



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

Câmpus de São José do Rio Preto

Carla Marilla Caldeirani Lino

**AS CONTRIBUIÇÕES DO USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO
ENSINO DO TEOREMA DE PITÁGORAS COM OS ALUNOS DA
EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA)**

São José Do Rio Preto
2019

Carla Marilla Caldeirani Lino

**AS CONTRIBUIÇÕES DO USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO
ENSINO DO TEOREMA DE PITÁGORAS COM OS ALUNOS DA
EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA)**

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino e Processos Formativos, junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino e Processos Formativos na linha de pesquisa em Educação Matemática, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Câmpus de São José do Rio Preto.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Zulind L. Freitas

São José Do Rio Preto
2019

L758c

Lino, Carla Marilla Caldeirani

As contribuições do uso da História da Matemática no ensino do Teorema de Pitágoras com os alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA) / Carla Marilla Caldeirani Lino. -- São José do Rio Preto, 2019
186 p. : tabs., fotos

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto

Orientadora: Zulind Luzmarina Freitas

1. História da Matemática. 2. Educação de Jovens e Adultos. 3. Teorema de Pitágoras. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

Carla Marilla Caldeirani Lino

**AS CONTRIBUIÇÕES DO USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO DO
TEOREMA DE PITÁGORAS COM OS ALUNOS DA EDUCAÇÃO DE JOVENS E
ADULTOS (EJA)**

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino e Processos Formativos, junto ao Programa de Pós Graduação em Ensino e Processos Formativos na linha de pesquisa em Educação Matemática, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Câmpus de São José do Rio Preto.

Comissão Examinadora

Prof^a. Dr^a. Zulind Luzmarina Freitas
UNESP – Câmpus de Ilha Solteira
Orientadora

Prof. Dr. Inocêncio Fernandes Balieiro Filho
UNESP – Câmpus de Ilha Solteira

Prof^a. Dr^a. Patrícia Sândalo Pereira
UFMS – Câmpus de Campo Grande

Ilha Solteira - SP
26 De Fevereiro De 2019

AGRADECIMENTOS

Trilhar este caminho só foi possível com o apoio, energia e força de várias pessoas, a quem dedico especialmente este trabalho.

Agradeço, primeiramente, a Deus, por ter me abençoado com esta conquista, dando-me força sempre que necessário, e por ter colocado pessoas tão especiais ao meu lado neste caminho trilhado.

À minha Orientadora, Professora Doutora Zulind Luzmarina Freitas, por toda a paciência e dedicação dispensada a mim durante a construção de minha dissertação. Agradeço cada correção, cada incentivo e por acreditar em minha capacidade, sem este apoio este trabalho não teria sido possível. Muito mais que uma orientadora, mostrou-se uma grande amiga e me ensinou muito, gratidão infinita.

Ao Professor Doutor Inocêncio Fernandes Balieiro Filho, pela disposição em me ajudar sempre que necessário, pelo apoio concedido, por ter aceitado ler e avaliar este trabalho. Por ver em mim potencial, a dada orientação durante a graduação, o incentivo, contribuiu para o meu ingresso no programa de pós-graduação.

À Professora Doutora Patrícia Sândalo Pereira que, tão gentilmente, aceitou participar e colaborar com esta dissertação.

Ao Professor Doutor Ernandes Rocha de Oliveira, por todas as conversas e ensinamentos.

Ao meu companheiro Gustavo, pela paciência com as minhas falhas ao longo deste percurso, por todo amor e carinho, pelo apoio, pela admiração e por ter auxiliado-me durante o processo de construção dessa dissertação, obrigada pelo seu sorriso todos os dias.

À minha mãe, Luciana, e ao meu pai, Altair, por se alegrarem e se orgulharem com minhas conquistas, o que me inspira a prosseguir em busca dos meus sonhos, por todo investimento e amor dispensados, vocês são incríveis.

À minha irmã Eduarda, por todo apoio e carinho.

A toda comunidade escolar (direção, coordenação, professores, funcionários e alunos) da Escola Estadual da cidade de Três Lagoas-MS onde o trabalho foi realizado, por me darem todo auxílio necessário para efetivação desta pesquisa.

Aos meus alunos da EJA, por aceitarem participar e pelos momentos agradáveis que juntos passamos.

Ao técnico Mário Pinto Carneiro Junior, por ter desenvolvido o material utilizado neste trabalho.

A todos os professores do Programa de Pós Graduação e funcionários da Universidade Estadual Paulista, por contribuírem tanto.

À Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, pelo empréstimo de alguns materiais utilizados.

Aos amigos (as) Luan, Lucas, Daniela e Thaís, pela colaboração durante o trabalho. Especificamente, à Thais e Daniela, agradeço também por todas as conversas e momentos juntas.

Agradeço também a todos os amigos que estiveram ao meu lado nesta conquista. Por fim, a todos aqueles que contribuíram, direta ou indiretamente, para a realização desta dissertação, o meu sincero agradecimento.

RESUMO

Este estudo vincula-se à linha de pesquisa “Educação Matemática”, pertencente ao Programa de Pós-Graduação em Ensino e Processos Formativos da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Câmpus de Ilha Solteira-SP (FEIS/UNESP). Desenvolveu-se em uma Escola pública Estadual da cidade de Três Lagoas-MS. A partir do pressuposto de que é preciso analisar as potencialidades pedagógicas do uso da História da Matemática em sala de aula, temos o objetivo geral de discutir as possíveis potencialidades do uso da História da Matemática no ensino de Geometria, especialmente, no ensino do Teorema de Pitágoras. Interessamos analisar as possíveis contribuições que esta empreitada pode trazer ao processo de ensino/aprendizagem dos alunos de uma turma da Educação de Jovens e Adultos. A questão norteadora do trabalho foi: “Quais são as contribuições do uso da História da Matemática no ensino de Geometria, em particular, do Teorema de Pitágoras para os alunos da EJA?”. Para tanto, elaborou-se e aplicou-se uma sequência didática desenvolvida com uma turma de alunos do Módulo Intermediário IV/9ºano do Ensino Fundamental-EJA. Além disso, foi feito um levantamento bibliográfico de teses/dissertações que, apresentaram argumentos sobre importância da utilização da História da Matemática nas salas de aula, destacando a sua importância no ensino/aprendizagem. Também foi feita a observação das práticas pedagógicas da escola em que o trabalho da professora/pesquisadora foi desenvolvido atentando-se para posicionamentos da direção, coordenação e professores atuantes. Metodologicamente, este estudo trata-se de uma pesquisa qualitativa que permite evidenciar contribuições da proposta de ensino em questão para os alunos da turma escolhida. Os dados foram coletados por meio de contato direto com os sujeitos em seu local de estudo/trabalho. Os dados que deram origem ao *corpus* foram problematizadas por meio de Análises de Conteúdo, ancoradas nos estudos de Bardin (1988). Como eixo teórico central, nos valem de um referencial específico que discute a História da Matemática como Recurso Didático, a partir dos estudos de Miguel (1997), Miguel e Miorim (2004), Fauvel e Maanen (2000) e Mendes (2006).

Palavras-chaves: História da Matemática. Educação de Jovens e Adultos. Teorema de Pitágoras.

ABSTRACT

This study is linked to the research line "Mathematics Education", belonging to the Postgraduate Program in Teaching and Training Processes of the "Júlio de Mesquita Filho" State University, Campus of Ilha Solteira-SP (FEIS / UNESP). It was developed in a State Public School of the city of Três Lagoas-MS. Based on the assumption that it is necessary to analyze the pedagogical potentialities of the use of the History of Mathematics in the classroom, we have the general objective of discussing the possible potentialities of the use of the History of Mathematics in the teaching of Geometry, especially in the teaching of Theorem Pythagoras. We are interested in analyzing the possible contributions that this undertaking can bring to the teaching / learning process of the students of a group of Youth and Adult Education. The guiding question of the work was: "What are the contributions of the use of the History of Mathematics in the teaching of Geometry, in particular, of the Pythagorean Theorem for the students of the EJA?" Therefore, a didactic sequence was developed and applied with a group of students from the Intermediate Module IV / 9th grade of Elementary School-EJA. In addition, a bibliographical survey of theses / dissertations was presented, which presented arguments about the importance of using the History of Mathematics in classrooms, highlighting its importance in teaching / learning. It was also made the observation of the pedagogical practices of the school in which the work of the teacher / researcher was developed looking for positions of direction, coordination and acting teachers. Methodologically, this study is a qualitative research that allows evidence of contributions of the teaching proposal in question to the students of the chosen class. The data were collected through direct contact with the subjects at their place of study / work. The data that gave origin to the corpus were problematized through Content Analysis, anchored in the studies of Bardin (1988). As a central theoretical axis, we use a specific referential that discusses the History of Mathematics as a Learning Resource, based on the studies of Miguel (1997), Miguel and Miorim (2004), Fauvel and Maanen (2000) and Mendes (2006).

Keywords: History of Mathematics. Youth and Adult Education. Pythagorean Theorem.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Busto de Pitágoras	26
Figura 2 - Ilustração do Teorema de Pitágoras	32
Figura 3 - Ilustração do Teorema de Pitágoras usando quadriculados	34
Figura 4 - Demonstração do Teorema de Pitágoras usando quadriculados.	34
Figura 5 - Ilustração do teorema de Pitágoras no livro Zhoubi Suanjing	35
Figura 6 - Triângulo Retângulo ABC e Triângulos Retângulos sobre os lados do quadrado DEFG	36
Figura 7 - Ilustração da demonstração do Teorema de Pitágoras feita pelo presidente	37
Figura 8 - Demonstração por semelhança	38
Figura 9 - Ilustração da construção de Bhaskara II	39
Figura 10 - Demonstração Leonardo da Vinci	40
Figura 11 - Triângulo ABC	41
Figura 12 - Ilustração da demonstração de Perigal	43
Figura 13 - Túmulo de Henry Perigal	44
Figura 14 - Resumo dos procedimentos realizados para a definição dos trabalhos	66
Figura 15 - Reprodução pela professora/pesquisadora do desenho representado pelo aluno	136
Figura 16 - Modelo da tabela construída pelos alunos	137
Figura 17 - Tabela desenvolvida pelos alunos	137
Figura 18 - Atividade desenvolvida pelos alunos	138
Figura 19 - Atividade desenvolvida pelos alunos	139
Figura 20 - Modelo de tabela construída pelos	139
Figura 21 - Atividade desenvolvida pelos alunos	139
Figura 22 - Atividade desenvolvida pelos alunos	140
Figura 23 - Triângulo retângulo que os alunos receberam	142
Figura 24 - Construção da atividade desenvolvida pelos alunos	144
Figura 25 - Atividade desenvolvida pelos alunos	144
Figura 26 - Objeto de aprendizagem criado no software Scratch	145
Figura 27 - Modelo atividade	147

Figura 28 - Modelo atividade	147
Figura 29 - Atividade desenvolvida pelos alunos	148
Figura 30 - Modelo da atividade	150
Figura 31 - Atividade sendo desenvolvida pelos alunos	150
Figura 32 - Modelo do exercício desenvolvido	153
Figura 33 - Resposta dos alunos para a atividade	154
Figura 34 - Modelo do Exercício desenvolvido	155
Figura 35 - Resolução de um aluno	155
Figura 36 - Resolução dos alunos	156
Figura 37 - Modelo do exercício	157
Figura 38 - Resolução do exercício pelo aluno	157
Figura 39 - Resolução do exercício pelo aluno	157
Figura 40 - Modelo do exercício	158
Figura 41 - Resolução dos alunos	158
Figura 42 - Processo de construção	161
Figura 43 - Material Pedagógico	162
Figura 44 - Alunos explicando a atividade	163

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Trabalhos selecionados	66
Tabela 2 - Relação de trabalhos publicados por titulação	70
Tabela 3 - Estados e instituições dos trabalhos	73
Tabela 4 - Programas de pós-graduação que os trabalhos foram desenvolvidos	74
Tabela 5 - Conteúdos apresentados nas propostas didáticas.	74
Tabela 6 - Porcentagem referente ao nível de ensino dos trabalhos analisados	75
Tabela 7 - Porcentagem análise das categorias	129
Tabela 8 - Autores e Trabalhos.	129
Tabela 9 - Outros trabalhos que abordam sobre a História da Matemática	132

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Número de trabalhos acadêmicos produzidos por ano que apresentam uma sequência didática utilizando a História da Matemática	69
Gráfico 2 - Número de trabalhos acadêmicos publicados em programas de mestrado acadêmico, profissional e doutorado.	70
Gráfico 3 - Relação da a tabela 3, com número de trabalhos por região	72

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	14
CAPÍTULO I - A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO	18
1. Fundamentos Teóricos	18
CAPITULO II - TEOREMA DE PITÁGORAS	24
2. Sobre O Capítulo	24
2.1 Um Breve Panorama Da História De Pitágoras De Samos	25
2.2 Sobre O Teorema De Pitágoras	28
2.3 Algumas Demonstrações Do Teorema De Pitágoras	33
2.3.1 Demonstração I: Usando Quadriculados	33
2.3.2 Demonstração II: Geométrica	36
2.3.3 Demonstração III: Presidente James Abram Garfield	37
2.3.4 Demonstração IV: Semelhança De Triângulos	38
2.3.5 Demonstração V: Bhaskara II	39
2.3.6 Demonstração Vi: Leonardo Da Vinci	40
2.3.7 Demonstração VII Fórmula De Heron	41
2.3.8 Demonstração XIII: Perigal	42
CAPÍTULO III - METODOLOGIA DA PESQUISA	46
3.1 Caracterização Da Escola	46
3.2 Apresentação Dos Alunos	46
Álvaro – Aluno (a) 1	46
Adão – Aluno (a) 2	47
Adriana - Aluno(a) 3	48
Adriano – Aluno (a) 4	48
Brenda – Aluno (a) 5	49
Clara - Aluno (a) 6	50
Cecília – Aluno (a) 7	50
Davi – Aluno (a) 8	51
Fabiana – Aluno (a) 9	52
João – Aluno (a) 10	52
Junior - Aluno(a) 11	53
Rafaela – Aluno (a) 12	54

Renato – Aluno (a) 13	55
Sabrina – Aluno (a) 14	55
Vanessa – Aluno (a) 15	56
Wesley-Aluno(a) 16	56
3.3 APRESENTAÇÃO DA EQUIPE ESCOLAR (DIREÇÃO, COORDENAÇÃO E PROFESSORES	58
Maria - Direção Escolar 1	58
Carmem - Coordenação Escolar 2	59
Sofia - Professor(A)3	59
3.4. Sobre a Metodologia	61
3.5. Metodologia De Coleta De Dados	61
3.6. Metodologia De Análise De Dados	63
CAPÍTULO IV - TRATAMENTO E ANÁLISE DOS DADOS	65
4. Estado Da Arte – Metodologia Para Coleta De Dados	65
4.1 Dados Das Produções Acadêmicas	69
4.2 Dados Sobre As Propostas Didáticas Presente Nas Produções Acadêmicas.	73
4.3 Sobre as Propostas Didáticas Presentes nos Trabalhos Seleccionados	76
4.4 Considerações Sobre a Análise das Dissertações e Teses	129
CAPÍTULO V - UNIDADE DE ANÁLISE 2: SEQUÊNCIA DIDÁTICA	135
5.1 Sobre Sequência Didática Aplicada em Sala de Aula	135
5.2 Atividade 1: Construção de Tabelas	135
5.3 Atividade 2: Demonstração do Teorema de Pitágoras Usando Quadriculados	141
5.4 Atividade 3: Demonstração do Teorema de Pitágoras por Dissecção (Quebra-Cabeça)	146
5.5 Atividade 4: Utilização De Barbante e Questionamentos	149
5.6 Atividade 5: Resolução de Exercícios	152
5.7 Atividade 6: Feira de Ciências e Matemática da EJA	159
CONSIDERAÇÕES FINAIS	165
REFERÊNCIAS	172
APÊNDICES	17

1 INTRODUÇÃO

Durante o percurso inicial de formação em Licenciatura em Matemática, as disciplinas de Estágio Supervisionado I e II, e a participação do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid), concederam algumas experiências em sala de aula que permitiram perceber a desmotivação, bem como a dificuldade dos alunos do Ensino Fundamental em relação ao aprendizado dos conceitos matemáticos. Outra questão observada está no fato de que não é suficiente que o professor apenas conheça e domine alguns conteúdos, há também a necessidade de conhecer a história destes conteúdos, como ocorreu seu desenvolvimento histórico. Isto é, faz-se necessário trazer a História da Matemática para a prática docente em sala de aula.

Estas inquietações desencadearam a elaboração e o desenvolvimento de atividades pedagógicas que visavam propor aos alunos metodologias diferenciadas, o intuito era incentiva-los e motivá-los durante a aprendizagem da Matemática. Esta experiência fez emergir a certeza de que investir em diferentes abordagens de ensino pode motivar e evocar a atenção dos alunos, de modo a contribuir para a aprendizagem de conceitos matemáticos. Práticas diferenciadas rompem com o procedimento habitual, isto é, a prática docente e discente restrita a cópia do conteúdo e resolução de exercícios repetitivos que não auxiliam no entendimento dos aspectos envolvidos na solução tanto dos exercícios aplicados e quanto na resolução de problemas.

Um dos entraves encontrados durante a pesquisa que serviram de mola propulsora para seu desenvolvimento, vincula-se ao fato de que há pouco preparo dos professores de Matemática para investir e se arriscar frente às novas abordagens de ensino, em especial, com a utilização da História da Matemática como metodologia de ensino dessa disciplina. Nota-se que perguntas frequentes, como: *“Quem inventou esse conteúdo?”*, *“Para quê esse conteúdo serve?”*, *“De onde isso surgiu?”* e *“Quando usarei isso?”*, são ditas pelos alunos e, na maioria das vezes, permanecem sem respostas. Esta situação, mostra a necessidade de auxílio e revela a dificuldade dos professores de matemática quanto ao uso da História da Matemática na prática docente. Quando o fazem, na maior parte dos casos, restringem-se apenas à leituras rápidas de textos que aparecem no início de

capítulos de livros didáticos ou apostilas, que abordam somente uma resumida biografia de alguns matemáticos ou curiosidades históricas.

A observação da prática docente um conteúdo, em especial, mostrou-se mais evidente que os demais, a saber: o denominado, Teorema de Pitágoras. Ao resolverem as atividades propostas pela professora de sala, uma parcela considerável dos alunos, apenas substituía os valores expressos nos exercícios propostos e os calculava, na maioria das vezes, de forma errada, por não compreenderem como usar o teorema. Não conseguiam entender que “em qualquer triângulo retângulo, a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados que têm como lados cada um dos catetos”, (Teorema de Pitágoras) e que este raciocínio é muitas vezes expresso pela relação $a^2 = b^2 + c^2$, onde a é a medida hipotenusa, b e c as medidas dos catetos. Os alunos também não compreendiam a relação do teorema com o triângulo retângulo por faltar-lhes a informação histórica que ampara este conhecimento.

Essa experiência de prática docente e observação desta em classes da EJA (Educação de Jovens e Adultos) revelou vários desafios frente aos conteúdos Matemáticos a serem desenvolvidos. Envolver esses alunos com o seu processo de aprendizagem, de maneira a dar mais sentido ao que necessitavam compreender, nos pareceu estar relacionado com envolvê-los com o seu processo Histórico da disciplina em questão, com o processo de pensar a Matemática enquanto construção humana. Desta maneira, a investida desta pesquisa centra-se no processo de aprofundar os estudos da História da Matemática com a finalidade de pensar como permitir que esses alunos tenham acesso a um pouco da cultura matemática que é produzida.

A ideia fundamental era mostrar como a História da Matemática, vinculada a Educação Matemática é capaz de permitir olhar para o passado e perceber o forte impacto que a Matemática, enquanto forma de conhecimento, teve no processo do desenvolvimento da humanidade. Assim, seria desejável que o professor apresentasse domínio da história dos conceitos matemáticos que norteiam os conteúdos a serem ensinados durante as aulas desta disciplina. Acreditamos que essa forma de conhecimento aliada a processos didáticos poderia facilitar ao professor relacionar essas informações históricas às atividades de ensino, potencializando a aprendizagem de Matemática, tornando-a mais significativa.

Articulando esta questão descrita acima a Oliveira (2009, p.13) podemos demonstrar que:

Conhecer a história da matemática permite colocar em evidência situações didáticas mais pertinentes para que o aluno consiga aprender sobre a formação do pensamento matemático, que fios condutores conduziram a sua constituição e como se deu a disseminação deste pensamento em diferentes contextos culturais.

Nesta esteira de sentidos, esta pesquisa teve como questão central: “Quais são as contribuições do uso da História da Matemática no ensino de Geometria, em particular, do Teorema de Pitágoras para os alunos da EJA?”. O foco foi procurar responder quais as seriam as contribuições quanto ao uso da história matemática na prática docente deste conteúdo. A escolha do Teorema de Pitágoras foi motivada por experiências vivenciadas pela pesquisadora sobre o ensino deste conteúdo, pela possibilidade de seu uso na solução de problemas em diferentes contextos e por auxiliar a compreensão das razões trigonométricas.

Feitas as considerações contextualizadoras desta pesquisa, temos como objetivo geral discutir as possíveis potencialidades do uso da História da Matemática no ensino de Geometria e, em especial, no ensino do Teorema de Pitágoras, focando as possíveis contribuições no processo de ensino/aprendizagem dos alunos de uma sala da Educação de Jovens e Adultos (EJA). Para orientar nosso estudo, elegemos alguns objetivos específicos:

- I- Discutir o papel da História Matemática no ensino e aprendizagem da Geometria;
- II- Propor uma sequência de atividades que utilizem a História da Matemática como um recurso metodológico no processo de ensino e aprendizagem de Geometria;
- III- Analisar as contribuições do uso da História da Matemática para o processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

Conseqüentemente, a partir dos objetivos geral e específicos, algumas questões norteadoras emergiram para guiar a pesquisa, são elas:

- I- Como usar a História da Matemática para o ensino de Geometria?
- II- O uso da História da Matemática em uma sala de aula da EJA contribuiu para um processo de ensino que promova mudança de atitude em relação à Matemática, despertando o interesse e a motivação dos alunos?

III- Quais os resultados obtidos com o uso da História da Matemática?

Diante das questões problematizadas organizamos seis capítulos que seguem apresentados de maneira sucinta:

No capítulo 1, é apresentada a fundamentação teórica de modo a expor o traçado metodológico construído para abordar o tema tratado, nele são trazidos os aportes teóricos pautados em autores como: Miguel (1997), Miguel e Miorim (2004), Fauvel e Maanen (2000) e Mendes (2006).

No capítulo 2, há a apresentação de algumas demonstrações do Teorema de Pitágoras que podem ser usadas em sala de aula e auxiliam o processo de ensino/aprendizagem da Matemática.

No capítulo 3, trazemos a metodologia de pesquisa utilizada para ancorar a pesquisa desta dissertação.

No capítulo 4, é apresentado um estado da arte, cujas produções, de maneira geral, trabalham argumentos sobre importância da utilização da História da Matemática em sala de aula, e sequências didáticas usam-na nos processos de ensino/aprendizagem.

No capítulo 5, a escola foi apresentada, focalizando, por um lado, os posicionamentos da direção, coordenação e, por outro, dos professores que atuam na unidade escolar utilizada como lócus de pesquisa.

No capítulo 6, expomos a sequência didática que se vale da História da Matemática, e a análise de conteúdo das atividades presentes nesta sequência posta em prática em sala de aula.

CAPÍTULO I - A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO

1 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

A História da Matemática nesta pesquisa foi o eixo norteador das atividades investigativas propostas e aplicadas, logo, é necessário entender a relevância deste conhecimento no processo de ensino aprendizagem, ou seja, no contexto escolar. É preciso expor como ela pode funcionar enquanto recurso didático e mostrar a sua importância na vida cotidiana. Sob sua égide, é possível ver como o conhecimento Matemático foi desenvolvido ao longo dos anos e compreender como estas informações contribuíram para que ele tenha se tornado o que é.

Muitos são os pesquisadores da área de Educação Matemática que têm se preocupado com o uso de abordagens históricas na sala de aula, entre eles Miguel (1997), Miguel e Miorim (2004), Fauvel e Maanen (2000) e Mendes (2006), o intento maior destes estudiosos é facilitar a aprendizagem e a compreensão desta forma de conhecimento tão temida por muitos aprendizes.

Este temor acarreta algumas dificuldades por parte dos alunos e são reflexos de como o ensino da Matemática ocorre no contexto intraescolar. Muitas vezes, este processo didático se limita apenas a métodos repetitivos, fórmulas e regras, isto é, cerceiam a capacidade do aluno de compreender a amplitude dos conteúdos, sua razão de ser e aplicabilidade. A História da Matemática pode auxiliar os alunos a compreenderem estes procedimentos que são usados na matemática, fazendo-os ter uma visão de como esta disciplina foi concatenada e como foi se desenvolvendo ao longo da evolução da humanidade.

Traçando um diálogo com D'Ambrósio (1997, p.113) podemos dizer que:

Somente através de um conhecimento aprofundado e global de nosso passado é que poderemos entender nossa situação no presente e, a partir daí, ativar nossa criatividade com propostas que ofereçam ao mundo todo um futuro melhor.

Inclusive, ao tomar contato com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCNs), pode-se observar que o uso da História da Matemática é proposto enquanto recurso didático no processo de ensino-aprendizagem, com o objetivo de desenvolver atitudes e valores nos alunos em relação ao conhecimento

matemático desenvolvido por várias culturas e povos no transcorrer da história da humanidade. Segundo o próprio documento:

A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. Além disso, conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural (BRASIL, 1998, p. 42).

Este documento supracitado, ainda enfatiza algumas funções que a História da Matemática pode vir a desempenhar no processo de ensino aprendizagem, algumas dessas funções consideradas, são discutidas por Miguel (1997) que traz em seu artigo, "*As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores*", argumentos salientadores das potencialidades pedagógicas da História da Matemática. São eles: desenvolver nos alunos atitudes e valores favoráveis sobre os conhecimentos matemáticos; servir como instrumento de resgate cultural aos estudantes; apoiar na compreensão das relações entre os avanços tecnológicos de hoje e a herança cultural deixada das gerações passadas; contribuir para a construção de um olhar mais crítico sobre os conceitos matemáticos.

O próprio texto dos Parâmetros Curriculares Nacionais também alerta que essa abordagem não é suficiente e nem exclusiva, ela deve ser usada em consonância com o conteúdo, a proposta está no fato do docente compreender a História da Matemática "como um recurso didático com muitas possibilidades para desenvolver diversos conceitos, sem reduzi-la a fatos, datas e nomes a serem memorizados" (BRASIL, 1998, p. 43).

Ainda falando sobre argumentos favoráveis ao uso da História da Matemática em sala de aula, Miguel (1997) apresenta outros argumentos. Para o autor, ela é uma fonte de motivação ao ensino-aprendizagem da Matemática; pode servir de apoio para se atingir com os alunos objetivos pedagógicos que os levem a perceber, dentre outras coisas, que a Matemática trata-se de uma criação humana, razão pela qual as pessoas fazem dela uma necessidade, mediante as práticas sociais,

econômicas e físicas que tanto facilitam a vida das pessoas quanto servem de estímulo ao desenvolvimento da própria disciplina.

Assim, a História da Matemática constitui-se numa fonte de métodos pedagogicamente adequados e interessantes para a abordagem de certos campos ou tópicos Matemáticos. Ela é uma fonte para a seleção de problemas práticos, curiosos, informativos e recreativos a serem incorporados nas aulas. Também é um instrumento que possibilita a desmistificação da Matemática e a desalienação de seu ensino, por meio dela é permitido perceber as diferentes formalizações de um mesmo conceito. Por esta razão, constitui-se em um instrumento de promoção do pensamento independente e crítico capaz de unificar vários campos da Matemática. Trata-se de um instrumento promotor de atitudes e valores, de conscientização epistemológica, promotor da aprendizagem significativa e compreensiva da Matemática e, por fim, possibilita o resgate da identidade cultural.

Em um percurso de construção científica muito similar, Mendes (2006) também apresenta algumas razões para utilizar a História da Matemática como recurso didático, são elas: ela aumenta a motivação para a aprendizagem da Matemática; humaniza a Matemática; mostra o seu desenvolvimento histórico mediante a ordenação e apresentação dos tópicos no currículo; os alunos compreendem como os conceitos se desenvolveram; contribui para as mudanças de percepções dos alunos em relação à matemática.

Além do autor supracitado, Fauvel e Maanen (2000) trazem em suas pesquisas cinco aspectos que, aparentemente, podem melhorar o ensino da matemática por meio do uso de sua história no processo de ensino/aprendizagem: A saber: há uma melhora significativa no aprendizado da matemática; possibilita a visão sobre a natureza do conhecimento matemático e da atividade matemática; contribui para elaboração de atividades significativas para o ensino da disciplina; promove uma visão da matemática como uma atividade humana e cultural; proporciona o gosto por essa forma de conhecimento.

Miguel e Miorim (2005, p. 45) também afirmam que “a história pode ser uma fonte de busca de compreensão e de significados para o ensino aprendizagem da matemática escolar na atualidade”. Para eles, a História da Matemática permite que o aluno compreenda o desenvolvimento desta forma de saber, como foi à origem dos conceitos matemáticos que hoje eles aprendem em aula e permite que os

aprendizes visualizem a matemática de modo mais humanizado, entendendo-a como uma criação humana, assim como as demais epistemologias. Além disso, a História da Matemática no ensino e aprendizagem auxilia na contextualização dos conteúdos matemáticos e estabelece conexões entre a matemática e outras áreas do conhecimento.

A História da Matemática funciona como instrumento motivador das aulas de Matemática. Entretanto, não se deve pensar a seu respeito apenas como motivadora da aprendizagem. Baroni e Nobre (1999), nesta linha de raciocínio, afirmam que:

Ao desenvolvermos estudos relativos às contribuições da História da Matemática para a Educação Matemática, percebemos que é necessária muita cautela, pois se pode incorrer no erro de simplesmente assumir a História da Matemática como elemento motivador ao desenvolvimento do conteúdo. Sua amplitude extrapola o campo da motivação e engloba elementos cujas naturezas estão voltadas a uma interligação entre o conteúdo e sua atividade educacional. (BARONI E NOBRE, 1999)

Desta forma, é importante que os professores de Matemática tenham conhecimento da história dos conceitos matemáticos, e não apenas a biografias e curiosidades, pois é necessário que o profissional tenha bagagem para partilhar com os alunos, de modo que a matemática seja explorada como uma ciência construída e desenvolvida ao longo da história do homem. Baroni e Nobre (1999) salientam que é imprescindível o domínio de como esta história ocorreu. É fundamental conhecer para fazer a interligação entre conteúdo e historicização.

No entanto, é sabido que grande parte dos professores de matemática necessitam de apoio para introduzir a História da Matemática em suas aulas. Por esta razão é necessário formações adequadas e voltadas para a valorização da História da Matemática, de modo que se construa no futuro profissional este arcabouço de informações e esta consciência de aplicação do instrumento aqui debatido.

Mediante aos dados expostos, fica evidente que é possível encontrar em trabalhos científicos já publicados muitos argumentos favoráveis ao uso da História da Matemática como recurso didático. Porém, alguns autores como: Fauvel e Van Maanen (2000), Miguel (1997), Miguel e Miorim (2005) e Vianna (1995), também trazem argumentos questionadores sobre as potencialidades pedagógicas da História da Matemática.

Em seu artigo já mencionado nesta dissertação, Miguel (1997) traz alguns argumentos questionadores. São eles: a ausência de literatura adequada; a natureza imprópria da literatura disponível; o elemento histórico como fator complicador; a ausência no aluno do sentido de progresso histórico. Tais aspectos, diligenciam que ao se usar a História da Matemática deve-se ter prudência, não se pode fazê-lo sem qualquer critério, é preciso enxerga-la como um subsídio no processo de ensino/aprendizagem da matemática.

Este levantamento dos aspectos positivos e negativos, isto é, os argumentos reforçadores e questionadores das potencialidades pedagógicas da História da Matemática, para mostrar que não se deve assumir a História da Matemática como solução de todos os problemas que envolvem o ensino/aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Ela aqui é debatida como um caminho possível. A partir deste pensamento, temos Tanakis, Arcavi *et al.* (2000, p. 208) que apresentam três formas de integrar a História da Matemática à Educação Matemática, são elas:

1. Aprendizagem histórica pelo fornecimento de informações históricas diretas;
2. Aprendizagem de tópicos matemáticos, seguindo um processo de ensino aprendizagem inspirado na história;
3. Desenvolvimento de uma consciência mais profunda, tanto da matemática por ela mesma quanto do contexto social e cultural em que ela tem se desenvolvido

Também é preciso reforçar que se faz necessário dirigir o olhar para o Projeto Pedagógico *Conectando Saberes*, uma vez que este projeto estrutura, atualmente, a Educação de Jovens e Adultos nas escolas estaduais de Mato Grosso do Sul. Conforme análise, observamos que o documento oficial do Projeto, não só sugere a integração da História da Matemática em sala de aula, mas também incentiva que por essa via o professor seja capaz de avançar para além de sua apropriação com foco em datas, nomes e locais.

O Projeto aponta para o envolvimento dos professores com abordagens que possibilitem ao aluno compreender-se como parte integrante do desenvolvimento da sua cultura e do desenvolvimento tecnológico. Nas palavras do documento:

O professor pode criar melhores condições para que o estudante desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante do conhecimento matemático ao revelar que a matemática é uma criação humana, elaborada em diferentes culturas e momentos históricos, e ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do

presente. Com isso, o estudante poderá perceber-se como parte da história da produção do conhecimento matemático. A abordagem história da matemática permite o estudante da EJA compreender que o avanço tecnológico de hoje não seria possível sem a herança cultural de gerações passadas.

Essa abordagem, entretanto, não deve se restringir a informações relativas a nomes, locais e datas de descobertas. Em muitas situações, o recurso à história pode dar respostas e alguns porquês, esclarecendo e dando significado às ideias matemáticas que estão sendo construídas nas aulas pelos jovens e adultos. (SED, 2016, P. 162)

Ao se considerar o que foi apresentado até o momento, a proposta desta dissertação centra-se em demonstrar como se realizou o processo de pesquisa no qual discutiu-se as possíveis potencialidades do uso da História da Matemática no ensino de Geometria e, em especial, no ensino do Teorema de Pitágoras.

No próximo capítulo são trazidas informações sobre o Teorema de Pitágoras, a partir de um breve panorama sobre a história de Pitágoras de Samos, seguida da exposição de dados históricos sobre o teorema e algumas demonstrações do Teorema que podem ser utilizadas em sala de aula.

CAPÍTULO II - TEOREMA DE PITÁGORAS

2 SOBRE O CAPÍTULO

O foco deste trabalho é discutir as possíveis potencialidades do uso da História da Matemática para o ensino de Geometria, especialmente, o Teorema de Pitágoras. A escolha do Teorema foi motivada pela possibilidade de seu uso na solução de problemas em diferentes contextos, em especial, na Geometria Elementar, e por auxiliar a compreensão das razões trigonométricas.

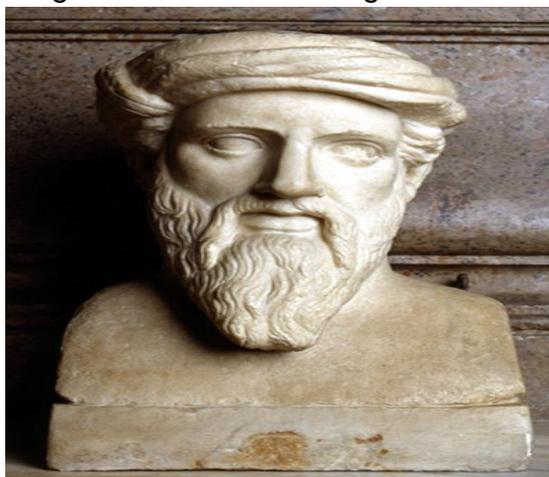
O teorema conhecido pelo nome Pitágoras, trata-se de um dos conteúdos mais importantes na Matemática. Ele apresenta-se em vários ramos deste campo do saber e tem inúmeras aplicações em diversas áreas do conhecimento. Além disso, esse teorema foi conhecido por inúmeras civilizações ao longo da nossa história da humanidade.

Assim, o objetivo deste capítulo centra-se em apresentar algumas demonstrações do Teorema de Pitágoras (algébricas, numéricas e geométricas) que podem ser trabalhadas em sala de aula como auxiliadoras do processo de ensino/aprendizagem da Matemática. Para tanto partimos de Santos (2011), autor responsável por salientar que tais demonstrações devem ser trabalhadas em sala de aula, visto que proporcionam um aprofundamento do conhecimento dos alunos em relação ao tema. Para isso, devem ser utilizadas aquelas demonstrações que melhor se adaptarem e que sejam capazes de atrair o interesse dos alunos para a sua construção.

Utilizamos algumas demonstrações publicadas pelo professor Elisha Scott Loomis (1852-1940), natural do Estado de Ohio, nos Estados Unidos, que reuniu 230 demonstrações do teorema de Pitágoras em um livro, *The Pythagorean Proposition*, publicado em 1927. Este compendio, passou por revisão em sua segunda edição, publicada em 1940, Loomis e teve o número de demonstrações ampliado para 370.

2.1 UM BREVE PANORAMA DA HISTÓRIA DE PITÁGORAS DE SAMOS

Figura 1 - Busto de Pitágoras



Fonte: Museu do Capitólio¹, 2018

Considera-se que Pitágoras nasceu na ilha de Samos por volta de 570 a.C., da relação com o lugar onde nasceu, surgiu o nome pelo qual ficou famoso: *Pitágoras de Samos*. A ilha egeia de Samos está próxima a Mileto, local onde vivia Thales (624 – 547 a.C.). Pitágoras, depois de algumas viagens para o Egito e Babilônia, voltou para Samos que se encontrava sob o domínio do tirano Polícrates (570 – 522 a.C.); assim, Pitágoras decidiu fixar sua residência em Crotona, no Sul da Itália. Nesta cidade, fundou-se uma seita ou irmandade de caráter mística, religiosa e filosófica. Os adeptos dessa escola pitagórica praticavam ritos secretos e estudavam Filosofia, Matemática e Ciências Naturais.

Nas palavras de Mckirahan (2010, p. 79):

Embora os detalhes da vida e obra de Pitágoras não sejam explícitos, mesmo misteriosos, e as fontes discordam em muitos pontos, a breve descrição a seguir pode não estar longe da verdade. Nascido na ilha de Samos por volta de 570 a.C. deixou essa ilha em 530 por desacordo com as políticas do tirano Polícrates. Neste momento, ou antes, ele visitou o Egito e a Babilônia, onde se familiarizou com as crenças religiosas e práticas culturais desses povos. Ele se estabeleceu em Crotona, uma cidade grega no sul da Itália. Conquistado pela sua personalidade e pelas suas opiniões conservadoras sobre a moralidade (ênfase na moderação, a piedade, o respeito aos mais velhos e do estado e uma vida familiar monogâmica), o Conselho de Crotona encarregou-o da educação das crianças e das mulheres da cidade. Desta forma, ele passou a ter grande influência, que se

¹ Disponível em: < www.museicapitolini.org >. Acesso em: 05-02-2018 às 13h

estendeu a outras cidades gregas no sul da Itália e na Sicília e, possivelmente, até a Roma.

Deste modo, durante um tempo, a influência e as tendências aristocráticas dessa irmandade tornaram-se preponderantes em Crotona e as autoridades contrárias aos seus preceitos, então dominantes na cidade, resolveram acabar com escola e expulsar de Crotona o seu líder, seguidores e admiradores. Conseqüentemente, Pitágoras exilou-se em Metaponto, local onde morreu pouco depois. Quanto aos discípulos pitagóricos dispersaram-se e continuaram durante alguns séculos divulgando e aprimorando os ensinamentos do mestre.

Segundo Mckirahan (2010, p. 79):

Na primeira metade do século V, Crotona alcançou uma posição sem precedentes de importância militar e econômica, um desenvolvimento que foi atribuído à presença de pitagóricos na região, embora a evidência não seja certa. Em Crotona, Pitágoras estabeleceu uma comunidade exclusiva de seus seguidores, caracterizada por um estilo de vida distinto, inspirado em certas visões religiosas e filosóficas. A comunidade, que é frequentemente denominada de escola ou irmandade, tem alguma semelhança com um culto secreto. Cylon, um jovem de uma família aristocrática, cujo pedido para se tornar um seguidor de Pitágoras havia sido rejeitado, reuniu apoio antipitagórico e por volta de 500 a.C. liderou um ataque a Pitágoras, que posteriormente abandonou Crotona e se mudou para Metaponto, onde ele morreu pouco depois. (...) Após a morte do fundador, as comunidades pitagóricas em Crotona e em outros lugares continuaram a funcionar. No entanto, meados do século viu revoltas antipitagóricas em toda as regiões. Em Crotona, uma casa onde os pitagóricos estavam reunidos foi incendiada e todos, exceto dois, foram queimados vivos. Suas casas de reunião em outros lugares também foram destruídas, seus líderes foram mortos e houve violência e destruição generalizadas. Depois, o caráter do movimento mudou. Alguns fugiram para a Grécia continental. Aqueles que ficaram estabeleceram-se em Régio, mas algum tempo depois, talvez por volta de 400 a.C., quase todos deixaram a Itália, com a notável exceção de Arquitas, que se tornou um monarca capaz em Tarento, onde Platão o visitou no início do século IV. O movimento pitagórico efetivamente desapareceu no século IV, quando os remanescentes dispersos dessa perseguição não puderam ou não quiseram organizar e estabelecer centros pitagóricos ativos novamente.

Diante do exposto, fica evidente que Pitágoras pode ser considerado um personagem obscuro e controverso, em virtude de várias razões: 1. não há documentos do período de Pitágoras ou dos primeiros pitagóricos; 2. há relatos de que na Antiguidade houve várias biografias de Pitágoras, porém essas narrativas não chegaram à posteridade. Essas peculiaridades secretas e comunitárias da escola pitagórica contribuíram para esconder as concepções místico-filosóficas do

líder e de seus adeptos, até mesmo por uma questão de proteção, uma vez que eram alvo de perseguição política.

Em virtude disso, Mckirahan (2010, p.80) dirá que:

Mesmo assim, a influência de Pitágoras continuou por toda a Antiguidade. Empédocles, que se refere a ele com respeito à sua sabedoria, foi influenciado por sua doutrina da reencarnação, mas seu legado filosófico mais importante é a forte impressão que deixou no pensamento de Platão, como encontrado notavelmente nos mitos da vida após a morte no final de *Górgias*, *Fédon* e *República*, na cosmologia do *Timeu*, e possivelmente na crença de Platão na importância da harmonia e da Matemática e em alguns aspectos fundamentais de sua teoria das formas.

Mais tarde, “neopitagóricos” por volta do primeiro século a.C. até o terceiro século da Era comum enfatizaram os aspectos religiosos, supersticiosos e numerológicos do pitagorismo, e seguiram alguns dos sucessores de Platão de 300 anos antes combinando ideias pitagóricas com elementos do pensamento de Platão. Estes neopitagóricos seguiram a prática antiga comum de atribuir suas próprias doutrinas ao fundador, a fim de obter autoridade para suas concepções, que consideravam implícitas ou extensões de seus ensinamentos. As crenças neopitagóricas foram absorvidas a partir do terceiro século Era comum pelos neoplatônicos, e é em razão dos escritos neoplatônicos fundamentados extensamente em obras neopitagóricas que a maioria de nossas informações sobre Pitágoras é inspirada.

Por fim, é possível dizer que a filosofia pitagórica constituiu-se na afirmação de que o número natural era a razão das diferentes propriedades dos elementos que constituem o universo, ou seja, a máxima pitagórica, tudo que existe é número. Desse modo, os pitagóricos foram conduzidos a estudar as propriedades dos números, a aritmética, a geometria, a música e a astronomia associadas com propriedades numéricas.

Ainda conforme Mckirahan, (2010, P. 80):

os interesses dos matemáticos são mais centrais para a filosofia grega. De fato, Pitágoras é hoje famoso pelo teorema geométrico que leva seu nome. Aristóteles declara que os pitagóricos foram os primeiros a promover avanços à Matemática. Outras ideias “matemáticas” associadas com Pitágoras ou os primeiros pitagóricos são a análise matemática dos intervalos musicais harmônicos, um interesse na teoria dos números e na teoria das proporções, e a definição de número por “médias” matemáticas (como as médias aritmética, geométricas e harmônicas). Eles alegaram que todas as coisas são números e construíram uma cosmogonia gerando o mundo a partir de números e uma cosmologia que removeu a Terra do centro do universo e fez que ela se movesse junto com os outros planetas, o Sol e a Lua em órbitas em torno de um fogo central para criar uma harmonia celestial. Quanto disso remonta ao próprio Pitágoras, ainda é

controverso, mas parece razoável supor que havia algo em Pitágoras posterior a esses desenvolvimentos pitagóricos.

Deste contexto explicitado é que emerge a figura quase mítica de Pitágoras, configurada pela escassez de informações consistentes, bem como seu teorema, conhecimento fundamental ainda na atualidade para compreensão de diversas questões abordadas pela matemática.

