

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

VANESSA MARIA FRANCISCO DE MOURA

Evolução de partículas de poeira ejetadas de Phoebe e Iapetus

Guaratinguetá

2022

Vanessa Maria Francisco de Moura

Evolução de partículas de poeira ejetadas de Phoebe e Iapetus

Dissertação apresentada ao Conselho de Curso de Pós-Graduação em Física da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Mestre em Física .

Orientador: Profº Dr. Rafael Sfair

Guaratinguetá

2022

M929e Moura, Vanessa Maria Francisco de
Evolução de partículas de poeira ejetadas de Phoebe e Iapetus / Vanessa
Maria Francisco de Moura – Guaratinguetá, 2022.
58 f : il.
Bibliografia: f. 55-56

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de
Engenharia de Guaratinguetá, 2022.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Sfair de Oliveira

1. Satélites - Órbitas. 2. Astronomia. 3. Poeira cósmica. 4. Sistema solar.
I. Título.

CDU 629.783(043)

Luciana Máximo
Bibliotecária/CRB-8 3595

VANESSA MARIA FRANCISCO DE MOURA

**ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“MESTRE EM FÍSICA”**

**PROGRAMA: FÍSICA
CURSO: MESTRADO**

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO


Prof. Dr. Ernesto Vieira Neto
Coordenador

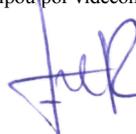
BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. RAFAEL SFAIR DE OLIVEIRA
Orientador - UNESP
participou por videoconferência



Prof. Dr. OTHON CABO WINTER
UNESP
participou por videoconferência



Prof. Dr. FERNANDO VIRGILIO ROIG
Observatório Nacional
participou por videoconferência

DADOS CURRICULARES

VANESSA MARIA FRANCISCO DE MOURA

NASCIMENTO 12/10/1996 - Guaratinguetá / SP

FILIAÇÃO Jefferson José Ribeiro de Moura
Lidia Maria Pereira Francisco de Moura

2014 / 2019 Bacharelado em Física
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer e dedicar esta dissertação a algumas pessoas que me auxiliaram direta e indiretamente para a realização deste trabalho:

Primeiramente aos meus pais, Lidia e Jefferson, por toda a educação que me proporcionaram, todo o carinho, compreensão e apoio, desde o momento em que eu escolhi cursar Física. Sem vocês eu não teria chegado até aqui.

À minha família, por me incentivar e por acreditarem na minha capacidade. Tenho muito orgulho de ter vocês como minha família.

Aos meus amigos, que sempre me incentivaram e estiveram comigo em todos os momentos.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Rafael Sfair, que me acompanha desde a graduação. Todos os ensinamentos que me transmitiu foram essenciais para o desenvolvimento deste projeto.

À Patrícia Buzzatto, que me forneceu toda a ajuda necessária para a escrita do programa.

À CAPES, pelo apoio financeiro para a realização deste trabalho.

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - código de financiamento 001; e da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) - Processo nº 2016/24561-0.

*“If you can dream it, you can do it.”
(Walt Disney)*

RESUMO

Saturno possui um sistema de anéis bastante diverso e atualmente são conhecidos 82 satélites orbitando o planeta. Em muitos casos a origem e evolução dos anéis estão intimamente ligadas à interação com alguns satélites. Por exemplo, Verbiscer, Skrutskie e Hamilton (2009) estudaram a manutenção do anel de Phoebe a partir da ejeção e posterior evolução orbital de partículas de poeira geradas por colisões de corpos interplanetários com os satélites de Saturno; além disso, analisaram o transporte de algumas partículas do tamanho de centímetros desse anel e possível colisão com Iapetus.

Neste trabalho, analisamos os mecanismos de transporte e destino de partículas ejetadas dos satélites de Saturno. Para a geração e evolução da poeira serão levadas em conta as forças de Lorentz, pressão de radiação solar, gravidade solar, gravidade dos satélites, arrasto de Poynting-Robertson, arrasto de plasma e efeitos gravitacionais da não esfericidade de Saturno.

A fim de estudar a evolução orbital das partículas ejetadas pelos satélites, realizaremos simulações numéricas utilizando o pacote REBOUND (REIN; SPIEGEL, 2015), do sistema envolvendo Saturno, seus satélites e partículas micrométricas, levando em conta a influência de todas as forças citadas acima, além das colisões mútuas entre partículas, colisões de partículas com os satélites e com o planeta. Com isso podemos observar a evolução orbital das partículas e o transporte de material entre as famílias de satélites.

PALAVRAS-CHAVE: Saturno. Transporte. Satélites.

ABSTRACT

Saturn has a very diverse ring system and there are 82 known satellites orbiting the planet. In many cases the origin and evolution of rings are closely linked to interaction with some satellites. For example, Verbiscer, Skrutskie e Hamilton (2009) studied the maintenance of Phoebe's ring from ejection and later orbital evolution of dust particles generated by body collisions interplanetary with the Saturn's satellites; besides, they analyzed the transport of some centimeter-sized particles from this ring and possible collision with Iapetus.

In this work, we analyze the transport and fate mechanisms of particles ejected from Saturn's satellites. For the generation and evolution of the dust, Lorentz forces will be taken into consideration, solar radiation pressure, solar gravity, satellite gravity, Poynting-Robertson's drag, plasma drag and gravitational effects of the non-sphericity of Saturn.

In order to study the orbital evolution of particles ejected by satellites, we will perform numerical simulations using the REBOUND package (REIN; SPIEGEL, 2015), of the system involving Saturn, its satellites and micrometric particles, considering the influence of all the forces mentioned above, in addition to collisions mutuals between particles, collisions of particles with satellites and with the planet. Thereby we can observe the orbital evolution of the particles and the transport of material between the families of satellites.

KEYWORDS: Saturn. transport. satellites.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1. Distribuição dos satélites no sistema de Saturno.	19
Figura 2.2. Desenho feito por Galileu Galilei do sistema de anéis de Saturno.	21
Figura 2.2. Panorama dos anéis de Saturno.	22
Figura 3.1. Ilustração dos harmônicos zonais	24
Figura 3.1. Ilustração dos harmônicos tesserais	25
Figura 3.1. Ilustração dos harmônicos setoriais	25
Figura 3.3. Diagrama da reemissão da radiação eletromagnética (a) No referencial da partícula; (b) No referencial da fonte.	31
Figura 3.5. Gráficos dos parâmetros de força adimensionais. O gráfico representa, em função da distância, os valores numéricos dos parâmetros de perturbação: W (achatamento planetário, J_2), C (radiação solar) e L (força de Lorentz). A linha horizontal representa os valores numéricos dos parâmetros referente a cada força. Já a linha vertical representa a localização dos satélites no qual as partículas foram ejetadas. Assumimos densidade $\rho_g = 1gcm^{-3}$ e carregada com $\Omega_g = 5V$	35
Figura 5.1.1. Variação dos elementos orbitais de uma partícula de $1\mu m$, ejetada de Iapetus, em um sistema envolvendo Saturno, 76 satélites e sem a influência das forças perturbadoras, integrado por 1000 anos.	43
Figura 5.1.2. Variação dos elementos orbitais de uma partícula de $1\mu m$, ejetada de Iapetus, em um sistema envolvendo Saturno, 76 satélites e sob a influência da força do achatamento planetário, integrado por 1000 anos.	44
Figura 5.1.3. Variação dos elementos orbitais de uma partícula de $1\mu m$, ejetada de Iapetus, em um sistema envolvendo Saturno, 76 satélites e sob a influência da força eletromagnética, integrado por 1000 anos.	45
Figura 5.1.4. Variação dos elementos orbitais de uma partícula de $1\mu m$, ejetada de Iapetus, em um sistema envolvendo Saturno, 76 satélites e sob a influência da força de radiação solar, integrado por 1000 anos.	46
Figura 5.1.5. Variação dos elementos orbitais de uma partícula de $1\mu m$, ejetada de Iapetus, em um sistema envolvendo Saturno, 76 satélites e sob a influência da força do arrasto de plasma, integrado por ≈ 50 anos.	47
Figura 5.1.6. Variação dos elementos orbitais das partículas ejetadas de Iapetus, com raios de $1\mu m$, segundo a força de achatamento planetário, eletromagnética, radiação solar e arrasto de plasma.	49
Figura 5.1.7. Variação dos elementos orbitais das partículas ejetadas de Iapetus, com raios de $10\mu m$, segundo a força de achatamento planetário, eletromagnética, radiação solar e arrasto de plasma.	50

Figura 5.1. Variação dos elementos orbitais das partículas ejetadas de Phoebe, com raios de $1\mu\text{m}$, segundo a força de achatamento planetário, eletromagnética, radiação solar e arrasto de plasma.	51
Figura A.0. Variação dos elementos orbitais das partículas ejetadas de Iapetus, com raios de $0.5\mu\text{m}$, segundo a força de achatamento planetário, eletromagnética, radiação solar e arrasto de plasma.	57
Figura A.0. Variação dos elementos orbitais das partículas ejetadas de Iapetus, com raios de $5\mu\text{m}$, segundo a força de achatamento planetário, eletromagnética, radiação solar e arrasto de plasma.	58

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1.1–Elementos orbitais dos satélites do grupo com raio maior a 100 km. Os valores foram obtidos pelo sistema Horizons, referentes ao dia 16/07/2019.	17
Tabela 2.1.2–Elementos orbitais dos satélites do grupo Nórdico, descobertos antes de 2019. Os valores foram obtidos pelo sistema Horizons, referentes ao dia 16/07/2019 e de Sheppard (2019).	18
Tabela 2.1.3–Elementos orbitais dos satélites do grupo Inuíte, descobertos antes de 2019. Os valores foram obtidos pelo sistema Horizons, referentes ao dia 16/07/2019 e de Sheppard (2019).	19
Tabela 2.1.4–Elementos orbitais dos satélites do grupo Gaulês. Os valores foram obtidos pelo sistema Horizons, referentes ao dia 16/07/2019 e de Sheppard (2019).	19
Tabela 2.1.5–Novas luas encontrada em Saturno. Os valores foram obtidos pelo sistema Horizons, referentes ao dia 16/07/2019 e de Sheppard (2019).	20
Tabela 2.1.6–Elementos orbitais dos satélites de Saturno que não estão nos grupos citados anteriormente. Os valores foram obtidos pelo sistema Horizons, referentes ao dia 16/07/2019 e de Sheppard (2019).	20
Tabela 4.2.1–Valores dos coeficientes harmônicos esféricos de Saturno	39
Tabela 4.2.2–Coeficiente Harmônico esférico do campo magnético de Saturno.	39
Tabela 5.1.1–Variação dos elementos orbitais das partículas ejetadas de Iapetus referentes a cada força perturbadora, ilustrados nos gráficos da Figura 5.1.2 a Figura 5.1.5.	48
Tabela 5.1.2–Comparação dos dados obtidos nas simulações para o caso de partículas ejetadas de Iapetus com raios 1 μm e 10 μm	50
Tabela 5.1.3–Comparação dos dados obtidos nas simulações para o caso de partículas ejetadas de Phoebe com raios 1 μm	52
Tabela 5.1.4–Taxa de colisão das partículas de diferentes raios com Saturno e com os satélites maiores. O número de partículas sobreviventes e as taxas de colisão são em relação ao número total de partículas ejetadas. As partículas foram ejetadas de Iapetus e em todos os casos foram incluídas todas as forças estudadas.	53

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	O SISTEMA DE SATURNO	16
2.1	SATÉLITES	16
2.2	ANÉIS	19
3	FORÇAS	23
3.1	ACHATAMENTO PLANETÁRIO	23
3.2	FORÇA ELETROMAGNÉTICA	27
3.2.1	Termos de dipolo e quadrupolo	29
3.3	RADIAÇÃO SOLAR	30
3.4	ARRASTO DE PLASMA	32
3.5	PARÂMETROS DAS FORÇAS	34
4	MÉTODOS	37
4.1	MODELO UTILIZADO	37
4.2	INTEGRADOR REBOUND	38
4.2.1	Inclusão das forças perturbativas	38
5	RESULTADOS	42
5.1	EJEÇÃO E TRANSPORTE DE PARTÍCULAS	42
5.1.1	Iapetus	42
5.1.2	Combinação das forças	49
5.1.3	Phoebe	51
5.1.4	Análise estatística	52
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	54
	REFERÊNCIAS	55
	APÊNDICE A – COMPORTAMENTO DAS PARTÍCULAS EJETADAS DE IAPETUS COM RAIOS DE 0.5 μM E 5 μM	57

1 INTRODUÇÃO

Saturno é o sexto planeta do Sistema Solar e o segundo maior planeta com um raio de 60333 km. Ele possui um estrutura complexa de anéis, que se estende a uma distância de aproximadamente 140220 km do planeta, compostos em sua maioria por partículas de gelo e rocha. Após a descoberta de 20 novas luas, em 2019, ultrapassou Júpiter e tornou-se o planeta com maior número de satélites naturais conhecidos (GRESHKO, 2019), com um total de 82 satélites. O planeta possui uma velocidade de rotação alta, que faz com que seus pólos sejam achatados.

Muitas observações tem sido realizadas do planeta desde a antiguidade, porém com a inferioridade dos equipamentos observacionais, o estudo mais aprofundado desse gigante gasoso só pode ser iniciado em 1610, com a primeira observação da estrutura de anéis feita por Galileu Galilei. Com a evolução da ciência, o homem foi capaz de desenvolver missões espaciais capazes de estudar os corpos celestes mais de perto, utilizando sondas com equipamentos de análise, fotografia, coleta de material, entre outros. Algumas missões foram destinadas a explorar e estudar o planeta Saturno, dentre elas as sondas Pioneer 1, Voyager 1 e 2 e a mais atual, Cassini-Huygens. A partir dessas missões os cientistas conseguiram realizar um estudo mais avançado do planeta, sendo possível obter um panorama mais detalhado dos anéis, além da descoberta de novas luas e um estudo mais aprimorado das luas já conhecidas.

Ao estudar os anéis planetários e com a obtenção de imagens detalhadas, resultado das missões espaciais, os cientistas descobriram que existem partículas de poeira imersas na complexa estrutura de anéis de Saturno, e que a todo momento, essas partículas são incluídas e retiradas do sistema de anéis. Para que estes se mantenham em um estado estacionário, é necessário um equilíbrio entre o número de partículas ejetadas do sistema e o número de partículas geradas, caso contrário teríamos um aumento ou diminuição significativos do anel ao longo dos anos. Muitas partículas interplanetárias adentram aos anéis, ocasionando colisões com os satélites e com os grãos de poeira que populam essa região. A partir dessas colisões, material é liberado do corpo e segundo a influência de algumas forças perturbadoras, as órbitas desses materiais ejetados sofrem algumas variações e eles são espalhados na região do anel. Dentre essas forças temos: achatamento planetário, eletromagnética, radiação solar, e arrasto de plasma.

A equação de movimento das partículas, sob influência de todas as forças, é descrito pela seguinte equação:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \ddot{\mathbf{r}}_{G_S} + \ddot{\mathbf{r}}_L + \ddot{\mathbf{r}}_{RP} + \ddot{\mathbf{r}}_{PR} + \ddot{\mathbf{r}}_{PD} + \ddot{\mathbf{r}}_{G_o} \quad (1.0.1)$$

sendo as acelerações devido a gravidade de Saturno, força de Lorentz, pressão de radiação solar, arrasto de Poynting-Robertson, arrasto de plasma e gravidade dos outros corpos, respectivamente.

Como forma de analisar a evolução dessas partículas sob a influência das forças perturbadoras citadas acima, desenvolvemos um programa em linguagem C, utilizando o integrador REBOUND. Esse integrador permite a inclusão de forças não gravitacionais a partir de forças externas. Em Siqueira (2019), foi desenvolvido um trabalho de inclusão e validação dessas forças, exceto a contribuição do

arrasto de plasma, no integrador REBOUND. A partir desse estudo e com o acréscimo da força do arrasto de plasma, nós fomos capazes de executar nosso programa e realizar o projeto.

Iniciamos nosso estudo com uma introdução do tema (sistema de Saturno e forças perturbadoras), para enfim, colocarmos em prática todo o aprendizado na montagem do programa e análise dos resultados. Nos capítulos 2 e 3 serão apresentados os estudos bibliográficos envolvendo Saturno, seus satélites e anéis, além das forças perturbativas responsáveis por influenciar as órbitas das partículas. No capítulo 4, descrevemos os métodos utilizados para a realização do nosso trabalho: o sistema em questão, a inserção das forças perturbativas no programa, detalhes sobre a ejeção de partículas e o integrador REBOUND. No capítulo 5, demonstramos os resultados obtidos em nosso projeto, analisando e comparamos a ejeção de partículas de dois satélites distintos: Iapetus e Phoebe e dois raios distintos: $1 \mu\text{m}$ e $10 \mu\text{m}$, além de fazer um estudo estatístico do transporte de poeira entre os satélites de Saturno. Por fim, no capítulo 6, estão apresentadas as considerações finais do nosso trabalho.

2 O SISTEMA DE SATURNO

A estrutura de Saturno foi estudada pela primeira vez, em 1610 pelo astrônomo Galileu Galilei. Pertencente ao grupo dos gigantes gasosos, o planeta é formado principalmente por hidrogênio e hélio, possui uma massa de 5.688×10^{26} kg e um raio médio de 60330 km.

