unesp UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

CAMILLA GANDINE GONÇALVES

Estudo dos efeitos da oscilação do molde na produção de tarugos por lingotamento contínuo

Guaratinguetá
2016

CAMILLA GANDINE GONÇALVES

Estudo dos efeitos da oscilação do molde na produção de tarugos por lingotamento contínuo

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica na área de Projetos.

Orientador: Prof. Dr. José Geraldo Trani Brandão

Guaratinguetá
2016

unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

CAMILLA GANDINE GONÇALVES

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
"DOUTORA EM ENGENHARIA MECÂNICA"

PROGRAMA: ENGENHARIA MECÂNICA
ÁREA: PROJETOS

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Prof. Dr. José Antonio Perrella Balestieri
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. JOSÉ GERALDO TRANI BRANDÃO
Orientador / Unesp-Feg

Prof. Dr. FRANCISCO JOSÉ GRANDINETTI
Unesp-Feg

Prof. Dr. FERNANDO DE AZEVEDO SILVA
Unesp-Feg

Prof. Dr. VIKTOR A. PASTOUKHOV
EEL/USP

Prof. Dr. CÉSAR ALVES DA SILVA LEANDRO
FATEC/Pindamonhangaba

Agosto de 2016

Gonçalves, Camilla Gandine
G635e Estudo dos efeitos da oscilação do molde na produção de tarugos por lingotamento contínuo / Camilla Gandine Gonçalves – Guaratinguetá, 2016.
88 f. : il.
Bibliografia : f. 85-88

Tese (doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2016.
Orientador: Prof. Dr. José Geraldo Trani Brandão

1. Fundição continua 2. Metalurgia 3. Modelos matemáticos I. Título

CDU 621.74(043)

DADOS CURRICULARES

CAMILLA GANDINE GONÇALVES

NASCIMENTO	07.07.1984 – SÃO BERNARDO DO CAMPO / SP
FILIAÇÃO	João Batista Nascimento Gonçalves Malta Vieira Gandine Gonçalves
1999/2001	Curso Técnico Profissionalizante Curso Técnico Profissionalizante em Mecânica, no Colégio Técnico Industrial do Campus de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista.
2002/2009	Curso de Graduação Curso de Graduação em Engenharia Mecânica, na Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista.
2009/2011	Curso de Pós-Graduação Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, nível de Mestrado, na Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista.
2012/2016	Curso de Pós-Graduação Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, nível de Doutorado, na Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista.

Eu dedico esse trabalho a minha família, que me incentivou a prosseguir mesmo quando tudo depunha ao contrário.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, Rei dos Reis, Senhor dos Senhores e Mestre dos Mestres.

Agradeço a minha família:

ao meu esposo, *Rauli*, pelo incentivo constante, e ao meu filho, *Arthur*, que esteve comigo durante a execução deste trabalho.

Agradeço aos meus pais, *João e Marta*, aos meus irmãos, *Guilherme e Murillo*, à minha cunhada, *Simone*, e à minha sobrinha *Mirella*, pela alegria e convívio.

Agradeço a minha avó e minhas tias, pela ajuda na minha infância e pela presença constante na minha vida.

Agradeço ao meu cunhado, *Rauber*, aos meus sogros, *João e Vilma*.

Agradeço aos meus amigos de infância, raros e preciosos, para os quais nem mesmo o tempo conseguiu desbotar o amor fraternal, o meu respeito e a minha admiração. Alguns já se foram, mas até hoje permanece a lembrança do brilho divino de seus olhares.

Agradeço à UNESP e ao Departamento de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, pela minha formação pessoal, profissional e acadêmica,

ao meu orientador, professor *José Geraldo Trani Brandão*, pelo encorajamento, pela confiança em mim depositada e pela paciência;

aos servidores do campus e às bibliotecárias, pela inestimável ajuda.

“E eu, João, sou aquele que vi e ouvi estas coisas. E havendo-as ouvido e visto, prostrei-me aos pés do anjo que mas mostrava para o adorar. E disse-me: Olha não faças tal; porque eu sou conservo teu e de teus irmãos, os profetas, e dos que guardam as palavras deste livro. **Adora a Deus.**”

Apocalipse 22, 8-9

RESUMO

O objetivo deste trabalho é estudar a oscilação do molde na produção de tarugos por lingotamento contínuo e a sua consequência na qualidade do produto final, através de modelamento matemático. A oscilação do molde origina um defeito superficial conhecido como marca de oscilação. O modelo da formação das marcas considera três partes: térmica, mecânica dos fluidos e mecânicos dos sólidos. São consideradas as fases sólida e pastosa, até certa fração sólida, como resistentes aos esforços advindos da oscilação, e que o raio do menisco é não estacionário. Verifica-se que o aumento do curso de oscilação do molde aumenta a profundidade das marcas de oscilação, o aumento da frequência de oscilação tem comportamento ascendente até um ponto máximo, seguido de descendente, enquanto o aumento da velocidade de lingotamento aumenta a profundidade das marcas, desde que a frequência e curso sejam mantidos constantes. O estripamento negativo aparenta ser função de todas as demais variáveis de processo.

PALAVRAS-CHAVE: Metalurgia, Aciaria, Lingotamento Contínuo, Modelamento Matemático, Marcas de oscilação.

ABSTRACT

This work aims to study the mold oscillation in continuous casted billets and its consequence on the final product quality throw mathematical modeling. The mold oscillation causes a surface defect known as oscillation marks. The model of oscillation marks formation is divided in three parts: thermal, fluid mechanics and mechanics of solids. Two phases, solid and mushy steel above to a certain solid fraction are considered as having mechanical strength, and the meniscus radius is non stationary. It appears that the increasing in stroke increases the depth of the oscillation marks, increasing the oscillation frequency is upward behavior up to a maximum point, followed by descending, while increasing the casting speed increases the depth of oscillation marks, if frequency and stroke is kept constant. The negative strip time appears to be a function of all other process variables.

KEYWORDS: Metallurgy, Melting shop, Continuous casting, Modeling, Oscillation marks.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Componentes principais de uma planta de lingotamento contínuo.. 20
Figura 2 - Tipos de instalações de lingotamento contínuo de aços 23
Figura 3 - Nomenclatura comercial das seções produzidas por lingotamento contínuo 24
Figura 4 - Principais componentes de uma máquina de lingotamento contínuo 25
Figura 5 - Distribuidor e válvula submersa 26
Figura 6 - Ilustração de molde (a) tarugo; (b) redondo; (c) perfil 28
Figura 7 - Comportamento das camadas de pó fluxante 28
Figura 8 - Ilustração da oscilação do molde 31
Figura 9 - Ciclo da oscilação do molde com onda de perfil senoidal 32
Figura 10 - Face da casca sólida de um tarugo mostrando as marcas de oscilação 33
Figura 11 - Domínio de integração do modelo térmico 39
Figura 12 - Distribuição do fluxo de calor na fronteira esquerda do domínio ... 41
Figura 13 - Resistências térmicas do sistema lingote/molde 42
Figura 14 - Domínio de integração do modelo de mecânica dos fluidos..... 45
Figura 15 - Condições de contorno do modelo de mecânica dos fluidos no menisco..... 46
Figura 16 - Esboço esquemático do modelo de mecânica dos sólidos..... 48
Figura 17 - Perfil do menisco..... 50
Figura 18 - Malha do modelo térmico (escória)..... 58
Figura 19 - Malha do modelo térmico (metal)..... 59
Figura 20 - Malha do modelo de mecânica dos fluidos (abaixo de z_5)..... 64
Figura 21 - Efeito do curso da oscilação do molde nas marcas de oscilação..... 76
Figura 22 - Curso de oscilação do molde versus marcas de oscilação na literatura..... 76
Figura 23 - Efeito da frequência da oscilação do molde nas marcas de oscilação..... 77
Figura 24 - Frequência de oscilação versus marcas de oscilação na literatura..... 78
Figura 25 - Efeito da velocidade de lingotamento nas marcas de oscilação..... 79
Figura 26 - Marcas de oscilação versus velocidade de lingotamento na literatura..... 79
Figura 27 - Efeito do estripamento negativo nas marcas de oscilação..... 80
Figura 28 - Estripamento negativo versus marcas de oscilação na literatura 81
Figura 29 - Relação entre variáveis e profundidade das marcas de oscilação 81

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Dados da malha do modelo térmico computacional..... 61
Tabela 2 - Propriedades termofísicas do aço e pó fluxante..... 62
Tabela 3 - Considerações do sistema térmico..... 62
Tabela 4 - Dados da malha do modelo de mecânica dos fluidos computacional. 67
Tabela 5 - Propriedades físicas do aço e pó fluxante..... 67
Tabela 6 - Considerações do sistema hidrodinâmico..... 68
Tabela 7 - Dados da malha do modelo de mecânica dos sólidos computacional..... 72
Tabela 8 - Constantes de cálculos da taxa de deformação e tensão..... 73
Tabela 9 - Efeito de diferentes parâmetros na profundidade das marcas de oscilação..... 75

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Representação dos marcos principais de desenvolvimento do lingotamento contínuo ao longo do tempo..... 29
Quadro 2 - Simulações envolvendo oscilação no lingotamento contínuo..... 35

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

A.C. - Anos antes de Cristo
CFD - *Computational Fluid Dynamics*
et al. - E outros
EUA - Estados Unidos da América
LES - *Large Eddy Simulation*
PIV - *Particle Image Velocimetry*

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Constante de cálculo taxa de deformação na fluência	$MPa^{-3,52}/s$
B	Constante de cálculo taxa de deformação na fluência	K
b	Coeficiente cálculo da fração sólida	MPa
C	Constante cálculo tensão escoamento plástico	$[1]$
c'	Pseudo calor específico	J/kgK
c_f	Coeficiente da integral numérica	$[1]$
c_i	Coeficiente da integral numérica	$[1]$
c_l	Calor específico da fase líquida	J/kgK
c_o	Coeficiente da integral numérica	$[1]$
c_s	Calor específico da fase sólida	J/kgK
d_{Cu}	Espessura total do molde	mm
d_{om}	Profundidade das marcas de oscilação	mm
E	Módulo de elasticidade	Pa
f	Frequência da oscilação	cpm
f_s	Fração sólida	$[1]$
g	Aceleração da gravidade	m/s^2
h	Distância da face do molde à linha neutra da casca	mm
h_c	Coeficiente de transferência de calor	W/m^2K
h_f	Espessura total do pó fluxante (escória)	mm
h_l	Espessura da parte sólida da camada do pó fluxante	mm
h_s	Espessura da parte sólida da camada do pó fluxante	mm
I_{c_s}	Momento de inércia da casca na fase sólida	m^4
I_{c_p}	Momento de inércia da casca na fase pastosa	m^4
L	Calor latente de fusão	J/kg
l_f	Comprimento trecho menisco	mm
m	Coeficiente de sensibilidade na fluência	$[1]$
M	Momento fletor atuante na casca	Nm
M_i	Momento fletor interno resistente da casca	Nm
m_p	Coeficiente de sensibilidade no escoamento plástico	$[1]$
n_x	Número de nós da malha na direção x	$[1]$
n_z	Número de nós da malha na direção z	$[1]$
p	Pressão na equação de Reynolds	Pa
ΔP	Diferencial de pressão na casca	Pa
p_0	Pressão estática em $z = 0$	Pa
p_a	Pressão estática em $z = z_4$	Pa
P_f	Pressão na parte reta do *gap*	Pa
P_{fm}	Pressão do *gap* no menisco	Pa
P_s	Pressão no aço líquido	Pa
ΔP_{sf}	Diferencial de pressão interfacial	Pa
q	Densidade do fluxo de calor	W/m^2
q_0	Densidade do fluxo de calor	W/mm^2
Q_r	Vazão volumétrica de pó fluxante	m^3/s

r	Integração da pressão na região do menisco	N/m
R	Raio do menisco	mm
R_a	Resistência térmica da água de refrigeração	m^2K/W
R_i	Resistência térmica do *gap* sólido	m^2K/W
R_L	Resistência térmica do metal líquido	m^2K/W
R_{lb}	Resistência térmica do *gap* líquido	m^2K/W
R_m	Resistência térmica do molde	m^2K/W
R_s	Resistência térmica da camada solidificada	m^2K/W
ds	Diferencial da coordenada curvilínea do menisco	mm
S	Curso da oscilação	mm
s	Espessura da casca	mm
s_p	Espessura da casca fase pastosa	mm
s_s	Espessura da casca fase sólida	mm
t	Tempo	s
t_0	Tempo inicial da simulação numérica	s
$t_{máx}$	Tempo final da simulação numérica	s
t_n	Estripamento negativo	s
T	Temperatura	$°C$
T_0	Temperatura na interface pó fluxante / metal	$°C$
T_1	Temperatura na interface pó fluxante / molde	$°C$
T_2	Temperatura na interface molde / água refrigeração	$°C$
T_∞	Temperatura na vizinhança da face inferior do domínio	$°C$
$T_{aço}$	Temperatura do aço	$°C$
$T_{coerência}$	Temperatura de coerência	$°C$
$T_{escória}$	Temperatura do pó fluxante (escória)	$°C$
T_f	Temperatura de fusão do pó fluxante (escória)	$°C$
$T_{inicial}$	Temperaturas estimadas da matriz de temperatura inicial	$°C$
T_l	Temperatura *liquidus*	$°C$
T_m	Temperatura no menisco	$°C$
T_s	Temperatura *solidus*	$°C$
T_u	Temperatura de superaquecimento	$°C$
T_w	Temperatura água refrigeração	$°C$
U_0	Velocidade superficial na equação de Reynolds	m/s
U_1	Velocidade superficial na equação de Reynolds	m/s
u_z	Velocidade relativa do pó fluxante e metal	m/min
V_1	Velocidade superficial na equação de Reynolds	m/s
v_c	Velocidade de lingotamento	m/min
v_f	Velocidade do pó fluxante	m/min
v_m	Velocidade do molde	m/min
v_s	Velocidade do metal	m/min
x	Coordenada espacial transversal	mm
x_0	Fronteira da malha	mm
x_1	Fronteira da malha	mm
z	Coordenada espacial longitudinal	mm
z_1	Fronteira superior da malha dos modelos	mm
z_2	Fronteira inferior da malha do modelo térmico	mm

z_3	Fronteira inferior da malha do modelo de mecânica dos sólidos	*mm*
z_4	Fronteira inferior da malha do modelo de mecânica dos fluidos	*mm*
z_5	Coordenada longitudinal de início da solidificação	*mm*
z_s	Coordenada longitudinal de início da solidificação	*mm*
α_w	Coeficiente de transferência de calor água refrigeração	W/m^2K
δ	Deflexão da superfície neutra da viga	*mm*
ε	Deformação específica	*[1]*
$\dot{\varepsilon}$	Taxa de deformação	*1/s*
ϕ	Curvatura da superfície neutra da viga	*1/mm*
η	Distância até a superfície neutra da viga	*mm*
λ	Condutividade térmica	*W/mK*
$\lambda_{aço}$	Condutividade térmica do metal	*W/mK*
λ_{Cu}	Condutividade térmica do molde	*W/mK*
λ_f	Condutividade térmica do pó fluxante	*W/mK*
λ_{f_s}	Condutividade térmica do pó fluxante na fase sólida	*W/mK*
λ_S	Condutividade térmica do metal na fase sólida	*W/mK*
λ_L	Condutividade térmica do metal líquido	*W/mK*
μ	Viscosidade dinâmica	*Pa.s*
μ_0	Viscosidade do metal líquido	*Pa.s*
μ_f	Viscosidade do pó fluxante (fase líquida)	*Pa.s*
θ	Ângulo inclinação menisco	*rad*
ρ	Densidade	kg/m^3
ρ_f	Densidade do pó fluxante	kg/m^3
ρ_{f_s}	Densidade do pó fluxante na fase sólida	kg/m^3
ρ_S	Densidade do metal líquido	kg/m^3
ρ_{S_S}	Densidade do metal na fase sólida	kg/m^3
σ	Tensão atuante na casca	*Pa*
σ_{sf}	Tensão superficial entre pó fluxante e metal líquido	*N/m*
ω	Velocidade angular de oscilação do molde	*rad/s*
ξ	Comprimento da casca	*mm*
^{n}	Sobescrito n – Tempo	*[s]*
$^{n+1}$	Sobescrito n – Incremento de tempo	*[s]*
$_{i}$	Subscrito i – Inicial	*[1]*
$_{i,k}$	Subscrito i,k – Localização espacial malha	*[mm]*
$_{f}$	Subscrito f – Final	*[1]*

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 19

1.1 Desenvolvimento do processo de lingotamento contínuo 19

1.2 Objetivo 21

1.3 Estrutura do trabalho 21

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 23

2.1 Evolução da produção de aço por lingotamento contínuo 23

2.2 Máquina de lingotamento contínuo 25

2.2.1 Distribuidor 26

2.2.2 Molde 27

2.2.3 Zona de *Sprays* 29

2.3 Desenvolvimento tecnológico das máquinas de lingotamento contínuo 29

2.4 Oscilação do molde 30

2.5 Defeitos nos tarugos devido à oscilação do molde 32

2.6 Modelamento do lingotamento contínuo 34

2.6.1 Estado da arte 35

3 MODELAMENTO MATEMÁTICO 38

3.1 Modelagem analítica 38

3.1.1 Modelo térmico 38

3.1.2 Modelo de mecânica dos fluidos 44

3.1.3 Modelo de mecânica dos sólidos 48

3.2 Modelagem discretizada 56

3.2.1 Modelo térmico discretizado 57

3.2.2 Modelo de mecânica dos fluidos discretizado 63

3.2.3 Modelo de mecânica dos sólidos discretizado 68

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES 74

4.1 Resultados e comparação com bibliografia existente 74

4.1.1 Efeito da oscilação do molde 75

4.1.2 Efeito da velocidade de lingotamento 78

4.1.3 Efeito do estripamento negativo 80

5 CONCLUSÃO 82

5.1 Contribuição original do trabalho 83

5.2 Propostas para trabalhos futuros 84

REFERÊNCIAS 85

1 INTRODUÇÃO

1.1 Desenvolvimento do processo de lingotamento contínuo

O processo de vazamento de metais para fabricação de produtos remonta de cerca de 1.000 anos A.C., quando se criavam artefatos de bronze e de ferro fundido. No século XIX surgiram as primeiras ideias sobre lingotamento contínuo de metais, e, durante a revolução industrial, sobre lingotamento contínuo de aços.

Após constante evolução no processo de lingotamento contínuo de aços por diversos pesquisadores, Siegfried Junghans (Alemanha) patenteou, em 1933, o primeiro sistema de oscilação do molde que alavancou o processo em escala industrial ao término da segunda guerra mundial, segundo Garcia *et al.* (2006).

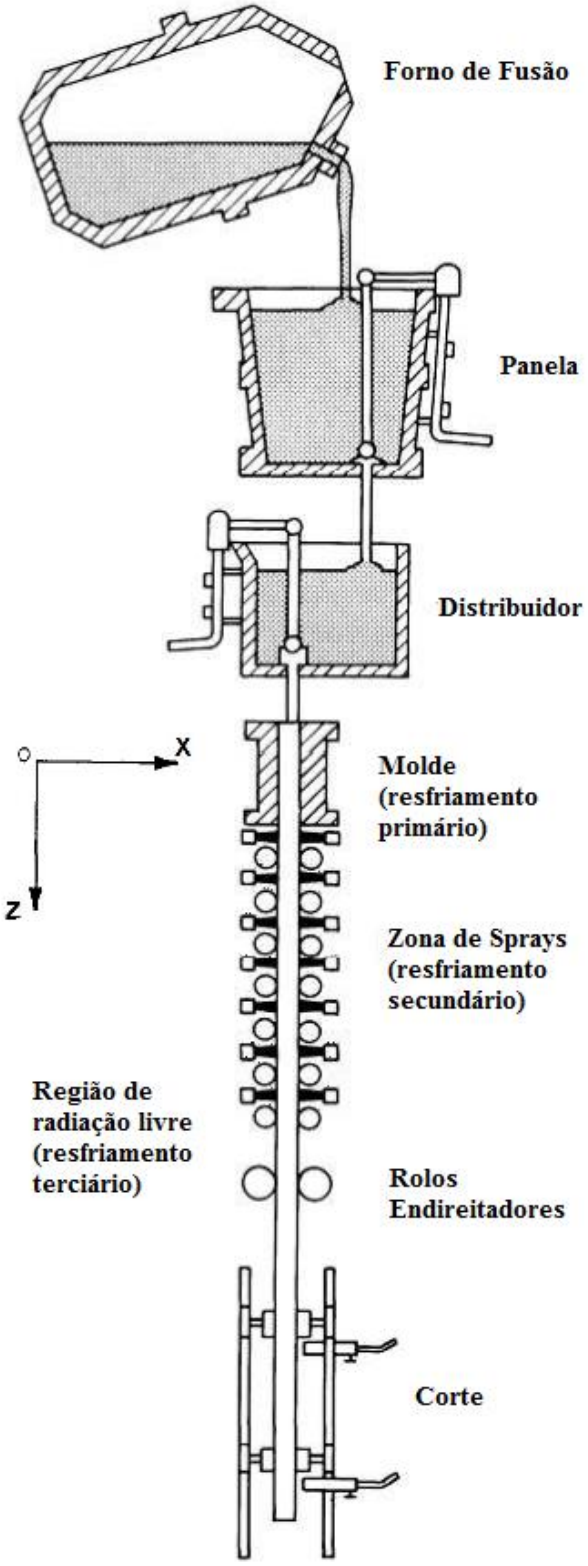
De acordo com a WORDLSTEEL ASSOCIATION, a produção mundial de aço em 2014 foi de 1.665 milhões de toneladas, sendo que, deste montante, 1.591 milhões de toneladas (aproximadamente 95%) foi produzida através do processo de lingotamento contínuo.

