

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**  
**"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"**  
**CAMPUS DE GUARATINGUETÁ**

**PATRICK FRANCO DE OLIVEIRA**

**Formação de Planetas Terrestres : O caso de acreções ineficientes**

Guaratinguetá

2018

**Patrick Franco de Oliveira**

**Formação de Planetas Terrestres : O caso de acreções ineficientes**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para a obtenção do título de Mestre em Física .

Orientador: Profº Dr. Othon Cabo Winter

Coorientadora: Profaº Dra. Karla de Souza Torres

Guaratinguetá

2018

O48f	<p>Oliveira, Patrick Franco</p> <p>Formação de planetas terrestres: o caso de acreções ineficientes / Patrick Franco de Oliveira – Guaratinguetá, 2018. 69 f : il. Bibliografia: f. 68-69</p> <p>Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2018. Orientador: Prof. Dr. Othon Cabo Winter Co-Orientadora: Karla Souza Torres</p> <p>1. Planetas. 2. Mercúrio. 3. Métodos de simulação. I. Título.</p> <p>CDU 523.4(043)</p>
------	---

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**  
**"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"**  
**CAMPUS DE GUARATINGUETÁ**

**PATRICK FRANCO DE OLIVEIRA**

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
"MESTRE EM FÍSICA "

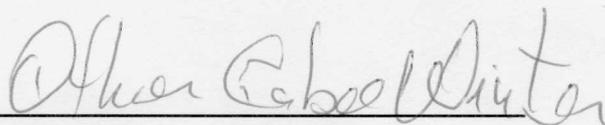
PROGRAMA: FÍSICA

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO



Profº Dr. KONSTANTIN GEORGIEV KOSTOV  
Coordenador

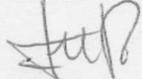
**BANCA EXAMINADORA:**



Profº Dr. Othon Cabo Winter  
Orientador/UNESP-FEG



Profº Dr. André Izidoro Ferreira da Costa  
UNESP-FEG



Profº Dr. Fernando Virgilio Roig  
Membro Externo

Novembro , 2018

## **DADOS CURRICULARES**

### **PATRICK FRANCO DE OLIVEIRA**

**NASCIMENTO** 18/08/1991 - Cascavel / PR

**FILIAÇÃO** Josias Franco de Oliveira  
Terezinha Lourdes Belincanta de Oliveira

**2012 / 2016** Licenciatura em Matemática  
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP

**2016 / 2018** Mestrado em Física  
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP

Dedico este trabalho à minha família e à memória do meu pai, Josias Franco.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradecemos,

André Izidoro pela disponibilização das simulações numéricas e as discussões que contribuíram com o trabalho;

a USP por disponibilizar o uso do Cluster Euler, em que realizamos nossas simulações;

a todos aqueles que particularmente nos auxiliaram no desenvolvimento deste trabalho.

Este trabalho contou com o apoio da(s) seguinte(s) entidade(s):

FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - Processo nº: 2016/03830-2

CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoa de Nível Superior

PROAP - Programa de Apoio à Pós-Graduação

## RESUMO

Estudos de formação planetária são normalmente baseados em simulações numéricas de N-corpos, onde as colisões envolvendo planetesimais e embriões são geralmente consideradas construtivas, ou seja, geram um novo corpo cuja massa é a soma das massas dos planetas envolvidos e o momento linear total é conservado. Essa aproximação funciona razoavelmente bem para a formação da Terra, Vênus e Marte. Entretanto, o planeta Mercúrio apresenta características que o classificam como sendo um corpo formado basicamente de núcleo, devido à estreita camada de manto. Isso supostamente seria consequência de acreções ineficientes, em que dois corpos em estágio avançado de formação (protoplanetas) colidem e resultam em dois outros corpos com parte da matéria podendo ser perdida. Este tipo de informação pode ser obtida a partir de simulações numéricas em que sejam registradas as condições de colisão. Aqui, nós utilizamos parâmetros para nos ajudar a analisar as colisões, a determinar colisões de acreção ineficiente e, posteriormente analisar se estas colisões levar a condição da formação de um planeta como Mercúrio de acordo com os cenários propostos por alguns trabalhos, tais como Asphaug & Reufer (2014). Nesse sentido, realizamos simulações baseadas nos modelos de simulações numéricas de N-corpos conforme Izidoro et al. (2014), analisamos as simulações numéricas de Izidoro et al. (2015) e reproduzimos os mapas dos resultados de colisão a partir das leis de escala determinadas por Leinhardt & Stewart (2012) a fim de determinar os casos de acreções ineficientes (regimes de acreção parcial, hit-and-run e erosão). Com isso, conseguimos encontrar casos de análogos a Mercúrio nas simulações.

**PALAVRAS-CHAVE:** Colisões. Formação Planetária. Mercúrio.

## **ABSTRACT**

Planetary formation studies are usually based on numerical simulations of N-bodies, where collisions involving planetesimals and embryos are generally considered constructive, that is, they generate a new body whose mass is the sum of the masses of the planets involved and the total linear momentum is preserved. This approximation works reasonably well for the formation of Earth, Venus, and Mars. However, the planet Mercury presents characteristics that classify it as being a body basically formed of core, due to the narrow layer of mantle. This is supposed to be a consequence of inefficient accretions, in which two bodies in advanced stage of formation (protoplanets) collide and result in two other main bodies with part of the matter being able to be lost. This type of information can be obtained from numerical simulations in which the collision conditions are recorded. Here, we used parameters to help us analyze collisions, to determine collisions of inefficient accretion and then analyze if these collisions lead to the condition of the formation of a planet like Mercury according to the scenarios proposed by some works, such as Asphaug and Reufer (2014). In this sense, we perform simulations based on numerical simulations of N-bodies as Izidoro et al. (2014), we analyzed the numerical simulations of Izidoro et al. (2015) and we reproduce the maps of the collision results from the scaling laws derived by Leinhardt Stewart (2012) to determine cases of inefficient accretions (partial accretion, hit-and-run and erosion regimes). With this, we could find cases of Mercury-analogues in the simulations.

**KEYWORDS:** Collisions. Planet Formation. Mercury.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Esquema da geometria de colisão. . . . .	13
Figura 2	Mapa dos resultados de colisão. . . . .	17
Figura 3	Representação do maior fragmento . . . . .	23
Figura 4	Proto Mercúrio estimado. . . . .	28
Figura 5	Mapa de colisão com curva de 64% de perda de material do projétil. . . . .	30
Figura 6	Distribuição do disco protoplanetário conforme o modelo de depleção. . . . .	33
Figura 7	Distribuição do disco protoplanetário conforme o modelo de declive. . . . .	36
Figura 8	Frequências de colisões do modelo de depleção por tempo. . . . .	39
Figura 9	Colisões do modelo de depleção. . . . .	40
Figura 10	Mapa de ruptura do projétil para um caso de impacto no disco com 50% de depleção. . . . .	41
Figura 11	Frequências de colisões do grupo 1. . . . .	43
Figura 12	Colisões do grupo 1. . . . .	44
Figura 13	Frequências de colisões do grupo 2. . . . .	46
Figura 14	Colisões do grupo 2. . . . .	47
Figura 15	Frequências de colisões do grupo 3. . . . .	48
Figura 16	Colisões do grupo 3. . . . .	49
Figura 17	Frequências de colisões do grupo 4. . . . .	50
Figura 18	Colisões do grupo 4. . . . .	51
Figura 19	Frequências de colisões do grupo 5. . . . .	52
Figura 20	Colisões do grupo 5. . . . .	53
Figura 21	Frequências de colisões do grupo 6. . . . .	55
Figura 22	Colisões do grupo 6. . . . .	56
Figura 23	Frequências de colisões do grupo 7. . . . .	57
Figura 24	Colisões do grupo 7. . . . .	58
Figura 25	Frequências de colisões do grupo 8. . . . .	59
Figura 26	Colisões do grupo 8. . . . .	60
Figura 27	Mapa de ruptura do projétil para um caso de impacto no grupo 7. . . . .	62

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Condições iniciais do modelo de declive . . . . .	37
Tabela 2 – Frequência de colisões totais - Modelo de depleção . . . . .	39
Tabela 3 – Dados de colisão com possível formação estrutural de Mercúrio - Modelo de depleção	40
Tabela 4 – Frequência de colisões totais - Grupo 1 . . . . .	44
Tabela 5 – Dados de colisão com possível formação estrutural de Mercúrio - Grupo 1 . . . . .	45
Tabela 6 – Frequência de colisões totais - Grupo 2 . . . . .	45
Tabela 7 – Dados de colisão com possível formação estrutural de Mercúrio - Grupo 2. . . . .	46
Tabela 8 – Frequência de colisões totais - Grupo 3 . . . . .	48
Tabela 9 – Dados de colisão com possível formação estrutural de Mercúrio - Grupo 3 . . . . .	49
Tabela 10 – Frequência de colisões totais - Grupo 4 . . . . .	51
Tabela 11 – Frequência de colisões totais - Grupo 5 . . . . .	53
Tabela 12 – Dados de colisão com possível formação estrutural de Mercúrio - Grupo 5 . . . . .	54
Tabela 13 – Frequência de colisões totais - Grupo 6 . . . . .	54
Tabela 14 – Dados de colisão com possível formação estrutural de Mercúrio - Grupo 6 . . . . .	56
Tabela 15 – Frequência de colisões totais - Grupo 7 . . . . .	57
Tabela 16 – Dados de colisão com possível formação estrutural de Mercúrio - Grupo 7 . . . . .	58
Tabela 17 – Frequência de colisões totais - Grupo 8 . . . . .	60
Tabela 18 – Dados de colisão com possível formação estrutural de Mercúrio - Grupo 8 . . . . .	61

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>12</b>
<b>2</b>	<b>LEIS DE ESCALA</b> .....	<b>16</b>
2.1	RUPTURA CATASTRÓFICA E LEI UNIVERSAL DO MAIOR FRAGMENTO .	17
2.2	REGIME <i>HIT-AND-RUN</i> .....	23
2.3	REGIME DE EROSÃO .....	24
2.4	REGIME DE RUPTURA E EROSÃO DO PROJÉTIL .....	25
<b>3</b>	<b>ESTIMATIVA DOS PROTO-PLANETAS</b> .....	<b>27</b>
3.1	PROTO-MERCÚRIO .....	27
3.2	ESTIMATIVA DO ALVO .....	29
<b>4</b>	<b>MODELOS E SIMULAÇÕES NUMÉRICAS</b> .....	<b>31</b>
4.1	MODELO DE DEPLEÇÃO .....	33
4.2	MODELO DE DECLIVE .....	36
<b>5</b>	<b>RESULTADOS</b> .....	<b>39</b>
5.1	MODELO DE DEPLEÇÃO .....	39
5.2	MODELO DE DECLIVE .....	43
<b>5.2.1</b>	<b>Grupo 1</b> .....	<b>43</b>
<b>5.2.2</b>	<b>Grupo 2</b> .....	<b>45</b>
<b>5.2.3</b>	<b>Grupo 3</b> .....	<b>47</b>
<b>5.2.4</b>	<b>Grupo 4</b> .....	<b>50</b>
<b>5.2.5</b>	<b>Grupo 5</b> .....	<b>52</b>
<b>5.2.6</b>	<b>Grupo 6</b> .....	<b>54</b>
<b>5.2.7</b>	<b>Grupo 7</b> .....	<b>56</b>
<b>5.2.8</b>	<b>Grupo 8</b> .....	<b>58</b>
<b>6</b>	<b>DISCUSSÕES</b> .....	<b>63</b>
6.1	SIMULAÇÕES .....	63
6.2	LEIS DE ESCALA .....	64
6.3	PROTO-MERCÚRIO .....	64
<b>7</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>66</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>68</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O menor planeta da parte interna do Sistema Solar, Mercúrio, em termos de estrutura e composição é também o mais peculiar (SARID; STEWART; LEINHARDT, 2014), devido à uma alta razão de massa entre núcleo e manto (74/26), comparada a dos outros planetas terrestres (BENZ et al., 2007). Porém, esta não é a sua única singularidade (EBEL; STEWART, 2017). Segundo cita Ebel & Stewart (2017), a densidade média descomprimida elevada de Mercúrio comparada a de outros planetas terrestres é uma das singularidades que este planeta apresenta. Segundo Urey (1951) essa densidade seria  $5 \text{ g/cm}^3$ ,  $4.4 \text{ g/cm}^3$  para Vênus e Terra, e  $3.96 \text{ g/cm}^3$  para Marte. Segundo Mahoney (2014), Mercúrio teria  $5.3 \text{ g/cm}^3$ . Lodders & Fegley (1998) calcula  $\sim 4.0 \text{ g/cm}^3$  para Vênus e Terra, e  $3.7 \text{ g/cm}^3$  para Marte. A alta densidade de Mercúrio comparada à dos outros planetas terrestres pode ser explicada devido à alta abundância de ferro e de elementos siderófilos pesados (afinidade com o ferro) comparativamente ao magnésio, silício e a outros elementos litófilos (afinidade com a sílica). Então, devido à diferenciação planetária, ferro e elementos siderófilos vão para o interior do corpo formando o núcleo do planeta enquanto elementos litófilos e silicatos formam o manto. Portanto, a razão de massa núcleo/manto consiste a principal singularidade de Mercúrio comparativamente aos outros planetas terrestres (EBEL; STEWART, 2017).

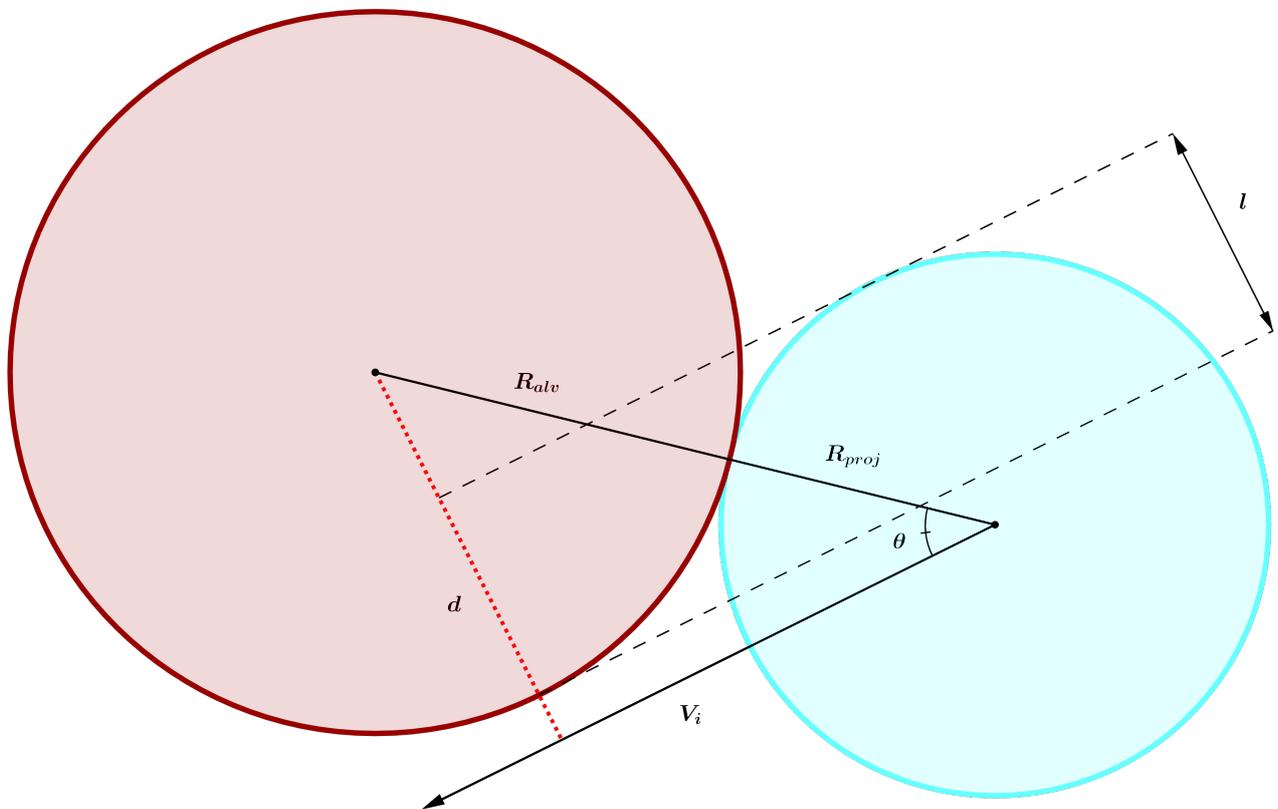
Na tentativa de explicar a formação de sua estrutura, muitas ideias foram propostas, tais como variação de condensação no interior da nebulosa (a posição da fronteira de vaporização da água favorecendo o enriquecimento de C, anidros e partículas de poeira); separação dinâmica de planetesimais metálicos e de silicatos; e colisões, com a remoção de grande parte do material através de grandes impactos ou erosão por crateras através de múltiplos pequenos impactos (SARID; STEWART; LEINHARDT, 2014). Acredita-se que a última fase de formação planetária caracteriza-se por fortes interações dinâmicas nas regiões mais próximas ao Sol devido à migração dos planetas gigantes Jupiter e Saturno (SARID; STEWART; LEINHARDT, 2014) e as colisões desempenham um papel importante na construção dos planetas (LEINHARDT; STEWART, 2012). Nesse sentido, trabalhos clássicos adotam o cenário de colisão de grandes impactos na explicação das diferenças existentes entre os planetas terrestres do Sistema Solar (STEWART; LEINHARDT, 2012). Nesse caso, dois corpos em estágio de formação avançado colidem catastrófica causando alta perda de material e acreção dos núcleos. Também é comum ocorrerem colisões entre embriões planetários em que o menor deles pode ser rompido de maneira catastrófica e não ocasionar acreção (ASPHAUG, 2010). Este cenário de colisão, chamado *hit-and-run*, pode explicar a formação de Mercúrio. Nesse caso, parte do material do manto inicial seria arrancado na colisão. Além disso, o proto-planeta teria que escapar à região gravitacional da colisão para evitar por fim ser acretado pelo outro corpo (SARID; STEWART; LEINHARDT, 2014).

Estudos de formação dos planetas terrestres, entretanto, são usualmente baseados em simulações numéricas de N-corpos, onde as colisões envolvendo planetesimais e/ou embriões são consideradas construtivas, ou seja, os corpos por fim fundem-se e o momento linear total é conservado. Além disso, na região de  $\sim 0.4 \text{ ua}$ , os embriões planetários iniciais são assumidos geralmente com massas superiores à massa de Mercúrio. Dessa forma, os planetas por fim formados são mais massivos que Mercúrio atual.

Logo, esses estudos seriam insuficientes na discussão direta sobre a remoção de material por colisões energéticas (EBEL; STEWART, 2017). Contudo, recentes formulações analíticas (LEINHARDT; STEWART, 2012) simplificaram o cálculo dos resultados de colisão, permitindo uma análise mais detalhada dos corpos pós-colisão.

Nesse sentido, vamos procurar protoplanetas a partir de simulações numéricas de N-corpos que através de colisões apropriadas possam formar um corpo análogo a Mercúrio. Apresentamos aqui uma análise das colisões ocorridas durante a última fase de formação planetária seguindo dois modelos protoplanetários, conforme Izidoro et al. (2014 e 2015). Nas simulações são registradas posição, velocidade e dimensões dos corpos no primeiro contato entre eles, conforme Figura 1. Isso nos permite estabelecer parâmetros para analisar cada uma das colisões.

Figura 1 – Esquema da geometria de colisão.



Representação da geometria de uma colisão. O alvo (bordô) é atingido pelo projétil (azul claro) com velocidade  $V_i$ .  $\theta$  é o ângulo de impacto, definido ao primeiro contato entre os corpos e compreendido entre a linha que une o centro de cada corpo e a semirreta que passa pela velocidade de impacto do projétil.  $R_{alv}$  e  $R_{proj}$  são os raios do alvo e do projétil, respectivamente. O parâmetro de impacto é dado por  $b = \text{sen}\theta = d/(R_1 + R_2)$ . O comprimento  $l$  é a sobreposição do projétil ao alvo.

Fonte: Produção do próprio autor.

Os parâmetros que são utilizados no estudo das colisões são o parâmetro de impacto  $b$  e o parâmetro

de velocidade  $v$ . O parâmetro de impacto é definido por:

$$b = \text{sen}\theta, \quad (1)$$

onde  $\theta$  é o ângulo compreendido entre a linha que une o centro de cada corpo e a semirreta que passa pela velocidade de impacto do projétil. Colisões frontais têm  $b=0$  e colisões tangenciais,  $b=1$ . O parâmetro de velocidade é definido por:

$$v = \frac{V_i}{V_{esc}}, \quad (2)$$

onde  $V_i$  é a velocidade de impacto dada pela velocidade relativa entre os corpos.  $V_{esc}$  é a velocidade de escape mútua, dada por:

$$V_{esc} = \sqrt{\frac{2G(M_{alv} + M_{proj})}{R_{alv} + R_{proj}}}, \quad (3)$$

onde  $M_{alv}$ ,  $R_{alv}$ ,  $M_{proj}$  e  $R_{proj}$  são as massas e os raios do alvo e do projétil, respectivamente. Além disso, através das leis de escala (LEINHARDT; STEWART, 2012), (LEINHARDT et al., 2015); conseguimos enquadrar as colisões nos regimes adequados em função dos raios e massas dos corpos envolvidos em um impacto.

Segundo (STEWART; LEINHARDT, 2012), temos os seguintes regimes de colisão:

1. Acreção Perfeita:  $V_i < V'_{esc}$ ;
2. *Graze-and-merge*:  $b > b_{crit}$  e  $V'_{esc} < V_i < V_{hr}$ ;
3. *Hit-and-run*:  $b > b_{crit}$  e  $V_{hr} < V_i < V_{ero}$ ;
4. Acreção Parcial:  $b < b_{crit}$  e  $V'_{esc} < V_i < V_{ero}$ ;
5. Erosão:  $V_i > V_{ero}$ ;

As acreções ineficientes acontecem nos regimes de *hit-and-run*, acreção parcial e erosão. Nos regimes de colisão mencionados,  $b_{crit}$  é o parâmetro de impacto crítico,  $V'_{esc}$  é a velocidade de escape mútua da massa envolvida na colisão,  $V_{hr}$  é a velocidade de *hit-and-run* e  $V_{ero}$  é a velocidade de erosão. Essas velocidades são definidas pelas leis de escala e serão apresentadas no capítulo 2. Utilizaremos estas equações para determinar quais das nossas colisões acretivas seriam, na verdade, acreções ineficientes devido às condições da colisão. Resultados diferentes daquilo que assumimos no início das simulações. Então poderemos analisar o quanto nossa hipótese de colisões acretivas está inconsistente.

Além disso, vamos utilizar as leis de escala para determinar a massa do maior fragmento, que é o corpo resultante de uma colisão erosiva. Dessa forma, seremos capazes de verificar se um dos corpos conseguiria atingir a massa de Mercúrio após o impacto. E, nesse caso, poderemos analisar se a perda de material do manto seria suficiente para alcançar a razão atual de núcleo/manto. Para isso, vamos assumir que o núcleo do proto Mercúrio se manteria intacto após a colisão.

O nosso trabalho está organizado da seguinte maneira: no capítulo 2, apresentamos resumidamente a formulação analítica da lei geral de escala para a ruptura catastrófica, os limites de transição entre os regimes de colisão e a lei que determina a massa final do maior fragmento. No capítulo 3, discutimos

o tamanho dos protoplanetas adotados na colisão da formação estrutural de Mercúrio à luz dos mais recentes trabalhos encontrados na literatura. No capítulo 4, apresentamos os modelos de formação planetária bem como as simulações numéricas adotadas neste trabalho. No capítulo 5, apresentamos e descrevemos os resultados provenientes das colisões e os possíveis casos de formação de um análogo a Mercúrio. No capítulo 6, discutimos brevemente as aproximações realizadas em cada etapa do trabalho e as limitações consequentes. Por fim, fazemos nossas considerações finais no capítulo 7.

## 2 LEIS DE ESCALA

De acordo com o que apresentamos anteriormente, nesse capítulo vamos descrever as leis de escala de acordo com Leinhardt & Stewart (2012). Essas formulações analíticas permitem mapear os resultados de uma colisão envolvendo dois corpos e são determinadas a partir dos raios e das massas desses corpos. Vamos utilizá-las para a análise das simulações no intuito de enquadrar as colisões nos regimes apropriados, de acordo com os corpos envolvidos.

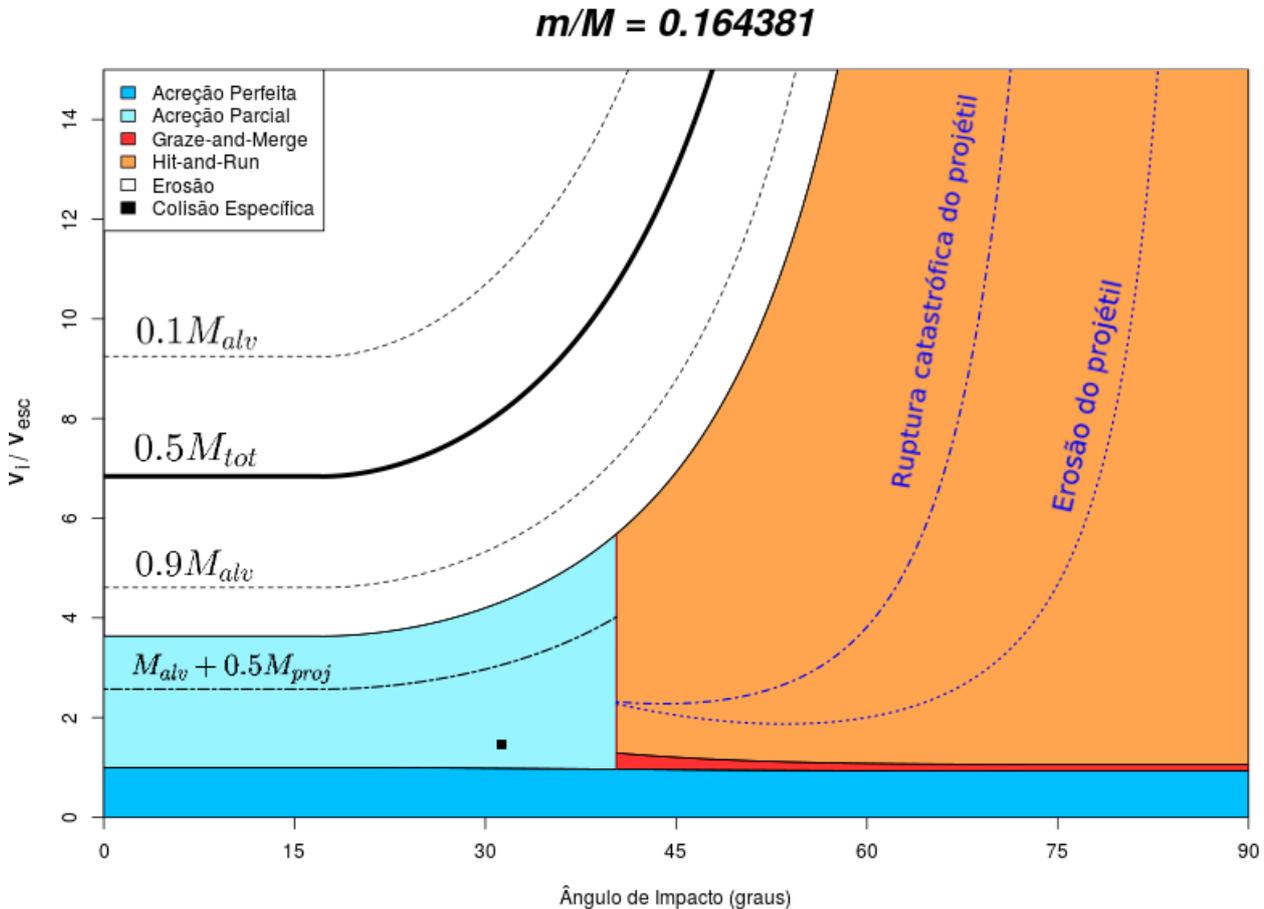
Acreção, erosão, ruptura super-catastrófica, *hit-and-run* são exemplos de regimes em que se enquadram as colisões ocasionadas entre planetesimais e embriões durante o processo de formação dos planetas (LEINHARDT; STEWART, 2012). Durante uma colisão, o ângulo e a velocidade de impacto, o tamanho dos corpos e suas massas são características necessárias para descrever qual o resultado do impacto. Por exemplo, uma colisão com uma alta velocidade de impacto pode fazer com que grande parte da massa de um corpo alvo seja destruída, então essa colisão se enquadraria num regime de ruptura. Dependendo do ângulo de impacto o dano causado ao alvo poderia ser ainda maior. No caso de uma colisão frontal, o dano devido à massa envolvida é maior do que em um caso oblíquo. Assim, o impacto poderia ser enquadrado num regime de ruptura super-catastrófica.

