



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE CIÊNCIAS
CAMPUS DE BAURU**



**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A
CIÊNCIA**

Regina Efigênia de Jesus Silva Rodrigues

**AS CONTRIBUIÇÕES DO SOFTWARE *GRAPHMATICA* NA CONSTRUÇÃO DO
CONHECIMENTO MATEMÁTICO DE FUNÇÃO**

**Bauru – SP
2011**

Regina Efigênia de Jesus Silva Rodrigues

**AS CONTRIBUIÇÕES DO SOFTWARE *GRAPHMATICA* NA CONSTRUÇÃO DO
CONHECIMENTO MATEMÁTICO DE FUNÇÃO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência, da Área de Concentração em Ensino de Ciências, da Faculdade de Ciências da UNESP/Campus de Bauru, como requisito à obtenção do título de Mestre em Educação para a Ciência, sob orientação do Prof. Dr. Nelson Antônio Pirola.

**Bauru – SP
2011**

Rodrigues, Regina Efigênia de Jesus Silva.
As contribuições do software graphmatica na
construção do conhecimento matemático de função /
Regina Efigênia de Jesus Silva Rodrigues, 2011
201 f.

Orientador: Nelson Antônio Pirola

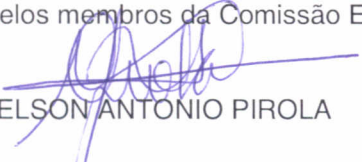
Dissertação (Mestrado)-Universidade Estadual
Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2011

1. Ensino de funções. 2. Informática. 3. Resolução
de problemas. 4. TIC. I. Universidade Estadual
Paulista. Faculdade de Ciências. II. Título.

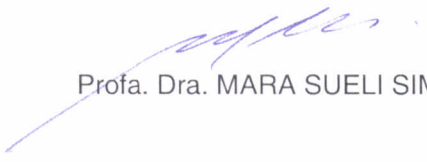
ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE REGINA EFIGÊNIA DE JESUS SILVA RODRIGUES, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA, DO(A) FACULDADE DE CIÊNCIAS DE BAURU.

Aos 30 dias do mês de setembro do ano de 2011, às 09:30 horas, no(a) Sala 3 da Pós-Graduação, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. NELSON ANTONIO PIROLA do(a) Departamento de Educação / Faculdade de Ciências de Bauru, Profa. Dra. MARIA ELIZABETE RAMBO KOCHHANN do(a) Departamento de Matemática / Universidade do Estado de Mato Grosso, Profa. Dra. MARA SUELI SIMAO MORAES do(a) Departamento de Matemática / Faculdade de Ciências de Bauru, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de REGINA EFIGÊNIA DE JESUS SILVA RODRIGUES, intitulada "AS CONTRIBUIÇÕES DO SOFTWARE GRAPHMATICA NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO DE FUNÇÃO". Após a exposição, a discente foi argüida oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: _ _ _

APROVADA. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que, após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.


Prof. Dr. NELSON ANTONIO PIROLA


Profa. Dra. MARIA ELIZABETE RAMBO KOCHHANN


Profa. Dra. MARA SUELI SIMAO MORAES

*Ao meu amado esposo **Ruberley**, pela força,
dedicação, incentivo e conselhos sempre bem
vindos e ao nosso filho **Arthur**, presente de
Deus, luz dos meus caminhos.*

AGRADECIMENTOS

A Deus pelas bênçãos, pela força para continuar lutando, pela proteção, auxílio e por ter me presenteado com a presença de pessoas maravilhosas durante esta empreitada.

Ao meu amado marido, Ruberley, pelo amor, pelo incentivo e pela confiança que sempre depositou em mim.

Ao meu amado filho Arthur, companheiro inseparável durante parte do mestrado e que em muitos momentos suportou minha dedicação somente ao estudo.

Aos meus amados pais Marta Helena e José Estevam por todo o amor, pelo incentivo, pela ajuda e por tudo mais que fizeram e fazem por mim.

A minha querida irmã Fabiana, pelo carinho, apoio e compreensão; às minhas sobrinhas Geovana e Gabriela, por fazerem parte da minha vida e ao meu cunhado Marcus Vinícius por cuidar de todas elas.

À minha avó Ana Vitória pelo amor e pela força a mim sempre dedicados.

Aos meus familiares de sangue e de coração, pela companhia e pelo incentivo constante durante esta empreitada.

Ao prof. Dr. Nelson, meu orientador, pelas contribuições e correções.

À profa. Ana Caldeira, à profa. Mara Sueli pelas sugestões e comentários na ocasião da qualificação e à profa. Maria Elizabete por ter aceitado o convite para fazer parte da banca e pelas contribuições no momento da defesa.

Aos estudantes, professores e à direção da escola onde realizei a coleta de dados por terem aceitado minha presença e pela confiança demonstrada em meu trabalho.

À profa. Maria do Carmo Ribeiro Abreu, pela confiança em mim depositada e pela força dada no período da coleta de dados e do estágio docência, reorganizando meu horário de trabalho.

Ao prof. Nilton Cezar Ferreira pela disposição aceitar que eu assistisse a suas aulas e pelas contribuições dadas durante o estágio docência.

Aos meus queridos amigos e colegas de mestrado pelas discussões e reflexões durante as disciplinas, especialmente à Julyette Redling, ao José Bento Suart, à Raquel Sanzovo, ao Thiago Bianchini, à Lilian Giacomini e ao Rafael Montoito, pelos ótimos momentos que passamos juntos, sem deixar de citar os inesquecíveis encontros etílicos.

Aos professores da Pós-Graduação pelas grandes aulas que contribuíram muito para minha formação como pesquisadora e para a realização da minha pesquisa especificamente.

Às secretárias da Pós-Graduação, em especial à Ana Grijo e à Denise, pela amizade.

A CAPES por 1 (um) ano de auxílio durante o mestrado.

RESUMO

O presente trabalho é o resultado de uma pesquisa que pretendeu investigar e analisar o processo de construção do conhecimento, sobre o conteúdo de funções, mediado pelo computador e aliados à metodologia de resolução de problemas. O objetivo deste estudo se deu, entre outros fatores, pelo interesse em investigar as contribuições que o software *graphmatica* pode oferecer para o ensino da Matemática. A pesquisa foi desenvolvida com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública estadual de ensino da cidade de Goiânia, Estado de Goiás. Buscou-se observar a postura dos estudantes frente a uma prática didática que evidenciou as discussões dos mesmos enquanto resolviam problemas com o uso do computador. Para a análise dos dados foram usadas as avaliações realizadas e as transcrições das gravações feitas durante a resolução de problemas, nas quais os estudantes discutiam caminhos, conceitos e verificavam se as conjecturas estavam ou não corretas. Acredita-se que os participantes exploraram o conceito estudado de forma diferenciada e mais prazerosa do que aquelas comumente utilizadas no dia-a-dia da sala de aula e, além disso, realizaram atividades que retratavam seu contexto, distanciando daquela forma de ensino-aprendizagem abstrata da matemática. A tecnologia informática contribuiu para essa aprendizagem à medida que favoreceu a atitude exploratória dos estudantes e facilitou a articulação entre as múltiplas representações. Além disso, os momentos proporcionados pelo uso desse recurso permitiram que os estudantes se envolvessem nas tarefas, comunicando suas ideias e as estratégias de resolução dos problemas, e conseguissem elaborar e testar hipóteses sobre o conteúdo com o qual interagiam.

Palavras-chave: Ensino de Funções. Informática. Resolução de Problemas. TIC.

ABSTRACT

In the present work we presented an investigation on the process of construction of the knowledge about functions mediated by computer. For that, we used the free software graphmatica as tool for the problems resolution. We wanted to investigate the contributions of this software for the mathematics teaching. The research was developed with students of the 9th year of the Elementary School of the state public net of teaching. The investigation consisted of observing the students' posture before a didactic practice that evidenced your discussions while they solved problems with the use of the computer. The data's analysis was accomplished starting from the applied evaluations and of the transcriptions of the recordings of the activities of problems resolution. The activities became developed in a more pleased way, and inserted in the context lived by the students. The students started to explore the concepts and to discuss and to verify if your conjectures were correct. The informatics technology contributed to the students' exploratory attitude and it facilitated the articulation among the multiple representations. The students involved in the tasks, sharing your ideas and strategies of problems resolution. They got to elaborate and to test hypotheses about the function concept.

Key Word: Functions teaching. Informatics. Problems resolution. TIC.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tela do software <i>graphmatica</i>	47
Figura 2 – Gênero dos participantes da pesquisa	74
Figura 3 – Idade dos participantes da pesquisa	74
Figura 4 – Sugestões para melhorar o aprendizado em Matemática	75
Figura 5 – Períodos dedicados ao estudo da Matemática por semana.....	76
Figura 6 – Horas dedicadas ao estudo por dia	77
Figura 7 – Procedimentos da pesquisa	85
Figura 8 – Enunciado da atividade 0 (zero).....	93
Figura 9 – Resolução da atividade 0 pelo Participante I	94
Figura 10 – Resolução da atividade 0 pelas estudantes J e F	94
Figura 11 – Enunciado da atividade 1	95
Figura 12 – Registros feitos pelo estudante I ao resolver a atividade 1	95
Figura 13 – Gráficos desenhados pela estudante J ao desenvolver a atividade 1.....	96
Figura 14 – Enunciado da questão 6 da Lista de Atividades.....	97
Figura 15 – Enunciado da questão 2 da Prova Investigativa.....	98
Figura 16 – Resposta dada à questão 2 (letra c) pelo estudante I.....	99
Figura 17 – Resposta dada à questão 2 (letra c) pela estudante F	99
Figura 18 – Resposta dada à questão 2 (letra c) pelo estudante M.....	99
Figura 19 – Resposta dada à questão 2 (letra c) pela estudante J.....	99
Figura 20 – Enunciado da questão 11 do Pós-teste	100
Figura 21 – Resposta dada à questão 11 (letras a e c) pelo estudante I.....	100
Figura 22 – Resposta dada à questão 11 (letras a e c) pela estudante F.....	100
Figura 23 – Resposta dada à questão 11 (letras a e c) pela estudante J.....	100
Figura 24 – Enunciado da questão 1 da Lista de Atividades.....	101
Figura 25 – Gráficos desenhados pelo estudante I durante a resolução da atividade 1.....	101
Figura 26 – Resposta da atividade 1 escrita pelo estudante I	102
Figura 27 – Resposta da atividade 1 escrita pela estudante J	103
Figura 28 – Resposta da atividade 1 escrita pelo estudante M.....	103
Figura 29 – Enunciado da questão 5 da Lista de Atividades.....	104
Figura 30 – Gráfico desenhado pelos estudantes I, M e J durante a resolução da atividade..	104
Figura 31 – Enunciado da questão 7 da Prova Investigativa.....	106

Figura 32 – Resolução da letra <i>b</i> da questão 7 da Prova Investigativa pelo estudante M.....	106
Figura 33 – Enunciado da questão 4 da Lista de Atividades.....	107
Figura 34 – Gráfico representado pelo estudante I, ao resolver a atividade 4.....	107
Figura 35 – Enunciado da atividade 10 do Pós-teste.....	110
Figura 36 – Respostas das letras <i>a</i> e <i>b</i> do estudante I, referentes à questão 10 do Pós-teste .	110
Figura 37 – Respostas das letras <i>a</i> e <i>b</i> da estudante F, referentes à questão 10 do Pós-teste.	111
Figura 38 - Respostas das letras <i>a</i> e <i>b</i> da estudante J, referentes à questão 10 do Pós-teste..	111
Figura 39 – Resposta do estudante I ao Questionário Avaliativo.....	113
Figura 40 – Enunciado da questão 4 da Lista de Atividades.....	113
Figura 41 – Enunciado da questão 6 da Lista de Atividades.....	116
Figura 42 – Resolução da questão 8 pelo estudante M.....	119
Figura 43 – Enunciado da questão 9 do Pós-teste	120
Figura 44 – Resolução da questão 9 do Pós-teste pela estudante J	120
Figura 45 – Resolução da questão 9 do Pós-teste pelo estudante I	121
Figura 46 – Resolução da questão 9 do Pós-teste pela estudante F.....	121
Figura 47 – Continuação da resolução da questão 9 do Pós-teste pela estudante F	122
Figura 48 – Enunciado da questão da Lista de Atividades.....	123
Figura 49 – Enunciado da questão 1 do Pós-teste	124
Figura 50 – Resposta do estudante I à questão 1 do Pós-teste	124
Figura 51 – Resposta da estudante F à questão 1 do Pós-teste.....	125
Figura 52 – Resposta da estudante J à questão 1 do Pós-teste	125
Figura 53 – Enunciado da questão 6 do Pós-teste	126
Figura 54 – Resposta da estudante J à questão 6 do Pós-teste	126
Figura 55 – Resposta da estudante F à questão 6 do Pós-teste.....	126
Figura 56 – Enunciado da questão 12 do Pós-teste	128
Figura 57 – Resposta do estudante I à questão 12 do Pós-teste	128
Figura 58 – Resposta da estudante J à questão 12 do Pós-teste	129
Figura 59 – Resposta da estudante F à questão 12 do Pós-teste.....	129
Figura 60 – Gráfico esboçado pelo estudante I durante a realização do Pós-teste.....	129
Figura 61 – Gráfico do aproveitamento geral dos estudantes	136

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Frequência (P) dos estudantes nos encontros	86
Quadro 2 – Sistematização da análise qualitativa	131
Quadro 3 – Desempenho dos participantes na prova investigativa por questão	134
Quadro 4 – Desempenho dos participantes no pós-teste por questão	135
Quadro 5 – Desempenho dos participantes na prova investigativa e no pós-teste	136

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	04
RESUMO	06
ABSTRACT	07
LISTA DE FIGURAS	08
LISTA DE QUADROS	10
INTRODUÇÃO.....	14
 CAPÍTULO 1 – O PROCESSO DE INSERÇÃO DO CONTEÚDO DE FUNÇÃO NA MATEMÁTICA DO CURRÍCULO BRASILEIRO E ALGUNS ASPECTOS DO ENSINO DESSE CONCEITO.....	 19
1.1. A Inserção do Conteúdo de Função na Matemática do Ensino Secundário do Currículo Brasileiro	 19
1.1.1. Alguns Aspectos do Desenvolvimento Histórico do Conceito de Função.....	20
1.1.2. O Processo de Disciplinarização do Conceito de Função	23
1.2. Ensino do Conceito de Função	31
 CAPÍTULO 2 – A TECNOLOGIA INFORMÁTICA NO ENSINO DE FUNÇÕES	 39
2.1. O Software <i>Graphmatica</i>	46
 CAPÍTULO 3 – RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	 49
3.1. Resolução de Problemas.....	50
3.1.1. Tipos de Problemas	52
3.1.2. Procedimentos necessários para a Resolução de Problemas	56
3.1.2.1. Ensino da resolução de problemas	58
3.1.2.1.1. Conhecimentos prévios	60
 CAPÍTULO 4 – ALGUMAS PESQUISAS DESENVOLVIDAS	 62
 CAPÍTULO 5 – METODOLOGIA DE PESQUISA	 68

5.1. Contexto de aplicação da proposta pedagógica.....	68
5.1.1. Escolha dos participantes.....	72
5.1.2. Caracterização dos participantes da pesquisa.....	73
5.2. Instrumentos para a coleta de dados.....	78
5.3. Sequência Didática.....	82
5.4. Planos de Ensino.....	83
5.5. Procedimentos da coleta de dados.....	84
5.6. Método de Pesquisa.....	87
5.6.1. Caracterização da pesquisa qualitativa.....	87
5.6.2. Estudo de caso.....	88
 CAPÍTULO 6 – RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	 91
6.1. Procedimento de análise dos dados.....	91
6.2. Discussão dos Resultados.....	92
6.2.1. Eixos Temáticos.....	93
6.2.1.1. Observação das propriedades gráficas.....	93
6.2.1.1.1. Identificação e caracterização dos coeficientes das funções afim.....	93
6.2.1.1.2. Crescimento e decrescimento da função afim.....	98
6.2.1.2. Estruturação das relações matemáticas.....	105
6.2.1.3. Utilização do software como ferramenta para validação das relações matemáticas.....	113
6.2.1.4. Dificuldade para obter a raiz da função sem a visualização do gráfico.....	116
6.2.1.5. Relação de dependência.....	123
6.2.1.6. Conceito de função.....	125
6.2.2. A função quadrática.....	127
6.2.3. Sistematização da análise qualitativa.....	130
6.2.4. Aproveitamento geral dos estudantes nas provas investigativa e pós-teste..	134
 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	 138
 REFERÊNCIAS.....	 144

ANEXOS	152
ANEXO A – Questionário socioeconômico dos participantes da pesquisa	153
ANEXO B – Prova Investigativa	156
ANEXO C – Sequência Didática para a Coleta de Dados	159
ANEXO D – Lista de Atividades sobre Função Afim	170
ANEXO E – Pós-teste	173
ANEXO F – Questionário Avaliativo	176
ANEXO G – Roteiro para Entrevista com Professor	178
ANEXO H – Questionário Perfil do Professor.....	180
ANEXO I – Planos de Aulas	183

INTRODUÇÃO

A Matemática tem desempenhado continuamente um papel importante no desenvolvimento da sociedade, mas a dificuldade para se ensinar esta disciplina também esteve sempre presente especialmente nas escolas brasileiras e, nesse sentido, a segunda metade do século XX foi marcada por debates, reformas sociais e movimentos de mudança na Educação Matemática mundial. As discussões nesse campo, no Brasil e no mundo, mostram a necessidade de se adequar o trabalho de sala de aula às novas exigências que poderiam levar a formas melhores de ensinar e aprender matemática (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005).

Nas décadas de 60/70, o ensino desta disciplina foi influenciado por um movimento de renovação, conhecido como Matemática Moderna, inscrito numa política de modernização econômica e posta na linha de frente do ensino por se considerar que ela, juntamente com a área de Ciências, constituía uma via de acesso privilegiada para o pensamento político e tecnológico. Para tanto, preocupou-se em aproximar a Matemática desenvolvida na escola daquela vista pelos pesquisadores (BRASIL, 1998). Essas reformas deixaram de considerar que o que se propunha estava fora do alcance dos estudantes, pois o ensino passou a ter preocupações excessivas com formalizações, distanciando-se das questões práticas.

Ainda, segundo os PCN, no Brasil, esse movimento foi veiculado principalmente pelos livros didáticos e teve grande influência durante um longo período, vindo a refluir a partir da constatação da inadequação de alguns de seus princípios básicos e das distorções e exageros ocorridos.

Em 1980, o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), dos Estados Unidos, apresentou recomendações para o ensino de Matemática, destacando a relevância de aspectos sociais antropológicos, lingüísticos, além de cognitivos, na sua aprendizagem. Essas ideias influenciaram reformas que apresentaram pontos convergentes, como o direcionamento do ensino fundamental para a formação de competências básicas necessárias aos cidadãos, além da importância do desempenho de um papel ativo do estudante na construção do seu conhecimento, e a necessidade de levá-lo a compreender a importância do uso da tecnologia e a acompanhar sua permanente renovação (BRASIL, 1998).

Dentre essas mudanças que ocorreram não só no âmbito da educação Matemática, mas que podem levar à formas melhores de ensinar e aprender, destaca-se, na década de 80, o desenvolvimento de experimentos-piloto em universidades brasileiras e a implantação de

centros de informática educativa junto a diversos sistemas de educação do país, permitindo a criação de uma sólida base teórica nacional, fundamentada na realidade da escola pública. Esta fase experimental, desenvolvida por mais de 10 anos, gerou a cultura nacional do uso de computadores na educação, oferecendo condições necessárias para que a gestão do Ministério da Educação promovesse ações de maior envergadura nesta área (MORAES, 1997). A partir de então, surgiram várias iniciativas, muitas delas de órgãos governamentais, a fim de promover e apoiar a implementação dos computadores na escola, tais como EDUCOM (Projeto Brasileiro de Informática na Educação), FORMAR (Formação de recursos humanos em Informática na Educação), PRONINFE (Programa Nacional de Informática Educativa) e PROINFO (Programa Nacional de Informática na Educação).

Os resultados dessas iniciativas têm se manifestado de diversas formas nas escolas. Para algumas, adequar-se às tendências da sociedade atual significa incluir uma disciplina de informática no currículo, onde os estudantes podem aprender os recursos de alguns softwares, bem como o acesso à internet. Para outras, o uso do computador está relacionado com as disciplinas do currículo, como por exemplo, o uso do computador no ensino da Matemática (PENTEADO, 1999).

Segundo essa autora, embora esforços tenham sido empreendidos para equipar as escolas com computadores e facilitar as diferentes possibilidades para sua utilização, poucos professores o utilizam em sua prática, o que dificulta a consolidação de seu uso nas escolas, já que o professor é tido como elemento fundamental nesse processo. Muitos fatores contribuem para que isso ocorra, como falta de uma formação profissional qualificada, restrições ligadas às condições de trabalho, ausência de políticas educacionais efetivas e interpretações equivocadas de concepções pedagógicas (BRASIL, 1998). Nesse sentido, entende-se que o conhecimento teórico sobre os processos de ensino e aprendizagem, entrelaçados com o conhecimento da prática da pesquisa, podem contribuir para que o professor altere para melhor o desempenho de suas funções, e contribua, conseqüentemente, para mudar o atual quadro educacional.

Quadro este formado por um ensino mecânico da Matemática, no qual os estudantes recebem as informações prontas e repetem os procedimentos apresentados pelo professor no decorrer de suas aulas, sem significado nem relação com seu dia-a-dia. Além disso, os estudantes são poucos incentivados a desenvolver questionamentos ou dar explicações às situações-problema.

Diante disto, buscando contribuir com mais pesquisas na área de Educação Matemática, esta proposta pedagógica foi desenvolvida privilegiando o ensino do conteúdo de

funções, utilizando como recurso a Tecnologia de Informação e Comunicação (TIC) e a metodologia de resolução de problemas, tendo como hipótese, que o uso do software *graphmatica* em conjunto com a metodologia de resolução de problemas, favorece o aprendizado desse conceito. Acrescenta-se a isso o pressuposto de que em um ambiente informatizado, o estudante pode, além de visualizar, experimentar, levantar hipóteses e conseguir abstrair as propriedades observáveis, obtendo um rendimento que não teria num ambiente de sala de aula, tornando-se mais crítico e participativo diante das várias situações com as quais poderá se deparar.

Assim, a pesquisa foi planejada para ser trabalhada com um grupo de estudantes de escola pública estadual, objetivando levar uma forma diferenciada da usual para se ensinar matemática, especificamente o conteúdo de função, considerando que os participantes da pesquisa ainda não tivessem trabalhado com este conceito até a época da efetivação da proposta pedagógica.

Nesse sentido a construção deste processo de pesquisa se deu a partir da ênfase na vantagem da utilização das TIC no ensino de função e, principalmente, buscando analisar quais as contribuições do software *graphmatica* no ensino-aprendizagem de função a partir da resolução de problemas e durante esse processo, como se deu a construção do conhecimento. Pretendeu-se, portanto, explorar a seguinte questão de pesquisa:

Quais as contribuições do trabalho com o software graphmatica no processo de aprendizagem do conceito de função?

Buscando responder a esta questão foi feita a escolha e o primeiro contato com os participantes da pesquisa, momento este no qual se verificou que estes, além de não terem estudado este conteúdo, também não haviam estudado outros adjacentes, que serviriam de base para a construção deste conceito, como coordenadas cartesianas, plano cartesiano, ponto, eixos coordenados, proporcionalidade, entre outros. Alguns dos estudantes haviam estudado alguns desses conteúdos, mas não se lembravam mais como estes eram, nem para o que serviam e muito menos como os utilizava, por exemplo, como proceder para lançar um ponto num plano cartesiano.

Tendo em vista a realidade encontrada no grupo, buscou-se refazer o planejamento da pesquisa com o intuito de ajudar os estudantes a entenderem os conceitos adjacentes ao conteúdo de função para só depois estudar este último em si e também alguns de seus casos particulares, como a função afim e a quadrática. Então, a intervenção foi

efetivada e o tempo gasto com o estudo destes conceitos foi maior do que o planejado, ficando pouco tempo para o tratamento de função a partir do software *graphmatica* e da resolução de problemas.

O trabalho planejado com destaque a esses recursos foi então desenvolvido enfatizando-se a importância dos processos de investigação e, durante este período, buscando fazer com que os participantes construíssem seu próprio conhecimento, o que não pôde ser concretizado com a função quadrática, devido à falta de tempo suficiente para seu estudo. Por esse motivo a proposta da pesquisa foi modificada e adequada à realidade e os objetivos da mesma também. Tais aspectos e os dados coletados durante a parte prática da proposta são tratados posteriormente, na discussão dos resultados.

Assim, são abordadas a seguir, as ideias que fundamentaram essa proposta de pesquisa, como o ensino de funções, o uso da tecnologia informática, a resolução de problemas e outros aspectos metodológicos adotados.

Neste sentido, no *capítulo 1* é apresentada, num primeiro momento, uma retrospectiva histórica do conceito de função e de como se deu o processo de disciplinarização deste conteúdo na matemática do ensino secundário do currículo brasileiro. É possível perceber que o conteúdo de função da forma como ainda é tratado na maioria das escolas públicas é reflexo de um processo que se iniciou há décadas e que tinha como objetivo maior servir como base para a introdução do cálculo no ensino secundário. Apesar dessa situação e tendo em vista a importância do ensino do conceito de função para os estudantes do ensino médio, acredita-se que a ênfase neste conteúdo deve ser feita de forma contextualizada, buscando fazer com que os estudantes sejam os construtores do seu próprio conhecimento.

É o que se discute em seguida, quando é feita uma problematização do ensino deste conteúdo e das dificuldades que os estudantes apresentam durante a aprendizagem do mesmo. A partir desse quadro tentamos indicar caminhos que vão auxiliar os mesmos na aprendizagem deste conceito, como o uso da tecnologia informática que pode auxiliar os estudantes a construir as relações pretendidas a partir da realização de uma intervenção adequada a este fim.

No *capítulo 2* é apresentada a tecnologia informática, especificamente o computador e um software específico para a construção de funções denominado *graphmatica*, considerado um recurso eficiente e de grande importância no processo de ensino e aprendizagem do conceito de função. Este instrumento, utilizado como mediador na aprendizagem deste conteúdo pode conduzir o ensino de forma dinâmica e prazerosa, proporcionando um fazer diferente do usual, onde prevalece a transmissão de conteúdo.

São abordadas em seguida, no *capítulo 3*, as ideias relacionadas à metodologia de resolução de problemas, utilizada durante a coleta em conjunto com o computador e o software *graphmatica*. As considerações são pautadas nas concepções de resolução de problemas desenvolvida por Pozo (1998) no âmbito da Psicologia da Educação Matemática.

No *capítulo 4* a pesquisa é situada no contexto daquelas desenvolvidas até o momento e que de alguma forma tratam do mesmo tema, buscando conhecer seus objetivos, foco e a forma como utilizam a tecnologia informática e a resolução de problemas no ensino do conteúdo de função.

Em seguida, no *capítulo 5*, é discutida a metodologia da pesquisa, descrevendo-a a partir da apresentação do contexto onde foi desenvolvida a pesquisa, de como foi feita a escolha dos participantes, bem como fazendo sua caracterização, além de explicar quais foram os procedimentos e os instrumentos utilizados na coleta de dados. É feita também a discussão da natureza da pesquisa e do enfoque utilizado na análise.

Os resultados bem como a discussão dos mesmos foram desenvolvidos no *capítulo 6* a partir da análise qualitativa e tendo em vista a questão da pesquisa. Assim, é feita a interpretação dos dados obtidos na coleta de dados, a qual foi fundamentada de acordo com as concepções teóricas apresentadas nos capítulos anteriores.

Nas considerações finais é evidenciada a importância de se colocar em prática, no dia-a-dia das escolas públicas, atividades como a desenvolvida nesta pesquisa, pois, são realmente significativas para os estudantes que nem sempre têm a oportunidade de participarem deste tipo de prática. Soma-se a isto o ganho, em termos de aprendizagem significativa, que os mesmos têm ao vivenciarem experiências como esta.

CAPÍTULO 1

1. O PROCESSO DE INSERÇÃO DO CONTEÚDO DE FUNÇÃO NA MATEMÁTICA DO CURRÍCULO BRASILEIRO E ALGUNS ASPECTOS DO ENSINO DESSE CONCEITO

1.1. A Inserção do Conteúdo de Função na Matemática do Ensino Secundário do Currículo Brasileiro

O conceito de função tem seu processo de inserção na escola secundária a partir de um longo processo de discussões e divergências sobre o ensino da matemática, no bojo de amplas reformas educacionais, história essa praticamente desconhecida. Então, estudar a história da inserção do ensino de função, nesse contexto, está intimamente ligada à evolução histórica do seu conceito e dos condicionantes externos ao longo dessa história. E, por isso, serão tratados, neste texto, e de forma sucinta, alguns aspectos ocorridos no decorrer do processo de desenvolvimento da história da matemática brasileira, a começar pelo século XIX.

Neste sentido,

Quanto ao processo de instauração e funcionamento de uma disciplina, ele se caracteriza por sua precaução, por sua lentidão e por sua segurança. Resulta de um amplo ajuste que envolve uma experiência pedagógica considerável. Por isso, o nascimento e a instauração de uma nova disciplina pode levar décadas. (BRAGA, 2003, p. 25).

Quando se estabelecem os cursos superiores no Brasil, principalmente a partir dos cursos jurídicos criados em 1827 surge na construção da matemática escolar, os vestibulares. E de acordo com Valente (1999) é a partir dos exames preparatórios que as matemáticas vão passar a integrar a cultura geral escolar. Esses preparatórios são um marco na passagem da matemática do saber técnico para cultura geral escolar, o que se dá via ampla discussão dos programas de matemática.

De acordo com vários livros que tratam da história da matemática, o conceito de função esteve ausente do ensino secundário desde o surgimento do vestibular, em 1827. Fez-se presente nos programas de ensino das escolas brasileiras a partir de 1889, mas depois, durante vários anos, foi excluído dos mesmos programas, até se firmar, em decorrência dos vários movimentos inovadores do ensino da matemática, por volta de 1930.

1.1.1. Alguns Aspectos do Desenvolvimento Histórico do Conceito de Função

Antes de tratar do processo de disciplinarização do conceito de função no ensino secundário da escola brasileira, é importante ressaltar alguns aspectos da construção histórica desse conceito, pois, estes podem ajudar a entender o processo de inserção deste conteúdo no currículo.

Como Zuffi (1999) cita em seu trabalho, não há consenso entre os diversos autores sobre a origem do conceito de função. Mas Bueno (2009) fazendo referência a Yuoschkevitch (1976) relata que a evolução histórica da construção do conceito de função, ocorrida até a metade do século XIX, tem seus principais estágios de desenvolvimento na Antiguidade, Idade Média e Modernidade.

De acordo com Yuoschkevitch (1976 apud BUENO, 2009) na Antiguidade o pensamento matemático não criou uma noção de variável ou de função. Contribuições para o conceito de função surgiram na Grécia, nos estudos matemáticos e das ciências naturais. Nesta época existia uma busca por relações de interdependência entre quantidades, atribuída aos pitagóricos, nas tentativas de estabelecer leis acústicas. Havia carência de um simbolismo sofisticado apesar de os gregos terem dado importantes contribuições para o aumento do número de dependências funcionais utilizadas e do método de estudá-las, mas a ideia do conceito de função não existia, também não havia sequer alusões a uma ideia mais geral e abstrata das relações de dependência. Assim, neste período, casos práticos e particulares, principalmente no campo da astronomia foram estudados através de métodos quantitativos e da construção de tabelas que representavam funções, entendidas como relações entre conjuntos discretos de constantes dadas.

Já na Idade Média cada caso particular de dependência entre duas quantidades era definido através de uma descrição verbal ou gráfica, em detrimento do uso de fórmulas. Assim, as primeiras ideias relativas à noção de função de uma forma mais geral e abstrata

ocorrem no século XIV, nas escolas de Filosofia Natural de Oxford e Paris. Nesse mesmo século Nicole Oresme (1323-1382) desenvolveu um estudo da cinemática através de uma abordagem geométrica, introduzindo o conceito de latitude das formas. Oresme representou os níveis de intensidade por segmentos de correspondente comprimento ou latitudes que, por sua vez, eram erguidos em um eixo que poderia formar um ângulo qualquer com eixo das longitudes, mas que, regularmente, era construído de maneira que formasse um ângulo reto. A latitude de uma qualidade é interpretada como sendo uma quantidade variável que depende da longitude, e a representação, entendida como representação gráfica de funções contínuas (BUENO, 2009). De acordo com Boyer (1996, p. 181), “os termos latitude e longitude, que Oresme usou, são equivalentes, num sentido amplo, à nossa ordenada e abscissa, e sua representação gráfica assemelha-se com nossa geometria analítica”. Assim, para Rossini (2006 apud BUENO, 2009) Oresme foi o primeiro a utilizar coordenadas para representar graficamente a velocidade em função do tempo e essa teoria da latitude das formas gozou de enorme prestígio e se difundiu na Inglaterra, França, Espanha e Itália, sendo expostos em universidades e publicados em livros da época. Mas de acordo com Ponte (1992) apesar da grande evolução em termos de generalização e abstração e de alguns resultados particulares alcançados, o estudo das funções em Matemática, como um objeto individualizado ainda não havia sido alcançado.

Na modernidade, durante o final do século XVI e durante o século XVII começam a surgir as expressões analíticas de funções, surgimento esse proporcionado pelo desenvolvimento da álgebra simbólica e pela extensão do conceito de número, englobando tanto o conjunto dos números reais quanto o número imaginário i e o conjunto dos números complexos. Segundo Yuoschkevitch (1976, p.39 apud BUENO, 2009, p.16) “foi o método analítico de introdução das funções que revolucionou a Matemática, e devido a sua grande eficiência, conduziu as funções a um papel central na área das ciências exatas”. Progressos significativos do simbolismo no estudo do conceito de função vieram por meio das contribuições de René Descartes (1596-1650), Isaac Newton (1642-1727), Gottfried Leibniz (1646-1716) e Leonard Euler (1707-1793), entre outros; e segundo Ponte (1992) a emergência desse conceito como objeto individualizado da Matemática, começou com o Cálculo Infinitesimal.

A introdução de funções escritas através de equações iniciou uma verdadeira revolução no estudo de Matemática. O uso de expressões analíticas, regidas por operações e relações específicas, introduzido, independentemente, por Pierre Fermat

(1601-1665) e René Descartes, originou características específicas do estudo do tema. Proveniente da álgebra aplicada à geometria, essa nova forma de representar as funções logo se estendeu a outras áreas da Matemática e, especialmente, ao desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral. (BUENO, 2009, p.20).

Ainda segundo esse autor, o alcance das funções estava restrito apenas às funções algébricas e somente no século XVII Newton descobriu como representar funções através de séries de potência, tornando-se possível a representação analítica de qualquer relação funcional estudada até então. Em decorrência das séries de potência, o conceito de função passou a ocupar papel central no estudo da Análise Matemática e foi o cerne das teorias de desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral.

Entretanto, em meados do séc. XVIII, a representação de função como uma expressão analítica se provou insuficiente. Uma nova definição de função, que, posteriormente, acabou se tornando universalmente aceita em análise matemática, foi introduzida nesse período. Já, na segunda metade do séc. XIX, essa definição de função abriu imensas possibilidades para o desenvolvimento da teoria de funções, mas acabou, também, ocasionando dificuldades lógicas, o que, durante o séc. XX, causou o movimento para que a essência desse conceito fosse revista, assim como outros conceitos importantes da análise matemática. (BUENO, 2009, p.16).

Assim, no século XIX a construção do conceito de função, passou por um progresso e teve contribuições principalmente de Cauchy (1789-1857), Joseph Fourier (1768-1830) e Lejeune Dirichlet (1805-1859) (MONNA, 1972 apud BUENO, 2009, p.26). Nesse sentido, Dirichlet é quem tem a intenção de construir um conceito de função que envolva a relação entre variáveis, que de acordo com Eves (2004, p.661 apud BUENO, 2009, p.28) ficou assim formulada:

Uma *variável* é um símbolo que representa um qualquer dos elementos de um conjunto de números; se duas variáveis x e y estão relacionadas de maneira que, sempre que se atribui um valor a x , corresponde automaticamente, por alguma lei ou regra um valor a y , então se diz que y é uma *função* (unívoca) de x . A variável x , à qual se atribuem valores à vontade, é chamada de *variável independente* e a variável y , cujos valores dependem dos valores de x , é chamada de *variável dependente*. Os valores possíveis que x pode assumir constituem o *campo de definição* da função e os valores assumidos por y constituem o *campo de valores* da função. (Grifos do autor).

Dessa forma, o conceito de função passa a ter uma correspondência entre duas variáveis, onde todo valor da variável independente é associado a um e apenas um valor da variável dependente. Mas apesar de esta ideia estar próxima do ponto de vista moderno, os conceitos de conjunto e de número real ainda não haviam sido formalizados, o que veio a ocorrer somente no século XX (BOYER, 1996).

No século XX então, continuam as discussões sobre o tema, apesar da definição geral dada por Dirichlet. Essas discussões se deram a partir de estudiosos como René Baire (1874-1932), Emile Borel (1871-956) e Henri Leon Lebesgue (1875-1941). Assim, o conceito de função, como conteúdo fundamental no estudo da Matemática passa a ser defendido por Félix Klein (1849-1925) desde as primeiras décadas deste século, tornando-se guia natural para a construção de textos dessa ciência.

1.1.2. O Processo de Disciplinarização do Conceito de Função

A palavra disciplinarização aqui considerada tem o mesmo sentido abordado por Braga (2003) segundo a concepção de Chervel:

Numa primeira aproximação, poder-se-ia dizer que “disciplinar um conteúdo”, pela ótica de Chervel, significaria reconfigurá-lo ou até mesmo configurá-lo dentro da Escola numa criação própria e original, de modo que possa ser utilizado pelos alunos como exercício intelectual que atenda a certas finalidades. Para isso, a Escola se utiliza de vários recursos, tais como, motivação, exercícios, métodos de avaliação, entre outros. Quanto maior for a adequação do conteúdo configurado ou reconfigurado a esses recursos e maior for o efetivo resultado apresentado no atendimento às finalidades que o instituíram, maior será a possibilidade de sucesso de sua disciplinarização”. (CHERVEL, 1990 apud BRAGA, 2003, p.20).

Para Carvalho (1996) falar do ensino secundário no Brasil, do século XIX até 1930, é referir-se obrigatoriamente ao Colégio Pedro II do Rio de Janeiro, fundado em 1837, no Município da Corte, com a finalidade de ser o estabelecimento padrão para o referido ensino. O ensino da matemática nesse colégio permaneceu mais ou menos sem alterações desde sua criação até 1889 e nesse período não há menção, em seus programas, ao conceito de função que só veio a fazer parte destes a partir de 1889 (CARVALHO, 1996).

Ainda no período de 1889-1899 está presente nos programas de matemática do Colégio Pedro II, referência ao conteúdo de funções, segundo Carvalho (1996, p.66):

Anos de 1889 a 1894:

No primeiro ano do curso, temos, no estudo da Aritmética, o item 7 que diz: “Da função e da equação”. Os compêndios indicados para esta parte do programa são os livros de Aritmética e de Álgebra de Serrasqueiro. Os programas guardados nos arquivos do Colégio Pedro II não fazem referência ao Cálculo. Temos, nestes programas, a primeira referência às funções que conseguimos localizar em programas oficiais de ensino no Brasil.

Ano de 1895:

No programa para 1895, a referência às funções consta do item 4, do segundo ano: Os compêndios indicados para esta parte do programa são o de Aarão e Lucano Reis para a Aritmética, e o de Serrasqueiro para Álgebra.

O programa de 1896 é exatamente igual ao de 1895 no que se refere ao ensino de função. Já o programa de 1898, traz em seu curso clássico (complementação, cujo objetivo era preparar os estudantes para os exames das escolas superiores), especificamente no sétimo ano na cadeira de Álgebra o “Estudo sobre funções e equações”, sendo adotado como livro-texto nesta época o texto de cálculo de Sonnet (CARVALHO, 1996).

De acordo com Carvalho (1996), nas décadas de 1930 e de 1940 muito da matemática dos programas do curso secundário e dos programas das escolas militares e de admissão às escolas superiores já tinha feito parte do curso secundário anteriormente, especificamente em 1897: “Na parte de Álgebra, no segundo ano, o item 7 diz: “Das funções e das equações; classificação e transformação”. Os livros indicados são os de Aritmética, de Aarão e Lucano Reis, e o de Álgebra de Serrasqueiro” (p.67).

Ainda segundo esse autor, com a reforma Benjamin Constant novos programas de matemática causaram muita polêmica e já a partir de 1900 não há mais nos programas do colégio Pedro II nenhuma menção às funções.

No começo de século XX a emergência do movimento de renovação do ensino da matemática secundária, tem raízes na Alemanha, Inglaterra, França e Estados Unidos. Esse movimento conseguiu aglutinar, com o passar do tempo, vários professores, psicólogos e matemáticos da época, entre os quais estava Felix Klein, que por seus atributos intelectuais e respeito adquirido pela comunidade científica, coube a natural liderança e autoridade para expressar as concepções norteadoras das mudanças pretendidas (BRAGA, 2003).

Continuando, Braga (2003) explica que o retorno do conteúdo de função se deu em 1929, em um processo de disciplinarização estreitamente relacionado à criação de uma disciplina escolar chamada matemática, resultante da unificação de três outras: a aritmética, a álgebra e a geometria. Essa fusão foi feita com base num referencial internacional cuja base está nas ideias do alemão Felix Klein, que além de propor a introdução do Cálculo Infinitesimal, propôs também a renovação do ensino secundário.

Ao se referir às ideias de Klein, Braga escreve:

Aliás, cabe observar que função revela-se imprescindível para abordagem por ele proposta para o Cálculo, fato este denunciado pela própria nomenclatura de seus elementos constituintes: limite de uma *função*, derivada de uma *função* num ponto, *função* derivada, *função* primitiva, integral de uma *função*, etc.. [...] o sucesso no ensino do Cálculo está intimamente ligado a um bom domínio de função por parte do aluno. E mais, o entrelaçamento desses dois assuntos só poderá vingar se o educando souber transitar com relativo desembaraço pelas várias representações de função, fato este que não ocorre de um momento para outro, mas que deve ser trabalhado por um longo período. (BRAGA, 2003, p.53).

De acordo com Carvalho (1996) o período compreendido entre o final da década de 1920 e início da década de 1940, foi marcado por várias mudanças na educação brasileira e consequentemente, discussões ocorreram sobre o ensino da matemática (destacaram-se Euclides Roxo, Antônio I. de Almeida Lisboa, padre Arlindo Vieira). Tais discussões se davam no âmbito de amplos debates sobre toda a educação e o papel da escola no Brasil. Ainda nesta década inicia-se com a criação do Ministério da Educação a Reforma Campos, que causa uma ruptura no programa do Pedro II que deveria ser realizado de maneira progressiva. Esta reforma estruturou o curso secundário, abrangendo-o em sete anos, dos quais cinco no ciclo fundamental e dois no complementar.

O ensino fundamental passa a ter dois ciclos: um fundamental de cinco anos, e outro complementar de dois anos, este último visando à preparação para o curso superior. Com isso, pretendia-se evitar que o secundário permanecesse meramente propedêutico, descuidando-se da formação geral do aluno. Todas as escolas se equiparam ao Colégio Pedro II, até então considerado modelo. (ARANHA, 1996, p.200-201 apud BRAGA, 2003, p.75).

Euclides Roxo foi convidado por Francisco Campos para participar da reformulação do ensino de matemática secundário.

Francisco Campos, o primeiro ministro do recém-criado ministério da educação e saúde pública – que havia remodelado o ensino primário e normal de Minas Gerais, de acordo com as idéias do movimento renovador da educação – acatou, em sua reforma para o ensino secundário, todas as idéias modernizadoras presentes na proposta da Congregação do Colégio Pedro II, na parte relativa ao ensino da Matemática. (MIORIM, 1998, p.93 apud BRAGA, 2003, p.77).

Roxo apresentou-se como defensor das idéias de Klein e do IMUK (Internationale Mathematische Unterrichtskommission – fundada em 1911) em relação ao ensino da matemática, difundidas na Europa e em particular na Alemanha, a partir do início do século; as quais se referiam à necessidade de ter-se o cálculo entre os conteúdos escolares. Ele expôs e defendeu suas idéias sobre o ensino da matemática, as quais, vinha tentando implantar na congregação do Pedro II, desde 1928.

[...] o objetivo real de Klein era melhorar o ensino de matemática no 3º grau, na universidade. Ele desejava que o ensino de cálculo nesses estabelecimentos fosse melhor e mais rico. Para isso, seria necessário que desde o ensino secundário os alunos comessem a lidar com as noções básicas do cálculo. (CARVALHO, 1996, p.74).

Apesar de não conhecer a verdadeira motivação de Klein, Roxo transpôs para o Brasil toda sua argumentação assim como a do IMUK: “Não basta, portanto, dar a alguns pontos do programa uma nova orientação em que se utilize a noção de função. Faz-se necessário, por assim dizer, impregnar todo o ensino daquela ideia” (ROXO, 1937, p.185 apud CARVALHO, 1996, p.74).

Neste mesmo contexto, Braga (2003, p.94) escreve sobre as idéias de Klein, a respeito da transferência do conceito de função para as mais diversas situações:

Sob o ponto de vista da transferência, cabe destacar que o caráter de função como idéia coordenadora dos diversos assuntos na matemática escolar assume papel relevante. Ao transitar pelas suas diferentes representações (tabular, gráfica e

algébrica), ela exerce o seu papel integrador dos diversos ramos no sentido de dar uma unidade à matemática secundária.

O conceito de função, então, pôde ser reencontrado em 1929, nos programas do 6º ano do Curso complementar para os estudantes que se destinavam às Escolas Militares e Politécnicas, como observado em Carvalho (1996, p.72):

- [...] 9. Funções univalentes e plurivalentes, uniformes e multiformes. Continuidade das funções. Propriedade característica da função contínua.
- 11. Propriedades elementares das funções contínuas. Teorema de Rolle. Teorema de Lagrange. Teorema de Cauchy.
- 13. Desenvolvimento em série das seguintes funções: $\operatorname{sen} x$, $\cos x$, e^x , $\operatorname{Log}(1+x)$. Métodos elementares.
- 16. Máximos e mínimos das funções de uma variável.
- 17. Marcha a seguir para estudar as variações de uma função de uma variável. Aplicação especial ao trinômio do 2º grau.
- 20. Estudo da função exponencial.
- 21. Progressões e logaritmos. Juros compostos, equações exponenciais e outras aplicações.

A Congregação do colégio Pedro II, aprovou um programa para o 1º ano com instruções para a sua execução que reservavam um papel inovador para a noção de função (BRAGA, 2003). Atendendo a essas mesmas instruções, Roxo, publica no 2º semestre de 1929 o volume I do Curso de Matemática Elementar de Euclides. Tal manual foi considerado revolucionário na época. Em 1930 o volume II, destinado aos estudantes do segundo ano.

O programa de 1930 se repete sem alterações e sem indicação de textos. Segundo Carvalho (1996) os programas eram extremamente detalhados, chegando a explicitar quais fórmulas deveriam ser utilizadas no seu ensino; mas no caso do conceito de função, assim como das noções de cálculo, não havia esse detalhamento.

Assim, o programa de 1934, em parte, era composto pelos seguintes conteúdos, que de acordo com Carvalho (1996, p. 76) era idêntico ao de 1929:

- Segunda série (3 horas)
- (...)
- II. Aritmética e Álgebra
- Noção de função de uma variável independente. Representação gráfica. Estudos das funções $y = ax$ e $y = a/x$, exemplos.
- (...)

Representação gráfica da função linear de uma variável. Resolução gráfica de um sistema de duas equações com duas incógnitas.

(...)

Terceira série (3 horas)

Aritmética e Álgebra

(...)

Estudo das funções $y = x^m$, $y = 1/x^m$ e $y = (x)^{1/m}$,

Quarta série (3 horas)

Aritmética e Álgebra

(...)

Estudo da função exponencial. [...]

Durante as discussões sobre a importância da matemática na escola secundária, Arlindo Vieira criticou bastante a Reforma Campos, tachando-a de enciclopedista. Ele acreditava que o estudo dos clássicos e da língua materna é essencial para o desenvolvimento da inteligência. Almeida Lisboa apóia Roxo e passa a defender a inclusão do cálculo e uma posição destacada para a matemática no ensino secundário (CARVALHO, 1996).

Segundo Carvalho, a Reforma Capanema (1942) finalizou mais de uma década de discussões sobre o ensino da matemática na escola secundária, que de acordo com Braga (2003) foi um período em que a vigência da Reforma Francisco Campos revelou-se insuficiente para uma alteração mais profunda no ensino da matemática. A Reforma Capanema dividiu o ensino secundário em duas partes: o primeiro ciclo, o curso ginásial, com quatro anos, e o segundo ciclo, o curso científico ou o curso clássico com três anos. Capanema procurou ouvir representantes das várias tendências relativas a esse ensino, pedindo pareceres e opiniões a Arlindo Vieira, ao Departamento de Ensino do Ministério da Guerra, à Universidade do Brasil e mesmo a professores de Matemática.

Assim, segundo Braga (2003) no programa para o curso ginásial oficializado por Gustavo Capanema, o conteúdo função fica restrita à quarta série. Tal programa revela o cuidado em não se empregar a palavra função, oficialmente:

Unidade I. Equações e desigualdades do 1º grau: 1. Coordenadas cartesianas do plano; representações gráficas. 2. Resolução e discussão de um sistema de um sistema de duas equações com duas incógnitas; interpretação gráfica da discussão; [...]. (DASSIE, 2001, p.106 apud BRAGA, 2003, p.143).

Braga ainda cita o programa do curso clássico, no qual o conteúdo de função aparece nas 1ª e 3ª séries:

Primeira série – Álgebra

Unidade III – O trinômio do 2º grau: 1 – Decomposição sem fatores do 1º grau; sinais do trinômio; desigualdades do 2º grau. 2 – Noção de variável e de função; variação do trinômio do 2º grau; representação gráfica.

Segunda série – Trigonometria

Unidade IV – Funções circulares ou trigonométricas; definição, variação [...]

Terceira série – Álgebra

Unidade I – Funções: 1 – Noção de Função de variável real. 2 – Representação cartesiana. 3 – Noção de limite e de continuidade.

Unidade II – Derivadas: 1 – Definição, interpretação geométrica e cinemática. 2 – Cálculo das derivadas. 3 – Derivação das funções elementares. 4 – Aplicação à determinação dos máximos e mínimos e ao estudo da variação de algumas funções simples. (DASSIE, 2001, p.152-153 apud BRAGA, 2003, p.143).

