RESSALVA

Atendendo a solicitação do autor, o texto completo desta dissertação será disponibilizado somente a partir de 27/07/2023.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO" FACULDADE DE ENGENHARIA CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

DAIANE SAMPAIO FERNANDES

PROJETO DE CONTROLADORES ROBUSTOS CHAVEADOS COM CUSTO GARANTIDO UTILIZANDO REALIMENTAÇÃO DE SAÍDA PARA SISTEMAS NÃO LINEARES

Ilha Solteira 2022

DAIANE SAMPAIO FERNANDES

PROJETO DE CONTROLADORES ROBUSTOS CHAVEADOS COM CUSTO GARANTIDO UTILIZANDO REALIMENTAÇÃO DE SAÍDA PARA SISTEMAS NÃO LINEARES

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia - UNESP - Campus de Ilha Solteira, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Especialidade: Automação.

Prof. Dr. Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira Orientador

Ilha Solteira

2022

FICHA CATALOGRÁFICA Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

Fernandes, Daiane Sampaio.

F363p Projeto de controladores robustos chaveados com custo garantido utilizando realimentação de saída para sistemas não lineares / Daiane Sampaio

Fernandes .-- Ilha Solteira: [s.n.], 2022

72 f.: il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Controle e Automação, 2022

Orientador: Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira Inclui bibliografia

1. Projeto de controladores robustos chaveados. 2. Sistemas não lineares. 3. Realimentação de saída.

Raiane da Silva Santos

Supervisora Técnica de Seção Seção Técnica de Referência, Atendimento ao usuário e Documentação Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação CRB/8 - 9999



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Ilha Solteira

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: PROJETO DE CONTROLADORES ROBUSTOS CHAVEADOS COM CUSTO GARANTIDO UTILIZANDO REALIMENTAÇÃO DE SAÍDA PARA SISTEMAS NÃO LINEARES

AUTORA: DAIANE SAMPAIO FERNANDES

ORIENTADOR: MARCELO CARVALHO MINHOTO TEIXEIRA

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de Mestra em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: Automação pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. MARCELO CARVALHO MINHOTO TEIXEIRA (Participação Virtual)

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. GUSTAVO LUIZ CHAGAS MANHAES DE ABREU (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. LEONARDO ATAIDE CARNIATO (Participação Virtual)

Departamento de Indústria / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP), Câmpus Presidente Epitácio.

Ilha Solteira, 27 de janeiro de 2022

AGRADECIMENTOS

Meus agradecimentos a todos os familiares, amigos, professores e funcionários da FEIS-UNESP, que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho. Em especial, dedico meus agradecimentos:

- À Deus, pela vida, saúde e cuidado;
- À minha mãe Irene, pelo apoio, exemplo e força. Obrigada por me mostrar na sua história que eu poderia ser quem eu quisesse;
- Ao meu pai Josias, que do céu possa se orgulhar de mim;
- À minha irmã Delaine e ao meu irmão Diego, que cuidam e acreditam em mim desde que eu nem sabia quem eu era. Também aos meus cunhados Gabriel e Gabrielle, por cuidarem dos meus irmãos;
- Aos meus sobrinhos Yasmin e Pedro, que em cada palavra inocente me dão forças;
- Ao meu noivo Guilherme por entender minhas ausências e momentos difíceis e por me lembrar todos os dias que sou capaz de fazer mais;
- Ao Laboratório de Pesquisa em Controle da UNESP de Ilha Solteira, e em especial aos meus companheiros Igor e Adalberto, pela paciência em me ensinar sempre que tinha dificuldades;
- Ao professor Dr. Marcelo pela confiança e oportunidade;
- Ao professor Dr. Gustavo por me mostrar que a pós graduação era uma possibilidade;
- O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

"estou de pé
sobre o sacrifício
de milhões de mulheres antes de mim
pensando
no que eu posso fazer
para deixar esta montanha ainda mais alta
para que as mulheres que venham depois de mim
possam ver mais longe"

legado - Rupi Kaur

RESUMO

Nesta dissertação, são propostos projetos de controladores robustos chaveados usando realimentação de saída para sistemas não lineares com parâmetros incertos. Inicialmente, são apresentados os conceitos necessários para a modelagem do sistema através da teoria de modelos fuzzy Takagi-Sugeno (TS), segundo a qual um sistema não linear incerto pode ser exatamente descrito como uma combinação convexa de modelos locais lineares combinados com as funções de pertinências. A análise da estabilização desses sistemas pode ser realizada através de uma função de energia quadrática baseada na teoria de Aleksandr Lyapunov, de modo que o problema de controle pode ser descrito por meio de Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs), possibilitando a resolução computacional. Por se tratar de um sistema incerto e não linear, as funções de pertinência podem depender de termos desconhecidos e/ou incertos, impedindo que sejam utilizadas na formulação do controlador. Dessa forma, técnicas baseadas na Compensação Distribuída Paralela (CDP) não podem ser utilizadas diretamente, tornando o controle chaveado uma alternativa, pois este não exige o conhecimento das funções de pertinência para a composição do sinal de controle. Para o projeto dos controladores chaveados, basta o conhecimento dos modelos locais lineares do sistema. Em aplicações práticas, muitas vezes não é possível mensurar todas as variáveis de estado. Para contornar esse problema, é utilizada a técnica de realimentação de saída, e, mais uma vez, o controlador chaveado se torna um aliado, uma vez que as funções de pertinências podem depender de variáveis de estado que não podem ser mensuradas. Também visando aproximar o comportamento do sistema controlado com a realidade, são consideradas a saturação dos atuadores e a presença de distúrbios persistentes. Com o intuito de melhorar o desempenho do controlador, optou-se pelo índice de performance na forma de um custo garantido. Com isso, três teoremas para o projeto de controladores chaveados foram propostos e dois corolários de controle de ganho único, sendo todos simulados numericamente e implementados. Adicionalmente, foram formulados dois teoremas que provam que se as condições impostas pelo controlador de ganho único são satisfeitas para um sistema, então as condições para o controle chaveado também serão satisfeitas para o mesmo sistema. A partir dos resultados analisados, pode-se comprovar a eficiência das metodologias propostas, uma vez que os controladores chaveados apresentam desempenho igual ou superior aos controladores de ganho único em todos os casos.