Entretanto, é difícil prever em qual regime cada colisão se encontra apenas com os dados dos parâmetros citados. Por exemplo, variando as massas dos corpos uma colisão com a mesma geometria de impacto pode apresentar resultados diferentes. Analisar quantitativamente seria uma tarefa ainda mais árdua. Uma vez que queremos saber não somente como aconteceram as colisões, mas, também como calcular a quantidade de material perdido no impacto. Segundo Leinhardt & Stewart (2012), os regimes erosivos foram estudados de forma abrangente em alguns trabalhos em laboratório (Holsapple 1993; Holsapple et al. 2002); porém, ainda careciam de uma descrição completa da dependência dos parâmetros de impacto. Além disso, não eram claramente demarcados os limites de transição entre os regimes. Stewart & Leinhardt (2012) descreve que os parâmetros de impacto que permitiram demarcar a transição entre regimes de acreção e *hit-and-run* foram estabelecidos apenas recentemente. Isso se deu após análise empírica de mais de mil simulações de impacto de hidrocódigo (Kokubo & Genda 2010; Genda et al. 2012), devido à complexidade física dos grandes impactos.

Nesse sentido, Leinhardt & Stewart (2012) determinaram equações (leis de escala) que além de demarcar a transição entre os regimes de colisão, descrevem as distribuições de tamanho e velocidade dos corpos após a colisão. Estas leis de escala são usadas com o objetivo de calcular mapas dos resultados das colisões entre corpos dominados pela gravidade, conforme mostra a Figura 2, e são funções dos parâmetros de impacto, do critério de ruptura catastrófico,  $Q_{RD}^*$  (energia necessária para que metade da massa total que colide seja dispersada) e de constantes relacionadas ao tipo do material (LEINHARDT; STEWART, 2012).

Para mais detalhes, Leinhardt & Stewart (2012) apresentam um *script* completo para determinar os mapas dos regimes de colisão. Vamos a seguir apresentar as equações utilizadas para determiná-los.

Figura 2 – Mapa dos resultados de colisão.



Mapas dos resultados de colisão envolvendo corpos com razão de massa projétil/alvo de  $\sim 1/6$  e com parâmetros dos materiais  $c^* = 5$  e  $\bar{\mu} = 0.37$ , parâmetros ajustados para composições sólidas. O mapa representa as curvas das velocidades de impacto normalizadas pela velocidade de escape mútua como função do ângulo de impacto. Na região azul escuro ocorre acreção perfeita; na região azul claro ocorre acreção parcial ao alvo; na região branca ocorre erosão do alvo; na região laranja ocorre *hit-and-run* e na região vermelha *graze-and-merge*. A linha vermelha vertical corresponde à transição entre as configurações não oblíqua e oblíqua. A curva preta grossa representa a velocidade crítica para a ruptura catastrófica ( $M_{mf} = 0.5M_{total}$ ); as curvas finas tracejadas acima e abaixo da ruptura catastrófica representam a massa do maior fragmento com 10% e 90% da massa do alvo, respectivamente; a curva tracejada e pontilhada preta indica a acreção de 50% do projétil; a curva pontilhada azul indica o início da erosão do projétil no regime *hit-and-run*; a curva tracejada e pontilhada azul indica a ruptura catastrófica do projétil em *hit-and-run*; o ponto quadrado preto representa a colisão ocorrida. Fonte: Produção do próprio autor.

## 2.1 RUPTURA CATASTRÓFICA E LEI UNIVERSAL DO MAIOR FRAGMENTO

Nesta seção, apresentaremos as equações necessárias para delimitar a curva de velocidade crítica de impacto ajustada para ângulo e massa,  $V'^*$ , em que ocorre a ruptura catastrófica do alvo. Para isso, determina-se primeiro o critério de ruptura catastrófica,  $Q'_{RD}$ , que representa a energia de ruptura necessária para dispersar metade da massa total levando em consideração ângulo de impacto e razão de massa de dois corpos numa colisão (LEINHARDT; STEWART, 2012), (STEWART; LEINHARDT, 2012). No final da seção, apresentamos a lei universal do maior fragmento, massa resultante do alvo

pós-colisão erosiva, determinada por Leinhardt & Stewart (2012).

Antes de tudo, define-se a energia de impacto específica no centro de massa que é dada por (LEINHARDT; STEWART, 2012):

$$Q_R = \frac{\mu V_i^2}{2M_{tot}}, \quad (1)$$

que é a energia cinética de massa reduzida normalizada pela massa total envolvida na colisão. Onde  $M_{tot} = M_{proj} + M_{alv}$  é a massa total e  $M_{proj}$  e  $M_{alv}$  são as massas do projétil e do alvo, respectivamente.  $\mu = M_{proj}M_{alv}/M_{tot}$  é a massa reduzida e  $V_i$  é a velocidade de impacto. O critério de ruptura catastrófica tem a seguinte forma (HOUSEN; HOLSAPPLE, 1990):

$$Q_{RD}^* = \sigma_S + \sigma_G \quad (2)$$

A equação 2 é composta de duas partes, o regime de força,  $\sigma_S$  e o regime de gravidade,  $\sigma_G$ . Segundo Leinhardt & Stewart (2012), a parte que prevalece está relacionada ao tamanho dos corpos levados em consideração. Em nosso caso, como os corpos têm raios de milhares de quilômetros, o regime de gravidade prevalece e podemos desprezar o regime de força. Tendo em vista que  $\sigma_G$  é dado por:

$$\sigma_G = q_g(\rho_1 G)^{3\bar{\mu}/2} R_{C1}^{3\bar{\mu}} V^{*(2-3\bar{\mu})}, \quad (3)$$

então o critério de ruptura catastrófica será dado por:

$$Q_{RD}^* = q_g(\rho_1 G)^{3\bar{\mu}/2} R_{C1}^{3\bar{\mu}} V^{*(2-3\bar{\mu})}, \quad (4)$$

em que  $q_g$  é um coeficiente com valor aproximadamente igual a 1,  $\bar{\mu}$  é uma constante relacionada ao material e fornece a medida de como a energia e o momento do projétil são acoplados ao alvo. Foi ajustado a partir de estudos numéricos de ruptura no regime de gravidade para os materiais como gelo, rocha fraca e *rubble piles* e  $\bar{\mu} = 0.36 \pm 0.01$ .  $G$  é a constante gravitacional,  $R_{C1}$  é o raio esférico das massas do alvo e do projétil combinadas numa densidade  $\rho_1 = 1 \text{ g/cm}^3$ , ou seja,  $R_{C1} = (3(M_{alv} + M_{proj})/4\pi\rho_1)^{1/3}$ , onde  $R_{C1}$  foi introduzido com o objetivo de ajustar e comparar o critério de ruptura envolvendo diferentes razões de massas e densidades dos corpos.

Agora, uma vez que a velocidade de impacto crítica para colisões frontais,  $b = 0$ , e para massas iguais,  $\gamma = M_{proj}/M_{alv} = 1$ , satisfaz tanto a equação 1 quanto a equação 4 e, levando em consideração que  $\mu_{\gamma=1} = M_{alv}/2 = M_{tot}/4$ , obtemos:

$$\begin{aligned} Q_{R,\gamma=1} &= Q_{RD,\gamma=1}^* \\ \frac{\mu_{\gamma=1} V_{\gamma=1}^{*2}}{2M_{tot}} &= q_g(\rho_1 G)^{3\bar{\mu}/2} R_{C1}^{3\bar{\mu}} V_{\gamma=1}^{*(2-3\bar{\mu})} \\ V_{\gamma=1}^* &= [8q_g(\rho_1 G)^{3\bar{\mu}/2} R_{C1}^{3\bar{\mu}}]^{1/3\bar{\mu}} \\ V_{\gamma=1}^* &= (8q_g)^{1/3\bar{\mu}} (\rho_1 G)^{1/2} R_{C1}. \end{aligned} \quad (5)$$

No caso de uma colisão frontal entre dois corpos semelhantes, cenário em que se tem a energia mínima para romper determinado alvo, (LEINHARDT; STEWART, 2012) determinou seu critério de

ruptura, igualando a energia de impacto e o termo de gravidade, equação 4. Assim, tendo em vista que  $\gamma = M_{proj}/M_{alv}$  e então  $\mu = M_{proj}M_{alv}/(M_{proj} + M_{alv}) = \gamma M_{alv}/(\gamma + 1)$ , temos:

$$\begin{aligned}
Q_R &= Q_{RD}^* \\
\frac{\mu V^{*2}}{2M_{tot}} &= q_g(\rho_1 G)^{3\bar{\mu}/2} R_{C1}^{3\bar{\mu}} V^{*(2-3\bar{\mu})} \\
\frac{(\gamma/(\gamma + 1))M_{alv}V^{*2}}{2(\gamma + 1)M_{alv}} &= q_g(\rho_1 G)^{3\bar{\mu}/2} R_{C1}^{3\bar{\mu}} V^{*(2-3\bar{\mu})} \\
V^{*2} &= \frac{2(\gamma + 1)^2}{\gamma} q_g(\rho_1 G)^{3\bar{\mu}/2} R_{C1}^{3\bar{\mu}} V^{*(2-3\bar{\mu})} \\
V^{*3\bar{\mu}} &= \frac{2(\gamma + 1)^2}{\gamma} q_g(\rho_1 G)^{3\bar{\mu}/2} R_{C1}^{3\bar{\mu}} \\
V^* &= \left[ \frac{2(\gamma + 1)^2}{\gamma} q_g(\rho_1 G)^{3\bar{\mu}/2} R_{C1}^{3\bar{\mu}} \right]^{1/3\bar{\mu}} \\
V^* &= \left[ \frac{(\gamma + 1)^2}{4\gamma} \right]^{1/3\bar{\mu}} V_{\gamma=1}^*. \tag{6}
\end{aligned}$$

Dessa forma, no caso de mesma massa total, a relação entre a energia de ruptura para corpos de massas iguais e para quaisquer outras razões de massas, determina-se pela diferença entre as velocidades de impacto críticas (LEINHARDT; STEWART, 2012), então:

$$\begin{aligned}
Q_{RD}^* &= Q_{RD,\gamma=1}^* \left( \frac{V^*}{V_{\gamma=1}^*} \right)^{(2-3\bar{\mu})} \\
&= Q_{RD,\gamma=1}^* \left( \frac{(\gamma + 1)^2}{4\gamma} \right)^{(2/3\bar{\mu})-1}. \tag{7}
\end{aligned}$$

Segundo Leinhardt & Stewart (2012), em vista da proximidade que a energia de ruptura (para  $\gamma = 1$  e no regime de gravidade) tem com a energia de ligação gravitacional específica, tem-se:

$$U = \frac{3GM_{tot}}{5R_{C1}}, \tag{8}$$

definiu-se  $c^*$  um parâmetro de material que estabelece o desvio entre o critério de ruptura e a energia de ligação gravitacional. Assim, sendo  $M_{tot} = (4/3)\pi R_{C1}^3 \rho_1$ , temos:

$$Q_{RD,\gamma=1}^* = c^* \frac{4}{5} \pi \rho_1 G R_{C1}^2, \tag{9}$$

fisicamente,  $c^*$  é a medida da dissipação de energia no interior do alvo (LEINHARDT; STEWART,

2012). Então, conseguimos obter o coeficiente  $q_g$ ,

$$\begin{aligned}
 Q_{R,\gamma=1} &= Q_{RD,\gamma=1}^* \\
 \frac{\mu_{\gamma=1} V_{\gamma=1}^{*2}}{2M_{tot}} &= c^* \frac{4}{5} \pi \rho_1 G R_{C1}^2 \\
 (1/8)(8q_g)^{2/3\bar{\mu}} \rho_1 G R_{C1}^2 &= c^* \frac{4}{5} \pi \rho_1 G R_{C1}^2 \\
 (1/8)(8q_g)^{2/3\bar{\mu}} &= c^* \frac{4}{5} \pi \\
 q_g &= \frac{1}{8} \left( \frac{32c^* \pi}{5} \right)^{3\bar{\mu}/2}.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Por fim,

$$V_{\gamma=1}^* = \left( \frac{32c^* \pi}{5} \right)^{1/2} (\rho_1 G)^{1/2} R_{C1}. \tag{11}$$

Pelo que, a velocidade crítica dependerá de  $c^*$  e  $R_{C1}$ . Os valores ajustados numericamente para planetas compostos de água são  $c^* = 1.9 \pm 0.3$  e  $\bar{\mu} = 0.36 \pm 0.01$  e para diferentes planetesimais sólidos  $c^* = 5 \pm 2$  e  $\bar{\mu} = 0.37 \pm 0.01$  (LEINHARDT; STEWART, 2012). Até aqui determinamos o critério de ruptura para o caso frontal e em que os corpos possuem massas iguais. No caso de uma colisão oblíqua, determinou-se a fração de massa do projétil envolvida na colisão através de um modelo geométrico simples. Sendo  $l$  o comprimento do projétil sobreposto ao alvo, Figura 1, temos:

$$l + d = R_{alv} + R_{proj}, \tag{12}$$

em que  $d$  é a distância do centro do alvo à velocidade relativa e portanto  $d = (R_{alv} + R_{proj}) \text{sen} \theta$ .  $R_{alv}$  e  $R_{proj}$  são os raios do alvo e do projétil, respectivamente. Em impactos oblíquos, parte do projétil pode não interagir com o alvo. Para corpos no regime de gravidade, o projétil tem parte da massa arrancada e a outra parte não atinge o alvo. Assim, somente uma parcela da energia cinética total do projétil se sobrepõe ao alvo (LEINHARDT; STEWART, 2012). A massa do projétil envolvida na colisão,  $m_{int}$ , determinada a partir de integração de cilindros, é dada por:

$$m_{int} = \rho \pi (R_{proj} l^2 - l^3/3), \tag{13}$$

que ao dividir pela massa total do projétil fica:

$$\begin{aligned}
 \frac{m_{int}}{M_{proj}} &= \frac{\rho \pi (R_{proj} l^2 - l^3/3)}{\rho (4/3) \pi R_{proj}^3} \\
 &= \frac{3R_{proj} l^2 - l^3}{4R_{proj}^3}.
 \end{aligned} \tag{14}$$

$\equiv \alpha$

Logo,  $\alpha$  é a estimativa da fração de massa do projétil envolvida durante a colisão. Assim,

$$\alpha = \begin{cases} 1 & \text{se } R_{alv} > b(R_{alv} + R_{proj}) + R_{proj}, \\ \frac{l^2(3R_{proj}-l)}{4R_{proj}^3} & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (15)$$

em que  $b = \text{sen}\theta$  é o parâmetro de impacto, para colisões frontais  $b = 0$  e para colisões tangenciais,  $b = 1$ . Tanto o parâmetro de impacto quanto a fração de massa envolvida são calculados a partir do primeiro contato entre os corpos.

Até aqui estudamos a energia necessária para que haja ruptura durante uma colisão frontal e com corpos que tenham massas iguais. Porém, esse tipo de caso não abrange toda a gama de colisões que ocorrem durante a formação de planetas terrestres. Nesse sentido, Leinhardt & Stewart (2012) determinou a energia de ruptura levando em consideração o ângulo de impacto e a massa envolvida. Assim, a massa reduzida coerente com essa disposição é dada por:

$$\mu_\alpha = \frac{\alpha M_{proj} M_{alv}}{\alpha M_{proj} + M_{alv}}. \quad (16)$$

Segundo Leinhardt & Stewart (2012), conseguimos estabelecer uma relação entre a energia de impacto de duas colisões frontais de mesma velocidade de impacto. Se em uma colisão o projétil tem massa  $M_{proj}$  e em outra,  $\alpha M_{proj}$ , a diferença entre as energias de impacto está na razão entre as massas reduzidas,

$$Q'_R = \frac{\mu}{\mu_\alpha} Q_R. \quad (17)$$

Segundo Leinhardt & Stewart (2012), para a conservação da energia de impacto específica, a velocidade de impacto deve aumentar conforme se amplia o ângulo de impacto, de modo que

$$\bar{V}'^* = \sqrt{\frac{\mu}{\mu_\alpha} V^{*2}}. \quad (18)$$

Porém, mudando-se a massa efetiva do projétil, a velocidade de impacto necessária para ruptura deve aumentar ainda mais (LEINHARDT; STEWART, 2012). Desse modo, combinou-se as duas últimas relações entre a energia de ruptura para o caso oblíquo e frontal com razão de massa fixa, para obter a seguinte relação:

$$\begin{aligned} Q_{RD}^* &= \left( \frac{\mu}{\mu_\alpha} Q_{RD}^* \right) \left( \frac{\bar{V}'^*}{V^*} \right)^{2-3\bar{\mu}} \\ &= \left( \frac{\mu}{\mu_\alpha} \right)^{2-3\bar{\mu}/2} Q_{RD}^*. \end{aligned} \quad (19)$$

Como a velocidade de impacto crítica ajustada tanto para o ângulo de impacto como para a razão de massa deve satisfazer a equação 1, obtemos:

$$V'^* = \sqrt{\frac{2Q_{RD}^* M_{tot}}{\mu}}. \quad (20)$$

Portanto, para que possamos enquadrar uma determinada colisão em um regime específico utilizamos a velocidade de escape mútua,  $V_{esc}$ , o critério de ruptura,  $Q'_{RD}$ , e o parâmetro de impacto,  $b$  (STEWART; LEINHARDT, 2012). Nesse sentido, se a colisão possui uma velocidade de impacto menor que a velocidade de escape mútua da massa do projétil envolvida na colisão,  $V'_{esc}$ , definida da seguinte maneira:

$$V'_{esc} = \sqrt{\frac{2GM'_{tot}}{R+r}}, \quad (21)$$

onde  $M'_{tot} = \alpha M_{proj} + M_{alv}$ ; então é assumido que os corpos acretam-se perfeitamente. Caso a velocidade de impacto seja superior, teremos dois casos de colisão a considerar: não oblíqua - a maior parte do projétil sobrepõe-se ao alvo e oblíqua - menos da metade do projétil se sobrepõe. O que delimita a transição entre essas duas configurações é o parâmetro de impacto crítico,  $b_{crit}$ , que é determinado a partir de onde o centro do projétil tangenciará o alvo, conforme Asphaug (2010) e é dado por:

$$b_{crit} = \left( \frac{R}{R+r} \right). \quad (22)$$

Assim, colisão não oblíqua acontece quando  $b < b_{crit}$ . Nessa configuração as colisões passam de acreção perfeita para o regime de ruptura à medida que aumenta-se a velocidade de impacto.

Nesses casos, os regimes são também delimitados pela massa do maior fragmento ( $M_{mf}$ ) devido à colisão (Figura 3). Na acreção perfeita  $M_{mf} \sim M_{tot}$  e em *hit-and-run*  $M_{mf} \sim M_{alv}$ . A massa do maior fragmento é determinada pela energia de impacto e o critério de ruptura catastrófico. É chamada *lei universal* do maior fragmento devido ao ajuste de uma grande variedade de resultados apenas com a seguinte equação (LEINHARDT; STEWART, 2012):

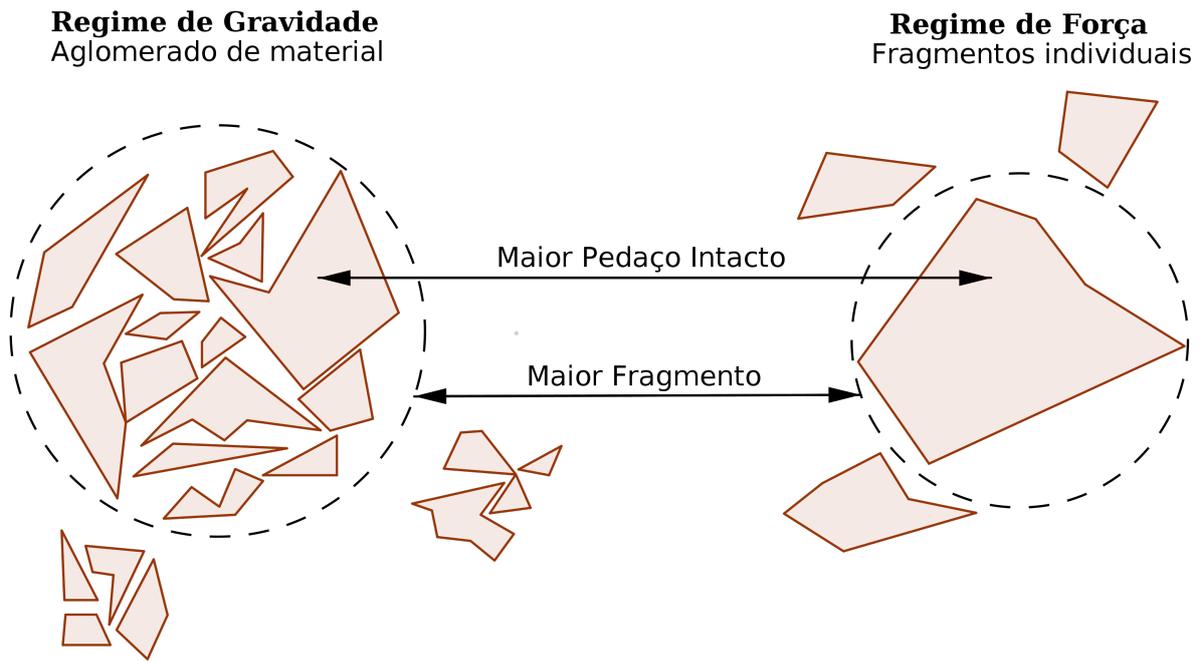
$$M_{mf} = \left[ -0.5 \left( \frac{Q_R}{Q'_{RD}} - 1 \right) + 0.5 \right] M_{tot}, \quad \text{se } 0 < Q_R/Q'_{RD} < 1.8, \quad (23)$$

$$M_{mf} = \frac{0.1}{1.8^\eta} \left( \frac{Q_R}{Q'_{RD}} \right)^\eta M_{tot}, \quad \text{se } Q_R/Q'_{RD} \geq 1.8, \quad (24)$$

em que  $\eta \sim -1.5$  baseado em experimentos de ruptura realizados por Holsapple et al. (2002) e coerente com as simulações numéricas de (LEINHARDT; STEWART, 2012). Então, os resultados de colisão em termos da massa do maior fragmento se classificariam da seguinte maneira (STEWART; LEINHARDT, 2012):

1. Acreção Perfeita:  $M_{mf} = M_{tot}$ ;
2. *Graze-and-merge*:  $M_{mf} = M_{tot}$ ;
3. *Hit-and-run*:  $M_{mf} = M_{alv}$ ;
4. Acreção Parcial:  $M_{alv} < M_{mf} < M_{tot}$ ;
5. Erosão:  $0.1M_{tot} < M_{mf} < M_{alv}$ ;
6. Ruptura Super Catastrófica:  $M_{mf} < 0.1M_{tot}$

Figura 3 – Representação do maior fragmento



No regime dominado pela gravidade (à esquerda), o maior fragmento é um aglomerado gravitacional de materiais de diferentes tamanhos. No regime dominado pela força (à direita), o maior fragmento é um pedaço de material intacto.

Fonte: Produção do próprio autor, baseado em Benz & Asphaug (1999).

Até aqui descrevemos as equações que determinam a curva da velocidade de impacto crítica,  $V'^*$  (linha preta grossa na Figura 2), em função do ângulo de impacto e da razão de massa. Essa curva delimita a ruptura do alvo, de modo que nela  $M_{mf} = 0.5M_{tot}$ . Além disso apresentamos a lei universal do maior fragmento determinada por Leinhardt & Stewart (2012) que fornece a massa resultante aproximada do alvo pós-colisão. Vamos a seguir apresentar a curva que delimita o regime de *hit-and-run*.

## 2.2 REGIME HIT-AND-RUN

Nesta seção apresentaremos a equação que determina a curva da velocidade de *hit-and-run*,  $V_{hr}$ , em função do ângulo de impacto. Segundo Stewart & Leinhardt (2012), nesse tipo de evento, os dois corpos colidem de maneira oblíqua ( $b > b_{crit}$ ) e o projétil escapa da região gravitacional da colisão. Ou seja, a colisão não resulta em acreção.

Para delimitar a velocidade mínima do regime de *hit-and-run* (região laranja na Figura 2), (KOKUBO; GENDA, 2010) ajustou uma relação empírica através de um grande número de simulações de colisão em hidrocódigo, que é dada por:

$$\frac{V_{hr}}{V_{esc}} = c_1 \zeta^2 (1 - b)^{5/2} + c_2 \zeta^2 + c_3 (1 - b)^{5/2} + c_4, \quad (25)$$

em que  $\zeta = (M_{alv} - M_{proj})/M_{tot}$ ,  $c_1 = 2.43$ ,  $c_2 = -0.0408$ ,  $c_3 = 1.86$  e  $c_4 = 1.08$ . Porém, ainda é ressaltado que essa transição dependerá das propriedades materiais dos planetas. Os coeficientes são ajustados a partir de simulações de SPH para planetas com dimensões da Terra (LEINHARDT; STEWART, 2012). A partir de  $V_{hr}$ , na configuração oblíqua, as colisões passam para o regime de *hit-and-run*. Nesse regime de colisão, assume-se que o alvo não sofre mudança após o impacto, mantendo sua massa inicial. O projétil pode manter-se intacto ou pode ser rompido. A velocidade mínima que dá início à erosão do projétil (linha pontilhada azul) e a velocidade de ruptura catastrófica (linha tracejada e pontilhada azul), Figura 2, serão apresentadas mais à frente. Durante a colisão pode existir troca de material entre os corpos.

Existe uma pequena região (na Figura 2, região vermelha) entre a velocidade de acreção perfeita,  $V'_{esc}$  e a velocidade de *hit-and-run*,  $V_{hr}$ . Esse regime é chamado *graze-and-merge*. Nesse caso, dois corpos colidem de maneira oblíqua ( $b > b_{crit}$ ) e não se acretam no primeiro contato. Como a velocidade de impacto é baixa, o projétil não escapa gravitacionalmente do alvo. Então a acreção ocorre no contato subsequente entre eles (LEINHARDT; STEWART, 2012).

Vamos a seguir apresentar a equação para determinar a velocidade de impacto necessária para o início da erosão do alvo.

### 2.3 REGIME DE EROSIÃO

Nesta seção apresentaremos como é determinada a curva que corresponde à velocidade de erosão,  $V_{ero}$ . Essa curva separa o regime de erosão do alvo (região branca, Figura 2) dos regimes de acreção parcial (região azul clara, Figura 2), quando  $b < b_{crit}$ , e de *hit-and-run* quando  $b > b_{crit}$ . A erosão aqui é tratada como a perda de material do corpo.

Para definir a curva de erosão, primeiro determinamos a energia de impacto específica,  $Q_{RD}$ . Para isso, utilizamos a lei universal do maior fragmento assumindo que  $M_{mf} = M_{alv}$  (equação 26). Então, determina-se a velocidade de erosão correspondente, utilizando a Equação 1. À medida que a energia da colisão aumenta, mais material do alvo é perdido, então  $M_{mf} < M_{alv}$ . Para a determinação das velocidades de impacto acima da velocidade de erosão,  $V_{ero}$ , define-se  $M_{mf}$  com um valor constante. Por exemplo, assumindo  $M_{mf} = 0.9M_{alv}$ , conseguimos determinar a curva de velocidade em que o alvo perderia 10% de sua massa inicial (linha tracejada preta, Figura 2). Nesse sentido, das Equações 23 e 24, obtemos as seguintes equações:

$$Q_{R,M_{mf}=const} = 2Q'_{RD} \left( 1 - \frac{M_{mf}}{M_{tot}} \right), \quad \text{se } 0.1 < M_{mf}/M_{tot} < 1, \quad (26)$$

$$Q_{R,M_{mf}=const} = Q'_{RD} \left( \frac{1.8^\eta}{0.1} \left( \frac{M_{mf}}{M_{tot}} \right) \right)^{1/\eta}, \quad \text{se } M_{mf}/M_{tot} \leq 0.1, \quad (27)$$

então, da Equação 20,

$$V_{i,M_{mf}=const} = \sqrt{\frac{2Q_{R,M_{mf}=const}M_{tot}}{\mu}}. \quad (28)$$

Apresentamos até aqui as curvas de velocidade de escape da massa envolvida, de *hit-and-run*, de erosão e crítica de impacto,  $V'_{esc}$ ,  $V_{hr}$ ,  $V_{ero}$  e  $V'^*$ , respectivamente. Estas curvas determinam os regimes

de colisão conforme a seguir:

- Acreção Perfeita:  $V_i < V'_{esc}$ ;
- *Graze-and-merge*:  $b > b_{crit}$  e  $V'_{esc} < V_i < V_{hr}$ ;
- *Hit-and-run*:  $b > b_{crit}$  e  $V_{hr} < V_i < V_{ero}$ ;
- Acreção Parcial:  $b < b_{crit}$  e  $V'_{esc} < V_i < V_{ero}$ ;
- Erosão:  $V_i > V_{ero}$ ;

e a velocidade crítica de impacto corresponde à velocidade necessária para que a massa do maior fragmento tenha metade da massa total,  $M_{mf} = 0.5M_{tot}$ .  $V_i$  é a velocidade de impacto,  $b$  é o parâmetro de impacto e  $b_{crit}$  é o parâmetro de impacto crítico. Portanto, até aqui definimos a curva onde se inicia o processo de danificação do alvo. Abaixo dessa curva, consideramos que o alvo permanece intacto após a colisão. A seguir, definiremos as curvas de ruptura catastrófica e de erosão do projétil.

