



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

JOÃO PAULO DE OLIVEIRA FREITAS

ANÁLISE PARAMÉTRICA E OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE IMPLANTE
DENTÁRIO FUNDAMENTADOS NO ESTUDO DO COMPORTAMENTO
MECÂNICO DA REGIÃO DE INTERFACE OSSO-IMPLANTE

BAURU

2016

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

JOÃO PAULO DE OLIVEIRA FREITAS

ANÁLISE PARAMÉTRICA E OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE IMPLANTE
DENTÁRIO FUNDAMENTADOS NO ESTUDO DO COMPORTAMENTO
MECÂNICO DA REGIÃO DE INTERFACE OSSO-IMPLANTE

Dissertação de Mestrado apresentada
à Faculdade de Engenharia de Bauru,
ao programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica, na Área de
Projeto Mecânico, como parte dos
requisitos à obtenção do título de
Mestre em Engenharia Mecânica.

Prof. Dr. Edson Antonio Capello Sousa
Orientador

Prof. Dr. Paulo José Paupitz Gonçalves
Co-Orientador

BAURU
2016

Freitas, João Paulo de Oliveira.

Análise paramétrica e otimização estrutural de implante dentário fundamentados no comportamento mecânico da região de interface osso-implante / João Paulo de Oliveira Freitas, 2016

120 f. : il.

Orientador: Edson Antonio Capello Sousa

Co-orientador: Paulo José Paupitz Gonçalves

Dissertação (Mestrado)-Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia, Bauru, 2016

1. Biomecânica. 2. Implante dentário. 3. Análise paramétrica. 4. Otimização Estrutural. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. II. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE JOÃO PAULO DE OLIVEIRA FREITAS, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA.

Aos 22 dias do mês de julho do ano de 2016, às 14:00 horas, no(a) Anfiteatro da Seção Técnica de Pós-graduação da FEB, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. EDSON ANTONIO CAPELLO SOUSA - Orientador(a) do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru, Profa. Dra. EDMEA CASSIA BAPTISTA do(a) Departamento de Matemática / Faculdade de Ciências de Bauru - UNESP, Prof. Dr. ADRIANO ALMEIDA GONÇALVES SIQUEIRA do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Universidade de São Paulo/São Carlos, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de JOÃO PAULO DE OLIVEIRA FREITAS, intitulada **ANÁLISE PARAMÉTRICA E OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE IMPLANTE DENTÁRIO FUNDAMENTADOS NO ESTUDO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DA REGIÃO DE INTERFACE OSSO-IMPLANTE**. Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

Prof. Dr. EDSON ANTONIO CAPELLO SOUSA

Profa. Dra. EDMEA CASSIA BAPTISTA

Prof. Dr. ADRIANO ALMEIDA GONÇALVES SIQUEIRA

Dedico este trabalho aos meus pais, Edinalva e Paulo, minha irmã Jezuliane, meus avôs João e Idalício e minhas avós Maria (*in memoriam*) e Eufrázia (*in memoriam*). Pessoas que me ensinaram os valores da vida, o caráter e sempre estiveram presentes apoiando e incentivando meus feitos, mesmo que distantes fisicamente. Devo tudo a vocês.

AGRADECIMENTOS

Agradeço o dom da minha vida, os conhecimentos obtidos nela, a família me concedida e cada bom e ruim momento vivido, a Deus, que me guia hoje e sempre. Agradeço à minha família, sempre ao meu lado, torcendo e lutando por mim em especial à minha mãe Edinalva, constantemente preocupada com o desenrolar dos meus estudos e sempre dando força durante toda minha carreira acadêmica e profissional. Agradeço à minha namorada Ariane que veio me incentivando diariamente, vivenciando e entendendo a minha rotina corrida durante a dissertação.

Um grande obrigado aos meus orientadores, Edson Capello e Paulo Paupitz, que me apoiaram tanto na graduação quanto na pós-graduação e incentivaram durante as minhas decisões acadêmicas, vocês são hoje grandes amigos.

Meus agradecimentos também à professora Edmea Baptista, por sua disponibilidade em ajudar nos assuntos técnicos de maneira efetiva e respeitosa.

Obrigado ao pessoal dos laboratórios, pelas risadas, apoio às idas a Bauru e pelos conhecimentos obtidos e compartilhados: Bruno, Guilherme, Ana Cláudia, Gabriela, Lucas Rotelli, Otávio, Lucas Haro, Julio, Michael e Jovana, vocês são grandes amigos e que poderão sempre contar comigo.

Aqui deixo meu agradecimento também ao grupo de funcionários da Faculdade de Engenharia e da Pós-Graduação pelo apoio dado sempre que precisei, em especial à Araci e ao Gustavo.

Por fim, devo agradecer a todos os pesquisadores, autores e curiosos que compartilharam suas ideias, inovações, descobertas e estudos ao mundo, possibilitando que mais pessoas, assim como eu, possam desenvolver novos trabalhos e dar sua pequena contribuição no ramo técnico, científico e educacional.

“A verdadeira ignorância não reside na falta de conhecimentos, mas na falta de vontade de aceitá-los”.

(Karl Popper)

FREITAS, J. P. O. **Análise paramétrica e otimização estrutural de implante dentário fundamentados no estudo do comportamento mecânico da região de interface osso-implante.** Bauru, 2016. 120 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia de Bauru, Universidade Estadual Paulista, 2016.

RESUMO

Nas últimas décadas implantes dentários vêm sendo bem aceitos por odontologistas e pacientes devido à sua grande capacidade de reabilitação de funções e estética. Sendo assim, é constante a busca por soluções que forneçam boa estabilidade para o implante que está diretamente relacionada às características do sistema e do osso. A principal região de estudo é a interface osso-implante, em destaque para o osso cortical, onde a alta compressão acarreta o desgaste ósseo e instabilidade do implante. O trabalho em questão propõe a realização da análise paramétrica e a otimização da estrutura de um implante unitário em estado plano de deformação. Sendo assim, funções denominadas superfícies de resposta foram desenvolvidas. Nelas são fornecidos dados de geometria, carga e rigidez do osso cortical e como resposta são obtidas tensões de Von Mises no osso cortical. Simultaneamente, são identificados os parâmetros mais e menos influentes na resposta. Para isso, foram aplicados os conceitos de RSM (*Response Surface Methodology*) e DOE (*Design of Experiments*) juntamente com modelos em elementos finitos no plano bidimensional. Com a superfície de resposta definida, soluções de otimização estrutural foram desenvolvidas, para as quais objetivou-se a minimização da tensão no osso cortical e ao mesmo tempo a redução da área de osso removida, selecionando assim os melhores implantes para cada ponderação de objetivo. Assim, apresenta-se não só a interpretação da influência de cada parâmetro na resposta mecânica no osso, mas também um processo mais ágil na estimativa de tensões críticas através de funções e, com soluções multiobjetivas, dá suporte à escolha correta do implante, à investigação mais rápida de falhas e à proposta de soluções de forma mais apurada.

Palavras-chave: Bioengenharia, Análise Paramétrica, Otimização, Método dos Elementos Finitos, DOE, RSM.

FREITAS, J. P. O. **Parametric Analysis and structural optimization of dental implant based on study of mechanical behavior of the bone-implant interface area**. Bauru, 2016. 120 p. Master's Thesis (Master of Science in Mechanical Engineering) – Engineering College of Bauru, Sao Paulo State University, 2016.

ABSTRACT

Over recent decades dental implants have been well accepted by dentists and patients due to its great capacity for rehabilitation of function and aesthetics. Thus, it is a constant search for solutions that provide good stability to the implant that is directly related to system characteristics and bone. The main study area is the bone-implant interface, especially the cortical bone, where high compression causes bone wear and instability of the implant. The work in question proposes the realization of parametric analysis and optimization of the structure of a single implant in plane strain state. So, functions denominated as response surface have been developed. For them are provided data like geometry, load and cortical bone stiffness and as response are obtained Von Mises stress in cortical bone. At the same time more and less influential parameters are identified in the response. For this were applied the concepts of RSM (Response Surface Methodology) and DOE (Design of Experiments) with finite element models in two-dimensional plane. With the response surface defined, structural optimization solutions have been developed to which the goal was to minimize the stress in the cortical bone while reducing the area of bone removed, thus selecting the best implants for each weighing goal. Therefore, it presents not only the interpretation of the influence of each parameter on the mechanical response in the bone, but also a faster process in the estimation of critical stress functions and with multiobjective solutions, supports the correct choice of implant, faster research of failures and the proposal for more accurate form of solutions.

Keywords: Bioengineering, Parametric Analysis, Optimization, Finite Element Method, DOE, RSM.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação da fixação de um implante unitário na maxila.....	18
Figura 2 – Processo de montagem de um implante e coroa dentária desde a perda de um dente.	18
Figura 3 – Implante real instalado com detalhe para a divisão dos ossos mandibulares.	19
Figura 4 – Caminhos para solução de problemas de engenharia.....	26
Figura 5 – Elemento de uma dimensão de primeira ordem e segunda ordem, comumente utilizados para representar barras e vigas.	27
Figura 6 – Elementos de duas dimensões triangulares e quadrangulares de primeira e segunda ordem, comumente utilizados para representar estado plano de tensão/deformação e placas.	27
Figura 7 – Elementos de três dimensões tetraédricos, hexaédricos regulares e hexaédricos irregulares de primeira e segunda ordem, comumente utilizados para representar estados tridimensionais de tensão.....	28
Figura 8 – Elementos axissimétricos triangulares e quadrangulares, comumente utilizados para problemas axissimétricos.	28
Figura 9 – Elementos triangulares e quadrangulares e seus respectivos pontos de integração.	31
Figura 10 – Problema de membrana elíptica.	32
Figura 11 – Curva tensão-deformação em um ensaio de tração.....	33
Figura 12 – (a) Estado triaxial de tensões; (b) estado hidrostático; (c) elemento com distorção sem alteração de volume.	34
Figura 13 – Problemas em estado plano de deformação.....	37
Figura 14 – Deslocamentos e rotações das linhas de um elemento no plano xy	38
Figura 15 – Comparação entre os três tipos de CCD.....	51
Figura 16 – Exemplo de representação do modelo Box-Behnken.....	53
Figura 17 – Função objetivo J com dois objetivos em primeira ordem.....	55
Figura 18 – Função objetivo J com dois objetivos em segunda ordem.....	56
Figura 19 – Posição dos planos na mandíbula e descrição do plano utilizado nos modelos.	57

Figura 20 – Modelo desenvolvido no trabalho e prótese real estudada anteriormente pelo grupo.	58
Figura 21 – Região de Interesse.	60
Figura 22 – Representação dos parâmetros geométricos.	61
Figura 23 - Integração dos <i>softwares</i> utilizados.	63
Figura 24 – Processo de análise de convergência.	64
Figura 25 – Análise de convergência de malha.	65
Figura 26 – Modelo simplificado.	66
Figura 27 – Variação das tensões de Von Mises na região de interface osso cortical-implante para L = 4 mm e diâmetro variante.	67
Figura 28 – Variação das tensões de Von Mises na região de interface osso cortical-implante para D = 2 mm e comprimento variante.	68
Figura 29 – Variação das tensões de Von Mises na região de interface osso cortical-implante para L = 16 mm e diâmetro variante.	68
Figura 30 – Variação das tensões de Von Mises na região de interface osso cortical-implante para D = 8 mm e comprimento variante.	69
Figura 31 – Representação esquemática das três análises paramétricas, com seus respectivos máximos e mínimos valores de parâmetros.	71
Figura 32 – Algoritmo aplicado na análise paramétrica com RSM e DOE.	72
Figura 33 – Definição geométrica da área de osso removida.	82
Figura 34 – Fluxograma do algoritmo de otimização do projeto.	85
Figura 35 – Fronteira de Pareto para AOF de primeira ordem.	87
Figura 36 – Fronteira de Pareto para AOF de segunda ordem.	87
Figura 37 – Relação entre resposta e peso para a tensão na AOF.	88
Figura 38 – Distribuição dos resíduos da análise A.	89
Figura 39 – Correlação para a análise A.	90
Figura 40 – <i>p-values</i> da análise A.	91
Figura 41 – Coeficientes da análise A.	91
Figura 42 – Curvas do comportamento de cada parâmetro codificado na resposta da análise A.	92
Figura 43 – Distribuição dos resíduos da análise B.	93
Figura 44 – Plotagem de correlação para a análise B.	94
Figura 45 – <i>p-values</i> da análise B.	94
Figura 46 – Coeficientes da análise B.	95

Figura 47 – Curvas do comportamento de cada parâmetro codificado na resposta da análise B.	96
Figura 48 – Distribuição dos resíduos da análise C.	97
Figura 49 – Plotagem de correlação para a análise C.	97
Figura 50 – <i>p-values</i> da análise C.	98
Figura 51 – Coeficientes da análise C.	98
Figura 52 – Curvas do comportamento de cada parâmetro codificado na resposta da análise C.	99
Figura 53 – Curvas do comportamento de cada parâmetro codificado na resposta da análise C sem considerar os termos que influenciam a geometria da rosca.	100
Figura 54 – Otimização para $w_1 = 0,415$ e $w_2 = 0,585$	101
Figura 55 – Otimização para $w_1 = 0,695$ e $w_2 = 0,305$	102
Figura 56 – Otimização para $w_1 = 0,975$ e $w_2 = 0,025$	102
Figura 57 – Dimensões otimizadas para as três combinações de peso definidas.	103
Figura 58 – Tensão e área otimizadas para as três combinações de peso definidas.	103
Figura 59 – Tensões de Von Mises para $w_1 = 0,415$	105
Figura 60 – Tensões de Von Mises para $w_1 = 0,695$	105
Figura 61 – Tensões de Von Mises para $w_1 = 0,975$	106
Figura 62 – Soluções encontradas pelo algoritmo; vistas bidimensional e tridimensional.	108
Figura 63 – Exemplos de produtos comercializados.	108

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Comparativo de soluções de diferentes elementos para tensões em y. .	32
Tabela 2 – Exemplo de codificação de parâmetros para o modelo Box-Behnken.	52
Tabela 3 – Descrição do modelo de elementos finitos.	59
Tabela 4 – Propriedades mecânicas dos materiais utilizados nos modelos.	61
Tabela 5 – Descrição dos principais parâmetros geométricos.	62
Tabela 6 – Estudos em RSM e DOE realizados.	71
Tabela 7 – Parâmetros constantes e variáveis na análise A.	74
Tabela 8 – Dados para modelagem da análise A.	74
Tabela 9 – Parâmetros constantes e variáveis na análise B.	77
Tabela 10 – Dados para modelagem da análise B.	78
Tabela 11 – Parâmetros constantes e variáveis na análise C.	79
Tabela 12 - Dados para modelagem da análise C.	80
Tabela 13 – Funções de otimização do Matlab classificadas pela função objetivo e pela restrição.	84
Tabela 14 – Pesos máximos, médios e mínimos e respostas para a otimização sem restrições.	86

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

- AOF – *Aggregate Objective Function*;
- ANOVA – *Análise de Variância*;
- CCC – *Central Composite Circumscribed*;
- CCD – *Central Composite Design*;
- CCF – *Central Composite Face Centered*;
- CCI – *Central Composite Inscribed*;
- DOE – *Design of Experiments*;
- MEF – *Método dos Elementos Finitos*;
- RSM – *Response Surface Methodology*.

LISTA DE SÍMBOLOS

$\{d\}$ – Vetor de deslocamento nodal;

$\{f\}$ – Vetor de cargas nodais;

$\{\varepsilon\}$ – Vetor de deformação;

$[D]$ – Matriz de rigidez do material isotrópico;

$[k]$ – Matriz de rigidez elemental;

$[K]$ – Matriz de rigidez global;

(x_1, y_1) – Ponto de integração numérica;

a – Largura do topo do dente trapezoidal;

A – Área do implante;

A_{\min_r} – Área mínima do implante em unidade real;

A_{\max_r} – Área máxima do implante em unidade real;

A_{norm} – Área do implante normalizada;

b – Largura da base do dente trapezoidal;

c – Distância entre bases dos dentes trapezoidais;

d_e – Diâmetro externo da rosca;

d_{e_c} – Diâmetro externo da rosca codificado;

d_i – Diâmetro interno do implante na interface entre o osso cortical e o osso esponjoso;

d_{i_c} – Diâmetro interno do implante na interface entre o osso cortical e o osso esponjoso codificado;

d_{top} – Diâmetro de topo do implante;

d_{top_c} – Diâmetro de topo do implante codificado;

D – Diâmetro do implante;

e – Matriz de resíduos;

E – Módulo de Young (Módulo de elasticidade do material);

E_c – Módulo de elasticidade codificado;

f_i – Carga nodal;

F – Intensidade de carga real;

F_c – Intensidade de carga codificada;

$g(x)$ – Vetor de restrições dadas por inequações;

$h(x)$ – Vetor de restrições dadas por equações;

h_0 – Altura total do osso;

I – Matriz identidade;

$k_{i,j}$ – Rigidez elemental;

l, L – Comprimento do implante;

l_0 – Largura total do osso;

l_c – Comprimento do implante codificado;

n – Ordem da equação;

p – Passo de rosca;

R – Função que aplica erro estatístico nulo;

R^2 – Coeficiente de determinação;

s – Vetor das variáveis de folga positivas;

S – Função resposta (no projeto, tensão de Von Mises) com erro estatístico nulo;

S_{est} – Tensão de Von Mises estimada;

S_{min_r} – Tensão de Von Mises mínima em unidade real;

S_{max_r} – Tensão de Von Mises máxima em unidade real;

S_{norm} – Tensão de Von Mises normalizada;

S_{rup} – Tensão de ruptura do osso cortical;

t – Espessura do osso cortical;

u, d_i – Deslocamento nodal;

U – Energia de deformação por unidade de volume;

w_i – Peso da função objetivo μ_i ;

w_l – Peso associado ao ponto de integração numérica;

x_{ab} – Relação entre a largura do topo e a largura da base do dente trapezoidal;

x_{ab_c} – Relação entre a largura do topo e a largura da base do dente trapezoidal;

x_{cp} – Relação entre a distância entre bases e o passo de rosca;

x_{cp_c} – Relação entre a distância entre bases e o passo de rosca codificado;

x_{CODk} – Variáveis codificadas;

x_k – Variáveis naturais;

x_l – Limite inferior dos parâmetros de entrada;

x_u – Limite superior dos parâmetros de entrada;

X – Matriz de parâmetros de entrada;

y – Função resposta com erro estatístico incluído;

Y – Vetor de respostas;

α – Nível de significância;
 $\beta_i, \beta_{i,j}$ – Coeficiente polinomial;
 β – Vetor de coeficientes polinomiais;
 $\varepsilon_x, \varepsilon_1$ – Deformação na direção x;
 $\varepsilon_y, \varepsilon_2$ – Deformação na direção y;
 $\varepsilon_z, \varepsilon_3$ – Deformação na direção z;
 ϵ – Vetor de variáveis aleatórias;
 ϵ – Erro estatístico;
 σ_{av} – Tensão média;
 σ_e – Tensão de escoamento do material;
 σ_{VM} – Tensão de Von Mises;
 σ_x, σ_1 – Tensão normal na direção x;
 σ_y, σ_2 – Tensão normal na direção y;
 σ_z, σ_3 – Tensão normal na direção z;
 $\sigma^2(\epsilon)$ – Matriz de variância-covariância;
 τ_{xz} – Tensão de cisalhamento no plano xz;
 τ_{xy} – Tensão de cisalhamento no plano xy;
 τ_{yz} – Tensão de cisalhamento no plano yz;
 γ_{xy} – Deformação no plano xy;
 λ_j – Multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade;
 π_i – Multiplicadores de Lagrange associados às desigualdades;
 ν – Coeficiente de Poisson;
 μ – Parâmetro de barreira;
 μ_i – Função objetivo i;
 θ, θ_c – Ângulo de aplicação de carga;
 θ_c, θ_{c_c} – Ângulo de aplicação de carga codificado.

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	18
1.1.	Objetivos	21
1.2.	Divisão do trabalho	21
2.	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	22
2.1.	Implantes dentários e a remodelagem óssea	22
2.2.	Análise numérica de implantes dentários	23
2.3.	Interface osso-implante	25
2.4.	Método dos Elementos Finitos	25
2.5.	Critério de Von Mises	32
2.6.	Estado plano de deformação	36
2.7.	Análise paramétrica e otimização em implantes dentários	39
2.8.	Metodologia de Superfície de Resposta e Projeto por Experimentações	45
2.9.	Função Objetivo Agregada	53
3.	METODOLOGIA.....	57
3.1.	Descrição do modelo de elementos finitos	57
3.2.	Softwares adotados	62
3.3.	Convergência de malha.....	64
3.4.	Estudos preliminares.....	66
3.5.	Estudos paramétricos.....	69
3.6.	Otimização estrutural	81
4.	RESULTADOS.....	89
4.1.	Análise paramétrica para intensidade de carga, ângulo de aplicação de carga e rigidez do osso cortical	89
4.2.	Análise paramétrica para diâmetros e comprimento	93
4.3.	Análise paramétrica para intensidade de carga, diâmetro interno, comprimento e rosca.....	96
4.4.	Otimização dos diâmetros e comprimento	100
5.	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	107
6.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	110

1. INTRODUÇÃO

O uso de implantes ósseo-integrados tornou-se prática comum entre os especialistas da área odontológica, devido aos inúmeros registros de casos bem sucedidos. Porém, nem todos os implantes têm seu sucesso a longo prazo atingido. Isso se deve a diversos fatores, sejam eles biológicos ou mecânicos.

A ideia da utilização dos implantes dentários é a substituição da função da estrutura dentária natural, que por algum motivo foi extraída. Além das funções mecânicas, os implantes dentários também fornecem o ajuste estético, outro motivo que atraiu o interesse de pacientes e clínicos. A Figura 1 apresenta esquematicamente como um implante dentário unitário fixa-se no osso do paciente e a Figura 2 mostra simplificada o processo de montagem do implante e da coroa dentária desde a perda de um dente.



Figura 1 – Representação da fixação de um implante unitário na maxila.

Fonte: ECG Dental, 2016.



Figura 2 – Processo de montagem de um implante e coroa dentária desde a perda de um dente.

Fonte: Adaptado de Animated-Teeth, 2016.

A presença do ligamento periodontal é um aspecto biomecânico presente nas estruturas naturais e sua ausência é um ponto negativo nos implantes dentários. O ligamento é uma camada que absorve energia transmitida a partir da presença de carregamento externo. Dessa forma, o ligamento periodontal permite micro

movimentações, enquanto que em implantes dentários isso não ocorre, fazendo com que as cargas externas sejam transmitidas de forma mais intensa no osso do paciente, o que resulta em falha e perda do conjunto prótese-implante.

Devido às forças externas aplicadas ao sistema, tensões e deformações são induzidas no osso, afetando assim a sua remodelagem. De maneira atenuada, tais tensões são benéficas e aceleram o processo de osseointegração, mas quando se tornam excessivas, podem ocasionar perda óssea e instabilidade do implante.

A estabilidade do implante está diretamente relacionada às características do sistema, tais como a forma e o material, tendo comportamentos diferenciados pela carga aplicada na coroa dentária, além das características biológicas de cada paciente.

A principal região de estudo do sistema é a interface osso-implante, onde ocorrem as interações responsáveis por uma boa osseointegração e assim, sucesso a longo prazo do implante. Ele pode ser dividido em osso cortical (camada externa mais densa) e osso poroso (camada interna menos densa). A Figura 3 mostra em detalhe um implante real instalado em uma mandíbula, onde são visíveis a divisão do osso e a ausência de ligamento periodontal.

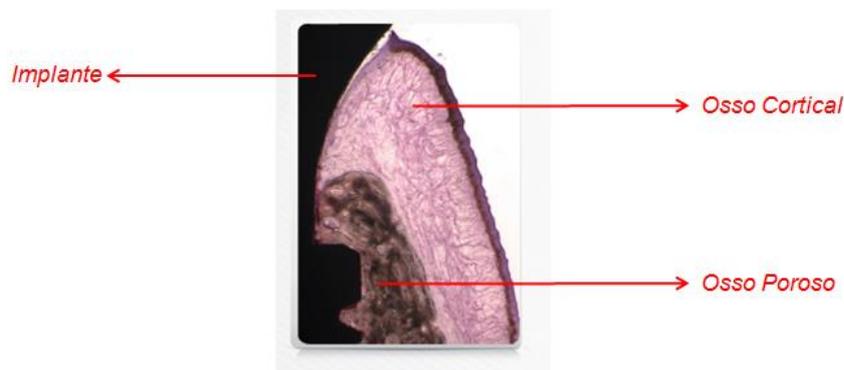


Figura 3 – Implante real instalado com detalhe para a divisão dos ossos mandibulares.

Fonte: Adaptado de Neodent, 2015.

Frost (1994) afirma que a remodelagem óssea pode induzir a reabsorção ou conservação do osso, mas não pode acrescentar mais osso à estrutura. Também estabeleceu a existência de uma taxa mínima de tensão, a “tensão mínima efetiva” (TME), acima da qual a resposta adaptativa ocorreria, enquanto abaixo dela o osso permaneceria estável (Albarracín, 2011).

Décadas de estudo comprovam que muitos componentes foram desenvolvidos a partir de experimentações e cálculos muito simplificados do comportamento do conjunto biomecânico. Tendo em vista a necessidade de se obter resultados mais precisos e que pudessem prever o comportamento do produto sem a necessidade de implantá-lo e acompanhá-lo, novas técnicas foram sendo exigidas. Nesse domínio de estudo, o Método dos Elementos Finitos (MEF) tornou-se grande aliado, por executar estudos em períodos de tempo reduzidos e sem a necessidade de fabricação contínua de protótipos.

O MEF é um método numérico baseado na discretização de um contínuo em elementos menores e finitos formados pela união de nós. O parâmetro base para o cálculo é o deslocamento nodal. Cada elemento possui sua equação constituinte que descreve o problema. Com a aplicação de um esforço, tem-se um determinado deslocamento que depende da rigidez do elemento. Ao se realizar os cálculos de cada elemento, calcula-se conseqüentemente toda a estrutura.

Como o sistema de implante é um conjunto complexo, algumas simplificações devem ser adotadas. Para que se tenham as melhores simplificações, a literatura oferece estudos específicos e comparativos que norteiam as hipóteses simplificadoras que mais se aproximam ao caso de estudo. As principais estão ligadas às características mecânicas dos materiais a serem aplicados, às condições de contorno e à aplicação de carregamento externo.

No entanto, comumente o desenvolvimento de novos implantes se baseia no conhecimento histórico de implantes já existentes no mercado. Como esse histórico é dependente da experiência do clínico ou do biomecânico, essa faixa de possibilidades de produto torna-se limitada. Em busca de novas possibilidades de implantes que sejam mais ousadas que as tradicionais já disponíveis, a análise de sensibilidade dos parâmetros que influenciam no conjunto torna-se necessária. Não só as propriedades mecânicas podem ser investigadas e variadas, mas também a forma e as dimensões, todos em função da intensidade e da direção da carga aplicada.

A otimização estrutural em conjunto com a análise paramétrica é capaz de atingir uma faixa de possibilidades de estudo maior que os métodos convencionais de determinação de parâmetros, enquanto que o MEF possibilita a análise mecânica não destrutiva de conjuntos complexos. A união desses métodos numéricos disponibiliza melhores conjuntos do ponto de vista mecânico.

1.1. Objetivos

Este trabalho tem por objetivo apresentar uma metodologia simplificada para o estudo paramétrico e otimização estrutural de um implante dentário unitário em relação ao seu comportamento mecânico em tensões no osso cortical a partir da variação dos parâmetros geométricos, de rigidez do osso cortical e de intensidade e direção de carga aplicada. Uma vez que há poucos estudos disponíveis que apresentem métodos de avaliação paramétrica e processos ágeis para a otimização estrutural no que tange o estudo de implantes dentários, propõe-se a aplicação de métodos estatísticos e numéricos para que se obtenham funções, denominadas superfícies de resposta, que a partir dos parâmetros de entrada, forneçam as tensões no osso cortical. Espera-se também com estas superfícies de resposta, interpretar quais os parâmetros mais e menos influentes na resposta, informação esta que possui grande valia na tomada de decisão sobre qual o implante correto a ser utilizado, na investigação de possíveis falhas ocorridas, no desenvolvimento de soluções mais apuradas e na obtenção das tensões atuantes no osso cortical de forma mais ágil. Sendo assim, com a superfície de resposta definida e escolhida, pretende-se aplicar os conceitos de otimização estrutural para minimizar as tensões no osso cortical e minimizar a área de osso removido, simultaneamente, dadas as restrições do modelo. O Grupo de Bioengenharia da FEB/UNESP possui um histórico de validações de modelos de elementos finitos com experimentos, incluindo modelagens 2D e 3D. Tomando como base esta experiência, espera-se também com este trabalho, apresentar uma nova linha de pesquisas futuras no grupo.

1.2. Divisão do trabalho

No capítulo 2 são apresentados estudos realizados por pesquisadores da área odontológica e mecânica e são descritos métodos e conceitos teóricos. No capítulo 3, apresentam-se as considerações e modelagens aplicadas ao problema proposto, onde são descritos os passos realizados para se obterem os resultados apresentados no capítulo 4. As conclusões descritas no capítulo 5 são seguidas de sugestões de estudos. E por fim, as referências são apresentadas no capítulo 6.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo uma breve revisão bibliográfica é apresentada juntamente com conceitos teóricos que são base para a compreensão e desenvolvimento da metodologia proposta para o trabalho tais como, histórico dos estudos de complicações mecânicas em implantes dentários, processos biológicos de remodelagem óssea, estudo da influência de parâmetros do implante na resposta mecânica na interface com o osso, métodos numéricos de estudos e definições de engenharia, de estatística e de otimização, utilizadas no desenvolvimento do cálculo estrutural, da superfície de resposta e das soluções ótimas para o implante.

2.1. Implantes dentários e a remodelagem óssea

Nas últimas décadas, a reabilitação dentária através de implantes tem mostrado grande aceitação por odontologistas e pacientes devido à sua grande capacidade funcional e estética. Sendo assim, vários estudos comprovam a habilidade que o osso humano tem em remodelar-se para melhor adaptar-se ao ambiente biomecânico.

Adell et al. (1981), durante 15 anos (1956-1980) avaliaram 2.768 implantes instalados em 191 maxilas e 219 mandíbulas, num total de 371 pacientes. Durante o acompanhamento, os pesquisadores identificaram complicações mecânicas como fratura de parafusos, de implantes e de próteses, além de complicações biológicas como perda óssea. Eles consideraram como possível causa o excesso de estresse.

Skalak (1983) afirmou que o sucesso ou a falha desses sistemas biomecânicos tem como fatores críticos a incidência e a transferência de estresses mecânicos sobre os implantes e destes para o tecido ósseo.

Rangert et al. (1989) afirmaram que a geometria das próteses tem grande influência na distribuição de cargas nos implantes.

Uma estimativa para o tratamento com implantes dentários é de 75 a 95 % de sucesso em 10 anos (Karoussis et al, 2004). Devido à necessidade de se ter sucesso com seus produtos, algumas empresas têm feito mudanças incrementais em tamanhos, formas, materiais e propriedades superficiais de implantes.

Dois tipos de estabilidade de implante devem ser distinguidos. A primeira, a estabilidade primária, ocorre no momento da cirurgia. Ela é o fenômeno da natureza biomecânica relacionado à qualidade do osso no local da implantação, que é uma condição necessária para se obter a osseointegração. Já a estabilidade secundária é obtida depois de um dado período de cicatrização e corresponde à estabilidade inicial aumentada pela nova formação de osso e maturação na interface osso-implante (Abrahamsson et al., 2004; Berglundh et al., 2007).

A estrutura óssea dentária é composta pelo osso cortical (mais denso) e o osso esponjoso (poroso). Wolff (1892) publicou um livro que trata sobre a relação entre a distribuição dos ossos cortical e esponjoso e o carregamento imposto a eles.

Turner et al. (1997) e O'Mahony et al. (2000) afirmam que a densidade do osso pode variar em diferentes locais, idades, sexos e *status* de saúde, em uma faixa de 1,7-2,0 g/cm³ para o osso cortical e 0,23-1,0 g/cm³ para o osso esponjoso.

Estudos clínicos revelaram que implantes dentários colocados em regiões maxilares com baixa densidade têm mais chance de falharem do que os implantes colocados em regiões mais densas (Genna, 2003). Assim, a qualidade inicial do osso é um fator crítico a ser levado em consideração sobre a longevidade das próteses dentárias.

2.2. Análise numérica de implantes dentários

Hoshaw et al. (1994) e Holmgren et al. (1998) afirmam que devido à natureza complexa do sistema de implante dentário, algumas simplificações e hipóteses devem ser adotadas para se ter, assim, uma aproximação confiável para a geometria, o material, as condições de contorno e o carregamento.

Muitas análises numéricas, como a realizada com o MEF, há tempos vêm sendo utilizadas para estudar a distribuição de tensão e deformação gerada ao redor do osso (Fyhrie et al., 1998; Orr et al., 1990; Van Rietbergen et al., 1996), as quais fornecem dados importantes, de forma não destrutiva, para prever a remodelagem óssea e o comportamento do sistema biomecânico como um todo.