Palavras-chave: controlador chaveado. modelos fuzzy Takagi-Sugeno. sistemas não lineares incertos. realimentação de saída. distúrbios persistentes.

ABSTRACT

In this dissertation, switched robust controllers using output feedback are proposed for nonlinear systems with uncertain parameters. Firstly, necessary concepts for modeling the system through fuzzy Takagi-Sugeno (TS) models theory were presented, according to which a nonlinear uncertain system can be exactly described as a convex combination of linear local models using membership functions. Systems stability analysis can, then, be made through a quadratic energy function, based on Aleksandr Lyapunov theory, so that the control problem can be described through Linear Matrix Inequalities (LMIs), enabling computational resolution. Because it is an uncertain and/or nonlinear system, the membership functions can depend on unknown terms. Thus, the controller formulation called Parallel Distributed Compensation (CDP) techniques can not be used. Then, the switched controller becomes an alternative, since it does not require membership functions knowledge for the control signal composition. For the switched controllers project, just knowing the local linear TS fuzzy models of the system is enough. In practical applications, often it is not possible to measure all system state variables. To work around this problem, output feedback technique can be used, and, one more time, the switched controllers become advantageous, since the membership functions can depend on state variables that can not be measured. Also aiming to bring the behavior of the controlled system closer to reality, the actuators saturation and the persistent disturbances presence are inserted. In order to improve the controller performance, we opted for the performance index in the form of a guaranteed cost. With that, three theorems for switched controllers project were proposed and two one gain control corollaries, which were numerically simulated and implemented. Additionally, two theorems were formulated which prove that if the one gain controller imposed conditions hold, then the switched controller imposed conditions also hold for the same system. From the analyzed results, it is possible to prove the efficiency of the proposed methodologies, once the switched controllers present the same or even better performance than single gain controllers in all cases.

Keywords: switched controller. Takagi-Sugeno fuzzy models. uncertain nonlinear systems. output feedback. persistent disturbances.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Esquema de suspensão ativa (OLIVEIRA et al., 2018)	20
Figura 2	Complexo canela-pé (GAINO et al., 2020)	23
Figura 3	Representação de possíveis trajetórias de estado e das regiões ${\mathscr X}$ (10),	
	$\mathscr{L}(H_k)$ (39), $\varepsilon(P,\beta)$ (40) e politopo de condições inicias em (38) no	
	plano $x_1(t) \times x_2(t)$	33
Figura 4	Comportamento dinâmico do sistema de posição da perna paraplégica	
	para as condições impostas pelo Teorema 1	44
Figura 5	Sinal de controle, índice de chaveamento e função de Lyapunov para as	
	condições impostas pelo Teorema 1	45
Figura 6	Comportamento do sistema de suspensão ativa e sinal de controle base-	
	ado no Teorema 1 para $M_s=1,455$ kg	49
Figura 7	Comportamento do sistema de suspensão ativa e sinal de controle base-	
	ado no Teorema 1 para $M_s=2,45$ kg	50
Figura 8	Comportamento do sistema de suspensão ativa e sinal de controle base-	
	ado no Teorema 2 para $M_s = 1,455$ kg	50
Figura 9	Comportamento do sistema de suspensão ativa e sinal de controle base-	
	ado no Teorema 2 para $M_s=2,45$ kg	51
Figura 10	Representação de possíveis trajetórias de estado e das regiões ${\mathscr X}$ (10),	
	$\mathscr{L}(H_k)$ (39), $\varepsilon(P,\beta)$, $\varepsilon(P,\delta_1)$ (40) e politopo de condições iniciais em	
	(38) no plano $x_1(t) \times x_2(t)$	60
Figura 11	Comportamento do sistema de suspensão ativa e sinal de controle base-	
	ado no Teorema 4 para $M_s = 1,455$ kg	64
Figura 12	Comportamento do sistema de suspensão ativa e sinal de controle base-	
	ado no Teorema 4 para $M_s = 2,45$ kg	64
Figura 13	Índices J para as condições impostas pelos Teoremas 1, 2 e 4 conside-	
	rando os dois extremos de massa M_s	65

LISTA DE SÍMBOLOS

 \mathbb{R} Conjunto dos números reais.

 \mathbb{R}^n Conjunto dos vetores $n \times 1$ com elementos reais.

 $\mathbb{R}^{n \times m}$ Conjunto das matrizes $n \times m$ com elementos reais.

N Conjunto dos números naturais.

 \mathbb{K}_r Conjuntos dos números $\{1, 2, ..., r\}$.

 M^T Transposta da matriz real M.

 $M > (\geq)0$ M é uma matriz simétrica e definida (semidefinida) positiva.

 $M < (\leq)0$ M é uma matriz simétrica e definida (semidefinida) negativa.

I Matriz identidade.