Muitos modelos de evolução planetária sugerem que Saturno surgiu do colapso gravitacional de uma nuvem interestelar. Segundo o modelo de Nice, os planetas gigantes teriam se originado mais próximos ao Sol, comparado a sua posição atual, mas devido a interação gravitacional entre os planetas e planetesimais, os elementos orbitais dos planetas foram alterados, fazendo com que estes se deslocassem para mais longe do Sol (TSIGANIS et al., 2005).

Seu campo magnético é produzido a partir da alta velocidade de rotação do planeta ($\approx 10\text{h}35\text{min}$) e a presença de hidrogênio líquido (bom condutor de corrente elétrica) em seu interior. A rápida rotação também faz com que o planeta seja o mais achatado do Sistema Solar.

Para ilustrar melhor a região na qual estamos trabalhando, neste capítulo iremos estudar mais a fundo esse sistema, a estrutura e composição dos anéis, os grupos de satélites e curiosidades sobre os mesmos. Os elementos orbitais dos satélites, apresentados nas seções subsequentes, foram os mesmos implementados em nosso código.

2.1 SATÉLITES

Saturno possui 82 satélites naturais conhecidos orbitando ao seu redor. A maioria desses satélites são corpos pequenos, com raio inferior a 100 km, exceto o grupo de satélites maiores (Tabela 2.1.1) e Phoebe. Muitos desses satélites possuem características orbitais semelhantes e por isso podem ser agrupados segundo seu tamanho e órbita. Alguns modelos sugerem que esses agrupamentos devem ter se formado a partir de inúmeras colisões com corpos capturados por Saturno (cada grupo originaria de um corpo diferente). Acredita-se que os satélites mais internos se formaram junto com o planeta, devido as suas órbitas prógradas e baixa excentricidade. Já os satélites mais distantes, são menores e possuem órbitas retrógradas, e por esse fato, acredita-se que foram capturados pela gravidade do planeta.

Os satélites maiores são satélites regulares que orbitam as redondezas do anel E e possuem um raio superior a 100 km de diâmetro (Tabela 2.1.1).

Já os satélites irregulares podem ser divididos em 3 grupos: Nórdico, Gaulês e Inuíte, sendo que os nomes de todas as luas são baseadas nas respectivas mitologias.

Tabela 2.1.1 – Elementos orbitais dos satélites do grupo com raio maior a 100 km. Os valores foram obtidos pelo sistema Horizons, referentes ao dia 16/07/2019.

Satélites	$a (\times 10^5)$ (km)	$e (\times 10^{-2})$	$I (^{\circ})$	$\Omega (^{\circ})$	$\omega (^{\circ})$	$f (^{\circ})$	$m (\times 10^{19})$ (kg)	R (km)
Mimas	1.8600	1.7041	1.5727	241.36	203.44	199.08	3.75	198.8
Enceladus	2.3841	0.6183	0.0128	259.30	154.66	331.29	10.80	252.3
Tethys	2.9497	0.0859	1.0932	288.00	193.35	353.80	61.76	536.3
Dione	3.7765	0.1914	0.0229	59.894	52.343	112.40	109.57	562.5
Rhea	5.2721	0.1082	0.3347	160.65	48.719	31.191	230.9	764.5
Titan	12.220	2.8738	0.4131	250.36	323.53	330.09	13455.3	2575.5
Hyperion	14.860	13.089	1.0350	229.79	355.84	195.38	1.08	133
Iapetus	35.600	2.8356	15.769	253.46	348.78	187.84	180.59	734.5

Fonte: Yeomans (2006)

- No grupo Nórdico (Tabela 2.1.2) estão os satélites irregulares de Saturno limitados pelos seguintes parâmetros orbitais:
 - Semi-eixo maior $\approx 12 \times 10^6$ km a 26×10^6 km;
 - Inclinação $\approx 100^{\circ}$ a 177° ;
 - Excentricidade ≈ 0.09 a 0.71 .
- No grupo Inuíte (Tabela 2.1.3), estão os satélites irregulares prógradros, limitados pelos seguintes parâmetros:
 - Semi-eixo maior $\approx 11 \times 10^6$ km a 18×10^6 km;
 - Inclinação $\approx 25^{\circ}$ a 80° ;
 - Excentricidade ≈ 0.12 a 0.50 .
- No grupo Gaulês (Tabela 2.1.4), estão os satélites irregulares prógradros, limitados pelos seguintes parâmetros:
 - Semi-eixo maior $\approx 16 \times 10^6$ km a 19×10^6 km;
 - Inclinação $\approx 10^{\circ}$ a 50° ;
 - Excentricidade ≈ 0.30 a 0.50 .

Em 2019, um grupo do Instituto Carnegie em Washington, liderado por Scott Sheppard, fez a descoberta de mais 20 luas orbitando Saturno, levando-o a ser o planeta com o maior número de satélites conhecidos (GRESHKO, 2019). Essas luas possuem raios inferiores a 5 km, onde 17 possuem órbitas retrógradas e 3 possuem órbitas prógradas (Tabela 2.1.5).

Alguns satélites possuem parâmetros orbitais que não se encaixam em nenhum dos limites estabelecidos nos grupos descritos acima, por isso não se enquadram em nenhum desses grupos. Estão eles descritos na Tabela 2.1.6.

Tabela 2.1.2 – Elementos orbitais dos satélites do grupo Nórdico, descobertos antes de 2019. Os valores foram obtidos pelo sistema Horizons, referentes ao dia 16/07/2019 e de Sheppard (2019).

Satélites	$a (\times 10^7)$ (km)	$e (\times 10^{-1})$	$I (^\circ)$	$\Omega (^\circ)$	$\omega (^\circ)$	$f (^\circ)$	$m (\times 10^{15})$ (kg)	R (km)
Phoebe	1.2902	1.5345	152.23	54.805	286.70	44.308	0.829	106.6
Skathi	1.5504	2.4876	153.80	109.72	166.83	46.314	0.35	4
Skoll	1.7573	4.0405	161.27	96.583	129.41	123.26	0.15	3
Greip	1.8179	3.6851	159.26	39.513	336.88	175.60	0.15	3
Hyrrokkin	1.8393	3.7348	148.64	346.92	338.06	181.03	0.35	4
Jarnsaxa	1.9507	2.1088	161.31	6.2383	349.89	217.14	0.15	3
Mundilfari	1.8572	1.7736	147.57	21.351	20.721	251.79	0.23	3.5
Narvi	1.9129	3.2052	109.35	56.407	180.16	164.61	0.23	3.5
Bergelmir	1.9429	1.3416	135.16	66.556	123.42	333.31	0.15	3
Suttungr	1.9338	1.1529	151.74	52.267	350.57	315.40	0.23	3.5
Hati	1.9737	3.1736	167.31	60.148	248.87	149.83	0.15	3
Bestla	2.0402	7.0590	166.56	158.25	73.478	156.88	0.23	3.5
Farbauti	2.0042	2.1707	128.84	34.257	5.1230	148.80	0.09	2.5
Thrymr	2.0368	4.7481	152.17	52.037	19.116	186.70	0.23	3.5
Aegir	2.0964	2.0725	140.98	52.840	247.21	167.24	0.15	3
Kari	2.2474	3.37.52	156.71	115.64	129.87	192.83	0.23	3.5
Fenrir	2.2604	1.2617	145.74	70.685	90.152	13.513	0.05	2
Surtur	2.2313	3.6722	151.56	69.505	273.61	278.60	0.15	3
Ymir	2.3187	3.5946	147.38	52.450	10.491	50.078	3.97	9
Loge	2.2796	1.6820	165.50	34.678	205.41	155.61	0.15	3
Fornjot	2.5067	1.5065	155.28	66.132	252.19	151.99	0.15	3
S/2007 S2	1.5952	2.4597	149.23	35.979	120.61	164.29	0.05	2
S/2004 S13	1.8351	2.9658	144.12	59.432	337.54	218.11	0.15	3
S/2004 S17	1.9327	2.0900	159.87	17.129	312.76	212.59	0.05	2
S/2006 S1	1.8842	0.9402	177.45	336.83	338.38	232.92	0.15	2.5
S/2004 S12	1.9876	3.7648	166.32	64.215	238.57	255.30	0.09	2.5
S/2004 S7	2.0221	4.9460	167.05	26.085	283.95	189.70	0.15	3
S/2007 S3	1.9079	1.9700	149.95	35.584	2.5247	55.991	0.09	2.5
S/2006 S3	2.1128	4.7821	132.05	71.619	177.71	165.68	0.15	2.5

Fontes: Yeomans (2006) e Sheppard (2019)

Dentre todos os satélites apresentados, alguns possuem características peculiares, que os fazem destacar-se entre os corpos do Sistema Solar. Janus e Epimetheus, por exemplo, são satélites coorbitais, que descrevem órbitas de ferradura (MURRAY; DERMOTT, 2000). No passado, acreditava-se que esses satélites iriam se colidir devido a aproximação de ambos, porém essa ideia foi descartada quando descobriram que eles trocam de órbita a cada 4 anos, ou seja, o satélite exterior torna-se interior, e vice-versa, evitando a colisão.

Além desses satélites, temos Titan, a segunda maior lua do Sistema Solar, com uma atmosfera densa e uma superfície com a presença de dunas e lagos, Enceladus, com a presença de gêiseres, que expelem material na região do anel E (BARNETT, 2018) e Mimas, que possui uma grande cratera formada por um impacto.

Tabela 2.1.3 – Elementos orbitais dos satélites do grupo Inuíte, descobertos antes de 2019. Os valores foram obtidos pelo sistema Horizons, referentes ao dia 16/07/2019 e de Sheppard (2019).

Satélites	$a (\times 10^7)$ (km)	$e (\times 10^{-1})$	$I (^{\circ})$	$\Omega (^{\circ})$	$\omega (^{\circ})$	$f (^{\circ})$	$m (\times 10^{15})$ (kg)	R (km)
Kiviuq	1.1297	1.5620	76.671	217.38	88.337	1.4857	2.79	8
Ijiraq	1.1344	3.7585	26.466	351.00	9.8593	2.9068	1.18	6
Paaliaq	1.4973	4.9926	70.721	208.48	241.70	14.015	7.25	11
Siarnaq	1.8024	5.0818	63.359	258.50	101.70	18.203	43.5	20
Tarqeq	1.7880	1.2300	53.427	293.34	103.35	15.813	0.23	3.5

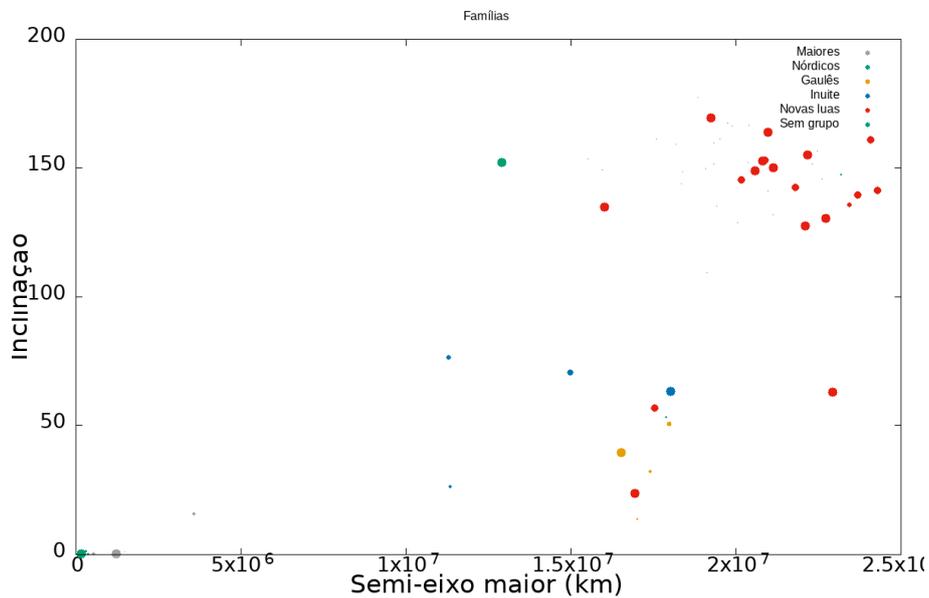
Fonte: Yeomans (2006) e Sheppard (2019)

Tabela 2.1.4 – Elementos orbitais dos satélites do grupo Gaulês. Os valores foram obtidos pelo sistema Horizons, referentes ao dia 16/07/2019 e de Sheppard (2019).

Satélites	$a (\times 10^7)$ (km)	$e (\times 10^{-1})$	$I (^{\circ})$	$\Omega (^{\circ})$	$\omega (^{\circ})$	$f (^{\circ})$	$m (\times 10^{15})$ (kg)	R (km)
Albiorix	1.6518	5.3490	39.643	28.202	122.30	1.2937	22.3	16
Bebhionn	1.7012	3.7195	13.833	7.9579	11.460	3.1857	0.15	3
Erriapus	1.7392	4.9185	32.231	31.015	5.6193	3.4492	0.68	5
Tarvos	1.7969	5.0019	50.793	27.206	344.07	1.6954	2.3	7.5

Fonte: Yeomans (2006) e Sheppard (2019)

Figura 2.1.1 – Distribuição dos satélites no sistema de Saturno.



Fonte: Próprio autor

2.2 ANÉIS

Ao observar Saturno, Galileu identificou uma estrutura ao seu redor. Segundo ele, tal estrutura se parecia com "orelhas" no planeta (Figura 2.2.1), e após algumas observações, Galileu relatou que essas estruturas tinham desaparecido. Com o avanço da astronomia observacional, em 1655, o astrônomo

Tabela 2.1.5 – Novas luas encontrada em Saturno. Os valores foram obtidos pelo sistema Horizons, referentes ao dia 16/07/2019 e de Sheppard (2019).

Satélites	$a (\times 10^7)$ (km)	$e (\times 10^{-1})$	$I (^{\circ})$	$\Omega (^{\circ})$	$\omega (^{\circ})$	$f (^{\circ})$	$m (\times 10^{15})$ (kg)	R (km)
S/2004 S20	1.9243	2.0758	169.39	36.969	1.2642	161.04	0.05	2
S/2004 S21	2.2715	3.2203	130.37	22.311	243.75	267.55	0.15	1.5
S/2004 S22	2.0801	2.4111	152.75	45.541	346.67	235.17	0.15	1.5
S/2004 S23	2.1134	3.7071	150.06	44.847	82.481	95.571	0.05	1.5
S/2004 S24	2.2929	0.8366	62.966	209.87	36.672	194.45	0.05	1.5
S/2004 S25	2.0885	4.4178	153.19	55.068	235.52	237.19	0.03	1.5
S/2004 S26	2.6380	1.5271	160.52	37.782	322.35	302.82	0.05	2
S/2004 S27	2.0160	1.1143	145.50	19.924	205.91	190.90	0.05	2
S/2004 S28	2.1789	1.3636	142.51	36.118	235.87	48.464	0.03	2
S/2004 S29	1.6936	4.3862	23.900	342.27	13.071	45.472	0.05	2
S/2004 S30	2.0583	1.2632	148.89	86.193	208.83	135.03	0.05	1.5
S/2004 S31	1.7533	2.3800	57.012	282.95	281.49	0.1534	0.03	2
S/2004 S32	2.0973	2.6451	163.84	88.513	334.98	191.91	0.05	2
S/2004 S33	2.4288	3.9057	141.43	9.1273	19.535	188.50	0.03	2
S/2004 S34	2.4079	2.3005	161.13	66.959	263.01	40.680	0.03	1.5
S/2004 S35	2.2170	1.8530	155.07	42.075	46.279	224.36	0.05	2
S/2004 S36	2.3429	7.3964	135.65	72.670	191.73	197.71	0.03	1.5
S/2004 S37	1.6006	4.9686	134.97	38.897	115.70	293.68	0.03	2
S/2004 S38	2.2102	4.4195	127.46	26.519	26.802	335.16	0.05	2
S/2004 S39	2.3688	0.6937	139.56	49.131	202.61	230.30	0.03	1

Fonte: Yeomans (2006) e Sheppard (2019)

Tabela 2.1.6 – Elementos orbitais dos satélites de Saturno que não estão nos grupos citados anteriormente. Os valores foram obtidos pelo sistema Horizons, referentes ao dia 16/07/2019 e de Sheppard (2019).

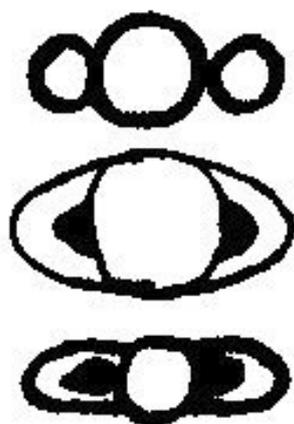
Satélites	$a (\times 10^5)$ (km)	$e (\times 10^{-3})$	$I (^{\circ})$	$\Omega (^{\circ})$	$\omega (^{\circ})$	$f (^{\circ})$	$m (\times 10^{15})$ (kg)	R (km)
Epimetheus	1.5201	8.8233	0.3527	356.93	151.88	270.59	0.055	55
Janus	1.5205	4.8386	0.1655	318.77	69.299	258.23	0.198	95
Aegaeon	1.6803	2.9829	0.0017	230.65	169.12	7.0607	0.0001	0.5
Methone	1.9467	3.4794	0.0163	10.881	101.02	15.653	0.02	1.6
Anthe	1.9809	0.8351	0.0177	347.08	205.07	14.813	0.0015	1
Pallene	2.1271	4.2209	0.1814	179.35	122.22	69.648	0.05	2
Calypso	2.9499	1.0001	1.4990	342.69	47.110	28.802	0.3597	8
Telesto	2.9497	0.8828	1.1819	257.50	282.55	354.19	9.41	12.4
Helene	3.7742	6.9322	0.2138	280.55	174.84	184.24	2.547	16
Polydeuces	3.7738	18.866	0.1817	186.78	79.936	233.13	0.03	2

Fonte: Yeomans (2006) e Sheppard (2019)

Christiaan Huygens, identifica essa estrutura como um disco sólido e plano. Por um tempo, essa era a única explicação para as estruturas em volta do planeta, até que em 1675, Giovanni Cassini observou uma falha, separando o disco rígido em dois anéis, nomeada como a divisão de Cassini. A ideia de

anéis sólidos só foi rebatida em 1857, por James Maxwell, que demonstrou que os anéis eram formados por um aglomerado de pequenas massas.

