



Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

TESE DE DOUTORAMENTO

IFT-T.001/05

Alguns Aspectos sobre a Geração Dinâmica de Massa em Modelos de Technicolor

Adriano Doff Sotta Gomes

Orientador

Prof. Dr. Adriano A. Natale

Fevereiro de 2005

Agradecimentos

Em primeiro lugar, agradeço a minha família, minha mãe Noeli e meus irmão André e Adolfo pelo seu apoio e compreensão.

Ao Adriano, não apenas pela sua orientação e conselhos, mas também por sua amizade.

Durante estes anos aqui no IFT fiz muitos amigos, e não posso deixar de agradecer as pessoas que de uma forma ou de outra ajudaram durante esse meu período de Doutorado. Agradeço a Dáfni, que eu conheço a tanto tempo, por sua grande amizade. A Ana Amélia, que apesar de estar no CBPF, nunca deixou de manter contato, aos grandes amigos(as) que fiz aqui Cristina, Márcia, Babi, Di e a malacada toda Daniel(cabelo), Gadelha, Ricardo, Bola, João, Luis Carlos, Mário, Casana, Gino, Wu, Nischi, Brenno e Calçada. Ao pessoal de Curitiba Benvenho, Sandro e o Medalha.

Ao pessoal da secretaria de pós-graduação, da secretaria geral e da biblioteca.

Finalmente, agradeço a FAPESP pelo suporte financeiro, que proporcionou a realização deste trabalho.

Resumo

O mecanismo de Higgs baseado na existência de um bóson escalar fundamental apresenta problemas de hierarquia e naturalidade. Neste trabalho revisitamos os aspectos mais gerais associados a modelos de Technicolor. Em particular, argumentamos que a auto-energia fermiônica deveria apresentar a forma conhecida como Irregular, a qual resolve a maioria dos problemas enfrentados por modelos que seguem esta linha. No último capítulo desta tese elaboramos um modelo, assumindo como solução a forma Irregular para a auto-energia fermionica, onde as três gerações de férmions adquirem massa via efeitos de quebra dinâmica de simetria.

Palavras Chaves:

Technicolor, Equações de Schwinger-Dyson, Geração Dinâmica de Massa, Solução Irregular.

Áreas do conhecimento:

Física das Partículas Elementares e Teoria de Campos

Abstract

The Higgs mechanism, based on existence of fundamental scalars bosons suffer from the hierarchy and naturalness problems. In this work we review the main aspects of the Technicolor models. In particular, we argue that the fermionic self-energy must behave as the Irregular form, that solve most of the Technicolor models problems. In the last Chapter of this thesis we build a model, assuming the Irregular form for the fermionic self-energy, where the three fermionic generations receive mass dynamically.

Conteúdo

Introdução	iv
1 O Modelo Padrão Eletrofraco	1
1.1 A Estrutura do Modelo	1
1.2 O Setor de Higgs e a Quebra Espontânea de Simetria	4
1.3 O Cancelamento das Anomalias Triângulo no Modelo Padrão	9
2 Uma Motivação para a Technicolor	12
2.1 O Problema de Hierarquia	13
2.2 Soluções Possíveis para o Problema de Hierarquia	19
2.2.1 Technicolor	19
2.2.2 Supersimetria	24
2.3 A Trivialidade de $\lambda\phi^4$	25
3 O Modelo Mínimo de Technicolor	27
3.1 A Estrutura do Modelo Mínimo	28
3.2 A Fenomenologia do Modelo Mínimo de Technicolor	33
3.2.1 Techniquarks	33
3.2.2 Technimésons	35
3.3 A Geração Dinâmica das Massas Fermiônicas: A Technicolor Estendida. . .	37
4 A Equação de Schwinger-Dyson	40
4.1 A Equação de Schwinger-Dyson para a QED_4	41

4.2	As Soluções da Equação de Schwinger-Dyson para a QED_4	43
4.3	As Soluções da Equação de Schwinger-Dyson para a Technicolor	46
5	A Technicolor Estendida	49
5.1	A Massa Dinâmica e a Expansão do Produto de Operadores	51
5.2	Os Problemas com a Dinâmica Atribuída a Technicolor	54
5.3	Novos Cenários em Technicolor	59
6	Um Critério para Escolha da Auto-Energia Fermiônica	64
6.1	O Potencial Efetivo para Operadores Compostos	65
6.2	A Densidade de Energia do Vácuo	68
6.3	A Densidade de Energia do Vácuo para a Solução Interpolada	71
7	Um Limite Sobre a Massa em Modelos de Technicolor	75
7.1	A Auto-Energia Fermiônica e a Massa Dinâmica	76
7.2	Um Limite Sobre a Massa	79
8	Uma Teoria Unificada de Technicolor	84
8.1	A Estrutura do Modelo	85
8.2	A Massa Dinâmica	86
8.3	A Matriz de Massa	88
8.4	A Massa da Geração Intermediária	91
8.5	Uma Origem Dinâmica para a Diferença de Massa T-B	95
8.5.1	O Conteúdo Fermiônico do Modelo e a Massa do Top	96
8.5.2	A Geração de Massa para o Quark Bottom	99
	Conclusões	104
A	Integração Angular da Equação para $A(p^2)$	107
B	Solução da Equação Diferencial para $B(p^2)$	109
C	Diagramas do Modelo	112

Conteúdo

iii

Referências

114

Introdução

Até o presente momento, exceto a interação gravitacional, todas as interações conhecidas na natureza entre os componentes fundamentais da matéria até a escala de Fermi, léptons e quarks, tem sido perfeitamente descritas pelo Modelo Padrão da física das partículas elementares [1]. O Modelo Padrão, na forma que conhecemos hoje, é baseado na estrutura de gauge $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, que engloba as interações forte, eletromagnética e fraca. Na página seguinte, por uma questão de conveniência, apresentamos uma tabela onde dispomos todas as partículas fundamentais conhecidas até hoje, junto com as interações que são sentidas por estas.

Apesar do grande sucesso do Modelo Padrão na descrição da natureza até a escala de energia que temos tido acesso com a presente tecnologia, ainda existem muitas questões fundamentais em aberto, e que não podem ser explicadas dentro do contexto do Modelo Padrão [2][3], dentre estas questões podemos destacar, por exemplo:

- Por que a quebra da simetria eletrofraca ocorre na escala $\Lambda_w \sim 250 \text{ GeV}$?
- Existem apenas 3 famílias de férmions na natureza?
- Por que o quark top é tão pesado enquanto os neutrinos são tão leves?

Tais questões apenas poderão ser respondidas no contexto de alguma extensão do Modelo Padrão, de modo que esperamos a descoberta de uma física nova, em conexão com a física que vem sendo bem descrita pelo Modelo Padrão, na próxima geração de aceleradores.

Geração	Sabor	Carga	Forte	Fraca	Eletromagnética	Massa
1	u	+2/3	Sim	Sim	Sim	$\sim \text{MeV}$
	d	-1/3	Sim	Sim	Sim	$\sim \text{MeV}$
	e	-1	Não	Sim	Sim	0.5 MeV
	ν_e	0	Não	Sim	Não	$\leq 3\text{eV}$
2	c	+2/3	Sim	Sim	Sim	$\sim 1\text{GeV}$
	s	-1/3	Sim	Sim	Sim	$\sim 0.1\text{GeV}$
	μ	-1	Não	Sim	Sim	0.1057 GeV
	ν_μ	0	Não	Sim	Não	$\leq 0.19 \text{ MeV}$
3	t	+2/3	Sim	Sim	Sim	$\sim 180\text{GeV}$
	b	-1/3	Sim	Sim	Sim	$\sim 4\text{GeV}$
	τ	-1	Não	Sim	Sim	1.776 GeV
	ν_τ	0	Não	Sim	Não	$\leq 18 \text{ MeV}$

Tabela 1: As partículas fundamentais e suas interações descritas pelo Modelo Padrão.

No Modelo Padrão as massas tanto dos férmions, quanto dos bósons de gauge (W^\pm, Z^0) mediadores das interações fracas, são obtidas através dos efeitos da quebra espontânea de simetria, que é realizada no Modelo Padrão com a introdução do conhecido mecanismo de Higgs, que consiste na introdução de um potencial ao modelo, o potencial de Higgs, o qual contém um termo de massa para a partícula escalar introduzida, o bóson de Higgs, além de um termo de interação quártica. A quebra da simetria quiral e de gauge ocorre quando admitimos que este campo adquire um valor esperado no vácuo (vev) não nulo caracterizado por $\langle \phi \rangle \neq 0$.

Um ponto importante a ser colocado é de que o mecanismo de Higgs, baseado na existência de um escalar fundamental, é o responsável no Modelo Padrão pela introdução do elevado número de parâmetros livres necessários para satisfazer a fenomenologia observada. A existência de parâmetros não fixos pela teoria limita a capacidade de predição do modelo, e não proporciona nenhum indício a respeito da origem da massa que é medida para os bósons de gauge e férmions conhecidos. O setor de Higgs do Modelo Padrão também apresenta problemas que são conhecidos como problemas de naturalidade e tri-

vialidade [14, 17] e, como uma última crítica, devemos enfatizar que até hoje não tivemos nenhuma evidência da existência de uma só partícula escalar fundamental.

A quebra da simetria eletrofraca pode ser realizada de uma outra forma, sem a necessidade de incluirmos escalares fundamentais, esta pode ser realizada dinamicamente. A alternativa mais popular para realização da quebra dinâmica de simetria é a Technicolor(TC) [15, 20], onde agora o bóson responsável pela quebra da simetria será uma partícula composta.

O nosso objetivo nesta tese será apresentar em linhas gerais os conceitos fundamentais envolvidos na implementação de modelos baseados em Technicolor. Em particular, iremos mostrar que a maioria dos problemas relacionados a estes modelos reside na forma que convencionalmente é assumida para a auto-energia technifermionica. Na maioria dos trabalhos em TC, a expressão que é assumida como solução física para a auto-energia é conhecida como solução Regular*, a qual é obtida via expansão de produto de operadores(OPE)[44].

Nos capítulos iniciais desta tese apresentamos uma revisão detalhada a respeito da implementação de Technicolor(TC), ou seja de como (TC) resolve alguns dos problemas enfrentados pelo mecanismo de Higgs no Modelo Padrão e como as massas das partículas são geradas neste contexto. O leitor que tem familiaridade com o assunto pode passar para os capítulos finais, onde expomos os trabalhos que realizamos recentemente[57, 63, 73], e que constituem dos principais resultados apresentados nesta tese. Neste trabalhos argumentamos que a auto-energia fermiônica deveria apresentar a forma conhecida como Irregular. E no último capítulo apresentamos um modelo que é justamente baseado em tal solução. O espectro de massa fermiônica obtido é relativamente interessante, de fato, nos conseguimos reproduzir a hierarquia de massa que é observada entre as três gerações

*As expressões para auto-energia fermionica, que são conhecidas como forma Regular e Irregular, correspondem a duas soluções encontradas para a equação de Schwinger-Dyson. Entretanto, apenas a primeira é obtida ao considerarmos OPE. Nos capítulos 4 e 5 detalhes sobre estas soluções serão apresentados.

de férmions exibidas na Tabela I.

A distribuição dos tópicos a serem apresentados nesta tese serão os seguintes: No primeiro capítulo apresentaremos uma breve revisão da estrutura básica do Modelo Padrão, em especial daremos mais atenção ao setor de Higgs, que como já comentamos é o responsável pela geração de massa no Modelo Padrão. No capítulo 2, trataremos do problema de hierarquia de gauge, ou da não-naturalidade.

No capítulo 3 faremos uma análise do modelo mínimo de Technicolor, proposto por Susskind e Weinberg. O capítulo 4 será dedicado ao estudo das soluções da equação de Schwinger-Dyson para o propagador fermiônico, pois, conforme mostraremos, as ferramentas desenvolvidas neste capítulo serão fundamentais para o desenvolvimento dos capítulos posteriores. No capítulo 5, apresentamos a Technicolor Estendida(ETC), já que devemos acoplar technifermions aos fermions usuais a fim de fornecer massa a estes últimos. Os principais problemas relacionados a modelos baseados em TC, bem como os principais desenvolvimentos realizados nesta linha ao longo dos últimos anos são também apresentados neste capítulo. No capítulo 6, forneceremos argumentos em favor da solução Irregular, onde por exemplo mostraremos que apenas essa solução leva a um mínimo de energia mais profundo. No capítulo 7 apresentamos um limite superior sobre a massa fermiônica gerada no contexto de um modelo baseado em quebra dinâmica de simetria.

Finalmente, no capítulo 8, tomando como base a solução Irregular, construímos um modelo baseado em TC onde as três gerações de férmions adquirem massa dinamicamente.

Capítulo 1

O Modelo Padrão Eletrofraco

Com exceção da interação gravitacional, todas as demais interações conhecidas na natureza são descritas pelo Modelo Padrão[1]. O Modelo Padrão é uma teoria baseada no grupo

$$G_{SM} = SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$$

de gauge das transformações unitárias. Sendo, portanto, o grupo de simetria de gauge do Modelo Padrão um grupo semi-simples, uma vez que é formado pelo produto direto de três grupos : O $SU(3)$ que é o grupo de gauge associado a simetria de cor. O $SU(2)$, que está associado a simetria de isospin fraco e o grupo $U(1)$ associado a simetria de hipercarga fraca. Neste capítulo apresentaremos, então, em linhas bem gerais uma breve revisão da estrutura básica do Modelo Padrão, e em especial daremos mais atenção ao setor de Higgs.

1.1 A Estrutura do Modelo

I) O Setor de Matéria

Os campos de matéria no Modelo Padrão são constituídos de léptons e quarks, carregando $\text{spin}=\frac{1}{2}$. Tais campos são classificados como dubletos de mão esquerda ($L.H.$) de isospin fraco e singletos de mão direita ($R.H.$) de isospin fraco de maneira a incorporar

o caráter quiral das interações fracas, onde $L.H.$ e $R.H.$ são os operadores quirais definidos por conveniência na seção 2.2. Esta estrutura de simetria se repete entre as três gerações de férmions conhecidas, conforme listamos na sequência:

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L \quad \nu_{eR} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L \quad \nu_{\mu R} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L \quad \nu_{\tau R} \\
 & \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \quad u_R \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L \quad c_R \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L \quad t_R \quad b_R, \quad (1.1)
 \end{aligned}$$

sendo que os quarks que aparecem na estrutura acima são tripletos de cor, e os neutrinos $R.H.$ são introduzidos apenas por conveniência, pois, no Modelo Padrão mínimo neutrinos são partículas sem massa, de maneira que neutrinos $R.H.$ não existem dentro deste contexto. Todavia, hoje sabemos que os neutrinos também são partículas massivas, de modo que a estrutura mínima do Modelo Padrão terá que sofrer alguma alteração a fim de acomodar tal verificação.

II) O Setor de Gauge

As simetrias associadas com isospin, hipercarga e cor são realizadas como simetrias de gauge locais, de maneira que os correspondentes campos de gauge de spin-1 podem, então, ser listados como segue ;

$$\begin{aligned}
 SU(2) & \quad \text{Isospin} & W_\mu^i \quad (i = 1\dots 3) \\
 U(1) & \quad \text{Hipercarga} & B_\mu \\
 SU(3) & \quad \text{Cor} & G_\mu^a \quad (a = 1\dots 8). \quad (1.2)
 \end{aligned}$$

III) As Interações

Podemos resumir todas as interações do Modelo Padrão na seguinte lagrangeana, a qual contém a soma de três termos correspondentes a cada setor do modelo:

$$\mathcal{L}_{int} = \mathcal{L}_{gauge} + \mathcal{L}_{fermions} + \mathcal{L}_{Higgs}. \quad (1.3)$$

No primeiro termo da lagrangeana acima temos incluído os campos de gauge do Modelo Padrão, e suas correspondentes auto-interações, de maneira que este termo é escrito na seguinte forma

$$\mathcal{L}_{gauge} = \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W^{i\mu\nu} + \frac{1}{4}B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}, \quad (1.4)$$

sendo que os tensores de campo são definidos segundo

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^i &= \partial_\nu W_\mu^i - \partial_\mu W_\nu^i - g_W \varepsilon^{ijk} W_\mu^j W_\nu^k \\ G_{\mu\nu}^a &= \partial_\nu G_\mu^a - \partial_\mu G_\nu^a - g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c \\ B_{\mu\nu} &= \partial_\nu B_\mu - \partial_\mu B_\nu. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Onde ε^{ijk} e f^{abc} são as constantes de estrutura relacionadas aos grupos $SU(2)$ e $SU(3)$, e g_W e g_s são as constantes de acoplamento associadas, respectivamente, as simetrias de isospin fraco e cor.

O segundo termo corresponde ao acoplamento entre os férmions com os bósons de gauge, de forma que este termo da lagrangeana pode, então, ser escrito já em termos dos campos fermiônicos com quiralidade $L.H$ e $R.H$ conforme segue

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{fermion} = \sum_{m=1}^3 & (\bar{q}_{mL} i\gamma_\mu D_L^\mu q_{mL} + \bar{l}_{mL} i\gamma_\mu D_L^\mu l_{mL} + \bar{u}_{mR} i\gamma_\mu D_R^\mu u_{mR} + \bar{d}_{mR} i\gamma_\mu D_R^\mu d_{mR} \\ & + \bar{e}_{mR} i\gamma_\mu D_R^\mu e_{mR}), \end{aligned} \quad (1.6)$$

sendo que nesta última equação m é um índice de geração, q e l correspondem a dubletos $L.H$ de quarks e léptons, enquanto $(u, d, e)_{mR}$ são singletos. As derivadas covariantes de

gauge, D_L^μ e D_R^μ , são definidas segundo

$$\begin{aligned} D_L^\mu &= \partial^\mu + ig_w \frac{\sigma^a}{2} W^{a\mu} + i \frac{g_Y}{2} B^\mu \\ D_R^\mu &= \partial^\mu + i \frac{g_Y}{2} B^\mu, \end{aligned} \quad (1.7)$$

na expressão acima não incluímos o termo de acoplamento minimal correspondente a QCD, pois, apenas os quarks sentem os graus de liberdade de cor. As matrizes σ^a são as matrizes de Pauli, que apresentam a forma;

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (1.8)$$

e que satisfazem a relação de comutação

$$[\sigma^i, \sigma^j] = 2i\epsilon^{ijk} \sigma^k.$$

Finalmente, o último termo da lagrangeana, Eq.(1.3), contém as interações tanto dos bósons de gauge quanto dos férmions com o campo de Higgs, de maneira que podemos escrever esta segundo

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) + g_{m_Y}^e \bar{l}_{m_L} \phi e_{m_R} + g_{m_Y}^d \bar{q}_{m_L} \phi d_{m_R} + g_{m_Y}^u \bar{q}_{m_L} \tilde{\phi} u_{m_R} - V(\phi) \quad (1.9)$$

onde $\tilde{\phi} = i\sigma^2 \phi^*$.

Encerrando esta seção, podemos dizer que a lagrangeana, Eq.(1.3), resume as leis da física que regem as três interações fundamentais, eletromagnética, forte e fraca, entre léptons e quarks.

1.2 O Setor de Higgs e a Quebra Espontânea de Simetria

O setor de Higgs, é possivelmente a peça mais fundamental do Modelo Padrão, uma vez que este é o responsável pela geração da massa de todas as partículas fundamentais,

quarks e léptons, e também dos bósons de gauge mediadores da interação fraca W^\pm e Z^0 . Portanto, nesta seção apresentaremos uma breve discussão a respeito do mecanismo responsável pela geração de massa no Modelo Padrão, o mecanismo de Higgs.

Desta forma, vamos iniciar esta seção considerando o potencial de Higgs que é introduzido no Modelo Padrão [4][5]

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2, \quad (1.10)$$

sendo que o campo escalar ϕ corresponde a um dubleto de $SU(2)$. A finalidade da introdução de tal potencial á teoria deverá ficar clara até o fim desta seção, pois conforme mostraremos, dependendo da escolha feita para o parâmetro μ^2 , podemos ter que o potencial acima passa a não mais respeitar a simetria original da lagrangeana, de forma que a introdução deste leva a quebra espontânea da simetria quiral e de gauge, proporcionando os graus de liberdade adicionais aos bósons de gauge da teoria.

Com a finalidade de exemplificarmos a idéia de quebra espontânea de simetria, vamos então considerar o dubleto de Higgs, ϕ , escrito em termos de uma base Hermitiana [5], ou seja

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 - i\phi_2) \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_3 - i\phi_4) \end{pmatrix}, \quad (1.11)$$

assim, em termos desta nova base podemos escrever o potencial de Higgs, Eq.(1.10), como sendo

$$V(\phi) = \frac{1}{2}\mu^2 \left(\sum_{i=1}^4 \phi_i^2 \right) + \frac{1}{4}\lambda \left(\sum_{i=1}^4 \phi_i^2 \right)^2, \quad (1.12)$$

que é um invariante sob o grupo de simetria $O(4)$. Todavia, vamos agora assumir que o campo ϕ_i se encontre no estado de menor energia (vácuo), e vamos escolher os eixos neste espaço 4-dimensional, ϕ_i , de tal forma que no estado de vácuo tenhamos $\langle 0|\phi_i|0\rangle = 0$, para $i = 1, 2, 4$ e $\langle 0|\phi_3|0\rangle = v$. Portanto, no estado de menor energia temos que a Eq.(1.12), é agora escrita na forma

$$V(v) = \frac{1}{2}\mu^2 v^2 + \frac{1}{4}\lambda v^4, \quad (1.13)$$

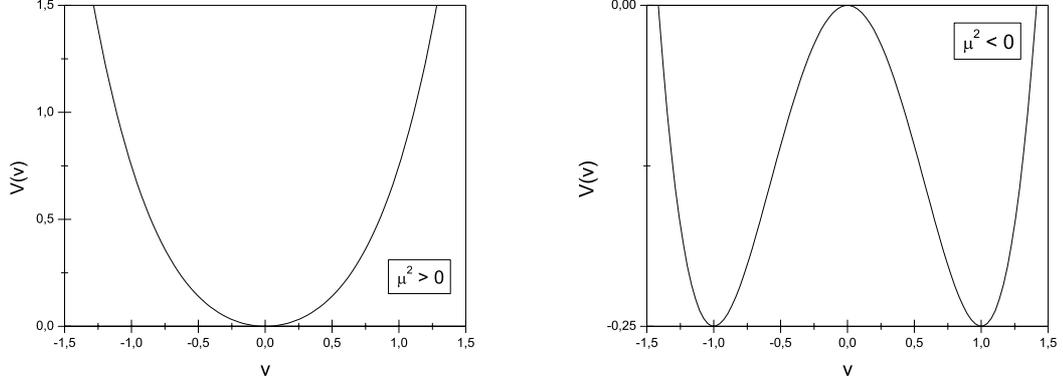


Figura 1.1: O potencial de Higgs $V(v)$ para os caso em que $\mu^2 > 0$ e $\mu^2 < 0$.

sendo que obtemos o ponto de mínimo da função acima diferenciando esta com respeito a v . Na Fig.(1.1) plotamos a função potencial exibida acima $V(v)$ para dois casos, $\mu^2 > 0$ e $\mu^2 < 0$, que trataremos separadamente na sequência :

Caso $\mu^2 > 0$: Olhando para a Fig:(1.1), podemos notar que o mínimo ocorre no ponto em que $v = 0$, o que significa neste caso que o vácuo está vazio, e a simetria $SU(2) \times U(1)$ não será quebrada, pois, não temos direção privilegiada no estado de vácuo, $\langle 0|\phi_i|0\rangle = 0$, para $i = 1, 2, 3, 4$.

Caso $\mu^2 < 0$: Neste caso, olhando para a Fig.(1.1), percebemos que o ponto $v = 0$, corresponde a um ponto de instabilidade, de forma que o mínimo do potencial irá ocorrer para algum valor de $v \neq 0$, o que neste caso irá quebrar a simetria original da lagrangeana, uma vez que agora $\langle 0|\phi_i|0\rangle = 0$ para $i = 1, 2, 4$ e $\langle 0|\phi_3|0\rangle \neq 0$. Assim, neste caso dizemos que a simetria original da lagrangeana foi espontaneamente quebrada.

O ponto de mínimo, conforme já comentamos, pode ser encontrado ao considerarmos

$$\frac{dV(v)}{dv} = v(\mu^2 + \lambda v^2) = 0, \quad (1.14)$$

obtendo

$$v^2 = \frac{-\mu^2}{\lambda}. \quad (1.15)$$

Portanto, o caso de interesse físico consiste em assumirmos no potencial de Higgs $\mu^2 < 0$. Por razões de notação, que usaremos adiante, faremos $\mu^2 \rightarrow -\mu^2$ na lagrangeana Eq.(1.10), de modo que escrevemos

$$V(\phi) = -\frac{1}{2}\mu^2\phi^\dagger\phi + \frac{\lambda}{4}(\phi^\dagger\phi)^2 \quad (1.16)$$

sendo que nesse caso devemos impor $\mu^2 > 0$, e estamos incluindo por conveniência os fatores de normalização.

Finalmente, estamos agora aptos a analisar na lagrangeana, Eq.(1.9), os efeitos de assumirmos no potencial de Higgs, Eq.(1.10), a escolha $\mu^2 < 0$ admitindo que este, então, adquire um valor esperado no vácuo (vev) da forma

$$\langle\phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}. \quad (1.17)$$

Devemos ainda notar que o (vev) apresentado acima corresponde ao valor clássico associado ao campo, de maneira que para exibirmos o espectro de massa das partículas do modelo deveremos quantizar em torno do vácuo clássico, ou seja vamos efetuar o “shift” $\phi \rightarrow v + \phi'$, onde ϕ' são campos quânticos com um valor esperado no vácuo nulo. É conveniente ainda escrever as quatro componentes Hermitianas do campo ϕ em termos de um novo conjunto de variáveis usando a transformação de Kibble [5][6]

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\sum \xi_i \tau_i} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix}, \quad (1.18)$$

de modo que agora identificamos H como o campo que ira se tornar o campo de Higgs físico, e os três outros campos Hermitianos ξ_i , associados com os três geradores quebrados, como sendo os bósons de Goldstone que serão absorvidos respectivamente pelos bósons W^\pm e Z^0 . Vamos então começar considerando o primeiro termo da lagrangeana, Eq.(1.9),

de modo que escolhendo o gauge unitário*

$$\phi \rightarrow \phi' = e^{-i \sum \xi_i \tau_i} \phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix}, \quad (1.19)$$

podemos escrever

$$\begin{aligned} (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & v \end{pmatrix} \left[\frac{g_W}{2} \sigma^i W_\mu^i + \frac{g_Y}{2} B_\mu \right]^2 \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} + (\text{acopl. com } H) \\ &= \frac{g_W^2}{4} v^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{1}{8} v^2 (W_\mu^3, B_\mu) \begin{pmatrix} g_W^2 & -g_W g_Y \\ -g_W g_Y & g_Y^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix} \\ &= M_W^2 W^{+\mu} W_\mu^- + \frac{1}{2} M_Z^2 Z^{0\mu} Z_\mu^0 + (\text{acopl. com } H), \end{aligned} \quad (1.20)$$

sendo que os estados físicos associados aos bósons de gauge do Modelo Padrão são então identificados segundo

$$\begin{aligned} W_\mu^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp W_\mu^2) \\ Z_\mu^0 &= -\sin \theta_W B_\mu + \cos \theta_W W_\mu^3 = \frac{g_W W_\mu^3 - g_Y B_\mu}{\sqrt{g_W^2 + g_Y^2}} \\ A_\mu &= \cos \theta_W B_\mu + \sin \theta_W W_\mu^3 = \frac{g_Y W_\mu^3 + g_W B_\mu}{\sqrt{g_W^2 + g_Y^2}}. \end{aligned} \quad (1.21)$$

As massas obtidas pelos bósons de gauge são dadas por:

$$\begin{aligned} M_W &= \frac{g_W v}{2} = 80.4 \text{ GeV} \\ M_Z &= \sqrt{g_W^2 + g_Y^2} \frac{v}{2} = \frac{M_W}{\cos \theta_W} = 91.2 \text{ GeV}, \end{aligned} \quad (1.22)$$

onde o ângulo de Weinberg é definido segundo a relação $\tan \theta_W = \frac{g_Y}{g_W}$.

Os demais termos de massa e acoplamentos com H , tanto para os caso dos férmions quanto para o caso do Higgs físico, são obtidos ao substituirmos a Eq.(1.19) na lagrangeana Eq.(1.9).

*No gauge unitário o espectro dos bósons de Goldstone ξ_i desaparece.

Devemos notar ainda que a hierarquia de massa observada entre as três gerações de férmions conhecidas, é obtida no Modelo Padrão com o devido ajuste nas constantes de acoplamento de Yukawa g_Y^u e g_Y^d .

1.3 O Cancelamento das Anomalias Triângulo no Modelo Padrão

No capítulo seguinte iremos mostrar que a existência de um escalar fundamental no Modelo Padrão é não-natural, no sentido que a massa adquirida por este se torna instável através de correções radiativas levando ao chamado problema de naturalidade ou hierarquia de gauge. Entretanto, antes de abordarmos tal assunto vamos resumidamente apresentar nesta seção um tópico de interesse e fundamental quando tratamos de extensões do Modelo Padrão, que consiste da análise das condições impostas sobre a teoria para que esta seja renormalizável. Quando tratamos do Modelo Padrão e de suas possíveis extensões, as condições que nos referimos correspondem a ausência nestas teorias das conhecidas anomalias triângulo[7].

Anomalias surgem em teorias quânticas de campo sempre que o equivalente quântico de uma corrente clássica passa a não ser mais respeitado, ou seja

$$\partial_\mu J_{class}^\mu = 0 \quad \text{todavia} \quad \partial_\mu J_{quant}^\mu \neq 0.$$

A presença de anomalias destrói a renormalizabilidade da teoria, de maneira que estas devem ser eliminadas requerendo de partida a condição que uma teoria quântica de campos realista seja renormalizável[8]. É possível mostrar que uma teoria onde férmions quirais estão presentes, é uma teoria que sofre de anomalias, uma vez que podemos verificar que a nível de 1-Loop que um diagrama triângular contendo um vértice axial e dois vetoriais, (AVV), conhecido como diagrama triângulo, passa a não mais respeitar a simetria quiral, obtida ao tomarmos $m_f \rightarrow 0$ ao nível quântico, caracterizando, o surgimento das conhecidas anomalias triângulo [8].

No caso de uma teoria com simetria de gauge não-abeliana, a anomalia triangular apresenta a particularidade de ser proporcional ao fator [10]

$$A_{abc} = Tr(\gamma_5 \{T_a, T_b\} T_c), \quad (1.23)$$

onde T_a, T_b e T_c são os geradores do grupo de gauge considerado. Portanto, dado o conteúdo de representação fermiônica da teoria, podemos atribuir a estes férmions uma determinada representação sob grupo de simetria tal que tenhamos $A_{abc} = 0$, de forma a termos a teoria livre das anomalias triângulo.

Essencialmente o cancelamento das anomalias triângulo pode se dar em dois casos.

1° Caso:

As anomalias dos setores quirais $L.H.$ e $R.H.$ se cancelam mutuamente

$$A_{abc_L} - A_{abc_R} = 0.$$

Este tipo de cancelamento ocorre nos chamados “modelos vetoriais”, podemos citar como exemplo de teorias vetoriais a QCD e a QED, uma vez que os bósons de gauge mediadores destas interações se acoplam da mesma forma a correntes $L.H.$ e $R.H.$, teremos os mesmos coeficientes A_{abc} para os acoplamentos com correntes $L.H.$ e $R.H.$. Todavia, com sinais opostos, de forma que estas teorias são livres de anomalias.

2° Caso

As anomalias dos setores quirais $L.H.$ e $R.H.$ anulam-se independentemente

$$A_{abc_L} = A_{abc_R} = 0.$$

Este tipo de cancelamento ocorre com as chamadas representações seguras, ou seja onde os geradores do grupo em questão satisfazem a condição $Tr(\gamma_5 \{T_a, T_b\} T_c) = 0$. Um exemplo de grupo cuja representação é segura é o do $SU(2)$, onde as representações fundamentais 2 e $\bar{2}$ satisfazem tal condição.

Voltando ao Modelo Padrão, vimos que o grupo de simetria associado a este é semi-simples, uma vez que é constituído pelo produto direto de três grupos, $SU(3)$, $SU(2)$ e

$U(1)$. Desta forma teremos várias contribuições anômalas vindas do diagrama triângulo, as contribuições puras devidas a QCD, e a acoplamentos com apenas bósons de $SU(2)$ então se anulam trivialmente, tendo em vista a discussão realizada acima. Todavia, as contribuições devidas a acoplamentos com bósons de $U(1)_Y$ não são triviais, assim a condição requerida a partir da liberdade das anomalias triângulo nos impõe as seguintes restrições sobre o conteúdo de hipercarga fraca atribuído aos férmions da teoria [10]

$$\sum Y_L = \sum Y_R = 0, \quad (1.24)$$

de forma que o Modelo Padrão é livre de anomalias geração por geração, uma vez que temos

$$3Y_q + Y_l = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) - 1 = 0 \quad \text{e} \quad Y_u + Y_d + Y_e = 3 \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{3}\right) - 2 = 0. \quad (1.25)$$

Apenas por completeza neste ponto é conveniente salientar que o cancelamento das anomalias triângulo em algumas extensões do Modelo Padrão pode ser realizada apenas quando as três gerações de férmions são consideradas. O exemplo a que nos referimos consiste numa classe de modelos, que são conhecidos na literatura como modelos G_{3n1} para $n = 3, 4$ [11]. Uma característica interessante destes modelos é que a condição sobre o cancelamento das anomalias triângulo leva a quantização da carga elétrica[12] e naturalmente impõe limites sobre o número de gerações (ou famílias) de férmions observados na natureza [13].

