



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

MATHEUS PREVELATO DE ANDRADE

**ANÁLISE PARAMÉTRICA E OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE  
PRÓTESE DENTÁRIA UNITÁRIA SOBRE IMPLANTE  
UTILIZANDO MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS**

BAURU - SP

2022

MATHEUS PREVELATO DE ANDRADE

ANÁLISE PARAMÉTRICA E OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE  
PRÓTESE DENTÁRIA UNITÁRIA SOBRE-IMPLANTE  
UTILIZANDO MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia de Bauru, ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, na Área de Projeto Mecânico, como parte das exigências à obtenção de título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Prof. Dr. Edson Antonio Capello Sousa  
Orientador

Prof. Dr. Bruno Agostinho Hernandez  
Coorientador

BAURU – SP  
2022

A553a

Andrade, Matheus Prevelato de

Análise paramétrica e otimização estrutural de prótese dentária unitária sobre implante utilizando modelos de Elementos Finitos / Matheus Prevelato de Andrade. -- Bauru, 2022

96 f. : il., tabs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Engenharia, Bauru

Orientador: Edson Antonio Capello Sousa

Coorientador: Bruno Agostinho Hernandez

1. Biomecânica. 2. Implante dentário. 3. Análise paramétrica. 4. Otimização estrutural. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de Engenharia, Bauru. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

**ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE MATHEUS PREVELATO DE ANDRADE, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.**

Aos 05 dias do mês de agosto do ano de 2022, às 14:00 horas, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de MATHEUS PREVELATO DE ANDRADE, intitulada **ANÁLISE PARAMÉTRICA E OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE PRÓTESE DENTÁRIA UNITÁRIA SOBRE-IMPLANTE UTILIZANDO MODELO PARAMETRIZADO DE ELEMENTOS FINITOS**. A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof. Dr. EDSON ANTONIO CAPELLO SOUSA (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru, Prof. Dr. MARCIO ANTONIO BAZANI (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Unesp - Ilha Solteira, Prof. Dr. JOSE HENRIQUE RUBO (Participação Virtual) do(a) Departamento de Prótese / Faculdade de Odontologia de Bauru - Universidade de São Paulo. Após a exposição pelo mestrando e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, o discente recebeu o conceito final: \_\_\_\_\_ APROVADO \_\_\_\_\_. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.



Prof. Dr. EDSON ANTONIO CAPELLO SOUSA

**PROPOSTA DE ALTERAÇÃO DO TÍTULO**

A COMISSÃO EXAMINADORA PROPÕE A ALTERAÇÃO DO TÍTULO DO TRABALHO DO ALUNO:  
**MATHEUS PREVELATO DE ANDRADE**

DE: "ANÁLISE PARAMÉTRICA E OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE PRÓTESE DENTÁRIA UNITÁRIA  
SOBRE-IMPLANTE UTILIZANDO MODELO PARAMETRIZADO DE ELEMENTOS FINITOS"

PARA:

ANÁLISE PARAMÉTRICA E OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE PRÓTESE DENTÁRIA UNITÁRIA  
SOBRE IMPLANTE UTILIZANDO MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS

---

---

---

---

---

Bauru, 04 de agosto de 2022.



Prof. Dr. Edson Antonio Capello Sousa  
Orientador

## DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais, Verônica e Renato, aos meus avós, Neuza, Luzia (*in memoriam*), José (*in memoriam*) e Wanderlei (*in memoriam*), à minha irmã, Mirian, e à minha namorada, Laura, que sempre me encorajaram, me apoiaram e acreditaram em mim durante esta jornada. Sou eternamente grato a todos vocês.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, por ter me dado o dom da vida, por me guiar durante esta jornada e me dar força.

Sou eternamente grato a meus familiares, especialmente meus pais, Verônica e Renato, minha irmã, Mirian, e a minha namorada, Laura, que sempre estiveram ao meu lado, me apoiando, encorajando e dando forças para seguir em frente, principalmente durante momentos conturbados nos últimos anos. Sem vocês eu não teria conseguido.

Aos meu orientador, Prof. Dr. Edson Antonio Capello Sousa, e coorientador Prof. Dr. Bruno Agostinho Hernandez, por depositar confiança em mim, me incentivar, e sempre estar à disposição para me ajudar, me guiando mostrando o caminho para o desenvolvimento deste projeto.

Aos professores do Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia da Unesp de Bauru que me transmitiram conhecimento e me ajudaram durante a realização deste trabalho.

A todos os funcionários da Faculdade de Engenharia de Bauru e da Pós-Graduação em Engenharia Mecânica pela prestatividade, sempre dispostos a me ajudar quando precisei.

Por fim, agradeço à CAPES pelo suporte financeiro através da concessão da Bolsa de Mestrado.

Andrade, M. P. **Análise paramétrica e otimização estrutural de prótese dentária unitária sobre implante utilizando modelos de Elementos Finitos**. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia de Bauru, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista, 2022.

## RESUMO

Próteses odontológicas sobre-implantes são amplamente utilizadas no tratamento de pacientes com perda dentária. Apesar da alta taxa de sucesso, falhas mecânicas ainda ocorrem, muitas das quais causadas por falta de osseointegração, processo diretamente ligado às características geométricas e estruturais da prótese e da relação desta com o osso. Neste contexto, análises paramétricas e de otimização são utilizadas para identificar a influência de parâmetros construtivos no comportamento mecânico de próteses e encontrar uma combinação destes parâmetros que levam a melhores níveis de tensão no osso. O Método dos Elementos Finitos (MEF) é amplamente aplicado no desenvolvimento de novas próteses devido à capacidade de análise de estruturas complexas. O objetivo deste projeto é realizar uma análise paramétrica e um processo de otimização de uma prótese odontológica unitária sobre-implante. A análise paramétrica foi desenvolvida através de uma função matemática obtida a partir da Metodologia de Superfície de Resposta (RSM), que representa o comportamento estrutural da prótese em função de parâmetros pré-definidos, como a altura do implante, altura do *abutment*, Módulo de Elasticidade do osso cortical e carga aplicada. Para construir esta função, utilizou-se dos resultados de vinte e cinco modelos de Elementos Finitos com diferentes combinações dos parâmetros, as quais foram determinadas pela metodologia de Projeto por Experimentação (DOE). Através dessa função, analisou-se a influência de cada parâmetro na resposta mecânica, em termos de tensão de von Mises na região de interface entre osso cortical e implante. Esta função também foi utilizada no desenvolvimento de um processo de otimização que minimizou a tensão de von Mises no osso cortical. Constatou-se que dentro do domínio estudado todos os parâmetros têm comportamento linear e o mais influente é a carga aplicada. A tensão de von Mises é inversamente proporcional à altura do implante, e diretamente proporcional à altura do *abutment*, ao módulo de elasticidade do osso cortical e à força aplicada na coroa, portanto, o valor máximo da altura do

implante juntamente com os valores mínimos da altura do *abutment*, módulo de elasticidade do osso cortical e de força aplicada é a combinação de parâmetros que minimiza a tensão de von Mises. Desta forma, apresenta-se além da influência dos parâmetros na resposta mecânica no osso cortical, um processo mais ágil na estimativa das tensões atuantes, através de uma função, e também a combinação de parâmetros obtida através da otimização que minimiza a tensão de von Mises no osso cortical.

**Palavras-chave:** Prótese odontológica, Análise Paramétrica, Método dos Elementos Finitos, DOE, RSM, Otimização.

Andrade, M. P. **Parametric analysis and structural optimization of single-unit dental prosthesis over-implant using Finite Element models.** Master of Science Dissertation (Master of Science in Mechanical Engineering) – Engineering College of Bauru, Post-graduating Program, São Paulo State University, 2022.

## **ABSTRACT**

Dental prosthesis over-implants are widely used in the treatment of patients with tooth loss. Despite the high success rate, mechanical failures still occur, many of which are likely caused by a lack of osseointegration, process directly dependent on the geometric and structural characteristics of the prosthesis and its relationship with the bone. In this context, parametric and optimization analyzes are used to find the best combination of constructive parameters leading to better stress levels in the bone. The Finite Element Method (FEM) is widely applied to the development of new prostheses due to its ability to analyze complex structures. The objective of this project is to develop a parametric analysis and optimization process of a single dental prosthesis over-implant. The parametric analysis was developed through a mathematical function obtained from the Response Surface Methodology (RSM), which represents the structural behavior of the prosthesis as a function of pre-defined parameters, such as implant height, abutment height, Young's modulus of cortical bone and applied load. To build this function, the results of twenty-five Finite Element models with different combinations of parameters was used, which were determined by Design of Experiments Methodology (DOE). Through this function, the influence of each parameter on the mechanical response was analyzed, in terms of von Mises stress in the region of interface between cortical bone and implant. This function was also used in the development of an optimization process that minimized von Mises stress in cortical bone. It was found that within the studied domain all parameters have linear behavior and the most influential is the applied load. The von Mises stress is inversely proportional to implant height, and directly proportional to the abutment height, the Young's modulus of cortical bone and the applied load, therefore, the maximum value of implant height, together with the minimum values of the abutment height, Young's modulus of cortical and applied load is the combination of parameters that minimizes von Mises stress. Thus, in addition to the influence of parameters on the mechanical response in cortical bone, a more agile process is presented in the estimation of the

acting stresses, through a function, and the combination of parameters obtained through the optimization process that minimizes the von Mises stress in cortical bone.

**Keywords:** Dental Prosthesis, Parametric Analysis, Finite Element Method, DOE, RSM, Optimization.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Regiões cortical e medular do osso mandibular. ....	25
Figura 2.2: (a) Tensões triaxiais; (b) Componentes hidrostáticas; (c) Componentes distorcionais.....	28
Figura 2. 3: Comparação dos três tipos de modelos centrais compostos. ....	34
Figura 2.4: Representação gráfica do Modelo CCF. ....	36
Figura 2.5: Superfícies de restrição em um espaço de projeto hipotético bidimensional. ....	38
Figura 2.6: Superfícies de função objetivo de um problema hipotético bidimensional ....	39
Figura 3. 1: Componentes da prótese utilizada por Albarracín, 2011.....	47
Figura 3.2: Equipamento Next Engine 3D Scanner HD.....	48
Figura 3.3: (a) Nuvem de pontos gerada pelo escaneamento e (b) superfície gerada. ....	49
Figura 3.4: Região externa da coroa (a) no software SolidWorks e (b) em ambiente Ansys. ....	50
Figura 3.5: Camadas geradas pela Microtomografia Computadorizada antes do tratamento.....	51
Figura 3.6: Região metálica da coroa (a) no software SolidWorks e (b) em ambiente Ansys. ....	51
Figura 3.7: Modelo geométrico dos componentes internos: (a) implante, (b) abutment, (c) parafuso do implante e (d) parafuso do abutment. ....	52
Figura 3.8: Regiões cortical e medular do osso mandibular. ....	53
Figura 3.9: Modelo geométrico da prótese instalada no osso mandibular. ....	54
Figura 3.10: Superfícies de aplicação de elementos de contato.....	56
Figura 3.11: (a) Aplicação da pré-carga; (b) dimensões da seção transversal do parafuso.....	57
Figura 3.12: (a) Aplicação da pré-carga; (b) dimensões da seção transversal do parafuso.....	58
Figura 3.13: Carregamento e restrições.....	59
Figura 3.14: (a) Ensaio de compressão; (b) posicionamento dos extensômetros. ...	61
Figura 3.15: Modelo discretizado e carregamento axial. ....	62

Figura 3.16: (a) Disposição dos extensômetros no experimento de Albarracín (2011); (b) pontos equivalentes ao modelo experimental onde avaliou-se as deformações.	63
Figura 3.17: Análise de convergência de malha. ....	64
Figura 3.18: Modelo parametrizado de Elementos Finitos .....	66
Figura 4.1: Representação das variáveis estudadas na análise paramétrica. ....	68
Figura 4.2: Distribuição de resíduos para a regressão de primeira ordem. ....	73
Figura 4.3: Correlação para a regressão de primeira ordem. ....	73
Figura 4.4: Valores-p dos coeficientes da regressão de primeira ordem. ....	74
Figura 4.5: Coeficientes normalizados da regressão de primeira ordem. ....	74
Figura 4.6: Distribuição de resíduos para a regressão de primeira ordem com interação. ....	75
Figura 4.7: Correlação para a regressão de primeira ordem com interação. ....	76
Figura 4.8: Valor-p dos coeficientes da regressão de primeira ordem com interação. .....	76
Figura 4.9: Coeficientes normalizados da regressão de primeira ordem com interação. .....	77
Figura 4.10: Distribuição de resíduos para a regressão de segunda ordem. ....	78
Figura 4.11: Correlação na regressão de segunda ordem. ....	78
Figura 4.12: Valores-p dos coeficientes da regressão de segunda ordem. ....	79
Figura 4.13: Coeficientes normalizados da regressão de segunda ordem. ....	79
Figura 4.14: Superfície de Resposta em função dos parâmetros de entrada. ....	82
Figura 4.15: Influência dos parâmetros analisados sobre a resposta. ....	82
Figura 5.1: Plotagem da tensão de Von Mises em função de cada iteração. ....	85
Figura 5.2: Plotagem da convergência dos parâmetros de entrada. ....	85
Figura 5.3: Configuração otimizada que minimiza a resposta. ....	86
Figura 5.4: Distribuição de tensões de von Mises no osso cortical. ....	88

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Codificação de parâmetros do modelo CCF.....	35
Tabela 3.1: Propriedades mecânicas dos componentes do modelo. ....	55
Tabela 3.2: Propriedades mecânicas do Poliuretano F-16. ....	61
Tabela 3.3: Deformações obtidas por Albarracín (2011) e pelo modelo de EF.....	64
Tabela 4.1: Valores mínimos e máximos de cada parâmetro de entrada. ....	68
Tabela 4.2: Combinações de parâmetros para o desenvolvimento dos modelos de elementos finitos.....	69
Tabela 4.3: Resultados obtidos nos vinte e cinco Modelos de Elementos Finitos. ...	72
Tabela 5.1: Combinação de parâmetros ótimos. ....	86

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

ANOVA: Análise de variância;  
APDL: Ansys Parametric Design Language;  
CAD: Computer Aided Design;  
CCC: Central Composite Circumscribed;  
CCD: Central Composite Design;  
CCF: Central Composite Face Centered;  
CCI: Central Composite Inscribed;  
Co-Cr: Liga metálica composta de Cobalto e Cromo;  
DOE: Design of Experiments;  
EF: Elementos Finitos;  
IGS: Initial Graphic Exchange Specification;  
MEF: Método dos Elementos Finitos;  
Micro-CT: Microtomografia Computadorizada;  
RNA: Redes Neurais Artificiais;  
RSM: Response Surface Methodology;  
STL: StereoLithograph;  
TIFF: Tag Image File Format.

## LISTA DE SÍMBOLOS

$d_p$ : diâmetro médio da rosca de um parafuso;  
 $d_a$ : diâmetro médio da rosca do parafuso do *abutment*;  
 $d_c$ : diâmetro médio da rosca do parafuso da coroa;  
E: Módulo de elasticidade;  
 $E_c$ : Módulo de elasticidade codificado;  
 $E_r$ : Módulo de elasticidade real;  
F: Carregamento aplicado;  
 $F_c$ : Carregamento aplicado codificado;  
 $F_r$ : Carregamento aplicado real;  
 $F_p$ : Força de tração em um parafuso;  
 $F_{pa}$ : Força de tração no parafuso do *abutment*;  
 $F_{pc}$ : Força de tração no parafuso da coroa;  
f: Função resposta;  
 $f(X)$ : Função objetivo;  
 $g_j(X)$ : Restrições de desigualdade;  
H: Altura do implante;  
 $H_c$ : Altura do implante codificada;  
 $H_r$ : Altura do implante real;  
h: Altura do *abutment*;  
 $h_c$ : Altura do *abutment* codificada;  
 $h_r$ : Altura do *abutment* real;  
L: função lagrangeana;  
 $l_j(X)$ : Restrições de igualdade;  
n: Ordem da equação;  
R: Função de erro estatístico nulo;  
 $R^2$ : Coeficiente de determinação ajustado;  
S: Função resposta com erro estatístico nulo;  
S: Vetor das variáveis de folga positivas;  
 $S_{calc}$ : Tensão de von Mises calculada pelo MEF;  
 $S_{est}$ : Tensão de von Mises estimada pela RSM;  
 $S_y$ : Limite de escoamento;  
 $T_p$ : torque aplicado em um parafuso;

$T_{pa}$ : torque aplicado no parafuso do *abutment*;  
 $T_{pa}$ : torque aplicado no parafuso da coroa;  
 $u$ : Energia de deformação por unidade de volume;  
 $u_d$ : Energia de distorção;  
 $u_v$ : Energia de deformação necessária à produção de mudança de volume;  
 $x_{ck}$ : Variáveis codificadas;  
 $x_k$ : Variáveis reais;  
 $X$ : Vetor de projeto;  
 $y$ : Resposta com inclusão do erro estatístico;  
 $\alpha_s$ : Nível de significância;  
 $\beta_j, \beta_{i,j}$ : Coeficientes reais;  
 $\varepsilon$ : Deformação normal;  
 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ : Deformações normais principais;  
 $\epsilon$ : erro estatístico;  
 $\eta$ : Resposta sem inclusão do erro estatístico;  
 $\lambda$ : multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade;  
 $\pi$ : multiplicadores de Lagrange associados às restrições de desigualdade;  
 $\mu$ : parâmetro de barreira;  
 $\nu$ : Coeficiente de Poisson;  
 $\sigma$ : Tensão normal;  
 $\sigma_{av}$ : Tensão normal média;  
 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_2$ : Tensões normais principais;  
 $\sigma^2$ : Variância;  
 $\sigma_{eqv}$ : Tensão de von Mises.

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>19</b>
1.1. Objetivos .....	21
1.2. Organização do trabalho .....	21
<b>2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>22</b>
2.1. Implantes dentários e osseointegração .....	22
2.2. Estudo de próteses dentárias utilizando o método dos elementos finitos .....	24
2.3. Critério de falha de von Mises .....	26
2.4. Metodologia de Superfície de Resposta e Projeto por Experimentação .....	28
2.5. Processo de otimização .....	35
2.6. Análise paramétrica e otimização de implantes dentários .....	42
<b>3. CONSTRUÇÃO DO MODELO PARAMETRIZADO DE ELEMENTOS FINITOS .....</b>	<b>47</b>
3.1. Componentes da prótese .....	47
3.2. Modelagem geométrica .....	48
3.3. Estruturação do modelo prótese-implante-mandíbula .....	53
3.4. Caracterização física do modelo .....	54
3.4.1. Aplicação das propriedades mecânicas .....	54
3.4.2. Discretização do modelo .....	55
3.4.3. Introdução de elementos de contato .....	55
3.4.4. Aplicação da pré-carga .....	56
3.5. Análise do modelo de Elementos Finitos .....	58
3.5.1. Convergência de malha .....	58
3.5.2. Procedimento de validação do modelo .....	60
3.5.3. Avaliação da funcionalidade e validação do modelo .....	63
<b>4. ANÁLISE PARAMÉTRICA .....</b>	<b>67</b>

4.1. Parâmetros avaliados .....	67
4.2. Procedimento de execução da análise paramétrica .....	68
4.3. Resultados dos modelos de Elementos Finitos .....	71
4.4. Resultados das regressões .....	72
4.4.1. Regressão de primeira ordem .....	72
4.4.2. Regressão de primeira ordem com interação .....	75
4.4.3. Regressão de segunda ordem .....	77
4.5. Avaliação das regressões e discussão dos resultados .....	80
<b>5. OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL</b> .....	<b>83</b>
5.1. Estruturação do problema de otimização.....	81
5.2. Resultados e discussão da otimização.....	83
<b>6. CONCLUSÕES</b> .....	<b>89</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>91</b>

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

Próteses odontológicas sobre implantes osseointegrados são amplamente utilizadas no tratamento de reabilitação oral de pacientes com perda dentária. Elas têm a função de reestabelecer a função mastigatória exercida pela dentição natural extraída, assim como promover adaptação estética. Estudos registram alta taxa de sucesso no tratamento com próteses sobre implantes, entretanto, complicações de naturezas mecânicas e biológicas ainda acontecem.

A mastigação é um processo exclusivamente mecânico, onde a prótese é submetida a carregamentos de mastigação. Por consequência, os sistemas de próteses odontológicas implanto suportadas são analisados como estruturas mecânicas, possibilitando que análises frequentemente utilizadas na engenharia sejam aplicadas no estudo de seu comportamento estrutural.

A dentição natural apresenta diferentes características biomecânicas dos implantes dentários. Uma delas é a presença do ligamento periodontal, um tecido conjuntivo localizado entre a raiz do dente e o osso. Este tecido permite micro deformações, absorvendo tensões geradas por cargas de mastigação impostas sobre o dente. Na substituição de um dente por um implante, este ligamento também é removido, permitindo que as tensões transferidas ao implante e ao osso excedam limites fisiológicos, resultando em possíveis falhas.

Ao longo do tempo, componentes protéticos foram desenvolvidos através de cálculos analíticos e da construção de experimentos simplificados. No entanto, a precisão destes cálculos limita-se a problemas envolvendo geometrias, carregamentos, propriedades mecânicas e condições de contorno bem definidas. Próteses odontológicas apresentam condições mais complexas, o que inviabiliza soluções analíticas e dificulta a construção de experimentos que representam os problemas investigados. Visando a obtenção de resultados mais precisos, métodos numéricos vêm sendo largamente utilizados no estudo de próteses dentárias nas últimas décadas, em razão do constante avanço da capacidade de processamento computacional. Um dos métodos numéricos mais utilizados na área de bioengenharia no estudo de próteses dentárias é o Método dos Elementos Finitos (MEF).

O MEF é um método numérico que simula de forma aproximada condições reais de tensão e deformação de todo um conjunto. É amplamente utilizado no estudo do comportamento biomecânico de próteses dentárias. Ele permite o estudo de estruturas com geometria, condições de contorno, propriedades mecânicas, solicitações externas complexas, além de possibilitar análises não lineares e dinâmicas e ser não invasivo. O MEF é baseado na discretização de um modelo geométrico contínuo em elementos pequenos, que se conectam entre si através de nós, formando uma malha de elementos finitos. Todos os cálculos executados pelo método são baseados nos deslocamentos dos nós. Ao executar-se os cálculos nodais em todos os elementos, conseqüentemente, calcula-se toda a estrutura.

A função do MEF não é substituir procedimentos experimentais. Na verdade, modelos experimentais e modelos de Elementos Finitos são complementares. O MEF gera resultados aproximados que devem ser comparados com resultados obtidos através de experimentos que avaliam o mesmo problema, buscando-se a comprovação da representatividade do modelo numérico. A validação do modelo numérico permite uma extrapolação de análises, executada a partir de variação de carregamentos, condições de contorno, propriedades mecânicas e características geométricas, possibilitando a execução de diversas investigações.

As próteses odontológicas sobre-implantes geralmente são compostas por um implante, um *abutment*, parafusos fixação e uma coroa protética. Neste sistema, forças de mastigação são aplicadas na coroa e transmitidas por todo o conjunto até o implante, e por conseqüência até o osso. A configuração de um sistema protético implanto-suportado é dada por uma determinada combinação destes parâmetros que descrevem toda a estrutura. Com base em estudos anteriores desenvolvidos por este grupo de pesquisa, os parâmetros avaliados neste projeto são: altura do implante, altura do *abutment*, Módulo de Elasticidade do osso cortical e carga aplicada. À procura de alternativas melhores que as já conhecidas, é fundamental avaliar qual a influência de cada parâmetro construtivo no comportamento mecânico de todo o sistema. O desenvolvimento de um modelo parametrizado de Elementos Finitos, em conjunto com as Metodologias de Superfície de Resposta (*Response Surface Methodology - RSM*) e de *Design of Experiments* (DOE) torna possível a realização desta análise e também o desenvolvimento de um procedimento de otimização para a customização de próteses.

## 1.1. Objetivos

O principal objetivo deste projeto de pesquisa é desenvolver procedimentos de análise paramétrica, que identifica a influência de parâmetros de entrada na resposta, e de otimização, que minimiza os níveis de tensão no osso cortical. Será desenvolvido um modelo parametrizado de Elementos Finitos de uma prótese odontológica unitária sobre-implante. A partir deste modelo, utilizando-se da metodologia de *Design of Experiments* (DOE), será criada uma equação chamada de Superfície de Resposta, que permite a avaliação do comportamento mecânico do sistema implante-prótese em termos de tensão de von Mises na região peri-implantar do osso cortical. Através de variação de parâmetros que dão entrada na função (altura do implante, altura do *abutment*, intensidade da carga aplicada e módulo de elasticidade do osso cortical), objetiva-se identificar qual a influência de cada um deles na resposta, assim como desenvolver um procedimento mais ágil na estimativa de tensões atuantes no osso cortical através de uma função matemática. A equação de Superfície de Resposta será utilizada como base para o desenvolvimento do processo de otimização, onde deseja-se obter uma combinação dos parâmetros de entrada que minimiza as tensões no osso cortical ao redor do implante.

## 1.2. Organização do trabalho

Este trabalho encontra-se organizado da seguinte forma:

- Capítulo 1: Introdução, contextualização e objetivos;
- Capítulo 2: Fundamentação teórica e revisão bibliográfica abordando estudos importantes sobre a temática;
- Capítulo 3: Construção do modelo parametrizado de Elementos Finitos;
- Capítulo 4: Análise paramétrica para identificar a influência de cada parâmetro construtivo no comportamento mecânico da prótese;
- Capítulo 5: Processo de otimização para encontrar a combinação de parâmetros construtivos que minimiza tensão de von Mises no osso cortical;
- Capítulo 6: Conclusões e trabalhos futuros.

# CAPÍTULO 2

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Apresenta-se neste capítulo os conceitos teóricos e uma revisão bibliográfica sobre estudos relevantes que fundamentaram o desenvolvimento deste trabalho, tais como: implantes odontológicos e osseointegração, utilização do Método dos Elementos Finitos na análise de próteses dentárias, estudos da influência de parâmetros que definem a configuração de uma prótese, a utilização do critério de falha de von Mises, as Metodologias de Superfície de Resposta (RSM), de Projeto por Experimentação (DOE) e processos de otimização de próteses.

### 2.1. Implantes dentários e osseointegração

Próteses odontológicas são estruturas biomecânicas que têm a função de reestabelecer as funções da dentição natural, que por algum motivo foi extraída. Eles surgiram na década de 1960, a partir de estudos desenvolvidos por pesquisadores da Universidade de Gotemburgo, liderados pelo professor Per-Ingvar Brånemark, onde observaram que o titânio é um material biocompatível com o osso, permitindo o fenômeno da osseointegração. A partir desta descoberta, Brånemark deu início ao desenvolvimento de diversos tipos de próteses e implantes para atender pacientes com complicações odontológicas, como as próteses odontológicas sobre implantes (BRÅNEMARK et al., 1969). As próteses implanto suportadas mais comuns são compostas por um implante, um *abutment*, parafusos de fixação e coroa protética.

Embora os implantes osseointegrados sejam atualmente utilizados no tratamento de pacientes com perda dentária, as falhas ainda ocorrem pois seu desempenho clínico depende da qualidade dos fenômenos de osseointegração na região de interface entre osso e implante (KWAK et al., 2021).

No tratamento odontológico com implantes, de acordo com Borie, Orsi e de Araujo (2014), limites biomecânicos devem ser respeitados para que não ocorra sobrecarga no osso ao redor do implante. Tensões na região peri-implantar devem permanecer dentro de limites fisiológicos para evitar anomalias patológicas, como a reabsorção óssea, e o conseqüente risco de sucesso a longo termo do implante.