Figura 2.2.1 – Desenho feito por Galileu Galilei do sistema de anéis de Saturno.



Fonte: Couper e Henbest (1986)

Muitas missões espaciais foram capazes de estudar mais a fundo esse complexo sistema de anéis. A primeira missão destinada a Saturno foi a Pioneer 11, que chegou ao planeta em 1979. Essa missão foi capaz de estudar a magnetosfera, campo magnético, dentre outras estruturas do planeta, além de fazer a descoberta do anel F (SIDDIQI, 2019). Com essa missão, foi possível comprovar que o anel era composto por uma grande quantidade de fragmentos de rocha e gelo, além da descoberta de um novo anel, o anel F. Já as sondas Voyager 1 e 2, ambas lançadas em 1977, foram capazes de obter belas imagens mais detalhadas das finas estrutura de anéis.

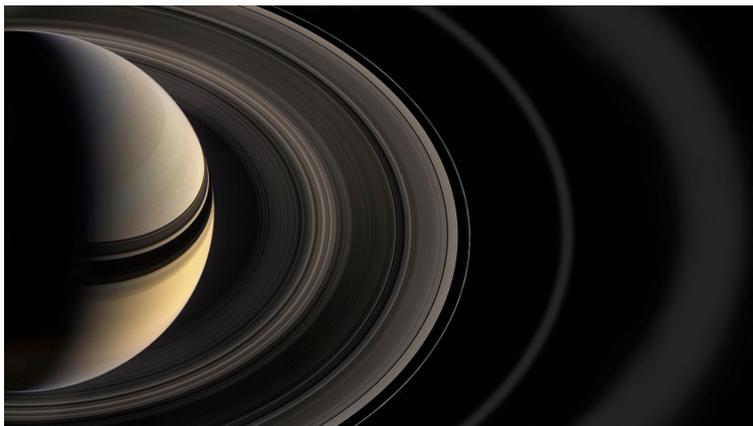
O sistema de anéis de Saturno é composto de fragmentos de rocha e gelo, que acreditam-se ser destroços de cometas, asteróides e luas. Do anel mais próximo do planeta até o mais distante temos: D,C,B,A,F,E,G, e cada um possui uma velocidade orbital diferente, como esperado pela 3ª lei de Kepler. Entre esses anéis existem algumas lacunas, separando-os entre si. Entre os anéis D e C, temos a Divisão de Maxwell, entre B e A temos a Divisão de Cassini e separando o anel A de F, G e E temos as divisões Encke e Keeler.

A divisão de Cassini é produzida pela ressonância 2:1 de Mimas (MURRAY; DERMOTT, 2000), enquanto que os satélites Pã e Dafne são responsáveis pelas divisões Encke e Keeler, já que estes estão orbitando dentro dessas lacunas, respectivamente, fazendo a "limpeza" do material que possivelmente possa entrar essa região.

Mas como esses anéis se mantêm orbitando Saturno? Alguns casos presumem que a origem e posterior evolução dos anéis se dá por meio da interação destes com os satélites próximos. Foi descoberto, em 2009, um disco de poeira tênue, interior à órbita do satélite Phoebe. Couper e Henbest (1986) estudaram a manutenção do anel de Phoebe a partir da ejeção e posterior evolução orbital de partículas de poeira geradas por colisões de corpos interplanetários com o satélite de Saturno, além disso, analisaram o transporte de algumas partículas do tamanho de centímetros desse anel e possível colisão com Iapetus.

O mesmo processo ocorre com o anel Janus/Epimetheus. Em 2006, imagens feitas pela sonda Cassini mostraram um anel de poeira ao redor das órbitas de Janus e Epimetheus, e acredita-se que a

Figura 2.2.2 – Panorama dos anéis de Saturno.



Fonte: NASA/JPL-Caltech/SSI (2012)

manutenção desse anel é feita pela colisão de partículas micrométricas com esses satélites (WINTER et al., 2017). Já outros anéis estão confinados devido a influência gravitacional de dois satélites, como é o caso do anel F, que se mantém entre os satélites Prometheus e Pandora.

Conhecendo as características físicas da região em questão, podemos nos aprofundar no aspecto perturbativo, que envolve as forças que influenciam as partículas imersas nesta região, ocasionando uma variação em seus elementos orbitais, fazendo com que elas sejam transportados para dentro e para fora de suas órbitas, que é o foco principal do nosso projeto.

3 FORÇAS

Neste capítulo, será apresentado o embasamento teórico utilizado para dedução das equações das forças perturbadoras, utilizadas em nosso programa. Cada seção está direcionada para o estudo de uma força, e no final de cada seção estão apresentadas as equações gerais das respectivas forças. Nosso intuito é demonstrar a forma geral da equação, para que no capítulo 4, elas sejam apresentadas através das componentes x, y e z .

3.1 ACHATAMENTO PLANETÁRIO

Um corpo orbitando um planeta perfeitamente esférico e homogêneo, descreve uma órbita elíptica. Porém, conhecemos muitos casos em que a distribuição de massa do planeta não é homogênea, como por exemplo, planetas com achatamento nos pólos. Essa não esfericidade do planeta afeta as órbitas dos corpos que o estão orbitando, deformando a elipse. Em nosso caso estamos trabalhando com Saturno, o planeta mais achatado do Sistema Solar.

Iniciaremos nossa seção deduzindo a equação do potencial utilizando os trabalhos de Kuga, Rao e Carrara (2011), para depois obtermos as equações das forças para os coeficientes harmônicos J_2 , J_4 e J_6 . Por fim, mostraremos a influência da força do achatamento planetário nas partículas que estão orbitando um corpo achatado e como esta força influencia nos elementos orbitais da partícula, analisando as equações descritas em Hamilton (1993).

Quando estamos trabalhando com um corpo oblato, estamos considerando uma distribuição não uniforme de massa, por isso levamos em consideração que uma partícula sob a influência da força de achatamento planetário devido ao planeta achatado irá sofrer influência de um potencial gerado por cada elemento de massa dM . Nesta configuração, temos que, em coordenadas esféricas, uma partícula orbita o planeta no ponto $P(r, \theta, \lambda)$, enquanto que a posição do elemento de massa será $P'(r', \theta', \lambda')$, sendo θ a latitude e λ a longitude.

Partimos da expressão do potencial de um elemento de massa dM .

$$U_{dM} = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r'}{r}\right)^n P_n(\cos \Psi) \quad (3.1.1)$$

onde Ψ é o ângulo entre os vetores posição de P e P' .

Utilizando o teorema de adição de Legendre:

$$P_n(\cos \Psi) = \sum_{m=0}^n (2 - \delta_{mn}) \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(\cos \theta) P_n^m(\cos \theta') \cos m(\lambda - \lambda') \quad (3.1.2)$$

e usando os ângulos complementares φ, φ' de θ e θ' , temos:

$$U_{dM} = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (2 - \delta_{nm}) \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \left(\frac{r'}{r}\right)^n P_n^m(\sin \varphi) P_n^m(\sin \varphi') \cos m(\lambda - \lambda') \quad (3.1.3)$$

onde G é a constante gravitacional universal, δ_{mn} representa o delta de Kronecker e P_n^m os polinômios associados de Legendre.

Integrando em toda a distribuição de massa (KUGA; RAO; CARRARA, 2011):

$$U = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a_e}{r}\right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_n^m(\sin \varphi) \quad (3.1.4)$$

em que:

$$\begin{bmatrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{bmatrix} = \frac{(2-\delta_{m0})(n-m)!}{a_e^n M (n+m)!} \int_M r'_n P_n^m(\sin \varphi') \begin{bmatrix} \cos m\lambda' \\ \sin m\lambda' \end{bmatrix} dM \quad (3.1.5)$$

sendo C_{nm} e S_{nm} os coeficientes harmônicos esféricos, a_e o semi-eixo maior equatorial do elipsóide do planeta e M a massa do planeta.

A partir da integração da equação (3.1.3) para a obtenção da expressão do potencial (3.1.4), vemos que os coeficientes possuem algumas características (KUGA; RAO; CARRARA, 2011):

- Harmônicos zonais ($m = 0$): São polinômios de grau n , e por isso possuem n zeros (reais e situados entre $-1 \leq t \leq 1$ ou $0 \leq \theta \leq \pi$). Mudam seu sinal n vezes no intervalo, independentemente da longitude λ e dividem a esfera em zonas.

Figura 3.1.1 – Ilustração dos harmônicos zonais



Fonte: Kuga, Rao e Carrara (2011)

- Harmônicos tesserais ($0 < m < n$): Possuem $2m$ zeros (situados entre $0 \leq \lambda \leq 2\pi$ ou $0 \leq \theta \leq 2\pi$). As funções associadas mudam seu sinal nm vezes no intervalo $0 \leq \lambda \leq \pi$. Divide a esfera em compartimentos, de tal forma que a função alterna entre positivo e negativo.
- Harmônicos setoriais ($m = n$): Se degeneram em funções, dividindo a esfera em setores positivos e negativos.

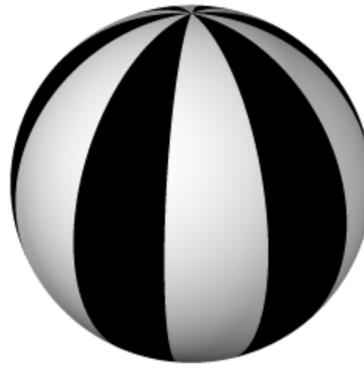
Os coeficientes $C_{00} = 1$ e $S_{00} = 1$ descrevem o potencial gravitacional principal, com $n, m = 0$. Como a origem do sistema de coordenadas coincide com o centro de massa do planeta, temos que $C_{10} = C_{11} = S_{10} = S_{11} = S_{n0} = 0$. Os coeficientes $C_{10}, C_{11}, S_{10}, S_{11}$ são equivalente aos termos de J_1 .

Figura 3.1.2 – Ilustração dos harmônicos tesserais



Fonte: Kuga, Rao e Carrara (2011)

Figura 3.1.3 – Ilustração dos harmônicos setoriais



Fonte: Kuga, Rao e Carrara (2011)

O efeito da distribuição não uniforme de massa devido ao achatamento dos pólos é refletido no coeficiente zonal C_{20} . Seu valor é negativo, já que o coeficiente possui valores positivos nos pólos e negativo no equador (análogo a um achatamento do equador). Assume-se que $C_{20} = -J_2$, sendo J_2 o coeficiente zonal devido ao achatamento. Analogamente, temos $C_{30} = -J_3$, sendo J_3 o coeficiente responsável por atribuir o formato de pera ao planeta (KUGA; RAO; CARRARA, 2011). Os coeficientes J_n são constantes e seus valores diferem para cada planeta.

O potencial de um esferóide, expandindo para termos de até 6ª ordem pode ser escrito como:

$$U = \frac{GM_p}{r} \left[1 - \sum_{n=2}^6 J_n \left(\frac{R_p}{r} \right)^n P_n(\sin \varphi) \right] \quad (3.1.6)$$

$$= \frac{GM_p}{r} \left[1 - J_2 \left(\frac{R_p}{r} \right)^2 P_2(\sin \varphi) - J_4 \left(\frac{R_p}{r} \right)^4 P_4(\sin \varphi) - J_6 \left(\frac{R_p}{r} \right)^6 P_6(\sin \varphi) \right] \quad (3.1.7)$$

onde P_n representam os polinômios de Legendre e J_n representam os harmônicos zonais. Neste trabalho são utilizados somente os harmônicos de índices pares, porque estamos interessados em coeficientes que possuem simetria com o plano equatorial.

Como sabemos, a força é igual à menos o gradiente do potencial, ou seja:

$$\vec{F} = -\nabla U \quad (3.1.8)$$

Com isso podemos obter as equações da força, devido ao achatamento planetário para os coeficientes J_2, J_4 e J_6 :

$$\vec{F}_{J_2} = -GM_p \nabla \left[\frac{1}{r} \left(1 - J_2 \left(\frac{R_p}{r} \right)^2 P_2(\sin \varphi) \right) \right] \quad (3.1.9)$$

$$\vec{F}_{J_4} = -GM_p \nabla \left[\frac{1}{r} \left(-J_4 \left(\frac{R_p}{r} \right)^4 P_4(\sin \varphi) \right) \right] \quad (3.1.10)$$

$$\vec{F}_{J_6} = -GM_p \nabla \left[\frac{1}{r} \left(-J_6 \left(\frac{R_p}{r} \right)^6 P_6(\sin \varphi) \right) \right] \quad (3.1.11)$$

Os polinômios de Legendre são dados por:

$$P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1) \quad (3.1.12)$$

$$P_4(x) = \frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3) \quad (3.1.13)$$

$$P_6(x) = \frac{1}{16}(231x^6 - 315x^4 + 105x^2 - 5) \quad (3.1.14)$$

As componentes (x,y,z) das força para o coeficiente J_2 , derivadas da equação (3.1.9) são:

$$F_{xJ_2} = -\frac{GM_p}{r^3} \left[1 + \frac{3}{2} J_2 \frac{R_p^2}{r^2} - \frac{15}{2} J_2 \frac{R_p^2}{r^4} z^2 \right] x \quad (3.1.15)$$

$$F_{yJ_2} = -\frac{GM_p}{r^3} \left[1 + \frac{3}{2} J_2 \frac{R_p^2}{r^2} - \frac{15}{2} J_2 \frac{R_p^2}{r^4} z^2 \right] y \quad (3.1.16)$$

$$F_{zJ_2} = -\frac{GM_p}{r^3} \left[1 + \frac{9}{2} J_2 \frac{R_p^2}{r^2} - \frac{15}{2} J_2 \frac{R_p^2}{r^4} z^2 \right] z \quad (3.1.17)$$

As componentes para o coeficiente J_4 , derivadas da equação (3.1.10) são:

$$F_{xJ_4} = -\frac{GM_p}{r^3} \left[-\frac{15}{8} J_4 \left(\frac{R_p}{r} \right)^4 + \frac{210}{8} J_4 \frac{R_p^4}{r^6} z^2 - \frac{315}{8} J_4 \frac{R_p^4}{r^8} z^4 \right] x \quad (3.1.18)$$

$$F_{yJ_4} = -\frac{GM_p}{r^3} \left[-\frac{15}{8} J_4 \left(\frac{R_p}{r} \right)^4 + \frac{210}{8} J_4 \frac{R_p^4}{r^6} z^2 - \frac{315}{8} J_4 \frac{R_p^4}{r^8} z^4 \right] y \quad (3.1.19)$$

$$F_{zJ_4} = -\frac{GM_p}{r^3} \left[-\frac{75}{8} J_4 \left(\frac{R_p}{r} \right)^4 + \frac{350}{8} J_4 \frac{R_p^4}{r^6} z^2 - \frac{315}{8} J_4 \frac{R_p^4}{r^8} z^4 \right] z \quad (3.1.20)$$

As componentes para o coeficiente J_6 , derivadas da equação (3.1.11) são:

$$F_{xJ_6} = -\frac{GM_p}{r^3} \left[-\frac{105}{16} J_6 \left(\frac{R_p}{r} \right)^6 + \left(\frac{1}{3} + 9 \left(\frac{z}{r} \right)^2 - 33 \left(\frac{z}{r} \right)^4 + \frac{143}{5} \left(\frac{z}{r} \right)^6 \right) \right] x \quad (3.1.21)$$

$$F_{yJ_6} = -\frac{GM_p}{r^3} \left[-\frac{105}{16} J_6 \left(\frac{R_p}{r} \right)^6 + \left(\frac{1}{3} + 9 \left(\frac{z}{r} \right)^2 - 33 \left(\frac{z}{r} \right)^4 + \frac{143}{5} \left(\frac{z}{r} \right)^6 \right) \right] y \quad (3.1.22)$$

$$F_{zJ_6} = -\frac{GM_p}{r^3} \left[-\frac{105}{16} J_6 \left(\frac{R_p}{r} \right)^6 + \left(\frac{7}{3} + 21 \left(\frac{z}{r} \right)^2 - \frac{231}{5} \left(\frac{z}{r} \right)^4 + \frac{143}{5} \left(\frac{z}{r} \right)^6 \right) \right] z \quad (3.1.23)$$

onde G é a constante gravitacional universal, M_p é a massa do planeta, r é a distância entre as duas massas, J_2, J_4, J_6 são os coeficientes adimensionais do achatamento planetário (Tabela 4.2.1) e (x, y, z) são as coordenadas da partícula com relação ao centro de massa.

