

Rafael Sfair

Análise da região do anel F de Saturno

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª Silvia M. Giuliatti Winter

Guaratinguetá
2007

Dados Curriculares

RAFAEL SFAIR DE OLIVEIRA

NASCIMENTO 30.10.1984 - CURITIBA / PR

FILIAÇÃO Osni Bento de Oliveira
Ana Rita de Oliveira

2001 - 2004 Bacharelado e Licenciatura em Física
Departamento de Física - UFPR

2005 - 2007 Mestrado em Física
Departamento de Física e Química - FEG/UNESP

Aos meus pais

Agradecimentos

Embora uma dissertação seja, pela sua finalidade acadêmica, um trabalho individual, há contribuições que não podem deixar de ser realçadas. Desta forma, desejo expressar os meus sinceros agradecimentos:

À minha orientadora, prof^a Silvia M. Giuliatti Winter, que motivou minha vinda a Guaratinguetá e foi-me guia tal qual Virgílio por este novo caminho.

Aos meus pais e a minha família, pelos valores, caráter e educação passados a mim. E também pelo apoio e incentivo constantes em todas as minhas decisões.

À Juliana, pela paciência, dedicação, amizade, compreensão e carinho nestes anos.

Ao Victor, pela amizade, pelo auxílio desde a minha chegada a Guaratinguetá e conversas físicas (e não físicas), além das aventuras culinárias durante a madrugada.

Aos amigos e professores da pós-graduação, com os quais aprendi muito e que de diversas formas me apoiaram e incentivaram.

Ao prof. Dietmar Foryta, que me ‘apresentou’ ao anel F (com suas partículas voando para tudo-quanto-é-canto-é-lado) e guiou meus primeiros passos neste assunto fascinante.

Às comunidades de software livre e código aberto, especialmente ao pessoal do **#ubuntu-br** e **#ubuntu-br-doc** que me auxiliou com as simulações numéricas.

Este trabalho contou com o apoio financeiro do CNPq.

*I don't know why I did it. I don't know why I
enjoyed it. And I don't know why I will do it again.*

(Homer J. Simpson)

Sumário

1	Introdução	14
2	O anel F	17
2.1	Introdução	17
2.2	Método	21
2.2.1	A aproximação do centro guiado	23
2.3	Resultados	26
2.4	Conclusão	31
3	Os novos anéis R/2004 S1 e R/2004 S2	33
3.1	Introdução	33
3.2	O efeito de Atlas	35
3.2.1	Método	35
3.2.2	Resultados	39
3.3	O efeito de Prometeu	40
3.3.1	Método	40
3.3.2	Resultados	41
3.4	Conclusão	44
4	Ressonâncias	46
4.1	Introdução	46
4.1.1	Ressonâncias de corotação	48
4.1.2	Ressonâncias de Lindblad	50
4.2	Método	52
4.3	Resultados	53
4.3.1	Ressonâncias na região do anel R/2004 S2	53
4.3.2	Ressonâncias na região do anel R/2004 S1	56
4.4	Conclusão	58

5	Caos na região do anel R/2004 S2	59
5.1	Introdução	59
5.1.1	Máximo expoente característico de Lyapunov	60
5.2	Método	62
5.3	Resultados	64
5.4	Conclusão	68
6	Efeitos da pressão de radiação solar	69
6.1	Introdução	69
6.1.1	Pressão de radiação para o caso planetocêntrico	72
6.2	Método	73
6.3	Resultados	74
6.3.1	Anel F	75
6.3.2	Anel R/2004 S2	79
6.3.3	Anel R/2004 S1	80
6.4	Conclusão	83
7	Discussão geral	85

Lista de Figuras

2.1	Imagem das tranças do anel F enviada pela sonda Voyager I (FDS34930.48)	18
2.2	Imagem da estrutura múltipla do anel F enviada pela sonda Voyager II (FDS440005.1)	18
2.3	Imagem dos <i>clumps</i> do anel F enviada pela sonda Voyager II (FDS43408.10)	19
2.4	Relação entre o referencial inercial e o referencial girante	22
2.5	Aproximação do centro guiado	24
2.6	Perturbação da estrutura múltipla devido à aproximação de Prometeu	27
2.7	Configuração do sistema Prometeu-anel F no instante da máxima aproximação	28
2.8	Formação de falhas no anel F	29
2.9	Formação de uma faixa de partículas saindo do anel F em direção a Prometeu	29
2.10	Perturbação na estrutura múltipla do anel F devido a Prometeu	30
2.11	Mosaico de 15 imagens (PIA06143) mostrando os canais formados no anel F devido à aproximação de Prometeu.	31
2.12	Imagem enviada pela Cassini (PIA07750) onde é possível ver uma faixa de partículas saindo do anel F em direção a Prometeu.	31
3.1	Imagem dos anéis R/2004 S1 e R/2004 S2 enviada pela sonda Cassini	33
3.2	Posição de Prometeu, Atlas e dos anéis R/2004 S1 e R/2004 S2	34
3.3	Pontos de equilíbrio no PCR3C	36
3.4	Ilustração dos regimes formados em um anel planetário devido à um satélite coorbital	38
3.5	Efeito de Atlas sobre R/2004 S1	40
3.6	Perturbação de Prometeu em R/2004 S1 e R/2004 S2	42
3.7	Partículas do anel R/2004 S2 atraídas em direção a Prometeu devido à aproximação do satélite.	43
3.8	Formação de falhas no anel R/2004 S2 devido à Prometeu	44
4.1	Ressonância de corrotação	49
4.2	Ilustração dos efeitos de uma ressonância de Linblad.	51

4.3	Semi-eixos maiores ressonantes na região dos novos anéis	53
4.4	Ressonâncias na região do anel R/2004 S2	54
4.5	Ressonâncias na região da borda externa do anel R/2004 S2	54
4.6	Ressonâncias na região da borda interna do anel R/2004 S2	55
4.7	Ressonâncias na região do anel R/2004 S1	56
4.8	Ressonâncias na região da borda externa do anel R/2004 S1	57
4.9	Ressonâncias na região da borda interna do anel R/2004 S1	57
5.1	Cálculo do expoente característico máximo de Lyapunov através da medida da divergência entre duas órbitas.	60
5.2	Comparação do expoente de Lyapunov para uma órbita caótica e uma órbita regular	61
5.3	Método de renormalização para o cálculo do máximo expoente característico de Lyapunov	62
5.4	Variação do semi-eixo maior e da excentricidade de duas partículas localizadas inicialmente em $a = 138.000$ km e 139.000 e com órbitas circulares.	65
5.5	Variação do semi-eixo maior e da excentricidade de uma partícula localizada inicialmente em $a = 138.900$ km em órbita circular.	66
5.6	Máximo expoente característico de Lyapunov para partículas do anel R/2004 S2	67
6.1	Evolução temporal do semi-eixo maior de uma partícula do anel F com raio de $1 \mu m$ inicialmente em $a = 140511$ km.	75
6.2	Evolução temporal do semi-eixo maior de uma partícula do anel F com raio de $1 \mu m$ inicialmente em $a = 140209$ km.	76
6.3	Evolução temporal do semi-eixo maior de duas partículas inicialmente em $a = 140105$ km, com raios de $3 \mu m$ e $5 \mu m$	77
6.4	Histograma do número de colisões em função do tempo para partículas com raios de $3 \mu m$ e $5 \mu m$	78
6.5	Evolução temporal do semi-eixo maior de uma partícula do anel F com raio de $10 \mu m$ inicialmente em $a = 140099$ km.	78
6.6	Histograma da porcentagem de colisões para cada faixa do anel F em função do tempo para partículas com raio de $10 \mu m$	79
6.7	Evolução temporal do semi-eixo maior de duas partículas inicialmente em $a = 139.000$ km, com raios de $1 \mu m$ e $10 \mu m$, perturbadas por Prometeu.	80
6.8	Evolução temporal do semi-eixo maior de uma partícula do anel R/2004 S1, com raio de $1 \mu m$ e localizada inicialmente em $a = 137640$ km.	81
6.9	Histograma do número de colisões em função do tempo para partículas com raios de $3 \mu m$, $5 \mu m$ e $10 \mu m$	82

Lista de Tabelas

2.1	Elementos orbitais da estrutura múltipla do anel F	25
3.1	Elementos orbitais de R/2004 S1 e R/2004 S2	34
4.1	Elementos orbitais de Prometeu para determinação da localização das ressonâncias	52
5.1	Hamônicos zonais de Saturno utilizados para determinar o máximo expoente de Lyapunov para partículas do anel R/2004 S2.	63
6.1	Elementos orbitais de Prometeu e Atlas utilizados nas simulações numéricas envolvendo os efeitos da pressão de radiação	74
6.2	Elementos orbitais dos anéis utilizados nas simulações numéricas envolvendo os efeitos da pressão de radiação	74

SFAIR, R. **Análise da Região do Anel F de Saturno**. 2007. 89 f. Dissertação (Mestrado em Física) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2007.

Resumo

A chegada da sonda Cassini-Huygens a Saturno trouxe uma enorme quantidade de dados sobre os satélites e anéis. Dois novos anéis tênues foram encontrados na região entre o anel A e Prometeu. R/2004 S1 é coorbital a Atlas e R/2004 S2 é próximo a Prometeu.

Neste trabalho foi analisado os efeitos da máxima aproximação entre Prometeu, o anel F e estes anéis. A cada período orbital o satélite cria falhas na faixa mais interna do anel F e ondulações nas regiões mais distantes. Prometeu também é responsável pelo espalhamento de partículas do anel F e um comportamento similar que ocorre no anel R/2004 S2, com a formação de falhas e o espalhamento de partículas.

As simulações numéricas mostraram que Prometeu não influencia o anel R/2004 S1, mas Atlas é responsável pela formação de três regimes neste anel, como é esperado para o caso de um satélite imerso em um anel.

A determinação das ressonâncias de corrotação e de Lindblad mostrou que há sobreposição entre ressonâncias na região do anel R/2004 S2 e o cálculo do expoente de Lyapunov revelou que o anel R/2004 S2 está em uma região caótica.

Quando os efeitos da pressão de radiação solar são considerados, partículas micrométricas na região do anel F decaem e colidem com Prometeu, exceto algumas partículas com raio de $1 \mu m$ que cruzam a órbita do satélite e atingem a região de R/2004 S2. O comportamento do anel R/2004 S1 também é alterado, o que causa a colisão de partículas com Atlas e também o decaimento de partículas em direção ao anel A.

Palavras-chave: Anel F, Dinâmica de anéis planetários, Ressonância, Máximo expoente característico de Lyapunov, Pressão de radiação solar.

SFAIR, R. **Analysis of the Saturn's F-ring Region..** 2007. 89 f. Dissertação (Mestrado em Física) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2007.

Abstract

The Cassini-Huygens arrival into the Saturnian system brought a large amount of data about the satellites and rings. Two diffuse rings were found in the region between the A ring and Prometheus. R/2004 S1 is coorbital to Atlas and R/2004 S2 is close to Prometheus.

In this work we analyse the closest approach between Prometheus and both rings. As a result we have found that at each period of the satellite a gap is created in the inner F-ring's strand and waves are formed in the further strands. Prometheus also scatters particles from F-ring and a similar behavior occurs in the R/2004 S2 ring, with gap formation and particle scattering.

The numerical simulations has shown that Prometheus does not influence the R/2004 S1 ring but Atlas is responsible for the formation of three regimes in this ring, as expected for a satellite embedded in a ring.

The determination of Lindblad and corotation resonances showed that there is an overlap of resonances in the region of the R/2004 S2 ring. Furthermore, the computation of the Lyapunov Characteristic Exponent has revealed that the R/2004 S2 ring lies in a chaotic region.

When solar radiation pressure effects are considered, micrometre-sized particles from F-ring decay and collide with Prometheus, except for few particles of $1 \mu m$ which cross Prometheus's orbit and reach the R/2004 S2 region. The solar radiation pressure affects the behavior of the R/2004 S1 ring leading to collisions between Atlas and these small particles, although some of them decay in direction of Saturn.

Keywords: F-ring, planetary rings dynamics, resonances, Lyapunov Characteristic Exponent, solar radiation pressure

Capítulo 1

Introdução

A primeira observação dos anéis de Saturno foi realizada em 1610 pelo italiano Galileo Galilei e foi uma das primeiras descobertas feitas com o recém inventado telescópio. Inicialmente ele interpretou a sua observação como duas luas orbitando o planeta.

Dois anos após a descoberta dos anéis de Saturno, Galileo notou que o fenômeno visto anteriormente tinha desaparecido e somente mais tarde voltou a aparecer. Apenas em 1655 Christiaan Huygens apresentou a hipótese de que o sistema visto por Galileo era na verdade um anel sólido, elíptico e inclinado que orbita o planeta e que devido a esta inclinação ocorriam as variações de aparência nas observações.

Em 1675 Giovanni Domenico Cassini observou uma faixa escura dividindo o anel em duas partes. Ele também propôs que os anéis eram compostos por uma miríade de pequenos satélites, contrariando a hipótese levantada por Huygens e defendida pelo famoso astrônomo William Herschel. Herschel argumentou que a divisão vista por Cassini era apenas uma característica da superfície de um disco sólido.

Em 1785 Pierre Simon de Laplace mostrou que um anel rígido, em rotação uniforme, seria partido devido a forças ‘centrífugas’ e desta maneira o anel não seria uma estrutura única, mas sim composta por um grande número de anéis sólidos estreitos e concêntricos.

No ano de 1859 James Clerk Maxwell provou matematicamente que um anel ao redor de um planeta seria estável somente se fosse composto por pequenas partículas independentes, contrariando as hipóteses de um anel (ou vários pequenos anéis) rígido. Em 1895, através de observações espectroscópicas, Keller e Campell mostraram que os anéis de Saturno são formados por partículas, comprovando a idéia de Maxwell.

Até o advento das sondas espaciais o estudo de anéis planetários estava limitado a resolução dos telescópios localizados na superfície da Terra; além disso fatores como perturbações na atmosfera dificultavam as observações. Hoje sabe-se que o sistema de anéis de Saturno é vasto e complexo, formado por várias estruturas e com inúmeros satélites. Grande parte deste conhecimento provém dos dados enviados por sondas espaciais.

Outra maneira de se obter informações sobre um anel planetário é através de ocultações estelares. Neste método o brilho e espectro de uma estrela são monitorados durante a passagem de um anel planetário. Desta forma foram descobertos os anéis de Urano e Netuno (Hubbard *et al.* 1986).

Em 1979 a sonda americana Pioneer 11 fez uma passagem por Saturno e enviou as primeiras imagens obtidas próximas a um anel planetário. Através destas imagens foi descoberto o anel F (Gehrels *et al.* 1980), um anel estreito cuja órbita é exterior ao anel A. Este anel apresenta várias estruturas pouco usuais como tranças e regiões onde há aglomeração de partículas. Estas são algumas das razões pelas quais este anel tem sido motivo de vários estudos.

Em novembro de 1980 Saturno foi novamente visitado, desta vez pela sonda Voyager I. Analisando as imagens enviadas pela Voyager I, Collins *et al.* (1981) descobriram dois pequenos satélites margeando o anel F. Um satélite é interno (Prometeu) e outro externo (Pandora) ao anel. Antes da passagem por Saturno a Voyager I se aproximou de Júpiter e foi descoberto que o maior planeta do sistema solar também apresenta um sistema de anéis, porém tênues (Smith *et al.* 1979).

Nove meses depois da passagem da sonda Voyager I, outra sonda quase idêntica, a Voyager II, fez uma passagem por Saturno e revelou ainda mais estruturas intrigantes nos anéis planetários, mostrando por exemplo que o anel F, em ao menos algumas regiões, é formado por quatro faixas distintas dispostas radialmente (Smith *et al.* 1982). A partir destas imagens foram propostos os primeiros modelos para tentar explicar a estrutura do anel F, modelos estes que envolvem as interações entre o anel e seus satélites próximos, principalmente Prometeu que é o mais massivo.

Continuando sua viagem, a Voyager II enviou as primeiras imagens dos anéis de Urano, que haviam sido descobertos pouco tempo antes através de ocultações estelares. Assim como no caso de Urano, dados de ocultação indicavam a existência de ‘trechos’ de anel ao redor de Netuno (Hubbard *et al.* 1986), que foram fotografados pela Voyager II na sua passagem pelo planeta, mostrando assim que todos os planetas gigantes do sistema solar possuem anéis ao seu redor.

Atualmente a sonda Cassini está em órbita de Saturno e tem sua missão prevista até 2008. Suas câmeras, com resolução muito maior que as das sondas que passaram por Saturno anteriormente, revelaram com maiores detalhes as estruturas presentes no anel F, além de permitir uma melhor determinação dos elementos orbitais do anel e dos satélites próximos (Porco *et al.* 2005). Também foram descobertos dois novos anéis tênues, provisoriamente chamados R/2004 S1 e R/2004 S2, orbitando a região compreendida entre a borda do anel A e a órbita de Prometeu.

Neste trabalho serão estudados alguns aspectos da dinâmica do anel F e dos novos

anéis R/2004 S1 e R/2004 S2 devido a influência dos satélites Prometeu e Atlas. O trabalho está dividido da seguinte maneira:

No capítulo 2 será analisado como a perturbação gravitacional de Prometeu altera a estrutura múltipla do anel F na situação onde a aproximação entre os dois é máxima. O estudo será feito através de simulações numéricas mostrando a evolução do sistema Saturno-Prometeu-anel F durante alguns períodos orbitais.

No capítulo 3 será feita a análise da dinâmica dos novos anéis anéis R/2004 S1 e R/2004 S2 levando em conta as interações dos satélites Prometeu e Atlas com cada anel.

No capítulo 4 serão determinadas a localização e largura das ressonâncias de corotação e de Lindblad devido a Prometeu na região dos anéis R/2004 S1 e R/2004 S2, a fim de verificar um possível mecanismo de confinamento que explique a estabilidade dos anéis. Também será calculada a largura e a distância entre as ressonâncias para verificar se ocorre sobreposição entre elas.

No capítulo 5 será discutida a evolução de algumas partículas do anel R/2004 S2 e também a possibilidade destas partículas apresentarem um comportamento caótico.

No capítulo 6 será estudado o efeito da pressão de radiação solar uma vez que tanto o anel F como os anéis R/2004 S1 e R/2004 S2 apresentam uma população considerável de partículas micrométricas, para as quais o arrasto de Poyting-Robertson é considerável.

No capítulo 7 será feita a discussão dos resultados obtidos e as possibilidades para trabalhos futuros.

Cada capítulo está estruturado da seguinte forma: a introdução contém uma revisão bibliográfica sobre o assunto e a teoria envolvida no problema. Em seguida é apresentado o método utilizado para o estudo e os resultados obtidos, seguidos por uma discussão.

Capítulo 2

O anel F

2.1 Introdução

A sonda interplanetária Pioneer 11 (ou Pioneer G), lançada em 1973, tinha como alvos Júpiter e Saturno. Ao passar por Saturno ela fez uma das suas maiores descobertas: fotografou um anel estreito, além da borda do anel A, posteriormente chamado anel F (Gehrels *et al.* 1980). As imagens enviadas pela sonda mostraram características peculiares do anel F, como uma região com maior concentração de partículas (*clumps*) e tranças no anel.

Estas particularidades do anel F fizeram com que ele se tornasse um dos objetivos principais da sonda Voyager II (que já estava a caminho de Saturno quando as imagens da Pioneer 11 foram recebidas) (Morrison 1982). Essa nova visita ao sistema saturniano permitiu um estudo mais detalhado de todo o sistema de anéis devido a maior resolução das imagens. A sonda Voyager I também passou por Saturno, nove meses antes da Voyager II, mas suas câmeras eram de menor resolução e os objetivos principais desta missão estavam relacionados ao estudo da atmosfera do planeta (Morrison 1982).

A partir das imagens da sonda Voyager I, Collins *et al.* (1981) encontraram dois pequenos satélites margeando o anel F, sendo um interno e outro externo ao anel. Prometeu, o satélite interno ao anel é mais massivo que Pandora, o satélite externo. Além disso a órbita de Prometeu é mais próxima ao anel F.

Analisando as imagens enviadas pela sonda Voyager II viu-se que o anel F, em pelo menos algumas regiões, é formado por quatro faixas distintas dispostas radialmente, chamadas *strands* (Smith *et al.* 1982).

Em 1997 foi lançada outra sonda com destino a Saturno, a Cassini-Huygens. Diferentemente das sondas Pioneer 11, Voyager I e Voyager II, que fizeram apenas uma passagem por Saturno, a Cassini entrou em órbita do planeta e permanecerá operante até pelo menos 2008 (Miner 2002). Desta forma será possível analisar o sistema de anéis com maiores

detalhes e em épocas diferentes.

As figuras 2.1, 2.2 e 2.3 mostram imagens enviadas pelas sondas onde é possível identificar as estruturas presentes no anel F. As imagens enviadas pelas sondas Voyager são representadas pela sigla FDS (*Flight Data System*) acompanhada por um número, que quando iniciado por 3 representa uma imagem enviada pela Voyager I e quando iniciado pelo número 4 representa uma imagem enviada pela Voyager II. Já as imagens enviadas pela sonda Cassini são identificadas pela sigla PIA (*Planetary Image Archive*) seguida de um número único (não necessariamente sequencial) dado pela equipe que coordena as atividades da sonda.

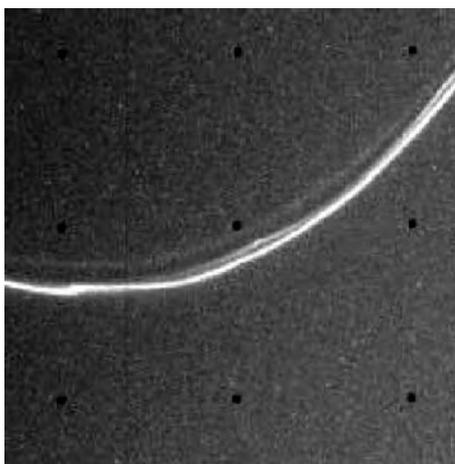


Figura 2.1: Imagem enviada pela sonda Voyager I (FDS34930.48) onde é possível ver as tranças do anel F.

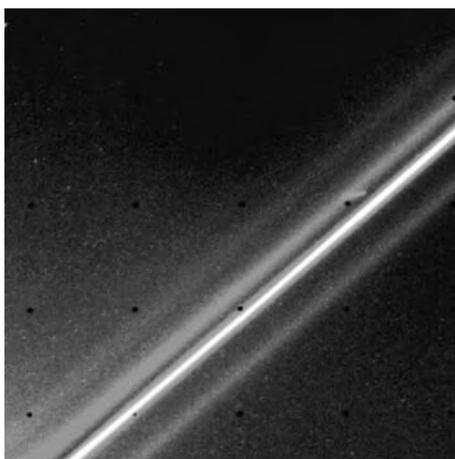


Figura 2.2: Imagem enviada pela sonda Voyager II (FDS440005.10) onde é possível ver a estrutura múltipla do anel F.



Figura 2.3: Imagem do anel F enviada pela sonda Voyager II (FDS43408.10) onde é possível ver várias regiões com aglomeração de partículas.

O melhor candidato para tentar explicar as estruturas pouco usuais presentes no anel F é Prometeu, por ser o satélite mais massivo e mais próximo ao anel. Os primeiros trabalhos neste sentido foram realizados por Showalter (1981) e Showalter & Burns (1982). Nestes dois trabalhos foi estudado o comportamento de curto período do anel influenciado pelo satélite, ambos em órbitas excêntricas. Eles mostraram que esta influência pode ser responsável pela criação dos aglomerados observados.

Lissauer & Peale (1986) desenvolveram dois modelos para tentar explicar as tranças do anel F. Um dos modelos consistia em um satélite imerso no anel, o que manteria as partículas confinadas em órbitas de ferradura. No outro modelo, um satélite perturbava um anel já separado em faixas. Com isso conseguiram explicar a formação de ondas e ‘*kinks*’ no anel devido à passagem do satélite.

As variações de longo período da excentricidade e da precessão da longitude do pericentro de um anel planetário devido a um satélite próximo foram estudadas por Borderies & Goldreich (1983). Eles aplicaram este estudo ao anel F e seus satélites próximos e mostraram que periodicamente Prometeu e o anel F passam por uma configuração de maior aproximação. Isto se deve à precessão secular da longitude do pericentro do anel e do satélite, efeito causado pelo achatamento do planeta. Desta forma a máxima aproximação ocorre quando o pericentro do anel coincide com o apocentro de Prometeu. Segundo Shu (1984) a taxa de variação da longitude do pericentro de uma partícula com semi-eixo maior a , orbitando um planeta achatado de raio R_s e massa M_s é dada por

$$\dot{\omega} = \left(\frac{GM_s}{a^3} \left(1 + \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{R_s}{a} \right)^2 - \frac{15}{8} J_4 \left(\frac{R_s}{a} \right)^4 \right) \right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{GM_s}{a^3} \left(1 - \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{R_s}{a} \right)^2 + \frac{45}{8} J_4 \left(\frac{R_s}{a} \right)^4 \right) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.1)$$

onde G é a constante gravitacional e J_2 e J_4 os coeficientes gravitacionais.

Os efeitos da aproximação entre Prometeu e o anel F foram estudados em detalhes por Murray & Giuliatti Winter (1996). Eles mostraram que a cada 19 anos o satélite colide com o anel e somente um anel massivo pode evitar esse encontro.

Murray *et al.* (1997) analisaram a estrutura múltipla do anel F através das imagens da sonda Voyager II e determinaram a localização e largura das faixas que compõem o anel. Eles também mostraram que a estrutura múltipla se estende por uma longitude de no mínimo 45° . Espera-se que a sonda Cassini possa realizar imagens de toda a extensão do anel em diferentes épocas e assim determinar possíveis variações nas estruturas do anel.

Giuliatti Winter *et al.* (2000), utilizando os dados de Murray *et al.* (1997), estudaram através de simulações numéricas o comportamento da estrutura múltipla do anel F devido a aproximação com Prometeu. Eles mostraram que podem ser formadas falhas nos pequenos anéis internos devido ao espalhamento de partículas do anel (as falhas são formadas devido a um aumento na excentricidade da partícula causado pelo encontro com o satélite).

O comportamento dos satélites próximos ao anel F foi estudado por Goldreich & Rappaport (2003). Eles mostraram que os satélites Prometeu e Pandora apresentam um movimento caótico, o que se deve às trocas periódicas de energia e momento angular entre os dois satélites. O movimento caótico de Prometeu e Pandora explica a defasagem da longitude de Prometeu em 20° em relação ao previsto detectado por Bosh & Rivkin (1996).

No trabalho de Porco *et al.* (2005) estão as primeiras informações enviadas pela sonda Cassini sobre o sistema de anéis e satélites. Os valores dos elementos orbitais de Prometeu e Pandora foram recalculados usando os novos dados. Também foi analisada em detalhes a estrutura múltipla do anel F, incluindo a determinação da largura das faixas (feita previamente por Murray *et al.* (1997)) e do envelope de poeira que envolve todo o anel. Novos objetos (pequenos satélites ou pequenos aglomerados de partículas) foram encontrados imersos no anel. Este estudo também trouxe informações sobre a região compreendida entre a borda do anel A e o anel F, com a descoberta de dois novos anéis, R/2004 S1 e R/2004 S2 .