2.2 SOBRE O TEOREMA DE PITÁGORAS

O estudo da Geometria é um assunto antigo e podemos conjecturar que as suas raízes remontam a milhares de anos e as ideias geométricas são encontradas em quase todas as culturas humanas. Assim, o estudo da Geometria como a conhecemos, surgiu há mais de 4000 anos na Mesopotâmia, Egito, Índia e China. Certamente, os antigos geômetras mesopotâmios tinham um entendimento avançado sobre Geometria elementar plana e espacial. Alguns historiadores da Matemática, asseveram que eles conheciam o Teorema de Pitágoras muito antes de Pitágoras. Esses geômetras antigos conheciam um método geral que dá origem a todas as triplas de inteiros positivos que são os comprimentos de lados de triângulos retângulos.

A Geometria elementar Egípcia, especificamente, surge como forma de conhecimento para conter as inundações anuais do rio Nilo que destruíam as linhas divisórias das áreas de propriedades agrícolas egípcias nas vastas áreas de terra ao lado do Nilo. Em decorrência do fenômeno natural, as medições eram necessárias para o restabelecimento dessas linhas divisórias, dessas propriedades agrícolas egípcias. Esta situação que colocava em risco a lavoura, enquanto interesse prático pode ter motivado e ampliado o estudo da Geometria.

Em geral, pode-se afirmar que a Geometria Egípcia era, especialmente, uma ciência empírica, consistindo de muitos procedimentos de regra gerais que foram obtidos mediante experimentação, observação, tentativa e erro. Os geômetras egípcios conheciam princípios mais gerais, como casos especiais do Teorema de Pitágoras e fórmulas para volumes. Tais conhecimentos nasciam da necessidade de resolução de problemas práticos de sua rotina.

Já na Índia, em alguns textos antigos aparecem aplicações do Teorema de Pitágoras a problemas geométricos associados à construção de templos. Além

disso, o Teorema de Pitágoras também foi descoberto na China aproximadamente na mesma época que na Índia.

Pitágoras teve seu nome associado a um dos mais importantes teoremas da Geometria Plana, porém séculos antes dele, essa proposição já era conhecida por babilônios, egípcios e chineses, que a utilizavam na resolução de problemas práticos da sociedades citadas.

De fato, os babilônios já o conheciam, Katz (2008, p. 19), revela que:

Um dos problemas babilônicos sobre raízes quadradas estava conectado à relação entre o lado de um quadrado e sua diagonal. Esta relação é um caso especial do resultado conhecido como **Teorema de Pitágoras**: Em qualquer triângulo retângulo, a soma das áreas dos quadrados dos catetos é igual à área do quadrado na hipotenusa. Este teorema, em homenagem ao filósofo-matemático grego do século VI a.C, é sem dúvida o mais importante teorema elementar da Matemática, já que suas consequências e generalizações têm ampla aplicação. No entanto, é um dos primeiros teoremas conhecidos pelas civilizações antigas. De fato, há evidências de que era conhecido pelo menos mil anos antes de Pitágoras.

Sobre Pitágoras e os pitagóricos não há escritos existentes e o que conhecemos sobre esse filósofo e seus estudos filosóficos e de geometria e sobre o grupo de seguidores reunidos por esse pensador, deve-se aos relatos dos neo-pitagóricos, pessoas que se apropriaram dessas histórias de maneira oral e as difundiu para humanidade.

Katz (2009, p. 36-37) relata que:

Há também histórias extensas, mas pouco confiáveis, sobre Pitágoras (572–497 a.C.), incluindo que ele passou muito tempo não apenas no Egito, onde Thales teria visitado, mas também na Babilônia. Por volta de 530 a.C., depois de ter sido forçado a deixar sua terra natal, Samos, ele se estabeleceu em Crotona, uma cidade grega no sul da Itália. Em Crotona reuniu em torno dele um grupo de discípulos, mais tarde conhecidos como os pitagóricos, que era considerado uma ordem religiosa e uma escola filosófica. Das biografias sobreviventes, todas escritas séculos depois de sua morte, podemos inferir que Pitágoras era provavelmente mais místico do que um pensador racional, mas alguém que recebeu conseqüente imenso respeito de seus seguidores. Uma vez que não há obras existentes atribuídas a Pitágoras ou os pitagóricos, as doutrinas matemáticas de sua escola somente podem ser inferidas a partir das obras de escritores posteriores, incluindo os “neo-pitagóricos”.

Mediante aos dados históricos mencionados, ainda que o teorema de Pitágoras fosse conhecido muito antes do nascimento de Pitágoras, ele pode ter

sido o primeiro a mostrar essa relação existente em um triângulo retângulo, por isso esta forma de saber ficou tão vinculada a ele. A prova atribuída a Pitágoras é muito simples e é denominada de demonstração por rearranjo ou dissecação. O fato de Pitágoras ter elaborado esta prova é inferida por meio dos escritos do filósofo Proclus.

Conforme Maor (2007, p.61-62):

Proclus (ca. 412-85 d.C.) nasceu em Bizâncio, estudou em Alexandria e mais tarde tornou-se chefe da Academia Ateniense. Ele é conhecido especialmente por seu Sumário Eudemiano, uma obra que inclui seu próprio comentário sobre o Livro I de Os elementos e um esboço histórico da Geometria Grega até o tempo de Euclides; este trabalho foi inspirado em fragmentos de um trabalho anterior, Historia da Geometria (em quatro capítulos) por Eudemo, um estudante de Aristóteles. No Sumário Eudemiano, encontramos o famoso ditado atribuído a Euclides: “Não há um caminho real para a Geometria”. É do comentário de Proclus que podemos inferir uma possível prova do teorema de Pitágoras por Pitágoras, ou seja, uma prova por dissecação:

Considere um quadrado do lado $a + b$ (fig. 5.2).

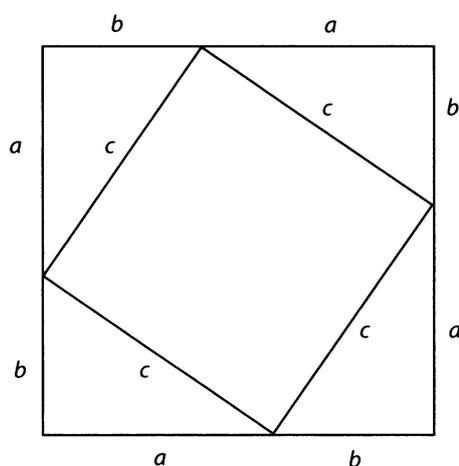


Figure 5.2. Dissection of a square

Conecte os pontos que dividem os segmentos a e b de cada lado para formar um quadrado inclinado e denomine seu lado c . O quadrado original é assim dissecado em cinco partes – quatro triângulos retos congruentes de lados a e b , e hipotenusa c , e um quadrado interno de lado c . Uma dissecação diferente é mostrada na figura 5.3.

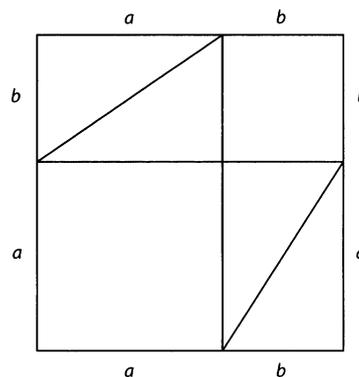


Figure 5.3. A different dissection

Comparando as áreas das duas figuras, temos $4 \frac{ab}{2} + c^2 = 4 \frac{ab}{2} + a^2 + b^2$, a partir do qual obtemos $c^2 = a^2 + b^2$. (...); o Sumário Eudemiano indica que esse último teorema já era conhecido pelos pitagóricos.

O processo de introdução da lógica aristotélica para a formalização da Geometria Plana e Espacial, aparentemente, começou com Thales de Mileto (624 – 547 a.C.) e Pitágoras de Samos por volta de 600 a.C.. Este trajeto culminou no trabalho de Euclides de Alexandria (325 – 265 a.C.) por volta de .300 a.C., o nome do geômetra Euclides ainda está universalmente associado à Geometria Plana e Espacial estudada nas escolas da atualidade.

De fato, a maioria das ideias incluídas e presentes no que denominamos de Geometria Euclidiana, provavelmente, não se originaram com esse geômetra; em vez disso, parece que as contribuições de Euclides foram selecionar organizar e apresentar os resultados da Geometria Grega de uma maneira lógica e coerente. Nesta perspectiva, Euclides publicou seus resultados em um livro composto por treze capítulos conhecido como *Os elementos*. Nesta obra, no capítulo 1, proposição 45, Euclides (2009, p. 132) apresenta o enunciado e a demonstração do teorema de Pitágoras. A saber: “Nos triângulos retângulos, o quadrado sobre o lado que se estende sob o ângulo reto é igual aos quadrados sobre os lados que contêm o ângulo reto.”

O enunciado do Teorema de Pitágoras como o conhecemos atualmente ou como é apresentado em alguns livros didáticos é exposto, em geral, da seguinte forma: “Em qualquer triângulo retângulo, a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados que têm como lados cada um dos catetos”. Ou de outra forma: “Num triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos”.

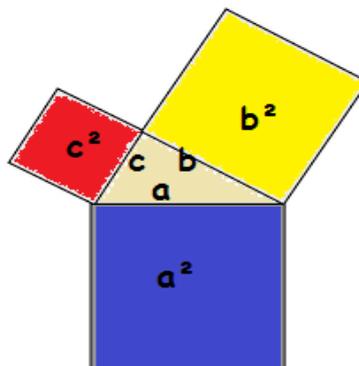
Por fim, por meio do uso de uma simbologia adequada, conforme explicita Maor (2007, p.158):

A Matemática e a Música compartilham muitos traços, entre os quais a confiança em um bom sistema de notação. Os antigos dependiam inteiramente das instruções verbais “faça isso e faça aquilo”: multiplique dois números dados, reproduza duas instruções especificadas e coisas semelhantes. Não será preciso dizer que tais instruções verbais eram vagas e ineficientes. Em Matemática, em especial, a falta de um bom sistema de notação impedia que os gregos fizessem incursões em outras áreas além da Aritmética e da Geometria.

Demorou mais de mil anos até que a Matemática fizesse a transição da álgebra verbal para a álgebra literal, na qual letras e símbolos substituíram as instruções escritas. Essa transição começou em 1400 e atingiu a maturidade por volta de 1600, quando François Viète introduziu um sistema de notação em que consoantes representavam quantidades conhecidas e vogais quantidades desconhecidas. A ideia de utilizar letras para denotar quantidades algébricas, tão natural para nós hoje, foi uma novidade em seu tempo, e facilitaria muito a formulação de declarações matemáticas. Mas Viète, talvez surpreso com a audácia de sua própria inovação, não insistiu nisso. Embora ele tenha utilizado os símbolos modernos $+$ e $-$ para adição e subtração, ele escreveu *aequatur* para igualdade, e *A quadratus* e *A cubus* para a^2 e a^3 (embora mais tarde ele os abreviasse para *Aq* e *Ac*). Para a equação $a^2 + b^2 = c^2$ ele escreveu *Aq + Bq aequatur Cq* – ainda não tão conciso quanto nossa notação moderna, porém chegando perto.

Em outras palavras, pode-se enunciar o Teorema de Pitágoras deste modo: se a é a medida da hipotenusa e se b e c são as medidas dos catetos, aquele enunciado do Teorema equivale a afirmar que: $a^2 = b^2 + c^2$.

Figura 2 - Ilustração do Teorema de Pitágoras



Fonte: Elaborado pelo autor

O teorema de Pitágoras tem várias aplicações em muitas áreas da Matemática Avançada e, em especial, na Matemática Elementar, por exemplo: na Geometria Plana e Espacial, Trigonometria Plana, Geometria Analítica Plana e Espacial. Assim, este teorema é muito útil na resolução de vários problemas vinculados a diversos conteúdos.

Atualmente, existem mais de 400 demonstrações diferentes do Teorema de Pitágoras, demonstradas ao longo de 4000 anos de História da Matemática, por meio dos estudos de filósofos, geômetras, astrônomos, matemáticos e personagens notáveis de algumas áreas do conhecimento. Alguns desses nomes são muito conhecidos: Bháskara, Leonardo da Vinci e James Abram Garfield, por exemplo. No livro *The Pythagorean Proposition*, Elisha Scott Loomis, já mencionado neste trabalho, há um total de 370 demonstrações deste teorema.

2.3 ALGUMAS DEMONSTRAÇÕES DO TEOREMA DE PITÁGORAS

As demonstrações apresentadas neste capítulo são simples, pois partem da ideia de articular as demonstrações mais adequadas para sala de aula. O intuito maior era permitir ao aluno perceber que as demonstrações são uma importante ferramenta da matemática e que podem ser associadas à História da Matemática para potencializar o ensino/aprendizado.

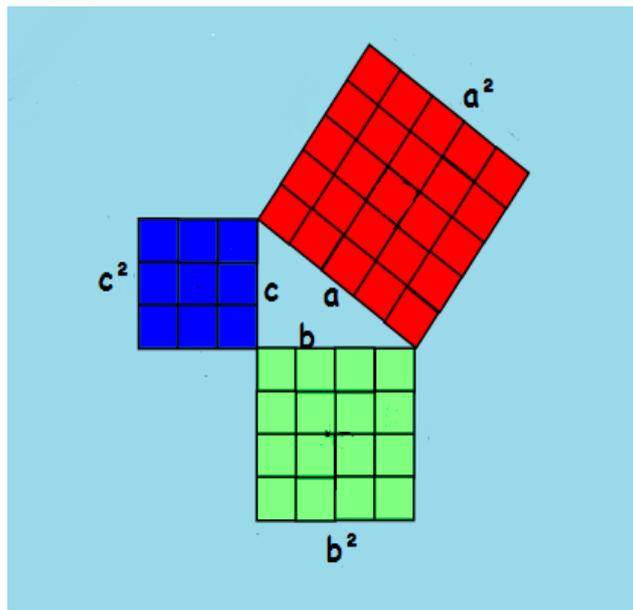
Em sequência, seguem algumas das demonstrações apresentadas neste trabalho. Elas podem ser encontradas nas obras de Loomis (1940), Lellis (1996) e Lima (2006).

2.3.1 DEMONSTRAÇÃO I: USANDO QUADRICULADOS

Ao construir um triângulo retângulo de catetos **b** e **c**, e de hipotenusa **a**, constroem-se também quadrados sobre a hipotenusa e os catetos e fazendo quadriculados em cada quadrado obtido, assim, é possível verificar a igualdade $a^2 = b^2 + c^2$.

Observe a figura 3:

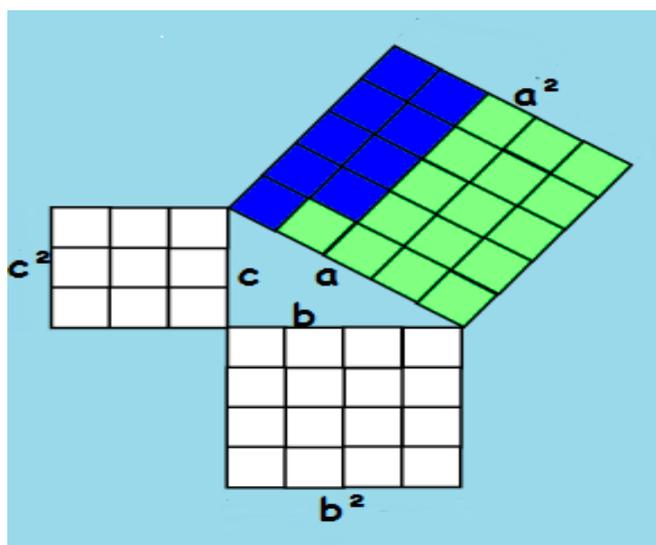
Figura 3 - Ilustração do Teorema de Pitágoras usando quadriculados



Fonte: Elaborado pelo autor

Se completarmos o quadrado de lado **a** com os quadriculados dos quadrados de lados **b** e **c**, obteremos a relação $a^2 = b^2 + c^2$, provando então que a soma das áreas dos quadrados formados pelos catetos é igual à área do quadrado formado pela hipotenusa de um triângulo, como na figura abaixo:

Figura 4 - Demonstração do Teorema de Pitágoras usando quadriculados.



Fonte: Elaborado pelo autor

Esta demonstração pode ser comparada ao quadriculado encontrado em um dos mais antigos e famosos textos chineses sobre Astronomia e Matemática, denominado de *Zhoubi Suanjing*, cuja data de publicação fica em torno de 500 a 300 antes da era comum, segundo alguns historiadores da Matemática Chinesa.

De acordo com Martzloff (2006, P. 126):

O *Zhoubi Suanjing* é acima de tudo importante para a História da Astronomia Chinesa. Este famoso tratado (que remonta aproximadamente à dinastia Han) contém especulações cosmológicas sobre as dimensões do universo, com base em observações e na Matemática.

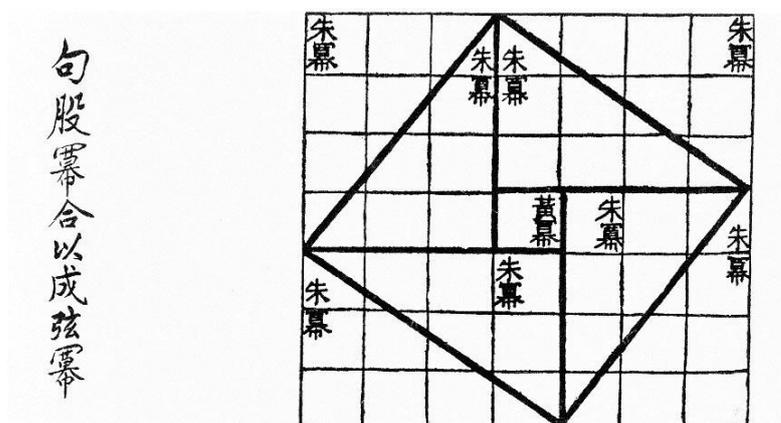
No que diz respeito à História da Matemática, o *Zhoubi Suanjing* é referido pelos autores chineses por duas razões principais:

(i) Ele contém a “figura da hipotenusa” xian tu, que fornece uma prova visual imediata do “teorema de Pitágoras”, sem palavras.

(ii) Um dos comentários do *Zhoubi Suanjing* por um certo Zhao Shuang (terceiro século?) contém uma lista de 15 fórmulas prontas para resolver triângulos retângulos.

Assim, por meio da representação ilustrada na figura 4, pode-se perceber ou sugerir uma demonstração do teorema de Pitágoras para um triângulo específico de lados 3, 4 e 5.

Figura 5 - Ilustração do teorema de Pitágoras no livro *Zhoubi Suanjing*



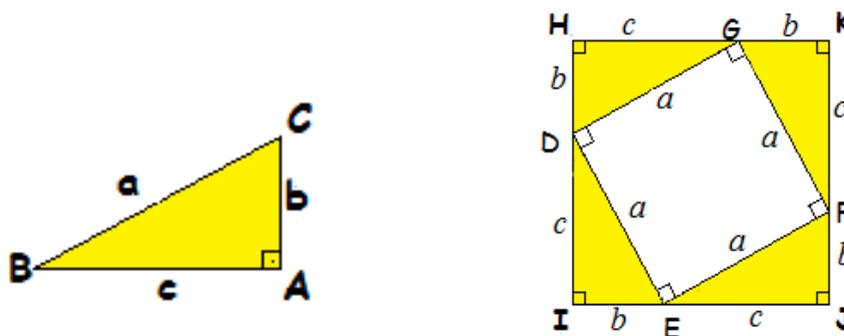
Fonte: Wikipédia²

² Disponível em: < www.pt.m.wikipedia.org/wiki/Matemática_chinesa>. Acesso em: 10-02-2018 às 08h.

2.3.2 DEMONSTRAÇÃO II: GEOMÉTRICA

Considere um triângulo retângulo **ABC**, retângulo no vértice A, de lado **a**, **b** e **c**. Sobre os lados de um quadrado **DEFG**, que tenha medida de lado **a**, inserimos quatro triângulos congruentes ao triângulo retângulo **ABC**, tendo como resultado um quadrado **HIJK**, que tem lado medindo **b + c**.

Figura 6 - Triângulo Retângulo ABC e Triângulos Retângulos sobre os lados do quadrado DEFG



Fonte: Elaborado pelo autor

A área do quadrado **HIJK** pode ser obtida de duas maneiras distintas. Uma forma é adicionando a área do quadrado **DEFG** e a área dos triângulos, obtendo:

$$a^2 + 4 \frac{bc}{2} = a^2 + 2bc \quad (1)$$

A outra maneira é elevar ao quadrado a medida do lado do quadrado, assim:

$$(b + c)^2 = b^2 + 2bc + c^2 \quad (2)$$

Ao igualarmos as equações (1) e (2), temos:

$$a^2 + 2bc = b^2 + 2bc + c^2$$

Subtraindo $2bc$ nos dois membros da equação, temos:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

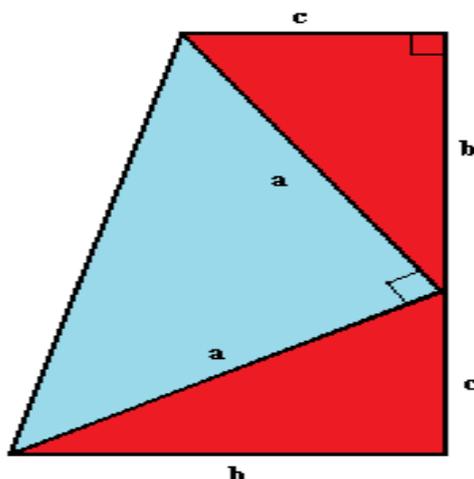
Demonstra-se a relação descrita no Teorema de Pitágoras.

2.3.3 DEMONSTRAÇÃO III: PRESIDENTE JAMES ABRAM GARFIELD

James Abram Garfield (1831 – 1881), foi o vigésimo presidente dos Estados Unidos e era um estudioso da Matemática, admirava muito esta forma de saber. Em 1876, quando estava na Câmara de Representantes, rabiscou num papel uma demonstração do Teorema de Pitágoras. O *New England Journal of Education* publicou a demonstração realizada pelo presidente.

Observe a ilustração da demonstração feita pelo presidente

Figura 7 - Ilustração da demonstração do Teorema de Pitágoras feita pelo presidente.



Fonte: Elaborado pelo autor

Ao analisar a figura 6 observamos que a área do trapézio com bases b , c e altura $b + c$, é igual a metade da soma das bases multiplicando a altura. Além disso, tem-se que a mesma área do trapézio é igual à soma das áreas de três triângulos retângulos, como na fórmula abaixo:

$$\frac{b+c}{2} \times (b+c) = \frac{a^2}{2} + \frac{bc}{2} + \frac{bc}{2} \quad (1)$$

Desenvolvendo a expressão 1:

$$b^2 + 2bc + c^2 = a^2 + 2bc \quad (2)$$

Portanto, da expressão (2), obtém-se a relação, que é o Teorema de Pitágoras:

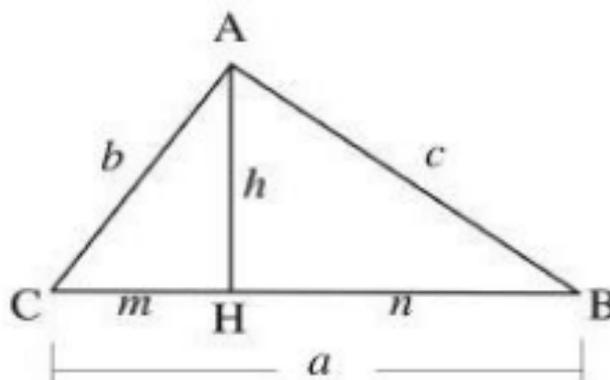
$$a^2 = b^2 + c^2$$

2.3.4 DEMONSTRAÇÃO IV: SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Ao considerarmos os estudos de Lima (2006), a demonstração por semelhança de triângulos é a mais frequente hoje nas escolas, pois permite não só demonstrar o Teorema de Pitágoras, mas também encontrar as relações métricas no triângulo retângulo. Conforme Lima (1991) acredita-se que esta é a prova mais curta e mais conhecida.

Considere um triângulo **ABC**, que seja retângulo no vértice **A**, esboça-se uma altura **AH** perpendicular a **CB**. Observa-se então que os triângulos **AHB** e **AHC** são semelhantes ao triângulo **ABC**.

Figura 8- Demonstração por semelhança



Fonte: Lima, 2006.

Da semelhança dos triângulos **AHC** e **ABC** temos:

$$b^2 = am \quad (1)$$

E da semelhança dos triângulos **AHB** e **ABC**:

$$c^2 = an \quad (2)$$

Ao somar as relações (1) e (2) membro a membro, obtemos:

$$b^2 + c^2 = am + an = a(m + n) = a \cdot a = a^2$$

Verificando a famosa relação $a^2 = b^2 + c^2$.

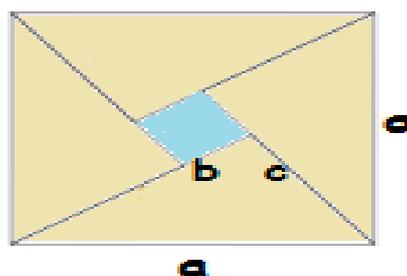
2.3.5 DEMONSTRAÇÃO V: BHASKARA II

O conhecido matemático hindu Bháskara II (1114 – 1185) ou Bhaskaracharya (Bháskara – o mestre), trata-se de uma das figuras mais importantes dentre os matemáticos do século XII. Ele foi chefe do observatório astronômico em Ujjain, o principal centro de pesquisas em Matemáticas e Astronomia da Índia na época.

Barbosa (1993) explicita que em sua demonstração do Teorema de Pitágoras, Bháskara apresentou a figura sem qualquer explicação, apenas havia uma palavra com significado “veja” ou “contemple”.

Observe a figura 8, que apresenta uma ilustração da figura feita por Bhaskara:

Figura 9 - Ilustração da construção de Bhaskara II



Fonte: Elaborado pelo autor

Observe que sobre os lados de um quadrado a , são construídos quatro triângulos retângulos com catetos de medidas b e c . Analise também que no interior do quadrado de lado a , no centro, aparece um quadrado de lado $b - c$. Assim, a área do quadrado maior pode ser representada pela seguinte relação:

$$a^2 = (b - c)^2 + 4 \frac{bc}{2} \quad (1)$$

Desenvolvendo (1), obtemos:

$$a^2 = b^2 - 2bc + c^2 + 2bc$$

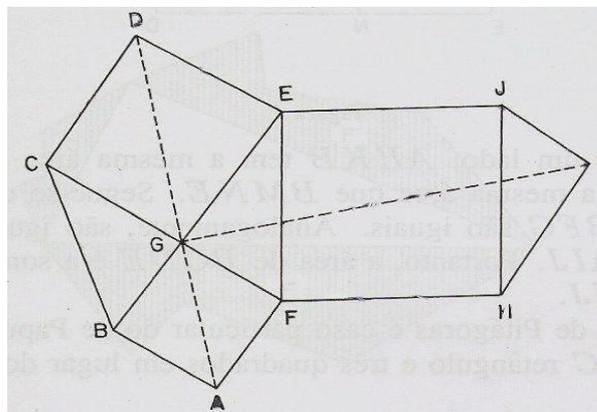
$$a^2 = b^2 + c^2$$

Concluindo, assim, a demonstração a partir da construção de Bháskara.

2.3.6 DEMONSTRAÇÃO VI: LEONARDO DA VINCI

Leonardo di Ser Piero da Vinci (1452-1519) trata-se de um pintor e escultor italiano, considerado um dos maiores gênios da humanidade. Criador de obras como o quadro *Mona Lisa* e *A Última Ceia*, Da Vinci também apresentou uma demonstração do Teorema de Pitágoras, esta foi construída, inspirada na comparação entre áreas, que se baseia na Figura 9.

Figura 10 - Demonstração Leonardo da Vinci



Fonte: Loomis, 1940.

Os quadriláteros **ABCD**, **DEFA**, **GFHI** e **GEJI** são congruentes. Logo, os hexágonos **ABCEF** e **GEJIHF** têm a mesma área. Resultando em um processo em que a área do quadrado **FEJH** é a soma das áreas dos quadrados **ABGF** e **CDEG**, Lima (1998).

Como dito anteriormente, ele se baseou na comparação de áreas, usando as áreas dos quadriláteros formados a partir da figura desenhada acima, situação que comprovou suas equivalências e a relação existente entre os lados dos triângulos retângulos.

2.3.7 DEMONSTRAÇÃO VII: FÓRMULA DE HERON

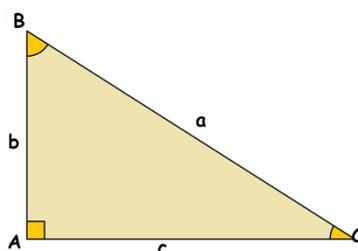
Heron de Alexandria (10 d.C. – 70 d.C.) foi um matemático e mecânico grego que ficou conhecido pela fórmula que desenvolveu e que leva seu nome. Esta fórmula é capaz de determinar a área de um triângulo somente por meio das medidas dos lados, descartando a utilização da altura do triângulo.

Observe a relação desenvolvida por Heron de Alexandria:

$$s = \sqrt{p \times (p - a) \times (p - b) \times (p - c)}$$

Sejam **a**, **b** e **c** lados e **p** o semi perímetro. Considere agora um triângulo **ABC**, cujos lados medem **a**, **b** e **c**; então a medida da área deste triângulo é dada por:

Figura 11 - Triângulo ABC



Fonte: Elaborado pelo autor

$$Area\ ABC = \sqrt{p \times (p - a) \times (p - b) \times (p - c)}$$

Efetuando o produto dentro do radical, com $p = \frac{a+b+c}{2}$, teremos:

$$Area\ ABC = \frac{1}{4} \sqrt{2a^2b^2 + 2a^2c^2 + 2b^2c^2 - a^4 - b^4 - c^4} \quad (1)$$

Por outro lado, sabemos que a área de um triângulo também se dá pela expressão:

$$Area\ ABC = \frac{b \times c}{2} \quad (2)$$

Comparando as duas equações:

$$\frac{1}{4} \sqrt{2a^2b^2 + 2a^2c^2 + 2b^2c^2 - a^4 - b^4 - c^4} = \frac{b \times c}{2}, \text{ ou seja,}$$

$$2a^2b^2 + 2a^2c^2 + 2b^2c^2 - a^4 - b^4 - c^4 = 4b^2c^2$$

Ao trabalharmos essa última expressão e efetuarmos as simplificações, tem-se:

$$(b^2 + c^2 - a^2)^2 = 0, \text{ assim,}$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Conclui-se aqui a demonstração utilizando a fórmula do cálculo de áreas.

2.3.8 DEMONSTRAÇÃO XIII: PERIGAL

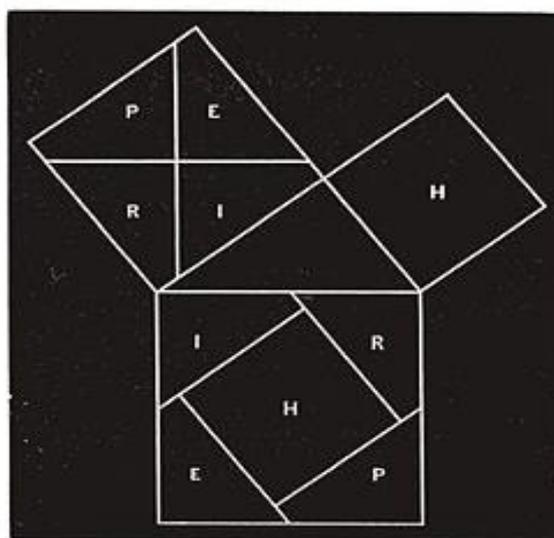
Henry Perigal (1801 – 1898) foi um astrônomo e matemático amador londrino que, em 1872, publicou na Revista *The Messenger of Mathematics, New Series, Nº. 19, 1872*, uma demonstração do Teorema de Pitágoras por meio de dissecções geométricas e transformações.

Para sua demonstração, Perigal dissecou (decompôs) o quadrado construído sobre o maior cateto do triângulo retângulo por dois segmentos de retas que se intersectam no centro desse quadrado. Um segmento de reta paralela e outro segmento de reta são perpendiculares à hipotenusa do triângulo retângulo, o que dividi esse quadrado em quatro quadriláteros convexos congruentes. Assim, os quatro quadriláteros convexos e mais o quadrado construído sobre o cateto menor do triângulo retângulo, compõem todo o quadrado construído sobre a hipotenusa do triângulo retângulo. Com efeito, essa demonstração visual mediante a decomposição e recomposição ficou conhecida com *dissecção de Perigal*.

Para este fim, segundo Perigal (1872, p. 103) considere sua demonstração do teorema de Pitágoras.

A presente série de artigos consiste especialmente de anotações e diagramas extraídos de meus cadernos e esboços feitos durante os últimos quarenta anos. Eu dediquei muito tempo e pensei na solução de teoremas geométricos e problemas por dissecações e transposições, a saber: demonstrar a igualdade de áreas em retângulos equivalentes, etc., e investigar como as figuras poderiam ser melhor dissecadas, de modo que suas partes componentes pudessem ser encaixadas em qualquer das duas formas; e eu tenho frequentemente contemplado e demonstrado todos os Teoremas e Problemas adequados em Euclides por tais dissecações e transposições de modo a torná-los auto evidentes pela demonstração ocular. Trabalhei com papel utilizado pequenos quadrados, o que achei útil para facilitar as dissecações; e sempre tive a impressão de que os antigos egípcios e os primeiros geômetras de gregos adotaram alguns desses recursos em suas pesquisas geométricas. Assim, julgo provável que a propriedade do triângulo retângulo possa ter sido descoberta por meios semelhantes; e a solução que encontrei há quarenta anos foi talvez semelhante à descoberta quarenta séculos atrás e redescoberta por Pitágoras quase vinte séculos depois;

Figura 12 - Ilustração da demonstração de Perigal



Fonte: Perigal, 1872.

A demonstração realizada por Henry Perigal é, como mostra a figura acima, bem convincente, entretanto, deve-se demonstrar que o quadrado localizado no interior do quadrado maior construído sobre a hipotenusa do triângulo retângulo é realmente congruente ao quadrado menor construído sobre o menor cateto desse triângulo retângulo.

Temos então, por meio da figura 12, o triângulo **ABC** retângulo em **A**, o quadrado desenhado sobre o cateto **AB** que foi dividido em quatro quadriláteros congruentes e o quadrado desenhado sobre o cateto **AC**.

Pela construção de Perigal sabemos que os quadriláteros e o quadrado sobre o cateto **AC** totalizam juntos a área do quadrado construído sobre a hipotenusa **BC**. Consideramos os quadriláteros que compõem o quadrado desenhado sobre o cateto **AB** como congruentes e que possuem dois ângulos retos opostos.

Usando o fato de que uma das retas que passa pelo centro do quadrado desenhado sobre o lado **AB**, é paralela à hipotenusa **BC**, consegue-se comprovar que a figura obtida no centro do quadrado construído sobre a hipotenusa **BC**, trata-se de um quadrado congruente ao desenhado sobre o cateto **AC**. Portanto, é possível demonstrar o Teorema de Pitágoras utilizando a construção de Henry Perigal.

Uma das curiosidades sobre Henry Perigal, diz que ele deixou encomendado que, quando morresse, sua demonstração do Teorema de Pitágoras fosse lapidada em seu túmulo.

Figura 13 - Túmulo de Henry Perigal



Fonte: Maths, 2000.²

¹ Disponível em: < <https://plus.maths.org/content/dissecting-table>>. Acesso em: 15-03-2018 às 10h.

Neste capítulo, buscamos apresentar algumas demonstrações do Teorema de Pitágoras. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), este teorema, é conteúdo obrigatório no currículo escolar para os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. No projeto pedagógico *Conectando Saberes*, voltado para a Educação de Jovens e Adultos, da Secretaria de Educação do Estado de Mato Grosso do Sul, o conteúdo é obrigatório no módulo intermediário IV, referente ao 9º ano. O projeto ainda ressalta que o aluno deve ser capaz de apreender o significado do teorema de Pitágoras, valendo-se da solução de problemas em diferentes contextos. Por esta razão, neste capítulo procuramos separar algumas demonstrações que podem ser utilizadas em sala de aula, além das demonstrações serem uma importante ferramenta na História da Matemática.

O próximo capítulo volta-se para exposição da metodologia que norteou este percurso de pesquisa.

CAPÍTULO III - METODOLOGIA DA PESQUISA

3.1 CARACTERIAZAÇÃO DA ESCOLA

A Escola em que a pesquisa foi desenvolvida trata-se de uma unidade Escolar Estadual da cidade de Três Lagoas, pertencente ao estado do Mato Grosso do Sul. É uma escola que possui funcionamento em três períodos de aula (matutino, vespertino e noturno), com um total de 900 alunos matriculados.

A unidade escolar atende alunos do Ensino Fundamental, Ensino Médio do ensino regular, bem como Educação de Jovens e Adultos-EJA. A pesquisa foi desenvolvida no período noturno, fatia do dia mais apropriada para a oferta de aulas do Ensino Fundamental e Ensino Médio para a Educação de Jovens e Adultos- EJA, visto que muitos dos alunos trabalham durante o dia. Durante o período de pesquisa, havia 2 turmas de alunos no Ensino Fundamental e 4 turmas de alunos no Ensino Médio. Em um período anterior, o número de turmas já chegou a um total de 11 turmas. Na EJA, o ano letivo é separado em módulos, ou seja, são ofertados dois semestres de aulas a cada 12 meses, sendo cada semestre referente há um ano escolar.

3.1.1 APRESENTAÇÃO DOS ALUNOS

Para constituição do corpus, foram analisados 39 alunos, de maneira aleatória, destes 39, escolhemos 17 alunos para dar uma ideia da realidade vivida pelos alunos e apresentá-los. Seguem abaixo as descrições dos discentes:

Álvaro – Aluno (a) 1

Este aluno, já frequentou as salas de aula de primeira a oitava séries. Em princípio, parece não lembrar- se de conteúdo algum que tenha se identificado ou que tenha alguma rejeição, no que se refere ao estudo da matemática.

Álvaro trabalha, seu ofício parece não lhe trazer dificuldades em termos de aprendizado de conteúdos tratados na Escola. O aprendiz, também não apresenta

sugestão alguma quanto a alguma proposta de tratamento do conteúdo pelo professor.

Em sala de aula, Álvaro costuma tirar suas dúvidas com um colega de classe. Em sua casa e no trabalho, não é solicitado a tirar dúvidas de assuntos de Matemática vistos na Escola. Segundo o aluno, a disciplina que mais tem afinidade é Educação Física e a que mais apresenta dificuldade, trata-se de Ciências. Em Matemática, gosta de fazer contas de adição, multiplicação e divisão. Manifesta facilidade com a disciplina de Português e, em sala de aula, faz perguntas diretamente à professora. Conforme relatos do aluno, não tem planos de dar prosseguimento à conclusão do EJA.

Adão – Aluno (a) 2

Adão já frequentou a escola em turmas de primeira a oitava séries. Na escola, ele se lembra de gostar de inglês e de não gostar de Ciências. No momento, é aposentado e gosta de fazer natação como atividade física.

Uma das dificuldades que Adão encontra no seu dia-a-dia, é a de não entender algumas palavras, pois ele morou muito tempo em outro país, sempre pesquisa no dicionário as palavras que não entende, mas no outro dia já se esqueceu.

Adão sugere que os professores deem livros das disciplinas e relata que quando é utilizado vídeos nas aulas não consegue entender nada. Ele não precisa da ajuda de outras pessoas para resolver as questões de Matemática e de outra disciplina que aparecem na sua rotina de estudos, alega que não tem ninguém para solicitar ajuda e que ninguém solicita a ajuda dele. Então, não tem nenhum colega que tire dúvidas com ele em sala de aula.

A disciplina que tem mais facilidade é Inglês, não costuma fazer perguntas durante a aula, pois tem vergonha. A disciplina que mais sente dificuldade é Ciências, uma das dificuldades que apresenta vincula-se a pesquisas na internet, alega que há muitas palavras. Na escola, gosta de tudo que tenha matemática, trata-se de sua disciplina preferida, têm menos afinidade com Ciência e Português.

Após concluir a EJA, Adão pretende continuar a estudar, uma vez que acredita ser muito mais fácil para falar com as pessoas quando se é escolarizado.

Adriana - Aluno(a) 3

A aluna Adriana já frequentou a escola em turmas de primeira a oitava séries, retornou aos estudos 16 anos depois. Quando estudava, no ensino regular, gostava de Matemática, adorava efetuar contas de divisão longas.

Adriana trabalha como faxineira e já se deparou com dificuldades no trabalho ou no dia-a-dia, relacionada à Matemática. Uma dessas dificuldades está vinculada a pesagem de um caixote de alumínio, não conseguiu fazer sozinha, teve de solicitar ajuda do líder do seu trabalho.

Adriana não apresenta sugestão alguma quanto a proposta de tratamento dos conteúdos por parte dos professores. Em sua rotina, é solicitado a tirar dúvidas de assuntos de matemática ou de outras disciplinas vistos na Escola. Em casa, ajuda seus filhos nas tarefas de algumas disciplinas, e, aparentemente, se sai bem nas questões de Português que aparecem no seu cotidiano.

A estudante já tirou dúvidas de colegas na escola e fica muito feliz quando consegue explicar o que aprendeu para as outras pessoas. A disciplina que mais gosta é Português, a que apresenta mais dificuldade é Matemática, na resolução de equações, em Matemática, gosta de resolver problemas relacionados aos conteúdos que trabalham com juros simples e a expressões numéricas.

A aluna manifesta facilidade com a disciplina de Português, na sala, faz perguntas para os professores e solicita a ajuda deles. O que mais gosta em uma aula, é de questionar professores para tirar dúvidas. Relata que não gosta quando a professora de Matemática passa equações, pois lhe dá dor de cabeça. A discente tem planos de fazer cursos, após concluir a EJA com a finalidade de conseguir um emprego melhor.

Adriano – Aluno (a) 4

Adriano já frequentou a escola em turmas de primeira a oitava séries. Em princípio, parece não se lembrar de nenhum conteúdo que tenha se identificado ou que tenha alguma rejeição. Conforme relato, o aluno não trabalha, apenas estuda.

Ao se deparar com dificuldades no dia-a-dia que não consegue resolver, solicita a ajuda de colegas e professores. Não apresenta nenhuma sugestão quanto

a alguma proposta de tratamento dos conteúdos por parte dos professores. Em sua rotina, é solicitado a tirar dúvidas de assuntos de matemática vistos na escola, e, aparentemente, se sai bem nas questões de matemática e de outra disciplina que aparecem em seu cotidiano, não é solicitado para tirar dúvidas de colegas na escola.

A disciplina que Adriano mais gosta é Geografia, a que apresenta mais dificuldade trata-se de Ciências, sua maior dificuldade está em lembrar as partes no corpo humano. Quanto a Matemática, tem facilidade na resolução de problemas de porcentagem.

Manifesta grande apreço pela disciplina de Geografia, na sala, faz perguntas para o professor, como “Por que a AIDS está mais relacionada aos de classe baixa?”. Gosta quando entende os conteúdos explicados e consegue resolver as atividades.

O estudante tem planos de fazer uma faculdade após concluir a EJA, visto que considera que será importante para ter uma melhor colocação no mercado de trabalho.

Brenda – Aluno (a) 5

Brenda já frequentou a escola em classes de primeira a oitavo séries e se lembra de gostar da disciplina de Artes, entretanto, não gostava da disciplina de Português. Conforme relato, a aluna não trabalha e diz passar seu tempo tomando “*terá*”.

A estudante já se deparou com dificuldades no dia-a-dia relacionadas aos conteúdos que vê na escola. Quando isso ocorre, pede ajuda a sua irmã. A aluna não apresenta nenhuma sugestão quanto a alguma proposta de tratamento dos conteúdos por parte dos professores e reforça que todos explicam bem.

Segundo Brenda, às vezes é solicitada para ajudar a resolver algum problema de aprendizagem dos colegas. Também já tirou dúvidas deles na escola, gosta de explicar quando a dificuldade está relacionada aos conteúdos da disciplina de Ciências.

A disciplina que Brenda mais gosta é História e a que menos se interessa é Português. Manifesta facilidade com a disciplina de Ciências e, às vezes, faz

perguntas sobre os conteúdos, apresenta dificuldades com a disciplina de Matemática, costuma questionar o que não compreende. Ela tem planos de fazer uma faculdade após concluir a EJA.

Clara - Aluno (a) 6

Clara já frequentou a escola em classes de primeira a oitava séries. Nesta época, gostava de todas as matérias, mas tinha dificuldade em Matemática. Ela trabalha como empregada doméstica. Nunca se deparou com dificuldades no trabalho ou no dia-a-dia que não conseguisse resolver.

Na escola, Clara sugere que os professores expliquem com um pouco mais de paciência. Aparentemente, não se sai bem nas questões de matemática ou de outra matéria que aparecem em sua rotina, ninguém do seu trabalho solicita ajuda para resolver algum problema e não precisa ajudar ninguém da sua família com alguma questão de âmbito escolar.

Nenhuma colega a solicita-a para tirar dúvidas. Clara julga que tem mais facilidade na disciplina de Matemática, ela também fala que sente mais dificuldade, justamente, em Matemática e que faz perguntas quando necessário. Nesta disciplina, ela gosta das contas e expressões. O que mais prefere em uma aula, é o momento da explicação da professora, detesta o barulho causado pelos alunos durante a aula, pois atrapalha a sua aprendizagem.

Clara tem planos de fazer uma faculdade após concluir a EJA, seu objetivo é conseguir um emprego melhor.