No Brasil, 9º produtor de aço no ranking mundial de 2014, a produção anual foi de 33,9 milhões de toneladas, sendo destas, 33,4 milhões de toneladas (aproximadamente 98%) produzidas por lingotamento contínuo.

O processo de lingotamento contínuo é, resumidamente, a transformação do metal líquido diretamente em produto sólido semiacabado. Esta transformação ocorre por meio de três etapas de resfriamento, como mostrado na Figura 1: primeira etapa no contato como molde, segunda etapa na zona de *sprays* e terceira etapa ao ar.

Uma panela transfere metal líquido a um distribuidor, que alimenta o molde por uma válvula submersa. Para evitar a adesão do metal às paredes do molde, o mesmo é lubrificado e possui movimento de oscilação. O tarugo, já com uma camada externa solidificada, sai do molde e em sequência é resfriado na câmara de *spray*. Em seguida, o tarugo é guiado por rolos, etapa esta em que o tarugo já se encontra totalmente solidificado. Finalmente o tarugo é encaminhado ao resfriamento ao ar livre, etapa em que também é segmentado através de corte na longitudinal, em comprimento comercial (geralmente 08 metros).

Figura 1 - Componentes principais de uma planta de lingotamento contínuo



Fonte: Adaptado de (AMERICAN SOCIETY FOR METALS, 1998)

O processo de lingotamento contínuo, quando comparado ao lingotamento convencional (estático), apresenta diversas vantagens, tais como: redução do tempo de lingotamento, eliminação das baterias de lingoteiras, cabeças quente, pontes rolantes, estripadores, eliminação de laminadores desbastadores, obtenção de produtos semiacabados de aços com acabamento superficial melhor e estrutura cristalina mais homogênea, aumento do rendimento metálico devido à eliminação do corte da cabeça e do pé que ocorre no lingotamento convencional.

1.2 Objetivo

O objetivo deste trabalho é estudar a oscilação do molde para obtenção de tarugos por Lingotamento Contínuo, as características do movimento de oscilação, sua forma e a seus efeitos na qualidade do produto final.

De uma forma mais específica, o trabalho pretende:

- Determinar a distribuição de temperatura do tarugo e do lubrificante (pó fluxante, ou fluxo) no interior do molde.
- Calcular a distribuição de pressão em toda a extensão do lubrificante e na interface entre este lubrificante e o tarugo.
- Calcular a profundidade das marcas de oscilação do tarugo.
- Avaliar entre profundidade das marcas de oscilação do tarugo e as variáveis de processo normalmente controladas num processo de lingotamento contínuo, tais como: curso e frequência de oscilação, velocidade de lingotamento e estripamento negativo.

1.3 Estrutura do trabalho

No Capítulo 1 é apresentada a introdução ao trabalho, os objetivos gerais e específicos e a estrutura do trabalho.

No Capítulo 2 deste trabalho, é apresentada a evolução da produção de aço via lingotamento contínuo, bem como feita uma apresentação da máquina de lingotamento

contínuo e sistemas principais. É mostrada também como funciona a oscilação do molde e ressaltada sua importância, bem como quais os defeitos introduzidos nos tarugos pela mesma. É apresentada uma revisão da literatura sobre modelamento do processo de lingotamento contínuo

No Capítulo 3 é escrito o modelo matemático da formação das marcas de oscilação, dividido em modelo térmico, modelo de mecânica dos fluidos e modelo de mecânica dos sólidos, para cálculo da profundidade das marcas.

No Capítulo 4 são apresentados os resultados da simulação numérica e as comparações com dados existentes na literatura, de outras simulações numéricas e experimentais.

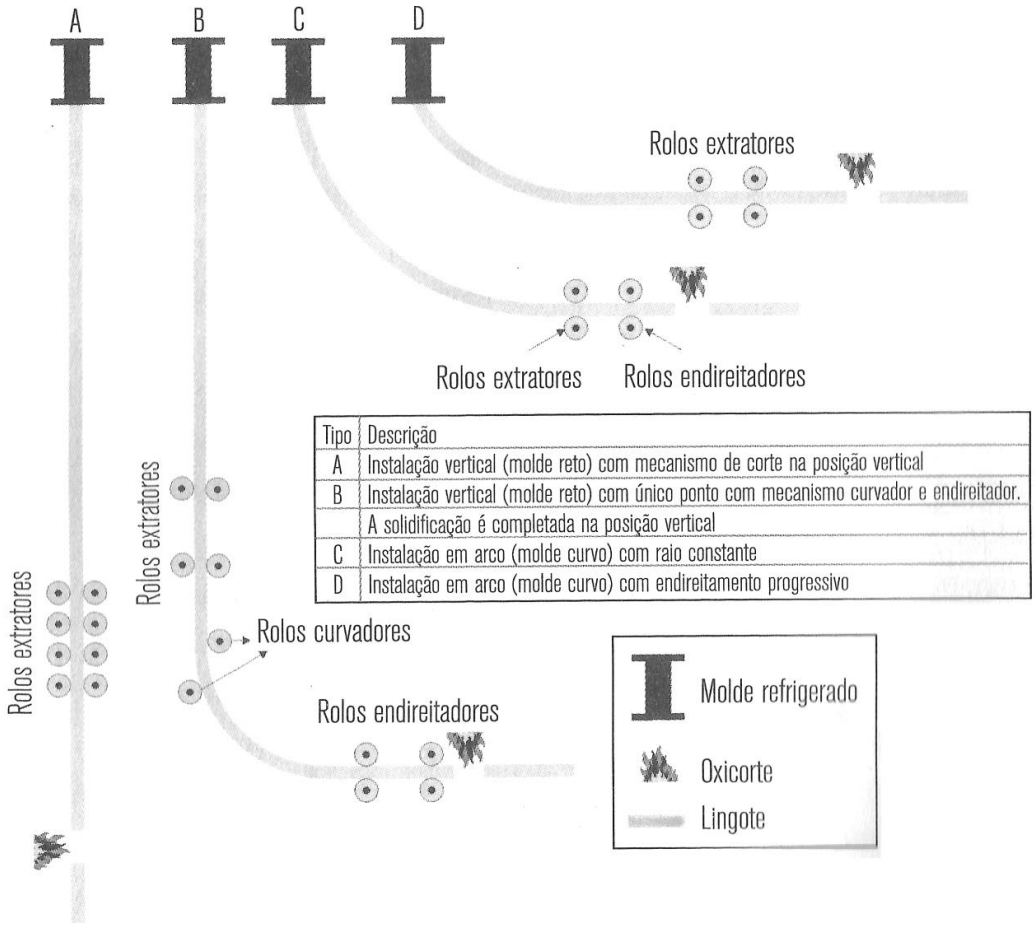
O Capítulo 5 traz as conclusões deste trabalho, a contribuição original e proposta para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Evolução da produção de aço por lingotamento contínuo

De acordo com Kohl (2005), em 1970, mesmo após importantes adventos tecnológicos em processo e equipamentos, o volume de produção de aço pelo processo de lingotamento contínuo não ultrapassava 5% do volume total de aço produzido mundialmente. Porém, apenas quatro anos depois, em 1974, este percentual já havia evoluído para 11%. Atribui-se o crescimento da produção ao aumento significativo na quantidade de máquinas instaladas, devido à criação de máquinas curvas com moldes curvos, como mostra a Figura 2. Comparativamente a configuração vertical, que então era a mais utilizada, esta nova configuração reduzia a altura total da instalação em mais de 50%, o que representa menor custo e prazo de investimento.

Figura 2 - Tipos de instalações de lingotamento contínuo de aços



Tipo	Descrição
A	Instalação vertical (molde reto) com mecanismo de corte na posição vertical
B	Instalação vertical (molde reto) com único ponto com mecanismo curvador e endireitador.
	A solidificação é completada na posição vertical
C	Instalação em arco (molde curvo) com raio constante
D	Instalação em arco (molde curvo) com endireitamento progressivo

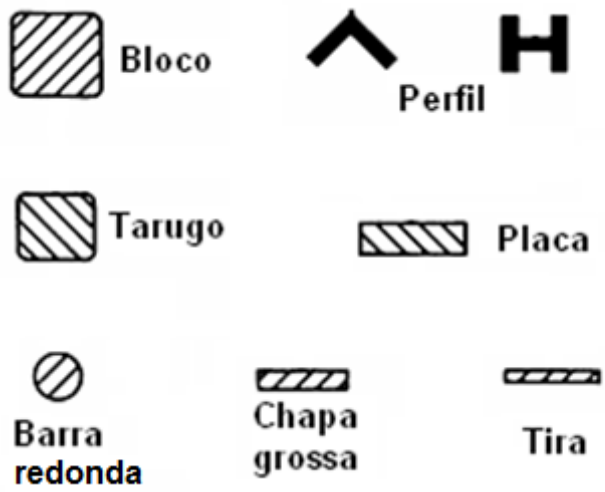
Fonte: (Garcia, A. *et al.*, 2006)

Na década de 90, o volume total de aço produzido mundialmente via lingotamento contínuo já se situava em patamares de 60%, e, ao final de 2014, o volume total de aço produzido mundialmente por lingotamento contínuo foi 95%.

Os principais motivos que impulsionaram a evolução da produção de aço pelo processo de lingotamento contínuo estão alinhados com as principais vantagens do processo, quando comparado ao processo de lingotamento convencional (estático). Dentre estes motivos, podem-se citar as crises energéticas, a demanda por redução de tempo e custos operacionais, bem como necessidade de incremento do rendimento metálico (para tarugos, o rendimento metálico é aproximadamente 98% para o lingotamento contínuo, e 81% para o lingotamento convencional).

Os produtos obtidos por lingotamento contínuo podem ser divididos em categorias conforme nomenclatura comercial: placas, blocos, tarugos ou perfis. A Figura 3 mostra a seção transversal destes produtos, conforme nomenclatura utilizada comercialmente.

Figura 3 - Nomenclatura comercial das seções produzidas por lingotamento contínuo



Fonte: Produção do próprio autor

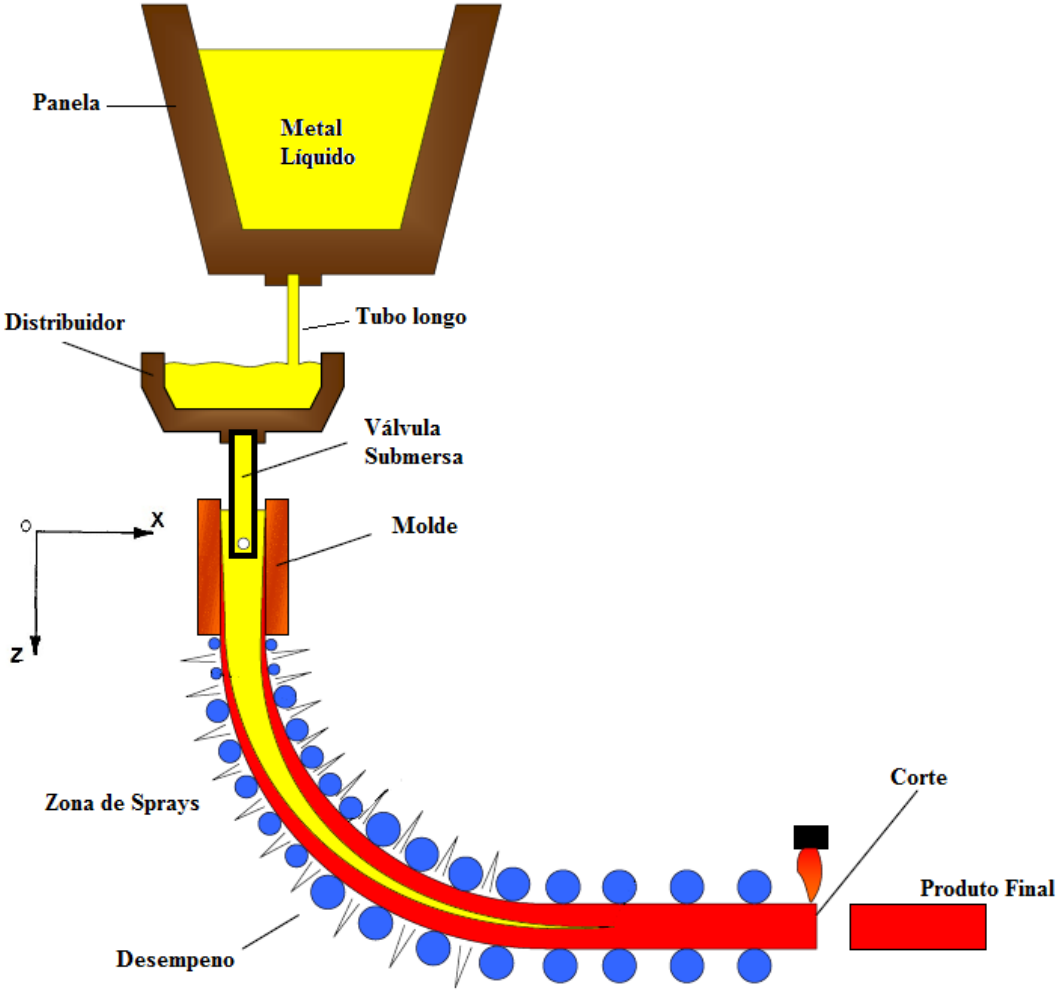
Por convenção comercial, blocos tem seção de 200 mm x 600 mm até 400 mm x 600 mm. Tarugos tem seção quadrada até 200 mm x 200 mm. Barras redondas variam de diâmetro de 140 mm a 500 mm. Placas tem faixa de espessura 50 mm a 400 mm, e largura superior a 2500 mm. Chapa grossa tem espessura de 6,35 mm a 300 mm, e

largura superior a 200 mm. Perfis são produtos acabados utilizados em construção mecânica ou civil, tais como vigas I e cantoneiras.

2.2 Máquina de lingotamento contínuo

De acordo com Garcia *et al.* (2006), as máquinas de lingotamento contínuo para aços são geralmente as máquinas verticais simples, verticais com dobramento na vertical, verticais com dobramento progressivo e desempeno na horizontal, curvas com molde curvo ou parabólico e desempeno na horizontal e curvas com moldes curvos e desempeno progressivo.

Figura 4 - Principais componentes de uma máquina de lingotamento contínuo



Fonte: Adaptado de (Dashboard Engineering Wiki)

Os principais componentes de uma máquina de lingotamento contínuo são: distribuidor e a válvula submersa, molde e seus componentes de refrigeração e lubrificação, zona de *sprays*, região de radiação livre, desempeno e corte (Figura 4).

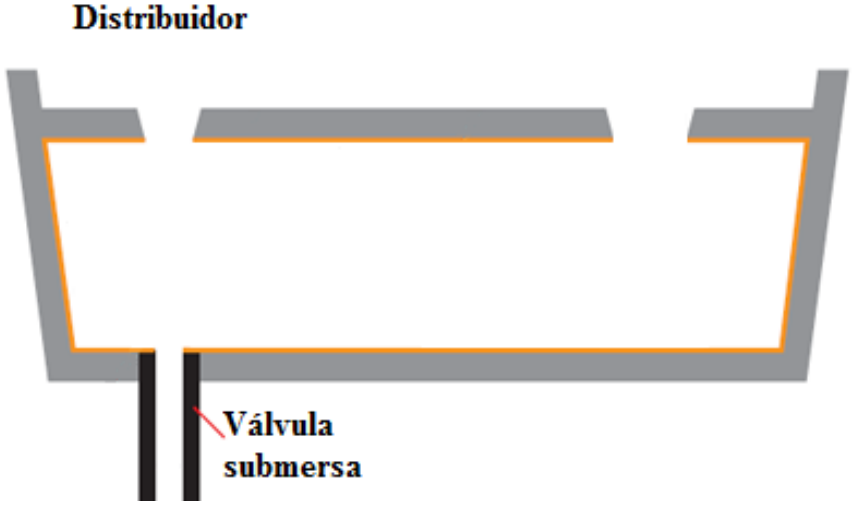
Dentre estes componentes principais, vale destacar os requisitos cruciais de forma a garantir fenômenos fundamentais para o processo de lingotamento. De acordo com Garcia *et al.* (2006), estes fenômenos fundamentais são os seguintes:

- alimentação de metal líquido no distribuidor;
- fluxo de metal líquido do distribuidor para o molde;
- formação da camada de metal sólido junto à superfície da parede interna do molde (pele), com espessura suficiente para resistir aos esforços de lingotamento sem a ocorrência de ruptura desta (*breakout)*;
- resfriamento do tarugo após a saída do molde, por meio de *sprays* e resfriamento natural.

2.2.1 Distribuidor

O distribuidor, ilustrado na Figura 5, funciona como um reservatório de metal líquido intermediário entre a panela e os diversos moldes (veios) do equipamento.

Figura 5 - Distribuidor e válvula submersa



Fonte: Produção do próprio autor

No distribuidor também é possível fazer correções (modificações) na composição química e limpeza do metal líquido. Devido às altas temperaturas do metal líquido, o distribuidor é revestido de material refratário e pré-aquecido a cada corrida, antes de receber o metal líquido. Na saída do distribuidor estão situadas válvulas de material refratário, que fazem a alimentação do molde, também chamadas de válvulas submersas.

2.2.2 Molde

O molde funciona como a primeira etapa do resfriamento do metal e iniciar a solidificação de uma casca sólida (pele), que servirá de sustentação aos esforços de lingotamento. O molde possui um raio de curvatura, que acompanha a curvatura da máquina de lingotamento contínuo. Na Figura 6 estão ilustrados moldes com diferentes geometrias, que variam conforme a geometria do produto final a ser obtido. Nesta figura, o raio de curvatura está exagerado. Num molde real de uma siderúrgica brasileira, o raio de curvatura é 9.000 mm, num comprimento de 800 mm.

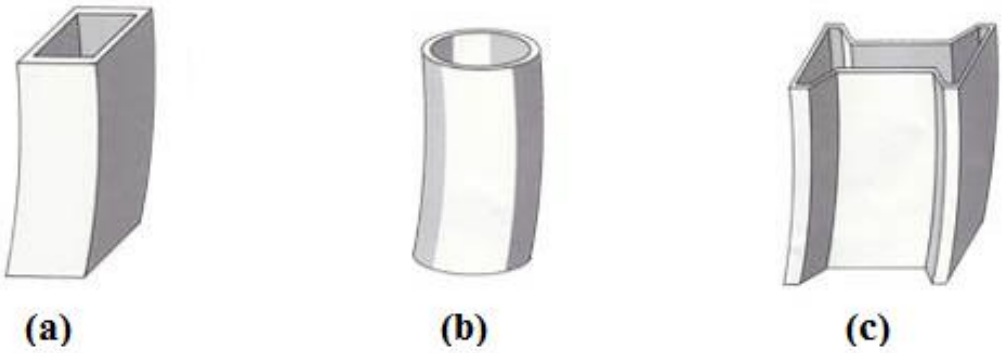
Para reduzir o atrito do metal com as paredes do molde, evitando agarramento e consequente ruptura da casca sólida, o molde possui um sistema de oscilação no sentido de produção, com velocidade de descida igual à velocidade de produção, e velocidade de subida aproximadamente o dobro da velocidade de produção.

Adicionalmente, além da oscilação, utiliza-se lubrificação nas paredes do molde, através da deposição de pó refratário no topo do nível da superfície de metal líquido no molde. Este pó refratário (também chamado de pó fluxante ou fluxo), além de reduzir o atrito, cria uma camada superficial que retém as inclusões flotadas no metal, geradas pelo fluxo do jato de metal na saída da válvula submersa, bem como mantém a temperatura nesta superfície.

Segundo Garcia *et al.* (2006), o pó fluxante, acima do metal líquido, apresenta-se em três camadas distintas: uma camada espessa sólida, uma camada intermediária rica em carbono e uma camada de pó fundido líquido, que podem ser vistas na Figura 7.