Murray *et al.* (2005) analisaram o efeito de Prometeu sobre a estrutura múltipla do anel levando em conta os novos dados de Porco *et al.* (2005) e confirmou o modelo de Giuliatti Winter *et al.* (2000), no qual o satélite é responsável pela criação de estruturas periódicas no anel, tais como falhas e o espalhamento de partículas. Eles também realizaram uma comparação dos resultados numéricos com as imagens enviadas pela Cassini.

Utilizando as medidas feitas pela sonda Cassini, Charnoz *et al.* (2005) propuseram um modelo no qual o anel F é formado por um braço espiral de três voltas ao redor de Saturno, o que explicaria sua estrutura múltipla. Esta espiral seria formada devido à diferença de movimento médio (*'keplerian shear'*) das partículas que teriam sido espalhadas devido a um satélite que tenha cruzado o núcleo do anel. Eles sugeriram que o possível satélite S/2004 S6 descoberto recentemente pode estar ligado a formação desta estrutura.

Neste capítulo será analisada a influência gravitacional de Prometeu sobre a estrutura múltipla do anel F, especificamente na configuração onde a aproximação entre os dois é máxima, fato que irá ocorrer em dezembro de 2009 (Charnoz *et al.* 2005). Inicialmente será apresentado o método utilizado para realizar as simulações numéricas e em seguida os resultados obtidos.

2.2 Método

Para analisar os efeitos de Prometeu sobre a estrutura múltipla do anel F foi utilizado um código numérico baseado no problema circular restrito de três corpos (PCR3C).

O PCR3C é uma generalização do problema de dois corpos (que possui solução exata). No PCR3C uma partícula de massa desprezível se move sob a influência de dois corpos massivos (no caso o planeta e o satélite), que possuem órbitas circulares em torno do centro de massa do sistema (Murray & Dermott 1999). Desconsiderar a massa da partícula implica na suposição de que ela não irá afetar o movimento dos outros dois corpos, porém como a massa das partículas que compõe o anel F é ínfima comparada a do planeta e do satélite esta é uma boa aproximação.

Como os movimentos do planeta e do satélite são em órbitas circulares, a distância entre eles é constante em um referencial com origem no centro de massa do sistema e a velocidade angular dos dois corpos será a mesma. Desta forma torna-se conveniente analisar o comportamento da partícula sujeita à influência destes dois corpos em um referencial girante com velocidade angular igual ao movimento médio do satélite.

As equações do movimento para o PCR3C foram obtidas com base no trabalho de Murray & Dermott (1999). A figura 2.4 mostra as coordenadas de uma partícula P em um sistema inercial (ξ, η) e no sistema girante (x, y) sob influência gravitacional das massas m_1 e m_2 . A origem O está localizada no centro de massa do sistema (Murray & Dermott 1999).

Sejam m_1 e m_2 a massa do planeta e do satélite respectivamente (com $m_1 \gg m_2$). Para simplificar o problema a distância fixa que separa as duas massas é tomada como sendo unitária ($a = 1$) e unidade de massa é assumida como $\mu = G(m_1 + m_2) = 1$. A velocidade angular das massas com centro de massa comum também é unitária ($n = 1$).

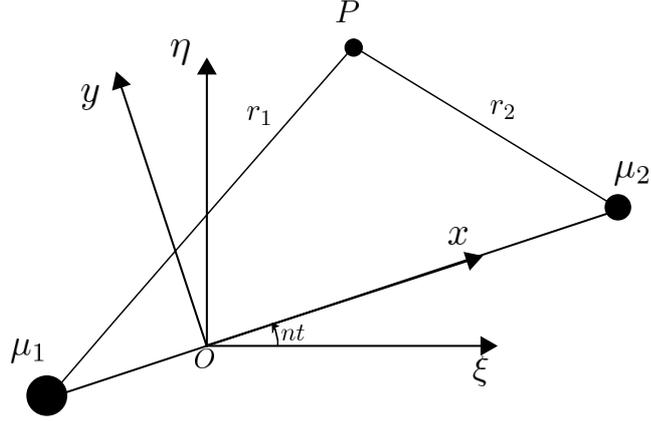


Figura 2.4: Relação entre os referenciais inercial (ξ, η) e girante (x, y) . μ_1 e μ_2 indicam a razão de massa dos corpos primários e P a partícula.

Desta forma pode ser definida a quantidade $\bar{\mu}$:

$$\bar{\mu} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \quad (2.2)$$

Neste sistema de unidade as massas são

$$\mu_1 = Gm_1 = 1 - \bar{\mu} \quad \text{e} \quad \mu_2 = Gm_2 = \bar{\mu} \quad (2.3)$$

As componentes da aceleração sofrida pela partícula devido à influência das duas massas, no sistema inercial são (Murray & Dermott 1999):

$$\ddot{\xi} = \mu_1 \frac{\xi_1 - \xi}{r_1^3} + \mu_2 \frac{\xi_2 - \xi}{r_2^3} \quad (2.4)$$

$$\ddot{\eta} = \mu_1 \frac{\eta_1 - \eta}{r_1^3} + \mu_2 \frac{\eta_2 - \eta}{r_2^3} \quad (2.5)$$

onde

$$r_1^2 = (\xi_1 - \xi)^2 + (\eta_1 - \eta)^2 \quad (2.6)$$

$$r_2^2 = (\xi_2 - \xi)^2 + (\eta_2 - \eta)^2 \quad (2.7)$$

Consideremos agora um novo sistema em rotação (x, y) , com a mesma origem que o sistema (ξ, η) , que gira na direção positiva a uma razão uniforme $n = 1$. A direção do eixo x é escolhida de forma que as coordenadas das duas massas são sempre $(x_1, y_1) = (-\mu_2, 0)$ e $(x_2, y_2) = (\mu_1, 0)$. Assim, da figura 2.4 e das equações 2.6 e 2.7:

$$r_1^2 = (x + \mu_2)^2 + y^2 \quad (2.8)$$

$$r_2^2 = (x - \mu_1)^2 + y^2 \quad (2.9)$$

onde (x, y) são as coordenadas da partícula no sistema rotacional. Estas coordenadas podem ser relacionadas às coordenadas no sistema inercial através da matriz de rotação

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos nt & -\sin nt \\ \sin nt & \cos nt \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

onde, embora neste sistema de unidades n seja unitário ele é mantido para que a análise se aplique a um sistema rotacional qualquer.

Diferenciando em relação ao tempo duas vezes cada componente da equação 2.10, substituindo estes resultados nas equações 2.4 e 2.5 e através de algumas manipulações algébricas as equações do movimento no sistema rotacional podem ser escritas como

$$\ddot{x} - 2n\dot{y} = \frac{\partial U}{\partial x} \quad (2.11)$$

$$\ddot{y} + 2n\dot{x} = \frac{\partial U}{\partial y} \quad (2.12)$$

onde o pseudo potencial $U = U(x, y)$ é dado por

$$U = \frac{n^2}{2} (x^2 + y^2) + \frac{\mu_1}{r_1} + \frac{\mu_2}{r_2} \quad (2.13)$$

Os termos $-2n\dot{y}$ e $2n\dot{x}$ das equações 2.11 e 2.12 são os termos de Coriolis e aparecem devido ao fato do referencial ser não inercial. Já os termos que dependem de r_1 e r_2 correspondem ao potencial gravitacional.

2.2.1 A aproximação do centro guiado

Como a excentricidade do satélite Prometeu é pequena ($2,3 \times 10^{-3}$ - Porco *et al.* (2005)) usou-se também a aproximação do centro guiado, que está ilustrada na figura 2.5. Nesta aproximação o movimento de um satélite S que se move em uma órbita elíptica com foco F é visto em um referencial que está centrado em um ponto G , o centro guiado, que gira ao redor de um círculo de raio a igual ao semi-eixo maior do satélite, com velocidade angular n igual ao movimento médio do satélite (Murray & Dermott 1999).

A partir da figura 2.5 tem-se que as componentes x e y do satélite em um referencial retangular (x, y) com origem em G são dadas por

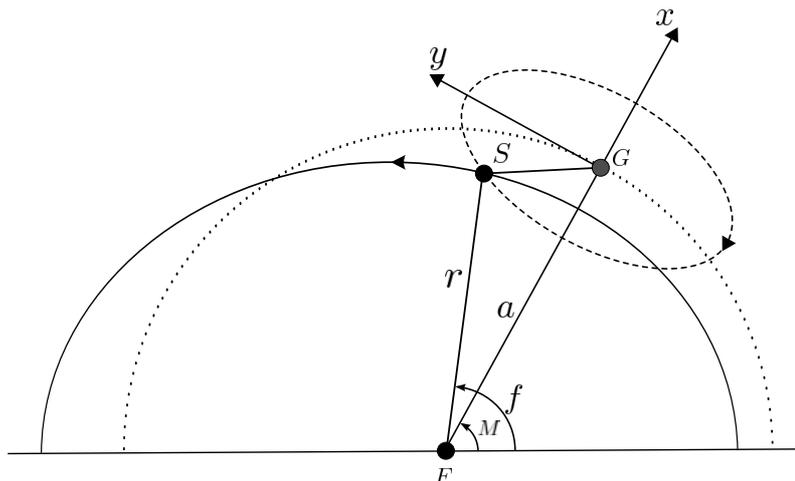


Figura 2.5: Relação entre a anomalia verdadeira f e a anomalia média M na aproximação do centro guiado. G indica o centro guiado, S o satélite e F o foco. O centro guiado se move em um círculo de raio a centrado em F .

$$x = r \cos(f - M) - a \quad (2.14)$$

$$y = r \sin(f - M) \quad (2.15)$$

A expansão de $f - M$ até termos de primeira ordem na excentricidade é (Murray & Dermott 1999)

$$f - M \simeq 2e \sin M \quad (2.16)$$

Utilizando este resultado nas equações 2.14 e 2.15 e expandindo-as em série de Taylor, as coordenadas do satélite no sistema planetocêntrico são

$$x = -ae \cos M \quad (2.17)$$

$$y = 2ae \sin M \quad (2.18)$$

A anomalia média pode ser utilizada para determinar a posição do satélite em relação ao centro guiado. Este ângulo é dado por

$$M = nt \quad (2.19)$$

ou seja, ele cresce linearmente com o tempo. Assim em $t = 0$ tem-se $M = 0^\circ$ e quando t é igual a um período orbital a anomalia média é 360° . Desta forma valores da anomalia

média entre 0° e 360 correspondem ao primeiro período orbital do satélite, entre 361° e 720° ao segundo período orbital e assim por diante.

Dividindo a equação 2.17 por ae , a equação 2.18 por $2ae$, elevando-as ao quadrado e somando-as obtém-se a equação de uma elipse:

$$\frac{x^2}{(ae)^2} + \frac{y^2}{(2ae)^2} \simeq 1 \quad (2.20)$$

Desta forma o satélite se move em uma elipse 2 : 1 com semi-eixo maior $2ae$ e semi-eixo menor ae . O movimento médio do centro guiado é igual ao do satélite e desta forma o período do movimento é de $2\pi/n$.

As equações do movimento da partícula (equações 2.11 e 2.12), juntamente com a aproximação do centro guiado (equações 2.17 e 2.18) foram integradas utilizando o método de Burlish Stoer (Press *et al.* 1990) em um modelo onde as partículas estão dispostas aleatoriamente em uma região delimitada (*box*), tanto radial quanto azimutalmente.

Radialmente a região foi inicialmente delimitada em valores de semi-eixos maiores entre $a_r \pm w/2$, onde a_r é o semi-eixo maior médio do anel e w a largura. Desta forma foi possível reproduzir a estrutura múltipla encontradas no anel F sendo que a nomenclatura das faixas utilizada segue a de Murray *et al.* (1997), onde cada faixa de anel é designada por uma letra grega, em ordem alfabética para valores crescentes de semi-eixo maior. Para cada uma destas faixas, as partículas foram distribuídas aleatoriamente seguindo um padrão uniforme em toda a largura da faixa. Os elementos orbitais do anel utilizados nas simulações numéricas estão apresentados na tabela 2.1.

faixa	a (km)	w (km)	e
F- α	140.084	70	$2,3 \times 10^{-3}$
F- β	140.224	20	$2,3 \times 10^{-3}$
F- γ	140.314	30	$2,3 \times 10^{-3}$
Envelope de poeira	140.224	700	$2,6 \times 10^{-3}$

Tabela 2.1: Valores de semi-eixo maior (a), largura (w) e excentricidade (e) das faixas do anel F utilizados nas simulações numéricas. Os dados são referentes ao dia juliano 2453187,50 (Murray *et al.* 2005).

Azimutalmente a região foi limitada em um pequeno ângulo de longitude onde ocorre a máxima aproximação entre o anel e o satélite, sendo que a largura depende do número de períodos orbitais utilizados na integração, de forma que os efeitos do satélite sejam visíveis. Como a partícula passa a maior parte do tempo em uma órbita não perturbada, considerar apenas uma pequena região próxima de onde ocorre o encontro com o satélite é uma boa aproximação, tornando as simulações numéricas mais rápidas.

Foi incluída no programa uma condição de contorno tal que uma partícula, ao atingir a borda da *box*, é removida do programa e uma nova partícula é criada na outra borda, com semi-eixo maior aleatório dentro da largura da faixa do anel. Tomou-se o cuidado para se determinar uma região suficientemente larga de forma que partículas perturbadas por Prometeu não cheguem até a borda da *box*. Para o movimento radial da partícula não foi colocada nenhuma condição de contorno.

Considerou-se Prometeu como sendo esférico, com raio de 50km e densidade $d = 0,4 \text{ g.cm}^{-3}$, o que resulta em uma massa de $2,11 \times 10^{11} \text{ kg}$ (Murray *et al.* 2005). O semi-eixo maior e a excentricidade do satélite correspondem respectivamente a 139.380 km e $2,3 \times 10^{-3}$ (Porco *et al.* 2005).

As simulações numéricas foram realizadas para três períodos orbitais de Prometeu. Como a precessão relativa entre o satélite e as partículas do anel devido ao achatamento do planeta é pequena ($\sim 0,05^\circ \text{ d}^{-1}$), estes efeitos foram desconsiderados para escala de tempo usada nas simulações numéricas (aproximadamente 2 dias).

Devido ao curto tempo de integração e por se tratar de um pequeno segmento do anel o modelo não leva em conta colisão entre as partículas do anel. No entanto é verificado se há colisão de partículas com o satélite: quando a distância entre eles é igual ao raio do satélite a partícula é removida do programa e uma nova partícula é introduzida na borda da '*box*'.

2.3 Resultados

As simulações numéricas foram realizadas utilizando 30.000 partículas distribuídas em três grupos de 10.000. Cada grupo representa uma das faixas do anel F, cujo valor médio do semi-eixo maior e a largura estão apresentados na tabela 2.1.

Além da estrutura múltipla do anel F foi adicionado um fundo contendo outro grupo de 10.000 partículas para representar o envelope de poeira que envolve todo anel. Este fundo está distribuído com valores de semi-eixo maior aleatórios (distribuídos uniformemente) em uma faixa de 700 km de largura ao redor do núcleo do anel (F- β).

Todos os grupos de partículas foram limitados azimutalmente em 10° e o movimento das partículas se dá no sentido anti-horário visto no referencial girante, pois o semi-eixo maior das partículas é maior que o do satélite.

A figura 2.6 mostra a configuração do sistema Prometeu-anel F após um, dois e três períodos orbitais do satélite, inicialmente no pericentro da sua órbita ($M = 0$). A cada período o satélite se aproxima e se afasta do anel, fazendo com que partículas sejam espalhadas em direção ao planeta. Giuliatti Winter *et al.* (2000) mostraram que devido à aproximação do satélite há uma troca de energia entre o satélite e a partícula e dependendo

da geometria do encontro o espalhamento pode ocorrer tanto em direção ao planeta quanto na direção oposta.

É possível ver na figura 2.6 que a cada período orbital além do espalhamento de partículas do anel, Prometeu gera uma falha em F- α e causa ondulações nas faixas mais externas (F- β e F- γ).

A seqüência apresentada na figura 2.6 também mostra que a estrutura do anel é dependente do tempo, mesmo para aquelas partículas que já encontraram o satélite. A estrutura do anel evolui continuamente e a cada novo período orbital os efeitos das aproximações anteriores são visíveis.

Além do espalhamento de partículas, Prometeu perturba toda a estrutura do anel, mesmo a faixa mais externa, ao contrário dos resultados obtidos por Murray *et al.* (2005), que realizou a mesma análise com a configuração satélite-partícula na época da Cassini e mostrou que somente as regiões do anel mais próximas ao satélite são perturbadas. Esta diferença se deve ao fato de que quando ocorre a máxima aproximação (figura 2.7) Prometeu entra na região do anel, chegando a ultrapassar a faixa mais interna, tornando assim a perturbação mais intensa.

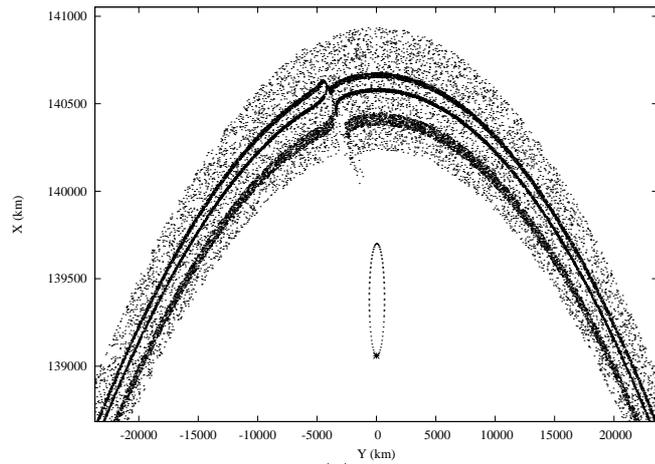
Prometeu é responsável pela formação de falhas (ou canais) no anel F. A figura 2.8 mostra a configuração do anel F quando a anomalia média do satélite é $M = 468^\circ$. Neste instante a falha gerada no anel devido à aproximação anterior do satélite é bem visível e se estende desde do envelope de poeira até F- β .

Durante o período de integração ocorreram somente 180 colisões de partículas com Prometeu, apesar do satélite entrar na região do anel. Este fato indica que o mecanismo de formação das falhas no anel F não está ligado somente à colisão de partículas com o satélite, mas ao aumento do semi-eixo maior e excentricidade das partículas do anel devido à troca de energia e momento angular com o satélite no momento do encontro (Giuliatti Winter *et al.* 2000).

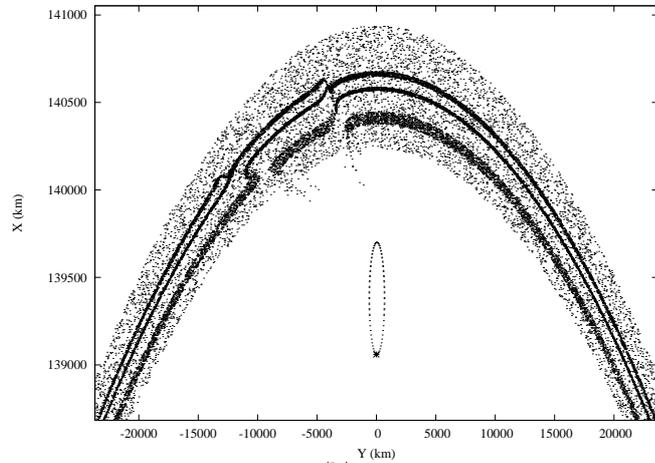
A formação de falhas no anel tem duração de menos de um período orbital. A aproximação de Prometeu faz com que exista uma troca de energia com as partículas do anel e conseqüentemente uma alteração no valor dos semi-eixos maiores, de forma que as falhas se fecham devido à diferença entre o movimento médio das partículas.

A figura 2.9 mostra a configuração do sistema após a passagem de Prometeu pelo apocentro, momento de maior proximidade entre o satélite e o anel. Devido à atração gravitacional forma-se uma faixa de partículas saindo do anel e indo em direção ao satélite. Estas partículas provêm principalmente das regiões mais próximas à Prometeu (F- α e envelope de poeira) e depois de espalhadas cruzam a órbita do satélite.

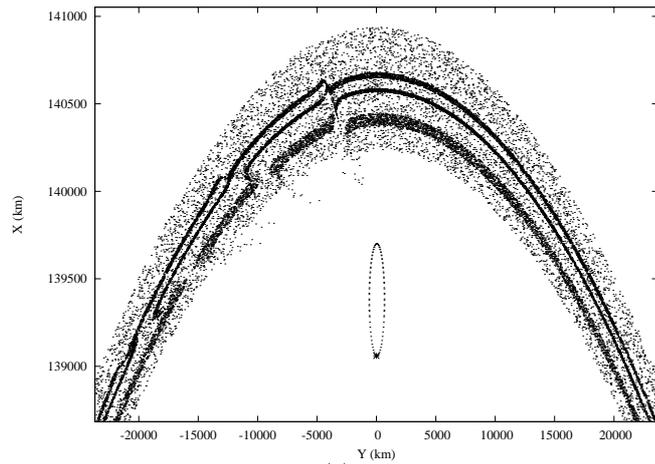
Quando Prometeu se aproxima novamente do seu pericentro (figura 2.10) os efeitos causados pelo satélite na estrutura múltipla do anel são mais visíveis. Devido à apro-



(a)



(b)



(c)

Figura 2.6: O sistema anel F-Prometeu, após (a) um, (b) dois e (c) três períodos orbitais do satélite, com este novamente no pericentro de sua órbita ($M = 0^\circ$). A cada nova passagem os efeitos de aproximações anteriores ainda são visíveis nas faixas do anel e no envelope de poeira. A elipse indica o centro guiado e o sinal ‘*’ a posição do centro de Prometeu.

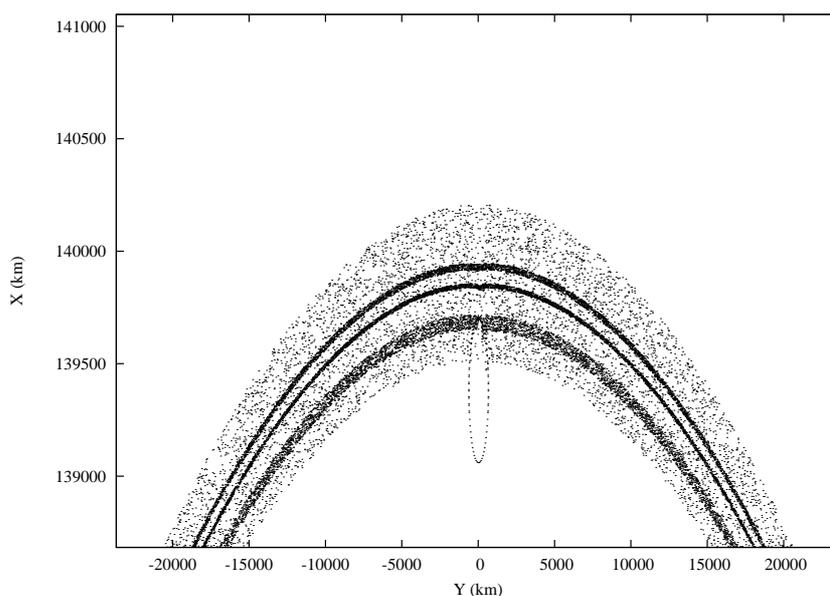


Figura 2.7: Configuração do sistema Prometeu-anel F no instante da máxima aproximação ($M = 180^\circ$). A posição de Prometeu está indicada pelo sinal ‘*’ no centro guiado (elipse tracejada). Pode-se ver que o satélite entra na região do anel e ultrapassa a faixa mais interna.

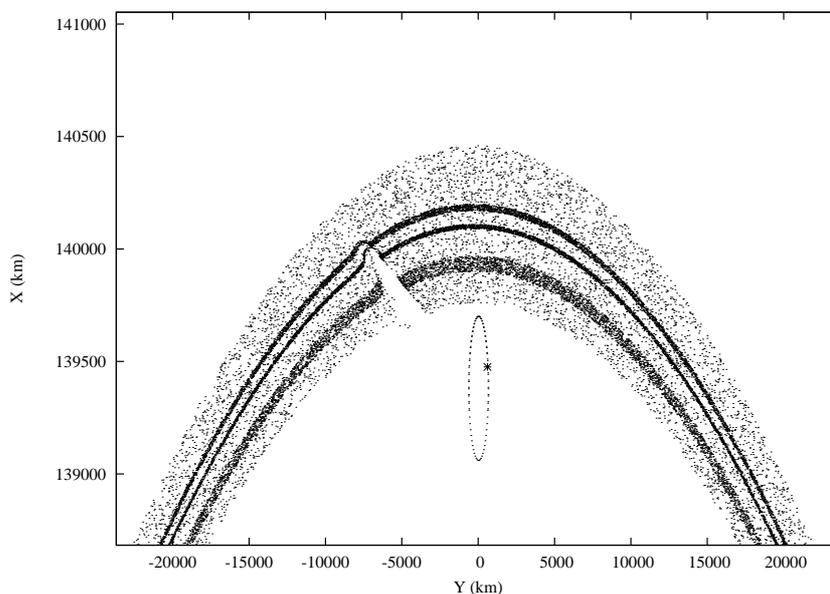


Figura 2.8: Configuração das partículas do anel F quando a anomalia média do satélite é $M = 468^\circ$, sendo possível ver a falha formada principalmente no envelope de poeira, criada devido à aproximação anterior de Prometeu.

ximação do satélite a estrutura múltipla do anel é perturbada e a faixa mais interna é destruída, enquanto nas regiões mais distantes do anel (F- β e F- γ) são produzidas ondu-

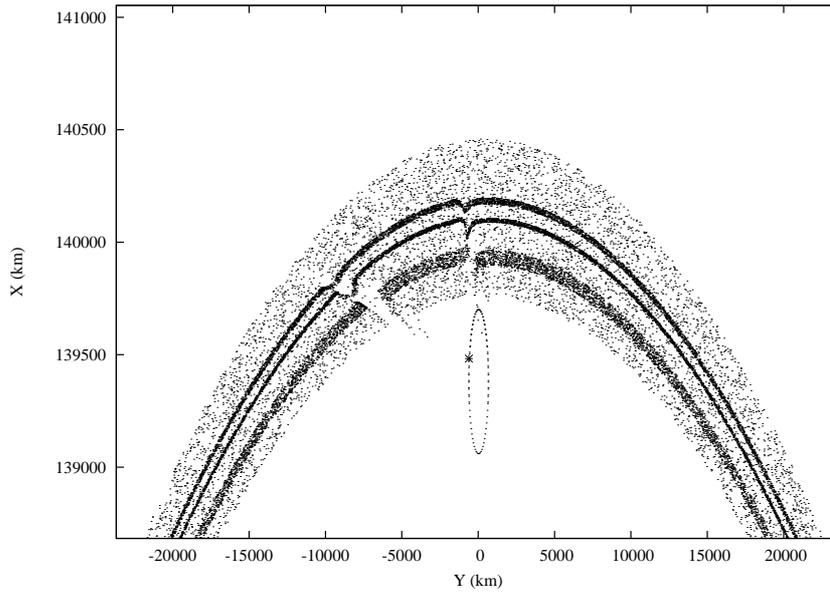


Figura 2.9: Configuração do sistema anel F-Prometeu após a passagem do satélite pelo apocentro da sua órbita, evidenciando o processo de formação de uma faixa de partículas saindo do anel em direção ao satélite. A posição de Prometeu no centro guiado está indicada na figura e o valor da anomalia média é $M = 612^\circ$.

lações, fazendo com que as faixas pareçam se cruzar.

