar de a imaginação ser flexível, vaga e possibilitar diferentes criações (SKOVSMOSE, 2009b), o cenário para a criação de um diálogo imaginário não é completamente livre. Ao criá-lo, as estagiárias o fizeram condicionadas por alguns balizadores: a tarefa específica, suas experiências na disciplina de estágio, o conhecimento do campo de estágio e suas experiências anteriores como alunas e monitoras. Inicialmente as estagiárias deviam realizar uma tarefa solicitada pela professora Isolda e por mim: escrever o planejamento de uma atividade investigativa mediada pelo diálogo. A forma de comunicação

³³ Os autores discutem as relações entre situação atual, imaginária e arranjada como forma de pesquisar possibilidades em educação matemática.

“diálogo”, com suas falas e ações, deveria figurar no planejamento. De alguma forma, algum diálogo deveria ser criado em meio a uma atividade semelhante aos dois processos investigativos realizados na disciplina de estágio. Um dos assuntos recorrentes no momento de reflexão sobre essas atividades foi a forma de intervenção das professoras no trabalho das estagiárias, intervenção essa repleta de perguntas. Para Isabela e Lyriel, portanto, escrever o planejamento de uma atividade investigativa mediada pelo diálogo deveria incluir o pensar nas perguntas desse diálogo. Ao relatar como foi o processo de criação do diálogo, Isabela disse que pensaram “nos questionamentos que vão acontecer. Daí a gente preferiu pegar um assunto que não fosse difícil (geometria espacial), pegar um assunto mais fácil pra gente conseguir soltar a imaginação, assim de mesmo se sentir na sala de aula e ver que pergunta iria surgir”.

As estagiárias poderiam imaginar respostas incomuns e estranhas para as perguntas que formularam, criando, por exemplo, uma situação de indisciplina na sala de aula imaginária e se afastando dos propósitos da atividade de planejamento que havia sido solicitada. No entanto, elas não o fizeram. Imaginaram um diálogo otimista em que todas suas perguntas tinham respostas plausíveis e de acordo com o que queriam com o diálogo (fazer com que os alunos chegassem ao lugar novo). Tais perguntas e respostas de alguma forma já foram vivenciadas pelas estagiárias. Não propriamente o conteúdo de cada pergunta e resposta, mas o modo e o contexto em que foram elaboradas. Por exemplo, no início do diálogo imaginário, os alunos fazem uma pergunta ao professor. Ele não a responde sugerindo uma ação direta, como “faça isso”. A sua resposta é outra pergunta a qual já foi caracterizada neste texto como recurso estruturante do diálogo imaginário. Por que responder aos alunos com outra pergunta? Por que não respondê-los diretamente? Essa postura foi adotada pela professora Isolda e por mim no diálogo com as estagiárias durante as atividades investigativas e foi foco de reflexão pelo grupo. Além disso, e muito importante, Isabela e Lyriel já tinham experiências como monitoras na Universidade e em programas fora da mesma, e, portanto, sabiam que essa era uma estratégia possível para fazer os alunos se expressarem.

As respostas imaginárias dos alunos no diálogo tiveram como base o que as estagiárias já haviam presenciado nessas experiências anteriores como monitoras ou observadoras de aulas de matemática em escolas. Ao relatar como foi o processo de criação das respostas dos alunos, Isabela afirmou: “eu pensei justamente no que a maioria (dos alunos) faz”. Lyriel concordou e disse que “era bem isso mesmo” e que “sempre tem algum aluno que responde assim”. O contexto em que as perguntas e respostas foram elaboradas foi escolhido também com base em experiências já vivenciadas pelas estagiárias, mas agora como alunas. Um

exemplo disso é quando, na continuação do diálogo imaginário, os alunos não apresentam a unidade de medida de volume junto ao resultado encontrado. Sobre esse episódio, Isabela afirmou que “essa parte das unidades de medida eu cansei de esquecer. Eu peguei bem forte em uma disciplina de física porque o professor carregava a unidade de medida na conta inteira. Ele operava com as unidades junto”. O esquecimento das unidades de medida em seus cálculos e a postura adotada pelo seu professor de física foram experiências resgatadas por Isabela que balizaram a criação do diálogo imaginário.

Nos meses que logo viriam, as estagiárias se sentiriam professoras na ação. Por enquanto, estavam tendo essa sensação ao imaginarem-se na sala de aula. Mas qual sala de aula? Não qualquer uma, não qualquer atividade, não quaisquer alunos. A liberdade da imaginação pedagógica estava também balizada por uma prática futura. Mas esse constrangimento não era explícito. Para Skovsmose e Borba (2004, p. 217), a “pedagogical imagination has the current situation as point of departure”. Essa situação refere-se ao contexto no qual o professor vive e está acostumado em sua prática. É ali que se situa algo que o incomoda e que quer mudar. No caso de Isabela e Lyriel, a situação atual não estava tão bem definida e, por isso, não a considero como ponto forte de partida para a imaginação pedagógica.

No momento em que planejaram o diálogo imaginário, as estagiárias pouco sabiam sobre o contexto onde aconteceria sua prática. No entanto, apesar de terem feito um número pequeno de observações do campo de estágio, tinham alguma noção da situação atual. Sabiam que lecionariam matemática para alunos do Ensino Médio noturno dos quais muitos trabalhavam durante o dia. Relatavam que a forma de trabalho das professoras titulares das turmas onde iriam estagiar era bastante tradicional no que tange ao tipo de atividades realizadas e a forma de comunicar-se com os alunos. Geralmente os alunos resolviam exercícios, sem relação com algum contexto não-matemático. As professoras titulares se comunicavam de forma expositiva com os alunos e, em especial, a professora da turma da Isabela dirigia-se apenas aos alunos posicionados na frente da sala. Com essa rápida, mas significativa, noção da situação atual das turmas onde o estágio iria acontecer, Isabela e Lyriel imaginaram e criaram a resolução de um problema referente a uma semirrealidade (SKOVSMOSE, 2001) e o diálogo diretivo, como forma de comunicação com os alunos. Skovsmose e Borba (2004, p. 216), ao conceituarem imaginação pedagógica, afirmam que esse processo “provides possibilities for change, because the existence of alternatives shows that the actual situation is not ‘a necessity’”. Apesar de ser possível perceber uma mudança das práticas já realizadas no campo de estágio (situação atual) para o que foi apresentado

pelas estagiárias no planejamento (situação imaginária), em relação à forma de comunicação entre professor e alunos e ao tipo de atividade, não afirmaria que Isabela e Lyriel tinham a intenção de promover tais mudanças, pelo menos até o momento de apresentar o diálogo imaginário, pois não verbalizaram tal desejo. Acredito, no entanto, que as estagiárias assumiram uma postura de professoras que dialogam com seus alunos e que o que foi apresentado por elas em seu planejamento expressava seu desejo de assim o fazer em suas práticas docentes futuras, pois essa atividade de diálogo era uma preparação para tal prática. Skovsmose e Borba (2004) corroboram essa ideia quando afirmam que a imaginação, e eu diria a imaginação pedagógica, pode estar relacionada às expectativas do professor em relação ao que pode acontecer.

A imaginação pedagógica ocorreu, portanto, em um cenário balizado pelas características da atividade solicitada e do campo de estágio e, especialmente, enraizado nas experiências anteriores das estagiárias como alunas, observadoras de aulas de Matemática e monitoras. O diálogo imaginário criado é possível, pois é legitimado pelas experiências das estagiárias. No cenário imaginário, portanto, como resultado do processo de imaginação pedagógica, Isabela e Lyriel criaram um *diálogo imaginário diretivo e previsível*. A previsibilidade do diálogo imaginário está ligada à possibilidade de imaginá-lo e criá-lo e ao conhecimento próprio da sala de aula de matemática que as estagiárias produziram a partir de suas experiências anteriores.

5.6 O grau de (im)previsibilidade de um diálogo

O diálogo em ação, pensado de acordo com Alrø e Skovsmose (2004), constitui-se uma forma de comunicação bastante imprevisível, como afirmou Helle Alrø em nosso encontro em outubro de 2012. Os autores caracterizam esse diálogo em um ambiente próprio de investigação. Tinha em mente, no entanto, que, mesmo em atividades nas aulas de matemática que não fossem investigativas, poderia haver algum tipo de diálogo compartilhado por professor e alunos em que ambos tivessem direito à voz e que almejasse alguma aprendizagem. Frequentemente colocava em ação essa forma de comunicação em minha prática docente na Educação Básica, como por exemplo, em momentos de discussão de dúvidas. Portanto, de modo latente, sabia que havia outra possibilidade de diálogo, além daquele que acontece em uma atividade investigativa. Essa existência passou a ser mais clara quando o diálogo imaginário diretivo de Isabela e Lyriel foi discutido pelo grupo na disciplina de estágio. Estávamos conversando sobre a importância de utilizar os conhecimentos

anteriores e as respostas fornecidas pelos alunos para compor o diálogo. De repente falo “Quando o professor está dialogando, ele sabe onde quer chegar”. Essa frase ficou ressoando em minha mente ao longo de todo o encontro e no caminho da Universidade para casa. No dia seguinte, ao voltar a pensar sobre essa discussão, a frase transformou-se em um *insight*: “Quando o professor está dialogando, ele sabe onde quer chegar. Opa! Mas o diálogo segundo Alrø e Skovsmose não é previsível, não sabemos onde vai chegar! Mas, então, estou falando de outro tipo de diálogo! Que diálogo é esse?”.

Esse é um momento claro que evidencia a colaboração na produção dos dados da pesquisa. A partir da criação de um diálogo diretivo imaginário e a consequente reflexão das estagiárias e professoras, o que era latente tornou-se manifesto. Na disciplina de estágio, portanto, dois tipos de diálogo foram explicitados: o diálogo investigativo (ocorrido nas atividades investigativas sobre quadrados e funções) e o diálogo diretivo (resultado da imaginação pedagógica de Isabela e Lyriel). Para Alrø e Skovsmose, a forma de comunicação que ocorre em cenários para investigação é o diálogo e seria redundante chamá-lo de investigativo. No contexto de minha pesquisa, no entanto, é necessário fazer uma distinção. Trata-se de duas formas de interação que possuem semelhanças, como a escuta ativa e a igualdade (características do diálogo para Alrø e Skovsmose), mas que se distinguem no ambiente de aprendizagem que ocorrem e na intenção do professor. Tendo em mente a existência desses diálogos, comecei a pensar e verbalizar “No diálogo diretivo o professor sabe onde vai chegar com os alunos. O diálogo investigativo é totalmente aberto e não se sabe onde vai chegar”. Percebi, no entanto, que essas frases deveriam ser melhor contextualizadas. Em que momento da prática do professor um diálogo é mais previsível? O que torna um diálogo mais ou menos previsível?

Podemos separar de forma explícita, e isso não é difícil, dois momentos da atividade profissional do professor: o planejamento e a ação docente. Apesar de o planejamento acontecer também ao longo do desenvolvimento das aulas, vou me referir aqui ao momento anterior à ação docente, quando as estagiárias estavam pensando em suas aulas no campo de estágio e envolvidas em um processo de imaginação pedagógica ao planejar o diálogo imaginário. A ação docente é o momento em que o professor ministra suas aulas planejadas na escola; é a prática docente. No primeiro momento, ocorre uma tentativa de antecipar o que irá acontecer na ação. As estagiárias explicitam um desejo do que querem para suas aulas nas escolas. Isabela e Lyriel apresentaram um diálogo diretivo em um contexto de resolução de um problema. Os alunos deveriam calcular o volume de um espaço e verificar qual aquário cabia nesse espaço. Há poucas técnicas de cálculo que podem ser utilizadas para resolvê-lo. A

resposta de um problema como esse é única. Prevendo, portanto, tal resposta e direcionando a comunicação com os alunos para este lugar, as estagiárias planejaram e previram um diálogo diretivo.

Mas o diálogo investigativo também pode ser planejado e previsto? Com mais trabalho do que o diálogo diretivo, o investigativo também pode ser antecipado. A tarefa de escrever um diálogo investigativo passaria por pensar na diversidade de possibilidades para desenvolver a investigação. Tendo esse mapa feito, se poderia escolher um dos caminhos e, então, criar falas e ações do professor e alunos que mostrassem um desenvolvimento possível para a investigação. Estaria, assim, criado um diálogo imaginário investigativo. Se fosse realizado esse planejamento, o professor estaria preparado para uma intervenção, tendo escolhido um caminho, entre muitos, no processo investigativo: “se os alunos optarem em ir por este caminho, posso intervir dessa forma e com essas perguntas estruturantes”. É possível, portanto, também prever um diálogo investigativo, com muitas de suas possibilidades e recursos estruturantes para cada momento. Isso parece ser mais trabalhoso do que descrever um diálogo que não está fincado em um processo investigativo, como o que foi imaginado pelas estagiárias.

Podemos pensar que dependendo da atividade programada para uma aula, um diálogo imaginário pode ser mais ou menos previsível. Quando consideramos, por exemplo, o planejamento de um problema, as possibilidades de resolução são menores do que quando desenvolvemos uma investigação. A forma de comunicação entre o professor e os alunos terá uma liberdade mais restrita, pois depende desse contexto mais fechado onde o diálogo é imaginado. Portanto, em um processo de imaginação pedagógica, um diálogo diretivo é mais previsível que um diálogo investigativo.

A mesma relação acontece no momento da ação docente. Mas aqui falaremos em um diálogo mais ou menos imprevisível. Parece não ter diferença em falar de grau de previsibilidade ou de imprevisibilidade. Considerar, no entanto, o prefixo *im* caracteriza de forma mais apropriada o momento do qual falo: a imprevisibilidade é própria da ação. No momento do planejamento ocorre uma antecipação da ação docente e nesse contexto, os diálogos, diretivo ou investigativo, são mais previsíveis. Não há, no entanto, na passagem do planejamento para a ação, uma consequência direta: planejei, portanto, assim acontecerá. Essa transição é um processo incerto.

No planejamento, momento repleto de imaginação pedagógica, a criação de um diálogo imaginário concretiza certa certeza, certo grau de previsibilidade, uma vez que é o professor que decide o que e como as ações irão acontecer na aula. Quando parte-se para a ação, cada

momento do que foi planejado é colocado em cheque. A imprevisibilidade da ação faz o professor reconstruir cada passo planejado. A ação baseia-se no que foi planejado, mas é fortemente influenciada com o que acontece na realidade. Contrariamente ao planejamento, as decisões da ação são tomadas em frações de segundo. A ação, portanto, é caracterizada por eventos emergentes, o que lhe confere um alto grau de incerteza.

O diálogo diretivo perde sua previsibilidade quando está em ação. Os recursos estruturantes da fala do professor e o que os alunos dizem poderão ser diferentes do que foi imaginado. No entanto, o contexto onde o diálogo diretivo está inserido, como por exemplo, a resolução de um problema ou um exercício, preserva-se e, então, o caminho que o professor e os alunos trilharão provavelmente é semelhante ao imaginado no planejamento. Por outro lado, em uma atividade investigativa, os alunos poderão escolher possibilidades diferentes de investigação e entre elas pode estar ou não aquela, ou aquelas, que o professor previu. Como consequência, o diálogo investigativo que o professor terá com os alunos será mais imprevisível que o imaginado por ele, e que um diretivo.

Como forma de sintetizar o que foi discutido até então nesta seção, afirmo que no momento do planejamento, em que ocorre o processo de imaginação pedagógica, existe um grau de previsibilidade maior para o diálogo do que na ação docente, uma vez que aquilo que é imaginado consiste em uma possibilidade para ação e esta, quando criada pelo professor, torna-se definida e controlada. Assim, o diálogo imaginário, seja ele diretivo ou investigativo, tem um maior grau de previsibilidade do que aqueles que acontecem na ação. Quando focamos o tipo de atividade onde o diálogo será inserido, podemos dizer que o diretivo é mais previsível que o investigativo, tanto no planejamento quanto na ação, tendo em vista que as variações do diálogo dependem das possibilidades de resolução da atividade em questão. Quanto mais aberta esta for, como é o caso de um processo investigativo, mais imprevisível será o diálogo que ali se estabelecerá.

Na reflexão sobre o grau de previsibilidade de um diálogo há um elemento importante a considerar: a presença do professor. É ele quem planeja, organiza e orienta a atividade que acontece na aula. Os alunos podem estar em grupo, dialogando e trabalhando segundo suas perspectivas. A presença do professor no grupo pode influenciar o andamento do trabalho, simplesmente por estar ali ouvindo o que os alunos dizem. O professor assume uma postura de organizador, regulador e assistente do trabalho realizado por eles. Ele pode identificar o caminho que está sendo trilhado pelos alunos e reconhecer se esse é ou não uma possibilidade que planejou para a atividade, bem como se é ou não útil na resolução. Ele terá liberdade de intervir no trabalho dos alunos de modo a deixá-los seguir por determinado caminho ou

direcionar para outro. No caso de redirecionamento, o que foi apresentado pelos alunos e que era estranho e incerto para o professor, por não ter sido previsto ou não ser promissor, dá lugar a algo mais previsível e conhecido. Ao perceber alguma dificuldade dos alunos ou devido a fatores externos, como por exemplo, o tempo da aula, o professor pode colocar em ação (inserir em sua fala) recursos estruturantes para indicar um novo caminho a ser trilhado pelos alunos, fazer a atividade avançar ou para que ela seja finalizada. Dessa forma, a exemplo do que foi imaginado por Isabela e Lyriel, o professor torna sua intervenção mais diretiva. Mesmo um diálogo investigativo pode conter diálogos diretivos fortemente influenciados pelo desejo do professor no encaminhamento e direcionamento da atividade, tornando, assim, o diálogo mais previsível.

Em um diálogo investigativo entre professor e alunos não se tem clareza de onde vai se chegar. Não há uma antecipação, em seu princípio, do ponto final da investigação, devido à imprevisibilidade própria da ação. No entanto, à medida que o diálogo vai ocorrendo, em cada momento, vai se vislumbrando um possível lugar a se chegar. Essa visão pode ser antecipada pelo professor que já planejou a atividade e pelos alunos que criam perspectivas de investigação. O diálogo investigativo na ação é orientado pela prática do diálogo, pelos fatos emergentes que acontecem. O diálogo investigativo planejado é orientado pela imaginação pedagógica que vislumbra e antecipa uma ação.

Afirmar que um diálogo é previsível ou imprevisível implica em não considerar o contexto no qual ele se faz presente. São situações muito opostas e que não nos permitem avaliar as condições em que o diálogo acontece. Portanto, penso que seja pertinente referir-se ao grau de previsibilidade ou imprevisibilidade de um diálogo. Ele é mais previsível, seja diretivo ou investigativo, quando é antecipado, balizando-se por experiências vivenciadas por seus autores em um processo de imaginação pedagógica. Ele é mais imprevisível, quando está em ação sendo influenciado pelo seu planejamento e pelos fatos emergentes próprios da ação. Tanto no momento de planejamento quanto na ação docente, o diálogo diretivo é mais previsível que o investigativo, devido à qualidade da atividade realizada em aula. Na resolução de um exercício ou problema, ou na discussão de uma dúvida, as possibilidades de contexto nas quais o diálogo diretivo ocorre são menores quando se compara à gama de caminhos a serem percorridos em um processo investigativo, o que confere, portanto, ao diálogo investigativo um grau maior de imprevisibilidade.

“O diálogo não é previsível”. Verdade (em parte).

5.7 “E se?”: a exploração de possibilidades no processo de imaginação pedagógica

Há uma verdade bastante consensual na comunidade escolar em relação a aprender com a prática: aprende-se a ser professor sendo professor. O mesmo poderia ser pensado sobre o aprender a dialogar: aprende-se a dialogar com os alunos dialogando com eles. Isabela e Lyriel, em sua prática docente de estágio, colocaram em ação alguns elementos de diálogo, os quais serão abordados nos textos finais da tese. Essa experiência foi avaliada e discutida pelas estagiárias e professoras de estágio. Aprendizagens surgiram a partir dessa prática e reflexão. Esse é o contexto da ação. Mas o que pode se aprender no momento do planejamento? Nesse contexto também há aprendizagem e essa será aplicada e reconstruída em muitos momentos da ação docente. O diálogo imaginário das estagiárias foi criado no contexto da imaginação pedagógica, anterior à ação. Nessa seção do texto, trarei elementos de reflexão para ratificar a importância do processo de imaginação pedagógica na criação de diálogos imaginários e de possibilidades para a ação, a fim de se aprender a ser professor que dialoga com os alunos.

Antecipar um diálogo, imaginá-lo acontecendo e criar as falas que o compõem e o caminho que será percorrido pelos participantes em diálogo são ações que fazem parte do processo de aprender a dialogar. Imaginar-se professor em diálogo implica em tomar decisões e fazer escolhas. Uma vez sendo concretizado, escrito e apresentado, o diálogo imaginário pode ser foco de reflexão e, nesse momento, pode-se entender o que o autor do diálogo quer e qual sua postura ao dialogar.

Isabela e Lyriel criaram um diálogo diretivo imaginário. O que queriam ao criar tal diálogo? Estavam seguindo uma solicitação feita por suas professoras, tanto que na apresentação do diálogo deixaram claro um de seus pressupostos: “acho que o objetivo da Isolda e da Raquel não é que a gente se preocupe com o conteúdo e sim em pensar nos questionamentos que vão acontecer”, disse Isabela rindo ao imaginar o que suas professoras haviam solicitado. Esse foi um dos balizadores do diálogo imaginário. Elas o criaram, no entanto, não apenas para responder a uma tarefa. Tinham também a intenção de dar uma noção às professoras de como é que trabalhariam com os alunos na escola. Era, portanto, um diálogo para elas e não para convencer alguém de certa postura. Para as estagiárias, o diálogo é uma possível forma de comunicação com os alunos para gerar aprendizagem. Eles, no diálogo imaginário, chegaram a um conhecimento novo. Isabela e Lyriel valorizam as ideias dos alunos ao usá-las para compor suas novas perguntas. O questionamento é escolhido pelas estagiárias em detrimento à afirmação e aos comandos.

Uma vez que acreditavam que essa possibilidade de diálogo pudesse acontecer na ação docente, era necessário que se olhasse com atenção para isso. Não só porque, como professoras, tínhamos a obrigação de dar-lhes um retorno sobre o que foi feito, mas também porque o diálogo diretivo planejado configurava-se otimista: sem dificuldade aparente, o professor conseguiu fazer com que os alunos chegassem a um conhecimento novo.

O diálogo e a atividade apresentados por Isabela e Lyriel não foram aplicados em sua prática nas escolas. Foram criados num contexto de imaginação pedagógica. Mas será que na ação docente este diálogo poderia acontecer? Acredito que sim e as estagiárias também assim pensavam, uma vez que foi legitimado por suas experiências. Mas e se os alunos não responderem conforme o que elas planejaram? Perguntas como essa são importantes para vislumbrar a imprevisibilidade do diálogo na ação e, assim, para o processo de aprender a dialogar. Foi o que aconteceu logo após a apresentação do diálogo imaginário na disciplina de estágio. Estagiárias e professoras não só refletiram sobre o diálogo proposto, como também pensaram em outras possibilidades para a atividade planejada.

“E se ninguém lembrar que o volume do cubo é lado ao cubo?”, assim perguntou Isolda ao grupo. Isabela, prontamente, acrescentou “e se ninguém souber?”. Então, eu disse ao grupo que, muitas vezes, em um planejamento, pensamos em um aluno ideal e imaginário, que vai responder o que queremos. Nesse momento, o diálogo imaginário foi colocado em cheque para nos aproximarmos do contexto imprevisível da ação. Se o recurso estruturante inicial do diálogo, ou seja, a pergunta “como você calculou o volume do cubo?”, não funcionar? O fato dos alunos não lembrarem como se calcula o volume de um cubo ou se responderem algo diferente de “lado ao cubo” são possíveis de acontecer. Discutir possibilidades para esse diálogo era ação importante para o aprender a dialogar pelas futuras professoras.

Atentamos às estagiárias sobre a imprevisibilidade da ação. Não saberemos como os alunos se comportarão em uma atividade e o que lembrarão em relação ao que já foi estudado. Estratégias como repetir a pergunta a outros alunos para contribuir com o diálogo, fazer os alunos retomarem o que foi estudado anteriormente, pedir que os alunos arrisquem alguma alternativa para sair do impasse, ou formular outros questionamentos são possibilidades que foram discutidas com as estagiárias para aprender a lidar com o imprevisível.

“E se os alunos não conseguirem visualizar o espaço onde o aquário será colocado?”. “E se eles tiverem dificuldades com as dimensões?”. “Como a gente sabe que significado eles vão atribuir para as dimensões?”. Começamos, então, a explorar o problema proposto por Isabela e Lyriel, pensando em possíveis dificuldades dos alunos e nos movendo em direção a uma atividade de caráter mais investigativo. Para os questionamentos anteriores, foram

sugeridas a construção de um paralelepípedo de papelão com as dimensões fornecidas e a demarcação do espaço que ele ocuparia no canto da sala de aula.

A resolução do problema do aquário é apresentada por meio de falas do professor e alunos. Em determinado momento, aparece a relação de equivalência entre um litro e um metro cúbico que leva as estagiárias à solução de 0,2 litro para o problema. Para discutir essa relação, sugerimos a exploração do metro cúbico relacionado às caixas d'água das casas dos alunos e a construção de uma caixa de um decímetro cúbico para se despejar água e constatar a relação de equivalência entre um litro e um decímetro cúbico. As estagiárias perceberam o equívoco feito e sua implicação na determinação das opções de resposta ao problema.

“E se o aquário não fosse uma caixa e sim um cilindro? Uma base redonda, um cilindro!”. “E se fosse uma esfera?”, sugere uma das estagiárias. “A base do cilindro teria que caber na prateleira e os alunos teriam que dimensionar, escolher o diâmetro adequado e a altura para dar o volume fornecido”. Essas são perguntas pertinentes a uma atividade investigativa, sugeridas pelo professor ou pelos alunos envolvidos na investigação. As perguntas iniciadas por “e se” que surgiram em nossa conversa explicitaram novos encaminhamentos na atividade e questionaram a previsibilidade do que foi imaginado. Essas novas possibilidades gerariam novos diálogos e a exploração de outros conceitos implícitos na atividade proposta.

A criação de diálogos no contexto de formação de professores também é considerada por Blomhøj (2006, apud Skovsmose, 2009b). A partir de suas observações de aulas de matemática, Blomhøj construiu episódios, sendo cada um deles constituído de uma parte real, a transcrição exata do diálogo entre professor e alunos que havia acontecido na aula, e outra parte inventada, a criação de uma continuação para esse diálogo configurando uma nova possibilidade para a situação ocorrida. Esses episódios eram discutidos com os professores dessas aulas de matemática e essa estratégia consistiu de uma poderosa ferramenta para explorar outras possibilidades educacionais, como parece acontecer no processo de imaginação pedagógica.

O momento de reflexão sobre o diálogo imaginário consistiu de um espaço para o levantamento de possibilidades, criar desafios e dar rumos diferentes ao que foi proposto. A reflexão foi uma continuação do processo de imaginação pedagógica, iniciado por Isabela e Lyriel ao elaborarem o diálogo diretivo. Pensamos no que poderia ser, em alternativas para o que foi imaginado, pautando-nos por possíveis dificuldades dos alunos, imprevistos e tentativas de se aproximar de uma atividade investigativa. Imaginamos coletivamente o imaginado pelas estagiárias.

Com a verbalização do diálogo criado pelas estagiárias foi possível olhá-lo com atenção para entender a postura de Isabela e Lyriel em termos do que desejavam para sua prática futura e para criar outras possibilidades para a ação dialógica. O que as estagiárias criaram em termos de diálogo constituiu-se, de imediato, uma possibilidade. Para além disso, o resultado da discussão sobre o diálogo imaginário resultou em outras novas possibilidades para a ação. O processo de imaginar a partir do imaginado contribuiu para a reflexão sobre a imprevisibilidade da ação docente. “Seguimos apenas um caminho. Não enxergamos todas as possibilidades [...] na apresentação, em aula, ia surgindo outros questionamentos, tanto pelas colegas e professoras quanto por mim. As possibilidades são muitas, o campo é muito amplo”, assim relatou Isabela ao refletir sobre o trabalho que fizemos a partir do seu diálogo imaginário. Já Lyriel, destacou a importância de tentar compreender o que os alunos pensam, para que o professor, dessa forma, possa “pensar nos próximos questionamentos para dar andamento à atividade”.

O processo de explorar possibilidades implica em assumir uma postura crítica perante uma determinada situação. Em uma discussão sobre o conceito de crítica, Skovsmose (2011b, p. 22) afirma que “critique can mean an exploration of possibilities which need not to be related to socio-political changes overall”, mas também relacionado a situações do dia-a-dia na vida dos estudantes, professores e na sala de aula. Ser crítico “means to recognise that what appears as given might be contingent: it could be different” (SKOVSMOSE, 2011b, p. 23). Questionar uma situação dada, ser crítico, em um processo de imaginação pedagógica é fundamental para a exploração de possibilidades. Esse exercício na etapa anterior à prática docente é rico em oportunidades de aprendizagem para o futuro professor de matemática.

5.8 Diálogos imaginários: uma possibilidade de ação para aprender a dialogar

Neste texto apresentei e discuti um diálogo imaginário entre professor e alunos na resolução de um problema geométrico, criado por duas futuras professoras de matemática. Tal diálogo é resultado de uma atividade que foi planejada para uma disciplina de estágio voltada para a aprendizagem do diálogo como forma de comunicação entre professor e alunos nas aulas de matemática. Por apresentar em seu conjunto de perguntas e respostas um direcionamento por parte do professor para levar os alunos para um novo lugar, chamei esse diálogo de *diretivo*. Ele contrasta com o *investigativo* que é próprio das atividades investigativas, quando os alunos têm liberdade para escolher seus caminhos na investigação e o professor não sabe de antemão o que eles responderão.

Imaginar a ação e estar em ação são contextos diferenciados em relação à (im)previsibilidade. No momento de imaginação pedagógica, quando se criou o diálogo imaginário, foi possível prever e criar o diálogo diretivo em um contexto de resolução de problemas. Por conta do caráter aberto da atividade investigativa, prever as falas e ações de professor e alunos é uma tarefa mais trabalhosa. Dessa forma, o diálogo diretivo é mais previsível que o investigativo. Na ação, com todos seus fatos emergentes, o diálogo torna-se mais imprevisível que aquele imaginário.

O diálogo imaginário diretivo foi criado em um processo de imaginação pedagógica. Foi balizado pelas experiências anteriores das estagiárias em educação matemática e nas atividades investigativas realizadas na disciplina, e pelas características do campo de estágio e da própria atividade de diálogo solicitada. O diálogo imaginário foi apresentado por Isabela e Lyriel e mostrou como acreditavam que poderiam dialogar com seus alunos. As estagiárias deram importância à ação de perguntar e aos conhecimentos anteriores dos alunos, quando ouviam suas ideias e usavam-nas em suas próximas falas.

Durante o processo de imaginação pedagógica, o diálogo foi reimaginado e criaram-se novas respostas e perguntas de acordo com possíveis dificuldades dos alunos e imprevistos.

A criação de diálogos imaginários configurou-se como uma possibilidade de ação para aprender a dialogar em educação matemática. O fato das estagiárias se imaginarem professoras em diálogo fez com que tomassem decisões em relação a como se portariam nessa situação. Elas acreditaram em uma possibilidade para o diálogo e mostraram de onde partiriam e como o fariam acontecer. A apresentação dos diálogos imaginários e sua consequente discussão permitiu que as formadoras de professores compreendessem o que as estagiárias desejavam para sua prática. Tendo essas informações em mãos, foi possível avaliar suas intenções, refletir sobre o que foi imaginado, alertar para a imprevisibilidade da ação, considerar e valorizar as ideias dos alunos, atentar para a importância de fazer questionamentos, e explorar outras possibilidades para a prática docente. O exercício de ser crítico, de pensar diferente o que é dado como natural, foi realizado e colaborou para refletir sobre o diálogo.

Uma das possibilidades para a ação é o diálogo imaginário, mas há outras. Reimaginar uma situação é fundamental para o diálogo em ação. O processo de imaginação pedagógica, com a criação dos diálogos imaginários e sua discussão para explorar possibilidades, mostrou-se uma ferramenta importante para a formação de professores tendo em vista o diálogo como forma de comunicação entre professor e alunos para promover aprendizagem em educação matemática.

Referências

- ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Dialogue and learning in mathematics education: intention, reflection, critique**. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004.
- BECKER, F. Modelos pedagógicos e modelos epistemológicos. **Educação e realidade**, v. 19, n. 1, p. 89-96, jan./jun., 1994.
- CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Porto Alegre: Artmed, 2007.
- DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. A disciplina e a prática da pesquisa qualitativa. In: _____. (Org.). **O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens**. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 15-41.
- FRANKE, M. L. et al. Teacher questioning to elicit students' mathematical thinking in elementary school classrooms. **Journal of Teacher Education**, v. 60, n. 4, p. 380-392, 2009.
- JARVIS, P. **The practioner-researcher: developing theory from practice**. San Francisco, USA: Jossey-Bass Publishers, 1999.
- MOYER, P. S.; MILEWICZ, E. Learning to question: categories of questioning used by preservice teachers during diagnostic mathematics interviews. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 5, n. 4, p. 293-315, 2002.
- SKOVSMOSE, O. **An invitation to critical mathematics education**. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers, 2011a.
- SKOVSMOSE, O. Critique, generativity, and imagination. **For the Learning of Mathematics**, v. 31, n. 3, p. 19-23, 2011b.
- SKOVSMOSE, O. Researching possibilities. In: SETATI, M. et al. (Eds.). **Researching possibilities in mathematics, science and technology education**. New York: Nova Science Publishers, 2009b. p. 105-119.
- SKOVSMOSE, O. Landscapes of investigation. **ZDM - Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik [The International Journal on Mathematics Education]**, v. 33, n. 4, p. 123-132, 2001.
- SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.
- SKOVSMOSE, O.; BORBA, M. Research methodology and critical Mathematics Education. In: VALERO, P.; ZEVENBERGEN, R. (Org.). **Researching the socio-political dimensions of mathematics education: issues of power in theory and methodology**. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004. p. 207-226.
- VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

6 DIALOGUE: PLACES, MOVES AND MEANINGS

Raquel Milani

This text presents and discusses an episode from a conversation between two mathematics teacher educators and four prospective teachers about the concept of dialogue in mathematics education. This conversation occurred in a teaching practice course in a mathematics teacher education program. That course was designed aimed at promoting a meeting between the concept of dialogue and the prospective teachers. Empirical data were produced in this context as part of a doctoral research in which the main objective is to understand the process of learning to be engaged in dialogue by the prospective mathematics teachers with their students in their lessons at schools in the context of teaching practice course. It is known that it is difficult for prospective teachers to establish an open interaction with students in order to ask questions, understand their responses and use them in the construction of concepts (ALMEIDA; FERNANDES, 2010; FRANKE et al., 2009; MOYER; MILEWICZ, 2002). Considering this difficulty, the research aims at reflecting on dialogue and pointing out opportunities for the learning of this concept. Assuming an interpretative and pragmatic research approach (CRESWELL, 2007; DENZIN; LINCOLN, 2006), I designed dialogue activities to provide opportunities to the prospective teachers to experiment, plan and reflect on dialogue in mathematics education. The first ideas of concept of dialogue that I took was based on theoretical ideas from Alrø and Skovsmose (2004) which will be presented in the forthcoming pages in this text.