O resultado desta reforma referente ao programa do curso científico, onde o conteúdo de função aparece mais é a seguinte:

Programa de Matemática do Curso Científico

Primeira série

(...)

Álgebra

Unidade IV – Os polinômios

2- Noção de variável e de função; variação do trinômio do segundo grau; representação gráfica.

3- Noções elementares sobre continuidade e sobre máximos e mínimos.

(...)

Segunda série

Unidade I – A função exponencial

(...)

2- Noção de função exponencial e de sua função inversa.

(...)

Terceira série

Álgebra

Unidade II – Funções

1- Noção de função de variável real.

2- Representação cartesiana.

3- Continuidade; pontos de descontinuidade; descontinuidade de uma função racional.

(...). (CARVALHO, 1996, p.78).

Segundo estudos de Carvalho (1996), este programa, decretado pela reforma Capanema vigorou até 1961, no que se refere ao estudo do cálculo sem modificações. Os programas do Pedro II continuaram a ser válidos para todos os estabelecimentos de ensino secundário do país, com validade de três anos. Mas, em 1951 pela portaria 966 já era dada

certa abertura para que governos estaduais e dos territórios apresentassem seus programas de ensino e, desde que atendessem ao programa mínimo e às respectivas instruções metodológicas, poderiam ser aprovados.

Ainda dentre as mudanças ocorridas a partir da década de 1930, destacam-se vários acontecimentos relativos ao ensino superior. Em 1932 o chamado “Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova” que teve como um de seus signatários Anísio Teixeira. Em 1934 foi fundada pelo governo paulista, na cidade de São Paulo, a Universidade de São Paulo – USP, com sua Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL), apresentando um tipo de ensino superior que fugia do ensino profissionalizante das grandes escolas até então existentes. De acordo com Silva (2003) essa instituição iniciou um novo ciclo de ensino, diferente daquele desenvolvido na Matemática superior das escolas de Engenharia. Também na cidade do Rio de Janeiro em 1935, vários educadores liderados por Anísio Teixeira, fundaram a Universidade do Distrito Federal (UDF), constituída de escolas voltadas para o ensino e a pesquisa básica continuada. Essa instituição foi extinta em 1939 para dar lugar à Faculdade Nacional de Filosofia (FNFfi), da Universidade do Brasil.

Nesta mesma década notam-se também indícios claros de formação da comunidade matemática brasileira. Uma escola matemática se formou mais especificamente em 1934. Na segunda metade da década de 1930 observam-se entre os membros da comunidade matemática, outras preocupações, como por exemplo, fazer pesquisa científica continuada. Além desta, alguns mestres procuravam formar discípulos em suas áreas de pesquisa. Outro sinal é o desejo, por parte dos membros da comunidade matemática brasileira, de se congregarem em associações de âmbito local ou nacional, bem como de criar boas revistas periódicas especializadas em Matemática, que seriam os espaços para publicar os resultados de suas pesquisas. Eles tinham também o desejo de publicar e divulgar no país bons livros didáticos sobre matemática, escritos por matemáticos brasileiros ou estrangeiros. O objetivo central era dar início a uma bibliografia sobre matemática, principalmente em língua portuguesa (SILVA, 2003).

Após todo esse processo em que se deu a construção, desenvolvimento e estruturação do conceito de função, bem como sua inserção no currículo do ensino secundário brasileiro, a partir de 1961 o ensino de matemática sofre modificações devidas agora, em parte, à descentralização permitida pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB).

Assim, ficaram evidentes, as mudanças na forma de tratar o conceito de função no decorrer dos tempos e ainda hoje, durante o processo de inserção desse conceito nos

programas. Foi possível perceber alterações na forma de abordar os conteúdos, à medida que novos programas foram sendo discutidos e junto com eles o sentido do ensino secundário. Além disso, a cada programa que surge, traz junto os interesses de quem os cria, e por isso, é importante estar sempre atentos e agir criticamente no tratamento desses conceitos. A intenção é contribuir, de forma adequada, para que os estudantes realmente formem este conceito e se desenvolvam de tal forma a se tornarem mais críticos e auto-suficientes diante das situações que lhes surgem diariamente. Isso pode ser por meio da utilização de métodos de ensino que visem este objetivo e que sejam atrativas e prazerosas para os estudantes, dentro das disciplinas.

1.2. Ensino do Conceito de Função

O interesse em tratar deste tema nesta pesquisa se justificou principalmente pelo interesse em aprofundar conhecimentos a respeito do ensino da Matemática e, de alguma forma, contribuir com o avanço das discussões na área da investigação em Educação Matemática, buscando um maior entendimento sobre as contribuições do software *graphmatica* para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

De acordo com Miguel, Firentini e Miorim (1992) a maioria dos professores ainda trabalha a Álgebra de forma mecânica, automatizada, dissociada de qualquer significação social e lógica, enfatizando simplesmente a memorização e a manipulação de regras, macetes, símbolos e expressões. Assim, a ideia que se apresenta no conceito de função geralmente é dissociada da realidade, não se vendo um significado concreto para a formalização do conhecimento.

Chaves e Carvalho (2004, p.4) observam ainda que a forma como é tratado o conceito de função “[...] por muitos dos professores de matemática, no Ensino Médio (EM), é fruto da conjunção/união de fatores históricos e sociais que, na forma de problemas, se propuseram ao homem, como obstáculos necessários a serem vencidos”; dentre estes está o Movimento da Matemática Moderna. O ensino da Matemática antes deste movimento era repleto de deficiências, mas o mesmo trouxe algumas inovações desastrosas que persistem até hoje, como livros carregados de simbolismo e linguagem de conjunto que em muitos casos, mais atrapalham do que auxiliam os estudantes em seu esforço de aprendizagem (ÁVILA, 1993).

Apesar de essa observação ter sido feita pelo autor há muitos anos, ainda hoje esse quadro faz parte de nossa realidade, pois, mesmo depois de muitas reformas, os programas antigos são preservados. Há ainda uma linguagem abstrata, carregada de simbolismos que persiste nos programas de ensino, nos livros didáticos e principalmente na cabeça do professor que não consegue se desvencilhar da forma como sempre viu e aprendeu os conteúdos escolares. Em muitos casos as tentativas de contextualizar, desenvolver um programa com atividades que proporcionem a construção do conhecimento pelo estudante de maneira interdisciplinar e interessante acabam deixadas de lado, seja por conta de o professor acreditar que o estudante precisa vivenciar a matemática abstrata e carregada de simbolismo ou ainda porque ele não encontra material de apoio adequado para o auxiliar nesse processo.

É importante observar que linguagem não motiva ninguém, idéias sim. Nenhum aluno pode se interessar por qualquer coisa onde não veja algum elemento que lhe satisfaça ou aguce a curiosidade. O mesmo é verdade no caso dos matemáticos que contribuíram para o desenvolvimento da sua ciência. Eles estavam sempre interessados nas idéias e nos métodos e técnicas delas resultantes. Foram introduzindo linguagem e simbolismo por necessidade prática. O mesmo devemos fazer no ensino: só introduzir esses elementos quando eles se fizerem necessários para auxiliar no aprendizado de coisas verdadeiramente relevantes. (ÁVILA, 1993, p.3).

Ávila (1993) enfatiza a importância de enxugar os programas de ensino, eliminando dos mesmos o excesso de simbolismos, de terminologias, de conceitos novos, para acomodar elementos que vão enriquecer o estudo de função. “(...) é preciso dar prioridade à qualidade do processo e não à quantidade de conteúdos a serem trabalhados” (BRASIL, 2008, p.70). E, neste sentido, é preciso concordar com Markovits, Eylon e Bruckheimer (1994) quando afirmam que “ou temos de ter a certeza de que esses conceitos foram compreendidos em todas as representações, antes de continuarmos a ensinar mais coisas sobre funções ou temos de optar por deixar de lado alguns aspectos” (p.59).

De acordo com os PCN, a relevância do estudo do conceito de função está no fato de permitir ao estudante, “[...] adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática” (BRASIL, 2002, p.121).

Além disso,

Podemos, ainda, destacar outros aspectos de sua relevância social, uma vez que seu conhecimento pode auxiliar na resolução de diversos problemas ligados ao mundo tangível, que nos rodeia a cada instante da experiência física, não ficando mais restrito ao “mundo das idéias”, como seria de se supor numa filosofia platonista para a Matemática. (DAVIS & HERSH, 1986 apud ZUFFI, 2004, p.3).

É importante colocar em evidência, a importância da aplicação deste conceito em outros campos do conhecimento, assumindo diferentes sentidos nos mais diversos contextos, ultrapassando assim, o domínio matemático.

A importância do conceito de função não se restringe apenas à singularidade que desempenha internamente a essa área do conhecimento, mas também pela sua aplicação intensiva e recorrente em muitos outros campos do conhecimento, em particular o ensino e a aprendizagem de Física. Neste contexto, o que se evidencia como consequência é o caráter ‘unificador’ que este conceito assume associando e articulando em seu entorno conhecimentos variados e em áreas diversas, servindo também de ponte para a construção de outros conceitos originados em diferentes áreas do conhecimento. (LOPES; ANGOTTI; MORETTI, 2003, p.1).

Apesar da grande relevância do estudo de função matemática, percebe-se ainda que a maioria dos estudantes têm dificuldades na aprendizagem da sua definição, além de obstáculos encontrados na compreensão de conceitos como variável, em lidar com expressões algébricas e em expressar relações generalizadas.

Outra dificuldade apresentada está ligada à complexidade na construção do próprio conceito de função e, nesse sentido, é imprescindível ter clareza de que a aprendizagem desse conceito é um processo lento, evolutivo e gradual. E requer, portanto, um espaço que propicie a construção, individual e coletiva, não só desse conceito como dos conhecimentos adjacentes a ele e das relações em domínios intra e interdisciplinares que proporciona. Neste processo não existem receitas, mas sim questionamentos, indagações e dúvidas. (LOPES; ANGOTTI; MORETTI, 2003, p.2).

Zuffi e Pacca (2002) apontaram que uma das razões da grande dificuldade de compreensão do conceito de função pelos estudantes pode ser o fato de o mesmo ser

trabalhado apenas com foco na ideia de variação, que ao ver das autoras não é suficiente para a aprendizagem deste conceito matemático.

O trabalho com o conceito de função é essencial para a produção de novos conhecimentos, pelo estudante, como tratar as informações no seu dia-a-dia, aprendendo a lidar, entre outras, com dados em tabelas e gráficos, além disso, de acordo com os PCN,

Além das conexões à própria Matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. Cabe, portanto, ao ensino da Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações-problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática. (BRASIL, 1999, p.88).

Nesse sentido, acredita-se que as atividades, nas quais estão incluídas as situações-problema, que levam o estudante a pensar sobre o seu contexto, sobre as relações matemáticas existentes nos diversos fenômenos, dentre outros, só agregam ao estudo de função. “O ensino, ao deter-se no estudo de casos especiais de funções, não deve descuidar de mostrar que o que está sendo aprendido permite um olhar mais crítico e analítico sobre as situações descritas” (BRASIL, 2002, p.121).

[...] é desejável que os alunos, em vez de aprenderem apenas uma vasta série de algoritmos e um complicado sistema de regras que lhes diz que procedimento usar e quando, antes desenvolvam representações mentais ricas dos conceitos, pois só assim poderão ter sucesso em Matemática. (TALL, 1994 apud ALMEIDA; VISEU, 2002, p.196).

E, neste sentido, “A escolha de conteúdos deve ser cuidadosa e criteriosa, propiciando ao estudante um “fazer matemático” por meio de um processo investigativo que o auxilie na apropriação de conhecimento” (BRASIL, 2008, p.70).

Do mesmo modo que na evolução das idéias, também no ensino os conceitos só devem ser introduzidos à medida que vão sendo solicitados no desenvolvimento dos

tópicos ensinados, à medida que o aluno esteja em condições de apreciar criticamente a importância do que está aprendendo. (ÁVILA, 1993, p.7).

Além disso, aliar as tecnologias ao aprendizado desse conteúdo é essencial, pois, os estudantes estão em contato com as mesmas diariamente, e elas podem ser utilizadas para respaldar o processo de interação entre estudante e novo conceito, tornando, conseqüentemente, o ensino mais prazeroso. E existem inúmeros recursos tecnológicos que auxiliam nesse processo, como por exemplo, os softwares que representam as funções em sua forma gráfica. Almeida e Viseu (2002) afirmam que “Quando se usam representações gráficas como ferramentas para interpretar conceitos matemáticos, a visualização não é um fim em si mesma, mas um meio para chegar à compreensão” (p.196).

O conceito de função permite ser tratado sob vários pontos de vista, ou seja, além da sua natureza algébrica ele envolve múltiplas representações, diversas relações e tem aplicação em problemas e nas situações da vida e, neste caso, podemos exemplificar com as funções na sua forma gráfica, que estão presentes em todas as formas de mídias e pesquisas e por isso a importância de saber interpretar corretamente seus dados. E quanto à interpretação, Brasil (1998) orienta aos estudantes que ela deve ser feita buscando ligações entre esta e a Matemática, além das outras áreas do conhecimento. Assim, Menna Barreto (2011) destaca ainda alguns aspectos que considera importantes a serem desenvolvidos nesta fase de ensino, no que se refere aquilo que colocamos em evidência em nossa pesquisa:

As funções podem ser representadas de diferentes formas, por tabelas, gráficos, regras verbais, regras matemáticas e modelos. Estas múltiplas representações, quando desenvolvidas de forma articulada, levam a uma compreensão mais abrangente do conceito assim como do problema ou situação que pode estar sendo representada.

As tabelas se apresentam como uma forma de representar relações funcionais e o seu uso é adequado quando se pretende encontrar relações generalizadas, como aquelas advindas de situações que envolvem relações de recorrência.

Traçar gráficos é de fundamental importância para a Matemática e o seu uso tem se mostrado útil também em outras esferas da atividade humana. No que diz respeito ao estudo das funções, os gráficos são particularmente importantes, pois, além do apelo visual favorecem a observação de determinados comportamentos, que em outras representações (tabela e algébrica) são difíceis de perceber. Além disso, quando se trata das funções, o domínio, o contradomínio e a regra de correspondência, são percebidos simultaneamente permitindo que se focalize o comportamento geral de toda a função.

As regras verbais ou a fala na língua nativa são também importantes formas de representação e podem ser consideradas como um veículo de transposição da linguagem informal à linguagem matemática abstrata.

As regras matemáticas, por sua vez, referem-se às propriedades, à simbologia, às expressões algébricas e às demais representações matemáticas, próprias da linguagem desta ciência. (MENNA BARRETO, 2011, p.4).

Em muitos trabalhos pesquisados, como o de Menna Barreto (2011) e Leão e Bisognin (2010), por exemplo, é evidenciada a importância da ênfase no trabalho com as múltiplas representações, visando enriquecer o estudo dos conceitos e suas respectivas propriedades. Deve-se observar também que a formação de um conceito não acontece através de um único tipo de situação, da mesma forma como uma única situação geralmente envolve uma diversidade de conceitos. A aprendizagem não pode ser efetuada em um contexto isolado, como se o significado pudesse subsistir por si mesmo (PAIS, 2008b), pois o ensino isolado do conceito de função não permite a exploração do caráter integrador que ele possui.

Diante disso, é perceptível a importância de se realizar o estudo do conceito de função envolvendo situações reais, de atividades que desafiam os conhecimentos e do uso de instrumentos que facilitem esse processo, para que a aprendizagem da Matemática se torne mais prazerosa, mais envolvente, possibilitando a construção de um conhecimento mais significativo para o estudante. Dentre estas atividades, destaca-se a resolução de situações-problema com a ajuda de recursos tecnológicos, como um software que trata especificamente da representação gráfica das funções, por exemplo.

Soma-se a estes fatos, a importância e aplicabilidade do tema funções no dia-a-dia. É possível deparar com situações que nos fez lidar com funções intuitivamente, como por exemplo, ao comprar itens no supermercado ou fazer uma corrida de táxi. Nem sempre é fácil perceber, mas este conceito está constantemente permeando o meio. Acredita-se que esse conteúdo agregado a uma situação de ensino-aprendizagem permeada por situações-problema, deva propiciar ao estudante um fazer matemático com significado.

Brasil (2002) salienta que toda linguagem excessivamente formal que cerca o conteúdo de função deve ser relativizada e em parte deixada de lado, priorizando assim, os problemas de aplicação que na maioria das vezes é deixado para o final desse estudo. Enfatizam que esses problemas devem ser motivo e contextos para o estudo desse conceito, pois “a riqueza de situações envolvendo funções permite que o ensino se estruture permeado de exemplos do cotidiano, das formas gráficas que a mídia e as outras áreas do conhecimento utilizam para descrever fenômenos de dependência entre grandezas” (BRASIL, 2002, p.121).

Entretanto, os problemas contextualizados na própria matemática não devem ser ignorados, pois, do contrário, o saber escolar fica restrito ao saber do cotidiano, o que pode comprometer a capacidade do indivíduo em ler/entender/explicar/interpretar/transformar o próprio cotidiano de forma crítica e consciente, levando em conta o bem comum. (CHAVES; CARVALHO, 2004, p.17).

Apesar da grande importância deste conceito, o mesmo tem se revelado de difícil assimilação por parte dos estudantes do Ensino Médio, pois, de acordo com Zuffi (2004) as ideias de variável, domínio, contradomínio e imagem, que permeiam a compreensão do conceito, já trazem grande complexidade para a aprendizagem dos mesmos.

Assim, procurando enfrentar dificuldades como esta e outras mencionadas anteriormente, vários pesquisadores como Markovits, Eylon e Bruckheimer (1994) e Verdú e Garcia (1998) sugerem que o estudo das funções deva iniciar de representações contextualizadas, numéricas e gráficas, pois são mais intuitivas e possuem apelo visual.

Temos evidências de que foi mais fácil para os alunos lidar com funções dadas na forma gráfica do que na forma algébrica. Não é difícil encontrar razões disso. A representação gráfica é mais visual, o domínio, o contradomínio e a regra de correspondência são dados simultaneamente; e se tem uma impressão visual do comportamento da função. (MARKOVITS; EYLON; BRUCKHEIMER, 1994, p.65).

Menna Barreto (2011) sugere que no contexto da matemática escolar com vistas às aplicações, o estudo das funções pode ser entendido como “[...] o estudo de relações entre grandezas que variam. Dentro desta concepção, uma variável representa os valores do domínio de uma função, surgindo a noção de variáveis dependente e independente” (p.3). Neste sentido, Chaves e Carvalho (2004) se preocuparam em estabelecer uma conexão entre o conceito de função e aqueles que os estudantes já conheciam anteriormente, dando a este conceito uma ideia inicial, buscando, desta forma, concretizar a aprendizagem de forma significativa.

Portanto, é considerado um desafio profissional para os professores, estudar estratégias que possam contribuir na transformação desse ensino mecânico e sem significado do conteúdo de funções em saber escolar que passa necessariamente pela construção de significado. Foi o que se tentou fazer, ao planejar as aulas e as atividades desenvolvidas durante a pesquisa, ou seja, buscou-se a todo o momento levar os estudantes a descobrirem o significado das funções trabalhadas nas mais variadas representações, seja por meio do

incentivo a discussões com os colegas, ou através de questionamentos sobre o que estavam fazendo, bem como pela análise da situação-problema por eles realizada. Neste sentido, é possível concordar com Camillo (2006), quando este considera que

o fundamental é que o estudo da matemática seja calcado no ensino em situações-problemas que possibilitem a participação ativa na construção do conhecimento matemático, desenvolvendo o raciocínio do aluno, agindo e refletindo sobre a realidade que o cerca, fazendo uso das informações de que dispõe. Se quisermos melhorar o presente estado de conhecimento, devemos nos questionar sobre como se pode, de fato, esclarecer as dificuldades encontradas e desenvolver o pensamento crítico ou raciocínio lógico. (p.7).

Assim, diante do exposto até agora é que foi decidido utilizar metodologias e recursos didáticos que envolvessem a aprendizagem deste tema de forma concreta e empírica, visando auxiliar os estudantes em sua progressão conceitual.

CAPÍTULO 2

2. A TECNOLOGIA INFORMÁTICA NO ENSINO DE FUNÇÕES

Estudos como o desenvolvido por Almeida (2008) mostram a evolução da implementação das tecnologias de informação e comunicação na educação pública brasileira cujo maior desafio ainda é a universalização do uso das TIC e o amplo desenvolvimento de experiências que tenham êxito nos currículos da mesma.

Nos anos 80, a marca foi a implementação dos primeiros projetos públicos segundo a abordagem de participação ativa do aluno. Na década de 90, com a criação da SEED/MEC, há um forte impulso aos programas de uso de tecnologias na educação e de educação a distância com suporte em tecnologias, por meio da cooperação entre governo federal, estaduais e municipais, que ainda é influenciado por forças políticas, nem sempre convergentes em seus interesses. Atualmente, os projetos implantados na década anterior são revigorados e expandidos em um exercício de articulação entre eles e com novas iniciativas [...]. O maior desafio ainda é [...] ampliar a compreensão de que o alicerce conceitual para o uso de tecnologias na educação é a integração das TIC ao currículo, ao ensino e à aprendizagem ativa, numa ótica de transformação da escola e da sala de aula em um espaço de experiência, de formação de cidadãos e de vivência democrática, ampliado pela presença das TIC. (ALMEIDA, 2008, p.124).

E nesse sentido foi decidido concretizar esta pesquisa, buscando realizar uma experiência pedagógica que possa contribuir com a aprendizagem da matemática pelos estudantes e consequentemente com o uso das TIC no ensino das escolas públicas, aproveitando ao máximo os equipamentos que estas dispõem e aliando-os ao interesse dos estudantes.

O principal motivo da opção pelo uso da informática no ensino da Matemática se deveu às preocupações de como esta disciplina vem sendo ensinada nas escolas. Gladcheff, Zuffi e Silva (2001) salientam que ensinar matemática tem sido tarefa difícil e isso pode estar relacionado ao fato de que durante toda a história esta disciplina tem sido abordada na sua forma mais abstrata, deixando de lado sua possível relação com a realidade. Observando o ensino de funções, especificamente, percebe-se que a maioria dos estudantes tem dificuldades na aprendizagem da definição de função, além de obstáculos encontrados na identificação e

localização de domínios, imagens e contradomínios das funções, tanto na forma algébrica quanto na forma gráfica. Isso talvez seja reflexo da ênfase dada principalmente na forma algébrica desse conceito, pois, de acordo com Borba e Penteado (2007, p.31-32) “[...] Sabemos que é difícil a geração de diversos gráficos num ambiente em que predomina o uso do lápis e papel e, então, faz sentido que não se dê muita ênfase a esse tipo de representação”.

Em geral, os matemáticos acreditam que a natureza dos objetos com que trabalham é determinada por conceitos imutáveis, cuja realidade independe de fatores culturais. É notório que em Matemática, historicamente, elementos conceituais têm conquistado supremacia sobre os observáveis. Entretanto, o caráter observável dos objetos produzidos ou processados pelas tecnologias informáticas está, cada vez mais, ganhando destaque. (ALLEVATO, 2010, p.2).

Gladcheff, Zuffi e Silva (2001) afirmam, ainda, que o uso adequado das tecnologias, especificamente o computador, pode contribuir para a construção de um elo entre os conceitos matemáticos e o contexto dos estudantes. Marques e Caetano (2002) enfatizam que as tecnologias são de grande relevância na sala de aula, já que mudam a rotina da escola e as formas tradicionais de ensinar. Elas contribuem para que os estudantes adquiram uma maneira melhor de refletir, manipular, questionar, contribuir, pesquisar, analisar, sintetizar, desenvolver atenção, raciocínio e criatividade durante as aulas, construindo algo significativo para eles. Além disso, o computador não deixa de lado a representação algébrica da função, ao contrário, enfatiza tanto o pensamento visual quanto o algébrico. Nesse contexto, a informática é tida como elemento gerador de problemas novos e interessantes.

Nessa perspectiva, Valente (1995b) afirma que por vivermos num mundo dominado pela informação e processos que ocorrem rapidamente e muitas vezes de forma imperceptível, alguns dos processos que ocorrem na escola se tornam obsoletos e inúteis. Daí em vez de simplesmente memorizar, os estudantes devem ser ensinados a buscar e usar a informação, o que pode ser realizado com a presença do computador que pode propiciar as condições necessárias para os estudantes exercitarem a capacidade de procurar, selecionar e utilizar as informações, bem como resolver problemas e aprender de forma independente.

Além disso, o computador e software, nesse cenário, podem ser utilizados até como meios de fazer com que os estudantes resistam ao insucesso escolar, pois motivam os estudantes e, desafia o professor a deixar de reproduzir os erros e vícios antigos, primando por uma metodologia diferenciada. Ele deve optar por uma proposta pedagógica que tenha o

estudante e as suas necessidades como centro do processo. Dessa forma a “interação com o computador propicia um ambiente riquíssimo e bastante efetivo do ponto de vista de construção do conhecimento” (VALENTE, 1995a, p.13).

[...] entendemos que as novas tecnologias na escola criam outras possibilidades diferentes das tradicionais para o processo de ensino e aprendizagem. Todavia, é necessário que a interação do aluno com elas não esteja limitada a dar respostas óbvias, mas que ele seja constantemente desafiado e motivado a se envolver ativamente na aprendizagem. (VIEIRA; SILVA, 2009, p.115).

Assim, o principal objetivo da proposta foi utilizar uma alternativa interessante, como a mídia informática, para despertar o interesse do estudante, e provocar maior apreensão do conceito analítico e do comportamento gráfico das funções. De acordo com Verdú e García (1998, p.530) “o raciocínio gráfico, possível graças à interatividade do processo que rapidamente devolve os resultados das provas e comparações feitas, acelera a compreensão e estabelece padrões visuais de grande eficácia”.

Segundo o BRASIL (1998), o uso do computador e dos softwares traz significativas contribuições para se repensar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, à medida que:

- Evidencia para os alunos a importância do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem de variados problemas;
- Possibilita o desenvolvimento, nos alunos, de um crescente interesse pela realização de projetos e atividades de investigação e exploração como parte fundamental de sua aprendizagem;
- Permite aos alunos a construção de uma visão mais completa da verdadeira natureza da atividade matemática e o desenvolvimento de atitudes positivas diante de seus estudos. (BRASIL, 1998, p.44).

Nesta mesma perspectiva, Gravina e Santarosa (1998) afirmam que as novas tecnologias oferecem instâncias físicas em que a representação passa a ter caráter dinâmico, que tem reflexos nos processos cognitivos. O dinamismo é obtido através da manipulação direta sobre as representações que se apresentam na tela do computador. Na interatividade, o sistema oferece suporte às concretizações e ações mentais do estudante, o que se materializa

na representação dos objetos matemáticos e na possibilidade de manipulá-los via sua representação.

Nem sempre os estudantes vivenciam atividades que desenvolvem o raciocínio lógico ou para o domínio de procedimentos, assim como a utilização de conhecimentos disponíveis para dar resposta às variadas situações; por isso, pretende-se com o uso da tecnologia, criar um ambiente que leve os estudantes a desenvolverem uma aprendizagem do conteúdo de funções de forma mais significativa.

De acordo com Lévy (2008),

É bem conhecido o papel fundamental do envolvimento pessoal do aluno no processo de aprendizagem. Quanto mais uma pessoa participar da aquisição de um conhecimento, mais ela irá integrar e reter aquilo que aprender. Ora, a multimídia interativa, graças à sua dimensão reticular ou não linear, favorece uma atitude exploratória, ou mesmo lúdica, face ao material a ser assimilado. (p.40).

Neste sentido, ao buscar a realização de um ensino que favoreça essa atitude exploratória enfatizada por Lévy, pondera-se que um dos caminhos para o conhecimento significativo das funções seria a adoção de um estudo que privilegiasse as representações múltiplas, na qual se propõe coordenação entre as representações algébrica, gráfica e tabular de uma mesma função. “Assim, conhecer sobre funções passa a significar saber coordenar representações. Essa nova abordagem só ganha força com ambientes computacionais que geram gráficos vinculados às tabelas e expressões algébricas” (BORBA; PENTEADO, 2007, p.32).

Entende-se que a efetiva constituição desses ambientes é necessária, pois, de acordo com os autores acima, uma mídia como a informática, abre possibilidades de mudanças dentro do próprio conhecimento, e é possível haver uma ressonância entre uma dada pedagogia, uma mídia e uma visão de conhecimento.

Assim, para Valente (1995b), o computador quando utilizado como ferramenta educacional, passa a ser a ferramenta com a qual o estudante desenvolve algo, não mais o instrumento que ensina, e dessa forma, o aprendizado ocorre pelo fato de o estudante executar uma tarefa por intermédio do computador. Então, ao resolver um problema utilizando esse recurso, o estudante interage com o programa utilizado, pensando, refletindo e tomando decisões a respeito da atividade.

Segundo Alsina, Burguês e Fortuny (1997), na educação, o correto desenvolvimento da percepção visual é fundamental para alcançar um perfeito conhecimento das relações espaciais e, assim como a linguagem, ela pode ser aprendida, favorecendo o desenvolvimento do conhecimento geométrico.

[...] a visualização e a leitura de informações gráficas em Matemática são aspectos importantes, pois auxiliam a compreensão de conceitos e o desenvolvimento de capacidades de expressão gráficas. A disponibilidade de modernos recursos para produzir imagens impõe a necessidade de atualização das imagens matemáticas, de acordo com as tendências tecnológicas e artísticas, incorporando a cor, os gráficos, a fotografia, assim como a importância de ensinar os alunos a fazer uso desses recursos. (BRASIL, 1998, p.46).

Nessa perspectiva, para tratar o uso do computador no processo educacional, tendo em vista os diversos aspectos ressaltados até aqui, é necessário que se conheçam suas potencialidades como recurso educativo. Assim, representar as funções graficamente e poder ver facilmente as mudanças que ocorrem nos gráficos quando vamos alterando os coeficientes destas funções, faz com que os estudantes percebam rapidamente a característica de cada um deles, facilitando a identificação da função e suas respectivas propriedades geométricas mesmo na sua forma algébrica. “É importante destacar o significado da representação gráfica das funções, quando alteramos seus parâmetros, ou seja, identificar os movimentos realizados pelo gráfico de uma função quando alteramos seus coeficientes” (BRASIL, 2008, p.74).

[...] nos ambientes em que o computador está disponível, ele pode ser empregado na análise da validade ou mesmo da correção de concepções que os alunos possuem a respeito de determinados conceitos matemáticos uma vez que, na presença do computador, os alunos freqüentemente manifestam suas compreensões acerca de determinados conceitos. (ALLEVATO, 2007, p.133).

Mas os ambientes informatizados, por si só, não são suficientes para garantir a construção do conhecimento. Para que haja avanço no conhecimento matemático, é importante que o professor planeje as atividades a serem desenvolvidas. Entretanto, a apropriação de ideias matemáticas significativas, nem sempre acontece de forma espontânea e, portanto, mesmo nestes ambientes, um trabalho de orientação por parte do professor se faz necessário. Valente (1997) enfatiza que a abordagem pedagógica adotada pelo professor deve

ser aquela em que este profissional instrui com o auxílio do computador, que neste cenário tem o papel de máquina de ensinar. “[...] o uso inteligente do computador na educação é justamente aquele que tenta provocar mudanças na abordagem pedagógica vigente ao invés de colaborar com o professor para tornar mais eficiente o processo de transmissão de conhecimento” (VALENTE, 1997, p.1).

Pais (2008a, p.104) corrobora a afirmação de Valente, quando destaca que “[...] a inserção dos novos recursos da informática na educação pressupõe uma competência pedagógica para a estruturação de objetivos, metodologias e conteúdos apropriados a esse novo instrumento [...]”. Segundo Miskulin, Escher e Silva (2007) ao introduzir as TICs na educação, torna-se indispensável proporcionar atividades que explorem os recursos que a tecnologia possui e que proporcionem aos estudantes novas maneiras de visualização e representação dos conceitos matemáticos. De acordo com Penteado e Borba (2000), “[...] a utilização da informática pode moldar a forma como se elabora o conhecimento matemático”.

Na verdade, as inovações educacionais, em sua grande maioria, pressupõem mudança na prática docente, não sendo uma exigência exclusiva daquelas que envolvem o uso de tecnologia informática (TI). A docência, independente do uso de TI, é uma profissão complexa. Nelas estão envolvidas as propostas pedagógicas, os recursos técnicos, as peculiaridades da disciplina que se ensina, as leis que estruturam o funcionamento da escola, os alunos, seus pais, a direção, a supervisão, os educadores de professores, os colegas professores, os pesquisadores, entre outros. (BORBA; PENTEADO, 2007, p.56).

Por conseguinte, é necessário que o professor busque novas formas de ensinar, agora, com a utilização de um ator informático, que provoca mudança na dinâmica da sala de aula e exige do professor novos conhecimentos e ações. Nesse contexto, o professor deve possibilitar a fundamentação dos conceitos objetivando a construção de novas generalizações e não apenas a relação do estudante com a situação-problema apresentada. Desta forma, o professor pode criar situações interessantes e desafiantes que possibilitam aos estudantes um repensar dos seus pontos de vista, motivando-os a reorganizar seus conceitos.

É preciso considerar que o computador passará a constituir essa profissão, mobilizando os atores normalmente presentes no seu cenário e trazendo consigo muitos outros atores. O movimento, a velocidade, o ritmo acelerado com que a informática imprime novos arranjos na vida fora da escola caminham para uma revisão dos sistemas de hierarquias e prioridades tradicionalmente estabelecidas na profissão docente. (PENTEADO, 1999, p.309-310).

Isso define uma nova visão do professor, que precisa estar em permanente processo de formação ao longo de sua vida profissional, avaliando constantemente as consequências das ações propostas além de pensar e agir coletivamente. Tal postura é ressaltada por Almeida (1997):

O professor que reflete sobre sua prática, atua em parceria com os alunos e com outros professores na busca de informações e na construção cooperativa de conhecimentos, utilizando o conhecimento cotidiano do aluno e promovendo a construção de conhecimentos científicos significativos. (p.10).

Valente e Almeida (2008) destacam que o professor, para trabalhar com a informática no ensino, precisa desenvolver conhecimento específico do conteúdo e do próprio computador, sendo este último, aquele referente ao modo como este recurso pode ser integrado no desenvolvimento do determinado conteúdo. De acordo com Almeida (2000) a necessidade da formação permanente do professor não se restringe a dimensão pedagógica, com o acúmulo de teorias e técnicas, vai muito além, tratando-se de uma formação que articula prática, reflexão, investigação e conhecimentos teóricos requeridos para promover uma transformação na ação pedagógica.

A interação aluno-computador precisa ser mediada por um profissional que tenha conhecimento do significado do processo de aprendizado através da construção do conhecimento, que entenda profundamente sobre o conteúdo que está sendo trabalhado pelo aluno e que compreenda os potenciais do computador. Esses conhecimentos precisam ser utilizados pelo professor para interpretar as idéias do aluno e para intervir apropriadamente na situação de modo a contribuir no processo de construção de conhecimento por parte do aluno. (VALENTE, 1997, p.3).

Assim, cabe aos profissionais da educação, a tarefa de unir o interesse do estudante pela tecnologia com a oportunidade de aprendizagem, tendo na maioria das vezes que ultrapassar as velhas práticas de ensino e avançar em direção à mudança cultural, estimulando a criatividade e contestação dos estudantes. Afinal, como afirma Cox (2003), “A inserção dos computadores nas salas de aula pode favorecer o processo de educação escolar

desde que provoque a revisão das posturas dos agentes escolares e o conseqüente aprimoramento de suas práticas” (p.54-55).

Nesse sentido, acredita-se que as trocas e o trabalho em grupo contribuíram muito com a abordagem escolhida e, durante a coleta de dados estes foram momentos ricos que objetivavam a construção do conhecimento, visto que, como já foi enfatizado, através de discussões e reflexões coletivas abre-se a possibilidade do indivíduo percorrer caminhos para desenvolver aqueles conceitos que estão em desenvolvimento.

Nessa direção, entende-se que o professor, de posse das informações sobre as funções cognitivas em estágio embrionário de seus estudantes, pode servir do computador, juntamente com um software adequado, para auxiliá-los no processo de aprendizagem. Tanto este recurso, quanto o professor, são os principais mediadores a serem utilizados no processo de construção do conhecimento matemático, uma vez que, como muitos estudos comprovaram, o dinamismo proporcionado pelas TIC permite criar situações onde o estudante tenha sua estrutura cognitiva desequilibrada para, então, poder avançar em direção a uma estruturação conceitual mais elaborada, passando a ter uma quantidade maior de conceitos científicos do que os espontâneos que possuía.

Visando o contexto de ensino delineado até agora, buscou-se por alternativas de ensino que promovessem o repensar do ensino de funções combinado com computador e software, e nessa busca, foi escolhido o software *graphmatica*, que entre outras tarefas, possibilita o traçado de gráfico de funções; como será apresentado a seguir.

2.1. O Software *Graphmatica*

A escolha deste software se deu visto às potencialidades que o mesmo oferece para o trabalho com o conteúdo de função, trabalhado na maioria das escolas públicas do Estado de Goiás, no primeiro ano do Ensino Médio.

Apesar de, como afirma Pais (2008a) quando se refere aos softwares educativos, “Os critérios que devem orientar a escolha desse material didático não estão ainda suficientemente explicitados e fundamentados em referências teóricas compatíveis com a natureza do suporte digital” (p.64), serão apresentadas algumas características daquele que foi selecionado para ser usado nesta pesquisa.

De acordo com Hertz (2007), o *graphmatica* é um aplicativo versátil que trabalha com duas dimensões, sendo capaz de representar graficamente funções de qualquer grau, funções exponenciais, logarítmicas, trigonométricas, hiperbólicas, etc.. Também é útil no Cálculo Diferencial e Integral: hachura áreas para ilustrar integrais, desenha gráficos de derivadas e cria gráficos de equações diferenciais ordinárias. Possibilita, assim, aplicações diversas em matemática. É permitida a construção por parâmetros (retas paramétricas, por exemplo), e inequações são representadas muito facilmente.

Ainda, segundo esse autor, o *graphmatica* não é um software com recursos sofisticados (ver Figura 1), no entanto possui recursos interessantes que podem facilitar o estudo de funções. Além disso, possui muitas vantagens com relação a outros, pois, é um software livre, compacto e fácil de manusear, possibilitando que professores utilizem esse recurso como um instrumento metodológico inserido numa proposta de ensino.

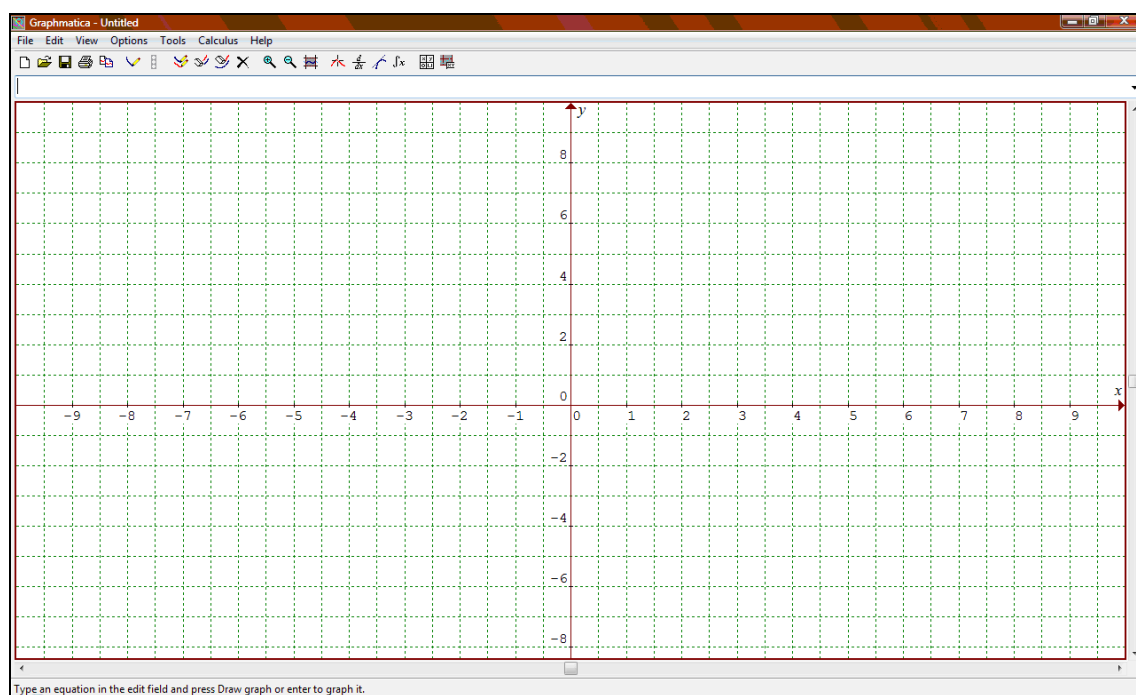


Figura 1 – Tela do software *graphmatica*

O caráter dinâmico dos softwares como o *graphmatica* gera algumas vantagens para o ensino, como a de acelerar o tempo de muitas construções, encorajar a tentativa e o erro, e possibilitar as construções de gráficos mais trabalhosos, o que não pode ser feito tão facilmente num ambiente de sala de aula utilizando o papel quadriculado e régua. Além disso,

o estudante pode pontilhar, engrossar e alterar cores de linhas, realçando elementos do gráfico.

É importante que o estudante aprenda a utilizar o software de modo progressivo e de acordo com as necessidades propostas na construção necessária ao problema, através de suas próprias descobertas, de seus questionamentos e na troca com os outros estudantes.

Nesse sentido, a sala de aula, o quadro-giz, o apagador, a régua, o lápis e o papel quadriculado dão lugar ao computador e ao software, que interage com o estudante e torna a aprendizagem mais dinâmica e eficiente. Isso, porque ao fazer as construções, ele pode comparar vários gráficos ao mesmo tempo e então elaborar suas hipóteses a partir do que foi facilmente construído, podendo observar com mais rigor as propriedades geométricas de cada função estudada.

De acordo com Barbosa (2001), ao trazer o computador e o *graphmatica* para a sala de aula, o professor passa a contar não só como mais um recurso para a realização de tarefas, mas está abrindo um novo canal de comunicação com seus estudantes.

CAPÍTULO 3

3. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A psicologia cognitiva tem como foco de interesse a compreensão dos fenômenos mentais e o estudo da cognição humana, que é de grande importância para os educadores, pois, são várias as possibilidades de aplicação prática por ele apresentadas. Pensando especificamente na psicologia educacional cujo objetivo é “[...] entender, prever, controlar e influenciar a prática educacional” (BRITO, 2005, p.56), é notório que esta precisa, na visão desta autora, “[...] aprender a contar histórias sobre a pesquisa educacional que focalizem professores e alunos imersos em contextos educacionais regulares” (p.56).

A partir desta ideia a psicologia educacional foi relacionada à Educação Matemática e então este trabalho foi desenvolvido com dedicação no que diz respeito a este tema. “Assim, a maior contribuição da psicologia educacional à Educação Matemática é aumentar, através da pesquisa, o entendimento sobre *como* as pessoas aprendem e ensinam a Matemática” (BRITO, 2005, p.51, grifo da autora). E, especificamente, a psicologia da Educação Matemática só é útil ao ensino quando o psicólogo educacional puder descrever, com sucesso, *o que* as pessoas fazem (em termos de pensamento) e *como* elas aprendem a pensar matematicamente, quando envolvidas em uma atividade matemática (RESNICK; FORD, 1981 apud BRITO, 2005), pois, esse campo se refere especificamente ao estudo da distinção entre a matemática e o pensamento humano em determinados contextos.

Trata-se de uma sub-área da educação para a qual matemáticos, psicólogos, pedagogos, sociólogos, filósofos, linguistas, etc. contribuem, com base no conhecimento acumulado pela psicologia, particularmente a psicologia educacional, buscando a compreensão do desenvolvimento do pensamento matemático e da aprendizagem da matemática (não se restringindo à matemática escolar), tendo como sujeitos crianças ou adultos. [...] Assim, todos os envolvidos nesta sub-área são educadores matemáticos e não apenas o graduado em matemática. (BRITO, 2005, p.53).

Foi a partir destas ideias que esta proposta de pesquisa foi pensada, principalmente no que se refere à resolução de problemas e aos objetivos traçados

inicialmente com relação à investigação, a saber, por exemplo, como os estudantes aprenderiam o conteúdo de função a partir do uso da tecnologia informática e da resolução de problemas.

3.1. Resolução de Problemas

A escolha pela metodologia de resolução de problemas se deveu, entre outras, à finalidade educacional de promover nos estudantes a capacidade de aprender a aprender, de induzi-los a buscar e apropriar de estratégias adequadas a perguntas escolares e da sua realidade. De acordo com as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2008), a aprendizagem de um novo conteúdo matemático se realiza pela construção dos conceitos pelo próprio estudante, quando colocado diante de uma tarefa de resolução de problemas. A aprendizagem se realiza quando o estudante, ao confrontar suas concepções, constrói os conceitos pretendidos pelo professor, que neste processo tem o papel de mediador, de gerador de situações que proporcionem esse confronto de concepções.

Antes de discutir sobre a abordagem de resolução de problemas escolhida, é preciso esclarecer que esta será feita, principalmente, a partir das ideias de Pozo (1998) e Brito (2006).

Assim, existem dois termos utilizados para o fim aqui proposto e que muitas vezes são utilizados com o mesmo significado: “resolução de problemas” e “solução de problemas”. Para muitos autores, a resolução “[...] pode ser entendida como solucionar novamente, podendo ser confundido com o exercício” (BRITO, 2006, p.17); enquanto a “[...] solução está mais dirigida ao resultado, à resposta final” (BRITO, 2006, p.17).

Diante dessas abordagens foi feita a opção, por utilizar o termo “resolução de problemas” no mesmo sentido utilizado pelos autores no contexto da Psicologia da Educação Matemática, sendo que ao fazer referência a um dos dois termos, resolução ou solução, estes estão sendo baseados na seguinte ideia:

[...] um processo que se inicia quando o sujeito se depara com uma situação que o motiva a buscar uma resposta e re-estruturar os elementos presentes na estrutura de forma a chegar a um resultado. [...] é, portanto, gerador de um processo através do qual o aprendiz vai combinar, na estrutura cognitiva, os conceitos, princípios, procedimentos, técnicas, habilidades e conhecimentos previamente adquiridos que são necessários para encontrar a solução com uma nova situação que demanda uma re-organização conceitual cognitiva. (BRITO, 2006, p.19).

No sentido defendido por esta autora, a solução de problemas é “[...] uma forma complexa de combinação dos mecanismos cognitivos disponibilizados a partir do momento em que o indivíduo se depara com uma situação para a qual precisa buscar alternativas de solução” (p.18). Apresenta como características básicas o fato de ser cognitiva, ser um processo, ser pessoal e dirigida a um objetivo; além disso, envolve a mobilização de conceitos e princípios anteriormente aprendidos para atingir a solução e, conseqüentemente, a transposição de obstáculos em busca de resposta. A solução de problemas que envolve conteúdo escolar, “[...] trata de uma reformulação e ampliação dos conceitos e princípios já aprendidos e que nesta nova situação são combinados e reagrupados para solucionar problemas de determinado tipo” (BRITO, 2006, p.20).

A presente pesquisa faz também referência a dois termos: problema ou situação-problema e assim faz-se necessário conceituar cada um deles, esclarecendo que se optou neste trabalho, por aqueles conceitos que vão de encontro ao modo de pensar que mais se adéquam à esta pesquisa, apesar das muitas discordâncias relacionadas ao tema existentes na área.

Assim, será tratado aqui como problema, uma “situação inicial quase sempre desconhecida que é o ponto de partida” (BRITO, 2006, p.17). Se difere do exercício porque neste existe uma disponibilidade de mecanismos que é imediata e que levam à solução, ou seja, a resposta pode ser rapidamente recuperada da memória, se trata da reprodução de uma situação desconhecida visando sua consolidação, é uma aplicação.

Para Echeverría e Pozo (1998),

[...] uma situação somente pode ser concebida como um problema na medida em que exista um reconhecimento dela como tal, e na medida em que não disponhamos de procedimentos automáticos que nos permitam solucioná-la de forma mais ou menos imediata, sem exigir, de alguma forma, um processo de reflexão ou uma tomada de decisões sobre a seqüência de passos a serem seguidos. (p.16).

A situação problema, segundo Brito (2006), refere-se à configuração do problema, ao espaço do problema. Uma situação-problema só se transforma em problema quando o indivíduo que se depara com ela é motivado a transformá-la. A situação-problema não envolve os procedimentos de resolução.

Quando um indivíduo frente a uma determinada situação a transforma, problematizando um ou mais aspectos da mesma, transformando-a em um problema a ser solucionado, e parte em busca de mecanismos que permitam re-estabelecer o equilíbrio na estrutura cognitiva, buscando maneiras de atingir um estado final

desejado, é que se torna possível perceber os mecanismos de solução. (BRITO, 2006, p.18).

Nesta pesquisa, como foi necessário recolher dados para então analisá-los a partir do proposto inicialmente, foi muito importante que os estudantes ao se depararem com as situações-problemas propostas, as transformassem em problemas, produzindo, com o auxílio do computador e software, ou não, sua resolução.

Esses dados recolhidos são considerados essenciais pois, mostram, a partir do que foi trabalhado, os procedimentos utilizados, a relação com outros conteúdos e a abordagem dos novos conceitos pelos estudantes. De acordo com Pozo (1998), resolver problemas significa conhecer sua íntima ligação com outros conteúdos, não só procedimentais, mas também conceituais. Para ele, dificilmente uma estratégia pode ser aplicada a uma tarefa concreta sem alguns conhecimentos conceituais específicos relacionados com a tarefa e também sem alguns conhecimentos fatuais.

Assim, a resolução de problemas foi eleita para o desenvolvimento desta proposta com a intenção de cooperar para que os estudantes se tornassem pessoas capazes de enfrentar situações e contextos variáveis e que buscassem encontrar, por si mesmos, respostas às perguntas que os incomodam ou que precisam responder.

3.1.1. Tipos de Problemas

Echeverría e Pozo (1998) em seu texto intitulado “Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender”, se baseiam no enfoque dado pela *Gestalt* (escola de Psicologia que se desenvolveu na Alemanha entre as duas guerras mundiais), cujos psicólogos faziam uma distinção entre pensamento produtivo e pensamento reprodutivo. O primeiro “[...] consiste na produção de novas soluções a partir de uma organização ou reorganização dos elementos do problema”, enquanto o segundo tipo de pensamento “[...] consiste na aplicação de métodos já conhecidos” (ECHEVERRÍA, POZO, 1998, p.20).

