





Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

IFT-D.005/97

Interferometria de k^+k^+ a Energias do AGS

Cristiane Grala Roldão

Orientadora

Sandra dos Santos Padula



Agosto 1997

Discurso en la Oficina de Objetos Perdidos

Perdí unas pocas diosas camino del sur al norte,
también muchos dioses camino de este a oeste.
Un par de estrellas se apagaron para siempre, ábrete, oh cielo.
Una isla, otra se me perdió en el mar.
Ni siquiera sé dónde dejé mis garras,
quién anda con mi piel, quién habita mi caparazón.
Mis parientes se extinguieron cuando repté a tierra,
y sólo algún pequeño hueso dentro de mí celebra el aniversario.
He saltado fuera de mi piel, desparramado vértebras y piernas,
dejado mis sentidos muchas, muchas veces.
Hace tiempo que he guiñado mi tercer ojo a eso,
chasqueado mis aletas, encogido mis ramas.

Está perdido, se ha ido, está esparcido a los cuatro vientos.

Me sorprendo de cuán poco queda de mí:
un ser individual, por el momento dél género humano,
que ayer simplemente perdió un paraguas en un tramvía.

Wisława Szymborska

Agradecimentos

Aos meus pais e irmãos, pois sem seu apoio e confiança nada disso seria possível.

À Sandra, por ter me aceito como aluna e por ter transmitido sua experiência e otimismo.

À Evelise e ao Orlando por sua hospitalidade.

Aos guris, Paulo, Jorge e Kenichi, por seu companheirismo e amizade.

Aos queridos amigos que ficaram em Porto Alegre, que apesar da distância se mantiveram sempre presentes. E também aos novos e igualmente caros amigos feitos aqui em São Paulo.

Ao CNPq pelo suporte financeiro.

Resumo

Este trabalho apresenta resultados da análise de χ^2 referentes à interferometria de kaons, comparando os dados preliminares de Si+Au a 14.6 GeV/A obtidos pela Colab. E859, com predições de um modelo teórico que considera a hipótese de produção de ressonâncias hadrônicas em colisões entre íons pesados relativísticos. O principal objetivo deste estudo é testar o poder de resolução do método adotado para tal análise, quando aplicado à interferometria bidimensional de kaons.

Abstract

This work presents the results of a χ^2 analysis applied to kaon interferometry, by comparing the preliminary E859 data on Si+Au at 14.6 GeV/A, with the predictions of a theoretical model based on assumption of hadronic resonance production in relativistic heavy ion collisions. The main goal of the present study is to test the resolving power of the method used in the analysis, when it is applied to two-dimensional kaon interferometry.

Índice

1	Introdução	6
2	Interferometria	9
2.1	Revisão Histórica	9
2.2	Função de Correlação	10
2.3	Validade da Formulação	18
3	Formalismo	21
3.1	Introdução	21
3.2	<i>Ensemble</i> Covariante de Corrente	22
3.3	Modelo de Cascata <i>Inside-Outside</i>	24
3.3.1	Produção de Ressonâncias	28
4	Análise dos dados da Colaboração E859	31
4.1	Introdução	31
4.2	Análise Bidimensional da Função de Correlação	32
4.3	Análise de χ^2	36
4.4	Investigando a Possibilidade de $\Delta\tau$ Nulo	41
5	Conclusão	55
A	Modelo de Cascata <i>Inside-Outside</i>	60
A.1	Introdução	60
A.2	Hipóteses do Modelo de Bjorken	60
B	$C(k_1, k_2)$ no Modelo de Cascata Ideal	64
C	Parametrização Pseudo-Térmica \times Térmica de Corrente	68

Capítulo 1

Introdução

A correlação de partículas idênticas foi primeiramente observada em astronomia, onde permitiu determinar as dimensões de fontes de rádio e estrelas próximas [1]. Mais tarde este efeito foi também observado entre pions produzidos via colisões $p\bar{p}$ [2]. Shuryak [3] sugeriu posteriormente que a correlação entre pions idênticos, produzidos em colisões hadrônicas a altas energias, viabilizaria a determinação da estrutura espaço-temporal da fonte que os emitiu.

O interesse por este efeito foi renovado, no início da década de 80, pela possibilidade de utilizá-lo para investigar a existência de uma nova fase da matéria, o chamado plasma de quarks e gluons, que seria alcançado quando a matéria nuclear atingisse densidades e/ou temperaturas suficientemente elevadas [4, 5]. Este efeito foi, então, proposto como um dos possíveis sinais da formação do plasma de quarks e gluons, pois espera-se que suas dimensões espaço-temporais sejam muito maiores que as observadas na evolução de um gás hadrônico usual.

Quando entrar em funcionamento o *Relativistic Heavy-Ion Collider (RHIC)*, que está sendo construído no *Brookhaven National Laboratory (BNL)*, o que deverá ocorrer em 1999, ele será capaz de acelerar íons pesados a uma energia de aproximadamente 200 GeV por nucleon, no sistema de centro de massa. Desta forma, estima-se que a fonte criada por tal colisão atinja uma densidade de energia inicial de muitos GeV/fm³ [5]. Portanto há grandes expectativas de se conseguir a formação do plasma de quarks e gluons, uma vez

que os cálculos efetuados por meio da Cromodinâmica Quântica (QCD) na rede estimam que a densidade de energia necessária para a transição da fase hadrônica para a fase de plasma de quarks e gluons será de poucos GeV/fm^3 [6].

Este fato motivou o estudo para melhor compreensão dos possíveis sinais atribuídos ao plasma de quarks e gluons. É neste contexto que se enquadra a interferometria pois, conforme dito anteriormente, se for formado o plasma, este deverá apresentar grandes valores para o tempo próprio de desacoplamento e para o raio transversal. Porém, estes valores também podem ser explicados através da formação de um gás hadrônico considerando a contribuição de decaimentos de ressonâncias de longa vida. Foi mostrado nas Ref. [7, 8] que a produção de ressonâncias de longa vida decaindo em pions, com frações previstas pelo modelo de LUND, poderia levar a resultados destes parâmetros similares aos preditos por modelos que assumem a formação do plasma de quarks e gluons [9]. Tais estudos mostram ainda que as ressonâncias de longa vida introduzem distorções pronunciadas na função de correlação. Como decorrência dos mesmos, foi sugerida a utilização de interferometria de pions para testar a presença de ressonâncias em reações onde suas frações não eram conhecidas.

Será aqui analisada a possibilidade de dados obtidos para a interferometria de kaons idênticos, a energias do AGS, comportarem contribuições de decaimento de ressonâncias. Para tanto serão confrontados os resultados teóricos obtidos para dois cenários, um incluindo a produção de ressonâncias e outro excluindo-as, com os **dados preliminares de Si+Au a 14.6 GeV/A** obtidos pela **Colab. E859** [10, 11, 12]. O objetivo deste trabalho consiste principalmente em avaliar a sensibilidade do método proposto nas Ref. [13, 14] para a interferometria de pions, os quais estão sujeitos à influência de ressonâncias de longa vida, quando aplicado a um caso menos favorável, como dos kaons, cuja contribuição de ressonância é basicamente de K^* .

O segundo capítulo desta dissertação se dedicará inicialmente a uma breve revisão histórica da correlação de partículas idênticas. Logo após será obtida

a função de correlação considerando que a fonte extensa possa ser descrita como um conjunto de fontes pontuais, as quais emitem os bosons de forma independente e aleatória. E, encerrando este capítulo, será discutida a validade da função de correlação obtida.

Em seguida, no Capítulo 3, será introduzido o formalismo de *Ensemble* Covariante de Correntes, o qual pode ser utilizado em casos mais gerais, como quando o espaço de fase das partículas emitidas pela fonte estiver correlacionado. Em seguida será apresentado o Modelo de Cascata *Inside-Outside* de Bjorken, uma vez que ele permite descrever a distribuição do espaço de fase das partículas produzidas em colisões a altas energias. E, fechando este capítulo, será discutido como a contribuição da produção de ressonâncias pode afetar a correlação de partículas idênticas.

O quarto capítulo conterà a discussão do método proposto nas Ref. [13, 14] para o estudo da interferometria de partículas idênticas, quando aplicado aos dois cenários aqui sugeridos, isto é, com e sem a inclusão de ressonâncias. Os correspondentes resultados teóricos obtidos serão comparados aos dados preliminares de Si+Au a 14.6 GeV/A obtidos pela Colab. E859, referentes a interferometria de kaons [10, 11, 12]. Inicialmente será determinada a função de correlação como função das diferenças de momenta transversais e longitudinal do par de kaons idênticos produzidos em um mesmo evento. Depois disso será introduzida a análise da distribuição de χ^2 da função de correlação e a variação do número de desvios padrão de χ^2 médio, por grau de liberdade, em relação à unidade. E então discutir-se-á a possibilidade, levantada pela Colab. E859 [10, 11, 12], segundo a qual seus dados seriam ainda compatíveis com a hipótese de que teria ocorrido o desacoplamento instantâneo, o que equivale a $\tau = 0$.

O Capítulo 5 apresentará comentários e conclusões deste trabalho. Finalmente, os apêndices contêm algumas discussões complementares.

Capítulo 2

Interferometria

2.1 Revisão Histórica

Na década de 50, Hunbury-Brown e Twiss [1] propuseram um novo método para a determinação de dimensões de fontes de rádio e de estrelas visíveis, hoje conhecido como Efeito HBT. Este método diz respeito à observação simultânea de pares de fons em dois detectores separados. O fenômeno fundamenta-se na estatística quântica (Bose-Einstein, no caso de fons), obedecidas pelas partículas envolvidas no processo, bem como na “caoticidade” da fonte, isto é, na aleatoriedade das fases de emissão .

Em 1959, Goldhaber e Colaboradores [2] realizaram uma experiência visando investigar a existência do meson ρ em colisões $p\bar{p}$ a 1.05 GeV/c, através do decaimento $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$. Nesta ocasião foi observado uma diferença significativa na distribuição angular de pares de pions idênticos, quando comparada à de pares diferentes: pares de pions de mesma carga apresentavam uma maior probabilidade de serem emitidos a pequenos ângulos de abertura do que pares de pions com cargas opostas. A distribuição angular foi então reproduzida através de cálculos no espaço de fase dos pions. Para tanto, a função de onda de partículas idênticas foi simetrizada e o efeito interpretado como consequência da estatística de Bose-Einstein obedecida pelas partículas.

Na década de 70 Kopylov, Podgoretskiĭ e Grishin propuseram o uso da interferometria de partículas idênticas, advindas de decaimentos de núcleos instáveis ou ressonâncias hadrônicas, para determinar a largura de estados

ressonantes [15], diferenças de tempos de vida e de forma de núcleos excitados [16] e entre vidas médias de ressonâncias [17]. Mais tarde Shuryak [3] propôs o uso da correlação de pions idênticos para determinar a estrutura espaço-temporal da fonte que os emitiu, além de ter desenvolvido um formalismo mais amplo para o estudo do fenômeno. Pouco depois, Cocconi [18] e Kopylov [19] sugeriram que seria possível, através da função de correlação, estudar as dimensões espaço-temporais das regiões de produção múltipla de partículas em colisões hadron-hadron.

Mais recentemente, a interferometria ou correlação de partículas idênticas, ou ainda Efeito HBT, como é também chamado devido ao seu análogo na astronomia, tem sido amplamente empregada no estudo de colisões entre íons pesados. A expectativa aí implícita é que, através dela, seja possível determinar as dimensões espaço-temporais do sistema quando da emissão de partículas.

2.2 Função de Correlação

Na colisão entre íons pesados relativísticos considera-se que ocorra uma grande deposição de energia na região central. O sistema aí formado deverá expandir-se e esfriar-se e, posteriormente, quando ocorrer o desacoplamento (*freeze-out*), emitir partículas tais como K , ρ , ω , η , π (mais abundantes), etc.. Pode-se, portanto, tratá-lo como uma fonte emissora de partículas. Então, através do formalismo desenvolvido para tratar correlação de partículas idênticas, é, em princípio, possível determinar as dimensões da região de onde as partículas foram emitidas, no caso de fontes aleatórias.

Para tanto, necessita-se conhecer a chamada função de correlação, através da qual poderiam ser obtidos os parâmetros espaço-temporais da fonte em análise. O presente trabalho restringir-se-á ao estudo do efeito para o caso de duas partículas podendo, porém, ser estendido ao caso de três ou mais partículas idênticas. A função de correlação é, por definição, a razão entre a

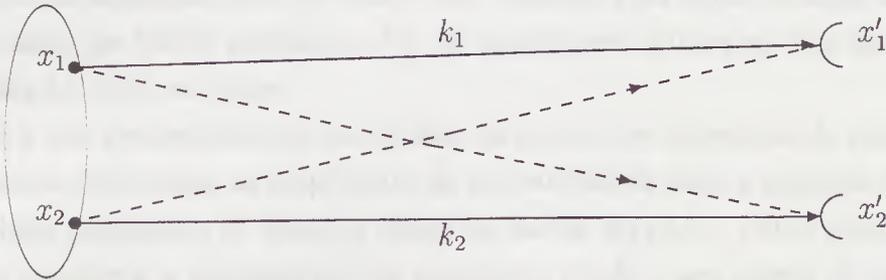


Figura 2.1: Uma partícula de quadri-momentum k_1 é detectada em x'_1 e outra idêntica a esta, com quadri-momentum k_2 é detectada em x'_2 . Estas partículas foram emitidas pelas fontes pontuais x_1 e x_2 situadas na fonte extensa.

probabilidade, $P_2(k_1, k_2)$, de se observar, em dois detectores diferentes, duas partículas idênticas oriundas da mesma fonte extensa, pela probabilidade de se observar cada uma delas em separado, $P_1(k_i)$, isto é,

$$C(k_1, k_2) = \frac{P_2(k_1, k_2)}{P_1(k_1)P_1(k_2)}, \quad (2.1)$$

No caso de partículas idênticas produzidas em colisões a altas energias, $P_2(k_1, k_2)$ está associada à probabilidade de se detectar duas partículas idênticas em um mesmo evento e $P_1(k_i)$, $i = 1, 2$, à probabilidade de se detectar cada uma separadamente, em eventos distintos.

A Fig.(2.1) ilustra, de modo simplificado, a situação de interesse. Supõe-se que a fonte extensa seja formada por um grande número de fontes pontuais, as quais emitirão as partículas que serão posteriormente observadas nos detectores. Nesta Figura observa-se que a partícula emitida pela fonte pontual localizada em x_1^μ com quadri-momentum k_1^μ , é observada em $x'_1{}^\mu$, e outra partícula com quadri-momentum k_2^μ , emitida em x_2^μ , é detectada em $x'_2{}^\mu$. Porém, como as duas partículas são idênticas, existe a possibilidade de que a partícula detectada em $x'_1{}^\mu$ seja oriunda de x_2^μ , e da mesma forma,

a partícula detectada em $x_2'^\mu$ tenha sido emitida pela fonte situada em x_1^μ . Além disso as fontes pontuais x_1^μ e x_2^μ podem ser quaisquer das inúmeras contidas na fonte extensa.

Para dar prosseguimento ao estudo da função de correlação é, portanto, necessário determinar as amplitudes de probabilidade para a emissão de uma e de duas partículas, de modo a explicitá-las na Eq.(2.1). Estas amplitudes devem descrever a propagação das partículas desde o seu ponto de criação, nas fontes pontuais, até o detector, bem como sua produção. Será assumido que, após ocorrer o *freeze-out*, as partículas irão se propagar como partículas livres [5], não mais sentindo a influência umas das outras. Desta forma, em primeira instância, estarão sendo desprezadas possíveis interações entre as partículas no estado final. No capítulo seguinte será introduzido o fator de Gamow, o qual leva em conta a interação coulombiana entre as partículas carregadas, no estado final.

A amplitude de probabilidade de produção de uma partícula em x^μ , com quadri-momentum k^μ e detectada em x'^μ , é composta por uma magnitude $A(k^\mu, x^\mu)$, a qual depende do processo de produção e que pode ser considerada real e não negativa, e pela fase de produção e $e^{i\varphi(x)}$. A função $\varphi(x)$ será a fase associada à coerência ou à caoticidade da fonte em estudo. Por exemplo, uma fonte extensa completamente coerente, como um laser, para a qual as fases de emissão das fontes pontuais são bem definidas, não apresenta a correlação de bosons idênticos [5, 20, 26]. Para fontes caóticas, por outro lado, $\varphi(x)$ é uma função aleatória de x . Para completar a descrição, deve-se considerar que a fonte puntual de onde partiu a partícula possa ser qualquer uma das inúmeras contidas na fonte extensa, o que justifica a introdução da soma sobre x^μ . Usando todas estas informações é possível escrever a amplitude de probabilidade para a emissão de uma única partícula como (os índices de Lorentz serão suprimidos continuando, porém, subentendidos)

$$\Psi \left(k : \left\{ \begin{array}{l} \text{todos os} \\ \text{pontos } x \end{array} \right\} \rightarrow x' \right) = \sum_x A(k, x) e^{i\varphi(x)} e^{ik \cdot (x-x')}. \quad (2.2)$$

A distribuição de probabilidade de uma partícula com quadri-momentum k^μ produzida em x^μ e detectada em x'^μ será, então,

$$\begin{aligned} P(k) &= \left| \Psi \left(k : \left\{ \begin{array}{l} \text{todos os} \\ \text{pontos } x \end{array} \right\} \rightarrow x' \right) \right|^2 \\ &= \left| \sum_x A(k, x) e^{i\varphi(x)} e^{ik \cdot x} \right|^2. \end{aligned} \quad (2.3)$$

O presente estudo ater-se-á apenas ao caso em que as fontes pontuais sejam caóticas. Assim sendo, a fase $\varphi(x)$ deverá ser uma função aleatória associada ao ponto da fonte com coordenada x^μ . É conveniente expandir (2.3) em termos independentes e outros dependentes de $\varphi(x)$, de modo a aproveitar a aleatoriedade da fase,

$$P_1(k) = \sum_x A(k, x)^2 + \sum_{\substack{x, y \\ x \neq y}} A(k, x) A(k, y) e^{i\varphi(x)} e^{-i\varphi(y)} e^{ik \cdot (x-y)}. \quad (2.4)$$