Obter informações das estruturas biológicas é o primeiro passo para um bom projeto biomecânico, pois a partir delas se tem um ponto de partida para entender o funcionamento da estrutura quando sujeita às cargas atuantes. Porém, essas informações precisam ser processadas e condicionadas. Pela sua geometria

complexa, a estrutura ortodôntica pode ser discretizada pelo MEF, fornecendo resultados com boa aproximação das condições reais de atuação.

Chun et al. (2002) realizaram um estudo em elementos finitos bidimensionais (2D) em que os ossos foram simplificados como um bloco retangular com o implante como sendo um objeto cilíndrico.

Há quatro classificações de materiais que podem ser adotados na análise pelo MEF: isotrópico, transversalmente isotrópico (O'Mahony et al., 2001; Petrie e Williams, 2005), ortotrópico e anisotrópico (Al-Sukhun et al., 2007; Huang et al., 2007). Apesar de não ser de fato um material que apresente as mesmas propriedades em todas as direções (isotrópico), em muitos estudos o Módulo de Young e o Coeficiente de Poisson são considerados constantes, assumindo assim que esses materiais são homogêneos e linearmente elásticos. Isso se deve, segundo Van Oosterwyck et al. (1998) e Cattaneo et al. (2005), à maioria das análises utilizando MEF serem feitas desconsiderando a existência de uma rede trabecular devido à incapacidade de se obter seus detalhes precisos, a menos que uma análise em multiescala seja realizada.

Dechow et al. (1993) afirmam que não há diferenças significativas para o Módulo de Young para o osso mandibular analisado como material em duas ou três direções ortogonais. O'Mahony et al. (2001) propuseram que as constantes ortotrópicas podem ser convertidas em constantes de material isotrópico. Ainda concluem através de seus estudos, que o uso do material anisotrópico apresenta apenas sutis diferenças em relação ao material isotrópico, no que diz respeito aos níveis de tensão e deformação em implantes dentários usando o MEF.

Fill et al. (2012) realizaram uma revisão sobre as aplicações de materiais nas análises numéricas e levantaram as propriedades mecânicas e as diferenças em seus resultados. As diferenças entre modelos possivelmente podem ser explicadas pela atribuição de diferentes modelagens e hipóteses simplificadoras e os autores ainda afirmam que há a necessidade do desenvolvimento de um robusto modelo que simule com maior precisão a resposta biomecânica sobre as cargas.

De maneira comum, as condições de contorno aplicadas no osso do modelo biomecânico são de engaste em regiões distantes do estudo do implante, como são propostos por Young et al. (1998) e Chun et al. (2002).

Quando se estuda o carregamento em implantes dentários via MEF, é importante se ter conhecimento da existência de uma carga combinada

(carregamento oblíquo oclusal) porque ele representa de forma mais realística as direções oclusais e conseqüentemente as forças que causarão a concentração de tensões no osso cortical (Holmgren et al., 1998; Geng et al., 2001).

2.3. Interface osso-implante

A interface entre osso e o implante é um dos grandes pontos-chaves para o sucesso cirúrgico imediato e também em longo prazo. Muitos estudos assumiram que a interface osso-implante é totalmente osseointegrada, o que a torna uma condição ideal. Krauthammer (1979) e Menicucci et al. (1998) fizeram seus estudos dessa maneira, o que quer dizer que os ossos esponjoso e cortical estão perfeitamente colados na superfície do implante dentário.

Em sua revisão, Murakami e Wakabayashi (2014) mostraram a comparação de tensões de um modelo com implante perfeitamente colado e outro com elementos de contato na região da crista do implante e afirmam que a distribuição de tensões é diferente. Junto ao contato, outros parâmetros possuem influência na estabilidade do implante, como os efeitos biomecânicos do diâmetro e comprimento do implante (Ding et al., 2009; Lee et al., 2012), a angulação do intermediário (Kao et al., 2008), material do implante e desenho da rosca (Chang et al., 2012; Fuh et al., 2013) e a posição e orientação do implante (Hussein e Rabie, 2013).

2.4. Método dos Elementos Finitos

Com problemas de componentes de geometria simples e condições de carregamento e apoio bem comportadas, o cálculo utilizando a Mecânica Clássica, possibilita a obtenção de soluções exatas. O mesmo não ocorre quando se faz o cálculo de projetos mais complexos, como é comum na biomecânica em que se têm geometrias irregulares, materiais com rigidezes incomuns e condições de carregamento e apoio sem padrões predefinidos.

Em tais projetos, a principal dificuldade está na determinação dos modelos matemáticos formados por equações diferenciais, bem como nas suas soluções. Sendo assim, torna-se interessante se ter procedimentos aproximados que possam ser aplicados em caráter geral, independente da forma da estrutura e da condição

de carregamento, dentro de uma precisão aceitável. Esse conjunto de procedimentos é denominado Método dos Elementos Finitos (MEF).

Em condições em que se tem um modelo muito complexo, a ideia básica consiste em dividir a estrutura em vários componentes e estudá-los individualmente. A Figura 4 resume a tomada de decisão para as análises. A partir do entendimento do comportamento de cada elemento, é possível entender o comportamento do conjunto. A abordagem do equilíbrio da estrutura pode ser efetuada considerando-a um Sistema Discreto. A ideia da discretização de um sistema contínuo considera a divisão da estrutura em partes separadas distintas, conectadas entre si nos pontos discretos. Assim, a solução aproximada simula a estrutura como uma montagem de elementos que têm um comprimento finito, ou seja, não diferencial. Os pontos de conexão entre os elementos são chamados de nós do modelo.

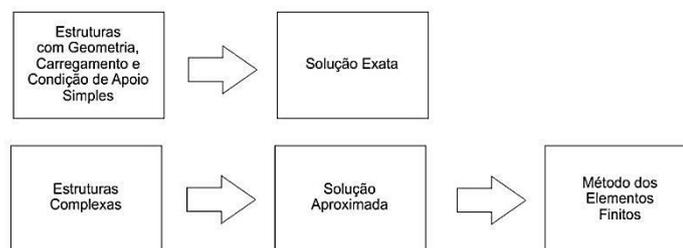


Figura 4 – Caminhos para solução de problemas de engenharia

Fonte: Filho, 2011

A configuração deformada da estrutura é determinada pelos deslocamentos dos nós, qualquer que seja a forma da estrutura e o tipo de carregamento. Assim, nesse caso, os parâmetros que descrevem o comportamento do sistema são os deslocamentos nodais. A partir destes é possível determinar os esforços internos, as tensões, e avaliar a resistência da estrutura objeto de análise (Filho, 2011).

As ações sobre as estruturas são em geral dinâmicas, devendo ser consideradas as forças de inércia associadas às acelerações a que cada um dos seus componentes fica sujeito. Por este motivo, seria de esperar que a análise de uma estrutura tivesse obrigatoriamente de levar em consideração os efeitos dinâmicos. Contudo, em muitas situações é razoável considerar que as ações são aplicadas de um modo suficientemente lento, tornando desprezíveis as forças de inércia. Nestes casos a análise designa-se estática (Azevedo, 2003).

Na análise de uma estrutura sólida, é habitual considerar que os deslocamentos provocados pelas ações exteriores são muito pequenos quando comparados com as dimensões dos componentes da estrutura. Nestas circunstâncias, admite-se que não existe influência da modificação da geometria da estrutura na distribuição dos esforços e das tensões, isto é, todo o estudo é realizado com base na geometria inicial indeformada. Se esta hipótese não for considerada, a análise é designada não linear geométrica.

É também frequente considerar que, ao nível do material que constitui a estrutura, a relação entre tensões e deformações é linear. Nos casos em que esta simplificação não é considerada, é necessário recorrer a algoritmos específicos de análise não linear de material (Azevedo, 2003).

A metodologia MEF divide-se, segundo Logan (2007), em oito etapas, as quais estão descritas a seguir.

1) Discretização e seleção dos tipos de elementos

Este passo envolve dividir o corpo em um sistema equivalente de elementos finitos com nós associados e escolhendo o tipo de elemento mais apropriado para o modelo. A discretização deve ter os elementos pequenos o suficiente tal que forneça um resultado de qualidade e ao mesmo tempo não penalize o esforço computacional. A seguir estão alguns dos tipos de elementos comumente utilizados.

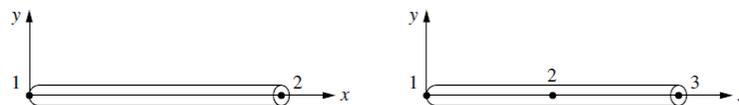


Figura 5 – Elemento de uma dimensão de primeira ordem e segunda ordem, comumente utilizados para representar barras e vigas.

Fonte: Logan, 2007.

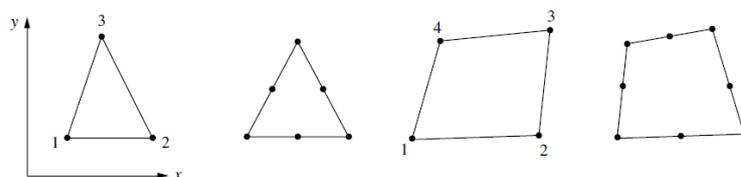


Figura 6 – Elementos de duas dimensões triangulares e quadrangulares de primeira e segunda ordem, comumente utilizados para representar estado plano de tensão/deformação e placas.

Fonte: Logan, 2007.

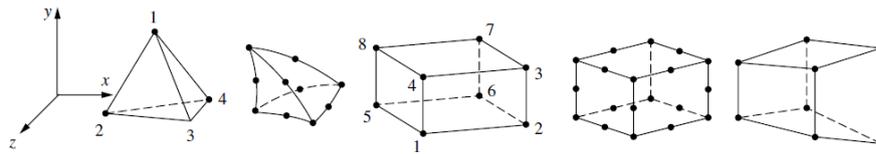


Figura 7 – Elementos de três dimensões tetraédricos, hexaédricos regulares e hexaédricos irregulares de primeira e segunda ordem, comumente utilizados para representar estados tridimensionais de tensão.

Fonte: Logan, 2007.

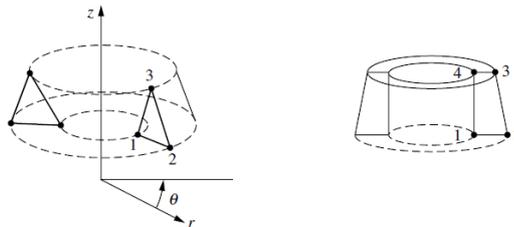


Figura 8 – Elementos axissimétricos triangulares e quadrangulares, comumente utilizados para problemas axissimétricos.

Fonte: Logan, 2007.

2) Seleção da função de deslocamento

O segundo passo envolve a escolha da função de deslocamento dentro de cada elemento. A função é definida dentro do elemento usando os seus valores nodais. Polinômios de grau máximo $n, n \geq 1, n \in \mathbb{R}$ são funções frequentemente utilizadas por serem simples de se trabalhar com a formulação do elemento finito.

3) Definição das relações Deformação/Deslocamento e Tensão/Deformação

Tais relações são necessárias para derivação das equações de cada elemento. Dado um pequeno deslocamento u na direção x , tem-se a deformação ε_x dada por:

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx}. \quad (1)$$

A tensão pode ser relacionada à deformação através da lei tensão/deformação – comumente conhecida como Lei Constitutiva. A mais

simples das leis de tensão/deformação, a Lei de Hooke, e frequentemente utilizada em análise de tensões, é dada por:

$$\sigma_x = E\varepsilon_x, \quad (2)$$

em que, σ_x é a tensão na direção x e E é o módulo de elasticidade do material.

4) Derivação da matriz de rigidez do elemento e equações

Método direto: de acordo com este método, a matriz de rigidez é obtida de forma direta através das relações de carga e deslocamento nodal utilizando equações de equilíbrio simples. Devido às suas limitações e simplicidade, é mais indicado para elementos unidimensionais.

Métodos do trabalho ou energia: para a obtenção da matriz de rigidez em elementos de duas e três dimensões, estes métodos tornam-se mais eficazes.

Qualquer um dos métodos utilizados irá produzir as equações que descrevem o comportamento do elemento. Estas equações são convenientemente escritas na forma de matriz:

$$\begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & & \cdots & k_{nm} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{Bmatrix}. \quad (3)$$

Ou, na forma compacta, como:

$$\{f\} = [k]\{d\}, \quad (4)$$

em que $\{f\}$ é o vetor das cargas nodais do elemento, $[k]$ é a matriz de rigidez do elemento e $\{d\}$ é o vetor dos deslocamentos nodais generalizados.

5) Junção das equações dos elementos para obtenção das equações globais e introdução das condições de contorno

Neste passo, as equações de equilíbrio definidas no passo 4 são unidas em uma equação de equilíbrio global. As equações globais do modelo são expressas pelo método de superposição e representadas por:

$$\{F\} = [K]\{d\}, \quad (5)$$

em que, $\{F\}$ é o vetor global das cargas nodais, $[K]$ é a matriz de rigidez total da estrutura e $\{d\}$ é o vetor dos deslocamentos nodais generalizados. Neste estágio, a matriz de rigidez global é uma matriz singular porque seu determinante é igual à zero. Para remover este problema de singularidade, condições de contorno são aplicadas. Vale lembrar que se aplicando condições de contorno, as equações globais são alteradas.

6) Solução dos deslocamentos generalizados

As equações globais, modificadas pelas condições de contorno, resultam em um sistema linear que pode ser solucionado através de métodos de eliminação ou métodos iterativos.

7) Solução para tensão e deformação dos elementos

Na solução de um problema estrutural, a tensão e a deformação podem ser obtidos em termos dos deslocamentos nodais obtidos no passo 6.

8) Interpretação dos resultados

O objetivo final é a obtenção e interpretação dos resultados para que estes sejam utilizados no processo de desenvolvimento ou análise. A determinação dos pontos de maior tensão ou deformação é importante para a tomada de decisões.

Cada elemento finito possui sua própria formulação, em que a força aplicada é dada por uma integral baseada nas formulações anteriormente apresentadas. No entanto, com os recursos computacionais, formulações complexas podem ser solucionadas através da substituição da integral por uma solução numérica aceitável. A integração numérica de Gauss-Legendre (ou Regra de Quadratura Gaussiana) é comumente utilizada nos códigos de elementos finitos, uma vez que

oferece alta razão entre exatidão e esforço computacional (Roylance, 2001). Tal regra é uma aproximação da integral de uma função estabelecida como um somatório com pesos dos valores assumidos pela função em pontos específicos do elemento, ou seja, os Pontos de Integração.

Neste caso, a integração da área de um elemento bidimensional pode ser escrita por:

$$\int_A f(x,y) da \approx \sum_l f(x_l, y_l) w_l. \quad (6)$$

Os pontos de integração numérica x_l , y_l e seus pesos associados w_l , numericamente podem ser obtidos pelas sub-rotinas padrões dos *softwares* de cálculo.

Alguns *softwares* fornecem o método de integração completo e reduzido. A Figura 9 apresenta exemplos de elementos com seus respectivos pontos de integração.

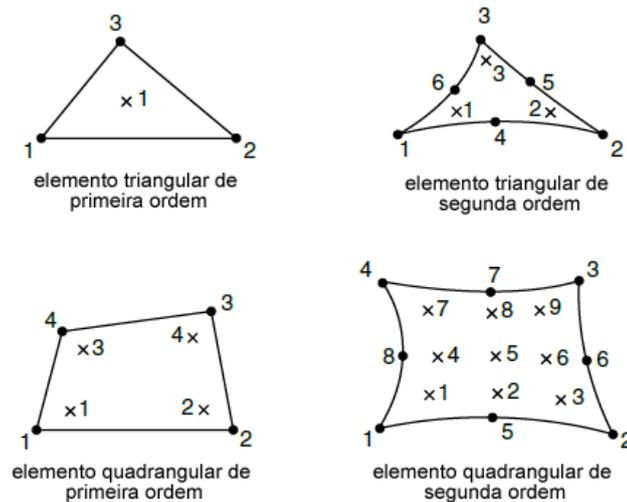


Figura 9 – Elementos triangulares e quadrangulares e seus respectivos pontos de integração.

Fonte: Adaptado de Dassault Systèmes, 2012.

A Tabela 1 apresenta a comparação entre formulações e quantidade de pontos de integração para o problema proposto na Figura 10.

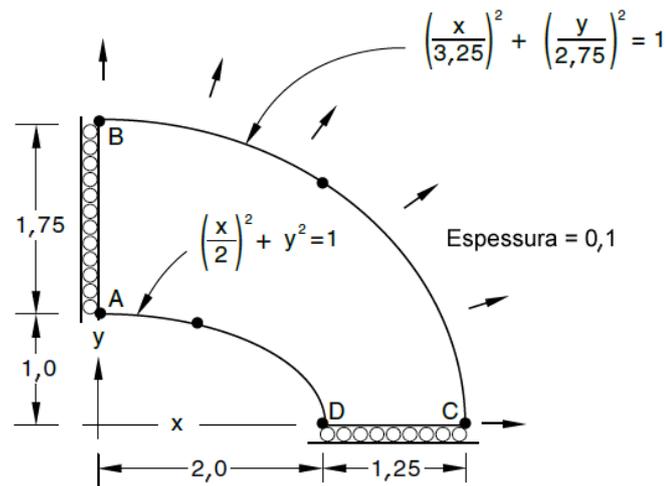


Figura 10 – Problema de membrana elíptica.

Fonte: Adaptado de Dassault Systèmes, 2012.

Tabela 1 – Comparativo de soluções de diferentes elementos para tensões em y.

Elemento	Tensão obtida (MPa)	Diferença em relação à analítica (Solução analítica = 92.7 MPa)
Triangular de primeira ordem	71,26	-23%
Triangular de segunda ordem	94,01	1%
Quadrangular de primeira ordem	84,54	-9%
Quadrangular de segunda ordem	92,81	0,12%

A Tabela 1 mostra que a exatidão da solução está diretamente relacionada ao tipo de elemento e sua respectiva ordem. Quanto maior o número de pontos integradores e nós e também, quanto maior a ordem, menor é o erro numérico em relação à solução exata (analítica).

2.5. Critério de Von Mises

Antes de aprofundar os conceitos sobre o comportamento dos materiais para a definição das tensões e deformações, é importante o entendimento da curva tensão-deformação. A Figura 11 apresenta os pontos principais de uma curva de ensaio de tração, onde o corpo de prova é tracionado e em função da carga e do deslocamento, plotam-se as tensões normais atuantes e suas respectivas deformações.

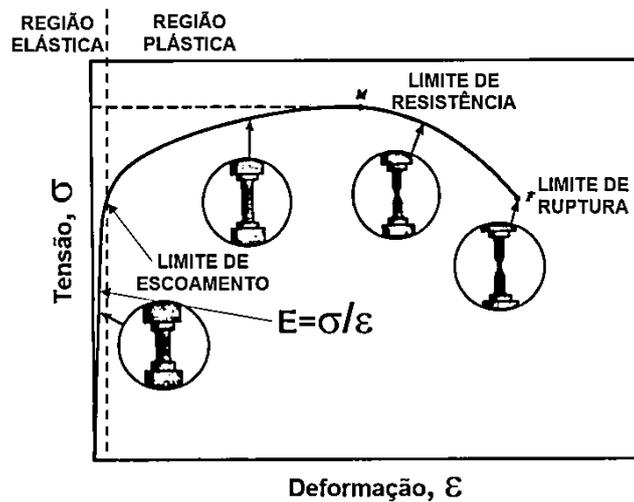


Figura 11 – Curva tensão-deformação em um ensaio de tração.

Fonte: Caram, 2016.

A tensão atuante até o limite de escoamento do material é tida como linear elástica, uma vez que atende à Lei de Hooke. A partir deste ponto, o material esco, ou seja, deforma-se definitivamente, de forma que o regime não linear passa a ser atuante. Quanto maior a carga, maiores são a tensão e a deformação, no entanto, há um limite tal em que acontece o estrangulamento da peça e é aí que as tensões caem, já que o limite de resistência do material é atingido. Caso a carga continue sendo aplicada mesmo após o limite de resistência do material ter sido atingido, ocorre a fratura no ponto limite de ruptura. O comportamento mostrado é um exemplo para materiais dúcteis. Materiais frágeis praticamente não escoam e apenas o regime elástico predomina e, ao ser superado, ocorre a fratura do material.

A Teoria da Máxima Energia de Distorção para materiais dúcteis sujeitos a carregamentos estáticos prevê que a falha ocorrerá se a Tensão de Von Mises (também chamada de tensão equivalente ou tensão efetiva) ultrapassar o escoamento do material (Logan, 2007).

O conceito de tensão uniforme e uniaxial resume-se na razão entre a carga aplicada e uma dada área sujeita a este carregamento, sendo esta carga distribuída uniformemente nesta área.

A descrição da teoria mostrada por Shigley (2008) está apresentada a seguir.

O elemento estrutural é tido como um volume cúbico, em que estão atuantes tensões normais nas três direções. Para o desenvolvimento da teoria, considera-se

que o elemento volumétrico está sujeito a uma tensão média (σ_{av}) das tensões σ_1 , σ_2 e σ_3 , igual em módulo nas três direções principais (chamado estado hidrostático) somada a uma variação de tensão em cada direção principal (o que fornece a deformação do elemento). A Figura 12 apresenta tal conceito.

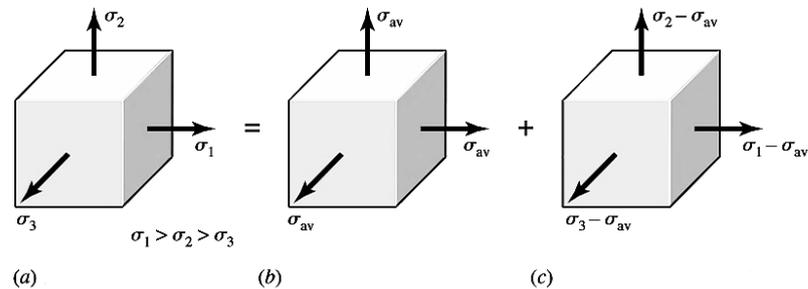


Figura 12 – (a) Estado triaxial de tensões; (b) estado hidrostático; (c) elemento com distorção sem alteração de volume.

Fonte: Shigley, 2008.

Portanto, a tensão σ_{av} é dada por:

$$\sigma_{av} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}. \quad (7)$$

A energia de deformação por unidade de volume para tensão uniaxial é:

$$U = \frac{1}{2} \varepsilon \sigma. \quad (8)$$

Para o elemento em estado triaxial de tensões, tal energia torna-se:

$$U = \frac{1}{2} [\varepsilon_1 \sigma_1 + \varepsilon_2 \sigma_2 + \varepsilon_3 \sigma_3]. \quad (9)$$

Quando um material está sob tração, existe não somente a deformação axial, mas também uma deformação negativa (contração) perpendicular à deformação axial. Assumindo o regime linear, para material homogêneo e isotrópico, a deformação lateral é proporcional à deformação axial. Se a direção axial é 1, então as deformações laterais são $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = -\nu \varepsilon_1$. A constante de proporcionalidade ν é denominada Razão de Poisson, ou Coeficiente de Poisson.

Sendo a direção 1 a axial e aplicando a Lei de Hooke, citada na seção 2.4, tem-se:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} \quad e \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = -\nu \frac{\sigma_1}{E}. \quad (10)$$

Para um elemento sujeito a tensões nas três direções, simultaneamente, em comportamento linear elástico, as deformações normais são dadas por:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)], \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)] \quad e \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)]. \end{aligned} \quad (11)$$

Sendo assim, a energia de deformação por unidade de volume, agora é dada por:

$$U = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)]. \quad (12)$$

A energia de deformação para produzir apenas uma mudança no volume U_v pode ser obtida pela substituição das tensões σ_1 , σ_2 e σ_3 por σ_{av} , o que resulta em:

$$U_v = \frac{3\sigma_{av}^2}{2E} (1 - 2\nu). \quad (13)$$

Após as devidas substituições e fazendo-se a diferença $U - U_v$, tem-se a energia de distorção, dada por:

$$U_d = U - U_v = \frac{1+\nu}{3E} \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right]. \quad (14)$$

Nota-se que se as tensões normais forem iguais, a energia de distorção é nula.

Para um caso simples de ensaio de tração até a tensão de escoamento σ_e , em que $\sigma_1 = \sigma_e \neq 0$ e $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$, aplicando-se à equação anterior, tem-se que a energia de distorção é:

$$U_d = \frac{1+\nu}{3E} \sigma_e^2. \quad (15)$$

Para um estado geral de tensão, o escoamento é atingido quando a tensão é maior ou igual à tensão de escoamento, sendo assim:

$$\left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right]^{1/2} \geq \sigma_e. \quad (16)$$

Se para este estado de tensão o escoamento será atingido quando for maior ou igual ao valor da tensão de escoamento, o lado esquerdo da equação anterior pode ser denominado como Tensão Efetiva, ou Tensão de Von Mises, descrita, portanto, por:

$$\sigma_{VM} = \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right]^{1/2}. \quad (17)$$

Utilizando-se as componentes xyz de um estado tridimensional de tensão, a tensão de Von Mises pode ser escrita como:

$$\sigma_{VM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2) \right]^{1/2}. \quad (18)$$

Para o estado plano de deformação, como visto na seção 2.6, as tensões cisalhantes τ_{yz} e τ_{xz} são nulas, portanto, a tensão de Von Mises para estado plano de deformação resume-se em:

$$\sigma_{VM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6\tau_{xy}^2 \right]^{1/2}. \quad (19)$$

2.6. Estado plano de deformação

Em determinadas análises, a simplificação na escolha do tipo de elemento torna-se viável quando se pretende ganhar processamento sem haver grandes perdas na qualidade dos resultados. Neste quesito enquadram-se as análises em

estado plano de tensões (que incluem problemas como os de placa com furos, filetes, ou mudanças na geometria que desviem o caminho de carga gerando concentradores de tensão) e as análises em estado plano de deformação. Nesta seção, o foco é dado à segunda análise, uma vez que esta melhor se enquadra ao problema deste trabalho.

Estado plano de deformação é definido como sendo um estado de deformação em que a deformação normal no plano xy , ε_z e as deformações de cisalhamento τ_{xz} e τ_{yz} são assumidas iguais à zero (Figura 13).

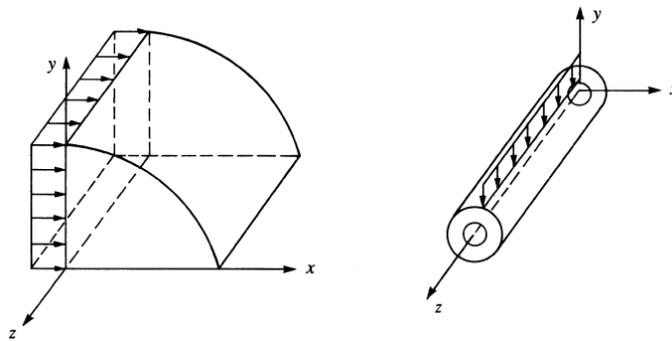


Figura 13 – Problemas em estado plano de deformação.

Fonte: Logan, 2007.

As hipóteses de estado plano de deformação são mais realísticas para corpos longos (na direção z) com seções transversais constantes sujeitas a cargas atuantes apenas na direção x e/ou y e que não variam na direção z (Logan, 2007).

A Figura 14 apresenta os deslocamentos e rotações das linhas de um elemento no plano xy .

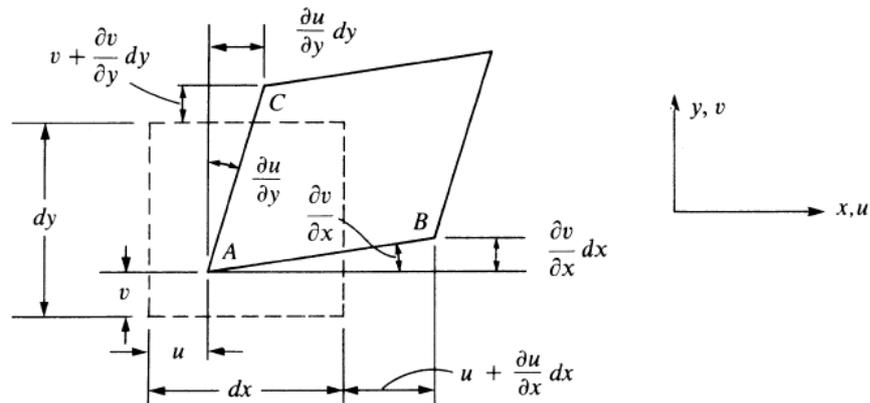


Figura 14 – Deslocamentos e rotações das linhas de um elemento no plano xy .

Fonte: Logan, 2007.

Das definições gerais de deformação normal (Equação 1) e de cisalhamento e utilizando a Figura 14, obtém-se as relações entre deslocamento e deformação, dadas por:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad , \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad e \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}. \quad (20)$$

As deformações são representadas por um vetor coluna

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}. \quad (21)$$

Para materiais isotrópicos a relação entre tensão e deformação é dada pela matriz constitutiva:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}, \quad (22)$$

em que:

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix}, \quad (23)$$

em que E é o módulo de elasticidade e ν é o coeficiente de Poisson.

Em estado plano de deformação, assume-se que:

$$\varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0. \quad (24)$$

Sendo assim, da relação tridimensional entre tensão e deformação tem-se que as tensões cisalhantes $\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$. O mesmo não ocorre para a tensão na direção z , em que tem-se $\sigma_z \neq 0$. Sendo assim, o termo $[D]$ na matriz constitutiva, torna-se:

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix}. \quad (25)$$

2.7. Análise paramétrica e otimização em implantes dentários

A otimização via experimentação é um método de tentativa e erro. Esta tratativa já está obsoleta, por ser muito custosa, consumir muito tempo e não convergir facilmente para uma boa solução. No entanto, com a capacidade de processamento dos computadores, hoje a otimização numérica é viável e explora várias alternativas sem a necessidade de se produzir corpos de prova.

Mailath et al. (1989) e Matsushita et al. (1990) afirmam que grandes diâmetros em implantes favorecem a distribuição de tensões. Nestes trabalhos foi utilizada a análise MEF para mostrar que as tensões no osso cortical diminuem em proporção inversa ao aumento do diâmetro do implante com ambas as cargas laterais e verticais. Porém Holmgren (1998) mostrou que o uso de maiores diâmetros de implante, não necessariamente, é a melhor escolha quando se considera a distribuição de tensões no osso. Dentro de determinados limites morfológicos, a dimensão ótima de um implante dentário acontece pelo decréscimo na magnitude de tensões na interface osso-implante.

Segundo Geng et al. (2001), de forma geral, o uso de implantes com pequeno comprimento não são recomendados porque acredita-se que as forças oclusais devem ser distribuídas em uma grande área no implante para que assim não prejudique o osso através das tensões concentradas na interface devido a essa área ser pequena. Porém, Stellingsma et al. (2000) apresentaram, através de estudos

clínicos, a conclusão de que implantes curtos são possíveis de serem implantados quando os tecidos ósseos tiverem boas condições morfológicas.

El-Anwar et al. (2011) investigaram a influência do diâmetro e do comprimento do implante na distribuição de tensões no tecido ósseo peri-implantar. Para entender melhor o comportamento do *design* em implantes, foram gerados e analisados 25 diferentes modelos tridimensionais em Elementos Finitos de um implante, nos quais, foi realizado um aumento gradual no diâmetro e comprimento. Quatro tipos de carregamentos foram aplicados: tração de 50 N, compressão de 100 N, flexão de 20 N, e torque de 2 Nm para obter curvas de *design*. A análise dos resultados mostrou que o aumento no diâmetro e no comprimento do implante gerou uma melhor distribuição das tensões no osso esponjoso e cortical. Equações de concepção aproximadas e curvas foram obtidas como um resultado deste estudo.

A seleção de um diâmetro e de um comprimento ótimos para um implante dentário com osso de baixa qualidade na mandíbula posterior foi estudada por Li (2011). Um modelo em elementos finitos de um segmento da mandíbula posterior com implante dentário foi criado. O diâmetro do implante variou de 3 a 5 mm e o seu comprimento de 6 a 16 mm. Os resultados mostraram que quando submetidos à carga axial, os valores máximos de tensão de Von Mises nos ossos cortical e esponjoso caíram 76,53% e 72,93% respectivamente, com o aumento do diâmetro e do comprimento; e sobre as cargas buco-linguais, em 83,97% e 84,93%, respectivamente. Sob ambas as cargas, o máximo deslocamento do sistema implante-intermediário caiu em 58,09% e 75,53%, respectivamente. Os resultados indicam que na mandíbula posterior, o diâmetro do implante é mais significativo que seu comprimento na redução das tensões no osso cortical e no aumento da estabilidade do implante sob ambas as cargas. No entanto, o comprimento do implante é mais eficaz que o diâmetro na redução das tensões do osso esponjoso sob ambas as cargas. Além disso, biomecanicamente, o diâmetro de implante excedendo 4 mm e o comprimento excedendo 12 mm é uma ótima combinação relativa para implantes parafusados na mandíbula posterior com ossos de qualidade pobre.

Franciosa et al. (2012), visando estudar as falhas em implantes, desenvolveram três modelos em Elementos Finitos a partir de três tipos comercializados. Aplicaram-se em cada um dos modelos, dois diferentes tipos de carga, axial e lateral, e procuraram identificar as regiões mais críticas em dois

períodos: ósseo-integrado e não ósseo-integrado. Neste estudo, concluíram que se não há uma osseointegração os níveis de tensão no tecido ósseo tendem a ser altos. Este estudo também observou que quanto maior o passo da rosca do implante, maiores serão as tensões.

