



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

Lucas Romero Galvão Silva

**Modelagem Computacional do Controle Mecânico Aplicado
na Dinâmica Populacional do Mosquito da Dengue**

Botucatu

2016

Lucas Romero Galvão Silva

**Modelagem Computacional do Controle Mecânico Aplicado
na Dinâmica Populacional do Mosquito da Dengue**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto de Biociências da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus de Botucatu, para obtenção do título de Bacharel em Física Médica.

Orientador: Prof. Dr. Fernando Luiz Pio dos Santos

Botucatu

2016

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA SEÇÃO TÉC. AQUIS. TRATAMENTO DA INFORM.
DIVISÃO TÉCNICA DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO - CÂMPUS DE BOTUCATU - UNESP
BIBLIOTECÁRIA RESPONSÁVEL: ROSEMEIRE APARECIDA VICENTE-CRB 8/5651

Silva, Lucas Romero Galvão.

Modelagem computacional do controle mecânico aplicado na dinâmica populacional do mosquito da Dengue / Lucas Romero Galvão Silva. - Botucatu, 2016

Trabalho de conclusão de curso (bacharelado - Física Médica) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Instituto de Biociências de Botucatu
Orientador: Fernando Luiz Pio dos Santos
Capes: 10104003

1. Dengue. 2. Equações diferenciais ordinárias.
3. Modelos matemáticos. 4. Diferenças finitas. 5. Dinâmica populacional.

Palavras-chave: Controle mecânico; Dengue; Diferenças finitas; Equações diferenciais ordinárias; Modelagem matemática.

Agradecimentos

Primeiramente agradeço a Deus, por ter me dado à vida, saúde e força para superar todas as dificuldades.

A minha mãe Aparecia Lucia, agradeço por toda a sua dedicação durante a minha jornada. Por seu amor, compreensão, apoio e incentivo em todos os momentos e por me dar suporte e atenção nos momentos difíceis. Desejo que saiba que você é a pessoa mais importante do mundo para mim, a você dedico toda a minha admiração, amor e respeito.

Ao meu irmão Matheus, por toda amizade e companherismo desde os bons e maus momentos.

A toda a minha família por estar sempre presente na minha vida me ajudando, guiando e dando suporte em todas as ocasiões.

A esta universidade, seu corpo docente, direção e administração que me forneceram suporte à minha permanência estudantil, e que oportunizaram a janela que hoje vislumbro um horizonte superior, eivado pela acendrada confiança no mérito e ética aqui presentes.

Ao meu professor e orientador, Fernando, por todo suporte, paciência, sabedoria, por suas correções e incentivos, pela confiança depositada. Muito obrigado pela oportunidade de fazer com que eu me tornar-se uma pessoa melhor e mais sábia.

Em especial aos meus cachorros, Gudo, Jade, Milu, Eboni e Amarelinho e ao meu gato Tinico e minha galinha Pintinha, alguns não se encontram mais presentes mas agradeço imensamente por seu amor incondicional e por mostrar o quão simples pode-se ser feliz através de pequenas atitudes.

Aos meu amigos, Silas, Fernanda, Rebeca, Amanda, Nelson, Raphaella, Tiago, Karina, Bia, Jéssica, Sarah, Letícia e Franciane, por sua amizade, suporte e apoio nos bons e maus momentos. Aos alunos da turma X da Física Médica, pelos bons momentos proporcionados, pude aprender muito com todos.

E a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

Resumo

Modelos compartimentais com base no sistema de equações diferenciais são muito úteis no estudo da dinâmica de doenças infecciosas transmitidas ao ser humano por um vetor. Neste trabalho considerou-se o vetor *Aedes aegypti*, que transmite as Doenças Febre amarela, Dengue, Chikungunya e Zika vírus. Devido à elevada resistência e impossibilidade de erradicação do *Aedes aegypti*, formas eficazes de controle de mosquitos devem ser consideradas. Controle mecânico como a remoção de criadouros de mosquitos foi considerado no modelo matemático. O controle mecânico foi modelado em função de dois parâmetros relacionados aos esforços da população em remover os locais de reprodução de mosquitos e em investimentos do governo. O principal objetivo foi investigar numericamente os efeitos desses parâmetros na dinâmica populacional do mosquito. Para se obter a solução numérica, o modelo foi discretizado usando o método das Diferenças Finitas. Foram realizadas simulações computacionais considerando diferentes cenários para o controle mecânico dos mosquitos. Os resultados numéricos são apresentados e mostram a existência de um conjunto de parâmetros eficazes no controle da população do mosquito da Dengue.

Palavras-chave: Dengue, Equações Diferencial Ordinárias, Diferenças Finitas, Controle Mecânico.