O segundo termo desta expressão contém grande número de termos com magnitudes que variam lentamente no tempo, contrastando com as fases aleatórias que apresentam rápidas flutuações temporais. É possível mostrar que este termo poderá, em boa aproximação, ser considerado nulo. Para tal,

$$\begin{aligned} &\sum_{\substack{x, y \\ x \neq y}} A(k, x) A(k, y) e^{i\varphi(x)} e^{-i\varphi(y)} e^{ik \cdot (x-y)} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{\substack{x, y \\ x \neq y}} \left[A(k, x) A(k, y) e^{i\varphi(x)} e^{-i\varphi(y)} e^{ik \cdot (x-y)} \right. \\ &\quad \left. + A(k, y) A(k, x) e^{i\varphi(y)} e^{-i\varphi(x)} e^{ik \cdot (y-x)} \right] \\ &= \sum_{\substack{x, y \\ x \neq y}} A(k, x) A(k, y) \cos\{[k \cdot x + \phi(x)] - [k \cdot y + \phi(y)]\} \\ &= \sum_{\substack{x, y \\ x \neq y}} A(k, x) A(k, y) \cos[\Phi(x) - \Phi(y)] \\ &= \sum_x A(k, x) \cos[\Phi(x)] \sum_{\substack{y \\ x \neq y}} A(k, y) \cos[\Phi(y)] \\ &+ \sum_x A(k, x) \sin[\Phi(x)] \sum_{\substack{y \\ x \neq y}} A(k, y) \sin[\Phi(y)], \end{aligned}$$

sendo $\Phi(x) = k \cdot x + \phi(x)$, a qual representa uma fase que flutua rapidamente, resultante da adição de uma fase que varia de forma relativamente lenta com outra aleatória de rápida variação, e de forma analógica para y . Para um conjunto aleatório de fases $\Phi(y)$, ter-se-á

$$\sum_{\substack{y \\ x \neq y}} A(k, y) \cos \Phi(y) = \frac{N-1}{N} \sum_y A(k, y) \cos \Phi(y),$$

onde N é o número de fontes pontuais. Quando este número é muito grande, a expressão acima fica reduzida a

$$\sum_{\substack{y \\ x \neq y}} A(k, y) \cos \Phi(y) \approx \sum_y A(k, y) \cos \Phi(y).$$

Realizando a mesma análise para $\sum_{y \neq x} A(k, y) \sin[\Phi(y)]$, encontra-se que este é igual a $\sum_y A(k, y) \sin[\Phi(y)]$, portanto

$$\begin{aligned} \sum_{\substack{x, y \\ x \neq y}} A(k, x) A(k, y) e^{i\varphi(x)} e^{-i\varphi(y)} e^{ik \cdot (x-y)} &\approx \left| \sum_x A(k, x) \cos \Phi(x) \right|^2 \\ &+ \left| \sum_x A(k, x) \sin \Phi(x) \right|^2. \end{aligned}$$

A soma é feita sobre a quadri-posição $x^\mu = (x^0, \vec{x})$. Uma vez que a amplitude varia lentamente quando comparada com as flutuações aleatórias muito rápidas, então, sobre um período de tempo T da fase de flutuação aleatória em torno de T_0 , tem-se que

$$\sum_{T_0 - \frac{T}{2} \leq t \leq T_0 + \frac{T}{2}} A(k, \vec{x}, t) \cos \Phi(\vec{x}, t) \approx A(k, \vec{x}, T_0) \sum_{T_0 - \frac{T}{2} \leq t \leq T_0 + \frac{T}{2}} \cos \Phi(\vec{x}, t) \approx 0,$$

e através de uma análise semelhante a esta encontra-se

$$\sum_{T_0 - \frac{T}{2} \leq t \leq T_0 + \frac{T}{2}} A(k, \vec{x}, t) \sin \Phi(\vec{x}, t) \approx A(k, \vec{x}, T_0) \sum_{T_0 - \frac{T}{2} \leq t \leq T_0 + \frac{T}{2}} \sin \Phi(\vec{x}, t) \approx 0.$$

Portanto, conforme previamente comentado o segundo termo da Eq.(2.4) pode ser considerado nulo, o que leva à seguinte expressão para a distribuição de probabilidade de detecção de uma única partícula

$$P_1(k) = \sum_x A(k, x)^2. \quad (2.5)$$

No limite do contínuo para a fonte extensa, esta expressão seria escrita tomando

$$\sum_x \longrightarrow \int dx \rho(x), \quad (2.6)$$

sendo que $\rho(x)$ representa a densidade de pontos da fonte por unidade de volume espaço-temporal em x^μ . Isto equivale a considerar que a fonte extensa não seja mais um conjunto de fontes discretas, mas sim uma fonte contínua descrita por uma distribuição de densidade no espaço-tempo, ou seja,

$$P_1(k) = \int dx \rho(x) A(k, x)^2. \quad (2.7)$$

A amplitude de probabilidade para a detecção de duas partículas idênticas, em dois detectores separados, é o produto das amplitudes de probabilidade da partícula com quadri-momentum k_1^μ que vai de x_1^μ a $x_1'^\mu$, $\psi(k_1 : x_1 \rightarrow x_1')$, pela amplitude da partícula com quadri-momentum k_2^μ produzida em x_2^μ chegar a $x_2'^\mu$, $\psi(k_2 : x_2 \rightarrow x_2')$, sendo estas fornecidas pela Eq.(2.2) [5]. Uma vez que estas partículas são indistinguíveis, existe a possibilidade da partícula observada em $x_1'^\mu$ ter vindo de x_2^μ e da mesma forma, a partícula que chega em $x_2'^\mu$ pode ter sido criada em x_1^μ . Se for considerado que as partículas obedecem à estatística de Bose-Einstein, e que possam ser produzidas por quaisquer duas fontes pontuais contidas na fonte extensa, obtém-se finalmente

$$\Psi \left(k : \left\{ \begin{array}{l} \text{todos os} \\ \text{pontos } x_1 \ x_2 \end{array} \right\} \rightarrow x_1' x_2' \right) = \sum_{x_1, x_2} e^{i\varphi(x_1)} e^{i\varphi(x_2)} \phi(k_1, k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x_1' x_2'), \quad (2.8)$$

onde

$$\begin{aligned} \phi(k_1, k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ & A(k_1, x_1) A(k_2, x_2) e^{ik_1 \cdot (x_1 - x'_1)} e^{ik_2 \cdot (x_2 - x'_2)} \\ & + A(k_1, x_2) A(k_2, x_1) e^{ik_1 \cdot (x_2 - x'_1)} e^{ik_2 \cdot (x_1 - x'_2)} \}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

A adição do segundo termo na expressão (2.9), introduzido devido à simetria por troca das partículas mencionada acima, será o responsável pelo surgimento da interferometria de bosons idênticos. A probabilidade de detecção simultânea de duas partículas, $P_2(k_1, k_2)$, é obtida quadrando-se (2.8),

$$P_2(k_1, k_2) = \frac{1}{2!} \left| \Psi \left(k : \left\{ \begin{array}{l} \text{todos os} \\ \text{pontos } x_1 \ x_2 \end{array} \right\} \rightarrow x'_1 x'_2 \right) \right|^2.$$

Desenvolvendo esta expressão chega-se a

$$\begin{aligned} P_2(k_1, k_2) = & \frac{1}{2} \sum_{x_1, x_2} \{ \phi^*(k_1, k_2 : y_1 y_2 \rightarrow x'_1 x'_2) \Big|_{\substack{y_1=x_1 \\ y_2=x_2}} \phi(k_1, k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2) \\ & + \phi^*(k_1, k_2 : y_1 y_2 \rightarrow x'_1 x'_2) \Big|_{\substack{y_2=x_1 \\ y_1=x_2}} \phi(k_1, k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2) \} \\ & + \frac{1}{2} \sum_{\substack{x_1, x_2 \\ y_1, y_2 \\ \{x_1, x_2\} \neq \{y_1, y_2\}}} e^{[i\varphi(x_1) + i\varphi(x_2) - i\varphi(y_1) - i\varphi(y_2)]} \\ & \times \phi^*(k_1, k_2 : y_1 y_2 \rightarrow x'_1 x'_2) \phi(k_1, k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2), \end{aligned} \quad (2.10)$$

sendo que os dois primeiros termos da eq.(2.10) são iguais devido à simetria por troca já ressaltada anteriormente. Como já foi discutido no estudo da probabilidade de uma única partícula, o segundo termo desta expressão fornecerá uma contribuição nula, devido à rápida oscilação de seus inúmeros termos, o que reduz a Eq.(2.10) a

$$P_2(k_1, k_2) = \sum_{x_1, x_2} |\phi(k_1, k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2)|^2.$$

Considerando o limite do contínuo para a fonte extensa e fazendo uso da Eq.(2.6), obtém-se

$$P_2(k_1, k_2) = \int dx_1 dx_2 \rho(x_1) \rho(x_2) |\phi(k_1, k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2)|^2.$$

Com a ajuda de (2.9), encontra-se

$$\begin{aligned}
P_2(k_1, k_2) &= \int dx_1 \rho(x_1) A(k_1, x_1)^2 \int dx_2 \rho(x_2) A(k_2, x_2)^2 \\
&+ \int dx_1 \rho(x_1) A(k_1, x_1) A(k_2, x_1) e^{i(k_1 - k_2) \cdot x_1} \\
&\times \int dx_2 \rho(x_2) A(k_2, x_2) A(k_1, x_2) e^{i(k_2 - k_1) \cdot x_2}.
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Fazendo, por simplicidade, a troca de variáveis $x_1, x_2 \rightarrow x, y$,

$$\begin{aligned}
P_2(k_1, k_2) &= \int dx \rho(x) A(k_1, x)^2 \int dy \rho(y) A(k_2, y)^2 \\
&+ \int dx \rho(x) A(k_1, x) A(k_2, x) e^{i(k_1 - k_2) \cdot x} \\
&\times \int dy \rho(y) A(k_2, y) A(k_1, y) e^{-i(k_1 - k_2) \cdot y}.
\end{aligned}$$

Comparada com a Eq.(2.7), a expressão acima pode ser reescrita como

$$P_2(k_1, k_2) = P_1(k_1)P_1(k_2) + \left| \int dx e^{i(k_1 - k_2) \cdot x} \rho(x) A(k_1, x) A(k_2, x) \right|^2.$$

Se for definida a densidade efetiva da fonte, $\rho_{ef}(x; k_1, k_2)$, por

$$\rho_{ef}(x; k_1, k_2) = \frac{\rho(x) A(k_1, x) A(k_2, x)}{\sqrt{P_1(k_1)P_1(k_2)}},$$

a amplitude de probabilidade pode ser reescrita como

$$P_2(k_1, k_2) = P_1(k_1)P_1(k_2) \left[1 + \left| \int dx \rho_{ef}(q; k_1, k_2) \right|^2 \right], \tag{2.12}$$

que, por sua vez, tomará a forma

$$P_2(k_1, k_2) = P(k_1)P(k_2)[1 + |\tilde{\rho}_{ef}(q; k_1, k_2)|^2],$$

sendo que $\tilde{\rho}_{ef}(q; k_1, k_2)$ nada mais é que a transformada de Fourier de $\rho_{ef}(x; k_1, k_2)$, isto é,

$$\tilde{\rho}_{ef}(q; k_1, k_2) = \int dx e^{iq \cdot x} \rho_{ef}(x; k_1, k_2),$$

e $q = k_1 - k_2$ é a diferença de momenta dos dois bosons detectados.

Fazendo uso das expressões encontradas para $P_2(k_1, k_2)$ e $P_1(k_i)$, $i = 1, 2$, fornecidas por (2.7) e (2.12), a função de correlação pode ser reescrita como

$$C_2(k_1, k_2) = \frac{P_1(k_1)P_1(k_2)[1 + |\tilde{\rho}_{ef}(q; k_1, k_2)|^2]}{P_1(k_1)P_1(k_2)}$$

ou

$$C_2(k_1, k_2) = 1 + |\tilde{\rho}_{ef}(q; k_1, k_2)|^2. \quad (2.13)$$

Este é o resultado procurado para a interferometria de duas partículas idênticas, o qual mostra que a razão da contagem simultânea de dois bosons idênticos pela contagem dos mesmos separados é proporcional ao módulo quadrado da transformada de Fourier da distribuição da fonte.

2.3 Validade da Formulação

Nos ajustes dos dados sobre interferometria de partículas idênticas, os experimentais comumente supõem que a fonte emissora possa ser descrita por uma parametrização do tipo gausseana normalizada e estática [5]. Abaixo, a título de ilustração, será aplicada a formulação introduzida anteriormente neste caso; em seguida será discutida a validade de sua aplicação.

A densidade de probabilidade espaço-temporal considerando uma fonte extensa gausseana é dada por

$$\rho_{ef}(x) = \frac{1}{4\pi^2 R_x R_y R_z \sigma_t} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^2} - \frac{x^2}{2R_x^2} - \frac{y^2}{2R_y^2} - \frac{z^2}{2R_z^2}\right). \quad (2.14)$$

A função de correlação correspondente, de acordo com (2.13), será escrita como

$$C_2(k_1, k_2) = 1 + e^{-q_0^2 \sigma_i^2 - (R_x^2 q_x^2 + R_y^2 q_y^2 + R_z^2 q_z^2)}. \quad (2.15)$$

Pode-se observar, pelo resultado acima, que a função de correlação para uma fonte gausseana também terá a forma de uma gausseana. De acordo com a Eq.(2.15), $C_2(k_1, k_2) = 2$ para $q=0$. Deve-se notar que, devido à estatística finita, os dados experimentais são normalmente distribuídos em pequenos intervalos ou *bins*. Isto, per si, faz com que não se consiga obter o valor nulo de q já no primeiro *bin*. Em consequência, o valor de intersecção extrapolado pelos dados parece menor que o valor máximo 2. Assim, ao ajustar os dados com uma parametrização gausseana, Eq.(2.14), com máximo igual a 2, surgem “inevitáveis” erros sistemáticos. Para reduzir os erros advindos de um ajuste deste tipo, Deutschmann et al. [21] introduziram o parâmetro λ na função de correlação dada em (2.13), a qual passou a ter a forma

$$\begin{aligned} C_2(k_1, k_2) &= 1 \pm \lambda |\tilde{\rho}_{ef}(q; k_1, k_2)|^2 \\ &= 1 \pm \lambda e^{-q_0^2 \sigma_i^2 - R_x^2 q_x^2 - R_y^2 q_y^2 - R_z^2 q_z^2}, \end{aligned} \quad (2.16)$$

no caso gausseano.

O parâmetro λ foi posteriormente denominado parâmetro de caoticidade. Conforme o próprio nome evidencia, λ foi interpretado como sendo uma medida da coerência ou da caoticidade da fonte. Segundo esta interpretação $\lambda = 1$ refletiria fontes completamente caóticas, enquanto que fontes completamente coerentes se manifestariam através de $\lambda = 0$.

A Eq.(2.13), ou (2.16), fornece uma interpretação geométrica bastante simples da função de correlação, uma vez que a largura da curva $C_2(q) \times q$ forneceria o inverso do raio do volume de onde foram emitidas as partículas. Porém esta interpretação geométrica da função de correlação só é válida

quando as coordenadas do espaço de fase das partículas forem completamente não correlacionadas, isto é, quando a distribuição neste espaço puder ser escrita como $D(x, p) = \rho(x)f(p)$. Ou seja, a interpretação puramente geométrica de (2.13) ou (2.16), limita-se aos casos em que a distribuição de momenta das partículas idênticas produzidas for dinamicamente independente da localização dos pontos de fonte, como no caso de fontes estáticas. Assim sendo, a parametrização gausseana é inadequada para descrever fontes emissoras que sofram expansão, como ocorre, por exemplo no modelo Hidrodinâmico de Landau [22] ou no modelo de Cascata *Inside-Outside* de Bjorken [5, 23] (ver Apêndice A). Considera-se que este seja o caso do sistema formado em colisões a altas energias. Em tais colisões, surgem efeitos dinâmicos que fazem com que $D(x, p) \neq \rho(x)f(p)$, os quais podem distorcer a função de correlação. Neste caso, a interpretação dada aos parâmetros espaço-temporais pode não corresponder às dimensões esperadas quando se considera uma parametrização ingênua do tipo da que é dada na Eq.(2.15), tornando a análise dependente de modelo, um dos quais será discutido no próximo capítulo.

Capítulo 3

Formalismo

3.1 Introdução

Conforme foi discutido no capítulo precedente, a interpretação simples dada à função de correlação, Eq.(2.13) ou Eq.(2.16), só pode ser feita em situações muito restritas [7, 8, 20, 24], quando o espaço de fase apresentasse dinamicamente desacoplado, isto é, $D(x, p) = \rho(x)f(p)$. Porém, colisões a altas energias podem levar a uma forte correlação entre as variáveis de quadri-posição, x^μ , e quadri-momentum, p^μ , [7, 9]. Como consequência, os parâmetros espaço-temporais obtidos a partir de $C_2(k_1, k_2)$, através das Equações (2.13) e (2.16), podem ter muito pouca relação com as reais dimensões da fonte emissora. Torna-se necessário, nestes casos, efetuar uma análise mais geral, quase inevitavelmente dependente de modelo, no estudo da função de correlação.

Nesse capítulo será introduzido o formalismo de *Ensemble Covariante de Correntes* desenvolvido em [8, 25, 26], o qual pode ser empregado em situações mais gerais. O apêndice A2 discute a aplicação deste formalismo ao caso de uma fonte emissora de partículas cuja distribuição no espaço de fase, no limite de altíssimas energias, seja descrita pelo modelo *Inside-Outside Cascade*, de Bjorken [5, 23]. Nesse caso, utilizando parametrizações convenientes, consegue-se obter um resultado analítico para $C_2(k_1, k_2)$. No presente capítulo será, porém, analisada uma versão mais realista do modelo proposto originalmente por Bjorken [23], apropriada para a descrição de colisões rela-

tivísticas entre íons pesados às energias atualmente disponíveis (AGS/BNL e SPS/CERN). A esta descrição estar-se-á associando alguns efeitos não ideais, isto é, relacionados aos casos em que não tenha sido atingido o limite de altíssimas energias, implícito no modelo de Bjorken. Em seguida será brevemente discutido o modo como tais efeitos não ideais podem distorcer a função de correlação para pares de partículas, principalmente quando é acrescentada a influência referente à produção de ressonâncias. Para tanto, será feita uma síntese de um trabalho desenvolvido anteriormente por S. S. Padula e M. Gyulassy [24] quando do estudo da colisão O+Au a 200 AGeV.

3.2 *Ensemble Covariante de Corrente*

Para dar prosseguimento ao estudo da interferometria de partículas idênticas será aqui apresentado o formalismo de *Ensemble Covariante de Correntes*, desenvolvido em [8, 25, 26]. Este modelo permite que sejam tratadas colisões envolvendo núcleos pesados a altas energias, nas quais o espaço de fase das partículas emitidas parece estar fortemente correlacionado, acarretando alterações no comportamento da função de correlação.

