

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JULIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

METODOLOGIA PARA O PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE
SISTEMAS HIDROTÉRMICOS EM MERCADO ELÉTRICO
COMPETITIVO

Miguel Paredes Quiñones

Ilha Solteira – SP

Fevereiro - 2012

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**“METODOLOGIA PARA O PLANEJAMENTO DA
OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS EM
MERCADO ELÉTRICO COMPETITIVO”**

MIGUEL PAREDES QUIÑONES

Orientador: Prof. Dr. Rubén Augusto Romero
Lázaro

Co-Orientador: Prof. Dr. Marcos Julio Rider
Flores

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade
de Engenharia - UNESP - Campus de Ilha
Solteira, como parte dos requisitos exigidos para
obtenção do título de Mestre em Engenharia
Elétrica.

Área de concentração: Automação.

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação
Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP - Ilha Solteira.

P227m Paredes Quiñones, Miguel.
Metodologia para o planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos em mercado elétrico competitivo / Miguel Paredes Quiñones.
Ilha Solteira : [s.n.], 2012
125 f. : il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de concentração: Automação, 2012

Orientador: Rubén Augusto Romero Lázaro
Co-orientador: Marcos Julio Rider Flores
Inclui bibliografia

1. Coordenação hidrotérmica. 2. Operação econômica. 4. Mercados elétricos.
3. Programação linear inteira mista. 4. Sistemas de energia elétrica.

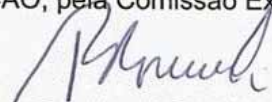
CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

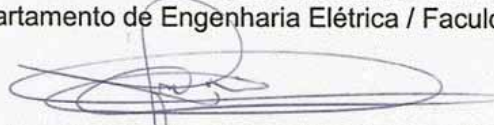
TÍTULO: Metodologia para o planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos em mercado elétrico competitivo

AUTOR: MIGUEL PAREDES QUIÑONES

ORIENTADOR: Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica ,
Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. JOSE ROBERTO SANCHES MANTOVANI
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. SECUNDINO SOARES FILHO
Departamento de Engenharia de Sistemas - Densis / Universidade Estadual de Campinas

Data da realização: 17 de fevereiro de 2012.

*A meus pais que me incentivaram a
chegar até aqui. E aos meus irmãos
que me apoiaram em todo.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à minha família por sempre me dar forças e me incentivar nesta etapa da minha vida.

Agradecimentos especiais ao professor Rubén Augusto Romero Lazaro, por ter aceitado me orientar e apoiar não só na pesquisa. Ao professor Marcos Julio Rider Flores, pela dedicação e orientação no trabalho desenvolvido.

Agradeço a todos os professores, colegas e funcionários do departamento de engenharia elétrica da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira.

Agradeço aos meus amigos que me apoiaram em todas as dificuldades que passei durante a construção deste trabalho.

Agradeço a UNESP, ao departamento de Engenharia Elétrica da FEIS, pela estrutura oferecida para o desenvolvimento do trabalho. A FAPESP e FEPISA pelo apoio financeiro.

Se queres prever o futuro, estuda o passado.

Confúcio

RESUMO

Neste trabalho foi desenvolvido um modelo baseado em programação linear inteira mista para determinar o custo mínimo da operação de um sistema hidrotérmico de longo prazo em um mercado elétrico competitivo. O modelo é capaz de encontrar os valores ótimos de operação para um período futuro nas usinas térmicas e hidroelétricas, considerando os limites normais e de emergência e as perdas de potência ativa nas linhas de transmissão, para diferentes níveis de carregamento, com múltiplos reservatórios de acumulação e de regulação. Adicionalmente, a previsão da hidrologia foi modelada mediante modelo *SARIMA* para o período de análise, considerando o histórico dos dados hidrológicos.

O modelo foi implementado na linguagem de modelagem matemática *GMPL*. O problema de programação linear inteira mista foi resolvido usando o *solver GLPSOL*. As previsões das hidrologias foram feitas na linguagem estatística *R*. Foi desenvolvida uma interface gráfica para gerenciar o modelo em *GMPL*, a previsão hidrológica em *R* e o *solver GLPSOL* na linguagem *Qt*. Desta forma é possível adicionar novos modelos, alterar dados do modelo e visualizar os resultados. Todas as linguagens e *softwares* usados são livres de distribuição e modificação.

Para o modelo desenvolvido foram analisados os seguintes casos: sistema de 6 barras; sistema uninodal brasileiro e sistema interligado peruano. Os resultados obtidos foram comparados com os resultados encontrados na literatura com o objetivo de validar a proposta deste trabalho.

Palavras-chave: Coordenação hidrotérmica. Operação econômica. Programação linear inteira mista. Mercados elétricos. Sistemas de energia elétrica.

ABSTRACT

In this work developed a model based on mixed integer linear programming to determine the minimum cost of operation of a hydrothermal system in a long-term competitive electricity market. The model is able to find the optimal values of operation for a future period in thermal and hydroelectric power plants, considering the normal and emergency limits and the active power losses in transmission lines, for different loading levels, with multiple storage reservoirs and dams. In addition, predicting the hydrology was modeled by the *SARIMA* model for the period of analysis, considering the hydrological historical data.

The model was implemented in the language of mathematical modeling *GMPL*. The mixed linear integer programming problem was solved using solver *GLPSOL*. The predictions in the hydrology using the statistical language *R*. It was developed a graphical interface to manage the *GMPL* model, the hydrologic forecasting, and solver *GLPSOL* in *Qt* graphical language. By this way, is possible to add new models, change the data of the model and view the results. All languages and software used are free to distribute and modify.

For the model developed the following cases were analyzed: 6 bar system; Brazilian uninodal system and Peruvian interconnected system. The results were compared with results in the literature in order to validate the proposal of this work.

Keywords: Hydrothermal coordination. Economic operation. Mixed integer linear programming. Electrical markets. Electrical power systems.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Curva de duração da demanda (Energia vs horas).	22
Figura 2: A curva de duração de carga é linearizada.	23
Figura 3: Custo vs potência de saída.	24
Figura 6: Representação de uma linha de transmissão.	25
Figura 7: Representação do sistema de transmissão.	27
Figura 4: Vazão vs potência em uma usina hidroelétrica.	29
Figura 5: Representação gráfica da usina hidroelétrica num período de tempo.	30
Figura 8: Representação gráfica do reservatório de acumulação ao longo do tempo.	32
Figura 9: Representação gráfica do reservatório de regulação ao longo do tempo.	34
Figura 10: Representação gráfica do ponto de interesse	35
Figura 11: Troca de potência em um sistema sem perdas nem limites nas linhas de transmissão.	38
Figura 12: Troca de potência em um sistema considerando perdas e sem limites nas linhas de transmissão.	38
Figura 13: Troca de potência em um sistema sem considerar perdas e com limites nas linhas de transmissão.	38
Figura 14: Esquema de relacionamento entre os módulos do programa NEWAVE.	40
Figura 15: Esquema dos passos do modelo PERSEO.	42
Figura 16: Modelagem linearizada do quadrado da diferença angular elétrica nas linhas de transmissão do modelo DC.	43
Figura 17: Curva de custo por produção de potência de uma usina termoeletrica.	46
Figura 18: Partes do programa desenvolvido.	57
Figura 19: Interface gráfica em Qt de gerenciamento do modelo proposto.	58
Figura 20: Sistema teste 6 barras.	62
Figura 21: Gráfico sazonal $s=24$ para afluente A11.	63
Figura 22: Gráfico sazonal $s=36$ do afluente A11.	63
Figura 23: Tendência (a), FAC (b) e FACP (c) do afluente A11.	64
Figura 24: Sazonalidade (a), FAC (b) e FACP (c) da série A11.	65
Figura 25: Energia gerada pelas usinas hidroelétricas e demanda para o sistema de 6 barras.	68
Figura 26: Volume dos reservatórios de acumulação do sistema de 6 barras.	69
Figura 27: Custos marginais das barras para o sistema teste de 6 barras.	70

Figura 28: Bacia do Rio Paraná.....	72
Figura 29: Demanda e geração hidroelétrica para o Sistema Uninodal Brasileiro.....	73
Figura 30: Volume nos reservatórios de acumulação para o Sistema Uninodal Brasileiro.	74
Figura 31: Configuração da bacia do Rio Mantaro.	75
Figura 32: Energia gerada pelas usinas hidroelétricas e demanda para o Sistema Interligado Peruano.	77
Figura 33: Trajetórias de volume nos reservatórios de acumulação para o Sistema Interligado Peruano.	78
Figura 34: Trajetórias de volume nos reservatórios de acumulação para o Sistema Interligado Peruano.	79
Figura 35: Custos marginais das barras para o Sistema Interligado Peruano.....	80
Figura 36: Custos marginais das barras para o Sistema Interligado Peruano.....	81
Figura 37: Auto-correlações e auto-correlações parciais amostrais para as séries simuladas: $AR(1)$ (a) , $MA(1)$ (b), $ARMA(1,1)$ (c).	109

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Comparação de verossimilhanças para a tendência do afluente A11.....	65
Tabela 2: Afluentes A11, A20 e A21 verificados e simulados para o ano 1993.....	66
Tabela 3: Resultados para o modelo Perseo e proposto com custo das térmicas igual ao <i>PERSEO</i> para hidrologias verificadas e previstas para o sistema de 6 barras.....	67
Tabela 4: Resultados para o modelo real e proposto para os sistema de 6 barras.	67
Tabela 5: Resultados para o modelo de Jimenez (2007) e proposto para o Sistema Uninodal Brasileiro.	71
Tabela 6: Resultados para o modelo <i>PERSEO</i> e proposto para o Sistema Interligado Peruano.	76

LISTA DE ABREVIATURAS

AMPL	Linguagem computacional de modelagem matemática.
AR	Modelo auto-regressivo de séries temporais.
ARMA	Modelo auto-regressivo de médias – moveis de séries temporais.
ARIMA	Modelo <i>ARMA</i> que considera integração.
DC	Corrente direta.
FAC	Função de auto-correlação.
FACP	Função de auto-correlação parcial.
FORECAST	Livraria externa do <i>R</i> para previsão de séries temporais.
GNU	Projeto de desenvolvimento não <i>UNIX</i> .
GLPK	Pacote para programação linear da <i>GNU</i> .
GLPSOL	Solver incluído no pacote <i>GLPK</i> .
GMPL	Linguagem computacional de modelagem matemática da <i>GNU</i> .
Linux	Sistema operacional livre baseado em <i>UNIX</i> .
MA	Modelo de médias – moveis de séries temporais.
NEWAVE	O modelo de planejamento hidrotérmico de longo prazo em vigor no sistema interligado brasileiro.
PERSEO	Modelo de planejamento da geração hidrotérmica ao longo prazo do Sistema Interligado Peruano.
PL	Problema linear.
PLI	Problema linear inteiro.
PLIM	Problema linear inteiro misto.
Qt	Livrarias gráficas multi-plataforma para C++.
R	Linguagem estadística.
SAR	Modelo <i>AR</i> que considera sazonalidade de séries temporais.
SARIMA	Modelo <i>ARIMA</i> que considera sazonalidade de séries temporais.
SDDP	programação dual dinâmica estocástica.
SIN	Sistema Interligado Brasileiro.
SINAC	Sistema Interligado Peruano.
SMA	Modelo <i>MA</i> que considera sazonalidade de séries temporais.
USD	Dólares americanos.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Revisão bibliográfica	16
1.2	Objetivos.....	19
1.3	Organização	19
2	O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE LONGO PRAZO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS	21
2.1	Introdução	21
2.1.1	Coordenação de longo prazo	21
2.1.2	Coordenação de curto prazo.....	21
2.2	Modelagem do sistema elétrico.....	22
2.3	Modelagem da demanda elétrica.....	22
2.4	Usinas termoeletricas	23
2.4.1	Sistema de transmissão	24
2.5	Modelagem do sistema hidrológico	28
2.5.1	Afluentes	28
2.5.2	Irrigações	28
2.5.3	Trajetórias.....	28
2.6	Usinas hidroelétricas	29
2.6.1	Reservatórios de acumulação	32
2.6.2	Reservatórios de regulação	33
2.6.3	Pontos de interesse.....	35
2.7	Mercado elétrico competitivo e os custos marginais	36
2.8	Efeito das restrições no mercado elétrico competitivo	37
2.9	Modelo NEWAVE	39

3	MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA PARA O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE LONGO PRAZO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS.....	41
3.1	Introdução	41
3.2	Linearização das perdas nas linhas de transmissão	42
3.3	Linearização dos custos das usinas térmicas.....	46
3.4	Previsão das hidrologias futuras com SARIMA	49
3.5	Modelo proposto	50
3.6	Implementação computacional do modelo proposto	57
4	TESTES E RESULTADOS	61
4.1	Introdução	61
4.2	Sistemas de 6 barras	62
4.3	Sistema Uninodal Brasileiro	71
4.4	Sistema Interligado Peruano	74
5	CONCLUSÕES	82
5.1	Trabalhos futuros	84
	REFERÊNCIAS	85
	APÊNDICE 1: PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA	88
i.	Método de branch and bound	89
ii.	Método de planos de cortes.....	93
	APÊNDICE 2: MODELOS ARIMA	98

i. Sazonalidade	98
ii. Modelo SARIMA	99
iii. Método de Box-Jenkins	105
iv. Previsão de series temporais mediante modelos ARIMA	113
ANEXO A.....	115
A1 Usinas hidroelétricas do sistema de 6 barras	115
A2 Usinas termoeletricas do sistema de 6 barras	115
A3 Reservatórios de acumulação do sistema de 6 barras	116
A4 Reservatórios de regulação do sistema de 6 barras	116
ANEXO B.....	117
B1 Usinas hidroelétricas do Sistema Brasileiro	117
B2 Usinas termoeletricas do Sistema Brasileiro	118
B3 Reservatórios de acumulação do Sistema Brasileiro	119
ANEXO C.....	121
C1 Usinas hidroelétricas do Sistema Interligado Peruano	121
C2 Usinas termoeletricas do Sistema Interligado Peruano	122
C3 Reservatórios de acumulação do Sistema Interligado Peruano	124
C4 Reservatórios de regulação do Sistema Interligado Peruano	125

1 INTRODUÇÃO

Um sistema elétrico de potência eficiente é aquele capaz de fornecer energia elétrica com mínimo custo possível, assegurando níveis apropriados de confiabilidade, qualidade e segurança. O sistema de energia elétrica compõe-se basicamente pela geração, transmissão e distribuição de energia (WOOD; WOLLENBERG, 1996). A demanda em um sistema elétrico de potência tem constantes mudanças produzidas pela variedade dos consumidores.

As usinas hidrelétricas utilizam a energia potencial da água estocada em reservatório para gerar energia elétrica. De acordo com sua capacidade de regularização, as usinas hidrelétricas podem ser classificadas como usinas a fio d'água ou usinas com reservatório. As usinas a fio d'água são aquelas que apresentam regularização de vazões diárias ou semanais. Por outro lado, as usinas com reservatórios podem apresentar regularização de descargas de um mês, um ano ou até mesmo vários anos.

As usinas termelétricas utilizam a energia liberada em forma de calor para gerar energia elétrica (WOOD; WOLLENBERG, 1996). Em usinas termelétricas convencionais são queimados combustíveis fósseis como o carvão, óleo diesel e gás. As usinas termoelétricas têm como principal vantagem que poderem ser construídas próximas aos centros de consumo, economizando assim o custo de construção de linhas de transmissão.

No Brasil, a principal forma de geração de energia elétrica é através de usinas hidráulicas, de forma a aproveitar a grande quantidade de energia fluvial existente. Segundo o boletim de monitoramento mensal, publicado pelo Ministério de Minas e Energia (ENERGIA, 2011), em abril de 2011 dos 114.229MW de capacidade instalada, 81.152MW (71%) eram provenientes de usinas hidráulicas, 30.141MW (26,4%) de origem térmica convencional (gás, biomassa, petróleo e carvão mineral), 2.007MW (1,8%) de origem térmica nuclear, 929MW (0,8%) de origem eólica e 0,09MW proveniente de energia solar.

De forma a aproveitar de maneira racional toda essa energia, este sistema hidrotérmico precisa de ferramentas para planejar e operar de maneira ótima sem desperdiçar recursos, uma vez que este sistema tem uma porcentagem substancial de geração hidroelétrica. Existe uma relação entre uma decisão de operação em um determinado período e as consequências futuras desta decisão. Por exemplo, se for decidido utilizar energia hidroelétrica para atender o mercado hoje e no futuro ocorrer uma seca, poderá ser necessário utilizar geração térmica de

custo elevado ou, até, ser interrompido o fornecimento de energia. Por outro lado, se for utilizado de forma mais intensiva a geração térmica, conservando elevados níveis nos reservatórios, e ocorrerem vazões altas no futuro, poderá haver vertimento no sistema, o que representa um desperdício de energia e, conseqüentemente, um aumento desnecessário no custo de operação (PINTO, 2011).

O problema do planejamento da operação hidrotérmica foi modelado de diferentes formas e estas apresentam distintas opções no plano da representação dos seus componentes tais como o tipo de função objetivo, o tipo das restrições e a forma de planejamento que pode ser de longo prazo ou de curto prazo. Além disso, alguns modelos incluem a confiabilidade da rede como um objetivo adicional. O planejamento da operação hidrotérmica é resolvido através de distintas técnicas de solução, como algoritmos heurísticos, técnicas de otimização clássicas como programação linear, inteira e dinâmica. Estas técnicas de solução mostram diferentes desempenhos segundo a natureza do modelo e o sistema a resolver.

1.1 Revisão bibliográfica

Nesta subseção, apresentamos uma revisão bibliográfica resumida de vários trabalhos e de alguns livros usados na estruturação desta pesquisa.

O livro Wood e Wollenberg (1996) é amplamente usado como referência para os principais modelos de planejamento do despacho da geração de longo e de curto prazo. Ele contém a modelagem dos distintos elementos do sistema hidrotérmico. No capítulo 7 do livro apresenta-se o problema abordado neste trabalho, as diferentes variações e modelagens, assim como exemplos para casos de testes menores. A subseção de programação dinâmica aplicado ao problema da coordenação de curto prazo apresenta um modelo alternativo ao modelo apresentado neste trabalho. O modelo apresentado no capítulo 7 pode ser específico com as restrições, o que diminui o grau de dificuldade para a análise de um planejamento de longo prazo. No final do capítulo 7, o livro mostra um modelo linear inteiro misto que é semelhante à modelagem do problema ao modelo proposto.

O texto Grigsby (2006) aborda de maneira geral o tratamento dos principais problemas dos sistemas elétricos de potência, em específico no capítulo 18 do livro trata do problema do despacho econômico e pré-despacho (*unit commitment*). A explicação dos modelos tradicionais lineares e não lineares e as características operacionais dos elementos do sistema é desenvolvida e discutida. Diferente do livro Wood e Wollenberg (1996), o capítulo 18 do

livro inclui novos métodos de solução como algoritmos genéticos, para resolver o problema de despacho econômico de curto prazo. A representação dos custos das unidades térmicas usando a potência de saída, que estão mostradas no capítulo 18 do livro, foram usados para a formulação do modelo proposto.

No artigo desenvolvido por Brannlund (1986) é apresentado um procedimento para resolver o problema de planejamento do despacho da geração de curto prazo para um sistema hidrotérmico de grande porte que inclui a modelagem do sistema de transmissão sem considerar perdas. O sistema interligado é dividido em usinas hidroelétricas e usinas termoelétricas. O algoritmo do gradiente reduzido é usado para a resolução do subproblema hídrico. Este algoritmo é especializado para resolver problemas de fluxos não lineares com aspectos adicionais. O subsistema térmico é resolvido usando um algoritmo de pré-despacho operando em quatro diferentes níveis, para cada nível o custo é calculado formando uma lista de prioridades usadas para o despacho econômico.

Uma metodologia para o problema do planejamento do despacho hidrotérmico de longo prazo, que considera múltiplos reservatórios, é proposta em Gorestin (1992). Esta metodologia considera a estocacidade nos afluentes futuros e uma representação do sistema de transmissão linearizada. O método de solução é baseado em programação dual dinâmica estocástica (SDDP) a qual decompõe o problema multi-período em vários subproblemas. Cada subproblema corresponde a um fluxo de potência linearizado com restrições adicionais representando as equações dos reservatórios em uma aproximação linearizada da função custo futuro. Cada subproblema é resolvido por um problema adaptado de fluxo de potência usando o algoritmo dual simplex.

Camac (1994) considera um modelo para múltiplos reservatórios em cascata e um número determinado de usinas hidrotérmicas, busca representar as características físicas, técnicas e operativas de um sistema hidrotérmico, e programação dual dinâmica determinística como técnica de solução a qual é baseada na decomposição de Benders. Este método não requer discretização do espaço de estado da programação dinâmica evitando o problema da dimensionalidade. Para a resolução do problema linear associado a cada etapa é utilizado o algoritmo primal simplex revisado para variáveis restritas, com uma técnica primal para gerar uma solução inicial economicamente factível.

Uribe (2000) desenvolve um modelo computacional para otimizar a operação mensal do Sistema Interligado Peruano (SINAC) em um horizonte multi-anual, determinando os custos marginais de energia de curto prazo. O modelo otimiza a operação de usinas térmicas e hidroelétricas com as respectivas bacias e considerando o sistema de transmissão. O modelo

tem duas partes, uma onde se procura uma aproximação para um ponto ótimo sem considerar as perdas e, a segunda fase tenta chegar ao ótimo considerando perdas. Estas perdas são atualizadas mediante o fator de perdas num processo iterativo.

O artigo de Green (2000) foi usado para entender o mercado elétrico competitivo da geração. Ele desenvolve uma modelagem nova para o mercado elétrico com linearização dos componentes, resume e discute os modelos tradicionalmente usados. Ele mostra que um mercado de leilões pode ter o mesmo resultado que os modelos tradicionais, e também discutindo-se a compra e venda bilateral de energia. Também inclui os efeitos do sistema de transmissão no modelo econômico.

Em Vignolo e Zeballos (2002) é apresentado um modelo de curto prazo o qual considera diferentes perspectivas para a modelagem. A primeira destas considerações é otimizar o despacho econômico de um ponto de vista global e a segunda é considerar cada um dos agentes individuais que consomem e produzem energia elétrica nas barras do sistema de potência. São comparadas as equações obtidas para cada caso, as equações dos preços de energia ativa e reativa que otimizam globalmente para o primeiro caso e o segundo caso são para os geradores e consumidores. Estas equações são deduzidas para definir preços marginais e fatores nodais, analisando o impacto de cada um destes coeficientes. O sistema interligado Uruguia é analisado nesse trabalho.

Segundo Jimenez e Paucar (2008) pode-se resolver o problema do planejamento da geração de longo prazo para sistemas de grande porte considerando vários reservatórios e o sistema de transmissão. O modelo tem duas partes uma delas é otimizada com o método de pontos interiores onde as perdas na transmissão são consideradas nulas e depois na segunda parte as perdas são incorporadas no sistema de transmissão e calculadas analisando a tendência das variações da função objetivo. Assim, analisa-se o sistema interligado peruano como caso de estudo.

Zambelli, Toscano et al. (2010) apresentam uma comparação entre o modelo *NEWAVE* que usa a programação dual dinâmica estocástica (SDDP) e o modelo *ODIN*, este último é um modelo não linear e determinístico. Foi usado um algoritmo de otimização de fluxo em redes com previsão dos afluentes considerando uma detalhada representação do sistema hidroelétrico em especial para cada usina individual. O modelo *NEWAVE* usa um equivalente para representar subsistemas interconectados. Para realizar uma comparação nas mesmas condições, o modelo proposto por Maceira e Cunha (1995) foi usado para decompor a estratégia do modelo *NEWAVE* em plantas individuais. Finalmente o modelo *NEWAVE* é comparado com o modelo *ODIN* para o Sistema Interligado Brasileiro (*SIN*) obtendo

resultados de melhor desempenho o que assegura um processo mais seguro e econômico para o uso dos recursos hídricos.

Ventura e Martinez (2010) fazem uma análise da influência da estocacidade das vazões na solução do problema do planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos de geração utilizando a programação dinâmica estocástica. Os resultados das simulações baseadas nesse método são comparados com os resultados usando um modelo Markoviano e os resultados da versão determinística da programação dinâmica aplicada ao problema do planejamento energético. Os resultados mostram que considerar uma operação isolada de usinas hidroelétricas do sistema brasileiro indicam uma melhoria na qualidade da solução.

1.2 Objetivos

- Apresentar uma metodologia de solução eficiente para resolver o problema de planejamento de longo prazo da operação de sistemas hidrotérmicos em um mercado elétrico competitivo mediante um problema de programação linear inteira mista.
- Calcular as previsões hidrológicas com o modelo *SARIMA* baseado nos dados históricos de hidrologias.
- Desenvolver uma interface gráfica para gerenciar os dados e o modelo do problema de planejamento de longo prazo da operação de sistemas hidrotérmicos.

1.3 Organização

No capítulo 2 é descrito o problema de planejamento da operação dos sistemas hidrotérmicos de longo prazo, assim como a modelagem dos principais elementos que constituem o sistema hidrotérmico.

No capítulo 3 é apresentada a metodologia proposta para a solução do problema de planejamento da operação dos sistemas hidrotérmicos de longo prazo usando um problema de programação linear inteira mista.

No capítulo 4 são apresentados os resultados obtidos pela metodologia proposta utilizando três sistemas teste e uma análise detalhada dos resultados para cada sistema.

No capítulo 5 são mostradas as conclusões e perspectivas de trabalhos futuros.

Os apêndices 1 e 2 apresentam os conceitos sobre programação linear inteira mista e modelos *SARIMA*.

Os anexos A, B e C apresentam os dados dos sistemas testados no capítulo 4.

2 O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE LONGO PRAZO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS

2.1 Introdução

O problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos busca determinar as quantidades ótimas de potência e energia que as usinas térmicas e hidráulicas vão fornecer ao sistema para atender a demanda. Em um sistema hidrotérmico as usinas hidroelétricas dependem da energia armazenada nos reservatórios que é fornecida pelas hidrologias.

Por este problema ser de grande porte, ele é analisado em distintas etapas no tempo e com diferentes graus de sofisticação na modelagem do sistema. Assim, são apresentados os métodos de análise mais importantes.

2.1.1 Coordenação de longo prazo

Neste caso é usual usar um horizonte temporal de quatro ou cinco anos com períodos mensais ou trimestrais. Este problema envolve a disponibilidade de água das hidrologias futuras calculadas e as capacidades dos reservatórios para os quais são usados os dados estatísticos mensais. Assim têm-se diferentes configurações possíveis, sendo que o pior caso é onde se encontra a falta de água para atender a demanda do sistema e o caso otimista é onde se tem suficiente água para atender a demanda e ainda apresentar vertimentos (WOOD; WOLLENBERG, 1996).

Entretanto existem incertezas nas disponibilidades dos elementos do sistema e por isso às vezes o problema é abordado estatisticamente.

2.1.2 Coordenação de curto prazo

Neste caso é comum usar um horizonte temporário de um dia ou de uma semana. Este tipo de coordenação implica numa discretização horária para alcançar a operação ótima. A disponibilidade das usinas e a demanda nas barras assumem-se como conhecidas. Devem-se levar em consideração as condições de arranque das máquinas e os níveis iniciais dos

reservatórios de regulação. Ao usar esse tipo de planejamento tem-se um maior detalhe do sistema em comparação com a coordenação de longo prazo.

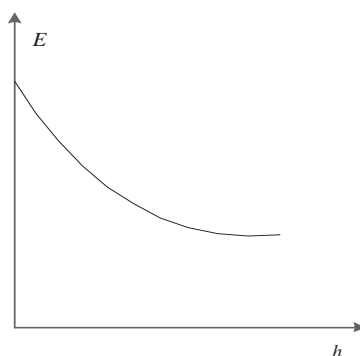
2.2 Modelagem do sistema elétrico

O sistema elétrico simplificado para este tipo de análise é constituído por usinas geradoras térmicas e hidroelétricas que suprem a demanda de energia elétrica através do sistema de transmissão que é composto pelas linhas de transmissão, desta forma às demandas são as cargas dos centros de consumo. No sistema elétrico têm-se muitas características não lineares dos elementos que o compõem (usinas, linhas, etc...). É por isso que na modelagem do sistema elétrico todas as equações têm que ser linearizadas sem perder precisão nos resultados. A seguir apresentam-se os detalhes dos modelos linearizados para cada elemento do sistema elétrico.

2.3 Modelagem da demanda elétrica

A curva de carga do sistema é a representação mais difundida da demanda do sistema durante um período determinado. Para efeitos práticos de representação da demanda do sistema tem-se outra curva chamada curva de duração de carga a qual é ordenada em ordem decrescente com o decorrer do tempo do nível de carga (Figura 1). No problema da coordenação de longo prazo estas duas curvas representam as horas que tem em um mês, assumindo que todos os dias do mês tem os mesmos consumos.

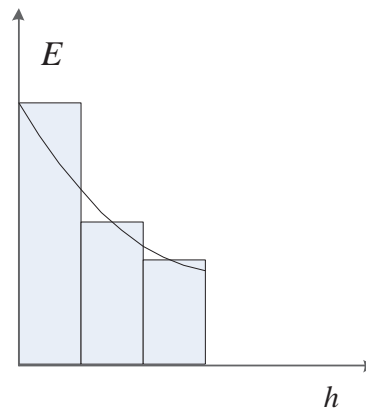
Figura 1- Curva de duração da demanda (Energia vs horas).



Fonte: Uribe (2000).

Com a finalidade de ser incluída em um problema linear a curva de duração de carga é linearizada por partes mediante retângulos em cada patamar definido (Figura 2). Para a construção da curva de duração de carga têm-se dois requisitos a considerar. O primeiro é que a altura do primeiro bloco é a maior demanda isto é porque este bloco deve definir a capacidade máxima disponível do sistema, o segundo é que para os seguintes blocos deve-se assumir que a área embaixo da curva contínua deve ser igual à área do bloco correspondente.

Figura 2- A curva de duração de carga é linearizada.



Fonte: Uribe (2000)

2.4 Usinas termoeletricas

Em problemas associados ao controle de operação de um sistema hidrotérmico de longo prazo é importante uma modelagem adequada das usinas térmicas respeitando as características de entradas e saídas. As usinas termoeletricas podem ter diferentes tipos de combustível (Diesel, gás, carvão, nuclear, óleo, etc.) para seu funcionamento, mas todas têm limites de operabilidade, assim como índices de funcionamento e manutenção.

$$gt_{g,t,k} \leq \overline{gt}_{g,t} f_{g,t}^{disp} f_{g,t,k}^{man} \quad (2.1)$$

Onde:

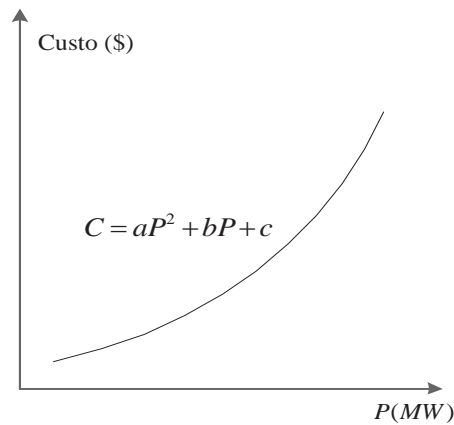
$gt_{g,t,k}$ Produção de potência para a usina termoeletrica g no período t e patamar k (MW).

