

**Eduardo Preto**

**Investigação Experimental da Atenuação de Vibrações em  
Rotores Flexíveis utilizando Ligas com Memória de Forma**

Ilha Solteira

2022

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JULIO DE MESQUITA FILHO"  
FACULDADE DE ENGENHARIA  
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

**Eduardo Preto**

**Investigação Experimental da Atenuação de Vibrações em  
Rotores Flexíveis utilizando Ligas com Memória de Forma**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Fábio Roberto Chavarette

Ilha Solteira

2022

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

P942i Preto, Eduardo.  
Investigação experimental da atenuação de vibrações em rotores flexíveis utilizando ligas com memória de forma / Eduardo Preto. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2022  
133 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Mecânica dos Sólidos, 2022

Orientador: Fábio Roberto Chavarette

Inclui bibliografia

1. Liga com memória de forma. 2. Máquinas rotativas. 3. Controle de vibrações.

  
Raiane da Silva Santos

**CERTIFICADO DE APROVAÇÃO**

**TÍTULO DA DISSERTAÇÃO:** Investigação Experimental da Atenuação de Vibrações em Rotores Flexíveis utilizando Ligas com Memória de Forma

**AUTOR: EDUARDO PRETO**

**ORIENTADOR: FABIO ROBERTO CHAVARETTE**

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em ENGENHARIA MECÂNICA, área: Mecânica dos Sólidos pela Comissão Examinadora:

  
Prof. Dr. FABIO ROBERTO CHAVARETTE (Participação Virtual)  
Departamento de Engenharia, Física e Matemática / Instituto de Química de Araraquara - UNESP

  
Prof. Dr. MARCIO ANTONIO BAZANI (Participação Virtual)  
Departamento de Engenharia Mecânica / Unesp - Ilha Solteira

  
Prof. Dr. MARCELO AMORIM SAVI (Participação Virtual)  
Departamento de Engenharia Mecânica / Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ

Ilha Solteira, 16 de agosto de 2022

## AGRADECIMENTOS

À minha família, em especial ao meu pai, mãe, avô e avó pelo apoio desde o momento em que decidi ingressar na UNESP até o presente momento.

Aos professores que tive a oportunidade de absorver imensurável conhecimento durante a graduação e mestrado, em especial ao Professor Gustavo Luiz Chagas Manhães de Abreu, pela orientação e, principalmente, por acreditar no meu potencial para desenvolver esse projeto.

Ao Professor Fábio Roberto Chavarette pela orientação nessas etapas finais do projeto.

A Aline por poder compartilhar os melhores momentos e por ser meu suporte nas situações mais complicadas e difíceis.

Aos amigos que foram de fundamental importância nessa caminhada, em especial ao Kayc, Luciano, Rubens, Matheus, Matheus Silva (J), Juliano (Zê) e Emerson.

Aos técnicos Carlos e Diego pela ajuda e disposição para o desenvolvimento do projeto.

Aos pós-graduando Daniel Obata, Vinícius, Luccas Miguel, Alex Sanches e Maurício pela ajuda com a parte eletrônica, análise de sinais, instrumentação, ensaios e dúvidas que sempre surgiam.

Aos professores Luiz Francisco Malmonge e José Antônio Malmonge pela autorização de uso de equipamentos do Departamento de Física e Química da Unesp de Ilha Solteira.

Ao professor Marcelo Amorim Savi pela ajuda no maior entendimento do comportamento das ligas com memória de forma e os seus ensaios para caracterização.

A Marco Túlio Alves pelo material e dados disponibilizados.

A empresa *Fort Wayne Metals Research Products Corporation*, em especial a Engenheira de Aplicações de Nitinol Jenica Kolhoff, pela ajuda e doação dos fio de nitinol para a realização do projeto.

A UNESP de Ilha Solteira pelo crescimento profissional e social, a qual serei eternamente grato.

A CAPES pelo apoio financeiro que viabilizou a realização desse trabalho.

*"Se você quiser, se você se esforçar, se você treinar, se você entrar de cabeça, se você se concentrar. Nada garante que você vai conseguir."*

*— Daniel Furlan*

## RESUMO

Os sistemas rotativos estão sujeitos a excitações externas e internas que provocam vibrações indesejáveis, colocando em risco a própria integridade estrutural do sistema e a segurança dos operadores. No âmbito industrial, por exemplo, a atenuação das vibrações pode permitir aos sistemas rotativos, uma operação mais eficiente e segura, proporcionando manutenções periódicas menos frequentes evitando gastos dispendiosos. Neste contexto, o controle de vibrações tem sido objeto de preocupação de inúmeros centros de pesquisa e a literatura especializada é rica em propostas de soluções para esta questão. Este trabalho apresenta uma proposta teórica e experimental de um rotor flexível contendo elementos de liga com memória de forma, cuja finalidade é o aumento da rigidez e geração de amortecimento das vibrações decorrentes de frequências naturais e forças externas, notadamente das forças de desbalanceamento. Este trabalho busca a construção de um conhecimento teórico e particularmente experimental, numa área de pesquisa de domínio restrito e relevância indiscutível.

**Palavras-chave:** Liga com memória de forma, máquinas rotativas, controle de vibrações.

## ABSTRACT

Rotating systems are subject to external and internal excitations that cause undesirable vibrations, jeopardizing the structural integrity of the system and the safety of operators. In the industrial scope, for example, the attenuation of vibrations can allow rotating systems to operate more efficiently and safely, providing less frequent periodic maintenance, and avoiding costly expenses. In this context, vibration control has been the object of concern of numerous research centers, and the specialized literature is rich in proposed solutions to this issue. This work presents a theoretical and experimental proposal for a flexible rotor containing shape memory alloy elements, whose purposes will be to increase stiffness and generate damping of vibrations resulting from external forces, notably unbalanced forces. This work seeks the construction of theoretical and particularly experimental knowledge in a research area of the restricted domain and indisputable relevance.

**Keywords:** Shape memory alloys, rotating machines, vibration control.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> - Esquemática do aparato experimental. . . . .	20
<b>Figura 2</b> - Aparato experimental: (a) Suporte com a LMF alojada. (b) Bancada experimental. . . . .	21
<b>Figura 3</b> - Detalhes do experimento de Maesta (2016): (a) representação do aerofólio e (b) disposição dos fios e com o superior (LMF1) sendo aquecido. . . . .	22
<b>Figura 4</b> - Detalhes do experimento de Alves (2015): a) representação do aparato e b) posição dos fios de LMF, angulação e decomposição das forças. . . . .	23
<b>Figura 5</b> - Disposição dos fios de LMF no mancal do rotor flexível do projeto de Braga et al. (2018): 1-Tensionador fixo, 2-Célula de carga móvel, 3-Fio de LMF, 4-Mancal suspenso, 5-Mola centralizadora e 6-Tensionador móvel. . . . .	23
<b>Figura 6</b> - Diagrama de densidade de energia, tensão e deformação na atuação de diferentes materiais inteligentes. . . . .	26
<b>Figura 7</b> - Diagrama de densidade específica de energia na atuação em função da frequência de atuação de diferentes materiais inteligentes. . . . .	26
<b>Figura 8</b> - Representação esquemática da estrutura das ligas com memória de forma. . . . .	27
<b>Figura 9</b> - Representação da transformação de fase induzida pela variação de temperatura em LMF. . . . .	28
<b>Figura 10</b> - Ocorrência de mudança de fase devido a presença de tensão atuante. . . . .	29
<b>Figura 11</b> - Gráfico tensão, deformação e temperatura de LMF representando o efeito memória de forma. . . . .	30
<b>Figura 12</b> - Efeito memória de forma <i>two way</i> em uma mola helicoidal. . . . .	31
<b>Figura 13</b> - Diagrama tensão - deformação representando o efeito pseudoelástico. . . . .	32
<b>Figura 14</b> - Chevron presente em uma aeronave da Boeing. . . . .	33
<b>Figura 15</b> - Roda feita de molas de LMF para missões espaciais em Marte. . . . .	34
<b>Figura 16</b> - Esquema da implantação do <i>stent</i> em uma veia ou artéria. . . . .	35

<b>Figura 17</b> - Aplicações na odontologia: (a) Ortodontia: uso de fios em aparelhos dental e (b) Uso de brocas feitas de nitinol em cirurgia de canal. . . . .	36
<b>Figura 18</b> - Diagrama das tensões de transformações de austenita-martensita demaçada em função da temperatura. . . . .	39
<b>Figura 19</b> - Diagrama tensão vs temperatura para as mudanças de fase de LMF. . . . .	40
<b>Figura 20</b> - Diagrama tensão vs temperatura para uma temperatura constante e as tensões nas fronteiras de transformação. . . . .	41
<b>Figura 21</b> - Comparação entre as curvas de Bézier cúbica e a função cossenoidal de Brinson (1993). . . . .	43
<b>Figura 22</b> - Ensaio DSC para obter as temperaturas de transição da martensita e austenita. . . . .	45
<b>Figura 23</b> - Diagrama de fases da LMF utilizada. . . . .	46
<b>Figura 24</b> - Aparato para medição da força e temperatura da LMF: (a) 1-Fio de LMF; 2-Termopar tipo K; 3-Fonte de corrente contínua; 4-Célula de carga. (b) Sistema de aquisição do termopar. . . . .	47
<b>Figura 25</b> - Dados do ensaio para verificar o comportamento da temperatura e força no fio devido a variação da tensão elétrica: (a) Comportamento da temperatura no tempo para diferentes tensões. (b) Comportamento da força no fio para diferentes tensões elétricas. . . . .	49
<b>Figura 26</b> - Comportamento da fração volumétrica de martensita $\xi$ variando a temperatura e deformação na LMF. . . . .	50
<b>Figura 27</b> - Representação de um elemento da discretização de comprimento $L$ e os quatro graus de liberdade em cada nó. . . . .	52
<b>Figura 28</b> - Representação da discretização do rotor com a indicação dos dos elementos em seus respectivos nós. . . . .	52
<b>Figura 29</b> - (a)Modelo da disposição dos fios realizado no PTC Creo, onde as forças de cada fios são dadas por $f$ e as resultantes por $F$ . (b) Bancada experimental focando no mancal com os fios de LMF instalados. . . . .	57
<b>Figura 30</b> - Esquema da disposição dos fios de LMF no mancal. (a) Representação estática do sistema. (b) Representação do sistema deslocando na vertical e horizontal. . . . .	57
<b>Figura 31</b> - Fluxograma do acoplamento dos modelos. . . . .	61

<b>Figura 32</b> - Bancada experimental indicando os componentes na duas etapas do ensaio. 1-motor elétrico; 2-primeiro mancal; 3-rotor; 4-segundo mancal; 5-células de carga; 6-fios de nitinol; 7-molas helicoidais de aço; 8-fios para aquecimento da liga. . . . .	63
<b>Figura 33</b> - Pino de fixação do fio de LMF. 1-Furo para passagem do fio; 2-Furo para parafuso fixar o fio; 3-Região roscada para fixação do pino na célula de carga. . . . .	63
<b>Figura 34</b> - Instrumentação do mancal e disco. 1-Célula de carga 1; 2-Célula de carga 2; 3-Célula de carga 3; 4-Célula de carga 4; 5-Acelerômetro ICP unidirecional (vertical); 6-Acelerômetro ICP unidirecional (horizontal); 7-Fio de LMF. . . . .	64
<b>Figura 35</b> - Instrumentação do disco. 1-Laser; 2-Sistema de condicionamento do sinal. . . . .	65
<b>Figura 36</b> - Equipamentos de aquisição e aquecimento da liga. 1-Placa de aquisição QUANSER Q8-USB; 2-Placa arduino para aquisição da velocidade; 3-Fonte de corrente contínua; 4-Condicionador de sinal PCB para acelerômetros ICP; 5-Alimentador e condicionador para células de carga. . . . .	66
<b>Figura 37</b> - Sensor indutivo para aquisição da velocidade do rotor. 1-Sensor indutivo; 2-Motor elétrico; 3-Primeiro mancal e 4-Disco de mdf com arruelas metálicas. . . . .	67
<b>Figura 38</b> - Rampa de subida e descida da velocidade e tempo em que o rotor mantém a rotação máxima constante. . . . .	68
<b>Figura 39</b> - Sistema de controle para acionamento e desligamento do rotor utilizando o arduino. a) relé 1 atua para acionamento e o 2 para desligamento. b) portas de conexão dos relés com o inversor de frequência. . . . .	68
<b>Figura 40</b> - Esquema de aquisição do deslocamento do disco na vertical. . . . .	69
<b>Figura 41</b> - Comportamento do deslocamento vertical e horizontal do mancal antes de ser fixado os fios de nitinol. . . . .	71
<b>Figura 42</b> - Comportamento do deslocamento vertical e horizontal do disco antes de ser fixado os fios de nitinol. . . . .	71
<b>Figura 43</b> - Força no fio devido a variação da tensão elétrica (a) Comportamento da força para temperatura de $47^{\circ}C$ . (b) Comportamento da força para temperatura de $55^{\circ}C$ . . . . .	73

<b>Figura 44</b> - Força no fio devido a variação da tensão elétrica (a) Comportamento da força para temperatura de $65^{\circ}C$ . (b) Comportamento da força para temperatura de $77^{\circ}C$ . . . . .	74
<b>Figura 45</b> - Comportamento da força para temperatura de $95^{\circ}C$ . . . . .	75
<b>Figura 46</b> - Comportamento do deslocamento horizontal do mancal antes de ser fixado os fios de nitinol e após a fixação para diferentes temperaturas. . . . .	75
<b>Figura 47</b> - Comportamento do deslocamento vertical do mancal antes de ser fixado os fios de nitinol e após a fixação para diferentes temperaturas. . . . .	76
<b>Figura 48</b> - Comportamento do deslocamento horizontal do disco antes de ser fixado os fios de nitinol e após a fixação para diferentes temperaturas. . . . .	77
<b>Figura 49</b> - Comportamento do deslocamento vertical do disco antes de ser fixado os fios de nitinol e após a fixação para diferentes temperaturas. . . . .	78
<b>Figura 50</b> - FRF obtida no mancal do sentido vertical após o impacto na direção vertical do disco. . . . .	80
<b>Figura 51</b> - FRF obtida no mancal do sentido horizontal após o impacto na direção horizontal do mancal. . . . .	80
<b>Figura 52</b> - FRF obtida no mancal do sentido vertical após o impacto na direção vertical do mancal. . . . .	81
<b>Figura 53</b> - Diagrama de Campbell para o rotor sem a LMF. . . . .	82
<b>Figura 54</b> - Primeiro modo de vibrar do rotor - frequência $28,7 Hz$ . . . . .	83
<b>Figura 55</b> - Segundo modo de vibrar do rotor - frequência $28,9 Hz$ . . . . .	83
<b>Figura 56</b> - Terceiro modo de vibrar do rotor - frequência $48,8 Hz$ . . . . .	84
<b>Figura 57</b> - Quarto modo de vibrar do rotor - frequência $82,7 Hz$ . . . . .	84
<b>Figura 58</b> - Deslocamento vertical e horizontal do segundo mancal com rampa de $100 rpm/s$ . . . . .	85
<b>Figura 59</b> - Deslocamento vertical e horizontal do disco com rampa de $100 rpm/s$ . . . . .	85
<b>Figura 60</b> - Dados da simulação numérica do rotor flexível sem usar os fios de LMF: (a) Deslocamento do mancal. (b) Deslocamento do disco. . . . .	86
<b>Figura 61</b> - Deslocamento horizontal do segundo mancal com LMF e rampa de $100 rpm/s$ . . . . .	87
<b>Figura 62</b> - Deslocamento vertical do segundo mancal com LMF e rampa de $100 rpm/s$ . . . . .	88
<b>Figura 63</b> - Deslocamento horizontal do disco com LMF no mancal e rampa de $100 rpm/s$ . . . . .	88

<b>Figura 64</b> - Deslocamento vertical do disco com LMF no mancal e rampa de 100 rpm/s. . . . .	89
<b>Figura 65</b> - Força resultante na horizontal aplicada pela LMF. . . . .	93
<b>Figura 66</b> - Força resultante na vertical aplicada pela LMF. . . . .	93
<b>Figura 67</b> - Deslocamento horizontal do mancal para diferentes temperaturas e realizando a comparação entre o resultado simulado e o experimental. . . . .	94
<b>Figura A.1</b> - Sistema de coordenadas do rotor. . . . .	103
<b>Figura A.2</b> - Representação de um elemento do eixo com os seus graus de liberdade. . . . .	106
<b>Figura A.3</b> - Representação de um elemento do eixo com os seus graus de liberdade. . . . .	107
<b>Figura A.4</b> - Representação da fundação ligada ao rotor pelo mancal. . . . .	114
<b>Figura A.5</b> - Representação de uma massa em desbalanceamento de um sistema rotativo. . . . .	115
<b>Figura B.1</b> - Representação de uma FRF para obtenção do fator de amortecimento estimado. . . . .	118
<b>Figura B.2</b> - Representação das curvas do FAR, FAM e amortecimento de Rayleigh para um sistema genérico. . . . .	118
<b>Figura C.1</b> - Ensaio de tração do fio de nitinol. . . . .	124
<b>Figura C.2</b> - Ensaio de tração do nitinol para temperaturas diferentes. . . . .	125
<b>Figura C.3</b> - Simulação do ensaio de tração do nitinol para diferentes temperaturas. . . . .	126

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1</b>	-	Propriedades do fio nitinol. . . . .	45
<b>Tabela 2</b>	-	Parâmetros obtidos pela otimização. . . . .	48
<b>Tabela 3</b>	-	Análise do deslocamento horizontal do mancal. . . . .	76
<b>Tabela 4</b>	-	Análise do deslocamento do disco. . . . .	78
<b>Tabela 5</b>	-	Análise da frequência crítica no mancal. . . . .	78
<b>Tabela 6</b>	-	Propriedades do rotor ajustadas pela FRF. . . . .	81
<b>Tabela 7</b>	-	Propriedades dos Mancais ajustadas pela FRF. . . . .	82
<b>Tabela 8</b>	-	Análise das amplitudes críticas horizontais do mancal. . . . .	90
<b>Tabela 9</b>	-	Análise das frequências críticas horizontais no mancal. . . . .	90
<b>Tabela 10</b>	-	Análise amplitudes e frequências da primeira crítica vertical do mancal. . . . .	90
<b>Tabela 11</b>	-	Análise das amplitudes horizontais do disco. . . . .	91
<b>Tabela 12</b>	-	Análise das frequências críticas horizontais no disco. . . . .	91
<b>Tabela 13</b>	-	Análise das frequências críticas e amplitudes verticais no disco. . . . .	92
<b>Tabela 14</b>	-	Comparação do deslocamento e da primeira frequência crítica horizontal no mancal e disco. . . . .	95
<b>Tabela C.1</b>	-	Propriedades da matéria-prima. . . . .	124
<b>Tabela C.2</b>	-	Propriedades da matéria prima. . . . .	125

## Lista de Símbolos

### Letras Latinas

- $A$  - Área da secção transversal
- $A_c$  - Área circunferencial por unidade de comprimento do fio de LMF
- $A_s$  - Temperatura inicial de transformação austenítica
- $A_f$  - Temperatura final de transformação austenítica
- $a_M$  - Constante do material
- $a_0$  - Deslocamento relativo a geração da pré-tensão estática
- $a_1$  - Deslocamento relativo a pré-tensão dinâmica do lado 1
- $a_2$  - Deslocamento relativo a pré-tensão dinâmica do lado 2
- $b_0$  - Distância vertical do centro do eixo até o ponto de fixação do fio na célula de carga
- $C_A$  - Coeficiente de influência de tensão (austenita)
- $C_M$  - Coeficiente de influência de tensão (martensita)
- $[C]$  - Matriz amortecimento do sistema
- $[C_g]$  - Matriz de efeito giroscópio
- $c_p$  - Calor específico
- $c_0$  - Distância do centro do eixo até a fixação do fio na célula de carga na direção do fio
- $c_i$  - Comprimento do fio alongado
- $E$  - Módulo de elasticidade longitudinal
- $E_A$  - Módulo de elasticidade na fase de austenita
- $E_M$  - Módulo de elasticidade na fase de martensita
- $f(k)$  - Função de endurecimento
- $F_p$  - Vetor das forças de perturbação (externas)

$F_{LMF}$	-	Vetor das forças de controle gerada pela ação dos fios de LMF
$F_i$	-	Força resultante ocasionada pela LMF
$f_i$	-	Força ocasionada pela LMF
$h$	-	Coefficiente de transferência de calor por convecção
$h_{B(x)}$	-	Função de endurecimento para Brinson
$h_{L(x)}$	-	Função de endurecimento para Lagoudas
$h_{\hat{r}}$	-	Função de endurecimento inversa
$h_{\hat{f}}$	-	Função de endurecimento direta
$k_{\hat{f}}$	-	Variável de evolução da fração volumétrica na transformação direta
$k_{\hat{r}}$	-	Variável de evolução da fração volumétrica na transformação inversa
$[K]$	-	Matriz rigidez do sistema
$[K_t]$	-	Matriz de rigidez devido ao movimento transiente
$k$	-	Distância do centro do eixo até a posição de fixação da LMF
$L$	-	Comprimento do fio sem tensionamento
$l_0$	-	Comprimento do fio alongado para o rotor em repouso (pré-tensionado)
$[M]$	-	Matriz de massa do sistema
$M_s$	-	Temperatura inicial de transformação martensita
$M_f$	-	Temperatura final de transformação martensita
$R_w$	-	Resistência elétrica do fio em unidade de comprimento
$T$	-	Temperatura do material
$T_{amb}$	-	Temperatura do ambiente
$U$	-	Energia potencial
$V$	-	Tensão elétrica
$\{x\}$	-	Vetor deslocamento
$x_b$	-	Deslocamento do mancal

## Letras Gregas

$\alpha_0$	-	Ângulo entre o fio e a vertical para o rotor em repouso
$\alpha_i$	-	Ângulo entre o fio e a vertical
$\sigma$	-	Tensão mecânica atuante
$\sigma_{M_s}$	-	Tensão de início de formação de martensita não maclada
$\sigma_{M_f}$	-	Tensão final de formação de martensita não maclada
$\sigma_{A_s}$	-	Tensão de início de formação de austenita
$\sigma_{A_f}$	-	Tensão final de formação de austenita
$\sigma_s^{cr}$	-	Tensão crítica de início de formação de martensita não maclada
$\sigma_f^{cr}$	-	Tensão crítica de final de formação de martensita não maclada
$\delta W$	-	Trabalho virtual
$\epsilon_R$	-	Deformação residual
$\xi$	-	Fração volumétrica de martensita
$\xi_0$	-	Fração volumétrica de martensita inicial
$\xi_T$	-	Fração volumétrica de martensita induzida por temperatura
$\xi_S$	-	Fração volumétrica de martensita induzida por tensão
$\xi_{T0}$	-	Fração martensítica inicial induzida por temperatura
$\xi_{S0}$	-	Fração martensítica inicial induzida por tensão mecânica
$\omega$	-	Velocidade angular
$\rho$	-	Densidade da liga com memória de forma
$\Delta L_0$	-	Elongação do fio na pré-tensão

## Lista de Siglas

- ADV* - *Absorvedores dinâmicos de vibrações*
- DSC* - *Diferencial Scanning Calorimetry*
- FAPESP* - *Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo*
- GMSINT* - *Grupo de Materiais e Sistemas Inteligentes*
- LMF* - *Liga com Memória de Forma*
- MEF* - *Método de Elementos Finitos*
- NASA* - *National Aeronautics and Space Administration*
- NiTi* - *Liga de Níquel-Titânio - Nitinol*
- SFD* - *Amortecedor de filme de aperto variável*

## SUMÁRIO

	<b>Página</b>
<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> 14
1.1	Objetivo geral . . . . . 15
1.2	Objetivos específicos . . . . . 16
1.3	Contribuição do trabalho . . . . . 16
1.4	Estrutura da Dissertação . . . . . 17
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> 18
2.1	Tipos de controle . . . . . 18
2.1.1	Rotores flexíveis . . . . . 19
2.1.2	Trabalhos realizados na área . . . . . 20
<b>3</b>	<b>LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA</b> 24
3.1	História das Ligas com Memória de Forma . . . . . 24
3.2	Propriedades das Ligas com memória de Forma . . . . . 25
3.2.1	Efeito Memória de Forma . . . . . 28
3.2.2	Efeito Pseudoelástico . . . . . 31
3.2.3	Principais Aplicações . . . . . 32
3.3	Modelos constitutivos das LMFs . . . . . 36
3.3.1	Modelo de Brinson . . . . . 37
3.4	Parâmetros do Nitinol . . . . . 44
3.4.1	Ensaio DSC da LMF . . . . . 44
3.4.2	Análise das propriedades do fio de nitinol . . . . . 45
3.4.3	Determinação da temperatura da LMF . . . . . 46
3.4.4	Comportamento da fração martensítica . . . . . 49
<b>4</b>	<b>MODELAGEM DO ROTOR</b> 51
4.1	Disposição dos fios no mancal . . . . . 55
4.2	Acoplamentos dos modelos . . . . . 60
<b>5</b>	<b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS</b> 62
5.1	Montagem da Bancada experimental . . . . . 62

5.1.1	Aquisição de velocidade . . . . .	66
5.1.2	Sistema de acionamento do Rotor . . . . .	67
5.1.3	Deslocamento vertical do disco . . . . .	68
5.2	Ensaio do rotor sem LMF . . . . .	70
5.3	Ensaio do rotor com fios de LMF . . . . .	71
5.3.1	Análise do mancal com LMF . . . . .	72
5.3.2	Análise do disco com LMF . . . . .	77
<b>6</b>	<b>SIMULAÇÃO NUMÉRICA</b>	<b>79</b>
6.1	Validação do modelo do rotor sem LMF . . . . .	79
6.2	Simulação numérica do rotor sem a LMF . . . . .	84
6.3	Simulação numérica com LMF . . . . .	86
6.4	Comparação do experimental com a simulação . . . . .	93
<b>7</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>96</b>
7.1	Sugestões para trabalhos futuros . . . . .	97
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>98</b>
	<b>Apêndice A – Modelagem matemática de rotores</b>	<b>102</b>
A.1	Disco . . . . .	102
A.2	Eixo . . . . .	105
A.2.1	Energia de deformação por flexão . . . . .	105
A.2.2	Energia de deformação por carga axial . . . . .	108
A.2.3	Energia de deformação total . . . . .	108
A.2.4	Resolvendo a equação de Lagrange para a energia de deformação . . . . .	109
A.2.5	Energia cinética eixo . . . . .	111
A.2.6	Resolvendo a equação de Lagrange para a energia cinética . . . . .	111
A.3	Mancal . . . . .	113
A.4	Forças de desbalanceamento . . . . .	115
	<b>Apêndice B – Determinação dos fatores de amortecimento proporcional</b>	<b>117</b>
B.1	Amortecimento modal . . . . .	117
B.2	Fator de amortecimento proporcional . . . . .	118
	<b>Apêndice C – Códigos usados para o desenvolvimento do projeto e dados do Nitinol</b>	<b>121</b>
C.1	Controle do inversor de frequência pelo arduino . . . . .	121

C.2	Aquisição de velocidade e controle da fonte de corrente contínua . . . . .	122
C.3	Caracterização da matéria prima - Nitinol . . . . .	123
C.4	Ensaio de tração do fio de LMF . . . . .	124

## 1 INTRODUÇÃO

O interesse do ser humano por vibrações surgiu com a descoberta dos primeiros instrumentos musicais. Séculos depois, os esforços nesta área se voltaram para descrever fenômenos físicos e formas de representar matematicamente um sistema vibracional. A partir disso, ela passou a ser mais estudada para estabelecer os fundamentos que são usados em diversas áreas. Os conceitos de vibrações são amplamente utilizados na engenharia, com aplicações em projetos de máquinas, estruturas, motores, turbinas e sistemas de controle (RAO, 2009).

Rao (2009) define vibração como sendo qualquer tipo de movimento que apresenta repetição em um determinado intervalo de tempo, como por exemplo a oscilação de um pêndulo. De forma genérica, pode-se definir um sistema vibratório como a junção de dispositivos que armazenam energia potencial, cinética e os que dissipam energia. Esse tipo de sistema atua com a mudança de energia, seja de potencial para cinética ou cinética para potencial. Já com a presença de amortecimento, ocorre a redução de energia a cada ciclo, até o momento que o sistema não oscile mais. Quando há uma fonte externa de energia, o sistema pode não estabilizar e entrar em regime permanente de oscilação (RAO, 2009)

Na maioria dos sistemas de engenharia o ser humano atua como parte integral, portanto a transmissão dessa vibração para o indivíduo pode causar desconforto e até problemas na sua segurança (RAO, 2009). Além disso, a vibração excessiva causa a redução do tempo de vida do equipamento, principalmente de rotores. Assim é necessário maior atenção e manutenções mais frequentes no equipamento, pois tais efeitos podem intensificar falhas por fadiga ou provocar a deformação plástica do material, gerando gastos indesejados para a indústria (ABREU, 1998).

Em sua maioria, as vibrações são consideradas indesejadas. Esses efeitos são intensificados quando a frequência de excitação do sistema atinge algumas das suas frequências naturais, ocasionando a ressonância (SILVA, 2017).

Ela é considerada benéfica para algumas aplicações industriais como: peneiras mecânicas, máquinas de lavar e compactadoras (RAO, 2009). Há também aplicações no agronegócio, como colhedoras de café, que geram vibrações por meio do desbalanceamento de

uma massa que rotaciona e com isso derrubam o fruto da planta.

O problema encontrado em máquinas rotativas está na passagem pela velocidade crítica e pela presença de desbalanceamento. Isso provoca o desgaste prematuro do equipamento, emissão de ruídos e falha por fadiga em algum dos componentes. A taxa de aceleração do rotor pode ser aumentada sempre que desejar passar pela velocidade crítica rapidamente e assim amenizar os seus efeitos, mas para isso é necessário que o motor possua uma alta potência (GERONEL, 2017). Uma forma de conciliar o aumento da aceleração e o desempenho do equipamento seria a redução de peso do conjunto rotativo, mas isso provoca o aumento da flexibilidade e maiores níveis de vibrações, além de proporcionar o aparecimento de não linearidades (ALVES, 2015).

Uma maneira de realizar o controle de vibrações tem sido a utilização de materiais inteligentes (SILVA, 2017). Entre esses materiais estão as ligas com memória de forma (LMFs), que sujeitas a uma tensão mecânica e variação de temperatura tendem a modificar sua rigidez e dissipar energia em determinadas situações (GERONEL, 2017). Assim, é possível o rotor atingir sua velocidade de rotação sem sofrer influência da passagem pela velocidade crítica, visto que a LMF desloca a frequência natural para maiores valores no início do processo, além de poder amortecer o sistema, reduzindo a amplitude da ressonância.

Este trabalho é baseado na tese de Alves (2015), na qual é verificado o comportamento do rotor quando submetido a atuadores de LMF. Diferentemente do trabalho base, esse altera a forma de aquecimento, trocando os sopradores térmicos por corrente elétrica. O principal objetivo dessa troca foi devido a redução do tamanho do sistema de aquecimento, visto que removerá os sopradores e as câmaras de aquecimento e no lugar será usada uma fonte de corrente contínua e cabos ligados aos fios, que estarão isolados da estrutura.

Além disso, Alves (2015) utilizou um rotor flexível de menor inércia e o mancal com elevada rigidez vertical, sendo considerada uma restrição dessa direção, ou seja, apenas deslocamento na horizontal. O presente trabalho considera o deslocamento do mancal nas duas direções (vertical e horizontal), além de uma inércia maior. A disposição dos fios feita pelo trabalho base seguiu uma otimização para a melhor angulação, mas devido a limitações financeiras e da bancada foi selecionada uma angulação que influencia com maior intensidade o deslocamento vertical e menor o horizontal. Pois, será possível verificar duas situações de atuação ao mesmo tempo.

## 1.1 Objetivo geral

Desenvolver numérico e experimentalmente um sistema de controle semiativo para atenuação de vibrações em rotores flexíveis utilizando elementos de ligas com memória de forma. Os fios serão instalados em um dos mancais e aquecidos por corrente elétrica. A análise é feita com base nos deslocamentos e frequência de ressonância do sistema realizando medições no disco e mancal para verificar o comportamento na presença e ausência do controle. Por fim, será comparado o modelo numérico com os dados experimentais.

## 1.2 Objetivos específicos

- Elaborar o modelo numérico do rotor e da suspensão dos fios da liga;
- Realizar a integração do modelo do rotor, da suspensão do fio e da LMF já existente;
- Adaptar a bancada experimental para a suspensão do mancal com os fios de LMF;
- Ajustar o sistema de aquisição para obter as informações dos acelerômetros, células de carga, vibrômetro (laser), velocidade do rotor e termopares;
- Realizar a montagem do circuito de aquecimento;
- Definir a relação de temperatura e tensão elétrica no fio de LMF pré tensionado instalado no sistema;
- Analisar o desempenho do rotor quando a liga é submetida a diferentes temperaturas;
- Comparar o modelo teórico com os dados da bancada experimental.

## 1.3 Contribuição do trabalho

O Grupo de Materiais e Sistemas Inteligentes (GMSINT) apresenta uma grande literatura sobre a utilização de LMFs, mas a maioria se concentra em trabalhos teóricos e sistemas simples para validação de modelos ou obtenção de propriedades delas. Esta área era coordenada pelo Professor Dr. Vicente Lopes Júnior e com a sua aposentadoria o Professor Dr Gustavo Luiz C. M. Abreu passou a desenvolver pesquisas com as LMFs. Dentre os trabalhos recentes desenvolvidos pelo grupo, encontra-se Miazaki (), Geronel (2017), Silva (2017) e Araujo (2021). Esses projetos tiveram como foco simular os efeitos da LMF nos sistemas de forma numérica.

Este trabalho busca ampliar os conhecimentos na área experimental e iniciar pesquisas em sistemas dinâmicos utilizando LMFs para o controle de vibrações. O autor desse trabalho iniciou o estudo nessa área durante a graduação com iniciação científica subsidiada pela FAPESP (processo:18/06490-3) e foi dada continuidade com esse trabalho e com uma publicação em congresso (PRETO et al., 2021).

O estudo realizado será de fundamental importância para os próximos passos das pesquisas na área de LMFs no grupo e academia, devido aos dados analisados, metodologias aplicadas, ensaios desenvolvidos e o contato realizado com a empresa *Fort Wayne Metals*, podendo ser estabelecidas parcerias para futuros projetos.

Esse trabalho apresenta relevância e contribuições significantes no âmbito do estudo de LMFs e controle de vibrações em rotores. A utilização de corrente elétrica nesse tipo de aplicação é pouco estudado em sistemas similares na literatura. Além disso, a base de dados será de fundamental importância para o início de novos estudos para tornar os atuadores compactos.

#### **1.4 Estrutura da Dissertação**

Esse trabalho está disposto da seguinte maneira: O capítulo 1 apresenta o trabalho, seus objetivos e contribuições. No capítulo 2 é feita uma revisão bibliográfica sobre os tipos de controle, o que define um rotor flexível e trabalhos relevantes desenvolvidos na área de estudo. O Capítulo 3 é estudado as LMFs, o modelo constitutivo usado e os ensaios e parâmetros da LMF utilizada nesse trabalho. A modelagem do rotor e da suspensão dos fios são apresentados no capítulo 4. Os dados e análises resultantes da bancada experimental, assim como a metodologia desenvolvida, estão dispostos no capítulo 5. Com as equações constitutivas da LMF, modelo rotor, dados experimentais do rotor e suspensão dos fios é possível obter os resultados por simulação numérica que estão no capítulo 6. Por fim, no capítulo 7 tem-se as conclusões e sugestões de trabalhos futuros nessa área.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esse capítulo apresenta inicialmente uma revisão sobre os tipos de controles possíveis, desse modo será possível identificar porque as LMFs se caracterizam como um controle semi ativo. Como o trabalho aborda a atuação em rotores flexíveis, ele será apresentado para distingui-los dos demais e quais são os métodos utilizados para controle de vibrações neles. Na sequência será apresentado um breve resumo dos trabalhos relevantes nessa área, que foram fundamentais para o desenvolvimento desse trabalho.

### 2.1 Tipos de controle

Quando um sistema apresenta vibrações excessivas ou indesejadas uma alternativa é utilizar absorvedores dinâmicos de vibrações (ADV). Eles podem realizar o controle desse fenômeno de três formas: Passiva, passivo-adaptativa e ativa. Cada uma é abordada em mais detalhes a seguir.

#### **Passivo**

Uma das técnicas mais tradicionais é o controle passivo, que visa minimizar as vibrações indesejadas por meio de modificações na massa, rigidez ou amortecimento do equipamento sem a utilização de atuadores que forneçam energia ao sistema (ALVES, 2015). De acordo com Alves (2015), essa técnica de controle pode ser dividida em quatro subgrupos:

- Modificação do projeto original: Consiste na alteração do projeto na fase de prototipagem, aonde são encontrados problemas e solucionados para que o produto seja adequado para o mercado;
- Incorporação de dispositivos: Geralmente é caracterizado pela incorporação de massa ao sistema para corrigir o desbalanceamento e reduzir as vibrações;
- Aumento do amortecimento externo: Ocorre a incorporação de materiais viscoelásticos em pontos críticos ou estratégicos do sistema para melhorar a dissipação de energia e melhorar a resposta dinâmica do mesmo;
- Isolamento do sistema: Aplicar o isolamento dos sistemas secundários ao sistema principal, visto que vibrações desses sistemas secundários podem ser transmitidas para o

principal.

