

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
FACULDADE DE ENGENHARIA  
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DOS MATERIAIS**

**FERNANDO ATIVIDADE FERREIRA DA SILVA**

**FABRICAÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DE TRANSFORMADOR PIEZOELÉTRICO  
DE CERÂMICA  $0.65\text{Pb}(\text{Mg}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})\text{O}_3\text{-}0.35\text{PbTiO}_3$**

Ilha Solteira

2020

**FERNANDO ATIVIDADE FERREIRA DA SILVA**

**FABRICAÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DE TRANSFORMADOR PIEZOELÉTRICO  
DE CERÂMICA  $0.65\text{Pb}(\text{Mg}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})\text{O}_3\text{-}0.35\text{PbTiO}_3$**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência dos Materiais da Faculdade de Engenharia do Campus de Ilha Solteira – UNESP como parte dos requisitos para a defesa do mestrado em Ciência dos Materiais.

**Prof. Dr. Eudes Borges de Araújo**

Orientador

Ilha Solteira

2020

## FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

S586f Silva, Fernando Atividade Ferreira.  
Fabricação e caracterização de transformador piezoelétrico de cerâmica  
0.65pb(Mg1/3Nb2/3)O3-0.35PbTiO3 / Fernando Atividade Ferreira Silva. -- Ilha  
Solteira: [s.n.], 2020  
67 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de  
Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Ciência dos Materiais, 2020

Orientador: Eudes Borges de Araújo  
Inclui bibliografia

1. Transformador piezoelétrico. 2. Modo de vibração radial. 3. PMN-PT. 4.  
Ferroeletricidade.

  
Raiane da Silva Santos

Supervisora Técnica de Seção  
Seção Técnica de Referência, Atendimento ao usuário e Documentação  
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação  
CRB/8 - 9999

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Ilha Solteira

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: Fabricação e caracterização de transformador piezoelétrico de cerâmica  
0.65Pb(Mg1/3Nb2/3) O3-0.35PbTiO3

**AUTOR: FERNANDO ATIVIDADE FERREIRA DA SILVA**

**ORIENTADOR: EUDES BORGES DE ARAUJO**

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em CIÊNCIA  
DOS MATERIAIS, área: Física da Matéria Condensada pela Comissão Examinadora:



Prof. Dr. EUDES BORGES DE ARAUJO

Departamento de Física e Química / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Profª. Drª. YUSLÍN GONZÁLEZ ABREU

Facultad de Física / Universidad de La Habana - UH



Prof. Dr. GUSTAVO SANGUINO DIAS

Departamento de Física / Universidade Estadual de Maringá - UEM



Ilha Solteira, 14 de agosto de 2020

## AGRADECIMENTOS

Gostaria de aproveitar esse espaço para agradecer meus pais Lourival e Conceição que sempre apoiaram e incentivaram meus estudos.

Agradecer ao professor Dr. Eudes Borges de Araújo pela orientação e o incentivo à pesquisa desde os tempos de graduação.

Aos colegas de laboratório que apesar de trabalharem com temas diferentes não mediam esforços para ajudar no que fosse possível, assim como os professores do departamento de física e química e os técnicos de laboratório Mário e Levi.

Gostaria de agradecer aos membros da banca de exame de qualificação Dr. Elton Carvalho de Lima e Dr. Saulo Portes dos Reis pelas colocações pontuais que auxiliaram no refinamento do trabalho.

Finalmente, gostaria de agradecer aos membros da comissão examinadora da defesa de mestrado, Dr. Gustavo Sanguino Dias e Dra. Yoslín González Abreu, pela imensa contribuição para minha formação e para a versão final desta dissertação.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

## RESUMO

Com o contínuo crescimento tecnológico e a demanda pela miniaturização dos equipamentos, os transformadores piezoelétricos apresentam diversas vantagens em relação aos seus análogos magnéticos. Dentre as vantagens estão baixo custo, dimensões menores, não representa risco de incêndio, ausência de emissão eletromagnética e altos fatores de eficiência, densidade de potência e isolamento. Os transformadores piezoelétricos são construídos a partir de materiais piezoelétricos tais como cristais piezoelétricos ou cerâmicas ferroelétricas policristalinas. Esses transformadores operam por meio do efeito piezoelétrico direto e contrário a partir do acoplamento eletromecânico. O trabalho tem como objetivo fabricar e caracterizar um transformador piezoelétrico em forma de disco polarizado na espessura e operando no modo de vibração radial. A solução sólida  $0,65\text{Pb}(\text{Mg}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})\text{O}_3$ - $0,35\text{PbTiO}_3$  (PMN-35PT) foi escolhida como base do transformador graças às suas excelentes propriedades eletromecânicas. Os eletrodos do transformador foram depositados por pulverização catódica e a cerâmica foi polarizada com campo elétrico de 14,06 kV/cm, resultando em um campo coercitivo e polarização remanescente de 5,90 kV/cm e  $10,28 \mu\text{C}/\text{cm}^2$ . O transformador apresentou ganho de 250% para o *step-up* e 76% no *step-down*, apesar dos baixos valores de  $Q_m$  e  $k_p$ . Variações nas frequências de ressonância foram observadas em relação ao *step-up* e *down* e variando a resistência de carga ( $R_L$ ).

**Palavras-chave:** Transformador piezoelétrico, modo de vibração radial, PMN-PT, ferroeletricidade.

## ABSTRACT

With the continuous technological growth and the demand for miniaturization of equipment, piezoelectric transformers present several advantages compared to their magnetic analogues. Among these advantages are low cost, smaller size, non-flammability, non-electromagnetic interference and high efficiency, power density and insulation factors. Piezoelectric transformers are constructed from piezoelectric materials, such as piezoelectric crystals or polycrystalline ferroelectric ceramics. These transformers operate by means of a direct and inverse piezoelectric effect due to electromechanical coupling. The work aims to manufacture and characterize a disk-type piezoelectric transformer polarized in the thickness direction and, operating on radial vibration mode. The solid solution  $0.65\text{Pb}(\text{Mg}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})\text{O}_3$ - $0.35\text{PbTiO}_3$  (PMN-35PT) was chosen as the base of the transformer thanks to its excellent electromechanical properties. The transformer electrodes were placed by DC Sputtering and the ceramics were polarized by applying an electric field of 14.06 kV/cm, resulting in a coercive field and remnant polarization of 5.90 kV/cm and 10.28  $\mu\text{C}/\text{cm}^2$ . Despite the low values of  $Q_m$  and  $k_p$ , the transformer presented a gain of 250% for step-up and 76% for step-down. Variations in the resonance frequencies were observed in relation to step-up and step-down and, matching resistance (RL).

**Keywords:** Piezoelectric transformer, radial vibration mode, PMN-PT, ferroelectricity.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Ilustração de um transformador de energia magnético. ....	9
<b>Figura 2.</b> Ilustração do transformador piezoelétrico proposto por Nicolson. O transformador era constituído a partir de dois monocristais, representados pelos números 55 e 57, pressionados um contra o outro.....	12
<b>Figura 3.</b> Ilustração esquemática do transformador piezoelétrico proposto por Rosen. Na parte primária do transformador, ilustrada pelo número 48, tem-se a polarização na espessura. Na parte secundária do transformador, ilustrada pelo número 49, tem-se a polarização na direção longitudinal.....	12
<b>Figura 4.</b> Representação das geometrias dos diversos transformadores propostos por Rosen. ....	14
<b>Figura 5.</b> Configurações de transformadores piezoelétricos apresentado por Berlincourt e colaboradores.....	15
<b>Figura 6.</b> Ilustração do ciclo de histerese de um típico cristal ferroelétrico.....	19
<b>Figura 7.</b> Representação da estrutura perovskita $ABO_3$ a) acima da temperatura de Curie e; b) abaixo da temperatura de Curie. ....	20
<b>Figura 8.</b> Ilustração dos dipolos elétricos a) Antes; b) durante e; c) depois do processo de polarização.....	20
<b>Figura 9.</b> Variação das propriedades dielétricas com a temperatura para o PMN. ....	21
<b>Figura 10.</b> Diagrama de fase x-T do PMN-PT próximo ao Contorno de Fase Morfotrópico (MPB) adaptado.....	22
<b>Figura 11.</b> a) Ilustração de uma cerâmica policristalina polarizada; b) Efeito piezoelétrico direto e; c) Efeito piezoelétrico inverso.....	23
<b>Figura 12.</b> Representação das interações entre os sistemas elétrico, mecânico e térmico. ....	30
<b>Figura 13.</b> Circuito Equivalente do transformador quando operado em frequência próximo à frequência de ressonância. ....	31
<b>Figura 14.</b> Representação gráfica do Círculo da Admitância contemplando os principais pontos para o cálculo dos parâmetros do circuito equivalente.....	32
<b>Figura 15.</b> Ilustração do circuito para caracterização dos ciclos de histerese. ....	34
<b>Figura 16.</b> Ilustração do circuito para a polarização da cerâmica. ....	35
<b>Figura 17.</b> Foto da parte superior do transformador pronto, contendo os eletrodos de entrada e saída e os fios conectados para constituição dos dados experimentais. ....	36

<b>Figura 18.</b> Estrutura do transformador piezoelétrico estudado nas visões: a) frontal; b) lateral e; c) circuito equivalente.....	36
<b>Figura 19.</b> Ilustração da configuração do transformador no <i>step up</i> .....	37
<b>Figura 20.</b> Ciclos de histerese ferroelétrica em temperatura ambiente nas frequências de a) 100 mHz; b) 1 Hz; c) 5 Hz e; d) a sobreposição das três frequências para o maior campo aplicado. ....	38
<b>Figura 21.</b> Dependência da polarização remanescente ( $P_r$ ) e do campo coercitivo ( $E_c$ ) em função do campo aplicado na frequência de 1 Hz. ....	39
<b>Figura 22.</b> Impedância e fase em função da frequência para o a) o espectro contendo os três primeiros modos de vibração ressonante; b) o 1°; c) 2° e; d) 3°. ....	41
<b>Figura 23.</b> Impedância e fase em função da frequência para o a) 1°; b)2° e;c)3° modo de vibração ressonante e; d) o espectro completo para a saída com a entrada em curto.....	41
<b>Figura 24.</b> a) Impedância de entrada em função da frequência; b) fase de entrada em função da frequência; c) Impedância de saída em função da frequência e; d) fase de saída em função da frequência. ....	42
<b>Figura 25.</b> Gráfico do ganho e da fase em função da frequência nos a) <i>step up</i> e; b) <i>step down</i> e gráfico de $V_{out}$ em função de $V_{in}$ para os c) <i>step up</i> e; d) <i>step down</i> . ....	43
<b>Figura 26.</b> Gráfico do ganho e $P_{out}$ em função da Resistência $R_L$ . ....	44
<b>Figura 27.</b> Círculo da admitância próximo ao primeiro modo de vibração (90 - 120 kHz) da a) entrada com a saída em curto e; b) saída com a entrada em curto. ....	46
<b>Figura 28.</b> Circuito equivalente do transformador operado no primeiro modo de vibração ressonante para o a) <i>step-up</i> e b) <i>step-down</i> . ....	46
<b>Figura 29.</b> Diagrama de vetores para campo elétrico e densidade de corrente elétrica em a) um condutor isotrópico e; b) um condutor anisotrópico.....	53
<b>Figura 30.</b> Diagrama de vetores para a densidade de corrente em um meio anisotrópico quando um campo é aplicado ao longo do eixo $Ox_1$ . ....	54
<b>Figura 31.</b> Ilustração do circuito Sawyer-Tower utilizado para a caracterização dos ciclos de histerese. ....	62

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1.</b> Tipos de relações piezoelétricas fundamentais.....	26
<b>Tabela 2.</b> Dimensões do transformador.....	35
<b>Tabela 3.</b> Valores de campo elétrico aplicado, coercitivo, polarização de saturação e remanescente para trabalhos presente na literatura. ....	39
<b>Tabela 4.</b> Dados do circuito equivalente para o primeiro módulo de vibração calculado através do círculo da admitância.....	45
<b>Tabela 5.</b> Valores de $Q_m$ e $k_p$ .....	46

## LISTA ABREVIATURAS E SIMBOLOS

a	Coeficiente piezoelétrico tipo a
AC/DC	Corrente Alternada / Corrente Contínua
b	Coeficiente piezoelétrico tipo b
B	Susceptância
B <sub>max</sub>	Ponto de máxima susceptância
CCFL	<i>Cold Cathode Fluorescent Lamp</i>
C <sub>in</sub>	Capacitância do <i>input</i> do transformador
C <sub>o</sub>	Capacitância do <i>output</i> do transformador
c <sup>P</sup>	Módulo de Young a pressão constante
C <sub>r</sub>	Capacitância equivalente
d	Coeficiente Piezoelétrico
D	Deslocamento Elétrico
E	Coeficiente piezoelétrico tipo e
E	Campo Elétrico
E <sub>C</sub>	Campo Elétrico Coercitivo
f+45	Frequência de maior susceptância no círculo de admitância
f-45	Frequência de menor susceptância no círculo de admitância
f <sub>a</sub>	Frequência de antirressonância
f <sub>r</sub>	Frequência de ressonância
g	Coeficiente piezoelétrico tipo g
G	Condutância
G	Energia Livre de Gibbs
h	Coeficiente piezoelétrico tipo h
j	Número Imaginário
LCD	<i>Liquid Crystal Display</i>
L <sub>r</sub>	Indutância Equivalente
MPB	Contorno de Fase Morfotrópico
MPO	Método dos Precursores Óxidos
N <sub>p</sub>	Número de espiras na bobina primária
N <sub>s</sub>	Número de espiras na bobina secundária
P	Polarização
P <sub>R</sub>	Polarização Remanescente
P <sub>S</sub>	Polarização Espontânea
PMN-PT	Solução sólida composta por chumbo, magnésio, nióbio e titânio
PT	Transformador Piezoelétrico
PT	Titanato de Chumbo
PZT	Titanato Zirconato de Chumbo
Q	Capacidade Térmica
Q <sub>m</sub>	Fator de Qualidade Mecânica
R <sub>L</sub>	Resistência de carga
R <sub>m</sub>	Resistência equivalente
R <sub>opt</sub>	Resistência de otimização
s	Coeficiente de conformidade elástica
S	<i>Strain</i>
T	<i>Stress</i>

$T_c$	Temperatura de Curie
$U$	Energia Interna
$Y_{in}$	Admitância da entrada
$Y$	Admitância
$Z$	Impedância
$B$	Impermeabilidade dielétrica
$\epsilon$	Permissividade Elétrica
$\sigma$	Entropia
$\sigma$	Razão de Poisson
$\Phi_B$	Fluxo magnético alternado
$\Theta$	Temperatura
$\omega$	Frequência angular
$\omega_m$	Frequência angular de menor susceptância no circuito de admitância
$\omega_n$	Frequência angular de maior susceptância no circuito de admitância
$\omega_r$	Frequência angular de ressonância
$\chi^S$	Susceptibilidade dielétrica

## SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	8
1.1	MOTIVAÇÃO.....	8
1.2	REVISÃO HISTÓRICA DO TRANSFORMADOR PIEZOELÉTRICO .....	11
1.3	OBJETIVOS.....	16
2	FUNDAMENTAÇÃO.....	18
2.1	FERROELETRICIDADE .....	18
2.2	PROPRIEDADES DA SOLUÇÃO SÓLIDA PMN-PT .....	19
2.3	FUNDAMENTOS DA PIEZOELETRICIDADE.....	22
2.4	O MÉTODO DO CÍRCULO DA ADMITÂNCIA .....	30
3	MATERIAIS E MÉTODOS.....	33
3.1	SINTETIZAÇÃO DA CERÂMICA .....	33
3.2	POLARIZAÇÃO DA CERÂMICA E CARACTERIZAÇÃO FERROELÉTRICA....	33
3.3	PREPARAÇÃO DOS ELETRODOS DO TRANSFORMADOR E CONFIGURAÇÃO DO TRANSFORMADOR NO <i>STEP UP</i> E <i>DOWN</i> . .....	35
3.4	CONSTITUIÇÃO DOS DADOS DE IMPEDÂNCIA E ADMITÂNCIA .....	37
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	38
4.1	HISTERESE.....	38
4.2	IMPEDÂNCIA, <i>STEP UP</i> E <i>STEP DOWN</i> .....	40
5	CONCLUSÕES.....	47
	APÊNDICES .....	52
	APÊNDICE A. INTRODUÇÃO À TENSORES .....	52
	APÊNDICE B. MATRIZES DAS RELAÇÕES DAS PROPRIEDADES NAS 32 CLASSES CRISTALINAS .....	56
	APÊNDICE C. O CIRCUITO SAWYER-TOWER .....	62

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1 MOTIVAÇÃO

Com o contínuo crescimento tecnológico e a constante busca pela criação de novos e melhores equipamentos eletrônicos, é de vital importância a escolha adequada dos materiais e componentes que favoreçam a aplicação. Em aplicações modernas tais como *laptops*, celulares, televisores, etc; é indispensável o uso de gerenciadores de energia, nos quais certamente serão necessários transformadores nas funções de amplificadores ou redutores de tensão.

Tradicionalmente, utilizam-se os transformadores magnéticos para essas funções. Os transformadores magnéticos operam a partir do princípio de indução de Faraday. Em 1819, o físico dinamarquês Orsted descobriu que correntes elétricas produzem campos magnéticos. Essa descoberta é considerada como o marco inicial do eletromagnetismo. Após essa descoberta, diversos estudos foram realizados para averiguar se campos magnéticos também produziam correntes elétricas. Diversas pesquisas foram desenvolvidas até que, em 1831, Faraday descobriu que uma corrente elétrica era induzida em uma bobina a partir da variação do fluxo de campo magnético no interior dessa bobina. Os transformadores magnéticos usuais consistem em duas bobinas com números diferentes de espiras enroladas em um núcleo de ferro, conforme ilustrado na Figura 1, sendo uma bobina a parte primária e a outra a parte secundária. Nos extremos da primeira bobina é aplicado uma diferença de potencial alternada, do tipo:

$$V_{in} = V_0 \cdot \text{sen}(\omega t) \quad (1)$$

fazendo percorrer uma corrente alternada que gera um campo magnético consequente. O núcleo de ferro assume o papel de orientar as linhas de campo magnético para a segunda bobina. Com o surgimento desse fluxo magnético variando com o tempo na segunda bobina, uma diferença de potencial de forma:

$$V_{out} = -N_s \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (2)$$

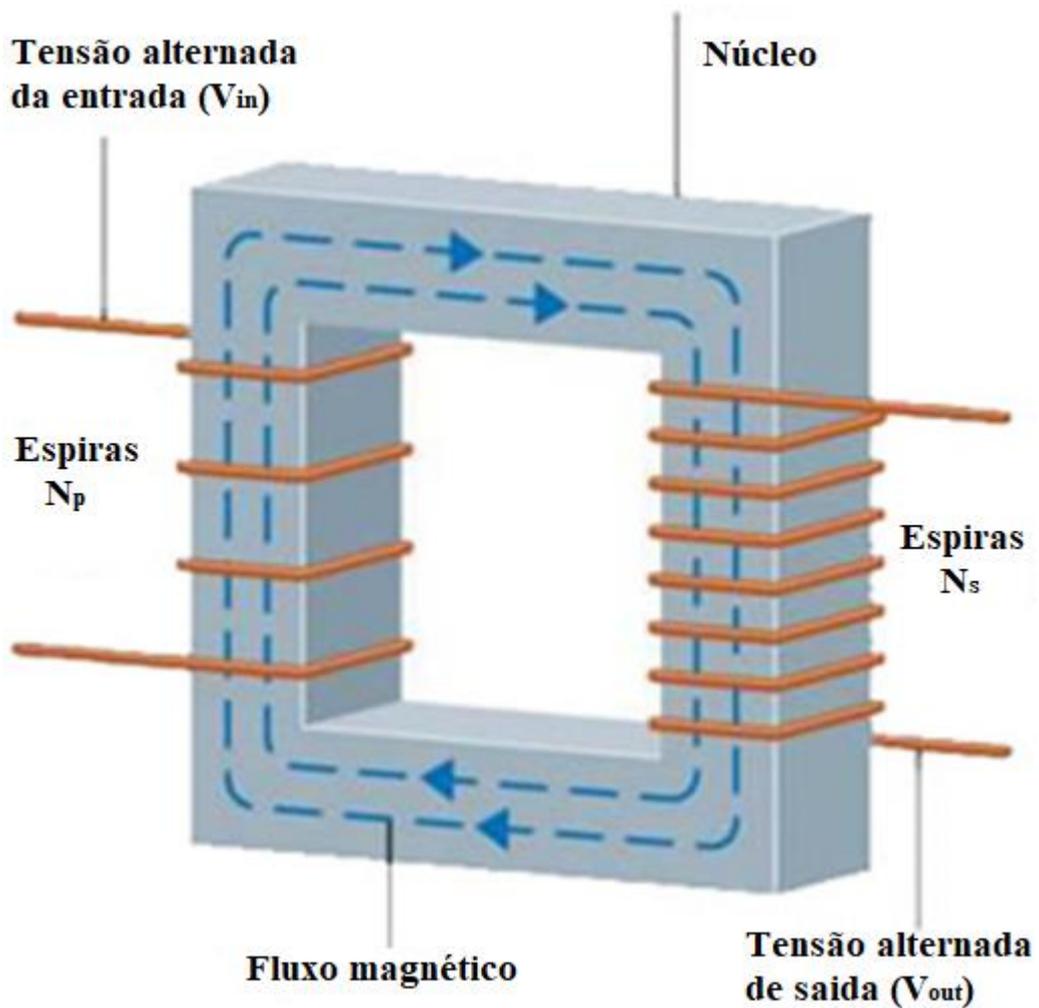
surge no circuito secundário do transformador.  $N_s$  e  $\Phi_B$  representam o número de espira na parte secundária e o fluxo magnético alternado. Como a diferença de potencial na parte primária do transformador pode ser expressa na forma:

$$V_{in} = \varepsilon_{espira} \cdot N_p \quad (3)$$

Na qual  $\varepsilon_{espira}$  e  $N_p$  representam respectivamente a força eletromotriz de cada espira e o número de espira na primeira bobina, pode-se expressar a transformação na forma [1]:

$$\varepsilon_{espira} = \frac{V_{in}}{N_p} = \frac{V_{out}}{N_s} \quad (4)$$

$$V_{out} = V_{in} \frac{N_s}{N_p} \quad (5)$$



**Figura 1.** Ilustração de um transformador de energia magnético.

Fonte: [2]

No entanto, os transformadores magnéticos apresentam uma diversidade de restrições em aplicações de alta tensão e em pequenas dimensões. Ainda, quando utilizados em aplicações de maior potência, esses transformadores são quase sempre pesados, volumosos e caros [3].