$\overline{gt}_{g,t,k}$ Produção máxima de potência para a usina termoeletrica g no período t e patamar k (MW).

$f_{g,t}^{disp}$	Fator de disponibilidade para a usina termoeletrica g no período t .
$f_{g,t,k}^{man}$	Fator de manutenção para a usina termoeletrica g no período t e patamar k .

A saída da usina termoeletrica está ligada ao sistema fornecendo energia, sendo apresentada na equação 2.1. O custo de uma usina termoeletrica é composto por duas partes, isto é, o custo variável dos não combustíveis derivados da operação da usina termoeletrica o qual tem uma relação linear (GRIGSBY, 2006) com a produção de energia da usina e o custo apresentando uma tendência convexa, que é derivado do uso do combustível como se mostra na Figura 3.

Figura 3- Custo vs potência de saída.

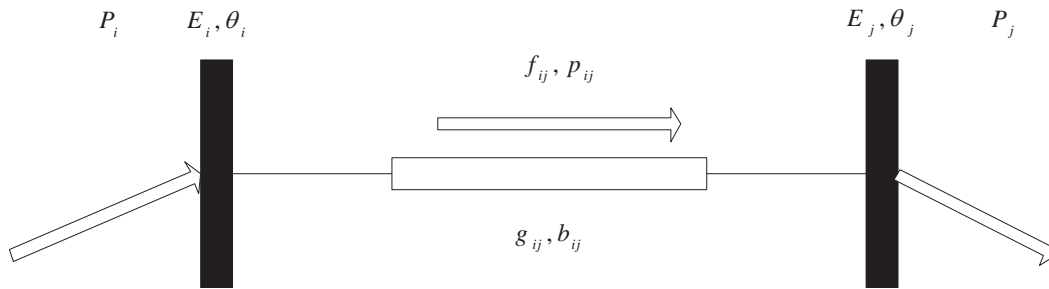


Fonte: Wood e Wollenberg (1996)

2.4.1 Sistema de transmissão

No sistema de transmissão é representado somente as linhas e barras para efeitos práticos de análise. Para este tipo de representação foi considerando uma linha com características de susceptância e condutância por unidade de comprimento como mostra a Figura 4.

Figura 4- Representação de uma linha de transmissão.



Fonte: Adaptado da figura apresentada por Uribe (2000)

As linhas de transmissão têm como característica um limite superior de envio de potência o qual é determinado por condições de estabilidade da linha e este limite é chamado de $f_{emergencia}$. Existe um segundo limite superior abaixo deste o qual é determinado pelas condições de operação do sistema (condições de segurança) e chama-se f_{normal} . Quando a linha opera abaixo do limite de emergência e acima do limite normal é chamado de linha em congestionamento.

$$|f_{ij}| \leq f_{normal} \leq f_{emergencia} \quad (2.2)$$

onde:

- f_{ji} Fluxo de potência na linha no sentido da barra j à barra i (MW).
- f_{normal} Limite superior a operação normal (MW).
- $f_{emergencia}$ Limite superior de operação em engarrafamento (MW).

A potência transmitida por uma linha de transmissão baseada em um modelo de corrente contínua, é dependente da multiplicação da susceptância, o quadrado da voltagem nominal da linha e da diferença dos ângulos correspondentes aos extremos de cada linha.

$$f_{ij} = b_{ij} E_{ij}^2 (\theta_j - \theta_i) \quad (2.3)$$

onde:

f_{ij}	Fluxo de potência na linha no sentido da barra i à barra j (MW).
E_{ij}	Voltagem nominal da linha ij (kV).
θ_j	Ângulo elétrico da barra j (Radianos).
b_{ij}	Susceptância elétrica da linha ij (Siemens).

As perdas na linha (2.4) como consequência do efeito Joule em um modelo de corrente contínua é uma função quadrática da diferença angular multiplicada pela condutância e o quadrado da voltagem nominal da linha, tal como é mostrada a seguir:

$$p_{ij} = g_{ij} E_{ij}^2 (\theta_j - \theta_i)^2 \quad (2.4)$$

onde:

p_{ij}	Perda de potência ativa na linha no sentido da barra i para a barra j (MW).
E_{ij}	Voltagem nominal da linha ij (kV).
θ_j	Ângulo elétrico da barra j (Radianos).
g_{ij}	Condutância elétrica da linha ij (Siemens).

Estas aproximações do modelo de corrente contínua têm em consideração que as diferenças angulares são muito pequenas e as voltagens em módulo em cada extremo das linhas são iguais à voltagem nominal da linha.

$$E_i = E_j = E_N \quad (2.5)$$

onde:

E_{ij}	Voltagem nominal da linha ij (kV).
E_j	Módulo da voltagem na barra j (kV).
E_N	Módulo da voltagem nominal (kV).

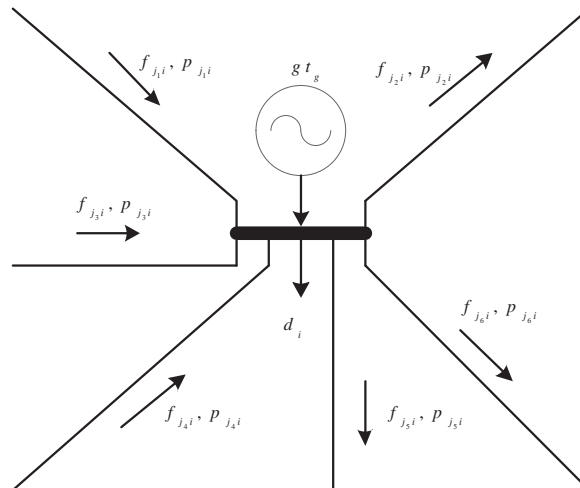
As barras no modelo do sistema elétrico são caracterizadas como um ponto onde deve-se cumprir a primeira lei de *Kirchoff* para os fluxos das linhas, usinas e demandas ligadas na barra. Adicionalmente é associado um custo por não atender a demanda que é característica de cada barra (Figura 7). A equação 2.6 mostra o balanço de potência que acontece em cada barra em um sistema elétrico de potência.

$$\sum_{g \in \Omega_i} g_{g,t,k}^t + \sum_{h \in \Omega_i} (gh_{h,t,k} - cch_{h,t,k}) + \sum_{j \in \Omega_i} ((f_{ji,t,k} - 0.5p_{ji,t,k}) - (f_{ij,t,k} + 0.5p_{ji,t,k})) + Cd_{i,t,k} = d_{i,t,k} \quad (2.6)$$

onde:

Ω_i	Conjunto de elementos ligados na barra i .
$g_{g,t,k}^t$	Produção de potência para a usina termoeletrica g no período t e patamar k (MW).
$gh_{h,t,k}$	Geração de potência da usina hidroeletrica h no período t e patamar k (MW).
$cch_{h,t,k}$	Potência consumida pela usina hidroeletrica h no período t e patamar k (MW).
f_{ji}	Fluxo de potência na linha no sentido da barra m à barra k (MW).
p_{ji}	Perda de potência ativa na linha no sentido da barra m para a barra k (MW).
$Cd_{i,t,k}$	Corte da demanda de potência na barra i no período t e no patamar k (MW).
$d_{i,t,k}$	Demanda de potência na barra i no período t e no patamar k (MW).

Figura 5- Representação do sistema de transmissão.



Fonte: Paredes (2012)

2.5 Modelagem do sistema hidrológico

O sistema hidrológico é composto de elementos armazenadores, de transporte e pontos de passagem de água. A seguir são mostrados os elementos usados.

2.5.1 Afluentes

Um afluente em um sistema hidráulico são fluxos de água de um rio pelos quais fornecem ao sistema a água necessária para todos os demais elementos. Estes afluentes têm como dados históricos as hidrologias dos anos anteriores no estudo em cada mês. Baseado nestes valores é possível prever os valores no horizonte futuro ao analisá-los.

2.5.2 Irrigações

As irrigações são as demandas de água no produto da agricultura, no consumo humano, no consumo industrial, etc. A modelagem é feita mediante um limite mínimo de fornecimento de água e um limite máximo devido à capacidade necessária.

$$\underline{ir}_{n,t} \leq ir_{n,t,k} \leq \overline{ir}_{n,t} \quad (2.7)$$

onde:

$ir_{n,t,k}$	Vazão de irrigação n no período t e no patamar k (m^3/s).
$\underline{ir}_{n,t}$	Limite mínimo da vazão de irrigação n no período t (m^3/s).
$\overline{ir}_{n,t}$	Limite máximo da vazão de irrigação n no período t (m^3/s).

2.5.3 Trajetórias

Uma trajetória é o meio por onde vai ser levada a água de um elemento a outro do sistema hidrológico. Estas trajetórias estão restritas por uma vazão mínima e uma vazão máxima devido a sua capacidade de transporte. No decorrer da trajetória têm-se perdas de água por meio da evaporação, filtragem no subsolo, etc. Esses casos são representados na equação seguinte.

$$\underline{q}_{m,t} \leq q_{m,t,k} \leq \overline{q}_{m,t} \quad (2.8)$$

$$q_{m,t,k}^{che} = (1 - fp_{m,t}) q_{m,t,k} \quad (2.9)$$

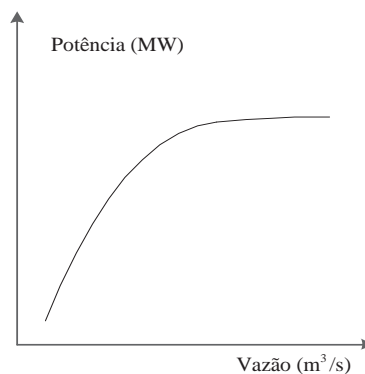
onde:

$q_{m,t,k}$	Vazão de água transportada pela trajetória m no período t no patamar k (m ³ /s).
$\underline{q}_{m,t}$	Limite mínimo da trajetória m no período t (m ³ /s).
$\overline{q}_{m,t}$	Limite máximo da trajetória m no período t (m ³ /s).
$q_{m,t,k}^{che}$	Vazão que é transmitido no final da trajetória m no período t no patamar k (m ³ /s).
$fp_{m,t}$	Coeficiente de perdas na trajetória m no período t (m ³ /s).

2.6 Usinas hidroelétricas

A usina hidroelétrica converte a energia potencial da água em energia elétrica. A curva mostrada na Figura 6 mostra a potência vs o fluxo de água (WOOD; WOLLENBERG, 1996) que é uma característica importante da usina hidroelétrica. Esta relação de produção de energia é representada mediante uma função linear. Portanto, define-se um coeficiente de produção de energia que caracteriza uma usina hidroelétrica, o qual pode ser aproximado como a derivada parcial da potência com relação ao fluxo de água e multiplicado pelo número de horas do período.

Figura 6- Vazão vs potência em uma usina hidroelétrica.



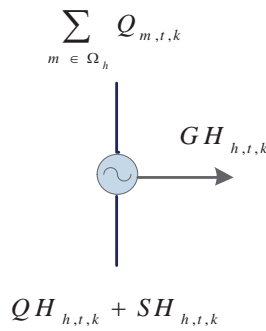
Fonte: Grigsby (2006)

Os consumos próprios dos serviços auxiliares são fornecidos ao modelo como consumos anuais onde tem que ser dividido em doze para calcular o consumo mensal.

$$Custo\ mensa\ l = \frac{Custo\ anual}{12} \quad (2.10)$$

Os custos associados à utilização da água são representados pela taxa a ser paga por volume de água utilizado na central. A Figura 7 mostra a modelagem de uma usina hidroelétrica.

Figura 7- Representação gráfica da usina hidroelétrica num período de tempo.



Fonte: Adaptado da figura apresentada por Uribe (2000)

A seguir mostra-se o equacionamento do balanço hidrológico na usina hidroelétrica.

$$QH_{h,t,k} + SH_{h,t,k} = \sum_{m \in \Phi_h} Q_{m,t,k} \quad (2.11)$$

$$QH_{h,t,k} + SH_{h,t,k} = \sum_{m \in \Psi_h} Q_{m,t,k} \quad (2.12)$$

$$qh_{h,t,k} \leq \overline{qh}_{h,t} f_{h,t,k}^{man} \quad (2.13)$$

$$gh_{h,t,k} = ph_{h,t} qh_{h,t,k} \quad (2.14)$$

$$cch_{h,t,k} = CACH_h \cdot \left(\frac{1}{\sum_{t1 \in Ac} \sum_{k1=1}^{N_k} T_{t1,k1}} \right) \quad (2.15)$$

Para usinas não reguladas (usinas que não devem variar a vazão turbinada num período de tempo) tem-se a igualdade de vazões em todos os blocos horários:

$$qh_{h,t,1} = \dots = qh_{h,t,k} = \dots = qh_{h,t,N_k} \quad (2.16)$$

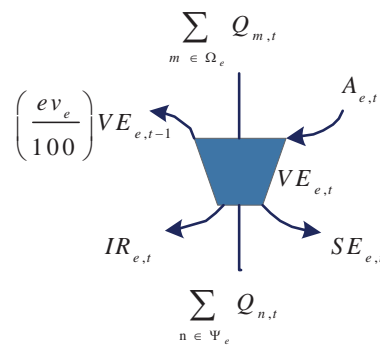
onde:

Φ_h	Conjunto de trajetórias que saem da usina hidroelétrica h .
Ψ_h	Conjunto de trajetórias que levam a usina hidroelétrica h .
$QH_{h,t,k}$	Volume de água turbinado pela usina hidroelétrica h no período t e patamar k (m^3).
$SH_{h,t,k}$	Volume de água vertido pela usina hidroelétrica h no período t e bloco horário k (m^3).
$T_{t,k}$	Tempo do período t e bloco horário k (h).
$f_{h,t,k}^{man}$	Fator de manutenção da usina hidroelétrica h no período t e patamar k .
$gh_{h,t,k}$	Geração de potência da usina hidroelétrica h no período t e patamar k (MW).
$ph_{h,t}$	Coefficiente de geração da usina hidroelétrica h no período t (MWs/m^3).
$cch_{h,t,k}$	Potência consumida pela usina hidroelétrica h no período t e patamar k (MW).
$CACH_h$	Consumo próprio anual de energia da central hidroelétrica h (MWh).
Ac	Conjunto de períodos do ano atual.
$qh_{h,t,k}$	Vazão de água turbinado numa usina hidroelétrica h no período t e no patamar k (m^3/s).
$cgh_{h,t}$	Custo pelo uso da água da usina hidroelétrica h no período t (USD/ m^3).

2.6.1 Reservatórios de acumulação

Os reservatórios são grandes acumuladores de água com a finalidade de ser utilizada em cenários futuros para a produção de eletricidade ou a utilização na irrigação. Então mediante destes elementos pode-se ter água em etapas com menos vazões nos afluentes (etapa seca), esta água é acumulada em etapas com mais vazão (etapa de cheia). Na Figura 8, mostra-se a modelagem do reservatório de acumulação.

Figura 8- Representação gráfica do reservatório de acumulação ao longo do tempo.



Fonte: Adaptado da figura apresentada por Uribe (2000)

O balanço hídrico do reservatório de acumulação é constituído pela soma dos elementos de ingresso e saída de água no tempo, expressos em termos de volume. O primeiro termo da equação é a diferença do volume da período futuro ($t+1$) e o volume da etapa atual (t) o qual seria o volume estático nesta transição. Os outros elementos da equação correspondem às entradas e saídas de água durante o período t . O volume perdido durante a etapa t por causa da evaporação é representado pela porcentagem (ev_e) do volume anterior $t-1$. O balanço hídrico é representado pela equação:

$$(1 - ev_e / 100) VE_{e,t-1} - VE_{e,t} + \sum_{m \in \Phi_e} Q_{m,t} - \sum_{n \in \Psi_e} Q_{n,t} - SE_{e,t} = -A_{e,t} + IR_{e,t} \quad (2.17)$$

onde:

ev_e Fator de evaporação da água no reservatório de acumulação e (%).

$VE_{e,t}$ Volume de água armazenado no reservatório de acumulação e até o final do período t (m^3).

Φ_e	Conjunto de trajetórias que saem do reservatório de acumulação e .
Ψ_e	Conjunto de trajetórias que levam ao reservatório de acumulação e .
$Q_{m,t}$	Volume de água transportado pela trajetória m no período t (m ³).
$SE_{e,t}$	Volume de água vertido pelo reservatório de acumulação e durante o período t (m ³).
$A_{e,t}$	Volume afluente incremental associado ao reservatório de acumulação e durante o período t (m ³).
$IR_{e,t}$	Volume do caudal de irrigação associado reservatório de acumulação e durante o período t (m ³).

Na modelagem adequada do reservatório de acumulação é necessário considerar os limites de volume dos reservatórios inferior e superior:

$$VE_{e,t} \leq \overline{VE}_{e,t} \quad VE_{e,t} \geq \underline{VE}_{e,t} \quad (2.18)$$

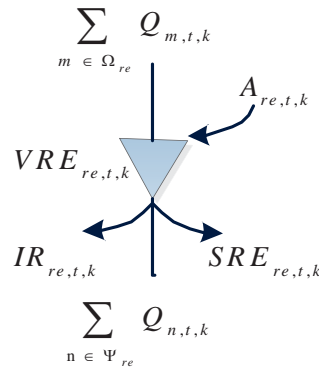
onde:

$VE_{e,t}$	Volume de água armazenado no reservatório de acumulação e até o final do período t (m ³).
$\underline{VE}_{e,t}$	Volume mínimo de água armazenado no reservatório de acumulação e até o final do período t (m ³).
$\overline{VE}_{e,t}$	Volume máximo de água armazenado no reservatório de acumulação e até o final do período t (m ³).

2.6.2 Reservatórios de regulação

É análogo ao reservatório de acumulação no funcionamento, mas o reservatório de regulação atua durante o decorrer dos blocos horários para assim fornecer água quando tem maior demanda e armazenar água durante uma demanda menor. Outra característica é sua pequena capacidade de armazenamento. Na Figura 9, mostra-se a modelagem do reservatório de regulação:

Figura 9- Representação gráfica do reservatório de regulação ao longo do tempo.



Fonte: Adaptado da figura apresentada por Uribe (2000)

A seguir é mostrada no equacionamento do balanço hídrico no reservatório de regulação.

$$VRE_{re,t,k+1} - VRE_{re,t} + \sum_{m \in \Phi_{re}} Q_{m,t,k} - \sum_{n \in \Psi_{re}} Q_{n,t,k} - SRE_{re,t} = -A_{re,t,k} + IR_{re,t,k} \quad (2.19)$$

O reservatório de regulação por ter pouca capacidade tem que assumir o volume inicial e final durante o dia como zero, pois este não armazena água durante os dias. Também é limitado por volume máximo.

$$VRE_{re,t,0} = 0 \quad (2.20)$$

$$VRE_{re,t,N_k} = 0 \quad (2.21)$$

$$VRE_{re,t} \leq \overline{VRE}_{re,t} \quad (2.22)$$

onde:

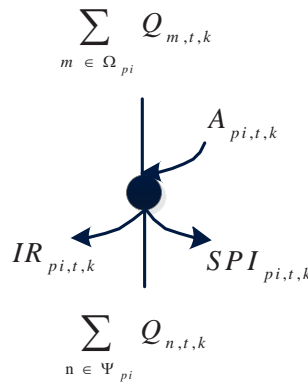
$VRE_{re,t,k}$	Volume de água armazenado no reservatório de regulação re no final do período t no patamar k (m^3).
Φ_{re}	Conjunto de trajetórias que saem do reservatório de regulação re .
Ψ_{re}	Conjunto de trajetórias que levam ao reservatório de regulação re .
$Q_{m,t,k}$	Volume de água transportado pela trajetória m no período t e patamar k (m^3).

$SRE_{re,t,k}$	Volume de água vertido pelo reservatório de regulação re durante o período t e o patamar k (m^3).
$A_{re,t,k}$	Volume do afluente associado ao reservatório de regulação re durante o período t e o patamar k (m^3).
$IR_{re,t,k}$	Volume do caudal de irrigação associado ao reservatório de regulação re durante o período t e o patamar k (m^3).
$\overline{VRE}_{re,t}$	Volume máximo do reservatório de regulação re no período t (m^3).

2.6.3 Pontos de interesse

Os pontos de interesse são elementos de passagem de água que ligam as trajetórias e também são pontos de recepção de água mediante afluentes e em alguns casos tem vertimento e irrigação associados a ele. Sendo este só um elemento de passagem de água é preciso modelar ele por períodos e blocos horários. Na Figura 10, mostra-se a modelagem do ponto de interesse.

Figura 10- Representação gráfica do ponto de interesse



Fonte: Adaptado da figura apresentada por Uribe (2000)

A seguir é mostrado o equacionamento do balanço hídrico no ponto de interesse:

$$\sum_{m \in \Phi_{pi}} Q_{m,t,k} - \sum_{n \in \Psi_{pi}} Q_{n,t,k} - SPI_{pi,t} = -A_{pi,t,k} + IR_{pi,t,k} \quad (2.23)$$

onde:

Φ_{pi}	Conjunto de trajetórias que saem do ponto de interesse pi .
Ψ_{pi}	Conjunto de trajetórias que levam ao ponto de interesse pi .
$Q_{m,t,k}$	Volume de água transportado pela trajetória m no período t e patamar k (m ³).
$SPI_{pi,t,k}$	Volume de água vertido pelo ponto de interesse pi durante o período t no patamar k (m ³).
$A_{pi,t,k}$	Volume do afluente incremental associado ao ponto de interesse pi durante o período t e o patamar k (m ³).
$IR_{pi,t,k}$	Volume do caudal de irrigação associado a um ponto de interesse pi durante o período t e o patamar k (m ³).

2.7 Mercado elétrico competitivo e os custos marginais

O custo marginal para uma barra no sistema pode ser definido como:

$$Custo\ Marginal = \frac{\Delta Custo}{\Delta Energia} \quad (2.24)$$

Partindo das restrições que representam balanços de energia em uma barra podem-se calcular os custos marginais como a variável dual associada a cada uma estas restrições. Então o preço da energia é igual ao seu custo marginal de produção e o aproveitamento dos recursos é ótimo.

A indústria de energia elétrica é estruturada em três níveis: geração, transmissão e distribuição; nos níveis de transmissão e de distribuição consideram-se que existem monopólios naturalmente clássicos, este tipo de economia de escala tornaria ineficiente a operação das empresas servindo uma mesma área. Entretanto, o nível de geração responsável pela maior parte dos custos não apresenta as características de um monopólio natural clássico, pois envolve a existência de múltiplas empresas servindo a todo o sistema. Desta forma o mercado de geração de energia elétrica é susceptível a competição (GREEN, 2000) e em consequência pode ser eficiente em uma estrutura guiada de preços baseados em custos marginais que tente reproduzir as condições de um mercado competitivo evitando ao mesmo tempo os preços altos para o consumidor que poderiam resultar em imperfeições do sistema.

Baseado nestas condições quando os agentes individuais do mercado tentam maximizar os benefícios que levam ao desenvolvimento de um custo mínimo social global, seria possível o fornecimento mais econômico da demanda.

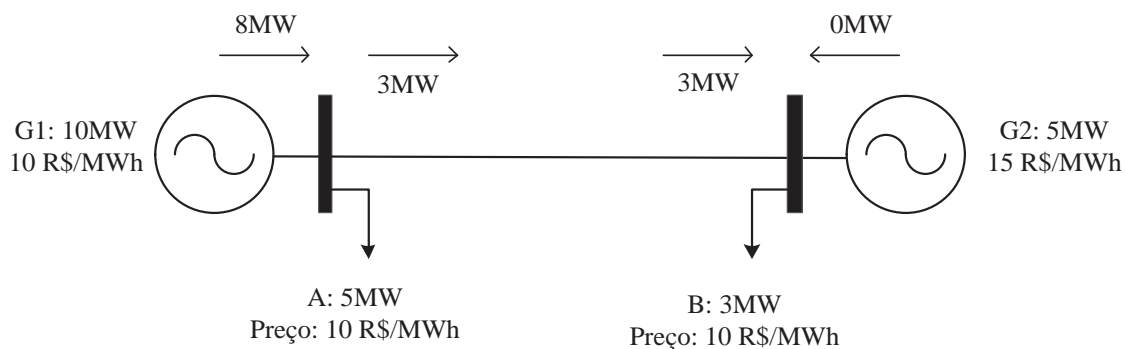
2.8 Efeito das restrições no mercado elétrico competitivo

Em uma operação de longo prazo, a modelagem da transmissão é relativamente simples, pois é usado um modelo simplificado que considera a injeção e saída de potência ativa dentro deste modelo, a transmissão modifica a operação de longo prazo através da introdução das perdas. A transmissão de potência através das linhas de um sistema possui resistência que produz perdas, mas propicia o intercâmbio de potencia a barras onde se produz energia mais cara ou escassa (Figura 11). Por isto, o custo marginal da distribuição de potência dos diferentes nós difere em pelo menos o efeito marginal das perdas sobre o sistema (Figura 12). Um despacho econômico adequado deveria considerar as perdas e as limitações presentes no planejamento de longo prazo dentro de um sistema interconectado que restringem a transferência de potência e desse modo impõe um custo marginal mais alto em algumas localidades (Figura 13). Deste modo, o fluxo de potência distribui-se pela linha de transmissão a partir da região de baixo custo até aquela de custo mais alto. Se esta linha tem um limite sobre sua capacidade, então em períodos de demanda alta nem toda a potência que pode ser gerada na região de menor custo pode ser usada (transportada), e algumas das usinas mais baratas permanecerão desligadas. Nestes casos, a demanda é satisfeita por aquelas usinas de custo mais alto, as que na ausência de restrições na transmissão não entrariam em operação, mas que devido à congestão do sistema devem operar. O custo marginal em duas barras é diferente devido a congestão na transmissão e a diferença entre estes dois custos representa o lucro por congestão. A diferença nos custos marginais induzida pela congestão pode chegar a ser da magnitude do custo da geração em um nó no caso não restrito. Em uma rede elétrica real, as interações são mais complexas dadas a existência de fluxos paralelos e a presença de várias restrições, como as limitações térmicas nas linhas ou as representações dos custos das unidades térmicas.

Por isto, se existe uma congestão no sistema de transmissão, o modelo de planejamento do mercado de longo prazo e a determinação dos custos marginais, devem incluir os efeitos das restrições presentes na rede. Desta forma, o impacto sobre o mercado elétrico sobre estas circunstâncias, consiste em um conjunto de preços para cada nó. Um

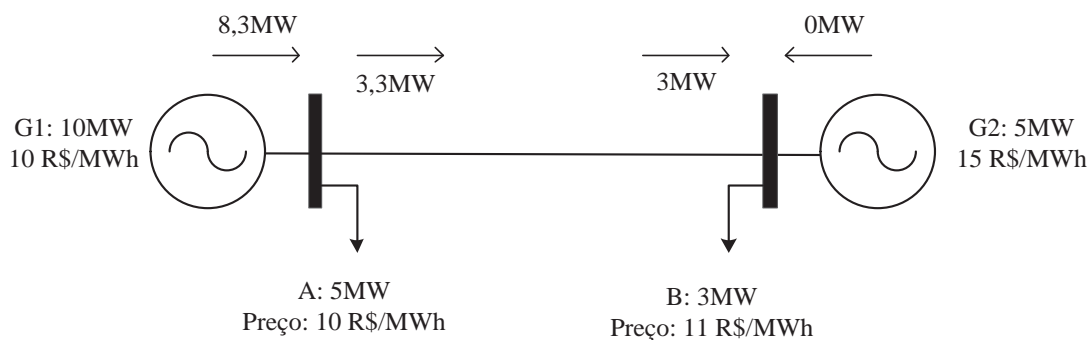
despacho econômico adequado do sistema deverá produzir os preços correspondentes para cada nó, incorporando o efeito combinado da geração, perdas e predição de hidrologias.

Figura 11- Troca de potência em um sistema sem perdas nem limites nas linhas de transmissão.



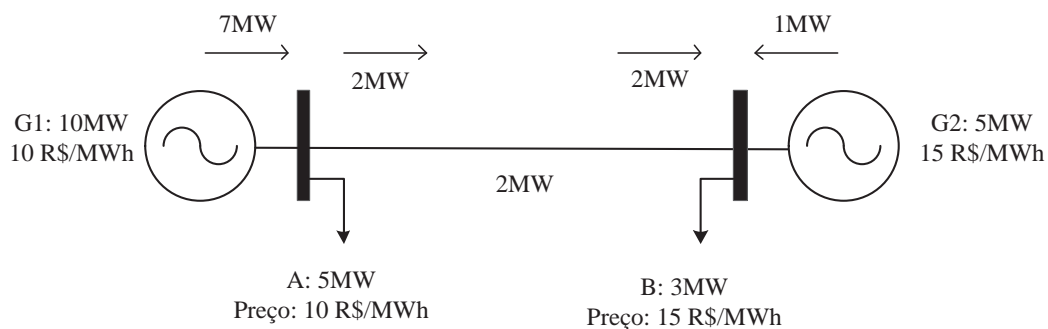
Fonte: Uribe (2000)

Figura 12- Troca de potência em um sistema considerando perdas e sem limites nas linhas de transmissão.



Fonte: Uribe (2000)

Figura 13- Troca de potência em um sistema sem considerar perdas e com limites nas linhas de transmissão.