### **Semiativo**

Esta técnica de controle consiste na utilização de uma fonte de energia externa que visa modificar a rigidez, massa ou amortecimento do sistema. Essa fonte não é utilizada para a ativação de atuadores, caracterizando esta técnica como semiativo. A aplicação consiste em alterar a velocidade crítica, velocidade de estabilidade e o nível de vibrações do conjunto. Esse tipo de controle é característico em materiais inteligentes, pois é possível alterar seus parâmetros físicos por meio da variação do campo magnético, da tensão elétrica e da temperatura (ALVES, 2015).

### **Ativo**

Esse controle visa inserir energia ao sistema com auxílio de uma fonte externa, exercendo uma força por meio de um controlador, sendo previamente calculada com base em modelos matemáticos (geralmente projetos) ou por resultados obtidos de sensores instalados em uma bancada experimental em funcionamento (ALVES, 2015; SILVA, 2017).

#### **2.1.1 Rotores flexíveis**

A caracterização de rotor flexível é dada pela velocidade de operação (KREY, 2015). Esses rotores atuam acima de 70% da velocidade crítica, diferentemente dos rotores rígidos, por isso, o balanceamento deles precisa ser mais eficiente, pois tende a flexionar durante a operação. Esse tipo de rotor está presente em vários equipamentos, entre eles compressores e turbinas a gás (KREY, 2015).

Para realizar a atenuação de vibrações é necessário atuar sobre as propriedades dos mancais, principalmente a rigidez. Desse modo, a velocidade crítica será alterada e a de trabalho não precisará ser modificada (MA et al., 2015). Há diversas formas de atenuar vibrações por sistemas de controle semiativo, dentre elas temos os mancais eletromagnéticos, amortecedores de filme de aperto variável (SFD) e as LMF, podendo elas serem molas helicoidais (ENEMARK et al., 2015), fios (ALVES, 2015) ou "esponja", como em Ma et al. (2015).

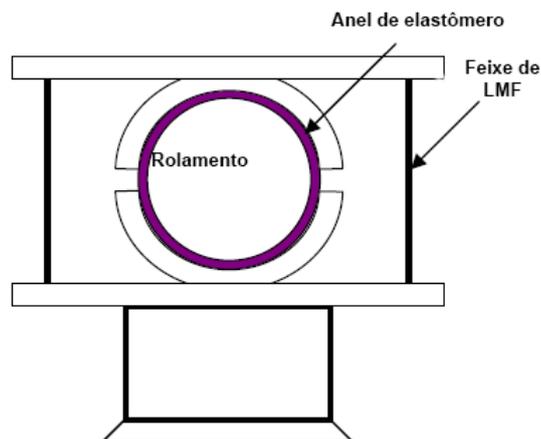
A utilização de mancais eletromagnéticos possui a vantagem de não apresentar atrito, desse modo não necessita de lubrificação, além de ser possível regular a rigidez e o amortecimento. Por outro lado, há algumas desvantagens, que estão relacionadas as dimensões e massa elevada do conjunto, impossibilitando aplicações na indústria aeroespacial, por exemplo. A SFD tem seu funcionamento baseado no controle do filme de óleo no rola-

mento, assim, por necessitar de um sistema hidráulico para o funcionamento, ele acaba se tornando grande e pesado para algumas aplicações em rotores. Por fim, a aplicação de LMFs tende a reduzir o tamanho do sistema e, conseqüentemente, reduz a massa do conjunto de controle. Isto ocorre devido as suas propriedades de alteração da rigidez e amortecimento que são induzidos pela variação de temperatura e tensão mecânica (MA et al., 2015).

### 2.1.2 Trabalhos realizados na área

Lees et al. (2007) utilizou feixes de fios de LMF para controlar a rigidez de um mancal de pedestal, como mostra a Figura 1. O aquecimento era gerado pela aplicação de corrente elétrica e, conseqüentemente, a rigidez dos fios aumentava. Ao desligar a fonte o fio resfriava e voltava para a rigidez inicial. Além disso foi utilizado um anel de elastômetro que fica entre o rolamento e a carcaça do mancal para que a rigidez gerada pelo fio atuasse tensionando o mancal no rolamento. A análise do projeto foi feita por meio de simulações e ensaios experimentais, e depois comparados para os regimes transiente e permanente. Portanto, devido a redução de vibrações o método apresentou-se viável para controle utilizando LMF.

**Figura 1-** Esquematização do aparato experimental.



Fonte: Lees et al. (2007).

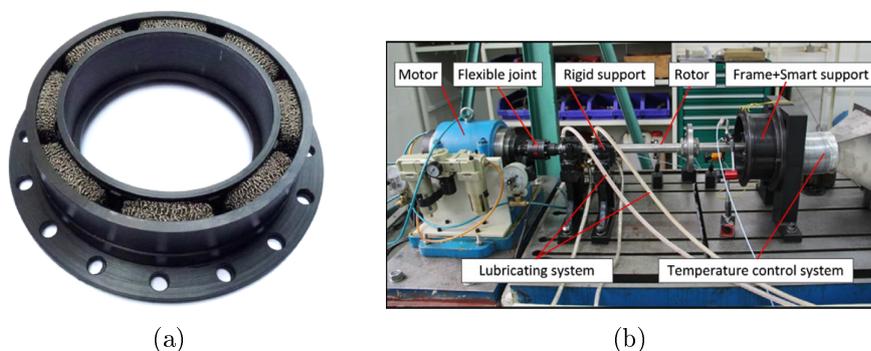
Aquino (2011) explorou a ação que uma mola helicoidal de LMF provoca em um sistema rotativo desbalanceado com um grau de liberdade. Nesse trabalho é utilizado um controlador Fuzzy, com objetivo de controlar a temperatura, sendo esta responsável por modificar a rigidez da mola e aplicar amortecimento. Dessa maneira, evitou-se a ressonância do sistema devido ao deslocamento da frequência natural e, além disso, esse controle foi responsável por uma redução de até 85% da amplitude de vibração.

Borges et al. (2013) utilizou molas helicoidais de LMF em um dos mancais para a redução de vibrações em rotores flexíveis. Para isso, foi utilizado um controlador fuzzy que aplicava uma corrente elétrica para o aquecimento e os ventiladores eram responsável pelo resfriamento quando a corrente elétrica era desligada. Dessa forma foi possível reduzir em até 60% a amplitude de vibração quando o sistema passava pela ressonância.

Enemark et al. (2015) analisou o controle de vibrações de um rotor na vertical utilizando molas helicoidais de LMF. Foram usadas câmaras de aquecimento para realizar ensaios em diferentes temperaturas. Verificou-se devido ao comportamento histerético da mola de LMF um aumento de 2,5 a 8 vezes do amortecimento em relação a mola helicoidal de aço, mas dependia da amplitude e temperatura. As molas de LMF aplicadas a baixa temperatura conseguiram aumentar as velocidades críticas de um rotor em desbalanceamento. Portanto, ele conseguiu alterar a dinâmica do rotor flexível em termos de amplitudes de deslocamento e velocidades críticas.

O trabalho de Ma et al. (2015) abordou a redução de vibrações em rotores flexíveis utilizando LMF, mas com uma particularidade, ela é formada por malhas do metal, dando uma aparência similar a palha de aço, Figura 2(a). Assim, esse material é colocado em um suporte e posicionado em um dos mancais, sendo que esse mancal possui um sistema que gera uma variação da temperatura. Concluído o ensaio experimental, Figura 2(b), foi possível verificar a alteração da velocidade crítica e da razão de amortecimento quando a temperatura variava. Também, aplicando o controle de temperatura durante a aceleração e desaceleração foi possível reduzir em 16% a amplitude do deslocamento, além de manter o sistema estável.

**Figura 2-** Aparato experimental: (a) Suporte com a LMF alojada. (b) Bancada experimental.

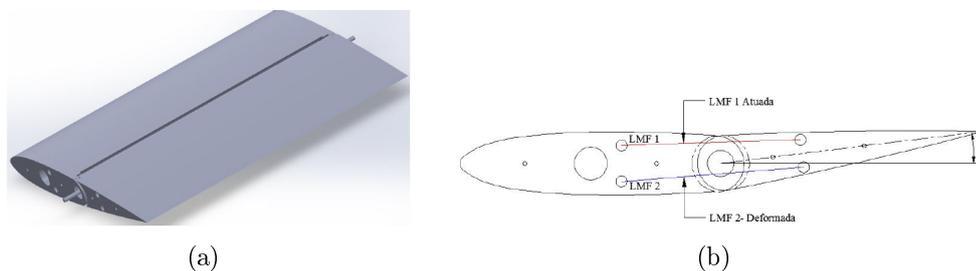


Fonte: Adaptado de Ma et al. (2015)

Maesta (2016) analisou a aplicação de fios de LMF como atuadores para controlar a

angulação de um aerofólio. Para isso foram utilizados dois fios de nitinol que ao serem percorridos por uma corrente elétrica, aquecem e provocam a mudança na angulação devido ao efeito de memória de forma, conforme mostra a Figura 3. Para obter os parâmetros dos fios, foram realizados ensaios térmicos e técnicas de otimização para aproximar a simulação dos dados experimentais, reduzindo o erro nas medidas. Por fim, definiu-se que o sistema de controle liga-desliga suavizado obteve maior eficiência quando comparado ao controle PID.

**Figura 3-** Detalhes do experimento de Maesta (2016): (a) representação do aerofólio e (b) disposição dos fios e com o superior (LMF1) sendo aquecido.



Fonte: Adaptado de Maesta (2016)

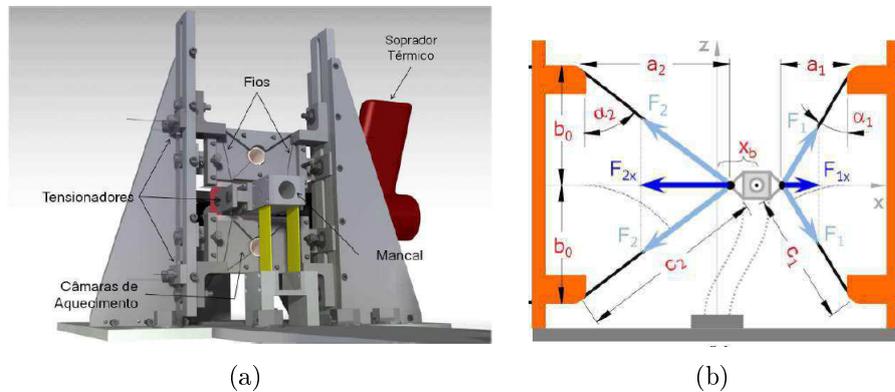
Silva (2017) analisou o controle de vibrações utilizando molas helicoidais de LMF para sistemas com um e dois graus de liberdade por meio da aplicação de carregamentos termomecânicos. Para isso utilizou-se dois modelos: Ikuta et al. (1991) e Gao et al. (2007), aonde esses modelos são comparados para as situações a qual o sistema era submetido. Dessa forma, para o aquecimento da mola com forças de pequenas magnitudes o modelo de Ikuta et al. (1991) foi mais eficiente, já para forças de grandes magnitudes o modelo de Gao et al. (2007) se apresentou mais adequado.

Geronel (2017) apresentou uma proposta teórica de controle de vibrações utilizando LMF em rotores flexíveis sujeitos a perturbações com o objetivo de provocar o amortecimento das vibrações laterais do rotor. Assim, após as simulações verificou-se que a utilização de fios de LMF foi satisfatória por alterar as condições de ressonância, além de diminuir a amplitude de vibrações devido a energia de histerese dissipada.

Alves (2015) utilizou fios de LMF para suspender um dos mancais do rotor flexível e aplicou controle semiativo de vibrações aquecendo os fios por meio de um soprador térmico. Os fios são pré-tensionados e dispostos a uma angulação previamente calculada para ter maior efeito no deslocamento horizontal, como pode ser visto na Figura 4. O deslocamento vertical é restringido pela fixação do mancal à uma placa fixa a bancada. Analisou-se o rotor em repouso, regime estacionário e transiente, dessa forma, foi possível estabelecer a viabilidade da utilização de LMF para o controle de vibrações, visto que

reduziu a amplitude do deslocamento e deslocou a velocidade crítica do sistema.

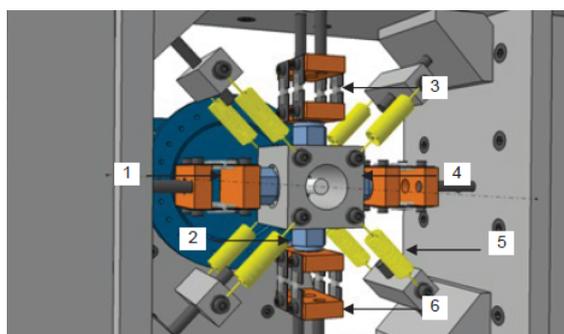
**Figura 4-** Detalhes do experimento de Alves (2015): a) representação do aparato e b) posição dos fios de LMF, angulação e decomposição das forças.



Fonte: Adaptado de Alves (2015)

Braga et al. (2020) apresentou um controle passivo utilizando a variação de temperatura dos fios de LMFs para a redução de vibrações em rotores flexíveis. Diferentemente de Alves (2015), os fios foram dispostos espaçados 90 graus entre si e atuando na vertical e horizontal, conforme disposto na Figura 5. A vibração do rotor ao passar pela velocidade crítica teve sua amplitude reduzida, além de deslocar a velocidade crítica devido ao aumento de rigidez gerado pela elevação da temperatura do material.

**Figura 5-** Disposição dos fios de LMF no mancal do rotor flexível do projeto de Braga et al. (2018): 1-Tensionador fixo, 2-Célula de carga móvel, 3-Fio de LMF, 4-Mancal suspenso, 5-Mola centralizadora e 6-Tensionador móvel.



Fonte: (BRAGA et al., 2018)

### 3 LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA

A descoberta dos metais é um dos grandes avanços da humanidade, pois dessa maneira foi possível iniciar a fabricação de ferramentas úteis para a caça e agricultura, além da produção de armamentos para proteção de territórios durante conflitos. Os primeiros materiais utilizados foram os de baixas temperaturas de fusão, como o cobre, bronze e estanho, sendo estes materiais responsáveis por nomear os períodos da história da humanidade (NAVARRO, 2006).

Com o passar dos séculos a fabricação de metais foi aprimorada, devido aos avanços científicos e tecnológicos que proporcionaram o entendimento do comportamento dos metais. A descoberta das microestruturas e seus efeitos aplicados a materiais foi responsável pela manipulação e desenvolvimento de novas técnicas de fabricação. Com isso foi possível entender propriedades específicas de ligas e materiais compósitos para ampla utilização nos dias atuais (LAGOUDAS, 2008).

As tecnologias evoluíram e foi necessário desenvolver novos materiais com novas propriedades, tais como em leveza e resistência, para atender a demanda das funcionalidade de atuação, sensoriamento, proteção eletromagnética, entre outras. Com isso, surge um novo grupo, os materiais multifuncionais (LAGOUDAS, 2008).

Os materiais inteligentes são um subgrupo dos multifuncionais. Eles conseguem converter uma entrada não mecânica em um resposta mecânica, por exemplo as LMFs que quando aquecidas alteram a rigidez, podem dissipar energia e mudar de forma e dimensões. Também, os materiais inteligentes podem realizar a função de detecção, aonde uma entrada mecânica é transformada em uma saída não mecânica, como acontece com os piezoelétricos que transformam vibração em corrente elétrica (LAGOUDAS, 2008).

#### 3.1 História das Ligas com Memória de Forma

Adolf Martens, em 1890 descobriu a estrutura martensítica em aços. Esse feito foi responsável por fomentar as pesquisas na metalurgia nos anos seguintes. Inicialmente, a transformação martensítica foi observada apenas nas ligas ferro-carbono (Fe-C), mas em 1949, Kurdjumov e Khandros conseguiram observar essa transformação em liga de cobre e zinco (CuZn) e liga de cobre e alumínio (CuAl). Assim, por meio do conceito

da transformação martensítica termoelástica passou-se a ser considerada um processo reversível (LAGOUDAS, 2008).

Após a identificação da presença de transformação martensítica reversível em duas novas ligas (InTi e CuZn) no ano de 1953, os estudos nessa área permaneceram inertes por alguns anos até a descoberta da liga de níquel e titânio (NiTi) por Buehler em 1962 ao tentar encontrar materiais úteis para proteção térmica. Essa liga apresentou boas propriedades mecânicas e a capacidade de retornar a forma original, recebendo o nome de Nitinol como referência ao laboratório em que foi desenvolvida (*Naval Ordnance Laboratory*) (CASTILHO; SILVA, 2011). A capacidade de retorno foi responsável por introduzir o termo efeito de memória de forma. Assim, o Nitinol foi o responsável por impulsionar as pesquisas relacionadas às LMFs com intuito de entender os efeitos térmicos (LAGOUDAS, 2008).

Alves (2015) comenta que as ligas nitinol apresentam aproximadamente 50% de níquel e 50% de titânio, proporcionando o equilíbrio atômico da liga. No entanto, geralmente elas apresentam algum outro elemento na composição como: cobre, ferro, cobalto e cromo. Por causa da sua composição e processo de fabricação, a liga nitinol apresenta maior valor de mercado quando comparado a outras ligas de mesmas características, além disso, possui melhores propriedades mecânicas como: maior recuperação de movimento, maior tenacidade, boa resistência à corrosão, temperaturas de transformações estáveis e alta biocompatibilidade.

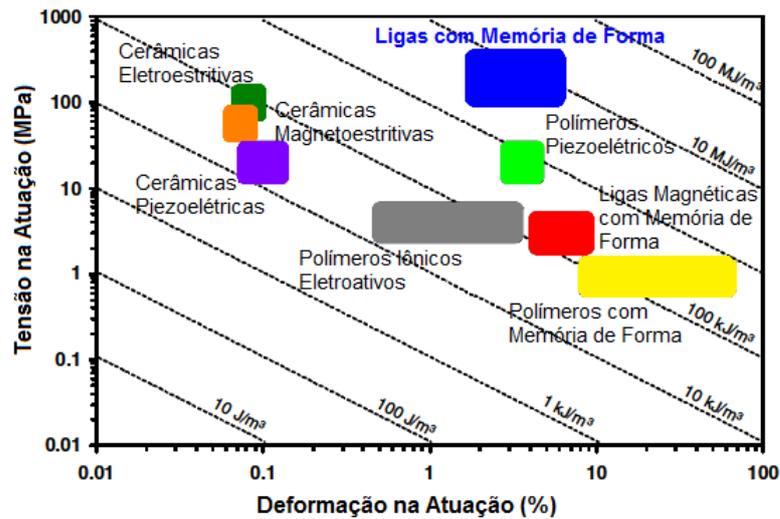
As ligas nitinol obtiveram um avanço comercial a partir da utilização em *stents* na década de 1990, sendo que na primeira década de 2000 sua aplicação foi destinada a indústria aeroespacial e petrolífera. Antes dos anos 90 sua aplicação destinava-se a aparelhos de ar condicionados, conectores de cabos eletrônicos, válvulas, entre outros produtos (LAGOUDAS, 2008).

### **3.2 Propriedades das Ligas com memória de Forma**

Quando se analisa um material inteligente há duas características que devem ser levadas em consideração no projeto, sendo elas a densidade de energia de atuação e a frequência de atuação. A primeira refere-se a capacidade de realizar trabalho do material por unidade de volume, ou seja, quanto maior esse valor, menor será o atuador (LAGOUDAS, 2008). Já a segunda é referente a frequência que o material atua, assim, em uma determinada faixa de frequências o material não apresenta variações e consegue atuar de forma eficiente.

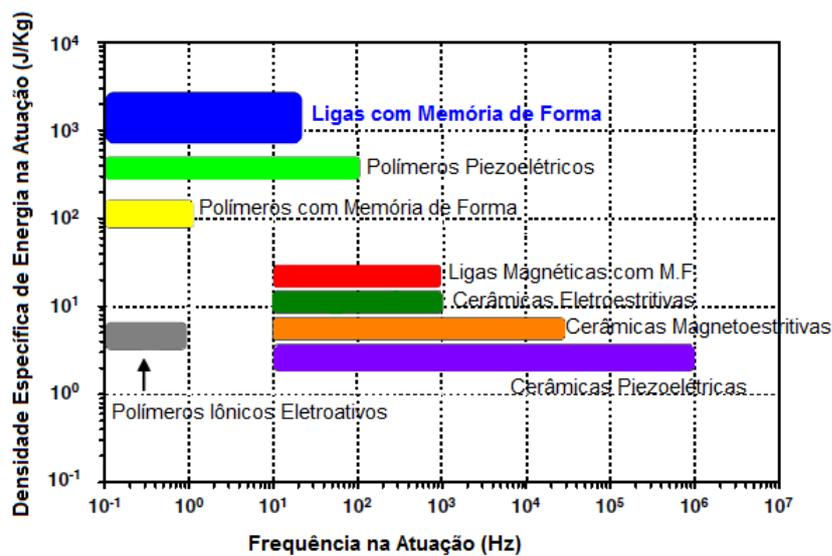
Como verifica-se nas Figuras 6 e 7, as LMFs apresentam uma elevada densidade de energia (aproximadamente  $10 \text{ MJ}/\text{m}^3$ ), mas sua frequência de atuação é limitada na faixa de 0 a 100 Hz devido a dependência de troca térmica do material. Além disso elas conciliam uma alta tensão e deformação na atuação, o que a destoa dos demais materiais inteligentes.

**Figura 6-** Diagrama de densidade de energia, tensão e deformação na atuação de diferentes materiais inteligentes.



Fonte: Adaptado de Lagoudas (2008).

**Figura 7-** Diagrama de densidade específica de energia na atuação em função da frequência de atuação de diferentes materiais inteligentes.



Fonte: Adaptado de Lagoudas (2008).

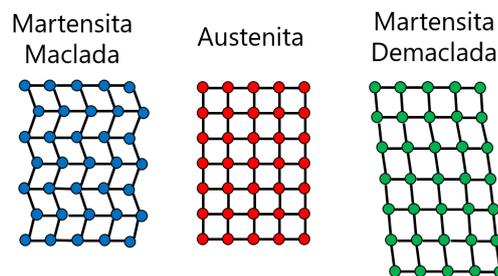
Segundo Alves (2015), a característica de alta densidade de energia de atuação faz com que as LMF sejam amplamente usadas na fabricação de atuadores compactos e

simples, devido a alta capacidade de realizarem trabalho com um peso relativamente baixo. Além disso, essa característica implica na utilização desses materiais no amortecimento, absorção de impactos e detecção de vibrações.

O efeito de memória de forma e a pseudoelasticidade são as principais propriedades das LMFs. A primeira refere-se a recuperação de uma forma inicial por meio da variação da temperatura, já a segunda está relacionada ao retorno à forma inicial após ser submetida a carregamentos (ALVES, 2015).

As LMFs são caracterizadas por duas fases sólidas: austenítica e martensítica. Logo, o seu comportamento está relacionado a essas duas estruturas cristalinas (ALVES, 2015). Portanto, essa mudança de fase é responsável pelas características dessas ligas (SILVA, 2017). A fase martensítica pode ser dividida em duas, sendo a maclada ou não maclada (demaclada). A Figura 8 apresenta, de forma esquemática, a estruturas das LMFs.

**Figura 8-** Representação esquemática da estrutura das ligas com memória de forma.



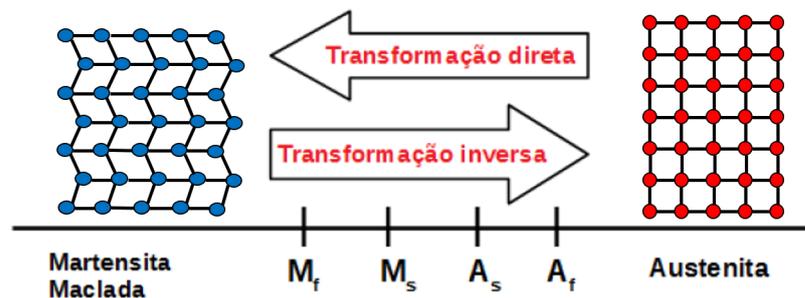
Fonte: Adaptado de Alves (2015).

A martensita é uma estrutura cristalina em que não ocorre a difusão de carbono na solução, logo, sua estrutura monofásica é instável. A martensita quando é obtida pela variação de temperatura é chamada de maclada, apresentando 24 variantes (CASTILHO; SILVA, 2011), isto provoca a redução dos desenhos com a fase austenítica e induz deformação macroscópica. Já a demaclada é gerada pela aplicação de tensão ou tensão associada com temperatura, neste caso, ela apresenta apenas uma variante, que associando-se as demais resulta na deformação macroscópica (ALVES, 2015; CASTILHO; SILVA, 2011).

Geralmente, em altas temperaturas predomina a austenita que apresenta um arranjo cúbico de corpo centrado, enquanto para baixas temperaturas encontra-se em maior quantidade a martensita. Esta pode variar o arranjo em tetragonal, ortorrômbico ou monoclinico (SILVA, 2017).

A alteração da temperatura provoca a transformação da estrutura cristalina que pode acontecer de duas maneiras: direta e indireta. A passagem da estrutura austenítica para a martensítica é chamada de transformação direta, já a mudança da estrutura martensítica para a austenítica é a indireta. Ambas ocorrem em um faixa de temperatura, tendo um caminho inverso da outra conforme Figura 9 (SILVA, 2017).

**Figura 9-** Representação da transformação de fase induzida pela variação de temperatura em LMF.



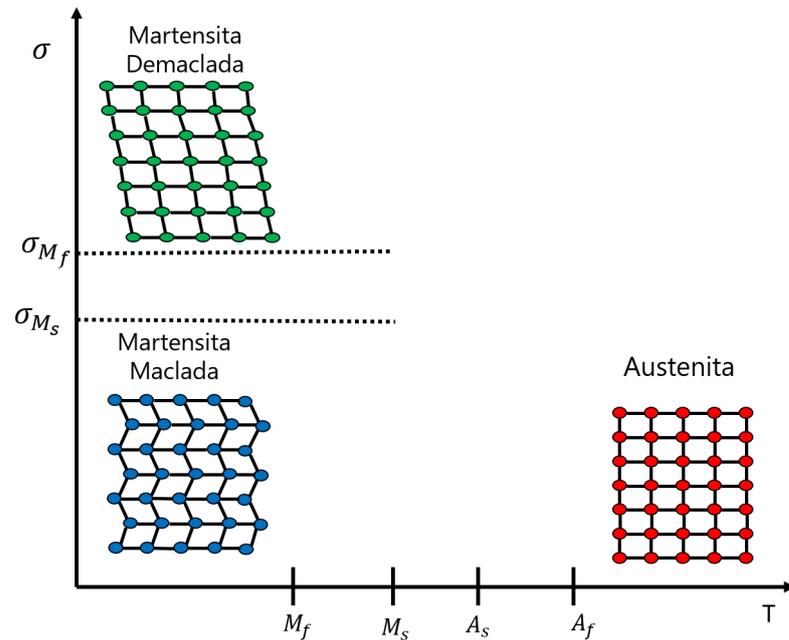
Fonte: Adaptado de Silva (2017).

As transformações possuem quatro pontos de temperaturas que são características dessas ligas que independem dos elementos presentes na liga (GERONEL, 2017). Para a austenita será utilizada a seguinte nomenclatura:  $A_s$  representa a temperatura inicial de transformação austenítica e  $A_f$  a temperatura final de transformação austenítica. Já para a martensita:  $M_s$  representa a temperatura inicial de transformação martensítica e  $M_f$  a temperatura final de transformação martensítica (ALVES, 2015).

A austenita atinge estabilidade se a temperatura aplicada for maior que  $A_f$ . Já a martensita encontra estabilidade quando a temperatura aplicada for menor que a  $M_f$  (ALVES, 2015).

Ao aplicar uma tensão mecânica em um material com estrutura martensítica maclada ocorre a reorganização das variáveis e, em seguida, a formação de martensita não maclada. Assim, ao atingir a tensão  $\sigma_{M_s}$ , inicia-se a formação de martensita não maclada, e se essa tensão aumentar e chegar a  $\sigma_{M_f}$  ocorre a transformação completa, como mostrado na Figura 10 (GERONEL, 2017). Se o material for descarregado ele não retornará totalmente por estar a baixas temperaturas, portanto, ao aumentar a temperatura do material ele tende a voltar a sua forma original devido ao efeito de memória de forma e pseudoelástico (SILVA, 2017).

**Figura 10-** Ocorrência de mudança de fase devido a presença de tensão atuante.



Fonte: Adaptado de Silva (2017).

### 3.2.1 Efeito Memória de Forma

As LMFs podem apresentar dois tipos de efeito de memória de forma: *one way* (uma via) e *two way* (duas vias) (ADEODATO, 2014; SILVA, 2017).

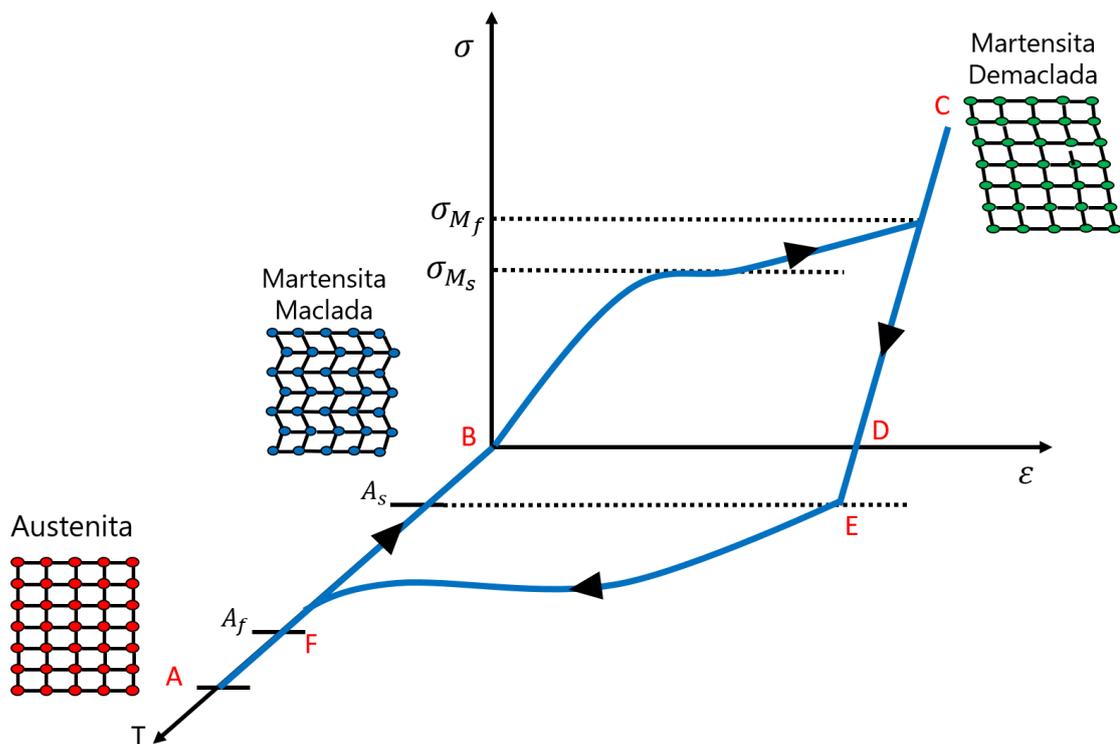
#### Efeito Memória de Forma *one way*

Esse tipo de efeito também é chamado de efeito memória de forma simples, o qual consiste em utilizar um material a uma temperatura acima de  $A_f$ , ou seja, a estrutura cristalina será totalmente austenita. Tomando como referência a Figura 11, assim, saindo do ponto  $A$  e resfriando a liga até a temperatura do ponto  $B$ , que está a uma temperatura inferior a  $M_f$ , portanto, tem-se a transformação da austenita em martensita maclada. Assim, ao aplicar um carregamento, o trecho do ponto  $B$  até a tensão de início de formação de martensita não maclada ( $\sigma_{M_s}$ ) ocorre uma deformação linear (ALVES, 2015), mas após esse valor de tensão os variantes da martensita tendem a se reorganizarem e provocarem grandes deformações (SILVA, 2017). Ao atingir níveis de tensões maiores do que  $\sigma_{M_f}$ , ocorre a transformação da martensita maclada em não maclada.

Ao retirar o carregamento, o material visa retornar a sua forma original de maneira elástica, mas acaba gerando uma deformação residual (ALVES, 2015). A martensita de-

maclada torna-se instável e, portanto, ocorre a transformação para martensita maclada após o resfriamento a uma temperatura abaixo de  $M_f$  sem provocar deformações consideráveis (ALVES, 2015).

**Figura 11-** Gráfico tensão, deformação e temperatura de LMF representando o efeito memória de forma.



Fonte: Adaptado de Geronel (2017).

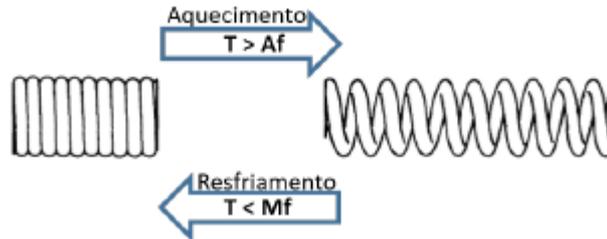
Ao aquecer o material até a temperatura  $A_s$  (ponto  $E$ ) ocorre uma pequena redução da deformação residual, mas aumentando a temperatura ainda mais, a estrutura austenítica tende a ser predominante, até atingir somente austenita no ponto  $F$ . Neste ponto a deformação residual devido ao carregamento é eliminada (SILVA, 2017), pois o aquecimento provoca a reorganização da estrutura cristalina, assim, o material retorna a sua forma original (ALVES, 2015).

### Efeito Memória de Forma *two way*

Também chamado de efeito memória de forma reversível, caracteriza-se pelo fato de memorizar duas formas que são obtidas pela alteração da temperatura. Uma forma estará memorizada na estrutura austenítica e outra na martensítica (SILVA, 2017). Diferentemente das ligas *one way*, essas apresentam uma capacidade de tensão menor (ADEO-

DATO, 2014) e muitas vezes são usadas sem carregamento (SILVA, 2017). Tal efeito é representado na Figura 12. Nela verifica-se que para temperaturas maiores que  $A_f$  a mola apresenta um passo específico e ao resfriar até  $M_f$  o passo será menor.

**Figura 12-** Efeito memória de forma *two way* em uma mola helicoidal.



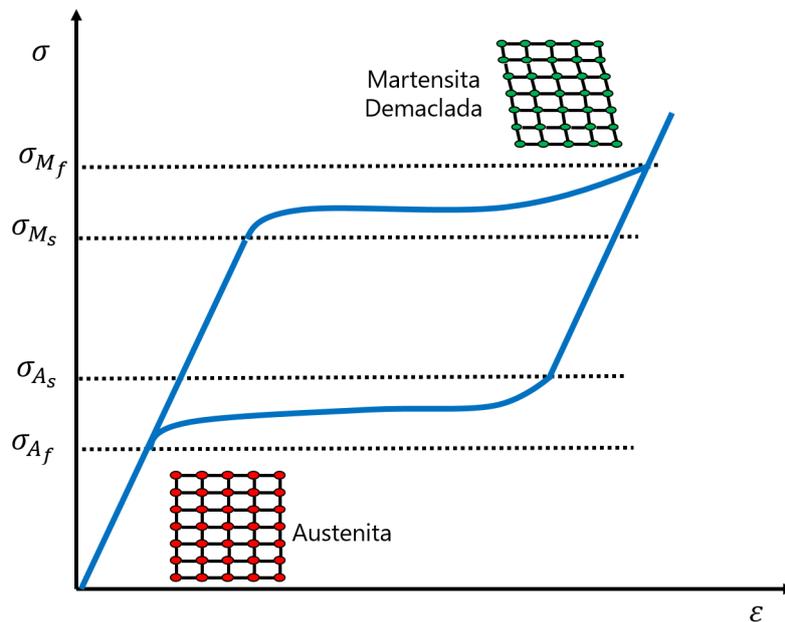
Fonte: Silva (2017).

### 3.2.2 Efeito Pseudoelástico

Esse efeito ocorre a temperaturas maiores do que  $A_f$ , ou seja, a uma temperatura que apresenta apenas austenita. O material é submetido a uma tensão que até atingir a tensão  $\sigma_{Ms}$  é caracterizado pela linearidade e nessa região ocorre a passagem de austenita para martensita maclada. A partir dessa linearidade inicia-se a formação de martensita demaclada que é caracterizada pela elevada deformação para uma tensão praticamente constante (ALVES, 2015). Durante o tensionamento, as LMFs conseguem obter deformações reversíveis de 8% a 10% maiores que os materiais convencionais. (CASTILHO; SILVA, 2011)

Aumentando a tensão acima de  $\sigma_{Mf}$  encontra-se apenas martensita demaclada, que passa a se deformar elasticamente (ALVES, 2015). Mas, quando o esforço é retirado a estrutura fica instável e inicia-se o processo inverso, retornando a fase de austenita (ADEODATO, 2014). É possível verificar que o retorno da fase maclada para a austenita é submetida a esforços menores, podendo assim fechar um ciclo que culmina na recuperação da forma original do material (ALVES, 2015).

**Figura 13-** Diagrama tensão - deformação representando o efeito pseudoelástico.



Fonte: Adaptado de Silva (2017).

A presença do ciclo histerético no efeito pseudoelástico é utilizado para representar a energia dissipada pelo processo. Essa característica faz com que esses materiais sejam amplamente utilizados para a redução de vibrações e absorção de energia (ADEODATO, 2014).