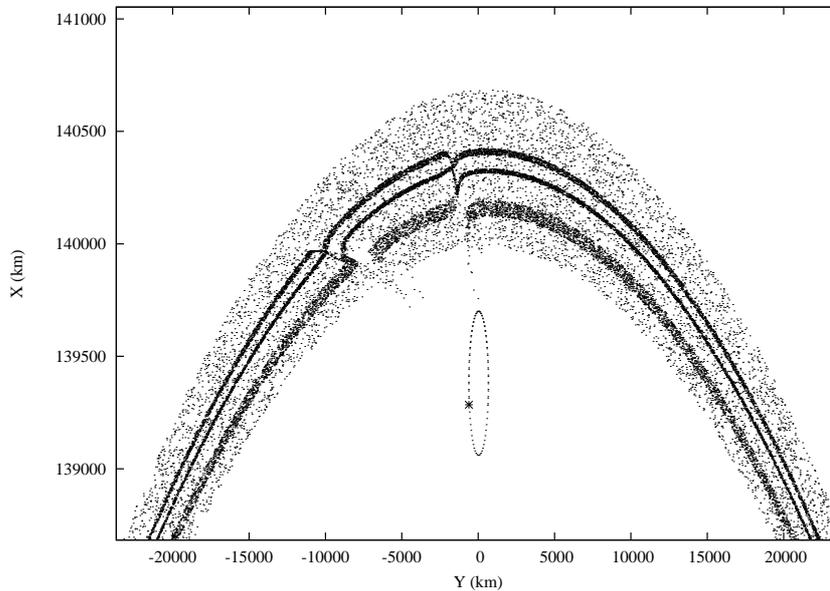


Figura 2.10: Posição das partículas do anel e de Prometeu ($M = 648^\circ$), onde é possível ver as ondulações produzidas nas regiões mais distantes do anel e a ruptura de F- α .

As figuras 2.11 e 2.12 mostram imagens enviadas pela sonda Cassini. Na figura 2.11 é possível identificar a estrutura de falhas produzidas na estrutura múltipla do anel F, seme-

lhante ao resultado obtido através das simulações numéricas como mostrado na figura 2.8. A figura 2.12 mostra a faixa de partículas atraídas em direção ao satélite, comportamento que foi encontrado através do estudo numérico, como mostrado na figura 2.9.

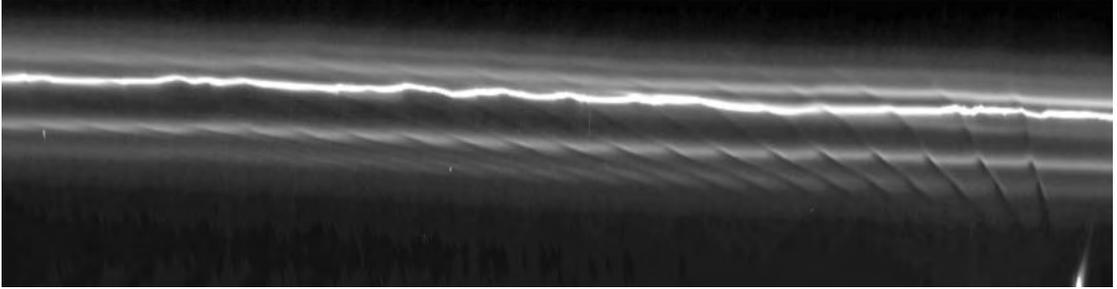


Figura 2.11: Mosaico de 15 imagens (PIA06143) mostrando os canais formados no anel F devido à aproximação de Prometeu.

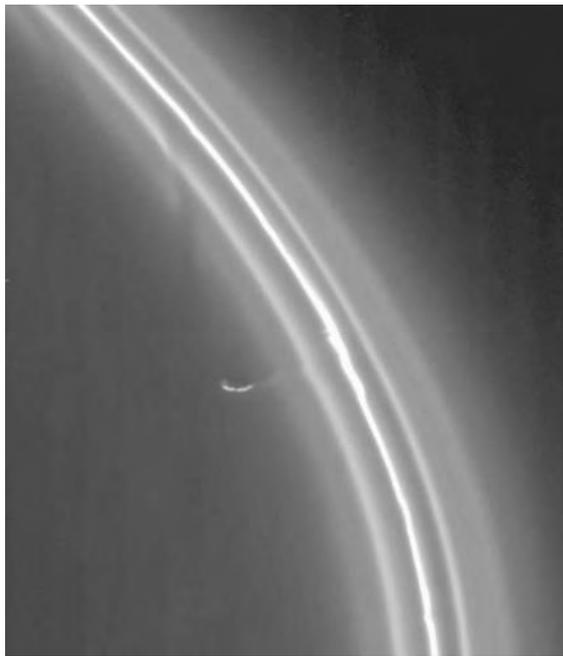


Figura 2.12: Imagem enviada pela Cassini (PIA07750) onde é possível ver uma faixa de partículas saindo do anel F em direção a Prometeu.

2.4 Conclusão

O anel F tem sido motivo de vários estudos desde a sua descoberta devido à grande variedade de estruturas que apresenta. Neste capítulo foi analisado uma das particularidades do anel F, a sua estrutura múltipla e os efeitos de Prometeu sobre ela. Por ser o satélite mais próximo ao anel F e também mais massivo, ele é o melhor candidato para explicar as estruturas encontradas no anel.

O achatamento de Saturno faz com que ocorra a precessão da longitude do pericentro tanto de Prometeu quanto do anel F. Desta forma em dezembro de 2009 ocorrerá o anti-alinhamento dos pericentros e conseqüentemente a máxima aproximação possível entre o satélite e o anel.

Através de simulações numéricas foram analisados os efeitos de Prometeu na estrutura do anel F na situação de máxima aproximação. Como Prometeu possui uma órbita excêntrica a cada período orbital o satélite se aproxima e se afasta do anel e esta aproximação é responsável pela formação de falhas nas regiões mais internas do anel.

A formação de falhas no anel F não corre imediatamente após o encontro das partículas com o satélite na configuração de maior aproximação. O mecanismo de formação das falhas está relacionado à troca de energia entre Prometeu e as partículas do anel, causando uma alteração nos semi-eixos maiores destas. Outro efeito causado pelo satélite na estrutura múltipla do anel F é a ruptura da faixa mais interna do anel (F- α) e a formação de ondulações nas regiões mais externas (F- β e F- γ). O mecanismo responsável por estes fenômenos também envolve trocas de energia entre o satélite e as partículas, sendo mais intenso nas regiões internas do anel e portanto mais próximas a Prometeu.

As falhas produzidas no anel têm duração de menos de um período orbital pois a diferença de movimento médio entre as partículas perturbadas faz com que o anel seja rapidamente recomposto.

Prometeu também é responsável pelo espalhamento de partículas do anel em direção ao planeta. Ao passar pelo apocentro da sua órbita, devido à atração gravitacional, uma faixa de partículas do anel é atraída em direção ao satélite e posteriormente cruzam a órbita do mesmo. Desta forma os efeitos de Prometeu fazem com que o anel F evolua continuamente devido à formação periódica de estruturas temporárias.

A comparação destes resultados com outros trabalhos, como por exemplo Giuliatti Winter *et al.* (2000) e Murray *et al.* (2005), mostra que na configuração de maior aproximação os efeitos do satélite são muito mais intensos pois quase todas as regiões do anel são perturbadas. Espera-se que a sonda Cassini possa acompanhar toda a evolução do anel F, mostrando o aumento progressivo dos efeitos de Prometeu.

Capítulo 3

Os novos anéis R/2004 S1 e R/2004 S2

3.1 Introdução

Em setembro de 2004 a equipe que coordena as atividades da sonda Cassini anunciou a descoberta de dois novos anéis no sistema saturniano (Porco *et al.* 2005). Estes anéis, que foram provisoriamente chamados de R/2004 S1 e R/2004 S2, são extremamente tênues e orbitam a região compreendida entre a órbita de Prometeu e a borda do anel A. A figura 3.1 mostra uma imagens capturadas pela sonda destes novos anéis.

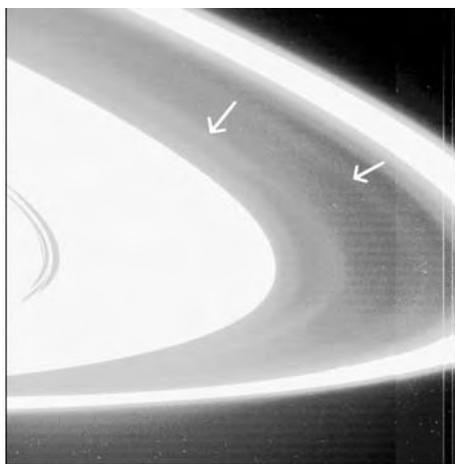


Figura 3.1: Imagem dos anéis R/2004 S1 e R/2004 S2 enviada pela sonda Cassini (PIA09198). As setas indicam posição dos novos anéis (Porco *et al.* 2005).

Estes anéis, com características semelhantes aos de Júpiter, possuem órbitas circulares e supõe-se que são formados em grande parte por partículas micrométricas (Porco *et al.* 2005). A tabela 3.1 sintetiza as informações disponíveis sobre R/2004 S1 e R/2004 S2.

Comparando o valor do raio orbital de R/2004 S1 com o semi-eixo maior de Atlas, 137.665 km (Porco *et al.* 2005), vê-se que o satélite está imerso no anel, sendo pratica-

	R/2004 S1	R/2004 S2
e	0,0	0,0
r (km)	137.630	138.900
w (km)	300	300

Tabela 3.1: Elementos orbitais dos anéis R/2004 S1 e R/2004 S2: excentricidade (e), valor médio do raio orbital (r) e largura (w) (Porco *et al.* 2005).

mente coorbital ao mesmo. Este fato será determinante no comportamento das partículas de R/2004 S1.

A figura 3.2 mostra a posição de Prometeu, Atlas e dos novos anéis em função da longitude verdadeira (θ). É possível ver que em um período orbital Prometeu se aproxima e se afasta da borda externa de R/2004 S2. Considerando o satélite esférico com raio de 50km (Murray *et al.* 2005), Prometeu chega a entrar na região do anel R/2004 S2, o que possibilita a colisão de partículas do anel com o satélite.

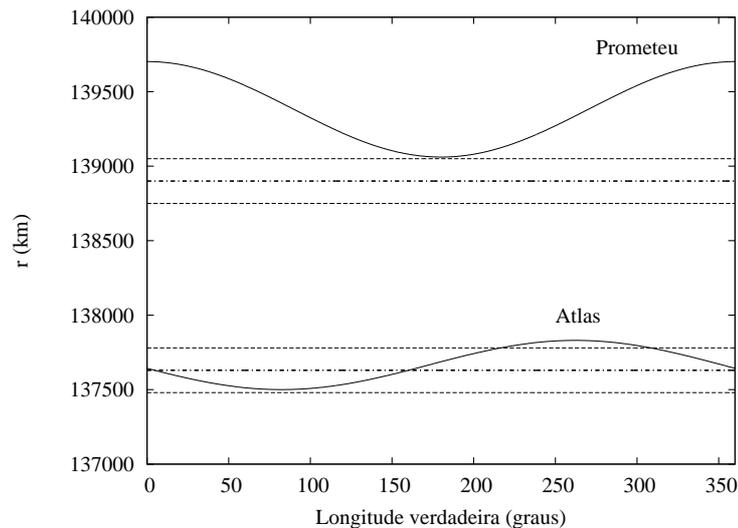


Figura 3.2: Posição de Prometeu, Atlas e dos anéis R/2004 S1 e R/2004 S2 em função da longitude verdadeira. As linhas cheias indicam as órbitas dos satélites e as linhas alternadas dos novos anéis. As bordas dos anéis estão representadas pelas linhas tracejadas.

A origem destes anéis é desconhecida. O anel R/2004 S1 pode ter como fonte de material o próprio satélite Atlas, assim como se supõe que o satélite Pan seja a origem do anel principal da falha de Encke (Porco *et al.* 2005).

Este capítulo dedica-se ao estudo dos efeitos causados em R/2004 S1 e R/2004 S2 devido às interações gravacionais com os satélites Atlas (seção 3.2) e Prometeu (seção 3.3). Como Atlas é coorbital ao anel R/2004 S1 a influência de cada satélite será analisada separadamente. Inicialmente são discutidos os métodos utilizados e em seguida os

resultados obtidos.

3.2 O efeito de Atlas

Os efeitos de Atlas sobre os anéis R/2004 S1 e R/2004 S2 foram analisados separadamente. Como o satélite Atlas é praticamente coorbital ao anel R/2004 S1 os efeitos sobre este anel serão diferentes dos causados em R/2004 S2. A seguir serão descritos os métodos utilizados e os resultados obtidos nas simulações numéricas.

3.2.1 Método

A análise dos efeitos de Atlas no anel R/2004 S2 foi realizada utilizando o método descrito na seção 2.2, pois assim como ocorre com Prometeu e o anel F a cada período orbital de Atlas ocorre a aproximação e o afastamento do satélite em relação ao anel R/2004 S2, como pode ser visto na figura 3.2.

As equações do movimento do problema circular restrito de três corpos (PCR3C) formado por Saturno-Atlas-partícula do anel R/2004 S2 (equações 2.11-2.13) foram integradas numericamente utilizando o integrador Burlish Stoer (Press *et al.* 1990). Utilizou-se também o método da ‘box’ (Giuliatti Winter *et al.* 2000) e a aproximação do centro guiado, uma vez que a excentricidade de Atlas é $1,2 \times 10^{-3}$ (Porco *et al.* 2005).

O sistema foi integrado por no máximo vinte períodos orbitais de Atlas e por isso não foram levados em conta o efeito do achatamento do planeta e colisões entre as partículas do anel, uma vez que estes fenômenos se manifestam em intervalos de tempo superiores ao período de integração.

A influência de Atlas no anel R/2004 S1, por se tratar de um satélite imerso no anel, foi analisada de forma diferente. O problema circular restrito de três corpos, quando analisado em um referencial girante, apresenta pontos de equilíbrio onde a velocidade e aceleração são nulas. Estes pontos são conhecidos como pontos de Lagrange, sendo que três destes pontos são colineares aos corpos com massa (chamados L_1 , L_2 e L_3) e outros dois (L_4 e L_5) formam triângulos equiláteros com os corpos principais (Murray & Dermott 1999) (figura 3.3).

A localização dos pontos de equilíbrio foi obtida com base no trabalho de Brouwer & Clemence (1961). Partindo das definições de r_1 e r_2 , dadas pelas equações 2.8 e 2.9, e usando o fato de que $\mu_1 + \mu_2 = 1$ tem-se que

$$\mu_1 r_1^2 + \mu_2 r_2^2 = x^2 + y^2 + \mu_1 \mu_2 \quad (3.1)$$

Usando este resultado, o pseudo-potencial U do PCR3C (equação 2.13) pode ser re-

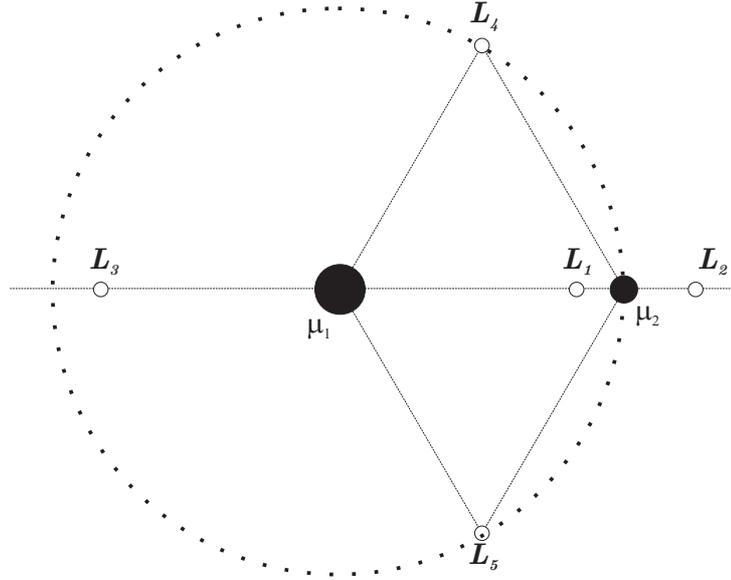


Figura 3.3: Localização dos pontos de equilíbrio L_1 , L_2 , L_3 , L_4 e L_5 em um referencial girante, onde μ_1 e μ_2 indicam as posições do planeta e do satélite, respectivamente.

escrito como

$$U = \mu_1 \left(\frac{1}{r_1} + \frac{n^2 r_1^2}{2} \right) + \mu_2 \left(\frac{1}{r_2} + \frac{n^2 r_2^2}{2} \right) - \frac{1}{2} \mu_1 \mu_2 n^2 \quad (3.2)$$

Nos pontos de equilíbrio a velocidade e aceleração da partícula são nulas ($\dot{x} = \dot{y} = \ddot{x} = \ddot{y} = 0$) então as equações do movimento para o PCR3C (equações 2.11 e 2.12) podem ser reescritas como

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial r_1} \frac{\partial r_1}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial r_2} \frac{\partial r_2}{\partial x} = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial r_1} \frac{\partial r_1}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial r_2} \frac{\partial r_2}{\partial y} = 0 \quad (3.4)$$

Estas duas últimas equações admitem uma solução trivial:

$$\frac{\partial U}{\partial r_1} = \frac{\partial U}{\partial r_2} = 0 \quad (3.5)$$

Calculando as derivadas parciais e assumindo $n = 1$, tem-se que $r_1 = r_2 = 1$. Com este resultado as equações 2.8 e 2.9 são reescritas na forma

$$(x + \mu_2)^2 + y^2 = 1 \quad (3.6)$$

$$(x - \mu_1)^2 + y^2 = 1 \quad (3.7)$$

da qual se obtêm as soluções

$$x = \frac{1}{2} - \mu_2 \quad (3.8)$$

$$y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3.9)$$

Estas duas soluções correspondem aos pontos triangulares de Lagrange (L_4 e L_5).

Para determinar a localização do ponto L_1 considera-se $r_1 + r_2 = 1$. Utilizando o procedimento realizado anteriormente, definindo α como

$$\alpha = \left(\frac{\mu_2}{3\mu_1} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.10)$$

e com algumas manipulações algébricas a localização de L_1 é dada por

$$r_2 = \alpha + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1/3)^j}{j!} \frac{d^{j-1}}{d\alpha^{j-1}} [\Phi(\alpha)]^j \quad (3.11)$$

$$= \alpha - \frac{1}{3}\alpha^2 - \frac{1}{9}\alpha^3 - \frac{23}{81}\alpha^4 + O(\alpha^5) \quad (3.12)$$

onde $\Phi(\alpha) = \alpha^2 + \alpha^3 + \frac{53}{27}\alpha^4 + O(\alpha^5)$.

De maneira análoga, considerando $r_1 - r_2 = 1$, o ponto L_2 está localizado em

$$r_2 = \alpha + \frac{1}{3}\alpha^2 - \frac{1}{9}\alpha^3 - \frac{31}{81}\alpha^4 + O(\alpha^5) \quad (3.13)$$

Para obter a localização do ponto L_3 considera-se $r_2 - r_1 = 1$ e define-se $r_1 = 1 + \beta$ e $r_2 = 2 + \beta$. Assim:

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} = -\frac{12}{7}\beta + \frac{144}{49}\beta^2 - \frac{1567}{343}\beta^3 + O(\beta^4) \quad (3.14)$$

$$\beta = -\frac{7}{12} \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right) + \frac{7}{12} \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right)^2 - \frac{13223}{20739} \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right)^3 + O \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right)^4 \quad (3.15)$$

Uma vez conhecida a localização dos pontos de equilíbrio pode-se analisar a estabilidade destes pontos. Os pontos colineares L_1 , L_2 e L_3 são instáveis, enquanto os pontos triangulares L_4 e L_5 são estáveis para uma razão de massa $\mu_2 \leq 0,0385$ (Murray & Dermott 1999).

Devido à estabilidade dos pontos lagrangeanos triangulares, uma partícula inicialmente localizada em L_4 ou L_5 irá librar se sofrer um pequeno deslocamento (Murray & Dermott 1999). Caso este deslocamento seja pequeno e a libração envolver apenas L_4 ou L_5 tem-se uma órbita de girino. Já quando o deslocamento da partícula é maior e a libração envolve os pontos L_4 , L_3 e L_5 a órbita passa a ser de ferradura. Órbitas de ferradura são encontradas, por exemplo, nos casos onde um satélite está imerso em um anel como ocorre com Atlas e o anel R/2004 S1, como será mostrado a seguir.

Além de órbitas de ferradura um satélite coorbital a um anel planetário também é responsável pela formação de dois outros regimes: uma região caótica e outra com ondulações.

A figura 3.4 é uma ilustração dos três regimes formados por um satélite coorbital a um anel. Partículas com semi-eixos maiores próximos aos do satélite são ‘refletidas’ quando se aproximam do satélite e movem-se em órbitas de ferradura. Partículas mais distantes do satélite depois do encontro têm sua excentricidade aumentada e passam a ter uma órbita caótica e em poucos períodos orbitais estas partículas são espalhadas criando uma região vazia. O aumento na excentricidade das partículas provocado pela passagem do satélite é proporcional à distância que os separa, de forma que em regiões mais distantes do anel ocorre a formação de ondas. A amplitude destas ondas é inversamente proporcional à distância do corpo perturbador (Murray & Dermott 1999).

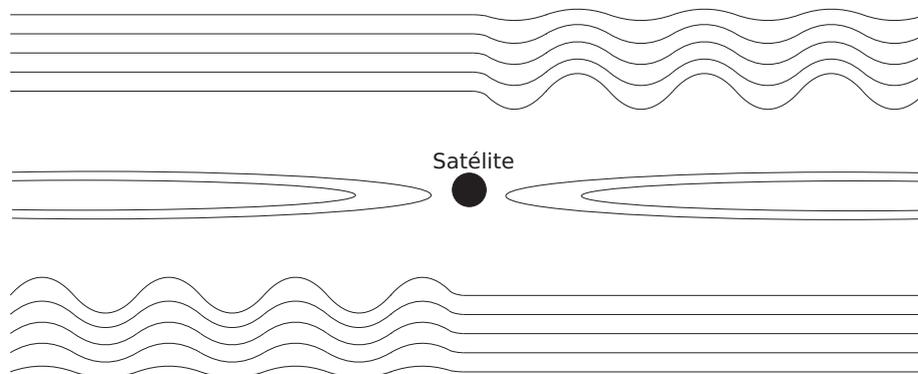


Figura 3.4: Ilustração dos regimes formados em um anel planetário devido à um satélite coorbital: partículas próximas ao satélite são mantidas em órbitas de ferradura; partículas mais distantes após encontrar o satélite têm sua excentricidade aumentada e após algum tempo são espalhadas, enquanto nas regiões mais distantes do satélite ocorre a formação de ondas.

A largura das regiões de órbitas de ferradura e de caos dependem da razão entre as massas do satélite e do planeta (μ) e do semi-eixo maior do satélite (a_{sat}). Segundo Dermott & Murray (1981) a largura W_{hs} da região na qual as órbitas são de ferradura é dada por

$$W_{\text{hs}} \sim 0,5\mu^{1/3}a_{\text{sat}} \quad (3.16)$$

Já a largura da região caótica W_{ch} , onde partículas são espalhadas rapidamente devido ao aumento na excentricidade, é dada por (Hänninen 1993)

$$W_{\text{ch}} \sim 2,1\mu^{1/3}a_{\text{sat}} \quad (3.17)$$

A influência de Atlas sobre o anel R/2004 S1 foi analisada numericamente através do problema circular restrito de três corpos (descrito no capítulo 2), utilizando o integrador Gauss-Radau (Everhard 1985). Como a perturbação nas órbitas das partículas ocorre nas vizinhanças do satélite foi analisada uma região limitada em $\sim 5^\circ$ de cada lado do satélite. Tomou-se também o cuidado de separar o anel em duas regiões de acordo com o valor do movimento médio das partículas (dependendo se o valor é maior ou menor que o valor do satélite) para evitar problemas numéricos.

3.2.2 Resultados

As simulações numéricas foram realizadas considerando o raio do satélite Atlas como 16 km e densidade $d = 0,5 \text{ g.cm}^{-3}$. O semi-eixo maior do satélite é 137.665 km e a excentricidade $1,2 \times 10^{-3}$ (Porco *et al.* 2005).

Para a análise da influência de Atlas no anel R/2004 S2, 10.000 partículas foram distribuídas em uma região limitada azimutalmente em 10° e os valores de semi-eixo maior foram gerados em uma distribuição uniforme entre 138.900 ± 150 km, correspondente a toda largura radial do anel.

Inicialmente as equações do movimento foram integradas numericamente durante cinco períodos orbitais do satélite e não se observou nenhum efeito no anel R/2004 S2. Mesmo aumentando o período de integração para vinte períodos orbitais o anel permaneceu inalterado. Este comportamento se deve à distância entre o Atlas e o anel R/2004 S2 (~ 1200 km) e à pequena massa de satélite.

Já o estudo da influência de Atlas no anel R/2004 S1 foi realizado através da simulação numérica de um grupo de 600 partículas com semi-eixos maiores uniformemente espaçados no intervalo 137.630 ± 150 km, o que compreende toda a largura do anel. A região foi limitada azimutalmente em $\sim 5^\circ$ de cada lado do satélite. As equações do movimento foram integradas durante 300 períodos orbitais de Atlas para que fosse possível ver órbitas de ferradura completas.

A figura 3.5 mostra os resultados da simulação numérica durante 300 períodos orbitais. É possível ver que partículas com valores de x próximos ao do satélite (e portanto coorbitais a Atlas) são mantidas em órbitas de ferradura. As órbitas de partículas mais

distantes do satélite se tornam caóticas após o encontro, fazendo com que as partículas sejam espalhadas rapidamente criando uma região vazia nos intervalos. Além disso, nas regiões mais distantes do satélite ocorre a formação de ondas.