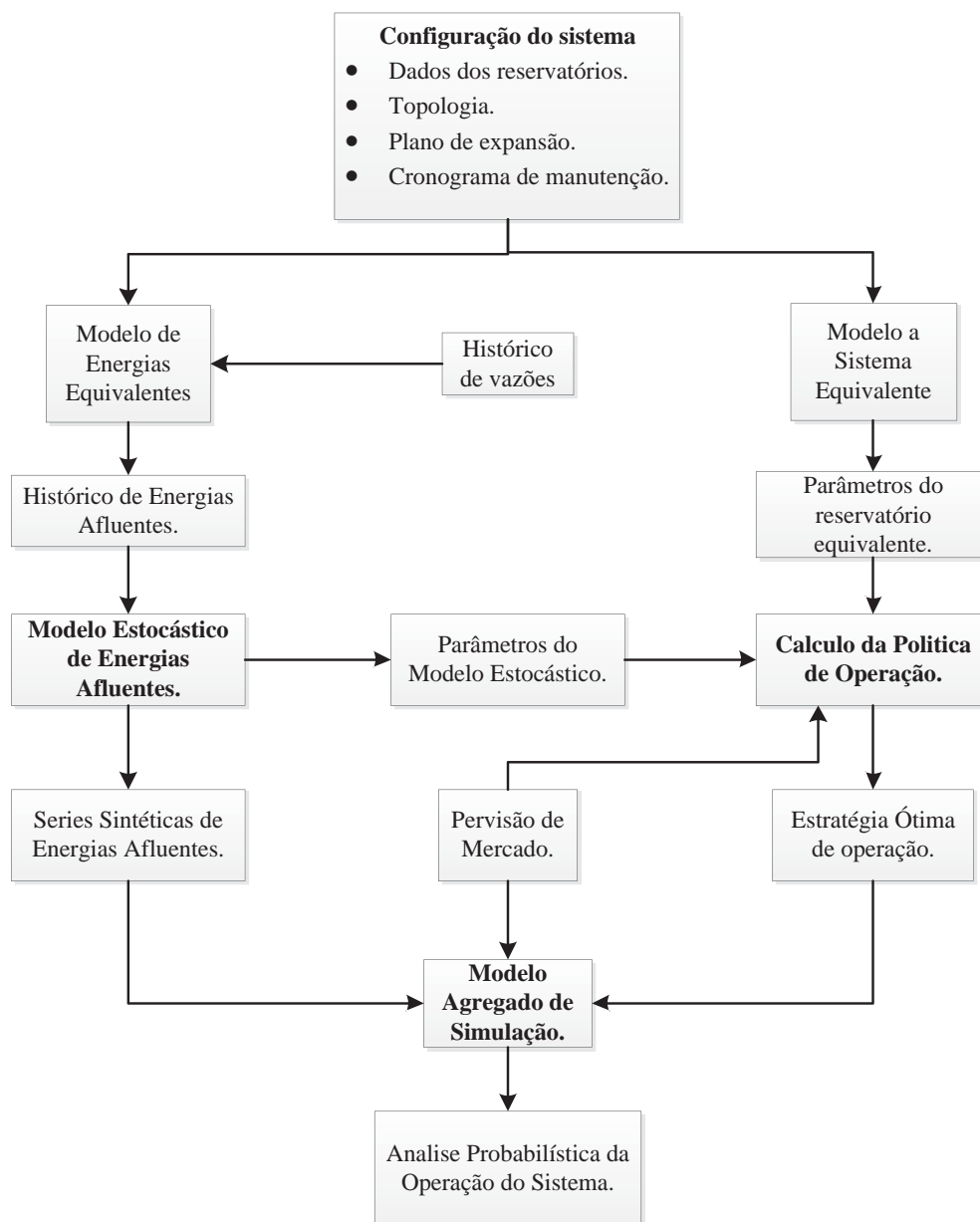
Fonte: Uribe (2000)

2.9 Modelo NEWAVE

Atualmente, o planejamento energético da operação de médio prazo no Brasil é fundamentada na minimização do custo esperado da operação utilizando a técnica de Programação Dinâmica Dual Estocástica sobre uma representação a sistemas equivalentes interligado (CEPEL, 2006), cuja solução pode ser desagregada por modelos de simulação a usinas individualizadas como o modelo *SUISHI-O*. O modelo é composto por quatro módulos computacionais:

1. *Módulo de cálculo do sistema equivalente* – Calcula os subsistemas equivalentes de energia: energias armazenáveis máximas, séries históricas de energias controláveis e energias fio d'água, parábolas de energia de vazão mínima, energia evaporada, capacidade de turbinamento, correção da energia controlável em função do armazenamento, perdas por limite de turbinamento nas usinas fio d'água, geração hidráulica máxima e energia associada ao desvio de água à montante de uma usina hidroelétrica.
2. *Módulo de energias afluentes* - Estima os parâmetros do modelo estocástico e gera séries sintéticas de energias afluentes que são utilizadas no módulo de cálculo da política de operação hidrotérmica e para geração de séries sintéticas de energias afluentes para análise de desempenho no módulo de simulação da operação.
3. *Módulo de cálculo da política de operação hidrotérmica* - Determina a política de operação mais econômica para os subsistemas equivalentes, tendo em conta as incertezas nas afluências futuras, os patamares de demanda e a indisponibilidade dos equipamentos.
4. *Módulo de simulação da operação* - Simula a operação do sistema ao longo do período de planejamento, para distintos cenários de sequências hidrológicas, falhas dos componentes e variações da demanda. Calcula índices de desempenho, tais como a média dos custos de operação, dos custos marginais, o risco de déficit, os valores médios de energia não suprida, de intercâmbio de energia e de geração hidroelétrica e térmica.

Figura 14- Esquema de relacionamento entre os módulos do programa NEWAVE.



Fonte: Cepel (2006)

3 MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA PARA O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE LONGO PRAZO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS

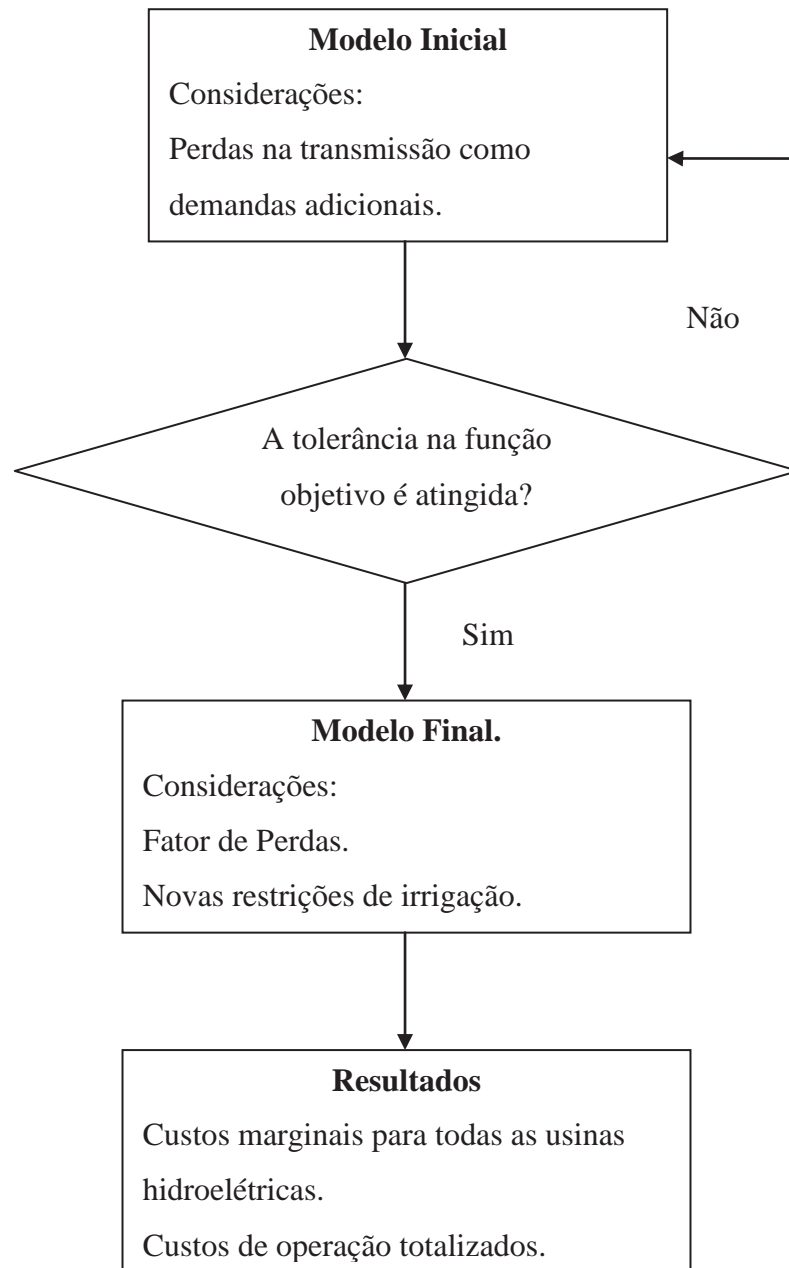
3.1 Introdução

O modelo proposto para a solução do problema de planejamento de longo prazo está baseado no modelo *PERSEO*. Os passos para o modelo *PERSEO* são mostrados na Figura 15. No modelo do sistema de transmissão as perdas são consideradas como uma demanda adicional. O primeiro passo é maximizar o atendimento das demandas de irrigação enquanto minimiza os custos operacionais. O critério de parada é a mínima variação da função objetivo. Com esta primeira solução são calculados os fatores de perdas nas linhas de transmissão e as irrigações desatendidas. O modelo final é elaborado com a informação da primeira parte e calcula o despacho final considerando as perdas nas linhas de transmissão e os novos limites para as irrigações não atendidas.

O modelo *PERSEO* tem múltiplas limitações como: a) resolve um conjunto de problemas de programação linear; b) um custo linear nas usinas térmicas; c) não modela as trajetórias de saída das usinas reguladas dos reservatórios de acumulação em patamares; e d) calcula uma média dos resultados das hidrologias históricas. As principais diferenças entre o modelo proposto e o modelo *PERSEO* são:

- -Usa um modelo linearizado das Perdas nas Linhas de transmissão.
- -A discretização para as trajetórias das hidrologias é feita por bloco horário, excetuando as dos reservatórios de acumulação. No modelo *PERSEO* todas as trajetórias são modeladas por período.
- -O modelo proposto prevê as hidrologias e incluem estas no modelo hidrológico para depois simular o comportamento do sistema. O modelo *PERSEO* calcula uma média de cada um dos cenários hidrológicos históricos escolhidos.
- -O modelo proposto resolve somente um problema de programação inteira mista. O modelo *PERSEO* resolve vários problemas de programação linear na primeira fase e depois um problema de programação linear para a segunda fase.

Figura 15- Esquema dos passos do modelo *PERSEO*.



Fonte: Paredes (2012)

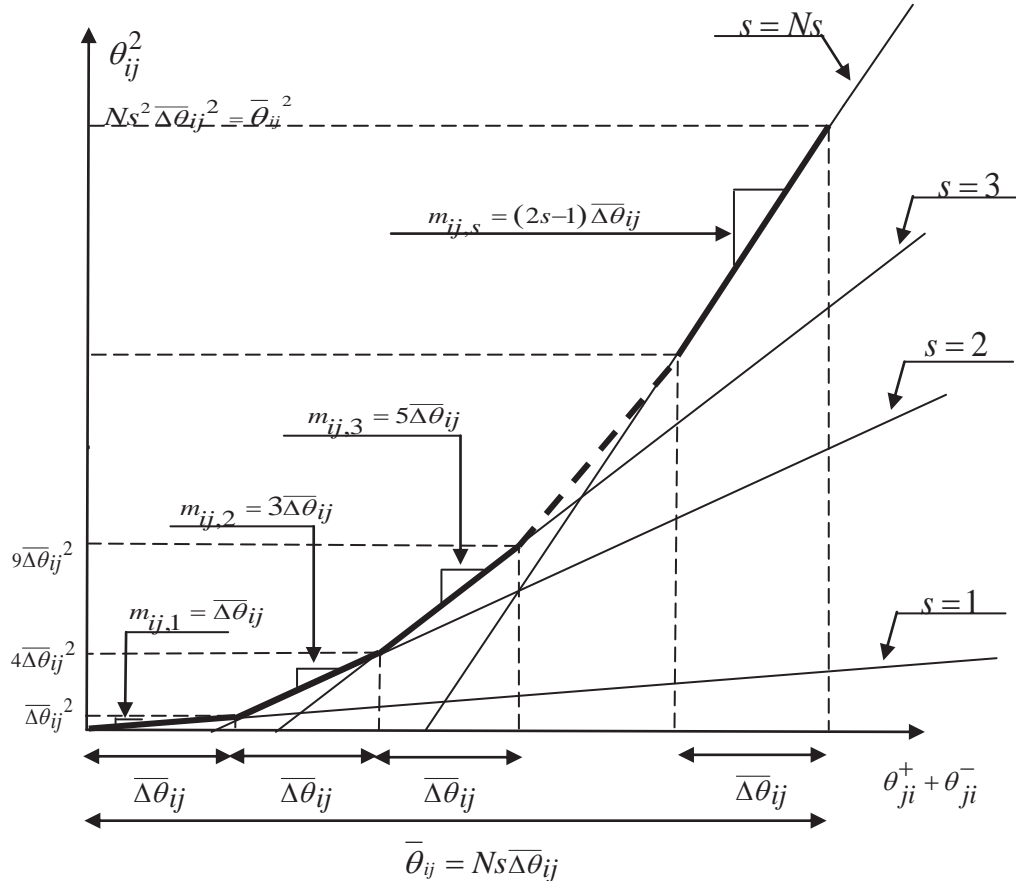
3.2 Linearização das perdas nas linhas de transmissão

Na modelagem *DC* do fluxo de potência de uma linha de transmissão, as perdas são representadas por uma função quadrática da diferença dos ângulos elétricos das barras ligadas, então não se pode incluir esse termo em um modelo linear. A solução adotada para este problema no Modelo *PERSEO* é usar o coeficiente de perdas (GRIGSBY, 2006). Mas é possível fazer uma aproximação linear das perdas mediante a transformação da equação quadrática das perdas nas linhas de transmissão em um conjunto de segmentos de retas que se

aproxima dela (ALGUACIL; MOTTO et al., 2003). Assume-se que as variações nas diferenças angulares são muito pequenas para um sistema hipotético afastado de instabilidades dinâmicas.

A aproximação linear pode ser feita pela convexidade da função quadrática e as inclinações dos segmentos de linha crescentes, isto é importante no momento da minimização da função objetivo. As perdas não estão presentes na função objetivo, mas a variável de produção de potência das usinas termoeletricas influencia de forma a minimizar as perdas para produzir menos energia. Então as perdas estão em um processo de minimização em conjunto com a energia produzida pelas usinas termoeletricas e as inclinações dos segmentos de reta atuam como coeficientes de custos relativos em um processo de minimização em que os de menor custo chegam ao valor máximo primeiro que os de maiores custos relativos (GALLEGO, 2003). Esta aproximação linear é feita com um determinado número de segmentos de reta. No caso da Figura 16 tem-se N_s partições para o valor absoluto da diferença de ângulos elétricos.

Figura 16- Modelagem linearizada do quadrado da diferença angular elétrica nas linhas de transmissão do modelo DC.



Fonte: Paredes (2012)

Para simplificar a análise trabalharemos com o valor absoluto. Da Figura16, podem-se deduzir as seguintes aproximações:

Diferença de ângulos elétricos:

$$\bar{\theta}_{ij} = \frac{\bar{f}_{ij}}{g_{ij}E_{ij}^2} \quad (3.1)$$

Parcela da diferença de ângulos elétricos:

$$\overline{\Delta\theta}_{ij} = \frac{\bar{\theta}_{ij}}{N_s} \quad (3.2)$$

Quadrado da diferença angular:

$$\theta_{ij}^2 = \sum_{s=1}^{N_s} m_{ij,s} \Delta\theta_{ij,s} \quad (3.3)$$

Inclinação dos segmentos de reta:

$$m_{ij,s} = (2s-1) \overline{\Delta\theta}_{ij} \quad (3.4)$$

onde:

f_{ji}	Fluxo de potência na linha no sentido da barra m à barra k (MW).
E_{ij}	Voltagem nominal da linha ij (kV).
g_{ij}	Condutância elétrica da linha ij (Siemens).
θ_{ij}	Diferença dos ângulos elétricos das barras que ligam a linhas de transmissão (Radianos).
$\Delta\theta_{ij}$	Partição da diferença dos ângulos elétricos das barras que ligam a linhas de transmissão (Radianos).
$\overline{\Delta\theta}_{ij}$	Limite superior da partição da diferença dos ângulos elétricos das barras que ligam a linhas de transmissão (Radianos).
N_s	Número de parcelas da diferença angular.
m	Inclinação dos segmentos da reta na aproximação linear.

As equações mostradas acima foram obtidas considerando um número determinado de partições. Este é um parâmetro que tem que ser ajustado para o melhor desenvolvimento do modelo computacional, pois ao incrementar o número de parcelas aumenta o número de variáveis no modelo, e se não for suficiente o número de parcelas pode ser uma aproximação pouco exata. A inclinação dos segmentos de reta é proporcional aos números ímpares da posição da reta e também aos limites superiores das parcelas de diferença de ângulos elétricos.

Para conseguir modelar a diferença de ângulos elétricos como uma variável, que pode ser positiva ou negativa, definiram-se duas variáveis positivas onde a soma delas é o valor absoluto da diferença de ângulos elétricos e a diferença de estas variáveis é o valor real da diferença angular.

Equações do valor absoluto da diferença angular:

$$\theta_{ji}^+ + \theta_{ji}^- = \sum_{s=1}^{N_s} \Delta\theta_{ji,s} \quad (3.5)$$

$$\theta_{ji}^+ - \theta_{ji}^- = \theta_{ji} \quad (3.6)$$

Parte positiva e negativa do valor absoluto da diferença angular:

$$0 \leq \Delta\theta_{ji}^+ \quad 0 \leq \Delta\theta_{ji}^- \quad (3.7)$$

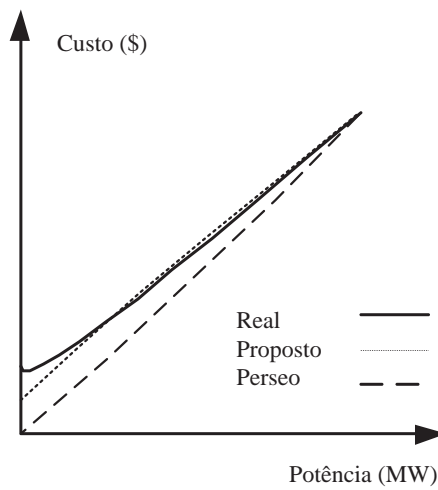
onde:

θ_{ij}	Diferença dos ângulos elétricos das barras que ligam a linhas de transmissão (Radianos).
N_s	Número de parcelas da diferença angular.
$\Delta\theta_{ij}$	Partição da diferença dos ângulos elétricos das barras que ligam a linhas de transmissão (Radianos).
θ_{ij}^+	Parte positiva da diferença angular da linha ij (Radianos).
θ_{ij}^-	Parte negativa da diferença angular da linha ij (Radianos).

3.3 Linearização dos custos das usinas térmicas

A curva do custo de uma usina termoeletrica é usualmente aproximada por uma função quadrática convexa positiva (GRIGSBY, 2006). Para a linearização da curva de custo do combustível devem-se ter pontos de custo a diferentes níveis de carga da usina termoeletrica. Estes dados, usualmente, são extraídos das provas de potência efetiva. Estes n pontos obtidos descrevem a curva de custo marginal e são usados para sua linearização.

Figura 17- Curva de custo por produção de potência de uma usina termoeletrica.



Fonte: Paredes (2012)

A linearização é feita mediante um modelo auto-regressivo de primeira ordem que considera os n pontos obtidos da prova de potência efetiva.

$$cvc_{g,t} = \frac{\sum_{d=1}^n (p_{g,t,d} - p_{g,t}) (c_{g,t,d} - \hat{c}_{g,t})}{\sum_{d=1}^n (p_{g,t,d} - p_{g,t})^2} \quad (3.8)$$

$$CFC_{g,t} = \hat{c}_{g,t} - cvc_{g,t} \cdot p_{g,t} \quad (3.9)$$

onde:

$cvc_{g,t}$ Custo variável combustível da usina g no período t (USD/MW).

$p_{g,t,d}$	Potência obtida da prova de potência efetiva para a usina g no período t (MW).
$c_{g,t,d}$	Custo obtido da prova de potência efetiva para a usina g no período t (USD).
$p_{g,t}$	Valor médio das potências obtidas da prova de potência efetivada usina g no período t (MW).
$c_{g,t}$	Valor médio dos custos obtidos da prova de potência efetivada usina g no período t (USD).
$CFC_{g,t}$	Custo fixo da usina g no período t (USD).

Do modelo linearizado dos custos das usinas térmicas (equação 3.10) têm-se dois parâmetros, um fixo (CFC , equação 3.9) e um dependente da produção de energia da usina termoeletrica (cvc , equação 3.8).

$$CC_{g,t,k} = cvc_{g,t} gt_{g,t,k} + CFC_{g,t} \quad (3.10)$$

onde:

$CC_{g,t,k}$	Custo característico da usina termoeletrica g no período t e bloco horário k (USD).
$cvc_{g,t}$	Custo variável combustível da usina g no período t (USD/MW).
$gt_{g,t,k}$	Produção de potência para a usina termoeletrica g no período t e patamar k (MW).
$CFC_{g,t}$	Custo fixo da usina g no período t (USD).

O termo fixo na aproximação da curva linearizada tem dois efeitos no modelo matemático: um deles é que deve se adicionar uma variável binária cow para a modelagem do funcionamento da usina termoeletrica (produzir energia ou não), o outro é o encarecimento do custo de produção em comparação aos modelos que só consideram um termo dependente da produção de energia.

$$CC_{g,t,k} = cvc_{g,t} gt_{g,t,k} + cow_{g,t,k} CFC_{g,t} \quad (3.11)$$

onde:

$CC_{g,t,k}$ Custo característico da usina termoeletrica g no período t e bloco horário k (USD).

$cvc_{g,t}$ Custo variável combustível da usina g no período t (USD/MW).

$gt_{g,t,k}$ Produção de potência para a usina termoeletrica g no período t e patamar k (MW).

$cow_{g,t,k}$ Variável binária da usina g no período t e patamar k associada a se a usina esta ligada o não.

$CFC_{g,t}$ Custo fixo da usina g no período t (USD).

O custo total associado à produção de energia de uma usina termoeletrica é dado pela equação (3.12) a qual inclui os custos variáveis não combustíveis.

$$CO_{g,t,k} = (cvnc_{g,t} + cvc_{g,t})gt_{g,t,k} + cow_{g,t,k}CFC_{g,t} \quad (3.12)$$

onde:

$CO_{g,t,k}$ Custo de operação da usina termoeletrica g no período t e bloco horário k (USD).

$cvnc_{g,t}$ Custo variável não combustível da usina g no período t (USD/MW).

$cvc_{g,t}$ Custo variável combustível da usina g no período t (USD/MW).

$gt_{g,t,k}$ Produção de potência para a usina termoeletrica g no período t e patamar k (MW).

$cow_{g,t,k}$ Variável binária da usina g no período t e patamar k associada a se a usina esta ligada o não.

$CFC_{g,t}$ Custo fixo da usina g no período t (USD).

3.4 Previsão das hidrologias futuras com SARIMA

Para a previsão das hidrologias que vão ser usada como entrada no sistema hidrológico é usada o modelo *SARIMA* já antes descrito. Para obter o modelo *SARIMA* para as séries temporais que representam as hidrologias é empregado o método de *Box and Jenkins* com algumas variações práticas. Para a predição das hidrologias são propostos os seguintes passos:

- A análise da sazonalidade das hidrologias é feita mediante a transposição dos histogramas da série temporal dividida em períodos testes. Assume-se que normalmente estes períodos estão ligados com a anualidade que seria um múltiplo de 12 meses e que não seja menor que o número de anos a ser previstos. Esta consideração é porque se o período é menor que os anos de previsão ter-se-iam predições para esses anos futuros muito parecidas entre eles.
- A desazonalização da série é obtida através de uma técnica de filtros lineares apresentada no apêndice 2, onde conhecendo o período de sazonalidades é possível separar em duas componentes, uma série de tendência e outra sazonal para o modelo *SARIMA* multiplicativo.
- Tendo as duas componentes separadas aplicam-se as diferenças necessárias para que as duas componentes se tornem estacionárias (Calcular d e D).
- Aplicar o método de *Box and Jenkins* com a análise da mínima verossimilhança (HAMILTON, 1994) para encontrar os coeficientes respectivos para cada série no segundo passo do método e usando a estatística de Box Pierce (LJUNG; BOX, 1978).
- Baseado no modelo obtido anteriormente, obter as predições para o período de tempo futuro.

Nos sistemas hidrológicos com muitas hidrologias pode-se simplificar a análise usando somente algumas delas como amostras para serem analisadas (são usualmente analisadas as hidrologias mais importantes das bacias). Assumindo que os parâmetros p , d , q , P , D , Q e s dependem do comportamento das semelhanças entre os modelos analisados para as hidrologias escolhidas, procuram-se os parâmetros gerais para todo o sistema hidrológico para depois calcular os coeficientes do modelo para cada hidrologia.

3.5 Modelo proposto

O modelo final proposto pode ser expresso nas seguintes equações:

Função objetivo:

$$\text{Min} \sum_{t=1}^{N_T} \sum_{k=1}^{N_k} \left(\sum_{g=1}^{N_g} CO_{g,t,k} + \sum_{h=1}^{N_h} cgh_{h,t} qh_{h,t,k} + \sum_{r=1}^{N_r} ccr_{r,t} fr_{r,t,k} + \sum_{i=1}^{N_i} Ccd_{i,t} Cd_{i,t,k} \right) \quad (3.13)$$

onde:

N_T	Número de períodos de análise.
N_k	Número de blocos horários.
N_g	Número de usinas termoeletricas.
N_h	Número de usinas hidroeletricas.
N_r	Número de irrigações no sistema.
N_i	Número de barras no sistema de transmissão.
$CO_{g,t,k}$	Custo de operação da usina termoeletrica g no período t e bloco horário k (USD).
$gt_{g,t,k}$	Produção de potência para a usina termoeletrica g no período t e patamar k (MW).
$cgh_{h,t}$	Custo pelo uso da água da usina hidroeletrica h no período t (USD/m ³).
$gh_{h,t,k}$	Geração de potência da usina hidroeletrica h no período t e patamar k (MW).
ccr	Custo pelo corte na irrigação (USD/m ³).
$fir_{n,t,k}$	Vazão de água de corte da irrigação n no período t e patamar k (m ³ /s).
$Ccd_{i,t}$	Custo pelo corte da demanda de potência na barra i no período t (USD/MW).
$Cd_{i,t,k}$	Corte da demanda de potência na barra i no período t e no patamar k (MW).

Restrição na demanda:

$$\begin{aligned} \sum_{g \in \Omega_i} gt_{g,t,k} + \sum_{h \in \Omega_i} (gh_{h,t,k} - cch_{h,t,k}) + \\ + \sum_{j \in \Omega_i} ((f_{ji,t,k} - 0.5p_{ji,t,k}) - (f_{ij,t,k} + 0.5p_{ji,t,k})) + Ccd_{i,t,k} = d_{i,t,k} \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$0 \leq Cd_{i,t,k} \leq d_{i,t,k} \quad (3.15)$$

onde:

Ω_i	Conjunto de elementos ligados na barra i .
$gt_{g,t,k}$	Produção de potência para a usina termoeletrica g no período t e patamar k (MW).
$gh_{h,t,k}$	Geração de potência da usina hidroeletrica h no período t e patamar k (MW).
$cch_{h,t,k}$	Potência consumida pela usina hidroeletrica h no período t e patamar k (MW).
f_{ji}	Fluxo de potência na linha no sentido da barra m à barra k (MW).
p_{ji}	Perda de potência ativa na linha no sentido da barra m para a barra k (MW).
$Cd_{i,t,k}$	Corte da demanda de potência na barra i no período t e no patamar k (MW).
$d_{i,t,k}$	Demanda de potência na barra i no período t e no patamar k (MW).

Restrição das usinas térmicas:

$$gt_{g,t,k} \leq cow_{g,t,k} \overline{gt}_{g,t} f_{g,t}^{disp} f_{g,t,k}^{man} \quad (3.16)$$

$$CO_{g,t,k} = (cvnc_{g,t} + cvc_{g,t}) gt_{g,t,k} + cow_{g,t,k} CFC_{g,t} \quad (3.17)$$

onde:

$gt_{g,t,k}$	Produção de potência para a usina termoeletrica g no período t e patamar k (MW).
$\overline{gt}_{g,t,k}$	Produção máxima de potência para a usina termoeletrica g no período t e patamar k (MW).
$f_{g,t}^{disp}$	Fator de disponibilidade para a usina termoeletrica g no período t .
$f_{g,t,k}^{man}$	Fator de manutenção para a usina termoeletrica g no período t e patamar k .
$CO_{g,t,k}$	Custo de operação da usina termoeletrica g no período t e bloco horário k (USD).
$cvnc_{g,t}$	Custo variável não combustível da usina g no período t (USD/MW).

$cvc_{g,t}$	Custo variável combustível da usina g no período t (USD/MW).
$cow_{g,t,k}$	Variável binária da usina g no período t e patamar k associada a se a usina esta ligada o não.
$CFC_{g,t}$	Custo fixo da usina g no período t (USD).

Restrições das linhas de transmissão:

$$|f_{ji,t,k}| \leq \bar{f}_{ji,t} - 0.5p_{ji} \quad (3.18)$$

$$f_{ji,t,k} = b_{ji} E_{ji}^2 (\theta_{ji,t,k}^+ - \theta_{ji,t,k}^-) \quad (3.19)$$

$$p_{ji,t,k} = g_{ji} E_{ji}^2 \left(\sum_{s=1}^{Ns} m_{ij,s,t,k} \Delta \theta_{ij,s,t,k} \right) \quad (3.20)$$

$$\theta_{ji,t,k}^+ + \theta_{ji,t,k}^- = \sum_{s=1}^{Ns} \Delta \theta_{ji,s,t,k} \quad (3.21)$$

$$\theta_{ji,t,k}^+ - \theta_{ji,t,k}^- = \theta_{ji,t,k} \quad (3.22)$$

$$0 \leq \Delta \theta_{ji,t,k}^+ \quad 0 \leq \Delta \theta_{ji,t,k}^- \quad (3.23)$$

onde:

f_{ji}	Fluxo de potência na linha no sentido da barra j à barra i (MW).
\bar{f}_{ji}	Fluxo de potência máximo na linha no sentido da barra j à barra i (MW).
p_{ji}	Perda de potência ativa na linha no sentido da barra j para a barra i (MW).
E_{ij}	Voltagem nominal da linha ij (kV).
b_{ij}	Susceptância elétrica da linha ij (Siemens).
g_{ij}	Condutância elétrica da linha ij (Siemens).
θ_{ij}	Diferença dos ângulos elétricos das barras que ligam a linhas de transmissão (Radianos).

θ_{ij}^+	Parte positiva da diferença angular da linha ij (Radianos).
θ_{ij}^-	Parte negativa da diferença angular da linha ij (Radianos).
$\Delta\theta_{ij}$	Partição da diferença dos ângulos elétricos das barras que ligam a linhas de transmissão (Radianos).
$\overline{\Delta\theta}_{ij}$	Limite superior da partição da diferença dos ângulos elétricos das barras que ligam a linhas de transmissão (Radianos).
N_s	Número de parcelas da diferença angular.
m	Inclinação dos segmentos da reta na aproximação linear do quadrado da diferença angular (Radianos).

Restrições das bacias:

Usinas hidroelétricas:

$$QH_{h,t,k} + SH_{h,t,k} = \sum_{m \in \Phi_h} Q_{m,t,k} \quad (3.24)$$

$$QH_{h,t,k} + SH_{h,t,k} = \sum_{m \in \Psi_h} Q_{m,t,k} \quad (3.25)$$

$$qh_{h,t,k} \leq \overline{qh}_{h,t} f_{h,t,k}^{man} \quad (3.26)$$

$$gh_{h,t,k} = ph_{h,t} qh_{h,t,k} \quad (3.27)$$

Para usinas não reguladas:

$$qh_{h,t,1} = \dots = qh_{h,t,k} = \dots = qh_{h,t,N_k} \quad (3.28)$$

onde:

Φ_h Conjunto de trajetórias que saem da usina hidroelétrica h .