### 3.2.3 Principais Aplicações

#### Aeronáutica

O atual mercado aeronáutico apresenta uma demanda de aeronaves silenciosas de forma a cumprir uma legislação rígida, o não cumprimento dessa legislação ocasiona multas severas as companhias aéreas causando um forte prejuízo (GERONEL, 2017). Para atender essa demanda, foi desenvolvido os chevrons pela NASA (sigla em inglês de *National Aeronautics and Space Administration* – Administração Nacional da Aeronáutica e Espaço) sendo bordas do dente de serra e instalados nos bocais das turbinas (GIPSON, 2017). Nesse caso são usadas barras de LMF nos chevrons, que são responsáveis por movimentar esses dentes de serra e, conseqüentemente, distribuir de forma adequada o fluxo de gases da exaustão da turbina e com isso diminuir os ruídos gerados. Os chevrons se dobram quando a aeronave está a baixa altitude ou baixa velocidade. A partir do

momento que é atingida altas velocidades e altas altitudes, a LMF volta para a fase austenítica após seu resfriamento, mantendo-se rígida e melhorando a performance do motor (LAGOUDAS, 2008).

Dados fornecidos pela Boeing, empresa parceira no desenvolvimento de *chevron* obteve resultados satisfatórios com o uso do dispositivo. Nas aeronaves 787 o ruído reduziu 69% e para o 747-8 a redução foi de 29% (GIPSON, 2017).

**Figura 14-** Chevron presente em uma aeronave da Boeing.



Fonte: Lagoudas (2008).

Também, os atuadores de LMFs são utilizados como forma de substituir os atuadores hidráulicos dos *flaps* das asas dos aviões, desse modo, otimizando o projeto, principalmente pela redução de massa. Uma aplicação similar são os atuadores das lâminas de helicópteros durante o voo, assim é possível reduzir a massa da aeronave, além de uma resposta rápida e eficiente com esse atuador (EPPS; CHOPRA, 2001; SINGH et al., 2003).

## Aeroespacial

Com o avanço da exploração espacial a utilização de materiais e componentes precisam ser modificados para novas expedições. Isso tem acontecido com as sondas enviadas para Marte, na qual os pneus de liga de alumínio possuem vida útil menor que a do sistema, prejudicando a missão de exploração (WELCH, 2017). Para resolver esse problema foi desenvolvido um pneu com molas de nitinol, Figura 15. O formato e o arranjo dos fios atuam como molas e ao atingir um obstáculo ele deforma e volta para sua posição inicial.

Esse tipo de arranjo faz com que possa deformar até o aro e que não seja permanente (WELCH, 2017).

A roda é formada por uma LMF em que a temperatura submetida a deixará no estado de austenita, assim, ao ser tracionada passa para o estado de martensita demaçada e volta para austenita rapidamente após o descarregamento, como mostrado na Figura 13. Caso estivesse em martensita maçada na temperatura de trabalho, ela seria maleável e não apresentaria o retorno da forma.

**Figura 15-** Roda feita de molas de LMF para missões espaciais em Marte.



Fonte: Welch (2017).

## Petroquímica

Na indústria de petróleo e gás as LMFs são utilizadas nas conexões de tubos e dutos, pois consegue-se reduzir gastos com montagem, devido ao tempo gasto, e manutenção, por não necessitar de inspeção de raio X. Além disso, pode ser usada nos controladores de fechamento de poços em caso de emergência, tornando mais seguro, eficiente e obter atuadores otimizados (ADEODATO, 2014).

## Medicina

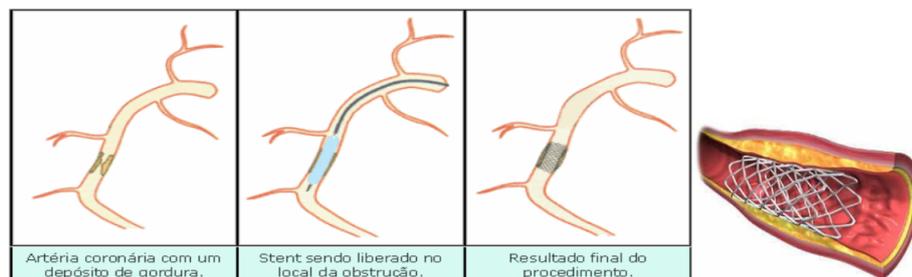
As LMFs são utilizadas na medicina devido a pseudoelasticidade, memória de forma e, principalmente, biocompatibilidade e biofuncionalidade. Assim é possível desenvolver

equipamentos menores que sejam menos invasivos como é o caso de *stents*, filtros (LAGOUDAS, 2008), ferramentas cirúrgicas e implantes (GERONEL, 2017). A característica mais importante é a biocompatibilidade, pois o material permanece não tóxico durante o tratamento e o tempo de uso no corpo humano. Além disso, vale ressaltar a biofuncionalidade que estabelece o quão bem o dispositivo funciona (LAGOUDAS, 2008).

O *stent* é um dispositivo desenvolvido, geralmente, de nitinol que possui a função de manter um vaso arterial ou venoso desobstruído, visto que ele se encontrava parcialmente ou totalmente obstruído. Ele é inicialmente resfriado a baixas temperaturas, provocando a redução do seu tamanho (compressão), logo é possível entrar no vaso sanguíneo e quando posicionado no local desejado é expandido devido a temperatura do corpo (BORN, 2007).

Na área de ortopedia e fisioterapia são utilizadas para a confecção de luvas, que auxiliam na reprodução dos movimentos das mãos de pacientes. O efeito de memória de forma reversível é amplamente usado nessa aplicação, pois simula por meio de aquecimento e resfriamento dos fios o movimento, ou seja, contração e relaxamento (ADEODATO, 2014).

**Figura 16-** Esquema da implantação do *stent* em uma veia ou artéria.



Fonte: Born (2007).

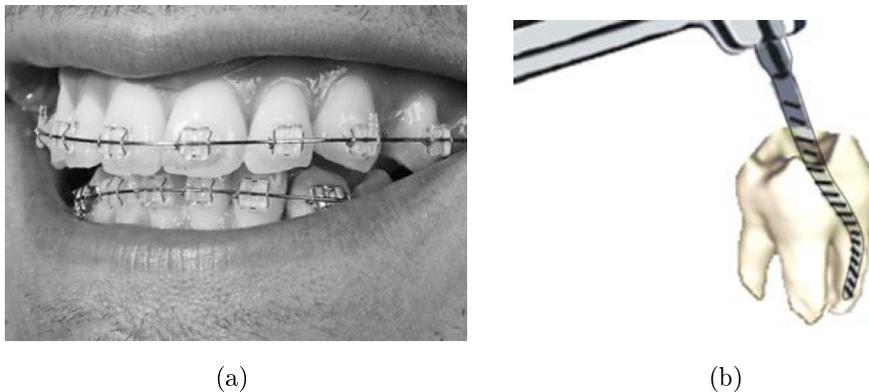
## Odontologia

A utilização de nitinol em aparelhos ortodônticos, Figura 17(a), teve início nos anos 70, mas tornou-se mais comum nos últimos anos, visto que, comparado com os outros materiais utilizados apresenta algumas vantagens. Um material convencional, como aço inoxidável, exige uma alta tensão para uma pequena deformação resultando assim em uma enorme força para uma pequena correção dos dentes. Com o efeito pseudoelástico do nitinol é possível aplicar uma pequena carga e obter uma maior deformação, com isso é gerada uma força praticamente constante que é capaz de movimentar os dentes por mais tempo (LAGOUDAS, 2008). Assim é reduzida frequência com que são apertados,

provocando maior rapidez no tratamento e na correção. À temperatura ambiente o fio é flexível, mas ao atingir a temperatura da boca torna-se menos flexível (ADEODATO, 2014).

Além da aplicação em ortodontia, o nitinol é usado para a fabricação de brocas usadas nas cirurgias de canal radicular, Figura 17(b). A perfuração do dente é facilitada com esse material, pois possibilita atingir ângulos de dobramentos maiores. Isto facilita a cirurgia, além de apresentar boa resistência a altas rotações (LAGOUDAS, 2008).

**Figura 17-** Aplicações na odontologia: (a) Ortodontia: uso de fios em aparelhos dental e (b) Uso de brocas feitas de nitinol em cirurgia de canal.



Fonte: Lagoudas (2008).

### 3.3 Modelos constitutivos das LMFs

Atualmente, encontra-se uma grande quantidade de modelos que visam estabelecer parâmetros para descrever o comportamento de um material com memória de forma e simular seu comportamento termo-mecânico (EPPS; CHOPRA, 2001).

Dentre os modelos pode-se citar o de Fremond (1996) que propõe o equacionamento baseado na energia livre de cada fase, dependendo da deformação e temperatura. Além disso, o modelo apresenta três frações volumétricas, sendo uma referente a austenita e outras duas referentes a martensita demaclada, associando uma para a compressão e outra para a tração. Buscando suprir as limitações desse modelo, Savi et al. (2002) acrescentou uma nova fração volumétrica, esta referente a martensita maclada, acrescentando o termo para a mudança de fase devido a temperatura.

O modelo de Tanaka et al. () se baseia nas leis termodinâmicas e na cinética de transformação do material para analisar o efeito de memória de forma e pseudoelasticidade de LMFs. Além disso, seu modelo unidimensional, visa explicar o comportamento do

material quanto a tensão, deformação e temperatura (TANAKA et al., ). Esse modelo não avalia os fenômenos das LMFs para temperaturas abaixo de  $M_s$  e também não leva em consideração a presença de martensita induzida por temperatura (SILVA, 2017).

Boyd e Lagoudas (1996) estabelecem uma maneira de analisar a pseudoelasticidade e o efeito de memória de forma em função da energia livre e do potencial de dissipação. Para demonstrar a necessidade de mais trabalho para completar a transformação adiabática é usada a primeira lei da termodinâmica (BOYD; LAGOUDAS, 1996). O modelo é descrito pela energia livre de Gibbs total, visto que é uma maneira simples de comparar os resultados experimentais com os teóricos. Assim, esse modelo consegue avaliar situações tridimensionais e materiais compostos com fibras de LMF (COURA, 2016).

O modelo desenvolvido por Liang e Rogers (1990) foi baseado no modelo de Tanaka et al. () permitindo a utilização em problemas unidimensionais (LIANG; ROGERS, 1990) e, diferentemente do modelo a qual se baseia, utilizou-se uma função cossenoidal, podendo representar como um todo as transformações que ocorrem, mas continua sem a distinção entre as martensitas (SILVA, 2017; EPPS; CHOPRA, 2001).

### 3.3.1 Modelo de Brinson

O modelo de Brinson (1993) apresenta funções cossenoidais e é unidimensional (BRINSON, 1993), o que assemelha ao modelo de Liang e Rogers (1990), mas apresenta um modelo baseado em Tanaka et al. (). Logo, ele visa a unificação de ambos (COURA, 2016). Ele consegue separar a fração volumétrica de martensita em duas partes: a primeira é induzida pela temperatura e a segunda pela tensão. Assim, essa equação permite uma eficiente representação tanto do efeito de memória de forma como da pseudoelasticidade (BRINSON, 1993). Como a abordagem desse modelo é análoga realizada por Enemark et al. (2015), a obtenção da função de endurecimento aplicada será a definida por ele. Além disso, nesse modelo não há a consideração de termo elasticidade. Portanto, pode-se representar a fração volumétrica de martensita da seguinte maneira:

$$\xi = \xi_S + \xi_T \tag{1}$$

Logo, desprezando a variação de temperatura, a equação constitutiva é dada por:

$$\sigma = E(\xi)(\epsilon - \epsilon_R \xi_S) \quad (2)$$

onde  $\sigma$  é a tensão atuante,  $\epsilon$  é a deformação atual,  $E$  é o módulo de elasticidade,  $\epsilon_R$  é a deformação residual,  $\xi_S$  é a fração volumétrica de martensita induzida por tensão e  $\xi_T$  é a fração volumétrica de martensita induzida por temperatura. Para temperaturas elevadas, acima de  $A_s$  considera-se que a fração volumétrica de martensita maclada ( $\xi_T$ ) é nula e com isso  $\xi = \xi_S$ , visto que a temperatura não gera a formação de martensita maclada, apenas a tensão age na martensita (ENEMARK et al., 2014). Logo o módulo de elasticidade pode ser calculado pela relação linear entre os módulos de elasticidade na fase de austenita ( $E_A$ ) e martensita ( $E_M$ ):

$$E(T, \sigma) = E_A + \xi(E_M - E_A) \quad (3)$$

$$\epsilon(T, \sigma) = \frac{\sigma}{E(T, \sigma)} + \epsilon_R[\xi(T, \sigma)] \quad (4)$$

Além disso, pode ser representada a variação da deformação em relação a tensão será dada por:

$$\epsilon'_{\sigma} = \frac{1}{E} - \frac{\sigma(E_M - E_A)}{E^2} \xi'_{\sigma} + \epsilon_R \xi'_{\sigma} \quad (5)$$

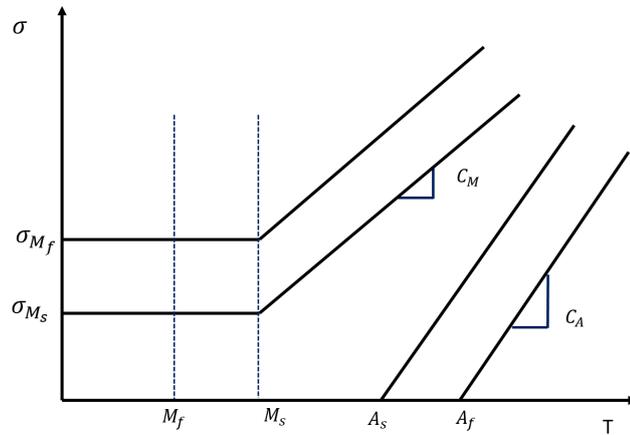
Já em relação a temperatura, será:

$$\epsilon'_T = -\frac{\sigma(E_M - E_A)}{E^2} \xi'_T + \epsilon_R \xi'_T \quad (6)$$

Por meio da Figura 18 é verificado que para temperaturas abaixo de  $M_s$ , as tensões críticas ( $\sigma_s^{cr}$  e  $\sigma_f^{cr}$ ) tendem a permanecer constantes. Já para temperaturas maiores que  $M_s$  ocorre a separação das frações volumétricas. Estas apresentam um comportamento linear e torna possível determinar os parâmetros  $C_M$  e  $C_A$ , que são dados pela inclinação das retas (COURA, 2016).

Na Figura 19 são apresentadas duas regiões: uma estável e outra de transformação.

**Figura 18-** Diagrama das tensões de transformações de austenita-martensita demaçada em função da temperatura.



Fonte: Adaptado de Brinson (1993).

A primeira refere-se a região onde encontra-se apenas austenita ou apenas martensita demaçada. Assim para a região austenítica:

$$T \geq A_f; \quad \sigma \leq C_A(T - A_f) \quad (7)$$

$$\xi = \xi_S = 0 \quad (8)$$

Para a região martensítica:

$$T \geq M_f; \quad \sigma \geq C_M(T - M_f) \quad (9)$$

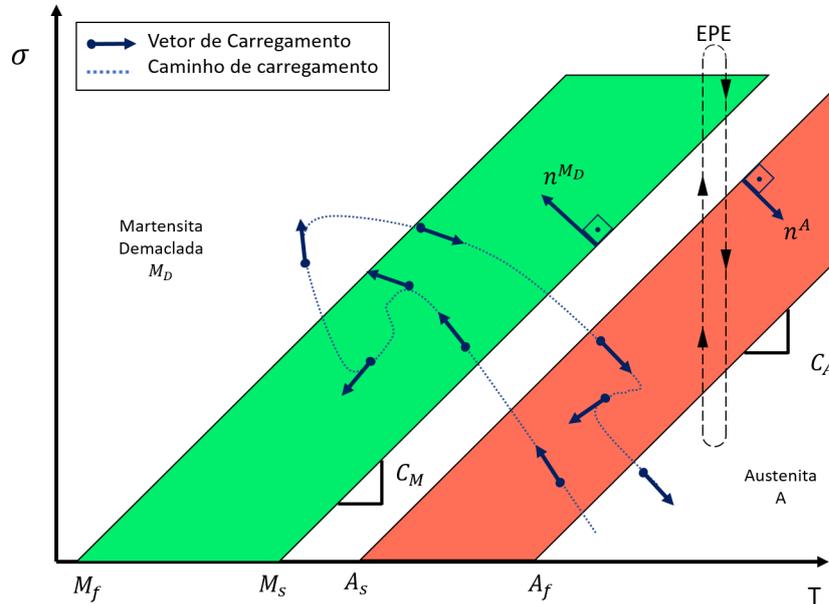
$$\xi = \xi_S = 1 \quad (10)$$

Na região de transformação ela pode possuir dois caminhos. O primeiro apresenta a transformação direta, que é delimitado por:

$$T \leq M_s; \quad C_M(T - M_s) \leq \sigma \leq C_M(T - M_f) \quad (11)$$

E o segundo caminho a transformação inversa:

**Figura 19-** Diagrama tensão vs temperatura para as mudanças de fase de LMF.



Fonte: Adaptado de Alves (2015).

$$T \geq A_s; \quad C_A(T - A_f) \leq \sigma \leq C_A(T - A_s) \quad (12)$$

O caminho apresentado na vertical representa o efeito pseudoelástico (EPE). Nele é aplicado uma carga para uma temperatura maior que  $A_f$  e o carregamento ocorre até atingir a fase de martensita demaçada. Ao remover o carregamento, ocorre a transformação inversa e o material recupera sua forma original, fechando um ciclo histerético (ALVES, 2015).

Os vetores normais nas regiões (I) e (II),  $\mathbf{n}^{M_D}$  e  $\mathbf{n}^A$  representam o início da transformação, logo, para que ocorra a transformação é necessário que a projeção do vetor de carregamento sobre tal vetor normal seja positiva ou nula. Caso contrário a transformação não se inicia. Já nas regiões em branco não ocorrem nenhum tipo de transformação (ALVES, 2015).

Pelo desenvolvimento da formulação tem-se que para uma dada temperatura deverá ser conhecida as tensões em cada interface das regiões. Assim, analisando a Figura 20, tem-se:

- Tensão inicial da transformação inversa (indireta):  $\sigma_{\hat{r}_s} = C_A(T - A_s)$ ;
- Tensão final de transformação inversa:  $\sigma_{\hat{r}_f} = C_A(T - A_f)$ ;
- Tensão inicial da transformação direta:  $\sigma_{\hat{f}_s} = C_M(T - M_s)$ ;
- Tensão final de transformação direta:  $\sigma_{\hat{f}_f} = C_M(T - M_f)$ ;

Os termos com subíndice  $\hat{f}$  se refere a transformação direta e  $\hat{r}$  à transformação inversa. Usando essa mesma nomenclatura para definir uma variável que permite a análise da evolução da fração volumétrica de martensita na transformação direta e inversa, tem-se:

$$k_{\hat{f}} = \frac{\sigma - \sigma_{\hat{f}_s}}{\sigma_{\hat{f}_f} - \sigma_{\hat{f}_s}} \quad (13)$$

$$k_{\hat{r}} = \frac{\sigma - \sigma_{\hat{r}_s}}{\sigma_{\hat{r}_f} - \sigma_{\hat{r}_s}} \quad (14)$$

As variáveis de (13) e (14) são usadas para encontrar a função de endurecimento que nos fornece informações sobre a variação da fração volumétrica da martensita. O modelo para tal função é apresentado de forma cossenoidal por Brinson (1993) (equação (15)).

$$h_{B(k)} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(\pi k) \quad (15)$$

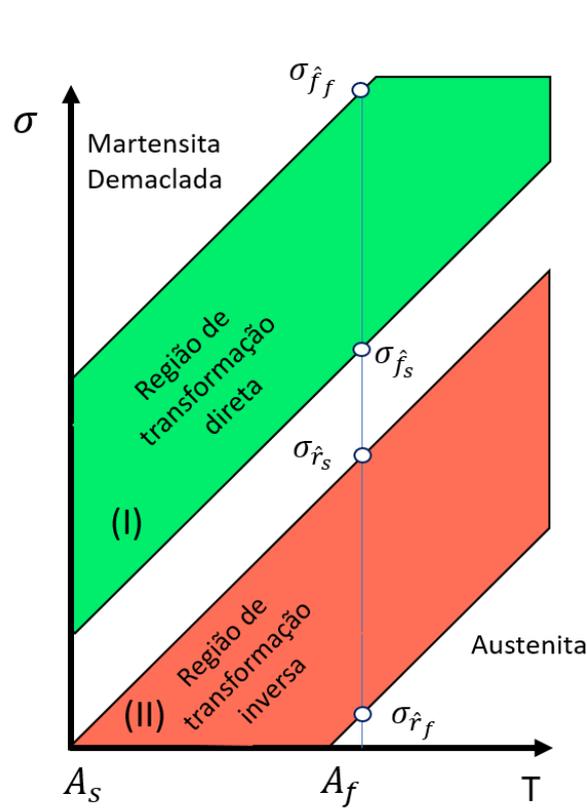
A variável  $k$  pode se referir a transformação direta ou inversa, sendo que na equação está representado de forma geral, sem o subíndice.

Partindo desss modelo, Enemark (2015) utilizou a curva de Bézier cúbica, equação (16), para representar tal função, igualmente não linear e infinitamente diferenciável (ALVES, 2015). Desse modo, foi possível controlar a suavidade da curva de endurecimento.

$$h_{(t)} = (1-t)^3 p_1 + 2t(1-t)^2 p_2 + 3t^2(1-t) p_3 + t^3 p_4 \quad t \in [0, 1] \quad (16)$$

Definindo os parâmetros  $p_1 = (0, 0)$ ,  $p_2 = (k, n_a)$ ,  $p_3 = (1-k, 1-n_b)$ ,  $p_4 = (1, 1)$  e  $k \ll 1$ . Substituindo na equação (16):

**Figura 20-** Diagrama tensão vs temperatura para uma temperatura constante e as tensões nas fronteiras de transformação.



Fonte: Adaptado de Alves (2015).

$$\begin{cases} H_x(t) \\ H_y(t) \end{cases} = \begin{cases} -2(1-3k)t^3 + 3(1-3k)t^2 + 3kt \\ (3n_a + 3n_b - 2)t^3 + 3(1-2n_a - n_b)t^2 + 3n_a t \end{cases} \quad (17)$$

A função de endurecimento para uma transformação direta é dada por (18), e a equação (19) a inversa:

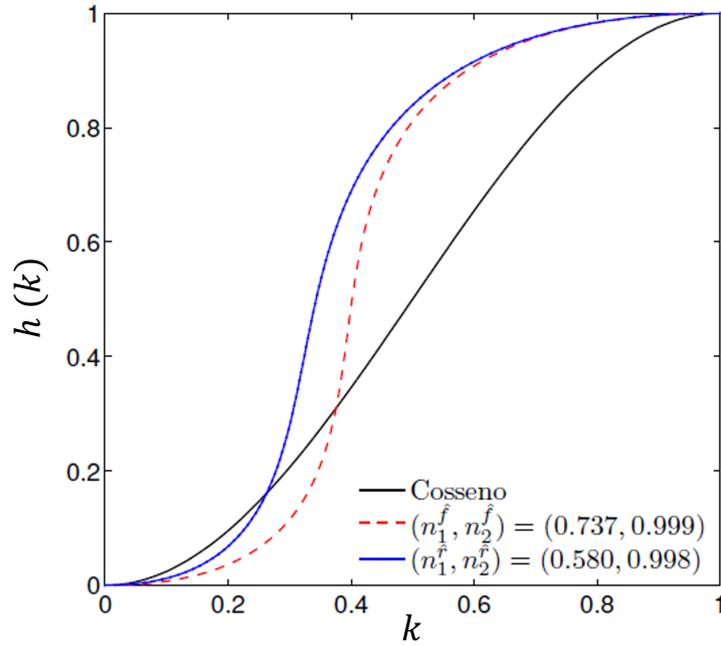
$$h_{\hat{f}} = (3n_a + 3n_b - 2)t^3 + 3(1 - 2n_a - n_b)t^2 + 3n_a t, \quad t \in [0, 1] \quad (18)$$

$$h_{\hat{r}} = -2(1 - 3k)t^3 + 3(1 - 3k)t^2 + 3kt, \quad t \in [0, 1] \quad (19)$$

A comparação com a função de Brinson (1993) pode ser visto na Figura 21, usando algumas variações de  $n_a$  e  $n_b$ .

Com o intuito de obter a otimização do modelo proposto, Enemark (2015) sugere

**Figura 21-** Comparação entre as curvas de Bézier cúbica e a função cossenoidal de Brinson (1993).



Fonte: Adaptado de Alves (2015).

a utilização dos seguintes valores para os parâmetros da curva de transformação direta (índice  $f$ ) e inversa ( $r$ ):  $n_a^f = 0,737$ ,  $n_b^f = 0,990$ ,  $n_a^r = 0,580$  e  $n_b^r = 0,998$ .

Portanto, para a transformação direta, a fração volumétrica de martensita será dada pela seguinte equação:

$$\xi = \xi_0 + (1 - \xi_0)h_f \quad (20)$$

Além disso, a derivada em relação a temperatura e tensão é dada por:

$$\xi'_T = \frac{(1 - \xi_0)h'_f}{M_f - M_s} \quad (21)$$

$$\xi'_S = \frac{(1 - \xi_0)h'_f}{\sigma_{f_s} - \sigma_{f_f}} \quad (22)$$

De forma similar, a fração volumétrica de martensita da transformação inversa será:

$$\xi = \xi_0 h_{\hat{r}} \quad (23)$$

$$\xi'_T = \frac{\xi_0 h'_{\hat{f}}}{A_s - A_f} \quad (24)$$

$$\xi'_S = \frac{(\xi_0) h'_{\hat{f}}}{\sigma_{\hat{r}_s} - \sigma_{\hat{r}_f}} \quad (25)$$

### 3.4 Parâmetros do Nitinol

Nessa seção serão apresentados os dados e ensaios realizados com a LMF que será usada nesse trabalho. A primeira etapa é a definição das temperaturas de transição, que são usadas, junto a outros dados, para determinar o diagrama de fase. Por fim será apresentada a relação de tensão elétrica e temperatura para os fios nas condições de ensaio.

#### 3.4.1 Ensaio DSC da LMF

A LMF usada nesse projeto foi o nitinol com diâmetro de  $0,635 \text{ mm}$  com acabamento *light oxide* fornecido pela empresa *Fort Wayne Metals Research Products Corporation*.

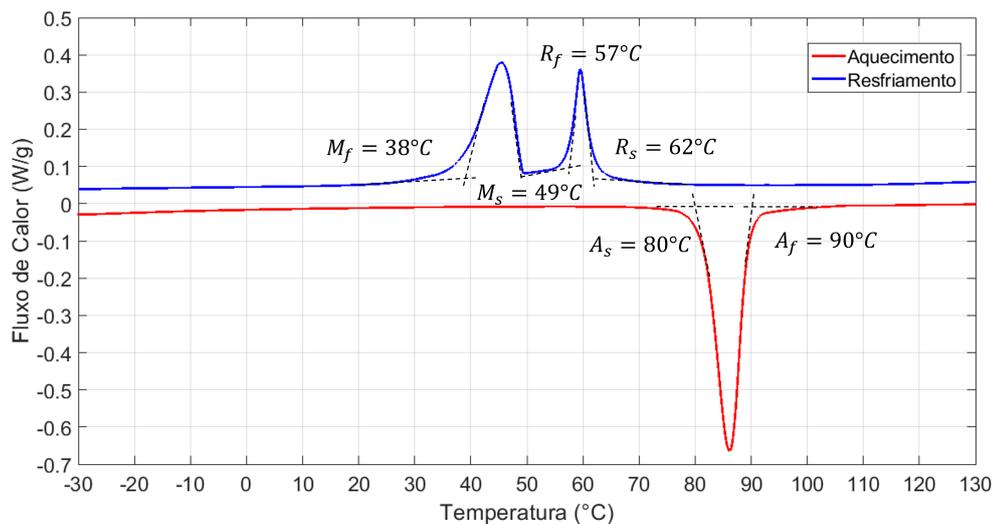
O ensaio DSC (Differential Scanning Calorimetry) foi realizado para determinar as temperaturas de transformação para a fase martensítica e austenítica da liga. A amostra foi colocada no cadinho descartável e inserido no equipamento. Nesse ensaio ele gerou o aquecimento e resfriamento do material na faixa de  $-30C$  até  $130C$  a uma taxa de  $10^\circ C/min$  medindo o fluxo de calor.

A Figura 22 apresenta o resultado obtido pelo DSC, onde verifica-se um pico durante o aquecimento, sendo esta região que define a transformação de austenita. Para definir o valor da temperatura é utilizado o método da tangente, sendo o resultado dado pela intersecção das duas retas. A temperatura  $A_f$  é próxima de  $90^\circ C$ , enquanto a  $A_s$  é de  $80^\circ C$ .

No resfriamento é encontrado dois picos. O primeiro é referente a transformação martensítica, iniciando a formação em  $M_s = 49^\circ C$  e terminando em  $M_f = 38^\circ C$ . O segundo pico se refere a fase R. Essa fase é uma estrutura romboédrica, característica da

martensita encontrada na forma natural, apresentando baixo efeito de memória de forma e pseudoelasticidade (DUERIG; BHATTACHARYA, 2015). Uma maneira de eliminar tal fase é apresentada por Gonzalez et al. (2010), usando o aquecimento prolongado do material a altas temperaturas. Essa estrutura inicia em  $62^{\circ}\text{C}$  e termina em  $57^{\circ}\text{C}$  e não terá efeito considerável na aplicação desse projeto.

**Figura 22-** Ensaio DSC para obter as temperaturas de transição da martensita e austenita.



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.4.2 Análise das propriedades do fio de nitinol

A Tabela 1 apresenta as propriedades obtidas por meio do data sheet e de ensaios da LMF.

**Tabela 1-** Propriedades do fio nitinol.

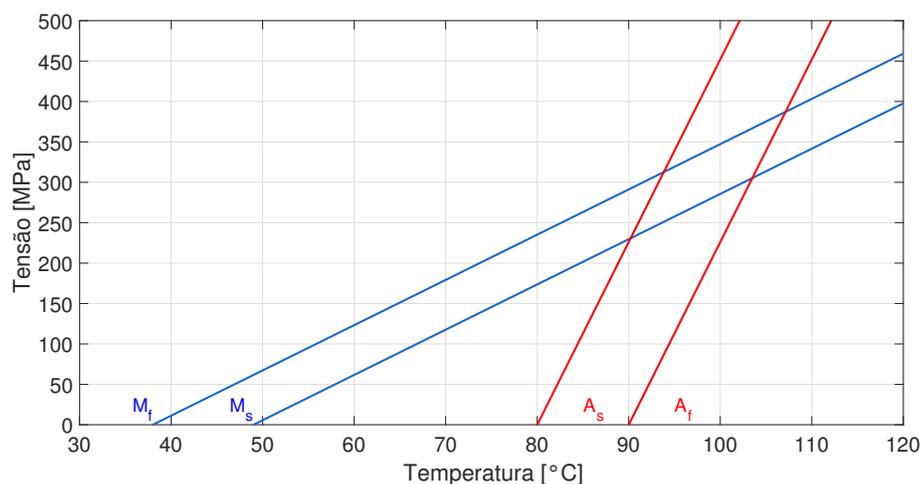
Parâmetro	Valor	Unidade
Diâmetro ( $d$ )	0,635	mm
Densidade ( $\rho$ )	5120	kg/m <sup>3</sup>
Área da secção transversal ( $A$ )	$3,167 \cdot 10^{-7}$	m <sup>2</sup>
Resistência elétrica ( $R$ )	3,2	$\Omega/m$
Módulo de elasticidade Austenita ( $E_A$ )	70	GPa
Módulo de elasticidade Martensita ( $E_M$ )	30	GPa
Coefficiente transformação martensita ( $C_M$ )	5,6	MPa/°C
Coefficiente transformação austenita ( $C_A$ )	22,6	MPa/°C

Fonte: Elaborado pelo autor.

As temperaturas de transição de fase obtidas pelo ensaio DSC são fundamentais para as próximas análises. Por meio delas pode-se verificar o comportamento quando o material

não está sofrendo carregamento. Utilizando os coeficientes de transformação de martensita e austenita,  $C_M$  e  $C_A$ , pode-se obter as temperaturas de transição para diferentes carregamentos, conforme apresentado na Figura 23. Verifica-se que para atingir a região de transformação quando o material está sob carregamento, é preciso uma temperatura diferente. Por exemplo, para um carregamento de  $100\text{ MPa}$ , a temperatura  $M_f$  passa a ser  $55^\circ\text{C}$  e não mais  $38^\circ\text{C}$ , ou seja, ocorre somente martensita para temperaturas maiores. Além disso, verifica-se um comportamento similar para a formação de austenita, mas a reta tende a ser mais inclinada conforme o carregamento é aumentado, desse modo atinge uma região com ambas as fase para um carregamento maior que  $250\text{ MPa}$ .

**Figura 23-** Diagrama de fases da LMF utilizada.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O projeto conseguirá atingir temperaturas de até  $95^\circ\text{C}$ , mas devido a influência da tensão mecânica a fração de austenita tende a reduzir quando submetido ao carregamento do ensaio. No Apêndice C é apresentada a simulação numérica do ensaio de tração para os dados da Tabela 1, onde verifica-se o comportamento das curvas e a formação do ciclo de histerese a partir de  $90^\circ\text{C}$ , podendo contribuir para o amortecimento do sistema.

Portanto, o projeto sofrerá maior influência da força gerada pela mudança de fase martensítica e pequena contribuição de amortecimento devido a dissipação de energia da pseudoelasticidade.

Como visto, a temperatura e a tensão são fatores importantes para aplicar as propriedades da LMF. Por isso, a seção seguinte abordará a força gerada pela mudança de temperatura e a relação entre a tensão elétrica e temperatura do fio.

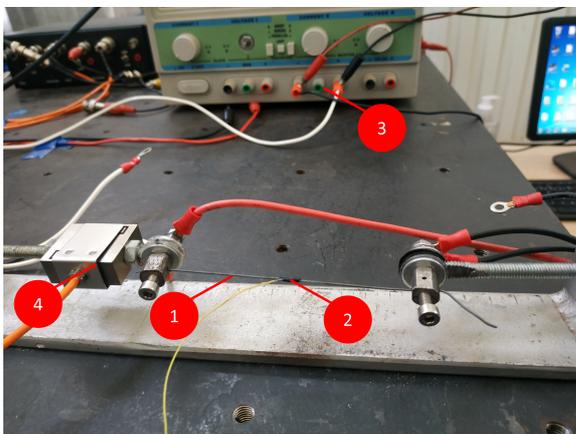
### 3.4.3 Determinação da temperatura da LMF

A temperatura e carregamento são os parâmetros que induzem as propriedades de uma LMF. O primeiro é responsável pela passagem da martensita maclada em austenita e o contrário também. Já o carregamento está relacionado a transformação da martensita maclada e demaclada.

Nesse trabalho será utilizado o efeito Joule para provocar a mudança de temperatura, diferentemente de Alves (2015) e Braga et al. (2018), visto que utilizaram sopradores térmicos. Devido a dificuldade em realizar a medição da temperatura do fio submetido a uma corrente elétrica e de modelos dinâmicos de temperatura para a LMF, analisou-se de forma experimental a obtenção de uma relação entre a tensão elétrica e a temperatura no fio quando pré tensionado.

Para determinar o comportamento da temperatura do fio quando submetido a uma tensão elétrica, foi utilizado um termopar do tipo K de baixa inércia térmica. O sensor foi fixado ao fio por meio de um termo retrátil. Os dados de tempo e temperatura foram fornecidos pelo sistema de aquisição *MGCplus HBM*. O fio de 100 mm foi pré tensionando em um suporte junto com a célula de carga para medir a tensão aplicada inicialmente e a gerada pela LMF. Em cada extremidade do fio foram conectados os polos da fonte de corrente contínua FA-3050 e ela foi ligada por 100 s e depois desligada, sendo possível verificar o comportamento no aquecimento e resfriamento da liga. A Figura 24 apresenta o aparato experimental e o sistema de aquisição de temperatura.

**Figura 24-** Aparato para medição da força e temperatura da LMF: (a) 1-Fio de LMF; 2-Termopar tipo K; 3-Fonte de corrente contínua; 4- Célula de carga. (b) Sistema de aquisição do termopar.



(a)



(b)

Fonte: Elaborado pelo autor.

Além de verificar o comportamento da temperatura no tempo, analisou-se também a variação da força gerada pelo aumento da temperatura do fio utilizando o *Simulink* para adquirir o sinal da célula de carga.

O ensaio foi desenvolvido aplicando uma pré carga de 15 *N*, visto que essa será a força aplicada nos fios no início do experimento, ou seja, a condição inicial de pré tensão. A Figura 25 apresenta o comportamento da temperatura e carga para diferentes tensões elétricas. Foi aplicada uma faixa de tensão elétrica que varia de 0,1 *V* até 0,4 *V*. Para tensões maiores que 0,4 *V* o sistema de aquisição apresentou problemas na medição da temperatura e, portanto, devido a sua imprecisão, tornou-se inviável utilizá-lo nessas condições.

A Tabela 2 apresenta a relação entre a temperatura e a tensão elétrica obtida por meio da média dos dados do ensaio. Na Figura 25(a) mostra que a temperatura apresenta uma rampa de aquecimento que depois se estabiliza. Essa rampa tende a ser mais íngreme conforme a temperatura aumenta e, também, para maiores tensões elétricas a temperatura tende estabilizar-se mais lentamente. Na Figura 25(b) verifica-se o mesmo comportamento com a carga, apresentando uma subida em forma de rampa e depois estabilização da força gerada pela LMF.