|z| Valor absoluto de um número real z.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	MODELOS FUZZY TAKAGI SUGENO PARA SISTEMAS NÃO LINEA-	
	RES INCERTOS	16
2.1	MODELOS FUZZY TAKAGI SUGENO	16
2.2	EXEMPLO	20
2.2.1	SUSPENSÃO ATIVA	20
	MODELO MATEMÁTICO DA POSIÇÃO DA PERNA DE UM PARAPLÉ-	
GICO	USANDO ELETROESTIMULAÇÃO	23
3	CONTROLE CHAVEADO COM REALIMENTAÇÃO DE SAÍDA SUJEITO	
	À SATURAÇÃO NOS ATUADORES E CUSTO GARANTIDO PARA SIS-	
	TEMAS NÃO LINEARES INCERTOS	27
3.1	CONTROLE CHAVEADO COM REALIMENTAÇÃO DE SAÍDA SUJEITO À	
	SATURAÇÃO NOS ATUADORES E CUSTO GARANTIDO	27
3.1.1	DESCRIÇÃO DA SATURAÇÃO DOS ATUADORES COMO UMA COMBI-	22
•	O CONVEXA	32
3.1.2	CUSTO GARANTIDO	36
3.2	EXEMPLOS	43
3.2.1	CONTROLE DA POSIÇÃO DE UMA PERNA PARAPLÉGICA	43
3.2.1.1	SIMULAÇÃO NUMÉRICA	<i>43</i>
3.2.2	SIMULAÇÃO NUMÉRICA CONSIDERANDO O CUSTO GARANTIDO	46
3.2.3	SUSPENSÃO ATIVA	47
3.2.3.1	SIMULAÇÃO NUMÉRICA	47
3.2.3.2	IMPLEMENTAÇÃO PRÁTICA	49
3.3	COMENTÁRIOS	51
4	CONTROLE CHAVEADO COM REALIMENTAÇÃO DE SAÍDA SUJEITO	
	À SATURAÇÃO NOS ATUADORES E DISTÚRBIOS PERSISTENTES COM	
	E SEM CUSTO GARANTIDO PARA SISTEMAS NÃO LINEARES IN-	
	CERTOS	52
4.1	DISTÚRBIOS PERSISTENTES	52
4.2	EXEMPLOS GNORTH G C A FINAL	61
4.2.1	SUSPENSÃO ATIVA	61

4.2.1.1	SIMULAÇÃO NUMÉRICA	<i>62</i>
4.2.1.2	Implementação prática	<i>63</i>
4.3	COMENTÁRIOS	65
5	CONCLUSÕES	66
	REFERÊNCIAS	68

1 INTRODUÇÃO

Sistemas dinâmicos naturais são, em sua maioria, não lineares e incertos (SLOTINE; LI et al., 1991), de forma que o controle destes se torna um grande desafio na área de controle. Em busca de uma solução para o desenvolvimento de controladores para esses sistemas, pesquisadores na área de controle buscaram diversas maneiras de tratá-los (TANAKA; IKEDA; WANG, 1998; TEIXEIRA; ZAK, 1999; SANTIM et al., 2012; ALVES et al., 2016b).

A modelagem fuzzy Takagi-Sugeno (TS) (TAKAGI; SUGENO, 1985) surge como uma ferramenta para auxiliar no projeto de controladores de sistemas não lineares, uma vez que permite modelá-los como uma combinação convexa entre modelos locais lineares e funções de pertinência. Em Taniguchi et al. (2001), um resultado importante obtido mostra que um sistema não linear pode ser exatamente representado por modelos fuzzy TS em uma determinada região de operação no espaço de estados. Dessa forma, técnicas que utilizam a Compensação Distribuída Paralela (CDP) podem ser utilizadas no controle do sistema, usando as funções de pertinência do modelo fuzzy na construção da lei de controle (WANG; TANAKA; GRIFFIN, 1995, 1996; TANAKA; IKEDA; WANG, 1998; TEIXEIRA; ZAK, 1999; TEIXEIRA; ASSUN-ÇÃO; AVELLAR, 2003; FANG et al., 2006; SANTIM et al., 2012).

Para uma classe de sistemas não lineares incertos, os modelos fuzzy TS podem, ainda, constituir uma representação exata através de modelos locais lineares (SANTIM et al., 2012). No entanto não é possível utilizar as técnicas de controle elaboradas a partir da CDP, já que as funções de pertinência podem depender de parâmetros incertos e, dessa forma, serem desconhecidas. Assim, como alternativa, podem ser utilizadas a lei de controle de único ganho ou uma lei de controle chaveada (SOUZA et al., 2014b, 2014a), já que ambas não necessitam do conhecimento das funções de pertinência. Quando o sistema é incerto e linear, pode-se também utilizar leis de controle chaveada, desde que as incertezas sejam politópicas (SOUZA et al., 2013).

Os controladores chaveados se baseiam em uma lei de chaveamento que seleciona um ganho pertencente a um conjunto de ganhos pré-projetados (SOUZA et al., 2014b, 2014a), sendo selecionado um ganho a cada instante de tempo de acordo com o vetor de estado ou de saída do sistema (CARNIATO et al., 2020). A decisão de qual ganho deve ser utilizado é feita com base na lei de chaveamento, que seleciona um ganho apropriado para cada instante de tempo (ALVES et al., 2016b; CARNIATO et al., 2020; SILVA, 2020).

Em Alves (2017), é apresentado um exemplo comparando o desempenho de um sistema linear incerto invariante no tempo quando controlado por uma lei de ganho único e por uma

lei com ganhos chaveados. O resultado demonstra que o controle chaveado é menos conservador e apresenta melhores índices de desempenho quando comparado ao único ganho. Já o trabalho de Carniato et al. (2020) apresenta uma comparação entre controladores chaveados e controladores de ganho único sujeitos à minimização da norma H_{∞} em sistemas chaveados. Os resultados descritos em Carniato et al. (2020) mostram que o projeto do controlador chaveado apresenta maior região de factibilidade e menores custos da norma H_{∞} do que os obtidos com o controlador de ganho único, sendo portanto, menos conservativo.

Os modelos fuzzy TS são formulados de acordo com os limites físicos do sistema. Para assegurar que durante o transitório o sistema permaneça na região exatamente descrita pela combinação de modelos locais lineares combinadas com as funções de pertinência, pode ser considerada a condição de que um conjunto elipsoidal positivamente invariante esteja contida na região de operação do sistema. Com isso, será garantido que o único ponto de equilíbrio do sistema seja assintoticamente estável com os índices de desempenho projetados para qualquer condição inicial pertencente a um conjunto positivamente invariante. Dessa forma, é necessário assegurar que uma região convexa de condições iniciais de operação do sistema estejam contidas em um conjunto elipsoidal (ALVES et al., 2016b).