Em sua revisão, Chrcanovic, Albrektsson e Wennerberg (2014) afirmam que as falhas em implantes são relacionadas a fenômenos de estabilidade primária ou secundária. A estabilidade primária refere-se a um período de cura onde não há qualquer tipo de perturbação do implante. A frequência de falhas primárias está na faixa de 1 a 2% na maioria dos estudos clínicos, e acredita-se que o volume e qualidade óssea são uns dos mais importantes fatores que determinam tais falhas. No decorrer do tempo, é possível a ocorrência de aumento de perda óssea ao redor do implante ocasionando falha secundária, que está relacionada à estabilidade primária, a complicações biológicas e a utilização de implantes inadequados. A utilização de implantes de grandes comprimentos é favorável à sua durabilidade, pois fornece vantagens como estabilidade inicial, cura acelerada e diminuição do risco de micromovimentações (fator que oferece risco à osseointegração). Alguns estudos avaliaram a aplicação de um carregamento no implante antes do período de cura, com a finalidade de atingir um tratamento mais rápido e reduzir o desconforto de pacientes ao utilizar próteses removíveis durante este período. Constatou-se que a taxa de falha para implantes carregados imediatamente após a inserção no osso do paciente é significativamente maior que implantes carregados após um período mínimo de seis semanas.

Busenlechner et al. (2014) avaliaram 13147 próteses dentárias de diversos tipos instaladas em 4316 pacientes de ambos os sexos e das mais variadas faixas etárias, na Academia de Implantologia Oral em Viena, no período de 2004 a 2012. Implantes de diversos fabricantes, principalmente Nobel Biocare (Gothenburg, Sweden), Astra Tech AB (Mölnadal, Sweden), Dentsply (Mannheim, Germany) e Biomet 3i (West Palm Beach, FL, USA), com as mais variadas geometrias foram inseridos em diversas regiões tanto da maxila quanto da mandíbula. Implantes unitários implanto-suportados representaram 17,2% da amostra. Ao longo dos anos, a taxa de falha média entre todas as próteses instalados permaneceu estável em torno de 3%. A taxa de sucesso depois de 8 anos foi de 94,8% para próteses implanto suportadas inseridas no osso mandibular.

A durabilidade de uma prótese dentária é intimamente relacionada com os níveis e distribuição de tensões nos elementos estruturais da prótese. Fatores biomecânicos indesejáveis são razões que geram falha de implantes, em particular, picos de tensão no osso cortical ao redor do implante quando uma carga de mastigação é aplicada na prótese (ELLEUCH et al., 2021; KITAGAWA et al., 2005).

## 2.2. Estudo de próteses dentárias utilizando o método dos elementos finitos

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um método numérico, uma significativa ferramenta de pesquisa para análises biomecânicas de próteses odontológicas, pois permite a análise de estruturas com geometria complexa, compostas de materiais das mais variadas propriedades mecânicas e submetidas a carregamentos e condições de contorno complicadas.

No MEF, uma aproximação da solução é obtida através da construção de um modelo computacional da estrutura. O modelo é fisicamente discretizado em partes pequenas e simples, chamada de elementos, com um número finito de graus de liberdade, dimensões e propriedades físicas definidas. Estes elementos são conectados uns aos outros através de pontos, chamados de nós. O comportamento de cada elemento do sistema discretizado é calculado, e a partir das respostas obtidas em cada elemento, obtém-se uma previsão e simulação do comportamento estrutural de todo o sistema original. O tipo, arranjo e número de elementos presentes no modelo impactam diretamente a acurácia dos resultados.

Segundo Mohammed e Desai (2014) o MEF apresenta algumas vantagens e desvantagens. Entre as vantagens, destacam-se: é um estudo não destrutivo, de baixo custo, mais ágil que outros procedimentos de análise (como experimentação, por exemplo), apto para simular aspectos mecânicos e biológicos e útil para solução de problemas lineares, não lineares, estáticos e dinâmicos. Algumas desvantagens do uso do MEF: é extremamente sensível à precisão dos dados de entrada do modelo, requer valores precisos de propriedades físicas das estruturas analisadas e há a presença de erros numéricos devido a simplificações aplicadas.

Na utilização de MEF em análise de implantes, a literatura registra inúmeras suposições e simplificações aplicadas aos modelos, no que diz respeito a modelagens geométricas, aplicações de carregamento, de condições de contorno e de propriedades mecânicas. A precisão dos resultados obtidos é diretamente dependente das simplificações adotadas, as mais comuns são relatadas a seguir.

Existe uma distinção entre dois tipos de osso: um osso de alta densidade localizado em uma região externa, o cortical, e outro situado internamente, o osso medular (SCHWIEDRZIK; WOLFRAM; ZYSSET, 2013). O osso medular é um tecido altamente poroso, anexo ao osso cortical em núcleos em formato de ossos chatos

e pequenos (Krstic, 1991; Weiner e Wagner, 1998). Essas duas regiões são indicadas no osso mandibular ilustrado na Figura 2.1.

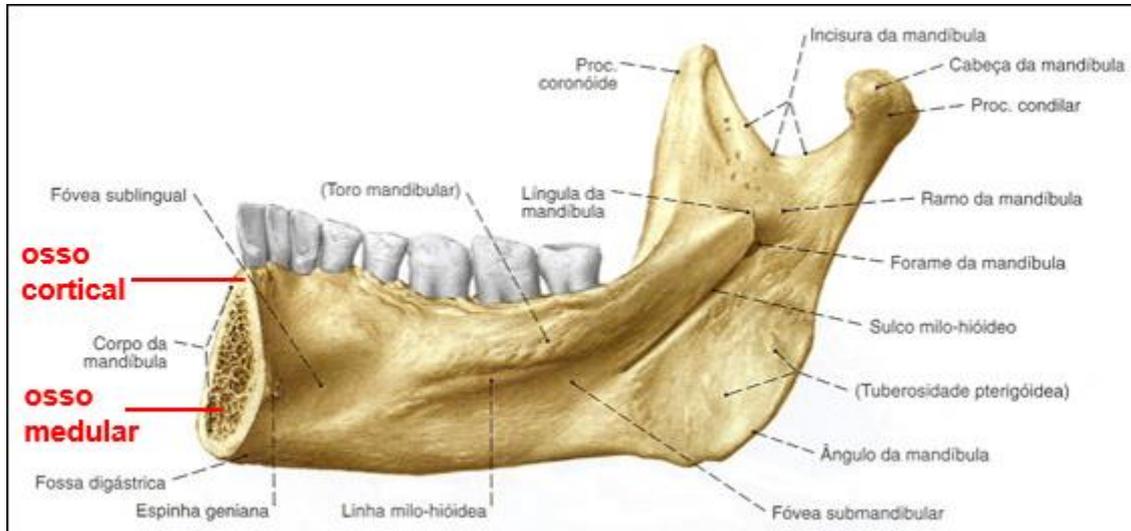


Figura 2.1: Regiões cortical e medular do osso mandibular.

Fonte: Adaptado de Sobotta, 2000.

Turner, Anne e Pidaparti (1997) e O'Mahony et al. (2000) afirmam que a densidade do osso pode variar em diferentes regiões ósseas, idades, sexos e estados de saúde, em uma faixa de  $1,7-2,0 \text{ g/cm}^3$  para o osso cortical e  $0,23-1,0 \text{ g/cm}^3$  para o osso esponjoso.

A estrutura óssea é anisotrópica. Entretanto, algumas simplificações são frequentemente adotadas em estudos de Elementos Finitos devido ao desafio em obter-se as corretas propriedades mecânicas em todas as direções. O osso pode ser assumido como ortotrópico, possuindo propriedades mecânicas únicas e independentes em relação a três direções mutuamente ortogonais; transversalmente isotrópico, possuindo as mesmas propriedades mecânicas em todas as direções em relação a um eixo de simetria; ou como isotrópico, condição adotada em grande parte dos estudos, onde as propriedades mecânicas são constantes e iguais em qualquer direção (CHOI; CONWAY; BEN-NISSAN, 2014).

De acordo com Maminskas et al. (2016) em situações reais o implante não é completamente osseointegrado. Em análises de elementos finitos, não há um consenso sobre as condições de integração do implante ao osso. Alguns estudos adotam osseointegração parcial, mas muitos estudos são conduzidos sob condição de total osseointegração para fins de simplificação do modelo.

Segundo Xu, Wang e Li (2015), muitos estudos consideram que os componentes que compõe uma prótese dentária estão unidos rigidamente uns aos outros, e que essa abordagem convencional leva a interpretações errôneas. Em um volume contínuo compreendendo elementos estruturais que não estão perfeitamente unidos, as superfícies interfaciais podem entrar e sair do contato umas com as outras em um nível microscópico, e a transferência de tensão entre as superfícies em contato pode não ser contínua, dessa forma, a distribuição de tensões pode mudar dramaticamente. Portanto, a utilização de elementos de contato entre os componentes leva à criação de modelos mais realistas.

Diferentes técnicas são aplicadas na construção dos modelos geométricos dos componentes de uma prótese dentária. A geometria do contorno da coroa é geralmente digitalizada através do procedimento de escaneamento 3D e os modelos dos implantes são frequentemente criados em softwares CAD ou diretamente em um software de Elementos Finitos. (WAKABAYASHI; MURAKAMI; TAKAICHI, 2019). Geometrias mais complexas e camadas internas de coroas podem ser obtidas a partir de procedimentos como a Microtomografia Computadorizada (Micro-CT) (AUSIELLO et al., 2011).

As próteses são estruturas que estão submetidas à atuação de forças de mastigação. Rezaie et al. (2020) afirmam que essas forças são cargas oclusais que atuam sobre implantes dentários e possuem componentes axiais e horizontais, que geram tensões de tração e compressão. As magnitudes dessas forças estão diretamente relacionadas à região da boca, formato do osso, geometria do sistema protético, idade, sexo, tamanho do músculo e muitos outros fatores. Forças mastigatórias são carregamentos dinâmicos, no entanto, para facilitar a etapa de cálculo das simulações, as cargas aplicadas nos modelos de EF são consideradas estáticas. Aplicam-se condições de contorno restringindo-se deslocamentos de nós da estrutura óssea, impossibilitando translações e rotações em todas as direções, simulando a fixação real de uma prótese dentária no osso.

Análises por elementos finitos podem e devem ser utilizados para analisar implantes dentários. Apesar das limitações, simplificações e premissas adotadas em modelos de EF, dados obtidos em estudos de elementos finitos podem ser cuidadosamente extrapolados à prática clínica diária para melhorar o entendimento do comportamento mecânico de próteses odontológicas.

### 2.3. Critério de falha de von Mises

Elementos estruturais devem ser projetados de modo que não falhem sob a ação de esforços solicitantes. Dessa forma, na elaboração de um projeto de componentes feitos de um determinado material, deve-se estabelecer um limite superior para o estado de tensão que defina a falha do sistema. Se o material for dúctil, normalmente a falha é definida pelo escoamento. Se for frágil, a falha é especificada pela fratura. Os modos de falha são facilmente determinados se o elemento estiver submetido a um estado de tensão uniaxial. Caso o elemento esteja submetido a um estado plano ou triaxial de tensão, há maior dificuldade em definir o critério de falha. Nestes casos, é necessário considerar o mecanismo real de falha, ou seja, averiguar qual combinação de todas as componentes de tensão presentes no material o levam a falhar. A Teoria da Máxima Energia de Distorção para materiais dúcteis sob carregamentos estáticos prevê que a falha ocorrerá se a Tensão de von Mises ultrapassar o limite de escoamento do material. A demonstração desta teoria pode ser consultada no livro de Budinas e Nisbett (2011).

Em síntese, a teoria da energia de distorção originou-se pela observação de que materiais dúcteis submetidos a tensões hidrostáticas exibiam resistências ao escoamento bem acima dos valores apresentados pelo ensaio de tração simples. Conseqüentemente, foi suposto que o escoamento não era um fenômeno simples de tração ou compressão, mas que de alguma forma era relacionado à distorção angular do elemento solicitado. A Figura 2.2(a) ilustra a unidade infinitesimal de volume sujeita a um estado de tensão tridimensional qualquer, designado pelas tensões  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$ . O estado de tensão mostrado na Figura 2.2(b) é de tensão hidrostática devido a tensões médias  $\sigma_{av}$  atuando em cada uma das mesmas direções principais que as da Figura 2.2(a). A equação de  $\sigma_{av}$  é dada por:

$$\sigma_{av} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (2.1)$$

Assim, o elemento da Figura 2.2(b) passa por mudança de volume sem alteração de seu formato. Considerando-se  $\sigma_{av}$  uma componente de  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$ , e subtraindo-se tal componente das tensões principais, como resultado, têm-se o estado

de tensão mostrado na Figura 2.2(c), onde o elemento não está sujeito à mudança de volume, mas sim à distorção angular.

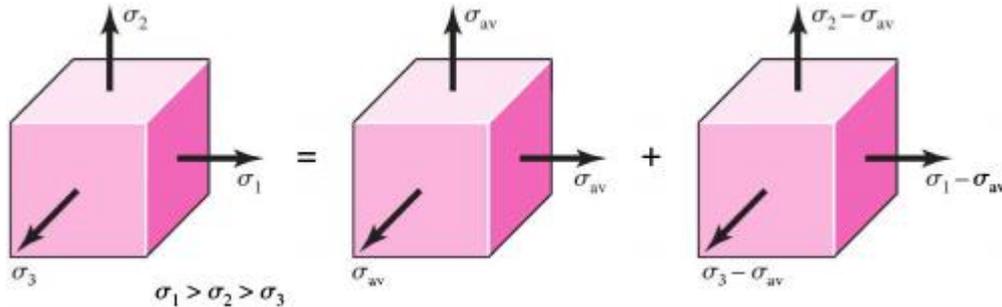


Figura 2.2: (a) Tensões triaxiais; (b) Componentes hidrostáticas; (c) Componentes distorcionais.

Fonte: Budinas e Nisbett, 2011.

A energia de distorção é obtida através da expressão:

$$u_d = \frac{1 + \nu}{3E} \left[ \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right] \quad (2.2)$$

Para o ensaio simples de tração, quando a tensão principal  $\sigma_1$  se iguala ao limite de escoamento  $S_y$ ,  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ . Assim, com base na Equação 2.2, a energia de distorção resulta em:

$$u_d = \frac{1 + \nu}{3E} S_y^2 \quad (2.3)$$

Portanto, para o estado geral de tensões dado pela Equação 2.2, o escoamento é previsto se o termo entre colchetes se iguala ou excede  $S_y^2$ , ou seja:

$$\left[ \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \geq S_y \quad (2.4)$$

Na hipótese de um caso simples de tração  $\sigma$ , o escoamento ocorreria quando  $\sigma \geq S_y$ . Dessa forma, os termos à esquerda da Equação 2.4 podem ser interpretados como uma tensão equivalente para o estado geral de tensão completo dado por meio

de  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$ . Essa tensão é chamada de tensão de Von Mises ( $\sigma_{eqv}$ ). Portanto, a tensão de von Mises é dada por:

$$\sigma_{eqv} = \left[ \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.5)$$

## 2.4. Metodologia de Superfície de Resposta e Projeto por Experimentação

A Metodologia de Superfície de Resposta, do inglês *Response Surface Methodology (RSM)* é uma união de procedimentos matemáticas e estatísticas utilizadas no desenvolvimento, melhoria e otimização de processos. Também possui importantes aplicações no desenvolvimento e projeto de novos produtos, assim como a melhoria de produtos já existentes (MYERS; MONTGOMERY; ANDERSON-COCK, 2016). O artigo de Myers (1999) sobre direções futuras em RSM oferece uma visão das necessidades de pesquisa na área. Existem também dois outros livros completos sobre o assunto: Box e Draper (1987) e Khuri e Cornell (1996). Uma segunda edição do livro Box and Draper foi publicada em 2007 com um título ligeiramente diferente. Um volume editado por Khuri (2006) considera alguns tópicos especializados de RSM. A monografia de Myers (1976) foi o primeiro livro dedicado exclusivamente a RSM.

É no setor industrial que se encontram a maioria das aplicações da RSM, principalmente em situações onde a qualidade do produto final, ou o desempenho de processos, são influenciados por muitas variáveis de entrada. Tais variáveis são chamadas de “variáveis independentes” (às vezes também são chamadas de “fatores” ou “variáveis de processo”) e estão submetidas ao controle do cientista ou engenheiro, e o produto final ou processo são chamados de “resposta”.

Na maioria das situações práticas, a função exata que relaciona as variáveis independentes com a resposta é desconhecida. A RSM consiste em uma estratégia no desenvolvimento de procedimentos experimentais que exploram todo o domínio das variáveis independentes e de modelagens estatísticas empíricas com o objetivo de desenvolver uma aproximação matemática que relaciona as variáveis de entrada com a resposta desejada.

Myers, Montgomery e Anderson-Cock (2016) recomendam a seguinte metodologia para a construção da Superfície de Resposta.

Dado um sistema hipotético, pretende-se calcular uma resposta  $y$  que é dependente das variáveis de entrada  $x_1, x_2, \dots, x_k$ . As variáveis de entrada e a resposta são relacionadas através de uma função:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k) + \epsilon \quad (2.6)$$

onde a natureza da função resposta exata é desconhecida,  $\epsilon$  é um termo que caracteriza fontes de variabilidade não aferidas em  $f$ , como erros de medição, outras fontes de variação inerentes ao sistema ou efeitos de outras variáveis possivelmente desconhecidas.  $\epsilon$  é chamado de erro estatístico, que muitas vezes assume uma distribuição normal com média zero e variância  $\sigma^2$ . Se a média de  $\epsilon$  é zero, então:

$$R(y) \equiv y = R[f(x_1, x_2, \dots, x_k)] + R(\epsilon) = f(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (2.7)$$

onde  $R$  é uma função que aplica erro estatístico nulo.

As variáveis  $x_1, x_2, \dots, x_k$ , se estiverem declaradas em suas unidades de medidas naturais, são denominadas variáveis naturais. Frequentemente, é apropriado converter as variáveis naturais em variáveis codificadas  $x_{c1}, x_{c2}, \dots, x_{ck}$ , que são adimensionais, com média zero e mesmas amplitudes e desvios padrão. A resposta pode ser reescrita em função das variáveis codificadas:

$$\eta = f(x_{c1}, x_{c2}, \dots, x_{ck}) \quad (2.8)$$

Pelo fato da natureza da função resposta  $f$  ser desconhecida, é necessário aproximá-la. O uso satisfatório da RSM é intimamente dependente de uma aproximação adequada para  $f$ . Normalmente, um polinômio de primeira ou segunda ordem restrito a um relativo domínio reduzido das variáveis de entrada é adequado para caracterizar a função resposta, portanto modelos lineares e não lineares são úteis no desenvolvimento das funções superfícies de resposta exigidos pela RSM. Em um problema hipotético com duas variáveis de entrada, o modelo linear é dado por:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_{c1} + \beta_2 x_{c2} + \epsilon \quad (2.9)$$

onde  $y$  representa a resposta e  $x_{c1}$  e  $x_{c2}$  as variáveis codificadas. Este modelo é denominado de modelo de regressão linear múltipla com duas variáveis de entrada. Em um sistema de coordenadas cartesianas tridimensional, esta Superfície de Resposta é representada por um plano. O parâmetro  $\beta_0$  corresponde ao valor da resposta quando as variáveis de entrada assumem o valor codificado zero. Os coeficientes  $\beta_1$  e  $\beta_2$  medem, respectivamente, a variação de  $y$  por unidade de mudança em  $x_1$ , quando  $x_2$  é mantido constante, e a variação de  $y$  por unidade de mudança em  $x_2$ , quando  $x_1$  é mantido constante.

Modelos de primeira ordem são possivelmente adequados quando se deseja aproximar a exata superfície de resposta em um domínio relativamente reduzido das variáveis independentes onde há pouca curvatura em  $f$ . Considerando-se erro estatístico com distribuição normal igual a zero, a função de primeira ordem pode ser reescrita e dada por:

$$\eta = \beta_0 + \beta_1 x_{c1} + \beta_2 x_{c2} \quad (2.10)$$

O modelo da Equação 2.9 também pode ser chamado de modelo de efeitos principais, pois este inclui apenas os principais efeitos das duas variáveis codificadas. Se houver uma interação entre as variáveis de entrada, ela pode ser adicionada facilmente ao modelo, resultando no modelo de primeira ordem com interação:

$$\eta = \beta_0 + \beta_1 x_{c1} + \beta_2 x_{c2} + \beta_{12} x_{c1} x_{c2} \quad (2.11)$$

O modelo expresso pela Equação 2.10 introduz uma curvatura na função resposta. Frequentemente, esta curvatura é tão significativa que um modelo de primeira ordem, mesmo com interação entre as variáveis, se torna inapropriado. Nestas circunstâncias, um modelo de segunda ordem é requerido. Para duas variáveis de entrada, ele pode ser expresso por:

$$\eta = \beta_0 + \beta_1 x_{c1} + \beta_2 x_{c2} + \beta_{12} x_{c1} x_{c2} + \beta_1 x_{c1}^2 + \beta_2 x_{c2}^2 \quad (2.12)$$

O modelo de segunda ordem é amplamente utilizado em RSM por várias razões, entre elas: é um modelo muito flexível, podendo assumir uma grande

variedade de formatos funcionais, e que funcionará como uma boa aproximação da Superfície de Resposta exata; há facilidade na estimativa dos coeficientes  $\beta'$ s, onde o método dos mínimos quadrados pode ser utilizados para este propósito; e há uma considerável experiência prática que indica que os modelos de segunda ordem é uma boa solução para a criação de uma Superfícies de Resposta com boa aproximação.

De forma generalizada, o modelo de primeira ordem pode ser escrito como:

$$\eta = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{cj} \quad (2.13)$$

O modelo de primeira ordem com interação pode ser dado por:

$$\eta = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{cj} + \sum_{i < j=2}^k \sum_{i < j=2}^k \beta_{ij} x_{ci} x_{cj} \quad (2.14)$$

E o modelo de segunda ordem pode ser expresso por:

$$\eta = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{cj} + \sum_{j=1}^k \beta_{jj} x_{cj}^2 + \sum_{i < j=2}^k \sum_{i < j=2}^k \beta_{ij} x_{ci} x_{cj} \quad (2.15)$$

A RSM é útil na solução de muitos tipos de problemas. Geralmente, estes problemas se encaixam em três categorias: mapeamento da Superfície de Resposta em uma determinada região de interesse; seleção de condições operacionais e de projeto que atendam os requisitos desejados por um cliente; e otimização de uma resposta.

Para estimar os valores dos coeficientes  $\beta'$ s e modelar a superfície de resposta é necessário coletar os dados das respostas em função das variáveis de entrada em um dado sistema estudado. Entretanto, muitas vezes essas informações não são suficientes para desenvolver uma função que forneça uma boa aproximação. Nota-se que a etapa de coleta de dados para a modelagem de superfície de resposta é muito importante. A RSM suporta o Projeto por Experimentações, do inglês, *Design of*

*Experiments (DOE)*. O DOE é uma metodologia baseada na variação de combinações de parâmetros em um determinado experimento, onde tais combinações e respostas obtidas são avaliadas e norteiam a modelagem de uma função que representa matematicamente o fenômeno estudado. Há uma combinação pré-determinada de fatores para cada modelo DOE para obter-se a resposta, onde objetiva-se reduzir o número de experimentos necessários para a modelagem sem perda de acurácia. As combinações de fatores foram estudadas a partir de experimentações, gerando os modelos DOE.

De acordo com o *Handbook* de Engenharia Estatística (NIST/SEMATECH, 2012) o DOE pode ser utilizado para alcançar tais objetivos:

- A) Escolha entre alternativas;
- B) Seleção de fatores-chaves que influenciam em uma determinada resposta;
- C) Modelagem de superfície de resposta para:
  - C.1) Atingir um objetivo;
  - C.2) Reduzir variabilidade;
  - C.3) Maximizar ou minimizar uma resposta;
  - C.4) Tornar um processo robusto (isto é, respostas certas são obtidas apesar de existirem fatores de ruído não controláveis);
  - C.5) Buscar múltiplos objetivos;
- D) Modelar regressões.

Para a utilização de modelos DOE, é imprescindível a codificação dos parâmetros de entrada. Este processo converte os valores reais das variáveis de entrada em códigos, permitindo que os parâmetros analisados se encontrem dentro de uma mesma escala.

O Modelo Central Composto e o de Box-Behnken são os dois modelos DOE mais utilizados para a modelagem de Superfícies de Resposta. São recomendados para modelagens de problemas que possuem de dois à cinco parâmetros de entrada (ou fatores). Caso o número de fatores exceda 5, recomenda-se uma reavaliação do problema para reduzir esta quantidade (NIST/SEMATECH, 2012).

De acordo com Khuri e Mukhopadhyay (2010), o modelo central composto, do inglês *Central Composite Design (CCD)*, é o mais utilizado entre os modelos de segunda ordem. Existem três tipos de modelo CCD, que estão exemplificados na Figura 2.3 para um problema envolvendo dois fatores.

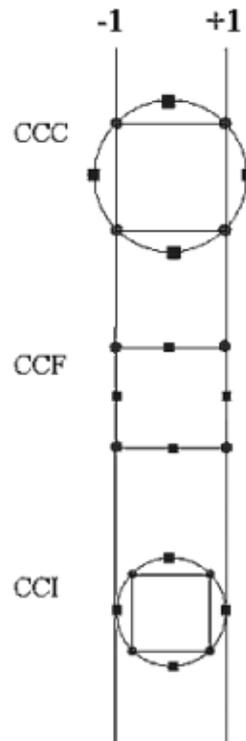


Figura 2. 3: Comparação dos três tipos de modelos centrais compostos.

Fonte: Nist/Sematech, 2012.

Observa-se na Figura 2.3 que o modelo Central Composto Circunscrito, do inglês *Central Composite Circumscribed (CCC)*, possui pontos externos aos valores codificados de mínimo (-1) e máximo (+1). No modelo Central Composto Inscrito, do inglês *Central Composite Inscribed (CCI)*, existem pontos internos aos pontos máximos e mínimos codificados. No modelo Central Composto de Face Centrada, do inglês *Central Composite Face Centered (CCF)*, estão presentes pontos nas medianas das arestas formadas pela união dos pontos codificados.

Em um problema envolvendo três variáveis, a codificação dos valores pode ser representada em um cubo. No modelo CCF, as combinações de parâmetros estão localizadas nos vértices e no centro das faces de um cubo e em seu centro. Para um problema de quatro ou mais fatores, a representação gráfica torna-se difícil.

Para quatro ou mais fatores, a utilização do modelo CCD é recomendada pois exige um menor número de combinações que o modelo de Box-Behnken. Para três fatores, o modelo de Box-Behnken é vantajoso pois fornece um número menor de combinações que o modelo CCD.

Com o auxílio destes modelos, são definidas as combinações primordiais entre parâmetros para que se tenham as melhores correlações para a resposta requerida. A Tabela 2.1 apresenta um exemplo genérico com os fatores codificados para melhor compreensão, em um modelo CCF com 3 fatores, sendo cada fator relacionado a um parâmetro de entrada. O termo máximo refere-se ao maior valor da variável da coluna (+1), enquanto que o termo mínimo é o menor valor (-1), e o valor médio (0) é a média entre os valores máximo e mínimo. Na Figura 2.4 observa-se as combinações dos valores codificados representados graficamente em um cubo.

Tabela 2.1: Codificação de parâmetros do modelo CCF.