Abstract

Compartmental models based on the system of differential equations are very useful to study the dynamics of infectious diseases transmitted to humans by a vector. In this study, we considered the *Aedes aegypti* vector that transmits Yellow Fever, Dengue, Chikungunya and Zika virus diseases. Due to the high resistance and impossibility of eradication of *Aedes aegypti*, effective ways to control mosquitoes should be considered. Mechanical control to remove breeding grounds from mosquitoes was considered in the mathematical model. The mechanical control was modeled on two parameters concerning efforts from the population to remove the mosquito breeding sites, as well as government investments. The main aim was to investigate numerically the effects of these parameters on the population dynamics of mosquitoes. To obtain the numerical solution, the model was discretized using the Finite Difference method. Computational simulations were performed considering different scenarios for the mechanical control of mosquitoes. The numerical results are presented and show the existence of a set of parameters effective in controlling the population of the Dengue mosquito.

Keywords: Dengue, Ordinary Differential Equations, Finite Difference, Mechanical Control.

Sumário

Resumo	4
Abstract	5
1 Introdução	9
2 O Modelo	10
2.1 Dinâmica Populacional do Mosquito	12
2.2 Dinâmica Populacional do Mosquito com Controle Mecânico	12
2.3 Discretização	13
2.4 Validação do modelo com controle mecânico	13
2.5 Verificação do Controle via Solução Analítica	15
3 Resultados	16
3.1 Simulações com os parâmetros τ e u variados	17
3.1.1 $\tau = 0.01$ e $u = 1.0$	18
3.1.2 $\tau = u = 1.0$	18
3.1.3 τ e u variáveis ao longo do tempo	19
4 Discussão	19
5 Conclusão	20

Lista de Figuras

- 1 Esquema compartimental das fases aquática (A) e alada da população de mosquitos machos (M), fêmeas não-fertilizadas (I) e fêmeas fertilizadas (F). . . . 11
- 2 Crescimento populacional na ausência dos parâmetros de controle τ e u . Parâmetros de Simulação: $dt = 0.1$; $\tau = u = 0$; $T = 300$ 14
- 3 Comparação entre modelos sem controle e controle não efetivo no estado epidêmico: (a) Modelo sem controle: desconsiderando o parâmetro de controle, $\alpha = 0$; (b) Modelo com controle não efetivo: considerando $\alpha \neq 0$ não-efetivo, $\tau = 1.0$ e $u = 0.01$ 15
- 4 Comparação da solução analítica e numérica do controle mecânico com os parâmetros $\tau = u = 0$ com $t = 8$ dias 16
- 5 Análise comportamental da dinâmica populacional do mosquito da dengue para valores arbitrários de α , com controle constante. 17
- 6 Controle efetivo das populações para parâmetros de controle $\tau = 0.01$ (baixa taxa de esquecimento) e $u = 1.0$ (alta taxa de investimento; Tempo total: $T = 100$. 18
- 7 Alta taxa de investimento e alta taxa no esquecimento, $\tau = u = 1$ e $t = 140$. . . 18
- 8 Crescimento populacional com taxas variadas ao longo do tempo. baixa taxa de esquecimento e alta taxa de investimento, para $T < 200$ dias. Alta taxa de esquecimento, $\tau = 1.0$, e baixa taxa de investimento, $u = 0.01$, $T \geq 200$ dias. . 19

Lista de Tabelas

1	Variáveis de estado (densidade populacional) no tempo t	11
2	Parâmetros e descrição biológicas.	11
3	Condições iniciais.	14
4	Parâmetros biológicos.	14

1 Introdução

Modelos compartimentalizados baseados em sistemas de equações diferenciais estão sendo cada vez mais utilizados para estudar e entender a dinâmica de doenças infecciosas, muitas vezes transmitidas ao homem por meio de um vetor, (Silva, 2013), (Figueiredo et al., 2007), (Zill, 2011). A ciência conhecida como epidemiologia matemática nos permite conhecer e propor modelos que auxiliam na criação de estratégias de controle, (Silva, 2013). O vetor em questão é o mosquito *Aedes Aegypti*, portador e transmissor de doenças epidemiológicas como a Dengue, Zika, Chikungunya e Febre Amarela, (Ministério da Saúde, 2016).

A Dengue é uma arbovirose que vem preocupando as autoridades sanitárias de todo o mundo em virtude de sua circulação nos cinco continentes e do grande potencial para desenvolvimento de formas graves e letais de doença. Cerca de 2,5 bilhões de pessoas encontram-se em risco de infecção, particularmente em países tropicais e subtropicais, onde a umidade e a temperatura favorecem a proliferação do mosquito vetor, (Flauzino et al., 2009), (WHO, 2010).