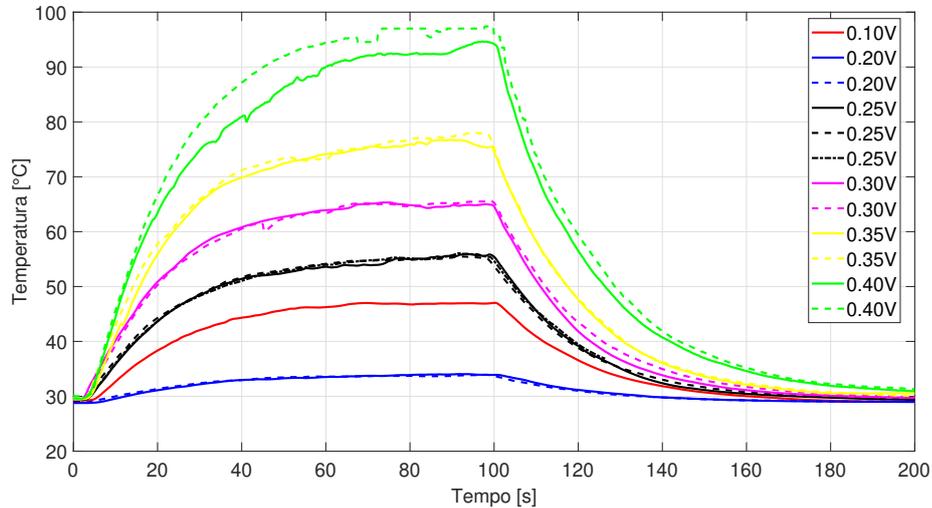
**Tabela 2-** Parâmetros obtidos pela otimização.

Tensão elétrica (V)	Temperatura (°C)
0,10	34
0,20	47
0,25	55
0,30	65
0,35	77
0,40	95

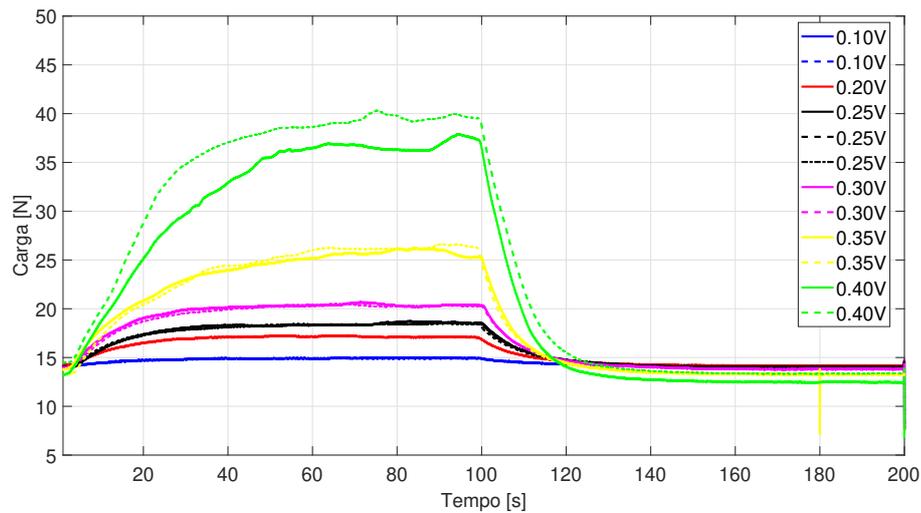
Fonte: Elaborado pelo autor.

Por meio desse experimento encontra-se a relação entre a temperatura que será aplicada em cada fio e será usada para realizar a simulação numérica. Além disso, a força inicial obtida pelo experimento será usada para validar se os dados da LMF e o modelo estão corretos, pois uma temperatura conhecida deverá apresentar a força obtida experimentalmente.

**Figura 25-** Dados do ensaio para verificar o comportamento da temperatura e força no fio devido a variação da tensão elétrica: (a) Comportamento da temperatura no tempo para diferentes tensões. (b) Comportamento da força no fio para diferentes tensões elétricas.



(a)



(b)

Fonte: Elaborado pelo autor.

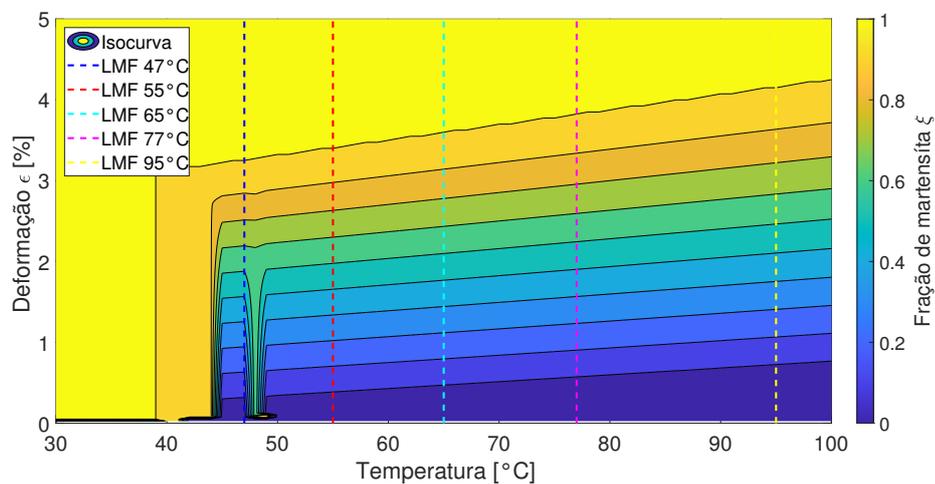
### 3.4.4 Comportamento da fração martensítica

Como é visto no diagrama de fase Figura 23, o início de transformação de fase pode variar com a temperatura e carregamento. A Figura 26 apresenta o comportamento da fração volumétrica de martensita ( $\xi$ ) quando o material sofre deformação devido a carregamento e também exposto a variação da temperatura. Verifica-se que para altas deformações e baixas temperaturas predomina a fase martensítica. Para maiores valores de temperatura a quantidade de martensita tende a reduzir, indicando a formação de

austenita ou por estar em uma região neutra do material, como é visto na região com tonalidades escuras de azul.

Ainda na Figura 26 são destacadas as temperaturas que serão usadas no ensaio. Verifica-se que elas partem de uma região com ausência de martensita e conforme a deformação é elevada, a quantidade tende a aumentar, até atingir sua totalidade. Utilizando as temperaturas de mudanças de fase definidas pelo ensaio DSC, conclui-se que acima de  $90^{\circ}\text{C}$  haverá a presença de austenita na região de zero martensita, o que iniciará e intensificará o efeito da pseudoelasticidade.

**Figura 26-** Comportamento da fração volumétrica de martensita  $\xi$  variando a temperatura e deformação na LMF.



Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4 MODELAGEM DO ROTOR

Os rotores são constituídos por eixo, discos, mancais e acoplamentos. Além disso, deve-se levar em conta a presença de um desbalanceamento no disco, que provocará uma força de desbalanceamento (LALANNE; FERRARIS, 1998). Para esse sistema dinâmico, o modelo é representado por matrizes de massa, amortecimento, rigidez e excitação interna e externa (ABREU, 1998).

Para o desenvolvimento da simulação, precisa-se seguir alguns passos de acordo com Lalanne e Ferraris (1998).

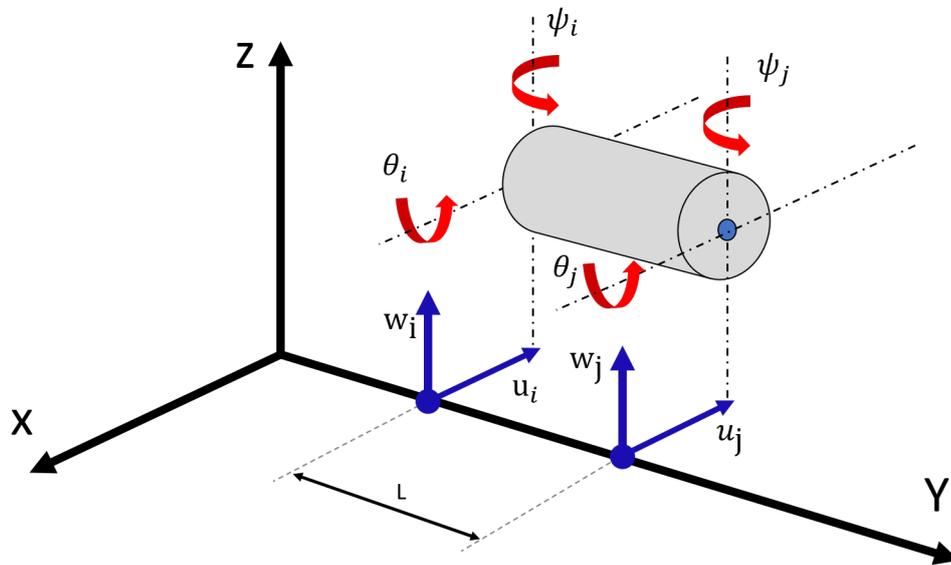
O primeiro será definir a energia cinética ( $T$ ) e energia potencial ( $U$ ) de todos os componentes do rotor e, também, o trabalho virtual ( $\delta W$ ) das forças externas aplicadas ao sistema. Vale lembrar que tais parâmetros devem ser calculado para cada elemento. O segundo passo é a definição do método de discretização, que nesse estudo será o Método de Elementos Finitos (MEF) devido a quantidade de graus de liberdade. Por fim, será aplicado método de Lagrange (26) para resolver as equações de movimento dos elementos.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = F_i \quad (26)$$

Na equação,  $T$  e  $U$  representam energia cinética e a energia potencial, respectivamente,  $q_i$  é a coordenada generalizada (deslocamento),  $\dot{q}_i$  é a velocidade generalizada e  $F_i$  representa a força generalizada. Além disso, o índice  $i$  encontra-se no intervalo de:  $1 \leq i \leq n$ , onde  $n$  representa a quantidade de graus de liberdade do sistema (ABREU, 1998).

A obtenção das energias e dos trabalhos virtuais é apresentada no Apêndice 7.1, onde é desenvolvido o equacionamento, de forma generalizada, para um rotor flexível. Para a modelagem em MEF, o rotor será dividido em 17 elementos que resultará em 18 nós. Cada elemento será composto por 2 nós, tendo 4 graus de liberdade cada, que são os deslocamentos em X (horizontal -  $u$ ) e Z (vertical -  $w$ ) e as rotações em X ( $\theta$ ) e Z ( $\psi$ ). A representação de um elemento é feita na Figura 27, sendo que o subíndice  $i$  e  $j$  representam os nós do elemento em análise.

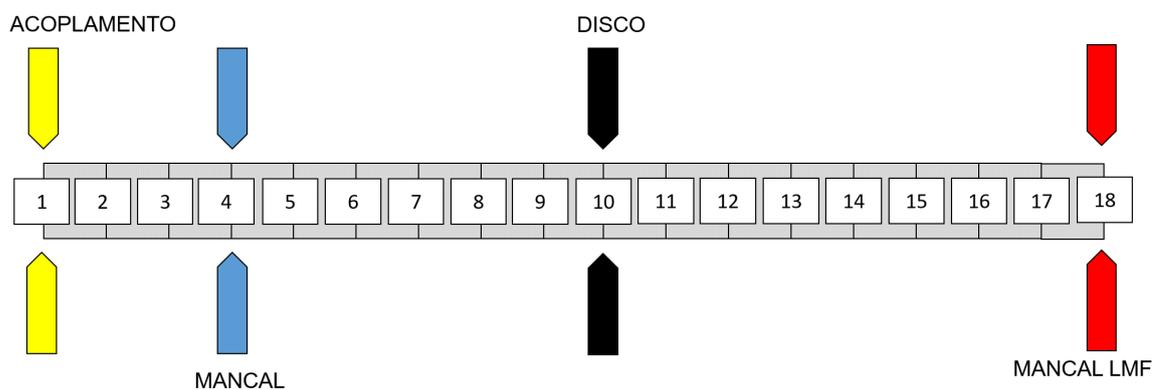
**Figura 27-** Representação de um elemento da discretização de comprimento  $L$  e os quatro graus de liberdade em cada nó.



Fonte: Adaptado de (ALVES, 2015).

Os componentes do rotor estão dispostos nas seguintes posições: acoplamento se encontra no primeiro nó, o mancal sem atuação da LMF (nó 4), o disco está no nó 10 e, por fim, o mancal com a atuação da LMF está no nó 18. Conforme a Figura 28.

**Figura 28-** Representação da discretização do rotor com a indicação dos elementos em seus respectivos nós.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Após discretizar o rotor, será aplicada a equação de movimento (27):

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C + \omega C_g]\{\dot{x}(t)\} + [K + \dot{\omega} K_t]\{x(t)\} = \{F_p\} + \{F_{LMF}\} \quad (27)$$

sendo:

$\{x\}$ : Vetor deslocamento;

$[M]$ : Matriz de massa do sistema;

$[C]$ : Matriz amortecimento do sistema;

$[C_g]$ : Matriz de efeito giroscópio;

$[K]$ : Matriz rigidez do sistema;

$[K_t]$ : Matriz de rigidez devido ao movimento transiente;

$\{F_p\}$ : Vetor das forças de perturbação (externas);

$\{F_{LMF}\}$ : Vetor das forças de controle gerada pela ação dos fios de LMF no mancal - Força obtida pelo modelo de Brinson (1993);

$\omega$ : Velocidade angular.

Inicialmente, adotando o amortecimento concentrado do sistema como sendo nulo, mas incorporando a ele o amortecimento proporcional na sua forma geral, como indica a seguinte equação (EWINS, 1984):

$$C = C + \beta K + \gamma M \quad (28)$$

onde  $\beta$  é o coeficiente do amortecimento proporcional a matriz de rigidez e  $\gamma$  o coeficiente do amortecimento proporcional a matriz de massa. O amortecimento estrutural terá  $\beta = 5,07$ , calculado pelo amortecimento de Rayleigh, que está desenvolvido no Apêndice A.4.

Para evitar a introdução de amortecimento excessivo, adotando apenas o termo referente a matriz de rigidez.

$$C = C + \beta K \quad (29)$$

A primeira etapa para a resolução desse problema é a transformação do sistema de segunda ordem em um de primeira ordem. Para isso, passando a equação de movimento para o espaço dos estados, tem-se:

$$\begin{bmatrix} 0 & M \\ M & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & C \\ 0 & -M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \dot{x} \end{Bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} 0 & C_g \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \dot{x} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (30)$$

Compactando a equação (30):

$$\tilde{M}\dot{y} + \tilde{K}y + \omega\tilde{C}_gy = \tilde{F} \quad (31)$$

onde  $\tilde{M}$ ,  $\tilde{K}$ ,  $\tilde{C}_g$  e  $\tilde{F}$  são as matrizes de massa, rigidez e de efeito giroscópio, respectivamente, e  $F$  é o vetor força externa.

Na forma do espaço dos estados, tem-se:

$$\dot{Y} = [A]Y + [B]u \quad (32)$$

onde:

$$[Y] = \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix} \quad (33)$$

$$[A] = \left[ -\tilde{M}^{-1}(\tilde{K} + \tilde{G}_g) \right] \quad (34)$$

$$[B] = \left[ -\tilde{M}^{-1} \right] \quad (35)$$

$$u = \left\{ \tilde{F} \right\} \quad (36)$$

A resolução desse modelo em coordenadas físicas exige maior processamento computacional devido as dimensões do sistema. Uma alternativa é utilizar coordenadas nodais. Então é necessário encontrar os autovalores e autovetores da equação de movimento (27), para isso deverão ser desconsiderados o efeito giroscópio, excitação e os termos de rigidez na posição dos rolamentos (LALANNE; FERRARIS, 1998).

$$M\ddot{x} + K^*x = 0 \quad (37)$$

Desse modo, como Ewins (1984) mostra, pode-se escrever a matriz de autovalor como sendo:

$$\Lambda = V^{-1}\tilde{M}^{-1}\tilde{K}V \quad (38)$$

onde  $V$  é a matriz dos autovetores e  $\Lambda$  é a matriz diagonal dos autovalores.

Rearranjando, o sistema tem-se:

$$V\Lambda V^{-1} = \tilde{M}^{-1}\tilde{K} \quad (39)$$

Portanto, substituindo 39 em 31 e chamando a coordenada modal de  $z$ :

$$\dot{z} = \Lambda z - \omega(\tilde{M}V)^{-1}\tilde{C}_gV + (\tilde{M}V)^{-1}\tilde{F} \quad (40)$$

Por fim, utilizando a conversão  $y = Vz$  para retornar ao sistema de coordenadas físicas (ALVES, 2015). A partir deste modelo pode-se utilizar o método Runge-Kutta de 4ª ordem de passo variado para a integração e obtenção das variáveis.

#### 4.1 Disposição dos fios no mancal

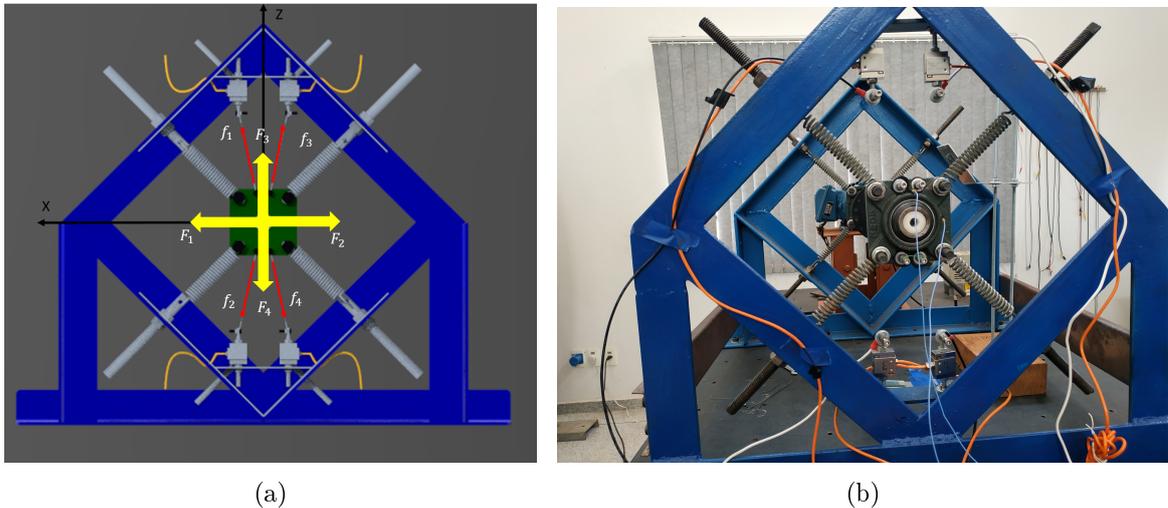
A disposição dos fios no mancal é representada pela Figura 29, onde o mancal apresenta a atuação de 4 fios de LMF inclinados a 10°. De forma esquemática, a Figura 30(a) apresenta atuação das forças e as medidas do sistema estático, já a Figura 30(b) representa o mancal em operação com deslocamento na vertical e horizontal, além da variação dos parâmetros.

Na Figura 30 tem-se os seguintes parâmetros:

- $a_0$ : Distância horizontal do centro do eixo até o ponto de fixação do fio na célula de carga;
- $b_0$ : Distância vertical do centro do eixo até o ponto de fixação do fio na célula de carga;

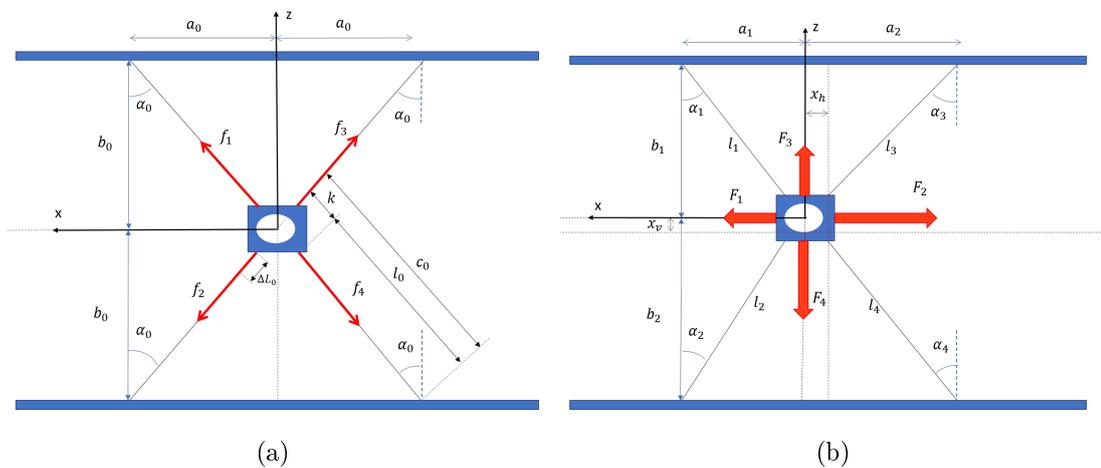
- $\Delta L_0$ : Alongamento do fio devido a pré-tensão;
- $l_0 = L + \Delta L_0$ : Comprimento do fio alongado para o rotor em repouso (pré-tensionado);
- $L$ : Comprimento do fio sem tensionamento;
- $k$ : Distância do centro do eixo até a posição de fixação da LMF;
- $c_0 = l_0 + k$ : Distância do centro do eixo até a fixação do fio na célula de carga na direção do fio;
- $\alpha_0$ : Ângulo entre o fio e a vertical para o rotor em repouso;
- $f_1, f_2, f_3$  e  $f_4$ : Força aplicada em cada fio. No repouso essas forças são iguais e geram o pré tensionamento;
- $a_1$ : Deslocamento relativo a pré-tensão dinâmica quando o eixo movimenta na horizontal a esquerda do eixo  $z$ ;
- $a_2$ : Deslocamento relativo a pré-tensão dinâmica quando o eixo movimenta na horizontal a direita do eixo  $z$ ;
- $b_1$ : Deslocamento relativo a pré-tensão dinâmica quando o eixo desloca na vertical acima do eixo  $x$ ;
- $b_2$ : Deslocamento relativo a pré-tensão dinâmica quando o eixo desloca na vertical abaixo do eixo  $x$ ;
- $l_1, l_2, l_3$  e  $l_4$ : Comprimento do fio alongado para o rotor em operação para as respectivas posições;
- $c_1, c_2, c_3$  e  $c_4$ : Comprimento do fio alongado para o rotor em operação somado com a distância  $k$  para as suas respectivas posições;
- $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  e  $\alpha_4$ : Ângulo de trabalho do fio para o rotor em operação;
- $x_v$ : Deslocamento vertical do mancal para o rotor em operação;
- $x_h$ : Deslocamento horizontal do mancal para o rotor em operação;
- $F_1, F_2, F_3$  e  $F_4$ : Forças resultantes na direção vertical e horizontal.

**Figura 29-** (a) Modelo da disposição dos fios realizado no PTC Creo, onde as forças de cada fio são dadas por  $f$  e as resultantes por  $F$ . (b) Bancada experimental focando no mancal com os fios de LMF instalados.



Fonte: Elaborado pelo autor.

**Figura 30-** Esquema da disposição dos fios de LMF no mancal. (a) Representação estática do sistema. (b) Representação do sistema deslocando na vertical e horizontal.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Quando o rotor entra em operação, pode-se escrever os parâmetros  $a$  e  $b$  como:

$$a_1 = a_0 - x_h \quad (41)$$

$$a_2 = a_0 + x_h \quad (42)$$

$$b_1 = b_0 - x_v \quad (43)$$

$$b_2 = b_0 + x_v \quad (44)$$

Com os valores de  $a$  e  $b$ , determina-se os ângulos da seguinte maneira:

$$\alpha_1 = \tan^{-1}\left(\frac{a_1}{b_1}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{a_0 - x_h}{b_0 - x_v}\right) \quad (45)$$

$$\alpha_2 = \tan^{-1}\left(\frac{a_1}{b_2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{a_0 - x_h}{b_0 + x_v}\right) \quad (46)$$

$$\alpha_3 = \tan^{-1}\left(\frac{a_2}{b_1}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{a_0 + x_h}{b_0 - x_v}\right) \quad (47)$$

$$\alpha_4 = \tan^{-1}\left(\frac{a_2}{b_2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{a_0 + x_h}{b_0 + x_v}\right) \quad (48)$$

Para a determinação da deformação em cada situação, é necessário partir do teorema de Pitágoras e com a definição da distância da fixação na célula de carga até o centro do eixo.

$$c_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \quad (49)$$

$$c_2 = \sqrt{a_1^2 + b_2^2} \quad (50)$$

$$c_3 = \sqrt{a_2^2 + b_1^2} \quad (51)$$

$$c_4 = \sqrt{a_2^2 + b_2^2} \quad (52)$$

Para obter o comprimento com alongamento é necessário remover a distância  $k$  dos valores de  $c$ . Escrevendo de forma geral, em que  $i = 1, 2, 3, 4$ , tem-se:

$$c_i = l_i + k \quad (53)$$

onde,

$$l_i = L + \Delta L \quad (54)$$

Desse modo, a deformação de cada fio é dada pela equação (55), onde  $i$  varia de 1 a 4 e  $\epsilon_0$  é a deformação inicial aplicada no fio.

$$\epsilon_i = \frac{l_i + L}{L} + \epsilon_0 \quad (55)$$

Com esses parâmetros é calculada a força aplicada pela liga em cada um dos cabos pelo modelo constitutivo de Brinson (1993). Dessa forma, a força resultante na direção horizontal e vertical é dada por:

$$F_1 = f_1 \text{sen}(\alpha_1) + f_2 \text{sen}(\alpha_2) \quad (56)$$

$$F_2 = -(f_3 \text{sen}(\alpha_3) + f_4 \text{sen}(\alpha_4)) \quad (57)$$

$$F_3 = f_1 \text{cos}(\alpha_1) + f_3 \text{cos}(\alpha_3) \quad (58)$$

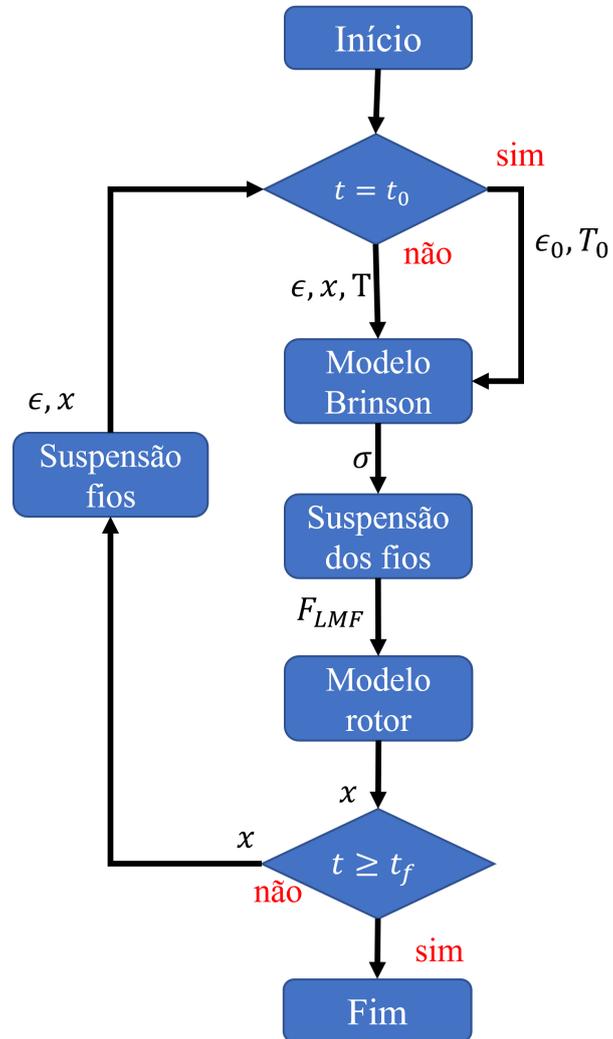
$$F_4 = -(f_2 \cos(\alpha_2) + f_4 \cos(\alpha_4)) \quad (59)$$

onde  $f_i$  é a força calculada pelo modelo constitutivo.

## 4.2 Acoplamentos dos modelos

A Figura 31 apresenta de forma esquemática como os modelos se acoplam. Como o modelo do rotor e da LMF são resolvido de formas desacoplada, é necessário ele partir de uma condição inicial, sendo esses parâmetros o  $\epsilon_0$  e  $T_0$ . A partir da segunda iteração não o sistema se realimenta. Assim, com os parâmetros de deslocamento, deformação e temperatura passa a ser definida a tensão aplicada pela LMF, que em seguida é transformada em força resultante por meio da disposição dos fios. Esse parâmetro somado a força de desbalanceamento para em seguida resolver as equações de movimento. Esse processo é realizado até atingir o tempo de simulação definido.

Figura 31- Fluxograma do acoplamento dos modelos.



Fonte: Elaborado pelo autor.

## 5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Nesse capítulo será apresentada a metodologia e instrumentação da bancada para a obtenção dos dados experimentais. Os dados serão apresentados logo em seguida, iniciando pelos dados do rotor sem a LMF e depois com a LMF em cinco temperaturas diferentes. Em todos os casos são analisados os deslocamentos do disco e do mancal que possui os atuadores.

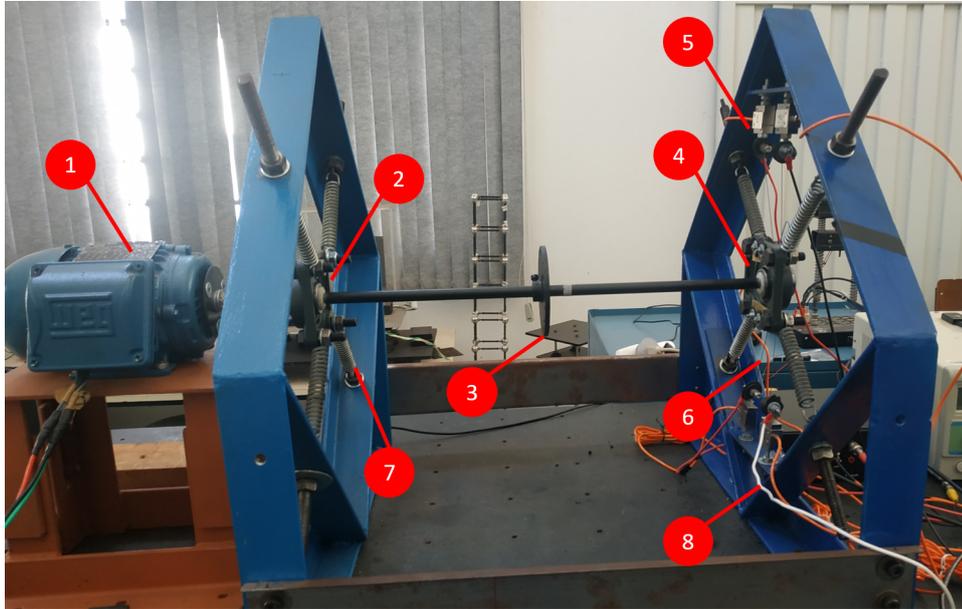
### 5.1 Montagem da Bancada experimental

Para a realização do experimento a bancada é montada em duas etapas. A primeira consiste em montar o rotor sem a presença dos fios de LMF e realizar as medidas de referência para verificar os efeitos que a liga irá gerar no sistema. Na segunda etapa será a instalação dos fios e a fonte para aplicar a diferença de potencial, para em seguida obter as medidas para diferentes temperaturas.

Na Figura 32 é apresentada a banca experimental com os fios de LMF instalados. O motor elétrico irá ser acionado pelo inversor de frequência, que tem a rampa de aceleração programada para  $100 \text{ rpm/s}$ . O eixo é acoplado ao motor elétrico, para a transmissão do torque e é fixado nos mancais, cada um em uma extremidade do eixo. No centro do eixo há o disco, o qual apresenta furos roscados para adicionar desbalanceamento. Os mancais são fixados na estrutura metálica (em azul) por meio de molas helicoidais dispostas  $90^\circ$  entre si, gerando componentes iguais na vertical e horizontal.

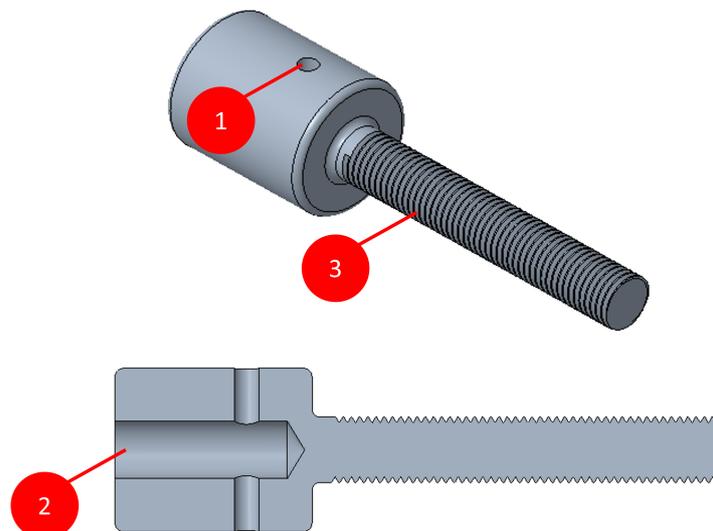
Na estrutura de fixação do mancal que está a direita do disco são acopladas as células de carga. Elas possuem uma barra roscada que é fixada na estrutura, enquanto na outra extremidade da célula há uma barra com a ponta achatada e furada, no qual será fixado o pino para a fixação da liga. Esse pino apresenta uma parte roscada externa, outra interna e um furo de  $1 \text{ mm}$  passante. Na região roscada interna será colocado um parafuso para realizar o travamento do fio, conforme mostra a Figura 33. Outro pino similar é fixado no mancal. Assim é possível prender o fio e reduzir a ocorrência de escorregamento durante o ensaio.

**Figura 32-** Bancada experimental indicando os componentes na duas etapas do ensaio. 1-motor elétrico; 2-primeiro mancal; 3-rotor; 4-segundo mancal; 5-células de carga; 6-fios de nitinol; 7-molas helicoidais de aço; 8-fios para aquecimento da liga.



Fonte: Elaborado pelo autor.

**Figura 33-** Pino de fixação do fio de LMF. 1-Furo para passagem do fio; 2-Furo para parafuso fixar o fio; 3-Região roscada para fixação do pino na célula de carga.



Fonte: Elaborado pelo autor.

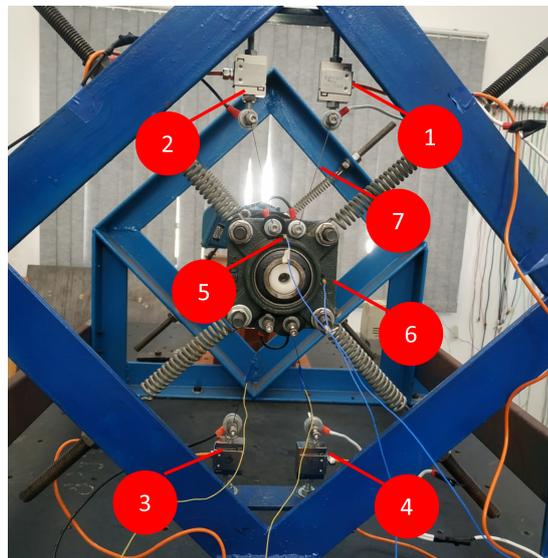
A angulação que os fios formam com a vertical é de  $10^\circ$ , podendo sofrer variação de

até 1°. Foi escolhida esta angulação para aproveitar a estrutura e atuar nas duas direções, intensificando na vertical, visto que é o maior deslocamento, e ao mesmo tempo analisar os efeitos na horizontal, onde a componente de atuação dos fios serão menores.

As células de carga possuem a capacidade de 30 *kg* e são de baixa massa e tamanho reduzido. Elas foram devidamente calibradas e alimentadas com a mesma tensão (5V). Por causa da angulação do fio, a componente medida sofre pequena variação de força. Logo, será considerado o valor medido pela célula como a força aplicada no fio. Os sinais das células de carga são enviados para o condicionador/alimentador, que realiza a filtragem e envia para a placa de aquisição.

Para a instrumentação do mancal em que será utilizada a liga, serão usados dois acelerômetros ICP de baixa impedância, cada um responsável por medir uma direção de deslocamento. Os acelerômetros foram calibrados e validados com a carta de calibração. O pulso elétrico gerado pelo acelerômetro é enviado para o condicionador de sinal que realiza a filtragem e amplifica para serem enviados à placa de aquisição. A Figura 34 apresenta a disposição das células de cargas e os acelerômetros.

**Figura 34-** Instrumentação do mancal e disco. 1-Célula de carga 1; 2-Célula de carga 2; 3-Célula de carga 3; 4-Célula de carga 4; 5-Acelerômetro ICP unidirecional (vertical); 6-Acelerômetro ICP unidirecional (horizontal); 7-Fio de LMF.