<b>Modelo</b>	<b>Xcod</b>	<b>Ycod</b>	<b>Zcod</b>	<b>Xreal</b>	<b>Yreal</b>	<b>Zreal</b>
<b>1</b>	-1	-1	-1	Mínimo	Mínimo	Mínimo
<b>2</b>	+1	-1	-1	Máximo	Mínimo	Mínimo
<b>3</b>	-1	+1	-1	Mínimo	Máximo	Mínimo
<b>4</b>	+1	+1	-1	Máximo	Máximo	Mínimo
<b>5</b>	-1	-1	+1	Mínimo	Mínimo	Máximo
<b>6</b>	+1	-1	+1	Máximo	Mínimo	Máximo
<b>7</b>	-1	+1	+1	Mínimo	Máximo	Máximo
<b>8</b>	+1	+1	+1	Máximo	Máximo	Máximo
<b>9</b>	-1	0	0	Mínimo	Médio	Médio
<b>10</b>	+1	0	0	Máximo	Médio	Médio
<b>11</b>	0	-1	0	Médio	Mínimo	Médio
<b>12</b>	0	+1	0	Médio	Máximo	Médio
<b>13</b>	0	0	-1	Médio	Médio	Mínimo
<b>14</b>	0	0	+1	Médio	Médio	Máximo
<b>15</b>	0	0	0	Médio	Médio	Médio

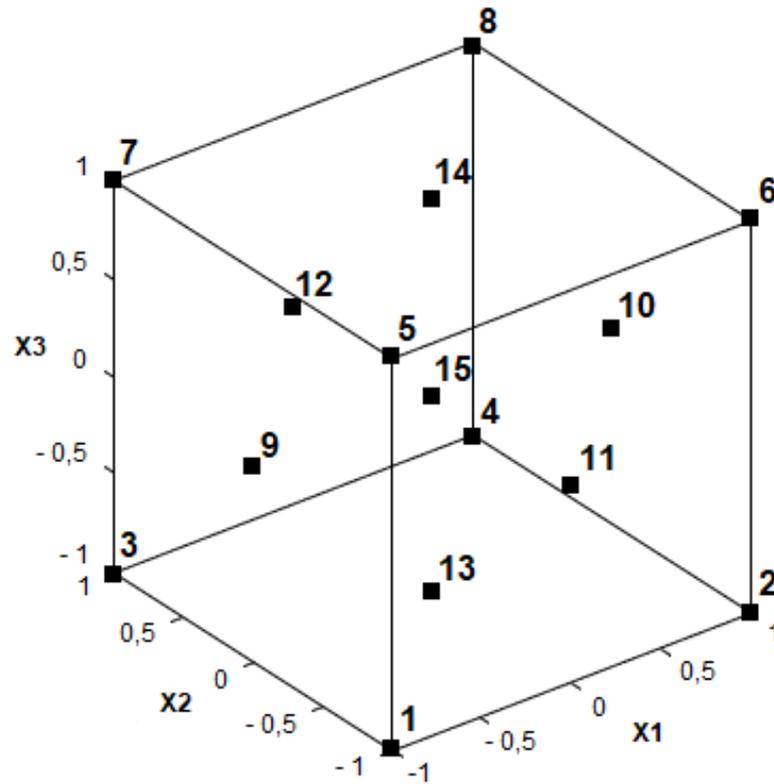


Figura 2.4: Representação gráfica do Modelo CCF.

Fonte: Do autor.

## 2.5. Processo de otimização

Otimização é procedimento em que se obtém os melhores resultados sob determinadas circunstâncias. Na construção e manutenção de qualquer projeto de engenharia, decisões tecnológicas e gerenciais são tomadas com o objetivo de alcançar determinado objetivo. Estes objetivos podem ser expressos em função de certas variáveis, e a otimização pode ser definida como o processo de obtenção das condições que fornecerem os valores ótimos de uma função. Otimização com os mais variados objetivos são muito aplicados em próteses odontológicas na busca do desenvolvimento de projetos cada vez melhores e mais customizados.

Não existe um único método que resolva todos os problemas de otimização com eficiência. Uma série de métodos foram desenvolvidos para resolver diferentes tipos de problemas. A seguir, apresenta-se a estruturação de um problema de otimização, assim como os conceitos utilizados pra tal, como vetor de projeto, restrições de projeto, superfícies de restrição, função objetivo, superfícies da função objetivo e as classificações dos problemas. Esta estruturação é dada por Rao (2009).

Um problema de otimização pode ser dado da seguinte forma:

$$\text{Encontrar } \mathbf{X} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} \text{ que minimiza } f(\mathbf{X}).$$

Sujeito às restrições:

$$\begin{aligned} g_j(X) &\leq 0, & j = 1, 2, \dots, m \\ l_j(X) &= 0, & j = 1, 2, \dots, p \end{aligned} \quad (2.15)$$

Onde  $\mathbf{X}$  é um vetor de  $n$  dimensões, chamado de vetor de projeto,  $f(\mathbf{X})$  é a função objetivo, e  $g_j(X)$  e  $l_j(X)$  são restrições de desigualdade e igualdade, respectivamente. As restrições impostas pela Equação 2.15 caracteriza um problema de otimização como restrito. Alguns problemas de otimização não envolvem restrições e são chamados de irrestritos.

Qualquer sistema de engenharia é definido por um conjunto de parâmetros, alguns são variáveis durante o projeto e outros permanecem constantes. Os parâmetros constantes são chamados de parâmetros predefinidos, e todos os outros parâmetros variáveis são chamados de variáveis de decisão ou variáveis de projeto  $x_i, i = 1, 2, \dots, n$ . As variáveis de projeto são representadas como um vetor de projeto  $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ .

Em muitos problemas práticos, as variáveis de decisão não podem ser escolhidas arbitrariamente, devendo satisfazer certos requisitos específicos. As restrições que devem ser satisfeitas na construção de um projeto aceitável são chamadas coletivamente de restrições de projeto. Restrições que representam limitações no comportamento ou desempenho de um sistema são chamadas de restrições funcionais ou de comportamento. Restrições que representam limitações físicas de variáveis de decisão são chamadas de restrições geométricas ou laterais.

A Figura 2.5 ilustra um espaço de projeto hipotético bidimensional onde as regiões inviáveis (regiões que não se enquadram nas restrições do problema) são indicadas pelas linhas hachuradas. Um ponto de projeto que se encontra em uma ou mais superfícies de restrição é chamado de ponto limite, e a restrição associada a este ponto é chamada de restrição ativa. Os pontos de projeto que não se encontram em nenhuma superfície de restrição são chamados de pontos livres. Um ponto de

projeto pode ser classificado em quatro tipos: ponto livre e aceitável, ponto livre e inaceitável, ponto limite e aceitável, e ponto limite e inaceitável. Estes pontos podem ser observados na Figura 2.5.

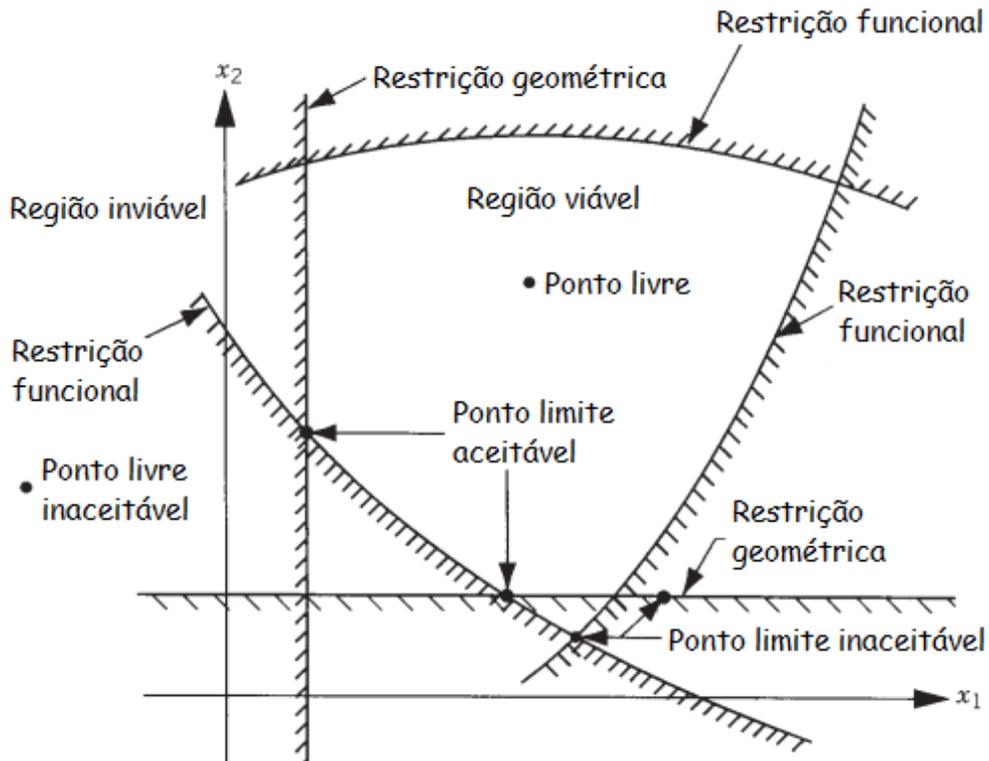


Figura 2.5: Superfícies de restrição em um espaço de projeto hipotético bidimensional.

Fonte: Rao, 2009.

Os procedimentos convencionais de desenvolvimento de projetos visam encontrar valores das variáveis de decisão que solucionam um problema. No geral, há mais de uma combinação destas variáveis que é aceitável. A otimização tem o objetivo de escolher a melhor opção entre elas. Portanto, um critério deve ser escolhido para comparar as diferentes alternativas de projetos aceitáveis e selecionar a melhor delas. O critério em relação a qual o projeto é otimizado é chamado de função objetivo e é expresso em função das variáveis de decisão.

A escolha da função objetivo é governada pela natureza do problema. No projeto de estruturas aeroespaciais e de aeronaves, geralmente a função objetivo a ser minimizada é o peso. Em projetos de engenharia civil, normalmente o objetivo é minimizar o custo. Em alguns sistemas mecânicos, como máquinas térmicas, o objetivo pode ser a maximização da eficiência. Dessa forma, a escolha da função objetivo apresenta-se de forma clara na maioria dos projetos. Entretanto, em algumas

situações, a otimização em relação a um determinado critério leva a resultados não satisfatórios em relação a outro critério, necessitando-se que os dois critérios sejam satisfeitos simultaneamente. Este tipo de problema é chamado de problema multiobjetivo, e por não pertencer ao escopo deste trabalho, não será explorado.

O local geométrico dos pontos que satisfazem a função objetivo  $f(\mathbf{X}) = C$ , em que  $C$  é uma constante real, gera uma superfície no espaço de projeto, e cada valor de  $C$  corresponde a um membro diferente de uma família de superfícies. Tais superfícies são chamadas de superfícies de função objetivo, e são demonstradas em um espaço de projeto hipotético bidimensional conforme a Figura 2.6.

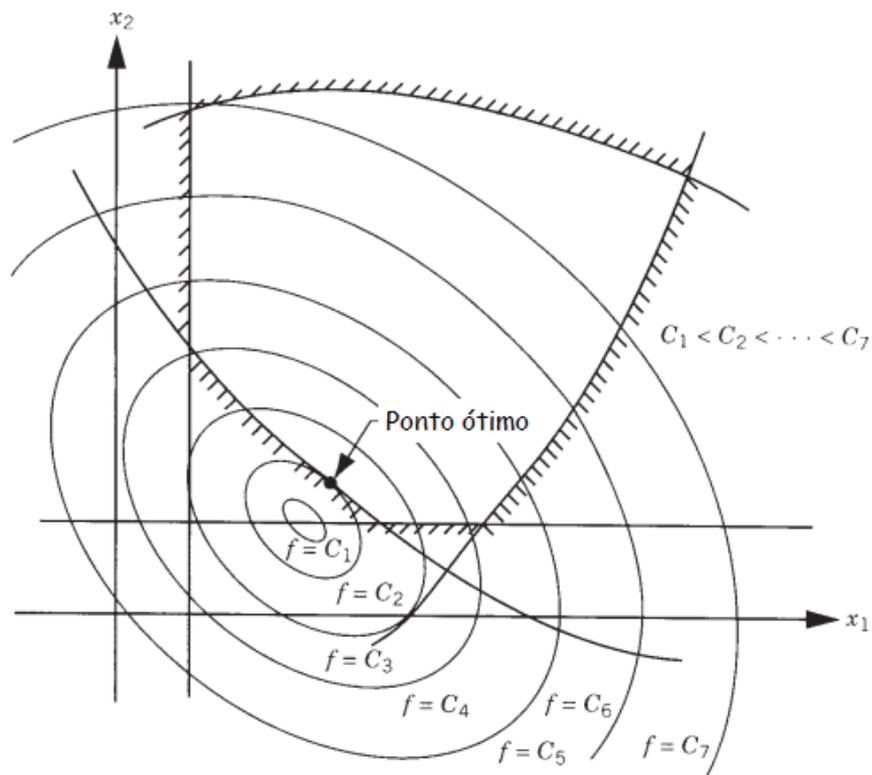


Figura 2.6: Superfícies de função objetivo de um problema hipotético bidimensional

Fonte: Rao, 2009.

Plotando-se as superfícies da função objetivo juntamente com as superfícies de restrição, o ponto ótimo pode ser determinado graficamente sem muitas dificuldades. O principal problema é quando o número de variáveis de decisão excede dois ou três, pois as superfícies de restrições e de função objetivo tornam-se complexas de serem visualizadas, e o problema deve ser resolvido puramente como um problema matemático.

Problemas de otimização podem ser classificados de várias formas descritas a seguir:

- A) Quanto a existência de restrições: se há algum tipo de restrição de projeto, ele é um problema restrito. Caso contrário, é sem restrição.
- B) Quanto à natureza das variáveis de decisão: Quando as variáveis de decisão são escritas em função de outros parâmetros de projeto, têm-se um problema de otimização dinâmico. Se as variáveis de decisão não são escritas em função de outros parâmetros, têm-se um problema de otimização estático.
- C) Quanto à estrutura física do problema: Quando se têm um problema de otimização que pode ser dividido em um determinado número de estágios, onde cada estágio evolui a partir do anterior de uma maneira prescrita, o problema é classificado como ideal. Do contrário, o problema é chamado de não-ideal.
- D) Quanto à natureza das equações envolvidas: essa classificação baseia-se na natureza das expressões da função objetivo e das restrições. Se as expressões da função objetivo ou as de alguma restrição são não lineares, o problema de otimização é não linear. Caso a função objetivo e restrições são escritas como polinômios das variáveis de decisão, o problema de otimização é geométrico. Se a função objetivo é não-linear de ordem quadrática e as restrições são lineares, têm-se um problema de otimização quadrático. Por fim, têm-se um problema de otimização linear quando a função objetivo e todas as restrições são escritas de forma linear em relação às variáveis de decisão.
- E) Quanto aos valores permitidos das variáveis de decisão: Se uma ou mais variáveis de decisão são restritas a assumir apenas valores inteiros (ou discretos), o problema de otimização é chamado de problema de otimização discreta. Se todas as variáveis de projeto podem assumir valores reais, o problema é chamado de problema contínuo.
- F) Quanto à natureza determinística das variáveis de decisão: Caso algum dos parâmetros (variáveis de decisão ou parâmetros predeterminados) possa ser tratado como probabilísticas, não-determinístico ou estocástica, o problema é estocástico. Caso contrário, o problema é determinístico.
- G) Quanto à separabilidade das funções: Se um problema de otimização de  $n$  variáveis pode ser expresso como a soma de  $n$  funções de uma única variável, ele é dito separável. Caso a separação seja impossível, ele é classificado como não-separável.

H) Quanto ao número de funções objetivo: Quando há mais de um objetivo a ser atingido no processo de otimização, têm-se um problema multiobjetivo. Quando há apenas um objetivo a ser atingido, o problema é mono-objetivo.

Devido às várias técnicas disponíveis para a solução de diferentes tipos de otimização, a primeira tarefa de um projetista é investigar a classe de problema encontrado a partir dos critérios de classificação. Isso ditará os tipos de procedimentos de solução que serão adotados como melhor alternativa na solução do problema.

Segundo Peng, Roos e Terlaky (2002), os avanços nos métodos de otimização sempre se iniciam com problemas lineares, e os cientistas passaram a estudar as complexidades das teorias dos métodos de otimização a partir dos anos 60, devido ao avanço da computação. O método simplex para solução de problemas lineares criado por Dantzig (1963) alcançou grande sucesso tanto em teoria quanto em sua aplicação. Karmakar (1984) deu início a uma “nova era” na otimização com a utilização do método dos pontos interiores, que tem a capacidade de resolver problemas lineares de forma mais rápida que o método simplex. A grande diferença entre os dois métodos, é que no de pontos interiores as iterações sempre permanecem dentro da região viável.

Gill, Saunders e Shinnerl (1996) observou que algumas simples variações no algoritmo de Karmakar poderiam levar à um algoritmo muito antigo utilizado em otimizações de problemas não lineares, o método de barreira logarítmica. Este fato permitiu que Frisch (1995) desenvolvesse um dos primeiros métodos de pontos interiores que trata de problemas de otimização não lineares. Entretanto, este método apresenta problemas de convergência em determinadas situações.

Wright (1997) apresentou o método primal-dual de pontos interiores, que é um método versátil, adequado para resolução problemas de otimização lineares ou não lineares e não apresenta problemas de convergência. Este método transforma problemas restritos em problemas equivalentes sem restrição, e a solução do problema restrito se dá pela solução de uma série de problemas irrestritos. Dado o problema da Equação 2.15, acrescentam-se variáveis de folga positivas para transformar as restrições de desigualdade em igualdade, conforme Equação 2.16:

Encontrar  $X = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix}$  que minimiza  $f(X)$ .

Sujeito às restrições:

$$\begin{aligned} l_j(X) &= 0, & j &= 1, 2, \dots, p \\ g_j(X) + s &\leq 0, & j &= 1, 2, \dots, m \\ s &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.16)$$

onde  $s$  é o vetor das variáveis de folga positivas.

Desta forma, a condição de não negatividade das variáveis de folga é lavada à função objetivo através da função de barreira logarítmica:

Minimizar:

$$f(X) - \mu \sum_{j=1}^k \ln(s_j)$$

Sujeito as restrições:

$$\begin{aligned} l_j(X) &= 0, & j &= 1, 2, \dots, p \\ g_j(X) + s &= 0, & j &= 1, 2, \dots, m \\ s &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

onde  $\mu$  é chamado de parâmetro de barreira.

Ao problema de otimização dado pela Equação 2.17, associa-se a seguinte função lagrangiana:

$$L(x, s, \lambda, \pi) = f(x) - \mu \sum_{i=1}^k \ln(s_i) + \sum_{j=1}^m \lambda_j h_j(x) + \sum_{i=1}^p \pi_i [g_i(x) + s_i] \quad (2.18)$$

onde  $\lambda_j, j = 1, \dots, m$  são os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade e  $\pi_i, i = 1, \dots, p$  são os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de desigualdade.

Portanto, têm-se uma sequência de problemas irrestritos a serem resolvidos. Para  $\mu = \bar{\mu}$  fixo, minimiza-se  $L(x, s, \lambda, \pi)$  e à medida que  $\mu$  tende a zero, o valor mínimo do problema dado pela Equação 2.18 tende ao valor mínimo da Equação 2.16.

Neste trabalho, para resolver o problema de otimização, que é não linear e com restrições, utilizou-se o método de pontos interiores primal-dual, através da função *fmincon* do pacote de otimização do MATLAB (v.R2015a). O desenvolvimento e resultados obtidos por este processo de otimização é exibido no Capítulo 5.

## 2.6. Análise paramétrica e otimização de implantes dentários

A análise paramétrica é um método utilizado para determinar quantitativamente os efeitos de parâmetros que definem a configuração de um determinado sistema na resposta desejada. É executada através da variação destes parâmetros dentro de um intervalo pré-definido. Estudos paramétricos em próteses odontológicas geralmente avaliam como os parâmetros relacionados à geometria de implantes e *abutments*, formato e propriedades constituintes do osso e diferentes condições de carregamento aplicados na prótese influenciam a distribuição de tensões e deformações no conjunto implante-prótese e no osso do paciente. Os procedimentos de otimização buscam encontrar a combinação destes parâmetros avaliados que leva a uma determinada resposta desejada.

Ueda, Takayama e Yokoyama (2017) investigaram a influência da qualidade óssea e das dimensões do implante sobre a deformação elástica equivalente máxima no osso peri-implantar utilizando modelos de Elementos Finitos e otimizaram as dimensões do implante com base na deformação. Quatro parâmetros foram analisados em seus estudos: espessura do osso cortical, módulo de elasticidade do osso medular, diâmetro e altura do implante. De acordo com combinações de variáveis determinadas utilizando-se a técnica de amostragem por hipercubo latino, 500 modelos de elementos finitos foram construídos e analisados sob diferentes condições de carregamento, permitindo a construção de uma superfície de resposta, onde a saída é a deformação equivalente máxima. O diâmetro e a altura do implante foram minimizados através de um processo de otimização, em que a deformação elástica máxima equivalente teve a restrição de respeitar o limite fisiológico de 3000  $\mu\epsilon$  conforme proposto pela teoria de Frost (1994).

Roy et al. (2018) realizaram a otimização de um implante utilizando algoritmos genéticos, juntamente com modelos de redes neurais artificiais e de Elementos Finitos. Os parâmetros otimizados foram: diâmetro, comprimento e porosidade do implante, assim como a qualidade óssea. 180 modelos de Elementos Finitos com diferentes combinações de parâmetros de entrada, onde os resultados foram utilizados para a modelagem de dois modelos de Redes Neurais Artificiais (RNA). O primeiro modelo de RNA foi gerado a partir das microdeformações na região de interface osso-implante. O segundo modelo de RNA foi desenvolvido a partir de tensões no implante e também foi utilizado para formular uma restrição no problema de otimização. A resposta do modelo de RNA para microdeformações foi convertida em valores de desejabilidade adimensional entre 0 e 1, para serem usados em uma *desirability function*, de tal forma que o valor 0 corresponde à microdeformações menores que  $1500 \mu\epsilon$  e maiores que  $3000 \mu\epsilon$ , e o valor 1 corresponde à microdeformação de  $2500 \mu\epsilon$ . Esta combinação entre RNA e *desirability function* foi definida como a função objetivo da otimização utilizando-se algoritmos genéticos como método de solução. O objetivo desta otimização foi encontrar a combinação de parâmetros relacionados a porosidade e dimensões do implante que maximiza a *desirability function* o mais próximo possível de 1, ou seja, almejou-se microdeformações de  $2500 \mu\epsilon$ , que são os níveis mais favoráveis ao processo da osseointegração. Quatro combinações de parâmetros que maximizam a *desirability function* foram obtidos pela otimização.

Segundo Haiat, Wang e Brunski (2014), mesmo após a perfeita osseointegração entre o implante dentário e o osso, os sucessivos e intensos carregamentos podem aumentar os níveis de tensão na interface entre osso e implante, levando a uma maior probabilidade de reabsorção óssea e, conseqüentemente, de falha.

Verri et al. (2017), utilizando nove modelos de elementos finitos tridimensionais, analisaram a distribuição de tensão transferida ao osso cortical por uma prótese unitária implante suportada de 4 mm de diâmetro e 10 mm de altura utilizando três diferentes tipos de conexão entre *abutment* e implante, três técnicas cirúrgicas de instalação de implante no osso e três inclinações diferentes de um carregamento de 178 N ( $0^\circ$ ,  $30^\circ$  e  $60^\circ$  em relação ao eixo longitudinal do implante). Todos os modelos utilizaram as mesmas condições de contorno e as mesmas propriedades mecânicas dos materiais que constituem o conjunto. Verificou-se que a

tensão de von Mises na estrutura interna do implante e no osso peri-implantar aumenta quanto maior for a inclinação da carga aplicada, independente dos tipos de conexão e técnicas de inserção do implante no osso. Zmudzki, Chladek e Kasperski (2012) afirmam que a direção da força de mastigação pode variar dependendo das angulações da cúspide e da consistência do alimento.

Guan et al. (2009), através de modelos de elementos finitos, analisaram as relações entre o módulo de elasticidade dos ossos cortical e esponjoso e a espessura do osso cortical na transmissão de tensões ao tecido ósseo. A espessura do osso cortical foi variada de 0,3 a 2,1 mm, o módulo de elasticidade do osso cortical foi variado de 7 à 20 GPa e o módulo de elasticidade do osso medular foi variado de 1 à 4 GPa. Verificou-se que, com o decréscimo da espessura do osso cortical, sua capacidade de suportar o carregamento também diminuiu, levando a um leve aumento na magnitude das tensões ao longo de todo o comprimento do implante. O aumento do módulo de elasticidade do osso trabecular leva ao aumento da tensão nesta região óssea, pois esta região óssea passa a suportar uma maior parte do carregamento aplicado. A tensão no osso cortical aumenta com a diminuição do módulo de elasticidade do osso esponjoso, pois dessa forma, pois o osso cortical passa a suportar uma maior porção do carregamento aplicado. Uma diminuição do módulo de elasticidade do osso cortical leva a um leve aumento de tensão no osso medular, como resultado do osso medular tendo que suportar uma maior porção do carregamento. Quanto maior o módulo de elasticidade do osso cortical, maior será a tensão, devido ao aumento da resistência do osso cortical em suportar a carga aplicada.

Niroomand e Arabbeiki (2020) estudaram os efeitos dos parâmetros relacionados a dimensões do implante, comprimento e diâmetro, e à rosca do implante (profundidade, altura, passo e ângulo interno) sobre a tensão de von Mises no implante-*abutment* e no osso medular. Modelos tridimensionais de Elementos Finitos foram construídos com diferentes combinações de parâmetros obtidos através do método de *Design of Experiments*. Para estudar os efeitos dos seis parâmetros na resposta utilizou-se da metodologia de Superfície de Resposta. A análise simultânea destes parâmetros foi executada para obter uma melhor perspectiva sobre seus efeitos nas respostas mecânicas. Como modelo matemático para estimar a resposta utilizou-se de uma superfície de resposta de segunda ordem. Os resultados indicaram que o diâmetro do implante e sua interação com a profundidade da rosca são efetivos

em diminuir a probabilidade de reabsorção óssea. O comprimento do implante afeta as tensões de von Mises no implante-*abutment* e tem efeito desprezível sobre tensões no osso medular. O processo de otimização utilizando da superfície de resposta como função objetivo reduziu em 10% e 30% a tensão de von Mises no implante-*abutment* e no osso medular, respectivamente.

Freitas et al. (2021) utilizando modelos de Elementos Finitos juntamente com as metodologias de *Design of Experiments (DOE)* e de Superfície de Resposta desenvolveram um procedimento de otimização multiobjetivo simplificado para projetos de implantes dentários. Com base em dados e resultados de estudos anteriores, modelos bidimensionais de Elementos Finitos de uma prótese unitária composta por um implante Branemark, um *abutment* multi-unit, dois parafusos protéticos, uma coroa protética e uma região de osso mandibular foram construídos. Combinações de valores do diâmetro da superfície superior, diâmetro externo, diâmetro interno e comprimento do implante foram definidas com base no DOE para analisar a influência da geometria na distribuição de tensões na interface osso implante. O problema de otimização formulado foi encontrar a combinação destes quatro parâmetros que minimizam a tensão de von Mises no osso cortical na região de interface entre osso implante e também a superfície de contato entre implante e osso.

# CAPÍTULO 3

## CONSTRUÇÃO DO MODELO PARAMETRIZADO DE ELEMENTOS FINITOS

Neste capítulo, apresenta-se a construção do modelo parametrizado de Elementos Finitos de uma prótese dentária unitária sobre-implante, juntamente com as hipóteses simplificadoras adotadas em seu desenvolvimento, assim como o procedimento de validação deste modelo.

### 3.1. Componentes da prótese

O modelo de Elementos Finitos desenvolvido neste trabalho é baseado na prótese sobre-implante utilizada por Albarracín (2011) e posteriormente estudada numericamente por Hernandez (2015). A prótese é composta por um implante Branemark System MK III Groov (Nobel Biocare – Göteborg, Sweden), onde fixou-se um intermediário do tipo multi-unit (Nobel Biocare – Göteborg, Sweden) através de um parafuso de titânio. Foi fixada sobre o intermediário instalado no implante uma prótese na forma de coroa protética composta de uma liga Cromo-Cobalto (Cr-Co) revestida por uma cerâmica feldspática (CNG Soluções Protéticas – São Paulo, SP, Brasil) através de um parafuso protético de titânio. Na Figura 3.1 observa-se a prótese utilizada por Albarracín (2011) e a prótese digitalizada por Hernandez (2015).



Figura 3. 1: Componentes da prótese utilizada por Albarracín, 2011.

Fonte: Hernandez, 2015.

### 3.2. Modelagem geométrica

A construção da geometria do modelo foi dividida em três partes devido às diferentes técnicas utilizadas na modelagem de cada componente: modelagem do osso mandibular, modelagem dos componentes internos (implante, *abutment* e parafusos de fixação) e modelagem da coroa protética.