The dialogue activities were planned and realized in collaboration with Isolda, the course teacher. In this context, I assumed the position of a practitioner-researcher as Jarvis (1999) defines it. The first dialogue activity was two inquiry processes related to mathematics (construction of squares and intersection of functions) rich with inquiry gestures: surprising, intending, thinking aloud, listening, advocating, visualizing, perceiving, experimenting, challenging, and discovering (MILANI; SKOVSMOSE, 2014)³⁴. In these contexts, the dialogue was the type of communication between prospective teachers, Isolda and me. The second dialogue activity was characterized by moments of reflection on the possibility of applying inquiry activities in lessons at school and how teacher can intervene in them. Those moments also occurred after the third kind of dialogue activity which was the planning of an

³⁴ Esse artigo refere-se ao texto 4 desta tese.

inquiry process mediated by dialogue. The prospective teachers presented imaginary dialogues and its creation and the reflection on them configured possibilities of practices for learning to be engaged in dialogue in mathematics education³⁵. After these activities, the prospective teachers got involved with lessons planning and teaching at schools.

The research data presented in this text comes from a moment of reflection on dialogue occurred after the discussion about the imaginary dialogues. The episode was a conversation between the prospective teachers, Isolda and me. Looking at the utterances, I started reflecting on what was being understood by dialogue by the participants in that conversation. In hands, I had my own believes about dialogue from my teaching practice as a school teacher and a teacher educator, and the theoretical ideas from Alrø and Skovsmose (2004). I was not satisfied with just those ideas, though. It seemed that I could have more glimpses about the concept of dialogue from those utterances. Then, a conversation between data and theories started. The theoretical ideas were not ready in my mind since the beginning of the data production. They appeared during reading of books and discussion with peers. The theories were considered as inspirations in this research. Then, the theoretical inspirations were taken in two ways: I did not bring all the constructs from certain theory, rather, I brought those ones which were relevant to help in the discussion on the research theme; and those relevant constructs from theories necessarily were not taken in their totality. The theoretical inspirations were useful for adding comprehension to empirical data and developing my reasoning about the concept of dialogue in mathematics teacher education.

The development of the concept of dialogue has started from the presentation of Raquel's dialogue triangle to the prospective teachers and Isolda. This figure will be shown and discussed initially as Raquel understands it. Gradually, while each theoretical inspiration is being brought into the text, as an input, the dialogue triangle will change significantly. The changes and discussions on theoretical concepts based on the research data and ideas from my teaching practice result in a possible conceptualization of dialogue in mathematics education.

Therefore, I will present here how the concept of dialogue has developed itself through empirical data production and theoretical inspirations. It is important to clarify here that there are two "I", two different voices, in this text. When I talk about the interactions between the teachers (Isolda and Raquel) and the prospective teachers I refer myself as Raquel. When I write some reflections about those interactions and theoretical ideas I use the first person singular. The episode about the conversation on dialogue will be presented in the first section.

³⁵ Esse tema é tratado no texto anterior a este nesta tese.

Between the utterances in that conversation, I do some clarifications about what was said by the participants and bring new information to the reader related to the course and some facts that occurred previously. Some words in the transcript are given in italics and it means that the utterances were emphasized by the person who has said it. In the second section, theoretical ideas from Vygotsky, Lerman and Meira will be brought into the text to discuss some important ideas shown in the conversation in the teaching practice course. Alrø and Skovsmose's ideas about dialogue will also be presented since they were the starting point to the planning of the dialogue activities. In the same way, the third section presents theoretical constructs from Lins and a new look at the data. The discussion in the second section will be refreshed with that lens. Finally, I will end the text up presenting a possible conceptualization of dialogue in mathematics education, based on ideas of places, moves and meanings.

6.1 A conversation about dialogue

It was a very special afternoon at the University. Raquel was anxious to talk to the prospective teachers about some important issues showed up in the previous meetings, and, according to Raquel, they were eager to be explicit, clarified and discussed. That would be an important meeting where Raquel's main ideas about dialogue would be expressed.

The prospective teachers had presented their imaginary dialogues, as part of the third dialogue activity, and Isolda and Raquel made some remarks about the proposals, considering their applicability in classroom at school and new possibilities for those to happen. In a certain moment, Isolda started reflecting on dialogue.

Isolda: There is something about dialogue that we must pay attention to. That is, we could *not* consider that the knowledge will be constructed through using only the student's knowledge.

Raquel: You mean the previous knowledge.

Isolda: That previous knowledge must come together and we can anchor on it, that is, we can explore it. But if knowledge is new and it will be constructed, we need to approximate the new ideas and those that we think we can bring from students. Here we have the connection. The ideas will be joined and the students will have their ideas enlarged, but always bringing this past (previous ideas).

Raquel: And it seems that dialogue is a tool, a means which leads this construction forward, because you take what the student already knows, you insert new elements into it, all these things are being mixed, that is, the teacher's utterances, their questions, new information. Teacher's brought ideas are based on and are fed by student's existing knowledge, the previous

knowledge. Those questions asked by Isolda and me in the inquiry activities were based on your (prospective teachers) ongoing answers. Thus, your answers fed our next questions and so on.

Raquel values the connection between student's previous knowledge and the new one as Isolda does. Besides these two kinds of knowledge, Raquel "inserts new elements into" the process of construction of knowledge: teacher's utterances and questions. The teacher's ideas consist in statements, comments and questions. These ideas will be "mixed" with the student's ideas. Mixed here is not referring to disorder, mess or confusion, rather, it means that there will be a meeting between teacher's and student's ideas. When these ideas are related to each other, the result could be a construction of new knowledge, something that was created by teacher and student. According to Raquel, the way in which student's and teacher's ideas will be in contact and mixed is through dialogue. Dialogue could be the means which leads the construction of knowledge forward. Specifically concerning about teacher's questions, Raquel claims that they are based on the student's answers, as what happened in inquiry activities which were developed by the four prospective teachers, Isolda and Raquel. The student's ideas (his/her knowledge and ongoing utterances) will feed the teacher's utterances. Here we can see an explicit dependence of teacher's utterance from that of student's. Raquel claims the importance of paying attention to student's utterances. In addition to the connection between previous and new knowledge mentioned by Isolda, Raquel claims the connection between student's and teacher's knowledge to the conversation.

Raquel: (continuation) And then, we will construct a track *with* the students, depending on what they are telling us. Last week Isabela told that "Isolda asked some questions in order to guide the reasoning to the right track". I think this right track is a possible track which was constructed in the moment of teacher's intervention and it could be different since another teacher was there. Thus, there is not a *riiight* track.

Raquel sees a track being constructed amid the connection between teacher's and student's ideas through dialogue. She uses the word "track" referring to Isabela's assessment about the second inquiry activity developed in the teaching practice course: "the students exchanged ideas and asked questions as 'what does it mean?', 'could you say and explain again?'... The teacher (Isolda) intervened in conversation in order to guide the thoughts. These interventions were done through questions and, with the answers, they aimed to guide the discussion, guiding to the right track". For Raquel, a right track (and just only one track) does not exist. Rather, there is a possible track which depends on what the students are saying

to the teacher. In consequence, the teacher will talk based on students' utterance. Different teachers can plan different tracks.

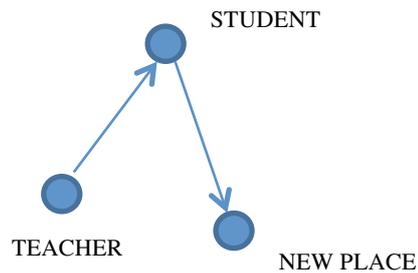
- Isolda: Or (the right track means) teacher's focus on an educational aim.
 Isabela: Yes, I think so.
 Isolda: When I wonder about teacher aiming at developing some skill or constructing some knowledge, I always remember Piaget's clinical method. He states that it is a free talk to the student guided by their answers but with *focus* on what the teacher aims at developing.
 Isabela: Hmm (thinking on what Isolda said).
 Isolda: So, the teacher must ...
 Isabela: Bring...
 Isolda: Use students' answers in order to go back, get it stronger, or "go again" towards the aim.

Isabela agrees with Isolda when she clarifies what "right track" could mean. When the teacher guides the activity to a right track he/she has a focus on a specific educational aim which could be the discussion of a doubt or the learning of some specific new knowledge. After relating the right track to the focus on an educational aim, Isolda associates this focus with Piaget's clinical method. According to her, in this method the teacher's talk is guided by student's answers and the teacher's educational focus. Once more, the importance of bringing or using the students' answers, as Isabela and Isolda say respectively, to the construction of knowledge is stressed. These answers would be used to achieve the teacher's aim through going rewind and forward.

- Raquel: When I wonder about this, I always imagine a figure, a triangle. I want to reach here with the student (she uses her hands to explain that). I am in a place and the student is in another one (the triangle is set now). We are not meeting one another and then we start talking and I will realise where the student is. Thus I find where he/she is and go there and hold his/her little hand (everybody smiles) and we engage in dialogue and we start going there and maybe we go back a bit and ...
 Isabela: Yes.
 Raquel: You know?

Everybody agrees and smiles and that is important to Raquel's confidence on them, when she is trying to explain her beliefs about dialogue and learning. She feels a kind of pressure in being a teacher and a researcher.

When Raquel thinks about teacher and student's dialogue she imagines a triangle and presents her thoughts through expressions metaphorically related to places. Her explanations could be better understandable if we try to draw what she says like the figure below.

Figure 1 – Raquel’s dialogue triangle

Fonte: Elaborado pela autora

The teacher’s focus on a specific educational aim, using Isolda and Isabela’s meaning to the right track, is set on a vertex of the triangle imagined by Raquel. That is the new place where teacher wants the student to be with him/her. In order to reach this new place, first of all teacher must know where the student is, that is, know what the student is thinking or his/her previous knowledge about a specific subject. “Where the student and teacher are” are represented by the other two vertices of the triangle. In dialogue teacher tries to find where the student is and moves to this place. This process of finding and the move to the “student’s place” are represented by an arrow from the teacher to the student. The second arrow represents the teacher and student’s move forward the new place, after the teacher has found where the student was. Reminding the expressions used by Isolda, quick after she talked about Piaget’s clinical method, this move forward a new place is done through going rewind and forward.

- Raquel: When the teacher is engaged in dialogue, he knows where he wants to reach.
 Isolda: That’s it (agreeing and smiling).
 Raquel: But maybe where I want to reach, or rather, the *traaaack* depends on student’s answers...
 Isolda: That’s it.
 Raquel: My questions (as a teacher) depend on my knowledge about the mathematics subject in concern...
 Isolda: (complementing) depend on what you want to teach the student, depend on what the student has presented to you.
 Raquel: There are so many tracks and so there is not a *riiight* track. What exists is a track designed by the teacher in his mind. It is a track that the teacher wants to follow with the student.

Isolda and Raquel believe that when teacher is engaged in dialogue he/she knows where he/she wants to reach with the students, that is, the teacher’s educational focus or, using Raquel’s words, the new place to be reached by teacher and students. It is no sure if the teacher will achieve this aim, but there is an intention to do that. The track to reach the focus

or the new place depends on student's answers and knowledge, and the teacher's focus, questions and knowledge. As the track depends on these elements and people involved are different in each situation, it is not possible to have only one and a right track to be followed. As it is related to an educational focus, the track is designed by the teacher.

After Raquel's last utterance, the group goes back to discuss about the imaginary dialogues presented by the prospective teachers.

6.2 Looking at the conversation through a Vygotskian lenses

The ideas brought in the conversation between the prospective teachers (Isabela was the only one who has participated in the part of the conversation shown before), Isolda and me were about many issues: how the student's knowledge could be related to the teacher's one, how the student's existing knowledge could be related to a new one, the role of dialogue in these connections, what teacher's talk is based on, and a track designed by the teacher to guide the student to a new knowledge. In general, the group has discussed about teaching and learning mediated by dialogue. I have used the word dialogue several times in this text. Before bringing some theoretical ideas into the text in order to reflect on this conversation, it is important to clarify which characterization of dialogue was used during the planning of dialogue activities for the teaching practice course and data production. In the introduction, I have anticipated the theoretical approach for this concept. Alrø and Skovsmose (2004) define dialogue as a type of conversation with special characteristics which could lead to the critical learning. This kind of learning is related to mathemacy, that is, a capacity of reflecting critically on situations which the mathematics is related to. Besides helping the student to do some calculations (technical aspect), the mathemacy intends to bring situations from different contexts, inclusive the mathematical one, to classroom in order to reflect on them, and then, criticize and change them (SKOVSMOSE, 2007, 2009a). These situations can be explored in a scenario of landscape of investigation (SKOVSMOSE, 2001, 2011a) in which the students realize inquiries, pose questions, find out explanations and make discoveries. These scenarios can be related to mathematics, semireality and reality. They are an environment in which dialogue appears as a form of communication between teacher and students. Considering this context, Alrø and Skovsmose (2004) define dialogue according theoretical and empirical aspects. In theoretical terms, dialogue is related to making an inquiry, running risks, and maintaining equality. In empirical terms, the authors characterize the dialogue by eight dialogic acts that compose the Inquiry Cooperation Model: getting in contact, locating,

identifying, advocating, thinking aloud, reformulating, challenging, evaluating. These specific acts are related to students' action in inquiry activities.

One can realize that the concept of dialogue for Alrø and Skovsmose is very close to critical approach and landscapes of investigation. I remember a face to face conversation with these authors and, in a certain moment, Helle Alrø stated that dialogue for them is the type of communication that happens in the inquiry context. I have planned the dialogue activities according to this reasoning. However, amid its development in the teaching practice course, the prospective teachers, Isolda and I considered the concept of dialogue in a more general way than the critical one. Somehow, since the beginning of the doctoral research I have been considering dialogue in a more general context, as the discussion on a doubt or a resolution of an exercise. It has been part of my teaching practice for many years. Clearly it is possible to see many of the eight dialogic acts, and others more, in such educational scenario, and not just in the landscapes of investigation. Thus, after the data production I started finding out a conceptualization of dialogue which could fit my own beliefs in mathematics education and the conversation presented in the previous section of this text, without dismissing what Alrø and Skovsmose have stated about dialogue, though. In that way, the theoretical inspirations come to enrich the development of the concept of dialogue in my research. Then, when the word dialogue appears in this text from now on, it will be related to a concept in progress.

The conversation above concerns teaching, learning and dialogue. These issues are very central to Meira and Lerman (2010) who based their study on the Vygotskian concept of the Zone of Proximal Development (ZPD)³⁶. The authors analysed an interaction between a teacher and a two and a half years old boy in which ZPD appeared and was sustained. Meira and Lerman focused on the ideas of interaction and semiotic mediation and proposed that ZPD “is an intersubjective space, created in activities, in which the participants teach each other and learn from each other, where the dialectic of thinking and speech is manifested, and where the individual's meanings encounter social meanings (sense) and purposes” (p. 200). In this section I will focus on how these authors use the concept of ZPD and I will relate those ideas to the conversation presented in the previous section.

In the educational context, when teacher and student start a conversation in which both are interested in each one's ideas we can say that a special field takes place. We are talking

³⁶ The original definition to ZPD is the follow one: “ZPD is the distance between the actual developmental level as determined by independent problem solving and the level of potential development as determined through problem solving under adult guidance or in collaboration with more capable peers” (VYGOTSKY, 1978, p. 85-86). It has been interpreted by different authors in distinct ways.

about the Vygotskian concept of ZPD. This field is not a physical one, so we cannot see it. However, calling ZPD a field or space helps to determine that something special starts in the relationship between teacher and student.

We cannot say that any conversation in classroom context could be related to the ZPD. An important and crucial interaction feature of ZPD is that the teacher must be attentive to the student's request. I would like to stress the difference between hear and listen to. When teacher hears the student's request they can lead it forward or not. When teacher listens to student's utterance it means that they pay attention to it and show interest in knowing more about it or in responding to it. We can say the teacher is attentive to the student or he/she listens to the student actively. Alrø and Skovsmose (2004, p. 62) defined an active listening as an important element of dialogue and as "asking questions and giving non-verbal support while finding out what the other is getting at". It is a matter of expressing attention to the other and having interest in knowing what the other means by asking them questions. Being attentive or listening actively is a first step to have the ZPD. This teacher's attitude is present when he/she is in dialogue with the students and I dare to claim that one kind of communication related to ZPD is the dialogue. No definition of dialogue is presented by Meira and Lerman in their paper. However, it is possible to identify the active listening as an important feature to dialogue for the authors.

Even though I am aware of how rich and productive could be an interaction among students, in this text I would like to restrict the reflections to the relationship between teacher and students. Considering this relationship, it is possible to say that ZPD is an intersubjective space, as Meira and Lerman (2010) stated. One cannot refer to an individual's ZPD. As an intersubjective field, the ZPD involves the individuals, for example teacher and students, their practices and knowledge, and the learning activity in which they are engaged. The learning activity, created by the teacher, as described by Davydov, is the place where the ZPD happens. The ZPD does not pre-exist and it does not happen before the interaction between the individuals starts. The ZPD takes place when teacher and student catch each other's attention and create a learning activity. It starts when the dialogue between teacher and student starts and it ends when the dialogue ends in the activity.

In the ZPD an encounter between individual's meanings and social ones occurs, as stated by Meira and Lerman (2010). When teacher and student are engaged in dialogue, the individual's meanings encounter the other's meanings. This encounter happens through language, which includes verbal speech, gestures, symbols and writings. The authors referred to this meeting as sign mediation. As a result of this mediation, one can have learning. That is

why one can state that learning is mediated. It is mediated by language. According to the authors, and to Vygotsky, “all development of the individual comes about through sign mediation in activity” (p. 200). The teacher’s or book’s ideas do not go straight to the student’s mind. During the learning activity, the meanings are encountered and produced amid interaction and mediation through language. Considering the ZPD as a semiotic field for “interaction and communication where learning leads development” (p. 205), it is possible to stress the dialogue as one kind of communication which could lead learning and, consequently, development in ZPD.

As I mentioned before, Meira and Lerman (2010) analysed an interaction between a teacher and a young child in which ZPD emerged. In this interaction two kinds of communication (as the authors stated) appeared. One of them was about specific curriculum contents, and the other one was related to “more explicit ways of speaking and gesturing in the classroom setting” (p. 217). Considering the interaction reported, the authors argued that “because the teacher was receptive to the child’s attempts to explicit his own language, teacher and child sustained the shared field in which both were progressively more capable of communicating for less ambiguity. We have described the child’s moves in this direction and the teacher’s attempts to narrow down the focus of her intended instruction” (p. 216). Related to this important quotation about the teacher and the child interaction, I will point to some relationships between what the authors have stated and what Isolda, Raquel and the four prospective teachers have discussed in their meeting at the teaching practice course.

The authors stressed the importance of being receptive to a child’s response, be it a request, a gesture or an utterance. Due to this teacher’s attitude ZPD emerged. As I have already stated earlier, I consider the active listening to be a first step to have ZPD, its starting point. It is not enough hearing what the student says, but listening to and paying attention to him/her. Raquel and Isolda gave real importance to the teacher’s openness to the student’s responses. According to them, some of the teacher’s questions are based on what the students present in interaction, be it through writing, gesturing or talking. In Raquel’s words, the students’ answers “feed” the next teacher’s questions. For Isolda and Isabela, “the teacher must bring or use the student’s answers” to construct the knowledge.

ZPD is an intersubjective and shared field. When ZPD takes place, teacher and student can have an attentive and receptive attitude to each other. Being attentive or catching each other’s attention reinforces the ZPD’s characteristic of being a shared field. Somehow, this mutual attitude from teacher and student is a kind of active listening, that is, paying a real importance to what the other is saying and meaning. Thus, being shared can mean that the

participants are responsible for the ZPD's maintenance. It is a shared responsibility. Being a shared field also is related to the encounter of meanings. The interaction in ZPD is fed by the teacher's and students' contributions. Raquel stated that in the dialogue "the teacher takes what the student already knows, inserts new elements into it, and all these things are being mixed" which means to provoke that encounter. The track which is followed during dialogue is constructed by teacher "*with* the students". In a conversation as dialogue, Bohm (1996) believes that the people are not trying to make their ideas common to each other, rather "the two people are making something *in common*, i.e., creating something new together" (p. 2, emphasis in original). Considering that ZPD is a shared field, I can say that the dialogue in this context is a kind of communication in which teacher and student are responsible for its maintenance, meanings are encountered and the participants create something new for them together.

The suffix "dia" in dialogue does not mean "two", but "through", and "logos", in Greek, means "the word" (BOHM, 1996). In this sense, a dialogue can take place among any number of people, and not just two. "Even one person can have a sense of dialogue within himself" (p. 6). However, a possible consideration of dialogue between "two" is very suggestive as it contrasts with the teacher's monologue in classroom, as Ole Skovsmose has stated once, and reinforces the ZPD's feature of being intersubjective and shared. Bohm takes dialogue as a stream of meaning flowing among, through and between people. From this, something new is created and this shared meaning holds people together (BOHM, 1996). This consideration fits with the encounter of meanings in the ZPD mentioned by Meira and Lerman.

The process of understanding each other is not immediate in dialogue. I would say it is progressive. When teacher and student are engaged in dialogue there is a mutual effort to know what the other is saying. A student's utterance may have many meanings. Discovering which meaning the student is producing represents a challenge for the attentive teacher. This process is rich with questions and answers from both teacher and student. In the interaction mentioned by Meira and Lerman, the teacher was trying to guess what the very young child was saying and thinking. The child was learning how to communicate himself and be more explicit in his ideas. The fact that the teacher and the student "both were progressively more capable of communicating for less ambiguity" (p. 216) means the attempt to encounter each other's meanings. That is the attempt of being understandable for each other.

Considering the mutual process of understanding one other, I would like to highlight the teacher's role. As the person responsible for the process of teaching, the attentive teacher tries to understand what the student is meaning by their gestures, utterances or writings.

Concerning this attentive attitude in dialogue, Raquel has introduced a language and a figure into the conversation to explain what happens when teacher and student are engaged in dialogue. The expressions used by her, as for instance, “place”, “where”, “to go back”, “rewind”, “to reach a place”, “to go there”, “where the student is” and even “to bring the student from here to here”, present what I will call *place language*. It does not mean that there is a physical place where the individual is. The place language is a metaphor to express the individual’s meanings. I will clarify her place language relating it to the meanings production.

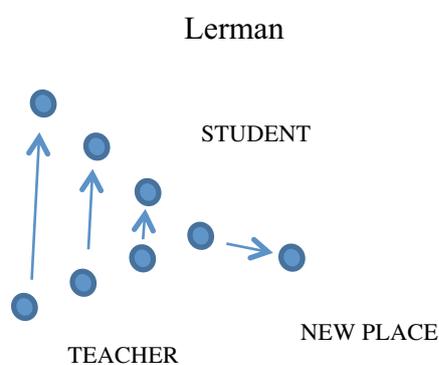
According to Raquel, when teacher and student start a dialogue they are situated in different places, that is, the teacher and the student are in different positions of meanings. By different positions I do not mean that one meaning is better or truer than the other. Rather, this means that *teacher is aware of the fact that student should produce a different meaning from his/her meaning*. Considering this statement, Raquel said “I am in a place and the student is in another one”. That is represented by the two vertices (circles) labelled as “student” and “teacher” in the triangle. In dialogue the attentive teacher starts looking for the place where the student is in order to meet him/her in that place. This means that, by active listening, the teacher is trying to understand what the student is thinking and saying and which meaning he/she is producing. “Finding out what the other is getting at” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, p. 62) is the same as going to where the student is. The teacher’s move from his/her place to the student’s one is indicated by an arrow in the triangle. An essential part of dialogue and the interaction in the ZPD is exactly this move which aimed at “communicating for less ambiguity” (MEIRA; LERMAN, 2010, p. 216). Both teacher and student can attempt to understand each other, but Raquel was emphasizing the teacher’s move in the teaching process through her triangle. The progressive move in order to meet each other is done by going forward and back. Teacher may think that he/she is almost where the student is and realize that it is not true. So it is necessary go back, ask other questions and get more information about the student’s meaning in order to go forward and reach the place where the student is.

When the teacher finds this place, another move starts which is represented by the other arrow in the triangle. This arrow starts from the teacher and student meeting and points at a new place, the third vertex of the triangle. The teacher “holds the student’s hand” in order to reach a different place with the student. The metaphor used by Raquel has two meanings. Holding the student’s hand means that both teacher and student are together following a track to reach this new place. This track is constructed by meanings from both the teacher and the student. As Raquel stated at the end of conversation, “it is a track that the teacher wants to

follow with the student” and, consequently, is shared by them. The second meaning of the metaphor is that the teacher will direct the student, through holding their hand, towards a new place based on teacher’s educational focus, using Raquel’s and Isolda’s words. Then, the second arrow represents this second shared move in dialogue.

In order to represent more properly the moves in Raquel’s triangle, I will show a new figure. The way the teacher finds where the student is, that is, the student’s meanings, is progressive as stated by Meira and Lerman. In dialogue, both teacher and student attempt to understand each other, mainly the teacher, as he/she is the responsible for the teaching process. That is why I will draw some arrows in just one way, from the teacher to the student. Amid dialogue, the teacher is getting closer where the student is, through going forward and back, as Isolda and Raquel stated in the conversation. This progressive move is represented by a sequence of teacher’s and student’s new places. Their meanings were changing and new ideas were added due to interaction. They are “communicating for less ambiguity” (p. 216), in their encounter of meanings. Regardless the period of time, the teacher can find where the student is. Now they are together in the same place which is represented by just one circle. They are not thinking necessarily the same. What I mean is that the teacher finally knows what the student’s meanings are.

Figure 2 – Raquel’s dialogue triangle modified by theoretical inspirations from Meira and



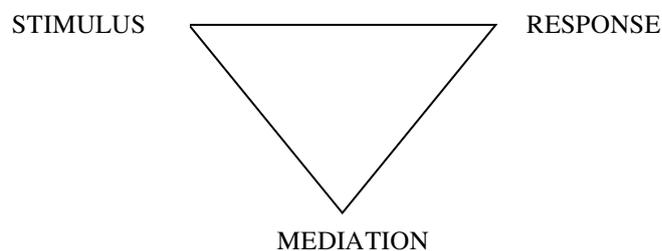
Fonte: Elaborado pela autora

From the meeting point, teacher and student start going together to the new place in order to achieve the new knowledge. During this process, they can get far from each other, in a meaning sense. However, I am concerning the teacher’s attempt to go *with* the student to that new place, from the moment that he/she knows what the student is thinking. The second arrow points to the teacher’s educational focus in his/her intended instruction, as Meira and Lerman stated and as Isolda and Isabela clarified as the right track. The teacher “holds the student’s hand” forward the new place, following a track designed by the teacher which could change depending on the facts in action, for example, the student’s answers and meanings.

I will keep calling the new figure a triangle, even though its shape is not as a triangle, in order to maintain the language used by Raquel in the conversation. Somehow one can imagine a triangle looking at the new figure, though.

As I am exploring Raquel's dialogue triangle and using Meira and Lerman's ideas about the ZPD to enrich the discussion, it is proper to mention the famous Vygotsky's mediation triangle. Vygotsky believed that the behaviourist formula "Stimulus → Response" about learning theory did not explain the human learning. He has inserted an important element in this formula which created his triangle.

Figure 3 – Vygotsky's mediation triangle



Fonte: Adaptado de Vygotsky (1978)

According to Vygotsky, in an activity, the child's response to a stimulus is mediated, what it means that the meanings produced by a child are always mediated by the social environment (their parents, teacher, computer, texts or others children). Considering, teacher and student engaged in a learning activity, one can read, in the triangle above, the move that the student does towards a new knowledge, from the stimulus he/she received and responses given through mediation. So, Vygotsky's triangle shows the student's particular action towards learning. In Raquel's triangle, she tried to represent both teacher and student moving to a new place, a new knowledge.

The shared feature of dialogue is represented in Raquel's triangle since the first move, when teacher and student try to meet each other and share their meanings, until the end which represents the new place by the individuals. For Raquel, the teacher wants to move with the student from one place to another one through dialogue. Therefore, the learning resulted of being engaged in dialogue is also shared by teacher and student. In the learning process, it is clear that the student learns. The teacher also learns, though. The new knowledge represents a new place also for the teacher who reaches that in a new company, that is, the student. Meira and Lerman (2010, p. 200) stated that in the ZPD "the participants teach each other and learn from each other". This statement is in accordance to what Paulo Freire has claimed about

teaching and learning processes: “Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender” (1997, p. 25)³⁷.

On this line, Roth and Radford (2011) presented a more symmetrical approach to the original definition of ZPD and stated that this space arises from a sympractical activity, where all individuals involved in the interaction learn something. For the authors, the original definition shows an opposition of individuals, that is, “one of these individuals, a teacher or peer, is more capable than another individual, the learner” (ROTH; RADFORD, 2011, p. 98). Considering the scholar mathematics, this asymmetrical relationship between teacher and students exists indeed. However during dialogue there are others kinds of knowledge apart from the mathematical one. The teacher cannot expect which meaning the students will produce and not even which questions they will ask. The whole conversation in dialogue represents a novelty for the teacher, once they can realize how the students think, or rather, where they have been since the beginning of the dialogue. The responses given by the student can challenge the teacher’s new questions and unbalance their understanding of the activity. The teacher learns from student’s questions, responses and meanings. Specially, the teacher learns about teaching and to be aware of the students should think in a different way to their one, that is, produce different meanings. “Far from constituting a sole opportunity for the student to learn (e.g., subject matter), the zone of proximal development constitutes an opportunity for the teacher to learn too (e.g., subject matter pedagogy)” (ROTH; RADFORD, 2011, p. 102).

It is important to mention that some authors, who base their studies in Vygotsky’s ideas, use the word scaffolding to express the teacher’s role in learning process. The teacher builds the structure to help the student to move towards new knowledge, “breaking down the task into simpler, more accessible elements; keeping the child stimulated and motivated; and gradually withdrawing that adult support” (MEIRA; LERMAN, 2010, p. 203). The teacher’s learning in interaction is not recognized. It reinforces the asymmetrical relationship between teacher and student found in the original definition of ZPD and also explicit in Vygotsky’s mediation triangle.

During dialogue, the teacher learns about mathematics education and it includes the fact that students can produce different meanings in an activity; how the students’ utterances, thoughts and writings can modify their discourse; and to evaluate his/her questions and interventions in learning process. “In each interaction, teachers can find out whether

³⁷ Whoever teaches learns in the act of teaching, and whoever learns teaches in the act of learning.

something they have done or said was or not successful, and also whether their subsequent attempts in changing their actions/utterances bring about the appropriate response” (ROTH; RADFORD, 2011, p. 102). It is very common to observe how refined the teacher’s intervention becomes as he/she moves from one group of student to another one in an activity. That is also the teacher’s learning.

The expression “right track” was discussed in the conversation between Isolda, Raquel and the prospective teachers. Isolda, with Isabela’s agreement, produced a meaning to the “right track”, that is, the teacher’s educational focus. The existence of a right track means that teacher has an educational aim in mind to be followed in the learning activity. When teacher plans the lesson previously, he/she has a focus in mind, and then he/she can predict and construct some track to be followed at classroom. This predictability should be unbalanced if the lesson is open to dialogue as the way I have advocating about this concept³⁸. Thus, teacher should reconstruct the track with the same or different focus in mind during the dialogue. Teacher’s intentions are designed before the lesson or quickly modified in fractions of seconds during the interaction with student. Meira and Lerman described “the teacher’s attempt to narrow down the focus of her intended instruction” (2010, p. 216) which was constructed based on the student’s ongoing gestures and isolated words. The teacher’s educational intentions are much related to the track which is followed during the activity. According to Isolda and Raquel “the *traaaack* depends on student’s answers” and the teacher’s intervention depends on “what you (as a teacher) want to teach the student”, that is, the teacher’s intention and focus. Teacher has a crucial role in learning: teacher mediates learning. This mediation has the important contribution from the student. The track in dialogue is always shared.

As I have already claimed before, when teachers plan a lesson they have a focus in mind. In order to construct a previous track aiming at this track, the teachers must consider some aspects, as Isolda and Raquel stated to the prospective teachers in the conversation. Among these aspects are the “student’s answers” and “what the student presented to you (teacher)”, using Raquel’s and Isolda’s words, respectively. It is natural for many teachers to consider subjects already studied by the students for planning the lessons. In the conversation in the teaching practice course, Isolda and Raquel referred to considering “what the student already knows”, the “student’s existing knowledge”, the “previous knowledge” or what “we can bring from students” as important elements to the dialogue between teacher and student.

³⁸ Sobre o grau de previsibilidade ou imprevisibilidade de um diálogo, o leitor pode ver o texto anterior a este nesta tese.

The teachers should have in mind the students' knowledge in order to plan a lesson and to construct the track in dialogue. These ideas will anchor the new ones. In the educational context, it is very usual referring to the student's previous knowledge and its importance for the learning. It is a way of valuing what the student has in mind. The expression "previous knowledge" is most related to the constructivism of Piaget as we can see in Simon and Tzur (2004), when they referred to inborn mental abilities and current conceptions. On this line, Isolda mentioned the Piaget's clinical method to refer to the construction of knowledge guided by student's answers³⁹. Even though this method is related to research and interview, and not directly to teaching, the relationship between Piagetian ideas and importance of student's answers or previous knowledge is pertinent. One of the ideas related to Piaget's clinical method is the creation of a cognitive conflict in child's mind in order to lead to assimilation and accommodation. The teacher in interaction with the child uses their answers to create the cognitive conflict in order to the child reorganizes his/her internal schemes. According to Piaget's ideas, the main role fulfilled by the teacher is to plan right tasks to lead the child to the processes of assimilation and accommodation, as we can see in Simon and Tzur (2004).

Although the direct relationship between the student's previous knowledge and the constructivism's ideas, in this text I emphasize the importance of the student's ideas, knowledge and experiences to the construction of the dialogue and the track followed by teacher and student. The focus is on mediation. The main role fulfilled by the teacher, and now according to Vygotskian ideas, is to mediate the student's learning through dialogue in ZPD. Isolda and Raquel argued about the importance of using and bringing the student's answers and previous knowledge into the interaction with teacher. That previous knowledge is what the student already knows about a subject and it belongs to his/her past experiences at school or outside it. They are brought to be related to other ideas from the teacher, other students or textbooks. During interaction, occurs an encounter of these ideas, they "will be joined", as Isolda said, or "be mixed" as Raquel did. In the interaction described by Meira and Lerman (2010), the teacher tried to understand and catch the child's meanings by bringing his past experiences to the present conversation and relating this to actions in the future. A connection between language and time emerged in this ZPD. It can suggest us that in dialogue a possible teacher's strategy to promote learning is bringing the student's past experiences and previous knowledge to be related to the subject of present interaction. Bringing the past to the

³⁹ Tasks and interviews with children about logical operations based on Piagetian method can be seen in Kamii (1990).

present in order to move towards a new knowledge or to reach a new place, using Raquel's words, is an important teacher's action in dialogue.

In this section, I brought ideas from Vygostky, Meira and Lerman about ZPD, sign mediation, intersubjective and shared field, and encounter of meanings. These were the first theoretical inspirations to think on the concept of dialogue after the data production of my research. In the same way, the next section concerns others theoretical ideas which help to clarify what was said in the conversation between the prospective teachers, Isolda and Raquel, and to have insights for a new conceptualization of dialogue.