O *design* do implante deve garantir o sucesso a longo prazo, favorecendo assim saúde e bem estar do paciente. No entanto, problemas pós-implantação desses sistemas biomecânicos são recorrentes. Alguns dos mais comuns dizem respeito à perda do parafuso e à perda óssea, frequentemente seguida de inflamação no tecido ósseo, devido às micro-translações relativas ou proliferação de bactérias.

Szajek (2013) afirma que quando os problemas de análise paramétrica tornam-se muito complexos, com diversos parâmetros dimensionais, objetivos e restrições, essa abordagem limita a possibilidade de exploração mais ampla nos quesitos de desenvolvimento do produto. Portanto o procedimento de otimização é proposto nestas ocasiões. Ao contrário da abordagem por tentativa e erro, o algoritmo de otimização não requer a definição prévia das soluções pelo usuário. As propostas dos parâmetros são definidas pelo processo de otimização dentro de um espaço de exploração de *design*. Mas afirma, e faz uso em seu trabalho, da necessidade de se ter as sugestões de clínicos, bioengenheiros e fabricantes de implantes para se definirem as restrições e objetivos.

Encontrar um algoritmo universal de otimização é uma tarefa inviável, uma vez que cada problema exige um estudo especializado. Portanto a classificação do problema e os objetivos a serem obtidos é a primeira fase do processo de otimização.

Sadollah e Bahreininejad (2012) utilizaram os métodos de otimização para encontrar os gradientes funcionais em materiais utilizados em implantes dentários. Kaman e Celik (2013) otimizaram as dimensões das roscas do implante a partir da minimização das tensões de Von Mises no osso peri-implantar. Foram utilizados biomateriais com gradações funcionais em que suas propriedades mecânicas são variadas com o posicionamento vertical no implante.

Seguindo a concepção da utilização de métodos de otimização e sua constituição em implantes dentários, neste trabalho optou-se em realizar o que foi denominado de otimização estrutural do implante. Pretende-se, desta forma, otimizar

o modelo do implante em relação aos parâmetros geométricos como: diâmetros e comprimento.

Para esse fim, apresenta-se inicialmente a modelagem de um problema de otimização geral, algumas de suas características e o método de solução baseado na função barreira, denominado de método de pontos interiores, o qual será utilizado nesse trabalho.

Matematicamente um problema de otimização geral pode ser descrito, segundo Messac (2015) por:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & f(x) \\ \text{Sujeito a:} & g(x) \leq 0 \\ & h(x) = 0, \end{array} \quad (26)$$

em que: $x \in \mathbb{R}^n$, a função $f(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ representa a função objetivo que será minimizada; a função $g(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ representa um vetor das funções das restrições de desigualdade e a função $h(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ representa um vetor das funções de restrições de igualdade. As restrições dão origem à região viável de soluções do problema. As restrições do tipo menor ou igual, no modelo (26) podem ser entendidas (ou contemplar também as) como restrições canalizadas e/ou variáveis canalizadas, as quais foram omitidas para simplificação da teoria. O vetor x representa o vetor de variáveis, ou seja, os parâmetros de entrada das funções. É neste vetor que estão as quantidades que se pretende alterar no projeto para se obter um melhor comportamento na resposta.

Segundo Messac (2015), os problemas de otimização podem ser classificados em categorias:

1. Linear ou não linear

Como discutido anteriormente, se a função objetivo e suas restrições têm comportamento linear, considera-se a otimização linear. No entanto, se a função objetivo ou qualquer uma de suas restrições são funções não lineares dos parâmetros, o problema é de otimização não linear.

2. Restrito ou irrestrito

Se para o problema são aplicadas restrições para as quais a resposta é dada como válida, dá-se o nome de otimização com restrição, caso contrário ela é irrestrita.

3. Discreto ou contínuo

Se os parâmetros de entrada são restritos apenas a valores 0 e 1, dá-se o nome de otimização binária. No caso dos parâmetros de entrada serem restritos apenas a valores inteiros, denomina-se otimização inteira e no caso destes mesmos parâmetros serem restritos a valores reais específicos pré-determinados, como por exemplo, dados padronizados, dá-se o nome de otimização discreta. Já se os parâmetros forem definidos dentro de um domínio real, dá-se o nome de otimização contínua.

4. Multiobjetivo ou mono-objetivo

Durante o processo de otimização é natural surgirem discussões que originam objetivos competitivos. Quando se tem no processo de otimização mais de um objetivo a ser atingido, denomina-se o problema de multiobjetivo. Caso contrário, o problema será mono-objetivo.

5. Único ponto de ótimo ou múltiplos pontos de ótimos

O problema pode conter respostas com apenas um ponto de ótimo (neste caso o ótimo local é o ótimo global na presença de convexidade) ou vários pontos de ótimos (vários pontos de ótimos locais; neste caso, o ótimo dos ótimos locais denomina-se ótimo global na presença de convexidade).

6. Determinístico ou não determinístico

Estudos recentes sugerem a possibilidade de se estudarem parâmetros de entrada que não são facilmente determinados por variáveis de projeto. Sendo assim, os parâmetros de entrada podem ser tratados como variáveis determinísticas ou não determinísticas (isto é, probabilística, estocástica ou fuzzy).

O modelo de otimização utilizado neste trabalho é não linear e restrito. Como método de solução optou-se pela utilização do método de pontos interiores. O

método dos pontos interiores trabalha com problemas de otimização cujo interior da região viável é não vazia.

Um dos primeiros métodos de pontos interiores foi o método baseado na função barreira logarítmica de Frisch (1995). Porém, esse método apresenta problemas de convergência quando seu termo de barreira tende a zero. O método de pontos interiores ficou conhecido a partir do trabalho de Karmakar (1984) para programação linear.

Após o trabalho de Karmakar, vários outros pesquisadores apresentaram melhorias a seu método, criando assim uma classe de métodos de pontos interiores. A extensão desses métodos para utilização na otimização não linear deve-se a El-Bakry (1996).

Wright (1997) apresentou o método primal-dual de pontos interiores que consiste em transformar o problema restrito em um problema irrestrito equivalente e assim resolver uma sequência de problemas irrestritos. Desta forma, dado o problema (26) acrescentam-se variáveis de folga positivas para transformar as restrições de desigualdade em igualdade como (27):

$$\begin{array}{ll}
 \text{Minimizar} & f(x) \\
 \text{Sujeito a:} & h(x) = 0 \\
 & g(x) + s = 0 \\
 & s \geq 0 ,
 \end{array} \tag{27}$$

em que s é o vetor das variáveis de folga positivas.

Após isso a condição de não negatividade das variáveis de folga é levada à função objetivo através da função barreira logarítmica:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Minimizar} & f(x) - \mu \sum_{i=1}^p \ln(s_i) \\
 \text{Sujeito a:} & h(x) = 0 \\
 & g(x) + s = 0 ,
 \end{array} \tag{28}$$

em que $\mu > 0$ é o parâmetro de barreira.

Associa-se ao problema (28) a seguinte função lagrangiana:

$$L(x, s, \lambda, \pi) = f(x) - \mu \sum_{i=1}^p \ln(s_i) + \sum_{j=1}^m \lambda_j h_j(x) + \sum_{i=1}^p \pi_i [g_i(x) + s_i], \quad (29)$$

em que $\lambda_j, j = 1, \dots, m$ são os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade e $\pi_i, i = 1, \dots, p$ são os multiplicadores de Lagrange associados às desigualdades.

Desta forma têm-se uma sequência de problemas irrestritos a serem resolvidos por algum método, para $\mu = \bar{\mu}$ fixo:

$$\text{minimizar}_{(x,s,\lambda,\pi)} L(x, s, \lambda, \pi), \quad (30)$$

e à medida que $\mu \rightarrow 0$, o mínimo de (28) tende ao mínimo do problema (26).

Para a solução de (30) são utilizados métodos de otimização irrestrita. Neste trabalho, para resolver os problemas do tipo (26), optou-se em utilizar a função *fmincon*, do Matlab, com o método dos pontos interiores a opção de resolução.

2.8. Metodologia de Superfície de Resposta e Projeto por Experimentações

A Metodologia de Superfície de Resposta, mais conhecida do inglês por *Response Surface Methodology (RSM)*, é um conjunto de técnicas estatísticas e matemáticas úteis no desenvolvimento, melhora e otimização de processos e produtos (Myers et. al, 2009).

Esta metodologia suporta o Projeto por Experimentações, também conhecida por *Design of Experiments (DOE)*. O DOE baseia-se na experimentação de várias combinações de parâmetros em um dado experimento, medindo-se as respostas fornecidas para suportarem as decisões de projeto e otimização, uma vez que a modelagem é realizada com as informações obtidas por cada resposta e a combinação de variáveis de entrada. Para cada modelo DOE existe uma combinação de fatores pré-determinada para se obter as respostas. A combinação de cada fator foi estudada no passado via experimentações, gerando tais modelos.

Segundo *Handbook* de Engenharia Estatística (Nist/Sematech, 2012), o DOE pode ser utilizado para os seguintes objetivos:

- a) Escolha entre alternativas;
- b) Selecionar os fatores-chaves que afetam uma resposta;
- c) Modelagem de superfície de resposta para:
 - Atingir um objetivo;
 - Reduzir variabilidade;
 - Maximizar ou minimizar uma resposta;
 - Tornar um processo robusto (isto é, respostas certas são obtidas apesar de existirem fatores de ruído que não possuem controle);
 - Buscar múltiplos objetivos;
- d) Modelar regressões.

A origem da RSM se deu pelo artigo de Box e Wilson (1951) os quais descreveram a aplicação do método em processos químicos. Myers (1976) publicou o primeiro livro totalmente dedicado ao assunto. Box e Draper (2007) publicaram a segunda edição do livro inicialmente publicado em 1987, também dedicado totalmente a RSM.

As maiores aplicações de RSM encontram-se na indústria, em situações em que as variáveis de entrada potencialmente influenciam na medida ou qualidade do produto ou processo final. Esta medida ou qualidade é denominada de “resposta”, enquanto que as variáveis de entrada são denominadas “variáveis independentes”.

De forma geral, o objetivo deste conjunto de procedimentos é encontrar uma aproximação matemática, via funções de resposta, que relacione as variáveis independentes através do levantamento estatístico de configurações existentes, de forma que dado um conjunto de variáveis independentes, tenha-se a resposta aproximada de forma instantânea.

A metodologia descrita a seguir é a recomendada por Myers et. al. (2009).

Dado um sistema em estudo, pretende-se avaliar uma resposta y que é dependente das variáveis controláveis de entrada x_1, x_2, \dots, x_k . A relação entre a resposta e as variáveis de entrada é dada por:

$$y = a(x_1, x_2, \dots, x_k) + \epsilon, \quad (31)$$

em que ϵ , denominado “erro estatístico”, é um termo que representa fontes de variabilidade não representadas em a . Sendo assim, ϵ inclui erros de medição, variabilidade do processo, problemas de calibração, entre outros erros que afetam na resposta final. Espera-se que os resíduos tenham uma distribuição aproximadamente normal e que sejam independentemente distribuídos, com uma média e uma constante de variância nulas. Se a média de ϵ é igual à zero, então:

$$R(y) \equiv S = R[a(x_1, x_2, \dots, x_k)] + R(\epsilon) = a(x_1, x_2, \dots, x_k), \quad (32)$$

em que R é a função que aplica erro estatístico nulo.

As variáveis x_1, x_2, \dots, x_k quando estão em suas unidades originais, são denominadas de variáveis naturais. Usualmente as variáveis naturais são transformadas em variáveis codificadas, $x_{COD1}, x_{COD2}, \dots, x_{CODk}$, definidas para serem adimensionais, com média zero, mas mesma amplitude e desvios padrões. Sendo assim, em termos de variáveis codificadas, a função resposta é reescrita como:

$$S = a(x_{COD1}, x_{COD2}, \dots, x_{CODk}). \quad (33)$$

Como a forma da resposta a é desconhecida, é necessário aproximá-la. De forma geral a aproximação por polinômios é aplicada com modelos de primeira ordem ou de segunda ordem.

A Regressão Linear Múltipla é o conjunto de técnicas estatísticas que se torna útil no desenvolvimento dos modelos empíricos exigidos pelo RSM. Para exemplificar, o modelo a seguir de primeira ordem é considerado:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \epsilon. \quad (34)$$

em que y representa a resposta e x_1 e x_2 , as variáveis de entrada. Este modelo é denominado de modelo de regressão linear múltipla com duas variáveis independentes, também denominadas de variáveis de predição ou regressores. Este modelo descreve um plano no espaço tridimensional. O parâmetro β_0 fixa a interseção do plano. Os valores β_1 e β_2 também podem ser chamados de coeficientes de regressão parciais porque β_1 mede a expectativa de mudança em y

por unidade de mudança em x_1 , quando x_2 é mantido constante e, β_2 mede a expectativa de mudança em y por unidade de mudança em x_2 quando x_1 é mantido constante.

Modelos de primeira ordem são mais apropriados quando o interesse está na aproximação da resposta real em um pequeno espaço de variação onde existe pouca curvatura na função. Para uma função com duas variáveis de entrada, o modelo de primeira ordem, que considera as variáveis codificadas e a média de ϵ igual à zero, é dado por:

$$S = \beta_0 + \beta_1 x_{COD1} + \beta_2 x_{COD2}. \quad (35)$$

Caso exista interação entre as variáveis de entrada, ela pode ser facilmente adicionada com a inclusão do termo de interação:

$$S = \beta_0 + \beta_1 x_{COD1} + \beta_2 x_{COD2} + \beta_{12} x_{COD1} x_{COD2}. \quad (36)$$

Geralmente a curvatura da superfície de resposta é tão acentuada que um modelo de primeira ordem não é adequado, mesmo quando se tem o termo interativo. Sendo assim, o modelo de segunda ordem pode ser escrito, para duas variáveis de entrada, como:

$$S = \beta_0 + \beta_1 x_{COD1} + \beta_2 x_{COD2} + \beta_{11} x_{COD1}^2 + \beta_{22} x_{COD2}^2 + \beta_{12} x_{COD1} x_{COD2}. \quad (37)$$

Este modelo é útil para representar a superfície de resposta em uma região relativamente pequena onde há considerável curvatura na função de resposta a .

O modelo de segunda ordem é largamente utilizado em RSM por ser muito flexível já que atende a amplas variações de formatos de funções. Além disso, é de fácil estimativa dos parâmetros β ; o método dos mínimos quadrados é uma opção para este propósito.

De maneira geral, o modelo de segunda ordem pode ser escrito como:

$$S = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{CODj} + \sum_{j=1}^k \beta_{jj} x_{CODj}^2 + \sum_{i < j=2}^k \beta_{ij} x_{CODi} x_{CODj}. \quad (38)$$

Como principais objetivos da RSM destacam-se o mapeamento da superfície de resposta de determinadas regiões de interesse, a otimização da resposta e a seleção das condições de operação que atendem as solicitações do consumidor.

Reagrupando-se os termos, é possível transformar o modelo de segunda ordem em um modelo de primeira ordem, ou seja, de forma geral qualquer modelo de regressão que é linear nos parâmetros β , é um modelo de regressão linear, independentemente do formato da superfície de resposta.

Sendo assim, a expressão do modelo linear geral de regressão é dada por:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_{p-1} X_{i,p-1} + \epsilon_i. \quad (39)$$

Matricialmente define-se:

$$Y_{nx1} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}, X_{n \times p} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & \dots & X_{1,p-1} \\ 1 & X_{21} & \dots & X_{2,p-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & \dots & X_{n,p-1} \end{bmatrix}, \beta_{p \times 1} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_{p-1} \end{bmatrix} \text{ e } \epsilon_{nx1} = \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{bmatrix}, \quad (40)$$

ou, em termos matriciais:

$$Y = X\beta + \epsilon, \quad (41)$$

em que ϵ é um vetor de variáveis aleatórias independentes e normalmente distribuídas com média $R(\epsilon) = 0$ e a matriz de variância-covariância é dada por:

$$\sigma^2(\epsilon) = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma^2 \end{bmatrix} = \sigma^2 I. \quad (42)$$

Assim, o vetor das observações Y tem média e variância dadas por:

$$R(Y)_{nx1} = X\beta \quad \text{e} \quad \sigma^2(Y)_{n \times n} = \sigma^2 I. \quad (43)$$

Para que se tenham os valores dos coeficientes de regressão, é necessário se ter o sistema de equações normais para o modelo, dado por:

$$X'Xb = X'Y. \quad (44)$$

Sendo assim, os estimadores de mínimos quadrados são encontrados com:

$$b = (X'X)^{-1}X'Y. \quad (45)$$

Com isso, podem ser obtidos os valores estimados através da seguinte relação:

$$\hat{Y}_{nx1} = Xb. \quad (46)$$

Os resíduos são obtidos através da expressão matricial:

$$e_{nx1} = Y - \hat{Y} = Y - Xb. \quad (47)$$

O conjunto dos métodos apresentados anteriormente é realizado quando já se tem os valores das respostas em função das variáveis de entrada em dado experimento. No entanto, nem sempre os dados disponíveis fornecem informação suficiente para uma modelagem que obtenha boa correlação. Como forma de se ter um domínio mais completo para análise em busca de um menor número de experimentos e que forneça dados suficientes para a análise por RSM, o DOE é aplicado na busca dos modelos que melhor exploram as combinações de variáveis e suas respectivas respostas.

Dois dos modelos mais frequentemente utilizados em DOE para a modelagem em RSM são o central composto e o Box-Behnken. Segundo o *Handbook* de Engenharia Estatística (Nist/Sematech, 2012), estes modelos são indicados para modelagens com 2 a 5 fatores (ou variáveis de entrada), acima disso recomenda-se uma reanálise do modelo a fim de reduzir o número de fatores.

A codificação dos parâmetros analisados é um passo importante. Ela transforma os valores máximos e mínimos em códigos, de forma a facilitar o estudo das relações entre parâmetros em uma mesma escala.

O modelo central composto, aqui tratado por CCD (do inglês, *Central Composite Design*) é, segundo Khuri (2010), o mais popular entre os modelos de segunda ordem. A Figura 15, apresenta a representação dos três tipos de CCD existentes. Cada ponto apresenta uma combinação de parâmetros para um modelo de 2 fatores.

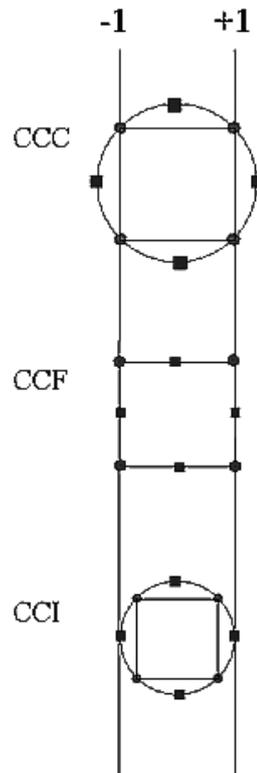


Figura 15 – Comparação entre os três tipos de CCD.

Fonte: Nist/Sematech, 2012.

O diagrama da Figura 15 ilustra os três tipos de CCD para dois fatores. Observe que a representação do topo, denominada de Central Composto Circunscrito (CCC), do inglês *Central Composite Circumscribed*, possui pontos extras externos aos pontos codificados de mínimo (-1) e máximo (+1). O contrário ocorre para a representação inferior, chamada de Central Composto Inscrito (CCI), do inglês *Central Composite Inscribed*, possui pontos extras internos aos pontos codificados. Por fim, a representação do centro, chamada de Central Composto de Face (CCF), do inglês *Central Composite Face Centered*, possui os pontos extras nas medianas das arestas definidas pela união dos pontos codificados.

O CCC explora grandes espaços de análise, enquanto o CCI explora espaços reduzidos. Ambos CCC e CCI são rotativos (a variância depende apenas da distância entre o parâmetro e o centro), mas o CCF não (Nist/Sematech, 2012).

O Box-Behnken é um modelo quadrático independente em que suas combinações são representadas nos pontos médios das arestas de um cubo e em seu centro. Este modelo é rotativo e requer três níveis de cada fator.

Para três fatores, o modelo Box-Behnken oferece alguma vantagem por exigir menor número de combinações. Acima disso, esta vantagem desaparece.

Com o auxílio destes modelos, são definidas as combinações primordiais entre parâmetros para que se tenham as melhores correlações para a resposta requerida. A Tabela 2 apresenta um exemplo genérico com os fatores codificados para melhor compreensão, em um modelo com 3 fatores, e a Figura 16 representa os valores codificados graficamente.

Tabela 2 – Exemplo de codificação de parâmetros para o modelo Box-Behnken.

Rodada	X1_cod	X2_cod	X3_cod	X1_real	X2_real	X3_real
1	-1	-1	0	mínimo	mínimo	médio
2	-1	+1	0	mínimo	máximo	médio
3	+1	-1	0	máximo	mínimo	médio
4	+1	+1	0	máximo	máximo	médio
5	-1	0	-1	mínimo	médio	mínimo
6	-1	0	+1	mínimo	médio	máximo
7	+1	0	-1	máximo	médio	mínimo
8	+1	0	+1	máximo	médio	máximo
9	0	-1	-1	médio	mínimo	mínimo
10	0	-1	+1	médio	mínimo	máximo
11	0	+1	-1	médio	máximo	mínimo
12	0	+1	+1	médio	máximo	máximo
13	0	0	0	médio	médio	médio

Os dados referentes à Tabela 2 representam a codificação para 3 fatores, sendo cada fator aplicado a uma variável, usando-se o modelo de Box-Behnken. O termo máximo refere-se ao maior valor real do domínio da variável da coluna, enquanto que o termo mínimo é o menor valor real para o mesmo domínio e o médio é a média entre os valores máximo e mínimo. Como representado nas últimas três colunas, cada termo refere-se a um código, onde -1 está relacionado ao mínimo valor, +1 ao máximo valor e o 0 à média entre os dois.

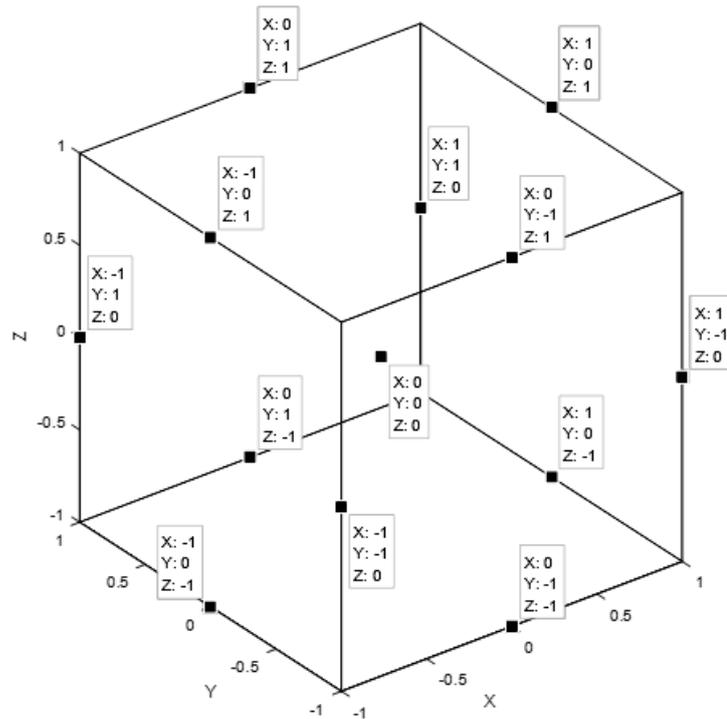


Figura 16 – Exemplo de representação do modelo Box-Behnken.

Fonte: Do autor.

Observa-se que neste modelo, os valores são aplicados apenas nos pontos médios da aresta do cubo e em seu centro (diferente do que ocorre com o CCD, onde os vértices fazem parte do modelo), de forma a representar um modelo a partir de um número reduzido de rodadas.

2.9. Função Objetivo Agregada

Uma Função Objetivo Agregada, ou do inglês, *Aggregate Objective Function* (AOF), é uma função que combina vários objetivos em uma única função escalar (Messac, 2015).

O método mais comum e fácil de ser utilizado em problemas de otimização que apresentam este tipo de função objetivo é o Método das Somas Ponderadas. Neste método, cada objetivo recebe um parâmetro que expressa a sua importância na AOF e esta é expressa por uma combinação linear dos objetivos. Estes parâmetros variam entre 0 e 1 e podem ser chamados de pesos da função, de forma

que a soma de todos os pesos seja unitária. Por exemplo, para uma função que represente dois objetivos, tem-se:

$$\begin{aligned} J(x) &= w_1 \mu_1(x) + w_2 \mu_2(x) \\ w_1 + w_2 &= 1, \end{aligned} \tag{48}$$

em que w_1 é o peso para o objetivo $\mu_1(x)$ e w_2 é o peso para o objetivo $\mu_2(x)$.

A formulação matemática do problema multiobjetivo, que resulta da minimização desta função sujeita às suas restrições, é dada por:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & J(x) = w_1 \mu_1(x) + w_2 \mu_2(x) \\ \text{Sujeito a:} \quad & g(x) \leq 0 \\ & h(x) = 0 \\ & x_l \leq x \leq x_u, \end{aligned} \tag{49}$$

em que: $x \in \mathbb{R}^n$, a função $f(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ representa a função multiobjetivo que será minimizada; a função $g(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ representa um vetor das funções das restrições de desigualdade e a função $h(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ representa um vetor das funções das restrições de igualdade. As restrições dão origem à região viável de soluções do problema. O vetor x representa o vetor de variáveis, ou seja, os parâmetros de entrada das funções, sendo x_l o vetor dos limites inferiores e x_u o vetor dos limites superiores, respectivamente. É neste vetor que estão as quantidades que se pretende alterar no projeto para se obter um melhor comportamento na resposta.

A otimização termina quando não é mais possível reduzir simultaneamente as funções objetivo, respeitando-se ao mesmo tempo as restrições. A Figura 17 apresenta uma representação da função AOF.

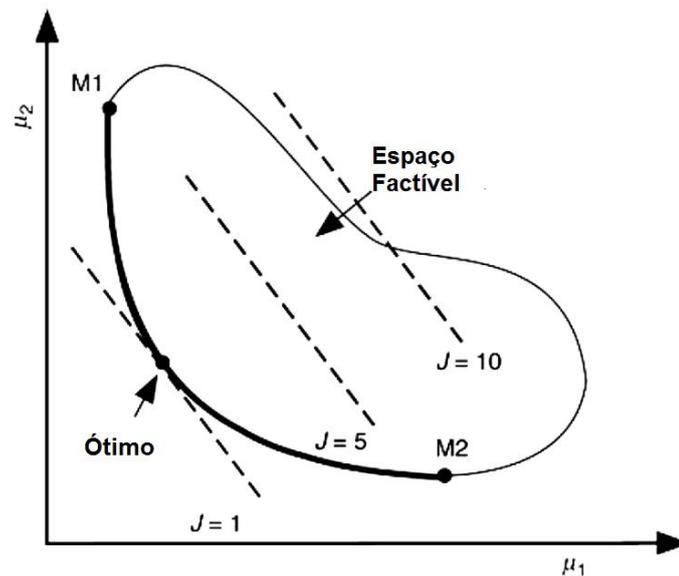


Figura 17 – Função objetivo J com dois objetivos em primeira ordem.

Fonte: Messac, 2015.

Na Figura 17 têm-se no eixo horizontal os valores ótimos para o objetivo $\mu_1(x)$ com todas as combinações de pesos para a AOF $J(x)$. Semelhante ocorre no eixo vertical, em que os valores ótimos são para o objetivo $\mu_2(x)$ em todas as combinações de pesos. Nota-se que os pontos nos extremos da curva em destaque (denominada Fronteira de Pareto), para os quais M1 representa a máxima prioridade para o objetivo $\mu_1(x)$, enquanto M2 apresenta a máxima prioridade para $\mu_2(x)$. O ponto ótimo é obtido quando $J(x)$ tangencia a curva em destaque no ponto onde não é mais possível reduzir simultaneamente os dois objetivos. A inclinação da AOF é dada pela relação entre os pesos w_1 e w_2 .

Há situações em que o ponto de tangência entre a AOF e a Fronteira de Pareto não seja de fato um ponto ótimo. A Figura 18 apresenta este problema nos pontos P e Q, sendo o ponto T o ótimo real. Para a sua solução, aumenta-se a ordem da AOF de modo a se obter apenas um ponto ótimo real na Fronteira de Pareto.

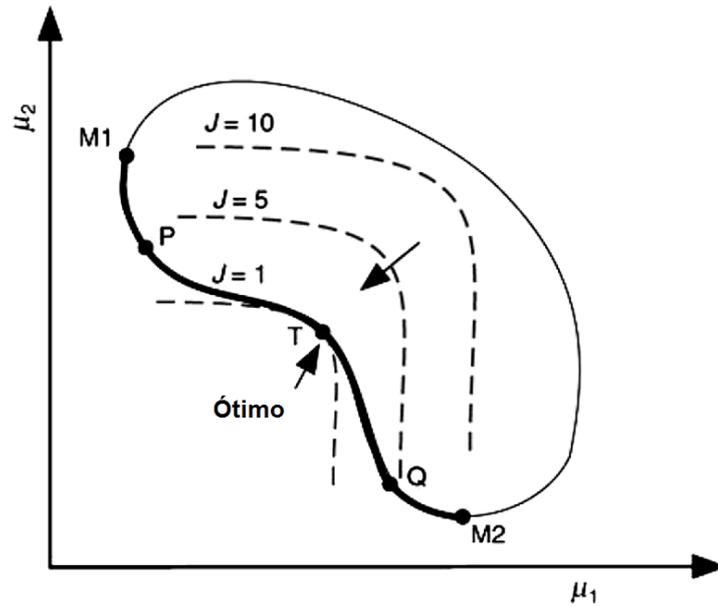


Figura 18 – Função objetivo J com dois objetivos em segunda ordem.

Fonte: Messac, 2015.

Sendo assim, tendo n como o grau escolhido, a AOF pode ser representada pela seguinte equação:

$$J(x) = w_1 \mu_1^n(x) + w_2 \mu_2^n(x) \quad (50)$$

$$w_1 + w_2 = 1.$$

No próximo capítulo apresenta-se o desenvolvimento da metodologia proposta.

3. METODOLOGIA

Neste capítulo são apresentados o modelo paramétrico em elementos finitos com as hipóteses simplificadoras adotadas bem como as ferramentas utilizadas para o cálculo e processamento dos dados. Também são explicados os estudos preliminares que forneceram informações para a definição das análises avançadas. Posteriormente são descritos quais modelos paramétricos serão estudados com seus respectivos parâmetros de entrada e considerações matemáticas. Por fim descreve-se as considerações e modelos adotados na otimização estrutural.

3.1. Descrição do modelo de elementos finitos

A geometria do modelo desenvolvido em elementos finitos baseou-se no sistema dentário real utilizado por Albarracín (2011) e posteriormente estudado numericamente por Hernandez (2015). A prótese é composta por um implante Branemark, um intermediário do tipo *multi-unit* com parafuso, um parafuso protético de titânio e uma coroa protética. Figura 19 apresenta uma referência global para os planos onde a mandíbula se enquadra no estudo, com destaque para o plano adotado nos modelos. A Figura 20 apresenta o implante real ensaiado por Albarracín (2011) e o modelo desenvolvido para os estudos paramétricos.

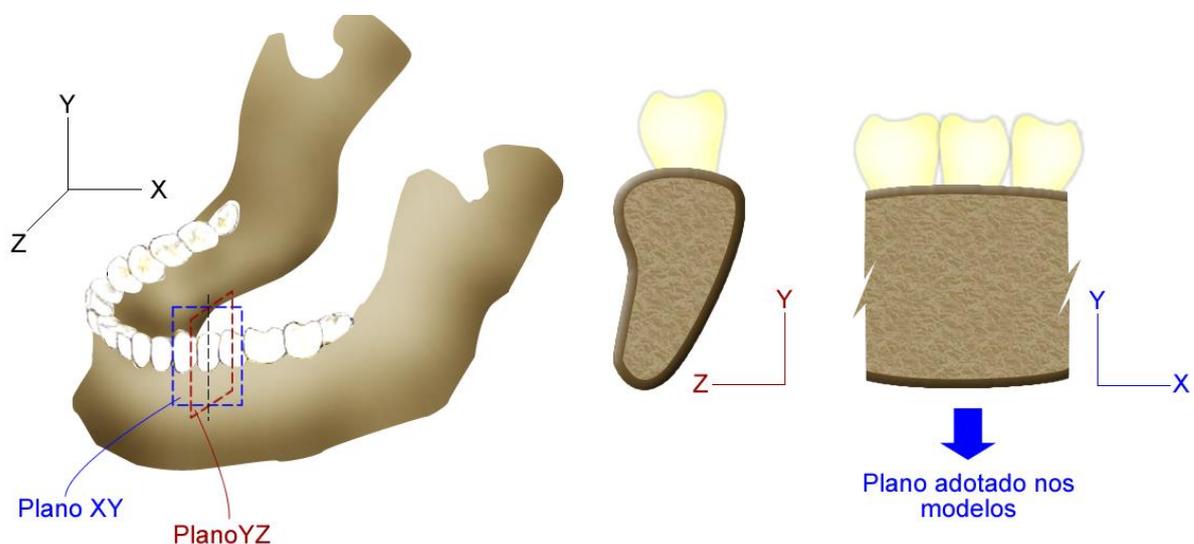


Figura 19 – Posição dos planos na mandíbula e descrição do plano utilizado nos modelos.