A coroa possui um formato assimétrico e é composta por duas estruturas diferentes, uma parte metálica interna composta por uma liga Cobalto-Cromo (Co-Cr) e um revestimento externo de cerâmica feldspática, o que torna impraticável a construção de sua geometria diretamente no software Ansys. A modelagem geométrica foi desenvolvida a partir de técnicas de aquisição de dados de imagens, procedimento desenvolvido no Centro de Simulações em Bioengenharia, Biomecânica e Biomateriais – CS3B, Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP e é descrito detalhadamente em Freitas et al. (2013) e Freitas et al. (2014). Tal procedimento consistiu em obter informações geométricas por meio da técnica de escaneamento 3D para a camada externa de revestimento cerâmico e da técnica de microtomografia computadorizada na região interna metálica (liga Co-Cr).

A região externa da coroa foi escaneada utilizando-se equipamento Next Engine 3D Scanner HD, disponível no laboratório CS3B. Os procedimentos de montagem deste equipamento são mostrados na Figura 3.2. O conjunto é composto por um emissor de feixes que escaneia a peça, uma base giratória que rotaciona o corpo em 360° e hastes e bases de apoio para a fixação da peça.

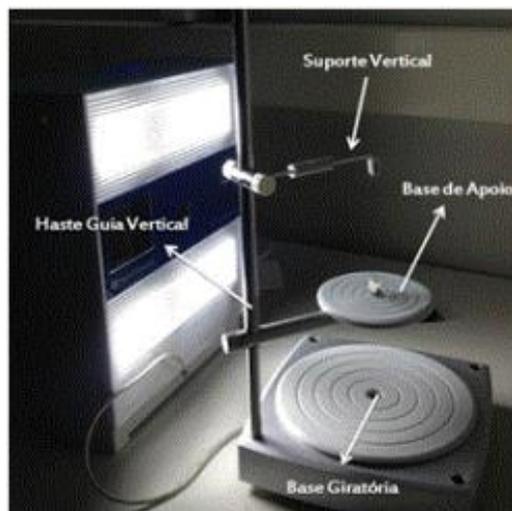


Figura 3.2: Equipamento Next Engine 3D Scanner HD.

Fonte: Hernandez, 2015.



Figura 3.3: (a) Nuvem de pontos gerada pelo escaneamento e (b) superfície gerada.

Fonte: Adaptado de Hernandez, 2015.

A nuvem de pontos gerada pelo escaneamento tridimensional e a superfície gerada a partir da nuvem de pontos é ilustrada na Figura 3.3. Após o escaneamento, a superfície gerada foi exportada para um arquivo de extensão STL (StereoLithograph). Observa-se na Figura 3.3 que a superfície gerada através da nuvem de pontos possui algumas falhas e perda de informações, tornando-se necessário exportá-la para o software MeshLab, que possui um recurso que realiza o acabamento e a suavização da superfície gerada, eliminando falhas na aquisição dos dados de imagem. Este recurso é conhecido como filtro de reconstrução de malha por Poisson. Após os ajustes executados no MeshLab, o modelo da coroa foi novamente exportado em um arquivo de extensão STL.

Até então, o modelo geométrico da região externa da coroa é composto apenas por sua superfície, não possuindo volume, que é necessário para a criação de um modelo tridimensional sólido para a posterior construção do modelo de Elementos Finitos. O arquivo STL gerado pelo MeshLab foi exportado para o software CAD SolidWorks (v. 2012). Através de ferramentas de modelagem disponíveis no software, gerou-se o volume da coroa e alguns ajustes e simplificações foram executados. Inseriu-se também a “linhas guia”, que serão utilizadas posteriormente na criação da malha de Elementos Finitos.

Finalizada a modelagem geométrica da região externa da coroa no software CAD, ela foi exportada no formato de arquivo IGS (Initial Graphic Exchange Specification) para o software Ansys (v. 2019.R3). Na Figura 3.4 visualiza-se o volume gerado no software SolidWorks e o modelo geométrico final que é utilizado no software de Elementos Finitos.

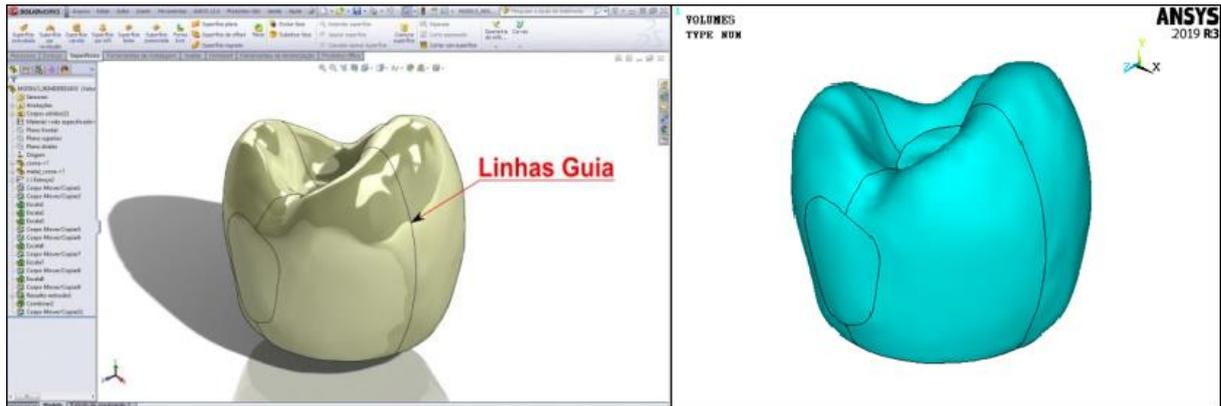


Figura 3.4: Região externa da coroa (a) no software SolidWorks e (b) em ambiente Ansys.

Fonte: Adaptado de Hernandez, 2015.

Para a modelagem geométrica da região interna, composta de liga Co-Cr, utilizou-se o processo de aquisição de imagens por Microtomografia Computadorizada (Microtomografia ou Micro-CT). O equipamento utilizado na aquisição de imagens foi o SkyScan 1176, disponível na Faculdade de Odontologia – UNESP – Câmpus de Araraquara. A Micro-CT obtém imagens de seções do volume através de consecutivas emissões de raios-X. Os arquivos gerados são imagens segmentadas da geometria que criam a visualização da geometria quando sobrepostas.

A Figura 3.5 ilustra algumas das camadas geradas pela Microtomografia Computadorizada, que precisam passar por um processo de tratamento antes de serem combinadas e manipuladas para a geração de um sólido tridimensional. Este tratamento tem a finalidade de corrigir falhas na aquisição dos dados de imagem, alto reflexo ou brilho, melhorando as imagens geradas pela Micro-CT. É possível observar na Figura 3.5 que há duas regiões distintas, uma externa com densidade menor (revestimento de porcelana feldspática) e uma interna com densidade maior (liga metálica de Co-Cr). Pretende-se apenas aproveitar a camada metálica da estrutura, excluindo-se o revestimento de porcelana, já obtido através do escaneamento 3D. O processamento das imagens leva à separação das regiões interna e externa, buscando-se contornos bem definidos para a criação da geometria tridimensional. Para a realização deste tratamento, as imagens da Micro-CT foram exportadas em formato TIFF (Tag Image File Format) para o software ImageJ (v.1.48), onde tratamentos de contraste e brilho foram realizados para uma melhor visualização da estrutura metálica coroa.

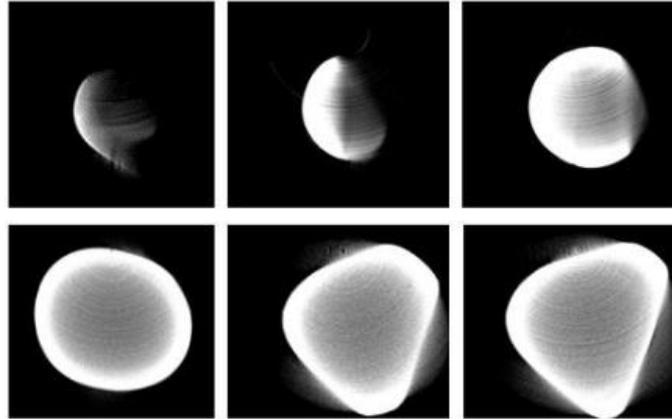


Figura 3.5: Camadas geradas pela Microtomografia Computadorizada antes do tratamento.

Fonte: Hernandez, 2015.

Após a execução do tratamento, exportou-se as imagens em arquivos de formato TIFF para o software Simpleware (v.4.2). Este software é responsável por ler as imagens obtidas na Micro-CT e reconstruí-las como sólidos tridimensionais, possibilitando a criação do volume posteriormente discretizado em Elementos Finitos.

O volume gerado após a reconstrução no Simpleware (v.4.2) foi exportado em extensão STL para o software CAD Solidworks (v.2012). Através das mesmas ferramentas utilizadas no revestimento de cerâmica, criou-se o volume do metal e aplicou-se alguns ajustes e simplificações de superfície. Também se inseriu as “linhas-guia” para a criação posterior da malha de elementos finitos.

Finalizada a modelagem geométrica no software CAD, a parte metálica da coroa foi exportada no formato IGS para o software Ansys. A Figura 3.6 mostra o volume gerado no software Solidworks e o modelo geométrico final utilizado no software de Elementos Finitos.

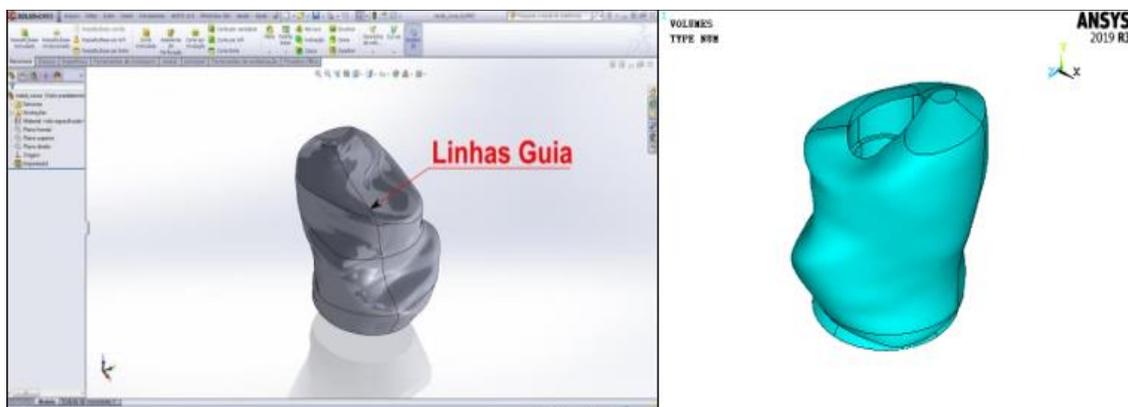


Figura 3.6: Região metálica da coroa (a) no software SolidWorks e (b) em ambiente Ansys.

Fonte: Adaptado de Hernandez, 2015.

Os componentes internos da prótese (implante, *abutment* e parafusos de fixação), por serem de geometrias simples e simétricas, compostas basicamente por cilindros e troncos de cone, foram modelados diretamente no software de Elementos Finitos Ansys (v.2019.R3) no módulo Mechanical APDL, utilizando-se da linguagem APDL (*Ansys Parametric Design Language*) de programação. Na Figura 3.7 visualiza-se os modelos geométricos dos componentes internos da prótese em vista isométrica no ambiente de software Ansys.

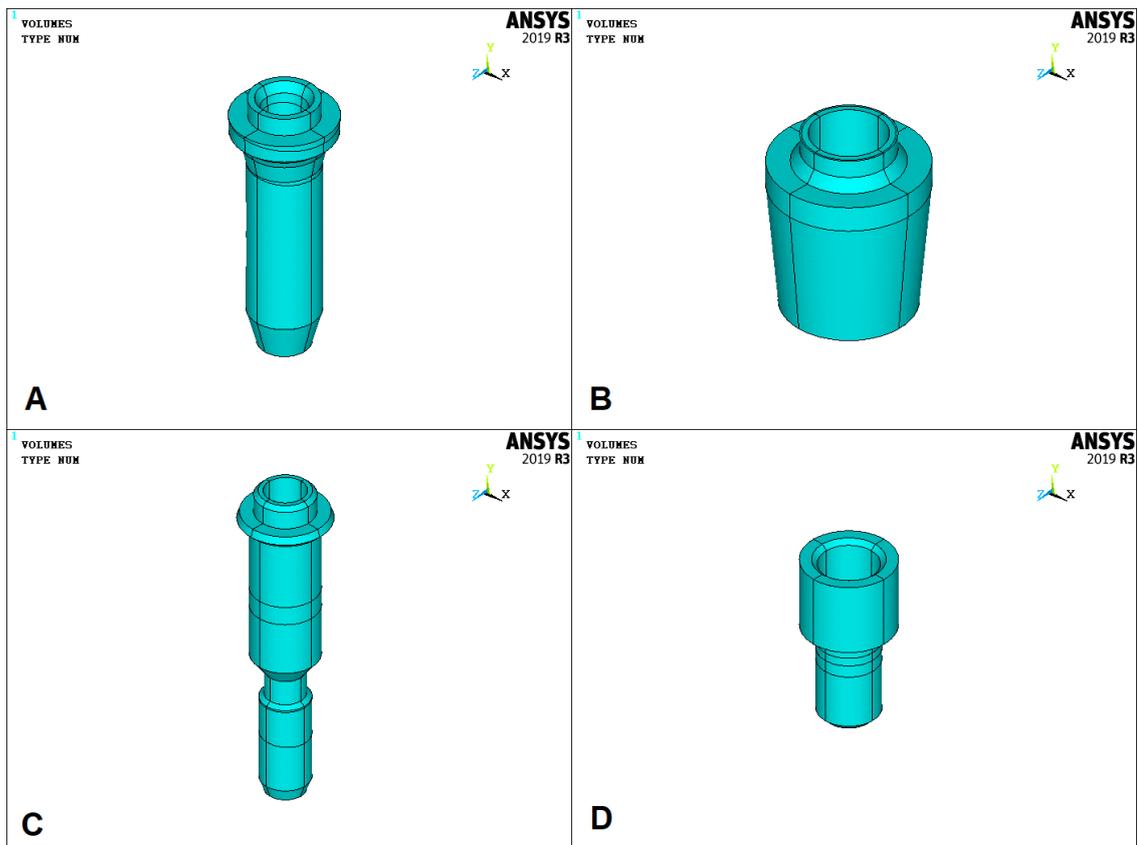


Figura 3.7: Modelo geométrico dos componentes internos: (a) implante, (b) abutment, (c) parafuso do implante e (d) parafuso do abutment.

Fonte: Do autor.

Nota-se que algumas simplificações foram aplicadas nas geometrias. Os filetes de rosca dos dois parafusos de fixação foram omitidos. No parafuso do intermediário, construiu-se apenas o primeiro filete de rosca, pois é um local de alta incidência de falhas (SILVA et al., 2014). No implante, a rosca também foi removida pois não é objeto de estudo deste trabalho, implicando na condição de completa osseointegração entre implante e osso mandibular na execução das análises. Essas simplificações objetivaram a melhoria da capacidade de processamento computacional.

O osso mandibular é composto de uma região medular e uma região cortical e foram modeladas geometricamente por Hernandez (2010) utilizando-se o software CAD SolidWorks (v. 2012) e são ilustradas na Figura 3.8 em ambiente Ansys. A espessura utilizada para o osso cortical foi de 2 mm.

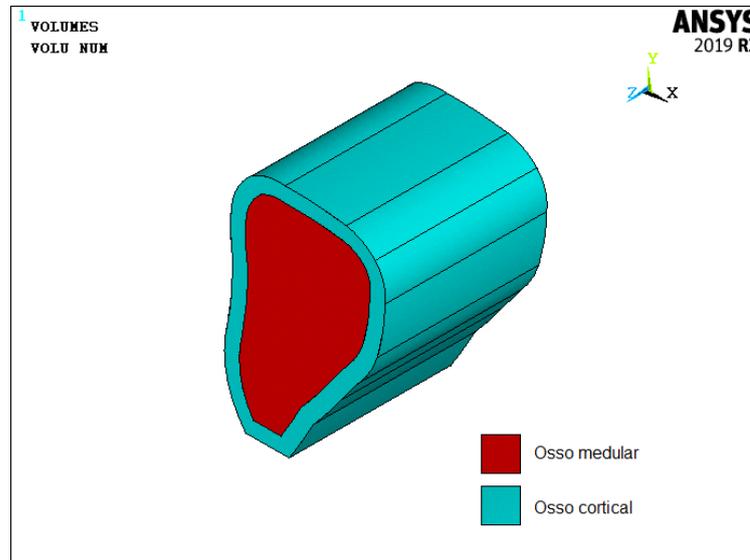


Figura 3.8: Regiões cortical e medular do osso mandibular.

Fonte: Do autor.

### 3.3. Estruturação do modelo prótese-implante-mandíbula

Após a modelagem geométrica de todos os componentes que constituem a prótese, é necessário realizar a junção dos componentes internos à coroa protética no software de Elementos Finitos. Primeiramente, os componentes internos foram montados no Ansys na configuração ilustrada na Figura 3.1. Estes componentes foram inseridos no modelo geométrico do osso mandibular, composto pelas regiões cortical e medular, conforme observado na Figura 3.8. O furo no osso que recebe o sistema protético foi criado no software Ansys, através de ferramentas booleanas, que têm a capacidade de extrair um sólido, de mesma geometria e dimensões do implante, do osso, deixando uma região vazia. Essas ferramentas também permitem que áreas que entram em contato compartilhem suas superfícies, possibilitando a introdução de futura condição de osseointegração entre implante e osso mandibular.

Para a fixação da coroa protética aos componentes internos da prótese, as mesmas ferramentas booleanas foram utilizadas. O volume correspondente ao metal interno foi extraído do volume da cerâmica, criando-se assim uma região vazia. Nesta

região, adicionou-se a estrutura metálica da coroa para compor todo o conjunto da coroa protética. Inseriu-se a condição de colagem entre as duas regiões, formando um único sólido composto de materiais diferentes. Em seguida, também através de ferramentas booleanas de subtração de volumes, criou-se na coroa protética os furos para inserção dos parafusos de fixação. Por fim, uniu-se a coroa protética ao restante do conjunto. A Figura 3.9 ilustra o modelo geométrico final em ambiente Ansys.

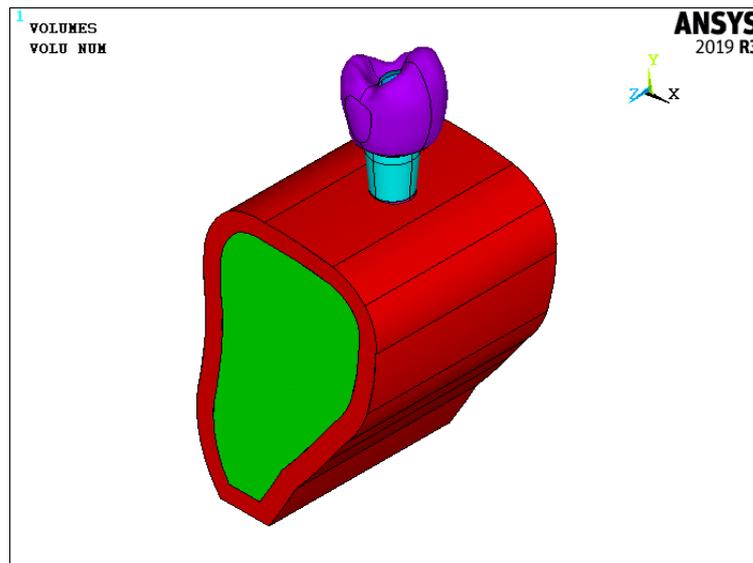


Figura 3.9: Modelo geométrico da prótese instalada no osso mandibular.

Fonte: Do autor.

### 3.4. Caracterização física do modelo

#### 3.4.1. Aplicação das propriedades mecânicas

Após a montagem do modelo geométrico, atribuiu-se a cada componente do conjunto as suas propriedades mecânicas. Na fundamentação teórica, apresentou-se uma simplificação considerando-se que os materiais que compõem o osso mandibular apresentam as mesmas propriedades mecânicas em todas as direções, ou seja, isotropia. Dessa maneira, todos os materiais utilizados neste estudo foram considerados homogêneos, isotrópicos e linearmente elásticos, apresentando a mesma composição e as mesmas propriedades mecânicas em todas as direções em um mesmo ponto do elemento estrutural, e foram caracterizados pelo módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson. A Tabela 3.1 ilustra as propriedades mecânicas dos materiais.

Tabela 3.1: Propriedades mecânicas dos componentes do modelo.

Componente	Material	Módulo de Elasticidade	Coefficiente de Poisson	Referência
Mandíbula	Osso cortical	14 GPa	0,3	Juodzbaly et al. (2005)
Mandíbula	Osso medular	1 GPa	0,3	Juodzbaly et al. (2005)
Implante	Liga Ti-6Al-4V	110 GPa	0,34	Elsayyad et al. (2020)
<i>Abutment</i>	Liga Ti-6Al-4V	110 GPa	0,34	Elsayyad et al. (2020)
Parafuso da coroa	Titânio puro	102 GPa	0,35	Kong et al. (2009)
Parafuso intermediário	Titânio puro	102 GPa	0,35	Kong et al. (2009)
Coroa interna	Liga Cr-Co	218 GPa	0,33	Craig e Powers (1989)
Coroa revestimento	Cerâmica	68,9 GPa	0,28	Geng et al. (2001)

### 3.4.2. Discretização do modelo

O elemento utilizado na construção da malha de Elementos Finitos foi o SOLID187. Este elemento é um sólido tetraédrico, de função de interpolação quadrática e possui dez nós com três graus de liberdade em cada nó. Ele foi escolhido porque sua função oferece boa aproximação às condições reais e é capaz de adaptar-se a malhas irregulares, mantendo suas propriedades.

Neste trabalho, a região de análise é a interface entre osso e implante, possuindo, portanto, uma malha com maior grau de refinamento e, à medida que os elementos se distanciam dessa região, eles suavemente passam a assumir tamanhos maiores. A quantidade de elementos finitos e suas dimensões foram parametrizados em função geometria do modelo, devido à realização dos estudos paramétricos que serão descritos no Capítulo 4.

### 3.4.3. Introdução de elementos de contato

Elementos de contato foram aplicados nas superfícies de interação entre implante e *abutment* e entre o *abutment* e a coroa. De acordo Xu, Wang e Li (2015), um comportamento de união rígida entre tais superfícies não corresponde à real caracterização destes elementos estruturais, alterando a distribuição de tensões em todo o modelo. Para determinadas condições de esforços solicitantes, como carregamentos oblíquos, é possível o surgimento de um *gap* entre os componentes e até mesmo deformações plásticas na região de contato.

A estas superfícies, foram adicionados os elementos de contato CONTACT175 (elementos atribuídos a superfícies que induzem o contato) e TARGET170 (elementos aplicados nas superfícies que recebem o contato). Estas superfícies podem ser visualizadas na Figura 3.10 em ambiente Ansys.

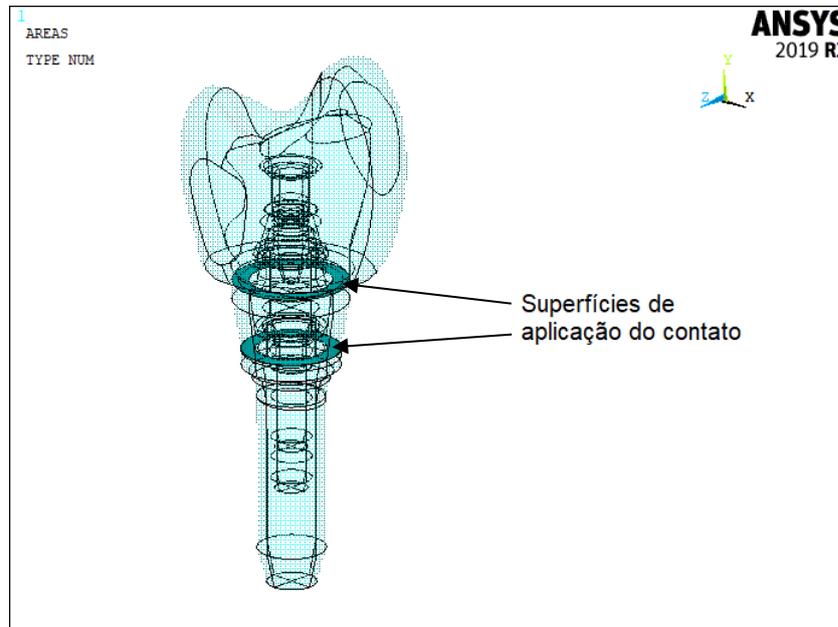


Figura 3.10: Superfícies de aplicação de elementos de contato.

Fonte: Do autor.

#### 3.4.4. Aplicação da pré-carga

Os componentes estruturais que receberam os elementos de contato não se encontram mais unidos rigidamente ao conjunto. Portanto, é necessário aplicar pré-carga nos parafusos do *abutment* e da coroa, que é uma força de aperto dos parafusos aplicada no modelo que simula o torque necessário para a fixação e junção dos componentes uns com os outros como em uma estrutura real.

Para reproduzir o torque de aperto no modelo de elementos finitos, é introduzida aos corpos do parafuso uma força de compressão, que é aplicada em uma seção intermediária dos parafusos de fixação do *abutment* e da coroa. Essa força de compressão gera uma reação que traciona os parafusos. Essa força de tração em elementos de fixação como parafusos é responsável pela união e fixação dos componentes por ele unidos (GUPTA, GUPTA e TANDAN, 2015; CAPELLO SOUSA, 2010; SILVEIRA, 2013; BUDINAS e NISBETT, 2011). A relação entre forças de tração e compressão no corpo de parafusos é explicitada no trabalho de Silveira (2013).

Segundo Budinas e Nisbett (2011), a força de tração em um parafuso  $F_p$  que equivale à aplicação de um torque é dada por:

$$F_p = \frac{T_p}{0.20 \cdot d_p} \quad (3.1)$$

Onde  $T_p$  é o torque aplicado ao parafuso e  $d_p$  é o diâmetro médio da rosca do parafuso. O diâmetro médio da rosca do parafuso do *abutment*  $d_{pa}$  é de 1,68 mm e o torque usualmente empregado neste parafuso  $T_{pa}$  é de 200 N.mm de acordo com Albarracín (2011). Portanto, a força de tração  $F_{pa}$  no parafuso do *abutment* é:

$$F_{pa} = \frac{200 \text{ N} \cdot \text{mm}}{0,20 \cdot 1,68 \text{ mm}} = 595 \text{ N} \quad (3.2)$$

É necessário aplicar uma carga compressiva no modelo, na seção intermediária do parafuso, de forma que as forças resultantes ocasionadas por este carregamento correspondam à força de aperto de 595 N. A Figura 3.11 mostra a relação entre as forças compressivas e de tração, bem como as dimensões do parafuso de travamento do *abutment* e a seção intermediária onde é aplicada a pré-carga.

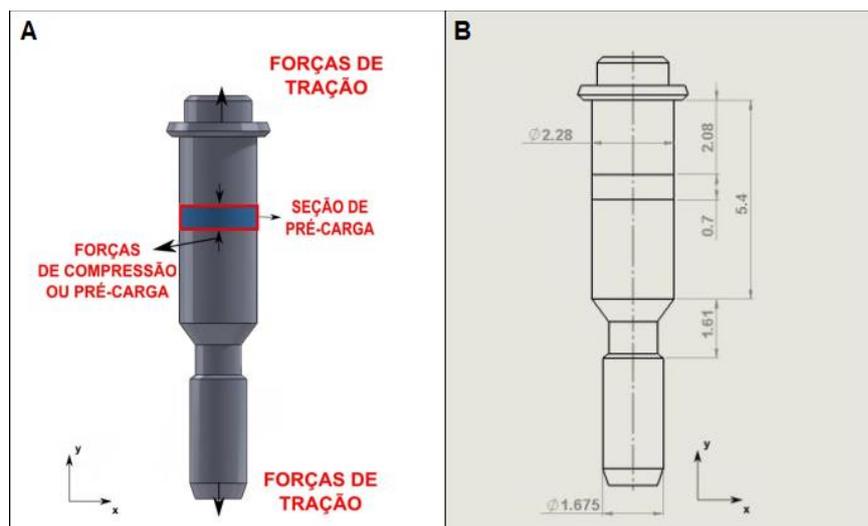


Figura 3.11: (a) Aplicação da pré-carga; (b) dimensões da seção transversal do parafuso.