6.3 Dialogue in a productive interaction

The ZPD is an intersubjective and semiotic space. It is not physical but one can see it when the individuals are engaged in a learning activity. This space is semiotic, that is, individuals are producing and sharing meanings by language in interaction. Dialogue is a special sort of communication which aims at learning. When teacher and students are engaged in dialogue they are sharing a ZPD where the feature of catching each other's attention is essential. Especially the teacher's active listening to what the student is producing and requesting consist the main entrance to dialogue in ZPD.

In dialogue the teacher moves from his/her place towards the student's one in order to know where the student is indeed. This move is an attempt to understanding the student's meaning. If teacher does not move in this direction, he/she can think the student is in same place of his/hers which results in following the track lonely. Although in dialogue teacher and student share this track which is formed by contributions from both. There is a second move in dialogue through that teacher and student go together to a new place. This place is new for both and represents a new knowledge.

The ZPD breathes new air to Raquel's first ideas on dialogue: it is a space to produce meanings and have them encountered through language. In the whole discussion of the relationship between Raquel's ideas about dialogue and Meira and Lerman's ideas on ZPD, I mentioned the word "meaning". This concept is very central to the Model of Semantic Fields (MSF) developed by Romulo Lins (1999) and I will clarify it later. The MSF is concerned meaning production and knowledge production. The place language introduced by Raquel in the conversation with Isolda and the four perspective teachers is partially based on Lins' ideas, due to her contact with the author during her master degree's study, in 2002. Eleven years later, it is time to revisiting this theory. Doing so, I realize that it is possible to enrich

Raquel's ideas on dialogue. Thus, in this section I will present the concepts of meaning, interlocutor, communicative space, plausible reading, productive interaction, *estrangement* and decentring which are special concepts from MSF that can be tied to dialogue.

The dialogue triangle presented by Raquel has two important and visual characteristics: the place language and the teacher's moves. Behind these two features, there is a precious Lins' quote which is very mentioned in many Brazilian dissertations and thesis that involve the meaning production. One can read it imagining that a teacher is talking to a student:

Não sei como você é; preciso saber. Não sei também onde você está (sei apenas que está em algum lugar); preciso saber onde você está para que eu possa ir até lá falar com você e para que possamos nos entender, e negociar um projeto no qual eu gostaria que estivesse presente a perspectiva de você ir a lugares novos⁴⁰ (LINS, 1999, p. 85).

I have already mentioned that the expressions “place” and “where”, used by Raquel, do not refer to physical spaces. On the same line, Lins does not relate these expressions to neither physical spaces nor development stages, reminding Piaget's theory. Rather, they refer to “legitimidade de significados para a pessoa”⁴¹ who says what was said (LINS, 1999, p. 85). By knowing where the student is, the teacher can know which meaning the student is producing. This meaning is a possible meaning and if it was enunciated by the person who produces it, the meaning is legitimate. After the teacher discovers “how and where the student is” starts a negotiation about the student going to new places. In Raquel's dialogue triangle, this move is shared by the teacher and the student and is shown through an arrow starting from the meeting between teacher and student and pointing to a new place.

As I have mentioned before, the ZPD is a place to produce and share meanings through language during dialogue. The concept of meaning is very central to the MSF and it means “what a person *actually* says of an object in a given situation (within an activity); it is not everything s/he *could* eventually say about that thing” (LINS, 2004a, p. 3, emphasis in original). So meanings are produced when they are enunciated. Meanings are always related to an object which is “anything a person is talking about, be it ‘concrete’ – for instance, a chair in front of me – or ‘symbolical’ – for instance, letters in a piece of paper” (LINS, 2004a, p.3).

Considering interaction between people, Lins does not use the word communication which means two people talking towards each other. According to the MSF, communication

⁴⁰ I do not know how you are; but I need to do. I also do not know where you are (I just know you are in some place); I need to know where you are and so I can go there and talk to you and we can understand each other, and negotiate a project in which I would like your perspective of going to new places to be present.

⁴¹ Legitimacy of meanings to the person.

is replaced by *communicative space* which is a “processo de interação no qual [...] interlocutores são compartilhados”⁴² (LINS, 2012, p. 24). The concept of communicative space is conceived inside the interaction. In order to clarify this concept is important to understand what “interlocutors are shared” means. Sharing meanings is a special action for dialogue in ZPD. Is there any relationship between “sharing interlocutors” and “sharing meanings”? In order to reflect about this question, which I will resume in few pages forward in this text, one needs to know what an interlocutor and others important concepts are for MSF.

Let us consider two people in an interaction. For Lins, when a person says something, he/she says towards an interlocutor and not towards the person who is in front of the former. An interlocutor is a direction in which one talks. “Quando falo na direção de um interlocutor é porque acredito que este interlocutor diria o que estou dizendo e aceitaria/adotaria a justificção que me autoriza a dizer o que estou dizendo”⁴³ (LINS, 2012, p. 20). The interlocutor legitimizes what is said. The interlocutor allows an utterance said by a person. Lins distinguishes the people in interaction (the biological beings) and the interlocutors (the cognitive beings). This distinction is very important and meaningful, especially in interactions between teacher and students. Lins (2012) presents an example from the equation context to clarify what he states. Considering the equation $3x + 10 = 100$, the teacher resolves it numerically (“subtract the same from both sides”) and the students, through a scale-balance (“take the same from both sides”). In a conversation between them about the resolution of this equation (the next steps are $3x = 90$ and $x = 30$), both agree with the result. When the equation $3x + 100 = 10$ is proposed, the students try to solve it and conclude that “it is not possible”. Students were producing meanings towards a different direction to the teacher was. While the teacher operated numerically and it worked for the two equations, the students could not use the same scale-balance strategy to resolve the second equation, because “it is not possible to have 100 grams more something else in one side and it is in balance with just 10 grams on the other side”. Thus, according to the MSF, the students could not produce meaning towards the same direction than before. Students and teacher were not sharing interlocutors and in this interaction there was not a communicative space. The teacher was talking towards an interlocutor who also thinks algebraically in resolving equations. This interlocutor was not the same as the students’ one. A non-existence of communicative space is

⁴² Process of interaction in which [...] interlocutors are shared.

⁴³ When I talk towards the direction of an interlocutor is because I believe that this interlocutor would say what I am saying and would accept/adopt the justification which allows me to say what I am saying.

very common in classroom. Generally, the cognitive and the biological beings are not the same and what is presented is a “disencounter” of interlocutors.

Being aware of the distinction between interlocutors and biological beings in learning and teaching interactions helps teacher understands that students must not think and talk toward the same direction that he/she does. People can think in a different way and produce different meanings for the same object, what creates two objects according to the MSF. It could represent different directions of operating with objects (for example, what happened with the equation $3x + 100 = 10$). Many interactions seem to be a communicative space (as happened in the conversation about the first equation), because the justifications for meanings produced are not explicit. “É *por isso* que é preciso *ler* o aluno”⁴⁴ (LINS, 2012, p. 24, emphasis in original). Later I will be concerned about the meaning of *reading* for the MSF. Therefore, when people in interaction are talking towards the same direction, they are sharing interlocutors. This constitutes a communicative space for the MSF. In this case, when is possible to know that interlocutors are being shared, one can say that the interlocutor coincides with the biological being.

An important teacher’s action for the MSF is the plausible reading. Reading means to produce meaning for an object. When I read a book or listen to someone I may produce meaning for these objects. When teacher and students are in interaction, the former will try to find how the latter is thinking and which meanings are being produced by them. This kind of reading is called plausible reading. It is plausible as the teacher will not try to find any lack of knowledge in the student’s meaning, i. e., what the student still does not know. Rather, the teacher will try to find where the student is (towards what direction the student is talking) and to produce meaning for that.

When is not paid attention to the meanings which are being produced in teaching and learning situations, the chances of a fairy tale interaction happens are high. In this kind of interaction, the teacher pretends to teach and the student pretends to learn (LINS, 2012, p.12). On the opposite hand,

if the teacher is able to say to a student 'I think this and that is what you are talking about', and the student agrees, *then* the teacher can say 'Well, I am thinking of something different from you, and I would like you to take a look at how I am thinking, is that OK?' and *then* productive interaction can happen (LINS, 2004a, p. 4-5, emphasis in original).

When the author considers the productive interaction, he refers “to the possibility that students and teachers be speaking *in the same direction*, so what one says does not seem

⁴⁴ That is the reason for reading the student.

paradoxical to the other” (LINS, 2005, p. 2). When a communicative space is created, i. e., where teacher and student talk towards the same direction or share interlocutors, the kind of interaction which is happening is the productive one.

Recent studies are being done by Lins and his research group in order to design mathematics teacher education projects in accordance to MSF. Two important components for this are “to foster the teachers’ ability to *read* her students knowledge production and meaning production” and “to foster teachers’ willingness to accept differences in *meaning production*” (LINS, 2005, p. 2, emphasis in original). According to Lins, the first component is related to the fact that the teachers should be able to know what meanings the students are producing and that is all about plausible reading. The second component is about teacher’s acceptance of possible different meanings produced by his/her students. In this case, teacher will plan activities and run it being aware of the possibility of emergence of different meanings for the objects in the activity. These two components are central for productive interaction.

The production of different meanings for an object is very usual in mathematics classes. The uncommon is paying attention to these different meanings and their production. In order to transform the two components above into teacher’s usual actions, Lins proposes the processes of *estrangement* and *decentring* in teacher education programs, departing from daily situations, as for example making decisions. Oliveira (2012) and Lins (2004b) understand the process of *estrangement* as a situation that, on one hand, there is “aquele para quem uma coisa é natural – ainda que estranha – e de outro aquele para quem aquilo não pode ser dito”⁴⁵ (LINS, 2004b, p. 116). The idea is to promote an encounter of meanings in which the teacher (or the prospective teachers), having produced a meaning for some object, feel some *estrangement* in front a different meaning produced by someone else for the same object. The aim is at showing up some thoughts in teacher’s mind (“I cannot think about this in the way you can”) and discussing that this situation can happen in students’ mind when the teacher presents a new idea for the students. What is natural for the teacher (the new idea) should be strange for the student.

Being aware of the existence of possibly legitimate different meanings for the same object can promote attentive listening to what the students say in teaching process. When the teacher tries to read how the students produce their meaning for some object, the teacher is not thinking just in his/her own way of thinking about that. The teacher goes out of the

⁴⁵ Someone for who something is natural – even if it is strange – and on the other hand someone else for who that thing (which was said by the former) cannot be said.

attention's centre, pays attention to the student and tries to think from where the student is. It is an exercise of seen the world with the other's eyes. This process is called *decentring* and is related to the “esforço de tornar-se sensível ao estranhamento do outro, de entender do que o outro fala, almejando que modos de produção de significados sejam compartilhados, que se crie um espaço comunicativo”⁴⁶ (OLIVEIRA, 2012, p. 207). The plausible reading takes place in the exercise of *decentring*. Situations of *estrangement* can happen many times in classrooms. The teacher can or cannot read the students' *estrangement*, can or cannot be sensitive to that. If the teacher aims at creating a communicative space, he/she has to assume the possibility of different ways of meaning production. The exercise of *decentring* is essential to support and value this diversity.

In the previous paragraphs, I clarified some concepts from MSF. I have asked earlier if there was any relationship between “sharing interlocutors” from Romulo Lins' ideas and “sharing meanings” from what I have been presented until that moment. They are not the same and I will clarify that in bringing some ideas already discussed in this text back.

When Meira and Lerman (2010, p. 200) describe the ZPD as a space where “the individual's meanings encounter social meanings (sense) and purposes”, they mean that when teacher and student, for example, catch each other's attention creating the ZPD, they interact and express their meanings through language. So, student's meaning encounters teacher's meaning. These meanings become related to each other through interaction. That is the encounter of meanings. As a result of this encounter in the interaction is the changing in meanings and the creation of new ones in the learning activity. The authors described an interaction which the teacher and the child “both were progressively more capable of communicating for less ambiguity”. During this interaction, which was characterized by few words from the child (he was a two-and-a-half-old boy) and many guesses, statements and questions from the teacher, the latter could clarify what the former was trying to say. It was an effort to understand each other and consists in other important action of ZPD.

As the ZPD is an intersubjective space which is shared by teacher and student (in the context of this text) and in which an encounter of meanings happens, I proposed a relationship between ZPD and dialogue bringing the idea of sharing meanings. Sharing meanings is more than an encounter of meanings or to have them explicit in the interaction. Sharing meanings includes the participants' effort of understanding from where the individual talks or where the individual is. The meanings may not be the same to people engaged in dialogue, therefore

⁴⁶ Effort to become sensitive to the other's *estrangement*, to understand what the other says about, aiming at sharing ways of meaning productions and creating a communicative space.

they should be explicit and understood for the participants. This is sharing meanings. Considering Raquel's dialogue triangle, this is one of the moves done by the teacher when he/she is engaged in dialogue with the student.

Sharing interlocutors is talking towards the same direction and people can enunciate or not the same meanings. In a communicative space, one person tries to talk in such way that the other could understand, using objects and meanings that the other would use. This is about sharing the way of meaning production. So, sharing in MSF is related to equivalence: to speak towards the same direction (interlocutor), to try to use the same way of meaning production. Therefore, sharing meanings in dialogue, according Raquel's dialogue triangle, does not have to do directly with sharing interlocutors, but with others very important concepts from MSF: plausible reading and *decentring*.

The effort to see and understand what the other is saying, that is, the plausible reading, is very important to reach learning according to MSF. When it happens, the teacher can say to the student "I think I understand how you are thinking; I am thinking differently. Would you like to take a look at how I am thinking? This may help you to understand what I am trying to teach you" (LINS, 2004a, p. 11). This teacher's move from their centre to the student's one, called *decentring* by MSF, represents the first move in Raquel's dialogue triangle, which consists in teacher trying to find where the student is. The teacher's plausible reading of the student in the process of *decentring* and the clarification of existence of two different meanings (the teacher's and student's one) do "not represent at all an attempt to 'erase' the students' other ways of thinking, but precisely at *expanding* their thinking possibilities" (LINS, 2004a, p. 11, emphasis in original). From here, the teacher will base his/her talk on "what is actually being said by students, always aiming at what we call *productive interaction*" (LINS, 2005, p. 2, emphasis in original). The plausible reading and decentring are crucial to have the productive interaction started. In this kind of interaction, teacher and student understand what is being said by both, and it means that a communicative space can be created.

The second move in Raquel's dialogue triangle starts from the meeting between teacher and student in the place where the student is. In the track which is followed by them through dialogue towards the new place (new knowledge), the teacher keeps his/her attention to what the student is saying and this effort, which is characteristic of the first move, goes on during all dialogue. I mention the first move because it is necessary to know what the student is thinking before going to a new place for both. As this move is the first one in dialogue it does

not mean that it will not happen anymore. On the contrary, the plausible reading and decentring are necessary during all dialogue, during the second kind of move as well.

The two moves described earlier belong to Raquel's dialogue triangle. The first one is crucial to have the second one. I have already claimed that in dialogue, apart from an encounter of meanings, the meanings are shared and it means that they are explicit, understood by the other and accepted as legitimate. I do not understand "sharing" just in equivalence sense. Sharing meanings does not imply in thinking the same thing about an object all the time in dialogue. "I think in this way; you think in a different way" is sharing meanings as people are showing their thoughts up. The difference in thoughts is explicit. This is the result of the first move in Raquel's dialogue triangle, when the teacher knows the student's meanings. At the end of the second move, when the teacher and the student reach the new place, or achieve the new knowledge, they are sharing the same meaning, as the teacher planned in his intended instruction. In this moment, I understand sharing meaning in equivalence sense: the student is producing the same meaning as the teacher's one.

Lins (2008) states that the clarification of the difference among meanings is an important opportunity for teacher's and student's learning. When the teacher is attentive to the meanings produced by the student, especially if they are different from his/hers, *estrangement* can be provoked in the student's mind. That is the opportunity to emphasize the difference in meanings. Lins believes that this difference produces interaction. If it is not paid attention to, the difference will be ignored and probably the fairy tale interaction will take place, where the teacher pretends to teach and the student pretends to learn. If this difference is considered, thus the chances of productive interaction happen are high. For the author, MSF provides comprehension about the this kind of interaction which may leads to "compartilhamento de algo, seja o de uma diferença [...] ou o compartilhamento de modos de produção de significados, de objetos e de significados"⁴⁷ (LINS, 2008, p. 542-3). Dialogue, in the sense I have been developing in this text, can be a form of communication in the productive interaction. During dialogue, meanings are shared, in the sense of a difference (the first move in Raquel's dialogue triangle) or of an equivalence (at the end of the second move).

The dialogue starts when teacher and student catch each other's attention. The follow teacher's actions are the plausible reading and decentring which are equivalent to the first move in Raquel's dialogue triangle. There are no visible changes in last version of Raquel's dialogue triangle with the theoretical inspiration from MSF. The moves represented in the

⁴⁷ Sharing something, be it a difference [...] or sharing ways of meaning production, objects and meanings.

figure gained names, but I feel it is not necessary to create a third version to the dialogue triangle. However, after this inspiration, I read the figure, and specially the moves, as estrangement, decentring, plausible reading, sharing meanings and productive interaction, which are concepts from the MSF.

6.4 Places, moves and meanings: a conceptualization for dialogue

Being engaged in dialogue is being with the other. It is being interested in what the other says and thinks. The conversation between Isolda, Raquel and the four prospective teachers could be characterized as an environment where theoretical reflections emerged from. The group talked about dialogue in teaching and learning. They talked about teacher and student engaged in dialogue and how important paying attention to the other is.

Going along this text, I had theoretical inspirations to clarify my understanding of the concept of dialogue. The existing ideas from Alrø and Skovsmose empowered me to plan the dialogue activities to be realized with the prospective teachers during the teaching practice course in the empirical context of my research. During inquiry activities, the participants put many dialogic acts in practice and it was a useful opportunity to discuss the applicability of dialogue and this kind of activity in lessons at school. However, amid the special conversation focused on this text, the prospective teachers, Isolda and Raquel started talking about a more general idea of dialogue and not specifically in the inquiry context. What happens during dialogue? What is the teacher's educational aim in dialogue? Starting from this special conversation, mainly from Raquel's dialogue triangle, and having the theoretical contribution from Vygotsky, Meira, Lerman and Lins, I could achieve a new conceptualization of dialogue.

As a special form of communication which aims at learning, the dialogue between teacher and student takes place in an activity. When this is an inquiry activity, the dialogic acts that compose the Inquiry Cooperation Model can be in action: getting in contact, locating, identifying, advocating, thinking aloud, reformulating, challenging, evaluating. However, when teacher and students are attentive to each other and discussing on a doubt or solving a problem, for example, not necessarily those dialogic acts occur. In this context it is possible have learning and the dialogue can take place too.

To take part in the dialogue, the participants have to catch each other's attention and it means to be attentive to each other. Especially the teacher, as he/she is responsible for the teaching, has to listen actively the student. From the concept of Zone of Proximal

Development, as Meira and Lerman considered it, dialogue is an encounter of meanings, where teacher's ideas encounter the student's ones. These ideas feed the dialogue and the participants are responsible for its maintenance. This encounter happens through language, which is not just verbal speech, but also gestures, facial expressions and writings. This is sign mediation and it leads to learning, as Vygotsky stated. Dialogue aims at learning.

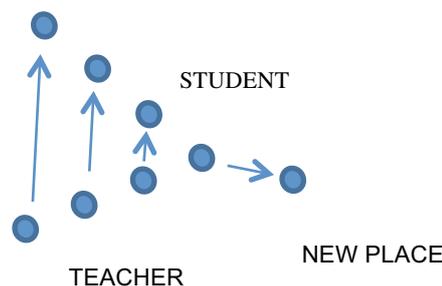
Apart from the encounter of meanings, dialogue provides a sharing of meanings. It is more than having them explicit in the interaction. It includes the people's effort of understanding about from where the other talks or where the other is. This is about knowing where the teacher and the student are. Expressions that remind places, as "where the student is", can help to illustrate two moves that take place in a dialogue. The first one represents the teacher going to where the student is. This place is not physical. It indicates the meanings that the student is producing. The move also happens if the student is interested in what the teacher is thinking. However I will concentrate in teacher's actions. This move of understanding the student's meaning is rich with questions in order to elucidate thoughts, utterances, gestures and writings. It is also a progressive move and is done by going forward and backward in order to find out what how the student is thinking. From Lins and the Model of Semantic Fields, I relate this move to decentring and plausible reading. In front of the student's *estrangement*, the teacher leaves his/her centre and starts trying to look at the objects in the activity as the student does, i. e., the teacher tries to read the student (his/her meanings), considering what he/she enunciates, whether it is verbally or not. The teacher is aware of the fact that student can produce a different meaning from his/hers. The difference is accepted. This move is very important at the beginning of the dialogue to establish contact with the student, but also during all dialogue in order to keep this contact and maintain the understanding of the student's meanings. It is a continuous teacher's attempt to find where the student is.

In the productive interaction, the difference in meanings is explicit and valued. That is the result of the first move in dialogue. From this point, the aim is not at deleting the student's meaning in order to make the teacher's one legitimate. Rather, the objective is showing a different way of produce meaning. Thus, teacher and student start going to a new place together, aiming at achieving new knowledge. In this move, they follow a track designed by the teacher according his/her intended instruction (the educational focus). As the first one, this move is not linear because the teacher keeps listening actively to the student and doing the plausible reading. Thus, the track is also constituted by going forward and going back and based on the student's past experiences which includes his/her previous knowledge. Student's

answers fed teacher's new questions and both contributions construct an always emergent track through dialogue. Looking along a dialogue, one can see that both teacher and student learn. The teacher has to follow the track planned by himself/herself with new company, i. e., the student, and he/she could learn how this student has produced meanings for the objects involved in this interaction. The student also learns how the teacher thinks in certain activity. Both participants produce together something new for themselves. Learning in dialogue is thus shared.

The two moves can be represented in the dialogue triangle, a figure presented by Raquel in the conversation with the prospective teachers and Isolda. Looking at it, through a place language, I read the teacher and the student talking for less ambiguity, trying to understand each other, meeting themselves and going to a new place together. The theoretical inspirations from Alrø, Skovsmose, Bohm, Meira, Lerman, Vygotsky and Lins are implicit in these little circles, arrows and in my reading of this triangle.

Figure 4 – Raquel's dialogue triangle and theoretical inspirations



Fonte: Elaborado pela autora

The dialogue is a kind of communication with the other. Encounter and sharing of meanings take place. In this way, the interaction in classroom is not monopolized by teacher's action, talk and meaning. Dialogue is totally shared.

References

ALMEIDA, M.; FERNANDES, J. A. A comunicação promovida por futuros professores na aula de Matemática. *Zetetiké*, v. 18, n. 34, p. 109-154, 2010.

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Dialogue and learning in mathematics education**: intention, reflection, critique. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004.

BOHM, D. **On dialogue**. Londres: Routledge, 1996.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. A disciplina e a prática da pesquisa qualitativa. In: _____. (Org.). **O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens**. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 15-41.

FRANKE, M. L. et al. Teacher questioning to elicit students' mathematical thinking in elementary school classrooms. **Journal of Teacher Education**, v. 60, n. 4, p. 380-392, 2009.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1997.

JARVIS, P. **The practioner-researcher: developing theory from practice**. San Francisco: Jossey-Bass Publishers, 1999.

KAMII, C. **A criança e o número: implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação junto a escolares de 4 a 6 anos**. Campinas: Papirus, 1990.

LINS, R. C. O modelo dos campos semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In: ANGELO, C. L.; BARBOSA, E. P.; SANTOS, J. R. V.; DANTAS, S. C.; OLIVEIRA, V. C. A. (Org.). **Modelo dos campos semânticos e educação matemática: 20 anos de história**. São Paulo: Midiograf, 2012. p. 11-30.

LINS, R. C. A diferença como oportunidade para aprender. In: PERES, E.; TRAVERSINI, C; EGGERT, E.; BONIN, I. (Org.). **Trajетórias e processos de ensinar a aprender: sujeitos, currículos e cultura**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2008. p. 530-550.

LINS, R. C. Categories of everyday life as elements organising mathematics teacher education and development projects. In: ICMI Study "The professional education and development of teachers of mathematics", 15., 2005, Águas de Lindóia. **Anais... Águas de Lindóia**, 2005.

LINS, R. C. Characterising the mathematics of the mathematics teacher from the point of view of meaning production. In: ICME, 10., 2004a, Copenhagen. **Proceedings...** Copenhagen, 2004a. p. 1-16.

LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. (Org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004b. p. 92-120.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 75-94.

MEIRA, L.; LERMAN, S. Zones of Proximal Development as fields for communication and dialogue. In: LIGHTFOOT, C.; LYRA, M. C. D. P. (Org.). **Challenges and strategies for studying human development in cultural contexts**. Rome: Information Age, 2010. p. 199-219.

MILANI, R.; SKOVSMOSE, O. Inquiry gestures. In: SKOVSMOSE, O. **Critique as uncertainty**. Charlotte, North Carolina, USA: Information Age Publishing, 2014. p. 45-56.

MOYER, P. S.; MILEWICZ, E. Learning to question: categories of questioning used by preservice teachers during diagnostic mathematics interviews. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 5, n. 4, p. 293-315, 2002. Disponível em: <<http://www.springerlink.com.w10152.dotlib.com.br/content/m435223u44t713q6/fulltext.pdf>>. Acesso em: 16 dez. 2009.

OLIVEIRA, V. C. A. Sobre as ideias de estranhamento e descentramento na formação de professores de matemática. In: ANGELO, C. L.; BARBOSA, E. P.; SANTOS, J. R. V.; DANTAS, S. C.; OLIVEIRA, V. C. A. (Org.). **Modelo dos campos semânticos e educação matemática: 20 anos de história**. São Paulo: Midiograf, 2012. p. 199-216.

ROTH, W.-M.; RADFORD, L. **A cultural-historical perspective on mathematics teaching and learning**. Rotterdam: Sense, 2011.

SIMON, M.; TZUR, R. Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the hypothetical learning trajectory. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 6, n. 2, p. 91-104, 2004.

SKOVSMOSE, O. **An invitation to critical mathematics education**. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers, 2011a.

SKOVSMOSE, O. Preocupações de uma educação matemática crítica. In: FÁVERO, M. H.; CUNHA, C. (Org.). **Psicologia do Conhecimento: o diálogo entre as ciências e a cidadania**. Brasília: UNESCO, Universidade de Brasília, Liber Livros Editora, 2009a. p. 101-114.

SKOVSMOSE, O. Mathematical literacy and globalisation. In: ATWEH, B. et al. (Org.). **Internalisation and globalisation in mathematics and science education**. New York: Springer, 2007. p. 3-18.

SKOVSMOSE, O. Landscapes of investigation. **ZDM - Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik** [The International Journal on Mathematics Education], v. 33, n. 4, p. 123-132, 2001.

VYGOTSKY, L. S. **Mind in society: the development of higher psychological processes**. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1978.

7 “DESCULPA, EU NÃO TE ENTENDI”: ALGUNS ELEMENTOS ESSENCIAIS DO DIÁLOGO

Raquel Milani

Resumo: O presente texto aborda a tentativa de Isabela, uma futura professora, de colocar em ação o diálogo com seus alunos nas aulas de matemática em seu campo de estágio supervisionado. Ao acompanhar parte de sua prática de diálogo e o momento de orientação e reflexão sobre tal prática, é possível observar que a estagiária tenta colocar em ação elementos de diálogo, tais como: a escuta ativa, o estranhamento e o descentramento. No contexto metodológico, ressalta-se a importância de se produzir dados sobre dados, para que se possa compreender a prática da estagiária a partir de sua fala. Uma vez evidenciado o que Isabela fez e o que não fez em sua prática de diálogo, partiu-se para uma reflexão a respeito do que a futura professora poderia ainda fazer, caracterizando, então, o processo de imaginação pedagógica que envolveu a estagiária e a supervisora de estágio.

Palavras-chave: Diálogo; Comunicação; Interação; Dados sobre dados; Imaginação pedagógica; Zona de risco.

Era noite de quinta-feira em Caxias do Sul. Isabela saiu de seu trabalho em uma empresa da cidade e foi até à escola para realizar mais uma aula de seu estágio. Este ano ela se formaria professora de matemática e confiava a esse estágio a decisão de iniciar ou não a carreira docente, já que as experiências anteriores haviam sido desgostosas e feito Isabela acreditar que não seria professora. Em seu campo de estágio, Isabela estava trabalhando com os alunos sobre o conjunto dos números complexos. Na aula dessa noite, Raquel, sua supervisora de estágio, estaria presente. Quando Isabela e Raquel entraram na sala de aula, os alunos começaram a se acomodar em seus lugares. Raquel sentou-se ao fundo. A chamada foi feita e Isabela iniciou sua fala enquanto alguns alunos conversavam. As conversas paralelas eram bem frequentes nas aulas, tanto entre os alunos da sala quanto entre pessoas fora da escola e alunos de outras turmas.

Para essa aula, Isabela havia planejado introduzir e explorar o plano de Argand-Gauss e iniciar o estudo das operações com números complexos. A motivação escolhida pela estagiária para trabalhar com seus alunos sobre essa temática foi a exploração da relação entre gráficos de funções quadráticas que não interceptavam o eixo horizontal do plano cartesiano e as raízes dessas funções. Em aulas anteriores a dessa noite, Isabela havia discutido com os alunos a respeito dessa relação e evidenciou os números não reais que surgiram nessa atividade.

Em uma fala repleta de perguntas, Isabela inicia a aula convidando os alunos a dizerem exemplos de números reais que poderiam ser marcados no eixo horizontal de um plano

cartesiano desenhado no quadro-negro. Pelo menos um exemplo de cada conjunto numérico é marcado. Chegaria a hora de pensar nos números complexos cuja forma algébrica, bem como a unidade imaginária, havia sido estudada nas aulas anteriores.

Isabela: E agora um complexo? Como eu poderia marcar um complexo?

Essas duas perguntas deram início a um dos trechos da prática de diálogo de Isabela. O presente texto apresenta reflexões a respeito de como essa futura professora colocou em ação o diálogo com seus alunos em seu campo de estágio de docência. Tais reflexões têm como base especialmente dois episódios referentes a essa prática e que serão apresentados nas duas seções seguintes. O primeiro diz diretamente da interação de Isabela com seus alunos. O segundo trata do que a futura professora e sua supervisora de estágio conversaram sobre tal interação, sendo esse episódio considerado como dados sobre dados da pesquisa ao qual este texto está relacionado. Na seção seguinte, será feita uma leitura sobre a prática de diálogo de Isabela, descrevendo o que a estagiária fez e o que ela não fez, o que culminou, então, em um processo de imaginação pedagógica para pensar o que ainda poderia ser feito. Por fim, serão evidenciados alguns elementos de diálogo a partir de inspirações teóricas e dos dados empíricos da pesquisa.

7.1 O que mesmo o “*i*” significa?

O episódio que trarei nesta seção do texto fez parte da prática docente da estagiária Isabela. Essa prática se deu no contexto de uma disciplina de estágio de um curso de Licenciatura em Matemática o qual foi campo da produção de dados da pesquisa. Tal disciplina foi planejada para promover um encontro entre o conceito de diálogo e as quatro estagiárias matriculadas. Tal conceito foi tomado com fundamentação em Alrø e Skovsmose (2004) e foi base para a preparação de atividades de diálogo, ou seja, atividades voltadas para a prática e a discussão do diálogo, em momentos de investigação, reflexão e planejamento. A disciplina tinha como responsável a professora Isolda. Eu, Raquel, autora deste texto, também atuei como supervisora da prática de Isabela e suas colegas, além de ter desempenhado o papel de pesquisadora, assumindo, assim, a posição de *practitioner-researcher* (JARVIS, 1999). Aspectos teóricos importantes do conceito de diálogo serão abordados mais adiante neste texto.

O episódio a seguir será por vezes referenciado como “episódio do -2 ”. Ele foi selecionado entre os dados da pesquisa por tratar-se de uma importante tentativa de Isabela de

colocar o diálogo em ação com seus alunos. O modo como a estagiária agiria nesse momento de interação traria elementos importantes para a reflexão sobre o processo de aprender a dialogar.

É necessário fazer alguns esclarecimentos antes de apresentar o episódio. A transcrição do áudio teve como base o que dois gravadores registraram: um deles estava junto à Isabela e o outro estava comigo, ao fundo da sala de aula. Algumas expressões da transcrição estão em itálico para mostrar a ênfase dada pela pessoa que as falou. Quando escrevo “alunos”, não me refiro à fala de todos os alunos da turma, mas sim de um grupo deles que não é sempre o mesmo em cada aparição. O mesmo é válido para “aluno”. Em alguns momentos do episódio, houve conversas entre alguns alunos enquanto Isabela falava com a turma e quando algum aluno se pronunciava. Assim, nem sempre havia silêncio por parte daqueles que não estavam envolvidos em determinada parte do diálogo. A seguir, apresento o episódio a respeito da prática de diálogo de Isabela. Lembro ao leitor que a estagiária e os alunos estavam marcando números reais no eixo horizontal do plano cartesiano desenhado no quadro-negro.

- Isabela: E agora um complexo? Como eu poderia marcar um complexo?
- Aluno: Qualquer um?
- Aluno: Raiz de 3.
- Aluno: Raiz de menos (pausa) 3.
- Isabela: Raiz... (pausa) Desculpa, eu não te entendi (dirigindo-se a algum aluno). (pausa) Um número complexo da forma $a + b\sqrt{}$? Eu tenho $1 + 2i$. Onde eu poderia marcar esse número? (pausa) Alguém tem alguma ideia? (pausa) Alguém tem alguma ideia de como eu poderia marcar?
- Aluno: -2.
(pausa)
- Isabela: O que a gente viu também? Que um número complexo $1 + 2i$ é composto de duas partes, né? Uma parte real e outra parte que é...?
- Aluno: Imaginária.
- Isabela: Imaginária. Quem é nossa parte real?
- Alunos: É o 1.
- Isabela: É o 1. Tá, então nosso 1 tá aqui (marca no eixo horizontal). Quem é a nossa parte imaginária?
- Alunos: $2i$.
- Isabela: $2i$. Onde eu poderia marcar esse $2i$?⁴⁸
- Alunos: -2.
(pausa)
- Isabela: *Mais $2i$* (escrevendo no quadro). O que significa o i mesmo? (pausa) Quem é o nosso i ? Todo mundo esqueceu?

⁴⁸ Isabela afirma que a parte imaginária de $1 + 2i$ é $2i$, o que não é verdade segundo a teoria do conjunto dos números complexos.

- Aluno: -1.
 Isabela: (estranhando) Menos 1? (agora rindo) Quem é a nossa unidade imaginária? Quem a gente estabeleceu como nossa unidade imaginária?
 Alunos: -1.
 Aluno: Raiz de -1.
 Isabela: Ahhh raiz de -1.
 Aluno: Mas é -1!
 Isabela: Tá (rindo). Mas agora onde vocês acham que eu poderia marcar?

Aqui os alunos não fazem sugestões. Isabela retoma a atividade de construção de gráficos (a que utilizou para motivar o estudo dos números complexos) e diz que, naquela ocasião, as raízes não-reais não foram marcadas no eixo horizontal. Assim ela introduz o plano de Argand-Gauss e retoma a tarefa de marcar o número $1 + 2i$.