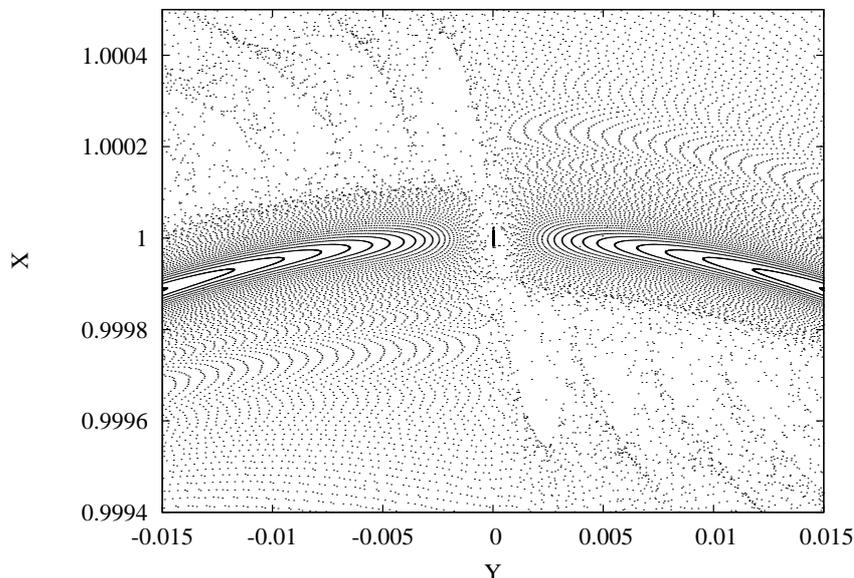


Figura 3.5: Posição das partículas do anel R/2004 S1 perturbadas por Atlas após 300 períodos orbitais do satélite. É possível identificar os diferentes regimes formados no anel devido à influência de Atlas: partículas coorbitais ao satélite em órbitas de ferradura, uma região caótica e a formação de ondas na região mais distante do satélite.

Através da figura 3.5 obtém-se que a largura da região cujas partículas são mantidas em órbitas de ferradura é aproximadamente de 12 km enquanto a região caótica com possui aproximadamente 50 km de largura.

Os valores para a largura das regiões de ferradura e caos calculados através das equações 3.16 e 3.17 correspondem respectivamente a $W_{hs} \sim 10 \text{ km}$ e $W_{ch} \sim 45 \text{ km}$, comparáveis aos valores obtidos numericamente.

3.3 O efeito de Prometeu

Devido à proximidade entre Prometeu e o anel F a influência do satélite é capaz de gerar várias estruturas no anel, discutidas no capítulo anterior. Como o anel R/2004 S2 também orbita próximo a Prometeu espera-se que o satélite cause perturbações neste novo anel. A seguir será descrito o método utilizado para analisar esta influência e também os efeitos causados em R/2004 S1. Em seguida serão discutidos os resultados obtidos.

3.3.1 Método

As simulações numéricas envolvendo Prometeu e os anéis R/2004 S1 e R/2004 S2 seguiram os mesmos procedimentos utilizados no capítulo 2. Como mostrado na figura 3.2, devido a sua excentricidade Prometeu periodicamente se aproxima e se afasta destes anéis, comportamento semelhante ao que ocorre no sistema Prometeu-anel F discutido anteriormente. A diferença é que no caso do anel F o semi-eixo maior do anel era maior que o do satélite enquanto as órbitas do anéis R/2004 S1 e R/2004 S2 são interiores à órbita de Prometeu.

A análise do sistema Saturno-Prometeu-partícula foi realizada utilizando as equações do problema circular restrito de três corpos (equações 2.11-2.13) juntamente com o modelo da ‘*box*’ (Giuliatti Winter *et al.* 2000). A aproximação do centro guiado foi novamente utilizada, pois a excentricidade do satélite é pequena ($2,3 \times 10^{-3}$, Porco *et al.* 2005).

As equações foram integradas numericamente utilizando o método de Burlish Stoer (Press *et al.* 1990) para três períodos orbitais do satélite.

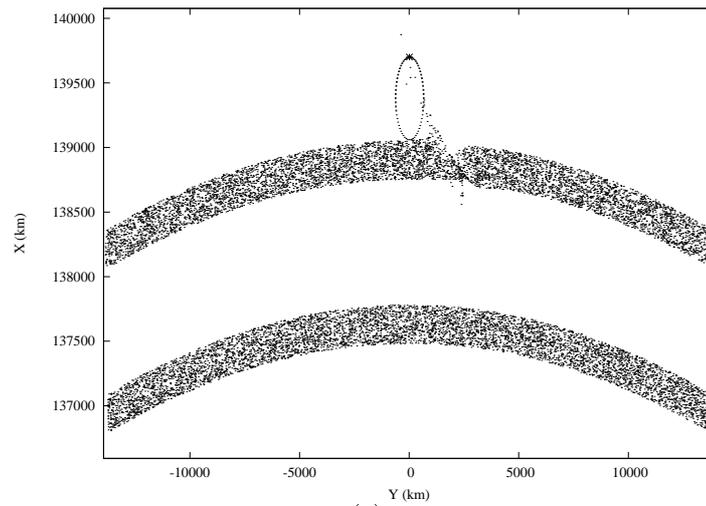
3.3.2 Resultados

Inicialmente foi analisado o sistema Saturno-Prometeu-R/2004 S2-R/2004 S1, onde cada um dos anéis foi representado por um grupo de 10.000 partículas. As partículas foram distribuídas em uma região com valores aleatórios de semi-eixo maior compreendendo a largura de cada anel (os dados estão na tabela 3.1). Como as partículas passam a maior parte do tempo em órbitas não perturbadas, a região foi limitada em azimutalmente em 10° .

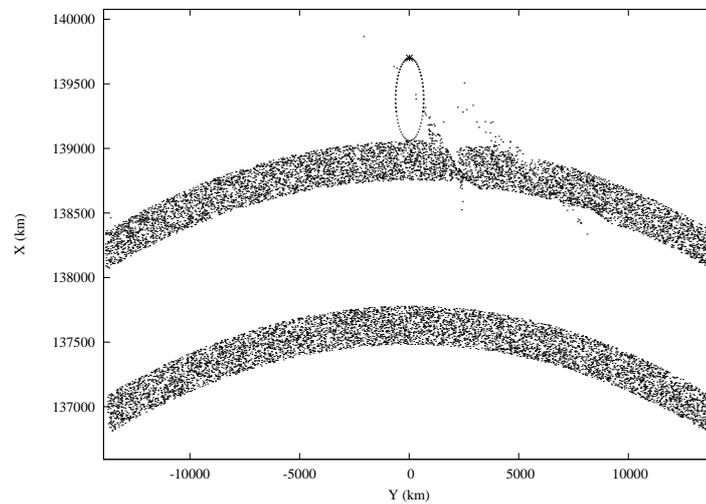
A figura 3.6 mostra os efeitos de Prometeu nos anéis R/2004 S2 e R/2004 S1 após um, dois e três períodos orbitais do satélite, cuja longitude inicial é 180° (correspondente ao apocentro da órbita).

Pode-se ver que mesmo após vários períodos orbitais o anel R/2004 S1 não é perturbado, fato que se deve a distância que o separa Prometeu e o anel, em média 1.500 km. Desta forma a dinâmica das partículas de R/2004 S1 é determinada pela influência de Atlas (seção 3.2).

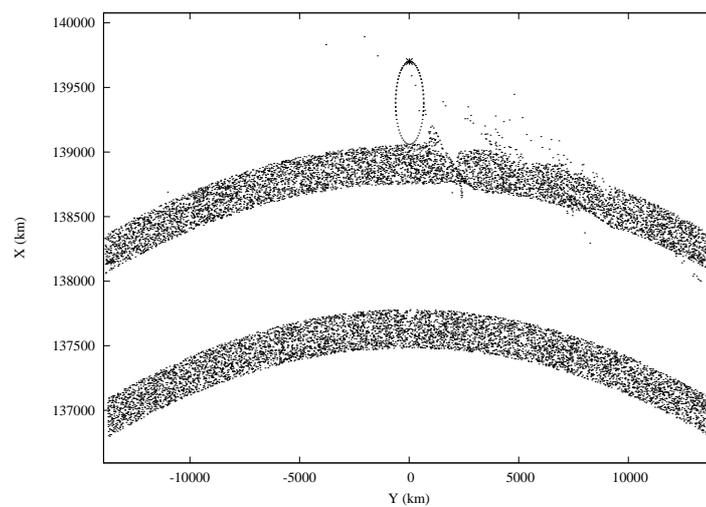
Por outro lado, após cada encontro do satélite com o anel R/2004 S2, partículas são espalhadas em direção ao anel F e em direção a Saturno. Este efeito é semelhante ao que ocorre no anel F também devido à aproximação de Prometeu (seção 2.3). Como mostrado por Giuliatti Winter *et al.* (2000) para o sistema Prometeu-anel F, a direção do espalhamento depende da geometria do encontro, mais especificamente da posição relativa da partícula e do satélite imediatamente antes do encontro. Em alguns casos o encontro com o satélite fornece energia para a partícula provocando um aumento no



(a)



(b)



(c)

Figura 3.6: O sistema Prometeu-R/2004 S1-R/2004 S2, após (a) um, (b) dois e (c) três períodos orbitais do satélite, onde é possível ver que R/2004 S1 não é perturbado. A elipse tracejada mostra o centro guiado e o símbolo ‘*’ a posição do centro de Prometeu.

semi-eixo maior desta; em outras situações o encontro pode causar uma diminuição da energia da partícula e conseqüentemente uma redução no semi-eixo maior, fazendo com que a o espalhamento ocorra na direção do planeta.

Assim como ocorre no anel F, logo após a máxima aproximação entre Prometeu e o anel R/2004 S2 forma-se uma faixa de partículas saindo do anel em direção ao satélite, como mostrado na figura 3.7. Como o anel é interior ao satélite e possui órbita circular, a menor distância entre eles ocorre quando Prometeu está no pericentro da sua órbita.

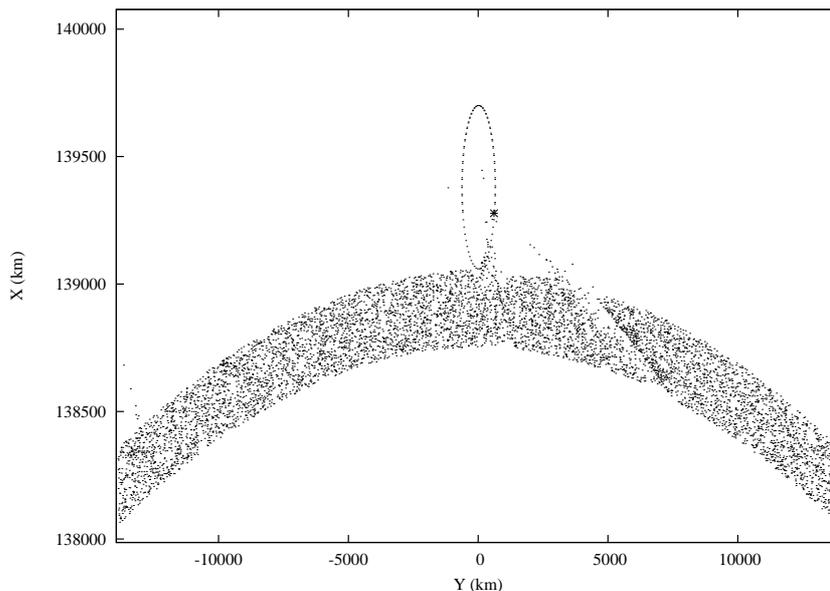


Figura 3.7: Posição das partículas do anel R/2004 S2 quando o satélite se encontra em $M = 252^\circ$, logo após a passagem pelo pericentro. Vê-se que uma faixa de partículas do anel R/2004 S2 é atraída em direção a Prometeu, cuja posição no centro guiado (linha tracejada) está indicada pelo sinal ‘*’

A formação desta faixa de partículas deve-se a atração gravitacional exercida pelo satélite. As partículas que são atraídas cruzam a órbita de Prometeu e algumas atingem a região do anel F.

Prometeu também é responsável pela formação de falhas em R/2004 S2, como mostrado na figura 3.8, e estas falhas se estendem por toda a largura do anel. O processo de formação das falhas não está ligado somente à colisões de partículas do anel com o satélite, uma vez que durante o período de integração ocorreram apenas 53 colisões. As falhas são formadas após o encontro com o satélite, que pode fornecer energia as partículas fazendo com que ocorra um aumento nos semi-eixos maiores e excentricidade, como estudado por (Giuliatti Winter *et al.* 2000) para o sistema Prometeu-anel F. Assim as partículas são espalhadas e se forma a falha.

Estas falhas formadas no anel R/2004 S2 tem duração menor que um período orbital.

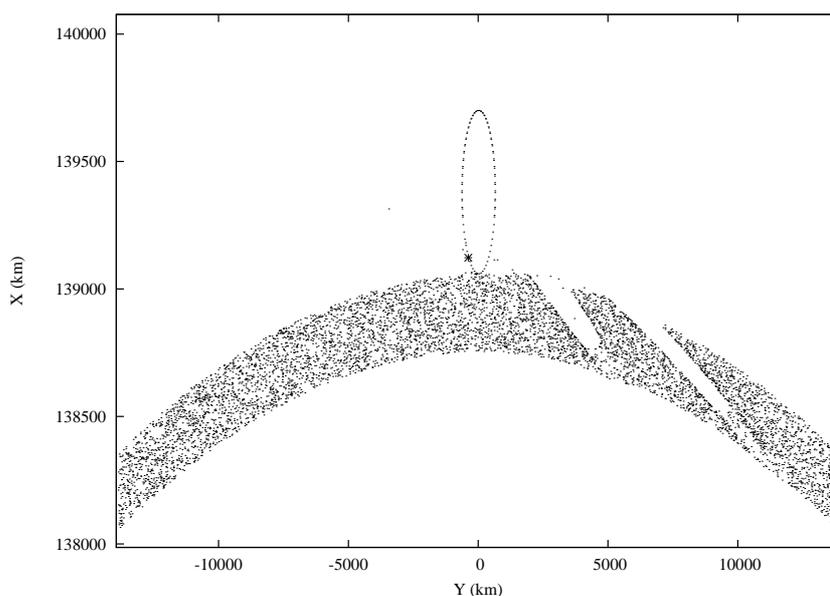


Figura 3.8: Posição das partículas do anel R/2004 S2 quando o satélite se encontra em $M = 864^\circ$, sendo possível ver as falhas criadas no anel devido às duas aproximações anteriores de Prometeu.

Como as partículas sofrem uma alteração nos seus semi-eixos maiores elas passam a ter diferentes movimentos médios e esta diferença entre os movimentos médios faz com que o anel seja rapidamente recomposto.

3.4 Conclusão

Dois novos anéis foram descobertos na região compreendida entre a borda do anel A e a órbita de Prometeu. Estes anéis estão próximos aos satélites Prometeu e Atlas, o que faz com que a dinâmica destes novos anéis esteja relacionada aos dois satélites mais próximos.

Prometeu não provoca nenhum efeito perceptível no anel R/2004 S1 devido à distância que os separa. Entretanto a proximidade com o anel R/2004 S2 faz com que Prometeu seja responsável pela formação de algumas estruturas no anel. A aproximação periódica do satélite causa uma alteração no semi-eixo maior das partículas criando assim falhas em toda a extensão radial de R/2004 S2. A formação destas falhas não ocorre imediatamente após o encontro das partículas com o satélite e são rapidamente fechadas devido a diferença de movimentos médios.

Na passagem de Prometeu pelo pericentro da sua órbita, momento de maior proximidade com o anel R/2004 S2, ocorre uma troca de energia e momento angular com as partículas do anel, fazendo com que partículas sejam espalhadas tanto em direção ao

satélite como em direção ao planeta.

Algumas partículas do anel R/2004 S2 que são espalhadas em direção a Prometeu ultrapassam a órbita do satélite e atingem a região do anel F. Como mostrado no capítulo 2 Prometeu também é responsável pelo espalhamento de partículas do anel F em direção ao planeta e desta forma a região da órbita do satélite é populada com partículas provenientes de ambos os anéis. Além disso, caso existam partículas maiores na região do anel R/2004 S2 elas podem ser espalhadas em direção ao anel F, criando novas estruturas neste anel.

O anel R/2004 S1 tem sua dinâmica governada por Atlas, que é praticamente coorbital ao anel. Como o satélite está imerso no anel são formadas três regiões com comportamento distinto. Partículas na região coorbital ao satélite são mantidas em órbitas de ferradura e a largura desta região obtida numericamente corresponde a 12 km. Também é formada uma região caótica com 50 km de largura, onde as partículas são rapidamente espalhadas devido ao aumento na excentricidade após encontros com o satélite. Além desta região caótica ocorre a formação de ondas, cuja amplitude é inversamente proporcional à distância ao satélite.

Além dos efeitos discutidos neste capítulo forças dissipativas como a pressão de radiação solar podem ser importantes na dinâmica dos anéis R/2004 S2 e R/2004 S1, pois supõe-se que estes novos anéis tênues sejam formados em grande parte por partículas micrométricas. Este estudo será apresentado no capítulo 6.

Capítulo 4

Ressonâncias

4.1 Introdução

Fenômenos de ressonância entre anéis planetários e satélites são responsáveis pela formação de várias estruturas nos anéis.

O anel ϵ de Urano é confinado devido à ressonâncias com seus satélites pastores, Cordélia e Ofélia (Goldreich & Tremaine 1979). Porco & Goldreich (1987) mostraram que Cordélia, o satélite interno, está em ressonância 24 : 25 com a borda interna do anel enquanto Ofélia, o satélite externo, está em ressonância 14 : 13 com a borda externa do anel ϵ .

As bordas da divisão de Cassini, que separa os anéis A e B de Saturno, são mantidas devido à ressonância com satélites. A borda interna encontra-se em ressonância 2 : 1 com Mimas enquanto a borda externa está em ressonância 7 : 6 com os satélites coorbitais Jano e Epimeteu (Porco *et al.* 1984).

Estes são apenas alguns exemplos de estruturas encontradas em anéis planetários causadas por fenômenos de ressonância. O estudo dos efeitos de ressonância em mecânica celeste começou com a dinâmica dos asteróides, de onde provém grande parte dos modelos analíticos que serão utilizados a seguir. Já a nomenclatura utilizada no estudo de ressonâncias envolvendo anéis planetários é baseada no estudo da dinâmica de galáxias.

Para derivar algumas expressões úteis, considere inicialmente uma partícula em um órbita circular de raio r e com velocidade angular n ao redor do plano equatorial ($z = 0$) de um planeta achatado. Uma perturbação fará com que a partícula oscile verticalmente e horizontalmente e estas oscilações são caracterizadas pela frequência $\kappa(r)$, chamada frequência horizontal, a frequência vertical $\nu(r)$ e a frequência tangencial $\Omega(r)$. Estas frequências estão relacionadas por (Shu 1984)

$$\kappa^2 + \nu^2 = 2\Omega^2 \tag{4.1}$$

Para uma partícula de um anel planetário com semi-eixo maior a e movimento médio n orbitando um planeta oblato, as frequências horizontal κ e vertical ν são dados por (Murray & Dermott 1999):

$$n^2 = \frac{GM_s}{a^3} \left(1 + \frac{3}{2}J_2 \left(\frac{R_s}{a} \right)^2 - \frac{15}{8}J_4 \left(\frac{R_s}{a} \right)^4 \right) \quad (4.2)$$

$$\kappa^2 = \frac{GM_s}{a^3} \left(1 - \frac{3}{2}J_2 \left(\frac{R_s}{a} \right)^2 + \frac{45}{8}J_4 \left(\frac{R_s}{a} \right)^4 \right) \quad (4.3)$$

$$\nu^2 = \frac{GM_s}{a^3} \left(1 + \frac{9}{2}J_2 \left(\frac{R_s}{a} \right)^2 - \frac{75}{8}J_4 \left(\frac{R_s}{a} \right)^4 \right) \quad (4.4)$$

onde G é a constante gravitacional, M_s e R_s são a massa e o raio do planeta, respectivamente, e J_2 e J_4 são os coeficientes gravitacionais. No caso de um planeta achatado tem-se $\kappa \neq \nu \neq \Omega$, indicando que a órbita da partícula em um sistema de referência inercial geralmente não é fechada. Além disso, como $\nu > \Omega$ e $\kappa > \Omega$ há uma regressão do nodo ascendente e um avanço apsidal (Shu 1984).

A taxa de variação da longitude do pericentro ($\dot{\varpi}$) pode ser expressa em termos das frequências naturais de oscilação da partícula (Shu 1984):

$$\kappa = n - \dot{\varpi} \quad (4.5)$$

que, utilizando as equações 4.2 e 4.3, pode ser reescrito como

$$\begin{aligned} \dot{\varpi} = & \left(\frac{GM_s}{a^3} \left(1 + \frac{3}{2}J_2 \left(\frac{R_s}{a} \right)^2 - \frac{15}{8}J_4 \left(\frac{R_s}{a} \right)^4 \right) \right)^{\frac{1}{2}} \\ & - \left(\frac{GM_s}{a^3} \left(1 - \frac{3}{2}J_2 \left(\frac{R_s}{a} \right)^2 + \frac{45}{8}J_4 \left(\frac{R_s}{a} \right)^4 \right) \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Suponha agora que um satélite com semi-eixo maior a' e órbita circular ($e' = 0$) perturbe uma partícula do anel. A partícula irá oscilar gerando assim duas novas frequências, $\kappa'(r)$ e $\nu'(r)$, cujas expressões são idênticas às equações 4.3 e 4.4 substituindo a por a' .

Considerando uma pequena excentricidade e' e inclinação i' para o satélite, o potencial perturbador expresso em coordenadas cilíndricas (r, ϕ, z) é periódico em relação ao tempo (t) e a longitude (ϕ), sendo possível expandí-lo na forma (Shu 1984)

$$\Phi_{mkp}(r, z)e^{i(\omega t - m\phi)} \quad (4.7)$$

onde a frequência perturbadora ω é dada por

$$\omega_{\text{sat}} = m\Omega_{\text{sat}} \pm k\nu_{\text{sat}} \pm p\kappa_{\text{sat}} \quad (4.8)$$

e m , k e p são números inteiros, com $m > 0$ (o índice *sat* refere-se ao satélite).

Pode também ser definida a quantidade Ω_p , que é a frequência angular de um sistema de referência no qual a perturbação causada pelo satélite é estacionária, dada por

$$\Omega_p = \frac{\omega_{\text{sat}}}{m} \quad (4.9)$$

Uma partícula estará em ressonância se há comensurabilidade entre alguma de suas frequências naturais e a frequência da perturbação do satélite Ω_p . Dependendo da relação estabelecida entre as frequências, as ressonâncias podem ser classificadas como de corrotação, quando $n = \Omega_p$ ou de Lindblad, quando $\kappa = \pm m(n - \Omega_p)$ (Shu 1984).

4.1.1 Ressonâncias de corrotação

Ressonâncias de corrotação estão localizadas onde $m(n - \Omega_p) = 0$, o que resulta em

$$n = \Omega_p \quad (4.10)$$

Este tipo de ressonância é responsável por confinar azimuthalmente uma partícula. A figura 4.1 ilustra este mecanismo para uma ressonância 3:2 (extraída de Murray & Dermott, 1999). O satélite, cuja órbita é exterior a da partícula, é visto em um referencial girante com velocidade angular igual ao movimento médio da partícula.

Os pontos na figura foram colocados para intervalos de tempo regulares, de forma que A_1 e A_2 correspondem ao pericentro da órbita do satélite. Os pontos em A_1 e A_2 estão sobrepostos devido ao fato da velocidade relativa do satélite ser menor nesta região, uma vez que seu movimento médio se aproxima da velocidade angular do referencial. Desta forma a região onde os pontos estão mais afastados corresponde ao apocentro da órbita.

Segundo Dermott (1984) quando uma partícula é deslocada do ponto de equilíbrio em direção ao planeta o seu movimento médio será maior que o movimento médio da ressonância, fazendo com que a partícula se mova no sentido anti-horário, como mostrado na figura 4.1. Ao encontrar o satélite em A_1 ocorre uma troca de momento angular com o satélite, fazendo com que o semi-eixo maior da partícula aumente. Desta forma a partícula passa a ter uma órbita cujo movimento médio é maior que o da ressonância e se move no sentido horário. Em A_2 a partícula encontra novamente o satélite e devido a troca de energia e momento angular sofre uma diminuição no seu semi-eixo maior e volta a se mover em sentido anti-horário. Estes encontros entre a partícula e o satélite ocasionam trocas periódicas de energia e momento angular, fazendo com que a partícula

mantenha-se confinada azimutalmente.

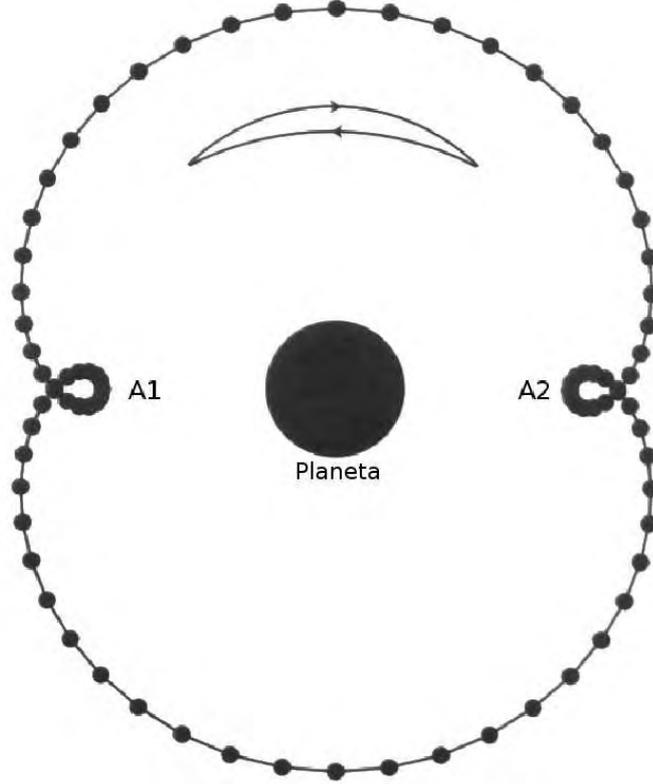


Figura 4.1: Ilustração do confinamento azimutal de uma partícula em ressonância de corrotação 3:2 com um satélite externo (adaptado de Murray & Dermott, 1999).

Pode-se deduzir uma equação para a largura máxima do arco de libração de uma partícula em uma ressonância de corrotação. Para o caso geral de ressonância o ângulo ressonante ϕ é dado por (Murray & Dermott 1999)

$$\phi = (p + q)\lambda' - p\lambda - q\varpi' \quad (4.11)$$

onde λ e λ' são as longitudes médias da partícula e do satélite respectivamente, ϖ' é a longitude pericentro do satélite perturbador e p e q são números inteiros. Em uma configuração estável (i. e. em ressonância) o valor de ϕ oscila próximo a zero (Murray & Dermott 1999). Desta forma o desvio máximo no movimento médio da partícula com semi-eixo maior a perturbada por um satélite (cuja razão da massa com a massa do planeta é μ) é dado por

$$\delta n = \pm \sqrt{\frac{12\mu|S|}{a^2}} \quad (4.12)$$

onde $S = f(a, e, I)$ está relacionado à expansão do potencial perturbador $R = \mu \sum S \cos \phi$ do satélite.

Assim a largura máxima W_c do arco de libração da partícula é dada por (Dermott & Murray 1983):

$$W_c = 2\delta a = \pm 8 \left(\frac{\mu |S|}{3(na)^2} \right)^2 \quad (4.13)$$

sendo δa a variação máxima no semi-eixo maior da partícula, n o seu movimento médio e S é o termo da função perturbadora associado ao argumento ressonante.