A expressão da força que é exercida em uma partícula, orbitando um corpo achatado, levando em conta os coeficientes até a 6ª ordem, é descrita pela soma de cada componente das forças dos coeficientes esféricos, descritos nas equações (3.1.15) a (3.1.23). Essas foram as equações incluídas no REBOUND a partir do trabalho de Siqueira (2019) (ilustradas na seção 4.2).

Os semi-eixo maiores, excentricidades e inclinações das partículas não são afetadas segundo a influência do achatamento planetário. Já a longitude do pericentro e o nodo ascendente sofrem uma variação constante no tempo. Para os casos de baixas excentricidade e inclinação, o nodo e pericentro irão precessionar (HAMILTON, 1993).

3.2 FORÇA ELETROMAGNÉTICA

Nesta seção mostraremos a influência da força eletromagnética em uma partícula carregada sob a ação de um campo magnético. Iniciamos nossa seção descrevendo a força eletromagnética em função do campo magnético, para depois introduzir o potencial magnético descrito pelos coeficientes da expansão dos harmônicos esféricos. No fim, descreveremos a variação dos elementos orbitais ocasionados por essa força, utilizando as equações descritas em Hamilton (1993).

Um grão de poeira carregado orbitando um campo magnético de um planeta sofre a influência da força de Lorentz. Em um referencial girante, próximo ao planeta, o campo magnético \vec{B} gira com uma velocidade de rotação Ω_p e a força de Lorentz é dada por (BURNS; HAMILTON; SHOWALTER, 2001):

$$\vec{F}_{EM} = \frac{q}{c} (\vec{v}_{rel} \times \vec{B}) \quad (3.2.1)$$

sendo q a carga do grão, c a velocidade da luz e \vec{v}_{rel} a velocidade relativa ao campo magnético, dada pela expressão:

$$\vec{v}_{rel} = \vec{v} - (\vec{\Omega}_p \times \vec{r}) \quad (3.2.2)$$

onde \vec{v} é a velocidade da partícula em relação a um sistema de coordenadas inercial e \vec{r} a posição relativa do grão ao planeta.

Com essa suposição, a equação (3.2.1) se torna:

$$\vec{F}_{EM} = \frac{q}{c} [\vec{v} - (\vec{\Omega}_p \times \vec{r}^*)] \times \vec{B} \quad (3.2.3)$$

O campo magnético de Saturno pode ser descrito segundo o potencial (DOUGHERTY et al., 2018):

$$V_{mag} = R_p \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R_p}{r} \right)^{n+1} [g_n^m \cos(m\phi) + h_n^m \sin(m\phi)] P_n^m(\cos\theta) \quad (3.2.4)$$

onde g_n^m e h_n^m são os coeficientes harmônicos esféricos do campo magnético de Saturno.

Se estivermos tratando de um campo magnético em uma região livre de corrente, e sabendo que de acordo com a equação de Maxwell ($\nabla \cdot \vec{B} = 0$), podemos tomar:

$$\vec{B} = -\nabla V \quad (3.2.5)$$

Por fim, temos que as componentes do campo magnético interno de Saturno são dados pelas expressões (DOUGHERTY et al., 2018):

$$B_r = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n (n+1) \left(\frac{R_p}{r} \right)^{n+2} [g_n^m \cos(m\phi) + h_n^m \sin(m\phi)] P_n^m(\cos\theta) \quad (3.2.6)$$

$$B_\theta = - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R_p}{r} \right)^{n+2} [g_n^m \cos(m\phi) + h_n^m \sin(m\phi)] \frac{dP_n^m(\cos\theta)}{d\theta} \quad (3.2.7)$$

$$B_\phi = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R_p}{r} \right)^{n+2} \frac{m}{\sin\theta} [g_n^m \cos(m\phi) + h_n^m \sin(m\phi)] P_n^m(\cos\theta) \quad (3.2.8)$$

Podemos ver que na expressão (3.2.8), a componente azimutal do campo magnético só vai existir para o caso de um campo sem simetria axial ($m \neq 0$).

Podemos agrupar os termos adimensionais encontrados para derivar as expressões do campo magnético em um unico parâmetro constante, que é a razão entre a força eletromagnética e a força da gravidade. Para o caso de um dipolo alinhado em um grão estático ($\vec{v} = 0$) no plano equatorial ($\theta = 90^\circ$), o coeficiente independe da velocidade.

$$L = \frac{F_{EM}}{F_G} = \frac{qg_{1,0}R_p^3\Omega_p}{cGM_p m_g} \quad (3.2.9)$$

Veja que o coeficiente depende apenas das propriedades do grão (razão carga-massa) e das propriedades do meio (massa e raio do planeta, velocidade de rotação e força de dipolo).

O campo magnético pode ser descrito em termos de monopolo, dipolo, quadrupolo e octopolo magnéticos e dependendo da situação a ser estudada podem ser levados em conta todos ou apenas alguns deles. Em nosso trabalho, levamos em consideração apenas os termos de dipolo e quadrupolo.

3.2.1 Termos de dipolo e quadrupolo

Para ambos os termos, vamos analisar os casos onde a expansão do potencial magnético possui simetria axial, ou seja, $m = 0$. Além disso, vamos assumir que a velocidade angular do planeta é $\vec{\Omega} = \Omega \hat{z}$.

No caso do dipolo alinhado, temos o campo magnético sendo produzido pelo coeficiente $g_{1,0}$. Esse dipolo é alinhado com o eixo de rotação do corpo e as componentes do campo magnético, em coordenadas esféricas, são descritas pelas seguintes expressões (HAMILTON, 1993):

$$B_r = 2g_{1,0} \left(\frac{R_p}{r} \right)^3 \cos \theta \quad (3.2.10)$$

$$B_\theta = g_{1,0} \left(\frac{R_p}{r} \right)^3 \sin \theta \quad (3.2.11)$$

$$B_\phi = 0 \quad (3.2.12)$$

O dipolo alinhado não ocasiona variação no semi-eixo maior das partículas. Para o caso de $I = 0$ (órbitas planas), a excentricidade e a inclinação também não sofrerão nenhuma variação, e esse fato leva a uma variação constante no argumento do pericentro e na longitude do nodo (já que estes dependem da excentricidade e inclinação). Já para o caso de baixas inclinações e excentricidades, a força eletromagnética causa precessões - a uma taxa dependente do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação - no pericentro e no nodo.

No caso do quadrupolo alinhado, o campo magnético é produzido pelo coeficiente $g_{2,0}$. Analisando o caso de baixas inclinações, a influência do quadrupolo é muito pequena comparada a contribuição do dipolo. Porém, a componente radial do campo magnético é importante, porque o efeito do campo em orbitas com inclinações baixas, gera uma força normal, que afeta a inclinação, nodo e pericentro da partícula (HAMILTON, 1993).

$$B_r = \frac{3}{2} g_{2,0} \left(\frac{R_p}{r} \right)^4 (3 \cos^2 \theta - 1) \quad (3.2.13)$$

Transformando as equações do campo magnético (equações 3.2.10 - 3.2.12) para coordenadas cartesianas, e substituindo na equação (3.2.1), obtemos as componentes da força de Lorentz atuante na

partícula em coordenadas cartesianas para o dipolo.

$$F_x = \left(\frac{q}{c}\right) [(y_g - x_g \Omega_p) B_z - z_g B_y] \quad (3.2.14)$$

$$F_y = \left(\frac{q}{c}\right) [(x_g - y_g \Omega_p) B_z - z_g B_x] \quad (3.2.15)$$

$$F_z = \left(\frac{q}{c}\right) [(x_g - y_g \Omega_p) B_y - (y_g - x_g \Omega_p) B_x] \quad (3.2.16)$$

Repetimos o mesmo processo, utilizando a equação (3.2.13) e obtemos as componentes da força para o quadrupolo. Essas equações foram introduzidas no REBOUND, a partir do trabalho de Siqueira (2019).

3.3 RADIAÇÃO SOLAR

Em 1903, J. H. Poynting estudou os efeitos da absorção e posterior reemissão da radiação solar por pequenas partículas no sistema solar. Mais tarde, H. P. Robertson modificou seu trabalho, e obteve as equações de movimento dessas partículas utilizando um tratamento relativístico, levando em conta termos de primeira ordem na razão entre a velocidade da partícula e a velocidade da luz. Devido a isso, o arrasto de Poynting-Robertson leva o nome de ambos.

Analisemos um corpo orbitando uma fonte de radiação eletromagnética. No referencial do corpo, o fluxo de radiação é absorvido e reemitido de forma isotrópica, porém, esse fluxo incide no corpo com um desvio, ocasionando uma força contrária ao movimento. Já no referencial da fonte, a reemissão é feita preferencialmente na direção frontal, e devido a conservação de momento linear, o corpo é impulsionado de forma contrária ao movimento (Figura 3.3.1). Essa força é conhecida como o arrasto de Poynting-Robertson, que juntamente com a pressão de radiação, formam a força de radiação solar.

Essa força ocasiona uma diminuição lenta no semi-eixo maior da partícula, fazendo com que essa espirale em direção ao planeta, e caso não colida com algum satélite encontrado pelo caminho, colidirá com o próprio planeta.

Nesta seção, iremos estudar a influência da força de radiação solar nas partículas, demonstrando as equações das forças para o arrasto de Poynting-Robertson e a pressão de radiação. Por fim, faremos uma análise da variação dos elementos orbitais segundo essa força, utilizando as equações de Lagrange ilustradas em Hamilton (1993).

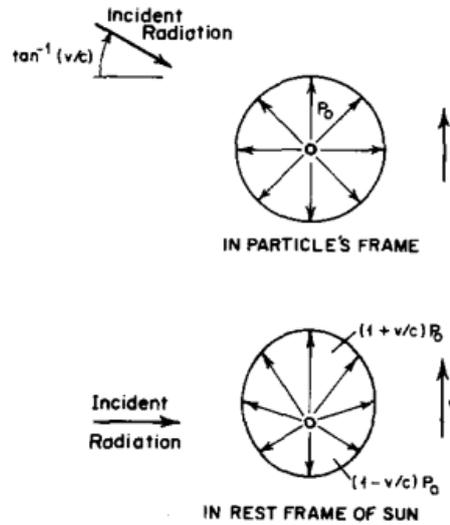
Para uma partícula com raio r , densidade ρ e a uma distância R do Sol (MIGNARD, 1984):

$$F_G = GM \frac{4}{3} \frac{\pi r^3 \rho}{R^2} \quad (3.3.1)$$

$$F_{RP} = \frac{\Phi \pi r^2}{c} Q_{pr} = \frac{L}{4\pi R^2} \frac{\pi r^2}{c} Q_{pr} \quad (3.3.2)$$

sendo F_G o módulo da força da gravidade e F_{RP} o módulo da força de pressão de radiação. M é a massa do Sol, L é a luminosidade do Sol e Φ é a densidade de fluxo de radiação. Q_{pr} é coeficiente de pressão de radiação solar, dado pela expressão $Q_{pr} = Q_{abs} + Q_{sca}(1 - \langle \cos \alpha \rangle)$. Nele estão introduzidos os coeficientes de absorção (Q_{abs}) e espalhamento (Q_{sca}) da partícula. Caso ocorra uma transmissão

Figura 3.3.1 – Diagrama da reemissão da radiação eletromagnética (a) No referencial da partícula; (b) No referencial da fonte.



Fonte: Burns, Lamy e Soter (1979)

perfeita, ou seja, sem partículas, o termo $Q_{pr} = 0$. Se houver uma absorção completa, como assumimos neste trabalho, $Q_{pr} = Q_{ab} = 1$.

Tomando a razão entre a força de pressão de radiação e a força da gravidade, temos o parâmetro β (BURNS; LAMY; SOTER, 1979):

$$\beta = \frac{F_{RP}}{F_G} = \left(\frac{3L}{16\pi GMc} \right) \left(\frac{Q_{pr}}{\rho_s} \right) = 5.7 \times 10^{-5} \frac{Q_{pr}}{\rho_g r_g} \quad (3.3.3)$$

Esse valor se restringe ao fato de que o Sol seja a fonte de radiação e depende apenas das propriedades da partícula.

A força resultante sobre a partícula é dada por:

$$\vec{F} = m\dot{\vec{V}} \cong \beta \left(\frac{GM_s}{R^2} \right) \left[\left(1 - \frac{\dot{r}}{c} \right) \hat{s} - \frac{\vec{V}}{c} \right] \quad (3.3.4)$$

onde a parte constante da força de radiação é referente a pressão de radiação:

$$F_{RP} = \beta \left(\frac{GM_s}{R^2} \right) \quad (3.3.5)$$

e a outra parte, dependente da velocidade, é referente ao arrasto de Poynting-Robertson:

$$\vec{F}_{PR} = \left[\left(1 - \frac{\dot{r}}{c} \right) \hat{s} - \frac{\vec{V}}{c} \right] \quad (3.3.6)$$

O arrasto de Poynting-Robertson ocasiona a perda de energia orbital quando estamos tratando de uma órbita planetocêntrica, sendo medida em relação ao sistema planetário e não com relação ao Sol. Em um movimento planetocêntrico, as pequenas variações na distância entre o Sol e o planeta são

negligenciadas (com isso o fluxo solar é constante e igual ao seu valor com relação ao planeta), a órbita do planeta é considerada circular e não são consideradas as sombras planetárias.

Na equação (3.3.4), está a representação vetorial da equação da força de radiação solar. Feitas as considerações para uma órbita planetocêntrica, adicionando na expressão o raio vetor do planeta e do grão, e considerando que V é a velocidade relativa ao sol podemos obter uma forma mais geral da força: (MIGNARD, 1984):

$$\vec{F} = \beta \left(\frac{GM_s}{r_{sp}^2} \right) Q_{pr} \left[1 - \frac{r_{sp}}{r_{sp}} \left(\frac{\vec{V}_p}{c} + \frac{\vec{V}}{c} \right) \frac{\vec{r}_{sp}}{r_{sp}} - \frac{\vec{V}_p + \vec{V}}{c} \right] \quad (3.3.7)$$

onde \vec{V}_p é a velocidade orbital do planeta, \vec{V} é o vetor velocidade da partícula e r_{sp} é o vetor Sol-planeta.

O semi-eixo maior das partículas não é afetado pela força de pressão de radiação. Isso se deve ao fato de que para afetar o semi-eixo maior é necessária a realização de trabalho, mas caso da radiação solar, o campo de força é constante, e não realiza trabalho desde que após completar uma órbita, a partícula retorne a sua posição inicial. Já a excentricidade varia periodicamente com o seno do ângulo entre a direção solar e a linha das absides. Isso faz com que ele seja periódico tanto com o movimento orbital do planeta quanto com o movimento do pericentro em relação ao referencial inercial (BURNS; LAMY; SOTER, 1979). Quanto maior forem as inclinações das partículas, maiores serão as variações da mesma. Acredita-se que a maior parte das fontes de partículas encontram-se em baixas inclinações, e por isso, as partículas vivem a maior parte da vida com inclinações baixas.

Em estudos de anéis planetários, foi analisado que partículas com até dezenas de micrômetros são altamente influenciadas pela pressão de radiação solar, ocasionando uma grande variação da excentricidade dos grãos, espalhando-os para dentro e para fora de maneira radial (VERBISCER; SKRUTSKIE; HAMILTON, 2009).

3.4 ARRASTO DE PLASMA

Nesta seção estudaremos a influência da força devido ao arrasto de plasma nas partículas. Iniciaremos com a familiarização dos tipos de arrasto trabalhados quando falamos em plasma e por fim, faremos uma abordagem mais detalhada dos regimes possíveis e quais as equações das forças são utilizadas em cada um dos casos.

Além das forças citadas acima, podemos ter outra força influenciando a órbita das partículas. As partículas carregadas estão imersas em um ambiente que contém plasma e a interação entre essas partículas e o ambiente de plasma origina uma força conhecida como arrasto de plasma. Essa interação se dá por meio de colisões entre a partícula de poeira e as partículas de plasma e essas colisões geram dois tipos de forças: o arrasto iônico e o arrasto de Coulomb. Cada uma dessas forças é adotada em um regime diferente, definidos abaixo:

Se forem consideradas apenas as colisões diretas entre o ambiente de plasma e o grão de poeira, estamos trabalhando com a força de arrasto devido a colisões iônicas (*ionic drag*) (MORFILL; GRUN;

JOHNSON, 1980):

$$F_d = -N_h \pi s^2 m_i u^2 \left[\frac{v}{u} \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{v}{u}\right)^2} + \left(\frac{v}{u} + \frac{1}{2}\right) \operatorname{erf}\left(\frac{v}{u}\right) \right] \quad (3.4.1)$$

onde N_h é a densidade do plasma, m_i é massa média dos íons de plasma, s é o raio do grão de poeira, m_g é a massa do grão, u é a velocidade do íon, v é a velocidade da partícula de poeira e erf é a função de erro.

Se forem consideradas as colisões coulombianas, onde a partícula de poeira sofre uma perda de momento, estamos trabalhando com a força de arrasto devido as colisões de Coulomb (*Coulomb drag*) (MORFILL; GRUN; JOHNSON, 1980):

$$F_c = 2\sqrt{\pi} n_i m_i \alpha^2 \frac{1}{u} \int_{-\infty}^{\infty} dw \frac{(w-v)}{|w-v|^3} e^{-\frac{w^2}{u^2}} \log \frac{1 + \left(\frac{\lambda_d}{\alpha}\right)^2 (w-v)^4}{1 + \left(\frac{s}{\alpha}\right)^2 (w-v)^4} \quad (3.4.2)$$

onde λ_d é o comprimento de Debye dado por:

$$\lambda_d = \left(\frac{kT_e}{4\pi n_i e^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.4.3)$$

onde T_e é a temperatura do íon e e é a carga do íon de plasma.