Uma grande preocupação no projeto de controladores é garantir a estabilidade assintótica do ponto de equilíbrio de interesse, porém não há ainda uma forma universal de analisar a estabilidade de sistemas não lineares. Para esse tipo de sistema, uma ferramenta importante foi introduzida pelo matemático Alexandr Lyapunov, na qual a análise de estabilidade dos pontos de equilíbrio é realizada através da análise do comportamento, ao longo do tempo, de uma função de "energia" fictícia. A análise da função de energia exclui a necessidade de resolver as equações diferenciais que descrevem o sistema (SLOTINE; LI et al., 1991). Pensando na resolução do sistema através de LMIs, as candidatas à função de Lyapunov na forma quadrática ou composta são as mais usadas para modelos fuzzy TS.

Assim, a utilização de modelos fuzzy TS para representar o sistema não linear e o uso de uma candidata à função quadrática de Lyapunov para análise da estabilidade do sistema permitem que o problema seja descrito a partir de LMIs, fazendo com que o problema de controle seja resolvido computacionalmente de maneira eficiente (GAHINET et al., 1994; STURM, 1999; LOFBERG, 2004).

Além da estabilidade, busca-se melhorar o transitório dos sistemas controlados, além de aproximá-los a problemas de projetos reais. Para isso, outros parâmetros podem ser inseridos no projeto, como taxa de decaimento (BOYD et al., 1994), saturação nos atuadores (ALVES et al., 2016b; TARBOURIECH et al., 2011), atenuação de distúrbios através da minimização da norma H_{∞} (OLIVEIRA et al., 2018) e custo garantido (OGATA, 2011; RAMOS et al.,).

Neste trabalho, como um dos exemplos para o desenvolvimento teórico e prático, será considerado um sistema de supensão ativa manufaturado pela Quanser®. A modelagem utilizada é

encontrada em Oliveira et al. (2018), sendo não linear e incerta. Para o projeto do controlador, considera-se que nem todas as variáveis de estados são disponíveis para medição, que o sistema está sujeito à saturação nos atuadores, presença ou não de uma classe de distúrbios persistentes e uso ou não de um custo garantido.

Um sistema de suspensão veicular possui duas principais funções: garantir a estabilidade do veículo e o conforto dos passageiros. Um veículo possui estabilidade e é seguro quando os pneus estão em contato com o solo, pois o piloto é capaz de controlá-lo através do volante. Já a medida de conforto é subjetiva. Segundo Crivellaro (2008), a maior fonte de desconforto em passageiros é a variação de aceleração, já que deslocamento, velocidade e acelerações constantes não são desconfortáveis. Dessa forma, o controle de vibrações em suspensões veiculares pode diminuir essas variações causadas pelo contato com a pista. Além de melhorar o conforto, pensando em veículos de resgate, como ambulâncias, a redução dos efeitos da pista pode facilitar a realização de procedimentos médicos urgentes durante a locomoção.

A minimização do custo garantido acontece através de um índice de desempenho na forma de um regulador linear quadrático, que prevê, no caso de sistemas lineares, uma boa relação entre desempenho e alocação dos autovalores (CAUN et al., 2018; DEAECTO; GEROMEL; DAAFOUZ, 2011). A função custo garantido pode estar relacionada com a energia dissipada na saída do sistema. Por exemplo, em Deaecto et al. (2010), ela corresponde à energia dissipada na forma de calor dissipado por um conversor CC-CC. Assim, a redução da energia na saída do sistema auxilia na obtenção de melhores resultados na resposta do sistema controlado (RAMOS et al., ; SILVA, 2020). Avalia-se o desempenho do sistema sem considerar o custo e posteriormente com a sua inserção, de modo que seus efeitos possam ser melhores visualizados.

Com o objetivo de aproximar o comportamento do sistema dinâmico teórico com a realidade, considera-se a presença de uma classe de distúrbios persistentes limitados por norma (ALVES et al., 2016a). Sendo que, novamente, os controladores são projetados na presença e ausência dos distúrbios. Assim as implicações em cada caso podem ser melhores avaliadas.

Quando o projeto do controlador visa um sistema que possui aplicações práticas, é importante inserir restrições relacionadas à saturação dos equipamentos. Segundo Xu, Wen e Huang (2020), negligenciar a saturação dos atuadores pode ser uma fonte de deterioração da performance ou, ainda, o colapso da estabilidade do sistema. Por isso, é uma consideração presente nesse trabalho em todos os teoremas propostos.

Ainda pensando em aplicações práticas, muitas vezes o modelo dinâmico do sistema requer variáveis de estado que são dificilmente mensuráveis na prática, acarretando em obstáculos no desenvolvimento de controladores. Para contornar isso, algumas estratégias podem ser tomadas, como o projeto de observadores de estado (DU et al., 2013), ou uso de realimentação de saída (CHEN et al., 2005; KAU et al., 2007; CHADLI; GUERRA, 2012; DONG; YANG, 2013; NGUYEN et al., 2017; CARNIATO et al., 2020). Segundo Chen et al. (2005), quando observa-

dores de estado são inseridos, o projeto do controlador se torna complicado, especialmente em sistemas complexos, como é o caso em que há não linearidades, incertezas e saturação. Assim, Chen et al. (2005) afirma que a inserção de realimentação de saída no projeto e na implementação dos controladores possui uma facilidade maior se comparada ao uso de observadores de estado. No entanto o projeto de controladores com realimentação de saída consistem num dos maiores desafios em tópicos de controle, isso porque possui características não convexas (SYR-MOS et al., 1997; SADABADI; PEAUCELLE, 2016; NGUYEN et al., 2017).