Uma das premissas do modelo aqui apresentado é considerar que a fonte de bosons possa ser representada por um grande *ensemble* de elementos de corrente, cuja transformada de Fourier é dada por

$$j(k) = \sum_a j_0(u_a^\mu k_\mu) e^{i\varphi_a} e^{ik_\mu x_a^\mu},$$

sendo u_a^μ a quadri-velocidade de boost da fonte emissora, x_a^μ a coordenada espaço-temporal do elemento de corrente a ; $j_0(x)$ descreve o elemento de corrente no seu referencial de repouso e $e^{i\varphi_a}$ representa as fases de emissão (aqui será apenas discutido o caso de fontes caóticas, para as quais as fases de emissão são aleatórias). Embora o formalismo aqui analisado possa ser estendido para o caso de n partículas, a discussão ficará limitada à observação de apenas dois bosons idênticos. Assim sendo, a correspondente probabilidade será dada por

$$\begin{aligned}
P_2(k_1, k_2) &= \sum_{\sigma} \prod_{i=1}^2 G(k_i, k_{\sigma_i}) \\
&= G(k_1, k_1)G(k_2, k_2) + G(k_1, k_2)G(k_2, k_1), \quad (3.1)
\end{aligned}$$

e para uma única partícula,

$$P_i(k_i) = G(k_i, k_i). \quad (3.2)$$

A amplitude complexa $G(k_1, k_2)$ é obtida pela convolução da distribuição de *freeze-out* da fonte e dos dois elementos de corrente que caracterizam a dinâmica de produção, isto é,

$$G(k_1, k_2) = \int d^4p D(q, p) j_0^*(uk_1) j_0(uk_2), \quad (3.3)$$

sendo $q = k_1 - k_2$ a diferença de momenta das duas partículas emitidas, u^μ a quadri-velocidade da fonte emissora e $D(q, p)$ a transformada de Fourier da distribuição da fonte extensa. Já a amplitude para a observação de uma única partícula é dada por

$$G(k_i, k_i) = \int d^4p D(q = 0, p) |j_0(uk_i)|^2. \quad (3.4)$$

Recordando a definição dada na expressão (3.1), a função de correlação para pares de bosons idênticos, levando em conta a Eq.(2.1), será então escrita como

$$C_2(k_1, k_2) = 1 + \frac{|G(k_1, k_2)|^2}{G(k_1, k_1)G(k_2, k_2)}. \quad (3.5)$$

Esta expressão, porém, é apenas válida para partículas que chegam aos detectores como partículas livres, isto é, quando elas não interagem umas com

as outras [27]. Mas, uma vez tratando-se de interferometria de partículas idênticas carregadas, principalmente quando a diferença de momenta entre o par de partículas for pequeno, a interação coulombiana entre elas pode se tornar expressiva, e de acordo com a Ref. [26], esta contribuição pode ser aproximadamente escrita como um fator multiplicativo na função de correlação

$$C_2(k_1, k_2) = \Upsilon(q) \left(1 \pm \frac{|G(k_1, k_2)|^2}{G(k_1, k_1)G(k_2, k_2)} \right), \quad (3.6)$$

onde $\Upsilon(q) = (2\pi\alpha m/q)/(e^{2\pi\alpha m/q} - 1)$ é o fator de Gamow, que pode ser utilizado para descrever as distorções sofridas pela função de correlação devido aos efeitos coulombianos [28]. Embora não se tenha discutido até aqui o caso de interferometria de fermions, explicitamos o formalismo correspondente a tal caso na Eq.(3.6), através do sinal negativo.

3.3 Modelo de Cascata *Inside-Outside*

O modelo de Cascata *Inside-Outside* de Bjorken [5, 23] para colisões a altíssimas energias assume que, após a colisão, o sistema aí formado se expanda apenas na direção definida pelo feixe incidente, ou seja, longitudinal a ele, sendo

$$p_a^\mu = (m_T \cosh y_f, 0, 0, m_T \sinh y_f) \quad (3.7)$$

o quadri-momentum de um elemento de fonte, onde m_T é sua massa transversal, e

$$k^\mu = (m_T \cosh y, \vec{k}_T, m_T \sinh y) \quad (3.8)$$

é o quadri-momentum de cada partícula emitida e m_T a massa transversal da partícula.

Para escrever a distribuição de duas partículas, assume-se que estas se desacoplam quando for atingido o tempo próprio de *freeze-out*, τ_f . No modelo, as variáveis de rapidez espaço-temporal, η , e de energia-momentun, y ,

$$\eta = \ln \left(\frac{t+z}{t-z} \right) \quad \text{e} \quad y = \ln \left(\frac{E+p_z}{E-p_z} \right),$$

possuem uma forte correlação, representada por uma função delta, acoplando, em consequência, as variáveis de quadri-momentum e quadri-posição. A distribuição de rapidez, dN/dy , é suposta uniforme, refletindo uma estrutura de plateau. Assim, a distribuição de *freeze-out* das coordenadas das fontes no espaço de fase pode ser, então, escrita como [7, 8, 24]

$$D(x, p) = \frac{1}{\tau} \delta(\tau_f - \tau) \frac{1}{E_f} \delta(E - \sqrt{m^2 + p_f^2}) \delta(\eta - y_f) \frac{e^{-|\vec{x}|_T^2 / R_T^2}}{\pi R_T^2} \delta^2(\vec{p}_T) \left(\frac{dN}{dy_f} \right). \quad (3.9)$$

O sub-índice f indica que as quantidades são as referentes ao *freeze-out*. Conforme comentado acima, esta distribuição foi proposta considerando o limite de altíssimas energias. No entanto, em colisões de íons pesados a energias moderadas, atualmente disponíveis no AGS e SPS, ainda se está longe de atingir tal limite. Neste regime de energias, conforme o observado na experiência, a rapidez possui uma distribuição melhor descrita por uma gausseana, diferentemente da hipótese de um plateau. Tal resultado está também de acordo com previsões do Modelo de LUND [29] e de Landau [22]. Analogamente, o tempo próprio de *freeze-out*, ainda de acordo com o modelo de LUND [29], ao invés de ter um valor bem definido, possui uma certa largura. Dessa forma a função delta deveria também dar lugar a uma gausseana. Finalmente, a forte correlação entre as variáveis de rapidez espaço-temporal, η , e de energia-momentum, y , parece apresentar-se mais

suavizada a estas energias, sendo melhor descrita por uma gausseana. Devido a estes efeitos considera-se que, a energias do AGS e SPS a distribuição do espaço de fase seja melhor descrita por [7, 8, 24]

$$D(x, p) \propto \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{E_f \Delta\tau^2 \Delta\eta} e^{-\tau_f^2/\Delta\tau^2} \exp\left[\frac{-(y_f - y^*)^2}{2Y_c^2}\right] \exp\left[\frac{-(\eta_f - y_f)^2}{2\Delta\eta^2}\right] \\ \times \frac{e^{-|\vec{x}_T|^2/R_T^2}}{\pi R_T^2} \delta(E - \sqrt{m^2 + p_f^2}) \delta^2(\vec{p}_T), \quad (3.10)$$

sendo y^* a rapidez no sistema de centro de massa das partículas; Y_c e $\Delta\tau$ são as larguras da rapidez e do tempo próprio, respectivamente, e $\Delta\eta$ é a flutuação na relação entre η e y . Deve-se notar que a hipótese de plateau para a distribuição de rapidez corresponde ao limite $Y_c \rightarrow \infty$.

Considerando que os bosons sejam emitidos segundo um espectro térmico, a parametrização adotada para os elementos de corrente será [25]

$$j(k_i) = \sqrt{m_T \cosh(y - y_i)} \exp\left[\frac{-m_T \cosh(y - y_i)}{2T}\right]. \quad (3.11)$$

sendo que o índice $i = 1, 2$ refere-se a cada uma das duas partículas idênticas consideradas. Supõe-se ainda que o momentum transversal das partículas em correlação obedeça a uma distribuição gausseana, cuja largura é dada pelo momentum transversal médio experimental.

De posse das Eq. (3.10) e (3.11) é possível obter a função de correlação para duas partículas idênticas correspondente ao modelo de *Ensemble Covariante de Correntes*. Para tanto necessita-se calcular as amplitudes para uma e duas partículas, Eq.(3.4) e Eq.(3.3), respectivamente. Primeiramente determina-se a transformada de Fourier da distribuição do espaço de fase, Eq.(3.10),

$$D(q, p) = \int d^4x e^{iqx} D(x, p)$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} dz dt e^{i(q_0 t_0 - q_z t_z)} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\vec{q}_T \cdot \vec{x}_T} D(x, p).$$

Uma vez que $z = \tau \sinh \eta$ e $t = \tau \cosh \eta$, é fácil mostrar que $dz dt = \tau d\tau d\eta$, o que leva ao seguinte resultado para $D(q, p)$

$$D(q, p) = \frac{e^{-|\vec{q}_T^2 R_T^2/4}}{E} \int_0^{+\infty} d\tau \frac{2\tau}{\Delta\tau^2} e^{-\tau^2/\Delta\tau^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\eta \frac{e^{-(\eta-y)^2/2\Delta\eta^2}}{\sqrt{2\pi\Delta\eta}} \\ \times e^{-(y-y^*)^2/2Y_c^2} \exp[i\tau(q_0 \cosh \eta - q_z \sinh \eta)] \delta^2(\vec{p}_T). \quad (3.12)$$

Sabendo que $p_z = m_T \sinh y$ e $E = m_T \cosh y$, a Eq.(3.3) pode ser reescrita como

$$G(k_1, k_2) = \int E dy dp_0 d\vec{p}_T D(q, p) j^*(uk_1) j(uk_2),$$

a qual, com o auxílio das Equações (3.11) e (3.12), assume a forma

$$G(k_1, k_2) = e^{-|\vec{q}_T^2 R_T^2/4} \int_0^{+\infty} d\tau \frac{2\tau}{\Delta\tau^2} e^{-\tau^2/\Delta\tau^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dy e^{-(y-y^*)^2/2Y_c^2} \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} d\eta \frac{e^{-(\eta-y)^2/2\Delta\eta^2}}{\sqrt{2\pi\Delta\eta}} \exp[i\tau(q_0 \cosh \eta - q_z \sinh \eta)] \\ \times \sqrt{m_{1T} \cosh(y - y_1)} \sqrt{m_{2T} \cosh(y - y_2)} \\ \times \exp\left[-\frac{m_{1T} \cosh(y - y_1) + m_{2T} \cosh(y - y_2)}{2T}\right]. \quad (3.13)$$

A partir deste ponto os sub-índices referentes ao *freeze-out*, f , serão omitidos.

A amplitude complexa para uma única partícula, por sua vez, é dada por

$$G(k_i, k_i) = \int_0^{+\infty} d\tau \frac{2\tau}{\Delta\tau^2} e^{-\tau^2/\Delta\tau^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dy e^{-(y-y^*)^2/2Y_c^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\eta \frac{e^{-(\eta-y)^2/2\Delta\eta^2}}{\sqrt{2\pi\Delta\eta}} \\ \times [m_{iT} \cosh(y - y_i)] \exp\left[-\frac{m_{iT} \cosh(y - y_i)}{T}\right]. \quad (3.14)$$

Portanto, para obter-se a função de correlação de partículas idênticas basta inserir as Equações (3.13) e (3.14) em (3.5) ou (3.6).

3.3.1 Produção de Ressonâncias

O apêndice B discute, com o auxílio da Fig.(B.1), como os efeitos mencionados acima tendem a se compensar, por distorcerem a função de correlação de formas opostas. Falta, porém, acrescentar à análise um último efeito, o correspondente a ressonâncias. Este se origina no fato de uma fração significativa das partículas observadas poder vir do decaimento de ressonâncias. A importância em se analisar isoladamente a influência de ressonâncias, especialmente as de vida longa, é também enfatizada pela Fig.(B.1), onde se observa que seu efeito causa a mais drástica distorção à função de correlação. Ignorá-lo pode significar que os parâmetros espaço-temporais que se almeje associar à fonte possam ser, erroneamente, atribuídos a uma fonte de maior dimensão e longa vida.

Os efeitos de ressonâncias serão tratados na aproximação semi-clássica [24], onde se espera que estas viajem em linha reta, sendo possível relacionar a coordenada de freeze-out, x_a^μ , com a coordenada do ponto de produção das ressonâncias, x_r^μ , através de

$$x_a^\mu = x_r^\mu + u_r^\mu \tau_r, \quad (3.15)$$

onde x_r^μ é o ponto espaço-temporal onde a ressonância do tipo r foi criada, u_r^μ é sua velocidade e τ é o tempo próprio de seu decaimento.

Nota-se que os efeitos das ressonâncias incidirá na Eq.(3.13) apenas no termo $e^{iq^\mu x_\mu}$. Tomando, então, a média sobre seus tempos-próprios de decaimento [24], isto é,

$$\langle e^{iq^\mu x_{a\mu}} \rangle = \int_0^\infty d\tau \Gamma_r e^{-\tau \Gamma_r} e^{iq^\mu (x_r^\mu + u_r^\mu \tau)} = \frac{e^{iq x_r}}{1 - iqu_r/\Gamma_r},$$

onde Γ_r representa a largura da ressonância do tipo r ; reescrevendo o denominador resultante, sabendo que, de acordo com a Eq.(3.7), $\vec{q}_T \cdot \vec{p}_T = 0$, resulta

$$\begin{aligned}
\left(1 - \frac{i u_r q}{\Gamma_r}\right) &= \left(1 - \frac{i p_r q}{m_r \Gamma_r}\right) = 1 - \frac{1}{m_r \Gamma_r} [(E_1 - E_2) p_{r0} - (k_{1L} - k_{2L}) p_{rL}] \\
&= 1 - \frac{1}{m_r \Gamma_r} [(m_{1T} \cosh y_1 - m_{2T} \cosh y_2) m_{rT} \cosh y_r \\
&\quad - (m_{1T} \sinh y_1 - m_{2T} \sinh y_2) m_{rT} \sinh y_r] \\
&= 1 - \frac{i}{\Gamma_r} [m_{1T} \cosh(y_1 - y_r) - m_{2T} \cosh(y_2 - y_r)],
\end{aligned}$$

a amplitude complexa para duas partículas será escrita como

$$\begin{aligned}
G(k_1, k_2) &= e^{-|\vec{q}_T^2 R_T^2/4} \int_0^\infty d\tau \frac{2\tau}{\Delta\tau^2} e^{-\tau^2/\Delta\tau^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dy e^{-(y-y^*)^2/2Y_c^2} \\
&\times \int_{-\infty}^{+\infty} d\eta \frac{e^{-(\eta-y)^2/2\Delta\eta^2}}{\sqrt{2\pi\Delta\eta^2}} \exp[i\tau(q_0 \cosh \eta - q_z \sinh \eta)] \\
&\times \sqrt{m_{1T} \cosh(y - y_1)} \sqrt{m_{2T} \cosh(y - y_2)} \\
&\times \sum_r f_r \frac{\exp\left[-\frac{1}{2T}[m_{1T} \cosh(y_r - y_1) + m_{2T} \cosh(y_r - y_2)]\right]}{\left\{1 - \frac{i}{\Gamma_r}[m_{1T} \cosh(y_r - y_1) - m_{2T} \cosh(y_r - y_2)]\right\}},
\end{aligned} \tag{3.16}$$

sendo f_r a fração de partículas vindas do decaimento da ressonância do tipo r .

Procedendo analogamente para o cálculo da amplitude de uma única partícula, tem-se

$$\begin{aligned}
G(k_i, k_i) &= \int_0^\infty d\tau \frac{2\tau}{\Delta\tau^2} e^{-\tau^2/\Delta\tau^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dy e^{-(y-y^*)^2/2Y_c^2} \\
&\times \int_{-\infty}^{+\infty} d\eta \frac{e^{-(\eta-y)^2/2\Delta\eta^2}}{\sqrt{2\pi\Delta\eta^2}} \sum_r f_r \exp\left[-\frac{1}{T} \cosh(y_r - y_i)\right].
\end{aligned} \tag{3.17}$$

De posse das expressões (3.16) e (3.17), a determinação da função de correlação de dois bosons idênticos torna-se imediata.

Capítulo 4

Análise dos dados da Colaboração E859

4.1 Introdução

De acordo com a discussão apresentada no final do capítulo precedente, a inclusão de ressonâncias de longa vida causa a mais drástica distorção na função de correlação, podendo mascarar o verdadeiro caráter da fonte, uma vez que, se seu efeito não fosse considerado, o resultado poderia estar simulando os parâmetros de uma fonte de longa vida e parcialmente coerente.

Nas Ref.[24, 30] foi desenvolvida uma metodologia para o estudo da correlação de bosons idênticos para as geometrias de desacoplamento correspondentes a dois cenários. Em um deles assume-se que parte das partículas observadas teve origem no decaimento de ressonâncias e, no outro, considera-se que estas foram produzidas diretamente pela fonte apenas. Naquela ocasião foram analisados os dados referentes a pions obtidos pela Colab. E802, na colisão de Si+Au a 14.6 GeV/Ac [31]. O método mostrou-se, então, capaz de separar os dois cenários e determinar qual deles melhor reproduzia os dados desta Colaboração. Verificou-se que, a energias do AGS, a interferometria de pions favorecia o cenário em que as ressonâncias não estavam presentes.

A proposta deste trabalho é testar o poder de resolução do método supra citado frente a condições desfavoráveis, onde não se observa contribuições de ressonâncias de longa vida. Para tanto ele será aplicado à análise da

interferometria de kaons idênticos. Serão aqui estudados os dados preliminares de Si+Au a 14.6 GeV/A obtidos pela Colab. E859 [10, 11, 12], *upgrade* da Colab E802 [31], considerando que as partículas observadas possam ter sido produzidas diretamente pela fonte ou, em parte, via decaimento de K^* .

Os efeitos não ideais foram incorporados ao estudo da função de correlação através do programa CERES [7, 8, 14], que está baseado no formalismo de *Ensemble* Covariante de Corrente (vide capítulo precedente), sendo o espaço de fase gerado pelo método de Monte Carlo, de forma a “imitar” o *output* produzido pelo programa ATTILA [29]. Os cálculos foram realizados para cada um dos cenários separadamente, considerando para a fração de kaons originados em decaimentos de K^* aquela prevista pelo modelo de fragmentação de LUND [29], isto é, $f_{K^+/K^*} \approx 0.50$. O valor do parâmetro de caoticidade, λ , foi mantido fixo e igual a 1 durante todo o estudo aqui realizado.