4.1.2 Ressonâncias de Lindblad

A condição geral para uma ressonância de Lindblad é

$$m(n - \Omega_p) = \pm \kappa \quad (4.14)$$

O sinal positivo na equação 4.14 representa a ressonância interna de Lindblad que ocorre quando a órbita da partícula é interna à órbita do satélite, enquanto o sinal negativo se refere à ressonância externa de Lindblad, caso a órbita da partícula seja exterior à do anel.

A ressonância de Lindblad induz uma excentricidade forçada nas partículas que compoem um anel planerário fazendo com que elas oscilem radialmente, existindo assim um mecanismo de troca de energia e momento angular entre as partículas e o satélite (Goldreich & Tremaine 1980). Esta alteração na excentricidade das partículas resulta na formação de uma onda senoidal, cuja amplitude A está relacionada com a excentricidade e e com o semi-eixo maior a dada por

$$A = ea \quad (4.15)$$

onde $ea = \delta a$ é o deslocamento em relação às condições iniciais para o semi-eixo maior.

Analisando o movimento de uma partícula em um referencial que gira com velocidade angular igual ao movimento médio do satélite, a ressonância de Lindblad cria lobos na trajetória da partícula (Murray & Dermott 1999). A figura 4.2 ilustra a dinâmica da ressonância de Lindblad. Para partículas exteriores à localização da ressonância exata o encontro com o satélite ocorre no apocentro da órbita e para partículas interiores à ressonância exata o encontro no pericentro, havendo portanto uma diferença de fase entre partículas internas e externas ao semi-eixo maior ressonante.

Considerando um satélite de massa m_{sat} orbitando um planeta de massa M_p tem-se que a largura W_L da ressonância de Lindblad é dada por (Dermott 1984)

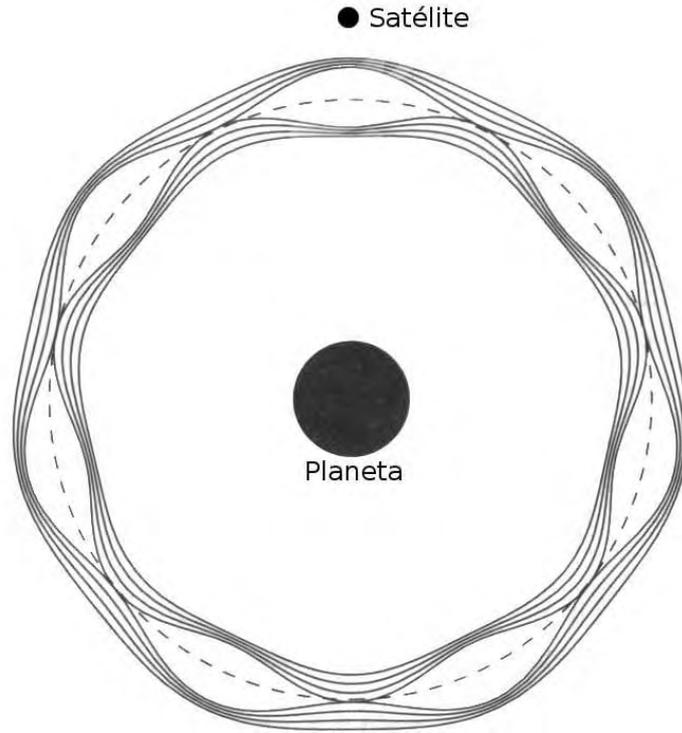


Figura 4.2: Ilustração dos efeitos de uma ressonância de Lindblad. Este tipo de ressonância é responsável por oscilações radiais no movimento da partícula. A linha tracejada indica a localização da ressonância exata. (Adaptado de Murray & Dermott, 1999).

$$W_L = 2,96 \sqrt{\frac{m_{\text{sat}}}{M_p}} a \quad (4.16)$$

Quando ocorre uma ressonância de Lindblad, o comprimento da circunferência do anel é igual a um número inteiro de comprimentos de onda λ , de forma que (Dermott 1981)

$$\frac{2\pi a}{\lambda} = f \quad (4.17)$$

onde f é a distância do satélite até o semi-eixo maior da partícula do anel.

A distância entre as ressonâncias é dada por (Goldreich & Tremaine 1980)

$$s = \left| \frac{dx}{df} \right| = \frac{3x^2}{2a} \quad (4.18)$$

onde x é a distância entre o satélite e a partícula e a é o semi-eixo maior do satélite.

Neste capítulo será analisada a localização e a largura das ressonâncias de corotação e de Lindblad devido à Prometeu na região dos novos anéis R/2004 S1 e R/2004 S2, com objetivo de determinar um possível mecanismo de confinamento destes anéis.

A seguir será descrito o método numérico utilizado para calcular os semi-eixos maiores

das ressonâncias e os resultados obtidos.

4.2 Método

A condição geral de ressonância para o caso plano pode ser escrita como (Murray & Dermott 1999)

$$n(m - q) - n_{\text{sat}}(m + k) + q\dot{\varpi} + k\dot{\varpi}_{\text{sat}} = 0 \quad (4.19)$$

onde m é um inteiro positivo diferente de zero e q e k são inteiros (positivos ou negativos). $\dot{\varpi}$ e $\dot{\varpi}_{\text{sat}}$ são as taxas de variação da longitude do pericentro da partícula e do satélite, respectivamente, dadas pela equação 4.6; n e n_{sat} são os movimentos médios da partícula e do satélite, dados pela equação 4.2.

A ressonância de corrotação, responsável pelo confinamento azimutal das partículas do anel, corresponde a $q = 0$ e $k = \pm 1$ enquanto a ressonância de Lindblad, responsável pelo confinamento radial das partículas do anel, corresponde a $k = 0$ e $q = \pm 1$.

Para determinar a localização das ressonâncias a equação 4.19 foi resolvida iterativamente utilizando o método de Newton-Raphson (Press *et al.* 1990). Este método requer um valor inicial de semi-eixo maior, então, a partir da 3ª lei de Kepler tem-se que

$$n^2 a^3 = n_{\text{sat}}^2 a_{\text{sat}}^3 \quad (4.20)$$

onde por conveniência fez-se $a_{\text{sat}} = 1$, de modo que o semi-eixo maior ressonante é dado por

$$a = \left(\frac{m - q}{m + k} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (4.21)$$

Foram calculadas as posições e larguras das ressonâncias devido à Prometeu na região dos anéis R/2004 S1 e R/2004 S2. Os elementos orbitais do satélite estão apresentados na tabela 4.1. A massa de Saturno utilizada foi de $5,6846 \times 10^{26}$ kg, o raio do planeta 60.330 km, e os coeficientes gravitacionais são $J_2 = 1,63 \times 10^{-2}$ e $J_4 = -9,15 \times 10^{-4}$ (Yoder 1995).

4.3 Resultados

A magnitude dos efeitos de ressonância são proporcionais à massa do satélite (como pode ser visto na equação 4.16) e por esta razão na análise a seguir considerou-se somente as ressonâncias devido à Prometeu. Também foram analisadas as ressonâncias de primeira ordem, ou seja, aquelas do tipo $p : p + 1$ (onde p é um número inteiro maior que zero).

Elemento	Valor
a (km)	139.380
e	$2,6 \times 10^{-3}$
n ($^{\circ}d^{-1}$)	20
m_{sat}/M_p	$3,71 \times 10^{-10}$

Tabela 4.1: Elementos orbitais de Prometeu utilizados para a determinação da localização das ressonâncias (Porco *et al.* 2005).

Inicialmente foi determinada a localização de todas as ressonâncias localizadas na região dos novos anéis. A figura 4.3 mostra os semi-eixos maiores ressonantes em função do número m . Pode-se ver que várias ressonâncias estão localizadas nesta região.

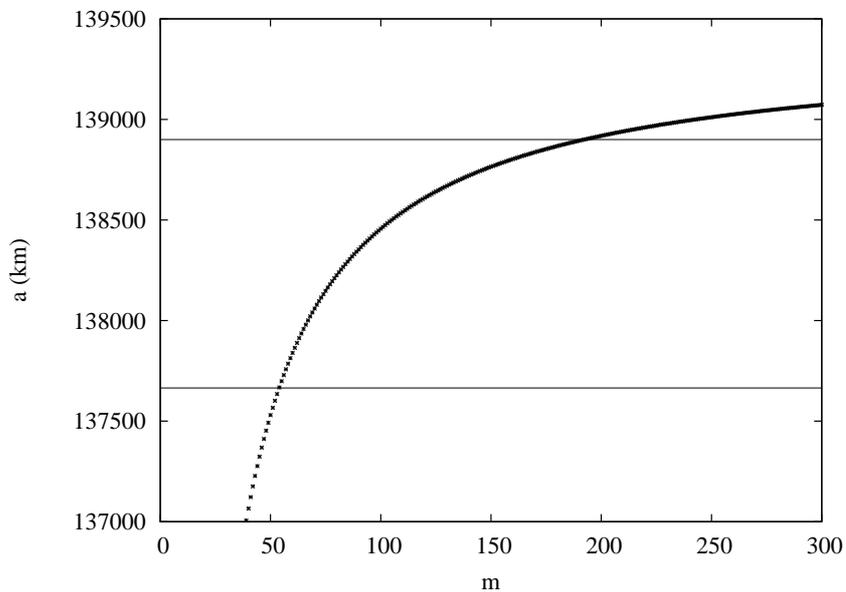


Figura 4.3: Localização do semi-eixo maior das ressonâncias de corotação e de Lindblad em função do número m na região dos anéis R/2004 S1 e R/2004 S2. As linhas horizontais indicam o semi-eixo maior médio de cada anel, cuja largura é de 300 km.

A seguir serão analisadas as ressonâncias nas regiões dos anéis R/2004 S1 e R/2004 S2 separadamente.

4.3.1 Ressonâncias na região do anel R/2004 S2

A figura 4.4 mostra os semi-eixos maiores das ressonâncias de primeira ordem, tanto de corotação como de Lindblad, na região do anel R/2004 S2, obtidos numericamente através da equação 4.19.

As figuras 4.5 e 4.6 mostram com maior detalhe a localização dos semi-eixos maiores

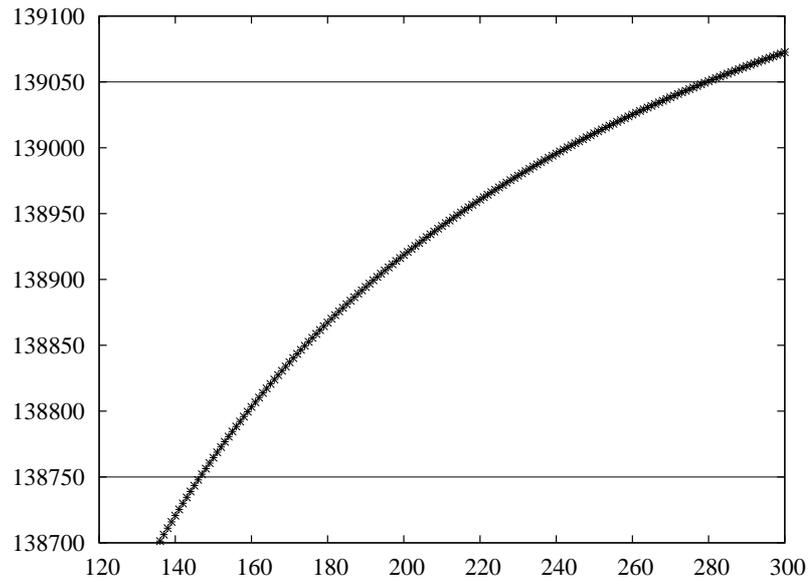


Figura 4.4: Localização do semi-eixo maior das ressonâncias de corrotação e de Lindblad, de primeira ordem, em função do número m para o anel R/2004 S2. As linhas horizontais indicam as bordas interna e externa do anel.

ressonantes, tanto de corrotação como de Lindblad, na região das bordas externa (figura 4.5) e interna (figura 4.6) do anel R/2004 S2. A largura de cada ressonância, calculada através da equação 4.16, está representada por uma linha vertical e corresponde a aproximadamente 6 km.

É possível ver nas figuras 4.5 e 4.6 que a distância entre duas ressonâncias consecutivas é menor que a largura das mesmas, havendo então valores de semi-eixo maior onde há sobreposição. Ocorre também a sobreposição entre as ressonâncias de corrotação e de Lindblad, não sendo possível distinguí-las nestas figuras. A sobreposição entre as ressonâncias verificada nas bordas do anel ocorre em toda a sua extensão radial.

Pode-se ver também nas figuras 4.5 e 4.6 que não ocorre uma coincidência entre semi-eixos maiores ressonantes e as bordas interna e externa do anel R/2004 S2.

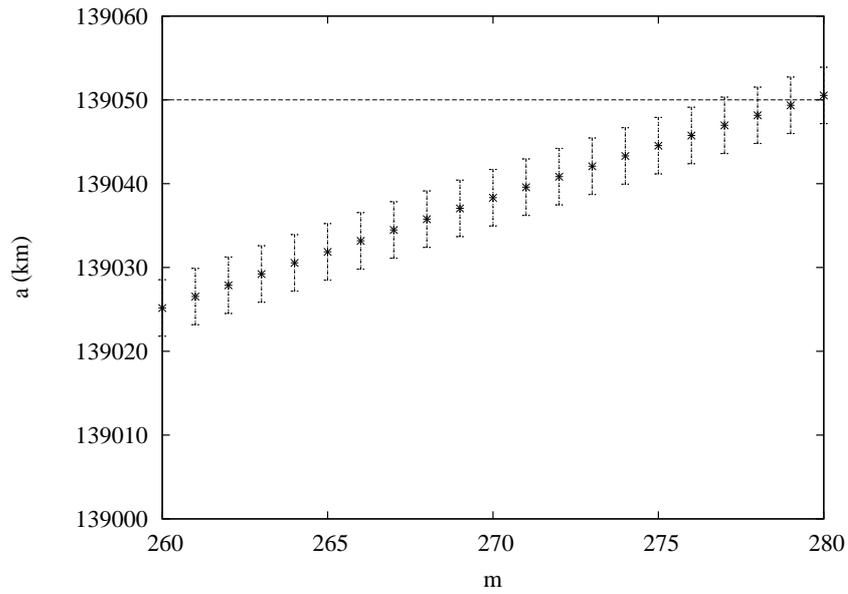


Figura 4.5: Localização do semi-eixo maior das ressonâncias de corrotação e de Lindblad, de primeira ordem, em função do número m na região da borda externa anel R/2004 S2, que está indicada pela linha horizontal.

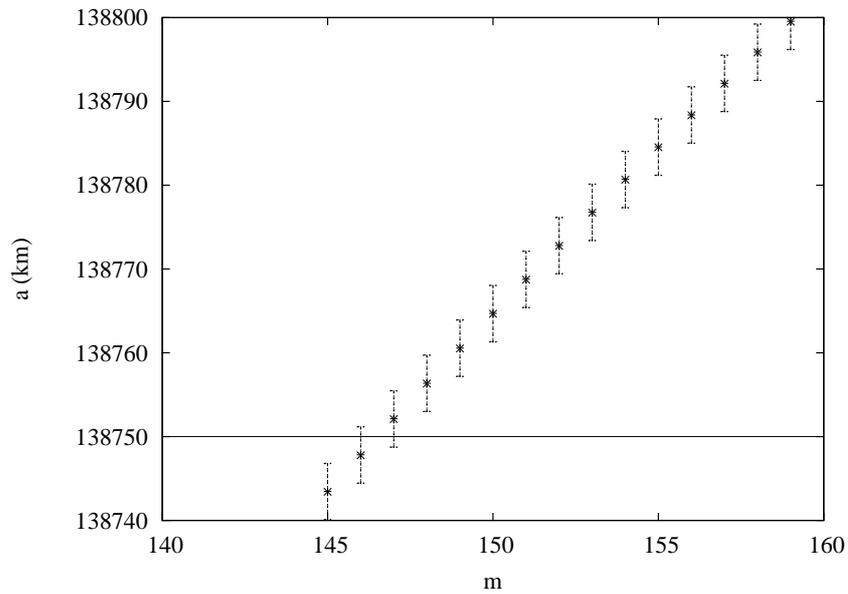


Figura 4.6: Localização do semi-eixo maior das ressonâncias de corrotação e de Lindblad, de primeira ordem, em função do número m na região da borda interna anel R/2004 S2, que está indicada pela linha horizontal.

4.3.2 Ressonâncias na região do anel R/2004 S1

Uma análise semelhante foi realizada para a região do anel R/2004 S1. A figura 4.7 mostra a localização das ressonâncias nesta região. Devido à escala não é possível ver

claramente a largura de cada ressonância, que é de aproximadamente 6 km.

As figuras 4.8 e 4.9 mostram os semi-eixos maiores ressonantes em função do número m nas bordas externa e interna do anel R/2004 S1, respectivamente. A largura de cada ressonância, calculada através da equação 4.16, está indicada por uma linha vertical. Novamente não é possível distinguir ressonâncias de corotação e de Lindblad.

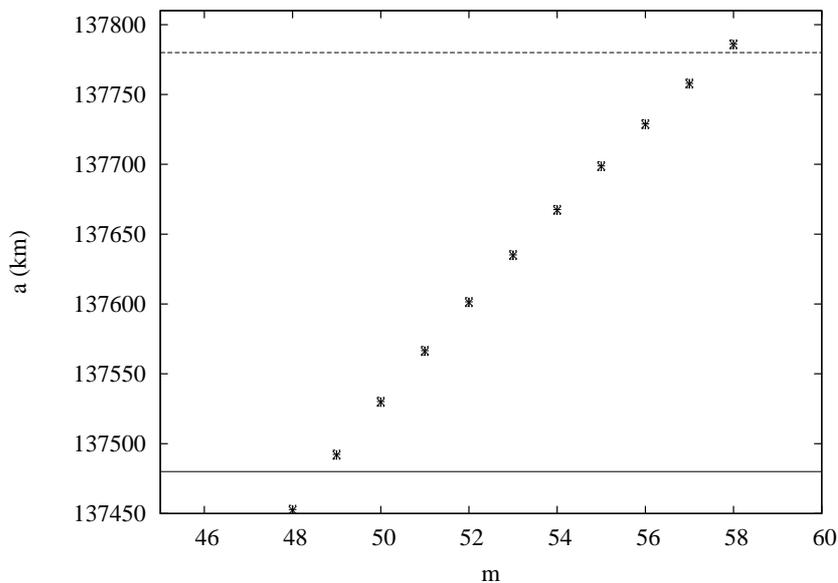


Figura 4.7: Localização do semi-eixo maior das ressonâncias de corotação e de Lindblad em função do número m na região do anel R/2004 S1, cujas bordas estão indicadas pelas linhas horizontais.

Diferentemente do que ocorre no anel R/2004 S2, é possível ver nas figuras 4.8 e 4.9 que a distância entre os semi-eixos maiores ressonantes é maior que a largura das ressonâncias e desta forma não há sobreposição. É possível notar também que as bordas do anel R/2004 S1 não coincidem com semi-eixos maiores ressonantes.

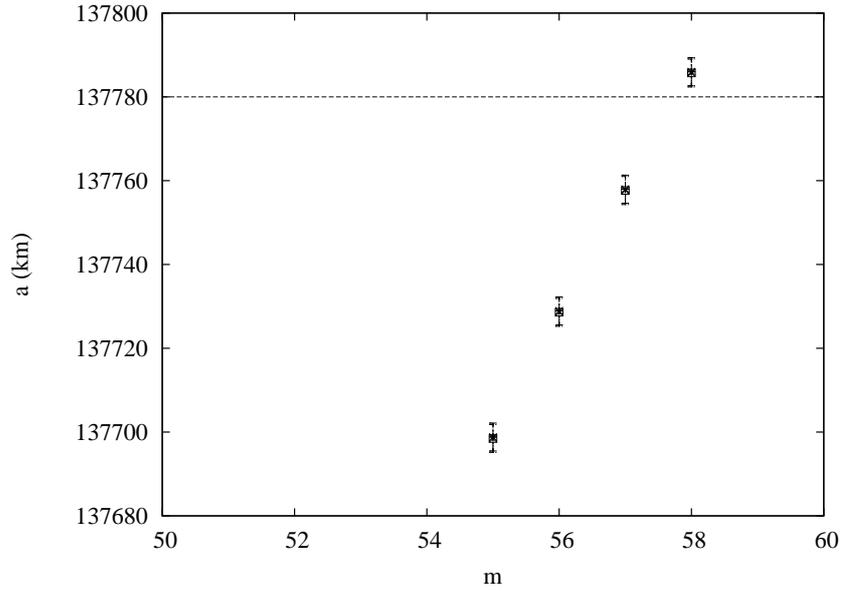


Figura 4.8: Localização do semi-eixo maior das ressonâncias de corotação e de Lindblad devido à Prometeu em função do número m na borda externa do anel R/2004 S1 (identificada pela linha horizontal). A largura de cada ressonância está indicada por uma barra vertical.

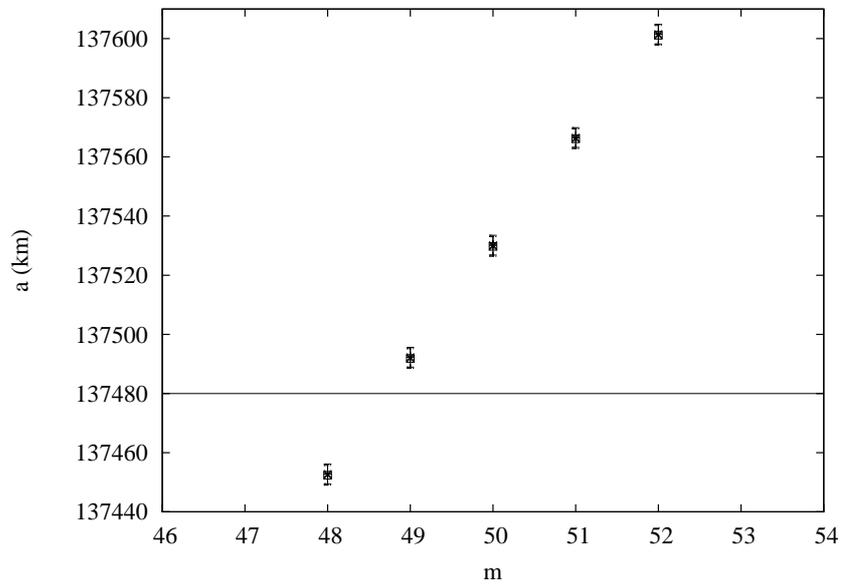


Figura 4.9: Localização do semi-eixo maior das ressonâncias de corotação e de Lindblad devido à Prometeu em função do número m na borda interna do anel R/2004 S1 (identificada pela linha horizontal). A largura de cada ressonância está indicada por uma barra vertical.

4.4 Conclusão

Ressonâncias entre satélites e partículas são responsáveis pela formação de diversas estruturas em anéis planetários. Por esta razão calculou-se a localização das ressonâncias de corotação e de Lindblad na região dos anéis R/2004 S1 e R/2004 S2 devido à Prometeu, por ser o satélite mais massivo próximo a esta região.

Em toda a extensão do anel R/2004 S2 a largura das ressonâncias é maior que a separação entre elas, de forma que ocorre uma sobreposição. Analisando o fenômeno de ressonância através de um formalismo hamiltoniano tem-se que partículas em uma região onde há sobreposição de ressonâncias podem apresentar um comportamento caótico (Murray & Dermott 1999). Desta forma todo o anel R/2004 S2 pode estar localizado em uma região caótica, resultado que será analisado com mais detalhes no capítulo 5.

Na região do anel R/2004 S1 o espaçamento entre as ressonâncias é maior, de forma que não ocorre a sobreposição como encontrado no anel R/2004 S2. Assim o comportamento das partículas de R/2004 S1 é determinado pelos efeitos do satélite Atlas que está imerso no anel, como mostrado no capítulo 3.

Os anéis R/2004 S2 e R/2004 S1 são tênues e não apresentam um limite bem definido, mas analisando a localização das ressonâncias nas bordas dos anéis é possível ver que não há uma coincidência entre a borda do anel e um semi-eixo ressonante, de forma que o mecanismo de confinamento através da ressonância entre um satélite e as bordas de um anel planetário proposto por (Goldreich & Tremaine 1979) não se aplica a estes novos anéis.

Capítulo 5

Caos na região do anel R/2004 S2

5.1 Introdução

Nos capítulos anteriores todos os sistemas estudados foram tratados implicitamente como sendo determinísticos. Em um sistema determinístico, dado um estado inicial e as equações que descrevem tal sistema (ou seja, conhecendo-se todas as forças envolvidas) é possível calcular a configuração do sistema em qualquer instante de tempo, tanto passado como futuro.

Para sistemas determinísticos é válida a premissa de que a precisão obtida na configuração do sistema em um dado instante de tempo está relacionada à precisão das medidas das suas condições iniciais: quando mais precisas forem as condições iniciais mais precisa será a previsão de um estado futuro ou passado.

Entretanto existem sistemas que não podem ser caracterizados como determinísticos e neste caso são ditos caóticos. Sistemas caóticos possuem como características principais (Arfken & Weber 1996):

- alto grau de imprevisibilidade
- extrema sensibilidade às condições iniciais

A primeira característica está relacionada ao fato de que um sistema caótico não apresenta um comportamento bem definido, ou seja, independente da precisão na determinação das condições iniciais do sistema não é possível prever exatamente sua configuração em outro instante de tempo. A sensibilidade às condições iniciais indica que duas condições iniciais próximas levam o sistema à configurações diferentes após um determinado período de tempo.

Vários trabalhos apontam a existência de caos em mecânica celeste, tanto em anéis planetários como na órbita de satélites. O satélite Daphnis (S/2004 S1), descoberto pela

sonda Cassini (Spitale *et al.* 2006), é responsável pela formação da falha de Keller: partículas próximas à Daphnis passam a ter órbitas caóticas devido aos encontros com o satélite e são rapidamente espalhadas.

Goldreich & Rappaport (2003) mostraram devido a interação entre Prometeu e Pandora, satélites próximos ao anel F, ocorrem trocas de energia e momento angular entre eles fazendo com que seus movimentos sejam caóticos. O movimento caótico dos satélites foi utilizado para explicar a defasagem em 20° da longitude de Prometeu em relação ao valor esperado.

5.1.1 Máximo expoente característico de Lyapunov

Existem vários métodos para determinar se um dado sistema é caótico, como também para quantificar o grau de caoticidade (Cvitanović *et al.* 2004). Neste trabalho será utilizado o expoente característico máximo de Lyapunov, que quantifica a divergência entre órbitas e através da análise desta divergência é possível classificar se uma dada região é caótica.

Imaginemos duas órbitas genéricas a e b em um espaço de fase (figura 5.1), sendo que a órbita a é chamada órbita de referência. Se as duas órbitas forem caóticas, com o passar do tempo a órbita b se afasta da órbita de referência exponencialmente.