Existem quatro sorotipos diferentes do vírus causador da Dengue, sendo eles: DEN-1, DEN-2, DEN-3 e DEN-4; a transmissão deles ao ser humano se deve ao mosquito fêmea infectado do *Aedes Aegypti*, que necessita de sangue para desenvolver seus ovos, que por sua vez, são resistentes á longos períodos de secas, podendo sobreviver por mais de 1 ano sem contato com a água para completar o seu desenvolvimento,(Ministério da Saúde, 2016), (Silva H.H.G e Silva I.G.,1999). Devido ao fato de sua grande resistência e impossibilidade de erradicação até o presente momento, faz se necessário a formulação de mecanismos de controle, no qual é utilizado pela SUCEN (Superintendência de Controle de Endemias), sendo eles: o controle químico, o controle físico e o controle biológico. O Controle físico ou mecânico atua na forma de remoção de criadouros, já o controle químico atua por meio de inseticidas e o controle biológico atua por inserção organismos vivos no ambiente (SUCEN,2008), (CDC,2010). Trabalhos científicos mostram que os controles químico e biológico devem atuar de maneira conjunta para obter efetividade, (Florentino et al., 2014).

Por isso, este trabalho concentra-se na aplicação de um controle mecânico que é modelado dependente de parâmetros relacionados ao grau de esquecimento da população na remoção de criadouros do vetor e investimentos do poder público em agentes de saúde. Para obter a solução numérica do modelo, as equações diferenciais são discretizadas pelo Método de Diferenças Finitas (MDF) explícito. Simulações computacionais considerando parâmetros que definem

ausência de controle e um controle efetivo da população de mosquitos foram efetuadas. Resultados numéricos convergidos são apresentados e mostram os efeitos do controle na dinâmica populacional dos mosquitos, e com isso, descobrir quais são os parâmetros que tornam esse controle efetivo.

Na próxima seção será descrito o modelo matemático que será utilizado para analisar os efeitos do controle mecânico na dinâmica populacional do mosquito.

2 O Modelo

O modelo compartimental baseado em sistemas de equações diferenciais é utilizado para entender a dinâmica da população do mosquito da dengue considerando as fases aquática (ovo, larva e pupa) como fase imatura e alada como fase adulta. Na fase alada, têm-se a população dos mosquitos machos e fêmeas não-fertilizadas e fertilizadas.

Neste modelo compartimental baseado em (Thomé et al.; 2010), adotaremos os seguintes parâmetros: $A(t)$, $I(t)$, $F(t)$, $M(t)$, como populações de mosquitos na fase aquática, população de fêmea imatura, fêmea fertilizada e machos, respectivamente. A estas populações são aplicadas taxas de mortalidade descritas como: μ_A , μ_I , μ_F e μ_M , onde os índices de μ referenciam-se as respectivas populações citadas anteriormente. A taxa de oviposição da fêmea fertilizada $F(t)$ é proporcional a sua densidade e dependerá do número de criadouros e é dado por $\phi \left(1 - \frac{A(t)}{C}\right)$, sendo ϕ a taxa de oviposição intrínseca e C a capacidade de suporte do meio. Os mosquitos passam para a fase alada numa taxa γ , onde r representa a proporção de fêmeas e $(1-r)$ a proporção de machos. A transição da fêmea imatura para a fertilizada provém do seu encontro com os mosquitos machos e uma taxa β que representa a taxa de acasalamento de mosquitos naturais.

Por fim temos uma taxa α sendo $\alpha > 0$, que representa o controle mecânico aplicado na fase aquática. Dessa forma, as Tabelas (1) e (2) resumem, respectivamente, as variáveis de estado representando a modelagem da densidade populacional no tempo t , para um $t > 0$ e os parâmetros biológicos do problema.

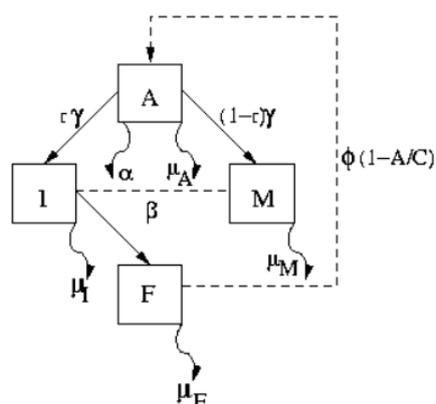
A Figura (1) representa o diagrama da dinâmica populacional do mosquito da dengue, no qual é utilizado para descrever o modelo em sistema de equações diferenciais ordinárias.

Tabela 1: Variáveis de estado (densidade populacional) no tempo t .

$A(t)$	população de mosquito na fase aquática
$I(t)$	população de fêmeas não-fertilizadas
$F(t)$	população de fêmeas fertilizadas
$M(t)$	população de machos

Tabela 2: Parâmetros e descrição biológicas.

Parâmetros	Descrição biológica
μ_A	Taxa de mortalidade na fase aquática
μ_I	Taxa de mortalidade da fêmea não-fertilizadas
μ_F	Taxa de mortalidade da fêmea fertilizada
μ_M	Taxa de mortalidade do macho
ϕ	Taxa de oviposição intrínseca
C	Capacidade de suporte do meio
γ	Passagem para a fase alada
r e $1 - r$	Proporção de fêmeas e machos, respectivamente
β	Taxa de acasalamento dos mosquitos
α	Controle mecânico

Figura 1: Esquema compartimental das fases aquática (A) e alada da população de mosquitos machos (M), fêmeas não-fertilizadas (I) e fêmeas fertilizadas (F).