4.2 Análise Bidimensional da Função de Correlação

Historicamente, devido à baixa estatística experimental, havia-se convencionalmente apresentar os dados como função apenas de uma das variáveis de momentum, por exemplo, a diferença de momenta transversal do par de partículas, $q_T = |k_1 - k_2|$, integrando-se sobre todos os valores da diferença de momenta longitudinal, q_L . Posteriormente, o aumento da estatística experimental tornou possível apresentar dados da função de correlação versus q_T , considerando apenas o primeiro *bin* experimental de q_L . No entanto, as Ref.[7, 13, 20, 30] mostraram que este tratamento unidimensional da função de correlação não era suficiente para diferenciar cenários refletindo dinâmicas distintas, na tentativa de determinar qual deles exibiria uma melhor concordância com dados experimentais. Isso porque, através de escolhas adequadas dos parâmetros espaço-temporais da fonte, a saber, raio e tempo-próprio, era possível obter uma boa concordância com os dados experimentais

em quaisquer dos casos analisados. Esta limitação, aliada ao crescente aumento da estatística experimental, proporcionou a extensão do estudo da interferometria de bosons idênticos de uma para duas dimensões, ou seja, simultaneamente em função de q_T e q_L .

Com o intuito de tornar possível a comparação entre as funções de correlação experimental e teórica, faz-se necessário intruduzir o que se chama de função de correlação projetada, $C_{proj}(q_T, q_L)$,

$$C_{proj}(q_T, q_L) = \frac{\int d^3k_1 d^3k_2 P_2(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) A_2(q_T, q_L; \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)}{\int d^3k_1 d^3k_2 P_1(\mathbf{k}_1) P_1(\mathbf{k}_2) A_2(q_T, q_L; \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)}, \quad (4.1)$$

onde P_1 e P_2 são as distribuições inclusivas para um e dois kaons, respectivamente, obtidas introduzindo-se as Eq.(3.13) e Eq.(3.14) nas Equações (3.1) e (3.2), quando da exclusão de ressonâncias, e Eq.(3.16) e Eq.(3.17), quando estas forem incluídas. A_2 é a função de “aceitância” experimental, a qual introduz os cortes utilizados pela Colab. E859 [10, 11, 12]; k_1 e k_2 são os momenta dos dois kaons e q_T e q_L são as diferenças de momenta transversal e longitudinal ao feixe incidente, respectivamente.

A função de “aceitância” experimental utilizada na Eq.(4.1) funciona, a grosso modo, como um “filtro”, de forma a serem usadas na análise de C_{proj} apenas as partículas que se encaixarem dentro dos limites experimentais de momentum, ângulo azimutal φ (definido em relação à direção do feixe incidente) e do ângulo de abertura do espectrômetro, θ , impostos por esta função. De acordo com os cortes feitos pela Colab. E859 [10, 12], a função de aceitância experimental pode ser escrita, de uma forma simplificada, como [10, 14]

$$A_2(q_T, q_L; \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = A_1(\mathbf{k}_1) A_1(\mathbf{k}_2) \Theta(22 - |\varphi_1 - \varphi_2|) \times \delta(q_L - |k_{z1} - k_{z2}|) \delta(q_T - |\mathbf{k}_{T1} - \mathbf{k}_{T2}|). \quad (4.2)$$

Os ângulos são medidos em graus e os momenta em GeV/c. Os índices 1 e 2 referem-se a cada um dos kaons do par em questão. As grandezas considera-

das nos cortes experimentais são estimadas no sistema de laboratório, correspondente a $y_{Lab} = 1.72$ em relação ao sistema de centro de massa nucleon-nucleon, no qual os eventos são gerados por CERES. A análise experimental, porém, é feita no sistema de centro de massa dos participantes da reação Si+Au, correspondente a $y_{cmSIAU} = 1.25$. Os cortes da distribuição inclusiva para uma única partícula podem ser simplificadaamente escritos como

$$A_1(\mathbf{k}) = \Theta(14 < \theta < 28)\Theta(p < 2.9)\Theta(y_{min} > 0.75) . \quad (4.3)$$

Além dessas funções, foram considerados para a geração dos eventos, conforme o espaço de fase parametrizado pela Eq.(3.10), $\Delta\eta = 0.8$ [29], $Y_c = 0.7$ [31]. Finalmente, foi considerado $\langle p_T \rangle = 0.49$ GeV/c como largura da distribuição gausseana em p_T , o que corresponde a uma “temperatura” (*inverse slope*) $T \sim 0.18$ GeV [10]. Com as funções mencionadas acima, pode-se reproduzir o espaço de fase obtido experimentalmente. A Fig.(4.1.a) exibe a distribuição de momenta transversais dos kaons, $dN/dp_T \times p_T$. A Fig.(4.1.b) traz a distribuição de rapidez, $dN/dy \times y$, no centro de massa do sistema nucleon-nucleon, considerando $-0.97 < y_{cm(N+N)} < 0.2$. Tal escolha se deu de modo a reproduzir a distribuição de $p_T \times y$, a qual é mostrada na Fig.(4.1.c). Esta é exibida no sistema de centro de massa dos participantes e sua semelhança com o espaço de fase experimental pode ser constatada comparando-se tal figura com a Fig.(1) da Ref [32]. Na Fig.(4.1.d) pode ser vista a distribuição uniforme gerada para o ângulo azimutal φ de cada kaon, dentro do intervalo imposto pela função de aceitação experimental, Eq.(4.2).

A Fig.(4.2) mostra as funções de correlação bidimensionais obtidas através da Eq.(4.1) para ambos os cenários. A Fig.(4.2.a) apresenta os dados obtidos pela Colab. E859 com correspondentes erros em (4.2.d), e as Fig.(4.2.b) e Fig.(4.2.c) trazem as funções de correlação teóricas, sem e com a inclusão da contribuição de ressonâncias, respectivamente. Pode ser observado nestas figuras que ambos os histogramas bidimensionais são muito semelhantes, sendo a tendência geral do comportamento dos dados igualmente bem des-

$\chi^2(R_T, \Delta\tau)$	Sem Ressonâncias	Com Ressonâncias
R_{T_0}	2.19 ± 0.76	1.95 ± 0.89
$\Delta\tau_0$	4.4 ± 2.0	4.4 ± 2.6
α	0.0410	0.0299
β	0.0058	0.0034
$\langle \chi_{min}^2 \rangle$	1.0294	1.0204

Tabela 4.1: Parâmetros obtidos para as duas geometrias de desacoplamento de kaons.

crita pelos dois cenários. A dificuldade em selecionar o que mais se adequa aos dados fica mais evidente observando-se o comportamento da função de correlação para o primeiro *bin* em q_T e em q_L . Assim, a Fig.(4.3.a) ilustra os dados da Colab. E859 para o primeiro *bin* de q_L em função de q_T , (4.3.c) e (4.3.e) as funções de correlação estimadas, correspondentes à ausência ou à presença de ressonâncias, respectivamente. Em (b), (d) e (f) encontram-se os análogos aos casos anteriores, porém, correspondentes ao primeiro *bin* de q_T , em função de q_L . Por estas figuras, fica nítida a semelhança entre as duas curvas teóricas. Os valores referentes aos parâmetros de raio transversal, R_T , e tempo-próprio, $\Delta\tau$, utilizados na geração das curvas teóricas e correspondentes ao melhor ajuste dos dados experimentais pelo modelo usado neste trabalho, estão expostos na Tabela 4.1.

De forma semelhante ao ocorrido quando do estudo da correlação de pions idênticos [24, 30], observa-se que não é possível, baseando-se apenas em critérios qualitativos, determinar qual cenário fornece a melhor descrição dos dados preliminares da Colab. E859. Porém, a dificuldade de distinção evidencia-se ainda mais no caso atual, dada a ausência da contribuição de ressonâncias de longa vida. Este fato vem a salientar, ainda mais do que no caso de pions, a necessidade de ser introduzido um critério quantitativo para este tipo de análise. Foi, então, feita uma análise de χ^2 , conforme discutida na próxima seção.

4.3 Análise de χ^2

A princípio, poder-se-ia imaginar que, para uma tal análise, bastaria estudar os parâmetros que minimizariam χ^2 definido por [33]

$$\chi^2 = \frac{[C_{exp}(i, j) - C_{proj}(i, j)]^2}{\sigma_{A/B}^2(i, j)},$$

sendo C_{exp} a função de correlação experimental definida a seguir, em (4.5), C_{proj} a função de correlação teórica dada em (4.1), e $\sigma_{A/B}^2$ o erro experimental da razão A/B correspondente ao *bin* (i, j) . Deve-se notar que em toda a análise a ser aqui apresentada não estão sendo incluídos os erros oriundos dos cálculos de Monte Carlo efetuados para a obtenção da função de correlação teórica. Contudo, tomou-se o cuidado de efetuar os cálculos via CERES de modo a ter estatística muito alta e, assim, poder considerar tais erros numéricos desprezíveis, ao menos em uma abordagem preliminar.

A expressão de χ^2 acima assume implicitamente que $\sigma_{A/B}^2$ obedeça a uma distribuição gausseana. Porém, tal hipótese não é, em geral, satisfeita quando se tem a razão de dois números, sendo nitidamente violada quando estes dois números forem pequenos. Para contornar esta dificuldade será introduzida a definição de χ^2 sugerida por Zajc [34], obtida por meio de simples manipulações algébricas da expressão acima,

$$\chi^2(i, j) = \frac{[A(i, j) - \mathcal{N}_x^{-1} C_{th}(i, j) B(i, j)]^2}{[(\Delta A(i, j))^2 + (\mathcal{N}_x^{-1} C_{th}(i, j) \Delta B(i, j))^2]}, \quad (4.4)$$

onde a função de correlação experimental definida pela Colab. E859 [12] e os erros associados a ela são dados por

$$C_{exp}(i, j) = \mathcal{N}_x \times \frac{A(i, j)}{B(i, j)},$$

$$\Delta C_{exp}(i, j) = C_{exp}(i, j) \sqrt{\left(\frac{\Delta A(i, j)}{A(i, j)}\right)^2 + \left(\frac{\Delta B(i, j)}{B(i, j)}\right)^2}. \quad (4.5)$$

\mathcal{N}_χ é um fator de normalização introduzido pelos experimentais para compensar o fato do *background*, $B(i, j)$, por combinar pares de diferentes eventos, ser mais numerosos que a distribuição de pares de kaons idênticos pertencentes ao mesmo evento, $A(i, j)$. Ambos, A e B foram submetidos à aceitação do espectrômetro; ΔA e ΔB são os erros associados a A e B , respectivamente. Os índices i e j referem-se aos *bins* no plano (q_T, q_L) [10, 11, 12]. Deve-se notar que a distribuição de *background* foi multiplicada pelo fator de Gamow, dado na Eq.(3.6), de modo a compensar a distorção oriunda da interação coulombiana sofrida pelos pares de kaons idênticos, naturalmente presente em $A(i, j)$. Dessa forma, os cálculos teóricos foram feitos **sem** a inclusão do fator de Gamow, ou seja, através da Eq.(3.5).

Os valores de χ^2 estimados por meio da Eq.(4.4), correspondentes ao melhor ajuste em cada um dos casos, podem ser observados na Fig.(4.2). A parte (e) mostra, *bin a bin*, os valores de χ^2 obtidos quando se descarta a presença de ressonâncias e (f), quando estas são consideradas. Porém, dadas as grandes flutuações observadas nos vários *bins* em q_T e q_L , novamente não é possível obter uma indicação clara de qual cenário poderia apresentar melhor concordância com os dados experimentais.

Devido a esta dificuldade, procedeu-se a uma análise de χ^2 médio por grau de liberdade, minimizando $\langle \chi^2 \rangle$ sobre uma grade 30×30 no plano (q_T, q_L) , estando as diferenças de momenta contidas no intervalo $0.005 < q_T, q_L < 0.605$ GeV/c, considerado na experiência. A largura de cada *bin* é de 0.020 GeV/c. O primeiro passo para esta análise consistiu na exploração dos parâmetros R_T e $\Delta\tau$, a fim de determinar a região mais promissora na qual esse par de parâmetros possa minimizar χ^2 . As Figuras (4.4) e (4.5) ilustram a exploração feita para os parâmetros espaço-temporais, correspondentes ao cenário que inclui ressonâncias e o outro que não as considera, respectivamente. Em ambas as figuras a parte (a) corresponde a $\Delta\tau$ nulo, isto é, à pesquisa da região apenas em função de R_T . Já parte (b) explora o espaço de parâmetros $(R_T, \Delta\tau)$. Na vizinhança do mínimo, $(R_{T_0}, \Delta\tau_0)$, determinam-se os parâmetros da superfície quadrática

$$\langle \chi^2(R_T, \Delta\tau) \rangle = \chi_{min}^2 + \alpha(R_T - R_{T_0})^2 + \beta(\tau - \tau_0)^2 . \quad (4.6)$$

A média em χ^2 é feita sobre 855 *bins*, pois descontam-se, dos 900 graus de liberdade originais, correspondentes aos 30 *bins* em q_T e 30 em q_L , os graus de liberdade comprometidos com os parâmetros ajustados e também os *bins* que estavam vazios, isto é, sem dados experimentais. Dessa forma, χ^2 médio sobre $N = n \times n$ *bins* será uma variável aleatória com valor médio unitário e largura quadrática média $\sigma = \sqrt{2/N}$, se os “resíduos” $\chi(i, j)$ forem variáveis aleatórias normais, com valor médio nulo e largura quadrática média unitária. Assim sendo, e se N for um número grande, a distribuição de χ^2 médio por *bin* se aproximará de uma distribuição gausseana [13, 14], $P(\chi^2) \propto \exp[-(\chi^2 - 1)^2/2\sigma^2]$, sendo que, para a grade considerada, com $N = 855$, a largura será $\sigma \approx 0.048$. Inserindo a Eq.(4.6) na forma assintótica da distribuição de χ^2 para N grande, a probabilidade de R_T ter um valor próximo ao mínimo será dada aproximadamente por $P(R_T) \propto \exp[-\alpha^2(R_T - R_{T_0})^4/2\sigma^2]$. Dessa forma, o erro estimado para o raio será [13, 24]

$$\Delta R \approx \left[\sqrt{2} \frac{\Gamma(3/4) \sigma}{\Gamma(1/4) \alpha} \right]^{1/2} \approx 0.7 \left(\frac{\sigma}{\alpha} \right)^{1/2} . \quad (4.7)$$

E, analogamente, o erro associado ao tempo próprio será

$$\Delta \tau \approx \left[\sqrt{2} \frac{\Gamma(3/4) \sigma}{\Gamma(1/4) \beta} \right]^{1/2} \approx 0.7 \left(\frac{\sigma}{\beta} \right)^{1/2} . \quad (4.8)$$

A Fig.(4.6.a) apresenta a distribuição dos resíduos $\chi(i, j)$, relativa à análise com inclusão de ressonâncias e, a Fig.(4.6.b), para o cenário sem elas. Pode-se observar que as referidas distribuições são, de fato, bem próximas de gausseanas com médias $\mu = .3902$ e $\mu = 0.2815$, e larguras $\sigma = 1.091$ e $\sigma = 1.097$ correspondentes, respectivamente, aos casos com e sem ressonâncias. Isto,

então, dá suporte à estimativa dos erros associados aos parâmetros R_T e $\Delta\tau$, equações (4.7) e (4.8).

Os valores para R_{T_0} , $\Delta\tau_0$, α e β , estimados por meio do método de minimização estão expostos na Tabela 4.1. Os valores de $\langle\chi^2_{min}\rangle$ nos dois casos são muito próximos. Examinando a Tabela 4.1, verifica-se que, conforme esperado, a sensibilidade à produção de ressonâncias é pequena, pois $R_{TSR} \sim R_{TCR} \sim 2$ fm e $\Delta\tau_{SR} \sim \Delta\tau_{CR} \sim 4.4$ fm (em unidades em que $\hbar = c = 1$). Isto deve estar associado, principalmente, ao fato de, nesse caso, não haver contribuição de ressonâncias de vida longa, ao contrário do que ocorre para pions.

O procedimento acima foi originalmente utilizado na Ref [14], onde também foram encontrados valores muito semelhantes para $\langle\chi^2_{min}\rangle$ nos dois cenários. Os valores encontrados nas Refs. [14, 20] para a correlação de pions sem ressonâncias para os parâmetros foram $(R_T, \Delta\tau) = (4.6 \pm 0.9, 3.4 \pm 0.7)$, e com ressonâncias $(R_T, \Delta\tau) = (3.1 \pm 1.3, 1.6 \pm 1.0)$. Assim, segundo a interferometria de pions, os parâmetros referentes à geometria de desacoplamento da fonte são distintos para os dois cenários, sendo estes consideravelmente maiores quando é ignorada a produção de ressonâncias, o que não é observado para a interferometria de kaons. Da comparação dos resultados destas duas análises observa-se, então, que para a correlação de kaons idênticos, os dois cenários conduzem a um tempo próprio de desacoplamento compatíveis, dentro dos erros estimados, com o apresentado pela interferometria de pions sem a inclusão de ressonâncias; os raios transversais, R_T , porém, são praticamente a metade do correspondente valor encontrado para a fonte emissora de pions na ausência de ressonâncias. Uma possível explicação para este fato baseia-se em uma sugestão dada em [36]. Segundo esta, devido à pequena seção de choque dos kaons com a matéria a baixas energias, estes poderiam desacoplar-se antes dos pions, o que seria compatível com os valores estimados para os raios transversais.

Os erros encontrados na análise aqui apresentada são muito grandes, de acordo com a Tabela 4.1. Possivelmente, isto poderia estar relacionado com

as grandes flutuações apresentadas pelos dados obtidos pela Colab. E859 conforme visto na Fig.(4.2.d). Estas, por sua vez, podem também estar associadas ao fato da largura dos *bins* ser o dobro daqueles correspondentes aos dados de pions. Quanto à proximidade dos valores encontrados para $\langle \chi_{min}^2 \rangle$ nos dois cenários, este **não** é um resultado surpreendente, pois o número de graus de liberdade envolvido é bastante grande. Porém, para tentar contornar esta dificuldade pode-se, variando o número de graus de liberdade (isto é, de *bins*) envolvidos, analisar o quanto χ^2 reduzido difere da unidade, ou seja, estimar dentro de quantos desvios padrão situa-se

$$\langle \chi_{min}^2 \rangle - 1 = \sum_{i,j}^r \frac{\chi^2(i,j)}{(i+j)} - 1.$$

Desta forma, sendo $\sigma = \sqrt{2}/n$ o desvio padrão, pode-se estudar a variação de

$$n_\sigma = \frac{|\langle \chi_{min}^2 \rangle - 1|}{\sigma}, \quad (4.9)$$

com o número de *bins* crescente, n , para os casos com e sem ressonâncias, descontando-se o número de graus de liberdade comprometidos com o ajuste.