Ψ_h Conjunto de trajetórias que levam a usina hidroelétrica h .

$QH_{h,t,k}$	Volume de água turbinado pela usina hidroelétrica h no período t e patamar k (m^3).
$SH_{h,t,k}$	Volume de água vertido pela usina hidroelétrica h no período t e bloco horário k (m^3).
$f_{h,t,k}^{man}$	Fator de manutenção da usina hidroelétrica h no período t e patamar k .
$gh_{h,t,k}$	Geração de potência da usina hidroelétrica h no período t e patamar k (MW).
$ph_{h,t}$	Coeficiente de geração da usina hidroelétrica h no período t (MWs/ m^3).
$qh_{h,t,k}$	Vazão de água turbinado numa usina hidroelétrica h no período t e no patamar k (m^3/s).

Reservatórios de acumulação:

$$(1 - ev_e / 100)VE_{e,t-1} - VE_{e,t} + \sum_{m \in \Phi_e} Q_{m,t} - \sum_{n \in \Psi_e} Q_{n,t} - SE_{e,t} = -A_{e,t} + IR_{e,t} \quad (3.29)$$

$$VE_{e,t} \leq \overline{VE}_{e,t} \quad VE_{e,t} \geq \underline{VE}_{e,t} \quad (3.30)$$

$$VE_{e,0} = VE_e^{ini} \quad VE_{e,N_T} = VE_e^{fin} \quad (3.31)$$

onde:

ev_e	Fator de evaporação da água no reservatório de acumulação e (%).
$VE_{e,t}$	Volume de água armazenado no reservatório de acumulação e até o final do período t (m^3).
Φ_e	Conjunto de trajetórias que saem do reservatório de acumulação e .
Ψ_e	Conjunto de trajetórias que levam ao reservatório de acumulação e .
$Q_{m,t}$	Volume de água transportado pela trajetória m no período t (m^3).
$SE_{e,t}$	Volume de água vertido pelo reservatório de acumulação e durante o período t (m^3).
$A_{e,t}$	Volume afluente incremental associado ao reservatório de acumulação e durante o período t (m^3).

$IR_{e,t}$	Volume do caudal de irrigação associado reservatório de acumulação e durante o período t (m^3).
$\underline{VE}_{e,t}$	Volume mínimo de água armazenado no reservatório de acumulação e até o final do período t (m^3).
$\overline{VE}_{e,t}$	Volume máximo de água armazenado no reservatório de acumulação e até o final do período t (m^3).
VE_e^{ini}	Volume de água armazenado no reservatório de acumulação e no início do período de estudo (m^3).
VE_e^{fin}	Volume de água armazenado no reservatório de acumulação e no final do período de estudo (m^3).

Reservatórios de compensação:

$$VRE_{re,t,k+1} - VRE_{re,t} + \sum_{m \in \Phi_{re}} Q_{m,t,k} - \sum_{n \in \Psi_{re}} Q_{n,t,k} - SRE_{re,t} = -A_{re,t,k} + IR_{re,t,k} \quad (3.31)$$

$$VRE_{re,t} \leq \overline{VRE}_{re,t} \quad (3.32)$$

$$VRE_{re,t,0} = 0 \quad VRE_{re,t,N_k} = 0 \quad (3.33)$$

onde:

$VRE_{re,t,k}$	Volume de água armazenado no reservatório de regulação re no final do período t no patamar k (m^3).
Φ_{re}	Conjunto de trajetórias que saem do reservatório de regulação re .
Ψ_{re}	Conjunto de trajetórias que levam ao reservatório de regulação re .
$Q_{m,t,k}$	Volume de água transportado pela trajetória m no período t e patamar k (m^3).
$SRE_{re,t,k}$	Volume de água vertido pelo reservatório de regulação re durante o período t e o patamar k (m^3).
$A_{re,t,k}$	Volume do afluente associado ao reservatório de regulação re durante o período t e o patamar k (m^3).

$IR_{re,t,k}$ Volume do caudal de irrigação associado ao reservatório de regulação re durante o período t e o patamar k (m^3).

$\overline{VRE}_{re,t}$ Volume máximo do reservatório de regulação re no período t (m^3).

Pontos de interesse:

$$\sum_{m \in \Phi_{pi}} Q_{m,t,k} - \sum_{n \in \Psi_{pi}} Q_{n,t,k} - SPI_{pi,t} = -A_{pi,t,k} + IR_{pi,t,k} \quad (3.34)$$

$$q_{m,t,k} \leq \bar{q}_{m,t} \quad q_{m,t,k} \geq \underline{q}_{m,t} \quad (3.35)$$

onde:

Φ_{pi} Conjunto de trajetórias que saem do ponto de interesse pi .

Ψ_{pi} Conjunto de trajetórias que levam ao ponto de interesse pi .

$Q_{m,t,k}$ Volume de água transportado pela trajetória m no período t e patamar k (m^3).

$SPI_{pi,t,k}$ Volume de água vertido pelo ponto de interesse pi durante o período t no patamar k (m^3).

$A_{pi,t,k}$ Volume do afluente incremental associado ao ponto de interesse pi durante o período t e o patamar k (m^3).

$IR_{pi,t,k}$ Volume do caudal de irrigação associado a um ponto de interesse pi durante o período t e o patamar k (m^3).

Demandas de irrigação:

$$ir_{n,t,k} + \bar{fir}_{n,t,k} \leq \bar{ir}_{n,t} \quad (3.36)$$

$$ir_{n,t,k} \geq \underline{ir}_{n,t} \quad \bar{fir}_{n,t,k} \leq \bar{fir}_{n,t} \quad (3.37)$$

onde:

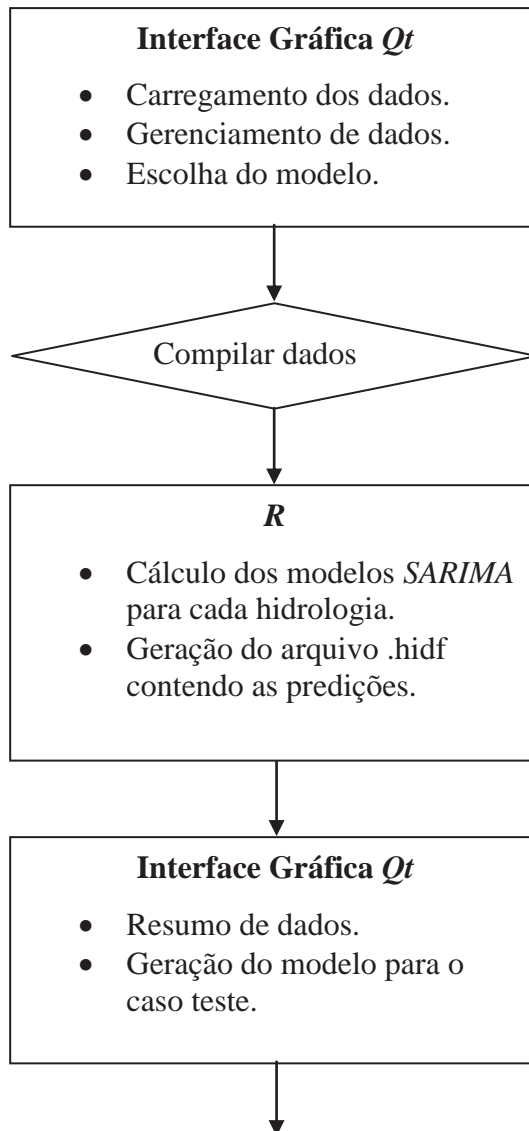
$ir_{n,t,k}$ Vazão de irrigação n no período t e no patamar k (m^3/s).

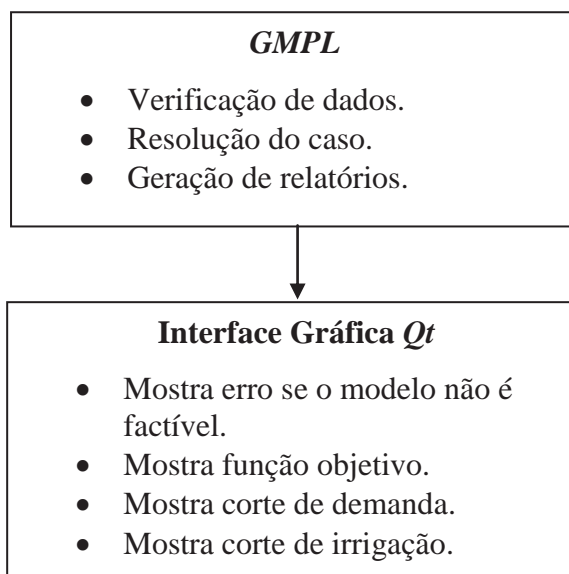
$\underline{ir}_{n,t}$	Limite mínimo da vazão de irrigação n no período t (m ³ /s).
$\overline{ir}_{n,t}$	Limite máximo da vazão de irrigação n no período t (m ³ /s).
$fir_{n,t,k}$	Vazão de água de corte da irrigação n no período t e patamar k (m ³ /s).
$\overline{fir}_{n,t}$	Limite máximo da vazão de água de corte da irrigação n no período t (m ³ /s).

3.6 Implementação computacional do modelo proposto

A implementação computacional tem as seguintes etapas ilustradas na Figura 18:

Figura 18- Partes do programa desenvolvido.

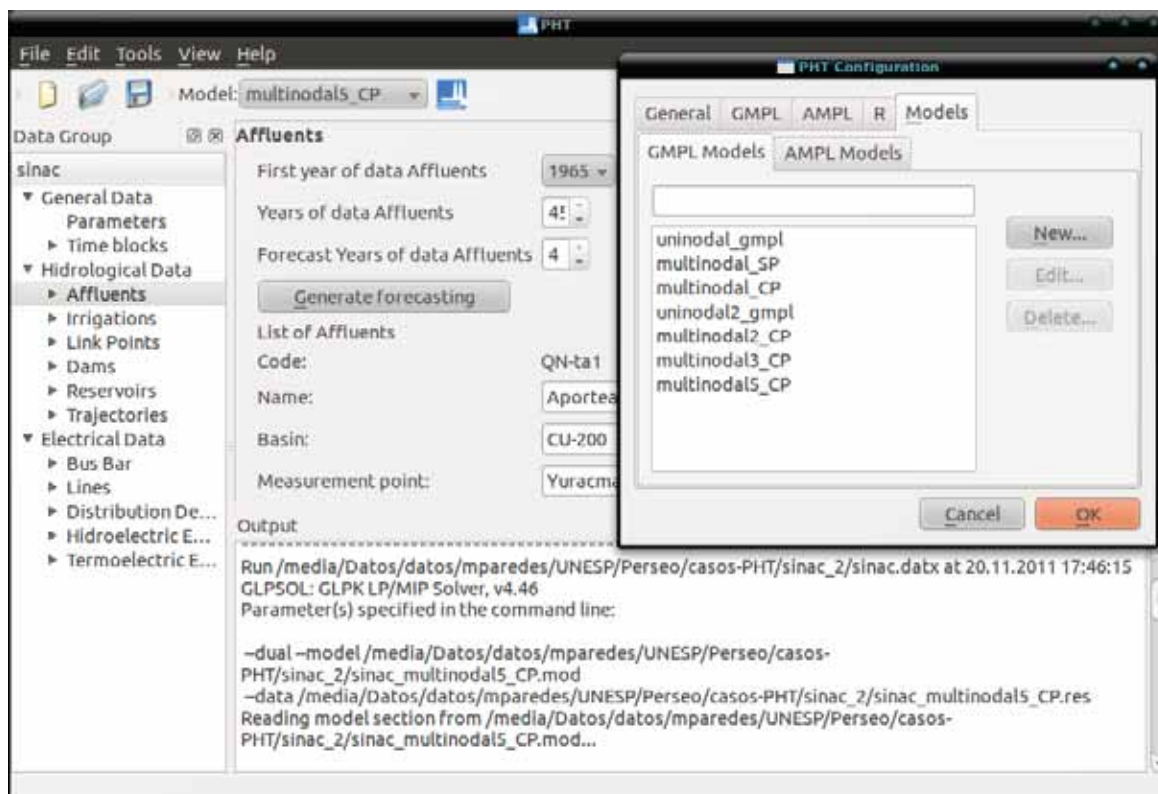




Fonte: Paredes (2012)

Para a criação da interface gráfica foi escolhido a linguagem *Qt*, pois é possível compilar com o mesmo código as versões para *Linux* e *Windows*. Na Figura 19 mostra-se a interface gráfica na qual pode-se configurar para trabalhar com *GMPL* e *AMPL* alternativamente, assim como gerenciar dados dos modelos criados.

Figura 19- Interface gráfica em Qt de gerenciamento do modelo proposto.



Fonte: Paredes (2012)

A leitura de dados pela interface gráfica *Qt* inclui as rotinas que permitem a adição e modificação de dados nos arquivos que contém os dados totais do sistema que se deseja analisar. O resumo dos dados são feitos no arquivo Nome_modelo.res. O programa em *Qt* lê os seguintes arquivos:

Nome.datx	Dados gerais do estudo em execução.
Nome.horx	Duração dos blocos horários em horas
Nome.barx	Dados das barras do sistema elétrico.
Nome.linx	Dados das linhas de transmissão do sistema elétrico.
Nome.cmbx	Dados dos combustíveis.
Nome.empx	Dados das empresas que agrupam as usinas termoeletricas e hidroeletricas.
Nome.cgtx	Dados das usinas termoeletricas.
Nome.gtx	Dados dos grupos termoeletricos.
Nome.cuex	Dados das bacias hidrologicas.
Nome.pinx	Dados dos pontos de interesse existentes nas bacias hidrologicas.
Nome.embx	Dados dos reservatórios de acumulação existentes nas bacias hidrologicas.
Nome.resx	Dados dos reservatórios de compensação existentes nas bacias hidrologicas.
Nome.chhx	Dados das usinas hidroeletricas existentes nas bacias hidrologicas.
Nome.tryx	Dados das trajetórias do sistema hidrologico nas bacias hidrologicas.
Nome.hidx	Histórico dos caudais das vazões existentes nas bacias hidrologicas.
Nome.hidf	Dados das vazões futuras dos afluentes existentes nas bacias hidrologicas.
Nome.dagx	Dados da configuração dos requerimentos de água nas bacias hidrologicas.
Nome.rgox	Dados dos limites das irrigações.
Nome.demx	Valores da demanda de energia elétrica nas barras.

Nome.manx	Horas de manutenção em ponta e fora de ponta por ano e mês das usinas termelétricas e hidroelétricas.
-----------	---

Ao escolher o modelo para análise (pode ser um modelo uninodal, multimodal sem perdas e multinodal com perdas ou qualquer outro modelo que o usuário crie) no programa em *Qt* ele cria um modelo no arquivo *Nome_modelo.mod* adaptado para o problema específico (preenche os dados de locação de arquivos de saída e entrada).

O módulo de predição de hidrologias feito no *R* faz a leitura do arquivo *modelo.R* onde ficam os parâmetros tais como período da sazonalidade e p , d , q , P , D e Q os quais devem ser ajustados para o caso específico a resolver. O resultado deste módulo é passado ao arquivo *Nome_modelo.hidf* onde são especificadas as vazões futuras para todas as hidrologias.

O módulo de modelagem matemática desenvolvido em *GMPL* inclui as rotinas que permitem validar os dados fornecidos para ver se o problema é factível. Também no *GMPL* programa-se a parte de otimização do problema que inclui as rotinas que permitem resolver o problema de coordenação hidrotérmica. Finalmente a parte de geração de resultados inclui as rotinas que permitem exportar os resultados desde o ambiente *GMPL* em *arquivo.cvs* ; entre os resultados que se tem: o custo total de operação, as potências e energias geradas pelas usinas termoelétricas e hidrelétricas, as vazões nas trajetórias e os custos marginais para as usinas hidroelétricas.

4 TESTES E RESULTADOS

4.1 Introdução

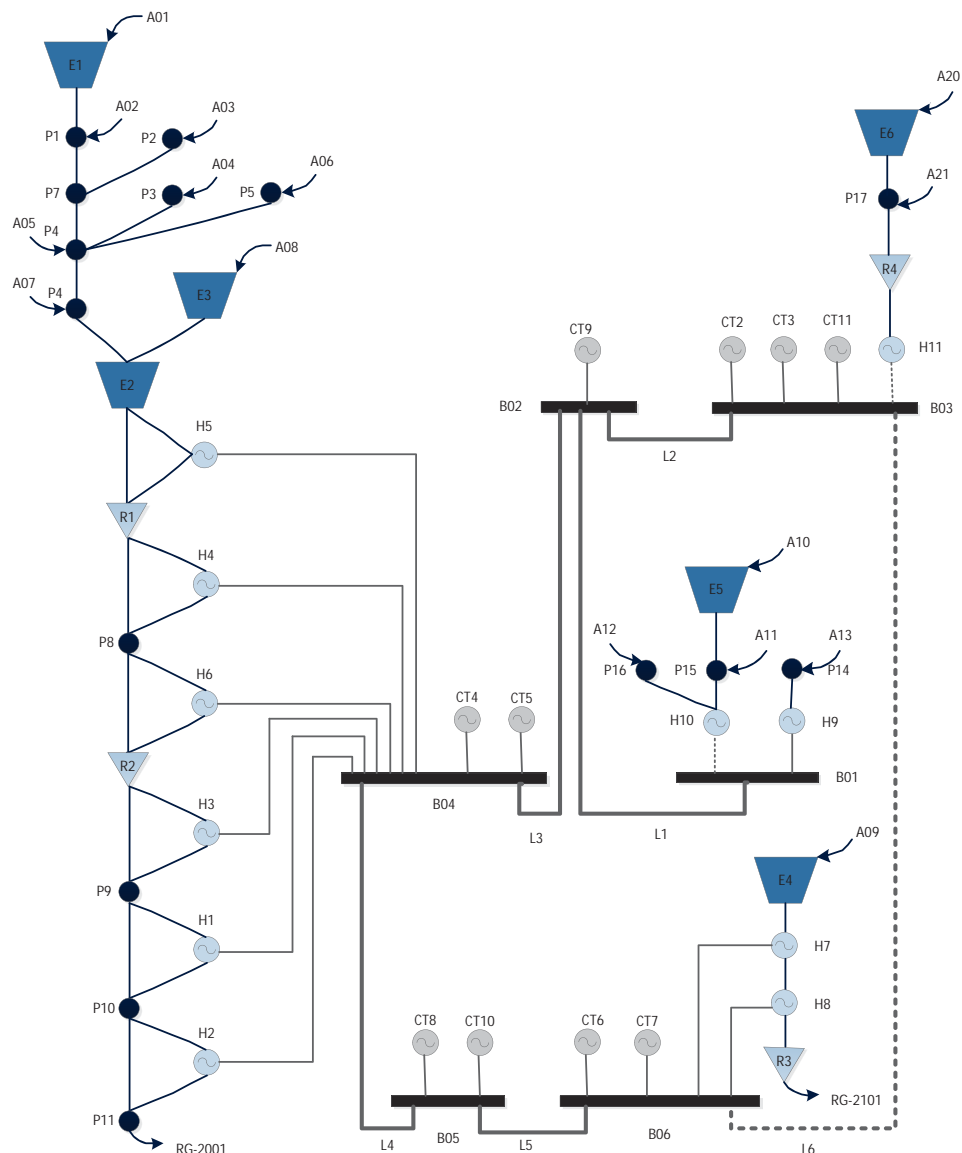
Neste capítulo é apresentada uma análise do modelo para três casos: sistema multinodal de 6 barras, sistema uninodal Brasileiro e sistema interligado Peruano. A análise de cada sistema tem como objetivos:

- No sistema de 6 barras tem-se a finalidade de mostrar de maneira explicativa como é usado o modelo para um sistema ilustrativo fácil de analisar.
- Sistema uninodal Brasileiro e interligado Peruano tem a finalidade de mostrar o comportamento do modelo em sistemas reais.
- Nos casos dos sistemas de 6 barras e interligado Peruano são feitas análises comparativas entre quatro alternativas: a) modelo *PERSEO* com hidrologias reais; b) modelo *PERSEO* fazendo uma média dos resultados para hidrologias anteriores; c) modelo proposto com hidrologias verificadas; e d) modelo proposto com hidrologias previstas com *SARIMA*. Esta análise comparativa tem como objetivo verificar a diferença entre as previsões para os dois modelos e também para verificar como os dois modelos com hidrologias verificadas se comportam.
- Para o sistema de 6 barras analisou-se adicionalmente um modelo sem considerar o modelagem da curva de custos das usinas térmicas proposta, com a finalidade de verificar o impacto da modelagem das perdas nas linhas de transmissão e a previsão de hidrologias.
- Análise de curvas de custos marginais nas barras, curvas de produção hidroelétrica e de armazenamento de água nos reservatórios. As curvas de custos marginais em todos os casos foram mostradas para o bloco de carga pesada.

4.2 Sistemas de 6 barras

A Figura 20 mostra o sistema hidrotérmico de 6 barras proposto pelo exemplo do manual do software *PERSEO* (URIBE, 2006). O sistema possui onze usinas hidrelétricas distribuídas em cinco bacias hidrográficas e dez usinas termoeletricas; a demanda de energia do sistema é representada por três blocos horários: pesado, médio e leve; o período de otimização do sistema compreende doze meses (janeiro-dezembro) para o ano 1999. O histórico das afluências naturais ao sistema compreende 22 anos iniciando os dados no ano 1972. Neste estudo foram comparados os resultados do modelo *PERSEO* e do modelo proposto para a hidrologia do ano 1993.

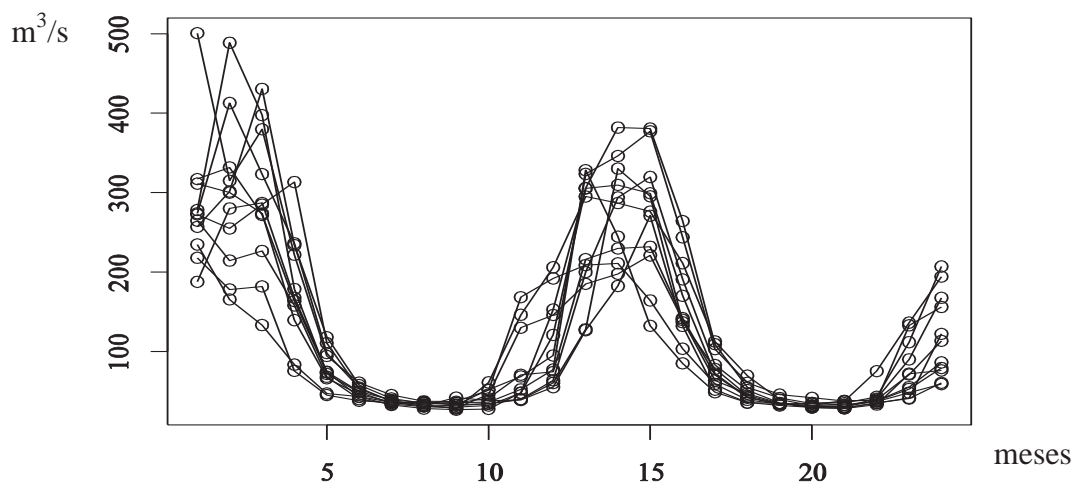
Figura 20- Sistema teste 6 barras.



Fonte: Paredes (2012)

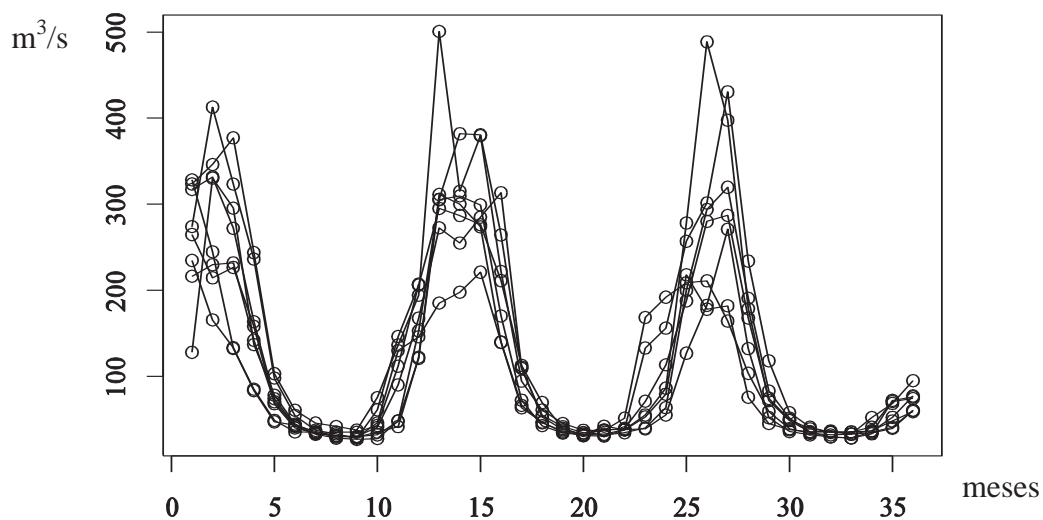
O primeiro passo é utilizar a metodologia proposta para prever as hidrologias do ano 1993. Devemos identificar os parâmetros p , d , q , P , D , Q e s do modelo *SARIMA*, assim foram escolhidos três afluentes mais representativos (os de maior vazão) para definir estes parâmetros. O primeiro afluente é o afluente A11 o qual vai ser analisado para a determinação do modelo. Precisou a sazonalidade do modelo (s) para isso é necessário fazer o gráfico de sazonalidade para $s = 24$, mostrado na Figura 21; e para $s = 36$, mostrado na Figura 22. Escolheu-se comparar estes dois valores porque são múltiplos de 12 para explicar a sazonalidade de uma serie natural anual.

Figura 21- Gráfico sazonal $s=24$ para afluente A11.



Fonte: Paredes (2012)

Figura 22- Gráfico sazonal $s=36$ do afluente A11.

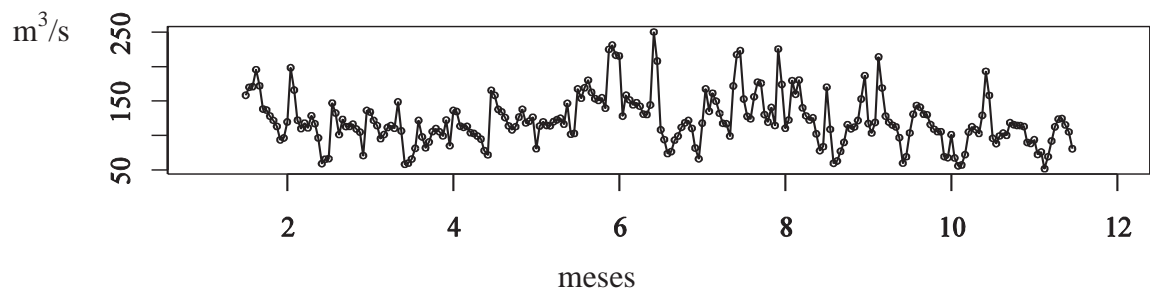


Fonte: Paredes (2012)

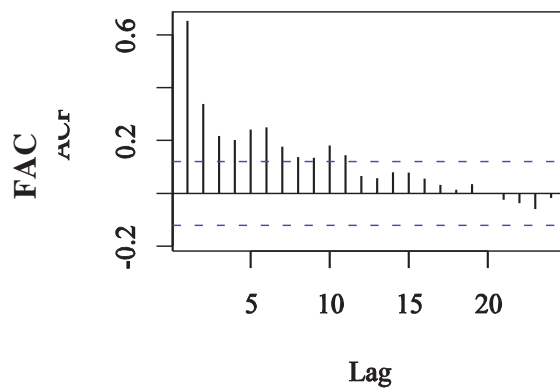
Das Figuras 21 e 22 pode-se concluir que o primeiro segue um padrão das figuras superpostas o que nos permite escolher uma sazonalidade de 24 meses. A seguir foram separadas as duas componentes, a de tendência e a sazonal. Para que isto fosse possível, precisou-se aplicar um filtro igual ao fornecido pela equação (22 do apêndice 2). Ao separar estas duas componentes examinou-se os gráficos de auto correlação e correlação parcial para poder determinar p , d , q , P , D e Q .

Da FAC podemos determinar que é necessário pelo menos uma diferença para que a FAC se torne estacionária e decaia nos primeiros $lags$ de maneira rápida. Isto significa fazer $d=1$. Depois de fazer esta diferença pode-se observar na Figura 23.b que na FAC decai no $lag3$ e do $FACP$ viu-se que decai no segundo lag o que permitiu ter um conjunto inicial de parâmetros (3,1,2), segundo o algoritmo proposto por (HYNDMAN; KHANDAKAR, 2008) para procurar a ordem dos parâmetros deve-se escolher os parâmetros iniciais e testar os modelos perto deste. Assim na Tabela 1 mostram-se os diferentes parâmetros testados e os respectivos logaritmos das verossimilhanças.

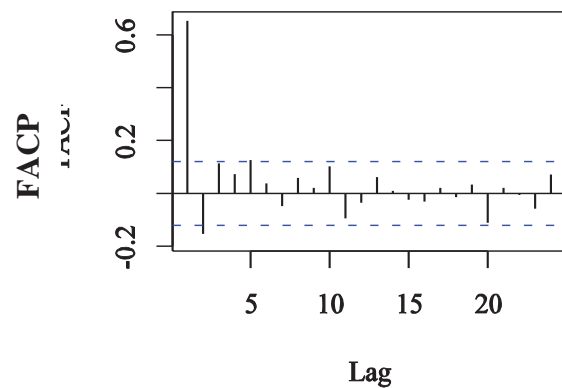
Figura 23- Tendência (a), FAC (b) e FACP (c) do afluente A11.



a.



b.



c.

Fonte: Paredes (2012)

Tabela 1- Comparação de verossimilhanças para a tendência do afluente A11.