Essa classificação se fundamenta basicamente nas características dos sujeitos e nos processos que ele coloca em ação para resolver a tarefa e dentre essas classificações, alguns tipos de problemas são elaborados a partir das mesmas. Dentre eles está o problema bem definido ou estruturado – “[...] aquele no qual é possível identificar facilmente se foi alcançada uma solução” e o problema mal definido ou mal estruturado – “[...] aquele no qual

o ponto de partida ou as normas que estipulam quais são os passos necessários para resolver a tarefa são muito menos claros e específicos” (ECHEVERRÍA, POZO, 1998, p.20).

O enfoque desta pesquisa está basicamente voltado para os problemas estruturados, encontrados, na maioria das vezes nas Ciências da Natureza e na Matemática e, nesta perspectiva, Echeverría (1998) classifica as tarefas no ensino de Matemática em exercícios, problemas quantitativos e problemas qualitativos; sendo estes últimos, tipos de problemas escolares.

Os exercícios matemáticos não são, de acordo com Echeverría (1998) “[...] só a repetição das operações matemáticas mais básicas, seja de forma oral ou de forma escrita, mas também pode ser um outro tipo de tarefa na qual o aluno não precisa tomar nenhuma decisão sobre os procedimentos que deve usar para chegar à solução” (p.48).

De acordo com essa autora, apesar da importância dos problemas, os exercícios também respondem a vários objetivos escolares, pois, servem para consolidar e automatizar certas técnicas, habilidades e procedimentos necessários para serem utilizados posteriormente na solução de problemas. Echeverría (1998) faz a distinção entre dois tipos de exercícios, onde o primeiro tipo consiste na “[...] repetição de uma determinada técnica” e o segundo além de pretender que sejam automatizadas várias técnicas, visam “[...] que sejam aprendidos alguns procedimentos nos quais se inserem essas técnicas” (p.49). Neste último tipo de tarefa o estudante precisa realizar uma tradução da linguagem falada para a linguagem matemática, se aproximando um pouco mais, neste sentido, do processo de resolução de problemas, pois, o estudante é obrigado a planejar a ordem em que o exercício será resolvido.

A matemática, de forma geral, apresenta característica indutiva e reguladora da vida cotidiana, além de ser abstrata e dedutiva de um lado e possuir um aspecto algorítmico e utilitário de outro. Nesse contexto, é possível propor problemas que tenham o objetivo de utilizar diferentes técnicas, algoritmos e habilidades matemáticas em contextos variados.

Neste sentido, Pozo e Crespo (1998) ainda diferenciam os problemas escolares do científico e do cotidiano, todos envolvidos no ensino das Ciências. O primeiro tipo a ser tratado é o problema científico, que se diferencia dos demais principalmente por possuir um método próprio de solução. A estratégia através da qual os problemas são resolvidos baseia-se principalmente na formulação de hipóteses derivadas de modelos teóricos, na experimentação e também nas medidas quantitativas.

A diferença deste tipo de problema com os do tipo cotidiano está estabelecida, principalmente, nos processos que são colocados em ação para resolvê-los. Os conhecimentos e esquemas acionados para interpretar os fenômenos naturais e tecnológicos funcionam como ideias implícitas, ou seja, na atividade cotidiana, a resolução de problemas é um processo menos reflexivo do que aquele guiado por hipóteses nos problemas científicos. Além disso, a

resolução dos problemas cotidianos está mais voltada para a análise dos casos do que para a experimentação. Outra diferença é que os problemas cotidianos podem ser assumidos pelos estudantes como seus, com as devidas motivações e necessidades de resolvê-los.

Os problemas escolares estão entre os dois tipos de problemas já citados e seu objetivo é

[...] gerar nos alunos conceitos, procedimentos e atitudes próprios da ciência que servissem não somente para abordar os problemas escolares, mas também para compreender e responder melhor às perguntas que possam ser propostas a respeito do funcionamento cotidiano da natureza e da tecnologia. (POZO; CRESPO, 1998, p.78).

Para entender a natureza dos vários tipos de problemas que podem ser trabalhados em sala de aula, de forma que respondam aos objetivos do currículo, os problemas escolares foram divididos em problemas qualitativos e problemas quantitativos. Os problemas do tipo qualitativos são “[...] aqueles que os alunos precisam resolver através de raciocínios teóricos, baseados nos seus conhecimentos, sem necessidade de apoiar-se em cálculos numéricos e que não requerem para a sua solução a realização de experiência ou de manipulação experimentais” (POZO; CRESPO, 1998, p.78).

Na maioria das vezes são problemas abertos, nos quais se deve explicar um fato, analisar situações e interpretá-las a partir de conhecimentos pessoais e/ou modelo conceitual científico. Seu objetivo principal é fazer o estudante relacionar conceitos científicos e os fenômenos cotidianos, buscando estabelecer essa relação recorrendo aos seus conhecimentos prévios, buscando vinculá-los com a informação que recebe e formulando as hipóteses correspondentes.

Uma das dificuldades deste tipo de problema é que ele configura problemas muito abertos que podem ser resolvidos a partir de muitos pontos de vista, já que muitas vezes trazem enunciado ambíguo. Mas, apesar disso, traz consigo muitas vantagens, dentre as quais está o fato de ser bom instrumento para que o estudante trabalhe conceitos científicos, se torne consciente de suas ideias e possa discutir com os colegas.

Quanto aos problemas do tipo quantitativo, eles permitem que os estudantes manipulem dados numéricos e trabalhem com eles para chegar a uma solução. De acordo com Pozo e Crespo (1998) estes “São problemas nos quais a informação recebida é principalmente quantitativa, embora o resultado possa não sê-lo. Por isso, a estratégia de solução estará

fundamentalmente baseada no cálculo matemático, na comparação de dados e na utilização de fórmulas” (p.80).

Um dos inconvenientes da utilização deste tipo de problema é que em muitos casos eles aparecem com os problemas matemático e científico superpostos, além de ser utilizado de forma massificada e indiscriminada em sala de aula. Apesar disso, possui vantagens e, dentre elas está o fato de ser um bom instrumento para ajudar, dentre outras coisas, a compreender os conceitos científicos por meio da aplicação de cálculos e permitir a aprendizagem de habilidades. Os problemas quantitativos, para Pozo e Crespo (1998, p.81) “[...] são um meio de treinamento que, ao familiarizar os estudantes com o manejo de uma série de técnicas e algoritmos, ajuda-os e fornece-lhes os instrumentos necessários para abordar problemas mais complexos e difíceis”.

Esse tipo de problema, os quantitativos, foram os escolhidos para serem utilizados nesta pesquisa e foram selecionados a partir dos conhecimentos prévios que os estudantes tinham sobre o tema trabalhado. Os demais, também foram escolhidos buscando fazer com que o estudante conseguisse relacionar estes conhecimentos com os conceitos estudados durante a aplicação da pesquisa, tentando fazer com que os mesmos recorressem à conteúdos, técnicas e algoritmos básicos vistos anteriormente, para aplicá-los na solução dos problemas.

Além disso, buscou-se selecionar problemas que tivessem sentido e de certa forma seus temas fizessem parte do cotidiano dos estudantes, para que estes não apenas se deparassem com uma situação-problema, mas que a transformassem num problema, discutindo os possíveis caminhos, os procedimentos a serem utilizados na resolução. A intenção era que os estudantes além de exercitar, chegassem a novas conclusões sobre o conceito estudado e também sobre sua aplicabilidade em áreas diversas da ciência e da Matemática em específico.

Para isso, as situações-problemas foram trabalhadas na maioria dos encontros, em duplas e em grupos maiores, buscando fazer com que os estudantes discutissem, expusessem seus pontos de vista, etc.. Assim, eles iam expondo suas ideias a respeito do problema e consequentemente formulando hipóteses e, em muitos momentos questionando a forma e o modo utilizado pelo colega para resolver a situação, gerando novas discussões.

Um bom exercício, tanto para ajudar os estudantes a definir os problemas como para facilitar a tomada de consciência de suas próprias ideias, é fomentar a formulação de hipóteses explicativas. Para isso, devemos favorecer as discussões dos alunos entre si, permitindo que a maioria exponha as suas ideias e ajudando o surgimento de ideias novas, inclusive contraditórias em relação às anteriores. A comunicação de suas hipóteses pode ser para o aluno um bom instrumento de reflexão e aprendizagem. [...] Para isso, é muito importante o trabalho em grupo, a necessidade de argumentar e convencer. (POZO; CRESPO, 1998, p.91).

É perceptível, diante do que foi discutido até aqui, a importância do trabalho do professor na condução deste processo, não permitindo que os estudantes se percam em meio às discussões ou mesmo que suas ideias fiquem soltas, “[...] é essencial a tarefa do professor, induzindo uma maior precisão e diferenciação conceitual, sugerindo outros argumentos e, finalmente agindo como mediador na aprendizagem e na tomada de consciência dos estudantes acerca de suas próprias idéias” (POZO; CRESPO, 1998, p.91). Assim, os estudantes se sentem mais seguros de si e interessados nos novos conceitos, envolvendo-se mais no processo de discussão e conseqüentemente de aprendizagem dos mesmos.

3.1.2. Procedimentos necessários para a Resolução de Problemas

Brito (2006) estabelece uma diferença externa entre problema resolvido (conjunto formado pelo enunciado mais o processo de solução) e problema não resolvido (formado apenas pelo enunciado). O processo na primeira situação se refere ao processo mental e inclui a representação e o espaço de solução, considerada a totalidade das operações possíveis eliciadas a partir do enunciado, buscando atingir o estado final desejado e todas as operações possíveis realizadas a partir das estratégias utilizadas pelos sujeitos. A resolução propriamente dita “se refere à aplicação dos procedimentos mentais, recuperados na memória, depois de ler e interpretar o enunciado” (BRITO, 2006, p.21).

Muitos autores adotam denominações distintas no que se refere à etapas pelas quais passa o pensamento durante a resolução de um problema, entretanto, grande parte trata-se dos mesmos passos. Dessa forma, considerando a função que os procedimentos ou estratégias cumprem na solução de um problema, Pozo e Angón (1998) propõem cinco tipos de procedimentos específicos para se completar as diferentes fases da resolução de um problema:

- 1) aquisição da informação: incorporação da informação nova ou acréscimo aos conhecimentos já existentes;
- 2) interpretação da informação: é a codificação ou tradução para um novo código ou linguagem com a qual o estudante esteja acostumado e à qual possa vincular a nova informação recebida;
- 3) análise da informação e realização de inferências;

4) compreensão e organização conceitual da informação: pode ser facilitada pela utilização de procedimentos adequados, como o estabelecimento de relações conceituais;

5) comunicação da informação: é feita utilizando diversos tipos de recursos expressivos, sejam orais, escritos, gráficos ou de outra natureza.

Segundo Pozo e Angón (1998, p.147), a abordagem desses procedimentos

Trata-se somente de uma *seqüência lógica*, de um critério teórico que pode ser útil para compreender melhor os procedimentos que os alunos devem adquirir para serem capazes de resolver problemas, e que pode contribuir com critérios para colocar em seqüência e organizar mais adequadamente os conteúdos procedimentais do currículo, tanto dentro de cada uma das áreas como na conexão entre elas.

Com relação a estes conteúdos procedimentais aos quais Pozo e Angón (1998) fazem referência, eles dizem respeito principalmente em saber *fazer algo*, e não só dizer ou mesmo compreender. Assim, como conteúdo educacional, a resolução de problemas tem um caráter procedimental, apesar de não poder ser desvinculada dos conteúdos conceituais ou das atitudes.

O ensino da Matemática baseado na resolução de problemas “[...] pressupõe promover os estudantes no domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes” (POZO, 1998, p.9). Este autor ainda afirma que a Matemática é idioma das ciências e da tecnologia e, portanto, aprender a resolver problemas matemáticos pode contribuir para um aumento do conhecimento científico e tecnológico de maneira geral; além de exercitar a capacidade geral de raciocínio dos estudantes.

Mas ensinar a resolver problemas exige não só do estudante, mas também do professor que deve ter uma postura diferente da usual, exige mudanças em sua prática, pois, “a solução de problemas matemáticos constitui, ao mesmo tempo, um método de aprendizagem e um objetivo do mesmo” (ECHEVERRÍA, 1998, p.43):

É um *método de aprendizagem* na medida em que grande parte do conteúdo da Matemática escolar trata da aprendizagem de habilidades, técnicas, algoritmos ou procedimentos heurísticos que podem ser usados em diversos contextos. [...] É um *objetivo da aprendizagem* na medida em que não é possível aprender a solucionar problemas independente da aprendizagem de conceitos e conhecimentos de Matemática e que, ao mesmo tempo, como vimos, a solução de problemas exige o acionamento e a coordenação de muitos processos complexos. (grifos da autora).

Assim o professor deve ser um mediador no sentido de fazer com que as habilidades e técnicas que o estudante possui sejam usadas de forma estratégica, instruindo e consolidando o uso autônomo dos procedimentos pelos mesmos.

[...] cabe ao professor a função de mediador entre o ambiente e os sujeitos da aprendizagem, buscando conhecer e integrar as diferentes formas de pensamento, usando essas maneiras diferentes de pensar para mostrar a importância da reflexão sobre os processos mentais. O professor deve propor questões e atividades que motivem o estudante e, para isso, os problemas propostos devem despertar a atenção do aluno, engajá-lo na tarefa e ser visto como um desafio ao pensamento. (BRITO, 2006, p.47-48).

É preciso avaliar quais são os conteúdos conceituais e procedimentais que os estudantes possuem, quais são os conhecimentos que eles precisam e como fazer para combiná-los com o conteúdo do programa.

3.1.2.1. Ensino da resolução de problemas

Uma fonte importante, para se fazer a avaliação, referida anteriormente, é a análise dos erros cometidos pelos estudantes. Tais erros não devem ser tratados como fracassos, mas servir de auto-avaliação do estudante, complementando com as observações feitas durante o processo de resolução empregado.

De acordo com Claxton (1991 apud POZO; ANGÓN, 1998)

[...] se um dos objetivos da inclusão da resolução de problemas no currículo é ajudar os alunos a resolver não só problemas escolares mas também problemas cotidianos, é preciso que os alunos adquiram, juntamente com uma boa bagagem de técnicas e estratégias, o hábito de utilizá-las em situações abertas, longe ou momentaneamente afastados do olhar do professor. E para que esse uso seja eficaz deverão aprender não somente quando devem usar uma estratégia mas também a discriminar quando não devem usá-la. (p.165).

É perceptível que ensinar a resolver problemas não é tarefa fácil, mas é possível de ser realizada, lembrando também que a aprendizagem da resolução de problemas deve ser considerada a longo prazo.

Huete e Bravo (2006) apresentam uma lista de dificuldades que os estudantes apresentam com maior frequência ao estarem diante de uma tarefa de resolução de problemas. Assim, as dificuldades que os levam aos erros mais cometidos são:

- *Falta de compreensão do problema*: eles não conhecem o vocabulário específico utilizado, ou a situação apresentada não lhes é familiar. [...]
- *Estratégias de resolução incorretas*: incompreensão da relação existente entre os dados e a pergunta. Aplicam operações ao acaso; o importante é chegar a um resultado, por mais absurdo que ele seja. [...]
- Passar por alto as unidades ou os elementos da magnitude que estão no enunciado em relação à unidade que está na pergunta.
- Intuir o que se pergunta sem refletir sobre o conteúdo real da pergunta do problema.
- Aplicar operações mediante associação lingüística. Se na pergunta lêem “ficam”, diminuem, se lêem, por exemplo, “no total”, somam.
- Operar os dados numéricos na mesma ordem em que aparecem no enunciado e utilizar todos os que aparecem.
- Buscar constantemente a operação ou o conjunto de operações na resolução do problema sem relação lógica, porque têm uma concepção de que é preciso fazer sempre “alguma operação”.
- Buscar uma solução, por mais absurda que seja.
- Aplicar o último conceito aprendido ou a única operação que se viu em sala.
- Utilizar estratégias incorretas quando os dados numéricos são representados com números elevados, embora compreendam a relação expressa com números inferiores. (HUETE; BRAVO, 2006, p.134-135).

Para Brito (2006, p.35) “[...] o ensino cuidadoso dos algoritmos é um passo importante para o desenvolvimento das habilidades matemáticas nos estudantes”, desde que sejam ensinados os vários procedimentos que podem levar à resolução.

Nesse sentido, para que o estudante tenha sucesso na aprendizagem da Matemática é preciso que a “[...] compreensão de um determinado conteúdo não pode ser feita dissociada do desenvolvimento dos esquemas cognitivos que permitam sua apreensão” (BRITO, 2006, p.35). Assim, é necessário

[...] transformar a resolução de problemas em uma tarefa desafiadora, levando os alunos a compreenderem o significado de conceitos e princípios, e não apenas a memorizarem modelos de problemas e suas respectivas estratégias de solução. É também necessário relacionar o conhecimento escolar à matemática presente nas diferentes situações do cotidiano do aluno. (BRITO, 2006, p.35).

Enfim, enfatizar a resolução de problemas na matemática da Educação Básica significa, no sentido citado por Brito (2006), concebê-la como tema subjacente das aulas de Matemática, incluindo problemas que estimulem a flexibilidade e o raciocínio.

Foi no sentido, discutido até aqui, que se arriscou utilizar a resolução de problemas neste trabalho, tentando contribuir, em um pequeno período, com o crescimento intelectual do estudante. A intenção foi fazê-lo pensar diante das situações-problema propostas, além de mediar o processo para que o mesmo construísse suas estratégias para a resolução dos problemas, recorrendo aos conceitos e técnicas previamente existentes e àqueles aprendidos recentemente. O material recolhido durante a pesquisa serviu de fonte para esta análise, que buscou evidenciar as estratégias utilizadas pelos estudantes, bem como a forma de emprego ou mesmo aplicação dos conceitos aprendidos no período, em conjunto com a tecnologia informática.

3.1.2.1.1 Conhecimentos prévios

A ideia de conhecimento prévio trabalhada nesta pesquisa se fundamenta nas ideias de Pozo e Crespo (1998) que entendem este conceito como:

[...] todos aqueles conhecimentos (corretos ou incorretos) que cada sujeito possui e que adquiriu ao longo de sua vida na interação com o mundo que o cerca e com a escola. Esse conjunto de conhecimentos serve para que ele reconheça o mundo e os fenômenos que observa, ao mesmo tempo que o ajudam a prever e controlar os fatos e acontecimentos futuros. (p.87).

Esses autores citam algumas características desse conhecimento que são comuns a todas as áreas, apesar de se diferenciarem quanto ao conteúdo e sua natureza:

- São construções pessoais dos alunos, elaboradas de forma espontânea na sua interação cotidiana com o mundo que os cerca.
- São incoerentes do ponto de vista científico, embora não tenham porque sê-lo do ponto de vista do aluno; na verdade, costumam ter bastante poder de predição em relação aos fenômenos cotidianos.
- São, geralmente, estáveis e resistentes à mudança; persistem, apesar da instrução científica.

- Têm caráter implícito, diante do caráter explícito das idéias científicas. Muitos estudantes têm grandes dificuldades para expressar e descrever suas idéias, não tendo consciência das mesmas.
- Procuram mais a utilidade do que a verdade, como supostamente fariam as teorias científicas. São conhecimentos específicos que se referem a realidades próximas e concretas, às quais o aluno não sabe aplicar as leis gerais que lhe são explicadas em aula. (POZO; CRESPO, 1998, p.88).

As causas de como são formados os conhecimentos prévios nos estudantes são variadas e existem sugestões de suas origens, que podem ser classificadas em três grupos, de acordo com Pozo e Crespo (1998):

- Origem sensorial: concepções espontâneas. São adquiridas por meio das informações que os estudantes recebem através dos seus sentidos e formulam numa tentativa de dar significado às atividades cotidianas. São muito importantes para a interação com o mundo físico.
- Origem cultural: concepções induzidas. São concepções que se originam no meio social do aluno e que impregnam suas próprias idéias. São adquiridas na escola, em interação com outras pessoas e através dos meios de comunicação. Grande parte das concepções biológicas dos alunos sobre a doença, a saúde, os seres vivos, etc. têm uma origem social.
- Origem escolar: concepções analógicas. Em algumas áreas de conhecimento, o aluno carece de conhecimentos específicos, espontâneos ou induzidos, razão pela qual a compreensão deve basear-se na formação de analogias, quer sejam geradas pelos próprios alunos, quer sejam induzidas pelo ensino. (p.88).

Nesta perspectiva é importante concordar com os autores, sobre a necessidade de ter uma boa sequência de conteúdos assim como de um currículo voltado para a integração das novas aprendizagens com aquelas adquiridas anteriormente.

Optou-se trabalhar a partir desta visão por considerar importante partir de onde o estudante conhece ou não, buscando fazer com que ele estabeleça relações entre o que tem em mente com o novo conceito a ser aprendido. É preciso que seus conhecimentos prévios sejam ativados e a partir deles construídas hipóteses, estimativas, julgamentos, etc., objetivando a resolução efetiva de um problema.

CAPÍTULO 4

4. ALGUMAS PESQUISAS DESENVOLVIDAS

Esta revisão centra-se em algumas pesquisas que buscaram investigar a contribuição e os efeitos da utilização da tecnologia informática e da resolução de problemas no ensino, bem como abranger outras, que focaram especificamente no ensino do conceito de função. Ao analisar vários trabalhos, foi possível perceber que muitos esforços vêm sendo empreendidos para mudar a prática docente, visando alterar o processo ensino-aprendizagem da Matemática.

Entre esses trabalhos está o de Bueno (2009), que desenvolveu uma pesquisa intitulada: As múltiplas representações e a construção do conceito de função, cujo objetivo era investigar como se deu o processo de construção desse conceito no decorrer dos séculos, bem como as perspectivas para a aprendizagem desse conteúdo. Assim, a análise das representações no decorrer da história foi feita e o autor, sugere algumas situações-problemas que fomentem a construção do pensamento matemático, além de enfatizar a importância de fazer com que os estudantes se movimentem entre os registros algébrico e gráfico, o que, a seu ver, dá a oportunidade de fazê-los pensar de forma autônoma e crítica.

Zuffi (1999) apresentou em sua tese um estudo qualitativo sobre a utilização da linguagem matemática por professores de matemática do Ensino Médio, ao tratarem do tema funções quando se expressavam e lidavam com suas próprias concepções, ou mesmo quando exploravam o conceito em sala de aula. As reflexões feitas pela autora sobre as formas de utilização da linguagem matemática por esses professores são imprescindíveis para refletirmos sobre a nossa prática pedagógica, nossos próprios conhecimentos e os dos estudantes. Além disso, a autora buscou provocar-nos para um olhar diferenciado com o qual temos tratado a linguagem matemática ao longo de muitos anos.

Dentre os vários trabalhos desenvolvidos utilizando a tecnologia informática está um mini-curso desenvolvido por Rolkouski e Ferrarezi (2004) intitulado: Tecnologias informáticas, o ensino de funções e geometria analítica: Novas mídias – Novos problemas. Esses autores propuseram atividades utilizando os softwares Excel e Graf Equation, que eram intercaladas por discussões teóricas relativas à concepção da relação entre a informática e os

seres humanos, o papel da informática na sala de aula de Matemática e mudanças na prática. O objetivo da proposta era promover, nos professores de matemática da oitava série do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, reflexões sobre a introdução da informática na sala de aula e sobre aspectos relativos à mudança de prática dos professores.

Embora a pesquisa evidenciada neste trabalho fosse voltada para os estudantes, ela é bastante relevante, pois se refere a uma investigação realizada sobre a prática e na qual buscou-se descrever e analisar o que realmente se passou em sala de aula, durante as situações vivenciadas.

Uma pesquisa também foi desenvolvida por Braga (2009), na rede particular de ensino de Porto Alegre, na qual investigou o processo de compreensão dos conceitos das funções afim e quadrática em estudantes da 8ª série do ensino fundamental, mediante a utilização da planilha. A autora aplicou questionários e atividades no laboratório de informática e durante a aplicação das últimas, evidenciava a possibilidade de transferência entre os registros algébrico, tabular e gráfico das funções. Tal possibilidade foi comprovada ao final do trabalho, pois a autora concluiu que a utilização do computador com a planilha promoveu a compreensão do conceito de função e as respectivas conversões entre os registros de representações das funções.

Na pesquisa retratada neste trabalho, também foram enfatizadas as múltiplas representações das funções e utilizado um software específico para o trabalho com a representação gráfica das mesmas. Outra característica e diferencial desta pesquisa com relação ao anterior é o fato de a proposta ter sido aplicada em uma escola da rede pública estadual, pois faz parte da realidade destas que o laboratório de informática, quando existe, fica ocioso a maioria do tempo. Além disso, disciplinas como a de matemática são as que, na maioria das vezes, menos utilizam este ambiente no dia-a-dia da escola.

Maciel et al. (2005), relatam uma experiência pedagógica desenvolvida em 2003, numa turma de 8ª série do Ensino Fundamental, que consistia em relacionar o conteúdo de semelhança de triângulos ao das razões trigonométricas, de forma que o estudante obtivesse e aplicasse as razões estudadas em situações contextualizadas. A partir da utilização do software Cabri Géomètre, os estudantes foram levados a explicar oralmente, e por escrito, essas mesmas razões. Segundo as autoras, o uso de mídias associado ao processo de ensino e aprendizagem levou os estudantes a exercitar, com maior liberdade, seu poder de criação, organização, análise e síntese.

Anteriormente a esse trabalho foi desenvolvida, por Silveira e Silva (2003), outra proposta pedagógica utilizando o mesmo software. O objetivo era ensinar o conteúdo de

Áreas, utilizando o software Cabri Géomètre, e o de Volumes, a partir da Geometria dos Cortes de Sabão e do Princípio de Cavalieri. A intenção das autoras, ao desenvolver a proposta, foi levar os estudantes a intuir, conjecturar e abstrair as propriedades geométricas relacionadas ao conteúdo de área de figuras planas, de forma empírica e dinâmica. Esse objetivo foi alcançado, à medida que os estudantes conseguiram formular hipóteses e abstrair as propriedades geométricas, desenvolvendo, principalmente, o aspecto da oralidade.

Outro projeto de pesquisa, envolvendo a tecnologia como instrumento metodológico, foi proposto por Augusto (2008), que desenvolveu uma pesquisa intitulada “Aprendizagem de função afim: uma intervenção de ensino com auxílio do software *Graphmatica*” na qual investigou a possibilidade de apropriação de conceitos relativos a função afim por estudantes do 3º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública estadual de ensino do município de Cotia-SP. A intervenção foi subsidiada por ferramentas tecnológicas, dentre as quais está o software *graphmatica* e ocorreu com dois grupos de estudantes chamados de grupo controle e grupo experimental. O pesquisador objetivava saber qual a contribuição que o software pode trazer para a aprendizagem do conceito de função afim e concluiu que este possibilitou ensaios dinâmicos e uma interação que são bastante frutíferos para a aprendizagem, principalmente da leitura, interpretação de gráficos e expressões da função afim.

Outro pesquisador que também utilizou o software *graphmatica* para ensinar funções a estudantes da primeira série do ensino médio foi Benedetti (2003), no trabalho intitulado: “Funções, software gráfico e coletivos pensantes”. Este pesquisador investigou as potencialidades do *graphmatica* na coordenação das múltiplas representações de funções, especialmente a gráfica, a algébrica e a tabular e percebeu que ações como a construção de conjecturas, conclusões e refutações dos estudantes foram possíveis graças ao ambiente proporcionado pelo software.

Gravina (1996) e Hoffmann (2000) utilizaram os softwares Cabri Géomètre e Geoplan no ensino de Geometria Euclidiana e Geometria I do curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS. O objetivo de Hoffmann, que utilizou apenas o software Cabri Géomètre no curso de Geometria I, foi desenvolver atividades que provocassem a gradativa desenvoltura em fazer demonstrações e realização de projetos de livre escolha, no qual os estudantes deveriam construir “mecanismos” que tivessem movimento regido por relações geométricas. Já Gravina, que utilizou os dois softwares, analisou as dificuldades cognitivas dos estudantes e apresentou as contribuições que os ambientes em geometria dinâmica podem trazer à superação destas dificuldades. Durante o processo, em que foram evidenciadas novas abordagens ao ensino e aprendizagem da Geometria, observou-se que os estudantes

experimentaram, corrigiram, e, a partir do feedback oferecido pelo ambiente, conjecturaram até que as propriedades estáveis sob a ação de um movimento no desenho se estabeleceram, surgindo naturalmente o processo de argumentação e dedução.

Uma sequência didática também foi desenvolvida por Abreu (2002), que abordou a aprendizagem com a aplicação das inteligências múltiplas, de forma individual e coletiva, a partir da utilização de uma ferramenta tecnológica, visando estimular num grupo de estudantes (re-ingressantes no curso de Administração de Empresas noturno, após longo período de afastamento) a compreensão do conteúdo de funções do 1º e 2º graus. Para isso, o autor utilizou, como suporte, um programa computacional denominado FindPoly, que trabalha com funções polinomiais e os conceitos do aprendizado colaborativo. Em face dos resultados verificados, durante o desenvolvimento do trabalho, Abreu (2002) afirma que o uso de vários esquemas representativos, que enfatizam diferentes tipos de inteligência, pode ser útil e eficaz no ensino e no desenvolvimento do raciocínio lógico dos estudantes. Considera também que o uso do computador possibilitou aos estudantes uma visualização de como deveria ser a representação gráfica de funções de 1º e 2º graus, possibilitando a cada estudante verificar o comportamento destas funções.

Já Santos (2002) elaborou uma sequência didática baseada em princípios da Informática na Educação e a desenvolveu com cinco duplas de estudantes, da segunda série do Ensino Médio de uma escola da rede particular de São Paulo. O objetivo do pesquisador era estudar a aquisição de saberes relacionado aos coeficientes da equação: $y = ax + b$, a partir da articulação dos registros gráfico e algébrico da função afim, proporcionado pelo uso de um software construído especialmente para tal finalidade. O autor evidencia que os resultados obtidos revelaram uma evolução em relação à construção de significados dos coeficientes da representação algébrica da função afim associados a sua representação gráfica, o que, para Santos, foi proporcionado pelo ambiente informático estabelecido, aliado a uma nova forma de trabalhar com os estudantes.

Scano (2009) também utilizou um software para ensinar função afim em uma turma do 9º ano do ensino fundamental de uma escola da rede particular da grande São Paulo. O pesquisador utilizou o geogebra, software de geometria dinâmica, como mediador no processo de iniciação ao estudo da função afim e concluiu que esta tecnologia ajudou os estudantes a reconhecerem o gráfico de uma função afim além de relacionar os coeficientes da equação da reta com a representação gráfica da função.

Na pesquisa aqui relatada o computador foi usado junto ao software *graphmatica* também com essas intenções, a de reconhecer os gráficos das respectivas funções na forma

algébrica e relacionar seus coeficientes com a respectiva representação gráfica, procurando fazer com que os estudantes descobrissem qual a função de cada um deles.

Outra sequência didática foi desenvolvida por Maia (2007) com a intenção de abordar construções gráficas da função quadrática utilizando o software winplot. Durante as observações, a pesquisadora percebeu que ocorreu maior interação entre os estudantes, ao utilizarem o winplot, além de este recurso possibilitar a visualização das mudanças que ocorriam nos gráficos quando sua escrita algébrica era alterada. Assim, segundo Maia, os resultados apontaram que houve um avanço por parte dos estudantes na apreensão do conceito de função propiciado pela compreensão e articulação entre as variáveis visuais e unidades simbólicas significativas. A sequência foi desenvolvida com estudantes da 8ª série do ensino fundamental de uma escola particular na cidade de São Bernardo do Campo-SP.

Foram encontradas também, dentre as pesquisas já realizadas, aquelas cujos pesquisadores adotaram como metodologia de trabalho a tecnologia informática aliada à resolução de problemas no ensino de conteúdos matemáticos.

Sormani Junior (2006) também desenvolveu pesquisa, na qual observou a utilização do software Cabri Géomètre II por quatro estudantes, do segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública do interior do Estado de São Paulo, enquanto eles resolviam problemas de Trigonometria. O objetivo do autor era obter informações sobre como o uso de recursos tecnológicos poderia influenciar este processo, e fornecer subsídios para a elaboração de estratégias educacionais que contemplassem o uso de tecnologia. Os resultados indicaram que o uso do Cabri, dentro de estratégias educacionais elaboradas pelo professor, pode levar a aprendizagem significativa, devido a sua alta potencialidade, principalmente pela utilização dos recursos de geometria dinâmica e dos recursos de registro.

Oliveira (1998) e Marco (2004) também desenvolveram pesquisas utilizando tecnologia informática, mas com estudantes de sextas séries do Ensino Fundamental. A primeira pesquisadora investigou e analisou a percepção espacial envolvida nos procedimentos utilizados para solução de problemas de discriminação e composição de figuras geométricas, em situações nas quais os estudantes recebiam apenas peças do Tangran, em papel cartão, ou apenas o sistema computacional Tegrán, ou ambos os instrumentos. Já a segunda investigadora se propôs a analisar situações de resolução de problema com o objetivo de investigar como os movimentos de pensamento matemático se processam quando estudantes do Ensino Fundamental jogam e criam jogos computacionais. Ambas as pesquisas evidenciaram que a interação entre tecnologia e sala de aula pode ser um contexto estimulador e desafiante para a formação do pensamento matemático de resolução de problema, além de

ser um instrumento de auxílio para o desencadeamento da construção de conceitos e o desenvolvimento da percepção espacial.

Por sua vez, Miskulin (1999) apresenta um estudo de caso, realizado com dois sujeitos que cursavam a oitava série do Ensino Fundamental de uma escola particular de Campinas, no qual utilizou a Linguagem Computacional Logo (bidimensional e tridimensional). Neste estudo, a autora descreve aspectos pedagógicos e matemáticos relacionados à aplicabilidade do ambiente Logo no processo de construção de conceitos geométricos, delineando uma relação dialética entre a descrição dos processos de resolução de problemas neste ambiente e os componentes funcionais dos processos cognitivos dos sujeitos pesquisados. Além disso, ela apresenta reflexões sobre as tendências atuais da Educação Matemática inter-relacionada às novas tecnologias.

Allevato (2005) analisou em sua pesquisa de doutoramento de que forma os estudantes relacionam o que faziam quando utilizam lápis e papel e o que faziam no laboratório de informática quando utilizavam o computador na resolução de problemas fechados sobre funções. A proposta foi desenvolvida com estudantes do 2º semestre do curso de administração de empresas e durante a realização da mesma eles trabalharam com os problemas utilizando o software winplot. A ênfase na representação gráfica das funções permitiu aos estudantes, de acordo com Allevato, experimentar novas formas de considerar antigos conteúdos, levando a pesquisadora a concluir, dentre outras coisas, que ao ensinar a matemática utilizando o computador, devem-se levar em consideração as semelhanças e diferenças entre a sintaxe e a linguagem matemática algébrica, pois, a confusão entre as mesmas pode causar conflitos e dificultar o processo de aprendizagem deste conceito.

Em grande parte dos trabalhos analisados, a tecnologia informática foi utilizada como um instrumento de auxílio ao ensino, visando alcançar objetivos como facilitar o processo de aprendizagem de um conteúdo. Percebemos nestes estudos outra característica comum, a de se dedicar à análise da forma com que a coordenação entre as diferentes representações pode promover uma compreensão abrangente da matemática. No presente estudo, pretendeu-se abarcar as várias representações de uma função, mas dando ênfase à representação gráfica, em virtude da utilização de um software gráfico. Além desses aspectos, foi observado, entre as pesquisas analisadas, que a utilização do software *graphmatica* no ensino de matemática não tem sido muito explorada. Portanto, a tecnologia informática foi utilizada não só como instrumento de auxílio à aprendizagem de conteúdos, mas o estudo foi dedicado também à observação e análise da contribuição desse software no processo ensino-aprendizagem do conceito de função.

CAPÍTULO 5

5. METODOLOGIA DE PESQUISA

5.1. Contexto de aplicação da proposta pedagógica

Esta pesquisa foi desenvolvida em um colégio da Rede pública Estadual de Ensino da cidade de Goiânia-GO, denominado Colégio Estadual Jardim América (CEJA). Tal colégio funciona nos períodos matutino, vespertino e noturno, abrigando turmas da segunda fase do Ensino Fundamental e também de Ensino Médio, comportando um total aproximado de 958 estudantes. Destas, funcionam nos períodos matutino e noturno as turmas de Ensino Médio, do 1º período ao 3º ano; enquanto no vespertino estão as turmas do 6º ao 9º ano.

A distribuição do espaço físico do colégio foi feita de acordo com as necessidades da mesma, contando com 12 salas de aula, 01 laboratório de Ciências, 01 laboratório de informática educativa, 01 biblioteca, 01 auditório com capacidade para 400 pessoas que é utilizado também como sala de vídeo, 01 quadra de esportes coberta, 01 sala para professores, 01 sala de coordenação, secretaria e diretoria (CEJA, 2010).

O mobiliário da instituição encontra-se em bom estado de conservação e os equipamentos ao contrário dos mobiliários não apresentam bom estado, pois, não passam periodicamente por uma assistência técnica especializada.

O corpo docente do colégio em sua totalidade possui curso superior e alguns, pós-graduação e a maioria trabalha em outro(s) local(s) nos demais turnos.

Este colégio, assim como outros da cidade, participa de dois programas direcionados especificamente para o Ensino Médio; um a nível estadual, denominado “Ressignificação do Ensino Médio” e, o outro, “Ensino Médio Inovador”, criado e implantado a nível nacional.

O programa Ressignificação do Ensino Médio foi criado, após longos encontros com profissionais da educação do Estado de Goiás, com o intuito de resignificar o ambiente da escola, ou seja, o ato de ensinar e aprender, o ato de gerir a instituição e o conhecimento, bem como as regras de convivência entre os sujeitos. Isso, porque o quadro atual do ensino no Estado de Goiás era formado por altos índices de evasão, repetência, distorção idade-série e

baixo desempenho dos estudantes nos exames avaliativos estaduais, nacionais e internacionais (SAEGO, SAEB, PISA, ENEM).

Assim, a intenção é dar novos significados e rumos ao Ensino Médio, contribuindo para o aprimoramento da formação de jovens e para a superação dos dados de desempenho do atual quadro crítico em que se encontra o Ensino Médio do Estado. Visando modificar esse quadro, o programa foi pensado e estruturado, buscando contemplar, tanto o preparo do estudante para o mundo do trabalho, bem como para a cidadania e para o prosseguimento dos estudos. Neste programa, o estudante precisa participar na construção de seu próprio conhecimento e de uma sociedade que, dentre outras coisas, assegure a qualidade de vida e preserve a natureza, pois, o que se percebeu foi um contexto repleto de descontentamento, desânimo e desistência por parte dos jovens (RODRIGUES; MOREIRA, 2009).

Sobre a estrutura do programa, a matriz curricular é dividida em Base Nacional Comum – 75% (Currículo Básico Comum) e a Parte Diversificada – 25%, ambas organizadas de forma integrada e em conjunto com as disciplinas opcionais previstas no programa. As disciplinas opcionais devem corresponder no máximo a 20% do total da carga horária do curso e serem oferecidas semestralmente, podendo ser retiradas de uma ou ambas as partes da matriz curricular, a critério da comunidade escolar.

O Programa Ensino Médio Inovador, foi proposto pelo Ministério da Educação, visando apoiar Estados e o Distrito Federal e parcerias como os Colégios de Aplicação, o Colégio Pedro II / RJ, os Institutos Federais e o Sistema S, quanto ao desenvolvimento de ações voltadas para a modificação do atual contexto do Ensino Médio, ditas anteriormente.

Neste sentido, de acordo com o documento elaborado pelo Ministério da Educação (MOREIRA, 2009), o Programa Ensino Médio Inovador estabelece um referencial de tratamento curricular e indica as condições básicas que devem orientar os Projetos Escolares, as quais estão sujeitas à adequação e legitimação nos espaços escolares:

- Carga horária mínima de 3.000 horas, entendendo-se por 2.400 horas obrigatórias, acrescidas de 600 horas a serem implantadas de forma gradativa;
- Foco na leitura como elemento de interpretação e de ampliação da visão de mundo;
- Atividades teórico-práticas apoiadas em laboratórios de ciências, matemática e outros, que estimulem processos de aprendizagem nas diferentes áreas do conhecimento;
- Fomento às atividades de produção artística;
- Oferta de atividades optativas, que poderão estar estruturadas na forma de disciplinas, sistematizadas e articuladas com os componentes curriculares obrigatórios;

- Estímulo à atividade docente em dedicação integral à escola, com tempo efetivo para atividades de planejamento pedagógico, individuais e coletivas;
- Projeto Político Pedagógico implementado com a participação efetiva da comunidade escolar e;
- Organização curricular, com fundamentos de ensino e aprendizagem, articulado aos exames do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica e às matrizes de referência do novo ENEM.

É proposto pelo Programa Ensino Médio Inovador, o estímulo às novas formas de organização das disciplinas com atividades integradoras, a partir das inter-relações existentes entre o trabalho, a ciência, a tecnologia e a cultura.

Assim sendo, ambos os programas têm objetivos e estrutura muito comuns e neste sentido muda a forma de se organizar da escola, pois ressignifica a forma de pensar de professores, estudantes e comunidade e abre as portas para uma forma de ensinar e aprender diferenciada.

[...] o Ministério da Educação lançou o programa Ensino Médio Inovador incentivando os estados a desenvolverem projetos que visem superar as dificuldades enfrentadas nesta fase da educação básica. Este programa propõe a inovação pedagógica como pilar, semelhante a proposta da Ressignificação do Ensino Médio, visto que a inovação é elemento central da proposta goiana para melhoria desta etapa de ensino. (MOREIRA, 2009, p.119).

Assim, abaixo são listadas algumas transformações cuja sintonia dos programas Ressignificação e Ensino Médio Inovador visam efetivar e que estão voltadas para a alteração significativa desta etapa da Educação Básica:

- a) Superação das desigualdades de oportunidades educacionais;
- b) Universalização do acesso e permanência dos adolescentes de 15 a 17 anos no ensino médio;
- c) Consolidação da identidade desta etapa educacional, considerando as especificidades desta etapa da educação e a diversidade de interesses dos sujeitos;
- d) Oferta de aprendizagem significativa para jovens e adultos, priorizando a interlocução com as culturas juvenis. (MOREIRA, 2009, p.120).

Uma diferença entre estes programas está no incentivo ao Ensino Médio Inovador, concedido pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) que como órgão

financiador adota os procedimentos cabíveis de cadastro dos projetos e acompanhamento da execução financeira, bem como a análise da prestação de contas.

Portanto, os estudantes, como atores principais neste processo de ressignificação do ensino goiano, são o foco, e prepará-los para serem cidadãos atuantes é um dos objetivos a ser alcançado.

E neste sentido, o CEJA vem desenvolvendo seus projetos no contexto destes programas e adequando sua realidade, buscando sempre atender às necessidades e especificidades de seus estudantes. Em 2010, finaliza-se a última turma de 3º ano ainda trabalhada na forma anterior à estrutura da ressignificação, tendo a escola, a partir de 2011, apenas turmas semestrais no Ensino Médio e, dando sequência nos projetos já existentes.

Conhecendo um pouco a realidade do colégio, por meio de pessoas que trabalham na coordenação do Ensino Médio da Secretaria Estadual de Educação, e aproveitando a abertura dada pela equipe gestora do mesmo, no sentido de receber projetos que auxiliem seus estudantes na aprendizagem, foi decidido buscar informações sobre a possibilidade da concretização do projeto que culminou nesta pesquisa na referida instituição. Assim, foi realizado o contato primeiramente por e-mail com um professor de Matemática do colégio (chamado PC), o qual pediu que lhe fosse enviado a proposta de pesquisa e a descrição de como seria desenvolvido o projeto, para que ele conversasse com a diretora da escola. Dessa forma foi esperado o retorno do mesmo, que logo marcou uma reunião para que a proposta pudesse ser apresentada pessoalmente. Posteriormente, ocorreu um encontro com o professor PC, que se mostrou bem interessado e confirmou o aceite do projeto pelo colégio, onde a pesquisa foi muito bem recebida. Esse contato se deu ainda no primeiro semestre de 2010.

O professor PC, contato no colégio é formado em Matemática e já havia trabalhado com o software *graphmatica* em algumas situações, além disso, está lotado somente neste colégio e assim consegue desenvolver melhor seus projetos com os estudantes. Foi muito receptivo, ouviu sobre o projeto e a proposta de como este seria desenvolvido e organizou a programação das aulas no laboratório de informática, pelo qual também era responsável.

Para o início do trabalho, foi combinado que a seleção dos estudantes seria feita por outra pessoa, a professora ZM, que na ocasião era a titular da turma de 9º ano do Ensino Fundamental, já que os estudantes do 1º ano do Ensino Médio, pelos quais o professor PC era responsável, já haviam estudado o conteúdo proposto no projeto de pesquisa.

Após essas decisões, foi falado sobre o início da aplicação da proposta, que se deu somente em agosto, após a escola se organizar com as novas disciplinas optativas. Assim,

como os horários dos encontros já estavam agendados, faltava somente a autorização do colégio para começá-los.

Tais encontros aconteceram duas vezes por semana (quarta-feira e quinta-feira na maioria das vezes), no período matutino, sendo cada um deles de uma hora e meia (8h45min à 10h15min). Os participantes estudavam no período vespertino e se deslocavam até a escola no contra turno para participar do projeto. Os encontros iniciaram em 18 de agosto e se estenderam até 30 de setembro de 2010, totalizando 11 encontros, incluindo os dias em que foram realizadas as avaliações.

Portanto, a escolha do local da pesquisa foi feita por conveniência, pois o mesmo dispõe de laboratório de informática e ainda, o colégio está receptivo a projetos que venham contribuir para a formação e o processo de ensino e aprendizagem dos estudantes, dentre os quais podemos citar “Sarau”, “Consciência Negra”, “Leitura”, “Fibra de Bananeira”, “Robótica”, “Esporte” e “Violão”. Além disso, aceitou prontamente o projeto e concordou com o desenvolvimento da pesquisa em seu espaço e com seus estudantes.

A seguir será discutido, com mais detalhes, como foi feita a escolha dos participantes da pesquisa.

5.1.1. Escolha dos participantes

A escolha dos participantes foi feita com a única restrição de que os estudantes deveriam estar cursando uma série, na qual até no período da coleta de dados eles ainda não tivessem estudado o conteúdo de função, previsto para ser ensinado durante a aplicação da proposta de ensino. Além disso, foi combinado que para não prejudicar a coleta de dados e poder usar individualmente os computadores no laboratório de informática, seria escolhido um total de 15 estudantes, no máximo.

Ao conversar com o professor do Ensino Médio já citado anteriormente, verificou-se que os estudantes do primeiro ano, já tinham estudado tal conceito e então, optou-se na pesquisa por trabalhar com os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. Assim a professora da série foi procurada e aceitou de imediato participar da escolha dos participantes e a fez logo em seguida. Foi pedido ao professor que selecionasse aqueles estudantes que tivessem interesse em participar da pesquisa e com desempenhos variados, ou seja, que não fossem escolhidos somente aqueles estudantes com bom desempenho, ou

somente aqueles com baixo desempenho, como se as aulas a serem dadas durante a execução do projeto fossem aulas de reforço.

Dessa forma, os estudantes que se dispuseram a fazer parte do projeto o fizeram por livre e espontânea vontade, nenhum foi coagido a participar pensando em nota ou mesmo em algum benefício próprio que não fosse sua aprendizagem e seu desenvolvimento, como foi descrito pela professora ZM num trecho da entrevista:

ZM: A escolha foi feita assim, aleatória, num escolhi quem sabe mais ou quem sabe menos, ou... O aluno que se colocasse a disposição, tivesse um interesse de participar, de vir aqui no outro horário né, que seria de manhã; então ele teria que comparecer aqui no outro horário, pra participar dessa oficina com você e; tivesse interesse. Num teria assim, não fiz seleção, porque...

P: Num ficou em aberto se era tipo de aluno...

ZM: Não. Eu falei pra eles, só coloquei pra eles assim primeiro, como que seria o trabalho, que você iria trabalhar com eles, é... primeiro apresentar o conteúdo, tirar algumas dúvidas e depois você ia colocando exercícios e trabalhando também no computador com eles. Falei óh, depois, quando ela introduzir ali o conteúdo, ela vai trabalhar no computador, cês vão construir gráficos, cês vão trabalhar função, e, o aluno que interessa, porque aí vai ser um crescimento pra ele né, porque vai ser, além de você estar estudando matemática, você vai utilizar o computador. Então eles interessaram também. Depois que eu coloquei essa... como seria, aí eu perguntei: alguém interessa, gostaria de colocar o nome, mas, pra realmente participar. Então mostraram interessados, assumiram o compromisso só que depois não cumprem, né?!

Então foram selecionados os 15 estudantes, como combinado e, que mostraram interesse no momento. Estes estudantes e mais alguns que pediram para fazer parte do projeto participaram de uma reunião no dia 16 de agosto para definir os dias e horários de realização das aulas, antes do início das mesmas. Confirmados os encontros e a lista de participantes, foram organizados os horários dos encontros, bem como foi conversado com a dinamizadora do laboratório de informática sobre a instalação do software e marcamos o início das aulas.

5.1.2. Caracterização dos participantes da pesquisa

Para a análise dos dados recolhidos na pesquisa foram selecionados quatro participantes, denominados F, J, I e M, que assistiram às aulas até o final da aplicação da proposta da pesquisa. É preciso esclarecer que destes quatro, três (F, J e I) passaram por todos

os processos da coleta, bem como realizaram as avaliações propostas, enquanto o outro participante (M) não fez a última avaliação, denominada pós-teste. Assim, os dados do participante M também serão utilizados para a análise do processo, ficando fora apenas da parte complementar e quantitativa que realizamos para ter uma ideia mais ampla, geral, da evolução dos estudantes.

Assim, esses quatro participantes serão caracterizados neste texto, com o intuito de facilitar e auxiliar no entendimento do processo de análise dos dados recolhidos durante a parte prática da pesquisa.

Os participantes são, na maioria, naturais de Goiânia-GO (três) e somente um deles é natural do estado do Maranhão. Deste total, dois (F e J) são do gênero feminino e dois (I e M) do gênero masculino (ver Figura 2).