## 2.4 REGIME DE RUPTURA E EROSÃO DO PROJÉTIL

Na seção anterior, apresentamos a curva que determina o início da erosão alvo. No regime de *hit-and-run*, consideramos que este corpo permanecer intacto após a colisão. Porém, o projétil pode sofrer ruptura no impacto. Nesta seção vamos apresentar as equações para determinar os regimes de erosão e ruptura catastrófica do projétil. Podemos calcular a ruptura ocasionada no projétil pelo impacto reverso. Nesse cenário consideramos a massa que interage do alvo como sendo o corpo impactante e o projétil passa a ser o corpo que sofre o impacto. Daqui em diante, esse corpos serão referenciados como projétil e alvo do impacto reverso, respectivamente.

A massa que não se projeta sobre o alvo do impacto inverso é assumida escapar completamente à colisão e portanto, negligenciada. Para calcularmos o impacto reverso, utilizamos a área da seção transversal de um projétil circular a interagir com o alvo. Definimos o apótema,  $a$ , dado por  $a = l - R_{proj}$ , então o ângulo central calcula-se como a seguir:

$$\phi = 2\cos^{-1}\left(\frac{a}{R_{proj}}\right). \quad (29)$$

Então, a seção transversal do projétil envolvida na colisão é

$$A_{int} = R_{proj}^2 \left( \pi - \frac{\phi - \text{sen}\phi}{2} \right). \quad (30)$$

O comprimento que interage sobre o alvo é aproximado pela corda com  $l/2$ , então,

$$L_{int} = 2\sqrt{R_{alv}^2 - (R_{alv} - l/2)^2}. \quad (31)$$

Assim, a massa do alvo que interage com o projétil é da ordem de

$$M_{int} = \rho_{alv} A_{int} L_{int}, \quad (32)$$

onde  $\rho_{alv}$  é a densidade do alvo. Então, definimos o impacto reverso ( $\dagger$ ) tendo agora  $M_{proj}^\dagger = M_{int}$  e  $M_{alv}^\dagger = M_{proj}$ . Calculamos o critério de ruptura do impacto inverso,  $Q_{RD}^{\dagger*}$ , e a velocidade de impacto correspondente,  $V^{\dagger*}$ , tendo em vista o ângulo de impacto e que  $M_{tot}^\dagger = M_{alv}^\dagger + M_{proj}^\dagger$ ,  $\mu^\dagger = M_{proj}^\dagger M_{alv}^\dagger / (M_{proj}^\dagger + M_{alv}^\dagger)$  e  $\gamma^\dagger = M_{proj}^\dagger / M_{alv}^\dagger$ , conforme a seguir:

$$R_{C1}^\dagger = \left( \frac{3M_{tot}^\dagger}{4\pi\rho_1} \right)^{1/3}, \quad (33)$$

$$Q_{RD,\gamma=1}^{\dagger*} = c^* \frac{4}{5} \pi \rho_1 G R_{C1}^{\dagger 2}, \quad (34)$$

$$V_{\gamma=1}^{\dagger*} = \left( \frac{32c^*\pi}{5} \right)^{1/2} (\rho_1 G)^{1/2} R_{C1}^\dagger, \quad (35)$$

$$Q_{RD}^{\dagger*} = \left( \frac{(\gamma^\dagger + 1)^2}{4\gamma^\dagger} \right)^{(2/3\bar{\mu})-1} Q_{RD,\gamma=1}^{\dagger*}, \quad (36)$$

$$V^{\dagger*} = \left( \frac{(\gamma^\dagger + 1)^2}{4\gamma^\dagger} \right)^{1/3\bar{\mu}} V_{\gamma=1}^{\dagger*}. \quad (37)$$

Calculado o critério de ruptura para o impacto inverso,  $Q_{RD}^{\dagger*}$ , usamos a lei universal de massa do maior fragmento para estabelecer os regimes de colisão do projétil. Então, caso se queira saber qual curva indicará a velocidade de impacto mínima necessária para que o projétil comece a ser danificado, faz-se:

$$M_{mf} = M_{alv}^\dagger, \quad (38)$$

$$Q_R^\dagger = 2Q_{RD}^{\dagger*} \left( 1 - \frac{M_{mf}}{M_{tot}^\dagger} \right), \quad (39)$$

$$V_{ero}^\dagger = \sqrt{\frac{2Q_R^\dagger M_{tot}^\dagger}{\mu^\dagger}}. \quad (40)$$

Então, a partir de  $V_{ero}^\dagger$ , determinada com a variação do ângulo de colisão, o projétil inicia seu processo de erosão. Como podemos notar, a velocidade de impacto para o caso do impacto inverso depende da massa total e esta depende da massa que interage, que é maior quando  $b$  ocorre próximo ao  $b_{crit}$ . Nesse caso, a curva de início de erosão e a curva de ruptura catastrófica do projétil ou se interceptam quando  $c^* = 1.9$  ou não se interceptam quando  $c^* = 5$  e divergem a medida que se aumenta o ângulo de impacto.

Até aqui apresentamos as equações necessárias para a determinação dos mapas dos resultados de colisão tanto do alvo como do projétil. Além disso, apresentamos as equações que determinam a massa do maior fragmento nos casos de um regime de ruptura catastrófica e supercatastrófica. Faremos uso dessas equações para analisar as colisões resultantes de nossas simulações, principalmente para determinar a massa do maior fragmento do projétil.

Tendo em vista que queremos encontrar corpos que após a colisão resultem em um planeta análogo a Mercúrio, no próximo capítulo vamos apresentar trabalhos que envolveram proto Mercúrios e quais os cenários de colisão adotados.

### 3 ESTIMATIVA DOS PROTO-PLANETAS

Conforme mencionamos anteriormente, obteremos colisões a partir de nossas simulações do disco protoplanetário. Utilizando as leis de escala, determinadas no capítulo anterior, conseguiremos analisar as colisões em que haveria ruptura dos corpos. Além disso com a lei universal do maior fragmento, conseguiremos calcular o quanto de massa foi perdida devido ao impacto.

Dentro da teoria que procura explicar Mercúrio através de colisões, existem três principais tipos de cenários: grande impacto, *hit-and-run* e múltiplas colisões. No cenário de grande impacto, adotado em (BENZ; SLATTERY; CAMERON, 1988), (BENZ et al., 2007) e (CHAU et al., 2018), um proto Mercúrio é atingido apenas uma vez e energeticamente por um projétil menor, de modo a remover partes do manto composto de silicato de ambos os corpos.

Alternativamente, no cenário *hit-and-run* a proposta é o inverso (Sarid et al 2014; Asphaug & Reufer, 2014; Chau et al., 2018). O proto Mercúrio atinge um alvo de maiores dimensões de maneira oblíqua e deixa parte significativa do material do manto na região da colisão. O restante do material que o compõe (núcleo e fração do manto) escapa gravitacionalmente da região do impacto resultando em Mercúrio. Além desses cenários, existe ainda trabalhos (SVETSOV, 2011), (CHAU et al., 2018) que tratam da retirada do manto do proto Mercúrio através dos efeitos acumulados de múltiplas colisões envolvendo projéteis menores com altas velocidades de impacto.

Em nosso estudo, adotaremos a hipótese que explica a formação de um corpo análogo a Mercúrio a partir de uma colisão de *hit-and-run*. Como resultado teríamos um corpo formado majoritariamente de núcleo. Nesse sentido, vamos procurar por colisões em nossas simulações que se enquadrem nesse cenário. Veremos a possibilidade de ocorrer tais colisões com corpos de dimensões propostas conforme os trabalhos mencionados. Nas seções seguintes falaremos resumidamente sobre o proto Mercúrio e o corpo que colide com ele adotados nesses trabalhos.

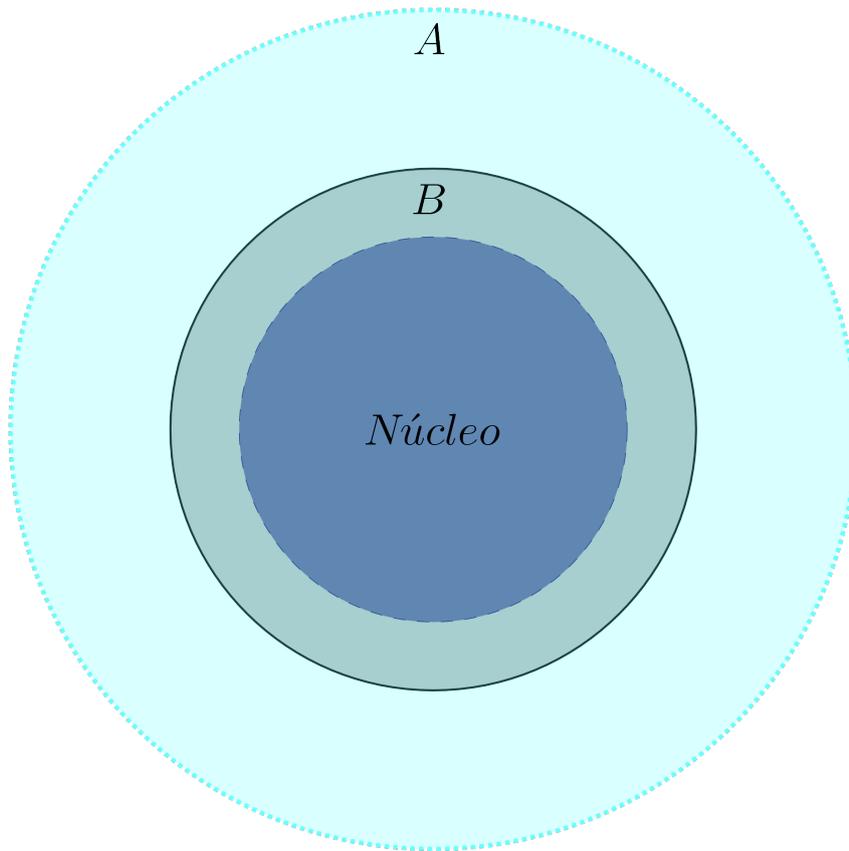
#### 3.1 PROTO-MERCÚRIO

Quando queremos simular uma colisão tal que o projétil seja um proto-Mercúrio, devemos determinar qual seria o tamanho inicial de seu raio e massa, além da velocidade e ângulo de impacto que ao sofrer uma colisão com um determinado alvo, consiga atingir as características atuais de Mercúrio em termos de raio e massa.

Conforme descreve (EBEL; STEWART, 2017), caso Mercúrio fosse um planeta diferenciado de modo similar aos outros planetas terrestres, então ele teria que ter perdido massa considerável do manto de silicato para assim assegurar sua densidade atual. Dessa forma, o corpo inicial teria em torno de 3900 km de raio, algumas centenas de quilômetros maior que Marte atual (~3390 km) e teria ~64% da sua massa perdida, retirada de seu manto. O raio atual de Mercúrio mede 2440 km e possui em torno de 74% da massa composta de um núcleo metálico. Podemos ver uma comparação destes corpos na Figura 4.

Obedecendo aos cálculos apresentados por Ebel & Stewart (2017), após a perda de material do manto (64%), teríamos 74% da massa de Mercúrio composta de núcleo. Considerando que o núcleo se

Figura 4 – Proto Mercúrio estimado.



Comparação entre o proto-Mercúrio estimado (A) e o Mercúrio atual (B), que é resultado de uma perda de manto após colisão de ruptura catastrófica de *hit-and-run*, considerando que o núcleo tenha se mantido intacto.

Fonte: Produção do próprio autor.

manteve intacto após a colisão, o proto Mercúrio tinha  $\sim 27\%$  de massa do corpo inicial composta de núcleo. Dessa forma, após a colisão temos  $\sim 9\%$  de massa de manto restante. Assim, somando esses  $9\%$  com os  $64\%$  perdidos, teríamos um proto-Mercúrio composto com  $\sim 73\%$  de manto e os outros  $\sim 27\%$  de núcleo; uma massa de  $0.153M_{Terra}$  e uma densidade média de  $\sim 3.6 \text{ g/cm}^3$ .

Os trabalhos mencionados anteriormente realizaram simulações em SPH (Smooth Particle Hydrocode), método lagrangiano em que o movimento de partículas (elementos de massa) é acompanhado durante o tempo (BENZ et al., 2007). Nesses casos, as simulações são realizadas para a análise de uma colisão específica entre dois corpos compostos de um grande número de partículas. Benz (2007) adotou um proto Mercúrio de 2.25 vezes a massa de Mercúrio atual ( $\sim 0.124M_{Terra}$ ). Assumiu o cenário de um único grande impacto em que teria o proto Mercúrio como alvo a ser impactado por um projétil menor. Sarid et al. (2014) adotou igual massa para o proto Mercúrio, porém realizou as simulações num cenário de colisão de *hit-and-run*. Nesse caso, Mercúrio derivaria do projétil, tal como adotaremos aqui em nosso estudo. Segundo Sarid et al. (2014), a massa inicial adotada está relacionada com a necessidade de se ter uma massa mínima que garanta uma composição condrítica tal que o proto Mercúrio tenha uma razão de massa em torno de 30/70 de ferro/silicato. Asphaug & Reufer (2014) variou a massa do projétil 5.42, 4.52, 3.61, 2.72  $M_{Merc}$  ( $\sim 0.30, 0.25, 0.20, 0.15M_{Terra}$ ,

respectivamente), também num cenário de *hit-and-run*. Chau et al. (2018), também adotou um proto Mercúrio de  $2.25 M_{Merc}$  nos três tipos de cenário: grande impacto, *hit-and-run* e múltiplas colisões erosivas.

Na seção seguinte, veremos quais as massas iniciais adotadas para os corpos que colidem com o proto Mercúrio.

### 3.2 ESTIMATIVA DO ALVO

Na seção anterior, apontamos os trabalhos voltados para a formação de Mercúrio através de impactos com diferentes características em termos de razão de massa, ângulo de impacto e velocidade de impacto. Nesta seção, veremos quais foram as razões de massa em relação ao proto Mercúrio adotadas nos trabalhos mencionados.

No trabalho de Benz (2007), o proto Mercúrio tem  $2.25M_{Merc}$  e é atingido por projéteis menores. As razões de massa adotadas entre projétil e alvo foram de 1/10 a 1/5. Nesse contexto a velocidade de impacto necessitaria ser relativamente alta,  $\sim 20\text{-}30$  km/s (BENZ et al., 2007), para que houvesse energia suficiente de um corpo menor arrancar o manto de um alvo mais massivo. Como resultado, houve casos considerados de sucesso onde a massa final se aproximou a  $1 M_{Merc}$  e a razão entre ferro/silicato resultante foi de  $\sim 63/37$ .

Em Sarid et al. (2014), adotou-se uma razão de 1/1 a 1/5 entre proto Mercúrio/alvo. Conforme mencionado anteriormente, o proto Mercúrio inicial tinha  $2.25 M_{Merc}$ . Foram realizadas colisões frontais e oblíquas de velocidades de impacto entre  $\sim 1.5$  e  $5V_{esc}$ . Com isso, um dos resultados considerados de sucesso pelos autores resultou em um corpo de  $\sim 0.7 M_{Merc}$  com razão de ferro/silicato de  $\sim 66/33$ .

Em outro trabalho que citamos, Asphaug & Reufer (2014), foi utilizado um alvo de massa única de  $0.85 M_{Terra}$  (proto-Vênus ou proto-Terra) e as massas dos projéteis foram variadas conforme descrito na seção anterior. Assim, um melhor resultado teve  $1 M_{Merc}$  e razão ferro/silicato de 67:33. O projétil tinha  $4.52M_{Merc}$ .

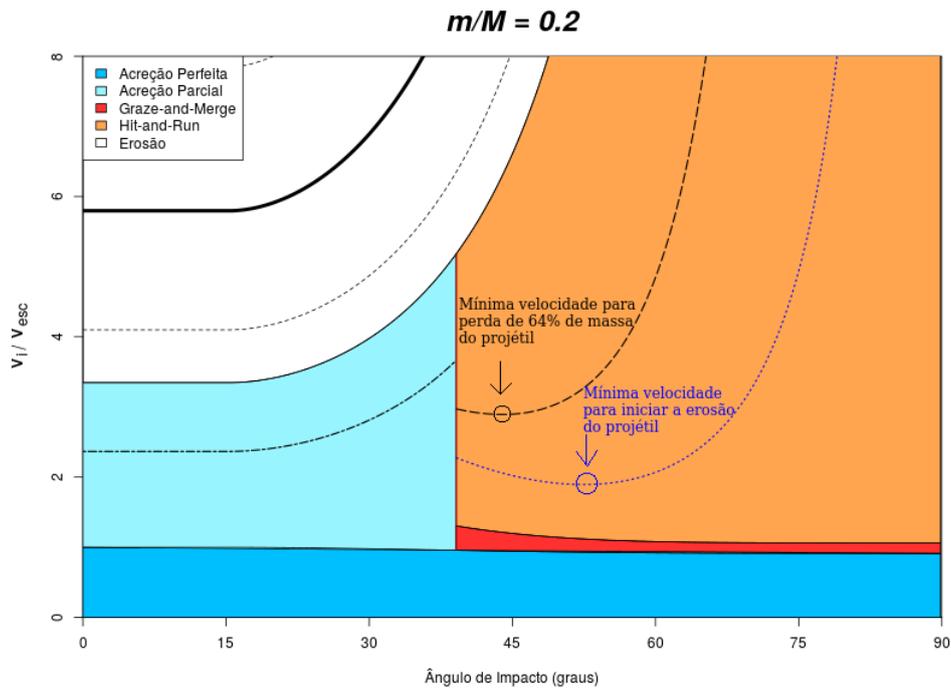
Por fim, Chau et al. (2018) adotou para o proto Mercúrio massas de no mínimo  $2.25 M_{Merc}$  e diferentes razões de massa para o corpo que o colidiu nos diferentes cenários. Essas razões ficaram entre 1/10 e 1/2. Nesse trabalho também houve colisões que produziram Mercúrios aproximados com colisões envolvendo corpos com razões de massa de 1/2.

Apesar da massa do alvo ser relevante, a colisão ainda dependerá da geometria e energia do impacto, pois, diferentes resultados podem ocorrer dependendo da configuração do impacto, fixando as massas dos corpos colididos. Nesse sentido, utilizando as leis de escala (LEINHARDT; STEWART, 2012), verificamos que no impacto inverso, as curvas de erosão do projétil, bem como a curva de ruptura de 64%, apresentam um valor mínimo (Figura 5). Ou seja, existe um ângulo para o qual a velocidade de impacto é a menor necessária. Este ângulo corresponde à ótima interação de massa do alvo com o projétil (STEWART; LEINHARDT, 2012). Além disso, quanto maior a massa do alvo, menor é a velocidade de impacto necessária para a erosão do projétil, no caso de corpos com a mesma densidade.

Portanto, com os nossos resultados, vamos analisar as colisões em que o projétil tenha massa e raio próximos aos do proto-Mercúrio utilizado nos trabalhos citados e conforme (EBEL; STEWART, 2017).

Queremos verificar qual seria o resultado de colisão envolvendo esses corpos com diferentes alvos. Principalmente, analisar a possibilidade de formação de um corpo análogo a Mercúrio nessas colisões. Por isso, vamos quantificar a perda de material devido à ruptura proporcionada pelo alvo envolvido na colisão. Além disso, analisaremos também as colisões em que a formação de Mercúrio poderia ocorrer com protoplanetas diferentes dos propostos nesse capítulo. Na seção a seguir falaremos sobre os modelos e as simulações numéricas adotadas neste trabalho.

Figura 5 – Mapa de colisão com curva de 64% de perda de material do projétil.



Mapa do exemplo de colisão entre proto-Mercúrio e um alvo 5 vezes mais massivo. Parâmetros do material  $c^* = 5$  e  $\bar{\mu} = 0.37$ . Projétil e alvo possuem a mesma densidade  $3,6 \text{ g/cm}^3$ . No regime de *hit-and-run*, a curva tracejada preta representa a ruptura de 64% do projétil, com uma velocidade de impacto mínima em  $44^\circ$  de  $\sim 2.9V_{esc}$ .  
Fonte: Produção do próprio autor.

## 4 MODELOS E SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Apresentamos até aqui as ferramentas que usaremos para nossa análise. E antes de apresentarmos os modelos que adotamos, vamos dar uma síntese sobre formação planetária para clarificar o enquadramento dos modelos e simulações deste trabalho, dos quais falaremos a respeito em seguida.

Atualmente, a formação do nosso Sistema Solar é explicada através dos seguintes três principais estágios de formação planetária:

1. Fase inicial: poeira concentrada no plano médio da nebulosa solar, através de acumulação, forma planetesimais de centenas de quilômetros (EBEL; STEWART, 2017).

Inicialmente, uma nuvem densa de gás e poeira colapsa devido à diferença entre a sua energia potencial gravitacional e a sua energia térmica interna (LEWIS, 2004). Dessa forma, o colapso aquece o gás e então colisões tornam o gás rotacionalmente excitado (LEWIS, 2004). A nuvem maior se fragmenta em outras nuvens menores que continuam a se colapsar até formarem estrelas (LEWIS, 2004). O material que envolve a proto estrela se assenta num disco plano em seu redor devido à conservação de momento angular (LEWIS, 2004). Segundo Izidoro & Raymond (2018) essa hipótese pode ser explicada pela geometria do nosso Sistema Solar. Os planetas orbitam o sol na mesma direção e suas órbitas se encontram quase no mesmo plano (IZIDORO; RAYMOND, 2018). Os planetas terrestres serão formados do material sólido que orbita a proto estrela (LEWIS, 2004).

Em termos de composição do disco, nas regiões internas predomina a presença de ferro e silicato, e as regiões externas são ricas em gelo (IZIDORO; RAYMOND, 2018). No início da formação dos planetas, partículas de poeira ou gelo de dimensões micrométricas agregam-se até formarem aglomerados com milímetros à centímetros de tamanho (IZIDORO; RAYMOND, 2018). Depois disso, estes aglomerados atingem tamanhos de planetesimais com centenas de quilômetros. Entretanto, não há ainda uma explicação definitiva da evolução desses elementos para atingirem tais dimensões. Nessa fase, contudo, fortes interações entre as partículas e perda de energia devido ao arrasto do gás (efeito com o qual gás e partículas acabam por orbitar a estrela com a mesma velocidade) auxiliam os mecanismos de formação de planetesimais com tamanhos entre 1 a 1000 km (IZIDORO; RAYMOND, 2018). Esta fase é considerada a mais rápida com  $\sim 10^5$  anos de duração (EBEL; STEWART, 2017).

2. Fase intermediária: planetesimais maiores crescem mais rápido devido ao maior acúmulo de material no processo denominado *runaway growth* (daqui em diante, crescimento disparado). Quando atingem tamanhos consideráveis, o crescimento através de acúmulo é preferencial, processo conhecido como *oligarchic growth* (daqui em diante, crescimento oligárquico) formando os embriões planetários que atingem tamanhos da Lua a Marte.

O que determina a rapidez que um planetesimal cresce é a sua velocidade relativa (IZIDORO; RAYMOND, 2018). Além disso, o planetesimal possui uma região de influência com outros

planetesimais a sua volta, denominada raio de Hill que é dada por:

$$R_H = a \left( \frac{m}{3M_{Estrela}} \right)^{1/3} \quad (1)$$

onde  $m$  e  $a$  correspondem à massa e ao raio do planetesimal, respectivamente.  $M_{Estrela}$  é a massa da estrela que o planetesimal orbita. No caso em que planetesimais estão próximos, as órbitas podem ser influenciadas pela gravidade de modo que as trajetórias são direcionadas uma contra a outra. Nesse processo planetesimais crescem através de colisões (IZIDORO; RAYMOND, 2018).

Planetesimais mais massivos crescem mais rápido que os menos massivos. Esse processo chama-se crescimento disparado (IZIDORO; RAYMOND, 2018). Nesse processo, planetesimais atingem tamanhos de embriões planetários. Depois disso, o processo de crescimento dos corpos sai do crescimento disparado e passa para o crescimento oligárquico. Esse processo começa quando a massa total de embriões planetários é quase duas vezes maior do que a de planetesimais (IDA; MAKINO, 1993). Nesse processo, embriões são preferenciais no processo de crescimento de um disco agora composto por planetesimais e embriões planetários (EBEL; STEWART, 2017). Planetesimais fornecem fricção dinâmica e diminuem a excitação dinâmica final dos embriões no disco (O'BRIEN; MORBIDELLI; LEVISON, 2006). Embriões são separados uns dos outros através do raio de Hill mútuo, definido como (KOKUBO; IDA, 1998), (IZIDORO; RAYMOND, 2018):

$$\Delta_{i,j} = \frac{a_i + a_j}{2} \left( \frac{m_i + m_j}{3M_{Estrela}} \right)^{1/3}, \quad (2)$$

onde dois embriões planetários possuem massas  $m_i$  e  $m_j$  e semi-eixos maiores  $a_i$  e  $a_j$ .

Além disso, planetesimais que crescem com antecedência podem continuar crescendo através de acreção de poeira espalhada no disco, num processo conhecido como acreção de *pebbles* (IZIDORO; RAYMOND, 2018). Num processo semelhante, um planeta gigante gasoso surge quando um corpo atinge  $\sim 10 M_{Terra}$  através de acreção do gás do disco, no cenário chamado *core accretion* (acreção do núcleo) (Mizuno, 1980; Pollack et al., 1996). Esse estágio intermediário dura cerca de  $\sim 10^6$  anos, formando embriões distantes uns dos outros de 5 a  $10\Delta$  (KOKUBO; IDA, 1998) e em alguns milhões de anos ocorre a dissipação do gás do disco em (EBEL; STEWART, 2017).

3. Fase final: planetas terrestres finalmente são formados através de colisões energéticas e estocásticas governadas por interação gravitacional entre embriões planetários (EBEL; STEWART, 2017).

Nessa fase final, em que o gás disco protoplanetário já tenha se dissipado, embriões planetários crescem numa taxa similar. Esse processo chama-se *orderly growth* (daqui em diante, crescimento ordenado). Nesse processo, os corpos no disco sofrem colisões energéticas e alguns são espalhados e outros ejetados do sistema. Como consequência, o número de planetesimais diminui drasticamente e o sistema evolui caoticamente (IZIDORO; RAYMOND, 2018). Esse

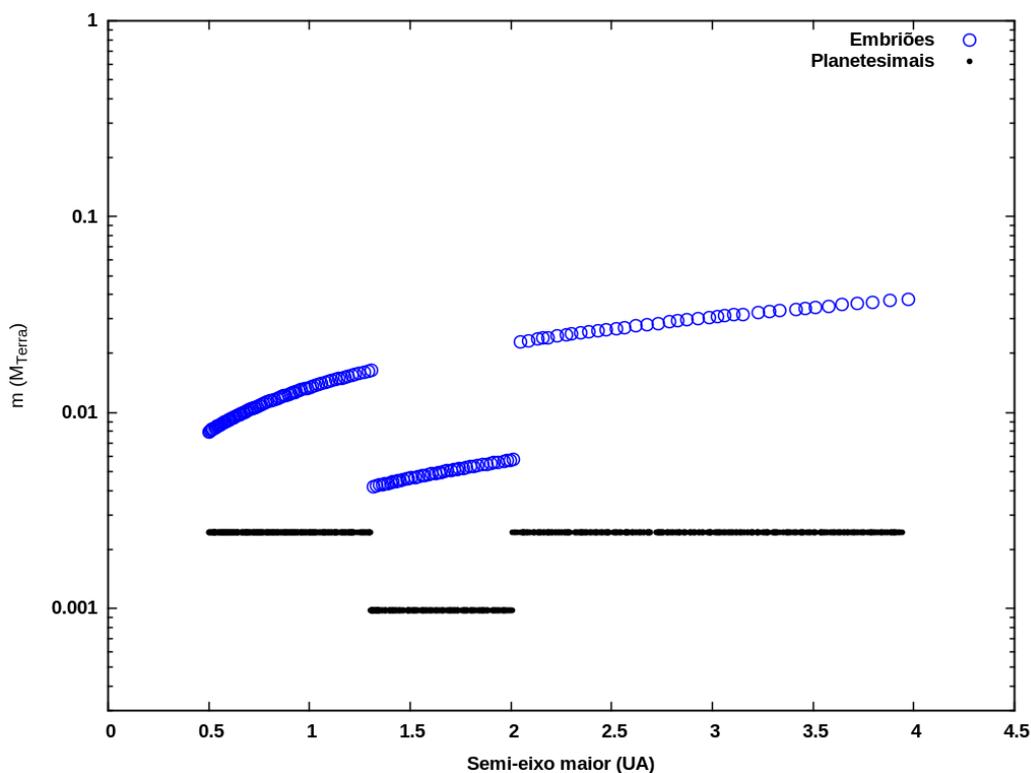
estágio final dura cerca de  $\sim 10^8$  anos e ao fim se estabilizam composição, massa e raio dos planetas terrestres (EBEL; STEWART, 2017).