Na próxima seção será descrito a dinâmica populacional do mosquito.

2.1 Dinâmica Populacional do Mosquito

O modelo compartimental apresentado anteriormente descreve a dinâmica populacional do mosquito da dengue. Para simplificar as notações representaremos as variáveis de estado do sistema $A(t)$, $I(t)$, $F(t)$, $M(t)$ e $\alpha(t)$ por A , I , F , M e α . Assim o modelo pode ser representado pelo seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\begin{cases} \frac{dA}{dt} = \phi \left(1 - \frac{A}{C}\right) F - (\gamma + \mu_A)A \\ \frac{dI}{dt} = r\gamma A - (\beta + \mu_I)I \\ \frac{dF}{dt} = \beta I - \mu_F F \\ \frac{dM}{dt} = (1 - r)\gamma A - \mu_M M \end{cases} \quad (1)$$

2.2 Dinâmica Populacional do Mosquito com Controle Mecânico

Como proposta para o controle do mosquito, considera-se α variável no tempo, dependente de uma taxa fixa, u , representando o esquecimento de cuidados ao combate da dengue (limpeza ou remoção de ovos na fase aquática) e de uma taxa fixa, τ , representando investimentos no combate do vetor. A Equação seguinte representa o modelo de controle proposto aqui, na qual deve ser resolvida de forma acoplada ao sistema (1).

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\tau\alpha + u \quad (2)$$

Sendo:

τ : Taxa fixa representando o esquecimento de cuidados no combate do vetor.

u : Taxa fixa de investimentos para o combate do vetor.

Sendo assim, acoplando o controle no modelo resulta no seguinte sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dA}{dt} = \Phi \left(1 - \frac{A}{C} \right) F - (\gamma + \mu_A)A - \alpha A \\ \frac{dI}{dt} = r\gamma A - (\beta + \mu_I)I \\ \frac{dF}{dt} = \beta I - \mu_F F \\ \frac{dM}{dt} = (1 - r)\gamma A - \mu_M M \\ \frac{d\alpha}{dt} = -\tau\alpha + u \end{array} \right. \quad (3)$$

Na próxima seção será abordado o sistema de discretização aplicado ao modelo.

2.3 Discretização

Para obtenção da solução numérica, o modelo contínuo (3) foi discretizado pelo Método das Diferenças Finitas explícito (DF) de ordem 1 (Fortuna, 2000), (Holmes, 2007) e as equações discretas resultantes, apresentadas abaixo, foram implementadas utilizando a linguagem de programação C++. Simulações numéricas computacionais foram efetuadas com o intuito de verificar o comportamento da dinâmica populacional do mosquito para diferentes valores dos parâmetros de controle mecânico u e τ , relacionados ao grau de esquecimento dos cuidados e à importância do investimentos no combate dos mosquitos, respectivamente.

$$\left\{ \begin{array}{l} A^{n+1} = \frac{1}{1 + dt(\gamma + \mu_A + \alpha^n)} [A^n + dt\phi(1 - \frac{A^n}{C})F^n] \\ I^{n+1} = \frac{1}{1 + dt(\beta + \mu_I)} [I^n + dt\gamma r A^{n+1}] \\ F^{n+1} = \frac{1}{1 + dt\mu_F} [F^n + dt\beta I^{n+1}] \\ M^{n+1} = \frac{1}{1 + dt\mu_M} [M^n + dt\gamma(1 - r)A^{n+1}] \\ \alpha^{n+1} = \frac{1}{1 + \tau dt} (\alpha^n + u dt) \end{array} \right. \quad (4)$$

2.4 Validação do modelo com controle mecânico

Para a realização das simulações e estudo de verificação do modelo utilizou se parâmetros descritos nas tabelas a seguir, (Rodrigues et al., 2010).

Tabela 3: Condições iniciais.

	$A(t)$	$I(t)$	$F(t)$	$M(t)$
Estado natural	0.0001	0	0	0
Estado epidêmico	8.3200	0.2773	5.5467	2.9120

Tabela 4: Parâmetros biológicos.

C	γ	ϕ	r	β	μ_A	μ_I	μ_F	μ_M
13	0.07	0.5	0.5	1	0.05	0.05	0.05	0.1

Com esses parâmetros realizou-se inicialmente a comparação entre o modelo discretizado sem controle e um controle nulo, ou seja, $\alpha = 0$ para averiguação da validade do modelo proposto para controle mecânico. Em seguida aplicou-se uma população iniciando em estado epidêmico em um controle nulo e confrontou-se com a aplicação de um controle mecânico não efetivo, com parâmetros $\tau = 1.0$ e $u = 0.01$.