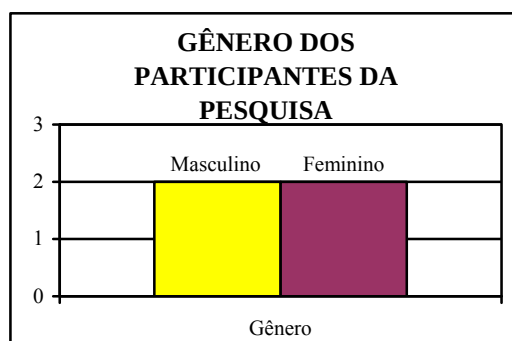


Figura 2 – Gênero dos participantes da pesquisa

A idade dos estudantes varia entre 13 (F e M), 14 (J) e 16 anos (I), (ver Figura 3 a seguir), sendo que, este último estudante é repetente na série em que se encontrava neste período, 9º ano do Ensino Fundamental.

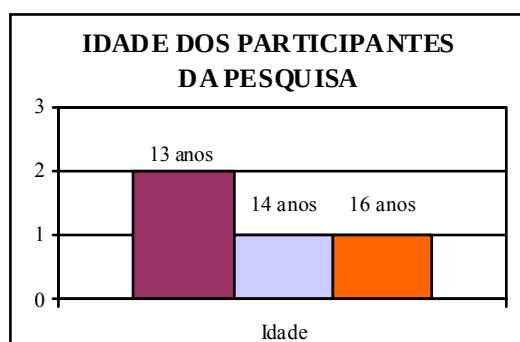


Figura 3 – Idade dos participantes da pesquisa

A maioria dos estudantes tem moradia própria (três) e apenas um deles reside em casa alugada. Essa mesma proporção está relacionada ao responsável pelo estudante, que em grande parte tem apenas a mãe com essa função (três), ficando a quantidade restante (um estudante) com os pais como responsáveis. A escolaridade destes responsáveis varia de Ensino Fundamental a Ensino Médio completo, ou seja, um dos participantes não respondeu sobre a escolaridade do responsável, mas dos demais, a escolaridade fica assim: 37,5% têm Ensino Fundamental completo, 25% o Ensino Médio incompleto e 12,5% possui Ensino Médio completo. As profissões deles variam entre costureira, do lar, fiscal de caixa e técnico de eletrodomésticos, sendo que só a última se refere a profissão de um pai, as demais de mães. Observamos que dois dos estudantes não falou sobre a profissão do responsável.

Nenhum dos estudantes trabalha e, portanto, não contribuem com a renda familiar que varia de 1 a 4 salários mínimos, ou seja, duas das famílias vivem com uma renda variando de 1 a 2 salários, uma delas possui renda que varia de 2 a 3 salários e a outra de 3 a 4 salários mínimos.

Além disso, no que se refere a vida escolar, dois dos participantes (J e M) sempre estudaram em escola pública e dois (F e I) em escola pública e privada. Três dos estudantes (F, I e M) consideram bom o colégio no qual estudam, enquanto um deles (J) o considera ótimo. Do total, três estudantes (F, J e I) têm bom relacionamento com os colegas e um deles (M) disse ter um ótimo relacionamento, enquanto que, no que se refere ao professor de matemática, dois (I e M) têm bom relacionamento com o mesmo e os outros dois (F e J) relacionam-se de maneira ótima.

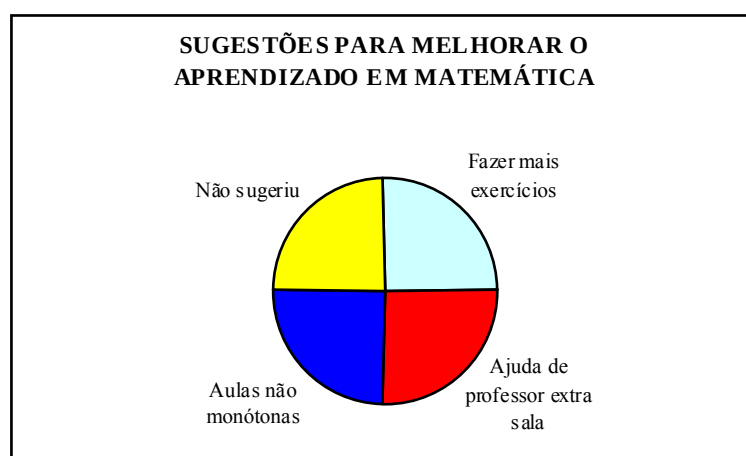


Figura 4 – Sugestões para melhorar o aprendizado em Matemática

Apesar do bom relacionamento que os participantes da pesquisa possuíam com a professora de Matemática no período da coleta de dados, eles deram algumas sugestões do que poderia ser feito para melhorar o interesse pelo aprendizado da Matemática. Dentre essas sugestões (representadas na Figura 4), estão: “*passar mais exercícios para aprender mais*” (Estudante F); “[...] *tinha que haver algum professor, fora do nosso horário de aula, para que pudesse aprofundar mais na matéria*” (Estudante J) e que “*a aula não seja monótona, que venha haver algo que chame a atenção dos alunos*” (Estudante M).

Todos os participantes da pesquisa gostam de estudar matemática e apenas um deles (I) disse ter dificuldade na disciplina e também de resolver problemas matemáticos; os demais disseram não ter qualquer uma dessas dificuldades. O total de estudantes disse ter interesse em melhorar o aprendizado em Matemática, mas somente metade deles (J e I) dedica um tempo durante todos os dias da semana ao estudo desta disciplina (ver Figura 5). Um participante (M) disse estudar somente em véspera de prova e a outra (F) dedica alguns dias da semana ao estudo.

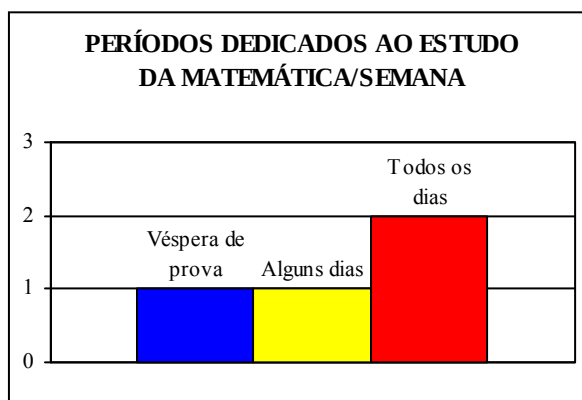


Figura 5 – Períodos dedicados ao estudo da Matemática por semana

A participante F que disse estudar alguns dias da semana o faz em menos de uma hora por dia, enquanto os dois (F e I) que estudam diariamente o faz num período que varia de 1 a 2 horas. O outro estudante (M) não respondeu sobre o seu período de estudo (ver Figura 6). Apesar de somente um participante contar com o auxílio da mãe em casa para estudar, nenhum deles disse existir motivo que o desestimula a estudar os conteúdos matemáticos. Todos acreditam que as horas de estudo em casa ajudam na aprendizagem do conteúdo.

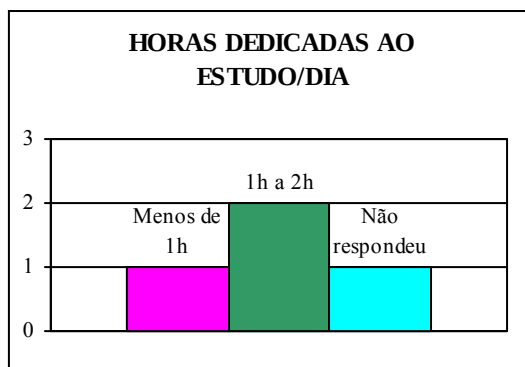


Figura 6 – Horas dedicadas ao estudo por dia

Com relação aos recursos didáticos utilizados em sala de aula, somente dois do total de participantes (F e I) achavam que aqueles utilizados pela professora eram suficientes para o aprendizado na disciplina e todos eles concordavam com o sistema de avaliação utilizado pela mesma. Seja porque a professora sempre dava testes para saber como estava o aprendizado, seja porque o estudante estava acostumado, ou ainda porque consideravam que este profissional sabia a melhor maneira de avaliar, considerando-a então, a forma mais adequada.

No que diz respeito ao computador, três estudantes (F, I e M) possuem este recurso em casa e a estudante (J) que não possui esta tecnologia, a utiliza na casa da irmã. Este uso geralmente é destinado principalmente à jogos, à interação com os colegas e também para fazer pesquisa e trabalhos escolares. Destes trabalhos realizados no computador, somente uma participante (J) disse envolver a resolução de atividades matemáticas. Os demais (F, I e M) não utilizam o recurso para este fim.

Apesar deste quadro, três participantes acreditam que o computador em conjunto com um software matemático pode facilitar a aprendizagem, seja porque “*pode esclarecer dúvidas*” (Estudantes J e F) ou ainda porque se trata de um recurso a mais para auxiliar no ensino-aprendizagem da Matemática “*quanto mais maneiras de se aprender matemática melhor*” (Estudante I). O outro estudante disse não saber bem, mas que “*um software com planilhas pode ajudar nos gráficos*” (Estudante M).

Assim, foi feita a caracterização dos estudantes que participaram da parte prática da pesquisa no que diz respeito à situação socioeconômica geral dos mesmos e ao uso de computadores, para que os dados coletados pudessem ser melhor analisados. A seguir, serão tratados aspectos relacionados aos instrumentos utilizados durante a coleta dos dados da pesquisa.

5.2. Instrumentos para a coleta de dados

Os instrumentos utilizados para a coleta de dados, durante o desenvolvimento da pesquisa foram: questionário (socioeconômico, avaliativo e o do professor), prova investigativa, atividades sobre função afim e algumas sobre a função quadrática, pós-teste e entrevista.

O questionário socioeconômico foi o primeiro instrumento a ser utilizado na coleta de dados e era composto por 37 questões, dentre as quais estão perguntas fechadas e abertas (Anexo A). Foi aplicado aos participantes da pesquisa visando caracterizar socioeconômica e culturalmente os estudantes que participaram da pesquisa, ou seja, o objetivo era conhecer o perfil dos estudantes de forma a abarcar tanto quanto possível os elementos constituintes da pesquisa. Alguns destes elementos foram: vida escolar dos estudantes, sua relação com a Matemática e sua experiência com a utilização de computadores e software relacionado à disciplina. Quando o estudante ia pela primeira vez na aula, ele respondia o questionário socioeconômico e resolvia a prova investigativa; mesmo que estivesse iniciando fora do período planejado.

Gil (2006) define questionário como sendo uma técnica de investigação composta por questões que são apresentadas por escrito às pessoas. De acordo com este autor, este instrumento é utilizado com o objetivo de conhecer opiniões, crenças, sentimentos, interesses, expectativas, situações vivenciadas, dentre outras. Além disso, existem algumas vantagens, como por exemplo, as de atingir um número grande de pessoas gastando menos com pessoal, além de garantir anonimato das respostas.

De acordo com Matos e Vieira (2001), o questionário como sendo uma técnica de investigação, consiste em que o investigado responda por escrito a um formulário, com questões que devem ser claras e objetivas. Enfatizam ainda que estas questões podem ser do tipo *abertas* – quando o respondente expressa livremente suas opiniões; *fechadas* – quando as opções de respostas são dadas; ou ainda *mistas* – quando apresentam questões abertas e também as do tipo fechadas.

Neste mesmo sentido, Gil (2006) define as *questões abertas* como sendo aquelas em que se apresenta a pergunta e deixa-se um espaço em branco para que a pessoa escreva sua resposta. *Questões fechadas* como sendo aquelas que se apresentam ao respondente junto a um conjunto de alternativas de resposta para que seja escolhida a que melhor apresenta sua situação ou ponto de vista. Por fim, Gil (2006) define *questões dependentes*, como sendo

aquelas em que uma questão depende da resposta dada a outra questão. Assim, o questionário socioeconômico utilizado se classifica entre aqueles que possuem questões mistas, ou seja, compostos por questões na maioria fechadas e algumas abertas.

Imediatamente após o questionário socioeconômico, antes de iniciar as aulas, foi pedido aos estudantes que resolvessem a prova investigativa (Anexo B). Foi esclarecido que não valeria nota, mas que era para responderem com atenção e cuidado, tentando resolver o máximo possível das questões propostas, pois a prova visava detectar o que eles já tinham visto ou sabiam daqueles conceitos.

As questões foram selecionadas com a intenção de verificar se os participantes tinham alguns conceitos prévios, necessários ao estudo do conceito de função. Assim, dentre os conceitos importantes considerados base para a aprendizagem do conteúdo proposto, estão, as noções de plano cartesiano, coordenadas cartesianas, ponto, proporcionalidade, grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, dependência de variáveis.

Analisado o que os estudantes tinham de conhecimentos prévios relacionados ao conteúdo a ser estudado, iniciou-se a aplicação da sequência didática planejada (Anexo C), cuja aplicação se deu em aproximadamente nove encontros. Os conteúdos que formavam a base para o estudo de funções foi trabalhado inicialmente e, só depois destas noções foi que se iniciou o trabalho no computador.

Paralelamente à explicação dos conteúdos, eram trabalhadas listas de atividades e feitos questionamentos sobre os mesmos, visando prepará-los melhor para o estudo de funções. A ideia deste conceito foi trabalhada a partir da definição de produto cartesiano, assim também foi feito com os conceitos de imagem, domínio, contradomínio, dentre outros.

Devido ao fato de os estudantes não terem muita noção do conteúdo em questão, esta fase da pesquisa levou um tempo maior para ser desenvolvida, permitindo que fosse trabalhado mais detalhadamente apenas o conteúdo de função e a função afim, em específico.

Após o estudo da definição de função, como descrito acima, iniciou-se o trabalho com este e os demais conceitos relacionados ao tema utilizando o computador. Assim, eram dados alguns problemas (Anexo D) aos estudantes para que eles, utilizando o software *graphmatica*, os resolvessem. A maioria das discussões era feita em grupo (duplas ou trios) e a partir da análise do gráfico esboçado no computador os estudantes extraíam as características e as propriedades dos mesmos, verificando se tinham resolvido a situação proposta corretamente ou não, buscando sempre entender e questionar o que aparecia sempre que algo era mudado na função.

Os materiais produzidos pelos participantes durante a realização das atividades também foram utilizados como fonte de dados, buscando coletar informações, que vão complementar as demais, sobre o seu desenvolvimento.

Após a aplicação destas atividades e encerramento do conteúdo de função afim, em uma aula apenas, foi trabalhada a ideia da função quadrática e algumas de suas características e propriedades, para que os estudantes tivessem alguma noção da mesma, mas o tempo não permitiu que aprofundássemos mais neste estudo.

Durante as aulas, e principalmente nos momentos em que eram desenvolvidas atividades durante as quais os estudantes discutiam sobre o conteúdo, eram gravadas e videogravadas as falas e ações destes estudantes, para uma posterior transcrição e análise. Além destas, algumas fotografias também foram feitas, visando complementar a análise das gravações.

De acordo com Bogdan e Biklen (1994), as fotografias servem para auxiliar na recriação do ambiente pelo observador ou mesmo pesquisador, no sentido de quando bem feitas, isolarem e congelarem relações ou comportamentos de uma forma que não pode ser recriada verbalmente. As fotografias fornecem dados descritivos e nesse sentido é utilizada para compreender o subjetivo, sendo muitas vezes analisadas indutivamente e ainda, de acordo com Bogdan e Biklen (1994) podem ser do tipo *encontradas* ou do tipo *produzidas pelo investigador*. Em nosso trabalho as fotografias foram produzidas no decorrer da investigação e nos fornecem imagens para uma inspeção posterior que procura pistas sobre relações e atividades como, por exemplo, a disposição dos lugares onde os participantes sentavam.

As gravações em vídeo foram feitas com a intenção de complementar as gravações em áudio e as fotografias, pois, mostram as relações entre os estudantes sem os mesmos se mostrarem em situações isoladas ou mesmo em imagens estáticas. As imagens geradas permitiram ver a composição e organização geral do grupo, bem como as formas como os participantes se comportavam diante de algumas atividades, dentre outras coisas. As gravações em áudio serviram para captar as discussões feitas em grupo, o que complementou os dados da pesquisa, pois, foram transcritos e utilizados durante a análise.

Encerrada esta fase, foi trabalhada outra avaliação, chamada de pós-teste (Anexo E), cujo objetivo era verificar se os estudantes, individualmente, conseguiam, após a intervenção, resolver os problemas propostos utilizando o software ou não e, de que forma o faziam, ou seja, pretendíamos verificar se houve algum ganho da prova investigativa para o pós-teste.

Neste mesmo encontro, foi dado aos estudantes, para que eles respondessem, um questionário avaliativo (Anexo F), cujo objetivo era coletar informações sobre a opinião deles quanto à metodologia e instrumentos utilizados nas aulas, sobre as dificuldades e facilidades que encontraram neste período, bem como dessem sugestões, ou não, de mudanças nas atuais ou futuras aulas de Matemática.

Seguida da coleta desses dados, foi feita uma entrevista com os professores mencionados anteriormente e que auxiliaram com o início do projeto (Anexo G). Tal entrevista foi realizada com o intuito de saber, diretamente da professora das turmas de 9º ano de Ensino Fundamental, como foi feita a seleção dos estudantes inscritos e dos efetivos participantes da pesquisa.

A entrevista representa um dos instrumentos básicos para a coleta de dados dentro da pesquisa qualitativa. Esse tipo de instrumento cria uma relação de interação entre quem pergunta e quem responde, produzindo uma atmosfera de influência recíproca, permitindo a captação de informação desejada. Da forma como ocorre, a entrevista permite correções, esclarecimentos e adaptações, tornando-a eficaz na obtenção das informações desejadas (LÜDKE; ANDRÉ, 1986).

Essas autoras classificam a entrevista em três tipos: não-estruturada (há liberdade de percurso), estruturada (segue-se um roteiro de perguntas feitas de modo e ordem idênticos) e semi-estruturada (possui esquema básico, mas sem ser aplicado rigidamente). Lüdke e André (1986) enfatizam também que o tipo de entrevista mais adequado para o trabalho de pesquisa em educação é aquele que permite que o entrevistador faça as adaptações necessárias, ou seja, são aqueles esquemas menos estruturados.

De acordo com Bogdan e Biklen (1994), numa investigação qualitativa, a entrevista pode ser utilizada em conjunto com outras técnicas, que neste trabalho se resume, dentre outros, em análise de documentos como questionários e gravações de áudio e vídeo. Neste sentido, a entrevista foi utilizada para recolher dados e desenvolver a ideia de como foi feita a escolha dos participantes pela professora da turma.

Ainda segundo esses autores, boas entrevistas caracterizam-se pelo fato de os sujeitos estarem a vontade e falarem livremente sobre seus pontos de vista, pois, produz riqueza de dados que revelam as perspectivas dos respondentes (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Num mesmo sentido que estes autores, Gil (2006) define entrevista como sendo

[...] a técnica em que o investigador se apresenta frente ao investigado e lhe formula perguntas, com o objetivo de obtenção dos dados que interessam à investigação. A entrevista é, portanto, uma forma de interação social. Mais especificamente é uma forma de diálogo assimétrico, em que uma das partes busca coletar dados e a outra se apresenta como fonte de informação. (GIL, 2006, p.117).

Além de definir, Gil (2006) classifica as entrevistas de acordo com seus níveis de estruturação: *Informal* – este tipo é o menos estruturado possível e visa basicamente obter dados sobre a visão geral do problema pesquisado e identificar alguns aspectos da personalidade do entrevistado, por isso é mais indicada nos estudos exploratórios. *Por Pautas* – apresenta algum grau de estruturação, pois se guia por uma relação de pontos de interesse que o investigador vai explorando e que se relacionam entre si. *Estruturada* – se desenvolve a partir de uma relação fixa de perguntas que não variam a ordem e nem a redação para todos os entrevistados, que neste caso são, geralmente, em grande número. *Focalizada* - é um tipo de entrevista tão livre quanto a informal, mas enfoca um tema bem específico, ou seja, o entrevistador permite ao entrevistado falar livremente sobre o assunto mas, se este desvia do tema original, esforça-se para a sua retomada. É bem empregada em situações experimentais visando explorar a fundo alguma experiência vivida em condições precisas.

Nesta pesquisa foi feita a opção pela entrevista focalizada, pois, a intenção foi preparar um roteiro que focasse simplesmente na busca em saber como foi feita a escolha e seleção dos estudantes que participaram da pesquisa. Assim, este tipo de entrevista se fez bastante adequada, já que não foi preciso grande estruturação do roteiro da entrevista, para obter informação sobre o que a professora sabia, sem perder o tema de interesse de foco.

Concomitante a esta entrevista foi entregue aos dois professores um questionário “perfil do professor” (Anexo H), que visava caracterizá-los quanto ao seu perfil profissional. Este questionário continha sete questões entre as quais estavam questões fechadas e abertas, como já classificadas anteriormente, e deixava espaço para colocar alguma observação se o professor julgasse necessário.

Portanto, todos estes instrumentos foram utilizados visando obter o máximo possível de informações necessárias à análise das atividades desenvolvidas durante a coleta de dados.

5.3. Sequência Didática

A sequência didática utilizada ao desenvolver esta pesquisa, está de acordo com as ideias de Pais (2008b), que embasado na engenharia didática discutida por Artigue (1996) a

define como sendo “formada por um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática” (p. 102). Estas aulas são diferenciadas daquelas de rotina da sala de aula, tendo em vista seu caráter específico para a pesquisa.

Pais (2008b) destaca que a aplicação da sequência didática garante a proximidade dos resultados práticos com a análise teórica e, nesse sentido, é preciso atentar-se ao maior número de informações possível que possam contribuir para o desvelamento do fenômeno investigado. O registro dessas informações pode ser feito por meio das filmagens, gravações, observações e registro, entre outras.

Nessa perspectiva a escolha da sequência didática a ser desenvolvida vai depender da análise realizada *a priori*, pois, nesta fase são escolhidas as variáveis que tornam possível relacionar o conteúdo estudado com as atividades que os estudantes podem desenvolver para apreenderem os conceitos estudados.

Assim, o termo utilizado neste trabalho, bem como as aulas propriamente planejadas para a coleta de dados, foram desenvolvidos nesta perspectiva discutida por Pais (2008b) e objetivaram sempre a aprendizagem dos estudantes.

5.4. Planos de Ensino

Levando em consideração a importância do estudo da cognição humana devido as possibilidades de aplicação prática que ele apresenta, é preciso esclarecer que tais possibilidades incluem tanto a aquisição de conhecimentos como também o desenvolvimento de atitudes favoráveis ao ensino e a aprendizagem (BRITO; GARCIA, 2005). Neste sentido, de acordo com essas autoras, os trabalhos nesta área são desenvolvidos buscando compreender a educação como um processo de interação social e a sala de aula é o local onde os estudantes e professores trabalham em conjunto visando um mesmo fim: compartilhar significados relativos a determinadas disciplinas, bem como o desenvolvimento de habilidades previstas no currículo.

Visando este contexto, Grau (1997 apud BRITO, 2005) selecionou cinco aplicações possíveis a serem consideradas pelos professores ao elaborarem seus planos de ensino, e nas quais as aulas para a coleta de dados foram baseadas:

1. Se a aprendizagem depende da maneira como a informação é processada, então os processos cognitivos dos estudantes deveriam ser a maior preocupação dos professores. Os professores deveriam preocupar-se não apenas com “o que” os estudantes aprendem, mas também com o “como” eles aprendem;
2. No planejamento dos tópicos de ensino, os professores deveriam considerar os níveis de desenvolvimento cognitivo dos estudantes;
3. Tendo em vista que são os estudantes que organizam as informações aprendidas, os professores podem ajudar a aprendizagem dos mesmos mediante a apresentação de informações organizadas e mostrando a eles como um tópico ou um conceito está relacionado com outros;
4. A nova informação é mais facilmente aprendida quando é relacionada com coisas aprendidas anteriormente. O professor pode auxiliar o estudante na aprendizagem mostrando a ele como as novas idéias se relacionam às antigas, pois quando os estudantes são incapazes de relacionar a nova informação com coisas com as quais ele tem familiaridade, a aprendizagem será lenta e ineficaz e;
5. Seria adequado enfatizar as atividades mentais e não apenas os comportamentos observáveis. (p.46).

Essas aplicações foram consideradas em todo o processo de elaboração do plano de ensino, planejamento das aulas (Anexo I), e também durante sua execução, quando a intenção primeira foi sempre conduzir o processo da melhor forma, adequando o plano à realidade encontrada no colégio e aos estudantes participantes com as suas especificidades.

5.5. Procedimentos da coleta de dados

A pesquisa foi desenvolvida em duas fases: na primeira, foi aplicado aos participantes da pesquisa o questionário socioeconômico, seguido pela prova investigativa, o que serviu de base para a escolha das ações seguintes a serem re/planejadas. Estas ações constituíram a segunda fase, chamada intervenção. Esta se deu pela explicação de conteúdos, seguida de resolução de exercícios e problemas e realização de pós-teste, este último, realizado no final da intervenção, com a intenção de verificar o desenvolvimento geral do estudante no decorrer do processo. A resolução dos problemas, bem como a prova

investigativa e o pós-teste serviram de dados concretos na realização da análise qualitativa. O mapa geral dos procedimentos da pesquisa pode ser observado a seguir na Figura 7:

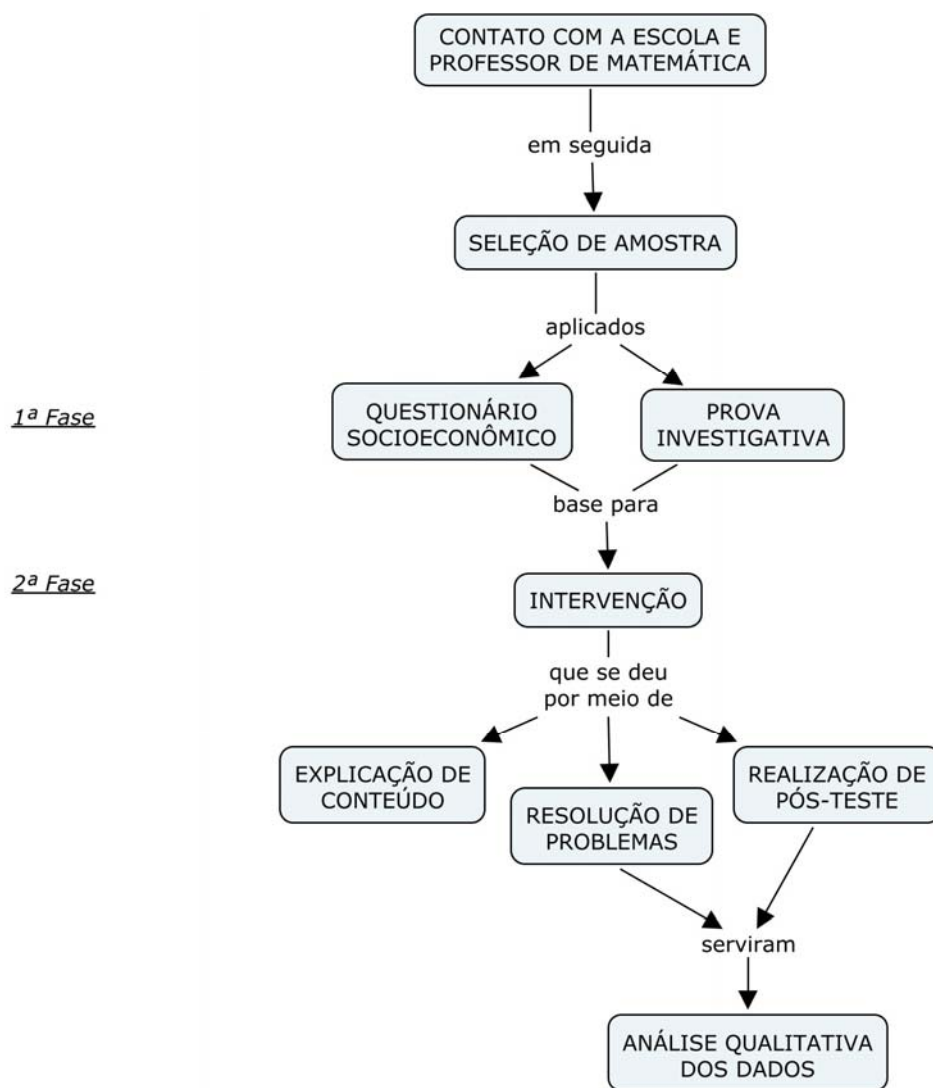


Figura 7 – Procedimentos da pesquisa

Foi perceptível, ao olhar por numa perspectiva geral, que houve grande procura, mas pouca participação efetiva dos estudantes durante a coleta de dados do projeto, que contou com 15 inscritos, começou com quatro estudantes e finalizou com três participantes, estes últimos diferentes daqueles quatro que haviam começado.

No primeiro dia de aula apareceram 4 estudantes, que disseram ter interesse em continuar no projeto até o fim. Para o segundo dia, apareceram três novatos mais um daqueles que já haviam assistido à aula no primeiro dia. Do terceiro encontro participaram dois que

foram no primeiro dia e mais um que não havia ido a nenhum dos encontros. No quarto encontro foram quatro estudantes, todos que já tinham participado anteriormente. No quinto encontro surgiram mais três estudantes que disseram ter conversado com a professora de Matemática e por conta da desistência de outros colegas ela os autorizou a virem e tentarem participar. Eles demonstraram interesse foram os estudantes que participaram efetivamente até o final do projeto. Além destes, três outros estudantes que já tinham participado em aulas anteriores também estavam presentes. A partir deste encontro, os estudantes que assistiam às aulas eram sempre aqueles que já tinham participado antes, seja de uma aula ou mais. Assim, no sexto e sétimo dias de aula apareceram 4 estudantes, no oitavo encontro cinco estudantes, no nono três e no décimo encontro, quatro (ver Quadro 1). No último dia os estudantes fizeram a avaliação final e para a realização desta, compareceram três estudantes.

NOMES DATAS	E₁	E₂	E₃	E₄	E₅	E₆	F	I	J	M	Total por data (aula)
18/08		P	P		P	F					3
20/08	P	F	F	P	P	P					4
27/08	F	P	F	F	F	F				P	2
01/09	P	F	F	F	P	F				P	3
02/09	P	F	F	F	P	F	P	P	P	P	6
09/09	F	F	F	F	F	F	P	P	P	P	4
15/09	P	F	F	F	F	F	P	P	F	F	3
16/09	F	F	F	F	F	F	P	P	P	F	3
22/09	F	F	F	F	F	F	F	P	P	P	3
23/09	F	F	F	F	F	F	P	P	P	P	4
30/09	F	F	F	F	F	F	P	P	P	F	3
Total por estudante	4	2	1	1	4	1	6	7	6	6	

Quadro 1 – Frequência (P) dos estudantes nos encontros

É possível constatar após a análise deste quadro, que de onze aulas trabalhadas com os estudantes que se dispuseram a participar da pesquisa, a maior frequência foi a do estudante I, que estava presente em sete do total de encontros.

5.6. Método de Pesquisa

5.6.1. Caracterização da pesquisa qualitativa

A investigação qualitativa é assim denominada porque engloba um conjunto de estratégias qualitativas, ou seja, privilegia, essencialmente, a compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos da investigação, agrupando diversas estratégias de investigação que partilham determinadas características. Os dados recolhidos são ricos em descrições relativas a pessoas, locais e conversas, além de ter complexo tratamento estatístico (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Neste sentido, a pesquisa qualitativa se caracteriza também por retratar a perspectiva dos participantes, pois, o “significado que as pessoas dão às coisas e à sua vida são focos de atenção especial pelo pesquisador; além disso, ela supõe o contato direto do pesquisador com o ambiente e a situação investigada, sendo este o principal instrumento desse tipo de pesquisa (LÜDKE; ANDRÉ, 1986).

Ainda de acordo com esses autores, na investigação qualitativa em educação, também chamada naturalista, o investigador frequenta os locais onde naturalmente se verificam os fenômenos nos quais está interessado. Desprende muito tempo em escolas, bairros e outros locais, tentando elucidar questões educativas; sua preocupação principal é o contexto. Preocupação esta, assumida pelos investigadores qualitativos que acreditam que o comportamento humano é significativamente influenciado pelo contexto em que ocorre.

Outra característica desse tipo de investigação é que ela é descritiva, ou seja, de acordo com Bogdan e Biklen (1994), os dados recolhidos estão geralmente na forma de palavras ou imagens e são analisados minuciosamente em toda sua riqueza. Neste sentido, os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que pelos resultados e assim, as estratégias qualitativas patentearam o modo como as expectativas se traduzem nas atividades, nos procedimentos e interações diários.

A análise feita pelos investigadores qualitativos tende a ser feita de forma indutiva, pois, as abstrações vão sendo construídas à medida que os dados particulares que foram recolhidos vão se agrupando (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Nesta perspectiva, o

significado do modo como as diferentes pessoas dão sentido às suas vidas é de suma importância e, por isso, questionam continuamente os sujeitos da investigação.

[...] o investigador qualitativo evita iniciar um estudo com hipóteses previamente formuladas para testar ou questões específicas para responder, defendendo que a formulação de questões deve ser resultante da recolha de dados e não efetuada *a priori*. É o próprio estudo que estrutura a investigação, não as idéias pré-concebidas ou um plano prévio detalhado. (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.83).

Observa-se, portanto, que o processo de condução de uma investigação qualitativa reflete uma espécie de diálogo entre os investigadores e os respectivos sujeitos.

Fundamentado principalmente na pesquisa qualitativa, este trabalho buscou também utilizá-la em conjunto com a abordagem quantitativa, no sentido de esta última ser utilizada somente como reforço, como algo a mais a acrescentar na análise dos dados. Assim, concordando com Matos e Vieira (2001), a análise da prova investigativa e também do pós-teste também foi feita em conjunto com a abordagem qualitativa.

A maioria das técnicas de investigação podem fornecer dados quantitativos e qualitativos. Enquanto umas possibilitam estimativas numéricas, outras dão visibilidade e aprofundam o significado da questão para os sujeitos investigados. Se o pesquisador amplia o instrumental quanto a mensuração e análise de dados poderá explicar os fatos com mais precisão e profundidade. (MATOS; VIEIRA, 2001, p.36).

Neste sentido, o desempenho dos estudantes foi obtido com base nas análises quantitativas, visando obter o máximo de informação, com o máximo de pertinência – análise qualitativa.

Será destacado, a seguir, o estudo de caso, escolhido, dentre os demais estudos qualitativos para desenvolver esse trabalho.

5.6.2. Estudo de caso

Este trabalho de pesquisa se enquadra num tipo de estudo que se destaca por sua característica prática, por ser mais simples e proporcionar grande vantagem na obtenção de

dados diretamente da realidade; sem deixar de salientar que foi escolhido um estudo do tipo qualitativo.

Segundo Bogdan e Biklen (1994), o estudo de caso consiste na observação detalhada de um contexto ou de um indivíduo e pode ter graus de dificuldade variável. Esses autores ainda enfatizam que o investigador deve escolher a organização a ser pesquisada e concentrar-se num aspecto particular desta e, apesar das preferências é importante deixar que o contexto sugira o foco.

Neste sentido, as ideias de Chizzotti (2006) e de Bogdan e Biklen (1994) vão de encontro às ideias de Lüdke e André (1986), pois, reforçam que a preocupação principal do estudo de caso é a compreensão de um caso singular, situado na vida real, que esteja bem delimitado e contextualizado em tempo e lugar, objetivando realizar uma busca de informações sobre um caso específico. Um exemplo que vai de encontro ao estudado se refere ao estudo de uma dificuldade específica de um conjunto de estudantes para analisar uma particularidade. O estudo, realizado durante a pesquisa, foi desenvolvido buscando observar como um grupo de estudantes aprendia determinado conteúdo a partir da aplicação de uma proposta pedagógica que teve como embasamento o trabalho com a resolução de problemas e o uso de tecnologia informática.

Entre as características principais do estudo de caso, Lüdke e André (1986) destacam, que este tipo de estudo:

- Enfatiza a interpretação em contexto – leva em conta o contexto em que o objeto se situa para uma apreensão mais completa do mesmo;
- Busca retratar a realidade de forma completa e profunda – o pesquisador procura revelar as múltiplas dimensões presentes numa determinada situação ou problema;
- Usa uma variedade de fontes de informação – o pesquisador recorre a uma ampla gama de dados, coletados em diferentes momentos e situações variadas para desenvolver o estudo de caso;
- Procura representar diferentes pontos de vista presentes numa situação social – a realidade pode ser vista sob diferentes perspectivas, não havendo uma única que seja verdadeira.

Assim, a intenção, ao realizar este estudo não foi fazer generalizações, mas buscar evidências e fazer analogias com casos similares; como se refere Chizzotti:

É um estudo que não visa generalizações, mas um caso pode revelar realidades universais, porque, guardadas as peculiaridades, nenhum caso é um fato isolado, independentemente das relações sociais onde ocorre. [...] As descobertas encontradas em um caso autoriza *mutatis mutandis* a justapor a transferibilidade do que foi encontrado para outros casos da mesma natureza. (2006, p.138).

É preciso, no entanto, atentar para as formas de leitura da realidade, pois como enfatiza Chizzotti (2006), podem existir diferentes percepções para a mesma realidade. Realidade esta que, de acordo com Lüdke e André (1986), oferece elementos precisos para sua melhor compreensão, além do papel e da relação da escola com outras instituições e sociedade através do estudo de caso qualitativo, que oferece esse grande potencial.

CAPÍTULO 6

6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

6.1. Procedimento de análise dos dados

Como foi mencionado anteriormente na metodologia, serão mostradas neste capítulo a análise das atividades e as discussões referentes às resoluções dos problemas propostos durante as aulas aos quatro estudantes, F, I, J e M que participaram do desenvolvimento da pesquisa até o final das atividades. A discussão foi desenvolvida a partir de eixos temáticos e nestes foram apontadas atividades e apresentadas transcrições das discussões dos estudantes ao resolverem situações-problema.

Os eixos foram criados a partir da observação do material coletado, onde se buscou características evidentes da aprendizagem do conteúdo pelos estudantes. Neste sentido, foram analisadas algumas questões da prova investigativa e também do pós-teste, além de partes das transcrições; mas são enfatizadas na análise somente aquelas consideradas relevantes para esta discussão.

Assim, a partir dessas atividades buscou-se evidências que comprovassem os temas mencionados e que delineassem os caminhos de crescimento conceitual dos estudantes e, para mostrar tal desenvolvimento, em algumas situações, foram colocadas num mesmo eixo situações diferentes da prova investigativa, transcrição de atividades e também questões do pós-teste, que se referiam ao tema mencionado.

Após esta discussão qualitativa dos dados é feita uma sistematização da análise dos dados dos estudantes, na tentativa de se ter uma visão geral do desempenho dos mesmos durante a coleta de dados, a partir dos eixos temáticos. Em seguida é mostrada uma breve análise quantitativa, onde se buscou verificar a partir dos acertos e dos erros, os ganhos obtidos da prova investigativa para o pós-teste.

6.2. Discussão dos resultados

Os dados dos estudantes, obtidos durante a coleta de dados, foram organizados em seis eixos a serem analisados:

1. *Observação das propriedades gráficas* – este eixo temático será dividido em duas linhas de discussão:

- a) *Identificação e caracterização dos coeficientes das funções afim* – nesta linha de discussão são descritas aquelas observações feitas pelos estudantes com relação às diferenças encontradas entre um e outro gráfico. A intenção era que eles percebessem a diferença entre os gráficos à medida que fossem alterando os coeficientes da função dada inicialmente.
- b) *Crescimento e decrescimento da função afim* – A partir deste eixo pretendeu-se mostrar situações nas quais os estudantes conseguiram perceber o crescimento/decrescimento de uma função em uma determinada situação-problema sem o uso do software, o que não aconteceu com tanta facilidade durante as aulas com o uso da tecnologia informática.

2. *Estruturação das relações matemáticas* – este eixo inclui aqueles momentos em que os estudantes constroem, durante um processo de discussão, algumas relações matemáticas como, por exemplo, a representação da função na sua forma algébrica.

3. *Utilização do software como ferramenta para validação das relações matemáticas* – em muitos momentos os estudantes utilizavam o recurso tecnológico apenas para verificar se as suas conjecturas, ou mesmo, se as respostas a algumas questões estavam corretas, deixando de utilizá-lo como uma ferramenta que dá a possibilidade de discutir e visualizar situações diversas como comparar funções etc.

4. *Dificuldade para obter a raiz da função sem a visualização do gráfico* – muitas vezes, os estudantes esboçavam a função no programa e, ao olhar o gráfico na tela do *graphmatica*, sabiam qual era a raiz da função e onde a reta interceptava o eixo y , mas quando se pedia para que os mesmos obtivessem a raiz da função sem o uso do software, as dificuldades surgiam.

5. *Relação de dependência* – os estudantes parecem ter entendido a ideia de relação de dependência entre as variáveis de uma função, pois, quando perguntados sobre as relações de dependência que surgiam numa situação-problema eles respondiam facilmente. Um pouco de dificuldade surgia quando ao invés de usar o termo dependência era usado o

termo função, como por exemplo, a área de um quadrado é função de seu lado. Numa atividade onde era pedido para escrever uma variável em função de outra, os estudantes demoraram a entender que se tratava de uma relação de dependência.

6. *Conceito de função* – a intenção nesta categoria foi mostrar que após o estudo, os estudantes, como era esperado, conseguiram comunicar a ideia do conceito de função. Porém a forma como os estudantes escreveram o que compreenderam por função em Matemática, leva ao entendimento de que este conceito ainda não foi formalmente apreendido por eles, estando, portanto, em processo de amadurecimento.

6.2.1. Eixos Temáticos

6.2.1.1. Observação das propriedades gráficas

6.2.1.1.1. Identificação e caracterização dos coeficientes das funções afim

Com o decorrer das aulas usando o *graphmatica* para resolver as situações-problema propostas, constatou-se o desenvolvimento gradativo dos participantes, pois, a medida que as observações dos gráficos foram sendo feitas por eles, as discussões aumentavam e os mesmos conseguiram visualizar, de forma mais eficiente as características que os objetos apresentavam.

Inicialmente, os três estudantes (F, I e J) presentes na resolução da atividade abaixo (ver Figura 8), que foi a primeira atividade a ser desenvolvida utilizando o *graphmatica*, não conseguiram perceber com clareza as regularidades que apareciam durante as construções para então chegar a uma ou outra característica dos gráficos apresentados.

Atividade 0.

1. Entre com as funções:

$y = x + 1$, $y = x + 2$, $y = x + 3$, $y = x - 1$. Observe que começaremos com $a = 1$.

O que observamos? Como essa função se classifica? Por quê?

Figura 8 – Enunciado da atividade 0 (zero)

① das formas $y = x + 1$; $y = x + 2$; $y = x + 3$, a linha cruz e eixo y em valores positivos [$y = x + 1$ (-1,1); $y = x + 2$ (-2,2); $y = x + 3$ (-3,3)] enquanto o eixo x fica em valores negativos faz na forma $y = x - 1$ a linha cruz e eixo y fica negativo e x positivo [$y = x - 1$ (1,-1)]

Figura 9 – Resolução da atividade 0 pelo Participante I

Pode-se perceber pelas respostas dadas, que as observações feitas pelos estudantes I, J e F (ver Figura 9 e Figura 10) eram aquelas especificamente relacionadas aos pontos que formavam as retas e aos sinais dos mesmos, não conseguindo abstrair uma característica sequer relacionada a uma ou outra reta. Ou seja, eles não conseguiram perceber o deslocamento da reta no eixo y a medida que iam alterando o coeficiente b da função.

Na Figura 10 estão registradas as observações feitas pelas estudantes F e J, que mesmo em dupla não observaram e, conseqüentemente, não discutiram sobre o deslocamento das retas, direcionando o seu olhar para cada gráfico em particular assim como para os pontos pertencentes a eles.

→ Todos são vetos

→ A função $y = x + 1$ é marcada no -1 do x e no 1 do y , assim como, $y = x + 2$ é marcado no -2 do x e no 2 do y , em sequência também, $y = x + 3$ é marcado no -3 do x e no 3 do y .

→ A reta $y = x - 1$ é negativa, é marcada no 0 do x e -1 do y

→ As retas $y = x + 1$, $y = x + 2$, $y = x + 3$ são marcadas no "x" negativo e "y" positivo e a reta $y = x - 1$ é a única que o "x" é marcado positivo e o "y" negativo

Figura 10 – Resolução da atividade 0 pelas estudantes J e F

Essa característica só foi percebida pelo grupo quando a professora socializou as observações e finalizou a questão, fazendo questionamentos aos estudantes com relação às

mudanças ocorridas nas funções, à forma algébrica de cada uma e sua representação gráfica, dentre outras, levando-os a perceber tal propriedade e assim concluir sobre o papel do coeficiente b na função afim.

Numa segunda atividade trabalhada no laboratório de informática (ver Figura 11) o objetivo era discutir o comportamento do gráfico a medida que o coeficiente a da função dada era alterado.

Atividade I.

1. Trace o gráfico de $y = x - 2$. Observe que começaremos com $a = 1$ e $b = -2$.
2. Variando os valores de a , mas atribuindo valores positivos a este coeficiente, o que você pode observar?
3. Limpe a tela do programa (pressione *Clear Screen*). Varie novamente apenas a , porém agora tomando valores negativos. O que você pode observar?
4. O que ocorre se fizermos $a = 0$?
5. Limpe novamente a tela do programa. Trace novamente o gráfico de $y = x - 2$. Variando apenas os valores de b , atribuindo-lhe valores quaisquer, o que você pode observar?

Figura 11 – Enunciado da atividade 1

A Figura 12, abaixo, mostra os registros das observações feitas pelo estudante I ao resolver a atividade 1 acima e neles é possível perceber que este estudante já consegue observar o comportamento do gráfico à medida que alterava os seus coeficientes.

①
 ② Quanto maior for o valor de a mais alta será a coordenada de x .
 ③ Acontece a mesma coisa porém invertidos os valores das coordenadas de x e, portanto, a linha que representa a equação no gráfico fica no sentido contrário.
 ④ Uma linha reta paralela a coordenada y .
 ⑤ Variando o valor de b , as linhas que aparecem não paralelas (a) a linha da primeira equação.

Figura 12 – Registros feitos pelo estudante I ao resolver a atividade 1

Apesar de este estudante ter mostrado na atividade 1 que melhorou sua visualização e consequentemente a análise gráfica, tomando como referência a atividade 0; na resposta à questão 4 da situação dada é possível perceber que o estudante I ainda confunde os eixos coordenados. Ou que pode ter confundido o conceito, *paralela*, por ele utilizado para evidenciar a posição da função constante representada na tela do programa (ver Figura 13).

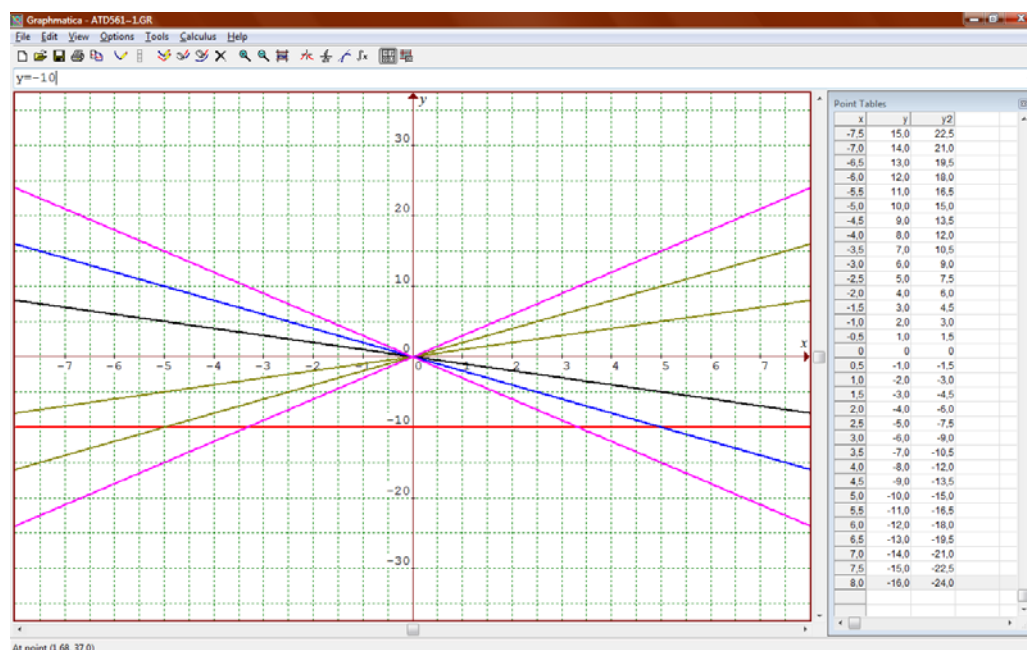


Figura 13 – Gráficos desenhados pela estudante J ao desenvolver a atividade 1

Nota-se que o estudante I conseguiu comunicar, na linguagem escrita com mais facilidade o que observou, pois comparou as funções esboçadas e visualizou as mudanças, assim como as regularidades, ocorridas a partir de uma modificação de coeficiente e consequentemente do surgimento de uma nova função.

Ao final dos encontros, os estudantes I e M conseguiam comparar o gráfico com a sua respectiva forma algébrica e analisar se o mesmo estava ou não apresentado de acordo com a situação proposta, como pode ser percebido na discussão a seguir, quando resolviam a questão 8 da lista de atividades.

M: Complete o estudo dos sinais da função $f(x) = -0,5x + 4$. Qual a raiz da função?

I: Como é que eu vou fazer 0,5 aqui?

[...]

M: Mas de onde tirou esse 0,5? Ele num tinha que passar em algum desses lugar aqui?

I: Vai saber!

M: Professora, se aqui é zero,... ôh menino, tira a mão! Se aqui é 0,5 ele num tinha que vir aqui passando por aqui oh? Que a gente escreveu essa função lá, hehe. Agora num sei se tá correto.

P: Não escreveu, cadê o 0,5 lá?

M: Porque o "I" tirou.

I: Ta aqui oh, no cantinho aqui.

P: Ah sim. Não, tá certo. Por que que ela tem que passar no 0,5? Onde que ela tem que passar no 0,5?

M: Ou então o 0,5 é o que faz ela crescer assim...

P: Onde que a função intercepta o eixo y, "I"?

I: O eixo y? No... 4?

P: No 4, então não é no 0,5 né? No eixo y, onde ela ta interceptando onde?

M: Eixo y?

P: É, no eixo y.

I: No 8.

M: Não, esse daqui é o x.

[...]

M: Aqui é o x. Ele passa aqui e no 4.

[...]

P: No 4. Num é aqui? Que coincide com quem lá?

I: Com o 4 aqui do valor de b.

P: Coeficiente b! O 0,5 serve pra quê? Pra quê que serve o coeficiente a?

M: Pra... como é que eu posso dizer, ficar aumentando...

P: Pra aumentar ou diminuir a inclinação da reta...

M: É.

P: Então num tem que interceptar lá no 0,5.