Cecília – Aluno (a) 7

Cecília já frequentou a escola em turmas de primeira a oitava séries. Quando estudou, gostava de todas as matérias. A única coisa que a desagradava era professores substitutos, pois, segundo ela, dificultavam os conteúdos.

A aluna não trabalha, mas está em busca de um emprego. Cecilia diz que quando trabalhou em um ambiente com muitos funcionários a fofoca era demais, então, o encarregado interferia e resolvia dificuldades que surgiam no trabalho.

Na escola, Cecília sugere que os professores deem uma bronca mais severa nos meninos bagunceiros. Segundo a aluna, se sai bem em todas as disciplinas que aparecem no seu dia-a-dia e em casa ajuda seu filho com as tarefas escolares.

Alguns colegas pedem sua ajuda para tirar dúvidas de matemática, dizem que ela entende melhor a explicação. A discente relata que tem facilidade em todas as disciplinas, que, só de vez em quando, tem alguma dificuldade em matemática, quando isso acontece, faz perguntas à professora. Nesta disciplina, gosta de todos os conteúdos. A título de exemplo cita alguns: Juros simples e equação do 1º grau.

Cecilia adora as companhias e amizades, não se afiniza com o comportamento barulhento de alguns. A aluna tem planos de fazer uma faculdade de *Ginecologia*. Em seu relato diz que o estudo na vida do ser humano vale muito a pena, porque se colhe bons frutos no futuro.

Davi – Aluno (a) 8

Davi já frequentou a escola em classes de primeira a oitava séries. Ele gostava de soma e multiplicação. Em Ciências, preferia estudar sobre os animais, alimentos e partes do corpo humano. Este aluno trabalha como contador de materiais, somador de chapa e medidor de peças. Em decorrência de seu ofício, já deparou com dificuldades no trabalho, ele não sabia usar muito a trena.

Na escola, Davi sugere que os professores passem menos conteúdo no quadro e deem mais explicações, sem permitir que os alunos fiquem à deriva para encontrar as respostas nos textos.

Segundo Davi, ele se sai bem em Matemática em sua rotina e trabalho, já teve ocasiões em sua profissão em que alguém lhe pediu ajuda. Alguns colegas da escola solicitam seu auxílio para tirar dúvidas, assim como ele tira as que possui com eles também.

O aluno diz que a disciplina que se sai um pouco melhor é matemática, entretanto, as que apresenta maior dificuldade é Português e Matemática também. Mas, quando sente dificuldade pergunta aos colegas ou ao professor, foi assim quando não conseguia resolver contas.

Em matemática, gostou de estudar Mínimo múltiplo comum, disse que conseguiu praticar os exercícios e ficou muito satisfeito. O que Davi mais gosta em

uma aula é da explicação viabilizada por exemplificações, não fica muito satisfeito quando há muito conteúdo para copiar. Ele tem planos de fazer cursos técnicos, após concluir a EJA, pois pretende se profissionalizar.

Fabiana – Aluno (a) 9

Fabiana já frequentou a escola em classes de primeira a oitava séries. Lembra-se de gostar da explicação dos conteúdos, porém, não apreciava a quantidade deles. Ela trabalha como cuidadora de duas idosas. Já se deparou com dificuldades ao comprar roupas e não conseguir calcular o desconto, pois não sabia como fazê-lo, teve de recorrer ao uso de uma calculadora.

A estudante não apresenta nenhuma sugestão quanto à metodologia posta em prática pelos professores e ressalta que todos são ótimos. Segundo ela, se sai bem em Matemática em sua rotina e trabalho. Ninguém solicita sua ajuda no trabalho com alguma questão relacionada a conhecimento escolar, mas em casa, ajuda seu filho a resolver algumas contas de matemática. Alguns colegas a solicitam para tirar dúvidas, considera isso muito bom, já que pode, na prática, aprender mais.

A disciplina que tem mais facilidade é Português e a que tem mais dificuldade é História, entretanto, faz perguntas aos professores sobre os conteúdos e também procura informações sobre as disciplinas na internet ou na biblioteca.

Em matemática, o conteúdo que ela mais gostou foi porcentagem, ficou contente quando conseguiu calcular a porcentagem da sua conta de aluguel. O que Fabiana mais gosta em uma aula, são as explicações dos conteúdos, detesta levar trabalho para casa.

A aluna tem planos de fazer cursos e entrar na faculdade, após concluir a EJA, considera importante terminar a escolarização, uma vez que o conhecimento abre portas e oportunidades de um bom emprego surgem.

João – Aluno (a) 10

O aluno João já frequentou a escola em classes de primeira a oitava séries. Lembra-se de gostar de estudar, só não se sentia a vontade de ir para a escola sem calçado, não tinha, e ficava com vergonha. Hoje, João trabalha como pedreiro.

Quando se depara com dificuldades no trabalho ou no dia-a-dia, procura se informar com as pessoas, segundo ele, você sozinho não é ninguém, tem de ter amizades.

João não apresenta nenhuma sugestão quanto à metodologia de ensino praticada pelos professores e diz que quem faz o professor é o aluno, se o aluno for educado tudo se torna mais fácil.

Segundo seu relato, às vezes, se sai bem nas questões de matemática que aparecem no seu dia-a-dia e, outras vezes não. Quando não consegue fazer algo no trabalho, procura se informar com outros colegas no serviço.

Alguns colegas de sala de aula o solicitam para tirar dúvidas e ele se sente feliz por isso, visto que contribuiu para aprendizagem de um semelhante. A disciplina que tem mais facilidade é Educação Física, ele é dispensado da aula devido à idade, a que tem mais dificuldade é Ciências, mas tira suas dúvidas com a professora e acaba entendendo.

Em matemática o que mais o deixa satisfeito é o momento em que entende a matéria. O que mais gosta em uma aula, são as explicações dos conteúdos, e o que menos gosta, é quando os professores estão explicando e alguns colegas estão conversando alto, pois prejudica seu entendimento, fica muito chateado.

Após concluir a EJA, João quer fazer um quadro de formatura e colocar na parede da sua sala para as pessoas olharem.

Junior - Aluno(a) 11

Junior já frequentou a escola em classes de primeira série a oitavo ano. Aparentemente, não se lembra dos conteúdos aprendidos. Hoje, trabalha como auxiliar de jardinagem, de acordo com seu relato, não se deparou com dificuldades no trabalho, nem no dia-a-dia que não soubesse resolver. Segundo ele, tinha acesso a treinamentos antes de aparecer alguma dificuldade.

Junior não questiona e nem sugere uma proposta de tratamento dos conteúdos trabalhados pelos professores. Ninguém, do trabalho ou de casa, solicita sua ajuda para resolver questões que envolvam Matemática, nem os conteúdos aprendidos em sala de aula. Ninguém da sala tira dúvidas com ele.

A disciplina que mais tem afinidade é Matemática, mas revela que sente uma enorme dificuldade, entretanto, faz perguntas para a professora. Já questionou sobre como calcular uma porcentagem de tal coisa.

De acordo com o estudante, o seu conteúdo preferido foi Geometria, não se lembra de algo que resolveu que o tenha deixado tão feliz. Junior não revela o que mais gosta e o que menos gosta em uma aula, uma vez que relata não gostar de estudar. Ele tem planos de fazer um curso após concluir a EJA e, para ele, terminar a escolaridade pode ajudar em um serviço melhor.

Rafaela – Aluno (a) 12

Rafaela já frequentou a escola em classes de primeira até a oitava. Na escola, gostava muito de Matemática, não tinha afinidade com História. Segundo a estudante, ela não trabalha. Também diz que não possui nenhuma dificuldade com matemática em seu dia-a-dia.

Rafaela sugere que os professores falem mais claramente, mais devagar, às vezes, além disso, solicita que passem menos conteúdos. Conforme a aluna se sai bem nas questões de matemática que aparecem em sua rotina, em casa ajuda sua irmã com disciplinas que ela não sabe. A estudante não gosta de ajudar os colegas de sala, pois para ela, isso é dever do professor.

A disciplina que tem mais facilidade é Matemática, durante a aula faz perguntas à professora. A título de exemplo relata que perguntou: *“Professora, como se resolve porcentagens?”*. Sua maior dificuldade está em História, às vezes, procura o professor para tirar dúvidas.

Na escola, Rafaela revela que gosta de tudo que se relaciona a Matemática, uma das coisas que já resolveu e ficou contente, foram os problemas que envolvem porcentagens. O que mais gosta em uma aula são as explicações, não gosta da “falação” dos professores.

Após concluir a EJA, Rafaela pretende fazer um curso técnico, visto que em sua opinião, concluir as fases de escolarização tem toda importância do mundo, não pode antes, agora está concluindo.

Renato – Aluno (a) 13

Renato já frequentou a escola e cursou até o oitavo ano. No período regular se seus estudos, não gostava de Matemática, preferia Ciências, História e Geografia. Hoje, este aluno trabalha como auxiliar de jardinagem, e revela que já se deparou com dificuldades no trabalho, certa vez, assumiu a função de um funcionário que estava de licença médica, foi muito difícil no início, depois melhorou.

O aluno não apresenta nenhuma sugestão quanto à metodologia de ensino dos professores frente aos conteúdos e reforça que todas as matérias são bem explicadas, diz que os professores estão de parabéns.

Renato se sai bem nas questões de matemática e de outras disciplinas que aparecem em sua rotina e também em seu trabalho. Alguns colegas o solicitam para tirarem dúvidas, Adorou partilhar Mínimo Múltiplo Comum e Frações com seus amigos. A disciplina que tem mais facilidade é Matemática, fala que antes não entendia, hoje, é uma das disciplinas que mais gosta. Sente mais dificuldade em língua Portuguesa. O que este aluno mais gosta em uma aula, são as explicações dos conteúdos. Após concluir a EJA, pretende fazer uma faculdade para obter um emprego melhor.

Sabrina – Aluno (a) 14

Sabrina já frequentou a escola em classes de primeira a oitava. Hoje, é dona de casa. Uma das dificuldades que enfrentou em sua rotina está vinculada a saber como lavar roupas brancas sua mãe a auxiliou na aprendizagem.

A estudante sugere que alguns professores tenham um pouco mais de paciência. Ela se sai bem nas questões de Matemática ou de outra disciplina que aparecem em sua rotina, mas já teve dificuldades ao fazer compras, pois não sabia calcular porcentagem. Ela sempre tira dúvidas de colegas durante a aula.

A disciplina que tem mais facilidade é Português, sua maior dificuldade está na aprendizagem de Matemática. Durante a aula, contudo, a discente faz perguntas para a professora, ou para a colega que senta atrás dela.

O que mais gosta na escola é a amizade que estabeleceu com alguns professores, o que menos gosta é a falta de respeito de alunos para com os

professores. O conteúdo que mais se afinizou em matemática foram Expressões Numéricas e Expressões Algébricas. Após concluir a EJA, Sabrina pretende entrar em uma faculdade com a finalidade de ter uma formação que a possibilite conseguir um emprego melhor.

Vanessa – Aluno (a) 15

Vanessa já frequentou a escola em classes de primeira a oitava séries. Lembra-se de gostar de multiplicação e de não gostar de contar as letras.

A aluna trabalha como babá. Atualmente, não se depara com dificuldades no trabalho ou em sua rotina relacionadas a conhecimentos que adquire na escola. Vanessa relata que, anteriormente, não se saía bem em questões de Matemática que apareciam no seu dia-a-dia, mas se conseguia dar conta de coisas relacionadas ao Português.

Segundo a aluna, nenhum aluno tira dúvida com ela. Além disso, a discente não apresenta nenhuma sugestão metodológica quanto ao tratamento do conteúdo por parte do professor. Sua maior facilidade está em aprender Geografia e sua maior dificuldade em aprender Matemática. Durante a aula, Vanessa faz perguntas, sobre matemática quando não consegue resolver alguma conta.

Conforme a estudante, o que mais gosta em uma aula, é de poder escrever. Em aulas de Matemática, adora multiplicação. Após concluir a EJA, ela pretende arrumar um emprego melhor.

Wesley-Aluno(a) 16

Wesley já frequentou a escola em classes de primeira a oitava séries, se lembra de gostar de História e não ter afinidade com Matemática. Este aluno, atualmente, não trabalha. Mas, já se deparou com dificuldades quando tinha um emprego ou mesmo em sua rotina que envolvessem o uso de conhecimentos em Matemática. Quando isso aconteceu, solicitou a ajuda da professora na escola.

O aluno sugere que o professor continue a ensinar ele da melhor forma possível. Um ou outro colega tira dúvidas com Wesley. Segundo relata, a disciplina que tem mais facilidade é Português, a que sente mais dificuldade é Matemática.

Quando aparecem dificuldades ele procura a professora, faz perguntas em busca de orientação.

Em língua portuguesa também procede como em matemática. Uma das perguntas que já fez à professora desta disciplina foi: Como que o verbo comer era conjugado?. O que Wesley mais gosta na escola, são as aulas de Português e o que menos gosta são as aulas de Ciências.

Em matemática, os conteúdos que mais se afiniza são multiplicação e divisão, fica muito feliz quando consegue resolver as atividades. Após concluir a EJA, ele pretende fazer um curso técnico e arrumar um emprego melhor.

3.3 APRESENTAÇÃO DA EQUIPE ESCOLAR (DIREÇÃO, COORDENAÇÃO, PROFESSORES)

Maria - Direção Escolar 1

Conforme relato da servidora, Maria graduou-se em Ciências Biológicas. A sua experiência em EJA é de 25 anos, considera que observou, nesse período, vários erros e acertos em sua prática pedagógica. Para ela, a Educação de Jovens e Adultos é um desafio, pois considera que esses estudantes trazem um conhecimento de vida que deve somar-se ao seu aprendizado acadêmico como professora, de maneira que a prática de ensino contribua para que o aluno se torne protagonista do aprendizado, parte responsável da construção de seu conhecimento.

Segundo a funcionária, no exercício da sua função de gestora, é solicitada constantemente, por esses alunos para tratar problemas de relacionamentos, aprendizagem, ou simplesmente ouvi-los. Considera que esses alunos são adultos com necessidades de aprendizagem semelhante as que podemos ver nas crianças, isto é, exigem um olhar diferenciado do professor e da comunidade escolar para compreendê-los e atendê-los em suas necessidades.

Para Maria, diante da função de diretora, uma das vantagens em se trabalhar com essas turmas, está no fato de não ter de acionar os pais, os problemas são resolvidos com os próprios alunos, por serem responsáveis por si.

Conforme sua análise frente ao contexto da EJA, considera o problema da evasão um grande desafio que a escola enfrenta ao trabalhar com essas turmas. Na sua visão, em termos de aprendizagem desses alunos, crê que muitos desses alunos tem vontade de aprender, mas trazem várias dificuldades, muitas vezes não relacionadas à aprendizagem, mas a socialização.

Segundo a Diretora, são vários os motivos que levaram esses alunos a serem excluídos do processo de ensino/aprendizagem na idade regular. Para a gestora, é função de o professor despertar esse aluno para a aprendizagem. Para isso, considera que os professores necessitam utilizar recursos como projetos, aulas

dinâmicas, na sua concepção, o aluno tem de pesquisar e ser o protagonista de sua aprendizagem.

Carmem - Coordenação Escolar 2

A primeira formação de Carmem foi o Magistério-CEFAM, realizado em quatro anos. Posteriormente, graduou-se em Letras. A servidora valoriza ambas as formações. Para ela a primeira lhe possibilitou adquirir uma grande bagagem profissional, cita como exemplo algumas áreas de conhecimento que acredita ter sido fortalecida nesse período, como a ética e didática dentre outras. A segunda graduação, abriu um novo leque de possibilidades, acredita que esse curso trouxe uma grande bagagem ligada a conteúdos específicos relacionados a linguagem.

Carmem atuou por 6 anos como professora da EJA e está a 6 anos como coordenadora deste projeto. Como professora iniciante, ingressou no Estado com turmas regulares. Em seguida, foi convidada por outra escola, onde havia feito o CEFAM, para assumir turmas EJA, lá trabalhou durante 6 anos.

Posteriormente, foi convidada para assumir a direção de uma Escola de ensino Infantil do Município. A servidora valoriza muito o papel social da EJA enquanto possibilidade de inclusão desses alunos em participar mais ativamente dos seus direitos e da luta pela cidadania. Para ela, as dificuldades e natureza dos desafios apresentados e enfrentados em classes da EJA são de diferentes ordens, alguns relacionados à aprendizagem, outros relacionados à realidade vivida pelo aluno, violência familiar, exclusão social e outros ainda relacionados ao uso de drogas podem ser debatidas e amenizadas.

De acordo com a Coordenadora, a EJA é um Projeto que tem uma referência no passado, uma importância no presente e significação no futuro, por isso necessita sempre de revisão de maneira a caminhar no sentido de transformação da nossa sociedade. Transformação em que as pessoas excluídas tenham voz e vez.

Sofia - Professor(a)3

Sofia possui a primeira formação em Pedagogia. Também fez curso de Letras que a permitiu observar e compreender o processo de ensino/aprendizagem da língua materna português e de uma segunda língua o inglês. Ela também é formada

em direito, o que a permite perceber as necessidades dos alunos em questões relacionadas à cidadania, dentre estas, os direitos e deveres de alunos e dos professores.

A professora possui experiência de dois anos em classes da EJA. Apresenta-se bastante empolgada ao se referir ao envolvimento dos alunos com sua disciplina em suas classes da EJA. Considera que os alunos da EJA a solicitam bastante fora da sala com dúvidas relacionadas a expressões utilizadas nas várias regiões e no cotidiano. Destaca também que várias questões relacionadas a aprendizagem, a interação, a confiança, dentre outras, necessitam de investimentos por parte do professor e do aluno.

Para a docente, estar com estas turmas significa participar de aprendizados de vida, no entanto, destaca as dificuldades desses alunos em se manterem constantes em sala de aula pela priorização do trabalho.

Retrata a solidariedade e respeito existentes nas suas turmas, destacando aspectos de ajuda mútua, do acordo tácito que há em ouvir o colega e de ser ouvido sem que haja um tom de zombaria. Expressa também o vínculo entre o querer aprender e o sonho desses alunos, sempre voltado para ajudar os filhos nos trabalhos da escola, participar de maneira que haja compreensão do assunto das conversas mantidas com chefes ou colegas de trabalho.

Segundo ela, os alunos são entusiasmados para aprender e não se sentem envergonhados ao solicitar ajuda do professor ou a mostrar a sua falta de compreensão nas aulas, destaca essa atitude como positiva quando comparada aos alunos de ensino regular.

3.4. SOBRE A METODOLOGIA

A abordagem proposta para a pesquisa foi a qualitativa, pois permite evidenciar eventuais contribuições da proposta de ensino em questão para os alunos da turma escolhida.

Para Richardson (1989, p.79):

Este método difere, em princípio, do quantitativo, à medida que não emprega um instrumental estatístico como base na análise de um problema, não pretendendo medir ou numerar categorias.

Conforme CASSEL; SYMON (1994, p. 127 - 129), as características básicas da pesquisa qualitativa incluem:

- a) um foco na interpretação ao invés de na quantificação: geralmente, o pesquisador qualitativo está interessado na interpretação que os próprios participantes tem da situação sob estudo;
- b) ênfase na subjetividade ao invés de na objetividade: aceita-se que a busca de objetividade é um tanto quanto inadequada, já que o foco de interesse é justamente a perspectiva dos participantes;
- c) flexibilidade no processo de conduzir a pesquisa: o pesquisador trabalha com situações complexas que não permite a definição exata e a priori dos caminhos que a pesquisa irá seguir;
- d) orientação para o processo e não para o resultado: a ênfase está no entendimento e não num objetivo pré determinado, como na pesquisa quantitativa;
- e) preocupação com o contexto, no sentido de que o comportamento das pessoas e a situação ligam-se intimamente na formação da experiência;
- f) reconhecimento do impacto do processo de pesquisa sobre a situação de pesquisa: admite-se que o pesquisador exerce influência sobre a situação de pesquisa e é por ela também influenciado.

Assim, pode-se dizer que é o método mais adequado aos objetivos propostos por esta pesquisa.

3.5. METODOLOGIA DE COLETA DE DADOS

Dentro de uma pesquisa de natureza qualitativa (CASSEL; SYMON, 1994), a efetivação desta pesquisa ocorreu em um ambiente natural. A pesquisadora trata-se de uma professora de matemática de uma Escola da rede pública de ensino do estado do Mato Grosso do Sul, na cidade de Três Lagoas.

O conjunto de sujeitos de pesquisa que deram origem ao *corpus* de análise são componentes de uma turma com 39 alunos vinculados ao Módulo Intermediário IV- EJA, que representa o 9º ano do Ensino Fundamental. A maioria destes estudantes teve de interromper os estudos em algum momento da vida, alguns retornaram esse ano (2018) e outros há no máximo três anos atrás. Esta clientela é formada por moradores de bairros próximos e também de Localidades afastadas da escola.

A turma foi escolhida como participantes desta pesquisa, pelo fato de ser a única no período noturno que está cursando o 9º ano do Ensino Fundamental. E por serem alunos da pesquisadora na disciplina de Matemática, o que facilitou o acesso a eles para a realização da pesquisa.

A pesquisa contou com a participação da diretora adjunta da escola, por ser a responsável da direção, no período noturno, com a participação da coordenadora responsável e com a professora de Língua Portuguesa da turma.

Os instrumentos de coleta utilizados foram:

1- Diário de campo – Caderno pessoal da pesquisadora para registro das atividades, com observações e impressões a respeito das aulas. Esse instrumento permitiu recuperar observações da participação e do envolvimento dos alunos nas atividades.

2- Imagens - instrumento que possibilitou o arquivamento dos registros das atividades realizadas com alunos e o registro dos participantes em interação no decorrer das atividades.

3- Registros produzidos pelos alunos – Folhas das atividades desenvolvidas em sala de aula pelos alunos; Avaliação realizada no decorrer e após o desenvolvimento das Atividades, produtos gerados durante a aplicação das atividades.

4- Questionário – instrumento utilizado com finalidade de ampliar a visão sobre ensino/aprendizagem em turmas EJA, foram aplicados aos alunos participantes da pesquisa, à coordenação e direção escolar. O questionário aplicado aos alunos teve como proposta identificar as concepções que os alunos tinham sobre Matemática, como é o cotidiano deles, quando utilizam a Matemática em sua rotina, onde trabalham e quando pararam os estudos. O questionário aplicado à

coordenação pedagógica e direção, teve como objetivo conhecer um pouco da visão e apoio destes entes, em projetos pedagógicos realizados com turmas da EJA.

3.6. METODOLOGIA DE ANÁLISE DE DADOS

Os dados tratados nesta pesquisa, são de natureza distinta, por razão dividimos a exposição e análise destes em dois momentos. No primeiro, trouxemos o **Capítulo IV**, onde foram apresentados os dados referentes ao que denominados “estado da arte”. No segundo momento, Expusemos o **Capítulo V e VI**, onde pode ser encontrados dados coletados no segundo semestre de 2018, referentes ao desenvolvimento da proposta de trabalho em uma sala da EJA do Módulo Intermediário IV/9ºano do Ensino Fundamental da EJA (Educação de Jovens e Adultos).

A metodologia de análise referente ao primeiro momento, foi baseada em Ferreira (2002). Para o autor, as pesquisas sobre o Estado da Arte têm sido comumente definidas como de caráter bibliográfico e apresentam, em geral, o desafio de mapear e discutir certa produção acadêmica em diferentes campos do conhecimento, tentando responder quais aspectos e dimensões vêm sendo destacados em diferentes épocas, lugares, bem como de que forma e em que condições essas produções têm sido produzidas.

Para tanto, foi realizado um levantamento bibliográfico de dissertações e de teses no Banco de Teses e Dissertações da CAPES³ (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações⁴, cuja busca pautou-se em pesquisas que dialogasse com o propósito desta dissertação:

A metodologia de análise referente ao segundo momento de análise baseia-se na Análise de Conteúdo vinculada aos estudos de Bardin (1988). Para a autora, a análise de conteúdo pode ser entendida como um instrumento de análise das comunicações que nos ajuda a nos manter alertas e vigilantes em relação aos nossos pressupostos e às nossas impressões primeiras. Isso significa valorizar o que é construído, amenizando a simples intuição e a imaginação brilhante.

³ Disponível em: <<http://capesdw.capes.gov.br/capesdw/3>>. Acesso em: 20-12-17 às 10h.

⁴ Disponível em: <<http://bdtd.ibict.br/vufind/>>. Acesso em: 20-12-17 às 12h.

A divisão da análise desta pesquisa foi feita em duas unidades. A primeira se refere à sequência didática desenvolvida e está apresentada no capítulo VI. A segunda, apresentada no Capítulo V, faz referência à direção, a coordenação e a turma de alunos considerada.

A primeira unidade trata-se de uma análise descritiva, mais geral, e tem a intenção de apresentar um recorte da visão dos envolvidos na pesquisa, direta e indiretamente.

A segunda unidade consiste na exposição de seis atividades realizadas em sala de aula, também possui relatos de episódios, registros de imagens das atividades desenvolvidas e das participações dos alunos. Ao todo, foram utilizadas 10 aulas para o desenvolvimento das atividades. A sexta atividade, foi programada pela Escola, trata-se de um evento “Feira de Ciências e Exatas da EJA” em que os vários professores puderam apresentar à comunidade os trabalhos desenvolvidos com os alunos.

CAPÍTULO IV - TRATAMENTO E ANÁLISE DOS DADOS

4. ESTADO DA ARTE – METODOLOGIA PARA COLETA DE DADOS

Este capítulo tem o objetivo de selecionar, analisar e discutir alguns dos trabalhos produzidos em nível de Pós-Graduação *Stricto Sensu* no Brasil. De modo a apresentar um panorama composto por pesquisas, cujas propostas didáticas, estejam vinculadas ao uso da História da Matemática e discutam a sua viabilidade mediante o ensino e a aprendizagem de conteúdos da disciplina de matemática, em séries finais do Ensino Fundamental.

Metodologicamente, trata-se de uma análise qualitativa realizada a partir de um levantamento bibliográfico, a que denominamos “estado da arte”. Para tanto, foram definidos alguns passos norteadores deste processo analítico:

1- Mapear as pesquisas acadêmicas (teses e dissertações) brasileiras que apresentam uma proposta didática que utiliza a História da Matemática como abordagem de ensino e de aprendizagem de conteúdos nesta disciplina em séries finais do Ensino Fundamental II.

2- Organizar os dados obtidos, a partir da realização deste mapeamento de pesquisas de cunho acadêmico;

3- Analisar e discutir de que modo a História da Matemática está sendo abordada nas propostas didáticas encontradas nas teses e dissertações selecionadas.

A princípio, foi realizada uma busca por trabalhos por meio do termo “História da Matemática”. A partir desta ação, foram identificados 490 trabalhos, que continham o referido termo.

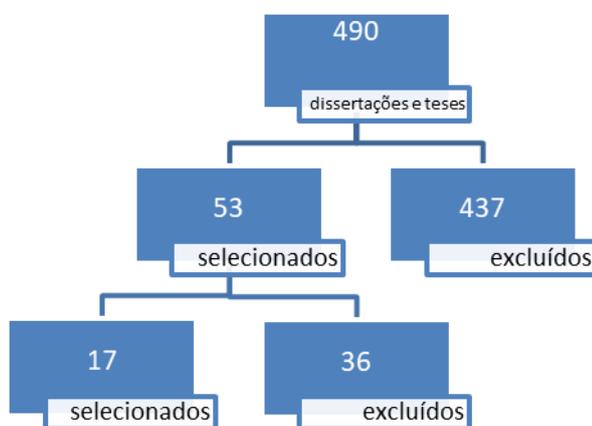
A segunda etapa desta atividade de pesquisa consistiu na leitura dos títulos, das palavras-chave, linha(s) de pesquisa e dos resumos com o objetivo de selecionar as teses e dissertações que apresentavam uma proposta didática amparada na utilização da História da Matemática, especialmente, no Ensino Fundamental II.

Após esta leitura, foram selecionados 53 trabalhos que discutiam o uso da História da Matemática no Ensino Fundamental, no Ensino Médio ou na formação de

professores. Estes trabalhos acadêmicos tratavam também sobre o uso deste conhecimento enquanto metodologia de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Em decorrência do foco desta dissertação, isto é, elaborar uma sequência de atividades didáticas para serem desenvolvidas com uma turma de alunos do 9º ano da EJA do Ensino Fundamental II, selecionamos as dissertações e teses que abordavam conteúdos deste nicho de ensino. Desta forma, foram obtidos 17 trabalhos.

Figura 14 - Resumo dos procedimentos realizados para a definição dos trabalhos



Fonte elaborada pelo autor

Tabela 1 - Trabalhos selecionados

AUTOR	TÍTULO	INSTITUIÇÃO	ANO
Ana Catarina Cantoni Roque	Uma investigação sobre a participação da História da Matemática em uma sala de aula do ensino Fundamental	Universidade Federal de Minas Gerais	2012
Benedito Fialho Machado	Vídeo aula de História da Matemática – Uma possibilidade didática para o ensino de Matemática	Universidade Federal do Rio Grande do Norte	2011
Cauê Roratto	A História da Matemática como estratégia para o alcance da aprendizagem significativa do conceito de função	Universidade Estadual de Maringá	2009
	A construção do conceito de área e		

Edilene Simões Costa dos Santos	procedimentos para sua medida no quinto ano do ensino fundamental: atividades fundamentadas na História da Matemática	Universidade de Brasília	2014
Elinelson Gomes de Oliveira	Uma abordagem da trigonometria ensino fundamental, tendo a história como recurso didático	Universidade Federal de Alagoas	2015
Evandro Alexandre da Silva Costa	Analisando algumas potencialidades pedagógicas da História da Matemática no ensino e aprendizagem da disciplina desenho geométrico por meio da teoria fundamentada	Universidade Federal de Ouro Preto	2013
Fábio Cáceres	O ensino da geometria Euclidiana: possíveis contribuições da História da Matemática e da Resolução de Problemas de George Polya	Universidade Federal de São Carlos	2015
Gladis Bortoli	Um olhar histórico nas aulas de trigonometria: Possibilidades de uma prática pedagógica investigativa	Centro Universitário Univates	2012
Graciana Ferreira Dias	Utilizando processos geométricos da História da Matemática para o ensino de equações do 2º grau	Universidade Federal do Rio Grande do Norte	2009
Jeferson André Gottardi	História da Matemática como recurso pedagógico no ensino fundamental	Universidade Regional de Blumenau	2012
José Messildo Viana Nunes	História da Matemática e Aprendizagem significativa da área do círculo: uma experiência de ensino - aprendizagem	Universidade Federal do Para	2007
Márcia Nunes dos Santos	A História da Matemática como desencadeadora de atividades investigatórias sobre o Teorema de Tales: análise de uma experiência realizada com uma classe do 9.º ano do ensino fundamental de uma escola pública de ouro preto (MG)	Universidade Federal de Ouro Preto	2012
Maria Edilande Braz	História da Matemática e Teatro nas aulas sobre o Teorema de Tales: um <i>script</i> proposto	Universidade Federal do rio Grande	2014

		do Norte	
Odenise Maria Bezerra	Investigação histórica nas aulas de Matemática: avaliação de duas experiências	Universidade Federal do Rio Grande do Norte	2008
Rosalba Lopes de Oliveira	Ensino de Matemática, História da Matemática e artefatos: Possibilidade de interagir saberes em cursos de formação de professores da Educação Infantil nos anos iniciais do Ensino Fundamental	Universidade Federal do Rio Grande do Norte	2009
Severino Carlos Gomes	Elaboração e aplicação de uma sequência de atividades para o ensino de trigonometria numa abordagem histórica	Universidade Federal do Rio Grande do Norte	2011
Thiago Barros de Castro	A História da Matemática como motivação para o processo de aprendizagem e contextualização dos conteúdos matemáticos na Educação Básica	Universidade Federal de Juiz de Fora	2016

Fonte: elaborada pelo autor

Feita a seleção dos trabalhos que atendiam aos nossos critérios, foi iniciada uma leitura mais aprofunda dessas produções científicas. Para a análise dos trabalhos, utilizamos as categorias criadas por Viana (1995), são elas:

1) **A História da Matemática como motivação** - sendo apresentada no início de um capítulo ou tópico, como texto de introdução, anedotas ou lendas.

2) **A História da Matemática como informação** – situação em que são apresentadas notas históricas após o término de conteúdos, capítulos, e exercícios. Há de se estabelecer uma ressalva, esta categoria, não auxiliaria na compreensão do conteúdo, mas como informação ou textos a título de curiosidade.

3) **A História da Matemática como estratégia didática** – ação que consiste em usar a História da Matemática para conduzir o aluno no desenvolvimento de determinado conteúdo.

4) **História da Matemática como parte integrante do desenvolvimento do conteúdo** – situação em que este conhecimento é parte integrante do currículo,

sendo necessária para os conteúdos, bem como para a escolha de um conteúdo em relação a outro, por exemplo.

Neste mapeamento, primeiramente, buscou-se mostrar os dados da produção desses trabalhos, ou seja, o período temporal no qual essas pesquisas foram realizadas, a região, a instituição e o grau de titulação acadêmica obtido pelos autores das pesquisas.

Em seguida, foi feita uma síntese da proposta e das conclusões de cada trabalho. Todos os trabalhos que expuseram uma sequência didática que utilizou a História da Matemática como metodologia de ensino, estas foram descritas no percurso analítico. Por fim, foi feita a classificação dos trabalhos mediante as categorias propostas por Viana (1995).

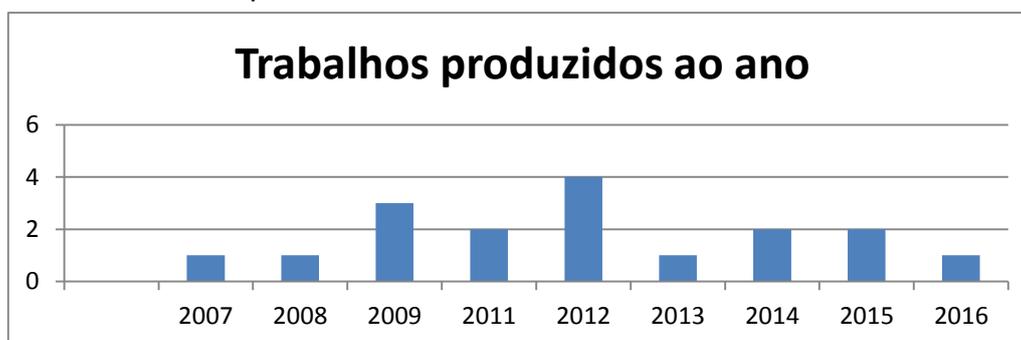
4.1 DADOS DAS PRODUÇÕES ACADÊMICAS

As 17 teses e dissertações que expõem uma sequência didática valendo-se da História da Matemática foram encontradas no Banco de teses e dissertações da CAPES e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações.

O período temporal recortado para a busca destes trabalhos selecionados foi à última década. O primeiro passo centrou-se no levantamento alguns dados de cada produção: período temporal, regiões, estados, instituições, grau de titulação dos autores e informações referentes aos programas de pós-graduação.

O Gráfico da figura 1 apresenta um diagrama que mostra a relação de teses e dissertações por ano:

Gráfico 1 - Número de trabalhos acadêmicos produzidos por ano que apresentam uma sequência didática utilizando a História da Matemática



Fonte: elaborada pelo autor

O gráfico da figura 1, demonstra que, no período analisado, o número de trabalhos produzidos em cada ano varia entre 1 e 4 trabalhos e que no ano de 2012 houve um total de 4 pesquisas que versam sobre o uso da História da Matemática no ensino de Matemática.

O Gráfico da figura 2 apresenta o número de trabalhos desenvolvidos em programas de mestrado acadêmico, profissional e de doutorado.

Gráfico 2 - Número de trabalhos acadêmicos publicados em programas de mestrado acadêmico, profissional e doutorado.



Fonte: elaborada pelo autor

É possível perceber que dos 17 trabalhos analisados, 58,83% foram desenvolvidos em programas de mestrado acadêmico, 29,41% de mestrado profissional e 11,76% de doutorado. Conforme os dados, pode-se dizer que a maioria das pesquisas analisadas vincula-se a alunos de programas de pós-graduação, em nível de mestrado acadêmico.

Tabela 2- Relação de trabalhos publicados por titulação.

TITULAÇÃO	QUANTIDADE	PORCENTAGEM
Mestrado Acadêmico	10	58,83%
Mestrado Profissional	5	29,41%
Doutorado	2	11,76%

Fonte: elaborada pelo autor

Na tabela 3, apresentamos os Estados e as instituições em que esses trabalhos foram publicados. Identificamos que as produções analisadas são oriundas de 11 instituições de ensino superior. Por meio desta triagem, pode-se afirmar que os Estados com o maior número de pesquisas científicas relacionadas ao tema aqui proposto são: Rio Grande do Norte e Minas Gerais

Tabela 3 - Estados e instituições dos trabalhos.

ESTADO	INSTITUIÇÃO	Nº DE TRABALHOS
Alagoas	Universidade Federal de Alagoas	1
Brasília	Universidade de Brasília-f	1
Minas Gerais	Universidade Federal de Minas Gerais	1
Minas Gerais	Universidade Federal de Juiz de Fora	1
Minas Gerais	Universidade Federal de Ouro Preto	2
Pará	Universidade Federal do Pará	1
Paraná	Universidade Estadual de Maringá	1
Rio Grande do Norte	Universidade Federal do Rio Grande do Norte	6
Rio Grande do Sul	Centro Universitário Univates	1
Santa Catarina Rio	Universidade Regional de Blumenau	1
São Paulo	Universidade Federal de São Carlos	1

Fonte: elaborada pelo autor

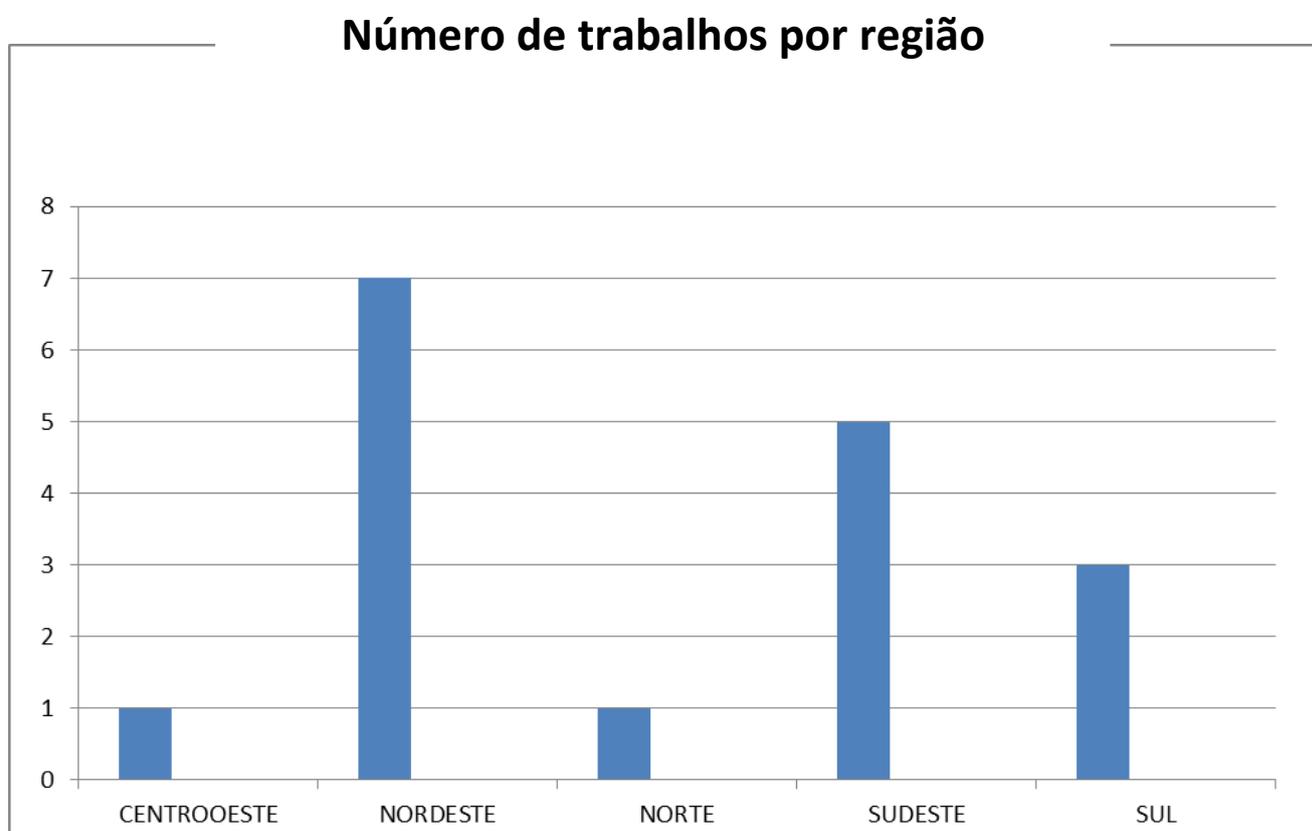
Ao averiguar as instituições em que as produções acadêmicas foram desenvolvidas, temos: 82,36% são de instituições Federais, 5,88% de instituições Estaduais e 11,76% de instituições Privadas, embasados neste dado podemos afirmar que as instituições Federais foram as que mais produziram pesquisas neste nicho de saber.

Na tabela 3, é possível ver o número de trabalhos produzidos em cada região do Brasil e, com isso, notar que a maioria dos trabalhos analisados foram produzidos em instituições da região nordeste, especialmente, no Estado do Rio Grande do

Norte, *locus* da *Universidade Federal do Rio Grande do Norte*, que se destaca por ser a instituição que mais produz pesquisas com ênfase no uso da História da Matemática em sala de aula.

Esse aspecto justifica-se pelo fato do programa de pós-graduação desta universidade possuir um número considerável de professores que trabalham nessa área, isto é, uma das áreas de concentração do Programa de Pós-Graduação é História da Matemática, conforme as informações disponíveis na página da internet do referido Programa.

Gráfico 3 - Relação referente à tabela 3, com número de trabalhos por região



Fonte: elaborada pelo autor

A tabela 4, apresenta dados relacionados aos programas de pós-graduação em que esses trabalhos foram produzidos. Dentre os trabalhos verificados, foi possível notar que as pesquisas se distribuem em oito áreas dos programas de pós-graduação: 29,42% foram produzidos na área *Ensino de Ciências Naturais e Matemática*, 17,66% na área *Educação em Ciências e Matemática*, as áreas *Educação*, *Educação Matemática*, *Ensino de Ciências Exatas e Matemática em Rede Nacional* apresentam 11,76% cada uma, e a área *Educação: Conhecimento e*

Inclusão Social tem 5,88% das pesquisas selecionadas. Os programas de pós-graduação que têm como área Ensino de Ciências Naturais e Matemática são os que mais se destacam em quantidade de trabalhos produzidos dentre os analisados.

Tabela 4 - Programas de pós-graduação que os trabalhos foram desenvolvidos.

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO	NÚMERO DE TRABALHOS
Educação	2
Educação em Ciências e Matemática	3
Educação Matemática	2
Educação: Conhecimento e Inclusão Social	1
Ensino de Ciências Exatas	2
Ensino de Ciências Naturais e Matemática	5
Matemática em Rede Nacional	2

Fonte: elaborada pelo autor

Essa pesquisa bibliográfica, seguida de tabulação dos dados obtidos, permitiu a organização de um levantamento dos dados e contextos referentes a cada produção acadêmica. Neste processo foram levantadas informações como: o período temporal no qual essas pesquisas foram realizadas, estados, regiões e instituições dos trabalhos, grau de titulação acadêmica obtida pelos autores dos trabalhos e informações referentes aos programas de pós-graduação. Todas as informações aqui apresentadas foram retiradas erigiram-se das pesquisas selecionadas. A seguir, há a exibição dos aspectos e características referentes às propostas didáticas apresentadas nas teses e dissertações analisadas.

4.2 DADOS SOBRE AS PROPOSTAS DIDÁTICAS PRESENTE NAS PRODUÇÕES ACADÊMICAS.

Para a seleção das produções, foi feita uma leitura dos títulos, das palavras-chave, linha(s) de pesquisa e dos resumos, o objetivo era selecionar as teses e as

dissertações que apresentavam uma proposta didática vinculada à História da Matemática no Ensino Fundamental.

Em seguida, foi feita uma leitura completa dos trabalhos selecionados. Por meio deste processo, foi possível identificar os conteúdos matemáticos abordados nas propostas didáticas presentes nas dissertações e tese selecionadas. Algumas produções apresentavam propostas didáticas para aplicação em sala, mas que não foram, efetivamente, aplicadas por tratarem-se de trabalhos voltados à formação de professores, cujo cerne era propor algumas possibilidades aos docentes para utilizar a História da Matemática em suas aulas ou apresentar propostas de sequências didáticas que poderiam ser usadas em suas aulas. Neste tópico, há a exposição dos dados sobre as propostas de cada trabalho.

A tabela 5 traz à baila os conteúdos de Matemática que foram eleitos nas propostas didáticas e a área de cada um dentro da Matemática. Dentre os conteúdos abordados, 50% se concentram na área da Geometria, 25% em Álgebra e 25% em Aritmética.

Tabela 5 - Conteúdos apresentados nas propostas didáticas.