Os transformadores piezoelétricos (PTs – abreviação em inglês para “*Piezoelectric Transformers*”) representam uma vantajosa alternativa aos transformadores magnéticos. Esses transformadores são dispositivos que, basicamente, transformam energia através do acoplamento eletromecânico, transformando uma diferença de potencial elétrica alternada, com frequência próxima a frequência de ressonância, em energia mecânica vibracional por meio do efeito piezoelétrico inverso. Por sua vez, por meio do efeito piezoelétrico direto, a energia mecânica vibracional é transformada novamente em diferença de potencial capacitada nos eletrodos da parte secundária do transformador com ganho ou atenuação [4]. Dentre as vantagens em se usar os PTs em relação aos magnéticos, se destacam:

- São construídos a partir de materiais ferroelétricos de baixo custo e relativamente simples fabricação;
- Possuem pequenas dimensões comparadas as dos transformadores magnéticos, além de serem mais leves;
- Não representam risco de incêndio;
- Não há emissão eletromagnética;
- Altos fatores de eficiência, densidade de potência e isolamento.

Dentre as desvantagens apresentada pelo transformador piezoelétrico estão os fatos de ser um dispositivo ressonante e os mecanismos de despolarização citado no decorrer desse subcapítulo.

Graças as suas características e vantagens em relação aos transformadores magnéticos, os PTs ganharam ao longo dos anos uma vasta gama de aplicações tais como em conversores AC/DC, reatores para lâmpadas fluorescentes, inversores para CCFL<sup>1</sup> usadas em tecnologia LCD<sup>2</sup>, adaptadores, carregadores de bateria, dentre outras [4] [5].

A base dos PTs são os materiais piezoelétricos. Esses materiais podem ser tanto monocristais piezoelétricos, e.g., quartzo, ou cerâmicas policristalinas ferroelétricas polarizadas. Os cristais piezoelétricos apresentam altos fatores de qualidade mecânica ( $Q_m$ ) e alta estabilidade térmica, i.e., suportam altas temperaturas sem perder suas propriedades piezoelétricas. No entanto, apresentam desvantagens tais como alto custo, baixo fator de

---

<sup>1</sup> cold cathode fluorescent lamp;

<sup>2</sup> liquid crystal display;

acoplamento mecânico e processos complicados de fabricação [3]. Por outro lado, as cerâmicas policristalinas ferroelétricas polarizadas apresentam altos fatores de acoplamento eletromecânico, seus processos de fabricação são relativamente simples e possibilitam ampla variedade de composição e geometria. Contudo, apresentam polarização metaestável e estão sujeitas a despolarizações de naturezas elétrica, mecânica e térmica:

- **Despolarização Mecânica:** A despolarização mecânica ocorre quando o material ferroelétrico é submetido à um *stress* intenso o suficiente para perturbar os domínios e, conseqüentemente, desalinhar os dipolos;
- **Despolarização Elétrica:** A despolarização elétrica ocorre quando o material ferroelétrico é exposto à um campo elétrico externo alto o suficiente e com orientação oposta à polarização;
- **Despolarização Térmica:** A despolarização térmica ocorre quando o material ferroelétrico é exposto à uma temperatura igual ou superior à temperatura de Curie<sup>3</sup> ( $T_c$ ), novamente, os domínios ficam desordenados [6].

## 1.2 REVISÃO HISTÓRICA DO TRANSFORMADOR PIEZOELÉTRICO

Há vários relatos na literatura de que os primeiros estudos sobre os PTs surgiram em 1954 com Rosen [5] [7] [8]. No entanto, a primeira tentativa de transformar energia utilizando materiais piezoelétricos aconteceu no final da década de 20 com Alexander McLean Nicolson. A ideia de Nicolson consistia em aplicar um sinal elétrico em um de dois monocristais pressionados um contra o outro, gerando vibração que era transmitida para o segundo. O segundo cristal era utilizado para transformar a energia mecânica vibracional novamente em sinal elétrico [9], conforme ilustrado na Figura 2.

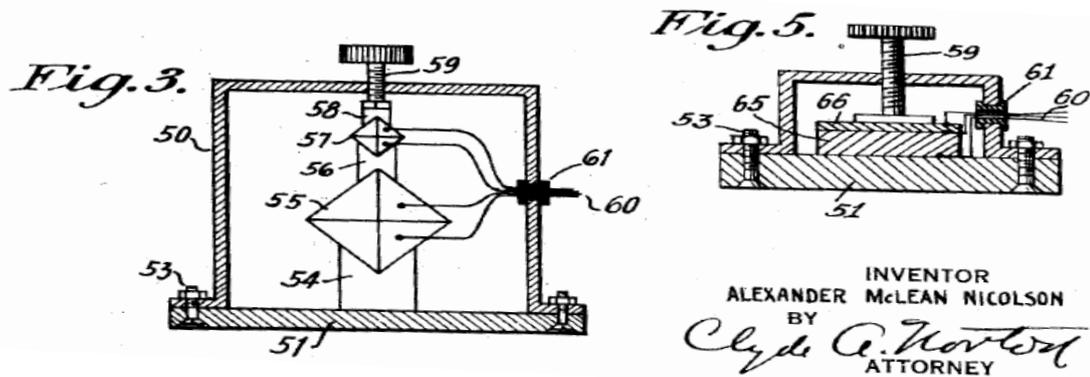
O trabalho de Nicolson foi limitado ao uso do material conhecido como Sal de Rochelle, um dos únicos materiais ferroelétricos extensivamente disponíveis na época. A performance, *design* e aplicabilidade do transformador foi, em parte, limitado em decorrência disso [10].

Em 1942, Wainer e Salomon descobriram as propriedades ferroelétricas no titanato de bário ( $BaTiO_3$ ). Sequencialmente a essa descoberta, Gary e Robert descobriram o processo de polarização em cerâmicas ferroelétricas policristalinas, Mason desenvolveu a sistemática do efeito piezoelétrico em cerâmicas polarizadas e os primeiros valores de coeficiente

---

<sup>3</sup> A temperatura de Curie representa o ponto de transição no qual o material passa da fase ferroelétrica para paraelétrica. Acima da temperatura de Curie, o material é paraelétrico. Abaixo da temperatura de Curie, o material é ferroelétrico tem uma polarização remanescente após submetido à um processo de polarização.

piezoelétrico do titanato de bário foram medidos. Nesse cenário, Charles Abraham Rosen começou a desenvolver sua pesquisa em PTs utilizando o novo material e as considerações teóricas de Mason [10].



**Figura 2.** Ilustração do transformador piezoelétrico proposto por Nicolson. O transformador era constituído a partir de dois monocristais, representados pelos números 55 e 57, pressionados um contra o outro.

Fonte: [9].

Ao contrário das primeiras tentativas de Nicolson em construir o PT com dois monocristais pressionados, Rosen propôs o transformador construído a partir de uma única cerâmica policristalina polarizada de base retangular contendo duas zonas de polarização diferentes, uma polarizada na espessura e a outra na direção longitudinal, conforme a Figura 3.

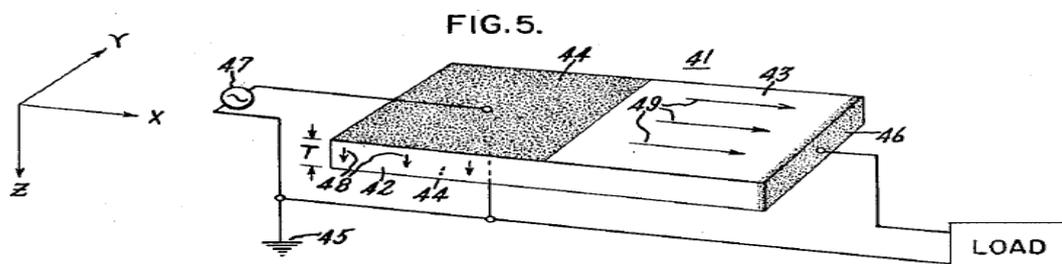
**April 8, 1958**

**C. A. ROSEN ET AL**  
ELECTROMECHANICAL TRANSDUCER

**2,830,274**

Filed June 29, 1954

3 Sheets—Sheet 2



**Figura 3.** Ilustração esquemática do transformador piezoelétrico proposto por Rosen. Na parte primária do transformador, ilustrada pelo número 48, tem-se a polarização na espessura. Na parte secundária do transformador, ilustrada pelo número 49, tem-se a polarização na direção longitudinal.

Fonte: [11].

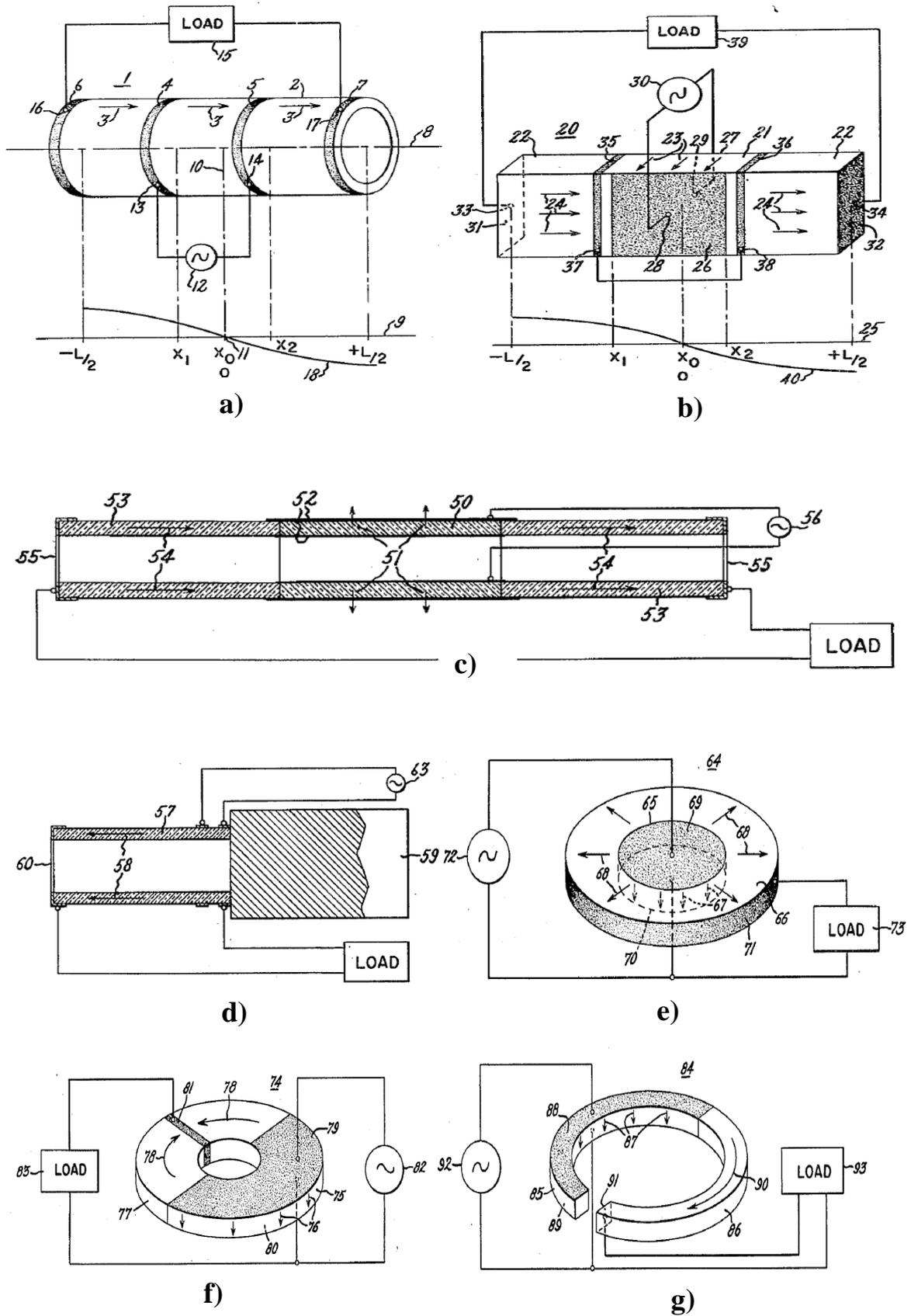
A ideia do transformador foi ótima, no entanto, deparava-se com a enorme dificuldade na fabricação desse transformador. Em decorrência do alto campo aplicado no processo de polarização, a cerâmica se partia ao meio na região que separava as duas zonas de polarização. O transformador apresentado na Figura 3 é amplamente difundido como transformador piezoelétrico do tipo Rosen, no entanto, Rosen propôs diversas configurações, sempre contendo duas zonas distintas de polarização. As demais configurações estão ilustradas na Figura 4 [10].

O trabalho desenvolvido por Rosen e colaboradores da *General Electric*<sup>4</sup> foi baseado no uso de cerâmicas de titanato de bário. Em 1954, Bernard Jaffe reconheceu a importância do MPB na família de cerâmicas de titanato zirconato de chumbo (PZT). Nesse período, Jaffe era chefe da divisão de materiais piezoelétricos do centro de pesquisa da Corporação Clevite. Don A. Berlincourt e colaboradores, também funcionários da Corporação Clevite, desenvolveram os estudos de Jaffe mais detalhadamente, o que levou à evolução da família inteira de piezocerâmicas de PZT [10].

Diferente de Rosen, Berlincourt e colaboradores propuseram transformadores com apenas uma zona de polarização. A cerâmica era, geralmente, polarizada apenas na espessura, como ilustra a Figura 5.

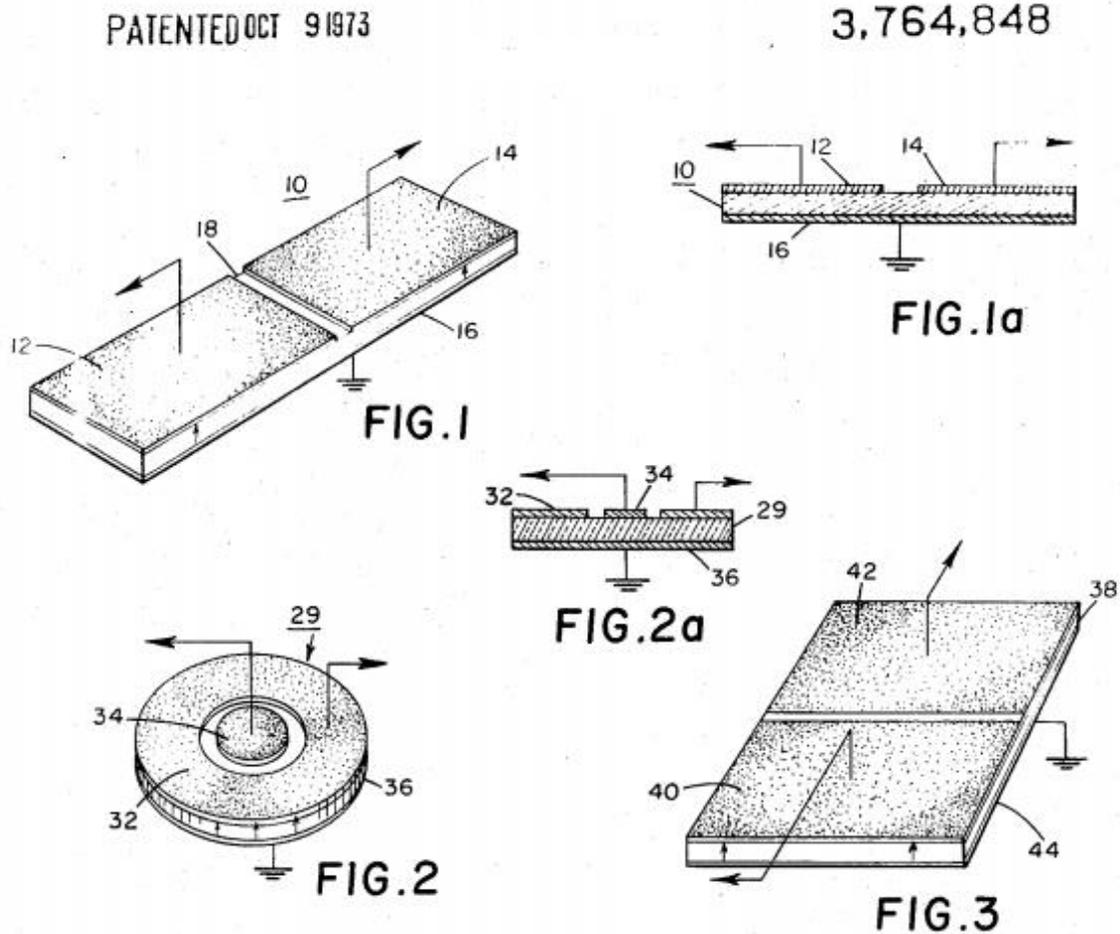
---

<sup>4</sup> A General Electric Company (GE) é uma empresa de serviços e tecnologia na qual Rosen trabalhava quando desenvolveu sua tese de doutorado.



**Figura 4.** Representação das geometrias dos diversos transformadores propostos por Rosen.

Fonte: Adaptado de [11].



**Figura 5.** Configurações de transformadores piezoelétricos apresentado por Berlincourt e colaboradores.

Fonte: Adaptado de [12].

O transformador fabricado e caracterizado na presente pesquisa tem configuração similar ao transformador com formato de disco, apresentado na Figura 5. Consiste de uma cerâmica com formato de disco, polarizada na espessura, operada no modo radial de vibração e com dois eletrodos concêntricos distintos, referente à entrada e saída<sup>5</sup>.

Nos últimos anos, graças a evolução no campo dos materiais ferroelétricos, diversas pesquisas foram desenvolvidas sobre transformadores piezoelétricos. No escopo da literatura revisada, observa-se maior volume de pesquisas referentes a três tipos de transformadores: (1) transformadores do tipo disco [4] [5] [13] [14] [15] [16] [17], com geometria similar a apresentada por Berlincourt, tendo polarização na espessura e operando em modo de vibração

<sup>5</sup> Os termos entrada e saída do transformador estão também referenciados no texto como parte primária e secundária.

radial; (2) do tipo Rosen [18] [19] [20], com geometrias com base retangular e em forma de disco, contendo duas zonas de polarização e; (3) transformadores de múltiplas camadas [21] [22]. Os trabalhos revisados e apontados anteriormente nesse parágrafo, majoritariamente, têm como principal objetivo analisar os efeitos causados nas propriedades eletromecânicas com a variação das temperaturas de sinterização e adição de dopantes. Buscam aumentar o fator de qualidade mecânica ( $Q_m$ ) e o fator de acoplamento planar ( $k_p$ ) para otimizar a performance dos PTs [22]. Os valores de  $Q_m$  e  $k_p$  podem ser obtidos através das equações (6) e (7) [6] [17].

$$Q_m = \frac{1}{\omega_{rs} C_r R_m} \quad (6)$$

$$k_p^2 = 2,51 \frac{(f_a - f_r)}{f_a} - \left[ \frac{(f_a - f_r)}{f_a} \right]^2 \quad (7)$$

Na qual  $f_r$  e  $f_a$  representam respectivamente as frequências de ressonância e antirressonância.

Em aplicações do tipo *step-up*<sup>6</sup>, os transformadores do tipo Rosen tem preferência graças ao alto ganho apresentado. No entanto, esse transformador apresenta algumas desvantagens tais como baixa potência, falta de isolamento das regiões de entrada e saída, duas zonas de polarização e o fato de não poder operar no *step-down*.

### 1.3 OBJETIVOS

- Fabricar um transformador piezoelétrico do tipo disco a partir de uma cerâmica policristalina de PMN-35PT;
  - Polarizar a cerâmica e obter os ciclos de histerese;
  - Construir os eletrodos do transformador;
- Caracterizar o transformador;
  - Obter as curvas de impedância e fase do transformador contendo os três primeiros módulos normais de vibração para a entrada e saída do transformador com as respectivas saída e entrada em curto;

---

<sup>6</sup> A configuração de *step-up* diz respeito ao transformador operando como amplificador de tensão e a entrada do transformador é ligada no eletrodo externo do disco, da mesma forma, o *step-down* refere-se ao transformador operando na função e atenuador de tensão, a entrada do transformador é ligada o eletrodo do centro do disco.