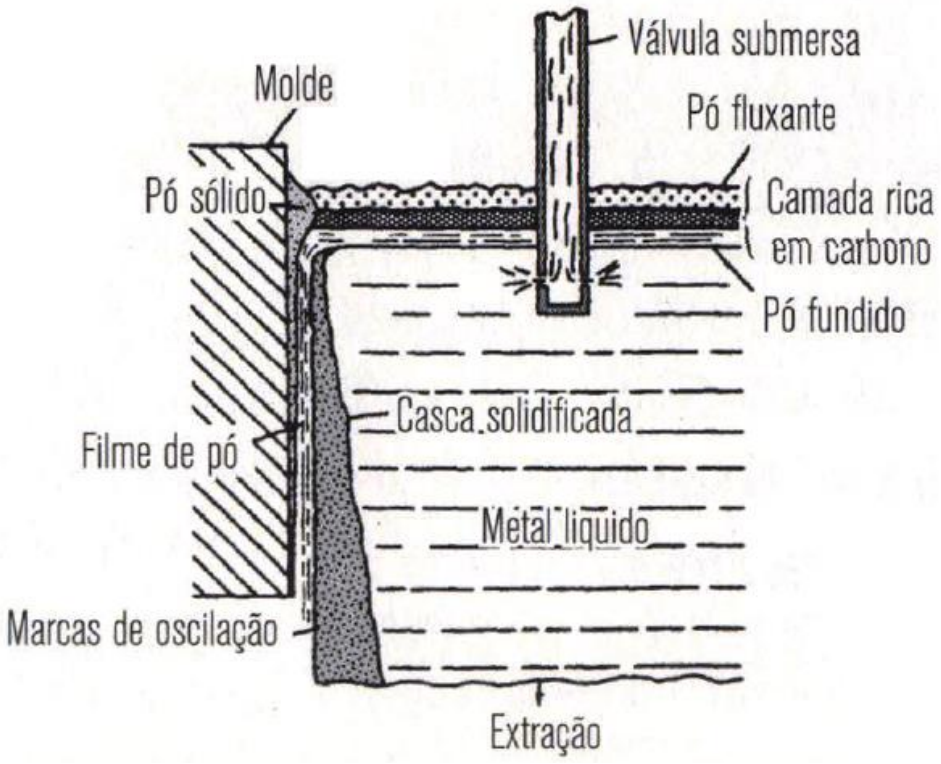
Para garantir a solidificação inicial necessária ao tarugo (formação da casca sólida com espessura adequada), é importante também o controle do comprimento efetivo do molde, e a utilização de material com alta condutividade térmica na fabricação do mesmo, para facilitar a extração de calor.

Figura 6 - Ilustração de molde (a) tarugo; (b) redondo; (c) perfil



Fonte: Produção do próprio autor

Figura 7 - Comportamento das camadas de pó fluxante



Fonte: (Garcia, A. *et al.*, 2006)

2.2.3 Zona de *Sprays*

A zona de *sprays* é formada por uma série de *sprays* (chuveiros), que realizam a segunda etapa de resfriamento do tarugo através do borrifamento de água na superfície do tarugo, já solidificada, para garantir que a solidificação prossiga ao interior do mesmo, que ainda se encontra líquido.

O projeto da zona de *sprays* deve garantir a manutenção adequada da velocidade de solidificação do tarugo, prevenindo o reaquecimento da superfície do tarugo após a saída do molde, minimizando, ao mesmo tempo, o aparecimento de trincas térmicas por resfriamento abrupto.

Atualmente se utilizam muitos modelos numéricos para auxiliar a zona de *sprays*, inferindo-se em parâmetros como vazão de água e posicionamento dos *sprays*, tanto longitudinal como transversalmente com relação ao tarugo.

2.3 Desenvolvimento tecnológico das máquinas de lingotamento contínuo

O desenvolvimento tecnológico das máquinas de lingotamento contínuo tem sido decisivo para que este processo seja utilizado de forma crescente, possibilitando a produção de aços cada vez mais nobres.

De acordo com Kohl (2005), os principais marcos de desenvolvimento do lingotamento contínuo ao longo do tempo, que possibilitaram o crescimento do volume de produção de aço por este processo tal qual vemos atualmente, podem ser representados no Quadro 1.

Quadro 1 - Representação dos marcos principais de desenvolvimento do lingotamento contínuo ao longo do tempo

(continua)

Ano	Marco	País
1934	Máquina comercial de lingotamento vertical de tarugos para ligas de cobre	Alemanha

Quadro 1 - Representação dos marcos principais de desenvolvimento do lingotamento contínuo ao longo do tempo

(conclusão)

Ano	Marco	País
1949	Máquina comercial de lingotamento vertical para blocos de aço	EUA
1950	Experiências com agitação eletromagnética no molde para blocos de aço efervescentes	Alemanha
1954	Oscilação do molde com princípio do estripamento negativo para aço	Inglaterra
1960	Aplicação industrial de pó de molde como lubrificante para placas de aço	Inglaterra
1963	Máquina piloto com molde curvo para tarugos de aço	Suíça
1964	Máquina comercial com molde curvo para placas e tarugos de aço	Áustria, China, Alemanha, Rússia
1980/90	Máquina de placas finas para ligas de cobre	EUA
1985	Máquinas comerciais com molde *funnel type* para placas finas lingotadas de aço	Alemanha

Fonte: Adaptado de (Kohl, S., 2005)

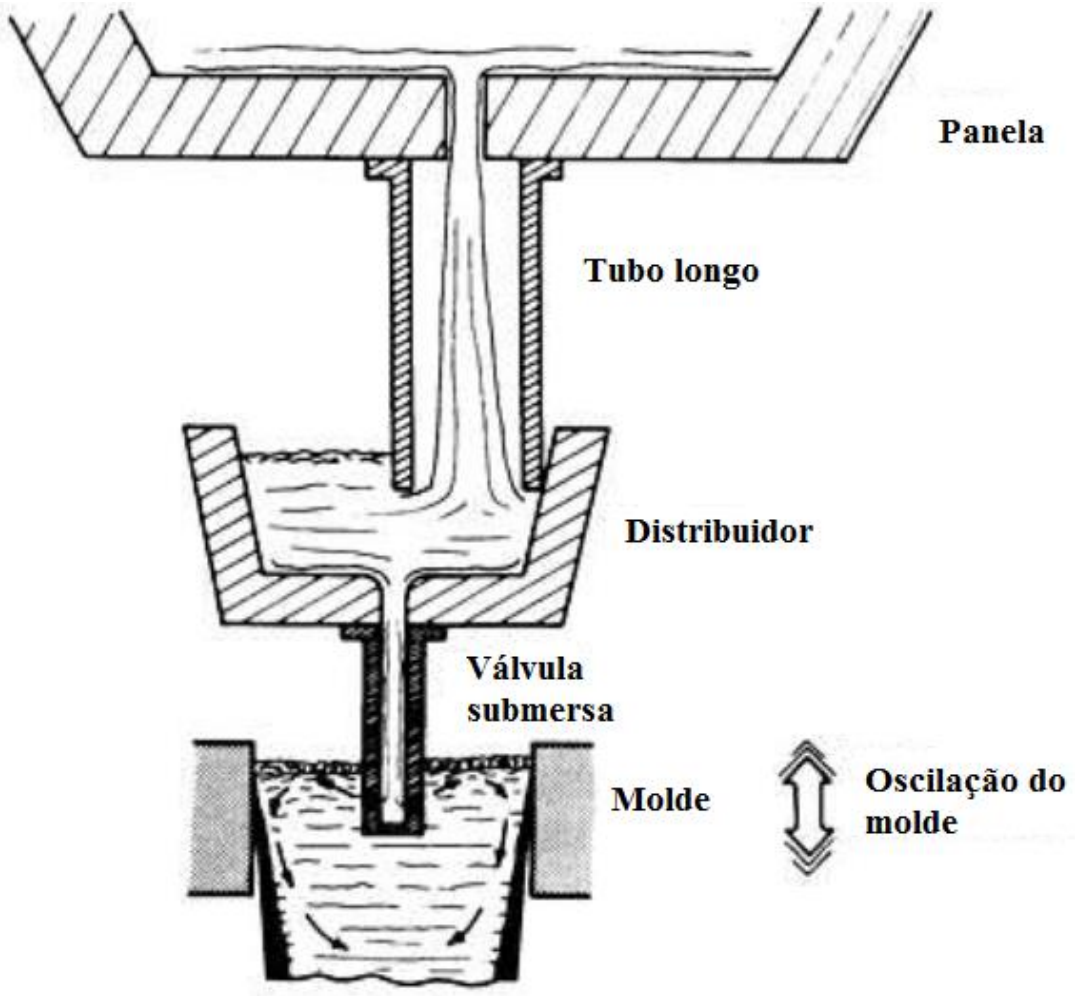
2.4 Oscilação do molde

A oscilação do molde veio a eliminar um dos primeiros obstáculos ao processo de lingotamento contínuo, principalmente de aços, que consistia no agarramento (ou *sticking*) do metal às paredes do molde, Figura 8. Este agarramento é responsável pela ruptura da camada solidificada (pele), dando origem ao vazamento do metal líquido do interior do tarugo, fenômeno conhecido como *breakout*.

Como dito na seção 1.1, o primeiro mecanismo de oscilação foi inventado por Junghans (Alemanha) em 1933. De acordo com Soares (2005), este mecanismo foi instalado pioneiramente em 1949, em duas máquinas de lingotamento contínuo de aços, uma em Schomdorf (Alemanha) e outra em Allegheny (Estados Unidos), no

intuito de controlar e minimizar a fricção na interface tarugo / molde. Neste mecanismo, a velocidade de descida do molde era a mesma velocidade de lingotamento, ou seja, não havia movimento relativo entre o molde e a camada solidificada do tarugo no período de descida, que é quando se inicia a solidificação.

Figura 8 - Ilustração da oscilação do molde



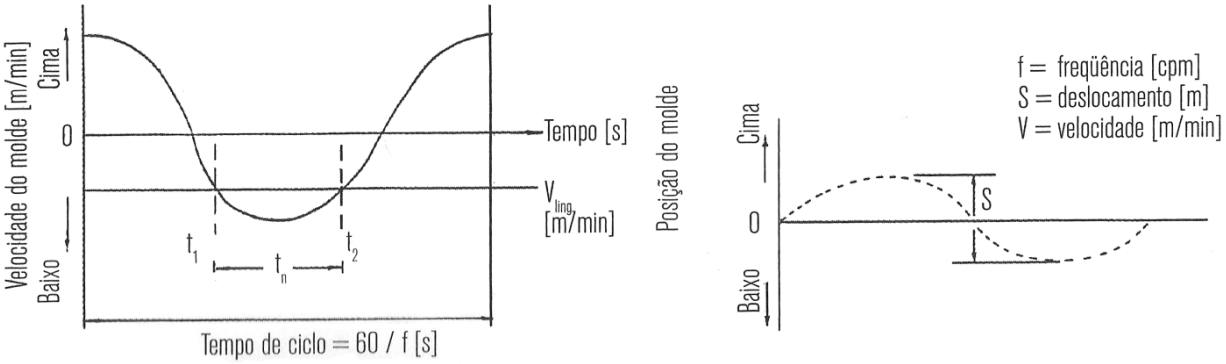
Fonte: Adaptado de (AMERICAN SOCIETY FOR METALS, 1998)

Em 1954, Ian Halliday (Inglaterra) idealizou o conceito que o molde se desloque para baixo mais rápido que o tarugo, fornecendo uma estripagem negativa (*negative strip time*). Durante esse período de movimentação, de acordo com Garcia *et al.* (2006), qualquer aderência da casca sólida à parede do molde será descolada pelo movimento relativo entre as superfícies, e, caso ocorra ruptura da casca sólida, há

tempo para um posterior preenchimento de metal líquido e formação de uma nova casca sólida, evitando um possível *breakout*.

Existem diversas formas de quantificação do conceito de estripamento negativo, sendo que a grande dificuldade prática é definir o ponto ótimo da velocidade de descida do molde para ajuste do processo. Após utilização de diversos tipos de onda para perfazer o ciclo de oscilação do molde, a indústria projetista das máquinas de lingotamento adotou a onda de perfil senoidal para este ciclo, pois, de acordo com Soares (2005), a onda senoidal requer equipamentos mais simples. O ciclo de oscilação do molde com onda de perfil senoidal é visto na Figura 9.

Figura 9 - Ciclo da oscilação do molde com onda de perfil senoidal



Fonte: (Garcia, A. *et al.*, 2006)

2.5 Defeitos nos tarugos devido à oscilação do molde

O defeito no tarugo associado diretamente à oscilação do molde é chamado de marca de oscilação, que são marcas na superfície transversal dos tarugos, que podem ser visualizadas na Figura 10.

O nível do menisco (região de início da solidificação no molde), o tempo de estripagem negativa e a viscosidade do lubrificante do molde são parâmetros interligados e que estão relacionados à profundidade e espaçamento das marcas de oscilação. Além destes parâmetros, de acordo com Soares (2005), variáveis tais como

curso, frequência da oscilação senoidal do molde, bem como a velocidade de lingotamento também influenciam na formação das marcas.

Figura 10 - Face da casca sólida de um tarugo mostrando as marcas de oscilação (seção do tarugo 143 mm x 132 mm)

Fonte: (Thomas, B. G.; O'Malley, R.; Stone, D., 1998)

As marcas de oscilação raramente produzem defeitos superficiais ao produto em processos posteriores. No entanto, se estas marcas forem profundas, (algumas qualidades de aço geram marcas mais profundas), tornam o produto mais suscetível a trincas transversais nas bases das marcas que atuam como concentradores de tensão nos processos de laminação posteriores.

Ainda, de acordo com Garcia *et al.* (2006), a profundidade das marcas de oscilação é fator de influência para os seguintes defeitos: trincas superficiais transversais e longitudinais nos cantos; trincas internas fora de canto e diagonais; romboidade no molde ou nos *sprays*; problemas de *breakouts* nos cantos com ângulos obtusos.

Existem diversas teorias de formação das marcas de oscilação, dentre as quais se destaca a teoria proposta por Takeuchi e Brimacombe (1984), o que não exploraremos neste trabalho.

Segundo Takeuchi e Brimacombe (1984) e como demonstrado por simulação numérica por Schwerdtfeger e Sha (2001), pode-se afirmar que quanto mais espaçadas as marcas de oscilação, mais profundas estas se tornam, preservando-se as demais variáveis de processo constantes.

2.6 Modelamento do lingotamento contínuo

Os primeiros modelos matemáticos para o lingotamento contínuo, de acordo com Thomas (2001), foram desenvolvidos por Mizikar e Brimacombe no início dos anos 70, através do método de diferenças finitas, com o objetivo de solucionar a equação de transferência de calor através da casca sólida.

Já nestes modelos pioneiros, foi crucial para formação de conhecimento básico do processo, combinar tais modelos ao conhecimento prático do processo, através de experimentação, de forma a calibrar e validar que estes estão prevendo a realidade.

Na atualidade, com o grande avanço dos computadores, o processamento dos modelos se tornou mais rápido e às vezes em tempo real, além do nível da possibilidade destes modelos serem cada vez mais refinados. No entanto, como a complexidade do processo é extrema, é impossível a criação de um único modelo que sozinho contenha todos os fenômenos que ocorrem no lingotamento contínuo. Portanto, se torna necessária à execução de modelos assumindo condições de contorno cada vez mais corretas, e a calibração destes modelos com experimentos, de forma a expandir o conhecimento básico do processo.

Neste sentido, tem sido observado grande avanço na quantidade de trabalhos de modelamento do lingotamento contínuo, utilizando as mais avançadas tecnologias de simulação e experimentação, tais como *Large Eddy Simulation* (LES), *Particle Image Velocimetry* (PIV) e *Computational Fluid Dynamics* (CFD).

Thomas (2001) prevê que cada vez mais os trabalhos futuros em modelamento do lingotamento contínuo deverão combinar fenômenos com objetivo de avaliar a correlação entre estes. Como exemplo, ele cita que a análise conjunta da deformação em modelos de solidificação poderia ajudar a melhorar o processo de lingotamento contínuo de placas finas e tiras.

Porém, segundo Garcia *et al.* (2006), se deve tomar cuidado na utilização de simulação no lingotamento contínuo, principalmente no levantamento de dados específicos de cada máquina, composição química do aço lingotado e dados de entrada da simulação (condições operacionais), sob o risco de não obter simulações confiáveis. Para tanto, deve ser prevista uma atualização contínua da base de conhecimento do processo, vinda da prática de operações de lingotamento contínuo por técnicos e engenheiros.

2.6.1 Estado da arte

No Quadro 2 é apresentada uma revisão da literatura especializada, com resumo de algumas publicações de simulações envolvendo oscilações no lingotamento contínuo.

Quadro 2 - Simulações envolvendo oscilação no lingotamento contínuo

(continua)

Ano	Simulação	Referência
1984	Teoria da formação das marcas de oscilação no lingotamento contínuo de placas, e validação com ensaios metalográficos.	Takeuchi e Brimacombe
1985	Simulação da distribuição de temperatura no tarugo e lubrificante durante o lingotamento, para avaliar a mudança de	Takeuchi e Brimacombe

Quadro 2 - Simulações envolvendo oscilação no lingotamento contínuo

(continua)

Ano	Simulação	Referência
	perfil da casca solidificada e relacionar com a qualidade final do produto (presença de marcas de oscilações e outros defeitos como segregação e trincas transversais). Validação do modelo com estudo metalúrgico em amostras de placas.	
2001	Profundidade das marca de oscilação, avaliação de relação entre parâmetros operacionais do processo de lingotamento contínuo, e validação com procedimentos experimentais da literatura.	Schwerdtfeger e Sha
2003	Simulação da formação das marcas de oscilação, utilizando a hipótese de uma frequência de oscilação ótima. Comparação com testes em plantas industriais.	Elfsberg
2005	Construção de um simulador em escala de laboratório, com condições similares às industriais, para criar as marcas de oscilação em diferentes tipos de aço. Validação com marcas de oscilação reais reportadas na literatura.	Badri *et al.*
2005	Simulação de um modelo hipotético para formação das marcas de oscilação em aços baixo carbono, com posterior uso de um simulador das condições previstas no modelo, com intuito de encontrar um ponto ótimo de ajuste do processo para maior qualidade do produto. Validação do modelo por comparação com as práticas em uso na indústria.	Badri *et al.*
2006	Simulação da formação das marcas de oscilação e trincas sub superficiais em forma de gancho, e influência em defeitos superficiais em placas de aço ultra baixo carbono. Validação com resultados de simulações, medições e observações da literatura.	Senguta *et al.*
2006	Simulação do fluxo na região do menisco por fluidodinâmica, durante um ciclo de oscilação.	Ojeda *et al.*

Quadro 2 - Simulações envolvendo oscilação no lingotamento contínuo

(conclusão)

Ano	Simulação	Referência
2012	Simulação numérica do mecanismo de formação das marcas de oscilação, e propostas para redução das marcas e, consequentemente, redução de trincas e segregação. Validação com observações feitas na indústria	Lopez *et al.*
2014	Simulação da solidificação, profundidade das marcas de oscilação de aços baixo carbono, e da cristalização do pó fluxante num lingotamento contínuo utilizando um simulador multi molde. Validação da estrutura com microscopia eletrônica de varredura.	Ko *et al.*

Fonte: Produção do próprio autor

3 MODELAMENTO MATEMÁTICO

O fenômeno de formação das marcas de oscilação no lingotamento contínuo é extremamente complexo. Portanto, o modelo será dividido em 03 modelos distintos, intitulados, modelo térmico, modelo de mecânica dos fluidos e modelo de mecânica dos sólidos.

Cada modelo terá duas etapas de equacionamento: analítica e computacional.

3.1 Modelagem analítica

A modelagem analítica abordará o fenômeno de formação das marcas de oscilação através de equações analíticas, divididas em três modelos, com objetivo de calcular a profundidade do defeito. Para isto, considera-se geometria axial em torno do eixo *y*, e o modelo se torna bidimensional com coordenada *x* (transversal / horizontal) e coordenada *z* (longitudinal / vertical) no molde.

Todos os modelos foram baseados no trabalho de Schwerdtfeger e Sha (2000), com as modificações para incluir a fase pastosa (estado semissólido) da casca em formação, e a consideração de um perfil de menisco não estacionário. Estas modificações serão indicadas ao longo do texto.

3.1.1 Modelo térmico

O objetivo do modelo de mecânica dos fluidos é fornecer a distribuição bidimensional da temperatura no tarugo. Conhecendo a temperatura, é possível determinar diversos parâmetros necessários para o modelamento, tais como, espessura do *gap*, espessura da casca sólida e pastosa e fração sólida.