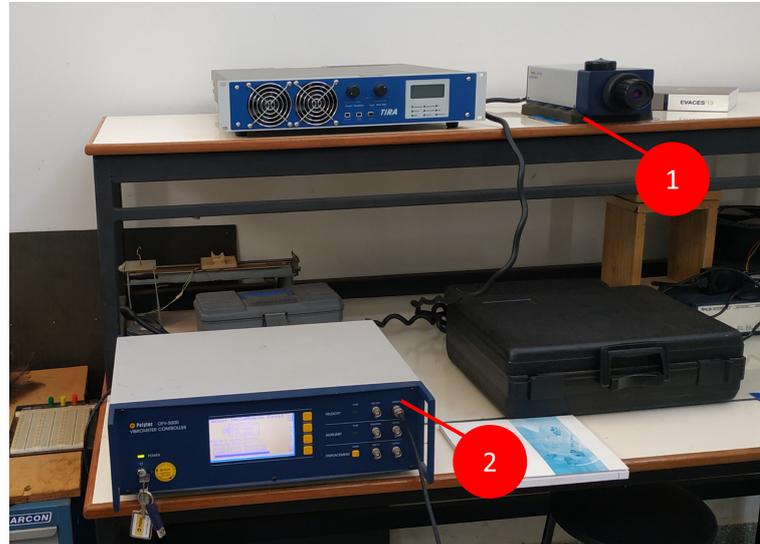


Fonte: Elaborado pelo autor.

O disco tem seu deslocamento medido pelo vibrômetro, mas diferentemente do mancal, é possível obter apenas uma direção por execução do ensaio. A medição na horizontal é simples, mas na vertical será necessário utilizar um aparato de dois espelhos para refletir o laser e atingir o disco na vertical. O próprio sistema realiza o condicionamento do sinal,

que é dado em  $m/s$  e os dados são enviados para o sistema de aquisição.

**Figura 35-** Instrumentação do disco. 1-Laser; 2-Sistema de condicionamento do sinal.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A aquisição, Figura 36, é feita pela placa *Quanser* que possui 8 canais, sendo dois para os acelerômetros, dois para o vibrômetro e quatro para as células de carga. A interface entre a placa e o computador é feita pelo *Simulink*, o qual possui software da *Quanser* instalado e possibilita a conexão.

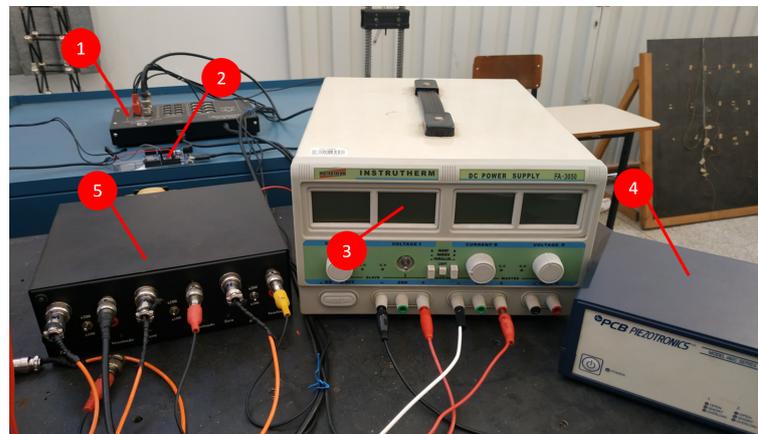
Para realizar o aquecimento do fio de LMF é utilizado a fonte de corrente contínua (cc) que possibilita regular a tensão ou corrente elétrica. Ela possui dois canais e cada um ficará responsável por alimentar dois fios de nitinol ligados em série. Portanto, a tensão na fonte cc será dividida entre os dois fios de cada canal. Para controlar o tempo que a tensão é aplicada no fio, é utilizado o arduino e dois relés, que irão fechar ou abrir o circuito. Logo, no microcontrolador é definido o tempo em que o circuito é fechado (aquece o fio) e é aberto (interrompe o aquecimento). Com base nos dados apresentados na Figura 25 é definido o tempo de 60 s para aquecimento e estabilização da temperatura.

O sistema de aquisição e bancada são acionados quase simultaneamente. O arduino aciona a fonte e em seguida o rotor, por meio do inversor de frequência. Nesse momento, no *Simulink* é dado início a aquisição dos dados. Os dados do vibrômetro e dos acelerômetros não são dados em deslocamento, por isso é realizado a integração deles para o deslocamento em  $mm$ . Já as células de carga tem suas medidas em  $mV$  e por meio da curva de calibração os dados são convertidos em Newton.

A defasagem entre acionar a aquisição e o rotor é removida passando os dados de

deslocamento para o domínio da frequência. As frequências de ressonâncias são indicadas no domínio da frequência e usando a rampa de aceleração transforma-se tempo em frequência, logo é possível ajustar os dados de tempo e remover a defasagem de tempo no sinal coletado. Devido as limitações do inversor e do rotor, o sistema será excitado de 0 a 40  $Hz$ , sendo possível analisar apenas uma frequência crítica, já que as demais estão acima de 60  $Hz$ .

**Figura 36-** Equipamentos de aquisição e aquecimento da liga. 1-Placa de aquisição QUANSER Q8-USB; 2-Placa arduino para aquisição da velocidade; 3-Fonte de corrente contínua; 4-Condicionador de sinal PCB para acelerômetros ICP; 5-Alimentador e condicionador para células de carga.



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 5.1.1 Aquisição de velocidade

O motor elétrico tem sua velocidade controlada por um inversor de frequência, desse modo é possível programar a velocidade inicial e final e, também, o tempo de rampa para atingir tal velocidade. Mas como o motor está acoplado ao rotor, ocorre a redução da velocidade na saída devido a carga que precisa movimentar.

Para solucionar esse problema e obter a velocidade real do rotor é utilizado um sistema para a medição da velocidade utilizando Arduino e sensor indutivo.

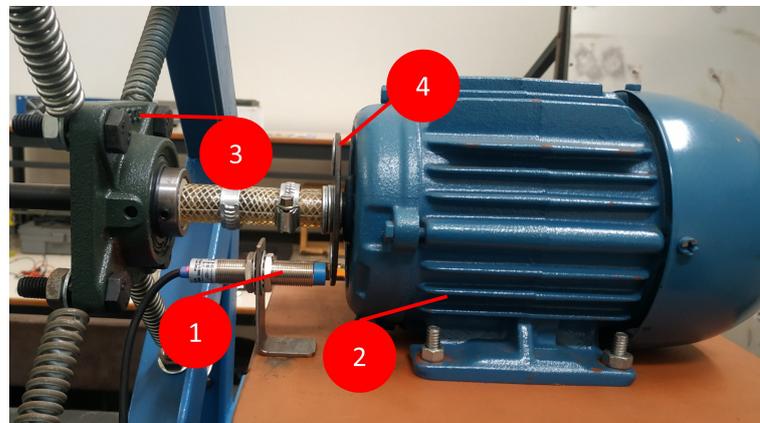
No rotor é fixada uma placa não metálica com 3 arruelas metálicas dispostas  $120^\circ$  uma da outra com mesmo distanciamento do centro do disco. Um suporte que fixa o sensor indutivo é posicionado normal à placa e ficando a aproximadamente 4  $mm$  das arruelas que estarão rotacionando junto com o motor. Assim, toda vez que o sensor acusar a presença de um componente metálico, o arduino irá fazer a contagem. Portanto, estabelecendo um intervalo de tempo para análise, o arduino calcula a quantidade de vezes que identificou algo metálico no intervalo de tempo estipulado e transforma essa

informação em velocidade.

Por meio desse dispositivo montado é possível verificar uma diferença média de 200 *rpm* quando comparado com o inversor de frequência. Isto é importante, pois é possível estabelecer a frequência crítica do rotor no tempo correto para o sistema de controle acionar a LMF.

O sistema de aquisição é apresentado na Figura 37. No apêndice C encontra-se o código desenvolvido para aquisição de velocidade e acionamento dos relés da fonte

**Figura 37-** Sensor indutivo para aquisição da velocidade do rotor. 1-Sensor indutivo; 2-Motor elétrico; 3-Primeiro mancal e 4-Disco de mdf com arruelas metálicas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

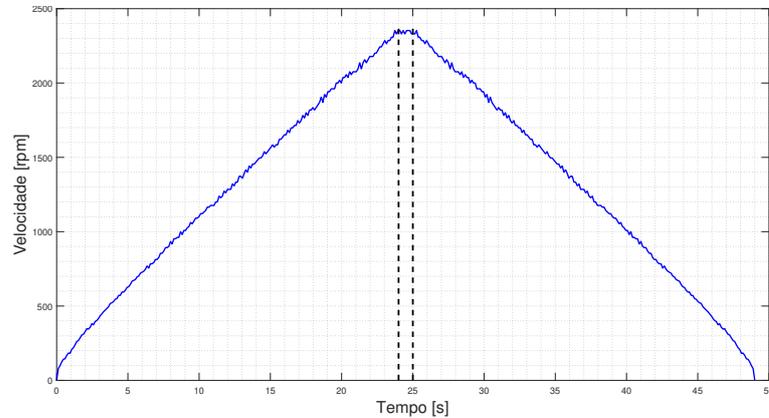
### 5.1.2 Sistema de acionamento do Rotor

Para o acionamento do rotor será utilizado o microcontrolador Arduino para emitir um sinal de liga e desliga ao inversor de frequência. Para isso, será utilizado dois relés. O primeiro relé será responsável pelo envio do pulso para acionar o inversor e o segundo pelo desligamento.

No inversor é programado o tempo de subida e descida e no *Integrated Development Environment* (IDE) do Arduino são definidos os instantes de tempo para acionar cada relé. Inicialmente, é deixado o arduino funcionar por 5 segundos antes de acionar o rotor e é desligado após atingir o tempo de subida. Nesse ensaio, para chegar a 40 *Hz* leva-se 24 segundos em uma rampa de 100 *rpm*, e deixando ele funcionar por 1 segundo em 40 *Hz*, portanto, será utilizado o tempo de desligamento somando os 24 s com os 1 s de constante, além de considerar os 5 s de funcionamento inicial do arduino. O tempo do arduino até que o relé faça o desligamento será de 30 segundos. O comportamento da

velocidade do rotor no tempo é mostrado na Figura 38.

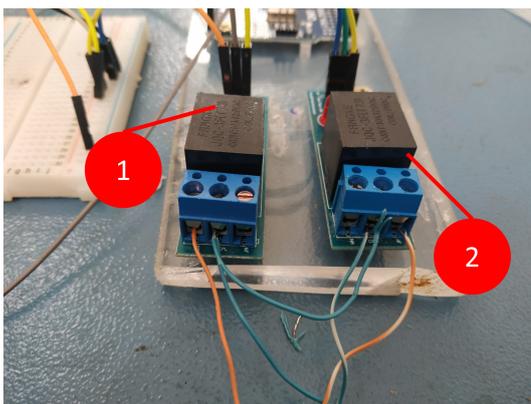
**Figura 38-** Rampa de subida e descida da velocidade e tempo em que o rotor mantém a rotação máxima constante.



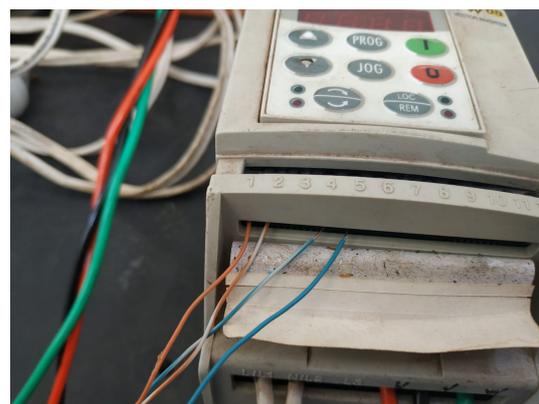
Fonte: Elaborado pelo autor.

O sistema de acionamento é apresentado na Figura 39. No apêndice C encontra-se o código desenvolvido para o controle liga-desliga. Esse sistema de controle facilita o acionamento do rotor e a aquisição no *Simulink*, já que a variação de tempo entre o acionamento de cada um será menor e depois ajustado a defasagem utilizando a análise no domínio da frequência.

**Figura 39-** Sistema de controle para acionamento e desligamento do rotor utilizando o arduino. a) relé 1 atua para acionamento e o 2 para desligamento. b) portas de conexão dos relés com o inversor de frequência.



(a)



(b)

Fonte: Elaborado pelo autor.

### 5.1.3 Deslocamento vertical do disco

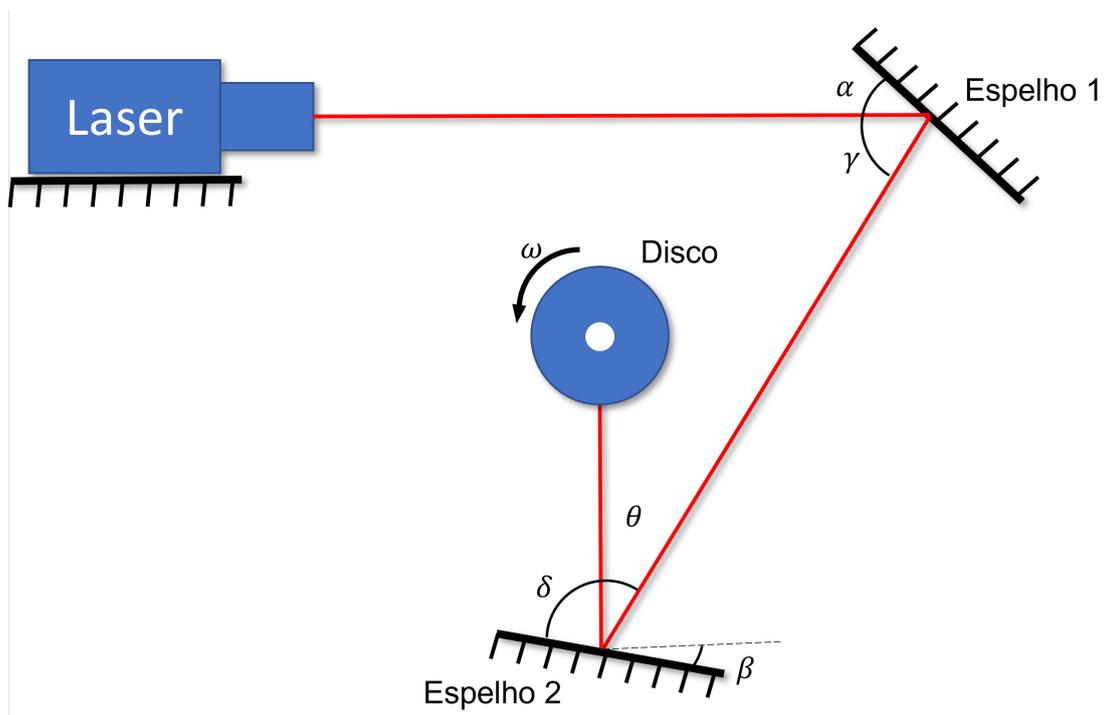
O deslocamento do mancal nas direções vertical e horizontal é obtida facilmente utilizando acelerômetros, mas quando deseja-se obter esse parâmetro no disco, surgem alguns

problemas. Devido aos deslocamentos próximos e acima de  $5\text{ mm}$  torna-se inviável utilizar sensores de proximidade e os sensores laser de alta precisão encontrados no laboratório por ultrapassarem a faixa de medição, além do risco de danificar o sensor.

O *Vibrometer Controller* OFV-5000 é composto por um sistema de condicionamento e um sensor laser. Por possuir uma faixa de medição alta, além de poder ajustar o seu foco, ele se torna adequado para instrumentar o disco. Conseguem-se obter o deslocamento horizontal do disco, já que ele é posicionado normal ao disco, mas a medida na vertical se torna um problema, visto que não há suportes para fixar o laser para que o feixe atinja o disco na posição correta.

Para solucionar esse problema será utilizado os conceitos de reflexão da luz. Serão necessários dois espelhos para que o laser reflita e atinja o disco perpendicularmente na vertical. A Figura 40 mostra o esquema utilizado, onde o primeiro espelho possui uma angulação  $\alpha$  e o segundo angulação  $\beta$ . O primeiro espelho deve refletir o feixe de luz sobre a sombra do disco, logo, o segundo espelho irá refletir a luz perpendicular ao eixo.

**Figura 40-** Esquema de aquisição do deslocamento do disco na vertical.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os ângulos  $\gamma$  e  $\theta$  são os de reflexão. Pelos princípios da reflexão temos as seguintes relações de ângulos:

$$\alpha + \frac{\gamma}{2} = 90^\circ \quad \beta + \delta = 90^\circ \quad \delta + \frac{\theta}{2} = 90^\circ \quad (60)$$

Formando um triângulo retângulo com os ângulos  $\gamma$  e  $\theta$  pode-se obter a seguinte relação:

$$\theta = 2\alpha - 90 \quad (61)$$

Além disso, manipulando a segunda e a terceira relação da equação (60):

$$\beta = \frac{\theta}{2} \quad (62)$$

Portanto, para definir o ângulo  $\beta$ , precisamos estabelecer o  $\alpha$ . Para o ensaio será usado  $\alpha = 60^\circ$ . Assim, resolvendo a equação 61, obtêm-se  $\theta = 30^\circ$ . Logo,  $\beta = 15^\circ$  pela equação (62).

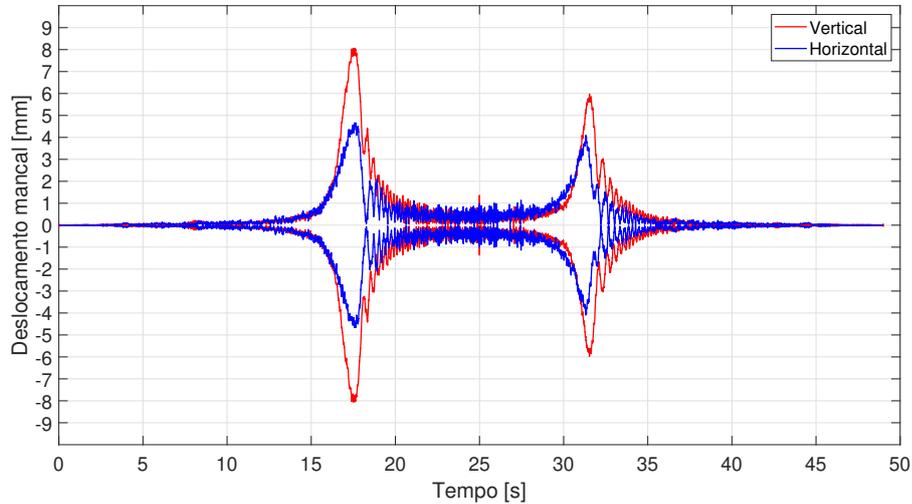
## 5.2 Ensaio do rotor sem LMF

Realizando a montagem apresentada na seção anterior, mas sem a presença dos fios de LMF o deslocamento do mancal na vertical e horizontal é apresentada na Figura 41. Do tempo inicial até 24 s ocorre a aceleração do rotor até atingir 40 Hz, em seguida, é mantida a aceleração por 1 s e a partir dos 25 s o inversor é desligado e a redução de velocidade é na mesma taxa que a rampa de subida, parando em 49 s. Verifica-se que o deslocamento na horizontal é menor que da vertical. Durante a desaceleração ocorre redução de ambas as amplitudes, além de possuir uma região de ruído quando a rotação é mantida constante. Os sinais obtidos foram filtrados e aplicada a transformada de Hilbert para apresentar somente a envoltória do sinal, facilitando o entendimento e visualização dos resultados.

A Figura 42 apresenta o deslocamento do disco nas duas direções. A direção vertical, que foi medida utilizando reflexão do laser não apresentou ruídos e se comportando similar ao deslocamento horizontal. A amplitude na vertical foi levemente maior que a horizontal e ambas decaíram na desaceleração, quando comprada com o período de aceleração. Além disso, durante a região de rotação constante o ruído apresentado foi menor que o medido

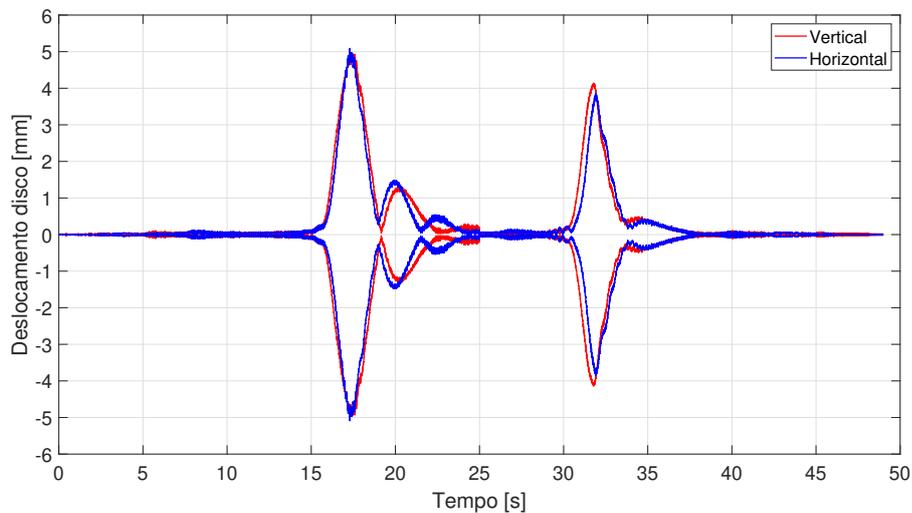
no mancal.

**Figura 41-** Comportamento do deslocamento vertical e horizontal do mancal antes de ser fixado os fios de nitinol.



Fonte: Elaborado pelo autor.

**Figura 42-** Comportamento do deslocamento vertical e horizontal do disco antes de ser fixado os fios de nitinol.



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 5.3 Ensaio do rotor com fios de LMF

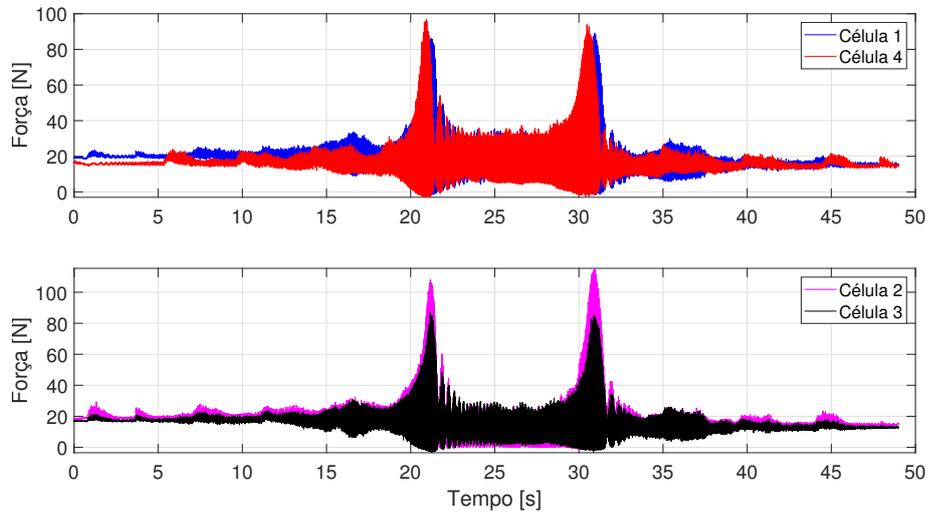
Com os dados do rotor sem os fios de LMF coletados, inicia-se a segunda etapa do experimento: instalar os fios de nitinol. É aplicada a metodologia apresentada anteriormente para a instalação e variação de temperatura. Para esse ensaio serão analisadas cinco temperaturas diferentes, cada uma delas dada pela conversão de tensão elétrica em temperatura apresentada na tabela 2.

### 5.3.1 Análise do mancal com LMF

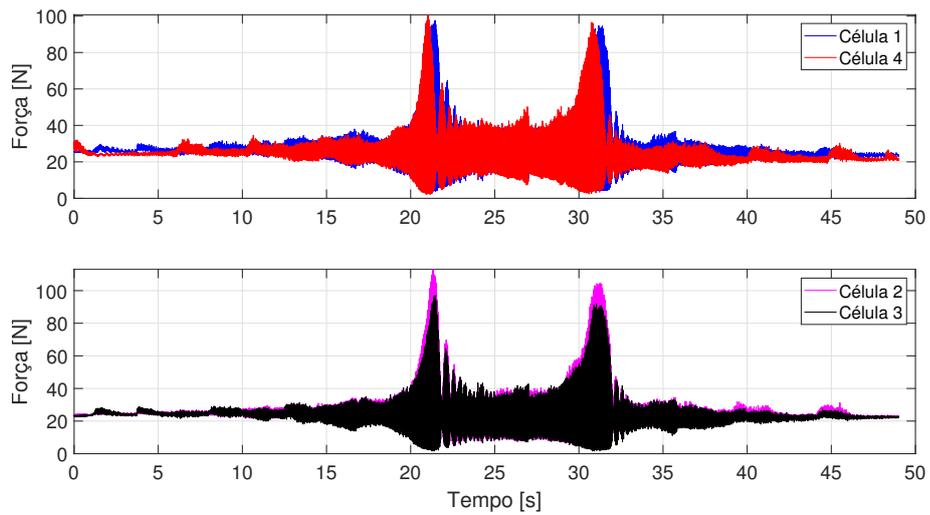
A primeira análise será no mancal em que foram instalados os fios de liga e para cada ensaio foram utilizadas temperaturas diferentes. Os fios foram inicialmente pré-tensionados com 15  $N$  e foram aquecidos por tensão elétrica. As Figuras 43, 44 e 45 mostram o comportamento da força durante a aceleração e desaceleração do rotor. A tensão inicial para cada temperatura é diferente, visto que a liga é aquecida antes do ensaio iniciar, por esse motivo para cada temperatura a carga é diferente.

Após a passagem pela ressonância na rampa de descida é possível verificar que ocorreu deslizamentos ou acomodação do sistema de fixação, visto que passa por vibrações de altas amplitudes. A amplitude das forças tendem a serem próximas a 100  $N$ , mas se elevam mais conforme a temperatura aumenta. Na Figura 45 o aquecimento do fio não estava em regime, atingindo 10  $s$  após o início do ensaio e passando pela crítica com força em regime, já no desligamento ocorre perda de força devido a alta sollicitação.

**Figura 43-** Força no fio devido a variação da tensão elétrica (a) Comportamento da força para temperatura de  $47^{\circ}C$ . (b) Comportamento da força para temperatura de  $55^{\circ}C$ .



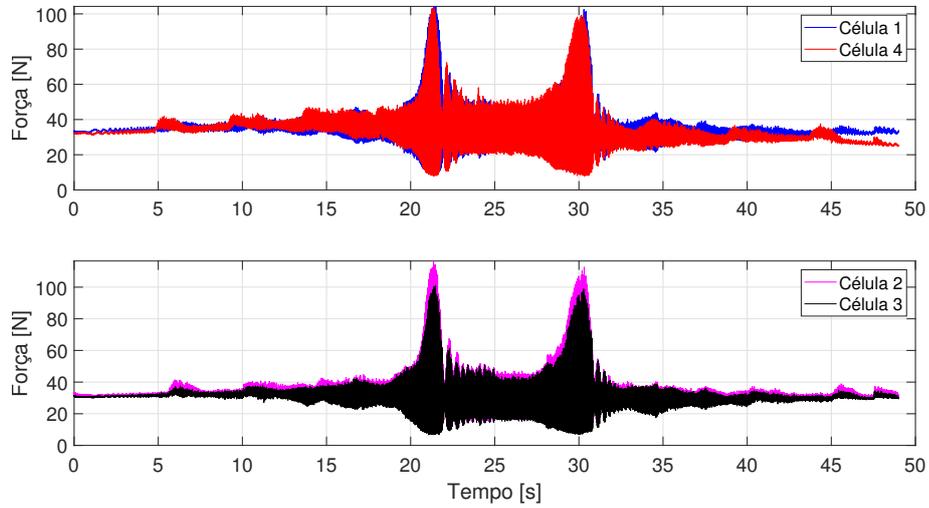
(a)



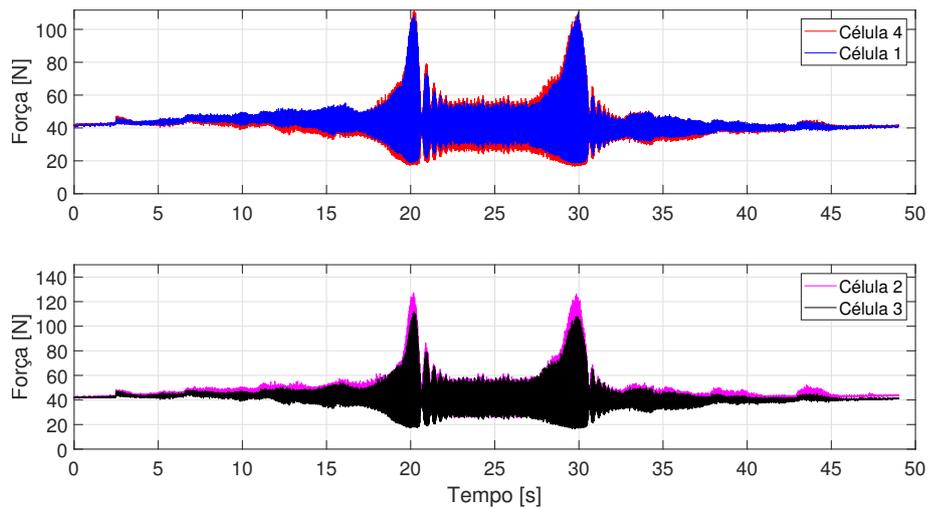
(b)

Fonte: Elaborado pelo autor.

**Figura 44-** Força no fio devido a variação da tensão elétrica (a) Comportamento da força para temperatura de  $65^{\circ}C$ . (b) Comportamento da força para temperatura de  $77^{\circ}C$ .



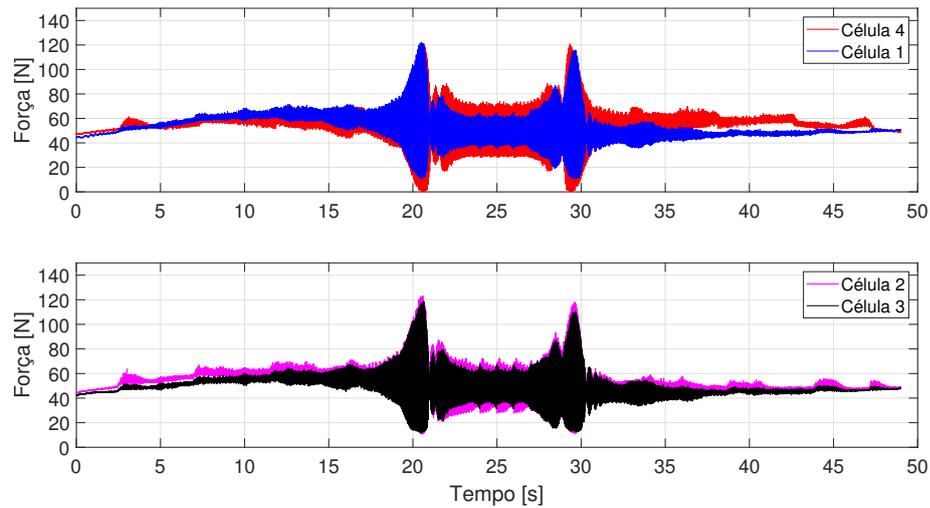
(a)



(b)

Fonte: Elaborado pelo autor.

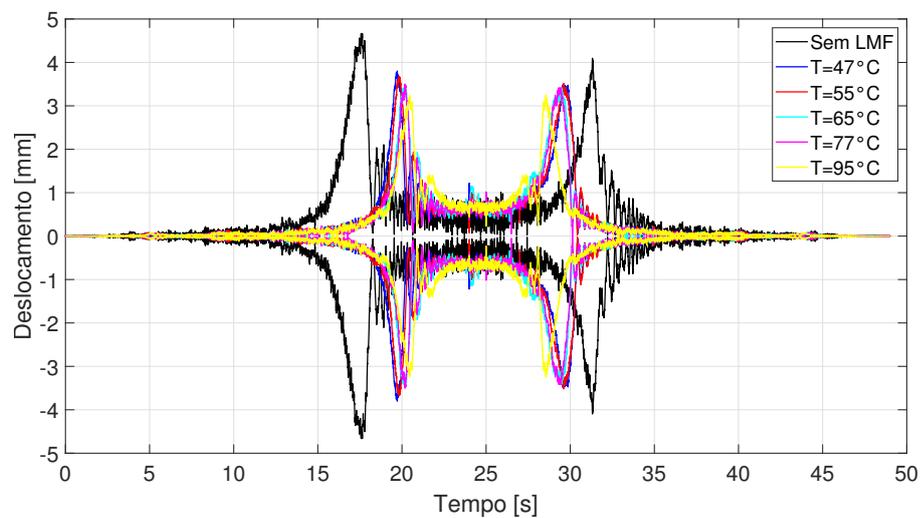
**Figura 45-** Comportamento da força para temperatura de 95°C.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 46 apresenta o deslocamento horizontal do mancal conforme a temperatura é alterada. Para maiores temperaturas verifica-se que ocorre redução na amplitude, além de deslocar para maiores valores de frequência crítica comparada ao rotor sem a LMF. O mesmo comportamento ocorre na desaceleração do rotor. Devido a pré tensão nos fios já era esperado o deslocamento, visto que é aumentada a rigidez do sistema e com isso a frequência de ressonância tende a se elevar. A amplitude, de forma geral, tendeu a reduzir durante o desligamento do rotor, quando comparada com o acionamento.

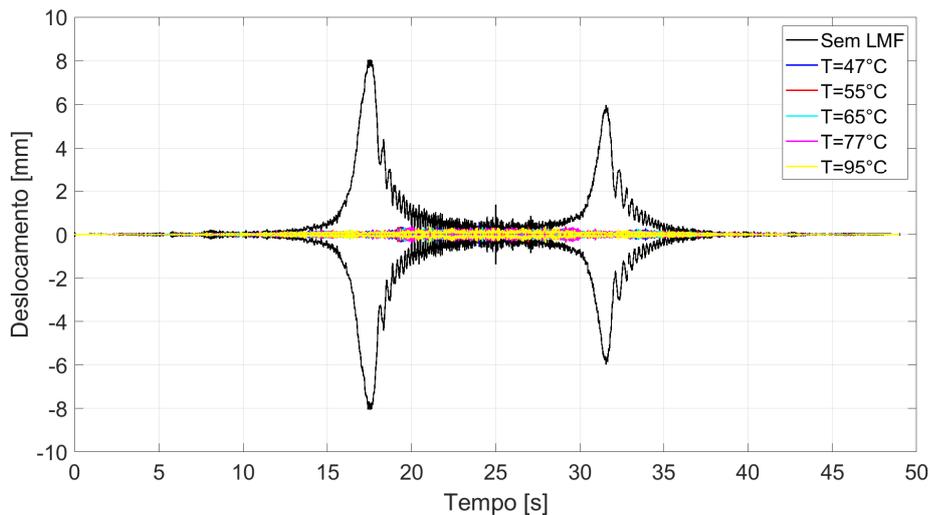
**Figura 46-** Comportamento do deslocamento horizontal do mancal antes de ser fixado os fios de nitinol e após a fixação para diferentes temperaturas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Figura 47 verifica-se que o deslocamento medido pelo acelerômetro se mistura com o ruído do sinal, ficando impossível distinguir a amplitude para cada temperatura. Isso é gerado pela maior componente de força na vertical, se comparado com a horizontal. Portanto, deve ter ocorrido de forma similar a simulação, na qual a crítica foi deslocada para altas rotações.

**Figura 47-** Comportamento do deslocamento vertical do mancal antes de ser fixado os fios de nitinol e após a fixação para diferentes temperaturas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A análise de redução da amplitude e a porcentagem de deslocamento da frequência na horizontal é apresentada na Tabela 3. Verifica-se que a redução de amplitude atinge o máximo de 30,3% para uma temperatura de 95°. O deslocamento máximo da frequência é de 16,30% na horizontal, também para a maior temperatura.

**Tabela 3-** Análise do deslocamento horizontal do mancal.

Condição	Amplitude [mm]	Variação [%]	Frequência [Hz]	Variação [%]
Sem LMF	4,61	–	29,32	–
47°C	3,76	18,50	32,77	11,80
55°C	3,65	20,80	33,03	12,70
65°C	3,36	27,20	33,42	14,00
77°C	3,45	25,30	33,63	14,70
95°C	3,21	30,30	34,10	16,30

Fonte: Elaborado pelo autor.

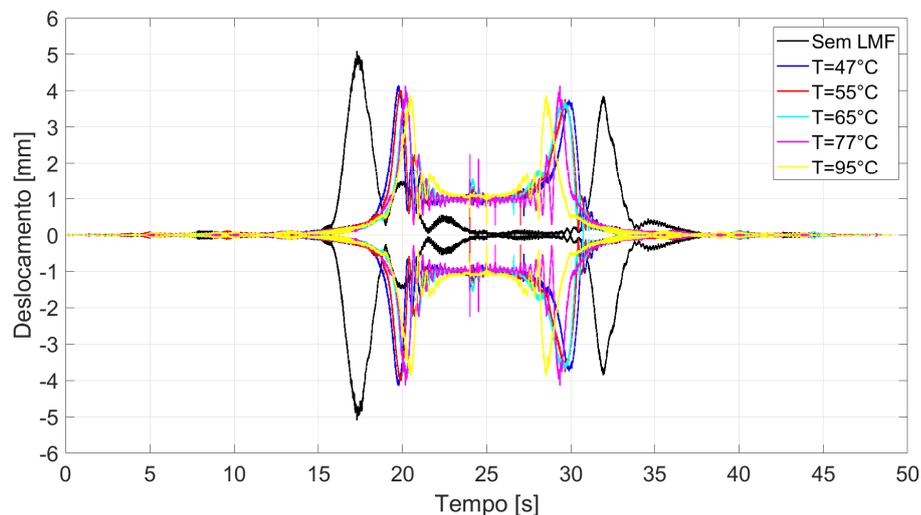
Portanto, pode-se verificar a influência da alteração na rigidez do material devido a mudança de fase, provocando o deslocamento da crítica. Como os fios sofrem carregamento, as temperaturas de transformação se alteram e com isso é atingindo em alguns pontos a fase austenítica e é gerado o efeito de pseudoelasticidade, o qual amortece o

deslocamento horizontal do mancal.