- Isabela: Então eu tenho dois eixos: um real e o outro imaginário. E eu ainda tenho meu número $1 + 2i$. Como eu poderia representar esse ponto agora no plano, desculpa, esse número no plano?
 Aluno: No 1.
 Isabela: No 1? Quer fazer para mim? (aluno nega sorrindo). Não precisa ter vergonha. Ninguém aqui sabe, a gente tá aprendendo. Alguém quer tentar marcar?
 Aluno: O que sora?
 Isabela: O número $1 + 2i$. Como eu poderia representar aqui no plano de Argand-Gauss?
 Aluno: Bota 1 para x no caso (Isabela marca o número 1 no eixo horizontal).
 Isabela: Aqui é o eixo real. A gente tem o número complexo $1 + 2i$. O 1 é a nossa parte...?
 Alunos: Real.
 Isabela: Real. O $2i$ é a nossa parte...?
 Alunos: Imaginária.
 Isabela: Imaginária. Onde eu poderia representar esse ponto aqui no plano?
 Alunos: -2.

O assunto é desviado por uma pergunta de outra aluna que não havia estado presente nas aulas anteriores, e depois retomado.

- Isabela: O 1 é a nossa parte real e o $2i$ é a nossa parte imaginária. Já que ninguém se propôs... (pausa) Eu posso representar meu número complexo dessa forma: a parte real sobre o eixo real e a parte imaginária sobre o eixo imaginário.

O que acontece na sequência desta aula é a marcação de outros pontos que representam números complexos, com a ajuda dos alunos que vão até o quadro-negro. Ainda nessa aula, Isabela trabalha com a igualdade desses números e inicia as operações.

O episódio do -2 mostra um momento de interação de Isabela com seus alunos. Não discutirei neste texto a forma como Isabela abordou o conteúdo dos números complexos em suas aulas, mais especificamente, se suas perguntas e encaminhamentos foram eficientes para a aprendizagem dos alunos. O foco da discussão é outro, ou seja, tentar compreender a forma com a qual Isabela agiu em sua prática de diálogo. A partir desse episódio, é possível levantar algumas hipóteses a respeito desse modo de agir que podem ser reforçadas com o relato da minha observação sobre sua prática. No entanto, a transcrição e a leitura do episódio, bem como essa observação que fiz, são olhares externos à prática da estagiária. O que diz Isabela sobre o que fez e pensou? Como ela enxerga sua prática de diálogo? Os dados constituídos no episódio do -2 não são suficientes para responder a essas perguntas. Saber dessas respostas é fundamental para compreender o diálogo em ação de Isabela e poder dizer sobre o processo de aprender a dialogar.

Faz-se necessário, portanto, trazer ao presente texto o que diz Isabela sobre sua interação com os alunos. Isso será feito por meio da apresentação de um novo episódio que é um recorte do momento de orientação de Isabela comigo, quando nós duas trazemos o episódio antes mencionado para refletir e procurar entender juntas o que havia acontecido. Esse momento de orientação também é considerado como dados da pesquisa. No entanto, eles se diferenciam dos primeiros, pois foram produzidos a partir de outros já existentes (episódio do -2). Assim, o episódio que trarei a seguir se constitui em dados sobre dados da pesquisa. Trata-se de uma reflexão e uma clarificação dos dados iniciais. Por vezes, o episódio a seguir será referenciado como “episódio de orientação”.

7.2 Sim, eu ouvi o “-2”!

Após a aula na qual ocorreu o episódio do -2, Isabela e eu nos reunimos na sala dos professores da escola para um momento de orientação. Esses encontros geralmente aconteciam logo que Isabela terminava sua aula. Assim, os fatos sucedidos e pensamentos a eles relacionados estavam presentes na memória tanto da estagiária quanto na minha. O episódio do -2 foi resgatado da seguinte forma.

- Raquel: Os alunos lá trás eles falaram “-2”. Tu ouviu algum “-2”, eles falando “-2”?
- Isabela: Sim, ouvi e aí por isso que eu... (Raquel interrompe Isabela).
- Raquel: O que tu faz com essa resposta?
- Isabela: Eu ouvi o -2 e aí eu não sei se eu perguntei o porquê do -2, mas eu

escrevi (no quadro) “ $1+2$ ” e perguntei “quem que era o i ?”. Ali eu tentei responder sobre aquele -2 . Eu acho que esse -2 apareceu por causa do -1 , raiz de -1 . Eu acho que foi por causa disso, e aí eu tentei reescrever lá “tá, mas o que é $1 + 2i$?”. E daí eu reescrevi o raiz de -1 (no lugar de i) para mostrar que não era $(-1).2$, e sim $\sqrt{-1}.2$, que era o i . Ali eu tentei mostrar.

Raquel: Então veja. Tu pegou a resposta dele (a resposta do aluno).

Isabela: Sim.

Raquel: Em alguns momentos de repente eu vi algumas respostas que eram possíveis de ser discutidas e que tu ignorou.

Isabela: Eu não ouvi.

Raquel: Porque muita coisa a gente não ouve ou tem muita coisa acontecendo.

Isabela: Tá.

Raquel: Eu lembrei desse -2 porque acho que eu pensei o mesmo que tu agora. Acho que ele falou -2 porque ele disse que no lugar do i (Raquel foi interrompida por Isabela).

Isabela: Seria -1 .

Raquel: E eles falaram isso, que o i era -1 . Eles falaram -1 .

Isabela: Sim, e aí foi o que eu fiz.

Raquel: Aí tu colocou “ah , ok estava faltando (a raiz quadrada)”. Então faz muito sentido esse -2 , mas eu não sei se (Raquel foi interrompida por Isabela).

Isabela: Ficou claro.

Raquel: (continuando da fala anterior) ficou claro que na tua explicação tinha relação com aquele -1 , porque eles não falaram disso. “Ah então de repente tu tá pensando que esse i é -1 e aí dá -2 ” (frase que Isabela poderia ter dito aos alunos que responderam “ -2 ”). Tu não explicitou isso.

Isabela: Não, não.

Raquel: Isso é o fechamento...

Isabela: (completando a frase de Raquel) do pensamento do aluno.

Raquel: (continuando da fala anterior) do pensamento do aluno. Se é que a gente está adivinhando, porque ele não falou por que ele acha que é -2 .

Isabela: É, eu pensei que foi por causa disso, né mas.

Raquel: Mas tu perguntou por quê?

Isabela: Não, não perguntei por que, eu (Raquel interrompe Isabela).

Neste momento, lembro Isabela de uma situação semelhante que foi discutida em uma das aulas de estágio na Universidade. Naquele momento, Isolda e eu defendemos a importância de acolher a resposta do aluno não esperada pelo professor, muitas vezes considerada por ele como errada, e investigar o que o aluno estava pensando ao produzir tal resposta, fazendo perguntas a ele. Após, Isabela e eu retomamos o episódio do -2 .

Isabela: Eu já fui mostrando a resposta que eu achava (a justificativa para o aluno

- ter pensado -2).
- Raquel: Sim, claro, porque a gente tem um insight, um feeling sobre porque ele tá pensando isso.
- Isabela: Sim, mas não resgata.
- Raquel: Tu chama ele (o aluno) para explicar, tu já sabe que ele tá achando que o i é -1 e aí tu já pode retomar da aula passada, pode aproveitar e explicar para a menina que não veio às aulas e vai discutir com ela um pouquinho isso aí. Então, aproveitar as respostas que eles te dão.
- Isabela: E isso eu não tô sabendo.
- Raquel: Não é que tu não tá sabendo, tu tá supondo que tu tá sabendo (o que o aluno pensou).
- Isabela: Eu tô aproveitando as respostas certas.
- Raquel: Essas são mais fáceis.
- Isabela: E as erradas, eu não tô sabendo. Verdade.
- Raquel: Mas isso é uma prática, um treino. Um bom primeiro passo foi tu tentar imaginar o que ele pensou.
- Isabela: Sim, isso eu fiz (Isabela mostra-se feliz com isso).
- Raquel: Perfeito (as duas riem). Agora a gente pode explicitar isso, porque de repente outros estão pensando que é -2 e não entenderam por que não é -2.
- Isabela: Hmm. Porque eu fiz aquilo bem no cantinho, do lado do gráfico, mas não ficou claro.
- Raquel: Ficou pra ti aquilo ali.
- Isabela: É.
- Raquel: É, tu e tu mesma falando. Porque é muito fácil pra ti (Isabela ri), é muito simples pra ti, é óbvio pra ti (as duas riem) né? E aqueles 20 (alunos) que estão lá? E não tenha medo. Uma hora tu falou, em algum momento tu falou, “eu não te entendi”. Achei legal porque é uma coisa assim “explica pra mim, mostra teu raciocínio que eu vou tentar te entender” e isso é fundamental para eles continuarem participando da tua aula, ou seja, eles estão sendo valorizados, “a professora tá me escutando” e é fundamental pra tu entender o que os alunos pensam. É fundamental para montar aqueles diálogos do aquário “ah eles sempre dizem isso, os alunos costumam esquecer as unidades de medida”⁴⁹. É para tu conhecer o que acontece geralmente na cabeça do aluno quando aparece aquele i . Então uma coisa a gente já sabe. Eles tendem a esquecer a raiz quadrada. Certo?
- Isabela: Sim, o i é o -1.
- Raquel: Isso. O i é -1 e isso é uma coisa que a gente viu aqui na nossa prática. Então a gente tá criando conhecimento sobre educação matemática, sobre aprender matemática, na tua prática, aqui, né?

⁴⁹ Refiro-me aqui à criação de diálogos imaginários em que Isabela e sua colega da disciplina de estágio utilizaram suas dificuldades de aprendizagem para supor que seus alunos também pudessem tê-las. É do que trata o texto 5 desta tese.

A conversa segue abordando outros fatos da aula de Isabela e revendo as ações para as aulas seguintes.

7.3 Isabela e sua prática de diálogo

Uma leitura desatenta ao episódio do –2 não é suficiente para dizer da forma como Isabela considerou as enunciações dos alunos. As pausas da estagiária, no entanto, representam os possíveis momentos de reflexão de Isabela à medida que dialogava com os alunos. Estaria ela considerando e pensando no que eles lhe diziam? Novamente, uma leitura apressada do episódio não mostra isso, com exceção do momento em que a estagiária diz “desculpa, eu não entendi a tua ideia!”. Mesmo assim, não é possível afirmar sobre o tipo de atenção dada por Isabela às respostas de seus alunos.

O momento de orientação trazido no segundo episódio vem para esclarecer essa incerteza. A minha presença na aula de Isabela também é outro elemento que auxilia nesse esclarecimento. Tendo em vista os dois episódios trazidos neste texto e minha percepção como observadora da aula de Isabela, pretendo nesta seção fazer uma leitura da prática de diálogo da estagiária, ou seja, dizer do que ela fez e não fez no diálogo com os alunos de modo coerente com suas falas e ações. É importante deixar claro que farei uma leitura possível da sua prática e que essa não é a única e nem a verdadeira. Trata-se de uma possibilidade de compreensão de sua prática. Minha intenção não é partir de uma definição de diálogo fixada a priori e verificar se a prática de Isabela se enquadra ou não no que foi pré-definido, ou então o quanto se aproxima ou se afasta disso. Afirmer sobre essa definição implicaria em considerar a existência de um diálogo ideal e verdadeiro. Já discuti em Milani (2014)⁵⁰ a existência de tipos de diálogos, e não um único. Tais diálogos foram caracterizados a partir de uma prática, seja ela num contexto de imaginação ou de ação. Pretendo, portanto, olhar para a prática de Isabela e partir dela para dizer sobre diálogo, discutindo elementos que a compõem, ou seja, elementos de diálogo. Vale ressaltar que, ao longo deste texto, uso a palavra diálogo com a liberdade de poder teorizar sobre essa forma de interação. Além disso, quando faço referência ao diálogo de Isabela com seus alunos, estou me referindo a sua interação em sala de aula que foi planejada e pautada de acordo com o que estudamos na disciplina de estágio sobre esse conceito. A interação de Isabela com os alunos refere-se a sua tentativa de dialogar em suas aulas de matemática.

⁵⁰ Para uma discussão mais completa sobre o assunto, ver o texto 5 desta tese.

A leitura que farei da prática de Isabela terá como base o que ela fez e o que ela não fez, e o que ela disse sobre isso. A intenção de abordar o que a estagiária não fez não tem um sentido negativo. Não estou querendo minimizar, diminuir ou desqualificar suas ações. O que Isabela fez e não fez constitui sua prática e essa não está sendo questionada, uma vez que foi realizada de acordo com suas intenções. Além do fato de fazer parte de sua prática, abordar nessa leitura o que Isabela não realizou tem outros motivos. Inicialmente, porque essas ações foram discutidas no momento de orientação, no segundo episódio deste texto, e merecem, portanto, atenção na reflexão que será feita aqui. Outro motivo é que vislumbrar o que não é pode gerar reflexão a respeito do que pode ser no contexto educacional. Ao assumir o papel de supervisora de estágio, penso que devo discutir com os futuros professores as possibilidades de ação existentes para sua prática. Essas possibilidades estão amarradas ao que foi feito em momentos anteriores dessa prática, e também ao que não foi feito. Não significa que os estagiários devam fazer o que digo, ou que eles, de fato, consigam realizar o que foi sugerido. A opção pelo que fazer em suas aulas é somente deles. Cabe ao supervisor apontar alternativas de ação de acordo com suas crenças e considerando o que os futuros professores podem ainda fazer⁵¹.

Na aula de Isabela, pude perceber que o seu olhar estava voltado aos alunos que lhe respondiam e isso demonstra sua atenção ao que lhe diziam. Isabela procurava olhares que se encontravam com o seu. Parecia que precisava desse contato. Sua fala era repleta de perguntas de vários tipos. Algumas iniciavam uma afirmação e pediam que os alunos a completassem, como em “uma parte real e outra parte que é...?”. Outras eram abertas e convidavam os alunos a fazer suas sugestões, como por exemplo “alguém tem alguma ideia de como eu poderia marcar?”. Isabela também formulou perguntas que pediam a confirmação dos alunos em seu final, como esta: “[...] um número complexo $1 + 2i$ é composto de duas partes, né?”. Essas questões geralmente são constituídas por uma afirmação seguida de uma expressão interrogativa, como “ok”, “certo”, “né” e “não é isso”, chamada de *tag question*. Houve ainda perguntas diretas que solicitavam que os alunos fornecessem uma resposta específica, um fato, como “quem é a nossa parte imaginária?” e “o que significa o i mesmo?”. Esse tipo de pergunta é chamado de questões fatuais por Sahim e Kulm (2008). Os autores perceberam que

⁵¹ Agradeço ao grupo Sigma-t, coordenado pelo Prof. Dr. Romulo Lins, pelas discussões a respeito do que o autor chama de leitura positiva (LINS, 2012). Tais discussões inspiraram-me a considerar o que Isabela fez e o que não fez em sua prática de diálogo como ponto de partida para o processo de imaginação pedagógica. Portanto, neste texto, não assumirei as noções de leitura plausível e leitura pela falta.

a maior parte das perguntas feitas pelos professores que participaram da sua pesquisa era do tipo fatural, provavelmente pelo fato de poderem ser formuladas em qualquer momento da aula. Elas podem ser utilizadas para retomar o que foi estudado em momentos anteriores aquele em que a pergunta é feita, como aconteceu na aula de Isabela. Ao analisar o episódio do -2 , é possível, portanto, perceber que a estagiária valoriza as perguntas no diálogo. Isso também se confirmou antes de sua prática docente, quando, em uma das atividades de diálogo na disciplina de estágio, Isabela e uma colega criaram um diálogo imaginário constituído de diversas perguntas que valorizavam as ideias dos alunos. É importante ressaltar que as perguntas em um diálogo convidam os alunos a participarem da atividade de modo mais ativo do que quando o professor solicita que se envolvam em uma atividade por meio de comandos (MILANI, 2012b).

Dentre as enunciações vindas dos alunos, devido às perguntas elaboradas por Isabela, as que coincidiam com o que ela esperava como resposta não lhe causavam nenhum tipo de incômodo, como ela afirmou: “eu tô aproveitando as respostas certas”. Entendo que “aproveitar as respostas certas” significa ouvi-las e incorporá-las por Isabela em seu discurso. O que os alunos respondiam “corretamente” era o que coincidia de alguma forma com o que Isabela estava esperando como resposta. Essas falas, portanto, quando chegavam aos ouvidos da estagiária eram naturalmente bem-vindas e, então, Isabela as verbalizava como sendo algo produzido por ela de antemão e agora também pelos alunos. Isso aconteceu, por exemplo, quando Isabela perguntou sobre a parte real e imaginária do número complexo $1 + 2i$. As respostas, portanto, que eram “corretas” para Isabela foram mais fáceis de serem aceitas e valorizadas. A estagiária lidou com aparente tranquilidade a essas enunciações dos alunos. Ela sabia o que fazer com o que lhe respondiam: aceitava as respostas e as valorizava, incorporando-as em seu discurso.

Por outro lado, a forma como Isabela reagiu às respostas não esperadas por ela foi diferente de como ela recebeu as já planejadas. O cenário foi outro. “E as erradas, eu não tô sabendo. Verdade”. Quando ela verbalizou isso, no momento de orientação, estávamos conversando sobre a importância de aproveitar as respostas que os alunos forneciam em aula. As “certas”, Isabela estava sabendo aproveitar, mas as “erradas”, não. Parece, portanto, que Isabela não tratou com a mesma tranquilidade as respostas que não esperava, como ocorreu quando alguns alunos enunciaram “ -2 ”, como sugestão para marcar o número $1 + 2i$ ou sua parte imaginária. Frente ao inesperado, há distintas possibilidades de o professor reagir. Ele pode fazer de conta que não escutou e seguir com a aula por achar que não há tempo para a discussão ou por não estar disposto a esclarecer isso com os alunos, por exemplo, mesmo

tendo alguma ideia a respeito do porquê dessa resposta. Pode, ainda, discutir abertamente com a turma inteira sobre o assunto. Pode, também, ignorar a resposta por não saber como lidar frente ao inesperado. Outra possibilidade é o que Isabela fez.

Após cada “-2”, a estagiária fazia uma pausa em seu discurso. De alguma forma, ela estava considerando tal resposta. Nessa pausa, provavelmente pensava sobre tal enunciação. De onde essa resposta veio? O que ela significa? Cabe salientar que, sem os dados sobre dados, seria possível afirmar que Isabela ignorou a resposta dos alunos. Ao contrário disso, no momento de orientação, Isabela afirmou que ouviu os alunos responderem “-2” e pensou em uma justificativa para produzirem tal resposta: consideraram o número i como -1 e o multiplicaram por 2. Ela ainda tentou mostrar tal justificativa ao perguntar pelo significado da unidade imaginária, considerando o número $1 + 2i$. Segundo Isabela, sua explicação foi registrada “bem no cantinho, do lado do gráfico”. Portanto, a estagiária escutou a resposta dos alunos, levou-a em consideração ao refletir sobre a ela, elaborou uma justificativa possível para os alunos terem pensado dessa maneira e tornou-a explícita de algum modo.

Após Isabela ter apresentado sua justificativa para a resposta “-2” dos alunos, eu salientei “tu pegou a resposta dele”. Partimos desse ponto: Isabela havia considerado a enunciação dos alunos e não fingido que não havia escutado. Nem tudo o que os alunos dizem é possível de ser considerado, uma vez que o professor não consegue escutar tudo o que é dito. No entanto, em relação ao “-2”, Isabela estava atenta. Ela elaborou uma justificativa para a resposta “-2”, porém não a explicitou à turma inteira, e sim “apenas aos alunos da frente”, como ela mencionou em outro momento da orientação, não mostrado aqui neste texto. Além disso, Isabela não perguntou aos alunos o porquê da resposta “-2”. Tanto eu quanto Isabela imaginamos que eles pensaram conforme a justificativa apresentada por ela na orientação. Foi uma tentativa de adivinhar o que o aluno pensou (ou o que os alunos pensaram), já que “ele não falou por que ele acha que é -2”.

No momento da orientação, Isabela pode explicitar o que pensou ao longo da interação com seus alunos. Antes de pensar nas próximas aulas de Isabela, a compreensão que tínhamos a respeito do episódio do -2 era de que a estagiária havia acolhido a resposta “-2”, elaborado uma justificativa para tal e a explicitado a alguns alunos. Isso era o que Isabela havia feito em sua prática de diálogo. Salientamos, também, o que ela não havia feito: não perguntou aos alunos como eles pensaram para responder “-2” e não explicitou à turma inteira tal pensamento e justificativa. Esse era o panorama real explicitado no momento da orientação, ou seja, o que foi feito e o que não foi feito por Isabela. Tendo isso clarificado,

começamos a vislumbrar o que poderia ser. Nesse momento, teve início o processo de imaginação pedagógica, criando-se possibilidades de ações futuras para a prática de Isabela, em especial para sua prática de diálogo. Imaginar o que pode acontecer não é uma tarefa totalmente livre. Pode-se sim imaginar diversas possibilidades de ação, mas essas são fortemente influenciadas pelas intenções das pessoas envolvidas nesse processo, e são criadas a partir do que se tem como situação real. Acredito que esse processo, com liberdade para criar e repleto de reflexão, é de grande valia para a formação do professor. “Such imagination might reveal that alternative educational practices are possible. What could be taken for granted, say in terms of educational traditions, are not educational necessities, but contingencies” (SKOVSMOSE, 2009b). As situações que se apresentavam para Isabela em sua prática poderiam ser repensadas e não aceitas como naturais. Considerar juntamente com Isabela o que ela não realizou e o que poderia ainda ser feito gerou a oportunidade de pensarmos em possibilidades para sua prática de diálogo. Trata-se de uma imaginação pedagógica entre estagiária e supervisora.

Com o olhar voltado ao que poderia ser, com base no que foi e o que não foi, Isabela e eu pensamos nas vantagens pedagógicas de explicitar à turma inteira um determinado pensamento, a saber: retomar ideias discutidas em momentos anteriores da aula para atualizar aqueles alunos que perderam alguma parte do trabalho, e fazer com que outros alunos que tenham tido um mesmo pensamento compreendam que ele não é válido para determinada situação. Como Isabela não perguntou o porquê da resposta inesperada, pensamos em como isso poderia ser feito numa próxima oportunidade em suas aulas. Inicialmente, valorizei o momento em que Isabela explicita a um aluno que não havia entendido a sua ideia. Dizer que não entendeu e pedir que o aluno explique como pensou são possibilidades de manter os alunos participando da aula. Outra vantagem dessa ação é que o professor conhece e compreende a forma pela qual os alunos pensam. Isso gera conhecimento que se produz na própria ação do professor e dá suporte para intervenções futuras. Com o episódio do -2 e sua posterior reflexão no momento de orientação, Isabela criou conhecimento em sua prática de diálogo. Os alunos podem operar com a unidade imaginária de modo que ela valha -1, conforme a estagiária sugeriu. Em momentos futuros, Isabela pode utilizar esse conhecimento para antecipar modos de pensar dos alunos e alertá-los quanto a esse fato. Isabela já havia passado por algo semelhante a isso quando utilizou sua experiência de aluna ao esquecer as unidades de medida em problemas de física para criar, no contexto de diálogos imaginários, falas como professora alertando os alunos para esse fato.

As possibilidades de ações futuras foram guiadas por mim, quando assumi a posição de supervisora da ação docente de Isabela. É possível perceber no episódio de orientação que falei mais do que Isabela e, em alguns momentos, interrompi suas falas. Faço aqui uma autocrítica a minha postura. Poderia ter escutado mais a estagiária e esperado ela finalizar seus raciocínios, muito embora, algumas vezes, complementávamos nossas falas. Nota-se, portanto, uma relação assimétrica nesse processo de imaginação pedagógica. Eu estava agindo impulsionada pelo fato de guiar, orientar e sugerir possibilidades futuras, próprio do papel de supervisor de estágio.

A leitura que fiz da prática de diálogo de Isabela incluiu o que ela fez e o que não fez, e ainda o que ela disse sobre suas ações. Tendo isso em mente, foi possível imaginar o que poderia se fazer em momentos futuros. A imaginação pedagógica serve para criar possibilidades para a ação docente, tendo em vista as intenções dos participantes desse processo e a situação real ao qual eles se encontram.

7.4 Elementos essenciais do diálogo

A leitura da prática de diálogo de Isabela foi realizada sem eu ter em mente uma definição de diálogo determinada anteriormente. O que foi dito teve como base os dois episódios apresentados e a minha observação da aula da estagiária. Nesta seção do texto, retomarei aspectos destacados nessa leitura que fiz e os relacionarei com inspirações teóricas para dizer sobre alguns elementos essenciais do conceito de diálogo.

Em sua prática de diálogo, Isabela escutou e refletiu sobre a resposta fornecida por alguns de seus alunos, contextualizada no episódio do –2. Elaborou uma explicação plausível para essa resposta e a explicitou para os que estavam mais próximos de si. Em um processo de imaginação pedagógica, Isabela e eu concordamos que, para além de tentar adivinhar o pensamento do aluno, o professor pode perguntar a ele como pensou e explicitar essa ideia à turma inteira. Relacionados a essa possível prática de diálogo, que tem por trás o que Isabela fez, o que não fez e o que poderia ainda fazer, estão alguns elementos que acredito serem essenciais do diálogo.

Um contato entre Isabela e seus alunos foi estabelecido no diálogo. Alrø e Skovsmose (2004) definem o ato dialógico de estabelecer contato como “being present and paying attention to each other and to the contributions of one another in a relation of mutual respect, responsibility and confidence” (p. 101). O olhar recíproco e atento de Isabela e seus alunos e a atenção dispensada por eles marca o início desse contato. Vale ressaltar que Isabela

procurava esses olhares fixos a ela como incentivo para continuar o diálogo. Para que esse contato se mantivesse, foi preciso realizar um tipo especial de escuta às contribuições dos alunos. Não bastava simplesmente escutá-los, podendo, assim, ignorar essas respostas. Mais do que escutar, Isabela deu atenção ao que foi dito, afirmando, em uma vez, que não havia entendido a ideia dos alunos e, ao longo do diálogo, tentando compreender de que lugar cognitivo as respostas estavam vindo. Essa atenção e escuta especial está relacionada ao que os autores antes citados chamam de *escuta ativa*, o que significa “asking questions and giving non-verbal support while finding out what the other is getting at” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, p. 62). O apoio ao que o outro diz com, por exemplo, um olhar e um balançar afirmativo de cabeça convidam-no a continuar no diálogo. Como possibilidade de ação futura, Isabela e eu destacamos a importância de enunciar questões de modo a compreender como o outro está pensando.

Utilizando uma linguagem metafórica de lugar⁵², quando o professor tenta compreender o que o aluno diz, ele move-se do seu lugar cognitivo para um outro, ou seja, para onde o aluno está. Esse movimento indica que pode haver uma diferença em relação ao modo de pensar das pessoas envolvidas no diálogo. Isabela escutou algo dos alunos que para ela foi estranho. A resposta “-2” chegou até a estagiária como algo não esperado, algo “errado”, como ela mesma considerou. Era uma resposta que ela, provavelmente, não concebia como sendo uma possibilidade de pensamento de seus alunos. Isabela gostaria que, de alguma forma, respondessem “2” para sua pergunta “onde eu poderia marcar esse 2i?”. O encontro dessas duas respostas, “-2” dos alunos e “2” de Isabela, causou um *estranhamento* para a futura professora, marcando a existência de uma diferença. Para ela, a enunciação “-2” não era permitida para o discurso que estava realizando na aula, tanto que Isabela a chama de resposta errada. Nesse processo de *estranhamento*, “o que importa mesmo é que exista de um lado aquele para quem uma coisa é natural – ainda que estranha – e de outro aquele para quem aquilo não pode ser dito” (LINS, 2004b, p. 116). Os alunos consideravam a resposta “-2” como sendo uma resposta legítima e natural, possível de ser pensada, e que para qual Isabela elaborou uma justificativa. No entanto, para Isabela, tal enunciação não poderia ser dita. O *estranhamento* faz surgir a diferença, ou seja, dois modos distintos de se pensar, ambos legítimos tendo em vista que foram enunciados segundo certa lógica. Assim, a resposta “-2”

⁵² Uma discussão mais completa sobre essa linguagem pode ser encontrada no texto 6 desta tese.

é válida na lógica dos alunos que a enunciaram, o que é não é verdade para a lógica da matemática acadêmica⁵³.

Perante o *estranhamento*, o professor pode escolher entre, por exemplo, considerar e explicitar tal diferença ou não. Isabela a considerou e ingressou em um processo de *descentramento* que significa o “esforço de tornar-se sensível ao estranhamento do outro, de entender do que o outro fala” (OLIVEIRA, 2012, p. 207). No caso do episódio, o *estranhamento* foi de Isabela e, então, ela esforça-se para entender do que os alunos falam quando enunciam “-2”. Tal esforço é caracterizado por um deslocamento de centro. Isabela tenta enxergar essa resposta com os olhos dos seus alunos e isso significa que ela sai de seu centro. Quando se busca compreender o que o outro diz, é preciso que se tente olhar para o que foi dito com os olhos de quem o disse. Para tanto, é necessário fazer perguntas para uma melhor compreensão e dar suporte, verbal ou não, à fala do outro. Isso foi considerado no processo de imaginação pedagógica no qual Isabela e eu nos envolvemos, tendo em vista o que a estagiária fez e não fez em sua prática. Parece que enquanto existir esse *estranhamento* e certo incômodo com a diferença, o movimento de ir até onde o outro está continua. Nesse movimento, entram em cena a *escuta ativa* e o ato dialógico de reformular, o que significa “repeating what has just been said, maybe slightly different words or tone of voice” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, p. 108). Reformular uma ideia é importante para que se tenha a confirmação do outro de que se está entendendo o que ele está dizendo. “Acho que você está pensando assim e assim, isso?”. É importante para que se verbalize a diferença entre os modos de pensar e que se deixe claro os lugares cognitivos de onde as pessoas falam.

A partir da leitura sobre a prática de diálogo de Isabela e de inspirações teóricas é possível evidenciar alguns elementos essenciais do diálogo: a *escuta ativa*, o *estranhamento* e o *descentramento*. Ao propor isso, de modo algum totalizo o diálogo com tais elementos. Eles não são os únicos. Existem certamente outros, como por exemplo, aqueles já evidenciados empiricamente por Alrø e Skovsmose (2004) quando tratam do diálogo em cenários para investigação: estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar. Minha intenção neste texto, no entanto, foi destacar aqueles que surgiram na prática de diálogo de Isabela e no processo de imaginação pedagógica em que nos envolvemos. Mesmo que o contexto desta prática de Isabela não tenha sido um cenário para investigação, os atos dialógicos de estabelecer contato (e mantê-lo) e reformular foram

⁵³ As noções de *estranhamento* e *descentramento* que utilizo são inspiradas no que Lins e Oliveira dizem, baseados no Modelo dos Campos Semânticos. Os autores falam de diferentes modos de produzir significados e de criar um espaço comunicativo. Nesse texto me refiro a diferentes modos de pensar e ao diálogo.

destacados na leitura da prática de Isabela. Certamente esses atos são importantes no diálogo e estão muito relacionados aos elementos evidenciados aqui, mas não os considere como essenciais.

O diálogo como interação entre professor e alunos pressupõe, segundo as inspirações teóricas aqui referidas, um compartilhamento de responsabilidades entre os envolvidos no que tange a colocar em ação os atos dialógicos. No entanto, o foco de atenção neste texto é na prática de diálogo do futuro professor, como ele se põe e se percebe ao dialogar com seus alunos, e, por conseguinte, refletir no processo de aprender a dialogar. Além disso, por ser o responsável por organizar o contexto de aprendizagem, é do professor o interesse em adotar e promover o diálogo nas aulas de matemática. Por esses motivos que trato dos elementos essenciais me referindo à prática do futuro professor, e não tanto à ação dos alunos.

A *escuta ativa*, o *estranhamento* e o *descentramento* não acontecem em momentos específicos e fixos do diálogo. Podem acontecer quando há um interesse em saber do que o outro fala, em especial quando o professor está atento às enunciações de seus alunos. Esses elementos são propulsores para a manutenção do diálogo, para sua permanência.

Considerar o que o outro diz, buscar compreender de onde ele fala, estender o diálogo à turma inteira, ou, pelo menos, a um número maior de alunos do que aqueles que explicitam seus pensamentos, não é uma tarefa simples, ainda mais para estagiários e professores em início de carreira. Pesquisas abordam a dificuldade desses professores de interagir de forma aberta com os alunos para perguntar, compreender o que dizem e usar suas respostas no estudo dos conceitos (ALMEIDA; FERNANDES, 2010; FRANKE et al., 2009; MOYER; MILEWICZ, 2002). Para Isabela, elaborar perguntas, e de diversos tipos, não pareceu ser uma dificuldade, e nem utilizar em seu discurso as respostas dos alunos que ela já esperava. No entanto, levar adiante as respostas que não esperava se mostrou mais difícil.

Quando se está aberto ao diálogo, com seus elementos essenciais como a *escuta ativa*, o *estranhamento* e o *descentramento*, todos os envolvidos podem falar e expressar seus modos de pensar. Nesse sentido, o professor sai de seu centro e tenta pensar a partir do lugar cognitivo onde o aluno encontra-se. Esse movimento pode trazer muitas incertezas ao professor, como “e se eu não entender do que o aluno está falando?”, “e se, ao procurar falar com ele sobre seu modo de pensar, eu perder o controle da turma?”, “e se eu não conseguir terminar o que eu havia planejado para a aula?”. Isabela em sua prática de diálogo não ignorou a resposta “-2” de seus alunos. Pelo contrário, ao considerar o *estranhamento* que sentiu e tentar fazer o *descentramento*, Isabela aceitou o desafio de lidar com o inesperado, ingressando, portanto, em uma zona de risco, um lugar repleto de incerteza e

imprevisibilidade (PENTEADO, 2001)⁵⁴. Isabela sentiu-se incomodada e afirmou, no momento da orientação, que não estava sabendo como lidar com as respostas ditas erradas. Muito mais cômodo, para evitar desconfortos, seria Isabela dizer aos alunos prontamente, sem perguntas, como fazer para localizar um número complexo no plano, por exemplo. Nesse sentido, ela estaria habitando uma zona de conforto (PENTEADO, 2001), um lugar onde quase tudo é previsível, já que é o professor quem domina a fala na aula.

No momento de orientação, Isabela e eu concordamos que, no diálogo, valorizar o que os alunos dizem traz vantagens pedagógicas à prática, como compartilhar determinada ideia com a turma inteira, compreender a forma pela qual os alunos pensam e produzir conhecimento sobre seus modos de pensar. Como foi dito anteriormente, levar em consideração as ideias dos alunos não costuma ser uma tarefa fácil para futuros professores. A *escuta ativa* no diálogo pode representar o ingresso em uma zona de risco. Esse ambiente pode trazer sim certo incômodo, como aconteceu com Isabela. Esse incômodo, no entanto, pode ser naturalizado e passar a ser algo que faz parte da prática do professor. Assim, o diálogo como modo de interação, tendo como elementos essenciais a *escuta ativa*, o *estranhamento* e o *descentramento*, pode deixar de representar um incômodo para tornar-se algo natural. A zona de risco, desse modo, pode ser um ambiente em que o professor se sente seguro ao dialogar, já que acredita que desse modo a aprendizagem pode acontecer mais significativamente. O diálogo pressupõe risco e não considero esse fato como sendo negativo. Acredito que aspectos como incerteza e imprevisibilidade movem o professor a criar diferentes situações de ensino e aprendizagem. Isabela, em seu relato de experiência final de estágio, refletindo sobre o desafio de considerar as respostas não esperadas dos alunos, afirmou que “depois eu percebi que estas (as respostas erradas) são as que fazem mais sentido ou também têm muito sentido”.