Dependendo da velocidade do grão em relação ao plasma, as equações 3.4.1 e 3.4.2 podem ser simplificadas para o caso de regime supersônico e subsônico.

- No regime supersônico apenas a contribuição das colisões diretas é importante e com isso, a equação 3.4.1 se reduz a:

$$F_d = -\pi n_i s^2 m_i v^2 \quad (3.4.4)$$

Nesse caso, $v > u$, ou seja $\frac{v}{u} \gg 1$.

- Já no regime subsônico, as colisões de Coulomb distantes são mais influentes, ocasionando a perda de momento, e com isso, as equações (3.4.1) e (3.4.2), ficam:

$$F_d = -2\sqrt{\pi} n_i s^2 m_i u v \quad (3.4.5)$$

$$F_c = -2\sqrt{\pi} n_i m_i v u s^2 \int_{-\infty}^0 dx \frac{1}{x} e^{-x^2} \log \frac{1 + \left(\frac{2\lambda_d}{s}\right)^2 x^4}{1 + 4x^4} \quad (3.4.6)$$

Nesse caso, $v < u$, ou seja $\frac{v}{u} \ll 1$.

Comparando as equações 3.4.5 e 3.4.6, temos que:

$$F_c = F_d I \quad (3.4.7)$$

Onde I é a integral de 3.4.6. Analisando o logaritmo dentro de I , temos que se $x = 0$, $I \rightarrow 0$, e se $x > 1$, o integrando cai rapidamente devido a exponencial. No caso para $x=1$ temos:

$$I_{x=1} = e^{-1} \log \frac{4}{5} \left(\frac{\lambda_d}{s} \right)^2 \quad (3.4.8)$$

sendo o valor da integral $I \approx I_{x=1}$

Conhecendo melhor as forças perturbadoras utilizadas neste trabalho, podemos agora analisar qual é a contribuição de cada força em determinada região, ou seja, vamos ver agora qual força é mais influente ao longo da distância do planeta.

3.5 PARÂMETROS DAS FORÇAS

A seguir, introduziremos brevemente os parâmetros referentes a cada uma dessas forças e através desses parâmetros seremos capazes de estabelecer uma relação entre as forças perturbadoras e a região estudada. Todos os parâmetros são adimensionais e dependem das propriedades físicas do planeta e da partículas de poeira.

Primeiramente iremos definir o parâmetro referente a força de achatamento planetário (W). Se levarmos em consideração somente o termo J_2 da expansão multipolar, desprezando os termos de ordem superior, obtemos o parâmetro W referente a força de achatamento planetário. (HAMILTON; KRIVOV, 1996). Lembrando que o termo J_2 é o termo de maior influencia sob as partículas, comparando aos termos de ordens superiores pares, para discutir o parâmetro referente a esta força eles podem ser negligenciados.

$$W = \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{R}{a} \right)^2 \frac{n}{n_{\odot}} \quad (3.5.1)$$

Já o parâmetro de Lorentz é definido por:

$$\tilde{L} = 2 \frac{n}{n_{\odot}} \frac{n}{\Omega_p} L \quad (3.5.2)$$

onde Ω_p é a velocidade de rotação angular do planeta e L é o parâmetro definido em Hamilton (1993), já descrito anteriormente em 3.2.9, dado por:

$$L = \frac{qg_{1,0} R_p^3 \Omega_p}{cGM_p m_g} \quad (3.5.3)$$

Como L independe da distância, é necessário inserir outro parâmetro, no caso \tilde{L} , que depende da distância.

Para grãos de poeira esféricos, com densidade uniforme e propriedades de espalhamento ideais, temos o parâmetro C , que descreve a força de radiação solar e é dado por (HAMILTON; KRIVOV, 1996):

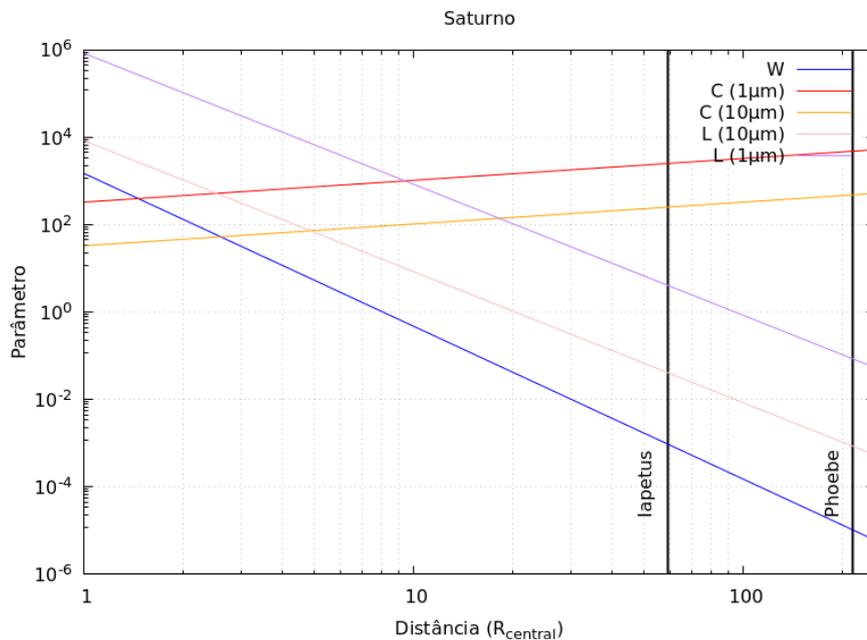
$$C = \frac{3 n_{\odot}}{4 n} \sigma \quad (3.5.4)$$

em que $|n|$ é o movimento médio da partícula, n_{\odot} é o movimento médio do planeta ao redor do Sol e σ é a razão entre a força de pressão de radiação e a força da gravidade. O parâmetro σ é:

$$\sigma = \frac{F_{RP}}{F_G} = \frac{3}{4} Q_{pr} \frac{\Phi a^2}{GM_c \rho_g r_g} \quad (3.5.5)$$

Tendo definido os parâmetros, podemos ilustrar em um gráfico os valores numéricos dos parâmetros em função da distância do planeta.

Figura 3.5.1 – Gráficos dos parâmetros de força adimensionais. O gráfico representa, em função da distância, os valores numéricos dos parâmetros de perturbação: W (achatamento planetário, J_2), C (radiação solar) e L (força de Lorentz). A linha horizontal representa os valores numéricos dos parâmetros referente a cada força. Já a linha vertical representa a localização dos satélites no qual as partículas foram ejetadas. Assumimos densidade $\rho_g = 1 \text{ g cm}^{-3}$ e carregada com $\Omega_g = 5V$.



Fonte: Próprio autor

No gráfico da Figura 3.5.1, a linha azul representa o parâmetro referente a força de achatamento planetário (W), descrito pela expressão 3.5.1. A linha vermelha e amarela representam o parâmetro referente a força de radiação solar (C), dado pela expressão 3.5.4, para as partículas com raios de 1

μm e $10 \mu\text{m}$, respectivamente. Já as linhas violeta e rosa representam o parâmetro referente a força de Lorentz (L), dado pela expressão 3.2.9, para as partículas com raios de $1 \mu\text{m}$ e $10 \mu\text{m}$, respectivamente.

Analisando o gráfico da Figura 3.5.1, vemos que para o caso de Saturno, as forças eletromagnética e de achatamento planetário caem rapidamente a medida que a distância aumenta. Em contrapartida, quanto mais distante uma partícula está do planeta, mais forte será a força de radiação solar sobre ela. Além disso, vemos que as partículas com raios menores, $1 \mu\text{m}$, sofrerão maior influência das forças do que as partículas com raios de $10 \mu\text{m}$. Em nosso caso, para partículas ejetadas de Iapetus e Phoebe, a força de radiação solar afetará mais as órbitas das partículas, comparada as forças eletromagnética e de achatamento.

Em nosso caso, todas as forças estão incluídas o tempo todo no programa. Como estamos trabalhando com uma região extensa e a partícula é transportada por toda essa região, ela sofre intensidades diferentes de cada força, ou seja, no momento que a partícula é ejetada de Iapetus sofre maior influência da força de radiação solar, entretanto quando a partícula é transportada para mais próximo de Saturno a dinâmica das forças pode ser diferente.

Agora que já conhecemos um pouco melhor as forças utilizadas neste trabalho, como elas afetam os elementos orbitais das partículas e qual é a influência de cada uma nas regiões, podemos partir para o desenvolvimento do nosso código e obtenção dos resultados.

4 MÉTODOS

Neste capítulo, serão apresentadas as condições iniciais utilizadas em nosso programa. Além disso, apresentaremos o pacote REBOUND utilizado para a realização das simulações numéricas do nosso projeto. Na seção 4.2 estão apresentadas as componentes em coordenadas cartesianas de todas as forças perturbadoras estudadas, juntamente com o algoritmo utilizado no programa para a adição das forças na simulação.

4.1 MODELO UTILIZADO

Em nosso trabalho utilizamos um sistema considerando Saturno como corpo central e sendo orbitado por 76 satélites. Retiramos os satélites Pan, Daphnis, Atlas, Prometheus e Pandora - situados no sistema principal de anéis - da simulação, por estarem muito próximos do planeta e não ocasionarem uma influência significativa nas partículas analisadas. Realizamos a ejeção de 500 partículas de dois corpos distintos: Iapetus e Phoebe (foi feito um estudo separado para a ejeção de cada satélite). A escolha dos satélites foi feita afim de estudar a ejeção de partículas de duas famílias distintas, no caso de Iapetus, um satélite prógrado mais próximo de Saturno e no caso de Phoebe, um satélite retrógrado e mais distante do planeta. As partículas foram ejetadas do equador dos satélites de maneira isotrópica por toda a região, com raio de $1 \mu\text{m}$ a uma distância de 1.01 do raio do satélite, evitando colisões iniciais e uma velocidade de $1.5 \times$ velocidade de escape, descrita pela expressão:

$$V_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \quad (4.1.1)$$

onde G é a constante gravitacional, M e R são a massa e o raio do satélite do qual serão ejetadas as partículas, respectivamente.

Também estudamos o caso da ejeção de partículas de Iapetus com raio de $10 \mu\text{m}$, com as mesmas condições iniciais, afim de analisar qual seria a diferença observada, em relação as partículas de $1 \mu\text{m}$, no comportamento das órbitas das partículas.

Com o intuito de realizar um estudo estatístico das colisões das partículas com os satélites e com o planeta, também analisamos os casos de partículas ejetadas de Iapetus com raios de $0.5 \mu\text{m}$ e $5 \mu\text{m}$.

Como estamos interessados na ejeção e evolução das partículas, levamos em consideração a influência das seguintes forças perturbadoras: achatamento planetário, eletromagnética, radiação solar e arrasto de plasma, já que cada uma delas atua diferentemente nas partículas, variando seus elementos orbitais. Também levamos em conta as colisões entre as partículas e os satélites.

Inserimos como condição de contorno as colisões diretas entre os corpos e consideramos as colisões inelásticas, ou seja, antes de colidirem cada partícula tem uma massa, raio e velocidade, e após a colisão, os corpos tornam-se um só com a média da massa, raio e velocidade de ambos os corpos.

Para a realização das simulações numéricas fizemos uso do integrador IAS15, do pacote REBOUND, que será explicado na seção 4.2. Os valores dos elementos orbitais de todos os satélites

utilizados na simulação foram retirados do sistema Horizons, referentes ao dia 16 de Julho de 2019 e estão apresentados na seção 2.1. Todas as unidades do programa estão no SI.

O código desenvolvido estuda o comportamento de partículas sendo ejetadas de um satélite sob a influência das forças perturbativas. Com esse código, é possível estudar corpos em outros regimes e até mesmo outros planetas, mudando as condições iniciais.

4.2 INTEGRADOR REBOUND

O REBOUND é um integrador de N corpos, que pode integrar o movimento das partículas sob a influência da gravidade. Esse integrador permite que forças adicionais não gravitacionais sejam incluídas a partir de funções externas.

Existem vários integradores implementados nesse software, entre eles o IAS15, WHFAST, MERCURIUS, EULER, SEI e JANUS, e para cada situação é necessária uma análise de qual o melhor a ser utilizado na simulação. Em nossos estudos utilizamos o IAS15, um integrador de 15^a ordem, baseado em uma quadratura de Gauss–Radau. É um integrador não simplético, de alta precisão, com passos de tempo adaptativos. Nele é possível trabalhar com encontros próximos, altas excentricidades, forças conservativas e não conservativas, mantendo os erros sistemáticos abaixo da precisão da máquina (REIN; SPIEGEL, 2015).

Primeiramente, é necessário inserir as forças em uma estrutura da simulação. Se a força incluída for dependente da velocidade é necessário informar na rotina se a força depende ou não da velocidade. Em nosso caso, as forças dependentes da velocidade são a força eletromagnética, a força de radiação solar e a força do arrasto de plasma.

A seguir, vamos mostrar como as forças foram implementadas no programa. Para o caso das forças de achatamento planetário, eletromagnética e radiação solar nós utilizamos o código já testado e validado em (SIQUEIRA, 2019). Além dessas três forças nós também trabalhamos com o arrasto de plasma. Como parte do nosso trabalho, nós desenvolvemos e validamos um algoritmo com todas as equações e parâmetros necessários para implementar o arrasto de plasma em nosso programa.

4.2.1 Inclusão das forças perturbativas

- Achatamento planetário

A força de achatamento planetário foi inserida segundo o script desenvolvido e validado em (SIQUEIRA, 2019). Nele estão descritas todas as equações e parâmetros necessários para incluí-la na simulação.

A biblioteca disponibiliza a função que aplica a força de achatamento no programa com expansão do potencial até a 6^a ordem. Além disso, dentro da biblioteca possuem funções que calculam a variação do nodo e no pericentro do corpo que orbita o planeta oblato. A função responsável por inserir a força do achatamento planetário no programa exige a entrada do planeta oblato que está sendo orbitado pelos outros corpos. Além disso, é necessário inserir no programa os coeficientes J_2 , J_4 e J_6 (Tabela 4.2.1).

Nessa função encontramos as equações das componentes da força referente ao achatamento planetário em coordenadas cartesianas, descrita pela soma das componentes das equações 3.1.15 a 3.1.23) (SIQUEIRA, 2019):

No algoritmo da força de achatamento, o cálculo dos coeficientes é feito de forma separada, evitando cálculos desnecessários, ou seja, caso queira calcular somente a influência de J_2 , basta colocar $J_4 = J_6 = 0$, e o mesmo para os outros fatores. Em nosso caso, utilizamos a expansão do potencial até a 6^a ordem.

Tabela 4.2.1 – Valores dos coeficientes harmônicos esféricos de Saturno

Coeficiente	Valor
J_2	16298×10^{-6}
J_4	-915×10^{-6}
J_6	103×10^{-6}

Fonte: Campbell e Anderson (1989)

- Força eletromagnética

A força de eletromagnética também foi inserida segundo o script desenvolvido e validado em (SIQUEIRA, 2019). Nele estão descritas todas as equações e parâmetros necessários para incluí-la em nossa simulação.

A biblioteca utilizada para inserir a força eletromagnética na simulação disponibiliza uma função para aplicar a força no programa, com efeitos de primeira ordem da força de Lorentz e carga constante. A função responsável por inserir a força eletromagnética exige a entrada do planeta ao qual se refere o campo magnético. Além disso, é necessária a declaração dos seguintes parâmetros no programa: momentos de dipolo e quadrupolo magnéticos $g_{1,0}$ e $g_{2,0}$ (Tabela 4.2.2), carga da partícula, velocidade da luz, velocidade de rotação do planeta, obliquidade do planeta e densidade do planeta.

Nessa função encontramos as equações das componentes da força eletromagnética em coordenadas cartesianas (3.2.14 a 3.2.16).

Tabela 4.2.2 – Coeficiente Harmônico esférico do campo magnético de Saturno.

Coeficiente	Valor
$g_{1,0}$	+0.2154
$g_{2,0}$	+0.0164

Fonte: Schaffer e Burns (1992)

- Força de radiação solar

Assim como a força de achatamento e eletromagnética, o script utilizado para implementar a força de radiação solar no programa foi retirado do trabalho de (SIQUEIRA, 2019). Nele

constam todas as equações e parâmetros necessários para incluir a influência da força de radiação solar na simulação.

A biblioteca disponibiliza duas funções para a força de radiação solar, incluindo ou não o Sol como um corpo a ser integrado pelo REBOUND. Por questões de tempo de processamento não incluímos o Sol nesse caso. A função responsável por inserir a força de radiação solar está dividida em duas componentes, a do arrasto de Poynting-Robertson e a da pressão de radiação solar, portanto dependendo do interesse podem ser inseridas ambas as componentes ou apenas uma delas. Essa função exige a entrada da massa e distância do planeta até a fonte de radiação (no nosso caso o Sol), se a pressão de radiação e o arrasto de Poynting-Robertson estão sendo aplicados como variáveis booleanas (0 não inclui a componente e 1 inclui a componente na equação). Além disso, é necessário inserir no programa os seguintes parâmetros: luminosidade da fonte, densidade da partícula e o parâmetro de espalhamento Q_{pr} .