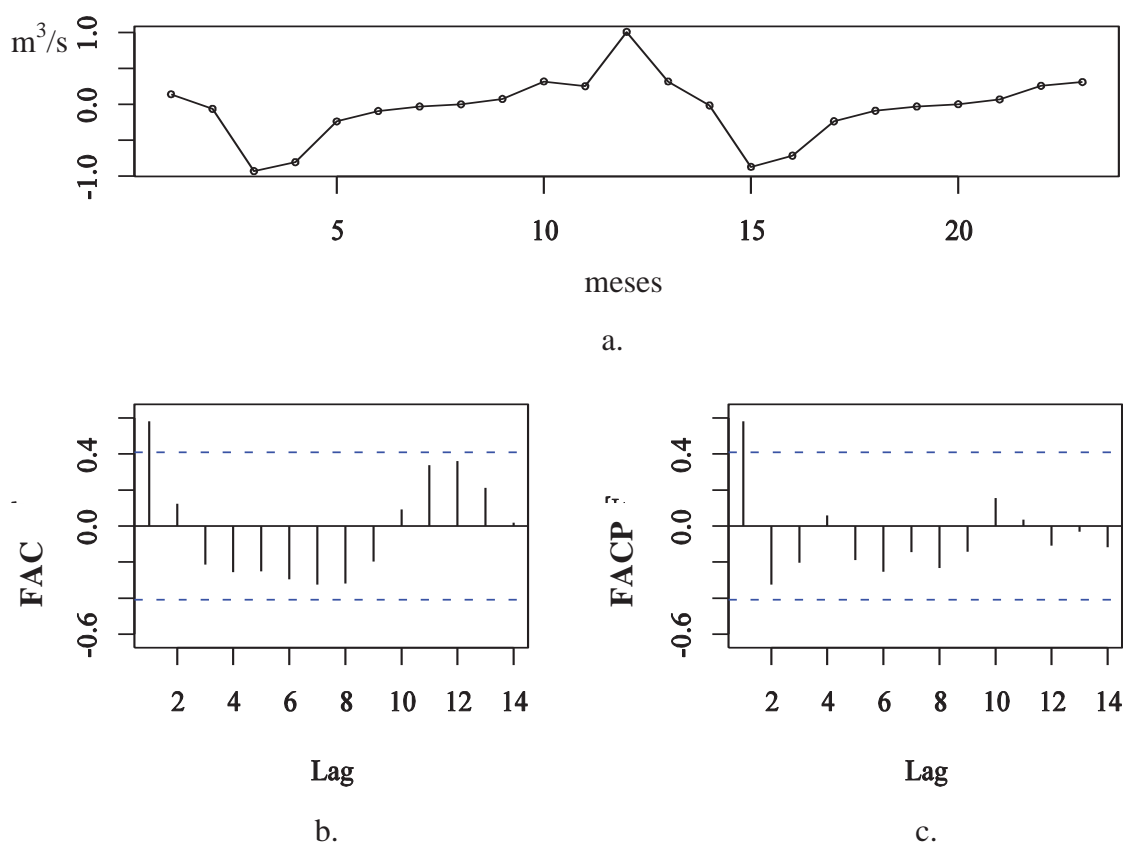
ARIMA(p,d,q)	$Log(L)$
(3,1,2)	-1.232,36
(2,1,2)	-1.239,70
(4,1,2)	-1.234,75
(3,1,1)	-1.232,04
(3,1,3)	-1.232,29

Fonte: Paredes (2012)

Da Tabela 1 conclui-se que a melhor verossimilhança acontece em (3,1,1) os quais ficam como parâmetros do modelo.

Para a série sazonal fica mais fácil concluir dos gráficos de *FAC* e *FACP*, da Figura 24, que o modelo é (1,1,1) segundo o explicado no apêndice 2.

Figura 24- Sazonalidade (a), FAC (b) e FACP (c) da série A11.



Fonte: Paredes (2012)

Baseado no anterior o modelo *SARIMA* para a série A11 fica em $(3,1,1) \times (1,1,1)_{24}$. Achamos os parâmetros com o mesmo procedimento para mais duas hidrologias que são A20 e A21 e os seus parâmetros respectivos são $(2,1,2) \times (1,1,1)_{24}$ e $(1,1,2) \times (1,1,1)_{24}$. Juntamos estes três modelos, escolhendo os maiores parâmetros em cada um dos casos, os parâmetros do modelo *SARIMA* para a previsão de todas as hidrologias é $(3,1,2) \times (1,1,1)_{24}$. Tendo estes parâmetros deve-se continuar com os passos do método de Box e Jenkins (1976) para obter os modelos finais para todas as hidrologias e fazer a previsão para o ano 1993. Na Tabela 2 mostramos as previsões para as hidrologias A11, A20 e A21, observe-se que as previsões são favoráveis para a maioria das hidrologias, mas os modelos *SARIMA* para as hidrologias seguem o comportamento das hidrologias verificadas.

Tabela 2- Afluentes A11, A20 e A21 verificados e simulados para o ano 1993.

1993	A11 verificado	A11 previsto	A20 verificado	A20 previsto	A21 verificado	A21 simulado
Janeiro	211,511	216,310	19,023	9,930	62,134	39,230
Fevereiro	236,980	229,730	12,405	11,130	54,052	53,590
Março	224,436	231,840	12,343	10,330	50,878	56,840
Abril	131,140	142,000	5,949	8,040	35,807	36,840
Mai	47,649	70,530	1,835	1,620	18,022	16,680
Junho	20,330	41,920	0,912	0,450	10,045	10,980
Julho	7,757	33,540	0,755	0,280	8,302	7,170
Agosto	2,896	35,310	0,783	0,360	8,571	6,440
Setembro	3,302	35,160	0,852	0,490	9,864	6,540
Outubro	11,339	43,000	1,271	0,610	13,880	9,750
Novembro	44,408	111,810	2,702	2,760	22,728	15,620
Dezembro	80,313	207,010	4,326	9,130	29,596	33,930

Fonte: Paredes (2012)

O próximo passo é colocar estas predições no modelo hidrotérmico e fazer as comparações. Como primeiro teste, analisados os modelos *PERSEO* e proposto, considerando o modelo dos custos das unidades térmicas iguais ao do modelo *PERSEO*. Na Tabela 3 mostram-se os valores do custo total de operação do sistema, a energia hidrelétrica total, energia termelétrica total e as perdas de potência ativa no sistema de transmissão. Na Tabela 3 podemos ver pequenas diferenças entre os modelos com hidrologias verificadas, isto devido a

modelagem das perdas nas linhas de transmissão e as trajetórias do sistema hidrológico, mesmo assim os resultados foram bastante próximos.

Tabela 3- Resultados para o modelo Perseo e proposto com custo das térmicas igual ao *PERSEO* para hidrologias verificadas e previstas para o sistema de 6 barras.

	Perseo	Perseo	Proposto	Proposto
	Verificado	Previsto	Verificado	Previsto
Custo Total (\$)	91.394.081	84.049.639	91.468.517	90.437.175
Energia Hidro (GWh)	763,734	914,578	763,734	782,986
Energia Termo (GWh)	2.108,938	1.958,535	2107,886	2087,064
Perdas (GWh)	48,590	49,031	47,538	45,968

Fonte: Paredes (2012)

A Tabela 4 apresenta os resultados obtidos da otimização do sistema teste de 6 barras usando o modelo *PERSEO* e o modelo proposto usando as hidrologias verificadas e previstas. Os resultados incluem os valores do custo total de operação do sistema, a energia hidrelétrica total, energia termelétrica total e as perdas de potência ativa no sistema de transmissão.

Tabela 4- Resultados para o modelo real e proposto para os sistema de 6 barras.

	Perseo	Perseo	Proposto	Proposto
	Verificado	Previsto	Verificado	Previsto
Custo Total (\$)	91.394.081	84.049.639	92.919.028	92.021.881
Energia Hidro (GWh)	763,734	914,578	763,729	782,986
Energia Termo (GWh)	2.108,938	1.958,535	2.115,987	2.094,568
Perdas (GWh)	48,590	49,031	55,634	53,472

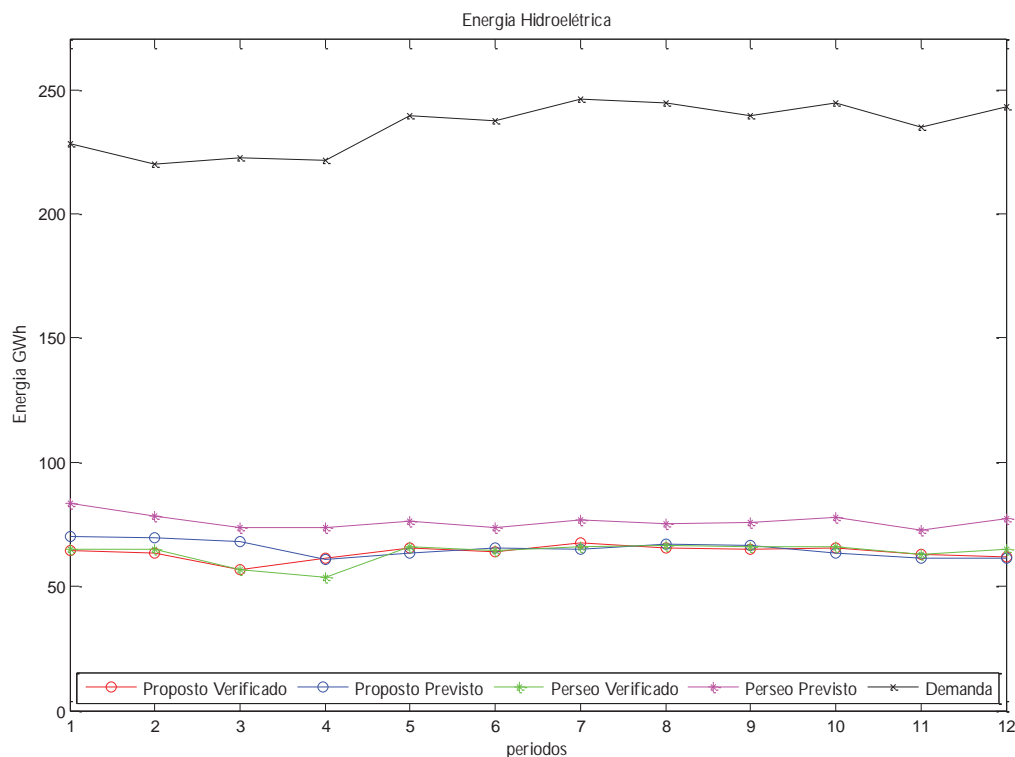
Fonte: Paredes (2012)

Observe que nos casos verificado e previsto com o modelo proposto os custos de geração são visivelmente mais caros em comparação com os do modelo *PERSEO*, isto é porque os custos de produção das usinas termoeletricas foram encarecidos segundo o modelo proposto (Seção 3.5). Algumas usinas termoeletricas dentro do sistema de 6 barras foram modeladas fazendo uma semelhança com usinas no sistema interligado peruano para obter as curvas de custo. Podemos fazer uma comparação entre os modelos *PERSEO* e proposto com

hidrologias verificadas e ver que os custos das usinas termoelétricas no modelo proposto encarecem a produção de energia e propiciam no sistema maior intercâmbio de energia as linhas de transmissão, assim aumentado as perdas. Para os dois modelos com hidrologias simuladas previu-se maior quantidade de água nas hidrologias, ao acontecer isto diminui a quantidade de energia trocada no sistema de transmissão e das perdas. Fazendo uma comparação entre as previsões para ambos os modelos, o modelo proposto forneceu resultados próximos a os observados com dados de hidrologias reais o que indica que o modelo prevê de maneira mais exata.

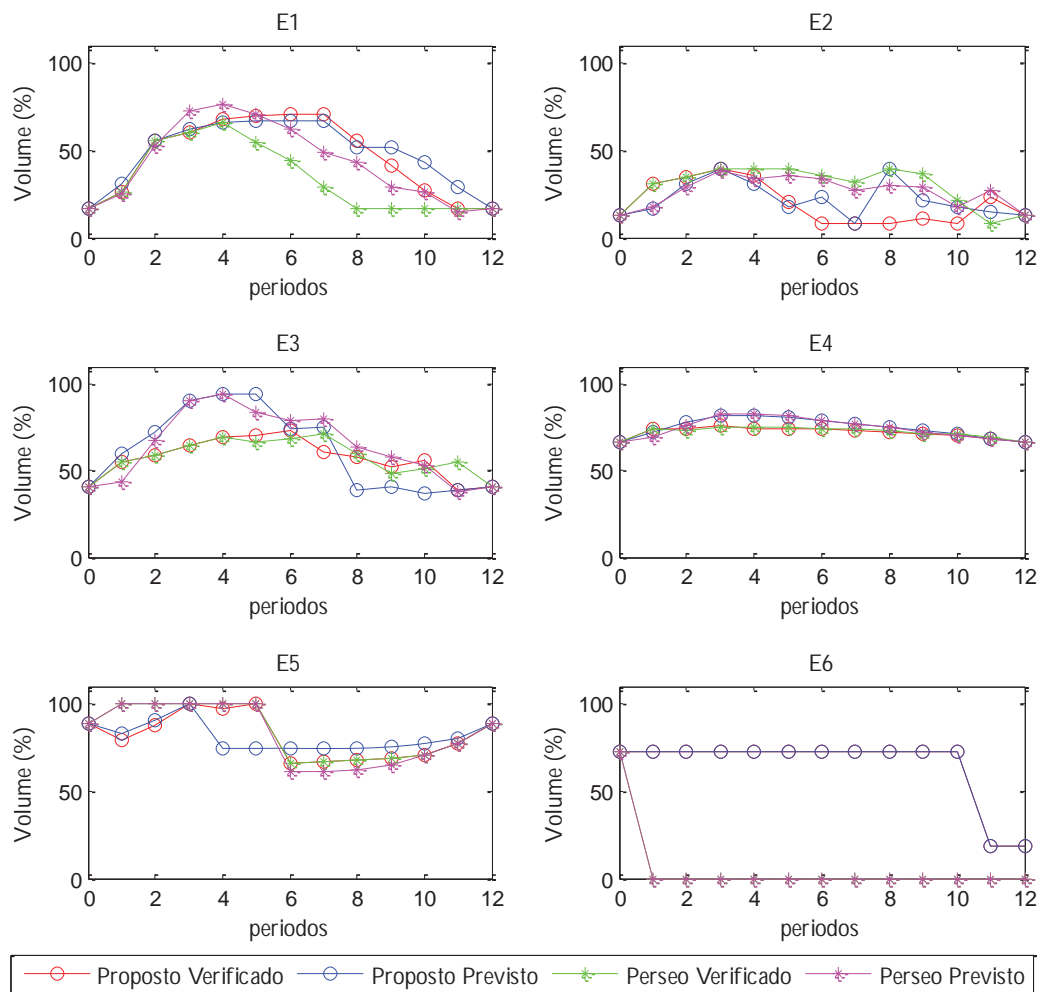
Outro indicador importante é o comportamento da energia hidroelétrica no sistema com relação ao nível de demanda. Da Figura 25 observou-se que o sistema é um sistema predominantemente térmico, pois menos da metade de energia do sistema é produzida por usinas hidroelétricas. Observe-se de novo que a previsão para as hidrologias com o modelo *PERSEO* resultou em um cenário favorável e a previsão das hidrologias feita com o modelo *SARIMA* para o modelo proposto resulta um cenário um pouco mais conservador.

Figura 25- Energia gerada pelas usinas hidroelétricas e demanda para o sistema de 6 barras.



Fonte: Paredes (2012)

Figura 26- Volume dos reservatórios de acumulação do sistema de 6 barras.

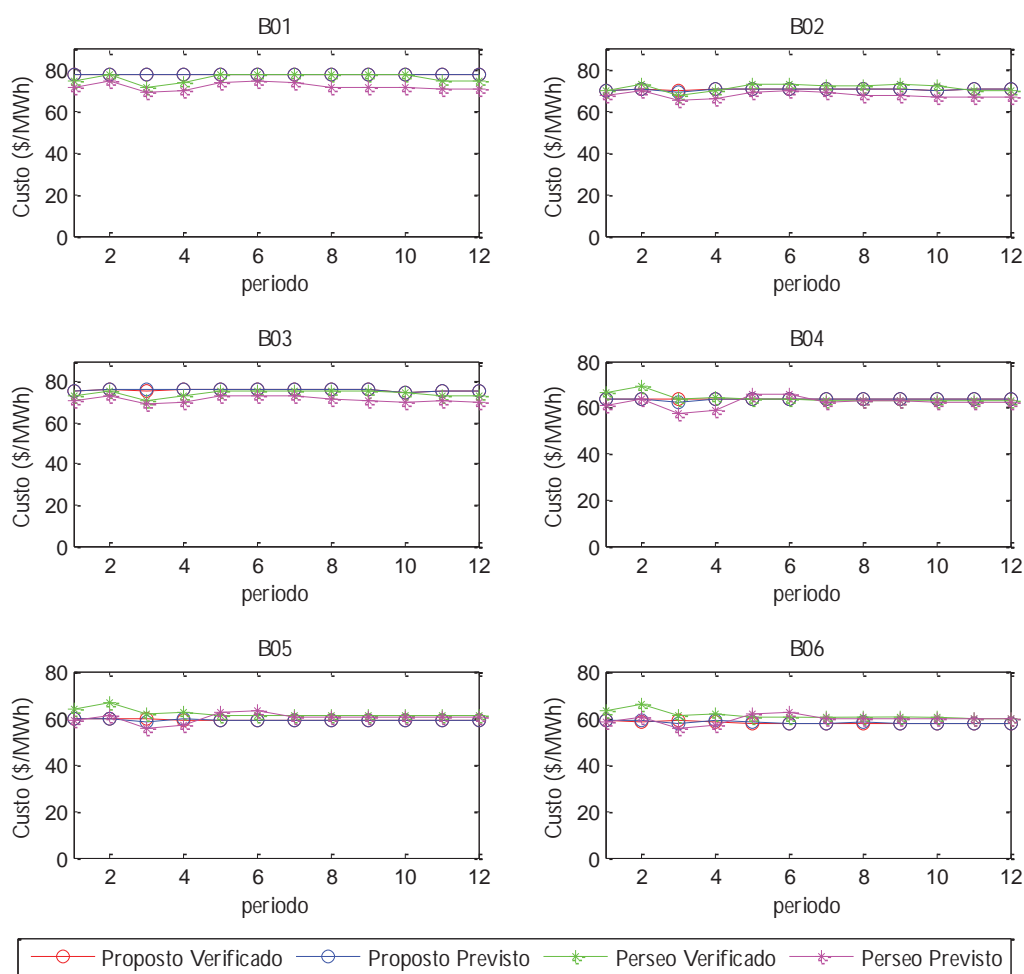


Fonte: Paredes (2012)

Na Figura 26 têm-se as trajetórias de volumes armazenados nos reservatórios de acumulação do sistema para o modelo *PERSEO* e o modelo proposto. Os volumes de água nos reservatórios de acumulação para a hidrologia simulada no modelo *PERSEO* obteve maiores volumes de água nos reservatórios, pois ele previu vazões maiores nas hidrologias. Uma melhor distribuição nas trajetórias entre patamares no modelo proposto fez que se diferenciasse entre os resultados para o modelo *PERSEO*. O reservatório E4 apresenta menor variação entre os modelos analisados porque ele só depende do valor da vazão de A09 a qual nos quatro casos teve um comportamento parecido. O reservatório E2 varia muito entre os quatro casos, pois a posição dele é muito sensível às variações no sistema elétrico e nas vazões, um caso parecido acontece para os reservatórios E1 e E3. O Reservatório E6 está fora do sistema, pois ele não participa durante os anos de análise e note-se a diferença nas

metodologias, pois adiciona-se um volume inicial e o modelo *PERSEO* coloca zero para os meses seguintes, no modelo proposto ele considera o mesmo volume inicial para todos os meses até o final onde ele tem um volume final.

Figura 27- Custos marginais das barras para o sistema teste de 6 barras.



Fonte: Paredes (2012)

Na Figura 27 ilustra-se o custo marginal de energia para cada barra do sistema para o primeiro bloco horário o qual é o período de maior carregamento no sistema. Estes custos são obtidos das variáveis duais da equação de balanço de energia para cada barra do sistema. As comparações entre os modelos simulados e reais para cada caso indicam que no modelo proposto obtém-se a menor variação entre estes dois valores para as hidrologias reais e simuladas. O modelo *PERSEO* apresenta menores custos marginais previstos em comparação com os obtidos com os dados reais. Isto indica que o modelo proposto prevê de melhor maneira o custo marginal nas barras.

4.3 Sistema Uninodal Brasileiro

O Sistema Interligado Nacional-SIN, é um sistema de base hidrotérmica de grande porte, com forte predominância de usinas hidroelétricas e com múltiplos proprietários. O SIN está constituído por quatro grandes subsistemas: Sur, Sudeste/Centro-Oeste (o maior do país pela demanda e que fornece a uma região de grão população e produção industrial), Norte e Nordeste. o conjunto das usinas hidroelétricas permite ao sistema eléctrico dispor de uma grão capacidade para armazenar a energia num período de cheia, e conservar ela até o período seco. Sua bacia mais importante é a do rio Paraná, representada na Figura 28. O seguinte caso de estudo considera este sistema representado em uma só barra, sendo o período de estudo de 12 meses com hidrologias de 2006, com início em Maio.

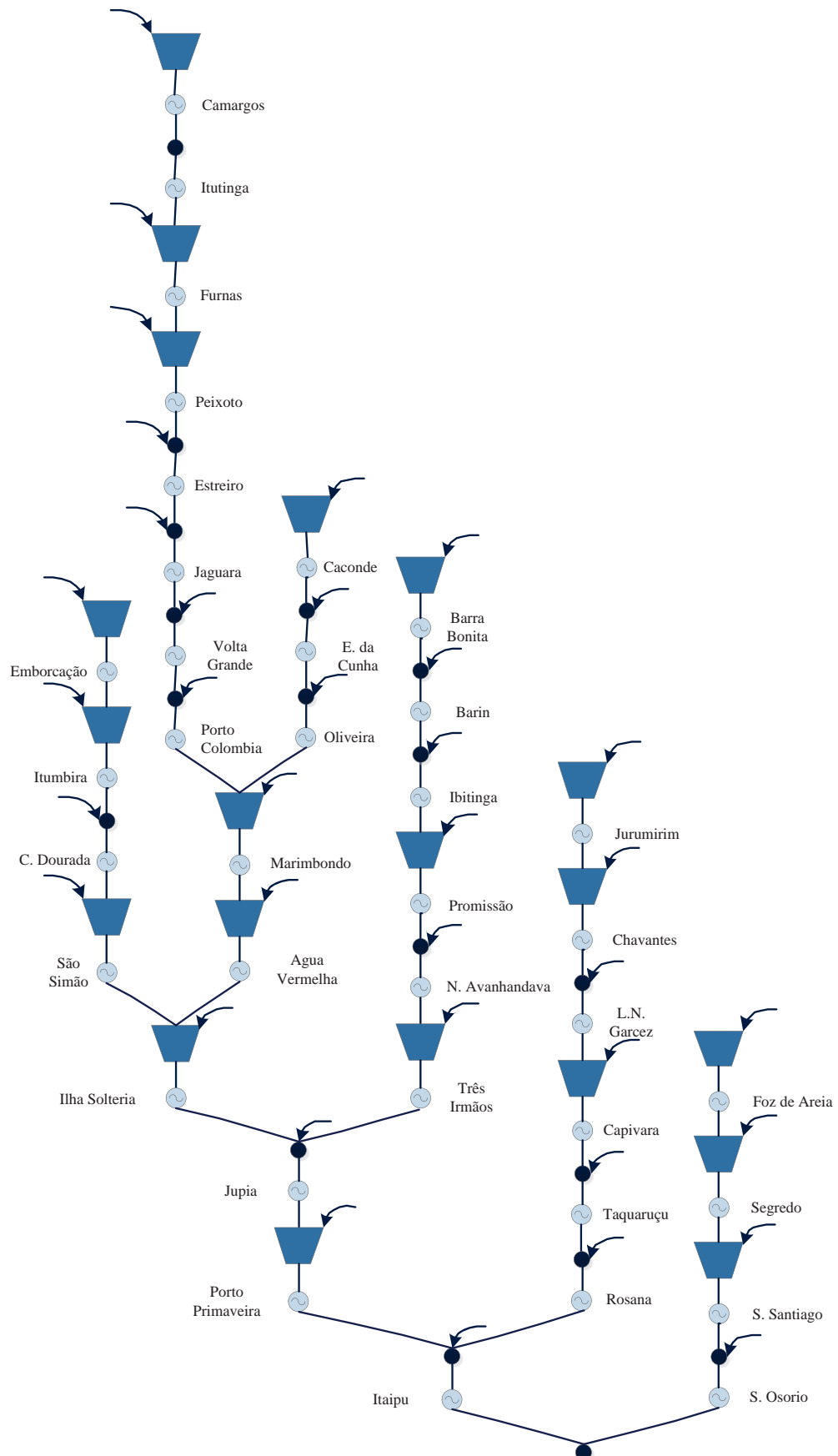
Na Tabela 5 mostram-se os resultados para o modelo proposto em Jimenez (2007) e o modelo proposto. Os resultados são quase iguais para os dois modelos. Isso acontece porque o sistema ficaria equivalente ao não usar a modelagem para os custos das usinas termoelétricas e ao ter só uma barra não é usado o modelo linearizado das perdas.

Tabela 5- Resultados para o modelo de Jimenez (2007) e proposto para o Sistema Uninodal Brasileiro.

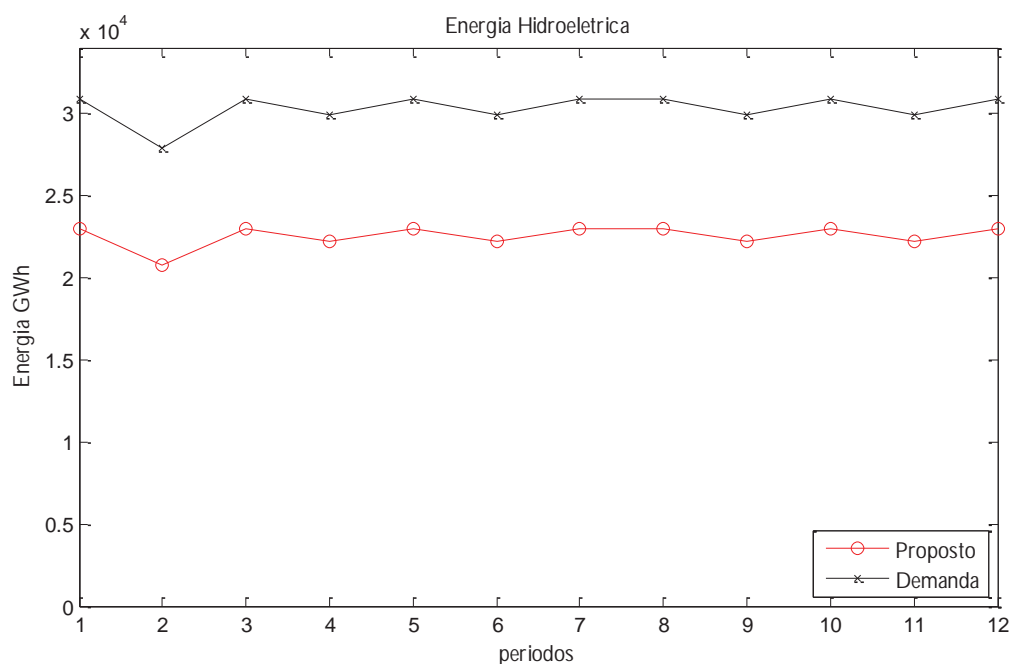
	Jimenez (2007)	Proposto
Custo Total (\$)	7.809.655.365	7.809.655.366
Energia Hidro (GWh)	270.246,900	270.246,890
Energia Termo (GWh)	93.987,100	93.987,109

Fonte: Paredes (2012)

Figura 28- Bacia do Rio Paraná.



Fonte: Paredes (2012)

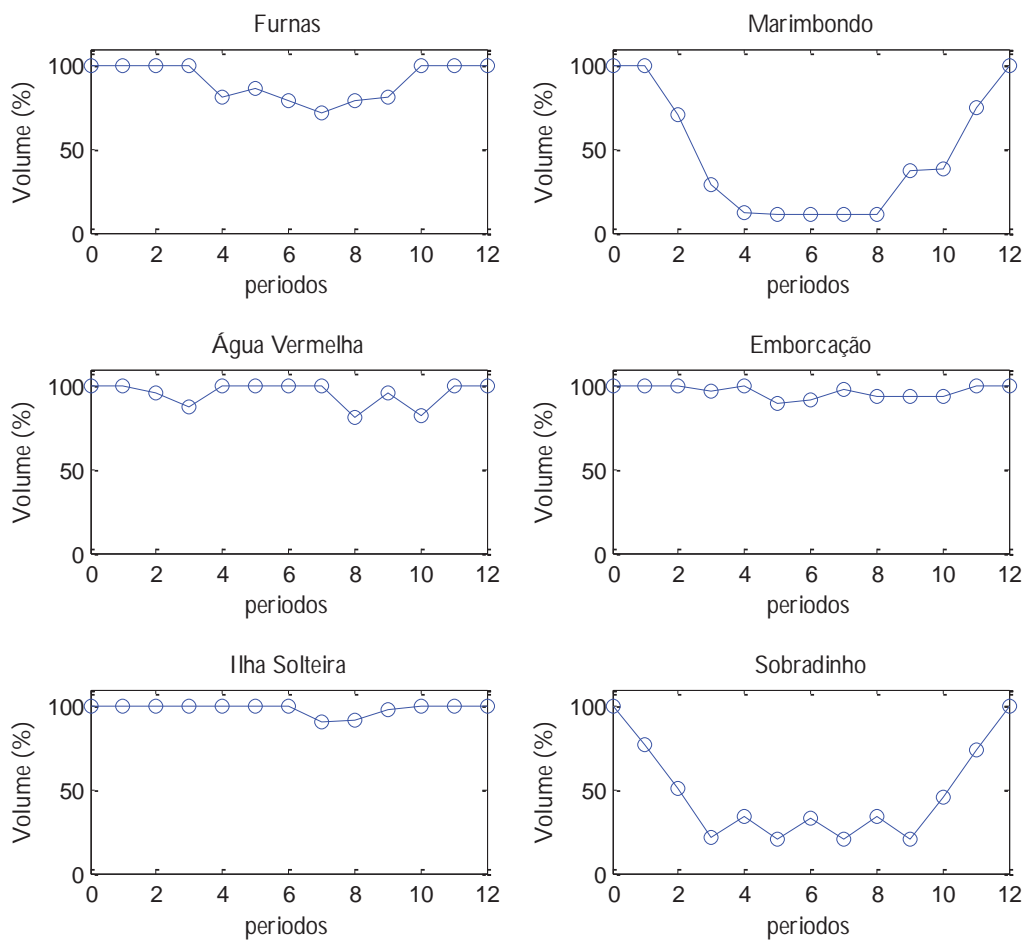
Figura 29- Demanda e geração hidroelétrica para o Sistema Uninodal Brasileiro.

Fonte: Paredes (2012)

A Figura 29 mostra a produção de energia hidroelétrica e a demanda de energia para o Sistema Uninodal Brasileiro. Deste gráfico consegue-se ver que a produção é majoritariamente hidroelétrica e que a demanda não tem um crescimento sustentado durante o ano de estudo.

Os volumes nos reservatórios de acumulação mais importantes em cada uma das bacias do sistema uninodal brasileiro, que influem na produção de energia hidroelétrica, são apresentados na Figura 30. Desta figura podemos observar que as usinas de Marimbondo e Sobradinho foram exigidas ao máximo na regulação das suas afluições, entretanto as usinas de Emborcação e Ilha Solteira operam como usinas a fio d'água. As usinas de Furnas e Água Vermelha tem operação que pode-se chamar de mista, ou seja, trocaram de volume durante os períodos para se acomodar aos períodos de cheia e seca. O custo marginal calculado para a barra única do sistema é 290 R\$/MWh constante para todo o tempo de estudo.

Figura 30- Volume nos reservatórios de acumulação para o Sistema Uninodal Brasileiro.