Quando se acredita e se assume o diálogo como forma de interação em sala de aula, a imprevisibilidade passa ser gradualmente um elemento natural e presente na aula de matemática. Na formação inicial de professores, o processo de imaginação pedagógica pode auxiliar na naturalização do movimento em direção ao inesperado. Imagina-se coletivamente o que pode acontecer nesse ambiente de risco e planeja-se ações, tendo em vista a valorização e compreensão de diferentes ideias. A reflexão que Isabela e eu fizemos, assim como foi feito

⁵⁴ A autora discute o termo zona de risco no contexto da introdução de computadores na prática de professores. Obsolescência e perda de controle e de autonomia são algumas características desse contexto. A autora defende que numa zona de risco cria-se possibilidades de desenvolvimento de todos os envolvidos.

na disciplina de estágio supervisionado com Isolda e outras estagiárias, serviu para dar mais confiança à Isabela em sua prática de diálogo.

De fato, nas aulas que se seguiram, a estagiária continuou movendo-se na direção do inesperado e da imprevisibilidade⁵⁵. Destaco aqui dois momentos de sua prática para exemplificar esse movimento. O primeiro ocorreu nas aulas seguintes àquela dos episódios do -2 e de orientação, quando as operações entre os números complexos foram estudadas. Isabela continuou fazendo perguntas e pedindo a participação dos alunos. Escrevia no quadro o que os alunos diziam, sendo que, em alguns momentos, se adiantava e escrevia o que ela estava pensando, sem aguardar a fala dos alunos. Ao perceber isso, por vezes, ria, apagava o que havia escrito e aguardava as enunciações dos alunos. O que discutimos no processo de imaginação pedagógica em relação a ouvir as ideias dos alunos e estendê-las à turma inteira foi gradualmente incorporado à prática de diálogo de Isabela. Segundo suas palavras no relato de experiência final de estágio,

quando elas (respostas) começaram a surgir, ia escrevendo no quadro e colocando o que surgia, certo ou errado. Mas por que se tivesse errado também? Para entender porque aquele aluno estava pensando assim. [...] Nossa, aí começou a chover respostas, hipóteses, foi difícil dar atenção para todos.

Isabela valorizava as enunciações que conseguia ouvir. Quando havia resoluções diferentes propostas pelos alunos para uma mesma situação, ela afirmava “vamos discutir as ideias”, mostrando o acolhimento aos raciocínios vindos dos alunos e explicitando-os à turma inteira.

Um segundo momento da prática de Isabela que quero destacar ocorreu em aulas posteriores às descritas acima, quando uma atividade de investigação foi desenvolvida pelos alunos em grupo. Cabe ressaltar que o fato de agrupar os alunos significava algo impensável para Isabela no início do estágio. Ela temia não dar conta de atender a diferentes grupos, com ideias provavelmente distintas. Afirmava que enquanto estivesse com determinado grupo, os demais estariam conversando exaltadamente e não trabalhando na atividade proposta⁵⁶. Isolda e eu incentivamos as estagiárias a trabalhar com atividades investigativas em suas práticas, no sentido dado por Alrø e Skovsmose (2004), e uma possível organização da turma para tais atividades era agrupar os alunos. Assim, com nossa orientação, depois de praticar diversas vezes o diálogo com a turma inteira, Isabela tentaria um trabalho investigativo em grupos. O

⁵⁵ Parece contraditório mover-se na direção de algo desconhecido. Se há um direcionamento, parece que se sabe onde se vai. Refiro-me aqui, no entanto, o movimento do professor para uma zona de risco.

⁵⁶ No *postscript* referente ao texto 4 desta tese, descrevo as reflexões feitas pelo grupo de supervisoras e estagiárias a respeito desse dilema de Isabela.

objetivo da atividade era que os alunos pudessem concluir a respeito das potências da unidade imaginária, dialogando com seus colegas. Isabela não parou um minuto, circulou muito pela sala, percebeu que os grupos chegaram a pontos diferentes na investigação, pensaram de modos distintos, e que experimentaram a sensação de fazer descobertas.

Com as situações acima descritas, pretendi mostrar que Isabela tentou colocar em ação o que discutimos no processo de imaginação pedagógica, seguindo seu movimento em direção ao inesperado e imprevisível, características do diálogo. A ideia, neste texto, não foi estipular um ideal de diálogo ou determinar níveis no ato de dialogar, mas sim refletir sobre a prática da futura professora ao dialogar com seus alunos. Não há como garantir que se vá ouvir a todos os alunos e compreender de que lugar eles falam. No entanto, uma postura aberta ao diálogo, praticando a *escuta ativa*, dando atenção aos *estranhamentos* e fazendo o movimento de *descentramento*, cria um ambiente mais participativo e situações diferentes de aprendizagem, já que as ideias e os modos de pensar dos alunos também entram em jogo.

Isabela, em seu relato de experiência final de estágio, refletiu sobre os desafios que enfrentou no processo de aprender a dialogar. “No início poderia parecer estranho, mas agora faz todo sentido. Dialogar”.

7.5 Considerações finais

De leituras feitas e da prática de supervisora de estágio, tinha ciência de que uma interação mais aberta do futuro professor, ou daquele que inicia sua carreira, com seus alunos não era algo imediato de acontecer. Fazer perguntas, ouvir as respostas, levá-las em consideração no discurso do professor, fazer com que os alunos participem ativamente das aulas, organizá-los em grupo e valorizar os diferentes modos de pensar, entre outros, são ações que caracterizam essa interação que tira o professor (suas ações e discurso) do centro de atenção das aulas.

Não é porque essa tarefa é difícil que formadores de professores devem se acomodar e acreditar que, simplesmente, com a prática no magistério, os professores acabarão desenvolvendo aulas mais abertas, como descrevi acima. Na formação inicial, ações podem ser desenvolvidas para contribuir para esse processo. Com isso, não estou afirmando que as aulas de matemática devam ser de um jeito exclusivo ou de outro, que um é melhor que outro. Cada professor deve saber avaliar os momentos apropriados para desenvolver um tipo de atividade ou outra, ter uma postura metodológica ou outra.

Neste texto olhei para a diálogo como uma possível forma de interação, um conceito aberto passível de teorização. Acredito que uma postura dialógica do professor pode criar oportunidades de aprendizagem, e, foi com esse pressuposto, que organizei, juntamente com Isolda, uma disciplina de estágio voltada para sua reflexão e prática. Não tinha o intuito de que as estagiárias já iniciassem suas aulas nas escolas dialogando com os alunos, de acordo com o que havíamos estudado. Minha intenção era que tentassem, sim, agir na direção do diálogo, colocando em ação alguns de seus elementos. Olhar para a prática das estagiárias permitiu que eu refletisse sobre o processo de aprender a dialogar por elas. Este texto fez reflexões nesse sentido, tendo como foco de atenção a prática de diálogo de Isabela, uma estagiária que apostava nessa experiência para decidir se escolheria ou não a carreira docente.

Das minhas observações da aula de Isabela e da conversa no momento de orientação, destaquei aspectos a respeito do que a estagiária fez e também do que não fez em sua prática de diálogo. Isso foi base para eu apresentar uma leitura dessa prática. A intenção não era a de apontar defeitos e fazer críticas, mas, sim, buscar coerência nas ações de Isabela. Ela colocou em ação o diálogo com seus alunos de uma determinada forma, pautada em suas concepções, e me debrucei nisso como uma possibilidade para compreender sobre o aprender a dialogar.

A prática de diálogo de Isabela foi repleta de perguntas que buscavam a participação dos alunos para sugerir ideias, confirmar fatos e fornecer respostas específicas. Quando tais respostas eram as esperadas por ela e, portanto, corretas, segundo seu modo de pensar, Isabela sabia como lidar: aceitava as respostas e as valorizava, incorporando-as em seu discurso seguinte. Quando a estagiária não esperava alguma resposta dos alunos, ela reagia de modo diferente. Fazia pausas para refletir sobre as enunciações inesperadas e, nesses momentos, imaginava o que os alunos poderiam ter pensado para dizer o que disseram. No momento de orientação, ficou claro que Isabela, em sua aula, escutou a resposta dos alunos, levou-a em consideração ao refletir sobre ela, elaborou uma justificativa possível para os alunos terem pensado dessa maneira e tornou-a explícita de algum modo.

Partindo do que foi feito por Isabela, destacamos o que ela não fez e isso nos levou a ingressar no processo de imaginação pedagógica para vislumbrar possibilidades de ações da estagiária em suas aulas futuras, tendo em vista outros aspectos do diálogo. Para além de imaginar o que os alunos pensam, é possível solicitar que expliquem à turma como pensaram e fazer perguntas para melhor compreender esse modo de pensar que gera respostas inesperadas para o professor. De certa forma, Isabela avançou nesse sentido em suas aulas seguintes.

A potencialidade de ter dados que dizem sobre uma determinada situação, já conhecida, refere-se a fornecer uma reflexão e um entendimento que não seriam possíveis de se obter sem levar em consideração o que pensa o agente dessa situação. Neste texto, foi Isabela quem tentou colocar o diálogo em ação. Essa foi a situação considerada. Para alcançar o objetivo de ter uma compreensão sobre o processo de aprender a dialogar por futuros professores, não bastou apresentar o episódio em que Isabela dialogava com seus alunos. Debruçar-se apenas sobre um olhar externo à prática de diálogo de Isabela, ou seja, o episódio do -2, não diria sobre as impressões da estagiária sobre suas ações e atitudes. Os primeiros dados, portanto, não foram suficientes para compreender essa prática.

A voz da Isabela a respeito do que havia acontecido na interação com seus alunos permitiria que a leitura se tornasse mais coerente com suas falas e ações. Desse modo, um novo episódio foi selecionado. O momento de orientação possibilitou que novos elementos fossem acrescentados à reflexão. Vale ressaltar novamente que eu deveria ter falado menos e ouvido mais a Isabela falar sobre suas impressões. Mesmo considerando essa restrição por mim criada, foi possível fazer uma leitura da prática de diálogo de Isabela a partir de suas impressões. O segundo episódio, o de orientação, constituiu-se dados sobre dados. Esse novo nível de dados possibilitou que os elementos do diálogo fossem evidenciados. Sem os dados sobre dados essa reflexão não teria sido possível.

Pensando na prática de Isabela e inspirada por noções teóricas de Alrø e Skovsmose; e Lins, elegi alguns elementos essenciais do diálogo: a *escuta ativa*, o *estranhamento* e o *descentramento*. A tentativa de colocar o diálogo em ação com seus alunos pode ser lida (por mim) como um esforço de exercitar esses elementos.

Quando se percebe uma diferença entre modos de pensar, como por exemplo, a resposta esperada por Isabela e aquilo que seus alunos enunciaram, um *estranhamento* pode acontecer. Algo que não é esperado e natural para uma pessoa vem à tona. Perante esse *estranhamento*, pode-se agir de diversas formas. Quando ele não é levado em consideração, o diálogo tem menores chances de se manter e até de acontecer. Ao escolher enfrentá-lo, o professor se interessa em buscar compreender o lugar (cognitivo) de onde o aluno fala. Trata-se de um movimento de sair do seu lugar para ir até onde o aluno está. Esse é o *descentramento*. Quando o professor encontra esse lugar (“eu entendo como você está pensando”), ele passa a trabalhar com essa nova informação, compreende a diferença, inclui o pensamento do aluno em seu discurso, compartilha com a turma a nova ideia e esclarece que pensamentos distintos estão em jogo. A partir daí decide-se como seguir no desenvolvimento da aula. O movimento de ir até onde o aluno está é constituído da *escuta ativa*, ou seja, uma escuta atenta ao que o

outro diz, um esforço de compreendê-lo, um apoio não-verbal e um perguntar investigativo do pensamento do aluno.

Enquanto houver uma diferença entre modos de pensar, um *estranhamento* em relação a essa diferença e um movimento de *descentramento* que busca saber de onde o outro fala, por meio da *escuta ativa*, o diálogo se mantém em ação. Não há apenas esses elementos de diálogo, mas os que aqui foram enfatizados tiveram relação muito próxima à prática de Isabela que estava engajada no processo de aprender a dialogar.

Esse processo não é simples e imediato. Perguntar e receber respostas esperadas mostrou-se confortável para Isabela. Lidar com o inesperado é que lhe representou certo desconforto. Enfrentar essa situação fez com que Isabela ingressasse em uma zona de risco, um contexto caracterizado pela imprevisibilidade. Dialogar em uma zona de risco, ao se tentar colocar em ação os elementos essenciais, pode gerar incômodos e incertezas, especialmente no início da carreira docente. Essa situação, no entanto, pode ser naturalizada com a ajuda da imaginação pedagógica, quando se faz uma reflexão sobre as possibilidades de ação futura perante a realidade em que se encontra o professor. É importante salientar que esse processo de naturalização não transforma o imprevisível e o risco em algo fácil ou óbvio. Natural aqui é tornar-se confortável com o inesperado, sabendo que pode-se gerar oportunidades diferentes de desenvolvimento.

O processo de imaginação pedagógica é uma forma de refletir coletivamente sobre os possíveis riscos do diálogo. Tal processo mostrou-se uma ação importante na formação de professores para questionar o que, muitas vezes, é tido como natural e criar possibilidades para ações docentes futuras. Acredito que seja essa uma possibilidade rica para formar um professor que experimente situações de ensino e aprendizagem diferenciadas em sua ação docente. As decisões que são tomadas pelos estagiários podem ter influência do que é discutido nesse processo. O aspecto coletivo aparece nas decisões futuras dos estagiários. Faz parte do aprender a dialogar, portanto, a naturalização do imprevisível, que pode se dar com a reflexão no processo de imaginação pedagógica e com o constante exercício da *escuta ativa*, *estranhamento* e *descentramento*, elementos, esses, essenciais do diálogo.

Cerca de um ano e meio depois de Isabela ter encerrado seu estágio e se formado professora de matemática, Isolda e eu recebemos uma notícia de uma colega. “A Isabela pediu para avisar que ela está lecionando!”. Isolda e eu sorrimos e nos olhamos. Lembramos da aflição de Isabela ao iniciar seu estágio e de sua aposta nessa experiência para saber se gostaria ou não de seguir a carreira docente. Em especial, o recado de Isabela me fez lembrar da última quinta-feira à noite em que Isabela entrou na sala de aula onde lecionou. Disse aos

seus alunos emocionada que essa experiência havia mudado a opinião dela sobre lecionar. Não querendo adotar uma visão romântica dos fatos, mas atentando para o fato de que Isabela não deixava de conversar com seus alunos sobre seus sentimentos relativos a ser professora, um recado como esse me faz confiar ainda mais na prática do diálogo, no processo de imaginação pedagógica e numa orientação atenta à prática dos estagiários, como aspectos importantes para a formação de professores.

Referências

- ALMEIDA, M.; FERNANDES, J. A. A comunicação promovida por futuros professores na aula de Matemática. *Zetetiké*, v. 18, n. 34, p. 109-154, 2010.
- ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Dialogue and learning in mathematics education: intention, reflection, critique**. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004.
- FRANKE, M. L. et al. Teacher questioning to elicit students' mathematical thinking in elementary school classrooms. *Journal of Teacher Education*, v. 60, n. 4, p. 380-392, 2009.
- JARVIS, P. **The practioner-researcher: developing theory from practice**. San Francisco, USA: Jossey-Bass Publishers, 1999.
- LINS, R. C. O modelo dos campos semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In: ANGELO, C. L. et al. (Org.). **Modelo dos campos semânticos e educação matemática: 20 anos de história**. São Paulo: Midiograf, 2012. p. 11-30.
- LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. (Org.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004b. p. 92-120.
- MILANI, R. Diálogo: imaginação, (im)previsibilidade e ação. In: II Congresso Nacional de Formação de Professores e XII Congresso Estadual Paulista sobre Formação de Educadores, 2014, Águas de Lindóia (SP). **Anais...** Águas de Lindóia, 2014.
- MILANI, R. Dialogical questioning in mathematics education. In: International Congress on Mathematical Education, 12., 2012b, Seul. **Anais...** Seul, 2012b.
- MOYER, P. S.; MILEWICZ, E. Learning to question: categories of questioning used by preservice teachers during diagnostic mathematics interviews. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 5, n. 4, p. 293-315, 2002. Disponível em: <<http://www.springerlink.com.w10152.dotlib.com.br/content/m435223u44t713q6/fulltext.pdf>>. Acesso em: 16 dez. 2009.
- OLIVEIRA, V. C. A. Sobre as ideias de estranhamento e descentramento na formação de professores de matemática. In: ANGELO, C. L.; BARBOSA, E. P.; SANTOS, J. R. V.; DANTAS, S. C.; OLIVEIRA, V. C. A. (Org.). **Modelo dos campos semânticos e educação matemática: 20 anos de história**. São Paulo: Midiograf, 2012. p. 199-216.

PENTEADO, M. G. Computer-Based Learning Environments: Risks And Uncertainties For Teachers. **Ways of Knowing Journal**, v. 1, n. 2, p. 23-35, 2001.

SAHIN, A.; KULM, G. Sixth grade mathematics teachers' intentions and use of probing, guiding, and factual questions. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 11, n. 3, p. 221-241, 2008.

SKOVSMOSE, O. Researching possibilities. In: SETATI, M. et al. (Eds.). **Researching Possibilities in mathematics, science and technology education**. New York: Nova Science Publishers, 2009b. p. 105-119.

8 DIÁLOGO E SUAS MÚLTIPLAS INTERPRETAÇÕES

Raquel Milani

Resumo: O presente texto tem como objetivo discutir algumas interpretações para o conceito de diálogo, como forma de interação entre professor e alunos. Tais leituras emergiram da prática de estágio de uma futura professora de matemática e dos momentos de orientação com as professoras supervisoras. O estudo faz parte de uma pesquisa a respeito da aprendizagem do diálogo por parte dos futuros professores. Discute-se sobre a impossibilidade de exaurir o conceito, tendo em vista a multiplicidade e transitoriedade do diálogo. Participação, discussão, incerteza, movimento e investigação são as leituras de diálogo apresentadas neste texto.

Palavras-chave: Diálogo; Interação; Comunicação; Estágio supervisionado.

Quando penso no conceito de diálogo no contexto da disciplina de estágio, visualizo uma rede formada por ideias, imagens e pessoas. Não se trata apenas do que ocorreu nessa disciplina, mas, também, de todas as etapas da pesquisa que desenvolvi a respeito desse conceito. O presente texto aborda parte dessa rede ao discutir possíveis interpretações para o diálogo, como forma de interação entre professor e alunos. As leituras desse conceito emergiram da prática de estágio de Lyriel, uma futura professora de matemática. O objetivo não é exaurir o conceito, apresentando todas as interpretações para o diálogo. Isso não é possível, uma vez que dizer do diálogo é subjetivo, pertence ao sujeito que dele diz, inserido em um contexto, num determinado tempo. Almejo, sim, dizer do que me surgiu ao olhar a prática de Lyriel, suas falas e sua conversa com as supervisoras de estágio.

Diálogo é estar com o outro, um movimentar-se para o outro. Ao dizer isso, já abordo o diálogo como movimento. Engajamento e compartilhamento de falas; o diálogo como participação. Perguntas, respostas e um prolongar de ideias; o diálogo como discussão. Será? O professor, os alunos, a atividade, as perguntas, as diversas intenções. Será que o diálogo vai acontecer? Assim é o diálogo visto como incerteza. As interpretações não são desconexas entre si. Possuem certamente interseções e me permito que, por vezes, elas se sobreponham em parte. Afinal, está se dizendo de um mesmo conceito.

Antes de entrar na prática de Lyriel e ali perceber diferentes leituras de diálogo, deixe-me montar o cenário em que tal prática esteve inserida. Uma disciplina de estágio supervisionado em matemática e uma pesquisa em educação matemática. Esse encontro promoveu outro. Lyriel, Isolda e Raquel estavam juntas com intenções distintas mas envolvidas com um mesmo tema: o diálogo. Lyriel é uma das estagiárias da disciplina. Isolda

é a professora supervisora que colaborou com a pesquisa. Raquel é quem escreve este texto e que atuou na disciplina de estágio como professora supervisora e como pesquisadora. Isolda e eu planejamos algumas atividades de diálogo, ou seja, atividades voltadas para a prática e a discussão do diálogo, em momentos de investigação, reflexão e planejamento. Promovemos um encontro entre as estagiárias e o conceito de diálogo, esse tomado conforme Alrø e Skovsmose (2004), os quais o caracterizam em cenários para investigação. Esse não foi o único modo de abordar o conceito. Nos momentos de reflexão e orientação dos planejamentos das estagiárias, também estavam presentes concepções de Isolda e minhas, de acordo com as experiências de cada uma com o diálogo.

O objetivo central que guiou a pesquisa foi o de compreender o processo de aprender a dialogar de futuros professores de matemática com seus alunos no contexto do estágio supervisionado. Perseguir esse objetivo me levou a constituir, como dados da pesquisa, não apenas episódios da prática das estagiárias, mas, também, momentos de orientação quando refletíamos sobre essa prática. São os dados sobre dados, os quais mostram a voz das estagiárias a respeito do que havia acontecido na interação com seus alunos, permitindo, portanto, refletir sobre o processo de aprender a dialogar.

O primeiro episódio deste texto se refere a uma aula de Lyriel em que não estive presente. A estagiária, no entanto, tinha um gravador junto a si, o que possibilitou a transcrição do áudio. O episódio foi escolhido como dado da pesquisa devido à importância atribuída por Lyriel aos fatos que aconteceram nessa aula, mostrando grande relação com o objetivo da investigação. Os momentos que seguem são da conversa entre Lyriel, Isolda e eu a respeito do que a estagiária havia trazido sobre sua prática. O cenário, agora, está caracterizado.

8.1 “O que vocês sugerem para que a gente faça isso?”: o diálogo como participação

Lyriel estava se sentindo ansiosa por esta aula. Era a sua segunda semana no campo de estágio, uma escola pública de Caxias do Sul - RS, onde lecionava matemática para uma turma de Ensino Médio noturno, em que a maioria dos alunos trabalhava durante o dia. Ela havia planejado realizar uma atividade que geraria um diálogo entre ela e os alunos. A turma tinha em torno de 20 estudantes e Lyriel a considerava participativa. Mesmo assim, ela achava que conseguiria que participassem ainda mais das aulas, quando desenvolvesse atividades que abordassem temas do dia a dia dos alunos, como ela mesmo relatou em seus registros escritos sobre a prática da professora titular da turma. Prova dessa participação é que grande parte

deles havia trazido, para esta aula, alguns valores do litro de gasolina e álcool estabelecidos por postos de combustíveis da cidade, conforme Lyriel havia solicitado na aula anterior. Essas informações seriam utilizadas para saber se era mais vantajoso, economicamente falando, abastecer o carro com gasolina ou álcool. Uma reportagem de uma revista seria utilizada como apoio para introduzir a discussão.

Após alguns lembretes, a atividade se inicia e Lyriel registra no quadro-negro os valores trazidos pelos alunos.

- Lyriel: Só que a gente precisa chegar num acordo, agora. A gente precisa encontrar um valor só para o álcool e um valor só para a gasolina. O que vocês sugerem para que a gente faça isso?
- Claudio: Faz uma média.
- Lyriel: Uma média, perfeito! Nossa, Cláudio, foi mais rápido do que eu pensava! O que é a média, Claudio? Pode explicar um pouquinho pros colegas?
- Claudio: Não, nem sei (rindo).
- Lyriel: O que é uma média? (dirigindo-se à turma inteira, agora).
- Alunos⁵⁷: Somar todos e dividir.
- Lyriel: Isso! Somar todos e dividir pela quantidade de elementos, né? Então a gente vai fazer isso. Podem fazer, então, usando a calculadora de vocês.

Os alunos calculam a média dos valores e o resultado é registrado no quadro-negro por Lyriel. A reportagem intitulada “Álcool ou gasolina: qual deles é mais econômico?” é entregue aos alunos e a leitura é realizada. Ali é mostrado um cálculo para responder a pergunta que dá título à reportagem. Tal cálculo seria feito com o valor médio do litro dos dois combustíveis, já encontrado pelos alunos, e com o consumo médio na cidade e na estrada de um carro a álcool e à gasolina em quilômetros por litro, informações essas, trazidas na reportagem. O objetivo, esclarecido por Lyriel, era saber qual dos dois combustíveis era mais vantajoso em Caxias do Sul, cidade onde ela e os alunos moravam.

Lyriel entrega aos alunos a Tabela 1 e eles preenchem com o valor médio do litro do álcool e da gasolina, calculados anteriormente.

Tabela 1 – Material entregue aos alunos

	R\$ / litro	Consumo na cidade (Km / litro)	R\$ / km	Consumo na estrada (Km / litro)	R\$ / km	Média (estrada e cidade) R\$ / km
Álcool		8		11		
Gasolina		12		17		

Fonte: Adaptado do plano de aula de Lyriel

⁵⁷ Não se refere à turma toda, mas, sim, a alguns alunos.

Lyriel: Agora eu quero que vocês calculem reais por quilômetro, que é um pouquinho diferente. Então a gente tem ali reais por litro e quilômetro por litro. E agora a gente vai calcular o reais por quilômetro.

Enquanto Lyriel transfere a Tabela 1 para o quadro-negro, os alunos conversam em tom baixo e fazem anotações.

Lyriel: A gente vai começar pensando juntos o que a gente pode fazer para estar resolvendo e completando essa tabela, para depois a gente chegar na porcentagem e entender um pouquinho melhor.

Aluno A: Multiplica por 7...

Aluno B: Divide.

Aluno C: Divide.

Aluno B: É dividido?

Lyriel: Será que a gente divide, será que a gente multiplica? Como vai ser isso?

Aluno B: Divide.

Lyriel: Divide o quê?

Aluno B: O valor por litro dividido pelos quilômetros.

Lyriel: Isso mesmo!

A aula prossegue com os cálculos e conclusão sobre o combustível mais vantajoso na cidade.

Para alguns leitores, a interação entre Lyriel e seus alunos pode parecer positiva. Os motivos para isso são vários. Inicialmente, não é Lyriel quem domina a fala na aula. Não se trata de uma comunicação no formato de um monólogo, em que apenas o professor fala e, com essa fala, transmite seus conhecimentos aos alunos. Isso remete a um ensino tradicional em que o professor acredita que para que ocorra a aprendizagem, ele deve falar de modo pausado e claro, e o aluno ouvir com atenção. Freire (1974/2008) caracteriza esse cenário como “educação bancária”, em que o professor é o depositante (o que sabe) e os alunos, os depositários (os que nada sabem), como caixas a serem enchidas. O principal ator dessa educação é o professor. Mesmo que essa caracterização de Freire não se aplique à interação entre Lyriel e seus alunos, trouxe-a aqui para criar um contraste com o que aconteceu naquela aula.

Lyriel interagiu com os alunos fazendo perguntas que incentivavam a turma a dar sua opinião, como em “o que vocês sugerem para que a gente faça isso?”, e a fornecer respostas sobre conceitos matemáticos específicos, como em “o que é uma média?”. É importante ressaltar que perguntas soam mais convidativas do que comandos. Lyriel procurou dar atenção aos alunos, ora se dirigindo a um deles em especial, para saber do que ele dizia, ora falando à turma inteira. Nessa aula, é possível dizer que houve participação, já que os alunos

respondiam às perguntas feitas por Lyriel e se engajaram na atividade fazendo cálculos, lendo a reportagem e conversando com os colegas sobre o que estava sendo feito. As respostas dos alunos, em sua maioria, eram corretas, do ponto de vista de Lyriel. Ela, inclusive, mostrava certa exaltação dizendo “Uma média, perfeito!” e “Isso mesmo!”, ou, então, surpresa com a rapidez com que um de seus alunos sugeriu fazer a média dos valores: “nossa, Cláudio, foi mais rápido do que eu pensava!”.

Outro aspecto que pode contribuir para que a interação seja considerada positiva é o tipo de atividade desenvolvida na aula. O tema despertou a curiosidade dos alunos para saber se era o álcool ou a gasolina o combustível mais econômico. Certa expectativa para essa atividade havia sido criada ainda na aula anterior, quando Lyriel havia solicitado para que os alunos se informassem a respeito dos preços. Eles receberam material para explorar, no caso, uma reportagem para ser lida e uma tabela para ser completada. Os cálculos puderam ser feitos com o auxílio da calculadora, o que liberou mais tempo para a reflexão a respeito do tema. O ambiente da aula parecia ser agradável, não havendo espaço para autoritarismo, tom de voz alto ou mau humor.

Além da forma como ocorreu a interação entre Lyriel e os alunos, as características da atividade também contribuem para que tal interação possa ser considerada positiva. O fato da fala não ter sido exclusiva do professor, mas sim compartilhada com os alunos, e de eles terem participado da atividade, especialmente, conversando entre si e com a professora, podem fazer com que a interação aqui apresentada seja considerada um diálogo. Essa é uma interpretação possível para esse conceito: *o diálogo como participação* (nas falas e na atividade). Assim, diálogo é uma forma de interação entre professor e alunos em que a fala não é monopolizada por um ou outro, mas sim compartilhada, e em que os envolvidos estão engajados na atividade da aula.

Essa interação, no entanto, não agradou muito a Lyriel. Na saída da aula, ela estava frustrada. O motivo seria revelado na aula de estágio, seguinte ao episódio aqui relatado, em uma conversa com Isolda e comigo.

8.2 “Eu não tô conseguindo prolongar o diálogo”: o diálogo como discussão

Passados dois dias da aula em que Lyriel trabalhou com os alunos a atividade dos combustíveis, ela chega à sala da Universidade onde a disciplina de estágio supervisionado ocorre. Lá, já se encontravam Isolda e eu. Depois de conversar sobre algumas amenidades,

perguntamos como havia sido as últimas aulas. Lyriel faz um breve relato e logo toca no assunto que estava preocupando-a.

- Lyriel: Eu pergunto e eles já dão a resposta!
 Raquel: Como assim?
 Lyriel: Por exemplo, na última aula teve a questão de como calcular a média dos valores dos combustíveis por litro.
 Raquel: A atividade da tabela com os valores?
 Lyriel: Essa mesmo. “E aí gente, vamos pensar juntos, o que a gente pode fazer?”. Daí “tanananana” (os alunos respondem). Pronto. “Tá, vamos ver se tá certo. Será que é isso mesmo?”. Sabe? Eles dão as respostas! (ela mostra certa indignação sorrindo).
 Raquel: E essas falas, já são as respostas corretas, no caso?
 Lyriel: Sim, já é a resposta correta! (As três riem).
 Raquel: Aí tu pergunta o que eles acham?
 Lyriel: Sim. Eles têm um nível bom de matemática.
 Raquel: Porque se fosse resposta errada, tu poderia perguntar para outros alunos se eles concordam, como fizemos uma vez aqui⁵⁸. Daí até geraria alguma coisa. (Isolda e Lyriel concordam). Mas já era a resposta certa.
 Lyriel: Daí, na questão da média... Eles trouxeram os valores dos combustíveis. Foi bem bom. Eles vão atrás, eles vão, eles pesquisam. Daí a gente foi listando no quadro e tal. “Aí agora? A gente tem um monte de valores aqui, como a gente vai fazer?”. “Faz a média, prof!” (Lyriel está rindo).
 Raquel: Que era o que tu queria (rindo).
 Lyriel: É. “Muito bem! Como é que é a média?”. Aí eles respondiam! Eu achei que ia demorar mais para eles dizerem. Esse tipo de coisa assim, sabe? Daí eu não consigo criar esse momento, sabe? Eu não tô conseguindo prolongar o diálogo.

Assim, Lyriel acabou revelando sobre sua frustração com sua última aula na escola.

Responder prontamente às perguntas do professor e, mais, quando as respostas são corretas do seu ponto de vista, pode ser algo bastante desejado em uma aula de matemática. Muitos professores adorariam estar no lugar de Lyriel, considerando que sua interação foi positiva, como escrevi anteriormente. Ela, no entanto, ficou incomodada com a rapidez das respostas dos alunos. “Eu pergunto e eles já dão a resposta!”. Os advérbios “já” e “pronto” mostraram esse incômodo, o que gerou uma situação, de certa forma, engraçada, fazendo com que Isolda, Lyriel e eu ríssemos.

⁵⁸ Em alguns momentos da disciplina, antes das estagiárias iniciarem suas aulas nas escolas, foi discutido com elas sobre a possibilidade de conversar com a turma inteira a respeito de como se poderia lidar com uma resposta não esperada pelo professor.

Parece que a estagiária queria que eles não a respondessem, pelo menos não tão prontamente. Essas respostas eram as corretas, para Lyriel, e isso também pareceu que incomodou a estagiária. Ela perguntou o que devia ser feito com os valores, e os alunos responderam “faz a média”. Afirmei, então, que era isso o que ela queria, que eles calculassem a média. Ela concordou comigo. Parece, então, que Lyriel queria, de fato, que eles sugerissem fazer a média, mas, novamente, também queria que a resposta não fosse tão imediata assim. “Eu achei que ia demorar mais para eles dizerem”.

A forma como a interação ocorreu, corroborada pelo relato de Lyriel, pode ser relacionada a um padrão de comunicação segundo o qual, geralmente, o professor apresenta perguntas para as quais sabe de antemão a resposta, e os alunos, por sua vez, tentam adivinhar o que ele quer como resposta. Ao professor cabe avaliá-la como certa ou errada. Se certa, a interação é finalizada por ele com “muito bem”; se errada, um novo comentário é feito e o aluno tenta mais uma vez acertar o que o professor deseja como resposta correta. Essa conversa é caracterizada como um jogo de adivinhação de perguntas e respostas, sendo as primeiras geralmente do professor e as segundas, dos alunos. Como as perguntas tornam-se cada vez mais diretas e a resposta cada vez mais explícita, o professor acaba afunilando as respostas dos alunos (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004). Uma vez que o professor se posiciona como uma autoridade na sala de aula, cabe a ele, portanto, validar essas respostas. Dessa forma, a fala do aluno fica sempre entre as falas do professor. Exemplo disso é quando o professor formula uma pergunta, o aluno responde, e o professor, por fim, a avalia. Esse padrão de comunicação (pergunta, resposta, avaliação), é conhecido como “sanduíche” (professor, aluno, professor) (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004; STREITLIEN, 2010).

Lyriel tinha em mente as respostas às suas perguntas. Quando perguntou o que poderia ser feito com os valores trazidos pelos alunos, ela tinha de antemão a resposta. Quando ouviu a resposta, ela a avaliou positivamente. Ela queria que os alunos optassem pela média como encaminhamento e que o cálculo fosse realizado, mas que isso não fosse sugerido por eles tão rapidamente. Parece, então, que ela queria que eles tivessem certa dificuldade para decidir sobre esse cálculo. Isso leva a pensar naquilo que sugeri na reflexão feita com Lyriel e Isolda. Se os alunos tivessem alguma dificuldade, poderia acontecer algo mais além de perguntas e repostas rápidas e corretas, como, por exemplo, uma discussão maior sobre o conceito de média, mais opiniões de outros alunos, se o que é dito é certo ou errado. Isolda e Lyriel concordaram com isso. Se isso tivesse acontecido, era provável que Lyriel tivesse saído da sala de aula menos frustrada.

Aparentemente, aquilo que muitos professores desejam para sua aula, parece que Lyriel não quis. O que leva um professor a ficar frustrado porque seus alunos o respondem prontamente e de modo correto? O que está por trás dessa frustração é que a forma como a interação ocorreu não forneceu condições para Lyriel “prolongar o diálogo”. Parece que respostas rápidas e corretas não dão chance de estendê-lo. Para que se tenha diálogo, é preciso que haja discussão. Quando uma pergunta é feita, há várias respostas que podem ser discutidas entre todos.