Fonte: Adaptado de Hernandez, 2015.

Para determinar as resultantes que devem ser aplicadas no modelo para gerar a força de aperto de 595 N é necessário elaborar um cálculo analítico baseado

nas equações de compatibilidade de deslocamentos da Resistência dos Materiais. Estes cálculos foram descritos e desenvolvidos no trabalho de Silveira (2013).

Para a aplicação da pré-carga no parafuso de fixação da coroa, utilizou-se da mesma técnica. O diâmetro médio da rosca do parafuso da coroa  $d_{pc}$  é de 1,4 mm, e o torque normalmente aplicado neste parafuso  $T_{pc}$  é de 100 N.mm segundo Albarracín (2011). Portanto, de acordo com a Equação 3.1, a força de tração no parafuso da coroa é dada por:

$$F_{pc} = \frac{100 \text{ N} \cdot \text{mm}}{0,20 \cdot 1,4 \text{ mm}} = 357 \text{ N} \quad (3.3)$$

A força de tração no parafuso originada de um torque de aperto de 100 N.mm é de 357 N. Na Figura 3.12 observa-se a relação entre forças de tração e de compressão, assim como as dimensões do parafuso da coroa e a seção intermediária onde a pré-carga é aplicada.

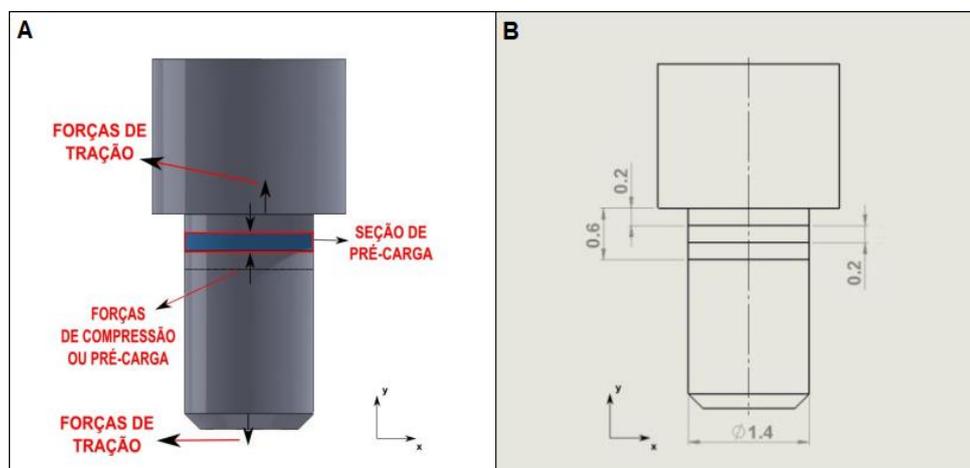


Figura 3.12: (a) Aplicação da pré-carga; (b) dimensões da seção transversal do parafuso.

Fonte: Adaptado de Hernandez, 2015.

### 3.5. Análise do modelo de Elementos Finitos

#### 3.5.1. Convergência de malha

Uma vez que se tem o modelo representativo quanto à aplicação de cargas, condições de contorno e propriedades de materiais, a variável de modelagem que ainda pode causar divergência entre resultados é o refinamento de malha. Portanto,

é necessário realizar um estudo de convergência de resultados em função da discretização da malha, ou seja, da quantidade de elementos presentes no modelo e do tamanho do elemento na região de análise. A convergência é obtida quando a variação dos resultados entre duas etapas subsequentes da análise é mínima, fornecendo processamento numérico suficiente e resultados confiáveis. Na região de interface entre osso e implante a malha possui um maior grau de refinamento, e a medida que os elementos se distanciam dessa região eles passam a ter tamanhos maiores.

Neste trabalho a convergência de malha foi executada através da geração de sete modelos de Elementos Finitos, onde variou-se a quantidade de elementos em cada um, os demais parâmetros permaneceram constantes. Nestes modelos, utilizou-se um implante com altura de 11 mm e um *abutment* de 1 mm, o módulo de elasticidade do osso cortical utilizado foi de 20 GPa. Esta configuração foi definida arbitrariamente. Aplicou-se um carregamento oblíquo de intensidade 100 N e restrições de movimento em todos os graus de liberdade foram aplicadas nos nós do osso mandibular, estas condições podem ser visualizadas na Figura 3.13. O estudo iniciou-se com um modelo de 50000 elementos, quantidade definida arbitrariamente. Os modelos seguintes tiveram um incremento de 50000 elementos de um modelo para o outro, até a obtenção da malha onde houve convergência dos resultados.

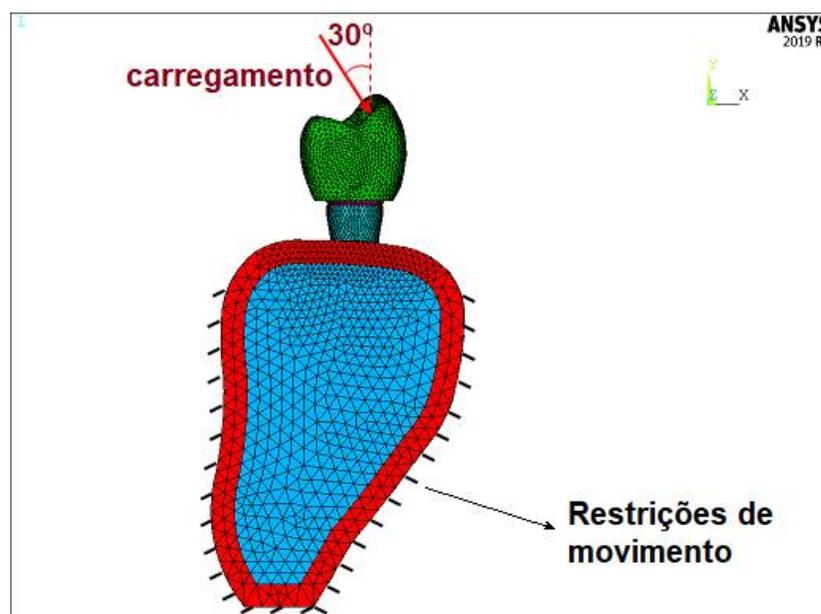


Figura 3.13: Carregamento e restrições.

Fonte: Do autor.

### 3.5.2. Procedimento de validação do modelo

Todo modelo numérico precisa ser validado experimentalmente. A validação é um procedimento que busca certificar a funcionalidade do modelo numérico. Ela é executada através de um modelo experimental com os componentes reais que embasaram a criação do modelo computacional. Os mesmos testes são realizados no modelo matemático e no modelo experimental, e os resultados obtidos nos dois modelos são comparados. A convergência ou divergência dos resultados fornece a informação da funcionalidade do modelo.

Para verificar a funcionalidade do modelo numérico desenvolvido neste trabalho, o procedimento experimental realizado por Albarracín (2011) foi reproduzido utilizando-se o Método dos Elementos Finitos. Albarracín (2011) realizou diversos experimentos em próteses dentárias sobre-implante utilizando-se diferentes materiais na confecção da coroa protética. Através da medição da deformação gerada no *abutment* e no osso peri-implantar utilizando-se extensômetros lineares elétricos, buscou analisar a influência dos tipos de materiais no comportamento mecânico do sistema e correlacionar as deformações geradas na região peri-implantar com a teoria de Frost (1994). Para este trabalho, será considerado apenas os resultados obtidos no experimento realizado com a coroa de liga Co-Cr (Cobalto-Cromo).

No experimento em questão, foi utilizada uma prótese dentária composta por um implante Branemark System MK III Groov de 13 mm de comprimento por 3,75 mm de diâmetro, sobre o qual um *abutment* multi-unit de 5 mm de comprimento foi fixado através de um parafuso de titânio utilizando-se um torque de aperto de 200 Nmm. Sobre o *abutment* a coroa protética também foi conectada através de um parafuso utilizando-se um torque de aperto de 100 Nmm. O conjunto foi instalado em um modelo de osso mandibular confeccionado em poliuretano F-16. Um carregamento axial de 300 N foi aplicado na coroa. A Figura 3.14 ilustra as posições de fixação dos extensômetros e a realização do teste de compressão.

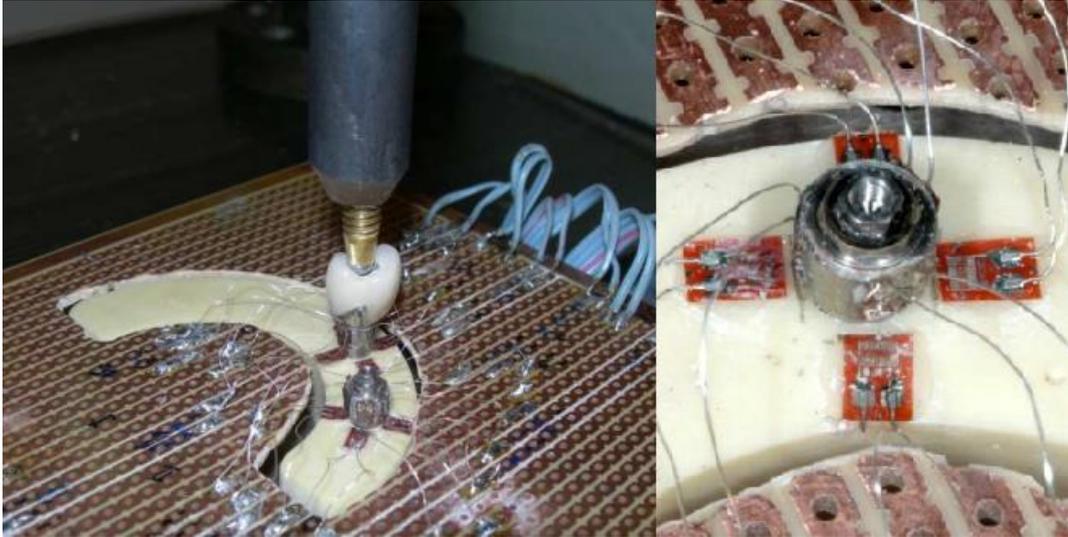


Figura 3.14: (a) Ensaio de compressão; (b) posicionamento dos extensômetros.

Fonte: Adaptado de Albarracín, 2011.

Utilizou-se o Modelo parametrizado de Elementos Finitos desenvolvido neste trabalho para simular o experimento realizado por Albarracín (2011). Observa-se que este modelo de EF possui algumas diferenças em relação ao modelo experimental. Além da utilização de um modelo de osso mandibular confeccionado em Poliuretano F-16, o modelo de Albarracín (2011) também apresenta roscas nos parafusos de fixação e no implante. Para aproximar a caracterização do modelo numérico ao modelo experimental, foram aplicadas ao osso mandibular as propriedades do poliuretano F-16, que são mostradas na Tabela 3.2.

Tabela 3.2: Propriedades mecânicas do Poliuretano F-16.

Componente	Material	Módulo de Elasticidade	Coefficiente de Poisson	Referência
Mandíbula	Poliuretano F-16	360 GPa	0,3	Miyashiro et al. (2011)

A malha de elementos finitos utilizadas neste modelo foi a malha parametrizada onde houve convergência de resultados, conforme proposto na seção 3.4. Para simular as condições de contorno utilizadas no experimento de Albarracín (2011), o movimento da base inferior e de toda a lateral do osso mandibular foi restringido em todos os graus de liberdade, utilizou-se pré-carga de 200 N.mm para o parafuso intermediário e de 100 N.mm para o parafuso da coroa e elementos de contato foram inseridos entre as superfícies do implante e do *abutment* e também entre o *abutment*

e a coroa. O carregamento axial de compressão de 300 N foi dividido em quatro componentes de 75 N e aplicado na coroa. A Figura 3.15 ilustra o modelo discretizado e os pontos de aplicação das componentes do carregamento axial.

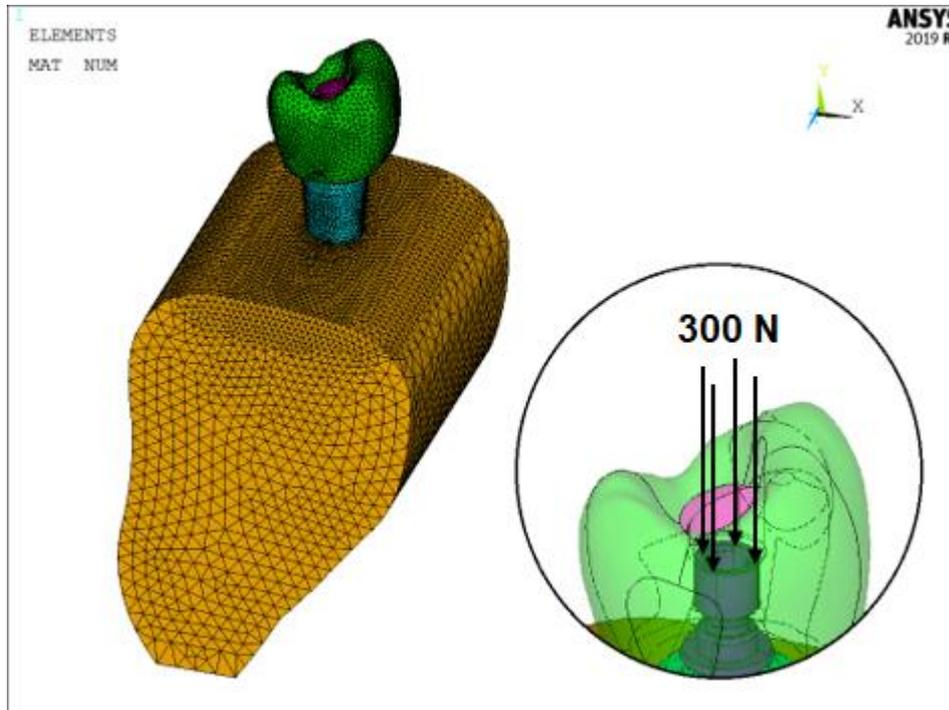


Figura 3.15: Modelo discretizado e carregamento axial.

Fonte: Do autor.

Albarracín (2011) avaliou deformações no intermediário e no osso peri-implantar. Para a validação do modelo numérico desenvolvido, apenas as deformações do osso peri-implantar serão avaliadas. Isto deve-se pois, em seu trabalho, Albarracín (2011) não considerou as deformações geradas pela pré-carga nos parafusos, apenas as deformações provenientes da carga aplicada foram contabilizadas, mas no modelo de elementos finitos, as deformações são resultado de uma combinação dos efeitos da pré-carga e do carregamento aplicado. Entretanto, de acordo com Moretti Neto (2010), o efeito do torque de aperto dos parafusos na deformação no osso peri-implantar é praticamente insignificante, ou seja, as deformações são majoritariamente geradas pela carga axial aplicada na coroa, permitindo que as deformações provenientes da pré-carga sejam desprezadas. Portanto, para a validação do modelo de elementos finitos, apenas as deformações no osso peri-implantar serão avaliadas.

Para a avaliação das deformações ao redor do osso peri-implantar, Albarracín (2011) fixou os extensômetros nas posições mesial, vestibular, distal e lingual, cada um com uma distância de 2 mm do furo onde é fixado o implante. As deformações são avaliadas nas direções radiais e em posições equivalentes no modelo de Elementos Finitos. A Figura 3.16 ilustra a disposição dos extensômetros no procedimento experimental de Albarracín (2011) e no modelo de elementos finitos.

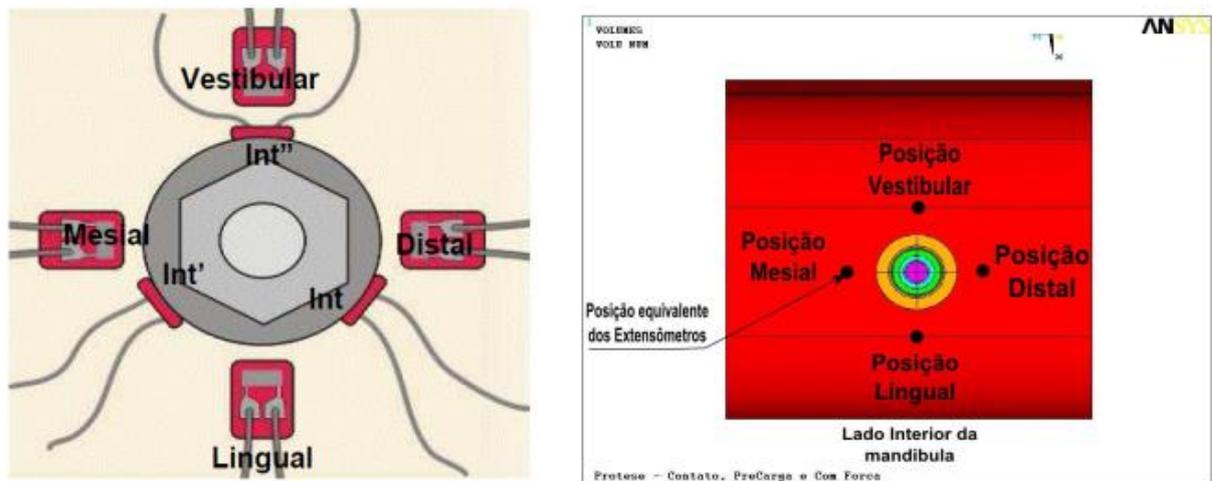


Figura 3.16: (a) Disposição dos extensômetros no experimento de Albarracín (2011); (b) pontos equivalentes ao modelo experimental onde avaliou-se as deformações.

Fonte: Adaptado de Hernandez, 2015.

### 3.5.3. Avaliação da funcionalidade e validação do modelo

A tensão de von Mises na região peri-implantar do osso cortical em cada um dos modelos de Elementos Finitos desenvolvidos no estudo de convergência de malha são ilustrados na Figura 3.17. Observa-se que houve convergência da solução no modelo com 350000 elementos. O tamanho dos elementos obtidos na região de interface entre osso e implante foi de 0,3 mm. Devido à parametrização da malha em função da geometria do modelo, os elementos nesta região sempre terão o mesmo tamanho independente da geometria do conjunto implante-prótese. Esta malha foi aplicada no Modelo de Elementos finitos desenvolvido para reproduzir computacionalmente o experimento realizado por Albarracín (2011). A Tabela 3.3 demonstra um comparativo entre as deformações obtidas através da extensometria por Albarracín (2011) e pelo modelo de Elementos Finitos, bem como a diferença

percentual entre essas deformações. Valores positivos indicam uma deformação de tração, e valores negativos indicam deformação de compressão.

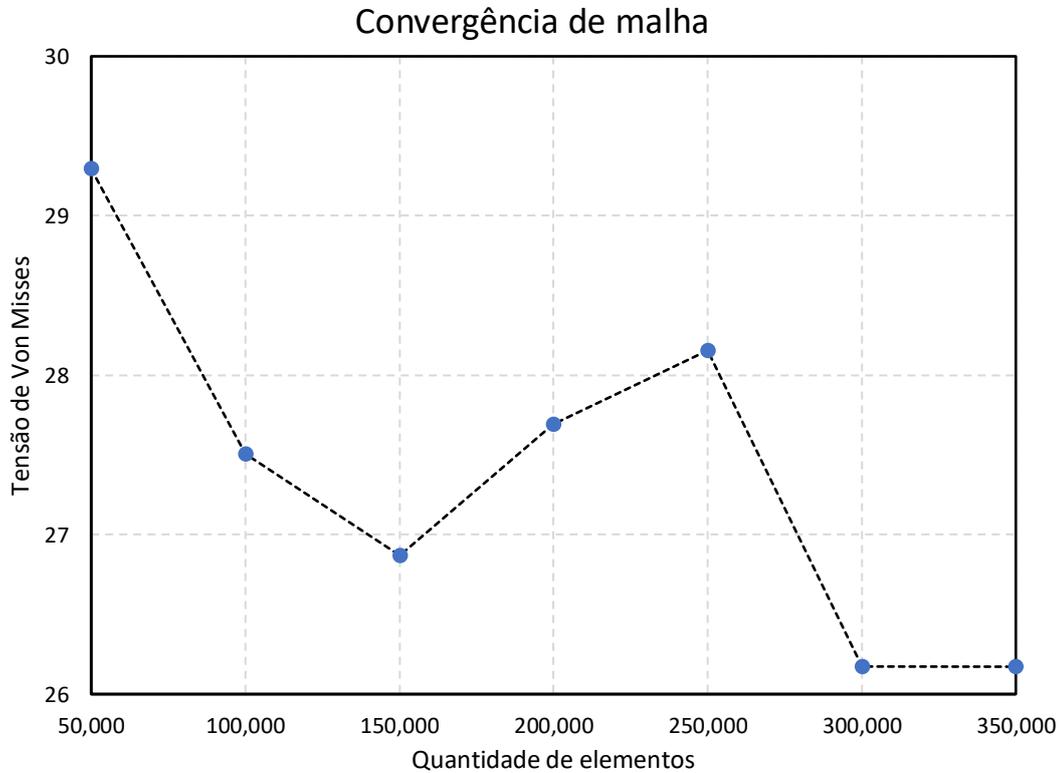


Figura 3.17: Análise de convergência de malha.

Fonte: Do autor

Tabela 3.3: Deformações obtidas por Albarracín (2011) e pelo modelo de EF.

<b>Posição</b>	<b>Deformação medida no experimento (<math>\mu\epsilon</math>)</b>	<b>Deformação calculada no Modelo de EF (<math>\mu\epsilon</math>)</b>	<b>Diferença percentual</b>
Mesial	-303,5	-306,7	1,1
Vestibular	152,7	-430,1	281,6
Distal	-335,7	-304,4	9,9
Lingual	125,6	-474,1	377,5

Observa-se na Tabela 3.3 que as deformações obtidas na região mesial do osso cortical através do experimento e através do modelo de Elementos Finitos apresentaram uma diferença de 1,05%. Na região distal, a diferença entre as deformações obtidas através do procedimento experimental e da simulação computacional foi de 9,9%.

A diferença de resultados nas regiões vestibular e lingual justifica-se através de uma análise do experimento de Albarracín (2011). Observando-se a Figura 3.14, nota-

se que as regiões vestibular e lingual são muito estreitas comparadas com as regiões mesial e distal. Por esse motivo, os efeitos de tração causados pelas condições de contorno se sobrepõem ao efeito Poisson, causando uma deformação resultante de tração nesses pontos. No modelo de elementos finitos, as regiões vestibular e lingual possuem comprimento maior, tornando-se relevante o efeito de Poisson no local.

Hernandez (2015) demonstrou em seu trabalho a situação descrita através da criação de dois modelos de elementos finitos simplificados. O primeiro é de um cubo com arestas de 20mm e no seu centro foi inserido um cilindro de mesmas dimensões do implante utilizado. O segundo é de um paralelepípedo, de comprimento de 20mm, altura de 20mm e largura de 10mm, onde em seu centro também foi inserido um cilindro de mesmas dimensões do implante. Em ambos os modelos, aplicou-se as propriedades mecânicas do poliuretano F-16 (Tabela 3.2) ao cubo e ao paralelepípedo e as propriedades mecânicas da liga de titânio Ti-6Al-4V (Tabela 3.1) aos cilindros. As condições de contorno também foram as mesmas, todas as faces, com exceção da face superior, foram restringidas em todos os graus de liberdade. Um carregamento axial de compressão de 300 N foi aplicado ao centro de cada cilindro. Observou-se que a distribuição das deformações em ambos os modelos sugere o que foi proposto. Pelo efeito de Poisson, o cilindro deformou-se radialmente com a força de compressão, aumentando seu diâmetro e comprimindo a região ao seu redor. Afastando-se da região ao redor do cilindro, as deformações tornam-se de tração, evidenciando o efeito mencionado anteriormente. Entretanto, no modelo do bloco de paralelepípedo, nas laterais onde a espessura é menor, o efeito de tração se sobrepôs ao efeito de Poisson, criando regiões com deformações de tração. Portanto, somente os dados referentes às deformações nas regiões mesial e distal são utilizados para a validação do modelo.

Baseando-se nos resultados obtidos no estudo de convergência de malha (Figura 3.17), nas deformações obtidas no procedimento de validação do modelo de Elementos Finitos (Tabela 3.3) e nas considerações de Hernandez (2015), afirma-se que o modelo parametrizado de Elementos Finitos desenvolvido neste trabalho responde de forma consistente às condições que lhe foram impostas. O modelo parametrizado de EF pode ser visualizado na Figura 3.18.

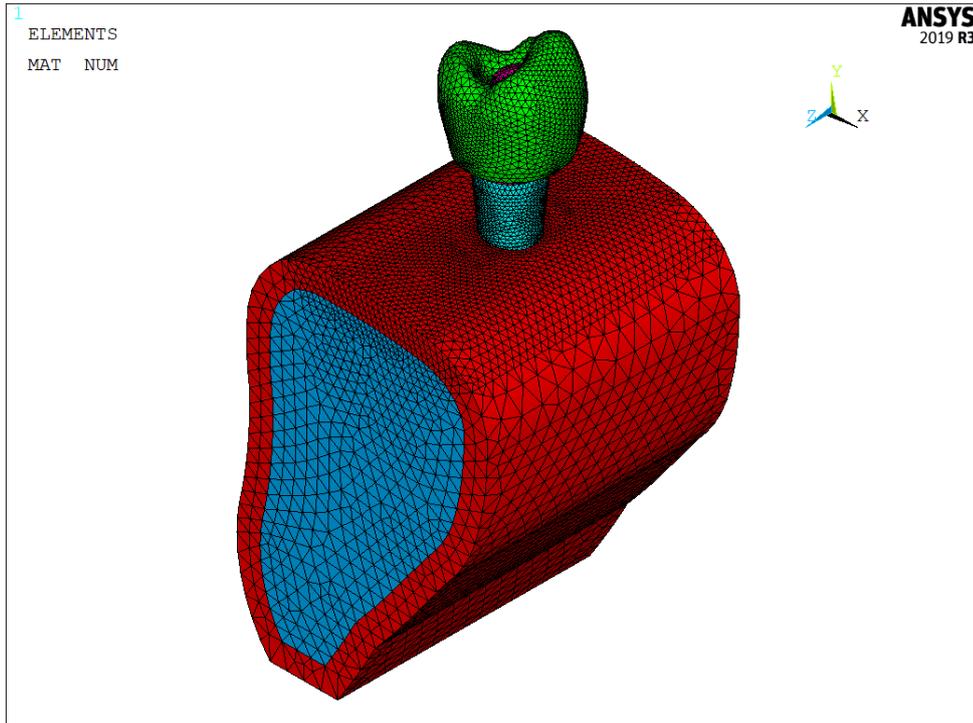


Figura 3.18: Modelo parametrizado de Elementos Finitos

Fonte: Do autor.

# CAPÍTULO 4

## ANÁLISE PARAMÉTRICA

É apresentado neste capítulo o procedimento de análise paramétrica, desenvolvido a partir da modelagem de três diferentes regressões, onde os dados estatísticos de cada uma são analisados, permitindo a obtenção da função Superfície de Resposta que representa o comportamento mecânico da prótese, assim como a obtenção da influência de cada parâmetro avaliado na resposta mecânica.

### 4.1. Parâmetros avaliados

A análise paramétrica é executada variando-se os parâmetros que caracterizam uma configuração de um sistema, obtendo-se a influência de cada um deles em seu comportamento. Tais parâmetros são relacionados a propriedades mecânicas, módulo e direção de carregamentos externos, formas geométricas e dimensões e etc. Neste trabalho, almeja-se compreender o que ocorre mecanicamente na região de interface osso-implante através do procedimento da análise paramétrica, avaliando-se a sensibilidade da estrutura submetida à diversas configurações inerentes à sua geometria, parâmetros físicos do osso cortical e diferentes condições de carregamento externo aplicado sobre a prótese.