	CONTEÚDOS
ÁLGEBRA	Equações Algébricas
	Equações de 2º grau
	Função
	Razão e Proporção
ARITMÉTICA	Números
	Números Inteiros
	Progressão Aritmética
	Radiciação
GEOMETRIA	Área
	Geometria Euclidiana
	Média Geométrica
	Plano Cartesiano
	Semelhança de Triângulos
	Teorema de Pitágoras
	Teorema de Tales
	Trigonometria

Fonte: elaborada pelo autor

Na tabela 6, há a demonstração da porcentagem referente ao total de trabalhos que apresentavam propostas didáticas para o Ensino Fundamental e Ensino Médio. O Ensino Médio foi o nível de ensino que apresentou a menor porcentagem, mas isso se deve ao fato de que ao fazer a busca pelas teses e dissertações que abordaram o uso da História da Matemática, buscamos selecionar os trabalhos que a apresentavam como metodologia de ensino em conteúdos do Ensino Fundamental. Entretanto, optou-se pela seleção de um trabalho que foi desenvolvido no Ensino Médio, por ele conter conteúdos matemáticos que podem ser trabalhados no Ensino Fundamental.

Tabela 6 - Porcentagem referente ao nível de ensino dos trabalhos analisados.

ENSINO FUNDAMENTAL	ENSINO MÉDIO
94,11%	5,88%

Fonte: elaborada pelo autor

Diante disso, temos que 94,11% dos trabalhos eleitos para compor o estado da arte desta pesquisa possuem propostas didáticas para conteúdos pertencentes Ensino Fundamental.

É importante salientar que dentre os trabalhos que apresentam propostas didáticas voltadas aos níveis de ensino Fundamental e Médio, 82,35% do total analisado, pautaram-se em propostas aplicadas em aulas de Matemática e 17,65% não tiveram o momento de aplicabilidade em sua proposta de pesquisa, apenas sugeriram possibilidades didáticas. Desse modo, pode-se dizer que há uma maioria de trabalhos com propostas aplicadas em sala de aula, coleta de dados deste momento prático e discussão dos dados obtidos, o que permite ter uma percepção mais aprofundada e condizente quanto à viabilidade da utilização da História da Matemática em sala de aula.

Pautados em um dos objetivos específicos da pesquisa, isto é, propor uma sequência didática que utilize a História da Matemática para o ensino de Geometria nas séries finais do Ensino Fundamental da EJA, analisamos as dissertações e teses cujo foco era, especificamente, ligado a conteúdos matemáticos desenvolvidos no nível de ensino que pretendemos trabalhar. Este processo possibilitou observar quais caminhos foram percorridos por estas pesquisas e, de modo análogo, iniciar uma problematização do que representa o uso da História em ambientes

pedagógicos de EJA. Este mapeamento permitiu refletir sobre as experiências que já foram desenvolvidas, buscando, na medida do possível, organizar uma base de conhecimentos que serviram de partida para elaborar as atividades em uma classe EJA.

4.3 SOBRE AS PROPOSTAS DIDÁTICAS PRESENTES NOS TRABALHOS SELECIONADOS

Durante o processo de pesquisa bibliográfica, foram 17 trabalhos que apresentam sequências didáticas vinculadas à História da Matemática, além disso, foram selecionados 6 trabalhos que descrevem como funciona o uso da História da Matemática, mas sem a presença de sequências didáticas conjuntas. Um dos objetivos desta análise foi verificar de que forma como a História da Matemática foi utilizada nas propostas didáticas.

Para erigir este gesto analítico, foram utilizadas as categorias propostas por Viana (1995), sendo elas, motivação, informação, estratégia didática e parte integrante do desenvolvimento do conteúdo.

A ideia era visualizar quais as dificuldades e quais as potencialidades apontadas pelos pesquisadores sobre o uso da História da Matemática como abordagem de ensino e aprendizagem desta disciplina, nas salas de aula, em nível Fundamental.

Para fins de contextualização, segue uma pequena síntese dos trabalhos (dissertações e teses) contendo as atividades, os conteúdos desenvolvidos, seus objetivos (gerais e específicos), a metodologia de pesquisa e as conclusões obtidas.

A- UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE A PARTICIPAÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM UMA SALA DE AULA DO ENSINO FUNDAMENTAL

1- Dissertação de mestrado: Ana Catarina Cantoni Roque – UFMG – 2012.

A pesquisa desenvolvida por Roque (2012) teve como objetivo geral investigar as potencialidades pedagógicas da História da Matemática em uma sala de aula do Ensino Fundamental. Este trabalho tomou como referencial uma

perspectiva de aprendizagem situada. Para tanto, a autora desenvolveu e aplicou atividades que abordaram “Números Inteiros”, em uma turma do 7º ano de uma escola da rede municipal de Belo Horizonte.

A revisão bibliográfica desta pesquisa discute a História da Matemática na Educação Matemática, por meio de uma revisão histórica demonstra as potencialidades do uso da História da Matemática enquanto abordagem pedagógica. Roque (2012), coloca esta empreitada em prática a partir dos estudos de MIGUEL e MIORIM (2004), FAUVEL e VAN MAANEN (2000), TZANAKIS, ARCAVI et al. (2000), MIGUEL (1997) e VIANNA (1995). Além disso, apresenta uma síntese da história dos números negativos e a perspectiva de aprendizagem situada que foi adotada no trabalho.

Para a elaboração das atividades, a autora afirma ter se deparado com um dos argumentos que questionam as potencialidades pedagógicas da História da Matemática, a saber: a falta de literatura adequada. Entretanto, teve acesso a um CD com o material *Historical Modules for the Teaching and Learning of Secondary Mathematics*, que se tornou uma das principais referências na elaboração das atividades. Conforme os apontamentos coletados deste material digital, foram elaboradas e aplicadas oito atividades: Questionário sobre Matemática; Texto sobre a História dos Números Negativos; Números Chineses de Shang; Adição de Inteiros utilizando varas de contagem chinesas; Subtração de Inteiros utilizando varas de contagem chinesas; Operando com o quadro de contagem chinês; Multiplicação e divisão de inteiros seguindo as ideias de Euler; Questionário inicial e Final. Estas atividades foram elaboradas com a colaboração da professora da turma, exceto os questionários.

O primeiro questionário aplicado objetivou investigar os conhecimentos dos alunos a respeito da História da Matemática, bem como as suas concepções sobre a natureza da Matemática. Para isso, foram incluídas as seguintes questões:

1. Como surgiram os números? Escreva o que você pensa sobre isso.
2. Você sabe alguma coisa sobre pessoas que foram importantes para o desenvolvimento da Matemática? Consegue citar o nome de alguma delas?
3. . Você acha que as matérias de Matemática que aprendemos na escola surgiram ao longo do tempo ou que elas existem desde sempre? O que você pensa sobre isso? (ROQUE, 2012, p. 56-58)

O questionário final tentou obter informações que pudessem auxiliar a análise das potencialidades pedagógicas da História da Matemática presentes na pesquisa de campo e também na participação dos alunos nas atividades, por parte da autora. Para isso, o questionário continha as seguintes questões:

1. A) Escreva um breve relato contando sobre o que você aprendeu com as atividades desenvolvidas e sobre o que você achou delas.
1. B) Descreva como foi sua participação, seu envolvimento, com essas atividades.
2. Você acha que as matérias de Matemática que aprendemos na escola surgiram ao longo do tempo ou que elas existem desde sempre? O que você pensa sobre isso?
3. Após fazer as atividades citadas na pergunta número 1, você consegue dizer alguma coisa sobre pessoas que foram importantes para o desenvolvimento da Matemática? Consegue citar o nome de alguma delas?
4. Os números negativos são muito usados no mundo em que vivemos hoje. Com base nas atividades desenvolvidas relacionadas com a história dos números negativos, você acha que foi fácil para os matemáticos do passado entender e utilizar esses números? Comente sobre isso.
5. Espaço destinado aos alunos para comentarem o que acharam da participação da pesquisa. (ROQUE, 2012, p. 146-147)

Conforme descrito anteriormente, a pesquisa de Roque (2012) pretendia investigar as potencialidades pedagógicas da História da Matemática em uma sala de aula de Matemática de estudantes do Ensino Fundamental, seus objetivos específicos eram:

- (i) identificar as potencialidades pedagógicas da História da Matemática que se tornam mais evidentes em uma situação real de sala de aula;
- (ii) identificar as formas de participação dos alunos durante a realização de atividades nas quais a História da Matemática está presente, sob a perspectiva de aprendizagem situada adotada;
- (iii) investigar mudanças de participação e consequente aprendizagem desses estudantes na sala de aula, buscando compreender como a presença da História da Matemática contribui para que tais mudanças ocorram. (ROQUE, 2012, p. 14)

É possível dizer, mediante a análise da dissertação em questão, que para a autora, várias das potencialidades pedagógicas da História da Matemática discutidas por Tzanakis, Arcavi *et al.* (2000) e Miguel (1997) foram verificadas. Isto é: uso da História da Matemática como fonte de motivação para o ensino e aprendizagem, como uma fonte de métodos pedagogicamente adequados e interessantes para a abordagem dos números negativos e também como um instrumento capaz de promover a aprendizagem significativa e compreensiva desse conteúdo, como contribuição para o entendimento da natureza da Matemática, como ponte entre a

Matemática e outras disciplinas e como um instrumento que possibilita a desmistificação da Matemática e a não alienação do seu ensino.

Para além da chancela da verificação de apontamentos já feitos em estudos anteriores, a autora ressaltou que não houve apenas argumentos favoráveis ao uso da História da Matemática. Também pode ver erigir-se do processo, um argumento contrário a falta de recursos materiais apropriados.

Ao implementar seu fazer científico mediante o segundo objetivo, a pesquisadora concluiu que a forma de participação dos alunos, nas salas de aulas envolvidas, ocorreu da seguinte maneira: oralmente, fazendo as atividades propostas em sala e em casa, ficando atentos ouvindo as explicações da professora e colegas, levantando a mão para responder e indo resolver exercícios na lousa. Também foi percebido que os alunos tinham níveis diferentes de participação, que iam desde a participação marginal até a plena.

Em relação ao último objetivo, a autora destacou que os alunos, de um modo geral, participaram de maneira mais intensa nas atividades relacionadas à História da matemática. Conforme Roque (2012) por dois motivos importantes para a construção da pesquisa: o primeiro, porque que os alunos relataram que as atividades relacionadas à História da Matemática facilitaram o aprendizado. E, segundo, porque a História da Matemática se mostrou uma alternativa inovadora nas aulas, despertando o interesse dos alunos e os motivando a participar das aulas. Por fim, a autora conclui que espera que a pesquisa possa contribuir para o contexto da rede de ensino no qual ela foi realizada.

Roque (2012) trabalhou atividades que envolveram a História da Matemática tais como: Texto sobre a História dos Números Negativos, Números Chineses de Shang, Adição de Inteiros utilizando varas de contagem chinesas, Subtração de Inteiros utilizando varas de contagem chinesas, Operando com o quadro de contagem chinês, Multiplicação e divisão de inteiros seguindo as ideias de Euler. Nos itens que seguem há a explicação de cada um.

1. Texto sobre a História dos Números Negativos. Neste item, a atividade propôs a leitura e discussão de um texto, elaborado pela professora da turma com orientação de um artigo escrito pela pesquisadora somado a escritos contidos no livro didático, intitulado “Um pouco de História: os números negativos” que trazia informações sobre a história dos números inteiros com o objetivo de promover uma

discussão sobre o desenvolvimento do conhecimento matemático. A ideia era mostrar aos alunos que esse processo “pode ser cercado por dúvidas e incertezas, de tal forma que os próprios matemáticos podem ter dificuldade com a compreensão de conceitos matemáticos.” (ROQUE, 2012. p. 59).

Em um segundo momento da atividade, os alunos responderam a um questionário referente ao texto trabalhado. Essa atividade foi desenvolvida em sala de aula, após a professora responsável pela turma ter introduzido o conteúdo de números inteiros, sua representação na reta numérica, comparação entre números inteiros e valor absoluto. Desta forma, essa atividade, foi classificada segundo os critérios de Vianna (1995), isto é, *História da Matemática como informação*. Isso decorre do fato de que o texto trazia informações históricas sobre o desenvolvimento dos Números Inteiros em diferentes civilizações e por ter sido apresentado após a introdução dos conteúdos relacionados ao tema.

2. *Números Chineses de Shang*. Esta atividade propôs aos estudantes a apresentação de um antigo sistema de numeração chinês, chamado sistema de numeração de Shang. Este sistema, era decimal e posicional e os números maiores do que nove eram representados alternando-se as formas vertical e horizontal dos algarismos de um a nove. Durante séculos, foram utilizadas varas de contagem para representar esses números (BEERY et al., 2004). A atividade objetivou levar os alunos a conhecerem um antigo método de escrita de números, tendo como referência outra perspectiva cultural, diferente da que possuem a ocidental, para mostrar aos alunos a importância do número zero no sistema de numeração decimal usado no ocidente.

A atividade foi trabalhada de forma intercalada com a anterior, visto que as duas se relacionavam. A professora da turma desenvolveu a atividade da seguinte forma: primeiramente, iniciou a aula explicando aos alunos como funciona a notação no sistema de Shang e, posteriormente, entregou uma folha aos alunos com atividades e um texto introduzindo historicamente o sistema de numeração. Por último, foi feita a correção das atividades. Conforme Vianna (1995), essa atividade pode ser classificada como *A História da Matemática como Informação e como Estratégia Didática*, uma vez que o texto apresentado na atividade trazia dados históricos sobre o sistema de numeração, mas também continha uma atividade que

foi trabalhada em sala de aula como estratégia para auxiliar o desenvolvimento de uma atividade posterior.

3. *Adição de Inteiros utilizando varas de contagem chinesas.* Esta atividade tinha como proposta introduzir a adição de números inteiros tendo como referência a maneira pela qual os antigos chineses realizavam suas operações, com uso varetas pretas e vermelhas, respectivamente, para números negativos e positivos. A História da Matemática esteve presente de maneira subjacente, direcionando o percurso a ser construído.

A atividade foi dividida em quatro momentos: a apresentação do conteúdo, relacionando-o com atividades anteriores, e exposição de alguns exemplos de soma de inteiros envolvendo números de mesmo sinal e de sinais contrários, discutindo esses exemplos com a turma para mostrar que a adição está relacionada à ideia de “juntar”. E que ao juntar as quantidades iguais de palitos de cores contrárias, o resultado é igual a zero. Tudo foi realizado em duplas, a professora entregou aos alunos palitos vermelhos, pretos e uma folha de tarefas que foi dividida em duas partes. Na primeira parte, os alunos efetuaram adições tendo como auxílio os palitos. Na segunda, após a correção das adições usando os palitos, os alunos efetuaram as adições novamente sem os palitos. Em sequência, foi feita a discussão coletiva da primeira parte da folha de tarefas e correção das respostas dos alunos quanto à atividade anterior. Para então, dar aviamento a execução e correção dos exercícios da segunda parte da folha de tarefas, organizada com adições com parênteses e adições na forma simplificada.

As atividades foram realizadas pela professora da turma. De acordo com as categorias de Vianna (1995), esta atividade foi classificada como A História da Matemática como *Estratégia Didática*, pois a professora utiliza um antigo método chinês de adição para ensinar como realizar adições de números inteiros e, por meio desse antigo método, levar o aluno a compreender o conteúdo ensinado.

4. *Subtração de Inteiros utilizando varas de contagem chinesas.* Esta atividade era parecida à atividade anterior, porém, objetivou introduzir a subtração de números inteiros, utilizando método de contagem dos antigos chineses, mesmo método da atividade anterior. A atividade foi dividida em três etapas: Introdução e discussão coletiva de alguns exemplos; o uso dos palitos para realizar algumas subtrações que foram propostas em uma folha entregue pela professora; Correção

dos exercícios da folha de tarefas e discussão do procedimento para a eliminação de parênteses nas expressões que envolviam subtrações.

A atividade foi desenvolvida pela professora da turma, a partir dos mesmos motivos da proposta anterior, segundo as categorias criadas por Vianna (1995), a atividade é classificada como uso da História da Matemática enquanto *Estratégia Didática*.

5- *Operando com o quadro de contagem chinês*. Esta atividade pautou-se no objetivo de levar os alunos a aprenderem a realização de adição e subtração utilizando o sistema de numeração chinês, que foi trabalhado na segunda atividade descrita e contribuir para o entendimento dos alunos a respeito do sistema decimal de numeração e da adição e subtração com números inteiros. Para a realização deste momento pedagógico, foi confeccionado um quadro de contagem chinês.

A atividade foi desenvolvida em três momentos. O primeiro foi dedicado à introdução e à discussão de exemplos. O segundo foi destinado à prática de exercícios em duplas. O terceiro referiu-se à correção e discussão dos exercícios propostos na parte anterior.

Neste processo de aprendizagem, professora da turma lembrou com os alunos como os antigos chineses faziam seus cálculos e explicou como funcionava o quadro chinês de contagem. Para a correção, os alunos eram convidados a irem à frente para realizar as operações na lousa. De acordo com as categorias criadas por Vianna (1995), esta atividade usou a História da Matemática como *Informação e Estratégia didática*, visto que para lembrar como os chineses realizavam seus cálculos, utilizou-se do texto da atividade 1, por meio delas os alunos puderam resolver os exercícios propostos.

6. *Multiplicação e divisão de inteiros seguindo as ideias de Euler*. Esta atividade centrou-se em levar os alunos a descobrirem a regra dos sinais para a multiplicação e divisão de inteiros por meio da observação de padrões. Uma das maneiras pelas quais Euler, frequentemente, deduziu regras matemáticas.

A atividade propôs a leitura de um texto introdutório que trazia como informações um breve relato sobre a vida do matemático para que os alunos notassem que as pessoas que desenvolveram a Matemática são seres humanos comuns, ou seja, mostrar a Matemática como uma criação humana. Após a leitura, os alunos observaram padrões com sequências de resultados de multiplicação e

divisão e completaram uma tabela deduzindo as regras de sinais para as duas operações. Para auxiliar este processo, havia um trecho que antecedia a atividade, pedindo aos alunos que observassem um exemplo. Por último, foi feita a correção das atividades propostas. Segundo as categorias criadas por Vianna (1995), esta atividade utilizou a História da Matemática como *Informação*, por utilizar um texto introdutório falando sobre a vida de Euler e como este descobria algumas regras matemáticas, em específico, a dedução das regras de sinais da multiplicação e divisão.

Em síntese, as 6 atividades apresentadas na dissertação de Roque (2012) utilizaram a História da Matemática como *Informação* e *Estratégia didática*. A primeira, segunda, quinta e sexta foram classificadas utilizando a História da Matemática como *Informação*, a segunda, terceira, quarta e quinta utilizaram-na *Estratégia Didática*.

B- VÍDEO AULA DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA – UMA POSSIBILIDADE DIDÁTICA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

2- Dissertação de mestrado: Benedito Fialho Machado - UFRN – 2011.

Este trabalho discorre sobre a possibilidade da produção e do uso de vídeo-aulas de História da Matemática por professores do ensino Fundamental e Médio, a ideia é contribuir para o desenvolvimento do fazer pedagógico. O objetivo geral da pesquisa centra-se em poder propiciar aos professores de Matemática uma opção de conectarem os aspectos sociais, científicos, conceituais e didáticos dos tópicos matemáticos ensinados aos seus alunos, tendo como base a História da Matemática na história humana.

Para a realização da dissertação, o autor buscou estudos históricos epistemológicos já realizados por outros pesquisadores em História da Matemática, com vistas à elaboração de vídeo aulas. Machado (2011) problematiza a importância do uso da História da Matemática em sala de aula e apresenta uma metodologia de ensino usando vídeo aula como proposta, cria vídeo aulas, apresenta alguns vídeos de História da Matemática que podem ser usados em aulas de Matemática e de que

forma usá-los. Segundo o estudo, as propostas foram testadas por alguns participantes.

Teoricamente, se vale de estudos de BORBA & PENTEADO (2007), FARIAS (2006), MENDES (2005 e 2006), FOSSA (1998 e 2006), e MIGUEL (2005) sobre a História da Matemática no processo de ensino e de aprendizagem. Além disso, aborda os conceitos e história sobre *Tecnologias da comunicação e informação no ensino de Matemática*.

Machado (2011, p.17-18) tem como norte de pesquisa dois objetivos gerais:

- (i) investigar as possibilidades didáticas do uso de vídeo aulas baseados em informações históricas acerca do desenvolvimento histórico e epistemológico da Matemática e a possibilidade de produção de vídeo aulas de História da Matemática
- (ii) Avaliar a possibilidade do uso de vídeo aulas de História da Matemática com um grupo de professores do Ensino Fundamental, tendo em vista contribuir para a inclusão da História da Matemática como uma perspectiva didática de melhoria da ação docente.

Em relação ao primeiro objetivo, o autor relata que o estudo mostrou que é possível selecionar material com potencial didático para a produção e elaboração das vídeo aulas. Diante deste material selecionado, produziu três vídeo aulas. Sobre o segundo objetivo, concluiu que é viável a elaboração de vídeo aulas de História da Matemática para o uso em sala de aula pelos professores do Ensino Fundamental e Médio, aulas que podem envolver diversos temas específicos da área, possibilitando maiores esclarecimentos tanto para professores quanto para os alunos, no que diz respeito ao desenvolvimento histórico-epistemológico da disciplina.

Segue a listagem das vídeo-aulas criadas pelo pesquisador que falam sobre a História da Matemática:

1. *Números figurados*: Este vídeo objetivou instrumentalizar o professor do Ensino Fundamental a respeito da utilização da História da Matemática no ensino da Matemática. Apresenta de forma ilustrativa como a História da Matemática pode ser usada como recurso pedagógico no ensino de Matemática. Também contém uma entrevista com o professor John Andrew Fossa, que trata da importância da História da Matemática no ensino da disciplina e que ressalta como ela pode ser usada em sala de aula.

No vídeo, também são apresentadas sugestões pedagógicas de como trabalhar com a História da Matemática usando números figurados, segundo os

conceitos de Teon de Smyrna (130 d.C) e Nicomachus de Gerasa (100 d.C), e outros que ajudaram a desenvolver esta teoria. Segundo as categorias criadas por Vianna (1995), este vídeo traz a História da Matemática como *Estratégia didática*, pois apresenta sugestões de como utilizá-la usando números figurados.

2. *Os números e suas simbologias nas tradições*. Este vídeo trata dos números de 1 a 10, explicando o modo como adquiriram significado na vida humana, conforme as qualidades místicas presentes no imaginário de diferentes culturas e como assumem o *status* de serem cultuados em religião, mitologia ou eventos históricos de determinadas civilizações. Também são apresentados vários desafios para o professor explorar em sala sobre os números. Neste vídeo, a História da Matemática é usada como *Motivação*, pois o vídeo aborda a História dos números de 1 a 10.

3. *O Teorema de Pitágoras*: Aqui há a apresentação do teorema de Pitágoras, com ênfase para sua história, como se fez presente em diversas culturas do mundo antigo, como na Grécia, Egito, Índia e Babilônia. Além disso, o vídeo propõe vários desafios baseados nos vestígios históricos de cada povo e suas culturas. Neste vídeo, a História da Matemática é utilizada como *Estratégia Didática*, pois a proposta do vídeo é apresentar a história do teorema em diversas culturas de todo o mundo e também apresenta desafios a serem resolvidos no contexto histórico de cada cultura.

Neste trabalho, a História da Matemática, de acordo com as categorias criadas por Vianna (1995), foi utilizada como *Estratégia Didática tanto no primeiro quanto no terceiro vídeo*. No segundo, há o uso como *Motivação*.

C- A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA PARA O ALCANCE DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DO CONCEITO DE FUNÇÃO

Dissertação de mestrado: Cauê Roratto – UEM – 2009

O objetivo deste trabalho pautou-se em obter indícios de aprendizagem significativa do conceito de Função, trabalhado, pedagogicamente, mediante uma perspectiva histórica. O autor elaborou uma sequência didática fundamentada no desenvolvimento histórico das Funções para ensinar o conceito. Partiu de estudos

que serviram de base para fundamentar a formalização do conceito de função, tais como: relações de dependência, representações tabulares e gráficas, reconhecimento de regularidades e assim sucessivamente, até a representação analítica e posterior formalização conceitual. Cada um desses conceitos, foi abordado em uma atividade da sequência didática. Roratto (2009), em seu trabalho, constatou a importância do referencial teórico para fundamentar as estratégias e para tomar medidas mais efetivas na busca da aprendizagem significativa.

Ao falar sobre a História da Matemática como metodologia do ensino, o autor destaca alguns autores, como de SOUZA (2008), MIGUEL & MIORIM (2004), e ZUNIGA (1998). Somado a estes estudiosos, a pesquisa apresenta um referencial teórico sobre a Teoria da Aprendizagem Significativa. Predomina a ênfase no uso da História da Matemática enquanto abordagem de ensino que possibilita o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa, de acordo com a teoria de David Ausubel.

Este estudo apresenta seis atividades, todas elas compostas por situações problema. A primeira está relacionada ao estudo de relações de dependência, a segunda e terceira trabalham tabelas e a identificação de regularidades, a quarta fala sobre a identificação de regularidades e a introdução do conceito de variável, a quinta aborda as representações gráficas de funções e a última, trabalha com linguagem algébrica e a representação analítica de funções.

Estas atividades não usavam de forma explícita a História da Matemática, contudo, buscavam trazer pelo menos uma noção matemática que contribuiu ao longo da história para a formalização do conceito de Função, essas noções estavam inseridas em situações problemas relacionadas a eventos do cotidiano. Desta forma, classificamos que esta lista de atividades não faz uso da História da Matemática, mas de noções históricas que contribuíram para a consolidação do conceito abordado.

Em suas considerações finais, Roratto (2009) constatou que a História da Matemática pode atuar como guia para o estudo do conceito de funções, pode levar à ocorrência da aprendizagem significativa e tendo a História da Matemática em uma perspectiva evolucionista linear, o aluno desenvolverá condições de ligar conceitos e não apenas guardá-los de forma desconexa e sem sentido.

D- A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE ÁREA E PROCEDIMENTOS PARA SUA MEDIDA NO QUINTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: ATIVIDADES FUNDAMENTADAS NA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Tese de Doutorado: Edilene Simões Costa dos Santos - UnB - 2014

Esta tese tem por objetivo geral analisar a aprendizagem utilizando a História da Matemática na concepção de circunstâncias produtoras e sistematizadoras do conceito de área como grandeza autônoma e procedimentos para a sua medida. Estabelece seu intento, por meio de uma sequência de atividades, fundamentadas nas concepções históricas da construção do conceito de área.

A revisão bibliográfica da pesquisa, de Santos (2014), discute a História da Matemática como recurso didático e o valor didático da História da Matemática para o Ensino Fundamental. Para tanto, utiliza os pesquisas de MIGUEL e MIORIM (2004), MENDES (2006), GASPAR (2003), TZANAKIS & ARCAVI (2000), MIGUEL (1997) e VIANNA (1995).

Para elaboração da atividade foram feitos estudos preliminares que fundamentaram a construção destas. De forma histórica e epistemológica, estabeleceu-se o conceito de área como grandeza e sua medida. Segundo a tese em análise, foram elaboradas e aplicadas 15 atividades, a saber: “Comparando área de figuras por visualização e sobreposição”; “Formar uma figura a partir da retirada de parte de uma figura dada”; “Ordenando áreas de figuras”; “Trabalhando com o quadrado”; “Decompor e compor figuras”; “Construindo figuras geométricas por recorte e colagem”; “Construção de um quadrado que tenha a metade da área de um quadrado dado”; “Duplicação do quadrado”; “Transformar um quadrado em um triângulo isósceles de mesma área por recorte e colagem”; “Medindo área com o Tangram”; “Malha quadriculada: Unidade de Medida de área; Transformar uma superfície não pavimentada em superfície pavimentada”; “Áreas e perímetros de polígonos no Geoplano”; “Calculando a área por aproximação”; “O metro quadrado como unidade padrão de medida de área” (SANTOS, 2014, p. 80-285).

Estas mobilizações didáticas desenvolveram-se em duas turmas do 5º ano do Ensino Fundamental e foram aplicadas pelas professoras de cada turma, com a auxílio e acompanhamento da pesquisadora.

A estudiosa concluiu que o trabalho com a sequência de atividades revelou o quanto a História da Matemática pode contribuir para a construção do conceito de área como grandeza autônoma pelos alunos e que é possível os alunos aprendam por meio da História da Matemática como metodologia de ensino/aprendizagem.

Na sequência, temos a descrição das atividades que utilizaram a História da Matemática:

1. *Comparando área de figuras por visualização e sobreposição:* Esta atividade buscou possibilitar ao aluno perceber que se uma figura está contida na outra, por isometria, então, a área da primeira é menor do que a área da segunda. Os alunos foram separados em grupos e cada um recebia um envelope contendo um par de figuras. Primeiramente, foi identificado se os alunos conheciam as figuras. Em seguida, os alunos foram questionados sobre qual figura tinha a maior área. A intenção foi fazê-los perceber que uma das figuras estava contida na outra figura e concluir que a figura que continha a outra era a de maior área. Neste caso, a História da Matemática foi utilizada como *Estratégia Didática*, uma vez que a ideia de comparar superfícies por sobreposição é uma técnica convalidada por inúmeras civilizações na Antiguidade. Ou seja, a história da construção do conceito de área, nesse caso, foi utilizada para conduzir o aluno no desenvolvimento da proposta.

2. *Formar uma figura a partir da retirada de parte de uma figura dada e Ordenando áreas de figuras:* As duas situações têm o mesmo propósito da atividade anterior (perceber que se uma figura é obtida a partir de outra), então, a área da primeira será maior do que a da segunda, mas, além disso, os alunos deveriam ordenar as figuras em ordem crescente. Por essa razão, as atividades utilizaram a História da Matemática como *Estratégia Didática*, nos moldes de Vianna (1995).

3. *Trabalhando com o quadrado.* Esta atividade teve como objetivo trabalhar a percepção dos alunos de que, dados dois quadrados, o que tem a maior área é aquele que tem o maior lado. Cada aluno recebeu cinco quadrados de tamanhos diferentes. A proposta pretendeu que eles estabelecessem uma discussão sobre os atributos do quadrado: lados iguais e ângulos iguais, diagonais iguais, para, em seguida, colocarem as formas geométricas em ordem crescente em relação à área. Esta ação contribuiu para a conclusão de que dados dois ou mais quadrados, o que tem o lado maior tem a maior área.

Esta atividade usou a História da Matemática como *Estratégia didática* (VIANNA,1995), visto que o estudante pode perceber o estabelecimento de um teorema. Além disso, conhecer como as civilizações antigas trabalhavam com o quadrado, figura geométrica mais simples de se calcular a área. Ao se transformar outras figuras em um quadrado de mesma área, a construção do conceito de área de um quadrado tem um contexto histórico estabelecido e funcionando com inspiração para o processo de ensino.

4. *Decompor e compor figuras*: proposta motivada pelos métodos indianos, chineses e gregos de transformar uma figura em outra de mesma área. Essa atividade foi desenvolvida em duas partes, sendo elas:

Primeiramente, “Compor figuras a partir de três triângulos dados”: Isto é, atividade que teve como objetivo propor aos alunos a resolução do problema de transformar um quadrado em um retângulo de mesma área. Cada aluno recebeu três peças de figuras geométricas e, com isso, pretendeu-se leva-los a perceber que, quando uma figura é decomposta e reorganizada, sem superposição das partes, a figura resultante tem a mesma área da primeira e essa área é igual à soma das áreas das partes. Esta atividade foi classificada como o uso da História da Matemática enquanto *Estratégia didática*, uma vez que está motivada nos métodos de antigas civilizações que a utiliza para se calcular a área de uma figura e transformar essa figura em outra de mesma área.

Em seguida, o estudo propôs “*Transformar por recorte e colagem o retângulo em quadrado e o quadrado em retângulo conservando a medida da área*”: A atividade que objetivou propor aos alunos transformar um retângulo em quadrado de mesma área, ao fazerem isso, conseguiriam perceber que quando uma figura é decomposta e reorganizada com as partes sem superposição, a figura resultante tem a mesma área da primeira e essa área é igual à soma das áreas das partes. Conforme a atividade anterior, esta atividade é classificada como *Estratégia Didática* no que concerne o uso da História da Matemática, (VIANNA,1995).

5. *Construindo figuras geométricas por recorte e colagem*. Esta proposta demonstrar aos alunos que, por recorte e colagem, as figuras diferentes podem ter a mesma área. Também ajudou a rever conceitos desenvolvidos nas outras atividades, isto é, trabalhar a transformação de figuras por composição e sobreposição, para fazer a comparação de áreas de figuras. Mais uma vez, a

História da Matemática esteve presente de forma implícita no desenvolvimento da atividade, como anteriormente explicitado, por isso pode-se categorizá-la como *Estratégia Didática*, (VIANNA,1995).

6. *Construção de um quadrado que tenha a metade da área de um quadrado dado.* Nesta proposta, o objetivo foi identificar o quadrado e suas propriedades, levar os alunos a perceberem que a área de um quadrado é igual ao dobro da área do triângulo, que pode ser obtida, cortando o quadrado ao longo de uma das suas diagonais. Também intentou-se fazê-los notar que é possível decompor um quadrado em dois retângulos de mesma área e que é possível construir um quadrado que tenha a metade da área de um quadrado dado. A atividade foi inspirada em um antigo problema que Sócrates propôs a um escravo de nome Mênon, e na História da Matemática indiana. Por este motivo, a atividade usou a História da Matemática como *Estratégia Didática*, (VIANNA,1995).

7. *Duplicação do quadrado.* Esta atividade pautou-se em um problema de duplicação do quadrado, o intento era que reconhecessem que a área do quadrado, construído sobre a diagonal de um quadrado, é o dobro da área do quadrado dado. Em primeira instância, a atividade propôs a narração de uma história adaptada de Sócrates e o menino escravo. Depois foi dado um desafio à turma, a saber: dado um quadrado, o aluno deveria construir outro que tivesse o dobro da área do quadrado recebido. De acordo com a análise da atividade, observou-se que usou a História da Matemática como *Motivação* (VIANNA,1995), pois foi introduzida no início da proposta como uma narração de uma história adaptada oriunda de um acontecimento histórico.

8. *Transformar um quadrado em triângulo isósceles de mesma área por recorte e colagem:* Esta proposta teve seu foco na duplicação do quadrado, construindo um quadrado igual em área a um triângulo isóscele dado, a ideia era a conservação de área na transformação do triângulo isóscele em quadrado. Inicialmente, foi contada uma história que fazia referências aos *Sulbasutras*, manuais, livros que contém instruções de caráter religioso para a construção de altares, as instruções encontradas neles, poderiam ser usadas para construir figuras de uma área dada. Foi contado aos alunos que três dos *Sulbasutras* mais importantes, do ponto de vista matemático, foram os escritos por três matemáticos indianos, Baudhayana, Apastamba e Katyayana. Depois disso, os alunos receberam

um par de quadrados, com os quais deveriam provar uma relação entre áreas, via método utilizado por um dos matemáticos citados. Desse modo, a História da Matemática foi utilizada enquanto *Motivação* (VIANNA, 1995).

9. *Medindo área com o Tangram.* Aqui, a proposta era apresentar o Tangram aos alunos. Dividiu-se a ação em três partes, usando as figuras geométricas do Tangram, analisando suas peças. Foram trabalhadas unidades de medida (figuras pavimentadas); Conceito de Perímetro. Depois de receberem um Tangram, narrou-se a lenda deste objeto. Em seguida, executou-se as três partes da atividade. A História da Matemática pode ser categorizada como *Motivação* (VIANNA, 1995), pois para o desenvolvimento da atividade, inicialmente foi lido um texto, contando sobre a lenda do Tangram.

10. *Malha quadriculada: Unidade de Medida de área e Transformar uma superfície não pavimentada em superfície pavimentada:* As duas atividades trataram de figuras não pavimentadas. Elas tinham o intuito de fazer o aluno calcular a área de figuras, utilizando como unidade de medida o quadrado. Assim, as figuras geométricas dadas estavam em malhas quadriculadas. Logo, os alunos deveriam usar as subunidades da malha quadriculada para calcular a área. Além disso, deveriam transformar uma superfície não pavimentada em superfície pavimentada. Segundo as categorias criadas por Vianna (1995), neste caso, a atividade faz uso da História da Matemática como *Estratégia Didática*, ao utilizar a história do desenvolvimento do cálculo de áreas com uso de composição e decomposição.

11. *Áreas e perímetros de polígonos no Geoplano:* Esta atividade foi dividida em quatro partes: Geoplano, Unidades quadradas; A não relação entre área e perímetro; Figuras não convexas, áreas e perímetros; Trabalho com o Geoplano e o papel quadriculado. Ela teve como objetivo a utilização do Geoplano para o cálculo de áreas e perímetros. Trata-se de um material de malha quadriculada que permite a manipulação com movimentos inclusive do plano. Tal atividade utilizou-se da História da Matemática como *Estratégia Didática* (VIANNA, 1995), pois o Geoplano auxiliou o entendimento do uso da unidade quadrada como uma unidade padrão, utilizando um quadrado de lado 1 cm.

12. *Calculando a área por aproximação:* Esta mobilização didática buscou promover situações que permitissem aos alunos criar procedimentos para a medição de área, para além da contagem de quadradinhos, ou seja, transformar uma

superfície não pavimentada em superfície pavimentada e fazer uma contagem por aproximação. Foi entregue a cada aluno três figuras quadriculadas, explicado o conceito de aproximação e quando ele deveria ser utilizado. Duas das figuras entregues eram adequações de dois altares indianos, uma em forma de falcão e outra em forma de tartaruga. A terceira figura, pertence ao cotidiano dos alunos, uma representação de um carro. Assim, os alunos deveriam calcular a área das figuras por aproximação. A História da Matemática neste caso, foi trabalhada como *Informação* (VIANNA, 1995), pois quando um aluno questionou sobre a forma de falcão e tartaruga, só lhe foi explicado que eles tinham a forma de altares construídos por antigos indianos, ou seja, foi apresentada uma nota histórica sobre o conteúdo, mas isso não interferiu na compreensão do conteúdo, veio para aula a título de informação ou curiosidade.

13. *O metro quadrado como unidade padrão de medida de área.* Nesta atividade buscou-se: compreender que a área de um quadrado é uma unidade de medida e esta unidade varia de acordo com a medida do lado do quadrado; compreender o metro quadrado como unidade padrão; analisar algumas relações entre as unidades de medidas do sistema métrico decimal. Foram entregues aos grupos de alunos de 120 a 150 unidades de medida em papel de cores diferentes do dm^2 quadriculado em cm^2 ; para cada grupo de alunos, um metro quadrado cortado em papel pardo, régua e lápis colorido; uma unidade de cm^2 para cada aluno. Em seguida reiterou-se a atividade dada cujo objetivo era mostrar que dados dois quadrados, o que tiver a maior área é aquele que tem o maior lado. Em seguida, foi contada a história de Heródoto sobre o nascimento da Geometria e discutido com os alunos as unidades, suas relações e o metro quadrado como unidade padrão. Aqui, a História da Matemática foi utilizada como *Motivação* (VIANNA, 1995), haja vista que foi dado um texto introdutório para depois ser desenvolvida a atividade.

Em síntese, segundo as categorias criadas por Vianna (1995), nesta dissertação analisada há dez das atividades propostas que se valeram da História da Matemática como *Estratégia Didática*, quatro utilizaram-na como *Motivação* e uma delas como *Informação*.

E- UMA ABORDAGEM DA TRIGONOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL, TENDO A HISTÓRIA COMO RECURSO DIDÁTICO.

Dissertação de Mestrado: Elinelson Gomes de Oliveira – UFAL – 2015.

Esta pesquisa trata da elaboração e aplicação de uma sequência didática para o ensino de Trigonometria Plana, no Ensino Fundamental, utilizando a História da Matemática como recurso didático. O autor buscou elaborar a sequência de atividades de modo a atender as recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

A dissertação contém uma abordagem histórica da trigonometria, no que diz respeito a sua origem e, mediante o contexto da abordagem histórica, o autor traz alguns dados bibliográficos sobre Tales de Mileto, Pitágoras, Aristarco de Samos, Eratóstenes, Hiparco e Ptolomeu. O estudo também é composto por uma fundamentação matemática, em que são apresentados teoremas, definições, propriedades e demonstrações de alguns elementos geométricos.

O fazer científico de Oliveira (2015) traz três atividades que foram propostas e aplicadas. A saber: Apresentação dos Temas; Calculando distâncias segundo o método de Tales; Calculando distâncias usando razões trigonométricas. A sequência didática foi elaborada tendo como referência a experiência do professor e dos conhecimentos que os alunos tinham sobre o conteúdo. O autor também apresentou dois resultados que pretendia alcançar. São eles: promover um caminho pelo qual o aluno venha a ser bem sucedido no processo de ensino e de aprendizagem da Trigonometria Plana e despertar no professor o cuidado de relacionar teoria e prática, contextualizar alguns fatos históricos que foram utilizados na construção da Matemática dentro do cotidiano dos alunos, via História da Matemática.

Nos parágrafos que seguem apresentamos a descrição das atividades que valeram-se da História da Matemática.

1. *Apresentação dos temas.* Esta proposta teve como objetivo desenvolver a oralidade dos alunos, propiciando o trabalho em grupo. Os alunos foram separados em equipes e cada grupo escolheu um, dentre os temas disponíveis: Tales de Mileto, Pitágoras, Aristarco, Eratóstenes, Hiparco e Ptolomeu. Após a escolha, cada equipe preparou uma apresentação sobre o tema. Nesse caso, a História da Matemática aparece como *Motivação* (VIANNA, 1995), pois antes de falar sobre conceitos referentes ao conteúdo trigonometria, os alunos realizaram uma pesquisa em busca de informações sobre geômetras que estão relacionados ao assunto.

2. *Calculando distâncias segundo o método de Tales*: Nesta proposta o objetivo foi facilitar o processo de ensino-aprendizagem do conteúdo abordado, por meio da experimentação, aliando a teoria à prática. Novamente, os alunos foram organizados em equipes e cada uma deveria efetuar a medida da sombra de uma cadeira e a medida da sombra de um objeto que se desejava saber a altura. Após este passo, era preciso desenhar e colocar as medidas dos lados dos triângulos formados pelo objeto e sua sombra.

Neste contexto de ensino, a História da Matemática foi utilizada como *Estratégia Didática* (VIANNA, 1995), visto que a atividade anterior trouxe um pouco sobre a história de Tales e apresentou o seu método de cálculo de distâncias, nesta os alunos deveriam pôr em prática o que entenderam da noção matemática envolvida na proposta. Aqui, a História da Matemática também esteve presente na atividade como *parte integrante do desenvolvimento do conteúdo*, uma vez que para ensiná-lo é preciso fazer uso da história do método de Tales.

3. *Calculando distâncias usando razões trigonométricas*. Neste processo de ensino, o objetivo foi propiciar o processo de ensino e de aprendizagem da Trigonometria Plana por meio da utilização do instrumento conhecido como teodolito. Os alunos foram, novamente, reorganizados em equipes e conduzidos para o lado externo da escola, onde usariam o instrumento, que foi confeccionado pelo professor responsável. Nessa atividade, os alunos foram ensinados a utilizar o artefato e desafiados a resolver os problemas da atividade anterior, utilizando razões trigonométricas.

A História da Matemática foi usada como *Estratégia Didática* (VIANNA, 1995), pelo fato de a história estar inserida de maneira implícita nesta atividade. Por meio do teodolito, antigo instrumento da civilização egípcia, chamado de Groma, e um instrumento da civilização romana chamado de Dioptra, ambos tinham a mesma finalidade do hoje conhecido Teodolito foram contados dados históricos que permitiram aprender o conteúdo e usar uma ferramenta.

As atividades fizeram uso de três categorias criadas por Vianna (1995): a História da Matemática como *Motivação*, uma atividade, *Estratégia Didática*, duas atividades e *Parte integrante do desenvolvimento do conteúdo*, uma atividade.

F- ANALISANDO ALGUMAS POTENCIALIDADES PEDAGÓGICAS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA DISCIPLINA DESENHO GEOMÉTRICO POR MEIO DA TEORIA FUNDAMENTADA.

Dissertação de mestrado: Evandro Alexandre da Silva Costa – UFOP – 2013.

O objetivo desta dissertação eleita foi analisar algumas potencialidades fornecidas pelo uso da História da Matemática no ensino de conteúdos de Desenho Geométrico. A História foi usada como recurso por meio de histórias contadas ou lidas, lendas e algumas curiosidades históricas. Os dados coletados foram interpretados por meio das hipóteses da Teoria Fundamentada (Grounded Theory), que é uma teoria analítica que busca a elaboração de uma teoria emergente fundamentada em uma análise dos dados coletados.

Neste caso, os resultados obtidos possibilitaram a elaboração de uma teoria emergente denominada “Potencializando o Ensino e a Aprendizagem do Desenho Geométrico por meio da História da Matemática”, cujo base centra-se em entender a problemática que foi proposta no trabalho. A experiência do autor como professor-pesquisador o levou a perceber que essa disciplina, para ele, é ensinada mecanicamente, os alunos somente reproduzem traçados geométricos sem que, na maioria das vezes, associem estes traçados com os conteúdos ensinados na Álgebra ou Geometria.

A revisão bibliográfica da pesquisa discute as potencialidades pedagógicas do uso da História da Matemática como recurso didático a partir dos trabalhos de STRUIK (1985), FAUVEL (1991), BERLINGOFF & GOUVÊA (2008), MENDES (2009) e MIGUEL (2009).