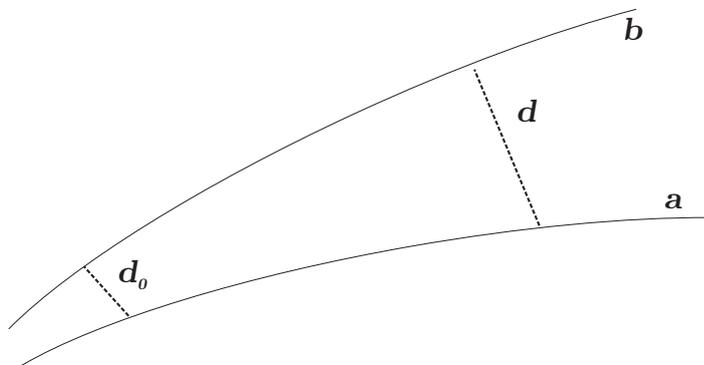


Figura 5.1: Cálculo do expoente característico máximo de Lyapunov através da medida da divergência entre duas órbitas a e b inicialmente separadas por uma distância d_0 .

Se a separação entre as órbitas em $t = 0$ é d_0 , em um instante t posterior a distância de separação d é dada por (Murray & Dermott 1999)

$$d = d_0 e^{\gamma(t-t_0)} \quad (5.1)$$

onde γ , uma medida da taxa de separação entre as órbitas, é o máximo expoente característico de Lyapunov (ou simplesmente máximo expoente de Lyapunov).

A condição necessária para que haja divergência entre as órbitas com o passar do tempo é que γ seja uma quantidade positiva e neste caso o comportamento é sensível às condições iniciais. Se γ for negativo as órbitas convergem e o sistema é independente das condições iniciais (Wolf *et al.* 1985). A ligação entre a divergência exponencial de duas órbitas com o máximo expoente de Lyapunov é discutida em Benettin *et al.* (1976).

O valor do máximo expoente de Lyapunov pode ser estimado através de integrações numéricas. Conhecendo a distância inicial d_0 que separa duas órbitas e determinando a evolução destas, a partir da equação 5.1, o valor de γ é dado por (Murray & Dermott 1999)

$$\gamma = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\ln \left(\frac{d}{d_0} \right)}{t - t_0} \quad (5.2)$$

Analisando o comportamento de γ em função do tempo é possível determinar se uma órbita é regular ou caótica. Para uma órbita regular a divergência em relação a uma órbita de referência é pequena, de forma que $d_0 \approx d$. Em um gráfico $\log \gamma \times \log t$ a curva obtida para este caso apresenta um coeficiente angular igual a -1 . Se a órbita é caótica γ tende a um valor positivo e a curva, também em um gráfico $\log \gamma \times \log t$, não apresenta uma inclinação igual a -1 . A figura 5.2 ilustra o comportamento do máximo expoente de Lyapunov em função do tempo para uma órbita regular e outra caótica.

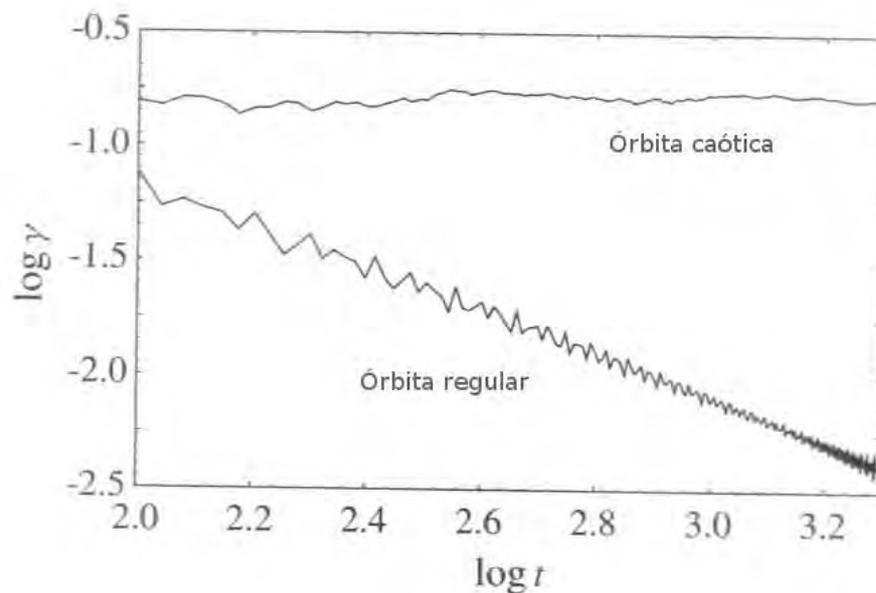


Figura 5.2: Comportamento do expoente de Lyapunov para uma órbita caótica e uma órbita regular. Adaptado de Murray & Dermott (1999)

Se duas órbitas separam-se consideravelmente é conveniente normalizar a separação entre elas, pois γ deixa de ser uma medida da divergência (Benettin *et al.* 1976). A figura

5.3 ilustra o método da renormalização, onde a cada intervalo de tempo Δt a trajetória da partícula é aproximada da trajetória de referência ao longo do vetor separação até a distância d_0 . Neste caso o expoente característico máximo de Lyapunov após um número n de renormalizações é dado por (Murray & Dermott 1999)

$$\gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{\ln \left(\frac{d_i}{d_0} \right)}{n \Delta t} \quad (5.3)$$

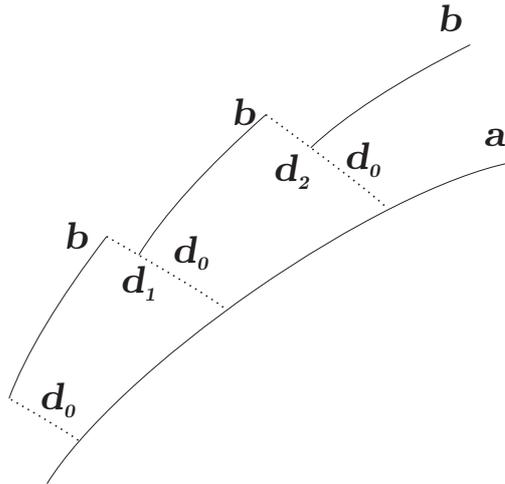


Figura 5.3: Ilustração do método de renormalização para o cálculo do máximo expoente característico de Lyapunov, onde em intervalos fixos Δt a trajetória da partícula é aproximada da trajetória de referência.

Partindo da definição do máximo expoente característico de Lyapunov é possível também definir o tempo necessário para que a distância entre duas órbitas aumente de um fator e . Este tempo é chamado tempo de Lyapunov (t_L) e é dado por (Murray & Dermott 1999)

$$t_L = \frac{1}{\gamma} \quad (5.4)$$

Neste capítulo será utilizado o máximo expoente característico de Lyapunov para analisar se o comportamento das partículas do anel R/2004 S2 sob influência de Prometeu é caótico. Como foi discutido no capítulo 4 ocorre a sobreposição entre ressonâncias nesta região, indicando a possibilidade de que as órbitas das partículas deste anel sejam caóticas.

Nas seções seguintes serão apresentados o método numérico utilizado para determinar o máximo expoente de Lyapunov e os resultados obtidos nas simulações numéricas realizadas para vários períodos orbitais.

5.2 Método

O cálculo do máximo expoente característico de Lyapunov foi realizado através de simulações numéricas para o sistema Saturno-Prometeu-partícula utilizando as equações do movimento para o problema circular restrito de três corpos (seção 2.2) e o integrador Gauss-Radau (Everhard 1985).

As simulações numéricas foram realizadas para vários períodos orbitais do satélite e por esta razão foram incluídos os coeficientes gravitacionais J_2 , J_4 e J_6 (Yoder 1995), que representam a não uniformidade na distribuição da massa do planeta (responsável pela precessão secular da longitude do pericentro da partícula e do satélite). Com a inclusão destes coeficientes o potencial gravitacional U^\dagger utilizado para determinar as equações do movimento é da forma (Murray & Dermott 1999)

$$U^\dagger = U - \frac{\mu}{r_{\text{sat}}} \left(\sum_{i=2,4,6} J_i \left(\frac{R_p}{r_{\text{sat}}} \right)^2 P_i(0) \right) - \frac{1-\mu}{r_s} \left(\sum_{i=2,4,6} J_i \left(\frac{R_p}{r_s} \right)^2 P_i(0) \right) \quad (5.5)$$

sendo U o potencial do problema circular restrito de três corpos (dado pela equação 2.13), r_{sat} e r_s as distâncias do satélite e da partícula ao planeta respectivamente e μ a razão entre a massa do satélite e a massa do planeta. R_p e M_p são o raio e a massa do planeta, respectivamente, P_i os polinômios associados de Legendre de grau i e J_i os harmônicos zonais.

Para utilizar o método da normalização foi introduzida uma ‘partícula fantasma’ no programa. Esta partícula fantasma sofre influência do planeta e do satélite, mas não interage com a partícula ‘real’, de forma que sua órbita serve como a órbita de referência. Assim em intervalos de tempo regulares a órbita da partícula é renormalizada em relação à órbita de referência e então é determinada a distância entre as duas órbitas. Com este valor determina-se o valor do máximo expoente de Lyapunov através da equação 5.3.

Em intervalos de tempo regulares é calculada a distância entre estas partícula e então determinado o valor de γ através da equação 5.3.

A massa de Saturno utilizada foi de $5,6846 \times 10^{26}$ kg e o raio do planeta 60.330 km (Yoder 1995) e o valor dos harmônicos zonais utilizados nas simulações numéricas estão apresentados na tabela 5.1. Os elementos orbitais de Prometeu estão na tabela 4.1.

5.3 Resultados

Como discutido no capítulo 3, a dinâmica das partículas do anel R/2004 S2 é determinada pela influência de Prometeu. A cada período orbital a aproximação do satélite

Harmônico zonal	Valor
J_2	$1,63 \times 10^{-2}$
J_4	$-9,15 \times 10^{-4}$
J_6	$1,03 \times 10^{-4}$

Tabela 5.1: Harmônicos zonais de Saturno (Yoder 1995) utilizados para determinar o máximo expoente de Lyapunov para partículas do anel R/2004 S2.

faz com que sejam espalhadas partículas do anel, tanto em direção ao planeta como em direção ao anel F.

No capítulo 4 foi determinada a localização dos semi-eixos maiores ressonantes, considerando-se ressonâncias de primeira ordem devido a Prometeu (tanto ressonâncias de corotação quanto de Lindblad), na região do anel R/2004 S2. Como a largura das ressonâncias é menor que a distância entre elas ocorre a sobreposição, indicando que as órbitas nesta região podem ser caóticas.

Para confirmar se as órbitas são realmente caóticas, a primeira análise foi observar a variação do semi-eixo maior e da excentricidade para três partículas do anel R/2004 S2.

A figura 5.4 mostra a evolução durante 100 anos de duas partículas inicialmente localizadas em $a = 138.800$ km (figuras 5.4-a e b) e $a = 139.000$ km (figuras 5.4-c e d). A excentricidade inicial de ambas as partículas é zero.

Nos dois casos mostrados na figura 5.4 as partículas localizadas inicialmente no anel R/2004 S2 têm sua excentricidade aumentada e atingem a região do anel F.

A figura 5.5 mostra a evolução durante 100 anos de uma partícula do anel R/2004 S2 inicialmente localizada em $a = 138.900$ km e em órbita circular.

É possível ver na figura 5.5 que a partícula se aproxima da borda externa do anel R/2004 S1 e também sofre um aumento na sua excentricidade.

As variações dos elementos orbitais apresentadas nas figuras 5.4 e 5.5 não mostram nenhum padrão bem definido e nem um comportamento periódico. Apesar das variações serem aparentemente aleatórias estes gráficos não comprovam se as órbitas das partículas do anel R/2004 S2 são realmente caóticas.

Para comprovar o comportamento caótico das partículas do anel R/2004 S2 foi calculado o máximo expoente de Lyapunov. A figura 5.6 mostra a variação de γ em função do tempo (em períodos orbitais do satélite) para partículas de R/2004 S2 inicialmente com excentricidade zero e semi-eixos maiores de 138.800 km, 138.900 km e 139.000 km (as mesmas condições iniciais das figuras 5.4 e 5.5).

O comportamento das curvas mostradas na figura 5.6 confirma a hipótese de que as partículas apresentam um comportamento caótico. Até aproximadamente $t = 100$ períodos orbitais de Prometeu as curvas apresentam uma inclinação compatível com um

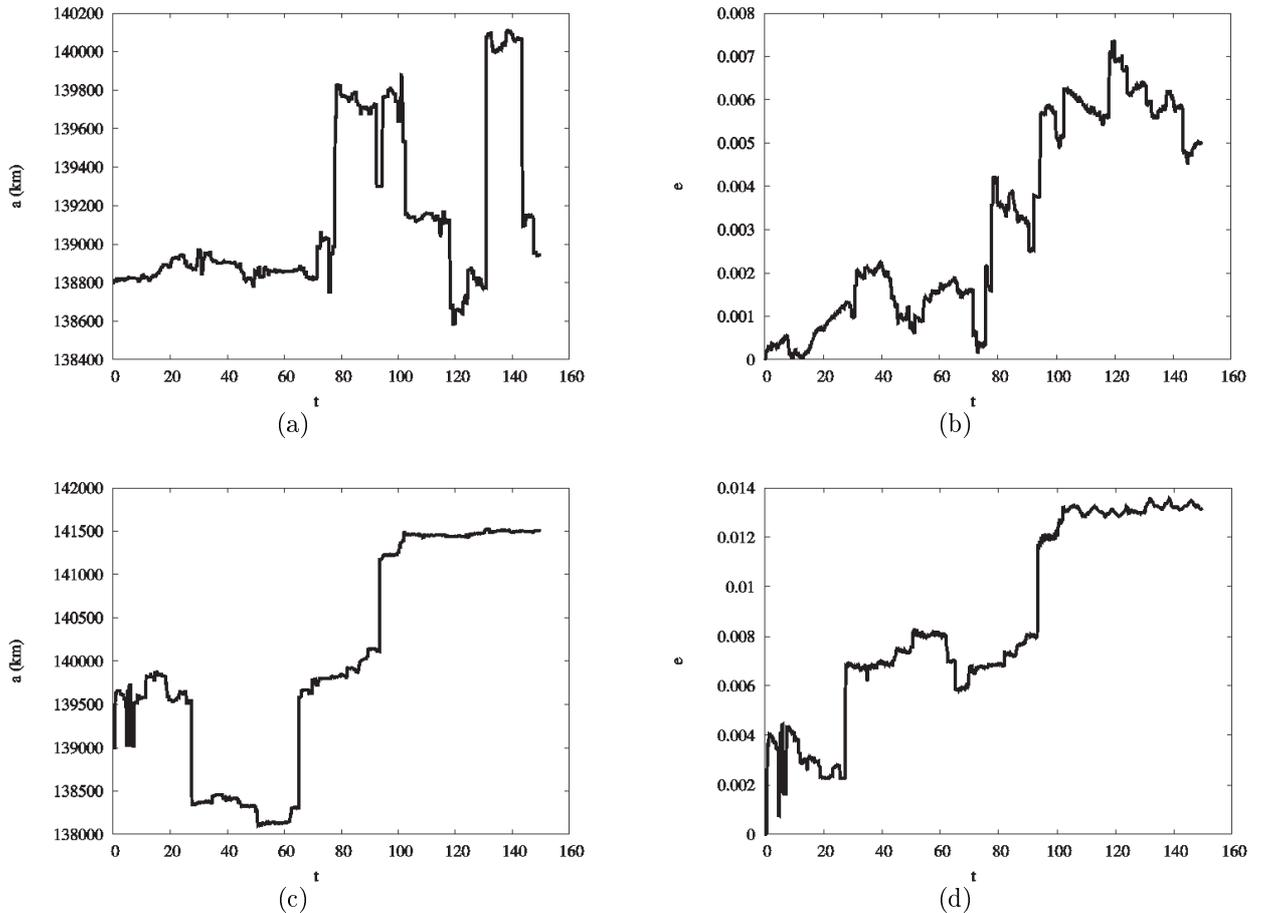


Figura 5.4: Variação do semi-eixo maior e da excentricidade devido a Prometeu em função do tempo (em anos). Inicialmente as partículas possuem órbitas circulares e semi-eixos maiores de 138.000 km (a e b) e 139.000 km (c e d).

comportamento regular, mas em seguida há uma inflexão mostrando que a órbita se torna caótica.

De fato todo o anel R/2004 S2 está localizado em uma região caótica. Este comportamento foi verificado através de simulações numéricas para valores de semi-eixos maiores compreendidos entre 138.500 km e 139.100 km, abrangendo toda a largura radial de R/2004 S2.

Também foi calculado o tempo de Lyapunov para as partículas do anel R/2004 S2 a partir da equação 5.4. O valor obtido foi de aproximadamente 100 períodos orbitais de Prometeu, calculado a partir do valor de $\gamma = 10^{-2}$ /períodos orbitais obtido para o máximo expoente característico de Lyapunov.

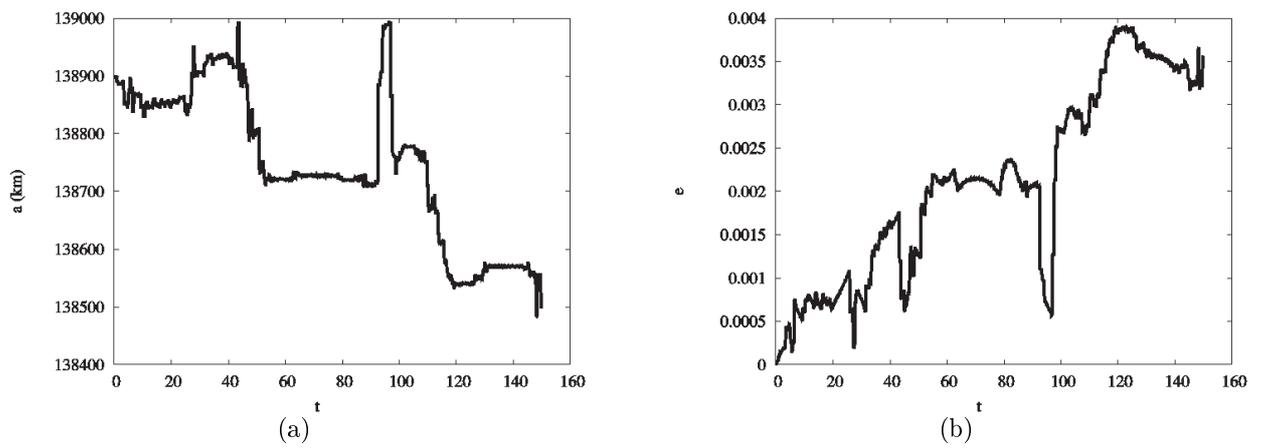
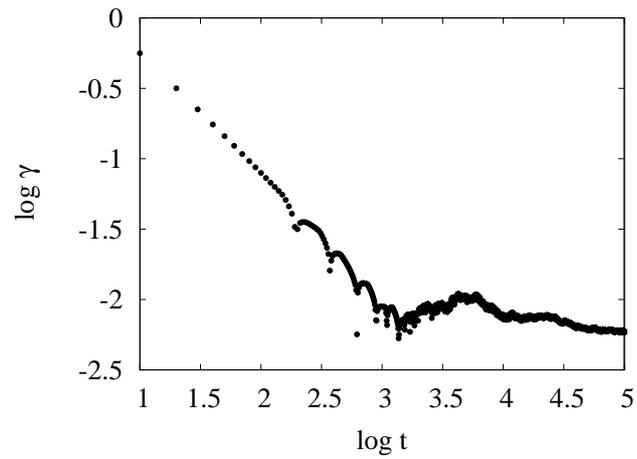
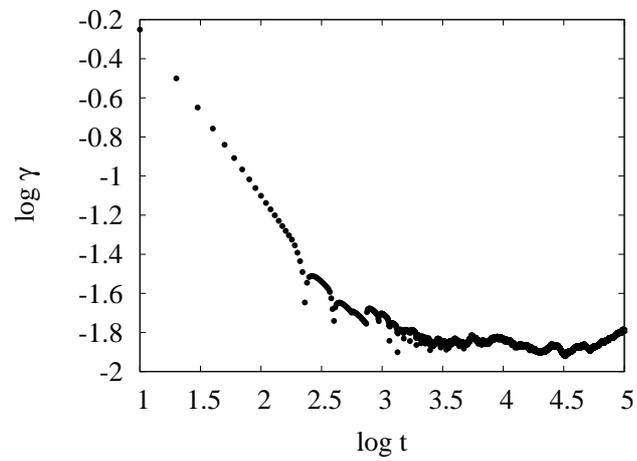


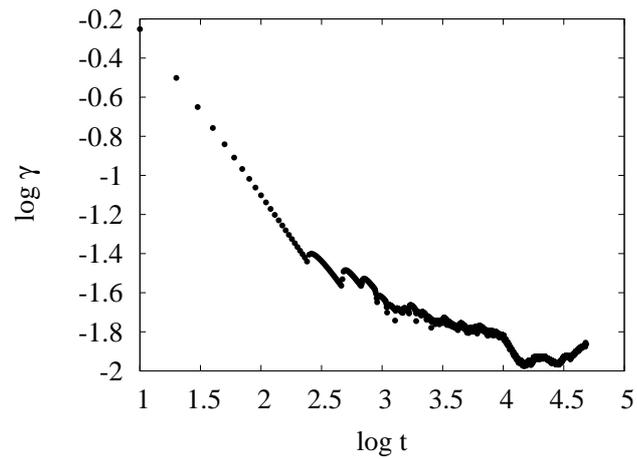
Figura 5.5: Variação do (a) semi-eixo maior e (b) da excentricidade devido a Prometeu em função do tempo (em anos) de uma partícula inicialmente órbita circular e semi-eixo maior de 138.900 km.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.6: Variação de γ em função do tempo (em unidades de período orbital de Prometeu) para partículas de R/2004 S2 inicialmente com excentricidade zero e com semi-eixos maiores de (a) 138.800 km, (b) 138.900 km e (c) 139.000 km. Nos três casos as partículas apresentam um comportamento caótico.

5.4 Conclusão

Inicialmente foi estudado o comportamento das partículas do anel R/2004 S2 sob influência de Prometeu (capítulo 3), onde se mostrou que o satélite pode espalhar partículas tanto em direção ao planeta quanto em direção a região do anel F. No capítulo 4 foi analisada a localização e largura das ressonâncias devido a Prometeu na região do anel R/2004 S2 e foi verificado a sobreposição entre as ressonâncias, um indicativo que a região é caótica.

A análise da variação do semi-eixo maior e da excentricidade de algumas partículas do anel mostrou que elas podem atingir a região do anel F, assim como se aproximar da órbita do anel R/2004 S1. Além disso a variação destes dois elementos orbitais não apresenta um comportamento bem definido ou periódico, outro indicativo de caos.

Para confirmar o comportamento caótico foi analisado o máximo expoente característico de Lyapunov para partículas do anel R/2004 S2. O estudo foi realizado através de simulações numéricas considerando o problema circular restrito de três corpos formado pelo sistema Saturno-Prometeu-partícula, com a inclusão do efeito devido aos coeficientes gravitacionais J_2 , J_4 e J_6 .

Os resultados obtidos na análise de toda a região do anel R/2004 S2 confirmam o comportamento caótico das partículas que compõe o anel. O máximo expoente característico de Lyapunov obtido foi de $\gamma = 10^{-2}$ /períodos orbitais do satélite, o que resulta em aproximadamente 100 períodos orbitais de Prometeu para o tempo de Lyapunov, indicando que as partículas do anel R/2004 S2 apresentam uma rápida difusão. Estes resultados estão de acordo com os efeitos esperados devido a sobreposição de ressonâncias vista no capítulo 4.

Devido a caoticidade do anel R/2004 S2 as partículas são espalhadas tanto em direção a região do anel F quanto em direção ao anel R/2004 S1. Isso faz com que seja necessário um mecanismo de confinamento para manter o anel ou de alguma forma o anel é constantemente populado por novas partículas. Novos dados enviados pela sonda Cassini podem ajudar a compreender a origem e estabilidade deste anel.

Capítulo 6

Efeitos da pressão de radiação solar

6.1 Introdução

Nos capítulos anteriores foram analisados os efeitos de Prometeu e Atlas nos anéis R/2004 S1 e R/2004 S2, como também os efeitos de Prometeu no anel F. Em todos os casos foi considerada somente a interação gravitacional, sem levar em conta nenhuma força dissipativa.

Entretanto a dinâmica de anéis planetários pode ser alterada devido a outras forças não gravitacionais, como por exemplo a pressão de radiação solar. Burns *et al.* (1979) mostraram que uma partícula orbitando um planeta sofre uma redução secular no seu semi-eixo maior devido a pressão de radiação solar, formando uma espiral em direção ao planeta.

Foi mostrado por Goldreich & Tremaine (1979) que colisões e o arrasto de Poynting-Robertson fazem com que o tempo de estabilidade do anel seja muito menor do que a idade do sistema solar. Desta forma é necessário que o anel seja continuamente recomposto ou que exista um mecanismo de confinamento.

Goldreich & Tremaine (1979) propuseram um mecanismo de confinamento, onde dois satélites pastores, um interior e outro exterior ao anel, através de torques gravitacionais evitariam o espalhamento das partículas. Este modelo foi aplicado com sucesso ao anel ϵ de Urano, que é margeado pelos satélites Cordélia e Ofélia.

Outro mecanismo de confinamento foi proposto por Dermott *et al.* (1979, 1980). Um satélite imerso em um anel pode manter partículas em órbitas de ferradura ao redor dos pontos lagrangianos L_3 , L_4 e L_5 . Um exemplo deste fenômeno é o anel da falha de Encke que se mantém confinado devido ao satélite Pan (Showalter 1991) e o mesmo foi verificado no anel R/2004 S1, cujas partículas são mantidas em órbitas de ferradura devido a Atlas (capítulo 3).

Dermott (1984) e Murray & Dermott (1999) argumentaram que os efeitos do arrasto

de Poynting-Robertson não causam grandes variações no mecanismo de confinamento em órbitas de ferradura devido à simetria das órbitas. Giuliatti Winter *et al.* (2004) mostraram que com a inclusão da pressão de radiação o mecanismo de confinamento não é mais válido mesmo existindo a simetria.

Todos estes estudos mostram que os efeitos da pressão de radiação solar são importantes no estudo da evolução de partículas micrométricas e submicrométricas.

Showalter *et al.* (1992) através de uma análise fotométrica das imagens enviadas pela Voyager II mostrou que o anel F é formado por um núcleo com 1 km de largura composto de partículas centimétricas envolto por um envelope de partículas cujo tamanho é da ordem de micrometros. Eles sugeriram que a formação do grande número de partículas micrométricas que compõem este envelope se deve a impactos de micrometeoros.

Bosh *et al.* (2002) também através de uma análise fotométrica mostraram que existe uma população considerável de partículas cujo raio é maior que $10 \mu m$ na região do anel F. Eles apontam que a diferença com o estudo realizado por Showalter *et al.* (1992) provavelmente deve-se às diferenças de época e longitude das imagens analisadas. Porco *et al.* (2005) através das imagens enviadas pela sonda Cassini identificaram um fundo de poeira com 700 km de largura envolvendo toda a região do anel F.

Ainda não foi realizado nenhum estudo a respeito do tamanho das partículas que compõem os anéis R/2004 S1 e R/2004 S2, mas supõe-se que estes anéis descobertos pela sonda Cassini sejam formados em grande parte por partículas micrométricas (Porco *et al.* 2005).