A reflexão feita sobre o relato de Lyriel a respeito do diálogo faz pensar em mais uma interpretação para esse conceito: *o diálogo como discussão*. Assim, o diálogo é um modo de interação entre professor e alunos em que as perguntas, geralmente feitas pelo professor, possibilitam diversas respostas dos alunos para que se possa, assim, gerar discussão entre os envolvidos. A discussão aqui está sendo entendida no sentido positivo, como um debate de ideias. Desse modo, o diálogo pode se estender, prolongar-se, como desejava Lyriel.

8.3 Será que o diálogo vai acontecer?: o diálogo como incerteza

Lyriel havia acabado de explicar o motivo de sua frustração. Não havia conseguido prolongar o diálogo com a turma, uma vez que os alunos respondiam prontamente e de forma correta o que ela perguntava. Esse assunto continuou sendo foco da conversa na aula de estágio. Logo após a fala de Lyriel, eu comento sobre um possível diálogo para resolver dúvidas e para entender a dificuldade dos alunos. Depois, lembro Isolda e Lyriel das atividades investigativas realizadas na disciplina, quando as estagiárias estavam com certa dificuldade e tentaram responder as perguntas das professoras para conseguir avançar nas tarefas.

Raquel: Agora, se vocês (as estagiárias) soubessem os caminhos a serem seguidos na atividade, se não tivessem dúvidas, vocês fariam direto, como seus alunos fizeram (dirigindo-se a Lyriel).

Isolda relata que, na aula de outra estagiária, os alunos tiveram muita dificuldade para associar leis de funções com seus respectivos gráficos.

Raquel: Isolda, tu quer dizer que nesse ambiente vai ter mais diálogo para solucionar dúvidas.

Isolda: Eu acho.

Lyriel: Acho que vai. Eu acho que quando chegar em juros simples, eu tô confiante de que vai acontecer mais assim.

Raquel: Olha. Quando que nesta turma a gente vai conseguir uma maior

participação deles, digamos da turma inteira? Quando, de fato, eles não tiverem as respostas na ponta da língua, mas também quando tiver aquele sentido de “o que vocês acham?”, que acho que pode acontecer na atividade da moto (uma atividade que Lyriel estava planejando para trabalhar com juros simples). “Vocês comprariam essa moto?”. (Isolda e Lyriel concordam). “O que você faria?”. Não é “quanto é $2+2$?”. É diferente de perguntar quanto é $2 + 2$. “O que você acha?”.

Isolda: Daí tá. “Por quê? Qual é a vantagem? Ou não?”.

Raquel: Mas quando eles respondem, porque as meninas da frente respondem bem, quando tu diz que eles respondem, são sempre os mesmos?

Lyriel: São sempre os mesmos, só que os outros eu percebi que nessa última aula eles dizem “ah profe eu não entendi”. É foi a primeira vez que eu ouvi...

Lyriel diz que, na atividade dos combustíveis, havia se atrapalhado no cálculo e no significado da diferença percentual entre os valores dos litros de álcool e gasolina. Sentiu-se insegura quanto a isso. Retomamos o assunto sobre o tipo de pergunta.

Raquel: Aquela pergunta que tem uma única resposta, bem de cálculo, e aquela pergunta que depende da vivência deles, da opinião deles (dos alunos), que pode ser diferente ou não da do colega. (Lyriel concorda). Porque $2 + 2$ é 4 pra todo mundo. Não tem o que divergir, o que discordar.

Lyriel: Sim. E na questão da média foi isso.

Raquel: Então, até a gente consegue ver diferentes tipos de diálogo que acontecem. Um diálogo mais direto, com todas respostas certas, e um que tem divergência de opiniões que valoriza mais a opinião dos outros.

Lyriel: Porque, nessa última atividade da gasolina e do álcool, eu cheguei em casa e disse “bah, eu não consegui promover nada de diálogo nessa aula”.

Raquel: Por quê?

Lyriel: Não que seja meu objetivo principal, né? Mas eu tava querendo promover.

Raquel: É que tu tá envolvida com isso, né?

A estagiária estava muito comprometida com sua participação na pesquisa. Após cada aula na escola, ela produzia um relato escrito a respeito dos fatos ocorridos e sua relação com o diálogo. Em seguida, Lyriel traz outras questões que aconteceram nas aulas e, logo após, nos despedimos.

Será que o diálogo vai acontecer na minha aula? Será que vou conseguir dialogar com meus alunos? No momento de orientação, Lyriel, Isolda e eu refletimos sobre diversos fatores que podem influenciar na realização do diálogo. O diálogo surge da interação entre as partes que o constituem e, por isso, as intenções dessas partes interferem em seu desenvolvimento. Não há como saber como os alunos reagirão à atividade proposta, perguntas e

encaminhamentos do professor. Analogamente, não há como prever a forma com que o professor vai reagir perante às ações dos alunos.

Na conversa com Lyriel e Isolda, trago a ideia de que é possível que o diálogo se estenda quando há dificuldade por parte dos alunos, ou seja, a partir de dúvidas em relação aos conceitos tratados, uma discussão de ideias poderá ser desenvolvida. Na prática de Lyriel, os alunos respondiam rapidamente suas perguntas, e ela acabou “não tendo mais o que falar sobre o assunto”, como disse em um de seus relatos escritos. Na transcrição da aula, poucos alunos responderam à pergunta de Lyriel sobre a média. Os demais alunos tinham dúvidas? O que sabiam eles sobre média? A intenção de Lyriel de promover um diálogo com a turma foi barrada porque não houve discussão na turma.

As perguntas que o professor faz aos alunos podem ser disparadoras de um diálogo. Perguntar “quanto é $2 + 2$?”, a princípio, é diferente de “o que vocês acham?”. A primeira é considerada por Sahim e Kulm (2008) como pergunta fatorial, a qual solicita que os alunos evoquem definições ou fatos matemáticos específicos. Da mesma forma é “o que é a média?”. Por outro lado, a pergunta “o que vocês acham?” ou “o que vocês fariam?” é aberta e pode gerar possibilidades para que os alunos opinem, discutam sobre as ideias de outros colegas que surgirem. O que Isolda, Lyriel e eu não consideramos é que todas perguntas podem ser problematizadas. O professor pode questionar a turma sobre o que eles acham do resultado de $2 + 2$ e, a partir daí, iniciar um diálogo a respeito das possíveis respostas. Uma discussão a respeito da média, o que ela representa, porque não fazer diferente, também poderia ser feita. Isso nos leva a pensar que qualquer pergunta pode ser problematizada de algum modo, pode gerar algum tipo de discussão, depende do encaminhamento que o professor quiser e puder dar com tal pergunta.

Associado aos encaminhamentos do professor em uma atividade, está a familiaridade do professor em relação ao que está sendo estudado na aula. Lyriel avaliou esse aspecto em seu relato final de estágio, dizendo que se o professor não se preparar em relação aos conteúdos que irá trabalhar com os alunos, “não será possível promover o diálogo”. O tema e o tipo da atividade também podem influenciar no desenvolvimento do diálogo. Se o tema for escolhido pelos alunos, as chances de se envolverem com o trabalho é maior. Se a atividade for a resolução de um exercício, as possibilidades de caminhos a serem seguidos pelos alunos são menores em relação as que podem existir em uma atividade investigativa. Lyriel escolheu a temática e não houve tanta abertura para discutir possibilidades de encaminhamentos na atividade planejada. Isso pode ter influenciado para que os alunos não participassem da forma como Lyriel esperava.

Era para acontecer um diálogo; era essa a intenção de Lyriel. Essa forma de interação, no entanto, depende de vários fatores para sua realização. Pode-se planejar que o diálogo ocorra, em um contexto de imaginação pedagógica⁵⁹, por exemplo, mas o terreno da ação é imprevisível, o que confere ao diálogo um caráter de incerteza. Ao refletir sobre o que pode interferir no prolongamento e na realização do diálogo, especialmente com base na prática de Lyriel, podemos estabelecer uma interpretação para esse conceito: *o diálogo como incerteza*. Desse modo, o diálogo é uma forma de interação imprevisível entre professor e alunos, uma vez que depende das intenções das pessoas que dele participam. Essas intenções tem relação com o aceite dos alunos para se envolver com a atividade proposta, e com o que o professor quer e pode fazer ao perguntar e problematizar as situações.

8.4 Eu preciso ir até onde você está: o diálogo como movimento

Três possíveis interpretações para o conceito de diálogo (como participação, discussão e incerteza) foram apresentadas até este momento. Elas tiveram como base a prática de estágio de Lyriel e a conversa de orientação que teve com Isolda e comigo. Nesta seção do texto, trago outra forma de ver o diálogo, inspirada na prática de diálogo de Isabela, outra estagiária que participou da pesquisa⁶⁰.

Um professor em diálogo com seus alunos leva em consideração o que é dito por eles. Não é o caso de qualquer escuta, como aquela em que se ouve o que o aluno diz e se dispensa por se tratar de algo que está fora daquilo que o professor poderia considerar como pertinente de ser dito. É uma escuta que busca compreensão por aquilo que se diz. O que se tenta compreender parece ser diferente daquilo que o professor está pensando. Ele está num lugar e o aluno está em outro. Além disso, o professor deseja que o aluno vá a um novo lugar, aprenda um conhecimento novo. Quando digo “lugar” me refiro a um lugar cognitivo, ou seja, o que o sujeito está pensando, no que ele se baseia para afirmar o que diz.

Quando se percebe, portanto, uma diferença entre modos de pensar, um estranhamento acontece. Algo que não é esperado e natural para uma pessoa vem à tona. No caso do professor, perante esse estranhamento, ele se interessa em buscar compreender o lugar de

⁵⁹ Esse conceito foi discutido mais profundamente no texto anterior a este, na presente tese. Trata-se de um processo de imaginar o que *poderia ser* na prática do professor, com base no que *é*.

⁶⁰ O artigo sobre a prática de Isabela intitula-se “*Desculpa, eu não te entendi*”: *Alguns elementos essenciais do diálogo* e antecede este texto na tese.

onde o aluno fala. Trata-se de um movimento de sair do seu lugar para ir até onde o aluno está. Quando se busca compreender o que o outro diz, é preciso que se saia do próprio centro e tente olhar para o que foi dito com os olhos de quem o disse. Esse é o descentramento⁶¹. Esse movimento é constituído da escuta ativa, ou seja, uma escuta atenta ao que o outro diz, um esforço de compreendê-lo, um apoio não-verbal e um perguntar investigativo do pensamento do aluno. Quando o professor encontra esse lugar (“eu entendo como você está pensando”), ele passa a trabalhar com essa nova informação, compreende a diferença, inclui o pensamento do aluno em seu discurso, compartilha com a turma a nova ideia e esclarece que pensamentos distintos estão em jogo. Inicia-se, então, um novo movimento, de possíveis avanços e recuos, em que professor e aluno vão juntos a um novo lugar.

Como forma de relacionar o que foi escrito acima sobre diálogo e o que ocorreu na aula de Lyriel, podemos nos remeter ao momento em que os alunos estavam pensando e decidindo o que fazer para calcular o custo de cada quilômetro rodado pelo automóvel abastecido com gasolina ou álcool. Quando Lyriel diz que iriam pensar juntos sobre o que fazer nessa situação, os alunos sugerem “multiplica por 7”, “divide” e “é dividido?”. Perante essas respostas, que podem ter sido todas ouvidas ou não por Lyriel, a estagiária pergunta “Será que a gente divide, será que a gente multiplica? Como vai ser isso?”. Ela não fornece uma resposta direta indicando o procedimento a ser tomado, mas, no entanto, não acolhe a sugestão de realizar uma multiplicação, por exemplo.

Como seria essa multiplicação? O que você pensou para sugerir essa operação? Desculpa, eu não entendi a tua ideia; você pode me explicar? Essas perguntas indicam o movimento que o professor faz para ir até onde o aluno está. Nesse momento, outros alunos poderiam contribuir para o entendimento do cálculo a ser feito, o que geraria uma participação maior da turma no diálogo. Essa poderia ser uma forma de prolongar o diálogo, como Lyriel desejava. Perante um estranhamento (multiplicar?), o professor pode fazer o descentramento por meio da escuta ativa. Quero deixar claro que não esperava nenhuma postura específica de Lyriel em relação a esse episódio, e nisso está incluído o fato de ela colocar em ação o que escrevi anteriormente. Essa postura não foi discutida com Lyriel no momento de orientação de que trata este texto, uma vez que o áudio de sua aula foi transcrito posteriormente àquela de estágio. A ação, porém, de acolher e pensar sobre o que os alunos dizem foi abordada em diversos momentos da disciplina.

⁶¹ O que escrevo a respeito de diferença, estranhamento e descentramento teve como inspiração os trabalhos de Oliveira (2012) e Lins (2004b).

Conforme o que escrevi acima, uma fala como “desculpa, eu não entendi a tua ideia” pode demonstrar a intenção do professor de melhor compreender como o aluno está pensando. Mas por que isso é importante? Por trás dessa intenção está uma postura política do professor ao assumir o diálogo em sua prática. Ele acredita que assim pode gerar aprendizagem. É porque não se admite uma fala dominada pelo professor que se opta pelo diálogo. “Ensina-se ouvindo, aprende-se falando”, diz Roberto Ribeiro Baldino. O professor precisa parar de falar e passar a ouvir mais, se deseja saber o que o aluno está pensando. A aula é um espaço de muitas vozes e não apenas de uma. Quando só o professor fala, como acontece no ensino tradicional, ele acredita que o aluno aprende ouvindo. Nesse contexto, não nego que se possa aprender algo ouvindo. Não é, porém, apenas isso que acontece. E aí está a situação problemática de uma aula no modelo tradicional. Outros alunos podem não estar compreendendo o que o professor diz ou estar pensando de diferentes modos, distintos daquele que o professor está. Faz-se, então, necessário saber desses outros modos, se o professor tem a intenção de levar o aluno para um novo lugar. Acreditar no monólogo é crer sem dúvida alguma que todos os alunos estão pensando o mesmo e da mesma forma que o professor. É muito ingênuo e confortável crer que não há diferença entre os modos que os alunos pensam.

Enquanto houver uma diferença, um estranhamento em relação a isso e um movimento de descentramento que busca saber de onde o outro fala, por meio da escuta ativa, o diálogo se mantém em ação. É evidente que não há apenas esses elementos, mas os que aqui foram enfatizados tiveram relação muito próxima à prática de Isabela, estagiária que, assim como Lyriel, estava engajada no processo de aprender a dialogar. Desse modo, uma nova interpretação para o conceito pode ser estabelecida: *o diálogo como movimento*. Assim, o diálogo é uma forma de interação entre professor e alunos que considera o outro e que tem como elementos essenciais a escuta ativa, o estranhamento e o descentramento.

8.5 A multiplicidade e a transitoriedade do diálogo

Diálogo é participação, discussão, incerteza, movimento. Diálogo pode ser. Nesse contexto é; naquele, não é. Para alguém, o diálogo é isso. Para outrem, não é. Para alguém, o diálogo era isso; agora não é mais. Dizer do diálogo não é uma tarefa fácil. É preciso localizar essa fala, em relação a quem a enuncia, em que contexto ela se situa e quais as pessoas envolvidas. Sem ouvir o relato de Lyriel, o diálogo pode ser interpretado como participação. Quando a estagiária apresentou seu olhar sobre a interação ocorrida com os alunos, o diálogo

configurou-se como discussão. Quando Isolda e eu conversamos com Lyriel, o diálogo passou a ser visto como incerteza. Quando se valoriza o que o outro diz, o diálogo é movimento.

No início da disciplina de estágio, antes de Isolda e eu discutirmos sobre o conceito de diálogo com as estagiárias, Lyriel escreveu sobre o que era o diálogo para ela. “É uma interação em que não apenas o professor fala e explica, mas os alunos contribuem com as experiências que já possuem diante do que está sendo trabalhado”. Depois do trabalho com atividades investigativas realizadas na disciplina e a discussão a respeito do conceito nesse contexto, Isolda e eu incentivamos as estagiárias a elaborarem seus planos de aula incluindo atividades como aquelas. Com isso, Lyriel começou a vincular o diálogo a esse tipo de atividade. De alguma forma, aquilo que a estagiária pensava a respeito do conceito havia sido modificado.

Quero atentar para duas questões. Primeira, o conceito de diálogo de uma pessoa não é permanente, mas sim transitório. Ele pode se alterar à medida que ela entra em contato com diferentes concepções e experiências. Segunda, o trabalho realizado na disciplina, voltado ao estudo do diálogo, e o aceite de Lyriel para participar da pesquisa influenciaram sua prática. No momento da orientação, ela disse que chegou em casa, após a aula que estava sendo o nosso foco de reflexão, e falou “eu não consegui promover nada de diálogo nessa aula”. Ela afirmou ainda que não era esse seu objetivo principal, o de promover o diálogo. Isso pode nos levar a pensar que, se não fosse a influência da disciplina, Lyriel poderia ter dito que em sua aula havia ocorrido sim o diálogo, segundo o que pensava anteriormente sobre o conceito, o que se aproximaria da interpretação para o diálogo como participação. Ou ainda, que havia ocorrido o diálogo naquele período em que os alunos a responderam, atrelando a esse modo de interação um certo “tamanho”. O fato dos alunos terem respondido prontamente às suas perguntas poderia tê-la deixado satisfeita com o diálogo ocorrido. Em alguns de seus relatos escritos, quando ela considerou que conseguiu promover o diálogo, Lyriel escreveu que ficou mais aliviada, pois até então disse que estava sem esperança que isso ocorresse. É possível pensar, portanto, que a frustração de Lyriel teve contribuição do fato de ela não ter conseguido realizar o que Isolda e eu orientamos na disciplina.

Com essa reflexão, destaco que o diálogo pode ser pensado de modos diferentes, dependendo do contexto em que se está inserido. Assim como ocorreu com Lyriel, e diria que com Isolda e as demais estagiárias também, minha ideia sobre diálogo foi modificada.

Quando iniciei a pesquisa a respeito da aprendizagem de futuros professores sobre dialogar com alunos nas aulas de matemática, tinha em mente duas ideias, posso dizer interpretações, sobre diálogo. A primeira delas se assemelhava muito àquela do diálogo como

movimento. Sempre considerei fundamental, para a aprendizagem, ouvir o aluno e tentar compreender suas ideias. Por meio de perguntas e respostas, movia-me na direção de onde ele se encontrava. Isso ocorria em diversos momentos de minhas aulas na Educação Básica, como em situações de resolução de dúvidas. Outra interpretação que tinha era a de diálogo como investigação, devido ao meu contato com a obra de Alrø e Skovsmose (2004). Os autores caracterizam empiricamente o diálogo por meio de atos dialógicos que podem surgir quando professor e alunos estão engajados em um cenário para investigação: estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar. Após conhecer essa interpretação de diálogo, percebi que aquela que se referia a movimento também estava presente na interação de professor e alunos quando engajados em atividades investigativas, e que alguns atos dialógicos ocorriam em outras atividades de aprendizagem.

Podem ser múltiplas as leituras para o conceito de diálogo. Participação, discussão, incerteza, movimento, investigação. São interpretações que não pretendem exaurir o conceito, mas, sim, dizer de possibilidades para o diálogo. Elas estão fortemente relacionadas à pessoa que diz do diálogo, suas experiências, ao contexto em que ela está inserida e às pessoas com as quais se relaciona para afirmar sobre diálogo. As interpretações não estão isoladas umas das outras. Elas possuem aspectos comuns entre si.

Dizer do diálogo é transitório, contextual, é próprio do sujeito que se envolve com o diálogo, seja em uma pesquisa, seja na prática docente. O que parece que sempre acreditei é que dialogar é estar com o outro, é escutar ativamente o outro, é mover-se em direção ao outro. É o que acredito, até este momento...

Referências

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Dialogue and learning in mathematics education: intention, reflection, critique**. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2008.

LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. (Org.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004b. p. 92-120.

OLIVEIRA, V. C. A. Sobre as ideias de estranhamento e descentramento na formação de professores de matemática. In: ANGELO, C. L. et al. (Org.). **Modelo dos campos semânticos e educação matemática: 20 anos de história**. São Paulo: Midiograf, 2012. p. 199-216.

SAHIN, A.; KULM, G. Sixth grade mathematics teachers' intentions and use of probing, guiding, and factual questions. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 11, n. 3, p. 221-241, 2008.

STREITLIEN, A. Pupils' participation in the classroom discourse of mathematics. In: SRIRAMAN, B.; BERGSTEN, C.; GOODCHILD, S. (Org.). **The first sourcebook on nordic research in Mathematics Education: Norway, Sweden, Iceland, Denmark, and Contributions from Finland**. Charlotte, NC: Information Age Publishing, Inc, 2010. p. 211-222.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa me propus a compreender o processo de aprender a dialogar por parte de futuros professores de matemática com seus alunos em sua prática docente no contexto do estágio supervisionado. Através de tal compreensão busquei planejar e avaliar algumas ações que poderiam ser realizadas para que os futuros professores pudessem entrar em contato com o diálogo com vistas a sua aprendizagem. Refletir sobre o processo de aprender a dialogar implicava em esclarecer o que se entendia por diálogo. Assim, durante toda a pesquisa, persegui a pergunta “*o que é diálogo?*”. Essa tarefa não foi simples e imediata. No entanto, iniciar a pesquisa com o conceito de diálogo em aberto não impossibilitou que os dados fossem produzidos. Afinal, havia ideias comuns entre Isolda e eu, evidenciadas na entrevista mútua sobre diálogo, as concepções advindas da minha prática docente, e o que Helle Alrø e Ole Skovsmose diziam de diálogo no contexto de cenários para investigação.

À medida que os dados foram sendo produzidos, tanto nos encontros na Universidade quanto nas aulas das estagiárias nas escolas, iniciei um processo de descrição reflexiva a respeito dos acontecimentos relativos a aprender a dialogar. Novas ideias sobre o conceito de diálogo estavam surgindo. Ao final da tese, percebo a multiplicidade a respeito do que se diz de diálogo e sua relação com a postura política de quem o diz. Tratarei disso nos próximos parágrafos.

Quando Isabela e Lyriel criaram um diálogo imaginário, tendo como base a resolução de um problema a respeito do cálculo do volume de um aquário, discutido no texto 5 desta tese, eu o caracterizei como diálogo diretivo. O adjetivo “diretivo” se deu pelo fato do professor direcionar o desenvolvimento da atividade proposta, e o pensamento dos alunos, para algum lugar conhecido dele e antever as respostas às suas perguntas. As perguntas desse tipo de diálogo não necessariamente fornecem as respostas às dúvidas dos alunos, mas mostram um direcionamento, quando olhadas em conjunto.

O diálogo diretivo pode ser relacionado, de certa forma, aos diálogos socráticos. Platão, discípulo de Sócrates, escreveu diversos diálogos entre seu mestre e outros discípulos ou escravos. Em um deles, Sócrates dialoga com um jovem estudante, chamado Mênon (o mesmo nome que é dado ao livro onde consta esse diálogo) a respeito da virtude, se é algo inato ou se obtém pelo hábito. Para dar força ao argumento de que o saber é inato, Sócrates chama um escravo para dialogar a respeito de conceitos matemáticos. As perguntas desse diálogo de Sócrates já possuíam certo conhecimento em sua formulação, cabendo ao escravo apenas confirmar com respostas curtas (“sim” ou “não”) o que o mestre havia lhe perguntado.

Percebe-se um direcionamento explícito do pensamento do escravo ao longo de todo diálogo. Daí a relação entre o diálogo socrático e o diretivo. Sócrates mostra a Mênon que as pessoas já sabem dos conhecimentos e, portanto, não os aprendem, mas, sim, recordam-se deles. É a reminiscência sendo descrita por Platão. Os conhecimentos já existem nas pessoas, mas estão “adormecidos”. Na relação mestre-discípulo, caberia a Sócrates apenas elaborar perguntas para que o seu aluno se recordasse daquilo que já sabia.

Em seu livro, “A República”, Platão narra o diálogo de Sócrates a respeito da justiça, tema central da obra. Não participavam desses diálogos, nem mulheres e nem escravos. Por escravos, entendia-se homens que perdiam uma guerra e cujo território passava a ser de domínio de Atenas. Apenas cidadãos é que dialogavam com Sócrates, e eram esses que governariam a república. Assim, é possível identificar uma postura política bastante forte por trás desse tipo de diálogo: valoriza-se alguns e exclui-se outros.

Na introdução da presente tese, relatei sobre meu envolvimento com o diálogo a partir dos meus estudos de mestrado, especialmente no que se refere às ações de ouvir e perguntar. Para Baldino, quem me orientou na época, era necessário que a pessoa falasse para, então, poder agir sobre o que a pessoa pensava. Seus fundamentos de ação eram a psicanálise lacaniana que vê a fala como ferramenta para acessar o inconsciente. Além disso, é preciso saber do que o outro diz para realizar um discurso dialético, importante na luta de classes, considerando a linha marxista de pensamento de Baldino. Tendo em vista essa perspectiva política, entende-se porque Baldino valorizava a fala do aluno e as perguntas do professor.

O diálogo para Alrø e Skovsmose foi abordado ao longo de toda a tese. Uma das inspirações teóricas desses autores é o diálogo para Freire. Com o objetivo de desenvolver a matemacia, os autores propõem ambientes de aprendizagem relativos a cenários para investigação. O conceito de matemacia é inspirado no de literacia de Freire, sendo essa a capacidade de interpretar situações sociais, culturais, políticas e econômicas a fim de realizar ações para transformá-las. Para Freire, as transformações acontecem na ação, na palavra e na reflexão. E o diálogo é um espaço para isso. Todos têm direito à fala, há respeito para com o outro, humildade e cooperação. Segundo Freire, por meio do diálogo na educação, busca-se lutar contra a opressão e a favor da emancipação das pessoas.

Com essas perspectivas de diálogo quis abordar a multiplicidade do conceito e sua íntima relação com uma postura política. Para Platão, o diálogo é apenas para alguns; para Baldino, precisa-se falar para saber o que se pensa; para Freire, Alrø e Skovsmose, pode-se fazer transformações sociais por meio do diálogo. No texto 8 desta tese apresentei algumas leituras para esse conceito, não com base em autores e seus pensamentos, como fiz

anteriormente, mas, sim, partindo especialmente da prática docente das estagiárias envolvidas na pesquisa. Nesse texto discuti como uma pessoa pode modificar o que pensa sobre diálogo ao entrar em contato com ideias distintas da sua, vivenciar atividades que tratam do diálogo e refletir sobre o conceito. Levantei algumas hipóteses que diziam dessas mudanças em relação à estagiária Lyriel. Refleti também a respeito de como isso aconteceu em minha atividade de pesquisa. Acredito que, com Isolda e as demais estagiárias, algumas mudanças em relação ao que pensavam sobre diálogo também ocorreram. Afinal, formamos um grupo que interagiu durante um semestre e interferiu mutuamente nos modos de pensar. Aprendemos e pensamos umas com as outras.

As múltiplas interpretações para o diálogo, apresentadas no texto 8, diziam respeito à participação, discussão, incerteza e movimento. Essas interpretações não são isoladas; elas podem ter interseções. Posso pensar o diálogo como movimento em meio à discussão de ideias, por exemplo. As interpretações apresentadas no texto 8 foram baseadas nas práticas das estagiárias. As perspectivas de diálogo de diferentes autores, apresentadas no início deste texto, têm forte relação com posturas políticas. Os dois conjuntos de interpretações mostram a multiplicidade do conceito de diálogo.

E agora, Raquel, *o que é diálogo para ti?* Vou começar com o que não é diálogo para mim, e vou me permitir dizer o que penso que deve ser feito, pois, nesse momento, estou expressando meu posicionamento. É com base nele que guiarei minha prática de formadora de professores.

Quando penso no diálogo em educação matemática, quando professor e alunos estão em interação, não estou considerando o monólogo do professor como opção, e aqui estou incluindo o discurso quase que exclusivo do professor em aula. *O aluno precisa se expressar, precisa falar.* Para isso, o professor não pode ter o monopólio da fala. *O professor precisa ouvir.* Outros tipos de comunicação que para mim não são diálogo é o que já foi apresentado nos textos 1 e 8 desta tese. Trata-se do padrão “sanduíche”, “adivinhação” e “funil”. No primeiro, a fala do aluno é “sanduichada” pela do professor. Geralmente o professor faz uma pergunta do tipo fatorial, a qual solicita que os estudantes evoquem definições ou fatos matemáticos específicos, o aluno fornece a resposta e, por fim, o professor avalia o que foi respondido. Um exemplo de um trecho do padrão “sanduíche” é o que segue:

Professor: Como se calcula a média aritmética dos valores?
Aluno: Soma tudo e divide pelo número de valores dados.
Professor: Isso mesmo!

As perguntas são feitas pelo professor e as respostas já são conhecidas de antemão. Esse padrão é quase um monólogo, pois os alunos apenas “recheiam” o discurso do professor. Algumas vezes, os alunos não respondem o que o professor estava esperando e aí começa um jogo de adivinhação.

Professor: Quanto é mesmo nossa unidade imaginária?

Aluno A: -1.

Professor: Hmm.

Aluno B: $\sqrt{1}$.

Professor: Quanto? Mais alguém?

Aluno A: $\sqrt{-1}$.

Professor: Agora sim! Muito bem!

Os alunos estão preocupados em adivinhar a resposta que o professor tem em mente e não em acompanhar algum raciocínio a ser seguido. Esse padrão de comunicação é conhecido como “adivinhação”. Quando as perguntas do professor vão restringindo cada vez mais as possibilidades de resposta dos alunos, o padrão pode ser caracterizado como “funil”. Nesse caso, muitas vezes, perante respostas curtas, não aceitas ou silêncio, o professor acaba fornecendo a resposta.

Essas formas de comunicação não são raras de acontecer nas aulas. Embora as falas pareçam ser um pouco mais compartilhadas entre alunos e professor, quando compara-se esses padrões com o monólogo, não há uma preocupação do professor em querer saber como os alunos pensaram para fornecer suas respostas, especialmente quando elas não são as esperadas por ele. Uma vez o professor não obtendo o que deseja, ele refaz a pergunta ou formula uma nova questão semelhante, mas sem o caráter investigativo e explicativo que se aproxima do que chamei de pergunta dialógica, no texto 1 da tese. Assim, acredito que, no diálogo, *o professor se preocupa com o que os alunos dizem a respeito do que está sendo foco de estudo na aula.*

Um próximo padrão de comunicação a ser considerado é o que as estagiárias Isabela e Lyriel criaram para uma das atividades de diálogo. A partir de uma situação para calcular o volume de um aquário, elas elaboraram um diálogo imaginário diretivo tendo como base um possível raciocínio de resolução por parte dos alunos. Permito-me aqui usar a expressão “diálogo”, pois no momento em que a atividade foi proposta, na disciplina de estágio, o conceito estava em aberto, como já foi esclarecido desde o início da tese. Às estagiárias, foi solicitado que elaborassem um diálogo, da forma como elas imaginavam esse conceito. Esse exemplo de diálogo tem que ser entendido no contexto em que foi criado. Mesmo que ele não

tenha acontecido, mas, sim, imaginado, ele pode ser utilizado para se falar do padrão diretivo de comunicação.

O diálogo criado pelas estagiárias inicia-se quando os alunos estão tentando resolver um problema e formulam uma pergunta ao professor. Ele os responde também com uma pergunta que resgata o que havia sido aprendido em aulas anteriores. A partir daí, os alunos parecem seguir o raciocínio do professor que pretende levá-los de um lugar conhecido (o cálculo do volume de um cubo) para um novo lugar (o cálculo do volume de um paralelepípedo). Nos padrões antes mencionados, as perguntas são geralmente feitas pelo professor e os alunos tentam mais adivinhar o que o professor está perguntando do que acompanhar certo raciocínio. Nesse diálogo diretivo, o professor parece dar atenção ao que os alunos dizem. O desenvolvimento completo do diálogo encontra-se no apêndice da tese e pode-se notar que o professor formula muitas perguntas, em sua maioria do tipo fatural, e há outras que convidam o aluno a sugerir como proceder na atividade.

Esse diálogo diretivo foi imaginado. Não seria possível pensar em todas as possibilidades para um diálogo nesse contexto, o que levou as estagiárias a fazerem escolhas. O que aconteceria se os alunos não respondessem o que o professor estava esperando? Ele buscaria entender o que os alunos estão dizendo? Ele apresentaria à turma opiniões diferentes para serem discutidas? Não há como saber a partir do que foi apresentado por Isabela e Lyriel, mas não é por isso que o que criaram é falho ou ruim. Quero dizer, no entanto, que para mim no diálogo, além do engajamento dos alunos na atividade que está sendo desenvolvida, *professor e alunos discutem ideias e tentam compreendê-las.*

Devem haver outros padrões de comunicação para serem analisados, mas não é esse meu objetivo neste momento. Antes de apresentar meu entendimento de diálogo, no entanto, preciso retomar alguns aspectos do diálogo investigativo de Alrø e Skovsmose. Como foi apresentado nos textos 1 e 2 da tese, o diálogo para os autores foi caracterizado em cenários para investigação, e é daí que uso o adjetivo “investigativo” para diferenciá-lo do diretivo, como abordei no texto 5. Nesse contexto, se os alunos aceitam o convite para realizar a investigação, eles podem se engajar cooperativamente na atividade, realizando alguns atos dialógicos (estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar) e gestos investigativos (surpreender-se, pretender, pensar alto, ouvir, argumentar, visualizar, perceber, experimentar, desafiar e descobrir), como Ole Skovsmose e eu destacamos ao descrevermos um processo investigativo em educação matemática, no texto 4 desta tese. No diálogo investigativo, as pessoas envolvidas *compartilham a fala e a escuta*

ativa. Há a preocupação do professor em tentar compreender o que os alunos dizem. Existe discussão de perspectivas.

Alguns dos atos dialógicos elencados anteriormente também podem ser evocados quando o contexto do diálogo não é um cenário para investigação. Em qualquer atividade de aprendizagem que se desenvolva, quando se tenta entender o que o outro diz, atos dialógicos como pensar alto, perceber e reconhecer perspectivas, e reformular o que é dito entram em ação. Estou me referindo aqui ao diálogo como movimento, interpretação apresentada no texto 8, mas anteriormente discutida nos textos 6 e 7 desta tese.

Diálogo, portanto, para mim, é uma forma de interação entre professor e alunos, engajados em uma atividade de aprendizagem, em que a fala e a escuta ativa são compartilhadas, ideias são discutidas e a compreensão do que o outro diz é fundamental. Essa perspectiva de diálogo em educação matemática tem como base uma postura política que acredita que não pode haver a fala dominada por apenas uma das partes, mas, sim, compartilhada entre as partes. É uma perspectiva que acredita que com o diálogo pode se ter aprendizagem. Não há, no entanto, garantia dessa aprendizagem, uma vez que o diálogo é imprevisível e são muitos os fatos que podem ocorrer quando ele está em ação. Diálogo é cercado por incertezas. Pode ser influenciado pelo tipo de atividade desenvolvida e pelas perguntas feitas pelo professor. Não se sabe das intenções dos alunos em certa atividade planejada e do que irão responder às perguntas realizadas. Dialogar envolve perguntar, por parte do professor e dos alunos também. Perguntas de muitos tipos, mas especialmente dialógicas que buscam saber o que outro pensa.