Devido a isso, segundo Nguyen et al. (2017), há dois caminhos a serem seguidos: o desenvolvimento de algoritmos numéricos para a solução de condições de projeto não convexas, ou a obtenção de novas condições convexas suficientes de forma que seja o menos conservador possível para a solução do sistemas nos algoritmos numéricos já existentes. Seguindo o último caminho, Crusius e Trofino (1999) apresentam condições suficientes para controladores com realimentação de saída estática usando Igualdades Matriciais Lineares (do inglês *Linear Matrices Equalities*, LMEs) e LMIs, impondo que o posto das matrizes de saída do sistema sejam completos. Com o intuito de criar condições iguais ou menos conservadoras que em Crusius e Trofino (1999), Dong e Yang (2013) propõem condições em que a matriz de saída do sistema não precisa ter posto completo.

Nesse trabalho, optou-se pelo uso de realimentação de saída, considerando a complexidade do sistema e a necessidade de se aliar todos os requisitos citados acima. Foi adotado o segundo caminho no projeto dos controladores, em que são obtidas restrições para os algoritmos numéricos já existentes (NGUYEN et al., 2017). Para formular os teoremas em função somente de LMIs, e contornar as características não convexas da realimentação de saída, utilizou-se o trabalho de Chang, Park e Zhou (2015).

Conciliando algumas das restrições dadas, em Dong e Yang (2013), há o desenvolvimento de controladores com realimentação de saída para sistemas contínuos no tempo com incertezas politópicas. Já em Yang, Feng e Zhang (2013), foi apresentado o desenvolvimento de modelos fuzzy TS com a presença de distúrbio persistente. Em Alves et al. (2016a), são descritos resultados importantes envolvendo controle chaveado, modelos fuzzy TS, saturação nos atuadores e presença de distúrbios persistentes. Já o trabalho de Vafamand, Asemani e Khayatian (2017) considera modelos fuzzy TS com a presença de distúrbios persistentes e observadores de estado. Em Nguyen et al. (2017), há resultados importantes de realimentação de saída e restrições dos estados em sistemas representados com modelos fuzzy TS. O trabalho de Carniato et al. (2020) apresenta resultados em controladores chaveados com realimentação de saída e minimização da norma H_{∞} para sistemas chaveados. E, por fim, em Xu, Wen e Huang (2020), temos sistemas formulados a partir de modelos fuzzy TS com saturação nos atuadores e presença de distúrbio persistente.

Assim sendo, a maior contribuição desse trabalho é o desenvolvimento do projeto de contro-

ladores chaveados (ou de ganho único), com realimentação de saída, custo garantido, saturação nos atuadores e presença de distúrbio persistente para sistemas não lineares com incertezas politópicas. Dessa forma foram construídos três teoremas de controle chaveado e dois corolários com controladores de ganho único. Adicionalmente, são propostos dois teoremas que provam que se as condições impostas pelo controlador de ganho único são satisfeitas para um sistema, então as condições para controle chaveado também serão satisfeitas para o mesmo sistema.

A organização do trabalho é feita da seguinte forma:

- Capítulo 2: apresenta a teoria de modelos fuzzy Takagi-Sugeno e a obtenção dos modelos locais para o sistema de suspensão ativa não linear e incerta, e para o sistema de controle de posição de perna de um paraplégico. Os dois serão utilizados nas simulações e aplicações dos teoremas desenvolvidos nos capítulos seguintes;
- Capítulo 3: apresenta as técnicas de controle de realimentação de saída, considerando saturação nos atuadores, taxa de decaimento e custo garantido para sistemas não lineares. A partir dessas técnicas, são desenvolvidos três teoremas de controle chaveado e um corolário de ganho único. As metodologias de projeto de controladores são aplicadas em três exemplos, dois cujos modelos locais foram obtidos no Capítulo 2, e um outro cujos modelos locais são apresentados nesse capítulo. Os resultados de simulações e aplicações são apresentados e comparações são feitas com a literatura;
- Capítulo 4: acrescenta a teoria de distúrbios persistentes. Combinando essa teoria com as técnicas apresentadas no Capítulo 3 são apresentados dois teoremas de controle chaveado e um corolário de ganho único. São feitas simulações e aplicações para o teorema e o corolário com a suspensão ativa, sendo que os resultados são apresentados e comparados;
- Capítulo 5: a partir de tudo o que foi exposto anteriormente, são feitas as conclusões do trabalho.

5 CONCLUSÕES

O principal objetivo desse trabalho foi propor condições para o projeto de controladores chaveados com realimentação da saída da planta para sistemas não lineares incertos e comparar com controladores de ganho único com as mesmas restrições, com o intuito de verificar a eficácia do primeiro método.

Dessa forma, o primeiro desafio consiste em descrever o sistema, por ser não linear e incerto. Técnicas de modelagem fuzzy Takagi-Sugeno (TS) foram utilizadas, pois a partir delas é possível representar esses sistemas de maneira exata em uma região de operação como uma combinação convexa de modelos lineares locais combinados com funções de pertinência. A metodologia usada para isso foi apresentada e os modelos locais dos sistemas utilizados (suspensão veicular ativa e posição de perna de um paraplégico) foram obtidos no desenvolvimento desse trabalho.

A partir disso, diversas restrições e especificações foram consideradas no projeto dos controladores: realimentação de saída, saturação nos atuadores, taxa de decaimento, custo garantido e distúrbios persistentes. Cada uma foi utilizada por motivos específicos e, com a combinação delas, foram propostos três teoremas de controle chaveado, dois corolários de controle de único ganho e dois teoremas que provam que se as condições do controlador de único ganho são válidas para um determinado sistema, então as condições do controlador chaveado também serão. Optou-se pela construção dessa forma para que os efeitos das técnicas propostas pudessem ser analisados e comparados.

Das simulações feitas para a posição da perna paraplégica, com a Figura 4, pode-se observar a capacidade do controlador em estabilizar o sistema. O comportamento da função de Lyapunov, na Figura 5, mostra que seu maior valor é menor que o limitante anteriormente definido pelo Teorema 1, ou seja, 1. Assim, o teorema proposto apresenta vantagens principalmente relacionadas à utilização da realimentação de saída, uma vez que Nunes et al. (2022) utiliza uma nova linearização do modelo proposto por Ferrarin e Pedotti (2000) pela dificuldade em mensurar o torque. O uso da realimentação de saída contorna essa dificuldade, permitindo o uso do modelo original, além de dispensar a necessidade do uso de novos sensores para a implementação prática.

