UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE ENGENHARIA
CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA

JULIA TERESA RIVERA PINEDA

ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO UTILIZANDO TÉCNICAS DE DECOMPOSIÇÃO MODAL: APLICAÇÃO EM LINHAS COM PLANO DE SIMETRIA VERTICAL

Ilha Solteira
2014

JULIA TERESA RIVERA PINEDA

ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO UTILIZANDO TÉCNICAS DE DECOMPOSIÇÃO MODAL: APLICAÇÃO EM LINHAS COM PLANO DE SIMETRIA VERTICAL

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica do Câmpus de Ilha Solteira - UNESP como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.
Especialidade: Automação.

Prof. Dr. Sérgio Kurokawa
Orientador

Ilha Solteira
2014

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

R621e

Rivera Pineda, Julia Teresa.
Estimação de parâmetros de linhas de transmissão utilizando técnicas de decomposição modal: aplicação em linhas com plano de simetria vertical / Julia Teresa Rivera Pineda. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2014
110 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação , 2014

Orientador: Sérgio Kurokawa
Inclui bibliografia

1. Decompisição modal. 2. Estado transitório. 3. Estimação de rarämetros. 4. Linhas de transmissão trifásicas. 5. Método dos mínimos quadrados.

unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Estimação de parâmetros de linhas de transmissão utilizando técnicas de decomposição modal: aplicação em linhas com plano de simetria vertical

AUTORA: JULIA TERESA RIVERA PINEDA

ORIENTADOR: Prof. Dr. SERGIO KUROKAWA

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica , Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. SERGIO KUROKAWA
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. JÚLIO BORGES DE SOUZA
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. JOSÉ CARLOS DA COSTA CAMPOS
Departamento de Engenharia Elétrica / Universidade Federal de Vicosa

Data da realização: 10 de dezembro de 2014.

À minha família em Honduras e todos os novos amigos no Brasil que acreditaram em mi.
DEDICO.

Agradecimentos

A Deus e à Virgem, por ter me dado força, saúde, sabedoria e sua proteção durante todo este tempo. Agradeço aos meus pais, Juan Francisco Rivera Funes e Julia Teresa Pineda Zapata e a meu irmão, Juan Jose Rivera Pineda pelo apoio incondicional que nunca mediu esforços para que meu sonho se tornasse realidade. A minha querida avó, Ramona Valladares pelo sacrifício, bom humor e inspiração para seguir em frente. *In memoriam* á minha dulcinéia avó Maria Digna Funes. Aos meus irmãos da Rep. Arc, Ozy Daniel e Luis que todos os dias entre risadas e zueira me alegram e me mostraram seu amor, respeito e carinho. Aos meus amigos e amigas Mónica, Victoria, Ivonne, Maria Esther, Francis, Alejandra, Karla, Fabian, Juan José, Josué, Enrique, e Danilo que pese a distância sempre ficam perto desde um lugar especial. A toda minha família pelo apoio, orações e afeto imensos.

Aos amigos e agora família em Brasil, durante minha pesquisa: Melisa, Miller, Lina, Jorge, Lilian, Fredy, Augusto, Carla, Patricia, Flavilene, Marcia, Naryanne, Cristiam, Leticia, Doña Mabel e Don Santiago, e a família Esquinelato Da Silva que me acolheram com muito amor e alegria durante este período.

A meu namorado Carlos Francisco Sabillón Antúnez que esteve sempre ao meu lado, fortalecendo-me quando eu achava que não chegaria até o fim desta etapa. Muito obrigada pela ajuda, compreensão, companhia, e paciência em todo dia. Te Amo!

A todos os membros do Grupo de Análise em Transitórios Eletromagnéticos (GATE) pela amizade e disposição em ajudar, Claudiner, Pablo, Rodrigo, Newton, Carol e Anderson. Ao meu co-orientador Eduardo Marques da Costa Coelho e ao meu orientador Dr. Sérgio Kurokawa pela orientação, apoio, paciência e confiança incondicional que foram fundamentais para a realização desta dissertação.

Ao Prof. Ruben e a senhora Lucila pela imensa ajuda, conselho e colaboração na minha chegada ao Brasil e também aos professores e funcionários da FEIS-UNESP que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho. Aos professores da banca pela disponibilidade e correção deste trabalho. Aos professores Prof. Mario Antunez e Prof. José Gross da Universidade Nacional Autónoma de Honduras (UNAH) pelo seu ensinamento e confiança.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior (Capes) pela oportunidade e o apoio económico. A todos que contribuíram nesta dissertação sempre dispostos a oferecer estímulos para chegar até a meta. Muito obrigado a todos!

“Remorse is just past creeping your present.”

Anônimo.

RESUMO

Na criação e funcionamento de um sistema elétrico é de suma importância a correta parametrização das linhas de transmissão. Com o passar do tempo foram desenvolvidos modelos para o estudo e modelagem desses fatores que resume em representações matemáticas. Esses modelos apresentam algum grau de erro, já que tomam como certas condições iniciais e assumem critérios que podem ser uteis num caso e prejudicial no outro. Neste trabalho foi desenvolvida estimação de parâmetros da linha diretamente das medições das correntes e tensões da linha, assim pode omitir ou reduzir ao mínimo estas considerações. Uma linha de transmissão trifásica foi decomposta em seus três modos e cada modo foi modelado através de um único circuito π. Foram encontradas as equações dos parâmetros em função das correntes e tensões que são resolvidas pelo método dos mínimos quadrados. Este método numérico foi escolhido como base para esta pesquisa já que o mesmo tem como prioridade encontrar a solução de um sistema de equações minimizando o erro. Através do programa MATLAB baseando-se na representação de parâmetros distribuídos para linha longa e usando a teoria da decomposição modal estima-se os parâmetros de uma linha trifásica com plano de simetria vertical. As medições das grandezas nos terminais da linha são feitas em regime transitório.

Palavras-chave: Decomposição modal. Estado transitório. Estimação de parâmetros. Linhas de transmissão trifásicas. Método dos mínimos quadrados.

ABSTRACT

To create and operate the electrical system it is important to estimate transmission lines parameters precisely. Through history there has been developed many models for the study of this factors that are summarize in very precise mathematical representations. All these models are the foundation of the similar existing studies used for parameterizing, but there are too many considerations and assumptions that have to be accounted for these models to work. Therefore, they can either simplify the problem or make it worse. Trying to minimize this error, new methods for estimating line parameters are being developed using the records of a line's terminals current and voltages. A three-phase line will be decomposed in its three modes and each mode will be represented as one sole π-circuit. A system of equations that relates the line parameters with the line terminal voltages and currents is found and solved using the least square method. This numerical method was chosen because its priority is to find the solution to a system of equations that allows the error to be minimal. Using the MATLAB software, the representation for a long transmission line and the modal decomposition, the line parameters of a three-phase transmission line with vertical symmetry, are estimated. The records are taken during faults.

Keyword*:* Estimating line parameters. Ground-faults. Least squares method. Modal decomposition. Transmission line parameters. Three-phase transmission line.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Linhas de fluxo elétrico que têm origem nas carga (q) positivas uniformemente distribuidas sobre a superficie de um condutor cilindrico isolado. 29
Figura 2 – Representação dos parâmetros de linha transmissão em um único circuito π. 31
Figura 3 – Representação de uma linha trifásica no dominio das fases. 34
Figura 4 – Representação de uma linha trifásica no dominio dos modos. 35
Figura 5 – Diagrama de um sistema polifásico. 41
Figura 6 – Linha de transmissão monofásica de comprimento *d*. 43
Figura 7 – Representação de uma linha transmissão polifásica no domínio modal. 46
Figura 8 – Metodologia para estimação dos parâmetros usando teoria dos modos exatos. 48
Figura 9 – Metodologia para estimação dos parâmetros usando teoria dos quase-modos. 50
Figura 10 – Diagrama da linha monofásica no dominio modal. 52
Figura 11 – Representação da linha de transmissão por um único circuito π no dominio modal 53
Figura 12 – Fluxograma de método proposto. 61
Figura 13 –Diagrama de um sistema trifásico conectado em estrela. 62
Figura 14 – Diagrama de uma torre para linhas de transmissão com simetria vertical. 62
Figura 15 –Sistema de transmissão trifásico com curto circuito na carga da fase A. 64
Figura 16 –Sistema de transmissão trifásico com curto circuito na carga da fase B. 64
Figura 17 – Sistema de transmissão trifásico com curto circuito na carga da fase C. 65
Figura 18 – Tensões trifásicas no terminal de saida quando existe um curto na fase B. 66
Figura 19 – Correntes trifásicas no terminal de saida quando existe um curto na fase B. 66
Figura 20 – Correntes trifásicas no terminal de entrada quando existe um curto na fase B. 67
Figura 21 – Erro relativo do elemento R_{11} em função do comprimento. 71
Figura 22 – Erro relativo do elemento R_{12} em função do comprimento. 71
Figura 23 – Erro relativo do elemento R_{13} em função do comprimento. 72
Figura 24 – Erro relativo do elemento R_{21} em função do comprimento. 72
Figura 25 – Erro relativo do elemento R_{22} em função do comprimento. 73
Figura 26 – Erro relativo do elemento R_{23} em função do comprimento. 73
Figura 27 – Erro relativo do elemento R_{31} em função do comprimento. 74
Figura 28 – Erro relativo do elemento R_{32} em função do comprimento. 74
Figura 29 – Erro relativo do elemento R_{33} em função do comprimento. 75
Figura 30 – Erro relativo do elemento L_{11} em função do comprimento. 75
Figura 31 – Erro relativo do elemento L_{12} em função do comprimento. 76
Figura 32 – Erro relativo do elemento L_{13} em função do comprimento. 76
Figura 33 – Erro relativo do elemento L_{21} em função do comprimento. 77
Figura 34 – Erro relativo do elemento L_{22} em função do comprimento. 77
Figura 35 – Erro relativo do elemento L_{23} em função do comprimento. 78
Figura 36 – Erro relativo do elemento L_{31} em função do comprimento. 78
Figura 37 – Erro relativo do elemento L_{32} em função do comprimento. 79
Figura 38 – Erro relativo do elemento L_{33} em função do comprimento. 79
Figura 39 – Erro relativo do elemento C_{11} em função do comprimento. 80
Figura 40 – Erro relativo do elemento C_{12} em função do comprimento. 80
Figura 41 – Erro relativo do elemento C_{13} em função do comprimento. 81
Figura 42 – Erro relativo do elemento C_{21} em função do comprimento. 81
Figura 43 – Erro relativo do elemento C_{22} em função do comprimento. 82
Figura 44 – Erro relativo do elemento C_{23} em função do comprimento. 82

Figura 45 – Erro relativo do elemento C_{31} em função do comprimento. 83
Figura 46 – Erro relativo do elemento C_{32} em função do comprimento. 83
Figura 47 – Erro relativo do elemento C_{33} em função do comprimento. 84
Figura 48 – Erro relativo do elemento R_{11} em função do comprimento. 85
Figura 49 – Erro relativo do elemento R_{12} em função do comprimento. 85
Figura 50 – Erro relativo do elemento R_{13} em função do comprimento. 86
Figura 51 – Erro relativo do elemento R_{21} em função do comprimento. 86
Figura 52 – Erro relativo do elemento R_{22} em função do comprimento. 87
Figura 53 – Erro relativo do elemento R_{23} em função do comprimento. 87
Figura 54 – Erro relativo do elemento R_{31} em função do comprimento. 88
Figura 55 – Erro relativo do elemento R_{32} em função do comprimento. 88
Figura 56 – Erro relativo do elemento R_{33} em função do comprimento. 89
Figura 57 – Erro relativo do elemento L_{11} em função do comprimento. 90
Figura 58 – Erro relativo do elemento L_{12} em função do comprimento. 90
Figura 59 – Erro relativo do elemento L_{13} em função do comprimento. 91
Figura 60 – Erro relativo do elemento L_{21} em função do comprimento. 91
Figura 61 – Erro relativo do elemento L_{22} em função do comprimento. 92
Figura 62 – Erro relativo do elemento L_{23} em função do comprimento. 92
Figura 63 – Erro relativo do elemento L_{31} em função do comprimento. 93
Figura 64 – Erro relativo do elemento L_{32} em função do comprimento. 93
Figura 65 – Erro relativo do elemento L_{33} em função do comprimento. 94
Figura 66 – Erro relativo do elemento C_{11} em função do comprimento. 95
Figura 67 – Erro relativo do elemento C_{12} em função do comprimento. 95
Figura 68 – Erro relativo do elemento C_{13} em função do comprimento. 96
Figura 69 – Erro relativo do elemento C_{21} em função do comprimento. 96
Figura 70 – Erro relativo do elemento C_{22} em função do comprimento. 97
Figura 71 – Erro relativo do elemento C_{23} em função do comprimento. 97
Figura 72 – Erro relativo do elemento C_{31} em função do comprimento. 98
Figura 73 – Erro relativo do elemento C_{32} em função do comprimento. 98
Figura 74 – Erro relativo do elemento C_{33} em função do comprimento. 99
Figura A.1 – Diagrama da classificação de sistema de equações lineares. 102
Figura A.2 – Solução aproximada de um sistema de equações sem solução. 103

LISTA DE TABELAS

Tabela 1– Erro relativo dos elementos da Matriz de Resistência 89
Tabela 2– Erro relativo dos elementos da Matriz de Indutância 94
Tabela 3– Erro relativo dos elementos da Matriz de Capacitância 99

LISTA DE ABREVIATURAS

ATP	Alternate Transient Program
CC	Corrente Continua
CA	Corrente Alternada
DFR	Digital Fault Recorder -
EMS	Energy Management System
PMU	Phasor Measurement Unit
R_{AC}	Resistência em corrente alternada
R_{DC}	Resistencia em corrente continua
TEM	Transverse Electromagnetic
ULM	Universal Line Model

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 14

2 PARÂMETROS DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO 22

2.1 INTRODUÇÃO ... 22

2.2 PARÂMETROS DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO ... 22

2.3 REPRESENTAÇÃO DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO ... 30

2.4 PARÂMETROS DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO POLIFÁSICA. ... 31

2.5 CONCLUSÃO ... 32

3 DECOMPOSIÇÃO DA LINHA EM SEUS MODOS DE PROPAGAÇÃO 33

3.1 INTRODUÇÃO ... 33

3.2 TEORIA DOS MODOS EXATOS ... 34

3.3 APLICAÇÃO DA TEORIA MODAL ... 40

3.4 EQUAÇÕES DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO PARA UMA LINHA LONGA ... 43

3.5 TEORIA DOS QUASE-MODOS ... 48

3.6 CONCLUSÃO ... 51

4 DESCRIÇÃO DO MÉTODO DE ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS 52

4.1 INTRODUÇÃO ... 52

4.2 APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS PARA UMA LINHA MONOFÁSICA 52

4.3 APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS PARA UMA LINHA POLIFÁSICA. 60

4.4 CONCLUSÃO ... 60

5 APLICAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO 61

5.1 INTRODUÇÃO ... 61

5.2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA ... 62

5.3 TESTES ... 63

5.4 CONCLUSÃO ... 69

6 RESULTADOS 70

6.1 INTRODUÇÃO ... 70

6.2 LINHA IDEALMENTE TRANSPOSTA ... 70

6.3 LINHA SEM TRANSPOSIÇÃO ... 84

6.4 CONCLUSÃO ... 100

7 CONCLUSÕES 101

APÊNDICE A- Método dos Mínimos Quadrados 102

REFERÊNCIAS 107

1 INTRODUÇÃO

O sistema elétrico de potência é constituído por geradores, transformadores, linhas de transmissão, dispositivos de proteção e alimentadores. Divide-se em três conjuntos principais: centrais geradoras, linhas de transmissão e sistemas de distribuição. Cada elemento tem uma participação importante no sistema de energia elétrica. As centrais geradoras são as responsáveis pela produção de energia elétrica, mas estão fisicamente limitadas para entregar tensões apropriadas para uma transmissão efetiva de energia, fazendo necessários os transformadores. Os transformadores elevam as tensões de produção dos geradores, da faixa de 10kV-30kV, para tensões apropriadas para as linhas de transmissão, de 345kV-750kV, com o propósito de diminuir as perdas de energia ativa na transmissão. As linhas de transmissão tem a função de ser o elo entre a geração e a distribuição e de ser o elo com outros sistemas de potência para obter um sistema de energia elétrica interligado. O sistema de distribuição através do centro de controle das concessionarias liga todas as cargas individuais (industriais, residenciais e comerciais) às linhas de transmissão.

O consumo de energia elétrica está sempre em constante crescimento, desde a criação dos primeiros sistemas de energia no final do século XIX, os sistemas de potência têm sido um resultado da adição de cargas, nova demanda demográfica e desenvolvimento de novos equipamentos na indústria (motores de indução com inversores de frequência). Foi assim que cada componente do sistema de potência tem sido desenvolvido. Os geradores trocaram de corrente continua -CC a corrente alternada-CA depois da invenção do transformador. O transformador foi gradualmente permitindo tensões mais elevadas para transmissão. A vantagem primordial da elevação de tensão é que permite na transmissão uma maior eficiência e por enquanto uma redução no custo por kW transportado.

Através da história, os elementos que limitam o comportamento do sistema elétrico são as linhas de transmissão. As linhas transportam a energia gerada, com tensão elevada, diminuindo as correntes até chegar às subestações de distribuição ou outras linhas de interligação. Nestas subestações de distribuição os transformadores reduzem as tensões para valores adequados para sub-transmissão ou distribuição primária.

As linhas de transmissão podem ser diferenciadas, dependendo do meio de transporte, em aéreas ou subterrâneas; pelo seu comprimento em curtas, médias e longas; pela sua função no

sistema de interligação, transmissão, sub-transmissão; pelo tipo de condutor de cobre ou alumínio com alma de aço e a sua quantidade e pela tensão em extra-alta-tensão- EAT e ultra-alta tensão-UAT entre outras (MONTICELLI, 2003; STEVENSON,1986).

O comportamento elétrico das linhas de transmissão no sistema de potência é estudado através dos parâmetros conhecidos: Resistência, Condutância, Indutância e Capacitância. Estes parâmetros podem ser representados por elementos de circuitos constantes e concentrados, mas os modelos com maior precisão são os que tomam em consideração que estes estão distribuídos ao longo da linha (MARTINEZ; GUSTAVSEN; DURBAK,2005). A representação destes parâmetros como elementos discretos ou concentrados é feita com a intenção de explicar a relação dos fenômenos eletromagnéticos presentes nos cabos condutores da linha de transmissão. Estes fenômenos eletromagnéticos são devido ao campo elétrico e magnético pela corrente que atravessa o condutor, à dissipação de energia e fuga de corrente do sistema em uma linha de transmissão de energia elétrica. A capacitância representa o campo elétrico, a indutância simboliza o campo magnético dentro condutor e com os condutores vizinhos e solo, a resistência representa a dissipação de energia e a condutância denota a fuga de corrente nas linhas de transmissão. A indutância e resistência estão distribuídas uniformemente no comprimento da linha como elementos longitudinais. A capacitância e a condutância também estão distribuídas uniformemente no comprimento da linha como elementos transversais. Os valores destes parâmetros dependem da frequência do sistema, das características físicas do condutor e do meio onde está submergido. O conhecimento dos parâmetros das linhas de transmissão permite a correta parametrização dos sistemas de proteção, incrementa a precisão na localização de faltas, e facilita a aplicação de ferramentas que analisam um sistema elétrico. (SCHULZE; SCHEGNER ; ZIVANOVIC 2011).

Os parâmetros elétricos são descritos em termos da permeabilidade magnética, permitividade do dielétrico, propriedades geométricas e a frequência. Os parâmetros longitudinais para cada cabo condutor podem ser obtidos resolvendo as equações de Maxwell, que consideram as condições de fronteira com os condutores vizinhos, o solo e a meio envolta dele (para linhas aéreas, o ar) (HOFMANN, 2003).

A soma dos parâmetros longitudinais é representada pela impedância longitudinal, a qual pode ser calculada analisando os dois componentes, próprios e mútuos. Cada componente é subdividido, a impedância própria é composta pela impedância interna, que providente do campo

magnético no interior do condutor, o componente da impedância externa é devido ao campo magnético no ar e a componente do efeito do solo que depende do campo magnético no solo. A impedância mútua é composta pela componente da impedância externa que se relaciona ao acoplamento dos condutores vizinhos e a componente devido ao efeito do solo. A impedância longitudinal varia com a frequência (HOFMANN, 2003). A resistência incrementa e a indutância diminui com o incremento na frequência, por causa dos efeitos solo e pelicular. Cada uma destas componentes é aproximada independentemente por expressões matemáticas, as funções de Bessel para o efeito pelicular em condutores cilíndricos e as series trigonométricas de Carson descrevem o efeito do solo (MARTI, 1983).

A soma dos parâmetros transversais é conhecida como admitância transversal. Para linhas aéreas a capacitância na maioria dos casos é considerada constante e a condutância é desprezível (MARTINEZ; GUSTAVASEN; DURBAK, 2005).

Para calcular um parâmetro, deve-se calcular cada componente usando a representação matemática que se encontra na literatura. Com este fim, o cálculo dos parâmetros de linha de transmissão toma em conta vários pontos:

(a) O solo é considerado plano e homogêneo, a condutividade, resistividade e a constante dielétrica são invariáveis.
(b) O efeito eletromagnético das estruturas metálicas nos terminais da linha é desconsiderado.
(c) Os condutores são considerados horizontais e em paralelo entre sí e com o solo.

Todas estas considerações oferecem um grau de incerteza, quando calculando as impedâncias. Neste contexto, também o efeito atmosférico de cada dia (temperatura, umidade, chuva, neve), os diferentes relevos que as linhas de transmissão atravessam (montanhas, desertos e litorais) e o efeito corona não podem ser quantificados. Estes efeitos tornam-se difíceis de avaliar e inserem uma margem de erro às aproximações matemáticas no cálculo de parâmetros. Como estudado em Dán, Raisz (2011), Lima, Portela (2007) e Ekonomou, Gonos, Stathopulos (2008), Kurokawa et al.,(2005).

Embora os métodos para o cálculo dos parâmetros das linhas de transmissão têm sido aceitos e empregados, a necessidade de uma aproximação mais precisa vem sendo de particular interesse e metodologias inovadoras têm sido desenvolvidas. A base das novas técnicas é fazer

uma estimação dos parâmetros das medições obtidas dos terminais da linha. Como mostrado em Liao (2007), Girgis, Hart e Peterson (1992), Che e Liang (2009), Dasgupta e Soman (2013), Sivanagaraju, Chakabarti e Srivastava (2014), entre outros. Existem várias vantagens da estimação precisa dos parâmetros das linhas de transmissão:

1. Cálculo adequado do fluxo de potência.
2. Benefícios econômicos para as concessionárias.
3. Rapidez e precisão na localização de faltas.
4. Melhora do controle de equipamentos de proteção no sistema elétrico.
5. Facilita estudos de simulação do sistema.
6. Aplicação de controle.

Os artigos revisados propõem muitos métodos e procedimentos para a estimação de parâmetros de linhas de transmissão. Na maioria dos trabalhos a estimação dos parâmetros é focada na melhoria da precisão de localização de faltas. Enfatizando que a correta aproximação dos parâmetros da linha faz um papel importante na Gestão do Sistema de Energia, (*Energy Management System* - EMS), este influencia diretamente a análise e o controle de um sistema de potência (MIN et al.,2010).

Encontra-se na literatura especializada diversos procedimentos para a estimação de parâmetros através das medições das tensões e correntes nos terminais da linha, alguns durante uma falta e outras em regime permanente. A maioria tem em comum a representação da linha de transmissão com um único circuito π e o método numérico para solucionar sistemas de equações indeterminadas, o método dos mínimos quadrados. Muitos destes artigos permitem medições assíncronas, algumas medições fasoriais tomadas pelas unidades de medição fasorial (PMU-*Phasor Measurement Unit*) instaladas tanto no terminal de envio como no receptor.

Os autores Liao e Kezunovic,(2009), Min, et al.,(2010) e Meza, Stacchini e Do Coutto Filho, (200l) implementaram métodos não lineares ou métodos heurísticos para solucionar o sistema de equações classificado como impossível e encontrar uma solução ótima. Também, os autores representam a linha de transmissão como um único circuito π, e obtém as medições das tensões e correntes através de PMU em regime permanente. As medições podem conter erros, nestes casos se apresentam técnicas para filtrar erros nas medições e, por conseguinte, permitir que o erro na estimação diminuísse significativamente. O sistema de estimação de parâmetros

em linha (*online*) há provado ser útil para o centro de controle das concessionarias, garantindo precisa estimação de estados e um desempenho confiável para os algoritmos.

HEIJ et al., 2004, foi usado como base de entendimento sobre o elo entre o método dos mínimos quadrados e a matriz definida por Peters e Wilkinson (1970) como pseudo-inversa que vai ser aplicada para equacionar os parâmetros das linhas de transmissão em função das correntes e tensões nos terminais da linha. Este equacionamento será desenvolvido para uma linha monofásica no domínio dos modos no capitulo 3, embora que a teoria do método dos mínimos quadrados como solução para um sistema impossível será descrita no Apendice A.

No artigo (ZIVANOVIC, 2006), tendo visto que outros autores fizeram a estimação de parâmetros com os dados de faltas registrados por relés digitais ou *Digital Fault Recorder* -DFR nos terminais da linha, apresenta os resultados da estimação de parâmetros em sequência positiva e zero e a localização da falta, para medições assíncronas de correntes e tensões registrados no DFR. Primeiro a transformada de *Wavelet* é aplicada para encontrar as mudanças abruptas no sistema e particionar esta em pré-falta, durante falta e pós falta. Aos dados de correntes e tensões que foram selecionadas aplica-se o processo de sincronização. Depois de sincronizar os dados, os sinais são transformados em fasores em sua frequência fundamental em cada segmento. Para este processo é desenvolvido um método para calcular a frequência natural de cada segmento e estimar sua amplitude e fase. As estimativas dos parâmetros auxiliares em função da impedância caraterística e a função de propagação são feitas através das impedâncias nos terminais em que foram medidas e o método utilizado para um sistema possível indeterminado é o método dos mínimos quadrados. Então os parâmetros longitudinais e transversais são calculados pelas equações em função dos parâmetros auxiliares.

No artigo (SCHULZE ; SCHEGNER,2009), foi feita a estimativa de parâmetros para uma linha de transmissão assimétrica de três fases através das medições das tensões e correntes nos terminais da linha com fasores variantes no tempo. Estas medições nos terminais devem estar sincronizadas no tempo e foram obtidas para uma falta fase-terra através das linhas em cada fase. A linha é modelada como um circuito π para lograr o equacionamento dos parâmetros das linhas de transmissão em função das correntes e tensões e suas respectivas derivadas nos terminais. O método dos mínimos quadrados é empregado para fazer a estimativa dos parâmetros longitudinais. Os dados obtidos na falta são ordenados em matrizes para a aplicação do método dos mínimos quadrados para fazer estimativa, mas antes se determina o estado de operação para

o qual a estimação será efetivo. O autor aponta que na análise a matriz das impedâncias para uma linha bifásica resulta insuficiente para o uso das medições em regime permanente e, é por isto, que se usa os valores de tensões e correntes em faltas.

As rotinas foram realizadas utilizando a ferramenta de MATLAB para fazer os algoritmos de transformar os dados para fasores variantes no tempo e determinar a identificabilidade. Além disso, foi usado o *toolbox* SIMULINK para obter os dados de correntes e tensões nos terminais da linha. Além disso, os autores fizeram um teste em um modelo físico de uma rede trifásica. Nos resultados que foram apresentados pelos testes realizados pelo autor, se vê que as resistências foram estimadas como menores que as indutâncias que sofrem maior erro comparado com o erro das reatâncias. Ele aponta que a causa é que o valor das resistências é maior (já que tem uma escala maior). Quanto maior a unidade, maior o erro. Além disso, menciona que outro fator é que a resistência é afetada pela conversão de sinal análoga a digital. Vê-se que nas simulações feitas com MATLAB e o SIMULINK o erro é menor que aquelas feitas das correntes e tensões obtidas da rede que o autor propõe. Além do que, quando as impedâncias próprias são assumidas iguais, o erro relativo é menor nas impedâncias mutuas. Nas simulações o tempo de amostragem é cada 0.5ms (2 kHz) e no caso real é de 10μs(100 kHz) para as tensões e as correntes do sistema.

Nos artigos (ASTI et al., 2012) e (SCHULZE; SCHEGNER ; ZIVANOVIC, 2011) os autores detalharam o equacionamento para concretar as relações da corrente longitudinal em sentido das correntes e as tensões no terminal. Também as relações das tensões e correntes nos terminais das linhas em termos das matrizes dos parâmetros longitudinais e transversais da linha representada por um único circuito π. O método da obtenção dos sinais difere em cada artigo, o (ASTI et al., 2012) faz a simulação da linha por uma cascata de circuitos π (200 circuitos π). O (SCHULZE; SCHEGNER ; ZIVANOVIC 2011) modela as medições de correntes e tensões utilizando o método de Prony através das sinais das correntes obtidas na falta, já que as faltas são curtas e de quantidade reduzida.

O artigo (ASTI et al., 2012), replica o procedimento do (SCHULZE; SCHEGNER; ZIVANOVIC, 2011) entretanto, ao em vez de ser para uma linha trifásica assimétrica faz para uma linha monofásica, considerando o efeito de diferentes comprimentos. Encontrou-se que o comportamento: para linhas de curto e médio comprimento o método deu resultados aceitáveis, mas para linhas longas o erro muito maior.

Em (SCHULZE; SCHEGNER ; ZIVANOVIC, 2011) a frequência de amostragem foi de 1kHz. As simulações são feitas no *Alternate Transient Program*-ATP para logo ser importadas a MATLAB. A condutância não é calculada. Os resultados destes testes foram comparados como os resultados obtidos no Schulze e Schegner(2009).

O objetivo desta pesquisa é estabelecer um método de estimação de parâmetros de linhas de transmissão trifásicas com simetria vertical tanto idealmente transpostas como sem transposição. O método parte da hipótese que uma linha de transmissão pode ser decomposta em n modos monofásicos e assim estes a podem ser representados por elementos distribuídos de circuito que pode ser aproximada por um único circuito π. Se as correntes e tensões, no domínio do tempo, nos terminais da linha são conhecidas é possível aproximar a mesma pelo circuito discreto mencionado anteriormente e estimar os parâmetros longitudinais e transversais da linha no domínio modal para depois transformar estes ao domínio das fases.

. Esta pesquisa baseia-se em estes três últimos trabalhos, ela propõe um método alternativo para estimar parâmetros de uma linha polifásica fazendo uso das técnicas de decomposição modal com as medições em regime transitório. Isto quer dizer que em vez de usar a técnica para determinar fasores variantes no domínio do tempo ou a cascata de circuitos π, se utiliza a matriz real proposta por Clarke para decompor a linha polifásica nos seus quase-modos, para os quais será feita a estimação aproveitando que cada modo se comporta como uma linha monofásica.

No capítulo 2 será feita uma descrição dos parâmetros primeiramente apresentando a definição e o cálculo de cada elemento em torno de fenômenos eletromagnéticos presentes no transporte de energia em um cabo condutor. Neste sentido se aborda os fatores que influenciam o cálculo destes parâmetros e as hipóteses, considerações e circunstâncias que se devem tomar em conta. Em seguida se apresentam a distribuição dos parâmetros em linhas de transmissão trifásicas com simetria vertical ou idealmente transpostas. Finalizando é mostrada a representação de um diferencial de linha de transmissão por meio de uma rede de elementos discretos na forma de um único circuito π que será usada para equacionar os parâmetros de linha de transmissão em função das correntes e tensões nos terminais . Este circuito equivalente é válido para situações em que o interesse primordial jaz nas correntes e tensões nos terminais da linha.

No capítulo 3, detalham-se as técnicas de decomposição modal para uma linha polifásica. Se descreve tanto a teoria dos modos exatos (modo 1,2,3, para uma linha trifásica) e os quase modos (α,β e 0 no caso de uma linha trifásica). Apresenta-se a teoria dos modos exatos que foi necessária para obter as tensões e correntes nos terminais. Lembra-se das equações definidas pelo modelo de linha longa no domínio da frequência (Universal Line Model-ULM). Por último expõe-se a teoria dos quase modos, que é implementada para transformar as *m* medições no domínio das fases para o domínio dos modos. Com esta transformação é possível programar a estimação dos parâmetros para uma linha monofásica em cada modo. Logo, usando esta teoria e a matriz de Clarke, transforma-se os parâmetros estimados para cada modo ao domínio das fases

No capítulo 5 descreve-se as características do sistema teste, a configuração da torre, os dados conhecidos e o desenvolvimento do método proposto para realizar a estimação dos parâmetros no domínio modal. Lembrando que neste domínio a linha de *n* fases é decomposta em *n* modos monofásicos.

No capítulo 6 se apresentaram os resultados da rotina de estimação de parâmetros de linhas de transmissão com simetria vertical desenvolvida e simulada com o emprego do *software* MATLAB®. Além se concluirá sobre os resultados obtidos para o tipo de linha de transmissão analisada.

No capítulo 7 finalmente expõe-se as conclusões gerais dos resultados obtidos.

No Apêndice A explica-se um método numérico de sistemas sem solução, com a finalidade de obter os parâmetros das linhas de transmissão com base de *m* medições das correntes e tensões nos terminais da linha. O método a ser empregado é o método dos mínimos quadrados. Neste capítulo detalha-se o racionamento matemático com que o método fornece a pseudo-inversa, a ferramenta que vai ser utilizada para a solução do sistema de equações

.

2 PARÂMETROS DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO

2.1 Introdução

O estudo e conhecimento dos parâmetros de linhas de transmissão em um sistema de potência são de vital importância para parametrizar os sistemas de proteção, fazer com precisão a regulação de tensão, localização de faltas, além de ajudar ao operário de despacho no controle do fluxo de potência. Na continuação vão se definir os parâmetros, vão se apresentar fatores que são considerados usando a teoria eletromagnética para caracterizá-los, como o efeito pelicular e o efeito do solo. Além disso, vai se descrever a distribuição dos parâmetros em uma linha polifásica, que é de suma importância para o desenvolvimento da estimação.