- Estudar o comportamento da impedância e fase do transformador no primeiro módulo de vibração para entrada e saída variando a resistência de carga;
- Estudar o comportamento do ganho do transformador com a variação da tensão de entrada no *step-up* e *step-down*;
- Estudar o comportamento do ganho e eficiência do transformador variando a resistência de carga;
- Constituir os dados de admitância para levantar o círculo de admitância e obter os valores do circuito equivalente do transformador.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO

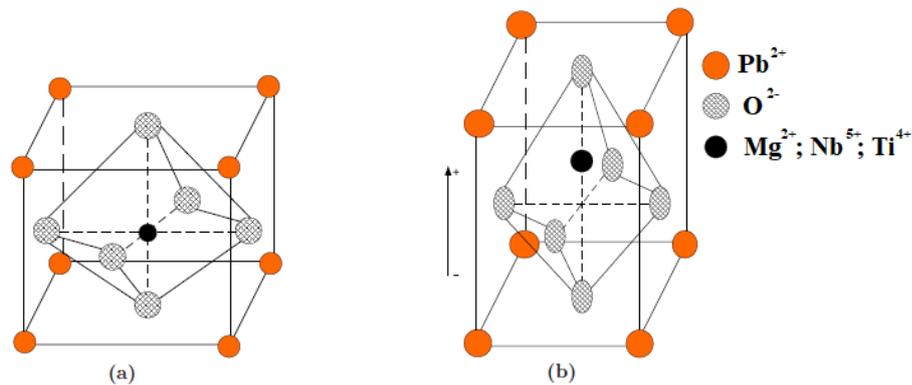
### 2.1 FERROELETRICIDADE

Conforme introduzido anteriormente, o transformador piezoelétrico pode ter como base uma cerâmica ferroelétrica polarizada. A ferroeletricidade é a propriedade que determinados materiais possuem de apresentar uma polarização espontânea que pode ser reversível com a aplicação de um campo elétrico externo. A ferroeletricidade, apesar da maioria dos materiais ferroelétricos não conterem íons de ferro, recebeu esse nome em analogia ao ferromagnetismo, propriedade que já era conhecida na época e possui comportamento similar.

Os materiais ferroelétricos, tais como o sal de Rochelle e o titanato de chumbo (PT), são cristais compostos por pequenas unidades estruturais formando dipolos elétricos. Isso acontece porque os centros de cargas positivos e negativos estão levemente separados. Em alguns materiais, esses dipolos elétricos estão espontaneamente alinhados em aglomerados chamados “domínios”. Diferentes domínios possuem diferentes orientações e são separados por uma interface chamada “parede de domínio”. Os domínios podem ser, majoritariamente, alinhados em uma direção com a aplicação de um campo elétrico externo. Quando a direção do campo aplicado é invertida, há também uma inversão na direção dos domínios ferroelétricos, no entanto, há uma defasagem entre as direções do campo e da polarização. Essa defasagem entre as direções é responsável pela histerese ferroelétrica e caracterizante dos materiais ferroelétricos. As propriedades ferroelétricas são perdidas acima da temperatura de Curie, pois há agitação suficiente para superar as forças que mantinham os dipolos espontaneamente alinhados [23].

Os materiais ferroelétricos são típicos dielétricos não-lineares, isso significa que a relação entre o deslocamento elétrico e o campo elétrico não é diretamente proporcional. Uma das características essenciais dessa classe de dielétricos são os ciclos de histerese sob a ação de um campo elétrico alternado. A reversibilidade da polarização pode ser observada na Figura 6. Com o aumento do campo elétrico externo os domínios começam a se alinhar, aumentando a polarização até atingir determinada polarização de saturação ( $P_s$ ) em um dado campo de saturação ( $E_s$ ) (caminho OB). Isso significa que, mesmo com o aumento do campo externo, não haverá aumento na polarização, pois todos os domínios já estão alinhados. A polarização não volta a zero com a retirada do campo elétrico externo, alguns domínios permanecem orientados e geram uma polarização remanescente ( $P_r$ ) (segmento OD). O cristal não pode ser totalmente despolarizado até que um determinado campo coercitivo ( $E_c$ ) seja aplicado na direção negativa, esse é o campo necessário para retornar à polarização a zero. Com o aumento do campo elétrico

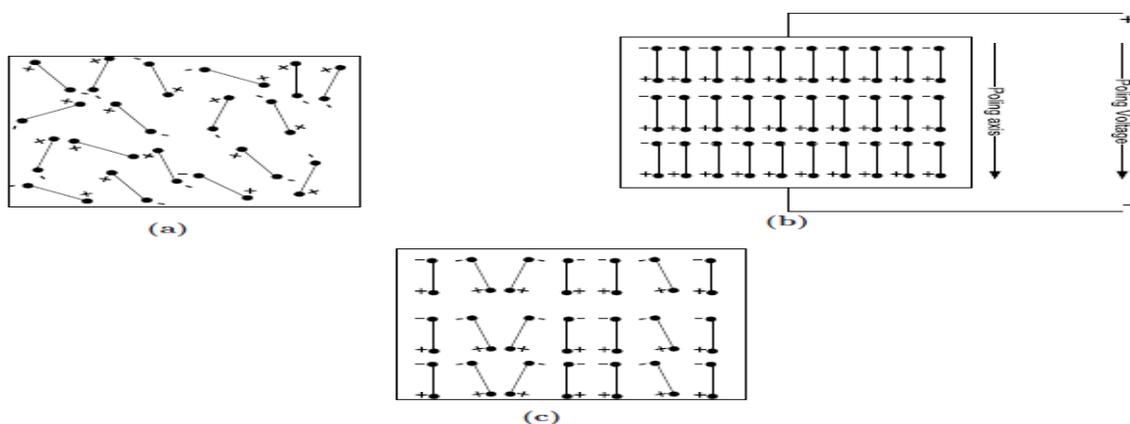




**Figura 7.** Representação da estrutura perovskita  $ABO_3$  a) acima da temperatura de Curie e; b) abaixo da temperatura de Curie.

Fonte: Adaptado de [6].

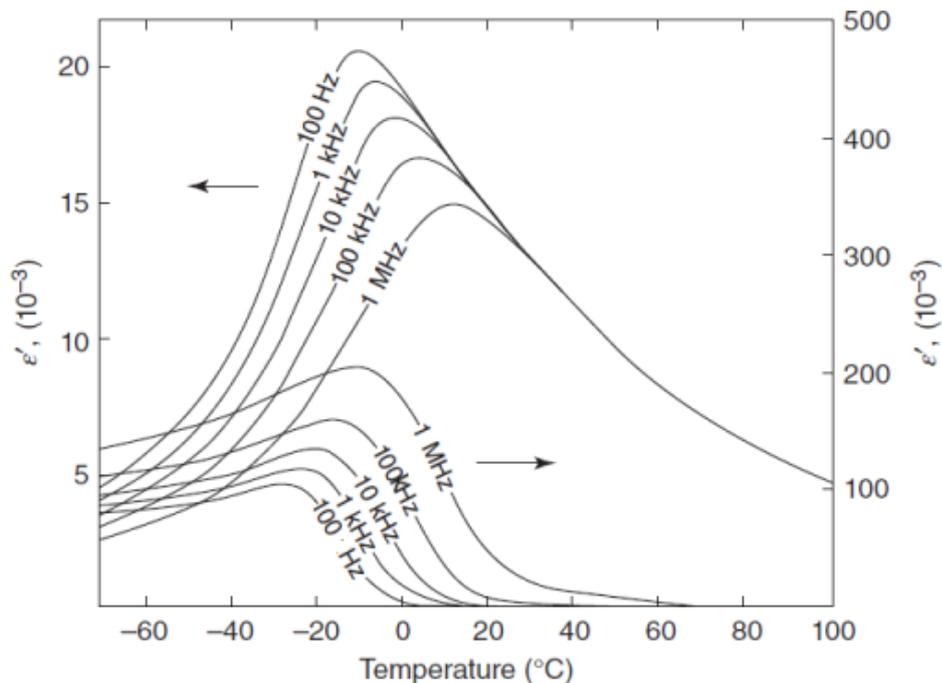
As propriedades das cerâmicas ferroelétricas, em geral, são dependentes da temperatura. Acima da temperatura de Curie, a cerâmica apresenta estrutura cristalina cúbica e centrossimétrica, i.e., os centros de cargas negativas e positivas coincidem, resultando em momento de dipolo nulo e comportamento paraelétrico, ilustrado na Figura 7-a. Abaixo da temperatura de Curie, a cerâmica geralmente apresenta estrutura tetragonal ou romboédrica e assimétrica, i.e., os centros de cargas negativas e positivas não coincidem e geram dipolos, ilustrado na Figura 7-b [6]. A assimetria ocorre devido ao deslocamento do íon localizado no sítio B, no entanto, os dipolos gerados pela assimetria apresentam orientações aleatórias e necessitam de processo de polarização, através da aplicação de um campo elétrico externo, para se obter polarização macroscópica resultante, ilustrado na Figura 8.



**Figura 8.** Ilustração dos dipolos elétricos a) Antes; b) durante e; c) depois do processo de polarização.

Fonte: Adaptado de [6].

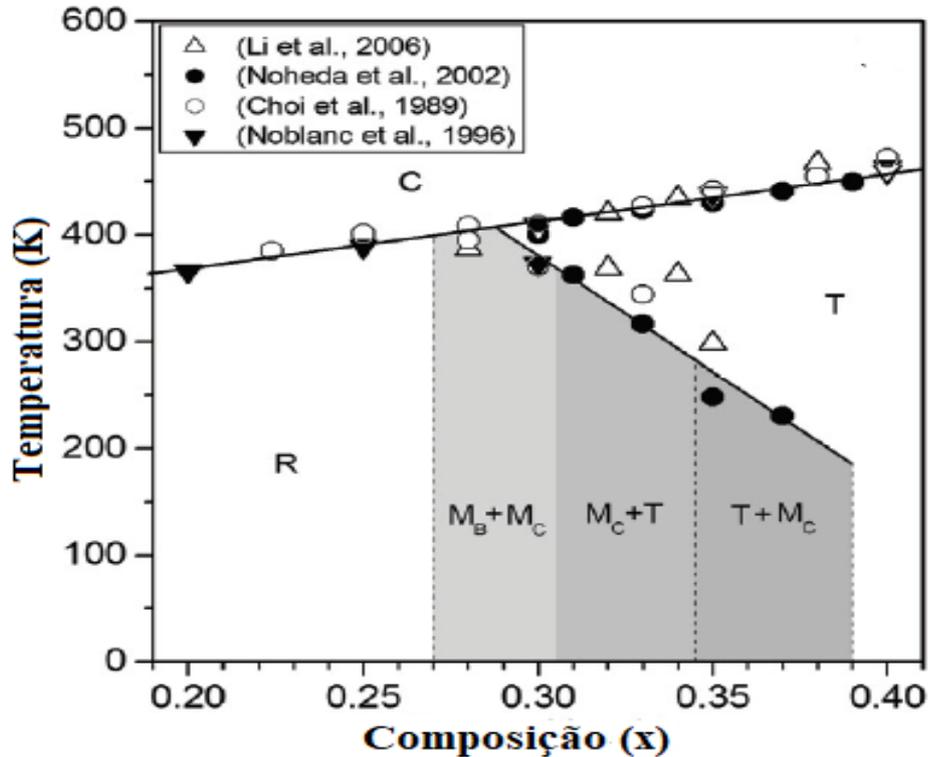
Diferentes composições de  $(1-x)[\text{Pb}(\text{Mg}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})\text{O}_3]-x\text{PbTiO}_3$  resultam em diferentes propriedades físicas. Em  $x = 0$ ,  $\text{Pb}(\text{Mg}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})\text{O}_3$  (PMN), tem-se um material ferroelétrico relaxor típico, caracterizado por uma transição de fase difusa e relaxação dielétrica, ou seja, apresenta uma dependência da permissividade dielétrica com a frequência na qual o pico desloca-se para valores mais elevados de temperatura com o aumento da frequência, ilustrado na Figura 9. Conforme o aumento de  $x$  (substituição de  $(\text{Mg}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})^{4+}$  por  $\text{Ti}^{4+}$ ), o comportamento relaxor tende a desaparecer até  $x = 1$  ( $\text{PbTiO}_3$ ). O titanato de chumbo ( $\text{PbTiO}_3$ ) apresenta uma transição de fase ferroelétrica-paraelétrica normal com alta temperatura de Curie ( $T_c = 490^\circ\text{C}$ ). Propriedades interessantes surgem na vizinhança do Contorno de Fase Morfotrópico (MPB)<sup>7</sup>, ilustrado na Figura 10. Os mais altos valores de coeficiente piezoelétrico, fator de acoplamento eletromecânico e permissividade dielétrica são encontrados em composições dentro do MPB ( $0.27 < x < 0.37$ ). A composição escolhida nesse trabalho foi a de 35 mol% de PT graças à sua alta resposta piezoelétrica, chegando a uma ordem de grandeza do clássico PZT [24].



**Figura 9.** Variação das propriedades dielétricas com a temperatura para o PMN.

Fonte: Adaptado de [23].

<sup>7</sup> O contorno de Fase Morfotrópico compreende a região de transição entre as fases ferroelétricas romboédrica e tetragonal com a variação da composição. Nessa região, a estrutura do cristal sofre mudanças abruptas que resultam em um máximo nas propriedades dielétricas e eletromecânicas.



**Figura 10.** Diagrama de fase x-T do PMN-PT próximo ao Contorno de Fase Morfotrópico (MPB) adaptado.

Fonte: Adaptado de [24].

### 2.3 FUNDAMENTOS DA PIEZOELETRICIDADE

Quando um campo elétrico é aplicado em um material dielétrico, é produzida uma deformação mecânica devido à natureza eletrônica dos átomos que o constitui. Desse modo, a polarização induzida pelo campo gera mudanças na configuração eletrônica e, conseqüentemente, deformação mecânica. No entanto, em certas classes de materiais cristalinos, que não apresentam centro de simetria, manifesta-se o efeito piezoelétrico.

O efeito piezoelétrico foi descoberto em 1880 pelos irmãos Pierre e Jacques Curie. Ambos haviam investigado previamente os efeitos da piroeletricidade e suas investigações culminaram na descoberta do efeito piezoelétrico. O nome “Piezoeletricidade” foi proposto por Hankel [25].

A piezoeletricidade advém da interação linear entre os sistemas elétrico e mecânico. No efeito piezoelétrico direto, a polarização, ou deslocamento elétrico, se manifesta a partir de um *stress* mecânico aplicado no material, esse foi o efeito observado pelos irmãos Curie e ilustrado na Figura 11-b). Por exemplo, se uma tensão uniaxial é aplicada ao longo de um dos eixos *diad* de um cristal de quartzo, a magnitude da polarização P é dada por:

$$P = dT \quad (8)$$

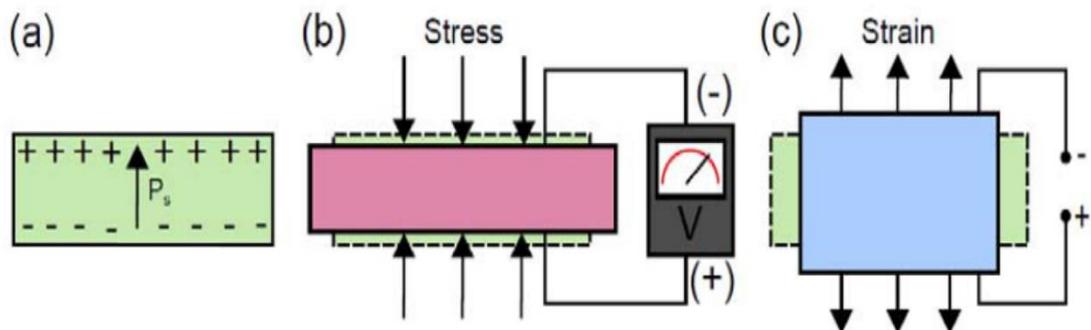
No qual  $d$  e  $T$  representam respectivamente o coeficiente piezoelétrico e o *stress* aplicado [26]. No entanto, as propriedades dos cristais são representadas por tensores<sup>8</sup> devido à anisotropia apresentada pela maior parte das estruturas cristalinas. Assim, a polarização  $P$  se torna:

$$P_i = d_{ijk} T_{jk} \quad (9)$$

Ou em notação matricial:

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} \quad (10)$$

No ano seguinte à descoberta do efeito piezoelétrico direto, Lippmann previu a partir de considerações termodinâmicas a existência do efeito piezoelétrico inverso, que consiste no *strain* sofrido pelo material quando submetido à uma diferença de potencial, ilustrado na Figura 11-c) [25].



**Figura 11.** a) Ilustração de uma cerâmica policristalina polarizada; b) Efeito piezoelétrico direto e; c) Efeito piezoelétrico inverso.

Fonte: [27]

<sup>8</sup> Detalhes sobre tensores no Apêndice A.

Antes de discutir a relação entre o sistema elétrico-mecânico acoplado, serão apresentadas as equações de estado de cada sistema desacoplado.

No sistema mecânico, a relação entre o *strain*  $S$  e o *stress*  $T$  define o tensor de conformidade elástica  $s$ . Pode-se representar por:

$$S_{ij} = s_{ijkl}T_{kl} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} & s_{26} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} & s_{35} & s_{36} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} & s_{45} & s_{46} \\ s_{51} & s_{52} & s_{53} & s_{54} & s_{55} & s_{56} \\ s_{61} & s_{62} & s_{63} & s_{64} & s_{65} & s_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Por fim, a relação entre o deslocamento elétrico e o campo elétrico define o tensor de constante dielétrica  $\epsilon$ :

$$D_i = \epsilon_{ij}E_j \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Para a maioria dos sólidos cristalinos, as propriedades seguem as equações (11) à (14). No entanto, os materiais piezoelétricos necessitam de termos adicionais para a completa representação do fenômeno. Por exemplo, no efeito piezoelétrico direto, um stress mecânico causa não apenas *strain*, mas também polarização do material, isso advém do acoplamento eletromecânico. Assim, o deslocamento elétrico induzido pelo *stress* pode ser expresso na forma:

$$D_i = d_{ijk}T_{jk} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Da mesma forma, no efeito piezoelétrico contrário, um campo elétrico aplicado gera não apenas polarização no material como também *strain*:

$$S_{ij} = d_{ijk}E_k \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Das equações (11) à (18) pode-se generalizar:

- Atuador Piezoelétrico:

$$S_{ij} = s_{ijkl}^E T_{kl} + d_{ijk}E_k \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E \\ s_{21}^E & s_{22}^E & s_{23}^E \\ s_{31}^E & s_{32}^E & s_{33}^E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (20)$$

- Transdutor Piezoelétrico:

$$D_i = d_{ijk}T_{jk} + \varepsilon_{ij}^T E_j \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^T & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22}^T & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Os índices superiores indicam que os valores são estabelecidos àquela grandeza constante [26].

O par de equações (19) e (21) é uma das formas de apresentar a relação piezoelétrica. Porém, há outras formas de se apresentar o mesmo efeito levando em conta outros coeficientes e outras grandezas, conforme a necessidade do estudo. A Tabela 1 apresenta algumas delas.

**Tabela 1.** Tipos de relações piezoelétricas fundamentais.

Variáveis Independentes	Relação Piezoelétrica
<b>S, P</b>	$T = c^P S - aP$ $E = -aS + \chi^S P$
<b>T, E</b>	$S = s^E T + dE$ $P = dT + \kappa^T E$
<b>T, P</b>	$S = s^P T + bP$ $E = -bT + \chi^T P$
<b>S, E</b>	$T = c^E S - eE$ $P = -eS + \kappa^S E$
<b>S, D</b>	$T = c^D S - hD$ $E = -hS + \beta^S D$
<b>T, E</b>	$S = s^E T + dE$ $D = dT + \varepsilon^T E$
<b>T, D</b>	$S = s^D T + gD$ $E = -gT + \beta^T D$
<b>S, E</b>	$T = c^E S - eE$ $D = eS + \varepsilon^S E$

Fonte: Adaptado de [25].

Todas os transformadores piezoelétricos de diferentes geometrias, materiais e estruturas cristalinas podem ser representado pelas equações (19) e (21), no entanto, como tanto o atuador como o transdutor do PT tipo disco operam no modo transversal, pode se fazer simplificações:

- Atuador em modo transversal:

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E \\ s_{21}^E & s_{22}^E & s_{23}^E \\ s_{31}^E & s_{32}^E & s_{33}^E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (23)$$

- Transdutor em modo transversal:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^T & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22}^T & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (24)$$

As equações (23) e (24) representam as equações piezoelétricas simplificadas no sistema cartesiano. No entanto, como o transformador do tipo disco opera no modo radial, é favorável transformar para o sistema de coordenadas cilíndricas. Temos:

- Strain:

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_r \\ S_\theta \\ S_z \end{bmatrix} \quad (25)$$

- Stress:

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_r \\ T_\theta \\ T_z \end{bmatrix} \quad (26)$$

- Campo Elétrico:

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_r \\ E_\theta \\ E_z \end{bmatrix} \quad (27)$$

- Deslocamento Elétrico:

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_r \\ D_\theta \\ D_z \end{bmatrix} \quad (28)$$

Aplicando as equações (25) à (28) nas (23) e (24) obtêm-se as equações piezoelétricas já simplificadas e em coordenadas cilíndricas:

- Atuador:

$$T_r = \frac{S_r - \sqrt{2}d_{31}E_z - \sqrt{2}s_{13}^E T_z}{(1 - \sigma)s_{11}^E} \quad (29)$$

- Transdutor:

$$D_z = \sqrt{2}d_{31}T_r + d_{33}T_z + \varepsilon_{33}^T E_z \quad (30)$$

Na qual  $\sigma$  é a razão de Poisson<sup>9</sup> [28].

---

<sup>9</sup> A razão de Poisson relaciona o strain transversal pelo strain longitudinal ( $\sigma = -\frac{S_{transversal}}{S_{longitudinal}}$ )

Graças a simetria apresentada pelas diversas classes cristalinas, é possível saber quais termos serão nulos, não nulos, idênticos e etc. As relações entre os elementos e as classes de simetria cristalina estão presentes no Apêndice B.