Um outro exemplo teórico é apresentado na Subseção 3.2.2 utilizando um sistema não linear incerto. As condições do Teorema 2 e do Corolário 1 foram aplicadas a esse sistema e ambos controladores foram capazes de estabilizá-lo. No entanto, quando os limitantes superiores β do custo garantido J, dado em (81), são comparados, observa-se um valor 5,92% menor para o

caso chaveado. Comprovando as condições do Teorema 3, de que a região de factibilidade do Teorema 2 deve ser igual ou maior que a do Corolário 1.

Após simulações e implementações da suspensão ativa, pode-se analisar os efeitos dos controladores na dinâmica dos sistemas observando as Figuras de 6 a 12. Dessas figuras, tem-se que todos os controladores são capazes de estabilizar o sistema e, quando em malha fechada, há grande atenuação dos efeitos da pista sobre este. Ainda que o sistema possua falha no atuador, não se observa grande alteração em sua dinâmica, aumentando o conforto dos passageiros, quando comparado à malha aberta. Os controladores podem ser ditos robustos, já que se mantêm estáveis mesmo com a falha do atuador e com as variações de massa, conforme foi requisitado no projeto.

Por outro lado, analisando os limitantes superiores β dos custos garantidos, tem-se que os controladores chaveados apresentam resultados melhores, exceto para o caso do Teorema 2 e do Corolário 1, em que o controlador de ganho único apresenta um custo 0,35% menor que o controlador chaveado. Como foi discutido no decorrer do texto, acredita-se que o resultado pode ser atribuído às falhas de resolução do *solver* utilizado.

Analisou-se também a efetividade do Teorema 4 em relação aos demais ao se alterar a pista de implementação. A alteração mostrou na Figura 13 que, para pistas compostas por sinais diversos, o Teorema 4 apresenta melhores resultados quando comparado com os demais, pois em sua metodologia já prevê a presença de distúrbios persistentes.

Pela dificuldade em encontrar metodologias parecidas na literatura, no Capítulo 3, utilizouse teoremas propostos por Silva et al. (2020). A comparação entre o Teorema 2 desse trabalho e o Teorema 1 de Silva et al. (2020) mostra que a metodologia proposta nesse trabalho apresenta limitante superior do custo garantido 57,48% menor. No entanto a vantagem das metodologias propostas nesse trabalho é o uso de realimentação de saída, descartando a necessidade de mensurar todas as variáveis de estado, o que pode ser muito complexo na prática.

Por tudo isso, todas as metodologias propostas nesse trabalho podem ser ditas eficazes e possuem importância em aplicações práticas.

REFERÊNCIAS

- ALVES, U. N. L. T. Controle chaveado e chaveado suave de sistemas não lineares incertos via modelos fuzzy TS. Tese (Doutorado) Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Ilha Solteira, 2017. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/handle/11449/152448. Acesso em: 25 fev. 2022.
- ALVES, U. N. L. T.; OLIVEIRA, D. R. D.; TEIXEIRA, M. C. M.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. Smoothing switched control for uncertain TS fuzzy systems with unknown membership functions, actuator saturation and disturbance. In: IEEE. IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE). Vancouver, 2016. p. 2212–2219.
- ALVES, U. N. L. T.; TEIXEIRA, M. C. M.; OLIVEIRA, D. R.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E.; SOUZA, W. A. Smoothing switched control laws for uncertain nonlinear systems subject to actuator saturation. **International Journal of Adaptive Control and Signal Processing**, West Sussex, v. 30, n. 8-10, p. 1408–1433, 2016.
- BLANCHINI, F. Set invariance in control. **Automatica**, Elsevier, v. 35, n. 11, p. 1747–1767, 1999.
- BOCCA, L. F.; RAMOS, I. T. M.; ALVES, U. N. L. T.; BIZARRO, D. B.; ASSUNÇÃO, E.; TEIXEIRA, M. C. M. Robust guaranteed cost switched controller design using static output feedback. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Springer, v. 33, p. 115–128, 2021.
- BOYD, S.; GHAOUI, L. E.; FERON, E.; BALAKRISHNAN, V. Linear matrix inequalities in system and control theory. Philadelfia: SIAM, 1994.
- CAO, Y.-Y.; LIN, Z. Robust stability analysis and fuzzy-scheduling control for nonlinear systems subject to actuator saturation. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, IEEE, Piscataway, v. 11, n. 1, p. 57–67, 2003.
- CARNIATO, L. A.; CARNIATO, A. A.; TEIXEIRA, M. C. M.; CARDIM, R.; JUNIOR, E. I. M.; ASSUNÇÃO, E. Output control of continuous-time uncertain switched linear systems via switched static output feedback. **International Journal of Control**, Taylor & Francis, v. 93, n. 5, p. 1127–1146, 2020.
- CAUN, R. da P.; ASSUNÇÃO, E.; TEIXEIRA, M. C. M.; CAUN, A. da P. LQR-LMI control applied to convex-bounded domains. **Cogent Engineering**, Abingdon, v. 5, n. 1, p. 1457206, 2018.
- CHADLI, M.; GUERRA, T.-M. LMI solution for robust static output feedback control of discrete Takagi–Sugeno fuzzy models. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, IEEE, Piscataway, v. 20, n. 6, p. 1160–1165, 2012.