### 5.3.2 Análise do disco com LMF

Similar ao que aconteceu no mancal, ocorreu maior redução de amplitude e deslocamento da crítica quando a temperatura do fio era de  $95^{\circ}\text{C}$  para os deslocamentos na vertical e horizontal, conforme apresentado nas Figuras 48 e 49. A amplitude do deslocamento para a temperatura de  $77^{\circ}\text{C}$  apresenta pequena elevação em relação as demais durante o desligamento do rotor. A frequência de ressonância em ambos os casos foi deslocada para maiores valores no gráfico devido ao aumento de rigidez do sistema.

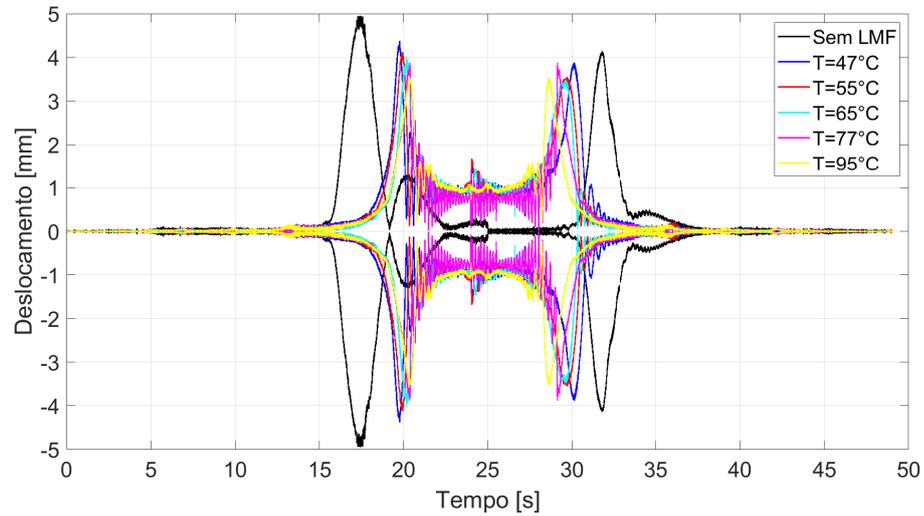
**Figura 48-** Comportamento do deslocamento horizontal do disco antes de ser fixado os fios de nitinol e após a fixação para diferentes temperaturas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Analisando de forma quantitativa, pela tabela 4, a amplitude sofre redução máxima de 23,5% na horizontal e 30,6% na vertical, sendo resultado do efeito pseudoelástico da liga. Além disso, diferentemente do mancal, ainda há deslocamento vertical, visto que a força não é aplicada no disco diretamente igual no mancal, mas vale ressaltar que o disco possui desbalanceamento. A tabela 5 apresenta que ocorreu deslocamento máximo de 14,6% na horizontal e 15,4% na vertical, sendo resultado do aumento da rigidez do sistema ao aquecer os fios de LMF.

**Figura 49-** Comportamento do deslocamento vertical do disco antes de ser fixado os fios de nitinol e após a fixação para diferentes temperaturas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

**Tabela 4-** Análise do deslocamento do disco.

Condição	Amplitude horizontal [mm]	Variação [%]	Amplitude vertical [mm]	Variação [%]
Sem LMF	4,977	–	5,026	–
47°C	4,129	17,0	4,377	12,9
55°C	4,005	19,5	4,087	18,7
65°C	3,998	19,7	3,981	20,8
77°C	3,916	21,3	3,755	25,3
95°C	3,809	23,5	3,488	30,6

Fonte: Elaborado pelo autor.

**Tabela 5-** Análise da frequência crítica no mancal.

Condição	Frequência horizontal [Hz]	Variação [%]	Frequência vertical [Hz]	Variação [%]
Sem LMF	29,54	–	29,3	–
47°C	33,12	12,1	32,8	11,9
55°C	33,24	12,5	33,12	13,0
65°C	33,39	13,0	33,35	13,8
77°C	33,55	13,65	33,63	14,8
95°C	33,86	14,6	33,82	15,4

Fonte: Elaborado pelo autor.

## 6 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

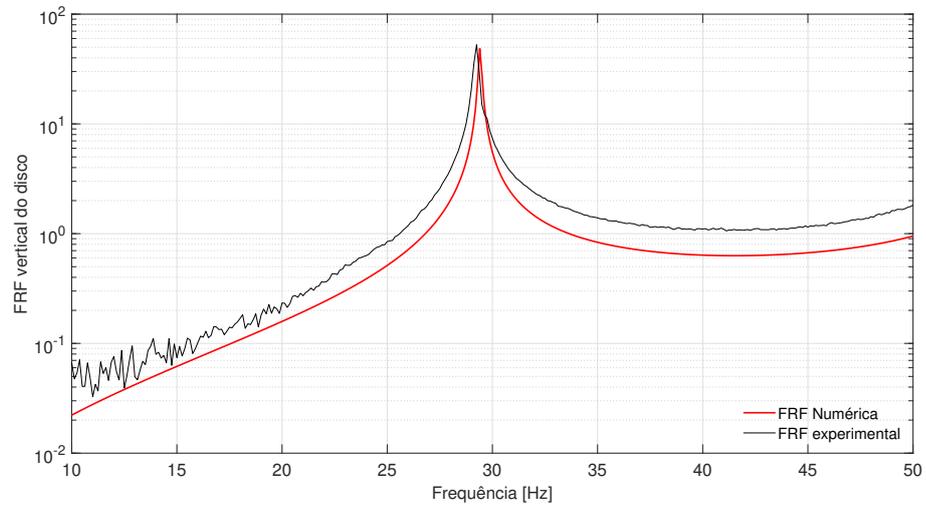
Nesse capítulo serão apresentados os dados obtidos por meio da simulação numérica feita em Matlab. Inicialmente será apresentado a validação do modelo do rotor pela comparação da função de resposta em frequência (FRF) e suas características, como modos de vibrar e frequências naturais. Após essa etapa serão apresentados e discutidos os resultados de deslocamento e força no mancal e disco para o rotor sem e com a LMF em diferentes temperaturas. Por fim, os dados obtidos nessa etapa serão comparados com os oriundos da simulação numérica e os resultados discutidos.

### 6.1 Validação do modelo do rotor sem LMF

Para validar o modelo do rotor flexível foi realizado o ensaio de impacto para obter a FRF do conjunto e, posteriormente, comparar com os dados numéricos. Como os dois modelos apresentavam algumas divergências, as rigidezes e o desbalanceamento da simulação foram ajustadas para que as FRFs fossem mais próximas possíveis dos dados experimentais.

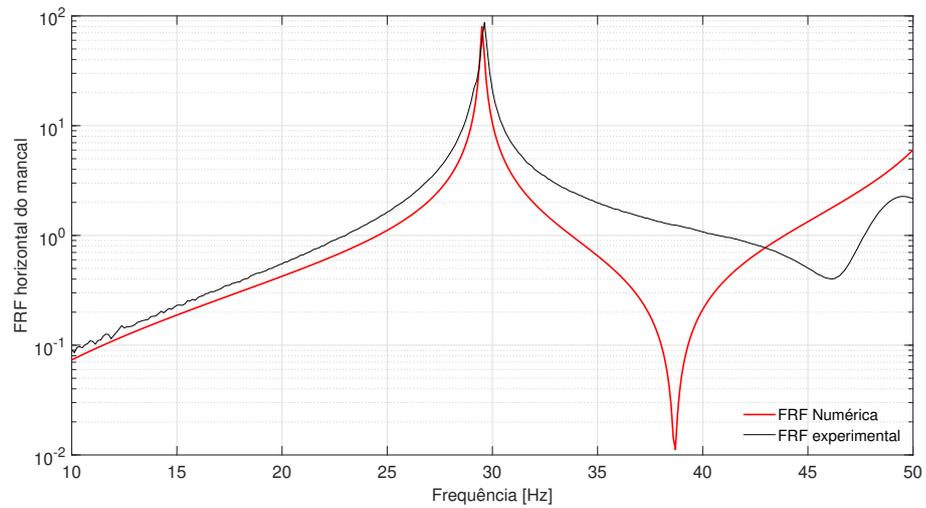
Para esse ensaio foi utilizado o sistema de aquisição LMS SCADAS. Ele recebe os sinais dos acelerômetros e do martelo de impacto e fornece a FRF do sistema. Foram realizadas 7 medições para cada posição e depois obtém-se a média delas. Foram analisadas três situações. A primeira com excitação na vertical do disco, a segunda com o martelo de impacto atuando na horizontal do mancal e a terceira o impacto na vertical do mancal. As Figuras 50, 51 e 52 apresentam a comparação das FRFs experimentais e simuladas pelo modelo.

**Figura 50-** FRF obtida no mancal do sentido vertical após o impacto na direção vertical do disco.



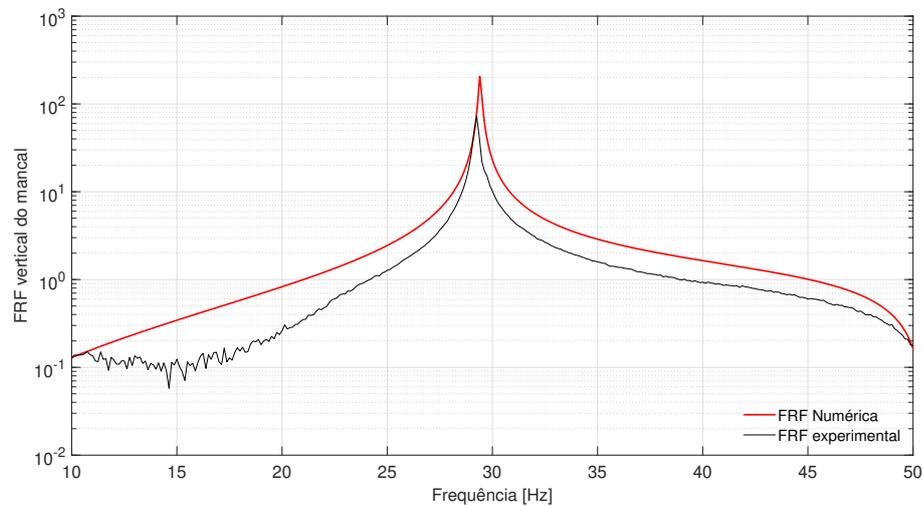
Fonte: Elaborado pelo autor.

**Figura 51-** FRF obtida no mancal do sentido horizontal após o impacto na direção horizontal do mancal.



Fonte: Elaborado pelo autor.

**Figura 52-** FRF obtida no mancal do sentido vertical após o impacto na direção vertical do mancal.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Pelas FRFs verifica-se um pequeno erro nas frequências naturais, mas devido as incertezas presentes no sistema real, pode-se considerar que o modelo consegue representá-lo para a faixa de frequências utilizadas no experimento.

Para a modelagem do sistema em Matlab utilizam-se as equações apresentadas nos dois últimos capítulos e os parâmetros das tabelas 6 e 7 que foram ajustados de acordo com a validação por meio da análise das FRFs.

**Tabela 6-** Propriedades do rotor ajustadas pela FRF.

Parâmetro	Valores	Dimensão
Diâmetro do eixo	12,5	<i>mm</i>
Comprimento do eixo	575	<i>mm</i>
Massa do eixo	0,516	<i>kg</i>
Diâmetro externo do disco	100	<i>mm</i>
Espessura do disco	5,0	<i>mm</i>
Massa do disco	0,306	<i>kg</i>
Módulo de Young do Material do eixo e disco	200	<i>GPa</i>
Densidade do material	7800	<i>kg/m<sup>3</sup></i>
Desbalanceamento	0,248	<i>g.m</i>

Fonte: Elaborado pelo autor.

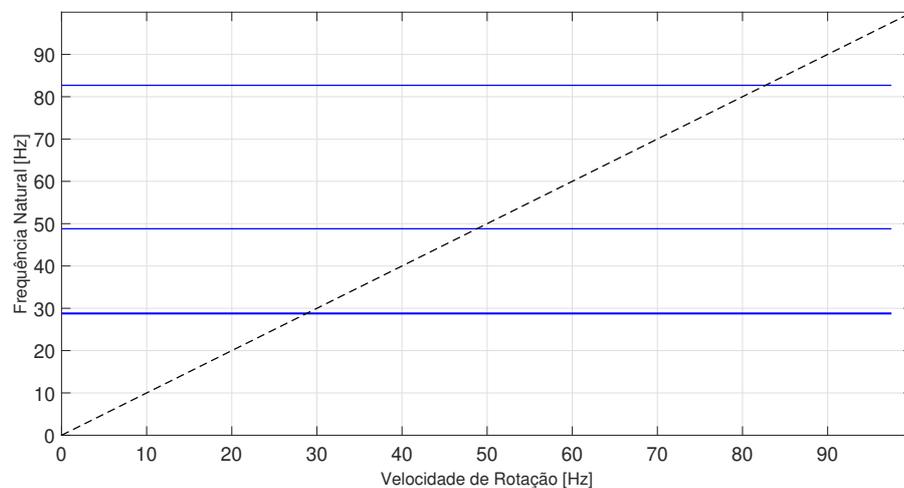
Inicialmente, realiza-se a análise das frequências críticas que o rotor possui. Os autovalores da equação (27), sem a presença de amortecimento e excitação, são as frequências críticas nas quais o rotor possui. Para melhor identificá-las, é usado o diagrama de Campbell. Ele representa o espectro da resposta em frequência do sistema pela rotação do rotor. Assim, pode-se verificar que próximo a  $29\text{ Hz}$  ocorrem duas frequências naturais que estão

**Tabela 7-** Propriedades dos Mancais ajustadas pela FRF.

Parâmetros	Mancal 1	Mancal 2	Acoplamento
Massa [kg]	0,670	0,568	0,01
Rigidez Horizontal ( $x$ ) [ $N/m$ ]	$3,48 \cdot 10^4$	$3,48 \cdot 10^4$	$2,00 \cdot 10^4$
Rigidez Vertical ( $z$ ) [ $N/m$ ]	$2,19 \cdot 10^4$	$2,19 \cdot 10^4$	$2,60 \cdot 10^4$

Fonte: Elaborado pelo autor.

praticamente sobrepostas. Em  $49 \text{ Hz}$  ocorre a terceira natural e somente em  $83 \text{ Hz}$  a quarta frequência crítica do rotor.

**Figura 53-** Diagrama de Campbell para o rotor sem a LMF.

Fonte: Elaborado pelo autor.

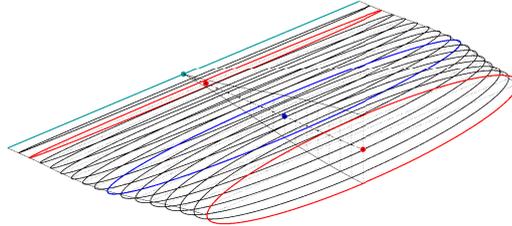
Assim como os autovalores, pode-se encontrar também os autovetores e com eles visualizar os modos de vibrar do rotor. As Figuras 54, 55, 56 e 57 representam os quatro primeiros modos de vibrar. Os dois modos de vibrar iniciais apresentam componentes na vertical e horizontal, sendo que no primeiro modo a maior componente está na horizontal e no segundo na vertical.

Na Figura 54 temos um deslocamento no acoplamento maior que no segundo mancal, logo conclui-se que as amplitudes são relativamente baixas, visto que o acoplamento possui restrição por estar próximo ao acionador. Já na Figura 55 a maior amplitude ocorre no segundo mancal. Como ambas frequências são próximas, o segundo modo tende a dominar nos resultados. Por esse motivo, a análise dos resultados será baseada no segundo modo de vibrar devido sua maior influência nos resultados.

O terceiro modo, Figura 56 apresenta uma pequena componente na vertical, mas a horizontal é dominante. É visto também amplitudes maiores no deslocamento dos extremos quando comparado com a região próxima ao disco. Já o quarto modo, Figura 57

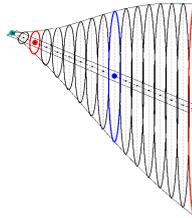
apresenta um nó entre o disco e o mancal, fazendo com que a região do mancal apresente maior amplitude que a do disco.

**Figura 54-** Primeiro modo de vibrar do rotor - frequência  $28,7 \text{ Hz}$ .



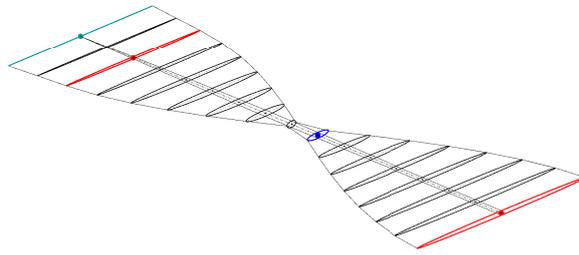
Fonte: Elaborado pelo autor.

**Figura 55-** Segundo modo de vibrar do rotor - frequência  $28,9 \text{ Hz}$ .



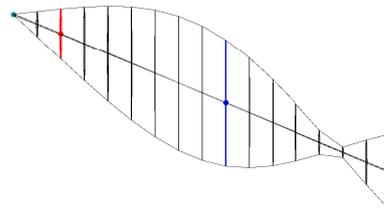
Fonte: Elaborado pelo autor.

**Figura 56-** Terceiro modo de vibrar do rotor - frequência 48,8  $Hz$ .



Fonte: Elaborado pelo autor.

**Figura 57-** Quarto modo de vibrar do rotor - frequência 82,7  $Hz$ .



Fonte: Elaborado pelo autor.

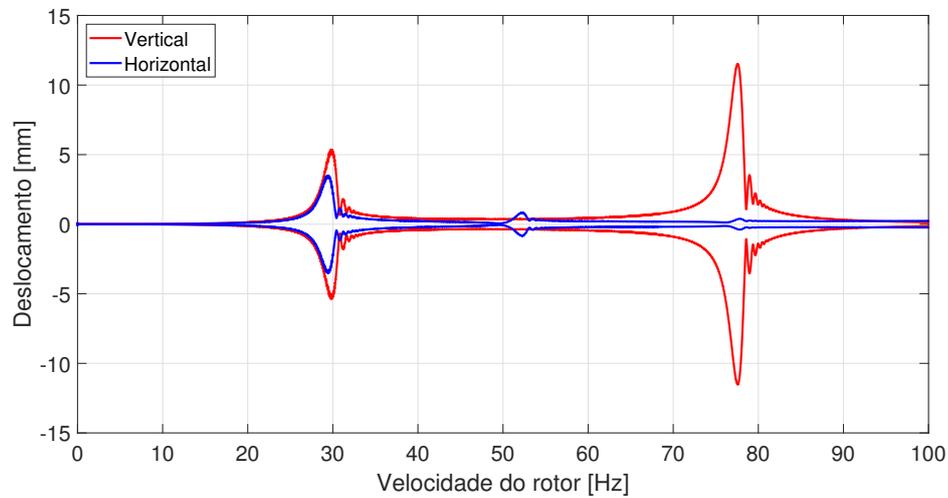
## 6.2 Simulação numérica do rotor sem a LMF

Com os dados e as equações apresentadas para a modelagem, implementou-se uma rotina em Matlab para simular o comportamento do rotor. Inicialmente ele é analisado sem a presença dos fios de LMF, verificando o comportamento do deslocamento do disco e do segundo mancal nas duas direções. Para melhor visualização foi utilizada a transformada de Hilbert no sinal para obter sua envoltória.

A Figura 58 representa o deslocamento na vertical e horizontal do segundo mancal. A amplitude do deslocamento vertical é maior que na horizontal e também não é possível diferenciar a influência do primeiro e segundo modo de vibrar. Próximo a 50  $Hz$  ocorre o terceiro modo de vibrar, sendo a amplitude vertical quase nula e a horizontal maior, mas menor que a segunda crítica. Por fim, em 78  $Hz$  ocorre a maior amplitude no deslocamento vertical e uma pequena elevação na horizontal.

Para o disco, as duas primeiras frequências naturais se sobrepõem, sendo a segunda predominante. O terceiro modo não se torna visível, visto que o disco está próximo de

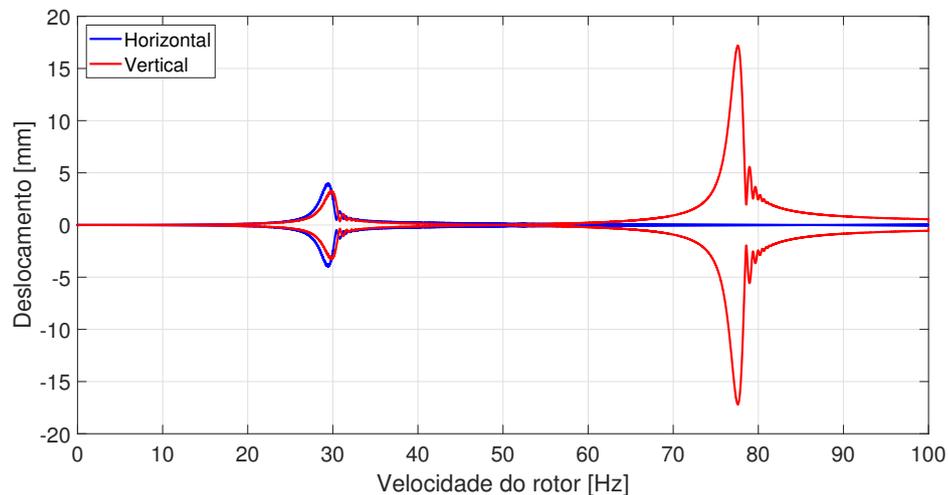
**Figura 58-** Deslocamento vertical e horizontal do segundo mancal com rampa de 100 rpm/s.



Fonte: Elaborado pelo autor.

um nó e as amplitudes máximas são pequenas e concentradas na horizontal. Para a quarta frequência crítica observa-se a maior amplitude, superando a do mancal, chegando próximo de 40 mm na vertical, mas não há presença de deslocamento na horizontal.

**Figura 59-** Deslocamento vertical e horizontal do disco com rampa de 100 rpm/s.



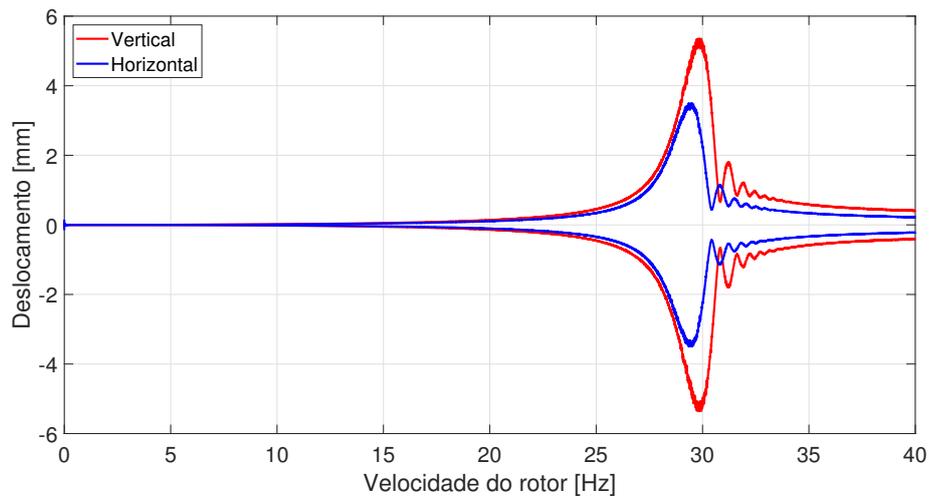
Fonte: Elaborado pelo autor.

Devido a limitação da velocidade do rotor no experimento e a necessidade de analisar as duas formas de deslocamento, o foco da análise será sobre o primeiro pico de amplitude que envolve a primeira e segunda frequências críticas. Para simplificação de nomenclatura, será tratada como primeira frequência crítica e não mais como duas separadas.

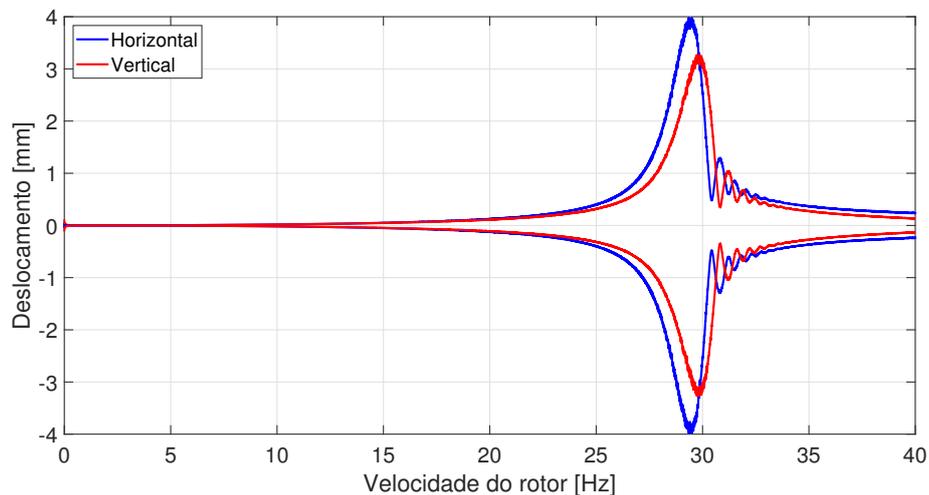
Para melhor visualização dos parâmetros gráficos, a Figura 60 mostra o deslocamento

para os dois pontos de análise com enfoque na primeira crítica. Verifica-se que o deslocamento do mancal na vertical é maior que na horizontal, sendo  $8\text{ mm}$  e  $5,3\text{ mm}$  respectivamente. Devido aos dois modos de vibrar, eles possuem uma defasagem de  $0,05\text{ Hz}$  entre eles. No disco os deslocamentos são mais próximos em amplitude, variando aproximadamente  $1\text{ mm}$ , sendo que o maior é o horizontal atingindo  $6\text{ mm}$ .

**Figura 60-** Dados da simulação numérica do rotor flexível sem usar os fios de LMF: (a) Deslocamento do mancal. (b) Deslocamento do disco.



(a)



(b)

Fonte: Elaborado pelo autor.

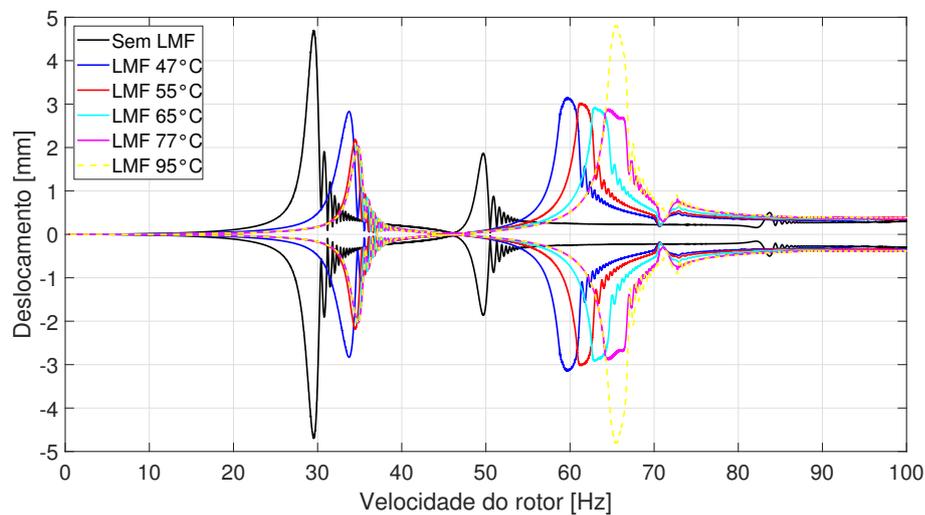
### 6.3 Simulação numérica com LMF

As mesmas condições do rotor sem os fios de LMF são aplicadas na simulação, mas agora acrescentando a força que os fios de nitinol aplicam no mancal. Para a análise serão

utilizadas as seguintes temperaturas:  $47^{\circ}C$ ,  $55^{\circ}C$ ,  $65^{\circ}C$ ,  $77^{\circ}C$  e  $95^{\circ}C$ . Para cada uma serão analisados os deslocamentos do disco e mancal com LMF, além da força que a liga aplicou no sistema.

Na Figura 61 verifica-se na primeira crítica que ocorre redução de amplitude com o aumento da temperatura, mas quando passa de  $77^{\circ}C$  a amplitude se mantém, por tal motivo a temperatura de  $95^{\circ}C$  foi representada por linha tracejada, pois se sobrepõe a temperatura anterior. Outro fator presente é o deslocamento da frequência crítica que tende a aumentar com o aumento de temperatura até estabilizar.

**Figura 61-** Deslocamento horizontal do segundo mancal com LMF e rampa de  $100\text{ rpm/s}$ .



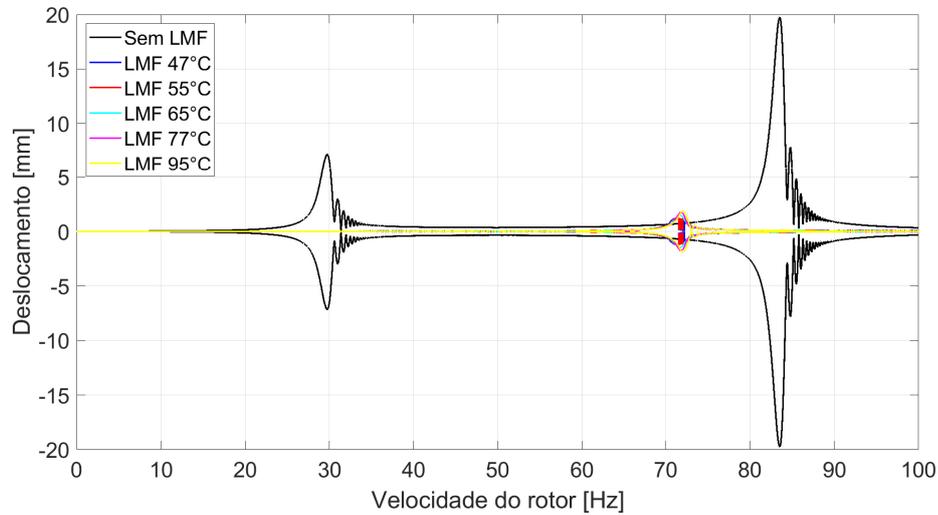
Fonte: Elaborado pelo autor.

Na segunda crítica ocorre o deslocamento da frequência de ressonância com maior intensidade que na primeira e para a temperatura de  $77^{\circ}C$  e  $95^{\circ}C$  se mantem a sobreposição. A amplitude apresenta comportamento diferente da velocidade anterior, visto que aumentou em relação ao referencial e com o aumento da temperatura tendeu a reduzir até apresentar um ganho de amplitude em  $95^{\circ}C$ . Já a terceira crítica não é possível identificar alterações, pois além de ser de baixa amplitude, a vibração residual tende a ter mesma amplitude dela.

No deslocamento vertical, mostrado pela Figura 62, verifica-se a inexistência de frequências críticas próximas a primeira, sendo encontradas a  $72\text{ Hz}$ . Considerando que possa ser a primeira crítica deslocada, sua amplitude foi reduzida e com o aumento de temperatura ela tendeu a aumentar. Já a segunda crítica não é possível identificar a alteração, visto que possa ter se deslocado uma região de frequência maior que a de análise.

Para o disco, a Figura 63 mostra pequeno aumento da amplitude na primeira tempe-

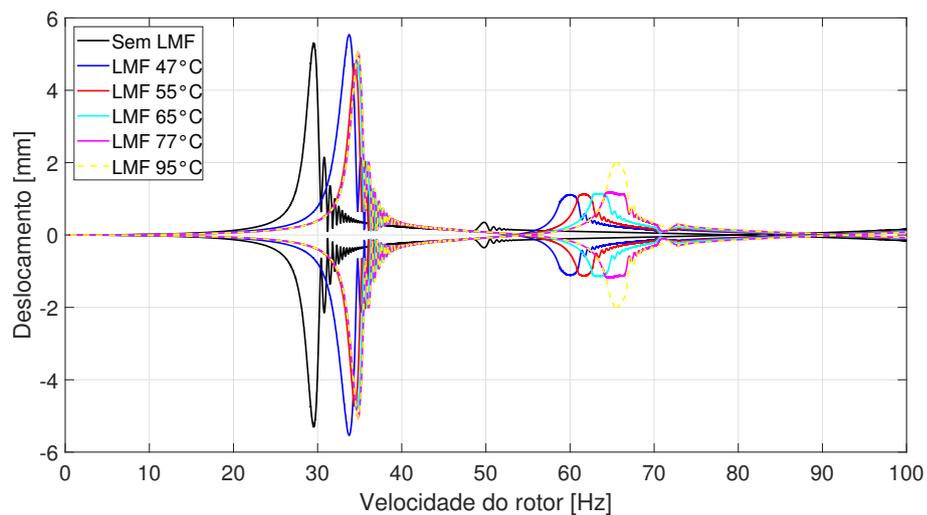
**Figura 62-** Deslocamento vertical do segundo mancal com LMF e rampa de 100 rpm/s.



Fonte: Elaborado pelo autor.

ratura, mas nas seguintes ocorre a diminuição, além disso, apresenta o deslocamento da frequência e sobreposição entre as duas últimas temperaturas. A segunda crítica apresentou deslocamento da ressonância, mas ao contrário da primeira, a amplitude tendeu a se manter constante e se elevar na temperatura mais alta.

**Figura 63-** Deslocamento horizontal do disco com LMF no mancal e rampa de 100 rpm/s.



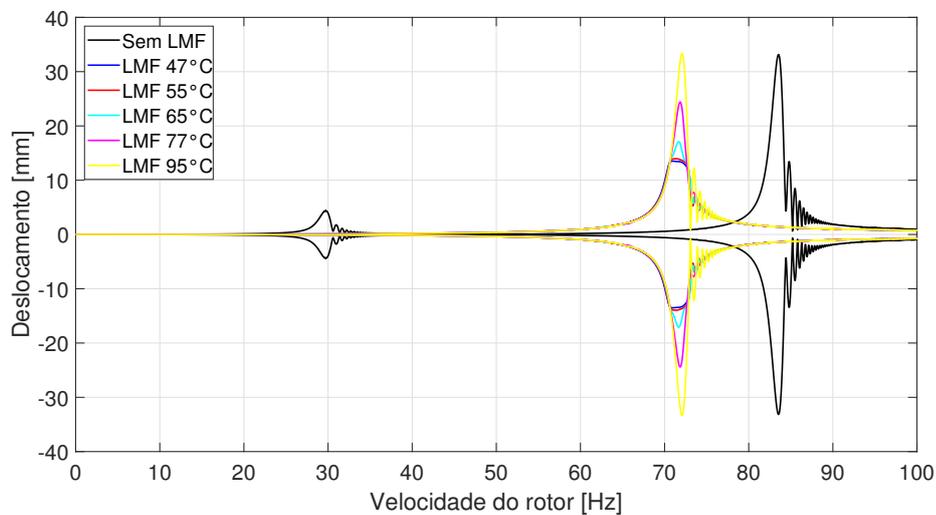
Fonte: Elaborado pelo autor.

O deslocamento vertical do disco é mostrado na Figura 64, onde a primeira crítica foi deslocada para 72 Hz e a sua amplitude teve uma elevação significativa, variando entre 15 e 33 mm. Além disso, o aumento da temperatura foi responsável por aumentar essa amplitude. A frequência crítica para as diferentes temperaturas apresentou pequena

alteração, se mantendo próximas. Já a segunda crítica não foi possível evidenciá-la no intervalo analisado, visto que estaria a velocidades acima de  $100 \text{ Hz}$ .

Quando comparada com a 49 (resultado experimental) verifica-se um comportamento diferente, visto que a ressonância foi deslocada para altas frequências. Isso pode ser devido a influência da vibração horizontal na bancada e como o aparato de medição na vertical do disco foi fixo a ela, portanto, pode ter contribuído para a divergência brusca no comportamento.

**Figura 64-** Deslocamento vertical do disco com LMF no mancal e rampa de  $100 \text{ rpm/s}$ .



Fonte: Elaborado pelo autor.

As tabelas 8, 9 e 10 apresentam a análise quantitativa da variação da amplitude e do comportamento da frequência crítica. A primeira análise mostra que a redução de amplitude no deslocamento horizontal atingiu 56,6% de redução, já a segunda crítica obteve aumento de amplitude, atingindo 159,8%. Já as frequências críticas em ambas as situações apresentaram deslocamentos, ficando próximo de 20% para a primeira e 34,1% no máximo para para a segunda crítica.

Os parâmetros do deslocamento vertical apresentado na tabela 10 mostra que ocorreu elevada redução de amplitude, saindo de  $7,06 \text{ mm}$  para  $1,22 \text{ mm}$  ao adicionar a liga. Com o aumento da temperatura, a amplitude tendeu a aumentar e a frequência apresentou maior deslocamento.

**Tabela 8-** Análise das amplitudes críticas horizontais do mancal.

Condição	Primeira	Variação	Segunda	Variação
	Crítica [mm]	[%]	Crítica [mm]	[%]
Sem LMF	4,68	–	1,86	–
47°C	2,83	–39,5	3,14	69,2
55°C	2,19	–53,3	3,02	62,9
65°C	2,04	–56,4	2,91	57
77°C	2,03	–56,6	2,88	55,4
95°C	2,03	–56,6	4,821	159,8

Fonte: Elaborado pelo autor.