Fonte: Do autor.

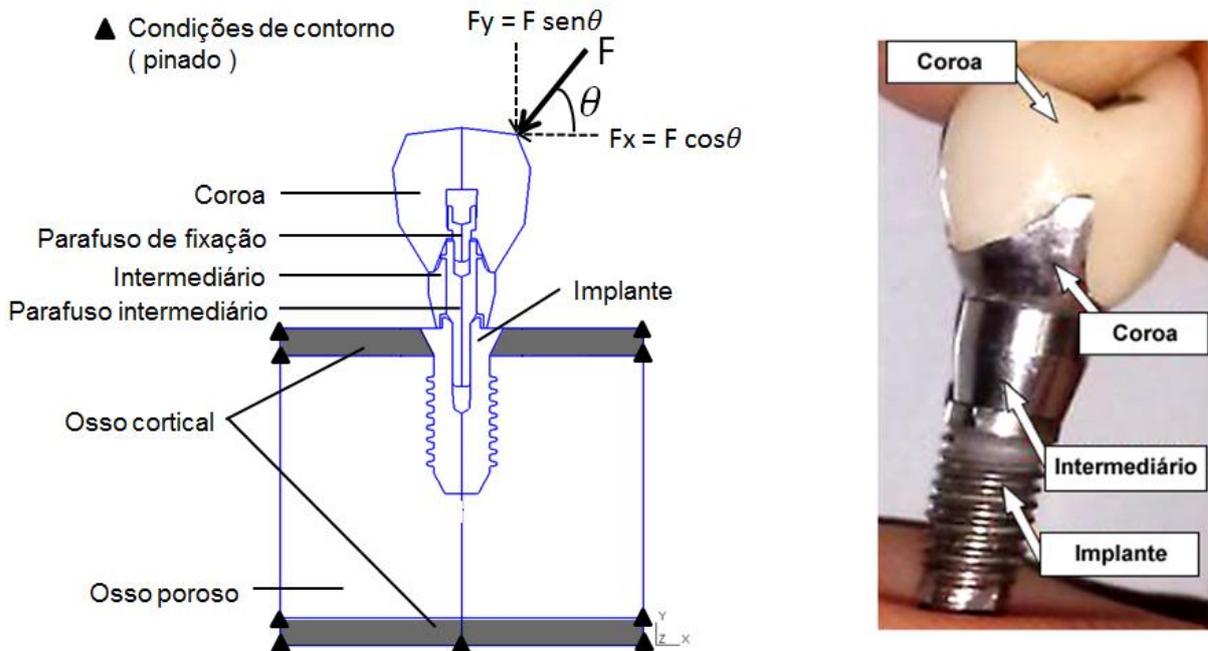


Figura 20 – Modelo desenvolvido no trabalho e prótese real estudada anteriormente pelo grupo.

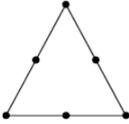
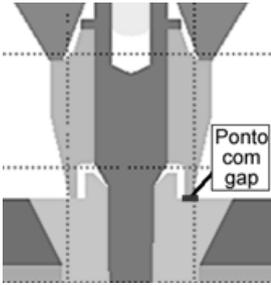
Fonte: Adaptado de Hernandez, 2015.

O elemento finito escolhido foi o triangular devido à sua alta adaptabilidade a diversas geometrias sem distorção significativa dos elementos. Elementos quadrangulares a princípio representam melhor as integrais para o cálculo das tensões, no entanto algumas geometrias acabam por exigir distorções dos elementos que inviabilizam os resultados. A correção desta distorção a cada iteração inviabilizaria o processo de automação criado, em que para cada geometria criada automaticamente, uma nova malha é gerada, sendo assim torna-se necessária a escolha de um elemento que garanta a qualidade dos resultados sem a necessidade de verificação de qualidade a cada iteração. A solução encontrada foi a melhor entre o elemento quadrangular e o triangular, ou seja, um elemento triangular parabólico, que como apresentado na Tabela 1 da seção 2.4, fornece resultado de alta exatidão quando comparado com o resultado analítico.

O ponto com *gap* apresentado na Tabela 3 tem a função de não permitir a transferência de carga neste ponto através de tração, garantindo o aumento de tensões no ponto simétrico a ele, onde há compressão, simulando o contato colado.

A Tabela 3 sumariza a descrição do modelo de elementos finitos e suas considerações.

Tabela 3 – Descrição do modelo de elementos finitos.

	Detalhe	Descrição
Elemento	CPE6 	Elemento triangular de solução quadrática em estado plano de deformação, com 6 nós, 2 graus de liberdade por nó e integração completa.
Condição de contorno	DOF3 	Pinado. Restrição na translação dos três eixos coordenados aplicada em 9 nós das bordas dos ossos cortical e poroso.
Carregamento	 Vetor (Fx,Fy)	Carga pontual aplicada no nó do canto superior direito da coroa dentária.
Acoplamento		Não foram considerados pré-carga, atrito e contato. As estruturas são coladas, com exceção da região de interface intermediário-implante, onde há abertura de <i>gap</i> . Onde há fechamento de <i>gap</i> , a estrutura foi considerada colada de forma a simular a carga compressiva.
Condição biológica	-	Implante osseointegrado. O osso totalmente remodelado em condição ideal (colado ao implante).
Solução	-	Solução estática aplicada em regime linear.
Materiais	-	Isotrópicos: propriedades mecânicas invariantes com a direção.

A Figura 21 apresenta uma das malhas de elementos finitos gerada, com destaque para a região de interesse de estudo, onde as tensões nos pontos integradores dos elementos são coletadas.

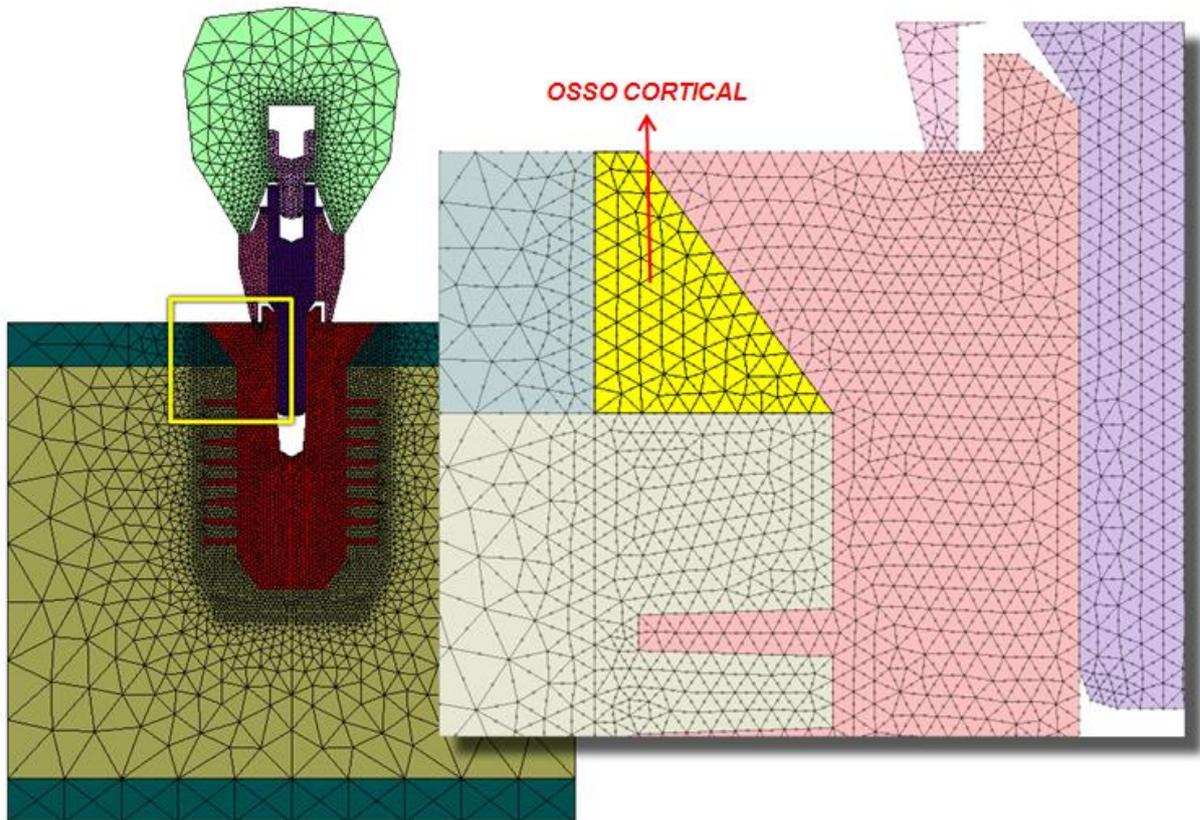


Figura 21 – Região de Interesse.

Fonte: Do autor.

Como apresentado na fundamentação teórica do capítulo 2, a isotropia do osso é uma boa aproximação para as análises de implantes dentários. Esta condição simplificadora é válida para ossos curtos, como é o caso da mandíbula, em que se tem uma condensação óssea bem distribuída, com comportamento mecânico similar em todas as direções. Sendo assim, para as propriedades mecânicas dos ossos simulados nos modelos, esta hipótese foi adotada.

As propriedades mecânicas dos materiais do sistema representado pelo modelo de elementos finitos estão apresentadas na Tabela 4 com suas respectivas referências.

Tabela 4 – Propriedades mecânicas dos materiais utilizados nos modelos.

Material	Estrutura	Módulo de Elasticidade (MPa)	Coefficiente de Poisson	Referência
Ti Puro (ASTM-F67)	Parafuso Intermediário e parafuso de fixação	100×10^3	0,34	Sakaguchi e Borgersen (1994)
Ti-6Al-4V (ASTM-F-136)	Implante e Intermediário	110×10^3	0,34	Sertgöz e Gunever (1996)
Cerâmica feldespática	Coroa	$68,9 \times 10^3$	0,28	Geng et al. (2001)
Osso esponjoso	Mandíbula	1×10^3	0,30	Juodzbaly et al. (2005)
Osso Cortical	Mandíbula	14×10^3	0,30	Juodzbaly et al. (2005)

A Figura 22 apresenta o modelo geométrico parametrizado.

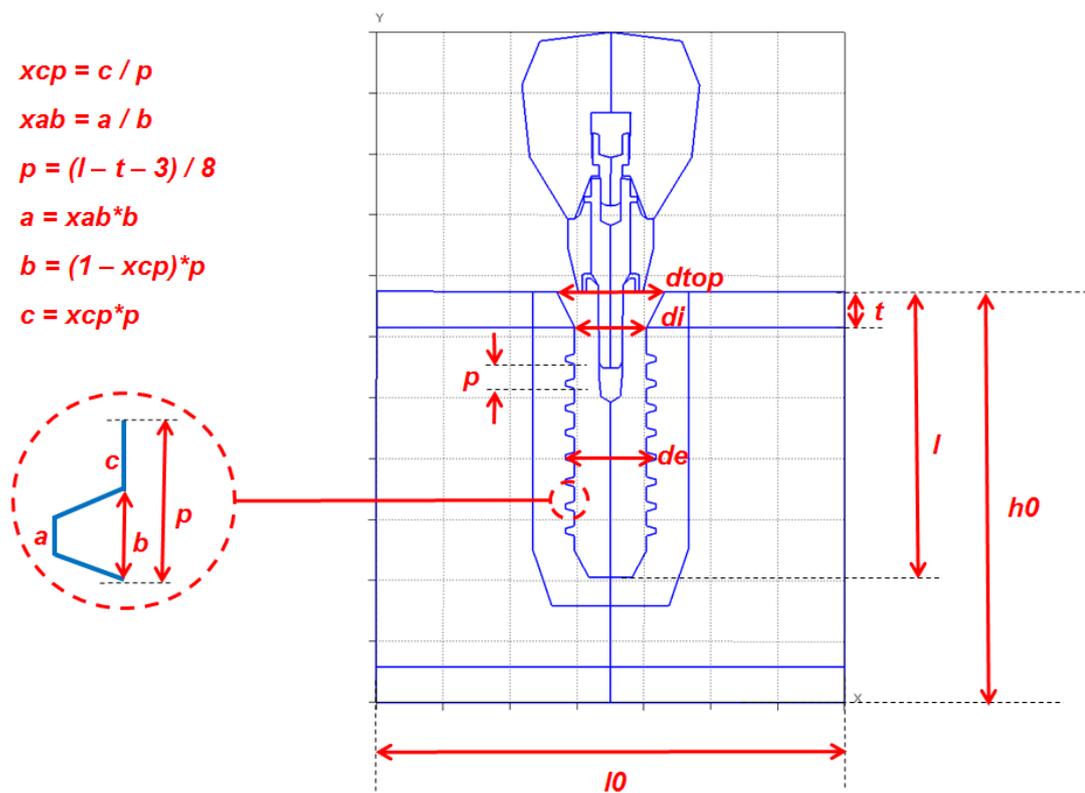


Figura 22 – Representação dos parâmetros geométricos.

Fonte: Do autor.

A Tabela 5 descreve os parâmetros geométricos apresentados na Figura 22.

Tabela 5 – Descrição dos principais parâmetros geométricos.

Parâmetro	Descrição
a	Largura do topo do dente trapezoidal
b	Largura da base do dente trapezoidal
c	Distância entre as bases dos dentes trapezoidais
xcp	Quanto a distância entre bases representa no passo de rosca
xab	Quanto a largura do topo representa na largura da base do dente trapezoidal
p	Passo de rosca
$dtop$	Diâmetro de topo do implante
di	Diâmetro do implante na interface entre o osso cortical e o osso esponjoso
de	Diâmetro externo da rosca
t	Espessura do osso cortical
$h0$	Altura total do osso
$l0$	Largura total do osso
l	Comprimento do implante

3.2. Softwares adotados

A modelagem do problema é composta por:

- Geração de geometria;
- Integração paramétrica;
- Geração de malha de elementos finitos;
- Cálculo estrutural;
- Estudos iterativos;
- Análise de resultados.

Para o cumprimento dos tópicos propostos, é necessário o trabalho integrado de três *softwares*, são eles: Matlab, Gmsh e Calculix.

O Matlab (Matrix Laboratory) é um *software* utilizado por engenheiros, estatísticos, matemáticos entre vários outros profissionais com o intuito de se trabalhar com números na forma de matrizes e vetores. Uma das importâncias do

Matlab é quando se pretende interligar informações de outros *softwares*. No caso deste projeto, interliga o gerador de malhas e o solver de elementos finitos, além de funcionar como um integrador, exercendo as funções de entrada de dados, tratamento, saída de dados e aplicação da otimização numérica.

Gmsh é um *software open-source* criado em 1996, o qual é um gerador tridimensional de nós e elementos finitos contendo módulos de CAD e pós-processamento (Geuzaine e Remacle, 2009). Este *software* foi desenvolvido com a capacidade de se trabalhar com entradas paramétricas através de uma linguagem própria de desenvolvimento. O Gmsh é dividido em quatro módulos: geometria, malha, cálculo e pós-processamento. Todos os módulos são compatíveis com uma interface gráfica ou em arquivos de texto na linguagem Gmsh.

O Calculix é um *software open-source* de análise em elementos finitos com formatos de entrada similares ao *software* comercial Abaqus. Ele contém o *solver* (responsável pelo cálculo do modelo gerado) denominado CCX e o pós-processador CGX onde são visualizados graficamente os resultados (Dhondt e Wittig, 2016).

A integração entre os softwares utilizados é resumida na Figura 23.

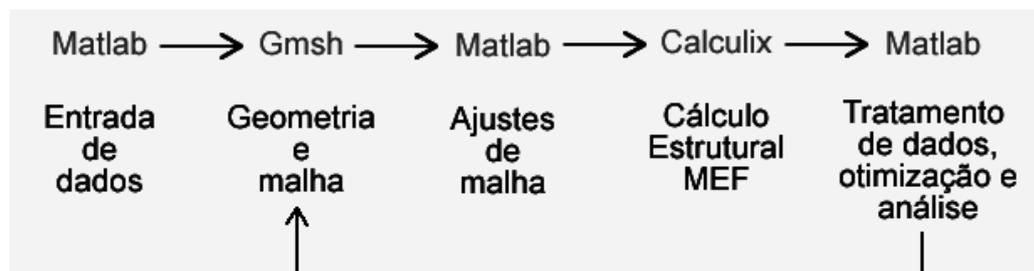


Figura 23 - Integração dos *softwares* utilizados.

Fonte: Do autor.

Pela Figura 23 observa-se que o Matlab trabalha diretamente na interface entre o Gmsh e o Calculix. Isso se deve porque é por ele que os dados de entrada são fornecidos e com eles, são escritos os comandos em linguagem Gmsh para geração da geometria e posteriormente geração de malha. Esta malha exige ajustes para se adequar à modelagem proposta na seção 3.1, sendo isso feito via Matlab também. Após os ajustes, O Matlab fornece os dados suficientes para o Calculix resolver os sistemas de equações o qual exporta novamente para o Matlab, onde tais dados são tratados e estudados. Com este ciclo concluído, novas iterações

podem ser realizadas, sejam elas paramétricas ou de otimização, reiniciando assim, o fluxo do procedimento. Quando se tem apenas equações para o processo de análise, somente o Matlab é requisitado, isto acontece quando pretende-se minimizar uma superfície de resposta, por exemplo, em que o polinômio representativo fornece as informações necessárias para a otimização do sistema.

3.3. Convergência de malha

Antes da análise de qualquer modelo em elementos finitos é importante se realizar o estudo de convergência de malha. Ele consiste na verificação do modelo, principalmente quanto ao grau de refinamento da malha, ou seja, o tamanho do elemento ideal na região de análise. Este refinamento é obtido quando a variação dos resultados torna-se mínima, fornecendo tanto processamento numérico suficiente, quanto resultados confiáveis.

A aplicação do conceito no modelo de estudo se deu pelo processo representado a seguir na Figura 24.

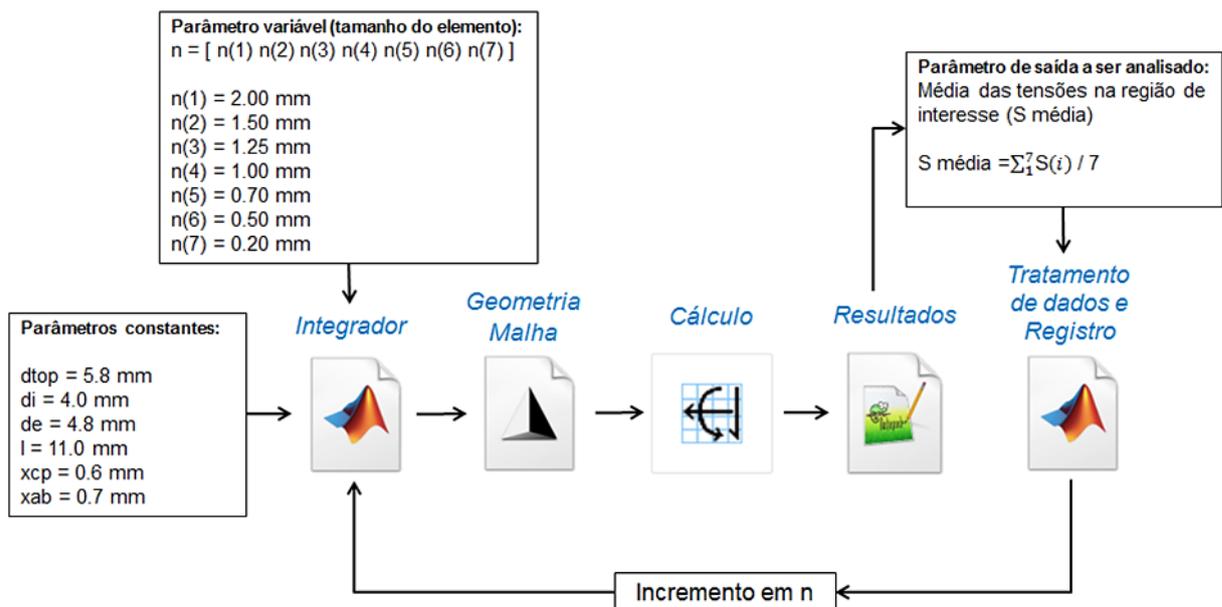


Figura 24 – Processo de análise de convergência.

Fonte: Do autor.

A Figura 24 resume as considerações e processos aplicados para a análise de convergência da malha de elementos finitos. Os parâmetros geométricos

constantemente são valores adotados para análise, de tal forma que apenas o parâmetro de tamanho de elemento varie a cada iteração, representado pelo vetor composto por sete valores. A cada iteração, uma nova malha é gerada com a nova consideração de refinamento e então submetida a cálculo em elementos finitos. Os dados resultantes do cálculo são enviados para tratamento, sendo que para cada iteração uma média de tensões de Von Mises é aplicada na região de interesse. Esta região é o osso cortical, na interface esquerda com o implante, onde se espera ocorrer as maiores tensões no osso, uma vez que é a região onde há o maior fluxo de carga. Os resultados das iterações estão representados na Figura 25.

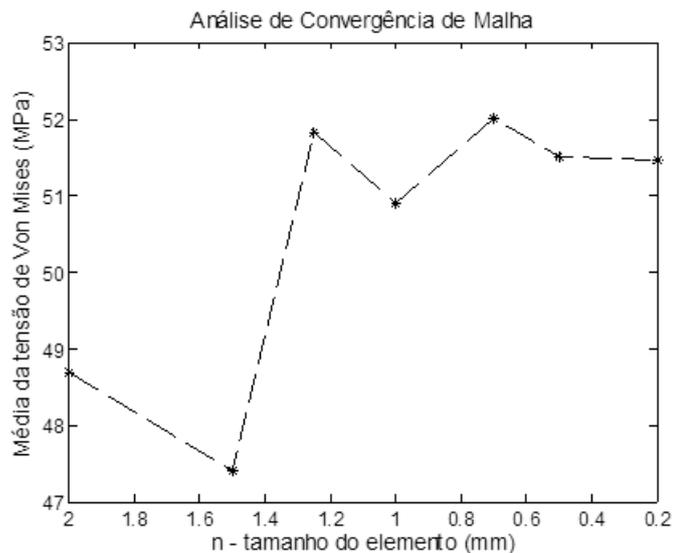


Figura 25 – Análise de convergência de malha.

Fonte: Do autor.

Uma vez que se tem o modelo representativo quanto à aplicação de cargas, condições de contorno e propriedades de materiais, a variável de modelagem que ainda pode causar divergência entre resultados é o refinamento de malha. Como pode ser verificada, a variação das tensões é diretamente proporcional ao tamanho do elemento, ou seja, quanto menor o elemento, maior é a representatividade do modelo, uma vez que este é o último ponto a ser validado no modelo, sendo que a solução converge no tamanho de elemento 0,2 mm. Este será o tamanho de elemento adotado para regiões de interesse do estudo.

3.4. Estudos preliminares

O modelo simplificado apresentado na Figura 26, similar ao adotado por Chun et al. (2002) e análogo ao modelo final, foi desenvolvido anteriormente ao modelo final para testes de integração entre os *softwares* e identificação das características do comportamento das duas principais variáveis do sistema: diâmetro e comprimento.

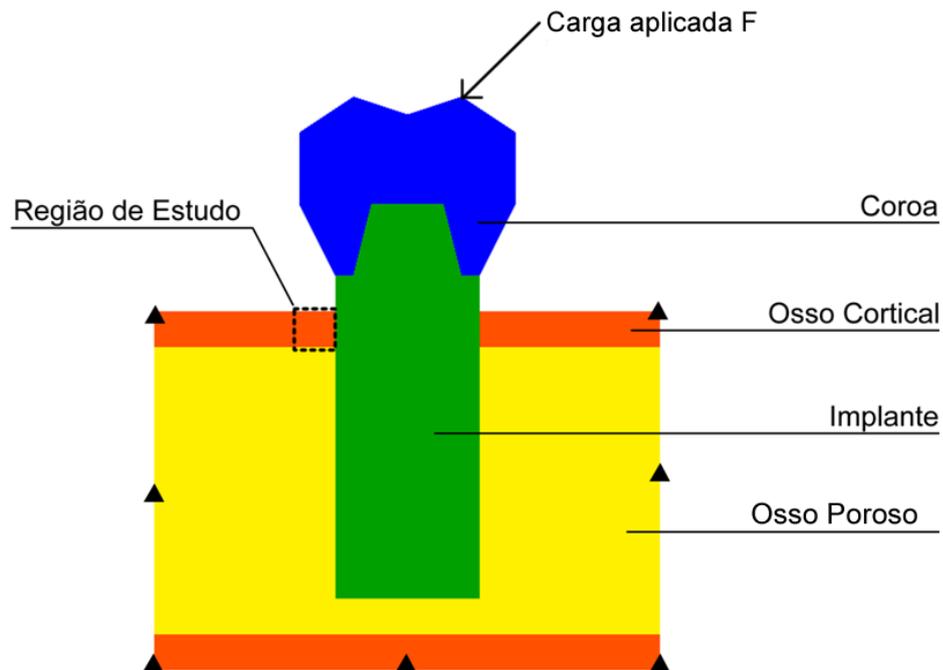


Figura 26 – Modelo simplificado.

Fonte: Do autor.

Uma primeira análise realizada foi a sensibilidade dos parâmetros diâmetro D e comprimento L na resposta em tensões no osso cortical. Para isso, foram realizadas quatro soluções (compostas por treze combinações cada):

- a) $L = 4$ mm; D variante (de 2 a 8 mm com passo de 1,0);
- b) $D = 2$ mm; L variante (de 4 a 16 mm com passo de 1,0);
- c) $L = 16$ mm; D variante (de 2 a 8 mm com passo de 1,0);
- d) $D = 8$ mm; L variante (de 4 a 16 mm com passo de 1,0).

Para as quatro condições, além dos parâmetros já definidos anteriormente como constantes na definição do modelo geral, os seguintes parâmetros se mantiveram invariantes:

- Osso cortical: $E = 14000 \text{ MPa}$ e $\nu = 0,3$;
- Carga em $F = 115 \text{ N}$;
- Inclinação 45° .

Da Figura 27 à Figura 30 são apresentados os resultados em tensões máximas de Von Mises das iterações para as condições a, b, c e d citadas anteriormente.

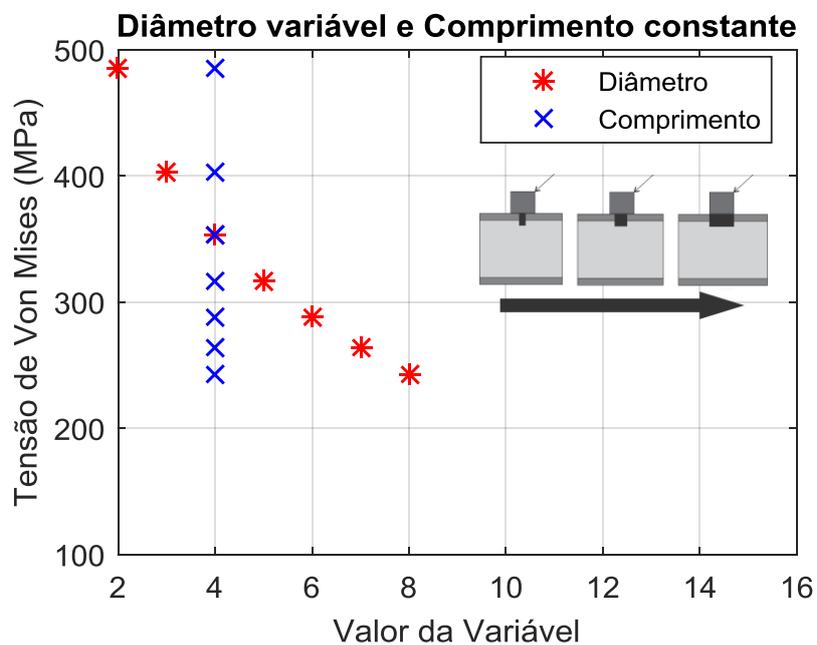


Figura 27 – Variação das tensões de Von Mises na região de interface osso cortical-implante para $L = 4 \text{ mm}$ e diâmetro variante.

Fonte: Do autor.

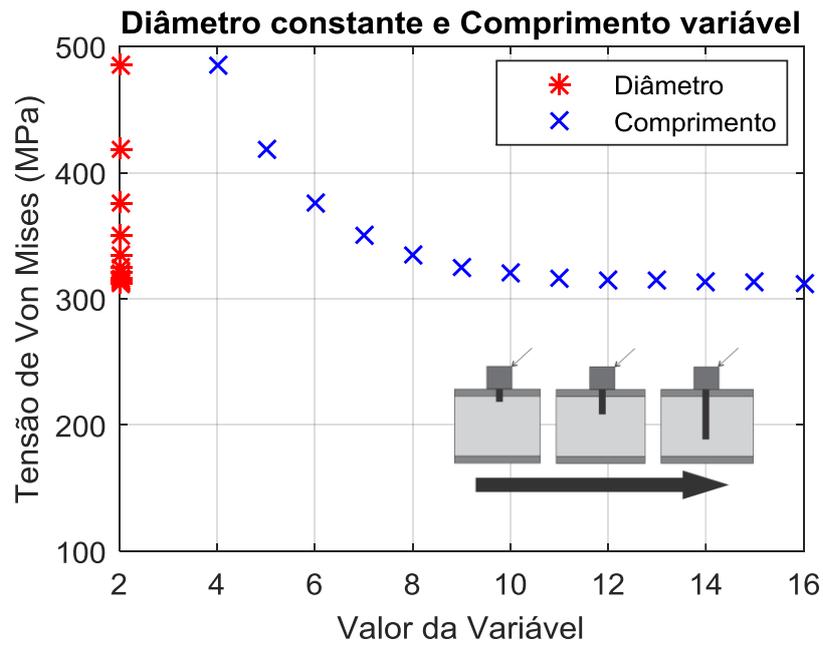


Figura 28 – Variação das tensões de Von Mises na região de interface osso cortical-implante para $D = 2$ mm e comprimento variável.

Fonte: Do autor.

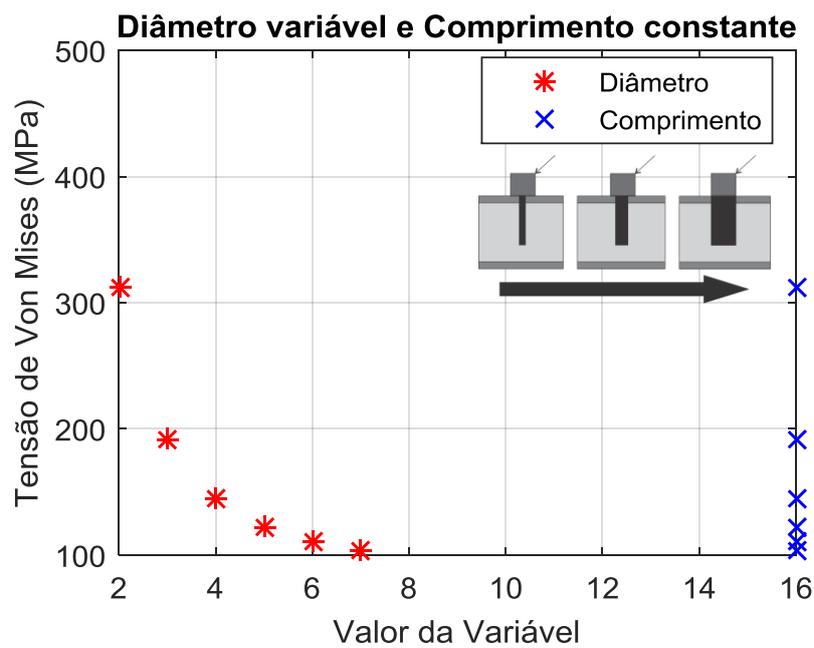


Figura 29 – Variação das tensões de Von Mises na região de interface osso cortical-implante para $L = 16$ mm e diâmetro variável.

Fonte: Do autor.

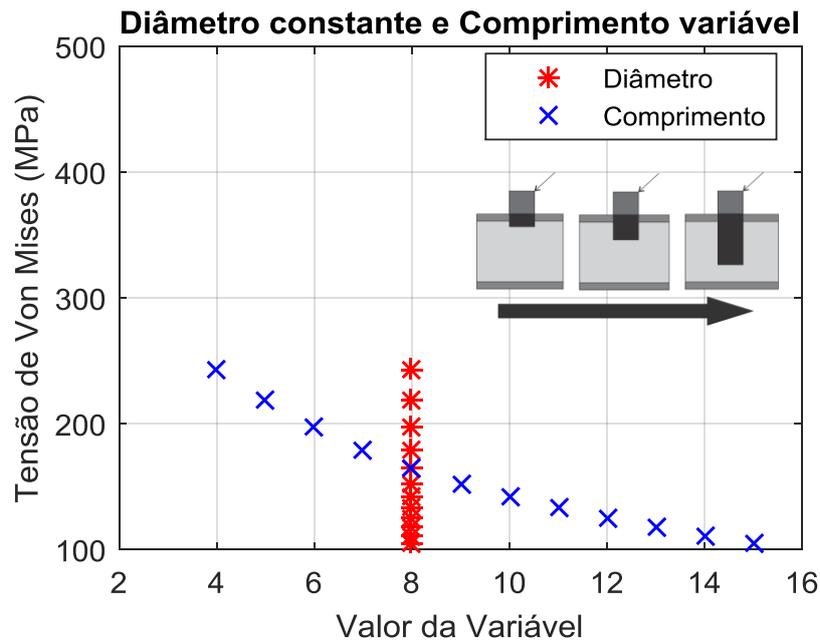


Figura 30 – Variação das tensões de Von Mises na região de interface osso cortical-implante para $D = 8$ mm e comprimento variável.