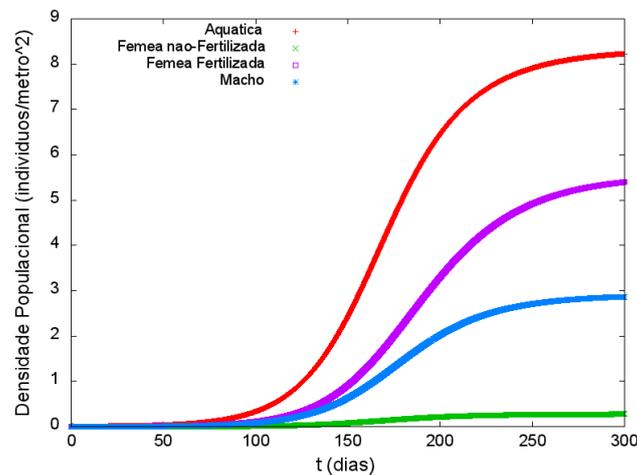
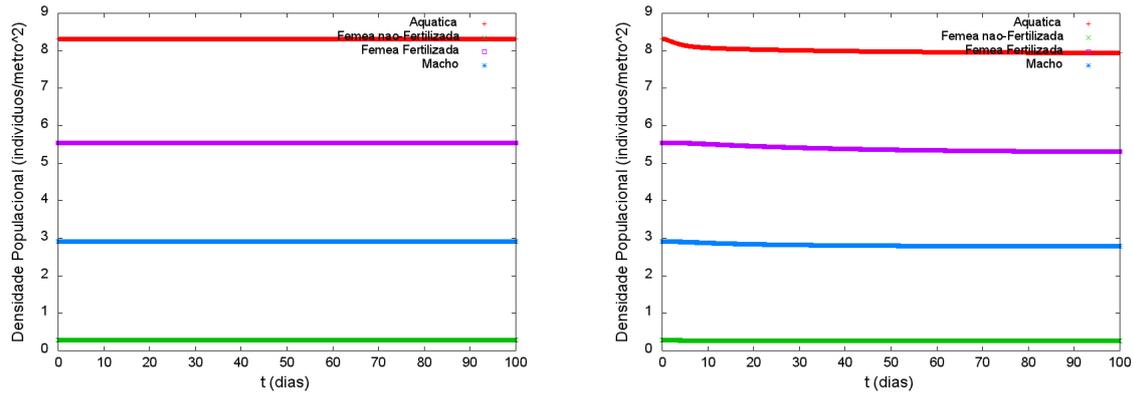


Figura 2: Crescimento populacional na ausência dos parâmetros de controle τ e u . Parâmetros de Simulação: $dt = 0.1$; $\tau = u = 0$; $T = 300$.

Confrontando-se o modelo discretizado com controle nulo versus controle não efetivo, onde ambos iniciam no estado epidêmico, obtêve-se o resultado apresentados na sequência.



(a) Modelo sem controle

(b) Modelo com controle não efetivo

Figura 3: Comparação entre modelos sem controle e controle não efetivo no estado epidêmico: (a) Modelo sem controle: desconsiderando o parâmetro de controle, $\alpha = 0$; (b) Modelo com controle não efetivo: considerando $\alpha \neq 0$ não-efetivo, $\tau = 1.0$ e $u = 0.01$.

2.5 Verificação do Controle via Solução Analítica

Sobre o modelo de controle mecânico visto em (2), verificou se a existência de uma solução analítica visto que o modelo de controle isolado do sistema pode ser resolvido facilmente pelo método de separação de variáveis ou computacionalmente através de programas como Maple, obtendo se a seguinte solução:

$$\alpha(t) = \frac{u}{\tau}(1 - e^{-\tau t}) \quad (5)$$

A análise comparativa entre solução discreta e analítica fez se necessária para avaliação da precisão do sistema discretizado, que pode ser observado na figura abaixo.

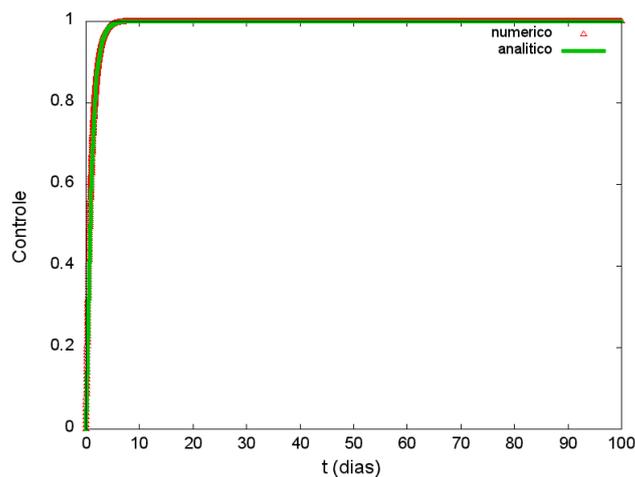


Figura 4: Comparação da solução analítica e numérica do controle mecânico com os parâmetros $\tau = u = 0$ com $t = 8$ dias

Na seção seguinte serão apresentado os resultados obtidos.