2.2 Parâmetros das linhas de transmissão

A transmissão de um sistema elétrico pode ser aérea ou subterrânea. Neste trabalho são de particular interesse as linhas de transmissão aéreas. As linhas de transmissão aéreas são compostas por uma série de elementos. Cada linha de transmissão aérea contém cabos condutores, isoladores, ferragens e acessórios, estruturas de suporte (torres) e cabo para-raios (DUNCAN, 2012). Uma linha de transmissão é descrita pelos parâmetros do condutor, que por sua vez estão em função de suas características física, rígidas para uma determinada construção (FUCHS, 1979). Estes parâmetros consideram todos os fatores que influenciam o desempenho do sistema de transmissão.

A impedância em série afeta a queda de tensão e a estabilidade da linha. A impedância em derivação afeta a corrente de linha e a potência reativa do sistema elétrico.

Os parâmetros das linhas de transmissão são:

1. Resistência-R
2. Condutância-G
3. Indutância-L
4. Capacitância-C

A resistência e indutância formam a impedância longitudinal, impedância em série, eles estão distribuídos uniformemente ao longo da linha. Os parâmetros da impedância longitudinal estão relacionados à corrente de linha e ao campo magnético. A condutância de fuga e a capacitância

entre o condutor e o neutro formam a admitância transversal ou admitância em derivação e estão distribuídos em derivação ao longo da linha. Os parâmetros transversais estão relacionados com a diferença de potencial e o campo elétrico (CHIPMAN, 1968).

2.2.1 RESISTÊNCIA

O parâmetro conhecido como resistência representa qualquer perda de potência (ôhmica) na linha de transmissão (DUNCAN, 2012). Estão inclusos nestas perdas a contribuição do espaço intercondutor que estiver cheio de um material magneticamente leve e a conversão de energia do campo eletromagnético em calor, proporcional ao quadrado do campo magnético no meio (CHIPMAN, 1968).

A resistência é estudada para dois tipos de transmissão, em corrente continua e corrente alternada. Em corrente continua, ela é calculada partindo das dimensões e caraterísticas do condutor: tipo, tamanho, encordoamento, temperatura e área do condutor. Para o caso, o único fator variável é a resistividade, que varia linearmente com a temperatura do condutor. Em corrente alternada, a resistência é calculada com base na frequência e magnitude de corrente. Neste outro caso, devido à frequência da corrente alternada, aparece um fenômeno conhecido como *efeito pelicular*, este está em função do tamanho do condutor, frequência e resistividade (DUNCAN, 2012; GÖNEN, 1988).

2.2.1.1 Cálculo da Resistência em Corrente Contínua

A resistência pode ser calculada sempre que a corrente no condutor for uniforme, pela equação (1).

$$R_{DC} = \frac{\rho_T l}{A} \tag{1}$$

Onde ρ_T é a resistividade do condutor à temperatura T, l o comprimento, A é área da seção transversal. A resistividade depende do tipo de material (ferro recosido é o valor base) do condutor e da temperatura que este atinge (a resistividade varia linearmente com a temperatura). O encordoamento do condutor modifica o comprimento dele. (DUNCAN, 2012)

2.2.1.2 Cálculo da Resistência em Corrente Alternada

A resistência de uma linha que opera em corrente alternada, R_{AC}, varia com a frequência de operação e a magnitude de corrente, ela pode ser calculada com a equação (2):

$$R_{AC} = \frac{P_{perdas}}{|I|^2} \quad (2)$$

Na equação (2), P_{erdas} é a perda da potência ativa do condutor, em *Watts*, e I é a magnitude da corrente que flui pelo condutor, em $Ámperes_{rms}$.

Em corrente alternada á distribuição de corrente no condutor não é uniforme devido à frequência (*efeito pelicular*). Em regime permanente a frequência é constante e baixa (60 Hz ou 50 Hz), a resistência (R_{AC}) é um tanto maior que aquela resistência (R_{DC}) em uma linha de corrente continua, mas na hora de transitórios ou distúrbios, a frequência é alta e varia, por tanto as perdas do condutor aumentam e variam. Se a frequência aumenta, a resistência no condutor aumenta; se a frequência diminui a resistência diminui.

Dependendo do material do condutor (resistividade), a magnitude de corrente influencia o fluxo interno concatenado e as perdas magnéticas do condutor. A maior resistividade menor o efeito da magnitude de corrente. (DUNCAN, 2012)

2.2.1.3 Resistência e o Efeito Pelicular

Uma corrente variável com o tempo (CA) provoca densidade de corrente J não uniforme e em medida que aumenta a frequência f de uma corrente alternada, acentua-se ao comportamento desuniforme da distribuição de corrente alternada.

O fenômeno conhecido como *efeito pelicular* é aquele cujo elemento de corrente que flui pela superfície do condutor não é concatenado pelo fluxo interno, então o fluxo concatenado com um elemento que flui próximo à superfície é menor do que o fluxo concatenado com um elemento que flui no interior do mesmo. Em outras palavras, o *efeito pelicular* é o fenômeno onde a densidade de corrente cresce do interior para a superfície, ou seja, que a densidade de corrente na superfície é maior que no centro ou interior do condutor. (STEVENSON, 1986; DUNCAN, 2012). O cálculo do efeito pelicular é feito através das funções de Bessel.

2.2.1.4 Resistência e o Efeito do Solo

Nas linhas de transmissão comumente possuem um elemento para o retorno de corrente, seja ou neutro ou cabo para-raios ou numa combinação dos mesmos. Este retorno de corrente afeta o sistema e seus parâmetros longitudinais. Foi então necessário fazer um estudo deste fenômeno, destacando-se os resultados obtidos pelos pesquisadores europeus Rudenberg Mayr e Pollaczek e os norte-americanos Carson e Campell. Eles propuseram um método de cálculo para este fenômeno. (FUCHS, 1979).

A resistência das linhas de transmissão aéreas se vê influenciada pelo solo. O método proposto por Carson considera condutores paralelos ao solo, admitindo uma resistividade uniforme e tendo extensão infinita (solo perfeito). Carson, demostra que as impedâncias próprias e mútuas de circuitos com retorno pelo solo são iguais ás impedâncias para um circuito em um solo perfeito. No qual se pode considerar um condutor-imagem à mesma profundidade que a altura do condutor, acrescida de um fator de correção aplicável para ambas impedâncias. Apresenta um método exato e um aproximado que esta em função da resistividade do solo. Quando o tipo de terreno varia a resistividade do solo varia. (FUCHS, 1979)

2.2.2 INDUTÂNCIA

A indutância é o parâmetro do circuito que relaciona a tensão induzida por variação de fluxo com a taxa de variação da corrente (STEVENSON, 1986). É a grandeza que relaciona a energia armazenada no campo magnético por unidade de corrente. (CHIPMAN, 1968)

Quando a corrente estiver variando em um circuito (CA), o campo magnético associado também deverá estar variando. Considerando-se que o meio onde se estabelece o campo magnético tenha permeabilidade constante (μ), valor do fluxo concatenado será diretamente proporcional à corrente e a tensão induzida é proporcional à taxa de variação da corrente.

$$e = \frac{d\tau}{dt} = L\frac{di}{dt} \qquad (3)$$

Em (3) τ representa o fluxo concatenado em weber-espiras, L representa a indutância, que se define em (4) como o fluxo concatenado por unidade de corrente, se a permeabilidade não for constante então, a indutância não será constante.

$$L = \frac{d\tau}{di} \text{ Wb-e} \tag{4}$$

Para uma corrente senoidal o fluxo concatenado será senoidal, se a permeabilidade é constante. Então, cumpre-se que o fluxo concatenado varia linearmente com a corrente (5).

$$\psi = LI \text{ Wbt} \tag{5}$$

ψ é o fasor de fluxo concatenado. O fasor de queda de tensão (V) devido ao fluxo concatenado é

$$V = j\omega LI \text{ V} \tag{6}$$

A indutância mútua entre os dois circuitos é definida como sendo o fluxo concatenado com um circuito, devido à corrente no outro circuito. A indutância mútua é importante quando se considera a influência das linhas de potência nas linhas telefônicas e também o acoplamento entre linhas de potência em paralelo.

2.2.2.1 Indutância devido ao Fluxo Interno

Fazendo este cálculo pode se pode observar o efeito pelicular. O valor correto da indutância devido ao fluxo interno pode ser calculado pela relação entre o fluxo concatenado e a corrente, levando-se em conta que cada linha de fluxo interno enlaça apenas uma fração da corrente total. Para este cálculo existem umas condições necessárias: condutor longo e que o retorno da corrente se dê a uma distância tão grande que não afete o campo magnético do condutor considerado.

$$L_{\text{int}} = \frac{1}{2} x10^{-7} \tag{7}$$

Em (3) obtém-se a indutância por unidade de comprimento, devida apenas ao fluxo magnético interno de um condutor cilíndrico.

2.2.2.2 Indutância devido ao Fluxo Externo

O fluxo concatenado $d\psi$,é numericamente igual ao fluxo $d\phi$, pois o fluxo externo ao condutor concatena toda a corrente do condutor uma e somente uma vez.

Se um condutor é o circuito de retorno para o outro, isto significa que a corrente do condutor de retorno é igual e de sentido oposto à do condutor principal. Uma linha de fluxo com

raio maior ou igual ao radio do condutor não estará concatenada com o circuito, dado que a corrente enlaçada por esta linha de fluxo é nula. Se as linhas de fluxo estão no meio do condutor de retorno se admite a distância entre os condutores (D) é muito grande em relação ao raio do condutor (r_1) e ao raio do condutor de retorno (r_2) de tal forma que a densidade de fluxo possa ser considerada uniforme neste intervalo.

Considerando o fluxo interno, então se chama $r_1' = r_1 e^{-1/4}$

$$L = 4x10^{-7} \ln \frac{D}{\sqrt{r'_1 r'_2}} \text{ H/m} \tag{8}$$

A equação (8) dá a indutância de uma linha de dois condutores, considerando os fluxos concatenados produzidos pelas correntes em ambos, e sendo um deles considerado o retorno do outro. Para um circuito que considera um condutor apenas, a indutância será a metade da equação (8). Esta indutância é chamada indutância por condutor. Conhece-se a reatância indutiva definida como:

$$X_L = 2\pi f L \tag{9}$$

Onde f é a frequência de operação do sistema que pode ser 50 Hz ou 60 Hz.

2.2.2.3 Indutância e o Efeito Pelicular

O efeito pelicular afeta significativamente o valor da indutância interna. O efeito pelicular faz a indutância interna diminuir conforme a frequência aumenta, para qualquer diâmetro, permeabilidade e condutividade do condutor. A corrente não será distribuída uniformemente entre os condutores, ao menos que exista transposição entre eles. Este efeito pelicular também é estudado usando as funções de Bessel mencionadas anteriormente (STEVENSON, 1986; CHIPMAN, 1969).

2.2.2.4 Indutância e o Efeito do Solo

O solo também tem influência na indutância externa da linha, quando se tem um condutor neutro de retorno pelo solo, ou o solo como retorno do circuito. Pode-se utilizar o mesmo método de Carson seja ou exato ou o aproximado para o cálculo de este efeito.

2.2.3 CONDUTÂNCIA

A condutância representa as perdas que são proporcionais ao quadrado da tensão entre os dois condutores ou ao quadrado do campo elétrico no meio. Além disso, representa a fuga de dielétrico nos materiais isoladores (CHIPMAN, 1968). Entre os condutores ou entre condutor e o solo pode aparecer uma corrente de fuga nos isoladores das linhas aéreas de transmissão ou na isolação dos cabos subterrâneos. A condutância entre condutores de uma linha aérea pode ser considerada nula, pois a fuga pelos isoladores é desprezível. (STEVENSON, 1986)

A condutância é desprezada devido a sua pequena contribuição com a admitância em derivação. Outra razão é que não existe nenhum meio apropriado de considera-la, por ser ela muito variável. Por exemplo, a corrente que foge pelos isoladores varia apreciavelmente com as condições atmosféricas e com as propriedades de condução da poeira que se deposita sobre estes. Além da condutância o efeito corona, que resulta em fuga através das linhas é também bastante variável com as condições atmosféricas (STEVENSON, 1986).

2.2.4 CAPACITÂNCIA

A capacitância entre condutores é definida pela carga nos condutores por unidade de diferença de potencial entre eles. A capacitância de uma linha de transmissão resulta da diferença de potencial entre os condutores. Imitando as placas de um capacitor entre as quais existe uma diferença de potencial. Para linhas de 80 km, o efeito da capacitância é mínimo, mas para linhas longas de tensões mais elevadas, torna-se um parâmetro relevante.

Uma tensão alternada faz que as cargas dos condutores variem de acordo com a variação do valor instantâneo da tensão entre os condutores naquele ponto. Uma corrente, definida como deslocamento de cargas, causada pelo carregamento e descarregamento alternados de uma linha devida a uma tensão alternada é chamada corrente de carregamento. Esta afeta tanto a queda de tensão ao longo da linha quanto seu rendimento, fator de potência e estabilidade do sistema ao qual pertence à linha.

2.2.4.1 Capacitância Mútua

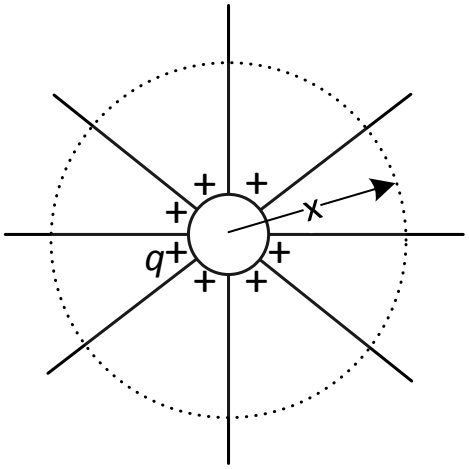
O fluxo elétrico total emana de um condutor é numericamente igual à carga do condutor em *coulombs*. A densidade de fluxo elétrico por metro quadrado. C/m^2.

Se um condutor cilíndrico, tem a carga uniformemente distribuída sobre toda a sua superfície e o fluxo será radial. Todos os pontos equidistantes do condutor serão pontos equipotenciais, e terão uma mesma densidade de fluxo elétrico. A densidade de fluxo elétrico é descrito na equação (10).

$$D = \frac{q}{2\pi x} \text{ C/m}^2 \qquad (10)$$

Onde q é a quantidade de carga e x é a medida do raio que o circunda que se mostra na Figura 1 embaixo.

Figura 1 – Linhas de fluxo elétrico que têm origem nas carga (q) positivas uniformemente distribuidas sobre a superficie de um condutor cilindrico isolado.



FONTE: (STEVENSON, 1986).

A intensidade de campo elétrico ou o negativo do gradiente de potencial é igual à densidade de fluxo elétrico dividido pela permissividade do meio.

$$E = \frac{D}{\varepsilon} = \frac{q}{2\pi\varepsilon x} \text{ N/C} \qquad (11)$$

A diferença de potencial, tensão em *volts*, entre dois pontos é numericamente igual ao trabalho em *Joules* por *Coulomb* necessário para mover um *Coulomb* de carga entre os dois pontos. A intensidade de campo elétrico é uma medida da força sobre uma carga no campo. A diferença de potencial é independente do caminho percorrido.

A capacitância entre os dois condutores de uma linha é definida como a quantidade de carga nos condutores por unidade de diferença de potencial entre eles.

$$C = \frac{q}{V} \text{ F/m} \tag{12}$$

Se supuser uma distribuição uniforme de carga sobre a superfície do condutor a equação (12), também serve no caso quando um condutor for encordoado, trocando o valor de radio do condutor pelo raio externo do condutor encordoado.

Defina-se como reatância capacitiva, (13).

$$X_c = \frac{1}{2\pi fC} \ \Omega/\text{m} \tag{13}$$

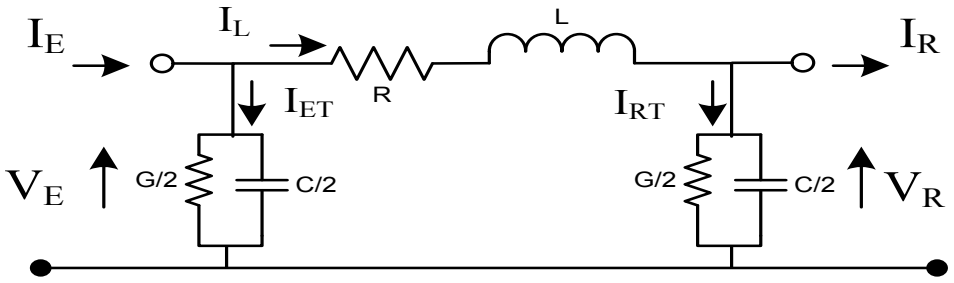
2.2.4.2 Capacitância e Efeito do Solo

O solo afeta a capacitância de uma linha de transmissão porque sua presença altera o campo elétrico da linha. O campo elétrico dos condutores carregados é forçado a mudar de forma devido à presença da superfície do solo. A consideração de uma superfície equipotencial plana é limitada pelas irregularidades do terreno e pelo tipo de superfície do solo. O efeito do solo é de aumenta a capacitância de uma linha (STEVENSON, 1986).

2.3 Representação de uma Linha de Transmissão

Existem varias formas de representar uma linha de transmissão com elementos de circuitos. Os mais conhecidos são o circuito T e o circuito π. Para esta pesquisa vai-se representar a linha de transmissão com um único circuito π. Nesta representação a impedância longitudinal se encontra em serie com a corrente de linha e a impedância transversal é dividida em dois, paralelos aos terminais da linha. (GÖNEN, 1988). A figura (2) mostra um desenho do circuito π, a qual será estudada para a estimação dos parâmetros. Baseia-se nesta figura para equacionar os parâmetros em função dos dados da linha, ou seja, as correntes e tensões nos terminais.

Figura 2 – Representação dos parâmetros de linha transmissão em um único circuito π.



FONTE: ELABORAÇÃO DO PRÓPRIO AUTOR.

Onde I_E é a corrente no emissor, V_E a tensão no emissor, I_R a corrente no receptor e V_R a tensão no receptor, I_{ET} a corrente transversal no emissor, I_{RT} a corrente transversal no receptor e I_L a corrente longitudinal.

2.4 Parâmetros de uma Linha de Transmissão Polifásica.

Até agora se têm explicado detalhadamente cada um dos parâmetros das linhas de transmissão e a suas componentes. Como dito os parâmetros de linha de transmissão podem ser classificados em dois grupos em impedância longitudinal e admitâncias transversal, (14) e (15) respetivamente.

$$Z = R + j\omega L \ \ \Omega/\text{km} \tag{14}$$

$$Y = G + j\omega C \ \ \Omega/\text{km} \tag{15}$$

Onde a impedância longitudinal (Z) é a soma da resistência (R) e a indutância (L) e a admitância transversal (Y) é a soma da condutância (G) e capacitância (C). Sabe-se que cada parâmetro é influenciado por diferentes componentes descritos nas seções acima, e por tanto estas devem ser consideradas como se mostra nas equações (16) e (17).

$$Z_{própria} = Z_{\text{int}} + Z_{ext} + Z_{solo} \ \ \Omega/\text{km} \tag{16}$$

$$Z_{mútua} = Z_{ext} + Z_{solo} \ \ \Omega/\text{m} \tag{17}$$

Onde $|Z_{própria}$ é a soma das componentes que atuam dentro do condutor, que estão associadas ao campo magnético dentro do próprio condutor e $Z_{mútua}$ é a soma das componentes que atuam sobre os outros condutores vizinhos, ou seja, aquelas que estão associadas ao campo magnético fora do condutor. Para o caso da admitância as equações (16) e (17), as Z podem ser

analogicamente substituídas por *Y*. No caso das linhas polifásicas as impedâncias e admitâncias devem-se estender para cada fase em uma forma matricial como se mostra em (18) e (19).

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1k} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{i1} & Z_{i2} & \cdots & Z_{ik} \end{bmatrix} \Omega/\text{km} \tag{18}$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1k} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{i1} & Y_{i2} & \cdots & Y_{ik} \end{bmatrix} \Omega/\text{km} \tag{19}$$

Onde os elementos com índice *ii*, iguais, se referem á $Z_{própria}$ e os elementos com índice *ik*, diferentes, se referem á $Z_{mútua}$. (COSTA, et al., 2012; KUROKAWA, et al., 2005).

2.5 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os fatores que influenciam o cálculo dos parâmetros das linhas de transmissão. A resistência em corrente alternada é influenciada pela frequência devido ao efeito pelicular, pelo efeito do solo que varia segundo a resistividade, permitividade e condutividade deste cambiam com tipo de solo e condições atmosféricas. A indutância é influenciada por todas as aproximações consideradas na analise eletromagnética, além do efeito pelicular e do solo. A condutância para linhas aéreas é normalmente desconsiderada, entre tanto as perdas não podem ser quantificadas. Ela é influenciada pelo efeito corona e correntes de fuga nos isoladores que dependem que as condições atmosféricas sejam favoráveis. A capacitância é influenciada pelas considerações assumidas na analise da natureza eletromagnética e pelo efeito dos condutores e as estruturas na vizinhança de cada linha e o solo. Estende-se também as definições para o caso de linhas de transmissão polifásicas, o arranjo matricial permite nos aplicar a teoria dos modos para tanto calcular as correntes e tensões como para fazer a estimação dos parâmetros.·.

3 DECOMPOSIÇÃO DA LINHA EM SEUS MODOS DE PROPAGAÇÃO

3.1 Introdução

Para estimar os parâmetros das linhas de transmissão de uma linha trifásica, devem-se conhecer as correntes e tensões nos terminais da linha, no domínio das fases. Para obter estes dados usa-se a teoria de decomposição modal exato onde, os produtos (*ZY*) e (*YZ*) são diagonalizadas por meio de matrizes de transformação. Estas matrizes de transformação são formadas a partir dos autovalores e autovetores, e são utilizadas para converter todos os dados no domínio das fases para o domínio modal, desta forma uma linha trifásica é decomposta em três modos monofásicos (modo 1, modo 2, modo 3). Sendo que o domínio modal esta no domínio da frequência pode-se aplicar a teoria fasorial e as equações hiperbólicas para uma linha longa (ULM) para achar os fasores das correntes e tensões nos terminais da linha de cada modo. Finalmente deve-se fazer a conversão dos fasores no domínio dos modos ao domínio das fases, usando as matrizes de transformações antes calculadas. A obtenção destes dados para efeitos desta pesquisa será através de simulações pelo software MATLAB® mas podem-se usar também dados das medições nos terminais da linha.

O método proposto para a estimação dos parâmetros consiste em uma vez obtidas as medições no domínio do tempo, transformar estas no domínio dos quase-modos, usando a matriz de decomposição modal proposta por Clarke. Usa-se esta matriz que é uma matriz real e a sua transposta e inversa são iguais, já que sem conhecer os parâmetros da linha não podem ser aplicadas as matrizes de transformação modal exata. Sabe-se que a matriz de Clarke oferece uma aproximação muito precisa para linhas com simetria vertical, idealmente transposta e não transposta.

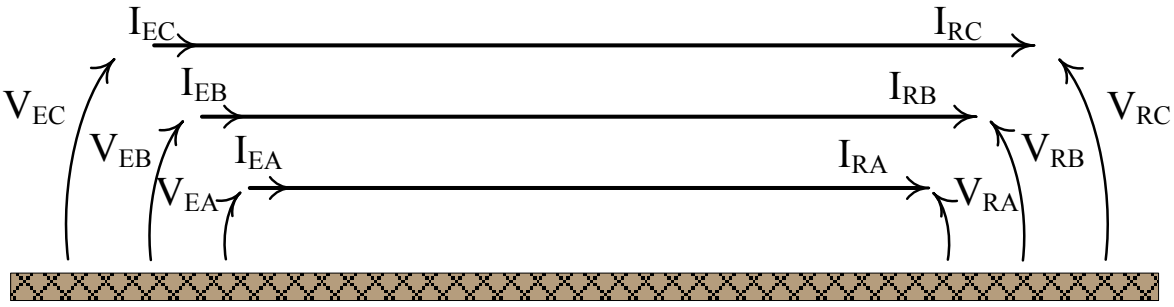
Uma vez tendo decomposto os vetores de correntes e tensões nos modos α,β e zero, aplica-se a cada quase-modo o método dos mínimos quadrados para resolver o sistema de equações que relaciona os parâmetros de linha de transmissão representado em um único circuito π e as correntes e tensões nos terminais de uma linha monofásica. Finalmente se volta com a matriz de parâmetros no domínio modal para o domínio das fases através das transformações inversas usando sempre a matriz de Clarke.

3.2 Teoria dos Modos Exatos

O estudo de transientes de uma linha de transmissão tem sido objeto de muito estudo ao longo dos tempos, existem já vários modelos computacionais, como os descritos em Hedman (1971) que permitem uma excelente representação destes. Os modelos menos complexos são aqueles que simulam uma linha monofásica, sendo que estas não apresentam acoplamento mútuo com condutores vizinhos, ou seja, que a matriz de parâmetros não tem elementos mútuos. Esta simplificação oferece um vasto material didático, mas fica pobre e pouco realístico sendo que a maioria das linhas de transmissão que estão instaladas são linhas de transmissão polifásicas. Para a análise de linhas polifásicas existe uma técnica muito importante que oferece resultados ótimos. Esta técnica consiste em usar uma transformação que desacopla as fases de um sistema monofásico (LONG; GELOPULOS, 1982).

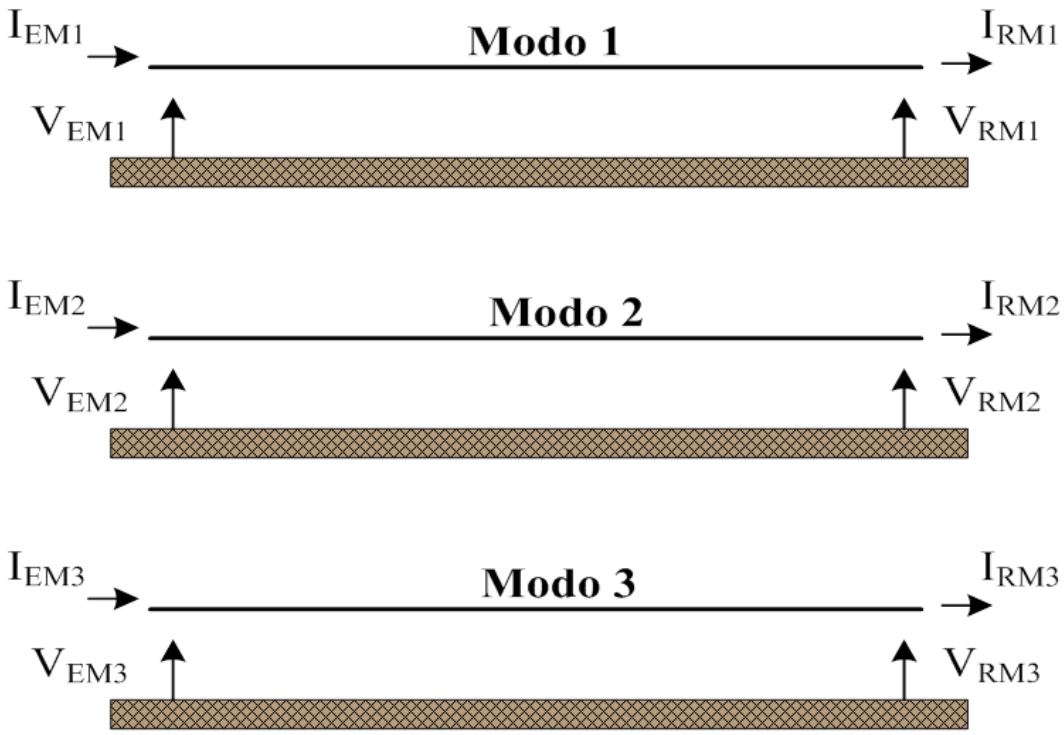
Uma linha de transmissão polifásica pode ser transformada em *n* sistemas monofásicos que são matematicamente idênticos ao sistema original (KUROKAWA, 2003). Para um sistema polifásico genérico, a matriz de autovetores do produto *ZY* desacopla as fases da linha (WEDEPOHL; NGUYEN; IRWIN, 1996), e os elementos da matriz de autovalores de *ZY* se tornam as constantes de propagação do sinal no domínio modal (HEDMAN, 1971). Como se mostra a seguir nas figuras 3 e 4.

Figura 3 – Representação de uma linha trifásica no dominio das fases.



FONTE: ELABORADO PELO PRÓPRIO AUTOR

Figura 4 – Representação de uma linha trifásica no dominio dos modos.



FONTE: ELABORADO PELO PRÓPRIO AUTOR

Na figura 3 se apresenta uma linha de transmissão trifásica de terminais abertos onde *V* e *I* indicam as tensões e correntes nos terminais da linha respectivamente e os índices *E* e *R* diferenciam entre o terminal emissor (*E*) e o terminal receptor (*R*), os índices *A B* e *C* indicam a fase. Esta linha é desacoplada nos seus modos monofásicos (Modo 1, Modo 2 e Modo 3) partindo das transformações a ser explicadas nas seguintes seções para um sistema de três modos monofásicos como se mostra na figura 4, onde o índice *M* indica que essas grandezas estão no domínio modal e os índices 1,2 e 3 indica o modo.

3.2.1 AUTOVALOR E AUTOVETOR

Dedica-se esta seção com fim de lembrar as definições da álgebra linear para os termos autovalores e autovetores que serão de muita importância para entender a técnica de decomposição modal.

> Seja $T: V \rightarrow V$ um operador linear num espaço vetorial V sobre um corpo K. Um escalar $\lambda \epsilon K$ é chamado um *Autovalor* de T, se existe um vetor não nulo $v \epsilon V$, para o qual $T(v)=\lambda v$. Todo vetor que satisfaça esta relação é chamado *Autovetor* de T pertencente ao autovalor λ.(LIPSCHUTZ,1981, p. 244)

Onde T é um operador linear em V com dimensão finita n, e pode ser representada por uma matriz diagonal:

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{pmatrix} \tag{20}$$

E (20) existe se e somente se, existe uma base $\{v_1,..., v_n\}$ de V para a qual se cumpre (21):

$$\begin{matrix} T(v_1) \\ T(v_2) \\ \vdots \\ T(v_n) \end{matrix} = \begin{matrix} \lambda_1 v_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 v_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n v_n \end{matrix} \tag{21}$$

E por tanto se define que os vetores $v_{1,}..., v_n$ são autovetores de T pertencentes, respectivamente a autovalores $\lambda_1,..., \lambda_n$(LIPSCHUTZ, 1981).

A aplicação de esta teoria se resume no seguinte teorema:

> Uma matriz quadrada A de ordem n é semelhante a uma matriz diagonal B, se e somente se, A tem *n* autovetores linearmente independentes. Nesse caso, os elementos diagonais de B são os autovalores correspondentes. Se P é a matriz cujas colunas são os *n* autovetores independentes de A, então B=P-1AP. (LIPSCHUTZ, 1972, p. 247)

3.2.2 EQUAÇÕES DIFERENCIAS DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO NO DOMÍNIO DOS MODOS EXATOS

Da teoria que descreve a propagação de onda em uma linha de transmissão, sabe-se que esta propagação é eletromagnética transversal (*Transverse Electromagnetic Propagation* –TEM) e é descrita em termos da grandezas para uma linha com as seguintes equações:

$$\frac{\partial[V]}{\partial x} = -[Z][I] \tag{22}$$

$$\frac{\partial[I]}{\partial x} = -[Y][V] \tag{23}$$

Deriva-se mais uma vez (22) e (23) com respeito a x, que é um diferencial do comprimento de linha:

$$\frac{\partial^2[V]}{\partial x^2} = -[Z]\frac{\partial[I]}{\partial x} \tag{24}$$

$$\frac{\partial^2[I]}{\partial x^2} = -[Y]\frac{\partial[V]}{\partial x} \tag{25}$$

Substituindo em (24) e (25), (22) e (23), obtém-se as equações fundamentais do telegrafista (26) e (27) (KUROKAWA; et al., 2001).

$$\frac{\partial^2[V]}{\partial x^2} = -[Z][Y][V] \tag{26}$$

$$\frac{\partial^2[I]}{\partial x^2} = -[Y][Z][I] \tag{27}$$

Se $[Y][Z]$ e $[Z][Y]$ são, matrizes distintas e não são diagonais. Para transformar este produto em matrizes diagonais, matriz de autovalores, utiliza-se uma transformação de similaridade, a matriz de autovetores como foi mostrado na seção 3.2.2. Por tanto para cada fase existe um modo, equivalente a um sistema monofásico. Estes modos conhecessem como Modo 1, Modo 2 e Modo 3 para uma linha trifásica e presentam qualidades únicas: Modo 1 e Modo 2 se propagam à velocidade da luz e se atenuaram e distorciam de maneira igual. Modo 3 o modo solo terá por causa do alto efeito indutivo do solo se propaga a somente 90% da velocidade da luz e tem uma maior atenuação e distorção que é resultado da forte resistência pelo efeito do solo.

No caso de $[Z][Y]$ e $[Y][Z]$ a matriz de autovalores correspondente $[\lambda_V]$ e $[\lambda_I]$ é definida na seguintes expressões:

$$\lambda_V = [T_V]^{-1}[Z][Y][T_V] \tag{28}$$

$$\lambda_I = [T_I]^{-1}[Y][Z][T_I] \tag{29}$$

Onde T_V e T_I são as matrizes de autovetores para os respetivos autovalores $[\lambda_V]$ e $[\lambda_I]$ que variam com a frequência, já que $[Z]$ e $[Y]$ são dependem desta.