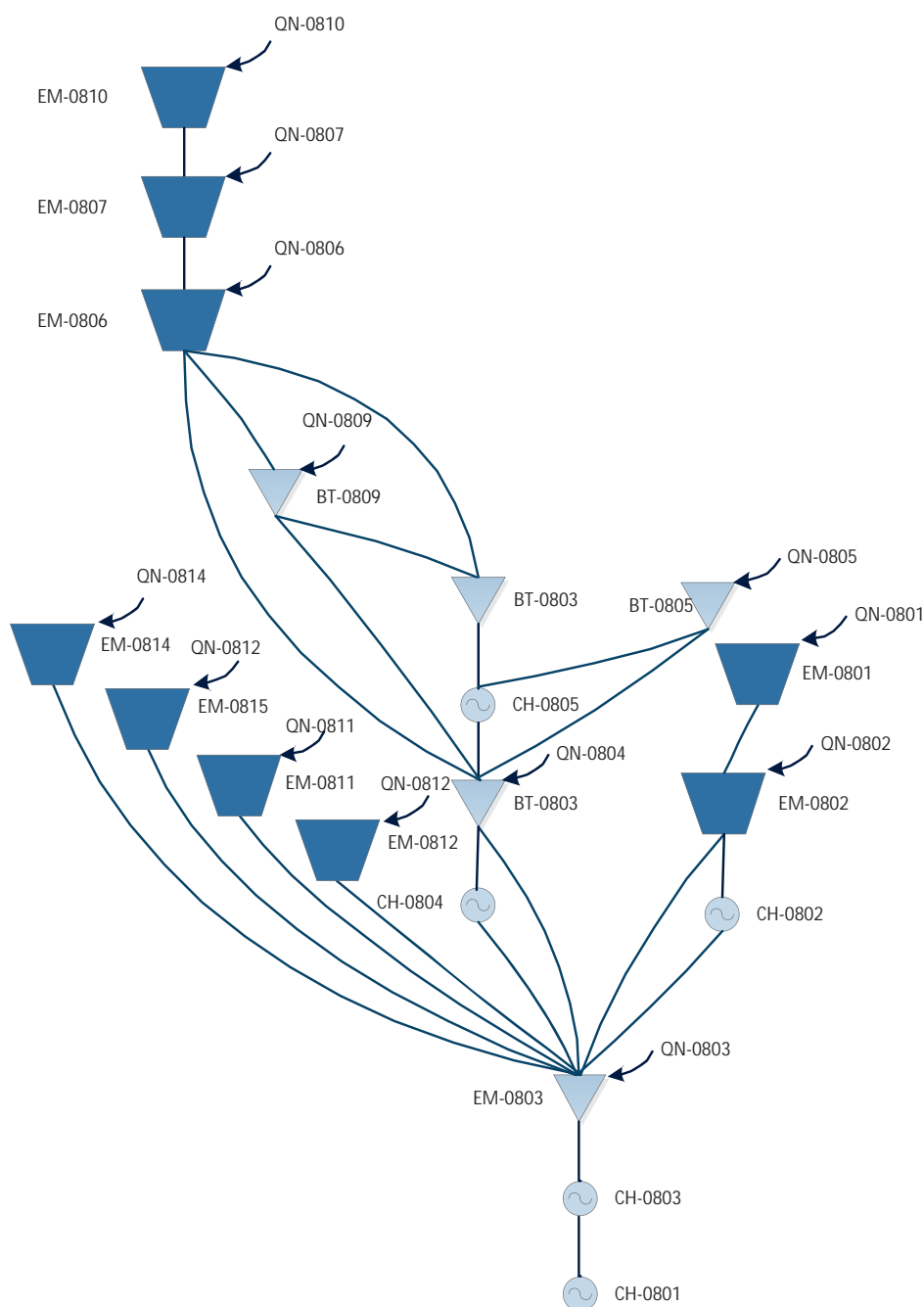


Fonte: Paredes (2012)

4.4 Sistema Interligado Peruano

O sistema elétrico interligado peruano é composto por 56 usinas hidrelétricas, 43 reservatórios de acumulação, 61 grupos térmicos, 139 barras e 228 linhas de transmissão. As bacias mais importantes e de maior complexidade são as do rio Mantaro, ilustrada na Figura 31.

Figura 31- Configuração da bacia do Rio Mantaro.



Fonte: Paredes (2012)

Para este estudo de caso foi usado o período de análise para os anos 2006-2009, estas análises de 4 anos são usuais para casos de estudos de preços em barra feitos pelo Osinerg (2011) e a demanda do sistema é representada por três blocos horários (um de ponta e dois fora de ponta). Para este caso foi usado o procedimento de predição das hidrologias explicado anteriormente e amostrou os parâmetros gerais para o modelo $SARIMA(4,0,3)(2,1,2)_{48}$ para fazer a previsão das hidrologias.

Na Tabela 6 são apresentados os resultados da otimização para o sistema interligado peruano segundo as considerações propostas anteriormente. Estes resultados incluem os valores do custo de operação do sistema, a energia gerada pelas usinas hidrelétricas e a energia gerada pelos grupos térmicos.

Tabela 6- Resultados para o modelo *PERSEO* e proposto para o Sistema Interligado Peruano.

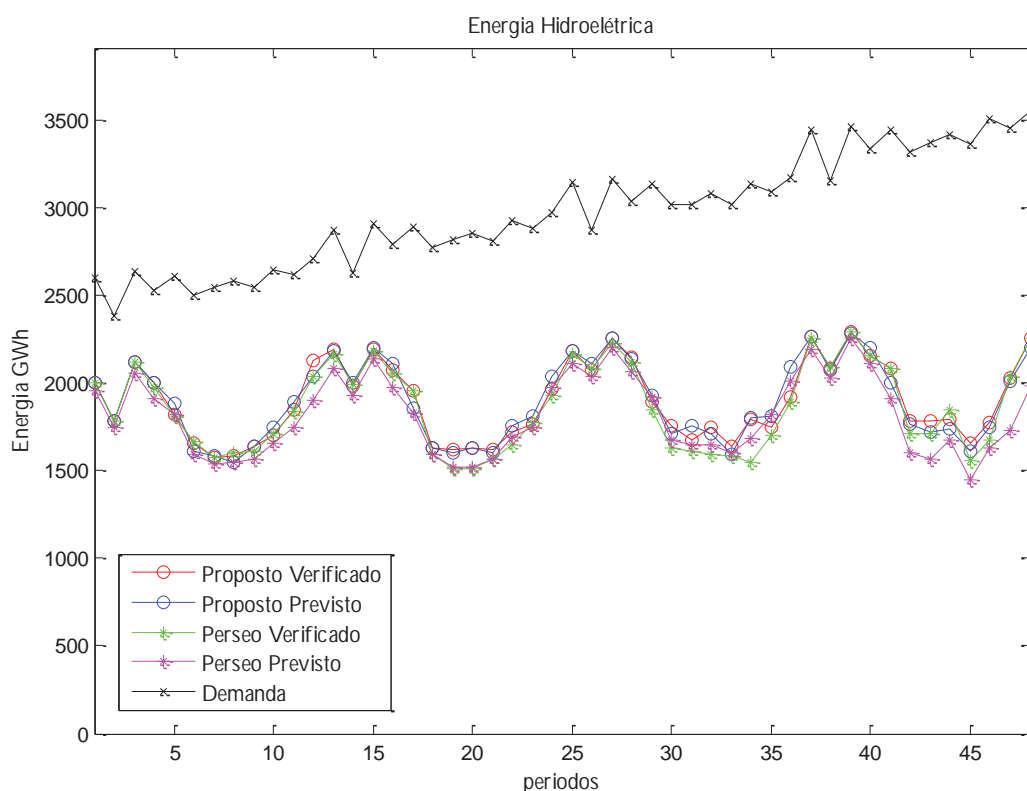
	Perseo Verificado	Perseo Previsto	Proposto Verificado	Proposto Previsto
Custo Total (\$)	1.384.797.649	1.443.431.927	1.317.329.336	1.317.774.165
Energia Hidro (GWh)	89.236,925	87.062,343	90.893,127	90.861,349
Energia Termo (GWh)	58.673,751	60.900,173	55.930,030	55.912,600
Perdas (GWh)	5.273,228	5.325,069	4.185,996	4.136,788
Corte de irrigação (MMC)	33,710	776,552	0	65,852

Fonte: Paredes (2012)

Fazendo uma comparação entre os resultados para o custo do modelo *PERSEO* para a hidrologia verificada e a prevista, obteve-se um custo mais caro sendo produto de uma previsão de hidrologia com menos água o que produz um incremento na produção das usinas térmicas e um maior tráfego nas linhas de transmissão que é observado no incremento das perdas nas linhas de transmissão. Outro problema na previsão pelo modelo *PERSEO* é uma elevada quantidade de corte de irrigação o que indica que o custo para o sistema hidrológico é caro. Fazendo uma comparação para o caso verificado entre os modelos *PERSEO* e proposto podemos ver que o modelo proposto apresenta um custo menor ao ter uma modelagem nas trajetórias por bloco horário. O sistema interligado peruano por ser um sistema predominantemente hidroelétrico tem uma maior flexibilidade na produção de energia hidroelétrica com o modelo proposto tornando o custo total mais barato e diminui o intercâmbio de energia nas linhas de transmissão e as perdas. Fazendo uma comparação entre o caso verificado e previsto para o modelo proposto podemos ver que o caso previsto teve

uma afluência menor de água e por em teve que ter um corte de irrigação para poder fornecer água às usinas hidroelétricas do sistema, entretanto esta falta de energia hidrológica não gerou um maior intercâmbio de energia nas linhas de transmissão.

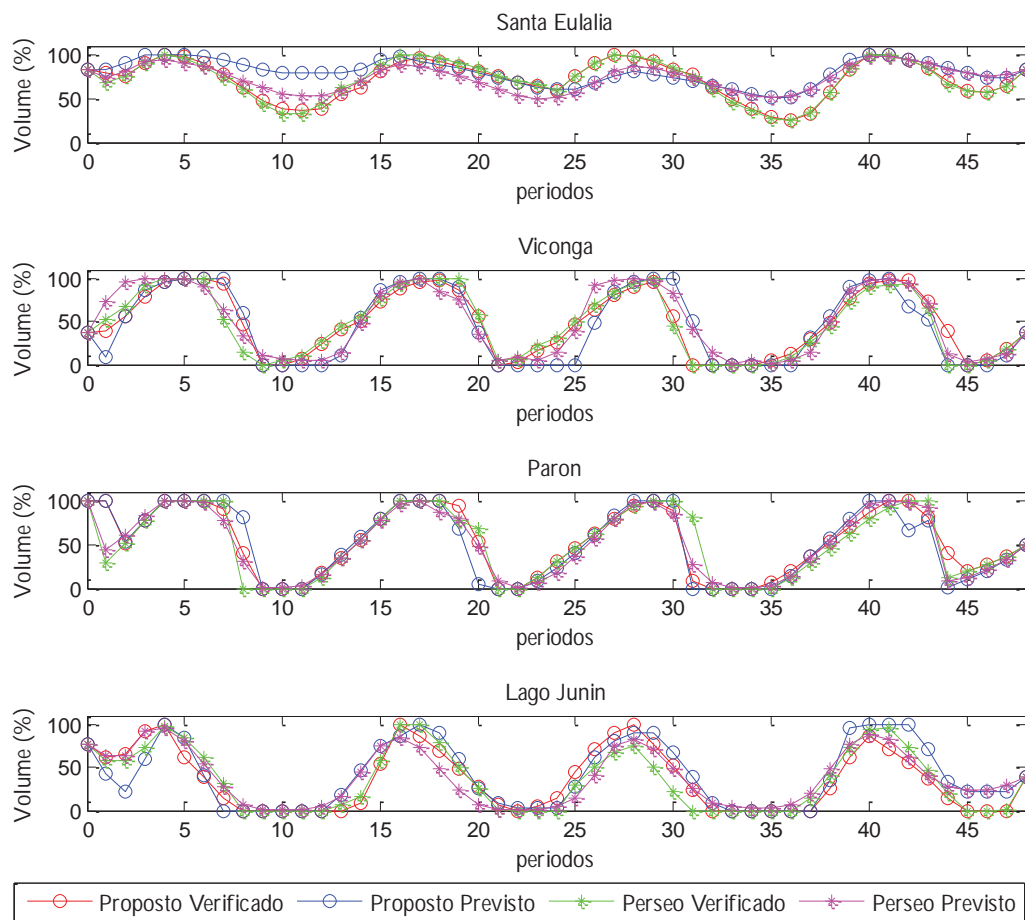
Figura 32- Energia gerada pelas usinas hidroelétricas e demanda para o Sistema Interligado Peruano.



Fonte: Paredes (2012)

O sistema interligado Peruano é um sistema predominantemente hidroelétrico e não aconteceram novos investimentos em usinas hidroelétricas para os anos de estudo considerados. O rápido crescimento da demanda incentivou o investimento em novas usinas termoelétricas a gás e diesel. Na Figura 32 podemos ver que no decorrer da hidrologia a previsão para o modelo *PERSEO* apresenta um cenário com menos água e menos produção hidroelétrica em geral. O modelo proposto conseguiu maior produção de energia hidroelétrica nos meses de Julho e Agosto para estes quatro anos. Pode-se observar também que os modelos tentam armazenar água no início para no final da hidrologia fornecer a energia hidroelétrica para compensar a demanda que tem um crescimento sustentado.

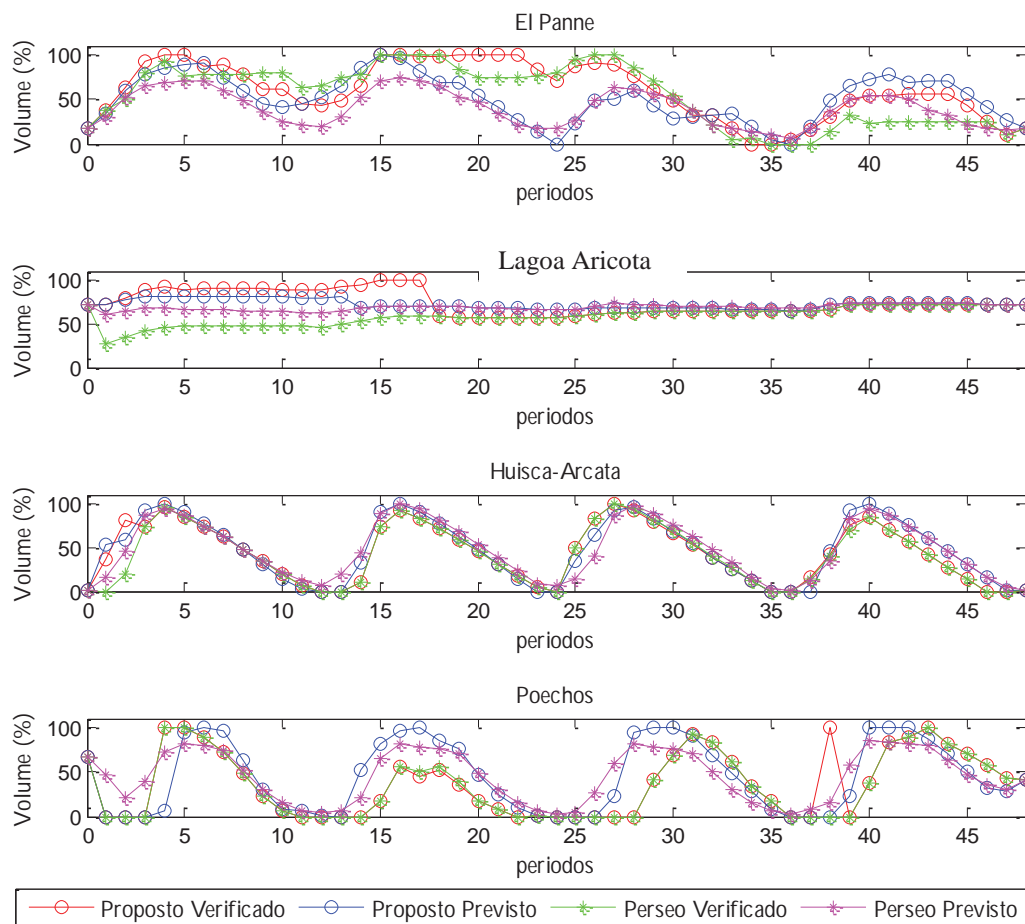
Figura 33- Trajetórias de volume nos reservatórios de acumulação para o Sistema Interligado Peruano.



Fonte: Paredes (2012)

Nas Figuras 33 e 34 podemos notar os ciclos sazonais das hidrologias do sistema onde nos primeiros períodos até o período 7 o sistema hidrológico procura armazenar água para os períodos secos que seria do 9 até o 13 e assim repete-se num ciclo nesses 48 períodos de análise. Na maioria dos reservatórios de acumulação os resultados são próximos um aos outros, só que em alguns casos onde a modelagem da trajetória tem diferenças entre o modelo proposto e do modelo *PERSEO* nota-se uma diferença entre as configurações dos volumes como é o caso da lagoa Aricota na Figura 34. No sistema interligado peruano o lago Junin (Figura 33) é um lago importante pois fornece água para a central hidroelétrica Mantaro a qual tem a maior potência instalada, como pode se ver na figura este reservatório é exigido ao máximo para regular as afluições no sistema. Portanto, é importante prever com exatidão a hidrologia que alimenta ao lago Junin.

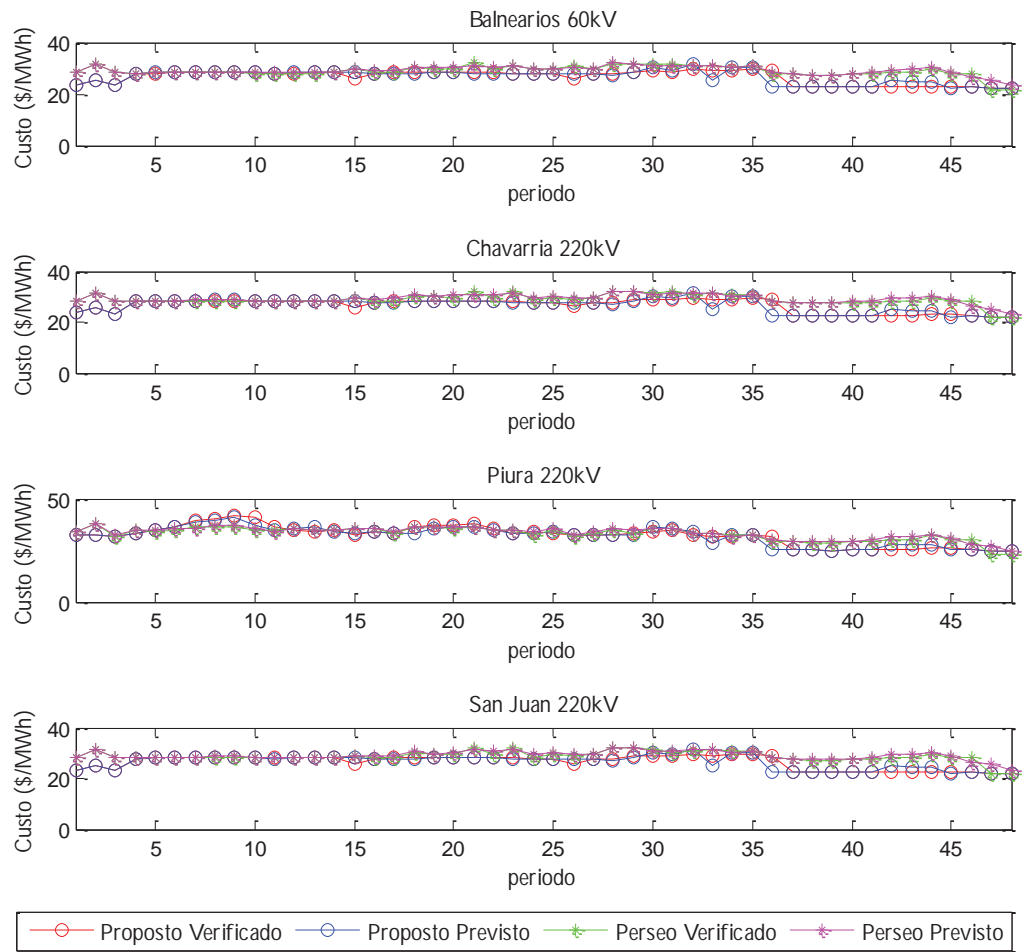
Figura 34- Trajetórias de volume nos reservatórios de acumulação para o Sistema Interligado Peruano.



Fonte: Paredes (2012)

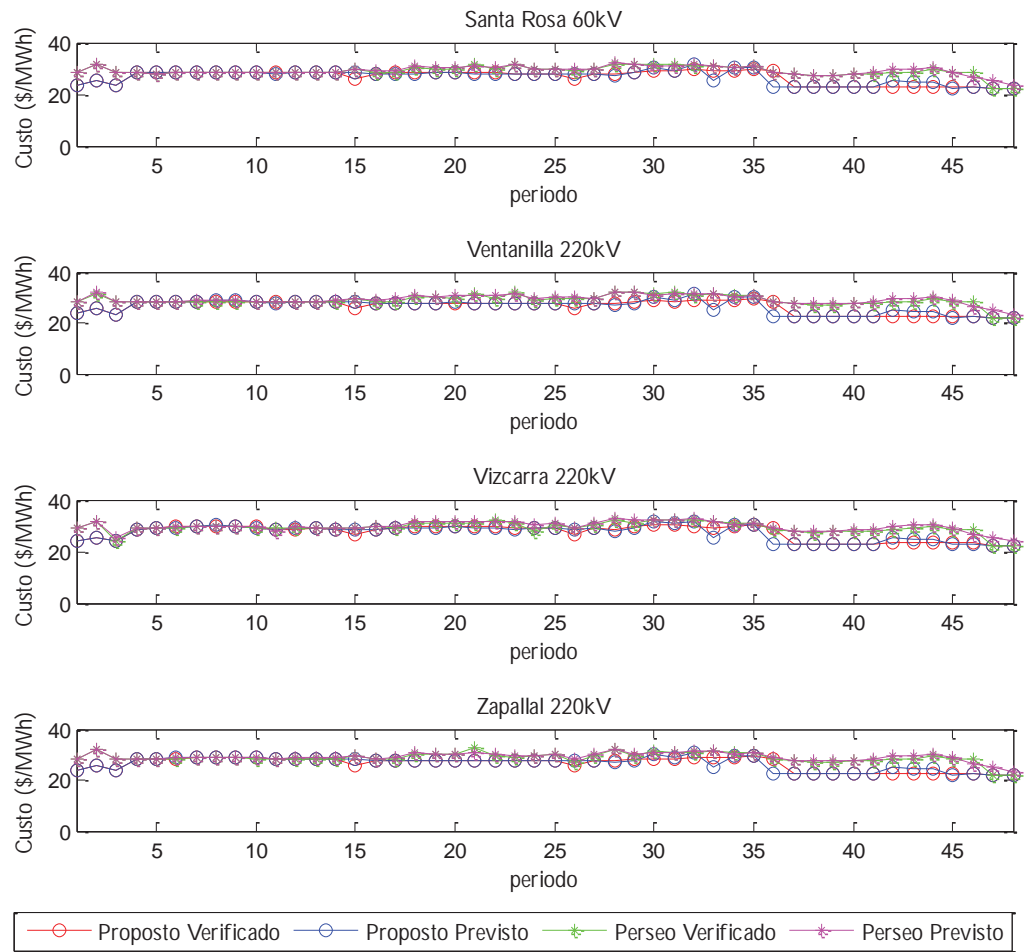
Nas Figuras 35 e 36 ilustra-se o custo marginal de energia para cada barra do sistema. Observa-se que o fato de modelar a rede de transmissão com uma aproximação linear para a função quadrática permite diferenciar os custos marginais de energia nas barras do sistema com relação ao modelo *PERSEO*, uma constante nos custos marginais do modelo proposto e a diminuição destes no último ano de estudo devido a que se produziu ligeiramente uma maior energia hidroelétrica tal como foi apresentado na Figura 32. As barras das Figuras 35 e 36 são as barras com maior quantidade de carga no sistema interligado Peruano (a maioria destas alocadas no centro-norte). É importante ver a variação destes custos marginais, pois estes influenciam a maioria dos usuários no sistema interligado Peruano.

Figura 35- Custos marginais das barras para o Sistema Interligado Peruano.



Fonte: Paredes (2012)

Figura 36- Custos marginais das barras para o Sistema Interligado Peruano.



Fonte: Paredes (2012)

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi descrito um modelo para a resolução do problema do planejamento da operação da geração utilizando um problema de programação linear inteira mista. A modelagem dos componentes do sistema de forma linear constitui uma forma mais simples e real de resolver o problema mostrado de acordo com os modelos atualmente usados.

Com esta metodologia é representado de melhor forma o que acontece em um sistema hidrotérmico permitindo obter estatísticas de diversas variáveis, tais como, energia armazenada no final do estágio, geração hidráulica, geração térmica, intercâmbios, custo marginal de operação, valor da água, benefício do intercâmbio, etc. As soluções obtidas satisfazem as restrições físicas do sistema, assim como as restrições nas hidrologias necessárias para o lazer, consumo humano ou controle de cheias.

A estratégia de planejamento de longo prazo que foi encontrada nas simulações corresponde a um cenário de custo mínimo, pois foram aproveitados totalmente os recursos hídricos disponíveis nos reservatórios, permitindo geração térmica mínima e evitando o congestionamento no sistema de transmissão. Também podemos ver que existe um bom relacionamento entre as decisões atuais e as decisões futuras, isto porque o processo de otimização tem procurado utilizar em cada etapa apenas a quantidade de água necessária e permitir armazenar o restante para ser utilizado no futuro, minimizando o vertimento e o alagamento.

Na fase da identificação do modelo *SARIMA* ótimo que represente as hidrologias e a previsão usando o método de *Box and Jenkins* foi feita com uma variação no primeiro passo (identificação). No modelo proposto forem analisadas as hidrologias e obtidos os parâmetros p , d , q , P , D e Q do modelo *SARIMA* de forma geral para todas as hidrologias. Depois foi u o método de *Box and Jenkins* (estimação e verificação) para cada uma das hidrologias calculando os coeficientes correspondentes à sua estimação e depois foram previstas as hidrologias futuras.

Para a modelagem do sistema de transmissão são incluídas as perdas de potência, que usualmente é representada por meio de uma função quadrática. Estas são consideradas e aproximadas usando uma técnica de linearização.

Os custos das usinas termoeletricas foram aproximados por meio de uma função quadrática convexa positiva e linearizados usando uma técnica de mínimos quadrados, com

dados obtidos dos testes de potência efetiva das usinas térmicas. Desta forma o modelo torna-se um problema de programação linear inteira mista. Esta modelagem produz que os custos das térmicas encareceram-se e assim o custo total do sistema.

A nova modelagem dos custos das perdas nas linhas de transmissão permite ter o problema todo em um único modelo linear inteiro misto o que facilita o processamento computacional.

O foco do modelo proposto está baseado para um sistema majoritariamente termoelétrico. No caso do Sistema Interligado Peruano onde quase 40% da energia é produzida pelas usinas tipo diesel, gás e carvão, sendo a geração hidrotérmica predominante, mas com boa participação das usinas térmicas. A contribuição do modelo está na modelagem da parte de transmissão e dos custos das usinas térmicas.

Para a implementação do modelo usou-se o software livre de uso científico como é o pacote *GLPK* que fornece o *solver GLPSOL* que interpreta a linguagem *GMPL* onde foi modelado o sistema hidroelétrico completo. Usou-se este software porque é parecido com a linguagem comercial *AMPL* que proporciona uma facilidade para a modelagem de problemas tipo linear, linear inteiro e linear inteiro misto. A linguagem *R* que possui a biblioteca *FORECAST* para a predição de hidrologias foi escolhida porque usa a metodologia de *Box and Jenkins*.

O gerenciador gráfico de dados e modelos desenvolvido na linguagem *Qt* facilita o uso do modelo e a validação de dados. Este software apresenta uma alternativa para desenvolver novos modelos mediante o acesso em todo momento ao modelo em *GMPL* permitindo ao usuário antes de analisar um caso adicionar novas restrições para a modelagem específica de um sistema hidrotérmico.

O modelo proposto apresenta resultados como os apresentados pelo modelo *PERSEO* o qual é usado para o planejamento de longo prazo do Sistema Peruano, o modelo proposto tende a melhorar o modelo *PERSEO* e fazer o processo de planejamento de longo prazo todo incluído em um modelo único.

É possível analisar o impacto da adição de novos elementos no sistema tais como linhas, usinas, etc. no sistema futuro, ao utilizar um modelo de planejamento de longo prazo, contudo o modelo apresentado não visa ser usado para procurar a melhor alocação destes elementos.

5.1 Trabalhos futuros

Poderia propor uma forma de análise automática dos parâmetros para o modelo *SARIMA* de tal forma que sejam calculados parâmetros específicos para cada um deles e assim ter uma melhor previsão.

Existem modelos de previsão híbridos que misturam redes neurais e o modelo *SARIMA* os quais poderiam ajudar no reconhecimento de padrões não lineares que o modelo *SARIMA* não consegue modelar.

Um modelo não linear para a representação do sistema elétrico poderia ser desenvolvido considerando as modelagens originais de um sistema de transmissão e os custos das unidades térmicas.

Uma modelagem mais rigorosa do sistema termoeletrico gera uma maior complexidade na resolução do problema, para isso poderia se fazer uso da computação paralela a qual pode ser combinada com técnicas como a decomposição de Benders.

REFERÊNCIAS

ALGUACIL, N.; MOTTO, A. L.; CONEJO, A. J. Transmission expansion planning: a mixed-Integer LP approach. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 18, n. 3, p. 1070-1077, Agosto 2003.

BRANNLUND, H., ANDERSON, N., BUBENKO, J.A., Optimal short term operation planning of a large hydrothermal power system based on a nonlinear network flow concept. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. PWRS-1, n. 4, p. 75-81, Novembro 1986.

BOX, G.; JENKINS, G. **Time series analysis: forecasting and control**. San Francisco: Holden-Day, 1976. 592 p

BOX, G.; PIERCE, D. A. Distribution of residual autocorrelations in autorregressive-integrated moving average series models. **Journal of the American Statistical Association**, Alexandria, v. 65, n. 332, p. 1509-1526, december 1970.

BROCKWELL, P. J.; DAVIS, R. A. **Time series: theory and methods**. New York: Springer, 2006. 588 p.

CAMAC, D. **Programación dinámica dual determinística en el despacho hidrotérmico**. 1994. 137 f. Dissertação (Mestrado)- Faculdade de Engenharia Elétrica, Pontificia Universidade Católica do Chile, Chile, 1994.

CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELÉTRICA- CEPEL. **Manual de referência do modelo NEWAVE**. Rio de Janeiro: Rio de Janeiro, 2006. 106 p.

CHVÁTAL, V. Edmonds polytopes and hierarchy of combinatorial problems. **Discrete Mathematics**, Montreal, v. 4, p. 305-337, Abril 1973. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0012365X73901672>>. Acesso em: 17 mai. 2011.

DAKIN, R. J. A tree-search algorithm for mixed integer programming problems. **The Computer Journal**, v. 8, p. 250-255, 1965. disponível em: <<http://comjnl.oxfordjournals.org/content/8/3/250.full.pdf+html>>. Acesso em: 3 abr. 2011.