3 Resultados

A modelagem do controle mecânico veio em resposta a falta de informações e estudos sobre o parâmetro deste controle. a figura a seguir mostra a aplicação de três valores arbitrários, $\alpha = 0.1$, $\alpha = 1.0$ e $\alpha = 10.0$, para expressar a dimensão no qual o controle pode ser tomado.

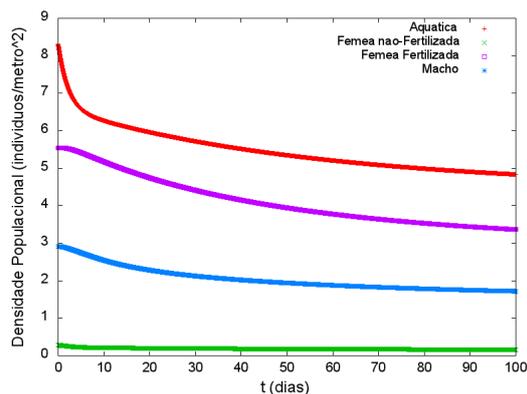
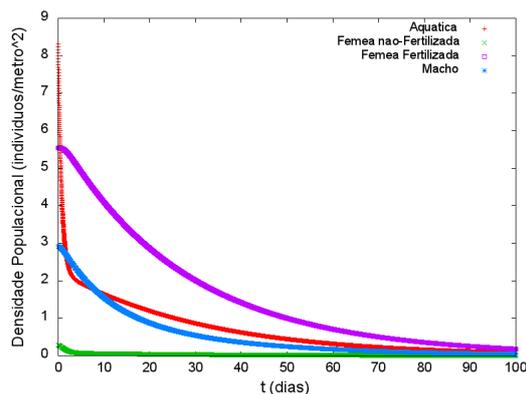
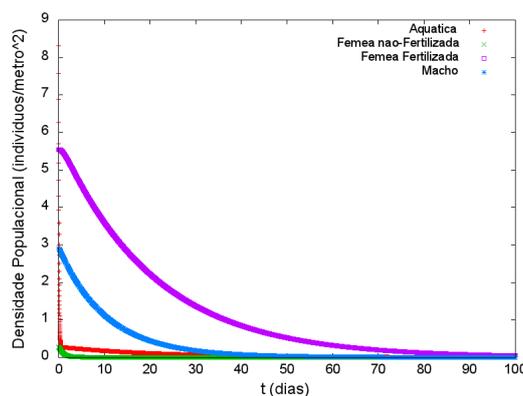
(a) Modelo com $\alpha = 0.1$ (b) Modelo com $\alpha = 1.0$ (c) Modelo com $\alpha = 10.0$

Figura 5: Análise comportamental da dinâmica populacional do mosquito da dengue para valores arbitrários de α , com controle constante.

No estudo do modelo proposto obtêve-se os resultados numéricos de simulação da dinâmica populacional do mosquito da dengue nas fases imatura e alada com controle mecânico na fase aquática. O modelo contínuo descrito na seção anterior foi discretizado pelo método de Diferenças Finitas de ordem 1, visto que esquemas de maior ordem, tal como *Runge-Kutta*, não produziram melhoras significativas.

3.1 Simulações com os parâmetros τ e u variados

Verificou se os efeitos das combinações dos parâmetros do modelo de controle mecânico sobre a dinâmica populacional do vetor.

3.1.1 $\tau = 0.01$ e $u = 1.0$

Primeiro parâmetro a ser verificado é quando o modelo possui uma baixa taxa de esquecimento da remoção de criadouros e uma alta taxa de investimento.

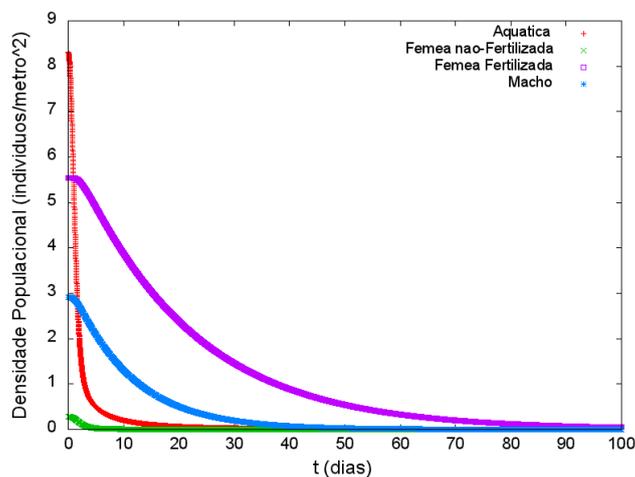


Figura 6: Controle efetivo das populações para parâmetros de controle $\tau = 0.01$ (baixa taxa de esquecimento) e $u = 1.0$ (alta taxa de investimento; Tempo total: $T = 100$).