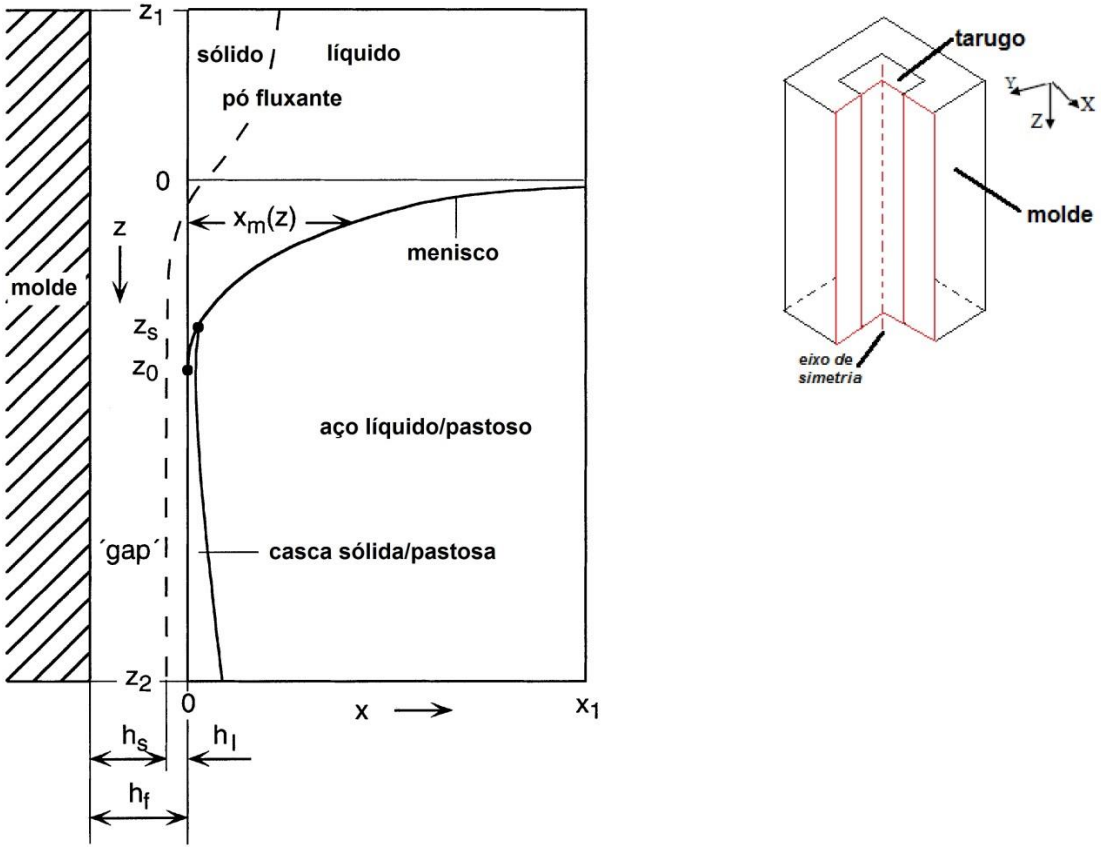
O modelo térmico deste trabalho assume que para análise térmica, os efeitos da oscilação são suficientemente pequenos e podem ser desprezados. Seguindo o modelo utilizado por Barcellos (2011) e Luz (2011), que modela a distribuição térmica na face

do lingote como condução transiente bidimensional, e considerando o modelo térmico usado por Schwerdtfeger e Sha (2000), a transferência de calor pode ser escrita como:

$$\rho c' \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z}\right) \quad (1)$$

O domínio de integração do modelo térmico, Figura 11, compreende duas regiões para o aço e escória (contendo fluxo, ou pó fluxante). O aço apresenta estado sólido, pastoso e líquido. A escória apresenta estado sólido e líquido.

Figura 11 - Domínio de integração do modelo térmico



Fonte: Adaptado de (Schwerdtfeger e Sha, 2000)

- Condição de contorno na fronteira esquerda do domínio:

$$x = 0 \longrightarrow \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = q_0(z) \quad (2)$$

De acordo com Schwerdtfeger e Sha (2000), existem vários estudos da densidade do fluxo de calor ($q_0(z)$) na literatura. Abaixo do menisco, que é a fronteira entre o metal líquido e o pó fluxante na fase líquida (lubrificante), o fluxo de calor é praticamente unidimensional (na direção *x*), originando a função $q_0(z)$. Entretanto, na região do menisco, o fluxo de calor no molde se torna bidimensional (direção *x*, *z*), impossibilitando a medição de temperatura na parte interna do molde da maneira usual. Isto faz com que não exista uma função $q_0(z)$ para a região do menisco. É assumido que a função $q_0(z)$ possa ser aplicada também para a região do menisco (ou seja, acima do ponto $z=z_0$). Dessa forma:

$$q_0(z) = 2.0{v_c}^{0.6}e^{-0.0015z} \longrightarrow\ x = 0, z_0 \leq z \leq z_2 \tag{3}$$

$$q_0(z) = (2.0{v_c}^{0.6}e^{-0.0015z} - 0.27)e^{-0.0004(z_0-z)^{3.5}} + 0.27 \longrightarrow\ x = 0, z \leq z_0 \tag{4}$$

Na Figura 12, a função $q_0(z)$ é dada em função de diferentes velocidades de lingotamento.

- Condição de contorno na fronteira superior do domínio:

$$0 \leq x \leq x_1, \qquad z = z_1 \longrightarrow\ q = -\lambda\frac{\partial T}{\partial z} = 0 \tag{5}$$

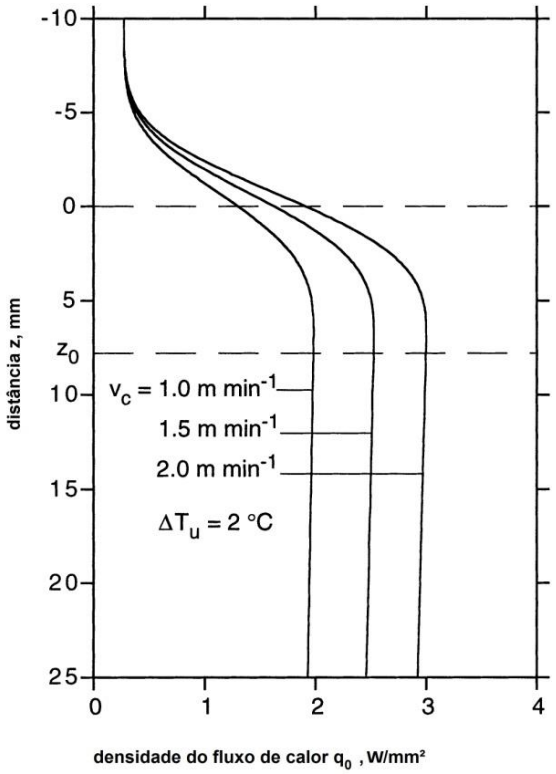
- Condição de contorno na fronteira inferior do domínio:

$$0 \leq x \leq x_1, \qquad z = z_2 \longrightarrow\ q = -\lambda\frac{\partial T}{\partial z} = 0 \tag{6}$$

- Condição de contorno na fronteira direita do domínio:

$$x = x_1, \qquad z_1 \leq z \leq z_2 \longrightarrow\ T = T_l + \Delta T_u \tag{7}$$

Figura 12 - Distribuição do fluxo de calor na fronteira esquerda do domínio (*x=0*)



Fonte: Adaptado de (Schwerdtfeger e Sha, 2000)

No menisco, o fluxo de calor entre a escória e o aço, bem como as temperaturas na região são condições de igualdade, logo:

$$\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial n}\right)_{escória} = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial n}\right)_{aço} \tag{8}$$

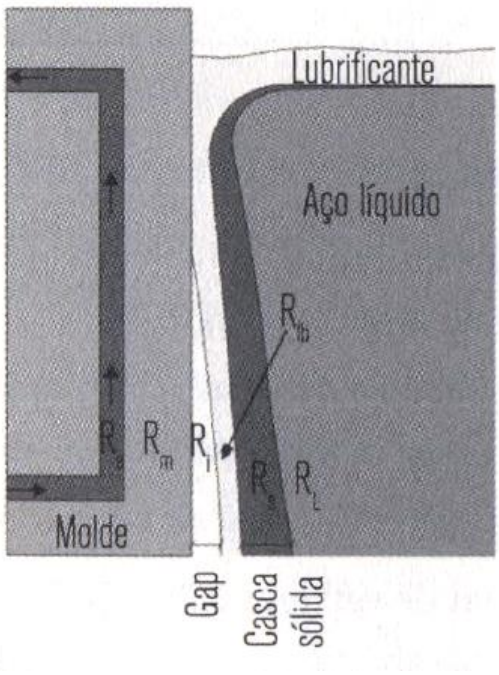
$$T_{escória} = T_{aço} = T_m \tag{9}$$

3.1.1.1 Cálculo da espessura do *gap*

O modelo calculado por Schwterdtfeger (2000) considera o fluxo de calor constante entre as interfaces envolvidas (água de resfriamento, molde, escória e metal). Este modelo, conhecido por modelo de resistência devido à analogia que faz com

elétrica, é muito utilizado para cálculo de espessura e temperaturas das interfaces em transferência de calor e amplamente aplicado em diversos modelos térmicos em lingotamento contínuo, tal como Barcellos (2011). Segundo Garcia *et al.* (2006), todas as resistências térmicas envolvidas na passagem do fluxo de calor, desde o interior do lingote até a água de refrigeração, devem ser consideradas, como pode ser visto na Figura 13.

Figura 13 - Resistências térmicas do sistema lingote/molde



Fonte: (Garcia, A. *et al.*, 2006)

Como o fluxo de calor é constante, as interfaces e as diferenças de temperatura ficam:

$$q_0 = \frac{\lambda_f}{h_f}(T_0 - T_1) = \frac{\lambda_{Cu}}{d_{Cu}}(T_1 - T_2) = \alpha_w(T_2 - T_w) \tag{10}$$

Portanto, a espessura do *gap* pode ser obtida da Equação (10):

$$h_f = \lambda_f \left(\frac{T_0 - T_w}{q_0} - \frac{d_{Cu}}{\lambda_{Cu}} - \frac{1}{\alpha_w} \right) \quad (11)$$

As partes sólida e líquida do *gap* também podem ser calculadas de forma semelhante:

$$h_s = \lambda_f \left(\frac{T_f - T_w}{q_0} - \frac{d_{Cu}}{\lambda_{Cu}} - \frac{1}{\alpha_w} \right) \quad (12)$$

$$h_l = \lambda_f \left(\frac{T_0 - T_f}{q_0} \right) \quad (13)$$

3.1.1.2 Cálculo da espessura da casca

De acordo com Kim, Oh e Lee (1996), na solidificação, a partir de certa fração sólida crítica, os aços começam a apresentar resistência mecânica.

A fração sólida pode ser calculada conforme indica European Commission (2005), que foi o método mais eficiente utilizado por Barcellos (2011):

$$fs = 1 - e^{-b(T_l - T)} \quad (14)$$

O coeficiente *b* pode ser calculado da seguinte forma:

$$0{,}99 = 1 - e^{-b(T_l - T_s)} \quad (15)$$

Apesar de Kim, Oh e Lee (1996) terem verificado experimentalmente que a fração sólida crítica é 0,525, boa parte dos trabalhos de solidificação em lingotamento contínuo consideram fração sólida crítica 0,7, tais como Li e Thomas (2002) e Won e Thomas (1999).

Considerando o fluxo de calor da escória para o metal constante, tal qual na seção 3.1.1.1, as interfaces e as diferenças de temperatura ficam:

$$q_0 = \frac{\lambda_f}{h_f}(T_0 - T_1) = \frac{\lambda_{aço}}{s}(T_{coerência} - T_0) \tag{16}$$

Portanto, a espessura da casca pode ser obtida da Equação (16):

$$s = \lambda_{aço}\left(\frac{T_{coerência} - T_0}{q_0}\right) \tag{17}$$

As partes pastosa e sólida da casca também podem ser calculadas de forma semelhante:

$$s_p = \lambda_{aço}\left(\frac{T_{coerência} - T_s}{q_0}\right) \tag{18}$$

$$s_s = \lambda_{aço}\left(\frac{T_s - T_0}{q_0}\right) \tag{19}$$

As equações discretizadas deste modelo serão vistas na seção 3.2.1.

3.1.2 Modelo de mecânica dos fluidos

O objetivo do modelo de mecânica dos fluidos é fornecer a distribuição unidimensional da pressão no *gap* (parte líquida da escória, entre o molde e o tarugo).

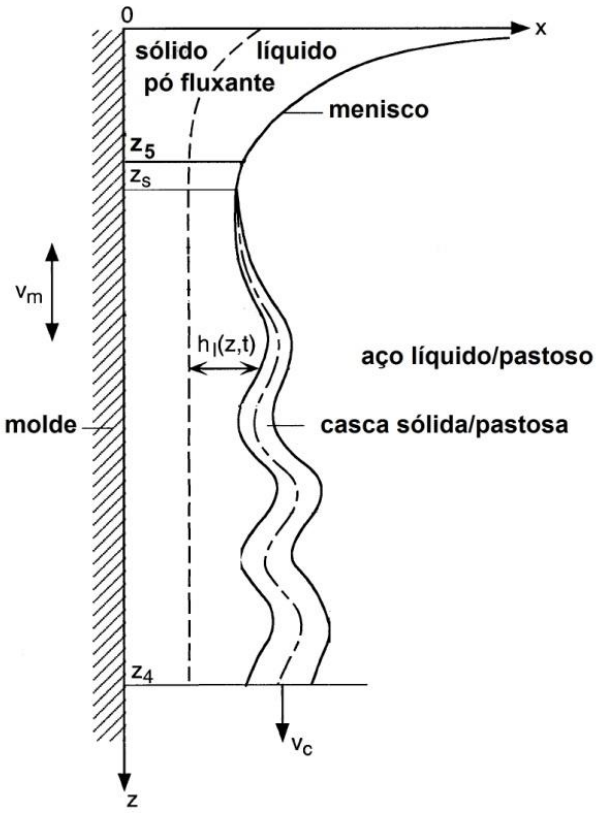
O domínio do modelo, Figura 14, será dividido em duas partes. A primeira parte será a região abaixo do menisco (a parte reta da interface molde/tarugo, abaixo de z_5). A segunda parte será a região do menisco propriamente dita, acima de z_5.

Na região abaixo do menisco, considera-se a teoria da lubrificação hidrodinâmica de Reynolds (1886), assim como considerado por Schwerdtfeger e Sha (2000):

$$\frac{\partial}{\partial x}\left({h_l}^3\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left({h_l}^3\frac{\partial p}{\partial z}\right) = 6\mu\left\{(U_0 + U_1)\frac{\partial h_l}{\partial x} + 2V_1\right\} \tag{20}$$

As velocidades relativas às superfícies são: $U_0 = v_m, U_1 = v_c, V_1 = \frac{\partial h_l}{\partial t}$.

Figura 14 - Domínio de integração do modelo de mecânica dos fluidos



Fonte: Adaptado de (Schwerdtfeger e Sha, 2000)

Simplifica-se a distribuição de pressão, considerando que a variação de pressão na radial é desprezível, e trocando as coordenadas para coincidir com o modelo presente:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right) \sim 0 \quad \therefore \quad \frac{\partial}{\partial z}\left(h_l^3 \frac{\partial P_f}{\partial z}\right) = 6\mu_f \left\{(v_m + v_c)\frac{\partial h_l}{\partial z} + 2\frac{\partial h_l}{\partial t}\right\} \tag{21}$$

Logo, o modelo de mecânica dos fluidos pode ser escrito como:

$$\frac{1}{\mu_f}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial P_f}{\partial z} h_l^3\right) = 6(v_m + v_c)\frac{\partial h_l}{\partial z} + 12\frac{\partial h_l}{\partial t} \tag{22}$$

Onde:

$$v_m = \frac{S\omega}{2}\sin \omega t \tag{23}$$

A pressão será calculada interativamente, dada a parte líquida do *gap*.

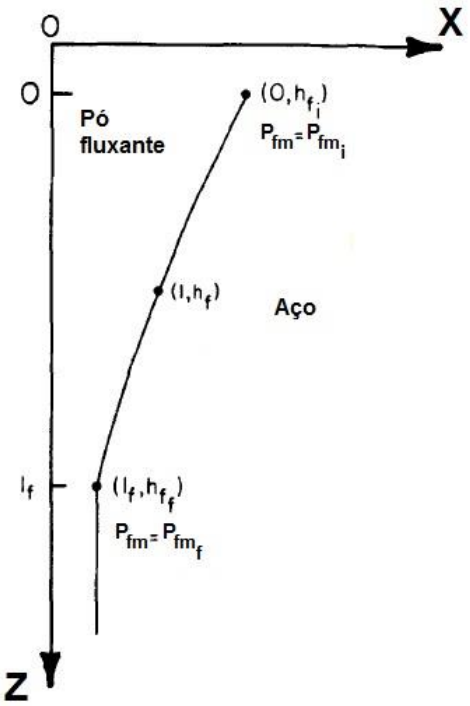
- Condições de contorno, na região abaixo do menisco:

$$z = z_5 \quad \rightarrow \quad P_f = p_0 + \rho_f g z_5 \tag{24}$$

$$z = z_4 \quad \rightarrow \quad P_f = p_a \tag{25}$$

Como em *z=0* a espessura do *gap* é infinita (h_f=∞), é adotada como limite inicial de integração a Equação (24). A medida z_5 se situa abaixo de *z=0*, e acima de z_s, como pode ser visto na Figura 14.

Figura 15 - Condições de contorno do modelo de mecânica dos fluidos no menisco



Fonte: Adaptado de (Takeuchi e Brimacombe, 1984)

Na região do menisco, considera-se que a pressão na escória (pó fluxante) segue o modelo de Takeuchi e Brimacombe (1984), com a seguinte equação de movimento:

$$\frac{dP_{fm}}{dz} = \mu_f \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \rho_f g \tag{26}$$

E a seguinte equação de continuidade:

$$\frac{dQ_r}{dz} = \frac{d}{dz}\left(\int_0^{h_f} u_z dx\right) = 0 \tag{27}$$

Onde:

$$u_z = v_f - v_s \tag{28}$$

- Condições de condições de contorno, na região acima do menisco (ver Figura 15):

$$0 \leq z \leq l_f, \;\; x = 0 \quad \rightarrow \quad u_z = v_m - v_c \tag{29}$$

$$0 \leq z \leq l_f, \;\; x = h_f(z) \quad \rightarrow \quad u_z = 0 \tag{30}$$

$$z = 0, \;\; 0 \leq x \leq h_{f_i} \quad \rightarrow \quad P_{fm} = P_{fm_i} \tag{31}$$

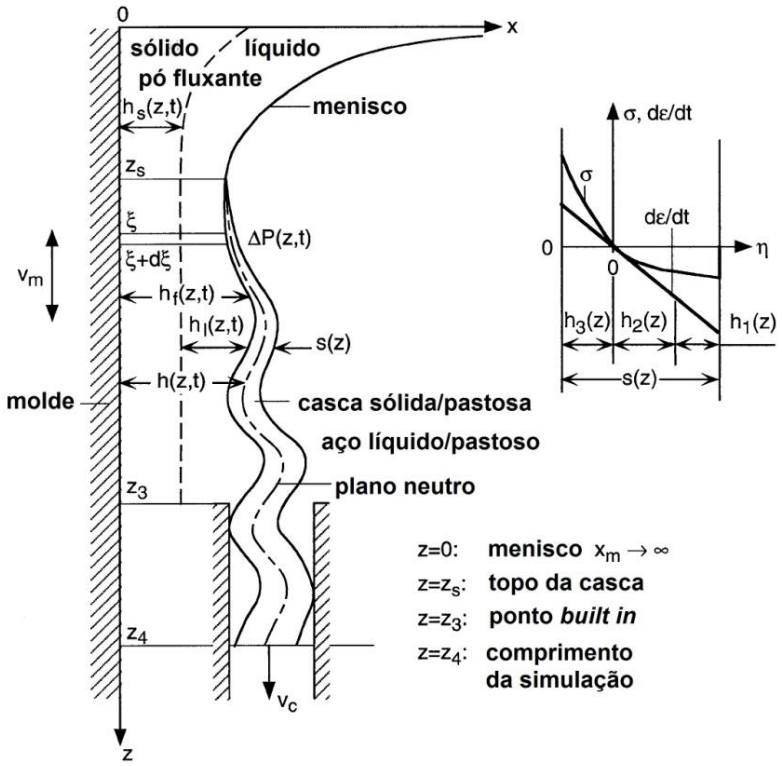
$$z = l_f, \;\; 0 \leq x \leq h_{f_f} \quad \rightarrow \quad P_{fm} = P_{fm_f} \tag{32}$$

As equações discretizadas deste modelo serão vistas na seção 3.2.2.

3.1.3 Modelo de mecânica dos sólidos

A casca é considerada uma viga submetida à flexão e, diferentemente do modelo de mecânica dos sólidos de Schwerdtfeger e Sha (2000), a casca é composta de duas partes (estado sólido e pastoso), como pode ser visto na Figura 16.

Figura 16 – Esboço esquemático do modelo de mecânica dos sólidos



Fonte: Adaptado de (Schwerdtfeger e Sha, 2000)

De acordo com Schwerdtfeger e Sha (2000), a flexão na casca é causada por um diferencial de pressão dos esforços solicitantes:

$$\Delta P(z,t) = P_f - P_s + \frac{\sigma_{sf}}{R} \tag{33}$$

Onde:

- $P_f(z,t)$ é a pressão no *gap* entre metal e molde, equacionada na seção 3.1.2, que empurra a casca em direção ao aço líquido.