Este fazer científico foi desenvolvido em duas turmas de 9º ano do Ensino Fundamental. O autor optou por deparar seu eixo de análise em aulas e não atividades, na descrição de cada aula é abordado o que foi trabalhado. Estas estão descritas como: “Apresentando o Teorema de Tales”; “Investigando a Ideia de semelhança entre polígonos”; “Estudando a semelhança de triângulos”; “Encerrando o assunto de semelhança de triângulo e iniciando o Teorema de Pitágoras”; “Construindo um Tangram Pitagórico e discutindo o teorema de Pitágoras”;

“Desenvolvendo operações matemáticas com a utilização das construções geométricas” (COSTA, 2013, p.100-139).

Além das aulas, foram aplicados três questionários. O primeiro, composto por 10 questões de múltipla escolha, o objetivo era traçar um perfil geral dos participantes e levantar dados sobre a visão e vivência deles em relação à disciplina Desenho Geométrico e sobre a História da Matemática como recurso didático. O segundo almejava a obtenção de dados para auxiliar o professor-pesquisador durante o andamento do projeto, procurou investigar se havia modificações em relação às questões respondidas no primeiro. Era composto por quatro questões e aplicado após quatro aulas. O terceiro surgiu com a necessidade de coletar dados qualitativos que auxiliassem na resposta da problemática da pesquisa, possuía questões abertas, tais como:

1. Nas aulas de Desenho Geométrico foram utilizados os seguintes instrumentos: régua, compasso, par de esquadros e transferidor. Indique (caso houver) o(s) instrumento(s) que tem ou teve dificuldade com o manuseio e em seguida explique o porquê da dificuldade com o manuseio desse(s) instrumento(s)?;
2. Explique como você estudou a disciplina de Desenho Geométrico nos anos anteriores do Ensino Fundamental. Quais foram os conteúdos?;
3. Explique se você considera a disciplina de Desenho Geométrico cansativa. Justifique sua resposta.
4. Comente sobre a sua experiência utilizando régua e compasso nas atividades matemáticas que aparecem nos livros didáticos de Matemática.
5. Explique se o estudo de Geometria e da Álgebra está relacionado com o estudo do Desenho Geométrico.
6. Explique se você acha importante o estudo do Desenho Geométrico para a Geometria.
7. Explique como a História da Matemática é utilizada nas aulas de Desenho Geométrico e como se relaciona com o conteúdo da Matemática.
8. Explique como os seus professores de Geometria ou Desenho Geométrico ensinam os conteúdos de suas disciplinas;(COSTA, 2013, p. 215-215)

No começo de cada atividade, antes de começar as construções geométricas, o professor sempre historicizava alguns conteúdos matemáticos. Por isso no questionários indagou:

1. Explique o que você achou sobre o professor começar essas atividades contando essas histórias;
2. Comente se a utilização da História da Matemática nas aulas de Desenho Geométrico contribuiu de alguma maneira para o aprendizado dos conteúdos dessa disciplina. (COSTA, 2013, p. 216)

A questão de investigação mobilizadora desta pesquisa foi “*Quais são as possíveis potencialidades pedagógicas que a História da Matemática pode oferecer ao processo de ensino e aprendizagem da disciplina Desenho Geométrico?*” (COSTA, 2013, p.21). Como resultado da questão, o autor afirma que seu trabalho apresentou 8 potencialidades pedagógicas para a utilização da História da Matemática no ensino e aprendizagem da disciplina Desenho Geométrico, sendo elas, fonte de motivação; fonte de objetivos para o ensino e aprendizagem; instrumento promotor de atitudes e valores positivos; instrumento promotor da aprendizagem significativa e compreensiva; fonte de métodos para o ensino e aprendizagem; instrumento de formalização de conceitos matemáticos e geométricos; instrumento para desmitificar a Matemática (em todos os seus campos de atuação) e desalienar o seu ensino; e instrumento unificador de vários campos da Matemática. .

As aulas que envolveram História da Matemática foram:

1. *Apresentando o Teorema de Tales*: Cujo objetivo foi apresentar Tales de Mileto e mostrar como ocorreu o início da Matemática demonstrativa. Além disso, a aula visou conceituar o Teorema de Tales por meio de atividades experimentais com a utilização do instrumental de desenho, propondo ligar o aprendizado com o ensino da Geometria Plana.

A prática pedagógica realizou-se em um laboratório, os alunos foram separados em grupos, cada aluno desenvolveria sua atividade. No transcorrer desta proposta também foi lembrado os conceitos de razão e proporção. Nesta aula, a História da Matemática foi usada como *Motivação* (VIANNA, 1995), já que após lembrar alguns conceitos matemáticos, introduziu-se com um texto que falava sobre Tales de Mileto e como surgiu a matemática demonstrativa. A História da Matemática também esteve presente enquanto *Estratégia Didática*, pois com o auxílio do material lido/discutido, os alunos deveriam responder algumas questões propostas sobre o conteúdo.

2. *Investigando a ideia de semelhança entre polígonos*: Esta aula visou apresentar o conceito de semelhança entre polígonos por meio de uma atividade experimental e buscou uma conexão entre os polígonos semelhantes e o teorema de Tales. Nela, os alunos foram separados em grupos e receberam um texto que falava sobre a semelhança entre polígonos com três atividades com os conceitos

propostos. Aqui, a História da Matemática como *Motivação* (VIANNA, 1995), pelo fato da história ser apresentada a princípio, introduzindo o conteúdo que seria desenvolvido.

3. *Estudando a semelhança de triângulos.* Esta aula buscou apresentar justificativas para as atividades de redução e ampliação de figuras, bem como para construir o conceito de semelhança de triângulo. Para realizar-se foi proposta um experimento simulador dos passos utilizados por Tales de Mileto para a medição da pirâmide de Quéops. Isso foi feito para incentivar os alunos a notarem que formados os polígonos semelhantes, é possível utilizar a ideia de proporção para a resolução dos problemas. Na sequência, foi introduzido o conceito de semelhança entre triângulos, com apresentação dos casos garantidores da semelhança entre polígonos. Aqui, temos o uso da História da Matemática como *Estratégia Didática* (VIANNA, 1995), visto que ela foi usada para desenvolver os conceitos matemáticos da aula.

4. *Encerrando o assunto de semelhança de triângulo e iniciando o Teorema de Pitágoras:* Esta aula teve como proposta finalizar a apresentação do conteúdo sobre semelhança de triângulos e iniciar o estudo do Teorema de Pitágoras. Foi iniciada com o relembrar de uma história sobre o matemático Tales de Mileto para calcular a distância de um navio que se aproximava do porto por meio da utilização de seus conhecimentos sobre semelhança de triângulos. Anteriormente, o problema havia sido proposto aos alunos e, nesta aula, foi discutida a resolução do problema.

Após a correção, cada aluno recebeu um texto sobre Pitágoras intitulado *Uma breve história sobre Pitágoras e os Pitagóricos*. Esta materialidade foi lida e discutida e somada à demonstração, na lousa, do Teorema de Pitágoras, conhecida como diagrama chinês, junto a uma situação problema.

Aqui, temos a História da Matemática de três modos, *Motivação*, *Estratégia Didática* e *Parte integrante do desenvolvimento do conteúdo*. Motivação pelo uso de um texto introduzindo o conteúdo, estratégia didática, por fazer uso da história para conduzir o desenvolvimento dos conteúdos e parte integrante por utilizar os conteúdos pautados na história (VIANNA, 1995).

5. *Construindo um Tangram Pitagórico e discutindo o Teorema de Pitágoras.* Esta aula teve como objetivo a construção do Tangram Pitagórico e a discussão sobre o conceito do Teorema de Pitágoras. Durante seu transcorrer, foi narrada uma

história sobre a origem do Tangram, feita a montagem de um Tangram e distribuição de uma folha contendo atividades para serem realizadas durante a aula (construção de um quebra cabeça pitagórico). Tem-se aqui, o uso da História da Matemática como *Motivação e Estratégia Didática*, devido sua introdução ser feita via texto com a história do Tangram, dados que foram utilizados para o desenvolvimento da atividade.

6. *Desenvolvendo operações matemáticas com a utilização das construções geométricas*. O objetivo desta aula foi a realização de cálculos matemáticos com a utilização de traçados geométricos como retas, segmentos de retas e circunferências. Nela, foi lido o texto intitulado *Cálculos dos antigos Gregos*, contido no livro *Os elementos* de Euclides (2009) e foram realizadas atividades. A aula usou a História da Matemática como *Motivação*, por introduzir o assunto que seria abordado por meio de um texto (VIANNA, 1995).

Segundo as categorias criadas por Vianna (1995), a sequência didática de aula elaborada pelo pesquisador, fez uso da História da Matemática um instrumento de *Motivação*, durante cinco vezes, *Estratégia Didática* apareceu quatro vezes e *Como parte integrante do desenvolvimento do conteúdo* apenas uma vez.

G- O ENSINO DA GEOMETRIA EUCLIDIANA: POSSÍVEIS CONTRIBUIÇÕES DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE GEORGE POLYA

Dissertação de Mestrado: Fábio Cáceres – UFSCar – 2015.

O objetivo principal deste trabalho foi avaliar as possíveis contribuições que a História da Matemática e a Teoria de Resolução de Problemas de George Polya, usados de maneira conjunta, poderiam oferecer ao processo de ensino e aprendizagem de alguns conceitos da Geometria Euclidiana Plana. A pesquisa foi motivada pela necessidade de uma abordagem mais prática e realista dos conceitos geométricos em sala de aula.

O autor discute as potencialidades da História da Matemática na aprendizagem e, para tanto, cita os estudos de BARONI & NOBRE (1999) e MIGUEL (1997). Também, discute as contribuições pedagógicas de George Polya, e

a abordagem da resolução de problemas e da História da Matemática nos documentos curriculares.

Cáceres (2015) expõe duas propostas, uma motivada na heurística da resolução de problemas de Polya e um problema da História da Matemática. A tarefa de trabalho com a turma era projetar a construção de um aqueduto que, passando pelo interior de uma montanha, seja escavado em duas frentes distintas de trabalho, simultânea a esta situação, estas frentes deveriam se encontrar no interior da montanha, de modo que o caminho de escavação seja o mais reto possível. Assim, foram dados dois pontos no perímetro da montanha, correspondentes à entrada e à saída do túnel, ou seja, em linguagem matemática, eles precisariam determinar um segmento de reta entre dois pontos no plano. Para auxiliar a realização desta atividade, os alunos receberam um questionário com 20 perguntas referentes ao problema. Seguem algumas delas: 1. Qual é a incógnita? 2. Quais são os dados? 3. Quais são as condicionantes? 4. É possível satisfazer as condicionantes? Elas são suficientes ou não para determinar a incógnita? (CÁCERES, 2015, p.35).

Como já mencionado, os objetivos centrais desta pesquisa era analisar, discutir e avaliar as possíveis contribuições que a História da Matemática e a Resolução de Problemas podem oferecer ao processo de ensino/aprendizagem de alguns conceitos de Geometria Euclidiana Plana. Após analisar os resultados, o autor concluiu que a metodologia da Resolução de Problemas inserida em um contexto histórico pode contribuir positivamente para a motivação dos alunos, favorecendo a criação de um ambiente de aprendizagem dinâmico, mais aberto, em que o aluno pode determinar o ritmo de sua aprendizagem.

A proposta de atividade que se valeu da História da Matemática foi intitulada *Aqueduto de ilha de Samos por Eupalinos*. Nela, foi relatada a história que aconteceu a mais de 2500 anos na ilha de Samos, terra natal de Pitágoras, onde um homem chamado Eupalinos, virou herói por ter usado um conceito básico de Geometria Plana para resolver um problema de engenharia, daí o episódio ter ficado conhecido como *Aqueduto de Ilha de Samos por Eupalinos*. A tarefa de trabalho com a turma foi projetar a construção de um aqueduto que, passando pelo interior de uma montanha, fosse escavado em duas frentes distintas de trabalho, ao mesmo tempo, que deveriam se encontrar no interior da montanha, de modo que o caminho de escavação fosse o mais reto possível.

Para a realização desta proposta, foram utilizadas três aulas. Na primeira aula a classe foi organizada em grupos e foi exposta uma apresentação de *slides*, usando a projeção de imagens do Túnel de Eupalinos como meio de motivação para o início da atividade. Depois, seguiu-se uma leitura silenciosa da história do Aqueduto, coroada com uma explicação de como ocorreria o desenvolvimento da tarefa proposta. Além disso, foi feita uma comparação da história do Aqueduto com a construção de túneis na cidade de São Paulo, para mostrar que um problema histórico, também é enfrentado na atualidade.

Após uma conversa com os alunos, foi iniciada a atividade com os alunos apresentando os esboços do problema. A segunda aula começou com os alunos discutindo a situação problema proposta e com o professor fazendo pequenas intervenções para ajudá-los. A terceira, foi usada para os alunos mostrarem os resultados do problema proposto, com o professor comentando os resultados para concluir a atividade.

Nesta situação, temos a História da Matemática como *Motivação*, pois a aula foi introduzida via texto falando sobre a história do aqueduto. Também como *Estratégia Didática*, pois a história do aqueduto foi usada para conduzir os grupos no desenvolvimento do problema proposto e como *Parte integrante do desenvolvimento do conteúdo*, o problema proposto está ligado diretamente com um acontecimento histórico. Assim, segundo as categorias criadas por Viana (1995), a pesquisa fez uso da história da Matemática em três vertentes, *Motivação, Estratégia Didática e Parte integrante do desenvolvimento do conteúdo*.

H- UM OLHAR HISTÓRICO NAS AULAS DE TRIGONOMETRIA: POSSIBILIDADES DE UMA PRÁTICA PEDAGÓGICA INVESTIGATIVA

Dissertação de Mestrado: Gladis Bortoli – UNIVATES – 2012

Esta pesquisa buscou problematizar, junto a um grupo de alunos do 2º ano do Ensino Médio, a construção de conhecimentos vinculados à Trigonometria no triângulo retângulo. Foram analisadas as possibilidades da inserção da História da Matemática no ensino/aprendizagem da Trigonometria Plana, tendo como aporte teórico o campo de pesquisa da Etnomatemática.

Para a abordagem teórica, a autora levantou a importância de usar a história de conceitos matemáticos para desenvolvê-los. Para tanto, se apoiou nos trabalhos de GALVÃO (2008) e D'AMBRÓSIO (2008). Além disso, faz uma abordagem teórica da Etnomatemática.

Inicialmente, foi aplicado um questionário que buscava avaliar o perfil da turma, bem como os conhecimentos em relação à Trigonometria e História da Matemática. As questões referentes à Trigonometria e História da Matemática eram:

1. Você acha importante que os elementos da História da Matemática estejam presentes nas aulas de Matemática do Ensino Médio?
2. Você se interessa pela História da Matemática?
3. Quais suas expectativas com relação ao conteúdo Trigonometria?
4. O que você entende por triângulo retângulo? Existe alguma característica que o diferencia dos demais triângulos?
5. Com relação ao triângulo retângulo, a medida do cateto pode ser maior que a da hipotenusa?
6. Você conhece alguma aplicação prática (no dia a dia) da Trigonometria? Qual? (BORTOLI, 2012, p. 130-132)

No final da atividade, também foi entregue um Questionário final que visava avaliar como foi o desenvolvimento destas. Este questionário tinha 7 indagações em que os alunos deveriam marcar um x em excelente, bom, regular ou ruim. Além das questões abertas que seguem:

1. Descreva como foi sua participação e motivação no processo ensino-aprendizagem durante o desenvolvimento da pesquisa
2. Este trabalho contemplou suas expectativas com relação ao conteúdo Trigonometria?
3. Além do conteúdo visto em aula existe algo a mais que a realização deste trabalho trouxe para o seu dia a dia ou para a sua vida? (BORTOLI, 2012, p. 143)

No decorrer do desenvolvimento da atividade, ocorreram palestras, entrevistas e atividades práticas abordando de que forma os profissionais da construção civil fazem uso e como se relacionam com o triângulo estudado. Isso visou estabelecer relações entre os conteúdos matemáticos abordados e as situações concretas do cotidiano dos profissionais.

A autora definiu as atividades práticas realizadas pelos alunos como o elemento principal de sua pesquisa. Foram realizadas três atividades práticas divididas em grupos: Trigonometria no esquadro do chão com uma parede de um cômodo; Trigonometria na determinação do desnível entre dois pontos de um

terreno; Trigonometria na construção das “tesouras” de sustentação do telhado de uma residência.

A questão norteadora da pesquisa foi:

Quais as possibilidades de inserção da História da Matemática no ensino e na aprendizagem da Trigonometria presente no triângulo retângulo no Ensino Médio, tendo como aporte teórico o campo da Etnomatemática? (BORTOLI, 2012, p. 15)

Como conclusão, a autora constatou que o uso da História da Matemática teve boa recepção por parte dos alunos e os levou a considerar o assunto estudado como um conteúdo importante. Eles passaram a perceber que a Matemática é um instrumento útil e que está relacionada com a vida. A pesquisadora observou também que os alunos desenvolveram a capacidade de analisar criticamente os conteúdos, além de estabelecer relações, de tomar decisões e de fundamentar suas afirmações.

No questionário final, os alunos relataram que a abordagem proposta pela pesquisadora para a aprendizagem de Trigonometria Plana contribuiu para que se tornassem pesquisadores e autônomos na construção do próprio conhecimento. A avaliação dos resultados obtidos mostrou que é possível fazer uso da História da Matemática e da vertente Etnomatemática.

As atividades que fizeram uso da História da Matemática foram:

1. *Atividade em grupo*: A sala foi separada em grupos e, via sorteio, cada conjunto de alunos ficaria responsável por um tema. As temáticas propostas eram: Trigonometria no esquadro do chão com uma parede de um cômodo; Trigonometria na determinação do desnível entre dois pontos de um terreno; Trigonometria na construção das “tesouras” de sustentação do telhado de uma residência. Para a elaboração desse trabalho, cada grupo desenvolveria uma atividade procurando verificar a relação entre a História da Trigonometria usualmente presente nos livros didático e paradidáticos tratada no âmbito escolar e a matemática do cotidiano do profissional definido para cada grupo. Esta proposta foi classificada como *Estratégia Didática* (VIANNA, 1995), pois ao se trabalhar com o conteúdo, os grupos deveriam pesquisar sobre a história desse conteúdo.

2. *Análise e leitura de livros*: Cada grupo recebeu os livros “Vivendo a Matemática: descobrindo o Teorema de Pitágoras” de Imenes (1987), “Contando a

História da Matemática: a invenção dos números”, de Guelli (1994) e o texto “A História da Matemática de Carl B. Boyer”, revisto por Uta C. Merzbach e traduzido por Gomide (2003). O objetivo era que os grupos fizessem a análise dos livros e do texto sobre a História da Trigonometria e, além disso, realizassem uma atividade que envolvesse a aplicação dos conhecimentos sobre o triângulo retângulo, pesquisados pelos grupos. Essa atividade usou a História da Matemática como *Motivação* e *Estratégia Didática*, visto que foram introduzidos textos e livros contando a História da Trigonometria para os estudantes pesquisarem e desenvolverem uma atividade.

2. *Aplicação do Teorema de Pitágoras*. Esta atividade consistia em aplicar os conhecimentos sobre o triângulo retângulo e Teorema de Pitágoras. Cada aluno recebeu uma folha de exercícios, contendo 6 questões. Estas retratavam situações práticas vividas pelos habitantes do Egito, Mesopotâmia, Índia e Arábia e foram retiradas dos livros “Contando a História da Matemática: dando corda na trigonometria” de Guelli (1993) e “História da Matemática: dos números à geometria”, de Galvão (2008). A atividade utilizou a História da Matemática como *Estratégia didática*, já que os alunos deveriam utilizar a História da Matemática para resolver as questões (VIANNA, 1995).

3. *Relatório sobre o Astrolábio e construção*. Para aprofundar os conhecimentos dos alunos, foi solicitado a cada grupo que redigisse um pequeno texto falando sobre a origem do Astrolábio e sobre o que a história diz sobre ele, qual a sua utilidade por mais de dez séculos. Após este momento, os grupos colocaram em prática a construção do Astrolábio e realizaram uma atividade de campo, em que cada aluno deveria fazer medições. Aqui, a História da Matemática foi usada como *Motivação* e *Estratégia Didática*, pois os alunos fizeram pesquisas sobre a história do Astrolábio e, a partir disso, construíram um.

4. *Atividades envolvendo a aplicação das razões trigonométricas presentes no triângulo retângulo (seno – cosseno – tangente)*: Primeiramente os grupos receberam o livro “Contando a História da Matemática: dando corda na trigonometria” de Guelli (1993) com a finalidade de buscarem a origem das palavras seno, cosseno e tangente. A atividade tinha o objetivo de proporcionar ao aluno o caminho e a evolução histórica dos conceitos. Em seguida, os alunos receberam uma lista de problemas que envolviam a aplicação prática das razões

trigonométricas. Neste caso, a História da Matemática esteve presente como *Motivação* e *Estratégia Didática*, visto que foi utilizado um livro que retrata fatos históricos do conceito e, a partir dele e das informações coletadas, os alunos deveriam resolver uma lista de problemas sobre os conceitos discutidos.

Segundo as categorias criadas por Vianna (1995), as atividades foram classificadas nas categorias *Motivação*, três vezes, e *Estratégia Didática*, cinco vezes.

I- UTILIZANDO PROCESSOS GEOMÉTRICOS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA PARA O ENSINO DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU

Dissertação de Mestrado: Graciana Ferreira Dias – UFRN – 2009

Este trabalho teve como objetivo analisar a possibilidade de compreensão, por parte de alunos do 9º ano, sobre a obtenção das soluções de uma equação do 2º grau, utilizando processos geométricos que aparecem na história deste conteúdo. A pesquisa Baseou-se na elaboração e na aplicação de um conjunto de atividades de ensino, inspiradas na teoria construtivista de Jean Piaget.

Teoricamente, o trabalho buscou apoiar a História da Matemática como recurso didático, fundamentando-se nos trabalhos de MIGUEL & MIORIM (2004), FOSSA (2001), MENDES (2001) e FERREIRA (1992).

Num primeiro momento, aplicou-se uma avaliação diagnóstica que continha 8 questões de Geometria e Álgebra. O objetivo era verificar os conhecimentos dos alunos sobre os conteúdos dos temas. As atividades foram desenvolvidas da seguinte forma: 1. Formação de grupos e entrega das atividades a materiais para cada grupo; 2. Explicação para toda turma; 3. Discussão e execução das atividades nos grupos; 4. Conclusão das atividades com toda a turma. No total, seis atividades se efetivaram: 1. Cálculo da área de retângulos; 2. Cálculo de áreas de retângulos, generalização da fórmula para cálculo da área de retângulos; 3. Cálculo de áreas de retângulos com dimensões variáveis; 4. Trabalhando com as equações do tipo $x^2 = c$; 5. Trabalhando com as equações da forma $ax^2 = c$ e $ax^2 = bx$; 6. Deduzindo geometricamente as expressões $(a + b)^2$ e $(a - b)^2$; 7) para encontrar as soluções das equações da forma: $ax^2 + bx = c$ e $ax^2 = bx + c$.

Ao final da sequência didática foi aplicada uma avaliação diagnóstica que objetivou investigar o nível de compreensão dos alunos quanto aos conteúdos trabalhados. A avaliação continha oito questões articuladoras dos conceitos trabalhados.

Perante o descrito acima, a pesquisa tinha como objetivo analisar a possibilidade de compreensão, por parte de alunos de 9º ano, da obtenção das soluções de uma equação do 2º grau, viabilizada por processos geométricos que aparecerem na História da Matemática. Em suas conclusões, a autora aponta que pela avaliação diagnóstica se percebeu que a maioria dos alunos não possuía os pré-requisitos necessários para o trabalho com o enfoque geométrico. Isso dificultou um pouco o desenvolvimento do trabalho, entretanto, por meio de pequenas pausas nas atividades principais para retomar alguns conceitos matemáticos básicos, o problema foi resolvido.

Os resultados gerais apontados mostraram avanço relacionado à compreensão de conceitos matemáticos abordados e melhora na aprendizagem em decorrência da metodologia eleita. Dias (2009), também relata que o objetivo proposto foi cumprido e que por meio da História da Matemática, os alunos, tiveram oportunidade de trabalhar o conteúdo de forma contextualizada dentro do processo de ensino.

Abaixo, temos a descrição das atividades que utilizaram a História da Matemática nesta dissertação descrita:

1. *Trabalhando com as equações do tipo $x^2 = c$* : Esta atividade tinha como objetivo encontrar a solução positiva da equação do 2º grau, da forma $ax^2 = c$. A aula foi iniciada com a narração da história das equações quadráticas, especificamente, sobre Al-Khwarizmi e suas contribuições para o desenvolvimento das equações de segundo grau. Cartazes com imagens do matemático e de folhas do seu livro mais conhecido foram expostos e explicados. Além disso, apresentou-se seis tipos de equações estudadas pelo referido matemático.

Em seguida, foi dada uma situação problema aos alunos, em que deveriam sugerir resoluções, primeiro preenchendo uma tabela com os possíveis resultados, depois, receberam o auxílio de um retângulo em cartolina para resolverem o problema. A situação problema proposta era a de que um pai deixa um terreno quadrado de 121 hm² de área para que seja dividido entre seus três filhos de forma

que o filho do meio e o mais novo recebam terrenos quadrados de 36 hm² de área e de 200 m de lado.

Nesta atividade, a História da Matemática foi usada como *Motivação*, já que foi introduzida no começo da aula, contando sobre a história de um famoso matemático e sua relação com as equações quadráticas.

2. *Deduzindo geometricamente as expressões $(a + b)^2$ e $(a - b)^2$* . O objetivo desta atividade foi deduzir geometricamente o quadrado da soma e da diferença de dois números, além de trabalhar com o completamento de quadrados. Com o auxílio de alguns materiais concretos, foi solicitado aos estudantes a dedução do quadrado da soma e da diferença de dois números. Após esta etapa, receberam fichas incompletas para descobrirem a área da figura que seria completada, para se obter um quadrado. Nesta atividade, a História da Matemática se apresenta como *Estratégia Didática*, ao ser usada para a dedução, com o auxílio de um material concreto e via conceitos propostos por Al-Khwarizmi.

3. *Encontrando as soluções das equações da forma $ax^2 + bx = c$ e $ax^2 = bx + c$* . Nesta atividade, foram escolhidas duas das seis equações trabalhadas por Al-Khwarizmi – equações que estão destacadas no título – para serem trabalhadas com os alunos. Foram dadas aplicações destas equações para que os alunos as interpretassem geometricamente. Neste caso, a História da Matemática, serviu como *Informação*, pois apesar de destacar que foram escolhidas duas das equações trabalhadas pelo matemático Al-Khwarizmi, este fato não auxiliou na compreensão do conteúdo.

Das sete atividades, apenas três utilizaram a História da Matemática e podem ser classificadas, segundo as categorias criadas por Viana (1995), como *Motivação*, *Estratégia Didática* e *Informação*.

J- HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO PEDAGÓGICO NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação de Mestrado: Jeferson André Gottardi – FURB – 2012

Nesta dissertação, Gottardi (2012) busca refletir sobre as possibilidades da utilização da História da Matemática de forma pedagógica nas séries do Ensino

Fundamental, que compõem o terceiro e quarto ciclos. O autor apresentou propostas pedagógicas que utilizaram a História da Matemática para o Ensino Fundamental. As propostas são compostas por textos pedagógicos e atividades relacionadas ao contexto histórico que aparece nesses textos. A ideia centrou-se no estabelecimento de relações plausíveis entre os conteúdos do currículo regular e determinados fatos ou períodos da história. O objetivo foi propor textos que subsidiassem os professores de Matemática na contextualização de suas aulas. A contribuição deste estudo pautou-se no desejo de colaborar para que professores do Ensino Básico pudessem ter acesso a alternativas relacionadas ao uso da História da Matemática em suas aulas, de modo a utilizá-la para despertar o interesse dos estudantes.

Teoricamente, Gottardi (2012) fala sobre a História da Matemática em sala de aula pautado em ARAMAN & BATISTA (2010), SOUTO (2010), FELICIANO (2008), BIANCHI (2006), MIGUEL & MIORIM (2004) e BARONI & NOBRE (1999).

Para tanto, se valeu de textos que o auxiliaram no processo de organização de possibilidades de ensino/aprendizagem. São eles:

1. De onde vieram os números; 2. Os números e seus adjetivos; 3. Operando com quantidades menores do que nada; 4. Resolvendo equações por meio de tentativas; 5. Problemas ao quadrado; 6. Sobre Triângulos Retângulos; 7. Dando uma volta em torno da História; 8. A trigonometria e as navegações; 9. Filósofo das proporções. (GOTTARDI, 2012, p. 37-104)

Os textos supracitados foram inspirados em diversos artigos, documentários e livros relacionados à História da Matemática e a Educação Matemática. Todos os documentos em que os eles foram motivados aparecem listados.

O objetivo central desta pesquisa foi oferecer aos professores do Ensino Básico alternativas para trabalhar com os conteúdos relacionados, de diferentes formas, com a História da Matemática. Em sua conclusão, o pesquisador explica o motivo que o levou a oferecer tais alternativas e finaliza afirmando que acredita que ainda há muito a fazer para melhorar a qualidade da educação. Relata que a História da Matemática não surge como solução para os problemas enfrentados, mas traz opções para que o ensino de Matemática torne-se mais valoroso do ponto de cultural e significativo para os estudantes.

A História da Matemática esteve presente em todos os textos apresentados. Eles também continham propostas de atividades que podem ser inseridas utilizando o material e atividades que fazem uso da História como recurso didático. A proposta

da dissertação foi apresentar materiais que podem ser utilizados e adaptados nas aulas de Matemática, estes textos e atividades não foram aplicados em sala, já que este não foi o objetivo do trabalho. Cada texto apresentado trata de um conteúdo e os conceitos matemáticos nele inseridos.

Neste caso, a História da Matemática apresentou-se como *Motivação, Informação e Estratégia Didática*, pois os materiais podem ser inseridos no início de uma aula para conduzir as atividades propostas ou para serem apresentados como curiosidade no fim de uma aula de Matemática. Um exemplo do material utilizado seria o texto “*Os números e seus adjetivos*”, que fala sobre a matemática grega, levando pontos históricos dessa civilização para a matemática.

Portanto, nesta pesquisa, a História da Matemática esteve presente como *Motivação, Informação e Estratégia Didática*, segundo as categorias criadas por Vianna (1995).

K- HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA ÁREA DO CÍRCULO: UMA EXPERIÊNCIA DE ENSINO – APRENDIZAGEM

Dissertação de mestrado: José Messildo Viana Nunes – UFPA - 2007

Este estudo apresenta uma proposta, com base na teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel, buscando a construção do conceito de área de figuras planas, com ênfase na a área do círculo.

No que tange à História da Matemática, teoricamente, o autor discutiu alguns trabalhos referentes à história do conteúdo que trabalhou e pesquisas que abordam o uso da História da Matemática em sala de aula. Neste processo, pode-se destacar autores como MENDES, FOSSA & VALDÉS (2006), BRITO & CARVALHO (2005), EVES (2004), BOYER (2003), MENDES (2001), SCHUBRING (1998), FAUVEL & MAANEM (1997) e FERREIRA (1992).

A pesquisa foi desenvolvida pelo pesquisador em uma turma de 8ª série do Ensino Fundamental. Primeiramente, discutiu com os alunos o objetivo do trabalho e explicou que para a realização das atividades, a turma seria dividida em grupos. Neste ínterim, foram realizados três procedimentos em sala: 1. Leitura e interpretação do texto “A Matemática babilônica e egípcia: o Oriente Antigo” Eves

(2004); 2. Explorando os conteúdos matemáticos do texto; 3. A razão de semelhança entre áreas.

Ao final da aplicação das atividades, foram realizados dois testes para analisar o desempenho dos alunos, identificar os falhas e acertos e, especificamente, para identificar se os procedimentos utilizados, os conhecimentos mobilizados, contribuíram para sanar as dificuldades e permitiram facilidades diante das resoluções.

A questão norteadora da pesquisa foi “A História da Matemática pode contribuir para aprendizagem significativa de geometria euclidiana?”. Para o autor, a realização das atividades motivou os alunos e os levou a perceber que as teorias que hoje aparecem acabadas, resultaram de desafios enfrentados pelos matemáticos e foram desenvolvidas com esforço. Como resultado, o pesquisador considerou que a História da Matemática propiciou uma maior compreensão sobre a área de figuras planas e trouxe uma aprendizagem significativa para o conceito de área. Assim, a História da Matemática contribuiu para aprendizagem significativa de Geometria Euclidiana.

As atividades se valeram da História da Matemática foram:

1. *Leitura e interpretação do texto “A Matemática babilônica e egípcia: o Oriente Antigo” Eves (2004).* Nesta atividade, os alunos fizeram a leitura de um texto retirado de um capítulo do livro de Eves (2004). O pesquisador considerou necessário adaptar o texto, pois os alunos poderiam sentir dificuldade em interpretar algumas palavras. Os alunos fizeram a leitura e interpretaram o texto, destacando algumas palavras, frases ou parágrafos que desconheciam. Aqui, temos a História da Matemática como *Motivação*, usada para introduzir o conteúdo da aula, por meio de um processo de leitura.

2. *Explorando os conteúdos matemáticos do texto.* Aqui, se propôs que os alunos explorassem os conteúdos matemáticos que estavam inseridos em um texto que abordou o cálculo de área de figuras planas, destacando a área do círculo unitário. Esta atividade, dividiu-se em três etapas: 1. Em busca dos subsunçores (estruturas de conhecimento, segundo a teoria da aprendizagem significativa) necessários para ancoragem dos novos conhecimentos; 2. Cálculo das áreas do quadrado, retângulo, triângulo; 3. Área do círculo.

Há nesta pesquisa, o uso da História da Matemática como *Estratégia Didática*, a partir do texto dado, situação em que os alunos tiveram de identificar os conteúdos de matemática que estavam presentes.

3. *A razão de semelhança entre áreas*. Esta atividade foi realizada a fim de determinar a fórmula da área do círculo, com algumas situações em que os alunos deveriam chegar à fórmula. Para a realização foi necessário conectá-la com as atividades anteriores, em busca de conceitos já trabalhados. Em primeira instância, os alunos foram orientados a indicarem as dimensões de figuras, menores e ampliadas, e, em seguida, foram induzidos a calcularem as áreas das figuras ampliadas em razão das figuras menores. Dando sequência a proposta, os estudantes realizaram o mesmo procedimento para o quadrado e o triângulo e, em segunda instância, para o círculo. Aqui, a História da Matemática aparece como *Estratégia Didática*, pois os alunos deveriam retomar conceitos que foram aprendidos em atividades passadas que a utilizou.

A História da Matemática esteve inserida em duas categorias criadas por Viana (1995), uma vez como *Motivação*, e, duas vezes como *Estratégia Didática*.

L- A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO DESENCADEADORA DE ATIVIDADES INVESTIGATÓRIAS SOBRE O TEOREMA DE TALES: ANÁLISE DE UMA EXPERIÊNCIA REALIZADA COM UMA CLASSE DO 9.º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DE UMA ESCOLA PÚBLICA DE OURO PRETO (MG)

Dissertação de mestrado Márcia Nunes dos Santos – UFOP – 2012

Esta pesquisa buscou levantar contribuições que o desenvolvimento de atividades vinculadas a História da Matemática, desencadeadora do processo de ensino e de aprendizagem do Teorema de Tales, pode ajudar uma classe do 9º ano de Ensino Fundamental.

Para tanto, utilizou-se referenciais teóricos pautados nos estudos de ARAMAN & BATISTA (2010), MENDES (2001, 2005, 2006, 2008, 2009), MIGUEL & MIORIM (2005), VIANA (2002), MACHADO (2000), SILVA (2000), BARONI (1999), e MIGUEL (1997).

Para a realização da pesquisa foi elaborada uma proposta de 11 atividades investigatórias. Além destas atividades, também foi aplicado um questionário, com o objetivo de analisar os conhecimentos que os participantes tinham sobre Geometria Plana e História da Matemática. Este questionário era composto por 10 questões, sendo elas algumas abertas, outras fechadas sobre o tema eleito.

As atividades investigatórias foram:

1. Investigando... O detetive sou eu;
2. Investigando... O matemático sou eu;
3. Medindo o que não se alcança;
4. Praticando o que aprendeu com Tales;
5. Medindo altura utilizando sombras;
6. Investigando... Medindo altura sem a utilização de sombras;
7. Construindo um Teorema;
8. Afirmarções sobre o Teorema de Tales;
9. Investigando o Teorema de Tales em feixe de retas;
10. Retas paralelas e transversais no mapa;
11. Retas paralelas e retas transversais na instalação elétrica. (SANTOS, 2012, p. 78-122)

Ao final da realização das atividades, a pesquisadora pediu aos alunos que escrevessem sobre o que acharam interessante, ou o que não, a respeito do Teorema de Tales. Muitos dos relatos estavam relacionados à história do conteúdo e alguns estudantes afirmaram que aprenderam o conteúdo sem a necessidade de decorar.

A questão de investigação foi: “Que contribuições podem advir do desenvolvimento de atividades investigatórias que utilizam a História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Tales?” (SANTOS, 2012, p. 20). Para a autora, os resultados obtidos evidenciaram que o uso da História da Matemática em atividades investigatórias possibilitou levar grande parte dos participantes à construção gradativa de seus conhecimentos matemáticos. Além da aprendizagem do Teorema de Tales, houve mudança de comportamento dos alunos nas aulas de Matemática, passaram a ter mais interesse no processo de ensino-aprendizagem da disciplina.

Abaixo temos a descrição das atividades que utilizaram a História da Matemática:

1. *Investigando... O matemático sou eu.* Nesta atividade, foi solicitado aos participantes que elaborassem uma pesquisa histórica relacionada a algum conteúdo de Matemática, com dois momentos, parte escrita e parte oral. A atividade partiu da pergunta: “O que você gostaria de aprender com a História da Matemática?” (SANTOS, 2012, p. 82). O objetivo foi mostrar aos alunos que alguns conteúdos de Matemática, conhecidos por eles, têm um contexto histórico e que a

Matemática é uma criação humana. Neste caso, a História da Matemática foi desenvolvida como *Motivação e Informação*, pois os alunos realizaram uma pesquisa e conheceram a história por trás de algum conteúdo, porém não fizeram uso dos fatos coletados para desenvolver as atividades.

2. *Medindo o que não se alcança*. O objetivo desta atividade foi propor aos alunos que respondessem como poderia ser medida a altura de uma árvore, poste ou qualquer objeto de difícil acesso, utilizando apenas lápis, papel, calculadora e fita métrica como recursos e sem escalar o que objeto para medi-lo. A atividade foi adaptada de uma situação vivenciada pelo matemático Tales de Mileto, a ideia foi contribuir para a aprendizagem de conceitos matemáticos como: razão, proporção e semelhança de triângulos, por meio do cálculo da altura de objetos. Já que a atividade partiu de uma situação vivenciada pelo matemático Tales de Mileto, a História da Matemática esteve presente como *Estratégia Didática* (VIANNA, 1995).

3. *Praticando o que aprendeu com Thales*. Nesta proposta pedagógica foi solicitado aos alunos que determinassem a altura de uma árvore representada numa figura. A atividade apresentou uma situação similar à ideia de Tales de Mileto, usada entre os séculos VII e VI a.C., para a medição da pirâmide de Quéops, envolvendo razão, proporção e semelhança de triângulos. A ideia era que os alunos justificassem o que estavam pensando, pois muito deles, tinham a crença de que em Matemática só se faz conta. Neste caso, a História da Matemática foi usada como *Estratégia Didática*, já que a atividade proposta foi motivada a partir de um conceito histórico.

4. *Construindo um teorema*. Esta atividade foi proposta com o objetivo de fazer os alunos chegarem ao Teorema de Tales. Ela foi dividida em três etapas. Para que os alunos pudessem construir o Teorema, foram dadas situações que os auxiliavam nessa construção. Ao final das etapas, havia algumas perguntas para permitir reflexão, por parte dos alunos, sobre o que tinham feito. Desta forma, a História da Matemática esteve presente na construção do teorema, ou seja, ela foi usada como *Estratégia Didática*.

5. *Investigando o Teorema de Tales em feixe de retas*. Aqui, foram dados alguns exercícios aos alunos para utilizarem o Teorema de Tales. Os estudantes deveriam encontrar o valor da incógnita x nesses exercícios. No meio da atividade, alguns alunos fizeram comentários sobre o exercício e a história do Teorema de

Tales, associando o exercício e o Teorema, ao contexto dado, ou seja, a história esteve presente enquanto *Estratégia Didática*.

De acordo com o processo analítico desta pesquisa, cinco, das onze atividades propostas, utilizaram a História da Matemática. Segundo as categorias propostas por Viana (1995), quatro atividades usaram a história como *Estratégia Didática* e, em uma atividade, ela apareceu como *Motivação e Informação*.

M- HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E TEATRO NAS AULAS SOBRE TEOREMA DE TALES: UM SCRIPT PROPOSTO

Dissertação de mestrado: Maria Edilande Braz – UFRN – 2014

Esta produção científica apresenta os resultados de uma investigação acerca de como a História da Matemática e o Teatro podem contribuir para a construção do conhecimento matemático de estudantes do Ensino Fundamental. Tal proposta foi viabilizada, por meio de uma peça teatral e apresentação de um *script* (roteiro), em cujo cerne foi trazida uma abordagem histórica, que aborda a biografia de Tales de Mileto (624 – 546 a.C).

Para tratar da questão da História da Matemática, a autora apoiou-se em pesquisas de BERLINGHOFF & GOUVÊA (2008), VALDÉS (2006), D'AMBRÓSIO (1999), e MIGUEL (1993,1997). Além disso, traz um referencial que aborda o uso de Teatro em sala.

A pesquisa foi realizada em duas turmas do 9º ano do Ensino Fundamental. Para a análise de dados, foram aplicados dois questionários. Um no início da pesquisa e outro, após a apresentação da peça teatral. Os questionários continham perguntas abertas e fechadas. Alguns exemplos de questões abertas no questionário são:

1. Existe alguma disciplina que você não gosta? Sim ou Não? Em caso afirmativo, qual(is)?;
2. Se respondeu que sim na questão anterior, responda: qual(is) o(s) motivo(s) que fez(fazem) você não gostar desta disciplina?;
3. Existe alguma disciplina que você gosta muito? Qual?;
4. Você gosta das aulas de Matemática? Justifique sua resposta;
5. A Matemática tem alguma importância para você? Sim ou Não?;
6. Se você respondeu que sim na questão anterior, qual é essa importância?;
7. Como você imagina que algumas pessoas descobriram fórmulas e teorias matemáticas que você estuda na escola?

8. Conhecer a história de vida dos matemáticos, ou a história do descobrimento de fórmulas e teorias da Matemática ajudaria a você a compreender essa disciplina? Sim ou Não. (BRAZ, 2014, p.154-156)

Este questionário era composto por 16 questões, contendo questões de informação pessoal, formação estudantil, atividade de entretenimento e sobre História da Matemática. Na maioria das questões, os alunos deveriam escolher entre sim ou não e justificar a resposta.

O segundo questionário possuía 6 questões, seguem aqui 5 delas:

1. De sua opinião sobre a apresentação da peça teatral?
2. Utilizar peças teatrais na sala de aula ajudaria na compreensão dos conteúdos matemáticos? Justifique sua resposta;
3. Conhecer por meio da peça teatral a história de Tales de Mileto foi importante para as aulas de Matemática?;
4. Seria importante nas aulas de Matemática conhecer a vida de outros matemáticos? Justifique.;
5. Atividades que trabalham com o teatro podem contribuir para o estudante frequentar a escola? Justifique sua resposta. (BRAZ, 2014, p.156-158)

Além disso, a pesquisa contou com a aplicação de 3 jogos teatrais na sala de aula, retirados do livro *Um manual para professores (2007)* de Viola Spolin (2007). A saber: “Ruas e Velas”; “Cabo de Guerra”; “Substância no espaço”. Por fim, foi realizada a peça teatral, que consistia em um texto com quatro episódios. Para a produção desta peça foi criado um *script* (roteiro), elaborado considerando a história do Matemático Tales de Mileto.

O objetivo geral deste estudo foi analisar o uso da História da Matemática como recurso pedagógico nas aulas de Matemática, por meio do Teatro. Para a pesquisadora, a inter-relação do Teatro com algumas potencialidades da História da Matemática contribuiu para tornar o conteúdo matemático apresentado mais acessível e interessante. Visto que levou os estudantes a perceberem as motivações que levam o homem a uma descoberta, dando ao conhecimento matemático mais significação.

Abaixo seguem as descrições das atividades que utilizaram a História da Matemática:

1. *Geometria de Tales (624 – 546 a.C.): Script de uma peça teatral:* Esta atividade consistia na organização de um *script* para uma peça teatral, cuja finalidade educativa se constituiu na elaboração de um produto educacional. Para a

produção da peça teatral, foi criado um *script* proposto com base na história do Matemático Tales de Mileto. Nesta atividade temos a História da Matemática como *Motivação e Informação*, a atividade foi introduzida com fatos históricos que não estão atribuídos à aprendizagem do conteúdo. Segundo as categorias criadas por Vianna (1995), a História da Matemática esteve presente como *Motivação e Informação*.