Nessa função encontramos as equações das componentes da força de radiação solar em coordenadas cartesianas (SFAIR R. & GIULIATTI WINTER, 2009):

$$F_x = \frac{\beta GM_s}{r_{sp}^2} Q_{pr} \left[\cos(n_s t) - \left(\frac{x_s}{r_{sp}} \right)^2 \left(\frac{v_{xs}}{c} + \frac{v_x}{c} \right) - \left(\frac{v_{xs}}{c} + \frac{v_x}{c} \right) \right] \quad (4.2.1)$$

$$F_y = \frac{\beta GM_s}{r_{sp}^2} Q_{pr} \left[\cos(\gamma) \sin(n_s t) - \left(\frac{y_s}{r_{sp}} \right)^2 \left(\frac{v_{ys}}{c} + \frac{v_y}{c} \right) - \left(\frac{v_{ys}}{c} + \frac{v_y}{c} \right) \right] \quad (4.2.2)$$

$$F_z = \frac{\beta GM_s}{r_{sp}^2} Q_{pr} \left[\sin(\gamma) \sin(n_s t) - \left(\frac{z_s}{r_{sp}} \right)^2 \left(\frac{v_{zs}}{c} + \frac{v_z}{c} \right) - \left(\frac{v_{zs}}{c} + \frac{v_z}{c} \right) \right] \quad (4.2.3)$$

onde β é a razão entre a força de radiação solar e a força gravitacional, γ é a obliquidade do planeta, (x_s, y_s, z_s) são as componentes do vetor Sol-planeta (\vec{r}_{sp} e $r_{sp} = |\vec{r}_{sp}|$), (v_x, v_y, v_z) são as componentes da velocidade da partícula e (v_{xs}, v_{ys}, v_{zs}) são as componentes da velocidade do planeta em torno do Sol, em uma órbita circular.

Dentro da função principal temos outra função que realiza o cálculo do parâmetro β .

- Força de arrasto de plasma

Já para o arrasto de plasma, foi necessário o desenvolvimento e validação de um algoritmo com todas as equações e parâmetros descritos pela força.

Inicialmente fizemos um estudo bibliográfico do plasma, para entender suas implicações e influências sob a órbita das partículas. Por fim, nós desenvolvemos um algoritmo capaz de analisar o comportamento de uma partícula sob a influência da força de plasma. A validação do código foi feita a partir do exemplo ilustrado em (MORFILL; GRUN; JOHNSON, 1980).

A biblioteca desenvolvida para essa força disponibiliza uma função que aplica o arrasto na plasma na simulação considerando a carga do grão constante. Nessa função temos descrito somente as equações referentes ao caso supersônico, que foi o regime utilizado neste trabalho.

A função responsável por inserir o arrasto de plasma na simulação exige a entrada do planeta, o regime a ser estudado (subsônico ou supersônico), como variáveis booleanas. Além disso, é necessário inserir os seguintes parâmetros na simulação: a constante de Boltzman K_b , a massa média dos íons de plasma, o raio do grão e a densidade do planeta.

Nessa função encontramos as equações das componentes do arrasto de plasma em coordenadas cartesianas:

$$F_x = -\frac{\pi N_h m_i s^2}{m_g} v v_x \quad (4.2.4)$$

$$F_y = \frac{\pi N_h m_i s^2}{m_g} v v_y \quad (4.2.5)$$

$$F_z = \frac{\pi N_h m_i s^2}{m_g} v v_z \quad (4.2.6)$$

onde N_h é a densidade numérica de íons pesados (O+, OH+, H2O+, H3O+ e N+) (RICHARDSON, 1995), m_g é a massa do grão, u é a velocidade termal do íon, v é a velocidade da partícula de poeira.

Todas as forças citadas atuam nas partículas de tal forma que estas podem ser transportadas para dentro ou para fora de suas órbitas. No decorrer da evolução orbital, as partículas possivelmente encontram satélites e podem eventualmente colidir. Em nosso caso levamos em consideração as colisões diretas entre as partículas, como já descrito na seção 4.1.

Ao realizar a inclusão das forças, detectamos que ao inserir o arrasto de plasma na simulação as partículas começaram a ser ejetadas rapidamente do sistema. Para solucionar este problema foi necessário a inserção de condições de contorno.

A partir dessa condição de contorno, toda vez que uma partícula ultrapassar o limite da caixa de simulação, definido inicialmente, ela será removida do sistema.

5 RESULTADOS

Nesta seção vamos apresentar os resultados obtidos com esse projeto, através do programa desenvolvido utilizando as condições iniciais descritas na seção 4.1 e as equações das forças perturbadoras apresentadas na seção 4.2. Os elementos orbitais e parâmetros referentes aos corpos utilizados no programa estão apresentados nas tabelas da seção 2.1. No fim da sessão será feito um estudo estatístico do transporte de poeira entre os satélites de Saturno de partículas ejetadas de Iapetus.

5.1 EJEÇÃO E TRANSPORTE DE PARTÍCULAS

Como já foi dito na seção 4.1, as partículas foram ejetadas do equador dos satélites, a uma distância de 1,01 do raio do satélite (para evitar colisões no lançamento) e com uma velocidade de 1.5 da velocidade de escape (Equação (4.1.1)).

Como saída do programa temos os elementos orbitais de todos os corpos no decorrer do tempo. Sobre as colisões, nós salvamos quais foram os objetos que colidiram, o momento em que a colisão aconteceu, as massas e os raios dos corpos no momento da colisão.

Nosso objetivo foi estudar os satélites em duas regiões diversas e com tamanhos diferentes, para analisarmos qual seria o comportamento das partículas com essas diferenças nas condições iniciais.

Dividimos nossas simulações em 2 grupos. Cada grupo se refere ao satélite fonte, do qual foram ejetadas as partículas (Iapetus e Phoebe). No caso de Iapetus, as simulações foram realizadas para partículas com raios de $1 \mu\text{m}$ e $10 \mu\text{m}$, já para Phoebe, foram feitas somente simulações para raios de $1 \mu\text{m}$.

5.1.1 Iapetus

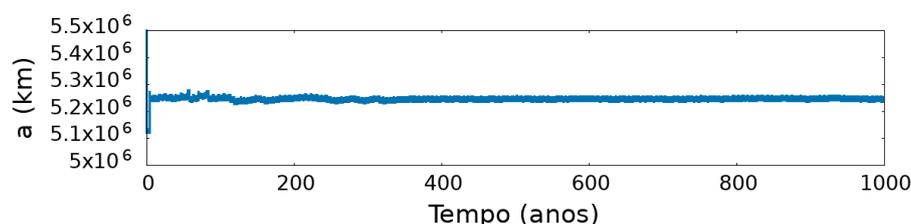
Iapetus faz parte do grupo dos satélites maiores. Possui um raio de 734.5 km, está localizado a 3.5×10^9 km do centro do planeta, aproximadamente 59 raios de Saturno e sua órbita possui uma inclinação de 15.77° (Tabela 2.1.1).

Iniciamos a aplicação do nosso código analisando como a partícula se comportava na região orbital do satélite. Para isso, inserimos uma partícula sendo ejetada de Iapetus, com as condições de contorno citadas na seção anterior, e com a presença de todos os satélites, exceto Pan, Daphnis, Atlas, Prometheu e Pandora.

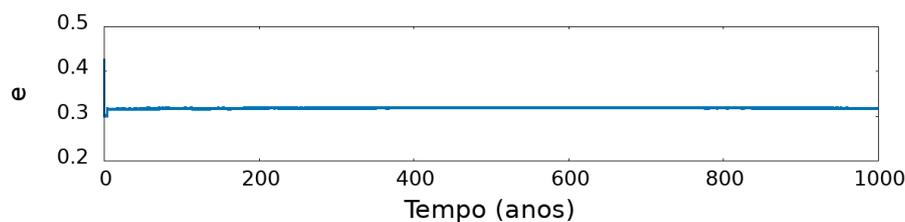
Como podemos ver pela variação dos elementos orbitais sem a inclusão das forças, a partícula permanece na região próxima ao satélite (Figura 5.1.1). O semi-eixo maior e a excentricidade se mostram bem comportadas, sem nenhuma variação significativa, já que os satélites não irão influenciar na órbita das partículas. Nesse caso não foi detectada nenhuma colisão no decorrer dos 1000 anos.

Depois de analisar o comportamento da partícula sem a ação das forças perturbadoras e ver que a nossa região estava se comportando de acordo com o esperado, começamos a inserir as perturbações uma a uma, para estudar a influência dessas forças separadamente na órbita da partícula.

Figura 5.1.1 – Variação dos elementos orbitais de uma partícula de $1\mu\text{m}$, ejetada de Iapetus, em um sistema envolvendo Saturno, 76 satélites e sem a influência das forças perturbadoras, integrado por 1000 anos.



(a) Semi-eixo maior



(b) Excentricidade

Fonte: Produção do próprio autor.

Nas Figuras 3(a) e 3(b) vemos que o semi-eixo maior e a excentricidade não possuem uma variação significativa sob a influência do achatamento planetário, como já era de se esperar das equações de Lagrange descritas em Hamilton (1993). Já nas Figuras 3(d) e 3(e), vemos que a força de achatamento ocasiona a precessão do pericentro e da longitude do nodo. Como a variação desses dois elementos dependem do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação, temos uma comportamento constante.

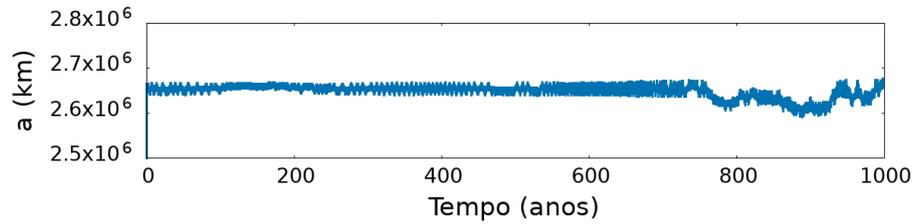
Analisando o comportamento da partícula influenciada pela força eletromagnética (Figura 5.1.3), podemos ver que o semi-eixo maior e a excentricidade da partícula não possuem uma variação significativa. Já a inclinação sofre uma pequena variação devido a essa força, já esperada pela teoria (HAMILTON, 1993). O argumento do pericentro e a longitude do nodo sofrem uma precessão.

Vemos na Figura 5.1.4 que o semi-eixo maior não sofre nenhuma variação significativa. Já a excentricidade e inclinação da partícula sofrem uma variação ao longo da simulação.

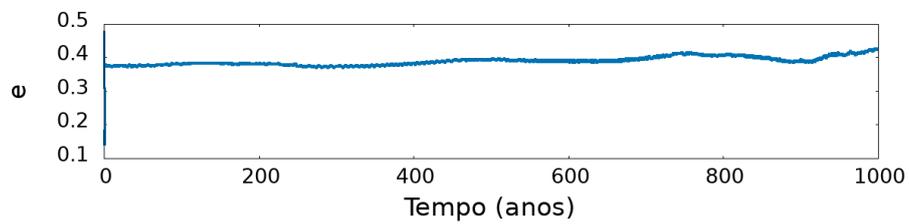
Analisando a Figura 5.1.5, vemos que a partícula sofre bastante influência da força do arrasto de plasma. O semi-eixo maior diminui consideravelmente em pouco tempo, levando a partícula a colidir com o planeta, em aproximadamente 50 anos. Já a excentricidade aumenta com o passar do tempo, podendo levar a a um cruzamento entre a órbita da partícula e a órbita de algum satélite podendo também ocasionar uma possível colisão.

Em quase todos os casos não houve a detecção de colisões, exceto no caso sob a influência do arrasto de plasma, onde a partícula colidiu com Saturno, em aproximadamente 50 anos após a ejeção. Como já foi dito, e pode ser visto na Figura 6(a), essa força ocasionou a diminuição do semi-eixo maior da partícula, fazendo com que ela fosse em direção ao planeta e colidisse.

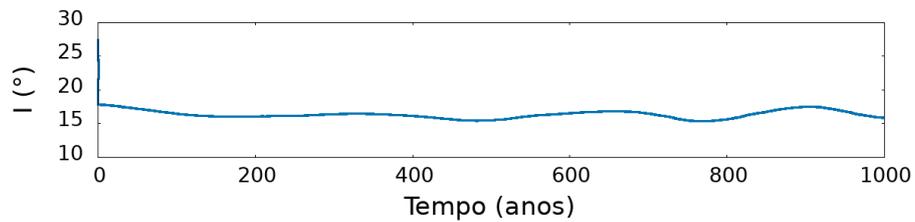
Figura 5.1.2 – Variação dos elementos orbitais de uma partícula de $1\mu\text{m}$, ejetada de Iapetus, em um sistema envolvendo Saturno, 76 satélites e sob a influência da força do achatamento planetário, integrado por 1000 anos.



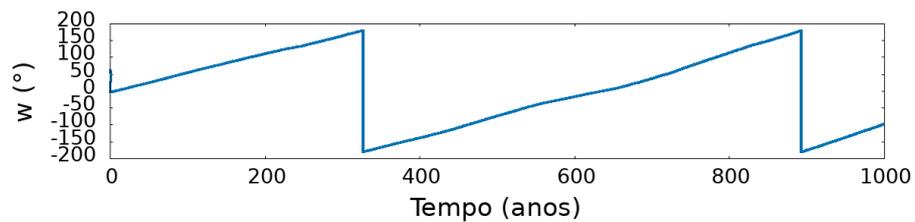
(a) Semi-eixo maior



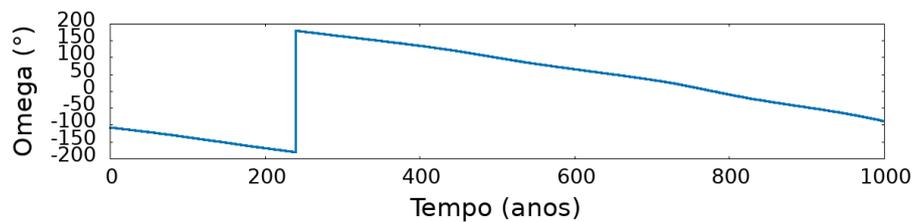
(b) Excentricidade



(c) Inclinação



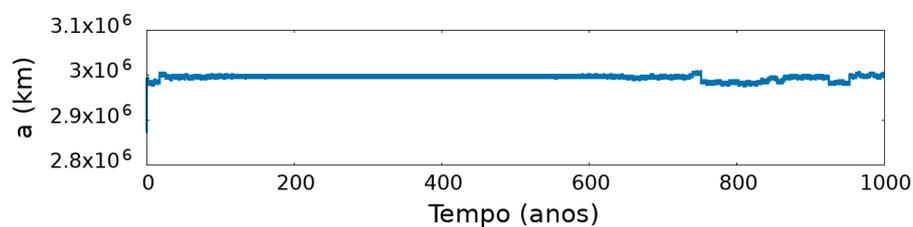
(d) Argumento do pericentro



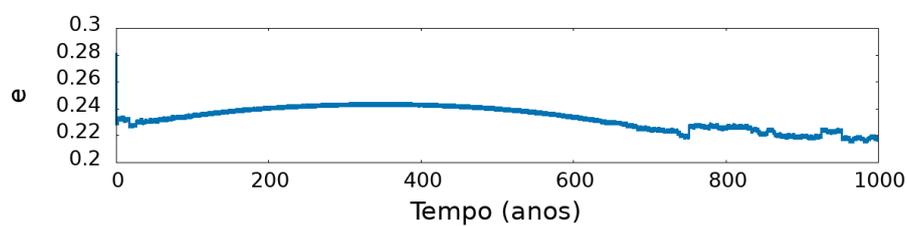
(e) Longitude do nodo ascendente

Fonte: Produção do próprio autor.

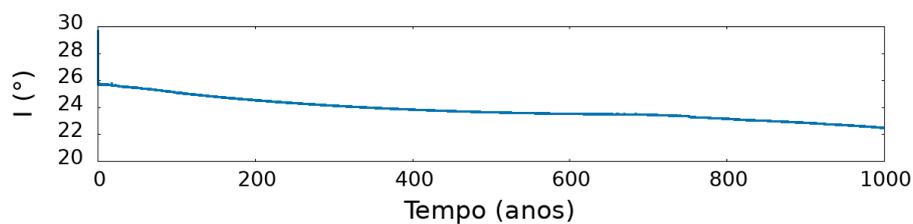
Figura 5.1.3 – Variação dos elementos orbitais de uma partícula de $1\mu\text{m}$, ejetada de Iapetus, em um sistema envolvendo Saturno, 76 satélites e sob a influência da força eletromagnética, integrado por 1000 anos.