Em geral, $[Z][Y]$ e $[Y][Z]$ são distintas, somente podem ser iguais quando $[Z]$ e $[Y]$ são funções da mesma matriz, o que ocorre quando o sistema é totalmente equilibrado. Embora, os correspondentes autovalores são os mesmos:

$$\lambda_V = \lambda_I = \lambda_M \tag{30}$$

Então se pode afirmar que:

$$\lambda_M = [T_I]^{-1}[Y][Z][T_I] = [T_V]^{-1}[Z][Y][T_V] \tag{31}$$

Isolando os produtos $[Y][Z]$ e $[Z][Y]$ obtém-se as seguintes expressões:

$$[Y][Z] = [T_I][\lambda_M][T_I]^{-1} \tag{32}$$

$$[Z][Y] = [T_V][\lambda_M][T_V]^{-1} \tag{33}$$

Substituindo estas expressões (32) e (33) nas equações de segundo ordem de propagação (26) e (27) de tensão e corrente se obtém:

$$\frac{\partial^2[V]}{\partial x^2} = -[T_V][\lambda_M][T_V]^{-1}[V] \tag{34}$$

$$\frac{\partial^2[I]}{\partial x^2} = -[T_I][\lambda_M][T_I]^{-1}[I] \tag{35}$$

Pre-multiplicando os dois lados da equação por $[T_V]^{-1}$ e $[T_I]^{-1}$ nas expressões (34) e (35) respectivamente.

$$\frac{\partial^2[T_V]^{-1}[V]}{\partial x^2} = -[\lambda_M][T_V]^{-1}[V] \tag{36}$$

$$\frac{\partial^2[T_I]^{-1}[I]}{\partial x^2} = -[\lambda_M][T_I]^{-1}[I] \tag{37}$$

Define-se a tensão modal como $[V_M]$ e a corrente modal, $[I_M]$,

$$[V_M] = [T_V]^{-1}[V] \tag{38}$$

$$[I_M] = [T_I]^{-1}[I] \tag{39}$$

E, por conseguinte define-se a relação das correntes e tensões de fase em função das corrente e tensão modal.

$$[V] = [T_V][V_M] \tag{40}$$

$$[I] = [T_I][I_M] \tag{41}$$

Seguinte subsistiu-se as expressões (38) e (39) de $[V_M]$ e $[I_M]$ nas equações de propagação de tensão (42) e de corrente (43) no domínio modal.

$$\frac{\partial^2 [V_M]}{\partial x^2} = -[\lambda_M][V_M] \tag{42}$$

$$\frac{\partial^2 [I_M]}{\partial x^2} = -[\lambda_M][I_M] \tag{43}$$

Sendo que $[\lambda_M]$ é uma matriz diagonal, pode-se afirmar que a linha polifásica de *n* fases foi decomposta em *n* linhas monofásicas.

3.2.3 ADMITÂNCIAS E IMPEDÂNCIAS NO DOMÍNIO DOS MODOS EXATOS

Usando as equações de primeira ordem de corrente e tensão, (22) e(23), e as definições das corrente e tensão (40) e (41):

$$\frac{\partial [T_V][V_M]}{\partial x} = -[Z][T_I][I_M] \tag{44}$$

$$\frac{\partial [T_I][I_M]}{\partial x} = -[Y][T_V][V_M] \tag{45}$$

Isolando o termo na esquerda de cada equação, pre-multiplicando por $[T_V]^{-1}$ e $[T_I]^{-1}$ nas expressões (44) e (45) respectivamente.

$$\frac{\partial [V_M]}{\partial x} = -[T_V]^{-1}[Z][T_I][I_M] \tag{46}$$

$$\frac{\partial [I_M]}{\partial x} = -[T_I]^{-1}[Y][T_V][V_M] \tag{47}$$

E assim se define $[Z_M]$ e $[Y_M]$ como:

$$[Z_M] = [T_V]^{-1}[Z][T_I] \tag{48}$$

$$[Y_M] = [T_I]^{-1}[Y][T_V] \tag{49}$$

As matrizes $[Z_M]$ e $[Y_M]$ são matrizes diagonais, onde cada elemento na diagonal é considerado a impedância longitudinal ou admitância transversal para cada modo *n*.

$$[Z_M] = \begin{bmatrix} Z_{M1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Z_{M2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Z_{Mn} \end{bmatrix} \tag{50}$$

$$[Y_M] = \begin{bmatrix} Y_{M1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Y_{M2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Y_{Mn} \end{bmatrix} \tag{51}$$

3.3 Aplicação da Teoria Modal

Para simular as correntes e as tensões nos terminais da linha trifásica usa-se a teoria modal para decompor as fases em seus modos monofásicos como se mostra nas figuras 3 e 4. Transformam-se as grandezas já conhecidas ao domínio modal com as transformações vistas anteriormente, neste caso seria a matriz de impedância e admitância que caracterizam a linha de transmissão em cada fase, a matriz coluna das tensões no terminal emissor e a matriz diagonal da impedância da carga. As primeiras três transformações podem ser feitas através das equações (48), (49) e (38), de onde se obtém que a matriz de impedância e admitância modal, são matrizes diagonais, cada elemento na diagonal descreve a impedância em cada modo como visto em (50) e (51).

Define-se também a constante de propagação modal e a impedância característica modal como:

$$Z_{CMn} = \sqrt{\frac{Z_{Mn}}{Y_{Mn}}} \tag{52}$$

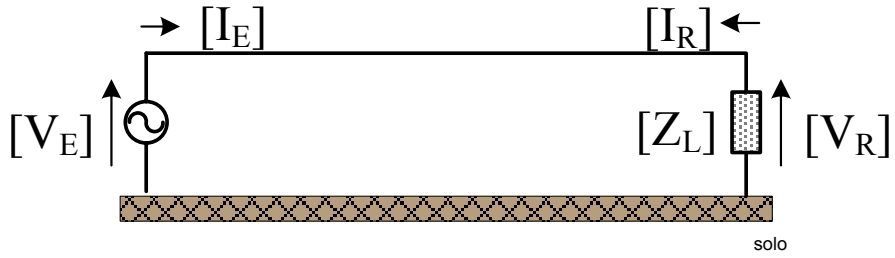
Onde o radicando, Z_{Mn}/Y_{Mn}, de (52) é calculado da divisão elemento por elemento das matrizes diagonais de impedância (50) e admitância (51) no domínio modal, o índice *n* representa elemento de impedância ou admitância relacionado com cada modo *n*. e depois estes elementos são agrupados em uma matriz diagonal denominda $[Z_{CM}]$. Da forma similar a matriz da constante de propagação $[\gamma_M]$:

$$\gamma_{Mn} = \sqrt{Z_{Mn} Y_{Mn}} \tag{53}$$

Onde o radicando, $Z_{Mn}\ Y_{Mn,}$ se obtém da multiplicação elemento por elemento das matrizes diagonais de (50) e admitância (51) no domínio modal. $[Z_{CM}]$ e $[\gamma_{M}:]$ são matrizes diagonais.

Para o caso da matriz de impedância de carga precisa-se encontrar a transformação para o domínio modal, representa-se da figura 5 um diagrama de uma linha de transmissão polifásica como se fosse uma linha de transmissão monofásica por fase.

Figura 5 – Diagrama de um sistema polifásico.



FONTE: ELABORADO PELO PRÓPRIO AUTOR

Na figura 5, as grandezas de correntes e tensões no emissor estão diferenciadas por o índice, *E*, e as grandezas de correntes e tensões no receptor estão diferenciadas pelo índice, *R*, e são resumidas nas seguintes matrizes:

$$[V_R] = \begin{bmatrix} V_{RA} \\ V_{RB} \\ \vdots \\ V_{Rn} \end{bmatrix} \tag{54}$$

$$[V_E] = \begin{bmatrix} V_{EA} \\ V_{EB} \\ \vdots \\ V_{En} \end{bmatrix} \tag{55}$$

$$[I_R] = \begin{bmatrix} I_{RA} \\ I_{RB} \\ \vdots \\ I_{Rn} \end{bmatrix} \tag{56}$$

$$[I_E]=\begin{bmatrix} I_{EA} \\ I_{EB} \\ \vdots \\ I_{En} \end{bmatrix} \tag{57}$$

Da definição da impedância de carga para um sistema trifásico como o mostrado na figura 5 sabe-se que:

$$[V_R]=[Z_L][I_R] \tag{58}$$

Onde $[V_R]$ e $[I_R]$ estão detalhados em (54) e (56) e $[Z_L]$ é uma matriz diagonal com o valor da impedância da carga por fase como se mostra a continuação:

$$[Z_L]=\begin{bmatrix} Z_{LA} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Z_{LB} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Z_{Ln} \end{bmatrix} \tag{59}$$

Transformando os vetores de tensões e correntes no terminal receptor ao domínio modal obtêm-se:

$$[T_v][V_{RM}]=[Z_L][T_I][I_{RM}] \tag{60}$$

Isolando o lado esquerdo de (60), se pre-multiplica por $[T_V]^{-1}$e divide-se por $[I_{RM}]$ e assim acha-se a relação a seguir:

$$[Z_{LM}]=[T_v]^{-1}[Z_L][T_I] \tag{61}$$

Onde a matriz $[Z_{LM}]$ não é mais diagonal como se mostra em (62).

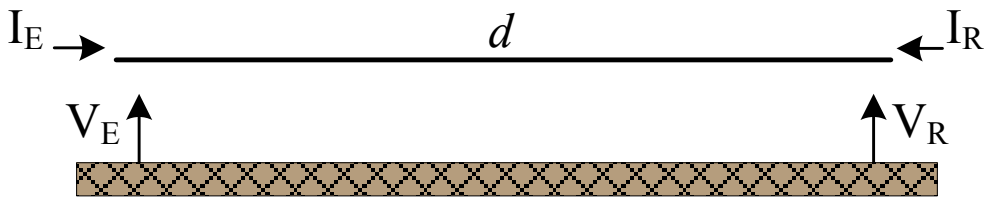
$$[Z_{LM}]=\begin{bmatrix} Z_{LM11} & Z_{LM12} & \cdots & Z_{LM1n} \\ Z_{LM21} & Z_{LM22} & \cdots & Z_{LM2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{LMn1} & Z_{LM32} & \cdots & Z_{LMnn} \end{bmatrix} \tag{62}$$

Aplica-se a cada modo as equações de linha longa para obter os vetores de correntes e tensão desconhecidos como se verá na seguinte seção.

3.4 Equações das linhas de transmissão para uma linha longa

Existem vários modelos no domínio do tempo e no domínio da frequência para estudar as relações entre correntes e tensões em uma linha de transmissão. Nesta pesquisa apresenta-se a linha de transmissão usando o modelo de linha longa. Na figura 6, pode se observar a uma linha de transmissão monofásica de comprimento *d***.**

Figura 6 – Linha de transmissão monofásica de comprimento *d.*



FONTE: ELABORADO PELO PRÓPRIO AUTOR

Conhece-se da teoria das linhas de transmissão que as seguintes equações descrevem o comportamento das correntes e tensões de uma linha de transmissão com frequência constante em (63) e (64) mostrada na figura 6.

$$\frac{d^2V_E}{dx^2} = RGV_E + (RC + LG)\frac{dV_E}{dt} + LC\frac{d^2V_E}{dt^2} \tag{63}$$

$$\frac{d^2I_E}{dx^2} = RGI + (RC + LG)\frac{dI_E}{dt} + LC\frac{d^2I_E}{dt^2} \tag{64}$$

Aplicando a transformada de Laplace para o domínio da frequência, e substituindo $s=j\omega$, e $\omega=2\pi f$ obtém-se (65) e (66).

$$\frac{d^2V_E}{dx^2} = (R + j\omega L)(G + j\omega C)V_E \tag{65}$$

$$\frac{d^2I_E}{dx^2} = (R + j\omega L)(G + j\omega C)I_E \tag{66}$$

De (65) e (66) se define em (67) e (68) as impedâncias da linha.

$$Z = (R + j\omega L) \tag{67}$$

$$Y = (G + j\omega C) \tag{68}$$

Onde a impedância longitudinal esta definida em (67) e a admitância transversal esta definida em (68).

Para a solução das equações (65) e (66) assume-se uma solução da forma:

$$V_E = A_1 e^{x\sqrt{ZY}} + A_2 e^{-x\sqrt{ZY}} \tag{69}$$

$$I_E = \frac{1}{\sqrt{Z/Y}}\left(A_1 e^{x\sqrt{ZY}} - A_2 e^{-x\sqrt{ZY}} \right) \tag{70}$$

Onde A_1 e A_2 são constantes de tensão, além se sabe que a impedância característica e a função de propagação são descritas pelas relações em (71) e (72):

$$\gamma = \sqrt{ZY} \tag{71}$$

$$Z_c = \sqrt{Z/Y} \tag{72}$$

Para encontrar os valores de A_1 e A_2 devem-se aplicar as condições de contorno, para $x=0$ substituindo em (69) e (70) tem-se:

$$V_E = A_1 + A_2 \tag{73}$$

$$I_E = \frac{1}{\sqrt{Z/Y}}\left(A_1 - A_2 \right) \tag{74}$$

Substituindo $V_E=V_R$, $I_E=I_R$ e fazendo manipulações algébricas com o fim de achar os valores de A_1 e A_2.

$$A_1 = \frac{V_R + I_R Z_c}{2} \tag{75}$$

$$A_2 = \frac{V_R - I_R Z_c}{2} \tag{76}$$

Substituído (75) e (76) em (69) e (70), tem-se:

$$V_E = \frac{V_R + I_R Z_c}{2} e^{x\sqrt{ZY}} + \frac{V_R - I_b Z_R}{2} e^{-x\sqrt{ZY}} \tag{77}$$

$$I_E = \frac{1}{\sqrt{Z/Y}}\left(\frac{V_R + I_R Z_c}{2} e^{x\sqrt{ZY}} + \frac{V_R - I_R Z_c}{2} e^{-x\sqrt{ZY}}\right) \tag{78}$$

Conhece-se (77) e (78) como as equações gerais das linhas de transmissão de correntes alternadas senoidais, em regime permanente, no domínio da frequência.

Pode escrever (77) e (78) como:

$$V_E = \frac{e^{l\gamma} + e^{-l\gamma}}{2} V_R + \frac{e^{l\gamma} - e^{-l\gamma}}{2} I_R Z_c \tag{79}$$

$$I_E = \frac{e^{l\gamma} + e^{-l\gamma}}{2} I_R + \frac{e^{l\gamma} - e^{-l\gamma}}{2} \frac{V_R}{Z_c} \tag{80}$$

Sabe-se que as funções hiperbólicas podem ser escritas como os componentes exponenciais de (79) e (80).

$$V_E = \cosh(\gamma l) V_R + senh(\gamma l) I_R Z_c \tag{81}$$

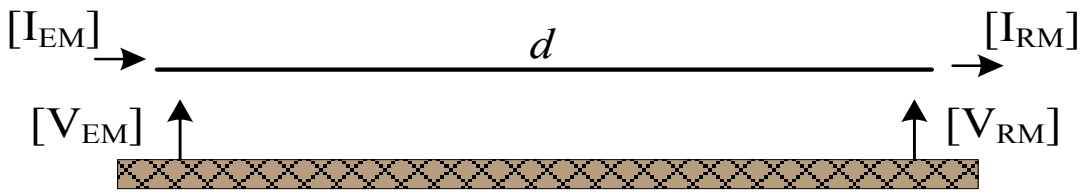
$$I_E = \cosh(\gamma l) I_R + senh(\gamma l) \frac{V_R}{Z_c} \tag{82}$$

Denominam-se as equações (81) e (82) como equações para parâmetros distribuídos para uma linha longa, (FUCHS,1979)

Nesta pesquisa foram escolhidas e usadas estas equações para a obtenção dos dados das correntes e tensões nos terminais da linha no domínio modal como feito por Kurokawa(2005). Com este objetivo foi usado o software MATLAB ® para fazer a simulação das equações (81) e (82), sendo que são conhecidas a impedância caraterística (52) e função ou constante de propagação (53).

Assume-se uma onda senoidal com frequência de 60 Hz, para a tensão de entrada V_E da linha de transmissão para cada fase do sistema, em forma fasorial. Converte-se este vetor ao domínio dos modos para logo resolver o sistema que se mostra na figura 7 com a ajuda de (81) e (82).

Figura 7 – Representação de uma linha transmissão polifásica no domínio modal.



FONTE: ELABORAÇÃO DO PRÓPRIO AUTOR

Onde as matrizes das correntes e tensões nos terminais que se observam na figura 7 em forma matricial são compostas para cada modo para uma linha polifásica de *n* fases decomposta em *n* modoscomo se mostra:

$$[V_{RM}] = \begin{bmatrix} V_{RM1} \\ V_{RM2} \\ \vdots \\ V_{RMn} \end{bmatrix} \tag{83}$$

$$[V_{EM}] = \begin{bmatrix} V_{EM1} \\ V_{EM2} \\ \vdots \\ V_{EMn} \end{bmatrix} \tag{84}$$

$$[I_{RM}] = \begin{bmatrix} I_{RM1} \\ I_{RM2} \\ \vdots \\ I_{RMn} \end{bmatrix} \tag{85}$$

$$[I_{EM}] = \begin{bmatrix} I_{EM1} \\ I_{EM2} \\ \vdots \\ I_{EMn} \end{bmatrix} \tag{86}$$

Em (83-86) cada elemento do vetor esta relacionado a um modo, ou seja, pode se dizer que as correntes e tensões nos terminais para o modo 1 são os elementos na primeira fila dos vetores $[I_{EM}]$, $[I_{RM}]$ $[V_{EM}]$ e $[V_{RM}]$. Para cada modo *n* se modificam as equações (81) e (82) com os valores que são conhecidas e as variáveis que de correntes e tensões que são desconhecidas.

$$V_{EMn} = V_{RMn}\cosh\left(\gamma_{Mn}\, d\right) + I_{RMn}\, Z_{CMn}\, senh\left(\gamma_{Mn}\, d\right) \tag{87}$$

$$I_{EMn} = I_{RMn}\cosh\left(\gamma_{Mn}\, d\right) + \frac{V_{RMn}}{Z_{CMn}}\, senh\left(\gamma_{Mn}\, d\right) \tag{88}$$

Ao igual que (87) e (88) o índice *n* refere-se cada *n* modo, e *M* indica o domínio modal.

Para obter as variáveis das correntes e tensão desconhecidas necessita-se resolver o sistema de equações que se compõe de cada expressão com a forma de (87) e (88) relacionada para cada modo. Por exemplo, para um sistema trifásico *n*=3 se reescrevem as expressões (87) e (88) para cada modo 1, 2 e 3 como se mostrou nas figuras 3 e 4. Além requeresse um sistema de equações adicional que relaciona a corrente e tensão do terminal receptor com a matriz de impedância da carga.

$$\left[V_{RM}\right] = \left[Z_{LM}\right]\left[I_{RM}\right] \tag{89}$$

Escreve-se o sistema de equações e arranja-se em um sistema *B=Ax,* onde *B* é o vetor das variáveis conhecidas, *A* a matriz formada pelas relações de cada modo partindo de (87) e (88). Para uma melhor visualização se define (90) e *x* é o vetor de variáveis desconhecidas:

$$\begin{aligned} J_n &= \cosh\left(\gamma_M\, d\right) \\ R_n &= Z_{CMn}\, senh\left(\gamma_M\, d\right) \\ P_n &= \frac{1}{Z_{CMn}}\, senh\left(\gamma_M\, d\right) \end{aligned} \tag{90}$$

O sistema *B=Ax* se apresenta a seguir

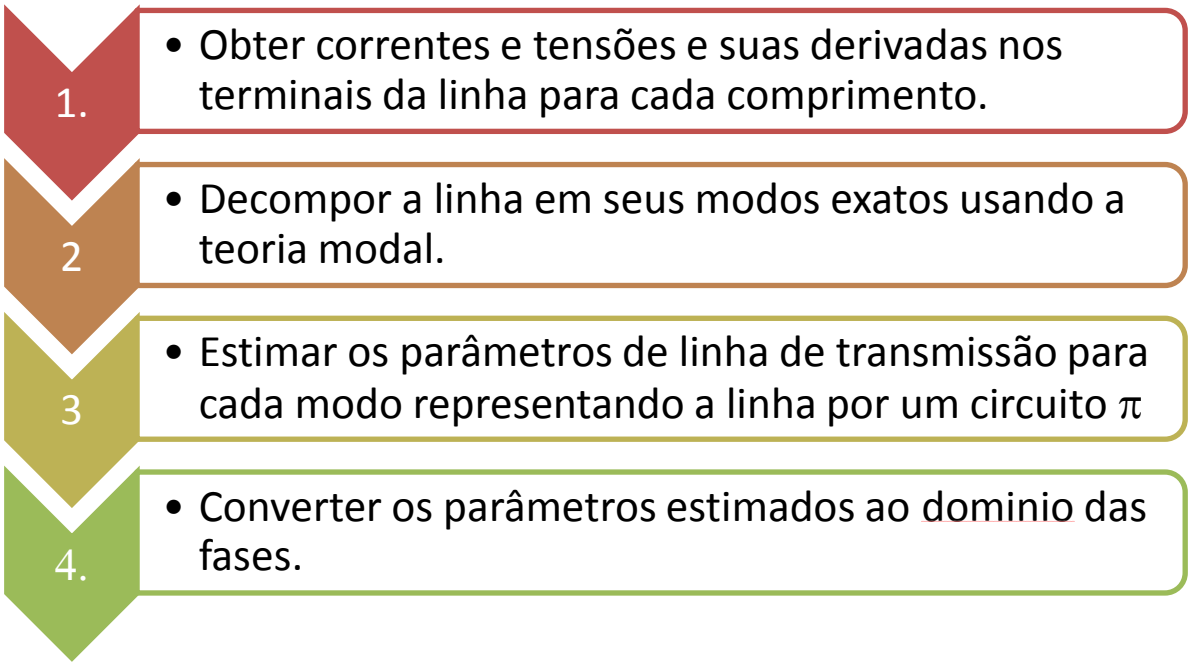
$$\begin{bmatrix} V_{EM1} \\ V_{EM2} \\ V_{EM3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_3 \\ P_1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & J_1 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & P_3 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & J_3 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{LM11} & Z_{LM12} & Z_{LM13} \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{LM21} & Z_{LM22} & Z_{LM23} \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & Z_{LM31} & Z_{LM32} & Z_{LM33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{RM1} \\ V_{RM2} \\ V_{RM3} \\ I_{RM1} \\ I_{RM2} \\ I_{RM3} \\ I_{EM1} \\ I_{EM2} \\ I_{EM3} \end{bmatrix} \tag{91}$$

Resolve-se a equação (91) e obtêm-se os valores das correntes e tensões no domínio dos modos exatos, deve-se voltar para o domínio das fases. Isto é simples sendo que as correntes e

tensões calculados no domínio modal são fasores. È assim que se obtém a simulações das correntes e tensões nos terminais da linha de transmissão no domínio do tempo.

Fazendo uso da teoria e as expressões anteriores apresenta-se na figura 8 uma metodologia para estimar os parâmetros de uma linha de transmissão.

Figura 8 – Metodologia para estimação dos parâmetros usando teoria dos modos exatos.



FONTE: ELABORAÇÃO DO PRÓPRIO AUTOR

A metodologia apresentada oferece resultados interessantes, porém não pode ser implementada em uma linha de transmissão onde os parâmetros sejam desconhecidos, porque o calculo das matrizes de transformação exatas para decompor a linha nos modos exatos (item 2 da figura 7),T_V e T_I dependem de conhecer a matriz de impedância longitudinal (Z) e a matriz transversal (Y) da linha. No entanto, a metodologia pode ser aplicada em linhas onde a matriz de transformação é conhecida, matriz de transformação de Clarke, que desacopla a linha em seus quase modos (α, β, 0).

3.5 Teoria dos Quase-Modos

No caso das linhas de transmissão trifásicas, sem perdas, idealmente transpostas e com parâmetros constantes, Long e Gelopolus, (1982) utiliza-se como matrizes de transformação a matriz de transformação Clarke, a transformação de componentes simétricas e as componentes

de Parks. Todas estas matrizes possuem em comum o fato que as suas matrizes inversas são iguais a matriz conjugada transposta.

A matriz de Clarke é uma matriz ortogonal que pertence ao conjunto dos números reais e é independente da frequência. Se a linha de transmissão é idealmente transposta e com plano de simetria vertical, a matriz de Clarke decompõe a linha em seus modos exatos. Para situações em que a linha não é considerada idealmente transposta o uso da matriz de Clarke permite uma boa aproximação dos modos exatos. Portanto, considerando a linha trifásica, transposta ou não, os modos exatos 1, 2 e 3 podem ser considerados equivalentes aos quase-modos $\alpha, \beta, 0$ respectivamente. (BRANDAO FARIA; BRICENO MENDEZ, 1997).

Define-se:

$$\left[T_I\right] = \left[T_{clarke}\right] \tag{92}$$

E utilizando a definição de matriz ortogonal se sabe que:

$$\left[T_V\right]^{-1} = \left[T_{clarke}\right]^T \tag{93}$$

Onde $[T_{clarke}]$ em (92) e (93) é a matriz de Clarke, que é expressada como sendo:

$$\left[T_{clarke}\right] = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \tag{94}$$

Agora se substitui as expressões (92) e (93) nas expressões (38), (39), (48), e (49) das correntes, tensões, impedância e admitância no domínio modal respectivamente obtém-se.

$$\begin{aligned} \left[V_Q\right] &= \left[T_{clarke}\right]^T \left[V\right] \\ \left[I_Q\right] &= \left[T_{clarke}\right]^{-1} \left[I\right] \\ \left[Z_Q\right] &= \left[T_{clarke}\right]^T \left[Z\right]\left[T_{clarke}\right] \\ \left[Y_Q\right] &= \left[T_{clarke}\right]^{-1} \left[Y\right]\left(\left[T_{clarke}\right]^T\right)^{-1} \end{aligned} \tag{95}$$

Onde o índice Q indica que a linha não foi decomposta nos modos exatos (índice M) se não nos quase-modos. As matrizes $[V_Q]$ e $[I_Q]$ são matrizes colunas de n linhas e $[Z_Q]$ e $[Y_Q]$ são

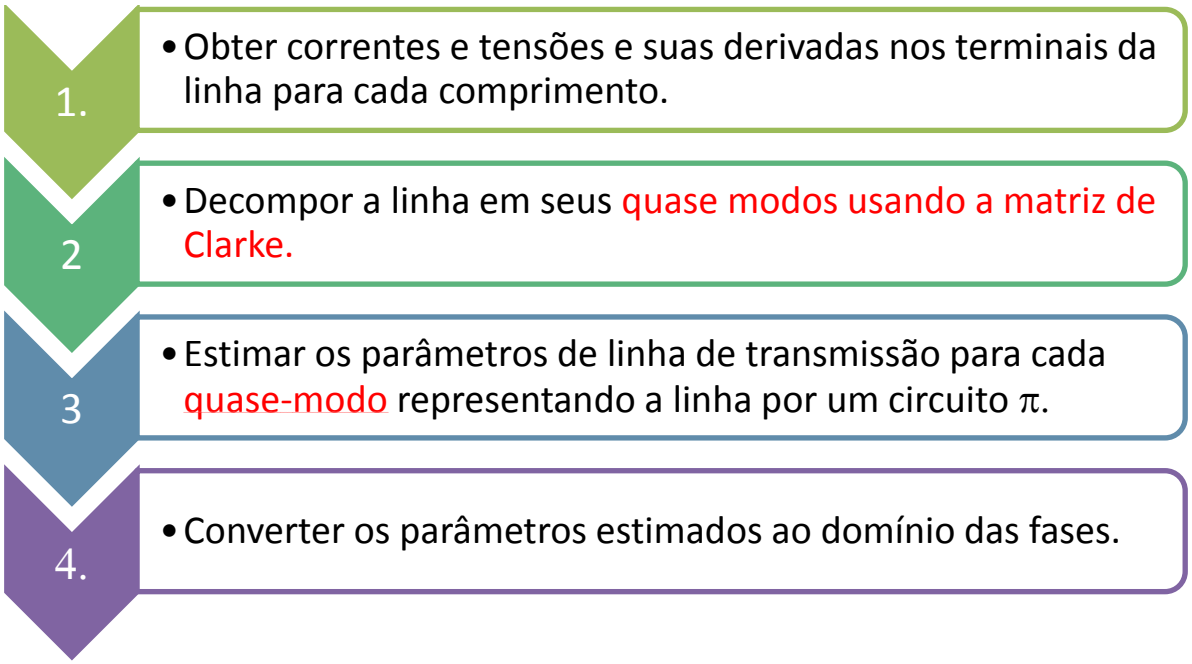
matrizes de ordem *n* para uma linha de transmissão polifásica de *n* fases decomposta em *n* modos.

Utilizando as expressões em (95), se descompõe o sistema trifásico da figura 3 nos quase-modos (α, β, 0) de forma similar à figura 4. Quando esta a linha de transmissão é decomposta em seus quase-modos usando a matriz de Clarke existe um acoplamento entre o modo α e 0 e portanto a matriz de impedância longitudinal $[Z_Q]$e a matriz de admitância transversal $[Y_Q]$ não são diagonais mas podem- se pode aproximar como se mostra em (96):

$$\begin{aligned}\left[Z_Q\right] &\cong \begin{bmatrix} Z_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & Z_\beta & 0 \\ 0 & 0 & Z_0 \end{bmatrix} \\ \left[Y_Q\right] &\cong \begin{bmatrix} Y_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & Y_\beta & 0 \\ 0 & 0 & Y_0 \end{bmatrix}\end{aligned} \tag{96}$$

Propõe-se a seguinte metodologia mostrada na figura 9 para a estimação de parâmetros utilizando a teoria dos quase-modos.

Figura 9 – Metodologia para estimação dos parâmetros usando teoria dos quase-modos.



FONTE: ELABORAÇÃO DO PRÓPRIO AUTOR

Considerando que a matriz de Clarke é uma matriz real e não depende da frequência, pode se calcular as derivadas das tensões de entrada e saída nos modos sem maior problema. As derivadas foram calculadas utilizando a definição da derivada numérica (97), já que em uma situação real não é possível conhecer as funções exatas das tensões e correntes de uma linha de transmissão, mas é possível conseguir os registros destas.

$$\frac{dV(x_0)}{dt} \approx \lim_{h\to 0}\left(\frac{V(x_0+h)-V(x_0)}{t(x_0+h)-t(x_0)}\right) \tag{97}$$

Onde h é o passo do cálculo, x_o é o ponto inicial.

Uma vez realizada a estimação dos parâmetros no domínio dos quase modos, transforma-se as matrizes das impedâncias longitudinais e as admitâncias transversais para o domínio das fases usando as expressões seguintes:

$$[Z] = \left([T_{clarke}]^T\right)^{-1}[Z_Q][T_{clarke}]^{-1} \tag{98}$$

$$[Y] = [T_{clarke}][Y_Q][T_{clarke}]^T \tag{99}$$

3.6 Conclusão

Neste capitulo foi detalhada a teoria modal que vai ser utilizada para o desenvolvimento do método proposto. Assim também foram estudados tópicos da álgebra linear que são parte da teoria modal. Foi vista como é aplicada a teoria dos modos para obter as correntes e tensões nos terminais de uma linha trifásica. Foi introduzida a teoria dos quase modos que permite aproximar por meio de uma matriz real, independente da frequência como é a matriz de Clarke a matriz transformação exata sendo que não são conhecidos a matrizes de impedância longitudinal e admitância transversal, por tanto não pode se calcular as matrizes de transformação que dependem dos autovetores do produto ZY e YZ .

4 DESCRIÇÃO DO MÉTODO DE ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS

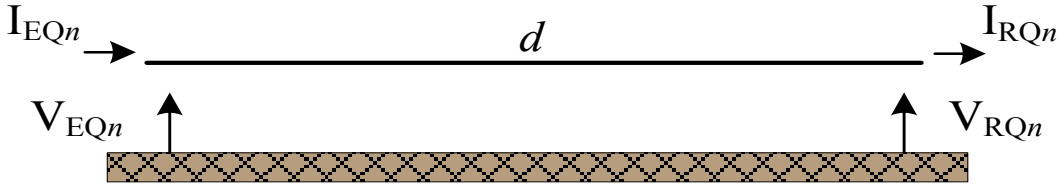
4.1 Introdução

O método dos mínimos quadrados é o procedimento proposto para a estimação dos parâmetros de uma linha de transmissão representada por um único circuito π. A continuação desenvolvem-se as equações de Kirchoff de tensão e corrente para um circuito π a partir das quais se consegue relacionar as correntes e tensões dos terminais com os parâmetros da linha. A matriz necessária para implementar o método dos mínimos quadrados que soluciona este sistema de equações e que fornece os parâmetros longitudinais e transversais da linha é conhecida como pseudo-inversa, a sua natureza é explicada com detalhe no apêndice A (ASTI; et al., 2012).

4.2 Aplicação do Método dos Mínimos Quadrados para uma Linha Monofásica

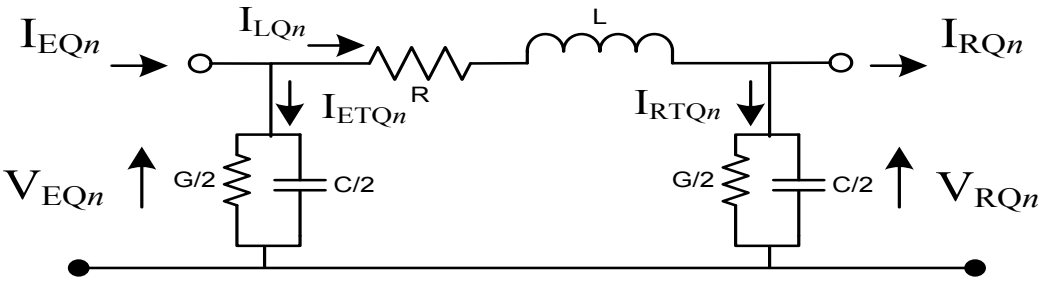
Considere uma linha monofásica de comprimento ***d***, figura 10, é representada por um único circuito π, como mostrado na figura 11. Onde o índice **E** indica o terminal de envio e **R** indica o terminal receptor, **Q** o domínio dos quase-modos e *n* indica o quase- modo *n.*

Figura 10 – Diagrama da linha monofásica no dominio modal.