- $P_s(z)$ é a pressão no aço líquido, que empurra a casca em direção ao molde:

$$P_s = p_0 + \rho_s g z \tag{34}$$

- A pressão superficial σ_{sf}/R na região $z \leq z_s$, que empurra a casca em direção ao aço líquido. O raio do menisco R é considerado não estacionário no presente modelo, e pode ser calculado de forma estática, segundo Takeuchi e Brimacombe (1984):

$$\frac{d\theta}{ds} = -\frac{\Delta P_{sf}}{\sigma_{sf}} \tag{35}$$

Observando a relação trigonométrica da Figura 17:

$$\frac{dz}{ds} = -\sin\theta \tag{36}$$

$$\frac{dx}{ds} = \cos\theta \tag{37}$$

Considerando a pressão no *gap*:

$$\Delta P_{sf} = \rho_s g z - P_{fm} \tag{38}$$

Logo, da Equação (35), (36), (37) e (38):

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{\rho_s g z - P_{fm}}{\sigma_{sf} \sin\theta} \tag{39}$$

Integrando a Equação (39), considerando a condição de contorno $z = 0, \theta = 0$:

$$\cos\theta = 1 - \frac{(\rho_s - \rho_f)gz^2}{2\sigma_{sf}} + \frac{r_{(z)}}{\sigma_{sf}} \tag{40}$$

Onde:

$$r_{(z)} = \int_0^z (P_{fm} - \rho_f gz)dz \tag{41}$$

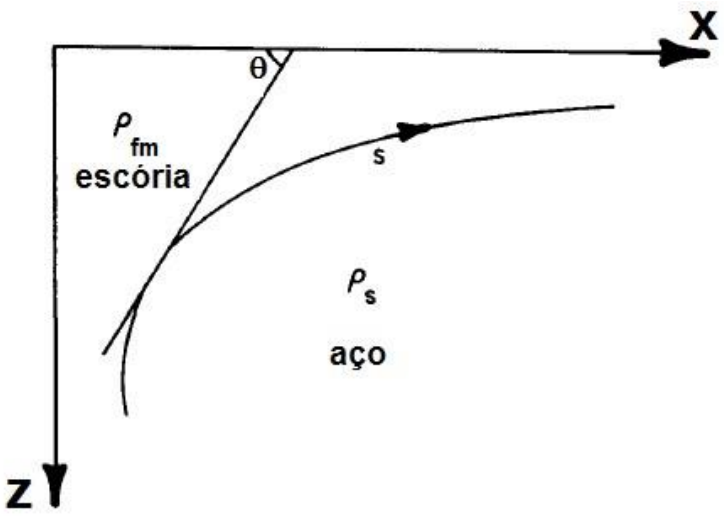
Logo, da Equação (36), (37) e (40):

$$\frac{dz}{dx} = \frac{2\sigma_{sf}(\rho_s - \rho_f)gz^2 - 4\sigma_{sf}[r_{(z)} + \sigma_{sf}]}{\left\{(\rho_s - \rho_f)^2 g^2 z^4 - 4(\rho_s - \rho_f)[r_{(z)} + \sigma_{sf}]gz^2 + 4r_{(z)}[r_{(z)} + 2\sigma_{sf}]\right\}^{1/2}} \tag{42}$$

O raio do menisco fica:

$$R = \frac{(x^2 + z^2)}{2z} \tag{43}$$

Figura 17 – Perfil do menisco



Fonte: Adaptado de (Takeuchi e Brimacombe, 1984)

Segundo Schwerdtfeger e Sha (2000), o momento fletor na casca, devido ao diferencial de pressão da Equação (37) pode ser calculado por:

$$M(z,t) = \int_{\xi=z_s}^{z} \Delta P(\xi,t)(z-\xi)d\xi \tag{44}$$

A deflexão da casca depende do instante e do momento de inércia. Cada elemento da casca saindo do molde com velocidade v_c se deflete instantaneamente de acordo com sua posição em *z*. No entanto, conforme se desloca, o elemento da casca se torna mais espesso e menos dúctil, portanto, a taxa de deformação decresce até se tornar nula. Como pode ser visto na Figura 16, na posição z_3 considera-se que a casca está na posição *built in*, ou seja, a taxa de deformação se tornou nula. A deformação obtida até a posição z_3 é mantida na superfície do tarugo e é chamada "marca de oscilação".

Em altas temperaturas, o processo de deformação do aço ocorre principalmente por fluência. Ensaios de fluência das fases δ e ferrita α do aço foram conduzidos por Harste e Schwerdtfeger (1996), e a equação empírica obtida foi usada por Schwerdtfeger e Sha (2000), para simular a deformação da fase sólida da casca. Estes ensaios foram conduzidos com carga constante (consequentemente com taxa de deformação constante). Porém, considera-se, que os resultados podem ser aproximados ao presente modelo devido às deformações alternadas serem pequenas e a frequência de oscilação ser elevada. Portanto, para a fase sólida da casca, a relação entre deformação e tensão pode ser expressa por:

$$\dot{\varepsilon} = A \exp\left(-\frac{B}{T}\right)\sigma|\sigma|^{m-1} \tag{45}$$

Onde, com os coeficientes ajustados para a faixa de temperatura *T(K)>1125*:

$$\dot{\varepsilon} = 2{,}6.\,10^{17}\left(\frac{\sigma}{E}\right)^{2,5}\sinh\left(\frac{156{,}355\sigma}{T}\right)\exp\left(-\frac{28866}{T}\right) \tag{46}$$

A relação inversa, tensão *versus* deformação, é dada por:

$$\sigma = A^{-(1/m)} \exp\left(\frac{B}{mT}\right) \dot{\varepsilon} |\dot{\varepsilon}|^{\left(\frac{1}{m}-1\right)} \tag{47}$$

O módulo de elasticidade do aço na faixa de temperatura *1184,15<T(K)<1809,15* pode ser estimado, de acordo com Harste (1990):

$$E = 208060(1{,}0612 - 4{,}98.10^{-4}T) \tag{48}$$

No estado pastoso do aço (também chamado semissólido), ocorre a coexistência de duas fases, a sólida e líquida. De acordo com Bellet e Thomas (2007), a resposta mecânica é extremamente dependente da evolução microestrutural local, que envolve fenômenos físicos complexos. Para superar esta dificuldade, o estado pastoso pode ser modelado como um meio contínuo totalmente plástico, considerando um escoamento não newtoniano (escoamento plástico). A relação tensão *versus* taxa de deformação para a fase pastosa da casca fica:

$$\sigma = C\dot{\varepsilon}^{m_p} \tag{49}$$

A relação inversa, taxa de deformação *versus* tensão, é dada por:

$$\dot{\varepsilon} = \left(\frac{\sigma}{C}\right)^{\frac{1}{m_p}} \tag{50}$$

De acordo com a teoria de vigas em flexão, Beer *et al.* (2015), a curvatura da superfície neutra de um elemento viga se relaciona com a deformação específica:

$$\phi = -\frac{\varepsilon}{\eta} \tag{51}$$

Logo, podemos relacionar a taxa de variação da curvatura com a taxa de deformação:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt} = -\frac{d\phi}{dt}\eta \tag{52}$$

A deflexão da superfície neutra pode ser calculada em função da posição inicial e posição final da mesma:

$$\delta(z,t) = h(z,t) - h(z,0) \tag{53}$$

Para pequenas deformações, a curvatura da superfície neutra se relaciona com a deformação, de acordo com Timoshenko e Gere (1983), como:

$$\phi = \frac{\partial^2 \delta}{\partial z^2} \tag{54}$$

Portanto, a taxa de variação da curvatura pode se relacionar com a deformação:

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial^2 \delta}{\partial z^2}\right) = \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(\frac{d\delta}{dt}\right) \tag{55}$$

A taxa de deformação, considerando que a velocidade de lingotamento é $v_c = dz/dt$, pode ser escrita como:

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{\partial \delta}{\partial z}\frac{dz}{dt} + \frac{\partial \delta}{\partial t} = \frac{\partial \delta}{\partial z}v_c + \frac{\partial \delta}{\partial t} \tag{56}$$

Seguindo o modelo de Schwerdtfeger e Sha (2000), com as devidas modificações para considerar a fase pastosa, o plano neutro é definido por:

$$\int_{-h_3}^{h_2} \sigma d\eta + \int_{h_2}^{h_1} \sigma d\eta = 0 \tag{57}$$

Onde:

$$s(z) = h_1 + h_2 + h_3 \tag{58}$$

$$s_s(z) = h_2 + h_3 \tag{59}$$

$$s_p(z) = h_1 \tag{60}$$

Incorporando as Equações (47), (49) e (52) na Equação (57):

$$\int_{-h_3}^{h_2} A^{-(1/m)} \exp\left(\frac{B}{mT}\right) \eta |\eta|^{\left(\frac{1}{m}-1\right)} d\eta + \int_{h_2}^{h_1} C\eta^{m_p} d\eta = 0 \tag{61}$$

A localização do plano neutro é obtida pela interação das Equações (58) e (61).

O momento fletor interno é dado por:

$$M_i(z) = -\int_{-h_3}^{h_2} \sigma\eta d\eta - \int_{h_2}^{h_1} \sigma\eta d\eta \tag{62}$$

Seguindo o modelo de Schwerdtfeger e Sha (2000), com as devidas modificações para considerar a fase pastosa, incorporando as Equações (47), (49) e (52):

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{AM|M|^{(m-1)}}{{I_{c_s}}^m} + \frac{M}{I_{c_p}} \tag{63}$$

Aplicando as Equações (55) e (56):

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(\frac{d\delta}{dt}\right) = \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(\frac{\partial \delta}{\partial z} v_c + \frac{\partial \delta}{\partial t}\right) = \frac{AM|M|^{(m-1)}}{{I_{c_s}}^m} + \frac{M}{I_{c_p}} \tag{64}$$

Onde:

$$I_{c_s} = \int_{-h_3}^{h_2} \exp\left(\frac{B}{mT}\right) \eta^2 |\eta|^{\left(\frac{1}{m}-1\right)} d\eta \tag{65}$$

$$I_{c_p} = \int_{h_2}^{h_1} C\eta\eta^{(1+m_p)} d\eta \tag{66}$$

De acordo com Schwerdtfeger e Sha (2000), a taxa de variação da deflexão é obtida pela integração dupla da Equação (64), usando as condições *built in*:

$$z = z_3 \quad \rightarrow \quad \frac{d\delta}{dt} = 0 \tag{67}$$

$$z = z_3 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{d\delta}{dt}\right) = 0 \tag{68}$$

E condição inicial:

$$t = 0, z_s < z < z_3 \quad \rightarrow \quad \delta(z) = 0 \tag{69}$$

Como escrito por Schwerdtfeger e Sha (2000), a variação da deflexão $\Delta\delta$, numa localização *z* durante um intervalo de tempo Δt, é calculada por:

$$\Delta\delta = \frac{\partial \delta}{\partial t}\Delta \mathrm{t} = \left(\frac{d\delta}{dt} - \frac{\partial \delta}{\partial z} v_c\right) \Delta t \tag{70}$$

Com a condição de contorno adicional, que implica que a deformação no topo da casca é nula:

$$z = z_s \quad \rightarrow \quad \frac{\partial^2 \delta}{\partial z^2} = 0 \tag{71}$$

Segundo Schwerdtfeger e Sha (2000), a nova localização do plano neutro pode ser calculada, conhecendo a Equação (53), por:

$$h(z, t + \Delta t) = h(z, t) + \Delta\delta(z, t) \tag{72}$$

A nova espessura do *gap* pode ser calculada, de acordo com Schwerdtfeger e Sha (2000), por:

$$h_l(z, t + \Delta t) = h_l(z, t) + \Delta\delta(z, t) - \Delta h_s(z, t) \tag{73}$$

Onde $\Delta h_s(z,t)$ é a variação da parte sólida do *gap* a uma localização *z* devido à oscilação do molde durante um intervalo de tempo Δt, e pode ser calculada por:

$$\Delta h_s(z, t) = \frac{\partial h_s}{\partial t}\Delta t = -\frac{\partial h_s}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial t}\Delta t = -\frac{\partial h_s}{\partial z} v_m \Delta t \tag{74}$$

As equações discretizadas deste modelo serão vistas na seção 3.2.3.

3.2 Modelagem discretizada

A modelagem discretizada formulará o modelo já descrito na seção 3.1.

Esta formulação foi desenvolvida de forma independente ao trabalho de Schwerdtfeger e Sha (2000), baseada em ferramentas de cálculo numérico, no modelo de Takeuchi e Brimacombe (1984) para determinação do perfil do menisco não estacionário, e considerações da literatura para determinação das propriedades termofísicas do aço na fase pastosa.

Os dados de propriedades termofísicas do aço e do pó fluxante, utilizados nas simulações computacionais, são provenientes da literatura, com os devidos créditos.

3.2.1 Modelo térmico discretizado

O modelo térmico discretizado será resolvido utilizando o Método das Diferenças Finitas na forma explícita que, conforme Chapra e Canale (2011), é a forma mais indicada para problemas transientes.

A Equação (1) pode ser escrita na forma de diferenças finitas como:

$$\rho_{i,k}{}^{n} c'_{i,k}{}^{n} \left(\frac{T_{i,k}^{n+1} - T_{i,k}^{n}}{\Delta t} \right) = \lambda \left(\frac{T_{i+1,k}^{n} - 2T_{i,k}^{n} + T_{i-1,k}^{n}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,k+1}^{n} - 2T_{i,k}^{n} + T_{i,k-1}^{n}}{\Delta z^2} \right) \quad (75)$$

As propriedades termofísicas do aço (densidade, condutividade térmica e entalpia), serão consideradas constantes na fase líquida e na fase sólida. Na fase pastosa o valor final considerado dependerá da fração sólida.

A densidade e a condutividade térmica podem ser calculadas, para a fase pastosa, conforme considerado por Barcellos (2011):

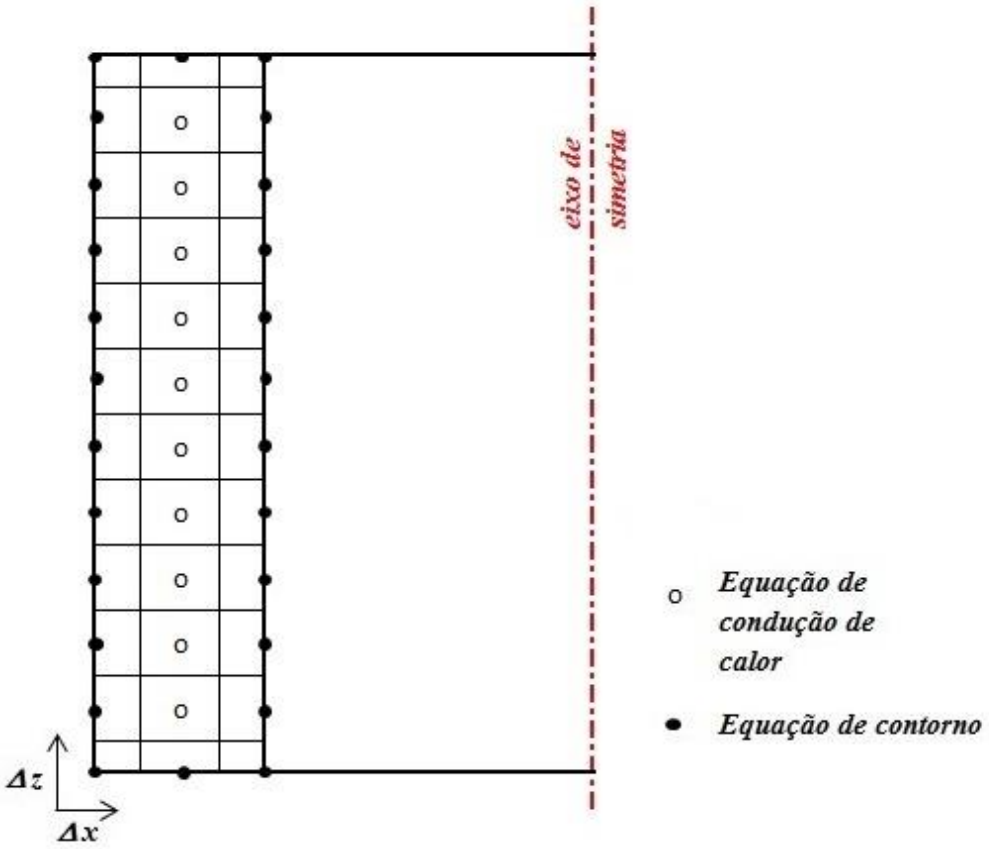
$$\rho = \rho_{S_S} . f_S + (1 - f_S) \rho_S \quad (76)$$

$$\lambda_{aço} = \lambda_S . f_S + (1 - f_S) \lambda_L \quad (77)$$

Como considerado por Luz (2011), o pseudo calor específico, que inclui o efeito da liberação de calor latente gerado internamente e o calor específico do material, pode ser calculado para cada fase, conforme abaixo:

$$c' = \mathrm{f_S} . \mathrm{c_s} + (1 - \mathrm{f_S}) \mathrm{c_l} - L \frac{\partial \mathrm{f_S}}{\partial t} \quad (78)$$

Figura 18 – Malha do modelo térmico (escória)



Fonte: Produção do próprio autor

A malha do modelo térmico (escória) e a localização do nó e dos pontos vizinhos podem ser vistas na Figura 18. As equações de contorno podem ser escritas em diferenças finitas:

- Para $i = 1$ e $1 \leq k \leq N$, vide Equação (2):

$$\rho_{i,k}{}^{n} c'_{i,k}{}^{n} \left(\frac{T_{i,k}^{n+1} - T_{i,k}^{n}}{\Delta t} \right) = \frac{-2(q_{0\,i,k-1} - q_{0\,i,k+1})}{\Delta x} + \lambda \left(\frac{T_{i,k+1}^{n} - 2T_{i,k}^{n} + T_{i,k-1}^{n}}{\Delta z^2} \right) \quad (79)$$

- Para $k = N$ e $1 \leq i \leq L$, vide Equação (5):

$$\rho_{i,k}{}^{n} c'_{i,k}{}^{n} \left(\frac{T_{i,k}^{n+1} - T_{i,k}^{n}}{\Delta t} \right) = \lambda \left(\frac{T_{i+1,k}^{n} - 2T_{i,k}^{n} + T_{i-1,k}^{n}}{\Delta x^2} \right) \quad (80)$$

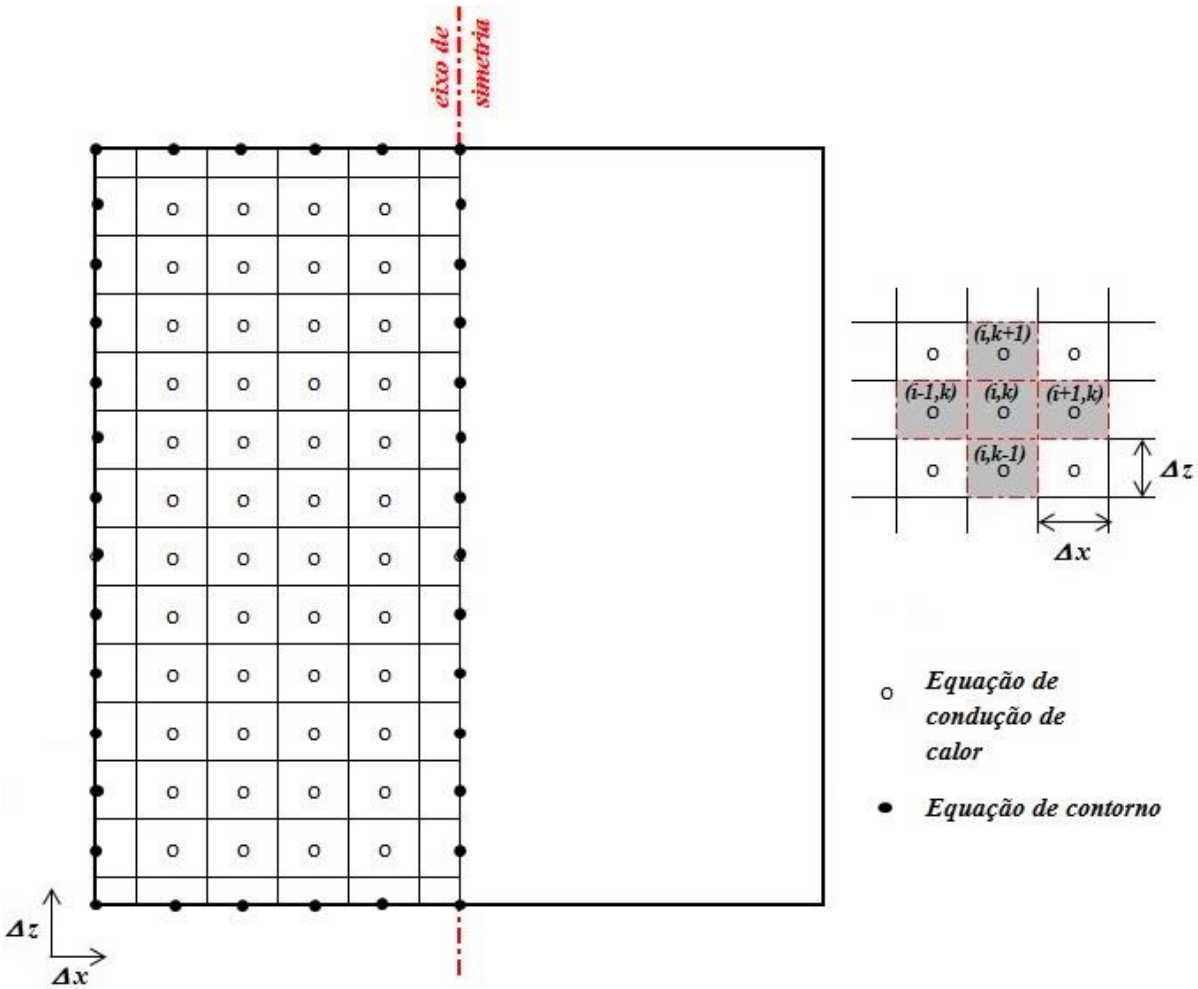
- Para $i = L$ e $1 \leq k \leq N$, vide Equação (7):

$$T_{i,k}{}^{n} = T_l + \Delta T_u \tag{81}$$

- Para $k = 1$ e $1 \leq i \leq L$, vide Equação (6):

$$\rho_{i,k}{}^{n} c'_{i,k}{}^{n} \left(\frac{T_{i,k}^{n+1} - T_{i,k}^{n}}{\Delta t} \right) = \lambda \left(\frac{T_{i+1,k}^{n} - 2T_{i,k}^{n} + T_{i-1,k}^{n}}{\Delta x^2} \right) + \frac{2h_c(T_\infty - T_{i,k}^{n})}{\Delta z} \tag{82}$$

Figura 19 – Malha do modelo térmico (metal)



Fonte: Produção do próprio autor

A malha do modelo térmico do metal é mostrada na Figura 19. Observa-se que a malha vai somente até metade da seção transversal do tarugo, pois se considera que o eixo central é um eixo de simetria.