A Fig.(4.7) expõe os resultados desta análise para os dois cenários. Embora muito menos notável que o caso dos pions, pode-se observar que o método ainda permite distinguir os dois cenários, quando se compara o comportamento global de (4.9), em função do número crescente de *bins*. Mas para pequenos valores de q_T , q_L , onde a correlação é mais significativa o número de desvios padrão da unidade de χ^2 reduzido está entre 2σ e 3σ para o melhor ajuste, ou seja, o caso sem ressonâncias. Um olhar menos otimista poderia levar a concluir que nenhum dos ajustes é muito bom. De fato, porém, possivelmente isto possa estar refletindo os erros experimentais e a largura dos *bins*, o que poderia vir a melhorar no futuro, uma vez que os dados analisados são ainda preliminares.

Se fosse adotada uma análise tri-dimensional para a função e correlação, ou seja, em função de q_0 , q_T e q_L , talvez pudesse ser removida parte da distorção introduzida por $\Delta\tau$ nos demais parâmetros, uma vez que não seria feita, então, a integração sobre q_0 , como ocorreu para esta análise. Mas, conforme a discussão feita nas Ref. [8, 9, 24], ainda permanece a influência de $\Delta\tau$ sobre R_T , pois $q_0 \approx (q_L K_L + \vec{q}_T \cdot \vec{K}_T) / \sqrt{\vec{K}^2 + m^2}$, sendo \vec{q} a diferença de momenta dos kaons do par e \vec{K} a sua semi-soma. Conforme será analisado na próxima seção, tal dependência parece ser dominante e decisiva para descartar a possibilidade de se considerar $\Delta\tau = 0$. Contudo, os dados preliminares da Colab. E859 [10, 11, 12] desincentivam qualquer tentativa de análise tri-dimensional no momentum, pois para conseguir estatística aceitável no ajuste de *bigtriangleup* τ , os experimentais tiveram que considerar fatias de 180 MeV/c em q_T e q_L (*bin* nove vezes mais largos que os analisados neste trabalho), o que torna ainda maiores os erros associados a este tipo de análise. Além disso, segundo a análise experimental [11], os valores de R_T e R_L praticamente coincidem com os anteriormente ajustados em duas dimensões (integrando sobre q_0). Assim sendo, limitou-se a análise a duas dimensões, utilizando dados de interferometria em função apenas de q_T e q_L .

4.4 Investigando a Possibilidade de $\Delta\tau$ Nulo

De modo a investigar a suspeita levantada pela Colab. E859 [10, 11, 12], através da análise tridimensional feita em função de q_0 , q_T , q_L , foi repetido o procedimento anterior considerando $\Delta\tau = 0$. Tal hipótese poderia ser interpretada como correspondente a um desacoplamento instantâneo da fonte, como num “*flash*”.

As funções de correlação com e sem ressonâncias foram calculadas, sendo os resultados obtidos exibidos na Fig.(4.8). Pode ser visto em (4.8.b) e (4.8.c) que as funções de correlação teóricas estão muito distantes dos dados da Co-

laboração em função de q_T e q_L . Segundo estes gráficos pode-se observar que, ao se incluir a produção de ressonâncias, é, de certa forma, deixada uma abertura para o tempo próprio contribuir através de K^* , uma vez que este tem uma vida finita. Já para o cenário sem ressonâncias a fonte, segundo o modelo, seria obrigada a seguir um caminho nada natural, correspondente a $\Delta\tau = 0$, pois ela é forçada a desacoplar-se imediatamente após a colisão, sem que o sistema tenha tido tempo de expandir-se.

Prosseguindo na aplicação do método já discutido, deve-se tentar proceder à minimização de χ^2 , estimando o valor de R_T correspondente. Para tanto, a superfície quadrática a ser considerada agora será

$$\langle \chi^2(R_T, 0) \rangle = \chi_{min}^2 + \alpha(R_T - R_{T_0})^2. \quad (4.10)$$

Os parâmetros obtidos para esta equação estão expostos na Tabela 4.2. Comparando-se estes valores aos apresentados na Tabela 4.1, pode-se ver que, ao forçar $\Delta\tau$ a ser nulo, os valores para o raio transversal nos dois cenários tornam-se maiores, especialmente para o caso sem ressonância. Ambos estão distantes do encontrado pela Colab. E859 [10, 12, 35], além dos valores de χ_{min}^2 reduzido serem consideravelmente piores. A análise de χ^2 reduzido em função de q_T e q_L são apresentadas em (4.8.e) e (4.8.f), onde pode ser visto que estes ajustes são bastantes ruins, com grandes flutuações para pequenos momenta, para ambos os cenários.

Esse estudo, porém, evidencia que o tempo próprio possui uma forte influência em R_T . Conforme antecipado em [8, 9, 24], ao se medir a função de correlação em função de q_T , estar-se-á medindo, de fato, o raio transversal efetivo, $R_{T_{ef}}$, e não apenas o raio geométrico, R_T . Pode-se, por exemplo, observar que, quando foi imposto $\Delta\tau = 0$ nos cálculos, o valor de R_T tornou-se maior na tentativa de adequar o comportamento de C_{proj} aos dados. Este aumento é mais drástico quando a produção de ressonâncias é “desligada”, pois sua presença, de certa forma, “emprestaria” um tempo próprio à fonte emissora.

$\chi^2(R_T, \Delta\tau)$	Sem Ressonâncias	Com Ressonâncias
R_{T_0}	≈ 10.6	≈ 4.8
α	0.0003	0.0280
$\langle\chi^2_{min}\rangle$	1.2934	1.3325

Tabela 4.2: **Parâmetros obtidos para as geometrias de desacoplamento quando $\Delta\tau = 0$.**

Também para $\Delta\tau = 0$ foi, para os dois cenários, estimado dentro de quantos desvios padrão $\langle\chi^2\rangle$ reduzido distancia-se da unidade, em função do número crescente de *bins* usados para estimar tal média. Os resultados obtidos podem ser vistos na Fig.(4.10). Pode-se observar que as duas curvas representam um péssimo resultado, principalmente quando se assume que os kaons foram somente produzidos diretamente pela fonte. Isso corrobora a discussão referente ao comportamento da função de correlação para os dois cenários, figuras (4.8.b) e (4.8.c), acentuando em termos dos primeiros *bins*, na fig.(4.9), de que a curva encontrada para o caso que considera as ressonâncias é um pouco melhor do que a correspondente ao caso que as exclui. Na Fig.(4.7) foi incluído o caso em que $\Delta\tau = 0$, com produção de ressonâncias, a fim de evidenciar o quão ruim é este resultado quando comparado com o caso em que este parâmetro é também ajustado mas não nulo. Foram ainda computadas as distribuições dos resíduos $\chi(i, j)$ com e sem contribuições de ressonâncias, os quais são exibidos nas Fig. (4.6.c) e (4.6.d). De acordo com estas figuras o ajuste gausseano tentado para estas distribuições é visivelmente pior que no caso onde $\Delta\tau = 0$, dificultando a utilização da Eq.(4.7) para analisar os erros dos valores estimados para R_T . Por essa razão estes valores são colocados nas Tabela 4.2 apenas com a indicação de serem aproximados.

Com o estudo apresentado nesta seção, a sugestão dada pela Colab. E859 [10, 12, 35], sobre a possibilidade da fonte possuir um tempo-próprio de desacoplamento nulo, parece ficar descartada. Possivelmente a discordância das

duas análises reside na forma antagônica com que foi tratada a parametrização da fonte emissora de kaons, nos dois trabalhos. A Colab. E859 supôs uma fonte estática parametrizada por gaussianas e, no trabalho aqui desenvolvido, a fonte foi parametrizada segundo a *Inside-Outside Cascade* não ideal de Bjorken, que considera uma fonte em expansão ao longo da direção de incidência. Então, conforme os resultados aqui obtidos, o uso de parametrizações sem levar em conta expansão da fonte emissora pode levar a interpretações que não parecem condizer com a realidade física desta, como a possibilidade de desacoplamento instantâneo.

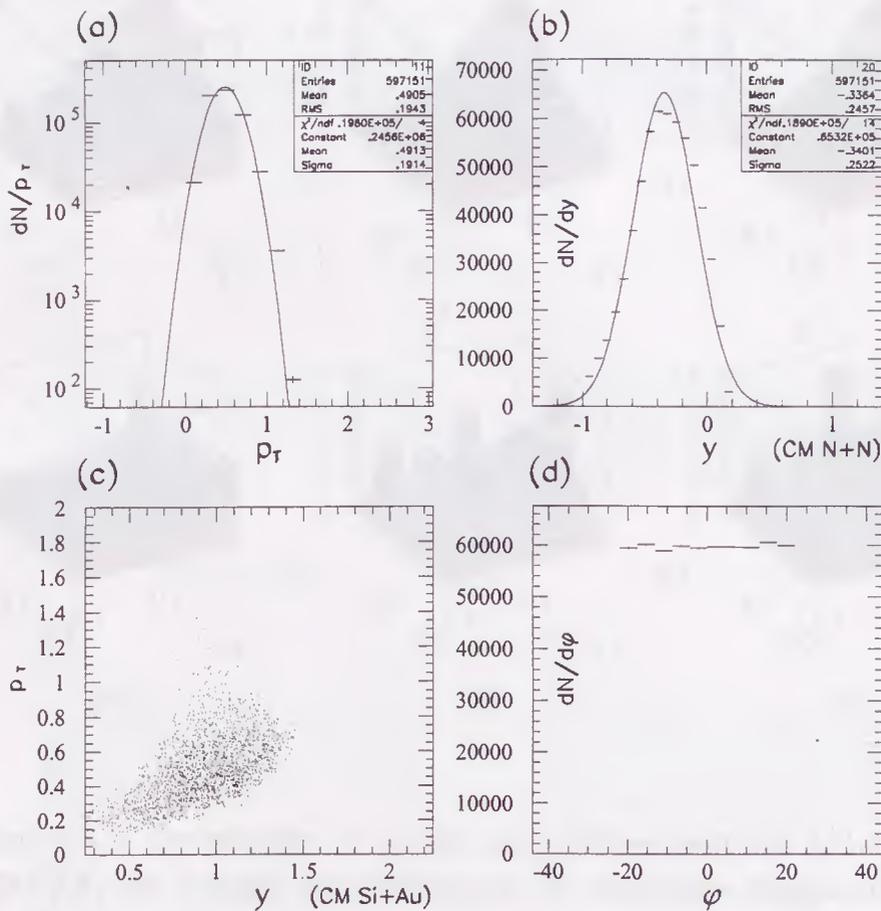


Figura 4.1: Distribuições de (a) momentum transversal, dN/dp_T , de rapidez, (b) dN/dy , (c) $p_T \times y$, geradas, no referencial dos participantes de Si+Au. Em (d), vêem-se os ângulos azimutal, ϕ , de cada partícula, gerados uniformemente.

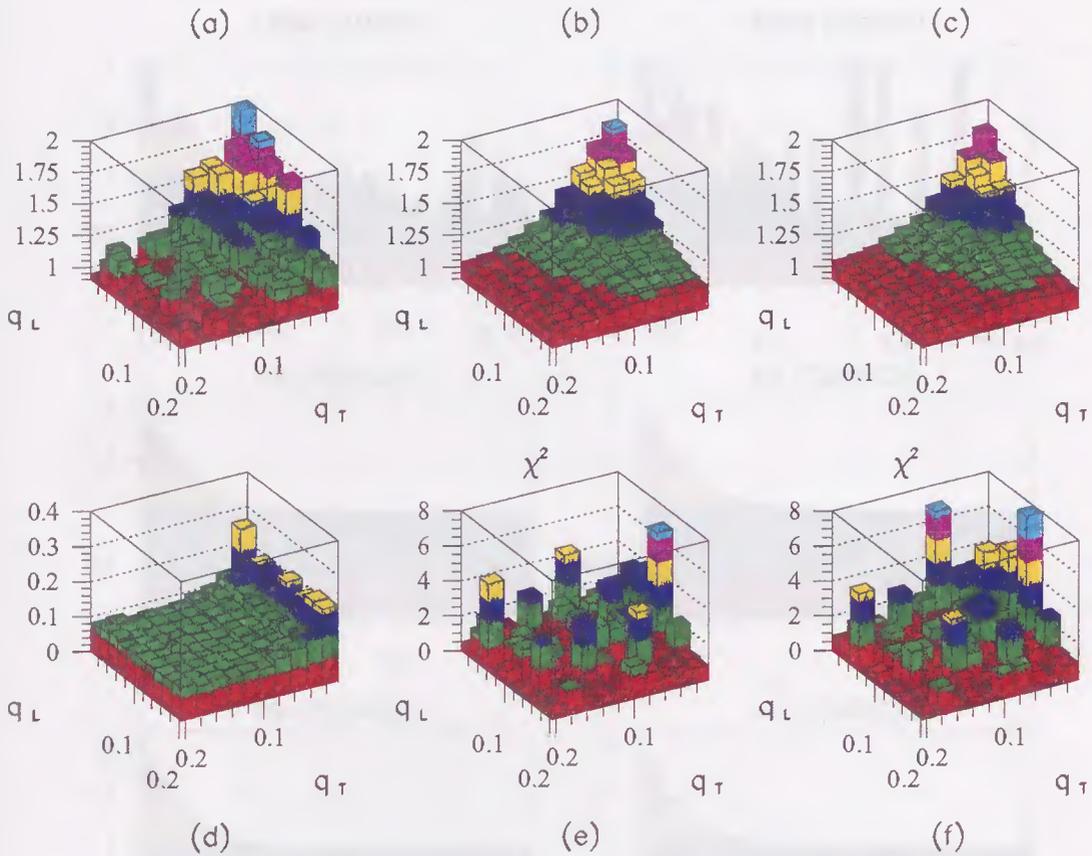


Figura 4.2: Correlação de kaons em colisões centrais Si+Au a 14.6 GeV/A, em função das diferenças de momenta longitudinal, q_L , e transversal, q_T . Os dados preliminares da Colab. E859 podem ser vistos em (a), com os correspondentes erros em(d); (b) e (c) mostram as funções de correlação teóricas sem e com contribuições de ressonâncias, respectivamente, sendo que as distribuições de $\chi^2(q_T, q_L)$ correspondentes podem ser observadas em (e) e (f).

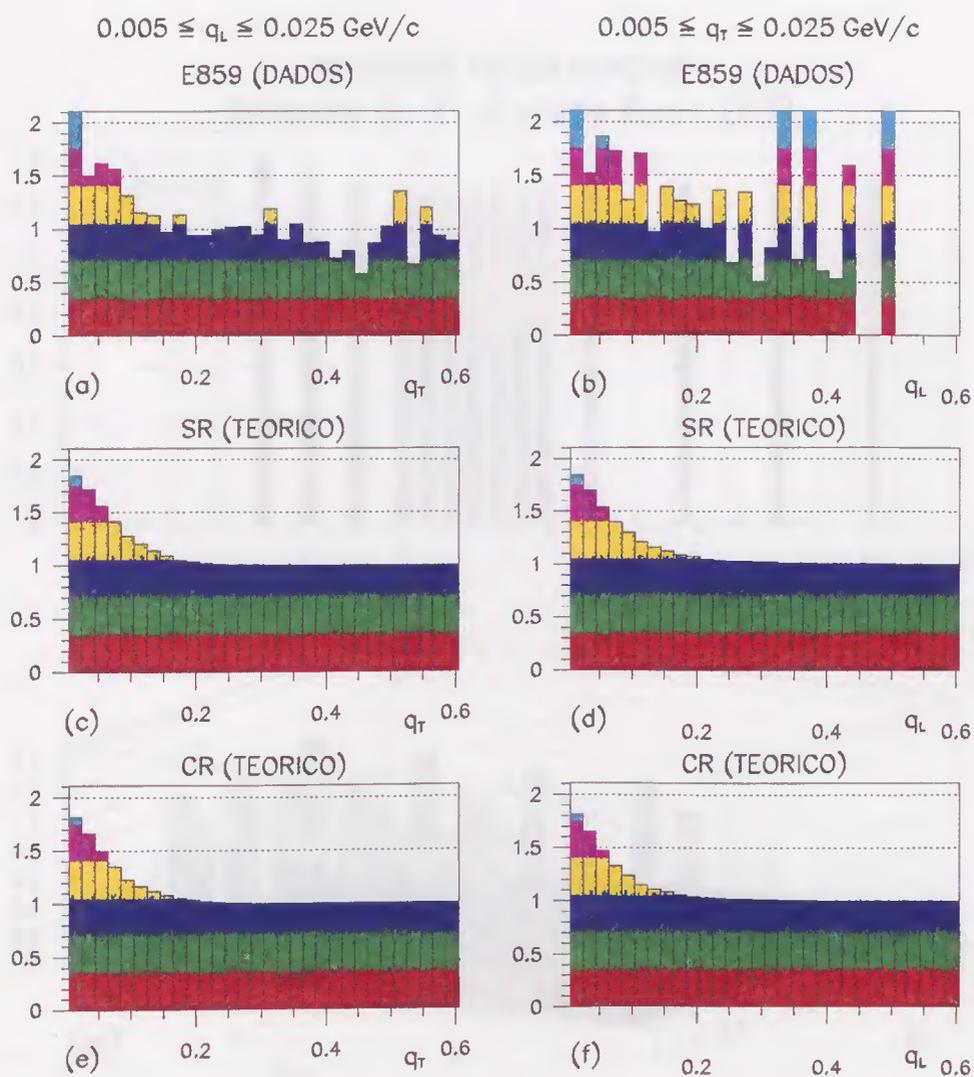


Figura 4.3: Primeiro *bin* de q_L , em função de q_T para os (a) dados da Colab. E859 e para a função de correlação teórica (c) sem e (e) com ressonâncias. A seguir vêm-se, em função de q_L , o primeiro *bin* de q_T para os (b) dados da Colab. E859, a função de correlação teórica (d) sem e (f) com ressonâncias.