FONTE: ELABORAÇÃO DO PRÓPRIO AUTOR

Figura 11 – Representação da linha de transmissão por um único circuito π no dominio modal



FONTE: ELABORAÇÃO DO PRÓPRIO AUTOR.

Na figura 11 além das correntes e tensões nos terminais da linha, a corrente ao longo da linha (I_{LQn}) e as correntes transversais nos terminais da linha (I_{ETQn} e I_{RTQn}) também se identifican os paramêtros transversais (R e L) e os parâmetros transversais (G e C).Aplicando a lei de correntes de Kirchoff nos nós terminais da linha, obtêm-se as seguintes equações:

$$I_{ETQn} = \frac{\mathrm{G}}{2} V_{EQn} + \frac{C}{2} \frac{dV_{EQn}}{dt} \tag{100}$$

$$I_{RTQn} = \frac{\mathrm{G}}{2} V_{RQn} + \frac{C}{2} \frac{dV_{RQn}}{dt} \tag{101}$$

$$I_{ETQn} = I_{EQn} - I_{LQn} \tag{102}$$

$$I_{RTQn} = I_{LQn} - I_{RQn} \tag{103}$$

Substituindo (102) em (100) e (103) em (101):

$$I_{EQn} - I_{LQn} = \frac{G}{2} V_{EQn} + \frac{C}{2} \frac{dV_{EQn}}{dt} \tag{104}$$

$$I_{LQn} - I_{RQn} = \frac{G}{2} V_{RQn} + \frac{C}{2} \frac{dV_{RQn}}{dt} \tag{105}$$

Somando (104) e (105):

$$I_{EQn} - I_{RQn} = \frac{G}{2}\left(V_{EQn} + V_{RQn}\right) + \frac{C}{2}\left(\frac{dV_{EQn}}{dt} + \frac{dV_{RQn}}{dt}\right) \tag{106}$$

Em (106) tem os parâmetros transversais (G e C) da linha em função das correntes e tensões nos terminais da linha. Usando esta expressão para os *m* registros medidos das correntes

e tensões se podem calcular os parâmetros transversais utilizando o método dos mínimos quadrados.

$$\left\{\begin{array}{l} I_{EQn1}-I_{RQn1}=\dfrac{G}{2}\left(V_{EQn1}+V_{RQn1}\right)+\dfrac{C}{2}\left(\dfrac{dV_{EQn1}}{dt}+\dfrac{dV_{RQn1}}{dt}\right) \\ I_{EQn2}-I_{RQn2}=\dfrac{G}{2}\left(V_{EQn2}+V_{RQn2}\right)+\dfrac{C}{2}\left(\dfrac{dV_{EQn2}}{dt}+\dfrac{dV_{RQn2}}{dt}\right) \\ \vdots \\ I_{EQnm}-I_{RQnm}=\dfrac{G}{2}\left(V_{EQnm}+V_{RQnm}\right)+\dfrac{C}{2}\left(\dfrac{dV_{EQnm}}{dt}+\dfrac{dV_{RQnm}}{dt}\right) \end{array}\right\} \tag{107}$$

Em (107) tem-se o sistema de equações com *m* expressões que logo será representado na forma matricial

$$[\Delta I]=[\Sigma V][Y] \tag{108}$$

A representação matricial de (107) é (108). Onde a matriz [ΔI] é uma matriz coluna de *m* linhas formada pela diferencia das correntes de entrada com as correntes de saída dada na equação (109):

$$[\Delta I]=\begin{bmatrix} I_{EQni}-I_{RQni} \\ \vdots \\ I_{EQnm}-I_{RQnm} \end{bmatrix} \tag{109}$$

E a matriz [ΣV] vai ser uma matriz de dimensão (*m*x2) formada pela soma tensões medidas e a soma das suas derivadas calculadas partindo de (97):

$$[\Sigma V]=\begin{bmatrix} V_{EQni}+V_{RQni} & \dfrac{dV_{EQni}}{dt}+\dfrac{dV_{RQni}}{dt} \\ \vdots & \\ V_{EQnm}+V_{RQnm} & \dfrac{dV_{EQnm}}{dt}+\dfrac{dV_{RQnm}}{dt} \end{bmatrix} \tag{110}$$

Em (110) o índice *i* indica a medição *i* ϵ[1, 2,3... *m*].

E então a matriz [*Y*] é definida em (111):

$$[Y] = \begin{bmatrix} \frac{G}{2} \\ \frac{C}{2} \end{bmatrix} \tag{111}$$

Classifica-se (108) como um sistema indeterminado e aplica-se o método dos mínimos quadrados, fazendo primeiro um procedimento para chegar à matriz conhecida como pseudo-inversa que será explicado com detalhe no Apendice A. Por tanto se inicia multiplicando a cada lado esquerdo da igualdade em (108) pela matriz $[V]^T$:

$$[\Sigma V]^T [\Delta I] = [\Sigma V]^T [\Sigma V][Y] \tag{112}$$

Onde o índice *T* em (112) refere-se à transposta da matriz que antecede. Logo, para isolar a matriz [*Y*] multiplica-se por $([\Sigma V]^T [\Sigma V])^{-1}$ a cada lado esquerdo da igualdade (112) e obtém-se:

$$[Y] = \left([\Sigma V]^T [\Sigma V]\right)^{-1} [\Sigma V]^T [\Delta I] \tag{113}$$

Onde o índice -1 de (113) se refere à inversa da matriz o conjunto de matrizes que o antecede. A equação (113) fornecera os parâmetros transversais da linha partindo das matrizes de correntes e tensões nos terminais da linha de tranmissão agora precisa-se obter a relação dos parâmetros longitudinais (R e L).

Para obter a impedância longitudinal emprega-se a lei de tensões de Kirchoff na malha fechada que circunda o circuito π da figura 11.

$$V_{EQn} - V_{RQn} = R\, I_{LQn} + L \frac{dI_{LQn}}{dt} \tag{114}$$

Note-se que em (114) se mostra a impedância longitudinal em função das tensões dos terminais (V_{EQn} e V_{RQn}) e a corrente longitudinal da linha I_{LQn}. Segue-se para (114) um equacionamento análogo a (107) para as *m* medições.

$$\left\{\begin{array}{l} V_{EQn1} - V_{RQn1} = R\, I_{LQn1} + L\dfrac{dI_{LQn1}}{dt} \\ V_{EQn2} - V_{RQn2} = R\, I_{LQn2} + L\dfrac{dI_{LQn2}}{dt} \\ \vdots \\ V_{EQnm} - V_{RQnm} = R\, I_{LQnm} + L\dfrac{dI_{LQnm}}{dt} \end{array}\right\} \tag{115}$$

Obtém-se de igual forma se resume (115) na forma matricial, análogo a (108):

$$[\Delta V] = [I][Z] \tag{116}$$

Sendo que em (116), $[\Delta V]$ é a matriz coluna de ordem mx1, $[I]$ é a matriz de ordem mx2 e $[Z]$ é uma matriz de ordem 2x1:

$$[\Delta V] = \begin{bmatrix} V_{EQni} - V_{RQni} \\ \vdots \\ V_{EQnm} - V_{RQnm} \end{bmatrix} \tag{117}$$

$$[I] = \begin{bmatrix} I_{LQni} & \dfrac{dI_{LQni}}{dt} \\ \vdots & \vdots \\ I_{LQnm} & \dfrac{dI_{LQnm}}{dt} \end{bmatrix} \tag{118}$$

$$Z = \begin{bmatrix} R \\ L \end{bmatrix} \tag{119}$$

Em (117) se define $[\Delta V]$ que é a matriz que contem a diferencia das tensões de entrada e saída para cada medição, i. $[I]$ é a que contem a corrente longitudinal I_{LQni} em uma coluna para cada medição, i, e a sua derivada calculada partindo de (97) em outra coluna e $[Z]$ é a matriz da impedância longitudinal.

Analogamente se pre-multiplica $[I]^T$ cada lado de (116) e logo se pre-multiplica a ambos lados por $([I]^T [I])^{-1}$para finalmente chegar em:

$$[Z] = \left([I]^T [I]\right)^{-1} [I]^T [\Delta V] \tag{120}$$

Até aqui se tem o arranjo de matrizes para obter a impedância longitudinal (120) e transversal (113) em função das correntes e tensões de entrada e saída. Porém a expressão da impedância longitudinal está em função das tensões nos terminais e da corrente longitudinal, então se deve chegar à expressão para esta corrente longitudinal em função das correntes e tensões de entrada e saída da linha.

Com esta finalidade lembra-se de (100) e (101) e primeiro se definem as correntes transversais para *m* medições em um sistema de equações para *m* medições:

$$\left\{\begin{array}{l} I_{ETQn1} = \dfrac{G}{2} V_{EQn1} + \dfrac{C}{2} \dfrac{dV_{EQn1}}{dt} \\ I_{ETQn2} = \dfrac{G}{2} V_{EQn2} + \dfrac{C}{2} \dfrac{dV_{EQn2}}{dt} \\ \vdots \\ I_{ETQnm} = \dfrac{G}{2} V_{EQnm} + \dfrac{C}{2} \dfrac{dV_{EQnm}}{dt} \end{array}\right\} \tag{121}$$

$$\left\{\begin{array}{l} I_{RTQn1} = \dfrac{G}{2} V_{RQn1} + \dfrac{C}{2} \dfrac{dV_{RQn1}}{dt} \\ I_{RTQn2} = \dfrac{G}{2} V_{RQn2} + \dfrac{C}{2} \dfrac{dV_{RQn2}}{dt} \\ \vdots \\ I_{RTQnm} = \dfrac{G}{2} V_{RQnm} + \dfrac{C}{2} \dfrac{dV_{RQnm}}{dt} \end{array}\right\} \tag{122}$$

Em (123) e (124) estão definidas (121) e (122) respectivamente em função da tensão de entrada e saída e a sua derivada para *m* medições, na forma matricial:

$$\left[I_{ETQn}\right] = \begin{bmatrix} G & C \end{bmatrix} \left[V^*_{EQn}\right] \tag{123}$$

$$\left[I_{RTQn}\right] = \begin{bmatrix} G & C \end{bmatrix} \left[V^*_{RQn}\right] \tag{124}$$

Onde $[I_{ETQn}]$ e $[I_{RTQn}]$ são matrizes coluna de dimensão *m* que contém as correntes transversais nos terminais da linha, e $[V^*_{EQn}]$e $[V^*_{RQn}]$, são matrizes de dimensão (2x*m*), com as tensões nos terminais das linha e as suas respectivas derivadas calculada apartir de (97).

Para isolar a matriz [*G C*] das equações (123) e (124), aplica-se de novo o método dos mínimos quadrados com o procedimento análogo ao anteriormente detalhado. Chegando às expressões (125) e (126):

$$\left[G \quad C\right]=\left[I_{ETQn}\right]\left[V^{*}_{EQn}\right]^{T}\left(\left[V^{*}_{EQn}\right]\left[V^{*}_{EQn}\right]^{T}\right)^{-1} \tag{125}$$

$$\left[G \quad C\right]=\left[I_{RTQn}\right]\left[V^{*}_{RQn}\right]^{T}\left(\left[V^{*}_{RQn}\right]\left[V^{*}_{RQn}\right]^{T}\right)^{-1} \tag{126}$$

Igualando as equações (125) e (126) tem-se (127).

$$\left[I_{ETQn}\right]\left[V^{*}_{EQn}\right]^{T}\left(\left[V^{*}_{EQn}\right]\left[V^{*}_{EQn}\right]^{T}\right)^{-1}=\left[I_{RTQn}\right]\left[V^{*}_{RQn}\right]^{T}\left(\left[V^{*}_{RQn}\right]\left[V^{*}_{RQn}\right]^{T}\right)^{-1} \tag{127}$$

Deve-se isolar [I_{ETQn}], para isto se pre-multiplica- por ([V^{*}_{EQn}] [V^{*}_{EQn}]^{T}) a ambos lados direitos da equação e obtém-se (128):

$$\left[I_{ETQn}\right]\left[V^{*}_{EQn}\right]^{T}=\left[I_{RTQn}\right]\left[V^{*}_{RQn}\right]^{T}\left(\left[V^{*}_{RQn}\right]\left[V^{*}_{RQn}\right]^{T}\right)^{-1}\left(\left[V^{*}_{EQn}\right]\left[V^{*}_{EQn}\right]^{T}\right) \tag{128}$$

Agora, multiplica-se ao lado direito [V^{*}_{a}] e obtém-se (129):

$$\left[I_{ETQn}\right]\left[V^{*}_{EQn}\right]^{T}\left[V^{*}_{EQn}\right]=\left[I_{RTQn}\right]\left[V^{*}_{RQn}\right]^{T}\left(\left[V^{*}_{RQn}\right]\left[V^{*}_{RQn}\right]^{T}\right)^{-1}\left(\left[V^{*}_{EQn}\right]\times\left[V^{*}_{EQn}\right]^{T}\right)\left[V^{*}_{EQn}\right] \tag{129}$$

Para finalmente isolar I_{ETQn}, multiplica-se ao lado direito de (129) por ([V^{*}_{EQn}][V^{*}_{EQn}]^{T})$^{-1}$e (129) torna-se (130):

$$\left[I_{ETQn}\right]=\left[I_{RTQn}\right]\left[V^{*}_{RQn}\right]^{T}\left(\left[V^{*}_{RQn}\right]\left[V^{*}_{RQn}\right]^{T}\right)^{-1}\left[V^{*}_{EQn}\right] \tag{130}$$

Em (130) apresenta-se a corrente transversal de entrada em função da corrente transversal de saída e as tensões de entrada e saída. Define-se abaixo em (131) a matriz [K_E] quadrada de ordem *m:*

$$\left[K_{E}\right]=\left[V^{*}_{RQn}\right]^{T}\left(\left[V^{*}_{RQn}\right]\left[V^{*}_{RQn}\right]^{T}\right)^{-1}\left[V^{*}_{EQn}\right] \tag{131}$$

Substituindo (131) em (130) obtém-se (132):

$$\left[I_{ETQn}\right]=\left[I_{RTQn}\right]\left[K_{E}\right] \tag{132}$$

E reescrevendo [I_{RTQn}]em função de [I_{ETQn}]tem-se:

$$\left[I_{RTQn}\right]=\left[I_{ETQn}\right]\left[K_E\right]^{-1} \tag{133}$$

Agora, somando (102) e (103), obtém-se:

$$I_{EQn}-I_{RQn}=I_{ETQn}+\mathrm{I}_{RTQn} \tag{134}$$

Substituindo em (134) a relação de I_{RTQn} definida por (133):

$$\left[I_{EQn}-I_{RQn}\right]=\left[I_{ETQn}\right]+\left[I_{ETQn}\right]\left[K_E\right]^{-1} \tag{135}$$

E tirando I_{ETQn}: como fator comum:

$$\left[I_{EQn}-I_{RQn}\right]=\left[I_{ETQn}\right]\left(\left[U\right]+\left[K_E\right]^{-1}\right) \tag{136}$$

Onde denomina-se, [U] uma matriz identidade de ordem *m*, depois se post-multiplica ao lado direito de ambas expressões por [K_E]:

$$\left[I_{ETQn}\right]\left(\left[U\right]+\left[K_E\right]^{-1}\right)\left[K_E\right]=\left[I_{EQn}-I_{RQn}\right]\left[K_E\right] \tag{137}$$

Logo em (137) se deve isolar I_{ETQn} e finalmente após as operações algébricas necessárias tem-se:

$$\left[I_{ETQn}\right]=\left[I_{EQn}-I_{RQn}\right]\left[K_E\right]\left(\left[K_E\right]+\left[U\right]\right)^{-1} \tag{138}$$

Agora em (102) se isola I_{LQn} para fornecer:

$$\mathrm{I}_{LQn}=I_{EQn}-I_{ETQn} \tag{139}$$

Reescreve-se (139) na forma matricial e substitui-se [I_{ETQn}] por (138)

$$\left[I_{LQn}\right]=\left[I_{EQn}\right]-\left[I_{EQn}-I_{RQn}\right]\left[K_E\right]\left(\left[U\right]+\left[K_E\right]\right)^{-1} \tag{140}$$

Obtém-se em (140) a expressão desejada para a corrente longitudinal em função das tensões e correntes de entrada e saída. Finalmente a matriz [I_{LQn}] em (140) é logo substituída em (116) por a matriz [*I*] para a estimação do parâmetros da impedância longitudinal.

4.3 Aplicação do Método dos Mínimos Quadrados para uma Linha Polifásica.

Para a aplicação do método dos mínimos quadrados em uma linha polifásica, é necessário primeiro decompor a linha em seus quase-modos. Nesta pesquisa será usada a matriz de Clarke decompor uma linha trifásica. Aplica-se a cada modo *n* as expressões (113) e (120) que permitirão obter uma estimação dos parâmetros da linha para cada quase-modo. Estes parâmetros no domínio modal devem-se arranjar em uma matriz de impedância longitudinal e admitância transveral (96). Para depois fazer uso da transformação inversa por meio da matriz de Clarke expressada em (98) e (99) e obter os parâmetros no domínio das fases.

4.4 Conclusão

Neste capítulo desenvolve-se as equações que relacionam os parâmetros de linhas de transmissão para uma linha monofásica que esta sendo representada por um único circuito π com as correntes e tensões nos terminais da linha. Também se explica como este método pode ser usado para estimar os parâmetros das linhas de transmissão para uma linha polifásica.

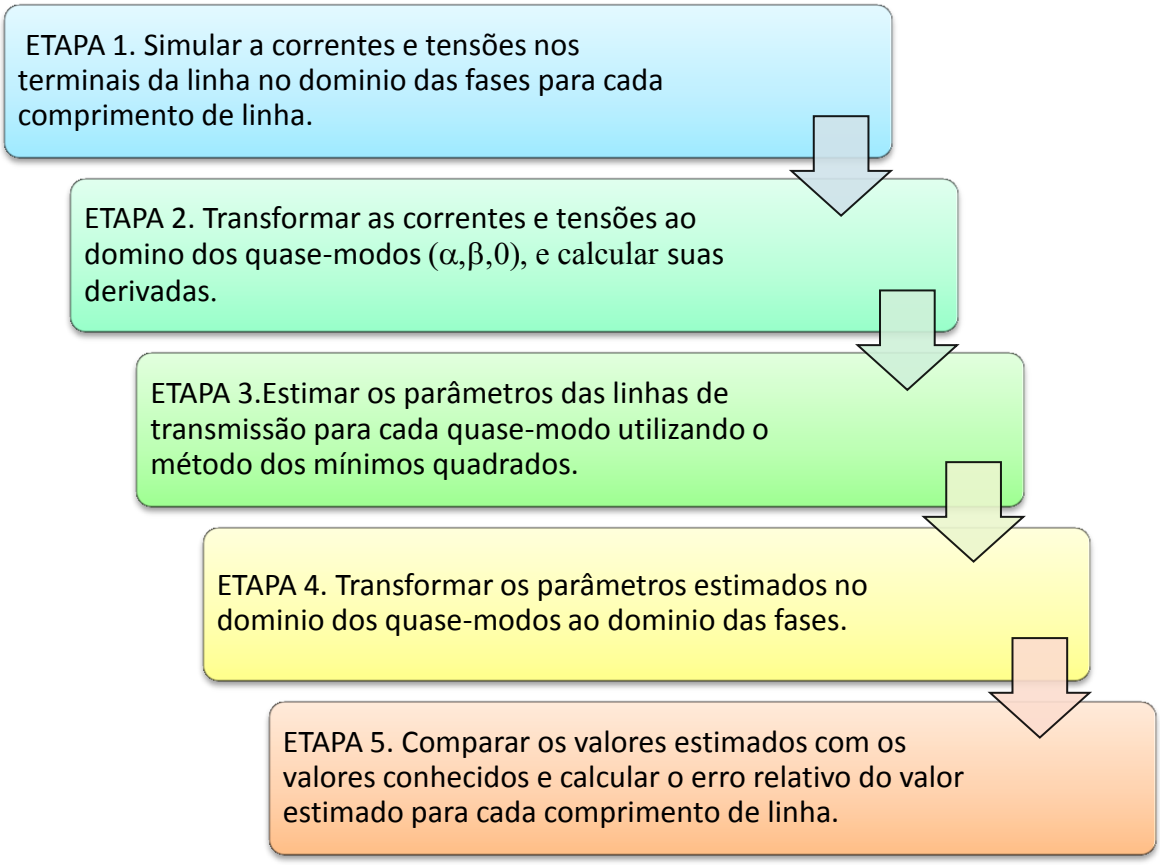
5 APLICAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO

5.1 Introdução

Neste capítulo apresenta-se o fluxograma do método proposto, sendo o objetivo de este utilizar técnicas de decomposição modal para estimar parâmetros de linhas de transmissão polifásicas no tempo real, se suponde uma linha de transmissão trifásica. A estimação será feita com as medições nos terminais em estado transitório e para linhas de diferentes comprimentos .

A figura. 12 mostra um diagrama de blocos que descreve todas as etapas que seram realizadas para a estimação dos parâmetros em uma linha de transmissão trifásica.

Figura 12 – Fluxograma de método proposto.



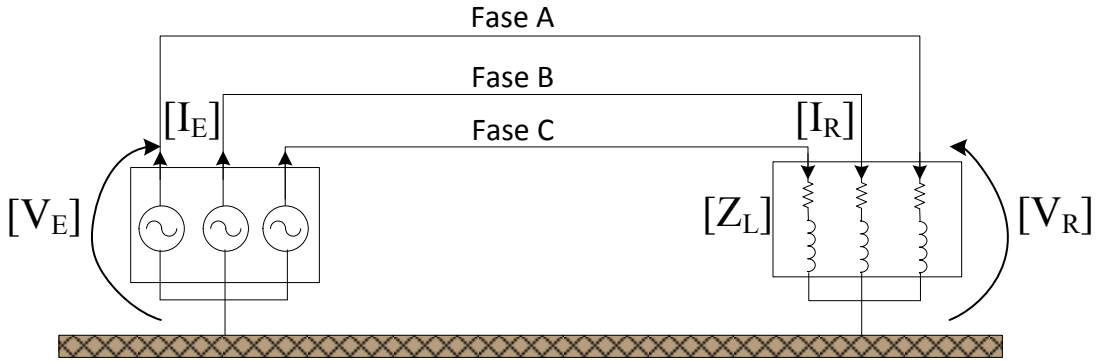
FONTE: ELABORAÇÃO DO PRÓPRIO AUTOR.

As equações necessárias e o procedimento a realizar nas etapas 1, 2 e 4 foram explicadas no capitulo 3, para a etapa 3 foi explicada no capitulo 4 e para etapa 5 será abordada neste capitulo.

5.2 Formulação do Problema

Para uma linha de transmissão trifásica com uma carga conectada em estrela como se mostra na figura 13.

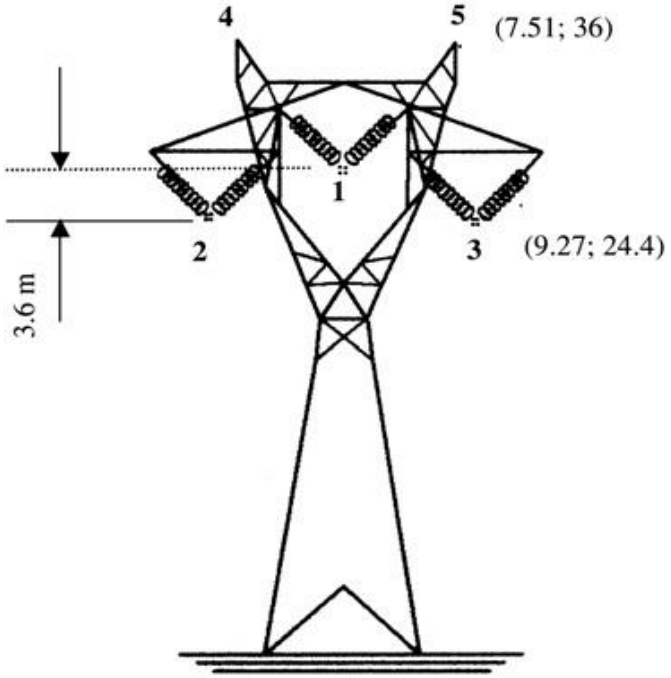
Figura 13 –Diagrama de um sistema trifásico conectado em estrela.



FONTE: ELABORAÇÃO DO PRÓPRIO AUTOR.

Onde arbitrariamente foram arranjadas as correntes e tensões e a impedância da carga em forma matricial, como que se define em (54-57) e (59). E os condutores para cada fase ao longo do comprimento das linhas de transmissão estão arranjados como se mostra na figura 14.

Figura 14 – Diagrama de uma torre para linhas de transmissão com simetria vertical.



FONTE: (COSTA, ET AL. 2012).

Esta configuração de condutores possui propriedades interessantes que serão explorados neste trabalho. Primeiro os elementos das matrizes de parâmetros de linhas de transmissão com esta configuração (figura 14) podem ser arranjados das seguintes formas:

$$\begin{bmatrix} o & x & x \\ x & o & x \\ x & x & o \end{bmatrix} \tag{141}$$

$$\begin{bmatrix} o & x & x \\ x & q & s \\ x & s & q \end{bmatrix} \tag{142}$$

Na primeira equação (141) os condutores da linha tem simetria com o plano vertical, como se vê na figura 13, a distância da fase (2 e 3, ou B e C) estão à mesma distancia da fase (1ou A) e a linha é considerada idealmente transposta. Por tanto os elementos fora da diagonal (x) são os mesmos, mas estes são diferentes daqueles na diagonal (o). Segundo se os condutores da linha possui simetria com o plano vertical, figura 14. mas não é idealmente transposta então a matriz que caracteriza os elementos da matriz de parâmetros esta descrita em (142). Desta matriz pode se observar que os elementos que interatuam com a fase A, ou seja, os elementos mútuos que tem a ver com a fase A são iguais, mas são diferentes daqueles que interatuam com a fase B ou C.

5.3 Testes

Define-se as matrizes dos parâmetros para uma linha trifásica da forma seguinte:

$$[R] = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \ \Omega/\text{km} \tag{143}$$

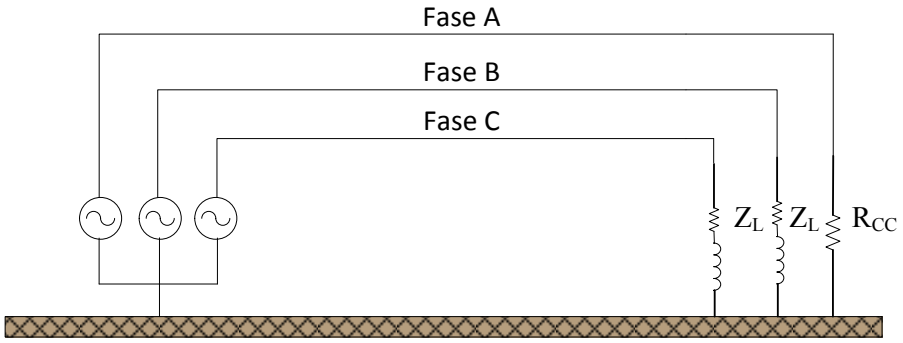
$$[L] = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \ \text{H/km} \tag{144}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \ \text{F/km} \tag{145}$$

Onde [R], [L] e [C] em (143-145) são as matrizes de resistência, indutância e capacitância e dentro todos os elementos cumprem condições de simetria dependendo da configuração da torre escolhida e o arranjo dos condutores nesta ao longo da linha.

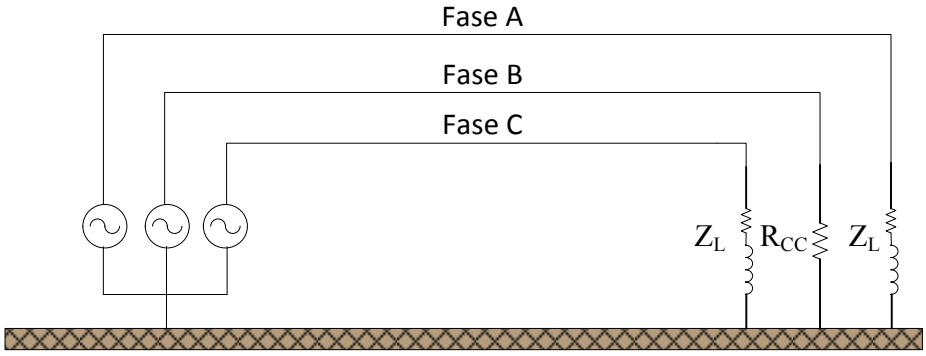
Neste trabalho se estimaram os parâmetros nas configurações mencionadas na seção anterior quando a torre tem a forma da figura 14 e quando a linha esta em estado transitório, ou seja, durante uma falta fase-terra como se mostram nas figuras 15 16 e 17:

Figura 15 –Sistema de transmissão trifásico com curto circuito na carga da fase A.



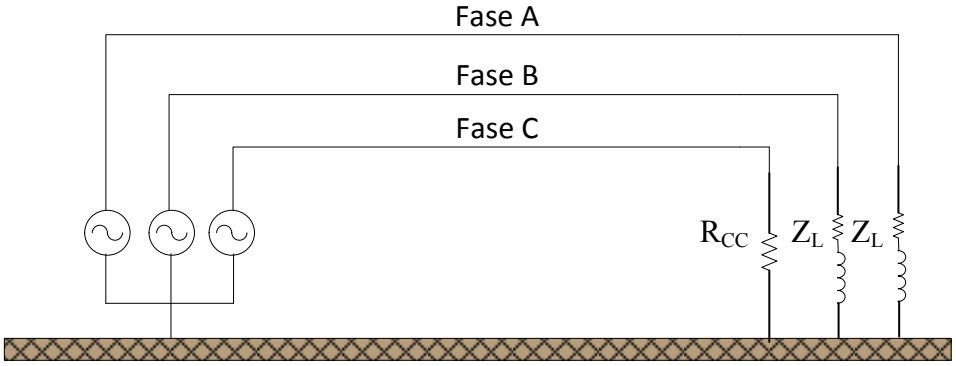
FONTE: ELABORAÇÃO DO PRÓPRIO AUTOR.

Figura 16 –Sistema de transmissão trifásico com curto circuito na carga da fase B.



FONTE: ELABORAÇÃO DO PRÓPRIO AUTOR.

Figura 17 – Sistema de transmissão trifásico com curto circuito na carga da fase C.



FONTE: ELABORAÇÃO DO PRÓPRIO AUTOR.

Onde a matriz da impedância de carga trifásica é uma matriz diagonal e tem esta forma:

$$[Z_L] = \begin{bmatrix} Z_{LA} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{LB} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{LC} \end{bmatrix} \tag{177}$$

Mas como se trabalhara no estado transitório então os elementos de $[Z_L]$ terá um valor variável que será modelado a através de uma resistência de $R=1299,43\ \Omega$ e uma indutância $L=1,67\ H$, se a fase não estiver em falta, nesse caso Z_{Ln} terá um R_{cc} =4,5 Ω, como exposto nas figuras 11, 12,13.(ASTI, et al 2012)

A fonte de tensão terá uma forma senoidal com magnitude de 440kV e um ângulo de θ que devido à fase pode ser 0°, -120°,+120° e com frequência f = 60 Hz.

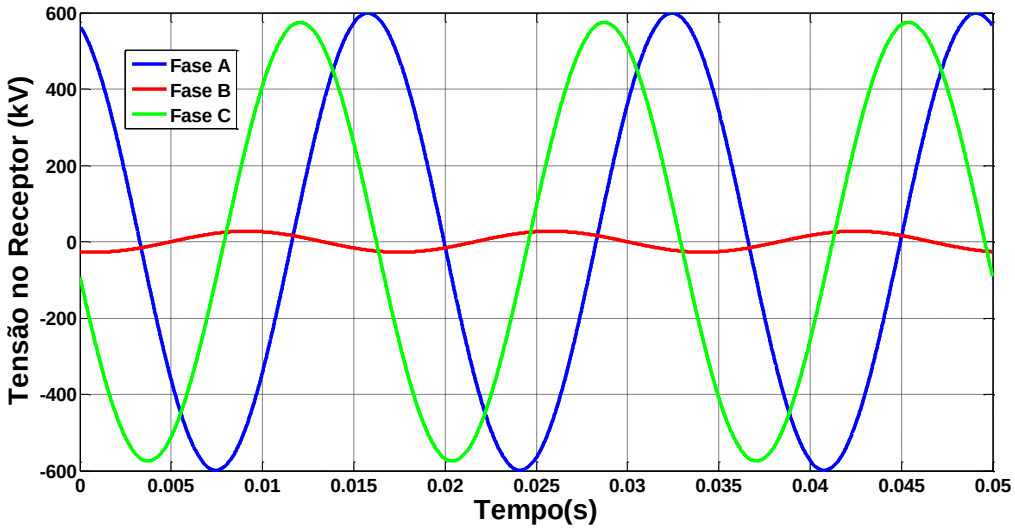
$$V_E = 440\cos(2\pi ft + \theta)\,\text{kV} \tag{178}$$

Na forma fasorial (178) a tensão no terminal emissor V_E se representa para cada fase:

$$V_E = 440\angle\theta\,\text{kV} \tag{179}$$

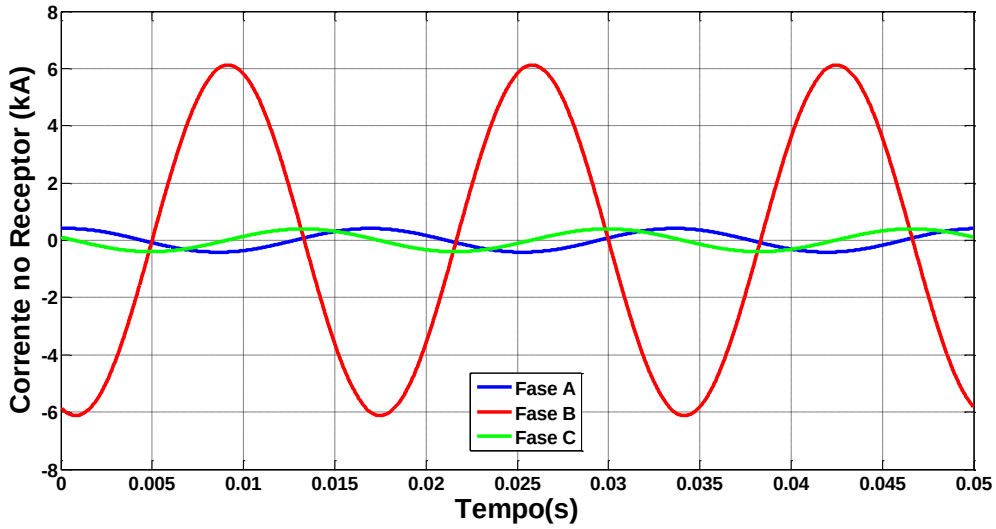
Como se observa nas figuras (15-17), o sistema tem três fontes de tensão que são conhecidas e agrupadas em um vetor de tensões no terminal emissor $[V_E]$. Nas seguintes figuras 18 e 19 se apresentam os gráficos das medições das tensões e correntes no terminal receptor do sistema trifásico na figura 16 onde a carga tem um curto na fase B. Na figura 20 se mostra a corrente no terminal emissor para o mesmo sistema da figura 16 onde a carga tem um curto na fase B.