- Para $i = 1$ e $1 \leq k \leq N$, se aplica a Equação (79).
- Para $i = 1$ e $k = N$, vide Equação (9):

$$T_{i,k}{}^{n} = T_{escória} \tag{83}$$

- Para $k = N$ e $1 \leq i \leq L$, se aplica a Equação (80).
- Para $i = L$ e $1 \leq k \leq N$, se aplica a Equação (81).
- Para $k = 1$ e $1 \leq i \leq L$, se aplica a Equação (82).

Como a forma explícita do Método das Diferenças Finitas está sendo utilizada, é necessário estabelecer uma condição de estabilidade do modelo, que é o intervalo máximo das interações para que a resposta do modelo atenue os erros conforme o cálculo progride. A condição de estabilidade para o presente modelo térmico pode ser escrita da seguinte forma:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x^2 . \rho . c'}{4\lambda} \tag{84}$$

O modelo térmico computacional resolvido pelo Método das Diferenças Finitas utilizou, inicialmente, uma malha menos refinada, com espaçamento de 0,0005 m, cujos resultados não serão mostrados no presente trabalho. A resolução final do problema utilizou a malha cujos dados estão descritos na Tabela 1.

As propriedades termofísicas do aço e do pó fluxante foram obtidas da literatura, e estão listadas na Tabela 2.

Para o aço, as propriedades termofísicas obtidas da literatura se aproximam às propriedades de um aço com composição química: Carbono 0,07%, Manganês 0,4%,

Fósforo 0,015%, Enxofre 0,008%, Silício 0,03%, Titânio 0,02%, Nióbio 0,03% e Alumínio 0,07%.

Para o pó fluxante, as propriedades termofísicas obtidas da literatura se aproximam às propriedades de um pó fluxante com composição química: dióxido de Silício 32%, óxido de Cálcio 30,1%, óxido de Alumínio 6,7%, óxido de Sódio 14,6%, óxido de Magnésio 1,4%, Flúor 8,2%, Carbono livre 3,5% e 0,94% de composto óxido de Cálcio / dióxido de Silício.

Tabela 1 - Dados da malha do modelo térmico computacional

Medida	Valor
z_1	-0,01 m
z_2	0,025 m
x_0	0 m
x_1	0,015 m
Δt	0,0015 s
t_0	0 s
$t_{máx}$	1,4 s
Δx	0,0002
Δz	0,0002
n_x	76 nós
n_z	176 nós

Fonte: Produção do próprio autor

Foram consideradas algumas propriedades para o sistema térmico nas simulações realizadas, que estão listadas na Tabela 3.

A condição de estabilidade para a presente simulação foi calculada pela Equação (84), onde $\Delta t \leq 0{,}00167 s$. Portanto, o valor adotado de 0,0015 s atende.

Tabela 2 - Propriedades termofísicas do aço e pó fluxante

Propriedade	Valor	Referência
Aço		
T_l	1527 °C	Schwerdtfeger e Sha (2000)
T_s	1490 °C	Schwerdtfeger e Sha (2000)
ΔT_u	2 °C	Schwerdtfeger e Sha (2000)
c_l	810 J/kgK	Barcellos (2011)
c_s	730 J/kgK	Barcellos (2011)
L	231 J/kg	Barcellos (2011)
λ_L	34,9 W/mK	Barcellos (2011)
λ_S	33,5 W/mK	Barcellos (2011)
ρ_S	7200 kg/m³	Barcellos (2011)
ρ_{S_S}	7302 kg/m³	Barcellos (2011)
Pó fluxante		
T_f	1100 °C	Schwerdtfeger e Sha (2000)
$T_{escória}$	1000 °C	Pinheiro (1997)
c_l	3000 J/kgK	Jonayat e Thomas (2014)
c_s	1100 J/kgK	Pinheiro (1997)
λ_f	1,5 W/mK	Pinheiro (1997)
λ_{f_s}	0,5 W/mK	Pinheiro (1997)
ρ_f	2800 kg/m³	Schwerdtfeger e Sha (2000)
ρ_{fS}	820 kg/m³	Pinheiro (1997)

Fonte: Produção do próprio autor

Tabela 3 - Considerações do sistema térmico

Propriedade	Valor	Referência
h_c	800 W/m²K	Luz (2011)
T_∞	1488 °C	Próprio autor
$T_{inicial}$	1495 °C	Koric e Thomas (2006)
v_c	1,5 m/min	Schwerdtfeger e Sha (2000)

Fonte: Produção do próprio autor

3.2.2 Modelo de mecânica dos fluidos discretizado

Como visto na seção 3.1.2, o modelo de mecânica dos fluidos será dividido em duas partes: a parte reta do *gap* (abaixo de z_5), e o menisco propriamente dito (acima de z_5).

Para a parte reta do *gap* (abaixo de z_5), a Equação (22) pode ser escrita na utilizando o Método das Diferenças Finitas, da seguinte forma (o último termo não expande a derivada parcial temporal da espessura, pois esta derivada é dada pelo modelo de mecânica dos sólidos):

$$\frac{3.(h_l^n)^2}{\mu_f}\left(\frac{h_l^n - h_l^{n-1}}{2.\Delta z}\right)\left(\frac{P_f^n - P_f^{n-1}}{2.\Delta z}\right) + \frac{(h_l^n)^3}{\mu_f}\left(\frac{P_f^n - 2.P_f^{n-1} + P_f^{n-2}}{\Delta z^2}\right) = 6(v_m + v_c)\left(\frac{h_l^n - h_l^{n-1}}{2.\Delta z}\right) + 12\frac{\partial h_l}{\partial t} \tag{85}$$

Para o aço, pode-se calcular a viscosidade do estado pastoso utilizando o modelo de Roscoe, que foi o modelo mais preciso nas simulações feitas por Wu *et al.* (2011) para misturas sólido/líquido:

$$\mu = \mu_0(1 - f_S)^{-2,5} \tag{86}$$

A malha do modelo de mecânica dos fluidos para a região abaixo do menisco pode ser vista na Figura 20. As condições de contorno dadas pela Equação (24) e Equação (25) implicam que a pressão no contorno é conhecida. Para possibilitar o cálculo da pressão no nó inicial abaixo de z_5, é dada a condição inicial da espessura da parte líquida do *gap*, Equação (87).

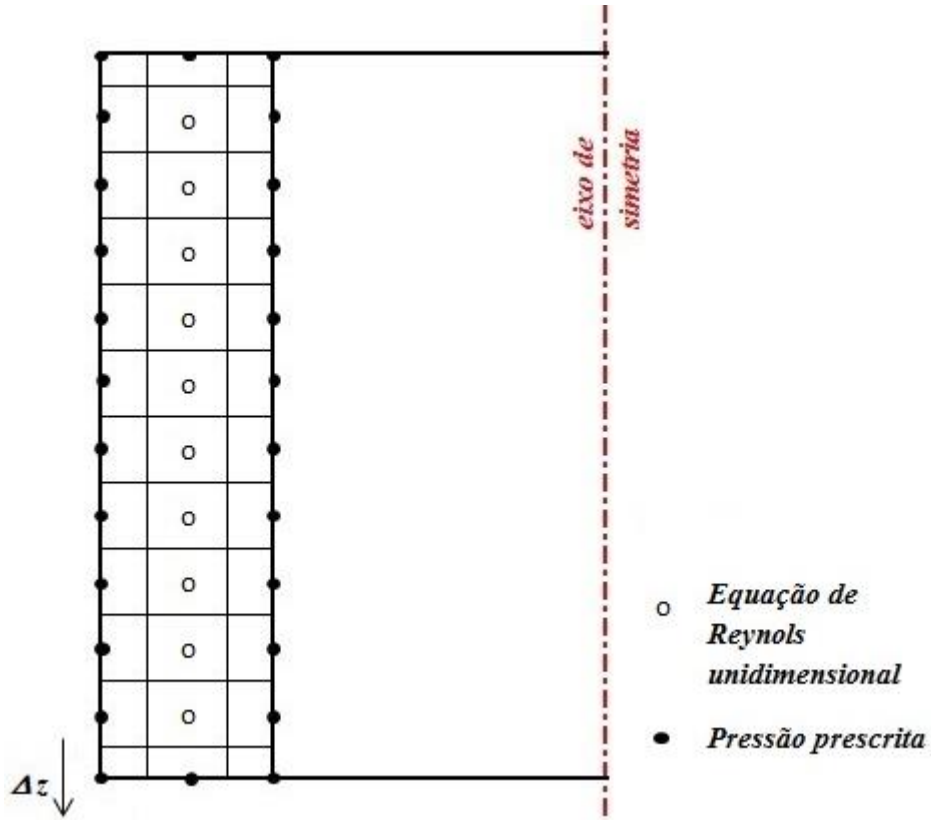
- Condição inicial, na região abaixo do menisco:

$$t = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} h_l(z,t) = h_l(z,0) \\ \dfrac{\partial h_l}{\partial t} = 0 \end{cases} \tag{87}$$

A condição de estabilidade para o presente modelo de mecânica dos fluidos para a região abaixo do menisco, também conhecida como condição de Fourier, pode ser escrita da seguinte forma:

$$\Delta t \leq \frac{1}{\left(\frac{2\mu}{\rho \Delta z^2}\right)} \tag{88}$$

Figura 20 – Malha do modelo de mecânica dos fluidos (abaixo de z_5)



Fonte: Produção do próprio autor

Para a região do menisco, (acima de z_5), segundo Takeuchi e Brimacombe (1984), a Equação (26) é integrada com relação à *x*:

$$u_z = (v_m - v_c)\left(1 - \frac{x}{h_f}\right) - \frac{h_f^2}{2.\mu_f}\left(\frac{dP_{fm}}{dz} + \rho_f g\right)\frac{x}{h_f}\left(1 - \frac{x}{h_f}\right) \tag{89}$$

A Equação (89) pode ser substituída na Equação (27) e integrada com relação à *z*:

$$\frac{dP_{fm}}{dz} = \frac{6.\mu_f(v_m - v_c)}{h_f^2} + \rho_f g - \frac{12.\mu_f}{h_f^3} Q_r \tag{90}$$

Integrando a Equação (90) de $z = 0$ a $z = l_f$ (vide Figura 15), obtém-se:

$$Q_r = \frac{\rho_f g l_f - \left(P_{fm_f} - P_{fm_i}\right) + 6.\mu_f(v_m - v_c)\int_0^{l_f} \frac{1}{h_f^2} dz}{12.\mu_f \int_0^{l_f} \frac{1}{h_f^3} dz} \tag{91}$$

Substituindo a Equação (91) na Equação (90) e integrando novamente de $z = 0$ a $z = l_f$, dadas as condições de contorno nas Equações (29), (30), (31) e (32), e assumindo que o segmento de menisco considerado é uma função linear (ou seja, aproximando a curva a uma reta):

$$\begin{aligned} P_{fm}(z) = P_{fm_i} + \left[\rho_f g l_f + \frac{6.\mu_f l_f (v_m - v_c)}{h_f h_{f_i}}\right] \frac{h_{f_i} - h_f}{h_{f_i} - h_{f_f}} \\ - \frac{{h_{f_i}}^2 - {h_f}^2}{{h_{f_i}}^2 - {h_{f_f}}^2} \left[\left(\frac{{h_{f_f}}^2}{{h_f}^2}\right) . \left(\rho_f g l_f + P_{fm_i} - P_{fm_f}\right)\right. \\ \left. + \frac{6.\mu_f l_f}{{h_f}^2} \left(\frac{h_{f_f}}{h_{f_i}}\right) (v_m - v_c)\right] \end{aligned} \tag{92}$$

Assumindo as seguintes considerações, baseadas no acoplamento das pressões no ponto $z = z_5$:

$$P_{fm_f} = P_f(z_5) = p_0 + \rho_f g z_5 \tag{93}$$

$$l_f = z_5 \tag{94}$$

Assumindo as seguintes considerações, baseadas no acoplamento com os modelos térmico e mecânico, respectivamente:

$$h_{f_f} = h_l(z,0) \tag{95}$$

$$h_f = h_l(z,t) \tag{96}$$

Considerando as seguintes condições, baseadas na hipótese da pressão no ponto inicial da curva ser somente a pressão atmosférica, e nas dimensões reais da espessura da escória (canal do fluxo ou pó fluxante) utilizadas por Takeuchi e Brimacombe (1984):

$$P_{fm_i} = p_0 \tag{97}$$

$$h_{f_i} = 0{,}03 l_f + h_{f_f} = 0{,}03 z_5 + h_l(z,0) \tag{98}$$

Substituindo as considerações das Equações (93) à (98), a Equação (92) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} &P_{fm}(z) \\ &= p_0 + \left\{ \rho_f g z_5 + \frac{6.\mu_f z_5 (v_m - v_c)}{h_l(z,t)[0{,}03.z_5 + h_l(z,0)]} \right\} \frac{0{,}03.z_5 + h_l(z,0) - h_l(z,t)}{0{,}03.z_5} \\ &- \frac{[0{,}03.z_5 + h_l(z,0)]^2 - h_l(z,t)^2}{0{,}0009.{z_5}^2 + 0{,}06.z_5 h_l(z,0)} \left\{ \frac{6.\mu_f z_5}{h_l(z,t)^2} \left[\frac{h_l(z,0)}{0{,}03.z_5 + h_l(z,0)} \right] (v_m - v_c) \right\} \end{aligned} \tag{99}$$

O modelo de mecânica dos fluidos computacional para a parte reta do *gap* (abaixo de z_5), foi resolvido pelo Método das Diferenças Finitas, e utilizou uma malha cujos dados estão descritos na Tabela 4.

A condição de estabilidade para a presente simulação foi calculada pela Equação (88), onde $\Delta t \leq 0{,}022857 s$. Portanto, o valor de 0,0015 s, adotado anteriormente para o modelo térmico, atende.

Tabela 4 - Dados da malha do modelo de mecânica dos fluidos computacional

Medida	Valor
z = 0	0 m
z_5	0,0077 m
z_4	0,1 m
Δt	0,0015 s
t_0	0 s
$t_{máx}$	1,4 s
Δz	0,0002
n_z	87 nós

Fonte: Produção do próprio autor

O modelo de mecânica dos fluidos computacional para o menisco propriamente dito (acima de z_5), foi resolvido pela Equação (99), para os pontos entre $z = 0$ e z_5, citados na Tabela 4.

As propriedades físicas do aço e do pó fluxante foram obtidas da literatura, e estão listadas na Tabela 5.

Tabela 5 - Propriedades físicas do aço e pó fluxante

Propriedade	Valor	Referência
Aço		
μ_o	0,0063 Pa.s	Jonayat e Thomas (2014)
Pó fluxante		
μ_f	0,15 Pa.s	Schwerdtfeger e Sha (2000)

Fonte: Produção do próprio autor

Foram consideradas algumas propriedades para o sistema hidrodinâmico nas simulações realizadas, que estão listadas na Tabela 6.

Tabela 6 - Considerações do sistema hidrodinâmico

Propriedade	Valor	Referência
S	0,0008 m	Schwerdtfeger e Sha (2000)
f	120 cpm	Schwerdtfeger e Sha (2000)
p_a	101325 Pa	Jonayat e Thomas (2014)
p_0	101325 Pa	Jonayat e Thomas (2014)

Fonte: Produção do próprio autor

3.2.3 Modelo de mecânica dos sólidos discretizado

Como visto na seção 3.1.3, a flexão na casca é causada por um diferencial de pressão, Equação (33).

O primeiro termo da Equação (33) é a pressão na parte reta do *gap* (abaixo de z_5), cujo modelo discretizado está descrito em 3.2.2. O segundo termo é a pressão estática devido à coluna de metal, conforme Equação (34). O terceiro termo é a pressão superficial na região do menisco.

A pressão superficial, σ_{sf}/R, considera que raio do menisco, R, é não estacionário. O raio do menisco será calculado ponto a ponto, através da Equação (43). Para determinação dos pontos para o cálculo do raio do menisco, as coordenadas x e z serão calculadas conforme as expressões a seguir.

A integral da Equação (41) será resolvida por integração numérica (primeiro termo) e integração direta (segundo termo). Utilizando o método de Simpson 3/8 para integração do primeiro termo, obtém-se:

$$r_{(z)} = \frac{3.z}{8.f}\sum_{i=0}^{f} c_i P_{fm}(i) - \frac{\rho_f g z^2}{2} \tag{100}$$

Conforme Gilat e Subramaniam (2008), no método de Simpson 3/8, o número de subintervalos m de integração deverá ser múltiplo de três. O valor dos coeficientes c_i varia conforme abaixo:

$$\begin{cases} c_0 = c_f = 1 \\ c_i = 2 \ \rightarrow \ se\ i\ \acute{e}\ m\acute{u}ltiplo\ de\ 3 \\ c_i = 3 \rightarrow \ se\ i\ \acute{e}\ m\acute{u}ltiplo\ de\ 2 \end{cases} \tag{101}$$

A coordenada *x* pode ser determinada em função do valor da coordenada *z*, integrando o numerador da Equação (42) por integração direta, de *0* a *x*, e o denominador por integração numérica, de *0* a *z*:

$$x = \frac{\frac{3.z}{8.f}\sum_{i=0}^{f} c_i \left\{\left(\rho_s - \rho_f\right)^2 g^2 z^4 - 4\left(\rho_s - \rho_f\right)\left[r_{(z)} + \sigma_{sf}\right] g z^2 + 4 r_{(z)}\left[r_{(z)} + 2\sigma_{sf}\right]\right\}^{1/2}(i)}{\left\{2\sigma_{sf}\left(\rho_s - \rho_f\right) g z^2 - 4\sigma_{sf}\left[r_{(z)} + \sigma_{sf}\right]\right\}} \tag{102}$$

Logo, conhecendo-se os valores numéricos do diferencial de pressão ao qual a casca está submetida, pode-se obter, através de integração numérica, o momento fletor originado na casca devido a tal diferencial de pressão.

A função do diferencial de pressão depende de *z*, porém o momento fletor na casca depende de ξ, que é a coordenada de altura da casca, ou seja:

$$\xi = z - z_s \tag{103}$$

Reescrevendo a Equação (44), considerando a Equação (103):

$$M(z,t) = \int_{\xi = z_s}^{z} [\Delta P(z,t) - \Delta P(z_s,t)](z - \xi) d\xi \tag{104}$$

Integrando numericamente, se obtém:

$$M(z,t) = \frac{3.(z - z_s)}{8.f} \sum_{i=0}^{f} c_i [\Delta P(z,t) - \Delta P(z_s,t)](z - \xi)(i) \tag{105}$$

A localização inicial do plano neutro pode ser calculada por processo interativo e pelo acoplamento dos modelos mecânico e térmico. Para tal, a Equação (61) pode ser integrada por integração direta para obter:

$$\exp\left(\frac{B}{mT}\right)\left\{\left[\frac{(-h_3)^{\left(\frac{m+1}{m}\right)}}{\left(\frac{m+1}{m}\right)}\right]+\left[\frac{(h_2)^{\left(\frac{m+1}{m}\right)}}{\left(\frac{m+1}{m}\right)}\right]\right\}+C\left(\frac{{h_1}^{m_p+1}-{h_2}^{m_p+1}}{m_p+1}\right)=0 \qquad (106)$$

A interação da Equação (106) com as Equações (58), (59) e (60) utilizará os valores das espessuras da casca na fase sólida e pastosa, obtidas no modelo térmico.