No capítulo 3 retornaremos a esse assunto, uma vez que quando introduzirmos modelos de Technicolor, com um dado um conteúdo de techniférmions, estaremos então introduzindo novas fontes de anomalias á teoria, que conforme veremos será devidamente eliminada da teoria com uma atribuição conveniente de hipercargas fracas a estes techniférmions.

Capítulo 2

Uma Motivação para a Technicolor

O Modelo Padrão até o momento tem apresentado uma descrição muito bem sucedida das interações fortes e eletrofracas, pelo menos para as escalas de energia a que temos tido acesso. No entanto, conforme já adiantamos no capítulo introdutório, existem ainda muitas questões fundamentais em aberto, e que não podem ser explicadas dentro do contexto do Modelo Padrão. Para exemplificar podemos citar questões como a origem das gerações, ou seja porque observamos três gerações de férmions fundamentais, ou podemos citar o fato que o Modelo Padrão não prevê ou explica os valores que as constantes fundamentais assumem, ou porque a carga elétrica é quantizada.

Portanto, existem razões muito fortes para acreditarmos que o Modelo Padrão deva ser considerado uma teoria efetiva a baixas energias, e que deve dar lugar a uma teoria muito mais completa em alguma escala de energia, que acreditamos estar compreendida entre $10^{14} GeV$ e $10^{19} GeV$ correspondendo, respectivamente, as escalas de grande unificação (Λ_{GUT}) e de Plank (Λ_P).

Assim, o nosso principal objetivo neste capítulo será o de tratarmos do problema de hierarquia de gauge, ou o problema da não naturalidade [14][15] que surge ao admitirmos a existência de duas escalas distintas de energia e que estão largamente separadas, ou seja a escala da quebra da simetria eletrofraca caracterizada pelo valor esperado no vácuo do campo de Higgs $v \sim 250 GeV$ e a escala de grande unificação ou de Planck. Finalmente,

encerrando o capítulo, faremos uma breve exposição do problema de trivialidade que também affige teorias onde escalares fundamentais estão presentes.

2.1 O Problema de Hierarquia

O problema de hierarquia, ou naturalidade, pode ser visto como uma consequência basicamente das suposições que listaremos abaixo:

(i) O Modelo Padrão incluindo quarks, léptons, o fóton, os bósons Z_0 , W^\pm e um ou mais campos de Higgs escalares descreve corretamente a natureza até a escala de energia $\sim \Lambda$, a qual é como salientamos muito maior que a escala de quebra da simetria eletrofraca.

(ii) Uma nova física de uma natureza não especificada deve ocorrer a um escala $\sim \Lambda$, e esta possivelmente deverá incluir alguma alternativa como: $SU(5)$, gravidade etc...

(iii) O comportamento das quantidades físicas medidas na escala de energia a qual temos acesso não deverão ser extremamente sensíveis aos valores atribuídos aos parâmetros fundamentais. Em particular a existência de um mundo a baixas energias, caracterizado pelo valor esperado do campo de Higgs $v \sim 250 \text{ GeV}$, não deve requerer que os parâmetros fundamentais associados ao mundo descrito pela escala de energia $\sim \Lambda$ sejam “Fine Tuned”.

Essencialmente a abordagem usual adotada para a verificação da existência do problema de naturalidade no Modelo Padrão consiste em determinarmos as correções a massa do bóson de Higgs a 1-Loop, que são devidas aos seguintes diagramas

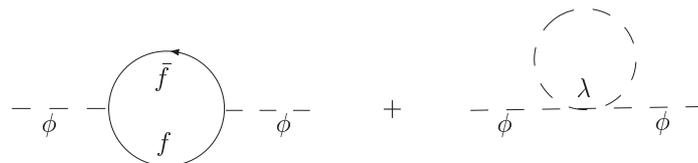


Figura 2.1: Contribuições a auto-energia do bóson de Higgs a 1-Loop.

Estas contribuições podem ser facilmente calculadas, por simplicidade vamos apenas apresentar o resultado obtido para o caso de considerarmos o segundo diagrama exibido acima

$$\Delta M_{H_0} = \frac{\lambda}{16\pi^2} \int^{\Lambda^2} dk^2 \frac{k^2}{(k^2 + M_{H_0}^2)}. \quad (2.1)$$

O corte Λ foi introduzido devido ao fato da integral acima ser quadraticamente divergente, e que podemos checar ao efetuarmos uma análise dimensional desta última equação. Existem ainda duas outras contribuições similares a que apresentamos, de maneira que tomando estas podemos então escrever

$$M_H^2 = M_{H_0}^2 + \frac{3\lambda}{16\pi^2} \Lambda^2, \quad (2.2)$$

sendo que M_H é massa física do bóson de Higgs. O corte Λ pode ser tomado como sendo da ordem da escala de grande unificação (Λ_{GUT}), ou da escala de Planck (Λ_P), de maneira que para mantermos a massa do campo de Higgs compatível com a escala de quebra da simetria eletrofraca deveremos ajustar os parâmetros $M_{H_0}^2$ e λ em pelos menos 28 casas decimais. Tal ajuste é não natural, e portanto este problema de ajuste é conhecido na literatura como problema de naturalidade ou hierarquia de gauge.

A exposição deste problema pode se tornar um pouco mais clara e evidente se nós considerarmos um modelo em específico, assim, tendo em mente este objetivo vamos expor este problema na forma devida a Leonard Susskind, que coloca essa questão de uma forma bastante interessante[14]

Vamos então supor que a física nova associada a escala Λ seja descrita por uma teoria de grande unificação caracterizada, portanto, pela escala $\Lambda_{GUT} \sim 10^{16} GeV$, por motivos de simplicidade consideraremos como modelo de grande unificação o modelo “clássico” de GUT baseado no grupo $SU(5)$ [16][17].

Tomando então este modelo como exemplo, temos a seguinte estrutura de quebra de simetria, partindo da escala de energia descrita pela teoria de grande unificação até a

escala que caracteriza a quebra da simetria eletrofraca

$$SU(5) \xrightarrow{\Lambda_{GUT}} SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \xrightarrow{\Lambda_{WEAK}} SU(3)_C \times U(1)_Q.$$

Vamos, começar analisando o primeiro estágio de quebra, correspondente a quebra da simetria $SU(5)$. Esta poderá ser realizada ao considerarmos a introdução do seguinte potencial, em analogia com o potencial de Higgs introduzido para proporcionar a quebra da simetria eletrofraca [17]

$$V(\Sigma) = -\frac{\nu^2}{2} Tr(\Sigma^2) + \frac{a}{4} (Tr(\Sigma^2))^2 + \frac{b}{2} Tr(\Sigma^4), \text{ com } b > 0 \text{ e } a > -\frac{7}{15}b. \quad (2.3)$$

O nosso objetivo aqui será relacionar os parâmetros que aparecem no potencial em termos do (vev) adquirido pelo escalar Σ , a motivação do interesse em obter tais relações ficará claro no final desta seção.

Portanto, vamos considerar o (vev) adquirido pelo campo Σ [17]

$$\langle \Sigma \rangle = \Lambda_{GUT} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

de maneira que impondo a condição de mínimo a Eq.(2.3) e, considerando a Eq.(2.4), temos o resultado

$$\nu^2 = \frac{15a}{2} \Lambda_{GUT}^2 + \frac{7b}{2} \Lambda_{GUT}^2. \quad (2.5)$$

Vamos agora analisar o segundo estágio de quebra, conforme vimos no capítulo anterior, a quebra da simetria eletrofraca no Modelo Padrão requer a introdução de um campo de Higgs com as componentes se transformando como um dubleto sob $SU(2)_L$. A maneira mais simples de realizarmos tal tarefa dentro deste modelo baseado em $SU(5)$

consiste em introduzirmos um **5**-Plet de Higgs H escrito na forma [17, 78]

$$H = \begin{pmatrix} h^1 \\ h^2 \\ h^3 \\ h^+ \\ -h^0 \end{pmatrix} = (\mathbf{3}, \mathbf{1}) + (\mathbf{1}, \mathbf{2}) \text{ sob } SU(3)_c \times SU(2)_L, \quad (2.6)$$

de maneira que podemos introduzir o seguinte potencial

$$V(H) = \frac{-\mu^2}{2}|H|^2 + \frac{\lambda}{4}(|H|^2)^2; \text{ com } \lambda > 0. \quad (2.7)$$

Novamente estamos interessados em relacionar as constantes que aparecem no potencial em termos do (vev) adquirido pelo campo H . Assumindo que o escalar H adquire o (vev)

$$\langle H \rangle = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2.8)$$

temos que a condição de mínimo aplicado a Eq.(2.7), leva a

$$\mu^2 = \frac{\lambda}{2}v^2. \quad (2.9)$$

Portanto temos quebrado a simetria $SU(5) \rightarrow SU(3)_c \times U(1)_Q$ admitindo um potencial na forma

$$V = V(\Sigma) + V(H). \quad (2.10)$$

Todavia, considerando altas ordens em teoria de perturbação, teremos diagramas que irão acoplar os dois escalares introduzidos na teoria conforme mostramos na Fig.(2.2).

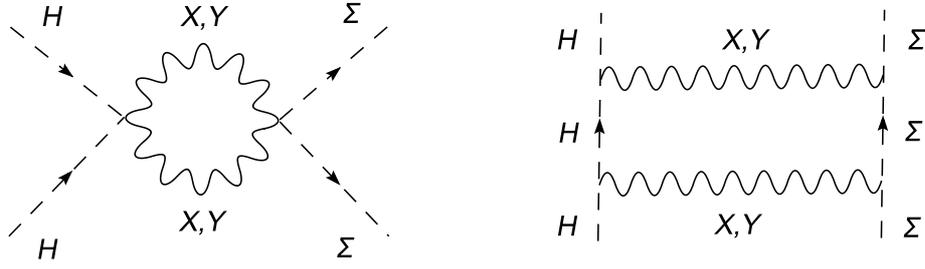


Figura 2.2: Diagramas em maior ordem em teoria de perturbação acoplado os escalares Σ e H .

Estes diagramas são divergentes, de maneira que temos que introduzir termos ao potencial que envolvam a mistura entre estes dois escalares para que tenhamos uma teoria renormalizável. Assim, o potencial renormalizável mais geral possível para a teoria deve apresentar a forma

$$V = V(\Sigma) + V(H) + V(\Sigma, H), \quad (2.11)$$

onde definimos

$$V(\Sigma, H) = \alpha |H|^2 \text{Tr}(\Sigma^2) + \beta \bar{H} \Sigma^2 H. \quad (2.12)$$

A introdução do último termo ao potencial, Eq.(2.9), também irá alterar as relações que tínhamos obtido entre os parâmetros livres dos potenciais Eqs.(2.3) e (2.7) e seus respectivos (*vevs*), assim, levando em conta a adição de tal termo ao potencial teremos que as Eqs.(2.5) e (2.9) passam a ser agora escritas na forma

$$v^2 = \frac{15a}{2} \Lambda_{GUT}^2 + \frac{7b}{2} \Lambda_{GUT}^2 + \alpha v^2 + \frac{9}{30} \beta v^2 \quad (2.13)$$

$$\mu^2 = \frac{\lambda}{2} v^2 + 15\alpha \Lambda_{GUT}^2 + \frac{9}{2} \beta \Lambda_{GUT}^2. \quad (2.14)$$

Como enfatizamos no início do capítulo, o nosso objetivo nesta seção é ilustrar o problema de hierarquia que sofrem as teorias em que escalares fundamentais estão presentes, assim, com esta finalidade reconsideraremos a Eq.(1.16) correspondente ao potencial de Higgs do Modelo Padrão

$$V(\phi) = \frac{-\mu_0^2}{2} \phi^\dagger \phi + \frac{\lambda}{4} (\phi^\dagger \phi)^2. \quad (2.15)$$

Com base nesta vamos agora obter o espectro de massa do campo de Higgs, para tanto, vamos retomar a Eq.(1.18)

$$\langle \phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix}, \quad (2.16)$$

junto com o potencial, Eq.(2.15), que nos leva a

$$M_H^2 = \frac{\lambda}{4} v^2. \quad (2.17)$$

Podemos ainda escrever esta última equação de uma forma mais conveniente, para isso consideremos novamente a relação entre os parâmetros livres do potencial, λ e μ_0 , escritos em termos de v , ou seja

$$\mu_0^2 = \frac{\lambda}{2} v^2, \quad (2.18)$$

de maneira que podemos colocar a Eq.(2.17) na forma

$$M_H^2 = \frac{\mu_0^2}{2}. \quad (2.19)$$

Finalmente, agora podemos perceber dentro da abordagem proposta por Susskind como o problema de hierarquia surge em uma teoria onde escalares fundamentais estão presentes, pois, se retomarmos a relação entre o parâmetro μ^2 obtida para o caso do modelo de grande unificação, Eq.(2.11), temos por comparação

$$\mu^2 = \mu_0^2 + \Lambda_{GUT}^2 (15\alpha + \frac{9}{2}\beta) \quad (2.20)$$

o que implica em

$$M_H^2 = M_{H_0}^2 + \Lambda_{GUT}^2 (\frac{15}{2}\alpha + \frac{9}{4}\beta). \quad (2.21)$$

Portanto, a fim de mantermos compatível a massa do campo de Higgs com a escala de massa associada a quebra da simetria eletrofraca $O(M_w)$, precisaremos impor que o parâmetro adimensional μ^2/Λ_{GUT}^2 associado a teoria mais fundamental se ajuste em 28 casas decimais a fim de cancelar a série exibida acima, uma vez que

$$\frac{\mu^2}{\Lambda_{GUT}^2} = 10^{-28} = \frac{\mu_0^2}{\Lambda_{GUT}^2} + (15\alpha + \frac{9}{2}\beta). \quad (2.22)$$

Conforme já enfatizamos, este cancelamento não é natural, e não podemos esperar que exista um milagroso ajuste entre os parâmetros fundamentais associados a teoria de grande unificação com uma precisão maior que 28 casas decimais de forma a mantermos a massa do campo de Higgs como sendo da ordem $O(10^2)GeV$. Em outras palavras, a existência de uma escala $v \sim 10^2 GeV$, caracterizando a quebra da simetria eletrofraca no Modelo Padrão, com uma segunda escala mais fundamental caracterizada por $\Lambda_{GUT} \sim 10^{16} GeV$ não é natural, e este problema é conhecido como o problema de hierarquia.

2.2 Soluções Possíveis para o Problema de Hierarquia

O nosso objetivo na seção 2.1 foi apresentar o problema da hierarquia de gauge. Na seção que se segue iremos discutir as duas soluções mais populares para este problema. A primeira consiste em assumirmos a existência de uma nova interação assintoticamente livre, similar a QCD, e que conhecemos por Technicolor, onde basicamente substituímos o Higgs fundamental por um composto. A segunda possibilidade consiste em assumirmos a existência de uma simetria adicional entre bósons e férmions, a supersimetria, onde neste caso o problema é resolvido porque as contribuições no potencial devido a altas ordens em teoria de perturbação, que provocam correções a massa do Higgs da ordem de Λ , acabam se cancelando.

2.2.1 Technicolor

Antes de apresentarmos as idéias gerais que estão por trás da implantação de um mecanismo dinâmico para a geração de massa, e de como a implementação deste resolve o problema de hierarquia, vamos rever alguns conceitos relevantes pertinentes a QCD, uma vez que como veremos mais adiante, como uma primeira abordagem assumiremos que a Technicolor é uma versão escalonada da QCD.

Iniciaremos, então, uma breve análise a baixas energias da QCD. Para este fim consideraremos apenas a geração de quarks leves u e d . Portanto, tomando apenas a primeira geração podemos escrever a parte fermiônica da Lagrangeana da QCD na forma

$$\mathcal{L} = i\bar{u}\gamma_\mu D^\mu u + i\bar{d}\gamma_\mu D^\mu d - m_u\bar{u}u - m_d\bar{d}d. \quad (2.23)$$

Todavia, sendo os quarks u e d muito leves, os últimos dois termos da lagrangeana que apresentamos podem ser negligenciados, de forma que analisaremos o caso em que tomamos o limite quiral, ou seja $m_u = m_d = 0$, e assim podemos escrever esta última na forma

$$\mathcal{L} = i\bar{u}\gamma_\mu D^\mu u + i\bar{d}\gamma_\mu D^\mu d = i\bar{\psi}\gamma_\mu D^\mu\psi, \quad \text{com } \psi = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}. \quad (2.24)$$

Apenas por completeza podemos ainda escrever

$$\psi = P_L\psi + P_R\psi = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L + \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_R, \quad (2.25)$$

onde P_L e P_R são operadores de projeção, ou seja que atuando sobre um espinor genérico ψ efetuam a projeção das componentes quirais $L.H$ e $R.H$. Tais operadores são definidos segundo

$$P_{R,L} = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5). \quad (2.26)$$

Como tomamos o limite de massa nula, não teremos mistura entre as componentes quirais L e R , desta forma podemos verificar que a lagrangeana, Eq.(2.24), é invariante separadamente sob as seguintes transformações unitárias

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \rightarrow \mathcal{U}_L \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \quad e \quad \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_R \rightarrow \mathcal{U}_R \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_R. \quad (2.27)$$

Além da simetria $SU(2)$, a lagrangeana da QCD também será invariante sob transformações associadas ao grupo $U(1)$, portanto, no caso do limite de massa nula a lagrangeana da QCD possui a seguinte simetria de grupo

$$SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_L \times U(1)_R. \quad (2.28)$$

Logo abaixo listamos então as correntes associadas a esta simetria

$$U(1)_{L,R}; \quad J_L^\mu = \bar{q}_L \gamma^\mu q_L \quad , \quad J_R^\mu = \bar{q}_R \gamma^\mu q_R \quad (2.29)$$

$$SU(2)_{L,R}; \quad J_L^{\mu a} = \bar{Q}_L \gamma^\mu \sigma^a Q_L \quad , \quad J_R^{\mu a} = \bar{Q}_R \gamma^\mu \sigma^a Q_R. \quad (2.30)$$

onde $q_{L,R} = u_{L,R}, d_{L,R}$ e $Q_{L,R}$ corresponde a um dubleto $Q^T = (u, d)$.

Agora, que estabelecemos as simetrias que os quarks u e d apresentam, vamos iniciar uma discussão a respeito de como esta será quebrada na escala $\Lambda_{QCD} \sim 300 MeV$. A fim de ganharmos alguma intuição a respeito do mecanismo que leva a quebra da simetria quiral na QCD, vamos primeiramente retomar alguns conceitos pertinentes a teoria da supercondutividade. No modelo BCS de supercondutividade, a interação entre elétrons próximos a superfície de Fermi com fónons é suficientemente atrativa para produzir um “gap” de energia, que consiste de um novo “ground state” do sistema e caracteriza a fase supercondutora. Cooper mostrou que se existe uma força atrativa este estado será privilegiado e teremos a formação de pares elétron-elétron (os pares de Cooper), que são interpretados como um estado ligado.

Fazendo agora um paralelo com a QCD, a baixas energias esta também se tornará suficientemente forte, uma vez que $\alpha_s \sim 1$, de maneira que também teremos nesse caso a formação de um condensado de pares de quark-antiquark. Resumindo, podemos então esperar que o vácuo da QCD contenha um condensado de pares de quark-antiquark, como no caso do modelo de supercondutividade, levando neste caso a quebra da simetria quiral da QCD uma vez que o estado de “vácuo” é caracterizado por um valor esperado não nulo para o condensado $\langle \bar{q}q \rangle$ a uma escala $\Lambda_{QCD} \sim 300 MeV$ [18][19]

$$\langle 0 | \bar{q}q | 0 \rangle = \langle 0 | \bar{q}_L q_R + \bar{q}_R q_L | 0 \rangle \sim \Lambda_{QCD}^3. \quad (2.31)$$

e que não é invariante sob as transformações discutidas.

Desta forma, mesmo que não adicionemos ao Modelo Padrão um potencial de Higgs, a fim de quebrarmos a simetria eletrofraca com o objetivo de gerar massa aos bósons W^\pm

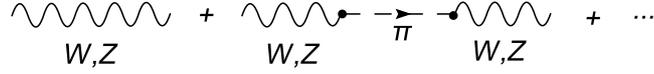


Figura 2.3: Contribuição dos píons ao tensor de polarização do vácuo dos bósons W^\pm, Z^0 .

e Z^0 , teremos que estes deverão adquirir uma massa da ordem

$$M_w^\pm = \frac{g_w f_\pi}{2} \sim (30 MeV), \quad (2.32)$$

pois, sendo a simetria quiral da QCD quebrada na escala $\Lambda_{QCD} \sim 300 MeV$, teremos que os píons serão absorvidos pelos bósons de gauge proporcionando os graus de liberdade longitudinais necessários aos W's massivos, uma vez que estes se acoplam aos píons* conforme os diagramas apresentados na Fig.(2.3).

Sabemos que as massas dos bósons mediadores das interações fracas, W^\pm e Z^0 estão compreendidas em torno de $90 GeV$, valor este que está muito longe do adquirido a partir da quebra da simetria quiral da QCD.

Finalmente, estamos então aptos a introduzir o conceito de Technicolor, em analogia com a QCD, postulamos a existência de uma nova interação forte, a qual chamamos de Technicolor[15][20][21], e também de um novo conjunto de quarks, os techniquarks. Assumimos neste caso que assim como a QCD, que se torna forte a uma escala $\Lambda_{QCD} \sim 300 MeV$, que a Technicolor também se torna forte so que a uma escala $\Lambda_{TC} \sim 10^3 \Lambda_{QCD}$ de maneira a fornecer a massa correta aos bósons de gauge do Modelo Padrão. Na tabela (2.1) listamos algumas propriedades da Technicolor inferidas a partir da QCD.

No próximo capítulo, onde apresentaremos o modelo de Susskind e Weinberg, forneceremos mais detalhes a respeito de Technicolor. No entanto, nos falta ainda responder a pergunta de como a Technicolor resolve o problema de hierarquia. A fim de respondermos a essa pergunta vamos relembrar o fato que a Technicolor também é uma teoria com simetria de gauge não-abeliana, e que também goza da propriedade de liberdade

*Neste caso os píons serão bósons de Goldstone já que tomamos o limite de massa nula para os quarks.

QCD	TC
$\alpha_{QCD} = g_{QCD}^2/4\pi(1 GeV) \sim 1$	$\alpha_{TC} = g_{TC}^2/4\pi(1 TeV) \sim 1$
$f_\pi = 100 MeV$	$F_\pi = 250 GeV$
$M_W = 30 MeV$	$M_W = 80 GeV$

Tabela 2.1: Propriedades inferidas a Technicolor a partir da QCD.

assintótica [22][23]. Desta maneira a constante de acoplamento associada a Technicolor também apresentará uma dependência com a escala dada por

$$g^2(\Lambda) = g^2(\Lambda_{TC})[1 + bg^2(\Lambda_{TC}) \ln(\Lambda^2/\Lambda_{TC}^2)]^{-1}, \quad (2.33)$$

que pode ser invertida e, assumindo que $\Lambda \gg \Lambda_{TC}$, obtemos

$$\frac{\Lambda^2}{\Lambda_{TC}^2} = \exp\left(\frac{1}{bg^2(\Lambda)}\right). \quad (2.34)$$

A escala Λ pode ser colocada como sendo a escala de grande unificação, ou seja $\Lambda = \Lambda_{GUT} = 10^{16} GeV$, e assumindo para a escala da Technicolor $\Lambda_{TC} = 250 GeV$, teremos

$$\frac{\Lambda_{TC}^2}{\Lambda_{GUT}^2} = 10^{-28} = \exp\left(-\frac{1}{bg_{GUT}^2(\Lambda_{GUT})}\right) \quad (2.35)$$

de forma que se retomarmos a Eq.(2.22), poderemos por exemplo assumir $\mu^2 \sim \Lambda_{TC}^2$, e notar que teremos o respectivo cancelamento da serie se $b_{TC}g^2(\Lambda_{GUT}) \sim 0.016$, de maneira que neste caso não temos nenhum ajuste fino de parâmetros e o problema de hierarquia é solucionado. A suposição que fizemos $\mu^2 \sim \Lambda_{TC}^2$ tem apelo meramente didático, mesmo porque os parâmetros μ e Λ_{TC} estão relacionados a teorias distintas. Todavia, tal exemplo ilustra de forma clara como podemos gerar a enorme razão entre as escalas (Λ_{GUT}) e (Λ_{WEAK}) sem introduzirmos um ajuste extremamente fino, pois, neste caso percebemos que estas duas escalas estão naturalmente relacionadas através da evolução da constante de acoplamento atribuída a TC.

Na sequência efetuaremos uma breve discussão sobre uma outra possibilidade de solução para o problema de naturalidade conforme havíamos mencionado.

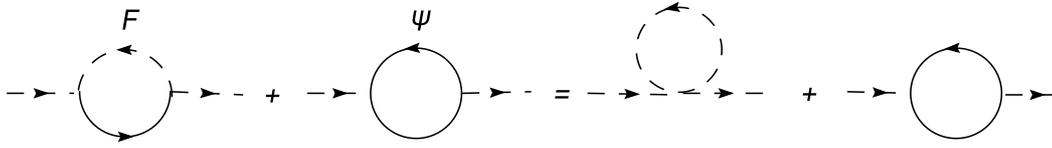


Figura 2.4: Contribuições vindas de supersimetria a massa do bóson de Higgs.

2.2.2 Supersimetria

Na última subseção mostramos que o problema da hierarquia de gauge pode ser resolvido se admitirmos a existência de uma nova interação assintoticamente livre similar a QCD, denominada Technicolor, a qual se torna responsável pela quebra da simetria de gauge do Modelo Padrão fornecendo massa as partículas deste. A grosso modo o bóson de Higgs fundamental é trocado por um bóson de Higgs composto. Entretanto, conforme mostraremos na sequência, podemos resolver este problema num outro caminho, usando supersimetria[17][24]. Assim, descreveremos brevemente nesta subseção como a introdução da supersimetria corrobora para a solução deste problema.

A supersimetria é uma simetria que transforma férmions em bósons e vice-versa, e esta irá operar para a solução do problema de hierarquia no seguinte caminho. Como vimos o problema surge exatamente quando adicionamos ao potencial que gera a quebra da teoria de grande unificação termos como os que apresentamos na Eq.(2.12), que conforme vimos são necessários para preservarmos a consistência da teoria, mas que acarretam correções da ordem $\sim \Lambda_{GUT}^2$ à massa do campo de Higgs. Quando incluímos supersimetria, ou seja se a teoria em questão agora passa a ser um modelo de unificação supersimétrico, nós teremos que adicionar novos parceiros supersimétricos e novos acoplamentos de maneira que devemos considerar contribuições adicionais a Fig.(2.2), que acabam cancelando os termos do potencial que levam as correções da ordem Λ_{GUT}^2 para a massa do campo de Higgs.

A fim de exemplificarmos essa idéia vamos considerar as contribuições apresentadas na Fig.(2.4) a massa do campo de Higgs, onde nestes diagramas F é um campo auxiliar, e ψ

é um campo fermiônico, não iremos entrar em muitos detalhes neste ponto, pois, o nosso objetivo aqui é apenas ilustrar da maneira mais simples possível, porque a introdução da supersimetria leva a solução deste problema.

Quando levamos em conta as contribuições á massa do Higgs vindas de diagramas como os que apresentamos na Fig.(2.4) teremos correções do seguinte tipo [17][14]

$$M_H^2(\mu) = M_H^2(\Lambda) + (\lambda(\mu) - \lambda(\Lambda))\Lambda_{GUT}^2. \quad (2.36)$$

É possível mostrar que $\lambda(\mu) = \lambda(\Lambda)$, de forma que a massa do campo de Higgs acaba sendo não afetada, o sinal negativo vem de um loop fermiônico. O cancelamento acaba ocorrendo justamente porque as contribuições dos férmions entram com um sinal contrário a dos bósons. Assim, o problema de hierarquia de gauge é solucionado de uma maneira elegante num cenário onde admitimos a existência de supersimetria.

2.3 A Trivialidade de $\lambda\phi^4$

A constatação de que a trivialidade corresponderia a um problema em potencial para teorias baseadas em $\lambda\phi^4$ foi primeiramente apontada por K. Wilson [25]. Podemos verificar a existência deste problema ao analisarmos a evolução da constante de acoplamento desta teoria com a escala, que é dada por

$$\lambda(\Lambda) = \frac{\lambda(\mu)}{1 - (3/16\pi^2)\lambda(\mu)\ln(\Lambda/\mu)}. \quad (2.37)$$

O problema aparece justamente quando o corte Λ é tomado a um valor arbitrariamente grande, digamos $\Lambda \rightarrow \infty$. Olhando para a forma de evolução da constante de acoplamento com a escala podemos perceber que esta constante assumirá valores negativos a partir de algum valor assumido por Λ , tendo fixo é claro o valor para μ . Então, a única forma de mantermos esta constante de acoplamento positiva para qualquer Λ é tomarmos $\lambda(\mu) = 0$, neste caso dizemos que a teoria se torna trivial, e nos referimos a este problema como problema de trivialidade.

Para teorias onde este tipo de interação passa a ter um significado físico real, que é o caso do mecanismo de Higgs incorporado ao Modelo Padrão, a constatação de tal fato implicará que tal teoria deva ser considerada uma teoria efetiva, válida apenas abaixo de uma escala de energia Λ .

A fim de exemplificarmos este fato, vamos retomar a Eq.(2.17), ou seja reconsiderar $M_H^2 = \frac{\lambda(\mu)}{4}v^2$. Então, assumindo $\mu = M_H$, e considerando a Eq.(2.37), podemos escrever

$$M_H^2 \log \frac{\Lambda}{M_H} \leq \frac{4\pi^2 v^2}{3}. \quad (2.38)$$

Desta forma, tomando $v \sim 250 GeV$ e para uma massa do bóson de Higgs não muito pequena, digamos como sendo da ordem de algumas centenas de GeV [†], poderemos ter um corte Λ da ordem de $15 TeV$.

[†]Este é um exemplo didático, o qual ilustra o problema de trivialidade. Em particular, este foi extraído da referência[26]

Capítulo 3

O Modelo Mínimo de Technicolor

O capítulo anterior foi dedicado essencialmente a motivação do porque da necessidade de um mecanismo dinâmico para a geração de massa, pois, mostramos que justamente neste contexto o problema de hierarquia de gauge poderia ser solucionado. Vimos que este é implementado ao postularmos a existência de um novo tipo de interação forte similar a QCD, a Technicolor. O nosso objetivo neste capítulo será então explorar com mais detalhe tal hipótese.

A versão mínima do modelo de Technicolor foi primeiramente introduzida na literatura por S. Weinberg e L. Susskind[15][20], nesta versão a estrutura de gauge do Modelo Padrão é modificada para

$$SU(N)_{TC} \times SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y, \quad (3.1)$$

onde agora além da estrutura de grupo do Modelo Padrão introduzimos o grupo associado a TC, $SU(N)_{TC}$. Conforme já havíamos comentando, devemos também incluir em adição ao conteúdo fermiônico do Modelo Padrão, um conjunto de techniquarks. Nesta versão mínima é considerado apenas uma geração de techniquarks, ou seja

$$T_L^a = \begin{pmatrix} U \\ D \end{pmatrix}_L^a \sim (N_T, \mathbf{1}, \mathbf{2}, Y_L^T) \quad \text{e} \quad U_R^a, D_R^a \sim (N_T, \mathbf{1}, \mathbf{1}, Y_R^{U,D}) \quad (3.2)$$

onde $(N_T, \mathbf{1}, \mathbf{2}, Y_L^T)$ e $(N_T, \mathbf{1}, \mathbf{1}, Y_R^{U,D})$ correspondem as propriedades de transformação destes campos fermiônicos sob a Eq.(3.1), e a é o índice atribuído à technicolor, ou seja $a =$

1.. N_{TC} . Aqui também estamos considerando os techniquarks com massa nula, de maneira que como no exemplo baseado em QCD, temos que a parte fermiônica da lagrangeana da Technicolor pode ser escrita na forma

$$-\mathcal{L}_T = i\bar{U}_{L,R}^a \gamma^\mu (D_\mu)_{L,R} U_{L,R}^a + i\bar{D}_{L,R}^a \gamma^\mu (D_\mu)_{L,R} D_{L,R}^a \quad (3.3)$$

portanto, esta também será invariante sob

$$SU(2)_L \times SU(2)_R. \quad (3.4)$$

No capítulo anterior descrevemos a Technicolor em linhas gerais, aqui vamos apresentá-la com mais detalhe. Retomando a seção onde discutimos a quebra da simetria quiral na QCD, vimos que os bósons W adquiriam uma massa como sendo da ordem

$$M_W = \frac{g_W f_\pi}{2}, \quad (3.5)$$

neste capítulo mostraremos que com a introdução da Technicolor esta relação mudará para

$$M_W = \frac{g_W F_\pi}{2}, \quad (3.6)$$

onde agora F_π é a constante de decaimento dos technipíons.