Desta forma tanto o anel F como os anéis R/2004 S1 e R/2004 S2 podem ser influenciados pela pressão de radiação solar. Para derivar algumas expressões importantes neste estudo suponha uma partícula com secção geométrica transversal A localizada em um ponto onde a densidade do fluxo de radiação (energia por unidade de área por unidade de tempo) é S . Ela pode interceptar uma quantidade de energia ΔE por unidade de tempo dada por

$$\Delta E = SA \tag{6.1}$$

considerando que a partícula é um absorvedor perfeito. Neste caso também ocorre uma transferência de momento linear e a partícula experimenta um conjunto de forças na direção que a liga à fonte de radiação.

A expressão da força devido à pressão de radiação é dada por (Burns *et al.* 1979)

$$\vec{F} = \frac{SA}{c} Q_{pr} \hat{s} \tag{6.2}$$

onde Q_{pr} é um coeficiente adimensional que está relacionado às taxas absorção, espalha-

mento e reemissão de energia pela partícula, c é a velocidade da luz no vácuo e \hat{s} é o versor que une a partícula à fonte de radiação (no caso o Sol).

A força da pressão de radiação, combinada com o arrasto de Poynting-Robertson é dada por (Burns *et al.* 1979)

$$\vec{F} = m\vec{v} = \frac{SA}{c}Q_{pr} \left[\left(1 - \frac{\dot{r}}{c}\right) \vec{S} - \frac{\vec{v}}{c} \right] \quad (6.3)$$

onde $\dot{r} = dr/dt$ é a derivada primeira em relação ao tempo do vetor posição e \vec{v} é o vetor velocidade da partícula. O termo dependente de \dot{r} pode ser chamado de componente de arrasto, uma vez que é contrário à velocidade radial da partícula. Nesta expressão \vec{S} é o vetor de Poynting e $S = |\vec{S}|$

A constante Q_{pr} pode ser obtida a partir da teoria de Mie, entretanto é mais conveniente utilizar um outro parâmetro que quantifica diretamente a perturbação causada devido às forças de radiação sobre uma partícula (Mignard 1984). Para isso considera-se uma partícula com raio r , densidade ρ a uma distância R do Sol. O módulo das forças gravitacional F_g e de radiação F_{pr} que atuam sobre a partícula são dadas por

$$F_g = GM \frac{4}{3} \pi r^3 \frac{\rho}{R^2} \quad (6.4)$$

$$F_{pr} = \frac{S\pi r^2}{c} Q_{pr} = \frac{L}{4\pi R^2} \frac{\pi r^2}{c} Q_{pr} \quad (6.5)$$

onde M é a massa do Sol, L a luminosidade e G a constante gravitacional.

Pode-se definir uma nova grandeza, β , dada pela razão entre as forças gravitacional e de radiação:

$$\beta = \frac{F_{pr}}{F_g} = \frac{3L}{16\pi GMc} \frac{Q_{pr}}{\rho r} \quad (6.6)$$

Como as duas forças dependem do inverso do quadrado da distância ao Sol, a razão entre elas é independente da distância. Desta forma β depende somente das propriedades geométricas da partícula, como por exemplo a densidade e o raio. Numericamente a constante é dada por

$$\beta = 0,6 \frac{Q_{pr}}{\rho r} \quad (6.7)$$

com r dado em μm e ρ em $g.cm^{-3}$.

Partículas micrométricas possuem valor de β da ordem da unidade. No trabalho de (Burns *et al.* 1979) pode ser encontrado um gráfico do valor de β em função do raio da

partícula para diversos materiais.

6.1.1 Pressão de radiação para o caso planetocêntrico

A expressão da força dada pela equação 6.3 é válida para o caso de uma partícula orbitando a fonte de radiação (no caso o Sol). Para o caso de uma partícula orbitando um planeta a força da pressão de radiação é dada por (Mignard 1984)

$$\vec{F} = \beta \left[\frac{\vec{r}_{sp}}{r_{sp}} \left[1 - \frac{\vec{r}_{sp}}{r_{sp}} \left(\frac{\vec{v}_p}{c} + \frac{\vec{v}}{c} \right) \right] - \left(\frac{\vec{v}_p}{c} + \frac{\vec{v}}{c} \right) \right] \quad (6.8)$$

onde \vec{r}_{sp} é o raio vetor que liga o planeta ao Sol e $r_{sp} = |\vec{r}_{sp}|$, \vec{v} é o vetor velocidade da partícula em relação ao planeta e \vec{v}_p o vetor velocidade do planeta ao redor do Sol.

O primeiro termo da equação 6.8 refere-se à pressão de radiação e os outros termos são relativos ao arrasto de Poynting-Robertson. Como a partícula se move ao redor do planeta há uma alteração na frequência da radiação que chega até a partícula em relação à emitida pela fonte. Esta alteração se deve ao efeito Doppler e está relacionado ao termo \vec{v}/c na equação 6.8.

Como em uma partícula de um anel planetário a pressão de radiação e o arrasto de Poynting-Robertson agem simultaneamente a análise será feita considerando os efeitos das duas componentes. A determinação das equações do movimento da partícula para este caso foi baseada no trabalho de Giuliatti Winter *et al.* (2004)

Considerando um sistema de referência com origem no centro do planeta (sistema planetocêntrico), que rotaciona com velocidade angular igual ao movimento médio do satélite, a força de radiação dada pela equação 6.8 pode ser separada em duas componentes:

$$F_x = -\frac{\beta GM_{Sol}}{d^2} \left[(\dot{x} - y + \dot{x}_{Sol}) + (\dot{x} - y) \cos^2(n_{Sol}t) + (\dot{y} + x) \sin(n_{Sol}t) \cos(n_{Sol}t) \right] \quad (6.9)$$

$$F_y = -\frac{\beta GM_{Sol}}{d^2} \left[(\dot{y} + x + \dot{y}_{Sol}) + (\dot{y} + x) \sin^2(n_{Sol}t) + (\dot{x} - y) \sin(n_{Sol}t) \cos(n_{Sol}t) \right] \quad (6.10)$$

onde M_{Sol} e n_{Sol} são a massa e o movimento médio do Sol respectivamente e d é a distância entre o planeta e o Sol.

A posição (x_{Sol}, y_{Sol}) e a velocidade $(\dot{x}_{Sol}, \dot{y}_{Sol})$ do Sol no sistema planetocêntrico são dadas por

$$x_{Sol} = -\vec{r}_{sp} \cos(n_{Sol}t)$$

$$y_{Sol} = -\vec{r}_{sp} \sin(n_{Sol}t) \quad (6.11)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{Sol} &= \vec{r}_{sp} n_{Sol} \sin(n_{Sol}t) \\ \dot{y}_{Sol} &= -\vec{r}_{sp} n_{Sol} \cos(n_{Sol}t) \end{aligned} \quad (6.12)$$

Assim as equações do movimento, no sistema planetocêntrico girante, de uma partícula ao redor de um planeta de massa m_1 , perturbada por um satélite de massa m_2 e sob efeito de uma força dissipativa são

$$\ddot{x} - 2\dot{y} = \frac{\partial U}{\partial x} + F_x \quad (6.13)$$

$$\ddot{y} + 2\dot{x} = \frac{\partial U}{\partial y} + F_y \quad (6.14)$$

onde as componentes F_x e F_y são dadas pelas equações 6.9 e 6.10 e o potencial $U = U(x, y)$ é dado por

$$U = \frac{x^2 + y^2}{2} + \frac{\mu_1}{r_1} + \frac{\mu_2}{r_2} \quad (6.15)$$

Por simplicidade assumiu-se que a distância entre o planeta e o satélite é igual a um, de forma que o movimento médio do satélite é unitário. Os valores de r_1 e r_2 são dados por

$$r_1^2 = (x + \mu_2)^2 + y^2 \quad (6.16)$$

$$r_2^2 = (x - \mu_1)^2 + y^2 \quad (6.17)$$

com $\mu_2 = m_2/(m_1 + m_2)$ e $\mu_1 = 1 - \mu_2$.

A seguir será descrito o método utilizado para analisar os efeitos da pressão de radiação solar nas partículas dos anéis R/2004 S1 e R/2004 S2 perturbadas por Atlas e dos anéis F e R/2004 S2 perturbadas por Prometeu.

6.2 Método

Os efeitos da pressão de radiação solar sobre as partículas do anel F e dos anéis R/2004 S1 e R/2004 S2 foram analisados através de simulações numéricas.

As equações do problema circular restrito de três corpos juntamente com a força de

radiação solar (equações 6.13 e 6.14) foram integradas numericamente utilizando o método de Gauss-Radau (Everhard 1985).

Os elementos orbitais dos satélites e dos anéis utilizados nas simulações numéricas estão apresentados nas tabelas 6.1 e 6.2, respectivamente. Em todos os casos analisados considerou-se a densidade da partícula igual a 1 g.cm^{-3} e a constante $\beta = 1$.

	Prometeu	Atlas
a (km)	139.380	137.630
e	$2,3 \times 10^{-3}$	$1,2 \times 10^{-3}$
μ	$3,7 \times 10^{-10}$	$3,7 \times 10^{-12}$

Tabela 6.1: Elementos orbitais de Prometeu e Atlas utilizados nas simulações numéricas envolvendo os efeitos da pressão de radiação: semi-eixo maior (a), excentricidade (e) e a razão entre as massas do satélite e do planeta (μ). Adaptado de Porco *et al.* (2005) e Murray *et al.* (2005).

Anel	a (km)	w (km)	e
F- α	140.084	70	$2,6 \times 10^{-3}$
F- β	140.224	20	$2,6 \times 10^{-3}$
F- γ	140.314	30	$2,6 \times 10^{-3}$
Envelope de poeira	140.224	700	$2,6 \times 10^{-3}$
R/2004 S1	137.365	150	0,0
R/2004 S2	138.900	150	0,0

Tabela 6.2: Elementos orbitais dos anéis utilizados nas simulações numéricas envolvendo os efeitos da pressão de radiação: semi-eixo maior médio (a), largura (w) e excentricidade (e). Os elementos de R/2004 S1 e R/2004 S2 são dados por Porco *et al.* (2005) e os dados da estrutura múltipla do anel F são derivados de Murray *et al.* (2005).

6.3 Resultados

Foi analisado o efeito da pressão de radiação nas partículas que compõe o anel F e o anel R/2004 S2 levando em conta a perturbação exercida por Prometeu, assim como partículas do anel R/2004 S1 perturbadas por Atlas. Foram simuladas numericamente partículas com raios de $1 \mu m$, $3 \mu m$, $5 \mu m$ e $10 \mu m$, tanto para o anel F quanto para os anéis R/2004 S1 e R/2004 S2. Em todos os casos a diferença inicial entre a longitude da partícula e do satélite é de 180° para evitar que as partículas colidam imediatamente com o satélite.

6.3.1 Anel F

Inicialmente foram simuladas numericamente 700 partículas com raio de $1 \mu m$ em toda extensão radial do envelope de poeira que envolve o anel F perturbadas por Prometeu. Os semi-eixos maiores iniciais foram distribuídos uniformemente e o tempo de integração corresponde a aproximadamente 1000 anos.

A figura 6.1 mostra a variação do semi-eixo maior de uma partícula localizada inicialmente em $a = 140511$ km. Nota-se que há uma diminuição no valor do semi-eixo maior, até que em $t \simeq 450$ anos a partícula colide com o satélite.

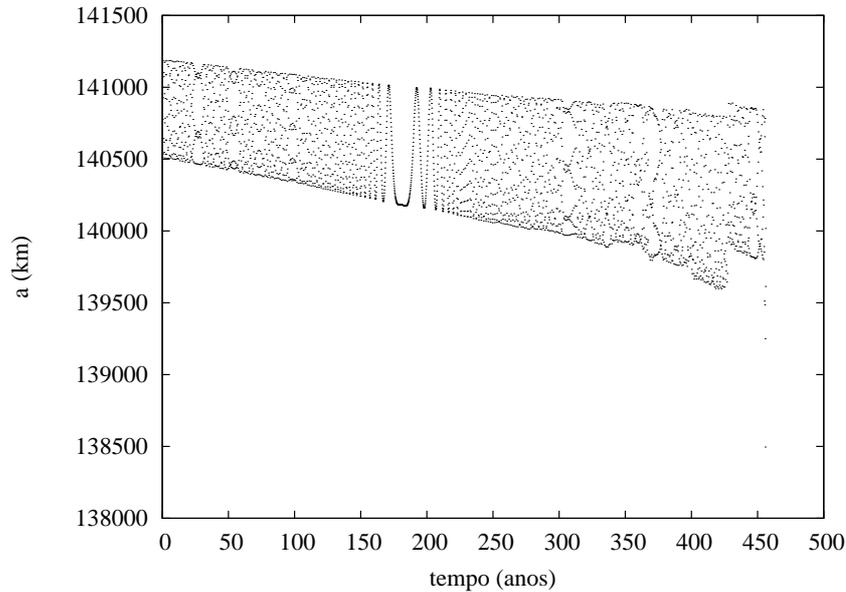


Figura 6.1: Evolução temporal do semi-eixo maior de uma partícula do anel F com raio de $1 \mu m$ inicialmente em $a = 140511$ km. A partícula decai em direção à Prometeu e colide com satélite em 450 anos.

Algumas partículas, 17 do total de 700 (o que corresponde a aproximadamente 2,5%), ultrapassam a órbita de Prometeu e decaem em direção ao anel R/2004 S2, como mostrado na figura 6.2.

Aparentemente não há uma faixa preferencial de semi-eixos maiores iniciais para as partículas que ultrapassam a órbita de Prometeu e o tempo necessário para as partículas atingirem a região do anel R/2004 S2 varia entre 180 e 500 anos.

Também foram analisadas partículas com raios de $3 \mu m$ e $5 \mu m$. Para cada um destes raios foram simuladas 700 partículas com semi-eixos maiores iniciais igualmente espaçados, compreendendo todo o envelope de poeira. A figura 6.3 mostra o comportamento do semi-eixo maior de duas partículas inicialmente em $a = 140105$ km, mas com tamanhos diferentes.

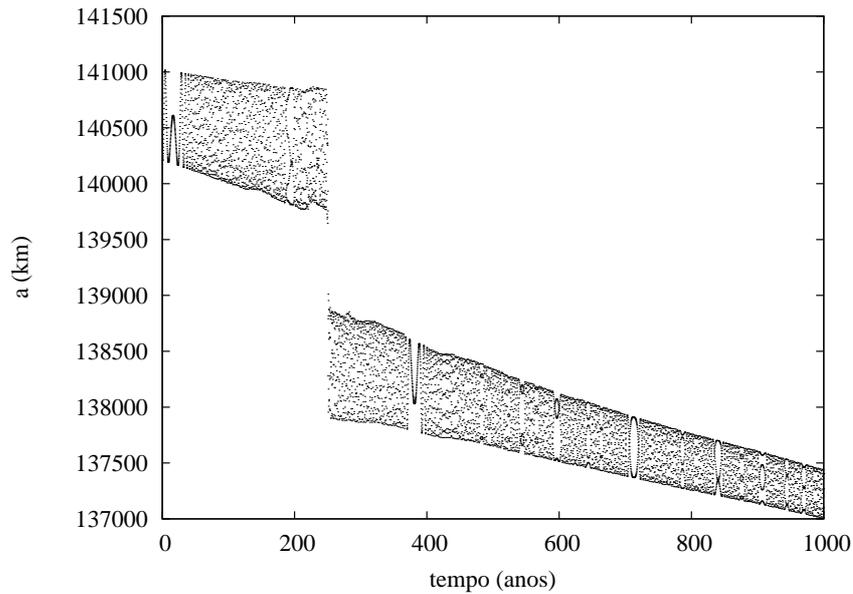


Figura 6.2: Evolução temporal do semi-eixo maior de uma partícula do anel F com raio de $1 \mu m$ inicialmente em $a = 140209$ km. A partícula ultrapassa a órbita de Prometeu e decai em direção ao anel R/2004 S2.

Pode-se ver que o semi-eixo maior de ambas as partículas oscila, mas permanece na região do anel F. A amplitude de oscilação é inversamente proporcional ao tamanho da partícula e para partículas de um determinado raio não há grande variação na amplitude, independentemente do semi-eixo maior inicial.

Ao contrário do que foi encontrado para partículas de $1 \mu m$, todas as partículas de 3 e $5 \mu m$ colidiram com Prometeu. A figura 6.4 mostra um histograma do número de colisões em função do tempo de simulação.

Nota-se na figura 6.4 que todas as partículas com raio de $3 \mu m$ colidem com Prometeu em até 20.000 anos, sendo que a maioria colide em menos de 15.000 anos, enquanto algumas partículas de $5 \mu m$ demoraram 40.000 anos para colidir com o satélite. Isto mostra que o decaimento da partícula depende do raio, sendo mais lento para partículas maiores.

As simulações numéricas de partículas com raio de $10 \mu m$ foram realizadas para um conjunto menor de partículas. As partículas foram distribuídas somente nas regiões das faixas do anel F, com semi-eixos maiores espaçados em 1 km. Desta forma F- α , F- β e F- γ foram representados por 70, 20 e 30 partículas, respectivamente.

A figura 6.5 mostra a evolução do semi-eixo maior de uma partícula com semi-eixo maior inicial de $a = 140099$ km, correspondente a F- α . Assim como ocorre para partículas de $3 \mu m$ e $5 \mu m$ o semi-eixo maior oscila, mas desta vez a amplitude de oscilação é menor, da ordem de 120 km. Além disso não há grandes variações na amplitude comparando

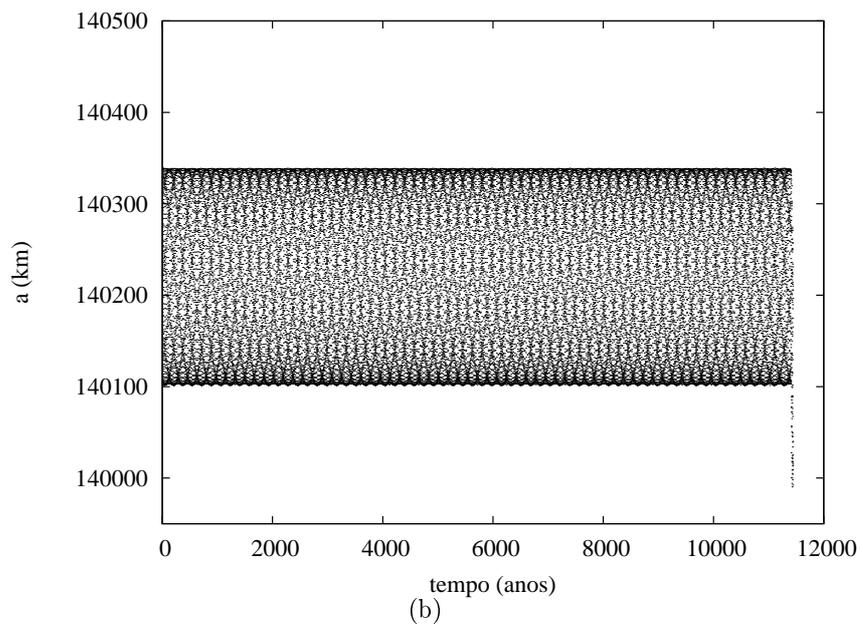
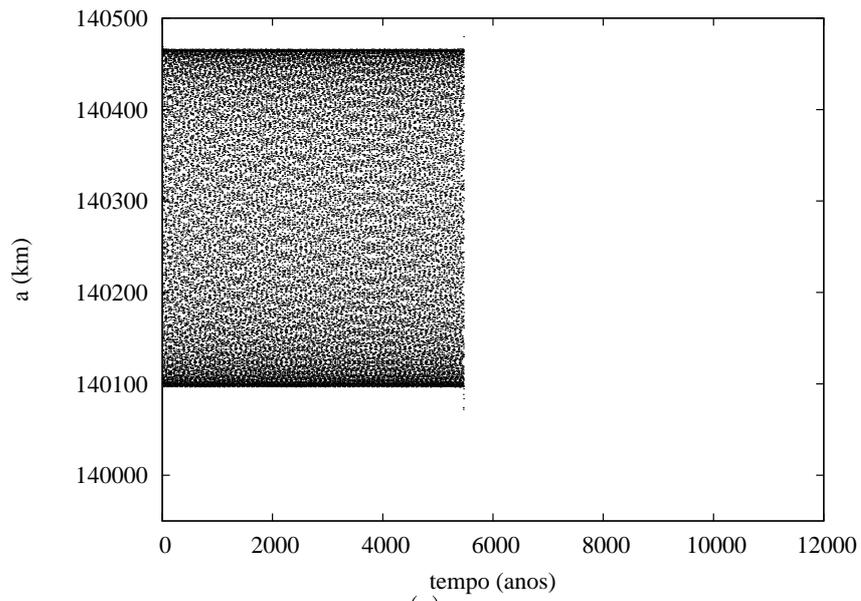


Figura 6.3: Evolução temporal do semi-eixo maior de duas partículas inicialmente em $a = 140105$ km, com raios de (a) $3 \mu m$ e (b) $5 \mu m$.

partículas inicialmente mais próximas a Prometeu em relação às mais distantes.

Em $t \simeq 24.000$ anos a partícula sofre uma rápida diminuição no seu semi-eixo maior e colide com o satélite. Este fato está relacionado ao aumento da sua excentricidade causado pela pressão de radiação solar, de forma que a órbita da partícula cada vez mais se aproxima da órbita de Prometeu e termina por colidir com satélite. Todas as partículas analisadas colidiram com Prometeu, independentemente do semi-eixo maior inicial, como

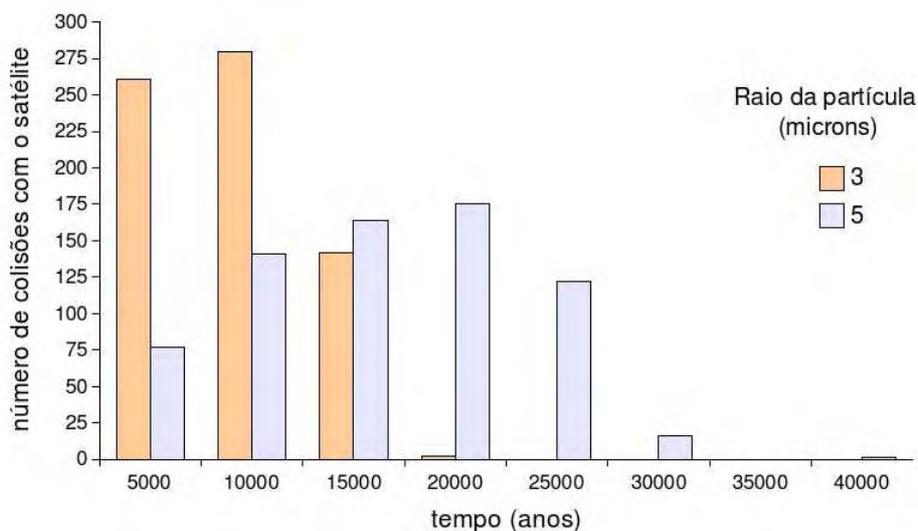


Figura 6.4: Histograma do número de colisões em função do tempo para partículas com raios de $3 \mu m$ e $5 \mu m$.

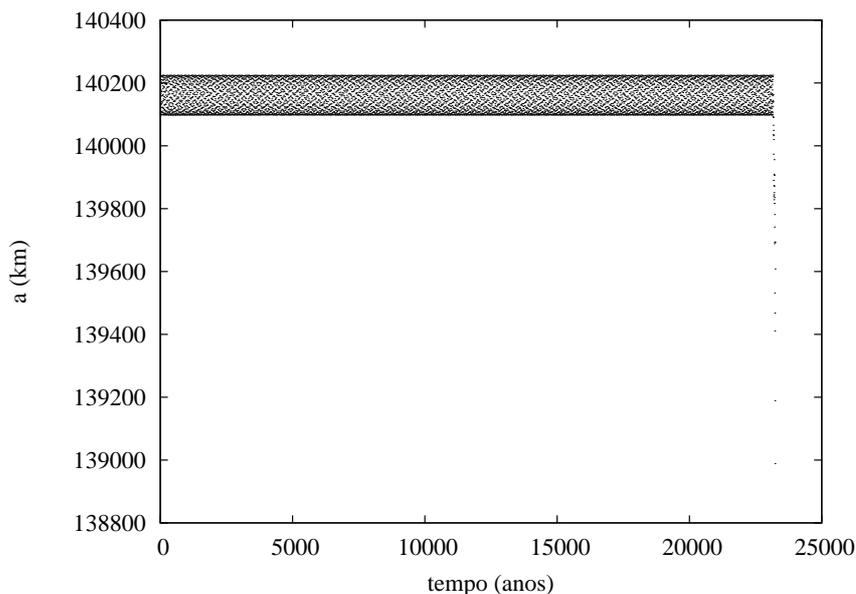


Figura 6.5: Evolução temporal do semi-eixo maior de uma partícula do anel F com raio de $10 \mu m$ inicialmente em $a = 140099$ km.

mostrado na figura 6.6.

Vê-se na figura 6.6 que o tempo necessário para ocorra a colisão da maioria das partículas de cada faixa do anel F com o satélite é maior do que o tempo necessário para que ocorra o mesmo com partículas menores (figura 6.4). Além disso, o tempo de simulação até a colisão com o satélite varia conforme o semi-eixo inicial da partícula, sendo maior

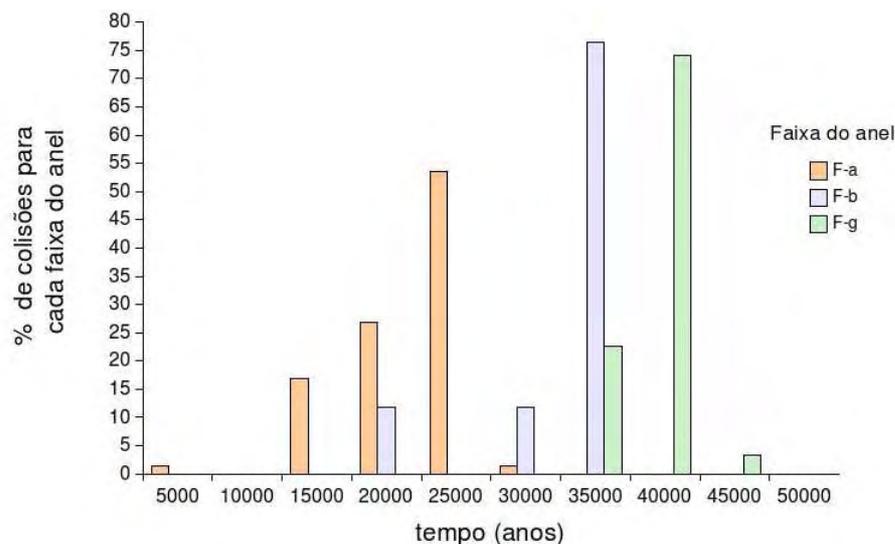


Figura 6.6: Histograma da porcentagem de colisões para cada faixa do anel F em função do tempo para partículas com raio de $10 \mu m$.

para partículas inicialmente mais distantes de Prometeu (F- γ).