Dialogar é estar com o outro, é mover-se em direção ao outro, ao interessar-se pelo que o outro diz. O aspecto interpessoal da interação está na base do diálogo. Quando professor e alunos dialogam, eles são influenciados uns pelos outros, há um encontro e compartilhamento de significados por meio da linguagem na interação. A partir desse encontro, o professor pode aprender como os alunos produzem significados para os objetos de determinada atividade e sobre o desenvolvimento de uma atividade (o que dá certo e o que não dá). Os alunos podem aprender novos significados e modos de pensar, aqueles do professor ou dos colegas. Na discussão de ideias, opostas ou não, relativas a uma atividade de aprendizagem, não há imposição da perspectiva de uma pessoa sobre a da outra. Não é uma disputa, não há vitorioso e nem perdedor. O que há é movimento, ou seja, a tentativa de compreender o que o outro diz.

Considero o diálogo como uma forma de *interação* entre professor e alunos. Desde o início da tese, no entanto, utilizei as expressões “comunicação” e “interação” para me referir ao diálogo. No texto 1, faço uso da definição de Alrø e Skovsmose para o conceito e nela

aparece a expressão “forma de comunicação”. Mais ao final da tese, especialmente no texto 8, apresento o conceito como sendo uma “forma de interação”. A mudança de “comunicação” para “interação” é justificada por dois motivos.

O primeiro é a inspiração em Bohm. Para o autor, um dos significados para “comunicar” é fazer algo ser comum. Assim uma informação de uma pessoa é transmitida para outra do modo mais preciso possível. Esse significado não condiz com o que o autor pensa sobre diálogo. Para ele, existe uma diferença entre o que uma pessoa diz e o que a outra entende. É considerando essa diferença, que, no diálogo, as pessoas criam algo novo juntas, algo que é comum às duas.

Lins considera que a comunicação, no sentido de transmitir com sucesso uma mensagem de uma pessoa para outra, é um acidente, o que se aproxima do que Bohm afirma sobre a diferença entre o que se diz e o que se escuta. “Comunicar” pode ter outros significados. Pode-se falar de qualidades de comunicação em termos de relações interpessoais. Alrø e Skovsmose afirmam que, para além dessa transferência, a qualidade do contato nas relações interpessoais que aparece na comunicação interfere na aprendizagem. É a partir daí que definem diálogo.

Bohm, Alrø e Skovsmose explicitam que a comunicação pode ser pensada em termos de diálogo. É um modo de olhar a comunicação. Apesar disso, quando considera-se a expressão “interação”, pode-se pensar em sua etimologia. “Inter” e “ação”. No diálogo, as ações das pessoas envolvidas estão interligadas e interferem umas nas outras. Exemplo disso é quando o professor move-se em direção ao lugar de onde o aluno fala. Optei, portanto, por “comunicação” para me referir a outras formas de contato verbal entre professor e alunos, e por “interação” para dizer do diálogo. Não estou preocupada em saber se há outras formas de interação. O que quero deixar claro é o aspecto interpessoal do diálogo: a dependência de saber do que o outro diz para o diálogo acontecer e permanecer; a ação de um ser disparadora da ação do outro; a escuta ativa, o estranhamento e o descentramento, como partes do movimento de ir até onde o outro está.

Uma vez estando o diálogo caracterizado para mim, passo a refletir sobre outro objetivo da presente pesquisa: planejar e avaliar ações para que os futuros professores possam aprender a dialogar com seus alunos. Tal objetivo está bastante ligado à pergunta-diretriz da pesquisa. Compreender o processo de aprender a dialogar com os alunos faz voltar meu olhar para o que se sucedeu nas atividades de diálogo desenvolvidas na disciplina e na prática das estagiárias nas escolas. As atividades foram planejadas para esse fim, mas eu não tinha intenção de que virassem um modelo de ação. Além disso, eu não tinha garantia de que elas

proporcionariam, de fato, reflexões sobre o diálogo e que as estagiárias o implementariam em suas práticas. Sabia, desde o princípio da pesquisa, que uma postura dialógica não se assume de uma hora para outra e que isso é difícil para professores iniciantes. Tendo consciência disso, foram planejadas atividades de diálogo de diversos tipos (caráter investigativo, reflexivo e de planejamento).

As investigações foram referentes à matemática e as estagiárias puderam relacionar conceitos matemáticos e fazer suas descobertas. Por descobertas estou me referindo ao gesto investigativo que mostra o engajamento das estagiárias no processo de investigação em educação matemática. Acredito que a matemática é uma criação humana e que não existia *a priori*, como algo a ser descoberto. Nas atividades, as estagiárias puderam praticar o diálogo investigativo entre si e com as professoras supervisoras, colocando em ação os atos dialógicos, conforme descrito no texto 4. Experimentar o diálogo representou um passo importante e inicial no processo de aprender a dialogar das estagiárias.

Após cada investigação, as estagiárias, Isolda e eu nos reuníamos para refletir sobre o que havia acontecido nas atividades. Esses momentos constituíam as atividades de diálogo de caráter reflexivo. Ao descrever que tipo de ações e aprendizagem ocorreram nas investigações, as estagiárias se reconheceram como pessoas que experimentaram o diálogo investigativo. Outro passo no processo de aprender a dialogar foi, portanto, reconhecer-se como pessoa que dialoga. Também nos momentos de reflexão, ao pensar sobre o que havia acontecido, as estagiárias imaginaram como seria desenvolver uma atividade investigativa, e o diálogo, em suas aulas na escola. A partir disso, algumas preocupações vieram à tona, como foi mostrado no texto 7 e no *postscript* ao texto 4. Como trabalhar em grupos? Como dar conta de pensar e entender diferentes modos de pensar? Como dialogar com a turma inteira? O grupo de estagiárias e professoras começou, então, a refletir sobre essas questões para buscar possíveis encaminhamentos de solução. No processo de aprender a dialogar, portanto, foi importante que as preocupações sobre o diálogo em ação fossem explicitadas e virassem foco de reflexão.

O terceiro momento do encontro das estagiárias com o conceito de diálogo foi quando elas elaboraram um planejamento de uma atividade em que o diálogo entre professor e alunos estava presente (foco de reflexão do texto 5 desta tese). Ao criarem um diálogo imaginário, as estagiárias imaginaram-se professoras em diálogo. Foi possível perceber que postura tomariam ao dialogar, como lidariam com as falas e ações dos alunos e o que era importante para elas no diálogo. A criação de diálogos foi uma etapa importante do processo de imaginação pedagógica, o qual consiste em criar possibilidades para a prática docente a partir

de uma situação atual. Tendo os diálogos criados em mãos, estagiárias e professoras supervisoras refletiram sobre o que foi imaginado, a imprevisibilidade da ação, a importância de valorizar as ideias dos alunos e fazer questionamentos, e exploraram outras possibilidades para a prática docente. Essa segunda etapa do processo de imaginação pedagógica privilegiou o que ainda poderia ser a partir do que foi imaginado. Um aspecto importante a respeito do aprender a dialogar foi, portanto, imaginar-se professor em diálogo, fazendo suas escolhas em relação a como falar e agir perante às ações dos alunos, e refletir sobre novas possibilidades para o que foi imaginado, assumindo uma postura crítica em relação à prática docente.

O que aconteceu nas atividades de diálogo não foi foco de discussão apenas nas aulas de estágio na Universidade, mas, também, ao longo da prática docente das estagiárias nas escolas. Era recorrente, especialmente no momento de orientação, resgatarmos as experiências ocorridas naquelas atividades no que tocava à forma como havíamos interagido, as perguntas feitas pelas professoras e as reflexões realizadas. As atividades de diálogo, portanto, assumiram um papel importante de ação no processo de aprender a dialogar.

Voltando-nos para a prática docente das estagiárias nas escolas, uma ação importante que contribuiu para o processo de aprender a dialogar foi a orientação que ocorria após algumas aulas nas escolas. Aspectos e fatos dessas aulas relativos ao diálogo eram pontuados, pelas estagiárias ou por mim, a fim de compreender o que havia ocorrido tanto na minha visão quanto na das futuras professoras. Após tal compreensão, novamente entrava em cena a imaginação pedagógica ao se pensar em possibilidades futuras para continuar tentando implementar o diálogo, seja em relação aos seus elementos de escuta ativa, estranhamento e descentramento (como foi na prática de Isabela), seja relativo às condições do contexto (como foi discutido com Lyriel). Considerando o ambiente do estágio supervisionado, portanto, o processo de aprender a dialogar foi favorecido quando professora supervisora e estagiária refletiram sobre situações de diálogo da prática realizada pela futura professora e imaginaram novas possibilidades para o contexto de diálogo e, em especial, para colocar em ação seus elementos.

Algumas ações para promover a aprendizagem do diálogo foram realizadas com as estagiárias. Além dessas, é possível pensar em outras. Os atos dialógicos apareceram nas investigações referentes à matemática realizadas na disciplina de estágio. Tais atividades podem também se referir à realidade ou semirrealidade. Além da discussão a respeito do diálogo, os estagiários poderiam refletir sobre a matemática, avaliando a confiança e a responsabilidade dos resultados matemáticos obtidos, e fazendo uma leitura crítica da situação envolvida na investigação. Atividades como essas poderiam ser inspiração para planejamento

de aulas voltadas à aprendizagem crítica, ao longo de todo curso de Licenciatura em Matemática, não apenas nos estágios supervisionados.

Interpretações para o conceito de diálogo e exemplos de padrões de comunicação menos abertos poderiam ser discutidos com os futuros professores. É comum esses padrões de comunicação estarem presentes nas aulas. Os estagiários relatam sobre essa existência quando realizam observações no campo de estágio. Que padrões são esses? Qual o objetivo do professor em adotá-los em seu discurso? Quais as possíveis qualidades de aprendizagem com esses tipos de comunicação? A partir da análise de exemplos desses padrões, essas questões poderiam ser discutidas com os futuros professores.

Um próximo passo poderia ser tentar transformar tais conversações em um tipo de comunicação mais próximo ao diálogo, como o caracterizei anteriormente. Uma pergunta fatural poderia se transformar em uma investigativa. Uma resposta não esperada pelo professor poderia disparar uma pergunta explicativa. O silêncio dos alunos poderia ser transformado em um momento de discussão de ideias. São outras possibilidades para que os futuros professores possam assumir uma postura dialógica, em um ambiente de imaginação pedagógica, e perceber as características do diálogo. Com esse tipo de atividade, pode-se refletir sobre a importância de perguntar em educação matemática. São possibilidades para imaginar-se em diálogo com os alunos, movendo-se em direção ao lugar de onde eles falam, aspecto esse importante do conceito.

A análise de conversações e criação de outras mais dialógicas se configuraria como uma possibilidade do futuro professor pensar em um movimento de uma zona de conforto, em que o discurso é praticamente exclusivo do professor, para uma zona de risco, em que o diálogo está presente, como discuti no texto 1 desta tese. Esse avanço não é imediato e simples, como mostrei no texto 7. Por isso a importância de se planejar ações para proporcionar aos futuros professores um contato frequente com o diálogo, em ambiente de imaginação pedagógica e em sua prática docente nos estágios supervisionados.

Ao finalizar esta tese, não me permito dizer se as estagiárias aprenderam ou não a dialogar, ou se aproximaram-se mais ou menos de uma interação como o diálogo. Não tinha a intenção de sucesso em relação a essa aprendizagem. O que posso dizer é que foi feita uma tentativa de aproximar os futuros professores do conceito de diálogo em educação matemática. Estava interessada em saber o que fazia parte do processo de aprender a dialogar. Essa tentativa foi motivada pela dificuldade que percebia, como professora supervisora de estágio, dos estagiários interagirem de forma mais aberta com seus alunos. A literatura também confirmou essa afirmação. Sabia, no entanto, que poderia agir para interferir, de

alguma forma, nessa situação. Considero, portanto, que a realização de algumas ações podem fazer parte da aprendizagem do diálogo por futuros professores com seus alunos: experimentar o diálogo em atividades investigativas; reconhecer-se como pessoas em diálogo; imaginar-se professores em diálogo; explicitar as preocupações emergentes desse processo de imaginação, refletir sobre elas e procurar por soluções; criar diálogos imaginários, prevendo falas e ações dos envolvidos; transformar padrões de comunicação mais fechados em interações mais dialógicas; e envolver-se em momentos de orientação com o professor supervisor, no que tange à reflexão e imaginação pedagógica, para avaliar constantemente a prática docente, tendo em vista a criação de novas possibilidades para se ter um contexto de diálogo em que seus elementos sejam colocados em ação.

O aprender a dialogar não se dá em um momento específico do curso de formação de professores, como nos estágios supervisionados. Ações para promover tal aprendizagem podem ser realizadas ao longo do curso, em diversas disciplinas que, por exemplo, possuem uma carga horária destinada à prática como componente curricular. Assim é possível mover-se gradualmente em direção a um padrão de comunicação mais dialógico que valoriza fundamentalmente o que o outro diz.

A opção pelo diálogo na educação matemática não é neutra. Ao finalizar a pesquisa, tenho maior clareza disso. As leituras sobre esse conceito, no contexto da educação matemática crítica, me influenciaram a considerar a igualdade nas relações interpessoais como um aspecto importante em minhas reflexões sobre diálogo. Por que não um discurso exclusivo do professor? Por que o professor dialoga com os alunos? A escolha pelo diálogo, antes de ser uma conduta didática, demonstra uma postura política do professor. É no diálogo, por exemplo, que me movo em direção ao outro para saber do que ele diz. Mas por que é importante saber do que o outro diz e pensa? Eu não estou no mundo sozinha, eu sou e ajo com os outros. No micro-espço da aula de matemática, eu, professora, sou com os alunos. No micro-espço do curso de Licenciatura em Matemática, eu, professora supervisora, sou com os estagiários. A mim me interessa muito o que o outro diz, pois é assim que acredito que poderei ir com ele a novos lugares. Não se trata de dar voz aos alunos, expressando poder, dominação. “Fale, eu te deixo falar”. A escuta ativa não é um exercício de poder, mas sim de liberdade. “Fale, eu te escuto”.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, M.; FERNANDES, J. A. A comunicação promovida por futuros professores na aula de Matemática. *Zetetiké*, v. 18, n. 34, p. 109-154, 2010.
- ALRØ, H.; JOHNSEN- HØINES, M. Critical dialogue in mathematics education. In: ALRØ, H.; RAVN, O.; VALERO, P. (Org.). **Critical mathematics education: past, present and future**. Rotterdam: Sense Publishers, 2010. p. 11-21.
- ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Dialogue and learning in mathematics education: intention, reflection, critique**. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004.
- ARAÚJO, J. L. et al. Efemeridade dos cenários para investigação em um episódio de sala de aula de Matemática com tecnologias. *Zetetiké*, v. 16, n. 29, p. 7-40, 2008.
- BALL, D. L.; FORNAZI, F. M. The work of teaching and the challenge for teacher education. *Journal of Teacher Education*, v. 60, n. 5, p. 497-512, 2009.
- BECKER, F. Modelos pedagógicos e modelos epistemológicos. *Educação e realidade*, v. 19, n. 1, p. 89-96, jan./jun. 1994.
- BIOTTO FILHO, D. **O desenvolvimento da matemacia no trabalho com projetos**. 2008. 100 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008. Disponível em: <http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exlibris/bd/brc/33004137031P7/2008/biottofilho_d_me_rcla.pdf>. Acesso em: 11 fev. 2014.
- BOHM, D. **On dialogue**. Londres: Routledge, 1996.
- CHAPIN, S. H.; O'CONNOR, C.; ANDERSON, N. C. **Classroom discussions: Using math talk to help students learn**. Sausalito, CA: Math Solutions Publications, 2009.
- CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Porto Alegre: Artmed, 2007.
- DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. A disciplina e a prática da pesquisa qualitativa. In: _____. (Org.). **O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens**. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 15-41.
- DEWEY, J. The relation of science and philosophy as a basis of education. In: ARCHAMBAULT, R.D. (Ed.). **John Dewey on education: selected writings**. Chicago, IL: University of Chicago Press, 1964. p. 15–19.
- DEWEY, J. **Experience and education**. New York, NY: Macmillan, 1963.
- FRANKE, M. L. et al. Teacher questioning to elicit students' mathematical thinking in elementary school classrooms. *Journal of Teacher Education*, v. 60, n. 4, p. 380-392, 2009.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2008.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1997.

GREENWOOD, D. J.; LEVIN, M. Reconstruindo as relações entre as universidades e a sociedade por meio da pesquisa-ação. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. (Org.). **O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens**. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 91-113.

JARVIS, P. **The practioner-researcher: developing theory from practice**. San Francisco, USA: Jossey-Bass Publishers, 1999.

JAWORSKI, B. Theory and practice in mathematics teaching development: critical inquiry as a mode of learning in teaching. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 9, n. 2, p. 187-211, 2006.

JAWORSKI, B. Research practice into/influencing mathematics teaching and learning development: towards a theoretical framework based on co-learning partnerships. **Educational Studies in Mathematics**, v. 54, n. 2-3, p. 249-282, 2003.

JAWORSKI, B. et al. **Læringsfellesskap i matematikk [Learning communities in mathematics]**. Bergen, Norway: Caspar Forlag, 2007.

KAMII, C. **A criança e o número: implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação junto a escolares de 4 a 6 anos**. Campinas: Papirus, 1990.

KASTRUP, V. O funcionamento da atenção no trabalho do cartógrafo. In: PASSOS, E.; KASTRUP, V.; ESCÓSSIA, L. (Org.). **Pistas do método da cartografia: pesquisa-intervenção e produção de subjetividade**. Porto Alegre: Sulina, 2009. p. 32-51.

KVALE, S.; BRINKMANN, S. **InterViews: learning the craft of qualitative research interviewing**. 2 ed. Thousand Oaks, CA: Sage, 2009.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. D. A. **Fundamentos de metodologia científica**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

LAKATOS, I. **Proofs and refutations: the logic of mathematical discovery**. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1976.

LINS, R. C. O modelo dos campos semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In: ANGELO, C. L. et al. (Org.). **Modelo dos campos semânticos e educação matemática: 20 anos de história**. São Paulo: Midiograf, 2012. p. 11-30.

LINS, R. C. A diferença como oportunidade para aprender. In: PERES, E.; TRAVERSINI, C; EGGERT, E.; BONIN, I. (Org.). **Trajetórias e processos de ensinar a aprender: sujeitos, currículos e cultura**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2008. p. 530-550.

LINS, R. C. Categories of everyday life as elements organising mathematics teacher education and development projects. In: ICMI Study “The professional education and development of teachers of mathematics”, 15., 2005, Águas de Lindóia. **Anais... Águas de Lindóia**, 2005.

LINS, R. C. Characterising the mathematics of the mathematics teacher from the point of view of meaning production. In: ICME, 10., 2004a, Copenhagen. **Proceedings...** Copenhagen, 2004a. p. 1-16.

LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. (Org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004b. p. 92-120.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 75-94.

MEIRA, L.; LERMAN, S. Zones of Proximal Development as fields for communication and dialogue. In: LIGHTFOOT, C.; LYRA, M. C. D. P. (Org.). **Challenges and strategies for studying human development in cultural contexts**. Rome: Information Age, 2010. p. 199-219.

MELO, M. V. **As práticas de formação no estágio curricular supervisionado na licenciatura em matemática: O que revelam as pesquisas acadêmicas brasileiras na década 2001-2010**. 2013. 396 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 2013.

MENEZES, L. A importância da pergunta do professor na aula de matemática. In: PONTE, J. et al. (Org.). **Desenvolvimento profissional dos professores de matemática: que formação?** Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação - Secção de Educação Matemática, 1996. p. 105-116.

MILANI, R. Diálogo: imaginação, (im)previsibilidade e ação. In: II Congresso Nacional de Formação de Professores e XII Congresso Estadual Paulista sobre Formação de Educadores, 2014, Águas de Lindóia (SP). **Anais...** Águas de Lindóia, 2014.

MILANI, R. Cenários para investigação na formação de professores de matemática. In: EBRAPEM - Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 16., 2012a, Canoas. **Anais...** Canoas, 2012a.

MILANI, R. Dialogical questioning in mathematics education. In: International Congress on Mathematical Education, 12., 2012b, Seul. **Anais...** Seul, 2012b.

MILANI, R. Diálogo e incerteza em educação matemática. In: EGEM - Encontro Gaúcho de Educação Matemática, 11., 2012c, Lajeado. **Anais...** Lajeado, 2012c.

MILANI, R. O diálogo e a ação de perguntar na educação matemática. In: SESEMAT - Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática, 6., 2012d, Campo Grande. **Anais...** Campo Grande, 2012d.

MILANI, R. Diálogo entre professor e alunos: reflexões a partir de um extrato condensado empírico. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 4, n. 8, p. 69-86, jul./dez., 2011.

MILANI, R.; LIMA, I. G. Raquel entrevista Isolda que entrevista Raquel: uma conversa sobre diálogo. **Zetetiké**, v. 22, n. 41, p. 143-158, 2014.

MILANI, R.; SILVA, M. T. "That smell is from the sugar cane fire!". In: GUTSTEIN, E.; PETERSON, B. (Org.). **Rethinking mathematics**. Milwaukee: Rethinking Schools Ltd, 2013. p. 138-140.

MILANI, R.; SILVA, M. T.; SAULLO, C. R. R. H. Educação Matemática crítica: possibilidades de ação em sala de aula. **Educação Matemática em revista**, v. 18, n. 34, p. 5-13, nov., 2011.

MILANI, R.; SKOVSMOSE, O. Inquiry gestures. In: SKOVSMOSE, O. **Critique as uncertainty**. Charlotte, North Carolina, USA: Information Age Publishing, 2014. p. 45-56.

MOYER, P. S.; MILEWICZ, E. Learning to question: categories of questioning used by preservice teachers during diagnostic mathematics interviews. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 5, n. 4, p. 293-315, 2002.

OLIVEIRA, V. C. A. Sobre as ideias de estranhamento e descentramento na formação de professores de matemática. In: ANGELO, C. L.; BARBOSA, E. P.; SANTOS, J. R. V.; DANTAS, S. C.; OLIVEIRA, V. C. A. (Org.). **Modelo dos campos semânticos e educação matemática: 20 anos de história**. São Paulo: Midiograf, 2012. p. 199-216.

PENTEADO, M. G. Computer-based learning environments: risks and uncertainties for teachers. **Ways of Knowing Journal**, v. 1, n. 2, p. 23-35, 2001.

PIMENTA, S. G.; LIMA, M. S. L. **Estágio e docência**. São Paulo: Cortez, 2004.

PLATÃO. **Mênon**. Texto estabelecido e anotado por John Burnet. Tradução de Maura Iglésias. Rio de Janeiro: Editora da PUC-Rio / Edições Loyola, 2001.

POLYA, G. **How to solve it**. 2 ed. Princeton, New Jersey, USA: Princeton University Press, 1957.

PONTE, J. P. Pesquisar para compreender e transformar a nossa própria prática. **Educar**, n. 24, p. 37-66, 2004.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

POPPER, K. R. **Conjectures and refutations: the growth of scientific knowledge**. London, UK: Routledge and Kegan Paul, 1972.

POPPER, K. R. **The logic of scientific discovery**. New York, NY: Harper and Row, 1965.

RØNNING, F. Hvor mange kanter har en fire-dimensjonal terning? [How many edges does a four-dimensional dice have?]. **Tangenten**, v. 17, n. 2, p. 5-10, 2010.

ROTH, W.-M.; RADFORD, L. **A cultural-historical perspective on mathematics teaching and learning**. Rotterdam: Sense, 2011.

SAHIN, A.; KULM, G. Sixth grade mathematics teachers' intentions and use of probing, guiding, and factual questions. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 11, n. 3, p. 221-241, 2008.

SIMON, M.; TZUR, R. Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the hypothetical learning trajectory. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 6, n. 2, p. 91-104, 2004.

SKOVSMOSE, O. **An invitation to critical mathematics education**. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers, 2011a.

SKOVSMOSE, O. Critique, generativity, and imagination. **For the Learning of Mathematics**, v. 31, n. 3, p. 19-23, 2011b.

SKOVSMOSE, O. Preocupações de uma educação matemática crítica. In: FÁVERO, M. H.; CUNHA, C. (Org.). **Psicologia do Conhecimento: o diálogo entre as ciências e a cidadania**. Brasília: UNESCO, Universidade de Brasília, Liber Livros Editora, 2009a. p. 101-114.

SKOVSMOSE, O. Researching possibilities. In: SETATI, M. et al. (Eds.). **Researching Possibilities in mathematics, science and technology education**. New York: Nova Science Publishers, 2009b. p. 105-119.

SKOVSMOSE, O. Mathematical literacy and globalisation. In: ATWEH, B. et al. (Org.). **Internalisation and globalisation in mathematics and science education**. New York: Springer, 2007. p. 3-18.

SKOVSMOSE, O. Landscapes of investigation. **ZDM - Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik [The International Journal on Mathematics Education]**, v. 33, n. 4, p. 123-132, 2001.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O.; BORBA, M. Research methodology and critical Mathematics Education. In: VALERO, P.; ZEVENBERGEN, R. (Org.). **Researching the socio-political dimensions of mathematics education: issues of power in theory and methodology**. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004. p. 207-226.

STREITLIEN, A. Pupils' participation in the classroom discourse of mathematics. In: SRIRAMAN, B.; BERGSTEN, C.; GOODCHILD, S. (Org.). **The first sourcebook on nordic research in Mathematics Education: Norway, Sweden, Iceland, Denmark, and Contributions from Finland**. Charlotte, NC: Information Age Publishing, Inc, 2010. p. 211-222.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VYGOTSKY, L. S. **Mind in society: the development of higher psychological processes**. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1978.

WALLACH, T.; EVEN, R. Hearing students: the complexity of understanding what they are saying, showing, and doing. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 8, n. 5, p. 393-417, 2005.

APÊNDICE A – DIALOGUE: IMAGINATION, PREDICTABILITY AND ACTION

Raquel Milani⁶²

Dialogue is a kind of communication between teacher and students to promote learning. This paper discusses the degree of predictability of a dialogue and presents the creation of imaginary dialogues and the exploration of possibilities from what was imagined as an opportunity for prospective mathematics teachers to learn to be engaged in dialogue in their teaching practice.

Dialogue in focus

In a face to face conversation with Helle Alrø and Ole Skovsmose, both authors of the book “Dialogue and learning in mathematics education”, I presented a dialogue between a teacher and students planned by two prospective teachers from a mathematics teacher education program. During our discussion, Helle Alrø stated that “dialogue is not predictable, though!”. It is true, but partially.

There is no way to predict what will be said in a dialogue. We cannot know what doubts the students will have, which questions they will pose, their intentions and strategies in a proposed activity. Finally, we cannot know what the students will say when engaged in a dialogue. As teacher’s utterances depend on what is said by the students in a dialogic lesson, it is difficult to predict how the dialogue will be like. In such a way this kind of communication is unpredictable. “There are no given answers to questions beforehand. They emerge through a common process of curious investigation and collective reflection with the purpose of getting to know” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, p. 122). Indeed, dialogue is unpredictable, but partially.

However, if one could imagine what would be the students’ utterances, it would be easier to think about what we would talk as teachers. Rather, if we could create a situation, an activity in which we knew that students would be involved in working in groups and engaged in dialogue about their doubts and perspectives, we could imagine what their utterances would be and, thus, what the teacher could say as well. Therefore, considering that a dialogue can be imagined by one of the people who participate in it, it can become more predictable. This text

⁶² Este texto é uma versão em inglês e reduzida do texto 5 desta tese.

is about the degree of predictability of a dialogue both in an imaginary scenario and a real mathematics lesson. This discussion has a dialogue activity in a teaching practice course as a starting point. I advocate the importance of pedagogical imagination and exploration of possibilities for the process of learning be engaged in dialogue in mathematics education.

Isabela and Lyriel's dialogue: which dialogue is this?

I have been developing a doctoral research in which the main objective is to understand the prospective mathematics teachers' process of learning to be engaged in dialogue in their lessons at schools in the context of teaching practice course. It is known that it is difficult for prospective teachers to establish an open interaction with students in order to ask questions, understand their responses and use them in the construction of concepts (FRANKE et al., 2009). Considering this difficulty, the research aims at reflecting on dialogue and pointing out opportunities for the learning of this concept. Assuming an interpretative and pragmatic research approach (DENZIN; LINCOLN, 2003), I have set up a meeting between the concept of dialogue and the prospective teachers in a teaching practice course through activities planned in collaboration with Isolda (the course teacher). The intention was that the prospective teachers be involved with dialogue in inquiries and moments of reflection and planning. As a theoretical approach for the development of these activities, the concept of dialogue was taken according to Alrø and Skovsmose (2004). For the authors, dialogue is a type of communication between teacher and students, and among students, which appears in landscapes of investigation (SKOVSMOSE, 2001) to promote learning and is characterized empirically by dialogic acts that make up the Inquiry Cooperation Model: getting in contact, locating, identifying, advocating, thinking aloud, reformulating, challenging, evaluating.

The first dialogue activity consisted of two inquiry processes related to mathematics (construction of squares and intersection of functions). In these contexts, the dialogue was the type of communication between prospective teachers, Isolda and me. The second dialogue activity was characterized by moments of reflection on the possibility of applying inquiry activities in lessons at school and how teacher can intervene in it.

The empirical data referred to this paper come from the third type of dialogue activity. Isolda and I asked the planning of an inquiry activity mediated by dialogue. In what we called "my first dialogic lesson", the prospective teachers would approach the dialogue in a planning context. In this paper I will present and discuss the activity and the dialogue created by

Isabela and Lyriel (pseudonyms) who concerned especially with the questions that the teacher would pose to students in dialogue. It is the following:

Pedro is 12 years old and has got a beautiful fish from his grandmother. Now he needs to buy an aquarium to accommodate his new friend. His mother has suggested putting the aquarium in the kitchen. Pedro has noticed that there was a space available to his aquarium over there. He has measured it with a ruler and has taken the following measures: 60 cm wide, 45 cm deep and 80 cm high. In an aquarium store, the salesman has offered three sizes: 0.5 liters, 0.3 liters and 0.2 liters. Which aquarium should Pedro buy?

This situation was characterized by the prospective teachers, Isolda and me as problem-solving and not an inquiry activity such as the first kind of dialogue activity. It may fall in between what Skovsmose (2001) characterized as the paradigm of exercise and landscape of investigation, as it is neither a simple application of a technique nor a situation to be investigated and make discoveries, respectively. The discussion about how to “open” the problem (SKOVSMOSE, 2001) in order to approach an inquiry activity, and also about the atypical sizes of the aquariums presented by Isabela and Lyriel, occurred in the moment of reflection on the plans.

In their “first dialogic lesson”, Isabela and Lyriel presented a dialogue constituted by different moments. What I present is an excerpt that will be the starting point for further discussion. Here some students begin the task and the teacher is close to them.

- Students: How do I calculate the volume of this space as the three measures are different?
- Teacher: How do you calculate the volume of a cube?
- Students: Side cubed.
- Teacher: And what does side cubed mean?
- Students: Ah! It is side x side x side.
- Teacher: Hum! And how many sides do you have here (in the sentence above)?
- Students: Three sides!
- Teacher: How many sides do you have in this space?
- Students: We have three sides too.
- Teacher: So, what do you think you should do?
- Students: We can try to multiply these three measures...
- Teacher: So try it, go ahead!

Considering the first question from the students in the dialogue, the teacher does not indicate immediately what they could do to calculate the specific volume. The teacher answers with another question: “How do you calculate the volume of a cube?” As the students had already studied this subject (information provided by the prospective teachers), the teacher feels entitled to ask about the volume of a cube. The question works and students remember “side cubed”. This response is transformed into a new question “what does side

cubed mean?” Here the teacher values the students’ answer and uses it to compose the next utterance. Then, the students verbalize three times the word “side” and it helps the teacher’s new question to make sense. There are three measures that should be multiplied to have the volume of a cube and there are exactly three measures provided in the problem. I understand that when the teacher and the students say “side” and “sides of the space” they are referring to the length of the side and the three dimensions of where the aquarium will be placed, respectively. As the problem provides “three sides too”, the teacher suggests: “So, what do you think you should do?” The word “so” means that the students can calculate the volume in the same way as they did with a cube, when the measures were the same. The word “then” connects the familiar and the new. The difficulty seen by the students at the beginning of the dialogue (the three measures are different) seems no longer exist, as the new situation was related to what the students have already studied before.

In the dialogue presented by Isabela and Lyriel, it seems that there is a track followed by the teacher who tries to narrow the gap between what the students already know and the new situation. The teacher’s strategy of intervention was planned according to this track. The teacher directs the students to a new place through questions and using the students’ answers. The first question aims at bringing a prior knowledge to the dialogue. The response expected by the teacher is made public and somehow all the students’ answers are used in teacher’s new questions. The students conclude exactly what the teacher expects. In this type of dialogue, the students’ answers are predictable to the teacher as he/she formulates the questions according to these answers.

I call the dialogue created by Isabela and Lyriel *direct dialogue* as the teacher directs the students’ reasoning and actions to somewhere and predicts the answers to questions posed by him/her. Being direct does not mean that the activity was directed top-down, in which the participation of the teacher is more important than the students’ one, nor that what they say does not matter for the learning process, which characterise the directive pedagogy (BECKER, 1994). On the opposite hand, in the dialogue of Isabela and Lyriel the teacher values students’ answers and incorporates them into his/her new questions. The teacher’s talk depends on what the students say. Being direct means that in this dialogue there is a clear and high intentionality in the teacher’s talk: to direct students’ reasoning from one place to another. The questions do not necessarily provide the answers to the students’ questions and doubts. However, when the questions in this dialogue are considered in totality, they show a direction in the teacher’s talk. The teacher clearly knows where he/she wants to take the students to.

The degree of (un)predictability of a dialogue

The process in which the prospective teachers were engaged is situated in a scenario where they imagine themselves as teachers in a dialogue with students, anticipate a teaching practice and create opportunities for this practice. This process is called pedagogical imagination (Skovsmose & Borba, 2004; Skovsmose, 2009b). The prospective teachers assumed the teacher's role to create a situation, had the students' utterances and actions explicit and, finally, imagined a scenario in which the dialogue appeared. The result of this process was the creation of an *imaginary direct dialogue*.

Although the pedagogical imagination is flexible and vague (SKOVSMOSE, 2009b), the dialogue created by the prospective teachers was conditioned by certain criteria: the action of posing many questions during the dialogue in the inquiry activities; the students' difficulties and questions that help the learning process (realized by the prospective teachers from their previous experiences as monitors and students in mathematics lessons); and no intention of reproducing what was happening in the lessons at schools where they would be teaching a few months later (purely decontextualized exercises and monopolized talk of the teacher).

Considering the context of action and the ideas from Alrø and Skovsmose (2004), the dialogue constitutes a rather unpredictable type of communication, as Helle Alrø stated in our conversation. For the authors, dialogue appears in landscapes of investigation, and I will distinguish it from the direct one calling the former inquiry dialogue. These are two kinds of communication that have similarities such as active listening and equality (characteristics of dialogue for Alrø and Skovsmose), but they differ in the learning scenario where they occur, and in the teacher's intention.