Figura 18 – Tensões trifásicas no terminal de saida quando existe um curto na fase B.



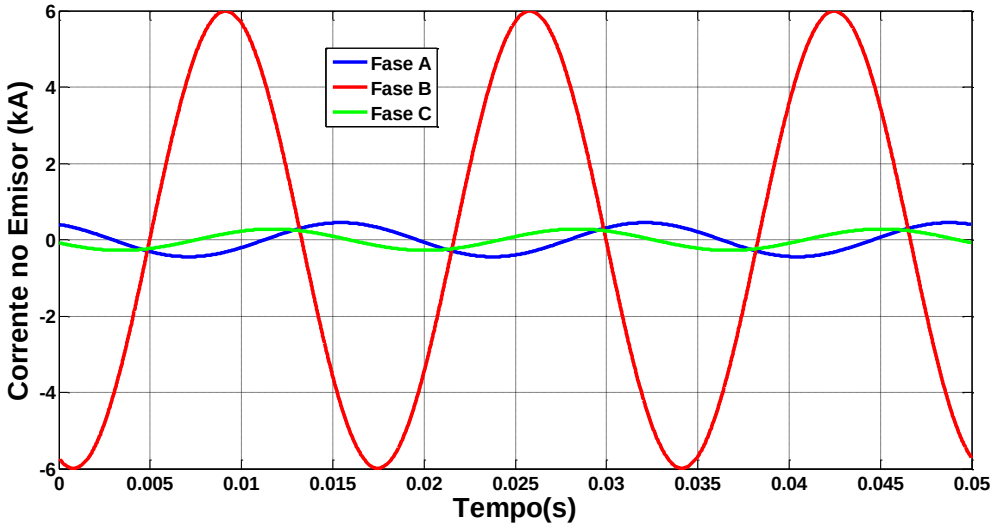
FONTE: ELABORAÇÃO DO PRÓPRIO AUTOR.

Figura 19 – Correntes trifásicas no terminal de saida quando existe um curto na fase B.



FONTE: ELABORAÇÃO DO PRÓPRIO AUTOR.

Figura 20 – Correntes trifásicas no terminal de entrada quando existe um curto na fase B.



FONTE: ELABORAÇÃO DO PRÓPRIO AUTOR.

5.3.1 ETAPA 1

Conhecendo estes dados e configurações pode-se transformar o sistema trifásico do domínio das fases ao domínio modal, usando a teoria dos modos exatos. Logo para obter as correntes e a tensão desconhecidas nos terminais da linha no domínio dos modos se resolve (91) para cada falta e finalmente se volta ao domínio das fases para cada uma das faltas e cada um dos comprimentos. As medições são registradas durante cada falta por um período de 0,05s ou 3 ciclos que é o tempo que proteção da linha demora em reagir. A frequência de amostragem destas medições é 10 kHz.

5.3.2 ETAPA 2

Seguido se aplica para os vetores de correntes e tensões medidos a transformação modal feita através da matriz de transformação de Clarke que decompõe a linha trifásica em três quase-modos (α,β,0) segundo as transformações da teoria dos quase-modos detalhadas em (95).

5.3.3 ETAPA 3

Em seguida se prossegue a fazer a estimação dos parâmetros distribuídos ao longo da linha para diferentes valores de comprimento (d) para cada quase-modo aplicando o método dos mínimos quadrado usando as expressões vistas na seção 4.2. O resultado obtido é cada componente das matrizes de impedância e admitância para cada modo. Sendo que os valores de comprimento variam em intervalos de 5 km desde 15 km até 1000 km, depois de ser manipulado

com operações algébricas para obter a grandeza por quilômetro, e formar a matriz diagonal de cada parâmetro na forma (96).

5.3.4 ETAPA 4

Agora é preciso fazer a transformação inversa (98) e (99) para transformar a matriz estimada do parâmetro dos quase-modos para o domínio das fases e ser comparável com as matrizes conhecidas de cada parâmetro com que foram simuladas as correntes e tensões nos terminais da linha.

5.3.5 ETAPA 5

Os valores teóricos das matrizes dos parâmetros da linha de transmissão idealmente transposta simulada são:

$$[R] = \begin{bmatrix} 0,0791 & 0,0580 & 0,0580 \\ 0,0580 & 0,0791 & 0,0580 \\ 0,0580 & 0,0580 & 0,0791 \end{bmatrix} \Omega/\text{km}$$

$$[L] = \begin{bmatrix} 1,9449 & 1,1 & 1,1 \\ 1,1 & 1,9449 & 1,1 \\ 1,1 & 1,1 & 1,9449 \end{bmatrix} \text{mH/km}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 0,01129 & -0,00283 & -0,00283 \\ -0,00283 & 0,01129 & -0,00283 \\ -0,00283 & -0,00283 & 0,01129 \end{bmatrix} \mu\text{F/km}$$

- Os valores teóricos dos parâmetros da linha de transmissão sem transposição simulada são:

$$[R] = \begin{bmatrix} 0,0791 & 0,0580 & 0,0580 \\ 0,0580 & 0,0793 & 0,0581 \\ 0,0580 & 0,0581 & 0,0793 \end{bmatrix} \Omega/\text{km}$$

$$[L] = \begin{bmatrix} 1,9449 & 1,1 & 1,1 \\ 1,1 & 1,9443 & 0,99843 \\ 1,1 & 0,99843 & 1,9443 \end{bmatrix} \text{mH/km}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 0,01129 & -0,00283 & -0,00283 \\ -0,00283 & 0,01095 & -0,00115 \\ -0,00283 & -0,00115 & 0,01095 \end{bmatrix} \mu F/km$$

Para calcular o erro relativo dos valores estimados usa-se a expressão seguinte.

$$\%Erro = \frac{|p' - p|}{p} x100\% \qquad (180)$$

Onde *p'* é a parâmetro com valor estimado e *p* é o parâmetro com o valor teórico. A partir de (180) serão feitos os gráficos do erro relativo em função dos diferentes comprimentos de linha os quais se apresentaram no capitulo dos resultados.

5.4 Conclusão

No texto anterior foram descritas as condições do sistema e as etapas que foram realizadas neste trabalho. Inicia-se com a metodologia a ser implementada, descreve-se o processo que tem que ser seguido. Detalha-se as caraterísticas do sistema como a frequência de operação, a tensão de alimentação, o valor da resistência de curto e as matrizes de parâmetros conhecidos.Além de profundizar na descrição das etapas do método proposto e seguido neste trabalho.

6 RESULTADOS

6.1 Introdução

Nas figuras (21-74) se apresentam os gráficos dos erros relativos em função do comprimento da linha para cada um dos elementos de cada matriz para cada parâmetro (R, L e C). A condutância (G) não foi estimada sendo que para linhas aéreas sabe-se que esta pode ser desprezível.As figuras (21-47) mostram os gráficos para uma linha trifásica com simetria vertical e idealmente transposta e nas figuras (48-74) se mostram os resultados obtidos para uma linha com simetria vertical sem transposição. Estas figuras mostram o comportamento dos erros relativos para cada um dos elementos das matrizes dos parâmetros estimados durante uma falta fase-terra O gráfico em azul mostra quando a falta ocorre na fase A (Fig. 15), em preto quando a esta ocorre na fase B (Fig. 16), e em vermelho quando ocorre na fase C (Fig. 17),.

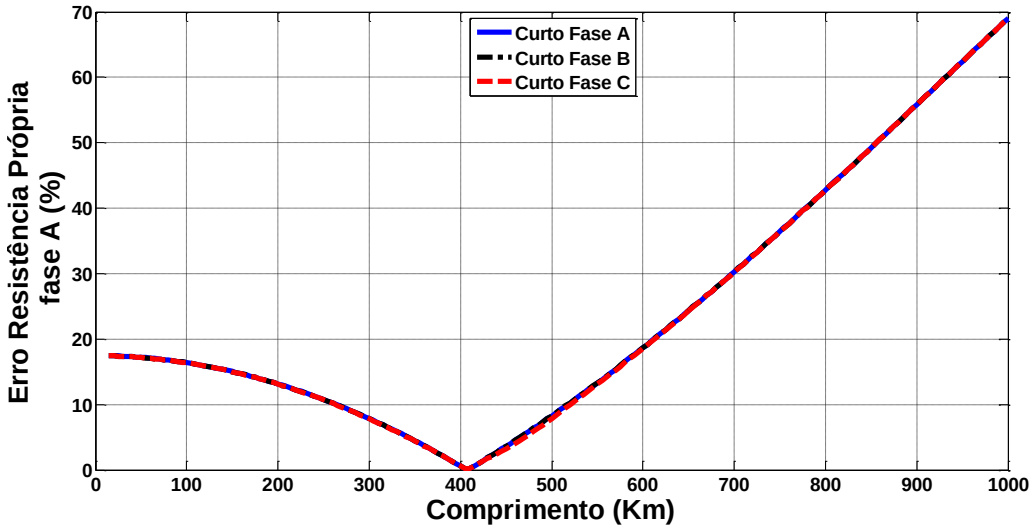
6.2 Linha Idealmente Transposta

Primeiramente se apresentaram os resultados de uma linha com idealmente transposta com simetria vertical cuja matriz de parâmetros se caracteriza por ter a forma apresentada na equação (141) pode-se então esperar que os elementos fora da diagonal tenham o mesmo comportamento com o aumento do comprimento, e os elementos da diagonal tenham também o mesmo comportamento entre si, mas diferentes do aquele dos elementos fora da diagonal.

6.2.1 RESISTÊNCIA

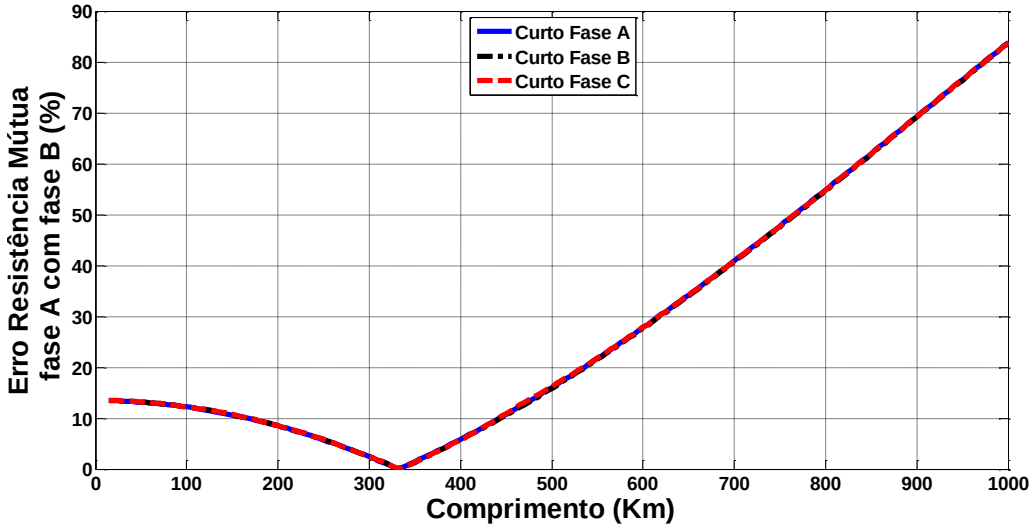
O comportamento do erro relativo da estimação dos elementos da matriz de resistência para uma linha de transmissão idealmente transposta com simetria vertical aparece nas figuras (21-29) a seguir. Pode-se observar que nos elementos próprios, R_{11}, R_{22},R_{33}, da resistência tem um comportamento peculiar porque ele começa decrescendo e atinge o 0% aproximadamente nos 400 km depois o erro relativo começa a crescer exponencialmente até o 70%. Os elementos elementos mútuos,R_{12},R_{21},R_{31},R_{32}, apresentam um comportamento similar onde decresce até os 300 km e dai começa a crescer até atingir 90% de erro para uma linha de 1000km.

Figura 21 – Erro relativo do elemento R_{11} em função do comprimento.



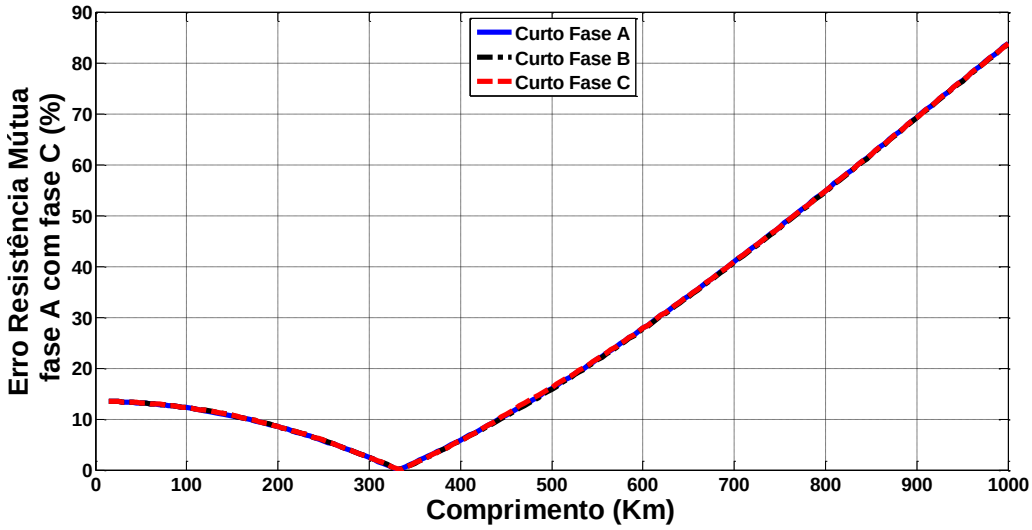
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 22 – Erro relativo do elemento R_{12} em função do comprimento.



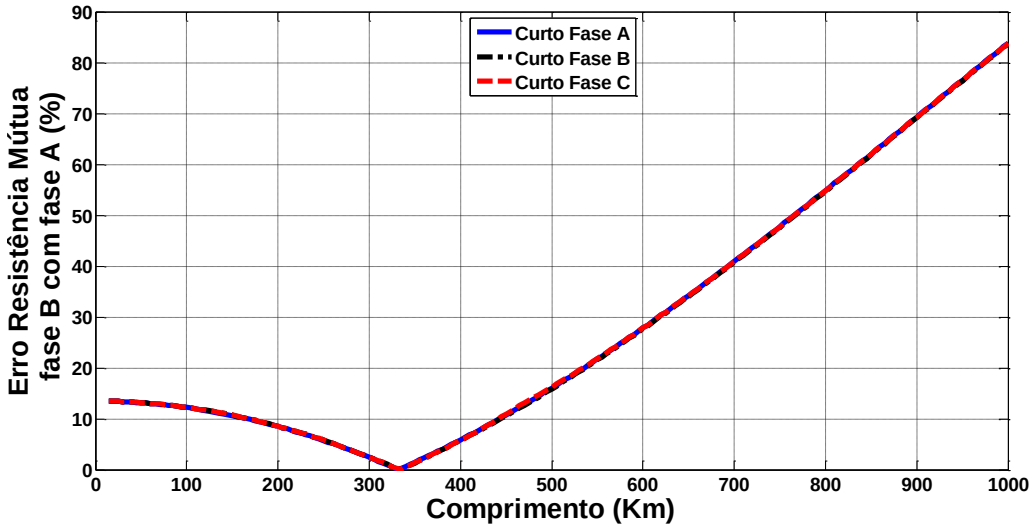
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 23 – Erro relativo do elemento R_{13} em função do comprimento.



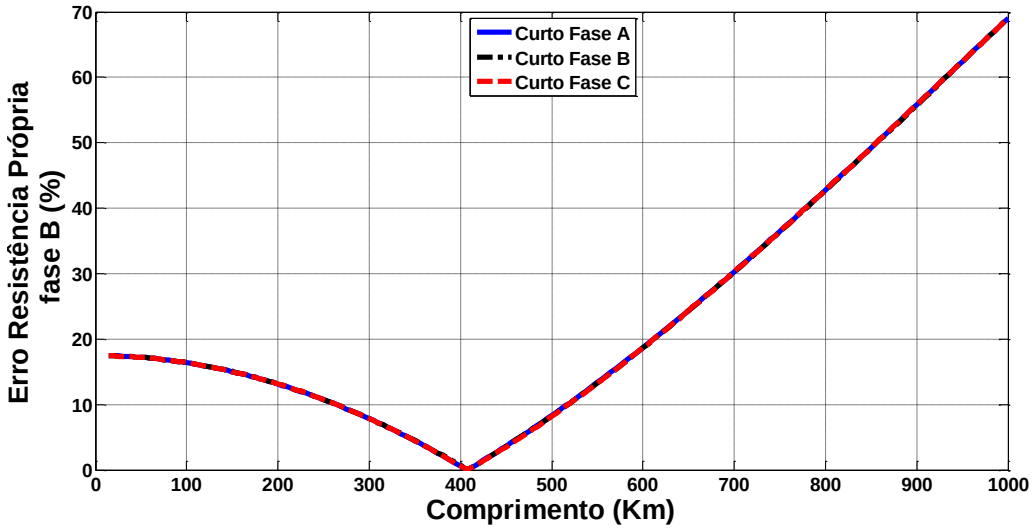
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 24 – Erro relativo do elemento R_{21} em função do comprimento.



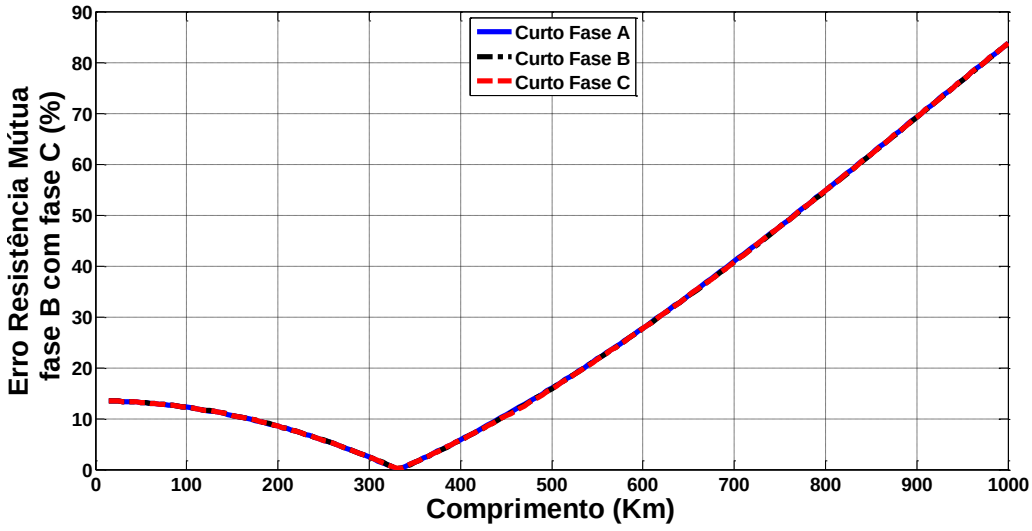
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 25 – Erro relativo do elemento R_{22} em função do comprimento.



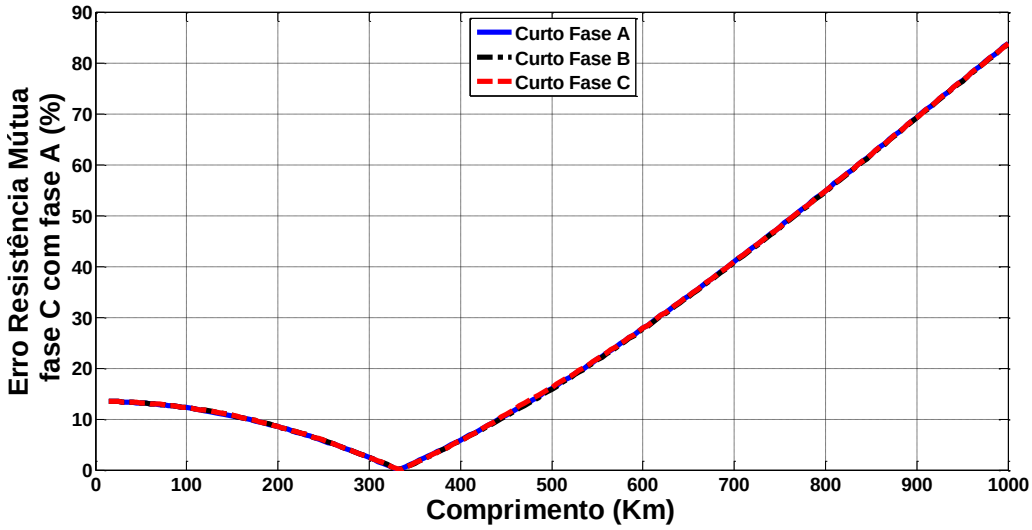
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 26 – Erro relativo do elemento R_{23} em função do comprimento.



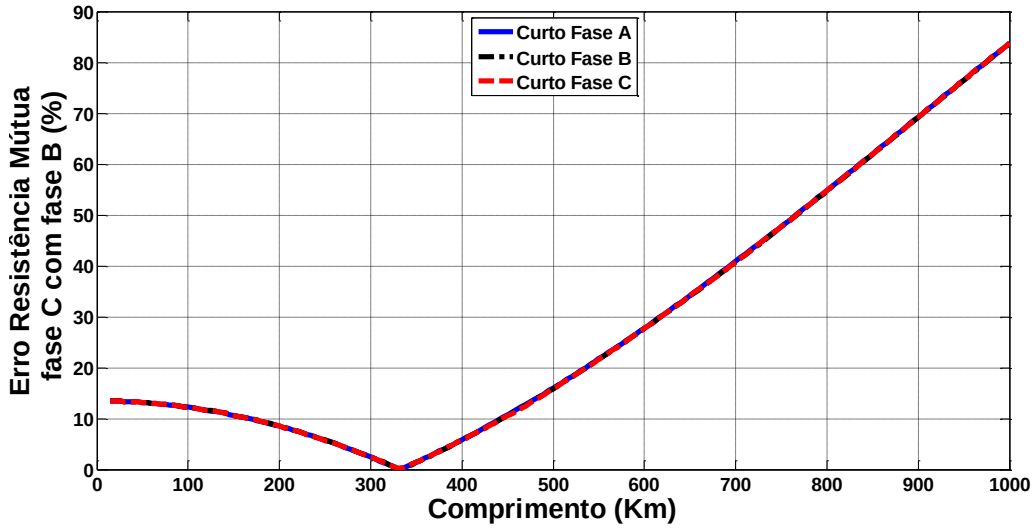
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 27 – Erro relativo do elemento R_{31} em função do comprimento.



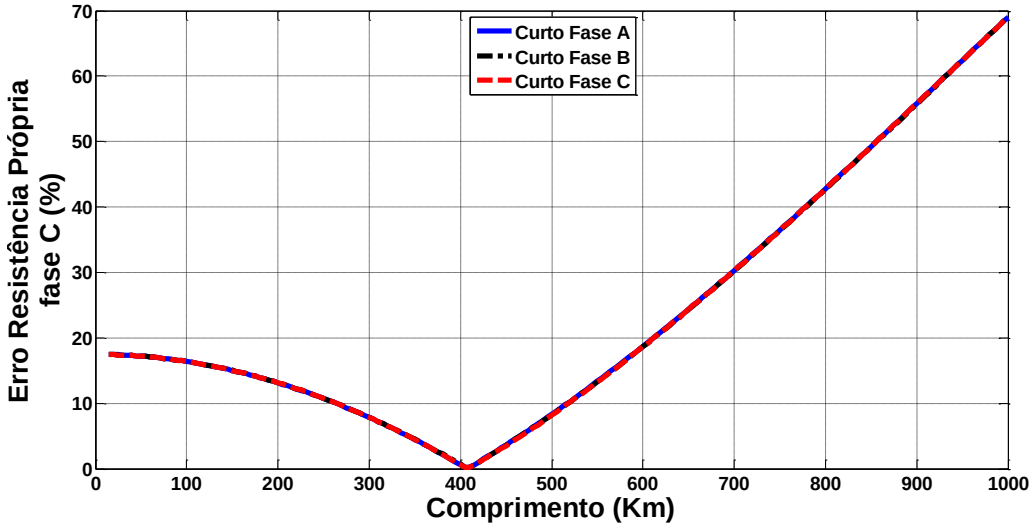
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 28 – Erro relativo do elemento R_{32} em função do comprimento.



FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 29 – Erro relativo do elemento R_{33} em função do comprimento.

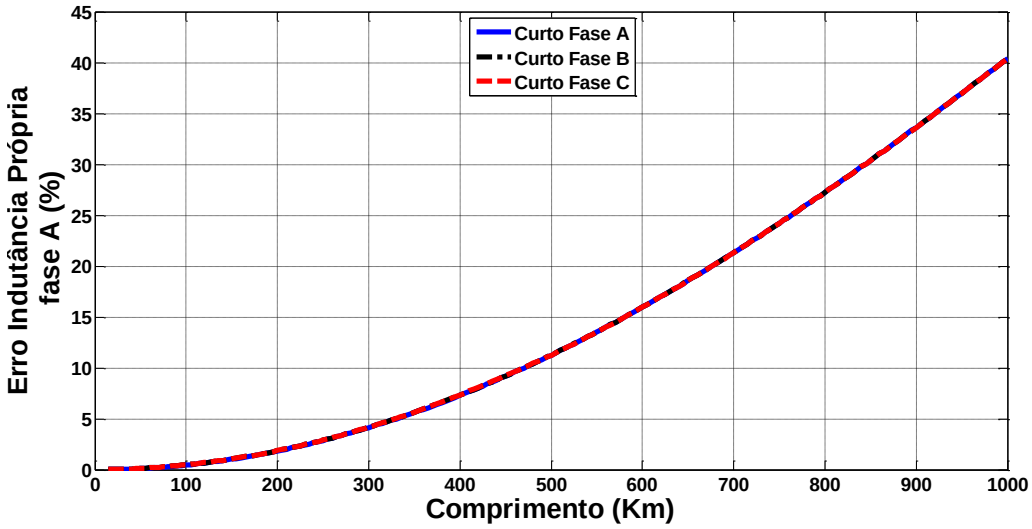


FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

6.2.2 INDUTÂNCIA

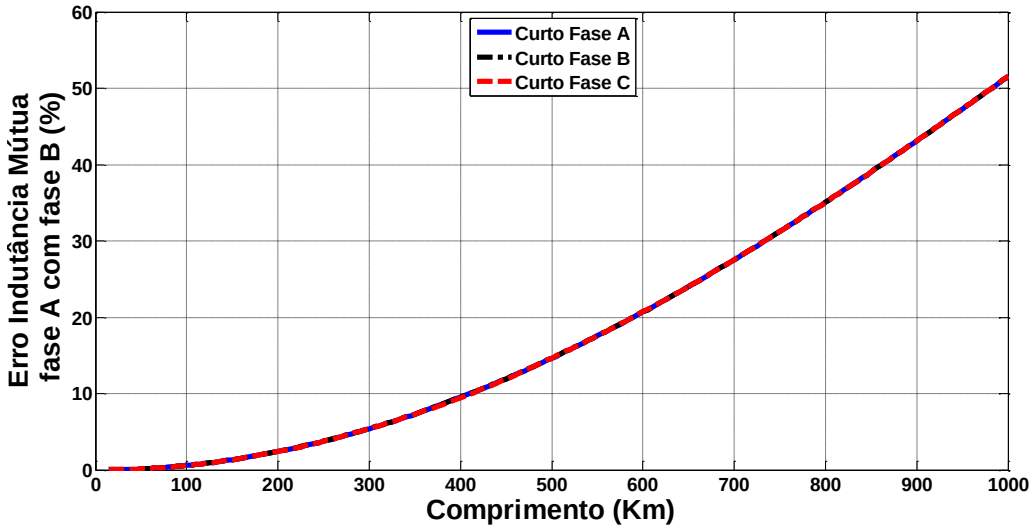
O comportamento do erro relativo da estimação dos elementos da matriz de indutância nas figuras (30-39) para uma linha de transmissão idealmente transposta com simetria vertical estão mostradas embaixo. Para este parâmetro observa-se que o erro relativo cresce exponencialmente para os componentes próprios (L_{11}, L_{22},L_{33})da matriz de indutância até um 40% e o erro das componentes mútuas (L_{12},L_{21},L_{31},L_{32})é um pouco maior para uma linha de 1000 km o erro relativo se aproxima ao 50%.

Figura 30 – Erro relativo do elemento L_{11} em função do comprimento.



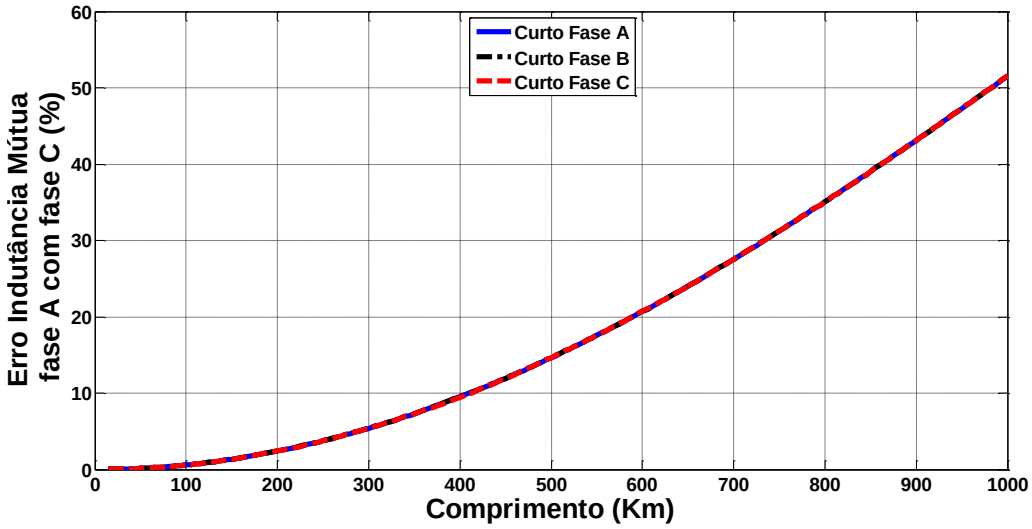
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 31 – Erro relativo do elemento L_{12} em função do comprimento.



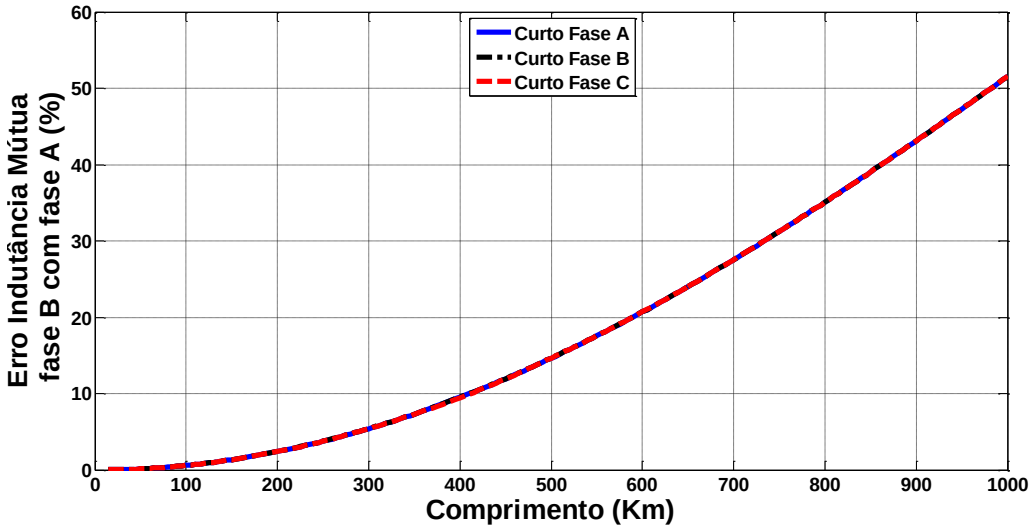
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 32 – Erro relativo do elemento L_{13} em função do comprimento.