3.1 A Estrutura do Modelo Mínimo

Podemos verificar que de fato os bósons de gauge carregados adquirem massa de acordo com a Eq.(3.6), para tanto, consideremos a seguinte derivada covariante

$$D_\mu = \partial_\mu + i\frac{g_W}{2} \sum_{a=1}^3 \sigma^a W_\mu^a + i\frac{g_Y}{2} Y B_\mu \quad (3.7)$$

que irá atuar nas componentes quirais $L.H$ e $R.H$ conforme

$$(D_\mu)_L = \partial_\mu + i\frac{g_W}{2} \sum_{a=1}^3 \sigma^a W_\mu^a + i\frac{g_Y}{2} Y_L B_\mu \quad (3.8)$$

$$(D_\mu)_R = \partial_\mu + i\frac{g_Y}{2} Y_R B_\mu. \quad (3.9)$$

Assim, considerando as duas últimas equações e a lagrangeana dada pela equação, (3.3), temos

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_T = & -\frac{g_W}{2} \bar{T}_L^a \gamma^\mu \sum_{a=1}^3 \sigma^a W_\mu^a T_L^a - Y_T \frac{g_Y}{2} \bar{T}_L^a \gamma^\mu B_\mu T_L^a - Y_U \frac{g_Y}{2} \bar{U}_R^a \gamma^\mu B_\mu U_R^a \\
& - Y_D \frac{g_Y}{2} \bar{D}_R^a \gamma^\mu B_\mu D_R^a
\end{aligned} \tag{3.10}$$

sendo que omitimos os termos cinéticos por conveniência. O nosso objetivo nesta seção, com base na lagrangeana anterior, é encontrar os acoplamentos entre os technipíons e os bósons de gauge mediadores da interação fraca, de forma que com base em tais acoplamentos, poderemos determinar qual a massa adquirida por estes últimos. Tendo em mente esse objetivo vamos retomar o primeiro termo da Eq.(3.10)

$$\mathcal{L}_{T-W} = \frac{g_W}{2} \bar{T}_L^a \gamma^\mu \sum_{a=1}^3 \sigma^a W_\mu^a T_L^a, \tag{3.11}$$

de forma que considerando as matrizes σ^a listadas no capítulo 1, Eq.(1.8), temos

$$\mathcal{L}_{T-W} = \frac{g_W}{2} (\bar{U}^a \ \bar{D}^a)_L \gamma^\mu \begin{pmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^1 - iW_\mu^2 \\ W_\mu^1 + iW_\mu^2 & -W_\mu^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U^a \\ D^a \end{pmatrix}_L. \tag{3.12}$$

Os auto-estados físicos dos bósons de gauge carregados podem ainda ser identificados de acordo com

$$W_\mu^+ = \frac{W_\mu^1 - iW_\mu^2}{\sqrt{2}} \quad \text{e} \quad W_\mu^- = \frac{W_\mu^1 + iW_\mu^2}{\sqrt{2}},$$

conforme vimos no capítulo 1, a Eq.(3.12) pode ser reescrita na forma

$$\mathcal{L}_{T-W} = \frac{g_W}{2} \left(\bar{U}_L^a \gamma^\mu U_L^a W_\mu^3 + \sqrt{2} \bar{U}_L^a \gamma^\mu D_L^a W_\mu^+ + \sqrt{2} \bar{D}_L^a \gamma^\mu U_L^a W_\mu^- - \bar{D}_L^a \gamma^\mu D_L^a W_\mu^3 \right). \tag{3.13}$$

Portanto, podemos escrever a parte que envolve os termos de interação de corrente carregada como

$$\mathcal{L}_{T-W} = \frac{g_W}{\sqrt{2}} \left(\bar{U}_L^a \gamma^\mu D_L^a W_\mu^+ + \bar{D}_L^a \gamma^\mu U_L^a W_\mu^- \right). \tag{3.14}$$

Entretanto, como veremos mais adiante será útil escrevermos o acoplamento Eq.(3.14) em termos de correntes axiais e vetoriais. Retomando a definição dos operadores de projeção, Eq.(2.26), temos que

$$\bar{U}_L^a \gamma^\mu D_L^a = \bar{U}^a \gamma^\mu P_L^2 D^a = \bar{U}^a \gamma^\mu P_L D^a = J^{\mu(-)} - J_5^{\mu(-)} \quad (3.15)$$

$$\bar{D}_L^a \gamma^\mu U_L^a = \bar{D}^a \gamma^\mu P_L^2 U^a = \bar{D}^a \gamma^\mu P_L U^a = J^{\mu(+)} - J_5^{\mu(+)} \quad (3.16)$$

de forma que se omitirmos o acoplamento dos W's com as correntes vetoriais, teremos

$$\mathcal{L}_{(T-W)}^A = -\frac{g_W}{\sqrt{2}} \left(J_5^{\mu(-)} W_\mu^+ + J_5^{\mu(+)} W_\mu^- \right). \quad (3.17)$$

Finalmente, estamos aptos a determinar o acoplamento entre os technipions e os W's carregados, pois, considerando a hipótese de PCAC [27][28]

$$\langle 0 | J_5^{\mu(\pm)}(0) | T_{\pi^\pm} \rangle = \frac{i F_{\pi^\pm}}{\sqrt{2}} p^\mu \quad (3.18)$$

temos que o acoplamento entre os technipions e bósons de gauge carregados será dado por

$$\mathcal{L}_{(T\pi-W)} = -\frac{i g_W}{2} (F_{\pi^-} p^\mu W_\mu^+ + F_{\pi^+} p^\mu W_\mu^-) = -\frac{i g_W}{2} F_\pi p^\mu W_\mu^\pm. \quad (3.19)$$

A fim de determinarmos a contribuição à massa dos W's devida a auto-interação com os technipions, consideremos inicialmente o propagador dos bósons W, a nível de árvore, escrito no gauge de Landau

$$iD_W(p)^{\mu\nu} = -i \left(g^{\mu\nu} - \frac{p^\mu p^\nu}{p^2} \right) \frac{1}{p^2}, \quad (3.20)$$

de maneira que sem correções radiativas a massa dos bósons vetoriais W^\pm é nula.

Todavia, assumindo ordens mais altas em teoria de perturbação teremos que o propagador completo será dado pela série

$$iD'_W(p)^{\mu\nu} = iD_W(p)^{\mu\nu} + \frac{g_W^2}{2} iD_W(p)^{\mu\alpha} [i\Pi_{\alpha\beta}(p)] iD_W(p)^{\beta\nu} + O(g^4) + \dots, \quad (3.21)$$

que após um pouco de álgebra podemos colocar na forma

$$iD'_W(p)^{\mu\nu} = iD_W(p)^{\mu\nu} \left[1 + \frac{g_W^2}{2} \Pi(p^2) + \left(\frac{g_W^2}{2} \Pi(p^2) \right)^2 + \dots \right]. \quad (3.22)$$

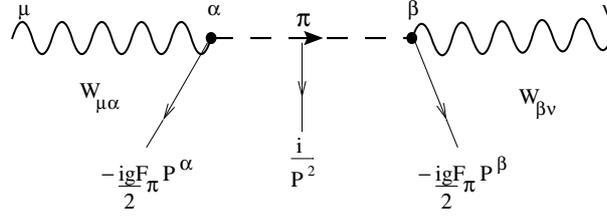


Figura 3.1: Contribuição dos technipions ao tensor de polarização do vácuo dos bósons W .

Notando ainda que

$$\frac{1}{(1 - \frac{g_W^2}{2}\Pi(p^2))} = 1 + \frac{g_W^2}{2}\Pi(p^2) + \frac{g_W^4}{4}\Pi^2(p^2) + \dots \quad (3.23)$$

obtemos

$$iD'_W(p)^{\mu\nu} = \frac{iD_W(p)^{\mu\nu}}{(1 - \frac{g_W^2}{2}\Pi(p^2))} = -i \left(g^{\mu\nu} - \frac{p^\mu p^\nu}{p^2} \right) \frac{1}{p^2} \frac{1}{(1 - \frac{g_W^2}{2}\Pi(p^2))}. \quad (3.24)$$

A massa dos bósons vetoriais W^\pm é definida no polo do propagador, assim, olhando para a Eq.(3.24), esta será dada por

$$M_W^2 = \frac{g_W^2}{2} p^2 \Pi^2(p^2). \quad (3.25)$$

Vamos então finalmente determinar a contribuição dos technipions ao tensor de polarização do vácuo, para tanto consideremos a contribuição vinda do diagrama Fig.(3.1), o qual nos dá

$$iD'_W(p)^{\mu\nu}_{O(g^2)} = i \frac{g_W^2}{4} F_\pi^2 D_W^{\mu\alpha}(p) \frac{p_\alpha p_\beta}{p^2} D_W^{\beta\nu}(p), \quad (3.26)$$

então, comparando com o termo de ordem g_W^2 na Eq.(3.21), podemos escrever

$$\Pi_{\alpha\beta}(p) = -\frac{F_\pi^2}{2p^2} p_\alpha p_\beta. \quad (3.27)$$

Entretanto, a condição de preservação da invariância de gauge imposta sobre $\Pi_{\alpha\beta}(p)$, ou seja $p^\alpha \Pi_{\alpha\beta}(p) = 0$, nos permite escrever

$$\Pi_{\alpha\beta}(p) = (p^2 g_{\alpha\beta} - p_\alpha p_\beta) \Pi(p^2) \quad (3.28)$$

de maneira que se compararmos esta última com a Eq.(3.27), teremos

$$\Pi(p^2) = \frac{1}{2p^2} F_\pi^2. \quad (3.29)$$

Assim, reconsiderando a Eq.(3.25), temos que os bósons de gauge carregados adquirem uma massa da ordem

$$M_W^2 = \frac{g_W^2}{2} p^2 \Pi^2(p^2) = \frac{g_W^2}{4} F_\pi^2. \quad (3.30)$$

Portanto, para obtermos o valor correto observado experimentalmente para a massa dos bósons de gauge W^\pm , deveremos fixar F_π em $F_\pi \sim 250 \text{ GeV}$.

A fim de determinarmos a contribuição a massa do Z_0 , vamos retomar na Eq.(3.10) os termos proporcionais a B_μ , e W_μ^3 na Eq.(3.13), de forma a escrevermos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{(T-B,W^3)} = & \frac{g_Y}{2} (Y_T \bar{T}_L^a \gamma^\mu B_\mu T_L^a + Y_U \bar{U}_R \gamma^\mu B_\mu U_R + Y_D \bar{D}_R \gamma^\mu B_\mu D_R) + \\ & \frac{g_W}{2} (\bar{U}_L^a \gamma^\mu U_L^a W_\mu^3 - \bar{D}_L^a \gamma^\mu D_L^a W_\mu^3). \end{aligned} \quad (3.31)$$

Conforme discutimos na Seção (1.3), assim como no Modelo Padrão, a Technicolor também deverá ser livre de anomalias de maneira a preservarmos a renormalizabilidade da teoria. Com a finalidade de termos o respectivo cancelamento das anomalias triângulo deveremos assumir no caso deste modelo em específico as seguintes atribuições de hipercarga fraca

$$Y_T = 0 \quad , \quad Y_U = +1 \quad \text{e} \quad Y_D = -1, \quad (3.32)$$

que nos leva a

$$\mathcal{L}_{(T-B,W^3)} = \frac{g_Y}{2} (\bar{U}_R^a \gamma^\mu U_R - \bar{D}_R \gamma^\mu D_R) B_\mu + \frac{g_W}{2} (\bar{U}_L^a \gamma^\mu U_L^a - \bar{D}_L^a \gamma^\mu D_L^a) W_\mu^3. \quad (3.33)$$

Novamente, para encontrarmos o acoplamento entre Z_0 e o correspondente technipión, necessitamos escrever os acoplamentos acima em termos da estrutura $(V \pm A)$. Repetindo o procedimento que nos levou a escrever as Eqs.(3.15) e (3.16) e omitindo os termos que envolvem os acoplamentos com correntes vetoriais, temos

$$\mathcal{L}_{(T,W^3)}^A = -\frac{1}{2} \left(J_{U_5}^{\mu(0)} - J_{D_5}^{\mu(0)} \right) (g_W W_\mu^3 - g_Y B_\mu) = -\frac{1}{\sqrt{2}} J_5^{\mu(0)} (g_W W_\mu^3 - g_Y B_\mu) \quad (3.34)$$

onde

$$J_5^{\mu(0)} = \frac{J_{U_5}^{\mu(0)} - J_{D_5}^{\mu(0)}}{\sqrt{2}}.$$

Considerando novamente o PCAC

$$\langle 0 | J_5^{\mu(0)}(0) | T_{\pi^0} \rangle = \frac{iF_{\pi^0}}{\sqrt{2}} p^\mu$$

e identificando o bóson de gauge físico Z_0 segundo

$$Z_\mu^0 = \frac{g_W W_\mu^3 - g_Y B_\mu}{\sqrt{g_W^2 + g_Y^2}} \quad (3.35)$$

temos que o acoplamento entre o Z^0 com o technipión será dado por

$$\mathcal{L}_{(T-Z^0)} = -i \frac{F_\pi}{2} \sqrt{g_W^2 + g_Y^2} p_\mu Z^\mu. \quad (3.36)$$

Que nos permite escrever a contribuição à massa do Z^0 na seguinte forma

$$M_z^2 = \frac{F_\pi^2}{4} (g_W^2 + g_Y^2) = \frac{M_W^2}{\cos^2 \theta_W}, \quad (3.37)$$

onde usamos o fato que $\tan \theta_W = \frac{g_Y}{g_W}$.

3.2 A Fenomenologia do Modelo Mínimo de Technicolor

Nesta seção faremos uma breve análise da fenomenologia do modelo mínimo de Technicolor, de maneira que apresentaremos uma discussão a respeito do espectro de massa do modelo, e de que forma sinais desta física além do Modelo Padrão poderiam ser evidenciados.

3.2.1 Techniquarks

O espectro de massa do modelo mínimo de Technicolor segue a partir da QCD. Este modelo corresponde a uma versão reescalada desta. Assim, tendo em mente tal fato,

vamos efetuar agora uma estimativa da massa constituinte adquirida pelos techniquarks, seguindo a mesma abordagem descrita por E. Simmons[21]

Vamos então iniciar considerando a massa constituinte obtida por um quark ordinário, que podemos estimar como sendo da ordem [21]

$$m_q \sim \frac{m_N}{3} \sim \frac{900 \text{ MeV}}{3} \sim 300 \text{ MeV}, \quad (3.38)$$

onde na equação acima m_N corresponde a massa do nucleon, que assumimos ser da ordem de $O(900 \text{ MeV})$, e o fator $\frac{1}{3}$ vem do fato que sendo o nucleon próton(neutron) composto de 3 quarks para obtermos a massa constituinte de um quark individual devemos obviamente dividir esta por 3.

Assim, uma estimativa para a massa constituinte adquirida por um techniquark pode ser efetuada ao reescalarmos a Eq.(3.38) pelo fator $F_\pi/f_\pi \sqrt{\frac{3}{N_{TC}}}$ [21][29], ou seja

$$m_Q \sim m_q \frac{F_\pi}{f_\pi} \sqrt{\frac{3}{N_{TC}}}. \quad (3.39)$$

Apenas por simplicidade vamos tomar $N_{TC} = N_{QCD} = 3$, de forma que assumindo $F_\pi = 250 \text{ GeV}$ e $f_\pi = 95 \text{ MeV}$, temos

$$m_Q \sim m_q \frac{F_\pi}{f_\pi} \sim 800 \text{ GeV}. \quad (3.40)$$

Portanto, deveríamos esperar a existência de um espectro de “bárions” compostos de techniquarks, QQQ, com uma escala de massa da ordem de pelos menos $\sim 3 \text{ TeV}$. Tais objetos no contexto deste modelo mínimo de Technicolor são estáveis, e indesejáveis do ponto de vista imposto a partir de limites cosmológicos[21], entretanto, conforme discutiremos na seção seguinte os férmions não adquirem massa dentro do contexto deste modelo, de maneira que teremos que estender o grupo da Technicolor a fim de colocarmos dentro de uma mesma representação quiral tanto férmions quanto techniférmions. Desta forma teremos uma nova interação conectando férmions usuais a techniférmions,

*O fator de escala apresentado é obtido através de uma estimativa para f_π , assumindo que a dinâmica atribuída a TC é similar a da QCD.

que genericamente iremos nos referir por “Extended Technicolor” (ETC)[30][31][32], a qual irá mediar reações do tipo

$$Q \rightarrow q + X_{ETC} \quad \text{e} \quad Q \rightarrow l + X_{ETC},$$

onde X_{ETC} é algum bóson associado a ETC. A introdução da ETC solucionará o problema que apontamos no início do parágrafo, uma vez que agora os technibárions tornam-se instáveis apresentando canais de decaimento como os que mostramos acima.

3.2.2 Technimésons

Novamente nesta seção, inspirados pela fenomenologia conhecida da QCD, vamos tentar inferir algumas informações a respeito do comportamento de Technicolor. Na QCD temos o conhecimento da existência dos mésons vetoriais ρ^\pm, ρ^0 e ω^0 que apresentam modos de decaimento como os que listamos abaixo

$$\rho^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0, \quad \rho^0 \rightarrow 2\pi^0, \quad \rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \quad \text{e} \quad \omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0, \quad \omega \rightarrow \pi^0 \gamma.$$

Os mésons vetoriais particularmente tem uma grande importância do ponto de vista fenomenológico devido ao fato de providenciarem estruturas ressonantes visíveis em processos como por exemplo o espalhamento $\pi\pi$, cujos dados experimentais mostramos logo na sequência para o canal $I = J = 1$ [33].

No gráfico Fig.(3.2) estão plotados os dados experimentais e a predição feita a partir de modelos fenomenológicos baseados em lagrangeanas efetivas [34] (linha sólida) para a amplitude de espalhamento $\pi\pi$. Observando o gráfico notamos que amplitude de espalhamento segue a predição teórica a baixas energias até o limiar de $600 MeV$, todavia, a altas energias a amplitude é dominada pela produção do méson $\rho(770)$ cujo aparecimento eleva a seção de choque correspondendo aos pontos pretos que estão no quadro superior da Fig.(3.2).

Voltando a Technicolor, supomos em primeira aproximação que esta corresponde a uma versão escalada da QCD, de forma que esperamos os seguintes análogos ρ_T^\pm, ρ_T^0 e ω_T^0 ,

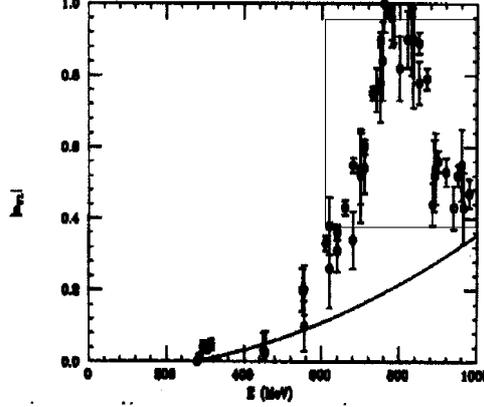


Figura 3.2: Dados experimentais (pontos com as barras de erro) e previsão teórica feita a partir de lagrangeanas fenomenológicas (linha sólida) para a amplitude de espalhamento $\pi\pi$.

aos quais nos referimos como technimésons vetoriais. Como na seção anterior podemos estimar a massa destes mésons ao considerarmos a seguinte versão escalada do méson ρ , ou seja

$$m_{\rho_T} \sim m_\rho \frac{F_\pi}{f_\pi} \sqrt{\frac{3}{N_{TC}}}, \quad (3.41)$$

de maneira que assumindo $F_\pi/f_\pi \sim 2500$, temos a estimativa $m_{\rho_T} \sim 2 TeV \sqrt{3/N_{TC}}$.

Voltando a fazer um paralelo com a QCD, esperamos que o maior sinal experimental da existência da Technicolor venha também a partir de ressonâncias análogas, agora produzidas pelos “technimésons vetoriais”, sendo que neste caso os análogos dos canais de decaimento apresentados para o méson ρ e ω passam a ser

$$\rho_T^\pm \rightarrow W^\pm Z^0, \quad \rho_T^0 \rightarrow W^+W^- + 2Z^0 \text{ e } \omega_T \rightarrow W^+W^-Z^0, \quad \omega_T \rightarrow Z^0\gamma.$$

Assim, como no exemplo apresentado para a QCD, esperamos encontrar evidências da Technicolor ao analisarmos os dados a altas energias de processos que envolvam o espalhamento agora entre os bosóns W^\pm e Z^0 , cujas amplitudes de espalhamento são

obtidas a partir da lagrangeana do Modelo Padrão. Na Fig.(3.3) apresentamos um gráfico para a produção de W^\pm, Z^0 com o sinal vindo da ressonância ρ_T (evidenciada nos quadros), para os casos em que $m_{\rho_T} = 1 TeV$ e $m_{\rho_T} = 2.5 TeV$.

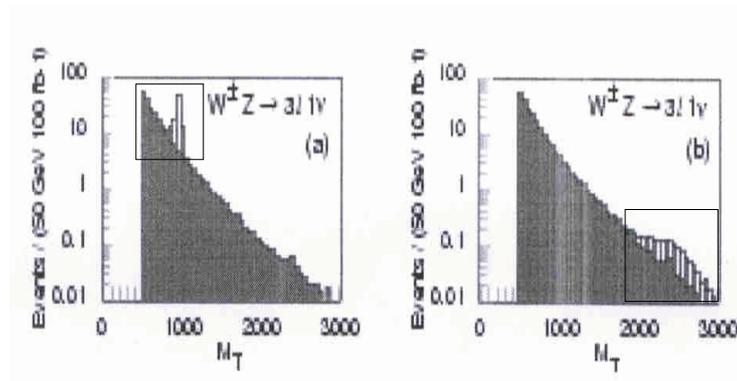


Figura 3.3: Sinal associado a ressonância (região circundada pelo quadrado) e a produção de $W^\pm Z^0$ (região correspondente a curva) no LHC para o technirho com massas (a) 1 TeV e (b) 2.5 TeV.

Desta forma esperamos que os sinais mais diretos para a evidência de um mecanismo dinâmico de geração de massa requeiram energias partônicas da ordem de no mínimo $1 TeV$.

3.3 A Geração Dinâmica das Massas Fermiônicas: A Technicolor Estendida.

No primeiro capítulo vimos que o mecanismo de Higgs, responsável pela quebra da simetria eletrofraca no Modelo Padrão, gera massa tanto aos bósons de gauge quanto aos férmions, sendo que neste caso as massas chegam através de acoplamentos de Yukawa com o campo de Higgs da forma

$$-\mathcal{L}_Y = g_Y^{ab} \bar{L}^a \phi_R^b \tag{3.42}$$

sendo g_Y^{ab} a constante de acoplamento de Yukawa ajustada a fornecer o espectro de massa correto ao férmion em questão.

38 3.3. A Geração Dinâmica das Massas Fermiônicas: A Technicolor Estendida.

Neste capítulo apresentamos um mecanismo elegante para a geração de massa dos bósons de gauge, todavia, os férmions no contexto deste modelo permanecerão sem massa, pois, não se acoplam ao condensado de techniquarks, já que possuem números quânticos diferentes dos techniquarks sob $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Entretanto, poderíamos imaginar que em analogia com os acoplamentos de Yukawa introduzidos no Modelo Padrão, como por exemplo o apresentado na Eq.(3.42), que poderíamos escrever

$$-\mathcal{L}_{TC}^Y = h(\bar{f}f)(\bar{F}F), \quad (3.43)$$

onde $(\bar{F}F)$ corresponderia ao condensado de techniférmions. Porém, tal lagrangeana é não-renormalizável, uma vez que possui dimensão 6.

Contudo, termos como o que apresentamos acima podem aparecer no contexto de uma teoria renormalizável a partir de diagramas como o que apresentamos na Fig(3.4), que conecta férmions ordinários aos techniférmions. Portanto, para gerar diagramas deste tipo deveremos introduzir uma nova interação que acople férmions usuais a techniférmions, e tal interação, conforme já comentamos, é denominada Extended Technicolor (ETC).

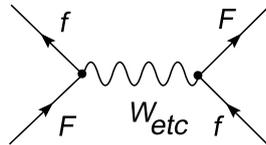


Figura 3.4: Bóson de ETC mediando a transição entre um férmion (f) e um techniférmion (F).

Entendemos por ETC algum tipo de teoria em que férmions e techniférmions possam ser colocados na mesma representação fermiônica, logo, a ETC poderia ser uma teoria de grande unificação, uma vez que o grupo de gauge associado a tal teoria seja grande o suficiente para abrigar a estrutura de grupo do Modelo Padrão mais o grupo escolhido para a Technicolor.

No entanto, para computarmos a massa dinâmica gerada para um dado férmion no âmbito de um modelo elaborado com base nesta estrutura, precisamos conhecer qual é

3.3. A Geração Dinâmica das Massas Fermiônicas: A Technicolor Estendida. 39

a forma da auto-energia de um techniférmion. Assim, dedicamos o capítulo seguinte a determinação da auto-energia fermiônica considerando a abordagem baseada nas soluções das equações de Schwinger-Dyson.

Capítulo 4

A Equação de Schwinger-Dyson

Em geral o procedimento usual adotado no estudo da geração dinâmica de massa, consiste na determinação de soluções não triviais da equação de Schwinger-Dyson para o propagador fermiônico[35]. Basicamente a equação de Schwinger-Dyson consiste de uma torre de equações integrais não-lineares acopladas, e que relaciona todas as funções de Green da teoria considerada, ou seja engloba todos os propagadores completos e vértice completo em uma única estrutura. Pictóricamente podemos representá-la através do diagrama exibido abaixo

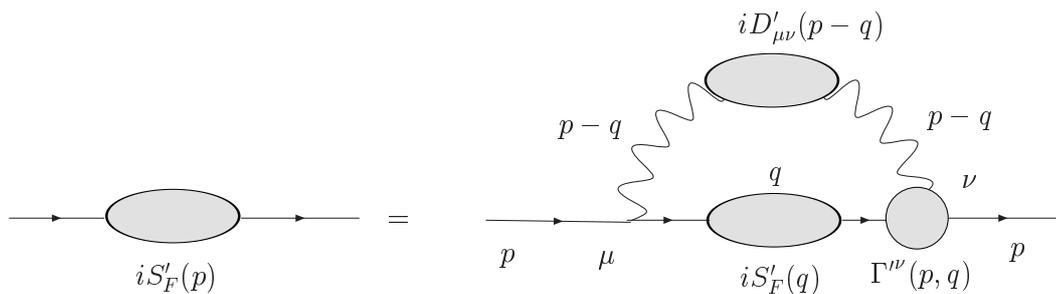


Figura 4.1: Representação diagramática da equação de Schwinger-Dyson fermiônica.

onde na equação representada diagramaticamente acima S'_F corresponde ao propagador fermiônico completo e, $D'_{\mu\nu}$, ao propagador completo do bóson de gauge que corre no Loop.

Vimos que a Technicolor e a QCD são teorias com simetria de gauge não-abeliana, o que torna a solução da equação que representamos na Fig.(4.1), mesmo considerando várias aproximações, muito complicada.

Assim, a fim de obtermos alguma informação quantitativa a respeito da forma que a auto-energia de um férmion assume, vamos considerar um modelo mais simples, ou seja a QED em 4-dimensões.

4.1 A Equação de Schwinger-Dyson para a QED_4

O nosso objetivo nessa seção será derivar a equação de Schwinger-Dyson para a QED_4 , com essa finalidade vamos então aplicar as regras de Feynman para a QED ao diagrama Fig.(4.1), de modo a escrevermos

$$iS'_F{}^{-1}(p) = \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} [-ie\gamma^\mu D'_{\mu\nu}(p-q)S'_F(q) - ie\Gamma^{\nu}(p,q)], \quad (4.1)$$

entretanto, a equação que escrevemos acima ainda é muito complicada, pois, para resolvê-la teríamos que ter conhecimento da forma do propagador completo do fóton, $D'_{\mu\nu}(p-q)$ e do vértice completo $\Gamma^{\nu}(p,q)$. Desta forma deveremos ainda considerar mais algumas aproximações nesta última equação, abaixo listamos as aproximações que são usualmente utilizadas na literatura[36];

i) Aproximação Rainbow: Esta aproximação consiste em substituírmos o vértice completo Γ^{ν} , pelo vértice a nível de árvore, ou seja

$$-ie\Gamma^{\nu}(p,q) \sim -ie\gamma^{\nu}.$$

ii) Aproximação Quenched: Nesta aproximação efetuamos a seguinte simplificação, aproximamos o propagador completo do fóton pelo propagador a nível de árvore escrito no gauge de Landau

$$iD'_{\mu\nu}(p-q) = -i \left[g_{\mu\nu} - \frac{(p-q)_\mu(p-q)_\nu}{(p-q)^2} \right] \frac{1}{(p-q)^2}. \quad (4.2)$$

Finalmente, podemos então com base nestas aproximações escrever a Eq.(4.1) na forma

$$iS'_F{}^{-1}(p) = -\frac{e^2}{(2\pi)^4} \int d^4q \gamma^\mu D_{\mu\nu}(p-q) S'_F(q) \gamma^\nu. \quad (4.3)$$

O propagador fermiônico completo pode ainda ser escrito em termos de duas funções escalares[37]

$$iS'_F{}^{-1}(p) = i(A(p^2) \not{p} - B(p^2)) = i(\not{p} - \Sigma(p^2) - m_0), \quad (4.4)$$

de modo que considerando esta última, e a Eq.(4.2), podemos então colocar a Eq.(4.3) na forma

$$-(A(p^2) - 1) \not{p} - m_0 + B(p^2) = -i \frac{e^2}{(2\pi)^4} \int d^4q \gamma_\mu \left[g^{\mu\nu} - \frac{(p-q)^\mu (p-q)^\nu}{(p-q)^2} \right] \frac{1}{(p-q)^2} \frac{(A(q^2) \not{q} + B(q^2)) \gamma_\nu}{(A^2(q^2) q^2 - B^2(q^2) - m_0^2)}. \quad (4.5)$$

A última equação pode ainda ser escrita de uma forma mais conveniente, de forma que comparando ambos os lados desta, poderemos escrever o seguinte conjunto de equações integrais acopladas

$$B(p^2) = m_0 - i \frac{e^2}{(2\pi)^4} \int d^4q \gamma_\mu \left[g^{\mu\nu} - \frac{(p-q)^\mu (p-q)^\nu}{(p-q)^2} \right] \frac{1}{(p-q)^2} \frac{B(q^2) \gamma_\nu}{A^2(q^2) q^2 - B^2(q^2)} \quad (4.6)$$

$$(A(p^2) - 1) p^2 = i \frac{e^2}{(2\pi)^4} \int d^4q \gamma_\mu \left[g^{\mu\nu} - \frac{(p-q)^\mu (p-q)^\nu}{(p-q)^2} \right] \frac{1}{(p-q)^2} \frac{A(q^2) \not{q} \gamma_\nu \not{p}}{A^2(q^2) q^2 - B^2(q^2)}. \quad (4.7)$$

Considerando ainda o resultado derivado no apêndice A, temos que a integração angular da Eq.(4.7), resulta em $(A(p^2) - 1) p^2 = 0$, de maneira que podemos colocar a Eq.(4.6) na forma

$$B(p^2) = m_0 - i \frac{e^2}{(2\pi)^4} \int d^4q \gamma_\mu \left[g^{\mu\nu} - \frac{(p-q)^\mu (p-q)^\nu}{(p-q)^2} \right] \frac{1}{(p-q)^2} \frac{B(q^2) \gamma_\nu}{q^2 - B^2(q^2)}, \quad (4.8)$$

podemos ainda efetuar a contração das matrizes γ com a componente tensorial do propagador do fóton, ou seja

$$\gamma_\mu \left[g^{\mu\nu} - \frac{(p-q)^\mu (p-q)^\nu}{(p-q)^2} \right] \frac{1}{(p-q)^2} \gamma_\nu = \frac{4-1}{(p-q)^2} = \frac{3}{(p-q)^2},$$

de maneira que finalmente podemos escrever

$$B(p^2) = m_0 - i \frac{3e^2}{(2\pi)^4} \int d^4q \frac{1}{(p-q)^2} \frac{B(q^2)}{q^2 - B^2(q^2)}. \quad (4.9)$$

A equação que escrevemos acima é a equação de Schwinger-Dyson fermiônica para a QED escrita no gauge de Landau, que é uma equação integral não linear e ainda de difícil solução. Portanto, a seção seguinte será então dedicada a apresentarmos o método mais usual de solução desta.

4.2 As Soluções da Equação de Schwinger-Dyson para a QED_4

Conforme já comentamos a pouco o nosso objetivo nesta seção será obter uma expressão para a auto-energia fermiônica, desta forma, vamos então retomar novamente a Eq.(4.9)

$$B(p^2) = m_0 - i \frac{3e^2}{(2\pi)^4} \int d^4q \frac{1}{(p-q)^2} \frac{B(q^2)}{q^2 - B^2(q^2)}. \quad (4.10)$$

Entretanto, como salientamos esta é uma equação não linear, a fim de resolvê-la é comum transformarmos esta numa equação linear utilizando no denominador [36][87]

$$B^2(q^2) \sim m^2,$$

sendo que m é a massa dinâmica (de constituinte) do férmion que corre no loop correspondente ao diagrama Fig.(4.1). Efetuando ainda a passagem para o espaço dos momentos Euclidianos, obtemos

$$B(p^2) = m_0 + \frac{3e^2}{(2\pi)^4} \int d^4q \frac{1}{(p-q)^2} \frac{B(q^2)}{q^2 + m^2}. \quad (4.11)$$

Podemos ainda fazer a troca de variáveis, $q^2 = x$, $p^2 = y$ e considerar a seguinte aproximação [37]

$$\frac{1}{(p-q)^2} \approx \frac{1}{p^2} \theta(p^2 - q^2) + \frac{1}{q^2} \theta(q^2 - p^2),$$

que na literatura é conhecida como aproximação de ângulo, onde θ é a função escada que apresenta a propriedade $\theta(p^2 - q^2) = 0$ se $q > p$ e $\theta(p^2 - q^2) = 1$ para $p > q$. Após a integração angular, podemos escrever

$$B(y) = m_0 + \frac{3e^2}{16\pi^2} \left[\frac{1}{y} \int_0^y \frac{xdx B(x)}{x+m^2} + \int_y^\infty \frac{dx B(x)}{(x+m^2)} \right]. \quad (4.12)$$

A equação integral acima pode ainda ser transformada em uma equação diferencial ao considerarmos a transformação de Leibniz

$$\frac{d}{dy} \int_{a(y)}^{A(y)} f(x, y) dx = f(A(y), y) A'(y) - f(a(y), y) a'(y) + \int_{a(y)}^{A(y)} f'_y(x, y) dx, \quad (4.13)$$

e podemos, após alguma álgebra, chegar a seguinte equação diferencial para $B(y)$

$$\frac{d}{dy} \left(y^2 \frac{dB(y)}{dy} \right) = -\frac{3\alpha}{4\pi} \frac{yB(y)}{(y+m^2)}, \quad (4.14)$$

sendo esta sujeita as seguintes condições de contorno

$$\lim_{y \rightarrow 0} y^2 \frac{dB(y)}{dy} = 0 \quad (4.15)$$

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \left(y \frac{dB(y)}{dy} + B(y) \right) = m_0. \quad (4.16)$$

Com a finalidade de colocar a Eq.(4.14) numa forma conhecida, vamos aplicar a operação de diferenciação nos termos que estão entre parentêses, de forma que efetuando mais alguma álgebra chegamos a seguinte equação diferencial

$$m^2 y \left(\frac{y}{m^2} + 1 \right) \frac{d^2 B(y)}{dy^2} + 2m^2 \left(\frac{y}{m^2} + 1 \right) \frac{dB(y)}{dy} + \frac{3\alpha}{4\pi} B(y) = 0, \quad (4.17)$$

então, assumindo a troca de variável $z = -y/m^2$, finalmente podemos escrever

$$\left[z(1-z)\frac{d^2}{dz^2} + (2-2z)\frac{d}{dz} - \frac{3\alpha}{4\pi} \right] B(-m^2z) = 0. \quad (4.18)$$

Conforme mostramos no Apêndice B, a solução para a equação acima tem a seguinte forma

$$B(y) = m {}_2F_1\left(\frac{1+\omega}{2}, \frac{1-\omega}{2}, 2, -\frac{y}{m^2}\right) \quad (4.19)$$

sendo que ${}_2F_1$ é a função Hipergeométrica e $\omega = \sqrt{1 - \frac{3\alpha}{\pi}}$.