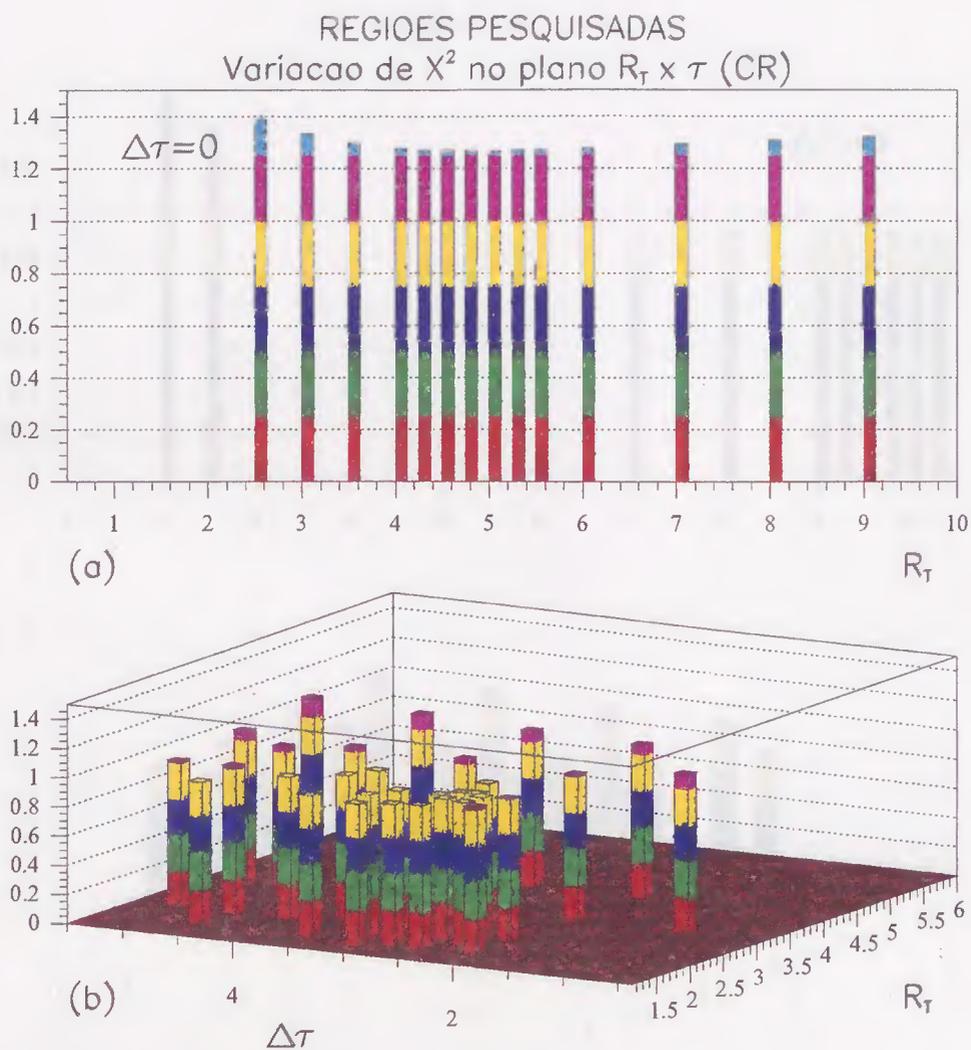


Figura 4.4: Região explorada na procura dos parâmetros espaço-temporais que minimizassem χ^2 , (a) para $\Delta\tau$ igual a zero e (b) para $\Delta\tau$ diferente de zero, correspondentes ao cenário com ressonâncias.

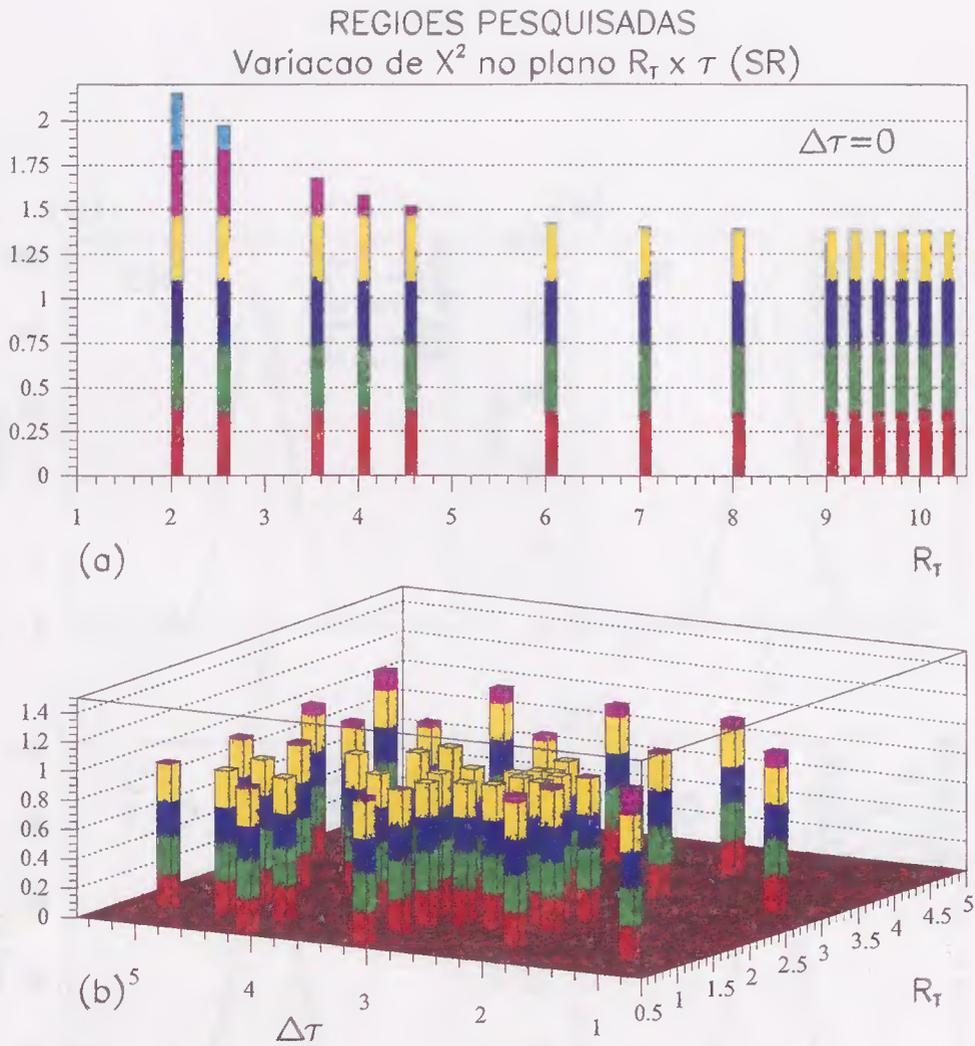


Figura 4.5: Região explorada na procura dos parâmetros espaço-temporais que minimizassem χ^2 , (a) para $\Delta\tau$ igual a zero e (b) para $\Delta\tau$ diferente de zero, correspondentes ao cenário sem ressonâncias.

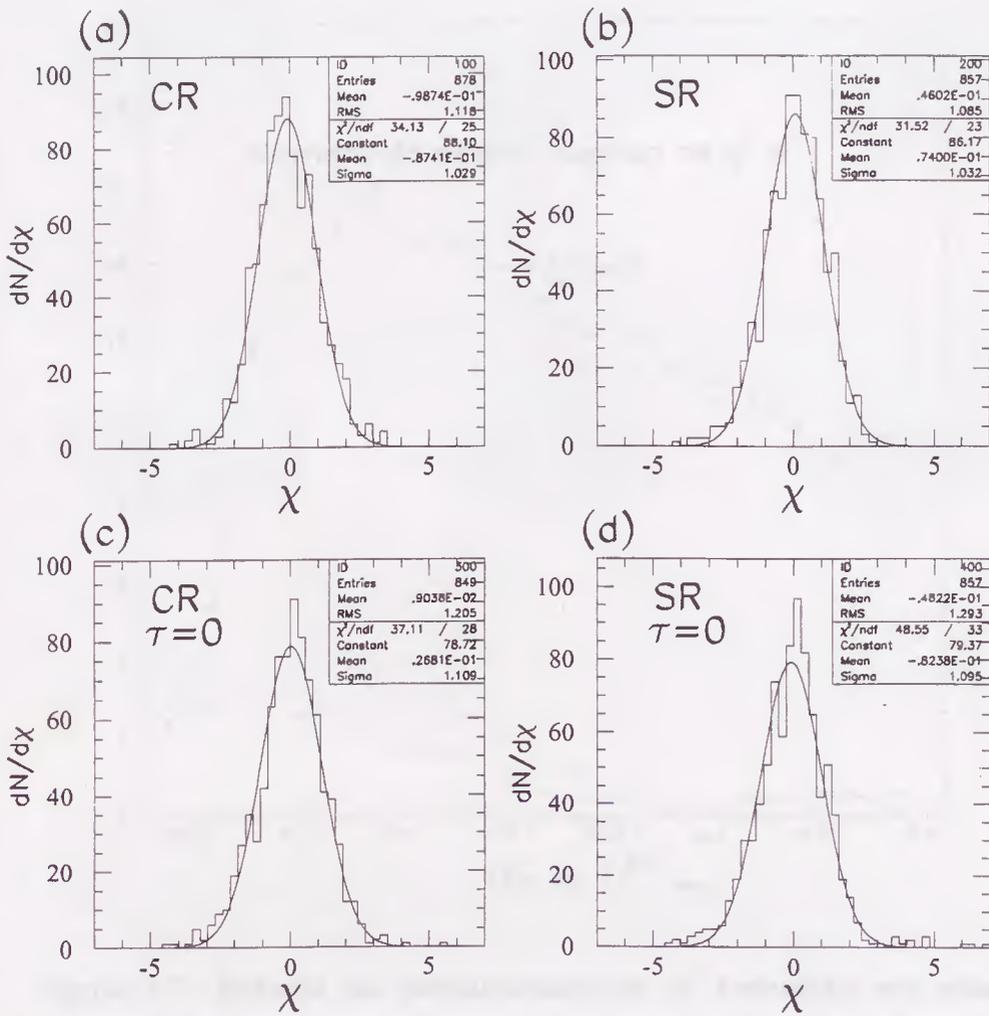


Figura 4.6: Distribuição do resíduo $\chi(i, j)$ para $\Delta\tau \neq 0$, referentes aos casos (a) com e (b) sem a inclusão de ressonâncias, bem como para $\Delta\tau = 0$ (c) com e (d) sem ressonâncias.

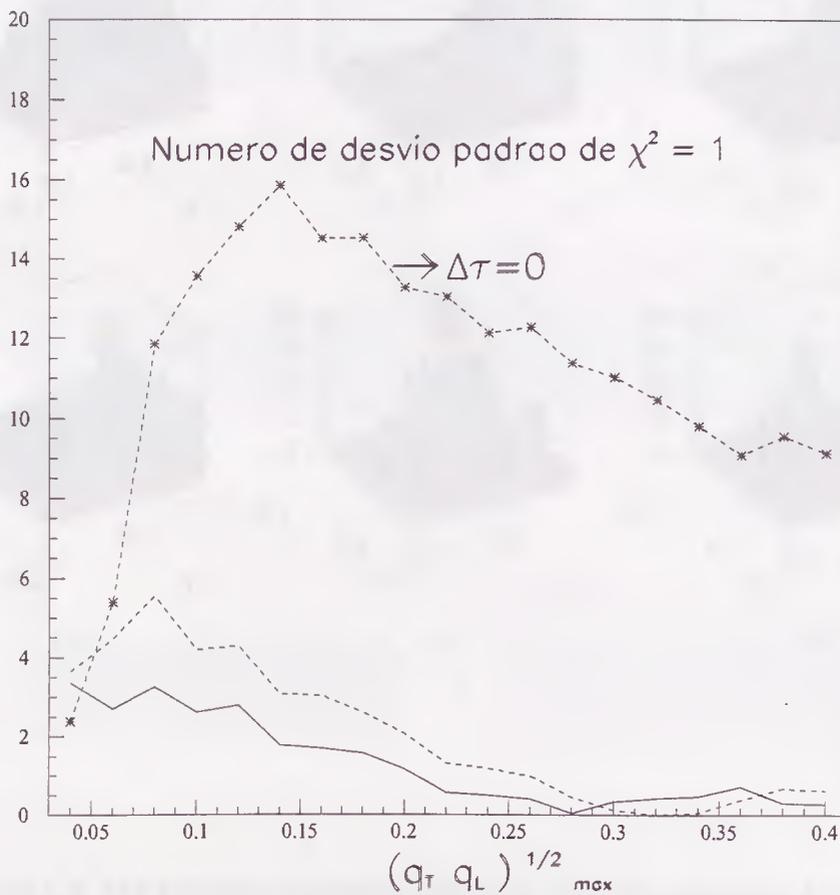


Figura 4.7: Estudo da proximidade de χ^2 reduzido em relação à unidade, estimado em número crescente de *bins* em q_T e q_L , em termos do número de desvios padrão. A linha cheia refere-se ao caso sem ressonâncias, a tracejada a quando estas são incluídas; a linha tracejada com asteriscos corresponde ao caso com ressonâncias e $\Delta\tau = 0$, incluída de forma a ressaltar a má qualidade desse último ajuste frente aos dois anteriores.

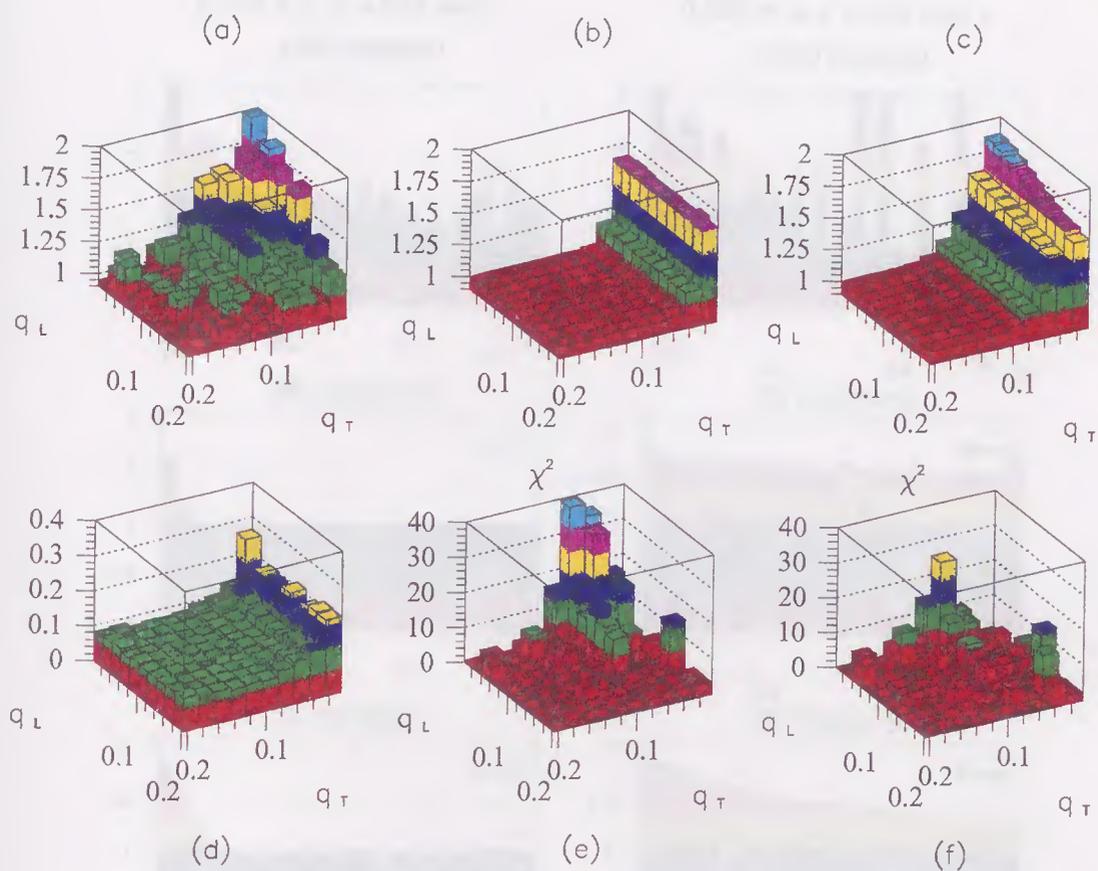


Figura 4.8: (a) Os dados preliminares de interferometria K^+K^+ , obtidos pela Colab. E859, encontrando-se em (d) seus respectivos erros. São também exibidas as funções de correlação teóricas referentes aos casos (b) sem e (c) com ressonâncias, seguidos dos correspondentes valores estimados para χ^2 em cada um desses casos. O valor de $\Delta\tau$ foi mantido nulo nestes cálculos.

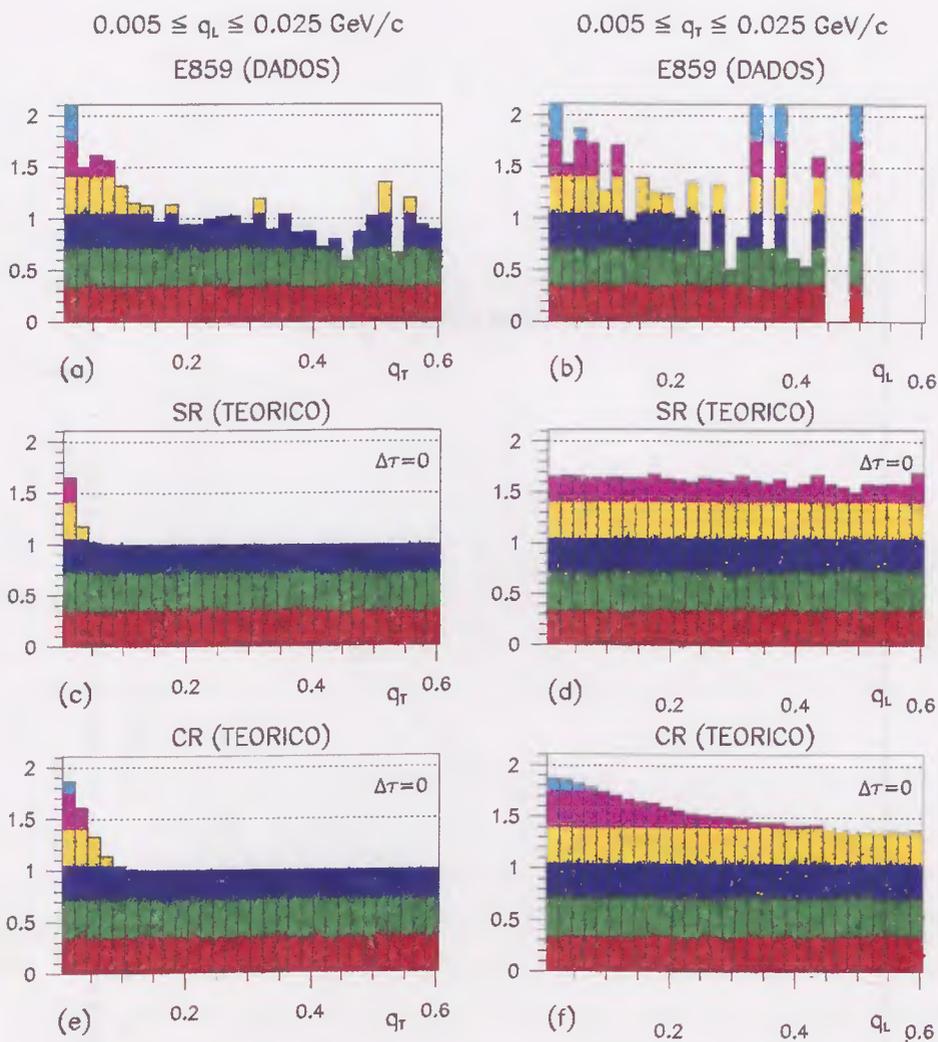


Figura 4.9: Primeiro *bin* de q_L , em função de q_T para os (a) dados preliminares da Colab. E859 e para a função de correlação teórica (c) sem e (e) com ressonâncias. Vêm-se também, em função de q_L , o primeiro *bin* em q_T para os (b) dados da Colab. E859, a função de correlação teórica (d) sem e (f) com ressonâncias. O valor de $\Delta\tau$ foi mantido nulo nestes casos.