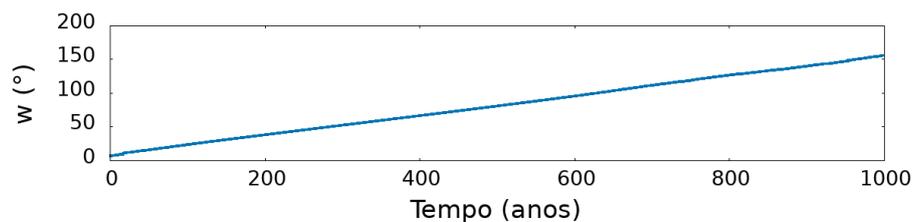
(a) Semi-eixo maior



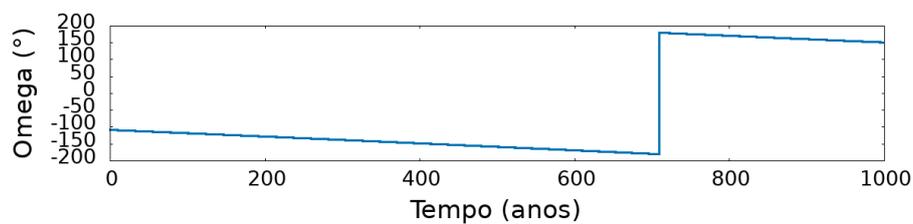
(b) Excentricidade



(c) Inclinação



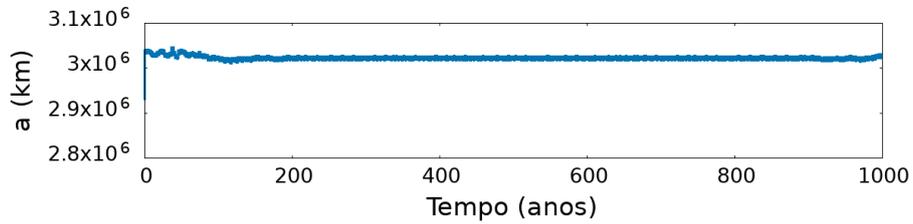
(d) Argumento do pericentro



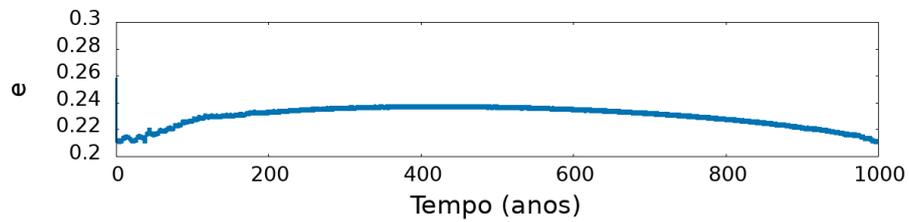
(e) Longitude do nodo ascendente

Fonte: Produção do próprio autor.

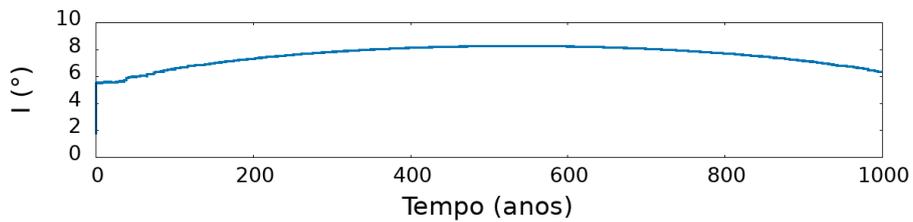
Figura 5.1.4 – Variação dos elementos orbitais de uma partícula de $1\mu\text{m}$, ejetada de Iapetus, em um sistema envolvendo Saturno, 76 satélites e sob a influência da força de radiação solar, integrado por 1000 anos.



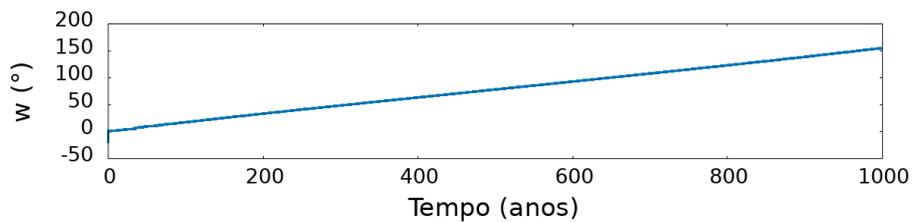
(a) Semi-eixo maior



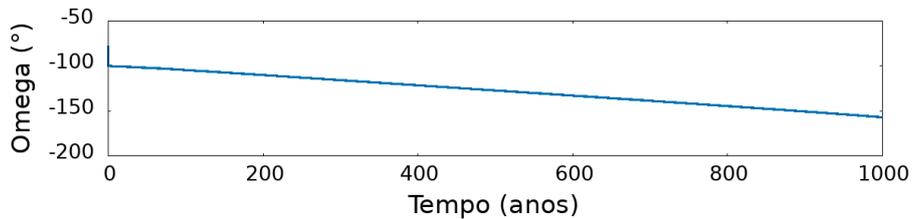
(b) Excentricidade



(c) Inclinação



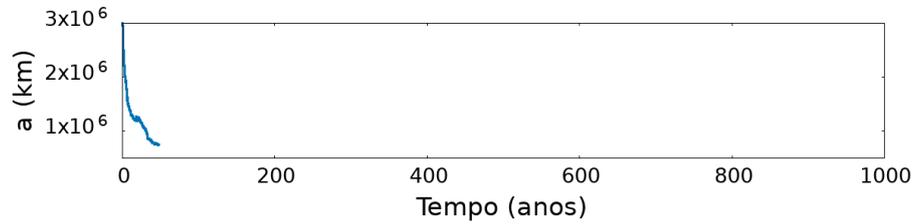
(d) Argumento do pericentro



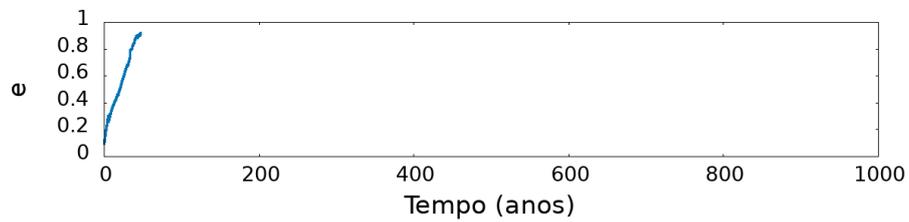
(e) Longitude do nodo ascendente

Fonte: Produção do próprio autor.

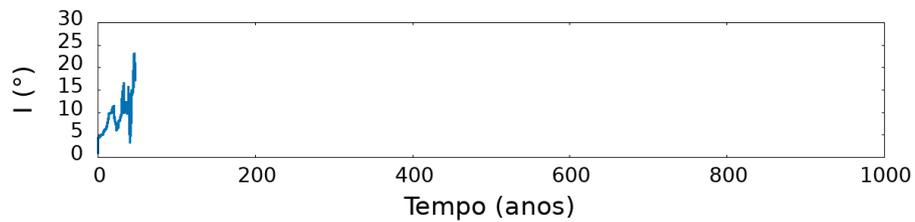
Figura 5.1.5 – Variação dos elementos orbitais de uma partícula de $1\mu\text{m}$, ejetada de Iapetus, em um sistema envolvendo Saturno, 76 satélites e sob a influência da força do arrasto de plasma, integrado por ≈ 50 anos.



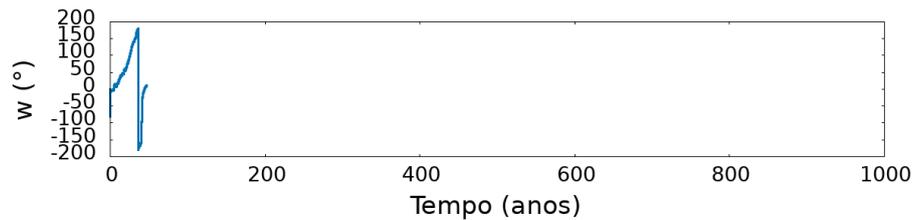
(a) Semi-eixo maior



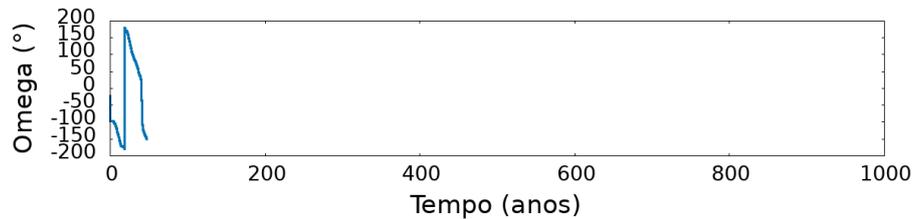
(b) Excentricidade



(c) Inclinação



(d) Argumento do pericentro



(e) Longitude do nodo ascendente

Fonte: Produção do próprio autor.

Na tabela a seguir, apresentamos um resumo dos dados referentes as partículas ejetadas de Iapetus, obtidos através das simulações feitas separadamente para cada força.

Tabela 5.1.1 – Variação dos elementos orbitais das partículas ejetadas de Iapetus referentes a cada força perturbadora, ilustrados nos gráficos da Figura 5.1.2 a Figura 5.1.5.

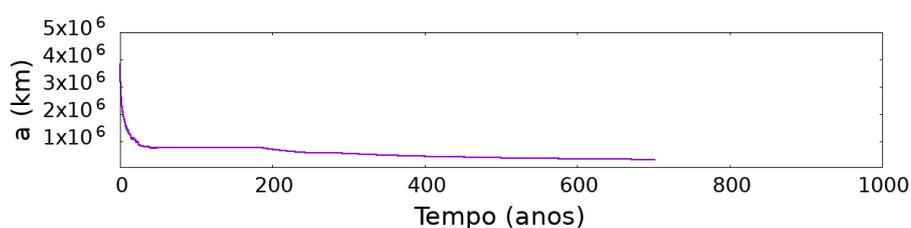
Força perturbadora	Tempo de vida da partícula (anos)	Colisão	Variação dos elementos orbitais				
			a	e	I	w	Ω
Achatamento planetário	1000	Sem colisão	Não	Não	Não	Sim	Sim
Força eletromagnética	1000	Sem colisão	Não	Não	Não	Sim	Sim
Radiação solar	1000	Sem colisão	Não	Sim	Sim	Sim	Sim
Arrasto de plasma	50	Saturno	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim

Fonte: Próprio autor

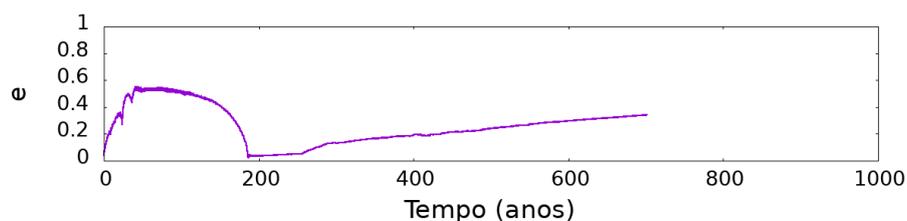
5.1.2 Combinação das forças

Após analisar cada caso separadamente, e comprovar que as forças estavam sendo inseridas da forma correta, fizemos a análise com a combinação de todas as forças. Como versão final, e com o intuito de analisar o transporte das partículas de poeira na região estudada, nós inserimos todas as forças (já verificadas anteriormente) e 500 partículas com raios de $1\mu\text{m}$ e $10\mu\text{m}$ sendo ejetadas de Iapetus.

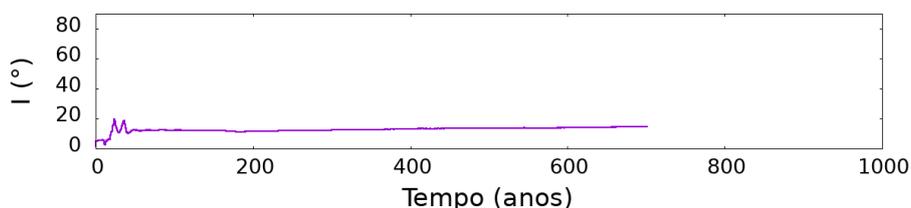
Figura 5.1.6 – Variação dos elementos orbitais das partículas ejetadas de Iapetus, com raios de $1\mu\text{m}$, segundo a força de achatamento planetário, eletromagnética, radiação solar e arrasto de plasma.



(a) Semi-eixo maior



(b) Excentricidade



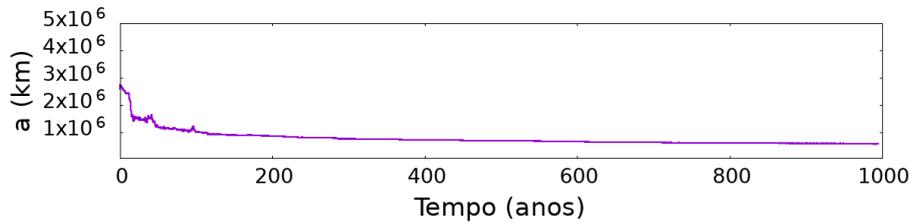
(c) Inclinação

Fonte: Produção do próprio autor.

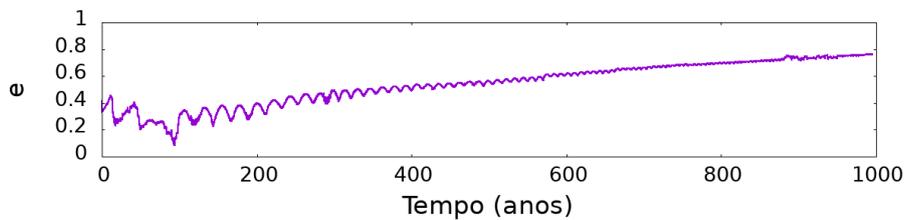
No gráfico da Figura 5.1.6, analisamos a variação dos elementos orbitais (a , e e I) de uma partícula ejetada de Iapetus com raio de $1\mu\text{m}$. Vemos que há uma diminuição no semi-eixo maior da partícula, ou seja, ela foi transportada para mais próximo do planeta, nesse caso até a órbita de Thetys, colidindo então com o satélite em torno de 700 anos após a ejeção. Para as partículas com raio de $1\mu\text{m}$ foram detectadas aproximadamente 94 % das colisões com Saturno e as demais colisões aconteceram com os satélites Enceladus, Thetys, Dione, Rhea, Titan, Janus e Telesto.

Analisamos também os elementos orbitais de partículas ejetadas de Iapetus com raio de $10\mu\text{m}$ e como podemos ver na Figura 5.1.7, o semi-eixo maior também sofre uma diminuição significativa, ou seja, nesse caso a partícula também é transportada para mais próximo do planeta, só que nesse caso até a órbita de Rhea, colidindo com o satélite em aproximadamente 995 anos. Já para as partículas com

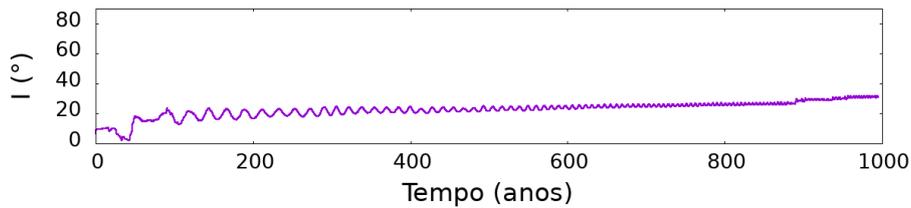
Figura 5.1.7 – Variação dos elementos orbitais das partículas ejetadas de Iapetus, com raios de $10\mu\text{m}$, segundo a força de achatamento planetário, eletromagnética, radiação solar e arrasto de plasma.



(a) Semi-eixo maior



(b) Excentricidade



(c) Inclinação

Fonte: Produção do próprio autor.

raio de $10\mu\text{m}$, aproximadamente 91% das colisões ocorreram com o planeta, o resto das colisões foram com Enceladus, Thetys, Dione, Rhea e Titan.

Tabela 5.1.2 – Comparação dos dados obtidos nas simulações para o caso de partículas ejetadas de Iapetus com raios $1\mu\text{m}$ e $10\mu\text{m}$.

Tamanho da partícula	Satélite fonte	Tempo de vida	Número de colisões
$1\mu\text{m}$	Iapetus	700	247
$10\mu\text{m}$	Iapetus	995	270

Fonte: Próprio autor

Comparando os casos de partículas com raios diferentes ejetadas de Iapetus ($1\mu\text{m}$ e $10\mu\text{m}$), vemos que as partículas com raios menores possuem um tempo de vida menor. Isso se deve ao fato de as partículas menores sofrerem uma maior influência das forças perturbadoras, principalmente a força de radiação solar, ocasionando uma colisão mais rápida com os satélites e com o planeta.

5.1.3 Phoebe

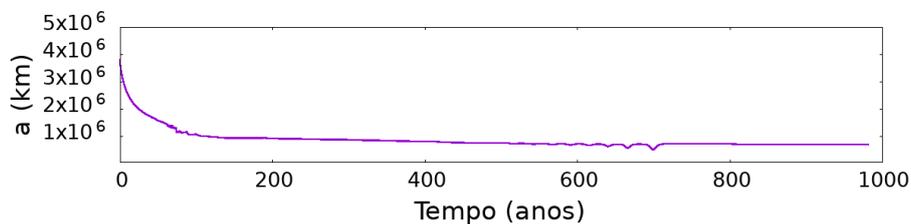
Realizamos o mesmo procedimento feito para Iapetus, com o satélite Phoebe. Procuramos selecionar satélites com características diferentes para a ejeção, para identificar qual seria a mudança no comportamento da partícula caso a condição inicial de ejeção fosse diferente. Nesse caso, Phoebe está mais externo a Saturno, seu raio é menor, comparado a Iapetus e ele possui uma órbita retrógrada.

Phoebe faz parte do grupo Nórdico e possui um raio de 106.6 km. Está localizado a 1.2902×10^7 km, aproximadamente 214 raios de Saturno, e sua órbita possui uma inclinação de 152.23° (Tabela 2.1.2).