**Tabela 9-** Análise das frequências críticas horizontais no mancal.

Condição	Primeira	Variação	Segunda	Variação
	Crítica [Hz]	[%]	Crítica [Hz]	[%]
Sem LMF	29,00	–	48,80	–
47°C	33,73	16,30	59,77	22,40
55°C	34,50	19,00	61,77	25,30
65°C	34,70	19,70	62,83	28,70
77°C	34,83	20,10	64,60	32,30
95°C	34,83	20,10	65,47	34,10

Fonte: Elaborado pelo autor.

**Tabela 10-** Análise amplitudes e frequências da primeira crítica vertical do mancal.

Condição	Amplitude	Variação	Frequência	Variação
	Crítica [mm]	[%]	Crítica [Hz]	[%]
Sem LMF	7,06	–	29,17	–
47°C	1,22	–82,80	71,55	145,30
55°C	1,22	–82,80	71,55	145,30
65°C	1,50	–78,8	71,70	145,80
77°C	1,75	–75,20	71,85	146,30
95°C	1,89	–73,30	72,08	147,10

Fonte: Elaborado pelo autor.

Analisando o disco, a tabela 11 mostra que a amplitude horizontal aumentou para primeira temperatura, mas começou a reduzir e sofreu um leve aumento depois de atingir

77°C, assim, a maior redução ocorreu na segunda temperatura, atingindo 10,30% de redução. A segunda crítica apresentou aumento da amplitude sempre que a temperatura era aumentada, saindo de 0,35 mm e atingindo 2 mm no máximo. O comportamento da frequência se manteve similar a do mancal, ou seja, apresentou deslocamento para maiores valores. Na primeira crítica ela se deslocou 20,2% na melhor situação e 33,80% quando analisada a segunda crítica.

O comportamento na vertical é apresentado na tabela 13, aonde ocorreu elevado deslocamento da frequência crítica, chegando a 148% de deslocamento, mas a amplitude apresenta altos ganhos, sendo que nas maiores temperaturas esse aumento chegou a 671,5%.

**Tabela 11-** Análise das amplitudes horizontais do disco.

Condição	Primeira	Variação	Segunda	Variação
	Crítica [mm]	[%]	Crítica [mm]	[%]
Sem LMF	5,29	–	0,35	–
47°C	5,53	4,70	1,11	218,00
55°C	4,74	–10,3	1,12	222,00
65°C	4,80	–9,30	1,14	227,80
77°C	4,96	–6,20	1,15	230,70
95°C	4,96	–6,20	2,00	472,60

Fonte: Elaborado pelo autor.

**Tabela 12-** Análise das frequências críticas horizontais no disco.

Condição	Primeira	Variação	Segunda	Variação
	Crítica [Hz]	[%]	Crítica [Hz]	[%]
Sem LMF	29,00	–	49,00	–
47°C	33,78	16,50	59,95	22,30
55°C	34,45	18,80	61,63	25,80
65°C	34,68	19,60	63,30	29,20
77°C	34,85	20,20	65,08	32,80
95°C	34,85	20,20	65,57	33,80

Fonte: Elaborado pelo autor.

**Tabela 13-** Análise das frequências críticas e amplitudes verticais no disco.

<b>Condição</b>	<b>Amplitude Crítica [mm]</b>	<b>Variação [%]</b>	<b>Frequência Crítica [Hz]</b>	<b>Variação [%]</b>
Sem LMF	4,32	–	29,00	–
47°C	13,50	212,60	71,13	145,30
55°C	13,95	223,00	71,30	145,90
65°C	17,07	295,20	71,63	147,00
77°C	17,07	465,20	71,85	147,80
95°C	33,32	671,50	72,05	148,40

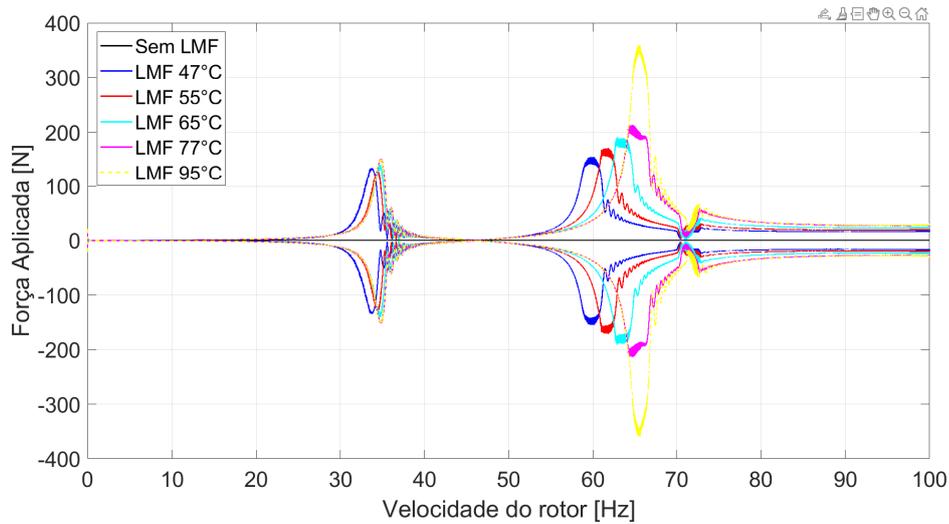
Fonte: Elaborado pelo autor.

Por meio do modelo constitutivo da liga foi definida a força aplicada em cada um dos fios de LMF para diferentes temperaturas e, em seguida, aplicadas na equação principal do rotor. A Figura 65 mostra a força resultante na horizontal aplicada pelos fios. Na primeira crítica ocorre pequena variação na amplitude, já na segunda a variação é maior, sendo a de maior temperatura a maior amplitude. Além disso a frequência crítica se desloca similarmente ao que ocorre no deslocamento.

Na Figura 66 a crítica apresenta aumento da amplitude conforme a temperatura se eleva, logo a temperatura de 95°C apresenta a maior amplitude. Para a temperatura de 47°C a força apresenta oscilação nos picos, formando manchas, mas as outras temperaturas apresentam oscilação antes de chegarem na crítica, além da amplitude oscilada ser menor.

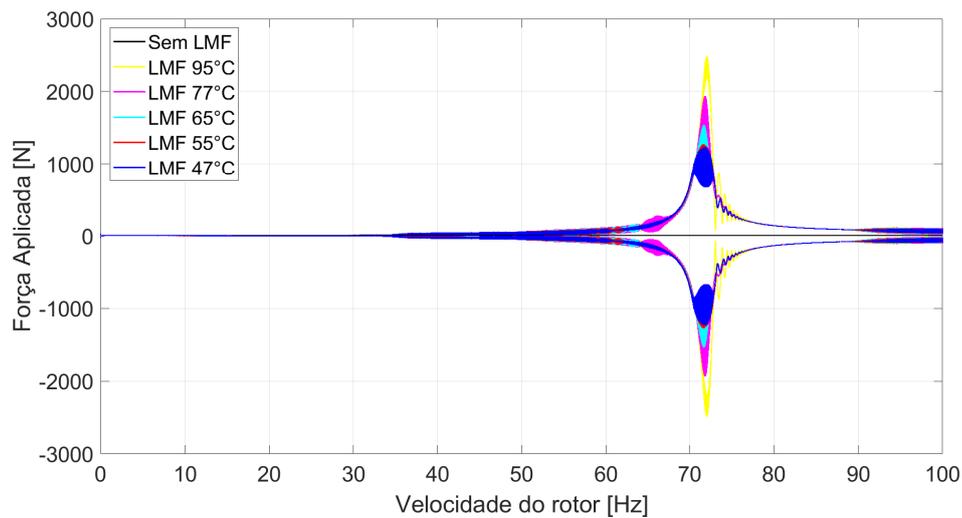
Portanto, verificou-se que a maior influência nos resultados foi o efeito de memória de forma, pois a força gerada provocou o deslocamento da frequência crítica do sistema. Como a componente na vertical é maior, o efeito foi intensificado, já na horizontal foi verificado pequenos deslocamentos da frequência devido a menor componente.

**Figura 65-** Força resultante na horizontal aplicada pela LMF.



Fonte: Elaborado pelo autor.

**Figura 66-** Força resultante na vertical aplicada pela LMF.



Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 6.4 Comparação do experimental com a simulação

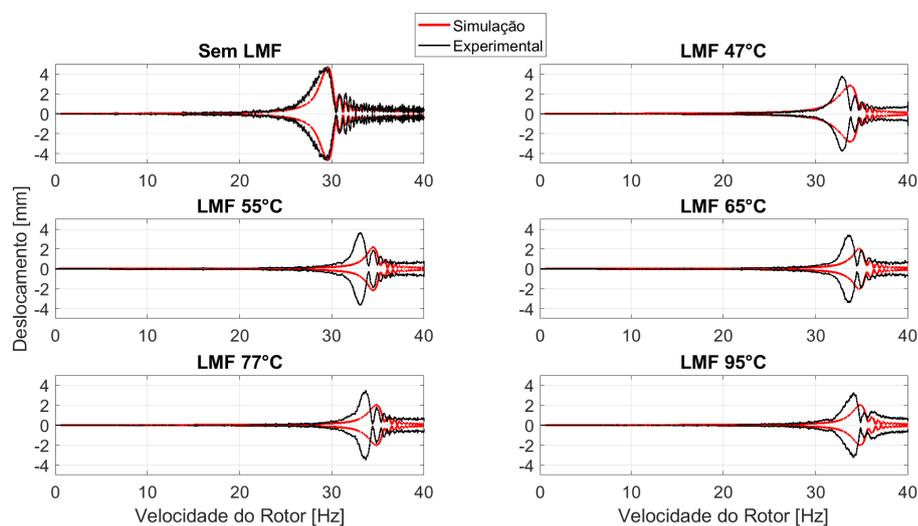
Com base nos dados apresentados no capítulo 6 e os dados experimentais dispostos nesse capítulo, torna-se possível realizar a comparação entre eles. Assim, poderá ser verificado o quão próximo ou distante os dados estão. A análise consistirá em comparar os dados de frequência e amplitude da primeira crítica para as duas direções e nos dois pontos de medida.

Com os dados experimentais do deslocamento vertical não foi possível chegar até onde a primeira crítica foi deslocada, será feita a comparação apenas do rotor sem fios

de liga. Assim, na simulação a amplitude máxima atingida de deslocamento vertical no macal foi de  $7,06 \text{ mm}$  e no experimental foi de  $8 \text{ mm}$ , logo o erro de medida é de  $11,75\%$  em relação ao experimental. Já para o disco esse erro é de  $11,86\%$ . Notou-se também que o deslocamento vertical do disco apresentou valores de ressonância próximos ao sistema sem os fios, o que diverge do modelo numérico. Esse fenômeno necessita de maior aprofundamento para verificar se o problema está no modelo numérico ou na instrumentação do disco. Mas há indícios que o aparato de reflexão possa ter sofrido influência da ressonância por estarem na mesma bancada.

Na direção horizontal é possível verificar o comportamento das duas grandezas: Deslocamento e frequência crítica. A Figura 67 apresenta, de forma qualitativa, o comportamento de cada condição analisada para o deslocamento do mancal na horizontal para o sistema simulado e o experimental para a primeira frequência crítica. Verifica-se que a amplitude do deslocamento tendeu a ser menor na simulação do que no experimental. Além disso, houve maior aumento da frequência de ressonância na simulação, mas a diferença percentual tendeu a ser menor quando comparada ao deslocamento.

**Figura 67-** Deslocamento horizontal do mancal para diferentes temperaturas e realizando a comparação entre o resultado simulado e o experimental.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Pela Tabela 14 verifica-se que o modelo conseguiu representar bem o deslocamento da frequência crítica, tendo erros baixos, sendo que o maior foi de  $4,44\%$ . O deslocamento apresentou altos erros, enquanto no modelo sem a liga o erro foi menor, mas com a presença da liga o erro chegou até a  $41\%$  de divergência no mancal.

O desempenho do sistema apresentou diferença nos resultados ao comparar os dois mé-

**Tabela 14-** Comparação do deslocamento e da primeira frequência crítica horizontal no mancal e disco.

<b>Condição</b>	<b>Erro Ampl. disco [%]</b>	<b>Erro Ampl. mancal [%]</b>	<b>Erro Freq. disco [%]</b>	<b>Erro Freq. mancal [%]</b>
Sem LMF	6,23	1,45	0,58	1,08
47°C	34,92	24,68	2,53	2,95
55°C	19,88	40,18	4,03	4,44
65°C	21,63	39,29	3,17	3,84
77°C	27,33	41,07	3,31	3,57
95°C	39,80	36,86	2,15	2,15

Fonte: Elaborado pelo autor.

todos, principalmente na amplitude no deslocamento, mas pode-se atribuir tais diferenças as considerações aplicadas.

O modelo constitutivo utilizado e no ensaio não considerou-se a variação da temperatura, portanto é usada uma temperatura fixa em toda a simulação e ensaio. Desse modo, no ensaio por meio da convecção pode se intensificar com a presença de correntes de ar, provocando a redução da temperatura do fio.

Na simulação não é considerada a variação do da seção do fio de LMF devido à tração, mas ela está presente no ensaio. Além disso, a fixação dos fios podem acrescentar amortecimento e rigidez ao sistema, sendo desconsiderada no modelo numérico.

## 7 CONCLUSÃO

Este projeto abordou o controle semiativo de vibrações em rotores flexíveis utilizando fios de ligas com memória de forma buscando usufruir das propriedades do material para que ele possa agir como atuador no sistema. A mudança de fase provoca alteração no módulo de elasticidade e, por consequência, modifica a rigidez do fio e, também, pelo efeito pseudoelástico que gera dissipação de energia do sistema. Durante os ensaios é apresentada uma competição entre essas propriedades, visto que para maiores temperaturas a rigidez aumenta (menor o deslocamento) e a dissipação de energia tende a ser menor. Por outro lado, para menores rigidezes ocorrem maiores deslocamentos, mas a dissipação de energia é maior.

O desenvolvimento do projeto consistiu em análises numéricas e experimentais. A primeira parte foi resolvida a equação diferencial de segunda ordem que representa o rotor, com modelo constitutivo de Brinson acoplado a ela. Esse modelo da LMF foi responsável por aplicar a força externa ao modelo do rotor e, por consequência, as propriedades do nitinol. Vale ressaltar que para cada faixa de temperatura as propriedades eram intensificadas ou amenizadas.

Após a resolução do modelo numérico foi identificado que o nitinol conseguiu influenciar na amplitude do deslocamento do mancal e do disco nas duas direções. As primeiras críticas registraram redução de amplitude no mancal e na horizontal do disco. Em todos os casos foi verificado o aumento da frequência de ressonância, sendo de maior intensidade no deslocamento vertical devido a disposição dos fios.

O ensaio experimental consistiu em elaborar um sistema de fixação dos fios de LMF e outros dispositivo para aplicar a tensão elétrica no conjunto de fios. O aquecimento foi realizado por efeito Joule e a relação de tensão elétrica e temperatura foi obtida a partir de um aparato experimental e, por meio dele também, verificou-se o comportamento do tensionamento que seria exercido sobre o mancal.

Pelos dados obtidos na primeira frequência crítica notou-se a redução da amplitude e aumento do valor da frequência de ressonância do rotor. No disco foi possível medir deslocamentos da vertical e horizontal, já no mancal só foi aferido na horizontal, pois a frequência foi deslocada para valores acima de  $40Hz$  e o sistema não abrangia essa faixa

de rotação. Portanto, as propriedades da LMF foram essenciais por essas modificações no sistema, seja pela mudança da rigidez que gerara o deslocamento da ressonância, como a pseudoelasticidade gerada em algumas faixas de temperaturas e carregamento, amenizando a severidade da amplitude do deslocamento do mancal e disco.

Comparando o modelo numérico com o experimental, a frequência crítica em ambos apresentaram divergências menores que 5% , mas a amplitude não seguiu essa tendência. Mesmo a diferença do rotor sem a LMF sendo baixa, a amplitude com o fio apresentou elevados erros.

As hipóteses adotadas no modelo numérico são os principais responsáveis pela divergência dos resultados na comparação. A presença de correntes de ar são responsáveis por intensificar a troca de calor por convecção e provocar a redução da temperatura do fio, além disso, as temperaturas podem variar no fio e o modelo constitutivo não considera variação dela. Por fim, a presença de tensionamento durante a operação pode alterar a seção do fio e, conseqüentemente, a temperatura do fio por alterar a resistência elétrica.

O trabalho conseguiu atingir resultados consistentes e que contribuem com a literatura de LMFs. Os dados experimentais indicaram que esse tipo de material possui eficiência e potencial na aplicação como atuadores e controladores. Mesmo esta pesquisa não possuindo aplicação direta, ela pode ser base para trabalhos mais específicos em áreas diferentes e com soluções imediatas.

## 7.1 Sugestões para trabalhos futuros

Para trabalhos futuros seguem as seguintes sugestões:

- Desenvolver a sustentação do mancal com diferentes angulações de atuação dos fios;
- Desenvolver um novo sistema de fixação do fio que seja isolante, pois um dos maiores problemas foi verificar e realizar o isolamento do sistema. Seria interessante utilizar materiais resistentes mas não condutores;
- Verificar o comportamento com mais de um disco;
- Desenvolver um controle ativo para realizar o aquecimento rápido do fio;
- Desenvolver um sistema para aquisição da temperatura do fio durante o ensaio para verificar se o deslocamento e a rotação do eixo não interferem na temperatura do fio, visto que eles se desloca e provoca resfriamento;

## REFERÊNCIAS

- ABREU, G. L. C. M. **Controle ativo de vibrações laterais em rotores flexíveis usando atuadores magnéticos**. 1998. 119 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 1998.
- ADEODATO, A. **Redução de vibrações em eixos utilizando elementos de ligas com memória de forma**. 2014, 89 f. Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica) — Centro Federal de Eduacao Tecnológica Celso Suckow da Fonseca - CEFET/RJ, Rio de Janeiro, 2014.
- ALVES, M. T. S. **Controle de vibrações em máquinas rotativas usando ligas com memória de forma**. 2015. 119 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2015. Disponível em: <<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/14768>>. Acesso em: 05 jul. 2020.
- AQUINO, A. S. d. **Controle de vibração de um sistema sob desbalanceamento rotativo utilizando atuador de liga com memória de forma**. 2011. 117 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal da Paraíba - Centro de Tecnologia, João Pessoa, 2011. Disponível em: <<http://tede.biblioteca.ufpb.br:8080/handle/tede/5310>><http://tede.biblioteca.ufpb.br:8080/handle/tede/5310>. Acesso em: 05 jul. 2020.
- ARAÚJO, C. R. **Controle ativo de vibrações utilizando a histerese de fios de Liga com Memória de Forma para aumentar a energia dissipada pelo sistema**. 2021. 56 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Ilha Solteira, 2021.
- BORGES, J.; SILVA, A.; ARAÚJO, C.; FERNANDES, E.; PIMENTEL, R.; SANTIAGO, A. Rotor-bearing vibration control system based on fuzzy controller and smart actuators. **The International Journal of Multiphysics**, Narvik, v. 7, n. 3, p. 197–206, 2013.
- BORN, R. M. **Aplicação de ligas com memória de forma magnéticas em atuadores lineares**. 2007. 91 f. Dissertação (Mestrado em ciências de Engenharia oceânica) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.
- BOYD, J. G.; LAGOUDAS, D. C. Thermodynamical constitutive model for shape memory materials. part i. the monolithic shape memory alloy. In: . Oxford: [s.n.], 1996. v. 12, n. 6, p. 805–842. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0749641996000307>><http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0749641996000307>. Acesso em: 04 ago. 2020.
- BRAGA, M. T.; ALVES, M. T. S.; CAVALINI, A. A.; STEFFEN, V. **Controle passivo de vibrações em máquinas rotativas utilizando ligas com memória de forma**. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2018. Disponível em: <<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/25177>>.

BRAGA, M. T.; ALVES, M. T. S.; CAVALINI, A. A.; STEFFEN, V. Influence of temperature on the passive control of a rotating machine using wires of shape memory alloy in the suspension. **Smart Materials and Structures**, Bristol, v. 29, n. 3, p.35–40, fev. 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/1361-665x/ab7112>>.

BRINSON, L. C. One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: Thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, London, v. 4, n. 2, p. 229–242, 1993. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1177/1045389X9300400213>><http://dx.doi.org/10.1177/1045389X9300400213>. Acesso em: 18 ago. 2020.

CASTILHO, W. S.; SILVA, E. P. da. Algumas aplicações das ligas com memória de forma shape memory alloys-sma. **Sinergia**, , São Paulo, v. 12, n. 1, p. 99–108, 2011.

CHOPRA, A. **Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering**. Pearson Education Limited, 2014. (Always Learning). ISBN 9780273774242. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=ERl8uAAACAAJ>>.

COURA, E. A. N. **Estudo da Aplicação da liga NiTi com efeito memória de forma em atuadores de aeronaves**. 2016. 76 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de estruturas) — Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2016.

DUERIG, T.; BHATTACHARYA, K. The influence of the r-phase on the superelastic behavior of niti. **Shape Memory and Superelasticity**, Heidelberg, v. 1, n. 2, p. 153–161, 2015.

ENEMARK, S. **Integration of Shape Memory Alloys into Low-Damped Rotor-Bearing Systems: Modelling, Uncertainties and Experimental Validation**. [S.l.: s.n.], 2015.

ENEMARK, S.; SANTOS, I.; SAVI, M. A. Shape memory alloys applied to improve rotor-bearing system dynamics - an experimental investigation. In: PROCEEDINGS OF THE 17TH INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON DYNAMIC PROBLEMS OF MECHANICS, 2015, Natal. ABCM, 2015. Disponível em: <<http://abcm.org.br/anais/diname/2015/PDFS/DIN-2015-0009-.PDF>><http://abcm.org.br/anais/diname/2015/PDFS/DIN-2015-0009-.PDF>. Acesso em: 17 ago. 2020.

ENEMARK, S.; SAVI, M.; SANTOS, I. Nonlinear dynamics of a pseudoelastic shape memory alloy system, theory and experiment. **Smart Materials and Structures**, Bristol, v. 23, n. 8, 2014.

EPPS, J. J.; CHOPRA, I. In-flight tracking of helicopter rotor blades using shape memory alloy actuators. **Smart Materials and Structures**, Bristol, v. 10, n. 1, 104, 2001.

EWINS, D. **Modal Testing: Theory and Practice**. Research Studies Press, 1984. (Engineering dynamics series). ISBN 9780863800177. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=hBtEAQAIAAJ>>.

FREMOND, M. Shape memory alloy. In: **Shape memory alloys**. [S.l.]: Springer, 1996. 1–68.

GAO, X.; QIAO, R.; BRINSON, L. C. Phase diagram kinetics for shape memory alloys: a robust finite element implementation. **Smart Materials and Structures**, Bristol, v. 16, n. 6, p. 2102, 2007.

GERONEL, R. S. **Controle de vibrações em rotores flexíveis utilizando fios de liga com memória de forma**. 2017. 93 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Universidade Estadual Paulista (UNESP), Ilha Solteira, 2017.

GIPSON, L. **NASA Contribution: Chevrons**. 2017. Disponível em: <<https://www.nasa.gov/aero/nasa-contribution-chevrons.html>>.

GONZALEZ, C. H.; OLIVEIRA, C. A. d. N.; PINA, E. A. C. d.; FILHO, S. L. U.; FILHO, O. O. d. A.; ARAÚJO, C. J. d. Heat treatments and thermomechanical cycling influences on the r-phase in ti-ni shape memory alloys. **Materials Research**, São Carlos, v. 13, n. 3, 325–331, 2010.

IKUTA, K.; TSUKAMOTO, M.; HIROSE, S. Mathematical model and experimental verification of shape memory alloy for designing micro actuator. In: IEEE. **[1991] Proceedings. IEEE Micro Electro Mechanical Systems**. [S.l.], 1991. 103–108.

KREY, O. **Conheça os tipos de rotores: Rígidos e flexíveis**. 2015. Disponível em: <<http://www.simetriza.com.br/tipos-de-rotores/>><http://www.simetriza.com.br/tipos-de-rotores/>.

LAGOUDAS, D. C. **Shape memory alloys: modeling and engineering applications**. [s.n.], 2008. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=jY-qVrZkqBEC>>. Acesso em: 04 jul. 2020.

LALANNE, M.; FERRARIS, G. **Rotordynamics Prediction in Engineering**. Wiley, 1998. ISBN 9780471972884. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=JONSAAAAMAAJ>>.

LEES, A. W.; JANA, S.; INMAN, D. J.; CARTMELL, M. P. The control of bearing stiffness using shape memory. In: IMAC XXV CONFERENCE AND EXPOSITION STRUCTURAL DYNAMICS, 2007, Orlando, FL. **Anais...** 2007. Disponível em: <<https://pdfs.semanticscholar.org/8837/8471968bd32f0d305150a2d78cd632278e07.pdf>>. Acesso em: 17 ago. 2020.

LIANG, C.; ROGERS, C. A. One-dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, London, v. 1, n. 2, p. 207–234, 1990. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1177/1045389X9000100205>><http://dx.doi.org/10.1177/1045389X9000100205>. Acesso em: 18 ago. 2020.

MA, Y.; ZHANG, Q.; ZHANG, D.; SCARPA, F.; LIU, B.; HONG, J. Tuning the vibration of a rotor with shape memory alloy metal rubber supports. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, London, v. 351, 1–16, 2015.

MAESTA, M. F. **Controle angular ativo de um aerofólio adaptativo utilizando fios de liga de memória de forma**. 2016. 103 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Universidade Estadual Paulista (UNESP), Ilha Solteira, 2016. Disponível em: <<https://repositorio.unesp.br/handle/11449/148858?locale-attribute=en>>. Acesso em: 19 ago. 2020.

MIAZAKI, M. **Controle de vibrações em rotores flexíveis utilizando molas helicoidais de liga com memória de forma**. 2017. 93 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica).

NAVARRO, R. F. A evolução dos materiais. parte1: da pré-história ao início da era moderna. **Revista eletrônica de materiais e processos**, v. 1, n. 1, p. 1–11, 2006.

PRETO, E.; ARAÚJO, C. R.; KARMOUCHE, D. C. J.; ABREU, G. L. C. de. Investigação experimental do uso de fios de nitinol para controle de vibrações em rotores flexíveis. In: **Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente - SBAI 2021**. Rio Grande do Sul, Brasil: [s.n.], 2021.

RAO, S. **Vibrações mecânicas**. Quarta edição. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009. ISBN 9788576052005. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=3DSNPgAACAAJ>>. Acesso em: 06 jul. 2020.

SAVI, M. A.; PAIVA, A.; BAETA-NEVES, A. P.; PACHECO, P. M. Phenomenological modeling and numerical simulation of shape memory alloys: a thermo-plastic-phase transformation coupled model. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, London, v. 13, n. 5, 261–273, 2002.

SILVA, R. d. O. **Atenuação de vibrações em sistemas que utilizam molas de liga de memória de forma**. 2017. 101 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira (UNESP), Ilha Solteira, 2017. Disponível em: <<https://repositorio.unesp.br/handle/11449/150444>>. Acesso em: 07 jul. 2021.

SINGH, K.; SIROHI, J.; CHOPRA, I. An improved shape memory alloy actuator for rotor blade tracking. **Journal of intelligent material systems and structures**, London, v. 14, n. 12, 767–786, 2003.

TANAKA, K.; KOBAYASHI, S.; SATO, Y. Thermomechanics of transformation pseudoelasticity and shape memory effect in alloys. **International Journal of Plasticity**.

WELCH, N. **NASA Contribution: Chevrons**. 2017. Disponível em: <<https://www.nasa.gov/specials/wheels/>>. Acesso em: 07 jul. 2022.

## APÊNDICE A – Modelagem matemática de rotores

Este apêndice apresenta a modelagem de um rotor descrevendo todos os seus componentes, obtendo a energia cinética, potencial e o trabalho virtual. Além disso, são apresentadas as matrizes de massa, rigidezes, amortecimento e giroscópica. Com esses parâmetros é possível aplicar as equações de Lagrange e resolver a equação de movimento discretizando o rotor por MEF.

### A.1 Disco

Para o rotor descrito nesse projeto, adota-se 4 graus de liberdade, sendo eles ( $u$  e  $w$ ) para o deslocamento vertical e horizontal e ( $\theta$  e  $\psi$ ) para a rotação.

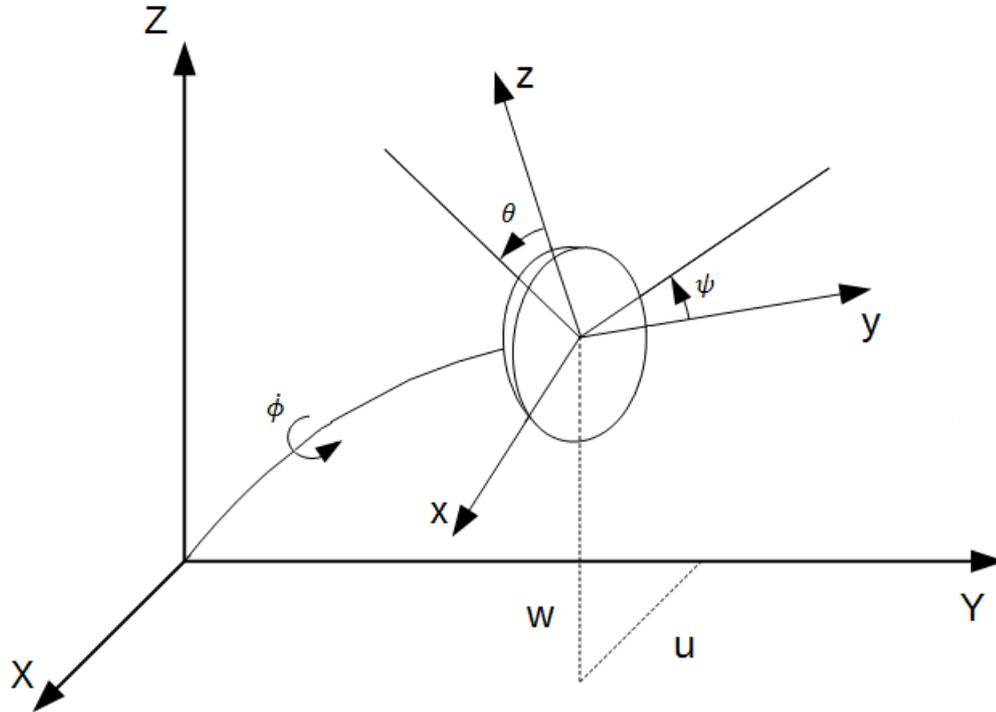
Pela Figura (A.1), tem-se o sistema inercial de coordenadas definido por  $[X, Y, Z]$  e a base móvel  $B_1$  é descrita pelas coordenadas  $[x, y, z]$  fixada no disco.

É considerado o disco como um elemento rígido, implicando na presença de apenas energia cinética e desprezando a energia potencial. Desse modo, o sistema estará sujeito a uma movimentação descrita por três ângulos ( $\theta, \phi, \psi$ ). A primeira angulação,  $\psi$ , ocorrerá pela rotação do eixo  $Z$ . Em seguida, o disco sofre uma rotação em torno do eixo  $x(x_1)$ , que é descrito por  $\theta$ . Por fim, o ângulo  $\phi$  é dado pela rotação ao redor do eixo  $y$ . Portanto, a velocidade angular instantânea na base  $B_1$ , será:

$$\vec{w}_{R_1/R_0} = \dot{\psi}Z + \dot{\theta}x_1 + \dot{\phi}y \quad (\text{A.1})$$

Utilizando a forma vetorial, tem-se a decomposição da velocidade nas três direções:

Figura A.1- Sistema de coordenadas do rotor.



Fonte: Geronel (2017).

$$\vec{\omega}_{R_1/R_0} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\psi} \cos \theta \sin \phi + \dot{\theta} \cos \phi \\ \dot{\phi} + \dot{\psi} \sin \theta \\ \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi + \dot{\theta} \sin \phi \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Assim, pode-se escrever a energia cinética do disco como:

$$T_D = \frac{1}{2} m_D (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} (I_{Dx} \omega_x^2 + I_{Dy} \omega_y^2 + I_{Dz} \omega_z^2) \quad (\text{A.3})$$

Verifica-se dois termos na energia cinética, um referente a massa do disco e outro devido a inércia. Enquanto o primeiro está relacionado a velocidade nas direções X e Z, o segundo se relaciona com a velocidade angular do sistema.

Como no disco o sistema é referenciado na origem, tem-se que tanto a massa  $m_D$  como o tensor de inércia estão expressos nas direções principais. Além disso, como o disco é simétrico, tem-se que os momentos de inércia em x e z são iguais. Também, os ângulos  $\theta$  e  $\psi$  são pequenos. Portanto, a equação (A.3) pode ser descrita pela equação (A.5)

$$I = \begin{bmatrix} I_{Dx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{Dy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dx} \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

$$T_D = \frac{1}{2}m_D(\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2}I_{Dx}(\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) + I_{Dy}\dot{\phi}\dot{\psi}\theta + \frac{1}{2}I_{Dy}\dot{\phi}^2 \quad (\text{A.5})$$

Com as 5 coordenadas independentes  $(u, w, \theta, \psi, \phi)$  só precisamos resolver a equação de Lagrange para cada uma delas. Assim, tem-se:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_D}{\partial \dot{u}} \right) - \frac{\partial T_D}{\partial u} = M_D \ddot{u} \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_D}{\partial \dot{w}} \right) - \frac{\partial T_D}{\partial w} = M_D \ddot{w} \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_D}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial T_D}{\partial \theta} = I_{Dx} \ddot{\theta} - I_{Dy} \dot{\phi} \dot{\psi} \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_D}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial T_D}{\partial \psi} = I_{Dx} \ddot{\psi} + I_{Dy} \dot{\phi} \dot{\theta} + I_{Dy} \ddot{\phi} \theta \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_D}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial T_D}{\partial \phi} = I_{Dy} \ddot{\psi} \theta + I_{Dy} \dot{\psi} \dot{\theta} + I_{Dy} \ddot{\phi} \quad (\text{A.10})$$

Também é possível expressar essas equações na forma nodal, para isso:

$$\delta = [u, w, \theta, \psi]^t \quad (\text{A.11})$$

Assim, a equação de Lagrange será:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_D}{\partial \dot{\delta}} \right) - \frac{\partial T_D}{\partial \delta} = M_D + \dot{\phi} C \dot{\delta} + \ddot{\phi} K_{DT} \delta \quad (\text{A.12})$$

Na forma matricial, é obtido:

$$\begin{bmatrix} m_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{Dx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{w} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} + \dot{\phi} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{Dy} \\ 0 & 0 & I_{Dy} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \ddot{\phi} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dy} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

De forma compacta, escreve-se:

$$[M_D]\{\ddot{q}\} + \dot{\phi}[C]\{\dot{q}\} + \ddot{\phi}[K_{DT}]\{q\} \quad (\text{A.14})$$

sendo  $[M_D]$  a matriz de massa do disco,  $[C]$  a matriz de amortecimento e  $[K_{DT}]$  a matriz rigidez no transiente.

Paras os termos dentro destas três matrizes, tem-se as seguintes definições:

$$m_D = \pi(R_{eD}^2 - R_{iD}^2)t_D\rho_D \quad (\text{A.15})$$

$$I_{Dx} = \frac{m_D}{2}(R_{eD}^2 - R_{iD}^2) \quad (\text{A.16})$$

$$I_{Dy} = \frac{m_D}{4}(R_{eD}^2 - R_{iD}^2) + \frac{m_D}{12}t_D^2 \quad (\text{A.17})$$

onde  $I_{Dx}$  é o momento de inércia de massa polar do disco;  $I_{Dy}$  o momento de inércia de massa transversal do disco;  $m_D$  a massa do disco;  $R_{eD}$  o raio externo do disco;  $R_{iD}$  raio interno do disco;  $t_D$  espessura do disco e  $\rho_D$  é a densidade do material do disco.