A interpretação dos coeficientes pode ser feita através de argumentos termodinâmicos. Assumindo as variáveis independentes  $\Theta$ ,  $T$  e  $E$ , representando os sistemas térmico, mecânico e elétrico, e utilizando a função de energia livre de Gibbs por unidade de volume  $G(\Theta, T, E)$ , temos:

$$G = U - \theta\sigma - T_{ij}S_{ij} - E_n D_n \quad (31)$$

Na qual  $U$  representa a energia interna e é função de  $\sigma$ ,  $S$  e  $D$ . Como a energia livre de Gibbs é uma função de estado, ou seja, independe do caminho, temos:

$$dG = -\sigma d\theta - S_{ij}dT_{ij} - D_n dE_n \quad (32)$$

Obtém-se:

$$\sigma = -\left[\frac{\partial G}{\partial \theta}\right]_{T,E}, \quad S_{ij} = -\left[\frac{\partial G}{\partial T_{ij}}\right]_{\theta,E}, \quad D_n = -\left[\frac{\partial G}{\partial E_n}\right]_{\theta,T} \quad (33)$$

De uma análise rápida da equação (33), pode-se facilmente interpretar que, por exemplo, o *strain*, é a taxa de variação da energia livre de Gibbs em relação ao *stress* aplicado à temperatura e campo elétrico constante, o mesmo raciocínio pode ser aplicado ao deslocamento elétrico e à entropia. Ainda, expandindo  $G$  em relação a  $\Theta$ ,  $T$  e  $E$  no escopo das interações lineares temos:

$$G = \frac{1}{2} \left( \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + T_{ij} \frac{\partial}{\partial T_{ij}} + E_n \frac{\partial}{\partial E_n} \right) \left( \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + T_{kl} \frac{\partial}{\partial T_{kl}} + E_m \frac{\partial}{\partial E_m} \right) G \quad (34)$$

Pode-se definir as seguintes constantes:

$$S_{ijkl}^{E,\theta} = -\left[\frac{\partial^2 G}{\partial T_{ij} \partial T_{kl}}\right]_{E,\theta} = \left[\frac{\partial S_{ij}}{\partial T_{kl}}\right]_{E,\theta} \quad (35)$$

$$\varepsilon_{mn}^{T,\theta} = - \left[ \frac{\partial^2 G}{\partial E_n \partial E_m} \right]_{T,\theta} = \left[ \frac{\partial D_n}{\partial E_m} \right]_{T,\theta} \quad (36)$$

$$\rho C^{T,E} = - \left[ \frac{\partial^2 G}{\partial \theta^2} \right]_{T,E} = \left[ \frac{\partial \sigma}{\partial \theta} \right]_{T,E} \quad (37)$$

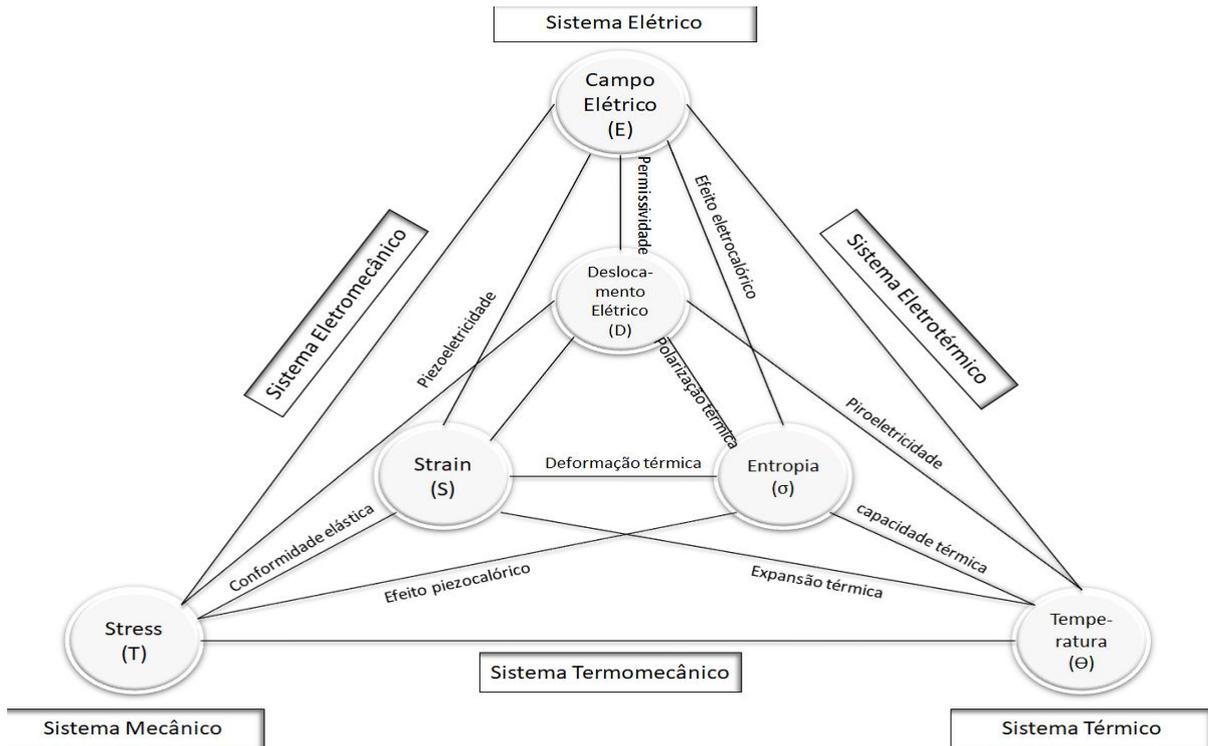
$$d_{nij}^{\theta} = - \left[ \frac{\partial^2 G}{\partial T_{ij} \partial E_n} \right]_{\theta} = \left[ \frac{\partial D_n}{\partial T_{ij}} \right]_{E,\theta} = \left[ \frac{\partial S_{ij}}{\partial E_n} \right]_{T,\theta} \quad (38)$$

$$\alpha_{ij}^E = - \left[ \frac{\partial^2 G}{\partial T_{ij} \partial \theta} \right]_E = \left[ \frac{\partial S_{ij}}{\partial \theta} \right]_{T,E} = \left[ \frac{\partial \sigma}{\partial T_{ij}} \right]_{E,\theta} \quad (39)$$

$$p_n^T = - \left[ \frac{\partial^2 G}{\partial \theta \partial E_n} \right]_T = \left[ \frac{\partial D_n}{\partial \theta} \right]_{T,E} = \left[ \frac{\partial \sigma}{\partial E_n} \right]_{T,\theta} \quad (40)$$

Das quais as três primeiras são representantes de sistemas desacoplados e as três últimas de sistemas acoplados, sendo  $d$ ,  $\alpha$  e  $p$  representantes dos sistemas eletromecânico, termomecânico e termoelétrico.

A Figura 12 ilustra as interações entre os sistemas elétrico, mecânico e térmico. A linha do lado esquerdo do “triângulo”  $ET\theta$  conecta o sistema elétrico e mecânico, formando o sistema eletromecânico. Nessa figura, o efeito piezoelétrico direto corresponde ao triângulo formado pelos vértices TSE, i.e., o *strain*  $S$  é igual ao produto dos tensores de conformidade elástica pelo *stress*  $T$  mais o coeficiente piezoelétrico pelo campo elétrico  $E$ . Essa relação é equacionada pelas equações (19) (ou (20), caso prefira a notação matricial) na qual o primeiro termo do lado direito da equação refere-se ao *strain* gerado pelo sistema mecânico desacoplado e o segundo termo ao sistema eletromecânico acoplado. O efeito piezoelétrico contrário, por sua vez, é formado pelo triângulo de vértice TDE, i.e., o deslocamento elétrico  $D$  é igual ao produto dos tensores coeficiente piezoelétrico pelo *stress*  $T$  mais a permissividade dielétrica  $\varepsilon$  pelo campo elétrico  $E$ . Essa relação é equacionada pela equação (21) (ou (22)), na qual o primeiro termo do lado direito da equação é referente ao sistema eletromecânico acoplado e o segundo termo puramente elétrico. O mesmo raciocínio pode ser estendido para os outros sistemas tais como o sistema eletrotérmico e termomecânico.



**Figura 12.** Representação das interações entre os sistemas elétrico, mecânico e térmico.

Fonte: Adaptado de [25].

## 2.4 O MÉTODO DO CÍRCULO DA ADMITÂNCIA

Os parâmetros do circuito equivalente do transformador piezoelétrico, apresentado na Figura 13, quando operado próximo à frequência de ressonância, podem ser obtidos através do método do Círculo da Admitância [29]. Estabelecendo a parte secundária (saída) do circuito em curto, pode-se obter a admitância complexa conforme a equação (41):

$$Y_{in}(\omega) = G(\omega) + jB(\omega) \quad (41)$$

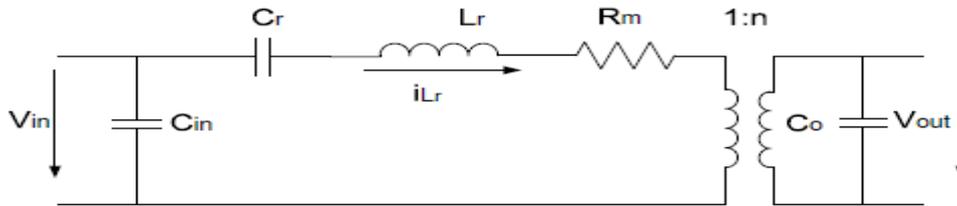
Com a saída em curto e a frequência variando entre  $0 < \omega < \infty$ , a admitância da parte primária (entrada) é dada pela equação:

$$Y_{in}(\omega) = j\omega C_{in} + \frac{j\omega C_r(1 - \omega^2 L_r C_r) + \omega^2 R_m C_r^2}{(1 - \omega^2 L_r C_r)^2 + (\omega R_m C_r)^2} \quad (42)$$

Quando a frequência se iguala a frequência de ressonância temos  $\omega = \omega_r = \frac{1}{\sqrt{L_r C_r}}$ , a

equação (42) pode ser simplificada para:

$$Y_{in}(\omega_r) = \frac{1}{R_m} + j\omega_r C_{in} \quad (43)$$



**Figura 13.** Circuito Equivalente do transformador quando operado em frequência próximo à frequência de ressonância.

Fonte: [6]

A partir dos valores reais (G) e imaginários (B) da admitância é possível determinar  $R_m$  e  $C_{in}$  conforme ilustrado na Figura 14. Ainda, a partir das frequências  $\omega_m$  e  $\omega_n$ , referente as frequências na qual a admitância imaginária apresenta máximo e mínimo, é possível obter os valores de  $L_r$  e  $C_r$ :

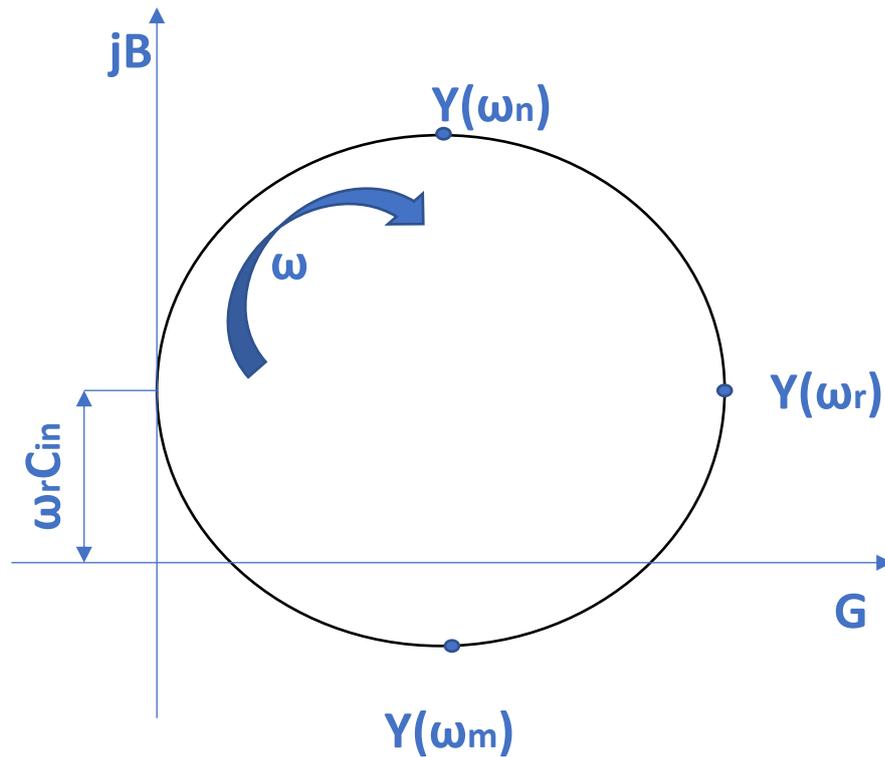
$$C_r = \frac{1}{R_m} \frac{(\omega_m - \omega_n)}{\omega_m \omega_n} \quad (44)$$

$$L_r = R_m \frac{1}{(\omega_m - \omega_n)} \quad (45)$$

Para obter os parâmetros restantes, i.e.,  $C_o$  e  $n$ , basta repetir o procedimento invertendo a saída e a entrada. Desse modo, é possível obter  $C_o$  da mesma forma que  $C_{in}$  e  $n$  é dado pela equação (46):

$$n = \sqrt{\frac{R_m''}{R_m}} = \sqrt{\frac{L_{r,out}}{L_{r,in}}} \quad (46)$$

Na qual  $R_m''$  é o inverso da parte real da admitância medida na saída. Os valores de  $C_{in}$  e  $C_o$  podem ser medidos diretamente com o auxílio de um multímetro. Os valores calculados e medidos com o auxílio do multímetro estão apresentados na sessão de resultados.



**Figura 14.** Representação gráfica do Círculo da Admitância contemplando os principais pontos para o cálculo dos parâmetros do circuito equivalente.

Fonte: Adaptado de [6].

Com a inserção de uma resistência de carga  $R_L$  em paralelo na parte secundária do transformador, é possível variar a tensão e a potência de saída, conforme ilustrado na Figura 18-c. A resistência de otimização na qual o transformador apresenta maior potência pode ser calculado pela equação a seguir [6]:

$$R_{opt} = \frac{1}{\omega_r C_o} \quad (47)$$

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

#### 3.1 SINTETIZAÇÃO DA CERÂMICA

A cerâmica de PMN-PT utilizada para a construção do transformador foi sintetizada em um trabalho anterior [30] e a composição escolhida foi  $0.65\text{Pb}(\text{Mg}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})\text{O}_3-0.35\text{PbTiO}_3$ . Para a síntese dos pós calcinados e da cerâmica, o método escolhido foi o processo de duplo estágio via PbO e  $\text{MgNb}_2\text{O}_6$  (conhecido como método da columbita) [31], preparados a partir de um método químico denominado Método dos Precursores Óxidos (MPO) [32], que se trata de uma modificação do método de Pechini.

O MPO foi escolhido pois além de se tratar de um método químico de baixo custo, proporciona a produção de pós finos obtidos a partir da calcinação das resinas poliméricas. O uso dos pós finos resulta em uma microestrutura mais densa e homogênea.

O pó de PMN-PT previamente calcinado foi pressionado em molde no formato de disco com aproximadamente 3 mm de espessura e 20 mm de diâmetro, seguido por sinterização à 1250 °C por 4 horas em um cadinho de  $\text{Al}_2\text{O}_3$  selado com uma atmosfera rica em PbO. Como o chumbo é um material muito volátil, utiliza-se essa atmosfera para reduzir a perda de chumbo no material.

#### 3.2 POLARIZAÇÃO DA CERÂMICA E CARACTERIZAÇÃO FERROELÉTRICA

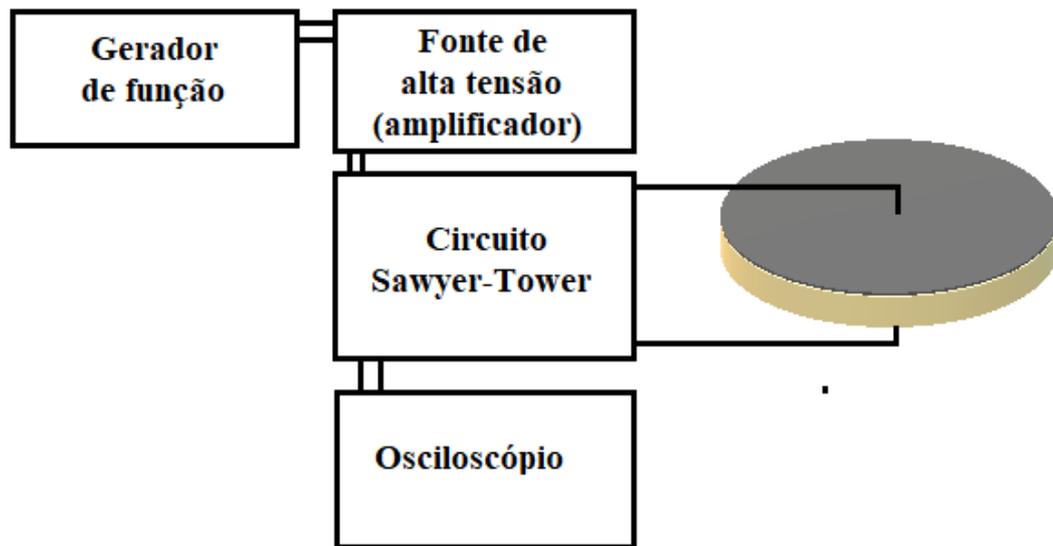
Para a preparação dos eletrodos e polarização da cerâmica foram utilizados os seguintes equipamentos:

- *Sputter Coater Edwards* (Deposição de eletrodos de Au);
- Circuito *Sawyer-Tower* para caracterização de histerese ferroelétrica (0-3000 V, 10 Hz-100 kHz);
- Fonte de alta tensão *Trek 610E* (0-10 kV);
- Osciloscópio *Agilent 54622A* (100 MHz);
- Gerador de funções *Agilent 33220A* (20 MHz).

A primeira etapa do processo foi a construção dos eletrodos em ambas as superfícies da cerâmica. A primeira tentativa de construção dos eletrodos foi através da deposição de tinta prata com o auxílio de um pincel. O processo constituía-se em pintar e levar ao forno à 150 °C por 30 minutos para secagem da tinta. No entanto, encontrava-se o problema no qual a tinta se

dissolvia e gerava curto-circuito em uma das próximas etapas que envolvia a aplicação de um alto campo elétrico na cerâmica com ela mergulhada em óleo de silicone à 80 °C. O problema foi contornado depositando os eletrodos através do aparelho *Sputter Coater Edwards*.

Na etapa seguinte, iniciou-se o processo de caracterização da histerese. O capacitor (cerâmica) foi inserido em um béquer com óleo de silicone e conectado ao circuito Sawyer-Tower<sup>10</sup> conforme ilustrado na Figura 15. No gerador de funções, foi estabelecido frequência de 1 Hz e amplitude inicial de 100 mV. Na fonte de alta tensão, foi selecionado a função “amplificador” e amplificação de 10 kV. No circuito Sawyer-Tower foram estabelecidos fator de x910 e capacitor de 11  $\mu$ F. Após a escolha desses parâmetros, aumentou-se a amplitude no gerador de função até a saturação<sup>11</sup> da histerese. Os dados foram captados no osciloscópio e estão presentes na Figura 20.



**Figura 15.** Ilustração do circuito para caracterização dos ciclos de histerese.

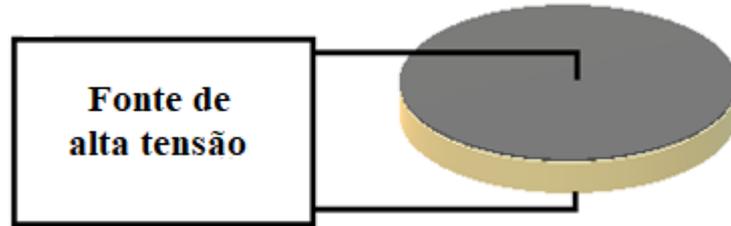
Fonte: próprio autor.

A partir dos dados da histerese foi possível descobrir o campo a se aplicar para a polarização da amostra. Nessa etapa, o óleo de silicone foi previamente aquecido à 80 °C para facilitar a polarização dos domínios ferroelétricos e, em seguida, foi aplicado um campo elétrico contínuo de 14.06 kV/cm durante 20 minutos, a magnitude do campo foi elevada de forma lenta para minimizar possíveis danos na cerâmica. Passados 20 minutos, a chapa, utilizada para elevar

<sup>10</sup> Detalhes sobre o circuito Sawyer-Tower no Apêndice C.

<sup>11</sup> Foi aplicado um campo relativamente baixo comparado com a literatura para preservar a cerâmica e possibilitar a continuação da pesquisa (cerca de metade do valor reportado para o mesmo material).

a temperatura do sistema óleo e cerâmica, foi desligada e o campo permaneceu aplicado até o sistema atingir temperatura ambiente.



**Figura 16.** Ilustração do circuito para a polarização da cerâmica.

Fonte: próprio autor.

### 3.3 PREPARAÇÃO DOS ELETRODOS DO TRANSFORMADOR E CONFIGURAÇÃO DO TRANSFORMADOR NO *STEP UP* E *DOWN*.

Para realizar a caracterização do transformador no *step up* e *down* foram utilizados os seguintes equipamentos:

- Osciloscópio Agilent 54622A (100 MHz);
- Gerador de funções Agilent 33220A (20 MHz).