- CHANG, X.-H.; PARK, J. H.; ZHOU, J. Robust static output feedback H_{∞} control design for linear systems with polytopic uncertainties. **Systems & Control Letters**, Elsevier, Amsterdam, v. 85, p. 23–32, 2015.
- CHEN, S.-S.; CHANG, Y.-C.; SU, S.-F.; CHUNG, S.-L.; LEE, T.-T. Robust static output feedback stabilization for nonlinear discrete-time systems with time delay via fuzzy control approach. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, IEEE, Piscataway, v. 13, n. 2, p. 263–272, 2005.
- CRIVELLARO, C. Controle robusto de suspensão semi-ativa para caminhonetes utilizando amortecedores magneto-reológicos. Tese (Doutorado) Universidade de São Paulo, 2008. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3152/tde-09022009-140556/pt-br.php. Acesso em: 25 fev. 2022.
- CRUSIUS, C. A.; TROFINO, A. Sufficient LMI conditions for output feedback control problems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, IEEE, Piscataway, v. 44, n. 5, p. 1053–1057, 1999.
- DEAECTO, G. S.; GEROMEL, J. C.; DAAFOUZ, J. Switched state feedback control for continuous time-varying polytopic systems. **International Journal of Control**, Oxfordshire, v. 84, n. 9, p. 1500–1508, Sep 2011.
- DEAECTO, G. S.; GEROMEL, J. C.; GARCIA, F. S.; POMILIO, J. A. Switched affine systems control design with application to DC–DC converters. **IET control theory & applications**, IET, Stevenage, v. 4, n. 7, p. 1201–1210, 2010.
- DONG, J.; YANG, G.-H. Robust static output feedback control synthesis for linear continuous systems with polytopic uncertainties. **Automatica**, Elsevier, Oxford, v. 49, n. 6, p. 1821–1829, 2013.
- DU, H.; LAM, J.; CHEUNG, K.; LI, W.; ZHANG, N. Direct voltage control of magnetorheological damper for vehicle suspensions. **Smart Materials and Structures**, IOP Publishing, Bristol, v. 22, n. 10, p. 105016, 2013.
- FANG, C.-H.; LIU, Y.-S.; KAU, S.-W.; HONG, L.; LEE, C.-H. A new LMI-based approach to relaxed quadratic stabilization of TS fuzzy control systems. **IEEE Transactions on fuzzy systems**, IEEE, Piscataway, v. 14, n. 3, p. 386–397, 2006.
- FERRARIN, M.; PEDOTTI, A. The relationship between electrical stimulus and joint torque: A dynamic model. **IEEE transactions on rehabilitation engineering**, IEEE, Piscataway, v. 8, n. 3, p. 342–352, 2000.
- GAHINET, P.; NEMIROVSKII, A.; LAUB, A. J.; CHILALI, M. The LMI control toolbox. In: IEEE. *Proceedings of 1994 33rd IEEE Conference on Decision and Control*. [S.l.], 1994. v. 3, p. 2038–2041.
- GAINO, R.; COVACIC, M. R.; CARDIM, R.; SANCHES, M. A. A.; CARVALHO, A. A. D.; BIAZETO, A. R.; TEIXEIRA, M. C. M. Discrete Takagi-Sugeno fuzzy models applied to control the knee joint movement of paraplegic patients. **IEEE Access**, IEEE, v. 8, p. 32714–32726, 2020.

- HU, T.; LIN, Z.; CHEN, B. M. Analysis and design for discrete-time linear systems subject to actuator saturation. **Systems & control letters**, Elsevier, Amsterdam, v. 45, n. 2, p. 97–112, 2002.
- KAU, S.-W.; LEE, H.-J.; YANG, C.-M.; LEE, C.-H.; HONG, L.; FANG, C.-H. Robust H_{∞} fuzzy static output feedback control of TS fuzzy systems with parametric uncertainties. **Fuzzy sets and systems**, Elsevier, Amsterdam, v. 158, n. 2, p. 135–146, 2007.
- KLUG, M.; CASTELAN, E. B.; COUTINHO, D. A T–S fuzzy approach to the local stabilization of nonlinear discrete-time systems subject to energy-bounded disturbances. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Heidelberg, v. 26, n. 3, p. 191–200, 2015.
- KLUG, M.; CASTELAN, E. B.; LEITE, V. J.; SILVA, L. F. Fuzzy dynamic output feedback control through nonlinear Takagi–Sugeno models. **Fuzzy Sets and Systems**, Elsevier, Amsterdam, v. 263, p. 92–111, 2015.
- LOFBERG, J. Yalmip: A toolbox for modeling and optimization in matlab. In: IEEE. 2004 *IEEE international conference on robotics and automation (IEEE Cat. No. 04CH37508)*. [S.l.], 2004. p. 284–289.
- NGUYEN, A.-T.; TANAKA, K.; DEQUIDT, A.; DAMBRINE, M. Static output feedback design for a class of constrained Takagi–Sugeno fuzzy systems. **Journal of the Franklin Institute**, Elsevier, Oxford, v. 354, n. 7, p. 2856–2870, 2017.
- NUNES, W. R. B. M. A new dynamic model applied to electrically stimulated lower limbs and switched control design subject to actuator saturation and non-ideal conditions. Tese (Doutorado) Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Ilha Solteira, 2019. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/handle/11449/183168>. Acesso em: 25 fev. 2022.
- NUNES, W. R. B. M.; ALVES, U. N. L. T.; SANCHES, M. A. A.; TEIXEIRA, M. C. M.; CARVALHO, A. A. de. Electrically stimulated lower limb using a Takagi-Sugeno fuzzy model and robust switched controller subject to actuator saturation and fault under nonideal conditions. **International Journal of Fuzzy Systems**, Springer, Heidelberg, v. 24, p. 57–72, 2022.
- OGATA, K. Engenharia de controle moderno. Pearson, p. 824, 2011.
- OLIVEIRA, D. R. de; TEIXEIRA, M. C. M.; ALVES, U. N. L. T.; SOUZA, W. A. D.; ASSUNÇÃO, E.; CARDIM, R. On local H_{∞} switched controller design for uncertain TS fuzzy systems subject to actuator saturation with unknown membership functions. **Fuzzy Sets and Systems**, Amsterdam, v. 344, n. 1, p. 1–26, 2018.
- PETERSEN, I. R. A stabilization algorithm for a class of uncertain linear systems. **Systems & Control Letters**, Elsevier, Amsterdam, v. 8, n. 4, p. 351–357, 1987.
- QUANSER. Active Suspension User's Manual. Ontario, Canada, 2009.
- RAMOS, I. T.; ALVES, U. N. L.; TEIXEIRA, M. C.; ASSUNÇÃO, E.; CARDIM, R.; LAZARINI, A. Z. On robust switched controller design to minimize the guaranteed cost