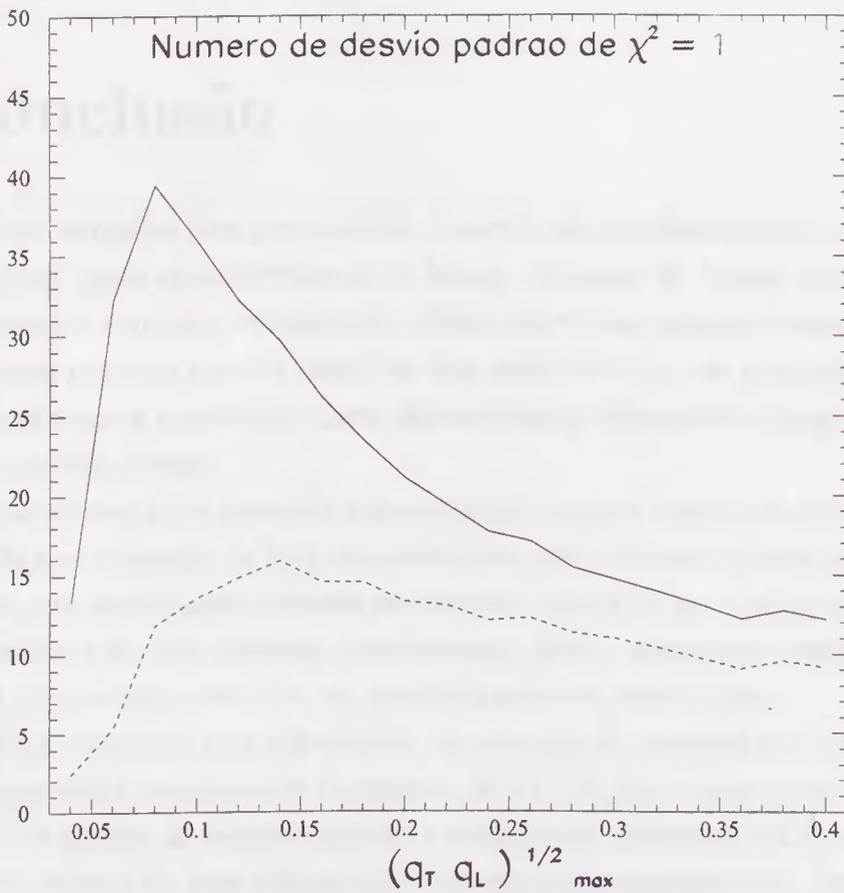


Figura 4.10: Estimativa do número de desvios padrão em que $\langle \chi^2 \rangle$ reduzido se distancia de 1, para $\Delta\tau = 0$, em função do número crescente de *bins* considerados na média. A linha pontilhada corresponde ao cenário com ressonâncias e, a cheia, ao cenário em que elas são ignoradas.

Capítulo 5

Conclusão

Este trabalho teve por objetivo o estudo da interferometria de partículas idênticas, mais especificamente de kaons, oriundas de fontes supostas completamente caóticas, criadas pela colisão entre íons pesados relativísticos. O interesse por este assunto reside no fato deste método, em princípio, fornecer as ferramentas necessárias para determinar as dimensões espaço-temporais das referidas fontes.

Inicialmente, foi derivada uma expressão para a função de correlação, supondo que o espaço de fase das partículas não estivesse correlacionado, isto é, que sua distribuição pudesse ser escrita como $D(x, p) = \rho(x)f(p)$. Porém, em colisões de íons pesados relativísticos, efeitos dinâmicos introduzem um forte acoplamento em $D(x, p)$, inviabilizando tal abordagem.

Para contornar esta dificuldade, foi em seguida apresentado o formalismo de *Ensemble Covariante de Correntes*, [8, 14, 25, 26], o qual pode ser empregado no estudo de colisões iônicas a energias da ordem do AGS ou do SPS, onde o espaço de fase parece estar fortemente correlacionado. Esse modelo considera que a fonte de partículas possa ser representada por um *ensemble* de elementos de corrente, para os quais necessita-se escolher a parametrização mais apropriada. A função de correlação encontrada através deste formalismo reflete a parametrização adotada para os elementos de corrente, bem como a distribuição de *freeze-out* do espaço de fase. Este último corresponde, no presente trabalho, a uma adequação do modelo de Cascata *Inside-Outside*, de Bjorken às energias envolvidas na reação estudada. Isto porque, tal modelo

foi originalmente proposto para colisões a altíssimas energias. A energias mais moderadas, porém, há distorções em relação ao limite assintótico implícito no modelo de Bjorken, aqui denominadas efeitos não ideais, segundo previsões de alguns modelos dinâmicos, como o modelo de LUND [29]. Entre estes efeitos, conforme já ressaltado neste trabalho, há um que é responsável pela mais drástica distorção à função de correlação, isto é, a produção de ressonâncias.

A parte central deste trabalho foi dedicada ao estudo da correlação de kaons idênticos, onde foram analisados os dados preliminares de Si+Au a 14.6 GeV/A obtidos pela Colab. E859 [10, 11, 12]. O trabalho teve dois objetivos principais: o primeiro foi analisar se estes dados comportavam ou não a contribuição de decaimentos de ressonância. O segundo objetivo foi avaliar a sensibilidade do método desenvolvido nas Ref. [13, 14] para a interferometria de pions, os quais estão sujeitos à contribuições de ressonâncias de longa vida, aplicado a um caso menos favorável. Neste contexto se enquadra a interferometria de kaons, cuja contribuição de ressonâncias vem essencialmente de K^* . Quando da correlação de pions idênticos, o método mostrou-se capaz de separar e determinar qual destes dois cenários melhor reproduzia os dados preliminares obtidos pela Colab. E802 [31], favorecendo o caso sem produção de ressonâncias, a energias do AGS.

A primeira tentativa de diferenciação entre os cenários consistiu em se determinar $C_2(k_1, k_2)$ em função das diferenças de momenta do par de partículas detectadas, q_T e q_L , definidos segundo as direções perpendicular e ao longo do feixe, respectivamente. Mas essa mostrou-se infrutífera, conforme pode ser constatado nas Figuras (4.2.b) e (4.2.c), as quais apresentam as funções de correlação obtidas para os cenários sem e com ressonâncias, respectivamente. Isto porque a comparação destas com a Fig.(4.2.a), que apresenta os dados preliminares obtidos pela Colab. E859 [10, 11, 12], não favorece nenhum deles, visto que ambas as curvas teóricas são muito próximas. A Figura (4.3) apenas ratifica esta dificuldade. Seguindo os passos feitos nas Ref. [13, 14], foi estimada a distribuição de χ^2 , sendo novamente impossível determinar

qual cenário melhor se adequava aos supra citados dados experimentais, uma vez que as duas distribuições apresentam grandes flutuações nos vários *bins* em q_T e q_L .

Estes resultados levaram a proceder à estimativa de mínimo do χ^2 médio por grau de liberdade. Para tanto foram explorados os parâmetros referentes ao raio transversal, R_T , e tempo próprio, τ , para os dois cenários. Os resultados obtidos encontram-se na Tabela (4.1). Pode ser visto que, para os dois casos os valores para o tempo próprio encontrados são compatíveis com os obtidos nas Ref. [13, 14] para o cenário sem ressonâncias, quando do estudo da interferometria de pions. Já o raio transversal aqui obtido é significativamente menor que o de pions correspondente. Portanto os resultados deste trabalho parecem indicar que os kaons poderiam ter sido emitidos por uma fonte menor, durante aproximadamente o mesmo tempo que os pions. Os valores encontrados para o raio transversal, nos dois cenários, são muito próximos ao obtido pela Colab. E859 [10, 11, 12], $R_{T_{exp}} = 2.10 \pm 0.12$, mas os tempo-próprios teóricos são da ordem do dobro do experimental, $\tau_{exp} = 2.11 \pm 0.39$ [12]. As estimativas de χ^2 encontrados para os dois cenários são, novamente, bastante parecidos, o que **não** é surpreendente uma vez que o número de graus de liberdade envolvido é muito grande.

Como último recurso, foi avaliado o número de desvios padrão de χ^2 por *bin* frente à unidade, para um número crescente de graus de liberdade. A Fig.(4.7) apresenta os resultados obtidos, onde pode ser visto que a análise parece permitir a distinção dos dois cenários. Porém, o melhor ajuste, correspondente ao caso sem a produção de ressonâncias, tem $\langle \chi^2 \rangle \sim 1$ dentro de 2σ e 3σ , provavelmente refletindo as grandes flutuações experimentais, Fig.(4.2.d), e a largura dos *bins*. Mas, uma vez que os dados da Colab. E859 [10, 11, 12] são ainda preliminares, espera-se que seja possível obter melhores ajustes no futuro.

Outro resultado encontrado pela Colab. E859 [10, 11, 12], referente ao tempo próprio da fonte, parece indicar que seus dados poderiam ser também compatíveis com um valor nulo para este parâmetro. Portanto, a última

parte deste trabalho consistiu em verificar esta possibilidade. A Tabela (4.2) apresenta os resultados obtidos, podendo ser observado que, ao se impor $\tau = 0$, os valores referentes ao raio transversal tornaram-se consideravelmente maiores, principalmente para o cenário sem produção de ressonâncias. As Figuras (4.8.b) e (4.8.c) trazem as funções de correlação obtidas para os dois cenários, podendo ser visto que ambas estão muito distantes dos dados obtidos pela Colab. E859 [10, 11, 12] em (4.8.a); as figuras (4.8.e) e (4.8.f) mostram as distribuições de χ^2 para os dois casos. Estas Figuras indicam que, nos dois cenários, χ^2 apresenta valores extremamente grandes quando comparados aos resultados obtidos considerando τ como parâmetro a ser ajustado. De acordo com estes resultados, a possibilidade de que tenha ocorrido o desacoplamento instantâneo parece estar descartada. Possivelmente a discrepância das duas análises resida na forma antagônica que os dois trabalhos tratam a parametrização da fonte emissora. A Colab. E859 [10, 11, 12] supõem que esta seja descrita através de parametrizações do tipo gausseanas, pressupondo que a fonte não sofra expansão durante a emissão. No trabalho aqui analisado, foi adotada uma parametrização para a distribuição do espaço de fase, no do *freeze-out*, baseada no modelo de Cascata *Inside-Outside* não ideal de Bjorken, onde está implícita a expansão da fonte.

Outro fato que fica mais evidente fixando-se $\tau = 0$, é a grande influência que este tem sobre R_T . Os valores deste parâmetro aumentaram consideravelmente a fim de serem capazes de descrever os dados experimentais, sendo este efeito sentido de forma ainda mais significativa para o cenário sem ressonâncias. Considera-se que isto ocorra porque, quando estas são incluídas nas estimativas teóricas, estar-se-ia de certa forma permitindo que fosse introduzido um tempo próprio não nulo, através da vida média das ressonâncias. A análise do número de desvio padrão da unidade de χ^2 médio apresenta péssimos ajustes para $\tau = 0$, parecendo indicar a inviabilidade desta hipótese.

Este trabalho mostra que a análise bi-dimensional para a interferometria de kaons idênticos permite distinguir os dois cenários, com e sem res-

sonâncias, porém não de forma clara como ocorre para a interferometria de pions, o que já era esperado, pois os kaons não apresentam a possibilidade de terem sido criados via decaimento de ressonâncias de longa vida. E alia-se a esta dificuldade o fato dos dados da Colab. E859 analisados possuírem grandes flutuações, além de serem distribuídos em *bins* largos. Mas, como já foi salientado, estes dados são preliminares. Portanto, se no futuro eles forem melhorados, o método poderá ser melhor sucedido.

Apêndice A

Modelo de Cascata

Inside-Outside

A.1 Introdução

Após a colisão de núcleos pesados a velocidades muito próximas à da luz, há deposição de uma grande quantidade de energia em um pequeno volume espaço-temporal em torno da região central de colisão. Considera-se que o sistema aí formado, submetido a grandes gradientes de pressão, expanda-se e se esfrie até resultar na emissão das partículas, posteriormente observadas no detector. Foi pensando neste cenário a altas energias que Bjorken [23] propôs um modelo de evolução espaço-temporal do processo de colisão, focalizando a região central de rapidez. Acredita-se também que, se a densidade de energia inicial depositada pelos núcleos for suficientemente alta, poderá ocorrer a formação de um plasma de quarks e glúons, um novo estado da matéria em que os constituintes dos hádrons estariam praticamente livres em um grande volume espacial.

A.2 Hipóteses do Modelo de Bjorken

Com a finalidade de fornecer uma melhor compreensão do modelo proposto por Bjorken será considerada a colisão frontal de dois núcleos iguais, no

referencial de centro de massa [5, 23]. No limite relativístico, os dois núcleos envolvidos no processo sofrerão uma contração de Lorentz significativa na direção longitudinal permitindo, desta forma, serem aproximados por dois discos de espessura desprezível e, por isso, as coordenadas longitudinais dos nucleons de um mesmo núcleo poderão ser tomadas como sendo as mesmas.

Considera-se, então, que na colisão central de dois núcleos em $z = 0$ e $t = 0$, um grande número de colisões inelásticas nucleon-nucleon ocorra. Os dados experimentais indicam que em cada colisão inelástica dessas há uma grande perda de energia. No entanto, como o processo se dá a energias muito altas, os barions têm ainda uma quantidade de momento grande o suficiente para se afastarem da região central de colisão, esperando-se, então, que nesta se encontre baixo conteúdo bariônico. Haverá uma deposição aproximadamente aditiva de energia em torno de $z = 0$, a qual será tanto maior quanto maior for a energia que os núcleos possuírem antes da colisão, acarretando uma densidade de energia consideravelmente alta na região central, a qual poderá manifestar-se sob a forma de quarks e gluons praticamente livres, em um estado conhecido como quark-gluon plasma (QGP), ou na forma de hadrons. Se houver a formação do plasma, este não estará necessariamente em equilíbrio térmico logo após a colisão, atingindo-o após transcorrer um tempo próprio τ_0 , a partir do qual ele evoluirá segundo as leis da hidrodinâmica. Com a expansão, a temperatura do sistema diminuirá progressivamente e, se for um plasma, atingirá uma temperatura abaixo da qual ocorrerá a hadronização. Os hadrons serão emitidos posteriormente, quando o sistema atingir localmente a temperatura de *freeze-out* ou desacoplamento.

Na perspectiva de Bjorken, a energias suficientemente altas, a distribuição de rapidez dN/dy das partículas produzidas deverá exibir uma estrutura de plateau, na região central de rapidez y . Em consequência disto, a evolução espaço-temporal do sistema deverá ser essencialmente a mesma em todos os referenciais tipo centro de massa. Dessa forma, para a descrição do processo, basta o conhecimento das coordenadas temporal e longitudinal. O diagrama espaço-temporal correspondente a este processo encontra-se na Fig.(A.1). O

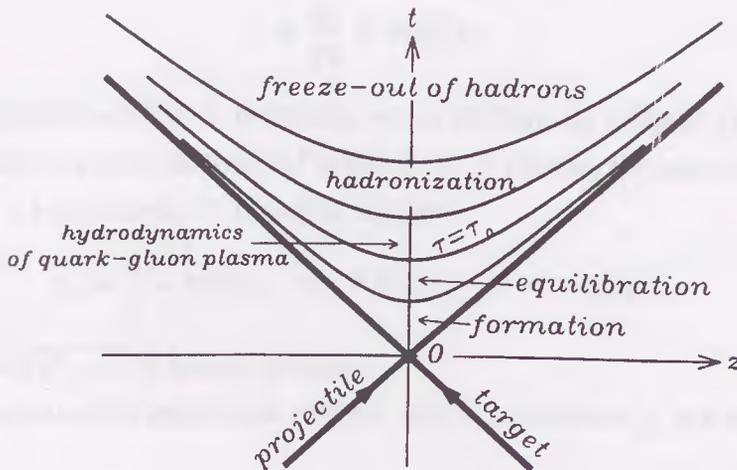


Figura A.1: Diagrama do espaço de fase para a colisão de dois núcleos (extraído da Ref. [5]).

fluido na região espacial central, $z = 0$, a meio caminho das “panquecas” que se afastam, fica em repouso, enquanto que a parte que está a uma distância z do centro move-se na região longitudinal com velocidade z/t , sendo t o tempo transcorrido desde a colisão. A distâncias grandes comparadas com os raios nucleares haverá uma frente de rarefação movendo-se em direção a $z = 0$ com velocidade coincidente com a velocidade do som no fluido. A distâncias transversais maiores que as da frente de rarefação, o fluido expandir-se-á radialmente para fora, esfriando-se rapidamente.

O momento longitudinal e a energia de uma partícula, p_z e p_0 , respectivamente, estão associadas à rapidez da partícula por

$$p_z = m_T \sinh y \quad \text{e} \quad p_0 = m_T \cosh y,$$

de onde podemos obter a velocidade longitudinal da partícula

$$v_z = \frac{p_z}{p_0} = \tanh y.$$

Considerando-se que a partícula tenha partido da origem, $(t, z) = (0, 0)$, do diagrama espaço-temporal (Figura A.1), a relação de suas coordenada z e t com y é encontrada de maneira simples,

$$v_z = \frac{z}{t} = \tanh y; \quad z = \tau \sinh y, \quad \text{e} \quad t = \tau \cosh y, \quad (\text{A.1})$$

sendo $\tau = \sqrt{t^2 - z^2}$ o tempo próprio.

Pode-se também escrever o inverso, isto é, a variável y , em termos de t e z ,

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{t+z}{t-z} \right).$$

A densidade de energia inicial de um elemento de fluido é definida em um referencial no qual ele se encontra em repouso. No referencial do centro de massa isso ocorre em $z = 0$. Considerando, portanto, uma espessura longitudinal Δz em torno deste ponto, sendo a área transversal dos núcleos igual a \mathcal{A} , o volume formado por Δz e \mathcal{A} será $\Delta z \mathcal{A}$. A densidade de energia nesse volume, supondo que o plasma formado atinja o equilíbrio térmico no tempo próprio τ_0 , será

$$\frac{\Delta N}{\mathcal{A} \Delta z} = \frac{1}{\mathcal{A}} \left(\frac{dN}{dy} \right) \frac{dy}{dz} \Big|_{y=0} = \frac{1}{\mathcal{A}} \left(\frac{dN}{dy} \right) \frac{1}{\tau_0 \cosh y} \Big|_{y=0},$$

podendo a densidade inicial de energia ser, então, escrita como

$$\varepsilon = m_T \cosh y \frac{\Delta N}{\mathcal{A} \Delta z} = \frac{m_T}{\tau_0 \mathcal{A}} \left(\frac{dN}{dy} \right) \Big|_{y=0}.$$

A relação acima, entre a densidade de energia inicial e a densidade de rapidez dN/dy , permite estimar a densidade de energia a posteriori, isto é, através de distribuição de rapidez dN/dy observada experimentalmente.