Neste trabalho, os parâmetros analisados foram a altura do implante (H), a altura do *abutment* (h), a intensidade da carga aplicada (F) e o módulo de elasticidade do osso cortical (E), com o objetivo de verificar as relações entre carga, rigidez, geometrias do *abutment* e do intermediário e comportamento mecânico da estrutura, avaliado em termos de tensão de von Mises na região de interface entre osso e implante, identificando-se assim a sensibilidade de cada parâmetro na resposta mecânica. Estes parâmetros foram selecionados com base em estudos anteriores desenvolvidos por este grupo de pesquisa. A Tabela 4.1 mostra os valores máximos e mínimos considerados para cada parâmetro e a Figura 4.1 ilustra graficamente os parâmetros analisados. Os valores mínimo e máximo da força, definidos como 91 N e 284 N, respectivamente, basearam-se no trabalho de Petrie e Williams (2007), pois, segundo o autor, geralmente um implante odontológico é submetido à carregamentos de mastigação que variam dentro deste intervalo. De acordo com Van Staden, Guan

e Loo (2006), normalmente assume-se que o módulo de elasticidade do osso cortical encontra-se entre 5,57 e 22,8 GPa. As alturas mínimas e máximas do implante e do *abutment* são dimensões disponíveis comercialmente do sistema implanto suportado em análise, podendo ser consultadas no catálogo da Biocare (2020).

Tabela 4.1: Valores mínimos e máximos de cada parâmetro de entrada.

Parâmetro	Símbolo	Valor mínimo	Valor máximo
Altura do implante	H	7 mm	15 mm
Altura do <i>abutment</i>	h	1 mm	5 mm
Módulo de Elasticidade do osso cortical	E	8 MPa	20 MPa
Carga aplicada	F	91 N	284 N

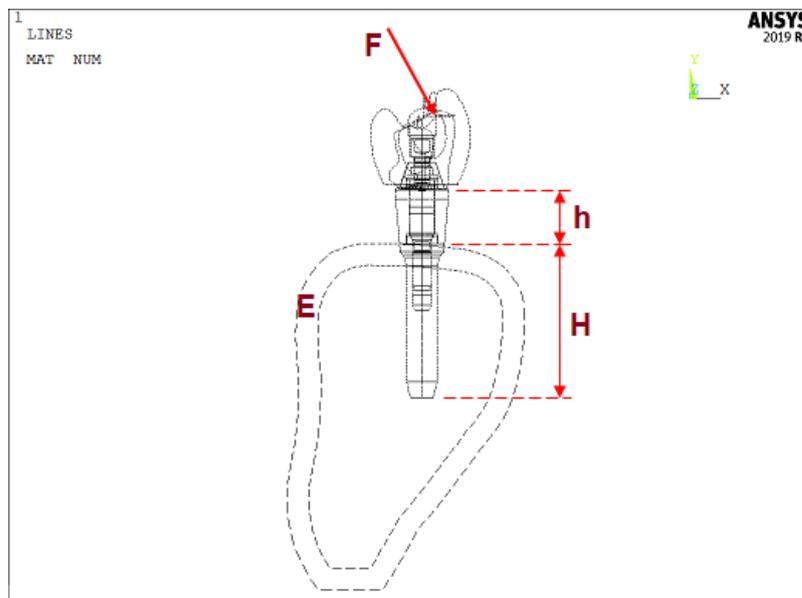


Figura 4.1: Representação das variáveis estudadas na análise paramétrica.

Fonte: Do autor

## 4.2. Procedimento de execução da análise paramétrica

Para a realização dos estudos paramétricos, primeiramente, desenvolveu-se o modelo parametrizado de Elementos Finitos (EF) em função dos parâmetros avaliados.

Em seguida, determinou-se quais combinações de parâmetros de entrada fornecem as respostas necessárias para a construção da Superfície de Resposta, utilizando-se a metodologia de Projeto por Experimentação (DOE) através do modelo *Central Composed Face Centered (CCF)*. Este modelo foi escolhido pois, para 4

parâmetros, ele minimiza a quantidade de combinações necessárias para a modelagem da função Superfície de Resposta. Vinte e cinco combinações foram obtidas, conseqüentemente, foi necessário o desenvolvimento de vinte e cinco modelos de EF. A construção destes modelos foi executada apenas substituindo-se as combinações de parâmetros fornecidas pelo DOE diretamente no código em linguagem APDL utilizado na construção do modelo parametrizado de EF. Em cada um dos modelos, foram aplicadas diferentes geometrias, propriedades mecânicas, e solicitações. A configuração de cada modelo pode ser visualizada na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Combinações de parâmetros para o desenvolvimento dos modelos de elementos finitos.

<b>MODELO</b>	<b>H<sub>c</sub></b>	<b>h<sub>c</sub></b>	<b>E<sub>c</sub></b>	<b>F<sub>c</sub></b>	<b>H<sub>r</sub> [mm]</b>	<b>H<sub>r</sub> [mm]</b>	<b>E<sub>r</sub> [Mpa]</b>	<b>F<sub>r</sub> [N]</b>
<b>1</b>	-1	-1	-1	-1	7	1	8000	91
<b>2</b>	-1	-1	-1	1	7	1	8000	284
<b>3</b>	-1	-1	1	-1	7	1	20000	91
<b>4</b>	-1	-1	1	1	7	1	20000	284
<b>5</b>	-1	1	-1	-1	7	5	8000	91
<b>6</b>	-1	1	-1	1	7	5	8000	284
<b>7</b>	-1	1	1	-1	7	5	20000	91
<b>8</b>	-1	1	1	1	7	5	20000	284
<b>9</b>	1	-1	-1	-1	15	1	8000	91
<b>10</b>	1	-1	-1	1	15	1	8000	284
<b>11</b>	1	-1	1	-1	15	1	20000	91
<b>12</b>	1	-1	1	1	15	1	20000	284
<b>13</b>	1	1	-1	-1	15	5	8000	91
<b>14</b>	1	1	-1	1	15	5	8000	284
<b>15</b>	1	1	1	-1	15	5	20000	91
<b>16</b>	1	1	1	1	15	5	20000	284
<b>17</b>	-1	0	0	0	7	3	14000	187,5
<b>18</b>	1	0	0	0	15	3	14000	187,5
<b>19</b>	0	-1	0	0	11	1	14000	187,5
<b>20</b>	0	1	0	0	11	5	14000	187,5
<b>21</b>	0	0	-1	0	11	3	8000	187,5
<b>22</b>	0	0	1	0	11	3	20000	187,5
<b>23</b>	0	0	0	-1	11	3	14000	91
<b>24</b>	0	0	0	1	11	3	14000	284
<b>25</b>	0	0	0	0	11	3	14000	187,5

Os resultados das análises estáticas em regime linear elástico das 25 simulações são obtidos, em termos de tensão de von Mises na região peri-implantar do osso cortical, e arquivados em uma planilha do software Microsoft Excel. Utilizando-se a ferramenta de Análise de Dados da biblioteca deste *software*, três regressões foram desenvolvidas a partir dos resultados e das combinações de parâmetros: uma regressão de primeira ordem, uma regressão de primeira ordem com interação e uma regressão de segunda ordem.

O modelo de primeira ordem é representado por:

$$S_{est} = \beta_0 + \beta_1 H_c + \beta_2 h_c + \beta_3 E_c + \beta_4 F_c \quad (4.1)$$

O modelo de primeira ordem com interação é dado por:

$$S_{est} = \beta_0 + \beta_1 H_c + \beta_2 h_c + \beta_3 E_c + \beta_4 F_c + \beta_5 H_c h_c + \beta_6 H_c E_c + \beta_7 H_c F_c + \beta_8 h_c E_c + \beta_9 h_c F_c + \beta_{10} E_c F_c \quad (4.2)$$

E modelo de segunda ordem com interação é expresso por:

$$S_{est} = \beta_0 + \beta_1 H_c + \beta_2 h_c + \beta_3 E_c + \beta_4 F_c + \beta_5 H_c h_c + \beta_6 H_c E_c + \beta_7 H_c F_c + \beta_8 h_c E_c + \beta_9 h_c F_c + \beta_{10} E_c F_c + \beta_{11} H_c^2 + \beta_{12} h_c^2 + \beta_{13} E_c^2 + \beta_{14} F_c^2 \quad (4.3)$$

onde  $\beta_i$  são os valores dos coeficientes pertencentes ao conjunto dos números reais,  $S_{est}$  é a tensão estimada pela regressão e as demais variáveis são os parâmetros de entrada codificados. Juntamente com as regressões, obtém-se dados estatísticos de cada uma, que permitem avaliar qual delas representa o comportamento estrutural com mais qualidade e que é selecionada como a função Superfície de Resposta. Essas verificações são realizadas a partir de:

- A) Resíduos (diferenças entre valores calculados pelo modelo de EF e valores estimados pela regressão para as mesmas combinações de parâmetros);
- B) Coeficiente de determinação ajustado  $R^2$  que define o quão próximo as tensões estimadas pela superfície de resposta estão das tensões calculadas pelos modelos de EF (quanto mais próximo de 1, maior

é a proximidade). Como critério, modelos com boa representatividade devem apresentar  $R^2$  maior que 0,95.

- C) Plotagem de correlação (plotagem do valor calculado através dos modelos de EF pelo valor estimado pelas regressões).

Também é observado para os modelos qual o nível de significância de cada coeficiente através da Análise de Variância (ANOVA), observando o termo de análise valor-p, que pode ser interpretado como o menor valor do nível de significância para o qual se rejeita a hipótese nula (todos os coeficientes não independentes iguais à zero). Assim, se o valor-p for menor que o nível de significância  $\alpha = 0,05$ , rejeita-se a hipótese nula (MYERS; MONTGOMERY; ANDERSON-COCK, 2016). De forma geral, quanto menor o valor-p, maior é importância do coeficiente na obtenção de uma resposta e se  $\text{valor-p} > \alpha$ , o parâmetro de entrada pode ser descartado.

Após a obtenção e avaliação dos dados estatísticos das três regressões, obtém-se um modelo que representa com qualidade as condições reais. Este modelo é dado pelo polinômio geral que representa o comportamento do sistema, ou seja, terá se obtido a Superfície de Resposta. Com ela é possível estimar a resposta em tensão de Von Mises apenas substituindo os valores dos parâmetros de entrada codificados diretamente no polinômio. Também são obtidas as influências isoladas de cada parâmetro na resposta e quando estes interagem entre si, de forma a prever quais parâmetros e interações são mais sensíveis na resposta do modelo.

Posteriormente, esta Superfície de Resposta será utilizada como base ao processo de otimização estrutural, onde busca-se qual combinação de parâmetros leva à níveis mínimos de tensão de von Mises no osso cortical.

### **4.3. Resultados dos modelos de Elementos Finitos**

Após a solução dos vinte e cinco modelos de Elementos Finitos desenvolvidos conforme exigido pelo processo de análise paramétrica, seus resultados em termos de tensão de von Mises no osso cortical ( $S_{\text{calc}}$ ) foram obtidos e são demonstrados na Tabela 4.3. Essas tensões, dadas em MPa, foram exportadas para o software Microsoft Excel e utilizadas como base para o desenvolvimento da função Superfície de Resposta em função dos parâmetros de entrada codificados.

Tabela 4.3: Resultados obtidos nos vinte e cinco Modelos de Elementos Finitos.

Modelo	Scalc								
1	17,982	6	64,692	11	19,906	16	72,350	21	29,229
2	37,763	7	27,904	12	41,707	17	42,591	22	40,387
3	24,980	8	87,085	13	16,661	18	34,852	23	15,685
4	48,304	9	13,876	14	51,994	19	27,596	24	56,550
5	20,729	10	31,886	15	23,183	20	43,840	25	36,118

#### 4.4. Resultados das regressões

Com a finalidade de identificar qual o comportamento da função Superfície de Resposta, desenvolveu-se uma regressão de primeira ordem, uma regressão de primeira ordem com interação e uma regressão de segunda ordem. As equações obtidas em cada uma das regressões e os dados estatísticos que permitem a avaliação de qual delas é mais representativa são apresentados a seguir.

##### 4.4.1. Regressão de primeira ordem

A regressão de primeira ordem foi dada por:

$$S_{est} = 37,1140 - 3,6454H_c + 8,0244h_c + 5,6109E_c + 17,3014F_c \quad (4.4)$$

Na Figura 4.2 ilustra-se a dispersão dos resíduos, que são as diferenças entre as tensões calculadas pelos modelos de EF ( $S_{calc}$ ) e as tensões estimadas pela regressão ( $S_{est}$ ). Observa-se que estes se distribuem de forma aleatória ao redor da linha nula, com amplitudes apresentando valores absolutos em torno de 2 MPa em 10 pontos. Entretanto, em outros pontos observa-se amplitudes de até 16 MPa, aproximadamente. O coeficiente de determinação ajustado para a regressão de primeira ordem foi  $R^2 = 0,864$ . A plotagem de correlação entre  $S_{calc}$  e  $S_{est}$  é observada na Figura 4.3, com 14 pontos localizados fora da região de erro de 10%.

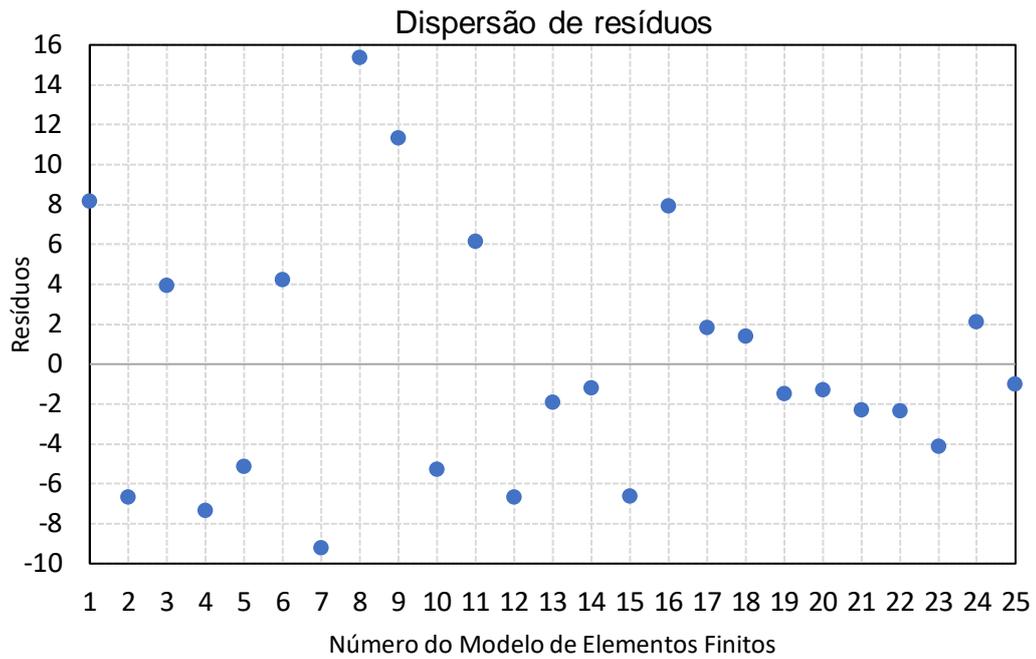


Figura 4.2: Distribuição de resíduos para a regressão de primeira ordem.

Fonte: Do autor.

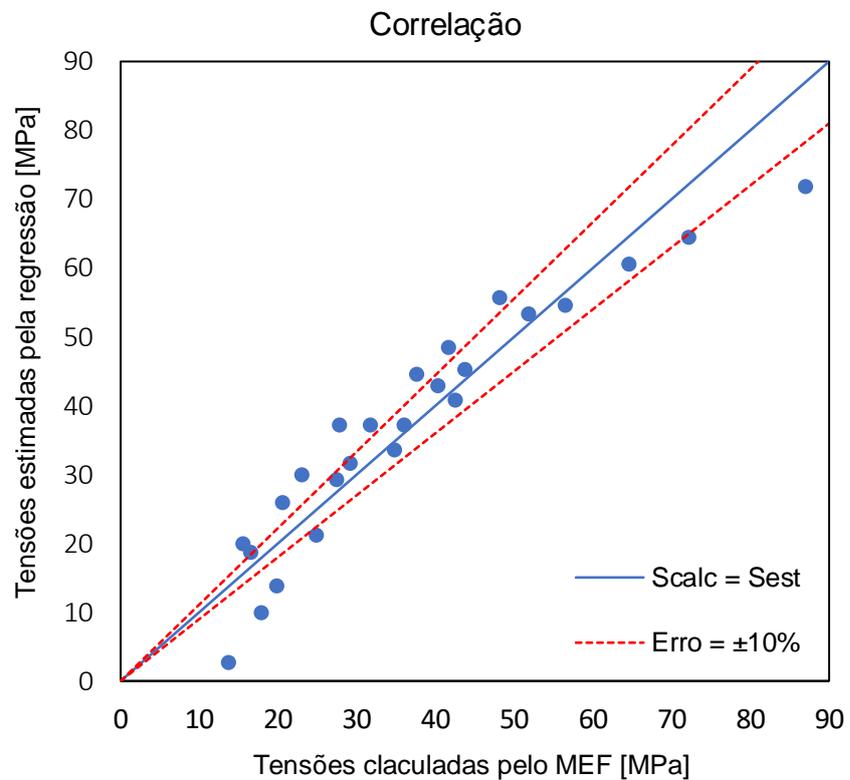


Figura 4.3: Correlação para a regressão de primeira ordem.

Fonte: Do autor.

A Figura 4.4 apresenta os valores-p para a regressão de primeira ordem. Os coeficientes reais  $\beta$ 's de cada termo da regressão são ilustrados na Figura 4.5.

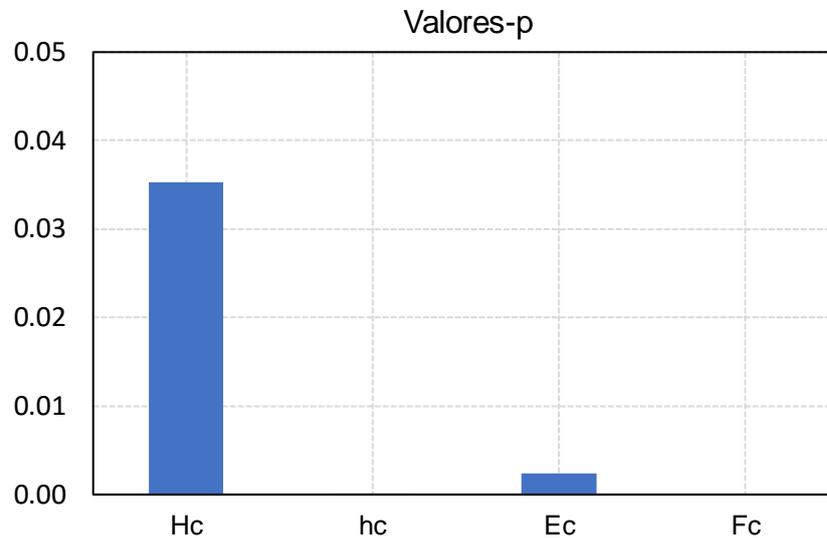


Figura 4.4: Valores-p dos coeficientes da regressão de primeira ordem.

Fonte: Do autor.

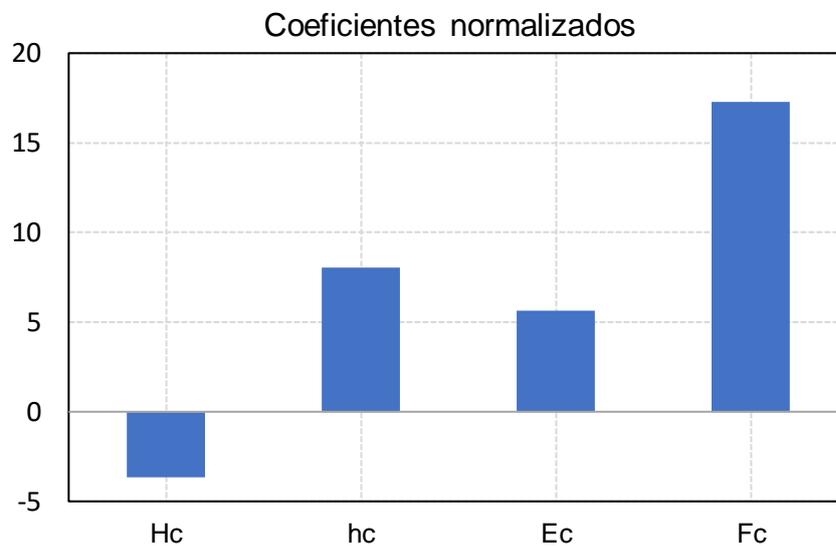


Figura 4.5: Coeficientes normalizados da regressão de primeira ordem.

Fonte: Do autor.

Todos os termos da Equação 4.4 possuem valor-p menor que o nível de significância  $\alpha = 0,05$ . Portanto, nenhum deles pode ser removido da regressão e não é possível simplificá-la. Todos os parâmetros de entrada codificados encontram-se dentro do domínio  $[-1; 1]$ .

#### 4.4.2. Regressão de primeira ordem com interação

A regressão de primeira ordem com interação é dada por:

$$S_{est} = 37,1140 - 3,6454H_c + 8,0244h_c + 5,6109E_c + 17,3014F_c - 0,9105H_c h_c - 0,2736H_c E_c - 1,3710H_c F_c + 1,4409h_c E_c + 6,5456h_c F_c + 2,2741E_c F_c \quad (4.5)$$

Na Figura 4.6 ilustra-se a dispersão dos resíduos na regressão de primeira ordem com interação. Observa-se que os resíduos se distribuem aleatoriamente ao redor da linha nula, apresentando amplitudes menores que o valor absoluto de 4 Mpa. O coeficiente de determinação ajustado para esta regressão foi  $R^2 = 0,981$  e a plotagem de correlação entre as tensões calculadas pelos modelos de EF e estimadas pela regressão são ilustradas na Figura 4.7, onde observa-se que apenas 3 pontos estão localizados fora da região de erro de 10%.

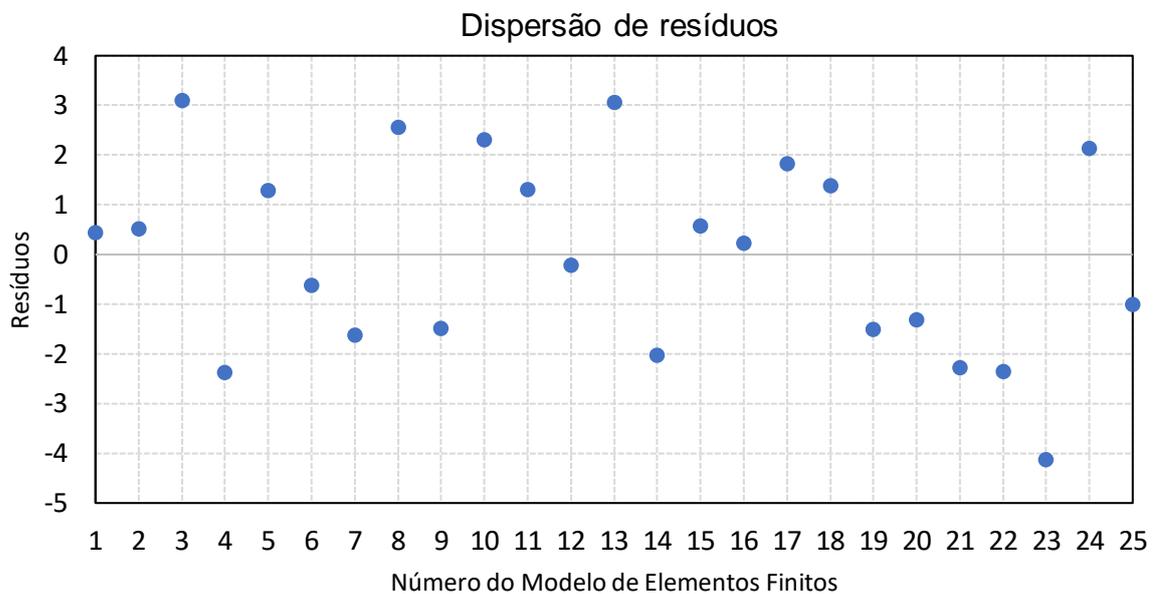


Figura 4.6: Distribuição de resíduos para a regressão de primeira ordem com interação.

Fonte: Do autor.

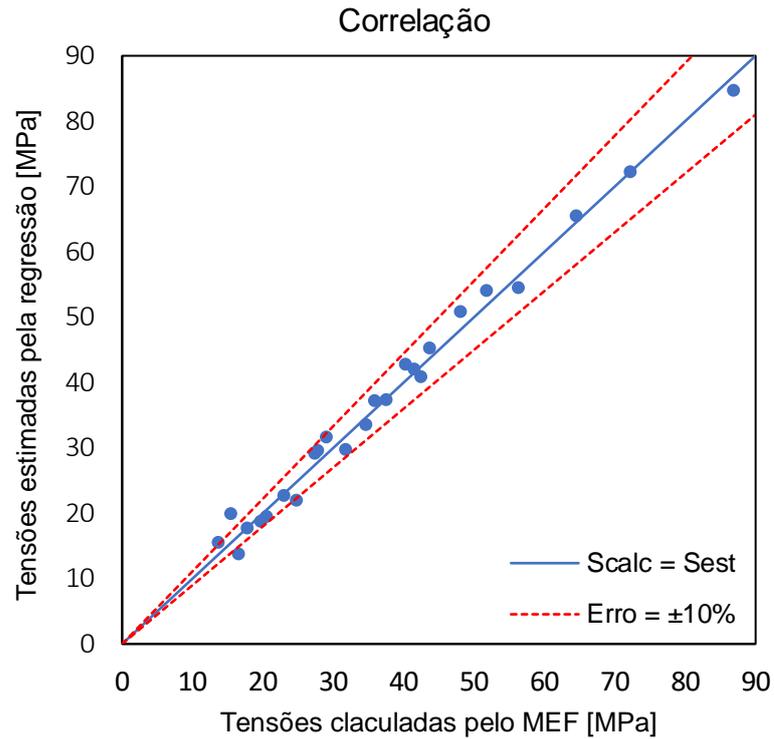


Figura 4.7: Correlação para a regressão de primeira ordem com interação.

Fonte: Do autor.

A Figura 4.8 ilustra os valores-p para a regressão linear com interação. Os coeficientes  $\beta$  encontrados de cada termo da regressão são ilustrados na Figura 4.9.

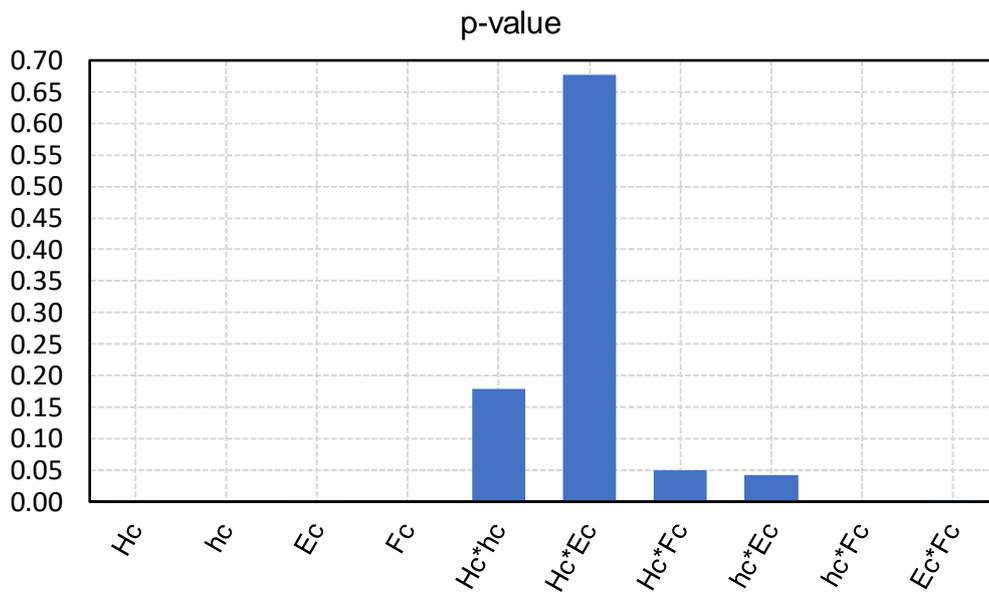


Figura 4.8: Valor-p dos coeficientes da regressão de primeira ordem com interação.