DURBIN, J. Trend elimination by moving average and variate-difference filters. **Bulleting of the International Statistical Institute**, Leidschenveen, v. 139, n. 34, p. 130-141. 1962.

ENERGIA, M. D. M. E. **Sítio do Ministério de Minas e Energia na rede mundial de computadores**. Lima: [s.n.], 2011. Disponível em: <www.mme.gov.br>. Acesso em: 20 set. 2010.

GALLEGO, R. A., ROMERO, L. R.; ESCOBAR, Z. A.. **Optimización en sistemas electricos I: programación lineal**. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, 2003. 218 p. ISBN 9588065674.

GOMORY, R. E. **An algorithm for integer solutions to linear programs**. New York: Mcgraw-Hill, 1963. 302 p.

GORESTIN, N. M. C., COSTA, J. P., PEREIRA, E M.V.F. Stochastic optimization of a hydro-thermal system including network constraints. **Transaction on Power Systems**, Piscataway, v. 7, n. 2, p. 791-797, Maio 1992.

GRAHAM, R. L.; LENSTRA, J. K.; TARJAN, R. E. **Theory of linear and integer programming**. Amsterdam: Jhon Wiley & Sons, 1998. 483 p.

GREEN, R. The economic foundation. **Procedings of the IEEE**, Cambridge, v. 88, n. 2, p. 1-12, Fevereiro 2000.

GREENE, W. H. **Econometric analysis**. New Yersey: Prentice hall, 2003. 1075 p.

GRIGSBY, L. L. **Electric power generation, transmission, and distribution**. 2nd ed. New York: CRC Press, 2006. 1496 p. ISBN 978-0-8493-9292-4.

HAMILTON, J. D. **Time series analysis**. New Yersey: Princeton University Press, 1994. 799 p.

HYNDMAN, R. J.; KHANDAKAR, Y. Automatic time series forecasting: the forecast package for R. **Journal of Statistical Software**, Alexandria, v. 27, n. 3, p. 9-11, 2008.

JIMENEZ , R. W., A. V. L. P. **Desenvolvimento de uma metodologia para coordenação hidrotérmica de longo prazo em mercado elétrico competitivo**. 2007. 104 f. Dissertação (Mestrado)- Engenharia de Eletricidade, Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2007.

JIMENEZ, R. W.; PAUCAR, V. L. Long term hydrothermal scheduling linear programming model for large scale power systems. In: LARGE ENGINEERING SYSTEMS CONFERENCE ON POWER ENGINEERING- 2007, 9., 2007. **Conference...** Montreal: IEEE, 2008. p. 5.

JUNGER, M. **50 years of integer programming 1958-2008**. Berlin: Springer, 2010. 811 p.

LJUNG, G. M.; BOX, G. On a measure of lack of fit in time series models. **Biometrika**, Oxford, v. 65,n. 1, p. 297-303, 1978.

MACEIRA, M. E. P.; CUNHA, S. H. F. Simulating the energy generation of interconnect hydro-thermal systems - SUISHI model. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE PRODUÇÃO E TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA-SNPTEE, 13., 1995. **Anais...** Camboriú: Camboriú, 1995. p. 1-7.

MORETTIN, P. A.; CASTRO, C. M. D. **Modelos para previsão de séries temporais**. Rio de Janeiro: Rio de Janeiro , 1981. 624 p.

ORGANISMO SUPERVISOR DE LA INVERSIÓN EM ENERGÍA Y MINERÍA-OSINERG. **Procedimiento de fijación de precios en barra período mayo 2011**. Lima: Lima, 2011. Disponível em: <<http://www2.osinerg.gob.pe/>>. Acesso a 20 de Jul. 2010.

PIERCE, D. A. **Sesonal adjustment when both deterministic and stochastic seasonality are present**: seasonal analysis of economic time series. Massachusetts: nber, 1979. 242 p.

PINTO, R. J. **Aplicação de processamento paralelo ao problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos baseado em cluster de computadores**. 2011. 310 f. Tese (Doutorado)- Programa de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011.

SCHIJVER, A. On cutting planes. **Annals of Discrete Mathematics**, North Holland, v. 9, n. 9, p. 291-296, setembro 1980.

URIBE, M. A. **Determinação dos custos marginais do sistema interligado nacional**. 2000. 143 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em engenharia elétrica)- Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica- FIEE. Universidad Nacional de Ingeniería- UNI, Lima, 2000.

_____. **Manual técnico**: uso del modelo perseo. Lima: OSINERG 2006. 50 p.

VENTURA, E. D. S.; MARTINEZ, L. Análise da estocasticidade no problema de planejamento energético de sistemas hidrotérmicos usando programação dinâmica. In: CONGRESO BRASILEIRO DE AUTOMATICA, 18., 2010, Bonito. **Anais...** Bonito: CBA-2010. 2010. p. 8.

VIGNOLO, J. M.; ZEBALLOS, R. . Economic operation of power systems optimal pricing of energy. In: LATIN AMERICA TRANSMISSION & DISTRIBUTION IEEE, 1., 2002, São Paulo. **Conference...** São Paulo: IEEE. 2002. p. 7.

WEI, W. W. S. **Time series analysis**: univariate and multivariate methods. New York: Pearson, 2006. 640 p.

WOOD, A.; WOLLENBERG, B. **Power generation, operation, and control**. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, 1996. 584 p. ISBN 0-471-58699-4.

ZAMBELLI, M.; TOSCANO, A.; FILHO, S. S.; SANTOS, E. D.; NOGUEIRA, L. New wave versus old comparison entre o modelo estocástico e determinístico no planejamento da operação energética do sistema interligado nacional. In: CONGRESO BRASILEIRO DE AUTOMATICA, 18., 2010, Bonito. **Anais...** Bonito: CBA-2010. 2010. p. 8.

APÊNDICE 1: PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA

O nome de programação linear inteira mista é referido a um tipo de problema com variáveis inteiras e contínuas e a função objetivo, assim como as restrições são lineares. O campo da programação inteira mista tem cada dia mais sucesso no mundo acadêmico e no mundo empresarial porque modela de melhor maneira os problemas da vida real (BROCKWELL; DAVIS, 2006).

A programação inteira é fundamentada na programação linear e requer em alguns casos da resolução de vários subproblemas de programação linear. Um problema de programação linear pode-se escrever como:

$$\begin{aligned} \max_{s.a.} \quad & c^T x \\ & x \in S \\ & S = \{x \mid Ax = b; x \geq 0\} \end{aligned} \quad (1)$$

onde:

x	Vetor de variáveis.
c	Coefficiente de custo relativo.
S	Conjunto de soluções restrito.
A	Matriz de coeficientes das variáveis nas restrições de igualdade.
b	Vetor coluna de limites nas restrições de igualdade.

em que $S \subseteq R^n$ (R^n é um espaço n dimensional) é conjunto de soluções definido pelas restrições. Um ponto x^* é solução ótima para (1) se:

$$c^T x \leq c^T x^* < \infty \forall x \in S \quad (2)$$

onde:

x	Vetor de variáveis.
x^*	Solução ótima.
c	Coefficiente de custo relativo.
S	Conjunto de soluções restrito.

Num problema de programação linear deve se estabelecer a factibilidade (se este tem solução) e depois encontrar a solução ótima ou o conjunto de soluções ótimas.

Se em (2.1) $S \subseteq Z^n \subseteq R^n$ em que Z^n é o conjunto dos números inteiros temos um problema de programação inteira (PI). Se em S existem sub-conjunto inteiros e reais obtemos um problema de programação inteira mista (PIM) como mostrado em (3).

$$\begin{aligned} \max_{s.a.} \quad & c_1 x + c_2 v \\ & A_1 x + A_2 v = b \\ & x \geq 0 \text{ é inteiro.} \\ & v \geq 0 \end{aligned} \tag{3}$$

onde:

x	Vetor de variáveis inteiras.
v	Vetor de variáveis reais
c_1	Coefficiente de custo relativo das variáveis inteiras.
c_2	Coefficiente de custo relativo das variáveis reais.
A_1	Matriz de coeficientes das variáveis inteiras nas restrições de igualdade.
A_2	Matriz de coeficientes das variáveis reais nas restrições de igualdade.
b	Vetor coluna de limites nas restrições de igualdade.

Os métodos mais conhecidos para resolver um problema de programação linear inteira mista são:

- *Branch and Bound*.
- Planos de corte.

i. Método de branch and bound

O método de *Branch and Bound* para programação linear inteira foi proposto por Dakin (1965).

Dado A uma matriz racional $m \times n$ e dado $b \in \mathbb{Q}^m, c \in \mathbb{Q}^n$ e x inteiro que resolve o seguinte problema de programação linear inteira:

$$\max \{cx \mid Ax \leq b; x \text{ inteiro}\} \quad (4)$$

onde:

x	Vetor de variáveis inteiras.
c	Coefficiente de custo relativo.
A	Matriz de coeficientes das variáveis nas restrições de igualdade.
b	Vetor coluna de limites nas restrições de igualdade.

O método consiste num número de iterações. Na iteração 1 temos o problema $\Pi_1 := \{PL\}$, onde $PL := \{x \mid Ax \leq b\}$, supor que no estágio k temos uma coleção $\Pi_k = \{PL_1, \dots, PL_k\}$.

Então determine:

$$\pi_j := \max \{cx \mid x \in PL_j\} \quad (5)$$

onde:

x	Vetor de variáveis.
c	Coefficiente de custo relativo.
π_j	Função objetivo ótima para o subproblema j .
PL_j	Subproblema j de programação inteira.

Para $j = 1, \dots, k$. Logo π_j pode ser achado usando um método de programação linear.

Escolher j^* da seguinte forma.

$$\pi_{j^*} := \max \{\pi_j \mid j = 1, \dots, k\} \quad (6)$$

onde:

π_j	Função objetivo ótima para o subproblema j .
---------	--

É fazer $x^* = (\xi_1^*, \dots, \xi_n^*)^T$ para obter o máximo (5) para $j = j^*$.

Caso 1. x^* não é inteiro. Escolher uma componente não inteira. Colocar ξ_i^* , de x^* e definir.

$$\begin{aligned} QL_1 &:= \left\{ x = (\xi_1, \dots, \xi_n)^T \in PL_{j^*} \mid \xi_i \leq \lfloor \xi_i^* \rfloor \right\} \\ QL_2 &:= \left\{ x = (\xi_1, \dots, \xi_n)^T \in PL_{j^*} \mid \xi_i \leq \lceil \xi_i^* \rceil \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

onde:

x	Vetor de variáveis.
QL_i	Subproblema j adicionando uma restrição inteira.
ξ	Componente do vetor x .
PL_j	Subproblema j de programação inteira.
j^*	Índice onde acontece a solução ótima.
x^*	Solução ótima.

Damos $\prod_k := \{PL_1, \dots, PL_{j^*-1}, QL_1, QL_2, PL_{j^*+1}, \dots, PL_k\}$. Este conjunto satisfaz as duas exigências e nós podemos iniciar o estágio $k+1$.

Pode se notar que na seguinte iteração precisa-se determinar (5) somente para os dois novos poliedros QL_1 e QL_2 - Para os outros poliedros conhecemos π_j das iterações anteriores. Se determinarmos (5) com o método simplex podemos usar a última tabela usada para calcular π_{j^*} e adicionar a restrição $\xi_i \leq \lfloor \xi_i^* \rfloor$, e aplicar o método dual simplex para achar $\max \{cx \mid x \in QL_1\}$, e da mesma forma para QL_2 .

Caso 2. x^* é inteiro. Assim x^* chega ao máximo (1). Se cada PL_j é vazio, o problema de programação inteira (1) é infactível. Se PL é limitado, o método apresentado termina. Podemos provar que se o PL é limitado, existe um número TL de tal forma que.

$$PL \subseteq \left\{ x = (\xi_1, \dots, \xi_n)^T \in \mathbb{R}^n \mid -TL \leq \xi_i \leq TL \text{ para } i = 1, \dots, n \right\} \quad (8)$$

onde:

PL_j	Subproblema j de programação inteira.
x	Vetor de variáveis.

ξ	Componente do vetor x .
TL	Limite de factibilidade das variáveis inteiras do PLI .

Teremos $TL := 2^{4n^2\varsigma}$ onde ς é o número máximo de linhas da matriz $[A \ b]$. Para cada iteração, cada poliedro PL_j no $\prod_k := \{PL_1, \dots, PL_k\}$ é definido por um sistema $Ax \leq b$, adicionando algumas desigualdades tomadas de:

$$\begin{aligned} \xi_i &\leq \tau & (i = 1, \dots, n; \tau = -TL, \dots, TL-1) \\ \xi_i &\geq \tau & (i = 1, \dots, n; \tau = -TL+1, \dots, TL) \end{aligned} \quad (9)$$

onde:

ξ	Componente do vetor x .
τ	Limites para a componente do vetor x .
TL	Limite de factibilidade das variáveis inteiras do PLI .

(Onde $x = (\xi_1, \dots, \xi_n)^T$). Agora se $j' \neq j''$, os poliedros $PL_{j'}$ e $PL_{j''}$ são definidos por diferentes subconjuntos das $4nTL$ desigualdades em (9), pode-se induzir que $k \leq 2^{4nTL}$, então no máximo depois de 2^{4nTL} iterações o algoritmo termina.

Se não sabemos se o $PL = \{x | Ax \leq b\}$ é limitado, podemos fazer o seguinte. Damos ς o máximo valor das desigualdades em $Ax \leq b$. Então se PL contém um vetor inteiro, este contém um vetor de minimamente $6n^3\varsigma$ de dimensão (GRAHAM; LENSTRA et al., 1998). Também se o máximo (1) é finito, este tem uma solução ótima de tamanho mínimo $6n^3\varsigma$. Definimos:

$$PL_0 := PL \cap \left\{ x = (\xi_1, \dots, \xi_n)^T \in \mathbb{R}^n \mid -2^{6n^3\varsigma} \leq \xi_i \leq 2^{6n^3\varsigma} \text{ para } i = 1, \dots, n \right\} \quad (10)$$

onde:

PL_j	Subproblema j de programação inteira.
x	Vetor de variáveis.
ξ	Componente do vetor x .
ς	Número máximo de linhas da matriz $[A \ b]$.

E aplicamos o algoritmo apresentado anteriormente para procurar.

$$\max \{cx \mid x \in PL_0; x \text{ inteiro}\} \quad (11)$$

onde:

PL_j	Subproblema j de programação inteira.
c	Coefficiente de custo relativo.
x	Vetor de variáveis.

Se (11) é infactível então (1) é também infactível. Se (11) tem uma solução ótima x^* , Verificar que o PL relaxado em (1), $\max \{cx \mid Ax \leq b\}$, é finitamente ilimitado (método simplex). Se este é finito, (1) é também finito e x^* é uma solução ótima. Se este é ilimitado, (1) é também ilimitado.

ii. Método de planos de cortes

A base teórica do método de planos de cortes foi mostrada por Chvátal (1973) e Schijver (1980). O método de planos de corte de Gomory (1963) para resolver um problema de programação inteira será explicado em seguida.

Supor que conseguimos resolver o PLI da equação (4).Então (4) é equivalente a:

$$\max \{cx \mid x, \tilde{x} \geq 0; Ax + \tilde{x} = b; x, \tilde{x} \text{ inteiros}\} \quad (12)$$

onde:

x	Vetor de variáveis.
A	Matriz de coeficientes das variáveis nas restrições de igualdade.
c	Coefficiente de custo relativo.
\tilde{x}	Variável de folga para padronizar em igualdade os sistema linear.
b	Vetor coluna de limites nas restrições de igualdade.

Agora resolvemos o PL relaxado.

$$\max \{cx \mid x \geq 0; Ax \leq b\} = \max \{cx \mid x, \tilde{x} \geq 0; Ax + \tilde{x} = b\} \quad (13)$$

onde:

x	Vetor de variáveis.
A	Matriz de coeficientes das variáveis nas restrições de igualdade.
c	Coefficiente de custo relativo.
\tilde{x}	Variável de folga para padronizar em igualdade os sistema linear.
b	Vetor coluna de limites nas restrições de igualdade.

Com o método primal simplex dado por:

$$\begin{array}{c|c}
 d_0 & \nu_0 \quad \xi_0 \\
 \hline
 DL & \begin{array}{c} \xi_{\sigma(1)} \\ \vdots \\ \xi_{\sigma(m)} \end{array}
 \end{array} \quad (14)$$

onde:

d_0	Coefficientes de custo relativo no quadro simplex.
ν_0	Valor da função objetivo no quadro simplex.
ξ	Componente do vetor x .
DL	Matriz base do quadro simplex.

Sendo (14) a tabela ótima. Assim $d_0 \geq 0$ e $f\bar{i} \geq 0$. Denotar $f\bar{i} = (\nu_1, \dots, \nu_m)^T$. Se ν_0 e $f\bar{i}$ são inteiros, a solução básica possível correspondente é inteira, e é uma solução ótima para o PIL (12). Se ν_0 ou $f\bar{i}$ não é inteiro, escolher um índice i_0 em $\{0, \dots, m\}$ de tal forma que ν_{i_0} não seja inteiro. Dado:

$$\delta_{i_0,1}, \dots, \delta_{i_0,n+m} \quad \nu_{i_0} \quad \xi_{\sigma(i_0)} \quad (15)$$

onde:

δ_{i_0}	Variável binária associada à solução corrente.
----------------	--

ν_0 Valor da função objetivo no quadro simplex.

ξ Componente do vetor x .

Seja a i_0 coluna em (14). Se $i_0 = 0$ então:

$$(\delta_{0,1} + \omega_1)\xi_1 + \dots + (\delta_{0,n} + \omega_n)\xi_n + \delta_{0,n+1}\xi_{n+1} + \dots + \delta_{0,n+m}\xi_{n+m} = \nu_0 \quad (16)$$

onde:

δ_{i_0} Variável binária associada à solução corrente.

ω_j Coeficiente de custo relativo da variável j .

ν_0 Valor da função objetivo no quadro simplex.

ξ Componente do vetor x .

é uma equação para todo $(\xi_1, \dots, \xi_{n+m})^T = \begin{pmatrix} x \\ \bar{x} \end{pmatrix}$ na região factível de (13) (Onde

$c = (\omega_1, \dots, \omega_n)$).

Se $i_0 > 0$, logo.

$$\delta_{i_0,1}\xi_1 + \dots + \delta_{i_0,n+m}\xi_{n+m} = \nu_{i_0} \quad (17)$$

onde:

δ_{i_0} Variável binária associada à solução corrente.

ν_0 Valor da função objetivo no quadro simplex.

ξ Componente do vetor x .

É uma equação válida para todos os $(\xi_1, \dots, \xi_{n+m})^T$ na região factível (13).

Dado $\{\alpha\}$ sendo a parte fracionária do número α (por exemplo, $\{\alpha\} = \alpha - \lfloor \alpha \rfloor$). Então

(16) e (17) implicam:

$$\begin{aligned} \{\delta_{i_0,1}\}\xi_1 + \dots + \{\delta_{i_0,n+m}\}\xi_{n+m} &= \{\nu_{i_0}\} \pmod{1}, \text{ e} \\ \{\delta_{i_0,1}\}\xi_1 + \dots + \{\delta_{i_0,n+m}\}\xi_{n+m} &\geq 0 \end{aligned} \quad (18)$$

onde:

δ_{i_0}	Variável binária associada à solução corrente.
ν_0	Valor da função objetivo no quadro simplex.
ξ	Componente do vetor x .

Para todo $(\xi_1, \dots, \xi_{n+m})^T$ na região factível do PLI (12). (Onde $\alpha \equiv \beta \pmod{I}$ significa $\alpha - \beta$ é um inteiro).

As duas equações em (18) implicam:

$$\{\delta_{i_0,1}\}\xi_1 + \dots + \{\delta_{i_0,n+m}\}\xi_{n+m} \geq \{\nu_{i_0}\} \quad (19)$$

onde:

δ_{i_0}	Variável binária associada à solução corrente.
ν_0	Valor da função objetivo no quadro simplex.
ξ	Componente do vetor x .

O qual é chamado de corte (restrição) o plano de corte, obtido da coluna (21). Assim adicionando a restrição da equação (13) não se perde soluções inteiras factíveis, mas perde-se a solução ótima básica factível achada no (14) (Desde, se $(\xi_1, \dots, \xi_{n+m})^T$ é a solução ótima básica factível, logo para cada j , $\xi_j^* = 0$ ou $\delta_{i_0} \in \{0,1\}$, assim o lado esquerdo no (21) é zero e o lado direito é assumido não zero).

Também, podemos adicionar a (12) a restrição:

$$\{\delta_{i_0,0}\}\xi_0 + \dots + \{\delta_{i_0,n+m}\}\xi_{n+m} + \xi_{n+m+1} = -\{\nu_{i_0}\} \quad (20)$$

δ_{i_0}	Variável binária associada à solução corrente.
ν_0	Valor da função objetivo no quadro simplex.
ξ	Componente do vetor x .

Onde ξ_{n+m+1} é uma nova variável não negativa (que pode ser requerida ficar inteira por (18)). Assim nós podemos adicionar a coluna correspondente (20) na tabela ótima (14), e aplicar o método dual simplex (GRAHAM; LENSTRA et al., 1998). Quando achamos a nova tabela ótima para este PL deve se revisar novamente se a última f -coluna é inteira. Se for achado uma solução inteira para o PL relaxado (13), então uma solução ótima é encontrada para o PLI (12). Se não é achado um ótimo tem que se repetir o procedimento acima.

A adição de cortes é repetida até achar a tabela ótima para a qual a última coluna é inteira. Nesse caso a base factível (ótima) correspondente é inteira. Esta é uma solução ótima para o PLI original (12).

Deve ter um critério para decidir se o PLI (12) é ou não é factível, nos passos do dual simplex, onde tem uma coluna i com $v_i < 0$ e as outras componentes da coluna são não negativas (Então o problema dual é ilimitado e por isso o problema primal é infactível).

APÊNDICE 2: MODELOS ARIMA

O modelo *ARIMA* consiste em ajustar modelos auto-regressivos integrados de médias móveis a um conjunto de dados históricos. Podemos definir como um modelo auto-regressivo se uma variável da série temporal pode ser expressa nas observações anteriores a ela e um termo de erro, isto é representado conforme a teoria estatística dos processos estocásticos.

i. Sazonalidade

Muitas séries apresentam sazonalidade que são flutuações periódicas no decorrer da série temporal, um exemplo pode ser as vendas num shopping as quais são incrementadas no natal e depois diminuem nas férias do Janeiro. Um modelo de decomposição multiplicativo consiste em escrever o elemento no tempo t da série temporal Z_t como a multiplicação de três componentes não-observáveis.

$$Z_t = T_t \cdot S_t \cdot a_t \quad (21)$$

Onde T_t e S_t representam a tendência e sazonalidade, respectivamente, enquanto a_t é o ruído branco. As componentes T_t e S_t estão, em geral bastante relacionadas e a influência da tendência sobre a componente sazonal pode ser muito forte por duas razões (BOX; JENKINS, 1976).

- Métodos de estimação de S_t podem ser bastante afetados se não levarmos em conta a tendência.
- A especificação de S_t depende da especificação de T_t .

Por essas duas razões não é possível isolar as duas variáveis.

Um dos métodos para identificar sazonalidade é observar correlogramas das séries temporais e ver as flutuações, depois dividir em sub-correlogramas e sobrepor eles para identificar padrões nessas parcelas da série temporal (BOX; PIERCE, 1970).

Um método de desazonalização é realizar uma filtragem com as variáveis fictícias sazonais incluídas na equação de regressão. O filtro de diferenças sazonal (22) é empregado na metodologia proposta para séries temporais sazonais (DURBIN, 1962). Com um filtro “passa faixa” pode-se filtrar as frequências baixas relacionadas com a tendência e recolher

aquelas mais altas relacionadas com um comportamento sazonal de curto prazo. Um filtro linear para aproximar a tendência pode ter a forma (BROCKWELL; DAVIS, 2006):

$$T_t = (0.5Z_{t-q} + Z_{t-q+1} + \dots + Z_{t+q-1} + 0.5Z_{t+q}) / p, \quad t = q, \dots, n-q. \quad (22)$$

onde:

T_t	Componente de tendência no tempo t da série temporal.
Z_t	Elemento no tempo t da série temporal.
p	Ordem auto-regressivo.
q	Ordem das médias-moveis.

Além de T_t temos a componente S_t , que queremos estimar. O procedimento a ser utilizado é semelhante. Estimamos T_t através de (22) e consideramos:

$$S_t = Z_t - T_t \quad (23)$$

onde:

S_t	Componente Sazonal no tempo t da série temporal.
Z_t	Elemento no tempo t da série temporal.
T_t	Componente de tendência no tempo t da série temporal.

Esta série fornecerá os meios para estimar S_t (JUNGER, 2010). Pode-se estimar para um modelo multiplicativo tomando logaritmos e tornando ele um modelo aditivo.

ii. Modelo SARIMA

A hipótese é que algum processo de séries temporais geradoras de Z_t é dado de duas formas. Na primeira forma é igualar Z_t a uma combinação linear dos valores anteriores de Z_t admitindo uma “inovação,” dado por ε_t . Outro método deduz que Z_t pode ser interpretado

como a agregação da história inteira do termo ε_t . Estendendo este primeiro raciocínio a uma fórmula geral, tem-se um modelo autoregressivo de ordem p^{th} ou processo $AR(p)$ que poderia ser escrito como:

$$Z_t = \mu + \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + \varepsilon_t \quad (24)$$

onde:

Z_t	Elemento no tempo t da série temporal.
μ	Media da série temporal.
ϕ_j	Coefficiente auto-regressivo j .
p	Ordem auto-regressivo.
ε_t	Componente de erro no tempo t na série temporal.

Neste caso, temos que o comportamento futuro da variável pode ser explicado pelo seu comportamento passado, onde cada período “atrás” é representado por um coeficiente ϕ .

Os efeitos resultantes sobre a variável Z_t podem ser representados como sendo uma função dos distúrbios aleatórios anteriores, ou seja, a série observada é um somatório da história dos erros passados da variável. Assim, o modelo de médias-móveis $MA(q)$ é representado por:

$$Z_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (25)$$

onde:

Z_t	Elemento no tempo t da série temporal.
μ	Media da série temporal.
ε_t	Componente de erro no tempo t na série temporal.
θ_k	Coefficiente de médias-moveis k .
q	Ordem das médias-moveis.

A partir destes dois conceitos definidos anteriormente pode-se construir um modelo mais abrangente. Este modelo é definido como modelo auto-regressivo de médias-móveis, o

modelo $ARMA(p, q)$, e é uma combinação de estes dois modelos AR e MA e é dado pela seguinte equação (BROCKWELL; DAVIS, 2006) :

$$Z_t = \mu + \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (26)$$

onde:

Z_t	Elemento no tempo t da série temporal.
μ	Media da série temporal.
ϕ_j	Coefficiente auto-regressivo j .
p	Ordem auto-regressivo.
ε_t	Componente de erro no tempo t na série temporal.
θ_k	Coefficiente de médias-moveis k .
q	Ordem das médias-moveis.

A estrutura do processo $ARMA(p, q)$ tem p termos auto-regressivos, que representam a ordem de defasagens do termo auto-regressivo; e q termos de médias móveis, sendo que este representa a ordem de defasagens do termo de médias móveis.

No caso do modelo $ARMA$, as condições de estacionariedade (GREENE, 2003) são determinadas pela parte auto-regressiva (AR) do modelo. Ele está baseado no pressuposto de que as séries temporais analisadas são estacionárias, ou seja, possuem média zero, variância constante e a covariância não varia com o tempo.

Para fazer uma série estacionária requer-se um processo chamado integração. Assim, o número de defasagens d necessárias para a obtenção da estacionariedade determinará o grau de integração da variável. Segundo Wei (2006) temos a passagem do processo $ARMA(p, q)$ para um modelo auto-regressivo integrado de médias móveis, ou simplesmente $ARIMA(p, d, q)$:

$$\phi(B)(1-B)^d Z_t = \theta(B)\varepsilon_t \quad (27)$$

onde:

$\phi(B)$	Operador auto-regressivo de ordem p .
B	Operador de atraso.

d	Diferença normal.
Z_t	Elemento no tempo t da série temporal.
$\theta(B)$	Operador de médias-moveis de ordem q .
ε_t	Componente de erro no tempo t na série temporal.

Para deduzir um modelo considerando um processo com sazonalidade estocástica de período s , poderíamos modelar uma associação entre cada período s na serie Z_t através de um modelo *SAR*.

$$\Phi(B^s)Z_t = \varepsilon_t \quad (28)$$

onde:

$\Phi(B^s)$	Operador auto-regressivo sazonal de ordem P .
Z_t	Elemento no tempo t da série temporal.
ε_t	Componente de erro no tempo t na série temporal.

Do mesmo modo podemos considerar um modelo *SMA*:

$$Z_t = \Theta(B^s)\varepsilon_{t-s} \quad (29)$$

onde:

Z_t	Elemento no tempo t da série temporal.
$\Theta(B^s)$	Operador de médias-moveis sazonal de ordem Q .
ε_t	Componente de erro no tempo t na série temporal.

Para obter um modelo sazonal integrado é necessário relacionar numa primeira observação Z_t com primeiras observações de sub-períodos anteriores:

$$\Phi(B^s)(1-B^s)^D Z_t = \Theta(B^s)\varepsilon_t \quad (30)$$

onde:

$\Phi(B^s)$	Operador auto-regressivo sazonal de ordem P .
B	Operador de atraso.
s	Sazonalidade.
D	Diferença sazonal.
Z_t	Elemento no tempo t da série temporal.
$\Theta(B^s)$	Operador de médias-moveis sazonal de ordem Q .
ε_t	Componente de erro no tempo t na série temporal.

Do mesmo modo teríamos um modelo análogo para os últimos dados dos sub-períodos (dados):

$$\Phi(B^s)(1-B^s)^D Z_{t-1} = \Theta(B^s) \varepsilon_{t-1} \quad (31)$$

onde:

$\Phi(B^s)$	Operador auto-regressivo sazonal de ordem P .
B	Operador de atraso.
s	Sazonalidade.
D	Diferença sazonal.
Z_t	Elemento no tempo t da série temporal.
$\Theta(B^s)$	Operador de médias-moveis sazonal de ordem Q .
ε_t	Componente de erro no tempo t na série temporal.

Uma diferença com o modelo *ARIMA* usual é que a série $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots$ não é ruído branco. Para descrever esta relação introduzimos, para os ε_t , o modelo *ARIMA* usual:

$$\phi(B)(1-B)^d \varepsilon_t = \theta(B) a_t \quad (32)$$

onde:

$\phi(B)$	Operador auto-regressivo de ordem p .
-----------	---

B	Operador de atraso.
d	Diferença normal.
ε_t	Componente de erro no tempo t da série temporal sazonal.
$\theta(B)$	Operador de médias-móveis de ordem q .
a_t	Componente de erro no tempo t numa série temporal com sazonalidade.