A taxa de deformação da casca devido à deflexão será calculada relacionando o momento fletor ao qual a casca está submetida, e o momento de inércia resistente da mesma, dada a localização da linha neutra. Esta relação, apresentada na Equação (64), poderá ser integrada numericamente pelo método de Simpson 3/8, para obter o valor da taxa de deformação, da seguinte forma:

$$\frac{d\delta}{dt}=\int_{z_s}^{z_3}dz\int_{z_s}^{z_3}\left[\frac{AM|M|^{(m-1)}}{{I_{c_s}}^m}+\frac{M}{I_{c_p}}\right]dz \qquad (107)$$

Fazendo a primeira integração aproximada:

$$\frac{d\delta}{dt}=\int_{z_s}^{z_3}\left\{\frac{3.(z_3-z_s)}{8.f}\sum_{i=0}^{f}c_i\left[\frac{AM|M|^{(m-1)}}{{I_{c_s}}^m}+\frac{M}{I_{c_p}}\right](i)\right\}dz \qquad (108)$$

Fazendo a segunda integração aproximada:

$$\frac{d\delta}{dt}=\frac{3.(z_3-z_s)}{8.f}\sum_{i=0}^{f}c_i\left\{\frac{3.(z_3-z_s)}{8.f}\sum_{i=0}^{f}c_i\left[\frac{AM|M|^{(m-1)}}{{I_{c_s}}^m}+\frac{M}{I_{c_p}}\right](i)\right\}(i) \qquad (109)$$

Dessa forma, a deflexão na casca pode ser calculada através da integração da Equação (109), num intervalo de tempo de *0* a *t*:

$$\delta(z) = \frac{3.t}{8.f}\sum_{i=0}^{f} c_i \left[\frac{3.(z_3 - z_s)}{8.f}\sum_{i=0}^{f} c_i \left\{\frac{3.(z_3 - z_s)}{8.f}\sum_{i=0}^{f} c_i \left[\frac{AM|M|^{(m-1)}}{{I_{c_s}}^m} + \frac{M}{I_{c_p}}\right](i)\right\}(i)\right](i) \tag{110}$$

A variação da deflexão $\Delta\delta$, numa localização *z* durante um intervalo de tempo Δt, pode ser obtida numericamente através do Método de Diferenças Finitas, considerando a Equação (70) e a condição de contorno Equação (71). Sabe-se que a derivada parcial da deflexão com relação à coordenada *z* pode ser escrita em diferenças finitas como segue:

$$\left(\frac{\partial\delta}{\partial z}\right)_k = \frac{\delta_{k+1} - \delta_{k-1}}{2\Delta z} \tag{111}$$

Portanto, a Equação (70) fica:

$$\Delta\delta = \left[\frac{d\delta}{dt} - \left(\frac{\delta_{k+1} - \delta_{k-1}}{2\Delta z}\right)v_c\right]\Delta t \tag{112}$$

A segunda derivada parcial da deflexão com relação à coordenada *z* em diferenças finitas é:

$$\left(\frac{\partial^2\delta}{\partial z^2}\right)_k = \frac{\delta_{k+1} - 2\delta_k + \delta_{k-1}}{\Delta z^2} \tag{113}$$

Aplicando a condição de contorno Equação (71) na Equação (113) e considerando que a deflexão é nula antes do ponto $z = z_s$:

$$\frac{\delta_1 - 2\delta_0 + \delta_{-1}}{\Delta z^2} = 0 \Rightarrow \delta_0 = \frac{\delta_1}{2} \tag{114}$$

O que permite obter a condição inicial abaixo:

$$\left(\frac{\partial \delta}{\partial z}\right)_0 = \frac{\delta_1 - \delta_0}{2\Delta z} = \frac{\delta_1}{4\Delta z} = \frac{\delta_0}{\Delta z} \tag{115}$$

A nova localização do plano neutro e a nova espessura do *gap* serão calculadas pela Equação (72) e Equação (73), respectivamente.

A Equação (74), que calcula a variação da parte sólida do *gap* a uma localização *z* devido à oscilação do molde durante um intervalo de tempo Δt, pode ser reescrita em diferenças finitas, sabendo-se que a espessura da parte sólida do *gap*, h_s, é obtida do modelo térmico:

$$\Delta h_s(z,t) = -\left(\frac{h_{s_{k+1}} - h_{s_{k-1}}}{2\Delta z}\right) v_m \Delta t \tag{116}$$

Tabela 7 - Dados da malha do modelo de mecânica dos sólidos computacional

Medida	Valor
z = 0	0 m
z_3	0,025 m
Δt	0,0015 s
t_0	0 s
$t_{máx}$	1,4 s
Δz	0,0002
n_z	87 nós

Fonte: Produção do próprio autor

O modelo de mecânica dos sólidos computacional foi resolvido utilizando integração numérica pela Regra dos Trapézios, diferenciação numérica pelo Método das Diferenças Finitas, bem como as equações analíticas, demonstradas anteriormente. A malha utilizada tem os dados descritos na Tabela 7.

As constantes para cálculo da taxa de deformação na fluência e da tensão no escoamento plástico foram obtidas da literatura, e estão listadas na Tabela 8.

Tabela 8 - Constantes de cálculos da taxa de deformação e tensão

Propriedade	Valor	Referência
A	$1{,}86 \times 10^{8}\ MPa^{-3,52} s^{-1}$	Schwerdtfeger e Sha (2001)
B	42.463 K	Schwerdtfeger e Sha (2001)
C	5,7 MPa	Seol *et al.* (1999)
m	3,52	Schwerdtfeger e Sha (2001)
m_p	0,1028	Seol *et al.* (1999)

Fonte: Produção do próprio autor

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados foram obtidos através do modelo, se utilizando das propriedades termofísicas e mecânicas dos materiais (aço e pó fluxante) que estão disponíveis e relatadas na literatura.

As condições de contorno utilizadas também foram aproximadas, e são provenientes de instalações industriais descritas em revistas especializadas. Não foram feitos ajustes ou medidas experimentais de um processo real, nem ensaios ou testes dos materiais envolvidos.

A técnica de cálculo numérico utilizada tem limitações de aproximação, e o modelo foi validado apenas em comparação com a literatura existente. Portanto, cabe declarar um limite para aproveitamento destes dados apenas para fins de pesquisa, e dizer que a validação dos resultados foi feita forma qualitativa.

4.1 Resultados e comparação com bibliografia existente

Como já dito no capítulo 1, o principal objetivo do trabalho é entender o mecanismo de formação das marcas de oscilação, e entender como as variáveis do processo influenciam na profundidade das mesmas.

Para entender esta relação, a Tabela 9 traz o efeito dos principais parâmetros controlados no processo de lingotamento contínuo na profundidade das marcas de oscilação, sendo que estes são os mesmos parâmetros também tabelados na literatura, no resultado do trabalho realizado por Schwerdtfeger e Sha (2000), de forma a facilitar a comparação.

A seguir, para cada parâmetro e relação com a profundidade das marcas de oscilação, são indicados resultados comparativos e discussão.

Tabela 9 – Efeito de diferentes parâmetros na profundidade das marcas de oscilação

Curso S [mm]	Frequência f [cpm]	Velocidade de lingotamento v_c [m/min]	Estripamento negativo t_n [s]	Profundidade das marcas de oscilação d_{om} [mm]
3	120	1,5	-	0,057
4	120	1,5	0,016	0,071
6	120	1,5	0,135	0,104
8	120	1,5	0,167	0,262
10	120	1,5	0,185	0,303
12	120	1,5	0,196	0,404
8	120	1	0,196	0,124
8	120	2	0,135	0,283
8	60	1,5	0,033	0,144
8	90	1,5	0,179	0,202
8	180	1,5	0,131	0,225
8	240	1,5	0,105	0,202
8	360	1,5	0,074	0,144
8	480	1,5	0,058	0,138

Fonte: Produção do próprio autor

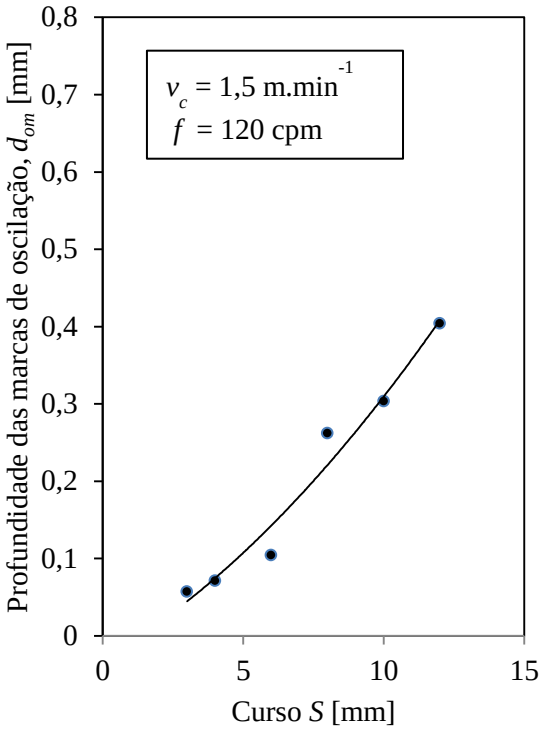
4.1.1 Efeito da oscilação do molde

Para fins de efeito da oscilação do molde nas marcas de oscilação, consideram-se o curso e frequência de oscilação do mesmo.

Como pode ser visualizada na Figura 21, a profundidade das marcas de oscilação aumenta com o aumento do curso da oscilação do molde.

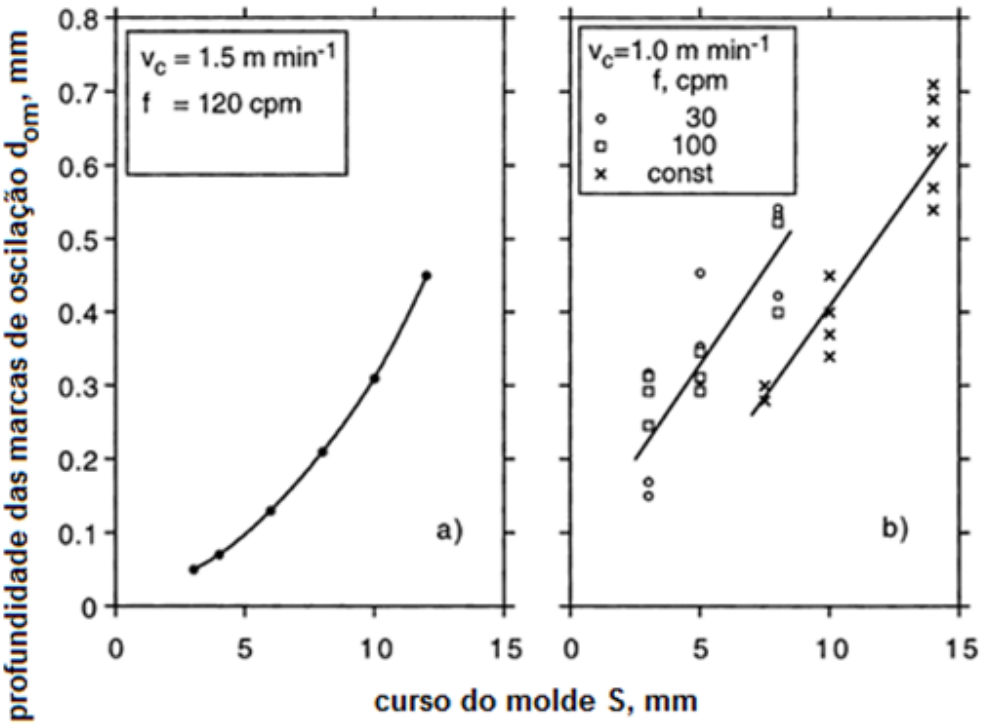
A Figura 22 traz os resultados do trabalho de Schwerdtfeger e Sha (2000), para o efeito do curso da oscilação do molde, e diversos resultados experimentais de outros autores. Observa-se que a tendência em todos os casos é a mesma, de aumento da profundidade das marcas com o curso.

Figura 21 – Efeito do curso da oscilação do molde nas marcas de oscilação



Fonte: Produção do próprio autor

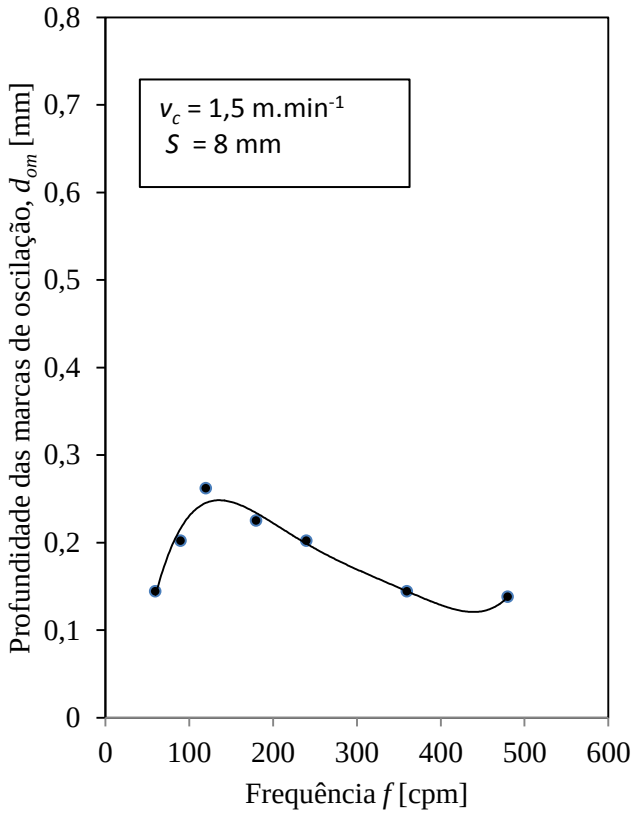
Figura 22 - Curso de oscilação do molde *versus* marcas de oscilação na literatura



Fonte: Adaptado de (Schwerdtfeger e Sha, 2000)

O efeito da frequência da oscilação do molde na profundidade das marcas de oscilação pode ser visto na Figura 23.

Figura 23 – Efeito da frequência da oscilação do molde nas marcas de oscilação

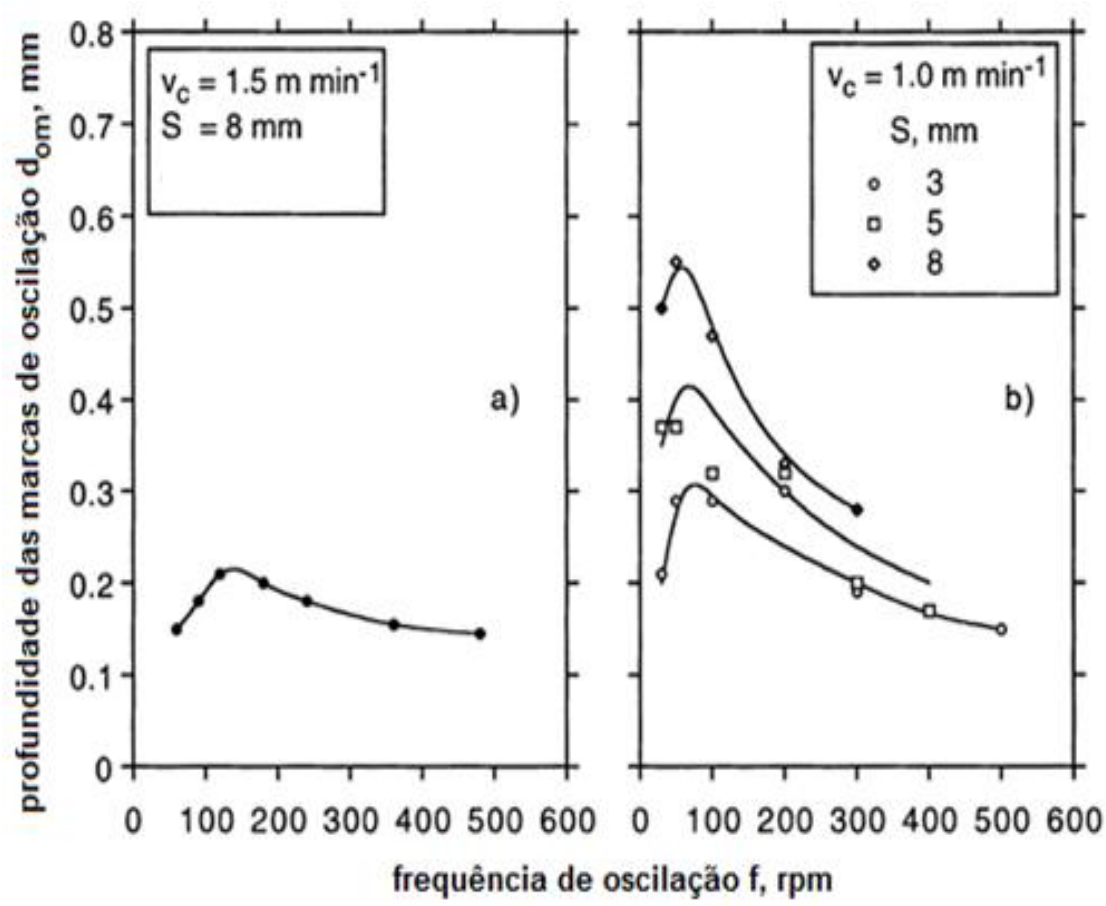


Fonte: Produção do próprio autor

A Figura 24 traz os resultados do trabalho de Schwerdtfeger e Sha (2000), para o efeito da frequência da oscilação do molde, e diversos resultados experimentais de outros autores.

Em todos os casos, pode ser vista a tendência de aumento da profundidade das marcas de oscilação em curva ascendente até um ponto máximo, onde se torna descendente.

Figura 24 - Frequência de oscilação *versus* marcas de oscilação na literatura



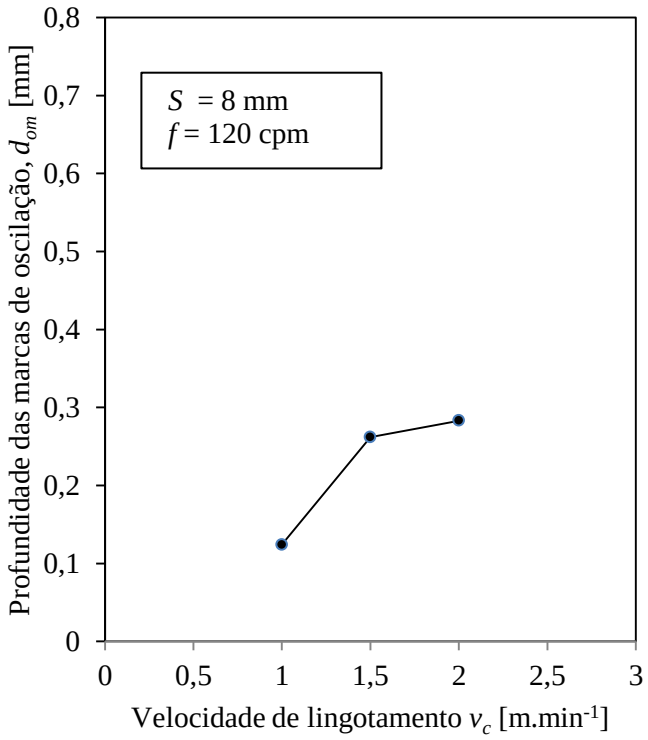
Fonte: Adaptado de (Schwerdtfeger e Sha, 2000)

4.1.2 Efeito da velocidade de lingotamento

A Figura 25 traz os resultados do efeito da velocidade de lingotamento na profundidade das marcas de oscilação.

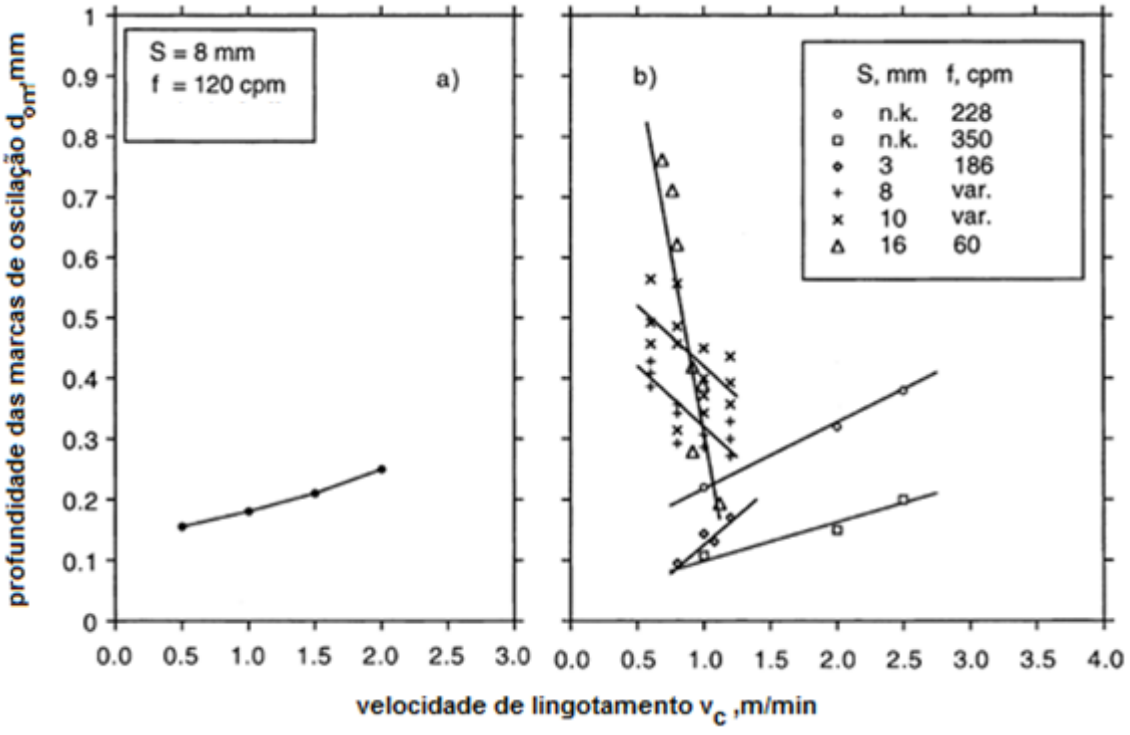
Os resultados devem ser comparados com a Figura 26, que traz o resultado do modelo de Schwerdtfeger e Sha (2000), e diversos resultados experimentais de outros autores.