N- INVESTIGAÇÃO HISTÓRICA NAS AULAS DE MATEMÁTICA: AVALIAÇÃO DE DUAS EXPERIÊNCIAS

Dissertação de mestrado: Odenise Maria Bezerra – UFRN – 2008

Esta produção acadêmica objetivou investigar como um grupo de alunos do curso de Licenciatura em Matemática, denominado pela autora como grupo de estudo, envolvia-se na realização de atividades de investigação em conteúdos de Matemática, a partir da História da Matemática.

Teoricamente, a autora discutiu a História da Matemática como estratégia de ensino, apoiada em trabalhos de MENDES (2005, 2006), MIGUEL & MIORIM (2005) e FOSSA & MENDES (1998).

A testagem das atividades foi realizada com um grupo de alunos da disciplina Estágio Supervisionado, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN. E também, com um grupo de participantes de um minicurso intitulado “Ensino de Matemática a partir de atividades estruturadas”, oferecido na XIX Semana da Matemática, realizada na UFRN.

Além das atividades, houve a aplicação de um questionário e entrevistas com o grupo de estudo. O questionário era composto por 10 questões, a saber:

1. Em relação ao grupo: a) Como ocorreu a interação verbal em sala de aula? B) Como foram as interações verbais com o professor da disciplina e com os professores auxiliares? C) Como se manifestaram o raciocínio e os conhecimentos matemáticos nessa experiência?;
2. Qual a contribuição da investigação histórica realizada para a compreensão dos conceitos matemáticos?;
3. Que contribuições a História da Matemática pode dar para as atividades realizadas em sala de aula?;
4. O que você entende por investigação?;
5. Em sua opinião, qual a importância de se trabalhar com investigação em sala de aula?;

6. De que modo você acha que esta nova metodologia de ensino-aprendizagem da História da Matemática contribuiu para a formação dos conceitos matemáticos estudados?
 7. Teça considerações sobre a nova metodologia de ensino-aprendizagem trabalhada neste semestre;
 8. Escolha pelo menos um episódio acontecido em sala de aula que você achou importante e faça seus comentários;
 9. quais as contribuições da metodologia adotada para a sua formação profissional?;
 10. Como você utilizara os conhecimentos aprendidos nesta disciplina com os estudantes do Ensino Fundamental ou Médio quando for professor?.
- (BEZERRA, 2008, p. 96)

As entrevistas (duas no total) continham 5 perguntas. Na primeira:

1. De maneira geral, o que falta, por vezes, em algumas aulas de Matemática para que elas funcionem de maneira mais eficaz?;
 2. Existe algum momento na sua vida que retrate a futura professora que você escolheu ser?;
 3. Como você espera superar os problemas que irão surgir na sua prática docente?;
 4. Quando você decidiu ser professora de Matemática, já achava que ela era considerada uma disciplina difícil? Como espera trabalhar essa informação junto aos futuros alunos?;
 5. Qual a sua opinião sobre o atual ensino da Matemática? Houve mudanças significativas em relação ao tempo em que você era aluna?;
- (BEZERRA, 2008, p. 97)

Na segunda:

1. Qual o principal motivo que a levou a aceitar trabalhar com um grupo de estudo que lidasse com elaboração de atividades envolvendo investigação matemática?
2. Que tipo de dificuldades você acha que vai enfrentar *trabalhando com atividades* dessa natureza?
3. Quais são suas principais expectativas em relação a essa nova proposta de trabalho?
4. Você acha que vai ter muitas dificuldades para conseguir *elaborar essas atividades*?
5. Qual é sua maior preocupação em relação a tudo isso? (BEZERRA, 2008, p. 98)

Quanto as atividades, aplicaram-se 10 no total, sendo elas:

1. Investigando e aprendendo;
- 2 De onde veio essa fórmula;
3. A fórmula hindu;
4. Não perca o zero;
5. Olhando o delta;
6. A primeira fórmula;
7. Completando quadrados 1;
8. Completando quadrados 3;
9. O x da questão;

Este fazer científico teve como objetivo geral investigar como um grupo de alunas do curso de Licenciatura em Matemática, denominado “grupo de estudo”, envolvia-se na realização de atividades de investigação em Matemática, a partir da História da Matemática, partindo da premissa de que o referido grupo não tem prática pedagógica para lidar com esse tipo de abordagem metodológica dentro da disciplina de Matemática.

A partir da pesquisa, a autora chegou à conclusão de que atividades que envolvem a História da Matemática podem proporcionar aos alunos momentos de verdadeira atividade matemática. São capazes de contribuir para os alunos compreenderem o que é a Matemática, como fazer Matemática e como se dá a aprendizagem do aluno. Segundo Bezerra (2008) a inclusão da História da Matemática é necessária como abordagem didática nos cursos de Licenciaturas em Matemática e deve ser inserida nos currículos pedagógicos como metodologia de ensino. Para que os futuros professores saibam como inserir a História da Matemática em suas aulas.

Segue uma breve descrição das atividades que utilizaram a História da Matemática:

1. *De onde veio essa fórmula?*. Esta atividade tinha algumas situações problemas, o intuito era que os alunos resolvessem equações do 2º grau. Inicialmente, foi comentado o contexto histórico das equações de 2º grau e, a partir disso, os alunos resolveriam os problemas propostos, desta forma, a História da Matemática foi usada como *Motivação e Estratégia Didática*.

2. *A fórmula Hindu*. Nesta atividade o contexto histórico tratou da resolução usada pelos antigos matemáticos hindus para resolver equações do 2º grau. Foram propostos alguns exercícios para que os alunos usassem a fórmula hindu na resolução. Ao se observar a descrição da atividade, conclui-se que a História da Matemática esteve presente como *Motivação e Estratégia Didática*.

3. *Não perca o zero*. Esta atividade vincula-se à invenção do zero que ocorreu no século VI. Os participantes tinham de resolver equações do 2º grau incompletas. Inicialmente, foi mostrado o contexto histórico sobre o número zero. Deste modo, a História da Matemática aparece como *Motivação e Informação*, mesmo tendo um contexto histórico, já que as atividades não estavam ligadas a ele.

4. *Olhando o Delta*. Nesta atividade foram propostos alguns exercícios que tinham como objetivo levar os alunos a analisar as raízes da equação. Ela estava relacionada a um contexto histórico, logo a História da Matemática inseriu-se como *Motivação e Estratégia Didática*.

5. *A primeira fórmula*. A partir da fórmula do discriminante, a atividade tinha como objetivo propor aos alunos a resolução de equações do 2º grau completas. As atividades foram formuladas via contexto histórico sobre as equações de 2º grau completas, aqui, a História da Matemática apresentou-se como *Motivação e Estratégia Didática*.

6. *Completando quadrados 1*. Nesta proposta, a ideia era completar quadrados pelo método geométrico e resolver equações do 2º grau completas sem o auxílio da fórmula do discriminante. O contexto histórico da atividade, relacionado ao Matemático Al-Khwarizmi, foi apresentado e as atividades formuladas a partir dele. Sendo assim, a História da Matemática foi usada como *Motivação e Estratégia Didática*.

7. *Completando quadrados 2*. Similar a atividade anterior, o objetivo desta foi propor a resolução de equações do 2º grau completas, completar quadrados, extrair raiz quadrada e proporcionar revisões das operações com números decimais. Utilizou-se o contexto histórico sobre Al-Khwarizmi que não se apropriava nesta fase do conhecimento dos números negativos. Assim, a História da Matemática apareceu como *Motivação e Estratégia Didática*.

8. *Completando quadrados 3*. O objetivo desta proposta foi classificar as equações do 2º grau e identificar a equação fora do contexto de algoritmo, ou seja, identificar a equação quando ela é representada somente com palavras, sem símbolos matemáticos. Inicialmente, apresentou-se um contexto histórico. Por esta razão, a atividade foi classificada como *Motivação e Estratégia Didática*.

9. *O X da questão*. Nesta atividade, a autora objetivou que os participantes resolvessem equações do 2º grau incompletas, para identificar a solução adequada de um problema matemático e desenvolver métodos para aproximar a raiz quadrada. Para tanto, foi necessário usar os conhecimentos prévios apresentados via contexto histórico dado no princípio da aula. A partir disso, conclui-se que a atividade usou a História da Matemática como *Motivação e Estratégia Didática*.

10. *Duas vezes procurado*. Nesta atividade, os participantes deveriam resolver equações do 2º grau incompletas e serem críticos ao encontrar a solução de um problema matemático. Assim como em outras atividades, para a realização desta, os alunos leram um texto sobre a história da atividade e depois efetivou a proposta. Deste modo, a História da Matemática foi usada como *Motivação* e *Estratégia Didática*.

Das 11 atividades propostas, 10 usaram a História da Matemática e, segundo as categorias criadas por Vianna (1995), em todos os casos a história foi usada como *Motivação* e, em nove casos, a história foi usada como *Estratégia Didática*, em uma, apareceu como *Informação*.

O- ENSINO DE MATEMÁTICA, HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E ARTEFATOS: POSSIBILIDADE DE INTERLIGAR SABERES EM CURSOS DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES DA EDUCAÇÃO INFANTIL E ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL.

Tese de doutorado: Rosalba Lopes de Oliveira – UFRN – 2009

Esta pesquisa usa a História da Matemática junto à utilização de artefatos históricos, sendo estes compreendidos como objetos, documentos, monumentos, imagens, fotografias e outros materiais que dão sentido às ações do homem no passado e que representam a história da humanidade.

Para fundamentação teórica, a autora utiliza estudos de autores como CERTEAU (2007), D'AMBROSIO (2006), MENDES (2001, 2005, 2006), D'AMBROSIO (2005), MIGUEL & MIORIM (2005), BARROS (2004), FAUVEL (2000), SCHUBRING (2000), MIGUEL (1993, 2005), e MIGUEL & BRITO (1996).

O ponto de partida foi o artigo *An Artefactual Approach to Ancient Arithmetic*, de Irene Percival (2001). Os artefatos históricos que foram citados são da civilização Egípcia; da civilização Babilônica; da civilização Maia; da civilização Romana, e outros artefatos históricos. A partir deles, a autora criou atividades e para cada artefato estudado.

O objetivo geral do estudo foi examinar a possibilidade de utilização da História da Matemática, por meio de atividades de ensino calcadas no uso e

exploração de artefatos históricos. A pesquisadora defende ser primordial que o professor conheça a história das disciplinas que leciona e a relevância de se permitir aos alunos ampliar seus conhecimentos sobre as ideias que deram origem ao conhecimento matemático. Segundo a pesquisadora, a História da Matemática deve ser utilizada como metodologia de ensino e que a utilização de artefatos históricos em atividades de ensino possibilita a mediação da aprendizagem e a integração de saberes, estabelece sentido as ações do homem no passado, dando motivação para o estudo dos conteúdos.

Abaixo seguem as descrições dos artefatos e as atividades propostas que se valeram da História da Matemática:

1. *Artefatos da Civilização Egípcia*. Os primeiros artefatos antigos discutidos remetem à Civilização Egípcia. A partir deles, foram desenvolvidas seis atividades: A primeira, “Por dentro do artefato”, objetivou contextualizar os artefatos no tempo e no espaço, mostrando a sua história, estrutura, composição e outros elementos. Nesta atividade foi necessário o uso de livros de História da Matemática, revistas, sites da internet e cópias de réplicas de papiros da civilização antiga egípcia.

Na segunda, “Analisando o artefato”, foi utilizada a cópia do Problema 79 do Papiro de Rhind, com o objetivo de propiciar ao alunos momentos de observação, análise e descoberta do que está posto no artefato. A partir deste processo, os alunos discutiram sobre a simbologia usada e sobre o conteúdo proposto no problema.

Na terceira, “Pesquisando Artefatos”, o mote era investigar outros artefatos que retratavam o cotidiano, as artes, a religião, a ciência, a sociedade, a arquitetura e outros aspectos da civilização egípcia. Na quarta, “Operando com símbolos egípcios”, buscou-se colocar em prática os conhecimentos adquiridos sobre símbolos egípcios com o objetivo de explorar as regras do sistema de numeração egípcio e a forma de operação deles.

Na quinta, “Por dentro do artefato”, o objetivo foi levar os alunos a aprenderem mais sobre a constituição da sociedade egípcia e o significado de alguns símbolos que aparecem nos artefatos. Aqui, o artefato eleito partiu do significado da cabeça de clave do rei Narmer. No sexto, “Explorando o olho de Hórus”, o objetivo era a exploração do Olho de Hórus, discussão do seu papel na

Matemática, onde pode ser explorada a forma de divisão, as representações de frações pelos egípcios, as unidades de medidas e volumes.

As atividades propostas usando artefatos da civilização egípcia utilizaram a História da Matemática como *Motivação*, ao introduzirem contextos históricos, *Estratégia Didática*, ao partir de conceitos históricos foram discutidos conteúdos, *Informação*, ao utilizar alguns artefatos analisados apenas como parte histórica e não abordarem conteúdos matemáticos e como *Parte integrante do desenvolvimento do conteúdo*, ao se valerem da história, mas sem estar diretamente ligada aos conteúdos, sendo necessária para introduzir conceitos matemáticos.

2. *Artefatos da Civilização Babilônica*. O segundo grupo de artefatos discutido foi da civilização Babilônica, com um total de três atividades. Na primeira, há a exposição de dados históricos, intitulado “Um passeio na história da civilização mesopotâmica”, nesta atividade, a estudiosa buscou propiciar momentos de pesquisa sobre aspectos históricos relacionados àquela civilização citada. Na segunda, nomeada “Por dentro do artefato”, os alunos tiveram de analisar os tabletas mesopotâmicos.

Na terceira, “Explorando tábuas de multiplicação”, a partir do conhecimento sobre os tabletas mesopotâmicos, os alunos tiveram a oportunidade de analisar uma cópia de um tablete, contendo uma tabuada de multiplicação escrita com símbolos babilônicos e discutir o conteúdo de matemática presente. Pelos mesmos motivos das atividades anteriores, estas propostas se valem da História da Matemática como *Motivação*, *Estratégia Didática*, *Informação* e *Parte Integrante do desenvolvimento do conteúdo*.

3. *Artefatos da civilização Maia*. Nesta atividade Foram analisados os artefatos Maias e propostas quatro atividades. Na primeira, “Um passeio pela história da civilização maia”, o intuito foi realizar pesquisas sobre aspectos históricos relacionados à civilização em questão. Na segunda, “Por dentro do artefato”, Oliveira (2009) objetivou pesquisar sobre o artefato *Códice de Dresden* e seus aspectos.

Na terceira, “Conhecendo o sistema de numeração maia”, o intuito foi apresentar a forma de organização do sistema de numeração maia, explorando escritas e símbolos. Na quarta, intitulada “Dando margem à criatividade” o propósito foi pesquisar em diferentes documentos históricos aspectos relacionados à civilização maia, a fim de subsidiar a construção de uma réplica do *Códice de*

Dresden. Desta maneira, a História da Matemática foi utilizada como *Motivação, Estratégia Didática, Informação e Parte Integrante do desenvolvimento do conteúdo*.

4. *Artefatos da Civilização Romana*. Aqui, Oliveira (2009) organizou quatro atividades. A primeira, denominada “Um passeio pela história da civilização romana” teve como objetivo ampliar o conhecimento dos alunos sobre esta civilização, destacando seus aspectos mais relevantes. A segunda, chamada “Por dentro do artefato”, buscou mostrar o ábaco de bolso, a fim de fazer uma análise da cópia deste artefato, como é utilizado, pesquisar a sua história e os conteúdos de matemática que estão relacionados a ele.

Na terceira, “Caracterizando o sistema de numeração romano”, o objetivo foi discutir a estrutura organizacional do sistema de numeração romano e realizar uma atividade em grupo, em que os alunos deveriam construir um jogo com perguntas e respostas utilizando o sistema de numeração romano. Na quarta, “Criando um jornal romano” o propósito foi trazer ao aluno um espaço para pesquisas, por meio da construção de um jornal para apresentar outros artefatos e informações sobre a cultura romana. Além disso, foi realizada outra atividade em grupo, em que os alunos deveriam produzir matérias para o jornal. Assim, a História da Matemática foi utilizada como *Motivação, Estratégia Didática, Informação e Parte Integrante do desenvolvimento do conteúdo*.

5. *Explorando outros artefatos*. Esta atividade buscou propiciar aos alunos a análise e busca de outros artefatos pertencentes a outras civilizações. Como a atividade buscava trazer conhecimentos a respeito de outros artefatos e de que maneira a História da Matemática esteve presente, esta atividade foi classificada apenas como *Informação*, por trazer conceitos históricos que não influenciaram o ensino de algum outro conteúdo.

De acordo com as categorias criadas por Viana (1995), as quatro propostas que apresentaram alguns artefatos se valeram da História da Matemática como *Motivação, Estratégia Didática, Informação e Parte Integrante do desenvolvimento do conteúdo*. Apenas a última atividade, baseada na análise de outros artefatos de outras civilizações, usou a História da Matemática apenas como *Informação*.

P- ELABORAÇÃO E APLICAÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA NUMA ABORDAGEM HISTÓRICA

Dissertação de Mestrado: Severino Carlos Gomes – UFRN – 2011

O presente estudo relata a construção de um caderno de atividades para o ensino de Trigonometria Plana. Para tanto, foram feitas considerações sobre a História da Matemática como metodologia de ensino, a respeito da formação do professor de Matemática e sobre o percurso de elaboração/experimentação das atividades.

Em sua abordagem teórica, o autor fundamenta a pesquisa nos estudos de BARONI & NOBRE (1999), MENDES (2001), FAUVE & MAANEM (2002), BARONI, TEIXEIRA & NOBRE (2004) e MIGUEL & MIORIM (2005).

Motivado por alguns livros, artigos, dissertações e teses que envolvem o ensino e aprendizagem de Trigonometria, em especial, o ensino de trigonometria numa abordagem histórica, Gomes (2011) construiu uma sequência de atividades aliando conceitos geométricos fundamentais ao estudo da trigonometria. As atividades se fundamentaram no estudo de BRITO & MOREY (2004), que versa sobre as dificuldades encontradas por professores de Matemática da rede de ensino público do Rio Grande do Norte.

Houve um total de 5 atividades criadas para o caderno de atividades. A primeira delas explorou polígonos regulares inscritos na circunferência. Na segunda, calcularam-se os comprimentos de algumas cordas. Na terceira, efetivou-se a transformação da corda em seno. Na quarta, explorou-se o radiano como unidade de medida angular. E na quinta, o seno na circunferência unitária.

A pesquisa tinha como objetivos elaborar, validar e publicar uma sequência de atividades para o ensino de trigonometria aliada ao estudo do desenvolvimento histórico deste assunto. Além disso, levantou a questão se seria possível à elaboração de uma sequência de ensino de trigonometria que minimizasse os problemas, inerentes ao ensino de trigonometria. Em suas conclusões, o autor buscou incentivar a utilização de estratégias diferenciadas de ensino de Matemática, em especial, da História da Matemática e ressaltou que o professor de Matemática deve dominar os conhecimentos matemáticos para a utilização de uma sequência de ensino de trigonometria.

Seguem as atividades que usaram a História da Matemática:

1. *Explorando polígonos regulares inscritos na circunferência.* Esta atividade visou relembrar conceitos, elementos e propriedades dos polígonos regulares inscritos em uma circunferência. Iniciou-se com um texto que abordava a história dos conceitos do conteúdo previsto, aqui, a História da Matemática foi usada como *Motivação*. Além disso, foram propostas atividades que se baseavam nos conceitos matemáticos apresentados, usando a História da Matemática como *Estratégia Didática*. No final da atividade foram relacionados textos com a finalidade de permitir aos alunos conhecer mais sobre a construção da trigonometria. Aqui, a História da Matemática foi usada como *Informação*.

2. *Calculando os comprimentos de algumas cordas.* Esta atividade buscou investigar a relação entre as medidas do ângulo central e do lado de polígonos inscritos em uma circunferência e determinar o comprimento de algumas cordas. Para tanto, apresentou alguns exercícios para serem resolvidos e alguns exemplos. Ao final, foi apresentado um texto sobre as primeiras tabelas de cordas para a leitura com os alunos. Neste contexto, a História da Matemática foi usada como *Informação*.

3. *A transformação da corda em seno.* O objetivo desta atividade foi calcular o seno de um ângulo mediante o valor da meia-corda. A atividade foi iniciada apresentando-se um texto que continha aspectos históricos sobre o conteúdo, para usar a História da Matemática como *Motivação*. Em seguida, foram propostos exercícios que tiveram como base os conceitos históricos apresentados, utilizando a História da Matemática como *Estratégia Didática*. Ao final, havia um tópico, denominado “*para saber um pouco mais*”, com mais informações e curiosidades sobre o tema. Neste caso, a História da Matemática foi utilizada como *Informação*.

4. *O radiano como unidade de medida angular.* Esta atividade buscava conceituar o radiano como unidade de medida e compará-lo com a medida angular em grau. A atividade foi iniciada com um texto contendo dados históricos sobre o conteúdo, isto é, usando a História da Matemática como *Motivação*. Além disso, foram propostas atividades com base no texto apresentado, usando a História da Matemática enquanto *Estratégia Didática*. Por último, apresentou-se outros textos a título de curiosidade sobre o assunto. Assim, temos o uso da História da Matemática como *Informação*.

5. *O seno na circunferência unitária.* O objetivo desta proposta didática foi conceituar o seno na circunferência trigonométrica e estabelecer propriedades do seno por meio do gráfico que o representa. A atividade foi introduzida com um texto e, em seguida, foram propostos exercícios elaborados com base nos conceitos históricos, ou seja, nesta sequência, a História da Matemática foi usada como *Motivação* e *Estratégia Didática*. Ao final, foi apresentado um texto com algumas informações adicionais, usando a História da matemática como *Informação*.

Ao se analisar as atividades deste estudo sob as categorias criadas por Vianna (1995), a História da Matemática apareceu como *Motivação*, em quatro das cinco atividades, como *Estratégia Didática*, em quatro das cinco atividades, e como *Informação* em todas as propostas.

Q- A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO MOTIVAÇÃO PARA O PROCESSO DE APRENDIZAGEM E CONTEXTUALIZAÇÃO DOS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Dissertação de mestrado: Thiago Barros de Castro – UFJF – 2016

Este trabalho busca apresentar reflexões e argumentos referentes à importância instrumental e motivadora da História da Matemática para o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos, Além de reforçar como a História da Matemática se adequa nas propostas definidas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais e leis educacionais vigentes no sistema de ensino. No estudo em questão, também são destacadas as possibilidades de contextualização nos segmentos em que se encontra o educando, como aspecto escolar, social e filosófico.

O autor levanta a hipótese da História da Matemática ser usada como instrumento de aprendizagem e, para isso, fundamenta sua pesquisa nos trabalhos de EVANS (1976), MESERVE (1980), BOOKER (1988), ZUNIGA (1988), SWETZ (1989), FERREIRA (1992) e D'AMBROSIO (1999).

Conforme análise de Castro (2016) são propostas cinco atividades contextualizadas com a atualidade e que se valem da História da Matemática: 1. *Teorema de Tales e Altura da Pirâmide*; 2. *Raiz quadrada pelo Método Babilônico*; 3. *Soma dos termos de uma progressão aritmética finita*; 4. *Plano Cartesiano*; 5.

Enigma de Diofanto de Alexandria. Estas atividades mencionadas tratam-se de sugestões e não foram aplicadas em sala de aula.

Diante dos resultados obtidos pela pesquisa, o autor concluiu que a História da Matemática permite ao educando se localizar nos segmentos matemáticos, manter uma ligação entre as habilidades exigidas dos conteúdos de Matemática. Visto que pelo uso da História da Matemática como metodologia, o aluno tem uma compreensão linear do passado, presente e do futuro. O autor também aponta que a História da Matemática desperta o interesse, curiosidade e a motivação do aluno.

Abaixo, seguem as descrições das atividades que utilizaram a História da Matemática:

1. *Teorema de Tales e altura da pirâmide.* Esta atividade teve o objetivo de desenvolver a intuição, a criação e a capacidade de resolver problemas, por meio da exploração a curiosidade e a investigação do aluno. Ela foi desenvolvida para ser trabalhada em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental. Iniciou-se com uma fala sobre a história do conteúdo. Deste modo, a História da Matemática foi utilizada como *Motivação*. Na sequência, foram propostas atividades elaboradas tomando como base o contexto histórico, isto é, a História da Matemática usada como *Estratégia Didática*.

2. *Raiz quadrada pelo método babilônico.* Esta proposta buscou envolver os estudantes nos processos de construção dos conceitos matemáticos sobre radiciação e foi desenvolvida para ser aplicada em turmas do 9º ano do Ensino Fundamental. Assim como na atividade anterior, primeiro foi apresentada a história do conteúdo e, depois, foram propostos exercícios elaborados com base nas ideias do texto. Desta maneira, a História da Matemática aparece como *Motivação* e *Estratégia Didática*.

3. *Soma dos termos de uma progressão aritmética finita:* Esta proposta teve como objetivo a dedução da fórmula da soma dos termos iniciais de uma progressão aritmética pelo método de Gauss e aplicação da fórmula na resolução de problemas. A atividade foi desenvolvida para ser aplicada em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental. Neste contexto, a História da Matemática foi utilizada como *Motivação* e *Estratégia Didática*.

4. *Plano Cartesiano.* A atividade tinha como objetivo a aplicabilidade do conceito de plano cartesiano, com a localização das coordenadas nesse plano e

conhecimento dos principais fatos da vida de René Descartes. A atividade foi desenvolvida para ser aplicada em turmas do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental e projetada nos mesmo moldes das anteriores, com a História da Matemática usada como *Motivação e Estratégia Didática*.

5. *Enigma de Diofanto de Alexandria*. Esta proposta visou desenvolver o pensamento algébrico do aluno e levá-lo a perceber, por meio da contextualização histórica, a importância das equações como uma maneira de simplificar a linguagem dos problemas e possibilitar a sua interpretação e resolução, a partir do enigma sobre a idade de Diofanto. A atividade foi desenvolvida como sugestão para uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental, a ideia foi usar a História da Matemática como *Motivação e Estratégia Didática*.

Ao analisar este trabalho, classificamos as atividades que faziam uso da História da Matemática segundo as categorias criadas por Vianna (1995). Assim, pode-se dizer que prevaleceram a *Motivação e Estratégia Didática* nas cinco atividades propostas.

4.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE A ANÁLISE DAS DISSERTAÇÕES E TESES

Das 17 dissertações e teses analisadas, cuja prática e construção se valeram da História da Matemática no ensino de conteúdos desta disciplina para o Ensino Fundamental, 15 foram classificadas na categoria *Motivação*, 9 na categoria *Informação*, 15 na categoria *Estratégia Didática* e 4 na categoria *Parte integrante do desenvolvimento do conteúdo*.

Na tabela abaixo percebe-se uma maior apropriação do uso da História da Matemática como *Motivação* e *Estratégia Didática*.

Tabela 7 - Porcentagem análise das categorias.

A História da Matemática como motivação	A História da Matemática como informação	A História da Matemática como estratégia didática	História da Matemática como parte integrante do desenvolvimento do conteúdo
15	9	15	4

Fonte: elaborada pelo autor

A tabela 8 apresenta alguns autores e trabalhos citados nas pesquisas. Para a análise, separamos aqueles que falam sobre a História da Matemática e aparecem em dois ou mais trabalhos.

Tabela 8 - Autores e Trabalhos.

Autores	Trabalhos
MIGUEL, A.	<ul style="list-style-type: none"> - As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. - Três estudos sobre a história e Educação Matemática. - História da Matemática em atividades históricas. - História, Filosofia e Sociologia da Educação Matemática na

	formação do professor; um programa de pesquisa.
MIGUEL, A.; MIORIM, M. A.	- História na Educação Matemática: propostas e desafios.
MENDES, I. A.	- Investigação histórica no Ensino da Matemática - Números: O simbólico e o racional na história - Ensino da Matemática por atividades: uma aliança entre o construtivismo e a História da Matemática. - Atividades Históricas para o ensino de trigonometria. - A investigação histórica como agente de cognição matemática na sala de aula.
MENDES, I. A. ; FOSSA, J. A.	- Conceptions and attitudes of mathematics teachers toward the history of mathematics as a pedagogical device.
MENDES, I. A. ; FOSSA, J. A. ; VALDÉS, J. E. N.	- A história como um agente de cognição na Educação Matemática.
FOSSA, J. A.	- Recursos pedagógicos para o ensino da Matemática a partir das obras de dois matemáticos da antiguidade. - Teoria institucionalista da Educação Matemática.
VIANNA, C. R.	- História da Matemática na Educação Matemática. - Matemática e História: algumas relações e implicações pedagógicas
FAUVEL, J. ; VAN MAANEM, J.	- History in mathematics education: the ICMI study.
TZANAKIS, C. ; ARCAVI, A.	- Integrating history of mathematics in the classroom: na analytic survey

ARAMAN, E. M. O. ; NOBRE, S. A.	- O uso da História da Matemática com finalidades didáticas: o que está sendo investigado pela área 46 da capes.
BARONI, R. L. S.	- Pesquisa em História da Matemática: Questões metodológicas.
BARONI, R. L. S. ; NOBRE S.	- A pesquisa em História da Matemática e suas relações com a Educação Matemática.
BARONI R. L. S. ; BIANCHI, M. I.	- A História da Matemática como recurso didático.
BARONI R. L. S; TEIXEIRA, M. V. ; NOBRE, S.	- A investigação científica em História da Matemática e suas relações com o programa de pós-graduação em Educação Matemática.
D'AMBRÓSIO, U.	- História da Matemática e Educação.

Fonte: elaborada pelo autor

Dos 17 estudos analisados, 12 citaram o livro *Introdução à História da Matemática*, de Howard Eves e 10 citaram o livro *História da Matemática*, de Carl Boyer. Assim, pode-se constatar que estes são os dois os livros de História da Matemática mais foram utilizados como recursos na construção das pesquisas eleitas.

Além disso, nos trabalhos analisados, 9 autores relataram que uma das dificuldades mais frequentes, quanto ao uso da História da Matemática, trata-se da falta de recursos e materiais sobre esta e a ausência de literaturas disponíveis. A potencialidade do uso da História da Matemática em sala de aula apontada em 12 trabalhos configura-se como uma possibilidade de motivar os alunos e os levar a enxergar a Matemática como uma criação humana.

A análise realizada permite apontar que dos 17 trabalhos perscrutados, 15 propõem atividades e sequências didáticas que usam a História da Matemática como *estratégia didática*, isto é, como instrumento de condução do aluno no

desenvolvimento de determinado conteúdo e na construção de algum conceito. Também há o uso da História da Matemática como *Motivação*, trazendo a história como introdução dos conteúdos e a usando para desenvolver as atividades.

Ao selecionar os trabalhos investigados no item anterior, foram encontrados 6 trabalhos que não apresentavam atividades ou uma sequência de atividades, mas que discutiam aspectos relevantes concernentes ao uso da História da Matemática em sala de aula. A Tabela 9, que segue, apresenta estes trabalhos e traz uma breve descrição de cada um deles:

Tabela 9 - Outros trabalhos que abordam sobre a História da Matemática.

AUTORES	TÍTULOS	DESCRIÇÃO
Anderson Oramísio Santos (2013)	<i>História da Matemática como Metodologia alternativa para o desenvolvimento da prática pedagógica nos primeiros anos do Ensino Fundamental</i>	A pesquisa teve como objetivo propor o uso da História da Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental, discutindo a História da Matemática como metodologia de ensino, apresentando o que é sugerido pelos PCN de Matemática, e mostrando caminhos quanto ao uso da História.
Claudimar Abadio dos Santos (2007)	<i>A História da Matemática como ferramenta no processo de ensino-aprendizagem da Matemática</i>	O objetivo do trabalho era mostrar as possibilidades do uso da História da Matemática em salas de aula, como instrumento motivador e auxiliar no processo ensino aprendizagem de Matemática. como fator de motivação e contextualização. Além disso, trouxe os aspectos negativos e positivos quanto ao uso da História da Matemática.
Denise Benino Dourado Ribeiro (2015)	<i>O uso da história das equações nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática na Educação Básica</i>	Este trabalho buscou analisar, por meio de um estudo qualitativo, como a História da Matemática pode contribuir para o ensino e a aprendizagem da Matemática da Educação Básica. Além disso, propôs trazer as potencialidades pedagógicas

		da História da Matemática. A pesquisa foi desenvolvida em uma experiência formativa feita para professores de Matemática.
Emerson Batista Gomes (2005)	A História da Matemática como <i>metodologia</i> de ensino da Matemática	A pesquisa teve como objetivo investigar o que pensam os professores sobre a História da Matemática e como percebem e a utilizam. Para a pesquisa foi aplicado um questionário a 47 professores da rede pública e particular de ensino.
Graciana Ferreira Dias (2014)	A História da Matemática como metodologia de ensino: um Estudo a partir do <i>tratado sobre o triângulo aritmético</i> de Blaise Pascal.	Nesta pesquisa, a autora buscou investigar as possibilidades de utilização da História da Matemática como instrumento pedagógico, mediante a obra <i>Tratado sobre o Triângulo Aritmético</i> , de Blaise Pascal, em um contexto de formação de professores.
Marcos Denilson Guimarães (2012)	História da Matemática no Ensino Fundamental: usos em sala de aula pelo professor de Matemática da rede municipal de Aracaju - SE	Este trabalho apresentou os resultados de uma pesquisa, que tinha como objetivo identificar como professores de Matemática da rede municipal de Aracaju-SE fazem uso da História da Matemática, com a finalidade de ensinarem conteúdos matemáticos nos anos finais do Ensino Fundamental.

Fonte: elaborada pelo autor

É preciso ressaltar que ao realizar este mapeamento, buscou-se discutir o uso da História da Matemática no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, em nível de Ensino Fundamental, com o intuito de refletir sobre os resultados obtidos para uma possível elaboração de proposta a ser realizada em

uma classe EJA. A análise apresentada, neste capítulo, permitiu ter uma visão mais complexa sobre o uso da História da Matemática como abordagem de ensino, conhecendo as dificuldades encontradas pelos pesquisadores e as potencialidades dessa metodologia para a aprendizagem da Matemática.

CAPÍTULO V - UNIDADE DE ANÁLISE 2: SEQUÊNCIA DIDÁTICA

5.1 SOBRE SEQUÊNCIA DIDÁTICA APLICADA EM SALA DE AULA

Neste capítulo, o objetivo central é apresentar a sequência didática construída com base em todos os estudos anteriormente apresentados, na busca de reunir elementos para dar encaminhamento à questão de pesquisa pautada na discussão das possíveis potencialidades do uso da História da Matemática em turmas de EJA.

A sequência didática aqui apresentada, organizou-se a partir de atividades planejadas e tomou como as referências e demonstrações apresentadas no Capítulo II, algumas delas foram construídas a partir da adaptação de propostas conhecidas pela professora-pesquisadora durante o seu período acadêmico e em propostas encontradas na esfera digital.

Desta forma, procurou-se estabelecer a ideia de que a sequência de atividades trata-se de ser um ponto de partida, para abordar os estudos de demonstrações do Teorema de Pitágoras apresentados no decorrer da história. As escolhas das atividades foram planejadas de maneira a introduzir um nível de dificuldade possível e, ao mesmo tempo, desafiador para a classe EJA considerada. Isso se constituiu em algo plausível de ser executado, pelo conhecimento da classe pela professora-pesquisadora e pelo investimento na unidade de Análise 1, que permitiu a profissional conhecer um pouco mais sobre a realidade daquela classe EJA.

A realização das atividades foi feita em 10 aulas e um encontro final, em que alguns alunos apresentaram demonstrações do Teorema de Pitágoras para a comunidade escolar (alunos, professores e funcionários). É relevante atestar que todo material utilizado nas aulas, foi preparado antecipadamente.

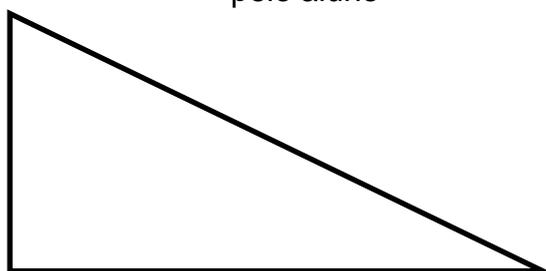
5.2 ATIVIDADE 1: CONSTRUÇÃO DE TABELAS

As aulas destinadas para o desenvolvimento da primeira atividade foram as duas primeiras do período noturno, sempre iniciadas com alguns minutos de atraso, devido a chegada de alunos depois da hora marcada, em decorrência de ser um

contexto de ensino que envolve estudantes trabalhadores e adultos, como as atividades foram em uma turma da EJA, é comum que os alunos se atrasem na primeira aula.

Antes de entregar a atividade impressa, foi perguntado aos alunos o que eles sabiam sobre o Teorema de Pitágoras, como uma forma de sondar conhecimento prévio e discutir o que era para eles o teorema. Muitos responderam que não se lembravam, ou que não sabiam nada, dois alunos responderam dizendo que era algo em um triângulo retângulo. Então, foi solicitado para que um deles desenhasse no quadro o que era um triângulo retângulo para ele, após o desenho um aluno respondeu que o maior lado se chamava hipotenusa e que os outros dois lados eram chamados de catetos, e que ele achava que o Teorema de Pitágoras tinha algo a ver com as medidas dos lados ao quadrado, mas que não se lembrava muito bem.

Figura 15 - Reprodução pela professora/pesquisadora do desenho representado pelo aluno



Fonte: elaborada pelo autor

Em seguida, a professora-pesquisadora pediu para os alunos preencherem uma tabela, cujo conteúdo era potenciação, nesta atividade, os alunos deveriam construir a tabela de potência de dois, visualizando a organização dos dados na tabela. O modelo da tabela pode ser visto na Figura 16 que se segue mais abaixo. A atividade poderia ser realizada individualmente ou em duplas. Como a tabela tinha potências com expoente igual a dois, foi trabalhado com os alunos o porquê de se falar “ao quadrado” para estes expoentes. Foi pedido então para os alunos desenharem quadrados com medidas de lado de acordo com alguns valores da tabela e que calculassem suas áreas, antes de fazer qualquer comentário. Muitos alunos se lembraram de que a área de um quadrado é igual a l^2 , ou seja,

$A_{\text{quadrado}} = l^2$. O objetivo era que os alunos relacionassem a expressão “ao quadrado” com a área do quadrado, considerando que em um quadrado todos os lados são iguais, então para se calcular a área deve-se multiplicar dois lados. Abaixo temos algumas das atividades desenvolvidas pelos alunos:

Figura 16 - Modelo da tabela construída pelos alunos

a^n	Expoente
↓ Base	2
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	

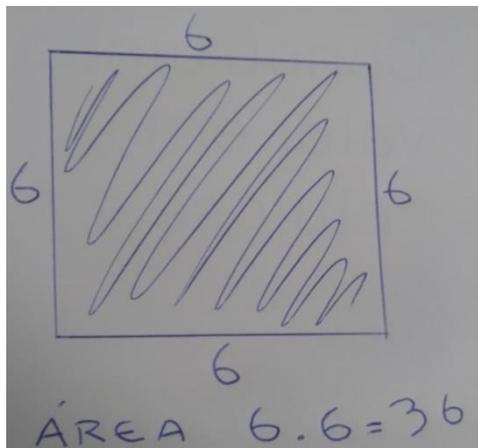
Fonte: elaborada pelo autor

Figura 17 – Tabela desenvolvida pelos alunos

a^n	Expoente	a^n	Expoente	a^n	Expoente
↓ Base	2	↓ Base	2	↓ Base	2
1	1	1	$1^2 = 1$	1	$1 \cdot 1 = 1$
2	4	2	$2^2 = 4$	2	$2 \cdot 2 = 4$
3	9	3	$3^2 = 9$	3	$3 \cdot 3 = 9$
4	16	4	$4^2 = 16$	4	$4 \cdot 4 = 16$
5	25	5	$5^2 = 25$	5	$5 \cdot 5 = 25$
6	36	6	$6^2 = 36$	6	$6 \cdot 6 = 36$
7	49	7	$7^2 = 49$	7	$7 \cdot 7 = 49$
8	64	8	$8^2 = 64$	8	$8 \cdot 8 = 64$
9	81	9	$9^2 = 81$	9	$9 \cdot 9 = 81$
10	100	10	$10^2 = 100$	10	$10 \cdot 10 = 100$
11	121	11	$11^2 = 121$	11	$11 \cdot 11 = 121$
12	144	12	$12^2 = 144$	12	$12 \cdot 12 = 144$
13	169	13	$13^2 = 169$	13	$13 \cdot 13 = 169$
14	196	14	$14^2 = 196$	14	$14 \cdot 14 = 196$
15	225	15	$15^2 = 225$	15	$15 \cdot 15 = 225$
16	256	16	$16^2 = 256$	16	$16 \cdot 16 = 256$
17	289	17	$17^2 = 289$	17	$17 \cdot 17 = 289$
18	324	18	$18^2 = 324$	18	$18 \cdot 18 = 324$
19	361	19	$19^2 = 361$	19	$19 \cdot 19 = 361$
20	400	20	$20^2 = 400$	20	$20 \cdot 20 = 400$

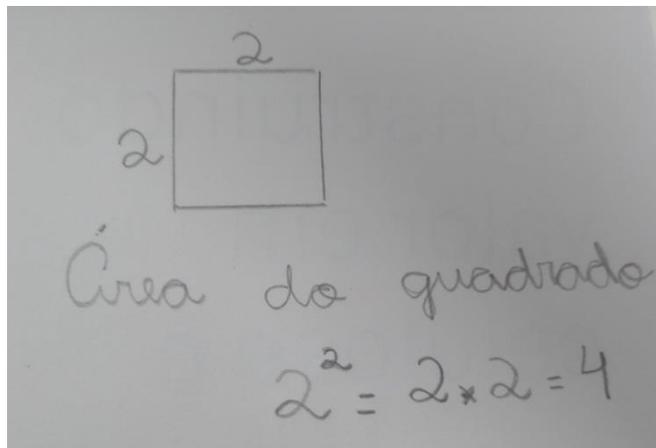
Fonte: elaborada pelo autor

Figura 18 - Atividade desenvolvida pelos alunos



Fonte: elaborado pelo autor

Figura 19 - Atividade desenvolvida pelos alunos



Fonte: elaborado pelo autor

Para construção da tabela, os alunos conferiam os resultados na calculadora, esse é um hábito de turmas EJA, em decorrência da dificuldade de cálculos mentais, porém, foi avisado que eles poderiam usar somente para conferência. Após a construção da tabela de potências com expoente igual a dois, voltamos ao desenho do triângulo retângulo feito pelo aluno, e denominados os lados, consideramos os catetos como a e b , e a hipotenusa como c .

Na sequência, foi pedido aos alunos que construíssem uma nova tabela, dessa vez, utilizando algumas ternas pitagóricas escolhidas aleatoriamente pela professora-pesquisadora, a intenção era que os alunos associassem os lados do triângulo retângulo com as ternas pitagóricas escolhidas. Além disso, foi explicado um pouco da história de tais ternas aos alunos, falando que na antiga Babilônia foram encontradas tabelas contendo listas de ternas de números inteiros com a propriedade de que um dos números quando elevado ao quadrado era igual à soma dos quadrados dos outros dois. Como as listas eram grandes, acredita-se que os Babilônios já sabiam a maneira de gerar essas ternas, também constam registros históricos que comprovam a existência e uso de tais tabelas de ternas no Egito antigo.

É importante resaltar que utilizamos apenas ternas pitagóricas, aquelas que satisfazem a um triângulo retângulo, não foi apresentado outros casos que

não tenham tenham relação com o que estava sendo desenvolvido, uma forma de manter o foco no conteúdo em questão.

Figura 20 - Modelo de tabela preenchida pelos alunos

TERNAS PITÁGORICAS (a, b, c)	a^2	b^2	$a^2 + b^2$	c^2
3, 4, 5				
5, 12, 13				
7, 24, 25				
8, 15, 17				
9, 40, 41				
11, 60, 61				
12, 35, 37				
13, 84, 85				
15, 112, 113				

Fonte: elaborada pelo autor

Assim como na atividade anterior, os alunos deveriam construir uma tabela, utilizando algumas ternas pitagóricas. Na tabela, foi deixada, propositalmente, uma coluna contendo a soma das áreas dos quadrados representados pelas medidas dos catetos, ao lado do valor para a hipotenusa, com o intuito de deixar visível para o aluno da igualdade, bem como a relação do triângulo retângulo com tais ternas. Abaixo temos algumas imagens da construção dos alunos.