Fonte: Do autor.

Na Figura 27 e na Figura 28 os parâmetros fixos são os valores mínimos definidos para o intervalo de variação, enquanto que para a Figura 29 e para a Figura 30 os parâmetros fixos são os máximos. Observa-se que a variação de tensão é menos sensível para o aumento em comprimento, lembrando-se que a região de análise é o osso cortical.

Fica evidente a existência de um comportamento não linear para a relação entre diâmetro, comprimento e tensão máxima de Von Mises, uma vez que o comportamento não representa uma reta.

Assim como Vairo e Sannino (2013) e Guan et al. (2009), a análise comprova que o aumento do diâmetro é mais efetivo que o aumento do comprimento no que diz respeito às reduções de tensões no osso cortical, validando assim, os resultados preliminares.

3.5. Estudos paramétricos

A análise paramétrica baseia-se na variação dos parâmetros que definem uma configuração, de modo a se obter a sensibilidade de cada parâmetro no

comportamento global de um sistema. Estes parâmetros podem ser referentes a dimensões, formas, propriedades mecânicas, carregamento, entre outros.

Assim, a análise paramétrica a ser aplicada no trabalho nada mais é que a análise de sensibilidade do sistema implantado buscando um melhor entendimento do que ocorre mecanicamente na interface osso cortical-implante em diferentes cenários de atuação definidos por condições internas e externas ao conjunto biomecânico.

A Análise Paramétrica não exige convergência numérica, uma vez que seu estudo baseia-se dentro de uma faixa fixa de valores determinada pelo usuário. Para isso, um vetor com os valores das variáveis é construído no Matlab para o parâmetro que se pretende estudar. O comportamento então é expresso a partir dos resultados calculados pelo MEF. Cada iteração varia o parâmetro geométrico desejado, que atualiza a malha de elementos finitos no *software* Gmsh e posteriormente exporta essa malha para o Calculix, capaz de implementar junto aos elementos, as condições de contorno e carregamento aplicadas no modelo e assim calcular as tensões atuantes no conjunto.

Como visto nos estudos preliminares, os efeitos das principais variáveis do sistema, diâmetro e comprimento, possuem efeito não linear para a resposta em tensão máxima de Von Mises. Por isso, para a análise com RSM e DOE foram aplicados modelos CCD e para análises lineares, o modelo Box-Behnken. Todos os modelos com no máximo 5 fatores, como sugerido e apresentado na seção 2.8.

A princípio duas análises foram realizadas, as análises A e B, que embasaram a definição da análise C. As três análises estão descritas com seus respectivos objetivos, na Tabela 6.

Tabela 6 – Estudos em RSM e DOE realizados.

Análise	Parâmetros	Descrição	Objetivo
A	F, θ, E	Variação da intensidade de carga, ângulo de aplicação e módulo de elasticidade do osso cortical.	Analisar as relações entre carga e rigidez e identificar qual o parâmetro mais sensível.
B	d_{top}, d_i, d_e, l	Variação dos diâmetros e do comprimento.	Analisar qual dos diâmetros juntamente ao comprimento é mais sensível.
C	$F, d_i, l, x_{cp}, x_{ab}$	Variação da intensidade de carga, diâmetro da base da rosca e parâmetros que definem forma e passo de rosca.	Conhecendo-se os resultados das análises A e B, analisar os parâmetros da rosca junto aos parâmetros mais críticos.

A Figura 31 apresenta os esquemas das análises e os máximos e mínimos considerados para cada um dos parâmetros variados.

	Análise A	Análise B	Análise C
Parâmetros Variados	F, θ, E	d_{top}, d_i, d_e, l	$F, d_i, l, x_{cp}, x_{ab}$
Mínimos	30 N; 30°; 8x10 ³ MPa	3,8 mm; 1,8mm; 2mm; 7 mm	30 N; 1,8 mm; 7,0 mm; 0,4; 0,5
Máximos	200 N; 60°; 20x10 ³ MPa	8 mm; 7,8 mm; 8 mm; 16mm	200 N; 7,8 mm; 16 mm; 0,8; 1,0

Figura 31 – Representação esquemática das três análises paramétricas, com seus respectivos máximos e mínimos valores de parâmetros.

A Figura 32 representa um esquema dos passos realizados pelo algoritmo criado para a análise paramétrica com RSM e DOE envolvidos.

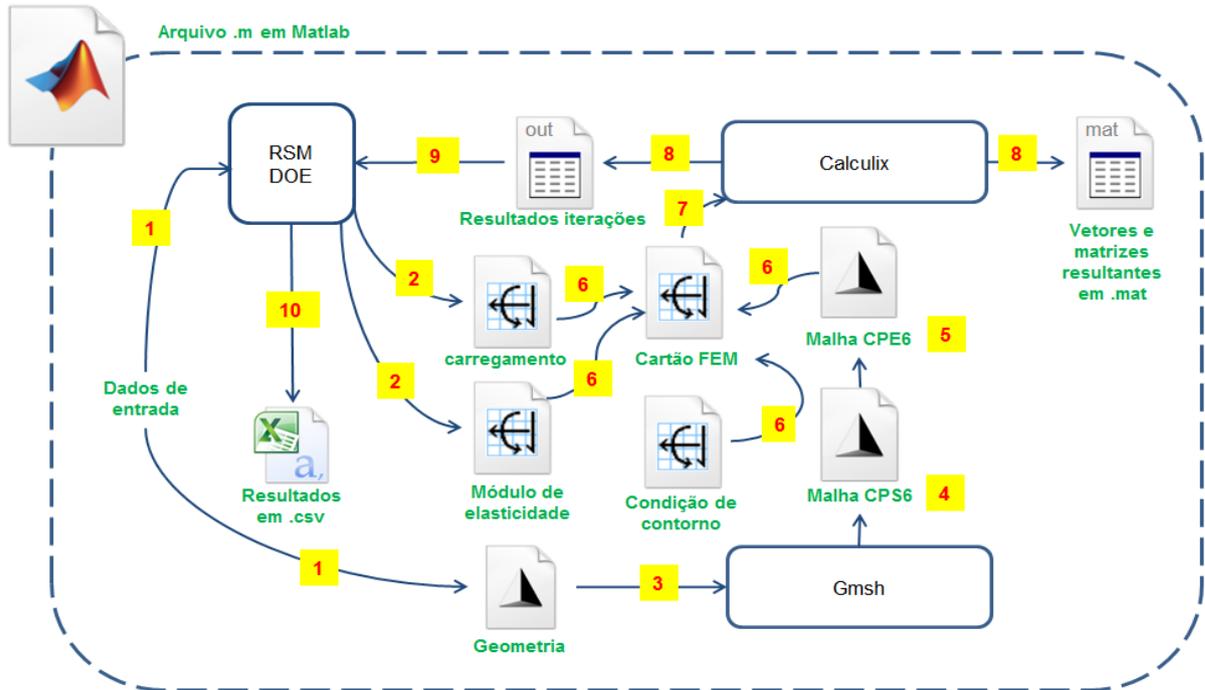


Figura 32 – Algoritmo aplicado na análise paramétrica com RSM e DOE.

Fonte: Do autor.

A Figura 32 pode ser explicada pelos seguintes passos:

- 1) Os dados de entrada contêm as faixas de valores para intensidade de carga, módulo de elasticidade do osso cortical e ângulos de inclinação da carga. Também são fornecidos os valores dos parâmetros mantidos constantes, bem como qual será o modelo utilizado;
- 2) Com as metodologias RSM e DOE, definem-se quais serão as combinações de parâmetros que fornecerão as respostas necessárias para a modelagem da superfície de resposta, ou seja, associam-se os valores codificados pelo modelo escolhido, aos valores reais das variáveis, explorando o domínio descrito;
- 3) Com os dados fornecidos, a geometria é gerada no Gmsh e preparada para receber a malha de elementos finitos;
- 4) A malha de elementos finitos é gerada e exportada. No entanto, os elementos gerados são escritos como CPS6, um elemento em estado plano de tensão;

- 5) Como já comentado anteriormente, este modelo é representado por um estado plano de deformação. Sendo assim, os elementos gerados no passo 4 são convertidos em elementos de estado plano de deformação CPE6 e então esta nova malha é exportada;
- 6) Os dados de carregamento gerados anteriormente e escritos em arquivos separados, são agora unificados em um único arquivo composto por carregamento, condição de contorno, propriedades de material e malha em elementos finitos;
- 7) O arquivo construído no passo 6 é responsável por passar todas as informações do modelo em elementos finitos para o Calculix, onde serão realizados os cálculos estruturais;
- 8) O Calculix libera os resultados dos cálculos estruturais a cada iteração em um arquivo de texto, útil para o acompanhamento do processo. Também são salvas nesta etapa as variáveis, matrizes e vetores criados durante as iterações, para fácil acesso posteriormente sem a necessidade de rodar novamente todas as iterações;
- 9) O arquivo de texto de saída é lido e os resultados são arquivados para geração de gráficos posteriormente. Ele também tem a utilidade de passar informações para o estudo de RSM de regressão linear múltipla, que será o princípio para a criação das superfícies de resposta. Neste passo, o RSM interpreta o modelo, realiza a regressão linear múltipla e fornece dados para o usuário avaliar a qualidade da superfície de resposta;
- 10) Após a validação da superfície de resposta, um arquivo de resultados finais gerado em extensão csv é criado para fácil acesso às informações finais compiladas. Nele contém o número da rodada, os valores dos parâmetros codificados, os valores dos parâmetros em unidades reais, a resposta real, a resposta estimada pela superfície de resposta criada, o resíduo para cada rodada e o erro relativo de cada rodada.

Na análise A, apenas três parâmetros variam, enquanto os demais permanecem constantes. Os parâmetros mantidos constantes com seus respectivos valores e os parâmetros variáveis com seus máximos e mínimos para a análise A são descritos na Tabela 7.

Tabela 7 – Parâmetros constantes e variáveis na análise A.

Parâmetro	Valor
d_{top}	Constante = 6,0 mm
d_i	Constante = 4,0 mm
d_e	Constante = 5,0 mm
l	Constante = 12,0 mm
x_{cp}	Constante = 0,5
x_{ab}	Constante = 0,5
t	Constante = 2,0 mm
h_0	Constante = 23,0 mm
l_0	Constante = 26,0 mm
F	Variável: Mínimo = 30 N e Máximo = 200 N
θ	Variável: Mínimo = 30° e Máximo = 60°
E	Variável: Mínimo = 8x10 ³ MPa e Máximo = 20x10 ³ MPa

Utilizando o Box-Behnken, a partir da definição de parâmetros de máximos e mínimos valores tem-se a Tabela 8 que fornece dados suficientes para a modelagem da análise A.

Tabela 8 – Dados para modelagem da análise A.

Rodada	F codificado	θ codificado	E codificado	F (N)	θ (°)	E (MPa)
1	-1	-1	0	30	30	14000
2	-1	1	0	30	60	14000
3	1	-1	0	200	30	14000
4	1	1	0	200	60	14000
5	-1	0	-1	30	45	8000
6	-1	0	1	30	45	20000
7	1	0	-1	200	45	8000
8	1	0	1	200	45	20000
9	0	-1	-1	115	30	8000
10	0	-1	1	115	30	20000
11	0	1	-1	115	60	8000
12	0	1	1	115	60	20000
13	0	0	0	115	45	14000
14	0	0	0	115	45	14000
15	0	0	0	115	45	14000

Uma vez que se têm os dados de entrada, rodando as análises para os parâmetros codificados como proposto pelo algoritmo da Figura 32 tem-se os valores em tensões que são as respostas dadas por cada combinação de parâmetro.

Observa-se na Tabela 8 que as rodadas de 13 a 15 possuem parâmetros de igual valor. Estas rodadas extras em modelos de DOE têm o objetivo de calibrar o modelo buscando a redução do erro estatístico em experimentos. No entanto, para a análise numérica, essa variação na resposta para várias rodadas com uma mesma combinação de parâmetros de entrada que existiria em um experimento real, deixa de existir, uma vez que o cálculo e as condições aplicadas para uma mesma combinação de parâmetro são exatamente as mesmas. Sendo assim, apenas uma rodada, no caso a rodada 13, seria suficiente. Este pressuposto de apenas uma rodada para a combinação em que todos os parâmetros codificados são 0 é assumido nas demais análises, com o objetivo de reduzir o tempo de processamento.

Os parâmetros estudados na análise A afetam apenas a carga aplicada no modelo e a rigidez do sistema. Uma vez que as análises são realizadas em regime linear estático, espera-se que o comportamento da resposta do modelo ajustado seja linear. Sendo assim, um modelo de primeira ordem com interação foi desenvolvido e é expresso por:

$$S_{est} = \beta_0 + \beta_1 F_c + \beta_2 \theta_c + \beta_3 E_c + \beta_4 F_c \theta_c + \beta_5 F_c E_c + \beta_6 \theta_c E_c. \quad (51)$$

Já para a análise B o modelo representativo é de segunda ordem com interação, uma vez que os efeitos de não linearidade são esperados:

$$\begin{aligned} S_{est} = & \beta_0 + \beta_1 dtop_c + \beta_2 di_c + \beta_3 de_c + \beta_4 l_c \\ & + \beta_5 dtop_c di_c + \beta_6 dtop_c de_c + \beta_7 dtop_c l_c + \beta_8 di_c de_c + \beta_9 di_c l_c + \beta_{10} de_c l_c \\ & + \beta_{11} dtop_c^2 + \beta_{12} di_c^2 + \beta_{13} de_c^2 + \beta_{14} l_c^2. \end{aligned} \quad (52)$$

A análise C, também de segunda ordem com interação, fica expressa por:

$$\begin{aligned}
S_{est} = & \beta_0 + \beta_1 F_c + \beta_2 di_c + \beta_3 l_c + \beta_4 xcp_c + \beta_5 xab_c + \\
& \beta_6 F_c di_c + \beta_7 F_c l_c + \beta_8 F_c xcp_c + \beta_9 F_c xab_c + \beta_{10} di_c l_c + \beta_{11} di_c xcp_c \\
& + \beta_{12} di_c xab_c + \beta_{13} l_c xcp_c + \beta_{14} l_c xab_c + \beta_{15} xcp_c xab_c \\
& + \beta_{16} F_c^2 + \beta_{17} di_c^2 + \beta_{18} l_c^2 + \beta_{19} xcp_c^2 + \beta_{20} xab_c^2,
\end{aligned} \tag{53}$$

em que β_i é o valor do coeficiente, S_{est} é a tensão estimada pelo modelo e as demais variáveis são os parâmetros de entrada codificados.

Com os dados de entrada e o modelo escolhido para a análise, aplica-se a regressão linear múltipla e avalia-se a capacidade do modelo representar bem a resposta. Tal verificação é realizada através da observação de:

- Resíduos (diferenças entre o valor real e o valor estimado);
- Coeficiente de determinação ajustado ($R^2_{ajustado}$) que define o quão próximo um modelo está dos valores reais (quanto mais próximo de 1, maior é a proximidade);
- Plotagem de correlação (plota o valor real pelo valor estimado).

Também é observado para os modelos qual o nível de significância de cada coeficiente através da Análise de Variância (ANOVA), ao observar o termo de análise $p - value$ que pode ser interpretado como o menor valor do nível de significância para o qual se rejeita a hipótese nula (todos os coeficientes não independentes iguais à zero). Assim, se o nível de significância ($\alpha = 0,05$) for menor que o $p - value$, não se rejeita a hipótese nula (Myers et. al., 2009). De forma geral, quanto menor o $p - value$, maior é a importância do coeficiente na obtenção de uma resposta e se $p - value > \alpha$, o parâmetro de entrada pode ser descartado.

Uma vez que o modelo representa com qualidade as condições reais, tem-se o polinômio geral que representa o comportamento do sistema, ou seja, obter-se-á a Superfície de Resposta do modelo.

Dada a superfície de resposta, é possível se obter a resposta em tensão máxima de Von Mises apenas substituindo os valores dos parâmetros de entrada no polinômio (carga, ângulo e módulo de elasticidade). Também são obtidas as influências isoladas de cada parâmetro na resposta e quando interagem entre si, de

forma a prever quais parâmetros e interações são mais sensíveis na resposta do modelo.

A análise A encerra-se neste ponto, onde se tem a superfície de reposta com um modelo representativo e conhecendo-se as influências de cada parâmetro e suas interações na resposta global. As demais análises (B e C) seguem a mesma metodologia, com pequenas alterações no que diz respeito aos parâmetros constantes, aos parâmetros variáveis e ao modelo e ordem escolhidos. Essas divergências são esclarecidas a seguir.

Para a análise B, os três tipos de diâmetros e o comprimento são variados. Como verificado pelos estudos preliminares, essas variáveis produzem respostas não lineares. Sendo assim, para a análise B e conseqüentemente para a análise C, onde estes parâmetros estão presentes, foram escolhidos apenas modelos de segunda ordem.

Para as análises B e C foram aplicados o modelo CCF por ter comparativamente apresentado melhor R^2 e distribuição normal em relação aos demais modelos durante os testes efetuados no desenvolvimento do estudo.

Os parâmetros mantidos constantes com seus respectivos valores e os parâmetros variáveis com seus máximos e mínimos para a análise B estão descritos na Tabela 9. Na Tabela 10 são fornecidos os dados da modelagem CCF para a análise B.

Tabela 9 – Parâmetros constantes e variáveis na análise B.

Parâmetro	Valor
d_{top}	Variável: Mínimo = 3,8 mm e Máximo = 8,0 mm
d_i	Variável: Mínimo = 1,8 mm e Máximo = 7,8 mm
d_e	Variável: Mínimo = 2,0 mm e Máximo = 8,0 mm
l	Variável: Mínimo = 7,0 mm e Máximo = 16,0 mm
x_{cp}	Constante = 0,5
x_{ab}	Constante = 0,5
t	Constante = 2,0 mm
h_0	Constante = 23,0 mm
l_0	Constante = 26,0 mm
F	Constante = 115 N
θ	Constante = 45°
E	Constante = 14x10 ³ MPa

Tabela 10 – Dados para modelagem da análise B.

Rodada	d_{top} codificado	d_i codificado	d_e codificado	l codificado	d_{top} (mm)	d_i (mm)	d_e (mm)	l (mm)
1	-1	-1	-1	-1	3,8	1,8	2,0	7,0
2	-1	-1	-1	1	3,8	1,8	2,0	16,0
3	-1	-1	1	-1	3,8	1,8	8,0	7,0
4	-1	-1	1	1	3,8	1,8	8,0	16,0
5	-1	1	-1	-1	3,8	7,8	2,0	7,0
6	-1	1	-1	1	3,8	7,8	2,0	16,0
7	-1	1	1	-1	3,8	7,8	8,0	7,0
8	-1	1	1	1	3,8	7,8	8,0	16,0
9	1	-1	-1	-1	8,0	1,8	2,0	7,00
10	1	-1	-1	1	8,0	1,8	2,0	16,0
11	1	-1	1	-1	8,0	1,8	8,0	7,0
12	1	-1	1	1	8,0	1,8	8,0	16,0
13	1	1	-1	-1	8,0	7,8	2,0	7,0
14	1	1	-1	1	8,0	7,8	2,0	16,0
15	1	1	1	-1	8,0	7,8	8,0	7,0
16	1	1	1	1	8,0	7,8	8,0	16,0
17	-1	0	0	0	3,8	4,8	5,0	11,5
18	1	0	0	0	8,0	4,8	5,0	11,5
19	0	-1	0	0	5,9	1,8	5,0	11,5
20	0	1	0	0	5,9	7,8	5,0	11,5
21	0	0	-1	0	5,9	4,8	2,0	11,5
22	0	0	1	0	5,9	4,8	8,0	11,5
23	0	0	0	-1	5,9	4,8	5,0	7,0
24	0	0	0	1	5,9	4,8	5,0	16,0
25	0	0	0	0	5,9	4,8	5,0	11,5

Assim como para as análises A e B, os dados referentes às constantes e variáveis são apresentados na Tabela 11 para a análise C.

Tabela 11 – Parâmetros constantes e variáveis na análise C.

Parâmetro	Valor
d_{top}	Constante = 6,0 mm
d_i	Variável: Mínimo = 1,8 mm e Máximo = 7,8 mm
d_e	Constante = 5,0 mm
l	Variável: Mínimo = 7,0 mm e Máximo = 16,0 mm
x_{cp}	Variável: Mínimo = 0,4 e Máximo = 0,8
x_{ab}	Variável: Mínimo = 0,5 e Máximo = 1,0
t	Constante = 2,0 mm
h_0	Constante = 23,0 mm
l_0	Constante = 26,0 mm
F	Variável: Mínimo = 30 N e Máximo = 200 N
θ	Constante = 45°
E	Constante = 14×10^3 MPa

Os dados para a modelagem da análise C em CCF estão apresentados na Tabela 12.

Tabela 12 - Dados para modelagem da análise C.

Rodada	F codificado	d_i codificado	l codificado	x_{cp} codificado	x_{ab} codificado	F (mm)	d_i (mm)	l (mm)	x_{cp} (-)	x_{ab} (-)
1	-1	-1	-1	-1	-1	30	1,8	7,00	0,4	0,50
2	-1	-1	-1	-1	1	30	1,8	7,00	0,4	1,00
3	-1	-1	-1	1	-1	30	1,8	7,00	0,8	0,50
4	-1	-1	-1	1	1	30	1,8	7,00	0,8	1,00
5	-1	-1	1	-1	-1	30	1,8	16,0	0,4	0,50
6	-1	-1	1	-1	1	30	1,8	16,0	0,4	1,00
7	-1	-1	1	1	-1	30	1,8	16,0	0,8	0,50
8	-1	-1	1	1	1	30	1,8	16,0	0,8	1,00
9	-1	1	-1	-1	-1	30	7,8	7,00	0,4	0,50
10	-1	1	-1	-1	1	30	7,8	7,00	0,4	1,00
11	-1	1	-1	1	-1	30	7,8	7,00	0,8	0,50
12	-1	1	-1	1	1	30	7,8	7,00	0,8	1,00
13	-1	1	1	-1	-1	30	7,8	16,0	0,4	0,50
14	-1	1	1	-1	1	30	7,8	16,0	0,4	1,00
15	-1	1	1	1	-1	30	7,8	16,0	0,8	0,50
16	-1	1	1	1	1	30	7,8	16,0	0,8	1,00
17	1	-1	-1	-1	-1	200	1,8	7,00	0,4	0,50
18	1	-1	-1	-1	1	200	1,8	7,00	0,4	1,00
19	1	-1	-1	1	-1	200	1,8	7,00	0,8	0,50
20	1	-1	-1	1	1	200	1,8	7,00	0,8	1,00
21	1	-1	1	-1	-1	200	1,8	16,0	0,4	0,50
22	1	-1	1	-1	1	200	1,8	16,0	0,4	1,00
23	1	-1	1	1	-1	200	1,8	16,0	0,8	0,50
24	1	-1	1	1	1	200	1,8	16,0	0,8	1,00
25	1	1	-1	-1	-1	200	7,8	7,00	0,4	0,50
26	1	1	-1	-1	1	200	7,8	7,00	0,4	1,00
27	1	1	-1	1	-1	200	7,8	7,00	0,8	0,50
28	1	1	-1	1	1	200	7,8	7,00	0,8	1,00
29	1	1	1	-1	-1	200	7,8	16,0	0,4	0,50
30	1	1	1	-1	1	200	7,8	16,0	0,4	1,00
31	1	1	1	1	-1	200	7,8	16,0	0,8	0,50
32	1	1	1	1	1	200	7,8	16,0	0,8	1,00
33	-1	0	0	0	0	30	4,8	11,5	0,6	0,75
34	1	0	0	0	0	200	4,8	11,5	0,6	0,75
35	0	-1	0	0	0	115	1,8	11,5	0,6	0,75
36	0	1	0	0	0	115	7,8	11,5	0,6	0,75
37	0	0	-1	0	0	115	4,8	7,00	0,6	0,75
38	0	0	1	0	0	115	4,8	16,0	0,6	0,75
39	0	0	0	-1	0	115	4,8	11,5	0,4	0,75
40	0	0	0	1	0	115	4,8	11,5	0,8	0,75
41	0	0	0	0	-1	115	4,8	11,5	0,6	0,50
42	0	0	0	0	1	115	4,8	11,5	0,6	1,00
43	0	0	0	0	0	115	4,8	11,5	0,6	0,75

3.6. Otimização estrutural

A ocorrência de tensões na região da crista óssea pode causar micro fraturas, deformações e reabsorção ósseas. A diminuição de suprimento sanguíneo torna-se inevitável, o que torna o ambiente propício para a colonização secundária por micro-organismos oportunistas (Lindquist, 1988). Além disso, a remoção excessiva de osso pode favorecer a perda óssea, ao mesmo tempo em que a falta de área de contato prejudica a osseointegração e como apresentado por Frost (1994), o osso pode ser remodelado, mas não pode se adicionar mais osso.

No processo de otimização estrutural, os parâmetros principais (diâmetros e comprimento) são variados, tendo como objetivos a redução das tensões atuantes na interface entre o implante e o osso cortical (região da crista óssea, principal região de início de perda óssea) e a redução da área de osso removida a partir de valores iniciais de estudo e restrições impostas. A escolha da geometria ótima baseia-se na aplicabilidade do sistema gerado em condições reais.

A seleção dos parâmetros a serem otimizados foi realizada com base nos estudos paramétricos. Observando-se as variáveis geométricas mais importantes na redução da tensão no osso cortical, escolheram-se os três diâmetros e o comprimento, sendo estes as mesmas variáveis da análise paramétrica B, da seção 3.5 e consideram-se os demais parâmetros constantes e com o mesmo valor apresentado na análise B.

Fazendo uso da superfície de resposta obtida na análise B, foi definida a ela a restrição para que a tensão máxima seja menor ou igual a 80% da tensão de ruptura do osso cortical, que segundo Burstein et al (1976) é na ordem de 190 MPa.

Objetiva-se alcançar as menores tensões atuantes no osso cortical e também a menor área removida pelo implante para assim se ter a menor invasão possível no osso do paciente. Como visto nas análises paramétricas, a redução da área removida (consequentemente a redução nas dimensões do implante) ocasiona aumentos de tensão na região mais propícia ao desgaste: a interface implante com o osso cortical. Tem-se aqui, portanto, um problema multiobjetivo com respostas concorrentes.

A área *A* a ser minimizada está esclarecida na Figura 33.

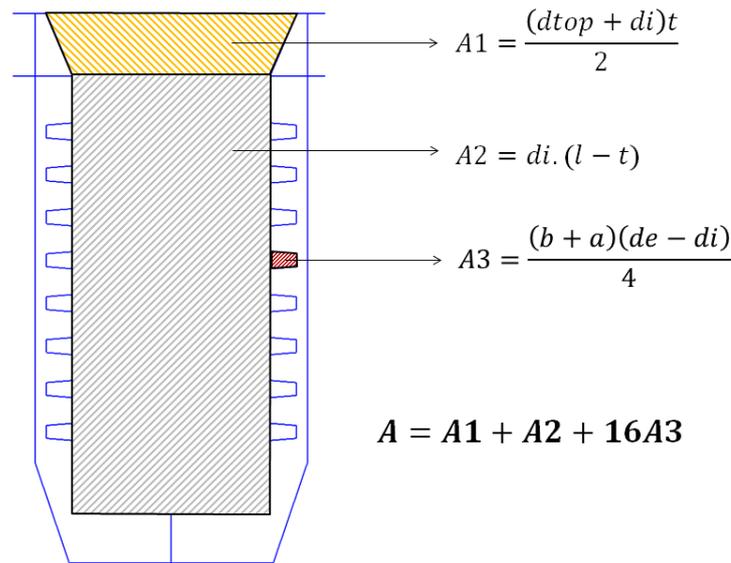


Figura 33 – Definição geométrica da área de osso removida.

Fonte: Do autor.

Segue-se a abordagem já apresentada na seção 2.7 e adota-se como objetivos a tensão obtida pela superfície de resposta da análise B restringida para até 80% da tensão de ruptura do osso cortical e, a área de osso definida pela Figura 33. Desta forma, o problema de otimização proposto pode ser classificado como:

- **Não linear:** a função objetivo e a restrição são funções não lineares;
- **Restrito:** há a restrição para a tensão máxima a ser obtida;
- **Contínuo:** os parâmetros de entrada não são padronizados;
- **Multiobjetivo:** objetiva-se minimizar a tensão no osso e a área do implante;
- **Um ponto ótimo:** dado o peso de cada resposta, deseja-se um único ponto ótimo;
- **Determinístico:** todos os parâmetros de entrada são determinísticos.

Sendo, portanto um problema multiobjetivo, aplica-se o conceito da função AOF discutido na seção 2.9 que fornece uma resposta escalar para multiobjetivos escalados por pesos como apresentado na equação (48). Para as respostas extremas, quando $w_1 = 0$ e $w_2 = 1$ ou $w_1 = 1$ e $w_2 = 0$, no problema sem restrições, cada objetivo, no caso a tensão e a área, podem ser utilizados em sua unidade

padrão, para assim obterem-se os valores ótimos de máximo e mínimo de cada objetivo na AOF. No entanto, quando se trabalha com pesos dentro deste intervalo, ou seja, $0 < w < 1$, é necessário realizar a normalização dos objetivos, para que a AOF trabalhe com unidades adimensionais sem aplicar qualquer favorecimento além do peso imposto aos objetivos. Como a tensão e a área possuem unidades diferentes, esta normalização deve ser realizada utilizando as seguintes equações.

Para a tensão tem-se:

$$S_{norm} = \frac{S - S_{min_r}}{S_{max_r} - S_{min_r}}, \quad (54)$$

e para a área:

$$A_{norm} = \frac{A - A_{min_r}}{A_{max_r} - A_{min_r}}, \quad (55)$$

em que S e A são a tensão e a área, respectivamente, em suas unidades reais. O índice *norm* refere-se ao valor da variável normalizada entre -1 e 1; o *min_r* ao valor mínimo em unidade real da variável; o *max_r* ao valor máximo em unidade real da variável.

O software Matlab foi adotado para a resolução do problema multiobjetivo apresentado para o trabalho através da utilização de seu pacote de otimização. Para a escolha correta da função que melhor trata o problema em questão, torna-se necessária a análise das funções de otimização disponíveis e apresentadas na Tabela 13.

Tabela 13 – Funções de otimização do Matlab classificadas pela função objetivo e pela restrição.

Tipo de restrição	Tipo de objetivo e suas funções no Matlab				
	Linear	Quadrático	Mínimos Quadrados	Não linear regular	Sem regularidade
Sem restrição	n/a ($f = \text{const}$, ou $\text{min} = -\infty$)	quadprog	\, lsqcurvefit, lsqnonlin	fminsearch, fminunc	fminsearch
Fronteira	linprog	quadprog	lsqcurvefit, lsqlin, lsqnonlin, lsqnonneg	fminbnd, fmincon, fseminf	fminbnd
Linear	linprog	quadprog	lsqlin	fmincon, fseminf	-
Regularidade genérica	fmincon	fmincon	fmincon	fmincon, fseminf	-
Discreta	intlinprog	-	-	-	-

Para a solução do problema multiobjetivo apresentado em (49), foi escolhida a função *fmincon* que trabalha com restrições lineares e não lineares e função objetivo não linear. Para esta função, o algoritmo escolhido foi o pontos interiores, indicado pelo *software* como a primeira tentativa a ser aplicada entre os algoritmos disponíveis. Foi adotado o critério de tolerância para a função de 1×10^{-5} e para os demais argumentos de tolerância, os valores padrões da função. Como já observado na seção 2.7 os algoritmos de pontos interiores são os mais robustos e eficientes como algoritmos de otimização, de propósito geral. Na resolução de problemas de grande escala os métodos de pontos interiores apresentam-se como os métodos de melhor escalabilidade (Botta, 2005), ou seja, melhor capacidade de aumento de complexidade sem se perder em desempenho.

Considerando o que foi descrito até aqui, a função de otimização aplicada ao problema toma a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimizar} && J(x) = w_1 S_{est}(x) + w_2 A(x) \\
 &\text{Sujeito a:} && g(x) \leq 0 \\
 &&& x_l \leq x \leq x_u,
 \end{aligned} \tag{56}$$

em que $J(x) = w_1 S_{est}(x) + w_2 A(x)$ é a função multiobjetivo a ser minimizada, $g(x) \leq 0$ passa a ser a restrição em que a tensão obtida seja menor ou igual a 80%

da tensão de ruptura do osso cortical e $x_l \leq x \leq x_u$ representa os limites superiores e inferiores para os parâmetros de entrada a serem otimizados.

A Figura 34 apresenta o fluxograma resumido do algoritmo desenvolvido para o projeto, o qual utiliza o método de pontos interiores.