A fim de obtermos uma expressão mais tratável para auto-energia fermiônica, vamos considerar a expansão assintótica desta última, para tanto, utilizaremos a seguinte fórmula de transformação para a função Hipergeométrica[38][39]

$$\begin{aligned} {}_2F_1(\alpha, \beta, \gamma; z) &= \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta-\alpha)}{\Gamma(\beta)\Gamma(\gamma-\alpha)}(-z)^{-\alpha} {}_2F_1\left(\alpha, \alpha+1-\gamma, \alpha+1-\beta; \frac{1}{z}\right) + \\ &\quad \frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\alpha-\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma-\beta)}(-z)^{-\beta} {}_2F_1\left(\beta, \beta+1-\gamma, \beta+1-\alpha; \frac{1}{z}\right) \\ &= C_1(-z)^{-\alpha} {}_2F_1\left(\alpha, \alpha+1-\gamma, \alpha+1-\beta; \frac{1}{z}\right) + \\ &\quad C_2(-z)^{-\beta} {}_2F_1\left(\beta, \beta+1-\gamma, \beta+1-\alpha; \frac{1}{z}\right), \end{aligned} \quad (4.20)$$

de modo que tomando $|z| \rightarrow \infty$, obtemos o resultado [39][36]

$${}_2F_1(\alpha, \beta, \gamma; z) \sim C_1|z|^{-\alpha} + C_2|z|^{-\beta}. \quad (4.21)$$

Assim, a Eq.(4.19) na região assintótica pode então ser colocada na forma

$$B(y) \sim m \left(\frac{y}{m^2}\right)^{-\frac{1+\omega}{2}} + m \left(\frac{y}{m^2}\right)^{-\frac{\omega-1}{2}}, \quad (4.22)$$

sendo $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$ identificado como a constante de estrutura fina, podemos ainda considerar a expansão

$$\omega = \left(1 - \frac{3\alpha}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \approx \left(1 - \frac{3\alpha}{2\pi} + O(\alpha^2) + \dots\right),$$

de maneira que temos duas soluções para a equação de Schwinger-Dyson fermiônica, que são conhecidas na literatura respectivamente como soluções, Regular e Irregular

[36][40][41]

$$\Sigma(p^2)_R = B(p^2)_R/A(p^2) \sim \frac{m^3}{p^2} \left(\frac{p^2}{m^2} \right)^{\frac{3\alpha}{4\pi}} \quad (4.23)$$

$$\Sigma(p^2)_I = B(p^2)_I/A(p^2) \sim m \left(\frac{p^2}{m^2} \right)^{-\frac{3\alpha}{4\pi}}, \quad (4.24)$$

onde devemos notar que estamos assumindo uma origem puramente dinâmica para a massa, e portanto, neste ponto já estamos considerando $m_0 = 0$.

Todavia, como sabemos a Technicolor é uma teoria com simetria de gauge não-abeliana, de forma que as soluções obtidas não são diretamente aplicadas neste caso, porém, estas nos servirão como um guia para a elaboração das soluções de tal teoria.

4.3 As Soluções da Equação de Schwinger-Dyson para a Technicolor

Nesta seção estenderemos os resultados obtidos para o caso não-abeliano, por questões de espaço pularemos então algumas etapas de cálculo, de forma que neste caso podemos escrever diretamente a correspondente equação de Schwinger-Dyson na forma

$$B(y) = \frac{3C_2}{16\pi^2} \left[\frac{\alpha(y)}{y} \int_0^y \frac{xdxB(x)}{x + \Lambda_{TC}^2} + \int_y^\infty \frac{dx\alpha(x)B(x)}{x + \Lambda_{TC}^2} \right] \quad (4.25)$$

onde devemos notar que $\Lambda_{TC}^2 \sim m_Q^2$. Conforme enfatizamos acima e também em capítulos anteriores, a TC é uma teoria com simetria de gauge não-abeliana, gozando portanto da propriedade de liberdade assintótica. Neste caso deveremos considerar o comportamento corredor da constante de acoplamento com a escala, que como vimos no capítulo 2 será dado por

$$g^2(q^2) = g^2(\Lambda_{TC}^2) (1 + b_{TC} g^2(\Lambda_{TC}^2) \ln(q^2/\Lambda_{TC}^2))^{-1}. \quad (4.26)$$

O coeficiente que aparece a frente desta última integral é o operador quadrático de Casimir associado ao grupo atribuído a TC, e que é definido segundo $C_2 = (N_{TC}^2 - 1)/2N_{TC}$ se os

techniférmions se transformam sob a representação fundamental do grupo da TC. Finalmente, o coeficiente $b_{TC} = 1/16\pi^2[11N_{TC} - \frac{2}{3}n_F]$ que aparece na Eq.(4.26) corresponde ao coeficiente de ordem g^3 na expansão da função β do grupo de TC considerado.

Podemos verificar que a forma da equação de Schwinger-Dyson para o caso de uma teoria não-abeliana não difere muito da que apresentamos na última seção, assim, podemos esperar que as soluções desta também apresentem um comportamento similar. De fato, é possível verificar que neste caso as respectivas soluções passam a ser escritas na forma [41][42][43]

$$\Sigma(p)_R \sim \frac{\Lambda_{TC}^3}{p^2} [1 + bg_{TC}^2 \ln(p^2/\Lambda_{TC}^2)]^{\gamma_{TC}} \quad (4.27)$$

$$\Sigma(p)_I \sim \Lambda_{TC} [1 + bg_{TC}^2 \ln(p^2/\Lambda_{TC}^2)]^{-\gamma_{TC}}, \quad (4.28)$$

onde $\gamma_{TC} = 3C_2/16\pi^2 b_{TC}$.

A fim de justificarmos o argumento apresentado, vamos mostrar que de fato tais soluções satisfazem a equação de Schwinger-Dyson, Eq.(4.25).

Por questões de economia vamos considerar apenas uma das soluções, uma vez que com base no método apresentado, é possível verificar que a outra solução também irá satisfazer a Eq.(4.25). Então, considerando a Eq.(4.28), voltando a variável $y = -p^2/\Lambda_{TC}^2$, e tomando as Eqs.(4.25) e (4.26), temos

$$B'(y) = B(y) \frac{16\pi^2}{3C_2} = \Lambda_{TC} \frac{\alpha(y)}{y} \int_0^y \frac{dxx}{x + \Lambda_{TC}^2} [1 + bg_{TC}^2 \ln(x/\Lambda_{TC}^2)]^{-\gamma_{TC}} + \Lambda_{TC} \alpha(\Lambda_{TC}) \int_y^\infty \frac{dx}{(x + \Lambda_{TC}^2)} [1 + bg_{TC}^2 \ln(x/\Lambda_{TC}^2)]^{-\gamma_{TC}}. \quad (4.29)$$

Com o objetivo de resolvermos as integrais acima, vamos considerar a transformação de Mellin

$$[1 + A \ln B]^{-\lambda} = \frac{1}{\Gamma(\lambda)} \int_0^\infty dz z^{\lambda-1} e^{-z} B^{-Az}, \quad (4.30)$$

de forma que após efetuarmos algumas manipulações, e efetuar as respectivas integrações,

teremos

$$\begin{aligned}
B'(y) = \Lambda_{TC} \frac{\alpha(y)}{y} \frac{1}{\Gamma(\gamma_{TC})} \int_0^\infty dz z^{\gamma_{TC}-1} e^{-z} \left(\frac{y}{\Lambda_{TC}^2} \right)^{-Az} + \\
\frac{\Lambda_{TC}}{A} \frac{\alpha(\Lambda_{TC})}{\gamma_{TC} \Gamma(\gamma_{TC})} \int_0^\infty dz z^{\gamma-1} e^{-z} \left(\frac{y}{\Lambda_{TC}^2} \right)^{-Az}
\end{aligned} \tag{4.31}$$

sendo que definimos $A = bg_{TC}^2$. Finalmente, considerando a transformação inversa de Mellin, podemos colocar esta última equação na forma

$$B(y) \sim B(y) + \frac{3C_2}{4\pi} \frac{\alpha}{y} B(y) \tag{4.32}$$

e como tais soluções são válidas na região assintótica, temos então que a Eq.(4.28) de fato satisfaz a Eq.(4.25). O mesmo resultado pode ser verificado para o caso de considerarmos como solução a Eq.(4.27).

Capítulo 5

A Technicolor Estendida

Conforme vimos no capítulo 3, a Technicolor em si gera massa apenas para os bósons de gauge mediadores da interação fraca W^\pm e Z^0 , enquanto os férmions da teoria permanecem sem massa. De acordo com a discussão realizada no final da seção 3.3, deveremos então estender o grupo de simetria associado a Technicolor de forma a incorporarmos uma interação que conecte o mundo dos techniférmions com o dos férmions usuais. Historicamente convencionou-se a chamar tal interação simplesmente de *Extended Technicolor* (ETC), ou seja Technicolor Estendida. A idéia em si consiste em incluirmos em um mesmo multiplete tanto graus de liberdade fermiônicos, como por exemplo os quarks $u(d)$, $c(s)$ e $t(b)$, quanto os respectivos graus de liberdade associados a techniférmions, ou seja

$$\Psi_{ETC}^{2/3} = \left(\begin{array}{c} \vdots \\ U_a^k \\ u_a \\ c_a \\ t_a \end{array} \right)_{L,R} \left. \begin{array}{l} \left. \right\} \text{TC} \\ \left. \right\} \text{ETC} \end{array} \right. \quad \text{e} \quad \Psi_{ETC}^{1/3} = \left(\begin{array}{c} \vdots \\ D_a^k \\ d_a \\ s_a \\ b_a \end{array} \right)_{L,R} \left. \begin{array}{l} \left. \right\} \text{TC} \\ \left. \right\} \text{ETC} \end{array} \right. \quad (5.1)$$

sendo que nesta última equação $a = 1..3$ corresponde a um índice de cor e $k = 1..N_{TC}$ a um índice de technicolor. As massas fermiônicas são geradas a partir das interações mediadas pelos bósons de *ETC* exibidas na Fig.(5.1). A massa dinâmica adquirida por um férmion,

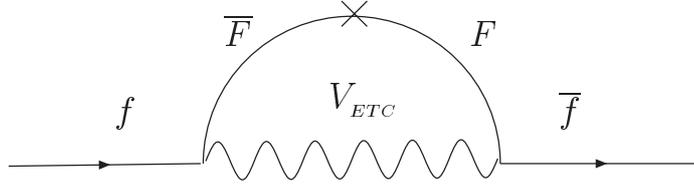


Figura 5.1: Contribuição a massa fermiônica devido a introdução da ETC.

em particular, será uma função da auto-energia atribuída aos techniférmions F , assim, se retomarmos os resultados obtidos no capítulo anterior, poderemos ter duas expressões para a massa adquirida de um férmion, correspondendo respectivamente as formas Regular e Irregular da auto-energia fermiônica que satisfazem a equação de Schwinger-Dyson. No entanto, como já comentamos, como uma primeira abordagem assumiremos que a dinâmica da Technicolor é similar a dinâmica da QCD. Sendo assim, podemos empregar um ferramenta muito poderosa para a avaliação da auto-energia associada aos techniférmions, além da solução da equação de Schwinger-Dyson, que é a expansão do produto de operadores(OPE)[44].

A expansão do produto de operadores tem sido uma ferramenta teórica muito bem sucedida na descrição da física hadrônica, de forma que sendo a dinâmica atribuída a technicolor similar a QCD, seria então natural esperar que tal descrição desse o comportamento correto para a auto-energia technifermiônica.

Todavia, OPE fornece como solução física apenas a forma Regular para a auto-energia que, como veremos, levará a problemas com violação de sabor via interação com correntes neutras “Flavor Changing Neutral Currents” (FCNC).

Portanto, a nossa proposta para esse capítulo será a seguinte, inicialmente mostraremos que apenas a forma Regular para a auto-energia fermiônica é obtida via OPE. Na sequência mostraremos que tal solução levará a problemas com FCNC, a última seção será então dedicada a análise de novos cenários em Technicolor, onde alguma modificação na dinâmica atribuída a Technicolor é assumida. Esses novos cenários admitem como solução física

a forma Irregular para a auto-energia, a qual não leva aos problemas apresentados pela forma Regular.

5.1 A Massa Dinâmica e a Expansão do Produto de Operadores

A nossa proposta para essa seção será determinar uma expressão para a auto-energia fermiônica tomando como base OPE. A expansão do produto de operadores conforme enfatizamos corresponde a uma ferramenta muito poderosa empregada no cálculo de observáveis em QCD, esta consiste essencialmente, no limite de pequenas distâncias $|x| \sim 0$, em descrever um produto de operadores como uma combinação linear de operadores locais O_n , ou seja dado o produto de operadores $\bar{\psi}(x)\psi(0)$, a aplicação de tal técnica consiste em assumirmos

$$\langle \bar{\psi}(x)\psi(0) \rangle = \sum_n C^n \langle O_n \rangle = \gamma^\mu \partial_\mu C^0(x) \mathbf{1} + C^1(x) m_0^{(\mu)} + C^{\bar{\psi}\psi}(x) \langle \bar{\psi}\psi \rangle + \dots, \quad (5.2)$$

sendo que os coeficientes C^n são calculados perturbativamente, e todos os efeitos não-perturbativos, atribuídos a estrutura de vácuo não-trivial da teoria, são então absorvidos pelos elementos de matriz associados a estes operadores locais $\langle O_n \rangle$.

Antes de empregarmos essa técnica na determinação de uma expressão para a massa gerada dinamicamente, no contexto de um modelo baseado em ETC, vamos considerar a aplicação desta a QCD:

Vamos começar escrevendo o propagador do quark completo na seguinte forma

$$S'_F(p) = \int d^4x e^{ikx} \langle q(x) \bar{q}(0) \rangle. \quad (5.3)$$

Por outro lado, como vimos no último capítulo, podemos ainda escrever o lado esquerdo da equação acima, correspondendo a representação do propagador no espaço dos momentos, na forma

$$S'_F(p) = \frac{1}{(A(p^2) \not{p} - B(p^2))} = \frac{A(p^2) \hat{p} + B(p^2)}{A^2(p^2) p^2 - B^2(p^2)} \quad (5.4)$$

sendo que definimos $\hat{p} = \not{p}$. Tomando ainda o limite assintótico nesta última equação, teremos

$$S'_F(p) \sim \frac{1}{A(p^2)} \left[\frac{\hat{p}}{p^2} + \frac{B(p^2)}{p^2 A(p^2)} + \dots \right]. \quad (5.5)$$

Consideremos agora o lado direito da Eq.(5.3), de forma que se tomarmos a Eq.(5.2), e a correspondente transformada de Fourier, poderemos então escrever

$$\left[\frac{\hat{p}}{p^2} + \frac{B(p^2)}{p^2} + \dots \right] \approx \left[\hat{p} C^0(p) \mathbf{1} + C^1(p) m_0^{(\mu)} + C^{\langle \bar{q}q \rangle}(p) \langle \bar{q}q \rangle + \dots \right], \quad (5.6)$$

sendo que na obtenção desta última expressão usamos o gauge de Landau, onde $A(p^2) = 1$. Portanto, efetuando uma análise dimensional da Eq.(5.6), ou seja comparando ambos os lados da equação exibida acima, teremos

$$C^{(0,1)}(p) \sim \frac{1}{p^2} \quad \text{e} \quad C^{\langle \bar{q}q \rangle}(p) \sim \frac{1}{(p^2)^2}, \quad (5.7)$$

onde devemos notar que o condensado $\langle \bar{q}q \rangle$ tem dimensão (massa)³, e por isso o coeficiente $C^{\langle \bar{q}q \rangle}(p)$ apresenta o comportamento $\sim 1/p^4$.

Os cálculos que foram apresentados são bastante rudimentares, e pouco rigorosos, no entanto estes nos mostram o comportamento assintótico correto para a auto-energia de um quark obtida via OPE, que tem a forma

$$\Sigma(p^2) \sim \frac{\langle \bar{q}q \rangle}{p^2} \sim \frac{\Lambda_{QCD}^3}{p^2}. \quad (5.8)$$

Portanto, se compararmos esta última com a Eq.(4.23), claramente percebemos que essa corresponde a forma Regular para a auto-energia fermiônica.

Uma análise detalhada sobre a forma assumida pelo coeficientes $C^n(p)$ pode ser feita apenas ao considerarmos as equações do grupo de renormalização, que por conveniência reproduzimos abaixo para os coeficientes $C^0(p)$ e $C^{\langle \bar{q}q \rangle}(p)$ [36]

$$\left[\mu \frac{\partial}{\partial \mu} + \beta(g) \frac{\partial}{\partial g} \right] C^0(p^2, g) = 0 \quad (5.9)$$

$$\left[\mu \frac{\partial}{\partial \mu} + \beta(g) \frac{\partial}{\partial g} + \gamma_m \right] C^{\langle \bar{q}q \rangle}(p^2, g) = 0, \quad (5.10)$$

sendo que nessa última μ é o ponto de renormalização da teoria, $\beta(g)$ e γ_m , correspondem respectivamente a função beta e a dimensão anômala associada ao operador composto $\bar{q}q$. As equações (5.9) e (5.10) podem ser resolvidas e levam ao seguinte comportamento para os coeficientes C^0 e $C^{\langle\bar{q}q\rangle}$ [45][46]

$$C^0(p^2, g) = \frac{1}{p^2} \quad \text{e} \quad C^{\langle\bar{q}q\rangle}(p^2, g) = \frac{3}{4} \frac{N_c^2 - 1}{2N_c^2} \frac{g^2}{(p^2)^2}. \quad (5.11)$$

Finalmente podemos escrever a seguinte expressão assintótica para auto-energia de um quark obtida via OPE

$$\Sigma(p^2)_{QCD} \sim \frac{4\pi^2 c_m}{N_c} \frac{\langle\bar{q}q\rangle}{p^2} \left[\ln(p^2/\Lambda_{QCD}^2) \right]^{c_m - 1}, \quad (5.12)$$

onde a dependência logarítmica no momento aparece na equação acima devido a utilizarmos a expressão renormalizada para o condensado $\langle\bar{q}q\rangle$. N_c corresponde ao número de graus de liberdade de cor da QCD, e a constante c_m é definida segundo $c_m = 3C_2/8\pi^2 b = 3(N_c^2 - 1)/16\pi^2 b N_c$.

De posse do resultado exibido acima, estamos aptos agora a voltar a tratar do problema da geração de massa no contexto de um modelo baseado em quebra dinâmica de simetria. Conforme enfatizamos, a dinâmica atribuída a Technicolor é assumida ser similar a da QCD. Nesse caso podemos escrever a seguinte expressão assintótica para a auto-energia de um techniquark

$$\Sigma(p^2)_{TC} \sim \frac{4\pi^2 c_m}{N_{TC}} \frac{\langle\bar{Q}Q\rangle}{p^2} \left[\ln(p^2/\Lambda_{TC}^2) \right]^{c_m - 1}, \quad (5.13)$$

sendo que a escala de formação do condensado de techniquarks é estimada a partir da QCD através da relação

$$\langle\bar{Q}Q\rangle = \langle\bar{q}q\rangle \frac{F_\pi^3}{f_\pi^3} \left(\frac{3}{N_{TC}} \right)^{\frac{1}{2}} = \Lambda_{TC}^3,$$

onde, como vimos no capítulo 3, $f_\pi(F_\pi)$ correspondem respectivamente as constantes de decaimento do pión(technipión).

Aplicando as regras de Feynman ao diagrama Fig.(5.1), a massa fermiônica será dada por

$$m_f = \frac{3C_{ETC}g_{ETC}^2}{16\pi^2} \int^{\Lambda_{ETC}^2} \frac{p^2 dp^2}{(p^2 + \Lambda_{TC}^2)(p^2 + \Lambda_{ETC}^2)} \frac{\Sigma(p^2)_{TC}}{(p^2 + \Lambda_{ETC}^2)}. \quad (5.14)$$

Finalmente, substituindo a Eq.(5.13) na Eq.(5.14), e integrando, teremos

$$m_f \sim \frac{3C_{ETC}\alpha_{ETC}}{4\pi} \frac{\langle \bar{F}F \rangle}{\Lambda_{ETC}^2} \sim \frac{3C_{ETC}\alpha_{ETC}}{4\pi} \frac{\Lambda_{TC}^3}{\Lambda_{ETC}^2}, \quad (5.15)$$

onde, por simplicidade, omitimos a correção logarítmica a função de massa. Os detalhes de cálculo não foram apresentados nessa última passagem apenas por conveniência, uma vez que na última seção desse capítulo derivaremos uma expressão mais geral para massa dinâmica.

Analisando a equação (5.15) podemos verificar que essa apresenta uma forte dependência com a escala de quebra da ETC, de fato, como mostraremos na seção seguinte tal dependência levará a problemas com FCNC.

5.2 Os Problemas com a Dinâmica Atribuída a Technicolor

Observando a Eq.(5.1) podemos verificar que a introdução da ETC além de mediar transições entre techniférmions e férmions ordinários, também mediará transições entre férmions de diferentes gerações e de mesma carga. Entretanto, experimentalmente sabemos que FCNC são fortemente suprimidas, tal verificação segue a partir da análise da contribuição de interações que violam sabor nas amplitudes de transição entre os mésons K^0 e \bar{K}^0 ($K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$) ou B^0 e \bar{B}^0 ($B^0 \leftrightarrow \bar{B}^0$). Pois, para que tais transições ocorram, FCNC são necessárias, e sendo por exemplo a diferença de massa $K_L^0 - K_S^0$ diretamente relacionada a transição ($K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$), a verificação experimental de uma pequena diferença de massa entre K_L^0 e K_S^0 é então entendida como uma consequência da forte supressão de FCNC. Portanto, conforme mostraremos, tal verificação irá impor uma forte restrição

sobre a escala de massa associada a ETC.

Vamos iniciar considerando a contribuição da ETC à amplitude de transição ($K^0 \leftrightarrow \overline{K^0}$), a qual é descrita pela Fig.(5.2). A contribuição descrita por esta figura, pode ser parametrizada pela seguinte lagrangeana efetiva [47][48]

$$\mathcal{L}_{|\Delta S=2|} = -\frac{g_{ETC}^2 \theta_{sd}}{\Lambda_{ETC}^2} (\bar{s} \hat{\gamma}_\mu d) (\bar{s} \hat{\gamma}^\mu d) \quad (5.16)$$

onde θ_{sd} inclui contribuições de ângulo de mistura e pode ser aproximado como sendo da mesma ordem do ângulo de Cabbibo, θ_c . A matriz $\hat{\gamma}_\mu$ é uma matriz de quiralidade, que é definida segundo $\hat{\gamma}_\mu = \frac{1}{2} \gamma_\mu (1 \pm \gamma_5)$.

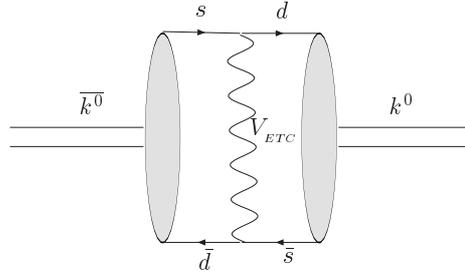


Figura 5.2: Contribuição dos bósons mediadores da ETC a amplitude de transição $K^0 \leftrightarrow \overline{K^0}$.

Primeiramente vamos considerar o caso em que $\hat{\gamma}_\mu = \frac{1}{2} \gamma_\mu (1 - \gamma_5)$, de maneira que podemos escrever

$$\mathcal{L}_{|\Delta S=2|} = -\frac{g_{ETC}^2 \theta_{sd}}{4\Lambda_{ETC}^2} [\bar{s} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) d] [\bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) d]. \quad (5.17)$$

A amplitude de transição entre os mésons K^0 e $\overline{K^0}$ se relaciona com a lagrangeana efetiva exibida acima segundo[48]

$$\mathcal{A}(K^0 \leftrightarrow \overline{K^0}) = \langle \overline{K^0} | \mathcal{L}_{|\Delta S=2|} | K^0 \rangle, \quad (5.18)$$

de forma que retomando a Eq.(5.17), teremos

$$\mathcal{A}(K^0 \leftrightarrow \overline{K^0}) = -\frac{g_{ETC}^2 \theta_{sd}}{4\Lambda_{ETC}^2} \langle \overline{K^0} | [\bar{s} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) d] [\bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) d] | K^0 \rangle. \quad (5.19)$$

A fim de avaliarmos o elemento de matriz, Eq.(5.19), utilizaremos a aproximação de inserção de estados intermediários do vácuo. Sendo que devemos notar que quarks carregam graus de liberdade de cor, e as inserções de vácuo devem ser efetuadas sobre todos os caminhos possíveis, ou seja

$$\sum_n \langle \overline{K^0} | \bar{s} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) d | 0 \rangle \langle 0 | \bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) d | K^0 \rangle = \Pi = \sum_a \delta_{ab} \Pi_{ab} \quad (5.20)$$

onde

$$\begin{aligned} \Pi_{ab} = & \langle \overline{K^0} | \bar{s}_a^1 \gamma_\mu (1 - \gamma_5) d_a^1 | 0 \rangle \langle 0 | \bar{s}_b^2 \gamma^\mu (1 - \gamma_5) d_b^2 | K^0 \rangle + \\ & \langle \overline{K^0} | \bar{s}_b^1 \gamma_\mu (1 - \gamma_5) d_b^1 | 0 \rangle \langle 0 | \bar{s}_a^2 \gamma^\mu (1 - \gamma_5) d_a^2 | K^0 \rangle + \\ & \frac{1}{3} \langle \overline{K^0} | \bar{s}_a^1 \gamma_\mu (1 - \gamma_5) d_b^1 | 0 \rangle \langle 0 | \bar{s}_b^2 \gamma^\mu (1 - \gamma_5) d_a^2 | K^0 \rangle + (a \leftrightarrow b), \end{aligned} \quad (5.21)$$

os índices a e b correspondem a índices de cor, os rótulos 1 e 2 são introduzidos por conveniência, e servem para distinguir entre os quarks pertencentes aos elementos de matriz $O^1 = \langle \overline{K^0} | \dots | 0 \rangle$ e $O^2 = \langle 0 | \dots | K^0 \rangle$. Podemos ainda efetuar mais algumas manipulações nessa última expressão, e considerar a seguinte transformação de Fierz

$$[\bar{\psi}_1 \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_2] [\bar{\psi}_3 \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \psi_4] = -[\bar{\psi}_1 \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_4] [\bar{\psi}_3 \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \psi_2], \quad (5.22)$$

de maneira que podemos escrever

$$\Pi = 2 \left[1 + \frac{1}{3} \right] \langle \overline{K^0} | \bar{s} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) d | 0 \rangle \langle 0 | \bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) d | K^0 \rangle. \quad (5.23)$$

A contribuição devido ao caso em que tomamos $\hat{\gamma}_\mu = \frac{1}{2} \gamma_\mu (1 + \gamma_5)$ é similar, e portanto a expressão final para a amplitude de transição entre K^0 e $\overline{K^0}$ pode ser escrita na forma

$$\mathcal{A}(K^0 \leftrightarrow \overline{K^0}) = -\frac{8}{3} \frac{g_{ETC}^2 \theta_{sd}}{2\Lambda_{ETC}^2} \langle \overline{K^0} | \bar{s} \gamma_\mu \gamma_5 d | 0 \rangle \langle 0 | \bar{s} \gamma^\mu \gamma_5 d | K^0 \rangle. \quad (5.24)$$

Podemos ainda, como na seção (3.1) considerar PCAC, de forma a relacionar o produto de elementos de matriz acima com a constante de decaimento do káon, ou seja

$$\langle 0 | \bar{s} \gamma^\mu \gamma_5 d | K^0(p) \rangle = i f_K p^\mu \quad (5.25)$$

o que nos leva a

$$\mathcal{A}(K^0 \leftrightarrow \overline{K^0}) = \frac{8 g_{ETC}^2 \theta_{sd} f_K^2 M_K^2}{3 \Lambda_{ETC}^2 (2M_K)}. \quad (5.26)$$

A diferença de massa entre $K_L^0 - K_S^0$ se relaciona com a amplitude de transição $\mathcal{A}(K^0 \leftrightarrow \overline{K^0})$ através da expressão[48]

$$M_L - M_S = (2M_K) \frac{Re\mathcal{A}(K^0 \leftrightarrow \overline{K^0})}{M_K}, \quad (5.27)$$

assim, com base nas Eqs.(5.27) e (5.26) finalmente podemos escrever o resultado

$$\Delta M_K = \frac{8 g_{ETC}^2 \theta_{sd} f_K^2 M_K^2}{3 \Lambda_{ETC}^2 (2M_K)} \quad (5.28)$$

onde o fator $(2M_K)$ que aparece nessas equações é um fator de normalização de estado ($|K^0\rangle$) utilizado na referência[48] em que nos baseamos para realizar os cálculos apresentados. O valor para a diferença de massa $M_L - M_S$ estabelecido experimentalmente é atualmente de $\Delta M_K \lesssim 3.489 \times 10^{-12} MeV$, o valor para a massa do káon é $M_K = 497.67 MeV$, podemos ainda considerar $f_K \sim 100 MeV$ de forma que finalmente obtemos o seguinte limite sobre a escala de quebra da ETC

$$\Lambda_{ETC} \gtrsim 250 TeV, \quad (5.29)$$

sendo que nesse cálculo assumimos $\alpha_{ETC} \sim 30^{-1}$ e $\theta_{sd} \sim \theta_c \sim 0.25$.

O limite sobre a escala de quebra da ETC exposto acima exclui todos os modelos convencionais de Technicolor, pois como já afirmamos, estes assumem como solução física apenas a forma Regular para a auto-energia fermiônica, que leva a seguinte expressão para massa dinâmica

$$m_f \sim \frac{3C_{ETC} \alpha_{ETC} \Lambda_{TC}^3}{4\pi \Lambda_{ETC}^2}, \quad (5.30)$$

de forma que, dentro deste contexto, não poderemos fornecer massa para os férmions mais pesados, como os quarks top e bottom, ou mesmo para o lépton tau. Uma vez que considerando, por exemplo, $m_b = 4 GeV$ e $\Lambda_{TC} \approx 300 GeV$, teríamos que ter $\Lambda_{ETC} \approx 400 GeV$!

Um outro problema, que também está relacionado a dinâmica assumida pelos modelos usuais de Technicolor, seria o da grande proliferação de pseudo-bósons de Goldstone leves. Com excessão do modelo mínimo apresentado no capítulo 3, em geral teremos a introdução de mais de um dubleto de techniquarks, pois, esses também podem carregar graus de liberdade de cor. Portanto, numa situação mais geral, além dos technipions Π^\pm e Π^0 , que são absorvidos pelos bósons W^\pm e Z^0 , deveremos ter a formação de um número razoável de pseudo-bósons de Goldstone e que deverão ser relativamente pesados, senão já os teríamos detectado, admitindo é claro que o mecanismo responsável pela geração de massa das partículas elementares seja de natureza dinâmica.

Os pseudo-Goldstones carregados e coloridos receberão contribuições a massa devido a correções radiativas introduzidas respectivamente pelas interações eletrofracas e fortes. Estimativas da ordem dessas contribuições podem ser encontradas nas referências[49][50], e serão pelo menos da ordem $O(100)GeV$.

O problema reside no fato que os pseudo-bósons de Goldstone neutros adquirem massa através da seguinte equação[51][36]

$$m_{\Pi^0}^2 \approx \frac{m_F}{F_\pi^2} \langle \bar{F} F \rangle, \quad (5.31)$$

e se considerarmos novamente

$$m_F \sim m_f \frac{F_\pi}{f_\pi} \left(\frac{3}{N_{TC}} \right)^{\frac{1}{2}},$$

e o limite estabelecido na Eq.(5.28), teremos também um limite sobre a massa obtida por estas partículas

$$m_{\Pi^0} \lesssim \frac{40 GeV}{}, \quad (5.32)$$

que é extremamente baixa e completamente descartada experimentalmente.

Portanto, verificamos que os maiores problemas encontrados na implementação de um mecanismo dinâmico para a geração de massa resultam de uma única fonte, da dinâmica assumida para a TC, uma vez que todas estas estimativas foram feitas com base na solução

Regular da equação de Schwinger-Dyson. Os últimos trabalhos dentro dessa linha de pesquisa tem se voltado então justamente ao entendimento da dinâmica da teoria, tema este que será abordado na seção seguinte.