Figura 21 - Atividade desenvolvida pelos alunos

TERNAS PITÁGORICAS (a, b, c)	a^2	b^2	$a^2 + b^2$	c^2
3, 4, 5	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$	$9 + 16 = 25$	$5^2 = 25$
5, 12, 13	$5^2 = 25$	$12^2 = 144$	$25 + 144 = 169$	$13^2 = 169$
7, 24, 25	$7^2 = 49$	$24^2 = 576$	$49 + 576 = 625$	$25^2 = 625$
8, 15, 17	$8^2 = 64$	$15^2 = 225$	$64 + 225 = 289$	$17^2 = 289$
9, 40, 41	$9^2 = 81$	$40^2 = 1600$	$81 + 1600 = 1681$	$41^2 = 1681$
11, 60, 61	$11^2 = 121$	$60^2 = 3600$	$121 + 3600 = 3721$	$61^2 = 3721$
12, 35, 37	$12^2 = 144$	$35^2 = 1225$	$144 + 1225 = 1369$	$37^2 = 1369$
13, 84, 85	$13^2 = 169$	$84^2 = 7056$	$169 + 7056 = 7225$	$85^2 = 7225$
15, 112, 113	$15^2 = 225$	$112^2 = 12544$	$225 + 12544 = 12769$	$113^2 = 12769$

Fonte: elaborada pelo autor

Três alunos apresentaram dificuldade na construção, o erro comum ocorreu na quarta coluna, onde os alunos somavam $a + b$, e esqueciam-se de elevar cada número ao quadrado. O erro pode ser observado na Figura 23 abaixo:

Figura 22 - Atividade desenvolvida pelos alunos

TERNAS PITÁGORICAS (a, b, c)	a^2	b^2	$a^2 + b^2$	c^2
3, 4, 5	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$	$9 + 16 = 25$	$5^2 = 25$
5, 12, 13	$5^2 = 25$	$12^2 = 144$	$5 + 12 = 17$	$13^2 = 169$
7, 24, 25	$7^2 = 49$	$24^2 = 576$	$7 + 24 = 31$	$25^2 = 625$
8, 15, 17	$8^2 = 64$	$15^2 = 225$	$8 + 15 = 23$	$17^2 = 289$
9, 40, 41	$9^2 = 81$	$40^2 = 1.600$	$9 + 40 = 49$	$41^2 = 1.681$
11, 60, 61	$11^2 = 121$	$60^2 = 3.600$	$11 + 60 = 71$	$61^2 = 3.721$
12, 35, 37	$12^2 = 144$	$35^2 = 1.225$	$12 + 35 = 47$	$37^2 = 1.369$
13, 84, 85	$13^2 = 169$	$84^2 = 7.056$	$13 + 84 = 97$	$85^2 = 7.225$
15, 112, 113	$15^2 = 225$	$112^2 = 12.544$	$15 + 112 = 127$	$113^2 = 12.769$

Fonte: elaborada pelo autor

Percebendo a dificuldade desses alunos, foi explicado novamente no quadro, de modo coletivo, e, individualmente, que ali não estava sendo considerada a soma dos lados a e b , mas a soma das áreas de quadrados com medidas de lados iguais a e b .

Após os alunos terminarem a construção da tabela, questionou-se o que perceberam e todos responderam que a soma de $a^2 + b^2 = c^2$. Após essa observação, dois alunos perguntaram se essa relação não seria o Teorema de Pitágoras, chegando, assim, no ponto esperado pela professora-pesquisadora com a aplicação da atividade. A partir disso, foi enunciado o teorema e sua história, como foi apresentado neste trabalho no Capítulo II, página 22. A professora explicou aos alunos que, em alguns livros, o teorema é enunciado como $a^2 + b^2 = c^2$ e, em outros, $a^2 = b^2 + c^2$. Ao final da aula, foram feitos alguns comentários para criar uma

espécie de trampolim didático para próxima aula. Todas as folhas de atividades desenvolvidas foram recolhidas para análise.

A análise parcial da atividade desenvolvida apontou que esta foi importante, no sentido de que a professora oportunizou aos alunos a relembrem conceitos partindo de uma atividade possível em que os alunos poderiam sentirem-se confortáveis e obterem sucesso em suas falas hipotéticas sobre o assunto. Acredita-se que o fato do aluno obter sucesso na primeira aula pode ser interessante para este aluno da EJA se sentir acolhido no processo de ensino e pela turma.

Os alunos preencheram os resultados solicitados dos “termos” presentes nas colunas utilizando calculadora, isso lhes trouxe confiança quanto aos cálculos realizados. No entanto, alguns alunos não se atentaram para a “chamada” da professora-pesquisadora com relação à explicação dada do conceito de potência relacionando-o ao conceito de área. Isso talvez tenha ocorrido pelo fato da preocupação dos alunos estar voltada para o lançamento dos números na calculadora. Assim, por várias vezes ignoraram as potências na soma dos termos “a” e “b” (conforme sinalizado pelo círculo vermelho na tabela apresentada acima). A professora fez citação de termos que talvez ainda fossem desconhecidos aos alunos “ternas pitagóricas”, entretanto, nenhuma interferência foi feita por parte dos alunos durante este momento da atividade.

Essa atividade retratada de maneira isolada não utilizou a História da Matemática para o desenvolvimento do conteúdo e mas com preocupação no processo desenvolvido, aqui representado pela organização dos dados em forma de tabela e do estímulo em salientar aos alunos que todos podem obter sucesso e de que são “humanos”, os responsáveis pelo investimento e pela produção de conhecimento nessa área.

A preocupação erigida na atividade proporciona o início de um processo de desalienação da Matemática. Miguel (1989) é um dos autores que enfatiza a importância de trabalhos que se atentam para esses aspectos. Nesta proposta, a História da Matemática foi utilizada como *fonte de informação*, pois ao enunciar o famoso teorema, já no final da aula, são relatados fatos históricos sobre o mesmo, e durante a aula apresentado fatos históricos sobre as ternas pitagóricas.

5.4 ATIVIDADE 2: DEMONSTRAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS USANDO QUADRICULADOS

As aulas destinadas a esta atividade foram a segunda e terceira do dia eleito. Como na aula anterior, o teorema foi enunciado, foram dedicados os minutos iniciais para falar mais sobre a história do Teorema de Pitágoras e sobre suas diversas demonstrações, assim como foi apresentado no Capítulo II. O destaque foi dado para o quadriculado encontrado em um dos mais antigos e famosos textos chineses sobre astronomia e Matemática, o *Zhoubi Suanjing*, dado também presente no Capítulo II desta dissertação. Esta atividade teve como objetivo retomar a História partindo da demonstração do uso de quadriculados. Nesta aula foram retomados conceitos relativos às propriedades de um triângulo retângulo (1 ângulo reto (90°) e 2 agudos).

Após a explicação sobre a história do teorema, a turma foi dividida em grupos de quatro pessoas. Cada grupo recebeu um triângulo retângulo feito com papel cartão e papéis coloridos. Eles deveriam desenhar partindo dos lados dos catetos, os quadrados, quadriculando em toda a extensão de cada uma das áreas. Os conteúdos aqui trabalhados foram à área do quadrado e sua relação num triângulo retângulo.

Figura 23 - Triângulo retângulo que os alunos receberam



Fonte: elaborada pelo autor

A medida dos lados os triângulos era 12 cm , 16 cm e 20 cm , de posse desta informação, os alunos deveriam construir os quadriculados de forma que fossem todos iguais, isto é, com medidas de 4 cm . Foi orientado que os quadriculados deveriam ser feitos nos dois quadrados menores e que a medida de todos os quadriculados deviam ser de tamanhos iguais. Era esperado que os alunos sozinhos

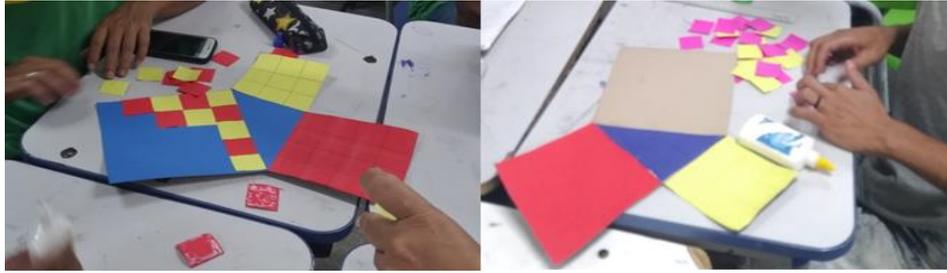
observassem que com a soma dos quadriculados dos dois quadrados menores, era possível obter a quantidade de quadriculados necessária para encontrar a área do quadrado maior.

Alguns grupos apresentaram dificuldade na construção dos quadriculados, - não se atentaram para a orientação dada pela professora ao determinar que os quadriculados deveriam ser traçados com tamanhos iguais. Assim, ao perceberem que havia desenhado com tamanhos diferentes e, conseqüentemente, ao preencherem a área do quadrado, ficavam lacunas que não preenchiam o quadrado maior.

Nesta fase da atividade, houve dois casos de grupos que cometeram essa desatenção, o primeiro caso, não se atentou as medidas dos lados dos quadrados menores, desenhando quadriculados com *1 cm de diferença*, o grupo percebeu a falha antes de colar os quadriculados, ao avaliarem que os quadriculados não estavam do mesmo tamanho. No segundo caso, o grupo percebeu o erro um pouco mais tarde, ao colarem os quadriculados notaram que a soma dos quadriculados dos quadrados menores, não completava o quadrado maior, ou seja, a relação de igualdade do teorema estudado não tinha sido atingida naquele caso, visto que tinham desenhado e recortado quadriculados de tamanhos diferentes. Os dois grupos por meio de auto avaliação se corrigiram

Os grupos perceberam que a soma dos quadriculados dos dois quadrados menores, era igual ao total de quadriculados do quadrado maior $9 + 16 = 25$, e logo associaram a relação $a^2 + b^2 = c^2$, lembrando-se da tabela de ternas pitagóricas que haviam construído na primeira atividade. Para melhor visualização, os alunos quadricularam os dois quadrados menores e recortaram outros dois quadrados iguais, com as mesmas medidas, assim completaram o quadrado maior. Ficou a cargo dos grupos a disposição das cores, ao preencherem o quadrado maior.

Figura 24 - Construção da atividade desenvolvida pelos alunos



Fonte: elaborada pelo autor

Conforme avaliado no processo de aplicação, esta atividade foi essencial para aprendizagem, todos os alunos presentes na sala se interessaram e participaram. A manipulação de materiais auxiliou na aprendizagem, além de ter alcançado o objetivo inicial, que era deduzir a partir da Geometria o Teorema de Pitágoras, associando à atividade a relação $a^2 + b^2 = c^2$

Figura 25 - Atividade desenvolvida pelos alunos



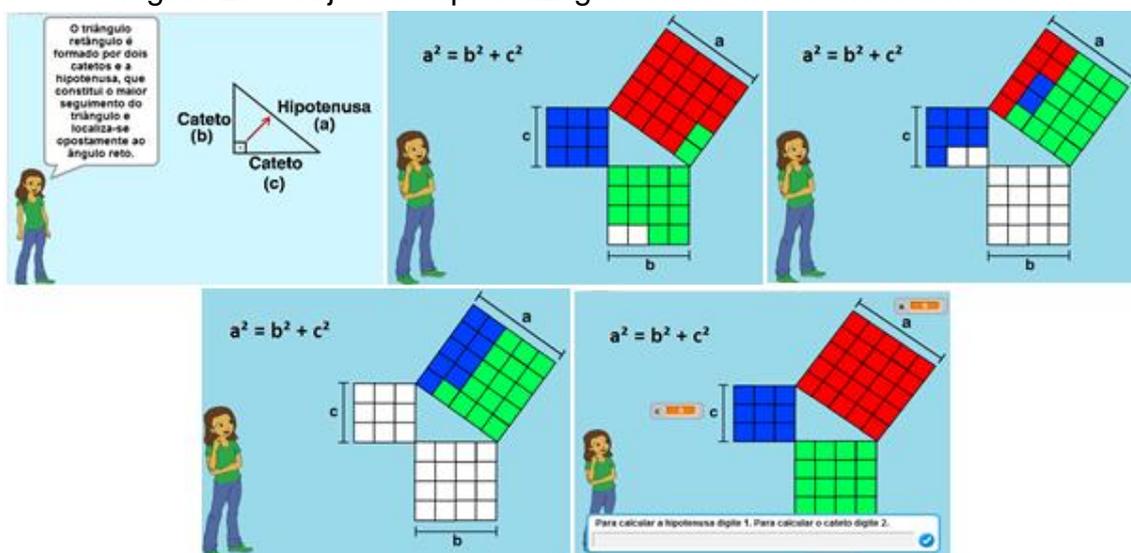
Fonte: elaborada pelo autor

Para conclusão da atividade, foi exibido um objeto de aprendizagem/ material criado no software *Scratch* pela professora, que também apresenta como objetivo a demonstração do Teorema de Pitágoras, utilizando quadriculados. Os princípios utilizados nessa demonstração são os mesmos que os apresentados nessa segunda

atividade, a diferença é que substituiu-se a manipulação dos objetos de maneira concreta para a forma digital.

A intenção da professora era a de oferecer oportunidade para os alunos visualizarem a atividade que fizeram através de outra ferramenta, a computacional. Essa ferramenta computacional calcula o valor referente à hipotenusa, quando dados os valores dos catetos e vice versa, por meio dela, foi possível voltar aos valores das ternas pitagóricas dadas na primeira atividade e visualizar utilizando recursos tecnológicos, se os valores dados satisfaziam a relação em um triângulo retângulo.

Figura 26 - Objeto de aprendizagem criado no software Scratch



Fonte: elaborada pela autor

Observa-se que houve a participação e motivação dos alunos na atividade e através da manipulação dos materiais. Eles conseguiram associar a Geometria apresentada a expressão matemática dada pelo Teorema de Pitágoras, o que significa que houve um aprendizado do conteúdo.

A possibilidade oferecida pela professora de fazerem o traçado dos quadrados levou aos dois grupos perceberem que o tamanho dos quadrados era algo a ser considerado, o que possibilitou aprender com seus próprios erros. Alguns alunos conseguiram relacionar o total de quadriculados de cada quadrado com a área, ao observarem que se multiplicassem os valores de quadriculados de cada lado, teriam o valor total de quadriculados de cada quadrado. Uma conjectura de um

dos alunos da turma foi a de mostrar a sua percepção da relação com a área do quadrado, ao contar o total de quadradinhos que tinha em cada lado. Um aspecto favorável à percepção dessa relação, centrou-se no uso de materiais concretos e manipuláveis, que nos pareceu importante, independentemente, da idade deles.

Nesta atividade, a História da Matemática pôde auxiliar os alunos a compreenderem os procedimentos que são usados na matemática, fazendo-os ter uma visão dos estudos realizados no decorrer da História, conforme defende D'Ambrósio (1997). Retomando a classificação feita por Vianna (1995), nesta proposta a História da Matemática foi utilizada enquanto *motivação*, isto é, apresentada no começo da aula como fatos histórico sobre o teorema e também foi utilizada como *estratégia didática*, pois a atividade foi realizada a partir do quadriculado encontrado em um dos mais antigos e famosos textos chineses sobre astronomia e Matemática, o *Zhoubi Suanjing*.

5.4 ATIVIDADE 3: DEMONSTRAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS POR DISSECAÇÃO (QUEBRA CABEÇA)

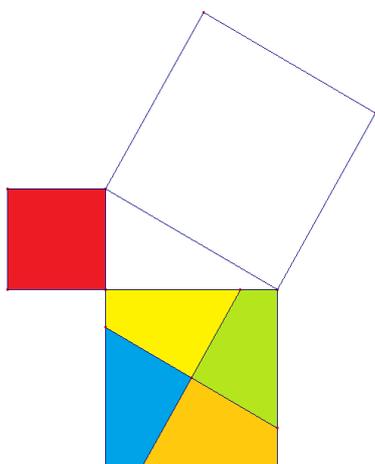
Esta atividade foi executada na quarta aula do dia, com duração de 50 minutos. Para efetivá-la usou-se a Demonstração XII exposta nesta dissertação, feita pelo astrônomo e matemático Henry Perigal (1801 – 1898). Nessa demonstração, Perigal disseca (decompõem) o quadrado construído sobre o maior cateto do triângulo retângulo por dois segmentos de retas que se intersectam no centro desse quadrado, um segmento de reta paralela e outro segmento de reta perpendicular à hipotenusa do triângulo retângulo, dividindo esse quadrado em quatro quadriláteros convexos congruentes.

A aula é iniciada, retomando as anteriores, o foco estava em dar oportunidade aos alunos de assimilação do conteúdo. Retornar é sempre relevante, pois a turma era de EJA, isto é, a maioria dos alunos são trabalhadores, não possuem tempo hábil para estudar em casa, por isso faz-se mister uma retomada do que foi dito. Por essa razão, destacamos as diversas demonstrações do Teorema de Pitágoras ao longo da história, focando na demonstração de Henry Perigal.

Para demonstrar o teorema por dissecação foi desenvolvido uma atividade lúdica, um quebra-cabeças, que translada figuras geométricas, baseado na ilustração da demonstração de Perigal, apresentado na figura 12, cumpriria o

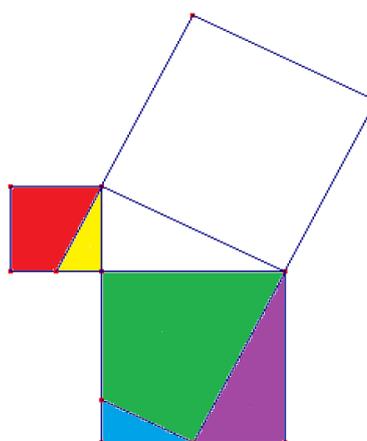
objetivo almejado. No início da aula, já foram definidas as regras de dissecação desta atividade. Na Figura 27, é possível observar um modelo do quebra cabeça baseado na demonstração, a Figura 28 apresenta outro modelo de quebra cabeça, que também foi trabalhado com os alunos. Os conteúdos aqui estudados relacionam-se com o Teorema de Pitágoras, áreas utilizando divisão de polígonos e translação de figuras geométricas.

Figura 27 - Modelo atividade



Fonte: elaborada pelo autor

Figura 28 - Modelo atividade



Fonte: elaborada pelo autor

Cada aluno recebeu duas folhas impressas contendo o tabuleiro do quebra-cabeça e as peças, coloriam o tabuleiro e as peças da forma que acreditaram ser a melhor. Colorir as peças foi parte importante do processo, pois os alunos tiveram uma melhor visualização da atividade, comparando as peças e vendo o modo que foram transladadas.

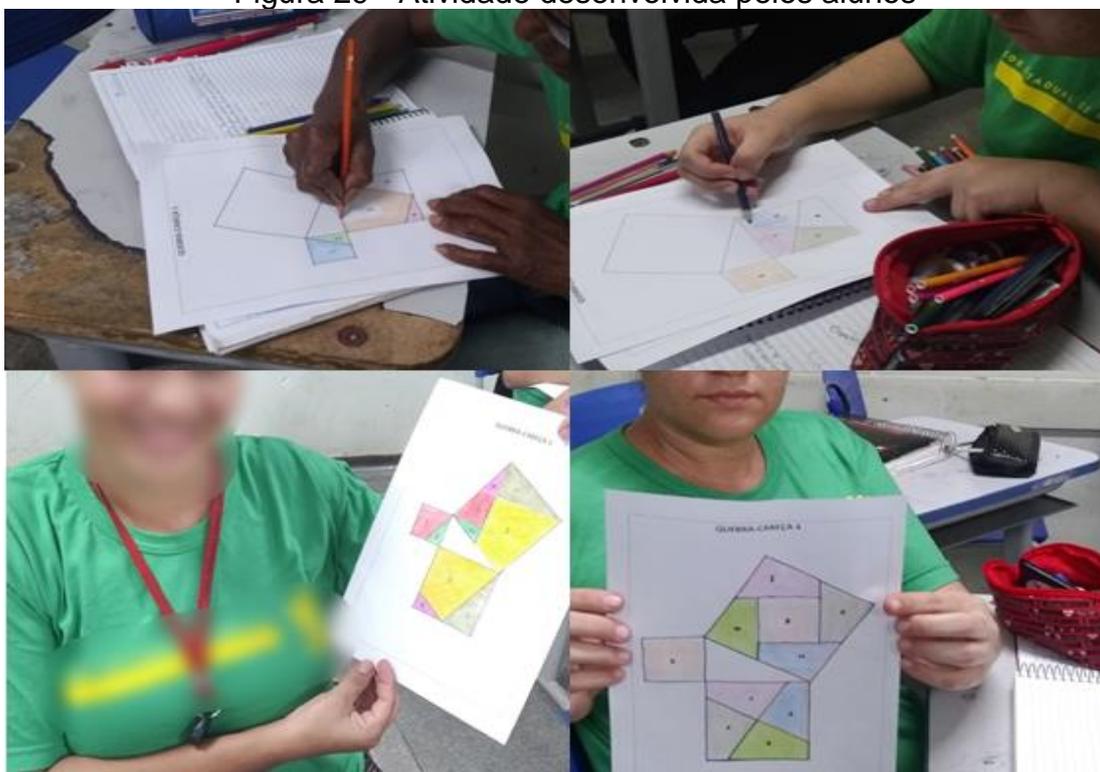
O que parecia ser rápido se tornou demorado, muitos alunos levaram um tempo considerável para completar o quebra-cabeça e alguns só conseguiram com o auxílio de um colega da sala, isso se deve ao fato dos alunos não observarem a translação das figuras geométricas, sem observar que esta não pode ser feita de qualquer maneira.

Ao final da atividade, pedi para os alunos comentarem o que acharam e perceberam no quebra-cabeça, todos disseram que gostaram muito da atividade e

tiveram que “quebrar a cabeça”, solicitaram mais atividades do tipo, um aluno comentou que percebeu que o Teorema de Pitágoras era válido para algumas figuras.

Assim como na Demonstração XII, apresentada no Capítulo II desta dissertação, foram feitas explicações sobre essa demonstração, a fim de demonstrar que não bastam apenas as interpretações em cima das figuras formadas. Faz-se necessário uma demonstração mais formal, para isso usamos o quadro, e um triângulo ABC, retângulo em A, demonstrando o quebra cabeça que eles haviam montado, assim como foi apresentado no Capítulo II na página 36.

Figura 29 - Atividade desenvolvida pelos alunos



Fonte: elaborada pelo autor

Observamos através da manipulação de figuras geométricas que os alunos preencheram as áreas dos quadrados menores e valendo-se das figuras desses quadrados preencheram a área do quadrado maior. Assim conseguiram visualizar outra demonstração geométrica do Teorema de Pitágoras utilizando novamente um material concreto/manipulável e perceberam que o teorema era válido com a área do quadrado sendo dividida em algumas figuras geométricas (polígonos).

Miguel (1997) traz argumentos favoráveis sobre o uso da História da Matemática, um deles é o fato de que a história pode servir de apoio para se atingir, com os alunos objetivos pedagógicos. É possível notar que esse argumento está em conformidade com a atividade realizada, pois a atividade foi baseada em uma das diversas demonstrações do teorema apresentadas ao longo da história, oferecendo oportunidades de mostrar a importância na área de Matemática e de outras ciências em relação ao estudo de outras formas de representação.

Alguns alunos não se atentaram a forma que as figuras deveriam ser transladadas, transladando-as de qualquer maneira e muitas vezes tentando forçar o resultado, para que a demonstração desse certo, esse fato mostra que muitos alunos não entenderam o conceito da atividade, percebendo-o apenas quando foi refeito usando o quadro.

A translação dos polígonos preenchendo as áreas menores e maiores deu oportunidade aos alunos de se atentarem para a restrição imposta pela professora-pesquisadora na apresentação da forma que o quadrado seria dissecado. Mesmo que a curiosidade em se investigar outros casos possíveis, a regra pode ser retomada pela professora, que utilizou o quadro para retomar as regras e o porquê delas.

Ao articularmos o que foi detectado com as categorias de Vianna (1995), pode-se dizer que a História da Matemática nessa atividade foi utilizada como *motivação*, pois foi apresentado no começo da aula fatos históricos sobre a demonstração de Henry Perigal, e também foi utilizada como *estratégia didática*, visto que a partir da demonstração de Perigal foi desenvolvida uma atividade lúdica, a partir da qual os alunos deveriam dissecar os quadrados menores.

5.5 ATIVIDADE 4: UTILIZAÇÃO DE BARBANTE E QUESTIONAMENTOS

Para esta atividade, foram utilizadas as duas primeiras aulas do período noturno. O primeiro passo dado foi o relato de que há registros na história de que os antigos egípcios construíam triângulos com lados medindo 3, 4 e 5, utilizando uma corda dividida em 12 partes iguais por 12 nós para marcar ângulos retos. Entretanto, não há evidências documentais de que os egípcios tivessem conhecimento do Teorema de Pitágoras, porém, certamente conheciam o triângulo retângulo e faziam

usos de suas medidas. Nessa atividade também foram apresentados outros exemplos.

Por meio dessas observações, foi proposto aos alunos que mostrassem se era possível, se ter um ângulo reto utilizando 3, 4 e 5 nós, assim como os antigos egípcios faziam para marcar os ângulos. Para isso, os alunos receberam um pedaço de barbante e foram recebendo instruções para realizar a atividade. A ideia foi a de retomar a história e trabalhar as propriedades de um triângulo retângulo e sua relação com as ternas pitagóricas.

Figura 30 – modelo da atividade



Fonte: Biblioteca³

O primeiro passo, já com o barbante em mãos os alunos deveriam construir o primeiro nó, após deveriam começar a dar outros, atentos à distância de um nó ao outro. Por fim, eles deveriam analisar a construção e explicarem o porquê quando três alunos seguram os respectivos nós, com espaços 3, 4 e 5, obtém-se um ângulo reto.

Figura 31 - Atividade sendo desenvolvida pelos alunos

Disponível em <<https://bibliot3ca.com/a-corda-de-81-nos-uma-visao-operativa/>> Acesso em 05-01-2019 às 17h



Fonte: elaborada pelo autor

Diante da atividade, uma aluna respondeu que se obtinha um ângulo reto, porque formava um triângulo retângulo, outro aluno completou dizendo que na tabela anterior eles tinham construído processo semelhante, havia alguns exemplos de ternas pitagóricas, e 3, 4 e 5, uma das ternas que eles utilizaram para a construção. Por essa razão, ele achava que toda vez que formasse um triângulo e esse triângulo tivesse lados com medidas que satisfazem as ternas que eles viram na tabela e outras que não estavam na tabela, então, o triângulo seria o retângulo, e haveria um ângulo reto.

Após as respostas dos alunos, foi perguntada a sala se todos concordavam com as respostas dos colegas, todos responderam que sim e um aluno, pedreiro, disse que em construções de casas eles utilizam muito as medidas 3, 4 e 5, relacionando a explicação da aula com seu ofício.

Após os comentários e discussões entre alunos, a atividade continuou com a professora-pesquisadora relacionando a presença de uma terna pitagórica com um triângulo retângulo. Ela explicou que tendo uma terna, verifica-se também a presença de um triângulo retângulo e, portanto, obtém-se um ângulo reto. Além disso, outros exemplos de construção de um ângulo reto em um triângulo retângulo foram demonstrados, utilizando o barbante e os valores das ternas pitagóricas dadas na tabela da primeira aula. Para ampliação de conteúdo, foi realizado exemplos de ternas que não são pitagóricas, como o caso da terna 5, 6 e 7, para os alunos

visualizarem a formação de um triângulo que não é retângulo, e de uma terna que não satisfaz a relação de igualdade apresentada no teorema.

Para finalizar a aula, foram feitas duas perguntas oralmente aos alunos:

1. Se os comprimentos dos lados (catetos e hipotenusa) satisfazem a relação de Pitágoras, então é um triângulo retângulo?

2. Se os comprimentos dos lados (catetos e hipotenusa) de um triângulo não satisfazem a relação de Pitágoras, então o triângulo não é um triângulo retângulo?

Para a primeira pergunta, todos os alunos responderam que sim, isto é, se o comprimento dos lados satisfaz a relação de Pitágoras, então aquele triângulo é retângulo e alegaram que podiam afirmar aquilo com as atividades de demonstração que realizaram e os exemplos das ternas pitagóricas.

Antes dos alunos responderem a segunda pergunta, fez-se um retorno ao exemplo em que os valores dos comprimentos dos lados não satisfaziam a relação, valendo-se, novamente, dos valores 5, 6 e 7 e depois foi repetida a pergunta aos alunos. Eles responderam que se não satisfaz, então não é um triângulo retângulo. Além disso, os alunos mencionaram o exemplo feito com o barbante com ternas que não pitagóricas, falando que não se tinha um triângulo retângulo naquele caso. Para concluir a aula, fez-se um retorno aos conceitos das aulas anteriores relacionando-os à atual, de modo que a resposta final das perguntas fosse ligada as atividades desenvolvidas. Depois das discussões, todos os alunos junto a professora-pesquisadora concluíram que se os comprimentos dos lados satisfaz a relação de Pitágoras, então o triângulo é retângulo, caso o contrário, ele não é um triângulo retângulo.

A análise desta atividade mostra, mais uma vez, a importância do professor recorrer a materiais concretos para introduzir questionamentos e para a aprendizagem do conteúdo. Na atividade o fato de envolver a participação dos vários alunos e da utilização do material concreto para o seu desenvolvimento possibilitou a professora retomar vários conceitos abordados no decorrer das várias aulas, de maneira a alcançar a motivação dos alunos.

A introdução da História de outros povos e de sua cultura favoreceu para que os alunos se sentissem motivados. Conforme aponta Miguel (1997), o uso a História é uma fonte de motivação para o ensino-aprendizagem da matemática. Nesta atividade os alunos conseguiram associar as ternas Pitágoras a um triângulo

retângulo e visualizarem outros tipos de ternas que não satisfazem a igualdade do Teorema de Pitágoras. Ou seja, os alunos associaram a aula com as aulas anteriores e sentiram mais confiantes quanto à aprendizagem do conteúdo, isso pode ser associado a um dos aspectos citados por Fauvel e Maanen (2000), que fala que a História proporciona o gosto pela matemática.

Nessa atividade a História da Matemática foi usada de duas maneiras, como *motivação*, no início da aula, citando como os antigos egípcios usando uma corda com nós, e como *estratégia didática*, por usar esse fato histórico para desenvolver a atividade que seria realizada na sala (VIANNA, 1995).

5.6 ATIVIDADE 5: RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS

Para esta atividade utilizou-se a segunda e terceira aula do período noturno. Nesta proposta, os alunos deveriam resolver algumas situações problemas que envolvessem o conteúdo do Teorema de Pitágoras. Para isso, cada aluno recebeu uma folha impressa com as atividades (APENDICE) a serem resolvidas. Os alunos poderiam trabalhar de forma individual ou grupal, contando também com o auxílio do professor-pesquisador.

Inicialmente, foi explicado que a aula seria de resolução de exercícios, envolvendo o conteúdo estudado. Durante esta aula, dois alunos apresentaram maior dificuldade, necessitando de auxílio para a realização, ainda tinham dúvidas sobre como aplicar a relação do teorema nas atividades propostas, não identificavam os termos a , b e c . Para ajudar os alunos, a professora retomou as atividades já desenvolvidas e mostrou um exemplo de um triângulo retângulo com medidas, identificando naquele caso cada termo.

Na figura 32 podemos ver um dos exercícios propostos. A ideia era que o aluno, através das atividades anteriores, elaborasse uma definição para o triângulo retângulo.

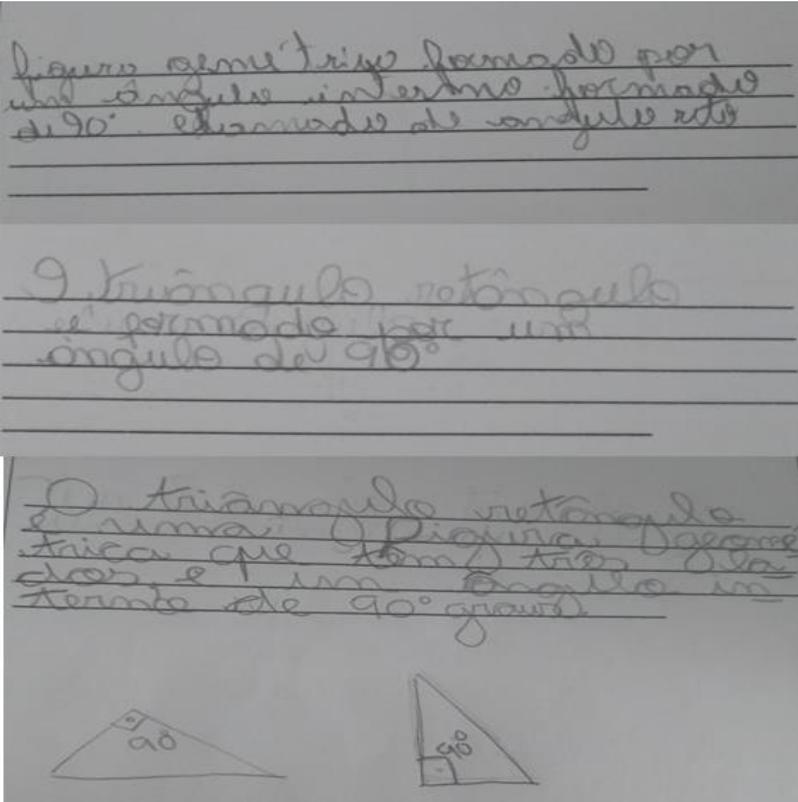
Figura 32 - Modelo do exercício desenvolvido

1. Elabore uma definição que caracterize o triângulo retângulo.

Fonte: elaborada pelo autor

Cerca de 8 alunos responderam apenas que era um triângulo que contém um ângulo reto, o restante apresentou outras respostas, abaixo seguem algumas das respostas dos alunos:

Figura 33 - Resposta dos alunos para a atividade



Fonte: elaborada pelo autor

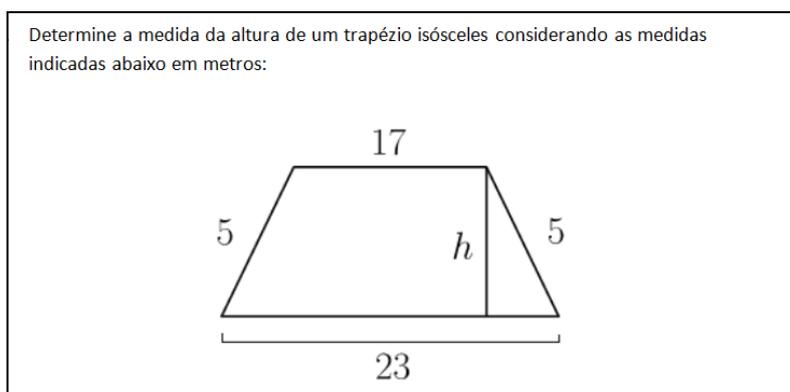
Na primeira imagem, percebe-se que há uma confusão com as palavras, porém, o aluno (a) entendeu o que seria um triângulo retângulo. As respostas desse exercício foram coerentes e satisfatórias. Nas respostas apresentadas os alunos

conseguem descrever o que seria um triângulo retângulo, para eles e para a sua aprendizagem, alcançar isso é de fundamental importância, pois esses alunos sentem dificuldade em descrever situações e como a maioria dos alunos são trabalhadores que não possuem tempo para reiteração do conteúdo visto em casa, geralmente, tem dificuldade em lembrar e relacionar o que foi trabalhado em aulas anteriores.

O entendimento dos alunos quanto essa atividade, pode ser relacionado com a tabela que eles construíram utilizando ternas pitagóricas e a atividade utilizando barbante em que eles usam essas ternas para construir um triângulo retângulo e falar das características desta forma geométrica.

Na Figura 34 temos outro exercício que foi aplicado em sala. Neste exercício, o aluno precisava aplicar a relação do Teorema de Pitágoras, para encontrar o valor da altura, para a resolução era necessário que o aluno interpretasse a figura.

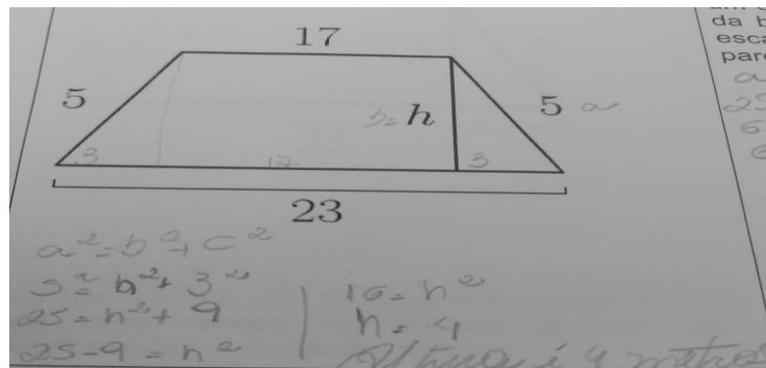
Figura 34 - Modelo do Exercício desenvolvido



Fonte: elaborada pelo autor

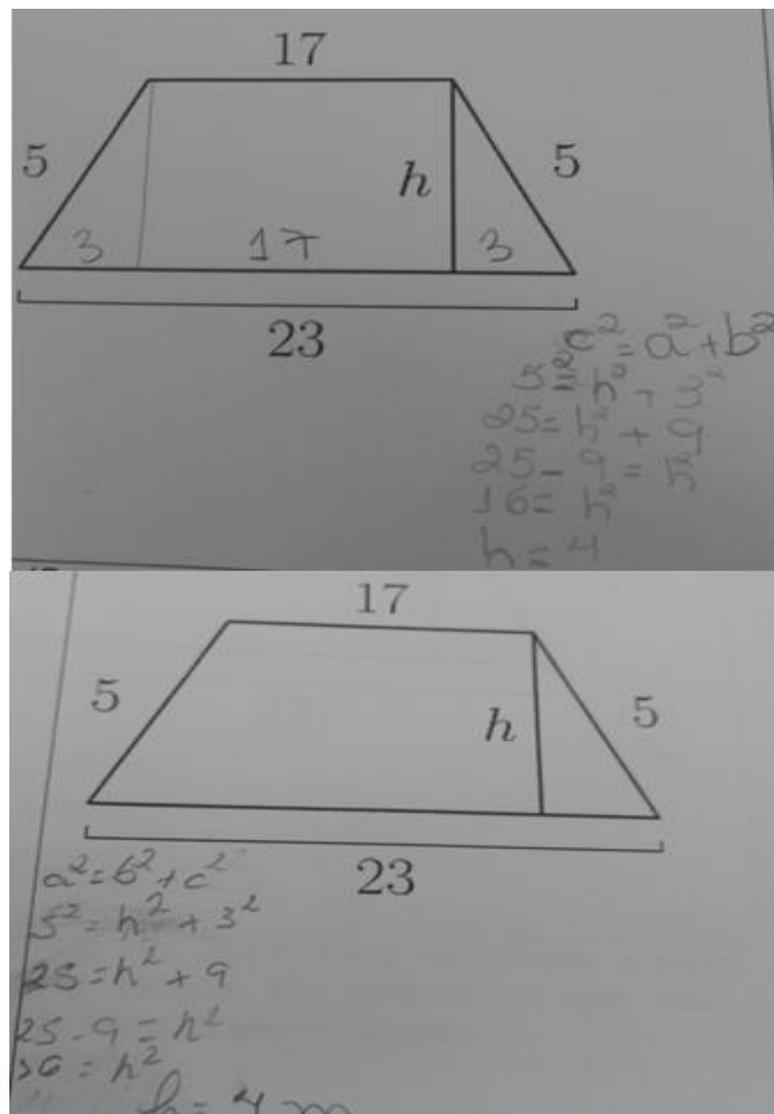
Todos os alunos da sala fizeram este exercício, a maior dificuldade deles foi a de encontrar a medida do menor cateto no triângulo retângulo que formava a figura, houve então, uma explicação de como aquele valor poderia ser encontrado. Assim todos resolveram. Alguns alunos necessitaram de auxílio na resolução. O entendimento desta atividade está relacionado com a tabela de ternas pitagóricas que os alunos construíram.

Figura 35 - Resolução de um aluno



Fonte: elaborada pelo autor

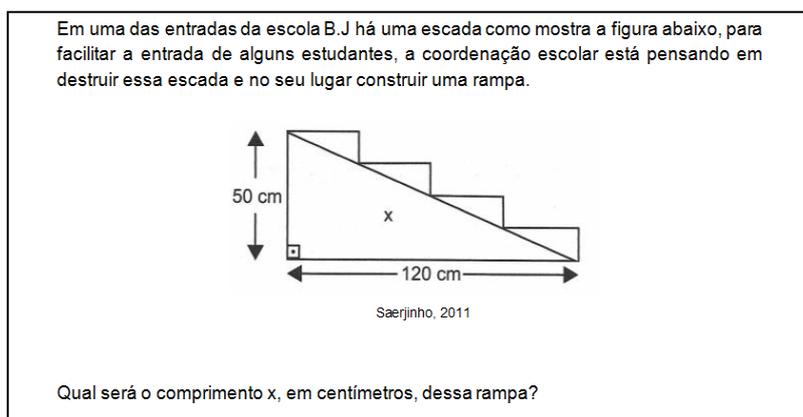
Figura 36 - Resolução dos alunos



Fonte: elaborada pelo autor

O erro mais comum encontrado neste exercício trata-se do esquecimento de colocar a unidade de medida após encontrar o resultado, o que demonstra a dificuldade que eles têm para formular respostas utilizando unidades de medidas. Na Figura 37 segue outro exercício que a turma resolveu:

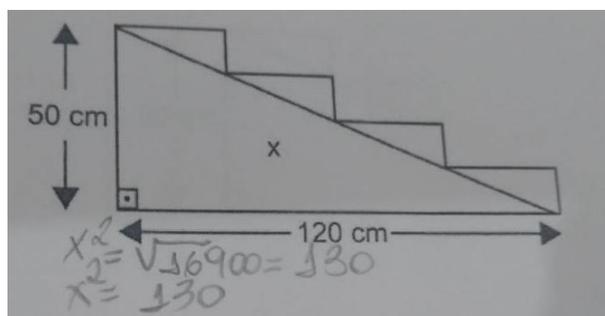
Figura 37 - Modelo do exercício



Fonte: elaborada pelo autor

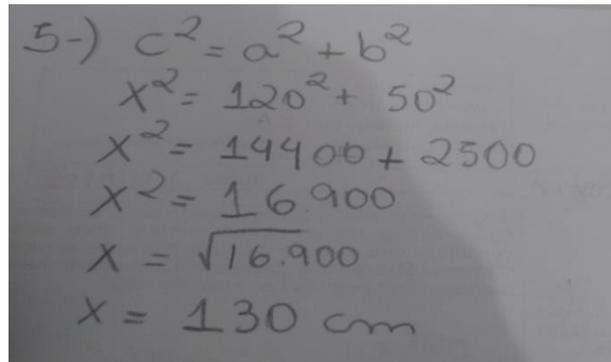
Neste exercício, assim como no outro, muitos dos alunos esqueciam-se de colocar a unidade de medida e um aluno ao encontrar a raiz quadrado do número, continuou considerando o valor do x como x^2 . Esse fato está ligado à dificuldade do aluno em compreender um número elevado a outro e relaciona-lo com radiciação. Esse erro do aluno pode ser visto na Figura 38. Na Figura 40 está exposto como um aluno resolveu o exercício.

Figura 38 - Resolução do exercício pelo aluno



Fonte: elaborada pelo autor

Figura 39 – Resolução do exercício pelo aluno



Handwritten mathematical solution for a Pythagorean theorem problem. The student starts with the formula $c^2 = a^2 + b^2$, then substitutes the values $x^2 = 120^2 + 50^2$. They calculate $x^2 = 14400 + 2500$, resulting in $x^2 = 16.900$. Finally, they take the square root to find $x = \sqrt{16.900}$, which equals $x = 130 \text{ cm}$.

Fonte: elaborada pelo autor

Outro exercício resolvido pelos alunos foi uma questão retirada de um livro didático, que pode ser vista na Figura 40.

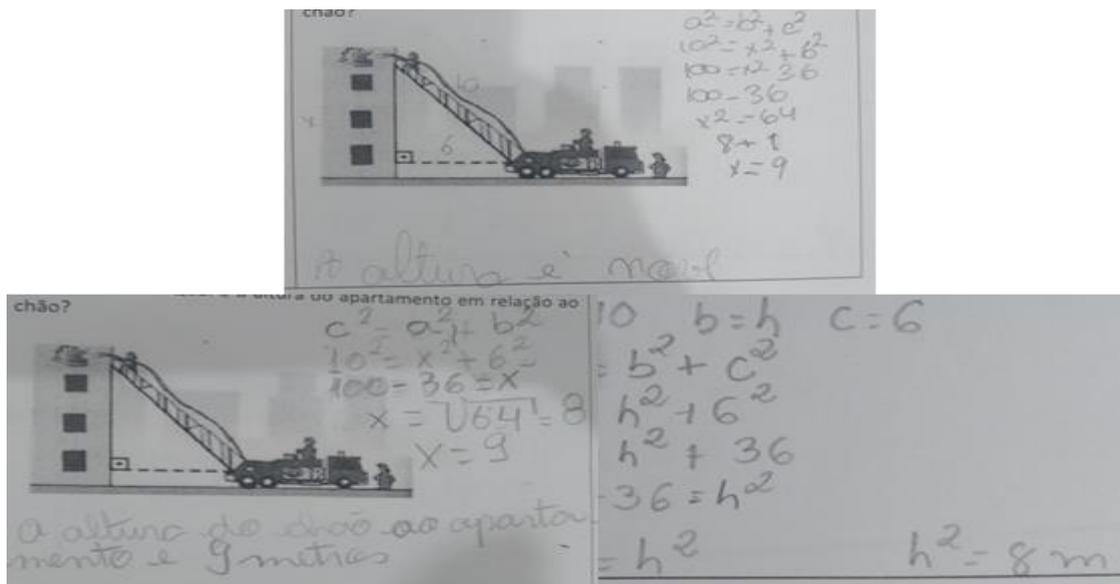
Figura 40 - Modelo do exercício

Durante um incêndio num edifício de apartamentos, os bombeiros utilizaram uma escada Magirus de 10 m para atingir a janela do apartamento em chamas. A escada estava colocada a 1 m do chão, sobre um caminhão que se encontrava afastado 6 m do edifício. Qual é a altura do apartamento em relação ao chão?