O eletrodo da face positiva do transformador foi desenhado conforme ilustrado nas Figura 17 e Figura 18-a. Para o desenvolvimento de tal, foi utilizado uma máscara com as dimensões desejadas e um instrumento pontiagudo com o propósito de desbastar a região de separação dos eletrodos. O eletrodo da face negativa não tem alterações e as dimensões do transformador estão presentes na tabela Tabela 2.

**Tabela 2.** Dimensões do transformador.

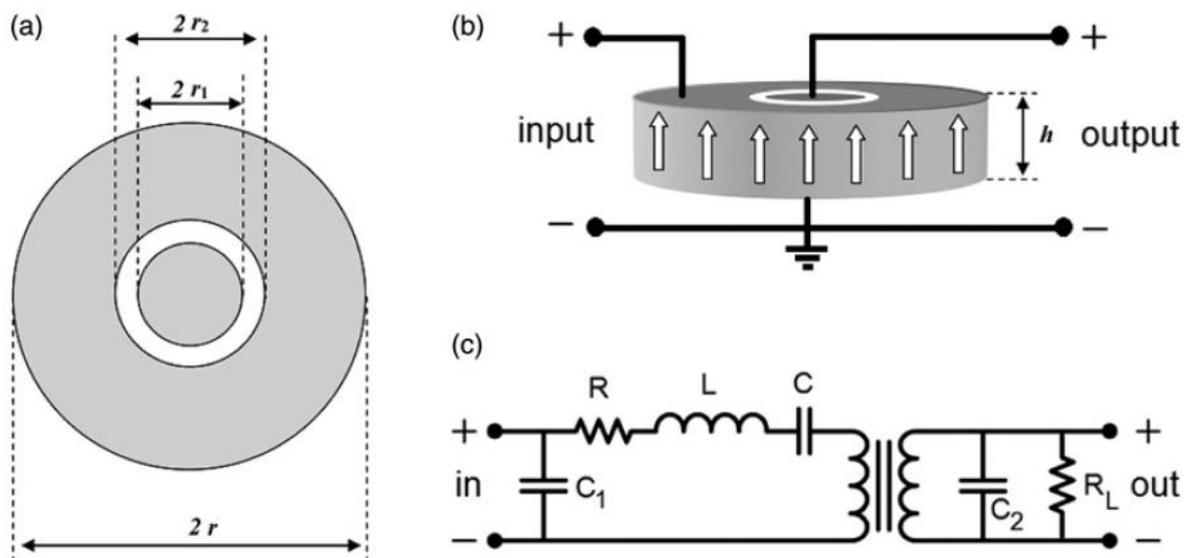
r (mm)	r <sub>1</sub> (mm)	r <sub>2</sub> (mm)	h (mm)
9.5	3	3.5	1.1

Fonte: próprio autor.



**Figura 17.** Foto da parte superior do transformador pronto, contendo os eletrodos de entrada e saída e os fios conectados para constituição dos dados experimentais.

Fonte: próprio autor.

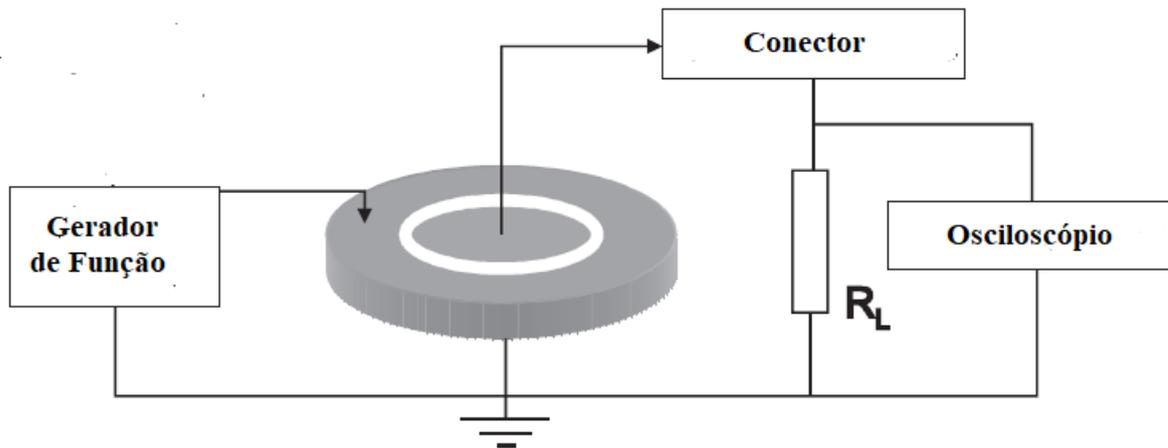


**Figura 18.** Estrutura do transformador piezoelétrico estudado nas visões: a) frontal; b) lateral e; c) circuito equivalente.

Fonte: [4]

Os fios foram conectados ao transformador com o auxílio de tinta prata e cola Araldite, conforme ilustrado nas Figura 17 e Figura 18-b.

As características do transformador foram investigadas através do experimento ilustrado na Figura 19.



**Figura 19.** Ilustração da configuração do transformador no *step up*.

Fonte: Adaptado de [33].

Para o *step-up*, o gerador de funções foi conectado ao eletrodo externo da face positiva e o eletrodo da face negativa. Na parte secundária do transformador, o osciloscópio foi conectado aos eletrodos interno da face positiva e o externo da face negativa para captar os dados experimentais. No primeiro experimento, foi estabelecido amplitude de 4 volts e captado valores da amplitude na parte secundária e diferença de fase entre os dois sinais em uma faixa de frequência próximo ao primeiro modo de vibração do transformador (~85-125 kHz). No segundo experimento, foi estabelecido no gerador de funções frequência igual a frequência de ressonância do primeiro modo de vibração do transformador e aplicado d.d.p. de 100 mV à 10 V variando em intervalos de 100 mV. Foi realizado para o *step-down* os mesmos experimentos. Os resultados dos experimentos 1 e 2 encontram-se na Figura 25 no capítulo de resultados e discussões.

### 3.4 CONSTITUIÇÃO DOS DADOS DE IMPEDÂNCIA E ADMITÂNCIA

Para a constituição dos dados de impedância e admitância foi utilizado o seguinte equipamento:

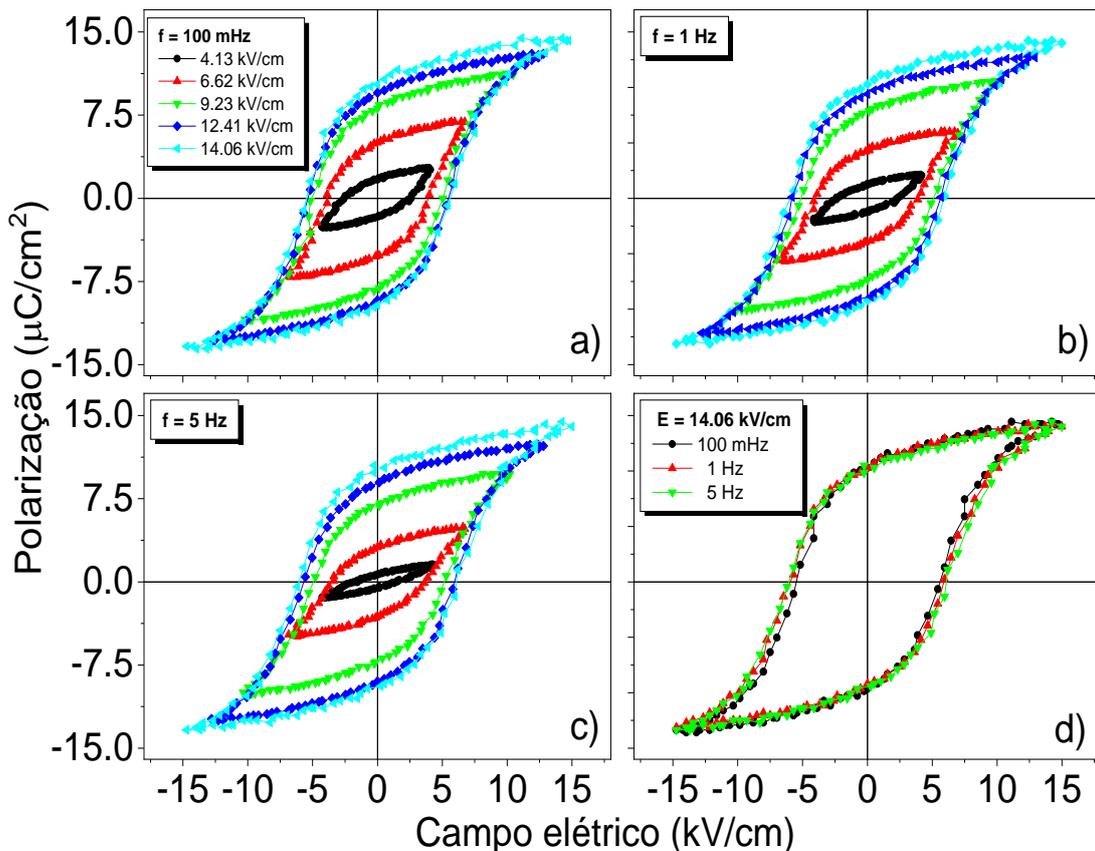
- Analisador de Impedância *KeySight E4990A* (20 Hz – 10 MHz)

Foram constituídos dados de impedância e admitância na faixa de 50 kHz à 460 kHz que compreende do primeiro ao terceiro modo de vibração ressonante. Para tais medidas, tanto o *step-up* e *step-down* tiveram sua parte secundaria em curto-circuito.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.1 HISTERESE

A Figura 20 apresenta o comportamento dos ciclos de histerese ferroelétrica em temperatura ambiente nas frequências de 0.10, 1.00 e 5.00 Hz. Pode-se observar que com o aumento do campo aplicado também aumentou a polarização espontânea, remanescente e o campo coercitivo. Para o campo aplicado de 14.06 kV/cm, obteve-se respectivos campo coercitivo e polarização remanescente de 5.90 kV/cm e 10.28  $\mu\text{C}/\text{cm}^2$ . A Figura 20-d apresenta a comparação entre os ciclos de histerese para o campo máximo aplicado em diferentes frequências. É possível notar, dentro do espectro de frequência utilizada, que não houve variação significativa das polarizações espontâneas, remanescente e do campo coercitivo com a variação da frequência para o maior campo aplicado. Ainda, é possível observar que os ciclos histereses apresentam simetria que pode ser indicativo de uma amostra de boa qualidade.



**Figura 20.** Ciclos de histerese ferroelétrica em temperatura ambiente nas frequências de a) 100 mHz; b) 1 Hz; c) 5 Hz e; d) a sobreposição das três frequências para o maior campo aplicado.

Fonte: próprio autor.

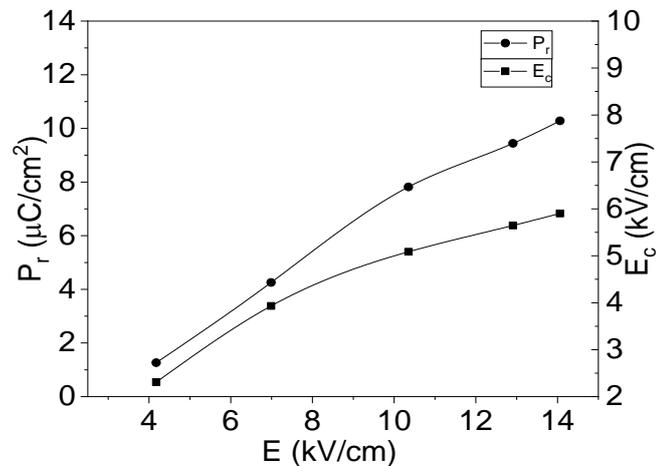
A literatura relata a sintetização de cerâmicas de 0.65PMN-0.35PT por várias rotas. A Tabela 3 apresenta valores de campo e polarização encontrados em cerâmicas sintetizadas por algumas dessas rotas.

**Tabela 3.** Valores de campo elétrico aplicado, coercitivo, polarização de saturação e remanescente para trabalhos presente na literatura.

Autor	E (kV/cm)	$E_c$ (kV/cm)	$P_s$ ( $\mu\text{C}/\text{cm}^2$ )	$P_r$ ( $\mu\text{C}/\text{cm}^2$ )	Rota	Ano
<b>Kong et al. [34]</b>	~25.00	~10.00	~25.00	~20.00	tratamento térmico: 12h, 1100°C	2002
<b>Babooram e Ye [35]</b>	~17.00	~7.50	~28.00	~20.00	utilização de etileno glicol	2004
<b>REIS [30]</b>	~32.00	~12.00	~26.00	~19.00	MPO	2009
<b>Nossos resultados</b>	~14.06	~5.90	~14.32	~10.28	MPO	2020

Fonte: próprio autor.

A Figura 21 apresenta o comportamento da polarização e do campo coercitivo em função do campo aplicado. Observa-se o comportamento linear da polarização e do campo coercitivo para baixos campos aplicados. Conforme aumenta-se a intensidade do campo aplicado, a polarização remanescente e o campo coercitivo apresenta comportamento não linear e tendendo à saturação, ou seja, valores constantes independente do aumento da magnitude do campo aplicado. Ainda, é possível verificar que o campo aplicado ainda não estava saturado. Isso reflete os valores encontrados abaixo dos relatados na literatura.



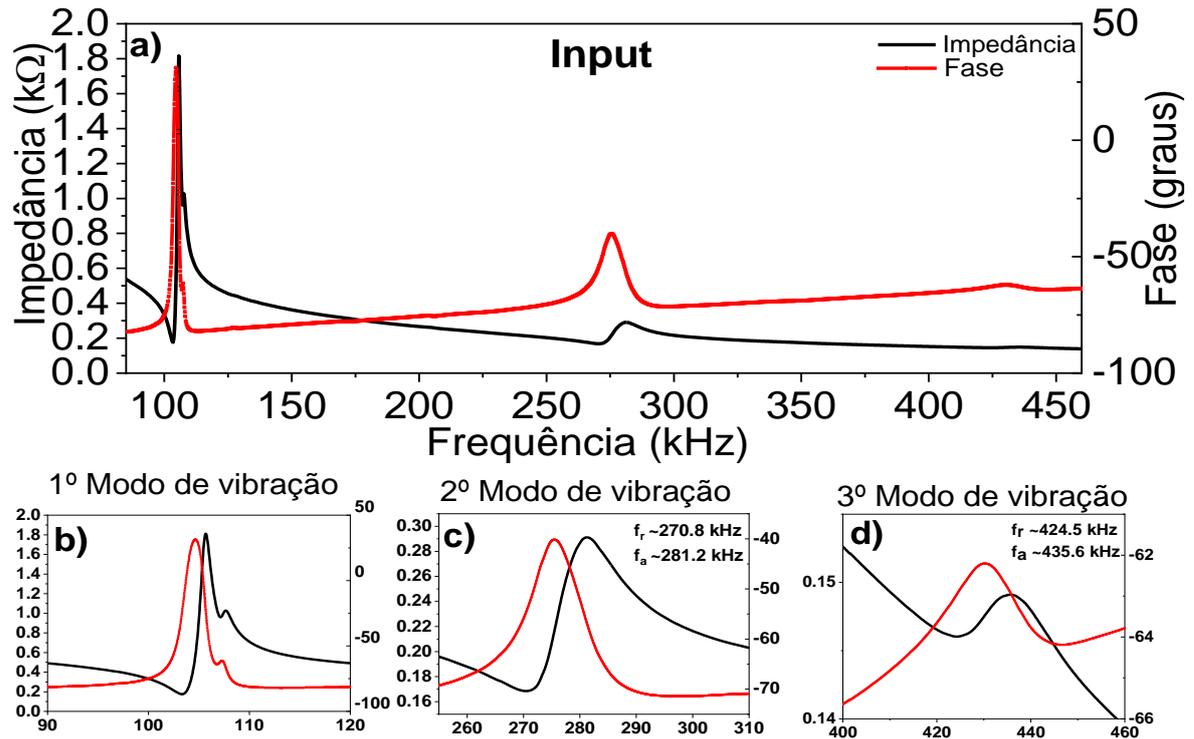
**Figura 21.** Dependência da polarização remanescente ( $P_r$ ) e do campo coercitivo ( $E_c$ ) em função do campo aplicado na frequência de 1 Hz.

Fonte: próprio autor.

## 4.2 IMPEDÂNCIA, *STEP UP* E *STEP DOWN*

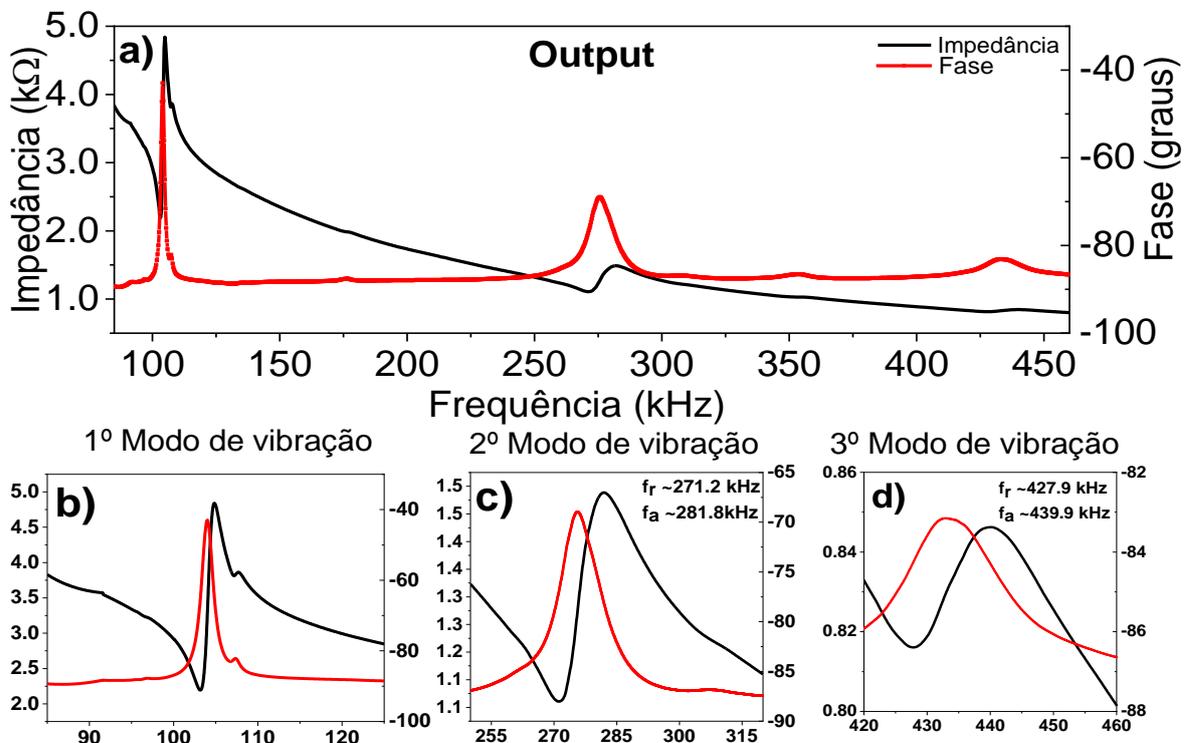
As Figura 22 e Figura 23 apresentam a impedância e a fase do transformador para os três primeiros modo de vibração ressonante na entrada e saída com as respectivas saída e entrada em curto. Na Figura 22-a observa-se no espectro de 90 a 460 kHz os três primeiros modos de vibração ressonante. O primeiro, apresentado na Figura 22-b, apresenta a maior intensidade e faixa de frequência mais estreita entre as frequências de ressonância e antirressonância, aproximadamente 103.3 kHz e 105.65 kHz respectivamente. Ainda, observa-se que, em torno da frequência 107.7 kHz, apresenta um comportamento anormal que, possivelmente, está relacionado com imperfeições na geometria do transformador, a literatura também relata a ocorrência do mesmo comportamento, alguns autores afirmam que esse efeito ocorre devido ao coeficiente de acoplamento eletromecânico  $k_{31}$  que resulta em vibrações indesejadas próximas a frequência de ressonância em série na direção perpendicular à espessura [29]. Também é possível observar as consequências desse comportamento no ganho (Figura 25) e no círculo de admitância (Figura 27), referente ao “nó” formado. O segundo modo de vibração ressonante, apresentado na Figura 22-c, ocorre nas frequências de ressonância e antirressonância de aproximadamente 270.8 kHz e 281.2 kHz. Finalmente, o terceiro modo de vibração, apresentado na Figura 22-d, ocorre nas frequências de ressonância e antirressonância de 424.5 kHz e 435.6 kHz. Observa-se a maior intensidade do módulo da impedância no primeiro modo de vibração ressonante, ainda, o primeiro modo apresenta os maiores valores de ganho [6] [16].

A Figura 23-a representa a impedância e fase dos três primeiros modos de vibração ressonante da saída do transformador, i.e., a impedância foi obtida a partir dos eletrodos de entrada do *step-down*. Apesar de apresentar um comportamento similar ao da entrada, i.e., o primeiro modo mais intenso que os outros e em frequências aproximadas, a intensidade da impedância é maior que na entrada, ainda, pequenas variações nas frequências de ressonância e antirressonância podem ser observadas. O primeiro modo de vibração, apresentado na Figura 23-b, ocorre aproximadamente nas frequências de ressonância e antirressonância de 103.2 kHz e 104.9 kHz. O segundo modo, apresentado na Figura 23-c, ocorre para as frequências de ressonância e antirressonância de 271.2 kHz e 281.8 kHz. Finalmente, o terceiro modo, Figura 23-d, ocorre nas frequências de ressonância e antirressonância de 427.9 kHz e 439.9 kHz.