5.3 Novos Cenários em Technicolor

Na seção anterior verificamos que as maiores dificuldades encontradas na elaboração de um modelo realista de geração dinâmica de massa resultam essencialmente da dinâmica que é assumida para a TC. Se supormos que esta é similar a QCD, teremos que a massa dinâmica adquirida por um férmion será dada pela Eq.(5.15). Nesta seção então apresentaremos alguns dos avanços ocorridos em TC nos últimos anos, onde esforços tem sido feitos no sentido de buscar novas dinâmicas para a TC.

Vamos iniciar então notando que para o caso de um teoria de campos livres, que a dimensão de um operador equivale a sua dimensão canônica, que corresponde a sua dimensão natural. Assim, por exemplo o produto bilinear $\bar{\psi}\psi$ tem uma dimensão canônica $d_c = 3$, o que implica em

$$\langle \bar{\psi}\psi \rangle = \Lambda^3.$$

No entanto, no caso de consideramos uma teoria quântica de campos onde interações estão presentes, a noção de dimensão natural do campo dá lugar ao conceito de dimensão dinâmica, uma vez que neste caso a simetria de invariância sob transformações de escala passa a não ser mais realizada[36][52]. Desta forma a relação escrita anteriormente será então modificada para

$$\langle \bar{\psi}\psi \rangle = \Lambda^{3-\gamma_m}, \tag{5.33}$$

onde agora a dimensão dinâmica é definida segundo $d = d_c - \gamma_m$, e γ_m é a dimensão anômala, associada com a quebra da simetria de escala ou dilatação, do condensado $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$ conforme já mencionamos na seção (5.1).

Vamos então assumir que tenhamos $\gamma_m \neq 0$, de modo que se retomarmos a Eq.(??),

poderemos escrever

$$\Sigma(p^2) \sim \Lambda \left(\frac{\Lambda}{p} \right)^{2-\gamma_m}. \quad (5.34)$$

De posse desta vamos agora efetuar o cálculo da massa dinâmica adquirida por um férmion, assim, retomando a Eq.(5.14), podemos escrever

$$m_f = \frac{3C_{ETC} g_{ETC}^2}{16\pi^2} \Lambda_{TC}^{3-\gamma_m} \int^{\Lambda_{ETC}^2} \frac{dp^2}{(p^2 + \Lambda_{TC}^2)} \frac{(p^2)^{\hat{\gamma}_m}}{(p^2 + \Lambda_{ETC}^2)} = \frac{3C_{ETC} g_{ETC}^2}{4\Lambda_{ETC}^2} \Lambda_{TC}^{3-\gamma_m} \langle \bar{F} F \rangle_{\Lambda_{ETC}}, \quad (5.35)$$

sendo que definimos $\hat{\gamma}_m = \gamma_m/2$. Efetuando ainda a troca de variável $p^2 = z\Lambda_{ETC}^2$, onde z é um parâmetro adimensional, obtemos

$$m_f = \frac{3C_{ETC} g_{ETC}^2}{16\pi^2} \frac{\Lambda_{TC}^3}{\Lambda_{ETC}^2} \left(\frac{\Lambda_{ETC}^2}{\Lambda_{TC}^2} \right)^{\hat{\gamma}_m} \int_0^1 \frac{dz z^{\hat{\gamma}_m}}{z(z+1)}. \quad (5.36)$$

Nessa última expressão usamos o fato que $\Lambda_{ETC} \gg \Lambda_{TC}$. Então, após realizarmos a integração, poderemos finalmente escrever

$$m_f = \frac{3C_{ETC} \alpha_{ETC}}{8\pi^2} \frac{\Lambda_{TC}^3}{\Lambda_{ETC}^2} \left(\frac{\Lambda_{ETC}^2}{\Lambda_{TC}^2} \right)^{\hat{\gamma}_m} \left[\psi\left(\frac{1+\hat{\gamma}_m}{2}\right) - \psi\left(\frac{\hat{\gamma}_m}{2}\right) \right] \quad (5.37)$$

onde a função $\psi(z)$ é definida segundo $\psi(z) = \Gamma'(z)/\Gamma(z)$. Analisando a equação escrita acima podemos facilmente verificar que no limite $\hat{\gamma}_m \rightarrow 1$, teremos uma solução para a auto-energia fermiônica cujo comportamento é ditado pela forma Irregular, e que não leva aos problemas apresentados pela forma Regular, já que neste caso temos uma dependência muito fraca com a escala de quebra da ETC.

Portanto, uma teoria cuja a dinâmica leve a $\hat{\gamma}_m \approx 1$ resolveria boa parte dos problemas relacionados aos modelos convencionais de Technicolor, desta forma apresentaremos duas propostas nesta linha e que listaremos na sequência, onde essencialmente algum tipo de modificação da dinâmica da teoria é assumida de forma a obtermos $\hat{\gamma}_m \neq 0$.

As duas propostas que nos referimos no último parágrafo correspondem a duas alternativas distintas, e que são conhecidas na literatura respectivamente como:

i) **Strong Extended Technicolor (SETC)**

ii) **Walking Technicolor (WTC).**

Vamos considerar a primeira possibilidade (SETC)[53][55]. A idéia central por trás de (SETC) consiste em assumirmos uma interação de quatro férmions adicional a teoria, de forma que a lagrangeana original associada a TC passa agora a ser escrita na forma

$$\mathcal{L}_{new} = \mathcal{L}_{TC} + \mathcal{L}_{4F} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + i\bar{Q}\gamma_\mu D^\mu Q + \frac{G_{ETC}^{(0)}}{2} [(\bar{Q}Q)^2 - (i\bar{Q}\gamma_5 Q)^2], \quad (5.38)$$

onde $G_{ETC}^{(0)} = 4\pi^2 k/\Lambda_{ETC}^2$ e Q corresponde a um dado techniquark. É possível mostrar que a equação diferencial satisfeita por $\Sigma(p^2)$ continua tendo a mesma forma que a equação diferencial associada a teoria original, todavia, a condição de contorno na região ultravioleta a ser satisfeita neste caso passa a apresentar a seguinte forma

$$\lim_{p^2 \rightarrow \Lambda_{ETC}^2} \left(p^2 \frac{d\Sigma(p^2)}{dp^2} + \Sigma(p^2) \right) = m_0 + \frac{k}{\Lambda_{ETC}^2} \int_0^{\Lambda_{ETC}^2} \frac{p^2 \Sigma(p^2)}{(p^2 + \Lambda_{TC}^2)}. \quad (5.39)$$

No Capítulo 4 nós não havíamos usado essa condição. Ela estabelece uma relação entre a massa dura m_0 , o corte ultravioleta Λ_{ETC} , e Λ_{TC} . A relação obtida é então utilizada na determinação do valor crítico que deve ser assumido pela constante de acoplamento, α_c , para que tenhamos a ocorrência da quebra de simetria na teoria. Voltando ao caso que estamos tratando, é possível mostrar que o valor crítico para a constante de acoplamento associada a interação de quatro férmions k é de

$$k_c(\alpha_c) = \frac{1}{4}(1 + \omega)^2, \quad (5.40)$$

sendo que definimos $\omega = \sqrt{1 - \alpha/\alpha_c}$.

Finalmente é possível realizar o cálculo para o valor do condensado de techniquarks, avaliado na escala de quebra da ETC, e mostrar que este é agora escrito na seguinte forma

$$\langle \bar{F}F \rangle_{\Lambda_{ETC}} = \Lambda_{TC}^{2-\omega} \Lambda_{ETC}^{1+\omega} \quad (5.41)$$

de modo que ao comparamos com a Eq.(5.37), teremos $\hat{\gamma}_m = (1 + \omega)/2$, resultado este que nos fornece na escala de quebra da ETC $\hat{\gamma}_m \approx 1$.

Em resumo a introdução da interação de quatro férmions basicamente gera na teoria um ponto fixo ultravioleta não trivial, podemos verificar tal fato olhando para função β associada a esta interação

$$\beta(k) = -2 \left[k - \left(\frac{\omega + 1}{2} \right)^2 \right] \left[k - \left(\frac{\omega - 1}{2} \right)^2 \right]. \quad (5.42)$$

Como podemos perceber a função β escrita acima se anula no ponto onde $k = (1 + \omega)^2/4$, notando ainda que a dimensão anômala associada ao operador composto $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$ é dada aproximadamente por $\gamma_m \approx c_m g^2(\Lambda)$, neste caso teremos

$$\gamma_m(k, g) \approx k_{4F} + c_m g_{TC}^2(\Lambda_{ETC}),$$

onde k_{4F} é a constante de acoplamento associada a interação de 4-fermions.

Portanto, na escala de quebra da ETC, onde temos $g_{TC}^2(\Lambda_{ETC}) \approx 0$, a existência deste ponto fixo ultravioleta nos garante $\hat{\gamma}_m \approx 1$, levando a um comportamento para a auto-energia fermiônica praticamente independente da escala de quebra da ETC.

A segunda proposta, correspondente a Walking Technicolor(WTC)[55][56], consiste em admitirmos uma alteração na evolução da constante de acoplamento associada a TC de forma que essa “caminhe” muito lentamente até a escala Λ_{ETC} .

Como vimos acima, a dimensão anômala γ_m apresenta um comportamento $\gamma_m \approx c_m g_{TC}^2(\Lambda_{ETC})$, de modo que se na escala de quebra da ETC tivermos por exemplo $g_{TC}^2(\Lambda_{ETC}) \sim g_{TC}^2(\Lambda_{TC})$ poderemos então obter $\hat{\gamma}_m \approx 1$.

A fim de explorarmos essa idéia com um pouco mais de detalhe, vamos então considerar a evolução da constante de acoplamento com a escala $\alpha(p)$, incluindo termos de até segunda ordem

$$\alpha(p) \sim \alpha_{TC} [1 - (b\alpha_{TC} + c\alpha_{TC}^2) \ln(p/\Lambda_{TC})]^{-1}, \quad (5.43)$$

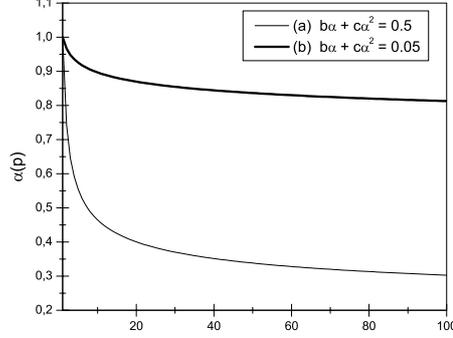


Figura 5.3: Evolução da constante de acoplamento $\alpha(p)$ com a escala para duas escolhas de $b\alpha_{TC} + c\alpha_{TC}^2$

onde identificamos nesta última equação

$$b = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{11}{3}N_{TC} - \frac{2}{3}n_F \right] \quad \text{e} \quad c = \frac{1}{8\pi^2} \left[\frac{34}{3}N_{TC}^2 - \frac{10}{3}N_{TC}n_F - \frac{N_{TC}^2 - 1}{N_{TC}}n_F \right]. \quad (5.44)$$

Então, analisando a Eq.(5.43), podemos verificar para um teoria onde $b\alpha_{TC} + c\alpha_{TC}^2 \ll 1$, que a evolução da constante de acoplamento com a escala será muito mais lenta se comparada com a evolução usual, conforme o gráfico da Fig.(5.3) e que levaria portanto a um valor não nulo para γ_m . Na Referência[56] Appelquist et. al. discutem as condições necessárias para a elaboração de teorias com estas características, de modo geral a realização de uma teoria com o comportamento “Walking” irá requer a introdução de um número relativamente elevado de techniférmions.

Como último comentário podemos notar que um teoria com um ponto fixo ultra-violeta pode ser entendida como um limite extremo de uma teoria baseada em “Walking Technicolor”. Pois, o valor assumido pela dimensão anômala numa teoria com ponto fixo é determinado pelo valor crítico assumido pela constante de acoplamento neste ponto. Assim, se nós tomarmos $b\alpha_{TC} + c\alpha_{TC}^2 \rightarrow 0$, iremos verificar que a curva (b) exibida na Fig.(5.3) se transformará em uma reta correspondendo ao ponto fixo $\alpha_C = \pi/3C_{2R}$.

Capítulo 6

Um Critério para Escolha da Auto-Energia Fermiônica

No capítulo 4 havíamos mostrado que a equação de Schwinger-Dyson fermiônica apresenta duas soluções distintas, as quais são conhecidas na literatura respectivamente como soluções Regular e Irregular. Se assumirmos uma dinâmica para a Technicolor similar a da QCD, deveremos considerar como solução física apenas a forma Regular, uma vez que esta é a única solução obtida via OPE, implicando na seguinte expressão para a massa gerada dinamicamente

$$m_f = \frac{3C_{ETC}g_{ETC}^2}{4\pi} \frac{\Lambda_{TC}^3}{\Lambda_{ETC}^2}.$$

Dentro deste contexto apenas poderemos fornecer massa para os férmions mais leves, uma vez que os limites experimentais sobre a diferença de massa entre K^0 e \overline{K}^0 impõem fortes limites sobre a escala de massa associada a ETC. No entanto, como já salientamos, a dependência com a escala de quebra da ETC na solução Irregular é apenas logarítmica, não levando aos problemas apresentados pela forma Regular.

Infelizmente, essa solução apenas pode ser entendida* no contexto das dinâmicas exploradas na última seção do capítulo 5.

*Hoje em dia a QCD na rede vem apresentando resultados muito interessantes e promissores sobre o comportamento não-perturbativo do propagador do glúon, de fato podemos esperar que essa também possa em breve vir a fornecer indícios sobre o verdadeiro comportamento não-perturbativo para o propagador do quark.

Independente disso, neste capítulo apresentaremos alguns argumentos a favor da solução Irregular, que resultam de nosso trabalho[57], onde mostramos que:

(i) Apenas esta solução leva a um mínimo mais profundo de energia, ou seja, em outras palavras esta solução leva a um potencial de ligação entre o estado formado pelo par $\langle \bar{Q}Q \rangle$ muito mais atrativo que a solução Regular.

(ii) A solução Irregular apresenta um comportamento logarítmico com a escala, conforme mostraremos neste capítulo, tal comportamento leva a uma densidade de energia do vácuo proporcional a $\langle \Omega \rangle_I \sim 1/g^2$. Sendo a densidade de energia do vácuo $\langle \Omega \rangle$ proporcional ao condensado de techniquarks $\langle \bar{Q}Q \rangle$ [58], temos que por um argumento fornecido por H. Quinn e S. Gupta[59], que a solução Irregular não poderia ser determinada via OPE e, portanto, não poderia ser descartada como solução física.

Desta forma, a distribuição do conteúdo neste capítulo será a seguinte, primeiramente com base no formalismo do potencial efetivo para operadores compostos formulado por Cornwall, Jackiw e Tombolis[60] vamos calcular a densidade de energia do vácuo para uma dada auto-energia fermiônica $\Sigma(p)$, então, computaremos para ambas as soluções, Regular e Irregular, a correspondente densidade de energia do vácuo, mostrando que de fato a densidade de energia do vácuo para a solução Irregular apresenta um comportamento $\langle \Omega \rangle_I \sim 1/g^2$. Finalmente, propomos um *ansatz* que interpola entre as duas soluções e mostraremos que o mínimo de energia justamente ocorre para a solução Irregular.

6.1 O Potencial Efetivo para Operadores Compostos

Conforme já salientamos, o nosso objetivo nesta seção consiste na determinação de uma expressão para a densidade de energia do vácuo como função da auto-energia fermiônica $\Sigma(p)$. Desta forma, vamos iniciar o capítulo escrevendo a ação efetiva para um campo fermiônico composto[60]

$$\Gamma(\phi_{cl}, S) = \Gamma_{cl} + iTr \ln(SS_0^{-1}) + iTr([S^{-1} - S_0^{-1}]S) - i(\text{Diagramas}), \quad (6.1)$$

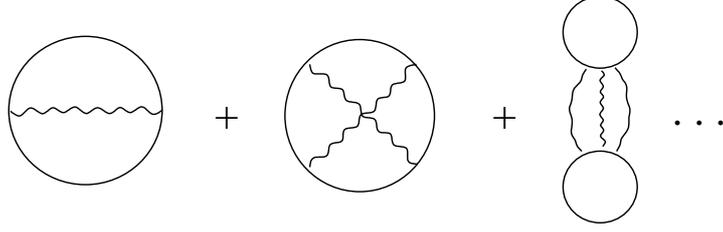


Figura 6.1: Diagramas 2PI que contribuem ao potencial efetivo associado aos campos compostos.

onde os diagramas aos quais nos referimos são os apresentados na Fig.(6.1), então, considerando a definição

$$\Gamma_{eff} = - \int d^4x V_{eff}, \quad (6.2)$$

podemos escrever, na aproximação de Hartree-Fock[†], a seguinte expressão para o potencial efetivo

$$V_{eff} = -i \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left[Tr(\ln S S_0^{-1} - S_0^{-1} S + 1) - \frac{1}{2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} g^2(p^2) K(p, k) \right] \quad (6.3)$$

onde na equação acima definimos

$$K(p, k) = Tr(S_F(p) \Gamma_a^\nu S_F(k) D_{\mu\nu}^{ab}(p-k) \Gamma_b^\mu),$$

e usamos a notação $\Gamma_a^\nu = T_a \gamma^\mu$ e $\Gamma_b^\nu = T_b \gamma^\mu$, sendo que $T_{a,b}$ correspondem aos geradores do grupo associados a TC na representação fundamental de $SU(N)$.

É interessante considerarmos uma quantidade denominada de densidade de energia do vácuo, que nada mais é do que a subtração da parte perturbativa do potencial efetivo, uma vez que a quebra da simetria quiral é um fenômeno estritamente não-perturbativo. Desta forma tal quantidade é definida segundo[60, 61]

$$\Omega = V(S) - V(S)_{pert}, \quad (6.4)$$

sendo a parte perturbativa do potencial efetivo a que temos $S^{-1} = S_0^{-1} = i(\not{p})^{-1}$, podemos

[†]Nesta aproximação consideramos apenas o primeiro diagrama na expansão exibida na Fig.(6.1)

escrever então a contribuição desta ao potencial efetivo na forma

$$V(S)_{pert} = \frac{i}{2} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} g^2(p^2) Tr(S_0(p)\gamma^\nu S_0(k)D_{\mu\nu}(p-k)\gamma^\mu). \quad (6.5)$$

Tomando esta última equação e a Eq.(6.3), podemos verificar que a Eq.(6.4) passa a ser escrita como

$$\Omega = -i \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left[Tr(\ln S S_0^{-1} - S_0^{-1} S + 1) - \frac{1}{2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} g^2(p^2) \times \right. \\ \left. Tr\{(S(p) - S_0(p))\gamma^\nu (S(k) - S_0(k))D_{\mu\nu}(p-k)\gamma^\mu\} \right]. \quad (6.6)$$

No capítulo 4 havíamos escrito o propagador fermiônico completo na seguinte forma

$$iS_F^{-1}(p) = i(\not{p} - \Sigma(p)) = i(A(p^2) \not{p} - B(p^2) - m_0), \quad (6.7)$$

entretanto, mostramos que $A(p^2) = 1$, de maneira que tomando novamente a massa nua ($m_0 = 0$), poderemos escrever

$$iS_F^{-1}(p) = i(\not{p} - \Sigma(p)). \quad (6.8)$$

Substituindo esta última equação na Eq.(6.6), e considerando a Eq.(4.2), após efetuarmos a passagem para o espaço Euclidiano dos momentos, e realizarmos a integração angular, obtemos a seguinte expressão

$$\Omega = -2n_f N_{TC} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left[\ln\left(1 + \frac{\Sigma^2(p)}{p^2}\right) - 2 \frac{\Sigma^2(p)}{p^2 + \Sigma^2(p)} \right. \\ \left. + \frac{\Sigma(p)}{p^2 + \Sigma^2(p)} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{3C_2 g^2(k) \Sigma(k)}{k^2(k^2 + \Sigma^2(k))} \right]. \quad (6.9)$$

Devemos notar que na equação acima o coeficiente ($n_f N_{TC}$) aparece quando tomamos o traço, pois, o traço é avaliado no sentido funcional e portanto tomado sobre todos os graus de liberdade internos dos techniquarks. Notamos também que para chegarmos nesta última expressão efetuamos a aproximação de ângulo

$$\frac{g^2(p, k)}{(k-p)^2} \approx \frac{g^2(k)}{k^2} \theta(k^2 - p^2) + \frac{g^2(p)}{p^2} \theta(p^2 - k^2),$$

já introduzida no capítulo 4.

Seguindo o mesmo procedimento adotado por Castorina e Pi[62], podemos ainda introduzir a condição de extremo e aplica-lá a Eq.(6.9), a fim de obtermos uma expressão para os valores de mínimo para Ω , ou seja

$$\frac{\delta\Omega}{\delta\Sigma} = 0. \quad (6.10)$$

Podemos verificar que

$$\Sigma(p) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{3C_2 g^2(k)\Sigma(k)}{k^2(k^2 + \Sigma^2(k))} \quad (6.11)$$

é solução da Eq.(6.10), portanto, substituindo esta última na Eq.(6.9), verificamos que a equação para valores de mínimo de Ω apresenta a forma

$$\Omega_{min} = -2N_{TC} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left[\ln\left(1 + \frac{\Sigma^2(p)}{p^2}\right) - \frac{\Sigma^2(p)}{p^2 + \Sigma^2(p)} \right]. \quad (6.12)$$

Por uma questão de simplicidade estamos considerando na equação acima apenas uma geração de techniférmions, ou seja tomamos $n_F = 1$.

Notando ainda que as expressões finais para $\Sigma(p)$ são conhecidas na região assintótica, podemos considerar $\frac{\Sigma(p^2)}{p^2} \ll 1$, de modo que podemos efetuar a expansão em torno de $\frac{\Sigma(p^2)}{p^2}$ na Eq.(6.12) e finalmente escrever

$$\langle\Omega\rangle = \Omega_{min} \cong -N_{TC} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{\Sigma^4(p)}{p^4}. \quad (6.13)$$

O nosso objetivo na seção seguinte será a determinação da densidade de energia do vácuo para ambas as soluções, Regular e Irregular e para o anatz, que interpola entre estas duas soluções.

6.2 A Densidade de Energia do Vácuo

Vamos determinar para cada solução da equação de Schwinger-Dyson a correspondente expressão para a densidade de energia do vácuo. Assim, vamos considerar primeiramente

a solução Regular, ou seja, vamos retomar a Eq.(4.27)

$$\Sigma_R(p) \approx \frac{\Lambda_{TC}^3}{p^2} [1 + bg_{TC}^2 \ln(p^2/\Lambda_{TC}^2)]^{\gamma_{TC}} \quad (6.14)$$

de forma que tomando a Eq.(6.13), podemos escrever

$$\langle \Omega \rangle_R = -N_{TC} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{\Lambda_{TC}^{12}}{p^6} [1 + bg_{TC}^2 \ln(p^2/\Lambda_{TC}^2)]^{4\gamma_{TC}}. \quad (6.15)$$

A fim de colocarmos esta última equação em uma forma tratável, vamos considerar a seguinte transformação de Mellin

$$\left[1 + \alpha \ln \frac{p^2}{\mu^2}\right]^{-\sigma} = \frac{1}{\Gamma(\sigma)} \int_0^\infty dy e^{-y} \left(\frac{p^2}{\mu^2}\right)^{-y\alpha} y^{\sigma-1}, \quad (6.16)$$

onde identificamos $\alpha = bg_{TC}^2$ e $\sigma = -4\gamma_{TC}$. Com base nesta transformação podemos escrever, já efetuando a passagem para o espaço Euclideano dos momentos, a seguinte expressão

$$\langle \Omega \rangle_R = -\frac{\Lambda_{TC}^{12} N_{TC}}{16\pi^2} \frac{1}{\Gamma[\sigma]} \int dz z^{\sigma-1} e^{-z} \left(\frac{1}{\Lambda_{TC}^2}\right)^{-\sigma z} \int_{\Lambda^2}^\infty dy y^{-5-\alpha z}, \quad (6.17)$$

onde introduzimos um corte infravermelho a fim de regularizar a integral na variável y . Assim, após efetuarmos a integração em y , e considerarmos a transformação inversa de Mellin, poderemos escrever

$$\langle \Omega \rangle_R = -\frac{\Lambda_{TC}^4 N_{TC}}{64\pi^2} \left(\frac{\Lambda_{TC}^2}{\Lambda^2}\right)^4 [1 + bg_{TC}^2 \ln(\Lambda^2/\Lambda_{TC}^2)]^{4\gamma_{TC}}. \quad (6.18)$$

Podemos ainda assumir como valor natural para o corte infravermelho (Λ) a escala onde temos a quebra da simetria quiral associada a Technicolor (Λ_{TC}), e finalmente escrever a Eq.(6.18) na forma

$$\langle \Omega \rangle_R = -\frac{\Lambda_{TC}^4 N_{TC}}{64\pi^2}. \quad (6.19)$$

Um cálculo similar pode ser realizado para a solução Irregular. Seguindo os mesmos passos descritos acima, nós obtemos

$$\langle \Omega \rangle_I = -\frac{\Lambda_{TC}^4 N_{TC}}{64\pi^2} \frac{a}{bg_{TC}^2 (\Lambda_{TC})}, \quad (6.20)$$

onde $a^{-1} = \left(\frac{3C_{TC}}{16\pi^2 b} - \frac{1}{4} \right)$. Conforme apontamos no início do capítulo, a solução Irregular leva a uma expressão para a densidade de energia do vácuo que é proporcional a $1/g^2$. Um cálculo apresentado na referência[58] relaciona a densidade de energia do vácuo para operadores compostos com o condensado $\langle \bar{Q}Q \rangle$, conforme

$$\langle \Omega \rangle \cong N_{TC} m_F \frac{\langle \bar{Q}Q \rangle}{8\pi^2 \gamma_m} \quad (6.21)$$

sendo que γ_m é a dimensão anômala associada ao operador composto $\langle \bar{Q}Q \rangle$. Com base nesta, podemos então escrever

$$\langle \bar{Q}Q \rangle = -\frac{\gamma_m \Lambda_{TC}^4}{8m_F} \frac{a}{bg_{TC}^2 (\Lambda_{TC})}.$$

H. Quinn e S. Gupta, na referência[59] fazem um crítica a OPE, de fato neste trabalho eles argumentam que operadores que são fortemente suprimidos por potências da constante de acoplamento podem na verdade ser relevantes para obtenção da forma correta para auto-energia fermiônica. Uma vez que estes, como mostramos acima, podem apresentar um valor esperado no vácuo que é proporcional a $1/g^2$.

Finalmente, tomando como base este argumento, podemos clamar então em favor da solução Irregular, ou pelo menos não excluí-la completamente como solução física[‡], tendo como argumento o fato que esta não é obtida através do uso da expansão do produto de operadores. Pois, conforme verificamos, esta solução leva a um condensado proporcional a $\sim 1/g^2$. Ainda existe muito a ser feito dentro desta área, e possivelmente uma melhor compreensão da estrutura de vácuo não-trivial de uma teoria como a QCD, desempenhará um papel fundamental no entendimento da forma para auto-energia fermiônica que é realizada pela natureza.

[‡]No contexto do capítulo 5, como vimos esta pode ser entendida como solução física ao assumirmos que a TC apresente uma dinâmica ditada por WT ou SETC.

6.3 A Densidade de Energia do Vácuo para a Solução Interpolada

A fim de elaborarmos o anatz, correspondendo a solução que interpola entre as soluções Regular e Irregular, vamos primeiramente retomar a forma explicita destas soluções:

$$\Sigma_R(p) \approx \frac{\Lambda_{TC}^3}{p^2} [1 + bg_{TC}^2 \ln(p^2/\Lambda_{TC}^2)]^{\gamma_{TC}}, \quad (6.22)$$

$$\Sigma_I(p) \approx \Lambda_{TC} [1 + bg_{TC}^2 \ln(p^2/\Lambda_{TC}^2)]^{-\gamma_{TC}}. \quad (6.23)$$

Então, olhando para as soluções acima, podemos propor como solução o seguinte anatz

$$\Sigma(p) = \Lambda_{TC} \left(\frac{\Lambda_{TC}^2}{p^2} \right)^\alpha [1 + bg_{TC}^2 \ln(p^2/\Lambda_{TC}^2)]^{-\gamma_{TC} \cos(\alpha)\pi}, \quad (6.24)$$

pois, podemos verificar que esta recai nas equações anteriores quando tomamos os seguintes limites, $\alpha \rightarrow 1$, correspondendo a solução Regular e $\alpha \rightarrow 0$ correspondendo, respectivamente, a solução Irregular.

Vamos agora efetuar o cálculo para a densidade de energia do vácuo para o caso desta solução mais geral, assim, assumindo novamente a Eq.(6.13) e considerando a Eq.(6.24), podemos escrever

$$\langle \Omega \rangle_A = -N_{TC} \Lambda_{TC}^4 \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \left(\frac{\Lambda_{TC}^2}{p^2} \right)^{4\alpha} [1 + bg_{TC}^2 \ln(p^2/\Lambda_{TC}^2)]^{-4\delta}. \quad (6.25)$$

onde definimos $\delta = \gamma_{TC} \cos(\alpha)\pi$. Podemos ainda efetuar a passagem para o espaço Euclidiano dos momentos nesta última integral, e reconsiderar a transformação de Mellin, Eq.(6.16), de forma a escrevermos

$$\langle \Omega \rangle_A = -\frac{\Lambda_{TC}^4 N_{TC}}{16\pi^2} \frac{1}{\Gamma[\sigma]} \int dz z^{\delta-1} e^{-z} \int_1^\infty dx x^{-az-4\alpha z-1}, \quad (6.26)$$

sendo que $a = bg_{TC}^2$ e $\beta = 3C_{TC}/16\pi^2 b$. Portanto, após efetuarmos a integração em x , teremos

$$\langle \Omega \rangle_A = -\frac{\Lambda_{TC}^4 N_{TC}}{16\pi^2} \frac{1}{\Gamma[\delta]} \int_0^\infty dz z^{\delta-1} e^{-z} \frac{1}{4\alpha + az}. \quad (6.27)$$

Estamos então agora aptos a analisar o comportamento desta última integral dentro das duas diferentes regiões, $\alpha \approx 0$ e $\alpha \approx 1$, correspondente a caso em que nos aproximamos, respectivamente, das soluções Irregular e Regular. Primeiramente, iremos considerar o caso em que $\alpha \approx 0$, resultando na seguinte expansão da Eq.(6.26)

$$(4\alpha + az)^{-1} \approx \frac{1}{az} \left[1 - \frac{4\alpha}{az} + \dots \right]$$

e assim

$$\langle \Omega \rangle_0 \simeq -\frac{\Lambda_{TC}^4 N_{TC}}{16\pi^2 a} \frac{1}{\Gamma[\delta]} \int_0^\infty dz z^{\delta-1} e^{-z} \frac{1}{z} \left[1 - \frac{4\alpha}{az} + \dots \right]. \quad (6.28)$$

Reteremos apenas os dois primeiros termos da expansão na equação acima, de modo que após a integração, poderemos escrever

$$\langle \Omega \rangle_0 \simeq -\frac{\Lambda_{TC}^4 N_{TC}}{16\pi^2 a} \left[\frac{1}{(\delta-1)} - \frac{4\alpha}{a} \frac{1}{(\delta-1)(\delta-2)} + \dots \right]. \quad (6.29)$$

Com a finalidade de tornarmos a análise do comportamento da densidade de energia do vácuo para a solução interpolada quantitativa, vamos considerar a seguinte aproximação. O coeficiente $a = bg_{TC}^2$ em geral assumirá valores próximos de 1, por exemplo se assumirmos novamente a lei de escala $C \frac{g^2}{4\pi} \sim 1$, teremos para o caso em que $N_{TC} = 4$, $bg_{TC}^2 \sim 1$. Para $N_{TC} = 6$, este coeficiente assumira um valor próximo de ~ 1.7 . Portanto, colocando $a = 1$ na equação anterior, teremos

$$\Phi(\Omega)_I \equiv -\frac{1}{(\gamma_{TC} - 1/4)} \left[1 - \frac{4\alpha}{(\gamma_{TC} - 1/2)} + \dots \right], \quad (6.30)$$

onde $\Phi(\Omega)_I = \frac{64\pi^2 \langle \Omega \rangle_0}{\Lambda_{TC}^4 N_{TC}}$.

Na Fig.(6.2) apresentamos o gráfico do comportamento da função $\Phi(\Omega)_I$, em termos dos parâmetros α e β .

Observando a figura apresentada podemos ver que o mínimo mais profundo de energia ocorre para o menor valor de α e $\gamma_{TC} = \frac{1}{2}$. No entanto, para efeitos de comparação ainda precisamos considerar o outro extremo, ou seja vamos analisar agora o caso em que temos

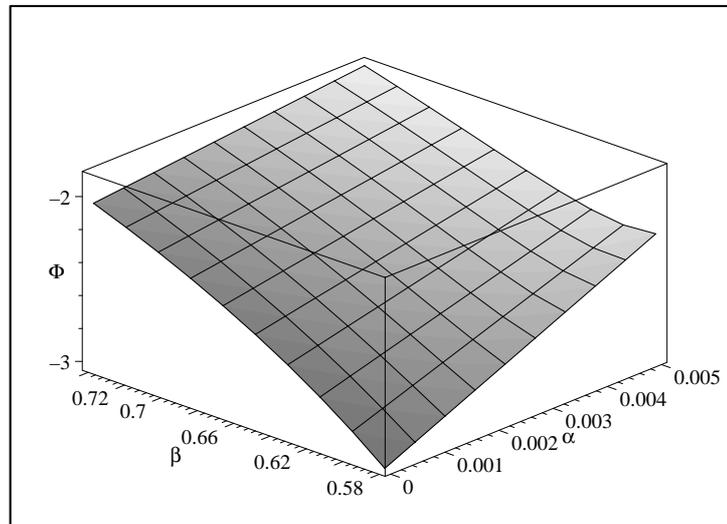


Figura 6.2: Comportamento da função $\Phi(\Omega)$ em termos dos parâmetros α e β .

a dominância do comportamento da solução Regular, portanto, considerando a expansão em torno de $\alpha \approx 1$

$$(4\alpha + az)^{-1} \approx \frac{1}{4\alpha} \left[1 - \frac{az}{4\alpha} + \dots \right],$$

e retomando a Eq.(6.27), poderemos também escrever após efetuarmos a integração

$$\langle \Omega \rangle_1 \simeq -\frac{\Lambda_{TC}^4 N_{TC}}{64\pi^2 \alpha} \left[1 + \frac{a\gamma_{TC}}{\alpha} + \dots \right], \quad (6.31)$$

de forma que definindo novamente a função

$$\Gamma(\Omega)_R \equiv \frac{64\pi^2 \langle \Omega \rangle_1}{\Lambda_{TC}^4 N_{TC}} = -\frac{1}{\alpha} \left[1 + \frac{\gamma_{TC}}{\alpha} + \dots \right] \quad (6.32)$$

podemos plotar o comportamento desta também como função dos parâmetros α e β .