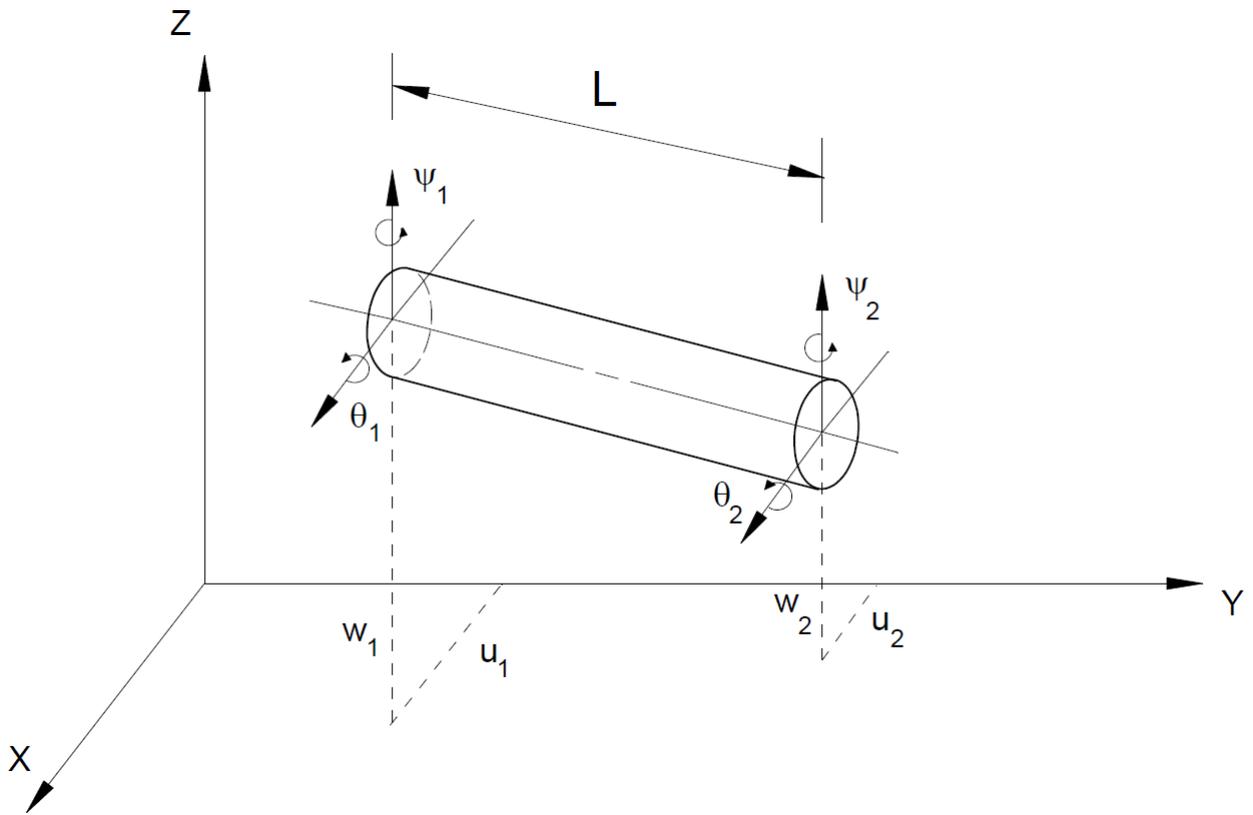
## A.2 Eixo

Para a caracterização do eixo há a presença de energia cinética e potencial. Sendo esta última resultado da deformação, desse modo, foi denominada de energia de deformação. O eixo foi definido por 4 graus de liberdade, os mesmo definidos para o disco. A figura (A.2) mostra um elemento do eixo com as variáveis independentes dispostas.

### A.2.1 Energia de deformação por flexão

Dentre as duas energias, é iniciado pela de deformação, em específico a gerada pela flexão. Partindo de um ponto B(x,z) da secção transversal do eixo da figura (A.2) e

**Figura A.2-** Representação de um elemento do eixo com os seus graus de liberdade.



Fonte: Geronel (2017).

representada por (A.3), visto que a deformação é dada por:

$$\varepsilon = -x \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} - z \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w^*}{\partial y} \right)^2 \quad (\text{A.18})$$

Escrevendo de forma compacta e separando os termos referentes a linearidade:

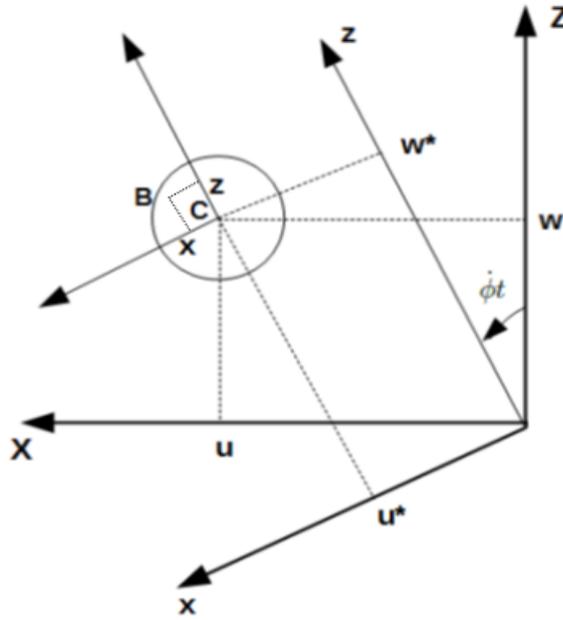
$$\varepsilon = \varepsilon_l + \varepsilon_{nl} \quad (\text{A.19})$$

sendo que  $\varepsilon_l$  representa a parcela linear

Sendo que  $\varepsilon_l$  é igual aos dois primeiros termos do segundo membro da equação A.18 e  $\varepsilon_{nl}$  é igual aos dois últimos termos da mesma equação e corresponde a parcela não linear da equação.

Conhecendo a deformação longitudinal do eixo, dado pela equação (A.19), calcula-se a energia de deformação.

**Figura A.3-** Representação de um elemento do eixo com os seus graus de liberdade.



Fonte: Geronel (2017).

$$U_1 = \frac{1}{2} \int_{\tau} \varepsilon^T \sigma d\tau \quad (\text{A.20})$$

onde  $\varepsilon^T$  é a matriz transposta da deformação longitudinal de um ponto  $x, y$  da secção,  $\sigma$  é o vetor de esforços e  $\tau$  é o volume da viga considerada. Também que a relação entre tensão e deformação é dada por:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (\text{A.21})$$

Substituindo a equação A.21 em A.20 e depois aplicando a equação A.19 na resultante:

$$U_1 = \frac{E}{2} \int_{\tau} (\varepsilon_l^2 + 2\varepsilon_l \varepsilon_{nl} + \varepsilon_{nl}^2) d\tau \quad (\text{A.22})$$

Para esta equação é adotada a simetria, a  $\int_{\tau} \varepsilon_l \varepsilon_{nl} = 0$ . Além disso, o termo  $\varepsilon_{nl}^2$  tenderá a zero, pois a parcela não linear é pequena e ao elevar ao quadrado, torna o valor pequeno, podendo assim ser desprezado (LALANNE; FERRARIS, 1998). Desse modo:

$$U_1 = \int_0^L \int_S \left( -x \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} - z \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 dS dy \quad (\text{A.23})$$

Após manipulação algébrica obtêm-se:

$$U_1 = \int_0^L \int_S \left[ x^2 \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + z^2 \left( \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 + 2xz \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right] dS dy \quad (\text{A.24})$$

Devido a simetria da seção transversal do eixo em relação aos eixos  $x$  e  $z$ , a integral do terceiro termo entre colchetes na equação A.24 é nula. Os momentos de inércia de área em relação aos eixos  $x$  e  $z$  são dados respectivamente por:

$$I_x = \int_S z^2 dS \quad (\text{A.25})$$

$$I_z = \int_S x^2 dS \quad (\text{A.26})$$

Substituindo-se as equações A.25 e A.26 na equação A.24, esta se torna:

$$U_1 = \frac{E}{2} \int_0^L \left[ I_z \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left( \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (\text{A.27})$$

### A.2.2 Energia de deformação por carga axial

Considerando que o rotor esteja submetido a uma força axial  $F_0$  na sua seção transversal, a energia de deformação será definida por:

$$U_2 = \int_0^L \frac{F_0}{A} (\varepsilon_l + \varepsilon_n l) dV \quad (\text{A.28})$$

Devido a simetria da seção transversal em  $x$  e  $z$ , a integral de  $\varepsilon_l$  será nulo. Desse modo, restará apenas o termo  $\varepsilon_n l$ . Logo:

$$U_2 = \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[ \left( \frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w^*}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (\text{A.29})$$

### A.2.3 Energia de deformação total

A energia de deformação total será a somatória das duas energias apresentadas anteriormente, desse modo:

$$U_S = \frac{E}{2} \int_0^L \left[ I_z \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left( \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy + \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[ \left( \frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w^*}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (\text{A.30})$$

sendo que as coordenadas  $u^*$  e  $w^*$  são coordenadas dependentes do tempo e podem ser reescritas em função de  $u$  e  $w$  como mostra a figura (A.3).

$$u^* = u \cos(\dot{\phi}t) - w \text{sen}(\dot{\phi}t) \quad (\text{A.31})$$

$$w^* = u \text{sen}(\dot{\phi}t) + w \cos(\dot{\phi}t) \quad (\text{A.32})$$

Substituindo a a equação (A.31) e (A.32):

$$U_S = \frac{E}{2} \int_0^L \left[ I_z \left( \cos(\dot{\phi}t) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \text{sen}(\dot{\phi}t) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left( \text{sen}(\dot{\phi}t) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \cos(\dot{\phi}t) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy + \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[ \left( \cos(\dot{\phi}t) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \text{sen}(\dot{\phi}t) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + \left( \text{sen}(\dot{\phi}t) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \cos(\dot{\phi}t) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (\text{A.33})$$

Além disso, adotando a simetria do eixo, o momento de inércia de x e y serão iguais ( $I_x = I_y = I$ ). Também, desconsiderando a força axial no eixo ( $F_0 = 0$ ), a equação simplificada será:

$$U_S = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[ \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (\text{A.34})$$

#### A.2.4 Resolvendo a equação de Lagrange para a energia de deformação

Seguido as etapas para a obtenção das matrizes de rigidezes apresentadas por Lalanne e Ferraris (1998), é visto que a Lagrangiana para a energia de deformação (potencial) é dado por:

$$\frac{\partial U}{\partial \delta} = Kb_S + Kab_S \delta \quad (\text{A.35})$$

sendo:

$$Kb_S = \frac{E_S II_S}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & 4L^2 & 0 & 0 & -6L & 2L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & 4L^2 & 6L & 0 & 0 & 2L^2 \\ -12 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & 2L^2 & 0 & 0 & -6L & 4L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & 2L^2 & 6L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.36})$$

$$Kab_S = \frac{I p_S}{30L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & 3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.37})$$

onde  $II_S$  é o momento de inércia da área dos elementos de eixo, expresso por:

$$II_S = \pi \frac{(R_{eS}^4 - R_{iS}^4)}{4} \quad (\text{A.38})$$

$$Kb_S = \frac{E_S II_S}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & 4L^2 & 0 & 0 & -6L & 2L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & 4L^2 & 6L & 0 & 0 & 2L^2 \\ -12 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & 2L^2 & 0 & 0 & -6L & 4L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & 2L^2 & 6L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.39})$$

$$K_{abS} = \frac{Ip_S}{30L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & 3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.40})$$

onde  $II_S$  é o momento de inércia da área dos elementos de eixo, expresso por:

$$II_S = \pi \frac{(R_{eS}^4 - R_{iS}^4)}{4} \quad (\text{A.41})$$

### A.2.5 Energia cinética eixo

Para a energia cinética do eixo, é visto a seguinte representação:

$$T_s = \frac{\rho S}{2} \int_0^L \{(\dot{u})^2 + (\dot{w})^2\} dy + \frac{\rho I}{2} \int_0^L \{(\dot{\theta})^2 + (\dot{\psi})^2\} dy + 2\rho I \dot{\phi} \int_0^L \psi \theta dy + \rho I L \dot{\phi}^2 \quad (\text{A.42})$$

onde  $\rho$  é a densidade volumétrica do material,  $S$  é área da seção transversal da viga, supondo ser constante e  $I$  é o momento de inércia de área de seção transversal da viga.

### A.2.6 Resolvendo a equação de Lagrange para a energia cinética

Para a aplicação do MEF, os elementos do eixo serão compostos por oito graus de liberdades, quatro para cada extremidade. A relação entre eles podem ser escritas por:

$$\theta = \frac{\partial w}{\partial y} \quad \psi = -\frac{\partial u}{\partial y} \quad (\text{A.43})$$

Assim, o vetor de deslocamento nodal,  $\delta$  pode ser escrito em dois componentes:

$$\delta_u = [u_1, \psi_1, u_2, \psi_2]^{T_{cin}} \quad \delta_w = [w_1, \theta_1, w_2, \theta_2]^{T_{cin}} \quad (\text{A.44})$$

Agrupando esses termos de deslocamento nodal:

$$\delta = [u_1, w_1, \theta_1, \psi_1, u_2, w_2, \theta_2, \psi_2]^T \quad (\text{A.45})$$

Desse modo, realizando algumas etapas para desenvolver a equação (A.42), como pode ser encontrado no livro de Lalanne e Ferraris (1998) e no anexo A da dissertação de Miazaki (), é resolvida a Lagrangiana.

$$\frac{d(\partial T_{cin})}{dt(\partial \dot{\delta})} - \frac{\partial T_{cin}}{\partial \delta} = (Mt_S + Mr_S)\ddot{\delta} + G_S\dot{\delta} \quad (\text{A.46})$$

onde:

$$Mt_S = \frac{m_S}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ -22L & 0 & 0 & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ 54 & 0 & 0 & -13L & 156 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 0 & 156 & -22L & 0 \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & 0 & -22L & 4L^2 & 0 \\ 13L & 0 & 0 & -3L^2 & 22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.47})$$

$$Mr_S = \frac{Id_S}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.48})$$

$$G_S = \frac{Ip_S}{30L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 3L & 0 & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 3L & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.49})$$

As matrizes  $Mt_S$  e  $Mr_S$  são as matrizes globais de massa do eixo devido ao movimento linear e angular, respectivamente. Já a matriz  $G_S$  é definida como sendo a matriz giroscópica dos elementos do eixo. Define-se:

$$A_S = \pi(R_{eS}^2 - R_{iS}^2) \quad (\text{A.50})$$

$$m_S = \rho_S A_S L_S \quad (\text{A.51})$$

$$Id_S = \rho_S A_S \frac{(R_{eS}^2 - R_{iS}^2)}{4} \quad (\text{A.52})$$

$$Ip_S = \rho_S A_S \frac{(R_{eS}^2 - R_{iS}^2)}{2} \quad (\text{A.53})$$

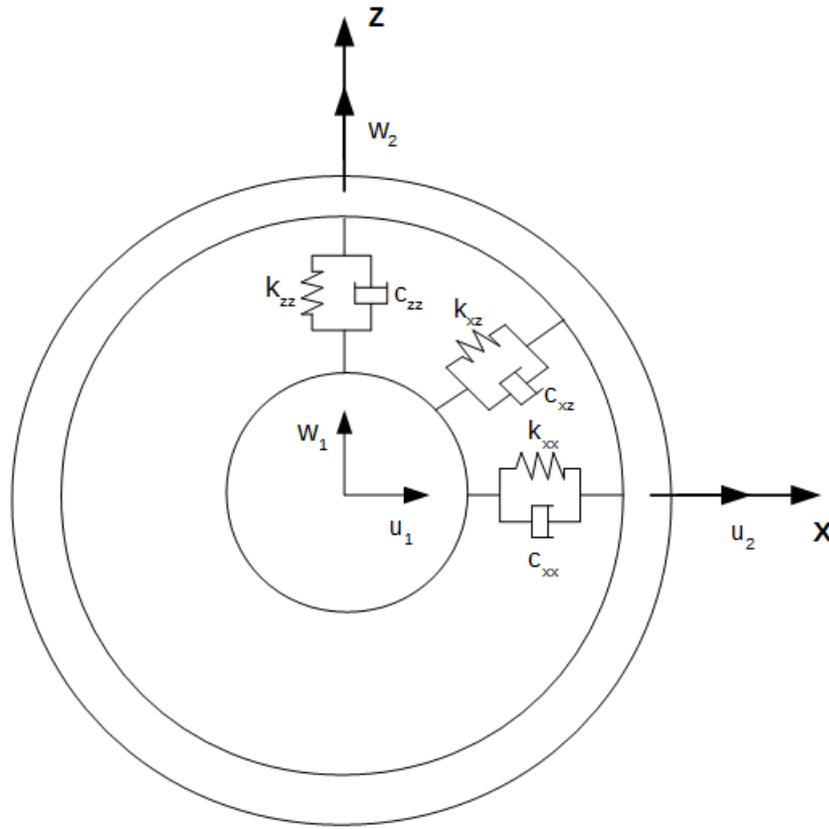
onde  $A_S$  é área da seção transversal;  $R_{eS}$  raio externo do eixo;  $R_{iS}$  raio interno do eixo;  $\rho_S$  densidade do material que é feito o eixo;  $Id_S$  e  $Ip_S$  momento de inércia do eixo.

### A.3 Mancal

Os mancais são responsáveis por estabelecerem a ligação entre os graus de liberdade de translação de dois nós, sendo um no rotor e outro no engaste fixo ou apoiado sobre uma fundação elástica, como pode ser visto na Figura (A.4)

Nesta situação, é usado o princípio do Trabalho Virtual para determinar as forças atuantes que o mancal exerce sobre o eixo. As forças estarão dispostas na direção x e z,

**Figura A.4-** Representação da fundação ligada ao rotor pelo mancal.



Fonte: Adaptado de Lalanne e Ferraris (1998).

ou seja, em  $u$  e  $w$ , já que é considerado que a força gerada pelo momento fletor e rotação serão nulos ( $F_\theta, F_\psi$ ). Além disso, assumindo que os valores de amortecimento e rigidez são conhecidos:

$$\delta W = F_u \delta u + F_w \delta w \quad (\text{A.54})$$

onde

$$F_u = -k_{xx}u - k_{xz}w - c_{xx}\dot{u} - c_{xz}\dot{w} \quad (\text{A.55})$$

e

$$F_w = -k_{zz}w - k_{zx}u - c_{zz}\dot{w} - c_{zx}\dot{u} \quad (\text{A.56})$$

Assim, na forma matricial:

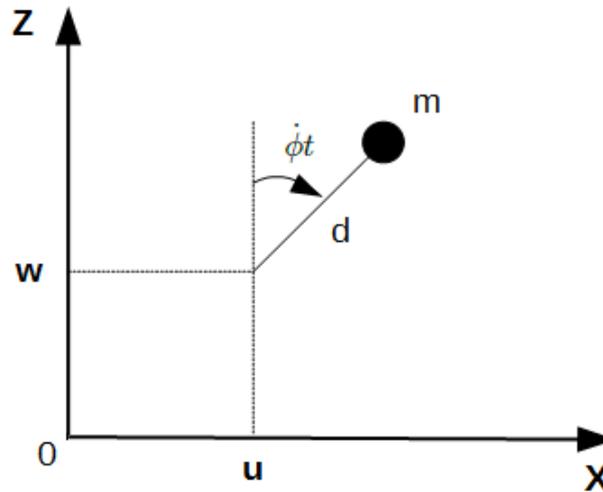
$$\begin{bmatrix} F_u \\ F_\theta \\ F_w \\ F_\psi \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & k_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{zx} & 0 & k_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \theta \\ w \\ \psi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & 0 & c_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{zx} & 0 & c_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\theta} \\ \dot{w} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{A.57})$$

sendo que a matriz que se relaciona com os deslocamentos e ângulos é a matriz de rigidez do mancal e a relacionada a velocidade linear e angular é a de amortecimento viscoso.

#### A.4 Forças de desbalanceamento

O desbalanceamento é normalmente definido como uma massa  $m$  a uma distância  $d$  do centro geométrico do elemento, onde sua energia cinética  $T_u$  pode ser calculada. Considerando que a massa permanece sempre no plano  $xz$  e sua coordenada ao longo do eixo  $y$  é constante, como é mostrado na0 Figura (A.5)

**Figura A.5-** Representação de uma massa em desbalanceamento de um sistema rotativo.



Fonte: Adaptado de Lalanne e Ferraris (1998).

No sistema de coordenadas  $R_o$ , as coordenadas da massa são:

$$OD = \begin{bmatrix} u + d\sin(\phi) \\ \text{constante} \\ w + d\cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (\text{A.58})$$

Então:

$$V = \frac{dOD}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{u} + \dot{\phi}d\sin(\phi) \\ 0 \\ \dot{w} - \dot{\phi}d\cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (\text{A.59})$$

O cálculo da energia cinética da massa de desbalanceamento ( $m$ ) para um sistema transiente é obtida por meio da equação dada por:

$$T_{cin} = \frac{mV^2}{2} = \frac{m}{2}(\dot{u}^2 + \dot{w}^2 + \dot{\phi}^2 d^2 + 2\dot{\phi}d\dot{u}\cos(\phi) - 2\dot{\phi}d\dot{w}\sin(\phi)) \quad (\text{A.60})$$

O terceiro termo da equação A.60 é uma constante e não tem influência nas equações. A massa  $m$  é muito menor que a massa do rotor, logo a energia cinética pode ser expressa por:

$$T_{cin} = m\dot{\phi}(\dot{u}\cos(\phi) - \dot{w}\sin(\phi)) \quad (\text{A.61})$$

Aplicando as equações de Lagrange:

$$\frac{d(\partial T_{cin})}{dt(\partial \dot{u})} - \frac{\partial T_{cin}}{\partial u} = m\dot{\phi}\ddot{u}\cos(\phi) - m\dot{\phi}^2\sin(\phi) \quad (\text{A.62})$$

$$\frac{d(\partial T_{cin})}{dt(\partial \dot{w})} - \frac{\partial T_{cin}}{\partial w} = -m\dot{\phi}\ddot{w}\sin(\phi) - m\dot{\phi}^2\cos(\phi) \quad (\text{A.63})$$

## APÊNDICE B – Determinação dos fatores de amortecimento proporcional

Este apêndice é apresentado o procedimento e cálculos para obtenção do fator de amortecimento do rotor e, posteriormente, a obtenção do fator de amortecimento proporcional.

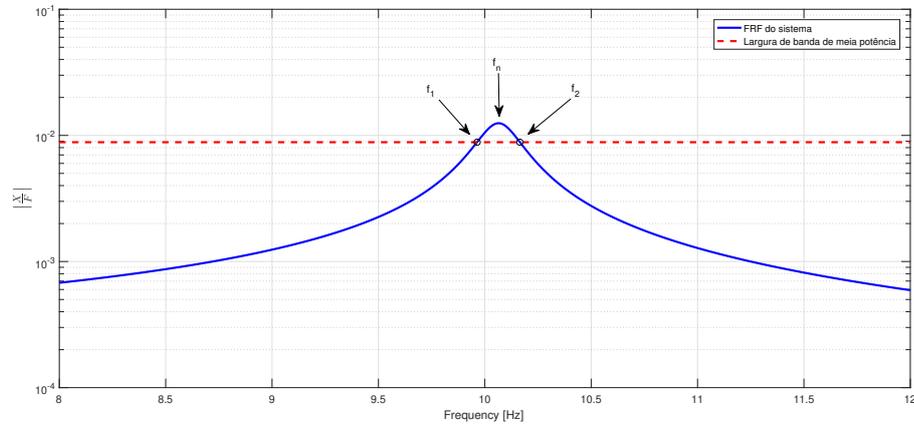
### B.1 Amortecimento modal

Para o determinar o amortecimento da estrutura é necessário analisar a função resposta em frequência da estrutura (FRF). Para isso, é realizado um ensaio com a aplicação de um impulso no sistema em repouso. Com a FRF obtida, é possível estimar o fator de amortecimento por:

$$\zeta_{exp} = \frac{f_2 - f_1}{2f_n} \quad (\text{B.1})$$

sendo  $\zeta_{exp}$  o fator de amortecimento experimental do sistema,  $f_n$  a frequência natural do sistema,  $f_1$  e  $f_2$  são as frequências correspondentes a larguras de banda de meia potência, ou seja, valores em que a amplitude da FRF é  $\sqrt{2}$  dividida pela amplitude máxima (MA et al., 2015).

**Figura B.1-** Representação de uma FRF para obtenção do fator de amortecimento estimado.

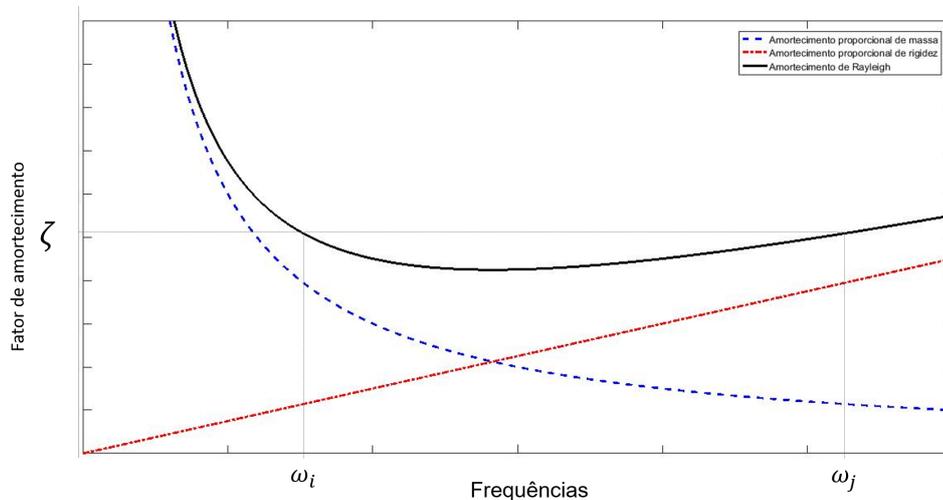


Fonte: Elaborado pelo autor.

## B.2 Fator de amortecimento proporcional

O fator de amortecimento de Rayleigh é composto pela influência do amortecimento proporcional da massa (FAM) e da rigidez (FAR). Desse modo, plotando as curvas da massa e rigidez, podemos verificar que enquanto a primeira apresenta decaimento, a segunda mostra um crescimento em forma de rampa. Assim, para o fator de amortecimento de Rayleigh tende a ponderar esses dois efeitos e gerar um novo fator de amortecimento (ALVES, 2015). Na figura (B.2) verifica-se tais comportamentos.

**Figura B.2-** Representação das curvas do FAR, FAM e amortecimento de Rayleigh para um sistema genérico.



Fonte: Adaptado de Chopra (2014).

Para a obtenção dos fatores de amortecimento proporcional, Chopra (2014) aborda uma representação matricial que envolve tais fatores, como pode ser visto na equação (B.4).

$$\begin{cases} \zeta_i \\ \zeta_j \end{cases} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/\omega_i & \omega_i \\ 1/\omega_j & \omega_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

sendo  $\zeta_i$  e  $\zeta_j$  o amortecimento obtido de maneira experimental, podendo serem iguais ou não nos modos analisados,  $\beta$  é o FAM,  $\gamma$  é o FAR e  $\omega_i$  e  $\omega_j$  são as frequências de ressonâncias para os modos de vibrar analisados.

Para este trabalho é analisado dois modos de vibrações, ou seja, na vertical e na horizontal. Além disso, não é levado em conta o FAR ( $\gamma = 0$ ). Como será analisado o sistema com a presença de fios de LMF atuando, é obtido o FAM para todas as situações. Por fim, o menor valor entre  $\beta_h$  e  $\beta_v$  será adotado para a simulação.

$$\begin{cases} \zeta_{SLMF}^h \\ \zeta_{LMF30^\circ C}^h \\ \zeta_{LMF95^\circ C}^h \end{cases} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/\omega_{SLMF}^h \\ 1/\omega_{LMF30^\circ C}^h \\ 1/\omega_{LMF95^\circ C}^h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_h \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

$$\begin{cases} \zeta_{SLMF}^v \\ \zeta_{LMF30^\circ C}^v \\ \zeta_{LMF95^\circ C}^v \end{cases} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/\omega_{SLMF}^v \\ 1/\omega_{LMF30^\circ C}^v \\ 1/\omega_{LMF95^\circ C}^v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_v \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

Substituindo os valores de amortecimento e da frequência natural o valor será de  $\beta_h$  médio obtido é de 5,07 e para o  $\beta_v$  o valor médio é de 5,51. Como deseja-se introduzir o mínimo possível de amortecimento, será utilizado o menor valor, 5,07.

$$\begin{cases} 0,0223 \\ 0,0086 \\ 0,0071 \end{cases} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/(2\pi 29,63) \\ 1/(2\pi 34,75) \\ 1/(2\pi 35) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_h \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

$$\begin{cases} 0,0043 \\ 0,0132 \\ 0,0118 \end{cases} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/(2\pi 29,25) \\ 1/(2\pi 47,5) \\ 1/(2\pi 47,88) \end{bmatrix} [\beta_v] \quad (\text{B.6})$$

# APÊNDICE C – Códigos usados para o desenvolvimento do projeto e dados do Nitinol

## C.1 Controle do inversor de frequência pelo arduino

```
# define pinoLigaRele 8
# define pinoDesligaRele 7

bool sensor;

float tempo;

void setup()

pinMode(pinoDesligaRele, OUTPUT); //DEFINE O PINO COMO SAÍDA
pinMode(pinoLigaRele, OUTPUT); //DEFINE O PINO COMO SAÍDA
Serial.begin(115200);

void loop()

// contador de pulsos

tempo = millis();

if (tempo>5000 && tempo <25000)//24 de subida e 1 de constante (49000)
digitalWrite(pinoLigaRele,LOW);
digitalWrite(pinoDesligaRele,HIGH); else
digitalWrite(pinoLigaRele,HIGH);
digitalWrite(pinoDesligaRele,LOW);

Serial.println(tempo);
```

## C.2 Aquisição de velocidade e controle da fonte de corrente contínua

```

# define REFRESHTIME100

# define pinoSinal 8 //PINO DIGITAL UTILIZADO PELO SENSOR - cor cinza //
cor vermelha do sensor no GND

# define pinoRele1 7 // Pino digital usado pelo rele

# define pinoRele2 6 // Pino digital usado pelo rele

bool sensor;

float refresh;

float raio= 3;

float velocidade;

unsigned long i=0;

int numeroPulsos = 3;

void setup()

pinMode(pinoSinal, INPUT); //DEFINE O PINO COMO ENTRADA

pinMode(pinoRele1, OUTPUT); //DEFINE O PINO COMO SAÍDA

pinMode(pinoRele2, OUTPUT); //DEFINE O PINO COMO SAÍDA

Serial.begin(9600);

refresh=millis();

velocidade = 0.0;

Serial.println("Tempo (ms) Velocidade (RPM)");

void loop()

// contador de pulsos

sensor = digitalRead(pinoSinal);

while(sensor == HIGH)

//SE A LEITURA DO PINO FOR IGUAL A HIGH, FAZ

sensor = digitalRead(pinoSinal); //depois que mudar para LOW ele sai do While

```

```

while(sensor == LOW)

sensor = digitalRead(pinoSinal); // depois que mudar para HIGH ele sai do While

i++;

// cálculo velocidade

if (millis() - refresh >= REFRESHTIME)

velocidade = 1000 * ((60 * i)/numeroPulsos)/(millis() - refresh);

i=0;

Serial.print(refresh);

Serial.print();

Serial.print(velocidade);

Serial.print("");

refresh=millis();

if (velocidade>100 && velocidade <800)

digitalWrite(pinoRele1,HIGH);

digitalWrite(pinoRele2,HIGH);

else

digitalWrite(pinoRele1,LOW);

digitalWrite(pinoRele2,LOW);

```

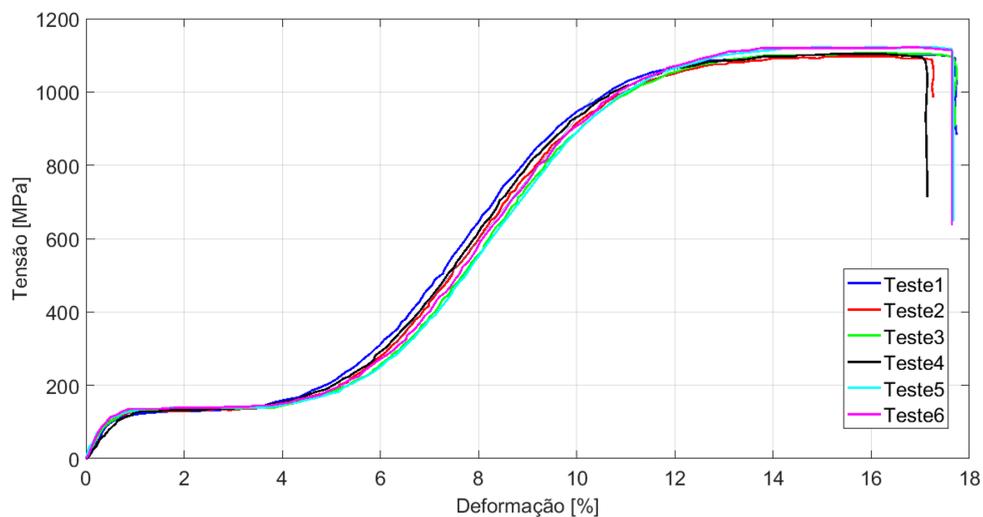
### C.3 Caracterização da matéria prima - Nitinol

**Tabela C.1-** Propriedades da matéria-prima.

Parâmetro	Dado	Parâmetro	Dado
Balance	Titanium	Carbon (C) (%)	0.0321
Chromium (Cr) (%)	0.0011	Cobalt (Co)(%)	0.001
Copper (Cu) (%)	0.0002	Hydrogen (H)(%)	0.0001
Iron (Fe) (%)	0.011	Nickel (Ni)(%)	54.83
Niobium (Nb) (%)	0.0001	Nitrogen (N)(%)	0.0011
Nitrogen+Oxygen (%)	0.0266	Other Single Trace (%)	< 0.01
Oxygen (O) (%)	0.0255	Total trace Elements (%)	< 0.2
Grain Size (ea)	8	Ingot Af Temp( $^{\circ}C$ )	111.5
Ingot Ap Temp( $^{\circ}C$ )	106.47	Ingot As Temp( $^{\circ}C$ )	94.8
Max Inclusion Area (%)	2.68	Max inclusion Size (u-m)	37.6
RM Country of Origen	USA	RM DFARS Compliant	Compliant

#### C.4 Ensaio de tração do fio de LMF

A Figura C.1 apresenta o ensaio de tração enviado pelo fabricante. O ensaio foi realizado até o rompimento do fio. A Tabela C.2 mostra os parâmetros obtidos por meio do ensaio, além de algumas condições do ensaio.

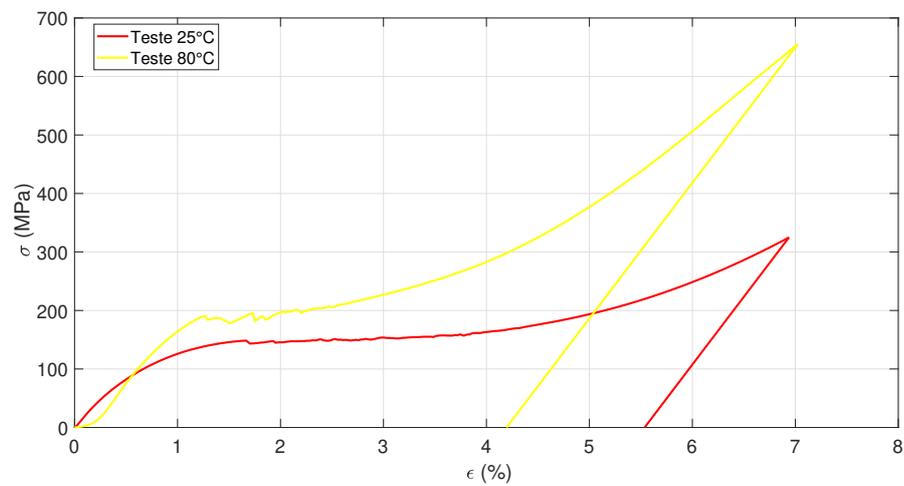
**Figura C.1-** Ensaio de tração do fio de nitinol.

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura C.2 apresenta o ensaio de tração realizado a  $25^{\circ}C$  e a  $80^{\circ}C$  sem levá-lo a ruptura. Verifica-se que não ocorre a formação de uma histerese devido o material iniciar o carregamento no estado de martensita maclada e não de austenita. Por isso, o retorno total não ocorre totalmente, gerando uma deformação residual, mas essa deformação tende a diminuir conforme a temperatura aumenta.

**Tabela C.2-** Propriedades da matéria prima.

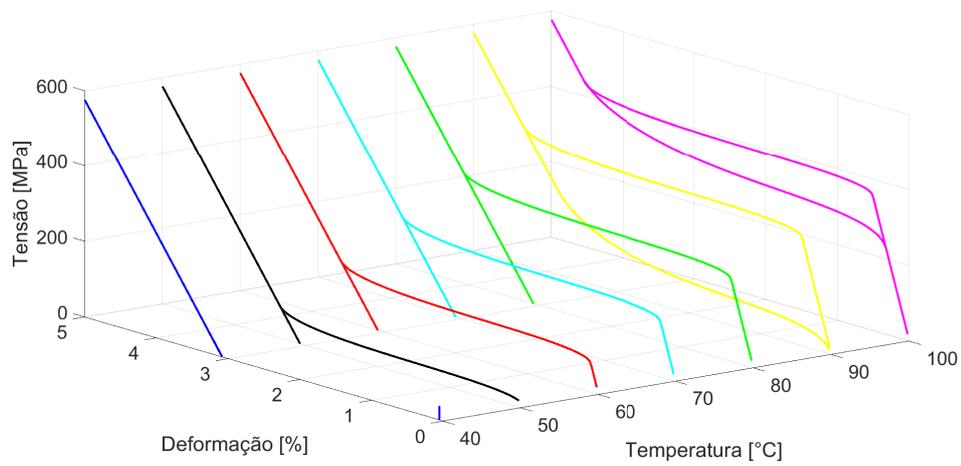
Parâmetro	Dado	Parâmetro	Dado
Diâmetro (in)	0,02494	Carga de Ruptura (Lbf)	78,60
Resistência à tração (PSI)	160,845	Elongação(%)	17,5
Carga de escoamento (Lbf)	11,03	Tensão de escoamento (PSI)	22,571
Carga do platô superior (Lbf)	11,03	Tensão do platô superior (PSI)	22,571
Trabalho a frio (%)	47,5	Temperatura do teste (°C)	23
Comprimento corpo de prova (in)	10	Velocidade do ensaio (in/min)	88,6

**Figura C.2-** Ensaio de tração do nitinol para temperaturas diferentes.

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura C.3 apresenta a simulação do ensaio de tração da LMF usada no projeto. Os dados usados foram da Tabela 1. Conforme a temperatura aumenta é formado o ciclo de histerese que é característico da pseudoelasticidade. Quando a temperatura atinge a  $A_f$  o ciclo tende a se fechar.

**Figura C.3-** Simulação do ensaio de tração do nitinol para diferentes temperaturas.



Fonte: Elaborado pelo autor.