**Figura 22.** Impedância e fase em função da frequência para o a) o espectro contendo os três primeiros modos de vibração ressonante; b) o 1º; c) 2º e; d) 3º.

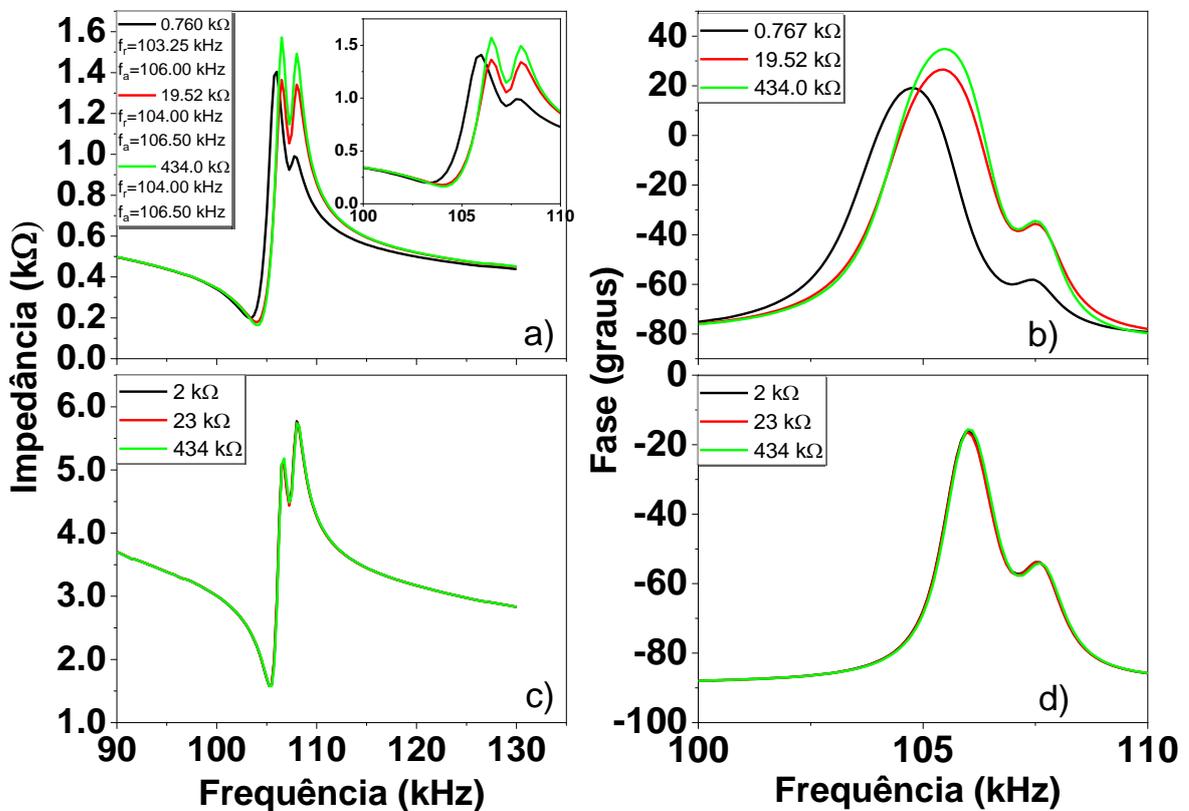
Fonte: próprio autor.



**Figura 23.** Impedância e fase em função da frequência para o a) 1º; b) 2º e; c) 3º modo de vibração ressonante e; d) o espectro completo para a saída com a entrada em curto.

Fonte: próprio autor.

A Figura 24 retrata a variação da frequência de ressonância e antirressonância em relação à resistência de carga  $R_L$ . Há relatos na literatura que essas frequências não se alteram com a inserção da resistência [36]. No entanto, observa-se a variação dessas frequências para diferentes resistências. Esse resultado está de acordo com a maior parte da literatura revisada [37] [16] [38] [39]. Na curva de impedância para o *step-down* não foi possível a observação dessa variação. Acreditamos que não foi possível observar porque a resistência de otimização do transformador no *step-down* é de  $760 \Omega$  e está bem abaixo do menor valor de resistência testado.

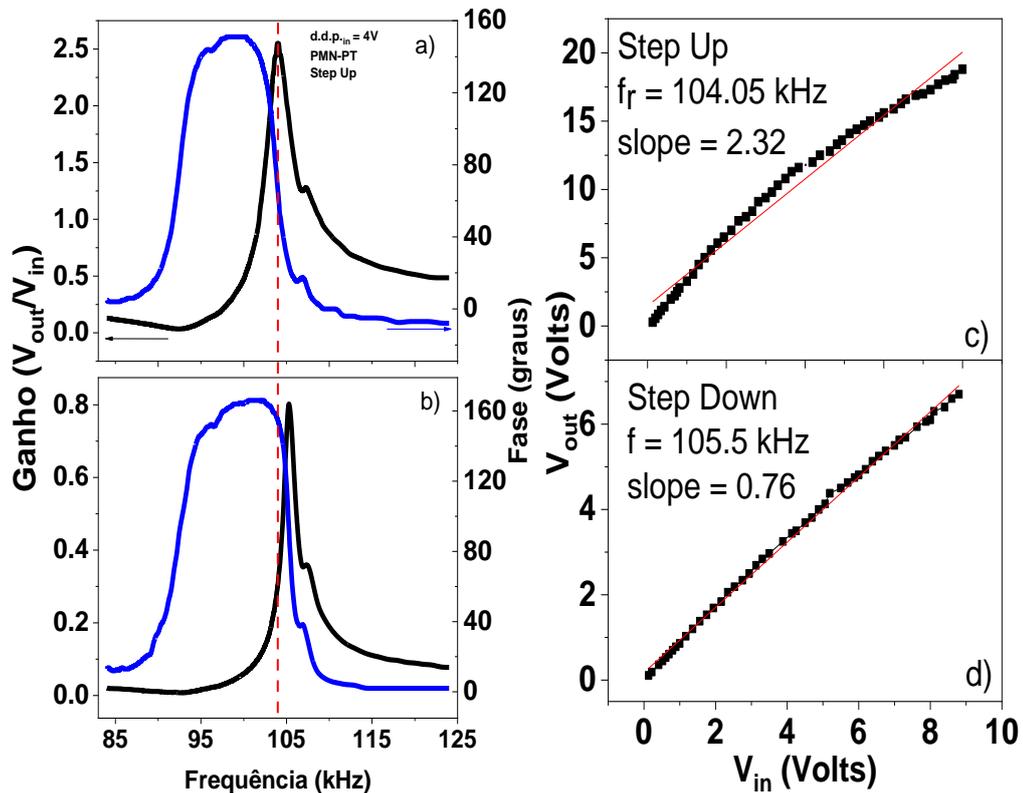


**Figura 24.** a) Impedância de entrada em função da frequência; b) fase de entrada em função da frequência; c) Impedância de saída em função da frequência e; d) fase de saída em função da frequência.

Fonte: próprio autor.

As Figura 25-a e b apresentam os dados de ganho e fase do transformador nos *step-up* e *step-down*. A configuração do experimento foi ilustrada na Figura 19 e o circuito equivalente representado pela Figura 18-c. Os dados apresentam uma pequena variação na frequência de ressonância para o *step-up* (104.05 kHz) e para o *step-down* (105.30 kHz). A linha vermelha pontilhada ressalta a diferença. A diferença encontrada nas frequências de ressonância e

antirressonância acontecem com frequência e são reportadas por diversos autores. Alguns autores relataram a variação apenas na frequência de antirressonância [37]. Outros, relataram a variação apenas na frequência de ressonância [40]. Outros, ainda, apresentam variações tanto na frequência de ressonância quanto na frequência de antirressonância [4], [16], [15].



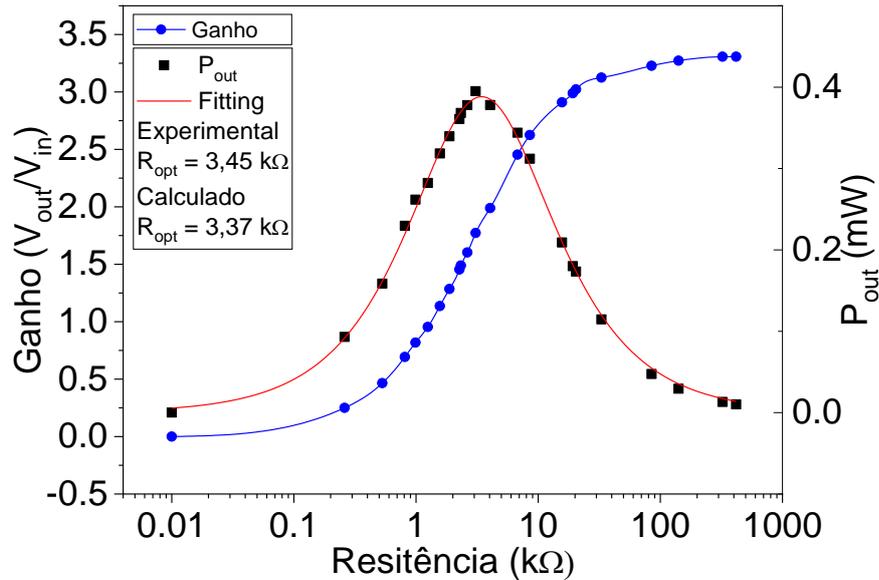
**Figura 25.** Gráfico do ganho e da fase em função da frequência nos a) step up e; b) step down e gráfico de  $V_{out}$  em função de  $V_{in}$  para os c) step up e; d) step down.

Fonte: próprio autor.

As Figura 25-c e d apresentam os gráficos de  $V_{out}$  em função de  $V_{in}$ . Observa-se um encurvamento na reta de ganho, isso pode ser resultado de perda de eficiência com o aumento da tensão, e prolongamento do tempo que o transformador foi operado. A curva de ganho do *step-down*, por se tratar de tensões baixas em relação ao *step-up* apresentou comportamento linear. A partir de um *fitting* linear, obteve-se inclinações de 2.32 para o *step-up* e 0.76 para o *step-down*. Os valores das inclinações das retas representam o ganho do transformador.

Na Figura 26 está representado o ganho e  $P_{out}$  do transformador no *step-up* em função resistência de carga  $R_L$ . O ganho do transformador tende à zero conforme a resistência tende à zero e assume valores aproximadamente constantes para resistências de carga acima de 100 k $\Omega$ . A potência de saída apresenta pico de máxima eficiência para a resistência de otimização de

3.45 k $\Omega$ . A resistência foi obtida através do ponto de máximo do *fitting* de curvas do tipo Debye e o valor da resistência de otimização  $R_{opt}$  calculado pela equação (47) é de 3,37 k $\Omega$ . Observa-se que o ponto de máxima eficiência do transformador obtido com a resistência de otimização localiza-se no ponto de inflexão da curva de ganho e não representa o ganho máximo. Para o *step-down*, o valor calculado para  $R_{opt}$  é de 734,73  $\Omega$ .



**Figura 26.** Gráfico do ganho e  $P_{out}$  em função da Resistência  $R_L$ .

Fonte: próprio autor.

O círculo de Admitância utilizado para caracterização do circuito equivalente do transformador está disposto na Figura 27, os pontos plotados no gráfico de  $G(\omega)$  por  $B(\omega)$  dizem respeito às frequências de 90 a 120 kHz (próximas a frequência de ressonância), sendo a Figura 27-a referente à entrada do transformador com a saída em curto e a Figura 27-b referente à saída com a entrada em curto. A partir dos dados do gráfico e com o auxílio das equações (41) à (47) foi possível calcular os valores de capacitância, indutância e resistência do circuito equivalente para a entrada no *step-up*. No entanto, como o círculo de admitância referente a saída não intercepta o eixo  $G(\omega)$ , pode-se calcular os dados do circuito equivalente através das equações abaixo [29]:

$$R_m = \frac{1}{B_{max}} \quad (48)$$

$$Cr = \frac{1}{2\pi R_m} \frac{(f_{-45} - f_{+45})}{f_{-45} \cdot f_{+45}} \quad (49)$$

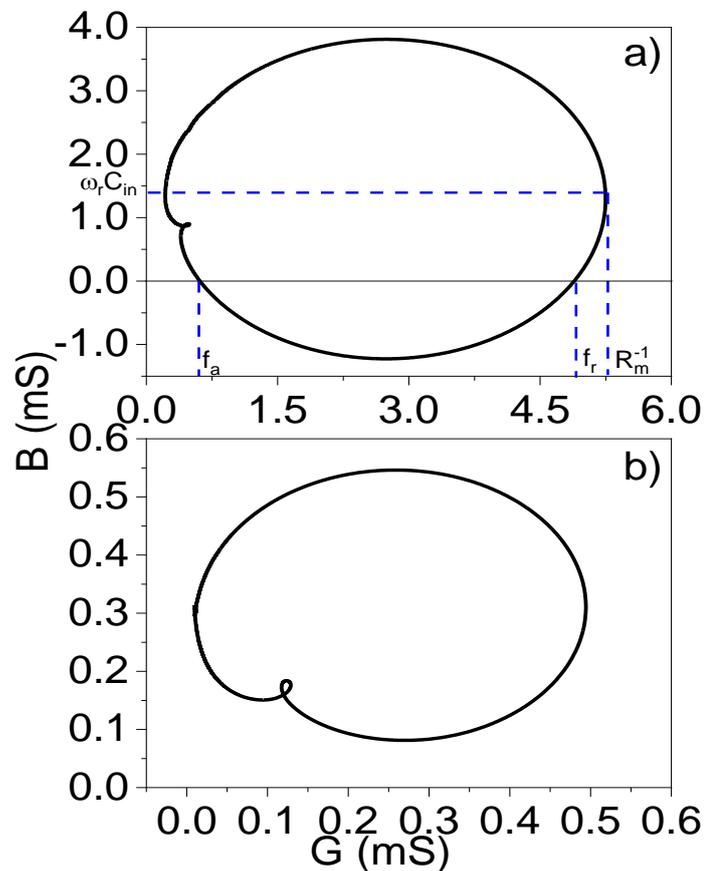
$$Lr = \frac{R_m}{2\pi} \frac{1}{(f_{-45} - f_{+45})} \quad (50)$$

Na qual  $f_{-45}$  e  $f_{+45}$  referem-se as frequências na qual a susceptância apresenta respectivamente pontos de máximo e mínimo. A Tabela 4 apresenta os dados de frequências e do circuito equivalente. Os valores de  $C_{in}$  e  $C_{out}$  podem ser medidos diretamente com o auxílio de um multímetro e foram obtidos os respectivos valores de 3,42 e 0,49 nF.

**Tabela 4.** Dados do circuito equivalente para o primeiro módulo de vibração calculado através do círculo da admitância.

	$f_r$ (kHz)	$f_a$ (kHz)	$f_{rs}$ (kHz)	$R_m$ ( $\Omega$ )	$C_r$ (pF)	$L_r$ (mH)	$C_{in}$ (nF)	$C_o$ (nF)	$R_{opt}$ (k $\Omega$ )
<i>Step up</i>	103,75	105,47	103,53	185,53	130,29	18,17	2,10	0,455	3,37
<i>Step Down</i>	103,15	104,84	105,68	1826,76	8,05	292	0,455	2,10	0,735

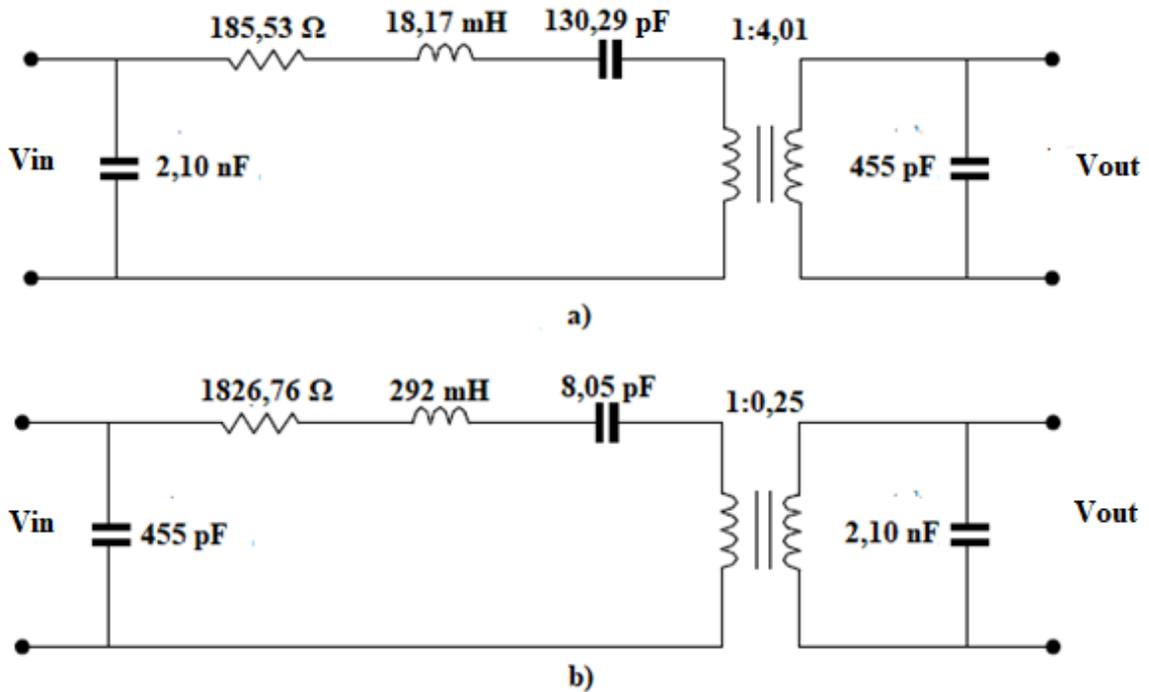
Fonte: Próprio autor.



**Figura 27.** Círculo da admitância próximo ao primeiro modo de vibração (90 - 120 kHz) da a) entrada com a saída em curto e; b) saída com a entrada em curto.

Fonte: próprio autor

Os valores do circuito equivalente para o *step-up* e *step-down* estão presentes na Figura 28-a e b.



**Figura 28.** Circuito equivalente do transformador operado no primeiro modo de vibração ressonante para o a) *step-up* e b) *step-down*.

Fonte: Próprio autor.

O transformador apresentou baixos fatores de qualidade mecânica e acoplamento eletromecânico planar comparado aos encontrados na literatura revisada. Acreditamos que esses valores inferiores devem ser resultado da baixa polarização remanescente. Baixa densidade do material também pode interferir nos valores de  $Q_m$  e  $k_p$ . Esses valores estão presentes na Tabela 5.

**Tabela 5.** Valores de  $Q_m$  e  $k_p$ .

	$Q_m$	$k_p$
Entrada	63,59	0,2
Saída	102,41	0,2

Fonte: Próprio autor.

## 5 CONCLUSÕES

O transformador piezoelétrico foi fabricado através de uma cerâmica de PMN-PT e caracterizado. Devido ao cuidado em não fraturar a cerâmica durante o processo de polarização foi aplicado um campo elétrico máximo de 14,06 kV/cm, o que resultou em um baixo campo coercitivo e polarização remanescente de 5.90 kV/cm e 10.28  $\mu\text{C}/\text{cm}^2$ . Esses valores estão abaixo da metade dos encontrados na literatura para o mesmo material.

O método de deposição de eletrodos por *Sputtering* substituiu a pintura dos eletrodos por tinta prata para garantir eletrodos mais resistentes e condução homogênea, uma vez que os eletrodos construídos a partir de tinta prata tendia-se a dissolver no processo de polarização da cerâmica.

O transformador apresentou uma pequena variação nas frequências de ressonância no *step-up* e *step-down* para os três primeiros modos de vibração ressonante, é possível observar essa diferença tanto no gráfico de ganho como no gráfico de impedância. Essa pequena diferença nas frequências de ressonância é considerada normal e reportada na maioria dos trabalhos revisados. Além da variação nos *steps-up* e *down*, também houve variação da frequência de ressonância, na entrada do transformador, com a variação da resistência de carga  $R_L$ . Para a saída não houve variação perceptível da frequência de ressonância com a variação da resistência de carga  $R_L$ , acreditamos que não foi possível observar essa variação porque as resistências comparadas foram muito acima da resistência de otimização e a frequência de ressonância tende-se a estabilizar quando a resistência cresce a partir de determinado valor.

A partir do método do círculo da admitância foi possível obter o circuito equivalente do transformador para os *step-up* e *down* e, apesar dos baixos valores de  $Q_m$  e  $k_p$  calculado, o transformador apresentou aproximadamente 250% de ganho no *step-up* e 76% no *step-down*.