Apêndice B

$C(k_1, k_2)$ no Modelo de Cascata Ideal

Utilizando a distribuição do espaço de fase das partículas emitidas no *freeze-out* [7, 8, 24], Eq.(3.9), é possível encontrar um resultado analítico para a função de correlação [25]. Para tanto, determina-se a transformada de Fourier desta distribuição, isto é,

$$D(q, p) = \frac{1}{E_f} \exp [iq_0\tau \cosh \eta - iq_z\tau \sinh \eta] \delta^2(\vec{p}_T) \times \delta(E_f - \sqrt{m^2 + p_f^2}) e^{\tilde{q}_T^2 R_T^2/4} \left(\frac{dN}{dy_f} \right), \quad (\text{B.1})$$

sendo $z = \tau \sinh \eta$ e $t = \tau \cosh \eta$.

Usando (3.3), (B.1) e a parametrização pseudo-térmica da corrente [25], a qual, no referencial de repouso de cada elemento de corrente é dada por

$$j_{ps}(k) = e^{E/2T},$$

é possível encontrar a amplitude complexa para a detecção de duas partículas,

$$G(k_1, k_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} dp_z \frac{e^{-|\tilde{q}_T^2 R_T^2/4}}{E_f} \left(\frac{dN}{dy_f} \right) \exp [iq_0\tau \cosh \eta - iq_z\tau \sinh \eta] \times \exp \left[\frac{-m_{1T}}{2T} \cosh(y_1 - y_f) \right] \exp \left[\frac{-m_{2T}}{2T} \cosh(y_2 - y_f) \right].$$

Por outro lado, o momento longitudinal, p_z , e a energia, E_f , relacionam-se com a rapidez, y , através de

$$p_z = m_T \sinh y \quad \text{e} \quad E_f = m_T \cosh y.$$

Desta forma, $G(k_1, k_2)$ poderá ser reescrita como

$$\begin{aligned} G(k_1, k_2) &= \int_{-\infty}^{+\infty} dy_f e^{-|\bar{q}|^2 \frac{R_T^2}{4}} \left(\frac{dN}{dy_f} \right) \exp [iq_0 \tau \cosh \eta - iq_z \tau \sinh \eta] \\ &\times \exp \left[\frac{-m_{1T}}{2T} \cosh(y_1 - y_f) \right] \exp \left[\frac{-m_{2T}}{2T} \cosh(y_2 - y_f) \right]. \end{aligned}$$

Através de uma manipulação conveniente dos argumentos das exponenciais envolvendo q_0 e q_z chega-se a

$$\begin{aligned} G(k_1, k_2) &= \int_{-\infty}^{+\infty} dy_f e^{-|\bar{q}|^2 \frac{R_T^2}{4}} \left(\frac{dN}{dy_f} \right) \exp \{ i\tau_f [m_{1T} \cosh(y_1 - y_f) \\ &\quad - m_{2T} \cosh(y_2 - y_f)] - \frac{m_{1T}}{2T} \cosh(y_1 - y_f) \\ &\quad - \frac{m_{2T}}{2T} \cosh(y_2 - y_f) \} \\ &= e^{|\bar{q}|^2 \frac{R_T^2}{4}} \left(\frac{dN}{dy_f} \right) \int_{-\infty}^{+\infty} dy_f \exp[-z \cosh(y - y^*)]. \\ &= 2 \left(\frac{dN}{dy_f} \right) e^{|\bar{q}|^2 \frac{R_T^2}{4}} K_0(z), \end{aligned} \tag{B.2}$$

onde $K_0(z)$ é a função modificada de Bessel de segunda classe e ordem zero, e

$$\begin{aligned} z^2 &= \left[\frac{1}{2T} (m_{1T} + m_{2T}) - i\tau (m_{1T} - m_{2T}) \right]^2 \\ &\quad + 2m_{1T} m_{2T} \left(\tau^2 + \frac{1}{4T^2} \right) [\cosh \Delta y - 1], \end{aligned} \tag{B.3}$$

sendo $\Delta y = (y_1 - y_2)$.

A amplitude para apenas um partícula será, de acordo com (3.4), dada por

$$\begin{aligned}
 G(k_i, k_i) &= \int d^4p \frac{1}{E_f} \left(\frac{dN}{dy_f} \right) \delta(p_0 - E_p) \delta^2(\vec{p}_T) \exp \left[-\frac{m_i T}{T} \cosh(y_i - y_f) \right] \\
 &= 2 \left(\frac{dN}{dy_f} \right) K_0(z),
 \end{aligned} \tag{B.4}$$

sendo $z = \frac{m_i T}{T}$.

Para ilustrar como a introdução dos efeitos não ideais na distribuição do espaço de fase (3.9) pode distorcer a função de correlação, será exibida a seguir a Figura obtida na Ref. [24]. Esta Figura apresenta a função de correlação versus Δy para $q_T = 0$. Os efeitos não ideais (ver Capítulo 3) foram introduzidos à Eq.(3.9), um a um. Pode ser visto que a curva torna-se mais larga devido à largura no tempo próprio. A inclusão da distribuição de rapidez não uniforme acentua este comportamento. Porém a flutuação da rapidez do espaço-tempo, $\Delta\eta$, em relação a y , atua no sentido inverso, tornando $\langle C(\Delta y) \rangle$ mais estreita. E, finalmente, a inclusão de ressonâncias de longa vida estreitam de forma mais brutal a curva da função de correlação. Para mostrar que este é o principal responsável pelas distorções sofridas por $\langle C(\Delta y) \rangle$, é exibida a curva onde apenas a produção de ressonâncias de longa vida é acrescentada a (B.1).

Apêndice C

Parâmetros

Parâmetros de Correção

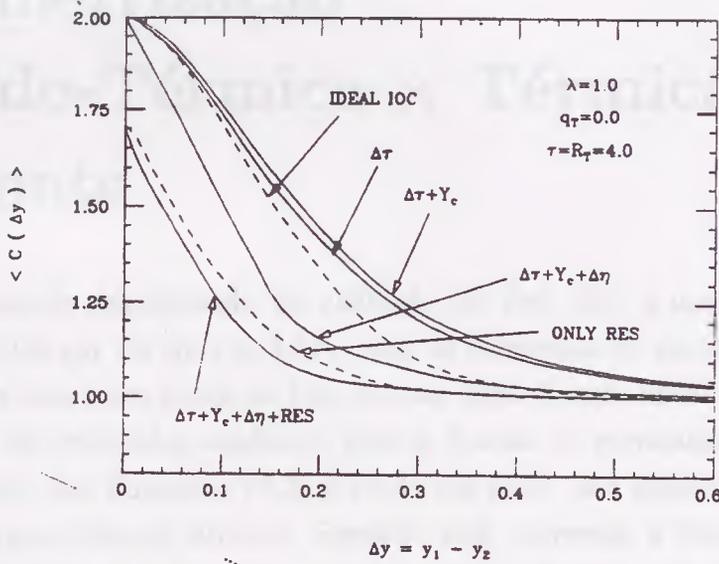


Figura B.1: Resultados numéricos para a função de correlação do pion versus Δy para $q_T = 0$ na região central de rapidez. Os efeitos não ideais são introduzidos um a um [24].

Apêndice C

Parametrização

Pseudo-Térmica × Térmica de Corrente

Por razões de simplicidade, foi utilizada, na Ref. [25], a parametrização pseudo-térmica em vez da Eq.(3.11), para os elementos de corrente. A motivação para esta troca reside no fato de que, desta forma, tornou-se possível a obtenção de resultados analíticos para a função de correlação, por meio da introdução das Equações (B.2) e (B.4) em (3.5), não obtíveis através de uma parametrização térmica. Segundo esta proposta, a fonte de kaons seria parametrizada por uma temperatura efetiva T , que está relacionada à temperatura da fonte, T' , através de $T \approx 1.42T' - 12.7$ (MeV). Os elementos de corrente seriam, no seu referencial de repouso, escritos como

$$j_{ps}(k) = e^{-E'/2T}. \quad (\text{C.1})$$

A Fig.(C.1) ilustra as curvas referentes às duas parametrizações de corrente acima citadas. As funções de correlação foram projetadas para o primeiro *bin* em q_T , de forma a poder destacar melhor as diferenças entre elas. As Fig.(C.1.a) e (C.1.b) mostram as funções de correlação sem a correção do fator de Gamow. Já nas Fig.(C.1.b) e (C.1.d), as funções de correlação foram multiplicadas pelo inverso desse fator. Em todas elas pode ser observado que

a função de correlação que utiliza a corrente térmica é ligeiramente mais larga que a pseudo-térmica, porém esta diferença é inegavelmente pequena quando comparada com as barras de erro, mostrando que, para a interferometria de kaons, a corrente pseudo-térmica seria uma boa aproximação para a parametrização dos elementos de corrente. Apesar disso, por se tratar de resultados decorrentes de cálculos numéricos, preferiu-se adotar diretamente a parametrização térmica para a corrente de kaons, conforme apresentado no `notempse.ps` Capítulo 4.

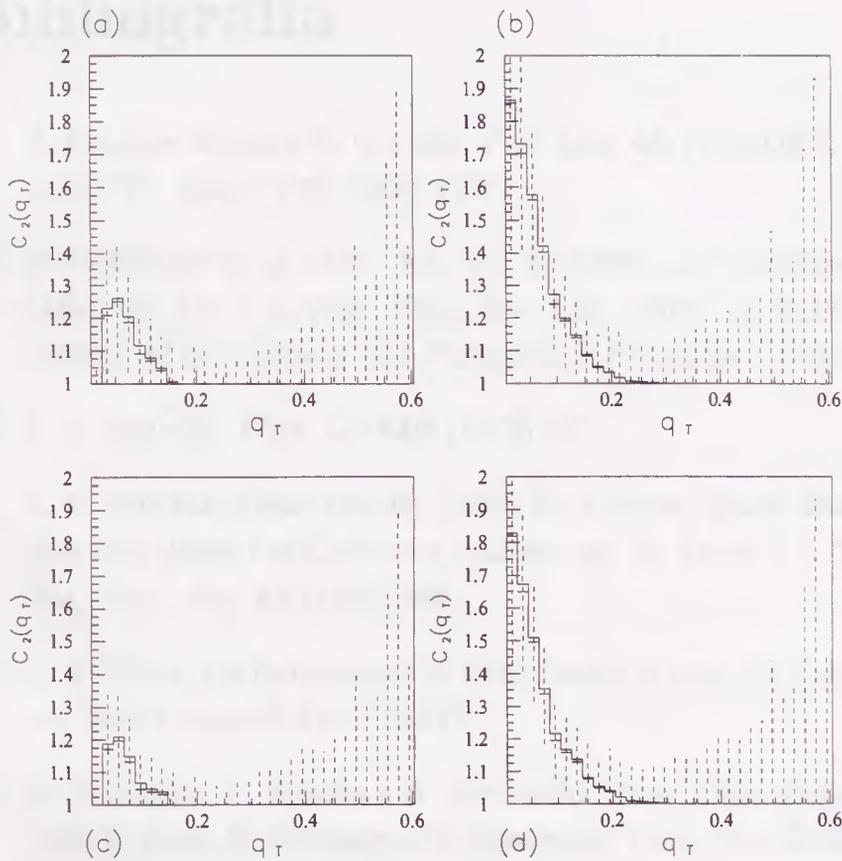


Figura C.1: (a) Função de correlação projetada no primeiro bin em q_T sem a correção de Gamov e (b) com essa correção. Ambas as figuras correspondem ao cenário de ausência de ressonâncias; (c) e (d) são os equivalentes a (a) e (b), quando da inclusão de ressonâncias. As linhas cheias referem-se à corrente térmica e as tracejadas à pseudo-térmica, podendo-se notar que são muito próximas. Em todas as figuras podem ser vistas as barras de erro correspondentes ao *run* com a melhor estatística considerada.

Bibliografia

- [1] R. Hanbury-Brown e R. Q. Twiss, *Phil. Mag.* **45**, (1954) 663; *Nature* **177** (1956) 27; *Nature* **178** (1956) 1447.
- [2] G. Goldhaber et al., *Phys. Rev. Lett.* **3** (1959); G. Goldhaber, S. Goldhaber, W. Lee e A. Pais, *Phys. Rev.* **120** (1960); G. Goldhaber, *Proceedings of Correlations and Multiparticle Production* (1990) 409.
- [3] E. V. Shuryak, *Phys. Lett.* **44B** (1973) 387.
- [4] E. V. Shuryak, *Phys. Rep.* **61** (1980) 71; H. Satz, *Quark Matter Formation and Heavy Ion Collisions*, editado por M. Jacob e J. Tran Thanh Van, *Phys. Rep.* **88** (1982) 349.
- [5] C. Y. Wong, em *Introduction to High-Energy Heavy-Ion Collisions*, publicado por World Scientific Pub. (1994).
- [6] K. Kinoshita, A. Minaka e H. Sumiyoshi, *Prog. Theo. Phys.* **63** (1980) 1268; S. Daté, M. Gyulassy e H. Sumiyoshi, *Phys. Rev.* **D32**(1985) 619.
- [7] M. Gyulassy e S. S. Padula, *Phys. Lett.* **B217** (1989) 181.
- [8] S. S. Padula et al., *Nucl. Phys.* **B329** (1990) 357.
- [9] S. Pratt, *Phys. Rev.* **D33** (1986) 1314; Y. Hama e S. S. Padula, *Phys. Rev.* **C37** (1988) 3237; G. Bertsch, M. Gong e M. Tohyama, *Phys. Rev.* **C37** (1988) 1896.
- [10] V. Cianciolo, *private communication*.

- [11] V. Cianciolo, *em Bose-Einstein Correlations in 14.6 A.GeV/c Si+Au \rightarrow 2K⁺ + X Central Collisions*, tese de doutorado apresentado a Massachusetts Institute of Technology (1994).
- [12] V. Cianciolo e O. Vossnack, *Nucl. Phys.* **A553** (1993) 813c; Y. Akiba et al., *Phys. Rev. Lett.* **70** (1993) 1057; V. Cianciolo, *Nucl. Phys.* **A590** (1995) 459c.
- [13] M. Gyulassy e S. S. Padula, *Proceedings of the Symposium on Heavy-Ion Physics at the AGS (HIPAGS 93)*, Cambridge, MA, 13-15 Jan. (1993).
- [14] S. S. Padula e M. Gyulassy, *Phys. Lett.* **B348** (1995) 303.
- [15] V. G. Grishin, G. I. Kopylov e M. I. Podgoretskiĭ, *Sov. J. Nucl. Phys.* **13** (1971) 683; V. G. Grishin, G. I. Kopylov e M. I. Podgoretskiĭ, *Sov. J. Nucl. Phys.* **14** (1972) 335; G. I. Kopylov *Sov. J. Nucl. Phys.* **15** (1972) 103.
- [16] G. I. Kopylov e M. I. Podgoretskiĭ, *Sov. J. Nucl. Phys.* **15** (1972) 219.
- [17] G. I. Kopylov e M. I. Podgoretskiĭ, *Sov. J. Nucl. Phys.* **14** (1972) 609.
- [18] G. Cocconi, *Phys. Lett.* **49B** (1974) 459.
- [19] G. I. Kopylov, *Phys. Lett.* **50B** (1974) 472.
- [20] S. S. Padula, *Proceedings of the Internacional Workshop on Quark Gluon Plasma Signatures*, p. 47, ed. por V. Bernard, A. Capella, W. Geist, Ph. Gorodetsky, R. Seltz e C. Voltolini, Editions Frontieres, (1990).
- [21] M. Deutschmann et al., *CERN/EP/PHYS 78-1* (1978).
- [22] L. D. Landau, *Izv. Akad. Nauk. SSSR Ser. Fiz.* **17** (1953) 51; *em Collected Papers*, p. 569 e 669, editado por D. Ter Haar, pub. por Gordon & Breach (1967).

- [23] J. D. Bjorken, *Phy. Rev.* **D27** (1983) 140.
- [24] S. S. Padula e M. Gyulassy, *Nucl. Phys.* **B339** (1990) 378.
- [25] K. Kolehmainen e M. Gyulassy, *Phys. Lett.* **B180** (1986) 203.
- [26] M. Gyulassy, S. K. Kauffmann e W. Wilson, *Phys. Rev.* **C20** (1979) 2267.
- [27] L. MacLerran, *Proc. of International Conference on the Physics and Astrophysics of the Quark Gluon Plasma*, p. 163, pub. por Bombay Quark-Gluon (1988).
- [28] M. Gyulassy e S. K. Kauffmann, *Nuc. Phys.* **A362** (1981) 503.
- [29] B. Andersson, et al., *Nucl. Phys.* **B281** (1987) 79; M. Gyulassy, *CERN-TH.4794* (1987); *Proc. Eight Balaton Conf. on Nucl. Phys.*, ed. Z. Fodor, KFKI, Budapest (1987).
- [30] S. S. Padula e M. Gyulassy, *Nucl. Phys.* **A544** (1992) 537c.
- [31] T. Abbott, et al., *Phys. Rev. Lett.*, **64** (1990) 847; *Phys. Rev. Lett* **66** (1991) 1567, *Phys. Rev. Lett.* **69** (1992) 1030; R. J. Morse, *MIT thesis* 1990, *Nucl. Phys.* **A525** (1991) 531c; W. A. Zajc, *Proc. of Quark Matter '91*, *Nucl. Phys.* **A544** (1992) 237c.
- [32] O. E. Vossnack, *Nucl. Phys.* **A566** (1994) 535c.
- [33] O. A. M. Helene e V. R. Vanin, em *Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental*, Editora Edgard Blücher Ltda (1991), 2ª edição.
- [34] W. B. Zajc, *Proc. of the International Workshop on Correlations and Multiparticle Production(CAMP, LESIP IV)*, p. 439 ed. por M. Plümer, S. Raha e R. M. Weiner, World Scientific (1991).
- [35] G. S. F. Stephans, *Nuc. Phys.* **A566** (1994) 269c.

[36] S. Schnetter et al., *Phys. Rev. Lett.* **49** (1982) 989.