Há diferentes cenários que tratam da fase final de formação planetária através de simulações de N-corpos afim de se obter um resultado que seja mais fiel nas características do nosso atual Sistema Solar (O'BRIEN; MORBIDELLI; LEVISON, 2006); (RAYMOND et al., 2009); (WALSH et al., 2011); (IZIDORO et al., 2014); (IZIDORO et al., 2015); (LYKAWKA; ITO, 2017). Esses estudos adotam um disco inicialmente povoado por planetesimais e embriões planetários interagindo gravitacionalmente, proporcionando colisões e, ao fim das simulações, alguns corpos permanecem no sistema. Na maioria dos casos, o objetivo é que estes corpos remanescentes consigam atingir as características dos planetas terrestres atuais.

De igual modo, apresentaremos a seguir os modelos que adotamos em nosso trabalho partindo da fase final de formação planetária. Planetesimais e embriões planetários são distribuídos de diferentes maneiras no disco. Cada distribuição inicial do disco protoplanetário pode afetar diretamente a formação dos planetas terrestres finais.

#### 4.1 MODELO DE DEPLEÇÃO

Figura 6 – Distribuição do disco protoplanetário conforme o modelo de depleção.



Distribuição inicial do disco protoplanetário com aproximadamente 1300 corpos de 0.5 a 4 ua. Modelo de depleção de massa de 60% que se estende de 1.3 a 2 ua. Planetesimais são representados pelos pontos pretos e os embriões planetários, pelos círculos azuis.

Fonte: Produção do próprio autor.

O primeiro cenário adotado por nós, parte do modelo de depleção apresentado por Izidoro et al. (2014). Este modelo assume duas regiões com empobrecimento de material (depleção) num disco protoplanetário. A primeira região se estendeu de 1.1 à 2.1 ua e a segunda região, de 1.3 a 2.0 ua (Figura 6), assumindo em ambos os casos 20% à 100% de depleção.

Foi considerado um disco protoplanetário dividido em planetesimais e embriões planetários. A massa total do disco ( $\sim 4.6M_{Terra}$ ) é dividida igualmente entre esses dois tipos de corpos. O disco inicia-se em 0.5 ua e termina em 4 ua. Planetesimais têm massas iniciais de  $0.0025M_{Terra}$  e não interagem uns com os outros, apenas com embriões planetários, os planetas gigantes e a estrela do sistema. Já os embriões planetários têm massas proporcionais ao perfil radial e aos raios de Hill mútuos,  $M \sim r^{1.5(3-x)} \Delta^{1.5}$ , seguindo (Kokubo & Ida, 2000; Raymond et al. 2005, 2009; Izidoro 2014, 2015). A razão de massa entre planetesimais e embriões planetários é aproximadamente 1/8 em torno de 1.5 ua (IZIDORO et al., 2014).

O disco possui uma densidade superficial distribuída de acordo com o perfil radial  $r^{-1.5}$  e com a seguinte característica:

$$\Sigma(r) = \Sigma_1 \left( \frac{r}{1[\text{ua}]} \right)^{-1.5}; \text{ na região sem depleção};$$

e

$$\Sigma(r) = (1 - \beta) \Sigma_1 \left( \frac{r}{1[\text{ua}]} \right)^{-1.5}; \text{ na região com depleção};$$

onde  $\Sigma_1 = 8\text{g/cm}^{-2}$  e  $0 < \beta \leq 1$  representa a escala da região da depleção de massa (IZIDORO et al., 2014). Escolhendo um valor de  $\beta$ , determinamos a taxa de depleção da região. Este modelo teve como objetivo reproduzir os planetas terrestres de acordo com o nosso Sistema Solar, com enfoque na reprodução de Marte, pois este corpo é um dos problemas em modelos de formação dos planetas terrestres. Os estudos baseados em simulações numéricas não conseguiram formar um corpo tão massivo quanto Marte na região de  $\sim 1.5\text{ua}$  (IZIDORO et al., 2014). Mercúrio também é um problema em modelos numéricos de formação de planetas terrestres. Pouco massivo devido à acreção na borda interna do disco, mas com uma alta razão núcleo/manto que ainda permanece um problema. O modelo mencionado é baseado nas considerações de Hansen (2009), em que supostamente os planetas terrestres se formariam num disco truncado de corpos protoplanetários, e em particular em Izidoro et al. (2014), seria uma consequência da evolução natural do disco.

Os planetas gigantes, Júpiter e Saturno, baseiam-se em dois modelos. Em um cenário se encontram em suas órbitas atuais e em outro conjunto de simulações, em órbitas similares às do modelo de Nice (IZIDORO et al., 2014). Nesse último cenário, os semi-eixos maiores de Júpiter e Saturno são 5.45 ua e 8.18 ua respectivamente, com suas órbitas circulares e coplanares inicialmente. A configuração orbital destes corpos tem um papel importante nas simulações de formação de planetas terrestres, afetando significativamente a dinâmica dos planetesimais e embriões planetários (IZIDORO et al., 2014).

Em nosso trabalho, adotamos um disco com uma região de depleção que se estende de 1.3 a 2 ua (Figura 6). Nessa região assumimos duas taxas diferentes de 50% e 60% de depleção. As demais características do disco protoplanetário obedecem às mesmas do modelo de Izidoro et al. (2014). Os planetas gigantes inicialmente estão em suas órbitas atuais e completamente formados.

Observando os resultados de Izidoro et al. (2014), realizamos 30 simulações numéricas tal como este trabalho propõe. Nele todos os corpos do disco protoplanetário estão inicialmente em órbitas

circulares. Embriões planetários foram espaçados uns dos outros à distâncias de 3 à 6 raios de Hill mútuos. Inclinações iniciais de todos os corpos ficaram entre  $10^{-4}$  e  $10^{-3}$  graus. Anomalias médias entre  $0^\circ$  e  $360^\circ$ , argumentos do periélio e longitudes dos nodos ascendentes iguais a zero (IZIDORO et al., 2014).

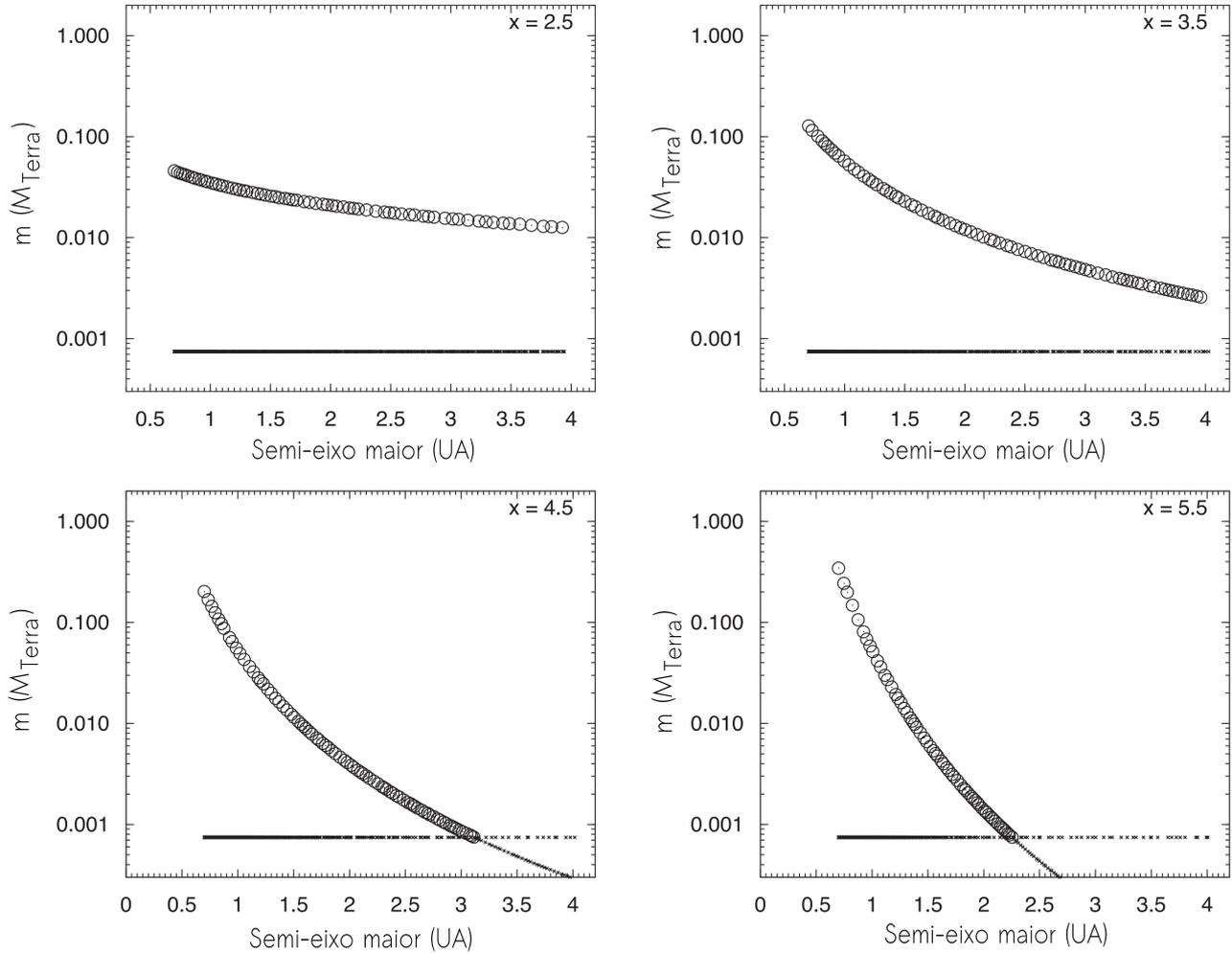
Além disso, assumimos que as colisões são inelásticas. Nesse caso, sempre ocorrerá a soma das massas dos corpos colididos como resultado e haverá conservação do momento linear. Utilizamos, para isso, o pacote de integração de N-corpos MERCURY (Chambers, 1999) com passos de tempo iniciais de 6 dias. Porém, com ocorrência de encontros próximos, o MERCURY usa o integrador Bulirsch-Stoer que diminui o passo de tempo para aumentar a precisão do cálculo desse evento. O tempo de integração do sistema foi de 500 milhões de anos. Segundo Izidoro et al. (2014) o tempo maior de duração da integração - comparativamente com outros trabalhos da literatura tais como Chambers (2001); Raymond et al. (2004, 2006, 2009); O'Brien et al. (2006); Hansen (2009); Walsh et al. (2011), foi escolhido para avaliar a estabilidade dos sistemas em que, após 200 milhões de anos, foram produzidos corpos pequenos, inclusive potenciais corpos semelhantes à Marte com órbitas até 2 ua (IZIDORO et al., 2014).

Apesar de não reproduzir as características do nosso sistema solar, este modelo teve sucesso em reproduzir planetas análogos a Marte em 1.5 ua com taxas de depleção entre 50% e 75% e entrega suficiente de água à Terra (IZIDORO et al., 2014). O fato de Júpiter e Saturno estarem inicialmente em suas órbitas atuais, contribuiu com a reprodução de análogos a Marte devido às interações com o disco protoplanetário (IZIDORO et al., 2014). Outro fator que contribuiu com essas duas características foi o modelo que adotou a região da depleção variando entre 1.3 à 2 ua.

Resumidamente, adotamos parte do modelo proposto por Izidoro et al. (2014). Ou seja, aquelas configurações iniciais do disco que apresentaram resultados mais próximos das características do Sistema Solar. Estas configurações são: disco com taxa de depleção 50% e 60%, que se estende de 1.3 a 2 ua. As configurações dos corpos no disco obedecem o modelo descrito.

## 4.2 MODELO DE DECLIVE

Figura 7 – Distribuição do disco protoplanetário conforme o modelo de declive.



Distribuição inicial do disco protoplanetário com aproximadamente 1100 corpos de 0.7 a 4 ua. Cada um dos gráficos é representado por um declive de densidade superficial diferente e são  $x=2.5, 3.5, 4.5$  e  $5.5$ . Planetesimais são representados pelos pontos e os embriões planetários, pelos círculos.

Fonte: Izidoro et al. (2015).

Também faremos análise de simulações do modelo de declive conforme proposto por Izidoro et al. (2015). Nesse trabalho os declives  $x$  do perfil superficial de densidade,  $\sum_1 r^{-x}$ , foram variados num disco que se estende de 0.7 a 4 ua. Referenciamos este modelo como modelo de declive, uma vez que variando-se o  $x$  do perfil a massa dos corpos é distribuída de modo heterogêneo no disco, formando um declive na distribuição, conforme Figura 7. Nesse disco,  $\sum_1$  é a densidade superficial sólida em 1 ua, ajustado para fixar a massa final de  $2.5M_{Terra}$  do disco (IZIDORO et al., 2015). O disco é composto de planetesimais (30%-40%) com massas de até  $0.00075M_{Terra}$  que não interagem entre si. Os outros 60%-70% do disco são compostos por embriões planetários distribuídos com massas seguindo a mesma regra do modelo de depleção, ou seja,  $M \sim r^{1.5(3-x)} \Delta^{1.5}$ , conforme Kokubo

& Ida (2000), Raymond et al. (2005, 2009) e Izidoro et al. (2014, 2015). Desse modo, discos com distribuições mais íngremes possuem embriões mais massivos na parte mais interna do disco e, na região dos asteroides, os corpos possuem massas iniciais menores que as dos planetesimais, portanto passam a ser planetesimais (IZIDORO et al., 2015).

Este modelo é também uma alternativa para a explicação do nosso Sistema Solar e teve como objetivo tentar explicar a formação de um Marte e nas propriedades do cinturão de asteroides, tais como déficit de massa e a excitação da inclinação. Os declives na distribuição de massa do disco seriam provenientes de processos que levariam os materiais sólidos migrarem para regiões mais internas do disco. A formação precoce de Júpiter e regiões com maior pressão no disco poderiam criar perfis de densidade bastante íngremes na região de formação dos planetas terrestres (IZIDORO et al., 2015).

Para este cenário, Izidoro et al.(2015) realizou 480 simulações, que variam de acordo com as condições iniciais dos planetas gigantes, conforme tabela 1.

Tabela 1 – Condições iniciais do modelo de declive

Simulação	Quantidade	Posição	$e$	$x$
Grupo 1	60	1:2	0.025	2.5, 3.5, 4.5, 5.5
Grupo 2	60	1:2	0.050	2.5, 3.5, 4.5, 5.5
Grupo 3	60	2:3	0.0	2.5, 3.5, 4.5, 5.5
Grupo 4	60	2:3	0.025	2.5, 3.5, 4.5, 5.5
Grupo 5	60	2:3	0.050	2.5, 3.5, 4.5, 5.5
Grupo 6	75	Órbitas atuais	0.010	1.5, 2.5, 3.5, 4.5, 5.5
Grupo 7	30	Órbitas atuais	0.075	0.5, 1.5
Grupo 8	90	Órbitas atuais	0.10	0.5, 1.5, 2.5,3.5,4.5,5.5

Grupos de simulações realizadas por Izidoro et al. (2015) e por nós (grupo 6,  $x=1.5$ ). A posição se refere às órbitas iniciais dos planetas gigantes e  $e$  é excentricidade inicial deles.  $x$  é o declive da distribuição superficial de densidade.

Realizamos ainda mais 15 simulações com Júpiter e Saturno em suas órbitas atuais com declive de distribuição  $x=1.5$  (grupo 6). Para cada grupo de simulação, planetesimais e embriões planetários têm inclinações iniciais entre  $10^{-4}$  e  $10^{-3}$  graus, os demais ângulos têm entre  $0^\circ$  e  $360^\circ$ . Os corpos do disco estão inicialmente em órbitas circulares e os planetas gigantes são considerados estar completamente formados. As simulações onde Júpiter e Saturno encontram-se em ressonância de movimento médio 3:2 são baseadas no modelo de Nice II (LEVISON et al., 2011) e os semi-eixos maiores são respectivamente 5.4 e 7.3 ua, excentricidades iniciais de  $\sim 10^{-2}$  e inclinações iniciais de  $\sim 10^{-2}$  graus.

Assim como nas simulações numéricas do modelo de depleção, as colisões aqui são consideradas inelásticas e com conservação do momento linear. As simulações de Izidoro et al. (2015) foram realizadas através do integrador SyMBA (Duncan et al., 1998). O tempo de integração das simulações foi de 300 e 800 milhões de anos e com passos de tempo de 6 dias inicialmente. Corpos que ultrapassaram distâncias de 120 ua da estrela central foram retirados das simulações e o gás do disco foi assumido estar completamente dissipado (IZIDORO et al., 2015). Para a nossa simulação, utilizamos o pacote de integração de N-corpos MERCURY (Chambers, 1999) com tempo de integração de 500 milhões de anos e passos de tempo iniciais de 6 dias.

Esse modelo teve problemas em reproduzir algumas características do Sistema Solar. O disco com declive  $\alpha=5.5$  produziu corpos análogos a Marte (inclusive análogos a Mercúrio), porém não conseguiu produzir um cinturão de asteróides excitado. Os discos com declives menores produziram corpos na região de Marte muito massivos e excitaram o cinturão de asteroides aproximadamente. Contudo embriões planetários ficaram no cinturão (IZIDORO et al., 2015). Portanto, adotamos este modelo a fim de analisarmos como os diferentes declives na distribuição inicial do disco colabora para a ocorrência de colisões erosivas no regime de *hit-and-run* e produção de análogos a Mercúrio através dessas colisões.

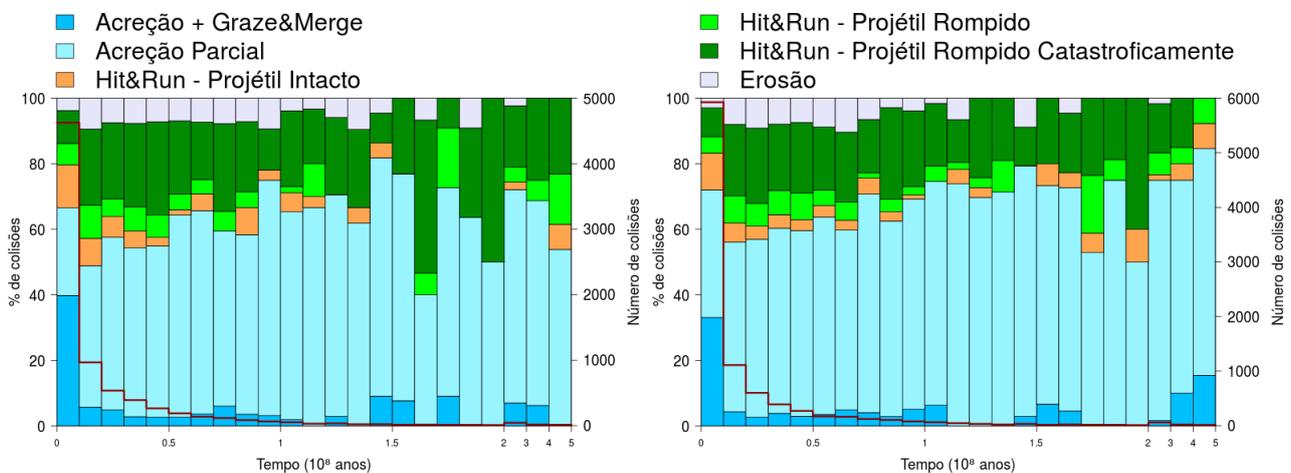
Resumidamente, faremos uso das simulações realizadas por Izidoro et al. (2015) e realizamos simulações (grupo 6,  $\alpha=1.5$ ) baseando-nos neste mesmo trabalho. Adotamos o mesmo modelo e o que fizemos de diferente em termos de simulações numéricas foi usar outro integrador e outro tempo de integração. A seguir, apresentaremos os resultados de cada um dos modelos analisando os tipos de colisões e em que momento ocorreram, comparando os dois modelos propostos.

## 5 RESULTADOS

Neste capítulo apresentaremos os resultados das colisões ocorridas em cada um dos cenários apresentados. Com base no que apresentamos nos capítulos anteriores, faremos análise das colisões, bem como o momento em que ocorreram. Com isso verificaremos quais modelos produziram corpos análogos a Mercúrio dentro de cada modelo de formação planetária.

### 5.1 MODELO DE DEPLEÇÃO

Figura 8 – Frequências de colisões do modelo de depleção por tempo.



Todas as colisões ocorridas no disco distribuído inicialmente seguindo o modelo de depleção. Gráfico da porcentagem de cada tipo de colisão ao longo do tempo, com cada barra representando 10 milhões de anos (lado esquerdo), depois de 200 milhões a barra representa 100 milhões de anos. o histograma vermelho representa a quantidade de colisões pelo tempo (lado direito). Cada painel representa uma taxa de depleção do disco, 50% (esquerdo) e 60% (direito).

Fonte: Produção do próprio autor.

Tabela 2 – Frequência de colisões totais - Modelo de depleção

Taxa Depleção (%)	Acreção Perfeita (%)	Acreção Parcial (%)	Graze & Merge (%)	Hit & Run (%)	Erosão (%)
50	17.93	36.75	7.84	32.14	5.34
60	17.94	36.92	7.94	31.94	5.26

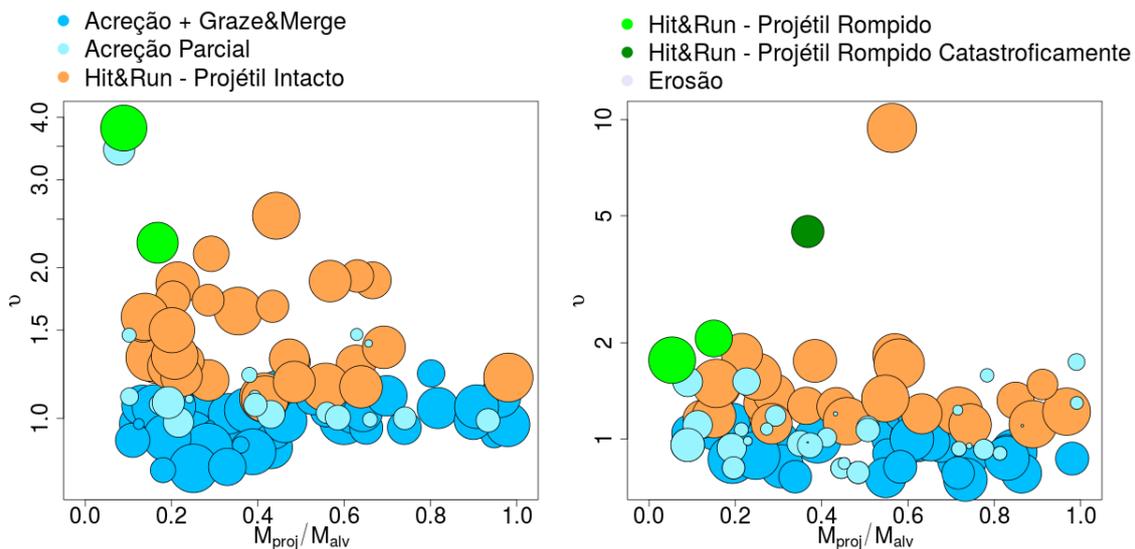
Tabela da porcentagem de cada tipo de colisão em relação ao número total de colisões do modelo de depleção. Fonte: Produção do próprio autor.

No modelo de depleção, realizamos 30 simulações divididas em dois grupos. No primeiro, realizamos 15 simulações com uma taxa de depleção no disco de 50%. No segundo, 15 simulações com 60% de depleção no disco. Ambas as taxas se estendiam de 1.3 a 2 ua no disco. Jupiter e Saturno se encontravam em suas órbitas atuais e circulares, como mencionamos na seção 4.1. Conforme

verificamos na tabela 2, há um predomínio do regime de acreção parcial (~37%) em ambos os casos de depleção. A frequência do regime de *hit-and-run* não variou significativamente com o aumento da taxa de depleção, ficando em torno de 32% de ocorrência. Colisões erosivas também não variaram significativamente de um caso para outro e ficaram em torno de 5% das colisões totais. De acordo com a Figura 8, o número de colisões aumentou quando a taxa de depleção foi maior e decresceu de maneira exponencial com o tempo em cada painel.

As colisões de *hit-and-run* em que o projétil é rompido diminuem até 150mi de anos, em ambas as taxas de depleção. Depois disso, as frequências dessas colisões diminuem, porém ocorrem alguns picos de maiores frequência entre 160 e 200mi de anos. Entretanto, o número de colisões nessa altura é muito menor. Nesse modelo, a frequência maior desse tipo de colisão ocorreu nos primeiros 10mi de anos e com quantidades maiores de colisões.

Figura 9 – Colisões do modelo de depleção.



Resultados das colisões envolvendo projétil com massa superior à massa atual de Mercúrio. Gráfico da velocidade de impacto normalizada pela velocidade de escape,  $v$  em função da razão de massa dos corpos colididos. Cada painel representa uma taxa de depleção do disco, 50% (esquerdo) e 60% (direito). Os pontos no gráfico variam de tamanho proporcional ao parâmetro de impacto,  $b = \sin(\theta)$ .

Fonte: Produção do próprio autor.

Tabela 3 – Dados de colisão com possível formação estrutural de Mercúrio - Modelo de depleção

$M_{alv}$ ( $M_{Terra}$ )	$M_{proj}$ ( $M_{Terra}$ )	$b$	$v$	$M_f$ ( $M_{Merc}$ )	Núcleo/Manto	$r$ (ua)	$t$ ( $10^8$ )
<sup>a</sup> 0.392	0.066	0.81	2.24	1.02	73/27	1.04	2.36
<sup>b</sup> 0.48	0.072	0.73	2.06	1.13	65/35	0.53	1.08
<sup>b</sup> 1.33	0.0712	0.92	1.77	1.20	62/38	1.10	2.25

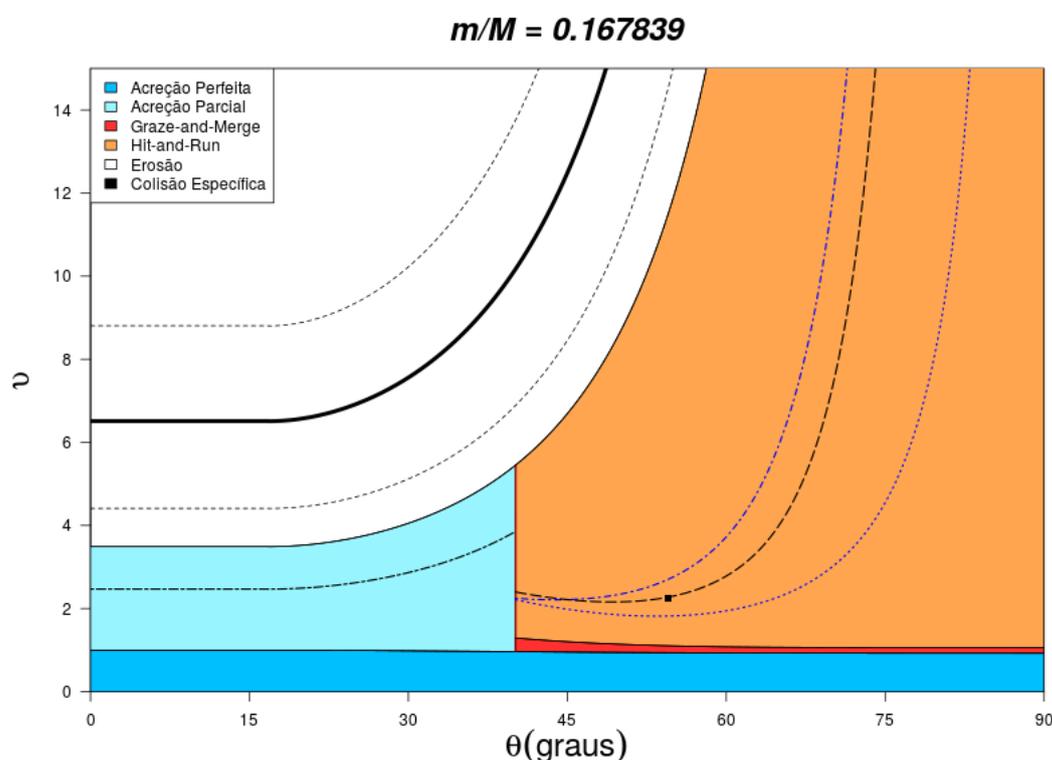
Dados de colisões no regime *hit-and-run* com ruptura do projétil. Os discos tinham depleções de <sup>a</sup>50% e <sup>b</sup>60%.