[...]

M: Não, não, tá certo.

Numa outra atividade (ver Figura 14), onde os participantes precisavam representar uma função na forma gráfica usando o programa, duas estudantes a F e a J, conseguiram fazer a identificação dos respectivos valores onde a reta intercepta os eixos x e y, sem esboçar o seu gráfico e depois confirmaram a sua resolução com a visualização do mesmo.

Atividade 6. Construa o gráfico da função do primeiro grau $f(x) = -3x + 1$, definida de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$.

Figura 14 – Enunciado da questão 6 da Lista de Atividades

J: Vai ditando.

F: Menos 3x mais um.

J: Ah!

[...]

J: Éh esse aqui, hehehe. (Diz olhando para o gráfico esboçado pelo programa)

P: E aí, quê que cês, olhando essa função aí, quê que cês... chegam a conclusão?

J: Analisar... vamos analisar.

P: Pensando em tudo aquilo que, éh, vocês viram nas últimas aulas.

J: Três... menos três x .

P: Pensando pra quê que serve os coeficientes, onde intercepta um eixo, onde intercepta outro...

F: O b tá no 1... Cê quer anotar amiga?

P: Se não tivesse o programinha, como vocês calculariam onde intercepta o eixo x , o eixo y ?

[...]

F: Ué, cê sabe que o $-3x$ tá no x e o $+1$ tá no y .

J: Não, tem que... não, tem que fazer a continha. A gente sabe que no y vai tá 1, mas a gente não sabe o x , e tem que fazer a conta pra saber.

F: Embora fazer a conta?

J: Vai faz aí a continha.

[...]

Durante este trecho da discussão das estudantes Fe J é possível observar que, pelo menos uma delas, a estudante J, tem ideia do que estão fazendo e que o valor do coeficiente a não era o valor onde a reta interceptava o eixo x . É fácil perceber também, o que já foi constatado em outras situações do dia-a-dia da sala de aula, que os estudantes aprendem com maior facilidade a função do coeficiente b , ou seja, que aquele valor na função, corresponde no gráfico, ao valor onde a reta intercepta o eixo y .

6.2.1.1.2. Crescimento e decrescimento da função afim

Ao observar o comportamento do gráfico dado na questão 2 da prova investigativa (ver Figura 15) e tentar dizer sobre o crescimento/decrescimento da mesma, foi notória a facilidade que os quatro estudantes tiveram em lidar com a situação oferecida, como pode ser observado.

2. A China se encontra em plena expansão. De acordo com os dados do Banco Mundial na década de 1990 o crescimento de seu PIB (Produto Interno Bruto) foi extraordinariamente superior às três décadas anteriores. Analise o gráfico e responda:
- Em que década houve o menor aumento do PIB?
 - Em qual período o PIB esteve entre 200 e 400 milhões de dólares?
 - Determine se a função é crescente, decrescente ou constante e em qual período ocorre



Figura 15 – Enunciado da questão 2 da Prova Investigativa

Assim, ao responder a letra c da questão 2, o participante I (ver Figura 16) assim como a participante F (ver Figura 17) responderam a questão de forma completa, enquanto o estudante M (ver Figura 18) apenas falou sobre seu crescimento, como mostrado a seguir.

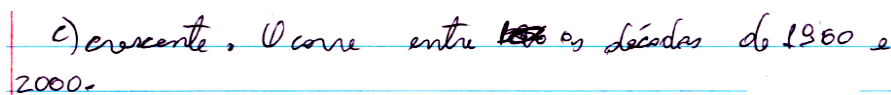


Figura 16 – Resposta dada à questão 2 (letra c) pelo estudante I

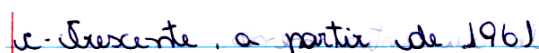


Figura 17 – Resposta dada à questão 2 (letra c) pela estudante F

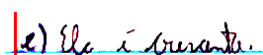


Figura 18 – Resposta dada à questão 2 (letra c) pelo estudante M

Um dos motivos que pode ter feito com que o participante M não explicasse a partir de quando a função era crescente, pode ter sido a falta de leitura de toda a questão ou ainda o fato de a função ser crescente desde seu início, levando-o a pensar que não precisava dizer o momento específico; não descartamos ainda a hipótese de que tenha sido apenas esquecimento.

Outra ressalva a ser feita se refere à resposta da participante J (ver Figura 19) quando ela tentou explicar o crescimento da função em todas as décadas, no período de 1961 até 2001. Ao fazer essa observação, ela afirma que nestas décadas “*ocorre um crescimento constante*” e isso pode levar a uma interpretação errada da situação, que neste caso não sugere um crescimento constante durante as décadas mencionadas. Acreditamos que a estudante J quis dizer que em todas as décadas há crescimento a partir de 1961 e por isso esse fenômeno se repete constantemente até 2001.

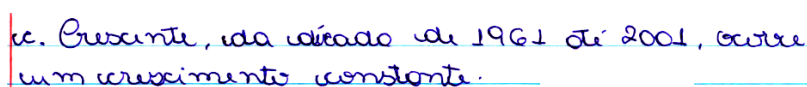
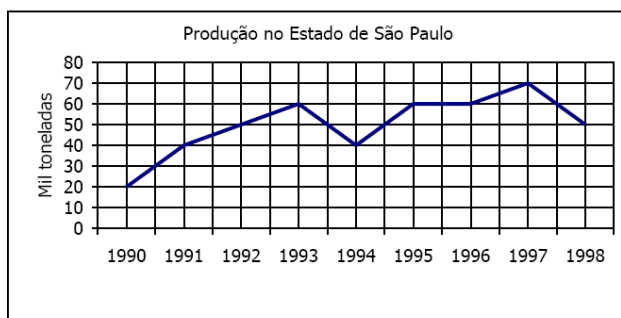


Figura 19 – Resposta dada à questão 2 (letra c) pela estudante J

Os estudantes F, I e J ainda mostraram facilidade ao responder a questão 11 do pós-teste (ver Figura 20), que apresentava uma situação semelhante à questão 2, no sentido da contextualização e de aparecerem com maior frequência aos estudantes no seu dia-a-dia.

11. O gráfico abaixo representa, em milhares de toneladas, a produção, no Estado de São Paulo, de um determinado produto agrícola entre os anos de 1990 e 1998. Analisando o gráfico, responda:



a) Em qual(s) período(s) a produção foi decrescente?

b) Qual a média da produção ao ano desse produto agrícola?

c) Em que período a produção se manteve constante?

Figura 20 – Enunciado da questão 11 do Pós-teste

a) entre 1993 e 1994 e entre 1997 e 1998.
c) entre 1995 e 1996.

Figura 21 – Resposta dada à questão 11 (letras a e c) pelo estudante I

No ano de 1993 a 1994.
c. De 1995 a 1996.

Figura 22 – Resposta dada à questão 11 (letras a e c) pela estudante F

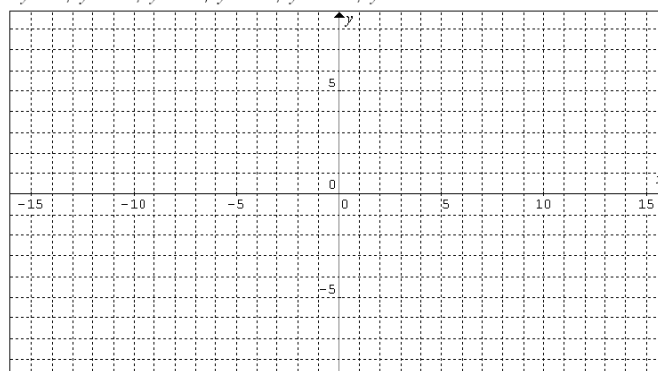
No período de 1993 a 1994
" " " " 1997 a 1998
c. No período de 1995 a 1996

Figura 23 – Resposta dada à questão 11 (letras a e c) pela estudante J

Acredita-se que tal facilidade pode estar associada ao tipo de gráfico apresentado, pois o mesmo está presente em situações do seu dia-a-dia, ou ainda pelo fato de os valores estarem presentes no gráfico, assim a percepção se tornou mais fácil e o entendimento de tal crescimento também. Essa possibilidade se mostrou presente porque a mesma facilidade não ocorreu durante as aulas quando os estudantes esboçaram os gráficos das funções utilizando o software.

Assim, numa questão (ver Figura 24) trabalhada após a inserção do software *graphmatica* no estudo das funções, surgiu um pouco de dificuldade em perceber essa propriedade, principalmente no início, quando o conceito foi trabalhado de forma a fazer com que os participantes percebessem o crescimento/decrescimento da função, a partir da alteração do seu coeficiente angular e observação das mudanças.

Atividade 1. Escreva quais as semelhanças e quais as diferenças encontradas nos gráficos das equações: $y = x$, $y = 2x$, $y = 3x$, $y = -x$, $y = -2x$, $y = -3x$.



Como o número que multiplica o x afeta o gráfico?

Figura 24 – Enunciado da questão 1 da Lista de Atividades

Neste momento os estudantes I, J e M encontraram dificuldades, olhavam as funções na tela do programa, como exemplificado na Figura 25, a seguir, mas, não percebiam fácil essa característica.

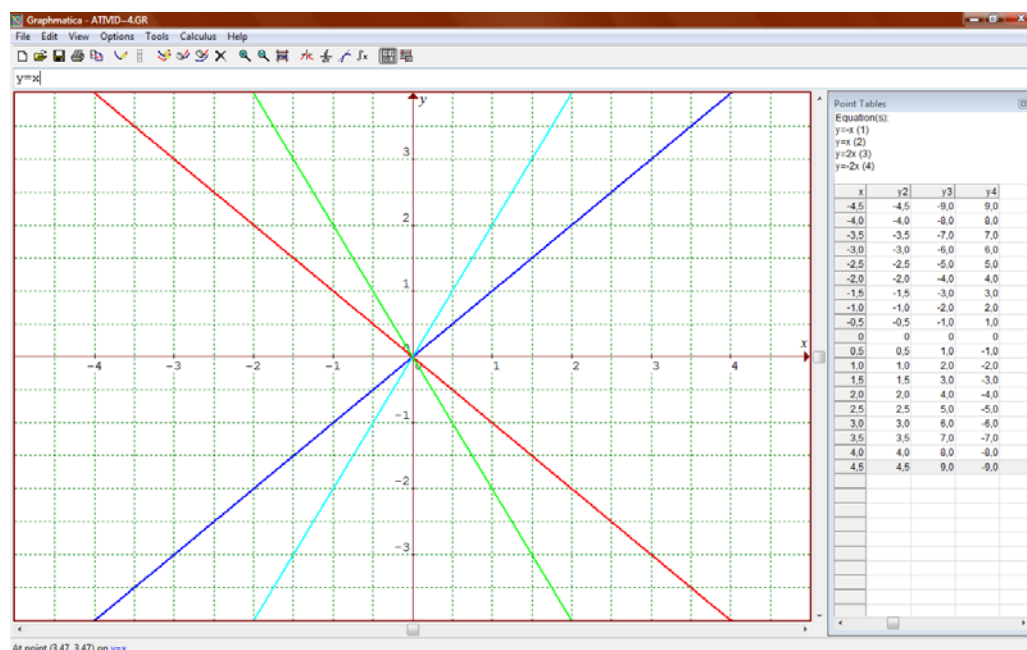


Figura 25 – Gráficos desenhados pelo estudante I durante a resolução da atividade 1

Quando percebiam alguma alteração, não sabiam explicar o porquê do observado, mesmo tendo o gráfico, com a tabela e suas coordenadas, pronto, na sua frente.

Nesta fase os estudantes ainda não estavam muito adaptados à situação e, neste sentido, não comunicavam com facilidade o que estavam pensando sobre a atividade, mas escreveram (ver Figura 26, Figura 27 e Figura 28 abaixo) o que entenderam após a discussão e socialização com os colegas e a professora-pesquisadora, a partir do que observaram na tela do programa.

11. Em todas as funções o coeficiente b equivale a zero, ou seja, a linha cruza a origem. As funções positivas são crescentes e, portanto, na medida que aumentam os valores de x aumentam os de y . As funções negativas, porém, são decrescentes e, portanto, os valores negativos em x são positivos em y e os valores positivos em x são ~~(positivos)~~ negativos em y .

• O valor de x determina o ângulo e se vai ser crescente ou decrescente.

Figura 26 – Resposta da atividade 1 escrita pelo estudante I

Verificou-se, na Figura 26, que o estudante I tenta explicar o que observou do comportamento relacionado ao crescimento e decrescimento das funções e em particular ele fala dos valores das coordenadas de x e de y , enfatizando que ao observar uma função decrescente, enquanto os valores das coordenadas de x são negativos, os de y são positivos e quando estes estão positivos em x , são negativos em y . Além disso, observa que “em todas as funções o coeficiente b equivale a zero [...]” pois os gráficos interceptam os eixos na origem.

Já a participante J (ver Figura 27) e o participante M (ver Figura 28) deixam sua explicação muito próxima daquilo que foi discutido e socializado, ao final das observações feitas pelo grupo e pela professora-pesquisadora, não deixando claro se realmente entendeu ou percebeu algum comportamento em específico dessas funções.

Todos os vetores intercedem-se na origem
 As retas opostas cruzando
 a) A medida que aumenta o valor de x
 aumenta o valor de y
 b) A medida que aumenta o valor de x
 diminui o valor de y
 São simétricas
 $x = 0$ determina o tamanho do ângulo.

Figura 27 – Resposta da atividade 1 escrita pela estudante J

* Semelhança: Todas as retas passam pelo ponto de origem;
 as funções crescentes, todas elas que estão aumentando
 para x , e y também aumenta.
 * Diferença: duas funções simétricas, têm sinais diferentes
 e dependendo do valor de x , muda o tamanho do
 ângulo.

Figura 28 – Resposta da atividade 1 escrita pelo estudante M

Essas respostas podem ser um indício de que estes três estudantes estão em processo de construção do conceito de crescimento/decrescimento de uma função, pois, como foi enfatizado por Lopes, Angotti e Moretti (2003), o processo de aprendizagem do conceito de função é lento, evolutivo e gradual. E como entender o crescimento ou decrescimento da função, que é um conceito subjacente a este, pressupõe que se conheça sobre função, é natural que os estudantes ainda não consigam demonstrar, neste momento, seu conhecimento sobre o assunto, de forma correta e independente.

Esses mesmos participantes (I, J, M), ao discutirem sobre a relação de proporcionalidade existente numa atividade representada na Figura 29 abaixo, (cuja respectiva letra foi lida pela estudante J), mostram em seus discursos que, apesar da dificuldade encontrada para explicar o que compreenderam das mudanças nos fenômenos observados, eles têm ideia do conceito de crescimento e de como este ocorre, após verificar o comportamento da função no seu formato gráfico (ver Figura 30).

Atividade 5. Um automóvel trafega em um trecho retilíneo, com velocidade constante de 60km/h, durante 5 horas. Preencha o quadro abaixo e responda as questões a seguir:

Tempo do percurso	1 hora	2 horas	3 horas	4 horas	5 horas
Distância percorrida					

Figura 29 – Enunciado da questão 5 da Lista de Atividades

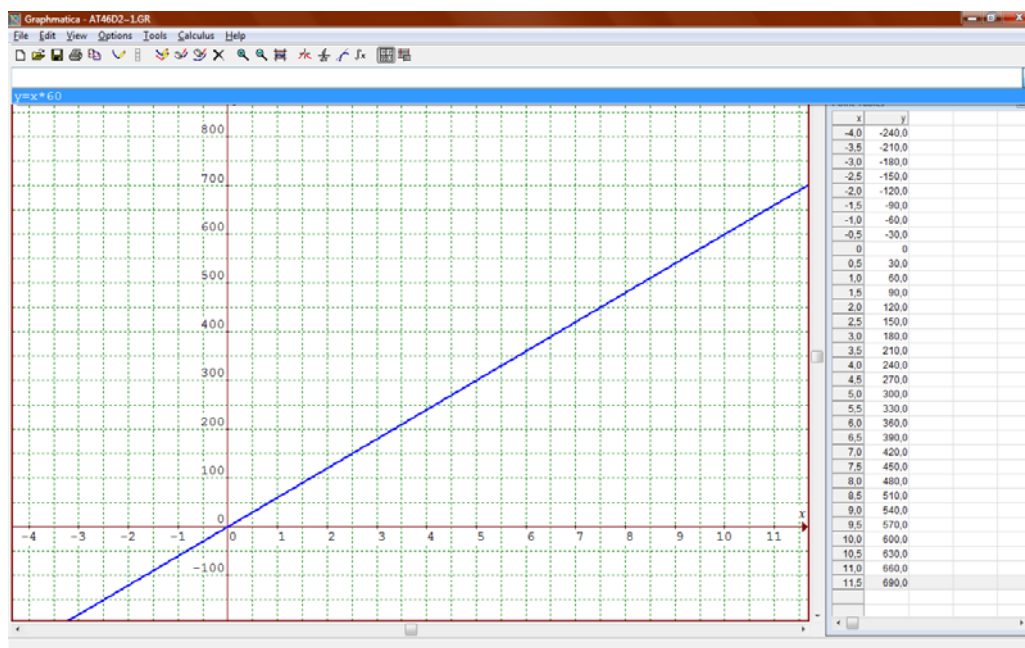


Figura 30 – Gráfico desenhado pelos estudantes I, M e J durante a resolução da atividade

Tais ideias podem ser observadas na transcrição a seguir.

[...]

J: O que acontece com a distância quando se dobra ou triplica o valor do tempo? Ou quando se reduz o tempo pela metade ou a sua terça parte?

M: Ela diminui ou então ela aumenta proporcionalmente, não?

I: Ou... isso que eu ia falar... hehahaaa.

J: Ele chutou bem chutado, hehehaha, no gol.

P: Se eu triplico o tempo o quê que vai acontecer com distância?

M: Vai triplicar.

[...]

M: g. Que relação de proporcionalidade existe entre a distância percorrida e o tempo de percurso?

[...]

P: Em relação a proporcionalidade, tá querendo saber... Vocês já falaram, discutiram isso no anterior, na letra anterior, mas vai ser diretamente proporcional, é inversamente proporcional?...

J: Diretamente.

P: Por que, que é diretamente?

J: Porque de acordo com o que cê explicou pra mim, uma... (faz sinal com a mão, na mesma direção que a reta)

P: *Ela é crescente.*

J: *Uma cresce relativamente pra cá.*

P: *Ela é crescente! Por quê? Porque a medida... que aumenta o tempo...*

J: *Aumenta a distância.*

[...]

Dessa forma, é possível afirmar que ocorreu uma evolução no conceito de crescimento/decrescimento de uma função, desde o início do trabalho com os estudantes, tendo em vista a forma como esses estudantes passaram a comunicar suas ideias, principalmente tendo como referência a atividade 1 (pode-se verificar uma resposta à esta questão na Figura 12), quando faziam observações bem primárias, sem tomar o fenômeno como um todo.

A evolução no conhecimento do conceito de crescimento/decrescimento é fruto principalmente das interações que ocorreram no laboratório de informática durante as atividades, sejam entre os próprios estudantes ou entre estes e a professora-pesquisadora. Pozo e Crespo (1998) enfatizam que a interação com outros indivíduos é essencial para seu desenvolvimento como ser humano, pois, o exercício da argumentação e do convencimento, que ocorrem por meio das discussões em grupo, auxilia no aparecimento de novas ideias e na comunicação de suas hipóteses, servindo como um bom instrumento de reflexão e consequentemente de aprendizagem.

6.2.1.2. Estruturação das relações matemáticas

Durante o desenvolvimento das atividades, percebeu-se que os estudantes foram alterando gradativamente a sua interpretação das mesmas, melhorando a análise gráfica e consequentemente a construção da função na sua forma algébrica. O software auxiliou bastante nesse processo, pois, os estudantes iam testando seu raciocínio rapidamente e, com as discussões com seus pares e mediação da professora-pesquisadora chegavam à relação matemática desejada.

Para Brito (2006), a função de mediador que o professor precisa desenvolver entre os estudantes e o seu ambiente de aprendizagem é de suma importância, pois, este necessita saber instruir e consolidar estrategicamente as diferentes formas de pensar dos estudantes e os procedimentos utilizados pelos mesmos ao resolverem problemas. Ao motivar os estudantes

propondo questões, atividades e estratégias de ensino nas quais estão inclusos recursos como a tecnologia informática, o professor está contribuindo com o aumento do conhecimento científico e tecnológico do estudante, além de exercitar a capacidade de raciocínio dos mesmos. Assim, o professor deve utilizar de estratégias adequadas dentre as quais está o trabalho em pares para que o estudante consiga se desenvolver, pois, nesse contexto os próprios estudantes são os recursos de instrução e ensinam uns aos outros, e a aprendizagem ocorre socialmente, com o professor ou colega mais apto guiando a atividade dos menos aptos.

A construção da função na forma algébrica pelos estudantes se deu de forma gradativa e, para começar a perceber esse crescimento, será retomada a letra *b* da questão 7 da prova investigativa (ver Figura 31), a qual os estudantes I, F e J não conseguiram realizar, deixando-a em branco.

7. A um mês de uma competição, um atleta de 75 kg é submetido a um treinamento específico para aumento de massa muscular, em que se anunciam ganhos de 180 gramas por dia. Suponha que isso realmente ocorra.
- Determine o "peso" do atleta após uma semana de treinamento.
 - Encontre a lei que relaciona o "peso" do atleta (p) em função do número de dias de treinamento (n). Esboce o gráfico dessa função.
 - Será possível que atleta atinja ao menos 80 kg em um mês de treinamento?

Figura 31 – Enunciado da questão 7 da Prova Investigativa

Somente o estudante M conseguiu realizar tal questão no que se refere a construção da relação matemática com sucesso, deixando de esboçar o gráfico da mesma, como pode ser percebido abaixo (Figura 32).

$b) p^* = p^{**} + (180 \cdot n : 1000)$

$p^* = 75 + (180 \cdot 7 : 1000)$

$p^* = 75 + (1260 : 1000)$

$p^* = 75 + 1,26$

$p^* = 76,26 \text{ Kg}$

* p^* : peso após treinamento
 ** p : peso do atleta.
 *** n : número de dias de treinamento

Figura 32 – Resolução da letra *b* da questão 7 da Prova Investigativa pelo estudante M

Numa outra situação, representada na transcrição da resolução da questão 4 da lista de atividades trabalhada (ver Figura 33 abaixo), percebemos um processo de construção de uma relação matemática pelos estudantes M, J e I, com o apoio do software *graphmatica* e foi possível notar, pela discussão, que os mesmos construíam junto com a relação, seu conhecimento matemático.

Atividade 4. O salário fixo mensal de um segurança é de R\$ 560,00. Para aumentar sua receita, ele faz plantões noturnos em uma boate, onde recebe R\$ 60,00 por noite de trabalho.

- Se em um mês o segurança fizer 3 plantões, que salário receberá?
- Se representarmos o salário final por y e o número de plantões por x , estabeleça a relação matemática que modele a relação entre y e x .
- Qual é o número mínimo de plantões necessários para gerar uma receita superior a R\$ 850,00?

Figura 33 – Enunciado da questão 4 da Lista de Atividades

P: “J”, vem cá ajudar. Só ajuda os meninos a pensarem aqui daí cada um volta pro seu... [computador]. Ele tá tentando representar a função de um jeito aqui: $y = 3x + 560$. Quando ele fez o gráfico ele chegou a seguinte conclusão: Se..., fala pra eles aí...

M: Se ele não fazer nenhum plantão ele vai receber os R\$560,00 mas, aqui óh...

P: Vocês concordam? Isso tá certo?

M: Éh!

J: Tá!

P: Que é o salário básico dele, mas...

M: Mas aqui óh, se ele fizer três plantões igual tá aqui de acordo, ele não recebe o valor que ele deveria receber, aqui tá marcando outro valor.

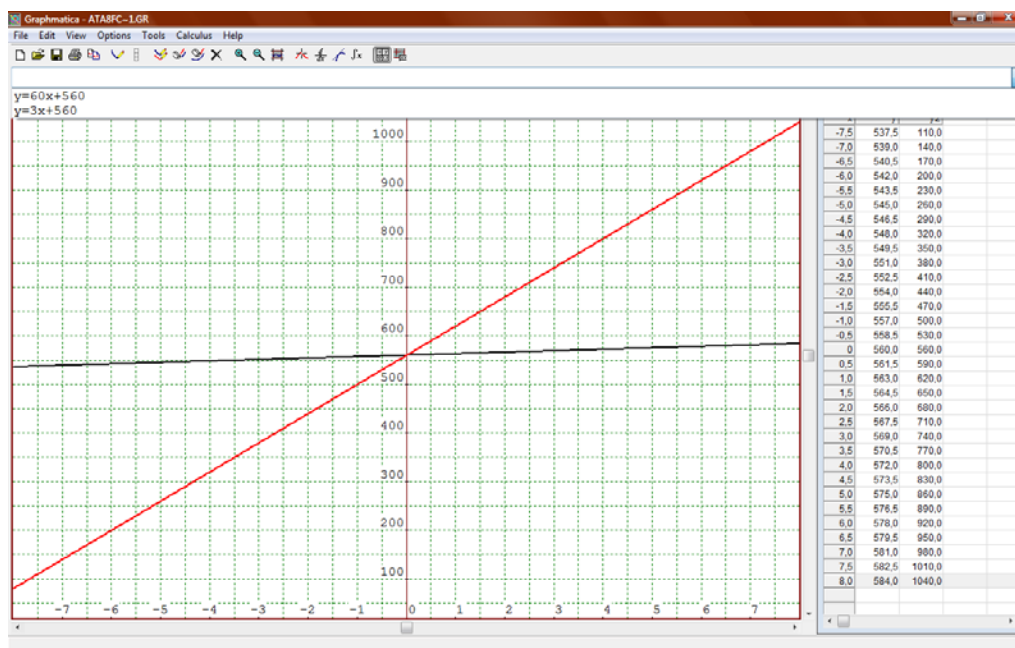


Figura 34 – Gráfico representado pelo estudante I, ao resolver a atividade 4

Os estudantes discutiam e apontavam para o gráfico (ver Figura 34), buscando mostrar as observações feitas nos gráficos por eles construídos na tentativa de resolver a situação-problema, como se percebe acima, na última fala do estudante M.

Continuando a discussão...

J: Tá marcando quanto?
M: Quinhentos e sessenta e nove.
I: Quinhentos e alguma coisa...
M: Quinhentos e sessenta e nove.
I: Quinhentos e sessenta e nove?
J: É, o gráfico ta mentindo, hahaha.
M: O gráfico ta mentindo!
I: Tá errado... Ta dando erro aqui oh!
J: Mas como é que ficou as respostas?
P: Se o gráfico ta mentindo ou não, o quê que acontece, ele representou certo.
M: E a gente pensou errado.
P: Representou a sua função, então onde, o quê que ta errado aí?
J: É a função também, né?!
P: É a função!
M: De novo!
J: É o jeito da função...
P: Então a gente tem que representar essa função de outra forma.
M: De novo! Errei de novo!
P: Por isso que vocês precisam discutir o quê que é o valor fixo aí?
M: y é igual a alguma coisa.
J: Quinhentos e sessenta. [...]
M: Tá o valor de R\$560,00 é o valor b, do b não é? Que é a dos y? Não é?
J: Deixa eu ver... (hehe)
I: Não... Moço eu num sei direito!
M: Não é b? Não, b ali não é igual a y?
J: É...
I: É... não, tá.
J: É o do y?
M: Não é?
I: É!
J: É o valor da, das coisinhas...
I: É onde intercepta aqui na linha, mas...
[...]
I: Não, olha aqui, o b ele é, onde intercepta, é o valor que intercepta aqui na linha, mas não é o..., o valor de y, só intercepta na linha.
M: Então ta, então x é igual a que? É igual a 3 que são números de plantões que ele fez..., ta! Então 3x, certo?
I: Peraí! Peraí!
M: 3x certo? Mais o valor de y. O valor de y é o salário final. O salário final, o salário que ele recebe por mês, ou é o salário que ele recebe depois de ter feito os plantões, que é mais R\$180,00?
J: Não... R\$560,00. Coloca, tenta R\$560,00.
M: R\$560,00?! Vai dar isso daqui oh.
J: Agora tenta outra.
P: Deixa eu só fazer uma pergunta pra vocês. Três aí ta representando o quê?
M: O x!
P: 3 tá representando x?
M: Que aqui fala que o x...
I: Ta representando o número de plantões!
J: Num é 60, 60x não?
P: Será que é? Vê com os meninos se é ou não!
J: Aí coloca o R\$560,00. Não, aí fica errado!

M: Não, peraí! Agora eu acho que dá certo!
 [...]
 M: Se nã, na, nãna... recebe R\$560,00... 3. É!, agora ficou certo!
 I: Exatamente!
 M: É professora!
 [...]
 M: Eu acho que tá certo...
 [...] (Observam em silêncio).
 M: Aqui oh, 3, exatamente, tá certo... se ele trabalhar 3 vezes...
 P: O x é o que mesmo, ta representando o quê?
 M: O número de plantões.
 P: O número de plantões, e o y ? É o valor...
 M: Valor do salário.
 P: Do salário final.
 M: Ahhhh!
 [...]
 P: Se ele fizer 5 plantões, quanto que ele vai receber?
 I: Deixa eu ver...
 J: 860.
 I e M: 860.
 [...]
 P: Pelo cálculo que vocês fizeram, ta ok, num ta?
 M: Tá, e eu fiz a fórmula errada na b.
 P: E essa função vai ser qual mesmo então? Função que representa essa, que modela essa situação?
 [...]
 M: y é igual a sessenta x ...
 [...]
 M: Mais... $y=60x+560$.
 P: Mais 560. Por que que eu não podia, que eu não podia colocar $3x$? Porque se eu colocar três, é como se eu tivesse cobrando três reais por cada plantão, porque quem vai variar, igual ele falou aqui oh, o número de plantões por x , então quem varia é o número de plantões.
 J: Mas como é que a sabe que é sessenta reais?
 P: Porque aqui ele falou óh (mostra o enunciado da atividade), quanto que ele cobra por cada plantão?
 M: Sessenta.
 J: Sessenta.
 P: Onde ele recebe sessenta reais por noite. Então esse valor que ele vai cobrar aí, ele falou que ele vai mudar ou não? Ele vai poder cobrar 70 reais?
 J: Não.
 P: Não! Porque ele já combinou comigo que ele vai cobrar 60 reais por noite.
 [...]

Quando os estudantes começaram a resolver o problema teve-se a impressão de que os mesmos queriam apenas completar a tarefa, colocando de qualquer forma os números que aparecem no enunciado da situação-problema dada buscando representá-la matematicamente. Após algumas discussões e de experimentarem graficamente a relação construída (ver Figura 34) foi perceptível que os estudantes buscaram realmente entender aquilo que estavam fazendo, interpretando melhor a atividade e no decorrer da resolução traçando as estratégias de solução, levantando as hipóteses, testando suas conjecturas até chegarem a solução, verificando em seguida se a mesma está de acordo ou não com o que foi

pedido. Nesse processo se percebe claramente o desenvolvimento do conhecimento do estudante, pois este tipo de atividade o desafia e o provoca a buscar por alternativas diferentes de resolução da situação, processo esse que contribui para seu crescimento intelectual.

Outra situação que exigia que os estudantes estabelecessem uma relação matemática que representasse a situação apresentada é a mostrada na atividade 10, especificamente na letra *b* do pós-teste (ver Figura 35).

10. A seguir está representado o preço a pagar (*P*) por cada unidade de suco comprada (*n*) em uma barraca na beira do rio Araguaia em temporada de férias.

- a) Você observa alguma regularidade nesta tabela? Qual?
b) Quanto pagarei (*P*) se comprar *n* sucos nesta barraca?
 c) É possível afirmar que essas grandezas são diretamente proporcionais? Justifique.
 d) Qual o domínio desta função? E a imagem?

Quantidade de sucos (<i>n</i>)	Total a pagar (<i>P</i>) R\$
1	1,50
2	3,00
7	10,50
15	22,50

Figura 35 – Enunciado da atividade 10 do Pós-teste

Ao resolverem a questão, os estudantes percebiam certa regularidade na tabela dada, mas ao representá-la algebricamente confundiam a parte fixa da relação (valor do suco) com a parte variável (quantidade de sucos comprada), não conseguindo assim, construir a relação adequadamente, como pode ser visto nas respostas dos estudantes I (ver Figura 36) e J (ver Figura 37) abaixo.

⑩ a) Sim, o preço a pagar cresce juntamente com a quantidade de sucos comprados, ou seja, a cada suco adicionado à compra é adicionado de um a mais do valor de um suco.

b) $P = 5n$
 $P = 6.1,50$ $P = 19,00$

Figura 36 – Respostas das letras a e b do estudante I, referentes à questão 10 do Pós-teste

É possível observar que este participante consegue ver certa regularidade na tabela, mas quando era pedido para que ele generalizasse essa situação, o mesmo não consegue fazer da forma correta, confundindo o valor fixo com o valor variável e fixando um

número de sucos que não foi pedido na questão. Assim como o participante I, a estudante F se confunde e não consegue representar a situação de uma forma geral.

10-a. Sim, pois o preço vai aumentando de acordo com a quantidade de sucos.
 $y = x + 1,50$

Figura 37 – Respostas das letras a e b da estudante F, referentes à questão 10 do Pós-teste

A estudante F também consegue ver certa regularidade na tabela, mas não é possível saber se a mesma consegue ver que a cada suco comprado ela paga R\$1,50 por peça e comete um erro ao generalizar a situação, pois, no caso representado por ela, se a mesma não comprar suco algum pagará R\$1,50 e, além disso, ela vai pagar sempre a quantidade, por exemplo 6 (seis) sucos mais R\$1,50, totalizando R\$7,50, o que não está de acordo com a regularidade mostrada na tabela, pois com este total de sucos ela pagaria R\$9,00.

A estudante J, ao contrário dos demais consegue perceber a regularidade mostrada na Figura 38, abaixo, mas não consegue explicá-la corretamente e, ao representar a situação a faz de forma correta, ou seja, ela consegue representar na linguagem matemática a situação dada na tabela, explicitando que para o suco comprado, o total a ser pago será de R\$1,50 por unidade.

10-a. Sim, que vai de acordo com a quantidade de sucos os preços vão aumentando, exemplo
 $1 \times 1,50 = \text{R\$} 1,50$ 1 suco $\text{R\$} 1,50$
 $7 \times 1,50 = \text{R\$} 10,50$ 7 sucos $\text{R\$} 10,50$
 $y = n \cdot 1,50$

Figura 38 - Respostas das letras a e b da estudante J, referentes à questão 10 do Pós-teste

A maioria dos estudantes (F e I) não conseguiu estruturar uma relação matemática que representasse a situação desejada, dada na atividade, apesar de terem o programa a sua disposição para testar suas conjecturas. Essa situação pode ter ocorrido porque no pós-teste os

participantes resolveram as atividades individualmente, sem discutir com os colegas ou pedir ajuda da professora-pesquisadora.

Diante desses dados é possível perceber que os estudantes não conseguiram aprender o conceito de função, como esperado, de forma que eles conseguissem ver e entender as regularidades numa situação, ou conseguissem estruturar adequadamente uma situação funcional na sua forma algébrica. Mas levando em consideração o tempo de estudo durante o qual tal conteúdo foi trabalhado, os participantes caminharam nesta direção, pois, muitos conceitos que formavam a base para o estudo funcional foram aprendidos.

Paralelo a esse conceito, acredita-se que nessa situação, os estudantes aprenderam caminhos para se resolver problemas, seja na escola ou fora dela, além de saber buscar alternativas tendo em vista utilizar ou não uma denominada estratégia.

E nesse sentido, outro aspecto percebido foi que, em vários momentos da coleta de dados, a sequência lógica de procedimentos a seguir para se ter sucesso na resolução de um problema, considerada por Pozo (1998), foi seguida instintivamente, ou seja, sem mostrar para os estudantes quais os passos a seguir para resolver um problema, os mesmos esgotavam as etapas com sucesso durante a realização da atividade. Acredita-se que as etapas pelas quais os estudantes passaram até chegarem à resposta do problema são de grande importância, pois os auxiliam a seguirem um caminho, certo raciocínio e assim a compreenderem o que efetivamente estão fazendo.

A resolução de situações-problema como a mostrada anteriormente na transcrição, por exemplo, é muitas vezes demorada e até desgastante para os estudantes que ainda não estão acostumados com esse tipo de atividade e muitas vezes exigem a intervenção do professor, que, busca conduzir o processo de forma a auxiliá-los a descobrirem por si só os caminhos para a solução e para o entendimento da situação-problema.

Como afirma Brito (2006), o professor, para efetivamente auxiliar os estudantes na aprendizagem, deve integrar as várias formas de pensamento e utilizar-se delas para mostrar a importância da reflexão sobre os processos mentais para a aprendizagem dos conceitos. Assim, o professor deve motivar os estudantes, propondo atividades que despertem seu interesse e chame sua atenção para a participação na tarefa.

Em atividades como esta realizada pelos participantes é notável que eles questionam quando não entendem, que eles analisam a situação buscando resolvê-la, além de sugerirem e comunicarem mais sobre o que pensam e também de agirem em busca do

entendimento. Atividades de solução de problemas, como essas, desenvolvidas com o uso de um recurso tecnológico como o computador e o software *graphmatica* podem despertar o interesse dos estudantes pelo estudo da matemática, que não é, na maioria das vezes, a disciplina mais adorada por eles na grande parte de sua vida escolar. Isso é possível porque para os estudantes, este tipo de aula é uma forma mais divertida de aprender matemática (ver Figura 39) e, acredita-se estar relacionado a isso, o uso do software, que auxilia na resolução, deixando os estudantes experimentarem mais, verificar suas hipóteses, bem como diminuir o tempo gasto na resolução da situação-problema dada.

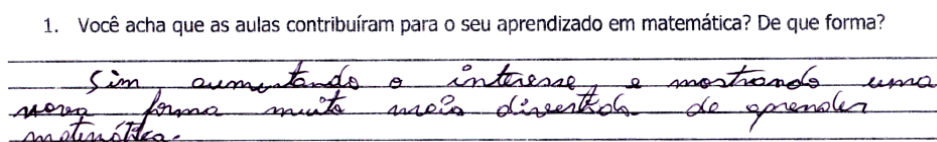


Figura 39 – Resposta do estudante I ao Questionário Avaliativo

6.2.1.3. Utilização do software como ferramenta para validação das relações matemáticas

A cada atividade desenvolvida ficou evidente que os estudantes conseguiam visualizar com mais facilidade as características e as situações matemáticas apresentadas nas atividades.

As situações a seguir são trechos da transcrição de dois momentos, inicial e final, uma mesma atividade (ver Figura 40), em que os estudantes resolviam uma situação-problema e durante a qual utilizaram o gráfico da função apresentado no *graphmatica*, para confirmar ou refutar suas hipóteses. Tal situação já foi vivenciada por Allevato (2007) que confirma a possibilidade de o computador poder ser utilizado para análise da validade ou mesmo na correção das concepções que os estudantes possuem sobre os conceitos matemáticos.

- Atividade 4.** O salário fixo mensal de um segurança é de R\$ 560,00. Para aumentar sua receita, ele faz plantões noturnos em uma boate, onde recebe R\$ 60,00 por noite de trabalho.
- Se em um mês o segurança fizer 3 plantões, que salário receberá?
 - Se representarmos por o salário final por y e o número de plantões por x , estabeleça a relação matemática que modele a relação entre y e x .
 - Qual é o número mínimo de plantões necessários para gerar uma receita superior a R\$ 850,00?

Figura 40 – Enunciado da questão 4 da Lista de Atividades

Discussão inicial:

M: *Mas aqui óh, se ele fizer três plantões igual tá aqui de acordo, ele não recebe o valor que ele deveria receber, aqui tá marcando outro valor.*
 J: *Tá marcando quanto?*
 M: *Quinhentos e sessenta e nove.*
 I: *Quinhentos e alguma coisa...*
 M: *Quinhentos e sessenta e nove.*
 I: *Quinhentos e sessenta e nove?*
 J: *É, o gráfico ta mentindo, hahaha.*
 M: *O gráfico ta mentindo!*
 I: *Tá errado... Ta dando erro aqui oh!*
 J: *Mas como é que ficou as respostas?*
 P: *Se o gráfico ta mentindo ou não, o quê que acontece, ele representou certo.*
 M: *E a gente pensou errado.*
 P: *Representou a sua função, então onde, o quê que ta errado aí?*
 J: *É a função também, né?!*
 P: *É a função!*
 M: *De novo!*
 J: *É o jeito da função...*
 P: *Então a gente tem que representar essa função de outra forma.*
 [...]
 M: *Se não, na, nãna... recebe R\$560,00... 3. É!, agora ficou certo!*
 I: *Exatamente!*
 M: *É professora!*
 [...]
 M: *Eu acho que tá certo...*
 [...] (Observam em silêncio).
 M: *Aqui oh, 3, exatamente, tá certo... se ele trabalhar 3 vezes...*
 P: *O x é o que mesmo, ta representando o quê?*
 M: *O número de plantões.*
 P: *O número de plantões, e o y? É o valor...*
 M: *Valor do salário.*
 P: *Do salário final.*
 M: *Ahhhh!*
 [...]

Discussão final:

M: *Letra c... qual que é a c?*
 P: *Depois de ter feito o gráfico ficou eternamente fácil isso.*
 M: *Qual é o número mínimo de plantões necessários para ganhar uma receita superior a 850..., é... cinco!*
 P: *Por quê?*
 J: *Porque 560 mais 300 é 860.*
 P: *Porque se ele fizer 4 plantões ele vai receber?...*
 J: *800.*
 P: *800... Então se ele fizer 5, ele já vai receber...*
 J: *860.*
 P: *E lá no gráfico a gente vê fácil fácil né? Olha lá óh, por 5 plantões ele vai receber?*
 J: *860.*
 M: *860, mas o que eu to pensando é no cálculo que eu vou fazer. Porque eu num posso escrever aqui só cinco.*
 J: *Uai, se fazê cinco vezes...*

P: *Você fez por tentativa, na verdade?*

J: *Foi, fiz por 4 primeiro aí num deu aí fiz por cinco.*

P: *É, porque por 3 ela já tinha feito e tinha dado quanto?*

J: *Tinha dado... 740.*

As discussões mostram que os estudantes conseguiam, por meio do gráfico, visualizar e entender o que acontecia com a função e na situação-problema, a medida que alterava os valores de x , por exemplo. Além disso, a visualização do gráfico ajudou os estudantes a estruturarem com sucesso as relações matemáticas.

Estas mesmas discussões não seriam possíveis, com esse nível de participação dos estudantes, num ambiente de sala de aula onde eles não teriam acesso aos recursos tecnológicos como os utilizados nesta pesquisa, pois, o dinamismo decorrente do uso do software fomentou as discussões e as construções que, neste ambiente, são mais rápidas e dinâmicas. No ambiente de sala de aula, sem ter o apoio destes recursos, os estudantes não conseguiriam obter os gráficos rapidamente e conseqüentemente não desenvolveriam a comunicação através das discussões da forma como ocorreu neste estudo. Muitas são as dificuldades que podem atrapalhar a criação destes ambientes, como, por exemplo, a dificuldade nos cálculos para o esboço do gráfico, pois quando estão construindo manualmente, os estudantes podem errar cálculos básicos e conseqüentemente a construção do gráfico não é ou demora a ser efetivada, sobrando pouco tempo para sua análise e para discussão dos resultados a partir da construção obtida. Além do mais, problemas como o uso adequado das escalas, a representação dos pontos no plano, dentre outros, podem atrapalhar no desempenho durante a atividade.

Esses fatores não devem ser esquecidos ao se trabalhar com o computador e software, pois os estudantes precisam saber a importância de se fazer as construções adequadamente, mas como foi falado anteriormente, ao utilizar a tecnologia informática com um programa específico para o estudo da Matemática, os estudantes podem ir além daqueles momentos que comumente teria na sala de aula, sem os mesmos, pois, como afirma Valente (1995a, p.13), “Quando o aprendiz está interagindo com o computador ele está manipulando conceitos e isso contribui para o seu desenvolvimento mental” e além disso, como declaram Verdú e García (1998) “o raciocínio gráfico, possível graças à interatividade do processo que rapidamente devolve os resultados das provas e comparações feitas, acelera a compreensão e estabelece padrões visuais de grande eficácia” (p.530).

6.2.1.4. Dificuldade para obter a raiz da função sem a visualização do gráfico

Em vários momentos do estudo, os participantes associavam o coeficiente angular das funções ao valor onde a reta interceptava o eixo x (chamado zero ou raiz da função) e, quando viam que não era o mesmo valor, o dado na forma algébrica (coeficiente angular) e aquele apresentado no gráfico (raiz da função), ao tentar encontrá-lo, encontravam também dificuldade para descobri-lo. Uma dessas situações pode ser vista na resolução da atividade a seguir (ver Figura 41), por meio da transcrição das discussões no momento da resolução.

Atividade 6. Construa o gráfico da função do primeiro grau $f(x) = -3x + 1$, definida de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$.

Figura 41 – Enunciado da questão 6 da Lista de Atividades

F: O b tá no 1... Cê quer anotar amiga?
P: Se não tivesse o programinha, como vocês calculariam onde intercepta o eixo x , o eixo y ?
J: Ah tá...
F: Tá...
[...]
F: Ué, cê sabe que o $-3x$ tá no x e o $+1$ tá no y .
J: Não, tem que... não, tem que fazer a continha. A gente sabe que no y vai tá 1, mas a gente não sabe o x , e tem que fazer a conta pra saber.
F: Embora fazer a conta?
J: Vai faz aí a continha.
[...]
F: y igual a menos $3x$ mais 1, y igual a zero, menos $3x$ mais 1...
J: Não precisava ter feito isso, mas tá bom.
F: Daí, $3x$, fica negativo?
J: Ahn, aqui óh, coloca menos 1...
F: Não, tem que passar pra cá...
J: Menos 1.
F: É mais 1.
J: Menos 1, porque você passou pro lado de cá, fica negativo. [...] Três, pronto. Aí ela ensinou como é que faz esse trezinho aí óh. Aí entra aqui... dízima periódica que dá.
F: Então você vai me ensinar porque eu não vim!
J: Diz... Cê num sabe fazer dízima periódica?! É dividir 1 por 3... aí dá 3...
F: zero por 3.
J: Aproximadamente 4, coloca.

No início da discussão, as estudantes F e J conversam sobre como proceder para resolverem a situação e é perceptível que a estudante J sabe como fazer enquanto a estudante F faz confusão com o coeficiente a e a raiz da função, o que pode ter ocorrido por conta da

sua ausência na última aula, como ela mesma afirma. A estudante J de certa forma conduz então a situação e as duas chegam ao resultado esperado.

Durante a coleta de dados, foi enfatizada a importância de os participantes aprenderem a desenhar o gráfico, principalmente de uma função afim, manualmente, pois nem sempre teriam ao seu dispor a ferramenta tecnológica computador mais software gráfico e, além disso, precisavam desenvolver esse tipo de habilidade. Neste sentido, expliquei aos estudantes as duas formas de obter o gráfico: por meio da construção da tabela (mostrada também no *graphmatica*) e utilizando apenas dois pontos dados (onde a reta interceptava os eixos coordenados) utilizando os valores do eixo y $(0, y)$ e do eixo x $(x, 0)$ (também mostrados nos gráficos durante a utilização do programa).

Para utilizar esta última forma, os estudantes precisariam saber calcular um desses pontos dados, aquele onde o gráfico da função interceptava o eixo x . Ponto este que não aparecia facilmente na função quando apresentada na forma algébrica e foi o que as estudantes F e J fizeram durante a resolução da atividade 6 acima. O outro ponto era mais fácil de encontrar, apenas olhando para o coeficiente b da função na forma algébrica.

Os estudantes M e I também confundiram o coeficiente a com o ponto onde a reta interceptava o eixo x , ao representarem o gráfico da função $f(x) = -0,5x + 4$, como pode ser visto na questão 8 da lista de atividades transcrita a seguir.

M: *Complete o estudo dos sinais da função $f(x) = -0,5x + 4$. Qual a raiz da função?*

I: *Professora? [...] Vírgula aqui funciona? Serve?*

M: *Não, funciona não, I.*

I: *Não, to perguntando se serve. Eu faltei nessa aula.*

M: *Dá um trem muito doido véi.*

I: *Viu? Professora? Professora!*

P: *To indo!*

Nesse momento inicial da discussão, o que ficou evidente foi a dificuldade dos estudantes M e I em trabalhar com um número decimal, pois não sabiam se o software aceitava ou não esse tipo de linguagem. Tal fato se misturou à dúvida dos mesmos quanto ao tipo de função que deveria aparecer na tela do *graphmatica*, pois estavam pensando inicialmente, que o coeficiente a deveria ser o mesmo valor em que o gráfico interceptaria o eixo x .

Em trabalhos como de Allevato (2005), presente na revisão bibliográfica, são evidenciadas questões relacionadas com a linguagem, tanto a linguagem do software utilizado como a linguagem matemática, que neste contexto deve ser discutida e adaptada ao instrumento. Essa autora enfatiza em seu estudo, a importância de levar em consideração as diferentes linguagens quando se utiliza instrumentos como a tecnologia informática, ou seja, ao ensinar a matemática utilizando o computador, devem-se levar em consideração as semelhanças e diferenças entre a sintaxe e a linguagem matemática algébrica, pois, a confusão entre as mesmas pode causar conflitos e dificultar o processo de aprendizagem deste conceito.

Nesse sentido, foram trabalhadas no início das aulas com o *graphmatica*, esses aspectos, apresentando aos estudantes uma tabela com funções matemáticas da forma como comumente é representada sem o programa e da forma como a mesma função deve ser escrita ao usar este recurso, mostrando no próprio *graphmatica* que as diferenças na forma de representá-las mudam o tipo de gráfico. As ressalvas feitas por Allevato (2005) foram muito significativas, pois, ao levá-las em consideração, foi fato que a linguagem do *graphmatica* não foi empecilho para a aprendizagem dos conceitos pelos estudantes.

Voltando a situação evidenciada durante a resolução desta atividade pelos estudantes M e I, a continuação da transcrição a seguir, mostra que os erros ocorriam quando os mesmos tentavam saber qual o valor onde a reta interceptava o eixo dos valores de x .

I: Como é que eu vou fazer 0,5 aqui?

[...]

M: Mas de onde tirou esse 0,5? Ele num tinha que passar em algum desses lugar aqui?

I: Vai saber!

M: “P”, se aqui é zero,... ôh menino, tira a mão! Se aqui é 0,5 ele num tinha que vir aqui passando por aqui oh? Que a gente escreveu essa função lá, hehe. Agora num sei se tá correto.

P: Não escreveu, cadê o 0,5 lá?