3.1.2 $\tau = u = 1.0$

Neste caso foi realizada a simulação da proposta de um alto investimento para combater uma alta taxa de esquecimento.

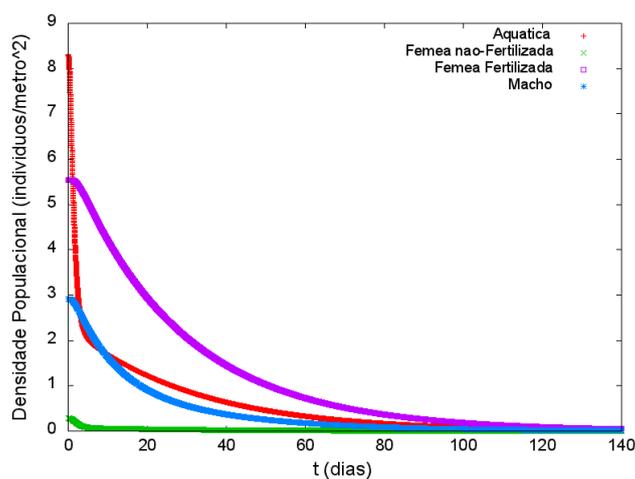


Figura 7: Alta taxa de investimento e alta taxa no esquecimento, $\tau = u = 1$ e $t = 140$.

3.1.3 τ e u variáveis ao longo do tempo

A proposta deste caso foi simular a aplicação de um controle efetivo num período de $t = 200$ dias onde as densidades de mosquitos e ovos se aproximam de zero. Após este período o controle deixa de ser efetivo, aplicando-se uma baixa taxa de investimento e alta taxa de esquecimento, o que ocorre com a dinâmica populacional do mosquito. Esta simulação foi realizada para verificar a importância de ser mantido um controle efetivo.

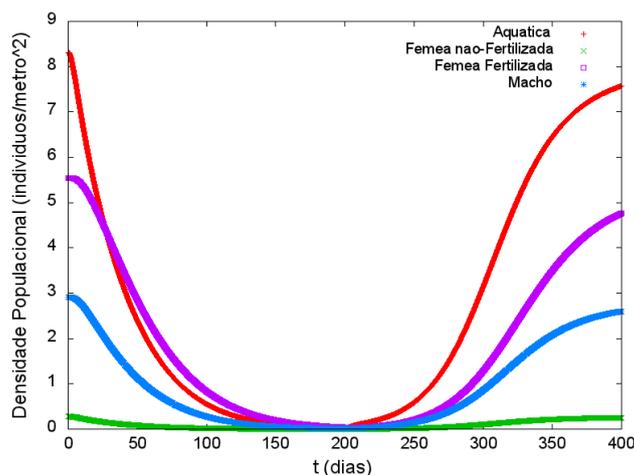


Figura 8: Crescimento populacional com taxas variadas ao longo do tempo. baixa taxa de esquecimento e alta taxa de investimento, para $T < 200$ dias. Alta taxa de esquecimento, $\tau = 1.0$, e baixa taxa de investimento, $u = 0.01$, $T \geq 200$ dias.

Na próxima seção será apresentado a discussão dos resultados obtidos.

4 Discussão

Na dinâmica populacional do mosquito da dengue que foi utilizada um controle dependente do esquecimento da população no controle mecânico e o investimento no combate, fornece uma boa noção para compreender as populações do mosquito e seu comportamento perante um controle definido ou a falta deste em medida de quantidade por tempo.

- Na Figura (2) podemos averiguar que, na ausência de controle, inicialmente o comportamento das populações são quase imperceptíveis e a partir de um certo tempo o crescimento explode chegando rapidamente ao estado epidêmico. A partir deste estado utiliza-se as condições epidêmicas juntamente com parâmetros de controle $\tau = 0.01$ e $u = 1.0$.

- Na Figura (3) comparou-se dois resultados. O primeiro apresentado na Figura (3.a) exibe o comportamento das populações iniciando em estado epidêmico e sem atuação de controle e a segunda Figura (3.b) exibe o comportamento contendo os mesmos parâmetros porém aplicou-se um controle não efetivo. Como pôde ser observado ambas apresentaram um comportamento muito semelhante, com um leve decaimento na Figura (3.b) que adquiriu estabilidade ao longo do tempo, assemelhando-se a Figura (3.a).
- Na Figura (4) equipara-se as duas soluções do modelo de controle mecânico, soluções numérica e analítica, e podemos ver que ambas exibem os mesmo comportamento, provando que a solução discretizada é válida para ser aplicada ao modelo.
- Na Figura (6) é possível observar uma boa perturbação na dinâmica do sistema por meio do controle aplicado, resultando no decréscimo das populações dos mosquitos, estabilizando-se em zero.
- Averiguando a Figura (7) verifica-se que o investimento provoca uma boa perturbação no sistema, sobrepondo-se à taxa de esquecimento, sendo necessário apenas 140 dias para as populações chegarem a zero, em comparação com a Figura (8) em que levou-se 200 dias para obter-se o mesmo resultado.
- Na Figura (8) pôde-se ver claramente que mesmo depois da atuação de um controle com resultados efetivos, se não for mantido um investimento proporcional ao esquecimento, a população de mosquito volta a crescer e atingir nível epidêmico novamente.