Fonte: Do autor.

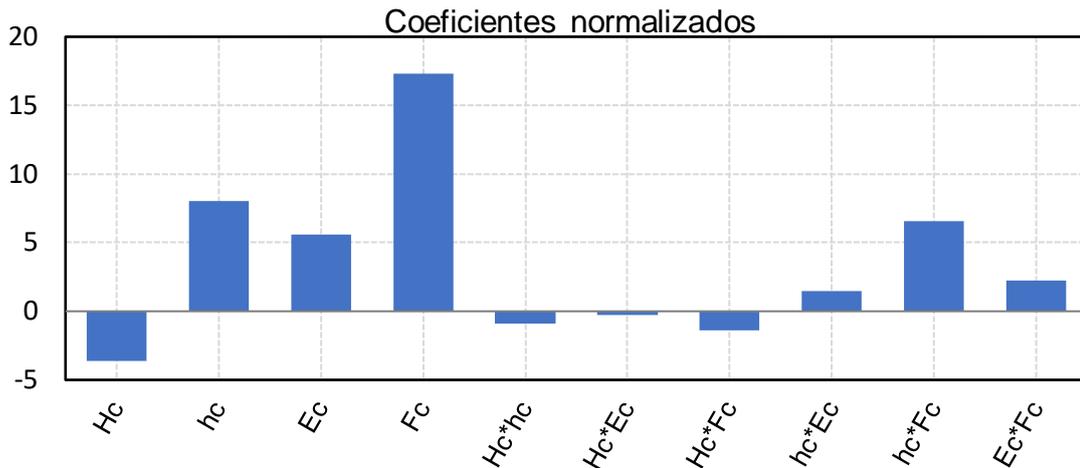


Figura 4.9: Coeficientes normalizados da regressão de primeira ordem com interação.

Fonte: Do autor.

Como observado Figura 4.8, os termos de interação entre altura do implante e altura do intermediário ( $H_c h_c$ ) e entre altura do implante e módulo de elasticidade ( $h_c E_c$ ) possuem valores-p maiores que o nível de significância  $\alpha_s = 0,05$ , podendo ser removidos da Equação 4.5, permitindo a simplificação da regressão de primeira ordem com interação, levando à Equação 4.6.

$$S_{est} = 37,1140 - 3,6454H_c + 8,0244h_c + 5,6109E_c + 17,3014F_c - 1,3710H_cF_c + 1,4409h_cE_c + 6,5456h_cF_c + 2,2741E_cF_c \quad (4.6)$$

#### 4.4.3. Regressão de segunda ordem

A regressão de segunda ordem é dada por:

$$S_{est} = 35,9685 - 3,6454H_c + 8,0244h_c + 5,6109E_c + 17,3014F_c - 0,9105H_c h_c - 0,2736H_c E_c - 1,3710H_c F_c + 1,4409h_c E_c + 6,5456h_c F_c + 2,2741E_c F_c + 2,7782H_c^2 - 0,2258h_c^2 - 1,1357E_c^2 + 0,1742F_c^2 \quad (4.7)$$

A Figura 4.10 ilustra a dispersão dos resíduos na regressão de segunda ordem. Verifica-se que estes se distribuem aleatoriamente ao redor da linha nula, e as maiores amplitudes encontram-se por volta do valor absoluto de 3 Mpa. O coeficiente de determinação ajustado foi  $R^2 = 0,981$  e o gráfico de correlação da Figura 4.11 mostra proximidade entre os valores calculados nos modelos de elementos finitos e

estimados pela Superfície de Resposta, onde é possível observar que poucos pontos estão localizados fora da região de erro de 10%.

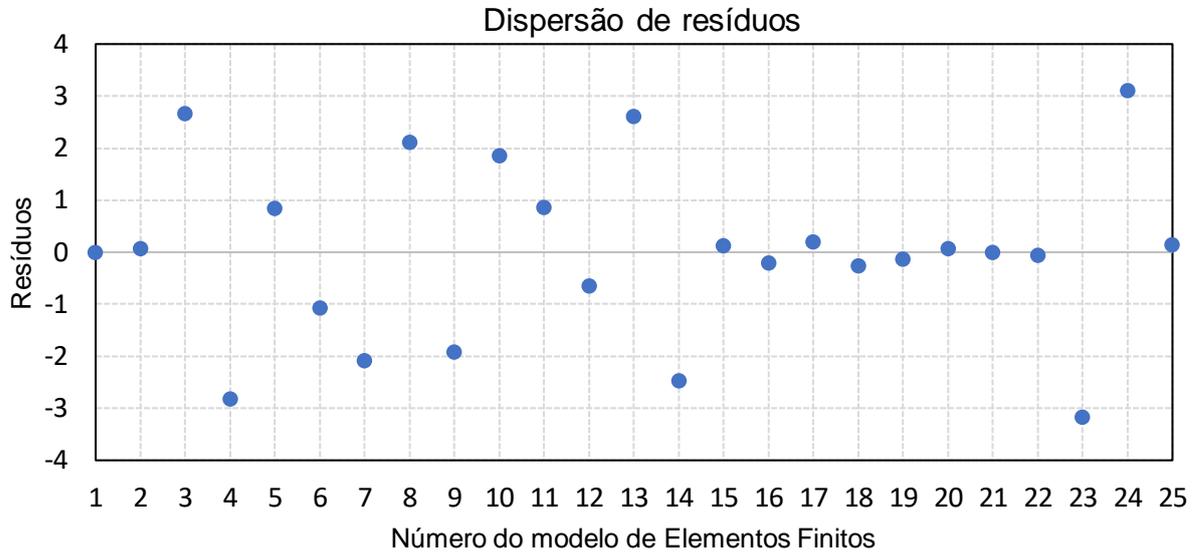


Figura 4.10: Distribuição de resíduos para a regressão de segunda ordem.

Fonte: Do autor.

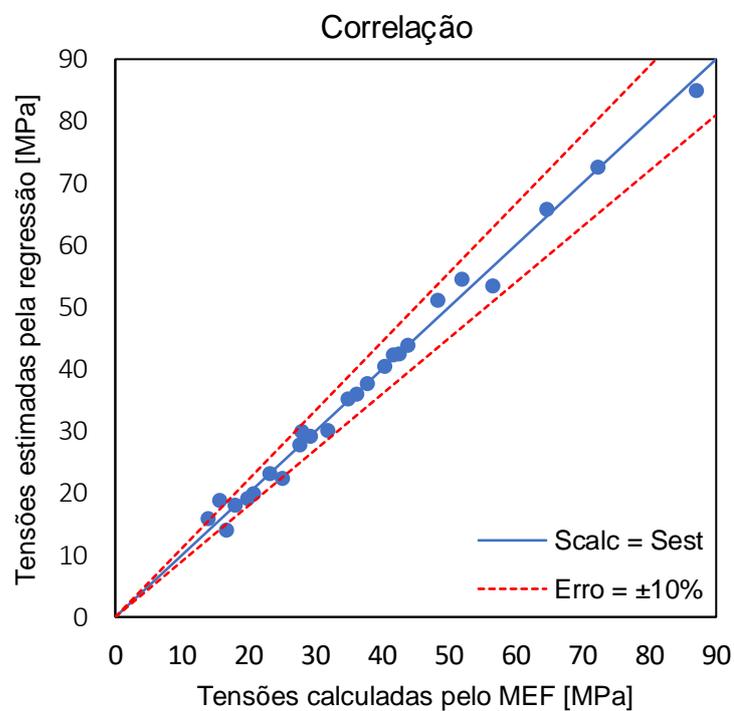


Figura 4.11: Correlação na regressão de segunda ordem.

Fonte: Do autor.

A Figura 4.12 apresenta os valores-p para a regressão de segunda ordem. Os coeficientes reais  $\beta$ 's encontrados de cada termo da regressão são apresentados na Figura 4.13.

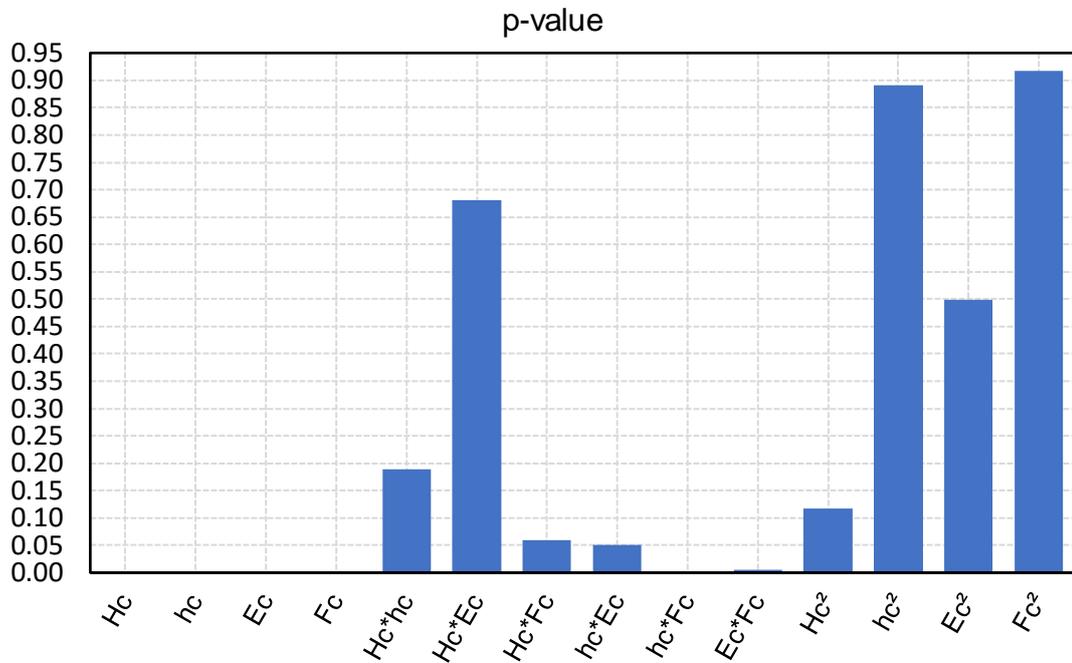


Figura 4.12: Valores-p dos coeficientes da regressão de segunda ordem.

Fonte: Do autor.

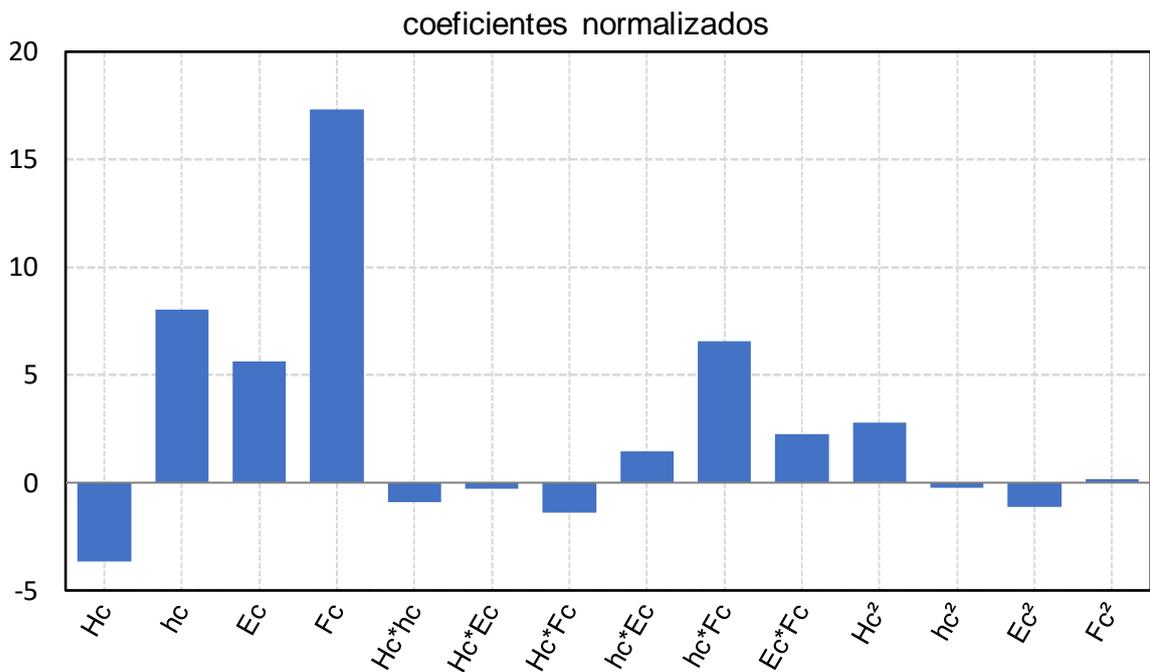


Figura 4.13: Coeficientes normalizados da regressão de segunda ordem.

Fonte: Do autor.

Os termos de interação entre altura do implante e altura do intermediário ( $H_c h_c$ ), altura do implante e módulo de elasticidade do osso cortical ( $H_c E_c$ ), altura do implante e carga aplicada ( $H_c F_c$ ), altura do intermediário e módulo de elasticidade do osso cortical ( $h_c E_c$ ), assim como todos os termos de segunda ordem, podem ser removidos da Equação 4.7 por apresentarem valores-p acima do nível de significância  $\alpha = 0,05$ . Portanto, a regressão de segunda ordem pode ser simplificada e dada por:

$$S_{est} = 35,9685 - 3,6454H_c + 8,0244h_c + 5,6109E_c + 17,3014F_c + 1,4409h_c E_c + 6,5456h_c F_c + 2,2741E_c F_c \quad (4.8)$$

#### 4.5. Avaliação das regressões e discussão dos resultados

A partir das análises dos parâmetros estatísticos das três regressões desenvolvidas, é possível selecionar qual é a mais representativa e que será adotada como a função Superfície de Resposta. Tal função será utilizada para a execução da análise paramétrica, onde identifica-se a influência de cada um dos parâmetros de entrada na resposta e, posteriormente, no processo de otimização.

A regressão de primeira ordem apresentou resíduos com valores muito altos, quando comparados às regressões de primeira ordem com interação e de segunda ordem, um coeficiente de determinação ajustado  $R^2$  de 0,86, inferior ao critério de representatividade de 0,95, e muitos pontos fora do erro de 10% na plotagem de correlação.

Na regressão de primeira ordem com interação, os resíduos distribuem-se de forma aleatória ao redor da linha nula e apresentaram as maiores amplitudes por volta do valor absoluto de 4 MPa. O coeficiente de determinação ajustado foi  $R^2 = 0,98$ , demonstrando boa representatividade. Os pontos na plotagem de correlação, em sua grande maioria, estão dentro da região de erro máximo de 10% e apenas dois termos da Equação 4.5 puderam ser removidos com base na análise dos valores-p.

A regressão de segunda ordem apresentou propriedades estatísticas próximas à regressão de primeira ordem com interação. Os resíduos estão distribuídos aleatoriamente ao redor da linha neutra e apresentaram as maiores amplitudes com o valor absoluto aproximado de 4 MPa. O coeficiente de determinação ajustado  $R^2 = 0,98$  demonstrou boa representatividade. Os pontos na plotagem de correlação, em sua grande maioria, estão dentro da região de erro máximo de 10%. Na análise dos

valores-p, todos os termos de ordem quadrática apresentaram esses valores acima de 0,05 e puderam ser removidos da Equação 4.7.

Frente ao que foi apresentado, a regressão de primeira ordem não pode ser considerada como boa opção para ser adotada como superfície de resposta. Na regressão de segunda ordem, todos os termos de segundo grau da equação foram eliminados pelo critério do valor-p. Portanto, a regressão de primeira ordem com interação após a simplificação, dada pela Equação 4.6, foi selecionada como Superfície de Resposta por apresentar boas propriedades estatísticas. Tal equação é reescrita a seguir, como Equação 4.9.

$$S_{est} = 37,1140 - 3,6454H_c + 8,0244h_c + 5,6109E_c + 17,3014F_c - 1,3710H_cF_c + 1,4409h_cE_c + 6,5456h_cF_c + 2,2741E_cF_c \quad (4.9)$$

A plotagem da Superfície de Resposta obtida em função dos parâmetros de entrada codificados pode ser visualizada na Figura 5.13, onde é possível observar o comportamento da função quando os parâmetros quando interagem entre eles.

O gráfico da Figura 5.14 expressa um comparativo da influência de cada parâmetro de forma isolada na resposta mecânica do sistema. O eixo horizontal refere-se aos valores normalizados dos parâmetros que dão entrada na superfície de resposta e o eixo vertical corresponde à tensão de von Mises no osso cortical. É possível observar que um aumento no comprimento do implante leva à diminuição da tensão de von Mises, pois maiores comprimentos de implante fazem com o que a tensão seja distribuída e transmitida em uma superfície de contato maior, conforme apresentado por Niroomand e Arabbeiki (2020). Quanto maior o módulo de elasticidade do osso cortical, aumenta-se também a tensão de von Mises nessa região, conforme afirmam Guan et al. (2009), devido ao aumento da resistência do osso cortical em suportar o carregamento aplicado. Caso haja diminuição do módulo de elasticidade do osso cortical, a tensão de von Mises será menor, pois ela será transmitida com maior intensidade ao osso medular. Quanto menor a altura do *abutment*, menor é o braço de alavanca, e conseqüentemente, menor é a tensão normal gerada pela flexão, uma vez que o carregamento aplicado possui uma componente transversal ao eixo longitudinal do implante. Dentro do domínio estudado, a força aplicada demonstrou ser o parâmetro mais influente na resposta, pois é a reta que apresenta a maior inclinação.

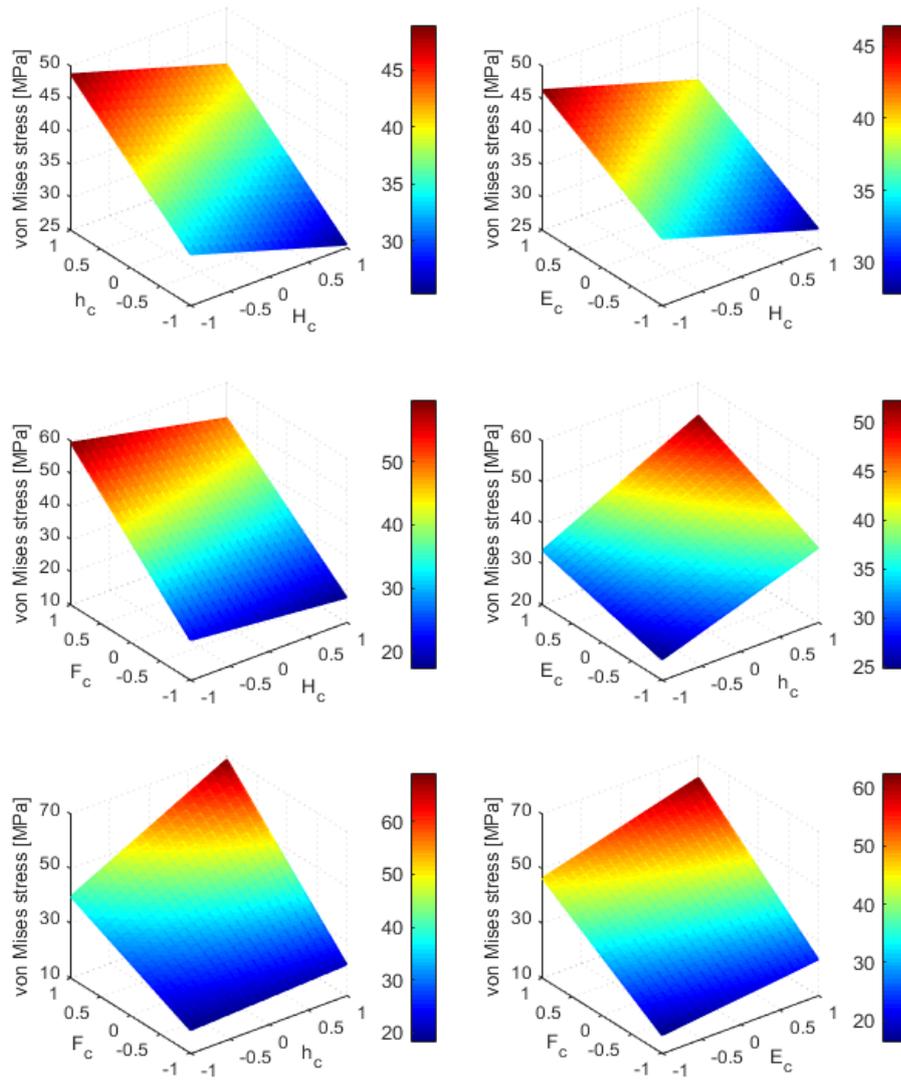


Figura 4.14: Superfície de Resposta em função dos parâmetros de entrada.

Fonte: Do autor.

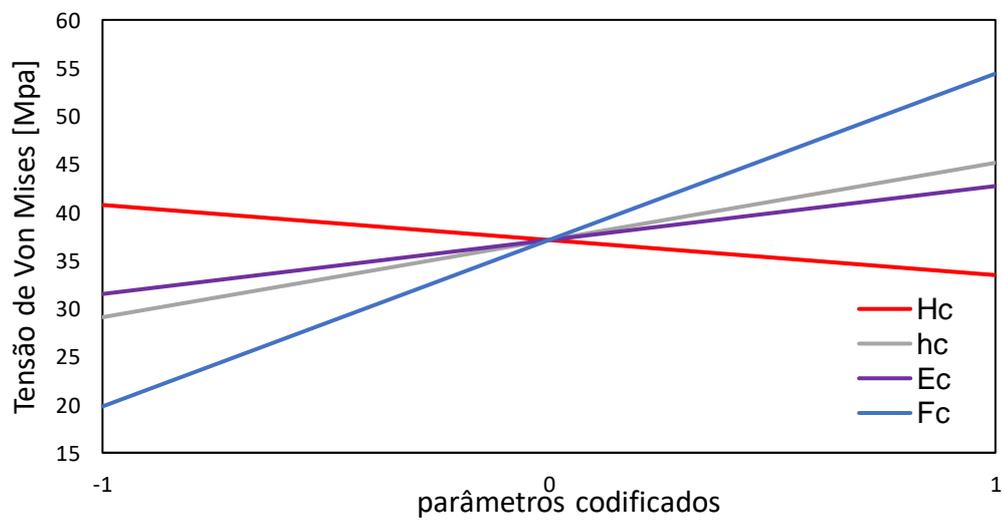


Figura 4.15: Influência dos parâmetros analisados sobre a resposta.

Fonte: Do autor.

# CAPÍTULO 5

## OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

Neste capítulo apresenta-se a estruturação do problema de otimização deste trabalho, onde são descritos: a função objetivo, as variáveis de decisão, as restrições, a classificação do problema, o método de otimização escolhido de acordo com a classificação, o software adotado e a função de otimização escolhida dentro do software, a mínima tensão de von Mises obtida e a combinação de parâmetros que leva a esta tensão.

### 5.1. O problema de otimização

Neste trabalho, o processo de otimização tem como objetivo encontrar a combinação dos parâmetros avaliados que minimiza as tensões de Von Mises atuantes na interface entre osso cortical e implante, região da crista óssea, onde inicia-se a perda óssea.

Utilizando-se da função Superfície de Resposta, dada pela Equação 4.6 obtida através do procedimento da análise paramétrica, definiu-se a ela a restrição de que a tensão máxima seja inferior ao limite de escoamento do osso cortical, que segundo Kayabasi, Yuzbasioglu e Erzincanli (2006), é de 130 MPa. Desta forma, o problema de otimização proposto é classificado como:

- A) Restrito: há restrições para a tensão admissível e para os parâmetros de entrada;
- B) Estático: os parâmetros de entrada não são funções um do outro;
- C) Não-ideal: não é uma otimização dividida em vários estágios;
- D) Não-linear: a função objetivo é não linear;
- E) Valores reais: todas as variáveis de decisão podem assumir valores reais;
- F) Determinísticos: todos os parâmetros de entrada são determinísticos;
- G) Não separável: não há como representar a função objetivo como uma soma de funções objetivo de uma única variável;
- H) Mono-objetivo: há apenas uma única função objetivo;

O software MATLAB (v.R2015a) foi adotado para a resolução do problema de otimização apresentado para o trabalho através da utilização de seu pacote de otimização. Para a escolha correta da função que melhor trata o problema proposto, foi feita uma análise das funções de otimização disponibilizadas pelo software.

Considerando o que foi descrito até aqui, a estruturação do problema de otimização deste projeto de pesquisa é dada a seguir:

As variáveis de decisão são a altura do implante ( $H_c$ ), a altura do *abutment* ( $h_c$ ), o módulo de elasticidade do osso cortical ( $E_c$ ) e a carga aplicada ( $F_c$ ), escritas na forma vetorial.

$$\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} H_c \\ h_c \\ E_c \\ F_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} \quad (5.1)$$

A função objetivo a ser otimizada é a superfície de resposta dada por:

$$S_{est} = f(\mathbf{X}) = 37,1140 - 3,6454x_1 + 8,0244x_2 + 5,6109x_3 + 17,3014x_4 - 1,3710x_1x_4 + 1,4409x_2x_3 + 6,5456x_2x_4 + 2,2741x_3x_4 \quad (5.2)$$

Sujeita às restrições:

$$\begin{aligned} g(x) &\leq 130 \\ -1 &\leq x_1 \leq 1 \\ -1 &\leq x_2 \leq 1 \\ -1 &\leq x_3 \leq 1 \\ -1 &\leq x_4 \leq 1 \end{aligned} \quad (5.3)$$

onde  $S_{est} = f(\mathbf{X})$  é a função objetivo a ser minimizada, ou seja, a Superfície de Resposta definida pela Equação 4.6,  $g(x) \leq 130$  é a restrição de que a tensão de von Mises deve ser menor que o limite de escoamento do osso cortical, e -1 e 1 representam em termos codificados, respectivamente, os limites inferiores e superiores para os parâmetros de entrada.

Para a solução deste problema de otimização, descrito pelas Equações 5.1, 5.2 e 5.3, utilizou-se no software MATLAB a função *fmincon*, que trabalha com função

objetivo não-linear e restrições lineares e não-lineares, e que permite a escolha do algoritmo de pontos interiores. Conforme detalhado na seção 2.6, o método primal-dual de pontos interiores é versátil, adequado para resolução problemas de otimização lineares ou não lineares, não apresenta problemas de convergência e busca soluções a cada iteração dentro de um domínio bem definido imposto pelas restrições. Adotou-se os valores padrões do software de critérios de tolerância para a função objetivo e para as variáveis de decisão.

## 5.2. Resultados e discussão do processo de otimização

O processo de otimização desenvolvido encontrou um valor mínimo local para a tensão de von Mises que satisfaz as restrições do problema. A Figura 5.1 demonstra a convergência da resposta a cada iteração e a Figura 5.2 ilustra a convergência dos valores codificados dos parâmetros de entrada que minimizam a tensão.

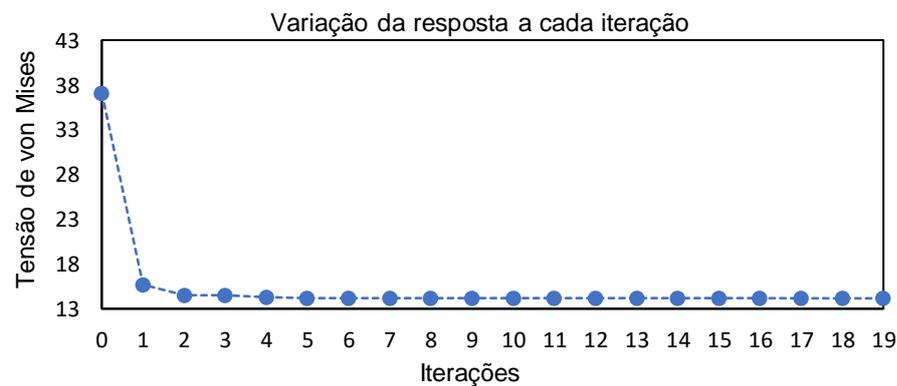


Figura 5.1: Plotagem da tensão de Von Mises em função de cada iteração.

Fonte: Do autor.