M: Porque o “I” tirou.

I: Ta aqui oh, no cantinho aqui.

P: Ah sim. Não, tá certo. Por que que ela tem que passar no 0,5? Onde que ela tem que passar no 0,5?

M: Ou então o 0,5 é o que faz ela crescer assim...

P: Onde que a função intercepta o eixo y , “I”?

I: O eixo y ? No... 4?

P: No 4, então não é no 0,5 né? No eixo y , onde ela ta interceptando onde?

[...]

I: No 4.

[...]

P: No 4. Num é aqui? Que coincide com quem lá?

I: Com o 4 aqui do valor de b .

[...]

P: E agora, onde eu sei que ela vai interceptar o eixo x? O que eu precisaria fazer se já num tivesse aí interceptando?

[...]

I: O y igual a zero.

[...]

J: Ah, x é o 8.

[...]

Foi percebido pela transcrição, que a dificuldade estava não só em achar a raiz da função, mas principalmente realizar com sucesso os cálculos para encontrá-la, pois estes envolviam número decimal ou fracionário. O produto final desta discussão pode ser visto na Figura 42 abaixo, através da resolução entregue à professora-pesquisadora pelo estudante M.

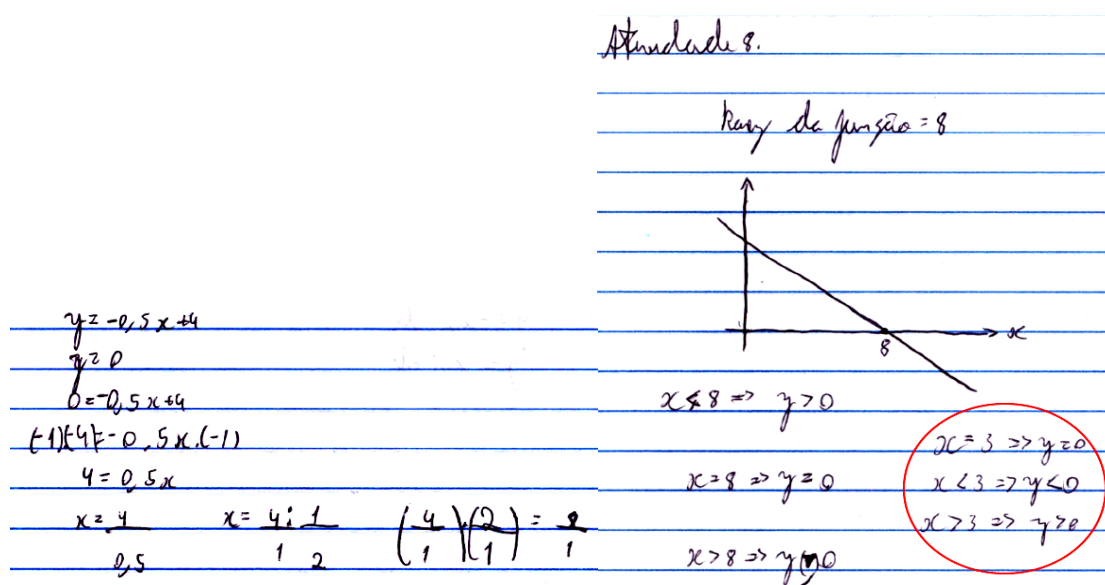


Figura 42 – Resolução da questão 8 pelo estudante M

A parte circulada na resolução da atividade se refere ao exemplo dado pela professora-pesquisadora sobre como fazer o estudo de sinal da função e possivelmente aparece neste local porque o estudante deve ter seguido esse exemplo para realizar o seu estudo.

As dificuldades relacionadas também à matemática básica como a efetivação de alguns cálculos, algumas vezes tomavam maior tempo durante as aulas do que os momentos em que eles estavam discutindo qual caminho seguir para resolver a questão. Acredita-se que

um dos fatores que atrapalham na evolução conceitual dos estudantes é o fato de eles não conseguirem desenvolver com sucesso uma soma ou uma divisão, por exemplo.

A questão 9 a seguir (ver Figura 43), faz parte do pós-teste dado aos estudantes F, I e J, e as resoluções deles mostram que a maioria conseguiu realizar com sucesso a construção do gráfico, tanto utilizando o software *graphmatica*, como manualmente, usando a raiz da função e o ponto onde a reta intercepta o eixo y .

9. É possível construir o gráfico de uma função? Como você representa a função $y = -2x - 1$ na malha quadriculada ao lado?

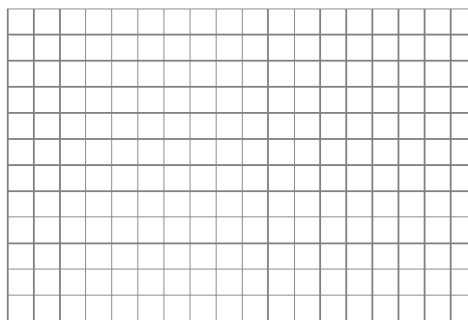


Figura 43 – Enunciado da questão 9 do Pós-teste

É possível visualizar nas situações a seguir (ver Figura 44 e Figura 45) que os estudantes I e J conseguem esboçar o gráfico sem dificuldades, apesar de a estudante J não conseguir explicar com clareza como deveria proceder para concluir o mesmo. Constatou-se novamente a dificuldade que a participante teve em comunicar suas ideias, mas acredita-se que ela realmente entendeu o conteúdo, pois, ao colocar em prática o que discutia com os colegas durante o processo de aprendizagem do conteúdo, o fez com sucesso.

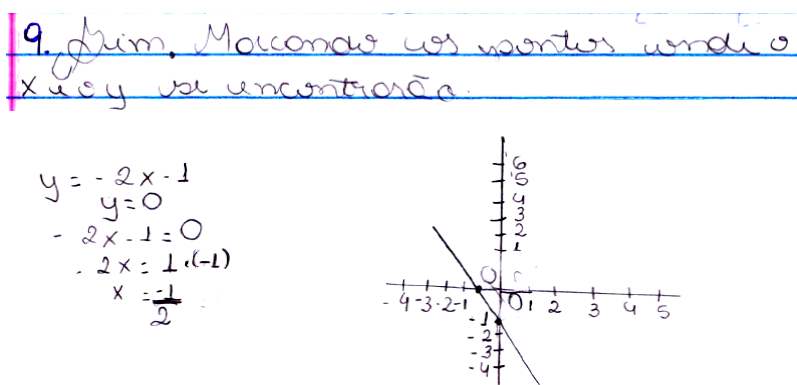


Figura 44 – Resolução da questão 9 do Pós-teste pela estudante J

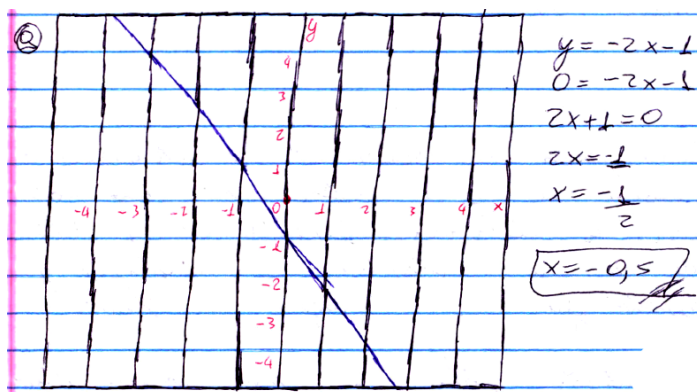


Figura 45 – Resolução da questão 9 do Pós-teste pelo estudante I

A estudante F começa a resolução da questão 9 tentando construir o gráfico utilizando da tabela de valores x e y (ver Figura 46), mas quando colocou os pontos no plano cartesiano para traçar o gráfico, esses não estavam alinhados, seja por ela ter encontrado os pontos errados e ainda por ter construído um plano cartesiano inadequadamente, sem uma escala correta, sem uma régua.

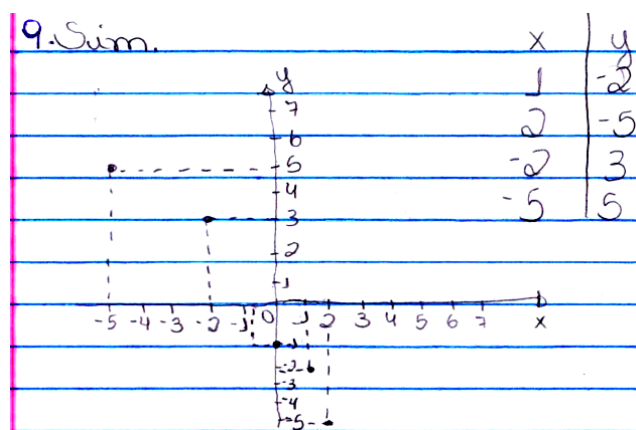


Figura 46 – Resolução da questão 9 do Pós-teste pela estudante F

Assim, quando percebeu que não ia conseguir realizar a questão da forma apropriada ela optou por outro caminho (ver Figura 47 abaixo), o mesmo seguido pelos estudantes I e J, mas, mesmo assim, ainda deixa dúvidas sobre seu crescimento conceitual. Isso, porque ao desenhar o gráfico da função dada, a estudante encontra os pontos onde a reta intercepta os eixos, mas ao mesmo tempo parece tratá-los como coordenadas de um mesmo ponto, como pode ser visto a seguir.

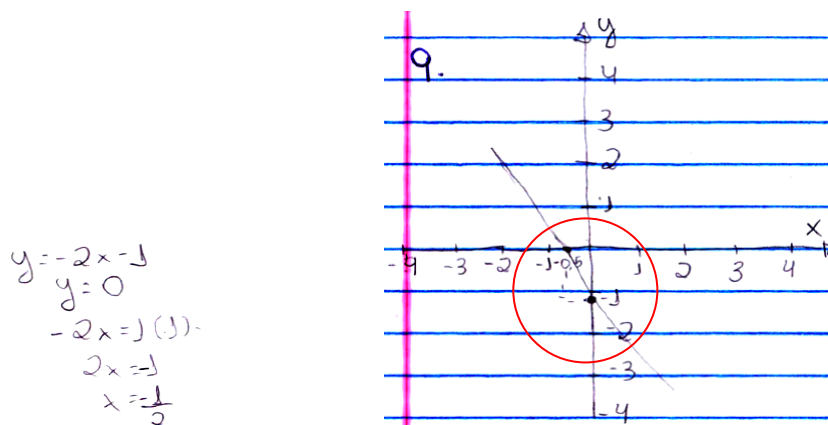


Figura 47 – Continuação da resolução da questão 9 do Pós-teste pela estudante F

Ao final, foi perceptível que a estudante F conseguiu realizar a atividade com sucesso, mas por conta da forma utilizada por ela, fica a dúvida sobre seu real entendimento de como esboçar o gráfico de uma função sem utilizar o computador.

Apesar dessa situação, foi notório o progresso no conhecimento dos estudantes I, J e F, tanto neste quanto em outros conceitos, já que inicialmente nem os conceitos básicos necessários para a aprendizagem do conceito de função, como coordenadas cartesianas, plano cartesiano, ponto, gráfico, dentre outros, eles sabiam.

É importante retomar aqui as ideias de Valente (1995b), quando este afirma que por vivermos num mundo dominado pela informação e processos que ocorrem rapidamente e muitas vezes de forma imperceptível, alguns dos processos que ocorrem na escola se tornam obsoletos e inúteis. Daí em vez de simplesmente memorizar, os estudantes devem ser ensinados a buscar e usar a informação, o que pode ser realizado com a presença do computador que pode propiciar as condições necessárias para os estudantes exercitarem a capacidade de procurar, selecionar e utilizar as informações, bem como resolver problemas e aprender de forma independente.

Nesse sentido, o uso do computador mais software, aliados à resolução de problemas proporcionou aos estudantes momentos como os citados por Valente (1995b), em que eles exercitaram capacidades diversas, como selecionar e utilizar informações; solucionar situações problemas e trabalhar em grupo. Assim, ao invés de somente receberem as informações prontas, os estudantes participaram do processo e, portanto, caminharam rumo à construção do seu próprio conhecimento.

6.2.1.5. Relação de dependência

A relação de dependência foi trabalhada com os estudantes F, J, I e M visando complementar a aprendizagem do conceito de função pelos mesmos, pois a dependência de variáveis está presente na relação funcional e a sua compreensão auxilia os estudantes a estruturarem melhor esta relação.

Ao perguntar sobre as relações de dependência de algumas situações-problema dadas, os estudantes as percebiam facilmente, mas em outras questões, nas quais os elementos evidenciados não faziam parte de seu contexto, como quando se usava d e t no lugar de x e y , e, além disso, se a pergunta continha a palavra função em vez de dependência, a interpretação da questão pelos estudantes era prejudicada. Ou seja, era mais fácil para os estudantes entenderem a pergunta: “a área do quadrado depende de seu lado?” do que a pergunta: “a área do quadrado é função de seu lado?”.

Como pode ser observado na transcrição da resolução da questão 5 (ver Figura 48 a seguir), desde o início do trabalho com o conceito de função cujo tratamento foi feito a partir da ideia de relação entre elementos e consequentemente evidenciando as relações de dependência, os quatro estudantes sempre identificavam facilmente quais eram os elementos dependentes e os independentes.

Atividade 5. Um automóvel trafega em um trecho retilíneo, com velocidade constante de 60km/h, durante 5 horas. Preencha o quadro abaixo e responda as questões a seguir:

Tempo do percurso	1 hora	2 horas	3 horas	4 horas	5 horas
Distância percorrida					

- Se esse movimento continuasse por mais tempo, poderíamos calcular a distância percorrida após 12 horas? Qual seria esse valor?
- Se fosse dado que o móvel percorreu a distância de 480km, seria possível calcular o tempo gasto em percorrê-la? Qual seria esse tempo?
- O que é constante nesse problema?
- O que é variável nesse problema?
- Se representarmos por d a distância percorrida e por t o tempo de percurso estabeleça a relação matemática que modele essa situação ($d=?$).
- O que acontece com a distância quando se dobra ou triplica o valor do tempo? Ou quando se reduz o tempo pela metade ou à sua terça parte?
- Que relação de proporcionalidade existe entre distância percorrida e o tempo do percurso?
- Qual é a constante de proporcionalidade nesse caso?
- Baseado no conceito de função, podemos afirmar que d é função de t ? Reescreva a relação matemática do item anterior, em termos de função.

Figura 48 – Enunciado da questão da Lista de Atividades

M: Baseado no conceito de função, podemos afirmar que d é função de t ? Reescreva a relação matemática do item anterior, em termos de função.

P: Sim, quer saber isso.

M: Não...

P: d é função de t ? O quê que é d ?

M: d é a distância. Que aqui é sem limite.

J: É função.

P: É função de t ? Quê que é ser função? Depende de alguma coisa?

J: Depende.

M: Depende.

P: De que?

I: Do tempo.

M: Do t .

P: Do tempo. Então d é função de t ?

I: É.

[...]

P: Aqui óh, você num representou uma questão óh: Se representarmos por d a distância percorrida e por t o tempo, qual é a relação matemática que modele essa situação? Agora ele quer que é... como você já sabe que d depende de t , é pra você representar essa função, essa representa[cão], modelaç[ão], modelagem que a gente tem aqui, em termos de função.

M: Ah tá.

P: Usando y e x .

I: Assim óh, $y = x.60$?

P: Ou $60x$.

I: Então terminei!

M: Êhhehehehe!

Além desta atividade, no pós-teste, as questões (ver Figura 49) que faziam menção a alguma relação de dependência também foram respondidas corretamente. Isso inclui os exemplos que os próprios estudantes deram sobre este tipo de relação, mostrando seu real entendimento (ver Figura 50, Figura 51 e Figura 52).

1. a) O que, para você, significa dizer que uma coisa depende de outra? Dê exemplo(s).
- b) E o que significa dizer "uma coisa está em função de outra"? Dê exemplo(s).

Figura 49 – Enunciado da questão 1 do Pós-teste

① a) É dizer que uma coisa tem estado ou valor alterado em função de outra coisa.
ex: o preço de um produto é igual a x que conforme a quantidade vendida aumenta proporcionalmente.

b) É dizer que uma coisa depende da outra.
ex: como foi mostrado acima o preço a pagar de um produto cresce em função da quantidade comprada.

Figura 50 – Resposta do estudante I à questão 1 do Pós-teste

1a. Que se quer quer que uma coisa de
isto vai preciso fazer outra para que
arreda. Para fazer um uso de lavar
já vai preciso de uma lavadora
2a. Que uma coisa está ligada a ou-
tra. Como se algo se relaciona a outro.

Figura 51 – Resposta da estudante F à questão 1 do Pós-teste

1a. Significa dizer que ela não é inde-
pendente. Que se a outra coisa não exis-
tiria também não existiria. A energia de
placas solares hidráulicas
2a. Que um n° depende do outro.

Figura 52 – Resposta da estudante J à questão 1 do Pós-teste

Portanto, há indicação nas respostas e transcrição acima de que os participantes realmente aprenderam este conceito, bem como a relação entre elementos envolvidos numa mesma situação, já que de forma individual e particular os estudantes comunicaram seu entendimento sobre o assunto.

Retomando as ideias de Almeida e Viseu (2002), a utilização de representações gráficas como ferramentas para interpretar conceitos matemáticos é somente um meio para chegar à compreensão e, nesta perspectiva, o estudo desenvolvido nesta pesquisa visava a compreensão do conceito de função. Para isso, utilizou-se também de conceitos como o de relação matemática, que como pôde ser observado nas análises anteriores desta categoria, os estudantes I, F e J tiveram facilidade desde o início em lidar com as mesmas e acredita-se que por isso, e pelos resultados das atividades desenvolvidas, a relação de dependência foi aprendida pelos estudantes. Além disso, a aprendizagem desta relação parece ser mais natural para o estudante do que a aprendizagem do conceito de função, em geral.

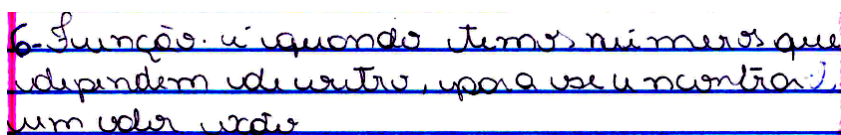
6.2.1.6. Conceito de função

Um dos objetivos previstos para as aulas foi ensinar aos estudantes que função “é uma relação de dependência entre os elementos de dois conjuntos, de forma que, mais

especificamente, para cada elemento do primeiro conjunto existe um único elemento no segundo conjunto”. E a todo o momento em que o conceito de função era evidenciado, tentávamos o fazer neste sentido, mostrando aos estudantes a relação de dependência entre as variáveis e provocando-os a comunicar o que percebiam na situação. Assim, a partir das respostas dadas (ver Figura 54 e Figura 55) a uma questão do pós-teste (ver Figura 53), foi possível perceber que após a intervenção com o grupo de estudantes, a maioria destes (os participantes J e F) passou a ter ideia do conceito de função, o que foi de grande relevância, pois, como verificado no início da pesquisa, não sabiam do que se tratava tal conteúdo antes deste estudo.

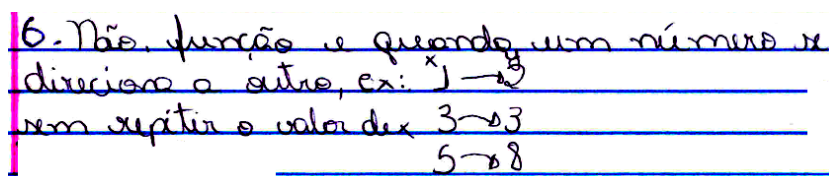
6. Você já ouviu falar de função em Matemática? Explique o que você entende por função.

Figura 53 – Enunciado da questão 6 do Pós-teste



6. Função é quando temos números que dependem de outro, por exemplo um valor varia

Figura 54 – Resposta da estudante J à questão 6 do Pós-teste



6. Não. função é quando um número se relaciona a outro, ex: $1 \rightarrow 2$
sem repetir o valor de $3 \rightarrow 3$
 $5 \rightarrow 8$

Figura 55 – Resposta da estudante F à questão 6 do Pós-teste

O “não” com o qual a estudante F inicia a frase se refere à resposta dada à pergunta feita na questão antes de explicar o que entendia por esse conceito e esta estudante novamente deixa claro que ainda não o havia estudado em sua vida escolar. É possível ver que o conhecimento dos participantes ainda está se formando, mas se referem ao conceito trabalhado durante a coleta de dados, o que mostra que de alguma forma a ideia de relação funcional foi percebida por eles.

Os participantes perceberam facilmente a relação de dependência nas situações-problema dadas, mas, no pós-teste foi possível compreender que, assim como outros, o conceito de função ainda se encontra em fase de desenvolvimento, ou seja, os estudantes ainda estão com este conteúdo em fase conceitual inicial, pois, eles não conseguiram conceituar função com eficiência sem a ajuda da professora-pesquisadora. Acredita-se que para que este conceito fosse adequadamente aprendido pelos participantes, seria necessário um tempo maior de estudo, utilizando-se da mesma metodologia e recursos de ensino. Voltando nosso olhar para o desenvolvimento da pesquisa, fazendo uma retrospectiva a partir do início da execução do projeto, é perceptível que ocorreu um avanço no que se refere ao desenvolvimento conceitual, sobre função, dos estudantes, que ainda não tinham tido contato com tal conteúdo. Assim, considera-se que as intervenções foram feitas de forma adequada, dentro das reais possibilidades, pois, conseguiu-se, num curto espaço de tempo, que os estudantes tivessem ideia do conceito de função. Pode-se ponderar que daqui a um tempo estes estudantes terão esse conceito disponível, desenvolvido em sua mente e fazendo parte de seu contexto, podendo o utilizar na aprendizagem de outros conteúdos num processo idiossincrático, e por esse motivo variável de pessoa para pessoa.

6.2.2. A função quadrática

O foco inicial da pesquisa foi o estudo do conceito de função e, posteriormente, caso houvesse tempo, o da função afim e a função quadrática, mas no decorrer do desenvolvimento da proposta elaborada para a coleta de dados esta ideia teve que ser replanejada, pois o tempo previsto para tais atividades não seria o suficiente para ensinar os dois tipos de função.

Assim, a maior parte do tempo foi gasto durante as aulas nas quais os estudantes deveriam aprender os conceitos base para o aprendizado do conceito de função, dentre os quais está o ponto, a coordenada cartesiana, plano cartesiano, proporcionalidade, relação de dependência, entre outros. As aulas que efetivamente ocorreram com o uso do software *graphmatica* somaram três no total e, para que os estudantes tivessem uma ideia da função quadrática, foram explicados aqueles conceitos com os quais estavam familiarizados na função afim, só que agora relacionados à função quadrática. Dentre esses conceitos foram

rapidamente apresentados aos estudantes o gráfico da função, suas raízes, pontos de máximo e de mínimo, concavidade, abertura da curva, entre outros, sendo estes últimos mostrados relacionando-os com os coeficientes da função.

Apesar de o estudo da função quadrática não ter se efetivado com a mesma ênfase dada ao estudo da função afim, uma questão (ver Figura 56) relacionada ao conteúdo foi colocada no pós-teste e os estudantes a responderam relativamente bem (ver Figura 57, Figura 58 e Figura 59 a seguir), usando somente da observação da função que esboçaram no programa, o que foi muito significativo, já que o tempo não foi suficiente para uma abordagem adequada do conteúdo.

12. Uma bola lançada verticalmente para cima, a partir do solo, tem sua altura h (em metros) expressa em função do tempo t (em segundos) decorrido após o lançamento pela lei:

$$h(t) = -5t^2 + 10t$$

Determine:

- A altura (h) em que a bola se encontra 1s após o lançamento;
- O instante (s) em que a bola se encontra a 75m do solo;
- A altura (h) máxima atingida pela bola;
- O instante (s) em que a bola atinge a altura máxima.

Figura 56 – Enunciado da questão 12 do Pós-teste

12. (2) a) $h = 5$

b) $75 = -5x^2 + 10x$
 $5x^2 - 10x - 75 = 0$ $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$
 $a = 5 \quad b = -10 \quad c = -75$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$
 $\Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-75)$
 $\Delta = 100 + 1500$
 $\Delta = 1600$
 $x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{1600}}{2 \cdot 5}$
 $x = \frac{10 \pm 40}{10}$
 $x = \frac{10 + 40}{10} = \frac{50}{10} = 5$

$x'' = \frac{10 - 40}{10} = \frac{-30}{10} = -3 \rightarrow$ não serve.

c) A bola chega a 75m em 5s.

d) 5m.

e) 10.

Figura 57 – Resposta do estudante I à questão 12 do Pós-teste

12.a. $h(t) = (-5)t^2 + 10t$
 $h(t) = (-5) \cdot 1 + 10$
 $h(t) = -5 + 10$
 $h(t) = 5 \text{ m.}$

b. 15 segundos
c. 5m velocidade
d. 1 segundos

Figura 58 – Resposta da estudante J à questão 12 do Pós-teste

12.a.
5 metros de altura
b. 15 segundos
c. 5 metros
d. 1 segundo

Figura 59 – Resposta da estudante F à questão 12 do Pós-teste

Apesar de a observação prevalecer, os estudantes tentaram calcular algumas das respostas e nos três casos, especialmente na letra b, os estudantes não pararam para analisar a resposta e verificar no gráfico se a mesma estava correta, obtendo um valor errado (por conta dos cálculos estarem errados, por exemplo no caso do estudante I – ver Figura 57) e deixando por isso mesmo.

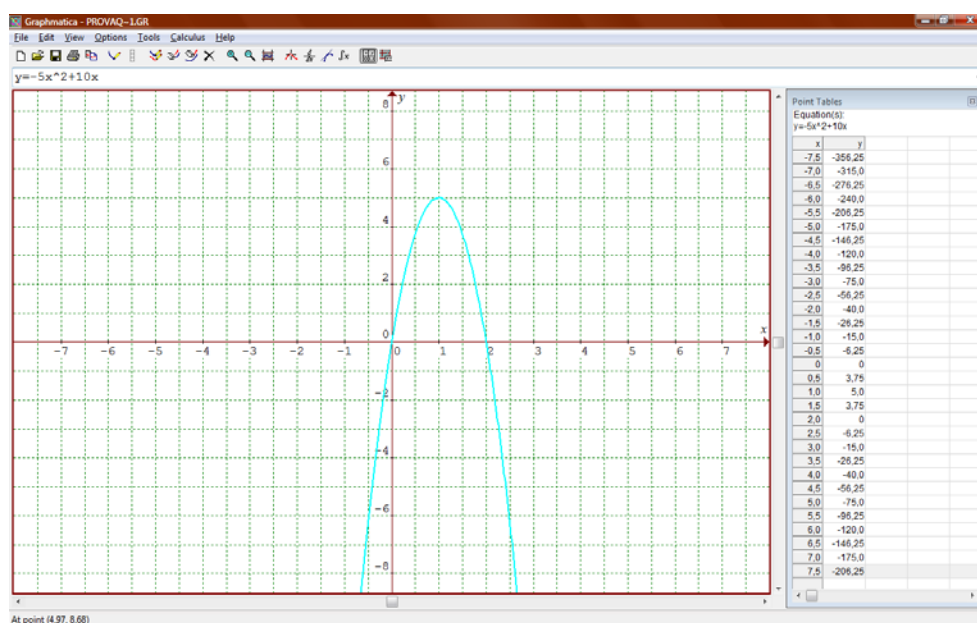


Figura 60 – Gráfico esboçado pelo estudante I durante a realização do Pós-teste

Após o pós-teste paramos, para observar o gráfico esboçado pelos estudantes (a Figura 60 representa todos os gráficos, inclusive aqueles feitos pelas outras estudantes) e eles logo perceberam que a bola não chega a atingir 75m do solo, principalmente porque na letra c, seguinte, observaram que a altura máxima atingida pela bola foi de 5m.

É possível verificar nesta situação também, que os estudantes F, I e J utilizaram o software *graphmatica* principalmente para encontrar as respostas para a questão 12, mas deixaram de validar, por exemplo, a resposta da letra b encontrada por eles, pois, ao analisar o gráfico com cuidado, perceberiam a posição correta da bola e ao menos questionariam os dados da situação-problema dada.

Embora os estudantes tenham deixado de analisar corretamente essa questão olhando-a numa perspectiva geral, foi importante a observação que fizeram da mesma e, ao mesmo tempo foram significativos os resultados obtidos, levando em consideração o tempo que tiveram contato com o conteúdo de função quadrática, especificamente.

6.2.3. Sistematização da análise qualitativa

A seguir, será feito um resumo da análise qualitativa desenvolvida anteriormente, objetivando mostrá-la numa perspectiva geral:

O Quadro 2 apresentado à frente mostra o desempenho de cada estudante, evidenciado a partir dos eixos temáticos discutidos anteriormente. Assim, PI indica uma questão (representada pelo número que acompanha a sigla PI) da prova investigativa (anexo B), A0 (atividade 0) e A1 (atividade 1) representam as primeiras atividades realizadas com o software (anexo I). A letra Q seguida por um número representa uma questão da lista de atividades (anexo D) trabalhada durante as aulas e PT acompanhado também por um número, indica que esta é uma questão do pós-teste (anexo E).

Ainda a cor azul (Q1) indica que os estudantes não conseguiram resolver a atividade em questão, sozinhos, vindo a concluí-la a partir da sistematização e fechamento da questão feitos pela professora-pesquisadora. Já a questão em vermelho (PI7) não foi realizada, foi deixada em branco pelos estudantes e foi colocada para complementar a análise a partir

dos eixos, que dentre outras coisas, visa mostrar alguma alteração, ou não, no desempenho dos estudantes, relacionado ao conceito de função e aos demais relacionados a este.

Os símbolos que separam as letras também têm sua função. Eles indicam se o estudante progrediu ou permaneceu naquele mesmo nível conceitual e que já foi discutido anteriormente na análise descritiva dos dados. Ou seja, o símbolo $\rightarrow$ indica que ocorreu crescimento conceitual em algum aspecto, o símbolo $\leftarrow$ indica que na questão seguinte o estudante não se saiu tão bem quanto na anterior e, portanto não houve crescimento. Já o símbolo $\leftrightarrow$ indica que o nível conceitual dos estudantes se manteve constante durante as atividades, enquanto o símbolo $—$ indica que o estudante não conseguiu resolver a atividade, mas apresentou algumas discussões relacionadas à situação proposta.

EIXOS TEMÁTICOS	ESTUDANTES / DESENVOLVIMENTO			
	F	I	J	M
1. Observação das propriedades gráficas – <i>Identificação e caracterização dos coeficientes das funções afins</i>	A0—Q6	A0→A1→Q8	A0→Q6	Q8
2. Observação das propriedades gráficas – <i>Crescimento e decrescimento da função afim</i>	PI2↔PT11	PI2←Q1 →Q5↔PT11	PI2←Q1 →Q5↔PT11	PI2←Q1 →Q5
3. Estruturação das relações matemáticas	PI7—PT10	PI7→Q4 —PT10	PI7→Q4 →PT10	PI7→Q4
4. Utilização do software como ferramenta para validação das relações matemáticas		→Q4	→Q4	→Q4
5. Dificuldade para obter a raiz da função sem a visualização do gráfico	Q6→PT9	Q8→PT9	Q6→PT9	Q8
6. Relação de dependência	PT1	Q5↔PT1	Q5↔PT1	Q5
7. Conceito de função	→PT6	→PT6	→PT6	

Quadro 2 – Sistematização da análise qualitativa

Para considerar que o estudante teve crescimento conceitual, neste primeiro eixo ele deveria identificar e caracterizar os coeficientes da função afim, utilizando-os para solucionar as situações-problema dadas. No geral, os estudantes começaram com dificuldade de cumprir o observado no eixo, mas pode-se inferir a partir dos caminhos seguidos por eles no desenvolver das atividades, que a estudante F não progrediu em suas observações e caracterizações, permanecendo no mesmo nível conceitual nas duas atividades resolvidas. A estudante J participou das mesmas atividades que a estudante F e de uma para a outra, a estudante conseguiu obter certo progresso. Já o estudante I resolveu três questões nas quais foi possível perceber certo crescimento conceitual, a medida que as desenvolvia. O estudante M, apesar da dificuldade, conseguiu caracterizar os coeficientes das funções, mas não é possível saber se ele progrediu conceitualmente, já que não desenvolveu outra atividade que enfatizava o contexto de tal eixo.

Na segunda parte do eixo “observação das propriedades gráficas”, onde estão incluídas atividades que envolvem o crescimento e/ ou decréscimo da função, os estudantes deveriam identificá-los na atividade, interpretando-o. Percebeu-se que a estudante F se manteve no mesmo nível conceitual no início e no fim da intervenção e do momento em que os demais estudantes participaram com certa dificuldade ela não fez parte. Os estudantes I e J começaram desenvolvendo bem a atividade, mas em seguida, não conseguiram resolver a questão proposta. Depois, melhoraram seu desempenho, solucionando com sucesso a questão 5 da lista de atividades, mantendo este nível no pós-teste. O mesmo desempenho foi experimentado pelo estudante M, que se diferencia dos demais pelo fato de não ter feito o pós-teste.

O terceiro eixo engloba aquelas situações nas quais os estudantes buscavam construir relações matemáticas e neste, verificou-se que a estudante F, que não havia feito a questão na prova investigativa, não conseguiu resolver com sucesso aquela que envolvia este tipo de situação no pós-teste, evidenciando a sua não progressão conceitual. Essa situação pode ter ocorrido durante a concretização do pós-teste porque a estudante não participou da atividade durante a qual os demais participantes estruturaram juntos algumas relações algébricas.

Os estudantes I e J também deixaram em branco a questão na prova investigativa, mas ao resolver uma questão da lista de atividades foi perceptível o progresso, pois conseguiram resolvê-la com sucesso. O estudante I não conseguiu resolver corretamente a

questão do pós-teste e, portanto não houve evolução conceitual da atividade anterior para esta, enquanto a estudante J progrediu a cada atividade desenvolvida e mostrou isso ao solucionar o pós-teste corretamente. O estudante M conseguiu resolver adequadamente a questão da prova investigativa e continuou evoluindo na aprendizagem, o que pôde ser percebido durante a efetivação da atividade 4 da lista de atividades pelo mesmo.

No quarto eixo, onde foram evidenciadas as atividades de utilização do software como ferramenta para validação das relações matemáticas, foi possível perceber o progresso dos estudantes I, J e M, tomando como ponto de partida o início do estudo, pois nunca tinham visto o conteúdo e conseguiram desenvolver a atividade 4 com sucesso, testando suas conjecturas até construírem a relação matemática adequada à situação proposta.

Da mesma forma pode-se referir ao sétimo eixo, onde são apresentadas as ideias que os estudantes F, I e J construíram sobre o conceito de função. Verificou-se que apesar de essas ideias estarem em construção, elas são consideradas importantes e significativas já que não tinham conhecimento deste conceito até o momento do estudo.

No eixo que trata da dificuldade que os estudantes tiveram para obter a raiz da função sem a sua visualização gráfica da função, vimos que os quatro estudantes tiveram dificuldade em realizar a atividade, mas o pós-teste mostrou que ela foi superada e que os estudantes F, I e J conseguiram obter, com sucesso, a raiz da função.

O último eixo a ser comentado nesta sistematização se refere à relação de dependência de uma função e, as questões desenvolvidas mostraram que os estudantes I, J e M, tiveram facilidade em lidar com a dependência de variáveis desde a questão 5 da lista de atividades. Tal conhecimento permaneceu ao resolverem o pós-teste e neste sentido consideramos que o nível conceitual se manteve constante.

Assim, buscou-se aqui verificar de forma complementar, porém geral, como se deu o processo de desenvolvimento conceitual dos participantes da pesquisa. Ao analisar os dados e as atividades realizadas durante a coleta de dados, foi possível inferir que o uso do computador mais o software *graphmatica* contribuíram de maneira significativa com a mudança do nível de conhecimento dos estudantes envolvidos. Isso foi possível graças à interatividade que esses instrumentos oferecem ao ambiente, proporcionando ao estudante momentos de aprendizagem que passam pela formação de hipóteses, teste de conjecturas, validação de resultados e consequentemente pela progressão conceitual.

6.2.4. Aproveitamento geral dos estudantes nas provas investigativa e pós-teste

Pretende-se apresentar nesta subseção o aproveitamento geral dos estudantes F, I e J tanto na prova investigativa - PI quanto no pós-teste - PT. O objetivo é que se consiga acessar os conhecimentos prévios dos estudantes e posteriormente, com os dados do pós-teste, verificar o aproveitamento dos mesmos nessas avaliações. Começaremos com a prova investigativa.

A prova investigativa é composta por um total de 9 questões, representadas por seus respectivos números no Quadro 3 abaixo, onde também é mostrado, o desempenho dos estudantes, ou seja, os erros e acertos de cada um.

Para falar dos erros e dos acertos dos estudantes utilizamos algumas siglas representativas da forma como o participante resolveu a questão. Assim N – não fez / não resolveu; C – resolveu e acertou; R – resolveu, mas não acertou (justificou errado); E – colocou só o resultado e errado; A – acertou a metade da questão; Am – acertou a maioria da questão e Ap – acertou pequena parte da questão.

PARTICIPANTES	DESEMPENHO / QUESTÃO								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F	A	A	R	A	N	A	Ap	A	Ap
I	C	Am	A	R	N	Am	Ap	A	Ap
J	Am	Am	A	A	N	N	Ap	N	Ap

Quadro 3 – Desempenho dos participantes na prova investigativa por questão

Observa-se no quadro acima que a estudante J deixou de fazer 3 questões na prova investigativa, a 5, a 6 e a 8 enquanto os demais deixaram em branco somente a questão 5. É possível observar também que a questão com maior número de acerto é a questão 1 seguida pela questão 2. Estas questões são contextualizadas e não exigem que o estudante saiba um conteúdo matemático em específico para resolvê-lo, mas que sejam bons observadores e saibam traçar estratégias para a resolução das mesmas. Em seguida tem-se as questões 7 e 8, como aquelas em que os estudantes cometeram o maior número de erros.

É importante ressaltar que questões como a 7, cujos estudantes acertaram pequena parte, aquela que não cobrava conhecimentos conceituais específicos como saber esboçar um gráfico, sobre coordenadas cartesianas ou função, servem como ponto de partida para avaliar os conhecimentos adquiridos durante a coleta de dados e demonstrados também no pós-teste.

No Quadro 4 a seguir, pode-se verificar, o desempenho dos estudantes no pós-teste que, como era esperado, foi melhor do que na prova investigativa. Mesmo contendo um número maior de questões do que a prova investigativa, o pós-teste teve todas as suas questões respondidas e o número de acertos ultrapassou em muito o número de acertos da prova investigativa.

PARTICIPANTES	DESEMPENHO / QUESTÃO											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
F	Am	C	C	C	R	A	A	Ap	C	A	A	Am
I	C	C	Am	C	Ap	Ap	C	A	C	Am	C	Am
J	C	C	R	C	Ap	A	A	Am	C	Am	C	Am

Quadro 4 – Desempenho dos participantes no pós-teste por questão

Pode-se afirmar que os estudantes pelo menos tentaram resolver todas as questões na avaliação final, as questões com número maior de acertos foram 2, 4 e 9, seguidas pela questão 1 e aquelas nas quais os estudantes mais cometeram erros foram a 5 e em seguida a 3.

As questões 9 e 10 do pós-teste que, de forma geral, pode-se perceber que foram bem solucionadas pelos estudantes, apresentam conceitos essenciais para o estudo, assim como aqueles aos quais nos referimos na questão 7 da prova investigativa. Ao comparar o desempenho dos estudantes nessas questões, além de outras, é possível afirmar que houve aprendizagem desses conceitos no decorrer do processo, o que só corrobora a parte qualitativa da análise, onde também fomos observando ganhos à medida que as atividades desenvolvidas iam sendo discutidas.

Considerando os quadros anteriores, podemos sistematizar o desempenho dos estudantes em outro quadro (ver Quadro 5), sem levar em consideração a questão, especificamente.

DESEMPENHO	PARTICIPANTE F		PARTICIPANTE I		PARTICIPANTE J	
	PI	PT	PI	PT	PI	PT
C	0	4	1	6	0	5
R + E	1	1	1	0	0	1
Ap	2	1	2	2	2	1
Am	0	2	2	3	2	3
A	5	4	2	1	2	2
N	1	0	1	0	3	0

Quadro 5 – Desempenho dos participantes na prova investigativa e no pós-teste

Em uma análise realizada das avaliações de conhecimento prévio e final, expostas neste último quadro, foi possível perceber que os estudantes acertaram um número maior de questões na última avaliação e pelo menos tentaram resolver as questões desta, o que não ocorreu na primeira prova, como pode ser visto também no gráfico (ver Figura 61) a seguir.

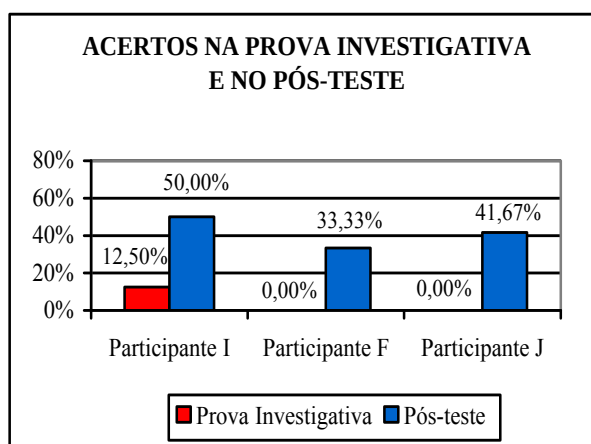


Figura 61 – Gráfico do aproveitamento geral dos estudantes

Neste gráfico é perceptível que na prova investigativa tanto a estudante F quanto a estudante J não conseguiram resolver completa e corretamente nenhuma questão, enquanto no pós-teste se verificou que elas ampliaram a quantidade de acertos, aumentando em 33,33% seus acertos, a estudante F e, em 41,67% a participante J. Já o estudante I que havia desenvolvido com sucesso somente uma questão na prova investigativa, ampliou para 50% o número de acertos nas questões do pós-teste.

Portanto, é possível verificar a partir dos dados levantados da prova investigativa e do pós-teste, que neste último o desempenho dos estudantes se mostrou melhor do que no primeiro instrumento utilizado, o que certamente significa um avanço no conhecimento desses estudantes no que se refere aos conceitos estudados durante a pesquisa, ou seja, como percebido também na análise qualitativa, os estudantes podem ter passado de um determinado nível conceitual para outro, mais elevado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa em ensino na área de Educação Matemática, em especial quando esta é desenvolvida na escola pública é considerada de grande relevância, seja por conta das dificuldades encontradas para se ensinar esta disciplina ou porque os resultados no Brasil e no mundo, no que se refere a esta área do conhecimento são insatisfatórios. Nesse sentido, desenvolver pesquisas que contribuem para modificar tais processos se torna algo de grande relevância.

Ao optar por desenvolver uma pesquisa na rede pública estadual de ensino, buscou-se contribuir com mais pesquisas na área e ao mesmo tempo, entender melhor os processos envolvidos no ensino-aprendizagem do conceito de função; além do fato de proporcionar aos estudantes momentos diferentes daqueles que comumente ocorrem em sala de aula sem o uso de recursos que podem auxiliar a aprendizagem deste.

Deste modo, esta pesquisa teve como principal objetivo, utilizar o computador em conjunto com a resolução de problemas, para explorar a seguinte questão de pesquisa: “Quais as contribuições do trabalho com o software *graphmatica*, no processo de aprendizagem do conceito de função?”.

Para a efetivação deste trabalho foram selecionados estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental que ainda não tivessem estudado o conteúdo de função, pois, a intenção era que eles tivessem o primeiro contato com o referido conceito a partir das estratégias adotadas para o desenvolvimento da pesquisa. Assim, após o primeiro contato com os estudantes, foi evidenciado a partir da pesquisa sobre seus conhecimentos prévios, que eles também não haviam aprendido muitos dos conceitos que serviriam de base para o estudo do conceito de função. Então, a proposta pedagógica planejada para a coleta de dados foi replanejada, dando ênfase maior à esta parte da pesquisa, momento em que os estudantes aprenderam o que era um plano cartesiano, coordenadas de um ponto, bem como a lançar pontos neste plano, esboçar gráficos de funções, dentre outros.

De acordo com Pozo e Angón (1998), o domínio de estratégias de resolução de problemas, bem como de algumas técnicas básicas, que dificilmente podem ser aplicadas sem algum conhecimento conceitual específico relacionado com a tarefa, possibilita ao estudante planejar e organizar suas próprias atividades de solução. Por esse motivo, trabalhamos, antes mesmo dos problemas e do uso do computador, alguns conceitos adjacentes ao de função,

bem como estratégias de execução de algumas tarefas (como por exemplo, os procedimentos necessários para desenhar um plano cartesiano, lançar pontos neste plano, etc.). A intenção primeira foi facilitar o uso da tecnologia e o entendimento do conceito de função, já que se tratava de conceitos básicos e essenciais para dar continuidade ao desenvolvimento da pesquisa.

Essa postura tida diante da realidade encontrada na escola fez com que a proposta fosse realizada num tempo maior do que o esperado, mas apesar da preocupação com o andamento do cronograma planejado para o estudo do conceito de função, o foco foi efetivamente a aprendizagem dos estudantes. Isto influenciou o estudo e a forma de o professor-pesquisador atender aos estudantes durante as aulas, tendo este, uma forma de agir direcionada pela preocupação em fazer com que eles, durante as atividades de investigação, construíssem seu próprio conhecimento.

O trabalho desenvolvido com o uso do *graphmatica* tornou a aula mais interessante e a aprendizagem do conceito de função mais significativa, pois o participante estava diante das situações-problema o computador era o primeiro a ser utilizado para testar suas respostas ou ainda representar a situação dada no problema. Nesse contexto, o software serviu também como instrumento de validação das conjecturas dos estudantes, que sempre recorriam à representação gráfica da função desejada para analisar se suas hipóteses estavam ou não corretas, ou seja, o uso do computador favoreceu uma atitude mais exploratória por parte dos estudantes. Relacionado a isso, a tecnologia informática permitiu que os estudantes construíssem o gráfico de várias funções na mesma tela, o que os auxiliou a perceberem a função de cada um dos respectivos coeficientes da função estudada.

Ao falar sobre essa situação Lévy (2008) reforça a importância da participação de uma pessoa na aquisição de seu próprio conhecimento. De acordo com este autor, quanto mais o estudante participar da aquisição de seu conhecimento, mais ela irá integrar e reter aquilo que aprender e a mídia informática favorece essa atitude exploratória do conteúdo a ser assimilado, contribuindo para esta aprendizagem.

Além disso, ao desenvolver um trabalho cuja condução do processo de ensino primou pela construção do conhecimento matemático, os estudantes foram auxiliados na aprendizagem do conteúdo e, a resolução de problemas se mostrou uma metodologia essencial, tornando essa construção mais prazerosa e eficiente, já que aliada ao software *graphmatica* proporcionou momentos impregnados de questionamentos, troca de ideias e sugestões.

Neste sentido, a resolução de problemas foi utilizada nesta pesquisa, não no sentido de fazer com que os estudantes seguissem regras e uma ordem estática de passos, mas sim utilizando as ideias de Pozo (1998), dentre as quais existia uma sequência lógica de procedimentos que os estudantes deveriam adquirir para serem capazes de resolver problemas.

Então, após essa introdução à alguns conceitos não conhecidos pelos estudantes, estes resolveram os problemas apresentados a eles de forma eficiente, usando o computador como auxílio, e nesse período foi possível observar que eles resolviam as situações problemas utilizando-se de todos os procedimentos propostos por Pozo (1998), apesar de nosso foco estar voltado para a utilização de recursos de ensino que não os fizessem decorar os procedimentos para alcançarem a solução. Percebemos que a solução dos problemas, por meio da sequência proposta acontecia espontaneamente, com a troca de ideias entre os colegas ou pela reflexão sobre o que desenvolviam. Corrobora-se aqui as ideias de Marques e Caetano (2002) e Gladcheff, Zuffi e Silva (2001), de que o computador em conjunto com a metodologia de resolução de problemas auxiliou os estudantes a construir um elo entre os conceitos matemáticos e seus próprios contextos.

Numa perspectiva geral, foi perceptível que os estudantes ao resolverem os problemas, não apresentaram com tanta frequência, as dificuldades listadas por Huete e Bravo (2006). Eles utilizavam estratégias pensadas após a leitura e interpretação do enunciado, sem deixar de fazer uma releitura sempre que necessário, verificando se os caminhos por eles seguidos estavam guiando-os para um resultado adequado e discutindo com os colegas quanto aos rumos a seguir.

Acredita-se que o uso da tecnologia associada à uma metodologia de ensino que privilegiou o fazer com significado, contribuiu para que os erros causados pelas dificuldades apresentadas por Huete e Bravo (2006) fossem amenizados.

Assim, verificou-se ao longo deste trabalho que o estudo desses conteúdos tendo como base a resolução de situações-problema com o uso do software *graphmatica* pode beneficiar o processo de ensino e aprendizagem, conduzindo os estudantes por caminhos investigativos, onde o erro é tido como parte do processo. Isso possibilitou o desenvolvimento, nos estudantes, do interesse pela realização de atividades de investigação e exploração, pois estas contribuíram para sua aprendizagem e aumento da motivação para se aprender matemática (BRASIL, 1998).

Com vistas a este fim, as tarefas desenvolvidas durante a coleta de dados foram aplicadas de forma a incentivar os estudantes a encontrarem a solução e a adaptarem seus

conhecimentos às situações-problema diversas, contribuindo assim, para que eles aprendam a lidar, mesmo que futuramente, com o conceito de função nas diversas situações e áreas do conhecimento.

Além das tarefas, o conceito de função em si foi colocado em prática primando pela articulação entre as múltiplas representações, com destaque para a gráfica, devido ao uso do software *graphmatica*, o que contribuiu para a aprendizagem dos conceitos pelos estudantes. Estes recorriam, sempre que necessário, a outras formas de representação, acrescentando à tela do programa a tabela da função e em outros, recorrendo a sua representação na forma de diagramas. Isso foi levado em conta durante a aplicação da proposta de pesquisa porque como Zuffi e Pacca (2002) apontaram, que uma das razões das dificuldades de compreensão do conceito de função pelos estudantes pode ser o fato de este ser trabalhado apenas com foco na ideia de variação, o que não se considera suficiente para a aprendizagem deste conceito.

Assim, buscou-se por alternativas diferentes e variadas de tratar este conteúdo e o fato de os estudantes não terem efetivamente o aprendido como desejado durante o período em que foi trabalhado, acredita-se estar relacionado ao tempo de estudo do mesmo. Um tempo maior dedicado à função em específico, da forma como foi feito na coleta de dados, pode ser o suficiente para que os estudantes aprimorem o já estudaram até então, e caminhem em direção à um entendimento apropriado da definição de função.