## REFERÊNCIAS

- [1] HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física**, Rio de Janeiro: LTC, 2012.
- [2] Disponível em: <[http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/upload/conteudo\\_legenda/fa846a4c6644922b6ee37a1e5af4c681.jpg](http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/upload/conteudo_legenda/fa846a4c6644922b6ee37a1e5af4c681.jpg)> . Acesso em: 10 maio 2020.
- [3] BARROS, M. H. M.; **MODELAGEM, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DE TRANSFORMADORES PIEZOELÉTRICOS DE MODO RADIAL PARA APLICAÇÕES EM CONVERSÃO DE POTÊNCIA**, São Carlos, 2008. Dissertação de mestrado apresentada ao programa de pós graduação da UFSCar.
- [4] MAGALHÃES, A. L.; OLIVEIRA, A. F.; SALES, A. J. M.; AQUINO, F. J. A.; GOUVEIA, D. X.; MENEZES, J. W. M.; ARAÚJO, E. B.; SOMBRA, A. S. B. Fabrication and operational characteristics of step-down piezoelectric transformer based on PMN-PT ceramics, **Ferroelectrics**, vol. 535, nº 1, pp. 18-24, 11 03 2018.
- [5] MING, R. Y.; SHENG, Y. C.; SHENG, K. H. Fabrication and characterization of Na<sub>0.5</sub>K<sub>0.5</sub>NbO<sub>3</sub>-CuNb<sub>2</sub>O<sub>6</sub> lead-free step-down piezoelectric transformers, **Journal of Applied Physics**, nº 110, 2011.
- [6] DO, M. C. **Piezoelectric Transformer Integration Possibility in High Power Density Applications**, Dresden: TUDpress, 2008.
- [7] LAORATANAKUL, P.; CARAZO, A. V.; BOUCHILLOUX P. Unipoled Disk-type Piezoelectric Transformers, **Jpn. J. Appl. Phys.**, vol. 1, nº 3A, p. 1446–1450, 2002..
- [8] YANG, S. L.; TSAI, C.; LIOU, Y. C.; HONG, C. S.; LI, J. B.; CHU, S. Y. Effects of Improved Process for CuO-Doped NKN Lead-Free Ceramics on High-Power Piezoelectric Transformers, **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control**, vol. 58, nº 12, pp. 2555-2561, 2011.
- [9] NICOLSON, A. M. Piezo-electric Cristal Transformer. USA/N.Y. Patente 163,325, 27 Jan 1927.
- [10] CARAZO, A. V. Piezoelectric Transformer: An Historical Review, **Actuators**, vol. 5, nº 12, 2016.
- [11] ROSEN, C. A.; FISH K. A.; ROTHENBERG, H. “ELECTROMECHANICAL TRANSDUCER”. USA/N.Y. Patente 2,830,274, 8 Apr. 1958.

- [12] BERLINCOURT, D. A. PIEZOELECTRIC STARTER AND BALLAST FOR GASEOUS DISCHARGE LAMPS. Estados Unidos Patente 3764848, 09 10 1973.
- [13] PULPÁN P.; ERHART, J. Transformation ratio of “ring-dot” planar piezoelectric transformer, **Sensors and Actuators A**, vol. 140, pp. 215-224, 2007.
- [14] GUO, M. S.; et. al, A lead-free piezoelectric transformer in radial vibration modes, **Review Of Scientific Instruments**, vol. 78, 2007.
- [15] YANG, S. L.; TSAI, C. C.; LIOU, Y. C.; HONG, C. S.; LI, B. J.; CHU, S. Y. Effects of Improved Process for CuO-Doped NKN Lead-Free Ceramics on High-Power Piezoelectric Transformers, **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control**, vol. 58, n° 12, pp. 2555-2561, 2011.
- [16] SUN, H.; LIN, D. M.; LAM, K. H.; GUO, M. S.; CHOY, S. H.; KWOK, K. W.; CHAN, H. L. W. High power density NaNbO<sub>3</sub>-LiTaO<sub>3</sub> lead-free piezoelectric transformer in radial vibration modes, **Smart Materials and Structures**, vol. 24, 2015.
- [17] WANG, F. F.; et. al, Radial vibration mode of 0.71Pb<sub>0.71</sub>Mg<sub>1/3</sub>Nb<sub>2/3</sub>...O<sub>3</sub>-0.29PbTiO<sub>3</sub> single crystal and its applications, **Journal Of Applied Physics**, vol. 103, 2008.
- [18] JOO, H.; et. al. Piezoelectric Properties of Rosen-type Piezoelectric Transformer Using 0.01Pb(Ni<sub>1/3</sub>Nb<sub>2/3</sub>)O<sub>3</sub>-0.08Pb(Mn<sub>1/3</sub>Nb<sub>2/3</sub>)O<sub>3</sub>-0.91Pb(Zr<sub>0.505</sub>Ti<sub>0.495</sub>)O<sub>3</sub> Ceramics, **Journal of the Korean Physical Society**, vol. 56, n° 1, pp. 374-377, 2010.
- [19] SEO, B. H.; et. al. Electrical properties of piezoelectric transformer using PSN-PMN-PZT ceramics, **Integrated Ferroelectrics**, vol. 107, pp. 1-11, 2009.
- [20] GUO, M. S.; et. al. A Rosen-type piezoelectric transformer employing lead-free K<sub>0.5</sub>Na<sub>0.5</sub>NbO<sub>3</sub> ceramics, **J Mater Sci**, vol. 43, pp. 709-714, 2007.
- [21] PRIYA, S. High Power Universal Piezoelectric, **IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control**, vol. 53, n° 1, pp. 23-29, 2006.
- [22] YOO, J.; et. al, Microstructural and piezoelectric properties of PZN substituted PMN-PZT ceramics for multilayer piezoelectric transformer, **J Electroceram**, vol. 17, pp. 519-524, 2006.
- [23] BAIN, A.K.; CHAND, P. **Ferroelectrics: Principles and Applications**, Wiley-VCH, 2017.
- [24] ARAÚJO, E. B. Recent Advances in Processing, Structural and Dielectric Properties of PMN-PT Ferroelectric Ceramics at Compositions Around the MPB,” em **ADVANCES**

**IN CERAMICS – ELECTRIC AND MAGNETIC CERAMICS, BIOCERAMICS, CERAMICS AND ENVIRONMENT**, Rijeka, InTech, 2011, pp. 43-60.

- [25] IKEDA, T. **Fundamentals of Piezoelectricity**, Oxdord: Oxford University Press, 1990.
- [26] KAO, K. C. **Dielectric Phenomena in Solids: With Emphasis on Physical Concepts of Electronic Processes**, San Diego: Elsevier Academic Press, 2004.
- [27] Disponível em: <[https://www.sintef.no/imagevault/publishedmedia/62q9j0xccajbv989m6om/Slide\\_3\\_\\_](https://www.sintef.no/imagevault/publishedmedia/62q9j0xccajbv989m6om/Slide_3__)>. Acesso em: 18 janeiro 2020.
- [28] LIN, R. L. **Piezoelectric Transformer Characterization and Application of Electronic Ballast**, Blacksburg, 2001. Tese de doutorado apresentada a Faculdade do Instituto Politecnico de Virginia.
- [29] LIN, C. Y. **Design and Analysis of Piezoelectric Transformer Converters**, Virginia, 1997. Tese de doutorado apresentada a Faculdade do Instituto Politecnico de Virginia.
- [30] REIS, R. N. **Síntese e propriedades físicas de cerâmicas ferroelétricas de PMN-PT**, Ilha Solteira, 2009. Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências dos Materiais da Universidade Estadual de São Paulo.
- [31] SWARTZ, S.; SHROUT, T. R. Fabrication of perovskite lead magnesium niobate, **Mat. Res. Bull**, vol. 17, pp. 1245-1250, 1982.
- [32] PONTES, F. M.; RANGEL, J. H. G.; LEITE, E. R.; LONGO, E.; VARELA, J. A.; ARAÚJO, E. B.; EIRAS, J. A. Low temperature synthesis and electrical properties of PbTiO<sub>3</sub> thin films prepared by the polymeric precursor method, **Thin Solid Films**, pp. 232-236, 2000.
- [33] YANG, M. R.; et. al. Disk-type piezoelectric transformer of a Na<sub>0.5</sub>K<sub>0.5</sub>NbO<sub>3</sub>–CuNb<sub>2</sub>O<sub>6</sub> lead-free ceramic for driving T5 fluorescent lamp, **Journal of Alloys and Compounds**, vol. 522, pp. 3-8, 2012.
- [34] KONG, L. B.; MA, J.; ZHU W.; TAN, O. Translucent PMN and PMN-PT ceramics from high-energy ball milling derived powders, **Materials Research Bulletin**, vol. 37, pp. 23-32, 2002.
- [35] BABOORAM, K.; YE, Z. G. Polyethylene Glycol-Based New Solution Route to Relaxor Ferroelectric 0.65Pb(Mg<sup>1/3</sup>Nb<sup>2/3</sup>)O<sub>3</sub>–0.35PbTiO<sub>3</sub>, **Chemistry of Materials**, vol. 16, n° 25, pp. 5365-5371, 2004.

- [36] WANG, Y. C. ; HE, J. J.; LIU, Y. P.; WU, J.; LEE, C. K. Theory and Experiment of High Voltage Step-up Ratio Disk Type Piezoelectric Transformer for LCD-TV, In: **Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Mechatronics**, Taipei, 2005.
- [37] HO, S. T. Modeling of a Disk-Type Piezoelectric Transformer, **IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control**, vol. 54, n° 10, pp. 2110-2119, 10 11 2007.
- [38] JOO, H.; KIM, I.; SONG, J.; JEONG, S. K. M. Piezoelectric Properties of Rosen-type Piezoelectric Transformer Using  $0.01\text{Pb}(\text{Ni}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})\text{O}_3\text{-}0.08\text{Pb}(\text{Mn}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})\text{O}_3\text{-}0.91\text{Pb}(\text{Zr}_{0.505}\text{Ti}_{0.495})\text{O}_3$  Ceramics, **Journal of the Korean Physical Society**, vol. 56, n° 1, pp. 374-377, 2010.
- [39] WANG, F. F.; SHI, W. Z.; LUO, H. S. Step-down piezoelectric transformer fabricated with  $(1-x)\text{Pb}(\text{Mg}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})\text{O}_3\text{-}x\text{PbTiO}_3$  single crystal, **Review of Scientific Instruments**, vol. 81, 2010.
- [40] JOO, H. W.; LEE, C. H.; RHO, J. S.; JUNG, H. K. Identification of Material Constants for Piezoelectric Transformers by Three-Dimensional, Finite-Element Method and a Design-Sensitivity Method, **IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control**, vol. 50, n° 8, pp. 965-971, 2003.
- [41] NYE, J. F. **Physical Properties of Crystals: Their Representation by Tensors and Matrices**, New York: Oxford University Press, 2006.
- [42] SAWYER C. B.; TOWER, C. H. Rochelle salt as a dielectric, **Physical Review**, vol. 35, pp. 269-235, 1930.
- [43] G. S. DIAS, Mecanossíntese e caracterização de cerâmicas de  $\text{Bi}(1-x)\text{LaxFeO}_3$  obtidas por diferentes rotas de sinterização, Maringá-PR, 2010. Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Estadual de Maringá.

## APÊNDICES

### APÊNDICE A. INTRODUÇÃO À TENSORES

Antes de introduzir o conceito de tensor é necessário dar um passo atrás e revisar certos conceitos. Em física, é comum lidarmos com certas grandezas tais como corrente elétrica e massa que são completamente definidas por um número, i.e., não estão relacionadas a nenhuma direção em particular. Tais grandezas são comumente conhecidas como grandezas escalares e também representam os *tensores de ordem zero*.

Nessa linha, há outras grandezas físicas que não são completamente definidas por um número, é o caso de força e campo elétrico. Para definirmos completamente a força mecânica  $\mathbf{F}$  atuando em um corpo, por exemplo, precisamos fornecer a magnitude e a direção dessa força. Tais grandezas recebem o nome de grandezas vetoriais e podemos especificá-las com o auxílio de um sistema de coordenadas mutuamente perpendicular de eixos  $Ox_1$ ,  $Ox_2$  e  $Ox_3$ . Assim, podemos atribuir componentes de força  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$  ao longo de cada um dos três eixos. As grandezas vetoriais representam os *tensores de ordem um* e o vetor pode ser escrito como:

$$\mathbf{F} = [F_1, F_2, F_3] \quad (51)$$

Precisamos agora estender a ideia de vetor para compreendermos a ideia de tensores de ordens superiores a um. Por exemplo, se aplicarmos um campo elétrico externo  $\mathbf{E}$  em um material condutor, teremos um fluxo de corrente elétrica. Se o material condutor for isotrópico<sup>12</sup> e obedecer a Lei de Ohm, os vetores de campo  $\mathbf{E}$  e densidade de corrente  $\mathbf{j}$  serão paralelos e proporcionais, conforme ilustrado na Figura 29-a. Temos:

$$\begin{aligned} \mathbf{j} &= \sigma \mathbf{E} \\ [j_1, j_2, j_3] &= \sigma [E_1, E_2, E_3] \\ j_1 &= \sigma E_1; \quad j_2 = \sigma E_2; \quad j_3 = \sigma E_3 \end{aligned} \quad (52)$$

Na qual  $\sigma$  é a condutividade e representa a constante de proporcionalidade entre os dois vetores.

---

<sup>12</sup> Possui propriedades que independem da direção.

No entanto, se o material condutor for anisotrópico<sup>13</sup>, como a maior parte das estruturas cristalinas, a relação não é tão simples. Nesse caso, conforme ilustrado na Figura 29-b, os vetores  $\mathbf{j}$  e  $\mathbf{E}$  não são mais paralelos e a equação (56) pode ser substituída por:

$$\mathbf{j}_i = \sigma_{ij} \mathbf{E}_j$$

$$\begin{cases} j_1 = \sigma_{11}E_1 + \sigma_{12}E_2 + \sigma_{13}E_3 \\ j_2 = \sigma_{21}E_1 + \sigma_{22}E_2 + \sigma_{23}E_3 \\ j_3 = \sigma_{31}E_1 + \sigma_{32}E_2 + \sigma_{33}E_3 \end{cases} \quad (53)$$

Na qual os nove componentes  $\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{13} \dots$  são constantes. Nesse caso, podemos perceber que cada componente de  $\mathbf{j}$  está linearmente relacionado com todos os componentes de  $\mathbf{E}$ .



**Figura 29.** Diagrama de vetores para campo elétrico e densidade de corrente elétrica em a) um condutor isotrópico e; b) um condutor anisotrópico.

Fonte: Adaptado de [41].

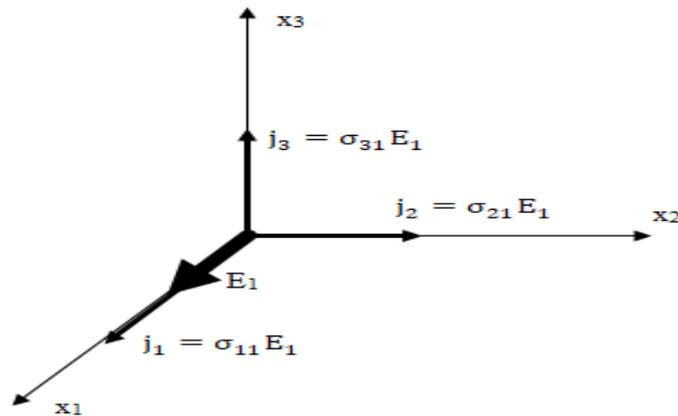
A cada uma das nove constantes pode ser atribuído um significado, por exemplo, se aplicarmos um campo elétrico na direção  $Ox_1$  temos  $\mathbf{E} = [E_1, 0, 0]$  e a equação (53) se torna:

$$\mathbf{j}_i = \sigma_{i1} \mathbf{E}_1$$

$$\begin{cases} j_1 = \sigma_{11}E_1 \\ j_2 = \sigma_{21}E_1 \\ j_3 = \sigma_{31}E_1 \end{cases} \quad (54)$$

Observamos que há componentes de  $\mathbf{j}$  nas três direções mesmo com o campo aplicado apenas na direção  $Ox_1$ . O componente direto é dado por  $\sigma_{11}$  e os transversais por  $\sigma_{21}$  e  $\sigma_{31}$ . Assim, podemos observar na Figura 30 que  $\sigma_{21}$ , por exemplo, relaciona os componentes de  $\mathbf{j}$  na direção  $Ox_2$  a partir de um campo aplicado na direção  $Ox_1$ . Tal fenômeno não acontece em meios isotrópicos e é por isso que suas relações são mais simples.

<sup>13</sup> Possui propriedades que dependem da direção.



**Figura 30.** Diagrama de vetores para a densidade de corrente em um meio anisotrópico quando um campo é aplicado ao longo do eixo  $Ox_1$ .

Fonte: Adaptado de [41].

Os nove componentes do tensor podem ser escritos em uma matriz quadrada de forma:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (55)$$

Essa matriz quadrada de  $3 \times 3$  caracteriza o tensor de ordem dois. Ainda, na diagonal principal da matriz temos os componentes direto enquanto os componentes restantes são transversais. Podemos definir o tensor de ordem dois como uma propriedade física (condutividade nesse caso) que, com respeito a um sistema de coordenadas, transforma determinadas grandezas. Nesse exemplo, o tensor de condutividade elétrica transformou o tensor de ordem um, campo elétrico, no tensor de ordem um, densidade de corrente elétrica.

A ideia pode ser estendida para tensores de ordens superiores e, o número de componentes  $N$  para tensores ordem  $n$  é dado por:

$$N = 3^n \quad (56)$$

Podemos perceber agora que o escalar, tensor de ordem zero, tem apenas um componente, i.e.,  $3^0=1$ , o vetor, tensor de ordem um, tem três componentes, i.e.,  $3^1=3$ . Nessa linha de pensamento, podemos prever que um tensor de ordem quatro, por exemplo, tem 81 componentes.

Em síntese, um tensor é uma propriedade física na qual seus elementos transformam de acordo com as seguintes leis:

- Tensor de ordem zero (escalar):  $T' = T$ ;

- Tensor de ordem um (vetor):  $T'_i = \alpha_{ij}T_j$ ;
- Tensor de ordem dois:  $T'_{ij} = \alpha_{ik}\alpha_{jl}T_{kl}$ .

E assim sucessivamente para ordens superiores [41].

**APÊNDICE B. MATRIZES DAS RELAÇÕES DAS PROPRIEDADES NAS 32 CLASSES CRISTALINAS**

- Elemento nulo;
- Elemento não nulo;
- Elementos iguais;
- Elementos iguais em módulo e opostos em sinal;
- ⊙ Elemento igual ao dobro do elemento conectado a ele;
- ⊗ Elemento igual a menos duas vezes o elemento conectado a ele;
- ×  $2(s_{11} - s_{12})$

Sistema Triclínico

		Classe 1			
		T	E	$\Delta\Theta$	
S	●	●	●	●	21
	●	●	●	●	18
	●	●	●	●	6
	●	●	●	●	6
	●	●	●	●	3
D	●	●	●	●	1
	●	●	●	●	55
$\sigma$					

		Classe $\bar{1}$			
		T	E	$\Delta\Theta$	
S	●	●	●	●	21
	●	●	●	●	0
	●	●	●	●	6
	●	●	●	●	6
	●	●	●	●	0
D	●	●	●	●	1
	●	●	●	●	34
$\sigma$					

Sistema Monoclínico

		Classe 2			
		T	E	$\Delta\Theta$	
S	●	●	●	●	13
	●	●	●	●	8
	●	●	●	●	4
	●	●	●	●	4
	●	●	●	●	1
D	●	●	●	●	1
	●	●	●	●	31
$\sigma$					

		Classe m			
		T	E	$\Delta\Theta$	
S	●	●	●	●	13
	●	●	●	●	10
	●	●	●	●	4
	●	●	●	●	4
	●	●	●	●	2
D	●	●	●	●	1
	●	●	●	●	34
$\sigma$					

Classe 2/m

	T	E	$\Delta\Theta$	
S	● ● ● . . .	. . . .	●	13
	● ● ● . . .	. . . .	●	
	● ● ● . . .	. . . .	●	
	. . . ● . ●	. . . .	. . . .	
	. . . ● . ●	. . . .	. . . .	
D	. . . . .	● . ● .	. . . .	4
	. . . . .	● . . .	. . . .	
	. . . . .	● . ● .	. . . .	
$\sigma$	● ● ● . . .	. . . .	●	22

Sistema Ortorrômbico

Classe 222

	T	E	$\Delta\Theta$	
S	● ● ● . . .	. . . .	●	9
	● ● ● . . .	. . . .	●	
	● ● ● . . .	. . . .	●	
	. . . ● . .	● . . .	. . . .	
	. . . ● . .	● . . .	. . . .	
D	. . . ● . .	● . . .	. . . .	3
	. . . ● . .	● . . .	. . . .	
	. . . ● . .	● . . .	. . . .	
$\sigma$	● ● ● . . .	. . . .	●	19