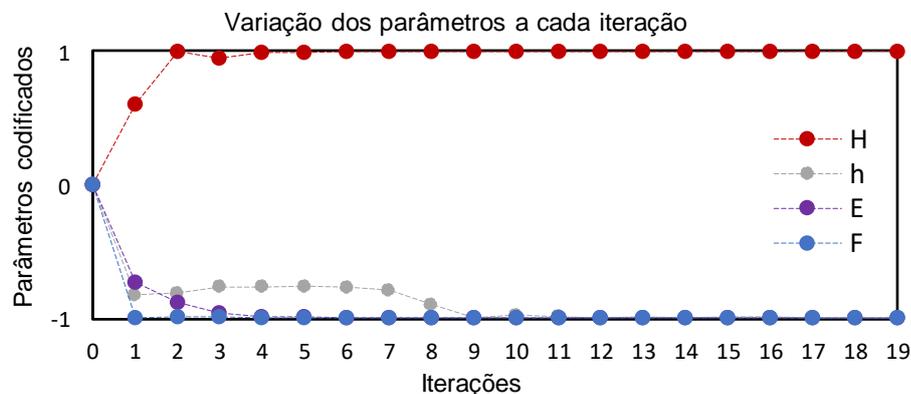


Figura 5.2: Plotagem da convergência dos parâmetros de entrada.

Fonte: Do autor.

Ao converter-se os valores codificados dos parâmetros de entrada para os valores reais otimizados, obtém-se combinação dos parâmetros de entrada do modelo que minimizam a resposta em tensão de von Mises. Estes valores são observados na tabela 5.1 juntamente com os valores máximos e mínimos de cada um dos parâmetros que definem o domínio do problema. Nota-se o valor ótimo do da altura do implante corresponde ao valor máximo, enquanto que para os demais parâmetros (altura do *abutment*, módulo de elasticidade do osso cortical e carga aplicada) o valor ótimo corresponde ao valor mínimo. Isso acontece devido à função objetivo ser linear. Na Figura 5.3 observa-se graficamente a combinação dos parâmetros ótimos que minimizam a tensão de von Mises.

Tabela 5.1: Combinação de parâmetros ótimos.

Parâmetro	Símbolo	Valor mínimo	Valor máximo	Valor ótimo
Altura do implante	H	7 mm	15 mm	15 mm
Altura do <i>abutment</i>	h	1 mm	5 mm	1 mm
Módulo de Elasticidade	E	8 MPa	20 MPa	8 MPa
Carga aplicada	F	91 N	284 N	91N

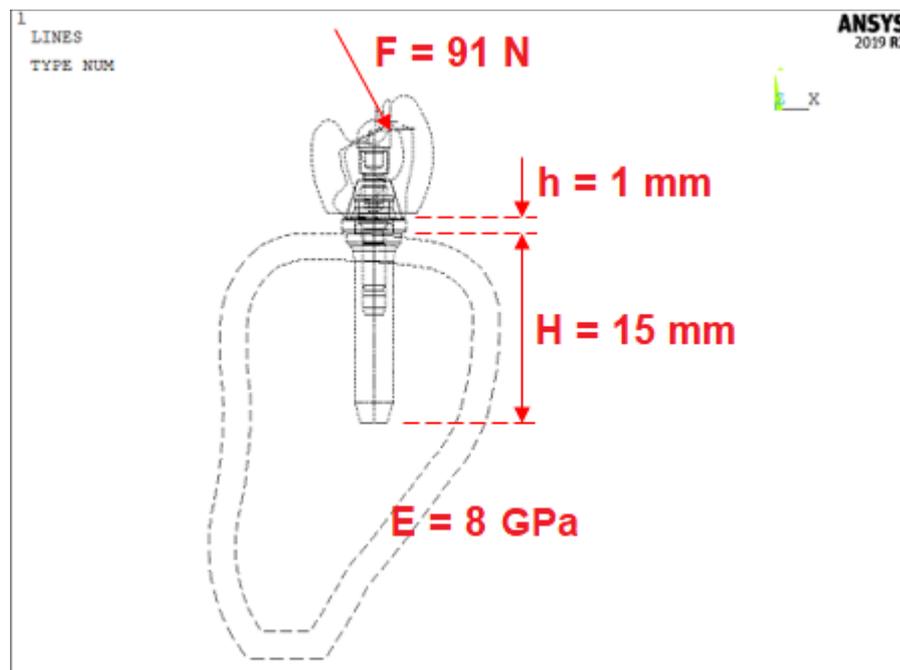


Figura 5.3: Configuração otimizada que minimiza a resposta.

Fonte: Do autor.

Observa-se que a combinação dos parâmetros obtidos após o processo de otimização da Superfície de Resposta corresponde à configuração do modelo de Elementos Finitos de número 9, que pode ser visualizado na tabela 4.2. A tensão de von Mises obtida nesta simulação foi de 13,861 MPa, conforme ilustrado na Tabela 4.3. O valor da tensão obtida nesta simulação quando comparada com o valor de 14,165 MPa obtida através do processo de otimização apresenta uma diferença percentual de 2,2%.

Nos gráficos das Figuras 5.1 e 5.2, observa-se que a partir da nona iteração, tanto os valores da tensão de von Mises quanto dos parâmetros de entrada permanecem praticamente constantes. Isto ocorre devido ao critério de tolerância padrão do software, que é da ordem de  $10^{-8}$ , adotado para a tensão e para os parâmetros. A tolerância poderia ser aumentada, o que levaria a uma redução de iterações para a solução do problema de otimização. Entretanto, aumentando-se a tolerância não há a certeza de que o processo de otimização encontrou a combinação de parâmetros que minimiza a função, pois ele seria finalizado devido às configurações de tolerância, e não necessariamente por ter atingido o resultado otimizado. Ao optar-se pela tolerância padrão do *software*, o método garante que a combinação de parâmetros encontrada é o ponto mínimo local que minimiza a função objetivo. Neste trabalho não houve motivos para alterar a tolerância, tendo em vista que mesmo com o valor padrão do *software* o esforço computacional necessário para a otimização foi baixo, e ao executar o algoritmo o resultado foi obtido de forma praticamente instantânea.

Visualizando a influência de cada parâmetro individual na resposta através do gráfico da Figura 4.14, observa-se que a tensão de von Mises é inversamente proporcional à altura do implante, e diretamente proporcional à altura do *abutment*, ao módulo de elasticidade do osso cortical e à força aplicada na coroa, portanto, o valor máximo da altura do implante juntamente com os valores mínimos da altura do *abutment*, módulo de elasticidade do osso cortical e de força aplicada é a combinação de parâmetros que minimiza a tensão de von Mises. Comparando-se o gráfico da Figura 4.14 com os resultados obtidos pela otimização, fica evidente que este processo atingiu resultados em conformidade com os obtidos através da análise paramétrica.

Na Figura 5.4 observa-se a distribuição de tensões no osso cortical na região ao redor do furo do implante no modelo de Elementos Finitos com os parâmetros otimizados ( $H = 15 \text{ mm}$ ,  $h = 1 \text{ mm}$ ,  $E = 8 \text{ GPa}$  e  $F = 91 \text{ N}$ ). Vale ressaltar que tensão de  $37,230 \text{ MPa}$  mostrada na legenda corresponde ao valor do concentrador de tensão, não representando os valores reais obtidos, de  $13,861 \text{ MPa}$ .

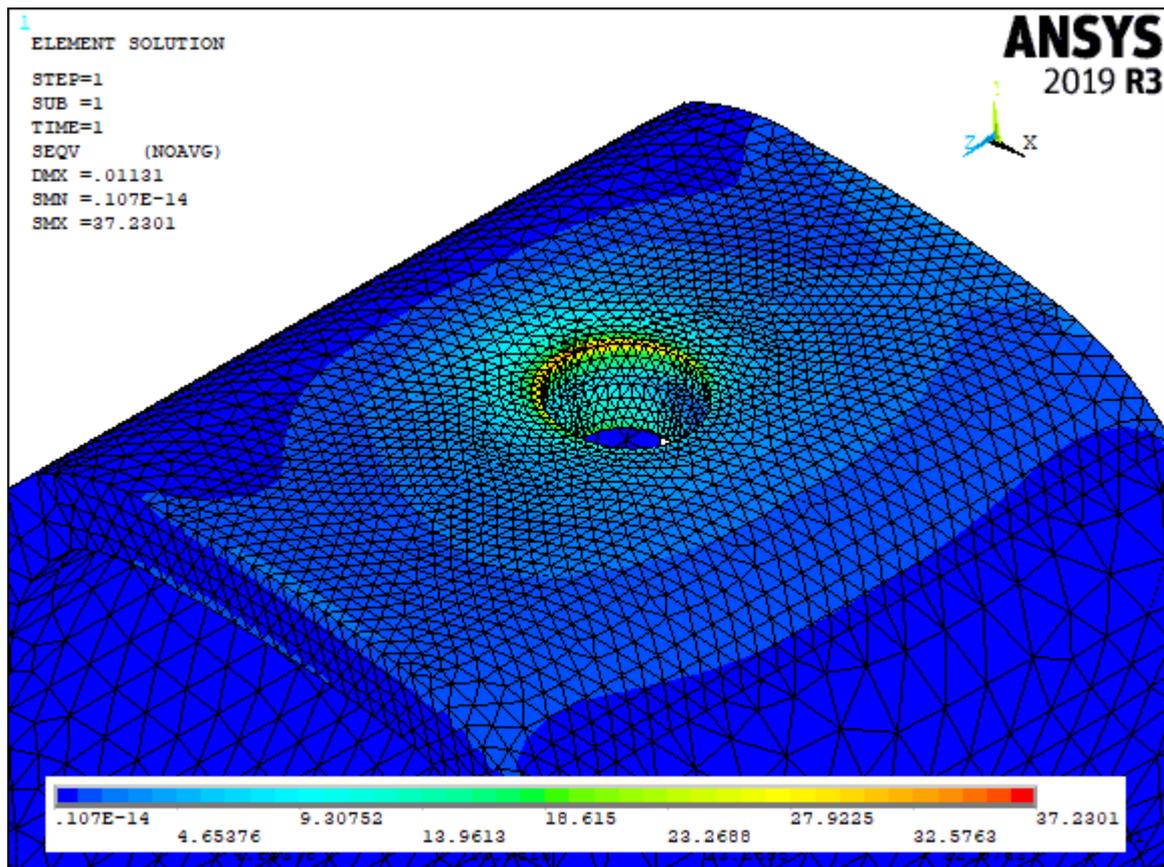


Figura 5.4: Distribuição de tensões de von Mises no osso cortical.

Fonte: Do autor.

# CAPÍTULO 6

## CONCLUSÕES

Este trabalho propôs-se a aplicar uma metodologia de análise paramétrica e de otimização de uma prótese dentária unitária sobre-implante, a partir de resultados obtidos numericamente em um modelo parametrizado de Elementos Finitos. Constatou-se que os parâmetros avaliados afetam diretamente o comportamento biomecânico da estrutura em termos de tensões atuantes na região peri-implantar do osso cortical.

É importante destacar que os resultados obtidos através do modelo de Elementos Finitos na etapa de validação, em termos de micro deformações na região óssea ao redor do implante, apresentaram-se com uma pequena diferença percentual em relação aos mesmos resultados obtidos através da extensometria. Portanto, o modelo reproduziu as condições do experimento de forma satisfatória. A verificação experimental é imprescindível para confirmar a funcionalidade do modelo.

A análise paramétrica permitiu avaliar e identificar de que forma os parâmetros geométricos e físicos avaliados afetam o comportamento mecânico no osso cortical em termos de tensão de von Mises. Observou-se que dentro do domínio estabelecido todos os parâmetros influenciam na resposta de forma linear, sendo a carga aplicada o parâmetro de maior influência.

Ao avaliar-se os indicadores estatísticos da Superfície de Resposta e a correlação entre tensões calculadas pelos modelos de elementos finitos e tensões estimadas pela superfície de resposta, constatou-se que a função representa com boa precisão o que ocorre mecanicamente na região de interesse do estudo. A utilização desta função matemática permite uma estimativa instantânea da tensão de von Mises em qualquer configuração de parâmetros escolhida pelo usuário, uma vez que não requer o desenvolvimento e análise de resultados em um novo modelo de elementos finitos. A estimativa pode ser obtida substituindo-se a configuração de parâmetros desejada diretamente na Superfície de Resposta.

Os resultados gerados pelo processo de otimização mostraram-se satisfatórios, uma vez que estão de acordo com estudos consultados na literatura, e também está de acordo com os resultados obtidos na análise paramétrica. A metodologia utilizada

na otimização deste trabalho é uma ferramenta ágil e precisa para encontrar diferentes alternativas às próteses existentes na tentativa de escolher configurações que transmitem menores níveis de tensão ao osso do paciente.

Vale ressaltar que algumas condições simplificadoras foram adotadas na condução do estudo, como total osseointegração, ausência de filetes de rosca no implante, no *abutment* e em seus parafusos de fixação e consideração ortotrópica do osso mandibular. Um outro ponto importante de mencionar é que o osso não é um parâmetro possível de se otimizar em uma situação real, entretando a possibilidade de utilizar diferentes qualidades ósseas na Superfície de Resposta permite a customização de um sistema protético de acordo com a anatomia de cada paciente. Contudo, conclui-se que os objetivos almejados neste trabalho foram alcançados, pois o modelo parametrizado de Elementos Finitos desenvolvido representou com boa precisão as condições impostas e foi utilizado como base para os estudos paramétricos e para o processo de otimização, que apresentaram resultados satisfatórios. A metodologia utilizada neste trabalho mostrou-se precisa para o estudo dos fenômenos desejados. Frente ao exposto neste trabalho, ficam algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Minimização de tensões em componentes da prótese;
- Considerar osseointegração parcial;
- Criação da Superfície de Resposta utilizando outros modelos DOE;
- Maximização do número de ciclos em um problema de fadiga;
- Avaliação de outras propriedades geométricas, como diâmetros do implante e do *abutment*;
- Otimização de um problema multiobjetivo, analisando-se tensões e deformações no osso cortical;

## REFERÊNCIAS

- ALBARRACÍN, M. L. **Avaliação da deformação do intermediário e região peri-implantar em função da carga aplicada em coroas unitárias implantossuportadas parafusadas**. Dissertação (Mestrado em Odontologia), 143 p. - Faculdade de Odontologia de Bauru, Universidade de São Paulo, Bauru, 2011.
- AUSIELLO, P.; FRANCIOSA, P.; MARTORELLI, M.; WATTS, D. C. Numerical fatigue 3D-FE modeling of indirect composite-restored posterior teeth. **Dental Materials**, v. 27, n. 5, p. 423–430, 2011.
- BIOCARE, N. **Catálogo de Produtos**. Disponível em: <<https://www.nobelbiocare.com.br/wp-content/uploads/2020/05/web-portfolio-completo-v.pdf>>. Acesso em: 21 mar. 2020.
- BORIE, E.; ORSI, I. A.; DE ARAUJO, C. P. R. The influence of the connection, length and diameter of an implant on bone biomechanics. **Acta Odontologica Scandinavica**, v. 73, n. 5, p. 321–329, 2014.
- BOX, G. E. P.; DRAPER, N. R. **Empirical model-building and response surfaces**. 1. ed. New York, USA: John Wiley & Sons, 1987.
- BRÅNEMARK, P. I. et al. Intra-osseous anchorage of dental prostheses: I. Experimental studies. **Scandinavian Journal of Plastic and Reconstructive Surgery and Hand Surgery**, v. 3, n. 2, p. 81–100, 1969.
- BUDINAS, R. G.; NISBETT, J. K. **Elementos de Máquinas de Shigley: Projeto de Engenharia Mecânica**. 8. ed. New York, USA: Mc Graw Hill, 2011.
- BUSENLECHNER, D; FURHAUSER, R.; HAAS, R.; WATZEK, G.; MAILATH, G.; POMMER, B. Long-term implant success at the academy for oral implantology: 8-year follow-up and risk factor analysis. **Journal of Periodontal and Implant Science**, v. 44, n. 3, p. 102–108, 2014.
- CAPELLO SOUSA, E. A. **Análise linear de contato mecânico aplicada ao Projeto de Próteses Odontológicas através do método de elementos finitos**. Dissertação (Livre docência em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia de Bauru, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2010.
- CHOI, A. H.; CONWAY, R. C.; BEN-NISSAN, B. Finite-element modeling and analysis in nanomedicine and dentistry. **Nanomedicine**, v. 9, n. 11, p. 1681–1695, 2014.
- CHRCANOVIC, B. R.; ALBREKTSSON, T.; WENNERBERG, A. Reasons for failures of oral implants. **Journal of Oral Rehabilitation**, v. 41, n. 6, p. 443–476, 2014.
- CRAIG, R. G.; POWERS, J. M. **Restorative Dental Daterials**. 8. ed. St. Louis: Mosby, 1989.
- DANTZIG, G. B. **Linear Programming and Extensions**. Princeton University Press, 1963.
- ELLEUCH, S.; JRAD, H.; KESSENTINI, A.; WALI, M.; DAMMAK, F. Design optimization of implant geometrical characteristics enhancing primary stability using FEA of stress distribution around dental prosthesis. **Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering**, v. 24, n. 9, p. 1035–1051, 2021.

ELSAYYAD, A. A.; ABBAS, N. A.; ABDELNABI, N. M.; OSMAN, R. B. Biomechanics of 3-implant-supported and 4-implant-supported mandibular screw-retained prostheses: A 3D finite element analysis study. **Journal of Prosthetic Dentistry**, v. 124, n. 1, p. 68.e1-68.e10, 2020.

FREITAS, J. P. O. et al. **Pretreatment and reconstruction of three dimensional images applied in a locking reconstruction plate for structural analysis with FEA**. Computational Vision and Medical Image Processing IV. Anais. Madeira Island: 2013.

FREITAS, J. P. O. et al. **Processos de obtenção e condicionamento de imagens de estruturas biomecânicas tridimensionais para análise por elementos finitos**. VIII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica. Anais. Uberlândia, MG: 2014. Disponível em: <<https://www.asas-group.org/instruments/asdas-calculator/>>

FREITAS, J. P. O. et al. Novel and simplified optimisation pathway using response surface and design of experiments methodologies for dental implants based on the stress of the cortical bone. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine**, n. 14, p. 1–13, 2021.

FROST, H. M. Wolff's Law and bone's structural adaptations to mechanical usage: an overview for clinicians. **Angle Orthodontist**, 1994.

GENG, J. P. A.; TAN, K. B. C.; LIU, G. R. Application of finite element analysis in implant dentistry: A review of the literature. **Journal of Prosthetic Dentistry**, v. 85, n. 6, p. 585–598, 2001.

GILL, P. E. SAUNDERS, M. A. SHINNERL, J. R. On the stability of Cholesky Fractorization for symmetric quasidefinite systems. **SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications**, v. 17, n. 1, p. 35–46, 1996.

GUAN, H.; VAN STADEN, R.; LOO, Y. C.; JOHNSON, N.; IVANOVSKI, S.; MEREDITH, N. Influence of bone and dental implant parameters on stress distribution in the mandible: a finite element study. **The International journal of oral & maxillofacial implants**, v. 24, n. 5, p. 866–76, 2009.

GUPTA, S.; GUPTA, H.; TANDAN, A. Technical complications of implant-causes and management: A comprehensive review. **National Journal of Maxillofacial Surgery**, v. 6, n. 1, p. 3–8, 2015.

HAIAT, G.; WANG, H. L.; BRUNSKI, J. Effects of biomechanical properties of the bone-implant interface on dental implant stability: From in silico approaches to the patient's mouth. **Annual Review of Biomedical Engineering**, v. 16, p. 187–213, 2014.

HERNANDEZ, B. A. **Análise estrutural e fadiga em prótese implanto-suportada unitária através do Método dos Elementos Finitos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica). Faculdade de Engenharia de Bauru, Universidade Estadual Paulista, 2015.

HERNANDEZ, B. A.; CAPELLO SOUSA, E. A. Análise de problemas de contato mecânico através do MEF em modelos Bi e Tri dimensional de próteses odontológicas. **Relatório Parcial e Final de Pesquisa à Bolsa PIBIC – Reitoria/UNESP**, Bauru, 2010.

JUODZBALYS, G.; KUBILIUS, R.; EIDUKYNAS, V.; RAUSTIA, A. M. Stress distribution in bone: Single-unit implant prostheses veneered with porcelain or a new composite material. **Implant Dentistry**, v. 14, n. 2, p. 166–175, 2005.

KARMAKAR, N. A new polynomial-time algorithm for linear programming. **Combinatorica**, v. 4, n. 4, p. 373–395, 1984.

KAYABAŞI, O.; YÜZBASIOĞLU, E.; ERZINCANLI, F. Static, dynamic and fatigue behaviors of dental implant using finite element method. **Advances in Engineering Software**, v. 37, n. 10, p. 649–658, 2006.

KHURI, A. I. **Response Surface Methodology and Related Topics**. Singapore: World Scientific Publishing Company, 2006.

KHURI, A. I.; CORNELL, J. A. **Response Surfaces**. 2. ed. New York, USA: Marcel Dekker, 1996.

KHURI, A. I.; MUKHOPADHYAY, S. Response surface methodology. **Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics**, v. 2, n. 2, p. 128–149, 2010.

KITAGAWA, T.; TANIMOTO, Y.; NEMOTO, K.; AIDA, M. Influence of cortical bone quality on stress distribution in bone around dental implant. **Dental Materials Journal**, v. 24, n. 2, p. 219–224, 2005.

KONG, L.; ZHAO, Y.; HU, K.; LI, D.; ZHOU, H.; WU, Z.; LIU, B. Selection of the implant thread pitch for optimal biomechanical properties: A three-dimensional finite element analysis. **Advances in Engineering Software**, v. 40, n. 7, p. 474–478, 2009.

KWAK, Y. NGUYEN, V. H.; HERIVEAUX, Y.; BELANGER, P.; PARK, J.; HAIAT, G. Ultrasonic assessment of osseointegration phenomena at the bone-implant interface using convolutional neural network. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 149, n. 6, p. 4337–4347, 2021.

MAMINSKAS, J.; PUISYS, A.; KUOPPALA, R.; RAUSTIA, A.; JUODZBALYS, G. The Prosthetic Influence and Biomechanics on Peri-Implant Strain: a Systematic Literature Review of Finite Element Studies. **Journal of Oral and Maxillofacial Research**, v. 7, n. 3, p. 1–11, 2016.

MIYASHIRO, M.; SUEDAM, V.; MORETTI NETTO, R. F.; FERREIRA, P. M.; RUBO, J. H. Validation of an experimental polyurethane model for biomechanical studies on implant supported prosthesis - tension tests. **Journal of Applied Oral Science**, v. 19, n. 3, p. 244–248, 2011.

MOHAMMED, S.; DESAI, H. Basic Concepts of Finite Element Analysis and its Applications in Dentistry: An Overview. **Journal of Oral Hygiene & Health**, v. 02, n. 05, 2014.

MORETTI NETTO, R. F. **Avaliação da deformação do intermediário e região perimplantar de próteses implanto-suportada unitárias parafusada: estudo através da extensometria**. Tese (Doutorado em Odontologia). Faculdade de Odontologia de Bauru, Universidade de São Paulo, Bauru, 2010.

MYERS, R. H. Response Surface Methodology: Current Status and Future Directions. **Journal of**

**Quality Technology**, v. 31, p. 30–44, 1999.

MYERS, R. H.; MONTGOMERY, D. C.; ANDERSON-COCK, C. M. **Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Design of Experiments**. 4. ed. New York, USA: Wiley, 2016.

NIROOMAND, M. R.; ARABBEIKI, M. Effect of the dimensions of implant body and thread on bone resorption and stability in trapezoidal threaded dental implants: a sensitivity analysis and optimization. In: **Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering**. Taylor & Francis, 2020. v. 23p. 1005–1013.

NIST/SEMATECH. **e-Handbook of Statistical Methods**. Disponível em: <<https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>>.

O'MAHONY, A. M.; WILLIAMS, J. L.; KATZ, J. O.; SPENCER, P. Anisotropic elastic properties of cancellous bone from a human edentulous mandible. **Clinical Oral Implants Research**, v. 11, n. 5, p. 415–421, 2000.

PENG, J.; ROOS, C.; TERLAKY, T. A new class of polynomial primal-dual methods for linear and semidefinite optimization. **European Journal of Operational Research**, v. 143, n. 2, p. 234–256, 2002.

PETRIE, C. S.; WILLIAMS, J. L. Probabilistic analysis of peri-implant strain predictions as influenced by uncertainties in bone properties and occlusal forces. **Clinical Oral Implants Research**, v. 18, n. 5, p. 611–619, 2007.

RAO, S. S. **Engineering optimization: Theory and practice**. 2009.

REZAIIE, H. R.; RIZI, H. B.; KHAMSEH, M. M. R.; OCHSNER, A. **A Review on Dental Materials**. 1. ed. Cham, Switzerland: Springer Nature Switzerland, 2020.

ROY, S.; DEY, S.; KHUTIA, N.; CHOWDHURY, A. R.; DATTA, S. Design of patient specific dental implant using FE analysis and computational intelligence techniques. **Applied Soft Computing Journal**, v. 65, p. 272–279, 2018.

SCHWIEDRZIK, J. J.; WOLFRAM, U.; ZYSSET, P. K. A generalized anisotropic quadric yield criterion and its application to bone tissue at multiple length scales. **Biomechanics and Modeling in Mechanobiology**, v. 12, n. 6, p. 1155–1168, 2013.

SILVA, G. C.; CORNACCHIA, T. M.; MAGALHAES, C. S.; BUENO, A. C.; MOREIRA, A. N. Biomechanical evaluation of screw- and cement-retained implant-supported prostheses: A nonlinear finite element analysis. **Journal of Prosthetic Dentistry**, v. 112, n. 6, p. 1479–1488, 2014.

SILVEIRA, E. C. **Análise estrutural dos efeitos da desadaptação em componentes de próteses odontológicas utilizando o método dos elementos finitos com elemento de contato e pré-carga**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Faculdade de Engenharia de Bauru, Universidade Estadual Paulista, 2013.

SOBOTTA, J. **Atlas de Anatomia Humana**. 21. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 2000.

TURNER, C. H.; ANNE, V.; PIDAPARTI, R. M. V. A uniform strain criterion for trabecular bone adaptation: Do continuum-level strain gradients drive adaptation? **Journal of Biomechanics**, v. 30, n. 6, p. 555–563, 1997.

UEDA, N.; TAKAYAMA, Y.; YOKOYAMA, A. Minimization of dental implant diameter and length according to bone quality determined by finite element analysis and optimized calculation. **Journal of Prosthodontic Research**, v. 61, n. 3, p. 324–332, 2017.

VAN STADEN, R. C.; GUAN, H.; LOO, Y. C. Application of the finite element method in dental implant research. **Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering**, v. 9, n. 4, p. 257–270, 2006.

VERRI, F. R.; SANTIAGO JR, J. F.; ALMEIDA, D. A. F.; BATISTA, V. E. S.; LEMOS, C. A. A.; MELLO, C. C.; PELIZZER, E. P. Biomechanical Three-Dimensional Finite Element Analysis of Single Implant-Supported Protheses in the Anterior Maxilla, with Different Surgical Techniques and Implant Types. **The International Journal of Oral & Maxillofacial Implants**, v. 32, n. 4, p. e191–e198, 2017.

WAKABAYASHI, N.; MURAKAMI, N.; TAKAICHI, A. Current applications of finite element methods in dentistry. **Handbook of Mechanics of Materials**, p. 1757–1783, 2019.

WEINER, S.; WAGNER, H. D. The material bone: Structure-mechanical function relations. **Annual Review of Materials Science**, v. 28, n. 1, p. 271–298, 1998.

WRIGHT, S. J. **Primal-Dual Interior-Point Methods**. Philadelphia: 1997.

XU, B.; WANG, Y.; LI, Q. Modeling of damage driven fracture failure of fiber post-restored teeth. **Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials**, v. 49, p. 277–289, 2015.

ZMUDZKI, J.; CHLADEK, G.; KASPERSKI, J. Single implant-retained dentures: Loading of various attachment types under oblique occlusal forces. **Journal of Mechanics in Medicine and Biology**, v. 12, n. 5, p. 1–11, 2012.