- of polynomial fuzzy systems. In: 2019 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE). [S.l.: s.n.].
- SADABADI, M. S.; PEAUCELLE, D. From static output feedback to structured robust static output feedback: A survey. **Annual reviews in control**, Elsevier, Oxford, v. 42, p. 11–26, 2016.
- SANTIM, M.; TEIXEIRA, M. C. M.; SOUZA, W. A. d.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. Design of a Takagi-Sugeno fuzzy regulator for a set of operation points. **Mathematical Problems in Engineering**, New Iorque, v. 2012, n. 1, p. 1–17, 2012.
- SILVA, H. R. M. *Identificação do sistema aeropêndulo e métodos de controle chaveado aplicados a sistemas incertos descritos por modelos fuzzy Takagi-Sugeno*. Tese (Doutorado) Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Ilha Solteira, 2020. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/handle/11449/193574. Acesso em: 25 fev. 2022.
- SILVA, H. R. M.; RAMOS, I. T. M.; ALVES, U. N. L. T.; CARDIM, R.; TEIXEIRA, M. C. M.; ASSUNÇÃO, E. Switched control design with guaranteed cost for uncertain nonlinear systems subject to actuator saturation. **IFAC-PapersOnLine**, Elsevier, New York, v. 53, n. 2, p. 8025–8030, 2020.
- SLOTINE, J.-J. E.; LI, W. et al. **Applied nonlinear control**. [S.l.]: Prentice hall Englewood Cliffs, NJ, 1991.
- SOUZA, W. A.; TEIXEIRA, M. C. M.; SANTIM, M. P. A.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. Robust switched control design for nonlinear systems using fuzzy models. **Mathematical Problems in Engineering**, London, v. 2014, n. 1, p. 1–11, 2014a.
- SOUZA, W. A. D.; TEIXEIRA, M.; SANTIM, M.; CARDIM, R.; ASSUNÇÃO, E. On switched control design of linear time-invariant systems with polytopic uncertainties. **Mathematical Problems in Engineering**, Hindawi, London, v. 2013, 2013.
- SOUZA, W. A. D.; TEIXEIRA, M. C. M.; CARDIM, R.; ASSUNÇAO, E. On switched regulator design of uncertain nonlinear systems using Takagi–Sugeno fuzzy models. **Fuzzy Systems, IEEE Transactions on**, Piscataway, v. 22, n. 6, p. 1720–1727, 2014b.
- STURM, J. F. Using sedumi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones. *Optimization methods and software*, Taylor & Francis, v. 11, n. 1-4, p. 625–653, 1999.
- SYRMOS, V. L.; ABDALLAH, C. T.; DORATO, P.; GRIGORIADIS, K. Static output feedback survey. **Automatica**, Elsevier, Oxford, v. 33, n. 2, p. 125–137, 1997.
- TAKAGI, T.; SUGENO, M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. **IEEE transactions on systems, man, and cybernetics**, IEEE, Piscataway, n. 1, p. 116–132, 1985.
- TANAKA, K.; IKEDA, T.; WANG, H. O. Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and LMI–based designs. **IEEE Transactions on fuzzy systems**, IEEE, Piscataway, v. 6, n. 2, p. 250–265, 1998.
- TANIGUCHI, T.; TANAKA, K.; OHTAKE, H.; WANG, H. O. Model construction, rule

- reduction, and robust compensation for generalized form of Takagi-Sugeno fuzzy systems. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, IEEE, v. 9, n. 4, p. 525–538, 2001.
- TARBOURIECH, S.; GARCIA, G.; JR, J. M. G. da S.; QUEINNEC, I. *Stability and stabilization of linear systems with saturating actuators*. [S.l.]: **Springer Science & Business Media**, 2011.
- TEIXEIRA, M. C.; ASSUNÇÃO, E.; AVELLAR, R. G. On relaxed LMI-based designs for fuzzy regulators and fuzzy observers. **Fuzzy Systems, IEEE Transactions on**, Piscataway, v. 11, n. 5, p. 613–623, Oct 2003.
- TEIXEIRA, M. C. M.; ZAK, S. H. Stabilizing controller design for uncertain nonlinear systems using fuzzy models. **IEEE Transactions on Fuzzy systems**, IEEE, Piscataway, v. 7, n. 2, p. 133–142, 1999.
- VAFAMAND, N.; ASEMANI, M. H.; KHAYATIAN, A. Robust L_1 observer-based Non-PDC controller design for persistent bounded disturbed ts fuzzy systems. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, IEEE, Piscataway, v. 26, n. 3, p. 1401–1413, 2017.
- WANG, H. O.; TANAKA, K.; GRIFFIN, M. Parallel distributed compensation of nonlinear systems by Takagi-Sugeno fuzzy model. In: *IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON FUZZY SYSTEMS*. Yokohama. **Proceedings of** [...]: IEEE, 1995. v. 2, p. 531–538.
- WANG, H. O.; TANAKA, K.; GRIFFIN, M. F. An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues. **IEEE transactions on fuzzy systems**, IEEE, v. 4, n. 1, p. 14–23, 1996.
- XU, S.; WEN, H.; HUANG, Z. Robust fuzzy sampled-data attitude control of spacecraft with actuator saturation and persistent disturbance. **Aerospace Science and Technology**, Elsevier, Issy les Moulineaux Cedex, v. 101, p. 1–21, 2020.
- YANG, W.; FENG, G.; ZHANG, T. Robust model predictive control for discrete-time takagi–sugeno fuzzy systems with structured uncertainties and persistent disturbances. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, IEEE, Piscataway, v. 22, n. 5, p. 1213–1228, 2013.