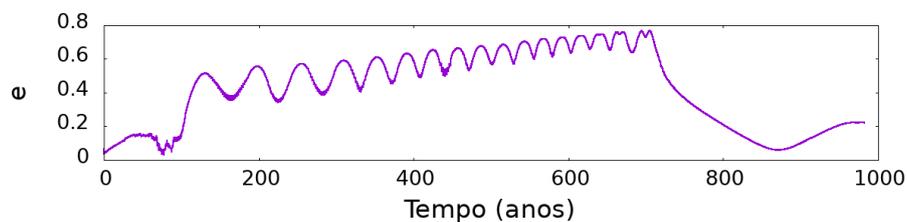
Inserimos uma partícula sendo ejetada de Phoebe, com as condições de contorno citadas no capítulo 4, e com a presença de todos os satélites, exceto Pan, Daphnis, Atlas, Prometheus e Pandora.

Estudamos o comportamento de partículas com raio de $1 \mu\text{m}$ ejetadas de Phoebe e na Figura 5.1.8 podemos ver a variação do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação da última partícula sobrevivente em um tempo de 983 anos. Nesse caso vemos que houve uma diminuição do semi-eixo maior, transportando a partícula até a órbita de Rhea e ocasionando a colisão da partícula com o satélite. No caso das partículas com raios de $1 \mu\text{m}$, a maior parte das colisões ocorreu com o planeta (90%), e as demais colisões ocorreram com os satélites Thetys, Dione, Rhea e Titan.

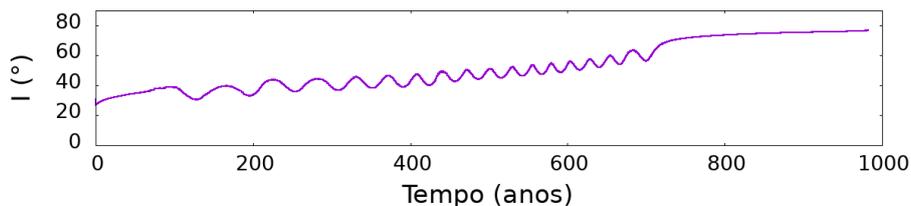
Figura 5.1.8 – Variação dos elementos orbitais das partículas ejetadas de Phoebe, com raios de $1 \mu\text{m}$, segundo a força de achatamento planetário, eletromagnética, radiação solar e arrasto de plasma.



(a) Semi-eixo maior



(b) Excentricidade



(c) Inclinação

Fonte: Produção do próprio autor.

Tabela 5.1.3 – Comparação dos dados obtidos nas simulações para o caso de partículas ejetadas de Phoebe com raios $1 \mu\text{m}$.

Tamanho da partícula	Satélite fonte	Tempo de vida	Número de colisões
$1 \mu\text{m}$	Iapetus	700	247
$1 \mu\text{m}$	Phoebe	983	290

Fonte: Próprio autor

Nos gráficos ilustrados em Figura 5.1.6 e Figura 5.1.8 temos o comportamento das partículas de $1 \mu\text{m}$ ejetadas de Iapetus e Phoebe, respectivamente. Comparando ambos os comportamentos, vemos que as partículas ejetadas de Phoebe sobreviveram por mais tempo, e isso vem do fato de Phoebe estar mais distante dos satélites maiores e de Saturno do que Iapetus. Além disso, a amplitude de oscilação da partícula ejetada por Phoebe é maior do que a ejetada por Iapetus.

5.1.4 Análise estatística

Através de diversas simulações realizamos um levantamento numérico das colisões das partículas com o planeta e com os satélites. Além do estudo das partículas com raios de 1 e $10 \mu\text{m}$, também analisamos o comportamento das órbitas das partículas ejetadas de Iapetus com raios de 0.5 e $5 \mu\text{m}$, ilustradas nas Figura A.0.1 e Figura A.0.2.

Os gráficos das Figura A.0.1 e Figura A.0.2 apresentam o comportamento das últimas partículas que colidiram no sistema em um tempo de 1000 anos. No caso da ejeção de partículas com raio de $0.5 \mu\text{m}$, a última partícula colidiu em aproximadamente 194 anos com o satélite Tethys. Já no caso da ejeção de partículas com raio de $5 \mu\text{m}$, a última partícula colidiu em aproximadamente 958 anos com Saturno.

O destino das partículas ejetadas de Iapetus estão ilustradas na Tabela 5.1.4. No caso das partículas menores, incluindo os raios de $0.5 \mu\text{m}$ e $1 \mu\text{m}$, a fração de partículas que colidiu com Saturno foi maior (98% e 94% do total das colisões, respectivamente), já que partículas com esses tamanhos sofrem maior influência da pressão de radiação solar. A pressão de radiação solar causa uma grande variação da excentricidade até que a partícula colida com Saturno. Para as partículas maiores, incluindo raios de $5 \mu\text{m}$ e $10 \mu\text{m}$, foram detectadas menos colisões com Saturno (92% e 88% do total das colisões, respectivamente). Já o número de colisões com os satélites foi maior no caso das partículas com raios maiores. Nesses dois grupos de simulações, nós também vimos que existiram partículas que não colidiram e nem foram ejetadas do sistema, diferente do que aconteceu no caso dos raios de $0.5 \mu\text{m}$ e $1 \mu\text{m}$, onde no final da simulação não sobreviveu nenhuma partícula. Para partículas de raios de $5 \mu\text{m}$ sobreviveram 17 partículas (3.4% das partículas) e para as de raios de $10 \mu\text{m}$ sobreviveram 33 partículas (6.6% das partículas).

Em todos os casos, Titan foi o satélite mais atingido por colisões nesse sistema, o que já era de se esperar, já que ele possui uma maior área de contato e por ser mais massivo que os outros satélites, possui uma maior força gravitacional.

Tabela 5.1.4 – Taxa de colisão das partículas de diferentes raios com Saturno e com os satélites maiores. O número de partículas sobreviventes e as taxas de colisão são em relação ao número total de partículas ejetadas. As partículas foram ejetadas de Iapetus e em todos os casos foram incluídas todas as forças estudadas.

Raio (μm)	Partículas sobreviventes	Taxa de colisão					
		Saturno	Enceladus	Tethys	Dione	Rhea	Titan
0.5	0	53%	0	0.002%	0	0	0.006%
1	0	46.8%	0.002%	0.008%	0.002%	0.002%	0.008%
5	3.4%	49.4%	0	0.01%	0.008%	0.004%	0.018%
10	6.6%	47.6%	0.004%	0.004%	0.004%	0.014%	0.038%

Fonte: Próprio autor

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O intuito do nosso trabalho foi analisar o transporte das partículas de poeira ejetada de satélites de diferentes famílias de Saturno e sob a influência das forças do achatamento planetário, eletromagnética, radiação solar e arrasto de plasma.

Conseguimos desenvolver um código que analisa o comportamento de partículas, ejetadas de um satélite, sob a influência das forças do achatamento planetário, eletromagnética, radiação solar e arrasto de plasma. Esse código pode ser utilizado para estudar corpos em outros regimes e até mesmo para outros planetas, fazendo a mudança nas condições iniciais do programa. Ele foi desenvolvido em linguagem C e integrado utilizando o pacote REBOUND.

O estudo das forças separadamente foi muito importante para o entendimento do resultado final, porque conseguimos identificar quais seriam as contribuições de cada uma no movimento da partícula e quando inserimos todas as forças no programa foi possível identificar qual comportamento era referente a determinada força.

Em nosso trabalho vimos que as forças perturbadoras afetam as órbitas das partículas variando seus elementos orbitais. A ação que as forças causam nas partículas faz com que elas sejam transportadas para mais próximo do planeta, ocasionando possíveis colisões com os satélites e com o próprio planeta. Além disso, fomos capazes de comparar o comportamento das órbitas de partículas sendo ejetadas em condições iniciais diferentes. Vimos que tanto o tamanho da partícula, quanto o corpo fonte de onde ela é ejetada interferem na eficiência de transporte das partículas.

A partir da mudança de condições iniciais, conseguimos identificar a mudança no transporte das partículas. Vimos que quanto mais distante do planeta a partícula é ejetada, mais tempo ela demora para colidir com o mesmo ou com os satélites próximos a ele. Também vimos que partículas menores sofrem maior influência das forças perturbadoras o que faz com que elas sejam transportadas mais rapidamente para próximo do planeta do que as partículas maiores.

Por fim, observamos a existência de um grande fluxo de partículas micrométricas presentes em regiões distintas de onde foram geradas. Temos como exemplo partículas ejetadas de Iapetus transportadas para as órbitas de Tethys, Enceladus, Dione, Rhea e Titan.

REFERÊNCIAS

- BARNETT, A. **Enceladus: Ocean Moon**. 2018. Disponível em: <<https://solarsystem.nasa.gov/missions/cassini/science/enceladus/>>.
- BURNS, J. A.; HAMILTON, D. P.; SHOWALTER, M. R. Dusty rings and circumplanetary dust: Observations and simple physics. **Astronomy and Astrophysics Library**, v. 101, p. 641–725, 2001.
- BURNS, J. A.; LAMY, P. L.; SOTER, S. Radiation forces on small particles in the solar system. **Icarus**, v. 40, p. 1–48, 1979.
- CAMPBELL, J.; ANDERSON, J. Gravity field of the saturnian system from pioneer and voyager tracking data. **The astronomical journal**, v. 97, n. 5, 1989.
- COUPER, H.; HENBEST, N. **New worlds: In search of the planets**. [S.l.]: Addison-Wesley, 1986.
- DOUGHERTY, M. K. et al. Saturn's magnetic field revealed by the cassini grand finale. **Science**, v. 362, 2018.
- GRESHKO, M. **National Geographic**. 2019. Disponível em: <<https://tinyurl.com/vkxz38sy>>.
- HAMILTON, D. P. Motion of dust in a planetary magnetosphere - orbit-averaged equations for oblateness, electromagnetic, and radiation forces with application to saturn's e ring. **Icarus**, v. 101, p. 244–264, 1993.
- HAMILTON, D. P.; KRIVOV, A. V. Circumplanetary dust dynamics: effects of solar gravity, radiation pressure, planetary oblateness and electromagnetism. **Icarus**, v. 123, p. 503–523, 1996.
- KUGA, H. K.; RAO, K. R.; CARRARA, V. **Satélites Artificiais–Movimento Orbital**. [S.l.: s.n.], 2011.
- MIGNARD, F. Effects of radiation forces on dust particles in planetary rings. **GREENBERG, R. and BRAHIC, A.**, p. 333–366, 1984.
- MORFILL, G.; GRUN, E.; JOHNSON, T. Dust in jupiter's magnetosphere physical processes. **Planetary and Space Science**, v. 28, n. 12, p. 1087–1100, 1980.
- MURRAY, C.; DERMOTT, S. **Solar system dynamics**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2000.
- NASA/JPL-CALTECH/SSI. **Saturn**. 2012. Disponível em: <<https://solarsystem.nasa.gov/planets/saturn/in-depth/>>.
- REIN, H.; SPIEGEL, D. S. Ias15: a fast, adaptive, high-order integrator for gravitational dynamics, accurate to machine precision over a billion orbits. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 446, n. 2, p. 1424–1437, 2015.
- RICHARDSON, J. D. An extended plasma model for saturn. **Geophysical Research Letters**, v. 22, p. 1177–1180, 1995.
- SCHAFFER, L.; BURNS, J. A. Lorentz resonances and the vertical structure of dusty rings: Analytical and numerical results. **Icarus**, v. 96, p. 65–84, 1992.
- SFAIR R. & GIULIATTI WINTER, S. M. Orbital evolution of the μ and ν dust ring particles of uranus. **A&A**, v. 505, p. 845–852, 2009.

SHEPPARD, S. S. **Saturn Moons**. 2019. Disponível em: <<https://tinyurl.com/2x2ff9kb>>.

SIDDIQI, A. A. **Pioneer 11**. 2019. Disponível em: <<https://solarsystem.nasa.gov/missions/pioneer-11/in-depth/>>.

SIQUEIRA, P. B. **Adaptação do integrador Rebound para o estudo de anéis planetários**. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, Guaratinguetá, São Paulo - Brasil, 2019.

TSIGANIS, K. et al. Origin of the orbital architecture of the giant planets of the solar system. **Nature**, v. 435, p. 459–461, 2005.

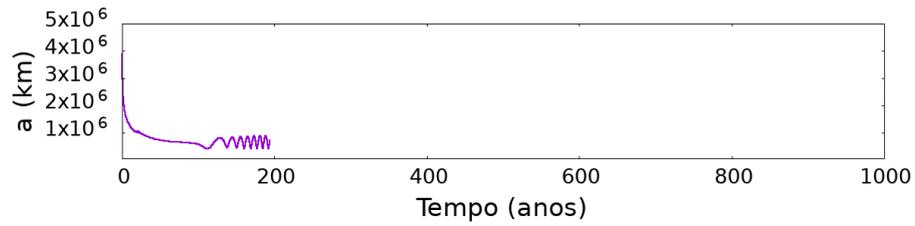
VERBISCER, A. J.; SKRUTSKIE, M. F.; HAMILTON, D. P. Saturn's largest ring. **Nature**, v. 461, p. 1098–1100, 2009.

WINTER, O. C. et al. Particles co-orbital to janus and to epimetheus: A firefly planetary ring. **The Astrophysical Journal**, v. 852, n. 1, p. 459–461, 2017.

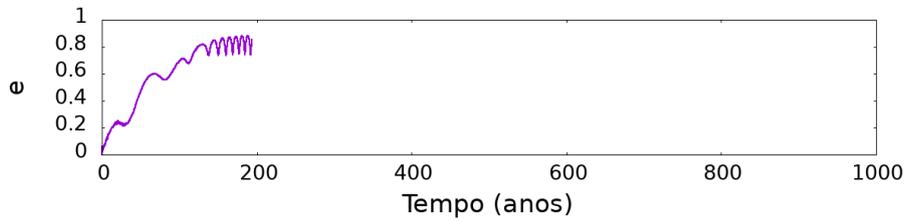
YEOMANS, D. K. **HORIZONS Web-Interface**. 2006. Disponível em: <<https://tinyurl.com/anyepsx6>>.

APÊNDICE A – COMPORTAMENTO DAS PARTÍCULAS EJETADAS DE IAPETUS COM RAIOS DE $0.5 \mu\text{M}$ E $5 \mu\text{M}$

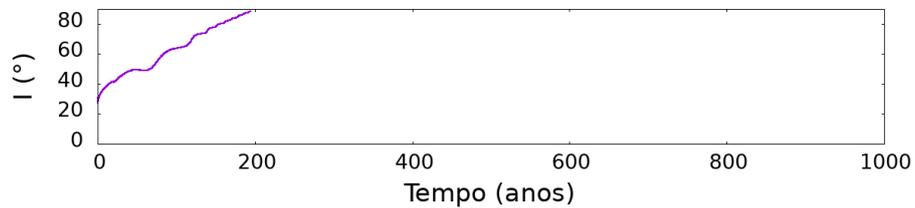
Figura A.0.1 – Variação dos elementos orbitais das partículas ejetadas de Iapetus, com raios de $0.5 \mu\text{m}$, segundo a força de achatamento planetário, eletromagnética, radiação solar e arrasto de plasma.



(a) Semi-eixo maior



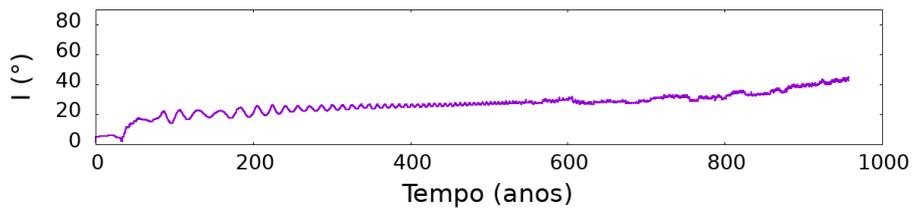
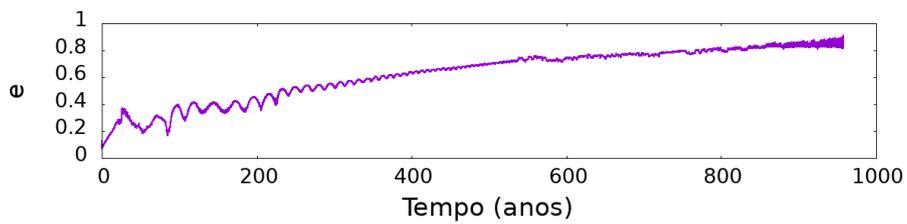
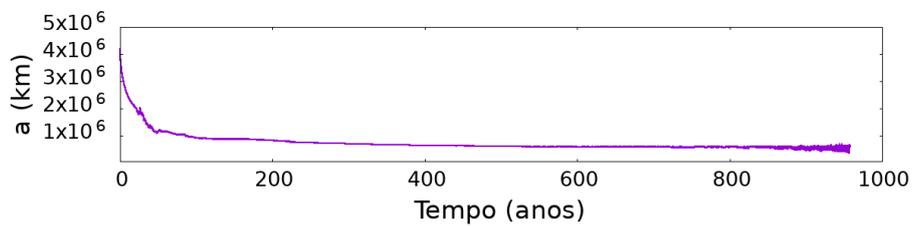
(b) Excentricidade



(c) Inclinação

Fonte: Produção do próprio autor.

Figura A.0.2 – Variação dos elementos orbitais das partículas ejetadas de Iapetus, com raios de $5\mu\text{m}$, segundo a força de achatamento planetário, eletromagnética, radiação solar e arrasto de plasma.



Fonte: Produção do próprio autor.