Fonte: Produção do próprio autor.

Quando olhamos para a Figura 9, notamos que as colisões em que o projétil sofre ruptura (com  $M_{proj} > M_{Merc}$  ocorre em ambos os casos de depleção. Essas colisões ocorreram em corpos com razões de massa entre 1/10 e 1/5, no caso de 50% de depleção. No caso de 60%, as colisões ocorreram entre 1/20 e 1/2. Tivemos casos isolados de colisões mais energéticas no disco com 60% de depleção que atingiu parâmetro de velocidade,  $v$ , em torno de 5 e 10. Mas em média tiveram esse parâmetro entre 1 e 2, nos dois casos.

Nesse modelo houve três casos de colisão em que o projétil teve perda de material e sua massa ficou próxima à de Mercúrio, conforme verificamos na tabela 3. Desses casos, um ocorreu no disco com 50% de depleção e o restante, no disco com 60%. Em ambos os casos, as colisões que forneceram esse resultado foram do regime de *hit-and-run* com ruptura do projétil. Para analisar a razão núcleo/manto do corpo resultante, consideramos que o núcleo não perderia massa devido à colisão e seria 74% da massa do atual Mercúrio.

Figura 10 – Mapa de ruptura do projétil para um caso de impacto no disco com 50% de depleção.



Mapa do resultado de colisão entre embriões com razão de massa projétil/alvo próxima a 1/6. Parâmetros do material  $c^* = 5$  e  $\bar{\mu} = 0.37$ . Os corpos possuíam densidades de  $3,34 \text{ g/cm}^3$ . No regime de *hit-and-run*, a curva tracejada preta representa a velocidade necessária para que o projétil tenha  $1M_{Merc}$  com a colisão. A colisão específica é dada pelo ponto quadrado preto.

Fonte: Produção do próprio autor.

Este modelo apresentou bons resultados em termos de análogos a Mercúrio. O melhor resultado ocorreu no disco com depleção de 50% em que o projétil teve características muito próximas às desse planeta, conforme verificamos na Figura 10. Outro fator importante foi a colisão ocorrer aos 236mi de anos. Dessa forma, a chance de ocorrência de uma nova colisão com o mesmo projétil é menor, pois

o número de colisões a essa altura é muito pequeno. Nesse caso foi a penúltima colisão ocorrida na simulação. A estrutura do corpo poderia ser produzida se considerarmos um corpo já com um núcleo do tamanho do núcleo do Mercúrio atual e que não tenha perdido material pela colisão. A colisão ocorreu a uma distância radial de aproximadamente 1 ua. Outro problema que precisa ser entendido é como este corpo atingiria as órbitas atuais de Mercúrio (0.39 ua).

Não houve uma diferença notável na produção de colisões erosivas entre os dois discos. Alguns casos isolados tiveram altas velocidades de impacto. Porém, na média as colisões tiveram valores de parâmetro de velocidade semelhantes nos dois casos. No disco com 60% de depleção houve um caso que ocorreu aos 100mi de anos e poderia ainda perder parte do material do manto restante em outra colisão. Além disso, o projétil colidiu próximo à 0.39 ua. Já o outro caso de colisão, ocorreu tardiamente e longe dessa região.

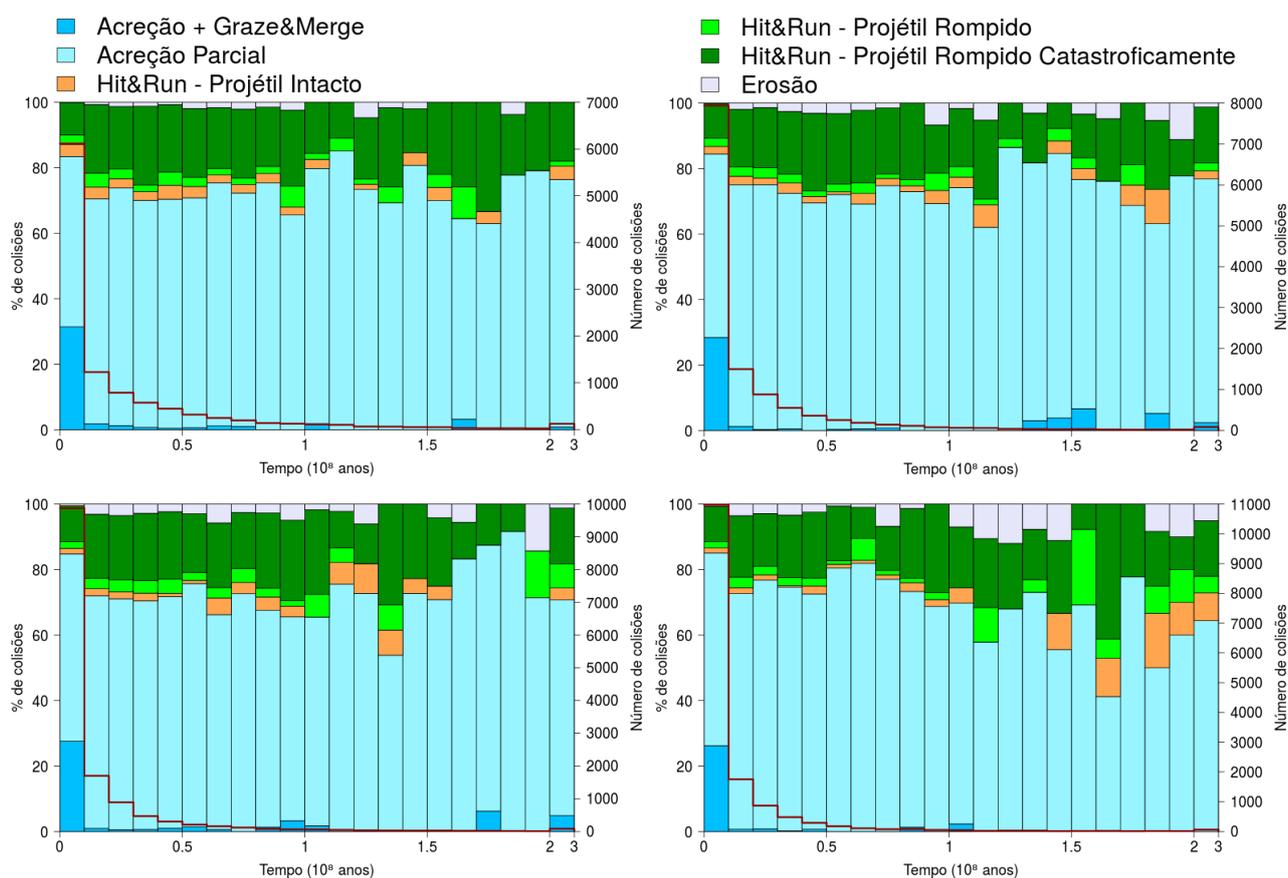
## 5.2 MODELO DE DECLIVE

Nas seções que seguem, mostraremos os resultados referentes ao modelo de declive. Neste modelo, analisamos 495 simulações que dividimos em 8 grupos, conforme relacionamos na tabela 1.

### 5.2.1 Grupo 1

No grupo 1, foram realizadas 60 simulações, 15 para cada declive do disco. Jupiter e Saturno se encontravam em ressonância de movimento médio 1:2 e com excentricidades 0.025. Conforme verificamos na tabela 4, há um predomínio do regime de acreção parcial (~60%). A frequência do regime de *hit-and-run* diminuiu com o aumento do declive (de 21% para 17%). Ao passo que as colisões erosivas aumentaram com o aumento do declive (de 0.5% para 1.4%). De acordo com a Figura 11, o número de colisões aumentou quando o declive foi maior e decresceu de maneira exponencial com o tempo em cada painel.

Figura 11 – Frequências de colisões do grupo 1.



Todas as colisões ocorridas no disco distribuído inicialmente seguindo o modelo de declive do grupo 1. Gráfico da porcentagem de cada tipo de colisão ao longo do tempo, com cada barra representando 10 milhões de anos (lado esquerdo), depois de 200 milhões a barra representa 100 milhões de anos. o histograma vermelho representa a quantidade de colisões pelo tempo (lado direito). Cada painel representa um declive da densidade superficial (da esquerda pra direita, de cima para baixo:  $x=2.5$ ,  $3.5$ ,  $4.5$  e  $5.5$ ).

Fonte: Produção do próprio autor.

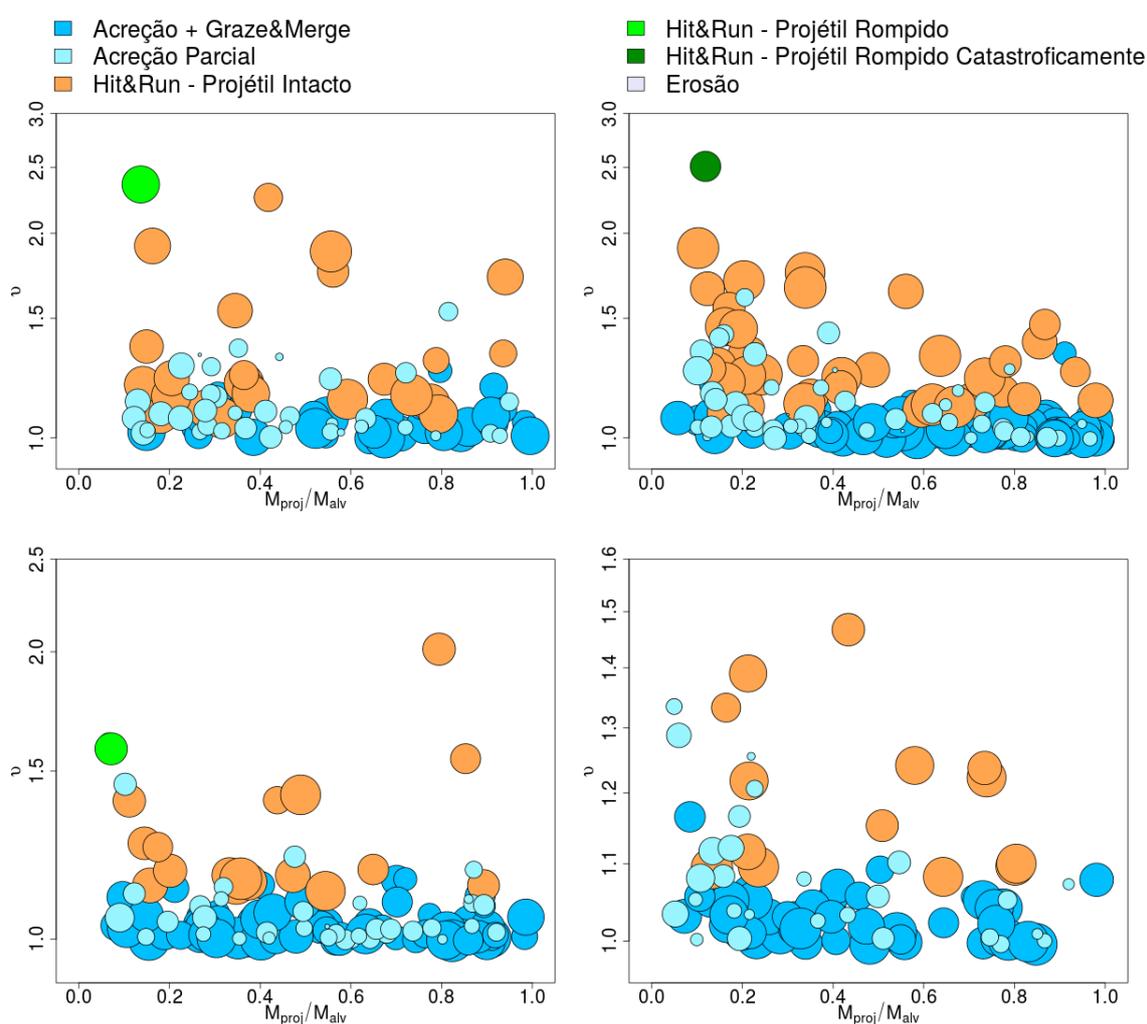
Tabela 4 – Frequência de colisões totais - Grupo 1

Declive (x)	Acréção Perfeita (%)	Acréção Parcial (%)	Graze & Merge (%)	Hit & Run (%)	Erosão (%)
2.5	7.00	60.44	11.19	20.83	0.53
3.5	9.02	62.18	9.51	18.47	0.82
4.5	10.60	61.31	8.86	17.93	1.29
5.5	11.85	62.81	7.40	16.58	1.36

Tabela da porcentagem de cada tipo de colisão em relação ao número total de colisões do grupo 1.

Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 12 – Colisões do grupo 1.



Resultados das colisões envolvendo projétil com massa superior à massa atual de Mercúrio. Gráfico da velocidade de impacto normalizada pela velocidade de escape,  $v$  em função da razão de massa dos corpos colididos. Cada painel representa um declive da densidade superficial (da esquerda pra direita, de cima para baixo:  $x=2.5$ ,  $3.5$ ,  $4.5$  e  $5.5$ ). Os pontos no gráfico variam de tamanho proporcional ao parâmetro de impacto,  $b=\text{sen}(\theta)$ .

Fonte: Produção do próprio autor.

Referente à Figura 12, notamos que as colisões em que o projétil sofre ruptura (com  $M_{proj} > M_{Merc}$ ) ocorrem em quase todos os discos, com exceção do disco com  $x=5.5$ . Essas colisões foram mais

energéticas em discos com declives menores. Além disso, ocorreram entre corpos com razões de massa entre 1/10 e 1/5. Nas colisões com o declive  $x=5.5$ , o parâmetro de velocidade,  $v$ , foi menor que nos declives de  $x=2.5$  e  $3.5$ .

Nesse grupo houve uma colisão em que a massa do projétil resultante seria próxima à massa de Mercúrio, conforme podemos verificar na tabela 5. A colisão ocorreu no disco com declive  $x=4.5$  num regime de *hit-and-run* com ruptura do projétil. A razão núcleo/manto também ficou próxima à de Mercúrio (74/26), considerando o núcleo intacto após a colisão.

Tabela 5 – Dados de colisão com possível formação estrutural de Mercúrio - Grupo 1

$M_{alv} (M_{Terra})$	$M_{proj} (M_{Terra})$	$b$	$v$	$M_f (M_{Merc})$	Núcleo/Manto	$r$ (ua)	$t$ ( $10^8$ )
0.79	0.0562	0.77	1.58	1.02	73/27	0.68	0.25

Dados de uma colisão no regime *hit-and-run* com ruptura do projétil. O disco tinha declive  $x=4.5$ .

Fonte: Produção do próprio autor.

### 5.2.2 Grupo 2

No grupo 2, foram realizadas 60 simulações, 15 para cada declive do disco. Jupiter e Saturno se encontravam em ressonância de movimento médio 1:2 e com excentricidades 0.050. Conforme verificamos na tabela 6, há um predomínio do regime de acreção parcial (~61%). A frequência do regime de *hit-and-run* diminuiu em média com o aumento do declive (de 21% para 17%). Ao passo que as colisões erosivas aumentaram em média com o aumento do declive (de 1% para 1.4%). De acordo com a Figura 13, o número de colisões aumentou quando o declive foi maior e decresceu de maneira exponencial com o tempo em cada painel.

Referente à Figura 14, notamos que as colisões em que o projétil sofre ruptura (com  $M_{proj} > M_{Merc}$ ) ocorrem nos discos com menor declive. Além disso, ocorreram entre corpos com razões de massa entre 1/20 e 1/5. Nos discos com maior declive, o parâmetro de velocidade,  $v$ , ficou entre 1 e 1.4. Nos discos com declive menor,  $v$  ficou entre 1 e 2.

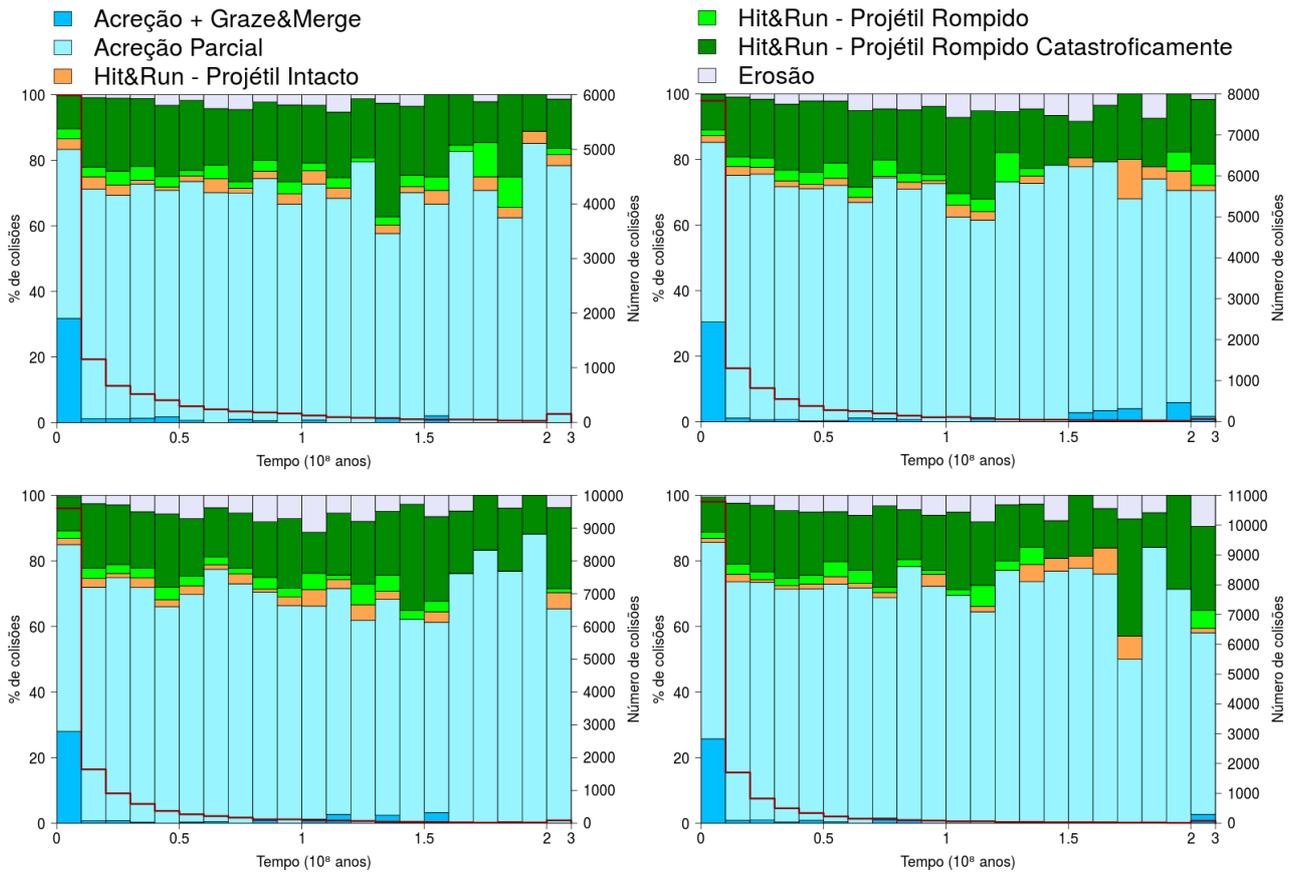
Tabela 6 – Frequência de colisões totais - Grupo 2

Declive (x)	Acreção Perfeita (%)	Acreção Parcial (%)	Graze & Merge (%)	Hit & Run (%)	Erosão (%)
2.5	7.22	59.87	11.18	20.87	0.86
3.5	9.48	61.24	10.08	18.19	1.00
4.5	10.28	61.76	8.52	17.87	1.57
5.5	11.00	63.37	7.50	16.72	1.41

Tabela da porcentagem de cada tipo de colisão em relação ao número total de colisões do grupo 2.

Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 13 – Frequências de colisões do grupo 2.



Todas as colisões ocorridas no disco distribuído inicialmente seguindo o modelo de declive do grupo 2. Gráfico da porcentagem de cada tipo de colisão ao longo do tempo, com cada barra representando 10 milhões de anos (lado esquerdo), depois de 200 milhões a barra representa 100 milhões de anos. o histograma vermelho representa a quantidade de colisões pelo tempo (lado direito). Cada painel representa um declive da densidade superficial (da esquerda pra direita, de cima para baixo:  $\chi=2.5, 3.5, 4.5$  e  $5.5$ ).

Fonte: Produção do próprio autor.

Nesse grupo houve um caso de colisão em que a massa do projétil resultante seria próxima à massa de Mercúrio, conforme verificamos na tabela 7. A colisão ocorreu no disco com declive  $\chi=2.5$  num regime de *hit-and-run* com ruptura do projétil. A razão núcleo/manto também ficou próxima à de Mercúrio (74/26), considerando o núcleo intacto após a colisão.

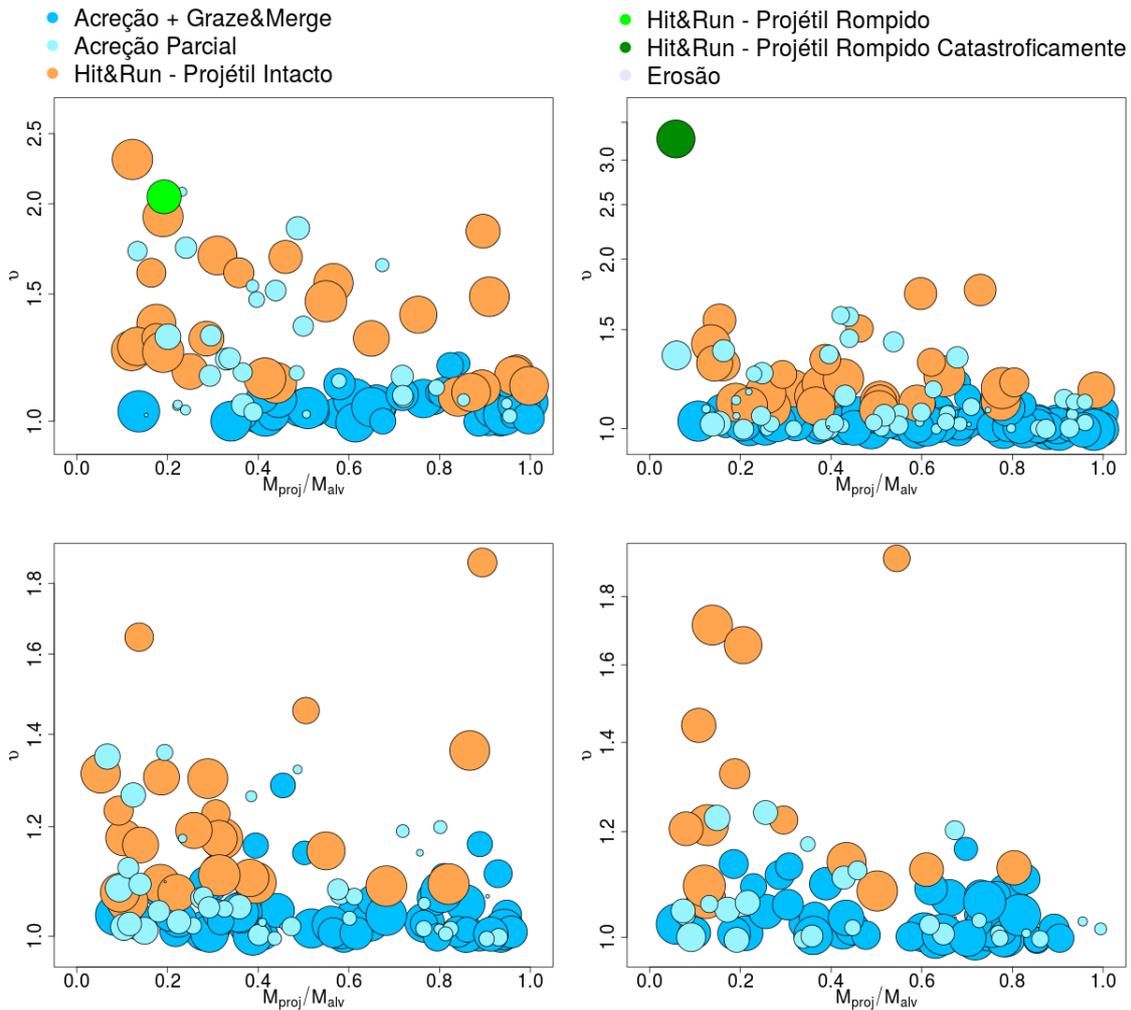
Tabela 7 – Dados de colisão com possível formação estrutural de Mercúrio - Grupo 2.

$M_{alv}$ ( $M_{Terra}$ )	$M_{proj}$ ( $M_{Terra}$ )	$b$	$v$	$M_f$ ( $M_{Merc}$ )	Núcleo/Manto	$r$ (ua)	$t$ ( $10^8$ )
0.30	0.0573	0.81	2.04	1.03	72/28	0.61	0.7

Dados de uma colisão no regime *hit-and-run* com ruptura do projétil. O disco tinha declive  $\chi=2.5$ .

Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 14 – Colisões do grupo 2.



Resultados das colisões envolvendo projétil com massa superior à massa atual de Mercúrio. Gráfico da velocidade de impacto normalizada pela velocidade de escape,  $v$  em função da razão de massa dos corpos colididos. Cada painel representa um declive da densidade superficial (da esquerda pra direita, de cima para baixo:  $x=2.5, 3.5, 4.5$  e  $5.5$ ). Os pontos no gráfico variam de tamanho proporcional ao parâmetro de impacto,  $b=\text{sen}(\theta)$ .  
Fonte: Produção do próprio autor.

### 5.2.3 Grupo 3

No grupo 3, foram realizadas 60 simulações, 15 para cada declive do disco. Jupiter e Saturno se encontravam em ressonância de movimento médio 2:3 e com excentricidades iguais a 0. Conforme verificamos na tabela 8, assim como nos grupos anteriores, há um predomínio do regime de acreção parcial (~62%). A frequência do regime de *hit-and-run* diminuiu em média com o aumento do declive (de 21% para 17%). Ao passo que as colisões erosivas aumentaram em média com o aumento do declive (de 0.3% para 1.6%). De acordo com a Figura 15, o número de colisões aumentou quando o declive foi maior e decresceu de maneira exponencial com o tempo em cada painel.

De acordo com a Figura 16, notamos que as colisões em que o projétil sofre ruptura (com  $M_{\text{proj}} > M_{\text{Merc}}$ ) ocorrem nos discos com declive  $x=2.5, 3.5$  e  $4.5$ . Além disso, ocorreram entre corpos

com razões de massa variadas (1/10, 1/5 e 1/2). Os discos tiveram valores de parâmetro de velocidade,  $v$ , entre 1 e 1.5.