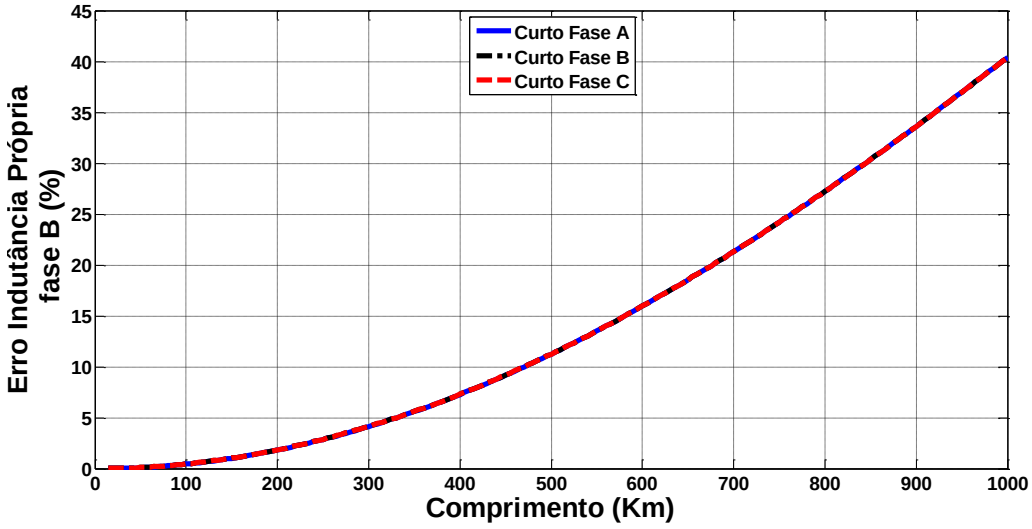
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 33 – Erro relativo do elemento L_{21} em função do comprimento.



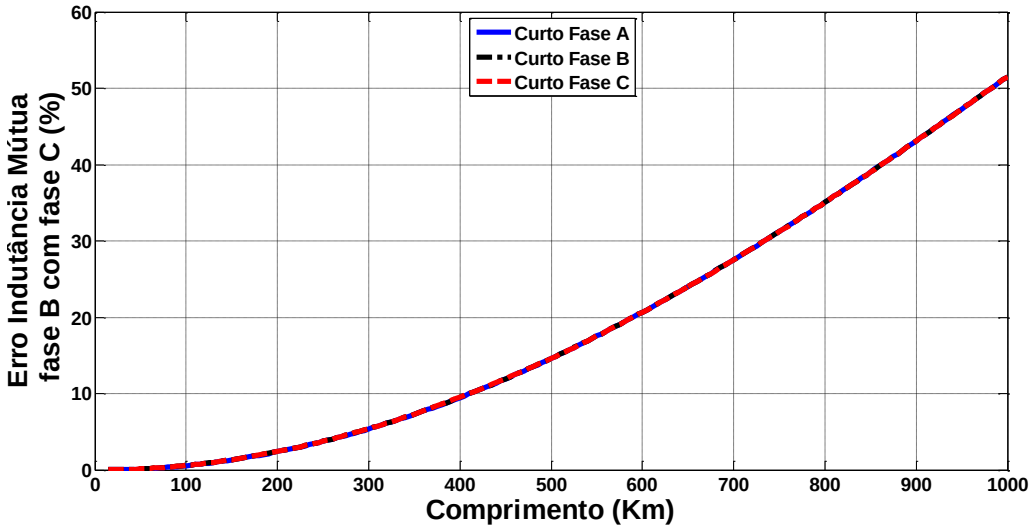
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 34 – Erro relativo do elemento L_{22} em função do comprimento.



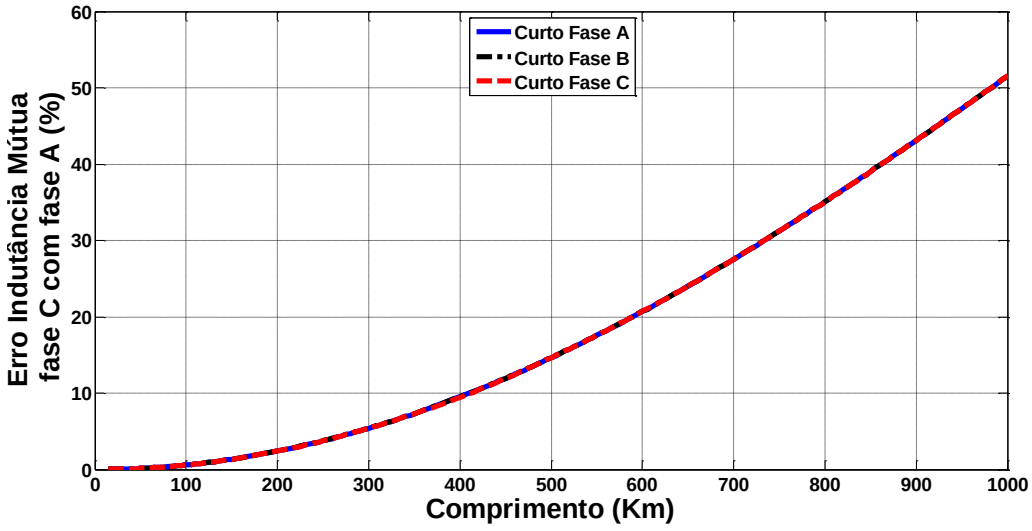
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 35 – Erro relativo do elemento L_{23} em função do comprimento.



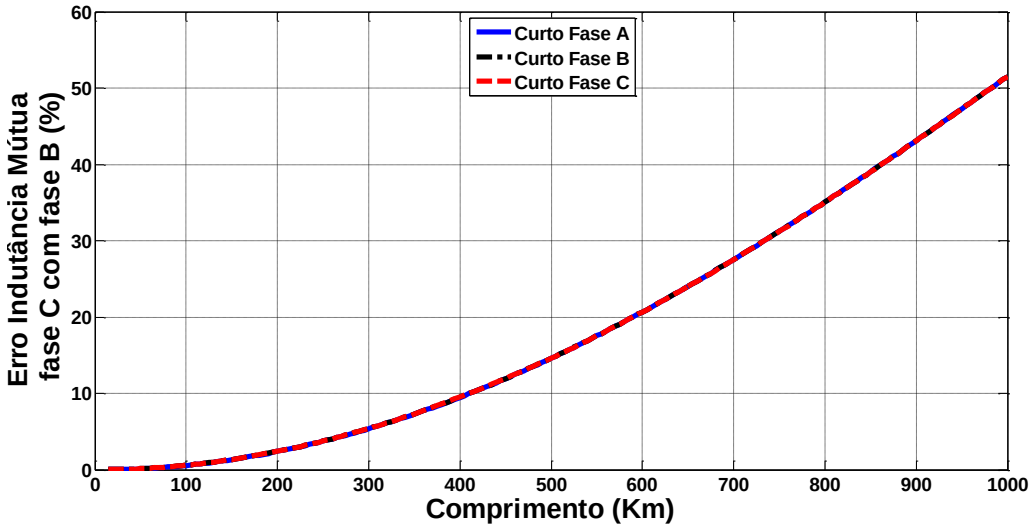
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 36 – Erro relativo do elemento L_{31} em função do comprimento.



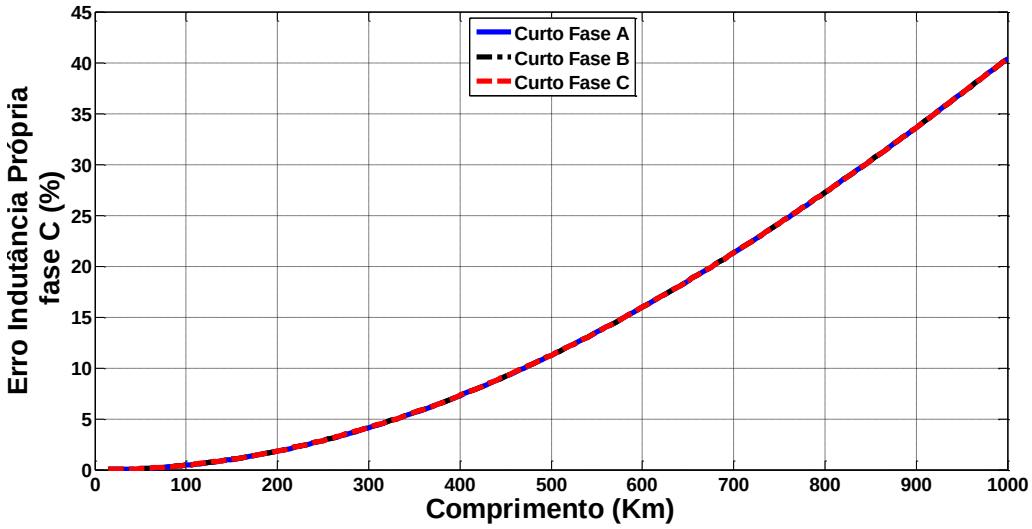
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 37 – Erro relativo do elemento L_{32} em função do comprimento.



FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 38 – Erro relativo do elemento L_{33} em função do comprimento.

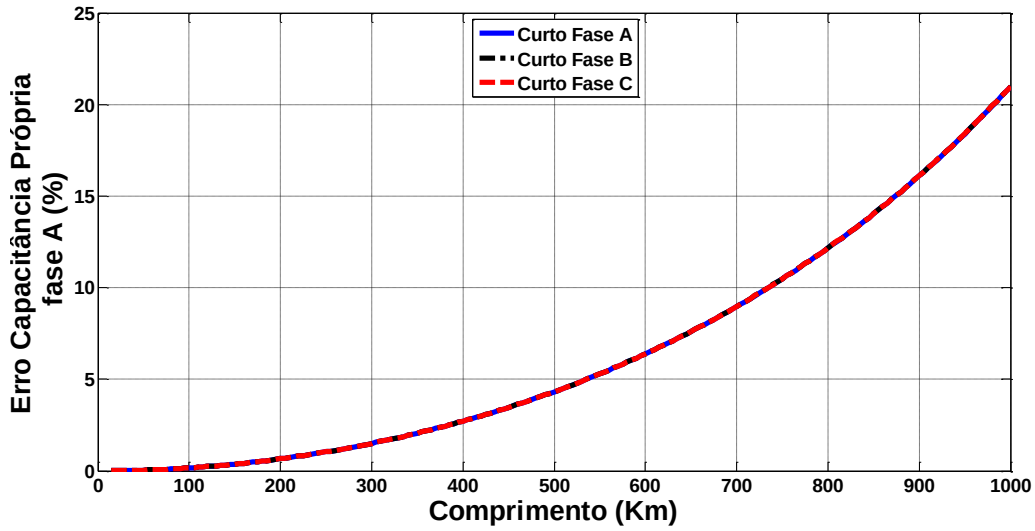


FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

6.2.3 CAPACITÂNCIA

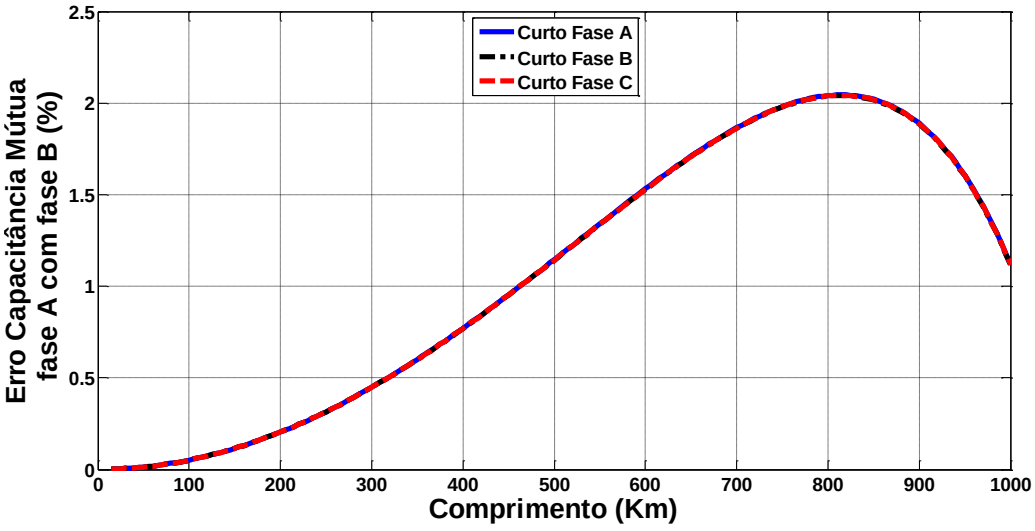
O comportamento do erro relativo dos elementos da matriz de capacitância se mostra em as figuras (39-47) para uma linha idealmente transposta com simetria vertical para cada falta em cada fase. No caso da capacitância o erro se mantêm em um erro bastante pequeno, o erro maior é para os elementos próprios (C_{11}, C_{22},C_{33}) com um 20% mas os elementos mútuos (C_{12},C_{21},C_{31},C_{32}) o erro cresce e atinge o 2 % as 800km e logo começa decrescer.

Figura 39 – Erro relativo do elemento C_{11} em função do comprimento.



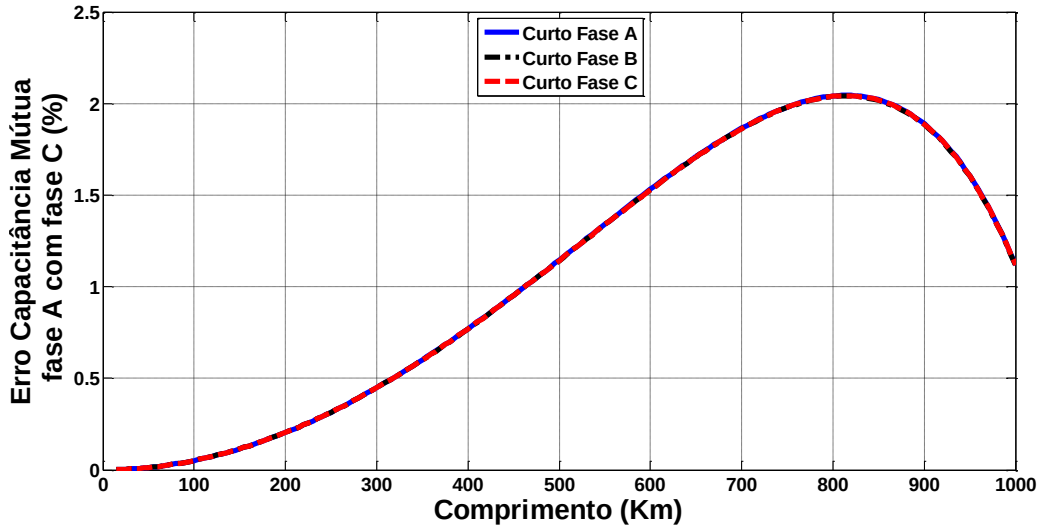
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 40 – Erro relativo do elemento C_{12} em função do comprimento.



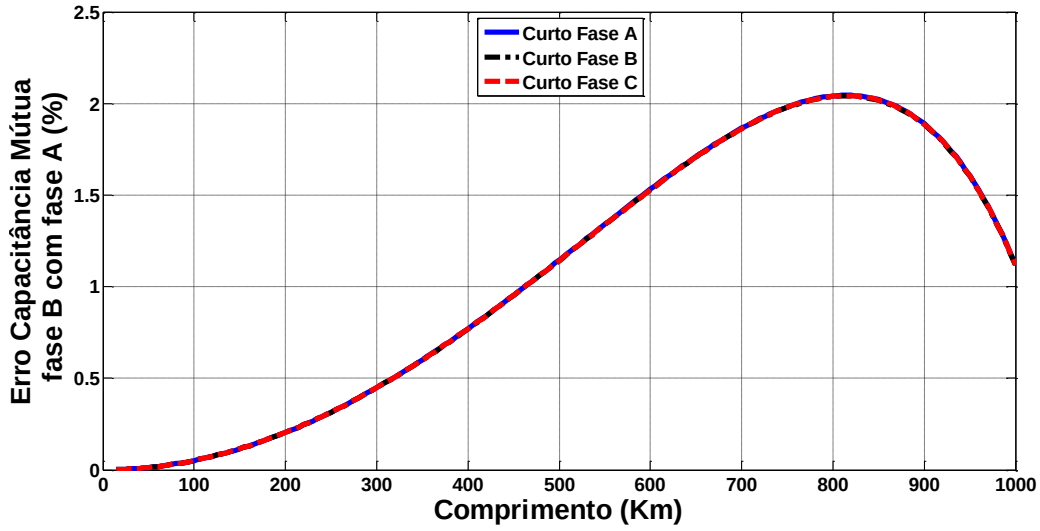
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 41 – Erro relativo do elemento C_{13} em função do comprimento.



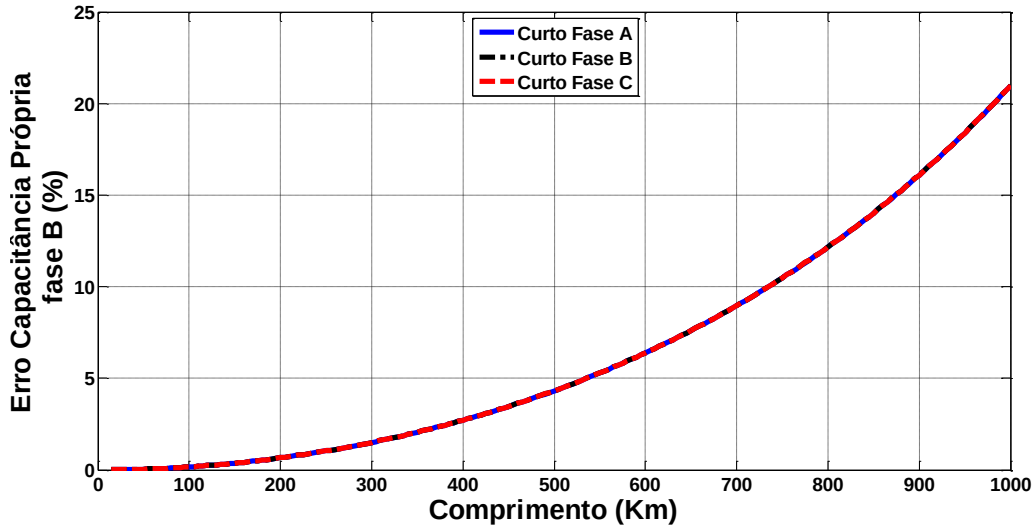
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 42 – Erro relativo do elemento C_{21} em função do comprimento.



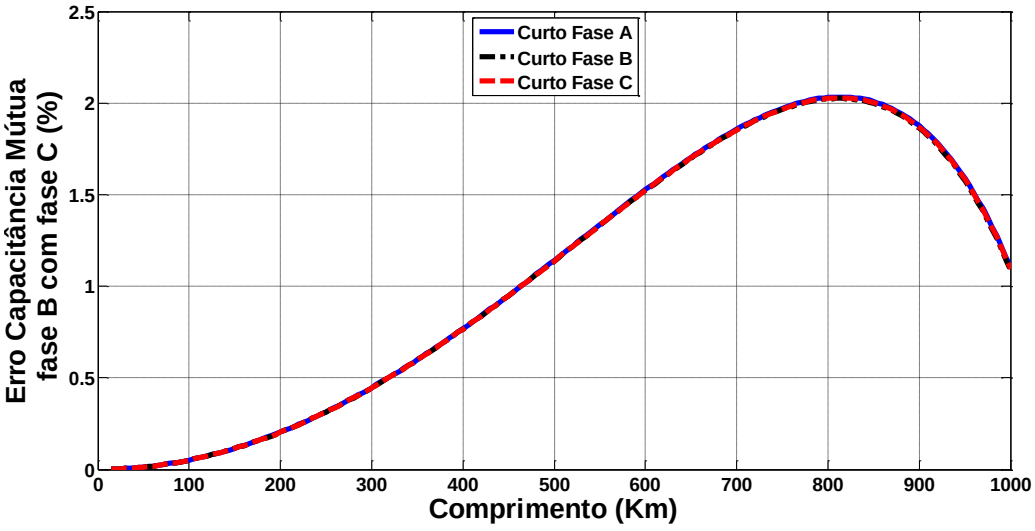
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 43 – Erro relativo do elemento C_{22} em função do comprimento.



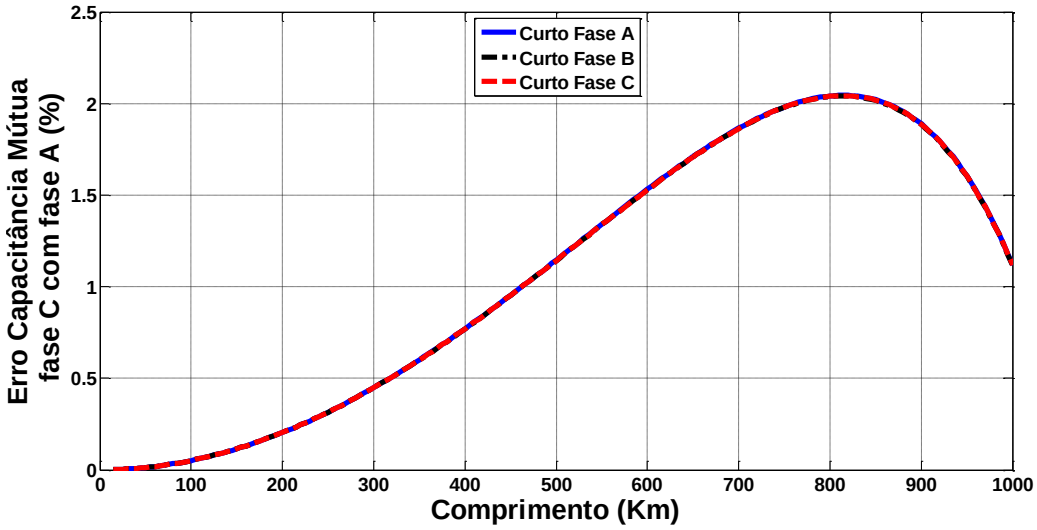
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 44 – Erro relativo do elemento C_{23} em função do comprimento.



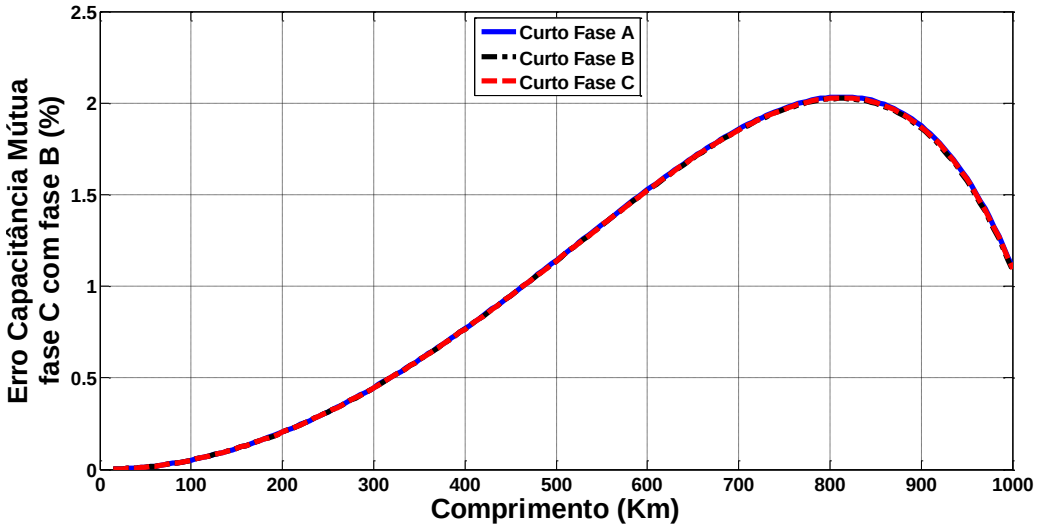
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 45 – Erro relativo do elemento C_{31} em função do comprimento.



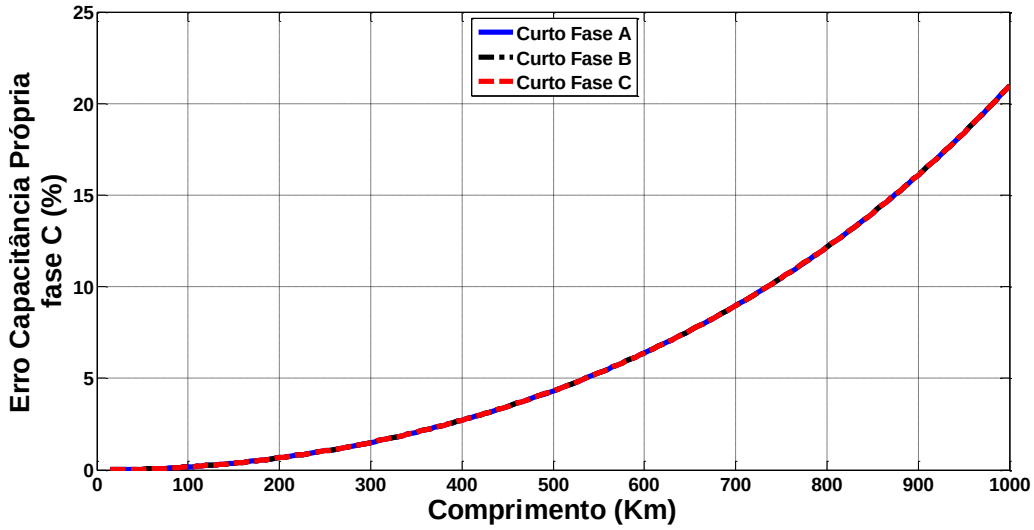
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 46 – Erro relativo do elemento C_{32} em função do comprimento.



FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 47 – Erro relativo do elemento C_{33} em função do comprimento.



FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Para este tipo de linha pode-se atribuir que o erro relativo depende somente de representar da linha como um único circuito π, isto pode-se afirmar sendo que a matriz de transformação de Clarke decompõe a linha em seus modos exatos quando a linha de transmissão é idealmente transposta com simetria vertical.

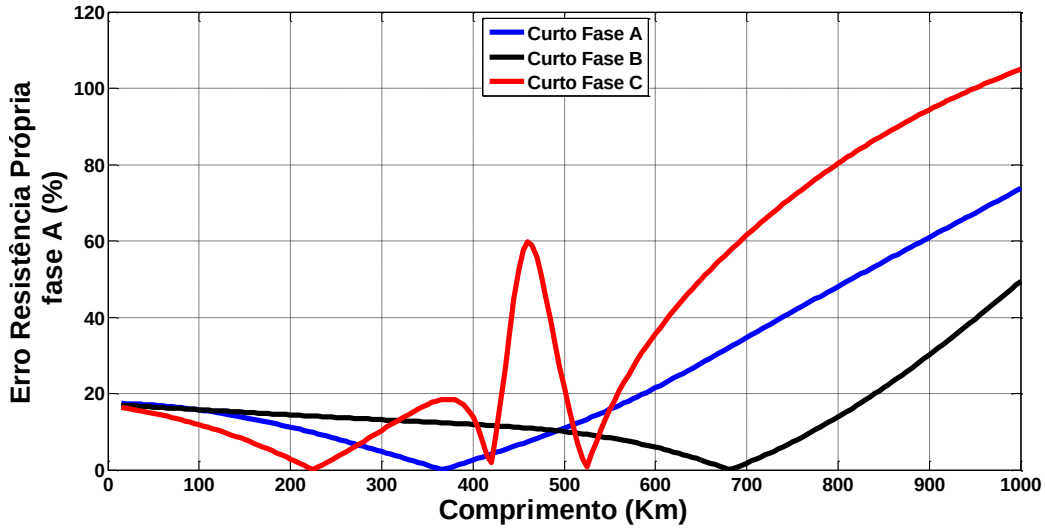
6.3 Linha Sem Transposição

Finalmente se apresentaram os resultados de uma linha não transposta com simetria vertical onde a matriz dos parâmetros se caracteriza por una matriz como (142). Por isto, se espera que os elementos fora da diagonal (x) com interação da fase A tenham o mesmo comportamento entre eles com o aumento do comprimento, e os elementos na diagonal pertencentes às fases B e C (q) tenham também o mesmo comportamento entre si, mas diferentes dos aqueles dos elementos fora da diagonal (s) que interatuam entre estas fases.

6.3.1 RESISTÊNCIA

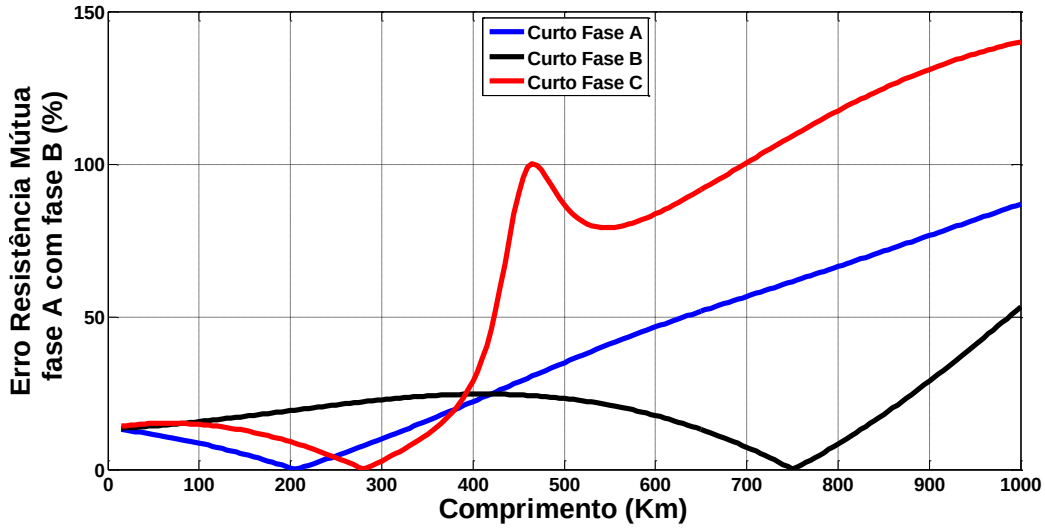
O comportamento do erro relativo da estimação dos elementos da matriz de resistência para uma linha de transmissão não transposta com simetria vertical aparece nas seguintes figuras (48-57) quando existe uma falta em alguma fase.

Figura 48 – Erro relativo do elemento R_{11} em função do comprimento.



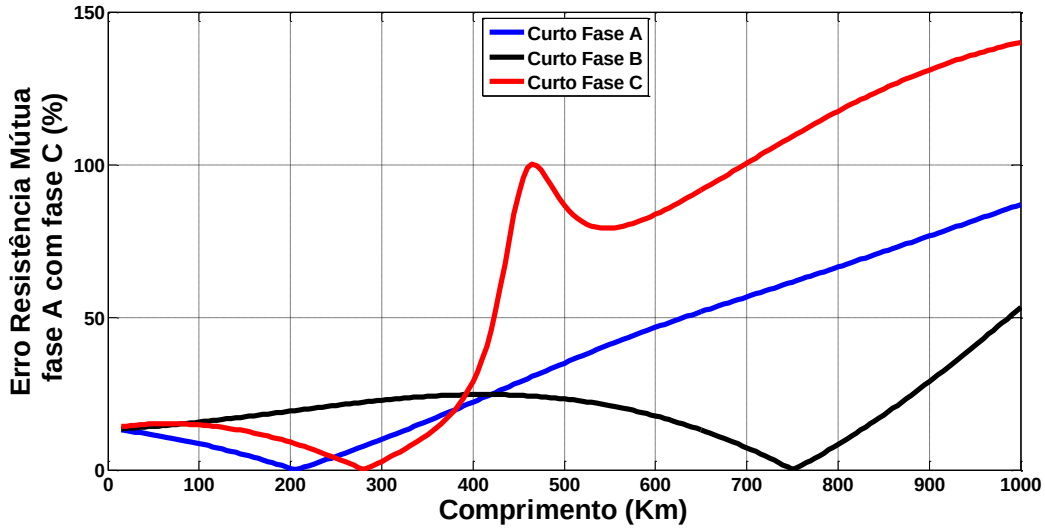
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 49 – Erro relativo do elemento R_{12} em função do comprimento.



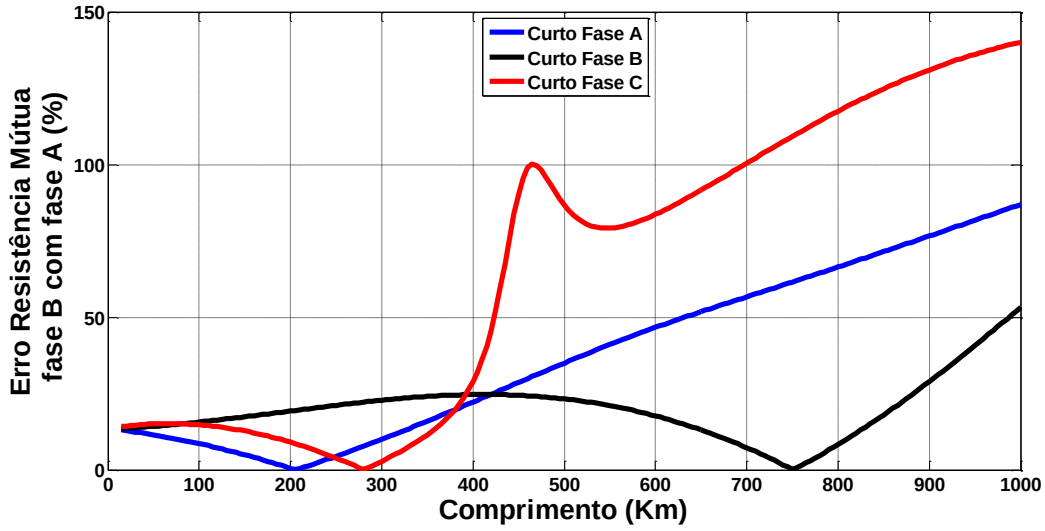
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 50 – Erro relativo do elemento R_{13} em função do comprimento.