Finalmente, podemos efetuar a comparação entre as duas figuras, e verificar que o mínimo mais profundo de energia é obtido para o caso da solução que se aproxima do regime em que $\alpha \rightarrow 0$.

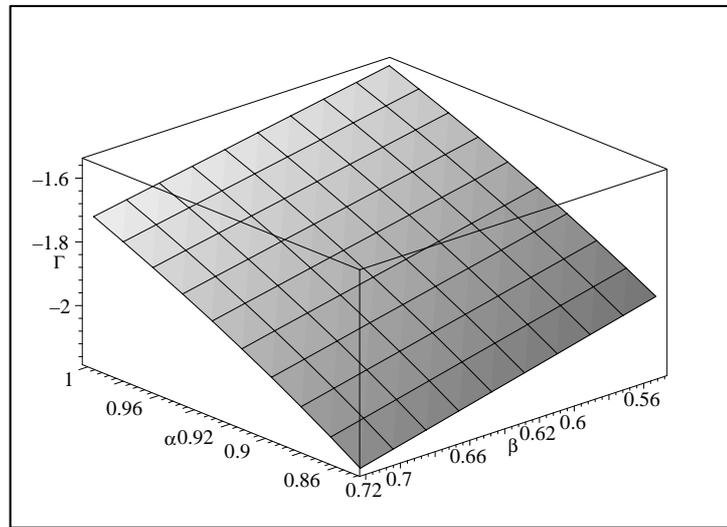


Figura 6.3: Comportamento da função $\Gamma(\Omega)$ em termos dos parâmetros α e β .

Assim, conforme havíamos mencionado no início do capítulo, mostramos que a solução que leva a um potencial de ligação mais atrativo se comporta segundo

$$\Sigma(p)_I \approx \Lambda_{TC} [1 + bg_{TC}^2 \ln(p^2/\Lambda_{TC}^2)]^{-\gamma_{TC}}$$

Capítulo 7

Um Limite Sobre a Massa em Modelos de Technicolor

O capítulo anterior foi dedicado a motivarmos a solução Irregular da equação de Schwinger-Dyson como solução física para um modelo em que, tanto bósons de gauge, quanto férmions adquirem massa via efeitos de quebra dinâmica de simetria. O nosso objetivo neste capítulo será o de efetuarmos uma aplicação desta solução a um problema específico, de fato iremos mostrar que é possível, tomando como base essa solução, impor um limite superior sobre a massa adquirida por um férmion[63] no contexto de uma teoria baseada em quebra dinâmica de simetria. Um modelo completo, onde três gerações de férmions adquirem massa dinamicamente, será elaborado no capítulo seguinte.

Retomando a discussão realizada na última seção do capítulo 5, vimos que operadores compostos como o condensado $\langle \bar{\psi}_{TC} \psi_{TC} \rangle$ podem apresentar uma grande dimensão anômala ($\hat{\gamma}_m \approx 1$), de modo que a massa de um férmion dentro deste contexto assume a forma

$$m_f \approx c \frac{\langle \bar{\psi}_{TC} \psi_{TC} \rangle}{\Lambda_{ETC}^2} \left(\frac{\Lambda_{ETC}^2}{\Lambda_{TC}^2} \right)^{\hat{\gamma}_m}. \quad (7.1)$$

Onde devemos notar que no limite em que $\hat{\gamma}_m = 1$ não temos nenhuma relação entre a massa adquirida por um férmion e a escala Λ_{ETC} , conforme mostraremos na seção seguinte, a solução Irregular levará a uma expressão para a massa dinâmica que justamente apresenta a forma da Eq.(7.1).

Vamos continuar a considerar o caso em que $\hat{\gamma}_m = 1$, se olharmos para a Eq.(7.1), podemos ver que essa poderá ser escrita como

$$m_f \approx c \Lambda_{TC}. \quad (7.2)$$

A escala de quebra da Technicolor $\Lambda_{TC} \sim 250 \text{ GeV}$, conforme mostramos no capítulo 3, é fixada pela massa adquirida pelos bósons de gauge W, Z . No entanto, mostraremos na última seção desse capítulo que a constante c não poderá assumir arbitrariamente qualquer valor. De fato, vínculos impostos sobre a estrutura de grupo de teoria, como a condição de que essa seja assintoticamente livre, naturalmente limitarão os valores assumidos pela constante c .

Portanto, conforme já adiantamos, a nossa proposta será discutir qual o valor máximo admitido pela constante c , ou seja qual o limite máximo sobre a massa gerada para um dado férmion.

7.1 A Auto-Energia Fermiônica e a Massa Dinâmica

Antes de apresentarmos a discussão a respeito dos possíveis valores que a constante c deverá assumir, vamos obter uma expressão mais geral para a massa dinâmica obtida por um férmion. Havíamos no último capítulo, argumentado que poderíamos representar a auto-energia fermiônica de um techniquark segundo

$$\Sigma(p)_A = \Lambda_{TC} \left(\frac{\Lambda_{TC}^2}{p^2} \right)^\theta [1 + bg_{TC}^2 \ln(p^2/\Lambda_{TC}^2)]^{-\gamma_{TC} \cos(\theta\pi)}, \quad (7.3)$$

expressão esta que interpola entre as duas possibilidades para a auto-energia fermiônica, ou seja, quando temos $\theta = 1$, nos obtemos a forma Regular para a auto-energia de um techniquark

$$\Sigma_R(p) = \frac{\Lambda_{TC}^3}{p^2} [1 + bg_{TC}^2 \ln(p^2/\Lambda_{TC}^2)]^{\gamma_{TC}}. \quad (7.4)$$

Enquanto que no limite em que tomamos $\theta = 0$, recuperamos a forma Irregular para a auto-energia do techniquark que é dada por

$$\Sigma_I(p) = \Lambda_{TC} [1 + bg_{TC}^2 \ln(p^2/\Lambda_{TC}^2)]^{-\gamma_{TC}}. \quad (7.5)$$

Sendo que nas equações acima definimos $\gamma_{TC} = 3C_{TC}/16\pi^2b$, onde $C_{TC} = \frac{1}{2}[C_2(R_1) + C_2(R_2) - C_2(R_{\bar{\psi}\psi})]$, com $C_2(R_1)$ e $C_2(R_2)$ sendo operadores quadráticos de Casimir associados às representações fermiônicas $R.H.$ e $L.H.$ do grupo associado a Technicolor e $C_2(R_{\bar{\psi}\psi})$ corresponde ao operador quadrático de Casimir associado a representação do condensado sob o grupo da Technicolor.

De posse do anatz exibido no começo da seção para a auto-energia de um techniquark, ou seja a Eq.(7.3), vamos agora determinar a expressão para a massa gerada dinamicamente para um dado férmion. Desta forma, considerando o diagrama abaixo

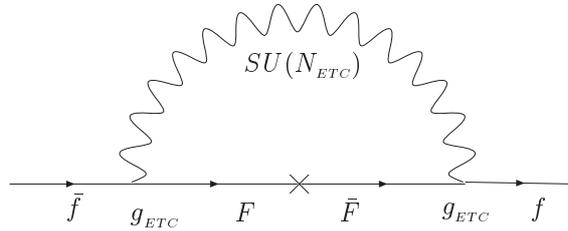


Figura 7.1: Diagrama responsável pela geração de massa de férmions ordinários em modelos de Technicolor.

podemos escrever a seguinte expressão para a massa dinâmica adquirida pelo férmion em questão

$$m_f = \frac{3C_{ETC}\Lambda_{TC}}{16\pi^4} \int dq^4 \left(\frac{\Lambda_{TC}^2}{q^2} \right)^\theta \frac{g_{ETC}^2(q^2)[1 + b_{TC}g_{TC}^2 \ln(q^2/\Lambda_{TC}^2)]^{-\delta}}{(q^2 + \Lambda_{ETC}^2)(q^2 + \Lambda_{TC}^2)}, \quad (7.6)$$

sendo que nesta última definimos $\delta = \gamma_{TC} \cos \theta\pi$ e C_{ETC} é o operador quadrático de Casimir associado ao grupo da ETC, a dependência com a escala da constante de acoplamento é dada por

$$g_{ETC}^2(q^2) \simeq g_{ETC}^2 [1 + b_{ETC}g_{ETC}^2 \ln(q^2/\Lambda_{ETC}^2)]^{-1}. \quad (7.7)$$

Podemos na Eq.(7.6) considerar ainda a substituição $q^2 \rightarrow x\Lambda_{ETC}^2/\Lambda_{TC}^2$, e assumir $b_{ETC}g_{ETC}^2(\Lambda_{ETC}) \approx b_{TC}g_{TC}^2(\Lambda_{ETC})$, pois, avaliando numericamente a expressão (7.6) podemos verificar que o erro introduzido nessa aproximação será pequeno, de maneira que após algum cálculo obtemos

$$m_f \simeq \frac{3C_{ETC}g_{ETC}^2\Lambda_{TC}}{16\pi^2} \left(\frac{\Lambda_{TC}^2}{\Lambda_{ETC}^2}\right)^\theta [1 + b_{TC}g_{TC}^2 \ln(\Lambda_{ETC}^2/\Lambda_{TC}^2)]^{-\delta} I, \quad (7.8)$$

onde definimos

$$I = \frac{1}{\Gamma(\epsilon)} \int_0^\infty d\sigma \sigma^{\epsilon-1} e^{-\sigma} \frac{1}{\theta + \alpha\sigma},$$

e $\epsilon = \delta + 1 = \gamma_{TC} \cos\theta\pi + 1$, $\alpha = b_{TC}g_{TC}^2(\Lambda_{ETC})$.

Devemos notar ainda que, na obtenção da Eq.(7.8), fizemos uso da transformação de Mellin

$$\left[1 + \kappa \ln \frac{x}{\mu^2}\right]^{-\epsilon} = \frac{1}{\Gamma(\epsilon)} \int_0^\infty d\sigma e^{-\sigma} \left(\frac{x}{\mu^2}\right)^{-\sigma\kappa} \sigma^{\epsilon-1}. \quad (7.9)$$

A equação apresentada anteriormente pode ainda ser escrita de uma forma fechada se avaliarmos a integral I . Portanto, a fim de determinarmos a solução desta consideremos a representação integral para a função Γ incompleta, ou seja

$$\Gamma(a, x) = \frac{e^{-x}x^a}{\Gamma(1-a)} \int_0^\infty \frac{e^{-t}t^{-a}}{(x+t)} dt, \quad (7.10)$$

de forma que considerando a troca de variáveis $a \rightarrow 1 - \epsilon$ e $x \rightarrow \frac{\theta}{\alpha}$, temos

$$\frac{1}{\Gamma(\epsilon)} \int_0^\infty \frac{e^{-\sigma}\sigma^{\epsilon-1}}{(\theta + \alpha\sigma)} d\sigma = \Gamma(1 - \epsilon, \frac{\theta}{\alpha}) e^{\frac{\theta}{\alpha}} \alpha^{-\epsilon} \quad (7.11)$$

que nos permite finalmente escrever

$$m_f \simeq \frac{3C_{ETC}g_{ETC}^2\Lambda_{TC}}{16\pi^2} \left(\frac{\Lambda_{TC}^2}{\Lambda_{ETC}^2}\right)^\theta F(\cos\theta\pi, \gamma_{TC}, \alpha) [1 + b_{TC}g_{TC}^2 \ln(\Lambda_{ETC}^2/\Lambda_{TC}^2)]^{-a}, \quad (7.12)$$

onde definimos

$$F(\cos \theta \pi, \gamma_{TC}) = \exp \left[\frac{\theta}{\alpha} + \gamma_{TC} \cos(\theta \pi) \ln \left(\frac{\theta}{\alpha} \right) \right] \alpha^{-1} \Gamma(-\gamma_{TC} \cos(\theta \pi), \theta/\alpha),$$

e $a = \gamma_{TC} \cos(\theta \pi)$.

Uma análise da Eq.(7.12) nos mostra que o maior valor para massa adquirida por um férmion ocorre justamente para o caso em que $\theta \rightarrow 0$, correspondendo ao caso em que temos o limite extremo da dinâmica ditada por Walking Technicolor. Assim, se expandirmos próximo a este ponto, poderemos escrever

$$m_f \simeq \frac{3C_{ETC} g_{ETC}^2 \Lambda_{TC}}{16\pi^2} [1 + b_{TC} g_{TC}^2 \ln(\Lambda_{ETC}^2 / \Lambda_{TC}^2)]^{-\gamma_{TC}} \frac{1}{\gamma_{TC} b_{TC} g_{TC}^2 (\Lambda_{ETC})} (1 + O(\theta) + \dots)$$

e justamente para $\theta = 0$, teremos

$$m_f \simeq \frac{C_{ETC} g_{ETC}^2 \Lambda_{TC}}{C_{TC} g_{TC}^2 (\Lambda_{ETC})} [1 + b_{TC} g_{TC}^2 \ln(\Lambda_{ETC}^2 / \Lambda_{TC}^2)]^{-\gamma_{TC}}. \quad (7.13)$$

Podemos ainda considerar o comportamento “corredor” da constante de acoplamento associado a Technicolor avaliado na escala de quebra da ETC, ou seja

$$g_{TC}^2 (\Lambda_{ETC}) \simeq g_{TC}^2 [1 + b_{TC} g_{TC}^2 \ln(\Lambda_{ETC}^2 / \Lambda_{TC}^2)]^{-1}$$

de modo que podemos finalmente colocar a Eq.(7.13) na forma

$$m_f \sim \frac{C_{ETC}}{C_{TC}} \left(\frac{\alpha_{ETC}}{\alpha_{TC}} \right)^{\gamma_{TC}} \Lambda_{TC} \sim c v, \quad (7.14)$$

que tem a mesma estrutura que a Eq.(7.2). Na próxima seção faremos uma discussão a respeito dos possíveis valores admitidos para a constante c .

7.2 Um Limite Sobre a Massa

A fim de encontrar limites sobre a massa gerada dinamicamente para um férmion, vamos inicialmente considerar alguns caminhos para introduzir a Technicolor Estendida,

ETC. Como primeiro exemplo, vamos assumir que a ETC possa ser um tipo de teoria de grande unificação (GUT) baseada num grupo que representaremos genericamente por $SU(k)$, contendo respectivamente um grupo de TC e o grupo de grande unificação proposto por Georgi-Glashow[67], ou seja

$$SU(k) \supset SU(k-5)_{TC} \otimes SU(5)_{GG}, \quad (7.15)$$

sendo que $SU(k-5)_{TC}$ é o grupo associado a TC . Vamos primeiramente estabelecer um limite sobre o coeficiente $\frac{C_{ETC}}{C_{TC}}$ na Eq.(7.14), que com base na Eq.(7.15), pode então ser colocado na forma

$$R_c = \frac{C_{ETC}}{C_{TC}} = \frac{(k^2 - 1)(k - 5)}{k((k - 5)^2 - 1)}.$$

Sendo a TC uma teoria com simetria de gauge não-abeliana, é natural esperarmos que $k \geq 7$, de maneira que pelo menos o grupo associado a TC seja o $SU(2)$. Por outro lado, nós deveremos preservar a condição de liberdade assintótica do grupo associado GUT , de forma que tal condição implicará em $k \leq 11$ [68], e portanto a razão R_c estará limitada ao intervalo $R_c = (1.7 - 4.5)$.

Devemos ainda olhar para a razão entre as constantes de acoplamento, como a TC é uma teoria com propriedades similares a QCD , é natural esperarmos que o valor crítico para a condensação da TC também ocorra para $\alpha_{TC} \sim 1$. Como neste caso consideramos a ETC como sendo uma teoria de grande unificação, é justificável tomarmos $\Lambda_{ETC} = \Lambda_{GUT} \sim 10^{16} GeV$, o que nos remete a $\alpha_{ETC} \approx \alpha_{GUT} \sim (40)^{-1}$. Finalmente, o coeficiente $\gamma_{TC} = \frac{3C_{TC}}{16\pi^2 b_{TC}}$ deverá ser maior que $(1/2)^*$, de fato para o caso do grupo da Technicolor ser o $SU(2)_{TC}$, nos teremos $\gamma_{TC} \sim 0.5$ e no caso de considerarmos grupos maiores, respeitando o limite superior imposto sobre k , deveremos ter γ_{TC} bem maior que $1/2$, de modo que

*A restrição sobre esse valor em particular para γ_{TC} , segue a partir da condição de normalização imposta sobre a equação de Bethe-Salpeter, de fato apenas o coeficiente associado a solução Irregular está vinculado devido a fraca convergência apresentado por essa solução $\sim \ln(p^2)$ [69]

o maior valor que esperamos ter para a razão entre as constantes de acoplamento é da ordem

$$\left(\frac{\alpha_{ETC}}{\alpha_{TC}}\right)^{\gamma_{TC}} \sim \left(\frac{1}{40}\right)^{\frac{1}{2}} \sim \frac{1}{6}.$$

Finalmente, com base nas aproximações exibidas acima, podemos então estimar o valor máximo admitido para a massa adquirida por um férmion em particular como sendo da ordem

$$m_f^{max} \sim O(0.3 - 0.8)v \sim O(75 - 200)GeV, \quad (7.16)$$

sendo que para chegarmos a este número usamos o fato $v \sim \Lambda_{TC} \sim 250 GeV$.

De maneira geral a massa adquirida por um férmion em particular será dependente do modelo, e estará relacionada com o limite obtido segundo

$$m_f = nm_f^{max} \quad (7.17)$$

onde n é o número de diagramas que contribuem para a massa do respectivo férmion. Dependendo da estrutura de modelo, poderemos ter contribuições para a massa de um férmion vindas não só a partir de acoplamentos com techniquarks, mas também devido a acoplamentos com techniléptons. Podemos verificar que para os modelos encontrados na literatura que seguem esta linha, que o limite imposto pela Eq.(7.16) dificilmente será superado, a menos que assumamos a existência de alguma simetria adicional, que possivelmente introduziria novos diagramas acoplando férmions ordinários a techniférmions gerando, portanto, novas contribuições a massa. Como exemplo podemos considerar a introdução de uma simetria horizontal, que por sinal será utilizada na elaboração do modelo que apresentaremos no capítulo seguinte.

Na tabela que apresentamos na sequência, listamos a massa dinâmica máxima obtida por férmions no contexto de modelos do tipo que nos referimos no texto acima[70][73]

$SU(k)$	$R_c = C_{ETC=GUT}/C_{TC}$	γ_{TC}	n	m_f^{max}
$SU(7)$	4.5	0.50	1	$O(177) GeV$
$SU(9)$	2.4	0.65	2	$O(110) GeV$

Como um segundo exemplo vamos considerar uma classe de modelos em que o grupo associado a ETC (G_{ETC}), e o grupo associado ao Modelo Padrão (G_{SM}) estão dispostos de acordo com a seguinte estrutura

$$G_{ETC} \otimes G_{SM} = SU(N)_{ETC} \otimes SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y, \quad (7.18)$$

sendo que neste caso o grupo associado a ETC, $SU(N)_{ETC}$ deve ser agora grande o suficiente para acomodar os férmions, techniférmions e o grupo associado Technicolor. Como um exemplo ilustrativo vamos considerar o modelo baseado no grupo $SU(5)_{ETC}$ [71][72], que contém $SU(2)_{TC}$ como sendo o grupo da TC e uma geração de techniférmions, de forma que para termos a hierarquia de massa entre as 3 gerações de férmions o modelo deve apresentar a seguinte estrutura de quebra

$$\begin{aligned}
& SU(5)_{ETC} \otimes G_{SM} \\
& \quad \downarrow \Lambda_1 \sim 10^3 TeV \\
& SU(4)_{ETC} \otimes G_{SM} \\
& \quad \downarrow \Lambda_2 \sim 10^2 TeV \\
& SU(3)_{ETC} \otimes G_{SM} \\
& \quad \downarrow \Lambda_3 \sim 10 TeV \\
& SU(2)_{TC} \otimes G_{SM}. \quad (7.19)
\end{aligned}$$

A contribuição para a massa da geração mais pesada virá do último estágio de quebra da sequência que apresentamos acima, logo, considerando a Eq.(7.14), podemos ver que a contribuição para a geração mais pesada será dada por

$$m_3 \sim \frac{C_3}{C_{TC}} \left(\frac{\alpha_3(\Lambda_3)}{\alpha_{TC}} \right)^{\gamma_{TC}} \Lambda_{TC} \sim O(180) GeV, \quad (7.20)$$

sendo que os valores $\alpha_3(\Lambda_3) \sim 0.4$, $\alpha_{TC} \sim 2\pi/3$ foram extraídos da referência[71], C_3 e C_{TC} são respectivamente os operadores quadráticos de Casimir associados as grupos $SU(3)_{ETC}$ e $SU(2)_{TC}$.

Observado esta última expressão podemos verificar que o limite máximo sobre a massa adquirida por um férmion no contexto de modelos com esta estrutura também esta de acordo com o estabelecido na Eq.(7.16). E portanto, concluir que é difícil gerar uma massa dinâmica muito superior a escala de quebra da TC, Λ_{TC} , de forma que o valor máximo admitido para massa de um férmion gerada dinamicamente possivelmente já é saturado pela própria massa do quark top.

Capítulo 8

Uma Teoria Unificada de Technicolor

Finalizando o trabalho de tese, neste capítulo faremos um breve resumo do trabalho [73], onde consideramos um modelo de grande unificação (GUT) baseado sob o grupo $SU(9)$. Dentro desta estrutura incluímos o modelo mínimo de grande unificação de Georgi-Glashow, $SU(5)_{GG}$, e um grupo atribuído a Technicolor, o grupo $SU(4)$. Com o objetivo de obtermos a replicação das famílias e também uma matriz de massa coerente para o modelo introduziremos uma simetria adicional, a simetria horizontal, que associamos ao grupo $SU(3)_H$ [74, 75, 76].

A introdução da simetria horizontal desempenhará um papel fundamental em nosso modelo, pois, esta impedirá que os férmions mais leves adquiram massa na escala da TC, uma vez que conforme mostraremos, os condensados formados nas escalas de quebra da TC, e da QCD, estarão em diferentes representações sobre o grupo de simetria horizontal proporcionando duas escalas de massa naturais e distintas dentro do modelo que correspondem respectivamente as escalas de condensação atribuídas a TC, $\Lambda_{TC} \propto 250 GeV$, e a QCD $\Lambda_{QCD} \propto 250 MeV$.

A geração intermediária receberá massa através de um efeito de alinhamento destas duas escalas. O espectro de massa obtido para o nosso modelo será exibido na seção (8.4), infelizmente devido ao fato de todos os férmions da terceira geração se acoplarem a TC, teremos que alguns férmions do nosso modelo irão adquirir massas que não estão

de acordo com os valores experimentais observados para estas partículas.

Na última seção deste capítulo apresentaremos um mecanismo com intuito de gerar grandes splittings de massa para os férmions da terceira geração[77], a incorporação deste mecanismo a nosso modelo possivelmente levará a solução do problema que levantamos no parágrafo acima.

8.1 A Estrutura do Modelo

Vamos iniciar apresentando a estrutura de representação fermiônica livre de anomalias do modelo[75][68]

$$5 \otimes [9, 8] \oplus 1 \otimes [9, 2], \quad (8.1)$$

sendo que na notação que nós estamos empregando $[N, m]$ denota respectivamente a representação sob $SU(N)$, nesse caso $N = 9$, com m indicando o número de índices antissimétricos da representação. Podemos efetuar a decomposição desta representação em termos do sub-grupo $SU(4)_{TC} \otimes SU(5)_{GG}$ conforme mostramos na página seguinte. Sendo que na decomposição apresentada κ corresponde a um índice de geração, $\varepsilon = 1..3$ a um índice de cor e $j = 1..4$ indica o número de geração de férmions exóticos que inevitavelmente devem ser incluídos no modelo a fim de garantirmos a ausência de anomalias no modelo. Tais partículas deverão adquirir massa na escala de grande unificação de modo a não interferir na fenomenologia a baixas energias que estamos interessados.

As novas interações ocorrem entre os férmions que estão dentro da mesma representação, neste caso entre os férmions que estão distribuídos nas representações $[9, 2]$ e $[9, 8]$. Com base na estrutura de multipletos que apresentamos na página seguinte, já assumindo que o nosso grupo de gauge é $SU(9) \otimes SU(3)_H$, teremos os respectivos acoplamentos listados na Fig.(8.1).

A partir destes vértices é que determinaremos posteriormente a contribuição à massa de cada férmion pertencente ao modelo, todos os diagramas responsáveis pela geração de

massa de algum férmion originado a partir dos vértices apresentados na Fig.(8.1) estão listados por conveniência no apêndice C.

[9, 2]

$$(1, 10) = \begin{pmatrix} 0 & \bar{u}_B & -\bar{u}_Y & -u_R & -d_R \\ -\bar{u}_B & 0 & \bar{u}_R & -u_Y & -d_Y \\ \bar{u}_Y & -\bar{u}_R & 0 & -u_B & -d_B \\ u_R & u_Y & u_B & 0 & \bar{e} \\ d_R & d_Y & d_B & -\bar{e} & 0 \end{pmatrix}_\kappa, \quad (4, 5) = \begin{pmatrix} Q_R \\ Q_Y \\ Q_B \\ \bar{L} \\ \bar{N} \end{pmatrix}_\kappa$$

$$(6, 1) = N_\kappa.$$

[9, 8]

$$(1, \bar{5}) = \begin{pmatrix} \bar{d}_R \\ \bar{d}_Y \\ \bar{d}_B \\ e \\ \nu_e \end{pmatrix}_\kappa, \quad (1, \bar{5}) = \begin{pmatrix} \bar{X}_{R_j} \\ \bar{X}_{Y_j} \\ \bar{X}_{B_j} \\ E_j \\ N_{E_j} \end{pmatrix}_\kappa, \quad (\bar{4}, 1) = \bar{Q}_{\kappa E}, L_\kappa, N_{\kappa L}.$$

8.2 A Massa Dinâmica

Nesta seção realizaremos o cálculo da massa dinâmica devido a formação dos condensados associados as escalas de quebra da QCD e TC. Entretanto, antes de apresentarmos este cálculo cabe aqui um último comentário sobre a forma adotada para a auto-energia fermiônica, como já comentamos no capítulo 5 a fenomenologia associada a cada uma das soluções, Irregular ou Regular, será bastante diferente.

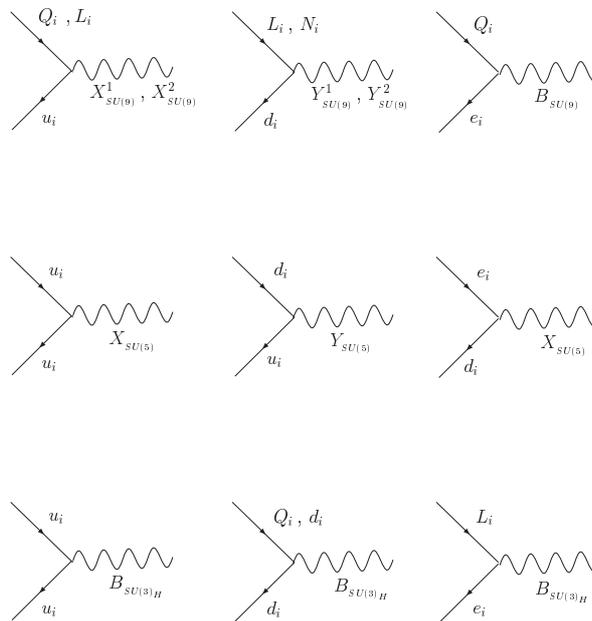


Figura 8.1: Acoplamentos entre férmions ordinários e techniférmions aos bosons de gauge associados as simetrias $SU(9)$, $SU(5)$ e $SU(3)_H$.

No capítulo 5 mostramos que a solução Regular leva a problemas fenomenológicos, já que leva a violação de sabor via interação por corrente neutra (FCNC). Conforme discutimos, este problema pode ser resolvido ao assumirmos a forma Irregular como solução física. Nos capítulos 6 e 7 fornecemos alguns argumentos em favor da solução Irregular, com base nestes argumentos, assumiremos para o cálculo da massa dinâmica justamente a forma Irregular Eq.(4.28).

A fim de obtermos uma expressão para a massa gerada dinamicamente no modelo, vamos retomar a Eq.(5.14), ou seja

$$\bar{m}_f = \frac{3C_G}{16\pi^2} \int^{\Lambda_G^2} \frac{p^2 dp^2}{(p^2 + \Lambda_S^2)} \frac{g_G^2(p^2) \Sigma(p^2)_S}{(p^2 + \Lambda_G^2)}, \quad (8.2)$$

onde na expressão acima identificamos as interações mediadas pela troca de bósons de grande unificação pelo rótulo G , e S representa a contribuição de um condensado vindo da TC ou da QCD. As etapas de cálculo para a solução da integral acima são exatamente

as mesmas que descrevemos na Seção (7.1), a diferença é que nesta equação introduzimos a notação, $m \equiv \overline{m}$, pois, conforme enfatizamos temos duas escalas distintas de massa, Λ_{QCD} e Λ_{TC} que serão responsáveis pela geração de massa da primeira e terceira geração respectivamente.

Como veremos na seção (8.4) a massa da geração intermediária será gerada por um efeito de alinhamento entre estas duas escalas. Efetivamente teremos uma matriz de massa que irá misturar ambas as escalas, nesta notação, então, estaremos representando a expressão para massa adquirida por um quark da terceira ou da primeira geração não-diagonalizada por \overline{m} . Conforme mencionamos acima, o índice G rotula, dependendo do diagrama considerado, contribuições vindas a partir da troca de um bóson de grande unificação que poderá ser $SU(5)$ ou $SU(9)$, ou de um bóson associado a quebra da simetria horizontal.

Um valor razoável que pode ser assumido para a constante de acoplamento associada as teorias de grande unificação [78] é $\alpha_G \sim 1/45$, para $G = SU(5)$ ou $SU(9)$, retomando portanto a Eq.(7.13), avaliando os operadores de Casimir apropriados, podemos então escrever a seguinte expressão para a massa dinâmica adquirida pelos férmions que se acoplam a TC

$$\overline{m}_f \propto \frac{\Lambda_{TC}}{10c\alpha_{TC}} [1 + bg_{TC}^2 \ln(\Lambda_{SU(9),SU(3)_H}^2 / \Lambda_{TC}^2)]^{-\gamma_{TC}+1}, \quad (8.3)$$

para caso dos férmions que adquirem massa se acoplando a QCD, teremos

$$\overline{m}_f \propto \frac{\Lambda_{QCD}}{20c\alpha_{QCD}} [1 + bg_{QCD}^2 \ln(\Lambda_{SU(5),SU(3)_H}^2 / \Lambda_{QCD}^2)]^{-\gamma_{QCD}+1}. \quad (8.4)$$

Na seção seguinte discutiremos uma maneira de gerar a matriz de massa para o nosso modelo, tomando como base a introdução da simetria horizontal.

8.3 A Matriz de Massa

Na seção anterior discutimos como a primeira e a terceira geração recebem massa dentro do modelo proposto, uma vez que, conforme enfatizamos no início do capítulo, a

introdução da simetria horizontal impede que a geração mais leve se acople a TC.

Nesta seção mostraremos como a matriz de massa de nosso modelo poderá ser gerada. Para tanto, devemos saber qual será a representação dos condensados formados nas escalas da QCD e TC sob o grupo de simetria horizontal.

Um ponto crucial será a escolha de como os férmions e techniférmions se transformam sob o grupo de simetria horizontal, iremos assumir que os férmions de quiralidade L.H. se transformam como um $\mathbf{3}$ de $SU(3)_H$, enquanto os férmions de quiralidade R.H. se transformam como $\bar{\mathbf{3}}$ sob $SU(3)_H$. A mesma escolha é feita para os techniférmions, de forma que podemos decompor estes condensados em termos das representações $\mathbf{3}$ e $\bar{\mathbf{6}}$ do grupo $SU(3)_H$. Como consequência desta escolha teremos a formação de uma lagrangeana efetiva de Yukawa para este sistema de “escalares compostos”, η e ϕ , correspondendo respectivamente aos condensados formados nas escalas da QCD e TC, que poderá ser escrita em termos de componentes segundo [74][79]

$$\mathcal{L}_Y = a\bar{U}_{R\theta}^i \eta_\theta^k \Psi_L^j \epsilon_{ijk} + c\bar{U}_{R\theta}^i \varphi^{ij} \Psi_L^j + C.H, \quad (8.5)$$

onde θ é um índice que rotula a carga das partículas que compõe os tripletos fermiônicos formados sob o grupo de simetria horizontal Ψ e U . Por exemplo no caso do setor dos quarks $\theta = 1$ corresponde a um quark de carga $2/3$, enquanto $\theta = 2$ corresponde a um quark de carga $1/3$. Os índices i, j, k são as componentes dos escalares formados sob as representações $\mathbf{3}$ e $\bar{\mathbf{6}}$ de $SU(3)_H$.