The context of the activity proposed by Isabela and Lyriel was problem-solving. The students should calculate the volume of a space and verify which aquarium would fit in that. There are few techniques of calculation to be used here and there is only one answer to the problem. Therefore, by predicting such an answer and directing the conversation with the students to that place, the prospective teachers planned and predicted a direct dialogue. With more difficulty, an inquiry dialogue can also be anticipated. In order to attend to this task, one would think of the diversity of possibilities in an inquiry. Having done this map, one could choose one path and think of the students' and the teacher's utterances and actions to be followed in the inquiry process. Thus, an imaginary inquiry dialogue would be created. In the context of the pedagogical imagination and considering the fewer possibilities of reasoning in

problem-solving, the direct dialogue is more predictable than the inquiry one. The same happens in the context of teaching action. However, as the unpredictability is unique to action, one can say that the inquiry dialogue is more unpredictable than the direct one.

At the moment of planning, the creation of an imaginary dialogue set some certainty, a degree of predictability, and is guided by the pedagogical imagination. When one moves to the context of action, the unpredictability makes the teacher reconstruct every step that was previously defined. The action is based on what was planned, but is strongly influenced by what happens in the reality, by the dialogue in action. Unlike planning, the decisions in action are made in fractions of seconds. So, the imaginary dialogue, be it direct or inquiry, has a greater degree of predictability than those which occur in action.

Regardless of the type of activity that the students are attending to, the presence of the teacher in the dialogue in action unbalances the unpredictability. In assuming a role of organizer of the student's work, somehow, the teacher can intervene in the way that they are reasoning about the activity. This way might have even been foreseen by the teacher. Then, he/she can insert elements into his/her talk to direct the students' activity to a new path, or to have the activity advanced or stopped. As what was imagined by Isabela and Lyriel, the teacher can make his/her intervention more direct. Even an inquiry dialogue can contain fragments of direct dialogue strongly influenced by the teacher's intention in orienting or directing the activity, making the dialogue more predictable.

The dialogue is more predictable, be it direct or inquiry, when it is anticipated and based on the authors' experiences in a process of pedagogical imagination. When dialogue is in action, it is more unpredictable and is influenced by the teacher's plan and emerging facts particular to action. Both at the moment of planning and at the teaching action, the direct dialogue is more predictable than the inquiry one, due to the quality of the activity developed in the lesson. In a context of problem-solving or exercise, or discussing a doubt, there are few possibilities to follow with a direct dialogue. On the other hand, in an inquiry process the diversity of paths is bigger, which, therefore, gives a higher degree of unpredictability to the inquiry dialogue.

“The dialogue is not predictable!” It is true, but partially.

Possibilities of practices for learning to be in dialogue

The prospective teachers' imaginary dialogue was created in the context of pedagogical imagination, before the teaching practice. What, related to dialogue, can be learned in this

context? Anticipate a dialogue, imagining it happening, and creating the utterances that make it up and the path to be followed by the participants in the dialogue are actions that make part of the learning to be engaged in dialogue. Imagining himself/herself as a teacher in dialogue implies making decisions and choices. Since the imaginary dialogue was created, written and presented, it can be a focus for reflection and, at that time, one can try to understand what the author aims and what his/her attitude in being engaged in dialogue is.

In creating the imaginary dialogue, the prospective teachers showed an intention of putting the dialogue in action with their students in their teaching practice at schools, as somehow this dialogue activity was a preparation to such practice. Skovsmose and Borba (2004, p. 213) corroborate this idea when argue that the imagination “can be related to the expectation and the hope of the teacher” in relation to what can happen in the reality. The dialogue was considered as a kind of communication with students to promote learning. The prospective teachers gave importance to pose questions, instead of stating commands, and to the students’ previous knowledge and ideas, when they used them in their following utterances.

The dialogue activity presented was discussed by the prospective teachers, Isolda and me, at the moment of the course which aimed at reflecting on dialogue in mathematics lessons. The presented imaginary direct dialogue was considered optimistic: without any apparent difficulty, the teacher was able to bring the students to a new knowledge. We believed that such dialogue could happen, but it was needed to “disturb” such predictability in order to explore new possibilities. Therefore, we turned our vision into the context of action. “And if the students do not answer according to what was planned? And if nobody remembers that the volume of a cube is side cubed?”. Questions like these were important to realize the unpredictability of the dialogue in action and, thus, fundamental to the process of learning to be engaged in dialogue. We did not know how the students would behave in the activity and what they would remember about the subjects that they had already studied. Strategies as posing the same question to other students to have them contributing to the dialogue, making the students resume what was previously studied, asking the students to try some alternative to solve the doubt, or posing other questions are possibilities that were discussed with the prospective teachers to learn how to deal with the unpredictability.

And if the students cannot visualize the space where the aquarium will be placed? And if they have difficulties with the dimensions? How do we know the meaning they will produce to the dimensions? And if the aquarium was not like a box but a cylinder? A big cylinder? And if it were a sphere?

Then, we start exploring the problem proposed by Isabela and Lyriel, thinking of the possible students' difficulties and moving towards an inquiry activity. Suggestions were made such as building a cardboard box to visualize the space where the aquarium would be placed. The prospective teachers considered the equivalence between a litre and a cubic metre during the resolution of the problem and it ended up causing the strange sizes for the aquarium. Thus, we suggested exploring the cubic metre related to the water tanks in the students' houses, and constructing a cubic decimetre to have water inside it and to realize the equivalence between a litre and a cubic decimetre.

The creation of dialogues in the context of teacher education is also considered by Blomhøj (as cited in SKOVSMOSE, 2009b). From his observations of mathematics lessons, Blomhøj constructed episodes, each of these constituted of a real part (the exact transcript of a dialogue between teacher and students that had happened in a lesson) and of an invented part (the creation of a follow-up dialogue, setting up a new possibility for the situation that occurred). These episodes were discussed with the teachers from these lessons and this strategy was a powerful tool to explore other educational possibilities, as what happens in the process of pedagogical imagination.

The moment of reflection on the imaginary dialogue consisted of an opportunity to create challenges and give different directions to what was proposed. The reflection was a continuation of the pedagogical imagination process initiated by Isabela and Lyriel when they developed the direct dialogue. We thought of what could be, of alternatives to what had already been imagined, being guided by possible students' difficulties, unforeseen situations and attempts to get approached an inquiry activity. We imagined collectively what was imagined by the prospective teachers. This process contributed to the reflection on the unpredictability of teaching practice. In assessing this moment of reflection in the course, Isabela reported that she and Lyriel considered just one way for the development of dialogue. "We do not see all the possibilities. At the presentation in the lesson, other questions were emerging. There are many possibilities, the field is very broad". Lyriel stressed the importance of trying to understand what the students think, and then, the teacher can "think about the next questions to proceed in the activity". The process of exploring possibilities implies assuming a critical stance towards a particular situation. In a discussion about the concept of critique, Skovsmose (2011, p. 22) states that "critique can mean an exploration of possibilities which need not to be related to socio-political changes overall", but also related to situations of day by day in students' and teachers' life and in the classroom. Being critical "means to recognise that what appears as given might be contingent: it could be different"

(SKOVSMOSE, 2011b, p. 23). Questioning a given situation, being critical, is part of the process of pedagogical imagination.

The creation and reflection on imaginary dialogues configure possibilities of practices for learning to be engaged in dialogue in mathematics education. The fact that the prospective teachers imagined themselves as teachers in dialogue led them to make decisions regarding how they would behave in that situation. The presentation and the following reflection on the imaginary dialogues allowed the teacher educators to understand what the prospective teachers wanted in their practice. Considering this, it was possible to assess their intentions, reflect on what was imagined, alert to the unpredictability of action, orient to consider and value the students' ideas and to be aware of the importance of asking questions, and explore other possibilities for teaching practice. The exercise of being critical, thinking differently to what is given, was performed and collaborated to reflect on the dialogue.

In this text, I presented that the process of pedagogical imagination in a teaching practice course consisted of two important learning moments of dialogue: the creation of imaginary dialogues and the imagination from what was imagined. Assuming a role of teacher in dialogue (be it direct, inquiry or any other form that can be configured) foresees the possibility of action. Questioning a current situation and discussing the possibilities contributes to the critical teacher education. Imaginary, real, direct, inquiry, more predictable or unpredictable, dialogue appears as a form of communication between teacher and students to promote learning.

APÊNDICE B – RAQUEL INTERVIEWS ISOLDA WHO INTERVIEWS RAQUEL: A CONVERSATION ABOUT DIALOGUE

Raquel Milani e Isolda Gianni de Lima⁶³

In this paper we characterize a mutual interview between two teachers, Raquel and Isolda, about the concept of dialogue in mathematics education. These teachers have developed a collective practice in a supervised teaching practice course on mathematics which was based on teacher-students dialogue. The interview was important to know what each teacher thought about the concept. This knowledge was used to design the course. Here we present a definition of mutual interview which is based both on the concept of dialogue (by Alrø and Skovsmose, and Bohm), the concept of interview (by Kvale and Brinkmann) as well as the dialogue experience between Raquel and Isolda. This definition also includes dialogic acts and the actions of seeing, thinking, and constructing common knowledge together.

A research on dialogue in pre-service mathematics teacher education

Dialogue is something that is done with the other. In the educational context, assuming a dialogical stance means that the teacher and the students share the talk, that is, the speech is not monopolized by one of these parts. It is a political stance. Considering equity in dialogue, everyone has the right to express his/her own perspectives. Being engaged in dialogue with the other means listening to him/her, asking the other, being interested in what the other says. Can talking about dialogue with the other also be like that?

This paper describes a conversation in an interview format between Raquel and Isolda, two teachers and researchers of mathematics education, interested in teacher-students dialogue to promote learning. Raquel and Isolda are the authors of this text. It is important to clarify that the interview is part of a research Raquel has been developing on the dialogue between prospective mathematics teachers and their students at schools in the context of a supervised teaching practice. In this text when we talk about the interview we will be referring to ourselves as Raquel and Isolda. In some moments, however, the first person singular will be used to make Raquel's reflections and clarifications about the research explicit.

Understanding the process of learning to be engaged in dialogue by the prospective mathematics teachers is the central objective of the research. It is difficult for them to establish an open interaction with students in order to ask questions, understand their

⁶³ Este artigo é uma adaptação em inglês do texto 3 desta tese que foi aprovado para ser apresentado em um evento.

responses and use them in the construction of concepts (ALMEIDA; FERNANDES, 2010; MOYER; MILEWICZ, 2002). Being aware of this difficulty and believing that dialogue may promote learning, I think that some actions could be performed in order to make these prospective teachers feel more comfortable about an open interaction in the mathematics classes. Therefore, in a supervised teaching practice course in the University where I teach, I have planned some activities with the supervisor teacher (Isolda) about dialogue in mathematics education. Before the prospective teachers started their class planning, they were engaged in dialogue activities, i.e., activities that involved the concept of dialogue in moments of reflection, planning and implementation. This was the environment where the production of research data took place.

In that context, I acted as a supervisor teacher, as I have always been. My acting, however, was different from the one I usually performed. At that moment, I assumed the position of the researcher and I was Isolda's collaborator. How the dialogue activities influenced the prospective teachers' pedagogic decisions was an important aspect of the research. Those activities belonged to a collective practice executed by Isolda and myself. In this context of research and practice, I investigated, therefore, my own collective practice.

Jarvis (1999) calls the professional who develops research on his own practice a practitioner researcher. According to this author, the practitioner researcher knows what works in his/her practice, he/she feels comfortable in relation to the knowledge, skills and attitudes from his/her practice, and knows what problems should be investigated. In the context of my research I assumed the position of practitioner researcher and Isolda, that of the practitioner. The two teachers are professionals who work in the same area, the supervised teaching practice courses, and therefore are practitioners. Throughout my practice, I often reflect on my actions to assess what needs to be maintained or modified. "Practice is both a site and an opportunity for learning, and reflective practice is a necessary approach to learning how to become an expert practitioner" (JARVIS, 1999, p. 70). Because I reflect on my own practice, I consider myself a reflective practitioner. As a result of this reflection, there were issues of concern related to the investigation that I have been developing. Therefore, besides performing actions of my own practice, I reflected, in a systematic way, about them and their effects on the prospective teachers' decisions.

A collective practice has several elements and among them a collaborative planning of actions and some ideas shared by the actors of this practice. Such common ideas may emerge in various ways, but in this paper we will highlight a special instrument to see what the

involved people think about a special subject. It is a mutual interview between Raquel, the practitioner researcher, and Isolda, the practitioner.

Raquel and Isolda in a mutual interview

Once the planning and the implementation of dialogue activities would be made by Raquel and Isolda (i.e., they would work together), it was not conceivable and ethical to impose one's ideas about dialogue over the other. Rather, there would have to be a proximal discourse for both teachers in order to talk to the prospective teachers about dialogue. Thus, before planning the dialogue activities in detail, the need to know what each teacher understood by dialogue in mathematics education arose. Therefore, Raquel and Isolda arranged a mutual interview about dialogue.

Let us now introduce both teachers properly. Raquel is the researcher who has been developing the present investigation and the collaborator of the supervised teaching practice course. Isolda is the supervisor teacher of this course and who has collaborated with the research. Raquel and Isolda are researchers of mathematics education, they have been working at the same higher education institution, are supervisor teachers, have developed many projects together in mathematics education, and, also importantly, they are friends.

The interview had two aims: to know what each teacher understood about dialogue in mathematics education, and delimitate common aspects in these perspectives. It was a mutual and open interview implemented by email. It was mutual, because the two teachers posed and answered questions. The intention was not only to know what the teachers thought about a particular subject, but also to make the teachers' perspective explicit. Raquel and Isolda were, therefore, interviewers and interviewees. The interview was open, because there was not a protocol of questions to be followed. The electronic environment facilitated the recording of questions posed, answers provided, dates and waiting time for answers.

The interview had three rounds of questions and answers. In the first round, the teachers elaborated and sent their questions to the other. Each teacher answered questions taking her time, according to her availability, amid daily tasks. The questions were formulated, initially, according to the curiosity of each teacher by what the other thought. The answers informed to the other about a subject, in this case the *dialogue*, showing a personal perspective.

In the second and third rounds, besides this curiosity, the questions were formulated based on the answers provided by each teacher in the previous rounds. There was an interest

in knowing more about a particular idea and going deeper into a perspective in order to know its origins and foundations. There was time to think about the answers and the new questions. The teachers might read the questions received and think about the answers or write some previous answer, which were on standby to be reviewed and modified at any time. Meanwhile, the teachers thought of new aspects of those answers and supplemented them. These reflective comings and goings characterized the process of providing answers. All questions and answers were stored in a file on their computers, which made it easier to go back and forth improving what had been written earlier.

Dialogic acts in the mutual interview

Throughout the interview it was possible to notice some important actions that assured its development. Those actions were related to the concept of dialogue by Alrø and Skovsmose (2004), in the context of the critical mathematics education. The authors have characterized empirically the dialogue between teacher and students and among students in terms of the acts that constitute the Inquiry Cooperation Model: *getting in contact*, *locating*, *identifying*, *advocating*, *thinking aloud*, *reformulating*, *challenging*, and *evaluating*. That concept has been widely used in studies involving communication in mathematics education to promote critical learning, which involves both socio-political aspects related to mathematics as those related to the process of discovering mathematics ideas by the students. A recent example is the research by Alrø and Johnsen-Høines (2010) which analyses how prospective teachers put the dialogue into action when they question the traditional ways of teaching and plan new possibilities of learning mathematics critically, showing competence to propose innovative strategies.

Some of those acts were also present in Raquel's and Isolda's mutual interview, as it is the case of *getting in contact*, *locating*, *advocating*, *thinking aloud*, *reformulating*, and *challenging*. As we mentioned earlier in this text, in the first round of the interview, the questions showed the teachers' interest in knowing what the other thought about aspects of the dialogue; thus, Raquel and Isolda *got* the necessary *contact* to the development of the interview. Some of the following questions sought to improve their knowledge on a specific idea and know the details about it, since it represented some degree of novelty for the teacher who had asked the question. Deepening and better understanding a perspective are related to the dialogic act of *locating*. This process has permeated the whole development of the interview.

In the mutual interview, the act of *locating* can be illustrated by some moments, as when Isolda asked Raquel for an explanation about the idea that “engaging in a dialogue with the other involves listening carefully to what he says and posing questions”. In responding, Raquel explained the concept of active listening, which means “asking questions and giving non-verbal support while finding out what the other is getting at” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, p. 62), and defended its importance in the dialogue to promote learning. Another moment when the dialogic act of *locating* was in action was when Isolda, describing the teacher’s talking in the dialogue, referred to some elements of Jean Piaget’s learning theory. Interested in knowing more about those elements and their relationship with the dialogue, Raquel posed questions to deepen Isolda’s ideas in the following rounds.

The dialogic act of *challenging* appeared in an implicit and explicit way in the conversation among the teachers. In an attempt to *locate* Raquel’s perspective, Isolda proposed: “I would want to *challenge* you to make some assumptions on what are disciplinary and bureaucratic questions”. Isolda also asked “Which questions promote learning? Which questions are proper of dialogue?” The verb *to challenge* appeared explicitly in Isolda’s question. In moments before the interview, the types of questions that are posed in a mathematics class had been a point of reflection to Raquel. Isolda’s question was a special opportunity to rethink about those kinds of questions. Even when the verb *to challenge* did not appear explicitly in the question, the teachers felt *challenged* to be clear and expose what they thought. Sometimes it was hard to explain something about which they had never written. An example of that was when Isolda asked Raquel to exemplify the dialogue related to the teaching of some mathematical concept. Before asking, Isolda did not know that looking for this example represented a *challenge* for Raquel, precisely because it was one of her uncertainties: when is a conversation considered a dialogue? Raquel used the context of solving equations to illustrate what she believed dialogue was, and, in the next round, she enlisted Isolda’s help: “what would you call the conversation I described in the context of solving equations to discuss the student’s doubt?”.

The actions of defending a perspective, agreeing or disagreeing with an idea, and arguing for or against it, are related to the dialogic act of *advocating*. Raquel and Isolda began the interview with individual ideas, certainties and uncertainties. As the rounds went forward, the teachers identified common ideas in their answers, as Isolda stated about the prospective teachers’ difficulty of engaging in dialogue with the students in their teaching practice: “I agree that it is difficult for prospective teachers to express and practice the dialogue in class. Which factor(s) do you think cause that difficulty?” Sometimes Raquel also agreed with

Isolda, for example, when she judged positively some ideas presented by her: “This idea of intentionality of dialogue is very good” and “The expression ‘enhance the dialogue is very good’”. Raquel still summed up some ideas of both teachers: “We agree that talking and listening are important actions in the mathematical dialogue”.

The dialogic act of *thinking aloud* refers to the verbalization of reasoning to make a perspective public, thus allowing it to be investigated. In the mutual interview, Raquel and Isolda made their perspectives explicit, defended them in writing, and deepened their ideas through explanations and examples. While in a face-to-face conversation the act of *thinking aloud* refers to spoken verbalization, in the mutual interview the quality “aloud” was related to a written explanation of perspectives.

In some questions, Raquel and Isolda paraphrased themselves in seeking to *locate* the perspectives and propose *challenges*. The teachers tried to reproduce what the other had said with their own words. The dialogic act of *reformulating* refers to this attempt to say again what was said by someone in order to know that the perspectives of each side are understood.

In explaining what each teacher meant by dialogue, Raquel and Isolda put many dialogic acts described by Alrø and Skovsmose (2004) into action. In the following section, we highlight common aspects of the teachers’ perspectives.

The creation of a common knowledge

Raquel and Isolda, in the first round of the interview, made their initial perspectives on the concept of dialogue explicit. With the process of going deeper into the ideas, comparing thoughts, agreeing and challenging each other, it was possible to see some common aspects between the perspectives presented. However, before presenting them, it is necessary to bring some ideas about dialogue.

Raquel agrees with the definition of dialogue as proposed by Alrø and Skovsmose (2004). The teacher states that dialogue is a kind of conversation with some characteristics (theoretical and empirical), which aims at critical learning. The theoretical characteristics: making an inquiry, running risks, and maintaining equality. In empirical terms, dialogue is characterized by eight dialogic acts that compose the Inquiry Cooperation Model, which were quoted earlier in this text. Raquel pointed to the importance of listening carefully to what the other says and posing questions. In a further comment on that idea, Raquel explained the concept of active listening and established relations with the learning process.

In trying to understand what the other says to me, it seems that I go to meet him and do some intervention so that together we can go somewhere else, new for both. New to the other, because it seems that he has never been there, new to me, because I am going somewhere known to me, but with a different company [...]. The teacher engaged in dialogue assumes a stance about what is learning mathematics and how the knowledge is constructed in the classroom. The concepts are not transmitted to the students, as given, but constructed with the students, considering their previous knowledge. The teacher will create an environment in the classroom to promote possibilities of doubting, questioning and arguing. This teacher believes that the students have to express themselves, put their ideas in public.

When Isolda was asked to write about dialogue and mathematics education, she states that dialogue is

an intentional exercise of talking and listening that occurs producing actions of thought, reflection and internal constructions. It can be planned with some definite purpose, as to learn and teach. It is a didactic and pedagogical action, almost a teacher's conduct, which seeks to involve students in actions of thought, to develop or expand the understanding of a concept. The teacher's talking is questioning, and should promote the listening that produces internal operations, cognitive imbalances, assimilations and accommodations.

From this response, Raquel asked Isolda to explain in more details her ideas about learning based on the theory of Jean Piaget. Therefore, in the following rounds of interview, Isolda refers to the stages of development and to expressions such as "imbalances" and "balances" in her examples of dialogue and other explanations. She says that, while the learning process is in action, one is operating consistently with previous concepts for the construction of a new concept. She still states that "the mechanisms and constructions are internal and individual, but nothing happens without putting the structures of thought into action".

Considering that Raquel and Isolda are different subjects, their speeches are also different. Each teacher has a career and some maturity in relation to her beliefs about mathematics education. While Isolda assumes Piaget's theory in her speech, Raquel is starting her career as a researcher and making her theoretical choices. Therefore, there would not be a single speech to the prospective teachers, but common aspects that emerged in the process of clarifying perspectives, which will be explained below.

For Raquel and Isolda, dialogue involves assuming a pedagogical stance related to the way that the mathematics is learned by students. The teachers believe that knowledge should be discovered by students and not delivered to them. The students must act on the proposed activities and express their ideas and ways of thinking. They should be involved in actions of thought, relating previous knowledge to the situations that they are studying, in order to

construct new knowledge. The teacher is the one who guides the process of discovery. Listening and talking are common actions to the teacher and the students. Asking and being attentive to what the other says are part of the dialogue and, therefore, people involved must listen actively. For Raquel and Isolda, the dialogue is intentional, i.e., it aims at learning.

Those common ideas emerged in the development of the mutual interview. What one teacher said influenced the other's response in some way. The process of creating a common knowledge is particular to a conversation as the dialogue (BOHM, 1996). For this author, the dialogue has a different sense from the one communication has. One of the senses mentioned by the author for communication is "to make something common, i.e., to convey information or knowledge from one person to another in as accurate a way as possible" (BOHM, 1996, p. 2). On the other hand, in the dialogue,

When one person says something, the other person does not in general respond with exactly the same meaning as that seen by the first person. Rather, the meanings are only *similar* and not identical. Thus, when the second person replies, the first person sees a *difference* between what he meant to say and what the other person understood (BOHM, 1996, p. 2, emphasis in original).

Bohm believes therefore that there is a difference between what is said by a person and what is understood by the other who listens. It is that difference that will make the dialogue go on. The first person who talks "may then be able to see something new, which is relevant both to his own views and to those of the other person. And so it can go back and forth, with the continual emergency of a new content that is common to both participants" (BOHM, 1996, p. 2). Unlike every person trying to make his/her ideas common to the other person, in the dialogue, "the two people are making something *in common*, i.e., creating something new together" (BOHM, 1996, p. 2, emphasis in original).

In the mutual interview, each teacher made her initial perspective on dialogue explicit, but there was no intention to make this a true perspective, one that would predominate throughout the interview. "In a dialogue [...] nobody is trying to win" (BOHM, 1996, p. 7). Even trying to be as accurate as possible, it was necessary to return to the answers, ask again, ask for more explanations and examples in order to understand the particular perspective. In this back and forth movements, common ideas to the two teachers began to emerge, i.e., "something that takes shape in their mutual discussions and actions" (BOHM, 1996, p. 3).

Raquel and Isolda in a mutual *inter-view*

The conventional interview is a meeting between two people where one of them, the interviewer, aims to obtain from the interviewee the necessary information on an issue (LAKATOS; MARCONI, 2010). In Raquel and Isolda's conversation, on the other hand, the roles of interviewer and interviewee were not assigned to one or the other teacher. Both functions were assumed by the two of them who, more than obtaining information about what each one thought about dialogue, they mutually exchanged and reflected on their perspectives. Kvale and Brinkmann (2009, p. 2) consider the interview as an interaction between two people, and literally, as "an inter view, an inter-change of views between two persons conversing about a theme of mutual interest". The authors consider that in an interview the participants look at some subject together. The positions of interviewer and interviewee are assumed by different people, who see the object of an interview together. In the case of mutual interview, Raquel and Isolda looked and thought together about the ideas that were being clarified in the conversation. In order to illustrate that action of seeing and thinking together, we emphasize the moment when Raquel presented an idea, Isolda thought about it and then questioned Raquel who, in turn, thought again about the same idea or another aspect related to it. There were, therefore, common objects of reflection, which revolved around the concept of dialogue, which was the mutual interest of the teachers.

Raquel and Isolda thought together about what they were talking. It was possible to see that action occurred in two dimensions: interpersonal and intrapersonal. The interpersonal level refers to the act of thinking itself during the exchange of questions and answers. The intrapersonal dimension refers to each participant's action of thinking. As an example, let us consider Raquel's report. Initially, she did not imagine the ways that her thoughts would go, because it depended on the clarification of Isolda's perspectives and questions. Besides wanting to know what Isolda thought - the motivation to think together on the interpersonal level - Raquel wanted Isolda to know about her perspective. In order to make it clear to Isolda, Raquel needed to know what she herself thought about it, and in a clear way - the motivation to think together on the intrapersonal level.

In trying to answer one of Isolda's questions, Raquel was involved in an internal process of thinking critically by herself. While she talked to Isolda, she talked to herself, trying to clarify her certainties and uncertainties. Regarding what was uncertain, Raquel opted for the openness, because she knew that in doing so she would have a chance to talk about the issue to Isolda. Raquel changed moments of uncertainty into challenges, trusting that Isolda

would perform an active listening. We highlight, therefore, the importance of thinking together on the mutual interview's interpersonal level, as it enables the creation of challenges on the intrapersonal level as listening to yourself, asking yourself, and respecting yourself.

The actions of seeing and thinking together, including the intrapersonal level, resulted in another important action of the mutual interview. Kvale and Brinkmann (2009, p. 2) consider the interview as “a construction site for knowledge”, which is “constructed *inter* the *views* of the interviewer and the interviewee”. *Inter* the *views* of Raquel and Isolda, i.e., in the interaction of the two teachers, a common knowledge was constructed. Such knowledge did not exist at the beginning of the conversation. There were two perspectives that began to be related as they were clarified and deepened. Some ideas were very close to both teachers, but others were unique to each one. Thus, some of Raquel's conceptions made sense to Isolda and vice versa. Each teacher has incorporated the other teacher's ideas in her speech. Therefore, the interaction made it possible to point common aspects about dialogue, about learning and about mathematics education.

The mutual interview between Raquel and Isolda about dialogue was characterized by the actions of seeing, thinking, and constructing common knowledge together. Other actions, more specific, were present at the talk of the teachers. This is the case of dialogic acts of *getting in contact*, *locating*, *advocating*, *thinking aloud*, *reformulating*, and *challenging*. Both the specific and general characteristics of the mutual interview refer to the concept of dialogue by Alrø and Skovsmose (2004). Specifically, the action of creating common knowledge together is associated with the definition of dialogue by Bohm (1996). Considering that characterization, we believe that the mutual interview was, in fact, a *dialogue*. A special reason is that Raquel and Isolda were mutually interested for their perspectives, and did not try to impose their opinion on each other. That interest was expressed in terms of *active listening*, i.e., Raquel and Isolda carefully welcomed the questions and answers and kept in touch by posing new questions.

Clearly the mutual interview between Raquel and Isolda cannot be characterized exactly in the same way as the dialogue by Alrø and Skovsmose (2004), since, for these authors, that concept aims at critical learning of mathematics. The teachers had not intended to learn mathematics, but learning about dialogue with each other and construct together a new common knowledge. However, the way that Raquel and Isolda mutually posed and answered questions is similar to that concept of dialogue.

Based on theoretical concepts cited in this text and on my own experience with Isolda, we propose, therefore, a definition of mutual interview: it is a dialogue between people

interested in a subject of mutual interest, who listen actively to each other and assume the roles of both the interviewer and the interviewee, and is characterized by general actions of seeing, thinking, and constructing common knowledge together, as well as by specific dialogic actions of getting in contact, locating and deepening, advocating, thinking aloud, reformulating, and challenging.

Final remarks

Being engaged in dialogue with the other, especially in the context of mathematics education, is, above all, an act of mutual respect and equity. The one who talks deserves to find someone who listens and shows interest in what is said. That was the case of the mutual interview between Raquel and Isolda. The teachers were able to find out with more details about their perspectives: the other's one and their own. Considering the intrapersonal level of thinking together, the process of clarifying ideas was permeated by a sincere and deep self-reflection. This respect for oneself is essential to respect and help the other, the task of every teacher. Once Raquel and Isolda would work in partnership in a supervised teaching practice course, it would not be ethical to impose one's perspective about dialogue over the other. The mutual interview reinforced the respect and trust that the teachers had already felt for each other.

In this paper, based on the experience with Isolda, the concept of interview by Kvale and Brinkmann, and the concept of dialogue by Bohm and by Alrø and Skovsmose, we presented a definition of mutual interview. In contrast to the conventional idea of an interview as a professional meeting between interviewer and interviewee, in which the first obtains information from the second, the mutual interview is a dialogue that aims to know the perspectives of those involved and construct a common knowledge together. This construction process occurs in a dialogic interaction full of actions taking place with the other and which maintain the contact between the participants, particularly because of the active listening.

The mutual interview between Raquel and Isolda was already predestined to be a dialogue from its beginning. Although Raquel has realized this fact just during the interview, Isolda, in the first round, finished her answers by saying: "That is, to begin the conversation, the dialogue!"

ANEXO – TERCEIRA ATIVIDADE DE DIÁLOGO

Minha primeira atividade dialogada⁶⁴

O professor entra na sala de aula do seu 3º ano de Ensino Médio e solicita que os alunos formem um semicírculo. Ele explica que nesta aula, a atividade será de investigação e para que a mesma aconteça, será necessária a colaboração e participação de todos.

Nas aulas anteriores, o professor já trabalhou conteúdos envolvendo a Geometria Espacial, como largura, altura, profundidade e volume de um cubo. O professor entrega impresso aos alunos o seguinte enunciado:

O Peixe de Pedro Jorge

Pedro Jorge tem 12 anos e ganhou um lindo peixinho de sua avó, dona Maria. Ele mora em um apartamento da Zona Sul da cidade e precisa comprar um aquário para acomodar seu novo amiguinho. Seu quarto é pequeno e ainda o divide com sua irmã mais velha. Sua mãe disse que não quer ver o bichinho na sala, e deu a ideia de colocá-lo na cozinha. Pedro foi até o local e percebeu que havia um espaço disponível e, com uma régua, ele mediu o mesmo e anotou as seguintes medidas: 60 cm de largura, 45 cm de profundidade e 80 cm de altura. Depois disso, foi com sua mãe até uma loja para comprar um aquário e o vendedor ofertou aquários com as seguintes capacidades:

- 0,5 litros
- 0,3 litros
- 0,2 litros

Qual aquário Pedro Jorge deverá comprar?

Como os alunos já sabem calcular o volume de um cubo primeiro espera-se que eles tentem calcular o volume do espaço disponível. Neste momento, começará a acontecer um diálogo na sala de aula entre professor e alunos bem como entre a turma.

“Alunos”: Como eu faço para calcular o volume desse espaço, se as três medidas são diferentes?

Professor: Como você calculou o volume do cubo?

“Alunos”: Lado ao cubo.

Professor: E o que significa lado ao cubo?

“Alunos”: Ah! É Lado x Lado x Lado.

Professor: Hum, e quantos lados vocês têm?

“Alunos”: Três lados!

Professor: Quantos lados vocês têm neste espaço?

⁶⁴ Esta atividade foi elaborada pelas estagiárias Isabela e Lyriel a que se refere o texto 5 da tese.

“Alunos”: Temos três lados também.

Professor: Então, o que vocês acham que devem fazer?

“Alunos”: Podemos tentar multiplicar estas três medidas...

Enquanto isso o professor caminha pela sala de aula, acompanhando o andamento da atividade. Percebe que os alunos multiplicam então as três medidas dadas. Todos chegam ao mesmo resultado: 216.000, mas 216.000 o que? Então o professor volta a questionar:

Professor: Que valor é este que vocês encontraram?

“Alunos”: 216.000

Professor: Tá, mas são 216.000 peixes, 216.000 litros, 216.000 metros? Qual a unidade de medida?

“Alunos”: Não. São Centímetros.

Professor: 216.000 Centímetros de comprimento?

“Alunos”: É.

Professor: 216.000 centímetros? 21,6 metros? Será que é tudo isso??

“Alunos”: Não....

Então o professor mostra no quadro:

Professor: Vejam a multiplicação que vocês fizeram:

$$60 \text{ cm} \times 45 \text{ cm} \times 80 \text{ cm} = 216.000 \text{ cm}$$

O que vocês multiplicaram?

“Alunos”: Os números.

Professor: E a unidade de medida se multiplica também?

“Alunos”: Precisa multiplicar?

Professor: Desta forma o que significam estes 216.000 cm?

“Alunos”: O comprimento.

Professor: É isto que vocês estão procurando?

“Alunos”: Não.

Professor: No calculo da área vocês tinham o que?

“Alunos”: cm^2

Professor: E no volume?

“Alunos”: A tá!!!!!!! cm^3 . Era só isso??? mas só faltou um 3...

Professor: Sim um 3, que faz toda diferença. 1 cm é diferente de 1 cm^2 que é diferente de 1 cm^3 . E agora qual aquário ele compra?

“Alunos”: Ah, mas eu não sei quantos cm^3 cabem num litro?

Professor: Vamos lá colegas, vamos nos ajudar e recordar, vimos isto no Ensino Fundamental.

Enquanto isso, os alunos conversam entre si, tentando recordar a transformação de unidades de medidas.

“Alunos”: Eu lembro que 1 litro equivale a 1 m³. Sério?

“Alunos”: Podemos fazer regra de 3?

“Alunos”: Como?

“Alunos”: 1 litro ----- 1 m³
 x ----- 216.000 cm³

“Alunos”: Não mas assim, não pode, estamos comparando m³ com cm³

“Alunos”: então como a gente faz?

“Alunos”: convertendo os cm³ em m³:

1 m x 1 m x 1m, é o mesmo que:

100 cm x 100 cm x 100 cm = 1.000.000 cm³

“Alunos”: Tá, mas e aí?

“Alunos”: Agora sim podemos fazer a regra de três:

1 litro ----- 1.000.000 cm³

x ----- 216.000 cm³

x = 0,216 litros

“Alunos”: (Com auxílio da calculadora) Efetuam o cálculo e obtêm 0,216 litros.

Desta forma espera-se que os alunos cheguem a conclusão de que o único aquário que Pedro Jorge poderá comprar para seu peixinho é o de 200 ml, que é o que cabe na estante da cozinha.

Após esta atividade será introduzido o conceito de volume de paralelogramo.