Figura 25 - Efeito da velocidade de lingotamento nas marcas de oscilação



Fonte: Produção do próprio autor

Figura 26 - Marcas de oscilação *versus* velocidade de lingotamento na literatura

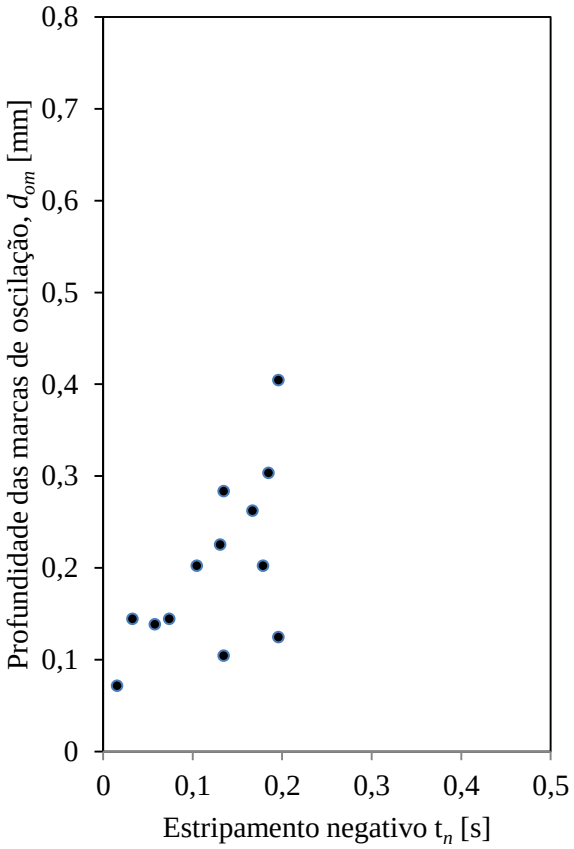


Fonte: Adaptado de (Schwerdtfeger e Sha, 2000)

4.1.3 Efeito do estripamento negativo

A Figura 27 traz os resultados do efeito do estripamento negativo na profundidade das marcas de oscilação. Os resultados devem ser comparados com a Figura 28, que traz o resultado do modelo de Schwerdtfeger e Sha (2000), e diversos resultados experimentais de outros autores.

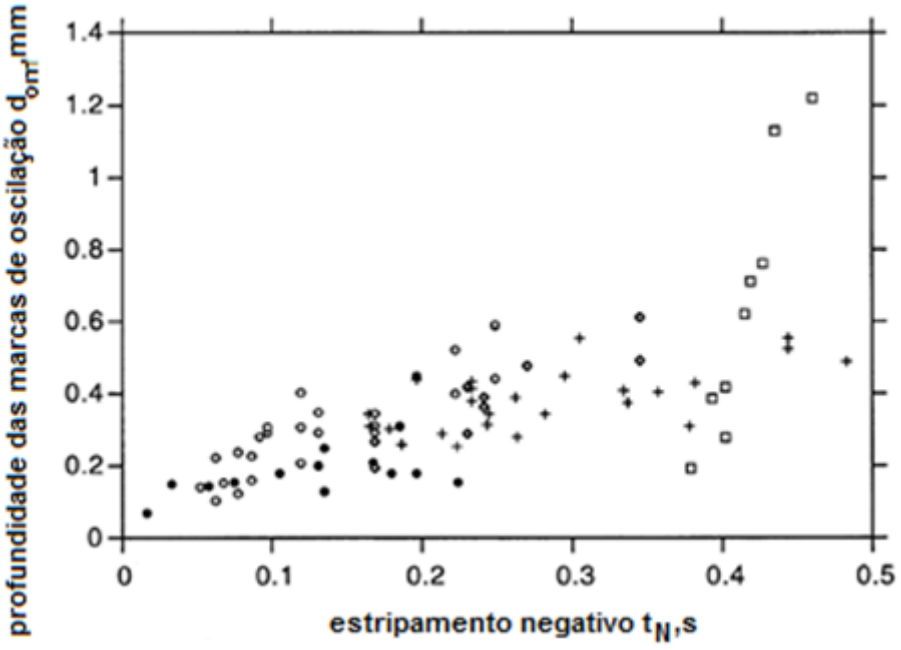
Figura 27 - Efeito do estripamento negativo nas marcas de oscilação



Fonte: Produção do próprio autor

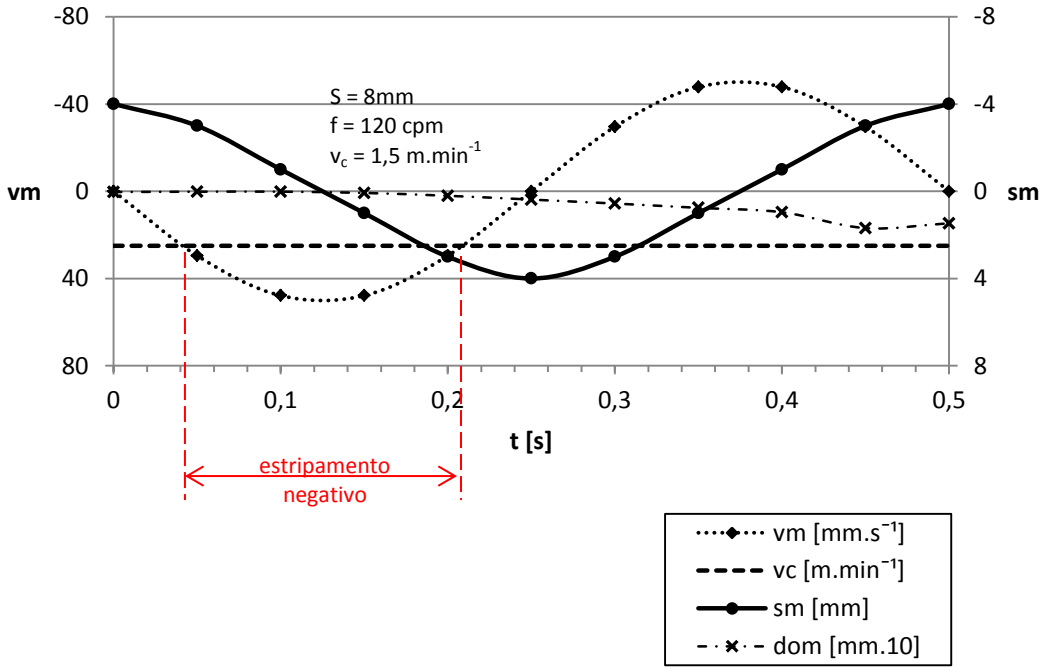
Na Figura 29 vê-se a progressão da profundidade das marcas de oscilação para um período completo da velocidade do molde, com curso de 8 mm, frequência de 120 cpm e velocidade de lingotamento de 1,5 m/min.

Figura 28 - Estripamento negativo *versus* marcas de oscilação na literatura



Fonte: Adaptado de (Schwerdtfeger e Sha, 2000)

Figura 29 - Relação entre variáveis e profundidade das marcas de oscilação



Fonte: Produção do próprio autor

5 CONCLUSÃO

A profundidade das marcas de oscilação aumenta com o aumento do curso da oscilação do molde, porque, com o aumento do curso, a velocidade máxima do molde aumenta, causando um aumento na pressão do *gap* e consequentemente aumento do momento fletor ao qual a casca está submetida, vide Equação (105). Este fato pode ser visualizado na Figura 21, do presente trabalho, e comparado na Figura 22, da literatura.

A frequência aumenta a profundidade das marcas de oscilação em uma curva ascendente até um ponto máximo, onde se torna descendente. Tal variação é explicada, na parte ascendente da curva, pelo aumento da pressão máxima no *gap*, com consequente aumento do momento fletor atuante no início da casca, causados pelo aumento da frequência. Na segunda parte da curva, descendente, é predominante o efeito da alta frequência (acima de 150 cpm) que faz com que diminua o tempo em que a deformação pode ocorrer. Como a deformação nas altas temperaturas do estudo dá-se principalmente por fluência, a deformação diminui por conta de redução do tempo. O comportamento deste parâmetro pode ser visualizado na Figura 23, do presente trabalho, e comparado na Figura 24, da literatura.

Quando comparados os resultados da Figura 25, do presente trabalho, e da Figura 26, da literatura, chega-se à mesma conclusão de Schwerdtfeger e Sha (2000), de que o efeito da velocidade de lingotamento não está claro. Boa parte dos autores de experimentos reporta que a profundidade das marcas diminui com o aumento da velocidade de lingotamento, o que diverge do resultado dos modelos numéricos (inclusive do resultado do presente modelo), e de outra parte dos experimentos. Explica-se esta diferença pelo fato de que, nestes experimentos em que há aumento da profundidade da marca com diminuição da velocidade de lingotamento, a frequência de oscilação do molde não é mantida constante.

Os resultados obtidos no presente modelo mostram-se consistentes com o raciocínio de que uma velocidade de lingotamento maior diminui a espessura da casca, a certa distância *z*, facilitando a deformação da mesma.

Na questão inversa, de que o aumento da velocidade de lingotamento reduz a profundidade da marca, se pode dizer que, como a distância de início da solidificação

z_s, ou seja, o topo da casca, também se altera com a velocidade de lingotamento, a movimentação da casca seria reduzida, dificultando a deformação da mesma.

Como mostra a Figura 27, do presente trabalho, e a Figura 28, da literatura, apesar da abundância de dados, não se observa relação direta entre o estripamento negativo e a profundidade das marcas de oscilação. Isto se deve ao fato de que o estripamento negativo na verdade é função de todos os demais parâmetros do lingotamento contínuo, como curso e frequência de oscilação do molde, e velocidade de lingotamento.

Na Figura 29, é possível observar graficamente a relação entre as variáveis, e também localizar o estripamento negativo (intervalo de tempo em que a velocidade do molde é menor do que a velocidade de lingotamento). Nesta figura, o intervalo de tempo do estripamento negativo está entre aproximadamente 0,02 s e 0,21 s.

O objetivo inicial do trabalho, de estudar a oscilação do molde para obtenção de tarugos por lingotamento contínuo e a consequência da oscilação na qualidade do produto final foi atendido, pelo entendimento da influência dos parâmetros de frequência e curso de oscilação do molde na profundidade das marcas de oscilação.

Como parte do objetivo inicial, também foi estudada a relação entre a oscilação do molde com as variáveis de processo velocidade de lingotamento e estripamento negativo.

O modelo da forma apresentada vem a ampliar o equacionamento da formação das marcas de oscilação no lingotamento contínuo, acrescentando importantes considerações e considerando pontos que foram simplificados em modelo anterior existente na literatura. Os resultados simulados, quando comparados ao modelo e aos experimentos existentes na literatura, estão coerentes apresentando a mesma linha de tendência.

5.1 Contribuição original do trabalho

Este trabalho busca aprofundar a pesquisa já iniciada por Schwerdtfeger e Sha (2000). Não somente a parte sólida da frente de solidificação, o trabalho considera a fase pastosa do aço, que, acima de uma fração sólida crítica, também possui resistência

mecânica, conforme estudos feitos por Kim, Oh e Lee (1996), Li e Thomas (2002) e Won e Thomas (1999).

Adicionalmente, considera-se também que a pressão interfacial no menisco se distribui através de um perfil não estacionário, como reportado por Takeuchi e Brimacombe (1984).

Usando o modelo térmico, a fim de conhecer a espessura de casca e resistência mecânica, o hidrodinâmico, que possibilita conhecer os esforços solicitantes, o fenômeno da formação das marcas de oscilação foi estudado no modelo de mecânica dos sólidos, considerando as deformações das duas fases (deformação da fase sólida por fluência, deformação da fase pastosa por escoamento plástico).

No presente trabalho, as equações propostas para modelamento do fenômeno de formação das marcas de oscilação estão expostas passo a passo.

5.2 Propostas para trabalhos futuros

A pesquisa deste trabalho pode ser muito interessante de ser aplicada em uma instalação siderúrgica cuja Aciaria opere uma máquina de lingotamento contínuo. Contudo, seria necessário rever diversas considerações adotadas, tais como temperaturas de fusão, temperatura na superfície do molde, coeficiente de película, etc., e revistas algumas dimensões, como tamanho do canal do fluxo, etc.

Um modelo mais específico para determinado tipo de aço, destinado a uma máquina de lingotamento contínuo em operação, tornariam o modelo mais aplicável à indústria, pois as características metalúrgicas e as propriedades mecânicas do aço estudado interferem nas condições de contorno do modelo.

REFERÊNCIAS

AMERICAN SOCIETY FOR METALS. **ASM Handbook Vol.15:** Casting. 9th. ed.: ASM, 1998. 2002p.

BADRI, A. et al. A mold simulator for the continuous casting of steel: part I. The development of a simulator. **Metallurgical and Materials Transactions B,** Warrendale, v. 36, n. 3, p. 355-371, jun. 2005.

BADRI, A. et al. A mold simulator for the continuous casting of steel: part II. The formation of oscillation marks during the continuous casting of low carbon steel. **Metallurgical and Materials Transactions B,** Warrendale, v. 36, n. 3, p. 373-383, jun. 2005.

BARCELLOS, V. K. **Desenvolvimento de software na simulação da solidificação de aços no processo de lingotamento contínuo de tarugos.** 2011. 112 f. Tese (Doutorado em Engenharia Metalúrgica) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

BEER, F.P. et al. Flexão Pura. In:___. **Mecânica dos Materiais.** 7. Ed. Porto Alegre: McGraw-Hill Education, 2015, 843p.

BELLET, M.; THOMAS, B. G. Solidification macroprocesses – Thermo-mechanical modeling of stress, distortion and hot tearing. In: GROZA, J. et al. **Materials Processing Handbook.** 1. Ed. Boca Raton: CRC Press, 2007, 840p.

CHAPRA, S. C.; CANALE, R. P. **Métodos Numéricos para Engenharia**. 5. Ed. Porto Alegre: AMGH, 2011, 809p.

DASHBOARD Engineering Wiki. Illinois, University of Illinois. Disponível em <https://wiki.engr.illinois.edu/download/attachments/118358041/cc.PNG>. Acesso em 04 01 2014.

ELFSBERG, J. **Oscillation mark formation in continuous casting processes.** 2003. 56 f. Tese (Doutorado em Engenharia Metalúrgica) – Department of Casting Metals, Royal Institute of Technology, Estocolmo, 2003.

EUROPEAN COMMISSION. **Casting, reheating and direct rolling**, EUR 21340. 1. Ed. Luxemburg: European Communities, 2005. 349 p.

GARCIA, A. et al. **Lingotamento Contínuo de Aços.** 1. Ed. São Paulo: Associação Brasileira de Metalurgia e Materiais, 2006, 320p.

GILAT, A.; SUBRAMANIAM, V. **Métodos Numéricos para Engenheiros e Cientistas: uma introdução com aplicações usando o MATLAB**. 1. Ed. São Paulo: Bookman, 2008, 479p.

HARSTE, K. **Untersuchungen zur Schrumpfung und zur Entstehung von mechanischen Spannungen während der Erstarrung und nachfolgendem Abkühlen zylindrischer Blöcke aus Fe-C-Legierungen.** 2011. 276 f. Tese (Doutorado em Engenharia Metalúrgica) – Institut für Allgemeine Metallurgie, Technische Universität Clausthal, Düsseldorf, 1990.

HARSTE, K.; SCHWERDTFEGER, K. Thermomechanical properties of iron: viscoplasticity of ferrite and of austenite-ferrite mixtures. **Materials Science and Technology,** London, v. 12, n. 5, p. 378-384, mai. 1996.

JONAYAT, A.; THOMAS, B. G. Transient thermo-fluid model of meniscus behavior and slag consumption in steel continuous casting. **Metallurgical and Materials Transactions B,** Warrendale, v. 45, n. 5, p. 1842-1864, jul. 2014.

KIM, K.; OH, K. H.; LEE, D. N. Mechanical behavior of carbon steels during continuous casting. **Scripta Metallurgica et Materialia,** EUA, v. 34, n. 2, p. 301-307, jan. 1996.

KO, E. et. Al. Simulation of Low Carbon Steel Solidification and Mold Flux Crystallization in Continuous Casting Using a Multi-Mold Simulator. **Metals and Materials International,** Coréia do Sul, v. 20, n. 1, p. 141-151, jan. 2014.

KOHL, S. **História do Lingotamento Contínuo.** 1. Ed. São Paulo: Associação Brasileira de Metalurgia e Materiais, 2005, 320p.

KORIC, S.; THOMAS, B. G. Efficient thermos-mechanical model for solidification processes. **International Journal for Numerical Methods in Engineering,** New Jersey, v. 46, n. 12, p. 1955-1989, jan. 2006.

LI, C.; THOMAS, B. G. Maximum casting speed for continuous casting steel billets based on sub-mold bulging computation. In: STEELMAKING CONFERENCE PROCEEDINGS, 85, 2002, Nashville. **Steelmaking proceedings**, Pennsylvania: ISS, 2002. p. 109-130.

LOPEZ, E. R. L. et al. A unified mechanism for the formation of oscillation marks. **Metallurgical and Materials Transactions B,** Warrendale, v. 43, n. 1, p. 109-122, fev. 2012.

LUZ, S. M. **Método de Monte Carlo aplicado ao processo de lingotamento contínuo.** 2011. 83 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

OJEDA, C. et al. Mathematical modeling of thermal-fluid flow in meniscus region during an oscillation cycle. **AISTech 2006 Proceedings,** Cleveland, v. 1 n. 1, p. 1017-1028, mai. 2006.

PINHEIRO, C. A. M. **Mould thermal response, billet surface quality and mould-flux behaviour in the continuous casting of steel billets with powder lubrication.** 1997. 316 f. Tese (Doutorado em Engenharia Metalúrgica) – Department of Metals and Materials Engineering, The University of British Columbia, Vancouver, 1997.

REYNOLDS, O. On the theory of lubrication and its application to Mr. Beauchamp Tower's experiments, including an experimental determination of the viscosity of olive oil. **Philosophical Transactions Royal Society of London,** London, v. 177, n. 1, p. 157-234, jan. 1886.

SCHWERDTFEGER, K.; SHA, H. Depth of oscillation marks forming in continuous casting of steel. **Metallurgical and Materials Transactions B,** Warrendale, v. 31, n. 4, p. 813-826, ago. 2000.

SENGUPTA, J. et al A new mechanism of hook formation during continuous casting of ultra-low-carbon steel slabs. **Metallurgical and Materials Transactions A,** Warrendale, v. 37, n. 5, p. 1597-1611, mai. 2006.

SEOL, D. J. et al. High temperature deformation behavior of carbon steel in the austenite and d-ferrite regions. **ISI International,** Japan, v. 39, n. 1, p. 91-98, jan. 1999.

SOARES, R. B. **Oscilação do Molde - Lubrificação.** 1. Ed. São Paulo: Associação Brasileira de Metalurgia e Materiais, 2005, 320p.

TAKEUCHI, E.; BRIMACOMBE, J. K. Effect of oscillation mark formation on the surface quality of continuously cast steel slabs. **Metallurgical and Materials Transactions B,** Warrendale, v. 16, n. 3, p. 605-625, set. 1985.

TAKEUCHI, E.; BRIMACOMBE, J. K. The formation of oscillation marks in the continuous casting of steel slabs. **Metallurgical and Materials Transactions B,** Warrendale, v. 15, n. 3, p. 493-509, set. 1984.

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. E. Deformações de vigas. In: ___. **Mecânica dos Sólidos – Volume I.** 1. Ed. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos 1983, 256p.

THOMAS, B. G. Modeling of the continuous casting of steel – past, present and future. In: ELECTRIC FURNACE CONFERENCE, 59, 2001, Phoenix. **Brimacombe Lecture**, Phoenix: Iron & Steel Society, 2001. p. 3-30.

THOMAS, B. G.; O'MALLEY, R.; STONE, D. Measurement of temperature, solidification, and microstructure in a continuous cast thin slab. In: MODELING OF CASTING, WELDING, AND ADVANCED SOLIDIFICATION PROCESSES, 8, 1998, Pennsylvania. **Best Experimental Paper Award**, Pennsylvania: TMS, 1998. p. 1185-1199.

WON, Y.; THOMAS, B. G. Simple model of microsegregation during solidification of steels. **Metallurgical and Materials Transactions A,** Warrendale, v. 32, n. 7, p. 1755-1767, jul. 2011.

WORDLSTEEL ASSOCIATION. **World Steel in Figures 2015.** Bélgica: WorldSteel Association, 2015, 30p. Disponível em: <http://www.worldsteel.org/dms/internetDocumentList/bookshop/Word-Steel-in-Figures-2015/document/World%20Steel%20in%20Figures%202015.pdf>. Acesso em 30 03 2016.

WU, L. et al. The Effect of Solid Particles on Liquid Viscosity. **Steel Research International,** Weinheim, v. 82, n. 4, p. 388-397, abr. 2011.