De acordo com Lopes, Angotti e Moretti (2003), a aprendizagem do conceito de função “é um processo lento, evolutivo e gradual” (p.2) e neste sentido requer que seja trabalhado a partir de tarefas que propiciem a construção individual e coletiva. Tanto este como os conceitos adjacentes ao conceito de função devem ser tratados da forma como tentamos fazer nesta pesquisa, primando pelas discussões em grupo, pelas indagações e pela busca constante da(s) resposta(s) às suas dúvidas.

Além disso, o trabalho com o *graphmatica* influenciou o relacionamento entre os estudantes e entre estes e o professor-pesquisador, fator este que levou consequentemente a uma aprendizagem mais efetiva de alguns conceitos estudados. Isso se deu por intermédio da troca de ideias, das sugestões, das discussões em grupo sobre qual o melhor caminho a seguir na resolução de um problema. Nesse sentido, a comunicação dos participantes melhorou significativamente desde o início do trabalho de pesquisa e em especial do uso do software, o que foi percebido a medida que a resolução dos problemas exigia deles mais diálogo, para atingirem o objetivo de encontrar a solução para os mesmos.

Valente (1995a) já enfatizava a importância da interação dos estudantes com o computador e o programa utilizado, o que os faz pensar, refletir e tomar decisões a respeito da atividade, provocando mudanças dentro do próprio conhecimento. Outro aspecto importante a salientar nesse processo é o papel do professor que, nesse sentido não é mais aquele de transmitir o conteúdo e passa a ter como foco a construção do processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de forma dinâmica e interessante. Mas esse novo papel não é nada fácil, seja por conta das crenças que se traz desde a formação inicial ou por conta de convicções, mas o interessante é o desafio a enfrentar e a chance de modificar as práticas pedagógicas significativamente.

Além destas dificuldades próprias do professor, existem ainda aquelas encontradas no local de trabalho e, dentre as quais estão algumas enfrentadas no decorrer do desenvolvimento da pesquisa, como: falta de estrutura física adequada do laboratório de informática, forma de funcionamento do mesmo; muita falta e desistência dos estudantes, além de outros.

Esses contratempos ocorridos durante a pesquisa não foram suficientes para impedir a continuidade do projeto e, além disso, considera-se importante que outros estudantes tenham acesso a essa forma de estudo, que supera a visão errônea que a maioria deles tem da matemática por vários motivos, entre os quais está o tipo de aula presenciada durante sua vida escolar. Sabe-se que não é fácil para os estudantes que precisam se adaptar a uma nova forma de aprender, diferente daquela na qual recebe o conteúdo pronto, e nem para o professor, que deve rever sua postura na sala e renovar seu planejamento, alterando significativa e positivamente sua forma de agir na sala de aula.

Uma das alternativas para amenizar as dificuldades deste processo é estudar, desenvolver pesquisas que vão fundamentar as novas formas de agir e respaldar o trabalho em sala de aula. Durante o desenvolvimento desta pesquisa várias questões vieram à tona, na tentativa de optar pelo melhor caminho na busca pela aprendizagem do estudante e dentre estas estão questões que podem servir de direcionamento para outras pesquisas na área, como: “Como deve ser realizada a avaliação, ao desenvolver um estudo como este, por exemplo, de forma a não prejudicar o estudante, já que se busca o trabalho em grupo, mas também a aprendizagem individual do estudante? O que deve ser levado em consideração, já que a avaliação ao final de todo um processo deve ser transformada em notas que o representem?”. “Como se dá a autoridade do professor no momento em que o estudante se vê diante de alguma dúvida matemática ao resolver problemas utilizando o computador?”. “Como se dá a

relação professor – estudante no momento em que estes participam de um processo de ensino e aprendizagem em que o estudante resolve problemas utilizando o computador?”.

Dessa forma, espera-se que tenhamos em nossas escolas um processo de ensino e aprendizagem da matemática diferente daquele tradicionalmente utilizado e que sabemos não vem trazendo bons frutos, um processo que não envolva apenas o passar e o receber do conteúdo, mas a construção dos conceitos pelos estudantes de forma participativa, significativa e conseqüentemente prazerosa.

REFERÊNCIAS

ABREU, K. *Uma aplicação das inteligências múltiplas no aprendizado da matemática: representação gráfica de funções de 1º e 2º graus*. Florianópolis, 2002. 128f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção). Universidade Federal de Santa Catarina, 2002.

ALLEVATO, N. S. G. *Associando o computador à resolução de problemas fechados: análise de uma experiência*. 2005, 370f. Tese (Doutorado). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro-SP, 2005.

ALLEVATO, N. S. G. As concepções dos alunos sobre resolução de problemas ao utilizarem o computador no estudo de funções. *Paradigma*. v.XXVIII, n.1, p.131-156, 2007. Disponível em: <<http://www.scielo.org/ve/pdf/pdg/v28n1/art07.pdf>>. Acesso em: 13 jun. 2008.

ALLEVATO, N. S. G. *O computador e a aprendizagem matemática: reflexões sob a perspectiva da resolução de problemas*. 2010. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/serp/trabalhos_completos/completo4.pdf>. Acesso em: 13 jun. 2010.

ALMEIDA, M. E. O computador como ferramenta de reflexão na formação e na prática de professores. *Revista da APG*. v.1, n.1, São Paulo, 1997. p.1-15.

ALMEIDA, M. E. A formação do professor para uso pedagógico do computador. In: _____. *Informática e formação de professores – PROINFO*. Ministério da Educação (MEC). v.2, 2000. p.107-119.

ALMEIDA, M. E. Tecnologias na educação: dos caminhos trilhados aos atuais desafios. *Bolema*, Rio Claro-SP, n.29, p.99-129, 2008.

ALMEIDA, C.; VISEU, F. Interpretação gráfica das derivadas de uma função por professores estagiários de matemática. *Revista Portuguesa de Educação*. n.15(1), p.193-219, 2002.

ALSINA, C.; BURGUÉS, C.; FORTUNY, J. M. *Invitación a la didáctica de la geometría*. 4. reimp. Madrid: Síntesis, 1997. 142p.

AUGUSTO, C. R. *Aprendizagem de função afim: uma intervenção de ensino com auxílio do software graphmatica*. 2008. Dissertação (Mestrado profissional em ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

ÁVILA, G. O ensino da matemática. *Revista do professor de matemática*. n.23, p.1-7, 1993.
 BARBOSA, A. C. M. Investigando e Justificando Problemas Geométricos com o Cabri Géomètre II. *Boletim GEPEM*. n.39, p.51-72, 2001.

BENEDETTI, F. C. *Funções, software gráfico e coletivos pensantes*. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro-SP, 2003.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. *Investigação qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Portugal: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. C., PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática*. 3. ed. 2. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. 100p.

BOYER, C. B. *História da matemática*. 2. ed. São Paulo: Edgar Blücher, 1996. Tradução Elza F. Gomide. 9. reimp. 2009. 496p.

BRAGA, C. *O processo inicial de disciplinarização de função na matemática do ensino secundário brasileiro*. 2003, 177f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

BRAGA, E. R. *A compreensão dos conceitos das funções afim e quadrática no ensino fundamental com o recurso da planilha*. 2009, 208f. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Física, Programa de pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Porto Alegre – RS, 2009.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Fundamental (SEF). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília: MEC/Semtec, 1999. 114p.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). *PCN +: Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: MEC/Semtec, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC), Secretaria da Educação Básica (SEB). *Orientações Curriculares para o Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília: MEC/SEB, v.2, 2008. p.67-98.

BRITO, M. R. F. Contribuições da psicologia educacional à educação matemática. 2005. In: _____. (org.). *Psicologia da Educação Matemática: teoria e pesquisa*. Florianópolis-SC: Insular, 2005. p.49-67.

BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. 2006. In: _____. F. *Solução de problemas e a matemática escolar*. Campinas-SP: Alínea, 2006. p.13-53.

BRITO, M. R. F.; GARCIA, V. J. N. A psicologia cognitiva e suas aplicações à educação. 2005. In: BRITO, M. R. F. (org.). *Psicologia da Educação Matemática: teoria e pesquisa*. Florianópolis-SC: Insular, 2005. p.29-48.

BUENO, R. W. S. *As múltiplas representações e a construção do conceito de função*. 2009, 70p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Programa de pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática da Faculdade de Física. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

CAMILLO, P. A. *Gráficos de jornais e revistas: a dificuldade encontrada em interpretá-los*. São Paulo, 2006. Disponível em <http://www.unimesp.edu.br/arquivos/mat/tcc06/Artigo_Patricia_Almeida_Camillo.pdf>. Acesso em 01 jun. 2008

CARVALHO, J. P. O cálculo na escola secundária: algumas considerações históricas. In: *Cadernos CEDES*. n.40. Campinas – SP: Papirus, p.62-80, 1996.

CEJA. Colégio Estadual Jardim América. *Projeto Político Pedagógico (PPP)*. Goiânia, 2010.

CHAVES, M. I. A.; CARVALHO, H. C. *Formalização do conceito de função no ensino médio: uma sequência de ensino-aprendizagem*. GT-3, Anais do VIII ENEM, Recife-PE, 2004. Disponível em <<http://www.ufpa.br/npadc/gemm/documentos/docs/Formalizacao%20Conceito%20Funcao%20Ensino%20Medio.pdf>>. Acesso em 01 jun. 2008.

CHIZZOTTI, A. *Pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais*. Petrópolis, RJ: Vozes, 2006.

COX, K. K. *Informática na educação escolar*. Campinas-SP: Autores Associados, 2003. (Coleção polêmicas do nosso tempo).

ECHEVERRÍA, M. P. P. A solução de problemas em matemática. 1998. In: POZO, J. I. (org.). *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Porto Alegre: ArtMed, 1998. p.43-65.

ECHEVERRÍA, M. P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. 1998. In: POZO, J. I. (org.). *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Porto Alegre: ArtMed, 1998. p.13-42.

GIL, A. C. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. São Paulo: Atlas, 2006.

GLADCHEFF, A. P.; ZUFFI, E. M.; SILVA, D. M. *Um instrumento para avaliação da qualidade de softwares educacionais de matemática para o ensino fundamental*. Anais do VII workshop de informática na escola. Congresso da Sociedade Brasileira de Computação. Fortaleza-CE, 2001.

GRAVINA, M. A. Geometria dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. *VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação*. Belo Horizonte, 1996.

GRAVINA, M. A., SANTAROSA, L. M. A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados. *Atas do IV Congresso Ibero-americano de Informática na Educação*. Brasília, 1998.

HERTZER, K. *Graphmatica...* Disponível em: <<http://www.graphmatica.com>>. Acesso em: 24 set. 2007.

HOFFMANN, D. S. Relato de Experiência: a geometria e o Cabri Géomètre na Licenciatura em Matemática da UFRGS. *I Congresso Sul-Brasileiro de Informática na Educação – Áreas Exatas*. Florianópolis, 2000.

HUETE, J. C. S.; BRAVO, J. A. F. Relações e controvérsias entre a definição do problema matemático e sua educação matemática. 2006. In: _____. *O ensino da matemática: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas*. Porto Alegre-RS: Artmed, 2006. p.121-138. Tradução de Ernani Rosa.

LEÃO, A. S. G.; BISOGNIN, V. Construção do conceito de função no ensino fundamental por meio da metodologia de resolução de problemas. *Educação Matemática em Revista*. SBEM-RS. v.1, n.1, p.27-35, 1999.

LÉVY, P. *As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática*. 15. reimp. Rio de Janeiro: editora 34, 2008. 208p.

LOPES, J. P.; ANGOTTI, J. A. P.; MORETTI, M. T. *Função afim e conceitos unificadores: o ensino de matemática e física numa perspectiva conceitual e unificadora*. IV Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências – IV ENPEC – ATAS. Bauru: ABRAPEC, 2003.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986.

MACIEL, V. B.; SILVA, A. B.; CIVARDI, J. A.; BARBOSA, K. C.; REIS, M. E. T.; MONTEIRO, A. C. B.; SILVA, R. E. J.; SILVEIRA, G. P. Trigonometria utilizando o software Cabri Géomètre. *Itinerarius Reflectionis*. (Revista Eletrônica de Educação do Curso de Pedagogia do Campus Avançado de Jataí da Universidade Federal de Goiás). v.1, n.1, 2005. Disponível em: <<http://www.jatai.ufg.br/pedagogia/revista/ir.htm>>. Acesso em: 01 out. 2007.

MAIA, D. *Função quadrática: um estudo didático de uma abordagem computacional*. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MARCO, F. F. *Estudos dos processos de resolução de problema mediante a construção de jogos computacionais de matemática no ensino fundamental*. 2004, 157f. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP, 2004.

MARKOVITS, Z.; EYLON, B. S.; BRUCKHEIMER, M. Dificuldades dos alunos com o conceito de função. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. *As idéias da álgebra*. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

MARQUES, A. C.; CAETANO, J. S. Utilização da informática na escola. p.131-168. In: MERCADO, L. P. L. (org.). *Novas tecnologias na educação: reflexões sobre a prática*. Maceió-AL: EDUFAL, 2002. 210p. Disponível em: <http://books.google.com/books?id=bi7OpaxCJT8C&pg=PA131&lpg=PA131&dq=utiliza%C3%A7%C3%A3o+da+inform%C3%A1tica+na+escola+%2B+marques+e+caetano&source=bl&ots=uzj-ggndc7&sig=Wa7REhpMWldgPU-CTnOnVtcrziY&hl=pt-BR&ei=6gYTTtLrG-n20gHVr6CMDg&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=4&ved=0CDMQ6AEwAw#v=onepage&q=utiliza%C3%A7%C3%A3o%20da%20inform%C3%A1tica%20na%20escola%20%2B%20marques%20e%20caetano&f=false>. Acesso em: 05 jul. 2011.

MATOS, K. S. L.; VIEIRA, S. L. *Pesquisa educacional: o prazer de conhecer*. Fortaleza: Edições Demócrito Rocha, UECE, 2001. 144p.

MENNA BARRETO, M. *Tendências atuais sobre o ensino de funções no Ensino Médio*. 2011. Disponível em: <http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitaes_II/modulo_II/pdf/funcoes.pdf>. Acesso em: 13 jun. 2011.

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo? *Pro-posições*. v.3, n.1 [7], p.39-54, São Paulo: Cortez, 1992.

MISKULIN, R. G. S. *Concepções teórico-metodológicas sobre a introdução e a utilização de computadores no processo ensino/aprendizagem da Geometria*. 1999, 557f. Tese (Doutorado). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP, 1999.

MISKULIN, R. G. S.; ESCHER, M. A.; SILVA, C. R. M. A prática docente do professor de matemática no contexto das TICs: uma experiência com a utilização do maple em cálculo diferencial. *Revista de Educação Matemática*. v.10, n.11, p.29-37, 2007.

MORAES, M. C. *Informática educativa no Brasil: uma história vivida, algumas lições aprendidas*. São Paulo, 1997. Disponível em: <<http://www.edutec.net/>>. Acesso em: 23 mar. 2006.

MOREIRA, M. E. (org.). *Ressignificação: ensino médio em travessia*. Goiânia: KELPS, 2009. 392p.

OLIVEIRA, L. T. F. *Habilidades espaciais subjacentes às atividades de discriminação e composição de figuras planas usando o Tangram e o Tegram*. Campinas, 1998, 143f. Dissertação (Mestrado em Educação na área de concentração de Educação Matemática). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1998.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. 2. ed. São Paulo: Cortez, p.213-231, 2005.

PAIS, L. C. *Educação escolar e as tecnologias da informática*. 1.ed., 2. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2008a. 168p. (Coleção Trajetória).

PAIS, L. C. *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. 2. ed. 2. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2008b. 128p.

PENTEADO, M. G. Novos atores, novos cenários: discutindo a inserção dos computadores na profissão docente. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e perspectivas*. São Paulo: UNESP, 1999. p.297-313.

PENTEADO, M. G.; BORBA, M. C. *A informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão*. São Paulo: Olho d'água, 2000.

PONTE, J. P. The History of the Concept of Function and Some Educational Implications. *Mathematics Educator*. v.3, n.2, 1992. Disponível em: <<http://math.coe.uga.edu/tme/v03n2/Ponte.pdf>>. Acesso em: 26 mai. 2009.

POZO, J. I. Introdução. 1998. In: _____. (org.). *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Porto Alegre: ArtMed, 1998. p.09-11.

POZO, J. I.; ANGÓN, Y. P. A solução de problemas como conteúdo procedimental da educação básica. 1998. In: POZO, J. I. (org.). *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Porto Alegre: ArtMed, 1998. p.139-165.

POZO, J. I.; CRESPO, M. A. G. A solução de problemas nas ciências da natureza. 1998. In: POZO, J. I. (org.). *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Porto Alegre: ArtMed, 1998. p.67-102.

RODRIGUES, E. B. T.; MOREIRA, M. E. (org.). *Ressignificação do Ensino Médio: um caminho para a qualidade*. Goiânia: GRAFSET, 2009. p.9-42.

ROLKOUSKI, E.; FERRAREZI, L. Tecnologias informáticas, o ensino de funções e geometria analítica: novas mídias – novos problemas. In: *VII Encontro Nacional de Educação Matemática*. Recife, 2004.

SANTOS, E. P. *Função afim $y = ax + b$: a articulação entre os registros gráfico e algébrico com auxílio de um software educativo*. 2002. 120f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.

SCANO, F. C. *Função afim: uma sequência didática envolvendo atividades com o geogebra*. 2009. Dissertação (Mestrado profissional em ensino de matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

SILVA, C. P. *A matemática no Brasil: história de seu desenvolvimento*. 3. ed. São Paulo: Edgar Blücher, 2003. 163p.

SILVEIRA, G. P.; SILVA, R. E. J. *Tecnologia Informática e os cortes de sabão no ensino de áreas e volumes*. 2003, 116f. Monografia (Trabalho de Final de Curso). Coordenação do Curso de Matemática, Campus Avançado de Jataí, Universidade Federal de Goiás, Jataí-GO, 2003.

SORMANI JUNIOR, C. *Um estudo exploratório sobre o uso da informática na resolução de problemas trigonométricos*. 2006, 227f. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2006.

VALENTE, J. A. Por quê o computador na educação? In: _____. *Computadores e conhecimento: repensando a educação*. 1995a. Disponível em: <http://www.nied.unicamp.br/publicacoes/publicacao_detalhes.php?id=51>. Acesso em: 05 jul. 2011.

VALENTE, J. A. Diferentes usos do computador na educação. In: _____. *Computadores e conhecimento: repensando a educação*. 1995b. Disponível em: <http://www.nied.unicamp.br/publicacoes/publicacao_detalhes.php?id=50>. Acesso em: 05 jul. 2011.

VALENTE, J. A. O uso inteligente do computador na educação. *Pátio – Revista pedagógica*. n.1, 1997. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos_teses/EDUCACAO_E_TECNOLOGIA/USOINTELIGENTE.PDF>. Acesso em: 05 jul. 2011.

VALENTE, W. R. *Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930)*. 1. ed. São Paulo: Annablume, 1999. 211p.

VALENTE, J. A.; ALMEIDA, F. J. *Visão analítica da informática na educação no Brasil: a questão da formação do professor*. Disponível em: <<http://www.professores.uff.br/hjbortol/car/library/valente.html>>. Acesso em: 13 jun. 2008.

VERDÚ, F.; GARCÍA, F. J. Un asistente didáctico-matemático para el estudio y representación de funciones. *Epsilon: revista de la sociedad andaluza de educación matemática “thales”*. n.42, p.515-534, 1998.

VIEIRA, E. A.; SILVA, R. M. G. Tecnologias no cotidiano escolar: limites e possibilidades. *Revista Latinoamericana de Tecnologia Educativa - RELATEC*. v.8, n.2, p.109-125. 2009. Disponível em: <[http://campusvirtual.unex.es/cala/editio/index.php?journal=relatec&page=article&op=viewFile&path\[\]=487&path\[\]=431](http://campusvirtual.unex.es/cala/editio/index.php?journal=relatec&page=article&op=viewFile&path[]=487&path[]=431)>. Acesso em: 05 jul. 2011.

ZUFFI, E. M. *O tema “funções” e a linguagem matemática de professores do ensino médio: por uma aprendizagem de significados*. 1999, 313p. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999.

ZUFFI, E. M. *Uma sequência didática sobre “funções” para a formação de professores do ensino médio*. GT-3, Anais do VIII ENEM, Recife-PE, 2004. Disponível em <<http://www.ufpa.br/npadc/gemm/documentos/docs/Formalizacao%20Conceito%20Funcao%20Ensino%20Medio.pdf>>. Acesso em 01 jun. 2008.

ZUFFI, J. P.; PACCA, J. L. A. O conceito de função e sua linguagem para os professores de matemática e de ciências. *Revista Ciência e Educação*. v.8, n.1, p.1-12, 2002.

ANEXOS

ANEXO A – Questionário socioeconômico dos participantes da pesquisa



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA JÚLIO MESQUITA FILHO

Campus: BAURU-SP

Mestranda: REGINA EFIGÊNIA DE JESUS SILVA RODRIGUES

Disciplina: MATEMÁTICA

QUESTIONÁRIO SOCIOECONÔMICO DOS PARTICIPANTES DA PESQUISA

1. Idade: _____ 2. Naturalidade: _____
3. Sexo: ☐ masculino ☐ feminino
4. Endereço: _____
5. Sua família mora em casa:
☐ própria ☐ alugada ☐ cedida ☐ financiada ☐ outros
6. Quantas pessoas moram na sua casa: _____
7. Quem é responsável por você?
☐ Pais ☐ Pai ☐ Mãe ☐ Outros: quem? _____
8. Qual o grau de escolaridade do(s) seu(s) responsável(eis):
☐ ensino fundamental ☐ completo ☐ incompleto
☐ ensino médio ☐ completo ☐ incompleto
☐ ensino superior ☐ completo ☐ incompleto
☐ pós-graduação ☐ completo ☐ incompleto
9. Qual a profissão:
-Do seu pai: _____
-Da sua mãe: _____
-Do seu responsável: _____
10. Qual a renda familiar mensal?
☐ até um salário mínimo ☐ de um a dois salários mínimos
☐ de dois a três salários mínimos ☐ de três a quatro salários mínimos
☐ de quatro a cinco salários mínimos ☐ mais de cinco salários mínimos
11. Você trabalha? ☐ sim ☐ não
12. Contribui na renda familiar? ☐ sim ☐ não
13. Você e sua família possuem planos de saúde? ☐ sim ☐ não
14. Você utiliza os serviços dos postos de saúde? ☐ sim ☐ não
15. Sua vida escolar sempre foi:
☐ em escola pública ☐ parte em escola pública, parte em escola particular
☐ em escola particular
16. Na sua opinião, sua escola é:
☐ ótima ☐ boa ☐ regular ☐ ruim
17. Você já foi reprovado em alguma série? ☐ sim ☐ não
-Em qual série? _____
18. Você é repetente na série em que cursa? ☐ sim ☐ não

19. Como é seu relacionamento com os colegas?
☐ ótimo ☐ bom ☐ regular ☐ ruim
20. Como é a sua relação com o seu professor de Matemática?
☐ ótimo ☐ bom ☐ regular ☐ ruim
21. Você gosta de estudar matemática? ☐ sim ☐ não
22. Você tem dificuldades quanto ao conteúdo de matemática? ☐ sim ☐ não
23. Você tem dificuldades de resolver problemas matemáticos? ☐ sim ☐ não
24. Com que frequência você estuda matemática?
☐ alguns dias da semana ☐ em vésperas de prova
☐ todos os dias ☐ não estuda
25. Se estudar, quantas horas por dia você se dedica?
☐ menos de uma hora ☐ uma a duas horas
☐ três a quatro horas ☐ mais de cinco horas
26. Tem auxílio em casa com as atividades de matemática? ☐ sim ☐ não
 Quem auxilia? _____
27. Existe algum motivo que o desestimula a estudar matemática? ☐ sim ☐ não
28. Você tem interesse em melhorar o seu aprendizado em matemática? ☐ sim ☐ não
29. Você acha que os recursos didáticos utilizados pelo professor são suficientes para o aprendizado de matemática? ☐ sim ☐ não
30. Você concorda com o sistema de avaliação utilizado pelo professor? ☐ sim ☐ não
 -Por quê? _____
31. Você acha que a linguagem do livro didático é difícil de ser compreendida?
☐ sim ☐ não
32. Você acredita que as horas de estudo e resolução de tarefas em casa contribuem para o aprendizado?
☐ sim ☐ não
33. Você tem computador em casa? ☐ sim ☐ não. Em caso negativo, tem acesso fácil a um computador em outro local? Onde? _____
34. Você utiliza o computador, geralmente, para fazer o quê? _____

35. Você já utilizou computador para desenvolver atividades matemáticas? Em caso afirmativo, de que modo? Se puder especifique o programa de computador que utilizou. _____

36. Você acha que o computador, especificamente um software de Matemática, pode facilitar sua aprendizagem na escola? Explique porquê. _____

37. De sugestões para que você tenha maior interesse pelo aprendizado de matemática.

ANEXO B – Prova Investigativa



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA JÚLIO MESQUITA FILHO

Campus: BAURU-SP

Mestranda: REGINA EFIGÊNIA DE JESUS SILVA RODRIGUES

Disciplina: MATEMÁTICA

Aluno(a): _____

PROVA INVESTIGATIVA

1. Lúcia tem um livro de 160 páginas para ler. Começou a montar uma tabela, pois verificou que quanto mais páginas ela ler por dia, menos dias levará para ler todo o livro. Assim, ajude Lúcia, completando a tabela abaixo e respondendo à questão:

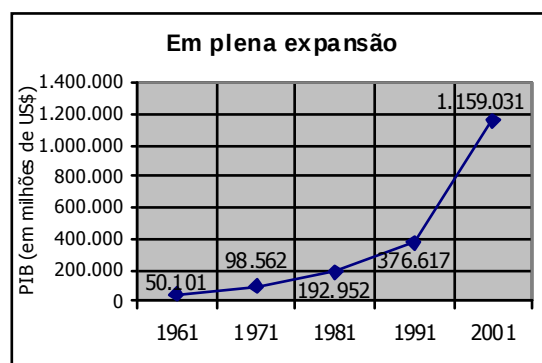
- a) O número de páginas lidas por dia e o tempo gasto para ler o livro são grandezas diretamente proporcionais ou grandezas inversamente proporcionais? Justifique sua resposta.

b)

Nº de páginas lidas por dia	5	10	16	20	160	0,5	1
Tempo (dias)	32						

2. A China se encontra em plena expansão. De acordo com os dados do Banco Mundial na década de 1990 o crescimento de seu PIB (Produto Interno Bruto) foi extraordinariamente superior às três décadas anteriores. Analise o gráfico e responda:

- a) Em que década houve o menor aumento do PIB?
- b) Em qual período o PIB esteve entre 200 e 400 milhões de dólares?
- c) Determine se a função é crescente, decrescente ou constante e em qual período ocorre



3. A tabela ao lado representa a compra de um produto em promoção que Cintia viu em um mercado. Analise-a e responda à questão abaixo.

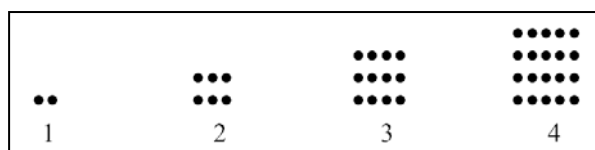
Nº de sabonetes	1	2	3	4	5
Preço (em R\$)	0,89	1,78	2,67	3,56	3,56

Nessa situação, o preço a pagar é diretamente proporcional à quantidade de sabonetes? Explique.

4. Na sequência abaixo, cada número corresponde à posição de um conjunto de pontos, conforme mostra a figura.

Assim, responda:

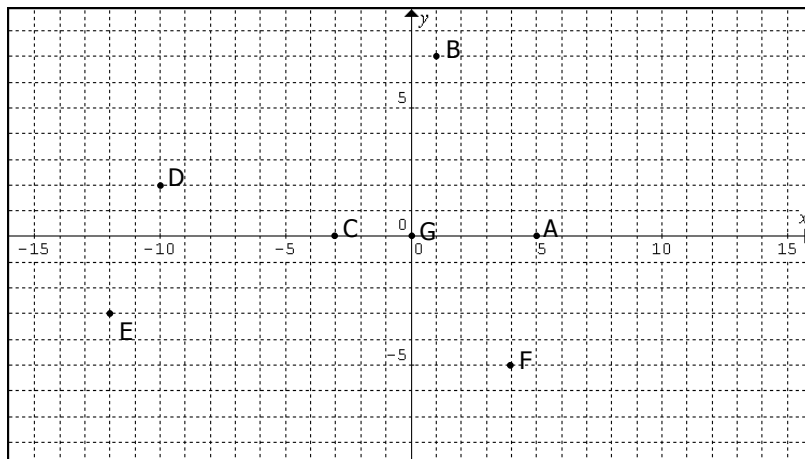
- a) Quantos pontos haverá na 10ª posição?
- b) Como podemos descobrir quantos pontos haverá em uma posição qualquer, sabendo apenas o número desta posição?



5. Para transformar graus Fahrenheit em graus Celsius usa-se a fórmula $C = \frac{5}{9}(F - 32)$, em que F é o número de graus Fahrenheit e C é o número de graus Celsius.

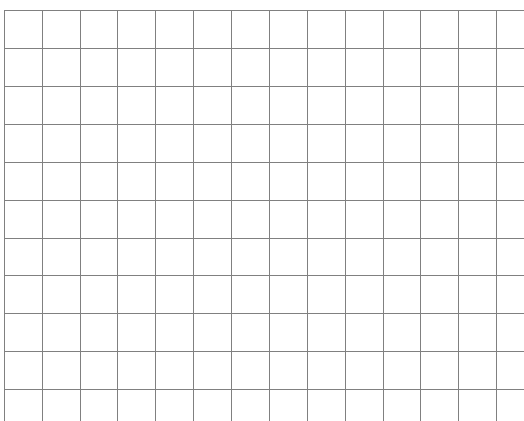
- a) Transforme 35 graus Celsius em graus Fahrenheit;
- b) Qual a temperatura (em graus Celsius) em que o número de graus Fahrenheit é o dobro do número de graus Celsius?

6. Forneça as coordenadas de cada ponto assinalado no plano cartesiano abaixo:



7. A um mês de uma competição, um atleta de 75 kg é submetido a um treinamento específico para aumento de massa muscular, em que se anunciam ganhos de 180 gramas por dia. Suponha que isso realmente ocorra.

- a) Determine o “peso” do atleta após uma semana de treinamento.
- b) Encontre a lei que relaciona o “peso” do atleta (p) em função do número de dias de treinamento (n). Esboce o gráfico dessa função.
- c) Será possível que atleta atinja ao menos 80 kg em um mês de treinamento?



8. O lucro (em reais) de uma microempresa pode ser dado em função do preço (p) de venda de seu principal produto da lei: $L(p) = -50 \cdot (p^2 - 24p + 80)$. Analise as afirmações seguintes, classificando-as como verdadeiras (V) ou falsas (F), justificando.

- a) () Quando o produto é vendido a R\$7,00 ou a R\$17,00, a empresa obtém o mesmo lucro.
- b) () Quando o preço de venda do produto é colocado a R\$5,00, o lucro obtido é inferior a R\$700,00.
- c) () O lucro máximo possível nessas condições é de R\$3200,00.
- d) () Os preços de venda de R\$4,00 e de R\$20,00 não proporcionam lucro algum.

9. Chegando à cidade de São Paulo, um turista percebeu que precisaria alugar um carro. Consultou o preço em duas locadoras de automóveis. Na primeira, o preço da diária era de R\$16,00 mais R\$0,27 por km rodado. Na segunda era de R\$26,50 mais R\$0,13 por km rodado. Qual das duas locadoras ele deveria escolher? Por quê?

ANEXO C – Sequência Didática para a Coleta de Dados



**SEQUENCIA DIDÁTICA PARA A EFETIVAÇÃO DO PROJETO DE PESQUISA DO PROGRAMA
DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA**

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA JÚLIO MESQUITA FILHO

Campus: **BAURU-SP**

Título do projeto: A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO NO CONTEXTO DAS TIC: a influência do software *graphmatica* no ensino de funções

Mestranda: REGINA EFIGÊNIA DE JESUS SILVA RODRIGUES

Linha de pesquisa: L3 – Fundamentos e modelos psico-pedagógicos no Ensino de Ciências e Matemática

Orientador: Professor Dr. Nelson Antônio Pirola

Disciplina: **MATEMÁTICA**

Local de aplicação do projeto: **COLÉGIO ESTADUAL JARDIM AMÉRICA**

Cidade: **GOIÂNIA-GO**

Tema: FUNÇÕES

Função é um conceito muito importante da Matemática, além de ser utilizado como ferramenta em várias áreas do conhecimento como Física, Química e Biologia. A dificuldade encontrada pelos estudantes do Ensino Médio na compreensão desse conceito está na maioria das vezes, relacionada à forma com que o conceito de função é trabalhado pelo professor de Matemática.

Como foi dito anteriormente, a ideia que se apresenta no conceito de função geralmente é dissociada da realidade, não se vê, dessa forma, um significado concreto para a formalização. Vemos, assim, a importância de se realizar um estudo de conceitos matemáticos que envolva situações reais de atividades que desafiam os conhecimentos, que torne a Matemática mais prazerosa, mais envolvente, e dessa forma permite a construção de um conhecimento mais significativo para o estudante.

Levando em conta tal dificuldade e a necessidade da compreensão deste conceito matemático para aquisição de novos conhecimentos, seja dentro da Matemática ou em outras áreas do conhecimento, decidimos elaborar uma sequência didática baseada na crença de que o estudante aprende refletindo e agindo sobre situações e objetos do conhecimento apreendido. Desta forma, o estudante estabelece uma rede de conexões entre seu conhecimento prévio e o novo conhecimento, levantando hipóteses sobre a situação em pauta a fim de concretizar a aprendizagem.

A sequência didática proposta parte da hipótese de que a aprendizagem do conceito de funções de 1º e 2º graus se torna mais eficaz quando contempla o uso do computador junto a um software educacional específico para o trabalho com funções. Optamos então por trabalhar com o software *graphmatica*, e com ele, buscamos despertar o interesse do estudante, auxiliando-o a compreender significativamente o conceito analítico e o comportamento gráfico das funções.

A seguir, trataremos dos objetivos específicos que almejamos alcançar com a aplicação da proposta, bem como as competências que buscaremos desenvolver durante o trabalho planejado. A intenção é fazer com que os estudantes aprendam o conteúdo de funções tendo como suporte o software aliado à metodologia de resolução de problemas. Pretendemos que os estudantes percebam a ideia do conceito de função por meio de situações cotidianas, reconhecendo a presença deste conceito em seu dia-a-dia, bem como sua importância para a Matemática.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Desenvolver ações para que os estudantes consigam:

- Perceber relações entre grandezas;
- Resolver situações-problema envolvendo grandezas direta e inversamente proporcionais por meio de estratégias variadas;
- Representar em um sistema de coordenadas cartesianas a variação de grandezas (gráfico de funções), analisando e caracterizando o comportamento dessa variação;
- Compreender que o conjunto de pontos num sistema de coordenadas é a representação gráfica de uma função;
- Compreender a ideia de função e particularmente das funções afim e quadrática;
- Perceber a presença do conceito de função em situações cotidianas;
- Analisar o comportamento global de uma função (intuir, conjecturar e generalizar propriedades gráficas das funções);
- Construir e interpretar gráficos de funções, determinando seus domínios e imagens;
- Representar graficamente diversos tipos de funções e estabelecer relações destes com suas respectivas formas algébrica e tabular;
- Interpretar tabelas e gráficos para identificar propriedades e relações;
- Observar e deduzir as relações existentes entre a forma genérica de uma função e as demais;
- Compreender a ideia dos zeros das funções;
- Compreender e analisar o crescimento e o decrescimento das funções afins e das quadráticas;
- Entender e analisar máximos e mínimos das funções quadráticas;
- Aplicar estes conceitos relacionando-os à ideia de função, aproveitando-os em situações do cotidiano, bem como em situações-problema apresentados;
- Resolver matematicamente situações do seu cotidiano e caminhar na busca de soluções, aprendendo a agir e a refletir sobre situações e objetos que lhes são oferecidos;
- Quantificar aspectos da realidade que permitam interpretá-la melhor, utilizando as múltiplas representações das funções.

A seguir dissertaremos sobre as ideias que norteiam o trabalho a ser desenvolvido durante a intervenção, dando ênfase às atividades e ao enfoque a ser dado às mesmas no decorrer do processo.

PRÁTICAS DE ENSINO

COMPETÊNCIA

- Produzir textos analíticos para discutir, sintetizar e sistematizar formas de pensar, fazendo uso, sempre que necessário, da linguagem matemática. Redigir resumos, justificar raciocínios, propor situações-problema, sistematizar as ideias principais sobre dado tema matemático com exemplos e comentários próprios.

INTRODUÇÃO

Para o início da execução da proposta de ensino, a ser desenvolvida com os estudantes, selecionados para a pesquisa, será proposto primeiramente, que eles respondam a um questionário

socioeconômico, objetivando o conhecimento do público com o qual estarei em contato durante a coleta de dados.

Investigaremos, em seguida, os conhecimentos prévios dos estudantes. Para isso, proporemos algumas questões relacionadas numa prova investigativa. Tais questões são referentes aos conceitos que eles precisam sensibilizar para o aprendizado de funções, mas também às grandezas diretamente e inversamente proporcionais, variação de grandezas, plano cartesiano, coordenadas cartesianas, noção de função e também questões que envolvem este conceito em situações-problema variadas. Esta etapa será desenvolvida em forma de questionamentos, após a aplicação do pré-teste, para verificar o que os participantes trazem efetivamente de conhecimentos prévios.

Além desta, pretendemos fazer questionamentos aos estudantes que servirão como pré-teste, um recurso a mais e que dará uma visão mais ampla (início e fim de processo) na hora da análise desenvolvimento do projeto de pesquisa.

Continuando a pesquisa proporemos atividades que, individualmente ou em grupos, proporcionem aos participantes uma aprendizagem com mais significado. Neste sentido, trataremos a seguir do planejamento geral dessas aulas.

1ª Aula

COMPETÊNCIAS

- Reconhecer e utilizar símbolos, códigos e nomenclaturas da linguagem matemática;
- Ler e interpretar dados ou informações, apresentados em diferentes linguagens e representações, como tabelas, gráficos, esquemas, diagramas, árvores de possibilidades, fórmulas, equações ou representações geométricas.

PRÁTICAS DE ENSINO

Introdução ao conteúdo de função. (Sala de aula)

Primeiramente será feita uma retomada da simbologia matemática a ser utilizada e de como a utilizamos, para facilitar o entendimento dos conceitos e de como representá-los na linguagem matemática.

Então, para iniciar o estudo do conteúdo de função será feita uma introdução geral a partir da definição de produto cartesiano. O objetivo é entender conjunto, ponto, coordenadas de um ponto, plano cartesiano, produto cartesiano, entre outros, para então abordar e conceituar função. Depois de construída a ideia de função, identificaremos seu domínio, contradomínio e imagem, bem como alguns tipos particulares de função. Propor atividades sobre o conteúdo trabalhado. É importante explicitar também, neste momento, a diferença entre função e equação.

2ª Aula

COMPETÊNCIAS

- Ler e interpretar dados ou informações, apresentados em diferentes linguagens e representações, como tabelas, gráficos, esquemas, diagramas, árvores de possibilidades, fórmulas, equações ou representações geométricas;
- Compreender a necessidade e fazer uso apropriado de escalas.

PRÁTICAS DE ENSINO

Retomada do conteúdo visto na última aula.

Correção das atividades propostas na aula anterior.

Introduzir a ideia de gráfico de função, mostrar alguns tipos de gráficos e as várias formas de representação de uma mesma função (algébrica, tabular, gráfica).

3ª Aula

COMPETÊNCIAS

- Traduzir uma situação dada em determinada linguagem para outra;
- Selecionar diferentes formas para representar um dado ou conjunto de dados e informações, reconhecendo as vantagens e limites de cada uma delas;
- Interpretar, fazer uso e elaborar modelos e representações matemáticas para analisar situações;
- Ler e interpretar dados ou informações, apresentados em diferentes linguagens e representações, como tabelas, gráficos, esquemas, diagramas, árvores de possibilidades, fórmulas, equações ou representações geométricas;
- Identificar os dados relevantes em uma dada situação-problema para buscar possíveis soluções;
- Identificar as relações envolvidas e elaborar possíveis estratégias para enfrentar uma dada situação-problema;
- Compreender a necessidade e fazer uso apropriado de escalas;
- Adquirir uma compreensão do mundo da qual a Matemática é parte integrante, através dos problemas que ela consegue resolver e dos fenômenos que podem ser descritos por meio de seus modelos e representações;
- Reconhecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, percebendo sua presença nos mais variados campos de estudo e da vida humana, seja nas demais ciências, como Física, Química e Biologia, seja nas ciências humanas e sociais, como a Geografia ou a Economia, ou ainda nos mais diversos setores da sociedade, como na agricultura, na saúde, nos transportes e na moradia.

PRÁTICAS DE ENSINO

Retomada do conteúdo visto na última aula.

Correção das atividades propostas anteriormente.

Mais atividades envolvendo a identificação (percepção de relação existente entre os elementos do conjunto obtido no produto cartesiano, por exemplo), bem como a construção de funções (forma algébrica, a partir de situações-problema) e seus respectivos gráficos (ênfase na representação das funções no plano cartesiano).

4ª Aula

COMPETÊNCIAS

- Traduzir uma situação dada em determinada linguagem para outra;
- Selecionar diferentes formas para representar um dado ou conjunto de dados e informações, reconhecendo as vantagens e limites de cada uma delas;
- Ler e interpretar dados ou informações, apresentados em diferentes linguagens e representações, como tabelas, gráficos, esquemas, diagramas, árvores de possibilidades, fórmulas, equações ou representações geométricas;
- Expressar-se com clareza, utilizando a linguagem matemática, elaborando textos, desenhos gráficos, tabelas, equações, expressões numéricas para comunicar-se via internet, jornais ou outros meios, enviando ou solicitando informações, apresentando ideias, solucionando problemas;
- Identificar os dados relevantes em uma dada situação-problema para buscar possíveis soluções;
- Identificar as relações envolvidas e elaborar possíveis estratégias para enfrentar uma dada situação-problema;
- Compreender a necessidade e fazer uso apropriado de escalas;
- Adquirir uma compreensão do mundo da qual a Matemática é parte integrante, através dos problemas que ela consegue resolver e dos fenômenos que podem ser descritos por meio de seus modelos e representações;
- Reconhecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, percebendo sua presença nos mais variados campos de estudo e da vida humana, seja nas demais ciências, como Física, Química e Biologia, seja nas ciências humanas e sociais, como a Geografia ou a Economia, ou, ainda, nos mais diversos setores da sociedade, como na agricultura, na saúde, nos transportes e na moradia.

PRÁTICAS DE ENSINO

Aula no laboratório de informática.

Estudo das funções utilizando o computador e o software *graphmatica*.

Primeiramente será feita a apresentação do software *graphmatica* aos participantes da pesquisa, buscando instigá-los a explorarem os recursos que o software oferece e, que serão por eles utilizados.

Explicitar algumas diferenças entre a linguagem matemática e a linguagem do software, bem como algumas formas de escrita das funções. Entregar uma lista com duas tabelas comparativas destas representações (linguagem matemática e a do software) e, com algumas dicas para utilização do mesmo, como o tipo de escrita a ser utilizada para representar determinada função, por exemplo.

Propor a construção de vários gráficos aleatoriamente, pelos estudantes, visando à familiarização com o software.

Utilizar os conceitos de proporcionalidade, relação entre grandezas (para analisar o comportamento das retas, por exemplo), dependência de variáveis, além de reforçar as noções de

plano cartesiano, coordenadas de ponto e função, durante a representação destas últimas. Isso será feito em grupo, para que participantes entendam a ideia e cheguem a esses conceitos por meio da observação de gráficos, tabelas, etc.

Em seguida, apresentaremos uma lista de atividades com situações concretas, para a familiarização dos participantes com a variação de grandezas e com as ideias que dão suporte ao conceito de função afim, para que eles analisem e discutam possíveis soluções.

Neste momento, os estudantes farão discussão em grupo e utilizarão não só o computador, mas também outros recursos que acharem necessário para encontrar a solução das situações-problema. O objetivo nesta fase é expressar a dependência de uma variável em relação à outra, construir e interpretar tabelas e gráficos utilizando o software *graphmatica* e definir domínio, contradomínio e imagem de uma função. Assim, espera-se que os estudantes entendam melhor a linguagem matemática associada ao uso do computador.

5ª Aula

COMPETÊNCIAS

- Traduzir uma situação dada em determinada linguagem para outra;
- Selecionar diferentes formas para representar um dado ou conjunto de dados e informações, reconhecendo as vantagens e limites de cada uma delas;
- Interpretar, fazer uso e elaborar modelos e representações matemáticas para analisar situações;
- Ler e interpretar dados ou informações, apresentados em diferentes linguagens e representações, como tabelas, gráficos, esquemas, diagramas, árvores de possibilidades, fórmulas, equações ou representações geométricas;
- Expressar-se com clareza, utilizando a linguagem matemática, elaborando textos, desenhos gráficos, tabelas, equações, expressões numéricas para comunicar-se via internet, jornais ou outros meios, enviando ou solicitando informações, apresentando ideias, solucionando problemas;
- Identificar os dados relevantes em uma dada situação-problema para buscar possíveis soluções;
- Identificar as relações envolvidas e elaborar possíveis estratégias para enfrentar uma dada situação-problema;
- Compreender a necessidade e fazer uso apropriado de escalas;
- Adquirir uma compreensão do mundo da qual a Matemática é parte integrante, através dos problemas que ela consegue resolver e dos fenômenos que podem ser descritos por meio de seus modelos e representações;
- Reconhecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, percebendo sua presença nos mais variados campos de estudo e da vida humana, seja nas demais ciências, como Física, Química e Biologia, seja nas ciências humanas e sociais, como a Geografia ou a Economia, ou ainda nos mais diversos setores da sociedade, como na agricultura, na saúde, nos transportes e na moradia.

PRÁTICAS DE ENSINO

Aula no laboratório de informática.

Estudo da função afim e de suas respectivas propriedades gráficas.

Representaremos algumas funções afins graficamente e extrairemos desta representação suas propriedades geométricas: crescimento e decrescimento, domínio e imagem, função dos coeficientes a e b , zero da função, sinal da função afim.

Para isto, a partir da construção de vários gráficos, representativos do mesmo tipo de função, identificaremos os movimentos realizados, quando alteramos seus coeficientes. A intenção é fazer com que os participantes da pesquisa tenham uma visão da inclinação da reta no sistema de coordenadas cartesianas e entendam efetivamente o crescimento e o decrescimento das mesmas.

Ainda partindo da observação e análise de gráficos, definir o que é zero da função, indicando-o nas representações efetuadas (fazer observação sobre os pontos em que as retas representadas por essas funções cortam os eixos cartesianos, relacionando-os com o zero da função). A partir deste entendimento, iniciar o estudo do sinal das funções afins, mostrando aos estudantes (através de questionamentos) quando a função é positiva, nula e quando esta se torna negativa.

Além disso, reforçaremos a ideia das diferentes representações possíveis para uma mesma função (gráfica, tabular, algébrica).

Por fim, proporemos atividades nas quais os estudantes obterão leis de funções a partir de problemas do cotidiano e, em seguida, resolveremos algumas situações-problema nas quais os estudantes colocarão em prática as descobertas feitas anteriormente, relacionando-as ao novo conhecimento.

6ª Aula

COMPETÊNCIAS

- Traduzir uma situação dada em determinada linguagem para outra;
- Selecionar diferentes formas para representar um dado ou conjunto de dados e informações, reconhecendo as vantagens e limites de cada uma delas;
- Interpretar, fazer uso e elaborar modelos e representações matemáticas para analisar situações;
- Ler e interpretar dados ou informações, apresentados em diferentes linguagens e representações, como tabelas, gráficos, esquemas, diagramas, árvores de possibilidades, fórmulas, equações ou representações geométricas;
- Expressar-se com clareza, utilizando a linguagem matemática, elaborando textos, desenhos gráficos, tabelas, equações, expressões numéricas para comunicar-se via internet, jornais ou outros meios, enviando ou solicitando informações, apresentando ideias, solucionando problemas;
- Identificar os dados relevantes em uma dada situação-problema para buscar possíveis soluções;
- Identificar as relações envolvidas e elaborar possíveis estratégias para enfrentar uma dada situação-problema;
- Compreender a necessidade e fazer uso apropriado de escalas;

- Adquirir uma compreensão do mundo da qual a Matemática é parte integrante, através dos problemas que ela consegue resolver e dos fenômenos que podem ser descritos por meio de seus modelos e representações;
- Reconhecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, percebendo sua presença nos mais variados campos de estudo e da vida humana, seja nas demais ciências, como Física, Química e Biologia, seja nas ciências humanas e sociais, como a Geografia ou a Economia, ou ainda nos mais diversos setores da sociedade, como na agricultura, na saúde, nos transportes e na moradia.

PRÁTICAS DE ENSINO

Aula no laboratório de informática.

Estudo da função quadrática e de suas respectivas propriedades gráficas.

Após o desenvolvimento das atividades anteriores, introduzir função quadrática sem enfatizar ou separar tal conteúdo do que havia sido trabalhado até agora e deixar que durante a análise da situação-problema trabalhada, os próprios estudantes percebam que estão começando o estudo da função quadrática.

Estudando a representação gráfica de várias funções quadráticas e a variação de seus coeficientes, ajudaremos os estudantes a chegarem a conclusões sobre o vértice, zeros da função; concavidade da parábola e máximo e mínimo da função dada; de forma a fazer com que esse conteúdo, que normalmente é complicado seja, aos poucos, compreendido.

Sugerir que os estudantes busquem soluções e experimentem novos caminhos; instigando-os a resolverem problemas contextualizados e relacionados com seu dia-a-dia, promovendo a troca de ideias entre os mesmos, a iniciativa para buscar informações e soluções para os problemas propostos e assim, buscar contribuir com a motivação dos estudantes para investigar.