Segue na próxima seção a conclusão do trabalho.

5 Conclusão

Como pôde ser observado anteriormente, vemos que a criação de modelos matemáticos dentro da dinâmica populacional do mosquito *aedes aegypt* oferece uma boa noção e compreensão comportamental das populações. Dito isto podemos concluir que:

1. O resultado de simulação mostrou que mesmo depois da atuação do controle efetivo dos mosquitos da dengue, essa população voltou a crescer ao estado epidêmico, para baixos valores de investimento e dos cuidados no combate ao vetor, vide figura (8).

2. O modelo matemático epidemiológico com controle mostrou ser importante na investigação dos efeitos dos parâmetros de controle da população de mosquitos da dengue.
3. O código numérico desenvolvido permitiu simular com diversos parâmetros o controle mecânico, permitindo de fato, encontrar e definir um parâmetro de controle efetivo. Também mostrou ser uma importante ferramenta na simulação numérica em dengue, abrindo possibilidades de aplicações em doenças causadas por vetores.
4. A solução numérica obtida através do método das diferenças finitas, mostrou-se ser uma boa ferramenta para a discretização do modelo em questão e realizar simulações, pois segue o mesmo comportamento da solução analítica, podendo reproduzir uma simulação com uma boa precisão.
5. A partir da Figura (5), pôde se concluir que ao ser considerado o controle mecânico com um valor constante, obtém se uma gama de valores arbitrários que necessitam de uma otimização para encontrar um valor específico que resulte em um controle efetivo.

Referências

- [1] CDC(2010).Centers for Disease Control and Prevention. Disponível em: <http://www.cdc.gov/Dengue/> (Acessado: 20 Setembro 2010).
- [2] DE FIGUEIREDO, D.; NEVES,A. *Equações diferenciais aplicadas*. Coleção matemática universitária. Ed 3. Rio de Janeiro: IMPA,2008.
- [3] Flauzino, R. F.; Santos, R. S.; Oliveira, R. M. Dengue,geoprocessamento e indicadores socioeconômicos e ambientais : um estudo de revisão. Rev. Salud Publica,2009.
- [4] FLORENTINO, H. O.; BANNAWART, B. F.; CANTANE, D. R.; SANTOS, F. L. P. *Multiobjective genetic algorithm applied to dengue control*. Mathematical Biosciences, v. 256, p. 1-17, 2014.
- [5] FORTUNA, A. de O. *Técnicas computacionais para dinâmica dos fluidos: conceitos básicos e aplicações*. EdUSP, 2000, 426p.

- [6] HOLMES, H. M. *Introduction to Numerical Methods in Differential Equations*. Springer, 2007.
- [7] Ministério da Saúde (2016). Prevenção e Combate- Dengue, Chikungunya e Zika. Disponível em : <http://combateaedes.saude.gov.br/pt/> (Acessado: 20 outubro 2016).
- [8] RODRIGUES, H. S.; MONTEIRO, M. T.; TORRES, D. F. *Dynamics of dengue epidemics when using optimal control*. Mathematical and Computer Modelling. Elsevier, v. 52, n. 9, p. 1667-1673, 2010.
- [9] Silva, H. H. G.; Silva, I. G. Influência do período de quiescência dos ovos sobre o ciclo de vida de *Aedes aegypti* em laboratório.
- [10] SILVA, S. O. D. *Modelagem de propagação da dengue com o uso de equações diferenciais e modelos tipo seir*. Universidade Federal de Lavras, 2013, 87p.
- [11] SUCEN (2008). Superintendência em Controle de Endemias. Normas e Orientações Técnicas para Vigilância e Controle de *Aedes aegypti*. Disponível em: <http://www.saude.sp.gov.br/sucen-superintendencia-de-controle-de-endemias/homepage/downloads/arquivos-dengue> (Acessado: 20 Setembro 2016).
- [12] THOMÉ, R.C.A.; YANG, H.M.; ESTEVA, L. *Optimal control of Aedes aegypti mosquitoes by the sterile insect technique and insecticide*, Mathematical Biosciences, Elsevier v.223, n.1, p. 12-23, 2010.
- [13] WORLD HEALTH ORGANIZATION. *Dengue: Guidelines for Diagnosis, Treatment, prevention and control*. Ed.2 . Geneva: WHO, 2009