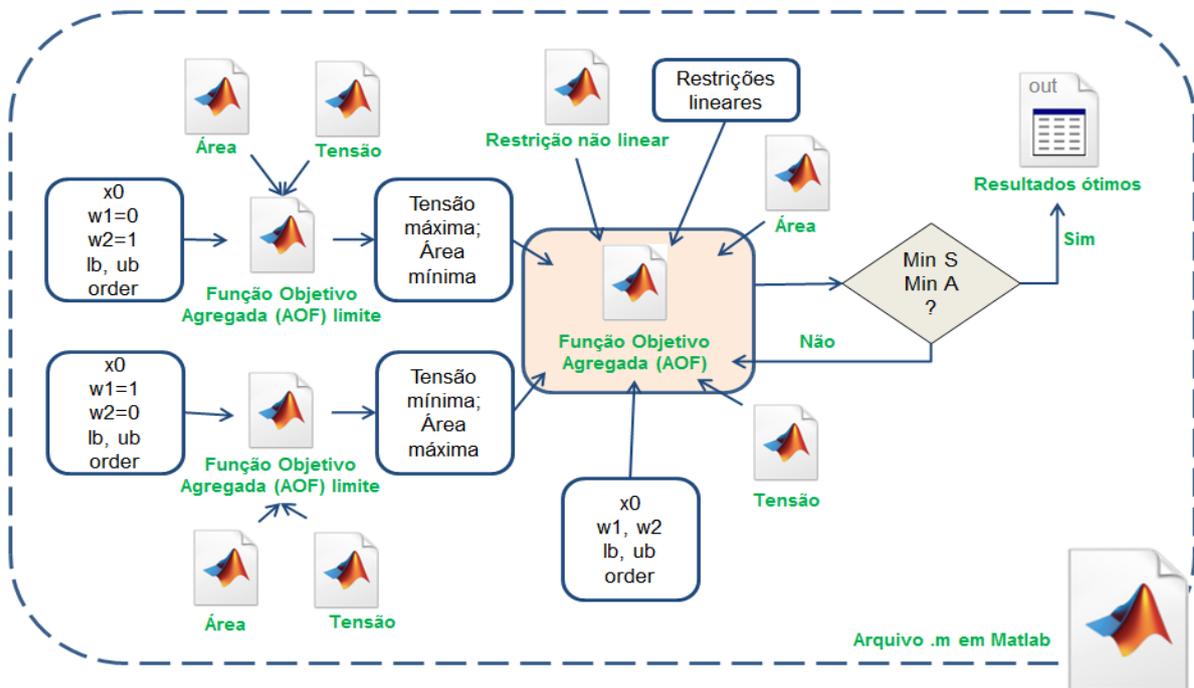


Figura 34 – Fluxograma do algoritmo de otimização do projeto.

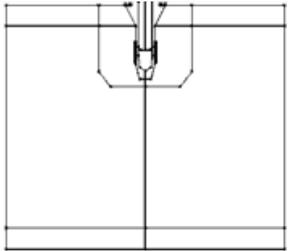
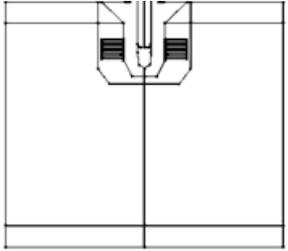
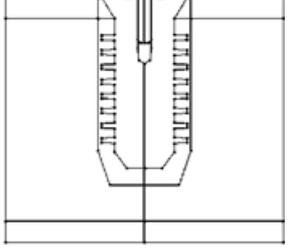
Fonte: Do autor.

Os blocos “Área” e “Tensão” são arquivos que contém as funções que se pretende minimizar. Já o bloco “Função Objetivo Agregada (AOF)” é o arquivo que contém a função composta pelos dois objetivos. Os termos w_1 e w_2 são os pesos das funções; x_0 , os valores iniciais dos parâmetros a serem otimizados; ub , os valores mínimos e lb , a ordem da função. A “Função Objetivo Agregada (AOF) limite” é o mesmo algoritmo da “Função Objetivo Agregada (AOF)”, porém com ajustes para se obter ótimos limites, ou seja, obter a área e a tensão quando os pesos são $w_1 = 1$ e $w_2 = 0$ e $w_1 = 0$ e $w_2 = 1$ sem restrições. O arquivo “Restrição não linear” contempla as restrições com característica não linear. Para as demais restrições, caso necessário, tem-se o bloco “Restrições lineares”, não utilizado neste trabalho. O funcionamento baseia-se na entrada dos dados principais para que se calculem os limites máximos e mínimos para a área e para a tensão. Estes dados

são importantes para serem normalizados os valores utilizados na função agregada em que nenhum dos pesos é zero. Dando a entrada nesta função agregada, e fazendo-se as iterações, obtém-se os valores ótimos da função.

A Tabela 14 apresenta os extremos e os valores médios de pesos e respostas sem restrições, com suas respectivas representações em geometria do implante.

Tabela 14 – Pesos máximos, médios e mínimos e respostas para a otimização sem restrições.

w_1	w_2	S (MPa)	A (mm ²)	Geometria otimizada
0,0	1,0	517,2	15,1	
0,5	0,5	141,6	35,0	
1,0	0,0	42,7	100,4	

Na Tabela 14 fica notável a relação inversa entre área e tensão.

A Fronteira de Pareto representa as soluções possíveis para uma otimização multiobjetivo a partir das diferentes combinações de pesos aplicados aos objetivos. A partir da AOF definida, é possível plotar a Fronteira de Pareto variando-se os pesos aplicados para cada objetivo sem considerar as restrições. A Figura 35 e a Figura 36, apresentam a Fronteira de Pareto para AOF de primeira e de segunda ordem, respectivamente.

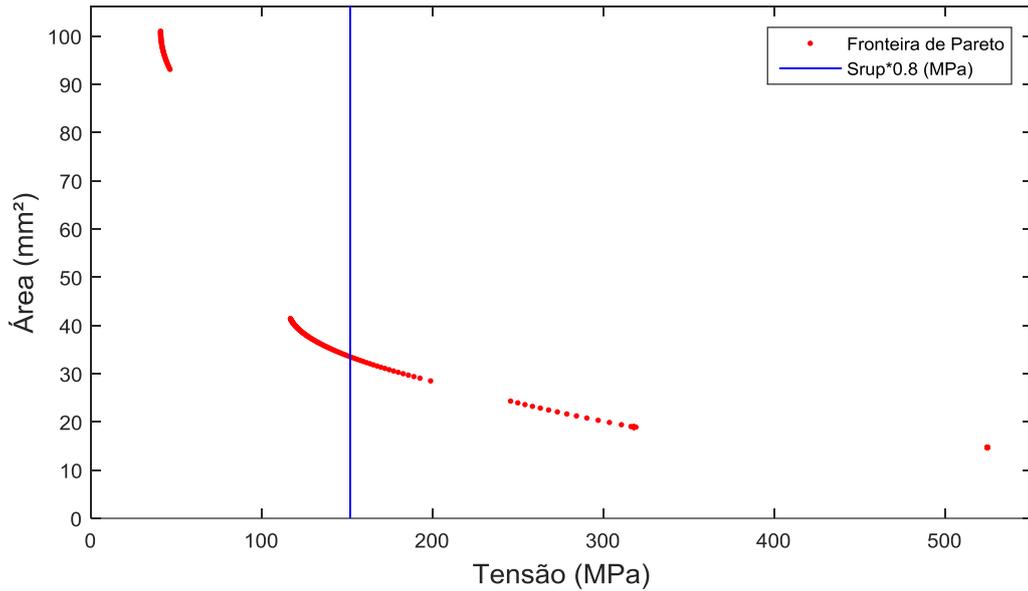


Figura 35 – Fronteira de Pareto para AOF de primeira ordem.

Fonte: Do autor.

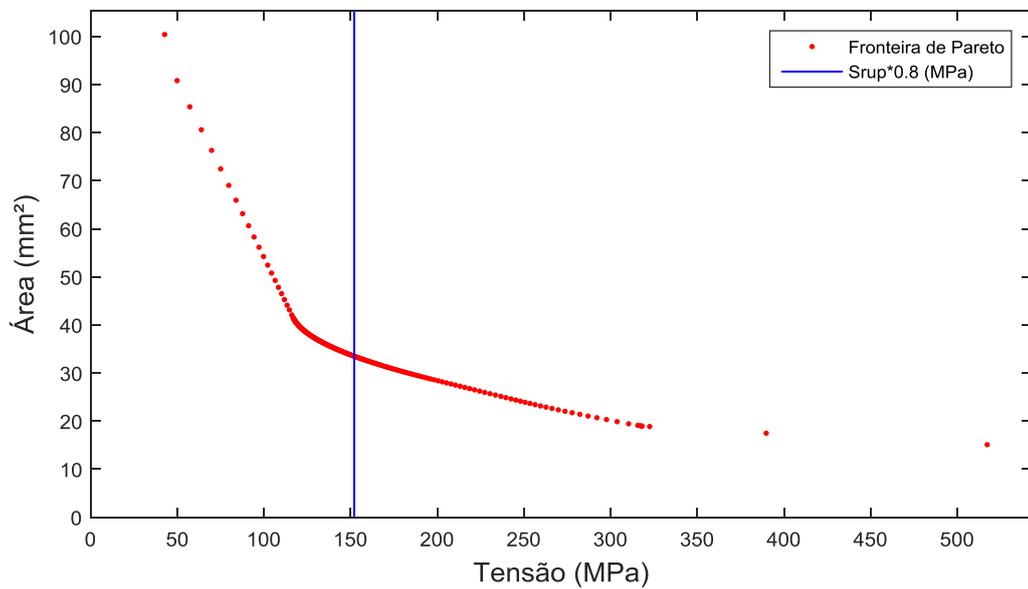


Figura 36 – Fronteira de Pareto para AOF de segunda ordem.

Fonte: Do autor.

Nota-se que para a segunda ordem existe um conjunto de soluções com valores de áreas ótimas entre 40 e 90 mm² que não aparecem na AOF de primeira ordem. Isso mostra um conjunto mais amplo de soluções possíveis para serem exploradas com diferentes pesos para as respostas. Além disso, a linha vertical mostra a restrição da tensão máxima a ser obtida, sendo essa 80% da tensão de

ruptura S_{rup} do osso cortical. Valores à direita desta linha saem do domínio factível de soluções.

Buscando um conjunto de soluções mais amplo para vários pesos dentro da restrição imposta e que possibilite a obtenção de uma única solução ótima, a AOF de segunda ordem foi escolhida para a otimização.

A partir da Fronteira de Pareto definida, a Figura 37 mostra a relação entre o peso da tensão e as respostas em área e tensão. Observa-se a linha constante horizontal referente a 80% da tensão de ruptura do osso cortical. Para $w_1 = 0,415$, tem-se aproximadamente a máxima tensão permitida para o modelo. Quando $w_1 = 0,975$, a tensão e a área possuem aproximadamente o mesmo valor. Neste ponto de intersecção, a área tem tendência quadrática de aumento enquanto que a tensão tem tendência quadrática de redução. Foram realizadas, portanto, três otimizações, considerando três pesos diferentes dentro do domínio factível de soluções. Dois deles são os citados anteriormente e o terceiro é a média entre tais pesos, ou seja, $w_1 = 0,695$.

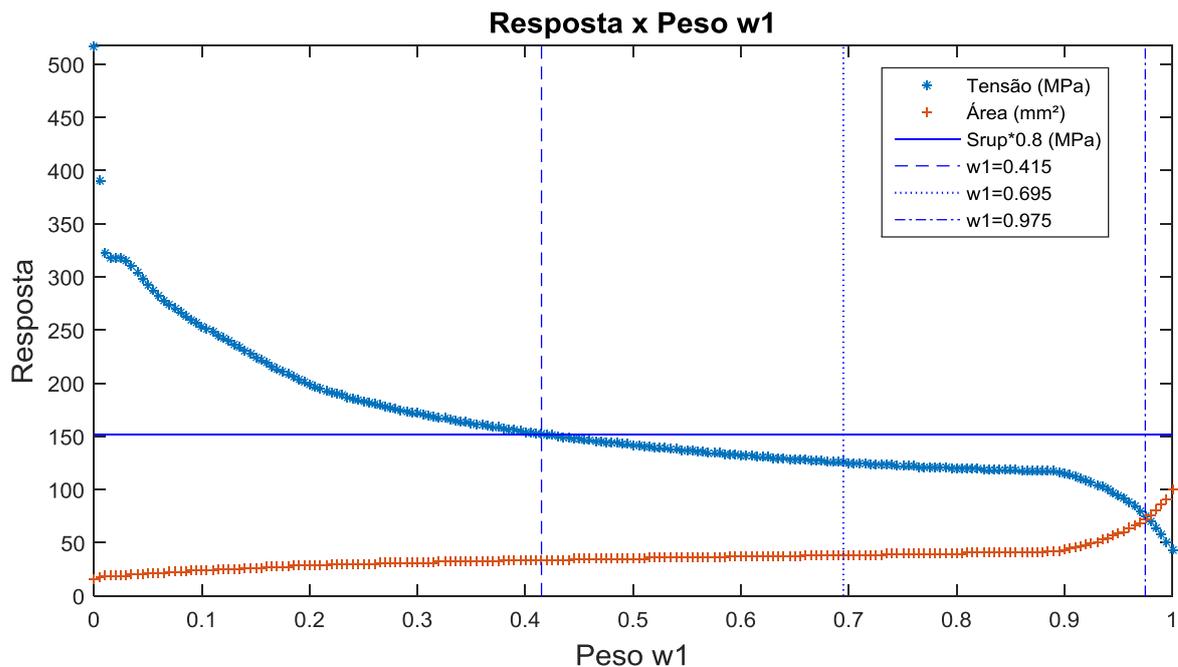


Figura 37 – Relação entre resposta e peso para a tensão na AOF.

Fonte: Do autor.

No próximo capítulo são apresentados os resultados numéricos obtidos.

4. RESULTADOS

Este capítulo dedica-se à exposição dos resultados dos cálculos realizados a partir da metodologia proposta. Primeiramente as superfícies de resposta obtidas são apresentadas e avaliadas do ponto de vista estatístico, apresentando simultaneamente os parâmetros mais e menos influentes para a resposta. A superfície de resposta escolhida para o estudo de otimização estrutural é aplicada e então respostas para as otimizações são obtidas. São então escolhidos os pesos dados para cada objetivo na função objetivo agregada e então três combinações de peso passam pelo processo final de otimização, apresentando por fim os resultados dos parâmetros e respostas otimizadas.

4.1. Análise paramétrica para intensidade de carga, ângulo de aplicação de carga e rigidez do osso cortical

Os resultados referentes à análise A estão apresentados a seguir.

- Análise residual: observa-se na Figura 38 a dispersão dos resíduos ao redor da linha nula com máxima amplitude próximo ao valor 4, considerado de baixa significância uma vez que quando comparado às tensões do modelo tornam-se um percentual muito baixo com pouco efeito na resposta.

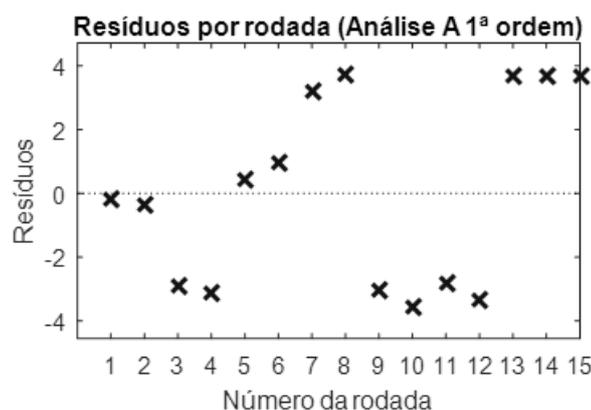


Figura 38 – Distribuição dos resíduos da análise A.

Fonte: Do autor.

- O coeficiente de determinação ajustado encontrado foi $R^2_{ajustado} = 0,998$. Como critério, consideram-se valores acima de 0,950, modelos de alta representatividade;
- A plotagem de correlação na Figura 39 mostra a proximidade entre os valores reais e os estimados, uma vez que estão bem distribuídos na reta de coeficiente angular médio:

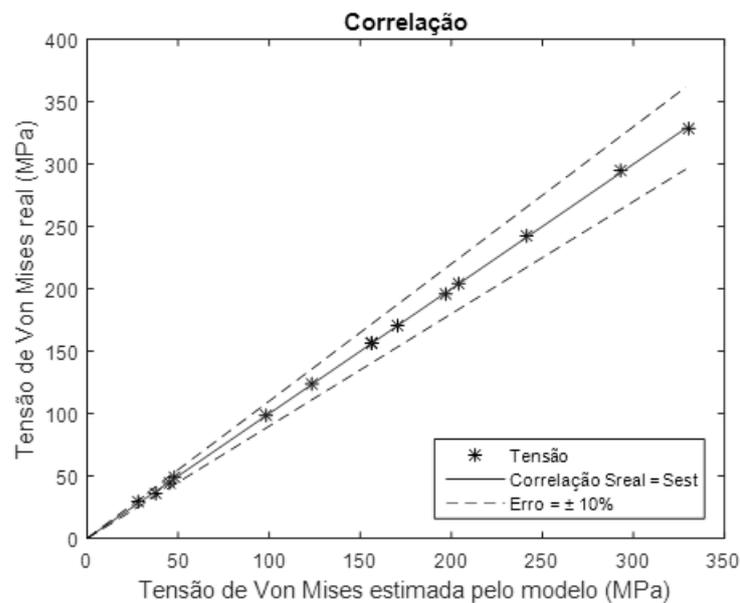


Figura 39 – Correlação para a análise A.

Fonte: Do autor.

O passo seguinte, para a determinação da superfície de resposta é a verificação da importância dos parâmetros do modelo na resposta. Isso se faz pela análise do $p - value$. A Figura 40 apresenta os $p - values$ do modelo de primeira ordem. Já os coeficientes encontrados dos parâmetros do modelo estão apresentados na Figura 41. Por limitação de nomenclatura na geração dos gráficos pelo Matlab, entenda-se *teta* por θ .

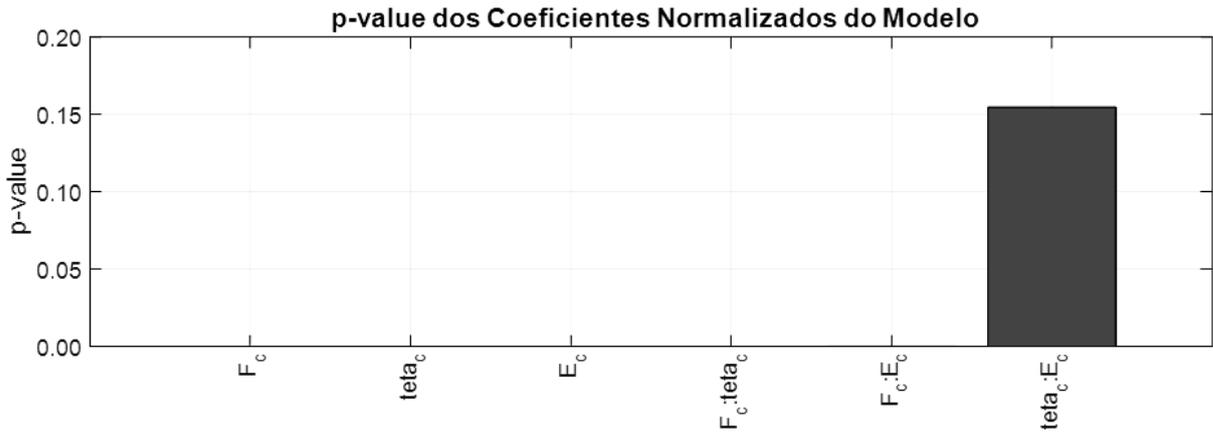


Figura 40 – *p-values* da análise A.

Fonte: Do autor.

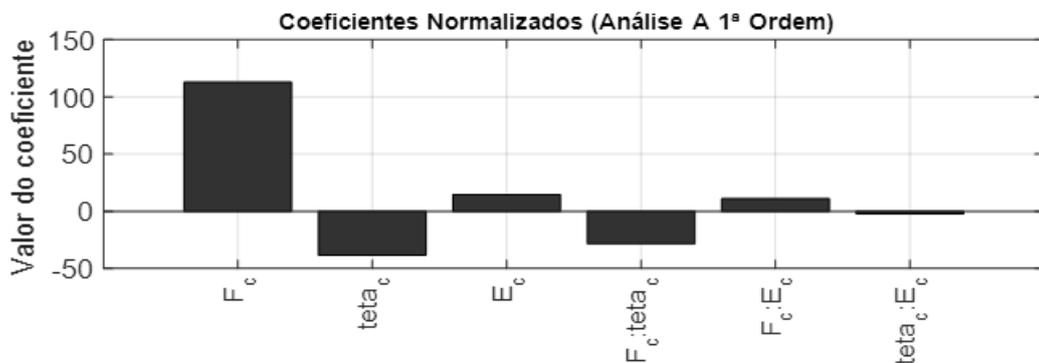


Figura 41 – Coeficientes da análise A.

Fonte: Do autor.

O *p-value* maior que 0,05 é para o coeficiente de $teta_c E_c$ e, como apresentado na seção 3.5, para *p-values* acima do nível de significância $\alpha = 0,05$, a influência do termo na resposta é baixa, sendo assim, este termo pode ser excluído do modelo. Isto pode ser confirmado pelo valor dos coeficientes aplicados nos parâmetros do modelo. Quanto maior é o *p-value*, menor é o valor do coeficiente. Sendo assim, no caso da análise A, o valor mais influente é a intensidade de carga codificada, F_c , como pode ser verificado na Figura 41.

Após tais análises é possível se ter a função que descreve o modelo, ou seja, sua superfície de resposta. Considerando todos os parâmetros utilizados e com entrada codificada no domínio $[-1,1]$, a função representativa é:

$$S_{est} = 152,41 + 112,81F_C - 38,19\theta_C + 14,75E_C - 28,31F_C\theta_C + 11,09F_C E_C - 2,15\theta_C E_C. \quad (57)$$

Após a análise dos *p-values*, o termo de interação entre o ângulo e o módulo de elasticidade pode ser removido, tendo-se então uma nova superfície de resposta:

$$S_{est} = 152,41 + 112,81F_C - 38,19\theta_C + 14,75E_C - 28,31F_C\theta_C + 11,09F_C E_C. \quad (58)$$

Esta superfície de resposta se expressa pelas curvas individualizadas dos parâmetros que a compõe, dentro do domínio codificado [-1,1]. Observa-se pela Figura 42 o comportamento totalmente linear da intensidade de carga codificada. Para o ângulo e o módulo de elasticidade, os comportamentos aproximam-se da linearidade também, comprovando a premissa inicial exposta na seção 3.5 sobre o comportamento linear dos parâmetros estudados. Ainda fica evidente que o parâmetro que acarreta maior alteração na resposta em tensão é a intensidade de carga.

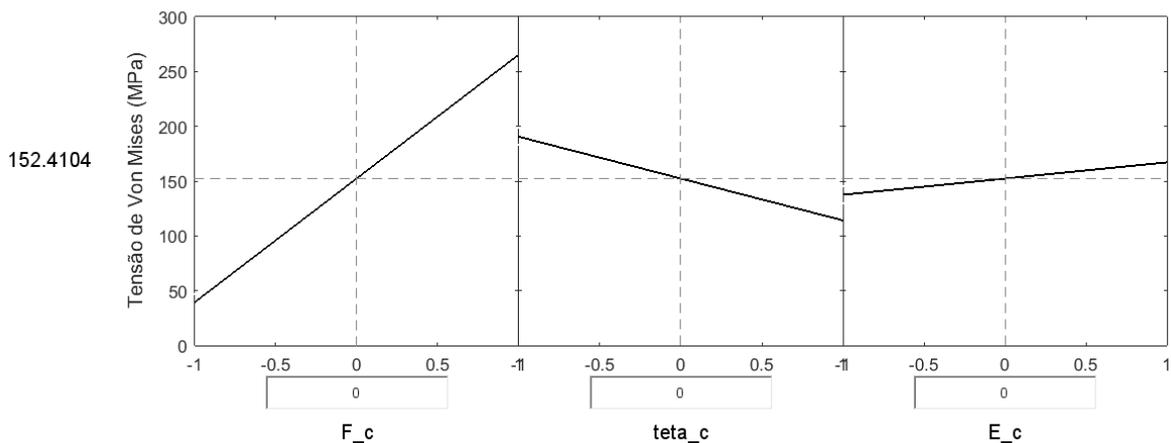


Figura 42 – Curvas do comportamento de cada parâmetro codificado na resposta da análise A.

Fonte: Do autor.

Na Figura 42, o eixo horizontal refere-se aos valores normalizados dos parâmetros que dão entrada na função da superfície de resposta. Nota-se a linha tracejada que indica o valor médio dentro do domínio dos parâmetros, obtendo-se o valor de tensão indicado ao lado esquerdo da figura.

4.2. Análise paramétrica para diâmetros e comprimento

Para a análise B os resultados obtidos estão apresentados a seguir.

- Análise residual: observa-se na Figura 43 a dispersão dos resíduos ao redor da linha nula. As rodadas 17 e 18 são aquelas que produzem os maiores resíduos, relativos ao valor mínimo e ao valor máximo de di enquanto os demais parâmetros são mantidos constantes e iguais às suas respectivas médias;

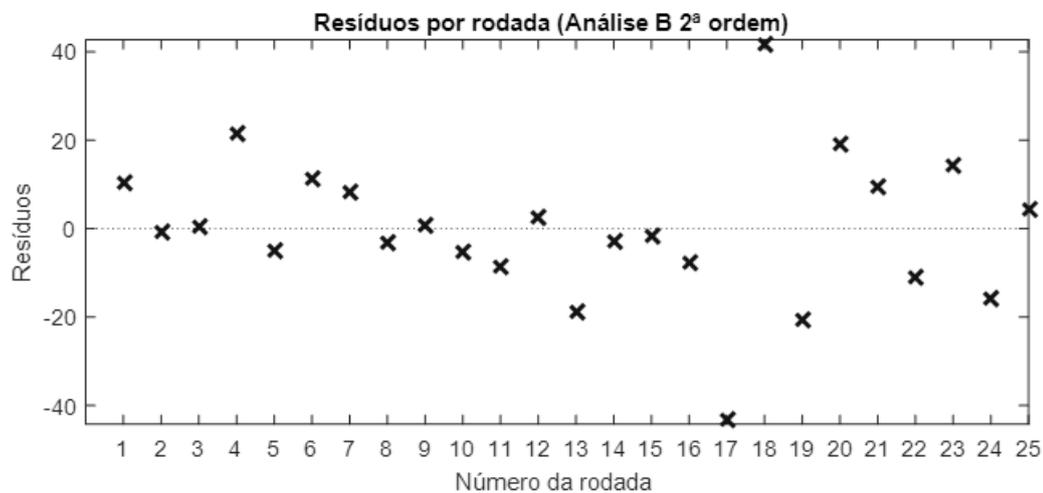


Figura 43 – Distribuição dos resíduos da análise B.

Fonte: Do autor.

- O coeficiente de determinação ajustado encontrado foi $R^2_{ajustado} = 0,961$. Como critério, consideram-se valores acima de 0,950, modelos de alta representatividade;
- A plotagem da correlação da Figura 44 mostra proximidade entre os valores reais e estimados, com poucos pontos fora do erro médio de 10%.

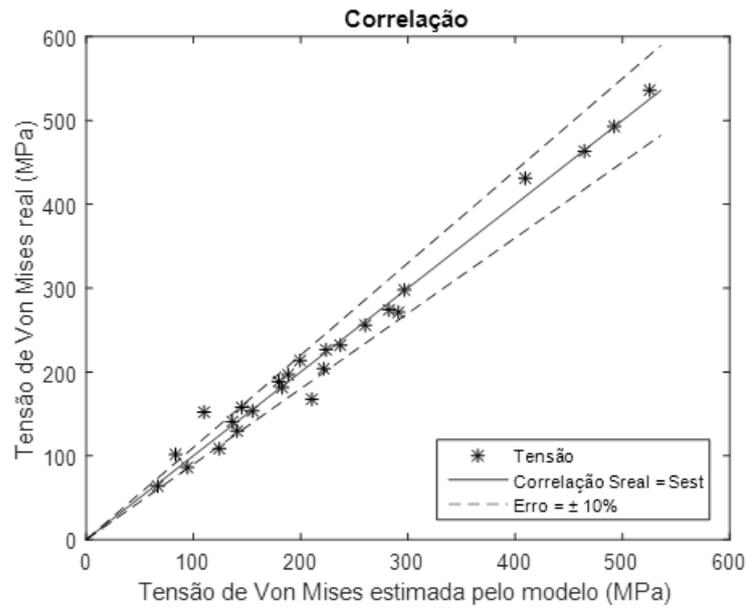


Figura 44 – Plotagem de correlação para a análise B.

Fonte: Do autor.

A Figura 45 apresenta os *p* – *values* da análise B. Já os coeficientes encontrados dos parâmetros do modelo estão apresentados na Figura 46.

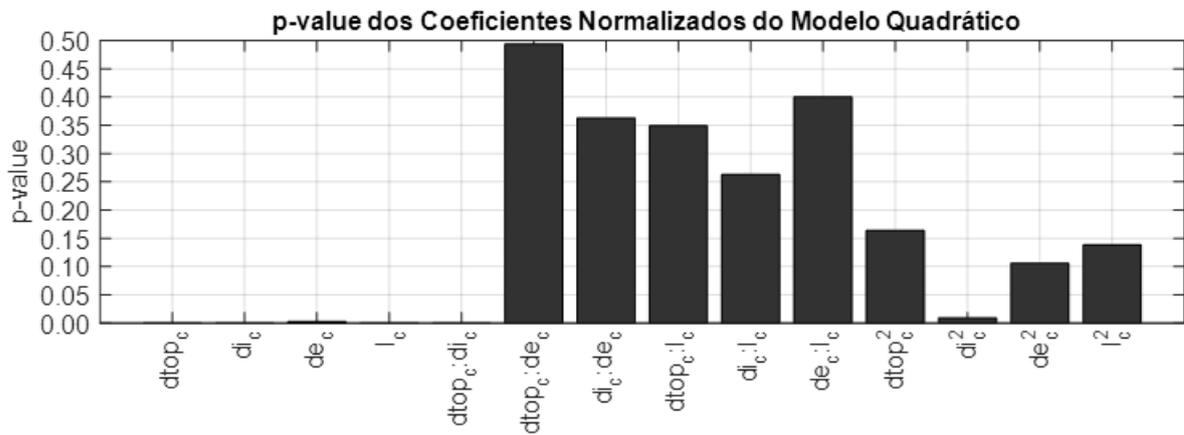


Figura 45 – *p* – *values* da análise B.

Fonte: Do autor.

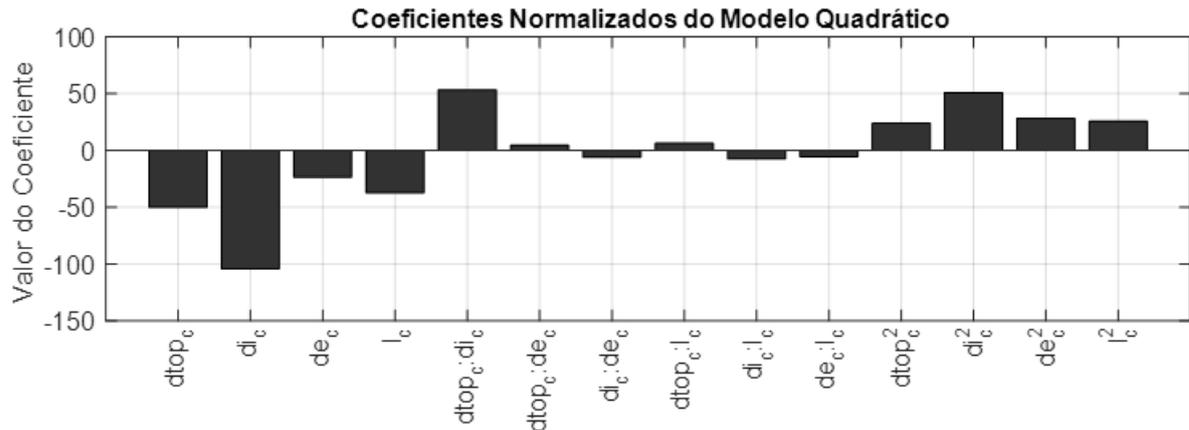


Figura 46 – Coeficientes da análise B.

Fonte: Do autor.

Os p – values maiores que 0,05 são para os coeficientes de $d_{top_c}d_{e_c}$, $d_{i_c}d_{e_c}$, $d_{top_c}l_c$, $d_{i_c}l_c$, $d_{e_c}l_c$, $d_{top_c}^2$, $d_{e_c}^2$ e l_c^2 . Sendo assim o único termo que contabiliza interação entre variáveis e que possui maior significância é o $d_{top_c}d_{i_c}$. Todos os termos lineares do modelo apresentam significância. Quanto à não linearidade, o único termo com alta significância é o $d_{i_c}^2$. Isto pode ser confirmado pelo valor dos coeficientes aplicados nos parâmetros do modelo. Quanto maior é o p – value, menor é o valor do coeficiente. Sendo assim, no caso da análise B, o valor mais influente é o diâmetro da base da rosca, d_i , como pode ser verificado na Figura 46.