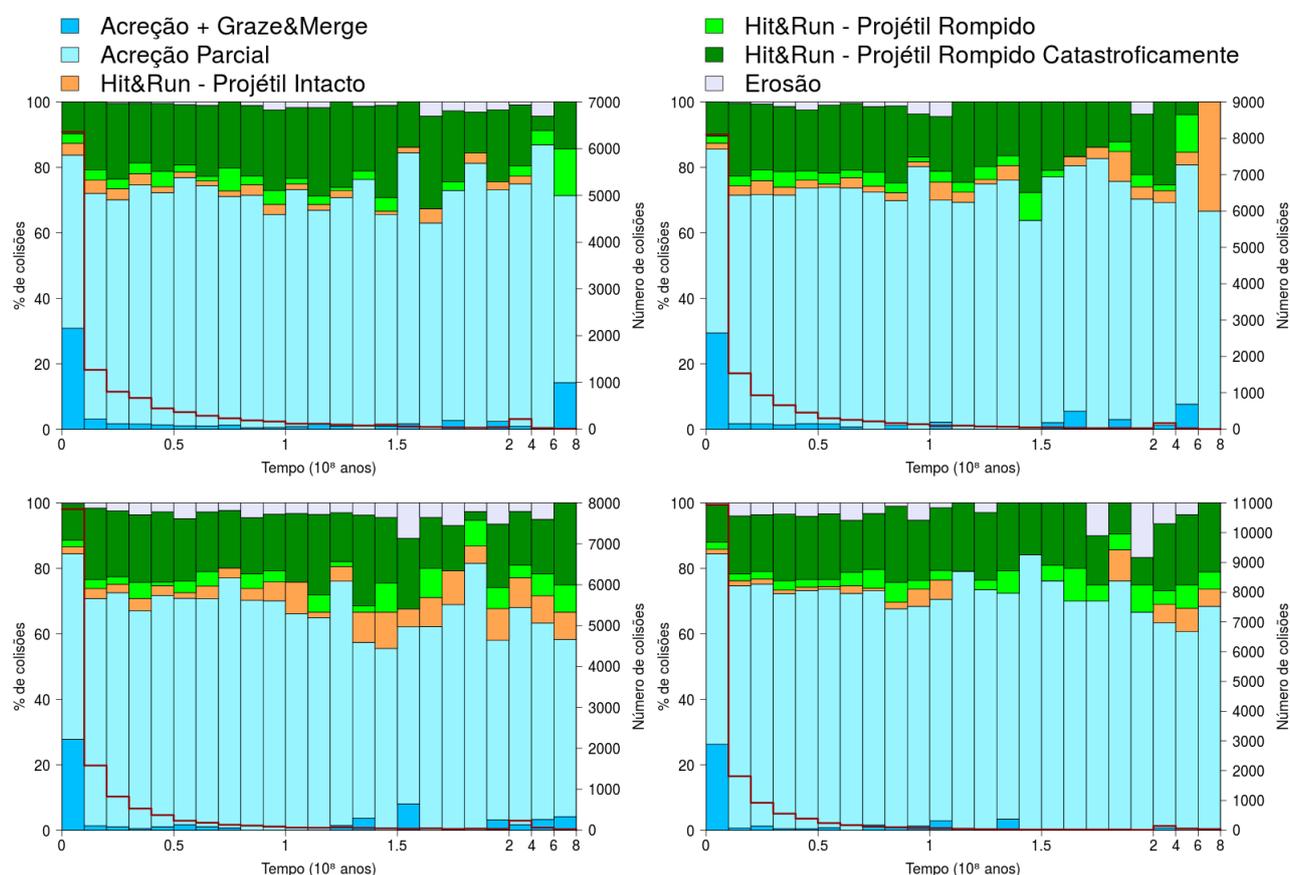
Tabela 8 – Frequência de colisões totais - Grupo 3

Declive (x)	Acréção Perfeita (%)	Acréção Parcial (%)	Graze & Merge (%)	Hit & Run (%)	Erosão (%)
2.5	6.31	61.17	11.28	20.96	0.29
3.5	8.82	62.06	9.44	19.30	0.38
4.5	9.48	61.36	8.24	19.71	1.21
5.5	11.10	62.66	7.31	17.32	1.61

Tabela da porcentagem de cada tipo de colisão em relação ao número total de colisões do grupo 3.

Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 15 – Frequências de colisões do grupo 3.

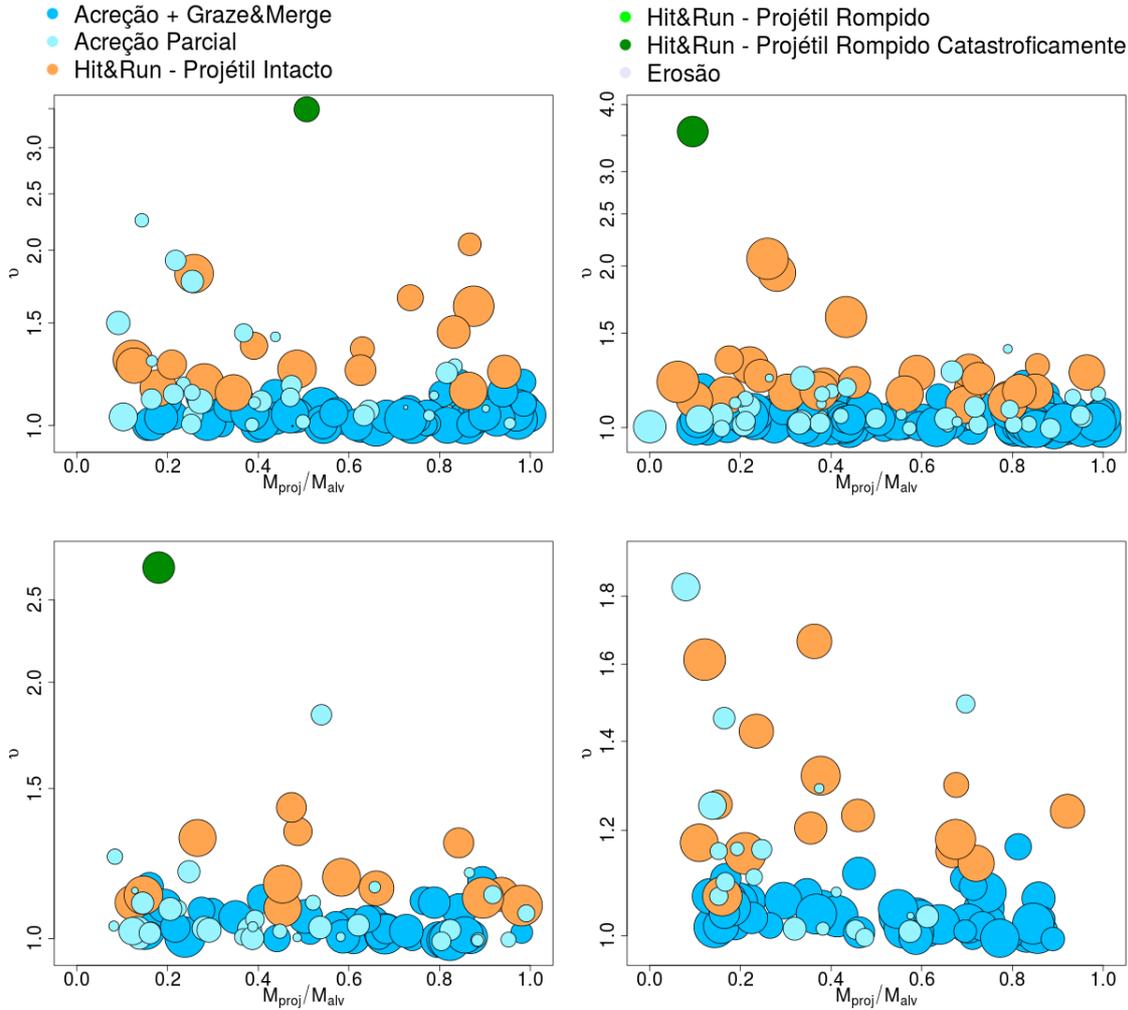


Todas as colisões ocorridas no disco distribuído inicialmente seguindo o modelo de declive do grupo 3. Gráfico da porcentagem de cada tipo de colisão ao longo do tempo, com cada barra representando 10 milhões de anos (lado esquerdo), depois de 200 milhões a barra representa 200 milhões de anos. o histograma vermelho representa a quantidade de colisões pelo tempo (lado direito). Cada painel representa um declive da densidade superficial (da esquerda pra direita, de cima para baixo:  $x=2.5, 3.5, 4.5$  e  $5.5$ ).

Fonte: Produção do próprio autor.

Nesse grupo houve um caso de colisão em que a massa do projétil resultante seria próxima à massa de Mercúrio, conforme verificamos na tabela 9. A colisão ocorreu no disco com declive  $\chi=2.5$  num regime de *hit-and-run* com ruptura catastrófica do projétil. A razão núcleo/manto foi menor que nos casos anteriores, mas ainda assim próxima a de Mercúrio.

Figura 16 – Colisões do grupo 3.



Resultados das colisões envolvendo projétil com massa superior à massa atual de Mercúrio. Gráfico da velocidade de impacto normalizada pela velocidade de escape,  $v$  em função da razão de massa dos corpos colididos. Cada painel representa um declive da densidade superficial (da esquerda pra direita, de cima para baixo:  $\chi=2.5, 3.5, 4.5$  e  $5.5$ ). Os pontos no gráfico variam de tamanho proporcional ao parâmetro de impacto,  $b=\text{sen}(\theta)$ .

Fonte: Produção do próprio autor.

Tabela 9 – Dados de colisão com possível formação estrutural de Mercúrio - Grupo 3

$M_{alv} (M_{Terra})$	$M_{proj} (M_{Terra})$	$b$	$v$	$M_f (M_{Merc})$	Núcleo/Manto	$r$ (ua)	$t$ ( $10^8$ )
0.184	0.0933	0.603	3.492	1.08	69/31	0.614	3.7

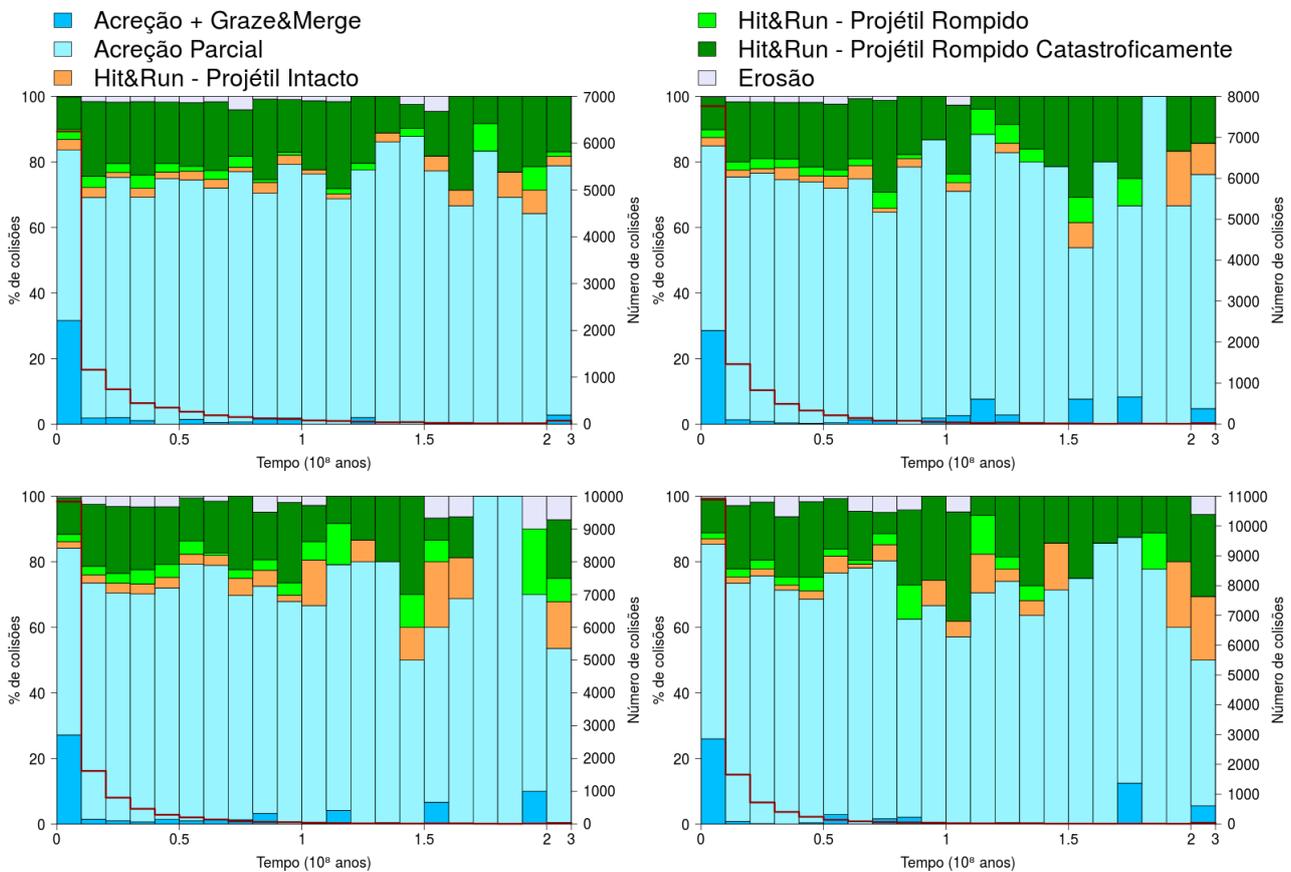
Dados de uma colisão no regime *hit-and-run* com ruptura catastrófica do projétil. O disco tinha declive  $\chi=2.5$ .

Fonte: Produção do próprio autor.

## 5.2.4 Grupo 4

No grupo 4, foram realizadas 60 simulações, 15 para cada declive do disco. Jupiter e Saturno se encontravam em ressonância de movimento médio 2:3 e com excentricidades iguais a 0.025. Conforme verificamos na tabela 10, assim como nos grupos anteriores, há um predomínio do regime de acreção parcial (~61%). A frequência do regime de *hit-and-run* diminuiu em média com o aumento do declive (de 20% para 17%). Ao passo que as colisões erosivas aumentaram em média com o aumento do declive (de 0.7% para 1.1%). De acordo com a Figura 17, o número de colisões aumentou quando o declive foi maior e decresceu de maneira exponencial com o tempo em cada painel.

Figura 17 – Frequências de colisões do grupo 4.



Todas as colisões ocorridas no disco distribuído inicialmente seguindo o modelo de declive do grupo 4. Gráfico da porcentagem de cada tipo de colisão ao longo do tempo, com cada barra representando 10 milhões de anos (lado esquerdo), depois de 200 milhões a barra representa 100 milhões de anos. o histograma vermelho representa a quantidade de colisões pelo tempo (lado direito). Cada painel representa um declive da densidade superficial (da esquerda pra direita, de cima para baixo:  $x=2.5, 3.5, 4.5$  e  $5.5$ ).

Fonte: Produção do próprio autor.

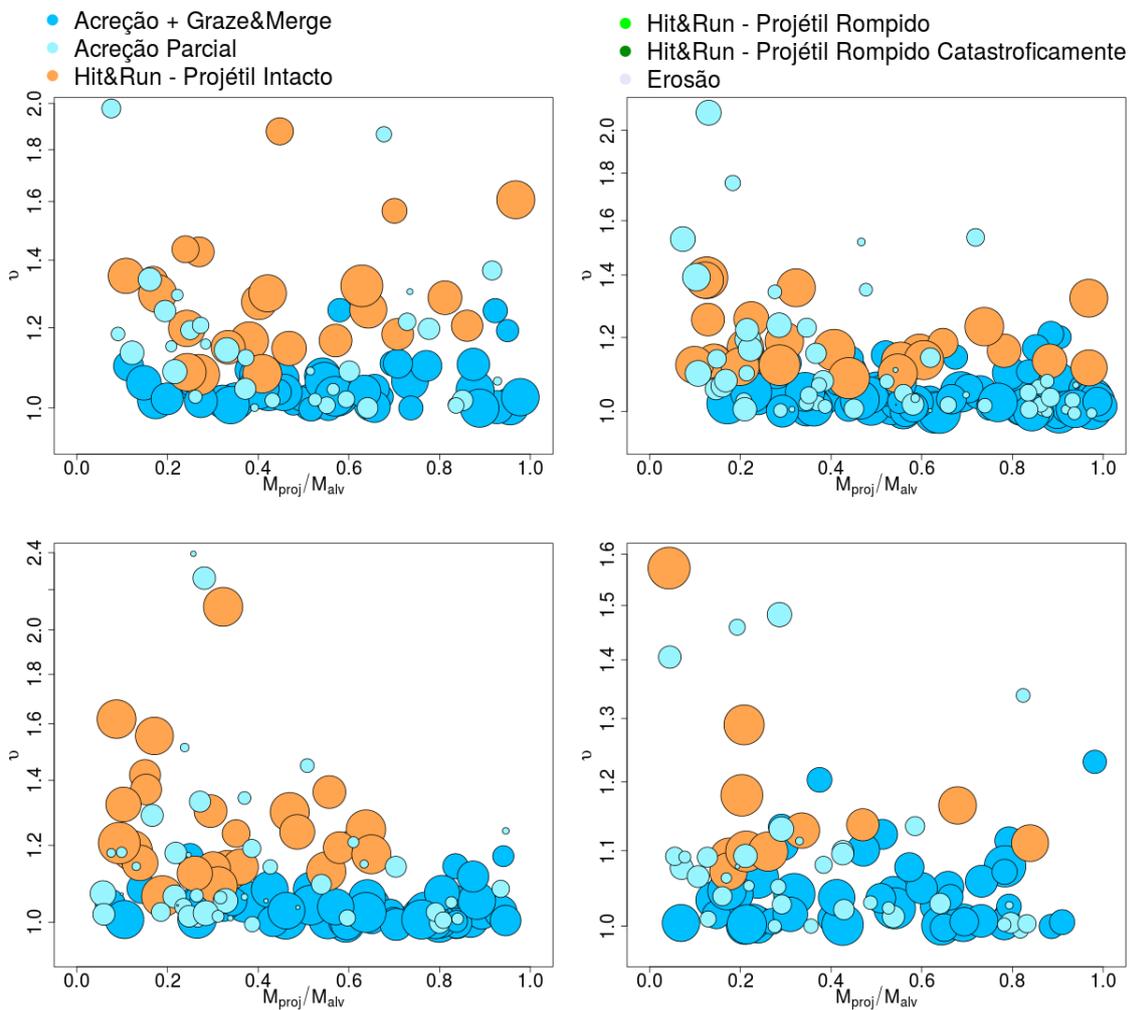
De acordo com a Figura 18, notamos que não houve colisões em que o projétil sofre ruptura (com  $M_{proj} > M_{Merc}$ ) uma vez que não houve colisões de regime *hit-and-run* erosivas. Os discos tiveram valores de parâmetro de velocidade,  $v$ , entre 1 e 1.6 na maior parte das colisões.

Tabela 10 – Frequência de colisões totais - Grupo 4

Declive (x)	Acréção Perfeita (%)	Acréção Parcial (%)	Graze & Merge (%)	Hit & Run (%)	Erosão (%)
2.5	7.36	59.56	12.60	19.78	0.70
3.5	9.52	62.34	9.94	17.52	0.68
4.5	10.69	61.06	9.21	18.02	1.03
5.5	11.99	62.60	7.79	16.51	1.11

Tabela da porcentagem de cada tipo de colisão em relação ao número total de colisões do grupo 4.  
 Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 18 – Colisões do grupo 4.



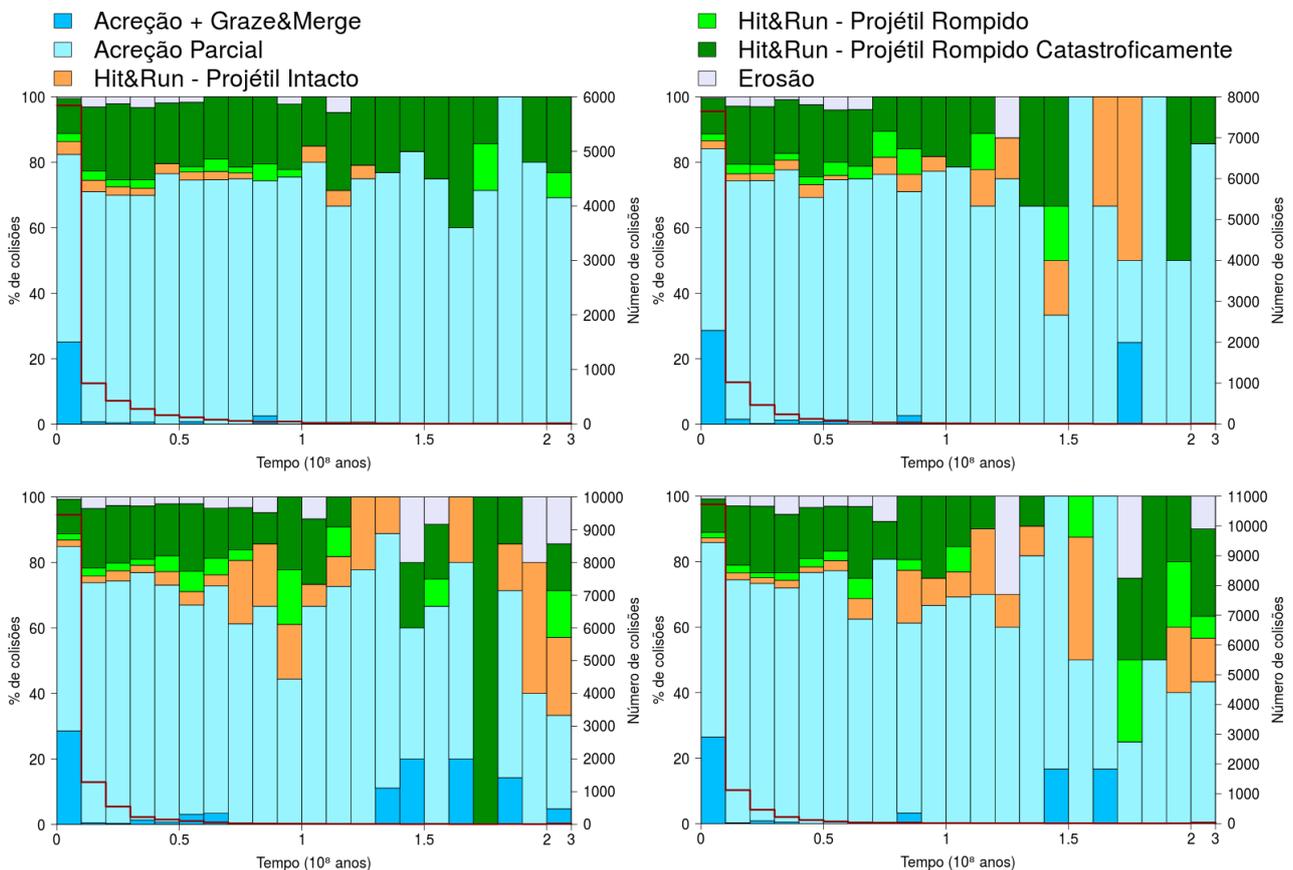
Resultados das colisões envolvendo projétil com massa superior à massa atual de Mercúrio. Gráfico da velocidade de impacto normalizada pela velocidade de escape,  $v$  em função da razão de massa dos corpos colididos. Cada painel representa um declive da densidade superficial (da esquerda pra direita, de cima para baixo:  $x=2.5, 3.5, 4.5$  e  $5.5$ ). Os pontos no gráfico variam de tamanho proporcional ao parâmetro de impacto,  $b=\text{sen}(\theta)$ .  
 Fonte: Produção do próprio autor.

### 5.2.5 Grupo 5

No grupo 5, foram realizadas 60 simulações, 15 para cada declive do disco. Jupiter e Saturno se encontravam em ressonância de movimento médio 2:3 e com excentricidades iguais a 0.050. Conforme verificamos na tabela 11, há um predomínio do regime de acreção parcial (~60%). A frequência do regime de *hit-and-run* diminuiu em média com o aumento do declive (de 19% para 15%). Ao passo que as colisões erosivas aumentaram em média com o aumento do declive (de 1% para 1.25%). De acordo com a Figura 19, o número de colisões aumentou quando o declive foi maior e decresceu de maneira exponencial com o tempo em cada painel.

Observando a Figura 20, notamos que as colisões em que o projétil sofre ruptura (com  $M_{proj} > M_{Merc}$ ) ocorrem nos discos com declive  $x=2.5, 3.5$  e  $4.5$ . Essas colisões envolveram corpos com variadas razões de massas (entre 1/20 e 1/1). Os discos tiveram valores de parâmetro de velocidade,  $v$ , entre 1 e 2.5 nesses discos mencionados e  $v$  entre 1 e 2 no disco com  $x=5.5$ .

Figura 19 – Frequências de colisões do grupo 5.



Todas as colisões ocorridas no disco distribuído inicialmente seguindo o modelo de declive do grupo 5. Gráfico da porcentagem de cada tipo de colisão ao longo do tempo, com cada barra representando 10 milhões de anos (lado esquerdo), depois de 200 milhões a barra representa 100 milhões de anos. o histograma vermelho representa a quantidade de colisões pelo tempo (lado direito). Cada painel representa um declive da densidade superficial (da esquerda pra direita, de cima para baixo:  $x=2.5, 3.5, 4.5$  e  $5.5$ ).

Fonte: Produção do próprio autor.

Nesse grupo houve dois casos de colisão em que a massa do projétil resultante é próxima à massa

de Mercúrio, conforme podemos verificar na tabela 12. As colisões ocorreram nos discos com declives  $x=2.5$  e  $4.5$  num regime de *hit-and-run* com ruptura do projétil.

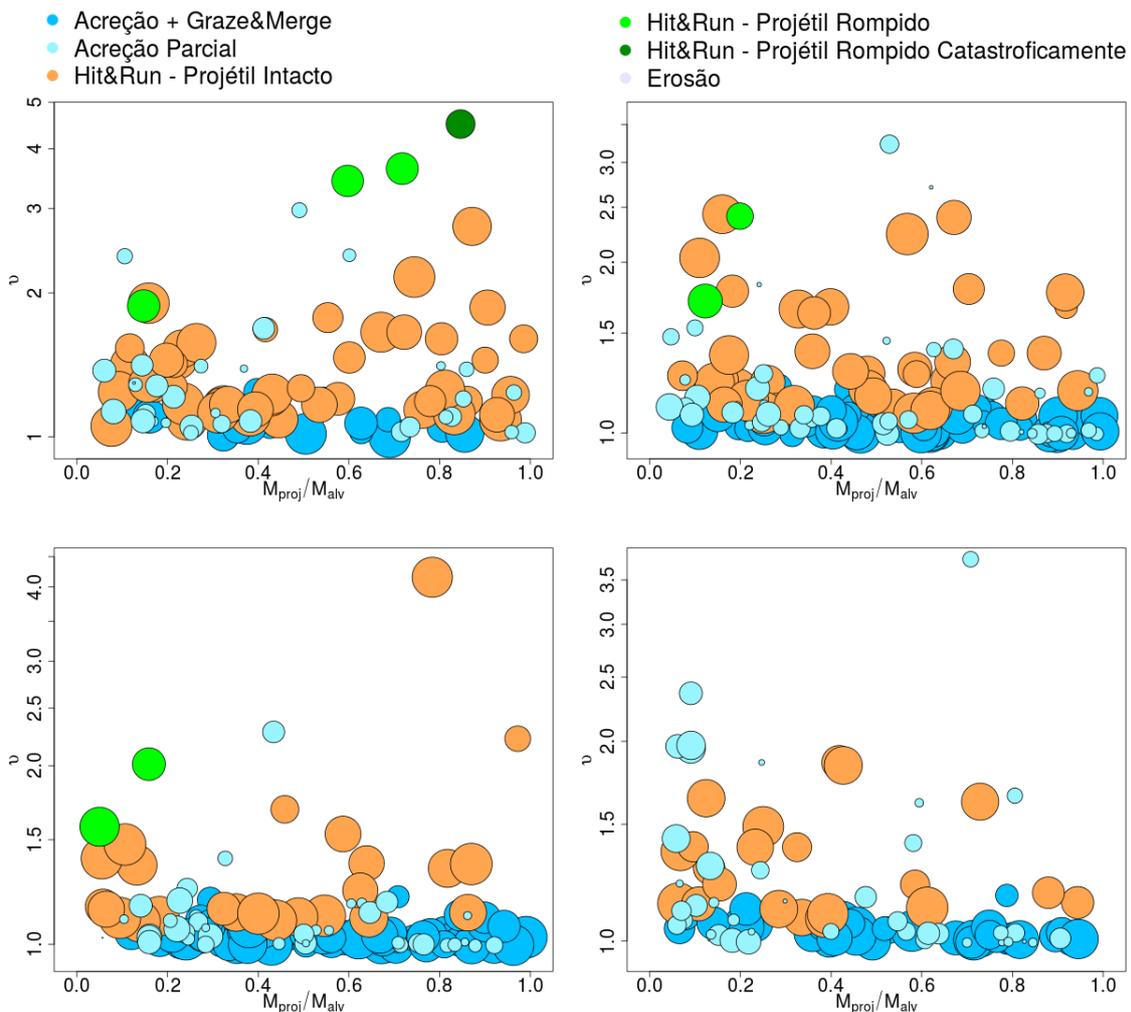
Tabela 11 – Frequência de colisões totais - Grupo 5

Declive ( $x$ )	Acreção Perfeita (%)	Acreção Parcial (%)	Graze & Merge (%)	Hit & Run (%)	Erosão (%)
2.5	4.90	61.09	13.86	19.20	0.95
3.5	11.33	59.44	11.31	17.07	0.84
4.5	12.22	59.63	10.56	16.38	1.21
5.5	13.83	61.74	8.21	14.98	1.25

Tabela da porcentagem de cada tipo de colisão em relação ao número total de colisões do grupo 5.

Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 20 – Colisões do grupo 5.



Resultados das colisões envolvendo projétil com massa superior à massa atual de Mercúrio. Gráfico da velocidade de impacto normalizada pela velocidade de escape,  $v$  em função da razão de massa dos corpos colididos. Cada painel representa um declive da densidade superficial (da esquerda pra direita, de cima para baixo:  $x=2.5$ ,  $3.5$ ,  $4.5$  e  $5.5$ ). Os pontos no gráfico variam de tamanho proporcional ao parâmetro de impacto,  $b=\text{sen}(\theta)$ .

Fonte: Produção do próprio autor.