Fonte: Elaborada pelo autor

A maioria dos alunos resolveu este exercício corretamente, porém, alguns ao interpretarem a questão, esqueceram que a escada estava colocada a 1 m do chão, dando então, o que geraria uma outra altura. Isso pode ser explicado pela falta de interpretação do aluno mediante a linguagem verbal e não verbal do exercício. Novamente, alguns alunos esqueceram a unidade de medida e, assim como no exercício anterior, um aluno considerou valor do x como x^2 .

Figura 41 - Resolução dos alunos



Fonte: elaborada pelo autor

Os alunos resolveram outros exercícios propostos pela professora, além disso, solucionaram situações problemas presentes em seus materiais didáticos, o que contabilizou um total de 12 atividades.

É preciso dizer que essas atividades de resolução de problemas são importantes, uma vez que proporcionam situações desafiadoras. Os problemas propostos, por exemplo, envolveram algo anteriormente não trabalhado pela professora, isso pode ser retratado nas descrições apresentadas pelos alunos. E, na expressão da professora “os alunos conseguiram descrever o que seria um triângulo retângulo”, para ambos os componentes da aula (professor e aluno) alcançar êxito é fundamental.

Nas várias atividades, vários conceitos precisaram ser retomados e, a professora, pôde reconhecê-los para aproveitá-los como investimento na aprendizagem dos alunos. As atividades propostas permitiram aos alunos estabelecerem relações com os conceitos anteriormente trabalhados. Muitos dos problemas propostos faziam uma ponte entre situações presentes utilizando demonstrações projetadas no decorrer da História.

Nesta esteira de sentidos, pode-se dizer que há uma articulação com Miguel e Miorim (2005, p. 45) em seu trabalho afirmam que “a história pode ser uma fonte de busca de compreensão e de significados para o ensino aprendizagem da

matemática escolar na atualidade”, aqui representada pela relação entre situações presentes e passadas.

5.7 ATIVIDADE 6: FEIRA DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA DA EJA

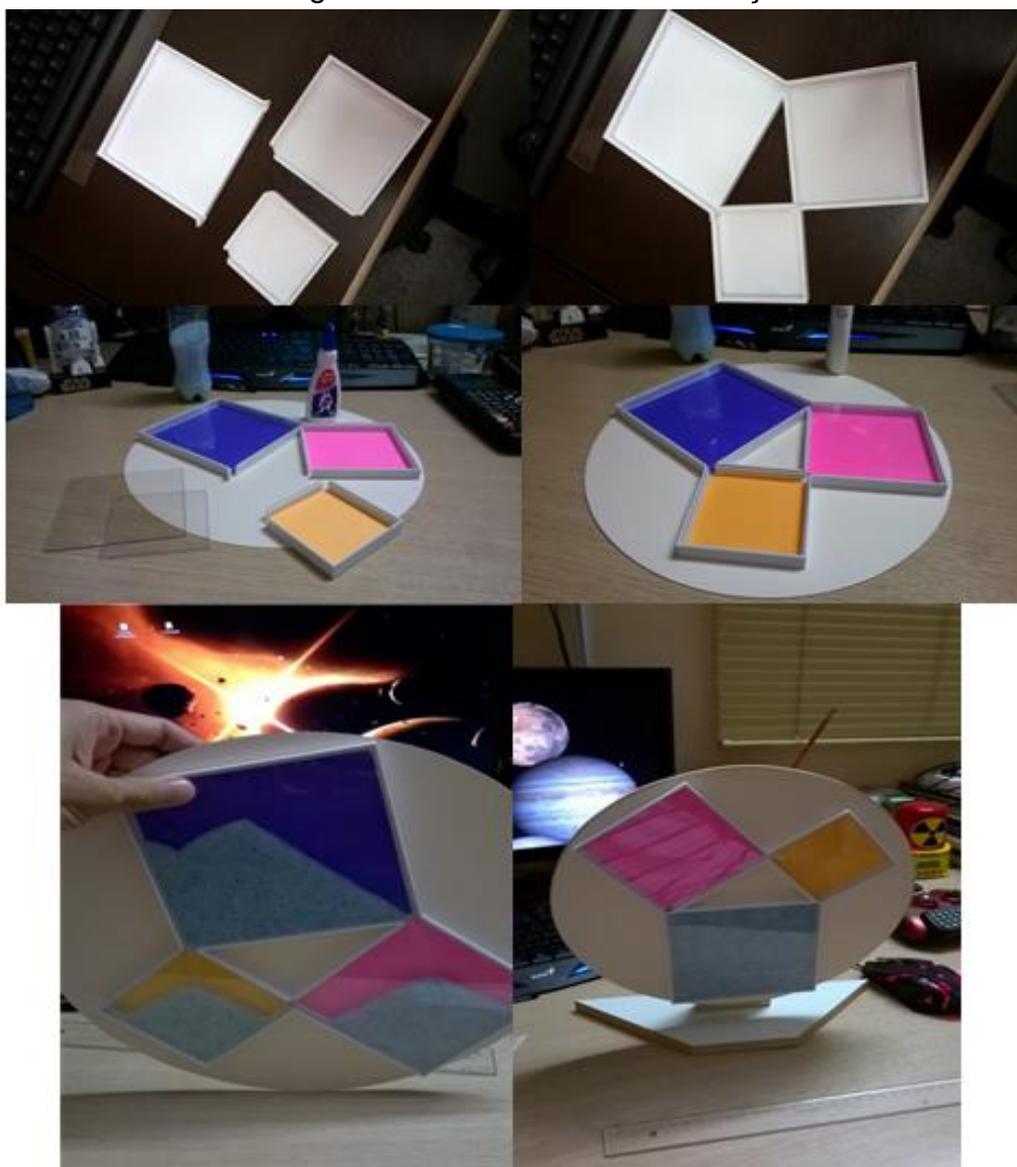
Um dos projetos da escola na qual desenvolvemos as atividades era uma Feira de Ciências e Matemática da EJA, nela os alunos deste projeto de ensino poderiam apresentar trabalhos desenvolvidos por eles, ou explicar algum conteúdo. Assim, decidiu-se com a turma temática para apresentarem na Feira, isto é, deveriam procurar expor atividades relacionadas ao teorema estudado.

A primeira atividade escolhida foi uma demonstração do teorema usando areia, essa demonstração foi baseada em uma demonstração, muito conhecida pelos professores, que usa água para demonstrar o teorema, a demonstração pode ser vista no Youtube⁵.

O material para a apresentação foi desenvolvido pelo técnico Mário Pinto Carneiro Junior, formado em Matemática pela Universidade Estadual Paulista – UNESP. Para tanto, ele utilizou o software SolidWorks, em que é possível converter os arquivos nele produzidos em um arquivo para impressão 3D, assim, foi construído os quadrados dos catetos e da hipotenusa, onde a areia ficaria. Além disso, foi utilizado acrílico para a construção das tampas, para a visualização da areia e um disco de MDF para girar. Na figura 42 pode ser visto o resultado.

⁵Disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=CAkMUdeB06o>.

Figura 42 – Processo de construção



Fonte: elaborada pelo autor

As outras atividades escolhidas para apresentação tratam-se de materiais didáticos construídos em MDF, que demonstravam o teorema por dissecção, assim como na Atividade 3. Este material didático utilizado nesta atividade foi emprestado pela Universidade Federal do Mato Grosso do Sul – UFMS. Antes das atividades serem apresentadas na Feira de Ciências, também foi utilizado uma das aulas, de modo que os alunos trabalhassem com as atividades. Essa aula foi uma aula muito alegre e dinâmica, todos participaram e gostaram do material didático.

Figura 43 - Material Pedagógico



Fonte: elaborada pelo autor

As demonstrações apresentadas na Figura 43, localizada acima, tratam-se de uma demonstração que utiliza quadrados e outra que se vale de polígonos de 6 lados, sendo esta uma generalização do Teorema de Pitágoras, apresentada por Euclides em seu Livro VI, na proposição 31, de *Os elementos* (2009), cujo relato nos diz “*Nos triângulos retângulos, a figura sobre o lado subtendendo o ângulo reto é igual às figuras semelhantes e também semelhantemente descritas sobre os lados contendo o ângulo reto.*” (p.264).

A referida Feira de Ciências ocorreu em um dia letivo do período noturno, várias salas apresentaram trabalhos sobre matemática, assim como alguns alunos dá turma apresentariam trabalhos de outras disciplinas.

Um grupo foi selecionado para a apresentação das atividades sobre o Teorema de Pitágoras, esses alunos deveriam apresentam e explicar aos visitantes o motivo pelo qual as atividades levadas eram válidas e falar sobre a história do teorema, relatar sobre algumas atividades desenvolvidas em sala de aula. Além da apresentação sobre o teorema, na parte da disciplina de matemática, outro grupo de alunos de outra turma apresentou algumas mágicas baseadas em matemática, atividades que se valeram do Tangram, e experimentos das disciplinas de Biologia, Física e Química.

Figura 44 - Alunos explicando a atividade



Fonte: elaborada pelo autor

A Feira de Ciências e Matemática da EJA na escola foi um sucesso, mobilizou a atenção e esforços de todos os alunos, serviu para desconstruir a crença de que apenas os alunos do ensino regular podem fazer atividades deste tipo. Provou que os alunos da EJA também podiam desenvolver atividades práticas e organizar projetos pedagógicos na escola. Além disso, a feira possibilitou aos alunos dessa modalidade de ensino se sentirem mais confiantes e motivados para continuar a escolarização.

A feira foi a última atividade desenvolvida sobre o Teorema de Pitágoras, denominada de atividade final. A História da Matemática esteve presente como estratégia didática, uma vez que as atividades lúdicas propostas foram apoiadas em demonstrações apresentadas no decorrer da História. A ludicidade proporcionada pela atividade permitiu o despertar do interesse de vários outros alunos e pais que estavam visitando a Feira de Ciências.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este fazer científico-matemático proporcionou a emergência de argumentos a favor das potencialidades pedagógicas da História da Matemática em uma turma da EJA, tendo como foco a geometria, em particular o Teorema de Pitágoras.

Para tanto, voltamos o nosso olhar às várias etapas do processo construído pela professora-pesquisadora na busca contínua de levantamento de dados, análises e sínteses que permitiram-lhe elaborar e conduzir uma sequência didática em uma sala de aula da EJA.

A primeira etapa deste processo, constituiu-se do levantamento bibliográfico de artigos científicos que de uma maneira geral apresentava argumentos sobre importância da utilização da História da Matemática nas salas de aula, destacando a sua relevância no ensino/aprendizagem, mediante as mais diferentes dimensões sociais, culturais, antropológicas, epistemológicas, dentre outras.

Com vistas a estabelecer uma relação entre a produção existente e a construção de uma possível experiência em classe da EJA, procurou-se nesta etapa canalizar atenção às metodologias desenvolvidas de modo a aumentar o horizonte de experiências, sob crivo dos argumentos reforçadores e questionadores das potencialidades pedagógicas da História da Matemática. Isso se deu mediante as categorias apresentadas por Viana (1995). Elementos que nos permitiram inferir sobre as possíveis mudanças de participações do aluno e sua consequente aprendizagem.

A partir da análise de 17 pesquisas, categorizadas conforme Vianna (1995), obteve-se 15 trabalhos pautados no uso da História da Matemática como *Estratégia Didática*, 15 deles também se valeram da História da Matemática como *Motivação*, 9 utilizaram a História da Matemática como *Informação* e 4 utilizaram-na como *Parte Integrante do Desenvolvimento do Conteúdo*.

Ao observamos as análises realizadas, destacamos nas atividades categorizadas como *Estratégia Didática*, para relatar que os autores atestam esta categoria como contribuição para o ensino/aprendizagem, em decorrência de uma participação maior dos alunos da sala. Roque (2012) classifica a participação dos alunos, como intensa e acompanhada de maior manifestação. Já Santos (2011) diz

que a produção de vídeos utilizando a História da Matemática torna a aula mais prazerosa e eficaz ao aluno. Os trabalhos de Roratto (2009) e Gomes (2015) destacam a maior motivação do aluno e interesse diante desta forma de aplicação do conteúdo.

Nas pesquisas classificadas como *Motivação*, destacam-se algumas observações quanto a mudança de participação e consequente aprendizagem. Isto é, maior participação da sala nas atividades, confiança na realização por parte dos alunos. Segundo Santos (2014), a metodologia utilizada favoreceu aos alunos que se percebessem como seres matemáticos. Costa (2013) destacou a participação ativa da maioria dos alunos.

Os trabalhos que contém atividades que se valem da história como *Informação*, trazem conclusões que mostram mudanças de participação e consequente aprendizagem relacionadas ao aumento no grau de curiosidade e do interesse do aluno. Dias (2009) relata que, de um modo geral, os alunos evoluíram muito na aprendizagem dos conteúdos matemáticos trabalhados por sua pesquisa. Outro ponto que alguns autores destacaram foi à interação aluno/professor, que aumentou gradativamente.

Por último, tem-se o uso da história como *Parte Integrante do Desenvolvimento do Conteúdo*, categoria em que as mudanças observadas pelos autores na participação e consequente aprendizagem estavam relacionadas à participação dos alunos explicitando seus questionamentos e a motivação nas atividades realizadas. Assim, Oliveira (2009) constatou que houve aprendizado dos alunos e mais motivação para participar das atividades. Cáceres (2015) destacou que os alunos se tornaram questionadores, que discutiam, indagavam, descobriam e aprendiam sobre a matemática.

A segunda etapa da pesquisa consistiu em observar a escola onde o trabalho da professora-pesquisadora foi desenvolvido atentando-se, por um lado, para posicionamentos da direção, coordenação e para os professores que ali atuam. Por outro lado, observando as expressões dos alunos que ali depositavam todas suas expectativas. Esta etapa foi importante, uma vez que o ensino/aprendizagem está associado tanto às histórias de vida da cada um, quanto ao envolvimento da Escola como um todo.

Assim, foi possível ver que nas assertivas dos alunos estão presentes seus posicionamentos e relações por eles consideradas quanto ao gostar de uma matéria e se envolver com questões próprias a ela concernentes. Esse foi o caso, principalmente, das alunas *Adriana* e *Brenda* que fizeram perguntas sobre dificuldades na matéria e expressaram curiosidades quando os conteúdos lhes interessavam.

Os valores presentes nas expressões dos alunos revelaram a valorização que possuem em relação aos colegas, situação comum tanto quando precisava de ajuda, como no caso oposto quando o colega os solicitava. Isso pôde ser observado nas expressões dos alunos *Álvaro*, *Adriana*, *Adriano*, *Brenda* e *Junior*.

Ainda a esse respeito, utilizaram-se da sua palavra, isto é, do seu direito enquanto cidadão, para anunciar o seu desconforto quando professores não adotavam livros. Pode-se citar aqui o caso do aluno *Adão*, que apresentava grandes problemas com relação ao aprendizado da língua portuguesa e se sentia desconfortável pela não adoção do livro como material de apoio aos estudos.

Muitos desses alunos apresentaram expectativas após a conclusão da EJA. Manifestaram desejo de ingressar em um curso superior, é o caso de *Brenda* e *Fabiana*. Outros por exemplo, ficam satisfeitos quando o conteúdo ensinado ajuda a resolver um problema do dia a dia, como foi o caso da aluna *Fabiana* que calculou a conta de aluguel. Com relação à disciplina de Matemática muitos dizem ter certa afinidade, principalmente, por gostarem de fazer contas, ou trabalhar porcentagens e algumas expressões algébricas.

Ao articularmos as visões da gestão e da clientela da escola, foi possível notar que algumas dessas expressões apresentadas pelos alunos se afinam com as apresentadas pela coordenação e direção. Pode-se citar como exemplo, a não vergonha em pedir ajuda, a solidariedade e respeito de uns com os outros, oferecendo ajuda na compreensão dos conteúdos, a vontade desses alunos em querer aprender, dentre outras coisas. A direção, em específico, pontua o grande problema presente nessas classes, à falta de assiduidade, decorrente dos alunos terem de priorizar o trabalho por uma questão de sobrevivência.

Entender um pouco desse espaço observando os seus protagonistas foi parte fundamental para o cumprimento da etapa que segue relacionada ao desenvolvimento da atividade. Para transpor o sentimento que imbuíu este fazer

científico-pedagógico, nos valem de uma citação pertencente à D'Ambrósio (1997, p.15), na tentativa de expressar o que foi conhecer os alunos, a gestão e o fazer didático com cada um em consonância com o que o conjunto todos representam: Escola. “Somente através de um conhecimento aprofundado e global de nosso passado é que poderemos entender nossa situação no presente e, a partir daí, ativar nossa criatividade com propostas que ofereçam ao mundo todo um futuro melhor”.

Na terceira etapa, tratou-se do desenvolvimento de atividades que fazem uso da História da Matemática, buscando analisar as mudanças nas participações dos alunos e consequentes contribuições para o ensino/aprendizagem da matemática. Dentre as atividades realizadas, pode-se observar que a atividade 1 foi importante no sentido da sua proposição como atividade inicial, uma vez que a professora conseguiu retomar conteúdos, apresentar algo em que o grau de dificuldade fosse algo razoável e ao mesmo tempo oportunizasse a professora-pesquisadora a novos investimentos, feitos nas atividades posteriores.

Neste processo, várias lacunas de conteúdo foram percebidas na análise desta atividade, mas o fato de a professora ter retomado os conceitos nas outras atividades que se seguiram, potencializou sua compreensão e permitiu aprendizagem de forma eficaz. A leitura da atividade segundo os critérios propostos por Vianna (1995) foi de suma relevância para analisar o uso da História da Matemática em diferentes categorias. As mudanças de participação dos alunos e consequente aprendizagem puderam ser relacionadas ao processo, uma vez que os alunos tiveram a oportunidade de trabalhar com a organização dos dados (apresentados na forma de tabela) e com várias sequências de dados, de naturezas iguais, para sua posterior aferição da igualdade da expressão e de sua síntese. Isto é, as atividades permitiram retomadas que sobre o Teorema de Pitágoras, ampliando consideravelmente a ênfase dada pelos alunos aos cálculos, viram que a matemática é bem mais abrangente.

Notou-se que a segunda, terceira e quarta atividade tiveram traços comuns e muito importantes para compreensão dos conteúdos por parte dos alunos. Trata-se da manipulação de objetos concretos e a oportunidade de questionamentos feitos a partir de soluções que não satisfizeram a solução do problema.

Neste íterim, a História da Matemática nas três atividades, conforme os critérios apresentados por Viana (1995) foi utilizada como *Motivação* e como

Estratégia didática, uma vez que retrataram demonstrações que ocorreram ao longo da História, este uso permitiu aos alunos exercerem mudanças na participação dos alunos, efetivadas por questionamentos e por raciocínios dedutivos por eles expressos.

A título de exemplo, na atividade 2, pode-se citar o total de quadradinhos utilizados para preenchimento da área. Na atividade três, o incitar dos alunos a retomar as regras dadas para a dissecação das figuras, para reelaborar os conceitos, poderem investigar se outras possibilidades de dissecação são possíveis e qual a justificativa da regra em termos matemáticos. Notou-se, também na atividade quatro, em particular, a retomada dos conceitos de ternas pitagóricas o que possibilitou regressar a primeira atividade e assim por diante. A proposta de retomar o teorema de Pitágoras utilizando várias demonstrações e foi fundamental para compreensão de todos os conceitos envolvidos, uma vez que cada uma delas envolviam novas propostas de revisão dos conceitos, principalmente, de alguns que inicialmente não eram percebidos pelos alunos, mesmo que a professora os sinalizasse.

Relevante salientar que houve investimento consistente da professora no planejamento das atividades, situação que oportunizou aos alunos retomarem conceitos que embora apresentados pela professora, não se constituíram em fonte de curiosidade, uma vez que foram aceitos pelos alunos sem que quaisquer questionamentos, como é o caso das ternas pitagóricas, apresentada na Atividade 1 e retomada na Atividade 4.

As atividades de resolução de problemas consistiram em retomar os conteúdos trabalhados, dando à oportunidade a professora-pesquisadora de retomar os conceitos e identificar lacunas de conceitos não apreendidos. Também foi importante, pelo fato de alguns problemas envolverem processos descritivos, este resultado foi observado quando os alunos apresentaram por escrito o que caracterizaria um triângulo retângulo.

Muitos dos problemas propostos faziam uma ponte entre situações presentes e passadas, baseadas nas demonstrações projetadas no decorrer da História. Assim, utilizando as categorias de Vianna (1995) pudemos classificar essa atividade como utilização da História da Matemática como *Estratégia Didática*. Quanto às

mudanças apresentadas pelos alunos na utilização desta estratégia, mencionamos principalmente, a identificação de propriedades em figuras geométricas.

A Feira de Ciências e Matemática da EJA também representou um momento de peso para a aprendizagem dos alunos da EJA. Neste momento pedagógico, puderam apresentar seus aprendizados e interagir com a comunidade interna e externa mostrando algo que estava sob seu domínio de conhecimento.

Considerando os critérios apresentados por Vianna (1995) classificamos esta atividade como utilização da História da Matemática como *didática*, uma vez que ela se baseou em propostas já apresentadas. Nesta atividade, a proposta foi trabalhar o conceito de volume e isso despertou a curiosidade da comunidade que estava presente no evento. Este sentimento de se sentir pertencente a escola, trazendo uma experiência particular da classe EJA foi de fundamental relevância para a aprendizagem dos alunos proporcionando-lhes mais confiança na comunicação do trabalho apresentado.

Em consonância com os dados supracitados, deve-se ressaltar que o trabalho com turmas da EJA, comumente permite encontrar alunos que consideram a Matemática uma “disciplina impossível de aprender”, vários alunos da classe EJA pensavam desta forma. Os vários investimentos realizados potencializaram que o sucesso de cada um fosse uma experiência possível de ser alcançada. As várias atividades diferenciadas utilizadas configuraram-se numa forma de trabalhar os estigmas trazidos por esses alunos de processos formativos anteriores.

Na realização das atividades pôde-se perceber que houve grande investimento da professora-pesquisadora no planejamento delas, os conceitos abordados e não compreendidos eram retomados, considerando outras propostas e isso, de certa forma, facilitou em deferentes medidas, que todos os alunos experimentassem o sucesso.

Elementos como curiosidade e motivação estiveram presentes em todo esse percurso. Também a postura de valorização e reconhecimento entre os alunos permitiu vários momentos de discussão e questionamentos. Segundo a expressão da professora-pesquisadora, “era possível perceber conhecimentos matemáticos que esses alunos tinham, e não se atentavam. Essa oportunidade vivida permitiu que a confiança em si ganhasse um brilho próprio.”

Acreditamos assim que o nosso trajeto de pesquisa permitiu argumentar sobre as potencialidades pedagógicas da História da Matemática, trazendo, em cada atividade, elementos que discutiam as mudanças na participação do aluno, tendo como base o seu processo de aprendizagem. Consonantes com Miguel (1997) e outros autores aqui estudados cremos que História é uma fonte de motivação para o ensino-aprendizagem da matemática; pode servir de apoio para se atingir, com os alunos, objetivos pedagógicos que os levem a perceber, dentre outras coisas: a matemática como uma criação humana. Bem como as razões pelas quais as pessoas fazem uso da matemática, as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento da matemática.

Assim, podemos dizer que a História é um instrumento que possibilita a desmistificação da matemática e a desalienação de seu ensino, visto que permite perceber as diferentes formalizações de um mesmo conceito, dentre outros argumentos favoráveis. Além disso, houve ganho ao trabalhar com as várias demonstrações históricas, cada uma das demonstrações tem complexidades que trazem de maneira questões próprias a serem respondidas, cada estudo propunha caminhos e questões distintas, soluções distintas para as respostas.

O presente trabalho colaborou para o crescimento profissional da professora-pesquisadora que reconheceu no estudo realizado a grandeza de se olhar para a própria prática no sentido de que o conhecimento tanto nos enriquece como nos surpreende, e essa foi uma oportunidade ímpar de olhar o compromisso da classe, dos professores, da coordenação e da direção, de maneira a caminharmos juntos em busca de possibilidades de cada vez mais assumirmos uma postura alavancada pela gana de aprender.

REFERÊNCIAS

ARAMAN, E. M. O.; BATISTA, I. de L. O uso da História da Matemática com finalidades didáticas: o que está sendo investigado pela área 46 da Capes. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE POS- GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EBRAPEM, 14, Campo Grande, **Anais**, Campo Grande: EBRAPEM, 2010. p. 1-18

BARBOSA, R. M. **Descobrimos padrões pitagóricos: geométricos e numéricos**. São Paulo: Atual, 1993.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Trad. L. de A. Rego e A. Pinheiro. Lisboa: Edições 70, 1988.

BARONI, R. L. S. e NOBRE, S. A. Pesquisa em História da Matemática e Suas Relações com a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999. p. 129-136.

BARONI, R. L. S.; TEIXEIRA, M. V.; NOBRE, S. A investigação científica em História da Matemática e suas relações com o programa de pós- graduação em Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. P. 164-185.

BARROS, J. D. **O campo da História: especialidades e abordagens**. 4 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2004.

BERLINGHOFF, W. P; GOUVÊA, F. Q; **A matemática através dos tempos: Um guia fácil e prático para professores e entusiastas**. Trad: Elza Gomide e Helena Castro. São Paulo: Edgard Blucher, 2008.

BEZERRA, Odenise M. **Investigação Histórica nas aulas de Matemática: Avaliação de duas experiências, 2008**. Natal: Câmpus de Natal, Universidade Federal do rio Grande do Norte, 2008. 123 f (Dissertação de Mestrado).

BORBA, M. de C. e PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

BORTOLI, G. **Um olhar histórico nas aulas de Trigonometria: Possibilidades de uma prática pedagógica investigativa, 2012**. Lajeado: Câmpus de Lajeado, Centro Universitário Univates, 2012. 149 f. (Dissertação de Mestrado).

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)**. Matemática. Ensino Fundamental II. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRAZ, M. E. **História da Matemática e teatro nas aulas sobre o Teorema de Tales: Um Script proposto, 2014**. Natal: Câmpus de Natal, Universidade Federal do rio Grande do Norte, 2014. 162 f. (Dissertação de mestrado).

BRITO, A.J. e CARVALHO, D.L. Utilizando a História no ensino de Geometria. In: Brito, A.J. (org.) **História da Matemática em Atividades Didáticas**. Natal: Editora da UFRN, 2005.

BRITO, A.J.; MOREY, B. B. Geometria e trigonometria: dificuldades de professores do ensino fundamental. In: FOSSA, J. A. (Org). **Presenças matemáticas**. Natal: EDUFRN, 2004.

CÁCERES, F. **O ensino de Geometria Euclidiana**: Possíveis contribuições da História da Matemática e da Resolução de Problemas de George Polya. Sorocaba: Câmpus de Sorocaba, Universidade Federal de São Carlos, 2015.137f. (Dissertação de Mestrado)

CASSELL, C.; SYMON, G. **Qualitative methods in organizational research**. P.127-129 . London: Sage Publications, 1994.

CASTRO, T. B. **A História da Matemática como Motivação para o Processo Aprendizagem e Contextualização dos conteúdos Matemáticos na Educação Básica**. Juiz de Fora: Câmpus de Juiz de Fora, Universidade Federal de Juiz de Fora, 2016. 43f. (Dissertação de Mestrado).

CERTEAU, M. **A escrita da história**. Trad. Maria de Lourdes Menezes. 2 ed. Rio de Janeiro: Forense universitária, 2007. 345p.

COSTA, E. A. da S. **Analisando algumas potencialidades pedagógicas da História da Matemática no Ensino e Aprendizagem da Disciplina Desenho Geométrico por meio da Teoria Fundamentada**. Ouro preto: Câmpus de Ouro Preto, Universidade Federal de Ouro Preto, 2013. 242 f. (Dissertação de Mestrado)

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática**: da teoria à prática. 2. Ed., Campinas-SP: Papirus, 1997.

DIAS, G. F. **A História da Matemática como metodologia de ensino**: um estudo a partir do tratado sobre o Triângulo aritmético de Blaise Pascal. Natal: Câmpus de Natal, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2014. 172f. (Tese de Doutorado).

DIAS, G. F. **Utilizando processos geométricos da História da Matemática para o ensino de equações do 2º grau**. Natal: Câmpus de Natal, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2009. 162 f. (Dissertação de Mestrado).

EUCLIDES. **Os elementos**. São Paulo: UNESP, 2009.

FARIAS, C. A. **Alfabetos da Alma**: História da tradição na escola. Porto Alegre: Sulina, 2006.

FAUVEL, J; VAN MAANEN, J. (Ed.). **History in Mathematics Education**: the ICMI study. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.

FELICIANO, L. F. **O uso da História da Matemática em sala de aula: o que pensam alguns professores do ensino básico.** Rio Claro: Câmpus de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2008. 171 f. (Dissertação de Mestrado).

FERREIRA, E. S. O uso da História da Matemática na formalização de conceitos. **BOLEMA Especial**, Rio Claro-SP, v. 2, p. 26-41, 1992.

FOSSA, J. A. **Teoria institucionalista da educação matemática.** Natal: Ed. da UFRN, 1998.

FOSSA, J. A. Recursos pedagógicos para o ensino da matemática a partir das obras de dois matemáticos da Antiguidade. In: MENDES, I. A., *et. al.* **A história como um agente de cognição na Educação Matemática.** Porto Alegre: Sulina, 2006. p. 137-182.

GALVÃO, M. E. E. L. **História da Matemática: dos números à geometria.** Osasco: Edifício, 2008.

GASPAR, M. T. J. **Aspectos do desenvolvimento do pensamento geométrico em algumas civilizações e povos e a formação de professores.** Rio Claro: Câmpus de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2003. 307 f. (Tese de Doutorado).

GOMES, E. B. **A História da Matemática como metodologia de Ensino de Matemática: Perspectivas epistemológicas e evolução de conceitos.** Belém: Câmpus de Belém, Universidade Federal do Pará, 2005. 120f. (Dissertação de Mestrado).

GOMES, S. C. **Elaboração e aplicação de uma sequência de atividades para o ensino de trigonometria numa abordagem histórica, 2011.** Natal: Câmpus de Natal, Universidade Federal do rio Grande do Norte, 2011. 92f. (Dissertação de Mestrado).

GOTTARDI, J. A. **História da Matemática como recurso pedagógico no Ensino Fundamental.** Blumenau: Câmpus de Blumenau, Universidade Regional de Blumenau, 2012. 120f. (Dissertação de Mestrado).

GUIMARÃES, M. D. **História da Matemática no ensino fundamental: Usos em sala de aula pelo Professor de Matemática da rede municipal de Aracaju/SE, 2012.** São Cristóvão: Câmpus de São Cristóvão, Universidade Federal de Sergipe, 2012. 130f. (Dissertação de Mestrado).

KATZ, V. J. **A History of Mathematics: An Introduction.** NewYork: Pearson Education, 2009.

LELLIS, L. M. I. e M. **Descobrimos o teorema de Pitágoras.** 12. ed. São Paulo: Scipione, 1996.

LIMA, E. L. et al. **Temas e Problemas Elementares**. 12. ed. Rio de Janeiro: SBM: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.

LIMA, E. L. **Meu professor de matemática e outras histórias**. Rio de Janeiro, 1991.

LOOMIS, E. S.. **The Pythagorean Proposition, Classics in Mathematics Education Series**, Second Edition. Washington: National Council of Teachers of Mathematics, 1940.

MACHADO, B. F. **Vídeo-Aula de História da Matemática: Uma possibilidade didática para o ensino de Matemática**. Natal: Câmpus de Natal, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2011. 144f. (Dissertação de Mestrado).

MAOR, E. **The Pythagorean theorem: a 4,000-year history**. New Jersey: Princeton, 2007.

MARTZLOFF, J. C. **A History of Chinese Mathematics**. Heidelberg: Springer, 2006.

MCKIRAHAN, R. D. **Philosophy before Socrates: an introduction with texts and commentary**. Indianapolis: Hackett Publishing Company, 2010.

MENDES, I.A.; FOSSA, J.A.; VALDÈS, J. E. N.. **A História como um agente de cognição na Educação Matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. Natal: Flecha do Tempo, 2006a.

MENDES, I. A. **Números: O simbólico e o racional na história**. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2006b.

MESERVE, B. **The History of Mathematics as a pedagogical tool**. Boston, USA: Birkhouser. 1980.

MIGUEL, A. As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. **Zetetiké**, Campinas, v. 5, n. 8, p. 73-105, jul./dez. 1997.

MIGUEL, A. **História, filosofia e sociologia da Educação Matemática na formação do professor: um programa de pesquisa**. Educação e Pesquisa. São Paulo: Editora, da UNESP. 2005.

MIGUEL, A. e BRITO, A. de J. **A História da Matemática na formação do Professor de Matemática**. Cadernos Cedes. História e Educação Matemática. São Paulo: Papirus, 1996.

MIGUEL, A.; MIORIM, M..A. **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

NUNES, J. M. V. **História da Matemática e aprendizagem significativa da área do círculo**: Uma experiência de ensino-aprendizagem. Belém: Câmpus de Belém, Universidade Federal do Pará, 2007. 190 f. (Dissertação de Mestrado)

OLIVEIRA, E. G. **Uma abordagem da trigonometria no Ensino Fundamental, tendo a História como recurso didático**. Maceió: Câmpus de Maceió, Universidade Federal de Alagoas, 2015. 89f. (Dissertação de Mestrado).

OLIVEIRA, R. L de. **Aritmética e artefatos antigos**: uma proposta interdisciplinar. Natal: Câmpus de Natal, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2009. 217f. (Tese de Doutorado).

RIBEIRO, D. B. D. **O uso da história das equações nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática na educação básica**. São Paulo: Câmpus de São Paulo, Universidade Anhanguera de São Paulo, 2015. 135f. (Dissertação de Mestrado).

RICHARDSON, R. J. **Pesquisa social**: métodos e técnicas. São Paulo: Atlas, 1989.

SÃO PAULO. **Currículo do Estado de São Paulo**: Matemática e suas Tecnologias. São Paulo: Secretaria de Estado de Educação, 2011.

RORATTO, C. **A História da Matemática como estratégia para o alcance da aprendizagem significativa do conceito de função**. Maringá: Câmpus de Maringá, Universidade Estadual de Maringá, 2009. 199f. (Dissertação de Mestrado).

ROQUE, A. C. **Uma investigação sobre a participação da História da Matemática em uma sala de aula do Ensino Fundamental**. Belo Horizonte, Câmpus de Belo Horizonte, Universidade Federal de Minas Gerais, 2012. 148f. (Dissertação de Mestrado).

SANTOS, A. O. **História da Matemática como metodologia alternativa para o desenvolvimento da prática pedagógica nos primeiros anos do ensino fundamental**. Uberlândia: Câmpus de Uberlândia, Universidade Federal de Uberlândia, 2013. 175f. (Dissertação de Mestrado).

SANTOS, C. A. **A História da Matemática como ferramenta no Processo de Ensino – Aprendizagem da Matemática**. São Paulo: Câmpus de São Paulo, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 20017. 94f. (Dissertação de Mestrado).

SANTOS, E. S. C. dos. **A construção do conceito de área e procedimentos para sua medida no quinto ano do ensino fundamental**: atividades fundamentadas na História da Matemática. Brasília: Câmpus de Brasília, Universidade Federal de Brasília, 2014. 315f. (Tese de Doutorado).

SANTOS, M. N. **A História da Matemática como desencadeadora de atividades investigatórias sobre o Teorema de Tales**: Análise de uma experiência realizada com uma classe do 9.ºAno do ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro

Preto (MG). Ouro Preto: Câmpus de Ouro Preto, Universidade Federal de Ouro Preto, 2012. 180f. (Dissertação de Mestrado).

SANTOS, M. C. dos. **TEOREMA DE PITÁGORAS: Suas Diversas Demonstrações**. Campina Grande: Câmpus de Campina Grande, Universidade Estadual da Paraíba, 2011. 31f. (Monografia de Especialização)

SCHUBRING, G. Desenvolvimento histórico do conceito e do processo de aprendizagem a partir de recentes concepções matemático-didáticas. Erro, obstáculo, transposição. **Zetetiké**, Campinas, v.6, n. 10, p. 9-34, jul./dez. 1998.

SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO (SED). **Projeto nº. 9282: Conectando Saberes**. Brasil: Sed, 2016.

SWETZ, F.J. **Using from the History of Mathematics in classroom instruction**. Mathematics Teacher: 1989.

SOUZA, M. do C. de. O lógico-histórico enquanto perspectiva didática. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO; 14; 2008; Porto Alegre, **Anais**; Porto Alegre: PUC; 2008. (CD-ROM).

SOUTO, R. M. A. História na Educação Matemática: um estudo sobre trabalhos publicados no Brasil nos últimos cinco anos. **Bolema**, Rio Claro, v.23, n. 35B, p. 515-536, 2010.

STRUIK, D. J. Por que estudar história da matemática?; História da técnica e da tecnologia: textos básicos. In: GAMA Ruy (org). **Queiroz e EDUSP**. São Paulo: Ed. da Universidade de São Paulo, 1985.

TZANAKIS, C.; ARCAVI, A. *et al.* Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. In: FAUVEL, J; VAN MAANEN, J. (Ed.). **History in Mathematics Education: the ICMI study**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000. p. 201-240.

VIANNA, C.R. **Matemática e História: algumas relações e implicações pedagógicas**. São Paulo: Câmpus de São Paulo, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 1995. 228f. (Dissertação de Mestrado).

SITES ACESSADOS

¹ Disponível em:<http://www.museicapitolini.org/es/collezioni/percorsi_per_sale/palazzo_nuovo/sala_dei_filosofi/erma_di_pitagora> Acesso em 05-02-2018 às 13h.

² Disponível em: < www.pt.m.wikipedia.org/wiki/Matemática_chinesa>. Acesso em: 10-02-2018 às 08h

³ Disponível em:<www.plus.maths.org/content/dissecting-table> Acesso em 15-02-2018 às 10h.

⁴Disponível em <<https://bibliot3ca.com/a-corda-de-81-nos-uma-visao-operativa/>>
Acesso em 05-01-2019 às 17h.

APÊNDICES

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO ALUNOS

QUESTIONÁRIO

Nome: _____

Idade: __

- 1- Você já frequentou a escola em classes de primeira a oitava? Se sim pensando nos conteúdos o que você lembra-se de gostar e o que você lembra-se de não gostar.

- 2- Você trabalha? Qual a sua atividade?

- 3- Você já se deparou com dificuldades no trabalho ou no dia a dia que não sabia resolver? Se sim, para quem você solicita ajuda? Fale um pouco sobre essa dificuldade.

- 4- Você se sai bem nas questões de matemática ou de outra matéria que aparecem no seu dia a dia? Alguém no trabalho te solicita ajuda para resolver algum problema? E em casa, você precisa ajudar alguém da sua família para resolver alguma questão?

- 5- Pensando na escola qual a disciplina que você acha que tem mais facilidade? Você faz perguntas? Escreva uma pergunta que já fez.

- 6- Qual a disciplina que você sente mais dificuldade? Você faz perguntas? Quem você procura quando tem dificuldade? Fale de alguma dificuldade que já teve.

- 7- O que você pretende fazer depois de terminar a EJA? Em sua opinião, qual a importância de se concluir as fases de escolarização?

- 8-** Qual conteúdo de Matemática que você gosta? Fale alguma coisa que já resolveu e ficou contente.
- 9-** O que mais você gosta em uma aula e o que você menos gosta.
- 10-** Algum colega tira dúvida com você? Dê um exemplo do que você achou bom explicar.
- 11-** Se você tivesse oportunidade de aconselhar o professor o que você diria para ele fazer e o que pediria para ele não fazer?

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO DIREÇÃO E COORDENAÇÃO ESCOLAR

Nome: _____

Instituição: _____

1- Sua formação é:

licenciatura em matemática

bacharelado em matemática

licenciatura em ciências

licenciatura em ciências biológicas

licenciatura em pedagogia

outra: _____

2- Qual a função/cargo exercido:

Diretor (a)

Coordenador (a)

Professor (a)

3- Tempo de atuação no Ensino Fundamental/Coordenação/Direção:

menos de 1 ano

de 1 a 2 anos

de 3 a 5 anos

de 5 a 10 anos

de 11 a 15 anos

de 16 a 20 anos

mais de 20 anos:

4- Quais foram as principais contribuições do seu curso para a sua atuação como professor(a)/coordenador(a)/diretor(a)?

5- Quanto tempo atua como professor(a)/coordenador(a)/diretor(a) na Educação de Jovens e Adultos(EJA)?

6- Comente sobre quando e como iniciou sua experiência no EJA.

7- Os alunos já te solicitaram para alguma dúvida ou problema que encontram no dia-a-dia? Se sim explicita como foi solicitado.

8- Quais são as vantagens e dificuldades que você percebe ao se trabalhar na Educação de Jovens e Adultos?

9- Como você avalia o comportamento dos alunos em relação à atitude em querer aprender?

10- Caso julgue necessário, acrescente aqui outras observações.

APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO PROFESSORES

Nome: _____

Instituição: _____

1- Sua formação é:

- licenciatura em matemática
- bacharelado em matemática
- licenciatura em ciências
- licenciatura em ciências biológicas
- licenciatura em pedagogia
- outra:

2- Qual a função/cargo exercido:

- Diretor (a)
- Coordenador (a)
- Professor (a)

3- Tempo de atuação no Ensino Fundamental/Coordenação/Direção:

- menos de 1 ano
- de 1 a 2 anos
- de 3 a 5 anos
- de 5 a 10 anos
- de 11 a 15 anos
- de 16 a 20 anos
- mais de 20 anos:

4- Quais foram as principais contribuições do seu curso para a sua atuação como professor(a)/coordenador(a)/diretor(a)?

5- Quanto tempo atua como professor(a)/coordenador(a)/diretor(a) na Educação de jovens e adultos(EJA)?

6- Comente sobre quando e como iniciou sua experiência na EJA?

7- Como você percebe que a sua prática em experiências com o ensino fundamental e médio contribuem para o trabalho na EJA? Há mudanças nos conteúdos ou abordagens? Se sim exemplifique.

8- Os alunos já te solicitaram para alguma dúvida ou problema que encontram no dia-a-dia? Se sim explicita como foi solicitado.

7- O que você diria das necessidades e envolvimento desses alunos nas aulas. Exemplifique algumas das dúvidas dos alunos.

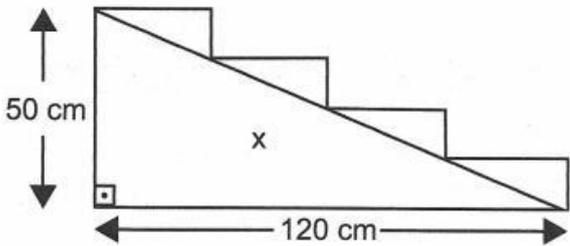
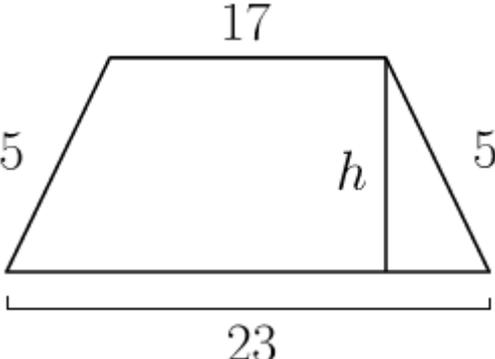
9- Quais são as vantagens e dificuldades que você percebe ao se trabalhar na Educação de Jovens e Adultos?

10- Qual a faixa etária desses alunos. Existe disparidade de idade? Você tem algum aluno que destoa dos outros no que se refere a trazer exemplos e a fazer perguntas? Exemplifique.

11- Como você avalia o comportamento dos alunos em relação à atitude em querer aprender?

12- Caso julgue necessário, acrescentes aqui outras informações.

APÊNDICE D - EXERCÍCIOS DESENVOLVIDOS PELOS ALUNOS

<p>1. Elabore uma definição que caracterize o triângulo retângulo.</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>	 <p>Qual será o comprimento x, em centímetros, dessa rampa?</p>
<p>2. Determine a medida da altura de um trapézio isósceles considerando as medidas indicadas abaixo em metros:</p> 	<p>4. Durante um incêndio num edifício de apartamentos, os bombeiros utilizaram uma escada Magirus de 10 m para atingir a janela do apartamento em chamas. A escada estava colocada a 1 m do chão, sobre um caminhão que se encontrava afastado 6 m do edifício. Qual é a altura do apartamento em relação ao chão?</p>
<p>3. Em uma das entradas da escola B.J há uma escada como mostra a figura abaixo, para facilitar a entrada de alguns estudantes, a coordenação escolar está pensando em destruir essa escada e no seu lugar construir uma rampa.</p>	

APÊNDICE E – AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA



GOVERNO DO ESTADO DE MATO GROSSO DO SUL
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO

DECLARO que tenho CIÊNCIA E AUTORIZO, o desenvolvimento da pesquisa intitulada “AS CONTRIBUIÇÕES DO USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO DO TEOREMA DE PITÁGORAS COM OS ALUNOS DA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA)”, a ser conduzida por Carla Marilla Caldeirani Lino, aluna regularmente matriculada no Programa de Pós-Graduação em Ensino e Processos Formativos da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira/UNESP, orientada pela Profa. Dra. Zulind Luzmarina Freitas, na Escola Estadual Bom Jesus.

Sem mais para o momento, reitero votos de estima e consideração.

Três Lagoas, __ de _____ de _____

Diretor da unidade escolar

Orientadora

Professor/Pesquisador