Após tais análises é possível se ter a função que descreve o modelo, ou seja, sua superfície de resposta. Considerando todos os parâmetros utilizados e com entrada codificada no domínio [-1,1], a função representativa é:

$$\begin{aligned}
 S_{est} = & \\
 & 136,39 - 50,12d_{top_c} - 104,33d_{i_c} - 23,46d_{e_c} - 37,37l_c + 53,36d_{top_c}d_{i_c} + \\
 & 4,50d_{top_c}d_{e_c} - 6,04d_{top_c}l_c + 6,23d_{i_c}d_{e_c} - 7,51d_{i_c}l_c - 5,57d_{e_c}l_c + \\
 & 23,85d_{top_c}^2 + 50,90d_{i_c}^2 + 28,22d_{e_c}^2 + 25,58l_c^2.
 \end{aligned} \tag{59}$$

Após a análise dos p – values, os termos de menor significância podem ser removidos, tendo-se então uma nova superfície de resposta:

$$S_{est} = 158,57 - 50,12d_{top_c} - 104,33d_{i_c} - 23,46d_{e_c} - 37,37l_c + 53,36d_{top_c}d_{i_c} + 97,74d_{i_c}^2. \quad (60)$$

Esta superfície de resposta se expressa pelas curvas individualizadas dos parâmetros que a compõe, dentro do domínio codificado [-1,1]. Observa-se pela Figura 47 os comportamentos lineares dos diâmetros e comprimentos codificados, com exceção do diâmetro d_{i_c} , que possui comportamento não linear.

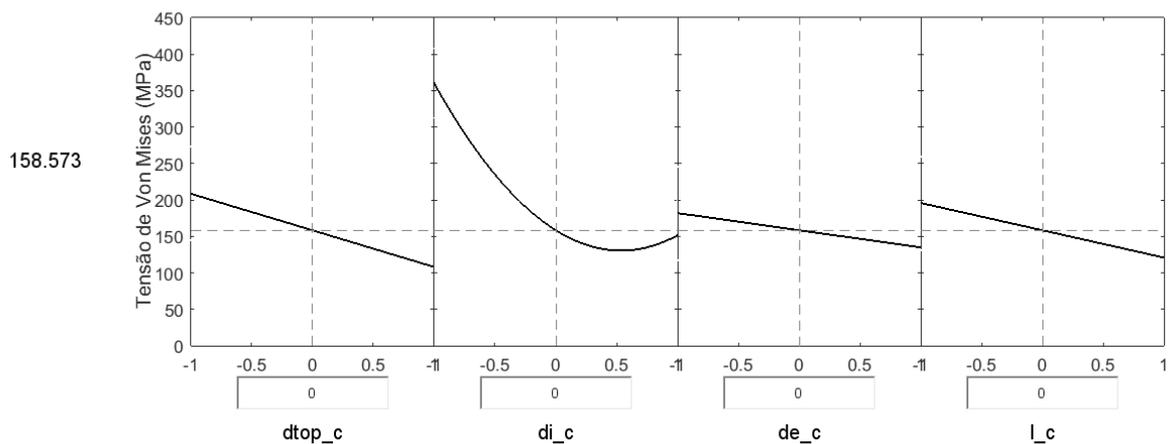


Figura 47 – Curvas do comportamento de cada parâmetro codificado na resposta da análise B.

Fonte: Do autor.

Na Figura 47, o eixo horizontal refere-se aos valores normalizados dos parâmetros que dão entrada na função da superfície de resposta. Nota-se a linha tracejada que indica o valor médio dentro do domínio dos parâmetros, obtendo-se o valor de tensão indicado ao lado esquerdo da figura.

4.3. Análise paramétrica para intensidade de carga, diâmetro interno, comprimento e rosca

Para a análise C os resultados obtidos estão apresentados a seguir.

- Análise residual. A Figura 48 mostra que a amplitude dos resíduos fica próxima do valor absoluto 20, no entanto há dois pontos que se tornam extremos com valores absolutos maiores que 40;

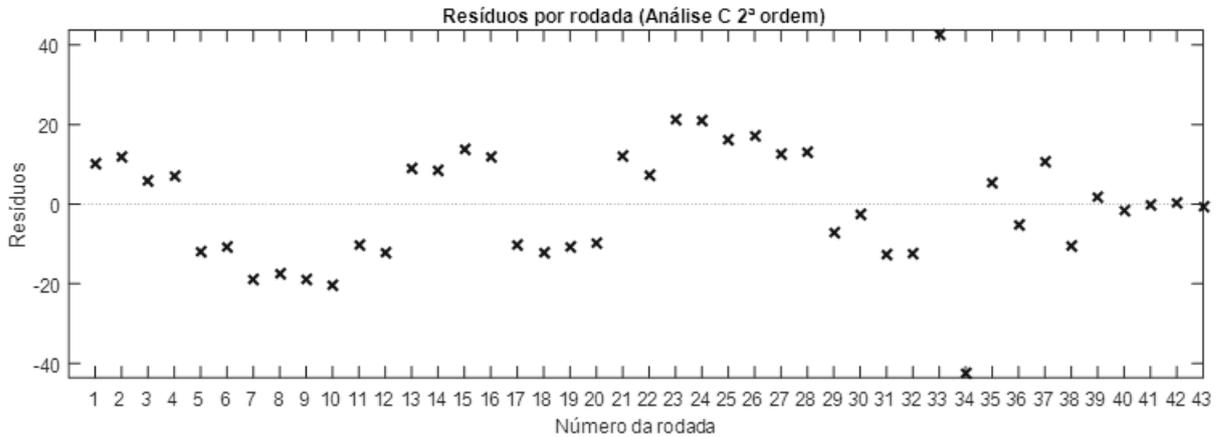


Figura 48 – Distribuição dos resíduos da análise C.

Fonte: Do autor.

- O coeficiente de determinação ajustado encontrado foi $R^2_{ajustado} = 0,985$. Como critério, consideram-se valores acima de 0,950, modelos de alta representatividade;
- A plotagem da correlação da Figura 49 mostra proximidade entre os valores reais e estimados. No entanto, há um conjunto de pontos fora do erro de 10% estimado, mas com intensidade de tensão muito mais baixa que os picos de tensão que se enquadram dentro deste limite.

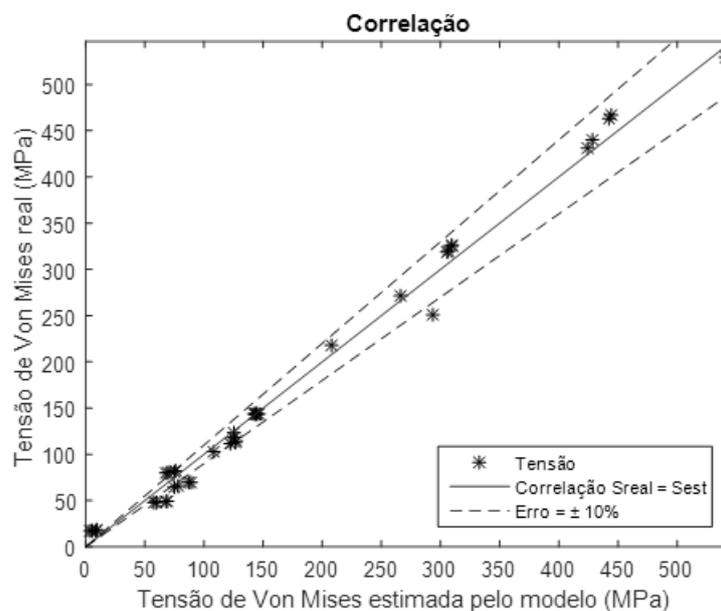


Figura 49 – Plotagem de correlação para a análise C.

Fonte: Do autor.

A Figura 50 apresenta os *p-values* da análise C. Já os coeficientes encontrados dos parâmetros do modelo estão apresentados na Figura 51.

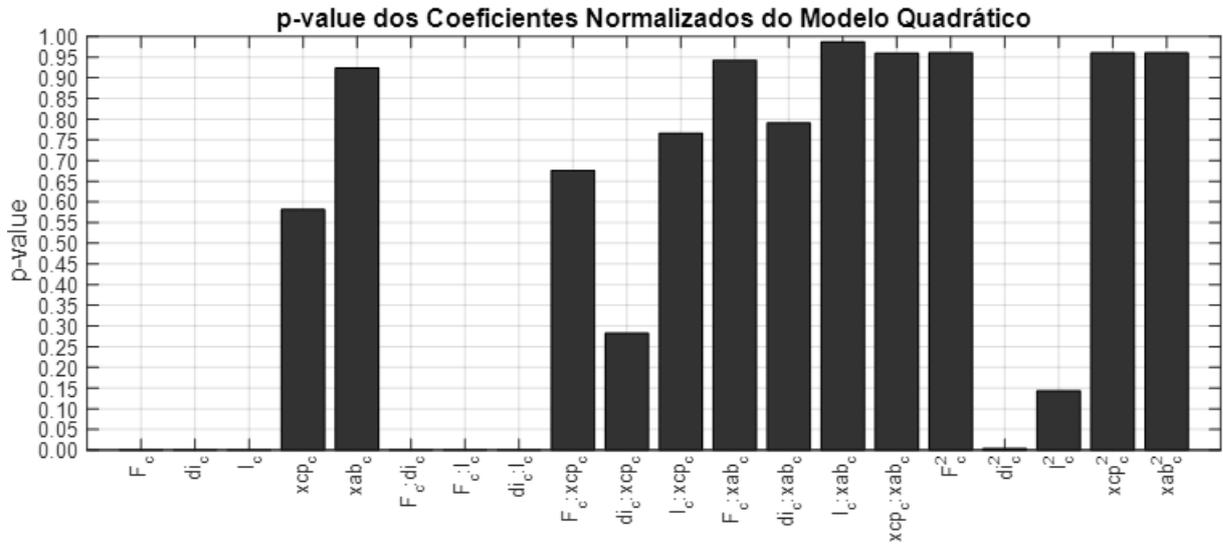


Figura 50 – *p-values* da análise C.

Fonte: Do autor.

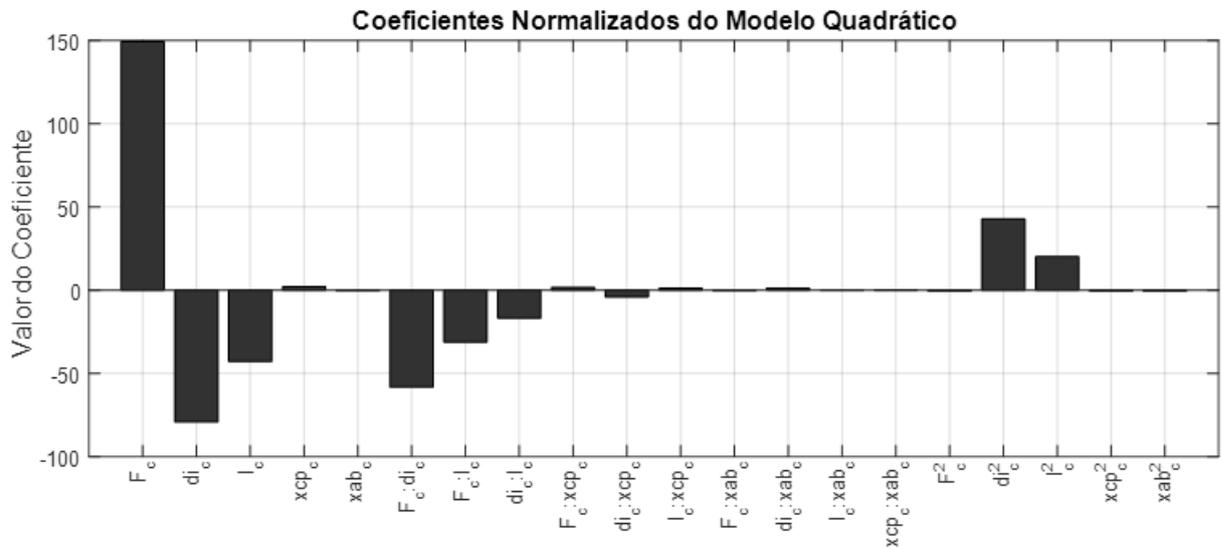


Figura 51 – Coeficientes da análise C.

Fonte: Do autor.

Como pôde ser visto na Figura 50, os únicos coeficientes que possuem maior significância para a obtenção da resposta são a intensidade de carga, o diâmetro interno e o comprimento, uma vez que seus p – values são menores que 0,05. Os termos de interação de maior significância são destes mesmos parâmetros. Quanto à não linearidade, o único termo com alta significância é o di_c^2 .

Como os p – values dos parâmetros referentes à rosca são altos, nota-se que eles pouco fazem influência nas tensões no osso cortical. Uma análise sugerida futuramente é aplicar o estudo para a rosca, porém coletando dados de tensão no osso esponjoso, o osso que faz interface direta com a rosca do implante.

Após tais análises é possível se ter a função que descreve o modelo, ou seja, sua superfície de resposta. Considerando todos os parâmetros utilizados e com entrada codificada no domínio $[-1,1]$, a função representativa é:

$$\begin{aligned}
 S_{est} = & 144,67 + 149,15F_c - 79,25di_c - 42,92l_c + 1,99xcp_c - 0,35xab_c - \\
 & 58,33F_c di_c - 31,24F_c l_c - 16,79di_c l_c + 1,56F_c xcp_c - 4,04di_c xcp_c + \\
 & 1,11l_c xcp_c - 0,27F_c xab_c + 0,99di_c xab_c - 0,06l_c xab_c + 0,19xcp_c xab_c - \\
 & 0,67F_c^2 + 42,63di_c^2 + 20,12l_c^2 - 0,68xcp_c^2 - 0,67xab_c^2.
 \end{aligned} \tag{61}$$

Esta superfície de resposta expressa-se pelas curvas individualizadas dos parâmetros que a compõe, dentro do domínio codificado $[-1,1]$ (Figura 52).

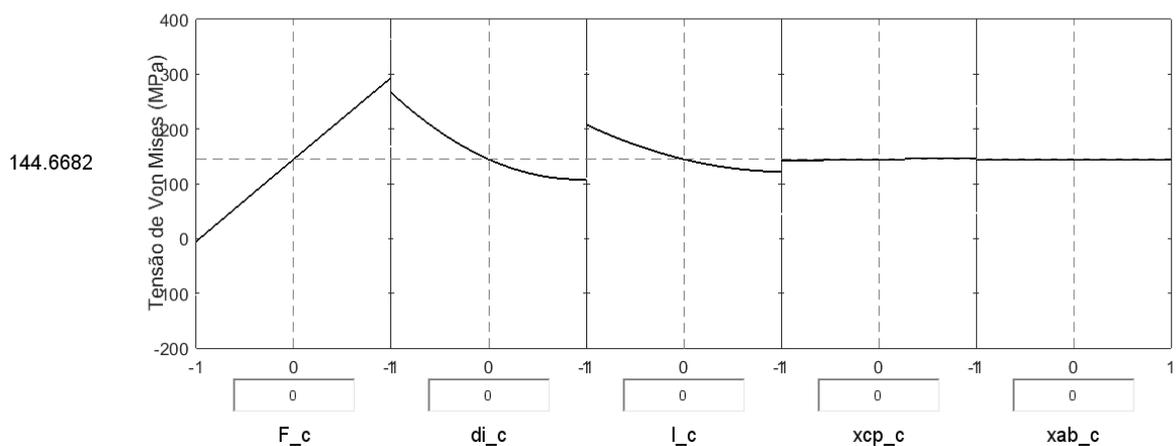


Figura 52 – Curvas do comportamento de cada parâmetro codificado na resposta da análise C.

Fonte: Do autor.

Assim como identificado nos $p - values$, os parâmetros xcp_c e xab_c interferem pouco na tensão obtida no osso cortical, como visto também graficamente na Figura 52. Após a análise dos $p - values$, os termos de menor significância podem ser removidos, tendo-se então uma nova superfície de resposta:

$$S_{est} = 148,69 + 149,15F_c - 79,25di_c - 42,92l_c - 58,33F_cdi_c - 31,24F_cl_c - 16,79di_cl_c + 55,648di_c^2. \quad (62)$$

Esta nova superfície de resposta expressa-se pelas curvas individualizadas dos parâmetros, sem os termos referentes à rosca, dentro do domínio codificado [-1,1], como visto na Figura 53.

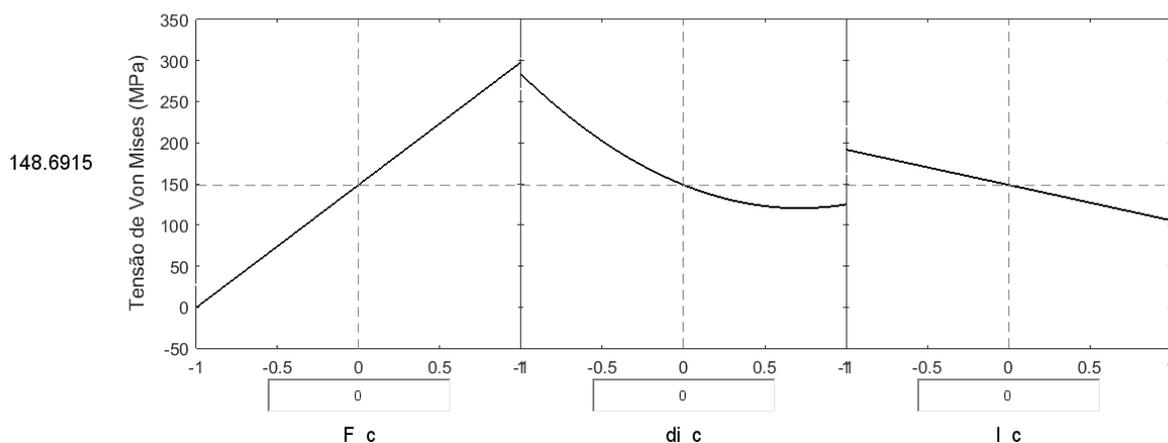


Figura 53 – Curvas do comportamento de cada parâmetro codificado na resposta da análise C sem considerar os termos que influenciam a geometria da rosca.

Fonte: Do autor.

Na Figura 53, o eixo horizontal refere-se aos valores normalizados dos parâmetros que dão entrada na função da superfície de resposta. Nota-se a linha tracejada que indica o valor médio dentro do domínio dos parâmetros, obtendo-se o valor de tensão indicado ao lado esquerdo da figura.

4.4. Otimização dos diâmetros e comprimento

Como proposto pela metodologia na seção 3.6, a otimização foi realizada para três combinações de peso. A primeira prioriza a função objetivo para a redução da área, uma vez que o peso para a área é de 58,5% do total e está apresentada na

Figura 54. Já na segunda otimização, a função objetivo prioriza mais a redução de tensão, ao dar-lhe o peso equivalente a 69,5% do total; sua convergência está apresentada na Figura 55. Por fim, a terceira otimização, além de priorizar quase por completo a tensão, busca um valor ótimo em que a área e a tensão possuam valores muito próximos, para isso foi aplicado à tensão o peso de 97,5% do total e está apresentada na Figura 56. Nas três são mostrados o ciclo de otimização, com a convergência em unidades normalizadas dos parâmetros de entrada e a convergência das respostas em área e tensão.

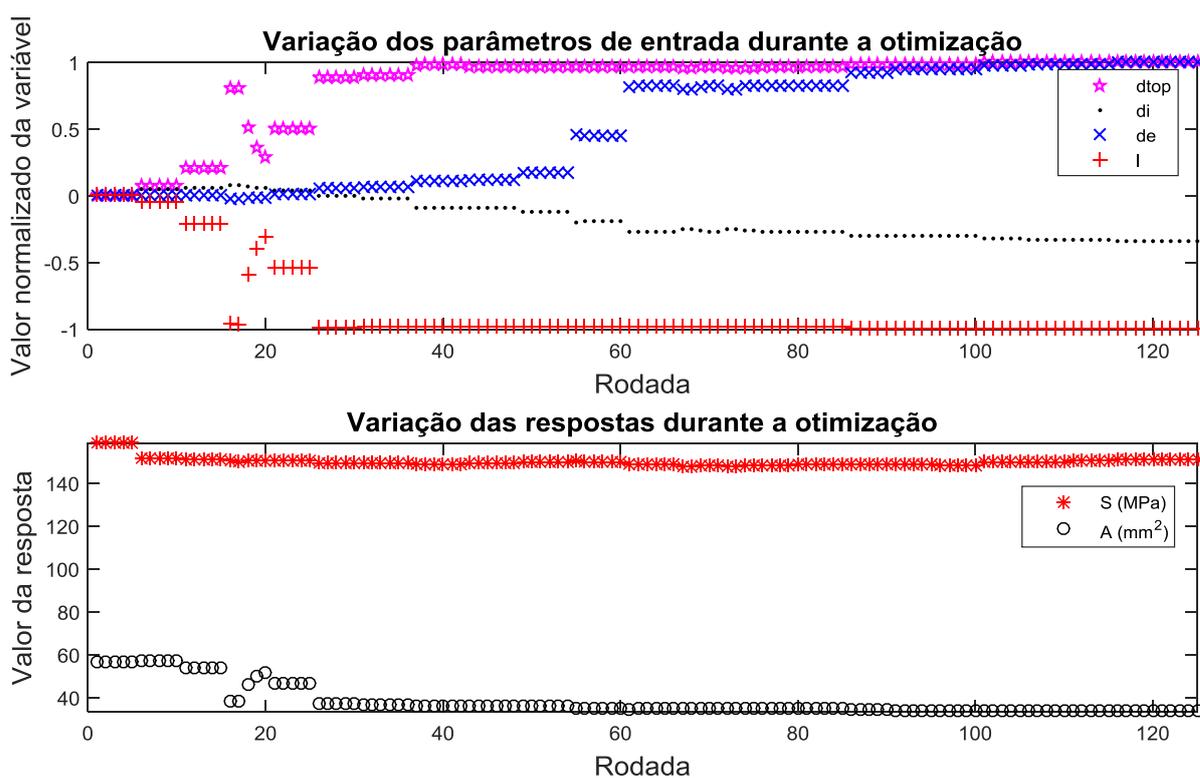


Figura 54 – Otimização para $w_1 = 0,415$ e $w_2 = 0,585$.

Fonte: Do autor.

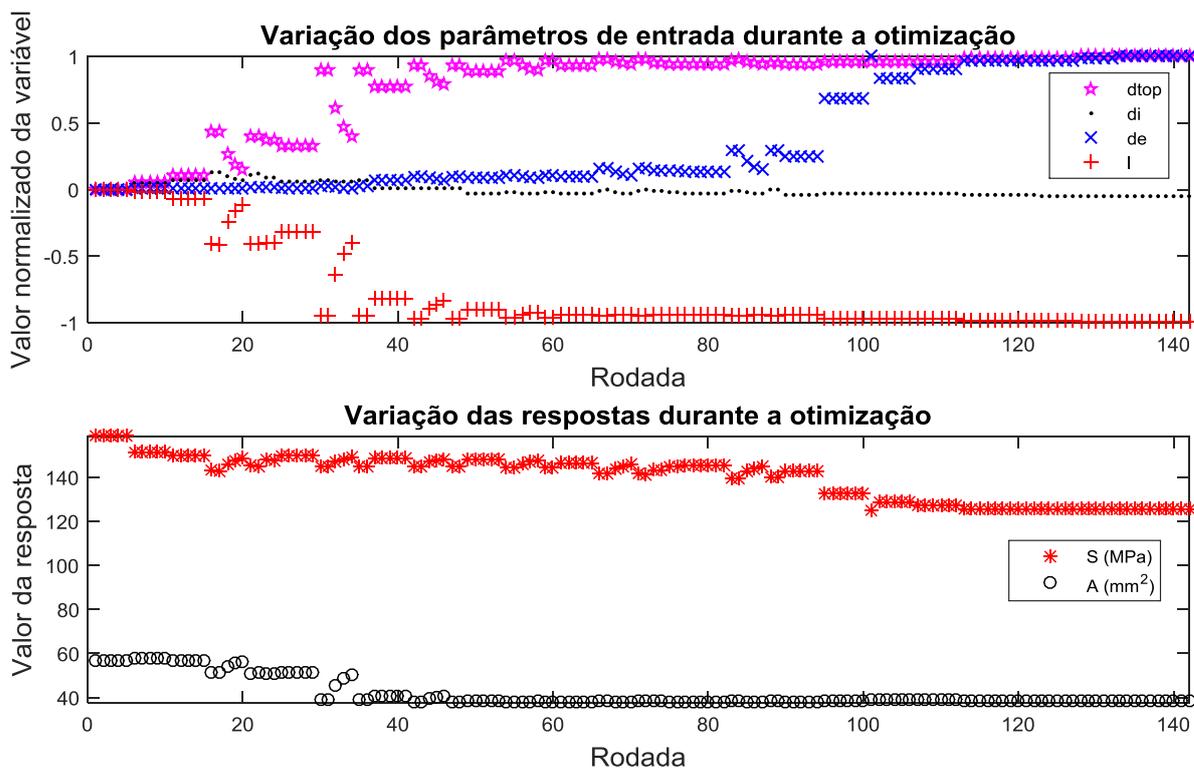


Figura 55 – Otimização para $w_1 = 0,695$ e $w_2 = 0,305$.

Fonte: Do autor.

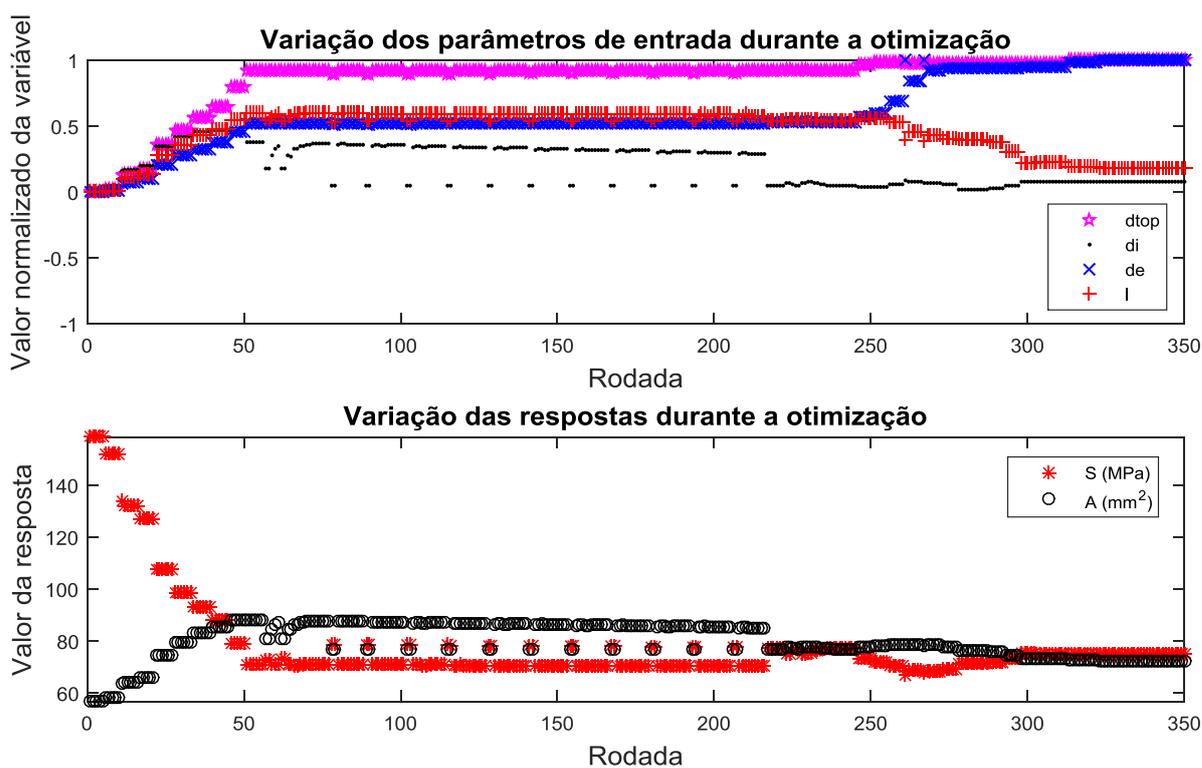


Figura 56 – Otimização para $w_1 = 0,975$ e $w_2 = 0,025$.

Fonte: Do autor.

Ao converterem-se os valores normalizados dos parâmetros variados para os seus valores reais otimizados, obtém-se a Figura 57. Com os dados das iterações também pode-se visualizar as respostas ótimas obtidas, apresentadas na Figura 58.

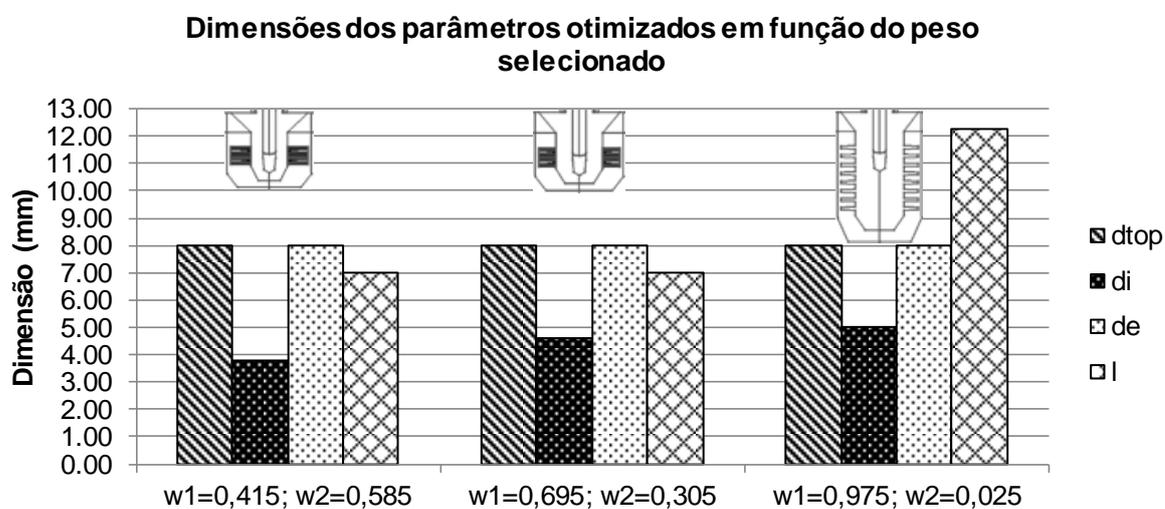


Figura 57 – Dimensões otimizadas para as três combinações de peso definidas.

Fonte: Do autor.

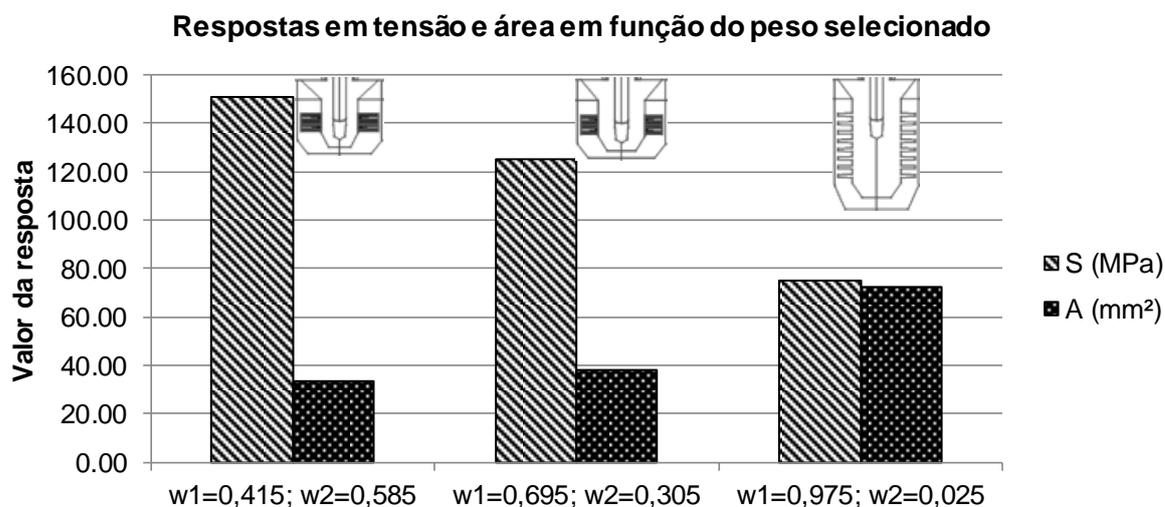


Figura 58 – Tensão e área otimizadas para as três combinações de peso definidas.

Fonte: Do autor.

Nota-se que apesar das diversas variações para d_{top} e d_e , a convergência final de cada combinação de pesos apresenta o mesmo resultado, ou seja,

independente do peso escolhido dentre os três definidos, a solução para estes dois parâmetros é a mesma, seja priorizando a redução de área, seja priorizando a redução de tensão. Isso é um ponto marcante causado pela restrição de máxima tensão, pois como visto anteriormente na Tabela 14, quando a otimização não possui restrições, seus parâmetros ótimos são mínimos ao se minimizar apenas a área. Observa-se também um leve aumento para d_i proporcional ao aumento no peso para a tensão. Entre a primeira combinação de pesos e a segunda praticamente apenas d_i varia com um aumento aproximado de 23% ocasionando a queda de 17% em tensão e o aumento de 14% em área. Para o comprimento l a variação só ocorreu quando o peso dado à minimização da tensão foi de 97,5%. O destaque neste ponto fica para o aumento elevado do comprimento, gerando grande impacto na redução da tensão e aumento da área, enquanto os demais parâmetros pouco variaram.