7ª Aula

COMPETÊNCIAS

- Traduzir uma situação dada em determinada linguagem para outra;
- Selecionar diferentes formas para representar um dado ou conjunto de dados e informações, reconhecendo as vantagens e limites de cada uma delas;
- Frente a uma situação ou problema, reconhecer a sua natureza e situar o objeto de estudo dentro dos diferentes campos da Matemática, ou seja, decidir-se pela utilização das formas algébrica, numérica, geométrica, combinatória ou estatística;
- Identificar regularidades em situações semelhantes para estabelecer regras, algoritmos e propriedades;
- Produzir textos analíticos para discutir, sintetizar e sistematizar formas de pensar, fazendo uso, sempre que necessário, da linguagem matemática. Redigir resumos, justificar raciocínios, propor situações-problema, sistematizar as ideias principais sobre dado tema matemático com exemplos e comentários próprios;
- Ler e interpretar dados ou informações, apresentados em diferentes linguagens e representações, como tabelas, gráficos, esquemas, diagramas, árvores de possibilidades, fórmulas, equações ou representações geométricas;

- Expressar-se com clareza, utilizando a linguagem matemática, elaborando textos, desenhos gráficos, tabelas, equações, expressões numéricas para comunicar-se via internet, jornais ou outros meios, enviando ou solicitando informações, apresentando ideias, solucionando problemas;
- Identificar os dados relevantes em uma dada situação-problema para buscar possíveis soluções;
- Identificar as relações envolvidas e elaborar possíveis estratégias para enfrentar uma dada situação-problema;
- Compreender a necessidade e fazer uso apropriado de escalas;
- Adquirir uma compreensão do mundo da qual a Matemática é parte integrante, através dos problemas que ela consegue resolver e dos fenômenos que podem ser descritos por meio de seus modelos e representações;
- Reconhecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, percebendo sua presença nos mais variados campos de estudo e da vida humana, seja nas demais ciências, como Física, Química e Biologia, seja nas ciências humanas e sociais, como a Geografia ou a Economia, ou ainda nos mais diversos setores da sociedade, como na agricultura, na saúde, nos transportes e na moradia;
- Compreender formas pelas quais a Matemática influencia nossa interpretação do mundo atual, condicionando formas de pensar e interagir.

PRÁTICAS DE ENSINO

Retomada do conteúdo visto.

Correção das atividades propostas na aula anterior.

Ao final da aplicação da proposta pedagógica, sugerir a resolução de mais atividades sobre todo o conteúdo trabalhado e contendo questões com espaço para a opinião dos estudantes sobre a utilização do *graphmatica*.

Se possível, serão utilizados também, durante o desenvolvimento da proposta, textos que envolvem a história dos conteúdos trabalhados, vídeos com situações-problema e curiosidades mostrando a aplicação deste no cotidiano, para que os estudantes percebam em qual contexto nasceu tal conteúdo e sua importância no decorrer do tempo.

AVALIAÇÃO

Acreditamos que ao desenvolver esse tipo de trabalho os estudantes são levados a pensarem sobre as situações com as quais se depara a partir de seus próprios conhecimentos e antes de qualquer formalização. Nessa perspectiva, os estudantes serão avaliados continuamente no decorrer do desenvolvimento da sequência didática, na qual utilizaremos os seguintes instrumentos avaliativos:

- ✓ *Atividades diagnósticas*, desenvolvidas antes do trabalho com o software, momento em que os estudantes poderão expor, além da sua opinião, os conhecimentos construídos anteriormente;
- ✓ *Trabalhos individuais*, realizados extra-aula, que proporcionarão um momento de reflexão sobre as questões propostas;

- ✓ *Trabalhos em grupo*, realizados em classe, que proporcionarão em meio às ações mais significativas a argumentação de cada um em defesa de seu ponto de vista.
- ✓ *Avaliações individuais e em grupos* a serem desenvolvidas durante a intervenção, quando os estudantes serão incentivados a se colocarem frente ao saber que terão construído até o momento;

As *observações* realizadas durante a intervenção serão utilizadas para a análise posterior, na qual será tomada como referência a forma como o estudante constrói o conhecimento; resolve o problema proposto e discute as situações apresentadas quando está presente no cenário educacional a mídia informática.

A principal avaliação será feita com base nestas observações, quando, tentaremos, durante todo o processo, perceber as mudanças, ou não, nas posturas dos estudantes, a partir das atividades trabalhadas no laboratório de informática. Tentaremos elencar critérios de análise, para então ver as observações a partir destes e, então, poder concluir se o software influencia ou não e de que forma, na aprendizagem dos estudantes, diante de uma metodologia que une tecnologia informática e resolução de problemas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CÂNDIDO, S. L. Uma experiência sobre o ensino e a aprendizagem de funções. *Educação Matemática em Revista*. n. 8, ano 7, p. 47-56, 2000.
- IEZZI, G. et. al. *Matemática: ciência e aplicações*. 2. ed. v. 1. São Paulo: Atual, 2004. 157p.
- IEZZI, G.; MURAKAMI, C. *Fundamentos de matemática elementar: conjuntos, funções*. 8. ed. v. 1. São Paulo: Atual, 2004.
- JESUS, S. L. A. *A função afim: um enfoque interdisciplinar*. Rio de Janeiro, 2005. Disponível em: <http://www.ccmn.ufrj.br/curso/trabalhos/mat_07.htm>. Acesso em: 30 mai. 2008.
- LOPES, J. P. *Fragmentações e aproximações entre matemática e física no contexto escolar: problematizando o conceito de função afim*. 2004. 205f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004.
- LOPES, W. S. *A importância da utilização de múltiplas representações no desenvolvimento do conceito de função: uma proposta de ensino*. 2003. 106f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.
- MARKOVITS, Z.; EYLON, B. S.; BRUCKHEIMER, M. Dificuldades dos alunos com o conceito de função. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. *As idéias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1994. Tradução de Hygino H. Domingues.
- NISHIO, A. L. *O que nós professores de matemática, podemos conjecturar em gráficos de funções utilizando o software winplot como recurso no ensino da matemática*. Magé-RJ, 2005. Disponível em: <http://www.ccmn.ufrj.br/curso/trabalhos/mat_07.htm>. Acesso em: 30 mai. 2008.
- SILVA, S. *O conceito de função*. Meriti-RJ, 2005. Disponível em: <http://www.ccmn.ufrj.br/curso/trabalhos/mat_07.htm>. Acesso em: 30 mai. 2008.

ANEXO D – Lista de Atividades sobre Função Afim



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA JÚLIO MESQUITA FILHO

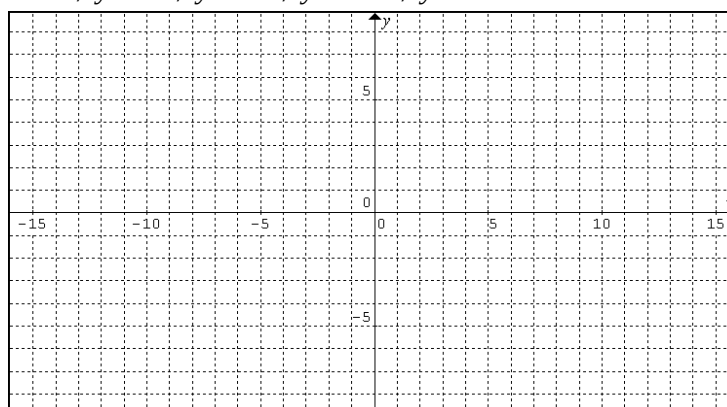
Campus: BAURU-SP

Mestranda: REGINA EFIGÊNIA DE JESUS SILVA RODRIGUES

Disciplina: MATEMÁTICA

LISTA DE ATIVIDADES – Função Afim

Atividade 1. Escreva quais as semelhanças e quais as diferenças encontradas nos gráficos das equações: $y = x$, $y = 2x$, $y = 3x$, $y = -x$, $y = -2x$, $y = -3x$.



Como o número que multiplica o x afeta o gráfico?

Atividade 2. Relacione as tabelas de valores com suas possíveis equações, justifique a resposta:

a) $y = -2x + 3$

x	y
-	-
0	-
1	-
2	-

()

b) $y = 2x + 3$

x	y
-	-
0	-
1	-
2	-

()

c) $y = 2x - 3$

x	y
-	-
0	-
1	-
2	-

()

d) $y = -2x - 3$

x	y
-	-
0	-
1	-
2	-

()

Atividade 3. Um consumidor comprou um automóvel por R\$ 20.000,00, constatando que, no final de cada ano de uso, o valor do veículo diminui para 90% do valor de um ano atrás. Veja na tabela a seguir o que acontece até o final do 2º ano.

Tempo de uso do automóvel (ano)	Valor de mercado (R\$)
0	20.000,00
1	$0,9 \times 20.000,00$
2	$0,9 \times 0,9 \times 20.000,00 = (0,9)^2 \times 20.000,00$

- Determine o valor do automóvel ao final de 3 anos e ao final de x anos.
- Indicando por y o valor de mercado desse automóvel com x anos de uso, obtenha a equação que relaciona x e y .
- O valor de mercado do automóvel é função do tempo de uso? Por quê?

Atividade 4. O salário fixo mensal de um segurança é de R\$ 560,00. Para aumentar sua receita, ele faz plantões noturnos em uma boate, onde recebe R\$ 60,00 por noite de trabalho.

- Se em um mês o segurança fizer 3 plantões, que salário receberá?
- Se representarmos por o salário final por y e o número de plantões por x , estabeleça a relação matemática que modele a relação entre y e x .
- Qual é o número mínimo de plantões necessários para gerar uma receita superior a R\$ 850,00?

Atividade 5. Um automóvel trafega em um trecho retilíneo, com velocidade constante de 60km/h, durante 5 horas. Preencha o quadro abaixo e responda as questões a seguir:

Tempo do percurso	1 hora	2 horas	3 horas	4 horas	5 horas
Distância percorrida					

- Se esse movimento continuasse por mais tempo, poderíamos calcular a distância percorrida após 12 horas? Qual seria esse valor?
- Se fosse dado que o móvel percorreu a distância de 480km, seria possível calcular o tempo gasto em percorrê-la? Qual seria esse tempo?
- O que é constante nesse problema?
- O que é variável nesse problema?
- Se representarmos por d a distancia percorrida e por t o tempo de percurso estabeleça a relação matemática que modele essa situação ($d=?$).
- O que acontece com a distancia quando se dobra ou triplica o valor do tempo? Ou quando se reduz o tempo pela metade ou à sua terça parte?
- Que relação de proporcionalidade existe entre distância percorrida e o tempo do percurso?
- Qual é a constante de proporcionalidade nesse caso?
- Baseado no conceito de função, podemos afirmar que d é função de t ? Reescreva a relação matemática do item anterior, em termos de função.

Atividade 6. Construa o gráfico da função do primeiro grau $f(x) = -3x + 1$, definida de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$.

Atividade 7. Desenhe em um mesmo plano cartesiano, os gráficos das funções lineares $f(x) = -2x$, $f(x) = -1/2x$, $f(x) = 1/5x$ e de $f(x) = x$ com cores diferentes. Escreva em cada item a mudança ocorrida em suas posições gráficas.

Atividade 8. Complete o estudo dos sinais da função $f(x) = -0,5x + 4$: Qual a raiz da função?

ANEXO E – Pós-teste



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA JÚLIO MESQUITA FILHO

Campus: BAURU-SP

Mestranda: REGINA EFIGÊNIA DE JESUS SILVA RODRIGUES

Disciplina: MATEMÁTICA

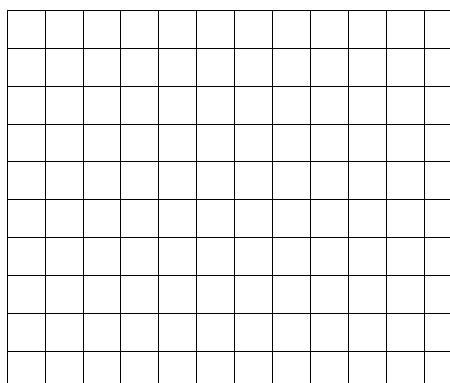
Aluno(a): _____

PÓS-TESTE

1. a) O que, para você, significa dizer que uma coisa depende de outra? Dê exemplo(s).
b) E o que significa dizer "uma coisa está em função de outra"? Dê exemplo(s).
2. É correto afirmar que a área do quadrado depende do seu lado?
3. Imagine uma situação onde, por exemplo, $y = 3x - 1$. Podemos afirmar que y depende de x ? E o que depende de y ? Justifique.
4. Você estudou, no decorrer das aulas, sobre representação gráfica. Explique o que entende por representação gráfica.
5. Você sabe o que é um plano cartesiano? E pontos no plano? Sabe o que é uma coordenada cartesiana? Explique o que você entende por esses conceitos.
6. Você já ouviu falar de função em Matemática? Explique o que você entende por função.
7. Marque um X nas expressões que para você, representam funções, das listadas abaixo.

a) $3 \cdot (2x - 4) + 1$	d) $f(x) = x + 9$
b) $h(t) = 4t$	e) $2x - 5 = 2$
c) $y = 107x$	f) $g(x) = 2 \cdot x + x^2$
8. Uma empresa paga para um funcionário R\$50,00 por hora de trabalho até 160 horas por mês, e R\$75,00 por hora extra (acima de 160 horas). Assim, responda:
 - a) O salário do funcionário depende do número de horas trabalhadas no mês?
 - b) Determine o salário de um funcionário que trabalhou 120 horas no mês.
 - c) Determine o salário de um funcionário que trabalhou 200 horas no mês.

9. É possível construir o gráfico de uma função? Como você representa a função $y = -2x - 1$ na malha quadriculada ao lado?

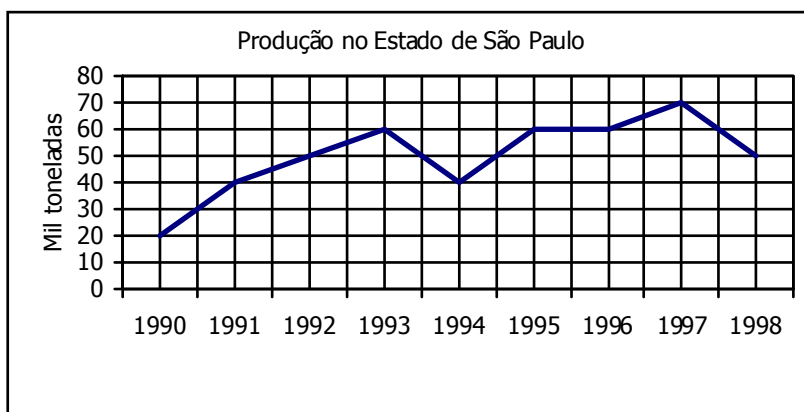


10. A seguir está representado o preço a pagar (P) por cada unidade de suco comprada (n) em uma barraca na beira do rio Araguaia em temporada de férias.

- Você observa alguma regularidade nesta tabela? Qual?
- Quanto pagarei (P) se comprar n sucos nesta barraca?
- É possível afirmar que essas grandezas são diretamente proporcionais? Justifique.
- Qual o domínio desta função? E a imagem?

Quantidade de sucos (n)	Total a pagar (P) R\$
1	1,50
2	3,00
7	10,50
15	22,50

11. O gráfico abaixo representa, em milhares de toneladas, a produção, no Estado de São Paulo, de um determinado produto agrícola entre os anos de 1990 e 1998. Analisando o gráfico, responda:



Em qual(s) período(s) a produção foi decrescente?

- Qual a média da produção ao ano desse produto agrícola?
- Em que período a produção se manteve constante?

12. Uma bola lançada verticalmente para cima, a partir do solo, tem sua altura h (em metros) expressa em função do tempo t (em segundos) decorrido após o lançamento pela lei:

$$h(t) = -5t^2 + 10t$$

Determine:

- A altura (h) em que a bola se encontra 1s após o lançamento;
- O instante (s) em que a bola se encontra a 75m do solo;
- A altura (h) máxima atingida pela bola;
- O instante (s) em que a bola atinge a altura máxima.

ANEXO F – Questionário Avaliativo



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA JÚLIO MESQUITA FILHO

Campus: BAURU-SP

Mestranda: REGINA EFIGÊNIA DE JESUS SILVA RODRIGUES

Disciplina: MATEMÁTICA

QUESTIONÁRIO AVALIATIVO

1. Você acha que as aulas contribuíram para o seu aprendizado em matemática? De que forma?

2. Você gostou da forma como as aulas foram desenvolvidas? Explique o por que.

3. Gostou da metodologia utilizada pela professora? Justifique.

4. O que achou da utilização do software *graphmatica*? Ele contribuiu para a aprendizagem do conteúdo de função?

5. Quais foram as dificuldades que você encontrou no decorrer das aulas?

6. As suas expectativas com relação ao conteúdo e as aulas foram atingidas? Por quê?

7. O que você acha que poderia ter sido diferente? Por quê?

8. Sugere alguma mudança nas aulas de matemática que tem atualmente ou que virá ter?

ANEXO G – Roteiro para Entrevista com Professor



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA JÚLIO MESQUITA FILHO
Campus: BAURU-SP

Objetivo: Obter dados para uma investigação a respeito da escolha dos participantes da pesquisa, estudantes da disciplina Matemática, do 9º ano do Ensino Fundamental.

Pesquisadora: REGINA EFIGÊNIA DE JESUS SILVA RODRIGUES

ROTEIRO PARA ENTREVISTA

1. Como foi feita, detalhadamente, a escolha dos estudantes que participaram da pesquisa? Você utilizou algum critério para a escolha? Os estudantes se dispuseram a participar, ou você os selecionou? Foi feito algum acordo para que os estudantes se dispusessem a participar?
2. No início, havia a inscrição de 15 participantes, você sabe dizer o porquê da desistência, logo no início das aulas?
3. Você notou alguma diferença no interesse, ou mesmo em outro aspecto, com relação às aulas de matemática, ou conteúdo específico desta disciplina, daqueles estudantes que participaram da pesquisa, após o término da mesma? Se sim, poderia citar alguma?

ANEXO H – Questionário Perfil do Professor



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA JÚLIO MESQUITA FILHO
Campus: BAURU-SP

Objetivo: Obter dados para uma investigação a respeito do perfil do(s) professor(es) da disciplina Matemática, do 9º ano do Ensino Fundamental.

Pesquisadora: REGINA EFIGÊNIA DE JESUS SILVA RODRIGUES

QUESTIONÁRIO – Perfil do Professor

1. **Nome:** _____

2. **Sexo:** Masculino () Feminino ()

3. **Idade:** abaixo de 23 anos () de 43 a 47 anos ()
de 23 a 27 anos () de 48 a 52 anos ()
de 28 a 32 anos () de 53 a 57 anos ()
de 33 a 37 anos () acima de 57 anos ()
de 38 a 42 anos ()

4. **Formação Acadêmica:**

Freqüentou Curso de Graduação? Sim () Não ()

Instituição de formação: () Universidade pública federal () Universidade privada
() Universidade pública estadual () Faculdade privada.
() Universidade pública municipal () Outra.

Instituição em que realizou a graduação: _____

Cidade/Estado: _____

Ano do término da graduação: _____

Tipo de Curso: Matemática () Outros (). Qual: _____

Licenciatura: Curta () Plena () Bacharelado: () Ambos: ()

Nome do Curso: _____

Cursou: () Especialização. Qual? _____

() Mestrado. Qual? _____

() Doutorado. Qual? _____

5. **Exercício do magistério:**

Instituição em que leciona: _____

Cidade/Estado: _____

Período(s) em que leciona: Diurno () Noturno () Ambos ()

Nível de Ensino: Ensino Fundamental () Ensino Médio () Ensino Superior ()

Número de horas/aula semanais: _____

6. **Tempo de magistério:** menos de 5 anos () de 15 a 19 anos ()
de 5 a 9 anos () 20 anos ou mais ()
de 10 a 14 anos ()

7. Exerce somente o magistério como atividade remunerada? () sim () não

Em caso negativo, qual é sua outra ocupação? _____

8. Acrescente outras observações que julgar necessárias.

OBS.: Este questionário destina-se exclusivamente para uma pesquisa sobre o perfil do professor de Matemática, desenvolvida dentro do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência, da Faculdade de Ciências da UNESP – Campus de Bauru. Está garantido o direito de anonimato dos participantes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

MODESTO, M. A. *Formação continuada de professores de Matemática: compreendendo perspectivas, buscando caminhos*. 2002, 189f. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru-SP, 2002.

OLIVEIRA, J. C. G. *A visão dos professores de matemática do Estado do Paraná em relação ao uso de calculadora nas aulas de matemática*. 1999. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas-SP, 1999.

ANEXO I – Planos de Aulas



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA JÚLIO MESQUITA FILHO

Campus: BAURU-SP

Mestranda: REGINA EFIGÊNIA DE JESUS SILVA RODRIGUES

Disciplina: MATEMÁTICA

PLANOS DE AULAS
AULAS 1 e 2

SIMBOLOGIAS

A matemática possui uma linguagem específica pautada em símbolos que expressam uma informação, isto é, os símbolos substituem expressões escritas por extenso.

Os principais símbolos que utilizaremos são:

1. $\in$ $\rightarrow$ pertence
2. $\notin$ $\rightarrow$ não pertence
3. $\subset$ $\rightarrow$ contido
4. $\not\subset$ $\rightarrow$ não está contido
5. $\supset$ $\rightarrow$ contém
6. $\not\supset$ $\rightarrow$ não contém
7. $<$ $\rightarrow$ menor
8. $\leq$ $\rightarrow$ menor ou igual
9. $>$ $\rightarrow$ maior
10. $\geq$ $\rightarrow$ maior ou igual
11. $\exists$ $\rightarrow$ existe
12. $\nexists$ $\rightarrow$ não existe
13. $\forall$ $\rightarrow$ para todo ou qualquer
14. $|$ ou $:$ ou $;$ $\rightarrow$ tal que
15. $\{ \}$ $\rightarrow$ conjunto
16. $()$ $\rightarrow$ sequência ordenada
17. $\sim$ $\rightarrow$ semelhante
18. $\approx$ $\rightarrow$ aproximado (ex.: $1/3 \approx 0,3333$)
19. $=$ $\rightarrow$ igual
20. $\neq$ $\rightarrow$ diferente
21. $\cong$ $\rightarrow$ aproximado (álgebra) / igual ou semelhante (geometria)
22. $\Rightarrow$ $\rightarrow$ implica

NOÇÕES ELEMENTARES

1. Conjuntos

Intuitivamente, associamos à ideia de conjunto as de grupo, coleção ou classe e, à ideia de elemento, os objetos ou “coisas” que constituem o conjunto.

Notação:

Conjunto: $A, B, C, \dots \rightarrow A = \{\dots\}$

Elementos: $a, b, c, \dots \rightarrow$ são descritos no interior das chaves

Exemplo 1: $A = \{2, 4, 6, 7\}$ onde 2, 4, 6 e 8 são elementos do conjunto A .

Para indicar se o elemento constitui o conjunto, associamos o conceito primitivo de pertencer; ou seja, usamos os símbolos $\in$ (pertence) e $\notin$ (não pertence) para relacionar elemento a conjunto.

Assim, se a é elemento do conjunto A , a relação $a \in A$ pode também ser escrita sob a forma $\{a\} \subset A$. Mas é *incorreto* escrever $a \subset A$ e $\{a\} \in A$.

1.1. Subconjuntos

Sejam A e B conjuntos. Se todo elemento de A for também elemento de B , diz-se que A é um *subconjunto* de B , que A *está contido* em B ou que A é *parte* de B . Para indicar este fato, usa-se a notação $A \subset B$.

Exemplo 2: Dizemos então que $2 \in A$, $6 \in A$ ou que o conjunto $N = \{4, 6\}$ está contido em A ; ou seja, $N \subset A$ ou ainda que $\{4, 6\} \subset A$.

Exercícios

1. Dados $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{2, 4\}$,

a) Escreva as sentenças a seguir usando a linguagem de conjuntos:

- 1 3 é elemento de A
- 2 1 não está em B
- 3 B é parte de A
- 4 B é igual a A
- 5 4 pertence a B

b) Classifique as sentenças anteriores em falsa ou verdadeira.

2. Sendo $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{1, 3, 4\}$ e $D = \{1, 2, 3, 4\}$, classifique em V ou F cada sentença abaixo e justifique:

- a) $A \subset D$
- b) $A \subset B$
- c) $B \subset C$
- d) $C = D$
- e) $A \not\subset C$

3. Dê os elementos dos seguintes conjuntos:

$A = \{\text{letras da palavra MATEMÁTICA}\}$

$B = \{\text{cores da bandeira brasileira}\}$

$C = \{\text{nome dos estados que começam com A}\}$

4. Sendo P o conjunto dos números pares entre 1 e 9, escreva $\in$ ou $\notin$ para relacionar corretamente, em cada item, o elemento ao conjunto.

- a) 2 e P
- b) 8 e P
- c) 9 e P

5. Escreva uma propriedade característica dos elementos de $I = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$.

2. Relações

2.1. Par e Par Ordenado

Par é todo conjunto formado por dois elementos, como por exemplo: $\{1, 2\}$, $\{2, b\}$, $\{3, -1\}$, $\{c, d\}$. Devido ao conceito de igualdade de conjuntos, inverter a ordem dos elementos não produz um novo par, ou seja: $\{1, 2\} = \{2, 1\}$, $\{2, b\} = \{b, 2\}$, $\{3, -1\} = \{-1, 3\}$, $\{c, d\} = \{d, c\}$.

Em matemática existem situações em que há necessidade de distinguir pares pela ordem dos elementos, pois um mesmo conjunto pode ou não ser solução de um problema, por exemplo. Assim $\{3, 4\}$ pode ser solução de um sistema de equações, enquanto $\{4, 3\}$ não; mas se $\{3, 4\} = \{4, 3\}$ isso é uma contradição.

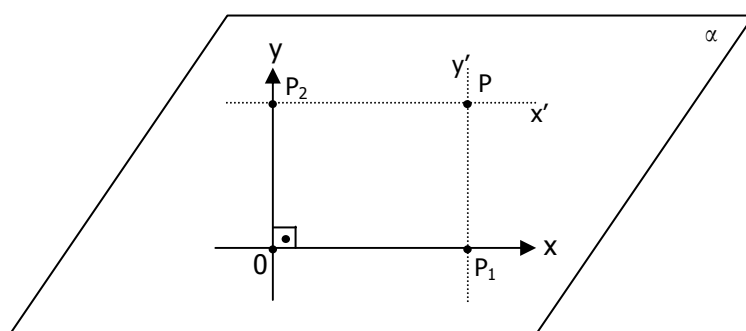
Nessas situações dizemos que a solução é um par ORDENADO e o representamos $(3, 4)$; ou seja, a ordem desses elementos não pode ser alterada. Então $(3, 4) \neq (4, 3)$.

AULA 3

2.2. Representação Gráfica

2.2.1. Plano Cartesiano

É o plano α formado por dois eixos, x e y , perpendiculares em O . Assim, dado um ponto P qualquer, $P \in \alpha$, conduzamos por ele duas retas: $x' // x$ e $y' // y$. As coordenadas de P são os números reais x_p e y_p , onde x_p é a abscissa de P e y_p é a ordenada de P , pois o eixo x é o eixo das abscissas (Ox) e o eixo das ordenadas o eixo y (ou Oy).

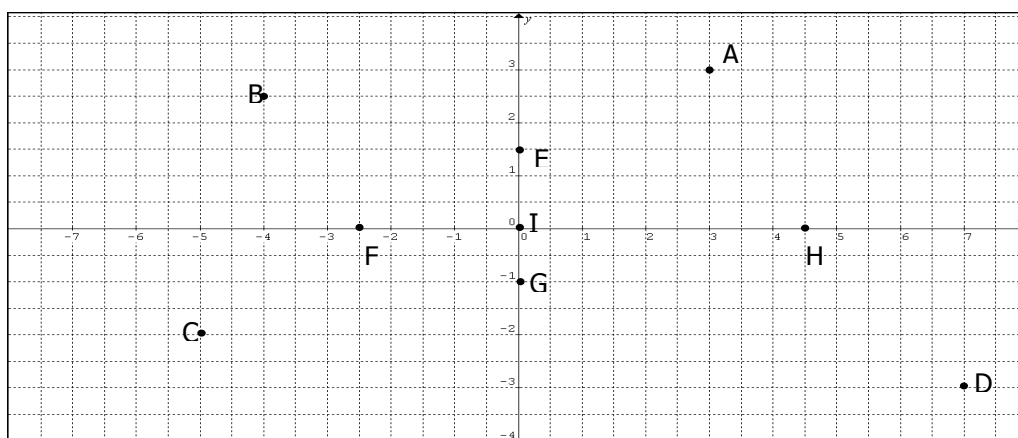


Geralmente os números reais x_p e y_p (as coordenadas) são indicadas na forma de um par ordenado (x_p, y_p) em que x_p é o primeiro termo e o segundo, y_p .

O sistema de eixos cartesianos ortogonal é o sistema xOy , no qual O é a origem do sistema, como representado na figura acima.

Exercícios

1. Dê as coordenadas de cada ponto do plano cartesiano abaixo:



2. Assinale no plano cartesiano, os pontos:

a) $(2, -3)$

b) $(0, -4)$

c) $(-4, -5)$ d) $(-1, 0)$ e) $(0, 5)$ f) $(5, 4)$ g) $(3, 0)$ h) $(-3, 2)$ i) $\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$

2.3. Produto Cartesiano

Sejam A e B dois conjuntos não vazios. Denominamos PRODUTO CARTESIANO de A por B o conjunto $A \times B$ cujos elementos são todos pares ordenados (x, y) , em que o primeiro elemento pertence a A e o segundo elemento pertence a B.

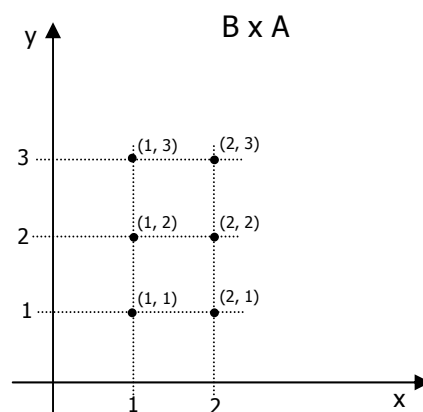
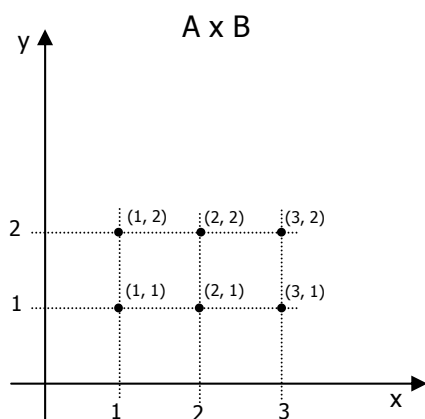
$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ e } y \in B\}$$

(lê-se "A cartesiano B" ou "produto cartesiano de A por B")

Exemplos

- Se $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{1, 2\}$, temos $A \times B = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$: e $B \times A = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$

- As representações no plano cartesiano são as seguintes:



O produto cartesiano $A \times B$ acha-se intimamente ligado a ideia de relação ou, mais precisamente, relação binária. Uma RELAÇÃO R entre elementos do conjunto A e elementos do conjunto B é uma condição ou um conjunto de condições que permitem determinar, dados $x \in A$ e $y \in B$, se x está ou não relacionado com y segundo R. No caso afirmativo, escreve-se $x R y$.

Exercícios

- Dados os conjuntos $A = \{1, 3, 4\}$, $B = \{-2, 1\}$ e $C = \{-1, 0, 2\}$, represente pelos elementos e pelo gráfico cartesiano os seguintes produtos:

a) $A \times B$	d) $C \times A$
b) $B \times A$	e) $B \times C$
c) $A \times C$	f) $C \times C$
- Represente o produto de $E \times F$ por meio de um diagrama, sendo $E = \{-1, 1\}$ e $F = \{1, 2\}$.

2.3.1. Relações Binárias

É o conjunto que está contido em $A \times B$ e é formado por pares (x, y) , em que o elemento x de A é "associado" ao elemento y de B mediante um certo critério de "relacionamento" ou "correspondência".

Exemplos:

1) Consideremos os conjuntos $A = \{2, 3, 4\}$ e $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$. O produto cartesiano de A por B é o conjunto $A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ e } y \in B\}$, ou seja, $A \times B = \{(2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6)\}$. Se considerarmos o conjunto de pares ordenados (x, y) de $A \times B$ tais que $x \mid y$ (lê-se: x é divisor de y), teremos $R = \{(x, y) \in A \times B \mid x \mid y\} = \{(2, 2), (2, 4), (2, 6), (3, 3), (3, 6), (4, 4)\}$. Esse conjunto é chamado *relação entre os elementos de A e de B* ou uma *relação binária de A em B* .

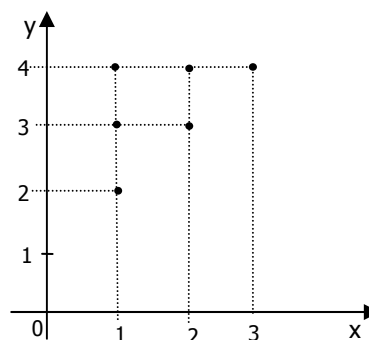
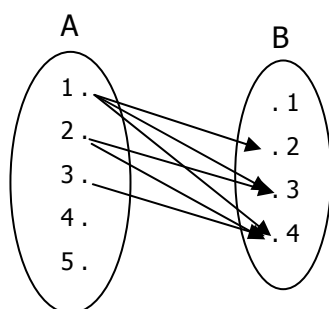
NOTAÇÃO: A = conjunto de partida da relação R .

B = conjunto de chegada ou contradomínio da relação R .

2) Se $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4\}$, quais os elementos da relação $R = \{(x, y) \mid x < y\}$ de A em B ?

$$R = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4)\}$$

3) Represente graficamente a relação obtida no exemplo anterior.



Exercícios

1. I. Enumere os pares ordenados

II. Represente por meio de flechas

III. Faça o gráfico cartesiano

das relações binárias de $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ em $B = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$ definidas por:

a) $x R y \Leftrightarrow x + y = 2$

b) $x V y \Leftrightarrow x + y > 2$

c) $x S y \Leftrightarrow x.x = y$

2. Se $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, quais são os elementos da relação binária R de A em B assim definida: $x R y \Leftrightarrow y = x + 2$?

3. Dados os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ e as seguintes relações binárias:

a) $R = \{(x, y) \in A \times B \mid x = y\}$

b) $R = \{(x, y) \in A \times B \mid y = 2x\}$

dê o gráfico cartesiano dessas relações.

AULA 4

3. Domínio e Imagem**3.1. Domínio**

Seja R uma relação de A em B .

Chama-se domínio de R o conjunto D de todos os primeiros elementos dos pares ordenados pertencente a R .

$$x \in D \Leftrightarrow \exists y, y \in B \mid (x, y) \in R$$

Assim, $D \subset A$.

3.2. Imagem

Chama-se imagem de R , o conjunto Im , de todos os segundos elementos dos pares ordenados pertencentes a R .

$$y \in Im \Leftrightarrow \exists x, x \in A \mid (x, y) \in R$$

Exemplo:

Se $A = \{0, 2, 3, 4\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, qual é o domínio e a imagem da relação $R = \{(x, y) \in A \times B \mid y \text{ é múltiplo de } x\}$?

Exercício

Estabeleça o domínio e a imagem das seguintes relações:

- a) $\{(1, 1), (1, 3), (2, 4)\}$
- b) $\{(-2, 4), (-1, 1), (3, -7), (2, 1)\}$
- c) $\{(2, 1), (1, -3), (5, \sqrt{2})\}$
- d) $\{(1 + \sqrt{2}, \sqrt{2}), (1 - \sqrt{3}, 1)\}$
- e) $\left\{\left(3, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{5}{2}, -1\right), \left(\frac{3}{2}, 0\right)\right\}$

AULA 5

4. Relação Funcional

Um exemplo particularmente importante de relação é a *relação funcional* (também chamada por alguns autores de *aplicação*). Ela ocorre quando se tem uma função $f : A \rightarrow B$. Diz-se então que o elemento $x \in A$ está relacionado com o elemento $y \in B$ quando $y = f(x)$. Neste caso, não se costuma escrever $x f y$ como se faria numa outra relação qualquer. Põe-se apenas $y = f(x)$.

Assim, o gráfico de uma função é o gráfico de uma relação R de A para B , onde se cumpre as seguintes condições:

- I. Para todo $x \in A$ existe um par ordenado $(x, y) \in R$ cuja primeira coordenada é x ;
- II. Se $p = (x, y)$ e $p' = (x, y')$ são pares pertencentes a R com a mesma primeira coordenada x então $y = y'$ (isto é, $p = p'$).

Ou seja, essas condições podem ser resumidas numa só:

Para cada $x \in A$ existe um, e somente um, $y \in B$ tal que $(x, y) \in R$.

Exemplo:

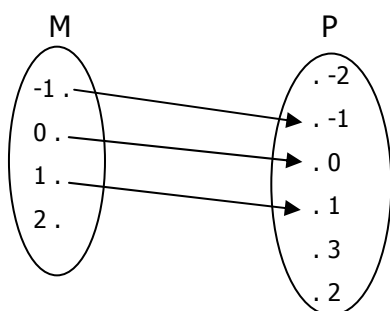
Sejam os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, e as relações binárias de A em B dadas por $R = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x + 1\}$, $S = \{(x, y) \in A \times B \mid y^2 = x^2\}$, $T = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x\}$ e $V = \{(x, y) \in A \times B \mid y = 2\}$. Analise cada uma e explique se é ou não uma relação funcional.

(Mostrar todas as relações também na forma de conjunto, de diagramas de flechas e no gráfico cartesiano, concluindo com as condições que elas possuem para ser função. Evidenciar em cada uma delas os conjuntos domínio, imagem e contradomínio.)

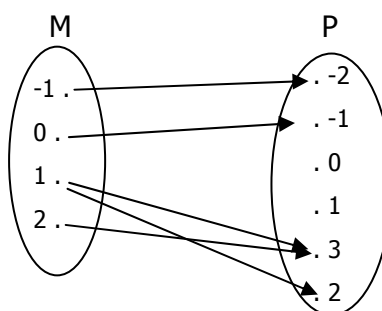
Exercícios

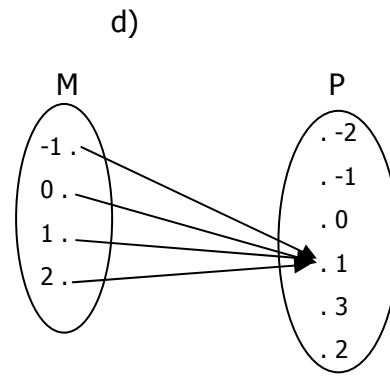
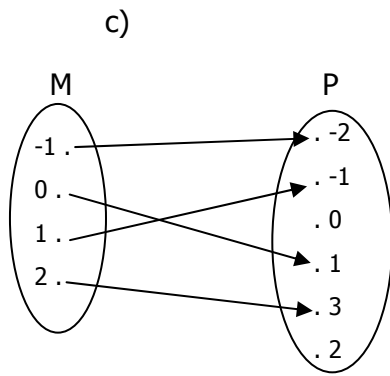
1. Estabeleça se cada um dos esquemas das relações abaixo define ou não uma função de $M = \{-1, 0, 1, 2\}$ em $P = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$:

a)

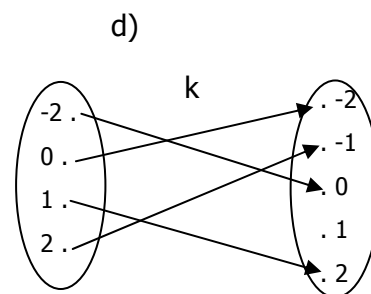
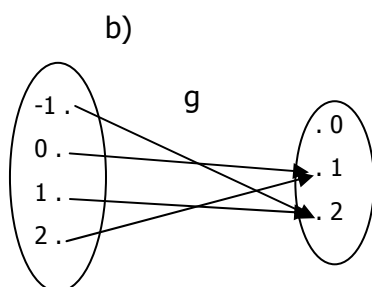
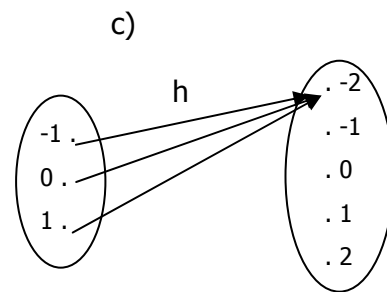
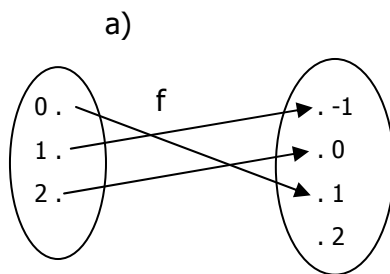


b)





2. Estabeleça o domínio e a imagem das funções abaixo



AULA 6

5. Tipos de função**5.1. Função Afim**

Uma função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de *função afim* quando a cada $x \in \mathbb{R}$ associa o elemento $(ax + b) \in \mathbb{R}$ em que $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

$$f(x) = ax + b$$

Exemplos:

- | | |
|--|--|
| a) $y = 3x + 2$, em que $a = 3$ e $b = 2$ | c) $y = x - 3$, em que $a = 1$ e $b = -3$ |
| b) $y = -2x + 1$, em que $a = -2$ e $b = 1$ | d) $y = \frac{5}{7}x$, em que $a = \frac{5}{7}$ e $b = 0$ |

5.1.1. Coeficientes da função afim

O coeficiente da função $f(x) = ax + b$ é denominado *coeficiente angular* ou *declividade da reta* representada no plano cartesiano.

O coeficiente b da função $f(x) = ax + b$ é denominado *coeficiente linear*.

5.1.2. Função Linear

Notemos que, para $b = 0$, a função afim $y = ax + b$ se transforma na *função linear*

$$y = ax.$$

Podemos então dizer que a função linear é um caso particular da função afim.

Exemplos:

- | | |
|--------------------------------|---|
| a) $y = 3x$, em que $a = 3$ | c) $y = x$, em que $a = 1$ |
| b) $y = -4x$, em que $a = -4$ | d) $y = -\frac{1}{9}x$, em que $a = \frac{1}{9}$ |

5.1.3. Função Identidade

Uma função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de *função identidade* quando a cada elemento $x \in \mathbb{R}$ associa o próprio x , isto é:

$$f(x) = x$$

5.1.4. Função Constante

Uma função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de *função constante* quando a cada elemento $x \in \mathbb{R}$ associa sempre o mesmo elemento $c \in \mathbb{R}$.

$$f(x) = c$$

Exemplos:

- a) $y = -3$, em que $a = 0$ e $b = -3$
- b) $y = \sqrt{2}$, em que $a = 0$ e $b = \sqrt{2}$

5.2. Função Quadrática

Uma função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de *função quadrática* quando associa a cada $x \in \mathbb{R}$ o elemento $(ax^2 + bx + c) \in \mathbb{R}$, em que a, b, c são números reais dados e $a \neq 0$.

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$$

Exemplos:

- a) $f(x) = x^2 - 3x + 2$, em que $a = 1$, $b = -3$ e $c = 2$
- b) $f(x) = 2x^2 + 4x - 3$, em que $a = 2$, $b = 4$ e $c = -3$
- c) $f(x) = x^2 - 4$, em que $a = 1$, $b = 0$ e $c = -4$
- d) $f(x) = -2x^2 + 5x$, em que $a = -2$, $b = 0$ e $c = 5$
- e) $f(x) = -3x^2$, em que $a = -3$, $b = 0$ e $c = 0$

Exercício

Construa o gráfico das funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$:

- a) $y = 2x - 1$
- b) $y = x + 2$
- c) $y = -3x - 4$
- d) $y = -x + 1$

5.3. Gráfico

Podemos construir o gráfico das funções de duas formas: uma delas é utilizar a tabela de valores x e y como feito anteriormente ao representar o produto cartesiano de dois conjuntos ou mesmo uma relação. A outra forma é utilizar o zero da função afim, ou seja:

- Podemos interpretar o zero da função afim como sendo a abscissa do ponto onde o gráfico corta o eixo dos x . Assim teremos o ponto $(x, 0)$.
- Se fizermos $x = 0$, na função $y = ax + b$, temos $y = b$. Portanto o coeficiente linear é a ordenada do ponto em que a reta corta o eixo dos y . Assim, teremos o ponto $(0, y)$.

Assim, o gráfico da função afim cortará os eixos do plano cartesiano nesses dois pontos.

AULA 7

ATIVIDADE: Função do tipo $y = ax + b$

Objetivo: Discutir as variações dos parâmetros a e b de uma função afim do tipo $y = ax + b$.

Atividade 0.

1. Entre com as funções:

$y = x + 1$, $y = x + 2$, $y = x + 3$, $y = x - 1$. Observe que começaremos com $a = 1$.

O que observamos? Como essa função se classifica? Por quê?

2. Entre com valores para a família de funções:

$y = ax + 1$, $y = -ax + 1$, $y = ax - 1$, $y = ax + 2$.

O que você conclui sobre o parâmetro a ?

Atividade I.

1. Trace o gráfico de $y = x - 2$. Observe que começaremos com $a = 1$ e $b = -2$.
2. Variando os valores de a , mas atribuindo valores positivos a este coeficiente, o que você pode observar?
3. Limpe a tela do programa (pressione *Clear Screen*). Varie novamente apenas a , porém agora tomando valores negativos. O que você pode observar?
4. O que ocorre se fizermos $a = 0$?
5. Limpe novamente a tela do programa. Trace novamente o gráfico de $y = x - 2$. Variando apenas os valores de b , atribuindo-lhe valores quaisquer, o que você pode observar?

AULA 8

ATIVIDADE: Função do tipo $y = ax + b$

Objetivo: Discutir as variações dos parâmetros a e b de uma função afim do tipo $y = ax + b$.

Atividade II. Com a ajuda do programa responda as questões abaixo:

- Nas questões 1, 2 e 3 atribua um valor qualquer para **a**.
 1. Considerando a função $y = ax + b$. O que acontece com a reta quando você varia o **b**?
 2. O que você pode afirmar a respeito do gráfico da função $y = ax + b$, quando **b** é positivo? Quando **b** é negativo? E quando **b** vale zero?
 3. Considerando as funções do tipo $y = ax + b$. O que acontece com seus respectivos gráficos, nos seguintes casos:
 - a) Quando $b = 1$ e quando $b > 1$.
 - b) Quando $b = -1$ e quando $b < -1$.
 4. Que relação você vê entre o valor do coeficiente **b** e a reta?
- Nas questões 5, 6 e 7 atribua um valor qualquer para **b**.
 5. Considerando a função $y = ax + b$. O que acontece com a reta quando você varia o **a**?
 6. O que se pode afirmar a respeito do gráfico da função $y = ax + b$, quando **a** é positivo? Quando **a** é negativo? E quando **a** vale zero?
 7. Considerando as funções do tipo $y = ax + b$. O que acontece com seus respectivos gráficos, nos seguintes casos:
 - a) Quando $a = 1$ e quando $a > 1$.
 - b) Quando $a = -1$ e quando $a < -1$.
 8. Que relação você vê entre o coeficiente **a** e a reta?

AULA 9

ATIVIDADE: Função do tipo $y = ax^2 + bx + c$

Objetivo: Discutir as variações dos parâmetros a e b de uma função quadrática do tipo $y = ax^2 + bx + c$.

1. Trace o gráfico de $y = x^2 - 2x - 3$. Note que $a = 1$, $b = -2$ e $c = -3$.
2. Trace vários, a partir do anterior, variando apenas os valores de c . O que você pode observar?
3. Pressione *Clear Screen*. Trace novamente o gráfico de $y = x^2 - 2x - 3$ e a partir deste, trace vários gráficos, variando agora apenas os valores de b . O que você pode observar?
4. Limpe a tela novamente e trace, em seguida, o gráfico de $y = x^2 - 2x - 3$. Agora, varie apenas os valores de a positivos. O que você pode observar?
5. Pressione *Clear Screen* e agora volte a traçar o gráfico de $y = x^2 - 2x - 3$. A partir deste, trace vários gráficos, variando os valores de a negativos. O que você observa em relação aos gráficos anteriores?

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BENEDETTI, F. C. *Funções, software gráfico e coletivos pensantes*. 2003, 327f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Área de concentração: ensino e aprendizagem da Matemática e seus fundamentos filosófico-científicos. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro-SP, 2003.

CÂNDIDO, S. L. Uma experiência sobre o ensino e a aprendizagem de funções. *Educação Matemática em Revista*. n. 8, ano 7, p. 47-56, 2000.

DANTE, L. R. *Matemática*. 1. ed. v. 1. São Paulo: Ática, 2004.136p.

FARIA, C. O.; ÁVILA, J. B. O uso de geradores de representações gráficas no ensino de funções e equações lineares e quadráticas. *IV Congresso RIBIE*. Brasília, 1998. Disponível em: <<http://lsm.dei.uc.pt/ribie/docfiles/txt20034241320253M.PDF>>. Acesso em: 30 mai. 2008.

IEZZI, G. et. al. *Matemática: ciência e aplicações*. 2. ed. v. 1. São Paulo: Atual, 2004. 157p.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. *Fundamentos de matemática elementar: conjuntos, funções*. 8. ed. v. 1. São Paulo: Atual, 2004.

JESUS, S. L. A. *A função afim: um enfoque interdisciplinar*. Rio de Janeiro, 2005. Disponível em: <http://www.ccmn.ufrj.br/curso/trabalhos/mat_07.htm>. Acesso em: 30 mai. 2008.

LOPES, J. P. *Fragmentações e aproximações entre matemática e física no contexto escolar: problematizando o conceito de função afim*. 2004. 205f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004.

LOPES, W. S. *A importância da utilização de múltiplas representações no desenvolvimento do conceito de função: uma proposta de ensino*. 2003. 106f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

MARKOVITS, Z.; EYLON, B. S.; BRUCKHEIMER, M. Dificuldades dos alunos com o conceito de função. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. *As idéias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1994. Tradução de Hygino H. Domingues.

MODESTO, M. A. *Formação continuada de professores de Matemática: compreendendo perspectivas, buscando caminhos*. 2002. 189f. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru-SP, 2002.

NISHIO, A. L. *O que nós professores de matemática, podemos conjecturar em gráficos de funções utilizando o software winplot como recurso no ensino da matemática*. Magé-RJ, 2005. Disponível em: <http://www.ccmn.ufrj.br/curso/trabalhos/mat_07.htm>. Acesso em: 30 mai. 2008.

OLIVEIRA, J. C. G. *A visão dos professores de matemática do Estado do Paraná em relação ao uso de calculadora nas aulas de matemática*. 1999. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas-SP, 1999.

SILVA, S. *O conceito de função*. Meriti-RJ, 2005. Disponível em: <http://www.ccmn.ufrj.br/curso/trabalhos/mat_07.htm>. Acesso em: 30 mai. 2008.