6.3.2 Anel R/2004 S2

O anel R/2004 S2 é influenciado por Prometeu, que é responsável pelo espalhamento de partículas do anel tanto em direção ao anel F como em direção a Saturno (discutido no capítulo 3). Verificou-se através de simulações numéricas com 60 partículas e raios de 1, 3, 5 e 10 micrometros que a inclusão da pressão de radiação solar faz com que as partículas sofram uma redução contínua no semi-eixo maior, decaindo em direção ao anel R/2004 S1. A figura 6.7 mostra a evolução do semi-eixo maior de duas partículas inicialmente em $a = 139.000$ km, com raios de $1 \mu m$ e $10 \mu m$.

O tempo necessário para que as partículas do anel R/2004 S2, perturbadas por Prometeu, decaiam e cheguem à região do anel R/2004 S1 varia conforme o raio da partícula. Para partículas de $1 \mu m$ o tempo corresponde, em média 300 anos, enquanto para partículas de $10 \mu m$ o tempo é 3.500 anos.

Como as partículas do anel R/2004 S2 decaem em direção ao anel R/2004 S1 e nesta região a dinâmica das partículas é determinada pela influência de Atlas (capítulo 3), o comportamento das partículas que ultrapassam esta região deixa de ser válido nestas simulações. A seguir será analisado o efeito de Atlas em partículas na região de R/2004 S1.

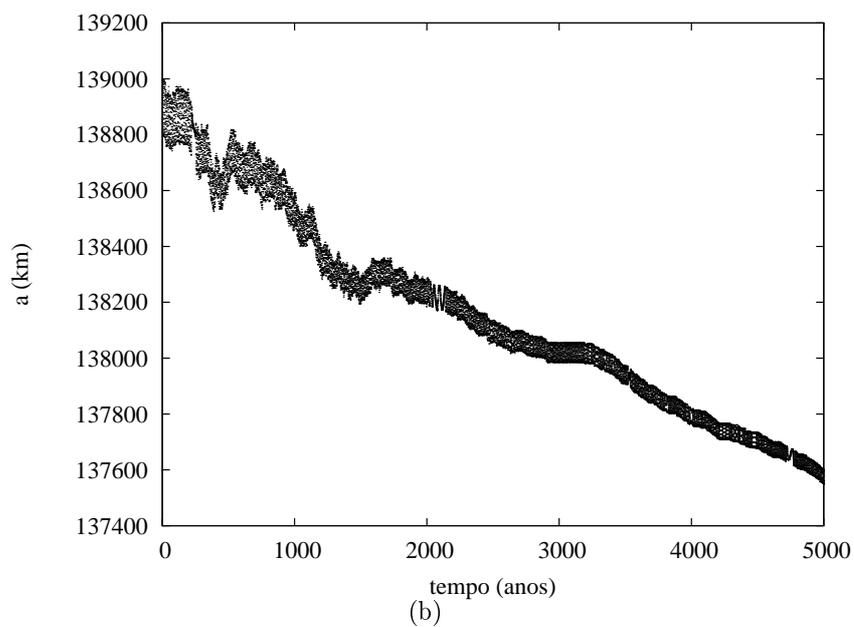
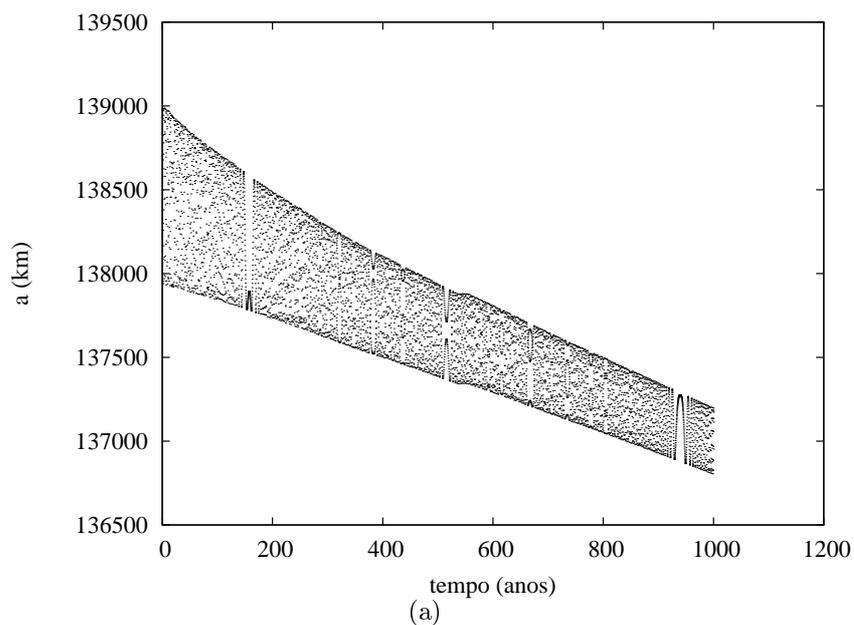


Figura 6.7: Evolução temporal do semi-eixo maior de duas partículas inicialmente em $a = 139.000$ km, com raios de (a) $1 \mu m$ e (b) $10 \mu m$, perturbadas por Prometeu.

6.3.3 Anel R/2004 S1

Como foi discutido no capítulo 3, a dinâmica do anel R/2004 S1 é determinada por Atlas, que está imerso no anel. Nesta situação o satélite forma três regimes distintos: uma região cujas partículas são mantidas em órbitas de ferradura, uma região caótica onde as partículas são rapidamente espalhadas e a formação de ondas nas regiões mais distantes

do satélite.

A inclusão da pressão de radiação solar altera o comportamento das partículas do anel R/2004 S1. A figura 6.8 mostra a evolução temporal do semi-eixo maior de uma partícula com raio de $1 \mu m$ inicialmente em $a = 137640$ km (na região de órbitas de ferradura), defasada 180° em relação a Atlas. É possível ver que há uma redução contínua no semi-eixo maior

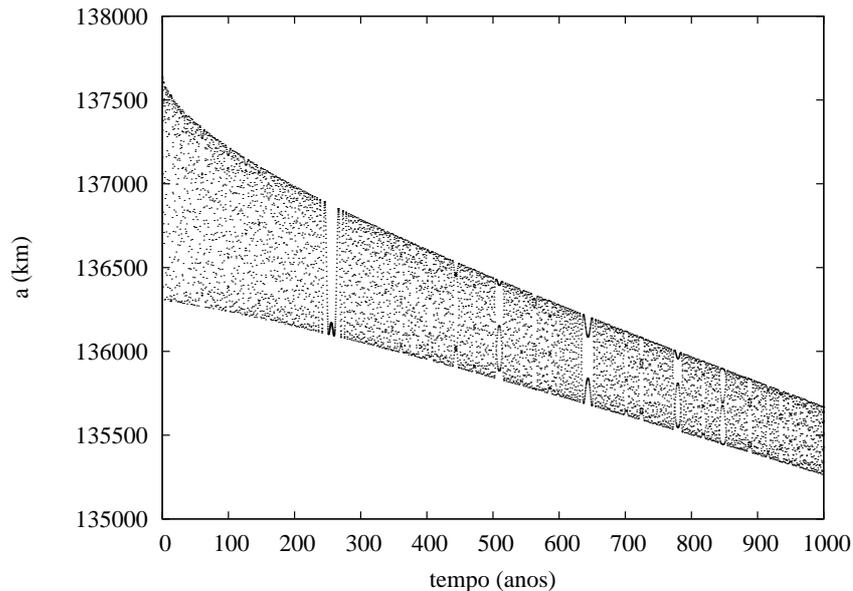


Figura 6.8: Evolução temporal do semi-eixo maior de uma partícula do anel R/2004 S1, com raio de $1 \mu m$ e localizada inicialmente em $a = 137640$ km (região de órbitas de ferradura).

Um comportamento semelhantes foi encontrado para outras 60 partículas inicialmente distribuídas de maneira uniforme em toda extensão radial do anel (o que corresponde a um espaçamento de 5 km entre as partículas). Todas as partículas decaem e atingem a região do anel A em aproximadamente 400 anos.

Foram simuladas também partículas com raios de $3 \mu m$, $5 \mu m$ e $10 \mu m$ (60 partículas para cada raio), com semi-eixos maiores iniciais uniformemente distribuídos. Ao contrário do comportamento observado para partículas de $1 \mu m$, algumas partículas maiores colidem com Atlas. A figura 6.9 mostra um histograma da porcentagem do número de partículas que colidiram com o satélite durante a integração e o de partículas que decaíram.

É possível ver na figura 6.9 que o número de colisões com Atlas aumenta conforme o raio das partículas aumenta. O tempo necessário para que as partículas colidam com o satélite ou decaíam até a região do anel A também depende do raio. Todas as partículas com raio de $1 \mu m$ que colidiram com Atlas o fizeram em no máximo 150 anos e demoram aproximadamente 1000 anos para atingirem a região do anel A. Já para partículas com

raio de $10 \mu m$ estes tempos correspondem aproximadamente a 400 anos e 3500 anos, respectivamente.

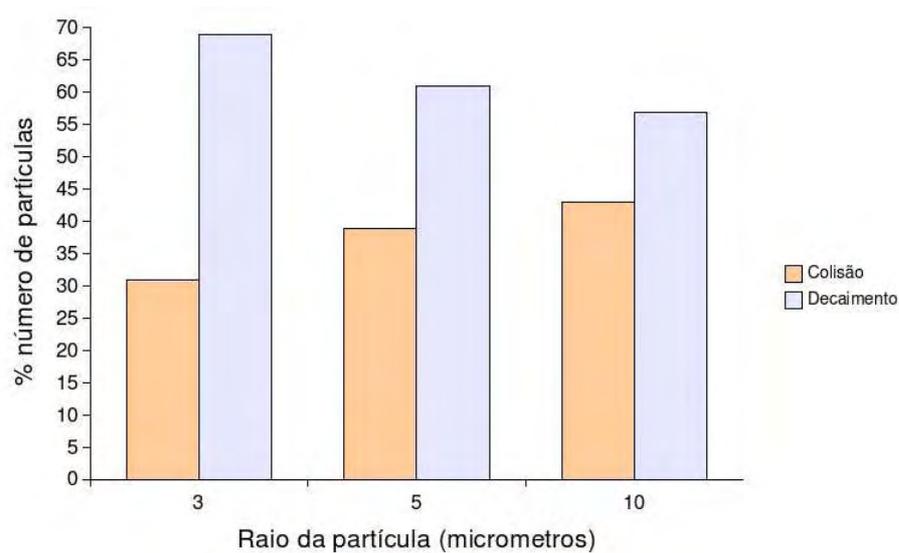


Figura 6.9: Histograma do número de colisões em função do tempo para partículas com raios de $3 \mu m$, $5 \mu m$ e $10 \mu m$.

6.4 Conclusão

Nos capítulos anteriores foi analisada a influência gravitacional dos satélites Prometeu e Atlas nos anéis R/2004 S2 e R/2004 S1, além dos efeitos na estrutura múltipla do anel F. Como estes anéis são formados em parte por partículas micrométricas, forças dissipativas como a pressão de radiação podem ser significativas.

Neste capítulo foi analisado através de simulações numéricas como a pressão de radiação altera a dinâmica de partículas com diferentes tamanhos tanto na região do anel F como na região dos anéis R/2004 S1 e R/2004 S2, perturbadas por Prometeu e Atlas.

A maior parte das partículas com raio de $1 \mu m$ na região do envelope de poeira que envolve o anel F decaiu rapidamente e colidiu com Prometeu em menos de 1000 anos. Entretanto aproximadamente 2,5% das partículas deste tamanho ultrapassou a órbita de Prometeu e atingiu a região do anel R/2004 S2.

No caso de partículas maiores (de $3 \mu m$ e $5 \mu m$), com condições iniciais idênticas, o semi-eixo maior oscila e todas as partículas colidem com o satélite, sendo que o tempo até a colisão foi, em média, maior para as partículas de $5 \mu m$. Isto indica que a redução no semi-eixo maior é mais acentuada para partículas menores.

Comportamento semelhante foi encontrado para partículas de $10 \mu m$ inicialmente na região das faixas do anel F. Inicialmente o semi-eixo maior destas partículas oscila com uma amplitude de aproximadamente 120 km, sendo que não houve grandes variações na amplitude em função do semi-eixo maior inicial. A pressão de radiação solar faz com que a excentricidade das partículas aumente, assim elas se aproximam cada vez mais da órbita do satélite, fazendo com que todas as partículas analisadas colidam com o Prometeu e o tempo até a colisão foi maior para partículas da faixa mais externa do anel (F- γ).

O fato de que somente algumas partículas com raio de $1 \mu m$ tenham ultrapassado a órbita de Prometeu possivelmente está ligado a taxa de variação do semi-eixo maior. O decaimento de partículas maiores é menos acentuado, de forma que a partícula permanece mais tempo na região do satélite, aumentando a possibilidade de colisão.

Com a inclusão da pressão de radiação solar ocorre o decaimento de partículas na região do anel R/2004 S2 (perturbadas por Prometeu) em direção ao anel R/2004 S1, independente do raio da partícula.

Sem a inclusão do efeito da pressão de radiação Atlas é responsável pela formação de três regimes no anel R/2004 S1. Porém com a inclusão desta força dissipativa as partículas não são mantidas em órbitas de ferradura. Todas as partículas com raio de $1 \mu m$ decaem em direção a Saturno, mesmo aquelas inicialmente na região das órbitas de ferradura, de acordo com os resultados de Giuliatti Winter *et al.* (2004).

Já para partículas maiores (3, 5 e 10 micrometros) na região do anel R/2004 S1 verificou-se que algumas partículas colidiram com o satélite, sendo que o número de coli-

sões cresce com o aumento do raio da partícula. O aumento de colisões está ligado a taxa de variação das partículas, assim como ocorre para o anel F.

Como foi mostrado, grande parte das partículas micrométricas (principalmente aquelas com raio $> 1 \mu m$) dos anéis F, R/2004 S1 e R/2004 S2 colide com algum dos satélites (Prometeu ou Atlas) ou decai rapidamente em direção ao anel A. Como estes anéis são formados em sua maior parte por partículas deste tamanho deve existir algum mecanismo que produza continuamente partículas micrométricas. Uma possibilidade é a colisão entre partículas do anel, fenômeno que foi desconsiderado nos estudos apresentados.

O decaimento de uma fração das partículas de $1 \mu m$ do anel F em direção a R/2004 S2 pode indicar que o próprio anel F é fonte de partículas para os anéis R/2004 S2 e R/2004 S1. Talvez o fato destes novos anéis serem tênues também esteja relacionado a este decaimento, uma vez que apenas uma pequena quantidade de partículas ultrapassa a órbita de Prometeu em direção ao planeta.

O anel R/2004 S1 pode ainda ter como fonte de material o satélite Atlas, que é praticamente coorbital ao anel. Foi verificado que há colisão de partículas do anel com Atlas e estas colisões podem tanto agregar massa ao satélite como causar a ejeção de material, de forma a popular continuamente a região.

Capítulo 7

Discussão geral

Neste trabalho foram discutidos alguns tópicos referentes a evolução do anel F e dos anéis R/2004 S1 e R/2004 S2 sob influência dos satélites Prometeu e Atlas.

No capítulo 2 foi analisado como Prometeu perturba a estrutura múltipla do anel F na situação onde a aproximação entre os dois é a maior possível, configuração que ocorrerá no final do ano de 2009. Os resultados obtidos através de simulações numéricas mostraram que nesta configuração Prometeu causa mudanças consideráveis nas faixas que compõem o anel, criando falhas que desfazem temporariamente a faixa mais interna ($F-\alpha$). Nas faixas mais externas do anel F a aproximação periódica de Prometeu faz com que sejam criadas ondulações devido à troca de energia e momento angular entre as partículas do anel e o satélite. A cada período orbital também ocorre o espalhamento de partículas do anel F em direção ao planeta.

Efeitos semelhantes, mas em menor intensidade, ocorrem no anel R/2004 S2 devido à Prometeu. A aproximação periódica do satélite faz com que sejam formadas falhas em toda a extensão radial do anel e também ocorre o espalhamento de partículas tanto em direção ao satélite quanto em direção ao planeta. Algumas partículas espalhadas cruzam a órbita de Prometeu e atingem a região do anel F. Espera-se que novos dados enviados pela sonda Cassini ajudem a determinar o tamanho das partículas que compõem este anel e caso se encontrem corpos maiores nesta região eles podem ser espalhados e criar novas estruturas no anel F.

Atlas não causa nenhum efeito significativo no anel R/2004 S2 mas é responsável pela formação de regiões com comportamentos diferentes no anel R/2004 S1. É formada uma região com 12 km de largura onde partículas coorbitais a Atlas são mantidas em órbitas de ferradura. Também é formada uma região caótica com 50 km onde as partículas são rapidamente espalhadas. Nas regiões mais distantes há a formação de ondas no anel devido ao aumento na excentricidade das partículas causado pela perturbação de Atlas.

Também foi analisada a localização das ressonâncias de corrotação e de Lindblad na

região dos anéis R/2004 S1 e R/2004 S2 buscando um possível mecanismo de confinamento para estes anéis. No entanto não ocorre a coincidência entre os semi-eixos maiores ressonantes com as bordas do anel, de forma que o modelo de confinamento proposto por Goldreich & Tremaine (1979) não se aplica a este caso. Porém foi verificado que na região do anel R/2004 S2 a largura das ressonâncias é menor que a distância entre elas, indicando que a região apresenta um comportamento caótico devido a esta sobreposição.

No capítulo 5 foi analisado com mais detalhes o comportamento das partículas do anel R/2004 S2. Inicialmente foi realizada a análise da variação do semi-eixo maior e excentricidade de algumas partículas do anel, onde viu-se que não há um padrão na variação destes dois elementos orbitais. O cálculo do expoente de Lyapunov para partículas nesta região comprovou que todo o anel está localizado em uma região caótica e o tempo de Lyapunov correspondente aproximadamente a ~ 100 períodos orbitais, indicando que as partículas do anel apresentam uma rápida difusão.

No capítulo 6, que trata sobre os efeitos da pressão de radiação, foi analisado como a inclusão desta força modifica o comportamento das partículas do anel F e dos anéis R/2004 S1 e R/2004 S2. A análise do comportamento de partículas com raios de $1 \mu m$, $3 \mu m$ e $5 \mu m$ em todo o envelope de poeira que envolve o anel F mostrou todas as partículas decaem em direção ao planeta e colidem com Prometeu, exceto uma pequena fração das partículas de $1 \mu m$, que ultrapassa a órbita do satélite e atinge a região do anel R/2004 S2. Partículas maiores (com raio de $10 \mu m$) inicialmente nas regiões das faixas do anel F levam um tempo maior, mas também colidem com Prometeu. De forma semelhante todas as partículas do anel R/2004 S2 perturbadas por Prometeu decaíram em direção ao anel R/2004 S1, independentemente do seu raio.

A pressão de radiação também desfaz o mecanismo de confinamento em órbitas de ferradura das partículas do anel R/2004 S1 coorbitais a Atlas. Todas as partículas analisadas com raio de $1 \mu m$ na região deste anel decaíram em direção ao anel A, enquanto para partículas maiores também foi verificado que algumas colidiram com o satélite.

Espera-se que a sonda Cassini, cuja missão vai até 2008 e pode ser estendida até 2010, envie novas informações sobre os anéis de Saturno e seu sistema de satélite. A sonda poderá acompanhar a evolução das estruturas presentes no anel F e ajudar a compreender a complexa dinâmica presente nesta região.

Referências Bibliográficas

- ARFKEN, G.; WEBER, H. **Mathematical Methods For Physicists**. 5ed. Nova York: Elsevier Press, 1996. 1200p.
- BENETTIN, G.; GALGANI, L.; STRELCYN, J. Kolmogorov entropy and numerical experiments. **Physical Review A**, v. 16, n. 6, p. 2338-2345, dez., 1976.
- BORDERIES, N.; GOLDREICH, P. The variations in eccentricity and apse precession rate of a narrow ring perturbed by a close satellite. **Icarus**, v. 53, p. 84-89, jan., 1983.
- BOSH, A. S. *et al.* . Saturn's F Ring: Kinematics and Particle Sizes from Stellar Occultation Studies. **Icarus**, v. 157, n. 1, p. 57-75, mai., 2002.
- BOSH, A. S.; RIVKIN A. S. Observations of Saturn's inner satellites during the May 1995 ring-plane crossing. **Science**, v. 272, p. 518-521, 1996.
- BROUWER, D.; CLEMENCE, G. M. **Methods of Celestial Mechanics**. Nova York: Academic Press, Inc. 1961.
- BURNS, J. A.; LAMY, P. L.; SOTER, S. Radiation forces on small particles in the solar system. **Icarus**, v. 40, p. 1-48, out., 1979.
- CHARNOZ, S. *et al.* . Cassini Discovers a Kinematic Spiral Ring Around Saturn. **Science**, v. 310, n. 5752, p. 1300-1304, nov., 2005.
- COLLINS, S. A. *et al.* . First Voyager view of the rings of Saturn. **Nature**, v. 288, p. 439-442, out., 1980.
- CVITANOVIĆ *et al.* . **Classical and Quantum Chaos**. 1. ed. Londres, 2004. 846p.
- DERMOTT, S. F. The 'braided' F-ring of Saturn. **Nature**, v. 290, p. 454-457, abr., 1981.
- DERMOTT, S. F. Dynamics of Narrow Rings. In GREENBERG, R.; BRAHIC, A. (Ed.) **Planetary Rings**. Tucson: The University of Arizona Press, 1984. 784p.
- DERMOTT, S.; MURRAY, C. D. The dynamics of tadpole and horseshoe orbits. I - Theory. II - The coorbital satellites of Saturn. **Icarus**, v. 48, p. 1-22, out. 1981
- DERMOTT, S. F.; MURRAY, C. D. Nature of the Kirkwood gaps in the asteroid belt. **Nature**, v. 301, p. 201-205, jan., 1983.

- EVERHARD, E. In **Dynamics of Comets: their origin and evolution**. Holanda: Reidel Publishing Company, 1985. 185.
- GEHRELS, T. Imaging photopolarimeter on Pioneer Saturn. **Science**, v. 207, p. 434-439, jan., 1980.
- GIULIATTI WINTER, S. M. *et al.* . A note on the horseshoe confinement model: The Poynting-Robertson effect. **Astronomy and Astrophysics**, v. 418, p.759-764, 2004.
- GIULIATTI WINTER, S. M.; MURRAY, C. D.; GORDON, M. Perturbations to Saturn's F-ring strands at their closest approach to Prometheus. **Plan. Space Science**, v. 48, n. 9, p. 817-827, ago., 2000.
- GOLDREICH, P.; RAPPAPORT, N. Origin of chaos in the Prometheus-Pandora system. **Icarus**, v. 166, n. 2, p. 320-327, dez., 2003.
- GOLDREICH, P.; TREMAINE, S. Towards a theory for the Uranian rings. **Nature**, v. 277, p. 97-99, jan., 1979.
- GOLDREICH, P.; TREMAINE, S. Disk-satellite interactions. **Astrophysical Journal**, v. 241, n. 1, p. 425-441, out., 1980.
- HÄNNINEN, J. Numerical simulations of moon-ringlet interaction. **Icarus**, v. 103, n. 1, p. 104-123, mai., 1993
- HUBBARD, W. B. *et al.* . Occultation detection of a Neptunian ring-like arc. **Nature**, v. 319, p. 636-640, fev., 1986.
- LISSAUER, J. J.; PEALE, S. J. The production of 'braids' in Saturn's F ring. **Icarus**, v. 67, n. 3, p. 358-374, set., 1986.
- MIGNARD, F. Effects of Radiation Forces on Dust Particles in Planetary Rings. In GREENBERG, R.; BRAHIC, A. (Ed.) **Planetary Rings**. Tucson: The University of Arizona Press, 1984. 784p.
- MINER, E. D. Astronomical Data Analysis Software and Systems. In BOHLENDER, D. A.; DURAND, D.; HANDLEY, T. H. (Ed.) **ASP Conference Proceedings**, v. 281. São Francisco: Astronomical Society of the Pacific, 2002. 373p.
- MORRISON, D. Voyages to Saturn. NASA Publication, 1982
- MURRAY, C. D.; DERMOTT, S. **Solar System Dynamics**. 1ed. Londres: Cambridge University Press, 1999. 592p.
- MURRAY, C. D.; GORDON, M.; GIULIATTI WINTER, S. M. Unraveling the strands of Saturn's F ring. **Icarus**, v. 129, n. 2, p. 304-316, out., 1997
- MURRAY, C. D.; GIULIATTI WINTER, S. M. Periodic collisions between the moon Prometheus and Saturn's F ring. **Nature**, v. 380, p. 139-141, 1996.

- MURRAY, C. D. *et al.* . How Prometheus creates structure in Saturn's F ring. **Nature**, v. 437, n. 7063, p. 1326-1329, out., 2005.
- PORCO, C. C. *et al.* . Saturn's nonaxisymmetric ring edges at 1.95 R(s) and 2.27 R(s). **Icarus**, v. 60, p. 17-28, out. 1984.
- PORCO, C. C.; GOLDREICH, P. Shepherding of the Uranian rings. I-Kinematics. II-Dynamics. **Astronomical Journal**, v. 93, p. 724-737, mar., 1987
- PORCO, C. C. *et al.* . Cassini Imaging Science: Initial Results on Saturn's Rings and Small Satellites. **Science**, v. 307, n. 5713, p. 1226-1236, fev., 2005.
- PRESS, W. H. *et al.* **Numerical Recipes in Fortran**. Cambridge: Cambridge University Press, 1990
- SHOWALTER, E. M. A Numerical Investigation of Saturn's F-Ring. **Bulletin of the American Astronomical Society**, v. 13, p.728, jun., 1981.
- SHOWALTER, E. M. The Visual Detection of 1981S13 and its Rola in the Encke Gap.. **nature**, v. 351, p. 709-713, 1991.
- SHOWALTER, E. M.; BURNS, J. A. A numerical study of Saturn's F-ring. **Icarus**, v. 52, p. 526-544, dez., 1982.
- SHOWALTER, M. R. *et al.* . A photometric study of Saturn's F Ring. **Icarus**, v. 100, n. 2, p. 394-411, dez., 1992.
- SHU, F. H. Waves in Planetary Rings. In GREENBERG, R.; BRAHIC, A. (Ed.) **Planetary Rings**. Tucson: The University of Arizona Press, 1984. 784p.
- SMITH, B. A. The Jupiter system through the eyes of Voyager 1. **Science**, v. 204, p. 951-957, 960-972, jun., 1979.
- SMITH, B. A. *et al.* . A new look at the Saturn system - The Voyager 2 images. **Science**, v. 215, p. 504-537, jan., 1982.
- SPITALE, J. N. *et al.* . The Orbits of Saturn's Small Satellites Derived from Combined Historic and Cassini Imaging Observations. **The Astronomical Journal**, v. 312, p. 692-710, ago., 2006.
- WOLF, A. *et al.* . Determining Lyapunov Exponents From a Time Series. **Physica D**, v. 16, p. 285-317, 1985.
- YODER, C. F. Astrometric and geodetic properties of Earth and the solar system. In AHRENS, T. (Ed.) **Global Earth Physics. A Handbook of Physical Constants**. Washington: American Geophysical Union, 1995.