O nosso intuito nesta seção será a obtenção de uma matriz de massa para o setor de carga $2/3$, a matriz de massa para o setor de carga $1/3$ será similar. Considerando este caso podemos escrever a lagrangeana, Eq.(8.5), em termos das suas componentes segundo

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_y = & a\bar{U}_{R1}^1 \eta_1^2 \Psi_L^3 - a\bar{U}_{R1}^2 \eta_1^1 \Psi_L^2 + a\bar{U}_{R1}^2 \eta_1^3 \Psi_L^1 - a\bar{U}_{R1}^3 \eta_1^2 \Psi_L^1 + a\bar{U}_{R1}^3 \eta_1^1 \Psi_L^2 \\ & - a\bar{U}_{R1}^1 \eta_1^3 \Psi_L^2 + c\bar{U}_{R1}^1 \varphi^{11} \Psi_L^1 + c\bar{U}_{R1}^1 \varphi^{12} \Psi_L^2 + c\bar{U}_{R1}^1 \varphi^{13} \Psi_L^3 + c\bar{U}_{R1}^2 \varphi^{21} \Psi_L^1 \\ & c\bar{U}_{R1}^2 \varphi^{22} \Psi_L^2 + c\bar{U}_{R1}^2 \varphi^{23} \Psi_L^3 + c\bar{U}_{R1}^3 \varphi^{31} \Psi_L^1 + c\bar{U}_{R1}^3 \varphi^{32} \Psi_L^2 + c\bar{U}_{R1}^3 \varphi^{33} \Psi_L^3, \end{aligned} \quad (8.6)$$

sendo que identificamos $U_R^1 = u_R$, $U_R^2 = c_R$ e $U_R^3 = t_R$, e também $\Psi_L^1 = u_L$, $\Psi_L^2 = c_L$ e $\Psi_L^3 = t_L$, η^i e φ^{ij} são componentes associadas ao nosso sistema de escalares compostos. Os valores esperados no vácuo (vevs) associados aos dois escalares compostos da teoria podem ser parametrizados conforme[76][79]

$$\langle \eta \rangle \propto \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_\eta \end{pmatrix}, \quad \langle \varphi \rangle \propto \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_\varphi \end{pmatrix}. \quad (8.7)$$

Substituindo estes (vevs) na Eq.(8.6), podemos finalmente escrever a matriz de massa na base (u, c, t) conforme

$$\overline{m}^2 = \begin{pmatrix} 0 & -av_\eta & 0 \\ av_\eta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & cv_\varphi \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 0 & -a\Lambda_{QCD} & 0 \\ a\Lambda_{QCD} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c\Lambda_{TC} \end{pmatrix}, \quad (8.8)$$

sendo que podemos esperar que este sistema de Higgs composto possa ser descrito pelo seguinte potencial efetivo

$$V(\eta, \varphi) = \mu_\eta^2 \eta^\dagger \eta + \lambda_\eta (\eta^\dagger \eta)^2 + \mu_\varphi^2 \varphi^\dagger \varphi + \lambda_\varphi (\varphi^\dagger \varphi)^2, \quad (8.9)$$

onde identificamos

$$v_\eta^2 = -\frac{\mu_\eta^2}{\lambda_\eta}, \quad v_\varphi^2 = -\frac{\mu_\varphi^2}{\lambda_\varphi}.$$

Da mesma forma que efeitos devido a correções a altas ordens irão alterar a expressão para o potencial, Eq.(2.10), teremos correções semelhantes para este caso, e que apresentamos na Fig.(8.2). Para preservamos a consistência do modelo, termos como $V_2(\eta, \varphi) = \Pi \eta^\dagger \eta \varphi^\dagger \varphi + \delta \eta^\dagger \varphi \eta \varphi^\dagger + \dots$, devem ser adicionados a Eq.(8.9).

A introdução de tais termos irá deslocar os (vevs) gerados pelos campos efetivos η e φ para

$$\langle \eta \rangle \propto \begin{pmatrix} \varepsilon \\ 0 \\ v_\eta \end{pmatrix} \quad (8.10)$$

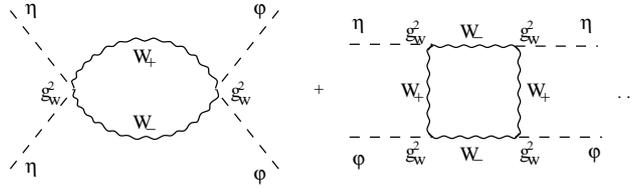


Figura 8.2: Correções a altas ordens que acoplam os escalares compostos η e φ .

onde não incluímos o shift ε ao (vev) associado ao campo φ pois podemos considerar $\varepsilon \ll v_\varphi$. Assim, tomando a Eq.(8.10), podemos verificar que a matriz de massa para o sistema discutido apresentará a forma

$$\overline{m}^{\frac{2}{3}} = \begin{pmatrix} 0 & -a\Lambda_{QCD} & 0 \\ a\Lambda_{QCD} & 0 & a\varepsilon \\ 0 & -a\varepsilon & c\Lambda_{TC} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -A & 0 \\ A & 0 & B \\ 0 & -B & C \end{pmatrix}. \quad (8.11)$$

Na seção seguinte apresentaremos uma maneira de calcular a entrada B para a matriz de massa obtida, pois, na seção 8.2 já vimos como calcular as entradas A e C , uma vez que estes coeficientes são proporcionais as (vevs) associados aos escalares efetivos formados nas escalas da QCD e TC.

Após realizarmos este cálculo efetuaremos a diagonalização da matriz de massa a fim de obter o espectro de massa do modelo.

8.4 A Massa da Geração Intermediária

Na referencia[73] apresentamos duas formas distintas para se determinar a entrada intermediária na matriz de massa, por motivos de economia, iremos expor aqui apenas uma maneira de realizarmos esta estimativa.

Conforme vimos, devido a introdução da simetria horizontal temos que apenas os férmions da geração mais pesada se acoplam a TC, enquanto os férmions da geração mais leve apenas se acoplam a QCD, já que os condensados formados nas escalas da QCD e TC estão sob diferentes representações sob o grupo de simetria horizontal. Desta forma, não

teremos um acoplamento direto entre os férmions da geração intermediária com a TC, entretanto, podemos em altas ordens esperar acoplamentos como o exibido na Fig.(8.3), o qual fornece massa ao quark c .

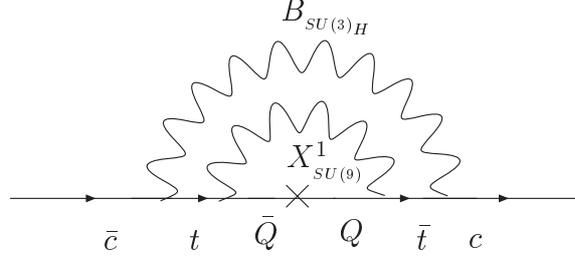


Figura 8.3: Diagrama responsável pela massa da geração intermediária.

A fim de determinarmos a contribuição vinda do diagrama, Fig.(8.3), consideraremos as regras de Feynman, de forma que aplicando estas ao correspondente diagrama podemos escrever

$$S_c^{-1} = \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \gamma^\mu T^a g_H(p, q) S_F(q) \gamma^\rho I_{\rho\lambda} \gamma^\lambda S_F(q) \gamma^\nu T^b g_H(p, q) D_{\mu\nu}(p - q) \quad (8.12)$$

onde definimos

$$I_{\rho\lambda} = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} t^c g_{SU(9)}(q, k) S_F(k) t^d g_{SU(9)}(q, k) D_{\rho\lambda}(q - k),$$

e $T^{(a,b)}$, $t^{(c,d)}$ são respectivamente geradores de $SU(3)_H$ e $SU(9)$.

Considerando novamente o propagador fermiônico escrito como $S_F^{-1} = A(p^2)\not{p} - B(p^2)$, e trabalhando no gauge de Landau, após a integração angular, poderemos escrever a integral, Eq.(8.12), na forma

$$\overline{m}_c \propto 9C_{SU(9)}C_H \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{g_H^2(q^2)}{(q^2 + m_t^2)^2} \frac{q^2}{(q^2 + \Lambda_H^2)} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{\Sigma(k^2)}{(k^2 + \Lambda_{TC}^2)} \frac{g_{SU(9)}^2(k^2)}{(k^2 + \Lambda_{SU(9)}^2)}, \quad (8.13)$$

podemos verificar que a massa do quark t é dada através da Eq.(8.2), sendo que para tanto basta identificarmos $\Lambda_s = \Lambda_{TC}$, de maneira que considerando tal aproximação podemos escrever a expressão para a massa adquirida pelo quark c na forma

$$\overline{m}_c \propto \frac{3C_H \overline{m}_t}{16\pi^2} \int d^4q^2 \frac{g_H^2(q^2)}{(q^2 + \Lambda_H^2)}. \quad (8.14)$$

Finalmente, negligenciando a dependência com a escala da constante de acoplamento, e efetuando a integração da Eq.(8.14), temos

$$\overline{m}_c \propto \frac{3C_H \alpha_H \overline{m}_t}{4\pi} \ln(1 + \Lambda^2/\Lambda_H^2) \propto \frac{3C_H \alpha_H \overline{m}_t}{4\pi} \ln(\Lambda^2/\Lambda_H^2), \quad (8.15)$$

onde para efetuarmos a integral Eq.(8.14) tivemos que introduzir um cut-off ultravioleta Λ , já que esta integral é aparentemente divergente*, um valor natural para este corte é assumirmos que $\Lambda^2 \approx \Lambda_{GUT}^2$.

Para obtermos uma estimativa para \overline{m}_c , precisamos ainda fazer alguma hipótese a respeito de Λ_H , de fato, estamos assumindo que a quebra da simetria horizontal seja realizada pelo mesmo mecanismo que leva a quebra de $SU(9)$. Dentro destas circunstâncias, e plausível supor que $\Lambda_H \sim \Lambda_{GUT}$. Como uma escolha em particular para a quebra da simetria horizontal podemos propor $\Lambda_H = 10^{13} GeV$, que é a escolha adotada na referência[76], de forma que considerando esta, temos

$$B \propto \overline{m}_c \propto \frac{28\alpha_H}{15\pi} \frac{\Lambda_{TC}}{c\alpha_{TC}} \left[1 + bg_{TC}^2 \ln(\Lambda_{SU(9)}^2/\Lambda_{TC}^2) \right]^{-\gamma_{TC}+1}. \quad (8.16)$$

Portanto, estamos aptos a determinar as entradas A , B e C da matriz de massa para o setor dos quarks de carga $\frac{2}{3}$, de forma que considerando os diagramas (a), (b) e (c) exibidos na lista de figuras que apresentamos no apêndice C, temos

$$\begin{aligned} A &\approx \frac{\Lambda_{QCD}}{10c\alpha_{QCD}} \left[1 + bg_{QCD}^2 \ln(\Lambda_{SU(5)}^2/\Lambda_{QCD}^2) \right]^{-\gamma_{QCD}+1} + \\ &\quad \frac{4\Lambda_{QCD}}{135c\alpha_{QCD}} \left[1 + bg_{QCD}^2 \ln(\Lambda_H^2/\Lambda_{QCD}^2) \right]^{-\gamma_{QCD}+1}, \\ B &\approx \frac{28\Lambda_{TC}}{675\pi c\alpha_{TC}} \left[1 + bg_{TC}^2 \ln(\Lambda_{SU(9)}^2/\Lambda_{TC}^2) \right]^{-\gamma_{TC}+1}, \\ C &\approx \frac{2\Lambda_{TC}}{15c\alpha_{TC}} \left[1 + bg_{TC}^2 \ln(\Lambda_{SU(9)}^2/\Lambda_{TC}^2) \right]^{-\gamma_{TC}+1}. \end{aligned} \quad (8.17)$$

*Na obtenção da Eq.(8.14), conforme mencionamos, nos utilizamos uma aproximação. Se tivéssemos levado em conta na integral, Eq.(8.13), a dependência com o momento da auto-energia $\Sigma(p^2)$, e o comportamento corredor de $g_{GUT}^2(k^2)$, não teríamos uma divergência de fato.

Assumindo a escala de massa da GUT como sendo da ordem de $\Lambda_{SU(9)} \approx \Lambda_{SU(5)} \propto 10^{16} GeV$, com $\Lambda_H \propto 10^{13} GeV$, e considerando os valores numéricos para os coeficientes $b_{TC} = \frac{1}{16\pi^2} \frac{26}{3}$, $b_{QCD} = \frac{7}{16\pi^2}$, $\gamma_{TC} = \frac{15}{23}$ e $\gamma_{QCD} = \frac{4}{7}$, temos após efetuarmos a diagonalização da matriz Eq.(8.11)

$$\begin{aligned} m_t &= C \approx O(160) GeV \\ m_c &= \frac{B^2}{C} \approx O(1.5) GeV \\ m_u &= \frac{A^2}{B^2} C \approx O(30) MeV. \end{aligned} \quad (8.18)$$

Os valores que exibimos acima para as massas dos quarks de carga 2/3 são fixos para o caso em que $\Lambda_{TC} = 250 GeV$, $\Lambda_{QCD} = 250 MeV$, e $c\alpha_{TC} = c\alpha_{QCD} = 0.5$. Na Tabela (8.1) exibimos o espectro de massa dos férmions do modelo para estes valores.

m_u	29.6 Mev	m_d	15.6 Mev	m_e	5.5 Mev
m_c	1.57 Gev	$m_s^{(*)}$	1.10 Gev	$m_\mu^{(*)}$	1.30 Gev
m_t	160.3 Gev	$m_b^{(*)}$	113 Gev	$m_\tau^{(*)}$	131.2 Gev

Tabela 8.1: Valores aproximados para massa dos quarks e léptons do modelo.

Observando a Tabela (8.1), podemos dizer que os valores obtidos para a massa dos férmions da primeira geração, dos quarks c e t estão de bom acordo com os valores experimentais observados para tais partículas. No entanto, os valores marcados com $(*)$ estão em total desacordo com os limites experimentais observados, isso se deve ao fato de que não apenas o quark t , mas também todos os outros férmions da terceira geração se acoplam a TC, de maneira que estes também acabam recebendo massas muito altas, levando então aos valores descritos na tabela.

Mesmo não prevendo corretamente as massas de todas as partículas o modelo proposto ainda apresenta características interessantes, pois, conseguimos explicar dentro desta estrutura a hierarquia de massa que é observada entre as três gerações de férmions, uma vez que o modelo apresenta duas escalas distintas de massa correspondendo as escalas da

QCD e TC, e uma terceira escala de massa $\Lambda' \sim O(10)GeV$ é gerada em nosso modelo através do efeito de alinhamento destas duas.

8.5 Uma Origem Dinâmica para a Diferença de Massa T-B

Nesta seção faremos uma breve descrição de um mecanismo desenvolvido por nós para gerar a diferença de massa observada entre os quarks top e bottom[77]. Conforme mencionamos no início do capítulo, a incorporação do mecanismo que descreveremos nesta seção ao modelo que apresentamos possivelmente levará a valores mais razoáveis para a massa dos férmions denotados por m^* .

O mecanismo que nos referimos é baseado sobre a seguinte estrutura de grupo

$$G = SU(3)_{ETC} \otimes G' \quad (8.19)$$

onde $SU(3)_{ETC}$ é o grupo associado a ETC e o grupo $G' = SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_S$ corresponde a estrutura de gauge do Modelo Padrão mais o grupo $SU(2)_R$ associado a simetria eletrofraca $R.H.$ Ainda assumiremos que a sub-estrutura G' estará contida no grupo de grande unificação baseado em $SO(12)$, esta escolha em particular será justificada posteriormente

A idéia em si é baseada em um mecanismo desenvolvido por P. Sikivie et. al.[80] há vários anos atrás para promover grandes “splittings” de massa em modelos de Technicolor sem levar a quebra da simetria “custodial” $SU(2)_V$, que garante a relação exata $\rho = \frac{M_W^2}{\cos^2 \theta_W M_Z^2} = 1$ a nível de árvore.

A proposta original de Sikivie era então assumir que ETC não conserva isospin[†], mas TC sim. A implementação dessa quebra é realizada ao assumirmos que, por exemplo, um dos quarks membros de um dubleto eletrofraco tem as suas componentes quirais $L.H.$

[†]No Modelo Padrão, no limite em que $g_Y \rightarrow 0$, o setor de Higgs apresenta a existência da simetria global $SU(2)_L \times SU(2)_R$ (custodial symmetry), que garante a relação $\rho = 1$ a nível de árvore, esta simetria deve ser respeitada pela TC a fim de preservarmos tal relação.

e $R.H.$ em diferentes representações sob o grupo da ETC. Sendo o grupo mediador da ETC o $SU(3)_{ETC}$, digamos então que, tomando como exemplo a primeira geração, que a componente $R.H$ do quark d esteja na representação $\bar{\mathbf{3}}$ sob $SU(3)_{ETC}$, entretanto, a componente $L.H$ esteja na representação $\mathbf{3}$. Nesse caso podemos verificar que o quark d não receberá massa se acoplando a TC, porém, estando as componentes quirais $L.H$ e $R.H$ do quark u na mesma representação sob o grupo de ETC, teremos que este irá adquirir uma massa dinâmica $m_u \neq 0$.

A diferença no nosso caso é que, em primeiro lugar assumiremos como solução física para a auto-energia fermiônica a forma Irregular, já amplamente discutida em capítulos anteriores. Em segundo lugar, nós introduzimos a simetria $SU(2)_R$, pois esta junto com a simetria $SU(2)_L$, a nível de 2-loops, conforme o diagrama que apresentamos na Fig.(8.4), irá gerar massa para o quark b que será proporcional a $m_b \propto m_t \alpha_L \alpha_R \ln(M_R^2/M_L^2)$. Na subseção abaixo iniciamos a descrição deste modelo.

8.5.1 O Conteúdo Fermiônico do Modelo e a Massa do Top

De acordo com a estrutura de grupo que apresentamos na Eq.(8.19), o conteúdo de representação fermiônica, já tendo em mente que o grupo $G' \supset SO(12)$, pode ser decomposto em termos dos multipletos $\mathbf{16}$ de $SO(10)$ conforme[81]

(a) Setor fermiônico

$$\mathbf{16}^T = (t_1 \dots t_3, \nu_\tau, b_1 \dots b_3, \tau^-, b_1^c \dots b_3^c, \tau^+, -t_1^c \dots -t_3^c, -\nu_\tau^c)_L \quad (8.20)$$

(b) Setor espelho(mirror)

$$\mathbf{16}^{*T} = (\hat{t}_1 \dots \hat{t}_3, \hat{\nu}_\tau, \hat{b}_1 \dots \hat{b}_3, \hat{\tau}^-, \hat{b}_1^c \dots \hat{b}_3^c, \hat{\tau}^+, -\hat{t}_1^c \dots -\hat{t}_3^c, -\hat{\nu}_\tau^c)_L \quad (8.21)$$

A decomposição que apresentamos acima é perfeitamente natural, uma vez que esta combinação forma um espinor $\Psi^{+T} = (\Psi^{16}, \Psi^{16*})$ de $SO(12)$, e o índice $i = 1..3$ corresponde a um índice de cor.

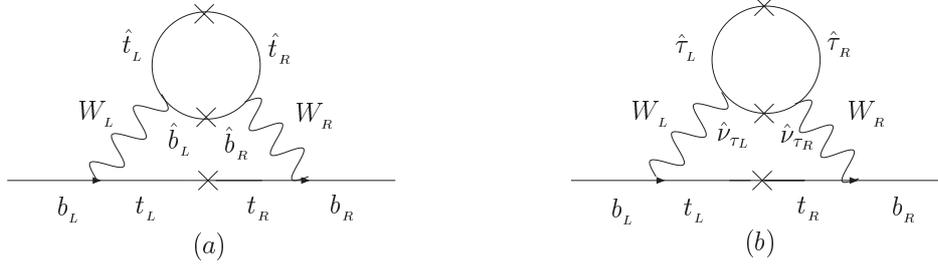


Figura 8.4: Diagramas que contribuem a massa do quark b . No diagrama (a) exibimos a contribuição a massa do quark b devido ao acoplamento com mirror quarks, enquanto a contribuição do diagrama (b) é devida a mirror-leptons.

Conforme mencionamos a justificativa para esta escolha em particular será apresentada mais adiante, por hora, vamos apenas apresentar a estrutura de quebra desta GUT para $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, que é discutida em detalhes na referência[81]

$$\begin{aligned}
 SO(12) &\xrightarrow{M_a} SU(4)_F \otimes SU(4)_C \\
 &\xrightarrow{M_b} SU(4)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_F \\
 &\xrightarrow{M_c} SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{C+F} \\
 &\xrightarrow{M_d} SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_S \\
 &\xrightarrow{M_R} SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y,
 \end{aligned} \tag{8.22}$$

onde estamos denotando $U(1)_{C+F} = U(1)_C \otimes U(1)_F$.

As diversas escalas de massa intermediárias ($M_{a..d}$, M_R) que são necessárias para quebrar a GUT baseada no grupo $SO(12)$ para $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, são determinadas a partir de vínculos impostos sobre o tempo de vida do próton e do valor não-renormalizado para o ângulo de mistura $\sin^2 \theta_w$ com relação ao valor experimental atribuído a esta quantidade $\sin^2 \theta_w = 0.23120(15)$ [82], sendo que tais relações são exibidas abaixo

$$\begin{aligned}
 1 - \frac{8}{3} \sin^2 \theta_w &= \frac{11\alpha}{6\pi} \left[\frac{4}{3} \log \frac{M_{GUT}^2}{M_L^2} + 2 \log \frac{M_R^2}{M_L^2} \right] \\
 \frac{\alpha}{\alpha_s} - \sin^2 \theta_w &= \frac{11\alpha}{6\pi} \left[\log \frac{M_R^2}{M_{GUT}^2} - \log \frac{M_R^2}{M_L^2} \right].
 \end{aligned} \tag{8.23}$$

e assumimos $M_{a..d} = M_{GUT} \propto 10^{16} GeV$.

Considerando agora o setor correspondente a ETC, nós podemos decompor o conteúdo fermionico em termos das interações mediadas pelos bósons de ETC segundo

$$\psi_{\mathbf{3}_{ETC}} = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ t \end{pmatrix}_{L,R}, \quad \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ b \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, 1) \quad \text{e} \quad \psi_{\bar{\mathbf{3}}_{ETC}} = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ b \end{pmatrix}_R \sim (\bar{\mathbf{3}}, 1).$$

Como é possível identificar na escolha do conteúdo de representação fermiônica exibido acima, as componentes quirais $L.H.$ e $R.H.$ associadas ao quark b estão em diferentes representações de ETC, portanto, conforme comentamos no início desta seção o quark b não receberá massa acoplando-se diretamente a TC, entretanto este irá receber massa através dos diagramas exibidos na Fig.(8.4).

As anomalias associadas a esta escolha de conteúdo fermiônico serão canceladas quando o setor associado aos leptons for incluído ao modelo.

Um ponto importante que devemos salientar é que nós não introduzimos um setor de ETC, contendo multipletos acoplando techniférmions a mirror férmions. Tal escolha decorre do fato de que estas partículas devem ser extremamente massivas se comparadas com a massa de férmions usuais.[‡] Logo, seria mais natural esperar que tais partículas obtenham massa através do mesmo mecanismo que promove a quebra de $SO(12) \rightarrow SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$.

Retomando novamente a Eq.(8.2), e identificando neste caso $\Lambda_G = \Lambda_{ETC}$, $\Lambda_S = \Lambda_{TC}$ com $c_G \alpha_G = c_{ETC} \alpha_{ETC}$ e $c_S \alpha_S = c_{TC} \alpha_{TC} \approx 1$, temos

$$m_t \sim c_{ETC} \alpha_{ETC} \Lambda_{TC}. \quad (8.24)$$

Conforme vimos anteriormente a solução Irregular apresenta um comportamento quase independente da escala de quebra de ETC, desta forma podemos assumir que a quebra

[‡]Segundo estimativas efetuadas na referência[83], mirror férmions se existirem, devem ter suas massas compreendidas entre $(1-10)TeV$

da ETC também possa vir a ser realizada perto da escala de grande unificação, e portanto, supor que $\Lambda_{ETC} \approx \Lambda_{GUT}$. O nosso intuito aqui será analisar as conseqüências do modelo a energias muito baixas, $O(1TeV)$, de modo que não iremos discutir o mecanismo responsável pela quebra da estrutura de GUT considerada, ou do grupo associado a ETC. Como hipótese de trabalho, estamos supondo que estas quebras, que acontecem próximas a escala de grande unificação, possam ser realizadas por algum mecanismo. A princípio estas quebras poderão ser realizadas pela introdução de escalares fundamentais.

Desta forma, exatamente como no caso tratado por Sikivie et. al, temos $m_t \neq 0$, entretanto $m_b = 0$ em ordem α_{ETC} . Na seqüência discutiremos como a massa do quark b será gerada em nosso modelo.

8.5.2 A Geração de Massa para o Quark Bottom

Conforme mencionamos, o quark b não adquire massa se acoplando diretamente a TC, este receberá massa a partir de diagramas iguais aos exibidos na Fig.(8.4). Nesta subseção iremos então avaliar a contribuição destes diagramas, assim, com base nas regras de Feynman, podemos escrever a seguinte expressão para a massa adquirida pelo quark b

$$m_b = -i \frac{\alpha_L \alpha_R}{\pi^2} \int \frac{d^4 q}{(q^2 - m_t^2)} [\Gamma^\mu D_{\mu\beta}(p - q) I^{\beta\delta}(l, p, q) D_{\delta\nu}(p - q) (\not{q} + m_t) \Gamma^\nu] \quad (8.25)$$

onde definimos

$$I^{\beta\delta}(l, p, q) = i \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} Tr [\Gamma^\beta S_F(l + p - q) \Gamma^\delta S_F(l)], \quad (8.26)$$

sendo que nestas expressões estamos usando a notação $\Gamma^{\mu\dots\nu} = \gamma^{\mu\dots\nu} \sigma^{a\dots d}$ e $\sigma^{a\dots d}$, para $d = 1, 2$ ou 3 . As matrizes $\sigma^{a\dots d}$ são geradores de $SU(2)_{L,R}$ e $D_{\mu\nu}(p - q)$ é o propagador associado aos bósons W_L ou W_R escrito no gauge de Landau.

Após efetuarmos a integração angular da Eq.(8.25), podemos colocar esta na forma

$$\frac{m_b}{m_t} \approx -f(\alpha, n_{\hat{F}}) \int \frac{dq^2}{(q^2 + m_t^2)} \frac{(q^2 + M_t^2)}{(q^2 + M_L^2)} \frac{q^2}{(q^2 + M_R^2)}. \quad (8.27)$$

onde $M_{\hat{i}}^2 = 3m_{\hat{i}}^2/4$, e $m_{\hat{i}}^2$ é a massa atribuída ao mirror-top. Na obtenção desta equação, por simplicidade, nós consideramos a aproximação de momento zero para os propagadores externos. Como as contribuições dos diagramas (a) e (b) apresentados nas figuras são similares, nós apenas estamos considerando o primeiro diagrama exibido na Fig.(8.4), e a função $f(\alpha, n_{\hat{F}})$ que aparece multiplicando a integral Eq.(8.27) apresenta a forma

$$f(\alpha, n_{\hat{F}}) = \frac{27}{64\pi^2} \alpha_L \alpha_R n_{\hat{F}} C_{2F}^L C_{2F}^R, \quad (8.28)$$

sendo que $n_{\hat{F}}$ é o número de mirror-férmions que correm no loop e $C_{2F}^L = C_{2F}^R = 3/4$.

Uma simples contagem de potências na integral Eq.(8.27), nos mostra que esta é logaritmicamente divergente[§]. E neste ponto cabe agora a explicação do porque foi assumido como grupo de unificação, o modelo baseado em $SO(12)$.

O argumento para esta escolha segue a partir do seguinte fato, o modelo idealizado por nós é similar a um proposto por Barr e Zee[84] há muitos anos atrás. A proposta do trabalho de Barr e Zee era a de fornecer massa para o elétron via correções radiativas que vinham a nível de 1-loop através de acoplamentos com o múon que chegavam neste modelo via troca de bosons mediadores de uma simetria horizontal. Sendo que o múon adquiria massa acoplando-se também a um lépton exótico X . Os diagramas em questão também são logaritmicamente divergentes, entretanto, ao assumir uma mistura entre léptons usuais[¶] com os léptons exóticos Barr e Zee mostraram que estas divergências se cancelavam, mantendo finita a massa do elétron e do múon, que eram os léptons incluídos em seu modelo.

Finalmente, agora podemos justificar a nossa escolha para o grupo de grande unificação, pois, essa é a estrutura mínima que abriga uma geração completa de férmions usuais e uma de mirror-férmions. Os mirror-férmions introduzidos em nosso modelo desempenham exatamente a mesma função que os léptons exóticos desempenhavam no modelo de Barr e Zee. Uma vez que, se assumirmos que férmions se misturam com seus mirror parceiros,

[§]Esse caso é similar ao discutido na página 93.

[¶]Neste modelo em particular foram considerados apenas o elétron (e) e o múon (μ).

teremos que a expressão para massa adquirida pelo quark b , por exemplo, passa agora a ser escrita na seguinte forma

$$\begin{aligned}
 m_b \approx & -f(\alpha, n_{\hat{F}})m_t(\omega) \int \frac{dq^2}{(q^2 + m_t^2)} \frac{(q^2 + M_{\hat{t}}^2)}{(q^2 + M_L^2)} \frac{q^2}{(q^2 + M_R^2)} + \\
 & -f(\alpha, n_{\hat{F}})m_{\hat{t}}(\omega) \int \frac{dq^2}{(q^2 + m_{\hat{t}}^2)} \frac{(q^2 + M_{\hat{t}}^2)}{(q^2 + M_L^2)} \frac{q^2}{(q^2 + M_R^2)}. \quad (8.29)
 \end{aligned}$$

onde por simplicidade definimos

$$\begin{aligned}
 m_t(\omega) &= m_t(\cos \omega_L)(\cos \omega_R) \\
 m_{\hat{t}}(\omega) &= m_{\hat{t}}(\sin \omega_L)(\sin \omega_R). \quad (8.30)
 \end{aligned}$$

Como no modelo de Barr e Zee, podemos escrever $m_t(\cos \omega_L)(\cos \omega_R) = -m_{\hat{t}}(\sin \omega_L)(\sin \omega_R)$, tomando esta relação, após a integração da Eq.(8.29), podemos escrever a parte divergente desta conforme

$$m_b(\Lambda) \propto m_t(\cos \omega_L)(\cos \omega_R)A \log \Lambda^2 - m_{\hat{t}}(\sin \omega_L)(\sin \omega_R)B \log \Lambda^2, \quad (8.31)$$

onde A é uma função das massas $(m_t^2, M_{\hat{t}}^2, M_{L,R}^2)$, enquanto B é função das massas $(m_{\hat{t}}^2, M_{\hat{t}}^2, M_{L,R}^2)$.

Nós podemos agora tomar $\Lambda \rightarrow \infty$, uma vez que a combinação das contribuições dos dois setores da teoria nos dão um resultado finito. Na referência[85] os autores efetuam uma estimativa para o valor do ângulo de mistura entre férmions e mirror-férmions como sendo da ordem $\omega \lesssim 10^{-3}$, e neste caso podemos assumir $\cos \omega \sim 1$. Assim, após efetuarmos a integração da Eq.(8.27), temos

$$\frac{m_b}{m_t} \approx \frac{243}{1024\pi^2} \alpha_L \alpha_R n_{\hat{F}} \frac{M_R^2}{(M_R^2 - M_L^2)} \left[\frac{(M_{\hat{t}}^2 - M_R^2)}{(m_t^2 - M_R^2)} + \frac{(M_{\hat{t}}^2 - M_R^2)}{(m_{\hat{t}}^2 - M_R^2)} \right] \log \frac{M_R^2}{M_L^2}. \quad (8.32)$$

Devemos ainda notar que a escala de massa M_R , nesse modelo em particular, está vinculada as relações, Eq.(8.23), de modo que para mantermos $\sin^2 \theta_w = 0.231$ com $M_{GUT}^2 \propto 10^{16} GeV$ nós temos que impor que a quebra associada a simetria $SU(2)_R$ ocorra a $M_R \approx O(10^{12-13} GeV)$. Assim, em vista deste fato, nós podemos desprezar na

Eq.(8.32) as massas dos férmions e mirror-férmions em comparação com M_R e reescrever a Eq.(8.32) simplesmente como

$$\frac{m_b}{m_t} \approx \frac{243}{512\pi^2} \alpha_L \alpha_R n_{\hat{F}} \frac{M_R^2}{(M_R^2 - M_L^2)} \log \frac{M_R^2}{M_L^2}, \quad (8.33)$$

que independe da massa dos férmions e mirror-férmions introduzidos no modelo. Na Fig.(8.5) apresentamos o comportamento da massa do quark b como função da razão entre as massas dos bósons associados as simetrias $SU(2)_R$ e $SU(2)_L$

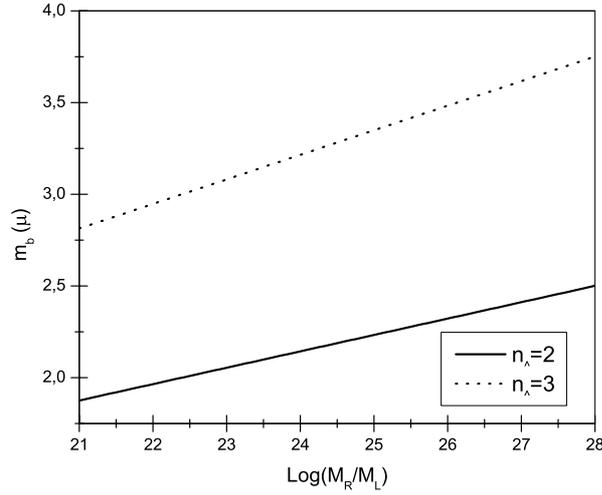


Figura 8.5: Comportamento da massa adquirida pelo quark b , $m_b(\mu)$, como função da razão $\frac{M_R^2}{M_L^2}$. No quadro apresentado no canto inferior nós estamos indicando o número de gerações de mirror-férmions introduzidos no modelo por $n_{\sim} \equiv n_{\hat{F}} = 2$ and $n_{\hat{F}} = 3$.