As plotagens de tensões de Von Mises dos valores otimizados para $w_1 = 0,415$, $w_1 = 0,695$ e $w_1 = 0,975$ estão apresentadas na Figura 59, Figura 60 e Figura 61, respectivamente. Vale lembrar que os valores otimizados foram obtidos a partir da superfície de resposta, que é uma função aproximada para os valores de respostas reais do modelo, os quais estão apresentados nas plotagens de tensões. Além disso, para a superfície de resposta foi utilizado o ponto de integração de maior tensão de Von Mises, enquanto que para a plotagem de tensão, os elementos representam uma tensão equivalente calculada pelos pontos de integração pelos quais os elementos são formados. Isso justifica a divergência entre valores absolutos de tensões. Vale salientar também que os picos de tensão mostrados nas plotagens referem-se a regiões que não são o interesse de análise ou são pontos de singularidade não representativos pelas simplificações do modelo, no entanto são pontos que não afetam os resultados da região de interesse de estudo. Para estes pontos, sugere-se estudos dedicados com seus relativos critérios de falha na condição de avaliação do comportamento mecânico de todas as estruturas do implante. As escalas das plotagens estão travadas entre 0 e 500 MPa.

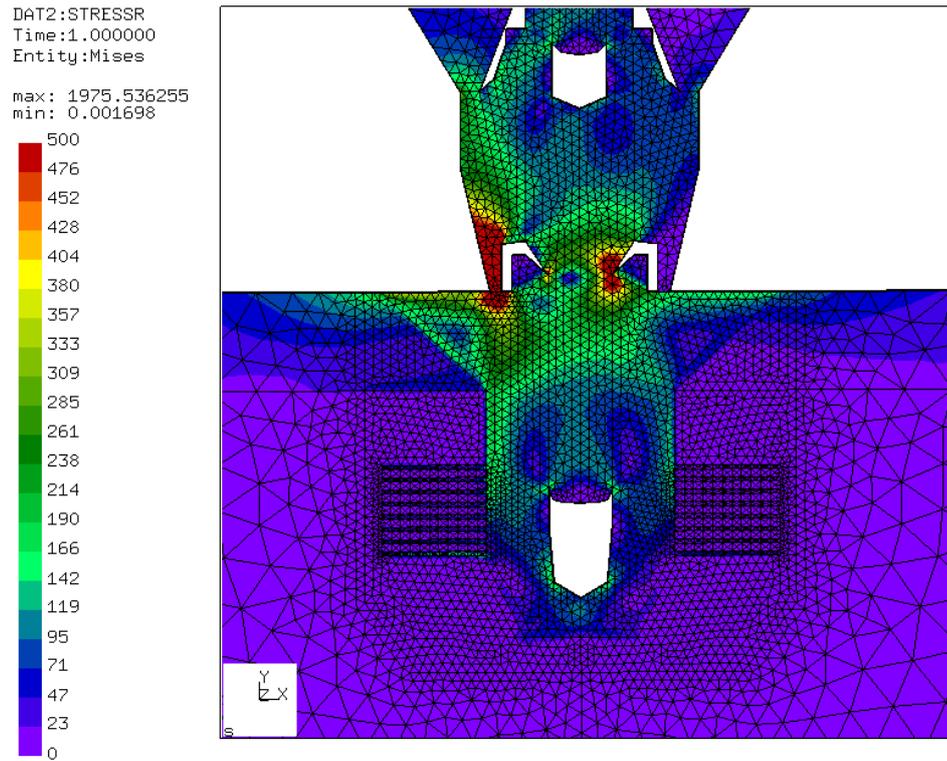


Figura 59 – Tensões de Von Mises para $w1 = 0,415$.

Fonte: Do autor.

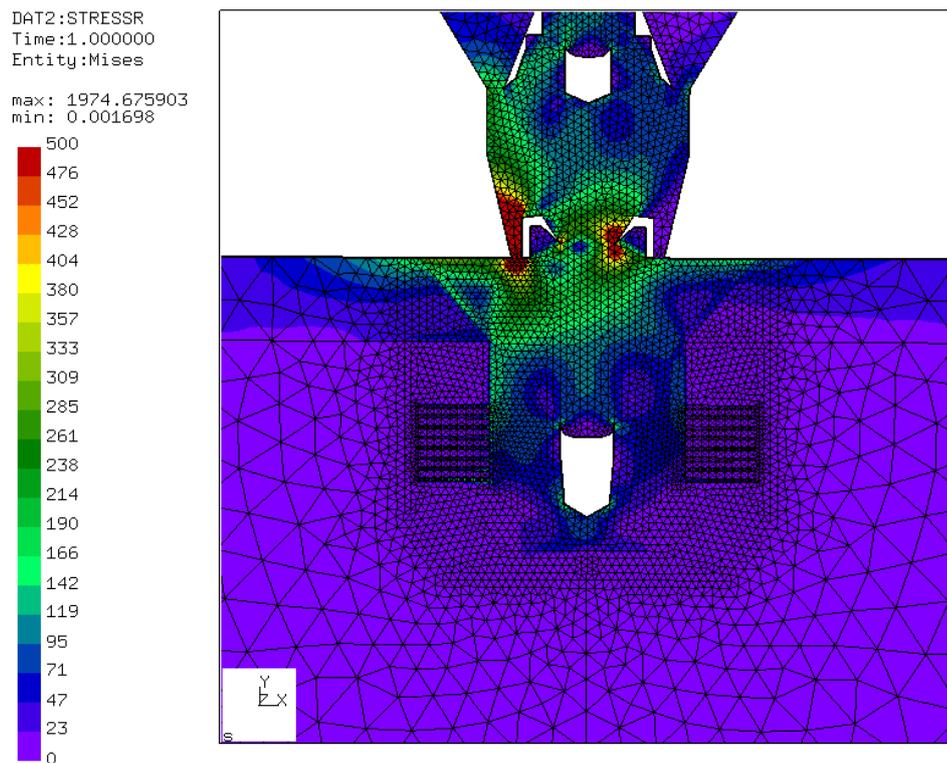


Figura 60 – Tensões de Von Mises para $w1 = 0,695$.

Fonte: Do autor.

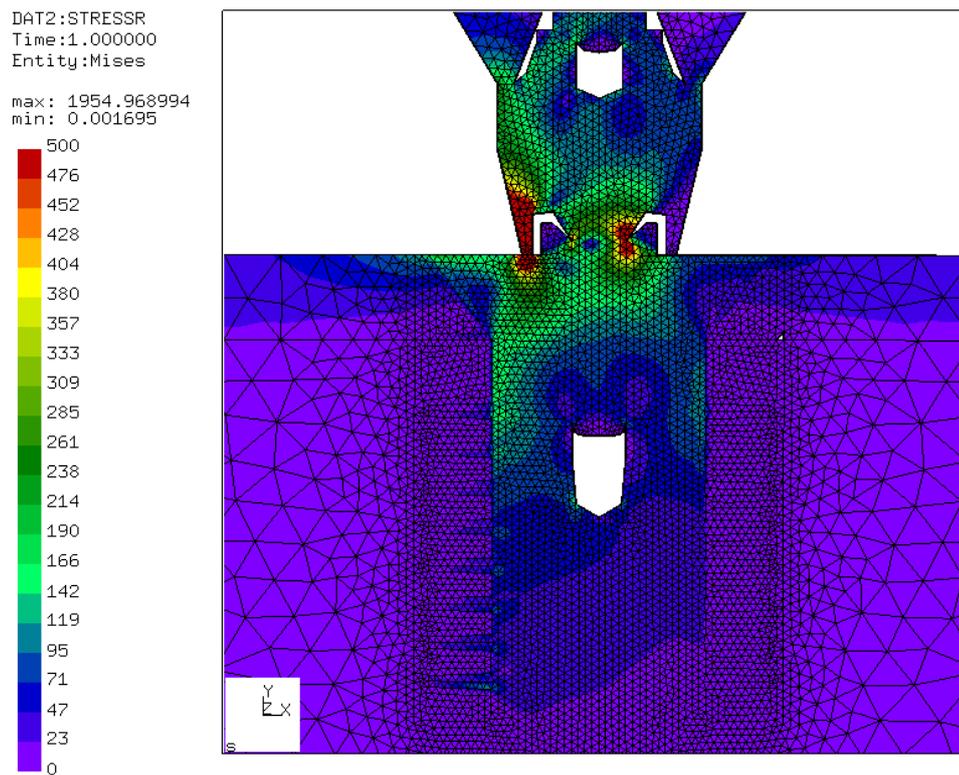


Figura 61 – Tensões de Von Mises para $w_1 = 0,975$

Fonte: Do autor.

Observa-se pelas imagens que quando se tem uma menor área, o nível da tensão aumenta no osso cortical devido à menor distribuição de carga nos ossos como um todo. Com o aumento da área, a interação entre o implante e o osso poroso torna-se maior, distribuindo melhor a carga, refletida pelos níveis de tensão, melhorando assim a estabilidade do implante e conseqüentemente acaba por reduzir a tensão no osso cortical.

5. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Como visto, metodologias de análise estrutural, paramétrica e otimização foram aplicadas no problema de um implante unitário. Os parâmetros de geometria, de rigidez e de carga aplicada afetam diretamente no comportamento mecânico da estrutura no que diz respeito às tensões atuantes no osso, principalmente no osso cortical, região onde se inicia o desgaste ósseo.

A análise paramétrica computacional surge com o intuito de se entender melhor como estes parâmetros afetam as tensões no osso cortical utilizando recursos numéricos. Para isso ela oferece algumas ferramentas para o estudo, entre elas a estatística aplicada via análise RSM e DOE.

As análises de qualidade das superfícies de resposta geradas mostraram boa representatividade quando avaliados os parâmetros estatísticos do modelo e a correlação com as tensões esperadas e as tensões obtidas pela função. De todos os parâmetros analisados (diâmetros, comprimento, carga, módulo de elasticidade do osso cortical e dimensões da rosca), aqueles que mais afetam o comportamento da estrutura do osso cortical são os diâmetros, comprimento e carga, esta última também avaliada em relação ao ângulo de aplicação. O diâmetro d_i possui comportamento não linear e por isso possui efeito mais efetivo no aumento ou na queda de tensões, possivelmente pelo fato de estar posicionado na transição entre osso cortical e poroso, região afetada pela variação brusca de rigidez.

A utilização da superfície de resposta no processo de otimização estrutural acelera a obtenção de resultados, uma vez que não necessita de processos iterativos que incluam a geração de novas geometrias, malhas e cálculos em elementos finitos, uma vez que a minimização é diretamente aplicada em um polinômio. Assim torna-se mais fácil e rápida a obtenção da Fronteira de Pareto para a função multiobjetivo.

Ficou evidente a relação inversa entre área de osso removida e tensão no osso cortical, uma vez que aumentando-se a área reduz-se a tensão. A redução da área e da tensão de forma simultânea depende diretamente do peso dado a cada objetivo e das restrições impostas ao modelo. Para o estudo foi considerada uma restrição de 80% da tensão de ruptura do osso cortical, o que limitou a variações pouco significativas nos diâmetros d_{top} e d_e . Para soluções em que a redução da

área possui um peso significativo, o implante aproximou-se da solução aplicada em implantes curtos enquanto que quando a tensão possuía um peso mais significativo, a solução aproximou-se daquela aplicada para implantes longos. Nota-se que a solução para implante longo se enquadra na conclusão do trabalho de Li (2011), em que é afirmado que diâmetro excedendo 4 mm e comprimento excedendo 12 mm é uma ótima combinação relativa.

A Figura 62 apresenta as três soluções encontradas na otimização com representação bidimensional e tridimensional e, a Figura 63, alguns exemplos de implantes curtos e longos comercializados na indústria.

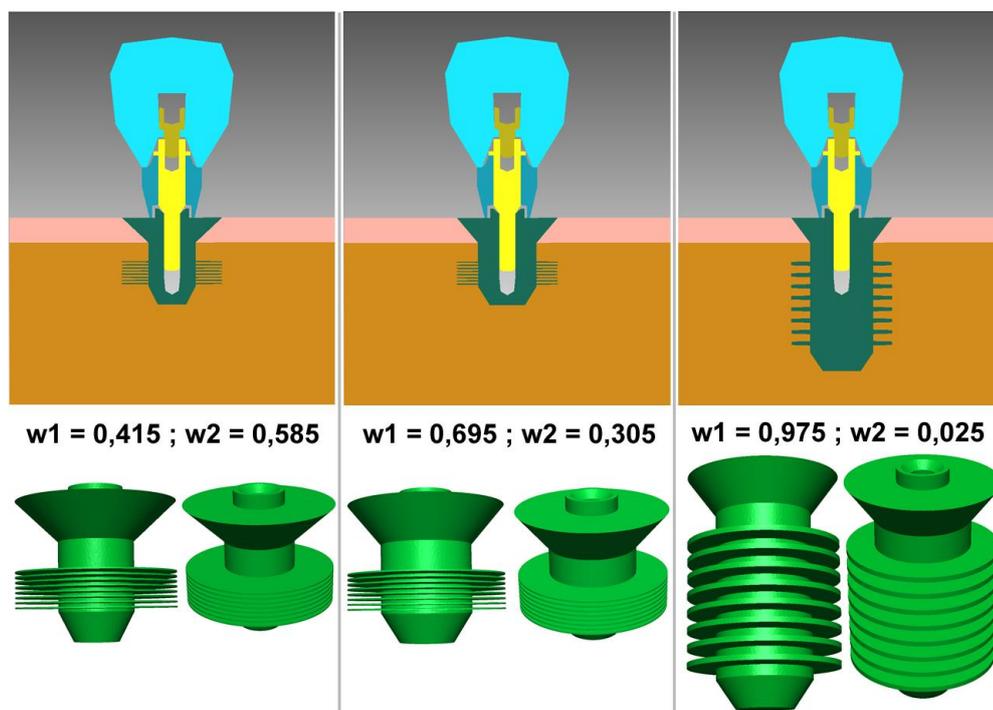


Figura 62 – Soluções encontradas pelo algoritmo; vistas bidimensional e tridimensional.

Fonte: Do autor.



Figura 63 – Exemplos de produtos comercializados.

Fonte: Simpler Implant Solutions, 2016.

Comparativamente, as soluções encontradas se assemelham a algumas das soluções apresentadas pela indústria, no entanto, devido ao estudo restrito apenas às tensões no osso cortical e também à ausência da variação de alguns parâmetros ou da existência de algumas restrições, as geometrias ainda não podem ser consideradas ótimas do ponto de vista global do comportamento biomecânico, até mesmo porque análises das altas tensões nos demais componentes do sistema não foram avaliadas.

Vale lembrar que algumas das condições reais não foram consideradas no modelo para simplificação, tais como ausência de osseointegração, tensões no osso poroso, tensões na prótese, variação de outros parâmetros geométricos da prótese, ausência de análise de fadiga, modelo tridimensional, entre outras. No entanto, a proposta deste trabalho buscou simplificações de modelagens verificando a viabilidade do processo e assim dar início nos estudos de forma gradual, para que aos poucos novos estudos mais refinados sejam realizados pelo grupo de Bioengenharia, tomando este trabalho como base. Ainda assim, os resultados se aproximam do esperado para a geometria de um implante com boa resposta biomecânica, uma vez que geometrias semelhantes já são aplicadas na indústria. Tendo isto em vista, algumas sugestões para trabalhos futuros ficam aqui propostas:

- a) Análise do comportamento biomecânico na interface com o osso poroso;
- b) Utilização de modelo tridimensional;
- c) Estudar outras metodologias de obtenção de superfície de resposta;
- d) Análise estática da estrutura metálica da prótese;
- e) Aplicar considerações de fadiga no estudo com otimização;
- f) Considerar outros parâmetros geométricos variáveis ou como restrições;
- g) Realizar levantamento sobre parâmetros mais importantes com profissionais das áreas para se definir pesos de funções;
- h) Levar em conta as restrições de manufatura e adota-las na otimização;
- i) Realizar ensaios de validação para as superfícies de resposta;
- j) Reconsiderar análises para as várias categorias de qualidade óssea;
- k) Considerar ausência de osseointegração.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRAHAMSSON, I., BERGLUNDH, T., LINDER, E., LANG, N. P., LINDHE, J., Early bone formation adjacent to rough and turned endosseous implant surfaces. An experimental study in the dog. **Clinical Oral Implants Research**, v. 15, pp. 381-392, 2004.

ADELL, R., LEKHOLM, U., ROCKLER, B., BRANEMARK, P. I., A 15-year study of osseointegrated implants in the treatment of the edentulous jaw, **Journal of Oral Surgery**, v. 10, pp. 387-416., 1981.

ALBARRACÍN, M. L., Avaliação da deformação do intermediário e região peri-implantar em função da carga aplicada em coroas unitárias implantossuportadas parafusadas, **Dissertação de Mestrado**, Universidade de São Paulo, Faculdade de Odontologia de Bauru, Bauru, 2011.

AL-SUKHUN, J., LINDQVIST, C., HELENIUS, M., Development of a three-dimensional finite element model of a human mandible containing endosseous dental implants. II. Variables affecting the predictive behavior of a finite element model of a human mandible, **Journal of Biomedical Materials Research Part A**, v. 80A, pp. 247-256, 2007.

ANIMATED-TEETH. Dental Implants. What is an implant?. Disponível em: <<http://www animated-teeth.com/tooth-implants/a-what-are-dental-implants.htm>>.

Acesso em: 30 jul. 2016.

AZEVEDO, F. M. A. Método dos Elementos Finitos. 1. ed. Porto, Portugal: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003.

BERGLUNDH, T., ABRAHAMSSON, I., ALBOUY, J. P., LINDHE, J., Bone healing at implants with a fluoride-modified surface: an experimental study in dogs. **Clinical Oral Implants Research**, v. 18, pp. 147-152, 2007.

BOTTA, A. C. Técnicas de ponto interior para sistemas de equações e otimização não linear. **Tese de mestrado**. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.

BOX, G. E. P., WILSON, K. B., On the Experimental Attainment of Optimum Conditions, **Journal of the Royal Statistical Society**, s. B, v. 13, pp. 1–45, 1951.

BOX, G. E. P., DRAPER, D. R., Response Surfaces, Mixtures and Ridge Analyses, **Wiley and Sons**, Nova Iorque, 2007.

BURSTEIN A. H., REILLY, D. T., MARTENS M., Aging of bone tissue: mechanical properties. **Journal Bone Joint Surgery Am.**, v. 58(1), pp. 82-86, 1976.

CATTANEO, P. M., DALSTRA, M., MELSEN, B., The finite element method: a tool to study orthodontic tooth movement, **Journal of Dental Research**, v. 84, pp. 428-433, 2005.

CARAM, R. Comportamento dos materiais sob tensão. Unicamp. Disponível em: <<http://www.fem.unicamp.br/~caram/11.%20COMPORTAMENTO%20MECANICO%20GRAD.pdf>>. Acesso em: 10 fev. 2016.

CHANG, C. L., CHEN, C. S., HUANG, C. H., HSU, M. L., Finite element analysis of the dental implant using a topology optimization method, **Med Eng Phys**, v. 34, pp. 999-1008, 2012.

CHUN, H. J., CHEONG, S. Y., HAN, J. H., HEO, S. J., CHUNG, J. P., RHYU, I. C., CHOI, Y. C., BAIK, H. KL, KU, Y., KIM, M. H., Evaluation of design parameters of osseointegrated dental implants using finite element analysis, **Journal of Oral Rehabilitation**, v. 29, pp. 565-574, 2002.

DASSAULT SYSTÈMES. Abaqus 6.12, Analysis User's Manual. 6.12. ed. Providence, Estados Unidos: Dassault Systèmes Simulia Corp., v. IV: Elements, 2012.

DASSAULT SYSTÈMES. Abaqus 6.12, Benchmarks Manual. 6.12. ed. Providence, Estados Unidos: Dassault Systèmes Simulia Corp., v. 1, 2012.

DECHOW, P. C., NAIL, G. A., SCHWARTZDABNEY, C. L., ASHMAN, R. B., Elastic properties of human supraorbital and mandibular bone, **American Journal of Physical Anthropology**, v. 90, pp. 291-306, 1993.

DHONDT, G.; WITTIG, K. Calculix Website. Disponível em: <<http://www.calculix.de/>>. Acesso em: 01 fev. 2016.

DING, X., LIAO, S. H., ZHU, X. H., ZHANG X. H., ZHANG, L., Effect of diameter and length on stress distribution of the alveolar crest around immediate loading implants, **Clin Implant Dent Relat Res**, v. 11, pp. 279-287, 2009.

ECG Dental. Implantology, 2016. Disponível em: <<http://www.ecgdental.net/en/services/implantology/>>. Acesso em: 14 Abril 2016.

EL-ANWAR, M.I.; EL-ZAWAHRY, M.M.; A three dimensional finite element study on dental implant design, **Journal of Genetic Engineering and Biotechnology**, v. 9, p. 77-82, 2011.

EL-BAKRY, A.S., TAPIA, R.A., TSUCHIYA, T., ZHANG, Y., On the Formulation and Theory of the Newton Interior-Point Method for Nonlinear Programming, **Journal of Optimization Theory and Applications**, v. 89, n.3, pp. 507-541, 1996.

FILHO, A. A. Elementos Finitos – A Base da Tecnologia CAE. 5. ed. São Paulo, Brasil: Ed. Érica Ltda., pp. 1-11, 2011.

FILL, T. S., TOOGOOD, R. W., MAJOR, P. W., CAREY, J. P., Analytically determined mechanical properties of, and models for the periodontal ligament: Critical review of literature. **Journal of Biomechanics**, v. 45, pp. 9-16, 2012.

FRANCIOSA, P.; MARTORELLI, M., Stress-based performance comparison of dental implants by finite element analysis, **International Journal on Interactive Design and Manufacturing**, v. 6(2), p. 123-129, 2012.

FRISCH, K. R., The logarithmic Potential Method of Convex Programming, **Memorandum. University Institute of Economics**, Oslo, Norway, 1995.

FROST, H. M., Wolff's law and bone's structural adaptations to mechanical usage: an overview for clinicians, **Angle Orthod**, v. 64(3), pp. 175-188, 1994.

FUH, L. J., HSU, J. T., HUANG, H. L., CHEN, M. Y., SHEN, Y. W., Biomechanical investigation of thread designs and interface conditions of zirconia and titanium dental implants with bone: three-dimensional numeric analysis, **Journal of Oral Maxillofacial Implants**, v. 28, pp. e64-71, 2013.

FYHRIE, D. P., CARTER, D. R., SCHURMAN, D. J., Effects of ingrowth, geometry, and material on stress transfer under porous-coated hip surface replacements, **Journal of Orthopaedic Research**, v. 6, pp. 425-433, 1988.

GENG, J. P., TAN, K. B. C., LIU, G. R., Application of finite element analysis in implant dentistry: a review of the literature, **Journal of Prosthetic Dentistry**, v. 85, pp. 585-598, 2001.

GENNA, F., On the effects of cyclic transversal forces on osseointegrated dental implants: experimental and finite element shakedown analyses, **Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering**, v. 6, pp. 141-152, 2003.

GEUZAIN, C., REMACLE, J.-F., Gmsh: A 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities, **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 79, pp. 1309-1331, 2009.

GUAN, H., STADEN, R. V., JOHNSON, N., IVANOVSKI, S., MEREDITH, N., Influence of bone and dental implant parameters on stress distribution in the

mandibule: a finite element study, **The International Journal of Oral & Maxillofacial Implants**, v. 24, pp. 866-876, 2009.

HERNANDEZ, B. A., Análise estrutural e fadiga em prótese implanto-suportada unitária através do método dos elementos finitos, Dissertação de Mestrado, FEB-UNESP, Bauru, 2015.

HOLMGREN, E. P., SECKINGER, R. J., KILGREN, L. M., Evaluating parameters of osseointegrated dental implants using finite element analysis, **Journal of Dental Research**, v. 77, pp. 245, 1998.

HOSHAW, S. J., BRUNSKI, J. B., COCHRAN, G. V. B., Mechanical loading of Branemark implants affects interfacial bone modeling and remodeling, **International Journal of Oral and Maxillofacial Implants**, v. 9, pp. 345-360, 1994.

HUANG, H. L., CHANG, C. H., HSU, J. T., FALLGATTER, A. M., KO, C. C., Comparison of implant body designs and threaded designs of dental implants: a 3-dimensional finite element analysis, **International Journal of Oral & Maxillofacial Implants**, v. 22, pp. 551-562, 2007.

HUSSEIN, M. O., RABIE, M. E., 3-dimensional non-linear contact FEA analysis of mandibular all-on-4 design with different anterior implant positions and angulations, **Journal of Oral Implantol**, PMID: 24032471, 2013.

KAMAN, M., CELIK, N., Effects of thread dimensions of functionally graded dental implants on stress distribution, **World Academy of Science, Engineering and Technology**, v. 7, pp. 2018-2024, 2013.

KAO, H. C., GUNG, Y. W., CHUNG, T. F., HSU, M. L., The influence of abutment angulation on micromotion level for immediately loaded dental implants: a 3-D finite element analysis, **International Journal of Oral & Maxillofacial Implants**, v. 23, pp. 623-630, 2008.

KARMAKAR, N., A new polynomial-time algorithm for linear programming. **Combinatorics**, v. 4, pp. 373-395, 1984.

KAROUSSIS, I. K., BRAGGER, U., SALVI, G. E., BURGİN, W., LANG, N. P., Effect of implant design on survival and success rates of titanium oral implants: a 10-year prospective cohort study of the ITI dental implant system. **Clinical Oral Implants Research**, v. 15, pp. 8-17, 2004.

KRAUTHAMMER, T., Accuracy of the finite-element method near a curved boundary, **Computers & Structures**, v. 10, pp. 921-929, 1979.

KHURI, A., MUKHOPADHYAY, S., Response surface methodology – Advanced Review. **WIREs Computational Statistics, John Wiley & Sons, Inc.**, v. 2, pp. 128-149, 2010.

LEE, J. S., CHO I. H., KIM, Y. S., HEO S. J., KWON, H. B., LIM Y. J., Bone-implant interface with simulated insertion stress around an immediately loaded dental implant in the anterior maxilla a three-dimensional finite element analysis, **Journal of Oral Maxillofac Impants**, v. 27, pp. 295-302, 2012.

LI, T., Optimum selection of the dental implant diameter and length in the posterior mandible with poor bone quality – A 3D finite element analysis. **Applied Mathematical Modelling**, v. 35, pp. 446-456, 2011.

LINDQUIST, L. W., ROCKLER, B., CARLSSON, G. E., Bone resorption around fixtures in edentulous patients treated with fixed tissue integrated prostheses. **Journal Prosthetic Dentistry**, v. 59, pp. 59-63, 1988.

LOGAN, D. L. A First Course in the Finite Element Method. 4. ed. Platteville: Thomson, 2007.

MAILATH, G., STOIBER, B., WATZEK, G., MATEJKA, M., Bone resorption at the entry of osseointegrated implants – a biomechanical phenomenon. Finite element study, **Z Stomatol**, v. 86, pp. 207-21 1989.

MATSUSHITA, Y., KITOH, M., MIZUTA, KL, IKEDA, H., SUETSUGU, T., Two-dimensional FEA analysis of hydroxyapatite implants diameter effects on stress distribution, **Journal of Oral Impantol**, v. 16, pp. 6-11, 1990.

MENICUCCI, G., LORENZETTI, M., PERA, P., PRETI, G., Mandibular implant-retained overdenture: finite element analysis of two anchorage systems, **International Journal of Oral & Maxillofacial Implants**, v. 13, pp. 369-376, 1998.

MESSAC, A. Optimization in practice with Matlab for engineering students and professionals. 1. ed. Nova Iorque: Cambridge University Press, v. 1, 2015.

MURAKAMI, N., WAKABAYASHI, N., Finite element contact analysis as a critical technique in dental biomechanics: a review, **Journal of Prosthodontic Research**, v. 58, pp. 92-101, 2014.

MYERS, R.; MONTGOMERY, D.; ANDERSON-COOK, C. Response Surface Methodology, Process and Product Optimization Using Designed Experiments. 3. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., v. 1, 2009.

NEODENT, Catálogo. Disponível em: <<http://www.neodent.com.br/catalogo/>> Acesso em 20 de maio de 2015.

NIST/SEMATECH. e-Handbook of Statistical Methods, 2012. Disponível em: <<http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>>. Acesso em: 20 fev. 2016.

O'MAHONY, A. M., WILLIAMS, J. L., KATZ, J. O., SPENCER, P., Anisotropic elastic properties of cancellous bone from a human edentulous mandible, **Clinical Oral Implants Research**, v. 8, pp. 415-421, 2000.

O'MAHONY, A. M., WILLIAMS, J. L., SPENCER, P., Anisotropic elasticity of cortical and cancellous bone in the posterior mandible increases peri-implant stress and strain under oblique loading, **Clinical Oral Implants Research**, v. 12, pp. 648-657, 2001.

ORR, T. E., BEAUPRE, G. S., CARTER, D. R., SCHURMAN, D. J., Computer predictions of bone remodeling around porous coated implants, **Journal of Anthroplasty**, v. 5, pp. 191-200, 1990.

PETRIE, C. S., WILLIAMS, J. L., Comparative evaluation of implant designs: influence of diameter, length, and taper on strains in the alveolar crest – a three-dimensional finite-element analysis, **Clinical Oral Implants Research**, v. 16, pp. 486-494, 2005.

RANGERT, B., JEMT, T., JÖRNEUS, I., Forces and moments on Branemark Implants. **Journal of Oral Maxillofact Implants**, v. 4, pp. 241-247, 1989.

ROYLANCE, D. Finite Element Analysis. 1. ed. Massachusetts: Cambridge, v. 1, 2001.

SADOLLAH, A., BAHREININEJAD, A., Optimum functionally gradient materials for dental implant using simulated annealing, **Simulated Annealing – Single and Multiple Objective Problems, Cap. 11**, Intech, 2012.

SAKAGUCHI, R. L., BORGERSEN, S. E., Nonlinear contact analysis of preload in dental implant screws. **The International Journal of Oral & Maxillofacial Implants**, v. 10, n. 3, pp. 295-302, 1994.

SERTGÖZ, A., GÜVENER, S., Finite element analysis of the effect of cantilever and implant length on stress distribution in an implant-supported fixed prosthesis. **The Journal of Prosthetic Dentistry**, v. 76, n. 2, pp. 165-169, 1996.

SHIGLEY, J. E.; MISCHKE, C. R.; BUDYNAS, R. G. Mechanical Engineering Design. 8. ed. Nova Iorque, Estados Unidos: McGraw-Hill, v. 1, 2008.

SIMPLI Advantages. Simpler Implant Solutions Website. Disponível em: <<http://www.simpliimplants.com/about-us/simpli-advantages/>>. Acesso em: 14 Abril 2016.

SKALAK, R., Biomechanical considerations in osseointegrated prostheses. **Journal of Prosthetic Dentistry**, v. 49, pp. 843-848, 1983.

STELLINGSMA, C., MEIJER, H. J., RAGHOEBAR, G. M., Use of short endosseous implants and an overdenture in the extremely resorbed mandibleÇ a five-year retrospective study, **Journal of Oral Maxillofact Surg.**, v. 58, pp. 382-388, 2000.

SZAJEK, K., Optimization of a two-component implantology system using genetic algorithm, **Dissertação de Doutorado**, Poznan University of Technology, Faculty of Civil and Environmental Engineering, 2013.

TURNER, C. H., ANNE, V., PIDAPARTI, R. M. V., A uniform strain criterion for trabecular bone adaptation do continuum-level strain gradients drive adaptation, **Journal of Biomechanics**, v. 30, pp. 555-563, 1997.

VAIRO, G., SANNINO, G., Comparative evaluation of osseointegrated dental implants based on platform-switching concept: influence of diameter, length, thread shape, and in-bone positioning depth on stress-based performance, **Computational and Mathematical Methods in Medicine**, v. 2013, 2013.

VAN OOSTERWYCK, H., DUYCK, J., VANDER SLOTEN, J., VAN DER PERRE, G., DE COOMAN, M., LIEVENS, S., PUERS, R., NAERT, I., The influence of bone mechanical properties and implant fixation upon bone loading around oral implants, **Clinical Oral Implants Research**, v. 9, pp. 407-418, 1998.

VAN RIETBERGEN, B., WEINANS, H., POLMAN, B. J., HUISKES, R., Computational strategies for iterative solution of large FEM applications employing voxel data, **International Journal of Numerical Methods in Engineering**, v. 39, pp. 2743-2767, 1996.

WOLFF, J., The law of bone remodeling. **Verlag von August Hirschwald**, Berlin., 1892.

WRIGHT, S. J., Primal-Dual Interior-Point Methods. **Society for Industrial and Applied Mathematics**, Philadelphia, 1997.

YOUNG, F. A., WILLIAMS, K. R., DRAUGHN, R., STROHAVER, R., Design of prosthetic cantilever bridgework supported by osseointegrated implants using the finite element method, **Dental Materials**, v. 14, pp. 37-43, 1998.