Em que a_t é ruído branco. Substituindo (32) em (30), obtemos:

$$\phi(B)\Phi(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D Z_t = \theta(B)\Theta(B^s)a_t \quad (33)$$

onde:

$\phi(B)$	Operador auto-regressivo de ordem p .
$\Phi(B^s)$	Operador auto-regressivo sazonal de ordem P .
B	Operador de atraso.
s	Sazonalidade.
d	Diferença normal.
D	Diferença sazonal.
Z_t	Elemento no tempo t da série temporal.
$\theta(B)$	Operador de médias-móveis de ordem q .
$\Theta(B^s)$	Operador de médias-móveis sazonal de ordem Q .
a_t	Componente de erro no tempo t numa série temporal com sazonalidade.

Chamado o modelo sazonal multiplicativo $SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s$.

O modelo em (33) implica que devemos tomar d diferenças simples e D diferenças sazonais da série Z_t .

iii. Método de Box-Jenkins

No estudo de modelos paramétricos de séries temporais, procura-se descobrir qual é o comportamento apresentado pela série da variável. A partir desta questão, inicia-se uma busca pelo modelo que melhor represente o comportamento da série.

A estratégia para resolver este problema é definida como método de *Box-Jenkins*, o qual é um ciclo iterativo que procura uma estrutura do modelo baseada nos dados. Na literatura estabelece-se que este método seja constituído de três etapas:

1. Identificação
2. Estimação
3. Verificação

a. Identificação

O objetivo da etapa de identificação é a determinação dos critérios de definição do comportamento que a série apresenta, e se segue algum dos modelos estudados anteriormente. Nesta fase procura-se encontrar os parâmetros p , d e q adequados para a série $ARIMA(p, d, q)$.

Para determinar a ordem dos termos p , d e q são usados os métodos da função de auto-correlação (FAC) e da função de auto-correlação parcial ($FACP$). Abordaremos inicialmente o princípio da função de auto-correlação.

A função auto-covariância de um processo Z_t pode ser expressa por (WEI, 2006):

$$\gamma_k = Cov[Z_t, Z_{t-k}] \quad (34)$$

onde:

γ_k	Auto-covariância para o elemento k de uma série temporal.
Cov	Operador covariância.
Z_t	Elemento no tempo t da série temporal.

A partir desta última pode-se estimar a função auto-correlação, ou *FAC*; que é obtida por meio da divisão da função auto-covariância pela variância γ_0 . Assim, temos que a *FAC* é dada por:

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}, \quad -1 \leq \rho \leq 1 \quad (35)$$

onde:

γ_k	Auto-covariância para o elemento k de uma série temporal.
γ_0	Variância da série temporal.
ρ_k	Função de auto-correlação para o elemento k de uma série temporal.

Assim, temos que a *FAC* é dada pela razão entre a covariância com k defasagens e a variância do processo Z_t , sendo seu intervalo compreendido entre -1 e 1. Então ela pode ser escrita como:

$$\rho_k = \frac{Cov(Z_t, Z_{t-k})}{Var(Z_t)} \quad (36)$$

onde:

ρ_k	Função de auto-correlação para o elemento k de uma série temporal.
Cov	Operador covariância.
Z_t	Elemento no tempo t da série temporal.
Var	Operador variância.

Para um processo estacionário, a *FAC* será uma função de k e dos parâmetros do processo. A representação da função de auto-correlação em termos amostrais é especificamente representada por:

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (37)$$

onde:

ρ_k	Função de auto-correlação amostral para o elemento k de uma série temporal.
γ_k	Auto-covariância amostral para o elemento k de uma série temporal.
γ_0	Variância amostral de uma série temporal.

O numerador representa a covariância amostral enquanto o denominador representa a variância também em termos amostrais.

Sendo a variância constante; pode-se dividir ela por γ_0 para obter as relações de auto-correlação. A representação gráfica da função de auto-correlação é dada a partir do correlograma amostral. Para um processo estacionário a função de auto-correlação parcial deve decair rapidamente no tempo. A função auto-correlação *FAC* apresenta a correlação total entre Z_t e Z_{t-k} . A função auto-correlação apresenta características especiais assim (MORETTIN; CASTRO, 1981):

1. Um processo $AR(p)$ tem *FAC* que decai de acordo com exponenciais ou senóides amortecidas, infinita em extensão;
2. Um processo $MA(q)$ tem *FAC* finita, no sentido que ela apresenta um corte após o “lag” q ;
3. Um processo $ARMA(p,q)$ tem *FAC* infinita em extensão e decai de acordo com exponenciais e ou senóides amortecidas após o “lag” $p-q$.

Ao realizar este procedimento Box-Jenkins introduz o conceito da função de auto-correlação parcial, ou *FACP*.

Esta distinção é realizada a partir dos coeficientes da auto-correlação parcial. Uma aproximação para esta definição é que: A correlação parcial existente entre Z_t e Z_{t-k} é o último coeficiente na projeção linear de Z_t em $[Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-k}]$, a partir das quais pode-se fazer uma representação matricial a qual é chamada equação de Yule-Walker:

$$\begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & \rho_0 & \cdots & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \cdots & \rho_0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_k \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

onde:

ρ_k Função de auto-correlação para o elemento k de uma série temporal.

ϕ_k Coeficiente de regressão k .

O correlograma da autocorrelação parcial traça um limite assintótico, determinando um intervalo no qual as estatísticas da função de auto-correlação e de auto-correlação parcial devem variar. Este intervalo é determinado por:

$$\left| \hat{\phi}_{jj} \right| = 2 \left(\sqrt{1 / Na} \right) \quad (39)$$

onde:

ϕ_{kk} Função de auto-correlação parcial para o elemento k de uma série temporal.

N_a Número de amostras.

O valor de 2 corresponde a um intervalo relacionado a uma distribuição normal como um nível de significância de 5%.

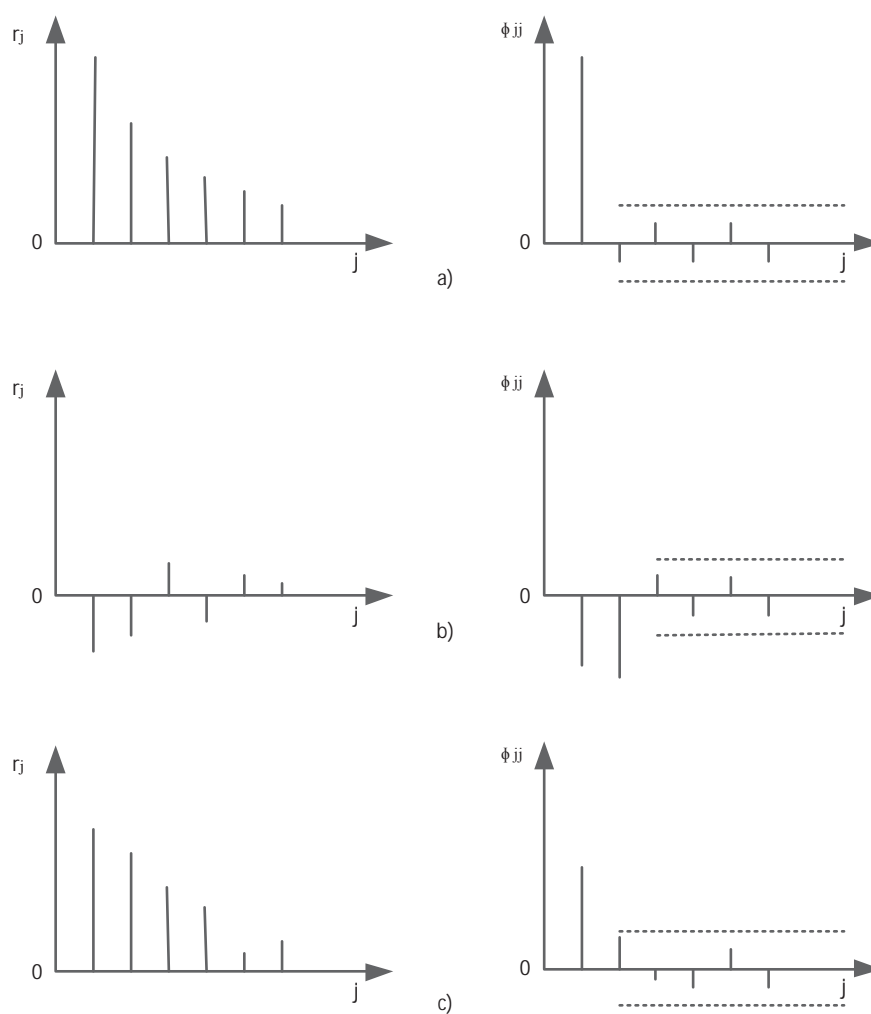
Pode-se dizer das características da *FACP* (MORETTIN; CASTRO, 1981) :

1. Um processo $AR(p)$ tem *FACP* $\phi_{kk} \neq 0$, para $k \leq p$ e $\phi_{kk} = 0$, para $k > p$;
2. Um processo $MA(q)$ tem *FACP* que se comporta de maneira similar as *FAC* de um processo $AR(p)$: são dominadas por exponenciais e/ou senóides amortecidas;
3. Um processo $ARMA(p,q)$ tem *FACP* que se comporta como a *FACP* de um processo *MA* puro.

A importância prática da identificação está no fato de que aqui ocorre a sugestão e seleção dos modelos, haja visto o enorme número de modelos devido às múltiplas

combinações existentes das ordens dos parâmetros. Na Figura 37 mostra-se os correlogramas dos modelos mais conhecidos que podem permitir a identificação rápida do modelo correspondente para a série simulada.

Figura 37- Auto-correlações e auto-correlações parciais amostrais para as séries simuladas: $AR(1)$ (a) , $MA(1)$ (b), $ARMA(1,1)$ (c).



Fonte:Morettin e Castro (1981).

b. Estimação

Esta etapa consiste em estimar os modelos candidatos selecionados após a identificação, procede à análise dos modelos e define os modelos que poderão ser definidos como o modelo definitivo.

Para poder estimar um modelo deve-se analisar um processo iterativo não linear de mínimos quadrados o qual precisa da estimativa preliminar feita no processo de identificação.

Podemos considerar um modelo $ARIMA(p,d,q)$ e colocar o total dos parâmetros no vetor $\lambda = (\bar{\phi}, \bar{\theta}, \sigma_a^2)$, onde $\bar{\phi} = (\phi_1, \dots, \phi_p)$, $\bar{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_q)$. Assim, quando $d > 0$, estamos supondo que o termo independente do modelo $ARIMA$ é nulo. Caso contrário ele é incluído como uma nova variável no vetor λ . Seja o vetor $\eta = (\bar{\phi}, \bar{\theta})$.

O objetivo é estimar o vetor λ , um dos métodos é a máxima verossimilhança a qual busca como objetivo maximizar ela ou o logaritmo dela mediante múltiplas buscas com a suposição que a série a_t é normal, ou seja, para cada t , $a_t \sim N(0, \sigma_a^2)$. Baseado em aproximadores de mínimos quadrados foram expressos os estimadores de máxima verossimilhança.

Baseado no procedimento condicional para o cálculo da máxima verossimilhança onde os valores iniciais são tomados dos valores estimados na fase da estimação (HAMILTON, 1994) podemos obter ela. Tomando logaritmos da verossimilhança temos:

$$\ell(\lambda|W, W^*, a^*) \propto -n \log(\sigma_a^2) - \frac{S(\eta|W, W^*, a^*)}{2\sigma_a^2} \quad (40)$$

onde:

ℓ	Logaritmo da verossimilhança.
λ	Vetor do total os parâmetros que definem o modelo $ARIMA$.
W	Série temporal tornada estacionaria mediante diferencias.
W^*	Série temporal estacionaria simulada.
a^*	Erro simulado da serie temporal.
σ_a^2	Variância do erro da serie temporal.
S	Soma de quadrados condicional.
η	Vetor de coeficientes auto-regressivos e de médias - moveis.

Onde a soma de quadrados $S(\eta|W, W^*, a^*)$ condicional pode ser expressa como:

$$S(\eta|W, W^*, a^*) = \sum_{t=1}^n a^2(\eta|W, W^*, a^*) \quad (41)$$

onde:

S	Soma de quadrados condicional.
η	Vetor de coeficientes auto-regressivos e de médias - moveis.
W	Série temporal tornada estacionaria mediante diferencias.
W^*	Série temporal estacionaria simulada.
a	Erro da serie temporal.
a^*	Erro simulado da serie temporal.

Para modelos sazonais pode-se usar uma aproximação de parâmetros a_t mediante o uso de (42) para calcular a_{p+1}, a_{p+2}, \dots , colocando os valores anteriores e as observações iguais a zero:

$$a_{p+1} = W_{p+1} - \phi_1 W_p - \dots - \phi_p W_1 + \theta_1 a_p + \dots + \theta_q a_{p-q+1} \quad (42)$$

onde:

a	Erro da serie temporal.
W	Série temporal tornada estacionaria mediante diferencias.
p	Ordem auto-regressivo.
ϕ_j	Coeficiente de regressão j .
q	Ordem das médias-moveis.
θ_k	Coeficiente de médias-moveis k .
a	Erro da serie temporal.

c. Verificação

Nesta etapa procura-se atestar se o modelo descreve adequadamente a série de dados objeto da análise.

Se o processo é estacionário e ergódico então, as séries convergem aos verdadeiros parâmetros populacionais. Contudo, para fins práticos, a suposição de estacionariedade será suficiente para os procedimentos de estimação.

A análise dos resíduos de modelos é decisiva na escolha final do modelo. Caso os resíduos sejam auto-correlacionados, a dinâmica da série não pode ser explicada pelos coeficientes do modelo. Assim, deve-se excluir do processo de escolha o modelo que apresente auto-correlação residual.

Para este propósito, as estimativas empíricas da função de auto-correlação e da função de auto-correlação parcial são instrumentos úteis.

A análise da amostra pelo *FAC* se dá por meio do correlograma, que é definido por:

$$\rho_k = \frac{\sum_{t=k+1}^T (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2} \quad (43)$$

onde:

ρ_k	Função de auto-correlação amostral para o elemento k de uma série temporal.
T	Numero de elementos da serie temporal.
y_t	Série temporal real.
\bar{y}_t	Media da série temporal y_t .

A análise de ρ_k vs k fornece uma descrição de um método que pode ser usado para discernir qual o tipo do processo que está gerando os dados.

A análise da amostra através da *FACP* e a variante da *FAC*, extraídas as defasagens intermediárias. Assim, a *FACP* é definida por:

$$\rho_k^* = \frac{\sum_{t=k+1}^T y_t^* y_{t-k}^*}{\sum_{t=1}^T (y_{t-k})^2} \quad (44)$$

onde:

ρ_k	Função de auto-correlação amostral para o elemento k de uma série temporal.
T	Numero de elementos da serie temporal.
y_t^*	Resíduos das regressões de y_t .
y_t	Série temporal real.

Os resultados da *FAC* e da *FACP* de uma série normalmente são apresentados conjuntamente. Usam-se os testes de diagnóstico para discernir se uma série temporal parece ser não auto-correlacionada. Onde a auto-correlação da amostra individual será aproximadamente distribuída com média zero e variância $1/T$ sobre a hipótese que a série é ruído branco. A estatística *Box-Pierce* (LJUNG; BOX, 1978) aspira este objetivo. Esta estatística é determinada por:

$$O = N_a \sum_{k=1}^p \rho_k^2 \quad (45)$$

onde:

O	Estatística de <i>Box-Pierce</i> .
N_a	Número de amostras.
p	Ordem auto-regressivo.
ρ_k	Função de auto-correlação amostral para o elemento k de uma série temporal.

A equação (45) é usada para testar se uma série é ruído branco. Sob a hipótese nula de que a série é ruído branco, O segue uma distribuição de *qui-quadrado* com p graus de liberdade. Um refinamento acerca deste teste é outra estatística que pode-se encontrar em *Ljung-Box* (PIERCE, 1979).

iv. Previsão de series temporais mediante modelos ARIMA

A última etapa a ser executada na modelagem *ARIMA* consiste em realizar a previsão. Ou seja, testar o potencial do modelo de prever os potenciais valores futuros para a série estudada. A previsão a ser realizada pode assumir dois aspectos. Num momento ela pode ser usada pra prever valores futuros, que ainda não existem. Este tipo de previsão é chamado de

previsão ex-ante. Pode haver também a realização de previsões acerca dos valores já existentes dentro da série estudada. Este tipo de previsão é conhecido como previsão ex-posto. A melhor previsão será aquela que apresentar o menor erro quadrático médio. Contudo, deve-se destacar que o modelo *ARIMA* só possibilita previsões eficazes para períodos de curto prazo. A equação de previsão baseada no modelo de diferenças pode ser expressa como:

$$Z_{t+h} = \phi_1 Z_{t+h-1} + \dots + \phi_{p+d} Z_{t+h-p-d} - \theta_1 a_{t+h-1} - \theta_2 a_{t+h-2} - \dots - \theta_q a_{t+h-q} + a_{t+h} \quad (46)$$

onde:

Z_t	Elemento no tempo t da série temporal.
ϕ_j	Coefficiente de regressão j .
h	Posição da previsão.
p	Ordem auto-regressivo.
d	Número de diferenciais normais.
θ_k	Coefficiente de médias-moveis k .
a_t	Componente de erro no tempo t numa série temporal.
q	Ordem das médias-moveis.

ANEXO A

A1 Usinas hidroelétricas do sistema de 6 barras

<i>Usinas Hidroelétricas</i>	<i>Potência Máxima (MW)</i>	<i>Vazão Turbinada Máxima (m³/s)</i>
H1	1,60	7,60
H2	0,60	6,00
H3	3,91	10,00
H4	14,80	15,00
H5	139,90	24,90
H6	8,80	15,00
H7	23,00	4,60
H8	11,90	4,60
H9	0,72	1,50
H10	75,00	23,22
H11	110,00	19,00

A2 Usinas termoeleétricas do sistema de 6 barras

<i>Usinas Termoeleétricas</i>	<i>Potência Máxima (MW)</i>	<i>Custo de Produção (\$/MWh)</i>
G01	12,07	77,74
G02	5,29	70,19
G03	5,59	72,94
G04	16,16	62,99
G05	7,65	76,67
G06	19,97	63,72
G07	16,42	86,44
G08	10,25	45,23
G09	30,98	43,87
G10	74,80	63,39
G11	2,44	71,27
G12	18,45	45,46
G13	6,23	42,66
G14	21,85	8,80
G15	3,27	50,44
G16	192,38	47,28
G17	120,00	23,46
G18	120,00	23,46
G19	0,86	60,52

A3 Reservatórios de acumulação do sistema de 6 barras

<i>Reservatórios de acumulação</i>	<i>Volume Máximo (MMC)</i>	<i>Volume Mínimo (MMC)</i>
E1	95	0
E2	43	9
E3	135	0
E4	840	36
E5	110	25
E6	110	20

A4 Reservatórios de regulação do sistema de 6 barras

<i>Reservatórios de Compensação</i>	<i>Volume Máximo (MMC)</i>
R1	0,18
R2	0,09
R3	0,04
R4	0,80

ANEXO B

B1 Usinas hidroelétricas do Sistema Brasileiro

<i>Usinas Hidroelétricas</i>	<i>Potência Máxima (MW)</i>	<i>Vazão Turbinada Máxima (m³/s)</i>
Camargos CEMIG	45,99	209,43
Itutinga FURNAS	54,07	228,36
Furnas FURNAS	1311,94	1516,00
Peixoto Mascarenhas de M	478,05	1326,47
Estreito LC Barreto	1103,94	1928,96
Jaguará CEMIG	399,95	1011,01
Volta Grande CEMIG	379,96	1513,19
Porto Colombia CEMIG	327,91	1919,86
Cacon de CESP	80,00	87,75
Edacunha CESP	108,00	136,82
Oliveira CESP	32,00	145,01
Marimbondo FURNAS	839,30	1488,00
Agua Vermelha FURNAS	1176,97	2492,00
Emborcação CEMIG	1191,97	894,00
Itumbiara FURNAS	1891,76	2280,00
Cachoeira Dourada CEIG	637,98	2443,46
São Simão CEMIG	1710,09	2278,00
Ilha Solteira CESP	3443,75	8422,00
Barra Bonita CESP	139,97	656,25
Bariri AS Lima CESP	144,00	691,01
Ibitinga CESP	131,01	686,67
Promissão CESP	264,01	1076,30
Nova Avanhandava CESP	346,95	1273,22
Três Irmãos CESP	808,07	1852,95
Jupia CESP	1551,01	6899,54
Porto primavera CESP	1540,01	8466,28
Jurumirim CESP	97,74	349,00
Chavantes CESP	413,99	631,00
LN Garcez CESP	71,99	441,67
Capivara CESP	607,90	1322,00
Taquaruu CESP	55,00	2345,47
Rosana CESP	372,01	2047,42
Itaipu ITAIPU	12599,87	11289,20
Foz de Areia COPEL	1676,00	1174,00
Segredo COPEL	1259,99	1082,00
Salto Santiago ELESUL	1332,04	1262,00

<i>Usinas Hidroelétricas</i>	<i>Potência Máxima (MW)</i>	<i>Vazão Turbinada Máxima (m³/s)</i>
Salto Osório ELESUL	1077,96	1695,18
Passo Fundo ELESUL	226,01	96,36
Passo Real CEEE	157,98	353,99
Jacuí CEEE	180,00	224,92
Itauba CEEE	499,99	598,30
Cachoeira Parigot de So COPEL	260,01	608,93
Salto Grande CEMIG	101,99	133,53
Mascarenhas ESCELS	130,98	693,75
Três Marias CEMIG	396,02	790,74
Sobradinho CHESF	1050,21	4226,20

B2 Usinas termoeletricas do Sistema Brasileiro

<i>Usinas Termoeletricas</i>	<i>Potência Máxima (MW)</i>	<i>Custo de Produção (\$/MWh)</i>
Charqueadas	72	19,11
Figueira	20	18,67
J. Lacerda A1	100	20,02
J. Lacerda A2	132	16,00
J. Lacerda B	262	15,50
J. Lacerda C	363	11,61
P. Médici A	126	10,45
P. Médici B	320	10,45
S. Jerônimo	20	24,83
Camaçari D/G	346	6,53
St. Cruz N. DI	166	29,82
UTE Brasília	10	52,37
Canoas	160,6	3,68
Cuiabá G CC	480	0,21
Eletrobolt	386	3,35
Fafen	151	2,38
Fortaleza	347	2,38
Ibiritermo	235	2,58
Juiz de Fora	87	9,67
Macaé Mercha	923	3,24
Norte flu-1	400	0,35
Norte flu-2	315	1,42
Norte flu -3	85	2,48
Norte flu -4	69	3,60

<i>Usinas Termoeletricas</i>	<i>Potência Máxima (MW)</i>	<i>Custo de Produção (\$/MWh)</i>
Nova Pirat	386	6,00
Pirat.12 G	200	13,19
R. Silveira G	32	7,44
Termo Bahia	186	2,90
Termo Ceara	220	2,76
Termo PE	638	2,17
Termo Rio	793,1	4,16
Três Lagoas	240	3,68
Uruguaiana	638	2,68
W. Arjona G	190	6,60
Angra 1	657	0,39
Angra 2	1350	0,32
Alegrete	66	20,44
Carioba	36	18,74
Igarapé	131	8,65
Nutepa	24	11,44
St. Cruz 12	84	5,87
St. Cruz 34	440	5,87

B3 Reservatórios de acumulação do Sistema Brasileiro

<i>Reservatórios de acumulação</i>	<i>Volume Máximo (MMC)</i>	<i>Volume Mínimo (MMC)</i>
Camargos	672	0
Furnas	22950	5733
Peixoto (Mascarenhas)	2500	0
Caconde	504	0
Marimbondo	5887	627
Agua Vermelha	11025	5856
Emborcação	17725	4669
Itumbiara	17027	4573
São Simão	12540	7000
Ilha Solteira	34432	25467
Barra Bonita	2566	0
Promissão	2128	0
Três Irmãos	3440	0
Porto primavera	5600	0
Jurumirim	3165	0
Chavantes	3040	0

<i>Reservatórios de acumulação</i>	<i>Volume Máximo (MMC)</i>	<i>Volume Mínimo (MMC)</i>
Capivara	5724	0
Fos de Areia	3805	0
Segredo	388	0
Salto Santiago	4113	0
Passo Fundo	1404	0
Passo Real	3595	0
Cachoeira (Parigot)	156	0
Três Marias	15278	0
Sobradinho	28669	5856

ANEXO C

C1 Usinas hidroelétricas do Sistema Interligado Peruano

<i>Usinas Hidroeléctricas</i>	<i>Potência Máxima (MW)</i>	<i>Vazão Turbinada Máxima (m³/s)</i>
Matucana	128,57	14,8
Huinco	217,33	21,96
Callahuanca G-4	34,81	9,61
Callahuanca G123	45,61	10,88
Moyopampa	66,12	17,5
Huampani	30,17	18,5
Huanchor	19,63	10
Cahua	43,11	22,86
Cañon del Pato 1	263,49	77
Cañon del Pato 2	263,49	77
Pariac	4,95	2,2
Gallito Ciego	38,14	44,8
Carhuaquero	95,01	23
Carhuaquero G5	5,71	19,5
Carhuaquero G4	10,06	2,5
Malpaso	48,01	71
Mantaro	670,65	104,35
Restitucion	215,35	99,79
Oroya	9,48	6,45
Pachachaca	9,64	6,56
Yaupi	110,20	28,08
Yuncan	136,76	29,58
Chimay	150,89	82
Yanango	42,60	20
Charcani I	1,72	10
Charcani II	0,6	4,8
Charcani III	4,58	8,51
Charcani IV	15,3	15
Charcani V	129,62	22,31
Charcani VI	8,94	15
Aricota I	22,49	4,6
Aricota II	12,40	4,6
Machupicchu I	88,80	31
San Gaban II	113,09	19
Misapuquio	3,86	2
San Antônio	0,58	2,92

<i>Usinas Hidroelétricas</i>	<i>Potência Máxima (MW)</i>	<i>Vazão Turbinada Máxima (m³/s)</i>
San Ignacio	0,42	2,5
Huayllacho	0,18	0,15
Curumuy	12,49	36
Poechos I	15,39	45
Poechos II	10	60
Santa Rosa I	1,02	5,5
Santa Rosa II	1,7	5
Platanal	217,38	41,13
Santa Cruz I	6,22	6
Yanapampa	4,5	20
La Joya	9,6	10
Angel I	20	8,6
Angel II	20	8,6
Angel III	20	8,6
Huasahuasi I	7	20
Huasahuasi II	7	20
Santa Cruz II	6,49	6
Roncador	1,89	12
Nuevo Imperial	3,97	7,5
Pizarras	18,04	22

C2 Usinas termoeletricas do Sistema Interligado Peruano

<i>Usinas Termoeletricas</i>	<i>Potência Máxima (MW)</i>	<i>Custo de Produção (\$/MWh)</i>
Trujillo	20,36	342,41
Chimbote	39,09	359,21
TG Piura	17,09	314,69
Santa Rosa UTI5	53,06	35,76
Santa Rosa UTI6	52,58	37,58
PIU1 R6	10,75	198,48
CHICR6	19,61	188,74
Sullana	6,44	248,13
Paíta	3,72	253,87
CC Tgven3s	225,1	19,05
CC Tgven3c	13,66	19,87
CC Tgven4s	228,01	19,03
CC Tgven4c	18,35	19,68
TG_WES	123,91	31,78

<i>Usinas Termoelétricas</i>	<i>Potência Máxima (MW)</i>	<i>Custo de Produção (\$/MWh)</i>
TG agt1	87,55	30,32
TG agt2	86,96	29,57
TG Malacas1	15,01	41,72
TG Malacas2	14,97	351,65
TG4 Malacas	90,33	32,18
TG4 Malacas con	12,40	52,68
Shougesa	61,71	188,94
Shougesa-C	1,24	226,43
TUMNU 1	8,03	143,99
TUMNU 2	8,09	145,57
Taparachi	4,31	248,59
Bellavista	3,5	278,82
Chilinas2	6,19	246,76
Chilinas3	9,9	268,97
Chilinascc	16,69	283,15
Chilmd	10,11	144,51
Calamd	25,5	142,24
Mollendo1	30,28	137,93
Mollendo2	73,2	266,15
Ilotv 2	22,81	175,34
Ilotv 3	67,63	117,19
Ilotv 4	38,61	181,45
Ilogd	3,27	224,53
Ilo tg1	34,92	266,20
Ilo tg2	30,72	267,54
Ilo tvcl	141,87	39,83
Pucallpa W	24,52	153,97
Chilca TG1	171,46	26,08
Pisco GN	36,63	33,48
Kallpa TG1	174,40	27,66
Independência GN	22,98	25,47
Chilca TG2	170,27	26,51
Chilca TG3	194,19	26,92
TGN Santa Rosa	199,83	28,13
Kallpa TG2	193,51	27,47
Kallpa TG3	197,84	27,3
TG Las Flores	198,44	29,02
TG San Nicolas	171,7	247,15
C Trujillo Emerg.	62,12	236,35

<i>Usinas Termoelétricas</i>	<i>Potência Máxima (MW)</i>	<i>Custo de Produção (\$/MWh)</i>
C Tarapoto	12	153,27
C Bellavista	3,2	279,3
C Moyobamba	2	284,34
C Pto. Maldonado	8,16	244,46
Sto. Domingo	197,6	33,31
Kallpa CC	858,57	18,39
Fênix CC	521,5	21,35
Chilca CC	847,5	18,77

C3 Reservatórios de acumulação do Sistema Interligado Peruano

<i>Reservatórios de acumulação</i>	<i>Volume Máximo (MMC)</i>	<i>Volume Mínimo (MMC)</i>
Lago Huangush Alta	24,84	0
Lago Huangush Bajo	0,69	0
Lago Huangush Bajo	3,80	0
Victoria	1,51	0
Pacchapata	1,37	0
El Panne	95,00	0
Aguada Blanca	39,20	9
Pillones	80,00	0
El Frayle	135,00	0
Lagoa Aricota	270,00	36
Sibinacocha	116,30	25
Macusani	36,23	0
Aguashcocha	8	0
Rajucolta	10	0
Huisca-Arcata	24,05	0
Pariguana	5,47	0
Huarahuarco	14,61	0
Vilafro	2,97	0
Poechos	500	0
Paucarcocha	70	0
Bampunate	40	0
Challahuanca	25	0
Pumamayo	40	0
Laguna Corani A	14	0
Laguna Corani B	24,5	0

C4 Reservatórios de regulação do Sistema Interligado Peruano

<i>Reservatórios de Compensação</i>	<i>Volume Máximo (MMC)</i>
Tablachaca	2,76
Sheque	0,40
Cahua	0,03
Eq. Pariac	0,01
Toma Cañon del Pato	0,00
San Diego	0,65
Gallito Ciego	0,72
Cirato	0,27
Taza Vieja	0,12
Taza Nueva	0,05
Cut Off	0,00
Toma Rumichaca	0,00
Huallamayo	0,46
Yuncan	0,02
Toma Manto	0,00
Chimay	1,20
Puente Cincel	0,20
Campanario	0,08
Aricota	0,04
San Gaban	0,14
Misapuquio	0,01
Egidos	0,80
Capillucas	0,96