Na elaboração deste gráfico, nós já assumimos efeitos de renormalização da massa do quark b a baixas energias, onde por simplicidade apenas correções radiativas associadas a QCD foram incluídas[78], ou seja

$$m_b(\mu) \approx m_b(\Lambda_{GUT}) \left(\frac{\alpha_{QCD}}{\alpha_{GUT}} \right)^{4/(11-\frac{2}{3}n_f)}. \quad (8.34)$$

Os valores numéricos assumidos para as várias constantes que aparecem na Eq.(8.33) foram os seguintes $\alpha_L = \sqrt{2}G_F M_L^2/\pi \sim 1/22$, $\alpha_R \sim 1/37^\parallel$, $\alpha_{GUT} \sim 1/45$, $\alpha_{QCD}(\mu^2 = 10GeV^2) \approx 0.32$ com $m_t \approx 178 GeV$ e $n_f = 6$. G_F e α_{QCD} são respectivamente as constantes de Fermi e a constante de acoplamento da QCD.

Assim, podemos obter uma razão entre as massas dos quarks top e bottom da ordem de $R \sim \frac{1}{40}$ sem introduzir violações do parâmetro de precisão, T , que é definido segundo a relação[86]

$$\alpha T = \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W} - 1 = \rho - 1 = \delta\rho, \quad (8.35)$$

Um fato interessante que ressaltamos em nosso modelo é que somos capazes de relacionar a grande diferença de massa entre os quarks da terceira geração com a associada a quebra das simetrias $SU(2)_L$ e $SU(2)_R$.

^{||}Este valor é obtido ao efetuarmos a extrapolação de α_R até a escala $M_R \sim 10^{12} GeV$.

Conclusões

Neste trabalho revisitamos os aspectos mais gerais associados a modelos baseados em Technicolor. Estes modelos são uma alternativa para o mecanismo usual de quebra de simetria eletrofraca no Modelo Padrão, o mecanismo de Higgs.

No capítulo 2 mostramos que a realização da quebra de simetria via introdução deste mecanismo apresenta problemas que são conhecidos como problemas de naturalidade e trivialidade.

Conforme relatamos no capítulo 5, a elaboração de modelos de quebra dinâmica de simetria também apresenta muitas dificuldades. Como vimos, a maioria destes problemas pode ser relacionado à dinâmica da teoria. Pois, em primeira instância, assumimos uma dinâmica para a TC similar a da QCD, com base na expansão do produto de operadores, obtemos a forma Regular para a auto-energia fermiônica $\Sigma(p)_R \sim \Lambda_{TC}^3 \ln(p^2/\Lambda_{TC}^2)/p^2$, que como mostramos consiste na principal fonte de problemas para a elaboração de modelos fenomenológicos de quebra dinâmica de simetria, uma vez que esta leva a (FCNC).

De acordo com a discussão que realizamos no fim de capítulo 5, modificações na dinâmica da teoria resolveriam este problema, uma vez que levam a um comportamento para a auto-energia ditado pela forma Irregular $\Sigma(p)_I \sim \Lambda_{TC} \ln(p^2/\Lambda_{TC}^2)$. Independentemente desse fato, retomando a discussão que realizamos no capítulo 6, vimos que apenas a solução Irregular leva a um mínimo de energia mais profundo para o potencial efetivo $V(\Sigma)$, o que a caracterizaria como uma legítima solução física. Esta solução sempre foi combatida por preconceitos vindos a partir de OPE, pois, como mostramos esta não é obtida através desta técnica. Entretanto, em adição ao argumento que apresentamos

acima, devemos ter mente que o nosso conhecimento a respeito do comportamento não-perturbativo de uma teoria de interações fortes como a QCD é muito pequeno. Tendo em mente esse fato, podemos imaginar que efeitos importantes, que poderiam levar a modificações na forma da auto-energia fermiônica, podem estar sendo desprezados.

Como uma ilustração destas idéias podemos citar que recentemente foi mostrado que o condensado de gluons de dimensão 2 $\langle A_\mu A^\mu \rangle$ é um invariante de gauge[88], a introdução desse termo na expansão obtida a partir de OPE para $S'_F(p)$ ** modificaria o comportamento obtido para a auto-energia fermiônica para

$$\Sigma(p) \sim \frac{a \langle \bar{q}q \rangle}{p^2 - b \langle A_\mu A^\mu \rangle},$$

onde definimos $a = 3(N_c^2 - 1)\pi\alpha_s(\mu^2)/2N_c^2$ e $b = \pi\alpha_s(\mu^2)/N_c$.

Observando a expressão acima, podemos verificar que a dependência com o momento desta é mais suave que a solução apresentada na Eq.(5.12).

Para finalizar este assunto, como um comentário complementar, devemos notar que quando assumimos a dinâmica atribuída a TC exatamente similar a da QCD, também de certa forma estamos assumindo que o vácuo atribuído a esta será também similar ao da QCD. Em outras palavras, partimos do pressuposto que o vácuo associado a TC ($\sim 1 TeV$) é idêntico ao da QCD ($\sim 200 MeV$). Essa visão pode realmente não ser correta, por exemplo se acreditarmos que a supersimetria seja de fato uma simetria realizada pela natureza, é possível que possamos também ter contribuições vindas a partir de parceiros supersimétricos dos condensados $\langle \bar{Q}Q \rangle$ e $\langle A_\mu A^\mu \rangle$ [89], e a inclusão destes provavelmente levaria a uma modificação na forma para a auto-energia $\Sigma(p)$ que deve ser realizada pela natureza.

Para encerrar a discussão sobre a forma que é assumida para auto-energia fermiônica, conforme mostramos no capítulo 7, a forma Irregular também nos proporciona um limite superior sobre a massa que é gerada dinamicamente, de maneira que é possível que a massa do quark top já tenha saturado este limite.

** $S'_F(p)$ corresponde ao propagador completo fermiônico.

Com relação a desenvolvimentos futuros podemos delinear duas direções distintas: Como mostramos no capítulo 8, assumindo a solução Irregular como solução física, elaboramos um modelo onde três gerações de férmions adquirem massa dinâmica. Entretanto, conforme enfatizamos, devido ao fato de todos os férmions da terceira geração se acoplarem a TC, temos que os valores obtidos para a massa dos quarks (b, s) e dos léptons (τ, μ) estão em completo desacordo com os valores medidos. Entretanto, como mostramos na seção (8.5) é possível elaborarmos um mecanismo para gerar os “splittings” de massa necessários para tornar os valores que obtivemos para as massas fermiônicas, pelo menos com relação ao setor dos quarks, compatíveis com os valores requeridos experimentalmente.

Assim, como uma previsão de trabalho futuro, pretendemos incorporar ao nosso modelo o mecanismo que apresentamos na seção (8.5), onde discutimos essencialmente uma forma de promover grandes “splittings” de massa em modelos de TC. Obtendo sucesso nessa empreitada, teremos bastante trabalho a ser feito, uma vez que com o modelo fechado, poderemos efetuar a fenomenologia deste.

Uma segunda linha de pesquisa que poderá ser desenvolvida em paralelo a que apresentamos acima, seria voltada justamente ao entendimento da origem da solução Irregular, pois, como mencionamos na página anterior, resultados muito recentes apontam para a existência de um condensado de gluons invariante de gauge de dimensão 2, $\langle A^\mu A_\mu \rangle \neq 0$. E até onde sabemos nenhum autor chegou a discutir em detalhes a introdução destes efeitos em modelos de TC.

Apêndice A

Integração Angular da Equação para $A(p^2)$

Neste apêndice mostraremos que a integração angular da Eq.(4.7) leva ao resultado $A(p^2) = 1$, para tanto consideremos

$$(A(p^2) - 1)p^2 = i \frac{e^2}{(2\pi)^4} \int d^4 q \gamma_\mu \left[g^{\mu\nu} - \frac{(p-q)^\mu (p-q)^\nu}{(p-q)^2} \right] \frac{1}{(p-q)^2} \frac{A(q^2) \not{q} \gamma_\nu \not{p}}{A^2(q^2)q^2 - B^2(q^2)}, \quad (\text{A.1})$$

notando ainda que

$$\gamma_\mu (g^{\mu\nu} - (p-q)^\mu (p-q)^\nu) \not{q} \gamma_\nu \not{p} = -2(p \cdot q) - 2(q \cdot k)(k \cdot p) + k^2(q \cdot p), \quad (\text{A.2})$$

onde $k = p - q$, podemos escrever

$$\gamma_\mu \left[g^{\mu\nu} - \frac{(p-q)^\mu (p-q)^\nu}{(p-q)^2} \right] \not{q} \gamma_\nu \not{p} = -(p \cdot q) - \frac{2q \cdot (p-q)p \cdot (p-q)}{(p-q)^2}. \quad (\text{A.3})$$

Todavia, podemos mostrar com um pouco de álgebra que

$$q \cdot (p-q)p \cdot (p-q) = (p^2 + q^2)(q \cdot p) - q^2 p^2 - (q \cdot p)^2 = (q \cdot p)(p-q)^2 + (q \cdot p)^2 - q^2 p^2 \quad (\text{A.4})$$

de forma que a Eq.(A.3) pode ser agora reescrita como

$$-(p \cdot q) - \frac{2q \cdot (p-q)p \cdot (p-q)}{(p-q)^2} = - \left(3(p \cdot q) + 2 \frac{(q \cdot p)^2 - q^2 p^2}{(p-q)^2} \right). \quad (\text{A.5})$$

Portanto, com base nesta podemos escrever

$$(A(p^2) - 1)p^2 = -i \frac{e^2}{(2\pi)^4} \int d^4q \frac{1}{(p-q)^2} \frac{A(q^2)}{A^2(q^2)q^2 - B^2(q^2)} \left(3(p \cdot q) + 2 \frac{(q \cdot p)^2 - q^2 p^2}{(p-q)^2} \right), \quad (\text{A.6})$$

logo, após efetuarmos a passagem para o espaço Euclidiano, temos

$$(A(p^2) - 1)p^2 = -\frac{e^2}{(2\pi)^4} \int d^4q \frac{1}{(p-q)^2} \frac{A(q^2)}{A^2(q^2)q^2 + B^2(q^2)} \left(3(p \cdot q) - 2 \frac{q^2 p^2 - (q \cdot p)^2}{(p-q)^2} \right). \quad (\text{A.7})$$

Finalmente, estamos prontos para efetuar agora a integração nas variáveis angulares desta última, de modo que omitindo as constantes que aparecem á frente dessa e o termo proporcional a $A(q^2)$, uma vez que este não envolve variáveis angulares, temos que a parte angular da integral acima é escrita na forma

$$I_\Omega = -3\alpha \int d\Omega \frac{\cos \theta}{(1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos \theta)} + 2\alpha^2 \int d\Omega \frac{\sin^2 \theta}{(1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos \theta)^2} = I_{\Omega_a} + I_{\Omega_b}. \quad (\text{A.8})$$

onde definimos $\alpha = \frac{q}{p}$. Vamos agora passar para a integração destas, então, notando que $d\Omega = 4\pi \sin^2 \theta d\theta$, podemos escrever

$$I_{\Omega_a} = -12\pi\alpha \int_0^\pi d\theta \frac{\cos \theta \sin^2 \theta}{(1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos \theta)} = -\frac{3\pi^2}{\alpha^2} \quad (\text{A.9})$$

e

$$I_{\Omega_b} = 8\pi\alpha^2 \int_0^\pi d\theta \frac{\sin^4 \theta}{(1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos \theta)^2} = \frac{3\pi^2}{\alpha^2}, \quad (\text{A.10})$$

de forma que a soma destas duas integrais nos leva ao resultado $A(p^2) - 1 = 0$.

Apêndice B

Solução da Equação Diferencial para $B(p^2)$

Mostraremos neste apêndice que a equação diferencial para $B(y)$ é satisfeita pela Eq.(4.19), assim, com este fim retomemos novamente a equação diferencial para $B(y)$, já assumindo a troca de variável $z = \frac{y}{m^2}$

$$\left[z(1-z) \frac{d^2}{dz^2} + (2-2z) \frac{d}{dz} - \frac{3\alpha}{4\pi} \right] B(-m^2 z) = 0, \quad (\text{B.1})$$

de forma que considerando a equação diferencial satisfeita pela função Hipergeométrica [38][39]

$$\left[z(1-z) \frac{d^2}{dz^2} + (c - (a+b+1)z) \frac{d}{dz} - ab \right] {}_2F_1(a, b, c; z) = 0, \quad (\text{B.2})$$

temos por comparação

$$c = 2 \quad a + b + 1 = 2 \quad \text{e} \quad ab = \frac{3\alpha}{4\pi}. \quad (\text{B.3})$$

Assim, resolvendo este sistema obtemos

$$b = \frac{1 \pm \omega}{2} \quad a = \frac{1 \mp \omega}{2} \quad \text{sendo} \quad \omega = \sqrt{1 - \frac{3\alpha}{\pi}}. \quad (\text{B.4})$$

Podemos ainda considerar a relação de recorrência, Eq.(4.20), de forma que a solução mais geral da equação diferencial que é satisfeita pela função Hipergeométrica pode ser escrita como

$$\begin{aligned}
{}_2F_1(a, b, c; z) = & A_1 {}_2F_1(a, b, c; z) + B_1 (-z)^{-a} {}_2F_1(a, a+1-c, a+1-b; \frac{1}{z}) + \\
& B_2 (-z)^{-b} {}_2F_1(b, b+1-c, b+1-a; \frac{1}{z}).
\end{aligned}
\tag{B.5}$$

Então, substituindo $z = -\frac{y}{\Lambda^2}$ e os valores correspondentes a a , b e c , temos que a solução mais geral para $B(y)$ toma a forma [39]

$$\begin{aligned}
B(y) = & A_1 {}_2F_1 \left[\frac{1+\omega}{2}, \frac{1-\omega}{2}, 2, -\frac{y}{m^2} \right] + \\
& B_1 \left(\frac{y}{m^2} \right)^{-\frac{1+\omega}{2}} {}_2F_1 \left[\frac{1+\omega}{2}, \frac{\omega-1}{2}, \omega+1, \left(-\frac{y}{m^2} \right)^{-1} \right] + \\
& B_2 \left(\frac{y}{m^2} \right)^{-\frac{1-\omega}{2}} {}_2F_1 \left[\frac{1-\omega}{2}, -\frac{\omega+1}{2}, 1-\omega, \left(-\frac{y}{m^2} \right)^{-1} \right].
\end{aligned}
\tag{B.6}$$

Entretanto, para determinarmos o valor das constantes A_1 , B_1 e B_2 , necessitamos saber que condições de contorno a solução da equação diferencial deverá satisfazer, sendo que listamos tais condições na página 44. Como sabemos que o fenômeno de geração dinâmica de massa é essencialmente não-perturbativo, uma vez que a condensação tanto dos quarks (QCD), quanto dos techniquarks (TC), ocorre para $\alpha_{QCD(TC)} \sim 1$ estaremos, então, justamente interessados no comportamento desta solução na região infravermelha, de modo que, considerando a condição de contorno Eq.(4.17),

$$\begin{aligned}
\lim_{y \rightarrow 0} y^2 \frac{dB(y)}{dy} = & 0
\end{aligned}
\tag{B.7}$$

teremos

$$\lim_{y \rightarrow 0} y^2 \frac{dB(y)}{dy} = B_1 y^{-\frac{1+\omega}{2}} f(y) = B_2 y^{-\frac{1-\omega}{2}} g(y) \neq 0. \quad (\text{B.8})$$

Assim, a condição de contorno Eq.(B.7) é apenas satisfeita se tomarmos $B_1 = B_2 = 0$. Desta forma a solução da equação diferencial válida para esta região é

$$B(y) = A_1 {}_2F_1\left(\frac{1+\omega}{2}, \frac{1-\omega}{2}, 2, -\frac{y}{m^2}\right), \quad (\text{B.9})$$

notando ainda que esta solução é normalizada segundo[87]

$$B(0) = m. \quad (\text{B.10})$$

Podemos então finalmente escrever a Eq.(B.9) na forma

$$B(y) = m {}_2F_1\left(\frac{1+\omega}{2}, \frac{1-\omega}{2}, 2, -\frac{y}{m^2}\right) \quad (\text{B.11})$$

que é justamente a Eq.(4.19).

Apêndice C

Diagramas do Modelo

Neste apêndice apresentamos as contribuições a massa dos fermions que são introduzidos em nosso modelo (capítulo 8), abaixo listamos então as contribuições aos quarks de carga $2/3$, e na sequência as contribuições relativas aos quarks de carga $1/3$ e também dos léptons

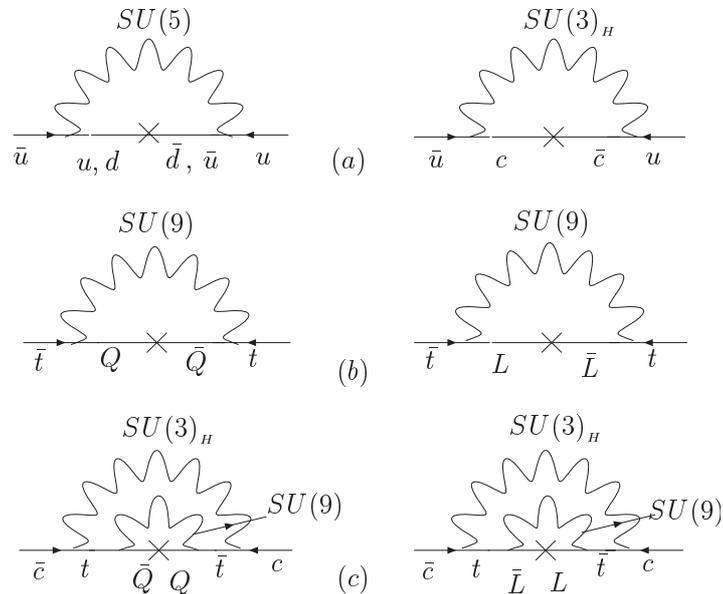


Figura C.1: O conjunto de diagramas acima irá contribuir para a massa dos quarks de carga $2/3$. Na figura (a) apresentamos as contribuições de $SU(5)$ e $SU(3)_H$ aos férmions da primeira geração, enquanto na figura (c) apresentamos as contribuições de $SU(9)$.

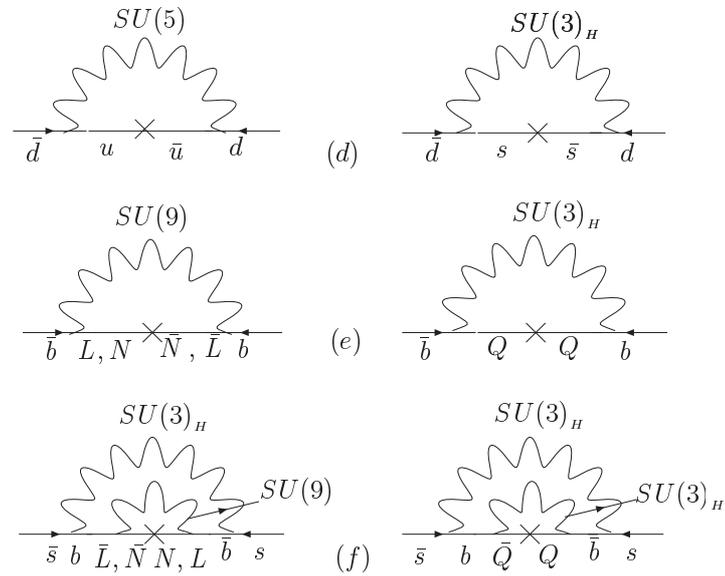


Figura C.2: Contribuições à massa dos quarks de carga $1/3$.

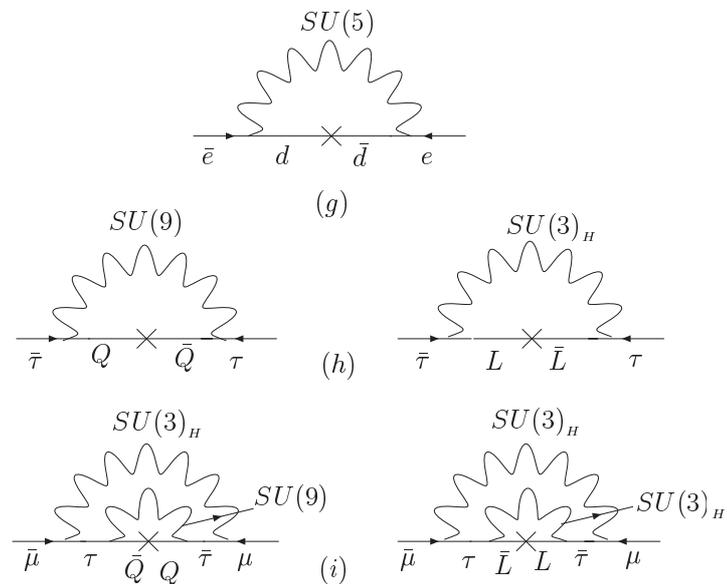


Figura C.3: Contribuições à massa dos léptons.

Bibliografia

- [1] S. L. Glashow, *Nucl. Phys.* **22**, 579 (1961);
S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett* **19**, 1264 (1967);
A. Salam, *Elementary particle Theory*, N. Svartholm, Ed., Almqvist and Wiksell 367 (1968);
Chris Quigg, *Gauge Theories of the Strong, Weak, and Electromagnetic Interactions* (Addison-Wesley, 1980).
- [2] J. R. Ellis, *Perspectives in Physics Beyond the Standard Model*, CERN-TH-98/344;
R. Sekhar Chivukula, hep-ph/9409233, 1994.
- [3] J. Schukraft, *Nucl. Phys.* **A698**, 287 (2002).
- [4] H. Spiesberger, M. Spira and P. M. Zerwas *The Standard Model: Physical Basis and Scattering Experiments* (Academic Press, London, 2000) 1505-1533.
- [5] P. Langacker, *Precision Tests of the Standard Electroweak Model* (World Singapore, 1995); Gordon Kane, *Modern Elementary Particle Physics* (Addison - Wesley Publishing Company, 1987).
- [6] T. W. B. Kibble, *Phys. Rev. Lett.* **13**, 585 (1965), *Phys. Rev.* **155**, 1554 (1967).
- [7] A. Zadra, *Anomalias, Investigações Perturbativas e Topológicas* (Monografia de Qualificação para Doutorado, IFT - 1989); Lewis H. Ryder, *Quantum Field Theory* (Cambridge University Press, 1980); C. Itzykson e J. B. Zuber, *Quantum*

- Field Theory* (McGraw-Hill, 1980), S. B. Treiman, R. Jackiw e D. J. Gross, *Current Algebra and Its Applications*, (Princeton University Press, 1972).
- [8] G. 't Hooft, *Nucl. Phys.* **B35**, 167 (1971);
D. J. Gross and R. Jackiw, *Rev. Rev.***D6**, 477 (1972).
- [9] S. L. Adler e W. A. Bardeen, *Phys. Rev.* **182**, 1517 (1969).
- [10] K. Huang, *Quarks, Leptons and Gauge Fields* (World Scientific, 1982);
M. E. Peskin e Daniel V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory* (McGraw-Hill, 1980).
- [11] F. Pisano e V. Pleitez, *Phys. Rev.* **D46**, 410 (1992);
P. H. Frampton, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2889 (1992);
F. Pisano e V. Pleitez, *Phys. Rev.* **D51**, 3865 (1995).
- [12] A. Doff, *Quantização da Carga Elétrica em Teorias com Grupo de Gauge Semi-Simples* (Dissertação de Mestrado, UFPR - 2001);
A. Doff e F. Pisano, *Mod. Phys. Lett.* **A14**, 1133 (1999);
A. Doff e F. Pisano, *Phys. Rev.* **D63**, 0979031 (2001).
- [13] A. Doff e F. Pisano, *Mod. Phys. Lett.* **A15**, 1471 (2000).
- [14] L. Susskind, *Phys. Rep.* **104**, 181 (1984).
- [15] L. Susskind, *Phys. Rev.* **D20**, 2619 (1979). L. Susskind e S. Dimopoulos, *Nucl. Phys.* **B155**, 237 (1979).
- [16] H. Geogi and S. L. Glashow, *Phys. Rev. Lett.* **32**, 438 (1974).
- [17] Graham G. Ross, *Grand Unified Theories*(The Benjamin/Cummings Publishing Company, 1985).
- [18] S. Coleman e E. Witten, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 100 (1980).

- [19] G. 't Hooft, *Recent Developments in Gauge Theories* (Plenum, New York, 1980).
- [20] S. Weinberg, *Phys. Rev.* **D13**, 974 (1976); S. Weinberg, *Phys. Rev.* **D19** 1277 (1979).
- [21] C. T. Hill and E. H. Simmons, *Phys. Rep.* **381**, 235 (2003).
- [22] D. J. Gross e F. Wilczek, *Phys. Rev.* **D8**, 3633 (1973);
D. J. Gross e F. Wilczek, *Phys. Rev.* **D9**, 980 (1974).
- [23] H. D. Politzer, *Phys. Rev. Lett.* **30**, 1346 (1973);
H. D. Politzer, *Phys. Rept.* **14**, 129 (1974).
- [24] H. E. Haber e G. L. Kane, *Phys. Rep.* **C117**, 75 (1985).
- [25] K. G. Wilson, *Phys. Rev.* **B4**, 3174 (1971);
K. G. Wilson, *Phys. Rev.* **B4**, 3184 (1971);
K. G. Wilson e J. Kogut, *Phys. Rept.* **12**, 75 (1974).
- [26] R. S. Chivukula e N. Evans, *Phys. Lett.* **B464**, 244 (1999).
- [27] S. L. Adler e R. F. Dashen, *Current Algebras* (W. A. Benjamin Inc., New York, 1968).
- [28] V. De Alfaro, S. Fubini, G. Furlan e C. Rosseti, *Currents in Hadron Physics* (North - Holland Publishing Co., Amsterdam, 1973).
- [29] R. Sekhar Chivukula, hep-ph/0011264, 2000.
- [30] L. Susskind e S. Dimopoulos, *Nucl. Phys.* **B155**, 237 (1979).
- [31] S. Raby, *Nucl. Phys.* **B187**, 446 (1981).
- [32] E. Eichten and K. Lane, *Phys. Lett.* **B90**, 125 (1980)
- [33] R. Sekhar Chivukula, hep-ph/9701322, 1997.

- [34] J. F. Donoghue, C. Ramirez e G. Valencia, *Phys. Rev.* **D38**, 2195 (1988);
M. Golden, T. Han e G. Valencia, hep-ph/9511206, 1995.
- [35] J. D. Bjorken e S. D. Drell, *Relativistic Quantum Fields* (Mcgraw - Hill, 1965).
- [36] V. A. Miransky, *Dynamical Symmetry Breaking in Quantum Field Theories* (World Scientific Publishing, 1993).
- [37] Craig D. Robertz e Bruce H. J. McKellar, *Phys. Rev.* **D41**, 672 (1990).
- [38] I. S. Gradshteyn e I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products* (Academic Press - fifth edition, 1994).
- [39] H. Bateman, *Higher Transcendental functions* (Mcgraw-Hill, 1953).
- [40] K. Lane, *Phys. Rev.* **D10**, 2605 (1974);
P. Langacker, *Phys. Rev. Lett.* **34**, 1592 (1975).
- [41] A. A. Natale, *Z. Phys.* **C21**, 273 (1984).
- [42] A. A. Natale, *Z. Phys.* **C30**, 427 (1986).
- [43] J. M. Cornwall and R. S. Shellard, *Phys. Rev.* **D18**, 1216 (1978).
- [44] K. G. Wilson, *Phys. Rev.* **179**, 1499 (1969).
- [45] H. D. Politzer, *Nucl. Phys.* **B117**, 397 (1976).
- [46] P. Pascual e E. de Rafael, *Z. Phys.* **C12**, 127 (1982).
- [47] B.W. Lee, J. R. Primack e S. B. Treiman, *Phys. Rev.* **D7**, 510 (1973);
R. E. Shrock e S. B. Treiman, *Phys. Rev.* **D19**, 2148 (1979).
- [48] B. McWilliams e O. Shanker, *Phys. Rev.* **D22**, 2853 (1980).
- [49] S. Dimopoulos, *Nucl. Phys.* **B168**, 69 (1980).

- [50] M. E. Peskin, *Nucl. Phys.* **B175**, 197 (1980).
- [51] K. Lane, hep-ph/9401324, 1994.
- [52] K. G. Wilson, *Broken Scale Invariance and Anomalous Dimensions*, (SLAC-PUB-0737 - 1970).
- [53] T. Appelquist, M. B. Einhorn, T. Takeuchi e L. C. R. Wijewardhana, *Phys. Lett.* **B220**, 223 (1989); *Phys. Lett.* **B232**, 211 (1989).
- [54] V. A. Miransky e Yamawaki, *Mod. Phys. Lett.* **A4**, 29 (1989);
K. Matumoto, *Prog. Theor. Phys.* **81** 277 (1989).
- [55] B. Holdom, *Phys. Rev.* **D24**, 1441 (1981); *Phys. Lett.* **B150**, 301 (1985).
- [56] T. Appelquist, D. Karabali e L. C. R. Wijewardhana, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 957 (1986); T. Appelquist e L. C. R. Wijewardhana, *Phys. Rev.* **D36**, 568 (1987);
T. Appelquist, D. Carrier, L. C. R. Wijewardhana e W. Zheng *Phys. Rev. Lett.* **60**, 1114 (1988).
- [57] A. Doff e A. A. Natale, *Phys. Lett.* **B537**, 275 (2002).
- [58] E. V. Gorbar e A. A. Natale, *Phys. Rev.* **D61**, 054012 (2000).
- [59] S. Gupta e H. Quinn, *Phys. Rev.* **D26**, 449 (1982).
- [60] J. M. Cornwall, R. Jackiw e E. Tomboulis, *Phys. Rev.* **D10**, 2428 (1974).
- [61] J. M. Cornwall, R. E. Norton, *Phys. Rev.* **D8**, 3338 (1973).
- [62] P. Castorina e S. Y. Pi, *Phys. Rev.* **D31**, 411 (1985).
- [63] A. Doff e A. A. Natale, *Phys. Rev.* **D68**, 077702 (2003).
- [64] M. Golden, *Phys. Lett.* **B338**, 295 (1994);
S. Jager e S. Willenbrock, *Phys. Lett.* **B435**, 139 (1998).

- [65] T. Appelquist e M. S. Chanowitz, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2405 (1987).
- [66] F. Maltoni, J. M. Niczyporuk e S. Willenbrock, *Phys. Rev.* **D65**, 033004 (2002).
- [67] H. Georgi e S. L. Glashow, *Phys. Rev. Lett.* **32**, 438 (1974).
- [68] H. Georgi, *Nucl. Phys.* **B156**, 126 (1979);
M. T. Vaughn, *J. Phys.* **G5**, 1317 (1979).
- [69] K. Lane, *Phys. Rev.* **D10**, 2605 (1974).
- [70] E. Farhi e L. Susskind, *Phys. Rev.* **D20**, 3404 (1979).
- [71] T. Appelquist e J. Terning, *Phys. Rev.* **D50**, 2116 (1994).
- [72] T. Appelquist e R. Shrock, *Phys. Lett.* **B548**, 204 (2002).
- [73] A. Doff e A. A. Natale, *Eur. Phys. J.* **C32**, 417 (2004).
- [74] F. Wilczek e A. Zee, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 421 (1974).
- [75] H. Fritzsch, *Phys. Lett.* **B70**, 436 (1977).
- [76] G. B. Gelmini, J. -M. Gérard, T. Yanagida e G. Zoupanos, *Phys. Lett.* **B135**, 103 (1984).
- [77] A. Doff e A. A. Natale, aceito para publicação em *Int. J. Mod. Phys. A*, hep-ph/0408193, 2004.
- [78] A. J. Buras, J. Ellis, M. K. Gaillard e D. V. Nanopoulos, *Nucl. Phys.* **B135**, 66 (1978)
- [79] Z. B. Berezhiani, *Phys. Lett.* **B150**, 177 (1985).
- [80] P. Sikivie, L. Susskind, M. Voloshin and V. Zakharov, *Nucl. Phys.* **B173**, 189 (1980);
S. Dimopoulos, S. Raby and P. Sikivie, *Nucl. Phys.* **B176**, 449 (1980);
P. Sikivie, *SLAC-PUB-2364*, Jul 1979.

-
- [81] S. Rajpoot and P. Sithikong, *Phys. Rev.* **D23**, 1649 (1981).
- [82] K. Hagiwara et al., *Phys. Rev.* **D66**, 010001 (2002).
- [83] J. Maalampi, *Nucl. Phys.* **B198**, 519 (1982).
- [84] S. M. Barr and A. Zee, *Phys. Rev.* **D17**, 1854 (1978).
- [85] I. Umemura and K. Yamamoto, *Phys. Lett.* **B108**, 37 (1982).
- [86] M. E. Peskin and T. Takeuchi, *Phys. Rev. Lett.* **65** 964 (1990); *Phys. Rev.* **D46**, 381 (1992).
- [87] Th. A. J. Maris, Victoria E. Herscovitz e Gerhard Jacob, *Phys. Rev. Lett.* **12**, 313 (1964).
- [88] Slavnov, A. A. hep-th/0407194 (2004); Ph. Boucaud et. al, *Phys. Rev.* **D63**, 114003 (2001), *Phys. Lett.* **B493**, 315 (2000); K. I. Kondo, *Phys. Lett.* **B514**, 335 (2001).
- [89] E. Witten, *Nucl. Phys.* **B188**, 513 (1981);
M. Dine, W. Fischler e M. Srednicki, *Nucl. Phys.* **B189**, 575 (1981);
M. Dine e M. Srednicki, *Nucl. Phys.* **B202**, 238 (1982).