Tabela 12 – Dados de colisão com possível formação estrutural de Mercúrio - Grupo 5

$M_{alv} (M_{Terra})$	$M_{proj} (M_{Terra})$	$b$	$v$	$M_f (M_{Merc})$	Núcleo/Manto	$r$ (ua)	$t$ ( $10^8$ )
<sup>a</sup> 0.095	0.057	0.75	3.43	0.89	83/17	0.83	0.09
<sup>b</sup> 1.25	0.063	0.94	1.58	1.15	65/35	0.97	0.54

Dados de colisões no regime *hit-and-run* com ruptura do projétil. Os discos tinham declives  $x=^a2.5$  e  $x=^b4.5$ .  
Fonte: Produção do próprio autor.

### 5.2.6 Grupo 6

No grupo 6, foram realizadas 75 simulações, 15 para cada declive do disco. Jupiter e Saturno se encontravam em suas órbitas atuais e com excentricidades iguais a 0.010. Conforme verificamos na tabela 13, também há um predomínio do regime de acreção parcial (~57% em média). A frequência do regime de *hit-and-run* diminuiu em média com o aumento do declive (de 33% para 16%). Ao passo que as colisões erosivas foram relativamente altas em  $x=1.5$  (3%) comparado aos outros discos. De acordo com a Figura 21, o número de colisões aumentou quando o declive foi maior e decresceu de maneira exponencial com o tempo em cada painel.

Tendo em vista a Figura 22, notamos que as colisões em que o projétil sofre ruptura (com  $M_{proj} > M_{Merc}$ ) ocorre no disco com declive  $x=1.5$ . Essas colisões envolveram corpos com variadas razões de massas (entre 1/10 e 1/1.5). Os discos tiveram valores de parâmetro de velocidade,  $v$ , entre 1 e 2.5 ( $x=2.5, 3.5$ ), entre 1 e 2 ( $x=4.5, 5.5$ ) e no disco com  $x=2.5$  tivemos valores de  $v$  entre 1 e 5.

Tabela 13 – Frequência de colisões totais - Grupo 6

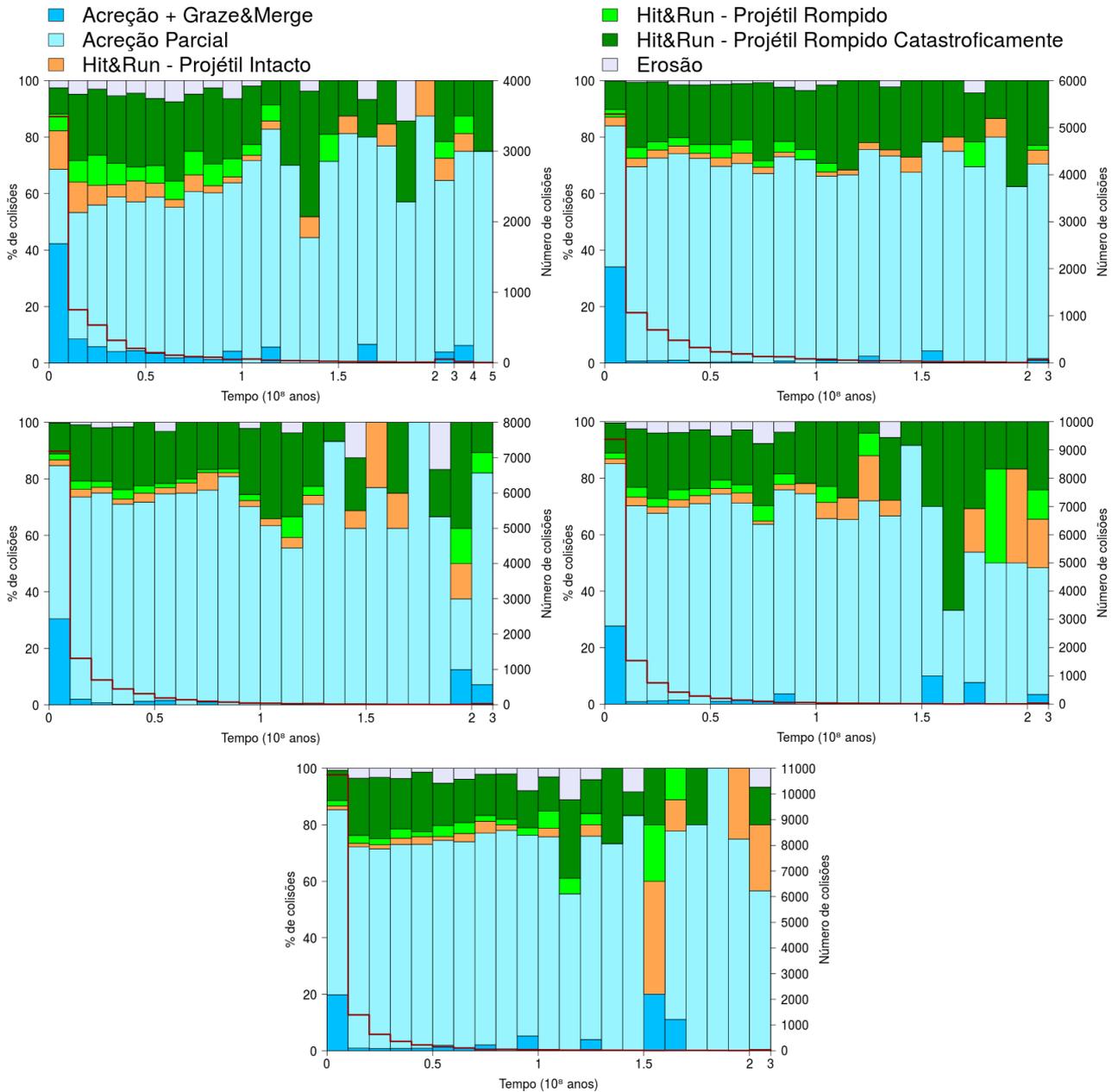
Declive (x)	Acreção Perfeita (%)	Acreção Parcial (%)	Graze & Merge (%)	Hit & Run (%)	Erosão (%)
1.5	19.47	37.45	7.16	32.67	3.26
2.5	8.42	58.55	11.85	20.65	0.53
3.5	10.33	60.22	10.53	18.40	0.52
4.5	10.89	60.63	9.24	18.04	1.20
5.5	7.52	66.86	8.04	16.28	1.30

Tabela da porcentagem de cada tipo de colisão em relação ao número total de colisões do grupo 6.

Fonte: Produção do próprio autor.

Nesse grupo houve dois casos de colisão em que a massa do projétil resultante é próxima à massa de Mercúrio, conforme podemos verificar na tabela 14. As colisões ocorreram no disco com declive  $x=1.5$  em regimes de *hit-and-run* com ruptura e ruptura catastrófica do projétil.

Figura 21 – Frequências de colisões do grupo 6.



Todas as colisões ocorridas no disco distribuído inicialmente seguindo o modelo de declive do grupo 6. Gráfico da porcentagem de cada tipo de colisão ao longo do tempo, com cada barra representando 10 milhões de anos (lado esquerdo), depois de 200 milhões a barra representa 100 milhões de anos. o histograma vermelho representa a quantidade de colisões pelo tempo (lado direito). Cada painel representa um declive da densidade superficial (da esquerda pra direita, de cima para baixo:  $x=1.5$ ,  $2.5$ ,  $3.5$ ,  $4.5$  e  $5.5$ ).

Fonte: Produção do próprio autor.

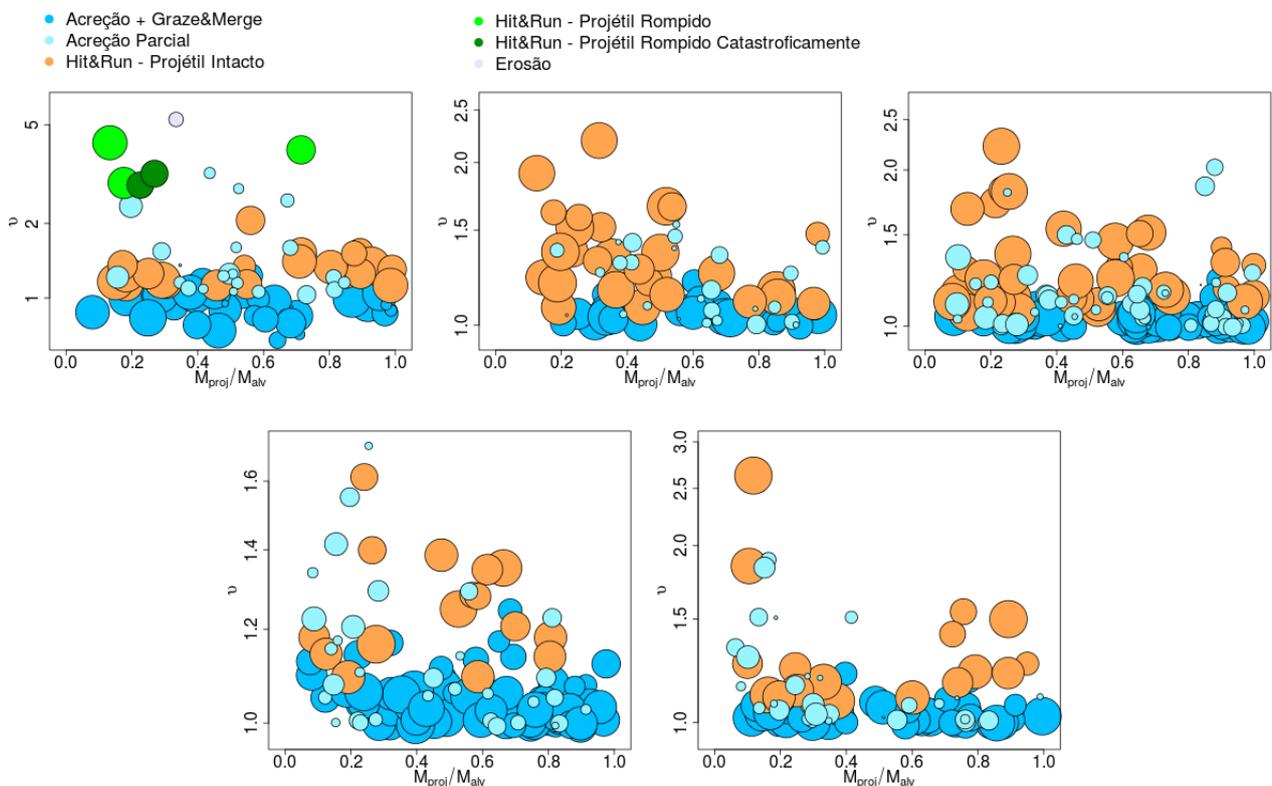
Tabela 14 – Dados de colisão com possível formação estrutural de Mercúrio - Grupo 6

$M_{alv}$ ( $M_{Terra}$ )	$M_{proj}$ ( $M_{Terra}$ )	$b$	$v$	$M_f$ ( $M_{Merc}$ )	Núcleo/Manto	$r$ (ua)	$t$ ( $10^8$ )
<sup>a</sup> 0.434	0.076	0.824	2.91	0.9	82/18	0.81	0.23
<sup>b</sup> 0.46	0.1	0.76	2.85	1.04	71/29	0.66	0.36

Dados de colisões no regime *hit-and-run* com <sup>a</sup>ruptura e <sup>b</sup>ruptura catastrófica do projétil. O disco tinha declive  $\chi=1.5$ .

Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 22 – Colisões do grupo 6.



Resultados das colisões envolvendo projétil com massa superior à massa atual de Mercúrio. Gráfico da velocidade de impacto normalizada pela velocidade de escape,  $v$  em função da razão de massa dos corpos colididos. Cada painel representa um declive da densidade superficial (da esquerda pra direita, de cima para baixo:  $\chi=1.5, 2.5, 3.5, 4.5$  e  $5.5$ ). Os pontos no gráfico variam de tamanho proporcional ao parâmetro de impacto,  $b=\text{sen}(\theta)$ .

Fonte: Produção do próprio autor.

### 5.2.7 Grupo 7

No grupo 7, foram realizadas 30 simulações, 15 para cada declive do disco. Jupiter e Saturno se encontravam em suas órbitas atuais e com excentricidades iguais a 0.075. Conforme verificamos na tabela 15, há um predomínio do regime de acreção parcial em ambos os declives ( $\sim 53\%$  e  $\sim 61\%$  em média). Destacamos que no declive com  $\chi=1.5$ , após 150mi de anos, tivemos quase total frequência desse regime. A frequência do regime de *hit-and-run* diminuiu em média com o aumento do declive

(de 24% para 19%). Assim também ocorreu com as colisões erosivas (de 4.36% para 0.75%). De acordo com a Figura 23, o número de colisões aumentou quando o declive foi maior e decresceu de maneira exponencial com o tempo em cada painel.

De acordo com a Figura 24, notamos que as colisões em que o projétil sofre ruptura (com  $M_{proj} > M_{Merc}$ ) ocorrem em ambos os discos. Essas colisões envolveram corpos com variadas razões de massas (entre 1/20 e 1/1). Os discos tiveram valores do parâmetro de velocidade,  $v$ , entre 1 e 10 ( $x=0.5$ ) e entre 1 e 5 ( $x=1.5$ ).

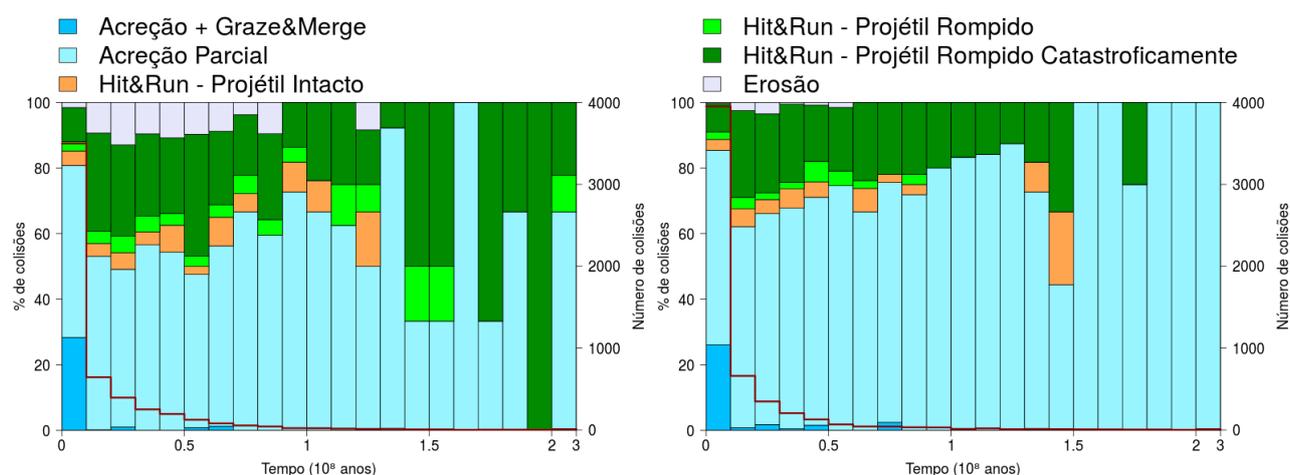
Tabela 15 – Frequência de colisões totais - Grupo 7

Declive (x)	Acréção Perfeita (%)	Acréção Parcial (%)	Graze & Merge (%)	Hit & Run (%)	Erosão (%)
0.5	5.10	52.83	13.42	24.30	4.36
1.5	5.27	61.35	13.44	19.19	0.75

Tabela da porcentagem de cada tipo de colisão em relação ao número total de colisões do grupo 7.

Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 23 – Frequências de colisões do grupo 7.

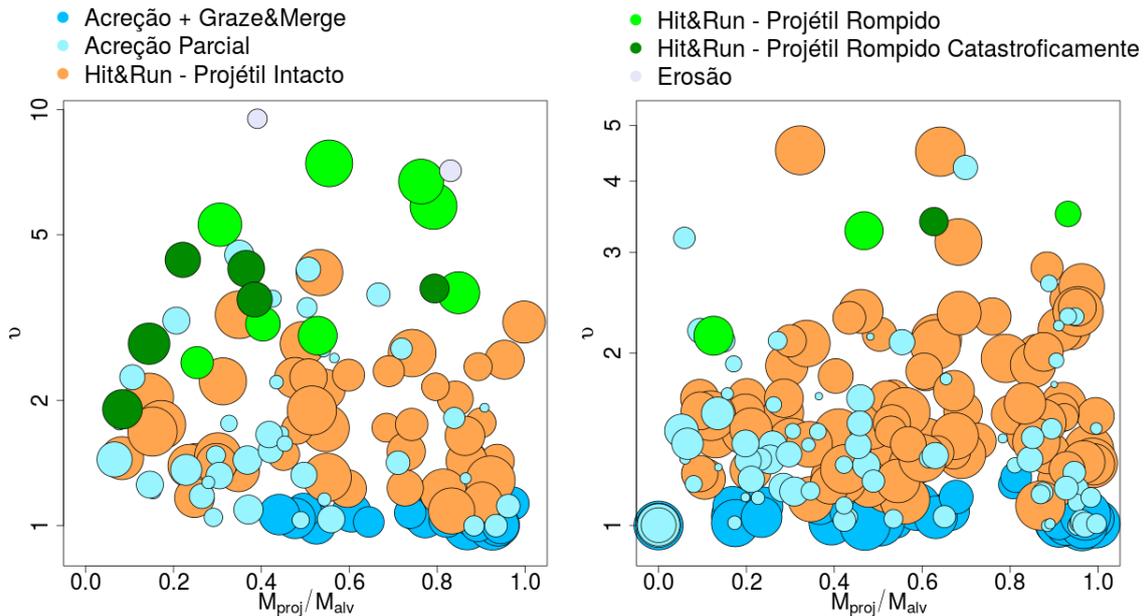


Todas as colisões ocorridas no disco distribuído inicialmente seguindo o modelo de declive do grupo 6. Gráfico da porcentagem de cada tipo de colisão ao longo do tempo, com cada barra representando 10 milhões de anos (lado esquerdo), depois de 200 milhões a barra representa 100 milhões de anos. o histograma vermelho representa a quantidade de colisões pelo tempo (lado direito). Cada painel representa um declive da densidade superficial (da esquerda pra direita:  $x=0.5$ ,  $1.5$ ).

Fonte: Produção do próprio autor.

Nesse grupo houve nove casos de colisão em que a massa do projétil resultante é próxima à massa de Mercúrio, conforme podemos verificar na tabela 16. As colisões ocorreram em ambos os discos em regimes de *hit-and-run* com ruptura e ruptura catastrófica do projétil.

Figura 24 – Colisões do grupo 7.



Resultados das colisões envolvendo projétil com massa superior à massa atual de Mercúrio. Gráfico da velocidade de impacto normalizada pela velocidade de escape,  $v$  em função da razão de massa dos corpos colididos. Cada painel representa um declive da densidade superficial (da esquerda pra direita:  $x=0.5, 1.5$ ). Os pontos no gráfico variam de tamanho proporcional ao parâmetro de impacto,  $b=\text{sen}(\theta)$ .

Fonte: Produção do próprio autor.

Tabela 16 – Dados de colisão com possível formação estrutural de Mercúrio - Grupo 7

$M_{alv}$ ( $M_{Terra}$ )	$M_{proj}$ ( $M_{Terra}$ )	$b$	$v$	$M_f$ ( $M_{Merc}$ )	Núcleo/Manto	$r$ (ua)	$t$ ( $10^8$ )
<sup>1a</sup> 0.073	0.058	0.92	5.87	1.04	71/29	0.96	0.27
<sup>a</sup> 0.370	0.110	0.86	5.29	1.20	62/38	0.52	0.49
<sup>a</sup> 0.078	0.060	0.89	6.72	1.0	74/26	1.10	2.6
<sup>b</sup> 0.580	0.083	0.82	2.74	0.93	80/20	0.64	0.63
<sup>b</sup> 0.930	0.078	0.78	1.90	1.04	71/20	0.65	0.81
<sup>b</sup> 0.310	0.120	0.69	3.50	1.20	62/38	0.66	1.17
<sup>2a</sup> 0.081	0.075	0.51	3.50	1.15	65/35	1.17	0.065
<sup>a</sup> 0.123	0.058	0.75	3.28	0.82	86/14	1.06	0.12
<sup>a</sup> 0.670	0.084	0.78	2.15	1.15	65/35	1.21	0.45

Dados de colisões no regime *hit-and-run* com <sup>a</sup>ruptura e <sup>b</sup>ruptura catastrófica do projétil. Os discos tinham declives  $x=^10.5$  e  $x=^21.5$ .

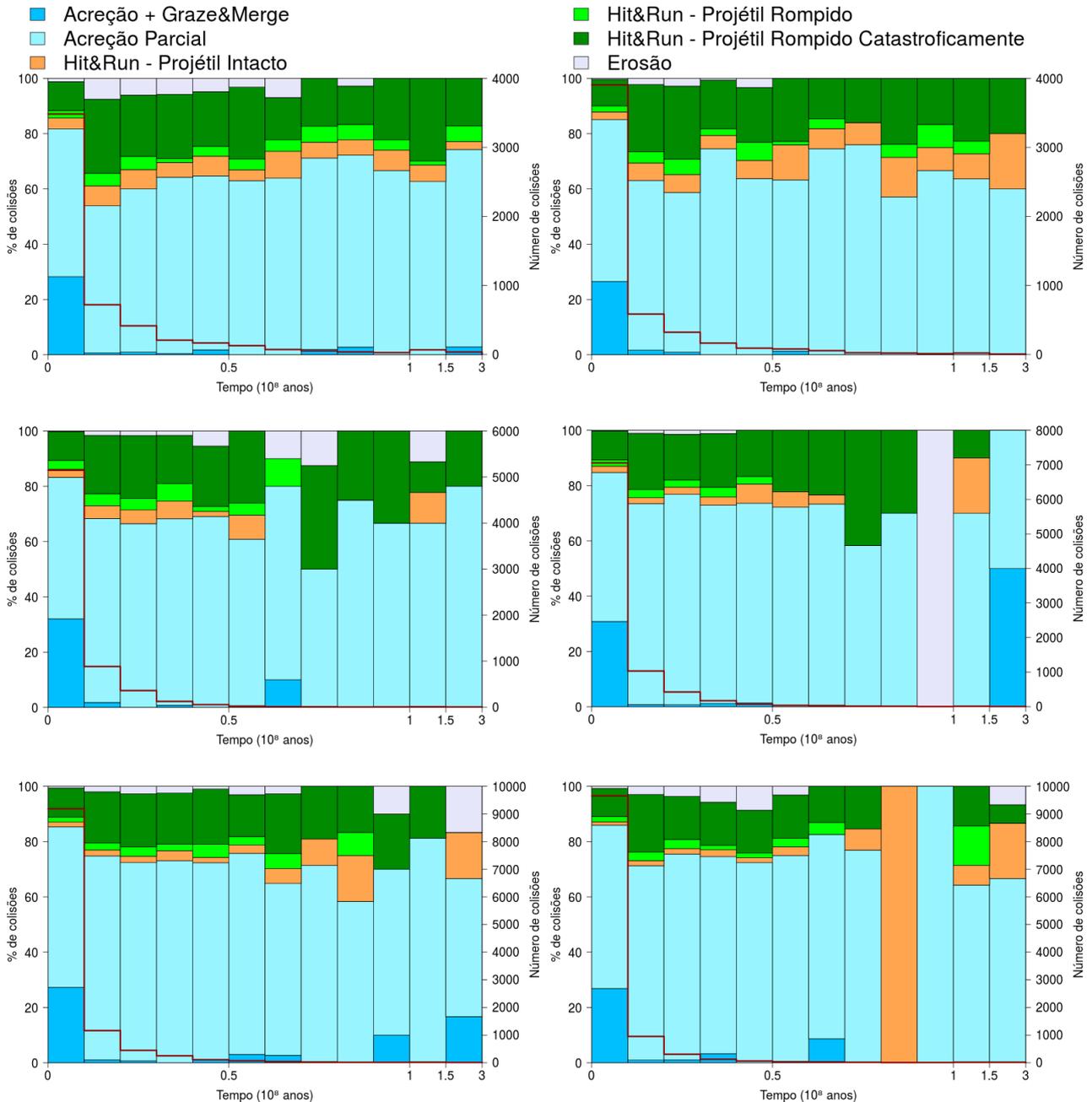
Fonte: Produção do próprio autor.

### 5.2.8 Grupo 8

No grupo 8, foram realizadas 90 simulações, 15 para cada declive do disco. Jupiter e Saturno se encontravam em suas órbitas atuais e com excentricidades iguais a 0.10. Conforme verificamos na tabela 17, há um predomínio do regime de acreção parcial (~58% em média). A frequência do

regime de *hit-and-run* diminuiu em média com o aumento do declive (de 23% para 15%). As colisões erosivas variaram e tiveram maiores frequências em  $x=2.5$  (3%),  $x=4.5$  (1%) e  $x=5.5$  (1.1%). De acordo com a Figura 25, o número de colisões aumentou quando o declive foi maior e decresceu de maneira exponencial com o tempo em cada painel.

Figura 25 – Frequências de colisões do grupo 8.



Todas as colisões ocorridas no disco distribuído inicialmente seguindo o modelo de declive do grupo 8. Gráfico da porcentagem de cada tipo de colisão ao longo do tempo, com cada barra representando 10 milhões de anos (lado esquerdo), depois de 100 milhões a barra representa 150 milhões de anos. o histograma vermelho representa a quantidade de colisões pelo tempo (lado direito). Cada painel representa um declive da densidade superficial (da esquerda pra direita, de cima para baixo:  $x=0.5$ , 1.5, 2.5, 3.5, 4.5 e 5.5).

Fonte: Produção do próprio autor.

De acordo com a Figura 26, notamos que as colisões em que o projétil sofre ruptura (com  $M_{proj} > M_{Merc}$ ) ocorrem em todos os discos. Essas colisões envolveram corpos com variadas razões de massas (entre 1/10 e 1/1.5).

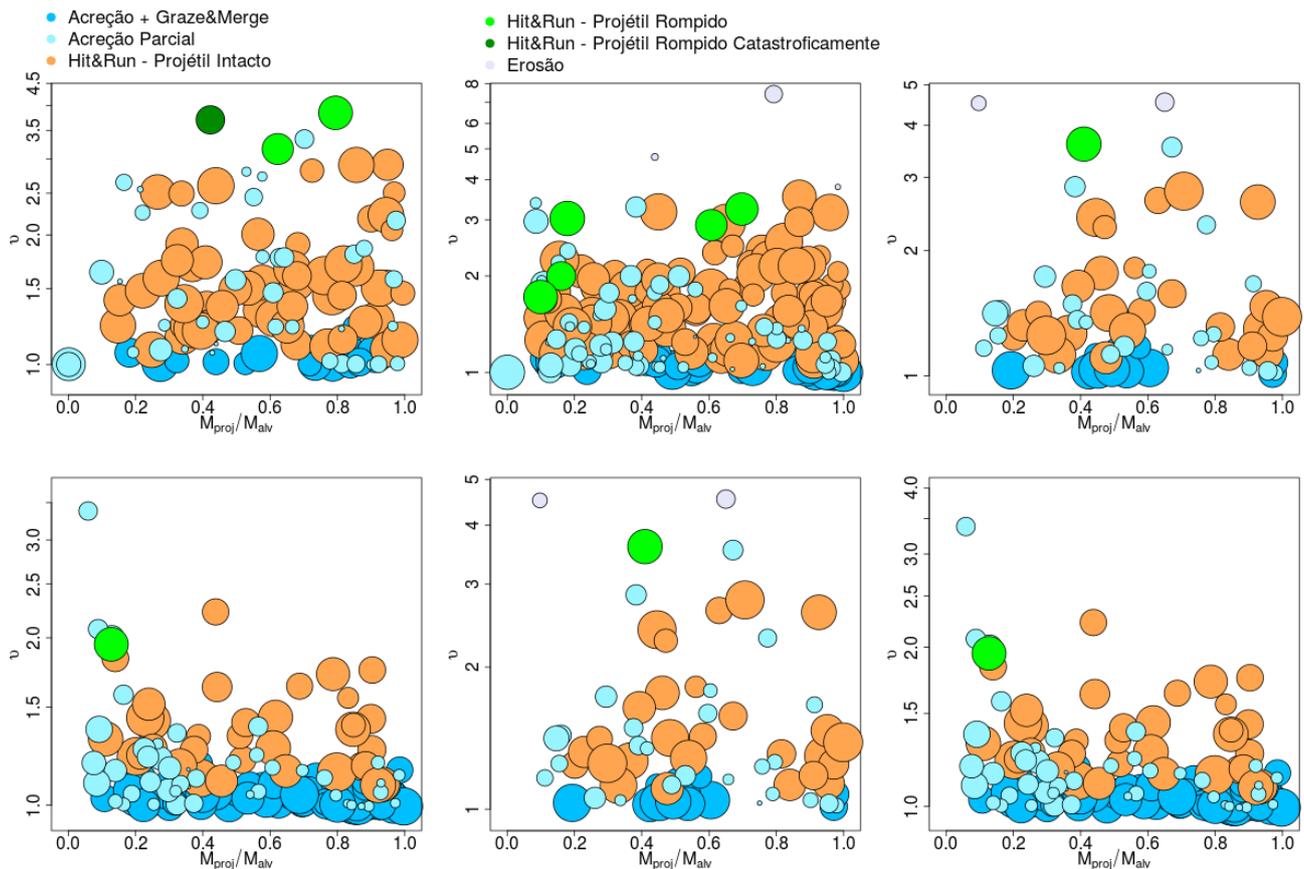
Tabela 17 – Frequência de colisões totais - Grupo 8

Declive (x)	Acreção Perfeita (%)	Acreção Parcial (%)	Graze & Merge (%)	Hit & Run (%)	Erosão (%)
0.5	5.07	55.50	13.43	23.22	2.78
1.5	5.52	59.77	14.33	19.63	0.76
2.5	10.66	54.72	14.49	19.55	0.57
3.5	12.80	57.89	12.00	16.94	0.38
4.5	12.45	60.85	9.90	15.92	0.88
5.5	15.03	60.83	8.31	14.71	1.12

Tabela da porcentagem de cada tipo de colisão em relação ao número total de colisões do grupo 8.

Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 26 – Colisões do grupo 8.



Resultados das colisões envolvendo projétil com massa superior à massa atual de Mercúrio. Gráfico da velocidade de impacto normalizada pela velocidade de escape,  $v$  em função da razão de massa dos corpos colididos. Cada painel representa um declive da densidade superficial (da esquerda pra direita, de cima para baixo:  $x=0.5, 1.5, 2.5, 3.5, 4.5$  e  $5.5$ ). Os pontos no gráfico variam de tamanho proporcional ao parâmetro de impacto,  $b=\text{sen}(\theta)$ .

Fonte: Produção do próprio autor.

Nesse grupo houve seis casos de colisão em que a massa do projétil resultante é próxima à massa de Mercúrio, conforme podemos verificar na tabela 18. As colisões ocorreram nos discos com declives  $x=0.5, 1.5, 4.5$  e  $5.5$  em regimes de *hit-and-run* com ruptura e ruptura catastrófica do projétil.

Tabela 18 – Dados de colisão com possível formação estrutural de Mercúrio - Grupo 8

$M_{alv}$ ( $M_{Terra}$ )	$M_{proj}$ ( $M_{Terra}$ )	$b$	$v$	$M_f$ ( $M_{Merc}$ )	Núcleo/Manto	$r$ (ua)	$t$ ( $10^8$ )
<sup>1b</sup> 0.264	0.111	0.73	3.70	1.17	63/37	0.73	0.55
<sup>2a</sup> 0.10	0.062	0.81	2.89	1.13	66/34	0.83	0.037
<sup>a</sup> 0.082	0.057	0.84	3.24	1.04	71/29	1.21	0.42
<sup>a</sup> 0.60	0.060	0.86	1.72	1.05	70/30	0.92	0.46
<sup>3a</sup> 0.69	0.068	0.91	2.44	1.13	66/34	0.88	0.68
<sup>4a</sup> 1.29	0.059	0.84	1.48	0.85	87/13	0.61	0.14

Dados de colisões no regime *hit-and-run* com <sup>a</sup>ruptura e <sup>b</sup>ruptura catastrófica do projétil. Os discos tinham declives  $x=$ <sup>1</sup>0.5, <sup>2</sup>1.5, <sup>3</sup>4.5, <sup>4</sup>5.5.

Fonte: Produção do próprio autor.

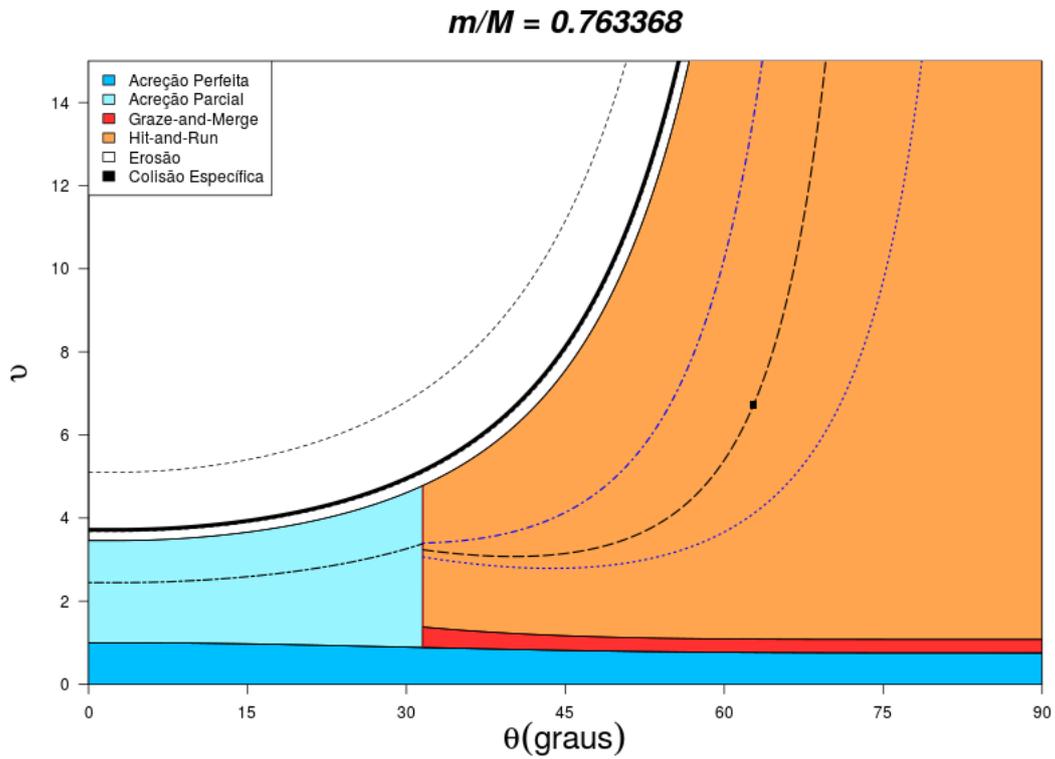
Este modelo também foi capaz de apresentar bons resultados em termos de análogos a Mercúrio. Resultados melhores ocorreram no grupos 1, 2, 6, 7 e 8, conforme podemos observar na Figura 27 o mapa de colisão de um caso de ruptura no grupo 7. De modo geral, nesses casos a massa do projétil e sua razão de núcleo/manto se assemelhavam às de Mercúrio. A estrutura do corpo poderia ser produzida se considerarmos um corpo já com um núcleo do tamanho do núcleo do Mercúrio atual e que não tenha perdido material pela colisão. Essas colisões não apresentam um padrão de distância radial, ou seja, acontecem em diferentes regiões do disco. Além disso, não apresentam padrão de tempo, com tempos diferentes, porém todos ocorreram com pelo menos 25mi de anos.

Nesse modelo houve uma diferença notável na produção de colisões erosivas entre os grupos. Os grupos com Jupiter e Saturno em suas órbitas atuais (grupos 6-8) produziram mais casos que outros. O grupo 6 em específico quando o declive  $x=1.5$ . Apesar disso, com exceção do grupo 4, todos os grupos conseguiram produzir pelo menos um caso de análogo a Mercúrio. Notamos que os discos com declive  $x=5.5$  colaboraram em apenas um caso com produção de colisões erosivas, somente quando Jupiter e Saturno tinham excentricidades muito altas (grupo 8). Ou seja, nessa configuração os discos produzem colisões menos energéticas. Por outro lado, discos com menores declives produziram mais colisões erosivas.

O maior número de casos desse tipo de colisão ocorreu quando os planetas gigantes tinham excentricidades altas (grupo 7) e em discos com declives menores. Já a ausência de casos de colisões erosivas ocorreu no disco com Jupiter e Saturno em ressonância de movimento médio 2:3 e com excentricidades de 0.025 (grupo 4). Podemos comparar o disco do grupo 6 com  $x=1.5$  com os discos do primeiro modelo. Nesse caso os discos tem o mesmo declive, porém o disco do grupo 6 não possui depleção. Notamos que nesse caso houve mais colisões erosivas que nos discos daquele modelo.

Estes foram os resultados das simulações apresentadas. Nos próximos capítulos falaremos de alguns detalhes das simulações e as implicações nos resultados que tivemos.

Figura 27 – Mapa de ruptura do projétil para um caso de impacto no grupo 7.



Mapa do resultado de colisão entre embriões com razão de massa projétil/alvo próxima a 1/1.3. Parâmetros do material  $c^* = 5$  e  $\bar{\mu} = 0.37$ . Os corpos possuíam densidades de  $2,9 \text{ g/cm}^3$ . No regime de *hit-and-run*, a curva tracejada preta representa a velocidade necessária para que o projétil tenha  $1M_{Merc}$  com a colisão. A colisão específica é dada pelo ponto quadrado preto.

Fonte: Produção do próprio autor.

## 6 DISCUSSÕES

Desde o início das simulações até a análise final, algumas adaptações e aproximações são realizadas para que tenhamos os resultados finais e para que consigamos fazer um estudo melhor delas, ainda que aproximado, muitas vezes devido às limitações com as quais nos deparamos. A seguir discutiremos algumas dessas limitações e a validade que elas imprimem em nosso estudo.

### 6.1 SIMULAÇÕES

Conforme havíamos mencionado, os dois modelos de simulação numérica adotam as colisões ocorridas no disco como inelásticas. Os corpos esféricos, independentemente da configuração do impacto, fundem-se em um único corpo e mantêm conservado o momento linear. Sabemos que são vários os resultados provenientes da colisão entre dois corpos (LEINHARDT; STEWART, 2012), (STEWART; LEINHARDT, 2012). Como mencionamos, no regime de *hit-and-run*, os corpos colidem porém não se acretam após o impacto, têm suas órbitas modificadas devido ao amortecimento de suas velocidades e dependendo da geometria do impacto podem ainda ter parte da massa perdida.

Então, esse tipo de colisão poderia originar novas configurações no sistema e em particular modificar a estrutura dos corpos comparadamente às simulações com colisões inelásticas. Levando isso em consideração, colisões que formaram análogos a Mercúrio nos últimos anos de evolução do disco, poderiam não tê-los formado caso as simulações permitissem acreção ineficiente. Isso porque posições e velocidades dos corpos se modificam a cada colisão. Contudo, estudos com simulações numéricas que adotaram colisões com acreção ineficiente mostraram que não houve mudanças significativas no resultado final em comparação com simulações que assumiram colisões inelásticas. A principal diferença foi um aumento no tempo que os planetas levam para atingir suas configurações finais, devido a um crescimento menos efetivo (ASPHAUG; REUFER, 2014), (CHAMBERS, 2013), (LEINHARDT et al., 2015). Logo, aqueles casos bem sucedidos que obtivemos em nossas simulações são factíveis com os dois casos.

Adotar modelos colisionais com acreções ineficientes gera alto custo computacional. Além disso, tanto o número de corpos no disco como as massas iniciais dos planetesimais são limitados devido a este problema. Após uma colisão, lidar com partículas do tamanho de um grão de poeira e fragmentos com milhares de quilômetros simultaneamente seria demasiado custo e como vimos, desnecessário. Por esse motivo, fazemos a análise dos resultados das colisões *a posteriori*, uma vez que são guardadas as configurações geométricas e a velocidade dos corpos a partir do primeiro contato entre eles.

Em nosso caso específico de estudo de Mercúrio, a estrutura de um corpo pode ser diferentemente moldada de acordo com o número de colisões e com o modo como ele as sofre. Colisões também influenciam na composição química final dos corpos (assunto que não tratamos neste presente estudo). Por esses motivos, as simulações que utilizamos nesse estudo não são capazes de explicar todas as características estruturais de um corpo através do modelo de colisões adotado. Porém, podemos trabalhar mais detalhadamente com os dados das colisões ocorridas no disco, tais como velocidade de impacto, ângulo de impacto e dimensão dos corpos. As informações composicionais podem ser

obtidas utilizando as colisões isoladamente num programa adequado tal como o SPH. Nesse programa, conseguimos partir de corpos diferenciados, com núcleo e manto, e estudar a evolução das partículas que os compõem ao longo do tempo. Agora, porém, partindo de dados mais realísticos oriundos das simulações numéricas de N-corpos.

## 6.2 LEIS DE ESCALA

Além das aproximações realizadas durante as simulações, as formulações analíticas que adotamos para análise dos resultados de colisão (LEINHARDT; STEWART, 2012) também carregam em si limitações. A primeira delas é que as leis de escala não abrangem todo o tipo de estrutura planetária uma vez que a complexidade das propriedades físicas, que se modificam ao longo do tempo, imputam uma enorme dificuldade na aplicação de uma única e simples equação que descreva todos os tipos de materiais durante a formação dos planetas. Estas leis foram desenvolvidas com foco em corpos dominados por gravidade e, em termos de características físicas, planetas diferenciados e homogêneos. Há necessidade de modificações para casos de corpos que envolvam gás na estrutura, por exemplo. Porém a simplificação é necessária para se poder ter simulações de formação planetária fisicamente robustas e computacionalmente tratáveis simultaneamente (LEINHARDT; STEWART, 2012).

Outros dois fatores que não foram levados em consideração nas simulações foram o efeito de maré e a rotação dos corpos. Segundo (LEINHARDT; STEWART, 2012), o efeito de maré pode ser importante na fragmentação dos planetas durante colisões ou encontros próximos. Esses efeitos podem alterar a massa envolvida numa colisão pela geometria do impacto. Assim, podem ocorrer diferentes distribuições de tamanho e velocidade comparado a colisões sem rotação e envolvendo corpos esféricos. Em nosso trabalho, os corpos são considerados esféricos e portanto o efeito de maré é desprezado. Porém necessitaríamos entender o quanto corpos irregulares podem afetar a estrutura de um planeta ao fim de uma colisão. Além disso, outro fator que pode contribuir para um cenário diferente na fase final da formação planetária é a rotação dos corpos. Segundo sugere Leinhardt & Stewart (2012), pode-se reduzir o valor do critério de ruptura a partir de um momento angular de colisão significativo e como consequência, pode-se haver a redução do potencial gravitacional. Porém, mais estudos são necessários no entendimento do papel do momento angular.

## 6.3 PROTO-MERCÚRIO

Havíamos considerado que o proto-Mercúrio teria  $\sim 2.8M_{Merc}$  inicialmente baseando-nos nas suposições de (EBEL; STEWART, 2017). Porém verificamos que os projéteis cuja massa final se aproximou da massa de Mercúrio são corpos menos massivos. Notamos que as colisões que envolveram protoplanetas com essas dimensões tinham velocidades de impacto insuficientes para a ruptura do manto. Apesar disso, houve casos de embriões com massa superior a  $2M_{Merc}$  que tiveram resultados próximos aos desejados (grupos 7 e 8). Parte dos trabalhos mencionados no capítulo 3 adotam a massa mínima do proto-Mercúrio de  $2.25M_{Merc}$ .

Além disso, os resultados mostraram que foi possível produzir análogos a Mercúrio através de colisões erosivas no impacto reverso envolvendo projéteis menos massivos, com  $M_{proj} < 2M_{Merc}$ . Estes

corpos alcançaram tal massa devido à razão de massa entre o projétil e o alvo e à configuração geométrica e energética da colisão. Porém, a questão que surge é se essa quantidade menor de massa do projétil seria adequada para explicar a razão núcleo/manto de Mercúrio. Supor que isso seja possível implicaria assumir que o projétil já teria um núcleo massivo antes da colisão. Além disso, ainda precisaríamos que o projétil não sofresse mais nenhuma colisão posterior, para que não houvesse uma nova perda de material do manto. Alguns trabalhos propõem explicar a alta densidade de Mercúrio sem invocar os modelos de colisão (WEIDENSCHILLING, 1978);(CAMERON, 1985);(HUBBARD, 2014). Então, Mercúrio poderia ser resultado de processos extremos ocorridos na parte mais interna da nebulosa solar (EBEL; STEWART, 2017). Caso isso ocorresse, poderíamos ter planetesimais compostos em sua maioria de núcleo já no início da última fase de formação planetária.

Além disso, supomos em nosso trabalho que o análogo a Mercúrio se formaria em um único evento *hit-and-run* erosivo. Todavia, existe ainda a possibilidade de ocorrência de múltiplos eventos *hit-and-run* durante a formação planetária. Caso não fosse acretado pelo alvo, um projétil inicialmente massivo poderia perder parte de seu manto ao sofrer várias colisões erosivas. Desse modo, poderíamos ter corpos com uma alta densidade originada antes da colisão que finaliza a estrutura do proto-Mercúrio. Portanto, esse impacto não exigiria, necessariamente, um projétil tão massivo quanto aquele estipulado e nem uma alta velocidade de impacto. Mas para compreender melhor esse cenário precisaríamos adotar em nossas simulações colisões que permitam acreções ineficientes como resultado.

Por fim, resta-nos entender como Mercúrio conseguiria alcançar a posição em que se encontra atualmente. Nossos casos de sucesso ocorreram em distâncias radiais entre 0.5 e 1.25 ua. Supomos então que o proto-Mercúrio tivesse uma excentricidade e distância radial ligeiramente maiores que as atuais ( $\sim 0.2$  e  $0.39$  ua, respectivamente). Então, este corpo poderia alcançar a órbita atual de Mercúrio caso a colisão amortecesse a sua velocidade orbital, diminuindo, portanto, a sua excentricidade e possivelmente sua distância radial. Contudo, mais estudos são necessários afim de quantificar esses dados, que podem variar de acordo com o impacto. A seguir, faremos as considerações finais de nosso estudo.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No estudo que apresentamos, analisamos as colisões ocorridas em dois cenários de formação planetária diferentes, conforme Izidoro et al. (2014, 2015). Com essas configurações, verificamos qual delas colaborou para produzir um maior número de colisões de regime *hit-and-run* erosivas e consequentemente favoreceu a produção de um corpo estruturalmente semelhante a Mercúrio.

No primeiro caso, tínhamos um disco protoplanetário configurado pelo modelo de depleção, em que numa determinada região do disco haveria dois níveis de empobrecimento de massa e os corpos seriam distribuídos pelo perfil de densidade superficial obedecendo  $\sum_1 r^{-1.5}$ . No segundo caso, tínhamos um disco determinado pelo modelo de declive, com nenhuma região tendo empobrecimento, porém com expoentes do perfil de densidade superficial diferentes ( $x=0.5, 1.5, 2.5, 3.5, 4.5$  e  $5.5$ ), tornando as distribuições mais íngremes com o aumento dos expoentes. Nesses casos, os corpos mais massivos foram distribuídos na parte mais interna do disco e na parte externa, houve embriões menos massivos que planetesimais, conforme pudemos notar na Figura 7.

A partir disso, estudamos os regimes colisionais dos encontros que envolveram projéteis mais massivos que o atual Mercúrio ( $0.055M_{Terra}$ ) com o auxílio da formulação analítica desenvolvida por Leinhardt & Stewart (2012). Separamos as colisões com acreções ineficientes em especial as que se enquadraram no regime *hit-and-run* e, dentro desse quadro, separamos as colisões que resultaram em erosão do projétil. Então, com a lei universal do maior fragmento para o impacto reverso, determinamos qual seria a massa aproximada que o projétil teria após sofrer a ruptura.

Verificamos que ambos os modelos apresentaram colisões com acreção ineficiente como maioria dos resultados. Segundo Ebel & Stewart (2017), as colisões geralmente resultam em acreção parcial durante a maior parte da formação planetária nos modelos padrões. Os modelos de nosso trabalho concordaram com esse comportamento, conforme mostrado no capítulo 5. O caso de colisões *hit-and-run* foi o segundo evento que mais ocorreu considerando os dois modelos. No modelo de depleção, porém, este regime teve maior frequência comparado ao modelo de declive. Houve ainda regimes de erosão do alvo em alguns discos. Verificamos que a ocorrência de colisões *hit-and-run* com ruptura e ruptura catastrófica do projétil foi maior no disco do grupo 7. Este disco tem inicialmente Jupiter e Saturno com altas excentricidades. Isso fez com que o disco ficasse mais excitado dinamicamente comparado ao discos com os planetas gigantes tendo excentricidades baixas. Notamos que a posição destes planetas também não imprimiu significativas diferenças nos discos. Os fatores que contribuíram para uma maior ocorrência de colisões *hit-and-run* erosivas (com  $M_{proj} > M_{Merc}$ ) foi o declive da distribuição e as excentricidades dos planetas gigantes. Estas colisões apareceram quase em todos os discos com um declive baixo. Além disso, houve um maior número de colisões energéticas nos discos com Jupiter e Saturno tendo altas excentricidades. Por outro lado, nenhum disco com declive  $x=5.5$  e baixas excentricidades dos planetas gigantes produziu colisões *hit-and-run* erosivas. Quando comparamos os discos com e sem depleção, nas mesmas configurações, notamos que o disco sem depleção (grupo 6,  $x=1.5$ ) produziu mais colisões *hit-and-run* erosivas que os discos com taxas de depleção.

Em ambos os cenários, em quase todos os discos constatamos a ocorrência de casos de corpos análogos à Mercúrio em termos de massa e razão núcleo/manto. A maioria dos projéteis envolvidos nestas colisões tinham massas inferiores à  $2M_{Merc.}$ . Porém, houve casos envolvendo projéteis tão massivos quanto o proto Mercúrio predito no capítulo 3. Pelos nossos resultados, nesses casos, os impactos não foram energéticos o suficiente para que houvesse a perda necessária do material do manto ou o alvo tinha dimensões similares às do projétil, mesmo nos discos que apresentaram colisões mais energéticas. Supor que Mercúrio poderia ser gerado de um corpo menor contraria a hipótese de um protoplaneta composto inicialmente de 73% manto e 27% núcleo. Porém, o nosso trabalho mostrou que dificilmente colisões envolvendo proto Mercúrios tão massivos consigam produzir análogos de Mercúrio.

Como mencionamos na seção 6.3, outros processos nos primeiros anos de formação do disco poderiam dar origem a alta densidade de Mercúrio (Weidenschilling, 1978; Cameron, 1985; Hubbard, 2014). Segundo Ebel & Stewart (2017), as suas singularidades composicionais poderiam ser consequência de processos de fracionamento nebular ainda desconhecidos (EBEL; STEWART, 2017). Dessa forma, Mercúrio não alcançaria sua densidade atual através de processos colisionais. Estes apenas esculpiriam sua massa e sua razão núcleo/manto atuais em cenários que produzissem colisões relativamente energéticas tais como as apresentadas nesse trabalho. Sendo assim, Mercúrio poderia ser produto de dois processos em fases diferentes. Se isso acontecesse, poderíamos ter protoplanetas menos massivos gerando análogos de Mercúrio. Nesse sentido, segundo Ebel & Stewart (2017), trabalhos futuros que atrelem modelos de evolução de acreção e de composição podem ser capazes de tratar das singularidades observadas em Mercúrio.

Como futuros trabalhos, pretendemos avaliar as colisões bem sucedidas ocorridas nas simulações de N-corpos apresentadas nesse trabalho mais detalhadamente em simulações de SPH. Com isso, conseguiremos verificar a quantidade de material perdido e reacretado pelo projétil e consequentemente se a massa final seria similar à obtida analiticamente, levando em consideração dois corpos diferenciados com núcleo composto de ferro e manto de silicato. Além disso, buscaremos validar a hipótese de que o proto Mercúrio já seria um corpo denso quando a terceira fase de formação planetária teria iniciado e então não exigiria ser necessariamente um corpo tão massivo quanto se tem proposto. Essa hipótese surge a partir dos resultados obtidos nesse trabalho que apresentaram casos em que o corpo final tinha massa muito próxima a de Mercúrio, porém era menos massivo comparado com o proto Mercúrio estipulado pela literatura. Isso nos levou a cogitar a possibilidade de termos protoplanetas inicialmente diferenciados com quantidade singular de silicato e ferro.

## REFERÊNCIAS

- ASPHAUG, E. Similar-sized collisions and the diversity of planets. **Chemie der Erde - Geochemistry**, v. 70, n. 3, p. 199–219, 2010.
- ASPHAUG, E.; REUFER, A. Mercury and other iron-rich planetary bodies as relics of inefficient accretion. **Nature Geoscience**, v. 7, n. 8, p. 564–568, 2014.
- BENZ, W. et al. The origin of Mercury. **Space Sci Rev**, v. 132, p. 189–202, 2007.
- BENZ, W.; SLATTERY, W.; CAMERON, G. Collisional stripping of Mercury's mantle. **Icarus**, v. 74, p. 516–528, 1988.
- CAMERON, A. The partial volatilization of Mercury. **Icarus**, v. 64, p. 285–294, 1985.
- CHAMBERS, J. Late-stage planetary accretion including hit-and-run collisions and fragmentation. **Icarus**, v. 224, n. 1, p. 43–53, 2013. Disponível em: <10.1016/j.icarus.2013.0.015>. Acesso em: 26 out. 2018.
- CHAU, A. et al. Forming Mercury by giant impacts. [ s.n], 2018. (Submetida).
- EBEL, D.; STEWART, S. The elusive origin of mercury. Pre-proof version 11/21/2017. To appear in Mercury: The View after MESSENGER. Cambridge University Press. 2017.
- HOUSEN, K.; HOLSAPPLE, K. On the fragmentation of asteroids and planetary satellites. **Icarus**, v. 84, p. 226–253, 1990.
- HUBBARD, A. Explaining Mercury's density through magnetic erosion. **Icarus**, v. 241, p. 329–335, 2014.
- IDA, S.; MAKINO, J. Scattering of planetesimals by a protoplanet: Slowing down of runaway growth. **Icarus**, v. 106, p. 210–227, 1993.
- IZIDORO, A. et al. Terrestrial planet formation in a protoplanetary disk with a local mass depletion: A successful scenario for the formation of Mars. **The Astrophysical Journal**, v. 782, n. 31, p. 20, 2014.
- IZIDORO, A. et al. Terrestrial planet formation constrained by Mars and the structure of the asteroid belt. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 453, n. 4, p. 3619–3634, 2015.
- IZIDORO, A.; RAYMOND, S. Formation of terrestrial planets. Submetida. 2018.
- KOKUBO, E.; GENDA, H. Formation of terrestrial planets from protoplanets under a realistic accretion condition. **The Astronomical Journal**, v. 714, p. L21–L25, 2010.
- KOKUBO, E.; IDA, S. Oligarchic growth of protoplanets. **Icarus**, v. 131, n. IS975840, p. 171–178, 1998.
- LEINHARDT, Z. et al. Numerically predicted indirect signatures of terrestrial planet formation. **The Astrophysical Journal**, v. 806, n. 23, p. 9, 2015.
- LEINHARDT, Z.; STEWART, S. Collisions between gravity-dominated bodies. I. Outcome regimes and scaling laws. **The Astrophysical Journal**, v. 745, n. 79, p. 27, 2012.
- LEVISON, H. et al. Late orbital instabilities in the outer planets induced by interaction with a self-gravitating planetesimal disk. **The Astronomical Journal**, v. 142, n. 152, p. 11, 2011.

LEWIS, J. **Physics and Chemistry of the Solar System**. Massachusetts - USA: Elsevier Academic Press, 2004.

LYKAWKA, L.; ITO, T. Terrestrial planet formation: Constraining the formation of mercury. **The Astrophysical Journal**, v. 838, n. 106, p. 10, 2017.

O'BRIEN, D.; MORBIDELLI, A.; LEVISON, H. Terrestrial planet formation with strong dynamical friction. **Icarus**, v. 184, p. 39–58, 2006.

RAYMOND, S. et al. Building the terrestrial planets: Constrained accretion in the inner solar system. **Icarus**, v. 203, n. 644, p. 21, 2009.

SARID, G.; STEWART, S.; LEINHARDT, Z. Mercury, the impactor. In: LUNAR AND PLANETARY SCIENCE CONFERENCE, 45., 2014, The Woodlands. **Proceedings ...** The Woodlands: Lunar and Planetary Institute, 2014. p. 2723.

STEWART, S.; LEINHARDT, Z. Collisions between gravity-dominated bodies. II. The diversity of impact outcomes during the end stage of planet formation. **The Astrophysical Journal**, v. 751, n. 32, p. 17, 2012.

SVETSOV, V. Cratering erosion of planetary embryos. **Icarus**, v. 214, n. 1, p. 316–326, 2011.

WALSH, K. et al. A low mass for Mars from Jupiter's early gas-driven migration. **Nature**, v. 475, p. 206–209, 2011.

WEIDENSCHILLING, S. Iron/silicate fractionation and the origin of Mercury. **Icarus**, v. 35, p. 99–111, 1978.