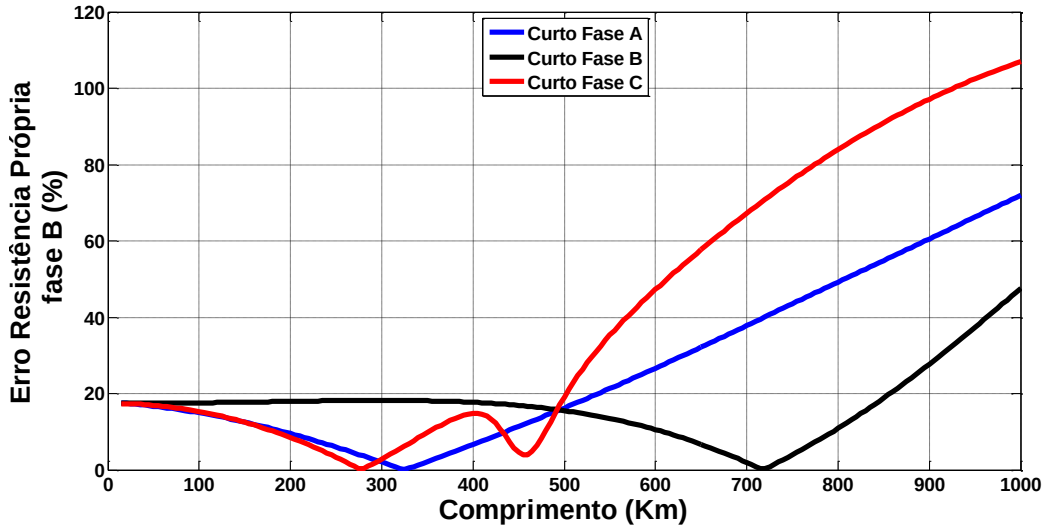
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 51 – Erro relativo do elemento R_{21} em função do comprimento.



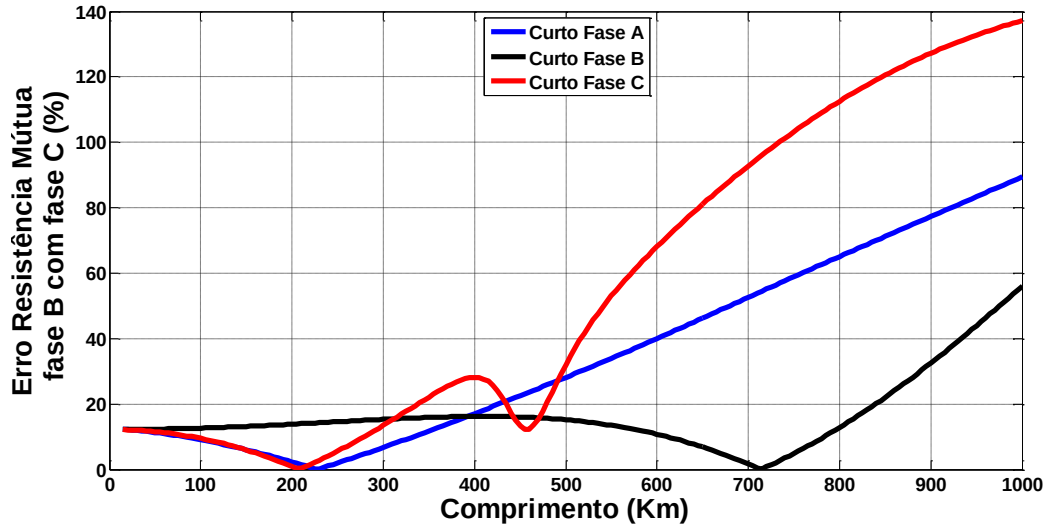
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 52 – Erro relativo do elemento R_{22} em função do comprimento.



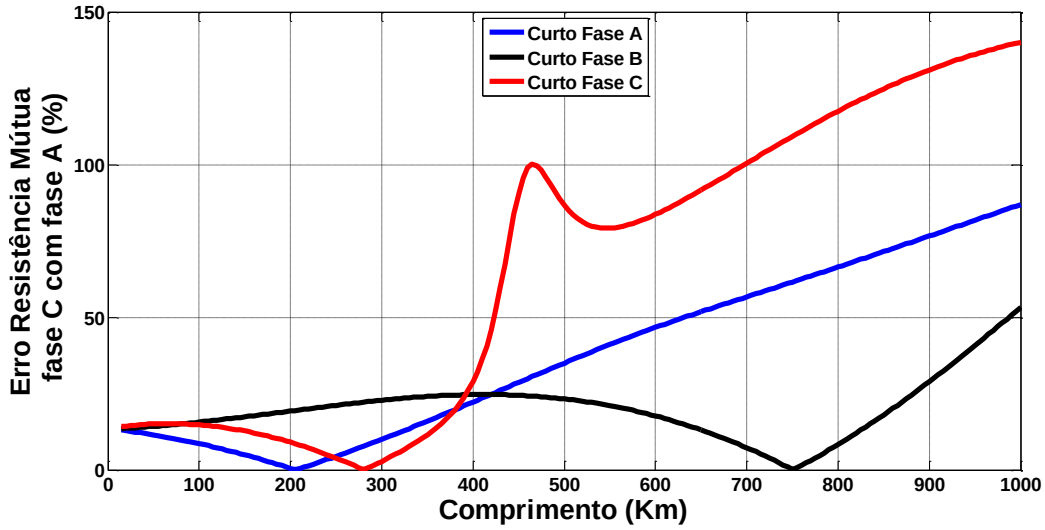
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 53 – Erro relativo do elemento R_{23} em função do comprimento.



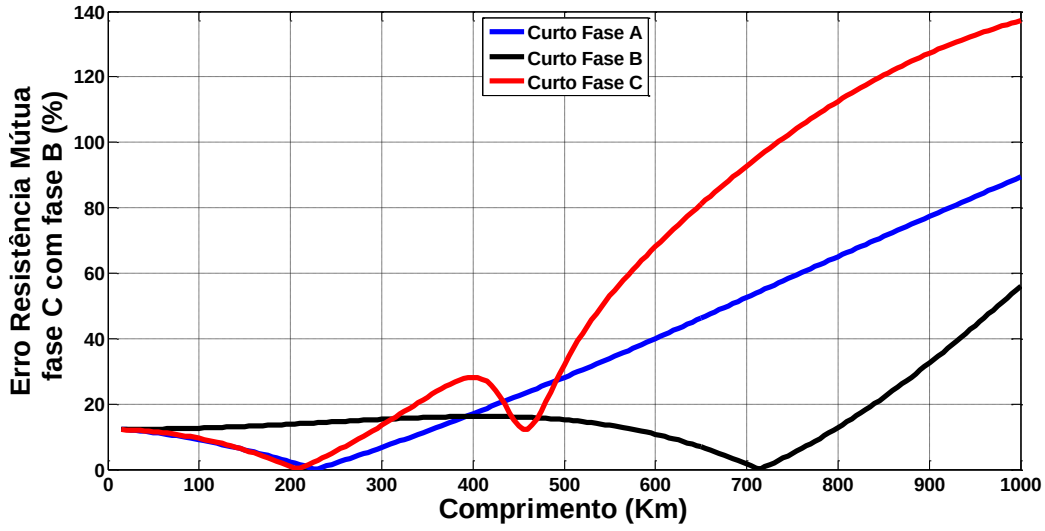
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 54 – Erro relativo do elemento R_{31} em função do comprimento.



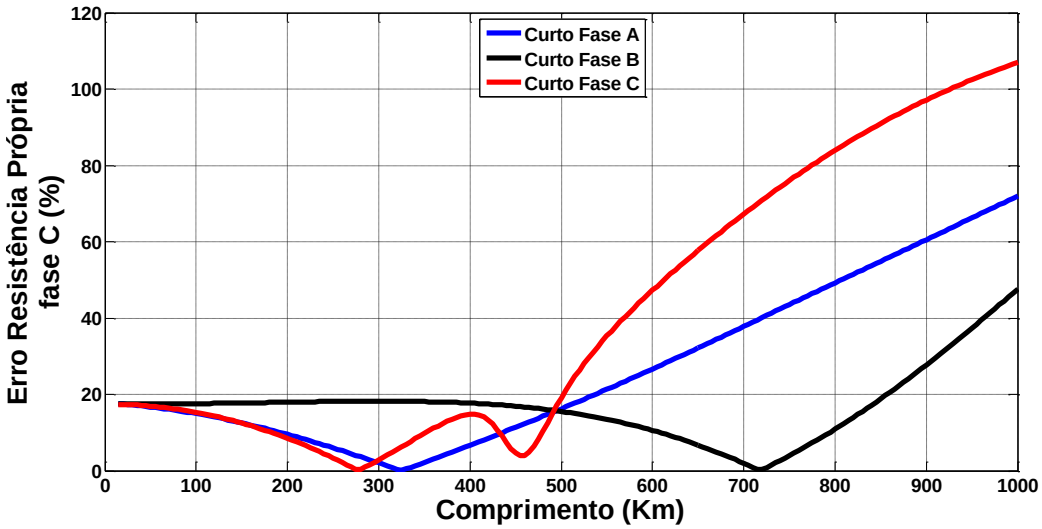
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 55 – Erro relativo do elemento R_{32} em função do comprimento.



FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 56 – Erro relativo do elemento R_{33} em função do comprimento.



FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Observa-se neste caso o gráfico para cada falta é diferente, porém se vê que a simetria da linha é mantida. Na tabela 1 se resume o máximo erro atingido para cada curto circuito, que no geral é um erro bem grande e não aceitável como boa aproximação para linhas longas 1000km.

TABELA 1– ERRO RELATIVO DOS ELEMENTOS DA MATRIZ DE RESISTÊNCIA

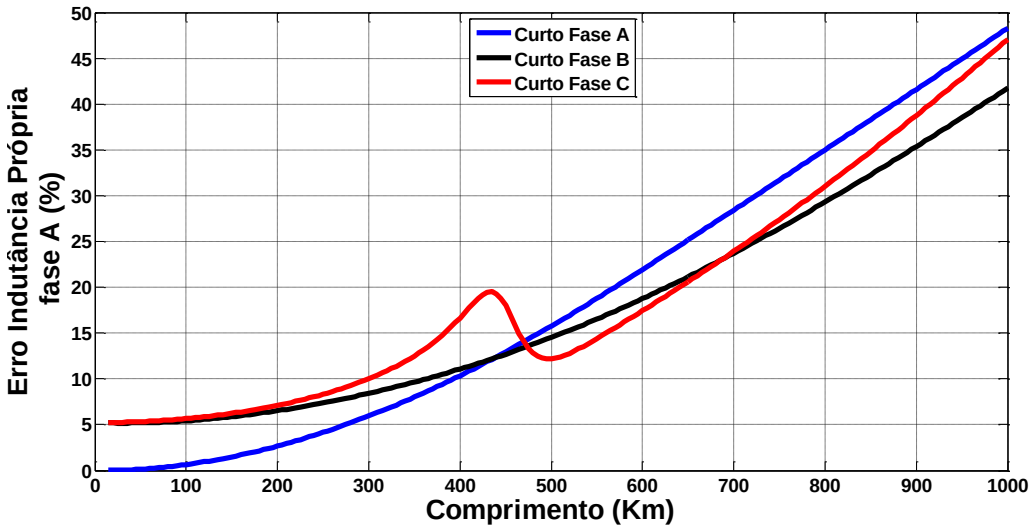
Elemento da Matriz de Resistência	% de Erro Relativo Atingido		
	Curto fase A	Curto fase B	Curto fase C
Resistência Própria da Fase A	70	50	100
Resistência Mútua com a Fase A	80	50	140
Resistência Própria das Fases B e C	70	50	110
Resistência Mútua entre a Fase B e Fase C	90	60	140

FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

6.3.2 INDUTÂNCIA

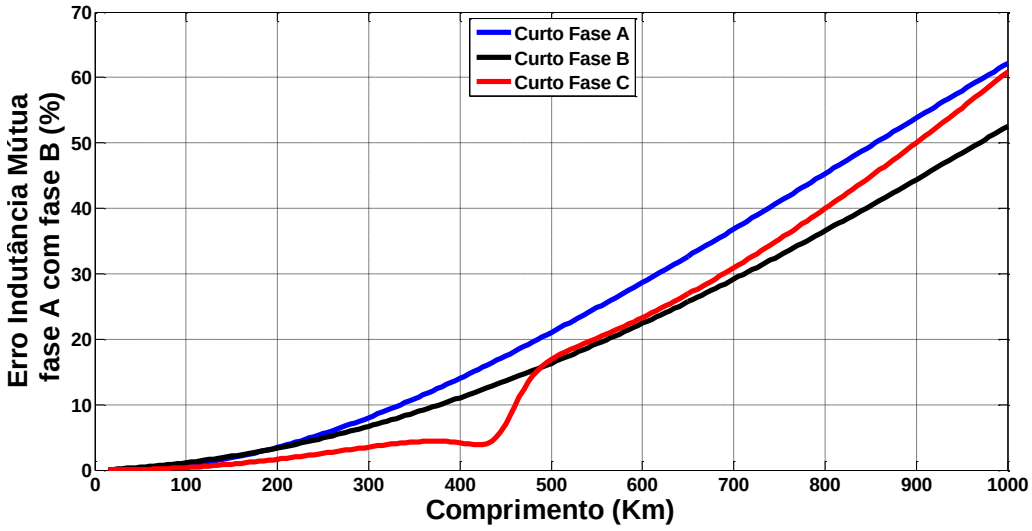
O comportamento do erro relativo na estimação dos elementos da matriz de indutância durante uma falta em uma fase segue nas figuras (57-66) para uma linha de transmissão não transposta com simetria vertical a continuação:

Figura 57 – Erro relativo do elemento L_{11} em função do comprimento.



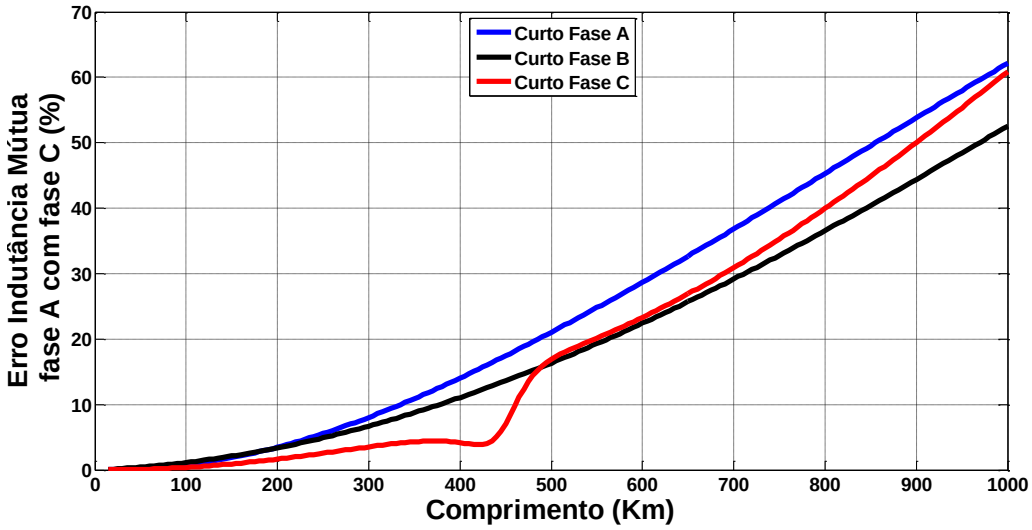
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 58 – Erro relativo do elemento L_{12} em função do comprimento.



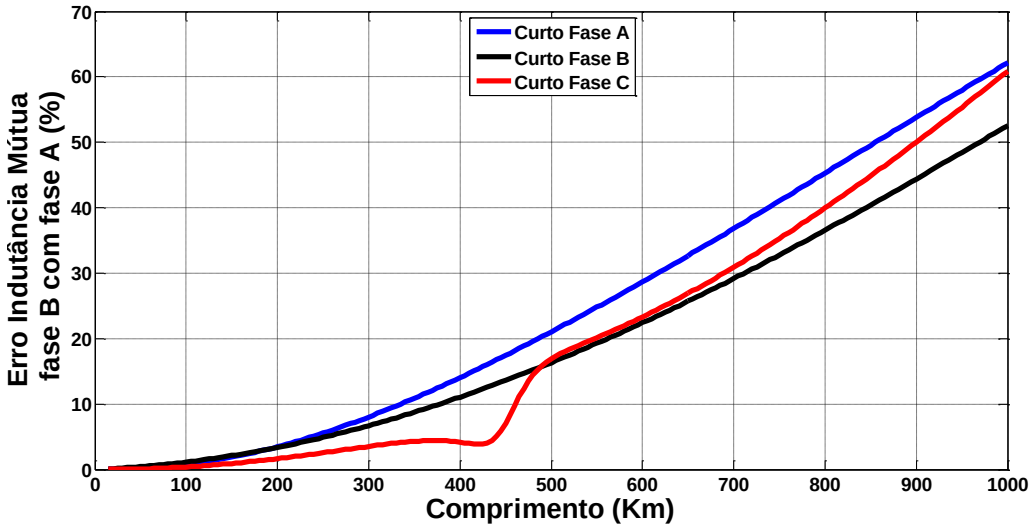
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 59 – Erro relativo do elemento L_{13} em função do comprimento.



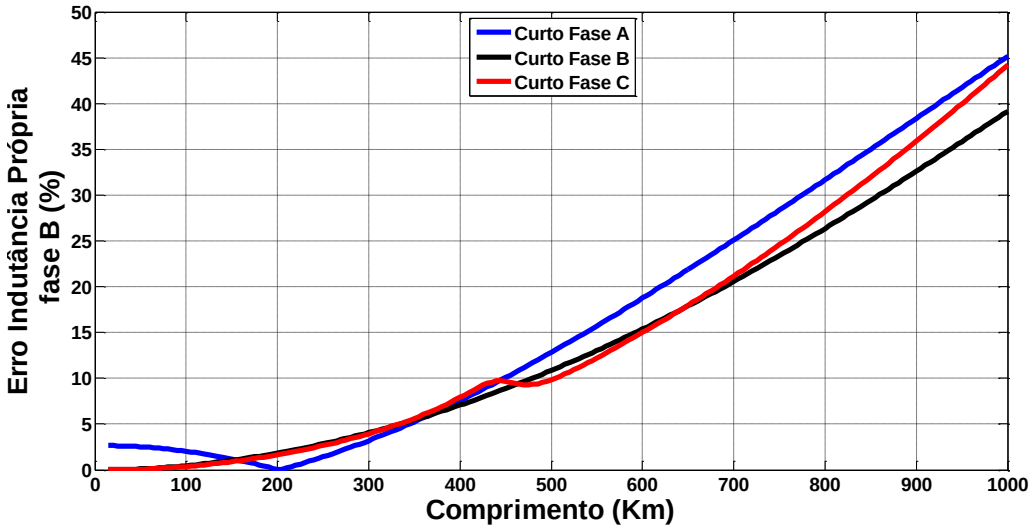
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 60 – Erro relativo do elemento L_{21} em função do comprimento.



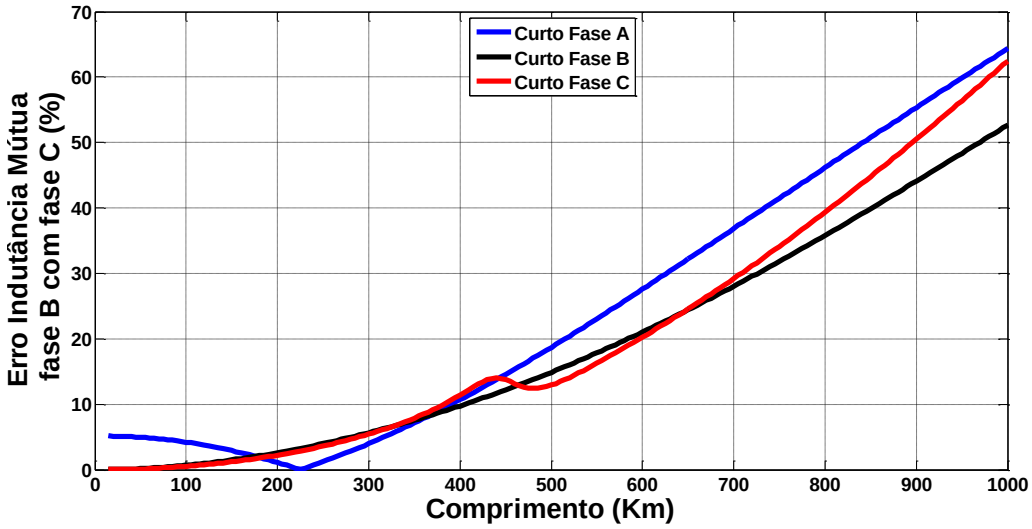
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 61 – Erro relativo do elemento L_{22} em função do comprimento.



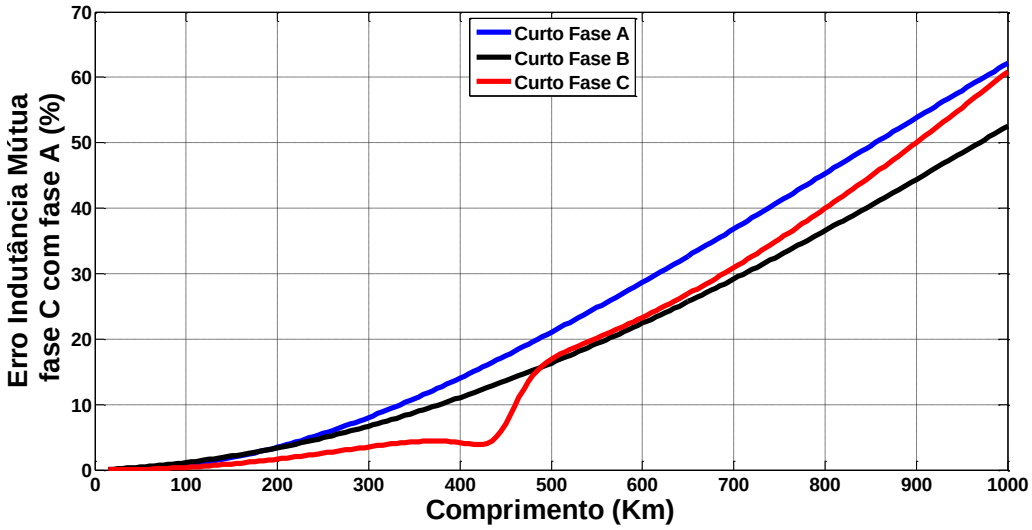
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 62 – Erro relativo do elemento L_{23} em função do comprimento.



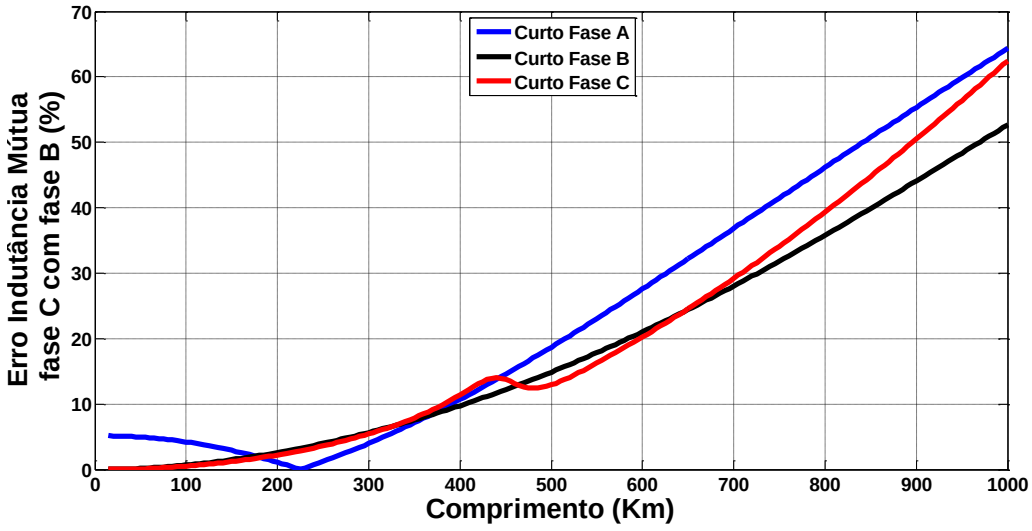
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 63 – Erro relativo do elemento L_{31} em função do comprimento.



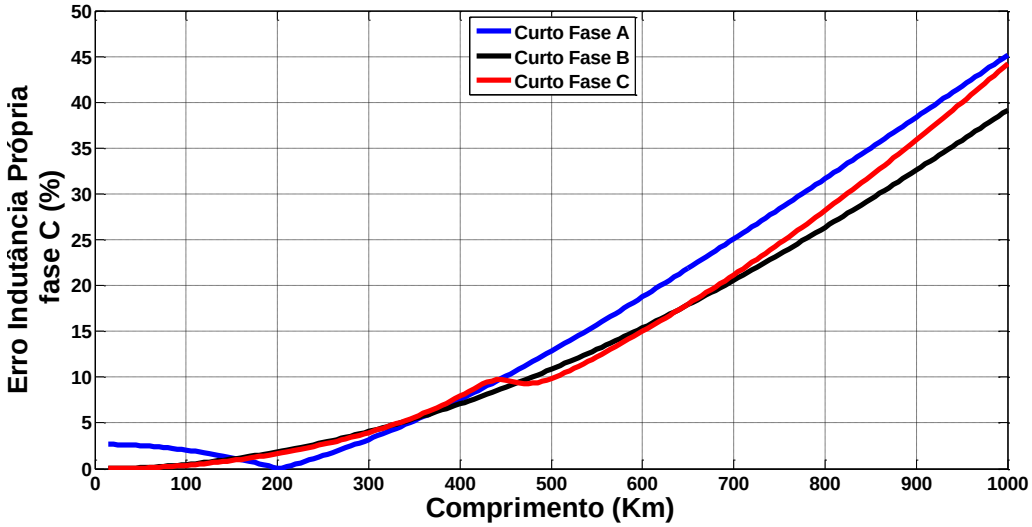
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 64 – Erro relativo do elemento L_{32} em função do comprimento.



FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 65 – Erro relativo do elemento L_{33} em função do comprimento.



FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Observa-se que neste caso o gráfico de cada falta é diferente, porém se vê que a simetria da linha é mantida. Na tabela 2 se resume o máximo erro atingido para cada curto circuito, que no geral é um erro é grande mas é menor a 65% para linhas de 1000km

TABELA 2– ERRO RELATIVO DOS ELEMENTOS DA MATRIZ DE INDUTÂNCIA

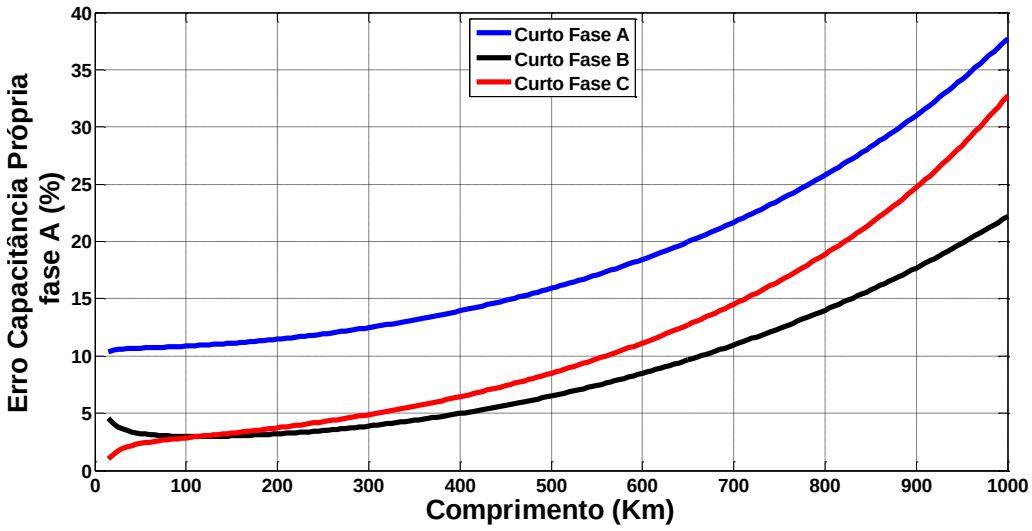
Elemento da Matriz de Indutância	% de Erro Relativo Atingido		
	Curto fase A	Curto fase B	Curto fase C
Indutância Própria da Fase A	48	42	47
Indutância Mútua com a Fase A	61	52	60
Indutância Própria das Fases B e C	45	40	44
Indutância Mútua entre a Fase B e Fase C	63	50	62

FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

6.3.3 CAPACITÂNCIA

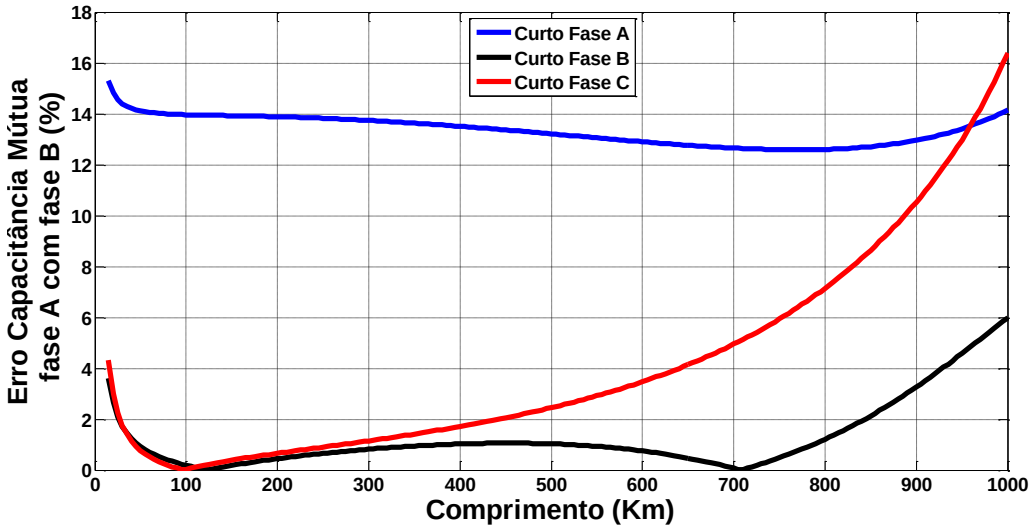
O comportamento do erro relativo dos elementos da matriz de capacitância se mostra em as figuras (66-74) para uma linha de transmissão não transposta com simetria vertical quando se tem uma falta fase-terra:

Figura 66 – Erro relativo do elemento C_{11} em função do comprimento.



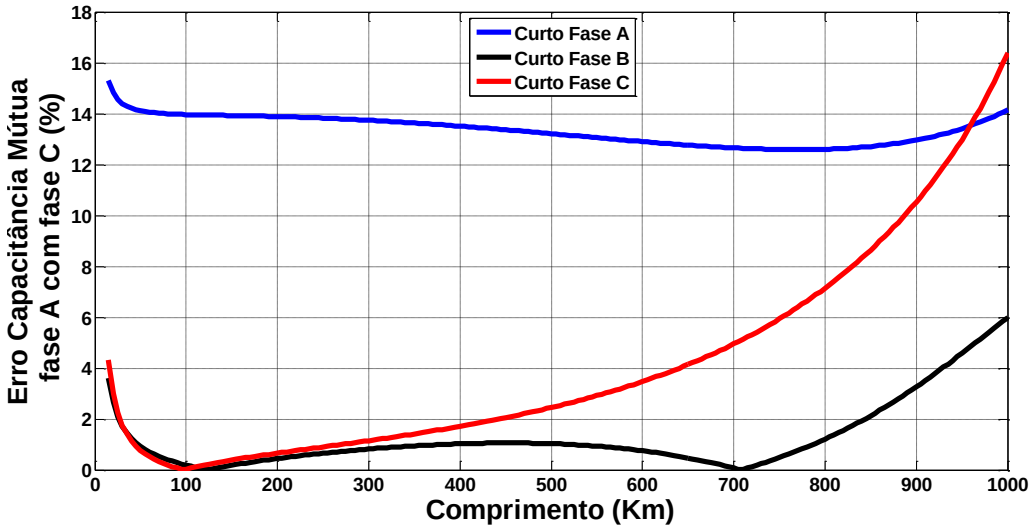
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 67 – Erro relativo do elemento C_{12} em função do comprimento.



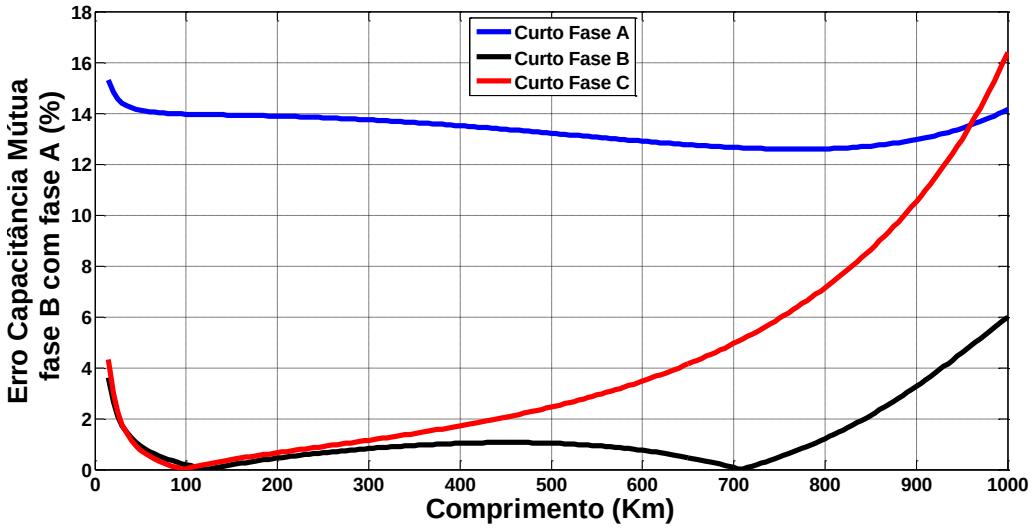
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 68 – Erro relativo do elemento C_{13} em função do comprimento.