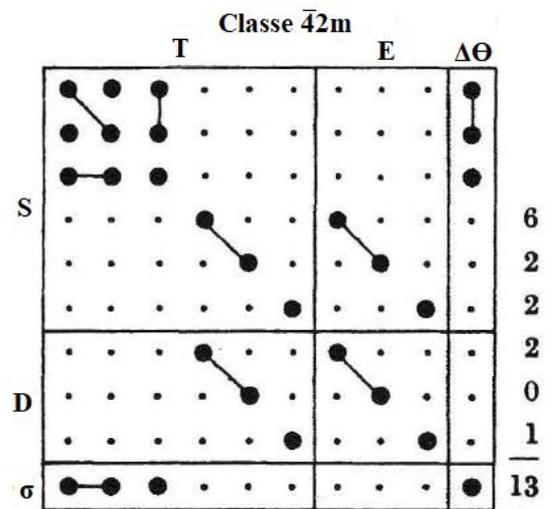
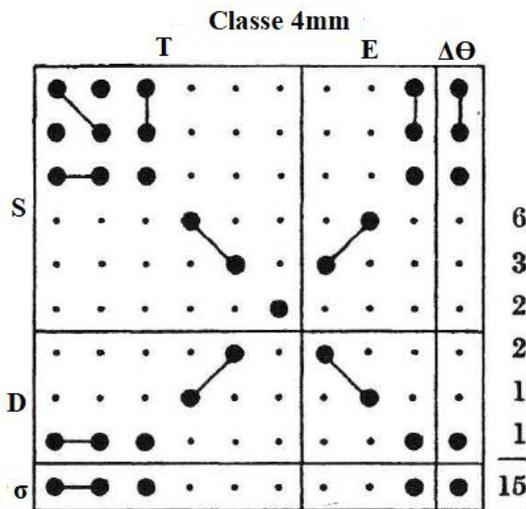
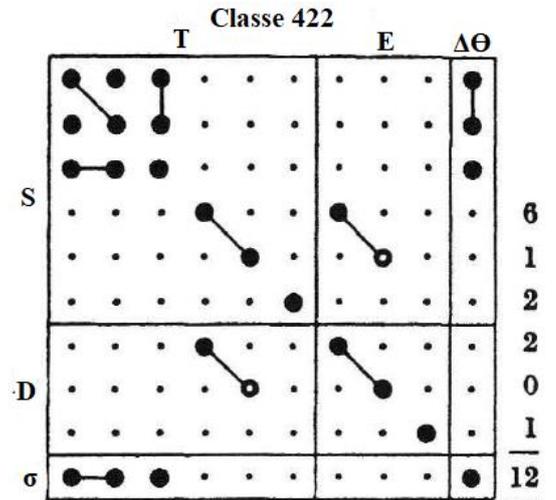
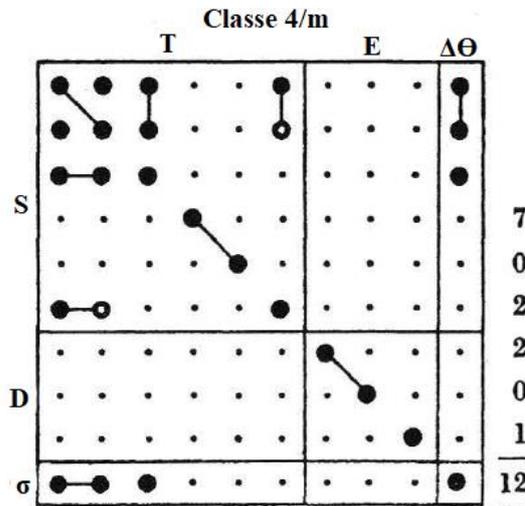
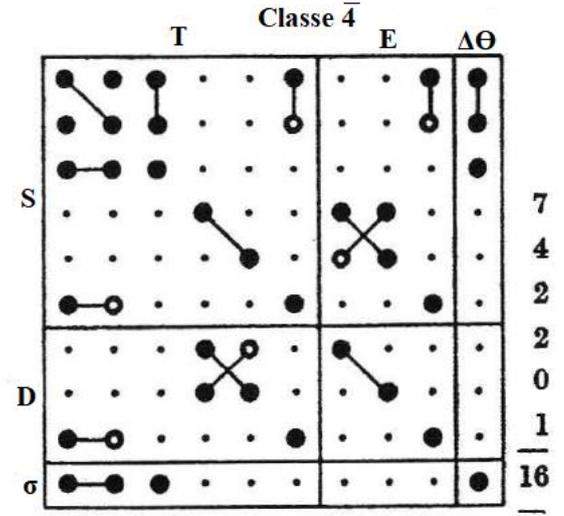
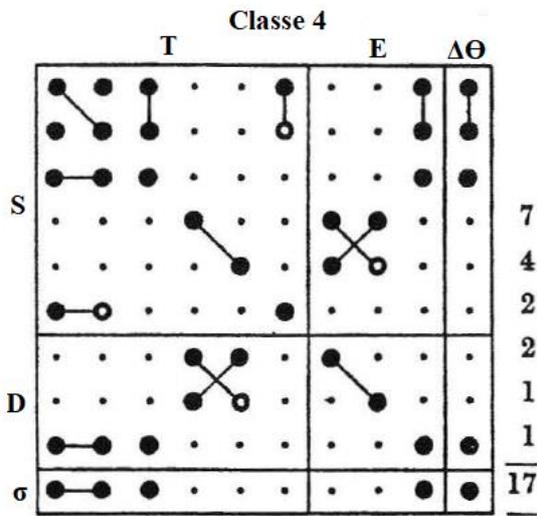
Classe mm2

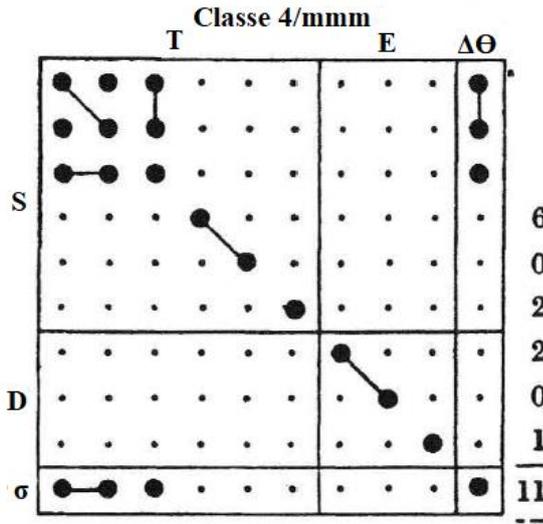
	T	E	$\Delta\Theta$	
S	● ● ● . . .	. . . ● ●	●	9
	● ● ● . . .	. . . ● ●	●	
	● ● ● . . .	. . . ● ●	●	
	. . . ● . .	● . . .	. . . .	
	. . . ● . .	● . . .	. . . .	
D	. . . ● . .	● . . .	. . . .	3
	. . . ● . .	● . . .	. . . .	
	. . . ● . .	● . . .	. . . .	
$\sigma$	● ● ● . . .	. . . ● ●	●	22

Classe mmm

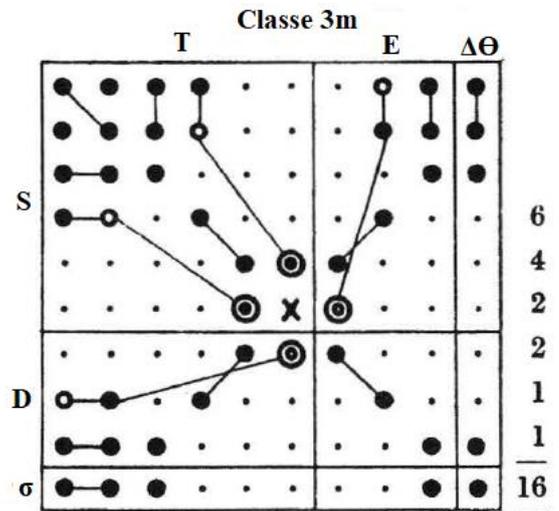
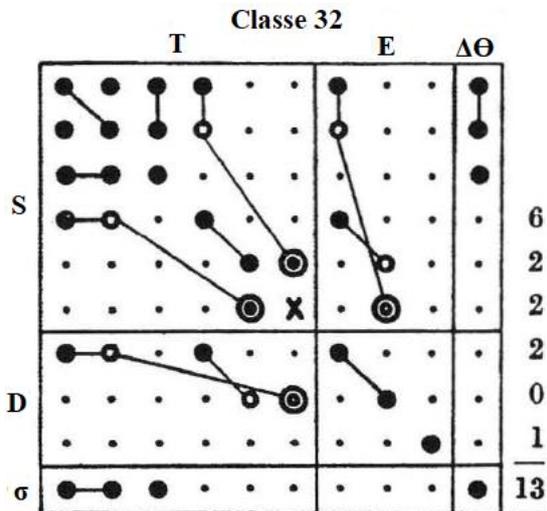
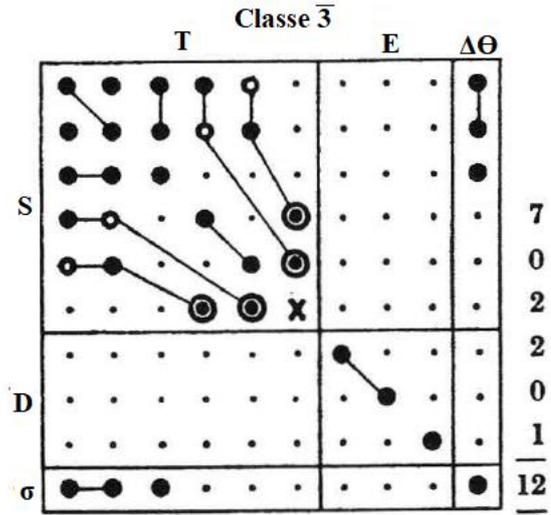
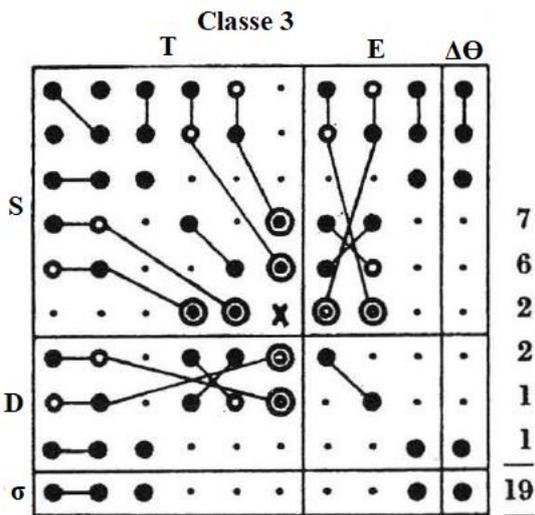
	T	E	$\Delta\Theta$	
S	● ● ● . . .	. . . .	●	9
	● ● ● . . .	. . . .	●	
	● ● ● . . .	. . . .	●	
	. . . ● . .	. . . .	. . . .	
	. . . ● . .	. . . .	. . . .	
D	. . . ● . .	● . . .	. . . .	3
	. . . ● . .	● . . .	. . . .	
	. . . ● . .	● . . .	. . . .	
$\sigma$	● ● ● . . .	. . . .	●	16

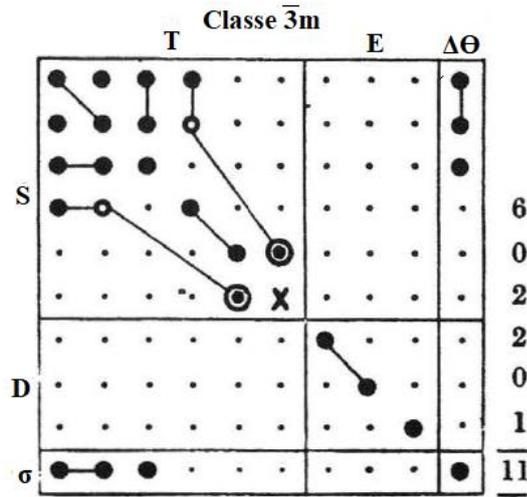
Sistema Tetragonal



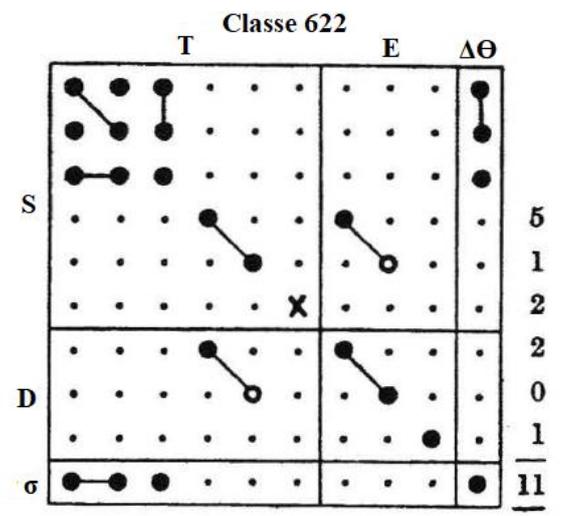
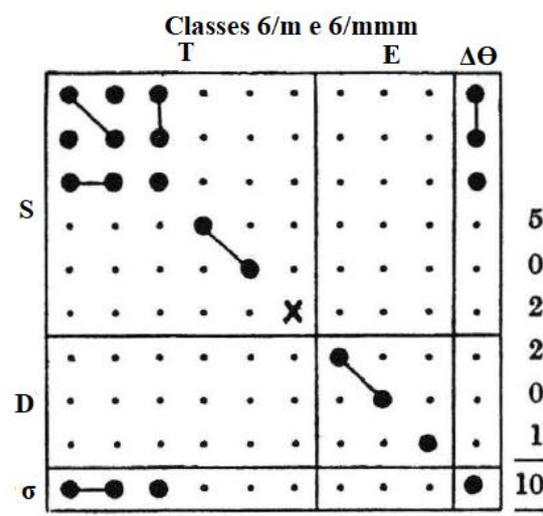
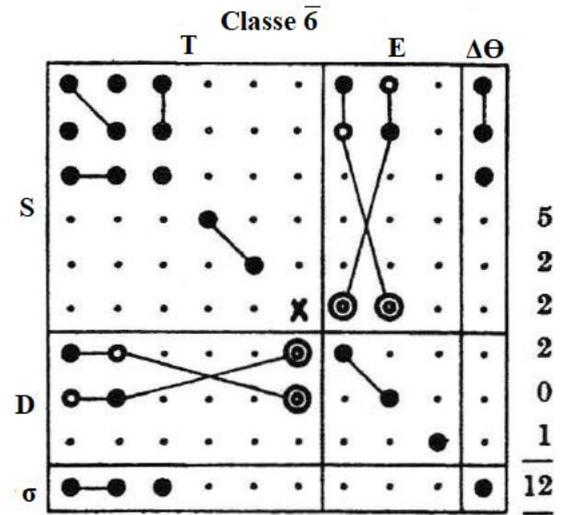
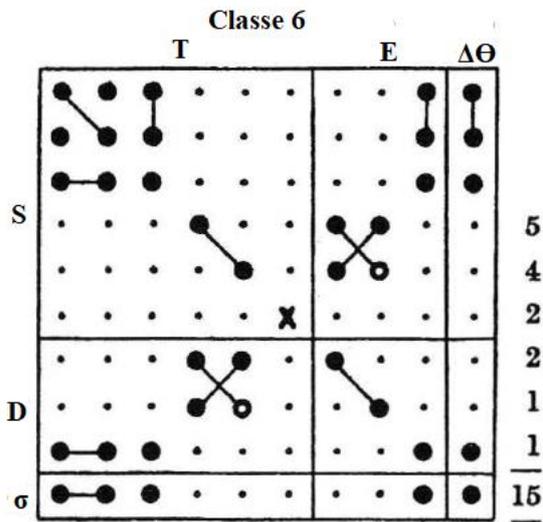


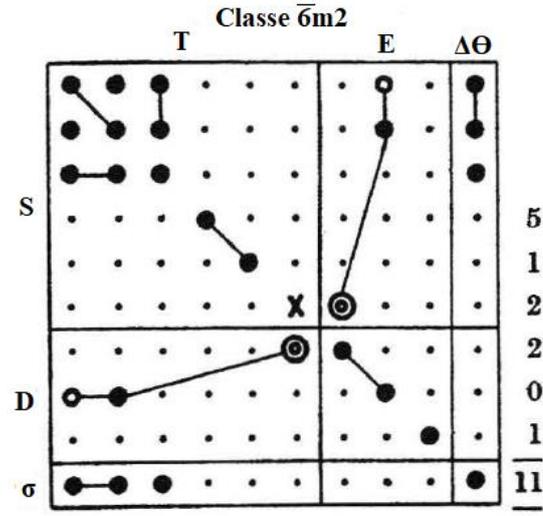
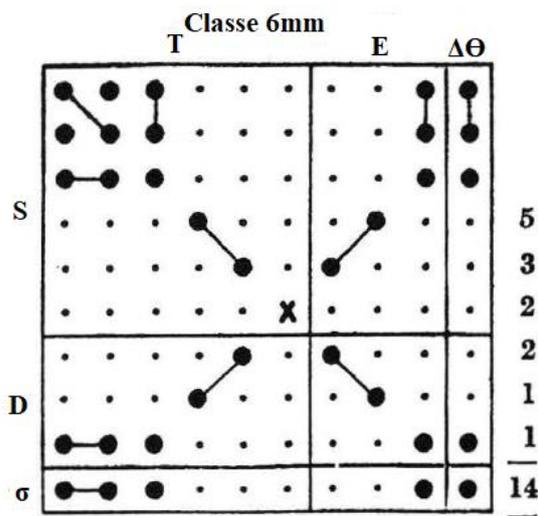
Sistema Trigonal



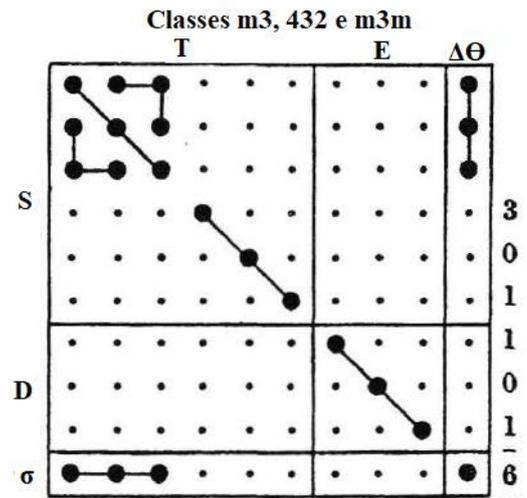
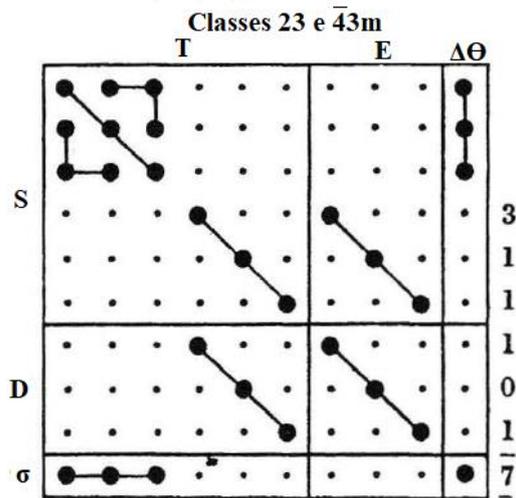


Sistema Hexagonal

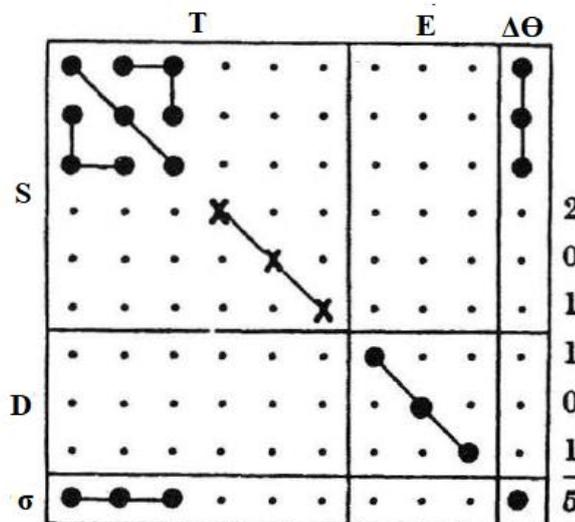




Sistema Cúbico



Isotrópico

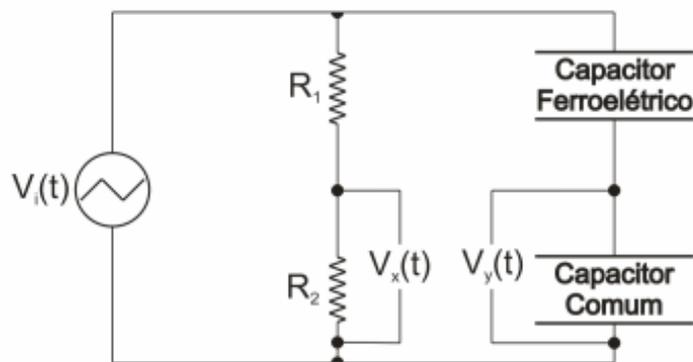


Fonte: Ilustrações das matrizes adaptado de [41].

## APÊNDICE C. O CIRCUITO SAWYER-TOWER

Os ciclos de histerese são utilizados para estudar o comportamento dos materiais ferroelétricos sobre a ação de campos elétricos oscilantes. O circuito recebe o nome Sawyer-Tower em referência aos primeiros pesquisadores a utilizar esse tipo de circuito para estudar os materiais ferroelétricos [42]. No caso deles, estudavam o Sal de Rochelle.

O circuito Sawyer-Tower representado na Figura 31 é constituído, essencialmente, por dois ramos, sendo um capacitivo e outro resistivo, ligados paralelamente em uma fonte de alta tensão alternada [43].



**Figura 31.** Ilustração do circuito Sawyer-Tower utilizado para a caracterização dos ciclos de histerese.

Fonte: [43]

No ramo capacitivo do circuito, a amostra ferroelétrica (capacitor no formato de disco), é ligada em série com um capacitor de referência. Na qual é captada tensão de saída  $V_y(t)$ , proporcional a polarização  $P(t)$  da amostra. No ramo resistivo, duas resistências  $R_1$  e  $R_2$  são ligadas em série. A resistência  $R_1$ , de maior resistividade, simula a corrente de deslocamento através da amostra (capacitor ferroelétrico). Na resistência  $R_2$  são realizadas medidas de tensão  $V_x(t)$  que é proporcional ao campo elétrico  $E(t)$  aplicado na amostra [43].

Os dados de polarização e campo elétrico da amostra podem ser obtidos através das equações abaixo.

$$P = \frac{CV_y(t)}{A} \quad (57)$$

$$E = \frac{R_1 V_x(t)}{R_2 d} \quad (58)$$

Na qual  $C$ ,  $V_x(t)$ ,  $V_y(t)$ ,  $A$  e  $d$  representam, respectivamente, a capacitância no capacitor de referência, a tensão sobre o resistor  $R_2$ , a tensão sobre o capacitor de referência, a área do eletrodo da amostra e a distância entre os dois eletrodos da amostra.