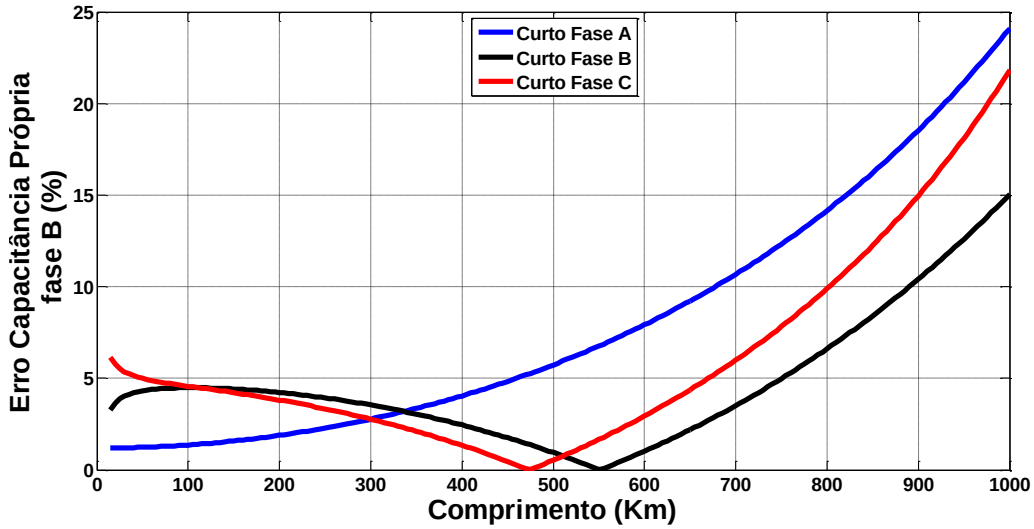
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 69 – Erro relativo do elemento C_{21} em função do comprimento.



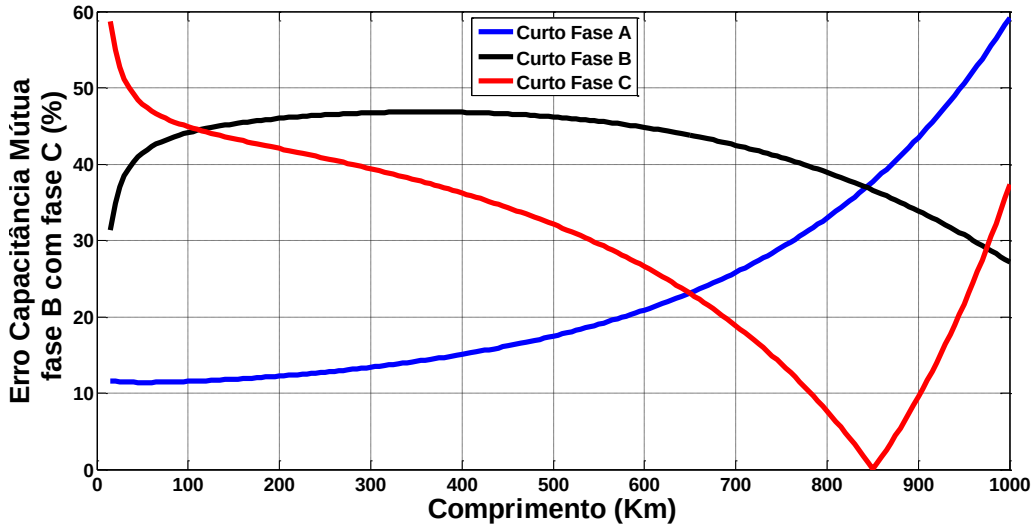
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 70 – Erro relativo do elemento C_{22} em função do comprimento.



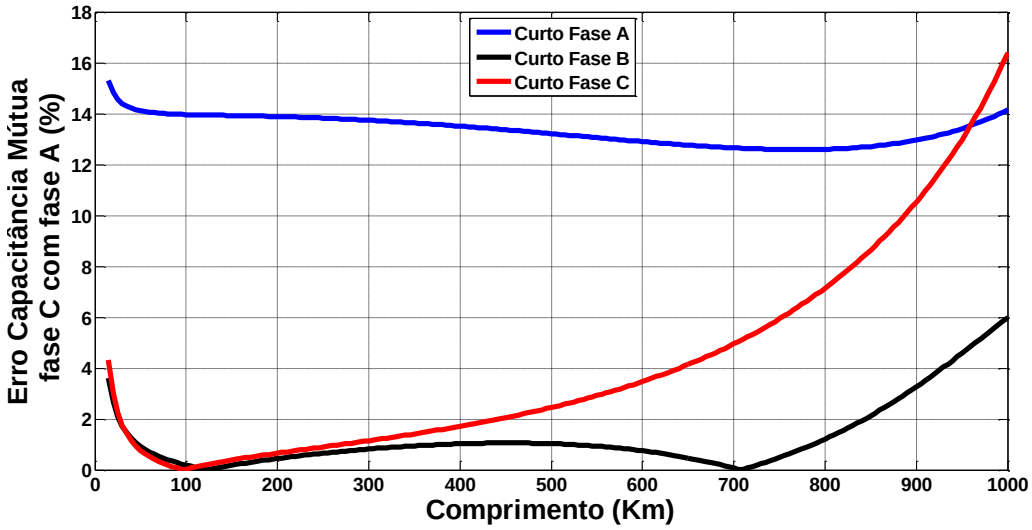
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 71 – Erro relativo do elemento C_{23} em função do comprimento.



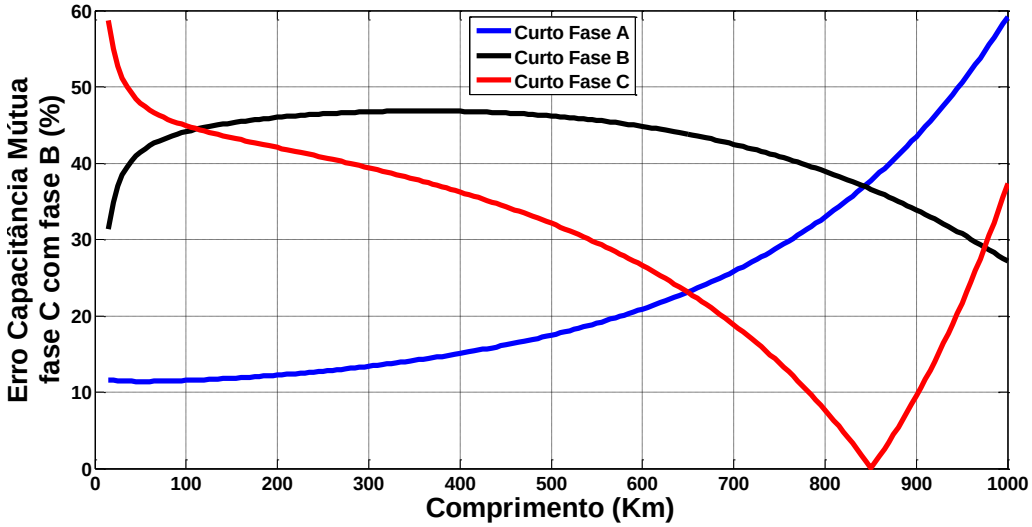
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 72 – Erro relativo do elemento C_{31} em função do comprimento.



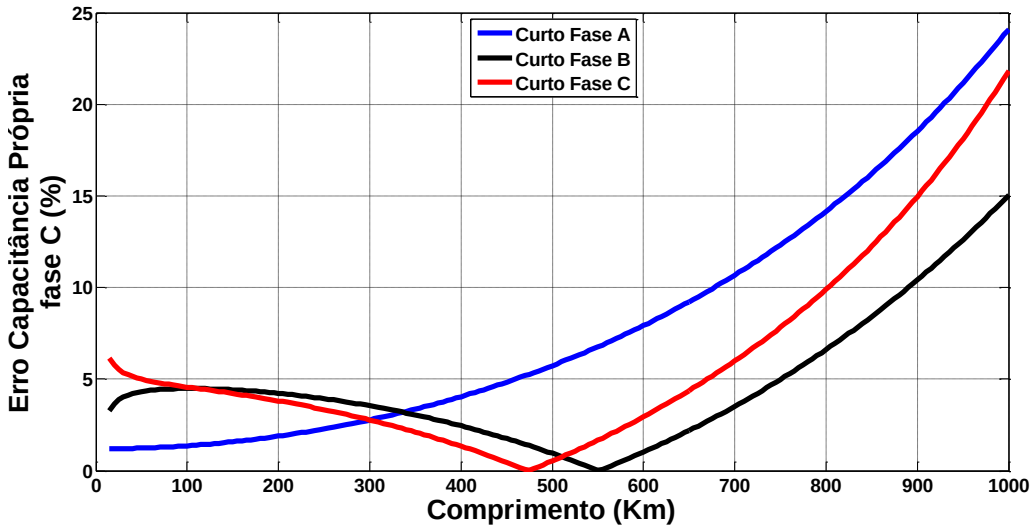
FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 73 – Erro relativo do elemento C_{32} em função do comprimento.



FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Figura 74 – Erro relativo do elemento C_{33} em função do comprimento.



FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Observa-se que neste caso o gráfico de cada falta é diferente, porém se vê que a simetria da linha é mantida. Na tabela 3 se resume o máximo erro atingido para cada curto circuito, que no geral é um erro é o menor dos parâmetros estimados,é menor a 60%

TABELA 3– ERRO RELATIVO DOS ELEMENTOS DA MATRIZ DE CAPACITÂNCIA

Elemento da Matriz de Capacitância	% de Erro Relativo Atingido		
	Curto fase A	Curto fase B	Curto fase C
Capacitância Própria da Fase A	37	22	33
Capacitância Mútua com a Fase A	14	6	16
Capacitância Própria das Fase B e Fase C	24	15	22
Capacitância Mútua entre a Fase B e Fase C	60	28	35

FONTE: DADOS DA PESQUISA DO AUTOR

Para linhas não transpostas o comportamento do erro para cada falta é diferente devido que a matriz de transformação de Clarke não pode decompor este tipo de linhas nos seus modos exatos. Como se disse na seção 3.5 quando se usa a matriz de transformação de Clarke para decompor linhas não transpostas existe um acoplamento entre os quase modos α e 0, que pode ser desconsiderados, oferecendo uma excelente aproximação à decomposição pela matriz de transformação exata. Por tanto atribui-se ao uso da matriz de Clarke o fato que o erro relativo não seja igual para todas as fases, como se vê para as linhas idealmente transpostas. O erro na resistência própria da fase A é diferente para cada falta e dada a simetria da linha estas são diferentes da resistência própria da fase B e C, as quais são as mesmas, o mesmo acontece para os elementos mútuos com a fase A e os elementos mútuos com a fase B e C. Tabelas 1, 2 e 3 mostram um resumem dos máximos erros atingidos para diferentes comprimentos.

6.4 Conclusão

Foram apresentados os gráficos dos resultados obtidos da estimação dos parâmetros de uma linha trifásica durante curto para uma linha transposta com simetria vertical e para uma linha sem transposição com simetria vertical. Pode-se verificar que o os elementos das matrizes dos parâmetros estimados seguem a simetria que a configuração da linha de transmissão foi construída. Além pode-se notar uma diferença nos resultados do método proposto quando é aplicado a uma linha não transposta e quando é aplicado a uma linha idealmente transposta isto devido à aproximação da matriz de transformação usada, matriz de Clarke.

7 CONCLUSÕES

Cumpre-se o objetivo da pesquisa, avalia-se um método de estimação de parâmetros apartir das correntes e tensões em estado transitiorio para uma linha trifásica para linhas de diferentes comprimentos utilizando técnicas de decomposição modal. Isto apresenta uma grande vantagem, sendo que permite obter os parâmetros considerando todos os fatores que influem neles, sem fazer o cálculo individual de cada um destes fatores (tipo de solo, altura, humidade, temperatura etc.).

Os resultados dos testes realizados mostram que o método de estimação de parâmetros foi efetivo. O comportamento global mostra que erro relativo dos valores estimados dos elementos da matriz de resistência, capacitância e a indutância vão se acrescentando na medida em que o comprimento da linha vai-se acrescentado na maioria dos casos.

Observa-se a influencia da matriz de Clarke sendo que se a linha é idealmente transposta a matriz oferece uma transformação exata do domínio das fases para o domínio modal e de volta para o domínio das fases portanto comportamento se mantem igual independentemente da fase que esteja curto em curto circuito.Se a linha é não transposta a este comportamento difere segundo a fase em que ocorre a falta, por que a transformação neste caso é uma aproximado..

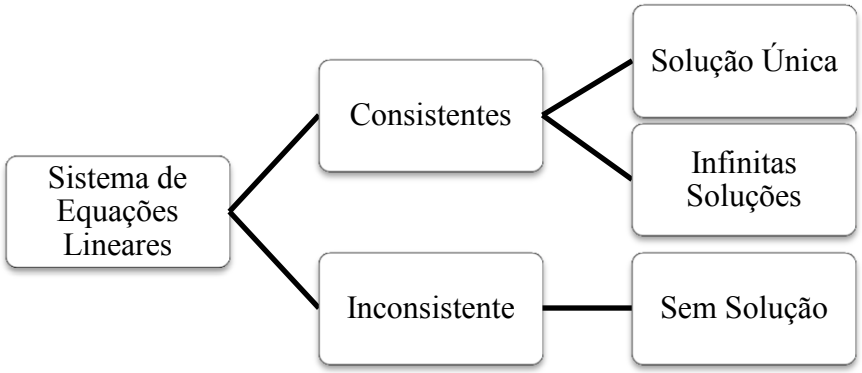
O erro relativo cresce em linha idealmente transposta assim cresce o comprimento da linha devido à representação do comprimento total da linha de transmissão por um único circuito π . No caso das linhas sem transposição o erro relativo é devido tanto à representação do comprimento total como um único circuito π e que a matriz de transformação não é a exata.

Pode-se concluir também que para uma linha trifásica sem transposição o método empregado oferece no valor estimado da resistência um erro relativo é menor ao 20% para linhas menores dos 400 km. Na estimação da indutância o erro relativo é menor ao 25% para linhas de comprimento menor aos 500 km. Os valores estimados da matriz de capacitância é menor ao 20% para linhas com comprimento até 600 km, com a exceção da componente mutua da fase B e C.

APÊNDICE A- Método dos Mínimos Quadrados

Um sistema de equações algébricas pode ser classificado como consistente ou inconsistente como se apresenta na figura A.1 (LIPSCHUTZ, 1981):

Figura A.1 – Diagrama da classificação de sistema de equações lineares.



FONTE: (LIPSCHUTZ, 1981)

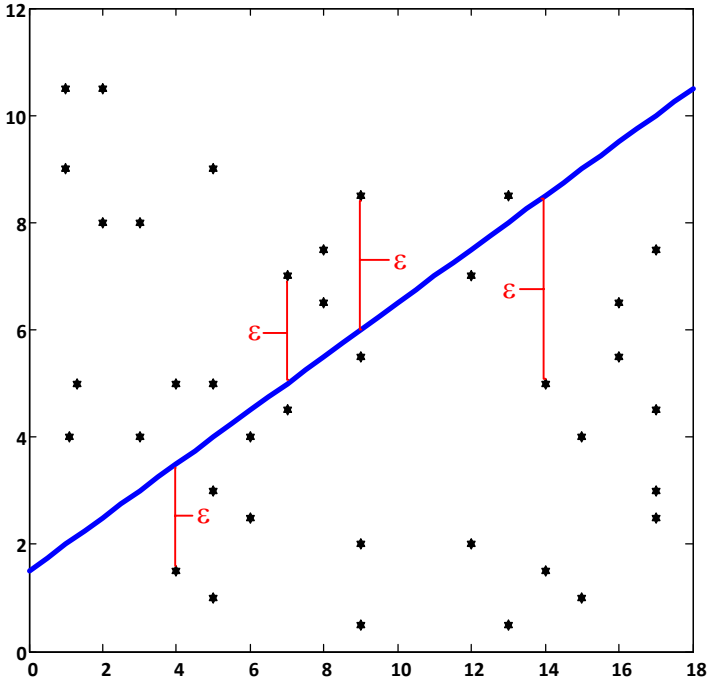
Com solução única (possível e determinado): é aquele em que a quantidade de equações é igual à quantidade de incógnitas e este sistema possui uma única solução.

Com infinitas soluções (possível e indeterminado): é caracterizado por possuir uma quantidade de equações menor que a quantidade de incógnitas, neste caso, o sistema possui infinitas soluções.

Sem solução (impossível): possui uma quantidade de equações maior que a quantidade de incógnitas. Neste caso, o sistema não possui nenhuma solução.

Se o sistema de equações lineares é impossível, pode-se encontrar uma solução aproximada tal que o erro (ε) seja minimizado. As aproximações numéricas têm como objetivo encontrar uma reta que se aproxime da maioria dos pontos. O método numérico escolhido considera que a soma quadrada dos erros, (ε), distancia vertical entre a reta e os pontos, seja quase nula. Considerando que nos processos experimentais estas aproximações representam uma desvantagem. Em geral os dados experimentais têm alguns registros com um grande grau de erro, por isso, é conveniente desconsiderar os mesmos (MILNE, 1968). Na figura A.2 mostra-se em azul esta solução obtida por meio de um método numérico denominado Método dos Mínimos Quadrados (CABRAL; GOLDFELD, 2012).

Figura A.2 – Solução aproximada de um sistema de equações sem solução.



FONTE: ELABORADO PELO PRÓPRIO AUTOR (CABRAL, GOLDFELD, 2012).

O método dos mínimos quadrados é utilizado para situações onde os valores tabelados podem conter erros grandes porque procuram determinar uma aproximação que reflita a tendência geral da função dada, sem reproduzir flutuações localizadas (BARROS, 1972). Este método tem como objetivo fazer uma aproximação considerando e minimizando esses erros. Para atingir este objetivo, a soma dos quadrados dos erros deve ser mínima.

Supondo um sistema de m equações e n incógnitas onde $m>n$ da forma na equação (A.1) seguinte:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{11} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{1n} & A_{2n} & \cdots & A_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \tag{A.1}$$

Escrevendo (A.1) na forma matricial em (A.2)

$$[A][x]=[b] \tag{A.2}$$

Onde $[A]$ é a matriz dos coeficientes de tamanho mxn, $[b]$ é o vetor de constantes conhecidas de ordem m e $[x]$ é o vetor de incógnitas de ordem n.

Para obter uma solução deste sistema (A.2), aplica-se o método dos mínimos quadrados e define-se o erro ou valor residual ε, como:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{11} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{1n} & A_{2n} & \cdots & A_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \tag{A.3}$$

Escrita na forma matricial tem-se (A.3):

$$[\varepsilon] = [b] - [A][x] \tag{A.4}$$

Define-se a função $S(x)$ como a soma do i-ésimo erro ao quadrado na equação (A.5):

$$S(x) = \sum \varepsilon_i^{\,2} = [\varepsilon]^T [\varepsilon] \tag{A.5}$$

Pode-se calcular com a equação (A.6):

$$S(x) = [b - Ax]^T [b - Ax] \tag{A.6}$$

Expandindo (A.6), tem-se (A.7):

$$S(x) = \left[b^T b\right] - \left[b^T Ax\right] - \left[x^T A^T b\right] + \left[x^T A^T Ax\right] \tag{A.7}$$

Do cálculo diferencial tem-se que, para minimizar uma função é preciso calcular a derivada em função de cada variável e igualar cada derivada a zero.

Primeiro define-se e expande-se cada termo da equação (A.6), como segue em (A.8) .

$$\begin{aligned} S_1(x) &= \left[b^T b\right] \\ S_2(x) &= \left[b^T Ax\right] \\ S_3(x) &= \left[x^T A^T b\right] \\ S_4(x) &= \left[x^T A^T Ax\right] \end{aligned} \tag{A.8}$$

Em (108) vê-se que o primeiro termo, $S_1(x)$, de $S(x)$, não depende de (x)

$$S_1(x) = \left[b^T b\right] = \begin{bmatrix} b_1^{\,2} & b_1 b_2 & \cdots & b_1 b_n \\ b_2 b_1 & b_2^{\,2} & \cdots & b_2 b_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_n b_1 & b_n b_2 & \cdots & b_n^{\,2} \end{bmatrix} \tag{A.9}$$

Por tanto ao calcular a derivada de (A.9) para cada elemento, (x_i), do vetor [x], o resultado desta é zero. Tal como se mostra em (109)

$$\frac{\delta S_1}{\delta x_1} = 0; \quad \frac{\delta S_1}{\delta x_2} = 0; \quad \ldots \quad ; \quad \frac{\delta S_1}{\delta x_n} = 0 \tag{A.10}$$

Expande-se o segundo termo, $S_2(x)$, obtém-se (A.11):

$$\begin{aligned} S_2(x) = \left[b^T A x \right] = b_1(A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + \ldots + A_{1m}x_n) + b_2(A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + \ldots + A_{2m}x_n) + \\ \ldots + b_n(A_{m1}x_1 + A_{m2}x_2 + \ldots + A_{mn}x_n) \end{aligned} \tag{A.11}$$

Do mesmo modo expandindo o terceiro termo, $S_3(x)$, vê-se em (A.12) que (A.11) é equivalente a (A.12), ou seja, $S_2(x) = S_3(x)$:

$$\begin{aligned} S_3(x) = \left[x^T A^T b \right] = (A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + \ldots + A_{1m}x_n)b_1 + (A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + \ldots + A_{2m}x_n)b_2 + \\ \ldots + (A_{m1}x_1 + A_{m2}x_2 + \ldots + A_{mn}x_n)b_n \end{aligned} \tag{A.12}$$

Escolhe-se condensar $S_2(x)$ e $S_3(x)$ em um termo único (2 [$x^T A^T b$]), por tanto $S(x)$, torna-se (A.13):

$$S(x) = \left[b^T b \right] - 2\left[x^T A^T b \right] + \left[x^T A^T A x \right] \tag{A.13}$$

Derivando $S_3(x)$ para cada (x_i) obtém-se (A.14):

$$\begin{aligned} \frac{\delta S_3}{\delta x_1} &= A_{11}b_1 + A_{21}b_2 + \ldots + A_{m1}b_n \\ \frac{\delta S_3}{\delta x_2} &= A_{12}b_1 + A_{22}b_2 + \ldots + A_{m2}b_n \\ &\vdots \\ \frac{\delta S_3}{\delta x_n} &= A_{1m}b_1 + A_{2m}b_2 + \ldots + A_{mn}b_n \end{aligned} \tag{A.14}$$

(A.14) resume-se como (A.15):

$$\frac{\delta S_3}{\delta x} = \left[A^T b \right] \tag{A.15}$$

Finalmente expande-se $S_4(x)$ em (A.16)

$$\begin{aligned} \left[x^T A^T A x \right] = (A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + \ldots + A_{1m}x_n)^2 + (A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + \ldots + A_{2m}x_n)^2 + \\ \ldots + (A_{m1}x_1 + A_{m2}x_2 + \ldots + A_{mn}x_n)^2 \end{aligned} \tag{A.16}$$

Derivando (A.17) em função do vetor (x),

$$\begin{aligned}
\frac{\delta S_4}{\delta x_1} &= 2(A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + \ldots + A_{1m}x_n)A_{11} + 2(A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + \ldots + A_{2m}x_n)A_{21} + \\
&\quad \ldots + 2(A_{n1}x_1 + A_{n2}x_2 + \ldots + A_{nm}x_n)A_{n1} \\
\frac{\delta S_4}{\delta x_2} &= 2(A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + \ldots + A_{1m}x_n)A_{12} + 2(A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + \ldots + A_{2m}x_n)A_{22} + \\
&\quad \ldots + 2(A_{n1}x_1 + A_{n2}x_2 + \ldots + A_{nm}x_n)A_{n2} \\
&\vdots \\
\frac{\delta S_4}{\delta x_n} &= 2(A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + \ldots + A_{1m}x_n)A_{1m} + 2(A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + \ldots + A_{2m}x_n)A_{2m} + \\
&\quad \ldots + 2(A_{n1}x_1 + A_{n2}x_2 + \ldots + A_{nm}x_n)A_{nm}
\end{aligned} \tag{A.17}$$

Esta derivada pode-se reescrever como (A.18):

$$\frac{\delta S_4}{\delta x} = 2\left[A^T Ax\right] \tag{A.18}$$

Somando as derivadas de cada componente de $S(x)$, define-se (A.19) como a primeira derivada de $S(x)$:

$$\frac{\delta S}{\delta x} = 0 - 2\left[A^T b\right] + 2\left[A^T Ax\right] \tag{A.19}$$

Para achar o mínimo, (A.20) se igualará a zero

$$\frac{\delta S}{\delta x} = -2\left(A^T b\right) + 2\left(A^T Ax\right) = 0 \tag{A.20}$$

Fazendo algumas operações matriciais para isolar o vetor (x), define-se em (A.21) como:

$$x = \left(A^T A\right)^{-1} A^T b \tag{A.21}$$

Onde o produto de matrizes que antecede o vetor (b) em (A.21) é conhecido como a pseudo-inversa (HEIJ et al.,2004, PETERS ; WILKINSON, 1969). Este produto será utilizado para resolver o sistema de equações que permite fazer a estimação de parâmetros de uma linha de transmissão.

REFERÊNCIAS

ASTI, G. A.; SILVA, R. C.; KUROKAWA, S. E.; COSTA, E. C. M. Identification of transmission line parameters from temporal measurement of currents and voltages in their terminals: influence of the lenght line. In: IEEE POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING**,** 2012. San Diego. **Proceedings of the...** San Diego: IEEE, 2012. p. 1-7, 2012.

BARROS, I. Q. **Introdução ao cálculo numérico**. São Paulo: Edgard Blucher, 1972 115 p.

BRANDAO FARIA, J.A;BRICENO MENDEZ, J.H. Modal analysis of untransposed bilateral three-phase lines-a perturbation approach. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 12 , n. 1, p. 497-504,1997

CABRAL, M. A. P. ; GOLDFELD, P. **Curso de álgebra linear.** Rio de Janeiro: Creative Commons Atribuição, 2012.

CHE, R.; LIANG, J. An accurate fault location algorithm for two-terminal transmission lines combined with parameter estimation. In: POWER AND ENERGY ENGINEERING CONFERENCE*,* APPEEC, Asia-Pacific, Wuhan. **Proceedings of the…** Wuhan: IEEE, 2009. p.1-4, 2009.

CHIPMAN, R. A. **Schaum's outline of theory and problems of transmission lines**. New York: McGraw-Hill, 1968. 236 p.

COSTA, E. C. M.; PINTO, A. J. G.; KUROKAWA, S.; MONTEIRO, J. H. A.; PISSOLATO, J. Análise das características elétricas dos trechos de 280 m de altura propostos para interconexão Tucuruí-Macapá-Manaus. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE SISTEMAS ELÉTRICOS – SBSE, 4, 2012, Goiânia. **Anais…** Goiânia: 2012. Disponível em: < http://www.swge.inf.br/anais/sbse2012/PDFS/ARTIGOS/95865.PDF>. Acesso em: 15 abr. 2015.

DAN, A. M.; RAISZ, D. Estimation of transmission line parameters using wide-area measurement method. In: PROCEEDINGS OF THE POWETECH TRONDHEIM, 2011, Trondhein. **Proceedings of the…** Trondhein: IEEE, 2011. p. 1-6.

DUNCAN, G. J. **Power system analysis and design.** Stamford: Cenage Learning, 2012. 828 p.

DASGUPTA, K.; SOMAN, S. A. Line parameter estimation using phasor measurements by the total least squares approach. In: IEEE POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING, PES, 2013, Vancouver. **Proceedings of the…** Vancouver: IEEE, 2013. p.1-5.

EKONOMOU, L.; GONOS, I. F.; STATHOPULOS, I. A. Lightning performance assessment of Hellenic high voltage transmission lines. **Electric Power Systems Research**, Amsterdam, v. 78, n. 4, p. 703-712, 2008.

FUCHS, R. D. **Transmissão de energia elétrica:** linhas aéreas: teoria das linhas em regime permanente**.** Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1979. 588 p.

GIRGIS, A. A.; HART, D. G.;PETERSON, W. L. A new fault location technique for two- and three-terminal lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 7 , n. 1, p. 98-107,1992

GÖNEN, T. **Modern power system analysis**. New York: John Wiley, 1988. 560 p.

HEDMAN, D. E. Theoretical evaluation of multiphase propagation. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions**, Piscataway, v. PAS-90, n. 6, p. 2460-2471, 1971

HEIJ, C. B.; FRANCES, P. H.; TEUN, K.; DIJK, H. K. van. **Econometric methods with applications in business and economics.** Great Britain: Oxford University Press, 2004

HOFMANN L. Series expansions for line series impedances considering different specific resistances, magnetic permeabilities and dielectric permittivities of conductors, air and ground **IEEE Transactions Power Delivery**, Piscataway, v. 18, n. 2, p. 564-570, 2003.

KUROKAWA, S.; FILHO, J. P.; TAVARES, M. C.; PORTELA, C. M. Analyzing the transmission line parameters in frequency domain. In: POWER ENGINEERING SOCIETY WINTER MEETING, 2001, Columbus. **Proceedings of the...** Columbus: IEEE, 2001. v. 2, n., p. 878-883.

KUROKAWA S. **Parametros longitudinais e transversais de linhas de transmissão calculados a partir das correntes e tensões de fase.** 2003. 144 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

KUROKAWA, S.; PISSOLATO, J.; TAVARES, M. C.; PORTELA, C. M.; PRADO, A. J. A new procedure to derive transmission line parameters: theoretical considerations. POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, 2005. **Proceedings of the…** [S.L.: s.n.]: IEEE, 2005. V. 1, p. 103,110. Disponível em: < http://base.repositorio.unesp.br/handle/11449/68456>. Acesso em: 15 abr. 2015.

LIAO. Y. Algorithms for power system fault location and line parameter estimation. In: SOUTHEASTERN SYMPOSIUM ON SYSTEM THEORY, SSST, 33, 2007, Macon. **Proceedings of the…** Macon: IEEE, 2007. p. 189-193.

LIAO. Y.; KEZUNOVIC, M. Online optimal transmission line parameter estimation for relaying applications. **Power Delivery, IEEE Transactions**, Piscataway, v. 24, n.1, p. 96,102, 2009

LIMA, A. C. S.; PORTELA C. Inclusion of frequency-dependent soil parameters in transmission line modeling. **IEEE Transactions Power Delivery**, Piscataway, v. 22, n. 1, pp. 492-499, 2007.

LIPSCHUTZ, S. **Álgebra linear.** São Paulo: Macgraw-Hill do Brasil, 1981.

LONG, R. W.; GELOPULOS, D. Component transformations - eigenvalue analysis succinctly defines their relationships. **Power Engineering Review, IEEE**, Piscataway, v. PER-2, n. 10, p. 57 -58, 1982

MARTI, L. Low order approximation of transmission line parameters for frequency-dependent models. **IEEE Transactions Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. PAS-102, n. 11, p. 3582-3589, 1983.

MARTINEZ, J. A.; GUSTAVSEN, B.; DURBAK, D. Parameter determination for modelling system transients - Part I: Overhead lines. **IEEE Transactions Power Delivery**, Piscataway, v. 20, n. 3, p. 2038-2040, 2005.

MEZA, E. B. M.; SOUZA, J. C. S. ;COUTTO FILHO, M. B. Parameter estimation through a genetic algorithm. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT SYSTEM APPLICATIONS TO POWER SYSTEMS, ISAP, 15, 2009, Curitiba. **Proceedings of the…** Curitiba: IEEE, 2009. p. 1-6.

MILNE, W. E. **Cálculo numérico**. São Paulo: Polígono, 1968. 346 p.

MIN, Z.; SU-QUAN, Z.; BI-JUN, L.; LEI, L.; GUI-HUA, L.; JIA-LIANG, Y. Parameter estimation of transmission line based on GATS. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON COMPUTATIONAL INTELLIGENCE AND DESIGN (ISCID), 2010, Hangzhou. **Proceedings of the…** Hangzhou: IEEE, 2010. V. 2, p.179-182.

MONTICELLI, A. **Introdução a sistemas de engenharia elétrica**. Campinas : Ed. da Unicamp, 2003. 251 p.

PETERS, G. ; WILKINSON, J. H. The least squares problems and pseudo-inverses. **The Computer Journal,** Oxford, v. 13, n. 3, p. 309-316, 1970.

SCHULZE, R. SCHEGNER, P. ZIVANOVIC, R. Parameter identification of unsymmetrical transmission lines using fault records obtained from protective relays. **IEEE Transactions on Power Delivery,** Piscataway, v. 26, n. 2, p. 1265 - 1272, 2011.

SCHULZE, R. ; SCHEGNER, P. Parameter identification of unsymmetrical transmission lines. In: IEEE BUCHAREST POWER TECH CONFERENCE, 2009, Bucharest. **Proceedings of the…** Bucharest: IEEE, 2009. p.1-7.

SIVANAGARAJU, G.; CHAKRABARTI, S.; SRIVASTAVA, S. C. Uncertainty in transmission Line parameters: estimation and impact on line current differential protection. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, Piscataway, v. 63, n. 6, p. 1496-1504, 2014.

STEVENSON JR, W. D. **Elementos de análise de sistemas de potência**. 2. ed. São Paulo: McGraw-Hill. 1986. 458 p.

WEDEPOHL, L. M.; NGUYEN, H. V.; IRWIN, D. A. Frequency-dependent transformation matrices for untransposed transmission lines using Newton-Raphson method. **Power Systems, IEEE Transactions**, Piscataway, v. 11, n.3, p.1538-1546, 1996.

ZIVANOVIC, R. **Estimation of transmission line parameters using fault records**. Melbourne: Victoria University, 2006. Disponível em: < http://www.researchgate.net/publication/229017682_Estimation_of_transmission_line_parameters_using_fault_records>. Acesso em: 15 abr. 2015.